

N° d'ordre : 33/ 2008 - M / PH

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENNE



FACULTÉ DE PHYSIQUE

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

EN : PHYSIQUE

Spécialité : Physique Théorique de la Matière et des Hautes Energies

Par : **Rabia AMOUR**

Thème :

**Modèle semi- analytique de l'onde acoustique
non linéaire dans un plasma poussiéreux à
charge variable**

Soutenu publiquement le 07/07/2008, devant le Jury composé de

Mme F. CHAFA- MEKIDECHE	Professeur (USTHB)	Présidente
Mr M. TRIBECHÉ	Maître de conférences (USTHB)	Directeur de thèse
Melle B. ALILI	Maître de conférences (USTHB)	Examinatrice
Mme A. H. HAMICI	Maître de conférences (USTHB)	Examinatrice
Mr M. DJEBLI	Maître de conférences (USTHB)	Examineur

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été entièrement réalisé au sein de l'équipe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté des Sciences- Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB) d'Alger.

Je remercie vivement le **Docteur M. TRIBECHE**, mon directeur de thèse, avec qui j'ai pris grand plaisir à travailler, dans la rigueur et la bonne humeur. Outre la confiance qu'il m'a témoignée, il a constamment suivi la progression de mon travail pour le mener à bien et à terme. Qu'il trouve ici à travers ces quelques lignes l'expression de mon profond respect et de ma très haute considération.

Je remercie vivement le Professeur **F. CHAFA- MEKIDECHE** du Laboratoire de Physique Théorique qui nous a honorés en acceptant de présider le jury de la présente thèse. Sa disponibilité en tant que chef de département nous a été d'un grand apport.

Mes remerciements les plus vifs vont également au **Docteur A. H. HAMICI**, Maître de Conférences du laboratoire de Physique Théorique, au **Docteur B. ALILI**, Maître de Conférences du laboratoire physique des Matériaux, ainsi qu'au **Docteur M. DJEBLI**, Maître de Conférences du laboratoire de Physique Théorique, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury de la présente thèse.

Je remercie **K. AOUTOU** et **S. YOUNSI** pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues et surtout pour leur aide précieuse dans les calculs analytiques et l'intégration numérique des équations de base de notre modèle.

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de notre groupe de recherche (Berbri, Boubakour, Griba, Ghebache, Boumezoued, Mayout et Benzekka) et à ceux de l'équipe de Physique du Solide avec lesquels nous avons beaucoup interagi.

Que tous mes amis et mes collègues de la Faculté de Physique soient remerciés pour leur amitié et disponibilité.

Finalement, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon père, ma mère, mes sœurs, mes frères et à tous mes proches pour leur inestimable affection, leur soutien et leurs encouragements sans cesse renouvelés. A tous ces derniers, j'exprime ma reconnaissance et ma profonde gratitude.

Table des matières

Introduction	4
1 Physique des Plasmas Complexes ou Poussiéreux	8
1.1 Propriétés des plasmas	8
1.2 Eléments de la théorie des plasmas	9
1.3 Eléments de la théorie fluide	10
1.4 Propriétés des plasmas poussiéreux	11
1.5 Charge des grains de poussière	14
1.5.1 Collection des particules	14
1.5.2 Emission photo-électrique	14
1.5.3 Emission secondaire des électrons	14
1.6 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux . .	16
1.6.1 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA)	17
1.6.2 Mode acoustique poussiéreux (DA)	18
1.7 Equation de Korteweg de Vries	18
1.8 Equation cinétique de Vlasov	21
2 Onde acoustique poussiéreuse dans un plasma complexe à charge variable	23
2.1 Présentation physique du problème	23
2.2 Potentiel solitaire associé à un plasma poussiéreux électriquement appauvri	24
2.3 Onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma complexe à charge variable	29
2.3.1 Modèle de Ma et Liu	29
2.3.2 Modèle semi-analytique	33
2.4 Extension du modèle au cas d'un plasma complexe à charge variable en présence d'ions piégés	38

2.4.1	Analyse du pseudo- potentiel et conditions d'existence des solitons . .	40
2.4.2	Résultats numériques	42
3	Ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'ions non thermiques	52
3.1	Présentation physique du problème	52
3.2	Equations de base du modèle	53
3.2.1	Equation de la charge du grain de poussière	55
3.2.2	Solution analytique dans le cas $I_e + I_i \simeq 0$	56
3.2.3	Analyse du Potentiel de Sagdeev et conditions d'existence des solitons	56
3.2.4	Résultats numériques et discussion	58
3.2.5	Cas $I_e + I_i \neq 0$	63
	Conclusion	68
	Bibliographie	74

Introduction

Généralement, il est admis que 99% de la matière de l'univers est à l'état plasma, milieu composé de particules neutres, d'ions et d'électrons. Un plasma se définit donc comme étant un gaz électrisé dont les atomes sont dissociés en ions à charge positive et en électrons à charge négative. Les atmosphères, les nébuleuses et la majeure partie de l'hydrogène interstellaire sont à l'état plasma. Notre planète est elle même entourée d'un plasma à une distance comprise entre 90 et 500km de sa surface. Cette couche facilite et rend possible les communications radio et est responsable de l'apparition des aurores boréales. Dans le voisinage immédiat de notre planète, les ceintures de Van Allen et le vent solaire sont autant d'autres exemples de l'abondance du plasma. D'un autre côté, dans notre vie quotidienne, le nombre d'exemples d'états plasma est quelque peu limité et restreint. Nous citerons, à titre d'exemple, les gaz conducteurs à l'intérieur des tubes fluorescents tels les tubes à néon, les propulseurs spatiaux et les plasmas couramment utilisés dans l'industrie notamment en micro- électronique. Il est utile de noter que n'importe quel gaz ionisé ne se trouve pas forcément à l'état plasma. Un gaz présente toujours un certain degré d'ionisation. Ce n'est qu'au moment où la concentration des particules chargées provoque une charge d'espace capable de limiter le libre parcours moyen des ions et des électrons que les caractéristiques du gaz changent de manière significative. Un plasma se définit comme étant un gaz quasi- neutre composé de particules chargées et de particules neutres qui exhibent un comportement collectif. Lorsque les particules chargées se meuvent dans un plasma, des concentrations locales de charge positive et de charge négative sont générées au sein de ce plasma. Ces concentrations, et donc ces charges d'espace, donnent naissance à des champs électriques. En outre, le mouvement des particules chargées génère des courants et crée, par conséquent, des champs électromagnétiques. Ces champs électromagnétiques affectent et perturbent le mouvement d'autres particules chargées qui à leur tour peuvent influencer le reste des particules du plasma. En fait, toute perturbation affectant la neutralité d'un plasma provoque de forts champs électromagnétiques qui tendent à la restaurer. La façon la plus naturelle

d'obtenir un plasma est de chauffer un gaz jusqu'à ce que l'énergie moyenne des particules soit comparable à l'énergie d'ionisation de l'espèce considérée.

La définition d'un plasma telle que énoncée ci-dessus peut s'avérer, à bien des égards, incomplète et restrictive. En effet, un plasma réel contient toujours des impuretés chargées communément appelées poussières. La présence de ces extra particules, dont les dimensions sont de l'ordre du micron, rend la nature du système plasma beaucoup plus complexe et beaucoup plus difficile à cerner. Un plasma poussiéreux (*dusty plasma*) est un gaz de basse température, complètement ou partiellement ionisé, comprenant des électrons, des ions et une composante additionnelle de grains de poussière chargés et extrêmement massifs. Au cours de ces dernières années, les plasmas poussiéreux ont suscité un large et profond regain d'intérêt à cause de leur rôle, parfois prépondérant, dans certaines applications technologiques, spatiales et astrophysiques. Les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, le milieu interplanétaire, les nuages interstellaires, les queues et chevelures des comètes, les anneaux planétaires, les boucles solaires et les nuages moléculaires interstellaires (nébuleuses Orion, Coalsack, Horsehead, Eagle). Ils sont aussi présents dans les dispositifs de laboratoires et les procédés industriels. La lumière zodiacale, la troposphère arctique, la mésosphère polaire, les gaz d'échappement d'une fusée, la flamme d'une chandelle, ...etc sont autant d'autres exemples de plasmas poussiéreux. La présence de grains de poussière d'origine météorique a d'ailleurs été détectée dans la mésosphère terrestre à des altitudes allant de 80 à 100 km grâce à des mesures directes de sonde. Au vu des nouveaux phénomènes qu'ils introduisent et font intervenir, tels que la fluctuation de la charge électrique, l'appauvrissement électronique et la dissipation anormale de l'énergie, ces grains de poussière massifs et hautement chargés peuvent modifier les propriétés intrinsèques du plasma traditionnel à deux composantes. De nouveaux modes et de nouvelles instabilités peuvent alors apparaître. En réalité, la physique des plasmas poussiéreux n'a connu son essor que grâce à la découverte de l'onde acoustique poussiéreuse (un nouveau mode), de l'onde acoustique ionique (mode acoustique ionique habituel modifié par la présence des grains de poussière ou impuretés) et à la cristallisation coulombienne des grains de poussière dans les plasmas fortement couplés. Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut équivaloir plusieurs milliers de fois celle de l'électron. La charge du grain de poussière provient généralement d'un concours de plusieurs processus physiques tels que la collection des électrons et des ions du plasma ambiant, l'émission photo-électronique dans les milieux radiatifs, l'émission électronique secondaire, l'émission par ions énergétiques,...etc. Dans les plasmas de laboratoire de basses

températures, la collection des électrons et des ions semble être le mécanisme de charge le plus dominant. Récemment, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas poussiéreux ont porté sur la variation de la charge des grains de poussière et les modifications que ce nouveau phénomène peut apporter. Pour cela, un formidable arsenal expérimental a été mis sur pied pour l'étude des ondes, des instabilités et du processus de charge dans les plasmas poussiéreux. Par ailleurs, les ondes acoustiques et acoustiques ioniques poussiéreuses ont été intensément étudiées et ont donné, parfois, lieu à de larges débats contradictoires. Le phénomène de variation de la charge du grain modifie considérablement les conditions d'existence et de réalisation de ces deux "nouveaux" modes. De nos jours, la physique des plasmas complexes ou poussiéreux connaît une activité intense et particulière. Cet intérêt toujours croissant a donné lieu depuis le début des années 90 à une littérature considérable, riche et variée. Beaucoup de livres sont apparus au cours de ces vingt dernières années traitant soit d'un aspect particulier, soit donnant une vue d'ensemble. L'importance et l'impact d'une telle discipline en rapide évolution est à rechercher certainement dans les domaines de l'astrophysique et des décharges à basses températures utilisées dans les procédés industriels de traitement et de fabrication.

Le présent mémoire de Magister s'inscrit dans le cadre général de la modélisation des plasmas complexes à charge variable. En particulier, il se propose d'établir un modèle semi-analytique pour l'analyse de l'existence et de la formation de certaines structures cohérentes et dissipatives (solitons et ondes de choc) associées à un plasma complexe à charge variable. Ces structures non linéaires, solutions du système d'équations Vlasov- Poisson, représentent les états saturés d'un plasma poussiéreux instable, non collisionnel et loin de son équilibre thermodynamique. Cette saturation est due au concours de deux phénomènes qui agissent parfois de concert et parfois concurremment : la non- isothermalité des particules (piégeage ou accélération) et celui de la fluctuation de la charge électrique des grains de poussière. L'accent sera alors mis sur les propriétés non linéaires de l'onde acoustique poussiéreuse solitaire associée à différents modèles de plasma. Notre modèle semi- analytique, dont les équations de base reposent sur une relation entre la charge du grain de poussière et le potentiel plasma exprimée en termes d'une fonction transcendante dite de Lambert, a été en fait motivé par les limitations inhérentes à un modèle déjà existant. Le présent mémoire de Magister est composé des chapitres suivants.

Dans le premier chapitre de cette thèse, nous définirons les concepts de base d'un plasma et introduirons les équations du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser. Nous décrirons ensuite les plasmas complexes ou poussiéreux, rapporterons leurs propriétés et in-

sisterons sur les phénomènes qui les caractérisent tels les processus de charge, l'appauvrissement électronique et l'apparition de nouveaux modes d'onde.

Le deuxième chapitre de cette thèse sera consacré au rappel des deux modèles bien connus de l'onde acoustique poussiéreuse de Mamun *et al.* (plasma poussiéreux électroniquement appauvri) et de Ma et Liu (plasma poussiéreux à charge variable). Nous introduirons alors notre solution analytique que nous généraliserons au cas d'ions non isothermiques, piégés dans le potentiel associé à l'onde acoustique poussiéreuse.

Le troisième et dernier chapitre de la présente thèse portera sur l'étude semi-analytique de l'onde acoustique poussiéreuse non linéaire dans un plasma complexe à charge variable, composé de grains fluides, d'électrons Maxwelliens et d'une population d'ions énergétiques non thermiques. Nous rechercherons alors dans quelle mesure et sous quelles conditions la variation de la charge du grain et la présence des ions non thermiques peuvent-ils affecter et modifier le mode acoustique poussiéreux. La charge du grain de poussière n'étant plus constante, il nous sera alors nécessaire d'établir une autre équation qui tiendra compte d'un degré de liberté additionnelle : la dynamique de la charge du grain. Celle-ci deviendra une nouvelle variable dynamique dont nous tiendrons compte de manière self-consistante. Pour ce faire, les courants de charge électronique et ionique seront calculés moyennant des fonctions de distribution et des sections efficaces collisionnelles appropriées. Nous montrerons alors que la variation de la charge peut causer une dispersion et une dissipation, dites anormales, qui de concert avec les non linéarités du système, contribuent à la formation de structures cohérentes hautement localisées (Solitons) et dissipatives (Ondes de choc).

Nous terminerons notre manuscrit par une conclusion et une présentation succincte de nos perspectives.

1

Physique des Plasmas Complexes ou Poussiéreux

1.1 Propriétés des plasmas

Un plasma peut être caractérisé par sa température électronique, notée T_e , et sa densité notée n_e . T_e et n_e peuvent varier respectivement de 0.1 à 10^6 eV et de 1 à 10^{18} cm $^{-3}$ selon la nature (astrophysique ou de laboratoire) et les différentes applications du plasma. Dans un plasma, la plus petite distance au delà de laquelle le champ électrique produit par une charge est écranté de façon significative s'appelle longueur de Debye λ_D . Cette distance peut être déduite de l'équation de Poisson autour d'une charge en prenant une distribution de Maxwell- Boltzmann pour les électrons et les ions qui entourent la particule test. Pour un plasma de densité n_0 et de température $k_B T_e$, cette distance vaut

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_0 e^2}} \quad (1.1)$$

où k_B représente la constante de Boltzmann. Par conséquent, si L est une grandeur caractéristique de la dimension du plasma, celle-ci devra satisfaire la condition triviale suivante

$$\lambda_D \ll L \quad (1.2)$$

Le nombre de particules chargées N_D que comporte une sphère de Debye

$$N_D = n_0 \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \gg 1 \quad (1.3)$$

devra alors être très grand pour que le caractère collectif des particules du plasma soit important. Le second critère auquel doit satisfaire un gaz à l'état plasma a trait aux collisions des particules chargées avec les particules neutres : les effets dus à l'interaction électromagnétique doivent prédominer devant ceux dus aux collisions binaires entre particules chargées et neutres. En d'autres termes, cela veut dire que le mouvement d'une particule chargée dans un plasma est déterminé, en premier lieu, par la présence d'une charge d'espace. Par conséquent, la fréquence caractéristique des oscillations plasma ν et le temps de vol d'une particule chargée entre deux collisions avec les particules neutres τ , doivent vérifier la condition suivante

$$\nu\tau \gg 1 \quad (1.4)$$

1.2 Eléments de la théorie des plasmas

Dans un plasma, les électrons et les ions suivent des trajectoires aléatoires et se meuvent avec de grandes vitesses. Une charge positive quelconque, placée à l'origine de notre référentiel, attire les électrons et repousse les ions, créant ainsi un nuage électronique dans son voisinage immédiat. On parle alors d'écrantage de Debye, car au delà d'une certaine distance, appelée longueur de Debye, le champ électrique créé par cette charge test sera annihilé et ne sera plus ressenti par le reste des particules chargées. A l'aide de l'équation de Poisson

$$\nabla^2\phi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{e}{\varepsilon_0}(n_e - n_i) \quad (1.5)$$

et moyennant les densités de particules suivantes

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right) \quad (1.6)$$

$$n_i = n_{i0} \quad (1.7)$$

il est aisé de montrer (dans l'approximation $\left|\frac{e\phi}{k_B T_e}\right| \ll 1$) que le potentiel ϕ s'écrit comme

$$\phi = \phi_0 \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda_{De}}\right) \quad (1.8)$$

avec

$$\lambda_{De} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_{e0} e^2}} \quad (1.9)$$

Il apparaît alors que la décroissance du potentiel électrostatique créé par une charge est plus rapide dans un plasma que dans le vide ($\propto \frac{1}{r}$) : c'est le phénomène d'écrantage de Debye (*Debye shielding*) propre aux plasmas.

1.3 Eléments de la théorie fluide

Il existe une théorie dite "théorie fluide" qui considère le plasma comme un fluide se mouvant avec une vitesse u . La masse totale et la quantité de mouvement d'un volume V d'un plasma de densité ρ sont données par

$$M = \int_V \rho dV \quad (1.10)$$

$$\mathbf{P} = \int_V \rho \mathbf{u} dV \quad (1.11)$$

Les équations du modèle fluide peuvent être déduites en explicitant les lois de conservation de la masse et de l'impulsion

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad (1.12)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV = \sum \mathbf{F} \quad (1.13)$$

\mathbf{F} représente l'ensemble des forces externes (pesanteur, pression, forces électriques...etc) qui s'exercent sur l'élément de volume V . L'application du théorème de la divergence et de celui du gradient permet d'obtenir les deux équations fluides suivantes

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{u}) = 0 \quad (1.14)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{u}_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) - \frac{\nabla p}{m_\alpha n_\alpha} + \mathbf{g} \quad (1.15)$$

$\alpha = i, e$ dénote l'espèce de particules considéré et \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{g} et p représentent respectivement le champ électrique, le champ magnétique, l'accélération de la pesanteur et la pression. La première équation, dite équation de continuité pour un fluide, représente la conservation de la masse. La seconde, dite équation de mouvement, rend compte de l'ensemble des forces externes auxquelles est assujettie le fluide. Dans le but d'avoir autant d'équations que d'inconnues, nous complétons le système précédent à l'aide de trois équations supplémentaires : une équation d'état qui relie la pression et la densité

$$\frac{d(p_\alpha n_\alpha^{-\gamma})}{dt} = 0 \quad (1.16)$$

et deux équations de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.17)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.18)$$

qui relie le champ électrique \mathbf{E} et le champ magnétique \mathbf{B} . Les deux autres équations de Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.19)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.20)$$

où ρ représente maintenant la densité de charge électrique, n'apportent pas d'informations supplémentaires et peuvent être considérées comme conditions initiales des deux premières.

1.4 Propriétés des plasmas poussiéreux

Un plasma poussiéreux est composé de molécules de gaz neutres, d'électrons, d'ions et de grains de poussières chargés et massifs (comparés aux ions). Une telle mixture de plasma et de poussière possède trois échelles de longueur caractéristiques. Ce sont le rayon du grain de poussière r_d , la longueur de Debye poussiéreuse λ_D , et la distance moyenne inter-granulaire d . Cette dernière est reliée à la densité numérique n_d des grains par la relation $n_d d^3 \sim 1$. La longueur de Debye λ_D d'un plasma poussiéreux est donnée par [1]

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \quad (1.21)$$

où $\lambda_{De,i} = (T_{e,i}/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ représente la longueur de Debye électronique (ionique), $T_e(T_i)$ la température électronique (ionique) exprimée en unité d'énergie, $n_{e0}(n_{i0})$ la densité électronique (ionique) à l'équilibre et e la charge élémentaire. Dans le cas où $T_e \sim T_i$ et $n_{e0} \sim n_{i0}$, λ_{De} est de l'ordre de λ_{Di} tandis que pour $T_e \gg T_i$ et $n_{i0} \succ n_{e0}$, nous avons $\lambda_D \sim \lambda_{Di} \gg \lambda_{De}$. Dans un plasma poussiéreux typique, r_d est généralement très petit devant λ_D . Lorsque $r_d \ll \lambda_D < d$, le grain de poussière peut être traité d'un point de vue dynamique de la particule, et dans ce cas nous parlons de plasma poussiéreux contenant des grains de poussière isolés. D'un autre côté, les effets collectifs entre grains chargés deviennent importants et significatifs lorsque $r_d \ll d < \lambda_D$. Dans ce cas, les particules de poussière chargées peuvent être assimilées à des particules ponctuelles massives semblables à des ions à charge multiple dans un plasma à plusieurs espèces. La condition de quasi-neutralité de la charge électrique dans un plasma poussiéreux dont les grains portent une charge négative s'écrit sous la forme

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0} n_{d0} \quad (1.22)$$

n_{j0} est la densité numérique des particules d'espèce $j(e, i, d)$ et Z_{d0} le nombre de charges non perturbées résidant sur la surface du grain. Lorsque la majeure partie des électrons du

plasma ambiant est collectée par les grains de poussière, la condition de quasi neutralité précédente (1.22) peut être réécrite sous la forme $n_{i0} \approx Z_{d0}n_{d0} \gg n_{e0}$. Cependant, Il est important de noter que l'appauvrissement électronique ($n_{e0} \rightarrow 0$) ne peut être complet [2] étant donné que la valeur minimale du rapport entre les densités électronique et ionique est égale à $(m_e/m_i)^{1/2}$ lorsque le potentiel de la surface du grain tend vers zéro. Dans ce cas, le plasma poussiéreux peut être approximativement considéré comme un plasma à deux composantes comprenant des grains de poussière chargés négativement entourés d'ions à charge positive. Une telle situation est aussi bien commune dans les anneaux de Saturne que dans les décharges de laboratoire. D'un autre côté, dans les plasmas poussiéreux thermiques ou irradiés à l'aide de rayons ultraviolets, les grains émettent des électrons et, par conséquent, peuvent acquérir une charge positive. Dans ce cas, l'écrantage des grains positifs sera assuré par les électrons et à l'équilibre nous aurons $n_{e0} \approx Z_{d0}n_{d0}$. Dans le cas d'une géométrie sphérique, la solution de l'équation de Poisson linéarisée

$$\nabla^2 \phi_d - \frac{1}{\lambda_d^2} \phi_d = 0 \quad (1.23)$$

est donnée par [3]

$$\phi_d(r) = \phi_g(r_0) \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r-r_0}{\lambda_d}\right) \quad (1.24)$$

ϕ_d est dit potentiel de Debye- Hückel ou potentiel de Yukawa, $\phi_g(r_0)$ est le potentiel du grain à $r = r_0$ et la longueur de Debye effective du plasma poussiéreux est donnée par [4] (incluant les effets de la fluctuation de la charge du grain)

$$\lambda_d = \frac{\lambda_D}{(1 + f_d \nu_2 / \nu_1)^{1/2}} \quad (1.25)$$

où

$$f_d = 4\pi n_{d0} \lambda_D^2 r_d \quad (1.26)$$

$$\nu_1 = (r_d / \sqrt{2\pi}) [(\omega_{pi} / \lambda_{Di}) + (\omega_{pe} / \lambda_{De}) \exp(e\phi_s / T_e)] \quad (1.27)$$

est la fréquence de relaxation de la charge du grain due aux variations du potentiel ϕ_s de la surface du grain

$$\nu_2 = (r_d / \sqrt{2\pi}) [(\omega_{pi} / \lambda_{Di})(1 - e\phi_s / T_i) + (\omega_{pe} / \lambda_{De}) \exp(e\phi_s / T_e)] \quad (1.28)$$

est la fréquence associée aux variations des courants de charge dues à l'existence du potentiel oscillant et ω_{pi} (ω_{pe}) représente la fréquence plasma ionique (électronique). Le terme $f_d \nu_2 / \nu_1$ est dû à la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière [5]. Dans un plasma

poussiéreux, les grains de poussière peuvent être soit faiblement ou fortement corrélés. Ceci dépendra essentiellement de la valeur du rapport

$$\Gamma = \frac{(Z_{d0}e)^2}{dT_d} \exp(-k) \quad (1.29)$$

où T_d représente la température des grains de poussière et $k = d/\lambda_d$. Un plasma poussiéreux peut alors être considéré faiblement corrélé aussi longtemps que $\Gamma \leq 1$. Toutefois, lorsque $\Gamma \gg 1$, les micro-sphères de poussière chargées interagissent fortement et la formation de réseaux dits de Coulomb devient alors possible. Les plasmas poussiéreux fortement couplés sont créés dans les décharges dans les plasmas de laboratoire à basse températures pour l'étude de la formation et de la dynamique des cristaux poussiéreux. On peut aussi les trouver dans les expériences d'implosion par laser et dans les systèmes colloïdaux. Il arrive souvent que des arguments selon lesquels un plasma poussiéreux est similaire à un plasma à plusieurs espèces d'ions soient présentés. Cependant, cette assertion doit être réfutée car la présence, dans un plasma, de grains de poussière chargés et massifs produit de nouveaux phénomènes collectifs sur des échelles de temps et de longueur complètement différentes de celles du plasma habituel à deux composantes (électrons + ions). A titre d'exemple, citons le cas de l'onde acoustique poussiéreuse (DAW) [6] pour laquelle la masse du grain fournit l'inertie alors que les forces de rappel proviennent de la pression des électrons et des ions considérés, pour la circonstance, de masse négligeable. Ceci est dû au fait que la fréquence de l'onde DA est extrêmement basse. Dans les décharges de laboratoire, la fréquence de la DWA varie typiquement de 10 à 20 Hz et des images vidéo du front d'onde de la DWA sont réalisables [7]. En outre, la dynamique de la fluctuation de la charge du grain [8], [5] ainsi que les interactions entre grains peuvent donner lieu à de nouveaux effets collectifs [9]. Les distributions de masse et de forme du grain peuvent également introduire de nouveaux effets [10]. Par ailleurs, il existe dans les plasmas poussiéreux une onde dite de réseau [11] dont la contrepartie n'existe que dans les solides [12]. De plus, les plasmas poussiéreux peuvent supporter une grande variété de structures non linéaires telles que les ondes de choc acoustiques poussiéreuses [13], les ondes de choc acoustiques ioniques poussiéreuses [14], les cônes de Mach [15], et les structures en vortex [16]. Notons enfin que dans un plasma poussiéreux fortement couplé, il est possible d'avoir de nouvelles forces d'attraction (Wakefield [17], interaction dipolaire [18]) et des phénomènes de transition de phase relatifs aux cristaux poussiéreux [19]. Ces derniers, à l'inverse de ceux de l'état solide, peuvent avoir des propriétés inhabituelles: la charge du grain peut atteindre des milliers de fois la charge

élémentaire, des énergies d'interaction de l'ordre de 900 eV et des épaisseurs de couche de l'ordre du millimètre.

1.5 Charge des grains de poussière

La charge d'un grain de poussière trouve son origine dans une variété de processus. Ces derniers, jouent un rôle très important dans la physique des plasmas. Parmi ces processus, nous citerons le bombardement de la surface du grain à l'aide des électrons et des ions du plasma de base, l'émission photo-électrique, l'émission thermoélectronique, l'émission électronique secondaire [20]-[23]...etc.

1.5.1 Collection des particules

Dans ce cas, les électrons atteignent la surface du grain de poussière avant les ions (l'énergie thermique des électrons est supérieure à celle des ions). Le grain acquiert une charge négative à laquelle correspond un potentiel de surface négatif. Dès que ce dernier atteint une valeur seuil critique, les électrons sont repoussés à la faveur de l'attachement des ions positifs. Ceci se traduit par un décroissement du courant de charge électronique et un accroissement du courant ionique. Le phénomène inverse se produit lorsque le potentiel à la surface du grain est positif.

1.5.2 Emission photo-électrique

Quand un flux de photons d'énergie $h\nu$ (plus grande que la fonction de travail photoélectrique du grain de poussière) atteint la surface du grain, cette dernière émet des photoélectrons. Ces derniers peuvent alors être capturés par un autre grain. La photo-émission dépend de la longueur d'onde des photons incidents, de l'importance de la surface du grain de poussière et de sa nature.

1.5.3 Emission secondaire des électrons

Lorsqu'une particule énergétique du plasma (électron ou ion) entre en collision avec un grain de poussière, celle-ci perd de l'énergie de manière totale ou partielle. Cette énergie permet à certains électrons de quitter la surface du grain. La libération de ces électrons secondaires peut contribuer à rendre positive la charge du grain. Ce processus est connu sous le nom d'émission secondaire des électrons.

Notons que chaque processus de charge n'est significatif que dans certaines circonstances particulières. A titre d'exemple, dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la charge des grains est généralement négative car la collection des particules du plasma de base représente le processus de charge dominant. Ce processus dépend des sections efficaces de charge qui elles mêmes sont déterminées à partir du paramètre d'impact. Leurs expressions, dans le cas des électrons et des ions, sont données respectivement par

$$\sigma_e(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 + \frac{2eq_d}{r_d m_e v^2} \right) \quad (1.30)$$

$$\sigma_i(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 - \frac{2eq_d}{r_d m_i v^2} \right) \quad (1.31)$$

pour $v^2 \succ 2e|q_d|/r_d m_e = v_*^2$, alors que pour $v^2 \prec v_*^2$, $\sigma_e(q_d, v)$ est simplement nulle. Ici $v = |\mathbf{v}|$ et q_d représente la charge du grain de poussière. Les électrons, eu égard à la charge négative du grain de poussière, doivent acquérir une vitesse minimale pour pouvoir atteindre la surface du grain. L'équation d'évolution de la charge du grain de poussière est alors donnée par

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_d \cdot \nabla \right) q_d = I_e + I_i = I_d(q_d) \quad (1.32)$$

où

$$I_d(q_d) = \sum_{s=e,i} q_s \int v \sigma_s(q_d, v) f_s(\mathbf{v}) d^3 \mathbf{v} \quad (1.33)$$

est le courant plasma de charge, \mathbf{v} le vecteur vitesse du grain, $q_{e(i)} = -e(e)$ et $f_s(\mathbf{v})$ représente la fonction de distribution des vitesses de la particule d'espèce s . Lorsque le plasma est en équilibre thermodynamique, la fonction de distribution des vitesses f_s est dite de Maxwell- Boltzmann et est donnée par

$$f_{s0} = n_{s0} \left(\frac{1}{2\pi v_{ts}^2} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{1}{2v_{ts}^2} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)^2 \right] \quad (1.34)$$

où \mathbf{v}_0 représente la vitesse de dérive entre le plasma de base et les grains de poussière, n_{s0} la densité à l'équilibre des particules d'espèce s et $v_{ts} = (T_s/m_s)^{1/2}$ leur vitesse thermique correspondante. En supposant les vitesses de dérive des électrons et des ions beaucoup plus petites que leurs vitesses thermiques respectives, les expressions des courants électronique et ionique à l'équilibre sont données par [3]

$$I_{e0} = -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp \left(\frac{eq_{d0}}{r_d T_e} \right) \quad (1.35)$$

$$I_{i0} = \pi r_d^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} n_{i0} \left(1 - \frac{eq_{d0}}{r_d T_i} \right) \quad (1.36)$$

D'un autre coté, si la vitesse de dérive v_0 des ions est plus grande que leur vitesse thermique, l'expression du courant ionique est donnée par

$$I_{i0} \simeq \pi r_d^2 e n_{i0} v_0 \left(1 - \frac{2e\phi_g}{m_i v_{i0}^2} \right) \quad (1.37)$$

Pour des valeurs quelconques et arbitraires de v_0 , l'expression de I_{i0} est quelque peu compliquée. A l'équilibre

$$I_{e0} + I_{i0} = 0 \quad (1.38)$$

et il devient alors possible d'obtenir la relation

$$v_{te} \exp\left(\frac{e\phi_g}{T_e}\right) = \frac{n_{i0}}{n_{e0}} v_{ti} \left(1 - \frac{e\phi_g}{T_i} \right) \quad (1.39)$$

à partir de laquelle il devient aisé de déterminer le potentiel ϕ_g de la surface d'un grain de poussière isolé. Initialement, les électrons animés de vitesses thermiques nettement plus grandes que celles des ions sont les premiers à être collectés par le grain. Ce dernier étant électriquement flottant, sa surface acquiert un potentiel ϕ_g négatif qui repoussera les électrons et accentuera la collection des ions. Notons que la charge moyenne d'un grain de poussière, q_d , est reliée à son potentiel de surface ϕ_g par

$$q_d = C\phi_g \quad (1.40)$$

C est la capacité du grain. Cette dernière, dans le cas d'un grain isolé et de forme sphérique, est simplement égale au rayon r_d du grain et donc $q_d = r_d\phi_g$. Ce modèle est applicable à des grains suffisamment éloignés l'un de l'autre (en comparaison avec la longueur de Debye λ_D du plasma poussiéreux).

1.6 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux

Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut équivaloir plusieurs milliers de fois la charge élémentaire. Sa présence dans le plasma peut altérer et modifier les modes normaux habituels de ce dernier et/ou donner naissance à de nouveaux modes. Dans cette section, nous rapporterons de manière succincte l'essentiel des travaux d'un groupe de chercheurs de l'université de l'Iowa [24] sur les modes susceptibles de se propager dans un tel plasma. On se limitera aux deux modes acoustiques qui ont fait l'objet d'une intense investigation : le mode acoustique poussiéreux (DA, un nouveau mode

identifié au début des années 90) et le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA, mode acoustique ionique habituel modifié par la présence dans le plasma de grains de poussière). La relation de dispersion linéaire des ondes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux magnétisé a été obtenue à l'aide du modèle fluide que D'Angelo a introduit au début des années 90 [25]. Le terme "basses fréquences" désigne des fréquences de l'ordre de, ou plus petites que f_{ci} et f_{pi} la gyrofréquence et la fréquence plasma de l'ion.

1.6.1 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA)

C'est le mode acoustique ionique habituel avec, cependant, quelques modifications introduites par la présence de grains de poussière chargés négativement [25], [26]. Ce mode est caractérisé par la bande de fréquence kV_{td} , $kV_{ti} \ll \omega \ll kV_{te}$ (où $V_{tj} = \sqrt{k_B T_j / m_j}$ représente la vitesse thermique de l'espèce j) dans laquelle les électrons suivent une distribution de Maxwell-Boltzmann alors que les ions et les grains de poussière sont respectivement inertiels et immobiles ($m_d \rightarrow \infty$). Les grains de poussière, dans ce cas de figure, jouent le rôle d'un fond neutralisant (participent à la quasi-neutralité du plasma). Sa relation de dispersion est alors donnée par

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_i}{m_i} + \frac{T_e}{m_i(1 - \varepsilon Z_d)} \right]^{1/2} = C_{s,d} \quad (1.41)$$

$C_{s,d}$ est la vitesse acoustique ionique modifiée. La vitesse de phase de l'onde augmente à mesure que la concentration relative des grains, $\varepsilon = n_{d0}/n_{i0}$, augmente. Pour s'en rendre compte, il suffit de linéariser l'équation de mouvement des ions et de l'écrire sous la forme

$$m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t} = - \left(T_i + \frac{T_e}{1 - \varepsilon Z_d} \right) \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \quad (1.42)$$

où la relation de Boltzmann a été utilisée pour exprimer le champ électrique de l'onde E_1 en termes de $\frac{\partial n_{e1}}{\partial t}$. Le terme $m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t}$ est la force par unité de volume agissant sur un élément fluide ionique en présence de la perturbation de l'onde. Le terme de droite est la force acoustique de rappel par unité de volume. Cette dernière augmente à mesure que la valeur de ε augmente. Un accroissement de la force de rappel donne alors lieu à une augmentation de la vitesse de phase de l'onde. Physiquement, comme le nombre d'électrons collectés par la surface des grains va en augmentant, il y en aura de moins en moins de "disponibles" pour contrecarrer et neutraliser les perturbations de la charge d'espace ionique. D'ailleurs, le terme $T_e/(1 - \varepsilon Z_d)$, comme relevé par certains auteurs, peut être perçu comme étant une température électronique effective. Ce mode a été observé expérimentalement dans la gamme de fréquence 3-5 KHz.

1.6.2 Mode acoustique poussiéreux (DA)

C'est un nouveau mode acoustique de très basse fréquence. Dans ce cas, la vitesse de phase est beaucoup plus petite que la vitesse thermique des électrons et des ions $kV_{td} \ll \omega \ll kV_{te}$, kV_{ti} . Dans cette gamme de fréquences les électrons et les ions suivent une distribution de Maxwell Boltzmann. Par conséquent, la dynamique du grain de poussière doit être prise en compte et les inerties de l'électron et de l'ion peuvent alors être négligées. Sa relation de dispersion est alors donnée par [6]

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_d}{m_d} + \varepsilon Z_d^2 \frac{T_i}{m_d} + \frac{1}{1 + (1 - \varepsilon Z_d) T_i / T_e} \right]^{1/2} = C_{DA} \quad (1.43)$$

C_{DA} représente la vitesse acoustique poussiéreuse. Pour le maintien et l'entretien de ce mode, l'inertie est fournie par les grains de poussière alors que la force de rappel est due aux pressions électronique et ionique. Un tel résultat peut être aisément obtenu en linéarisant l'équation de mouvement du grain (avec $T_d = 0$)

$$m_d n_{d0} \frac{\partial v_{d1}}{\partial t} = - \left(T_e \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} + T_i \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \right) \quad (1.44)$$

Les fréquences de ce mode observées sont de l'ordre 10-20 Hz. En résumé, les deux relations de dispersion précédentes peuvent être réécrites sous la forme suivante

Mode DIA

$$\omega^2 = k^2 C_{s,d}^2 \quad (1.45)$$

Mode DA

$$\omega^2 = k^2 C_{DA}^2 \quad (1.46)$$

1.7 Equation de Korteweg de Vries

La non linéarité et la dispersion sont les propriétés caractéristiques les plus importantes d'un plasma. C'est pourquoi, nous allons introduire et discuter une équation différentielle partielle (EDP) non linéaire classique, connue sous le nom d'équation de Korteweg- de Vries (KdV). Celle-ci apparaît dans une variété de situations physiques et est donnée par [27]

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + aU \frac{\partial U}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.47)$$

où ξ et τ sont des variables indépendantes, a et b des constantes réelles non nulles et U une grandeur caractéristique du plasma (densité, potentiel, vitesse fluide...etc). L'équation (1.47) est à la fois non linéaire et dispersive, le terme convectif $U \partial U / \partial \xi$ traduit la non

linéarité tandis que $\partial^3 U / \partial \xi^3$ reflète la dispersion. Historiquement, l'équation (1.47) fut établie par Korteweg et de Vries en relation avec un problème d'ondes de surface dans un canal d'eau à profondeur finie. Plus tard, Gardner et Morikawa [28] établirent une équation analogue à partir d'un modèle hydro- magnétique de plasma froid pour décrire le comportement de perturbations se propageant perpendiculairement à un champ magnétique avec une vitesse proche de celle d'Alfven. D'autres auteurs montrèrent que (1.47) pouvait aussi bien décrire la propagation unidimensionnelle d'ondes acoustiques dans les cristaux que fournir une description faiblement non linéaire de perturbations sonores se propageant à une vitesse voisine de celle du son [29]. Et c'est à partir de là et dans un effort de généralisation que Su et Gardner [30] montrèrent que (1.47) pouvait s'appliquer à une large classe de systèmes dispersifs et faiblement non linéaires à l'instar de l'équation de Burgers dans les milieux dissipatifs et faiblement non linéaires. L'équation (1.47) peut être réécrite sous la forme généralement rencontrée dans la littérature

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.48)$$

moyennant les changements de variables $\xi \rightarrow \xi b^{1/3}$ et $U \rightarrow U/ab^{-1/3}$. Notons que pour des ondes acoustiques ioniques se propageant avec une vitesse proche de celle du son, le terme $U \partial U / \partial \xi$ de l'équation (1.48) provient du terme non linéaire convectif $\mathbf{v}_i \cdot \nabla v_i$ de l'équation de mouvement des ions. Remarquons que si le terme dispersif $\partial^3 U / \partial \xi^3$ est omis dans l'équation (1.48), alors l'équation $\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0$ admettra comme solution

$$U(\xi, \tau) = U(\xi - U(\xi, \tau), 0) \quad (1.49)$$

Celle- ci indique que toute perturbation initiale se déformera de manière continue dans les régions où $\partial U(\xi, 0) / \partial \xi < 0$ et éventuellement deviendra physiquement inacceptable. En réalité, le terme dispersif de l'équation (1.48) limite et prévient cette déformation illimitée. Avant d'aller plus loin, il convient de discuter les solutions solitaires de l'équation (1.48). A ce propos, moyennant le changement de variable $\chi = \xi - c\tau$ où c est une constante, l'équation (1.48) peut être deux fois intégrée pour obtenir

$$\left[\frac{dU(\chi)}{d\chi} \right]^2 = \frac{1}{3} U^2(\chi) [3c - U(\chi)] \quad (1.50)$$

où les conditions aux limites $U(\chi) \rightarrow 0$, $dU(\chi)/d\chi \rightarrow 0$ et $d^2 U(\chi)/d\chi^2 \rightarrow 0$ lorsque $|\chi| \rightarrow 0$ ont été utilisées. L'équation (1.50) peut alors être intégrée pour donner

$$U(\xi - c\tau) = 3c \operatorname{Sech}^2 \left[\sqrt{c/2} (\xi - c\tau) \right] \quad (1.51)$$

Dans l'équation (1.51), la hauteur, la largeur et la vitesse du pulse sont proportionnelles à c , $c^{-1/2}$ et c respectivement. De nombreuses études numériques [31], [32] de l'équation (1.48) indiquent que les solutions en ondes solitaires (soliton) données par (1.51) jouent un rôle intrinsèque dans l'évolution temporelle du système pour une variété de conditions initiales. Pour des données initiales localisées, un nombre fini de solitons émergent avec différentes hauteurs $3c_1, 3c_2 \dots$ etc., chaque soliton se propageant vers la droite. Ces solitons interagissent en préservant leurs identités. Lorsque $\tau \rightarrow \infty$, les solitons se réarrangent dans l'ordre des hauteurs croissantes (le plus grand soliton se trouvant alors à l'extrême droite). L'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation (1.48) a été réalisée par Ikezi et al. [33], [34]. Ils ont alors rapporté l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur une image simplifiée du soliton de Korteweg de Vries. Plus tard, certains auteurs ont tenté de réduire cet écart en prospectant l'effet d'une température ionique finie [35] et l'effet des grandes amplitudes [36]. Un soliton résulte de l'équilibre de deux effets : la non linéarité et la dispersion [37]. La non linéarité en couplant différents modes (ω_1, k_1) , (ω_2, k_2) donne naissance à d'autres modes d'ordre supérieur $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$. Ce processus donne lieu au phénomène bien connu de la déformation de l'onde (wave steepening) : le bord d'attaque de l'onde se déforme à mesure que la perturbation se déplace. Au cas où elle ne serait pas stoppée par un quelconque autre phénomène physique, cette déformation donne lieu au déferlement de l'onde : en une position x donnée, l'amplitude de l'onde prend différentes valeurs, une situation qui est non physique. La dispersion est justement l'un des phénomènes qui préviennent le déferlement et l'empêchent de se produire. Considérons deux modes normaux quelconques du plasma, (ω_1, k_1) , (ω_2, k_2) . Ces deux modes, par définition, satisfont la relation de dispersion $D(\omega_{1,2}, K_{1,2}) = 0$. A cause de la dispersion, l'onde de battement (the beat wave) $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$ peut ne pas satisfaire la relation de dispersion $D(\omega_{1,2}, K_{1,2}) \neq 0$ et donc ne constituera pas un mode normal du système. Le couplage non linéaire à des ordres supérieurs est alors stoppé. La non linéarité et la dispersion sont donc les ingrédients nécessaires pour l'obtention de solutions en soliton dans le cas d'une onde non linéaire. Cependant, quoique la plupart des ondes dans les plasmas présentent de la dispersion et que le plasma lui-même se comporte comme un milieu non linéaire, seulement un nombre restreint d'ondes est connu pour admettre des solutions en soliton. Les ondes acoustiques ioniques exhibent de telles solutions localisées et ont été largement investies tant sur le plan théorique qu'expérimentale. D'ailleurs la redécouverte de l'équation de Korteweg de Vries

pour ce type d'onde dans les plasmas a été sans nul doute le premier pas pour démêler quelque peu le domaine très ardu des phénomènes non linéaires [38].

1.8 Equation cinétique de Vlasov

La description fluide des ondes et des oscillations plasma ne convient pas toujours et peut même parfois s'avérer incorrecte. Elle suppose en effet que toutes les particules chargées du plasma interagissent de manière identique avec les champs électromagnétiques self-consistants présents dans le plasma. En fait, le modèle fluide n'est valable que si les vitesses de phase des ondes sont bien plus grandes que les vitesses d'agitations thermiques des particules. Les ondes électrostatiques étant des ondes lentes, leur vitesse de phase peut être voisine de celle d'un nombre significatif de particules. Pour celles-ci, dites particules « résonantes », l'interaction onde-particule est très différente de celle décrite par les équations hydrodynamiques du modèle fluide. Une description correcte de l'interaction doit donc reposer sur l'analyse de l'évolution des fonctions de distribution des vitesses des particules. On doit donc utiliser l'équation cinétique des plasmas. Ces équations contiennent en général des effets de corrélation (ou de collisions). Mais ceux-ci peuvent être séparés de l'effet principal collectif d'interaction des particules avec les champs électromagnétiques self-consistants. Les interactions discrètes entre particules chargées, i.e., les collisions, ne sont pas incluses dans notre analyse, et les interactions collectives sont supposées dominer durant les échelles de temps des phénomènes qui nous intéressent. Il nous est alors possible de décrire notre plasma dans le cadre des équations de Vlassov- Maxwell. Pour cela, chaque composante j du plasma est caractérisée par une fonction de distribution $f_j(x, v, t)$ définie telle que $f_j(x, v, t) dx dv$ représente le nombre de particules d'espèce j localisées dans l'élément de volume de l'espace des phases $dx dv$ centré en (x, v) à l'instant t . Dans la mesure où les corrélations discrètes de la particule sont négligeables, l'évolution de $f_j(x, v, t)$ est régie par l'équation de Vlassov, qui, dans le cas non relativiste, s'écrit sous la forme [27]

$$\frac{\partial f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \frac{\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)}{m_j} \nabla_{\mathbf{v}} f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = 0 \quad (1.52)$$

où m_j représente la masse de la particule d'espèce j . L'équation (1.52) décrit l'évolution incompressible de $f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ dans l'espace des phases (\mathbf{x}, \mathbf{v}) en présence d'une force $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ agissant sur les particules. Cette force est la somme des forces externes et de la force due au champ électrique collectif produit par toutes les particules du plasma. En l'absence de champs externes, la force $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ qui s'exerce sur une particule d'espèce j et de charge q_j

est donnée par

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = -q_s \nabla_s \phi(\mathbf{x}, t) \quad (1.53)$$

où ϕ est le potentiel du champ moyen donné par

$$-\nabla^2 \phi = \sum_j q_j \int f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (1.54)$$

La sommation porte sur toutes les espèces de particules présentes dans le plasma. Cette description qui consiste à traiter les particules du plasma comme interagissant seulement à travers leur potentiel de champ moyen n'est correcte qu'en présence d'un nombre suffisant de particules. Dans le cas inverse, le potentiel individuel de chaque particule devra être considéré (cas d'un problème à plusieurs corps). Le caractère non linéaire du troisième terme de l'équation de Vlassov (1.52) est manifeste. Il fait intervenir la force électrostatique, elle même fonction de f_j . La manière avec laquelle cette non linéarité procède peut être illustrée en notant que la distribution des particules est tributaire du potentiel du champ moyen. Cependant, ce dernier est déterminé par la distribution des particules du plasma. Cet effet « feed-back » va redistribuer les particules du plasma jusqu'à ce qu'une distribution stationnaire (une distribution qui n'évolue pas au cours du temps) soit atteinte. La distribution des vitesses de Maxwell- Boltzmann est un exemple d'état stationnaire par excellence. Les ondes non linéaires à l'image des ondes périodiques (trains d'ondes) est un exemple courant d'état stationnaire avec des distributions de densité de charge non uniformes.

2

Onde acoustique poussiéreuse dans un plasma complexe à charge variable

2.1 Présentation physique du problème

Les oscillations associées aux plasmas poussiéreux ont suscité un grand intérêt durant ces dernières années. De nouveaux modes acoustiques (mode acoustique poussiéreux et mode acoustique ionique poussiéreux) ont alors été mis en évidence. Rao et ses collaborateurs [6] ont été les premiers à avoir rapporté théoriquement l'existence de l'onde acoustique poussiéreuse de faible vitesse de phase dans un plasma poussiéreux non magnétisé, constitué de grains de poussières fluides, d'électrons et d'ions distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann. Ces oscillations, de faible longueur d'onde, apparaissent sur une échelle de temps suffisamment lente. Sous certaines conditions, elles peuvent devenir hautement non linéaires [7]. Le mode acoustique poussiéreux a été observé au cours d'expériences de laboratoire par Barkan et ses collaborateurs [7]. D'un autre côté, Shukla et Silin [26] ont étudié le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) qui représente en fait le mode acoustique ionique habituel (IA) modifié par la présence de grains de poussière massifs et immobiles.

En régime non linéaire ou faiblement non linéaire, il a été démontré par plusieurs auteurs que ces ondes peuvent apparaître sous forme de structures localisées solitaires associées à des potentiels électrostatiques positifs ou négatifs [6], [39]-[42]. Dans leur analyse, certains de ces auteurs ont considéré constante la charge du grain de poussière (les gains sont pratiquement traités comme une composante additionnelle massive). Cependant, la charge d'un grain de poussière est tributaire des variations des courants locaux du plasma et, par conséquent, peut varier. Celle ci devient alors une nouvelle variable dynamique que l'on doit déterminer de manière self consistante.

Dans ce chapitre, nous allons d'abord rappeler de manière succincte les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma poussiéreux électroniquement appauvri. Ce type d'onde a été étudié par Mamun et *al.* [43] dans le cas d'un plasma froid composé uniquement de grains de poussière extrêmement massifs et d'ions supposés obéir à la distribution de Maxwell-Boltzmann. Nous passerons ensuite à l'étude semi-analytique, en termes de la fonction spéciale de Lambert, de l'onde acoustique poussiéreuse dans le cas d'un plasma complexe à charge variable composé d'électrons et d'ions distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann et de grains de poussière fluides extrêmement massifs et de charge négative. Cette étude a été motivée par celle de Ma et Liu [44]. Ces derniers, en négligeant le terme convectif de l'équation de la charge, ont considéré le cas où la somme des courants de charge (électronique et ionique) est égale à zéro ($I_e + I_i = 0$). Nous verrons alors qu'il est possible de tirer profit de l'équation $I_e + I_i = 0$ pour établir une relation exacte entre le potentiel plasma et la charge du grain de poussière. Nous verrons alors, à l'inverse de la solution proposée par Ma et Liu [44], qu'il est possible d'étendre notre étude semi-analytique au cas des ions piégés non isothermiques.

2.2 Potentiel solitaire associé à un plasma poussiéreux électroniquement appauvri

L'appauvrissement électronique est l'une des propriétés les plus remarquables des plasmas poussiéreux. Ce phénomène est dû principalement à la collection préférentielle des électrons (à cause de leur grande mobilité) de la part de la surface du grain de poussière. Pour analyser les propriétés non linéaires et dispersives d'un tel système, Mamun et *al.*[43] ont considéré un plasma composé uniquement de grains de poussière à charge négative et d'ions de température T_i , distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann. A l'équilibre, $n_{i0} = Z_d n_{d0}$ où n_{i0} et n_{d0} désignent respectivement les densités non perturbées des ions et des grains de poussière. Les oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase associées à un tel plasma sont gouvernées par les équations fluides normalisées suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_d - \exp(-\Phi) \quad (2.3)$$

La densité des grains N_d , leur vitesse fluide V_d , le potentiel électrostatique Φ , le temps T et la variable d'espace X sont normalisés par n_{d0} (valeur à l'équilibre), $C_d = (Z_d T_i / m_d)^{1/2}$ (la vitesse acoustique poussiéreuse), T_i / e , $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2)^{1/2}$ (la période plasma poussiéreuse) et $\lambda_{pd} = (T_i / 4\pi n_{d0} Z_d e^2)^{1/2}$ (la longueur de Debye), respectivement. Dans la limite linéaire, il est aisé d'obtenir à partir des équations (2.1)-(2.3) la relation de dispersion de l'onde acoustique poussiéreuse dont la vitesse de phase

$$v_p = \omega/k = C_d / (1 + k^2 \lambda_{Dd}^2)^{1/2} \quad (2.4)$$

se réduit à

$$\omega/k \simeq (Z_d T_i / m_d)^{1/2} \quad (2.5)$$

dans le cas des perturbations de grandes longueurs d'onde. La relation (2.5) indique que l'onde acoustique poussiéreuse, dont l'existence a été prédite par Rao, Shukla et Yu [6] au début des années 90, est entretenue grâce à la pression des ions et à l'inertie des grains de poussière. Dans le but d'étudier les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse de large amplitude, les équations (2.1), (2.2) et (2.3) sont habituellement réécrites en introduisant la variable $\xi = X - MT$, où M est appelé nombre de Mach (vitesse du soliton / C_d). En imposant des conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $V_d \rightarrow 0$, $N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons à partir de (2.1) et (2.2) la relation

$$N_d = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Phi}} \quad (2.6)$$

En portant la relation (2.6) dans l'équation de Poisson (2.3), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par $(d\Phi/d\xi)$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $d\Phi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (2.7)$$

où

$$V(\Phi) = 1 + M^2 - M^2(1 + 2\Phi/M^2)^{1/2} - \exp(-\Phi) \quad (2.8)$$

représente le potentiel de Sagdeev [45] ou Pseudo-potentiel. L'équation (2.7) peut être perçue comme étant l'équation du mouvement d'une pseudo-particule de masse unité, de position Φ et de vitesse $(d\Phi/d\xi)$, oscillant dans un potentiel $V(\Phi)$. Il est aisé de vérifier à partir de l'équation (2.7) que $V(\Phi)$ et $dV(\Phi)/d\Phi$ sont nuls en $\Phi = 0$. Les conditions d'existence d'une solution en onde solitaire de l'équation (2.7) peuvent alors être énoncées comme suit : (i) $(d^2V(\Phi)/d\Phi^2)_{\Phi=0} < 0$ (on dit alors que le point fixe à l'origine est instable),

(ii) Φ admet un extremum (un maximum ou un minimum) non nul noté Φ_m tel que $V(\Phi_m) = 0$, (iii) $V(\Phi) < 0$ lorsque Φ varie de 0 à Φ_m . L'analyse numérique de (2.8) pour différentes valeurs de M montre que le potentiel de Sagdeev ne pourra jamais s'annuler pour toute valeur de $\Phi > 0$ et $M > 1$, écartant ainsi la possibilité d'existence des solitons acoustiques poussiéreux compressifs ($\Phi > 0$). Cependant, une analyse similaire indique que des solitons de raréfaction à potentiel négatif ($\Phi < 0$) existent. Il serait alors souhaitable de voir s'il existe une limite supérieure de M au delà de laquelle les structures solitaires n'existent plus. $\Phi_m = M^2/2$ étant la valeur minimale de Φ pour laquelle la densité des grains est réelle, la condition $V(\Phi_m) \geq 0$ n'est en fait satisfaite que pour $M < 1.58$ (il suffit pour cela de résoudre l'équation $1 + M^2 - \exp(M^2/2) = 0$). Des ondes acoustiques poussiéreuses solitaires d'amplitude finie existent donc pour $1 < M < 1.58$ comme l'indiquent les potentiels de Sagdeev des figures 1 et 2. Leur largeur diminue et leur amplitude augmente à mesure que le nombre de Mach M croît (figure 3).

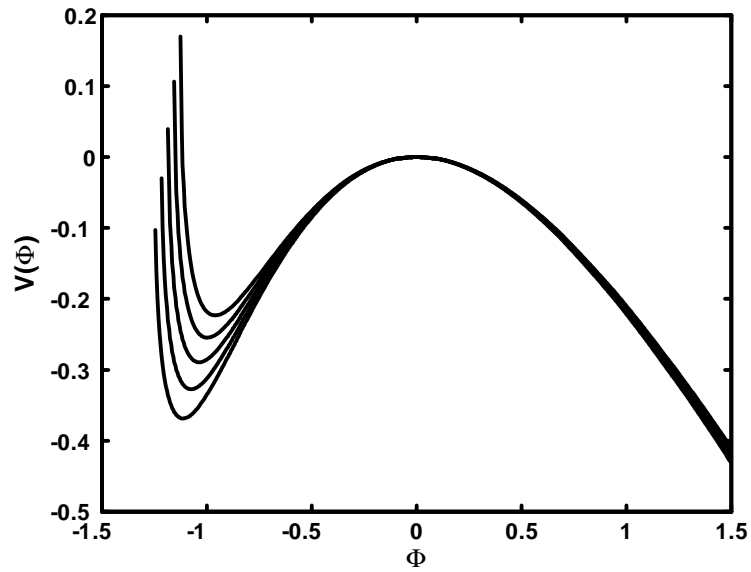


Figure 1 : Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ pour différentes valeurs du nombre de Mach $M = 1.5, 1.52, 1.54, 1.56$ et 1.58 (de haut vers le bas).

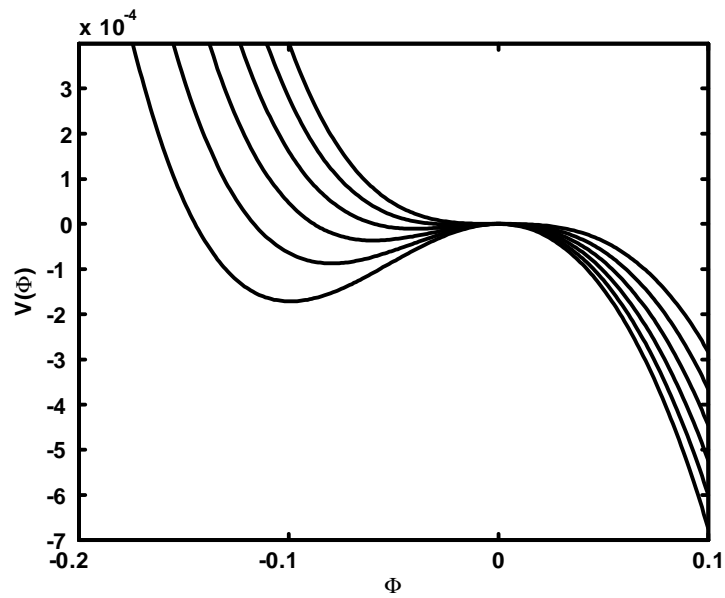


Figure 2 : Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ pour différentes valeurs du nombre de Mach $M = 1.00, 1.01, 1.02, 1.03, 1.04$ et 1.05 (de haut vers le bas).

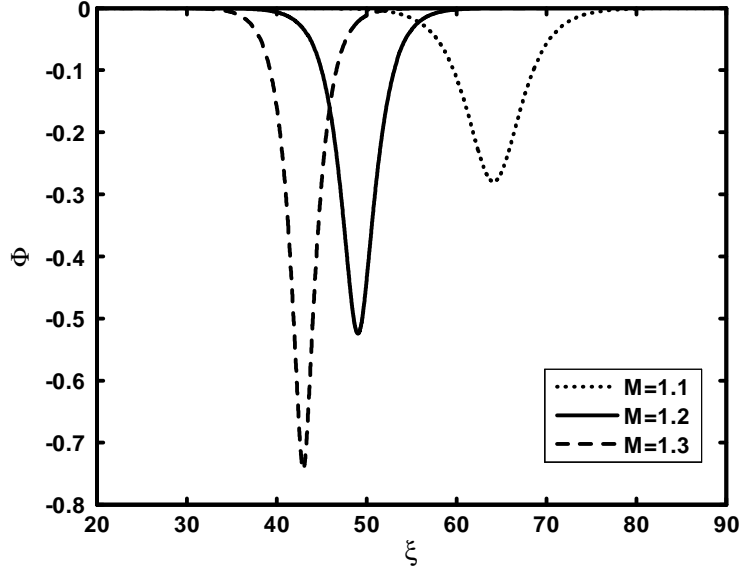


Figure 3 : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs du nombre de Mach M .

Dans le but d'étudier la dynamique des ondes acoustiques poussiéreuses de faible amplitudes ($|\Phi^2| < 2M^2$), nous établissons à partir des équations (2.1), (2.2) et (2.3) l'équation classique de Korteweg-de Vries (K-dV) en utilisant la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [29] ainsi que les variables qu'ils ont introduites $\zeta = \epsilon^{1/2}(X - v_0T)$ et $\tau = \epsilon^{3/2}T$, où ϵ est un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion et v_0 la vitesse du soliton normalisée par C_d . Les variables N_d , V_d et Φ sont alors développées en séries de puissances de ϵ autour de leur valeur d'équilibre

$$\Phi = \epsilon\Phi^{(1)} + \epsilon^2\Phi^{(2)} + \dots \quad (2.9)$$

$$V_d = \epsilon V_d^{(1)} + \epsilon^2 V_d^{(2)} + \dots \quad (2.10)$$

$$N_d = 1 + \epsilon N_d^{(1)} + \epsilon^2 N_d^{(2)} + \dots \quad (2.11)$$

A l'ordre le plus faible en ϵ , les équations (2.1) et (2.2) donnent, $N_d^{(1)} = -\Phi^{(1)}/v_0^2$, $V_d^{(1)} = -\Phi^{(1)}/v_0$ et $v_0 = 1$. A l'ordre suivant, nous obtenons le système d'équations suivant

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \zeta} (N_d^{(1)} V_d^{(1)}) = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \zeta} + V_d^{(1)} \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^2} - \Phi^{(2)} - N_d^{(2)} + \frac{1}{2} (\Phi^{(1)})^2 = 0 \quad (2.14)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} - \Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \zeta} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \Phi^{(2)}}{\partial \zeta^3} = 0$$

dont la solution stationnaire et localisée est donnée [46] par

$$\Phi^{(1)} = \Phi_m^{(1)} \operatorname{sech} h^2 \left[\frac{(\zeta - u_0 \tau)}{\delta} \right] \quad (2.15)$$

où Φ_m et δ représentent respectivement l'amplitude et la largeur du soliton et sont données par $\Phi_m = -3u_0$ et $\delta = \sqrt{2/u_0}$. Comme u_0 (vitesse du soliton) est une quantité positive, l'équation (2.15) confirme en fait que l'onde acoustique solitaire que peut admettre un plasma poussiéreux électroniquement appauvri et dont les ions sont distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann est de nature raréfiative, l'amplitude de cette dernière étant proportionnelle à sa vitesse u_0 . Notons que les solutions faiblement non linéaires conservent, de manière générale, certaines de leurs propriétés lorsque la non linéarité devient importante.

2.3 Onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma complexe à charge variable

2.3.1 Modèle de Ma et Liu

Intéressons nous maintenant au cas où le grain de poussière, sous l'effet des courants de charge électronique et ionique, exhibe des variations de charge self-consistantes. Pour cela, considérons un plasma poussiéreux composé d'électrons, d'ions et de grains de poussière négatifs de densités respectives n_e , n_i et n_d . Dans une échelle de temps liée à la dynamique des grains de poussière, les électrons et les ions peuvent être supposés en équilibre thermodynamique et leurs densités obéir à la loi de Maxwell-Boltzmann

$$n_j = n_{j0} \exp \left(-\frac{q_j \phi}{T_j} \right) \quad (2.16)$$

$j = e, i$ dénote, respectivement, les électrons et les ions, $q_{j=e,i} = \mp e$ leurs charges, T_j leurs températures, ϕ le potentiel électrostatique et n_{j0} la densité à l'équilibre ($\phi = 0$) des particules d'espèce j . Les oscillations acoustiques poussiéreuses associées à un tel plasma peuvent alors être étudiées grâce au modèle introduit par Ma et Liu [44]. Celles-ci sont gouvernées par les équations de continuité, de mouvement et de Poisson suivantes

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_d v_d) = 0 \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} = -(q_d/m_d) \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi [e(n_i - n_e) + q_d n_d] \quad (2.19)$$

où m_d , n_d , v_d et q_d représentent, respectivement, la masse, la densité, la vitesse fluide et la charge électrique des grains de poussière. A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité de la charge électrique requiert $f = n_{i0}/n_{e0} = Z_d n_{d0}/n_{e0} + 1$. Sous leur forme adimensionnelle, les équations (2.17)-(2.19) précédentes deviennent

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial (N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -Q_d \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - f N_i + (f - 1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (2.22)$$

La densité numérique N_s des particules d'espèce s , leur vitesse fluide V_d , le potentiel électrostatique Φ , la charge des grains de poussière Q_d , le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par n_{s0} (leur valeur à l'équilibre), $(Z_d T_e / m_d)^{1/2}$, T_e / e , $r_d T_e / e$, $(m_d / 4\pi n_{e0} Z_d e^2)^{1/2}$ et $(T_e / 4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$.

Dans la théorie standard de la sonde électrostatique (Orbit Limited Motion theory) [47]-[49], la charge du grain de poussière (assimilé donc à une sonde immergée dans un plasma) provient essentiellement de la collecte des électrons et des ions du plasma de base. Ces derniers viennent se greffer sur la surface du grain de poussière. La charge du grain q_d est alors calculée de manière self-consistante à partir de l'équation de son évolution écrite sous la forme

$$v_d \frac{\partial q_d}{\partial x} = I_e + I_i = -e \iiint v \sigma_e(q_d, v) f_e(\mathbf{v}) d^3 v + e \iiint v \sigma_i(q_d, v) f_i(\mathbf{v}) d^3 v \quad (2.23)$$

En réalité, l'équation (2.23) précédente traduit le principe de conservation de la charge électrique. I_e et I_i représentent, respectivement, les courants microscopiques de charge électronique et ionique, $f_{s=e,i}(\mathbf{v})$ la fonction de distribution des vitesses des particules d'espèce s et $\sigma_{s=e,i}$ la section efficace de collision d'une particule chargée d'espèce s avec un grain de poussière. Son expression est donnée par

$$\sigma_{e,i}(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 \pm \frac{2eq_d}{C m_{e,i} v^2} \right) \quad (2.24)$$

où $C = r_d(1 + r_d/\lambda_e) \simeq r_d$ est la capacitance effective du grain, r_d le rayon du grain et $\lambda_e = (T_e/4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$ la longueur de Debye électronique. Le courant électronique I_e est obtenu en moyennant σ_e sur la fonction de distribution des vitesses des électrons supposée, pour la circonstance, de Maxwell-Boltzmann et définie par

$$f_e = n_{e0} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_e v^2}{2T_e} + \frac{e\phi}{T_e} \right) \quad (2.25)$$

Nous obtenons alors [3]

$$\begin{aligned} I_e &= -e \iiint v \sigma_e(q_d, v) f_e(\mathbf{v}) d^3v \\ &= -e 4\pi^2 r_d^2 n_{e0} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \int_{v_{\min}}^{\infty} \left(1 + \frac{2eq_d}{r_d m_e v^2} \right) \exp \left(-\frac{m_e v^2}{2T_e} + \frac{e\phi}{T_e} \right) v^3 dv \\ &= -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \exp \left(\frac{eq_d}{r_d T_e} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Notons que l'intégrale précédente a été effectuée en coordonnées sphériques ($d^3v = v^2 dv \sin \theta d\theta d\varphi$). $v_{\min} = \sqrt{-2eq_d/m_e r_d}$ représente la vitesse minimale que devra acquérir un électron pour pouvoir parvenir à la surface du grain et ainsi vaincre la barrière de potentiel. En procédant de la même manière que précédemment, nous obtenons l'expression du courant ionique [3]

$$\begin{aligned} I_i &= e 4\pi^2 r_d^2 n_{i0} \left(\frac{m_i}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{2eq_d}{r_d m_i v^2} \right) \exp \left(-\frac{m_i v^2}{2T_i} - \frac{e\phi}{T_i} \right) v^3 dv = \\ &\quad \pi r_d^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} n_{i0} \exp \left(-\frac{e\phi}{T_i} \right) \left(1 - \frac{eq_d}{r_d T_i} \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Avant d'aller plus loin, notons d'abord que le temps caractéristique du mouvement d'un grain, dont les dimensions sont de l'ordre du micron, est de l'ordre de quelques dizaines de milli-secondes alors que son temps de charge est typiquement de l'ordre de 10^{-8} s. Le déplacement du grain, durant le temps de charge du grain, est par conséquent négligeable devant l'échelle spatiale de notre problème. Il s'en suit que le processus de charge peut être traité comme un phénomène local et le terme convectif de l'équation (2.23) peut être négligé pour obtenir

$$I_e + I_i = 0 \quad (2.28)$$

En substituant les expressions des courants dans (2.28), nous obtenons la relation

$$\exp \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \exp \left(\frac{e\phi}{T_i} \right) = \frac{n_{i0}}{n_{e0}} \left(\frac{T_i m_e}{T_e m_i} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{eq_d}{r_d T_i} \right) \exp \left(\frac{eq_d}{r_d T_e} \right) \quad (2.29)$$

que l'on peut réécrire sous la forme compacte suivante [44]

$$\Phi = T [A - Q_d + \ln(\sigma - Q_d)] \quad (2.30)$$

où $A = \ln \left[f \sqrt{T_i m_e / T_e m_i} \right]$, $f = n_{i0} / n_{e0}$, $\sigma = T_i / T_e$ et $T = T_i / (T_e + T_i)$.

Dans le but d'étudier les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse solitaire d'amplitude arbitraire susceptible de se propager dans un tel modèle de plasma (grains de poussière fluides, électrons et ions Maxwelliens), les équations (2.20)-(2.22) sont réécrites en introduisant la variable $\xi = X - MT$, où M (vitesse du soliton normalisée) représente le nombre de Mach. Les équations (2.20)-(2.22) deviennent alors

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d(V_d N_d)}{d\xi} = 0 \quad (2.31)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = -Q_d \frac{d\Phi}{d\xi} \quad (2.32)$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\xi^2} = N_e - f N_i + \frac{Q_d}{Q_{d0}} (f - 1) N_d \quad (2.33)$$

En imposant des conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $d\Phi/d\xi \rightarrow 0$, $V_d \rightarrow 0$, $N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons à partir des équations (2.31) et (2.32), l'expression de la densité normalisée des grains suivante

$$N_d = \frac{1}{(1 - 2\chi/M^2)^{1/2}} \quad (2.34)$$

où

$$\chi = \int_0^\Phi Q_d d\Phi \quad (2.35)$$

représente l'énergie potentielle de type électrostatique d'un grain de poussière à charge variable. Celle-ci, en faisant appel à l'équation (2.30) ($d\Phi = T \left[1 + \frac{1}{(\sigma - Q_d)} \right] dQ_d$), peut être réécrite sous la forme

$$\chi = - \int_{Q_{d0}}^{Q_d} Q_d T \left[1 + \frac{1}{(\sigma - Q_d)} \right] dQ_d = \sigma(\Phi + Q_d - Q_{d0}) - T(Q_d^2 - Q_{d0}^2)/2 \quad (2.36)$$

Les équations (2.33) et (2.36) représentent les équations de base du modèle de Ma et Liu [44] pour la description des propriétés non linéaires de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma complexe à charge variable. Cependant et comme nous le verrons plus tard, ce modèle est limité au cas Maxwellien et ne peut décrire le cas où les particules du plasma de base (électrons et ions) dévient de leur équilibre thermodynamique. Motivés par de telles limitations, nous avons alors décidé d'établir un autre modèle semi-analytique qui généralise le modèle de Ma et Liu.

2.3.2 Modèle semi-analytique

En essayant de généraliser le modèle de Ma et Liu, nous nous sommes rendus compte qu'il était en réalité possible d'exprimer la charge du grain de poussière en fonction du potentiel plasma en faisant appel à une fonction transcendante dite de Lambert. Partant de l'équation d'équilibre des courants (2.28), cette dernière admet pour solution

$$Q_d = -W \left\{ \frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp \left[\left(\frac{\sigma+1}{\sigma} \right) \Phi + \sigma \right] \right\} + \sigma \quad (2.37)$$

où $\mu = m_i/m_e$. La fonction W de Lambert [50], [51], appelée aussi fonction Oméga, est la fonction inverse de $g(W) = W \exp(W)$. Plusieurs problèmes en électrostatique ou en mécanique quantique ont été résolus grâce à $W(x)$. Cette dernière n'est réelle que pour $x \succeq -1/e$ et il est aisé de vérifier que l'argument $\frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp \left[\left(\frac{\sigma+1}{\sigma} \right) \Phi + \sigma \right]$ (voir Eq.(2.37)) est toujours positif. A l'équilibre et en l'absence de toute perturbation ($\Phi \rightarrow 0, Q_d \rightarrow Q_{d0}$), l'équation (2.37) requiert

$$Q_{d0} = -W \left\{ \frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp(\sigma) \right\} + \sigma \quad (2.38)$$

Dans la simulation numérique qui va suivre, la valeur de Q_{d0} sera déduite à partir de la relation (2.38) ci-dessus tandis que les valeurs des autres paramètres seront préalablement définies.

En multipliant l'équation (2.33) par $d\Phi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0, d\Phi/d\xi \rightarrow 0$, lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (2.39)$$

où

$$V(\Phi) = 1 - \exp(\Phi) + f\sigma \left[1 - \exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma}\right) \right] + (f-1) \frac{M^2}{Q_{d0}} \left[\left(1 - \frac{2\chi}{M^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (2.40)$$

représente le potentiel de Sagdeev ou Pseudo-potentiel [45] et

$$\begin{aligned} \chi &= \int_0^\Phi Q_d d\Phi = \frac{\sigma}{2(1+\sigma)} \left\{ -2W\left(\frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp\left[\frac{(\sigma+1)\Phi + \sigma^2}{\sigma}\right]\right) - W\left(\frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp\left[\frac{(\sigma+1)\Phi + \sigma^2}{\sigma}\right]\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 2W\left(\frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp[\sigma]\right) + W\left(\frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp[\sigma]\right)^2 + 2(1+\sigma)\Phi \right\} \end{aligned} \quad (2.41)$$

l'énergie potentielle d'un grain de poussière à charge variable. L'équation (2.39) peut être perçue comme étant l'équation du mouvement d'une pseudo-particule de masse unité, de

position Φ et de vitesse $d\Phi/d\xi$, oscillant dans un potentiel $V(\Phi)$. L'analyse de l'équation (2.39) montre que notre modèle de plasma peut supporter des solitons acoustiques poussiéreux (il suffit pour cela d'appliquer les conditions d'existence déjà citées dans la section précédente). L'équation (2.39) est alors intégrée numériquement pour différentes valeurs du nombre de Mach M et du rapport de densités f . La figure 4a indique la formation d'une structure acoustique solitaire de raréfaction dont l'existence est confirmée par le profil en forme de puits du pseudo-potentiel qui lui est associé (Fig.4b). L'amplitude du soliton augmente à mesure que le nombre de Mach M augmente. Les figures 5a et 5b révèlent que les propriétés de cette onde acoustique solitaire dépendent du rapport de densités $f = n_{i0}/n_{e0}$. Une augmentation de f (en fait un appauvrissement électronique) entraîne une augmentation de l'amplitude du soliton et une légère diminution de sa largeur pouvant donner ainsi lieu à l'apparition de solitons de type cornu. Le profil des densités de particules (Fig.6) montre une accumulation des grains de poussière, plus importante que celle des ions, ainsi qu'une déplétion électronique dans la région de localisation du soliton. Ce résultat est la conséquence directe de l'équilibre des forces électrostatiques agissant sur la surface du grain ainsi que de la collecte préférentielle des électrons de la part des grains de poussière.

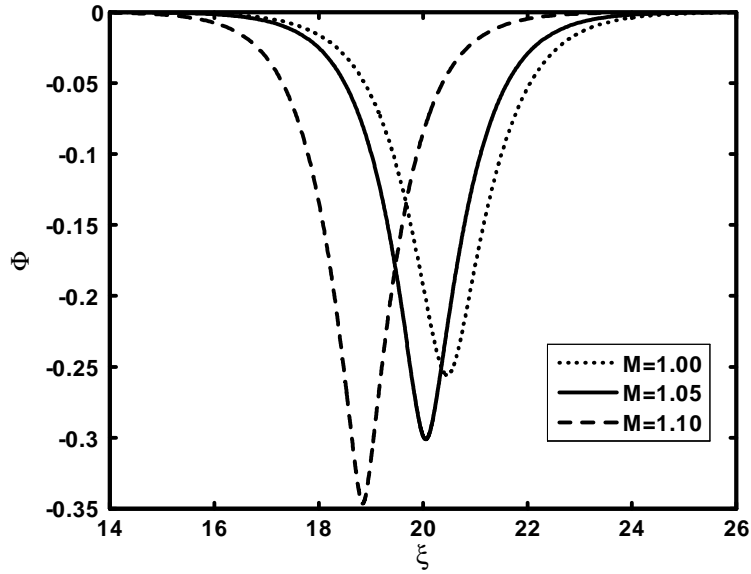


Figure 4a : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs du nombre de Mach M , avec $f = 2$ et $\sigma = 1$.

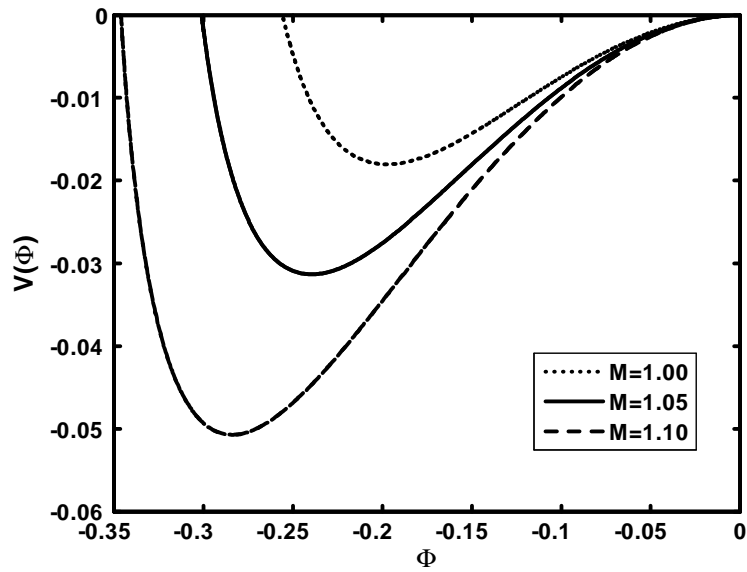


Figure 4b : Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ associé au soliton de la figure 4a pour différentes valeurs du nombre de Mach M , avec $f = 2$ et $\sigma = 1$.

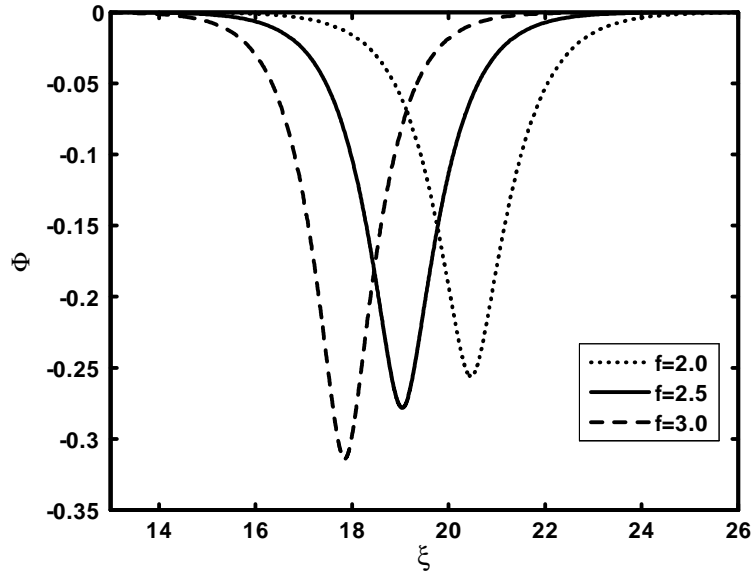


Figure 5a : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs de f , avec $M = 1$ et $\sigma = 1$.

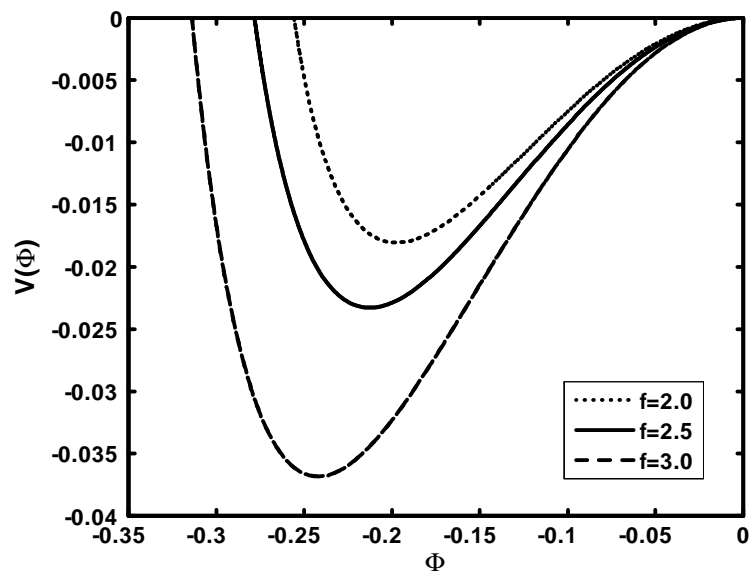


Figure 5b : Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ associé au soliton de la figure 5a pour différentes valeurs de f , avec $M = 1$ et $\sigma = 1$.

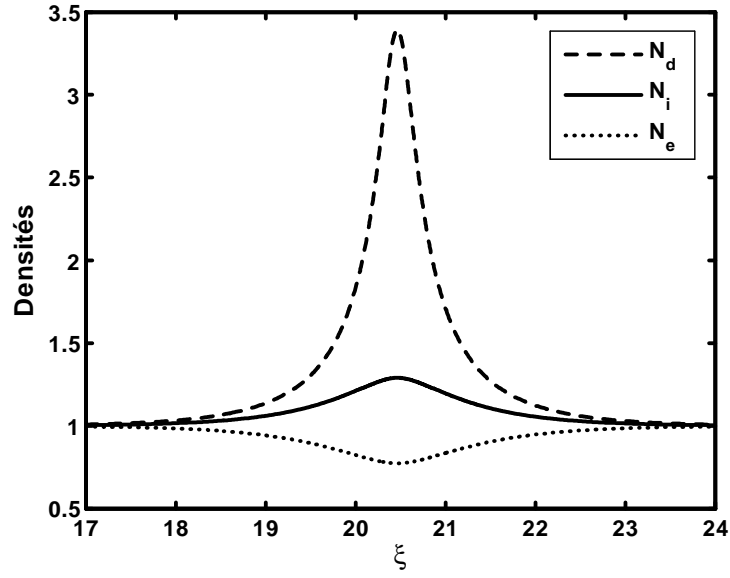


Figure 6 : Profil spatial des densités électronique, ionique et des grains de poussière, avec $M = 1$, $f = 3$ et $\sigma = 1$.

2.4 Extension du modèle au cas d'un plasma complexe à charge variable en présence d'ions piégés

On se propose dans ce qui suit d'étendre notre modèle au cas où les ions dévient de leur équilibre thermodynamique et se trouvent piégés dans le potentiel non linéaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse. Cette extension n'est pas possible dans le cadre du modèle de Ma et Liu [44] car astreint à ne décrire que le cas où les particules du plasma de base sont distribuées selon la loi de Maxwell-Boltzmann. Pour cela, considérons un plasma poussiéreux composé de grains de poussière, d'électrons Maxwelliens et d'une population d'ions dont une partie est piégée dans le potentiel de l'onde acoustique poussiéreuse, de densités respectives n_d , n_e et n_i . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, avoir la même charge q_d , le même rayon et la même masse. Les ondes acoustiques poussiéreuses (DAW) de faible vitesse de phase v_p , associées à un tel modèle de plasma, peuvent alors être décrites par les équations de base fluides suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -Q_d \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - f N_i + (f - 1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (2.44)$$

La densité N_s ($s = i, e, d$), la vitesse fluide V_d , le potentiel électrostatique Φ , la charge des grains de poussière Q_d , le temps T et la variable d'espace X sont normalisés respectivement par n_{s0} , $(Z_d T_e / m_d)^{1/2}$, T_e / e , $r_d T_e / e$, $(m_d / 4\pi n_{e0} Z_d e^2)^{1/2}$ et $(T_e / 4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$, avec $Z_d = r_d T_e / e^2$.

Pour tenir compte des ions dont une partie est piégée dans le potentiel de l'onde de large amplitude, nous utilisons la fonction de distribution ionique de type vortex établie par Schamel [52]

$$f_i = f_{if} + f_{it} \quad (2.45)$$

où

$$f_{if}(x, v_x) = n_{i0} \left(\frac{m_i}{2\pi T_{if}} \right)^{1/2} \exp \left\{ - \left(\frac{m_i v_x^2 / 2 + e\phi}{T_{if}} \right) \right\} \text{ pour } |v_x| > \sqrt{\frac{-2e\phi}{m_i}} \quad (2.46)$$

et

$$f_{it}(x, v_x) = n_{i0} \left(\frac{m_i}{2\pi T_{if}} \right)^{1/2} \exp \left\{ -\beta \left(\frac{m_i v_x^2 / 2 + e\phi}{T_{if}} \right) \right\} \text{ pour } |v_x| \leq \sqrt{\frac{-2e\phi}{m_i}} \quad (2.47)$$

Les indices f et t désignent, respectivement, les ions libres et piégés. Le paramètre β détermine la proportion relative des ions piégés et est défini comme étant $|\beta| = T_{if}/T_{it}$, où T_{if} et T_{it} désignent, respectivement, la température des ions libres et celle des ions piégés. Moyennant la fonction de distribution f_i sur tout l'espace des vitesses

$$\begin{aligned} n_i(\phi) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(x, v_x) dv_x \\ &= \int_{-\infty}^{-\sqrt{-2e\phi/m_i}} f_{if} dv_x + \int_{\sqrt{-2e\phi/m_i}}^{+\infty} f_{if} dv_x + \int_{-\sqrt{-2e\phi/m_i}}^{\sqrt{-2e\phi/m_i}} f_{it} dv_x \end{aligned} \quad (2.48)$$

nous obtenons pour $\beta > 0$

$$N_i = n_i/n_{i0} = \exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf} c\left(\sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}}\right) + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp\left(-\beta\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf}\left(\sqrt{-\beta\frac{\Phi}{\sigma}}\right) \quad (2.49)$$

et pour $\beta < 0$

$$N_i = n_i/n_{i0} = \exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf} c\left(\sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}}\right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}\sqrt{-\beta}} w\left(\sqrt{\beta\frac{\Phi}{\sigma}}\right) \quad (2.50)$$

où

$$\operatorname{erf} c(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt \quad (2.51)$$

et

$$w(x) = \exp(-x^2) \int_0^x \exp(t^2) dt \quad (2.52)$$

représente l'intégrale de Dawson (à ne pas confondre avec la fonction de Lambert que nous désignons par W). En procédant de la même manière que précédemment, nous obtenons à partir de (2.28) la relation qui lie la charge Q_d au potentiel plasma Φ , à savoir

$$Q_d = -W \left\{ \frac{\sqrt{\mu\sigma} N_e \exp(\sigma)}{f N_i} \right\} + \sigma \quad (2.53)$$

où $\mu = m_i/m_e$ et $\sigma = T_i/T_e$. En substituant (2.49) ou (2.50) dans la relation (2.53), nous obtenons

$$Q_d = -W \left\{ \frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \frac{\exp(\Phi) \exp(\sigma)}{\exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf} c\left(\sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}}\right) + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp\left(-\beta\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf}\left(\sqrt{-\beta\frac{\Phi}{\sigma}}\right)} \right\} + \sigma \quad (2.54)$$

pour $\beta > 0$ et

$$Q_d = -W \left\{ \frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \frac{\exp(\Phi) \exp(\sigma)}{\exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf} c\left(\sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}}\right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}\sqrt{-\beta}} w\left(\sqrt{\beta\frac{\Phi}{\sigma}}\right)} \right\} + \sigma \quad (2.55)$$

pour $\beta < 0$. Il est aisé de vérifier que les deux arguments suivants

$$\frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \frac{\exp(\Phi) \exp(\sigma)}{\exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf} c\left(\sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}}\right) + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp\left(-\beta\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf}\left(\sqrt{-\beta\frac{\Phi}{\sigma}}\right)} \quad (2.56)$$

et

$$\frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \frac{\exp(\Phi) \exp(\sigma)}{\exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf} c\left(\sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}}\right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}\sqrt{-\beta}} w\left(\sqrt{\beta\frac{\Phi}{\sigma}}\right)} \quad (2.57)$$

sont toujours positifs quelque soit la valeur de Φ et des autres paramètres. A l'instar du modèle Maxwellien, les deux relations (2.54) et (2.55) satisfont la condition d'équilibre ($\Phi = 0 \rightarrow Q = Q_{d0}$) suivante

$$Q_{d0} = -W \left\{ \frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp(\sigma) \right\} + \sigma \quad (2.58)$$

2.4.1 Analyse du pseudo-potentiel et conditions d'existence des solitons

Dans le but d'étudier les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse solitaire d'amplitude arbitraire en présence des ions piégés, les équations (2.42)-(2.44) précédentes sont réécrites en introduisant le changement de variable $\xi = X - MT$, où M représente le nombre de Mach. Nous obtenons alors le système d'équations différentielles ordinaires suivant

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d(V_d N_d)}{d\xi} = 0 \quad (2.59)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = -Q_d \frac{d\Phi}{d\xi} \quad (2.60)$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\xi^2} = N_e - f N_i + \frac{Q_d}{Q_{d0}} (f - 1) N_d \quad (2.61)$$

à partir duquel nous déduisons l'expression de la densité des grains de poussière

$$N_d = \left(1 - \frac{2\chi}{M^2}\right)^{-1/2} \quad (2.62)$$

où

$$\chi = \int_0^{\Phi} Q_d d\Phi$$

représente l'énergie potentielle d'un grain de poussière à charge variable. L'équation de Poisson (2.61) peut alors s'écrire sous la forme

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Phi}{d\xi^2} = & \exp(\Phi) + \frac{Q_d(f-1)}{Q_{d0}} \left(1 - \frac{2\chi}{M^2}\right)^{-1/2} \\ & - f \left\{ \exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf} c\left(\sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}}\right) + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp\left(-\beta\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf}\left(\sqrt{-\beta\frac{\Phi}{\sigma}}\right) \right\} \end{aligned} \quad (2.63)$$

pour $\beta > 0$, et

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Phi}{d\xi^2} = & \exp(\Phi) + \frac{Q_d(f-1)}{Q_{d0}} \left(1 - \frac{2\chi}{M^2}\right)^{-1/2} \\ & - f \left\{ \exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf} c\left(\sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}}\right) + \frac{2w\left(\sqrt{\beta\Phi/\sigma}\right)}{\sqrt{\pi}\sqrt{-\beta}} \right\} \end{aligned} \quad (2.64)$$

pour $\beta < 0$. En multipliant chaque membre des équations (2.63) et (2.64) par $d\Phi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $d\Phi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (2.65)$$

où $V(\Phi)$ représente le potentiel de Sagdeev et est donné par

$$\begin{aligned} V(\Phi) = & f\sigma \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf} c\left(\sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}}\right) - \frac{1}{\beta^{3/2}} \exp\left(-\beta\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erf}\left(\sqrt{-\beta\frac{\Phi}{\sigma}}\right) \right\} \\ & - \frac{2f\sigma}{\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}} + 1 - \exp(\Phi) + (f-1) \frac{M^2}{Q_{d0}} \left[\left(1 - \frac{2\chi}{M^2}\right)^{1/2} - 1 \right] \end{aligned} \quad (2.66)$$

pour $\beta > 0$, et

$$V(\Phi) = f\sigma \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{w\left(\frac{\sqrt{\beta\Phi/\sigma}}{\beta\sqrt{-\beta}}\right)}{\beta\sqrt{-\beta}} + \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \sqrt{-\frac{\Phi}{\sigma}} \right] \right\} \\ + 1 - \exp(\Phi) + (f-1) \frac{M^2}{Q_{d0}} \left[\left(1 - \frac{2\chi}{M^2}\right)^{1/2} - 1 \right] \quad (2.67)$$

pour $\beta < 0$.

L'équation (2.65) peut être perçue comme étant l'intégrale d'énergie d'une pseudo-particule de masse unité, de vitesse $d\Phi/d\xi$ et de position Φ , oscillant dans un puits de potentiel $V(\Phi)$.

Il est aisé de vérifier à partir des équations (2.66) et (2.67) que

$$V(\Phi = 0) = \left[\frac{dV(\Phi)}{d\Phi} \right]_{\Phi=0} = 0 \quad (2.68)$$

L'équation (2.65) admettra alors une solution en onde solitaire si

$$\left[\frac{d^2V(\Phi)}{d\Phi^2} \right]_{\Phi=0} < 0 \quad (2.69)$$

ou

$$\left[\frac{d^2V(\Phi)}{d\Phi^2} \right]_{\Phi=0} = - \left\{ 1 + \frac{f}{\sigma} + \frac{(f-1)}{M^2} - \frac{(f-1)}{Q_{d0}} \left(\frac{dQ_d}{d\Phi} \right)_{\Phi=0} \right\} < 0 \quad (2.70)$$

Moyennant les expressions (2.54) et (2.55) de Q_d en fonction de Φ , la condition (2.69) peut être réécrite sous la forme

$$- \left\{ 1 + \frac{f}{\sigma} + \frac{(f-1)}{M^2} - \frac{(f-1)}{Q_{d0}} \left[\frac{W(\sqrt{\mu\sigma} \exp(\sigma)/f)(1 + 1/\sigma)}{1 + W(\sqrt{\mu\sigma} \exp(\sigma)/f)} \right] \right\} < 0 \quad (2.71)$$

Notons qu'en vertu des équations (2.66) et (2.67), notre modèle de plasma ne peut admettre que des ondes solitaires de raréfaction ($\Phi < 0$).

2.4.2 Résultats numériques

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. L'équation (2.65) est intégrée numériquement pour différentes valeurs du nombre de Mach M , du paramètre de piégeage β , du rapport de densités f et du rapport de températures σ , grâce à un schéma d'intégration numérique à pas variable. Ce dernier semble être le mieux adapté pour le traitement des problèmes dits "raides" (stiff problems). L'équation (2.65) peut être résolue soit comme un problème aux valeurs limites, soit comme un problème aux valeurs initiales. Par souci de simplicité et compte tenu du fait que la solution ne nous intéresse

que dans le domaine d'intégration, nous avons choisi de la résoudre comme problème aux valeurs initiales avec $\Phi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = -(d\Phi/d\xi)(\xi = 0) = 10^{-12}$. La figure 7a montre la variation spatiale de Φ pour différentes valeurs du nombre de Mach M . Le potentiel électrostatique développe un profil solitaire spatialement localisé. Ce résultat est étayé par la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev (Fig. 7b) qui lui est associé. L'amplitude du soliton augmente à mesure que M augmente. La figure 8 exhibe des résultats qualitativement similaires dans le cas où β est négatif. Les figures 9a-b indiquent qu'au fur et à mesure que les ions dévient de leur équilibre thermodynamique, l'amplitude du soliton décroît alors que sa largeur reste insensible au nombre d'ions piégés présents dans notre modèle de plasma. Les figures 10a-b et 11a-b montrent qu'une augmentation (diminution) de $f(\sigma)$ entraîne un accroissement de l'amplitude du soliton et un rétrécissement de sa largeur. La charge des grains de poussière Q_d (Fig. 12) adopte un profil localisé et devient moins négative à mesure que les ions tendent à restaurer leur équilibre thermodynamique. Cette restauration s'accompagne d'une forte localisation (accumulation) des grains de poussière (Fig. 13), résultat d'un équilibre entre les forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière, et d'un dépeuplement (appauvrissement) des électrons dans la région de localisation du soliton.

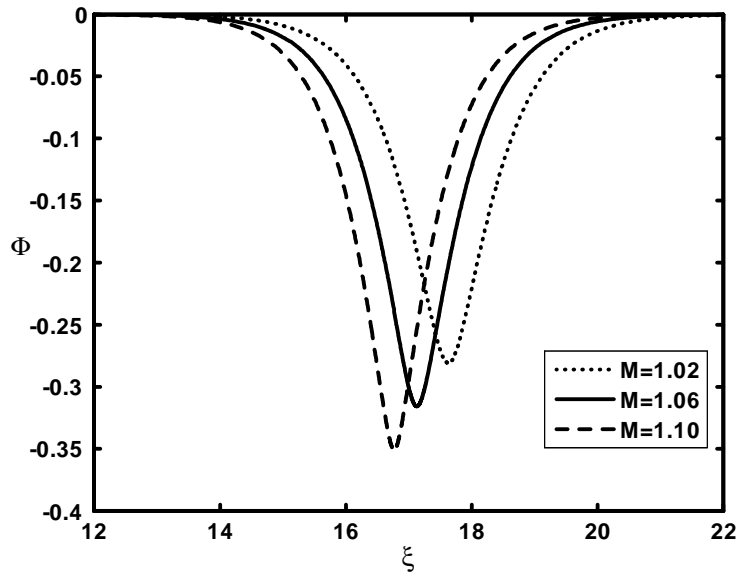


Figure 7a: Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du nombre de Mach M , avec $\beta = 0.4$, $f = 2$ et $\sigma = 0.8$.

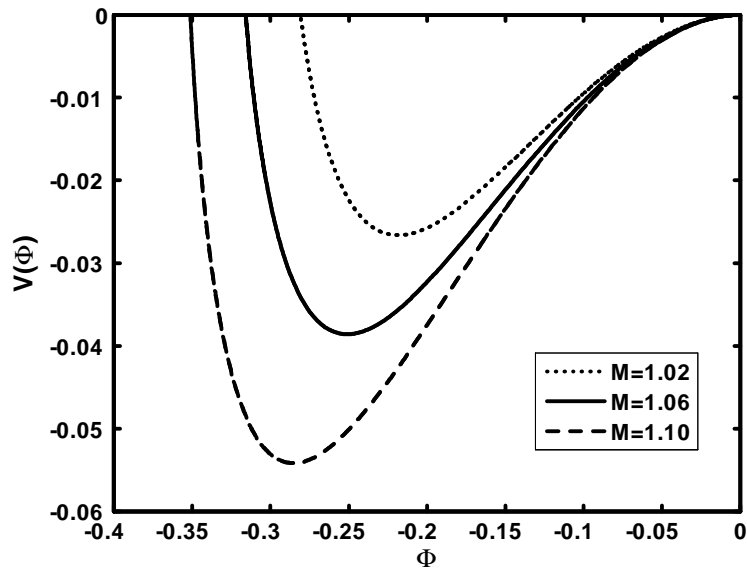


Figure 7b: Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ associé au soliton de la figure 7a pour différentes valeurs du nombre de Mach M .

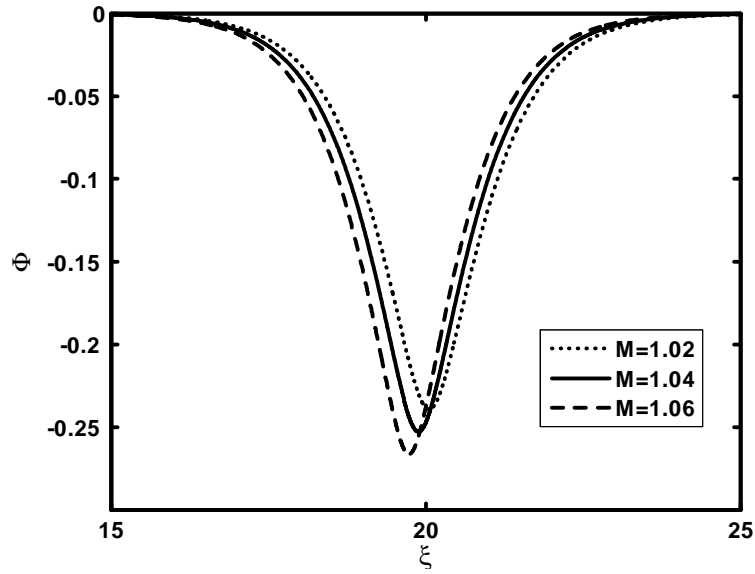


Figure 8: Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du nombre de Mach M , avec $\beta = -0.4$, $f = 1.5$ et $\sigma = 0.9$.

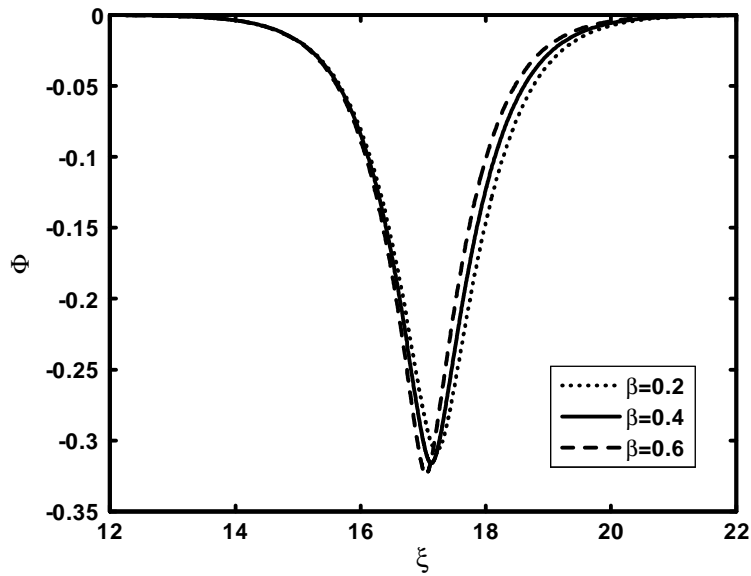


Figure 9a: Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β , avec $M = 1.06$, $f = 2$, $\sigma = 0.8$ et $Q_{d0} = -1.94$.

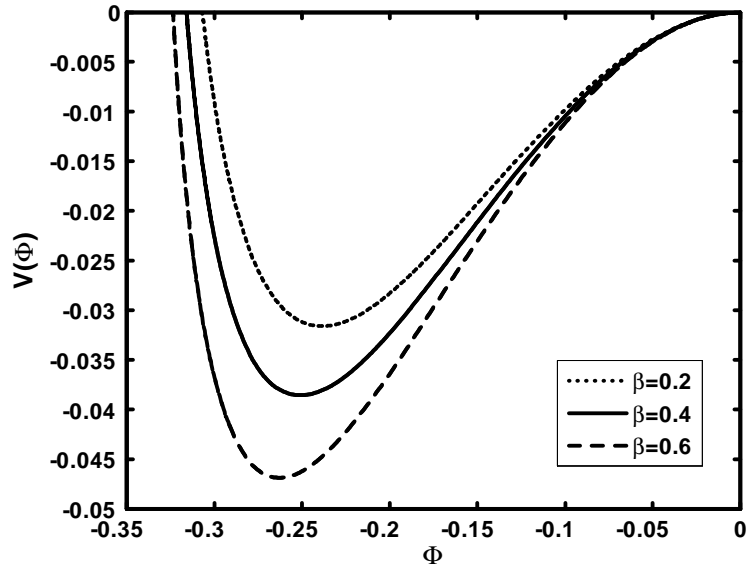


Figure 9b: Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ associé au soliton de la figure 9a pour différentes valeurs du paramètre du piégeage β .

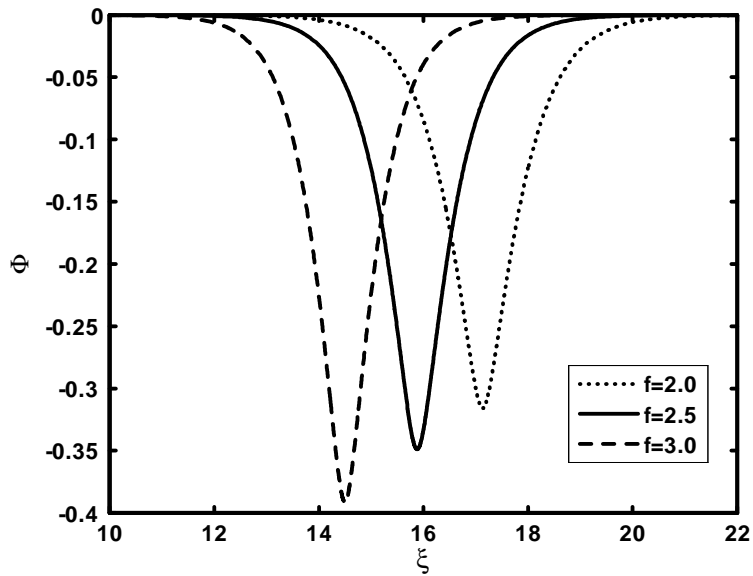


Figure 10a: Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs de f , avec $M = 1.06$, $\beta = 0.4$ et $\sigma = 0.8$.

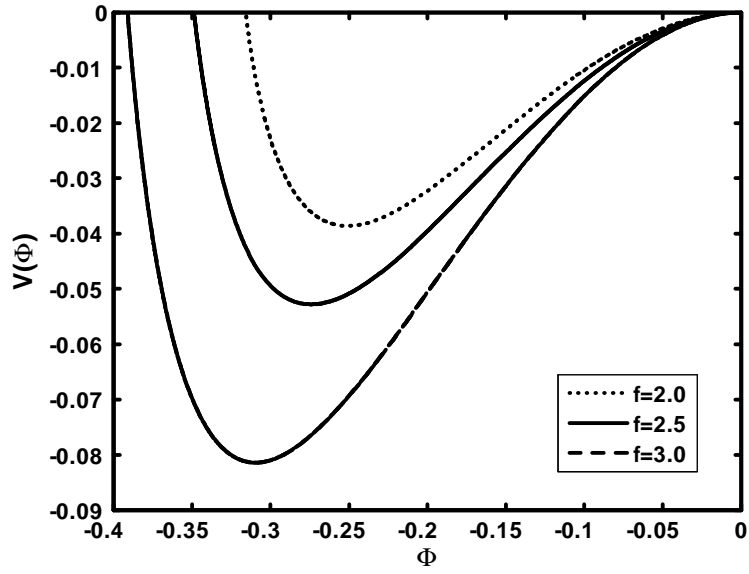


Figure 10b: Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ associé au soliton de la figure 10a pour différentes valeurs de f .

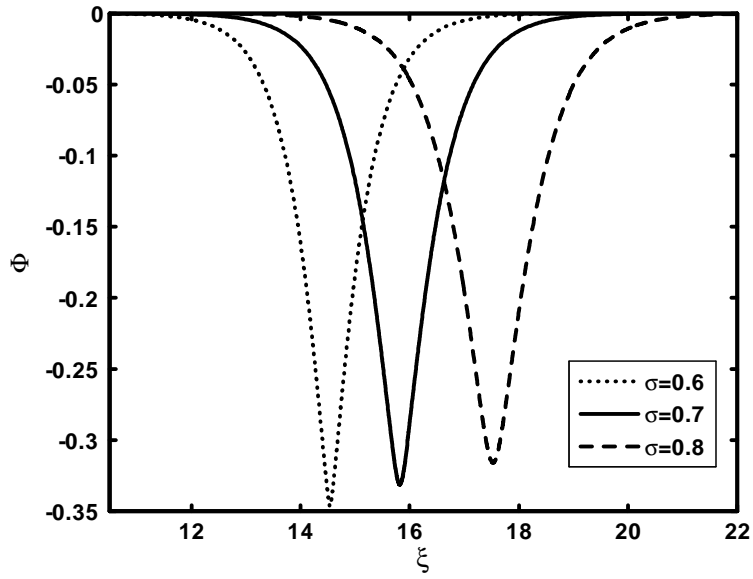


Figure 11a: Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs de σ , avec $M = 1.06$, $\beta = 0.4$ et $f = 2$.

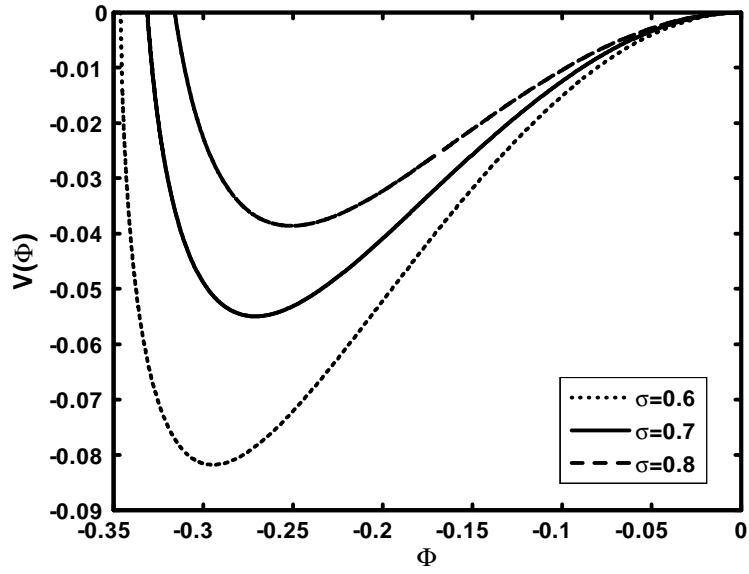


Figure 11b: Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ associé au soliton de la figure 11a pour différentes valeurs de σ .

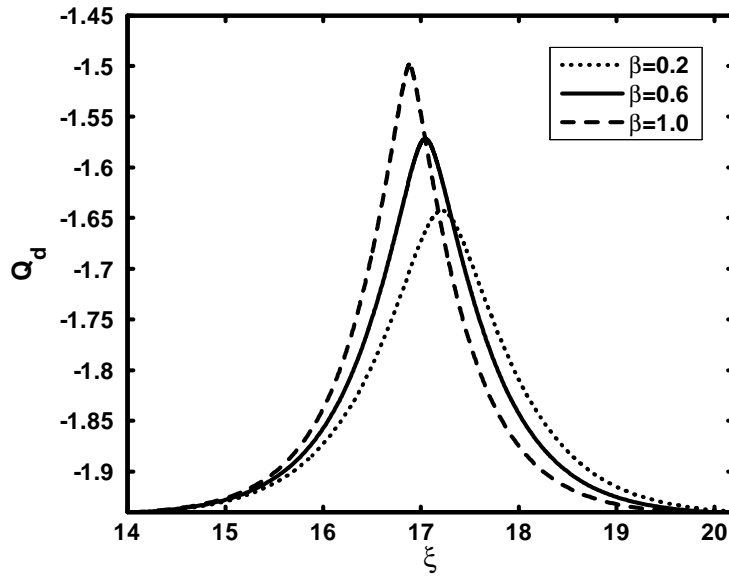


Figure 12: Profil spatial de la charge des grains de poussière pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β avec $M = 1.06$, $f = 2$, $\sigma = 0.8$ et $Q_{d0} = -1.94$.

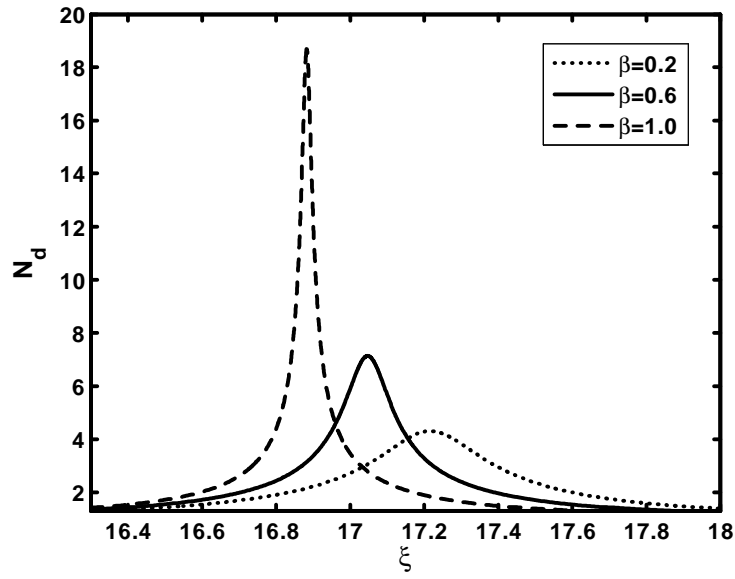


Figure 13: Profil spatial de la densité des grains de poussière pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β , avec $M = 1.06$, $f = 2$, $\sigma = 0.8$ et $Q_{d0} = -1.94$.

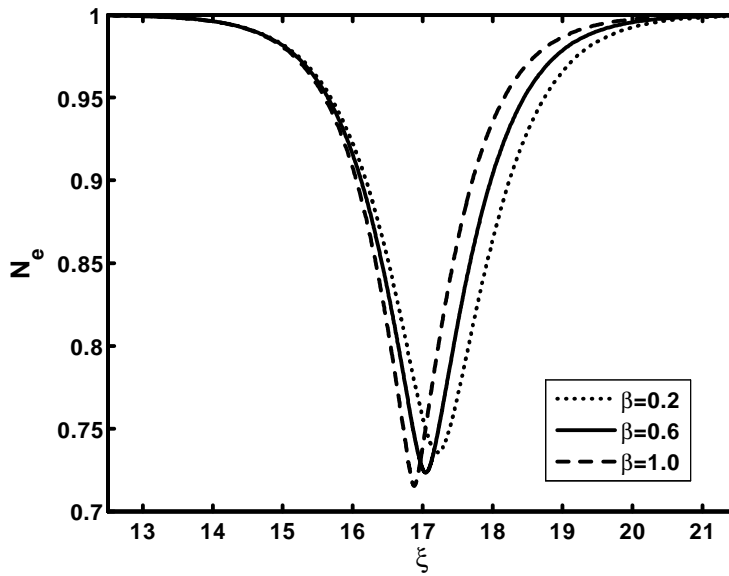


Figure 14: Profil spatial de la densité des électrons pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β , avec $M = 1.06$, $f = 2$, $\sigma = 0.8$ et $Q_{d0} = -1.94$.

Intéressons nous maintenant à la dynamique des solitons acoustiques poussiéreux d'amplitude faible mais finie ($|\Phi| < 2M^2$), dans le cas de grains de poussière à charge constante. Le système d'équations fluides s'écrit alors sous la forme

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (2.72)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (2.73)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = \frac{1}{(f-1)} N_e - \frac{f}{(f-1)} N_i + N_d \quad (2.74)$$

Pour cela, nous établissons à partir des équations (2.72)- (2.74) une équation de type Korteweg-de Vries (K- dV) en utilisant la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [29] et les variables introduites par Schamel dans le cas des particules piégées $\zeta = \epsilon^{1/4}(X - v_0 T)$ et $\tau = \epsilon^{3/4} T$, où ϵ est un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde et v_0 la vitesse de propagation à priori inconnue du soliton. Les variables N_d , V_d et Φ sont alors développées en séries de puissances de ϵ autour de leurs valeurs d'équilibre

$$\Phi = \epsilon \Phi^{(1)} + \epsilon^{3/2} \Phi^{(2)} + \dots \quad (2.75)$$

$$V_d = \epsilon V_d^{(1)} + \epsilon^{3/2} V_d^{(2)} + \dots \quad (2.76)$$

$$N_d = 1 + \epsilon N_d^{(1)} + \epsilon^{3/2} N_d^{(2)} + \dots \quad (2.77)$$

De même, la densité N_i des ions piégés [voir Eqs.(2.49) et (2.50)] peut être développée sous la forme (quelque soit le signe, positif ou négatif, de β)

$$N_i = 1 - \frac{\Phi}{\sigma} - \frac{4}{3} \left[\frac{(1-\beta)}{\sigma \sqrt{\sigma \pi}} \right] (-\Phi)^{3/2} + \frac{\Phi^2}{2} \quad (2.78)$$

A l'ordre le plus petit en ϵ , les équations (2.72), (2.73) et (2.74) donnent $N_d^{(1)} = -\Phi^{(1)}/v_0^2$ et $V_d^{(1)} = -\Phi^{(1)}/v_0$, où la vitesse v_0 est donnée par

$$v_0 = \sqrt{\frac{(f-1)}{(f/\sigma + 1)}} \quad (2.79)$$

L'expression précédente de v_0 révèle que la vitesse du soliton ne dépend pas du paramètre de piégeage β . Elle dépend du rapport de températures des deux populations ionique et électronique présentes dans le plasma $\sigma = T_i/T_e$ ainsi que de leur fraction relative $f = n_{i0}/n_{e0}$.

Aux ordres les plus élevés, nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.80)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.81)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^2} - \left[\frac{(f/\sigma + 1)}{(f - 1)} \right] \Phi^{(2)} - N_d^{(2)} - \frac{4}{3} \left(\frac{f}{f - 1} \right) \left[\frac{(1 - \beta)}{\sigma \sqrt{\sigma \pi}} \right] (-\Phi^{(1)})^{3/2} = 0 \quad (2.82)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation modifiée de Korteweg- de Vries (mK- dV) suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + a(-\Phi^{(1)})^{1/2} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \zeta} + b \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (2.83)$$

avec

$$a = v_0^3 \left\{ \left(\frac{f}{f - 1} \right) \left[\frac{(1 - \beta)}{\sigma \sqrt{\sigma \pi}} \right] \right\} \quad (2.84)$$

$$b = \frac{v_0^3}{2} \quad (2.85)$$

et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par

$$\Phi^{(1)} = -\Phi_m \text{Sech}^4 \left\{ \frac{(\zeta - u_0 \tau)}{\Delta} \right\} \quad (2.86)$$

où $\Phi_m = (15u_0/8a)^2$ et $\Delta = \sqrt{16b/u_0} = \sqrt{8v_0^3/u_0}$ représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton. La solution (2.86) confirme le fait que seule l'amplitude Φ_m du potentiel solitaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse est affectée par la présence d'ions piégés dans notre modèle de plasma.

3

Ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'ions non thermiques

3.1 Présentation physique du problème

Les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, le milieu interplanétaire, les nuages interstellaires, la mésosphère et la magnétosphère terrestre [53]-[57],...etc. Il a été démontré que la dynamique des grains de poussière introduit de nouveaux modes tels le mode acoustique poussiéreux (DA) [6], le mode de Bernstein, Greene et Kruskal poussiéreux (DBGK) [58],...etc. Récemment, de nombreux travaux théoriques ont porté sur l'influence des ions non thermiques sur les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse [59]-[64]. Les populations de particules non thermiques et très énergétiques peuvent modifier de manière drastique les caractéristiques de la propagation des ondes dans les plasmas non collisionnels et leur présence a été confirmée par de nombreuses observations spatiales [65]-[68]. Ghosh *et al.* [59] ont analysé l'effet des ions non thermiques sur la propagation des ondes linéaires en incluant l'effet de la variation de la charge électrique des grains de poussière. Zhang et Xue [60] ont établi une équation de type Korteweg- de Vries- Burger (K- dVB) dans un plasma poussiéreux magnétisé contenant des ions non thermiques. El- Taibany et Sabry [61] ont étudié l'influence conjuguée des ions non thermiques et de la fluctuation de la charge du grain de poussière sur l'onde

acoustique poussiéreuse non linéaire dans un plasma magnétisé. Zhang *et al.* [62] ont étudié l'instabilité de modulation de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreuse magnétisé à charge variable en présence d'ions non thermiques à deux températures. El-Taibany et Kourakis [63] ont considéré l'effet combiné des ions non thermiques, de la fluctuation non adiabatique de la charge et de l'inhomogénéité du plasma sur l'onde acoustique poussiéreuse.

Cependant, toutes ces études [59]-[64] sont limitées soit au régime linéaire (très faible amplitude), soit au régime faiblement non linéaire (amplitude faible mais finie). Par conséquent, le but du présent chapitre est d'étudier, en faisant appel à notre modèle semi-analytique, les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse de grande amplitude dans un plasma complexe à charge variable en présence d'ions non thermiques [69].

3.2 Equations de base du modèle

Considérons un plasma poussiéreuse non collisionnel et non magnétisé, composé d'électrons, d'ions et de grains de poussière négatifs de densités respectives n_e , n_i et n_d . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon r_d , de masse m_d et de charge $q_d = -Ze$. La densité des électrons, distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann, est donnée par

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (3.1)$$

où ϕ représente le potentiel électrostatique, $q_{j=i,e} = \pm e$ la charge électrique et $T_{j=i,e}$ la température des particules d'espèce j . A l'équilibre ($\phi = 0$), la condition de quasi-neutralité requiert $f = n_{i0}/n_{e0} = Z_d n_{d0}/n_{e0} + 1$, où l'indice "0" désigne des quantités non perturbées. La dynamique des oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase est alors gouvernée par les équations fluides (continuité, mouvement, Poisson) adimensionnelles suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -Q_d \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - f N_i + (f - 1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (3.4)$$

N_d représente la densité des grains de poussière normalisée par n_{d0} , $N_{i(e)}$ est la densité des ions (électrons) normalisée par $n_{i(e)0}$, V_d est la vitesse fluide des grains de poussière

normalisée par la vitesse acoustique poussiéreuse $C_d = (Z_d T_i / m_d)^{1/2}$, Φ est le potentiel électrostatique normalisé par T_i / e et Q_d est la charge d'un grain de poussière normalisée par $r_d T_e / e$. Le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{e0} Z_d e^2)^{1/2}$ et $\lambda_{Dm} = (T_i / 4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ où $Z_d = r_d T_e / e^2$.

Pour modéliser la distribution des ions rapides et non thermiques, nous nous référons à la fonction de distribution des vitesses ionique tridimensionnelle suivante [70]

$$F_i(v_x, v_y, v_z) = \frac{n_{i0}}{(1 + 3\alpha)} \left(\frac{1}{2\pi V_{ti}^2} \right)^{3/2} \left[1 + \alpha \left(\frac{v_x^2}{V_{ti}^2} + 2 \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \exp \left(-\frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{2V_{ti}^2} - \frac{e\phi}{T_i} \right) \quad (3.5)$$

Cette dernière est solution d'équilibre de l'équation non collisionnelle de Vlasov. α est un paramètre désignant la fraction d'ions non thermiques présents dans notre modèle de plasma et $V_{ti} = \sqrt{T_i / m_i}$ représente la vitesse thermique ionique. En intégrant la distribution (3.5) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité des ions non thermiques suivante

$$n_i = \int F_i(v_i) d^3 v_i = n_{i0} \left\{ 1 + \gamma \left(\frac{e\phi}{T_i} + \frac{e^2 \phi^2}{T_i^2} \right) \right\} \exp \left(-\frac{e\phi}{T_i} \right) \quad (3.6)$$

où

$$\gamma = \frac{4\alpha}{(1 + 3\alpha)}$$

Dans le but d'analyser les ondes acoustiques poussiéreuses d'amplitude arbitraire que peut propager notre modèle de plasma, les équations (3.2)-(3.4) sont réécrites en introduisant le changement de variable $\xi = X - MT$, où M (Vitesse du soliton / C_d) représente le nombre de Mach. Nous obtenons alors

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d(V_d N_d)}{d\xi} = 0 \quad (3.7)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = -Q_d \frac{d\Phi}{d\xi} \quad (3.8)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} = N_e - f N_i + \frac{Q_d}{Q_{d0}} (f - 1) N_d \quad (3.9)$$

En imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $V_d \rightarrow 0$, $N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous déduisons à partir des équations (3.7) et (3.8) l'expression de la densité normalisée des grains de poussière

$$N_d = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\chi/M^2}} \quad (3.10)$$

où

$$\chi = \int_0^{\Phi} Q_d d\Phi \quad (3.11)$$

représente l'énergie potentielle d'un grain de poussière à charge variable.

3.2.1 Equation de la charge du grain de poussière

Dans la théorie standard de la sonde électrostatique, la charge du grain de poussière (assimilé donc à une sonde immergée dans un plasma) provient essentiellement de la collecte des électrons et des ions présents dans le plasma. Ces derniers viennent se greffer sur la surface du grain. Par conséquent, la charge électrique du grain de poussière q_d est calculée de manière self-consistante à partir de l'équation

$$\tilde{v}_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i \quad (3.12)$$

I_e et I_i représentent les courants microscopiques électronique et ionique, respectivement. Leurs expressions sont obtenus en moyennant la section efficace de collision $\sigma_j = \pi r_d^2 (1 - 2q_j q_d / r_d m_j v_j^2)$ sur la fonction de distribution des vitesses F_j

$$I_j = q_j \int_{R_j} v_j \sigma_j(q_d, v_j) F_j(v_j) d^3 v_j \quad (3.13)$$

où $j = e, i$ désignent, respectivement, les électrons et les ions. R_j représente le domaine d'intégration dans l'espace des vitesses et v_j la vitesse de la particule d'espèce j . Les électrons étant supposés Maxwelliens (voir expression de F_e dans le chapitre précédent), leur courant de charge, déduit à partir de (3.13), est donné par

$$I_e = -\pi r^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp(\sigma\Phi) \exp(Q_d) \quad (3.14)$$

De manière similaire, en substituant (3.5) dans (3.13), nous obtenons l'expression du courant ionique non thermique suivant [70]

$$I_i = \pi r^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \frac{n_{i0}}{(1 + 3\alpha)} \exp(-\Phi) \left\{ 1 + \frac{24\alpha}{5} + \frac{16\alpha}{3} \Phi + 4\alpha \Phi^2 - Q_d / \sigma \left(1 + \frac{8\alpha}{5} + \frac{8\alpha}{3} \Phi + 4\alpha \Phi^2 \right) \right\} \quad (3.15)$$

où $\sigma = T_i/T_e$ représente le rapport entre la température ionique et électronique.

3.2.2 Solution analytique dans le cas $I_e + I_i \simeq 0$

En procédant de la même manière que dans le chapitre précédent, nous avons trouvé qu'il est possible d'établir une relation entre Q_d , la charge du grain de poussière, et le potentiel plasma Φ . Partant de

$$I_e + I_i \simeq 0 \quad (3.16)$$

et substituant (3.14) et (3.15) dans (3.16), nous obtenons la relation suivante exprimée en termes de la fonction de Lambert

$$Q_d = -W \left\{ \frac{15(1+3\alpha)\sqrt{\sigma\mu} \exp[\Phi(1+\sigma) + \delta(\Phi)]}{f(15+24\alpha+40\alpha\Phi+60\alpha\Phi^2)} \right\} + \delta(\Phi) \quad (3.17)$$

où

$$\delta(\Phi) = \sigma \left(\frac{15+72\alpha+80\alpha\Phi+60\alpha\Phi^2}{15+24\alpha+40\alpha\Phi+60\alpha\Phi^2} \right) \quad (3.18)$$

et $\mu = m_i/m_e$. Rappelons que $W(x)$ désigne la fonction de Lambert et que celle-ci n'est réelle que pour $x \geq -1/e$. Notons qu'il est aisé de vérifier que l'argument $\frac{15(1+3\alpha)\sqrt{\sigma\mu} \exp[\Phi(1+\sigma) + \delta(\Phi)]}{f(15+24\alpha+40\alpha\Phi+60\alpha\Phi^2)}$ est toujours positif. A l'équilibre ($\Phi = 0$), la relation (3.17) requiert la condition suivante

$$f = \left\{ \frac{5\sqrt{\sigma\mu}(1+3\alpha) \exp[\sigma(5+24\alpha)/(5+8\alpha)]}{(-5Q_{d0} - 8Q_{d0}\alpha + 5\sigma + 24\sigma\alpha)} \right\} \exp \left(\frac{5Q_{d0} + 8Q_{d0}\alpha - 5\sigma - 24\sigma\alpha}{5+8\alpha} \right) \quad (3.19)$$

où Q_{d0} est la charge des grains de poussière à l'équilibre. Dans la simulation numérique qui va suivre, la valeur de f sera déduite à partir de l'équation précédente (3.19) alors que les autres paramètres sont supposés a priori connus.

3.2.3 Analyse du Potentiel de Sagdeev et conditions d'existence des solitons

En portant la relation (3.10) dans l'équation de poisson (3.9), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par $(d\Phi/d\xi)$, en intégrant une fois et en imposant des conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $d\Phi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (3.20)$$

où

$$V(\Phi) = \frac{1}{\sigma} [1 - \exp(\sigma\Phi)] + f \{ 1 + 3\gamma - \exp(-\Phi)[1 + 3\gamma(1 + \Phi) + \gamma\Phi^2] \} + \frac{(f-1)M^2}{Q_{d0}} \left[\left(1 - \frac{2\chi}{M^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (3.21)$$

représente le pseudo- potentiel ou potentiel de Sagdeev [45]. Rappelons que l'équation (3.20) peut être perçue comme étant l'équation du mouvement d'une pseudo- particule de masse unité, de position Φ et de vitesse $(d\Phi/d\xi)$, oscillant dans un potentiel $V(\Phi)$. Il est aisé de vérifier à partir de l'équation (3.21) que

$$V(\Phi = 0) = \left[\frac{dV(\Phi)}{d\Phi} \right]_{\Phi=0} = 0 \quad (3.22)$$

L'équation (3.20) admettra alors une solution en onde solitaire si

$$\left[\frac{d^2V(\Phi)}{d\Phi^2} \right]_{\Phi=0} < 0 \quad (3.23)$$

ou

$$\left(\frac{d^2V(\Phi)}{d\Phi^2} \right)_{\Phi=0} = - \left\{ \sigma + f(1 - \gamma) + \frac{(f - 1)Q_{d0}}{M^2} + \frac{(f - 1)}{Q_{d0}} \left(\frac{dQ_d}{d\Phi} \right)_{\Phi=0} \right\} < 0 \quad (3.24)$$

Moyennant l'expression de Q_d en fonction de Φ (voir Eq.(3.17)), la condition (3.23) peut être explicitée sous la forme

$$\begin{aligned} & - \frac{(f - 1)}{Q_{d0}} \left\{ \frac{[-\frac{40}{15}W(B)Bf(15 + 24\alpha)(1/f(15 + 24\alpha) + 1 + \sigma + B_1)]}{[(1 + W(B)Bf(15 + 24\alpha))]} + B_1 \right\} \\ & - \sigma - f(1 - \gamma) - \frac{(f - 1)Q_{d0}}{M^2} < 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

où

$$\begin{aligned} B &= \frac{15(1 + 3\alpha)\sqrt{\mu\sigma}}{f(15 + 72\alpha)} \exp\left(\sigma \frac{15 + 72\alpha}{15 + 24\alpha}\right) \\ B_1 &= \frac{80\alpha\sigma}{15 + 24\alpha} - \frac{40\sigma\alpha(15 + 72\alpha)}{(15 + 24\alpha)^2} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Intéressons nous maintenant à la nature de ces structures solitaires (compression ou raréfaction). Cette nature peut être mise en évidence en développant le potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ à l'ordre trois en séries de Taylor. Les paramètres critiques sont ceux pour lesquels le terme quadratique est nul. A ce moment là, si le terme cubique est négatif, le puits de potentiel $V(\Phi)$ se trouvera du côté des Φ négatifs (soliton de raréfaction) et, dans le cas inverse, de celui des Φ positifs (soliton de compression). En vertu des deux expressions suivantes

$$\left(\frac{dQ_d}{d\Phi} \right)_{\Phi=0} = - \left\{ \frac{Q_{d0}[\sigma + f(1 - \gamma)]}{(f - 1)} + \frac{Q_{d0}^2}{M^2} \right\} \quad (3.27)$$

$$\left(\frac{d^3V(\Phi)}{d\Phi^3}\right)_{\Phi=0} = -\left\{1 + f\gamma + \frac{(f-1)}{Q_{d0}}\left[-2\left(\frac{Q_{d0}[\sigma + f(1-\gamma)]}{(f-1)} + \frac{Q_{d0}^2}{M^2}\right)\frac{Q_{d0}}{M^2} + 3\frac{Q_{d0}^3}{M^2} + \left(\frac{d^2Q_d}{d\Phi^2}\right)_{\Phi=0}\right]\right\} \quad (3.28)$$

notre analyse a révélé que si

$$\left(\frac{d^2Q_d}{d\Phi^2}\right)_{\Phi=0} - \left\{\frac{Q_{d0}(1+f\gamma)}{(f-1)} - 2\left(\frac{Q_{d0}[\sigma + f(1-\gamma)]}{(f-1)} + \frac{Q_{d0}^2}{M^2}\right) + 3\frac{Q_{d0}^3}{M^2}\right\} > 0 \quad (3.29)$$

l'équation (3.20) n'admettra que des structures solitaires de compression et, dans le cas inverse, des structures solitaires de raréfaction. Notons au passage qu'il nous a été possible, grâce à la relation (3.17), d'exprimer de manière explicite le terme $\left(\frac{d^2Q_d}{d\Phi^2}\right)_{\Phi=0}$. Cependant et eu égard au fait que cette expression est assez grande, nous avons jugé utile de ne pas la rapporter dans ce manuscrit.

3.2.4 Résultats numériques et discussion

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. L'équation (3.20) est résolue numériquement en faisant appel à un schéma d'intégration numérique adéquat pour les problèmes hautement non linéaires dits problèmes "raides". Le plasma de base est supposé être composé d'électrons et d'ions d'hydrogène. Pour amorcer l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes $\Phi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = -(d\Phi/d\xi)(\xi = 0) = 10^{-6}$ ont été choisies. La figure 1a montre la variation spatiale de Φ pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . Le potentiel électrostatique exhibe un profil spatialement localisé comme l'atteste d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev qui lui est associé (figure 1b). Chaque pic de Φ correspond à une valeur nulle de $V(\Phi)$. Les paramètres suivants $Q_{d0} = -2$, $T_e = 1.2$ eV, $\sigma = 0.5$ et $M = 1.2$ ont été choisis de telle manière à ce que les conditions d'existence des structures solitaires soient satisfaites. Les résultats révèlent que les effets non thermiques affectent de manière significative le profil spatial de l'onde acoustique poussiéreuse à charge variable. Une augmentation de α entraîne une diminution de l'amplitude du soliton et une augmentation de sa largeur, i.e, une fraction d'ions non thermiques relativement petite peut rendre le profil de l'onde solitaire moins cornu. La charge des grains de poussière Q_d (figure 2) adopte le même profil localisé et reste négative. La figure 2 indique qu'à mesure que le nombre des ions énergétiques augmente, le grain de poussière collecte plus d'ions positifs réduisant ainsi la charge négative nette résidant sur la surface du grain (Q_d est moins négative pour les petites

valeurs de α dans la région de localisation du soliton). Les grains de poussière (figure 3) font l'objet d'une forte localisation (accumulation). Cette localisation, due à l'équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière, est plus effective pour les petites valeurs de α . Le vide électronique associé s'élargit tandis que sa profondeur diminue à mesure que α augmente. Nous avons alors gardé constante la valeur du paramètre non thermique $\alpha = 0.1$ pour voir dans quelle mesure les ions non thermiques peuvent-ils affecter la gamme des valeurs admissibles du nombre de Mach M pour l'existence des solutions en ondes solitaires. Les résultats de notre investigation ont alors révélé que notre modèle de plasma peut admettre la propagation d'ondes solitaires de type subsonique ($M < 1$, Figs. 5a-5b). Malheureusement et à cause de la nature hautement non linéaire des équations de base du modèle, il ne nous a pas été possible d'obtenir analytiquement et de manière explicite les critères d'existence de telles ondes acoustiques poussiéreuses subsoniques, à moins qu'un développement en séries de puissances (à titre d'exemple) ne soit fait. Ce dernier, au delà de son caractère parfois complexe, peut donner des résultats quantitativement incorrects. Cependant, on peut toujours essayer de trouver s'il existe ou non une limite supérieure de M au delà de laquelle les solutions solitaires n'existent plus. Cette limite peut être obtenue grâce à la condition $V(\Phi_c) \leq 0$, où Φ_c est la valeur minimale (pour les ondes de raréfaction) ou maximale (pour les ondes de compression) de Φ pour laquelle la densité des grains de poussière $N_d = 1/(1 - 2\chi/M^2)^{1/2} = 1/(1 - 2 \int_0^\Phi Q_d d\Phi/M^2)^{1/2}$ est réelle.

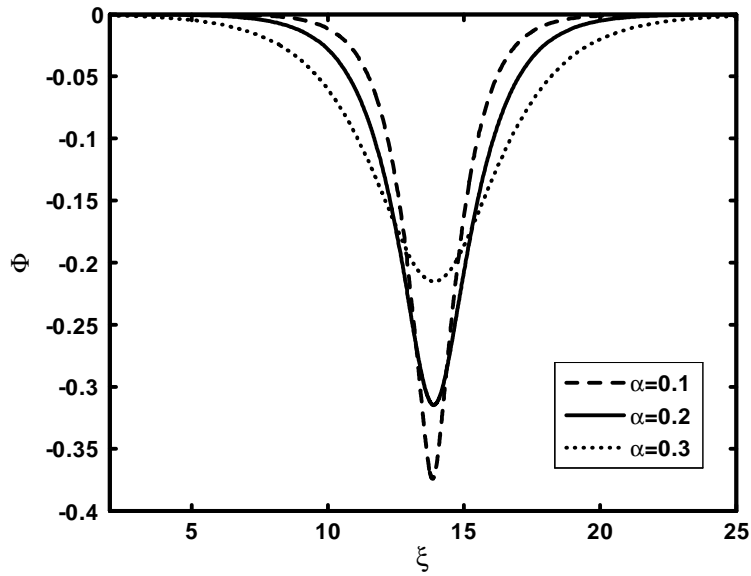


Figure 1a: Potentiel électrostatique solitaire Φ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 0.1$ ($f = 1.74$), 0.2 ($f = 1.81$) et 0.3 ($f = 1.86$), avec $M = 1.2$, $\sigma = 0.5$, $Q_{d0} = -2$ et $T_e = 1.2$ eV.

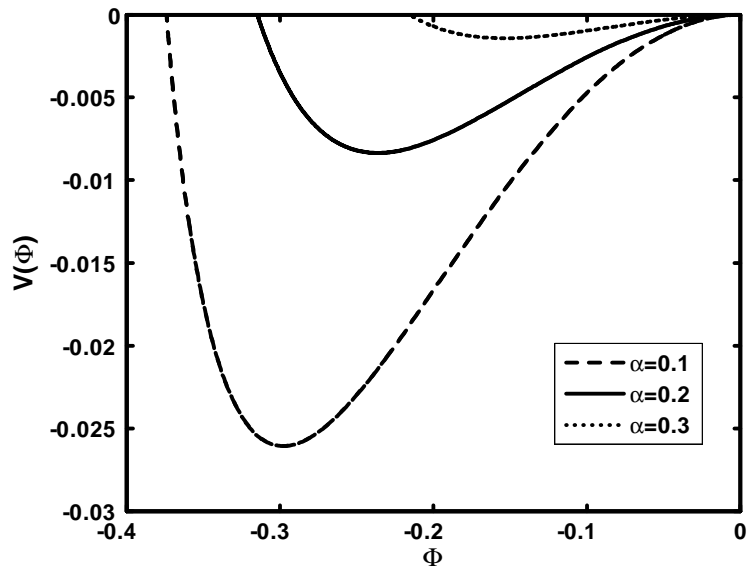


Figure 1b: Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ associé au soliton de la figure 1a pour différentes valeurs du paramètre non thermique α .

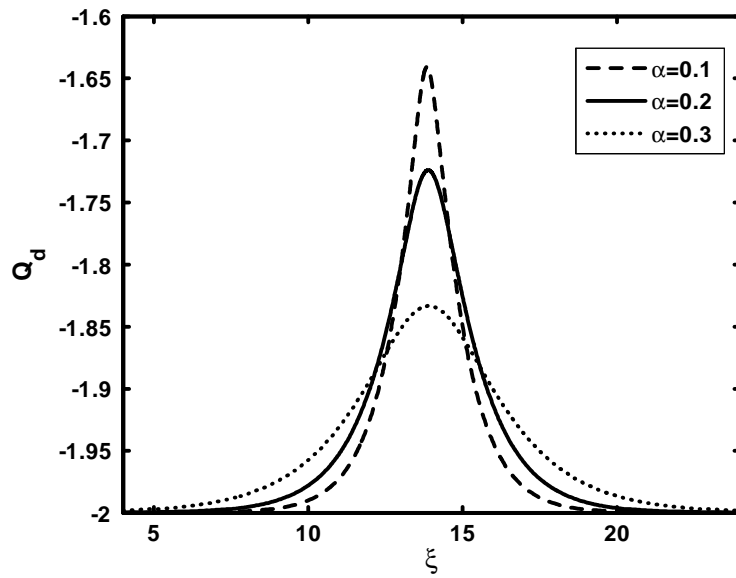


Figure 2: Profil spatial de la charge du grain de poussière Q_d pour différentes valeurs de α . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1a.

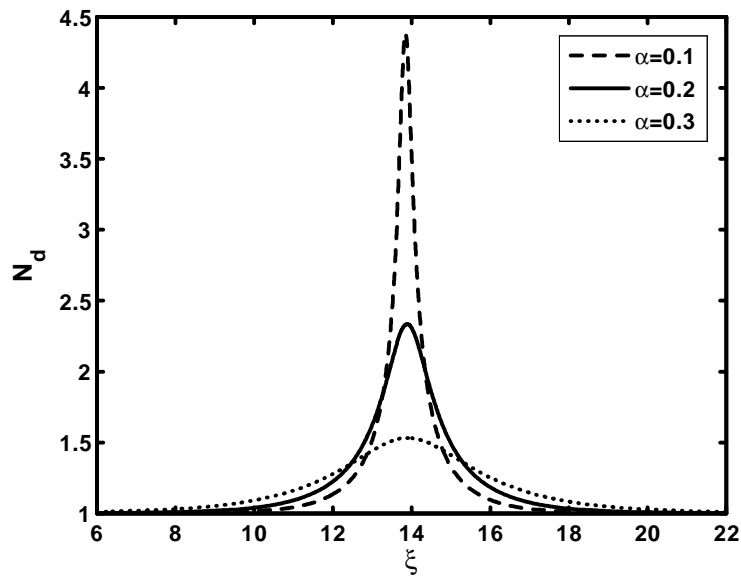


Figure 3: Profil spatial de la densité des grains de poussière N_d pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1a.

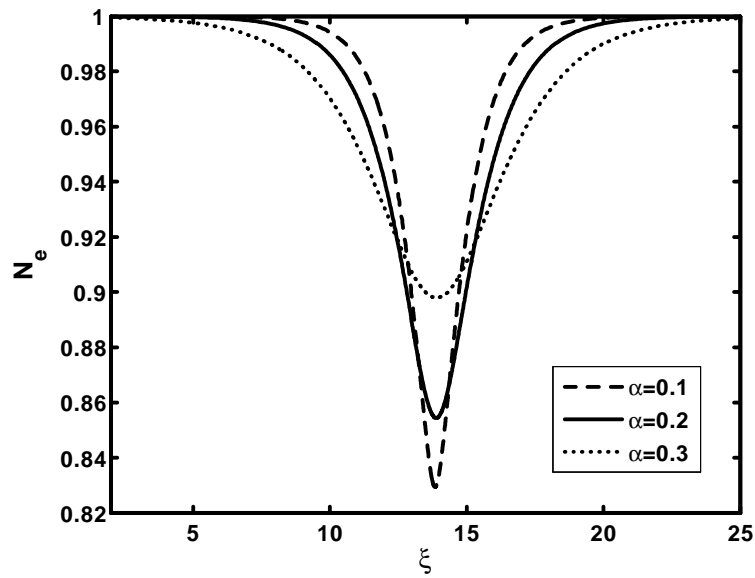


Figure 4: Profil spatial de la densité électronique N_e pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1a.

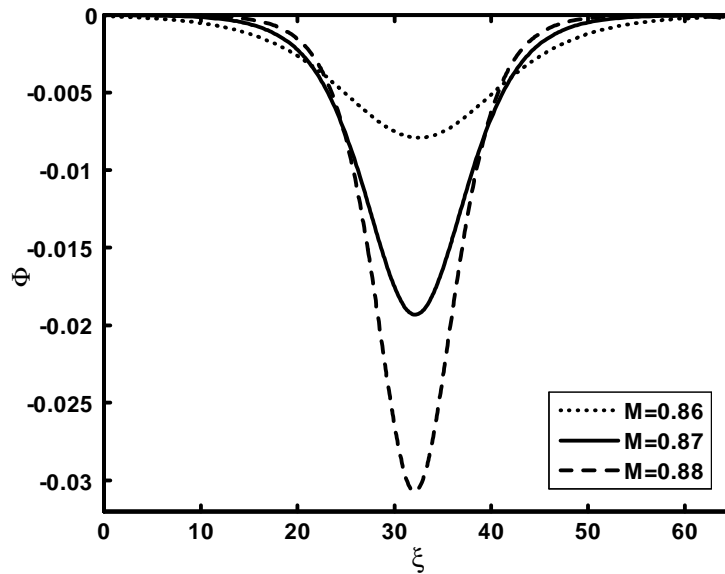


Figure 5a: Potentiel électrostatique solitaire Φ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du nombre de Mach M . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1a avec $\alpha = 0.1$ (1.87).

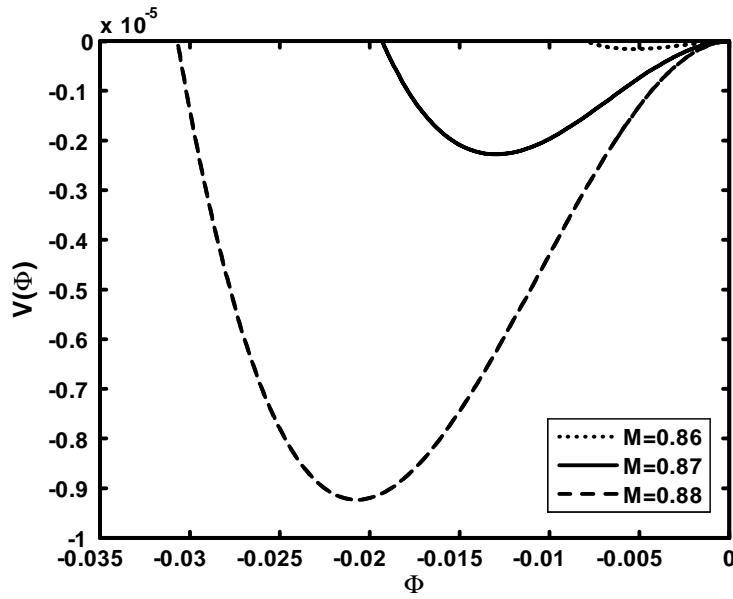


Figure 5b: Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ associé au soliton de la figure 5a pour différentes valeurs du nombre de Mach M .

3.2.5 Cas $I_e + I_i \neq 0$

Nous allons maintenant reprendre l'analyse de la section précédente en tenant compte du terme convectif de l'équation (3.12). Le but est de voir dans quelle mesure la variation non adiabatique ($I_e + I_i \neq 0$) de la charge peut-elle affecter le soliton acoustique poussiéreux de la section précédente. Rappelons qu'il est maintenant admis que la variation non adiabatique de la charge des grains introduit un nouveau mécanisme de dissipation de l'énergie dit mécanisme de la dissipation anormale ou non collisionnelle. Pour cela, considérons le cas d'un faisceau froid de grains de poussière que l'on peut décrire grâce à la fonction de distribution suivante [71], [72]

$$f_d(x, v_d) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} \delta(v_{d0} - \tilde{v}_d) \quad (3.30)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left(1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\phi q_d d\phi \right) \quad (3.31)$$

représente la vitesse perturbée du grain. En intégrant la fonction de distribution précédente sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$N_d = \frac{n_d}{n_{d0}} = \frac{v_{d0}}{\widehat{v}_d} = \frac{1}{(1 - \gamma_1 \chi)^{1/2}} \quad (3.32)$$

où

$$\gamma_1 = \frac{2r_d \sigma T_e^2}{m_d e^2 v_{d0}^2} \quad (3.33)$$

et

$$\chi = \int_0^\Phi Q_d d\Phi \quad (3.34)$$

représente l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable. Les équations de Poisson et de la charge du grain sont alors données respectivement par

$$\frac{d^2 \Phi}{dX} = N_e - f N_i + (f - 1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} \frac{dQ_d}{dX} = & k N_d \left\{ -N_e \sqrt{\mu/\sigma} \exp(Q_d) + f \exp(-\Phi) / (1 + 3\alpha) \right. \\ & \left. \times \left[1 + \frac{24\alpha}{5} + \frac{16\alpha}{3} \Phi + 4\alpha \Phi^2 - \frac{Q_d}{\sigma} \left(1 + \frac{8\alpha}{5} + \frac{8\alpha}{3} \Phi + 4\alpha \Phi^2 \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.36)$$

où

$$k = \left(\frac{2n_{e0} e^2 r^2 \sigma^2}{m_i v_{d0}^2} \right)^{1/2} \quad (3.37)$$

et $X = x/\lambda_{Dm} = x/(T_i/4\pi n_{d0} Z_d e^2)^{1/2}$. A l'équilibre ($\Phi = 0$), l'équation (3.36) requiert

$$f = \frac{(1 + 3\alpha) \sqrt{\mu/\sigma} \exp(Q_{d0})}{1 + \frac{24\alpha}{5} - \frac{Q_{d0}}{\sigma} (1 + \frac{8}{5}\alpha)} \quad (3.38)$$

Les équations (3.34), (3.35) et (3.36) sont une nouvelle fois intégrées numériquement. La figure 6 montre que lorsque la charge des grains de poussière est variable, la profondeur du potentiel solitaire augmente alors que sa largeur est légèrement réduite. Cet élargissement additionnel (dû à la variation de la charge du grain de poussière) est plus prononcé pour les grandes valeurs de α , tel que indiqué sur la figure 7. La figure 8 montre que sous certaines conditions, l'effet de la variation de la charge du grain de poussière devient assez important : la variation de la charge donne lieu à une dissipation alternative (autre que celle due aux collisions ou à l'interaction onde-particule) de l'énergie qui se traduit par une diminution de l'amplitude du front de l'onde et un transfert vers ce que l'on appelle une queue de bruit. Un effet similaire a été rapporté récemment par Gupta *et al.* [73]. Cette structure représente en réalité une onde de choc dite non collisionnelle car, à l'opposée de l'onde

de choc classique, son apparition ne requiert ni collisions entre particules, ni interaction onde-particule (amortissement de Landau non linéaire). Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. Dans notre cas, la dissipation, dite anormale (car elle ne correspond à aucun mécanisme de dissipation classique déjà connue), trouve son origine dans le phénomène de la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière et a déjà été mise en évidence aussi bien théoriquement [73], [74] qu'expérimentalement [75]. Notons le phénomène de séparation de la charge électrique qui se manifeste par l'apparition de quelques oscillations dans le profil de l'onde de choc. Ces oscillations tendent à disparaître pour des valeurs élevées du paramètre non thermique α (Fig. 8) (cas de dissipation anormale dominante). Nous avons alors mené une investigation numérique sur un large spectre des paramètres du plasma dans le but d'établir le critère d'apparition des ondes de choc ou des ondes solitaires. Nous avons noté que l'amortissement anormal est intimement relié à la valeur de la constante k [Eq. (3.37)]: les grandes valeurs de k favorisent le développement de structures cohérentes (solitons) alors que les plus petites d'entre elles sont associées à l'existence de structures dissipatives (ondes de choc). Finalement, notons que la nature des ondes acoustiques poussiéreuses associées à notre présent modèle de plasma dépend sensiblement du paramètre non thermique α . Au-delà de certaines valeurs critiques de α , des ondes solitaires et/ou de choc compressives peuvent apparaître comme l'ont récemment noté El Taibany *et al.* [61], [64]. Une augmentation de α entraîne une diminution progressive de l'amplitude du pulse négatif (Figs. 6 et 7) et de la hauteur du front de l'onde (Fig. 8) jusqu'à ce que des ondes acoustiques de compression apparaissent.

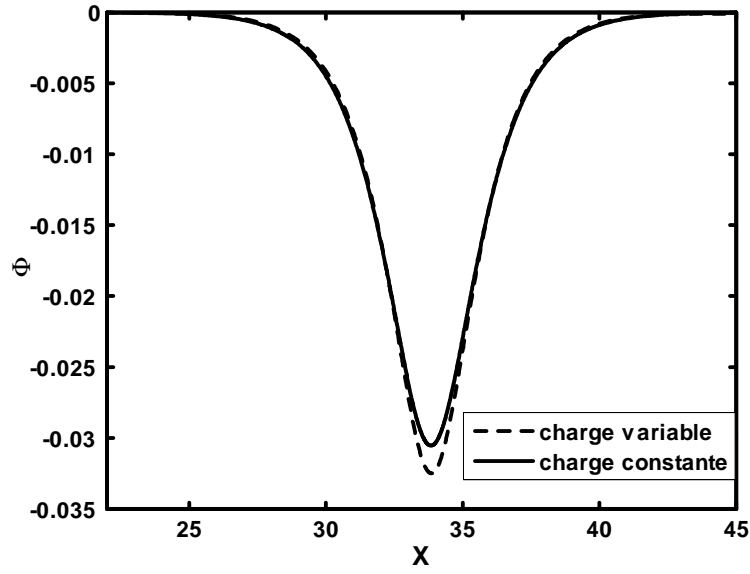


Figure 6: Potentiel électrostatique solitaire Φ de l'onde acoustique poussiéreuse, avec $Q_{d0} = -2.38$, $T_e = 1\text{eV}$, $\sigma = 0.6$, $n_{i0} = 7 \cdot 10^{12}\text{cm}^{-3}$, $v_{d0} = 90\text{ cm/s}$, $r = 1\mu\text{m}$ et $\alpha = 0.08$. Les valeurs de k et de f sont données, respectivement, par 894.77 et 1.08.

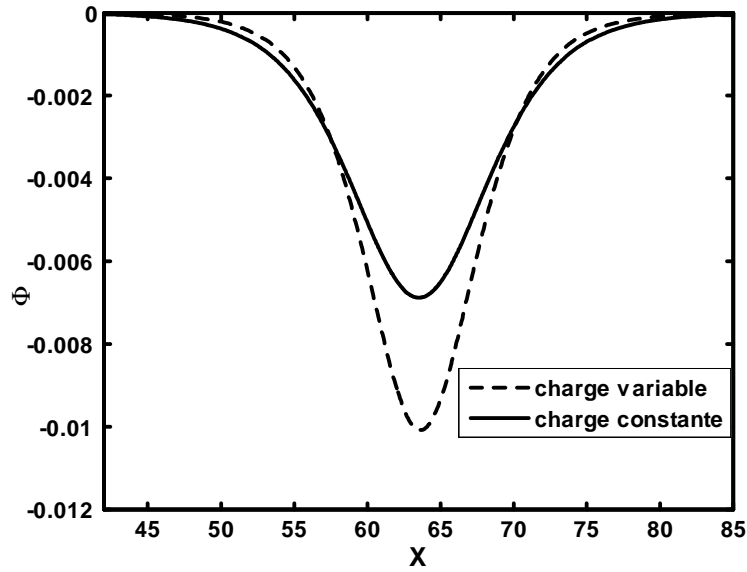


Figure 7: Potentiel électrostatique solitaire Φ de l'onde acoustique poussiéreuse. Les valeurs des paramètres utilisés sont celles de la figure 6 avec $\alpha = 0.135$ ($k = 883.48$ et $f = 1.11$).

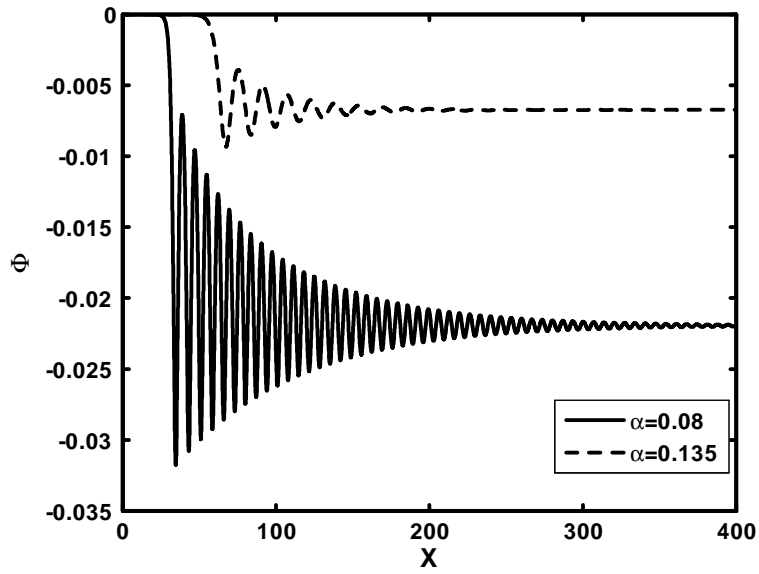


Figure 8: Solution en onde de choc du potentiel électrostatique Φ de l'onde acoustique poussiéreuse pour deux valeurs différentes du paramètre non thermique $\alpha = 0.08$ ($k = 0.105$ et $f = 1.08$) et $\alpha = 0.135$ ($k = 0.105$ et $f = 1.11$). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 6 avec $n_{i0} = 10^5 \text{cm}^{-3}$.

Conclusion

Les travaux présentés dans la présente thèse ont porté sur l'étude semi-analytique de certains phénomènes non linéaires dans les plasmas poussiéreux à charge variable. Les oscillations acoustiques ont été reconsidérées en tenant compte de la présence de grains de poussière massifs et hautement chargés, de la dynamique de leur charge et de l'appauvrissement électronique qui peut en résulter. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasmas et adopté des approches analytiques et numériques. Nous avons alors rapporté l'existence et la formation de structures localisées (cohérentes et dissipatives) associées à certains modèles de plasma hors équilibre thermodynamique.

Le premier chapitre de cette thèse a d'abord porté sur la définition des concepts de base du plasma habituel à deux composantes. Nous avons alors introduit les plasmas poussiéreux, décrit leurs propriétés intrinsèques et énuméré les différents processus physiques qui les caractérisent. Nous avons insisté sur les différents mécanismes de charge d'un grain de poussière et mis l'accent sur certains modes électrostatiques susceptibles d'exister dans un plasma poussiéreux.

Le second chapitre a été consacré à la généralisation du modèle Maxwellien de Ma et Liu de l'onde acoustique poussiéreuse à charge variable. Pour cela, nous avons établi une relation explicite entre la charge du grain de poussière et le potentiel plasma, exprimée en termes de la fonction transcendante de Lambert. Cette étude a été motivée par les limitations inhérentes au modèle de Ma et Liu. Nous avons alors étendu notre solution analytique au cas d'ions non isothermiques, piégés dans le potentiel associé à l'onde acoustique poussiéreuse. La méthode du pseudo-potentiel a été utilisée et une équation de type Korteweg-de Vries modifiée a été obtenue. Nos résultats ont alors révélé que le phénomène de piégeage affecte les propriétés intrinsèques de l'onde acoustique poussiéreuse solitaire dont la vitesse de propagation est indépendante de la fraction relative des ions piégés présents dans le plasma (voire pour cela la solution faiblement non linéaire).

Au cours du troisième chapitre, nous avons étendu notre analyse antérieure à des situations où une population ionique rapide et non thermique est générée au sein du plasma. Nous avons alors montré que sous certaines conditions, les modifications introduites par la variation de la charge du grain de poussière peuvent être importantes. En particulier, nous avons noté une légère réduction de la largeur du potentiel solitaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse ainsi qu'une augmentation de son amplitude lorsque la fluctuation de la charge du grain est prise en compte de manière self consistante. Ce résultat donne un aperçu sur le rôle que peut jouer la dynamique de la charge électrique du grain dans la formation, l'apparition et l'entretien de l'onde acoustique poussiéreuse. Par ailleurs, notre analyse nous a permis de mettre en évidence l'existence d'ondes de choc acoustiques poussiéreuses non collisionnelles. La formation de celles-ci, à l'opposée de leurs homologues classiques, ne requiert ni collisions entre particules, ni interaction onde-particule (amortissement Landau). Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. Dans notre cas, la dissipation, dite anormale (car elle ne correspond à aucun mécanisme de dissipation classique connu), trouve son origine dans le phénomène de la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière et a déjà été mise en évidence aussi bien théoriquement qu'expérimentalement. Cette dissipation est tributaire du nombre d'ions non thermiques présents dans le plasma.

Nous estimons atteints les objectifs que nous nous sommes fixés au début de ce travail. Les perspectives du présent mémoire sont nombreuses et certaines d'entre elles ont déjà été investies [76]-[80]. Nous nous proposons à l'avenir de tenir compte du poids du grain de poussière (notons que celui-ci peut être de l'ordre de la force électrostatique), de la forme de ce dernier (en faisant intervenir des distributions de masses et de rayons), de faire intervenir les autres processus de charge déjà énumérés et d'analyser l'analogie quantique [81] du mode acoustique à charge variable. La résolution numérique du système d'équations Vlasov-Poisson couplées à l'équation de la charge nous permettra d'estimer le temps au bout duquel s'établissent ces modes acoustiques non linéaires, leurs interactions mutuelles et surtout leur stabilité. Ceci nous permettra de conclure sur la nécessité d'introduire des termes additionnels (essentiellement des termes source et puits) dans notre système d'équations pour modéliser d'éventuelles expériences de laboratoire.

Bibliographie

- [1] P. K. Shukla, Phys. Plasmas **1**, 1362 (1994).
- [2] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis, J. Geophys. Res. **90**, 7405 (1985).
- [3] P. K. Shukla, Phys. Plasmas **8**, 1791 (2001).
- [4] L. Stenflo, P. K. Shukla et M. Y. Yu, Phys. Plasmas **7**, 2731 (2000).
- [5] M. R. Jana, A. Sen et P. K. Kaw, Phys. Rev. E **48**, 3930 (1993).
- [6] N. N. Rao, P. K. Shukla et M.Y. Yu, Planet. Space Sci. **38**, 543 (1990).
- [7] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, Phys. Plasmas **2**, 3563 (1995).
- [8] R. K. Varma, P. K. Shukla et V. Krishan, Phys. Rev. E **47**, 3612 (1993).
- [9] P. K. Kaw et A. Sen, Phys. Plasmas **5**, 3552 (1998).
- [10] A. Brattli, O. Havnes et F. Melandso, J. Plasma Phys. **58**, 691 (1997).
- [11] B. Farokhi, P. K. Shukla, N. L. Tsintsadze et D. D. Tskhakaya, Phys. Plasmas **7**, 814 (2000).
- [12] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics* (Wiley, New York, 1956), Chap. 11.
- [13] F. Melandso et P.K. Shukla, Planet. Space Sci. **43**, 635 (1995).
- [14] Q. Z. Luo, N. D'Angelo et R. L. Merlino, Phys. Plasmas **6**, 3455 (1999).
- [15] D. H. Dubin, Phys. Plasmas **7**, 3895 (2000).
- [16] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 1598 (1999).
- [17] P. K. Shukla et N. N. Rao, Phys. Plasmas **3**, 1760 (1996).

-
- [18] G. Lapenta, Phys. Plasmas **6**, 1442 (1999).
- [19] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka et al., Phys. Plasmas **6**, 1769 (1999).
- [20] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi, et S. Robertson, Phys. Rev. Lett. **84**, 6034 (2000).
- [21] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, J. Geophys. Res. **106**, 8343 (2001).
- [22] G. Sorasio, D. A. Mendis et M. Rosenberg, Planet. Space sci. **49**, 1257 (2001).
- [23] V. N. Tsytovitch, A. P. Nefedov, V. N. Fortov, O. F. Petrov et G. E. Morfill, Phys. Plasmas **10**, 2633 (2003).
- [24] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson et N. D'Angelo, Phys. Plasmas **5**, 1607. (1998).
- [25] N. D'Angelo, Planet. Space Sci. **38**, 1143 (1990)
- [26] P. K. Shukla et V. P. Silin, Phys. Scr. **45**, 508 (1992).
- [27] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear plasma Theory* (Academic press, New York, 1972), p. 15.
- [28] C. S. Gardner et G. K. Morikawa, *Similarity in the asymptotic behavior of collision-free hydromagnetic waves and water waves*, New York Univ., Courant Inst. Math. Sci. Res. Rep. NYO-9082 (1960).
- [29] H. Washimi et T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. **17**, 996(1966).
- [30] C. H. Su et C. S. Gardner, J. Math. Phys. **10**, 536 (1969).
- [31] N. J. Zabusky et M.D. Kruskal, Phys. Rev. Lett. **15**, 240 (1965).
- [32] N. J. Zabusky, Phys. Rev. Lett. **168**, 124 (1968).
- [33] H. Ikezi, R. J. Taylor et R. D. Baker, Phys. Rev. Lett. **25**, 11 (1970).
- [34] H. Ikezi, Phys. Fluids **16**, 1668 (1973).
- [35] Y. Kato, M. Tajiri et T. Taniuti, Phys. Fluids **15**, 865 (1972).
- [36] H. Schamel, J. Plasma Phys. **9**, 377 (1973).

-
- [37] M. Q. Tran, Phys. Scr. **20**, 317 (1979).
- [38] Y. H. Ichikawa, Phys. Scr. **20**, 296 (1979).
- [39] A. A. Mamun, R. A. Cairn et P. K. Shukla, Phys. Plasma **3**, 702 (1996).
- [40] R. Bharuthram and P. K. Shukla, Planet. Space Sci. **40**, 973 (1992).
- [41] F. Verheest, Planet. Space Sci. **40**, 1 (1992)
- [42] C. Yinhua and M. Y. Yu. Phys. Plasma **1**, 1868 (1994).
- [43] A. A Mamun, R. A Cairns et P. K. Shukla, Phys. Plasmas **3**, 702 (1996).
- [44] J. X. Ma et Jinyuan Liu, Phys. Plasmas **4**, 253 (1997).
- [45] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma physics*, edited by M. A. Leontovich (Consultant Bureau, New York ,1966) Vol. **4**, p. 23.
- [46] L. Stenflo, T. D. Buadze et N. L. Tsintsadze, Phys. Lett. A. **135**, 37 (1989).
- [47] T. G. Northrop, Phys. Sci. **45**, 475 (1992).
- [48] M. S. Barnes, J. H. Keller. J. C. Forster, J. A. O'Neill et D. K. coultas, phys. Rev. Lett. **68**, 313 (1992). .
- [49] B. Walch, M. Horanyi et S. Robertson, phys. Rev. Lett. **75**, 838 (1992).
- [50] R. M. Corless, G. H. Gonnet, D. E. G. Hare, D. J. Jeffrey et D. E. Knuth, Adv. Comput. Math. **5**, 329 (2002).
- [51] S. R. Valluri, D. J. Jeffret et R. M. Corless, Can. J. Phys. **78**, 823 (2000).
- [52] H. Schamel, Phys. Rep. **140**, 161 (1986).
- [53] C. K. Goertz, Rev. Geophys. **27**, 271 (1989).
- [54] D. A. Mendis et M. Rosenberg, Annu. Rev. Astron. Astrophys. **32**, 419 (1994).
- [55] M. Horanyi, Annu. Rev. Astron. Astrophys. **34**, 383 (1996).
- [56] F. Verheest, *Waves in dusty space plasmas* (Kluwer, Dordrecht, 2000).
- [57] P. K. Shukla et A. A. Mamun, *introduction to dusty plasma physics* (Institute of Physics, Bristol, 2002).

- [58] M. Tribeche, R. Hamdi et T. H. Zerguini, *Phys. Plasma* **7**, 4013 (2000).
- [59] S. Ghosh, R. Bharuthram, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **12**, 3602 (2004)
- [60] L. P. Zhang et J. K. Xue, *Phys. Plasmas* **12**, 042304 (2005).
- [61] W. F. El- Taibani et R. Sabri, *Phys. Plasmas* **12**, 082302 (2005).
- [62] J. F. Zhang et Y. Y. Wang, *Phys. Plasmas* **13**, 022304 (2006).
- [63] W. F. El- Taibani et I. Kourakis, *Phys. Plasmas* **13**, 022306 (2006).
- [64] W. F. El- Taibani, M. Wadati et R. Sabri, *Phys. Plasmas* **14**, 032304 (2007).
- [65] J. R. Asbridge, S. J. Bame et I. B. Strong, *J. Geophys. Res.* **73**, 5777 (1968).
- [66] W. C. Feldman, S. J. Anderson, S. J. Bame, S. P. Gary, J. T. Gosling, D. J. McComas, M. F. Thomsen, G. Paschmann et M. M. Hoppe, *J. Geophys. Res.* **88**, 96 (1983).
- [67] R. Lundlin, A. Zakharov, R. Pellinen, H. Borg, B. Hultqvist, N. Pissarenko, E. M. Dubinin, S. W. Barabash, I. Liede et H. Koskinen, *Nature (London)* **341**, 609 (1989).
- [68] Y. Futaana, S. Machida, Y. Saito, A. Matsuoka et H. Hayakawa, *J. Geophys. Res.* **108**, 151, DOI: 10.1029/2002JA009366 (2003).
- [69] M. Tribeche et R. Amour, *Phys. Plasmas* **14**, 130707 (2007).
- [70] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Bostrom, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn et P. K. Shukla, *Geophys. Res. Lett.* **22**, 2709, DOI: 10.1029/95GL02781 (1995).
- [71] M. Tribeche, L. Ait Gougam et T. H. Zerguini, *Phys. Scr.* **75**, 354 (2007).
- [72] M. Tribeche et G. Boumezoued, *Phys. Plasmas* **15**, 053702 (2008).
- [73] M. R. Gupta, S. Sakar, S. Ghosh, M. Debnath et M. Khan, *Phys. Rev. E* **63**, 046406 (2001).
- [74] S. I. Popel, M. Y. Yu et V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **3**, 431 (1996).
- [75] Y. Nakamura, H. Bailung et K. E. Lonngren, *Phys. Plasmas* **6**, 3466 (1999).
- [76] M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, *Chaos Solitons Fract* (2008, sous presse).
- [77] S. Younsi et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* (2008, sous presse).

- [78] S. Younsi et M. Tribeche, Phys. Lett. A (2008, sous presse).
- [79] M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, Can. J. Phys. (2008, sous presse).
- [80] M. Tribeche, J. Plasma Phys. (2008, sous presse).
- [81] M. Tribeche, S. Ghebache, K. Aoutou et T. H. Zerguini, Phys. Plasmas **15**, 033702 (2008). .