

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE

FACULTE DE GENIE MECANIQUE ET DE GENIE DE PROCEDES



THESE

Présentée pour l'obtention du grade de DOCTEUR

En Génie Mécanique

Spécialité : THERMO-ENERGETIQUE

Par Rahmani Kouider

Thème :

*Contribution à l'étude de la convection naturelle dans une
enceinte ouverte, analyse de l'influence de protubérances
Fixes, dans l'une des parois verticales*

Soutenue Publiquement le : 12/03/2014 à 13h. Devant la commission d'examen :

M R. DIZENE	Prof. à l'USTHB /FGM	President
M A. BENTEBBICHE	Prof. à l' USTHB /FGM	Directeur de thèse
M B. DRAOUI	Prof. à l'Univ.de Bechar	Co- Directeur de thèse
M B. IMINE	Prof. à l'U.S.T.O	Examineur
M MADANI	Prof. à l' USTHB /FGM	Examineur
M N.SETTOU	Prof. à l' U.K.M.O	Examineur

Remerciements

Je remercie tout d'abord الله *le tout puissant*

Je remercie vivement et chaleureusement mes encadreurs Messieurs les professeurs B.Draoui et A .Bentebbiche, de l'université de Bechar et Beb Ezzouar Alger respectivement, pour m'avoir offert les conditions favorables et pour m'avoir parfaitement guidé tout le long de la réalisation de ce travail. J'ai particulièrement apprécié ses encouragements, ses conseils qui ont contribué à la réalisation de cette étude.

J'adresse mes profonds remerciements à monsieur R.Dizene Professeur à l'université de Beb Ezzouar, qui a bien voulu me faire l'honneur de présider le jury de thèse.

Je voudrais adresser mes remerciements à tous les membres de jury à savoir :

Mr. B.Madani	Examineur	Prof. USTHB Alger
Mr. B.Imine	Examineur	Prof. USTO Oran
Mr. N.Settou	Examineur	Prof. Université de Ouargla

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Monsieur B.Zeghamati Professeur et directeur du laboratoire à l'université de Perpignan France, pour son aide et ses conseils, sans oublier son équipe du laboratoire.

Je passe tous mes vifs remerciements à tous les amis et collègues de l'université de Beb Ezzouar et l'université de Djelfa.

A la fin je rends hommage à monsieur Rachid Miri, mon ex -encadreur décédé en 2007

رحمه الله.

DEDICACE

A la mémoire de mon père

A la mémoire de M^R Rachid Miri mon ex – encadreur

A ma mère

A Ma femme Chettouh A

A mes enfants

- Mustapha

- Fatima Zohra affaf

- Khadîdja Ahlam

- Imane

A ma famille frères et sœurs

Et à tous les amis

SOMMAIRE

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENEERALE	01
-------------------------------------	-----------

CHAPITRE I : Etude Bibliographique

I.1	Convection Naturelle.....	06
I.2	Transfert thermique de convection naturelle dans les enceintes fermées.....	06
I.2.1	Etude théorique.....	06
I.2.2	Etude expérimentale.....	16
I.3	Conclusion.....	17

CHAPITRE II : Modélisation mathématique du Problème

II.1	:	Introduction.....	20
II.2	:	Modélisation du problème et Hypothèses simplificatrices.....	20
II.2.1	:	Equations de la convection naturelle.....	22
II.2.1.1	:	Equation de le continuité.....	22
II.2.1.2	:	Equations de Navier stockes.....	22
II.2.1.3	:	Equation de la chaleur.....	22
II.3	:	Adimensionnalisation.....	24
II.3.1	:	Equations de la convection naturelle adimensionnalisées.....	24
II.3.1.1	:	Equation de continuité.....	24
II.3.1.2	:	Equations de Navier –stockes.....	25
II.3.1.3	:	Equation de la chaleur.....	25
II.4	:	Modélisation de la turbulence.....	26
II.4.1	:	Equation du modèle κ - ε	26
II.4.1.1	:	Equation de l'énergie cinétique turbulente κ	26
II.4.1.2	:	Equation du taux de dissipation turbulente ε	27
II.5	:	Résolution Numérique.....	27
II.5.1	:	Méthodes Numériques.....	28
II.5.2	:	Equation Générale.....	28

CHAPITRE III : Méthodes Numériques

III.1	:	Introduction.....	31
III.2	:	Procédure numérique.....	31
III.3	:	Maillage.....	32
III.3.1	:	Equation générale.....	33
III.4	:	Intégration du flux total.....	35
III.4.1	:	Intégration de terme source.....	35
III.4.2	:	.Discrétisation spatiale.....	36
III.5	:	Formulation générale du problème	40
III.6	:	Schémas D'ordre supérieur.....	41
III.6.1	:	Schéma amont du second ordre (SOUS).....	42
III.6.2	:	Schéma QUICK.....	42
III.7	:	Procédure de Résolution.....	44
III.7.1	:	Algorithme SIMPLE.....	44
III.7.2	:	Résolution des systèmes d'équations.....	48
III.7.3	:	Critère de convergence.....	49

CHAPITRE IV Résultats & Discussions

3.1	:	Introduction	52
3.2	:	Validation du code numérique.....	53
3.3	:	Résultats et Discussions.....	59
3.4	:	Conclusion.....	89

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale... ..	91
---------------------------	----

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....95

ANNEXE.....100

NOMENCLATURE

Nomenclature

Lettres Latines

A : Rapport d'aspect de l'enceinte $A=H/L$

a : Longueur d'onde des ondulations du fond sinusoïdal de l'enceinte
(amplitude), m

C_p : Capacité calorifique à pression constante, (J/kg.K)

:

$f(y)$: Fonction sinusoïdale des protubérances, m

g : Accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$

H : Hauteur de l'enceinte, m

h_p : Hauteur des protubérances, m

h : Coefficient de transfert thermique, $W.m^2.k^{-1}$

k : Energie cinétique Turbulente, m^2/s^2

L : Longueur de l'enceinte, m

P_0 : Pression, Pa

q : Densité de flux de chaleur, W/m^2

T : Température, K

T_0 : Température ambiante, K

:

μ_t : Viscosité turbulente, kg/m-s

u^*, v^* : Composantes adimensionnelles

U_m : Vitesse moyenne, m.s⁻¹
:

x, y : Coordonnées cartésiennes, m

ΔT : Ecart de température, K

ε : Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente, m²/s³

Symboles Grecques

α : Diffusivité thermique, m².s⁻¹

β : Coefficient d'expansion thermique du fluide à pression constante, K⁻¹

θ : Température adimensionnelle

λ : Conductivité thermique, W.m⁻¹.K⁻¹

μ : Viscosité dynamique, kg.m⁻¹.s⁻¹

ν : Viscosité cinématique, m².s⁻¹

ρ : Masse volumique, kg.m⁻³

Ψ : Fonction de courant

τ : Temps adimensionnalisé

Nombres sans dimensions

Nu : Nombre de Nusselt

$$Nu = \frac{h(\gamma) \cdot h_p}{\lambda}$$

Pr : Nombre de Prandtl

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Ra : Nombre de Rayleigh

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T h^3}{\nu\alpha}$$

Gr : Nombre de Grashof

$$Gr = \frac{g\beta h^3 \Delta T}{\nu^2}$$

Gr* : Nombre de Grashof modifié

$$Gr^* = \frac{g\beta h^4 q}{\lambda \nu^2}$$

LISTE DES FIGURES

Liste des figures

Fig.II. 1 :	Domaine de calcul avec les conditions imposées.....	20
Fig.II 2 :	Modèle physique.....	23
Fig.III.1 :	Volume de contrôle bidimensionnel.....	32
Fig. III.2 :	Schéma du maillage (a) maillage décalé pour u_e (b) et maillage décalé pour v_n .	33
Fig. III.3:	Volume de contrôle.....	35
Fig. III.4 :	La fonction A [Pe] pour différents schémas.....	42
Fig.III.5 :	Le maillage de Schéma QUICK	44
Fig III.6 :	L'algorithme SIMPLE.....	47
Fig. III.7 :	Domaine de calcul.....	48
Fig.IV.7 :	: Les lignes de courant dans l'enceinte protubérante pour une amplitude $a=0.005$ m	61
Fig.IV.8 :	Les lignes de courant dans l'enceinte protubérante pour une amplitude $a=0.010$ m.....	61
Fig.IV.9 :	Les lignes de courant dans l'enceinte protubérante pour une amplitude $a=0.015$ m.....	62
Fig.IV.10 :	Les lignes de courant dans l'enceinte protubérante pour une amplitude $a=0.020$ m	62
Fig.IV.11 :	Evolutions des températures en fonction de la hauteur de la paroi déformée, pour deux amplitudes.....	63
Fig.IV.12 :	Evolutions des températures en fonction de la hauteur de la paroi déformée, pour différentes amplitudes.....	63
Fig.IV.13:	Evolutions du Nusselt en fonction de la hauteur de la paroi déformée, pour deux amplitudes.....	64
Fig.IV.14:	Evolutions des Nusselt en fonction de la hauteur de la paroi déformée, pour différentes amplitudes.....	65
Fig.IV.15:	Evolution de l'énergie cinétique turbulente K en fonction de y pour une amplitude $a=0.005$ m.....	69
Fig.IV.16:	Evolution de l'énergie cinétique turbulente K en fonction y pour une amplitude $a=0.010$ m.....	69
Fig.IV.17 :	Comparaison de l'évolution de l'énergie cinétique turbulente K en fonction y entre deux amplitudes $a=0.005$ m et $a=0.010$ m.....	70
Fig.IV.18:	(a, b) Evolution de l'énergie cinétique turbulente K en fonction de y pour différentes amplitudes.....	71

Fig.IV.19 :	Evolutions de l' énergie cinétique turbulente k en fonction de la hauteur de la paroi déformée, pour Différentes amplitudes.....	72
Fig.IV.20:	Distribution de l'énergie cinétique turbulente k pour amplitude $a=0.005$ m.....	73
Fig.IV.21:	Distribution de l'énergie cinétique turbulente k pour une amplitude $a=0.010$ m	73
Fig.IV.22:	Distribution de l'énergie cinétique turbulente k pour une amplitude $a=0.015$ m.....	74
Fig.IV.23 :	Distribution de l'énergie cinétique turbulente k pour une amplitude $a=0.020$ m.....	74
Fig.IV.24 :	Evolution du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε en fonction de y pour une amplitude $a=0.005$ m	75
Fig.IV.25:	Evolution du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε en fonction y pour une amplitude $a=0.010$ m.....	75
Fig.IV.26 :	Comparaison de l' Evolution du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε en fonction de y entre deux amplitudes $a=0.005$ m et $a=0.010$ m.....	76
Fig.IV.27 :	Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de x pour une amplitude $a=0.005$ m.....	77
Fig.IV.28 :	Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de x pour une amplitude $a=0.010$ m.....	77
Fig.IV.29 :	Comparaison de l'Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de x entre deux amplitudes $a=0.005$ m et $a=0.010$ m.....	78
Fig.IV.30 :	Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de y pour une amplitude $a=0.005$ m.....	79
Fig.IV.31 :	Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de y pour une amplitude $a=0.010$ m.....	79
Fig.IV.32 :	Comparaison de l'Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de y entre deux amplitudes $a=0.005$ m et $a=0.010$ m.....	80
Fig.IV.33:	Distribution de la viscosité turbulente μ_t pour amplitude $a=0.005$ m.....	81
Fig.IV.34 :	Distribution de la viscosité turbulente μ_t pour amplitude $a=0.010$ m.....	81
Fig.IV.35 :	Distribution de la viscosité turbulente μ_t pour amplitude $a=0.015$ m.....	82
Fig.IV.36:	Distribution de la viscosité turbulente μ_t pour amplitude $a=0.005$ m.....	82
Fig.IV.37 :	Distribution de la viscosité turbulente μ_t pour amplitude $a=0.025$ m.....	83
Fig.IV.38 :	Evolution de la vitesse axiale U fonction de y pour une amplitude $a=0.005$ m	85

Fig.IV.39 :	Evolution de la vitesse axiale U fonction de y pour une amplitude $a=0.010$ m	85
Fig.IV.40:	Comparaison de l'Evolution de la vitesse axiale U fonction de y entre deux amplitudes $a=0.005$ m et $a=0.010$ m.....	86
Fig.IV.41 :	(a,b) Comparaison de l'Evolution de la vitesse axiale U fonction de y pour différentes amplitudes.....	87
Fig.IV.42 :	Evolution de la température en fonction de la hauteur des protubérances Pour des différentes périodes et à une amplitude $a=0.015$ m.....	88
Fig.IV.43 :	Evolution de la température en fonction de la hauteur des protubérances Pour différentes périodes et à une amplitude $a=0.020$ m.....	88
Fig.IV.44:	Evolution de la température en fonction de la hauteur des protubérances Pour différentes périodes et à une amplitude $a=0.025$ m.....	89

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Les écoulement de convection naturelle en cavité fermée sont caractérisés par une faible prédictibilité ,qui est liée , au fort couplage qui existe entre les variations de température au sein du fluide et les champs dynamiques et à l'effet de confinement , qui donne un caractère fortement elliptique aux équations qui gouvernent le problème .Si l'on rajoute à cela les mécanismes complexes de transfert de chaleur entre le fluide et les parois qui l'entourent la prédiction du comportement de ces écoulements nécessite des connaissances approfondies des phénomènes physiques qui produisent dans l'ensemble de la cavité .Depuis plusieurs années la configuration de la cavité aux parois irrégulières fait l'objet de nombreuses études numériques et expérimentales .

L'intérêt porté à ce type d'écoulement est du non seulement au fait que de multiples applications technologiques s'y réfèrent (thermique de l'habitat, refroidissement des composantes électroniques) mais également parce qu'il constitue un cas idéal pour l'élaboration de modèles numériques destinés à la résolution des équations de Navier –Stokes. Le cas académique, consiste une cavité bidimensionnelle verticale présentant des protubérances sinusoïdales dans l'une de ces parois verticales ainsi que deux ouvertures sur les parois verticales en bas et haut respectivement. Plusieurs travaux ont rapporté des études numériques pour les écoulement laminaires dans les cavités fermées compte tenu du mécanisme de la convection naturelle. Larson, D., Viskanta, R.[1976], ont étudié numériquement le transfert de chaleur conjugué dans une cavité carrée opaque et fermée .Dans une étude similaire , Webb, B., Viskanta, R.[1987].ont inclus une paroi semi transparente verticale (feuille de verre) dans la cavité. Behnia, M., Rizes, J., De Vahl Davis, G.[1990], ont également examiné une cavité rectangulaire à parois semi transparentes (mur) ; ce mur avait des pertes par convection à l'environnement.

Leurs résultats indiquent que la convection externe affaiblit la circulation des flux internes. D'autres études sont classées : Ostrach [1988], Catton [1978], Bejan [1995], Khalifa-abduljaber [2001], et Vahl Davis [1983].

Esherbiny [1996] a fait une étude expérimentale sur le transfert de chaleur par convection dans une enceinte fermée inclinée. Bairi et al. [2007] ont réalisé une étude pour un grand nombre de Rayleigh en utilisant des techniques numériques et expérimentales dans une enceinte rectangulaire. Par ailleurs, Aoun Allah et al. [2007] ont fait une étude numérique sur la convection naturelle turbulente d'un courant d'air dans une cavité en se limitant à deux murs extérieurement chauffés, jusqu'à un nombre de Rayleigh élevé (10^{12}), ils ont analysé l'effet de l'inclinaison. Les modèles de turbulence à charge ont été brièvement passés en revue.

Les exigences des modèles ont été intégrées, dans une étude récente de Yilmaz et Oztop [2006] sur les turbulences des transferts de chaleur par convection forcée, les équations de Navier-Stokes et de l'énergie ont été résolues numériquement par la technique de CFD, les solutions ont été obtenues à l'aide de code Fluent qui utilise la méthode de volumes finis. Ainsi d'autres travaux tels: Han et Rank [1988]. Ces auteurs ont développé une étude de transfert de chaleur turbulent dans un canal de forme rectangulaire et qui présente une contraction brusque à l'entrée, Liou et Hwang [1992] ont étudié les caractéristiques locales de transfert de chaleur d'un écoulement turbulent dans une conduite rectangulaire avec une contraction brusque à l'entrée. La convection naturelle turbulente le long d'une plaque verticale a été examinée expérimentalement par Mulawah [2002].

En raison de l'importance qu'ils présentent dans la pratique industrielle (échangeur de chaleur, refroidissement des composants électroniques), les transferts de chaleur par convection naturelle dans les cavités de géométries complexes ont fait l'objet de nombreuses

investigations, le comportement dynamique complexe du fluide au niveau des parois ondulées.

Mahmud et al.[2002] ont mis en évidence l'effet de l'ondulation de la surface or Adjout et al. [2002] ont étudié la convection naturelle dans une cavité inclinée et ondulée dont les la paroi chaude et ondulée tandis que Prodip et al. [2003] ont présenté une simulation numérique de la convection naturelle dans une enceinte constituée des parois parallèles ondulées, verticales et planes alors que Saidi et al. [1987] ont montré à travers une étude numérique et expérimentale de la convection naturelle dans une cavité sinusoïdale. une étude de simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité à fond sinusoïdal. Dans le but d'améliorer les performances fonctionnelles de la surface d'échange, a été présenté par Rebhi. M et al. [2005].

La revue de la littérature concernant la convection naturelle turbulente dans des cavités de forme non régulières montre que le sujet reste encore à explorer. D'autres travaux sont indispensables pour enrichir les connaissances déjà acquises dans ce domaine. Ainsi, l'objectif du présent travail consiste à examiner le transfert thermique de la combinaison entre deux cas étudiés c'est-à-dire une cavité fermée présentant des protubérances verticales et une cavité qui a deux ouvertures sur les parois verticales l'une en bas l'autre en haut respectivement, A partir de cette étude on essaye d'observer l'influence des formes de protubérances comme l'amplitude et les périodes sur les facteurs caractérisant la convection naturelle turbulente tel que la température, le nombre de Nusselt, énergie cinétique turbulente et sa dissipation. Dans ce travail, nous modélisons et nous simulons le transfert thermique en régime turbulent dans une cavité verticale présentant des protubérances dans l'une de ses parois ainsi que deux ouvertures en bas et haut des protubérances sur les parois respectivement , les parois horizontales supposées adiabatiques .

Dans le premier chapitre , une étude bibliographique détaillée sur les travaux du transfert thermique par convection naturelle dans les cavités de formes géométriques régulières et non régulières , ces travaux sont divisés en deux parties , la première partie est consacré à une étude théoriques de la convection libre dans des enceintes de parois planes et d'autres munies par des protubérances , et la résolution des équations régissant ce phénomène en régime laminaire et turbulent ainsi que d'autres travaux similaires , en convection forcée ou mixte. La seconde partie, on s'intéresse aux travaux expérimentaux et aux moyens scientifiques utilisés pour la réalisation des expériences.

Le deuxième chapitre est consacré à la description du problème, les équations différentielles aux dérivées partielles régissant les phénomènes de transfert dans l'enceintes ainsi que les conditions aux limites sur les parois verticales, les protubérances et les ouvertures, sont formulées et adimensionnalisées .en suite , on consacre un troisième chapitre pour la définition de la méthode de résolution de notre problème , qui est la méthode de s volumes finis utilisée ainsi le logiciel de calcul.

Les résultats obtenus sont présentés et discutés dans le quatrième chapitre, nous analysons l'influences de quelques facteurs qui caractérisent la convection naturelles en régime turbulent, tels la températures, Nusselt, l'énergie cinétique turbulente, viscosité turbulente et le taux de dissipation turbulente .Pour plusieurs amplitudes et périodes, en faisant une études comparatives de ces facteurs et la représentation des résultats est graphique.

En fin, le document est achevé par une conclusion générale.

CHAPITRE I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I-1. CONVECTION NATURELLE

Parmi les premières descriptions de la convection naturelle celle de Tompson B, données vers 1790 ;

Vers les années 1900, elle connut un véritable développement ; avec les études de Bernard H , qui a travaillé sur le mouvement cellulaire de la convection naturelle entre deux plaques horizontales avec des températures différentes. En 1916 des travaux ont été développés par Rayleigh. Il a montré que la convection prend en compte la traînée visqueuse et la diffusion de la chaleur .Ensuite il a modélisé le phénomène par un nombre sans dimension appelé le nombre de Rayleigh (Ra) qui a un seuil au delà duquel la convection naturelle apparaît.

Il a également établi une loi exprimant la densité de flux de chaleur transmise au fluide en fonction de la différence entre sa température moyenne (froide) et la température du solide (chaude) , en faisant intervenir un facteur multiplicatif appelé : coefficient d'échange superficiel par convection.

1-2.TRASFERT THERMIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS LES ENCEINTES FERMEES

I-2.1.Etude Numérique

De nombreuses études portent sur des enceintes parallélépipédiques dont les parois verticales sont généralement soumises à des densités de flux de chaleur ou maintenues à des températures différentes tandis que les parois sont adiabatiques (G.K Batchelor et Z.G.Du,E.Bilgen). Les équations qui régissent la convection naturelle qui s'y développent sont principalement résolues en utilisant la formulation fonction de courant –vorticité et les méthodes implicites aux différences finies (G.Poots et O.Aydin) .Les résultats montrent que

les transferts de chaleur sont notamment une fonction de nombre de Rayleigh et du rapport de forme de la cavité .

Batchelor G.K.(1954) , fut l'un des premiers à effectuer une analyse des transferts par convection naturelle développée entre deux plaques horizontales qui forment une cavité de hauteur très grande devant les autres dimensions . Son travail, motivé par les problèmes d'isolation de l'habitat, notamment à l'aide de double vitrages et basé sur une méthode de résolution semi analytique des équations de transfert, a montré que le coefficient de transfert de chaleur le long de la paroi chauffée décroît avec l'augmentation de la largeur et de la hauteur de la cavité .L'écoulement cesse d'être laminaire lorsque le rapport de forme entre la hauteur et la largeur est supérieur à 8.

Les travaux de Poots G.[1958] sur les transferts par convection naturelle dans une enceinte fermée dont les parois verticales et horizontales sont respectivement isothermes et adiabatiques montrent que l'écoulement est décrit par des cellules contrarotatives localisées au milieu de l'enceinte .Les transferts sont d'autant plus intenses que le nombre de Rayleigh est élevé .

En considérant une configuration géométrique similaire à celle reportée par (Poots G.), De vahl davis G [1967] montre en utilisant une méthode implicite aux différences finies basée sur la formulation vorticité-fonction de courant , que :

- Pour le nombre de Rayleigh inférieur à 3000, le transfert de chaleur s'effectue par conduction et est caractérisé par des profils linéaires de température du fluide;
- Pour des nombres de Rayleigh compris entre 10^3 et 10^4 , le profil de température n'est plus linéaire .C'est le régime transitoire caractérisé par un faible gradient positif de température ;
-

- Pour des nombre de Rayleigh supérieur à 10^4 , le gradient horizontal de température est négatif, la chaleur est transférée au fluide par conduction et par convection .L'évolution de ce gradient indique que l'écoulement de type de couche limite est prépondérant . Il atteint une valeur minimale pour un nombre de Rayleigh égal 35.10^3 , puis tend asymptotiquement vers zéro lorsque le nombre de Rayleigh augmente.

Mac Gregor R.K. et Emery A.F.[1969] ,ont procédé à une analyse théorique et expérimentale de la convection naturelle développée entre deux plaques planes verticales .

Les résultats numériques obtenus en résolvant les équations de la convection naturelle à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies basée sur la formulation vorticité – fonction de courant conformes à ceux de Poots G. ,montrent pour les mêmes gammes du nombre de Rayleigh et du nombre de Prandtl utilisés par ces mêmes auteurs ,que les transferts de chaleur s'effectuent par convection et par conduction pour un nombre de Grashof égal à 10^2 , les isothermes sont essentiellement linéaires traduisant un mouvement uniforme et un transfert de chaleur par conduction .Au fur et à mesure que le nombre de Grashof augmente, les effets convectifs commencent à déformer les isothermes et l'intensité du mouvement du fluide .

Pour un nombre de Grashof égal 10^5 les isothermes sont déformées par la convection et les gradients de température du fluide à la paroi sont élevés .Pour un nombre de Grashof égal à 10^4 , le mouvement dans la région centrale est décrit par un ensemble de cellules rotatoires .

Dans une enceinte de section rectangulaire, dont l'une des parois verticales est adiabatique tandis que les parois horizontales sont soumises à un flux de densité uniforme et constant , les transferts sont d'autant plus intenses que la densité de flux de chaleur imposé est élevée. D'après Du. Z.G. et Bilgen [1992] ,l'analyse des profils de température et du flux de chaleur échangé entre le solide et le fluide déduit de la résolution à l'aide de la méthode des ADI

associée à la formulation vorticité-fonction de courant montre que, pour un nombre de Rayleigh égal à 10^3 , le transfert se fait par conduction. L'interaction entre les transferts de chaleur par conduction dans la paroi soumise au flux de chaleur et par convection dans l'enceinte est d'autant plus forte que le nombre de Rayleigh est important.

La résolution par méthode implicite aux différences finies des équations de la convection naturelle développée dans une enceinte de section carrée dont les parois verticales sont maintenues à des températures constantes tandis que les parois horizontales sont adiabatiques, montre que pour un nombre de Prandtl compris entre 0.01 et 1.0 et un nombre de Rayleigh $Ra \leq 10^6$, les profils de température et de vitesse sont affectés par la variation des propriétés physiques du fluide. (Emery A.F. et Lee W.J, 1999).

Lorsque ces parois sont soumises à un flux de chaleur constant, l'influence de la variation des propriétés physiques du fluide sur la distribution de température et de la vitesse est relativement faible en raison de la valeur de la température imposée à la paroi maintenue à la température la plus basse. Les nombres de Nusselt établis en considérant les propriétés physiques du fluide variables différent de 1% de celles obtenues en considérant les propriétés physiques constantes.

Dans une enceinte de section rectangulaire dont les parois verticales sont soumises à des densités de flux de chaleur uniformes, les parois horizontales supérieure et inférieure sont respectivement adiabatiques et isothermes ou soumises à une densité de flux de chaleur, le mouvement est décrit par des cellules circulaires très denses aux voisinages de la paroi verticale (Ganzarolli M.M et Milanez L.F, 1995). Les coefficients de transfert de chaleur augmentent avec le nombre de Rayleigh et le rapport de forme de l'enceinte quel que soit le type de conditions aux limites imposées aux parois.

Les expressions du nombre de Nusselt moyen obéissent à une relation exprimant le rapport de forme de l'enceinte et le nombre de Rayleigh du fluide. Ces résultats ont été obtenus en

résolvant à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies basée sur la formulation vorticité-fonction de courant.

Saïd C et al (1987), montrent à travers une étude numérique et expérimentale de la convection naturelle dans une cavité sinusoïdale, que l'écoulement ainsi que l'échange de chaleur total entre les parois ondulées de la cavité et la fluide est réduit par le présence de vortex qui joue le rôle d'écran thermique et qui crée une large région de température uniforme au fond de la cavité.

Kolesnikov et al (1988) , ont étudié le transfert thermique en convection naturelle entre deux cylindres coaxiaux. Les équations régissant le problème sont résolues en utilisant la méthode de différences finies. En prenant en compte les conductivités thermiques des parois des deux cylindres et pour montrer l'effet des parois sur le transfert, les auteurs ont étudié deux cas à savoir ;les champs spatio-temporels des vitesses et de températures d'une part et le coefficient de transfert thermique d'autre part.

Une étude sur le transfert de chaleur dans un canal horizontal est effectuée par Ranganathan (1988). L'écoulement du gaz est étudié en convection naturelle, où le cylindre est chauffé en appliquant un flux constant tandis que le cylindre extérieur est maintenu froid .La température, la vitesse et le nombre de nusselt sont déterminés pour une large gamme du nombre Rayleigh et pour plusieurs valeurs du rapport des diamètres des deux cylindres.

Randrianarisoa J (1988) a pris l'étude de Salim Y.N (1986) concernant un récipient, rempli d'eau, dont le fond est incliné d'un angle quelconque par rapport à l'horizontal. L'influence des principaux paramètres de la géométrie et de la phase gazeuse du fluide est mise en évidence .En exemple la valeur moyenne de température du fluide varie dans le même sens que le temps, l'angle d'inclinaison du fond, et la densité du flux de chaleur traversant le fond est au sens contraire de la hauteur d'eau.

En 1990 Said S.A.M et al ont mené une étude analytique et expérimentale de la convection naturelle laminaire de l'air dans un canal vertical ayant une seule obstruction à l'aide des techniques optiques pour obtenir à la fois des données quantitatives (flux thermique et températures) et qualitatives (visualisation de l'écoulement).

L'étude de Fu et al (1990), se rapporte à une cavité carrée dont l'une de ses parois verticales est soumise à un flux thermique uniforme et l'autre est maintenue isotherme . Cette cavité contient un obstacle de parois adiabatiques .La circulation de l'air a été visualisée par de nombre de Rayleigh (10^4 et 10^6) .Les résultats obtenus ont été discutés en fonction de ces deux nombres ainsi que la position de l'obstacle.

Dans le même cadre et avec les mêmes conditions thermiques, les parois de la cavité peuvent avoir un élément chauffant qui génère de façon non permanente de la chaleur (par exemple dans le cas de refroidissement des composantes électroniques) .Dans ce domaine , Hasnaoui M et al (1994) ,ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée dont les parois verticales sont partiellement actives . Ils ont imposé une variation sinusoïdale de la température de la paroi chaude par contre la paroi froide est maintenue à une température constante.

L'étude de Alami et al (1994) , a porté sur la caractérisation des écoulements de la convection naturelle dans une cavité dont une paroi est non isotherme, les autres étant à une température moyenne inférieure à celle de la paroi active. Les auteurs ont utilisé deux approches :

La première consiste en une étude expérimentale dans une cavité de dimensions réduites, puis ils utilisent la formulation des équations en variables primitives pour les modéliser par la méthode du volume de contrôle l'air dans la cavité à un nombre de Rayleigh n'excédant pas 10^9 .

Lakhal et al (1994) , ont effectué une étude numérique de la convection naturelle laminaire transitoire dans une cellule chauffée par le bas, avec une température variant sinusoïdalement dans le temps .L'influence de la fréquence et de la l'amplitude de la température excitatrice aussi que le nombre de Rayleigh sur la transfert de chaleur et sur les champs dynamiques et thermiques furent étudiés.

Kitamura K et al (1995) , ont étudié expérimentalement l'écoulement de l'eau en convection naturelle au voisinage de la surface supérieure d'une plaque horizontale chauffée par un flux de chaleur de densité constante .Le transfert de chaleur et les caractéristiques de l'écoulement sont calculés pour des grandes valeurs du nombre de Rayleigh ($10^6 \leq Ra \leq 10^{15}$) .l'écoulement et les températures pariétales sont visualisés par thermomètre à cristal liquide.

Les résultats montrent que le coefficient de transfert de chaleur local décroît proportionnellement à la distance horizontale (x), le coefficient de transfert de chaleur moyen est très influencé par la largeur de la plaque même pour des nombres de Rayleigh élevés et qu'il existe quatre régions d'écoulement : région de la couche limite laminaire, région d'écoulement transitoire, région d'écoulement turbulent et une région de collision.

Nitin M.D et al (1996) ont présenté un modèle de refroidissement des éléments d'appareils électroniques basé sur des modélisations des systèmes informatiques avec des sources de chaleur placées sur des plaques horizontales ou verticales .Pretot S et al (1999) ont étudié numériquement et expérimentalement la convection libre au dessus d'une plaque sinusoïdale horizontale chauffée par un flux de densité constante.

Leurs résultats montrent que l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur sont fortement affectés par l'amplitude du profil sinusoïdal de la plaque et par le type de fluide utilisé.

Hadjadji A. et al (1999), ont examiné numériquement l'effet de la protubérance sinusoïdale sur le transfert de chaleur et sur l'écoulement du fluide dans un espace annulaire en utilisant une transformation en coordonnées non orthogonales. Ils ont montré que les deux types de transfert de chaleur local et moyen augmentent avec l'augmentation à la fois de l'amplitude de la protubérance et du nombre de Rayleigh et la diminution du nombre de Prandtl.

Fahgri M et al (1984) ainsi que Mahmud S et al (2001), donnent, à l'aide de la méthode de volumes finis, une prédiction du transfert de chaleur global et des caractéristiques de l'écoulement du fluide au sein respectivement d'une conduite et d'un tube de parois ondulées.

Adjout L. et al (2002), ont étudié la convection dans une cavité inclinée dont la paroi chaude est ondulée et fait face à la paroi froide, les deux autres sont supposées adiabatiques.

Les résultats obtenus montrent que le taux de transfert de chaleur est affecté par l'amplitude de l'ondulation de la paroi chaude. Le nombre de Nusselt moyen est diminué, à comparer à celui d'une cavité horizontale plane et la tendance du transfert de chaleur local est ondulée avec une fréquence différente à celle de l'ondulation de la paroi.

Mahmud S et al (2002), ont montré l'effet de l'ondulation de la surface d'échange sur la structure de l'écoulement et sur le transfert thermique dans une cavité à parois verticales ondulées de rapport d'ondulation $\lambda (0.0 \leq \lambda \leq 0.4)$ et un rapport d'aspect $A (1.0 \leq A \leq 2.0)$. Ils ont trouvé que le transfert de chaleur moyen diminue avec l'accroissement de l'ondulation de la surface d'échange.

Une analyse numérique du transfert de chaleur par convection libre dans une enceinte carrée dont le fond présente une protubérance de forme semi cylindrique a été menée par

Subrat D et al (2003), .Il a trouvé que la présence de la protubérance au fond provoque un changement de direction de la circulation du fluide au voisinage de la paroi latérale froide , résultant d'un important courant convectif et que l'accroissement de la protubérance donne naissance à des zones mortes au niveau des coins du fond de l'enceintes. Das P K et al (2003) , analysent la convection libre entre le fond ondulé et la paroi supérieure d'une enceinte isotherme, Ils montrent que pour des nombres de Grashof élevés, le taux de transfert thermique croît avec l'augmentation du rapport de forme du fond ondulé.

Dalal et al (2005) , ont présenté une solution numérique pour une investigation d'une enceinte, dont la température du fond ondulé est variable.

Oztop (2005) , étudie le transfert thermique en convection forcée dans une conduite à géométrie sinusoïdale en utilisant un maillage elliptique. Varol et al (2006) , ont utilisé l'influence de l'angle d'inclinaison d'un collecteur solaire à surface ondulée, sur le transfert thermique et sur l'écoulement du fluide, en convection naturelle laminaire et effectif pour qualifier et contrôler le transfert thermique dans le collecteur.

Bairi et al (2007), ont réalisé une étude pour un grand nombre de Rayleigh en utilisant des techniques numériques et expérimentales dans une enceinte rectangulaire.

Par ailleurs ,Aoun Allah et al (2007) , ont fait une étude numérique sur la convection naturelle turbulente d'un courant d'air dans une cavité en se limitant à deux murs extérieurement chauffés, jusqu'à un nombre de Rayleigh élevé (10^{12}), il a analyse l'effet de l'inclinaison .

Les modèles de turbulence à charge ont été brièvement passés en revue par Chowdhury et Ahmadi (1992).

Les exigence du modèles ont été intégrés , dans une étude récente Yilmaz et Oztop (2006) sur les turbulences des transferts de chaleur par convection forcée .Les équations de Navier Stockes et de l'énergie ont été résolues numériquement par la technique de CFD.

les solutions ont été obtenues à l'aide du code Fluent qui utilise la méthode de volumes finis .ainsi d'autres travaux tels : Han et Rank(1997) .Ces auteurs ont développé une étude de transfert de chaleur turbulent dans un canal de forme rectangulaire et qui présente une contraction brusque à l'entrée.

Liou et Hwang (1992), ont étudié les caractéristiques locales de transfert de chaleur d'un écoulement turbulent dans une conduite rectangulaire avec une contraction brusque à l'entrée. La convection naturelle turbulente le long d'une plaque verticale a été examinée expérimentalement par Mulawah(2002).

En raison de l'importance qu'ils présentent dans la pratique industrielle (échangeur de chaleur, refroidissement des composants électroniques), les transferts de chaleur par convection naturelle dans les cavités de géométries complexes ont fait l'objet de nombreuses investigations le comportement dynamique complexe du fluide au niveau des parois ondulées

Prodip et al (2003), ont présenté une simulation numérique de la convection naturelle dans une enceinte constituée des parois parallèles ondulées verticales et planes

Saidi et al (1987), ont réalisé une étude numérique et expérimentale de la convection naturelle dans une cavité sinusoïdale.

Rebhi M et al (2005), ont présenté une étude de simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité à fond sinusoïdal.

Paisarn Naphon (,2009) a présenté une l'analyse numérique pour le transfert de chaleur et de distribution d'écoulement dans un canal présentant différentes plaques de géométries ondulées sous l'effet d'un flux de chaleur constant. Une méthode de volumes finis avec le système de grille structurée uniforme est utilisée pour résoudre le modèle turbulent. Effets de la configuration de la géométrie des plaques ondulées, des arrangements de plaques ondulées, et les taux d'écoulement d'air sur la température et le débit développements sont considérés. Le bord tranchant de la plaque ondulée a un effet significatif sur la structure de l'écoulement et de l'amélioration de transfert de chaleur. Les résultats de cette étude sont attendus pour

conduire à des lignes directrices qui permettront à la configuration de la géométrie de la plaque ondulée choisi pour concevoir l'échangeur de chaleur qui augmente la performance thermique.

Eiyad Abu-Nada et al(2009) a étudié l'effet de l'angle d'inclinaison sur le transfert de chaleur par convection naturelle, et l'écoulement de fluide dans une enceinte à deux dimensions rempli de Cu-nanofluide a été analysé numériquement. La performance de nanofluides est testée à l'intérieur d'une enceinte, en tenant compte de la dispersion de particules solides. L'angle d'inclinaison est utilisé en tant que paramètre de commande pour l'écoulement et le transfert de chaleur. Ils ont constaté que l'effet de la concentration des nanoparticules sur le nombre de Nusselt est plus prononcé à faible volume fraction qu'un haut volume de fraction. Angle d'inclinaison peut être un paramètre de commande pour nanofluide d'enceinte remplie.

1-2.2.Etude Expérimentale

La visualisation par nappe laser de la convection naturelle dans une enceinte fermée semble être la technique la plus utilisée par Landis .F et Yanowitz H [1966], Lin W et Armfield S[2001], Ramesh N et Venkateshan P [2001] et Prasad V et Kulacki F.A [1984]. Le principe consiste à visualiser les mouvements du fluide dans l'air en illuminant à l'aide d'un faisceau laser par injection de fumées dans le milieu étudié.

Afin d'analyser le comportement thermique d'enceintes à doubles vitrage ou de cavités remplies de gaz telles que ceux entourant le coeur des réacteurs nucléaires Elder J.W [1966] Landis F et Yanowitz H [1966] procèdent à la visualisation de la convection naturelle dans des cavités parallélépipédiques de grandes dimensions. La visualisation effectuées en utilisant la Tomographie laser met en évidence, pour des nombres de Rayleigh inférieurs à 10^8 , des cellules circulaires localisées à l'intérieur de l'enceinte, le coefficient de transfert de chaleur

entre la paroi et le fluide déduis de la mesure de thermocouples de type K, des températures des parois et du fluide est une fonction du nombre de Rayleigh .

La visualisation des transferts de chaleur dans une enceinte de section carrée remplie de glycérol est siège d'une convection naturelle laminaire montre que la présence d'une cloison verticale provoque, pour un nombre de Rayleigh variant entre 38000 et 396000 et un nombre de Prandtl compris entre 2700 et 7000, une diminution du transfert de chaleur de 59.1% à 63.6% par rapport à celui obtenu dans une enceinte sans cloison Cuckovic-Dzodzo.D.M [1999]. Les isothermes sont décrites par des lignes s'étendant le long de la paroi, et qui se déforment avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Une visualisation dans une enceinte dont les parois horizontales et verticales sont respectivement adiabatiques et isothermes a été effectuée ensemencant le glycérol par des particules de plexiglas et les températures sont mesurées en utilisant des thermomètres à cristaux liquides. Il est à noter que le nombre de cloisons influence les transferts de chaleur dans l'enceinte. Ces derniers diminuent lorsque le nombre de cloison augmente.

Lin W et Armfield S[2001] , ont analysé le développement d'une convection naturelle instationnaire dans des enceintes parallélépipédiques ou cylindriques leurs résultats montrent l'existence :

- Dans l'enceinte parallélépipédique d'une couche limite thermique au voisinage de la paroi supérieure à celle observée dans le cas cylindriques ;
- D'un taux de stratification dont l'évolution temporelle dans l'enceinte parallélépipédique est supérieure à celle observée pour une géométrie cylindrique.

La visualisation de l'écoulement par la tomographie laser , du transfert de chaleur par convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée remplie d'air dont les parois verticales et horizontales sont respectivement maintenues à des températures uniformes et adiabatiques montre l'existence de deux zones d'écoulement (Ramesh N et Venkateshan P ,

2001) . Ces zones sont dues aux mouvements descendant et ascendant des fluides chauds et froids au voisinage des parois verticales.

Comme dans tous les travaux précédents, le flux de chaleur entre la paroi et le fluide déduits de la mesure avec de thermocouples et des thermomètres à cristaux liquides des températures des parois et du fluide est une fonction croissante du nombre de Grashof.

1-3. CONCLUSION

Cette revue bibliographique montre que les difficultés d'interprétation et de comparaison des divers résultats numériques ou expérimentaux. Parmi les méthodes numériques utilisées pour résoudre les équations de transfert en convection naturelle dans les enceintes présentant des protubérances et fermées, la formulation vorticité – fonction de courant associées à un schéma implicite aux différences finies ou en volumes finis semble la plus utilisée, parmi les méthodes expérimentales, l'interférométrie Mach-zhender et les techniques de la visualisation par nappe laser sont couramment employées.

En général, l'écoulement est caractérisé par des cellules contrarotatives dont la densité et le nombre dépendent des nombres de Rayleigh et Grashof du rapport de forme de l'enceinte. Le transfert de chaleur à travers les parois de l'enceinte est une fonction croissante de ces nombres adimensionnels.

L'étude de la convection naturelle dans les enceintes à surfaces libres ou présentant des protubérances s'avère très intéressante dans le domaine d'énergétique, ceci est la raison principale ayant motivé le choix de notre sujet.

CHAPITRE II
MODELISATION MATHEMATIQUE
DU PROBLEME

II-1 INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la formulation de la convection naturelle turbulente dans une cavité verticale qui présente une forme géométrique modifiée dans l'une de ses parois verticales et des ouvertures en bas et en haut dans celles-ci pour l'écoulement du fluide. Les parois horizontales considérées adiabatiques

Les résultats sont présentés sous forme d'isothermes, de fonctions de courant, de nombres de Nusselt et de l'énergie cinétique turbulent k .

Nous avons effectué les calculs pour différentes amplitudes et périodes

II-2. MODELISATION DU PROBLEME ET HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES.

Le système physique considéré, est une enceinte de rapport de forme égal à 0.6 ($A=0.6$), verticale de hauteur H ($H=1.0$ m) et de longueur L ($L=0.6$ m) présentant dans l'une de ses parois verticales des protubérances sinusoïdales, et des ouvertures en bas et en haut respectivement dans les parois verticales pour l'écoulement du fluide. Les parois horizontales étant supposées adiabatiques. Cette enceinte est remplie d'un fluide (air) (figure 1). La largeur I (dans la direction perpendiculaire à la section droite de la cavité) étant choisie suffisamment grande par rapport à la longueur L pour que l'écoulement

soit bidimensionnel.

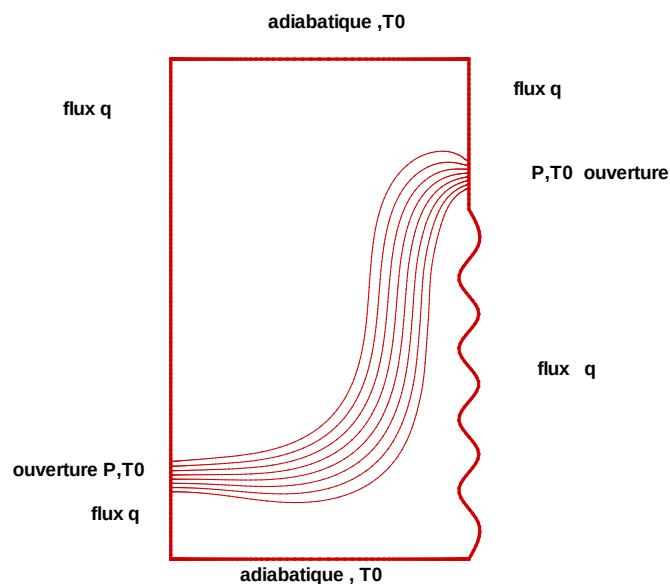


Fig.II. 1 : Domaine de calcul avec les conditions imposées.

Initialement le système est en équilibre thermodynamique à la température T_0 . A partir d'un instant t_0 le système reçoit des flux de chaleur sur les cotes verticaux q , de densité constante. Les protubérances (sinusoïdales) sont décrites par la fonction suivante :

$$F(y)=a[1+\sin(\frac{2\pi y}{b})] \quad (II.1)$$

où a est l'amplitude, et b est la longueur d'onde

La masse volumique " ρ " dont les variations en fonction de la température, origine du mouvement de fluide, sont conformément aux hypothèses de Boussinesq

Un développement en série de Taylor du premier ordre permet d'obtenir l'équation linearisée du fluide :

$$\rho=\rho_0(1+\frac{1}{\rho_0}(\frac{\partial \rho}{\partial T})(T-T_0)) \Rightarrow \rho=\rho_0(1+\beta(T-T_0)) \quad (II.2)$$

$$\beta=-\frac{1}{\rho_0}(\frac{\partial \rho}{\partial T}) \quad (II.3)$$

Où, ρ_0 et T_0 sont respectivement la masse volumique température initiale du fluide, T température thermodynamique et β est le coefficient d'expansion thermique.

Un repère cartésien est associé au système étudié, l'extrémité gauche du système, 0 est prise comme origine du système de coordonnées l'abscisse x est prise selon une direction horizontale et l'ordonnée y selon une direction normale à x .

La convection naturelle développée dans l'espace avoisinant la cavité est régie par un ensemble d'équations différentielles non linéaires, à savoir : l'équation de continuité, l'équation de Navier Stokes, et l'équation de la chaleur.

Dans ces équations, nous associons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Le fluide est Newtonien
- L'écoulement est turbulent et bidimensionnel
- Les propriétés du fluide sont considérées constantes
- Le rayonnement ainsi la dissipation visqueuse est considérée comme négligeable.

Compte tenu des hypothèses formulées ci-dessus, ces équations s'écrivent dans le repère (oxy) comme suit :

II-2.1. Equations de la convection Naturelle

En tenant compte des hypothèses simplificatrices, le système d'équations décrivant les transferts par convection naturelle devient :

II-2.1.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.4})$$

Où u et v désignent les composantes de la vitesse du fluide suivant les axes x et y respectivement

$$\text{Avec } u = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{II.5})$$

II-2.1.2. Equation de la conservation de la quantité de mouvement (Navier Stokes)**a) Suivant l'axe des x**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.6})$$

b) Suivant l'axe des y

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta\Delta T \quad (\text{II.7})$$

II-2.1.3. Equation de la chaleur

Pour un fluide newtonien, l'équation de conservation de l'énergie est par :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.8})$$

Pour décrire complètement notre système, nous associons à ces équations les conditions initiales et aux limites suivantes :

$$\forall (x, y), T(x, y) = T_0, \quad T_0 \text{ température ambiante}$$

$$\forall t < t_0 \quad y=0 \text{ et } y=H \quad q=0 \quad u(x, 0) = v(x, 0) = 0$$

$$U(x, H) = v(x, H) = 0$$

$$x=0 \quad 0 \leq y \leq h_1, \quad h_1+h_2 \leq y \leq H \quad q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0}$$

$$h_1 \leq y \leq h_1+h_2 \quad P(0, y) = \frac{-\rho}{2} u_m^2$$

$$X=L \quad 0 \leq y \leq h_p, \quad h_p+h_4 \leq y \leq H, \quad q = h(T_p - T_0) = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L}$$

$$h_p \leq y \leq h_p+h_4 \quad P(L, y) = P_{\text{atm}}$$

tel que : $H = h_1 + h_2 + h_3$

q est la densité de chaleur constante et uniforme (imposée)

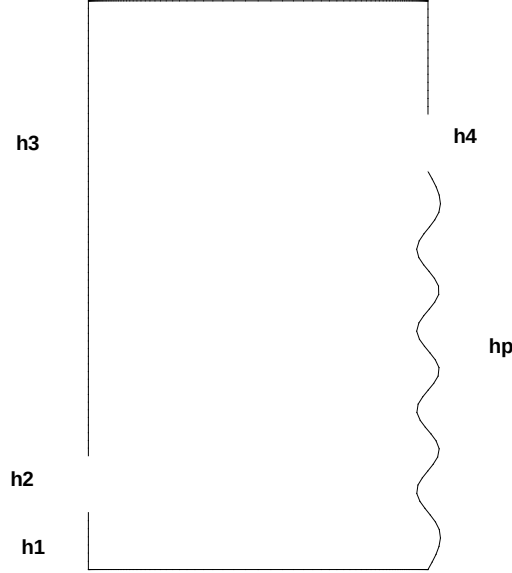


Fig.II.2 : modèle physique

Élimination du gradient de la pression et introduction de la vorticité dérivons l'équation (II.6) par rapport à y et (II.7) par rapport à x

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right) \quad (\text{II.9})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right) + g\beta \Delta T \quad (\text{II.10})$$

En soustrayant l'équation (II.9) de l'équation (II.10), il vient, compte tenu de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = v \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + g\beta \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.11})$$

O  $\vec{w}$ est le vecteur rotationnel de la vitesse ou la vorticité de composantes (0,0, w)
Avec

$$w = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{II.12})$$

Nous introduisons la fonction de courant ϕ telle que :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (\text{II.13})$$

$$v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{II.14})$$

En remplaçant u et v par leurs valeurs (II.13) et (II.14) dans l'équation (II.4), nous obtenons

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -w \quad (\text{II.15})$$

II-3. ADIMENSIONNALISATION

Par le choix de grandeurs de références, la nouvelle forme du système d'équations (II.4) à (II.8) fait apparaître des nombres sans dimensions régissant l'écoulement de manière intrinsèque. L'analyse de grandeur de ces nombres permet de comparer l'influence et le poids respectif des différents termes de l'équation en fonction de la nature de l'écoulement.

$$u^* = \frac{u}{v} h_p, \quad v^* = \frac{v}{v} h_p, \quad x^* = \frac{x}{h_p}, \quad y^* = \frac{y}{h_p}, \quad p^* = \frac{p h_p^2}{\rho v^2}, \quad \theta = g \beta h_p^3 \frac{(T - T_a)}{v^2},$$

$$\tau = \frac{t v}{h_p}, \quad \text{Pr} = \mu \frac{c_p}{\lambda}, \quad \text{Gr}^* = \frac{g \beta H^4}{\lambda v^2} q$$

Où Pr et Gr^* sont respectivement les nombres de Prandtl et Grashof modifié et h_p est la hauteur des protubérances.

II-3-1. Equations de la convection naturelle adimensionnalisées

En introduisant les expressions adimensionnelles précédentes, alors les équations de (II.4) à (II.8) sous forme adimensionnelles s'écrivent :

II-3.1.1. Equation de continuité

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (\text{II.16})$$

II-3.1.2. Equations de la quantité de mouvement (Navier Stokes)

$$\frac{\partial u^*}{\partial \tau} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (\text{II.17})$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial \tau} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) + Gr^* \theta \quad (II.18)$$

II-3.1.3. Equation de la chaleur

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u^* \frac{\partial \theta}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta}{\partial y^*} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^{*2}} \right) \quad (II.19)$$

Conditions initiales et aux limites adimensionnalisées

Les conditions initiales s'écrivent :

$$\forall \tau < \tau_0 \quad u^* = v^* = 0 \quad \text{et} \quad \theta = 0$$

Les conditions aux limites adimensionnelles sont écrites en terme de variables (x^* , y^*)

$$\text{Pour } x^* = 0 \quad 0 \leq y^* \leq h_1/h_p, (h_1+h_2)/h_p \leq y^* \leq H/h_p, \quad -1 = \frac{\partial \theta}{\partial x^*}$$

$$\text{Pour } x^* = L/h_p \quad 0 \leq y^* \leq 1, (h_p+h_4)/h_p \leq y^* \leq H/h_p, \quad h(\theta_p - \theta_o) = -\frac{\lambda \partial \theta \cdot Gr^{*2/5}}{\partial x^* h_p}$$

Nombres de Nusselt locaux et moyens

Soit

$$N_{ux} = \frac{hy}{\lambda} \quad (II.20)$$

$$h(T_p - T_0) = -\frac{\lambda \partial T}{\partial x} \quad (II.21)$$

Soit sous forme adimensionnalisées

$$h_c(\theta_p - \theta_\infty) = -\frac{\lambda \partial \theta \cdot Gr^{*2/5}}{\partial x^* h_p} \quad (II.22)$$

La combinaison des expressions (II.21) et (II.22), conduit à l'expression suivante :

$$N_{ux} = \frac{-Gr^{*2/5} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) y^*}{(\theta_p - \theta_\infty)} \quad (II.23)$$

II-4. MODELISATION DE LA TURBULENCE

La turbulence d'un écoulement se caractérise par une imprévisibilité du détail des fluctuations des variables aerothermochimiques du fluide et par l'existence d'un rotationnel de vitesse, ou, autrement dit, de tourbillons qui sont étroitement liés les uns aux autres c'est pourquoi, elle est aussi le siège d'un transfert énergétique permanent ; il est en effet possible d'observer un flux d'énergie entre les grandes structures générées par les gradients de vitesse du mouvement moyen vers des structures de tailles inférieures. Au cours de ce transfert, la dissipation de l'énergie due à la viscosité du fluide, est plus en plus importante et s'effectue de manière inversement proportionnelle à la taille des structures turbulentes.

La turbulence permet donc de caractériser l'instabilité des écoulements. Un écoulement turbulent est défini comme totalement instationnaire et dont le vecteur en chaque point varie de manière aléatoire en direction et en norme. Par ailleurs, il contient un grand nombre de tourbillons de tailles variées. Une visualisation des structures turbulentes autorise une analyse qualitative de l'écoulement, telle que l'étude de la position et de la taille d'une zone de recirculation ou de la formation de tourbillons dans une couche de mélange.

III-4.1. Equations du Modèle κ - ε

Le Modèle κ - ε propose deux équations pour déterminer la viscosité turbulente, ce dernier fait donc partie des modèles dits à deux équations. Ce modèle est le plus connu et le plus utilisé dans l'industrie jusqu'à présent. Il se base sur les équations de l'énergie cinétique turbulente κ , et la dissipation turbulente ε .

Les équations du modèle κ - ε standard s'écrivent :

II - 4.1.1. Equation de l'énergie cinétique turbulente κ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\kappa) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho\kappa u) = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right] + G_\kappa + G_b - \rho\varepsilon - Y_M + S_\kappa \quad (\text{II.24})$$

II-4.1.2. Equation du taux de dissipation ε de l'énergie cinétique turbulente :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho\varepsilon u) = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{\kappa} (G_\kappa + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa} + S_\varepsilon \quad (\text{II.25})$$

Où μ_t : viscosité turbulente est donnée par :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (\text{II.26})$$

$C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, C_μ , σ_k et σ_ε des constantes de valeurs :

$$C_{1\varepsilon}=1.44, C_{2\varepsilon}=1.92, C_\mu=0.09, \sigma_k=1.0, \sigma_\varepsilon=1.3$$

G_k : représente la production d'énergie cinétique de la turbulence due aux gradients de vitesses ;

G_b : est la production d'énergie cinétique de la turbulence due à la flottabilité ;

Y_M : représente la contribution de la dilatation des fluctuations dans les turbulences compressibles au taux de dissipation globale,

II-5. RESOLUTION NUMERIQUE

Les modèles des phénomènes de transfert sont présentés sous forme d'équations aux dérivées partielles dont la solution exacte est généralement inconnue. La détermination de cette solution fait appel à des méthodes de discrétisations qui permettent d'approximer les dérivées partielles des équations et par suite approcher la solution exacte. Parmi les méthodes utilisées, on peut citer :

- Méthode aux différences finies ;
- Méthode des éléments finis ;
- Méthode des volumes finis.

La dernière (méthode des volumes finis) développée par Patankar (1980), est très utilisée dans la résolution des problèmes de la mécanique des fluides. Elle permet de discrétiser les équations différentielles dans un volume de contrôle et obtenir les équations algébriques correspondantes auxquelles s'ajoute les conditions aux limites du problème considéré.

Cette méthode présente l'avantage de la correction du champ de pression estimé et d'en tirer le champ de vitesses résultant.

Dans cette méthode, il se pose le problème de couplage entre la pression et la vitesse. Cette difficulté peut être surmontée de deux manières différentes :

- La première consiste à contourner le problème par élimination de la pression par une dérivation croisée des équations de mouvement
- La deuxième se traduit par les méthodes à formulation en variable primitives.

II-5.1. Méthodes Numériques

Pour résoudre le système d'équations (II.16) à (II.19) nous avons eu recours aux méthodes numériques qui nécessitent la transformation des équations en système d'équations algébriques, pour cela , nous utilisons un logiciel (Fluent), qui est basé essentiellement sur la Méthode des volumes finis afin de discrétiser les équations et l'algorithme SIMPLE pour réaliser l'adéquation entre les champs de vitesses et de pressions.

II-5.2.Equations Générales

La méthode des volumes finis s'appuie sur la mise en évidence d'une forme commune à toutes les équations qui permet de développer une technique de discrétisation pour l'équation générale .Cette technique peut être ensuite appliquée à chaque équation du système à résoudre (II.16) à (II.19).

Pour chaque variable $\Phi = (u^*, v^*, \theta)$, on introduit dans l'équation générale, les coefficients de diffusion dans la direction x^*, y^* , noté respectivement $\Gamma_{\Phi x}, \Gamma_{\Phi y}$, ainsi qu'un terme source S_{Φ} (tableau II.1).

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + u^* \frac{\partial \Phi}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \Phi}{\partial y^*} = \left(\Gamma_{\Phi x} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^{*2}} + \Gamma_{\Phi y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^{*2}} \right) + S_{\Phi} \quad (\text{II.27})$$

Les équations qui composent le système (II.15) à (II.19) peuvent donc être retrouvées

Φ	$\Gamma_{\Phi x}$	$\Gamma_{\Phi y}$	S_{Φ}
u^*	1	1	$-\frac{\partial p^*}{\partial x^*}$
v^*	1	1	$-\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + G_r^* \theta$
θ	1/Pr	1/Pr	0

Tableau .II.1 : terme source et coefficient de diffusion.

Le coefficient de diffusion, $\Gamma_{\phi x}$ ou $\Gamma_{\phi y}$, associé à un gradient, exprime un flux de diffusion tel qu'un flux de chaleur dans la direction x^* ou y^* . L'expression du terme source, S_ϕ prend en compte l'existence dans le fluide de sources ou des puits de chaleur, les effets de la pression et les forces de la poussée.

Pour la résolution de ces équations on a adopté le logiciel fluent en choisissant le modèle k- ϵ (standard) en coefficients physiques constants.

CHAPITRE III

METHODES NUMERIQUES

III.1. Introduction

La résolution des équations d'un phénomène physique de la convection naturelle se fait par l'utilisation d'une méthode numérique. Cette dernière consiste à développer les moyens de résolution de ces équations. A cette étape, on intervient le concept de la discrétisation.

La discrétisation consiste à transformer le système des équations aux dérivées partielles à un système d'équations algébriques non linéaires, ces équations décrivent les propriétés discrètes du fluide aux nœuds dans le domaine de solution.

Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, à savoir :

- ❖ La méthode des différences finies,
- ❖ La méthode des éléments finis,
- ❖ La méthode des volumes finis.

Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis avec des volumes de contrôles quadrilatéraux et un maillage uniforme. Le schéma de discrétisation employé est de type polynomial et le couplage vitesse-pression est calculé selon l'algorithme SIMPLE développée par Spalding et Patankar. Sa grande simplicité de mise en oeuvre a fait qu'elle a connu un essor depuis les années 1970-1980. Elle est à l'origine de la majorité des codes de calculs (Phoenix, Fluent, CFD,...). La méthode des volumes finis qui se distingue par sa fiabilité quant aux résultats, son adaptation au problème physique, sa garantie pour la conservation de masse et de quantité de mouvement et de tout scalaire transportable sur chaque volume de contrôle et dans tout le domaine de calcul, ce qui n'est pas le cas pour les autres méthodes numériques.

III.2. Procédure numérique

Afin de résoudre numériquement les équations aux dérivées partielles établies dans le chapitre précédent, nous allons procéder à leurs discrétisations dans le but d'obtenir un système d'équations algébriques dont la résolution nous permet de déterminer les champs de toutes les variables du problème considéré. La méthode de volumes finis a été adoptée pour accomplir cette discrétisation, et l'utilisation de l'algorithme SIMPLE pour la correction de pression sur un maillage uniforme.

Cette méthode a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar, le principe de la méthode des volumes finis est basé sur une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous domaines élémentaires, appelés volume de contrôle, Chacun

de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal, comme indiqué dans la Figure III-1. La technique des volumes de contrôle consiste l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle.

Les différentes étapes de la méthode des volumes finis sont :

- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles;
- Écriture des équations algébriques aux nœuds du maillage ;
- Résolution du système algébrique linéaire obtenu.

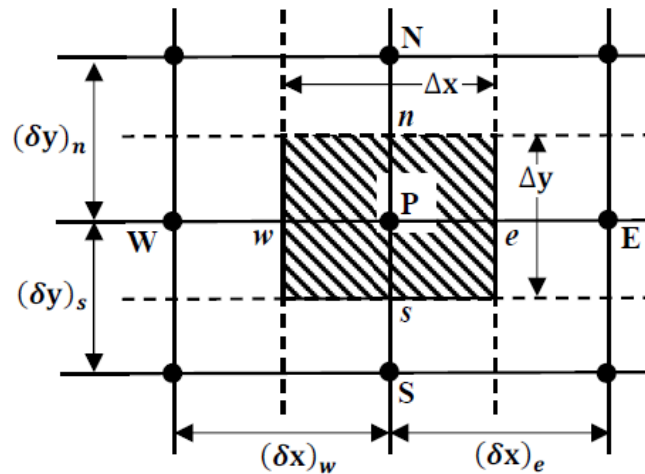


Fig. III.1 : Volume de contrôle bidimensionnel.

Le volume de contrôle montré par la Figure III-1, Pour un nœud principal P, les points E et W (Est et Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (Nord et Sud) sont ceux dans la direction y. Le volume de contrôle entourant P est montré par les lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points e et w dans la direction x, n et s dans la direction y.

Dans cette thèse la résolution de problème est effectuée par le logiciel FLUENT, basé sur la méthode des volumes finis, utilisant le schéma QUICK pour la discrétisation de l'équation de quantité de mouvement et la discrétisation de l'équation d'énergie.

III.3. Maillage

C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud, où on trouve la variable P et les composantes u et v du vecteur vitesse qui se trouve au milieu des segments reliant deux nœuds adjacents. La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points (nœuds).

Ainsi, un élément de volume de contrôle est défini autour de chaque nœud. Les grandeurs scalaires pression et température sont stockées dans le nœud P du maillage

(Figure III-2 (a)), tandis que les grandeurs vectorielles u et v sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds. L'équation générale du transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composantes de vitesse.

Le volume de contrôle de la composante longitudinale u est décalé suivant la direction x par rapport au volume de contrôle principale (Figure III-2 (b)), celui de la composante transversale v est décalé suivant la direction de y (Figure III-2 (c)). Ce type de maillage dit "maillage décalé" permet une bonne approximation des flux convectifs et une meilleure évaluation des gradients de pression ainsi qu'une stabilisation numérique de la solution. La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans Figure III-2.

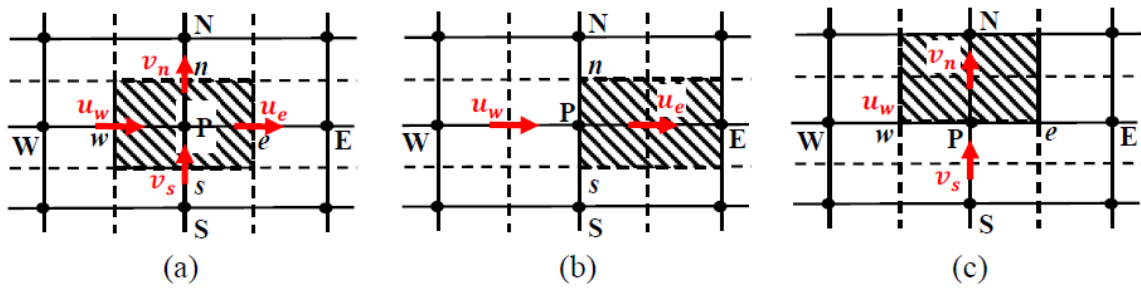


Fig. III.2 : Schéma du maillage (a) maillage décalé pour u_e (b) et maillage décalé pour v_n (c).

III.3.1. Equation Générale

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas réitérer le travail de discrétisation pour chaque équation. Chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_T + \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi)}_C = \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)}_D + \underbrace{s_\phi}_S \quad (\text{III.1})$$

T : Terme transitoire ;

C : Terme de convection ;

D : Terme de diffusion ;

S : Terme source

Nous venons de voir que, pour chaque variable ϕ l'équation de transport s'écrit dans le cas stationnaire, bidimensionnel :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\mu\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S_\phi \quad (\text{III. 2})$$

Où ϕ est la propriété transportée, Γ indique le coefficient de diffusion et S_ϕ le terme source.

Tous ces termes sont listés dans le tableau suivant:

Grandeur transportée	ϕ	Γ	S_ϕ
Conservation de masse	1	0	0
Quantité de mouvement selon x	U	$\Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement selon y	V	$\Pr$	$\frac{\partial P}{\partial X} RaPr\theta$
Energie	θ	1	0

Tableau.III.1: Les termes de l'équation de transport.

L'équation (III.2) est discrétisée et le système d'équations aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur successive de ϕ . Le système prend alors la forme d'une équation très condensée. L'équation (III.2) peut être aussi écrite sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y) = S_\phi \quad (\text{III. 3})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} J_x = (\rho\mu\phi) - \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ J_y = (\rho v\phi) - \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

J_x et J_y sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface dans les directions x et y.

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. L'équation (III.3) est d'abord intégrée sur le volume de contrôle Figure III-3:

$$\underbrace{\int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy}_I = \underbrace{\int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy}_{II} \quad (\text{III. 5})$$

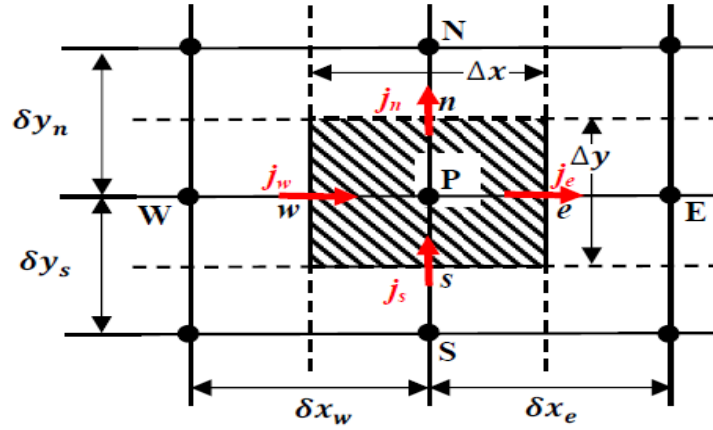


Fig. III.3: Volume de contrôle.

Pour pouvoir approximer l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

1. La variable généralisée. varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions ;
2. Les termes convectifs et diffusifs sont uniformes à travers les faces correspondantes ;
3. Le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

III.4. Intégration du flux total

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme (I) de l'équation (III.5)) sur tout le volume de contrôle est :

$$I = \int_s^e \int_w^e \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy \quad (III.6)$$

$$I = \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} dx dy \quad (III.7)$$

$$I = ((J_x)_e - (J_x)_w) \int_s^n dy + ((J_y)_n - (J_y)_s) \int_w^e dx \quad (III.8)$$

$$I = (J_x)_e \Delta y - (J_x)_w \Delta y + (J_y)_n \Delta x - (J_y)_s \Delta x \quad (III.9)$$

Si on pose :

$$J_e = (J_x)_e \Delta y \quad J_n = (J_y)_n \Delta x$$

$$J_w = (J_x)_w \Delta y \quad J_s = (J_y)_s \Delta x$$

Donc l'expression de terme (I) devient :

$$I = J_e - J_w - J_n - J_s \quad (III.10)$$

III.4.1. Intégration de terme source

L'intégration du terme source (terme (II) de l'équation (III.5)) sur tout le volume de contrôle est :

$$II = \int_s^n \int_w^e s_\emptyset dx dy = \int_s^n \left[\int_w^e s_\emptyset dx \right] dy \quad (\text{III.11})$$

Donc :

$$II = \bar{s}_\emptyset \Delta x \Delta y \quad (\text{III. 12})$$

$\bar{s}_\emptyset$ est la valeur moyenne du terme source sur le volume de contrôle. Quand le terme source dépend de la variable dépendante. Cette dépendance doit être exprimée par une relation linéaire, ceci permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes linéaires.

La linéarisation est l'évolution de la valeur moyenne $\bar{s}_\emptyset$ qui peut être fonction de la variable dépendante, leur valeur est donc calculée à chaque itération à partir des nouvelles des variables dépendantes.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que :

$$\bar{s}_\emptyset = s_c + s_p \phi_p \quad (\text{III. 13})$$

Où s_c est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de s_p , s_p : est la pente de ϕ_p . Il est nécessaire que le coefficient s_p : soit inférieur à zéro pour que la solution soit numérique

III.4.2. Discrétisation spatiale

Discrétiser une équation différentielle aux dérivées partielles revient à remplacer l'information continue exacte, contenue dans cette équation par une information discrète contenue dans une équation algébrique.

L'approximation de la variable généralisée ϕ aux interfaces du volume de contrôle se fera donc avec le choix du schéma de discrétisation approprié. Le rôle du schéma intervient pour expliquer comment évaluer les flux de diffusion et de convection sur les faces du volume de contrôle après intégration. On a l'équation (III.5) devienne :

ment stable et que la convergence soit plus rapide.

$$(J_e - J_w + J_n - J_s) = (s_c + s_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (\text{III.14})$$

Où J_i ($i=e, w, n, s$) est le flux total évalué sur chaque face du volume de contrôle. Ce flux est composé de deux parties : flux convectif et diffusif.

Par exemple :

$$j_e = \left(\rho u \phi - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \right) \Delta y \quad (\text{III.15})$$

On peut utiliser les schémas suivants :

a) Schéma aux différences centrées (CDS)

Pour évaluer le flux convectif à l'interface, la variation de la variable. Entre deux nœuds adjacents doit être exprimée par un profil linéaire. On suppose que les faces (e, w, n, s) se trouvent au milieu des nœuds (E, W, N, S) respectivement, les termes convectifs des variables généralisées. se présentent par une interpolation comme suite :

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_P) \\ \phi_w = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_W) \\ \phi_n = \frac{1}{2}(\phi_N + \phi_P) \\ \phi_s = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_S) \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

Les parties diffusives sont évaluées en approximant les dérivées par les différences, ce qui donne :

$$\begin{cases} e = \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_e = e \frac{\phi_e - \phi_P}{(\delta x)_e} \\ w = \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_w = w \frac{\phi_P - \phi_w}{(\delta x)_w} \\ n = \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n = n \frac{\phi_N - \phi_P}{(\delta x)_n} \\ s = \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s = s \frac{\phi_P - \phi_S}{(\delta x)_s} \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Remplaçons les formules (III.16) et (III.17) dans l'équation (III.14), on obtient :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III.18})$$

Où :

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta x \Delta y$$

$$\begin{cases} a_E = D_E - \frac{F_e}{2} \\ a_W = D_W - \frac{F_w}{2} \\ a_N = D_N - \frac{F_n}{2} \\ a_S = D_S - \frac{F_s}{2} \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

$b = S_P \Delta x \Delta y$, $D_i = \frac{\Gamma_i}{\delta x_i}$ est la conductance de la diffusion toujours positif et $F_i(\rho u_i)$ La force de convection peut être, positif ou négatif, selon le sens de l'écoulement. Les coefficients de discrétisation a_i ($i=E, W, N, S$) rassemblant le flux convectifs et diffusifs. Les coefficients doivent avoir le même signe positif (la deuxième règle de base pour la méthode de volume finis), mais la relation (III.19), peut créer des coefficients négatifs.

Les coefficients de l'équation (III.19) écrits en terme du nombre de Peclet (P_e) sont donnés par :

$$\begin{cases} a_E = D_e \left(1 - \frac{P_{e_e}}{2} \right) \\ a_W = D_w \left(1 - \frac{P_{e_w}}{2} \right) \\ a_N = D_n \left(1 - \frac{P_{e_n}}{2} \right) \\ a_S = D_s \left(1 - \frac{P_{e_s}}{2} \right) \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

Avec :

$$Pe_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{(\rho u_i)(\delta x_i)}{r_i} \quad (\text{III.21})$$

Pour que ces coefficients soit positifs, le nombre de Pe doit être dans l'intervalle $[-2,2]$. L'application de ce schéma n'est avantageée que si $|Pe| \leq 2$, ceci est réalisé pour des maillages fins.

b) Schéma Upwind (UPS)

Dans ce schéma, la valeur de la variable ϕ à l'interface n'est pas interpolée. Il est appliqué pour les écoulements à dominance convective. Si on considère la figure (III-4), on voit que ce schéma assigne directement ϕ ($i=e, w, n, s$), par exemple :

$$\begin{cases} \phi_e = \phi_P & si & F_e > 0 \\ \phi_e = \phi_E & si & F_e < 0 \\ \phi_w = \phi_W & si & F_w > 0 \\ \phi_w = \phi_P & si & F_w < 0 \\ \phi_n = \phi_P & si & F_n > 0 \\ \phi_n = \phi_N & si & F_n < 0 \\ \phi_s = \phi_S & si & F_s > 0 \\ \phi_s = \phi_P & si & F_s < 0 \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

Les valeurs de ϕ_w, ϕ_n et ϕ_s sont exprimées de la même façon.

Cette condition peut être exprimée par l'opérateur :

$$\|A, B\| = \max(A, B)$$

Le schéma Upwind s'écrit donc :

$$\begin{cases} F_e \phi_e = \phi_P \|F_e, 0\| - \phi_E \|F_e, 0\| \\ F_w \phi_w = \phi_W \|F_w, 0\| - \phi_P \|F_w, 0\| \\ F_n \phi_n = \phi_P \|F_n, 0\| - \phi_N \|F_n, 0\| \\ F_s \phi_s = \phi_S \|F_s, 0\| - \phi_P \|F_s, 0\| \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

En substituant les expressions (III.23) dans l'équation (III.14), l'équation de discrétisation devient :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta x \Delta y; b = s_c \Delta x \Delta y$$

Avec:

$$\begin{cases} a_E = D_e + \| -F_e, 0 \| \\ a_W = D_w + \| -F_w, 0 \| \\ a_N = D_n + \| -F_n, 0 \| \\ a_S = D_s + \| -F_s, 0 \| \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

Tous les coefficients de discrétisation de ce schéma sont positifs, ce qui fait ce schéma est

inconditionnellement stable, il introduit une erreur nommée fausse diffusion, et de ce fait il donne une mauvaise représentation du phénomène physique réel

c) Schéma Hybride (HDS)

Ce schéma mis au point par Spadling (1972). Le schéma HDS est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind).

En appliquant ce schéma, la variable généralisée ϕ aux différentes interfaces du volume de contrôle prendra la forme suivante :

$$\begin{cases} \phi_e = a_e \phi_p + (1 - a_e) \phi_E \\ \phi_w = a_w \phi_W + (1 - a_w) \phi_p \\ \phi_n = a_n \phi_P + (1 - a_n) \phi_N \\ \phi_s = a_s \phi_S + (1 - a_s) \phi_P \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

Où les coefficients a_i . ($i = e, w, n, s$) sont définis par :

$$a_i = \begin{cases} 0 & \text{si } Pe < -2 \rightarrow \text{schéma upwind} \\ \frac{1}{2} & \text{si } |Pe| \leq 2 \rightarrow \text{schéma centré} \\ 1 & \text{si } Pe > 2 \rightarrow \text{schéma upwind} \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

En substituant les valeurs prises par la variable ϕ à l'équation (III.14), on aura :

$$\begin{aligned} a_p \phi_p &= a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \\ a_p &= a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta x \Delta y; b = s_c \Delta x \Delta y \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_E = \left\| -F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0 \right\| \\ a_W = \left\| -F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0 \right\| \\ a_N = \left\| -F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0 \right\| \\ a_S = \left\| -F_s, D_s - \frac{F_s}{2}, 0 \right\| \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

d) schéma à loi de puissance (PLDS)

On remarque que pour $Pe = \pm 2$. L'erreur est maximale, aussi il n'est pas exact de mettre la diffusion égale à zéro pour $|Pe| > 2$. Une bonne approximation polynomiale de la solution exacte est donnée par le schéma PLDS (Power law Differencing Scheme) développé par Patankar (1980), qui s'écrit pour le coefficient a_E comme suit :

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_E = -Pe_e D_e & \text{si } Pe_e < -10 \\ a_E = ((1 + 0.1 Pe_e)^5 - Pe_e) D_e & \text{si } -10 \leq Pe_e < 0 \\ a_E = (1 + 0.1 Pe_e)^5 D_e & \text{si } 0 \leq Pe_e \leq 10 \\ \frac{a_E}{D_e} = 0 & \text{si } Pe_e > 10 \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

Appliqué à notre cas, l'équation de discrétisation de ce schéma s'écrit :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta x \Delta y \quad ; \quad b = s_c \Delta x \Delta y$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_E = D_e \|0, (1-0.1|Pe_e|)^5\| + \|0, F_e\| \\ a_W = D_w \|0, (1-0.1|Pe_w|)^5\| + \|0, F_w\| \\ a_N = D_n \|0, (1-0.1|Pe_n|)^5\| + \|0, F_n\| \\ a_S = D_s \|0, (1-0.1|Pe_s|)^5\| + \|0, F_s\| \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

On peut distinguer que le nombre de Peclet est l'élément essentiel pour caractériser le comportement d'un schéma numérique. La limitation des schémas précédents se situe comme suit :

- Schéma centré : par les valeurs $|Pe| \leq 2$
- Schéma Upwind : surestime la diffusion pour les grands nombres de Peclet ;
- Schéma Hybride : son inconvénient est l'erreur maximale lorsque $|Pe| = 2$;
- Schéma PLDS : stable et donne une bonne approximation de la solution exacte.

Le schéma à loi de puissance (PLDS) donne une bonne approximation polynomiale, de la solution exacte, ainsi une bonne caractéristique de stabilité et de précision des autres schémas, en plus il a été largement utilisé.

III.5. Formulation générale du problème

L'intégration de l'équation de transport (III.2) donne :

$$j_e - j_w + j_n - j_s = (s_c + s_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (\text{III.30})$$

Où :

$$j_i = (\rho u_i) \phi_i - r_i \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial x_j} \right) \quad \text{avec} \quad : \begin{cases} i = e, w & \text{alors} & u_j = u & \text{et} & x_j = x \\ i = n, s & \text{alors} & u_j = v & \text{et} & x_j = y \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

L'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle donne :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (\text{III.32})$$

Où : $F_i (i=e, w, n, s)$ sont les débits massiques à travers les faces du volume de contrôle.

Si on multiplie l'équation (III.32) par ϕ_p et on la retranche de l'équation (III.30), on obtient :

$$(j_e - F_e \phi_p) - (j_w - F_w \phi_p) + (j_n - F_n \phi_p) - (j_s - F_s \phi_p) = (S_c - S_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (\text{III.33})$$

On peut écrire les termes entre parenthèses de l'équation (III.33) comme suit :

$$\begin{cases} j_e - F_e \phi_p = a_E (\phi_p - \phi_E) \\ j_w - F_w \phi_p = a_W (\phi_p - \phi_W) \\ j_n - F_n \phi_p = a_N (\phi_p - \phi_N) \\ j_s - F_s \phi_p = a_S (\phi_p - \phi_S) \end{cases} \quad (\text{III.34})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_E = D_e A(|Pe_e|) + \| -F_e, 0 \| \\ a_W = D_w A(|Pe_w|) + \| F_w, 0 \| \\ a_N = D_n A(|Pe_n|) + \| -F_n, 0 \| \\ a_S = D_s A(|Pe_s|) + \| F_s, 0 \| \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

L'équation de discrétisation s'écrit sous la forme :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III.36})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta x \Delta y \quad ; \quad b = S_P \Delta x \Delta y$$

La fonction $A(|Pe_e|)$ est choisie d'après le tableau suivant :

Schéma	La fonction $A(Pe_e)$
Différences centrées	$1 - 0.5 Pe $
Upwind	1
Hybride	$\ 0, (1 - 0.5 Pe)\ $
Loi de puissance	$\ 0, (1 - 0.5 Pe)^5\ $

Tableau III.2 : La fonction $A|Pe|$ pour différents schémas.

Où $|Pe|$ est le nombre de Peclet qui représente le rapport local de la convection à la diffusion.

III.6. Schémas D'ordre Supérieur

Les erreurs peuvent encore être minimisées en utilisant des schémas d'ordre supérieur pour la discrétisation. Les schémas d'ordre supérieur impliquent l'utilisation de plusieurs points voisins. Le schéma aux différences centrales qui est de deuxième ordre en précision peut être instable parce qu'il ne tient pas compte de la direction de l'écoulement. Les schémas d'ordre supérieur doivent conserver la propriété du schéma "Upwind" et la sensibilité à la direction d'écoulement pour assurer la stabilité.

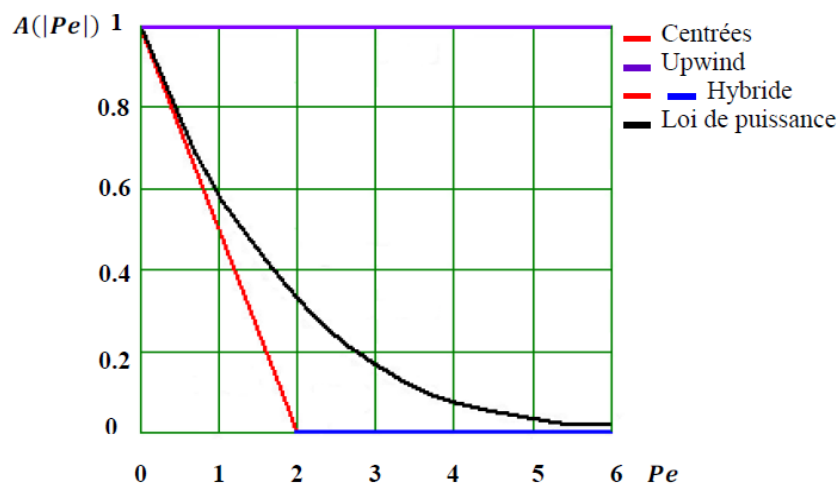


Fig. III.4 : La fonction $A|Pe|$ pour différents schémas

III.6.1. Schéma amont du second ordre (SOUS)

Dans ce cas, la valeur de ϕ sur l'interface est déterminé a partir d'une interpolation linéaire entre les deux voisins amont a la face (dans le sens de la vitesse). La valeur de la propriété ϕ est donné par :

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{3}{2}\phi_P - \frac{3}{2}\phi_W & \text{et } \phi_w = \frac{3}{2}\phi_W - \frac{3}{2}\phi_{WW} \\ \phi_n = \frac{3}{2}\phi_P - \frac{3}{2}\phi_S & \text{et } \phi_s = \frac{3}{2}\phi_S - \frac{3}{2}\phi_{SS} \end{cases} \quad \text{si } (F_e > 0, F_w > 0, F_n > 0, F_s > 0) \quad (\text{III.38})$$

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{3}{2}\phi_E - \frac{3}{2}\phi_{EE} & \text{et } \phi_w = \frac{3}{2}\phi_P - \frac{3}{2}\phi_E \\ \phi_n = \frac{3}{2}\phi_N - \frac{3}{2}\phi_{NN} & \text{et } \phi_s = \frac{3}{2}\phi_P - \frac{3}{2}\phi_N \end{cases} \quad \text{si } (F_e < 0, F_w < 0, F_n < 0, F_s < 0) \quad (\text{III.39})$$

Dans ce schéma, un point de plus apparaît dans la discrétisation (ϕ_{EE}, ϕ_{WW} et ϕ_{NN}, ϕ_{SS}). On écrira donc la relation entre ϕ et ses voisins sous la forme :

($F_e > 0, F_w > 0$) et ($F_n > 0, F_s > 0$) :

$$\begin{cases} a_E = D_e, a_W = \frac{3}{2}F_w - \frac{3}{2}F_w ; & a_W = D_w \\ a_N = D_n, a_S = \frac{3}{2}F_s - \frac{3}{2}F_s ; & a_S = D_s \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

$$\begin{cases} a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{WW} + a_{SS} - s_P \Delta x \Delta y \\ a_{WW} = \frac{3}{2}F_w ; & a_{SS} = \frac{3}{2}F_s \end{cases} \quad (\text{III.41})$$

si ($F_e < 0, F_w < 0$) et ($F_n < 0, F_s < 0$) :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_{WW} \phi_{WW} + a_{SS} \phi_{SS} + b \quad (\text{III.42})$$

Avec : $b = s_c \Delta x \Delta y$

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{3}{2}F_w - \frac{3}{2}F_w ; & a_W = D_w \\ a_N = D_n - \frac{3}{2}F_s - \frac{3}{2}F_s ; & a_S = D_s \end{cases} \quad \text{et} \\ \begin{cases} a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{EE} + a_{NN} - s_P \Delta x \Delta y \\ a_{EE} = \frac{3}{2}F_e ; & a_{NN} = \frac{3}{2}F_n \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

III.6.2. Schéma QUICK

Le schéma QUICK (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics) été donné par Leonard en 1979, ce schéma propose d'approximer la variation de la variable. par

une interpolation quadratique (par une parabole) entre les deux voisins amont et le voisin aval afin d'évaluer la valeur de ϕ à l'interface de volume de contrôle comme montre la Figure III-6.

L'équation discrétisée écrit sous la forme :

$$(F_e \phi_e + F_n \phi_n) - (F_w \phi_w + F_s \phi_s) = [D_e(\phi_E - \phi_P) + D_n(\phi_N - \phi_P)] - [D_w(\phi_P - \phi_W) + D_s(\phi_P - \phi_S)] + (S_c + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y$$

La valeur de ϕ sur les faces e , w et n et s peut être donné par :

1) si $(F_e > 0, F_w > 0)$ et $(F_n > 0, F_s > 0)$:

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_E - \frac{1}{8}\phi_W \\ \phi_w = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{WW} \end{cases} \quad \text{Et} \quad \begin{cases} \phi_n = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_N - \frac{1}{8}\phi_S \\ \phi_s = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{SS} \end{cases} \quad (\text{III. 44})$$

On aura donc la relation :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_{WW} \phi_{WW} + a_{SS} \phi_{SS} + b$$

Avec :

$$b = s_c \Delta x \Delta y$$

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{3}{8}F_e - \frac{3}{2}F_e \\ a_N = D_w - \frac{3}{4}F_w - \frac{1}{8}F_e \end{cases} ; \begin{cases} a_E = D_n - \frac{3}{8}F_n - \frac{3}{2}F_w \\ a_N = D_s - \frac{3}{4}F_s - \frac{3}{2}F_n \end{cases} ; \begin{cases} a_{WW} = -\frac{1}{8}F_w \\ a_{SS} = -\frac{1}{8}F_s \end{cases}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{WW} + a_{SS} + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) - S_p \Delta x \Delta y$$

Si $(F_e < 0, F_w < 0, F_n < 0, F_s < 0)$

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{6}{8}\phi_E + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{EE} \\ \phi_w = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_W - \frac{1}{8}\phi_N \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \phi_n = \frac{6}{8}\phi_N + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{NN} \\ \phi_s = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_S - \frac{1}{8}\phi_N \end{cases} \quad (\text{III.45})$$

On aura donc la relation :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_{EE} \phi_{EE} + a_{NN} \phi_{NN} + b$$

Avec :

$$b = s_c \Delta x \Delta y$$

$$\begin{cases} a_E = D_e - \frac{3}{8}F_e - \frac{1}{8}F_w \\ a_W = D_w - \frac{3}{8}F_w \end{cases} ; \begin{cases} a_E = D_n - \frac{6}{8}F_n - \frac{1}{8}F_s \\ a_S = D_s - \frac{3}{8}F_s \end{cases} ; \begin{cases} a_{EE} = -\frac{1}{8}F_e \\ a_{NN} = -\frac{1}{8}F_n \end{cases}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{EE} + a_{NN} + (F_e - F_w) + (F_n - F_s) - S_p \Delta x \Delta y$$

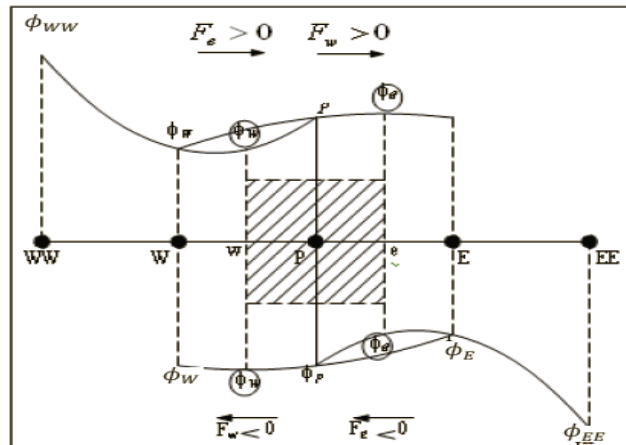


Fig.III.5 : Le maillage de Schéma QUICK

III.7. Procédure de Résolution

Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un ensemble d'équations algébriques non linéaires. Si on divise le domaine de calcul en N mailles selon x et en M mailles selon y , on aura un système de $N \times M$ équations algébriques non linéaire pour chaque variable ϕ considérée. Rappelons que les variables ϕ , dans notre problème, sont la température T , les deux composantes de la vitesse u et v . Un problème subsiste du fait qu'il n'existe pas d'équation donnant directement le champ de pression. Il faut faire à une méthode itérative.

On utilise un algorithme de correction de pression appelé SIMPLE.

III.7.1. Algorithme SIMPLE

L'algorithme SIMPLE (**S**emi-**I**mplicit **M**ethod for **P**ressure-**L**inked **E**quations) a été créé par Patankar et Spalding (1972). La discrétisation de l'équation de transport sur le volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes. Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir à effectuer d'interpolation). D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées. Deux grilles décalées, l'une vers la droite et l'autre vers le haut respectivement, sont utilisées pour le calcul des vitesses horizontale et verticale.

La discrétisation des équations de conservation de la quantité de mouvement sur les deux grilles donnent respectivement :

$$\begin{cases} a_e u_e = a_{ee} u_{ee} + a_w u_w + a_{ne} u_{ne} + a_{se} u_{se} + b_u + (P_P - P_E) A_e \\ a_n u_n = a_{nn} v_{nn} + a_s v_s + a_{ne} v_{ne} + a_{nw} v_{nw} + b_v + (P_P - P_N) A_n \end{cases} \quad (\text{III.46})$$

Avec A_i les surfaces ($A_e = \Delta y$) et ($A_n = \Delta x$) de sorte que $(P_P - P_N) \Delta y$ représente la force de pression sur le volume de contrôle de la vitesse u . Et (b_u, b_v) contient tous les termes source de l'équation.

Ceci s'écrit aussi sous la forme condensée classique :

$$\begin{cases} a_e u_e = \sum a_{\text{voisins}} u_{\text{voisins}} + (P_P - P_E) A_e + b_u \\ a_n v_n = \sum a_{\text{voisins}} v_{\text{voisins}} + (P_P - P_N) A_n + b_v \end{cases} \quad (\text{III. 47})$$

Le principe de l'algorithme SIMPLE consiste à partir d'un champ de pression estimé P^* au départ ou à l'itération précédente et d'en déduire un champ de vitesse u^* et v^* à l'aide des relations (III.43). On a donc :

$$\begin{cases} a_e u_e^* = \sum a_{\text{voisins}} u_{\text{voisins}}^* + (P_P^* - P_E^*) A_e + b_u \\ a_n v_n^* = \sum a_{\text{voisins}} v_{\text{voisins}}^* + (P_P^* - P_N^*) A_n + b_v \end{cases} \quad (\text{III. 48})$$

La pression est ensuite corrigée d'une quantité p' qui induit une correction sur les vitesses u' et v' de sorte que les nouveaux champs s'écrivent :

$$\begin{cases} P = P^* + P' \\ u = u^* + u' \\ v = v^* + v' \end{cases} \quad (\text{III. 49})$$

Les corrections sur les vitesses se déduisent facilement en soustrayant membre à membre les systèmes (III.43)-(III.44). On obtient alors :

$$\begin{cases} a_e u_e' = \sum a_{\text{voisins}} u_{\text{voisins}}' + (P_P' - P_E') A_e \\ a_n v_n' = \sum a_{\text{voisins}} v_{\text{voisins}}' + (P_P' - P_N') A_n \end{cases} \quad (\text{III. 50})$$

À ce moment une approximation est introduite: les termes $\sum a_{\text{voisins}} u_{\text{voisins}}'$ et

$\sum a_{\text{voisins}} v_{\text{voisins}}'$ sont négligés pour simplifier l'équation (III.46). L'omission de ces termes est la principale approximation de l'algorithme SIMPLE. On obtient :

$$\begin{cases} u_e' = d_e + (P_P' - P_E') \\ v_n' = d_n + (P_P' - P_N') \end{cases} \quad (\text{III.51})$$

$$\text{Où : } d_e = \frac{A_e}{a_e} \quad ; \quad d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

Des expressions similaires sont bien sûr obtenues pour u_w et v_s .

L'équation (III.47) décrit les corrections qui doivent être appliquées aux vitesses à travers les formules de vitesse (III.45), ce qui donne :

$$\begin{cases} u_e = u_e^* + (P_P' - P_E') \\ v_e = v_n^* + (P_P' - P_N') \end{cases} \quad (\text{III. 52})$$

L'équation de continuité intégrée sur le volume de contrôle montré dans la Figure III-2 (a) est:

$$(\rho u A)_w - (\rho u A)_e + (\rho u A)_s - (\rho u A)_n = 0 \quad (\text{III.53})$$

En regroupant les différents termes de cette équation peut être finalement mise sous la forme standard :

$$a_p P_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (\text{III.54})$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = (\rho A d)_e & ; a_W = \rho A d_w \\ a_N = (\rho A d)_e & ; a_S = \rho A d_s \end{cases}$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$b = (\rho u^* A)_w - (\rho u^* A)_e - (\rho u^* A)_s - (\rho u^* A)_n$$

Cette équation est appelée équation de correction de la pression.

L'algorithme SIMPLE se résume aux les étapes suivantes :

- Estimer le champ de pression p^* ,
- Calculer les coefficients pour les équations de quantité de mouvement et déterminer les vitesses u^* et v^* ,
- Calculer les coefficients pour l'équation de pression et obtenir le champ de pression,
- Évaluer la source b et résoudre l'équation (III-50) pour p' .
- Corriger le champ de vitesse, en utilisant des équations comme l'équation (III-48).

Corriger le champ de pression en utilisant l'équation (III-45), avec la modification discutée dans le paragraphe ci-dessous.

- Résoudre les autres équations de Φ ; mettre à jour les propriétés, les coefficients, etc.
- employant le p trouvé dans l'étape 4 comme nouveau p^* , revenir à l'étape 2. Faire un cycle par cette boucle jusqu'à ce que convergence soit réalisée.

La séquence des étapes dans l'algorithme SIMPLE est présentée à la Figure III-6 :

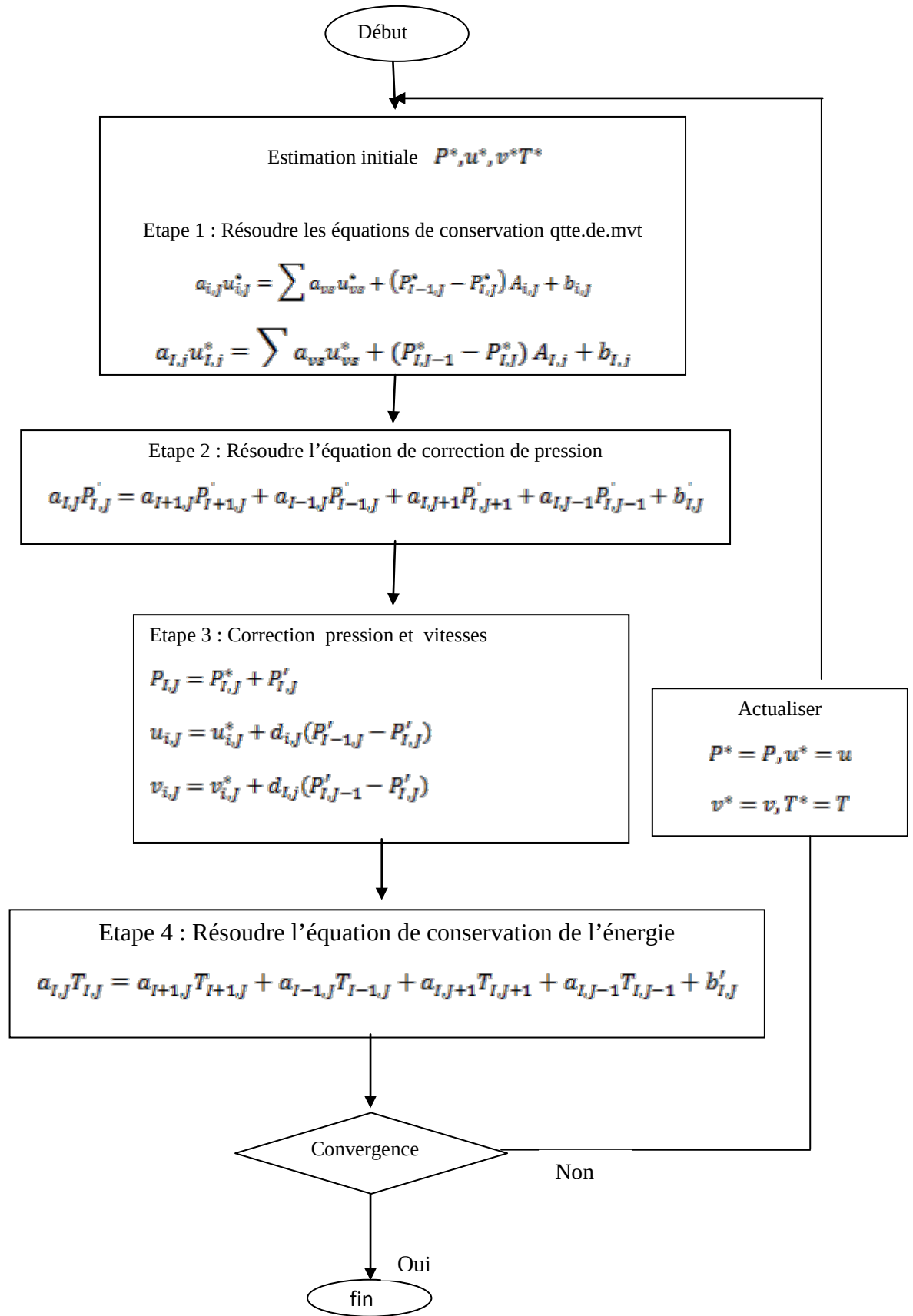


Fig. III.6 : L'algorithme SIMPLE.

Pour obtenir l'équation (III-48), les termes $\sum a_{\text{voisins}} u'_{\text{voisins}}$ et $\sum a_{\text{voisins}} v'_{\text{voisins}}$ doivent être négligés. Cette approximation résulte des valeurs de p' trop grandes, et ceci cause une convergence lente ou divergence du cycle décrit ci-dessus. Pour traiter ceci, Patankar a supposé une valeur de α_p dans la gamme de (0.3-0.8), et une sous relaxation de la correction de pression en remplaçant l'équation (III.45) par :

$$P = P^* + \alpha_p P'$$

III.7.2. Résolution des systèmes d'équations linéaires

Considérons la notation indicielle, utilisée en raison de faciliter la programmation des étapes de calcul. La forme de l'équation de discrétisation de l'équation générale de transport sous la nouvelle notation est :

$$(A_{i,j} - S_{p,i,j})\phi_{i,j} - A_{i,j-1}\phi_{i,j-1} - A_{i,j+1}\phi_{i,j+1} = A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} + A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + S_c$$

Avec : $1 \leq i \leq N$ et $1 \leq j \leq M$

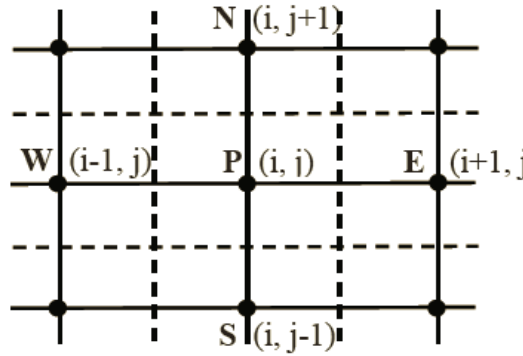


Fig.III.7 : Domaine de calcul

Les coefficients de l'équation précédente sont fonction des variables de transport ϕ , une méthode de résolution itérative doit être utilisée à cause de la non-linéarité. Le système (III.52) s'est écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[A][\phi] = [S]$$

Où : $[A]$ est une matrice et $[\phi]$ est le vecteur des inconnues $\phi(i, j)$

La technique de balayage permet de transformer le système (III.53), en un système tridiagonal qui peut être résolu par l'algorithme de Thomas TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm).

Considérons le balayage Ouest-Est :

On attribut à la variable ϕ pour les lignes $(i - 1)$ et $(i + 1)$, ses valeurs obtenues lors de l'itération précédente, on aboutit au système suivant :

$$d_j \phi_j = c_j + b_j \phi_{j-1} + a_j \phi_{j+1} \quad (\text{III. 55})$$

Les coefficients de cette équation sont exprimés comme suit :

$$a_j = A_{i,j+1}$$

$$b_j = A_{i,j-1}$$

$$\text{Avec } c_j = A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} + A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + S_c \quad (\text{III.56})$$

$$d_j = A_{i,j}S_{pi,j}$$

Cette technique de balayage permet une convergence plus rapide. Le choix de la direction de balayage exigé par les conditions aux limites. La méthode TDMA est utilisée après chaque balayage pour résoudre les systèmes d'équations correspondantes. Dans l'équation (III.54), ϕ_j est fonction de ϕ_{j+1} et ϕ_{j-1} or une équation correspondante au nœud (i, j) peut être écrite de la manière suivante :

$$\phi_j = P_j\phi_{j+1} + Q_j \quad (\text{III.57})$$

Une équation correspondante au nœud (i, j-1) est de la forme :

$$\phi_{j-1} = P_{j-1}\phi_j + Q_{j-1} \quad (\text{III.58})$$

En introduisant l'expression précédente dans l'expression (III.54), nous aurons :

$$\phi_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \phi_{j+1} + \frac{c_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad (\text{III.59})$$

De telle façon que :

$$\phi_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad \text{et} \quad \phi_j = \frac{c_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad (\text{III.60})$$

Donc il faut calculer P_1 et Q_1 , ensuite P_2 et Q_2 jusqu'à P_N et Q_N .

$$P_1 = \frac{a_1}{d_1}, \quad Q_1 = \frac{c_1}{d_1}, \quad P_N = 0, \quad Q_N = \phi_N$$

La valeur de Q_N étant connue d'après les conditions aux limites, on déterminera par retour en arrière $\phi_{N-1}, \phi_{N-2}, \dots, \phi_2$ (Q_1 étant connue aux limites), nous balayons dans le sens inverse

III.7.3. Critère de convergence

La convergence est quantifiée par l'intermédiaire de résidus normalisés (définis pour chaque grandeur ϕ comme la somme, sur tous les volumes de contrôles, des erreurs sur le bilan de ϕ

rapportée à la somme des termes de l'équation discrétisée qui concernent le centre des volumes. Ils permettent de suivre la convergence des calculs au fur et à mesure des Itérations. Ce résidu est défini par :

$$R_\phi = \frac{\sum |\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_c - a_p \phi_p|}{F_{in,\phi}} \quad (\text{III.61})$$

Ou :

$R_\emptyset$: est la somme absolue des résidus correspondant à la variable $\emptyset$;

$F_{in,\emptyset}$: est le flux total à l'entrée de la variable $\emptyset$.

La convergence des résultats est testée selon deux critères : pour chaque grandeur calculée, les résidus normalisés doivent être inférieurs à 10^{-4} et des itérations supplémentaires ne doivent pas modifier les résultats une fois la convergence atteinte.

Conclusion

A travers ce chapitre, nous avons présenté brièvement la méthode de volume fini, les étapes de discrétisation de modèle mathématique et de résolution des équations algébriques, et quelques schémas de discrétisation. Nous intéressons sur les schémas suivants :

- Schéma aux différences centrées (CDS)
- Schéma Upwind (UPS)
- Schéma Hybride (HDS)
- Schéma à loi de puissance (PLDS)
- Schéma amont du second ordre (SOUS)
- Schéma QUICK

Une résolution numérique bidimensionnelle des équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de la chaleur a été mise en œuvre pour simuler la circulation de l'air et le champ de température dans l'enceinte. La résolution est effectuée par le logiciel FLUENT basé sur la méthode des volumes finis.

Le logiciel FLUENT propose un nombre assez important d'options qui déterminent la forme des équations de bilan et des équations de transport des scalaires supplémentaires.

L'utilisateur a le choix entre un écoulement tridimensionnel ou bidimensionnel, monophasique ou multiphasique (homogène ou non), turbulent ou laminaire, permanent ou transitoire. Toutes ces options sont exposées dans l'annexe

CHAPITRE IV

RESULTATS & DISCUSSIONS

IV-1. INTRODUCTION

Nous présentons dans cette partie les résultats de la convection naturelle turbulente dans une enceinte verticale présentant des protubérances dans l'une de ses parois verticales avec deux ouvertures sur les parois verticales respectivement

IV-2. Optimisation du maillage :

Afin d'évaluer l'exactitude de nos calculs, une étude d'optimisation des maillages est adoptée pour des différentes grilles, (10080, 14200, 15400). Le test de l'indépendance de la grille indique que la grille 15400 assure une satisfaisante solution, ceci est vérifié par la faible erreur commise au débit massique

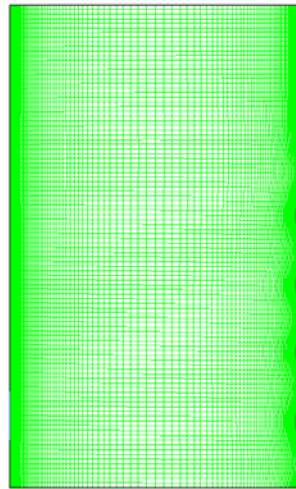


Fig.IV.1 : Grille du système utilisée de notre étude.

Les résultats des trois meilleures grilles sont illustrés dans le tableau suivant

Nombres de nœuds	fonctions de courant	Erreur du débit massique %
10080	0.326129	3.10^{-5}
14200	0.320588	$3,5.10^{-5}$
15400	0.320511	2.10^{-5}

Tableau IV.1 : choix des grilles

IV-3.VALIDATION DU CODE NUMERIQUE

Les résultats de notre calcul numérique sont validés, en considérant le cas simple sans ouvertures ni de protubérances sont comparés avec ceux de **De Vahl Davis ,1980** qui a étudié la convection naturelle dans une enceinte fermée. Nous avons trouvé les résultats similaires pour les iso contours des lignes de courant et ceux de température.

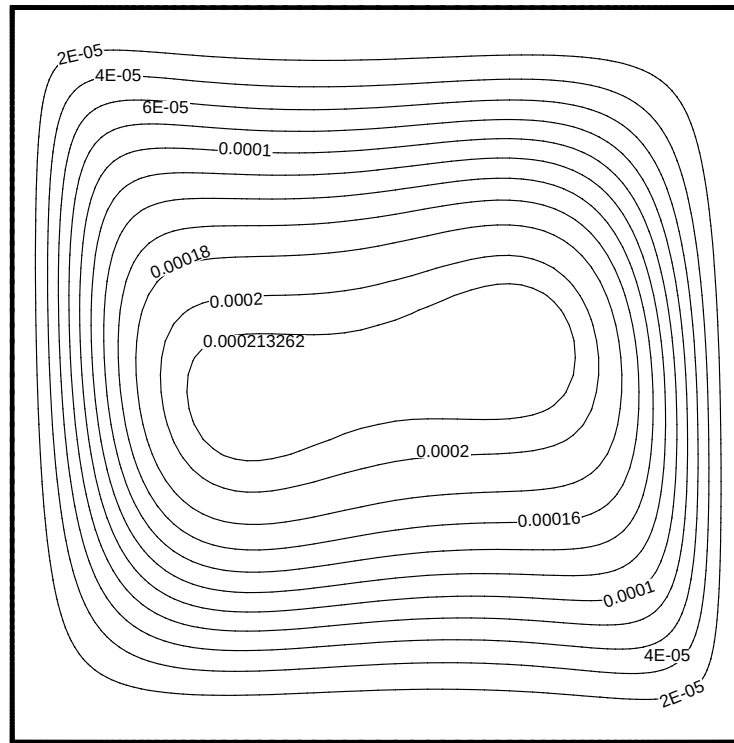
Khalil Khanafer [2009] a présenté une enquête numérique sur le transfert de chaleur et les distributions de flux dans une cavité verticale présentant des protubérances dans l'une de ses parois verticales en utilisant le logiciel CFD.

Les figures fig.IV.2 et fig.IV.3 présentent la répartition des lignes de courant trouvées par notre calcul (a) et celles de Khanafer (2009) (b) pour un $Ra=10^6$ et deux amplitudes $a=0.0$ m et $a=0.025$ m , cette comparaison permet d'affirmer qu'il existe un bon accord entre les résultats.

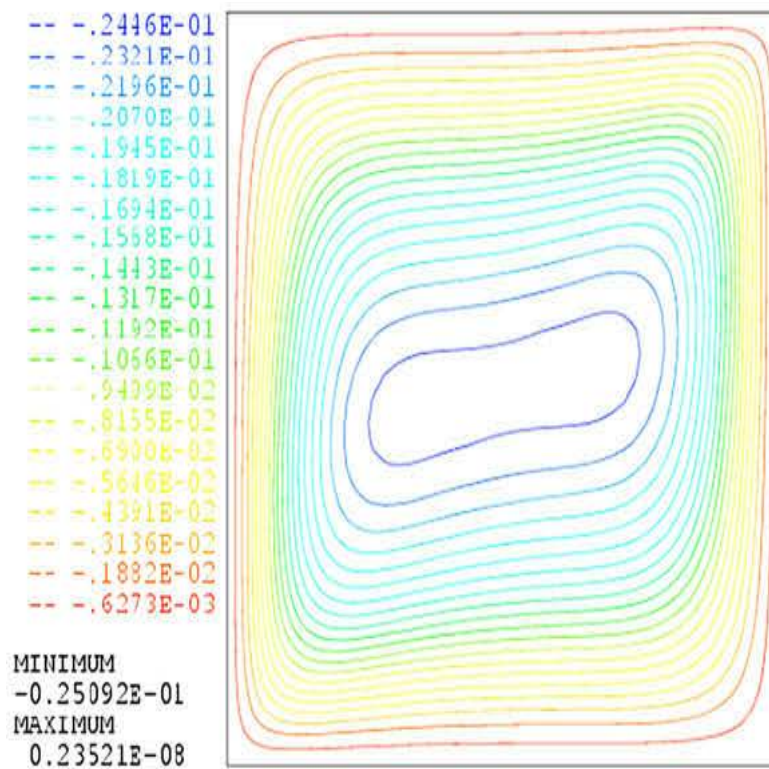
Ainsi les figures fig.IV.4 et fig.IV.5 montrent la distribution des isothermes pour deux amplitudes $a=0.0$ m et $a=0.025$ m, un $Ra=10^6$ et une différence de température $\Delta T=1^\circ\text{C}$

Cette comparaison affirme une similarité et un accord des calculs faits par notre étude et celle de Khanafer (2009).

Quant à la figure IV.6 qui montre la compatibilité des vitesses axiales pour une amplitude $a=0.025$ m et $Ra=10^6$.

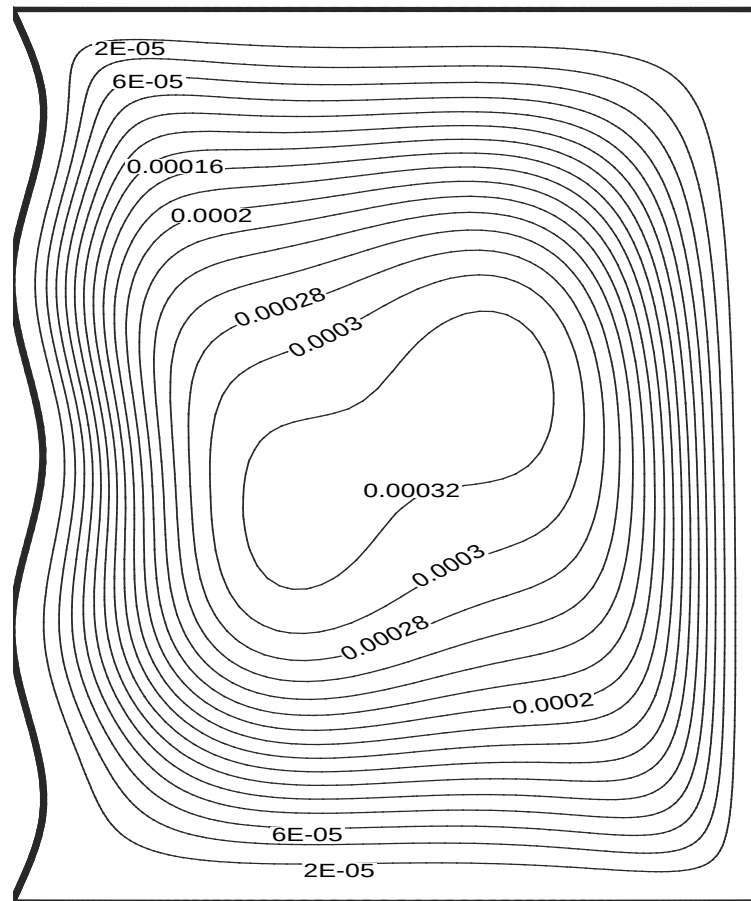


(a)

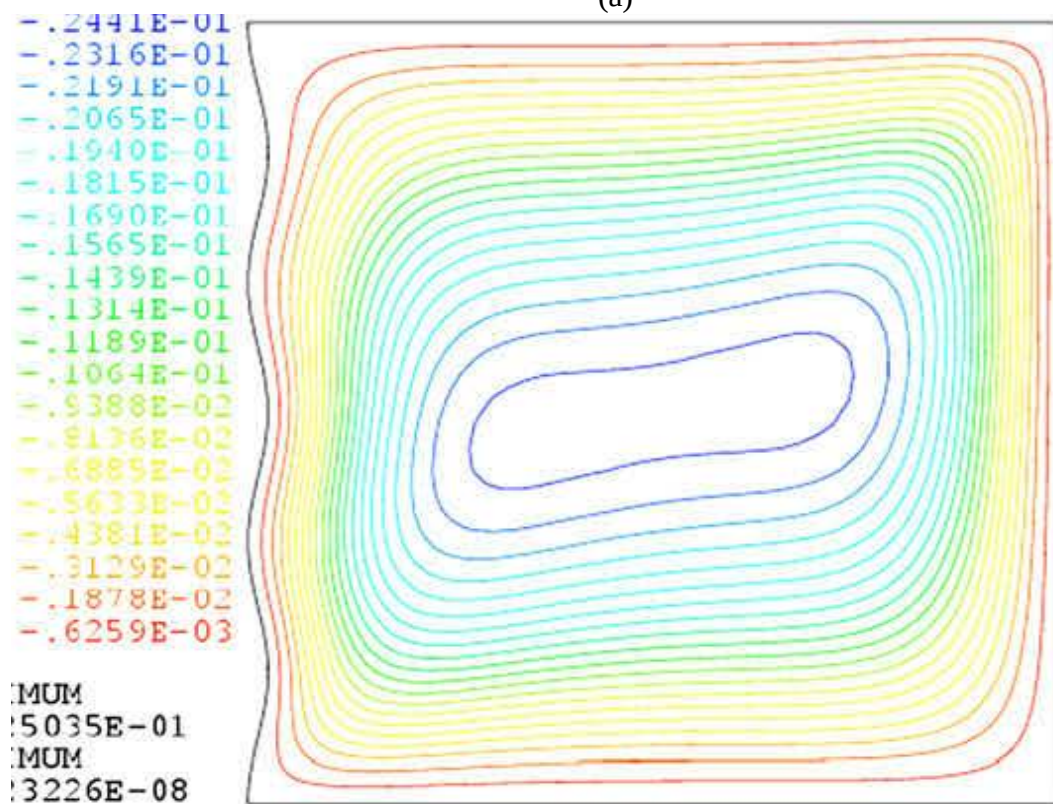


(b)

Fig.IV.2 : Lignes de courant Pour une amplitude $a=0$ et $Ra=10^6$
 (a) présent travail (b) Résultat trouvé par Khanafer et al (2009)

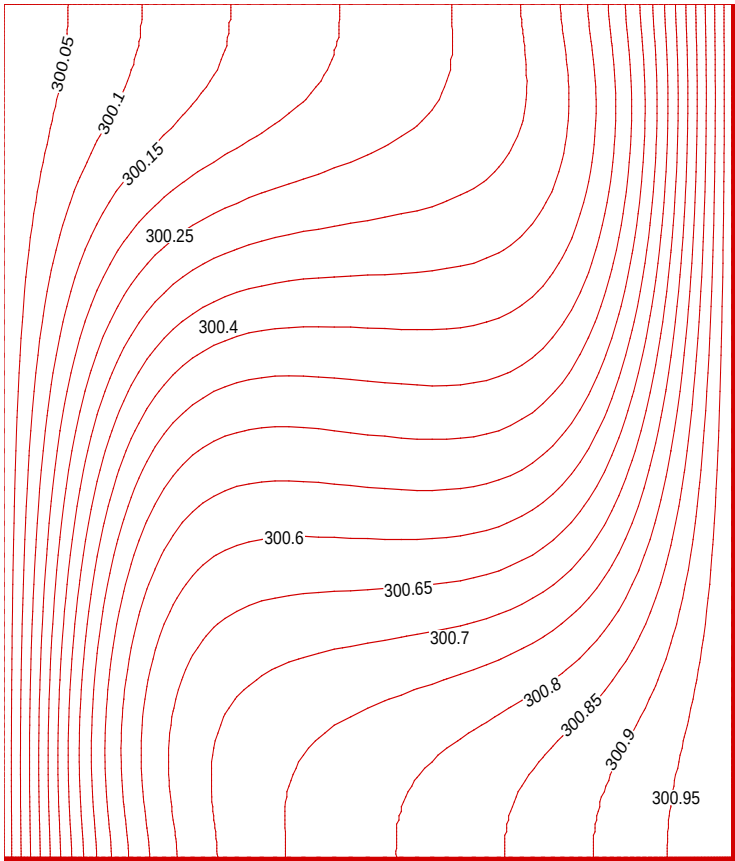


(a)

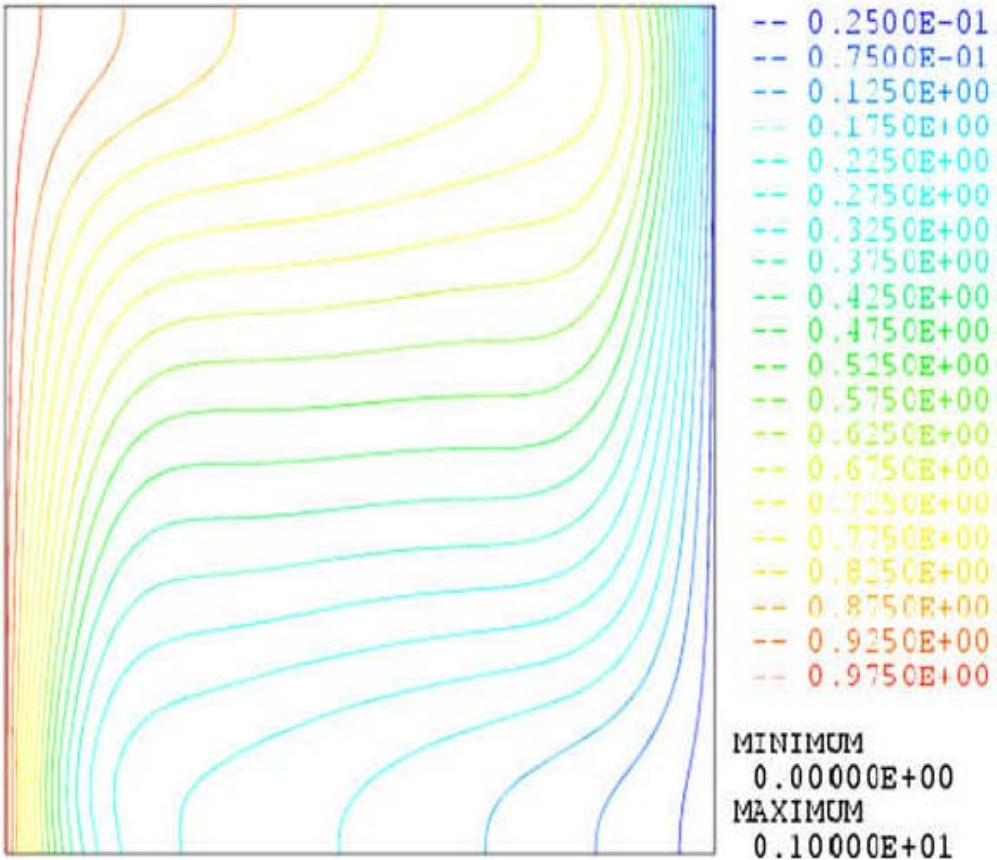


(b)

Fig.IV.3 : Lignes de courant pour une amplitude $a=0.025\text{m}$ et $Ra=10^6$
 (a) présent travail (b) Résultat trouvé par Khanafer et al(2009)

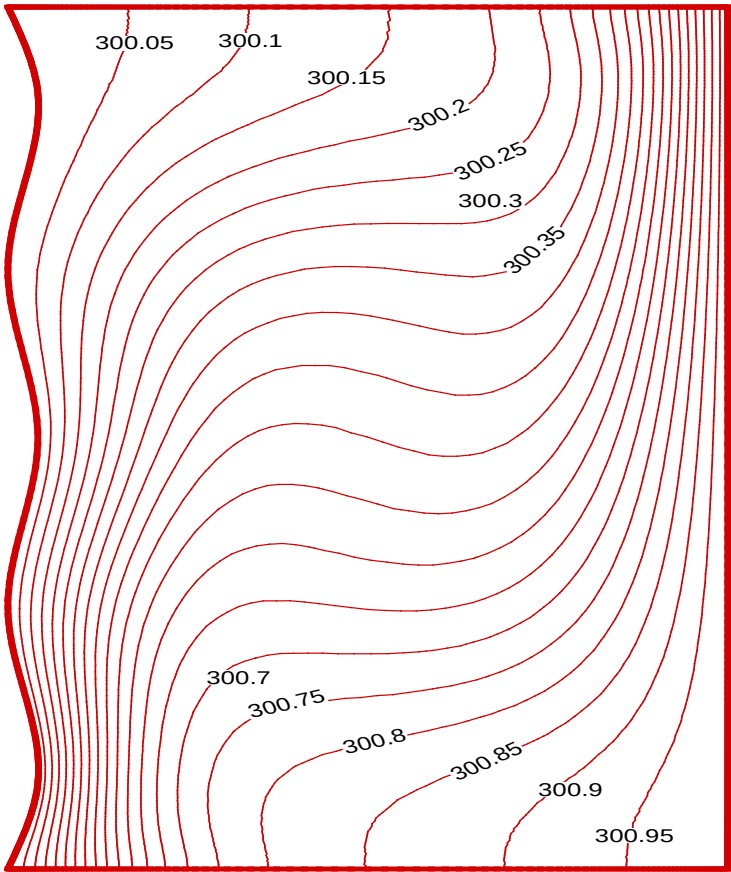


(a)

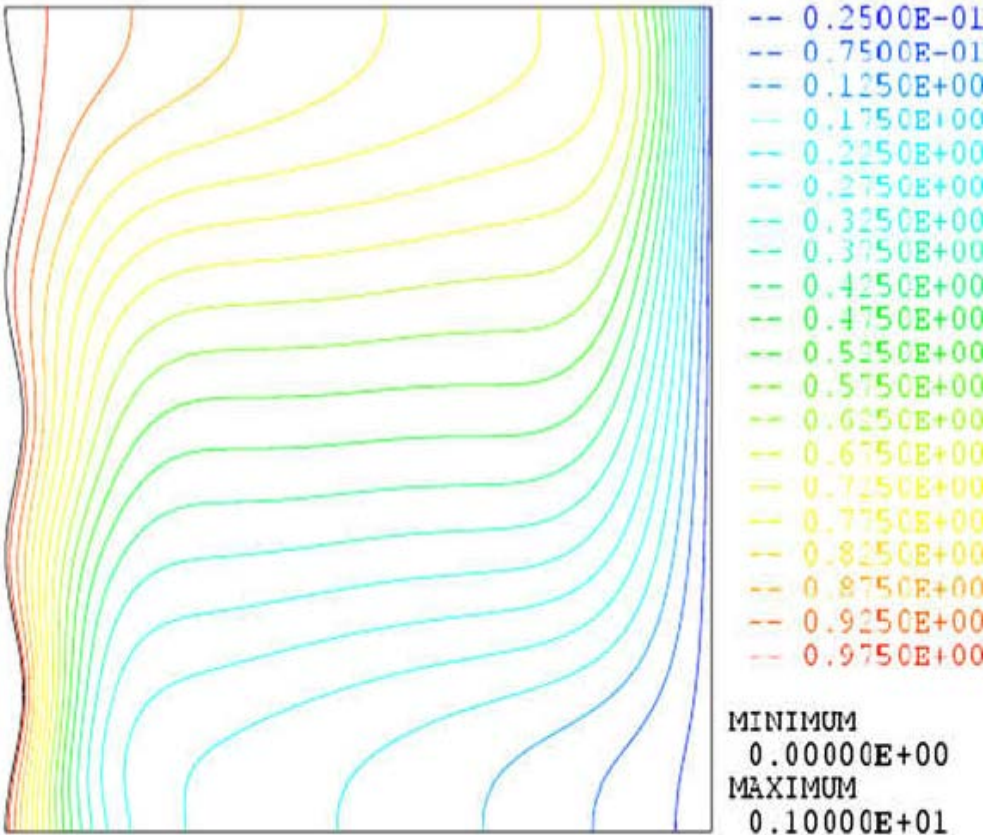


(b)

Fig.IV.4 : Les lignes des isothermes pour une amplitude $a=0.025m$ et $Ra=10^6$
(a) présent travail (b) Résultat trouvé par Khanafer et al (2009)



(a)



(b)

Fig.IV. 5 : Les lignes des isothermes pour une amplitude $a=0.025m$ et $Ra=10^6$
(a) présent travail (b) Résultat trouvé par Khanafer et al (2009)

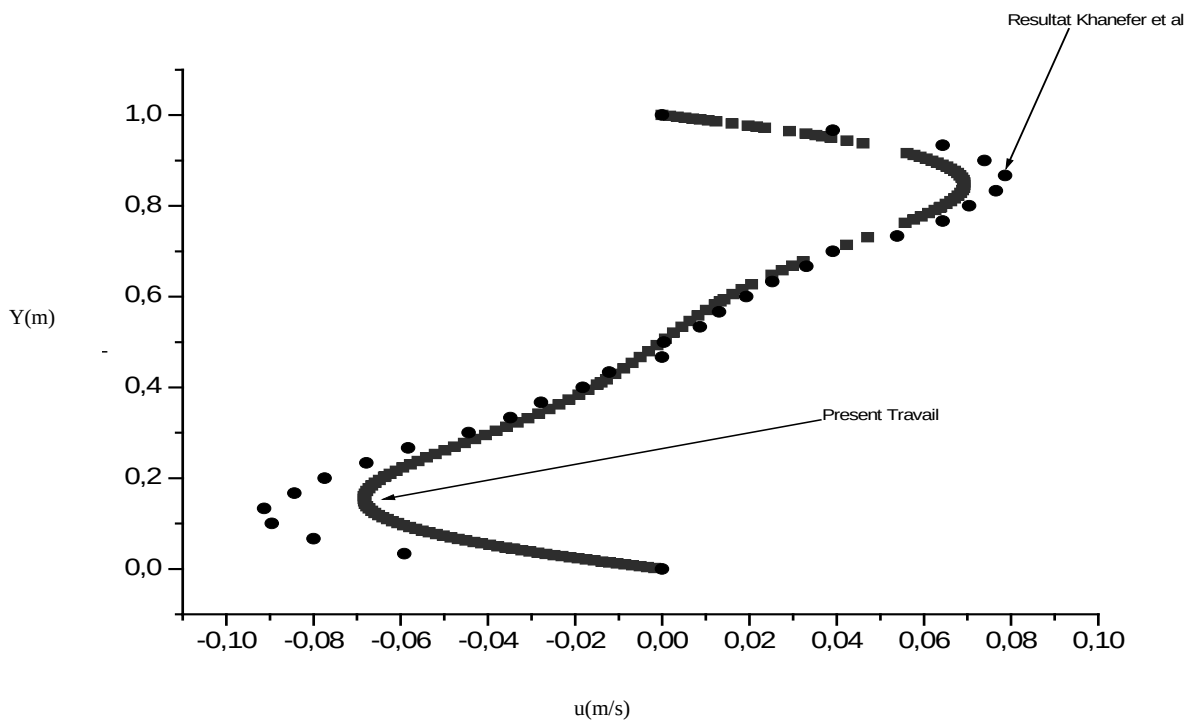


Fig.IV.6 : Courbe comparative des vitesses axiales Pour une amplitude $a=0.025m$ et $Ra=10^6$

IV-4.RESULTATS ET DISCUSSIONS

Nous avons effectué une étude numérique pour différentes amplitudes. Les résultats de notre étude sont présentés et nous nous sommes intéressés à différents paramètres tels que : Température, le Nusselt, énergie cinétique turbulente k et sa dissipation ε ainsi la viscosité turbulente μ_t .

IV-4.1 Lignes de courant et Isothermes

Les figures (IV.7), (IV.8), (IV.9) et (IV.10), montrent que l'écoulement du fluide (air) caractérisé par des lignes de courant circulant de bas en haut et par un ensemble de cellules contrarotatives qui se rencontrent dans les creux et les sommets de la sinusoïde dont les cellules contrarotatives sont observées dans les creux et au-delà des sommets les lignes de courant augmentent de valeurs jusqu'au centre de la cavité, dans les creux le phénomène de la conduction pure est prédominant, tandis que la convection naturelle commence à partir des sommets.

Nous avons présenté sur les figures (IV.11) et (IV.12) les évolutions de profils de température afin d'étudier l'influence de l'amplitude. Ces figures se distinguent de la valeur de cette amplitude.

On remarque qu'il y a une augmentation progressive de température allant de la faible amplitude jusqu'à la grande amplitude et cela est due à l'augmentation de la surface d'échange dans la paroi déformée car le transfert dans les sinusoïdes s'effectue essentiellement par le mode de la conduction pure et que les transferts par convection naturelle augmentent au delà des sommets des sinusoïdes.

IV- 5. Nombre du Nusselt

Le nombre de Nusselt local est donné par la formule suivante :

$$N_{ut} = \frac{qH}{\lambda(T - T_0)}$$

La remarque que nous pouvons déduire à partir des figures (IV.13) et (IV.14) est que l'évolution des nombres de Nusselt en fonction de la hauteur de protubérance pour différentes amplitudes, cette augmentation progressive des amplitudes de ($a=0.05, 0.10, 0.015, 0.020$ et 0.025 m) engendre une augmentation sensible du Nusselt. Les valeurs maximales sont situées en bas de la paroi déformée et qui décroissent en allant vers le haut en passant par des valeurs maximales et minimales aux sommets et aux creux de la sinusoïde. Après les valeurs tendent à chuter jusqu'à un minimum (Zéro) après avoir atteint une valeur maximale près de l'ouverture supérieure (sortie) à cause des températures élevées qui chutent aussi à la fin de la paroi protubérante.

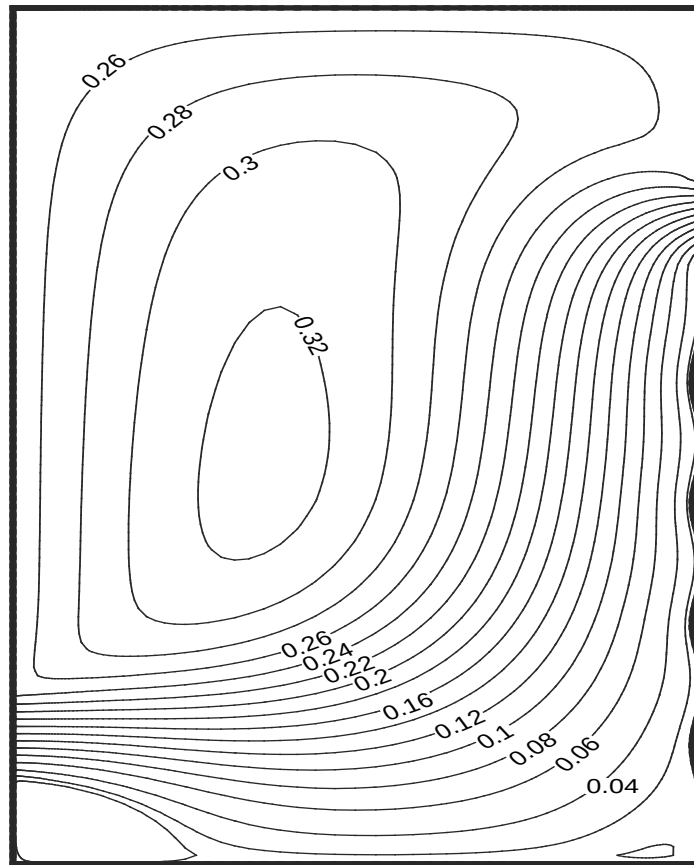


Figure IV.7 : Les lignes de courant dans l'enceinte protubérante pour une amplitude $a=0.005$ m

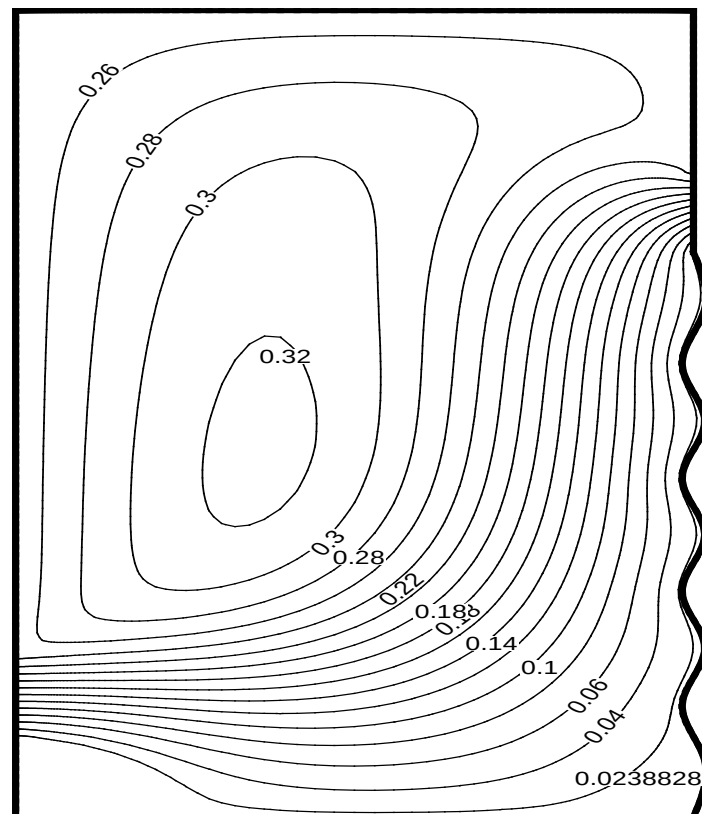


Figure IV.8 : Les lignes de courant dans l'enceinte protubérante pour une amplitude $a=0.010$ m

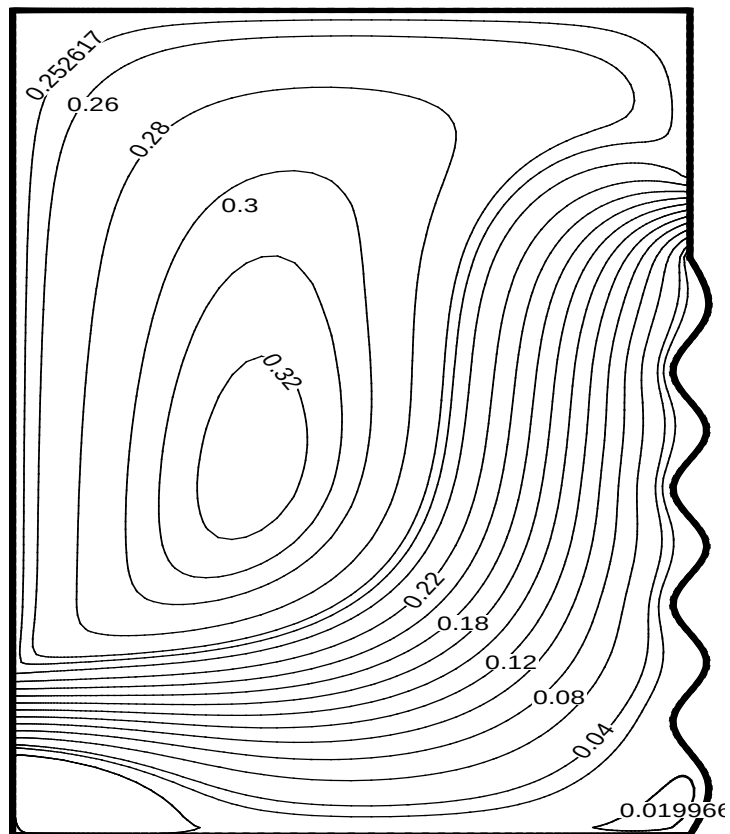


Fig.IV.9 :Les lignes de courant dans l'enceinte protubérante pour une amplitude $a=0.015$ m

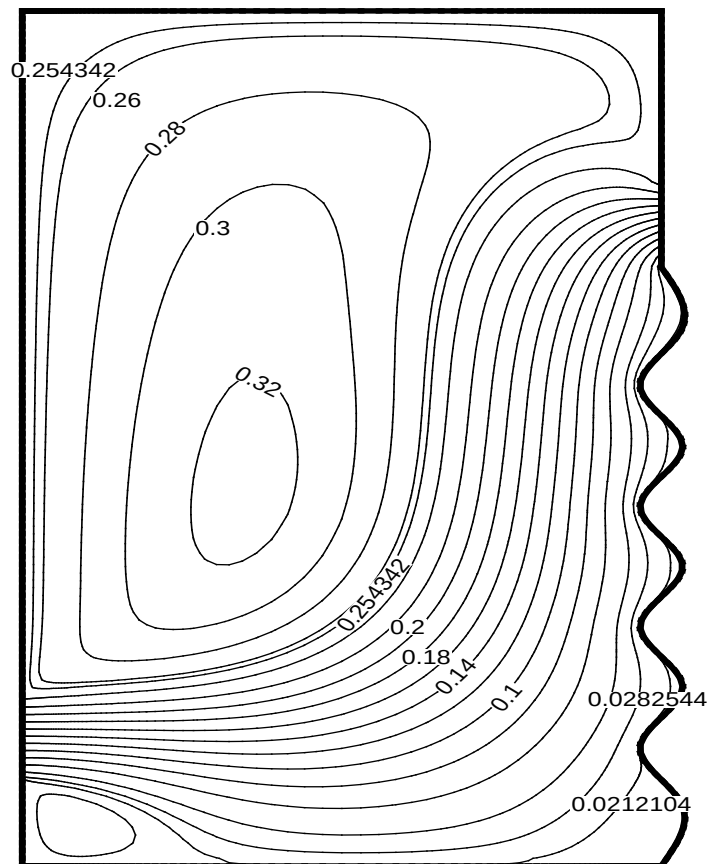


Fig.IV.10 : Les lignes de courant dans l'enceinte protubérante pour une amplitude $a=0.020$ m

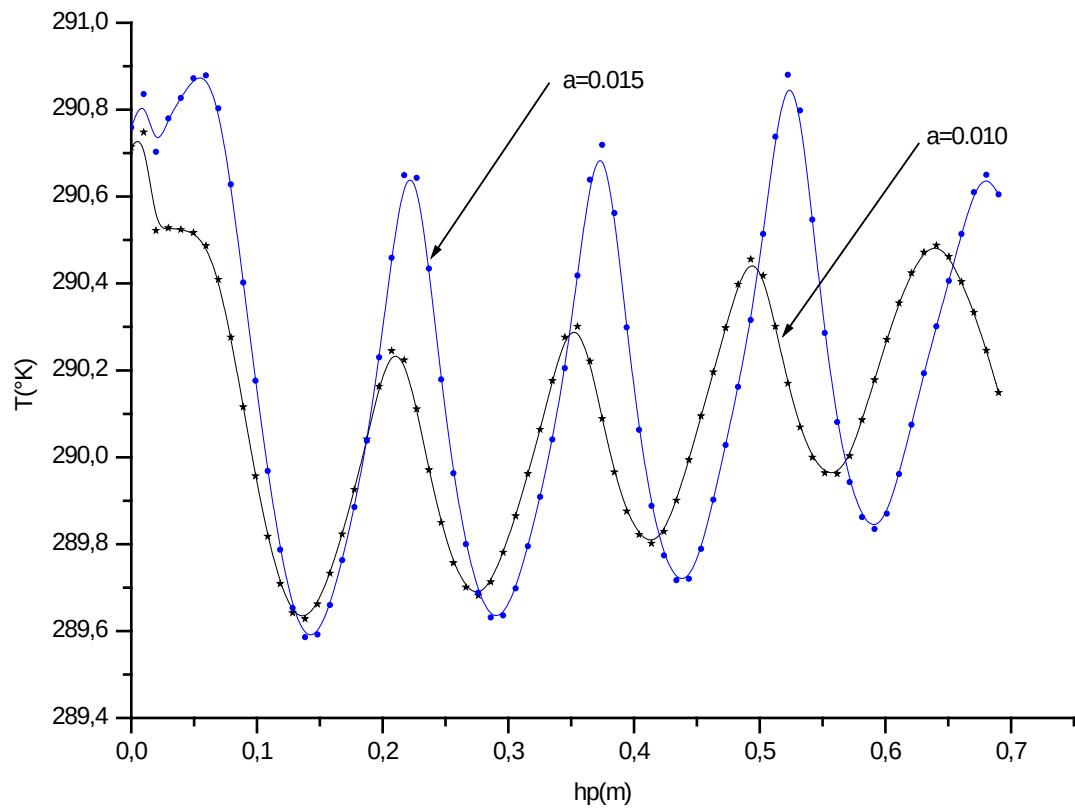


Fig.IV. 11 : Evolutions des températures en fonction de la hauteur de la paroi déformée, pour deux amplitudes.

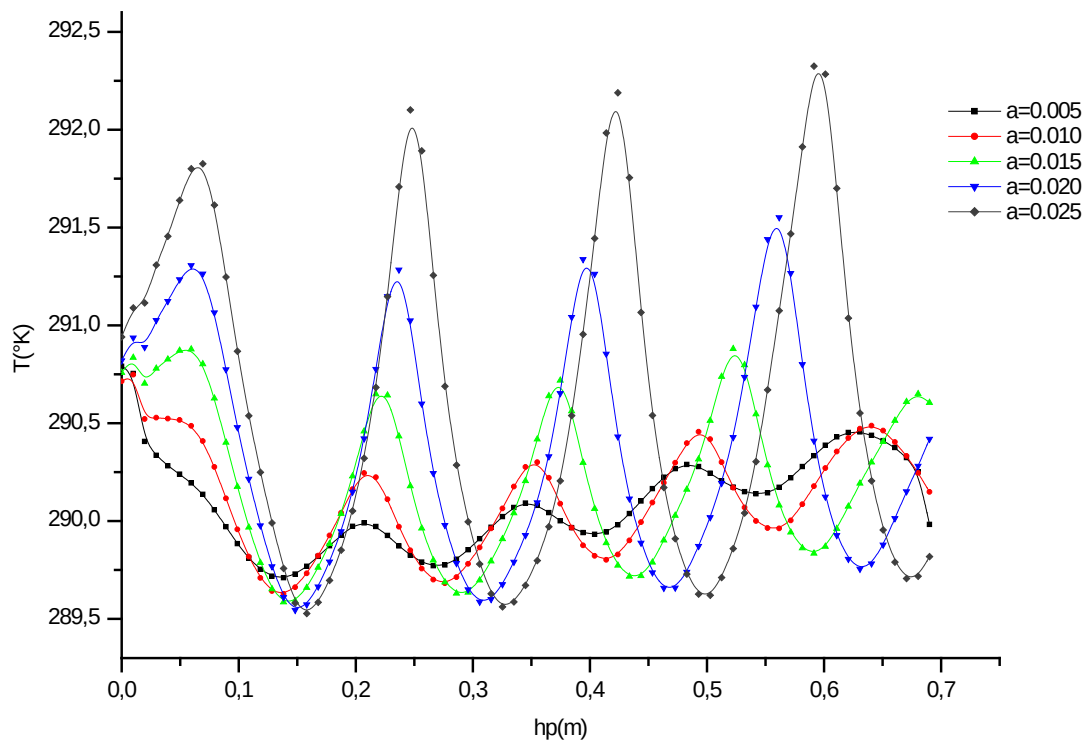


Fig.IV. 12 : Evolutions des températures en fonction de la hauteur de la paroi déformée, pour différentes amplitudes.

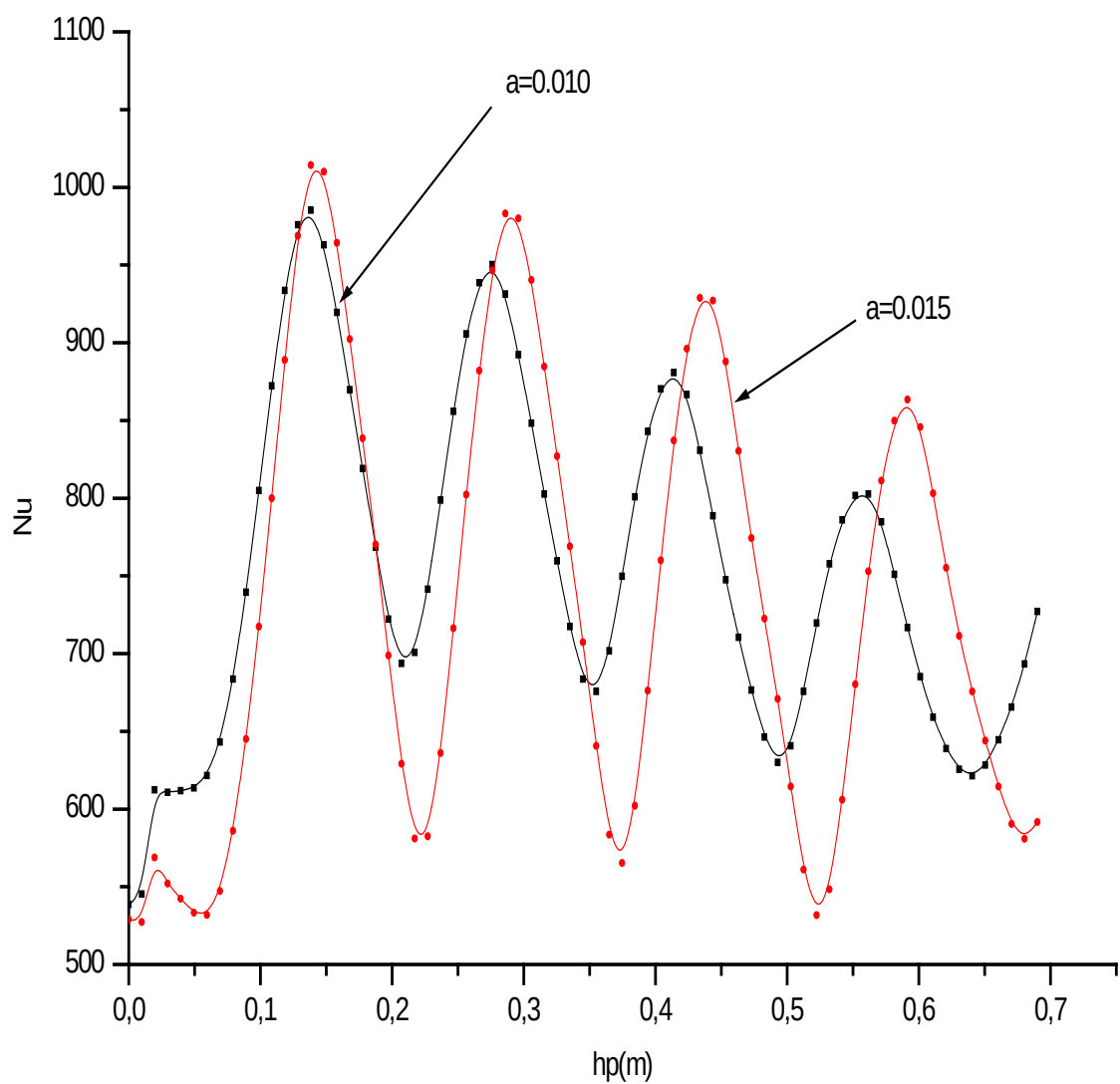


Fig.IV. 13 : Evolutions des Nusselt en fonction de la hauteur de la paroi déformée, pour deux amplitudes

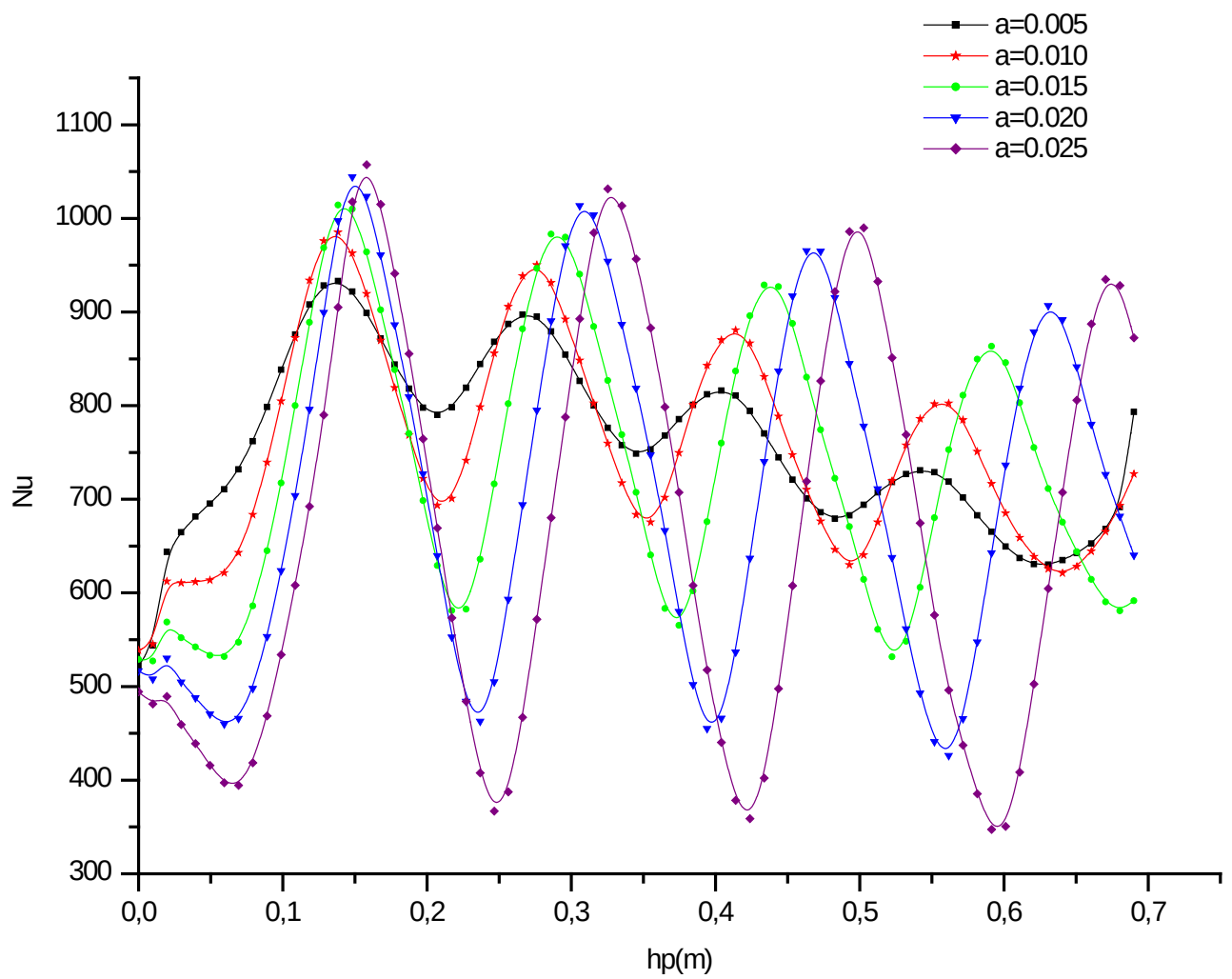


Fig.IV. 14 : Evolutions des Nusselt en fonction de la hauteur de la paroi déformée, pour différentes amplitudes

IV-6. Energie cinétique turbulente, le taux de dissipation turbulente et la viscosité turbulente

IV-6.1. Energie cinétique turbulente k

Sur les figures (IV.15), (IV.16), nous représentons l'énergie cinétique turbulente k à mi distance ($x=0.3$ m et $y=0.5$ m) de la cavité. Il est évident qu'au niveau de la paroi énergie cinétique turbulente est nulle $k=0$. Nous enregistrons une augmentation de k jusqu'à une valeur maximale près de la paroi ($y=0.2$ m) puis une décroissance dans la zone où les vitesses sont très faibles (zone elliptique). le minimum de k est situé à proximité du centre de l'ellipse puis commence à augmenter d'une manière progressive jusqu'à un pic où les vitesses à cette zone commencent à chuter dans la zone morte de la cavité cette diminution accompagné une chute de l'énergie cinétique turbulente k , qui est nulle à la paroi latérale.

Notons aussi que la valeur de l'énergie cinétique turbulente maximale augmente en passant d'une faible amplitude à une grande amplitude voir Les figures (IV.17), (IV.18).et (IV.19).

Quant aux figures (IV.20), (IV.21), (IV.22) et (IV.23), elles présentent la distribution de k dans la cavité, il est clair que les valeurs maximales de celle-ci se trouvent à l'entrée et à la sortie des ouvertures pour des différentes amplitudes. En allant vers le centre ces valeurs commencent à diminuer et sont nulles aux parois et faibles dans les creux de la sinusoïde.

Du point de vue physique, ce comportement est réel et s'explique par le niveau de turbulence qui est étroitement liée avec la dynamique de l'écoulement. Plus la vitesse est grande, plus l'énergie cinétique est grande.

IV-6.2. Taux de dissipation turbulente ε

Le profile du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente rejoint celle de l'énergie cinétique turbulente figures (IV.24) et (IV.25). En effet, on constate que pour une amplitude donnée, le contour du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente est plus élevé au voisinage de la paroi contrairement à l'énergie cinétique turbulent k , puis une décroissance et croissance dans la partie ouverte de la cavité tandis que les valeurs minimales se localisent à l'intérieurs de l'enceinte.

figure.IV.26 montre que l'augmentation de l'amplitude accompagné une baisse du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε .

IV-6.3. Viscosité turbulente μ_t

- **Evolution horizontale**

L'évolution est une fonction parabolique où le sommet se trouve au centre de l'enceinte, à $x=0.3m$, qui correspond à la valeur maximale tandis que la viscosité turbulente s'annule aux parois (formation des zones mortes).

Les figures (IV.27),(IV.28) et (IV.29) présentent l'évolution de la viscosité Turbulente pour différentes amplitudes où l'augmentation des amplitudes provoque une augmentation sensible de la viscosité turbulente.

- **Evolution verticale**

Comme les valeurs de l'énergie cinétique turbulente k , les valeurs maximales de la viscosité turbulente μ_t sont observées à l'entrée (ouverture inférieure) $y= 0.10 - 0.20$ et à la sortie (ouverture supérieure) $y= 0.7 - 0.8$ tandis que les valeurs minimales se trouvent au centre de la cavité fig. (IV.30) et fig.(IV.31). Au voisinage des parois verticales la viscosité turbulente est nulle (stagnation) où la formation des zones mortes.

L'accroissement des amplitudes accompagne une augmentation de la viscosité turbulente μ_t suivant les directions x et y (fig.IV.32) correspondant au sens de l'écoulement privilégié. Où à l'entrée l'axe horizontal est dominant ensuite vient l'axe vertical, à l'approche de la paroi protubérante.

Aussi, nous présentons dans les figures (IV.33), (IV.34), (IV.35), (IV.36) et (IV.37) la distribution de la viscosité turbulente u_t pour différentes amplitudes cette présentation montre que les valeurs maximales se trouvent auprès des ouvertures puis commencent à diminuer au centre tandis qu'auprès des parois les valeurs de u_t deviennent faibles ou nulles.

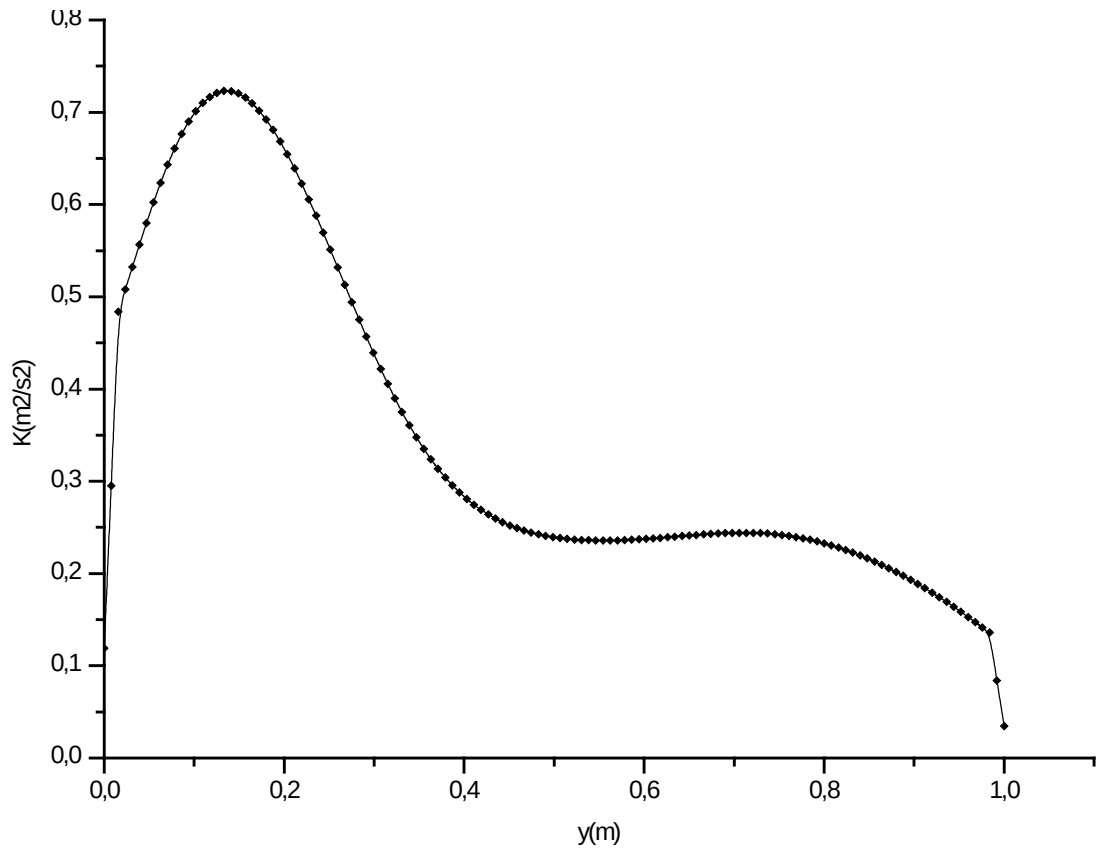


Fig.IV.15 : Evolution de l'énergie cinétique turbulente k en fonction y pour une amplitude $a=0.005\text{m}$

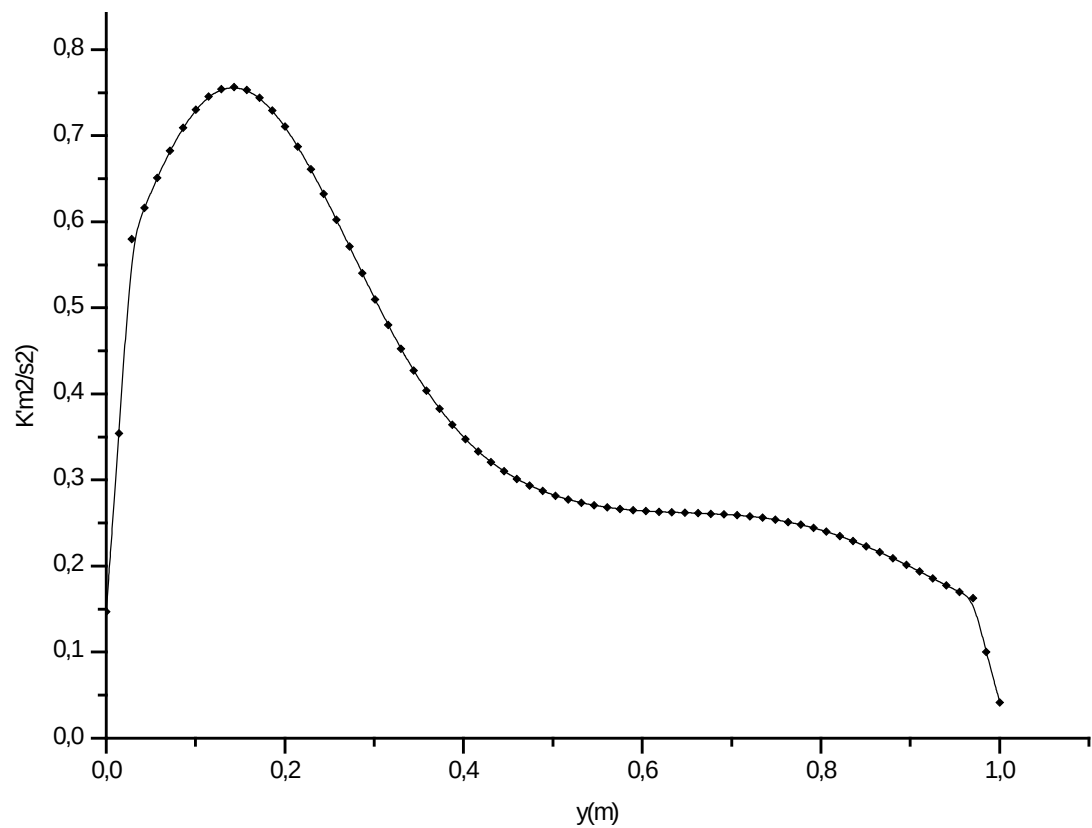


Fig.IV.16 : Evolution de l'énergie cinétique turbulente k en fonction y pour une amplitude $a=0.010\text{ m}$

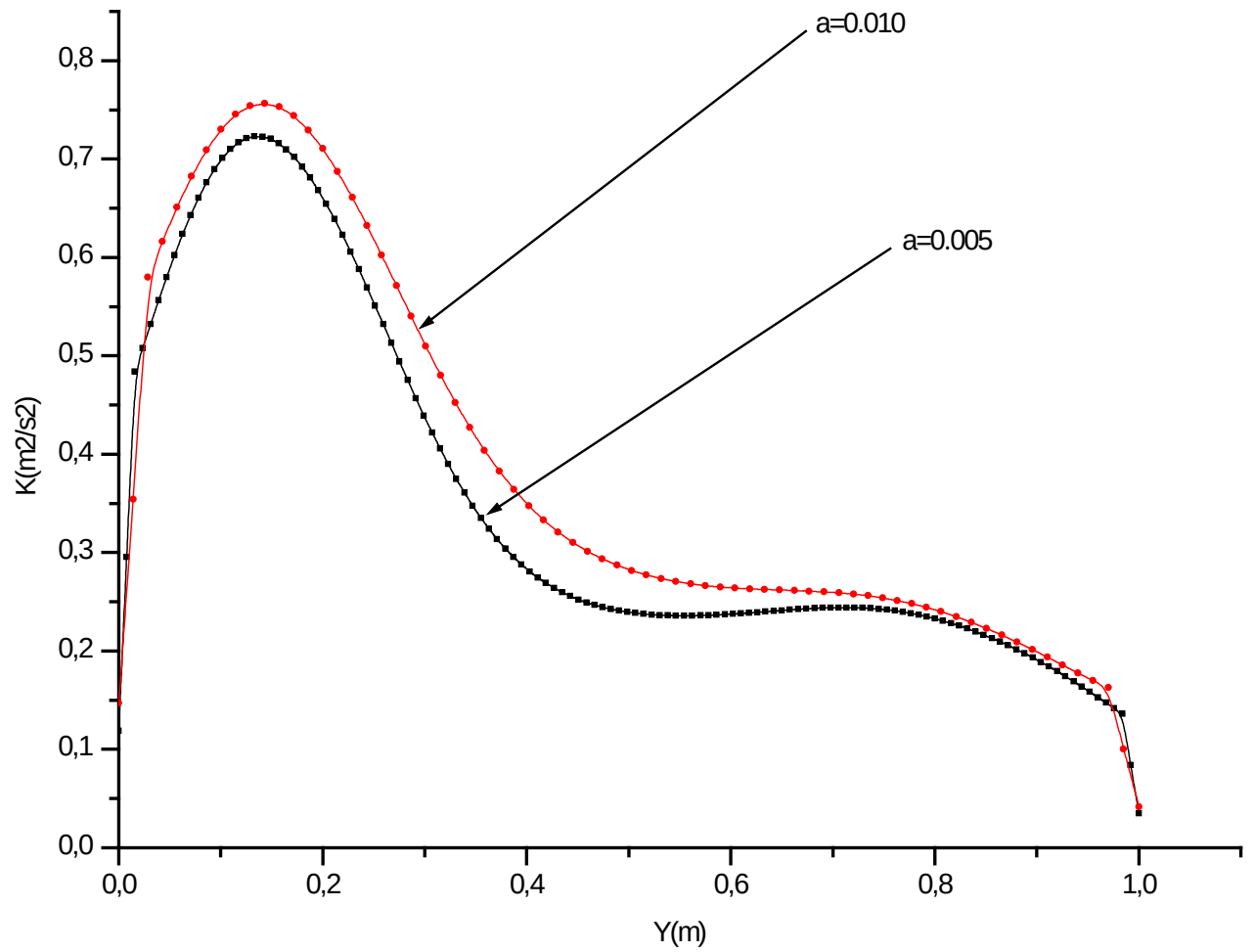
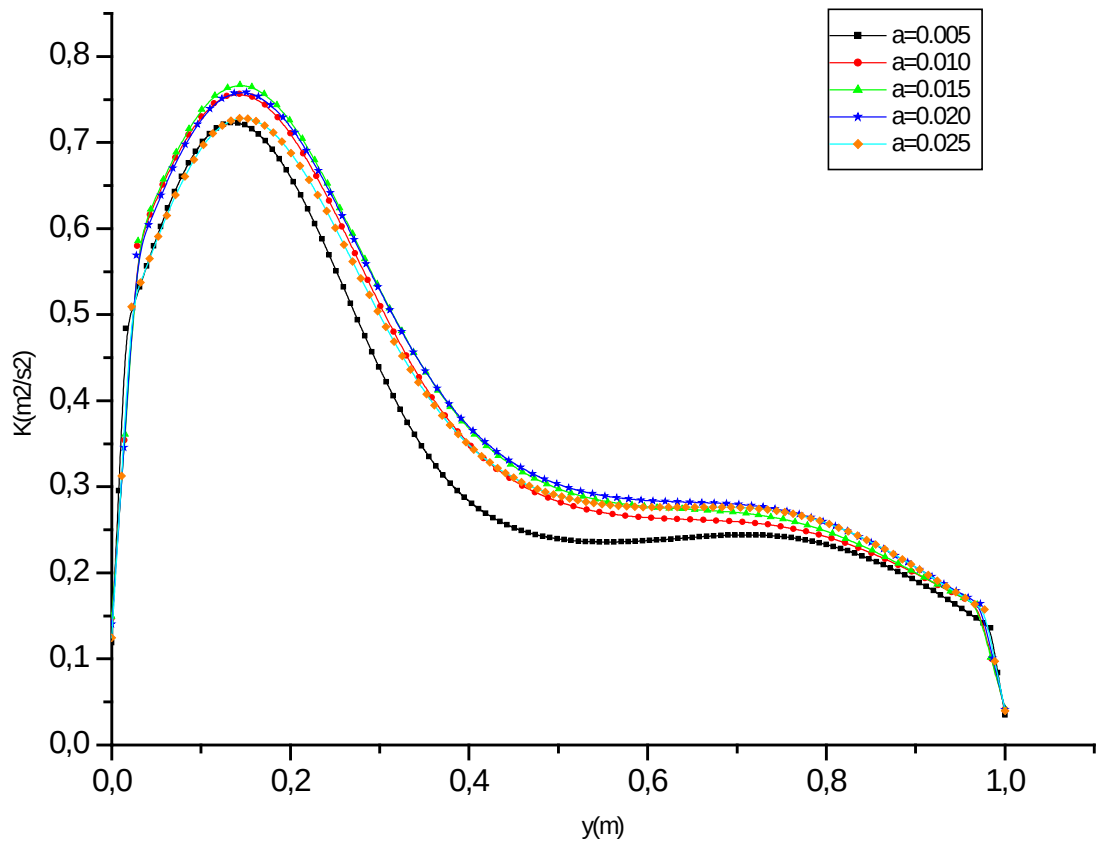
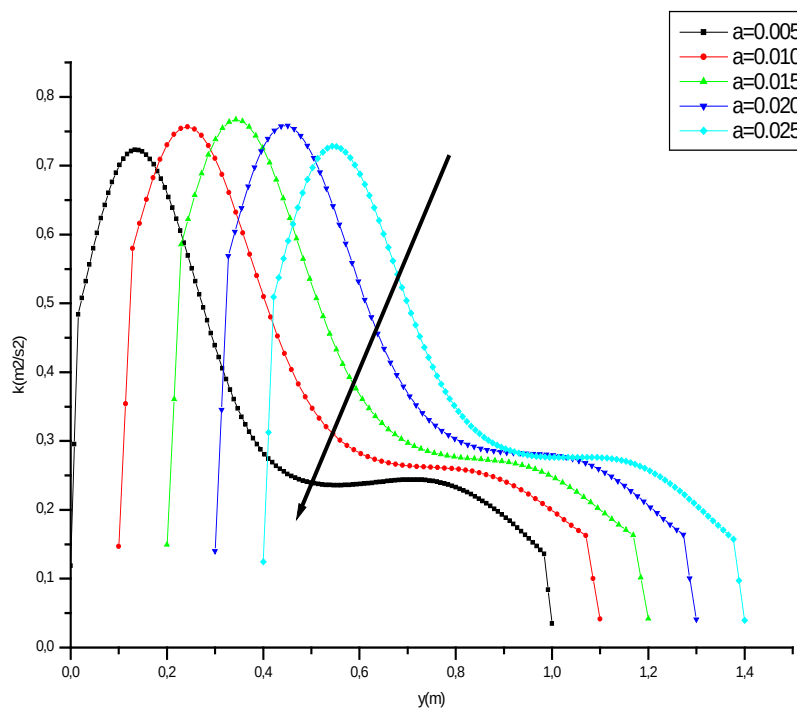


Fig.IV.17: Comparaison de l'évolution de l'énergie cinétique turbulente k en fonction y entre deux amplitudes $a=0.005$ m et $a=0.010$ m



(a)



(b)

Fig.IV.18. (a, b) : Evolution de l'énergie cinétique turbulente k en fonction de y pour différentes amplitudes

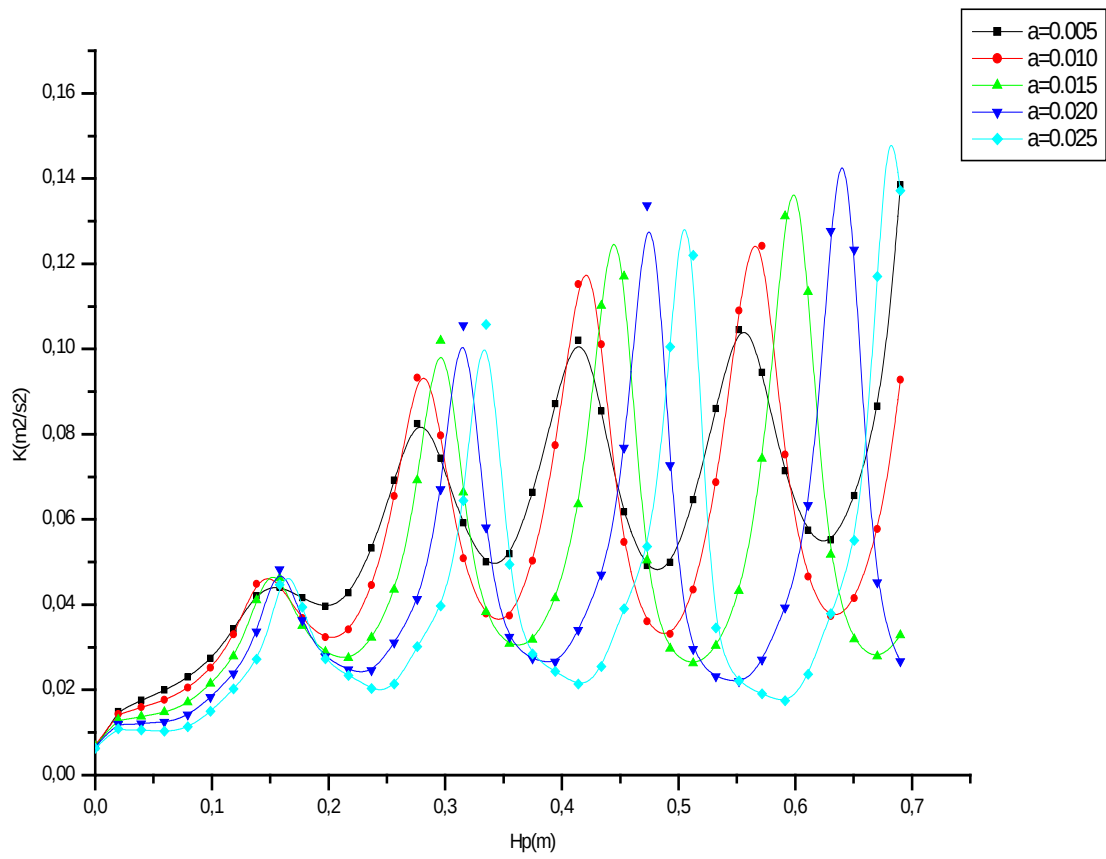


Fig.IV.19 : Evolutions de l' énergie cinétique turbulente k en fonction de la hauteur de la paroi déformée, pour Différentes amplitudes



Fig.IV.20 : Distribution de l'énergie cinétique turbulente k pour amplitude $a=0.005$ m

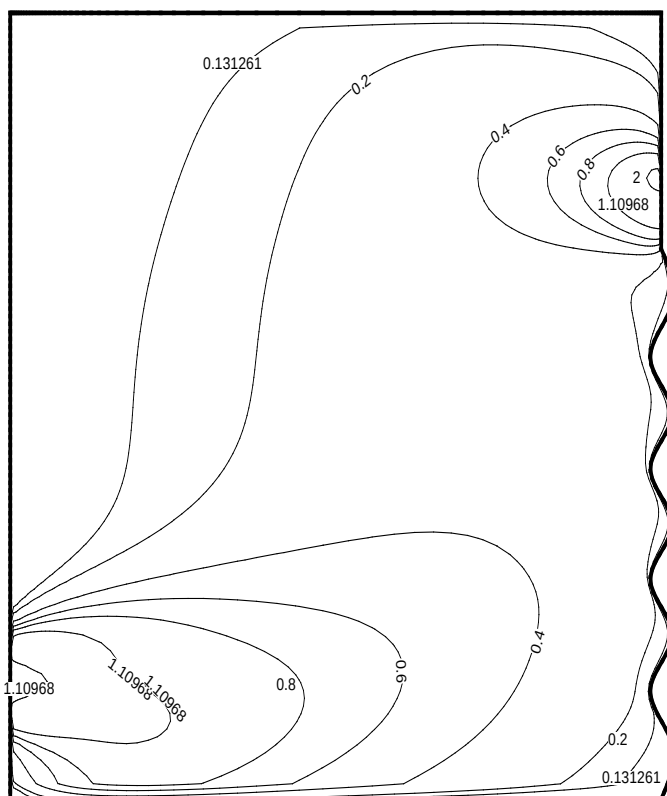


Fig.IV.21 : Distribution de l'énergie cinétique turbulente k pour une amplitude $a=0.010$ m

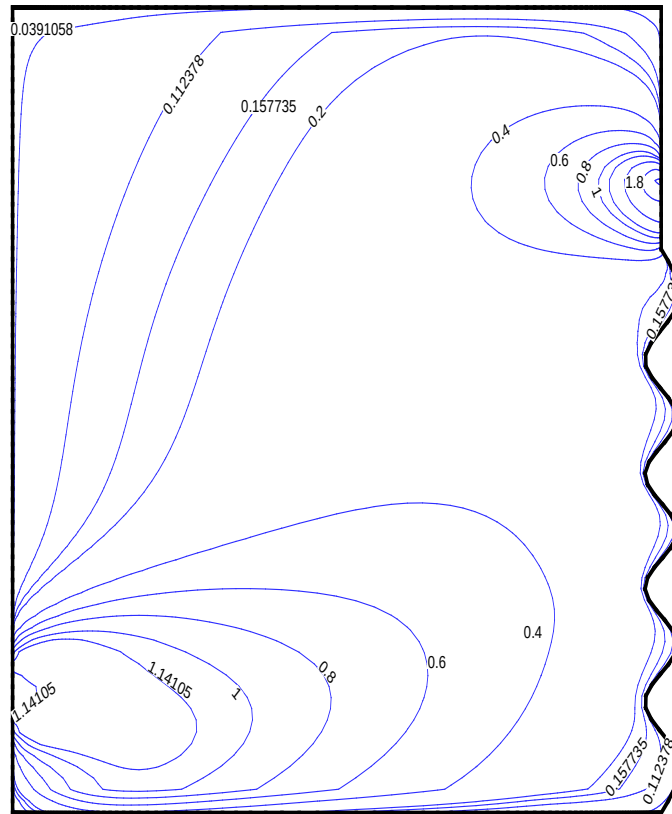


Fig.IV. 22: Distribution de l'énergie cinétique turbulente k pour une amplitude $a=0.015$ m

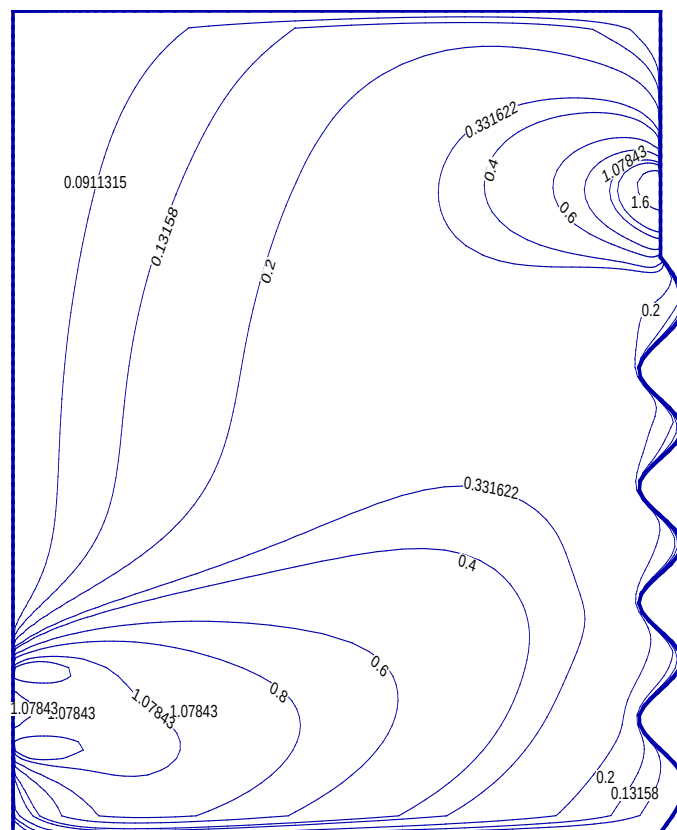


Fig.IV.23 : Distribution de l'énergie turbulente k pour une amplitude $a=0.020$ m

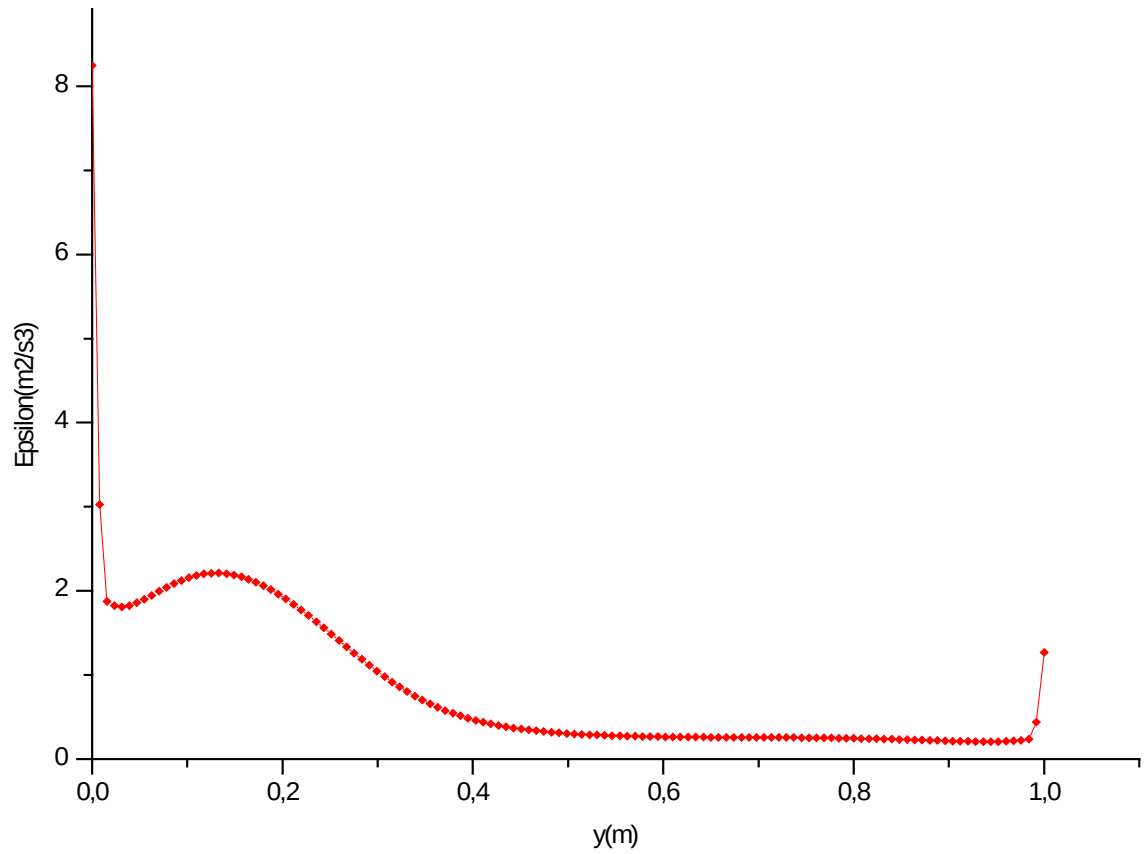


Fig.IV.24 : Evolution du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ϵ en fonction y pour une amplitude $a=0.005\text{m}$

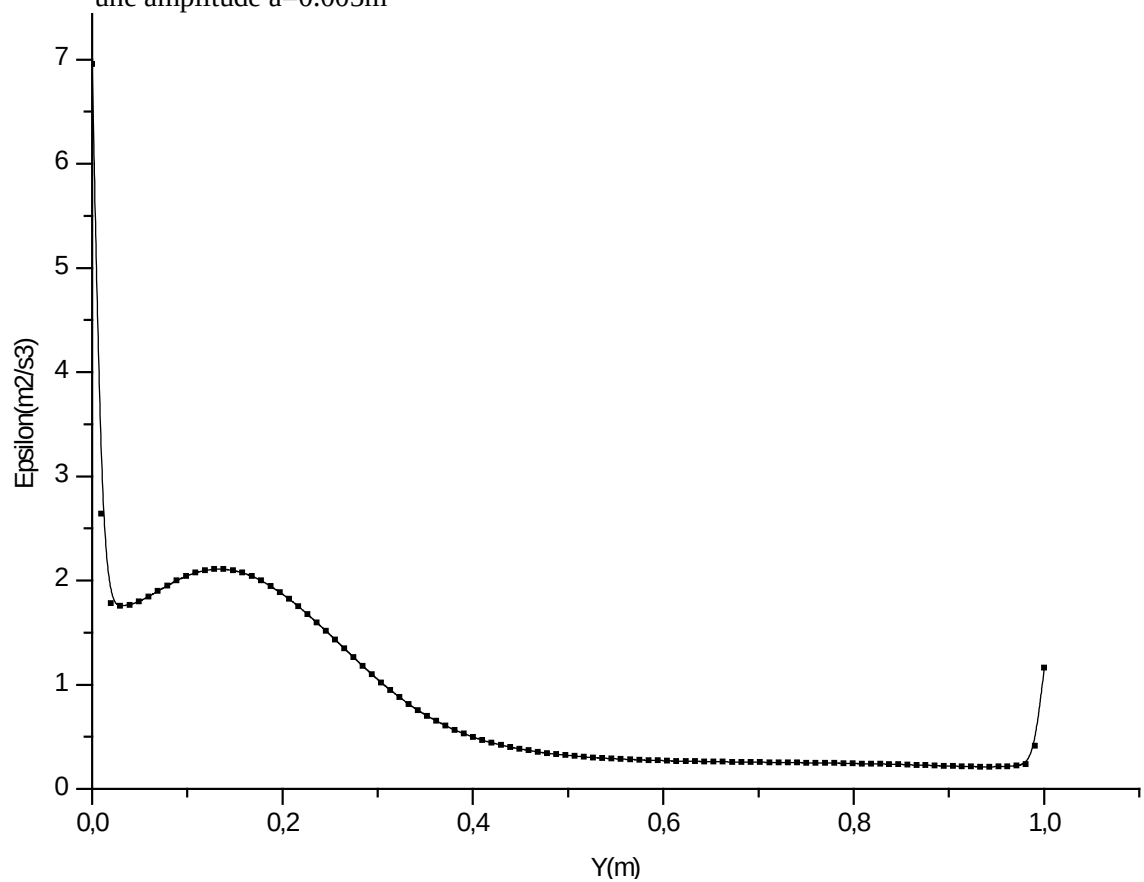


Fig.IV.25 : Evolution du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ϵ en fonction y pour une amplitude $a=0.010\text{ m}$

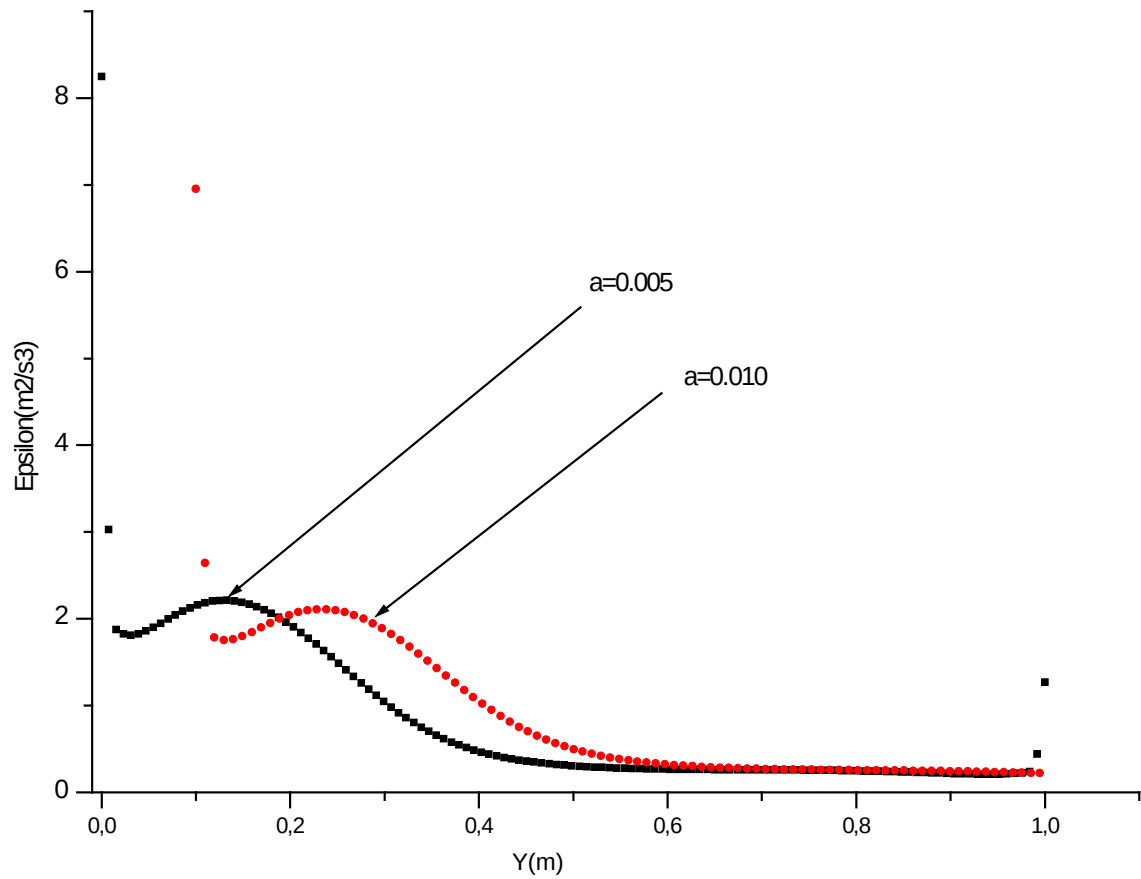


Fig.IV.26 : Comparaison de l'Evolution du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ϵ en fonction de y entre deux amplitudes $a=0.005\text{m}$ et $a=0.010\text{ m}$

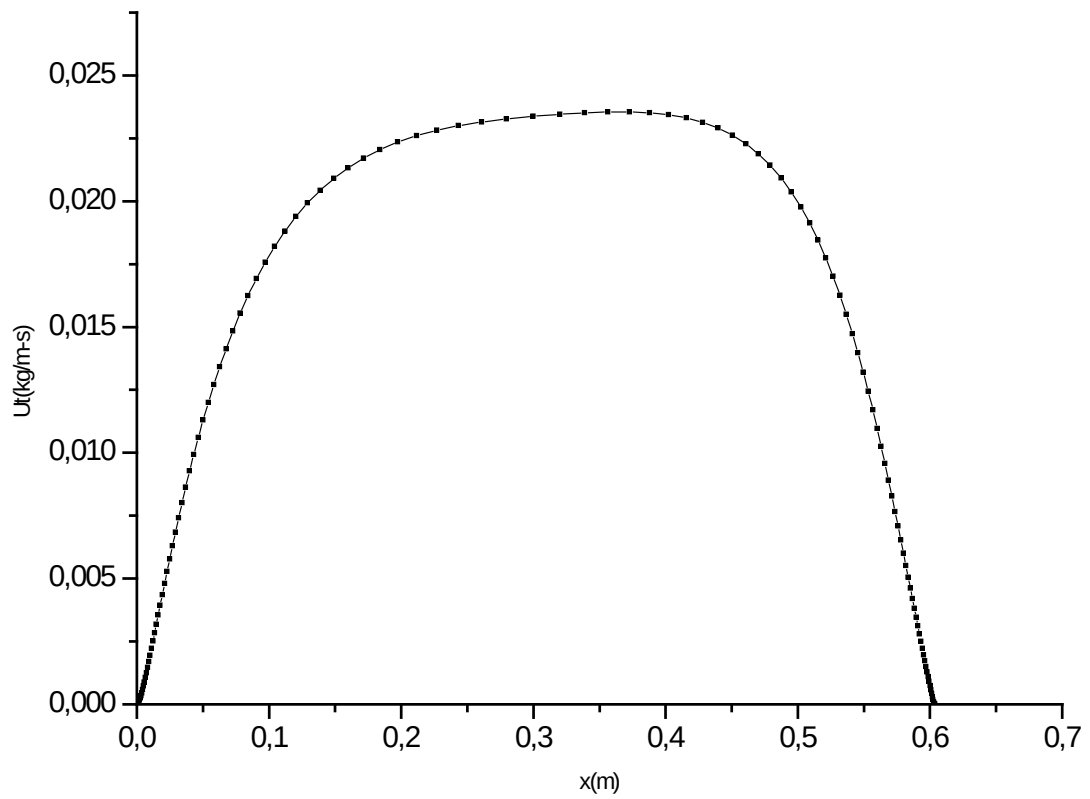


Fig.IV.27 : Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de X pour une amplitude $a=0.005$ m

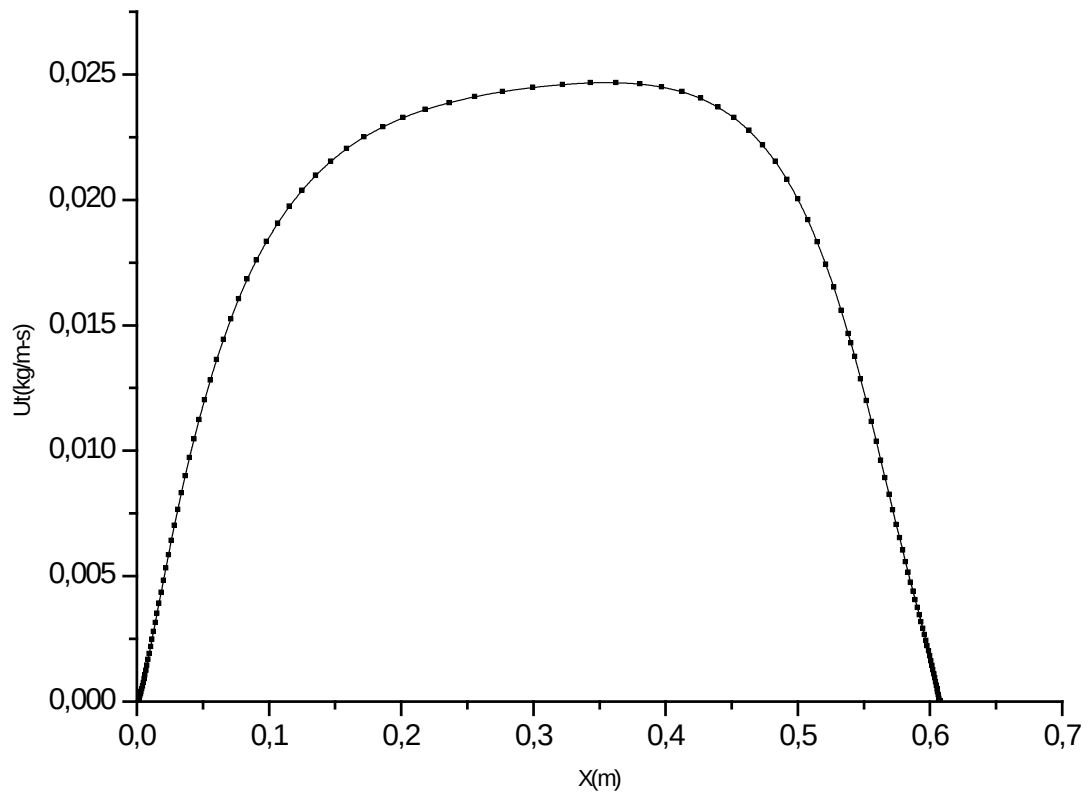


Fig.IV.28 : Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de x pour une amplitude $a=0.010$ m

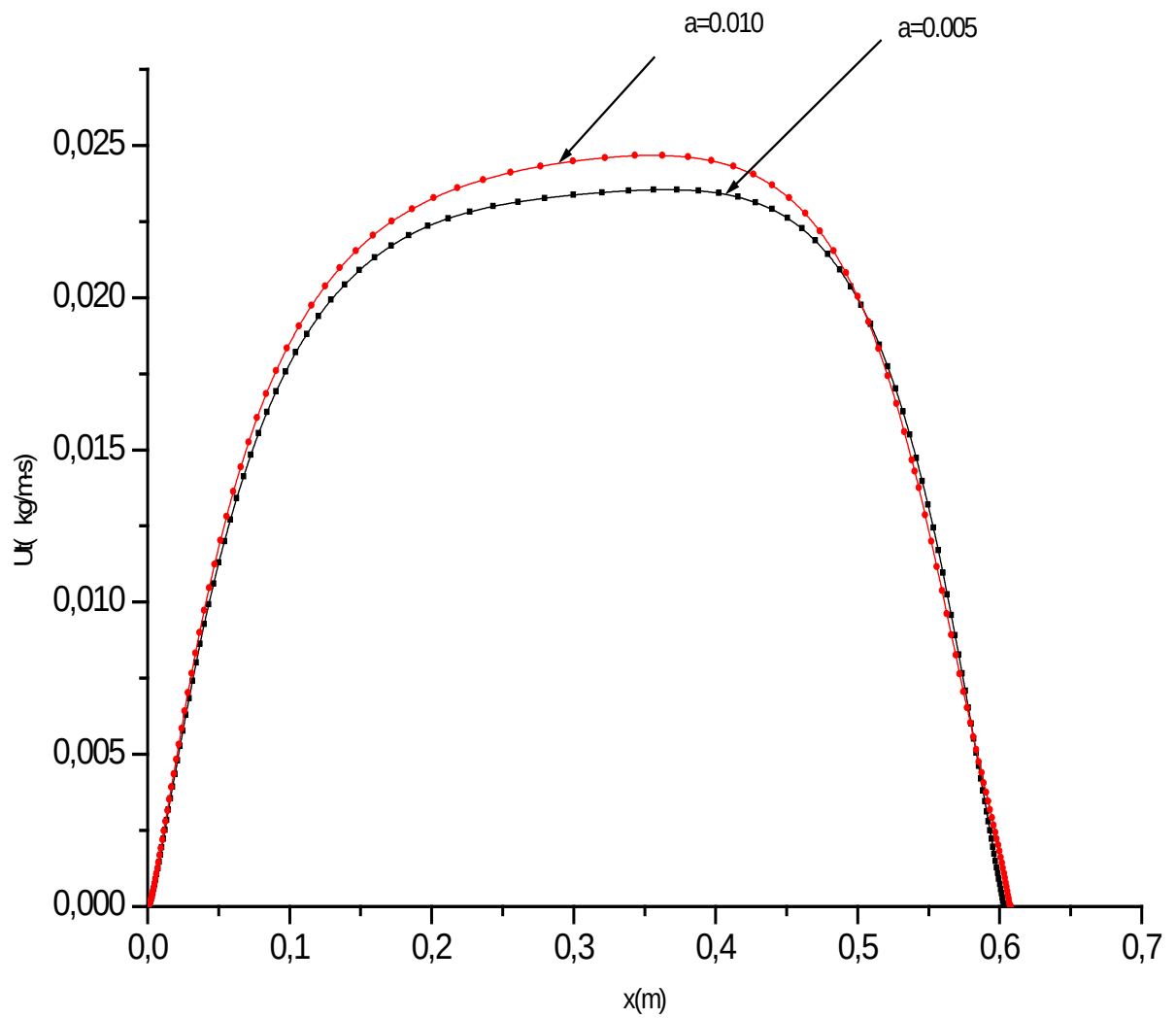


Fig.IV.29 : Comparaison de l'Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de X entre deux amplitudes $a=0.005$ m et $a=0.010$ m

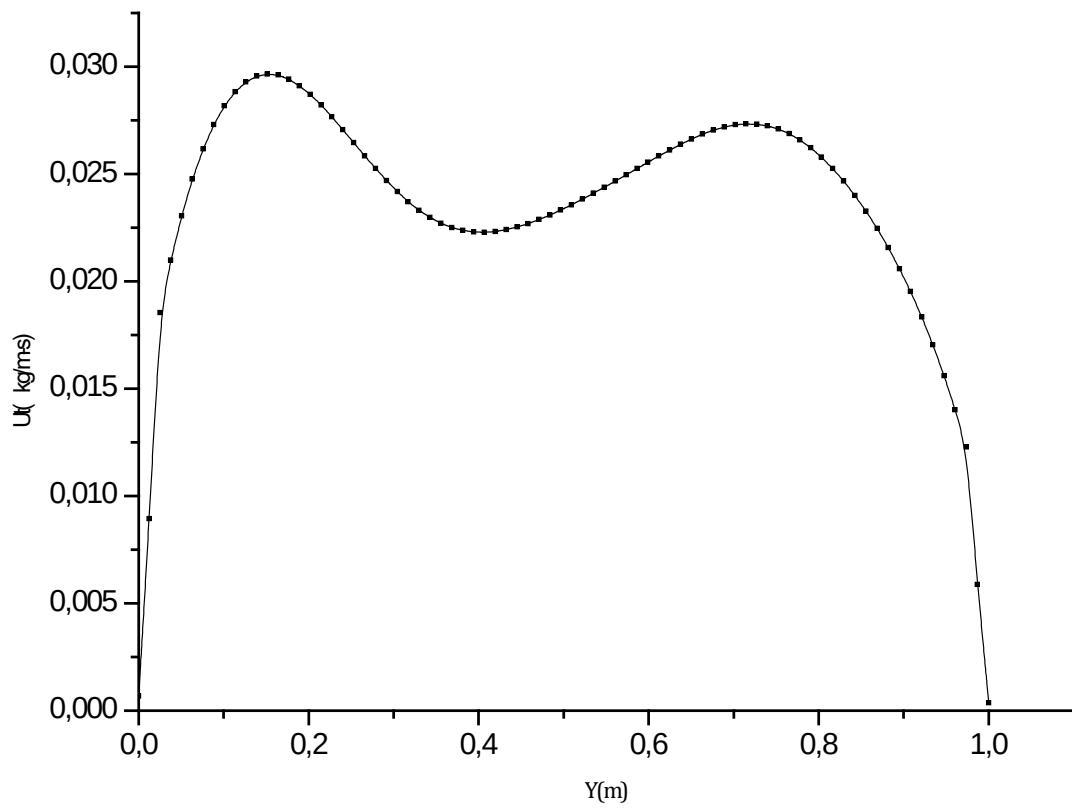


Fig.IV.30 : Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de Y pour une amplitude $a=0.005$ m

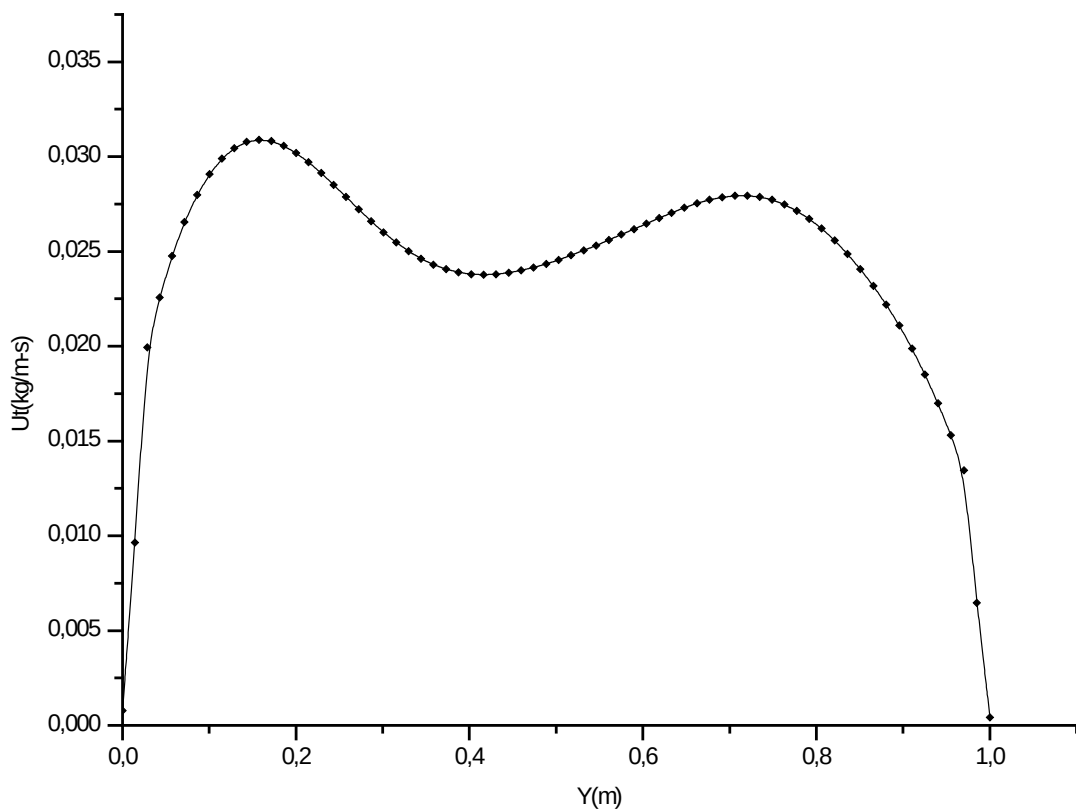


Fig.IV.31 : Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de Y pour une amplitude $a=0.010$ m

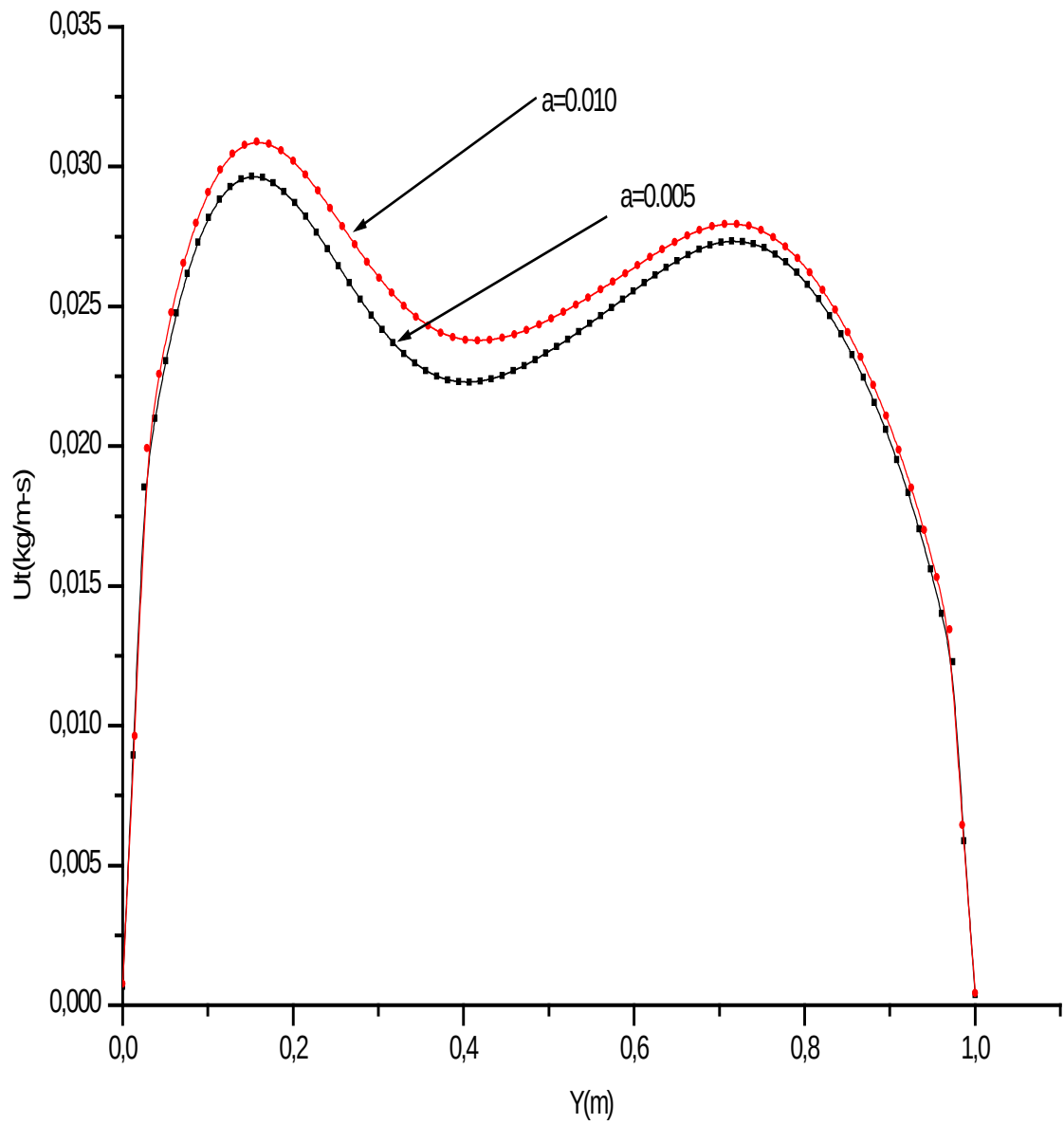


Fig.IV.32: comparaison de l'Evolution de la viscosité turbulente μ_t en fonction de Y entre deux amplitudes $a=0.005$ m et $a=0.010$ m

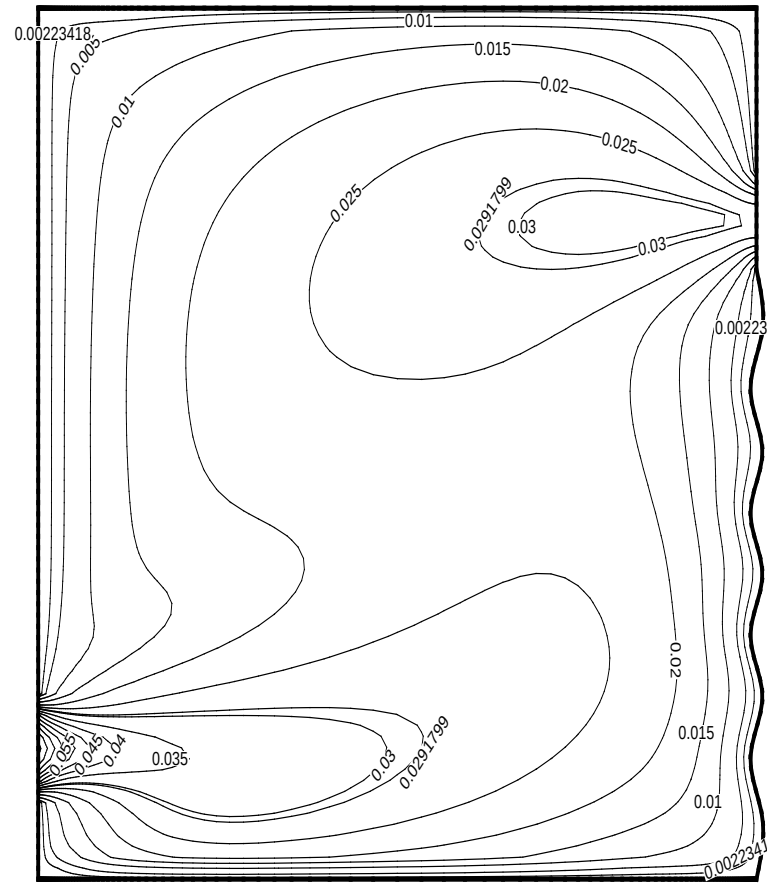


Fig.IV.33: Distribution de la viscosité turbulente μ_t pour amplitude $a=0.005$ m.

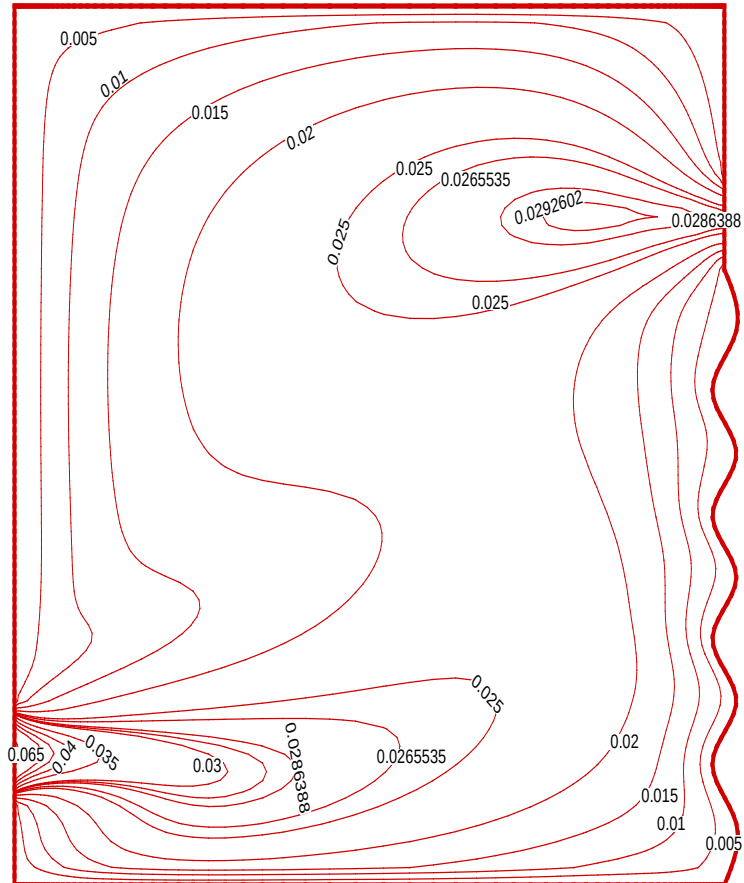


Fig.IV.34 : Distribution de la viscosité turbulente μ_t pour amplitude $a=0.010$ m

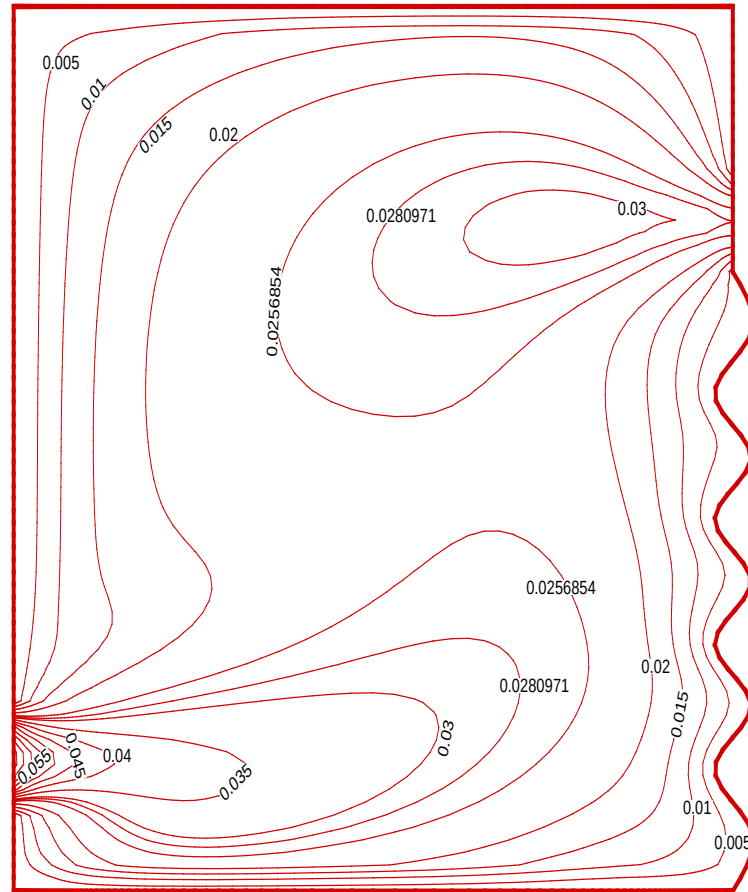


Fig.IV.35: Distribution de la viscosité turbulente μ_t pour amplitude $a=0.015$ m

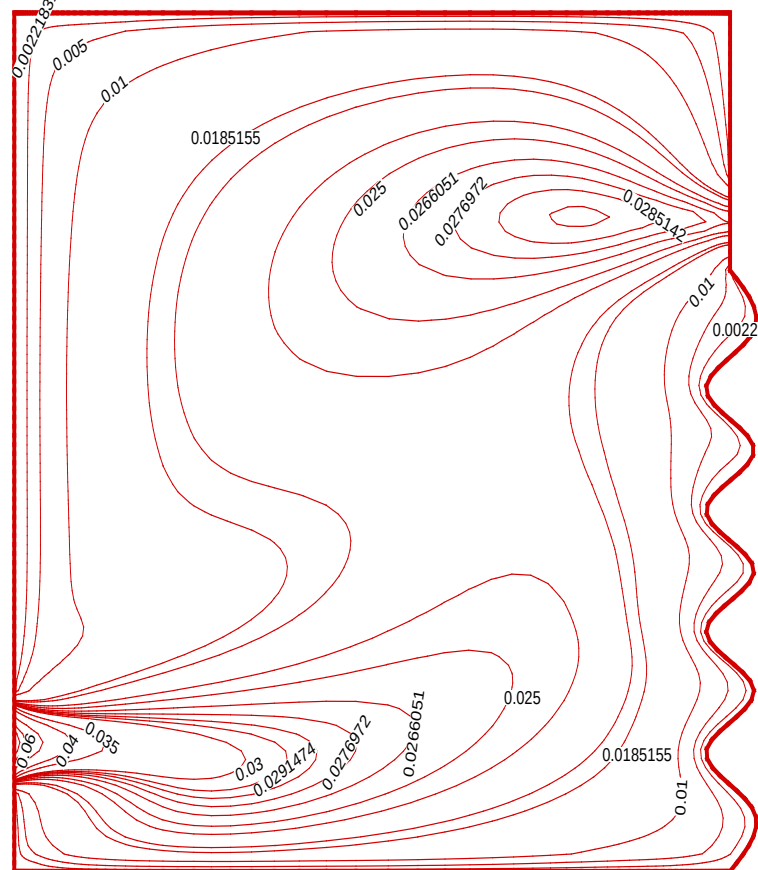


Fig.IV.36: Distribution de la viscosité turbulente μ_t pour amplitude $a=0.020$ m

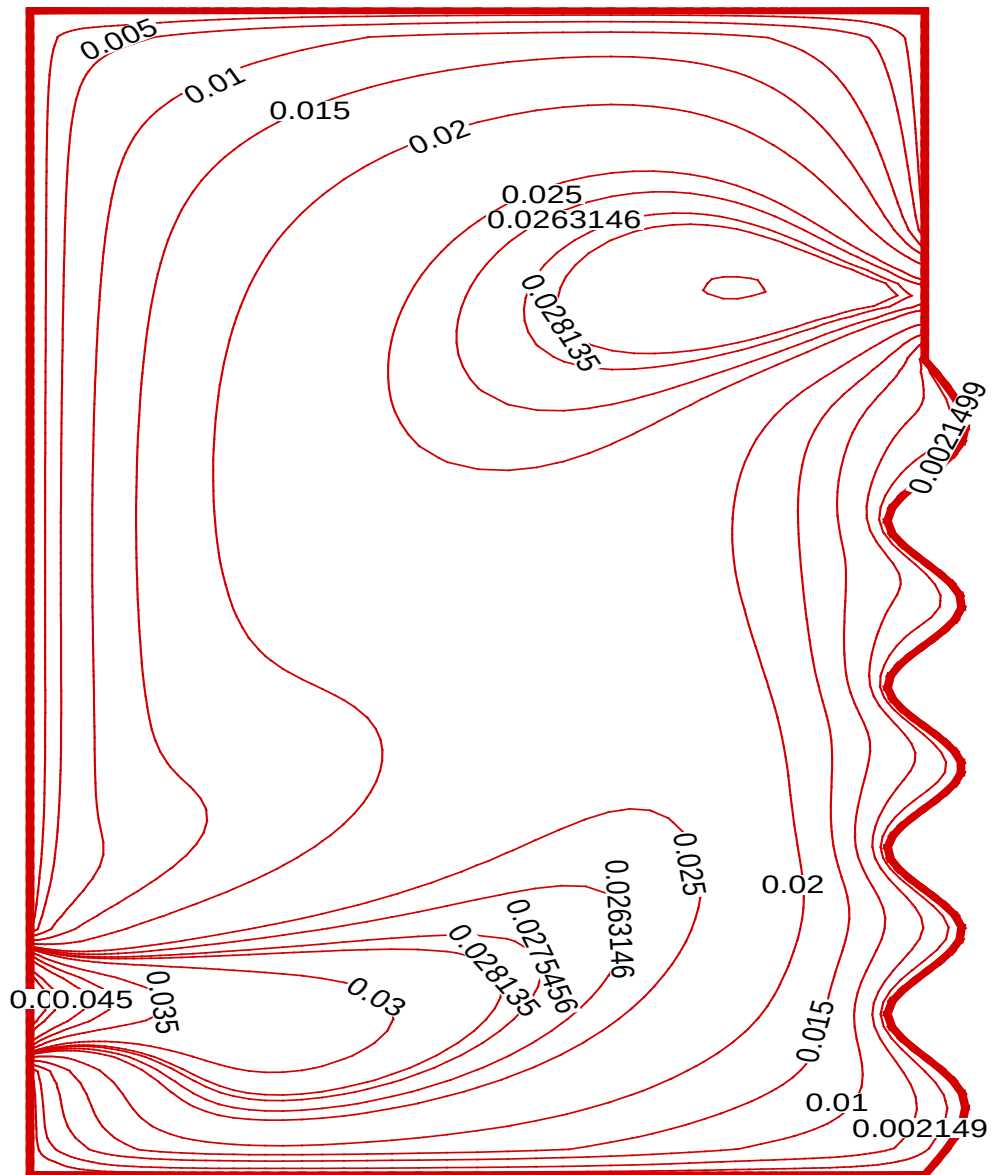


Fig.IV.37: Distribution de la viscosité turbulente μ_t pour amplitude $a=0.025$ m

IV-7. Evolution de la composante horizontale de la vitesse U

Les courbes des figures (IV.38) et (IV.39) représentent l'évolution de la vitesse horizontale en fonction de la hauteur de la cavité pour différentes amplitudes.

Nous remarquons que dans ces figures que la composante horizontale de la vitesse est positive le long de la moitié de la paroi et négative dans la partie restante du volume du fluide, cette composante est valeur maximale à l'entrée de l'enceinte, elle diminue ensuite vers le centre du volume fluide cette valeur est à l'ordre de 0.8 m/s.

Ces derniers résultats expliquent bien que les particules de fluide, chauffées par la paroi, grimpent le long (U est positive) puis redescendent vers la paroi à proximité de l'axe de symétrie (U passe d'une valeur négative à une valeur nulle)

L'évolution de la composante de la vitesse horizontale confirme bien le comportement des lignes de courant étudié précédemment, tandis que les figures (IV.40) et (IV.41) montrent que L'augmentation des amplitudes du plus petit vers le plus grand, accompagne une diminution sur la vitesse horizontale.

pour les figures(IV.42) , (IV.43) et (IV.44) , on constate que l'évolution de la température en fonction de la hauteur des protubérances pour différentes périodes et à une amplitude fixe qui engendre une augmentation de surface d'échange considérable.

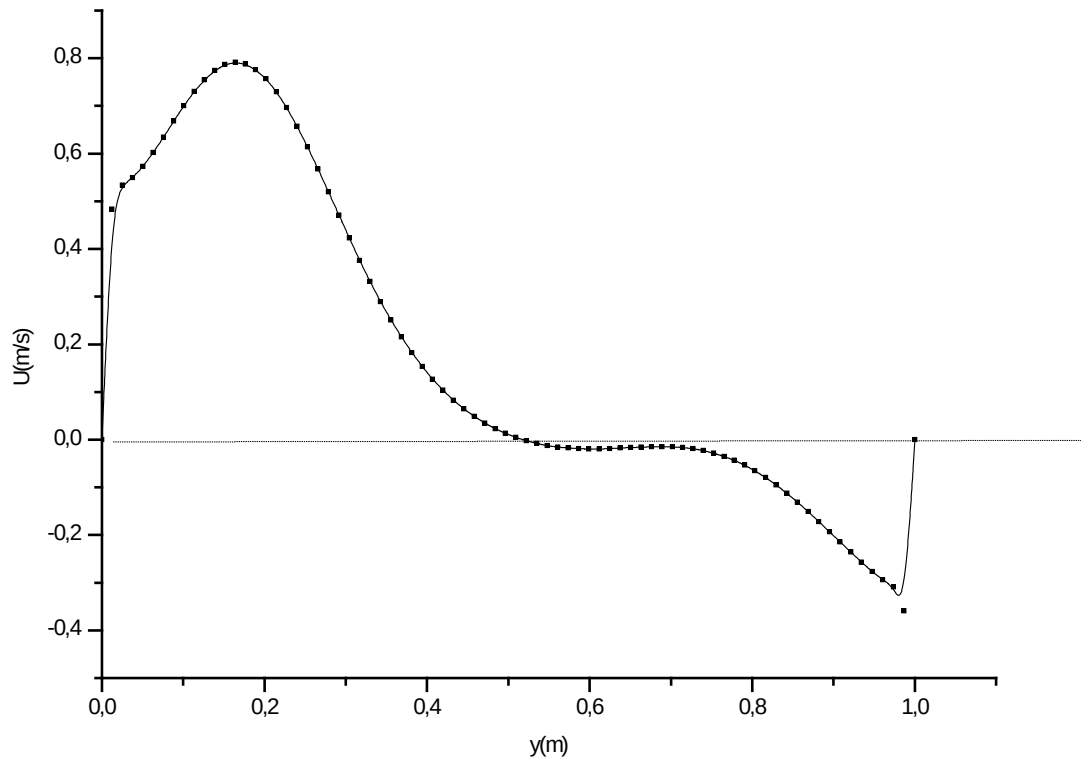


Fig.IV.38: Evolution de la vitesse axiale U fonction de y pour une amplitude $a=0.005$ m

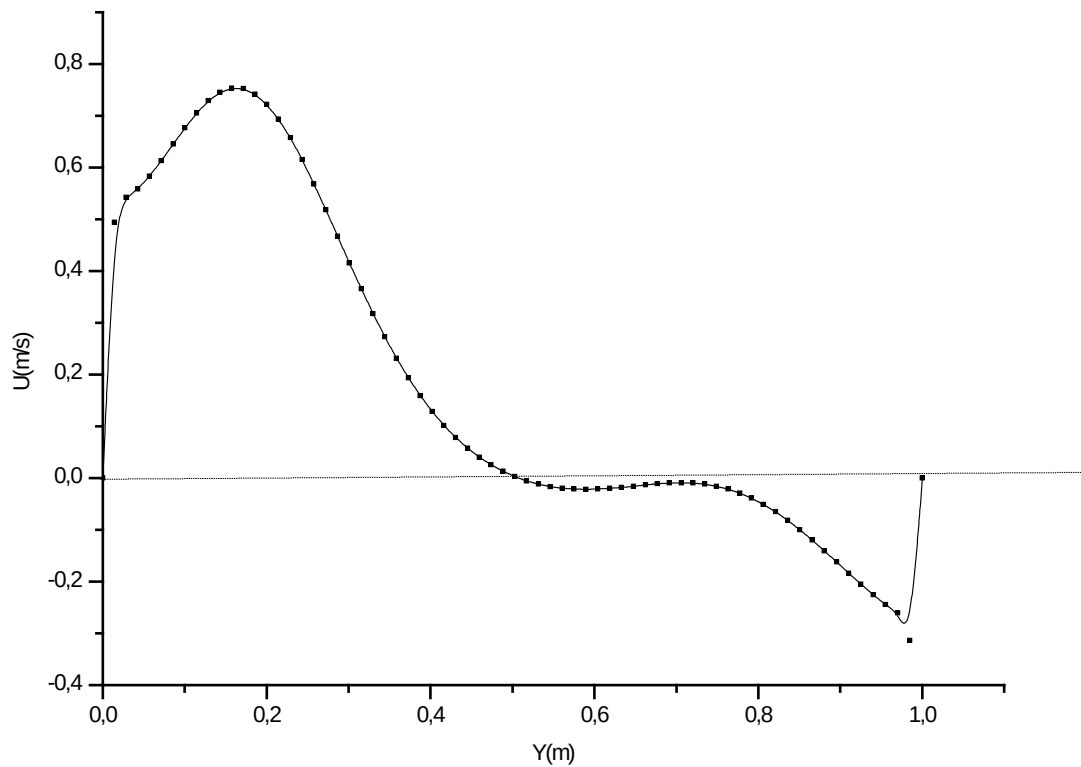


Fig.IV.39 : Evolution de la vitesse axiale U fonction de y pour une amplitude $a=0.010$ m

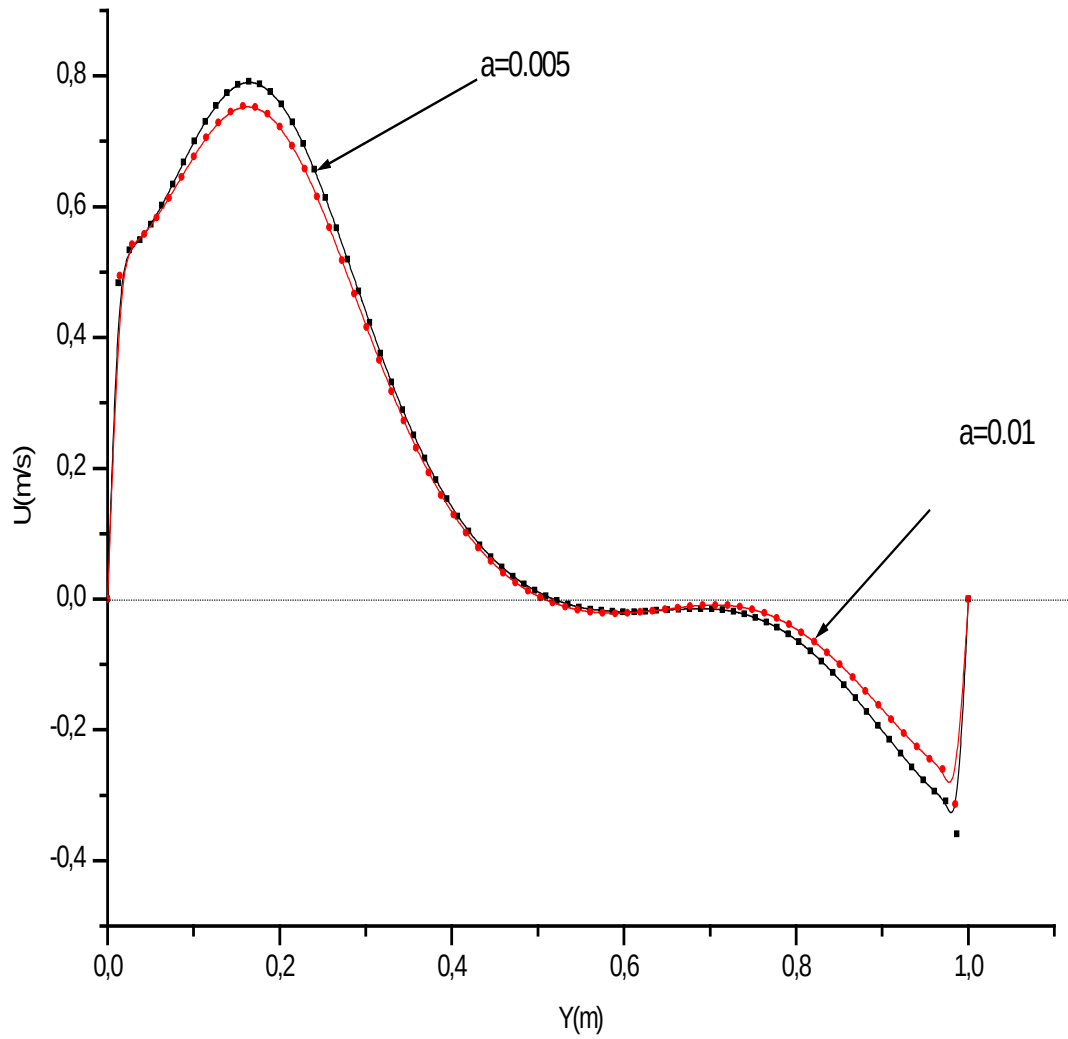
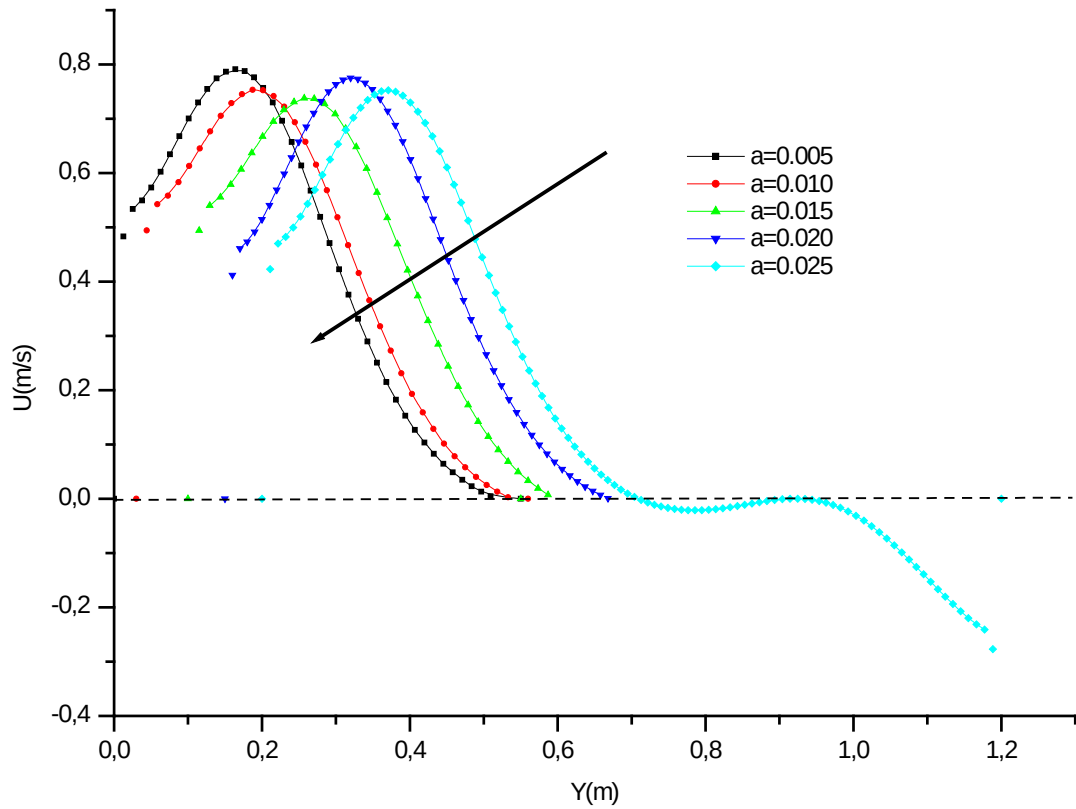
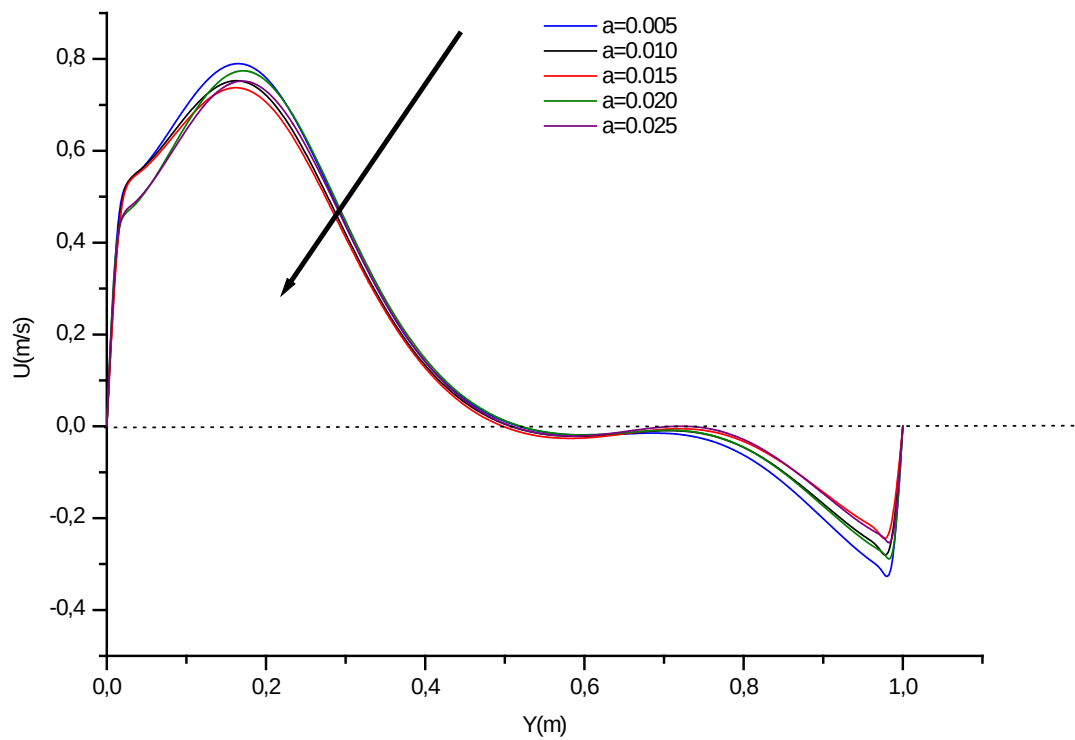


Fig.IV.40: Comparaison de l'Evolution de la vitesse axiale U fonction de Y entre deux amplitudes $a=0.005$ m et $a=0.010$ m



(a)



(b)

Fig.IV.41:(a,b) Comparaison de l'Evolution de la vitesse axiale U fonction de Y pour différentes amplitudes

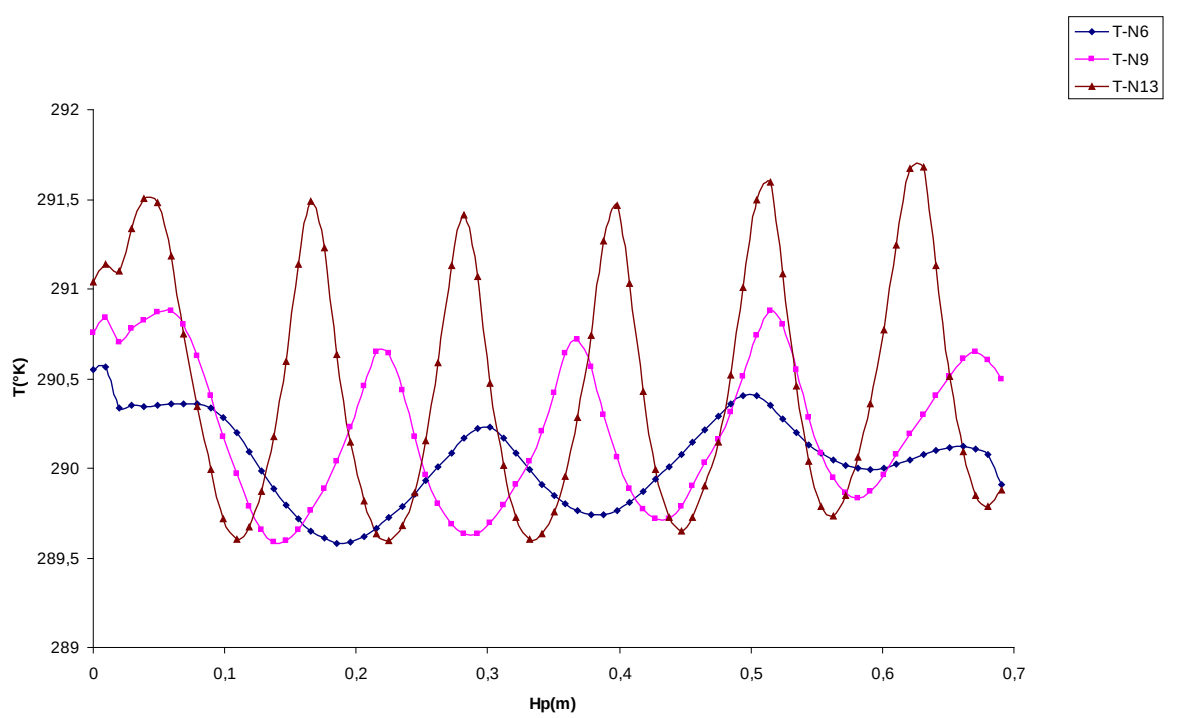


Fig.IV.42: Evolution de la température en fonction de la hauteur des protubérances
Pour différentes périodes et à une amplitude $a=0.015\text{m}$

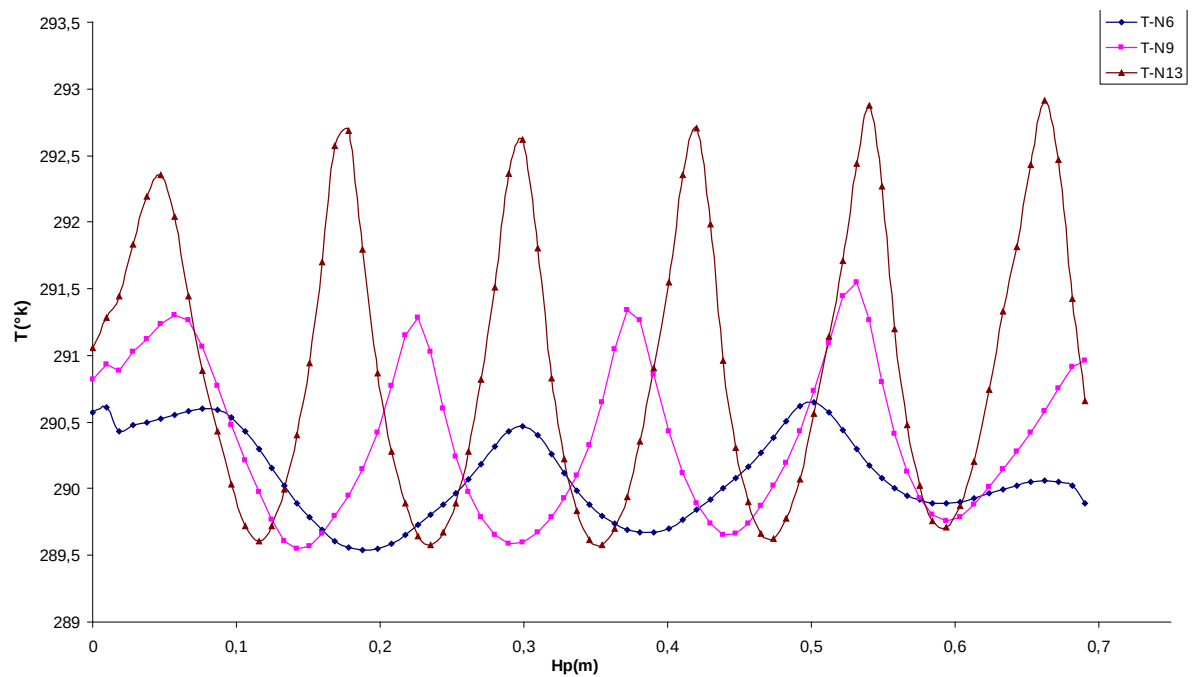


Fig.IV.43: Evolution de la température en fonction de la hauteur des protubérances
différentes périodes et à une amplitude $a=0.020\text{ m}$

Pour

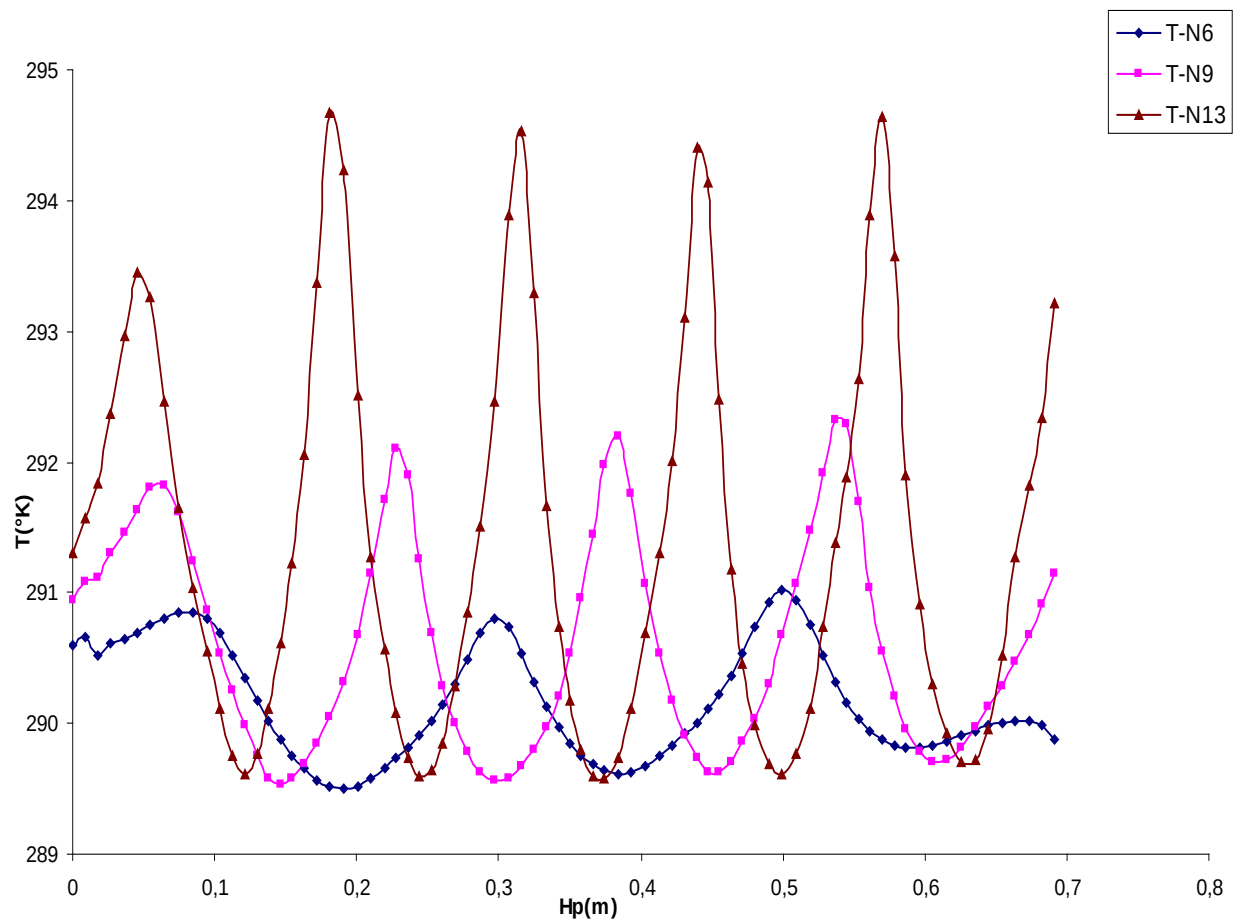


Fig.IV.44 : Evolution de la température en fonction de la hauteur des protubérances
Pour différentes périodes et à une amplitude $a=0.025\text{m}$

IV-8.CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons étudié l'influence de l'évolution de certains facteurs, dans une enceinte présentant des parois verticales dont l'une est partiellement déformée. Deux ouvertures sur les parois verticales sont posées, les résultats obtenus montrent que l'écoulement est caractérisé par une circulation de bas en haut et il est ondulatoire au voisinage des protubérances (creux), au voisinage des sinusoides on constate l'existence d'un mode de transfert thermique purement conductif et au delà des sommets on remarque que le mode convectif est établi, avec des nombres de Nusselt plus élevés comparés à ceux d'un transfert de chaleur pour une paroi plane

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale

Nous avons modélisé et simulé le transfert thermique de la convection naturelle en régime turbulent, dans une enceinte verticale dont l'une de ces parois présente une forme géométrique irrégulière et deux ouvertures sur les deux parois verticales et les parois horizontales sont maintenues adiabatiques.

Les transferts sont régis par les équations classiques de la convection naturelle auxquelles nous avons associé les équations de la turbulence pour décrire le régime turbulent.

En régime turbulent, les équations de transferts et les conditions aux limites qui leur sont associées sont résolues par le code FLUENT, Pour le modèle de fermeture, nous avons choisi le modèle $k-\epsilon$. Ainsi, nous avons analysé les distributions des lignes de courant, des isothermes et l'évolution des nombres de nusselt pour des différentes amplitudes. Nous avons constaté que l'écoulement est décrit, de part et d'autre du plan de l'enceinte, par des cellules contrarotatives. Elles prennent naissance au centre et dans les creux de sinusoïdes. puis nous avons fait une étude comparatives des températures et de l'évolutions des nombres de nusselt pour des différentes amplitudes. On a constaté quand on augmente progressivement l'amplitude, il y'a un accroissement des températures et cela dû à l'augmentation de la surface d'échange dans la paroi déformée car le transfert dans les sinusoïdes s'effectue essentiellement par le mode de la conduction pure et que les transferts par convection naturelle augmentent au delà des sommets des sinusoïdes. Ce phénomène est observé quand on utilise une série de périodes d'une part, et d'autre part l'évolution des nombres locaux de nusselt dans la paroi modifiée sont proportionnellement opposés à l'allure des températures et ils subissent une augmentation sensible pour des différentes amplitudes et plusieurs périodes.

Nous avons ensuite analysé l'influence des facteurs caractérisant le régime turbulent.

On a remarqué que l'énergie cinétique turbulente a des valeurs faibles au voisinage et au centre des creux des parois déformées est faible, car le mode de transfert thermique est purement conductif. Mais au delà des sommets l'énergie cinétique turbulente augmente en deux sens verticalement et horizontalement, cela signifie que les valeurs de la vitesse sont maximales en se rapprochant de la sortie. On a observé que les valeurs faibles sont situées aux près des parois verticale planes et protubérantes, et que dans les sinusoïdes il y'a naissances des tourbillons qui caractérisent le régime turbulent pour le taux de dissipation turbulent.

Au terme de cette étude, on conclue qu'il existe deux zones ; l'une est purement conductive située dans la paroi modifiée et l'autre convective qui est observée au delà des sommets des protubérances et au reste de l'enceinte. L'étude a abouti à ce résultat à partir des calculs des facteurs caractérisant le phénomène de la convection naturelle turbulente dans les enceintes. Elle est clairement déduite par les lignes des iso –contours de la distribution de la viscosité turbulente. Ces lignes croissent à partir des valeurs faibles au niveau de la paroi modifiée jusqu' à atteindre des valeurs maximales au niveau du centre de la cavité ainsi qu'à l'entrée de l'enceinte, et que les distributions de celle-ci rejoignent celles du contour de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation turbulente.

L'analyse de l'influence de la forme et de l'état de la surface d'échange sur les transferts s'avère donc très importante car elle permet de comprendre les mécanismes qui régissent les transferts et ainsi que l'amélioration des performances fonctionnelles de la surface.

Ces constatations confirment que la surface d'échange de la partie protubérante et le fluide avoisinant n'est pas le seul paramètre à prendre en compte lors de l'estimation du transfert par convection naturelle, cependant sa topographie joue un rôle prépondérant.

L'emploi des parois ondulées ou de la surface libre peut être utilisé dans le contrôle de l'écoulement et du transfert thermique dans l'enceinte.

En recommandations, nous disons que ce travail suggère quelques prolongements et perspectives entre autres :

- prendre en compte la variabilité des propriétés physiques du fluide ;
- considérer un transfert en trois dimensions ;
- prendre en compte des milieux poreux (transfert de masse) ;
- analyser les transferts de masse et de chaleur.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Adjlout L, Imine O, Azzi A and Belkadi M

Laminar natural convection in an inclined cavity with a wavy wall. International Journal of Heat and Mass Transfer 45:2141-2152, 2002

Bairi, A., Laraqi, N., Garcia de Maria,

Numerical and experimental study of natural convection in tilted parallelepipedic Cavities for large Rayleigh numbers. Exp. Therm. Fluid Sci. 31, 309–324. J.M., 2007.

Behnia, M., Rizes, J., De Vahl Davis, G.,

Combined radiation and natural convection in a cavity with a transparent wall and Containing a non-participant fluid. Int. J. Numer. Meth. Fluids 10, 305–25.1990

Bejan, A.,

The viscosity of concentrated suspensions and solutions . Convective Heat Transfer, J.Chem. Phys. 20, 571–581,1952

Catton, I.,

Natural convection in enclosures. In: Proceedings of the Sixth International Heat Transfer Conference, 6.,1978

Chowdhury. S.J., Ahmadi G.

A Thermodynamically consistent rate-dependent model for turbulence. Part II. Computational results, Int. J. Non-linear Mechanics, 27 705–718. 1992.

Chan Y.L and Tien C.L.,

A numerical study of two-dimensional natural convection in square open cavity Numerical Heat transfer , vol.8 , pp 65-80, 1985

Chen C.L.and Cheng C.H.,

Buoyancy-induced flow and convective heat transfer in an inclined arc-shape Enclosure .Int.J.Heat fluid Flow, vol.23,pp.823-830

Dalal.A., M,K.Das

Laminar natural convection in a inclined complicated cavity with spatially variable Wall temperature .Int.J.Heat Mass Transfer , 48; 3833-3854,2005

De Vahl Davis, G., Jones, I.P.,

Natural convection in a square cavity a benchmark numerical solution. Int. J. Numer. Meth. Fluid 3, 227–248,1983

Eiyad Abu-Nada a,* , Hakan F. Oztop

Effects of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu–water nanofluid

International Journal of Heat and Fluid Flow xxx (2009) xxx–xxx

Elalami M.Koffi K.B et Javelas R.,

Ecoulement de convection naturelle le long d'une paroi verticale non isotherme dans Une ($Ra < 10^9$) .Etude experimentale et modélisation simplifiée. Revue générale de la Thermique ,N°394, 562-570,1994

Elsherbiny, S.M.,

Free convection in inclined air layers heated from above. Int.J. Heat Mass Transfer 39, 3925–3930,1996

Faghri M.,Sparrow E.M and Prata A.T.,

Finite difference solutions of convection –diffusion problems in irregular domains , Using a non orthogonal coordinate transformation .Numerical Heat Transfer , vol.7,pp183-209; 1984

Fujii T and Imura H.,

Natural convection heat transfer from a plate with arbitrary inclination . International Journal of Heat and Mass Transfer ,vol .15, pp.755-767,1972

Hadjadji A. and Kyal M.E.,

Effect of two sinusoidal protuberances a natural convection in a vertical annulus Numerical Heat Transfer(part A), Vol.36,pp 273-289,1999

Hasnaoui M et Daoui T.,

Convection naturelle transitoire dans une enceinte carrée à parois verticales partiellement Actives. 2^{eme} séminaire International sur la physique énergétique SIPE2, Bechar 1994

Han J.C, J.S.,

Park, Developing heat transfer in rectangular channels with rib turbulators, Int. J. Heat Mass Transfer 31 183–195.1988.

Khalifa Bdul-Jabbar, N.,

Natural convective heat transfer coefficient – a Review, II. Isolated vertical and horizontal surfaces. Energy Convers. Manage. 42,505–517.2001

Khalil Khanafer a, Bader Al-Azmi b, Alia Marafie b, Ioan Pop c,*

Non-Darcian effects on natural convection heat transfer in a wavy porous enclosure.

International Journal of Heat and Mass Transfer 52 (2009) 1887–1896

Kitamura K. and Kimura F.,

Heat transfer and fluid flow of natural convection adjacent to upward facing horizontal plates - International Journal of Heat and Mass Transfer ,vol .38, pp.3149-3159, 1995

Kolesnikov P.M., Budnovich V.T.,

Non stationary conjugate free-convective heat transfer in horizontal cylindrical coaxial channels.Int .J.Heat Mass Transfer , Vol.36 N°6, pp.1149-1156, Pergamon Press plc, 1988

Larson, D., Viskanta, R.,

Transient combined laminar free convection and radiation in a rectangular enclosure. J. Fluid Mech. 78, 65–85.Modest, M.,1993.

Liou, J. Hwang,

Developing heat transfer and friction in a ribbed rectangular duct with flow separation at inlet, ASME J. Heat Transfer 114,565–573, 1992

Mahmud S., Das P.K, Hyder N, Islam A.K.M.S.,

Free convection in an enclosure with vertical wavy walls .Int .J.Thermal Sciences, Vol . 41,pp.440-460,2002

Mulaweh H.I.A.,

Effects of backward- and forward-facing steps on turbulent natural convection flow along a vertical flat plate, Int. J. Thermal Sci. 41 376–385,2002

Nitin D.M and Muralidar K.,

Natural convection heat transfer from a discrete protruding surface .Int .Communication of Heat and Mass Transfer, Vol .23, pp.417-426 ,1996

Ostrach, S.,

Natural convection in enclosures. J. Heat Transfer 110, 1175–1190,1988

Oztop H.F.,

Numerical study of flow and heat transfer in curvilinear ducts , applications of elliptic grid generation , Appl.Math.Comput.168,1749-1460,2005

Paisarn Naphon

Effect of wavy plate geometry configurations on the temperature and flow distributions. International Communications in Heat and Mass Transfer, vol.36 pp. 942–946,2009

Patankar S.V and Spalding D.B.,

A calculation procedure for heat , mass and momentum transfer three –dimensional parabolic flows .Int.J.Mass Transfer, Vol.15,pp.1787-1806, 1972

Patankar S.V

A calculation procedure for two-dimensional elliptic situations .Numerical heat transfer , Vol.4,pp 409-425, 1981

Patankar S.V

Numerical heat transfer and fluid flow .Mc Graw Hill Book Company , 1980

Pretot S.,

Contribution à l'étude de la convection naturelle au-dessus de plaques horizontales de Différentes topographies .Thèse de doctorat de l'université de France Comte .Discipline Physique Chimies, 1999

Prodip.D., Shohel M.,

Numerical investigation of natural convection inside a wavy enclosure», International Journal of Thermal Sciences, 42 397-406,2003

Randrianariska J

Etude de la convection naturelle laminaire dans un liquide contenu dans un récipient Ouvert à fond incliné .Thèse de docteur ingénieur, université de Madagascar, 1988

Rebhi.M,Abdellah .B,Touhami .A,

Simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité à fond sinusoïdal, 12èmes Journées Internationales de Thermique, Tanger Maroc, 2005

Sacadura J.F,

Initiation aux transferts thermiques .CAST-INSA de Lyon, Techniques et Documentations, 4eme tirage 1993

Saidi C., Legaye F., Pruent B.,

Laminar flow past a sinusoidal cavity, Internat. J. Heat Mass Transfer 30 649-660,1987

Subrat D.,

Pressure-velocity formulation to study the effect of protuberance on thermal convection by finite element method .Int .Comm. Heat Mass Transfer , Vol7.,pp.893.903,2003

Yilmaz I, Oztop H.F,

Turbulence forced convection heat transfer over double forward facing step flow, Int. Comm. Heat Mass Transfer 33, 508–517, 2006

Yunus A.,

Heat Transfer a practical approach .International edition, 1998

Webb, B., Viskanta, R., 1987.

Radiation-induced buoyancy-driven flow in rectangular enclosures: experiment and analysis. J. Heat Transfer 109,427–433, 1987

ANNEXE

Présentation du logiciel de calcul

1. Introduction

Avant d'entreprendre la simulation numérique de la convection naturelle laminaire ou turbulente dans une enceinte à l'aide d'un code de simulation numérique, il est utile de préciser ce qu'on peut attendre d'une telle méthode.

La simulation numérique en mécanique des fluides (CFD ; Computational Fluid Dynamics) est reconnue aujourd'hui comme l'un des outils incontournables de conception et est largement utilisée dans l'industrie. Le choix de l'utilisation de telle méthode numérique va dépendre essentiellement du type et de la complexité du problème à résoudre : la nature du fluide, le comportement thermodynamique, la modélisation du milieu et le problème stationnaire ou instationnaire.

Les codes de simulation numérique des écoulements, ou codes CFD (Computational Fluid Dynamics), résolvent les équations régissant les mouvements d'un fluide. Ces équations traduisent la conservation de la masse et de la quantité de mouvement du fluide (équations de Navier-Stokes), ainsi que la conservation de l'énergie. Certains codes sont aussi en mesure de décrire le transport de polluant ou les réactions chimiques au sein d'un fluide. Il existe un grand nombre de codes CFD disponibles (plus d'une centaine), qu'ils soient commerciaux, du domaine public ou encore propre à certaines institutions. Le Tableau IV-1 recense les codes de calcul les plus répandus. On peut observer que l'essentiel des codes utilisent la méthode des volumes finis. Pour notre travail, nous aurons recours au code CFD Fluent, commercialisé par Fluent Incorporated. Nous disposons de la version 6.3. Pour l'usage que nous en avons, il permet de résoudre les équations régissant les mouvements laminaires et turbulents d'un fluide, en dimension 2 ou 3. Les problèmes à résoudre peuvent être en régime permanent et stationnaire.

Nom du code	Origine	Type	Méthode
ARIA	Abacus, Royaume-Uni	Code commercial	volumes finis
ASTEC	Harwell, Royaume-Uni	code commercial	volumes finis
CALC-BFC	Chalmers, Suède	code de recherche	volumes finis
CHAMPION	TUD, Pays-Bas	code de recherche	volumes finis
EOL-3D	INRS, France	code de recherche	volumes finis

EXACT3	NIST, Etats-Unis	code de recherche	volumes finis
FEAT	Royaume- Unis	code commercial	éléments finis
FIDAP	FDI, Etats Unis	code commercial	éléments finis
FIRE	AVL, Allemagne	code commercial	volumes finis
FLOTRAN	Comput flow	code commercial	éléments finis
FloVENT	FLOMERICS, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
FLOW-3D	Harwell, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
FLUENT	Fluent Inc., Etats-Unis	code commercial	volumes finis
JASMINE	BRE-FRS, Royaume Uni	code de recherche	volumes finis
KAMELEON	SINTEF, Norvège	code de recherche	volumes finis
PHOENICS	CHAM, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
SIMULARAIR	AVL, Allemagne	code commercial	volumes finis
STAR-CD	CD, Royaume Uni	code commercial	volumes finis
TEACH-3D	Aalborg, Danemark	code de recherche	volumes finis
TEMPEST	Battelle, Etats-Unis	code de recherche	volumes finis
WISH-3D	TNO, Pays-Bas	code de recherche	volumes finis

Tableau 1 : Codes CFD

2. Principes des codes CFD

Les logiciels de simulation numérique des écoulements basés sur la méthode des volumes finis peuvent maintenant être considérés comme de véritables « expériences numériques », lorsqu'elles sont faites avec soin. L'avantage des « méthodes numériques » est que toutes les quantités physiques liées à l'écoulement (champ de vitesse, champ de pression, contraintes etc.), sont immédiatement disponibles en tout point de l'écoulement.

Dans une expérimentation, l'obtention de ces quantités physiques en tout point du champ est souvent impossible ou très difficile en pratique. Ce pendant, la simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes est encore limité à des nombres de Reynolds modérés.

Les méthodes CFD (Computational Fluid Dynamics) ont l'avantage de mettre en oeuvre les équations générales de la mécanique des fluides avec un minimum des hypothèses. Elles résolvent notamment les équations non-linéaires instationnaires et compressibles.

La discrétisation des équations de Navier-Stokes et de conservation de la masse est faite sur des éléments quadrilatéraux ou triangulaires, réguliers ou non selon la complexité de la géométrie. Elle conduit à un système d'équations non-linéaires couplées. Ce système est résolu de manière itérative.

Le premier travail à accomplir dans la réalisation d'une simulation numérique est la définition d'un maillage adapté à la nature de l'écoulement. En particulier, le maillage doit être fin dans les zones où l'on atteint des gradients physiques très importants. Une connaissance à priori du champ de vitesse tiré d'expériences sur des écoulements similaires est donc utile pour l'établissement du maillage. Le maillage peut être raffiné à partir des résultats obtenus en identifiant les zones de l'écoulement dans lesquelles le calcul ne converge pas parfaitement (par exemple les éléments dans lesquels la condition d'incompressibilité n'est pas complètement satisfaite).

Les équations régissant l'écoulement sont résumées dans le tableau qui suit:

Conservation de la masse	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho.V)$
Quantité de mouvement (Navier-Stokes)	$\frac{\partial}{\partial t}(\rho.V) = \rho F - \text{grad}(p) + \mu \Delta V + \frac{1}{3} \mu \text{grad}(\text{div}(V))$
Quantité de mouvement (Navier-Stokes)	$\frac{D}{Dt}(\rho c_p T) = \Delta(kT) + q + \beta T \frac{Dp}{DT} + \mu \phi$

Tableau 2 : Récapitulatif des équations régissant l'écoulement.

Avant d'entamer la résolution de ces équations, nous devons identifier le régime de l'écoulement laminaire ou turbulent. Il est donné par la valeur du nombre de Rayleigh dans le cas de la convection naturelle. Dans ce travail le régime de l'écoulement est laminaire.

3. Les différentes étapes à suivre pour la modélisation numérique par fluent

Les principales étapes à suivre lors du travail sur le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessitent la connaissance de certaines notions théoriques de base. Ces notions, concernent notamment, les définitions des principales équations régissant l'écoulement.

La résolution numérique par Fluent d'une manière générale, suit les étapes suivantes :

- 1) Création de la géométrie sous le Logiciel GAMBIT ;
- 2) Choix de la stratégie de maillage et création de plusieurs grilles ;
- 3) Définition des conditions aux limites dans GAMBIT ;

- 4) Définition du problème sous le logiciel FLUENT, étude des différentes grilles de maillage et sélection du maillage retenue ;
- 5) Calcul avec FLUENT pour les différents cas retenus ;
- 6) Analyse des résultats obtenus.

4. Présentation de GAMBIT et de FLUENT

La résolution par le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessite la présentation de logiciel GAMBIT.

4.1. GAMBIT

GAMBIT est un logiciel de DAO (Dessin Assisté par Ordinateur) et de génération de maillage. Gambit est un logiciel qui permet de réaliser des géométries en 2D ou 3D et de construire le maillage. Largement répandus dans l'industrie (automobile, aéronautique, spatiale, ...etc.) en raison de son interface graphique puissante, il permet aussi de réaliser tout type de géométries complexes (fixes ou mobiles) associées à des maillages fixes ou adaptatifs.

4.1.1. Choix du maillage

Le choix du maillage est un point essentiel dans la précision et l'exactitude des résultats numériques. Pour ce faire, on doit déterminer les paramètres optimaux et choisir une stratégie de maillage qui répond à nos objectifs, Parmi ces paramètres, on peut citer :

- le nombre de mailles ;
- la distance entre les mailles (concentration des mailles) ;
- la forme de la maille ;
- les paramètres de déformation pour le cas du maillage déformable.

Les différentes formes de maillage des faces montré dans le tableau IV-3:

Type des cellules en 2D La forme de maillage Exemple

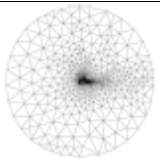
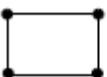
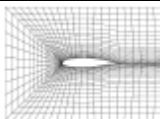
Type des cellules en 2D	La forme de maillage	Exemple
Triangulaire		
Quadrilatérale		

Tableau.3: Les différentes formes de maillage des faces [35].

Aussi il permet de choisir le type de maillage des faces selon les options suivantes:

Option	Description
Map	Crée une grille régulière et structurée des éléments du maillage.
Sub map	Divise une face en plusieurs régions de façon à ce qu'on puisse leur appliquer Map.
Pave	Crée une grille non structurée des éléments du maillage.
Tri primitive	Divise une face en trois régions quadrilatérales et crée un maillage dans chaque région de la face.

Tableau .4 : Description des types de maillages des faces

4.2. FLUENT

FLUENT est un code de calcul pour modéliser les écoulements des fluides et les transferts thermiques dans des géométries complexes. Il peut résoudre des problèmes d'écoulement avec des mailles non structurées, qui peuvent être produites pour des géométries complexes, avec une relative facilité. Les types de mailles supportées sont:

- Des mailles en 2D, triangulaires ou quadrilatérales ;
- Des mailles en 3D tétraédriques/hexaédriques/pyramidales ;
- Des mailles (hybrides) mixtes.

FLUENT est écrit en langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offerte par ce langage (par exemple allocation de la mémoire dynamique).

En outre, il utilise une architecture qui lui permet d'exécuter plusieurs processus simultanément sur le même poste de travail ou sur des postes séparés pour une exécution plus efficace. FLUENT s'utilise à travers une interface graphique, l'utilisateur avancé peut adapter ou augmenter aux besoins l'interface en écrivant des macros et des fonctions de menu, afin d'automatiser certaines procédures.

Ainsi, à titre non exhaustif, FLUENT permet les capacités de modélisation suivantes:

- Ecoulements 2D ou 3D ;
- Ecoulement stationnaire ou instationnaire ;

- Ecoulements incompressibles ou compressibles (subsoniques, transsoniques, Supersoniques ou hypersoniques) ;
- Ecoulements non visqueux, laminaires ou turbulents ;
- Fluide Newtonien ou non ;
- Transfert de chaleur forcé, par conduction, par convection ou les deux (conjugue) ou radiatif ;
- Ecoulements avec changements de phases ;
- Ecoulements en milieu poreux.

Fluent emploie la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement, telle que l'équation de continuité et quantité de mouvement et de l'énergie. En utilisant cette technique basée sur l'intégration des équations sur un volume de contrôle, "Fluent" passe par les étapes suivantes:

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant une grille (maillage) de calcul.

Intégration des équations gouvernantes sur les volumes de contrôle individuels, afin de construire les équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes, les inconnues telles que : vitesses, pressions et températures.

Linéarisation des équations discrétisées et solution du système d'équations linéaires résultant, pour tenir compte des effets turbulents, le logiciel de calcul offre la possibilité de choisir un des modèles de turbulence suivants :

- ✓ Le modèle à une équation de Spalart Allmaras;
- ✓ Le modèle à deux équations $k - \varepsilon$;
- ✓ Le modèle à deux équations $k - \omega$;
- ✓ Modèle de contrainte de Reynolds (Reynolds stress model).

Le choix entre ces modèles se base principalement sur les résultats que donne chacun des modèles suivant les conditions aux limites prédéfinies. Il est vrai qu'un modèle peut donner de meilleurs résultats par rapport à un autre, mais ceci est dû principalement à la nature des cas étudiés et à la correspondance du modèle de turbulence avec les conditions aux limites.

5. Choix des paramètres de FLUENT

La résolution par le logiciel de simulation numérique des écoulements FLUENT nécessite le choix des paramètres essentiels :

5.1. Procédure sous "Fluent"

Une fois le chargement du fichier de maillage (réalisé avec le logiciel GAMBIT) effectué sous "Fluent", nous devons mettre à l'échelle de la géométrie (pour notre cas, on utilise le mètre).

Le logiciel "Fluent" permet aussi de réordonner les noeuds, les surfaces et les cellules en mémoire, de telle façon qu'ils aient la même disposition dans la grille et dans la mémoire et cela pour améliorer les performances du calcul et l'efficacité d'accès à la mémoire (Grid\Reorder).

V.5.2. Simple précision ou double précision

"Fluent" offre deux modes de calcul: le mode "double précision" et le mode "simple précision".

Dans le mode "double précision" : les nombres à virgule flottante sont représentés en utilisant 64 bits, alors que le mode "simple précision" : utilise une représentation à 32 bits. Le revers de cette précision est que le premier mode requiert beaucoup plus de mémoire. En outre, Le mode "double précision" est préconisé, pour les écoulements impliquant des longueurs d'échelles très disparates, comme dans le cas d'un canal très long et mince [34].

5.3. Choix de la formulation du solveur

Sous "Fluent", on peut choisir entre plusieurs formulations du solveur:

➤ La formulation "Segregated", ou isolée (implicite) : Cette formulation résout les équations de continuité, de quantité de mouvement et quand c'est nécessaire celle de l'énergie, séquentiellement, c'est-à-dire isolées les unes des autres (implicite par défaut). Le solveur isolé est classiquement employé pour les écoulements incompressibles à modérément compressibles.

➤ La formulation "Coupled", ou couplée (implicite ou explicite) : Cette option permet aux équations gouvernantes d'être résolues simultanément, c'est-à-dire couplées les unes avec les autres. Cependant, les autres scalaires, tels que les quantités de la turbulence, sont traités isolément. Initialement, ce mode a été conçu pour les écoulements compressibles à grandes vitesses. Ceci lui donne un avantage pour le traitement des écoulements hautement couplés (forte interdépendance entre la densité, l'énergie et les moments) avec des forces de volumes (pare exemple flottabilité et forces de rotation). Il faut signaler que le solveur couplé implicite requiert presque le double de la mémoire qu'utiliserait le solveur isolé, alors que le Solveur couplé explicite vient au milieu, en terme de besoins en ressources, mais converge plus, lentement que la formulation implicite et n'est conseillé que pour les écoulements instationnaire [35].

5.4. Schémas de discrétisation

Sous "Fluent", les variables stockées au centre de la cellule doivent être interpolées aux faces du volume de contrôle. Il est possible de choisir entre différents schémas de discrétisation pour les termes convectifs des équations gouvernantes, alors que les termes visqueux sont automatiquement discrétisés au second ordre pour plus de précision. Il reste que la discrétisation au premier ordre procure une meilleure convergence, alors que le "Second Order Upwind Scheme" est de rigueur pour les écoulements non alignés au maillage.

Aussi, il existe d'autres schémas de discrétisation :

- Le schéma "QUICK" (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinetics) :
il procure une meilleure précision que le schéma au second ordre pour les écoulements rotationnels et tourbillonnaires (Swirling) avec un maillage régulier. Cependant, il ne pas recommandé par un maillage triangulaire. Ce schéma utilisé dans notre étude.
- Le schéma à loi de puissance "Power Law" : il est plus précis que le "First Order Upwind Scheme" pour les écoulements à très bas nombres de Reynolds. _ Le schéma "third-order MUSCL" : il donne plus de précision que les autres schémas [35].

5.5. Choix du schéma d'interpolation de la pression

Dans la plupart des cas, le schéma "Standard" est acceptable pour des écoulements spécifiques. On peut choisir parmi les options suivantes:

- Le schéma force de volume pondéré "Body-Force-Weighted" est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume (pare exemple convection naturelle à haut nombre de Rayleigh). Ce schéma utilisé dans notre étude.
- Le schéma "PRESTO" (Pressure Staggering Option) est approprié pour les écoulements hautement tourbillonnaires à grande vitesse de rotation, ou les écoulements dans des domaines fortement courbés.
- Le schéma au "Second Ordre" est à utiliser pour les écoulements compressibles et pour améliorer la précision en écoulements incompressibles.
- Le schéma linéaire "Linear" est disponible comme alternative dans le cas où les autres options ont des difficultés de convergence ou génèreraient des comportements non physiques.

5.6. Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse

Si les vitesses sont définies aux noeuds d'un volume de contrôle ordinaire (comme les autres scalaires: pression, température), il est démontré qu'un champ de pression hautement non uniforme agira comme un champ uniforme sur les équations de quantité de mouvement discrétisées. La solution passe par la définition des vitesses sur une grille décalée "Staggered grid" et l'emploi d'algorithmes tels que "SIMPLE" pour résoudre ce lien ou couplage entre la pression et la vitesse. La famille des algorithmes "SIMPLE" est essentiellement une procédure "d'estimation et de correction" pour le calcul de la pression sur la "grille décalée" des composantes de la vitesse. "Fluent" propose trois méthodes pour le couplage pression-vitesse (seulement avec la formulation "Segregated") :

- Les deux premières, très similaires, sont la méthode "SIMPLE" (Semi-Implicit Method for a Pressure Linked Equations) et la méthode "SIMPLEC" (SIMPLE Consistent). Cette dernière méthode se différencie de la première par le fait qu'on peut lui assigner un facteur de relaxation (correction) de pression proche de 1, ce qui accélère la convergence dans la plupart des cas, mais peut conduire à des instabilités de la solution. Nous avons entrepris nos simulations avec la méthode "SIMPLE",

- Méthode "PISO" (Pressure-Implicit with Splitting of Operators): Cette méthode fait partie des algorithmes de la famille "SIMPLE". Elle est recommandée pour les écoulements instationnaires ou pour les maillages contenant des cellules très obliques "highly skewed". Après avoir choisi les différents paramètres de FLUENT, on passe à l'étape suivante qui est :

- Lancement des calculs, et l'analyse et l'interprétation des résultats.

6. La forme linéaire de l'équation discrétisée

L'équation du transport du scalaire (3-30) contient la variable inconnue. au centre de la cellule ainsi que les valeurs des cellules voisines, en réalité l'équation (III-30) pour ces inconnues est non linéaire mais elle prend la forme linéaire suivante pour plus de simplification :

$$a_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (5. 1)$$

Où (nb) réfère aux cellules voisines et a_p et a_{nb} sont les coefficients linéaires et ϕ_{nb} le nombre des cellules voisines pour chaque cellule dépend de la topologie de la maille, en général il est égal au nombre des faces qui entourent la cellule.

Pour chaque cellule on aura des équations similaires, ces équations linéaires qui diffèrent par les coefficients a_p et a_{nb} sont résolues comme système linéaire par la méthode implicite

itérative de (Gauss Seidel) avec la conjonction d'une méthode appelée (AMG) (algebraic multi Grid).

7. Sous relaxation

A cause de la nature non linéaire de l'équation qui doit être résolue par Fluent, il est nécessaire de contrôler le changement de variable ϕ . On peut atteindre ce but par la sous relaxation, qui réduit le changement de ϕ produit durant chaque itération. En simple forme, la valeur nouvelle de ϕ pour une cellule définie dépend de la valeur ancienne ϕ_{old} , le changement de ϕ est $\Delta\phi$. et α est le facteur de sous relaxation :

$$\phi = \phi_{old} + \alpha\Delta\phi$$

8. Conditions aux limites

La résolution par une méthode analytique ou numérique de l'équation de transport convecto-diffusif nécessite la détermination de ses conditions initiales et aux limites.

8.1. Condition aux limites utilisée par le code FLUENT

Pour le code Fluent les types disponibles des conditions aux limites sont classées comme suite :

- a) Conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement : pression d'entrée (pressure inlet), vitesse de l'entrée (velocity inlet), débit massique à l'entrée (mass flow inlet), admission (intake), pression de sortie (pressure outlet) ; sortie (outflow), champ de pression lointain (pressure far-field), échappement (exhaust).
- b) Mur et conditions du pôle : mur (wall), axe de symétrie (axis), conditions Périodique, plan de symétrie (symétrie).
- c) Cellules des zones internes : fluide ou solide (de différent type).
- d) Condition des faces internes : ventilation, radiation, mur intérieur. Mais si on parle d'une façon plus générale nous aurons quatre types de conditions aux limites ou chacun d'eux nécessite une étude approfondie :
 - à l'entrée du domaine : la valeur du variable est connue.
 - à la sortie du domaine : soit qu'en connaît la valeur de le variable donné ou on suppose que le régime est établi.
 - à la paroi : soit on connaît la valeur de la variable posée (la vitesse ou la

température par exemple), soit on connaît d'autres grandeurs physiques (gradient de vitesse, flux thermique).

➤ Sur l'axe de symétrie : où le gradient de la variable posé suivant la direction perpendiculaire à l'axe de symétrie est nul.

Conclusion

Nous avons présenté brièvement le code de calcul FLUENT, la méthode de volume fini, les étapes de transformations et de résolution des équations algébriques issues de système physique, également le choix de différents modèles d'interpolations puis les différents types de conditions aux limites offert ce code de calcul.

La résolution qui est effectuée par le logiciel FLUENT donne des résultats qui sont présentés dans le chapitre IV.