

N° d'ordre : 05/2001- M/ PH

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI  
BOUMEDIENE (USTHB)  
Faculté des Sciences

## THESE

présentée à l' U. S. T. H. B. pour obtenir le grade de

### MAGISTER EN PHYSIQUE

option :

Sciences nucléaires

Par

**Faïza NEBIA**

**Analyse WKB des données expérimentales des réactions de  
fusion  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3He$  aux énergies stellaires**

**$0 \leq E \leq 163 \text{keV}$**

Soutenue le 06/ 06/ 2001 à 14<sup>h</sup>00 devant le jury composé de :

M <sup>me</sup> M. Allab	Prof. USTHB :	Présidente
MM :		
H. Beaumevielle	Prof. Univ. Joseph Fourier, Grenoble	} Examineurs
A. Bendib	Prof. USTHB	
M. Djebara	Maitre de conf. USTHB	
S. Kessal	Prof. USTHB	
J.P. Thibaud	Directeur de recherche au CNRS, CSNSM/ Orsay :	Invité
S. Ouichaoui	Prof. USTHB :	Dteur de thèse

# Dédicaces

A la mémoire de mes chers grands parents

A toi ma chère grande mère

A vous mes chers parents

A vous mes frères Omar, Karim et Nassim

A toi ma sœur Nesrine

A tous mes amis (es)

A vous tous Je dédie ce travail

## Remerciements

*Ce travail a été réalisé au sein du laboratoire de Sciences Nucléaires de la faculté des Sciences de l'Université USTHB sous la direction de Monsieur Saâd OUICHAOUI, Professeur à l'USTHB que je tiens à remercier vivement pour avoir accepté de diriger ce travail, pour son soutien et ses précieux conseils qui ont été bénéfiques pour la réalisation de cette thèse.*

*Je remercie aussi Monsieur le Professeur Henri BEAUMEVIEILLE de l'Université Joseph Fourier de Grenoble (FRANCE) pour son aide précieuse, ses orientations et ses conseils inestimables et enfin pour avoir accepté d'être membre du jury.*

*Je tiens à exprimer ma gratitude à Madame M. ALLAB, Professeur à l'USTHB pour l'honneur qu'elle m'a fait de présider le jury et pour avoir accepté de juger ce travail.*

*Mes remerciements vont aussi à Messieurs A. BENDIB et S.KESSAL, Professeurs à l'USTHB, ainsi qu'à Monsieur M. DJEBARA, Maître de conférence à l'USTHB, pour*

*avoir bien voulu s'intéresser de près à ce travail et pour avoir accepté d'être membres du jury.*

*Je remercie également Monsieur J. P. THIBAUD, Directeur de Recherche au CNRS (CSNSM/ Orsay, FRANCE) qui a bien voulu participer au jury en qualité de membre invité, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter d'examiner ce travail.*

*Enfin, que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail, trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.*

# Table des matières

• <b>Introduction et motivations</b> .....	1
• <b>Chapitre 1 : Synthèse des données expérimentales et méthodes de mesure</b>	
1.1- Paramétrisation de $\sigma(E)$ à partir des anciennes mesures.....	4
1.2- Mesures récentes de $\sigma(E)$ ( $S(E)$ ) et de $\sigma(E,\theta)$ .....	7
1.2.1- Dispositifs expérimentaux utilisés.....	7
1.2.2- Résultats obtenus de $S(E)$ et normalisations .....	9
1.2.3- Distributions angulaires et anisotropies.....	13
1.3- Expérience de catalyse muonique des réactions ( $d+d$ ) .....	19
1.3.1- Principe des mesures et paramètres de la fusion.....	19
1.3.2- Méthode expérimentale.....	22
1.3.3- Analyse des données expérimentales et résultats.....	24
• <b>Chapitre 2 : Décomposition en ondes partielles des facteurs astrophysiques et rapports d'embranchement</b>	
2.1-Introduction.....	29
2.2- Evaluation des pénétrabilités Coulombiennes.....	31
2.2.1- Application à la voie d'entrée $d+d$ : comparaison des rapports $P_L/e^{-2\pi\eta}$ ( $L=0, 1$ ) issus du calcul exact et de l'approximation WKB.....	33
2.2.2- Conclusion.....	42
2.3- Extrapolation des facteurs astrophysiques totaux aux énergies stellaires.....	45
2.4- Détermination des facteurs astrophysiques partiels, rapports d'embranchement	46
2.4.1- Approximation WKB au 1 <sup>er</sup> ordre.....	46
2.4.2- Approximation WKB au 2 <sup>ième</sup> ordre.....	53
• <b>Chapitre 3 : Analyse des distributions angulaires et des anisotropies. Constantes et taux de réaction</b>	
3.1- Introduction.....	61
3.2- Distributions angulaires et anisotropies .....	62
3.2.1- Approximation WKB au 1 <sup>er</sup> ordre.....	62
3.2.2- Approximation WKB au 2 <sup>ième</sup> ordre.....	66

3.3- Calcul des constantes de réaction.....	70
3.4- Calcul des taux de réaction.....	73
<b>• Chapitre 4 : Analyse des résultats. Comparaisons aux travaux antérieurs et discussions</b>	
4.1- Introduction.....	82
4.2- Facteurs astrophysiques et rapports d'embranchement. Comparaison aux travaux antérieurs et discussion.....	83
4.2.1- Facteurs astrophysiques.....	83
4.2.2- Rapports d'embranchement.....	87
4.2.3- Conclusion.....	91
4.3- Interprétation du facteur astrophysique partiel $S_1^i(E)$ ( $i=p,n$ ).....	92
4.4- Constantes et taux de réaction. Comparaison aux travaux antérieurs et discussion.....	95
4.4.1- Résultats des travaux antérieurs.....	95
4.4.2- Comparaison et discussion.....	98
4.4.3- Conclusion.....	100
• Conclusion générale.....	102
• Appendice A : Expression de l'élément de matrice de collision $U_{cc}$ , dans la théorie de la Matrice-R pour la réaction (d+d).....	104
• Appendice B : Cinétique de réaction pour les réactions de fusion (d+d) par catalyse muonique.....	108
• Appendice C : Expression du rapport $B_2/B_0$ .....	112
• Références Bibliographiques.....	114

## *Introduction et motivations*

Durant ces 40 dernières années, des études intensives, théoriques et expérimentales, ont été effectuées sur les réactions de fusion nucléaire catalysées par des muons (muon catalysed fusion  $\mu$ CF), mettant en évidence une grande variété de phénomènes impliquant l'interaction électromagnétique, l'interaction nucléaire forte et l'interaction faible.

Parmi ces études, une contribution substantielle a été consacrée à l'analyse de la réaction de fusion ( $d+d$ ) par catalyse muonique dans le deutérium pur, qui s'est distinguée par une interaction particulièrement fructueuse entre la théorie et l'expérience. Ceci a permis de comprendre le processus de formation de la molécule muonique  $dd\mu$ , le mécanisme de fixation du muon par les produits de fusion et de déterminer les principaux paramètres caractérisant le processus de fusion qui en permettraient le contrôle.

Dans ce travail, nous nous intéressons aux deux réactions particulières :  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$  résultant de la fusion ( $d+d$ ) par catalyse muonique, qui présente une grande importance dans ce genre d'études visant la production d'énergie [Ba92]. Cette réaction reste la plus avantageuse pour la production d'énergie lors de la fusion contrôlée en laboratoire. Son exploitation industrielle pourrait résoudre définitivement le problème des besoins énergétiques de notre planète puisque les océans, à eux seuls, constituent des mines intarissables de deutérium.

L'étude de la fusion thermonucléaire ( $d+d$ ) dans le domaine des énergies stellaires présente également un grand intérêt en nucléosynthèse primordiale [Ro88]. En effet, cette réaction a joué un rôle crucial dans la production des éléments légers T,  $^3\text{He}$  et  $^4\text{He}$  au début de l'Univers. De ce fait, elle est utilisée pour obtenir des informations précieuses sur la densité baryonique de l'Univers à travers le calcul des abondances primordiales de ces éléments.

Enfin, les travaux théoriques relatifs à ces deux réactions permettent de comprendre la structure du système à quelques nucléons (le noyau composé  $^4\text{He}$  étant le plus petit système doublement magique) permettant d'obtenir les caractéristiques principales de l'interaction nucléon- nucléon.

Les réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$  ont fait l'objet d'expériences récentes réalisées aux énergies stellaires par Krauss et al. [Kr87], Brown et al.[Br90] et Greife et al. [Gr95] (mesure des sections efficaces totales  $\sigma(E)$ ). L'analyse de ces réactions dans un grand

domaine d'énergie a été rapportée par G.M. Hale [Ti92, Bo92] utilisant le model RGM (Resonating Group Model) et la théorie de la matrice R. Les paramètres des niveaux de  $^4\text{He}$  déduits ont été reportés dans la référence [Ti92]. Un des résultats importants obtenus dans les calculs suivant la théorie de la Matrice R est le rapport d'embranchement  $S_1^n(0)/S_1^p(0)$  pour l'onde P, qui a été mesuré dans les expériences récentes de fusion (d+ d) par catalyse muonique [Ba92].

Aux très basses énergies, il a été montré par Fick [Fi73] que les pénétrabilités Coulombiennes jouent un rôle dominant pour la variation avec l'énergie du facteur astrophysique  $S(E)$  et des distributions angulaires.

Notre objectif dans cette étude des réactions précédentes est de déterminer les paramètres principaux caractérisant la fusion (d+ d) mis en évidence dans les expériences de fusion par catalyse muonique, à savoir : les rapports d'embranchement de la voie (n+ $^3\text{He}$ ) par rapport à la voie (p+ T), les constantes de réaction et les taux de fusion nucléaires de la molécule muonique  $dd\mu$ . A cet effet, nous utiliserons les données expérimentales [Kr87, Br90, Gr95] du facteur astrophysique  $S(E)$  et des distributions angulaires  $\sigma(\theta)$  ainsi qu'une méthode approchée (approximation WKB) pour évaluer les pénétrabilités de la barrière Coulombienne,

Dans ce contexte, il y a lieu aussi de faire le choix de la valeur appropriée du rayon d'interaction  $R_n = R_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$  du système (d+ d). L'analyse de la variation de ce rayon dans la gamme 2-10 fm permet d'éclaircir une ancienne polémique au sujet de ce choix et de tirer les conclusions requises.

Après la présentation des données expérimentales des travaux les plus récents relatifs aux deux réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$ , à savoir : la section efficace totale  $\sigma(E)$  (ou facteur astrophysique total  $S(E)$ ) et anisotropies  $A(E)$ , nous donnerons une description de l'expérience mise en œuvre pour étudier les réactions de fusion (d+ d) par catalyse muonique [Ba92] et les résultats trouvés par ces auteurs, au chapitre 1.

Au chapitre 2, après avoir évalué les pénétrabilités de la barrière Coulombienne du système (d+d) dont la connaissance est impérative, nous procéderons à une décomposition en ondes partielles des facteurs astrophysiques totaux des deux réactions et déterminerons les facteurs astrophysiques partiels à l'énergie zéro  $S_L^i(0)$ , ( $L=0, 1$ ), ( $i= p, n$ ).

La connaissance de ces quantités permet, d'une part, d'évaluer les rapports d'embranchement de la voie (n+  $^3\text{He}$ ) par rapport à la voie (p+ T) pour les ondes S et P

(dans le même chapitre) et, d'autre part, de calculer les constantes de réaction et les taux de formation de la molécule muonique  $d\bar{\mu}$  (chapitre 3). La confirmation de la valeur du rapport d'embranchement pour l'onde P est obtenue en analysant les distributions angulaires (ou anisotropies) des réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$  dans ce même chapitre.

Au chapitre 4, nous discuterons, nos résultats obtenus en les comparant aux travaux antérieurs, théoriques et expérimentaux, obtenus dans les études de la fusion  $(d+d)$  par catalyse muonique.

Finalement, nous proposerons une interprétation physique du facteur astrophysique d'onde P,  $S_1^i(E)$  et de l'anisotropie  $A^i(E)$  ( $i = n$  ou  $p$ ), basée sur le formalisme de la matrice R.

## Chapitre 1

### *Synthèse des données expérimentales et méthodes de mesure*

#### **1.1- Paramétrisation de $\sigma(E)$ à partir des anciennes mesures**

Vu l'importance des réactions de fusion  $D(d, p)T$  et  $D(d, n) {}^3He$  en astrophysique nucléaire, plusieurs groupes d'expérimentateurs les ont étudiées depuis les années 1950, déterminant, entre autres, les valeurs du facteur astrophysique  $S(E)$  aux énergies stellaires au moyen d'ajustements analytiques.

Les premiers groupes se sont intéressés à la mesure des sections efficaces des deux réactions en utilisant, d'abord, des cibles solides de deutérium ( [Ma46], [Br48], [We52]) puis, pour plus de commodité, des cibles gazeuses de deutérium ( [Sa50], [Th66], [Sc72]).

En raison des faibles valeurs des sections efficaces  $\sigma(E)$  aux énergies d'intérêt astrophysique ( à cause de la barrière Coulombienne), il est très difficile d'effectuer des mesures directes au laboratoire ; par conséquent, des approches théoriques sont utilisées pour déduire les valeurs de  $\sigma(E)$  aux basses énergies.

Connaissant les sections efficaces  $\sigma(E)$  aux énergies élevées, des méthodes d'extrapolation permettent d'extraire les valeurs de  $\sigma(E)$  aux basses énergies.

Ainsi, les premiers groupes d'expérimentateurs composés de Davenport et al. [Da53], Eliot et al. [El53] et Arnold et al. [Ar54], ont ajusté les valeurs des sections efficaces mesurées, par une fonction analytique à deux paramètres A et B, soit :

$$\sigma(E_d) = \frac{A}{E_d} \exp\left(\frac{-B}{\sqrt{E_d}}\right) \quad (1.1)$$

où  $E_d$  est l'énergie des deutons incidents dans le système du laboratoire.

Cette fonction a la même forme que la fonction de Gamow qui sera précisée ultérieurement au chapitre 2.

Par la suite, Brennan [Br58] a réétudié les données expérimentales des sections efficaces de Arnold et al. [Ar54]. Il a extrapolé celles-ci à des énergies allant jusqu'à 1 keV au moyen d'une paramétrisation déduite du calcul exact du facteur de pénétration (et donc celui de la section efficace) par la résolution de l'équation de Schrödinger. Afin de simplifier l'expression obtenue de la section efficace  $\sigma(E)$ , il l'a développée au voisinage de l'énergie zéro en puissances de  $\eta^{-2}$ . Nous en donnons, ci-dessous, l'expression limitée au deux premiers termes du développement, soit:

$$\sigma(E) = \frac{8\pi PH\beta}{9(R+S\alpha)^2} \left( \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \right) \left\{ 1 + \eta^{-2} \left[ \frac{M+N\alpha+O\beta}{R+S\alpha} + \left( \frac{x}{2} \right)^2 \frac{\gamma}{\beta} \right] + \dots \right\} \quad (1.2)$$

où :

$E$  est l'énergie incidente, exprimée dans le système du centre de masse,

$x=(8\rho\eta)^{1/2}$  avec  $\rho=k R_n$  et  $\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}$ , le paramètre de Sommerfeld,

$P, H, R, S, M, N$  et  $O$  sont des expressions algébriques qui dépendent des fonctions de Bessel. Elles sont rapportées dans la référence [Jo54].

- les paramètres  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$ , également rapportés dans la référence [Jo54], ont été déduits à partir des équations de raccordement des fonctions d'onde et de leurs dérivées en  $r=R_n$ .

Dans ce qui précède,  $k, R_n$  et  $v$  représentent respectivement le nombre d'onde, le rayon d'interaction et la vitesse relative du système.

Aux très basses énergies, Brennan obtient, dans le cas de la réaction  $D(d,p)T$ , l'expression numérique suivante:

$$\sigma(E_d) = \frac{1.07 \times 10^2}{E_d} \exp(-44.4 / \sqrt{E_d}) \quad (1.3)$$

qui est strictement équivalente à la fonction de type Gamow (1.1). Par conséquent, l'équation (1.1) est considérée comme le terme principal du développement (1.2). Les autres termes du développement (1.2) sont des corrections apportées à la fonction de Gamow, afin d'étendre son utilisation aux énergies plus élevées.

Plusieurs autres ajustements analytiques relatifs aux deux réactions de fusion  $D(d,p)T$  et  $D(d, n) He^3$  ont été proposés par d'autres auteurs, pour extrapoler les sections efficaces à des énergies où les données expérimentales n'existent pas ; par exemple, citons celui de Duane [Bo92], pour lequel la paramétrisation n'a pas abouti, puisque un de ses paramètres ajustables était en total désaccord avec celui proposé par Gamow.

Enfin Peres [Pe79], en réévaluant les données expérimentales rapportées dans les références [Mc51], [Mo52], [We52], [Da53], [Ar54], [Pr54], [Bo56], [Br57] et [Sc72], a proposé une forme analytique de type:

$$\sigma(E) = \frac{A_1 + E(A_2 + E(A_3 + E(A_4 + EA_5)))}{1 + E(B_1 + E(B_2 + E(B_3 + EB_4)))} \frac{1}{E[\exp(B_G / \sqrt{E}) - 1]} \quad (1.4)$$

où  $B_G$  désigne la constante de Gamow ( $B_G = 44,4 \text{ keV}^{1/2}$  pour la voie d+d)

Les quantités ( $A_i, B_i$ ) ( $i=1,5$ ) considérées comme des paramètres, ont été déterminées par comparaison avec les données expérimentales.

Cette forme analytique rend assez bien compte des données expérimentales anciennes.

Mais il existe toujours une incertitude non négligeable sur ces données extrapolées aux énergies stellaires, à cause de l'imprécision des mesures qui, dans certains cas, peut atteindre plus de 50%.

En particulier, l'erreur liée à l'énergie du faisceau incident peut contribuer de façon importante aux basses énergies à l'incertitude sur la section efficace, puisque celle-ci varie très rapidement avec l'énergie incidente.

Dans le but de réduire les incertitudes liées aux dispositifs expérimentaux, de nouvelles expériences furent menées, par la suite, aux basses énergies techniquement accessibles.

Dans la suite de ce chapitre, nous rapportons les expériences les plus récentes de Krauss et al. [Kr87], Brown et al. [Br90] et Greife et al. [Gr95] et présentons les données mesurées relatives aux deux réactions, à savoir: les sections efficaces totales, les distributions angulaires et les anisotropies. Nous décrivons ensuite, l'expérience mise en œuvre pour étudier les réactions de fusion (d+d) en utilisant des muons  $\mu^-$  comme catalyseurs.

## **1.2- Mesures récentes de $\sigma(E)$ [ $S(E)$ ] et de $\sigma(E, \theta)$**

### **1.2.1- Dispositifs expérimentaux utilisés**

Krauss et al. [Kr87] ont utilisé l'accélérateur de 360 kV de l'institut Kernphysik de Munster qui fournit des ions  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  d'énergies allant de 30 à 360 keV dans le référentiel du laboratoire, avec un courant du faisceau de particules pouvant atteindre 50  $\mu A$  à la cible.

Pour effectuer les mesures à des énergies plus basses, un autre accélérateur de 100 kV a été construit, au laboratoire Tandem Dynamitron de l'université de Bochum. Les faisceaux d'ions fournis par cet accélérateur sont d'une extrême stabilité et d'une très bonne résolution en énergie ( $\Delta E/E = 5 \times 10^{-4}$ ) ; leur intensité peut atteindre 1 mA.

Ainsi cet accélérateur offre la possibilité de mesurer des données avec une grande précision, aux énergies sous coulombiennes où la section efficace décroît rapidement avec l'énergie.

Un système à cible gazeuse a été utilisé lors des mesures des fonctions d'excitation, en géométrie fermée.

La chambre à cible rectangulaire est remplie de gaz  $D_2$  enrichi à 99,9 %.

Un autre système à cible gazeuse à jet supersonique, a été utilisé pour les mesures des distributions angulaires. Il consiste à envoyer, perpendiculairement à la direction du faisceau incident, un jet quasi- ponctuel de gaz  $D_2$  à une pression de 0,20 Torr, dans un canal traversant la chambre à cible, où la pression est beaucoup plus faible ; ce jet est diffusé de façon adiabatique et constitue la zone cible. Le gaz, à l'intérieur de la chambre, est renouvelé continuellement grâce à un dispositif de pompage différentiel.

Ainsi, ce groupe a réussi à minimiser les incertitudes dues à la perte d'énergie du faisceau dans la cible ; l'erreur relative sur les données mesurées a été estimée à environ 6 %.

Le groupe de Los Alamos [Br90] a mesuré les sections efficaces différentielles avec une très grande précision, pour plusieurs réactions de fusion aux basses énergies.

Pour cela, il a utilisé un dispositif expérimental très performant dénommé LEFCS (Low Energy Fusion Cross Sections).

L'expérience consiste à accélérer des ions de deutérium chargés négativement à partir d'une source duoplasmatron, à des énergies pouvant atteindre 120 keV, à travers un système de

pompage cryogénique dans un calorimètre à faisceau, qui constitue la chambre cible. Le potentiel d'accélération des ions est mesuré avec une très grande précision en utilisant un diviseur résistif. Le système de pompage cryogénique sert à renouveler continuellement le gaz de la cible. Les particules chargées produites dans la réaction ( $t$ ,  $p$  et  ${}^3\text{He}$ ) sont détectées en utilisant des détecteurs à barrière de surface à base de silicium placés à six angles d'observation différents.

La mesure des sections efficaces absolues de la diffusion élastique ( $d+p$ ) a permis de déterminer les densités des cibles utilisées avec une précision meilleure que 2 %.

Ainsi, l'erreur sur les valeurs des sections efficaces mesurées est de 1,5% pour une énergie variant entre 9,97 et 58,45 keV dans le référentiel du centre de masse.

Plus récemment, le groupe de Munster (Greife et al. [Gr95]) a effectué deux séries de mesures en utilisant des cibles gazeuses de deutérium:

**a)** une série avec deux accélérateurs à un étage de 100 kV et 450 kV au laboratoire Tandem Dynamitron à l'université de Bochum (similaires à celui utilisé par [Kr87]). Ceux-ci fournissent des faisceaux de deutérium avec des énergies variant entre 30 et 260 keV dans le référentiel du laboratoire et un courant qui peut atteindre 20  $\mu\text{A}$  à la surface de la cible.

Ce dispositif expérimental a permis à ce groupe de mesurer les distributions angulaires aux énergies incidentes comprises entre 14,85 et 128 keV d'où les sections efficaces intégrées  $\sigma(E)$  des réactions  $D(d, p)T$  et  $D(d, n) {}^3\text{He}$  ont été déduites.

**b)** une autre série de mesures pour la réaction  $D(d,p)T$ , dans la gamme d'énergie  $1,62 \leq E \leq 14,95$  keV ; un accélérateur de 30 kV a été utilisé dans le cadre du projet LUNA (Laboratory Underground for Nuclear Astrophysics) ; celui-ci a été remplacé, par la suite, par un autre accélérateur de 50 kV, pour satisfaire les spécifications suivantes:

- une focalisation du faisceau au moyen d'éléments magnétiques afin de minimiser les effets de charge d'espace qui deviennent importants aux basses énergies et aux courants intenses.
- des courants de faisceaux sur la cible dont l'intensité peut être de l'ordre de plusieurs centaines de  $\mu\text{A}$ .
- des faisceaux faiblement dispersifs ( $\leq 25$  eV), ayant une très bonne résolution en énergie ( $\Delta E/E \leq 10^{-4}$ ).

Cet accélérateur a permis d'effectuer des mesures de section efficace aux très basses énergies, et de mettre en évidence dans cette région, l'effet d'écran électronique (voir thèse réalisée au laboratoire de Sciences Nucléaires par Boughrara A. [Boug98]).

### 1.2.2- Résultats obtenus de S(E) et normalisations

Comme la section efficace  $\sigma(E)$  chute de façon brutale aux basses énergies, il est très commode de la transformer en facteur astrophysique  $S(E)$ , qui varie de façon très lente avec l'énergie  $E$ , soit :

$$S(E) = E \sigma(E) e^{2\pi\eta} \quad (1.5)$$

où  $\eta$  est le paramètre de Sommerfeld déjà défini.

Dans les tableaux (1.1), (1.2) et (1.3), nous rapportons les données expérimentales de  $\sigma(E)$  sous forme du facteur  $S(E)$  des références [Kr87], [Br90] et [Gr95], respectivement. Elles sont aussi représentées sur la figure (1.1).

E (keV)	D(d,p) T		D(d,n) <sup>3</sup> He	
	S(E) (keV.b)	$\Delta S(E)$ (keV.b)	S(E) (keV.b)	$\Delta S(E)$ (keV.b)
(a) 3,0	58	9	-	-
4,0	59	5	-	-
5,0	54	3	-	-
6,6	55	4	52	6
9,9	53	4	51	4
11,9	51	3	-	-
14,9	54	4	54	4
19,9	53	3	55	4
22,4	54	4	57	4
29,8	55	4	58	4
34,8	56	4	59	4
39,8	56	4	59	4
44,7	58	4	61	4
49,7	56	4	59	4
-	-	-	-	-
(b) 19,6	57	7	58	8
24	56	7	56	8

29	55	5	54	6
34,8	55	5	54	6
39,7	56	3	59	5
44,6	57	5	60	5
49,5	56	5	62	5
54,3	59	5	65	5
59,3	63	5	69	6
64,3	63	5	71	6
74	67	6	79	6
83,8	70	6	83	7
93,6	73	6	87	7
103,4	76	6	90	7
113,2	78	6	93	7
123	81	6	98	7
133	84	6	106	8
142,5	88	7	109	8
152,5	85	6	108	8
162,5	91	7	114	9

**Tableau (1.1) :** Valeurs de  $S(E)$  pour les réactions  $D(d,p)$  T et  $D(d,n)$   $^3\text{He}$  issues de la référence [Kr87], (a) : en utilisant l'accélérateur de 100kV de Bochum, (b) : en utilisant l'accélérateur de 360 kV de Munster.

E (keV)	D(d,p) T	D(d,n) $^3\text{He}$
	S(E) (keV.b)	S(E) (keV.b)
10,0	56,1 ± 1.7	56,7 ± 2.4
15,0	59,6 ± 1.1	58,1 ± 1.3
20,0	59,4 ± 0.9	60,0 ± 1.1
25,0	60,0 ± 0.9	62,2 ± 1.1
30,0	61,1 ± 0.9	64,3 ± 1.1
35,0	62,0 ± 0.9	65,4 ± 1.0
40,0	62,6 ± 0.9	65,3 ± 1.0
45,0	64,2 ± 0.9	68,4 ± 0.9
50,0	65,0 ± 0.9	69,8 ± 1.1
55,0	65,9 ± 0.9	72,5 ± 1.1
58,5	66,8 ± 1.0	72,3 ± 1.1

**Tableau (1.2) :** Valeurs de  $S(E)$  pour les deux réactions considérés issues de la référence [Br90].

E (keV)	D(d,p) T	D(d,n) $^3\text{He}$
	S(E) (keV.b)	S(E) (keV.b)
9,5	$58,2 \pm 0,9$	-
10,0	$58,9 \pm 0,6$	-
11,0	$58,2 \pm 0,6$	-
12,0	$58,3 \pm 0,6$	-
12,9	$58,1 \pm 0,6$	-
14,0	$58,1 \pm 0,6$	-
14,9	$62,1 \pm 3,8$	$62,1 \pm 3,8$
24,7	$64,6 \pm 2,9$	$68,7 \pm 2,9$
39,6	$68,6 \pm 3,0$	$73,2 \pm 3,0$
41	$70,2 \pm 5,0$	$73,0 \pm 4,5$
50	$69,1 \pm 3,9$	$75,9 \pm 4,5$
52	$67,6 \pm 3,7$	$73,2 \pm 4,2$
76	$74,1 \pm 3,5$	$83,0 \pm 3,9$
102	$78,6 \pm 3,5$	$90,0 \pm 4,1$
128	$86,7 \pm 4,0$	$100,6 \pm 4,3$

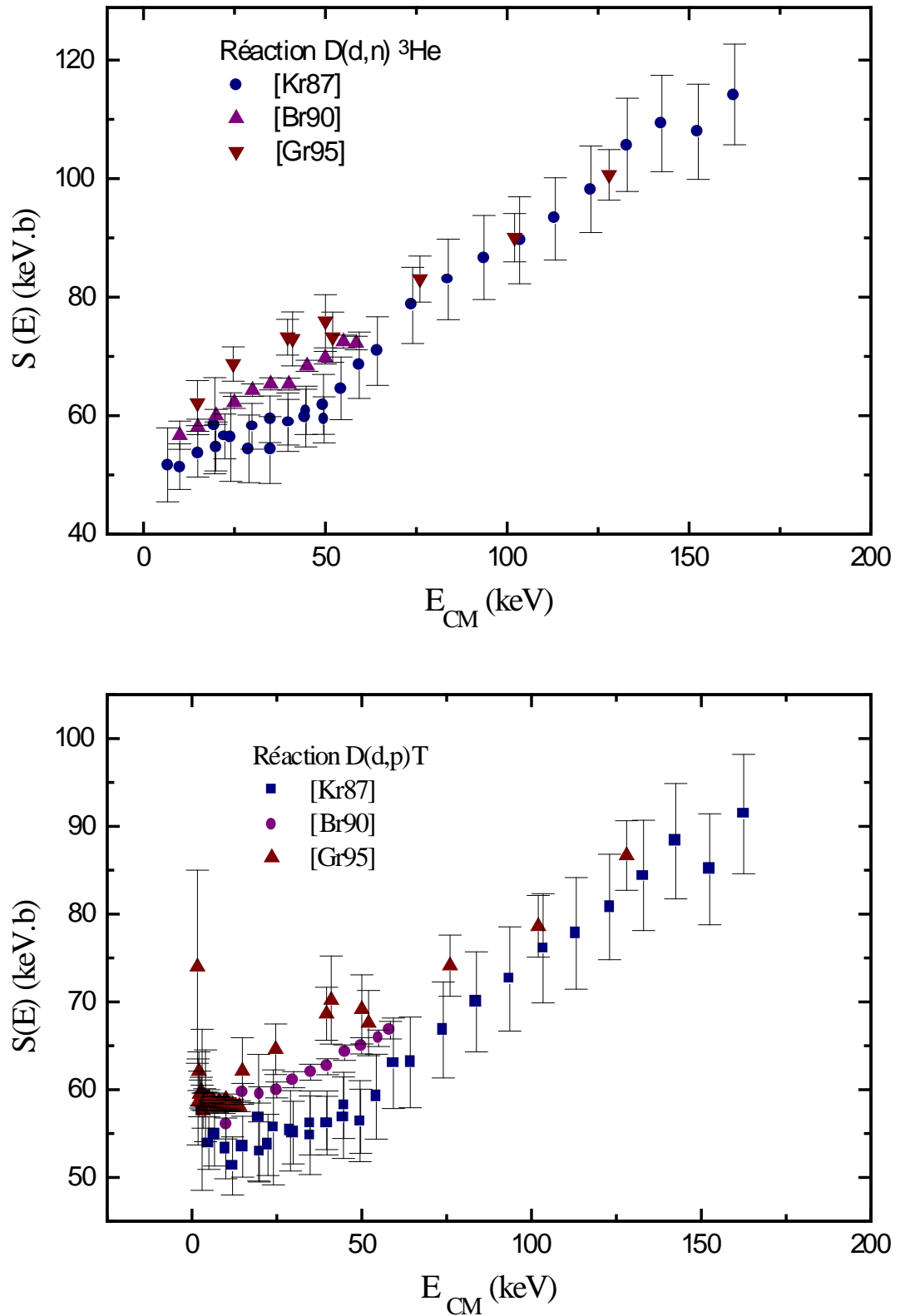
**Tableau (1.3)** : Données de S(E) des deux réactions issues de la référence [Gr95]

Dans un travail de thèse précédent [Boug98], les données expérimentales récentes de la section efficace  $\sigma(E)$ , et donc du facteur S(E) relatives aux deux réactions considérées qui présentent des écarts entre elles ont été normalisées par rapport à celles de Brown et al. [Br90]. Ces dernières, supposées les plus précises, sont en bon accord avec la compilation de Bosch et Hale [Bo92].

En effet, les deux réactions de fusion D(d,p)T et D(d,n)  $^3\text{He}$  ont fait l'objet d'une étude précédente par notre groupe [Boug98] essentiellement pour extrapoler les facteurs astrophysiques S(E) à l'énergie nulle.

En résumé, cette analyse concernait les aspects suivants :

**a)** l'extrapolation des sections efficaces des deux réactions aux énergies stellaires, dans le but de déduire les facteurs astrophysiques S(0). A cet effet, une méthode plus précise a été adoptée pour éliminer complètement les effets coulombiens de  $\sigma(E)$  ; elle consistait à introduire le nouveau facteur R(E) permettant de visualiser directement la composante nucléaire de  $\sigma(E)$  qui peut être calculée par une théorie adoptée des réactions nucléaires, comme le formalisme du noyau composé (matrice R).



**Figure (1.1)** : Ensemble des données récentes du facteur astrophysique  $S(E)$  des réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n) {}^3\text{He}$  rapportées dans les références [Kr87], [Br90] et [Gr95].

Ce facteur est défini par la relation :

$$R(E) = \frac{\sigma(E)}{\pi\lambda^2 P_L(E)} \quad (1.6)$$

où  $\lambda = \frac{\hbar}{\mu v} = \frac{\hbar}{\sqrt{2\mu E}}$  est la longueur d'onde de De Broglie associée à la voie d'entrée de la réaction considérée, ( $\mu$  étant la masse réduite du système des deux noyaux,  $v$  leur vitesse relative) et  $P_L(E)$  est la pénétrabilité de la barrière Coulombienne pour l'onde incidente de moment angulaire orbital  $L$ .

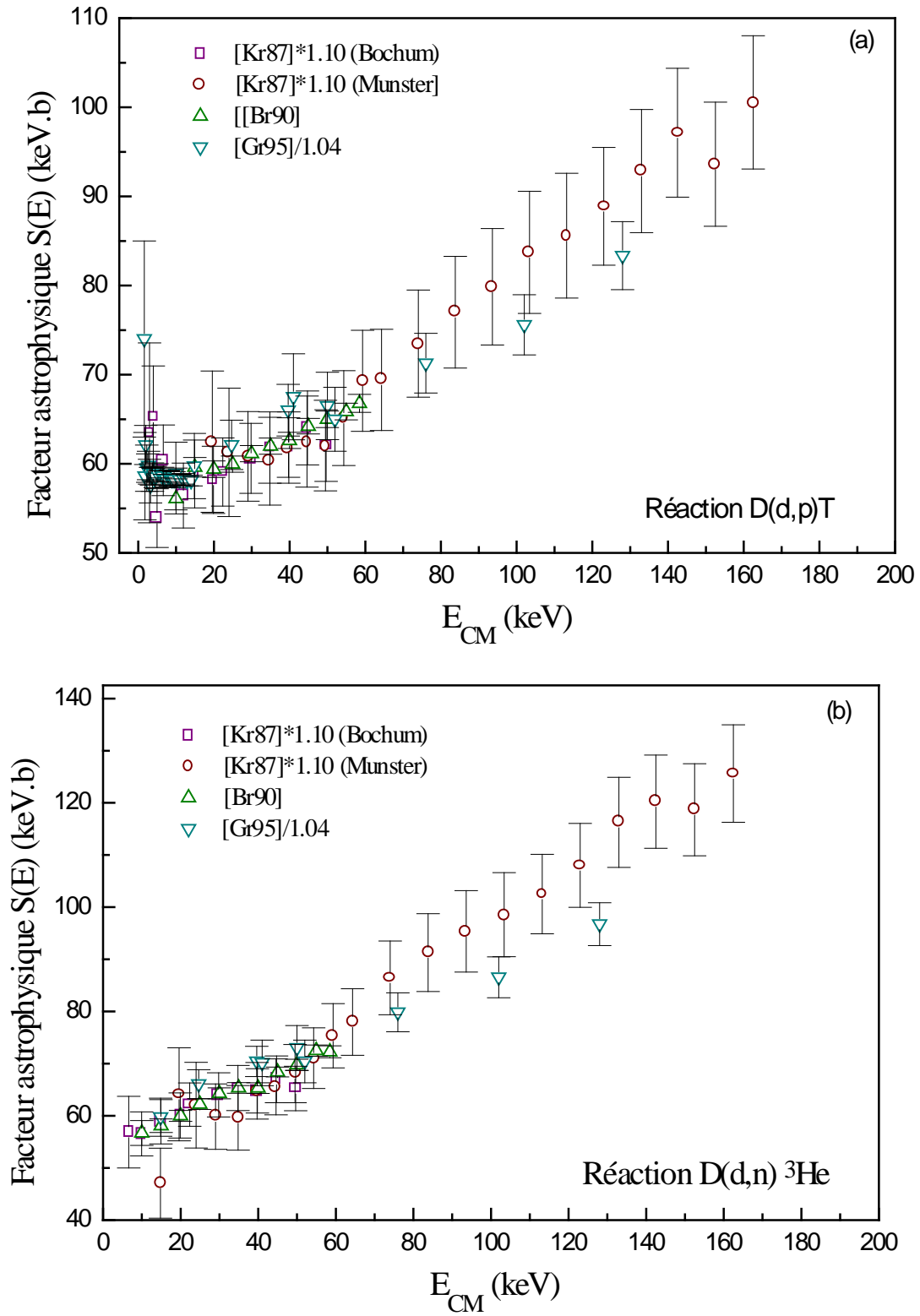
Il est relié au facteur astrophysique  $S(E)$  par la relation simple :

$$S(E) = \frac{\pi\hbar^2}{2\mu} \left( \frac{P_L(E)}{e^{-2\pi\eta}} \right) R(E) \quad (1.7)$$

**b)** l'étude de l'effet d'écran électronique dans la réaction  $D(d,p)T$ .

**c)** la détermination des taux de réaction nucléaires  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$ .

La figure (1.2) montre les données expérimentales précédentes normalisées [Boug98], présentées sous la forme du facteur astrophysique  $S(E)$ , mesurées par le groupe de Munster : Krauss et al.[Kr87], Brown et al.[Br90] et Greife et al.[Gr95].



**Figure (1.2)** : Données expérimentales récentes normalisées du facteur astrophysique  $S(E)$  des réactions  $D(d,p)T$  (a) et  $D(d,n)^3He$  (b).

### 1.2.3- Distributions angulaires et anisotropies

Pour les réactions de fusion (d+d), la section efficace différentielle  $\sigma(E,\theta)$  est symétrique autour de  $90^\circ$  dans le centre de masse (voir par exemple la figure (1.3) ci-dessous donnant les distributions angulaires pour certaines valeurs de l'énergie du deuton indiquées sur les courbes pour les réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3He$  ; Ainsi,  $\sigma(E,\theta)$  peut être décrite avec des polynômes de Legendre pairs,  $P_k(\theta)$ .

Dans le domaine d'énergie stellaire, l'ajustement des données expérimentales des distributions angulaires montre que ces dernières peuvent être décrites par un développement jusqu'à l'ordre  $k=2$ .  $\sigma(E,\theta)$  peut donc être écrite sous la forme :

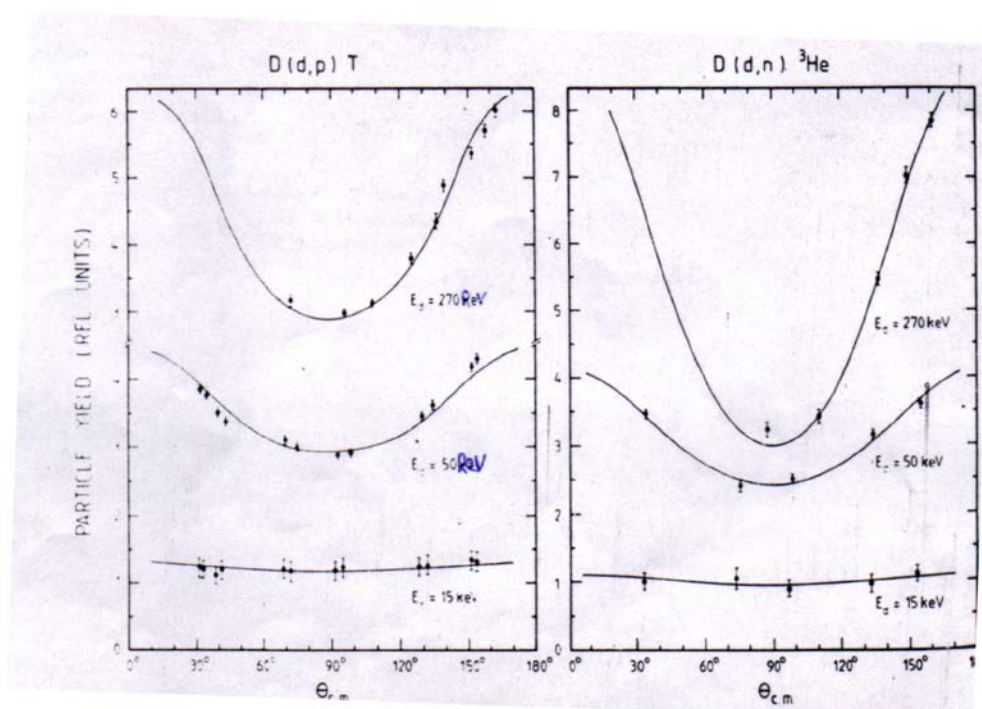
$$\sigma(E,\theta) = B_0 + B_2 P_2(\cos\theta), \quad (1.8)$$

ou

$$\sigma(E,\theta) = a + b \cos^2(\theta) \quad (1.9)$$

où  $P_2(\cos\theta) = 1/2 (3 \cos^2\theta - 1)$ , est le polynôme de Legendre d'ordre 2 donnant la dépendance angulaire de la section efficace dont la dépendance de l'énergie  $E$  est donnée par les coefficients ( $B_2, B_0$ ).

L'anisotropie  $A$  est définie comme étant le rapport :



**Figure (1.3)** : Distributions angulaires à des énergies du deuton  $E_d = 15$  keV, 50 keV et 270 keV dans le système du laboratoire pour les réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3He$ . Les courbes solides sont les meilleurs ajustements obtenus des données expérimentales par la méthode des moindres carrés en utilisant les polynômes de Legendre pairs. Figure tirée de la Ref. [Kr87].

$$A = \frac{\sigma(0^\circ) - \sigma(90^\circ)}{\sigma(90^\circ)} = \frac{b}{a} \quad (1.10)$$

ou, en fonction de  $B_2/B_0$ , le rapport:

$$A = \frac{\frac{3}{2} \left( \frac{B_2}{B_0} \right)}{1 - \frac{1}{2} \left( \frac{B_2}{B_0} \right)} \quad (1.11)$$

Dans les tableaux (1.4), (1.5), et (1.6) nous rapportons les données expérimentales de  $B_2/B_0$  et de A en fonction de l'énergie E, mesurées par le groupe de Munster.

Sur les figures (1.4) et (1.5), nous représentons, respectivement, la variation du rapport  $B_2/B_0$  et l'anisotropie A en fonction de l'énergie. Les données sont issues des références [Kr87], [Br90] et [Gr95].

E(keV)	D(d,p)T				D(d,n) $^3\text{He}$			
	$B_2/B_0$	$\Delta B_2/B_0$	A	$\Delta A$	$B_2/B_0$	$\Delta B_2/B_0$	A	$\Delta A$
7.5	0,05	0,04	0,08	0,06	0,11	0,03	0,18	0,05
10	0,11	0,01	0,23	0,02	0,19	0,04	0,32	0,07
15	0,21	0,01	0,35	0,02	0,35	0,04	0,64	0,09
20	0,23	0,01	0,39	0,02	0,35	0,04	0,64	0,09
25	0,23	0,01	0,39	0,02	0,39	0,03	0,73	0,07
30	0,23	0,01	0,51	0,02	0,42	0,03	0,80	0,07
35	0,31	0,02	0,55	0,04	0,48	0,03	0,95	0,08
40	0,33	0,02	0,59	0,04	0,53	0,02	1,08	0,06
45	0,33	0,02	0,59	0,04	0,55	0,02	1,14	0,06
50	0,36	0,02	0,66	0,05	0,60	0,02	1,28	0,06
55	0,39	0,02	0,73	0,05	0,58	0,02	1,22	0,06
65	0,44	0,03	0,85	0,07	0,63	0,03	1,38	0,10
75	0,45	0,02	0,87	0,05	0,66	0,03	1,48	0,10
85	0,49	0,02	0,97	0,05	0,67	0,03	1,51	0,10
95	0,55	0,02	1,14	0,06	0,73	0,03	1,72	0,11
105	0,54	0,02	1,11	0,06	0,74	0,03	1,76	0,11
115	0,57	0,02	1,19	0,06	0,75	0,03	1,80	0,12
125	0,60	0,02	1,28	0,06	0,78	0,03	1,91	0,12
135	0,60	0,02	1,28	0,06	0,76	0,03	1,84	0,12
145	0,62	0,02	1,35	0,06	0,78	0,03	1,92	0,12
155	0,58	0,02	1,22	0,06	0,69	0,03	1,58	0,10
165	0,67	0,01	1,51	0,03	0,82	0,03	2,08	0,13

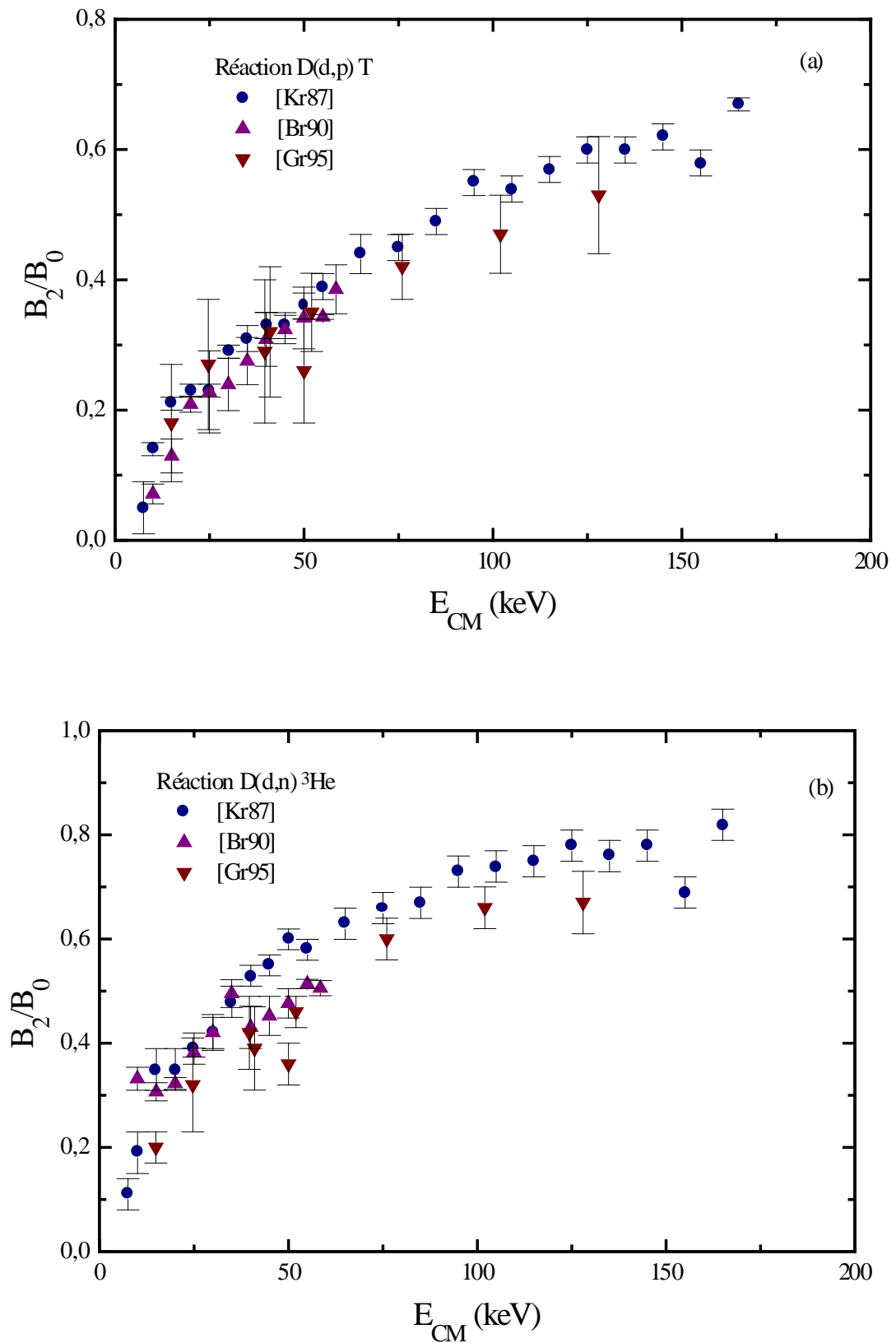
**Tableau (1.4)** : Données expérimentales de  $B_2/B_0$  et de A en fonction de l'énergie issues de la référence [Kr87]

E(keV)	D(d,p)T				D(d,n) <sup>3</sup> He			
	B <sub>2</sub> /B <sub>0</sub>	Δ(B <sub>2</sub> /B <sub>0</sub> )	A	ΔA	B <sub>2</sub> /B <sub>0</sub>	Δ(B <sub>2</sub> /B <sub>0</sub> )	A	ΔA
10,0	0,07	0,02	0,11	0,03	0,33	0,02	0,60	0,05
15.0	0,13	0,03	0,21	0,05	0,31	0,02	0,54	0,04
20.0	0,21	0,01	0,35	0,02	0,32	0,01	0,58	0,02
25.0	0,23	0,06	0,39	0,12	0,38	0,01	0,71	0,02
30.0	0,24	0,04	0,41	0,08	0,42	0,03	0,80	0,08
35.	0,28	0,04	0,48	0,07	0,50	0,03	0,99	0,07
40.0	0,31	0,04	0,55	0,09	0,43	0,04	0,82	0,10
45.0	0,32	0,02	0,58	0,05	0,45	0,04	0,88	0,09
50.0	0,34	0,05	0,62	0,10	0,48	0,03	0,94	0,07
55.0	0,34	0,03	0,62	0,01	0,51	0,01	1,04	0,02
58.5	0,39	0,04	0,72	0,09	0,51	0,01	1.02	0.04

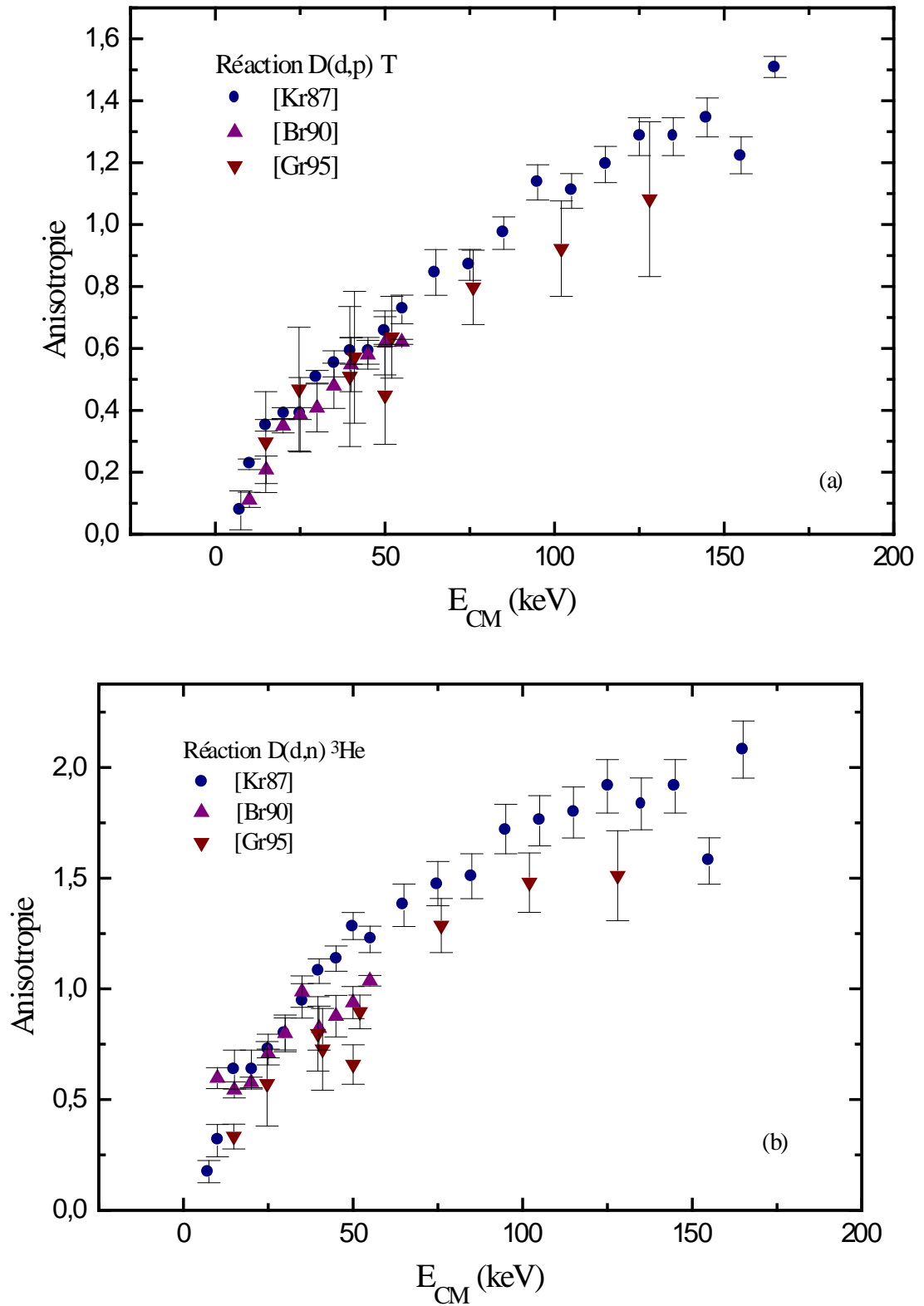
**Tableau (1.5)** : Idem que le tableau (1.4), les données sont issues de la référence [Br90].

E(keV)	D(d,p)T				D(d,n) <sup>3</sup> He			
	B <sub>2</sub> /B <sub>0</sub>	Δ(B <sub>2</sub> /B <sub>0</sub> )	A	ΔA	B <sub>2</sub> /B <sub>0</sub>	Δ(B <sub>2</sub> /B <sub>0</sub> )	A	ΔA
14.9	0.18	0.09	0.3	0.2	0.2	0.03	0.33	0.06
24.7	0.28	0.1	0.5	0.2	0.32	0.09	0.57	0.19
39.6	0.29	0.11	0.5	0.2	0.42	0.07	0.80	0.17
41	0.32	0.1	0.6	0.2	0.39	0.08	0.73	0.19
50	0.26	0.08	0.5	0.2	0.36	0.04	0.66	0.09
52	0.35	0.06	0.6	0.1	0.46	0.03	0.90	0.08
76	0.42	0.05	0.8	0.1	0.6	0.04	1.29	0.12
102	0.47	0.06	0.9	0.2	0.66	0.04	1.48	0.13
128	0.53	0.09	1.1	0.3	0.67	0.06	1.51	0.20

**Tableau (1.6)** : Idem que le tableau (1.4). Les données sont issues de la référence [Gr95].



**Figure (1.4)** : Données expérimentales du rapport  $B_2/B_0$  en fonction de l'énergie, (a) : pour la réaction  $D(d,p) T$ , (b) : pour la réaction  $D(d,n) {}^3\text{He}$ .



**Figure (1.5)** : Données expérimentales de l'anisotropie en fonction de l'énergie, (a) : pour la réaction  $D(d,p)T$ , (b) : pour la réaction  $D(d,n)^3He$ .

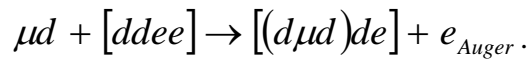
### **1.3-Expériences de catalyse muonique des réactions (d+d)**

#### **1.3.1- Principe des mesures et paramètres de la fusion**

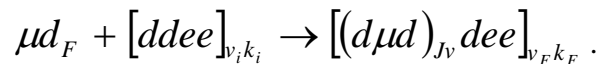
Une méthode expérimentale très adaptée a été développée par le groupe de Gatchina [Ba92] dans le but d'étudier les réactions de fusion (d+d) par catalyse muonique [Ba83, Ko80, Mar81].

Suite à l'arrêt d'un muon  $\mu^-$  dans le deutérium, différents processus physiques peuvent avoir lieu comme le montre la figure (1.6).

La capture du  $\mu^-$  dans un état excité de l'atome  $d\mu$  est suivie par des transitions vers l'état fondamental en moins de  $10^{-10}$ s. L'atome muonique  $d\mu$  se trouvant dans l'état fondamental (dans l'état hyperfin  $F=1/2$  ou l'état hyperfin  $F=3/2$ ) interagit, ensuite, avec les molécules  $D_2$  pour former un ion mésomoléculaire ou une molécule complexe suivant deux mécanismes. Dans le premier (processus direct), l'atome muonique capture un seul noyau de la molécule  $D_2$  et forme un état moléculaire lié avec libération d'énergie par effet Auger :

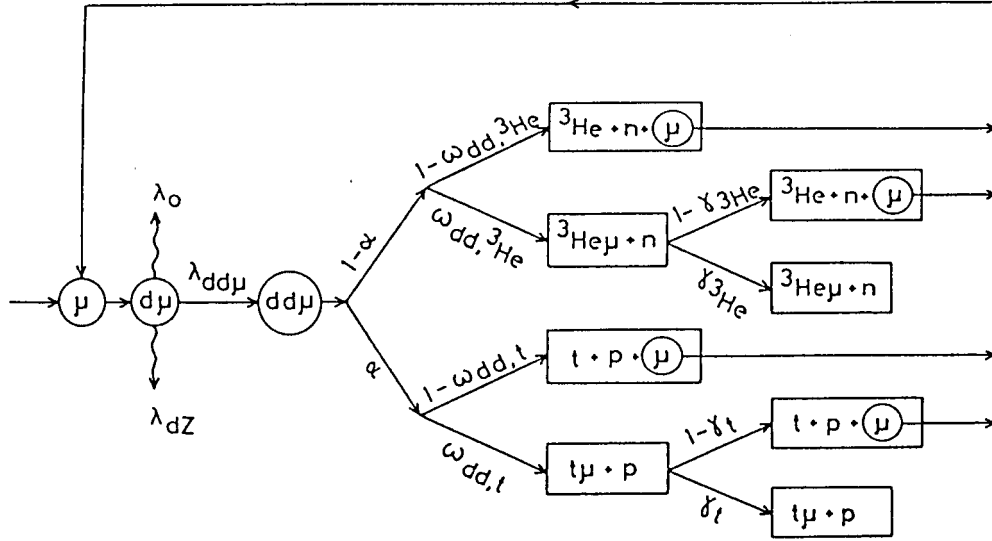


Le deuxième mécanisme, processus résonnant proposé par Vesman [Ve67], est un effet de nature statistique qui dépend des énergies de tous les états liés impliqués. L'existence d'un état de la molécule ( $d\mu d$ ) lié avec  $\sim 2$  eV permet à l'excès d'énergie du système (énergie libérée lors de la formation de ( $d\mu d$ ) plus l'énergie incidente de l'atome muonique  $d\mu$ ) d'être absorbé sous forme de l'excitation des états rotationnels-vibrationnels ( $v_f k_f$ ) de l'état final de tout le complexe à six corps. Une résonance dans la section efficace de formation est observée lorsque l'énergie incidente de l'atome muonique  $d\mu$  dans l'état hyperfin  $F$  est telle que l'énergie initiale totale du système est égale à l'énergie d'excitation du système final,



Ici, ( $J, v$ ) sont respectivement le moment angulaire orbital et le nombre quantique vibrationnel de la molécule muonique ( $dd\mu$ ), ( $v_{i,f}, k_{i,f}$ ) sont les nombres quantiques vibrationnels et rotationnels des systèmes initial et final, respectivement.

La formation de la molécule ( $dd\mu$ ) par ces deux mécanismes est un processus beaucoup plus lent et le taux de formation correspondant,  $\lambda_{dd\mu}$ , est un des principaux paramètres de la catalyse muonique de la fusion (d+ d).



**Figure (1.6).** Schéma des processus possibles suivant l'arrêt d'un muon dans le deutérium pur.  $\lambda_0$  : taux de désintégration du muon ;  $\lambda_{dZ}$  : taux de transfert du muon aux impuretés, soit :  $(d\mu + Z \rightarrow Z\mu + d)$  ;  $\lambda_{dd\mu}$  : taux de formation de la molécule  $dd\mu$  ;  $\alpha$  : probabilité de désintégration du noyau composé  ${}^4\text{He}$  dans la voie (T+p) ;  $\omega_{dd,T}$  : probabilité de fixation du  $\mu$  par T ;  $\omega_{dd,{}^3\text{He}}$  : probabilité de fixation du  $\mu$  par  ${}^3\text{He}$  ;  $\gamma_{{}^3\text{He}}$  et  $\gamma_T$  sont les probabilités de rétention des muons par l'ion  $({}^3\text{He}\mu)^+$  ou l'atome (T $\mu$ ) au cours de leur ralentissement dans le gaz.

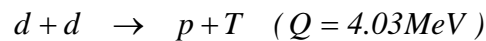
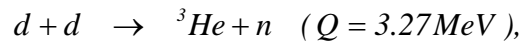
Le processus de formation résonnante de la molécule muonique ( $dd\mu$ ) a été bien étudié conduisant à des calculs [Man87, Fa89, Sc90, Fa96] relatifs à la dépendance en énergie du taux de formation  $\lambda_{dd\mu}$ . Cette dépendance a été confirmée expérimentalement par Balin et al. [Ba92].

La valeur de  $\lambda_{dd\mu}$  est proportionnelle à la concentration atomique de deutérium  $\rho_{\text{exp}}$  et elle est généralement normalisée à la densité de l'hydrogène liquide, soit :

$$\lambda_{dd\mu}^\circ = \lambda_{dd\mu} \frac{\rho^\circ}{\rho_{\text{exp}}}, \quad (1.11)$$

où  $\rho^\circ = 4.25 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ .

Approximativement  $10^{-9}$ s après la formation de la molécule ( $dd\mu$ ), les réactions de fusion



ont lieu [Dz66, By74].

Le rapport des rendements ou rapport d'embranchement R de ces deux réactions isotopiquement symétriques, défini par la relation :

$$R = \frac{Y(^3\text{He} + n)}{Y(\text{T} + p)} \quad (1.12)$$

est un autre paramètre important de la catalyse muonique de la fusion (d+ d). Le muon peut être libéré après une fusion (d+ d), puis catalyser une autre fusion (d+ d). Alternativement, le muon peut être capturé par les produits de fusion,  $^3\text{He}$  ou T, avec des probabilités de fixation correspondantes  $\omega_{dd, ^3\text{He}}$  et  $\omega_{dd, \text{T}}$ , comme il peut être libéré au cours du ralentissement de l'ion  $(^3\text{He}\mu)^+$  et de l'atome  $(\text{T}\mu)$  dans le deutérium (voir fig.(1.6)). Les probabilités pour que le muon soit retenu par l'ion  $(^3\text{He}\mu)^+$  ou par l'atome  $(\text{T}\mu)$  sont désignées par  $\gamma_{^3\text{He}}$  et  $\gamma_{\text{T}}$  respectivement. Par conséquent, les coefficients effectifs de fixation du  $\mu^-$ , donnés par les relations suivantes :

$$\tilde{\omega}_{dd, ^3\text{He}} = \omega_{dd, ^3\text{He}} \times \gamma_{^3\text{He}} \quad (1.13)$$

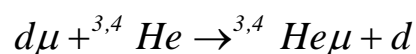
et 
$$\tilde{\omega}_{dd, \text{T}} = \omega_{dd, \text{T}} \times \gamma_{\text{T}}, \quad (1.14)$$

sont d'une grande importance pour la fusion (dd) catalysée par des muons ( $\mu\text{CF}$ ).

Il s'avère que la valeur de  $\tilde{\omega}_{dd, \text{T}}$  est pratiquement zéro, vu la faible valeur de  $\omega_{dd, \text{T}}$ , d'une part et, d'autre part, à cause de la grande probabilité de stripping pour l'atome neutre  $\text{T}\mu$  [Mar81].

La désintégration du muon ( $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ ) avec un taux  $\lambda_0 = 0.455 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$  et le transfert du muon aux impuretés Z du gaz ( processus  $d\mu + Z \rightarrow Z\mu + d$  ), avec un taux  $\lambda_{dZ}$ , sont les autres causes de perte des muons (voir figure 1.6). La concentration relative des impuretés de charge  $Z > 2$  devrait être inférieure à  $10^{-6}$  dans les expériences de fusion  $d\mu d$ .

D'autre part, la dépendance du taux de fusion observé de la réaction de transfert compétitive, peut être utilisée pour mesurer  $\lambda_{dZ}$ ; cette méthode a été utilisée pour déterminer les taux de transfert  $\lambda_{d, ^3\text{He}}$  et  $\lambda_{d, 4\text{He}}$  dans les réactions :



Ainsi, trois paramètres principaux dans la chaîne catalysée d- $\mu$ -d sont :

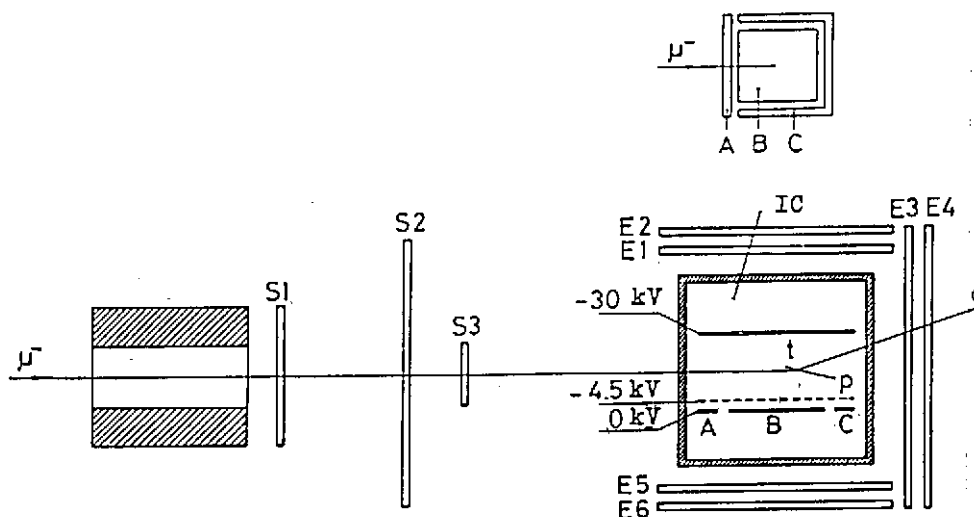
$$\lambda_{dd\mu}, \quad R \quad \text{et} \quad \tilde{\omega}_{dd, ^3\text{He}}.$$

Parmi eux, seul  $\lambda_{dd\mu^-}$ , a été étudié expérimentalement avant les mesures de Balin et al. [Ba92]. La méthode décrite par le groupe de Gatchina a permis de mesurer tous ces paramètres. Aussi, les mesures des taux de transition vers l'hélium-3 et l'hélium-4 ont été effectuées pour la première fois.

### 1.3.2- Méthode expérimentale

La méthode expérimentale est fondée sur l'utilisation d'un accélérateur synchrocyclotron pour produire les ions  $\mu^-$  et d'une chambre d'ionisation (CI) remplie de deutérium comme un détecteur pour les produits chargés de la fusion nucléaire. Les caractéristiques principales de ce détecteur sont: une géométrie  $4\pi$  et une très bonne efficacité ( approximativement 100%). Avec un temps mort d'enregistrement aussi court que 350 ns, il était possible de détecter plusieurs réactions de fusion (d+d) initiées par un seul muon  $\mu^-$ , ce qui facilitait l'analyse des données.

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure (1.7). le détecteur est placé à la sortie du canal de muons du synchrocyclotron. Les muons chargés négativement,  $\mu^-$ , sont accélérés à un moment de 85 MeV /c, correspondant au nombre maximum de muons stoppés dans le volume sensible de la chambre. L'erreur relative  $\Delta p/p$  est de l'ordre de 7 %.



**Figure (1.7).** Dispositif expérimental pour l'étude des réactions de fusion (d+d) par catalyse muonique. S1, S2, S3 sont les compteurs scintillateurs (S1 est  $100 \times 100 \times 5 \text{ mm}^3$ , S2 est  $300 \times 300 \times 10 \text{ mm}^3$ , S3 est  $15 \times 40 \times 5 \text{ mm}^3$ ); E1- E6 sont des compteurs des électrons résultant de la désintégration des muons ( $200 \times 200 \times 10 \text{ mm}^3$ ); IC est la chambre d'ionisation; A, B, C sont les anodes.

La CI est constituée d'une cathode, d'une grille et d'une anode divisée en 3 parties (A, B et C). Les principaux paramètres géométriques sont présentés dans le tableau (1.7).

La chambre est en acier inoxydable, d'une épaisseur de 3 mm. L'épaisseur du gaz cible est  $0.03 \text{ g/cm}^2$  à la pression du deutérium 91,6 atm. Le taux de muons stoppés dans le volume sensible de la chambre est approximativement de un muon par seconde. La CI est entourée de compteurs à scintillation dont les dimensions sont données dans la légende de la figure (1.7) ; ils servent à générer des signaux de déclenchement extérieur et à enregistrer les électrons de la désintégration de muons.

La CI est remplie de deutérium pur, de pression pouvant varier de  $P=51,6$  à  $P=93,0$  atm, le comptage maximum correspondant à 91,6 atm. Pour éliminer les impuretés, la chaleur dégagée lors du pompage de la chambre sous le vide a été utilisée. La chambre est ensuite remplie de deutérium à travers une unité de purification spéciale. La pureté du gaz est testée par une analyse chromatographique au début et à la fin de l'expérience. Les concentrations moléculaires relatives aux impuretés sont :  $N_2 \approx 4. 10^{-6}$ ,  $O_2 + Ar \approx 3. 10^{-7}$ . La pression du gaz dans la chambre est mesurée avec une précision meilleure que 0,5%.

La CI fonctionnait en mode collection des électrons. La cathode était portée à une tension de  $-30 \text{ kV}$  et la grille, à  $-4.5 \text{ kV}$ , l'anode étant au potentiel nul. Le temps de collection des électrons est de  $2 \mu\text{s}$  et  $0.15 \mu\text{s}$ , respectivement, pour les distances cathode – grille, grille – anode.

Distance cathode- grille	10 mm
Distance grille- anode	1 mm
Dimensions de l'anode B	$35 \times 35 \text{ mm}^2$
Largeur de l'anode A	3 mm
Largeur de l'anode C	3mm
Espacement des fils de la grille	200mm
Diamètre du fil	$25 \mu\text{m}$

**Tableau (1.7):** Paramètres géométriques de la chambre d'ionisation.

A des pressions élevées du gaz de remplissage de la CI, la recombinaison des paires (électrons, ions positifs) créée par les particules devient important et donc, le mode collection des électrons nécessite l'élimination des contaminants électronégatifs tels  $O_2$ ,  $H_2O$ . Pour cela, un système de purification spécial a été construit avec une pression de sortie pouvant atteindre 120 atm.

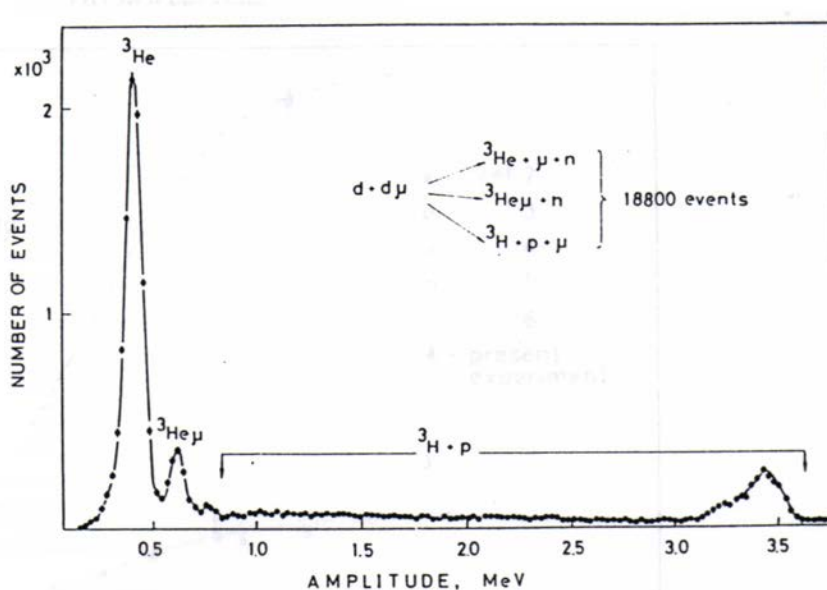
L'analyse de la pureté du gaz est ensuite effectuée au moyen d'un chromatographe et d'un analyseur d'humidité.

L'utilisation de cette chambre d'ionisation permettait, ainsi, de mesurer une séquence de fusions catalysées par un seul muon. L'amplitude  $V$  et le temps de relaxation (par rapport au signal de muon) de chaque signal de fusion ont été enregistrés.

### 1.3.3- Analyse des données expérimentales et résultats

La figure (1.8) représente un spectre d'amplitude des signaux F1 relatifs aux premières fusions ( $d+d$ ). Sur cette figure, on peut distinguer deux pics voisins et étroits à basse énergie correspondant aux branches ( ${}^3\text{He} + \mu + n$ ) et ( ${}^3\text{He}\mu + n$ ), plus un pic plus large vers 3.4 MeV superposé à un fond continu correspondant à la réaction  $d + d \rightarrow p + T$ . Les pics relatifs à  ${}^3\text{He}$  et à  ${}^3\text{He}\mu$  sont bien séparés (en raison essentiellement des différences dans la recombinaison des produits de l'ionisation induite par les ions  ${}^3\text{He}^{++}$  et  ${}^3\text{He}\mu^+$  dans  $D_2$ ), ce qui permet la mesure du coefficient de fixation  $\omega_{dd, {}^3\text{He}}$ .

La procédure de séparation des deux pics  ${}^3\text{He}$  et  ${}^3\text{He}\mu$  est très simple si le premier spectre des signaux F1 (Fig. 1.8) est comparé à celui des signaux F1 suivis au moins d'une autre fusion. Clairement, dans ce dernier cas, les muons n'ont pas été perdus et le pic  ${}^3\text{He}\mu$  n'apparaîtrait pas comme le montre la figure (1.9).



**Figure (1.8) :** Distribution en amplitude des 2<sup>èmes</sup> impulsions sur l'anode B correspondant aux événements de la 1<sup>ère</sup> fusion  $dd$  (événements F1).

En soustrayant le spectre proprement normalisé représenté sur la figure (1.9.b) de celui de la figure (1.9.a), le nombre des événements correspondant aux muons fixés par l'ion  ${}^3\text{He}^{++}$  qui n'ont pas été libérés au cours du ralentissement de l'ion  $({}^3\text{He}\mu)^+$  dans le deutérium peut être évalué.

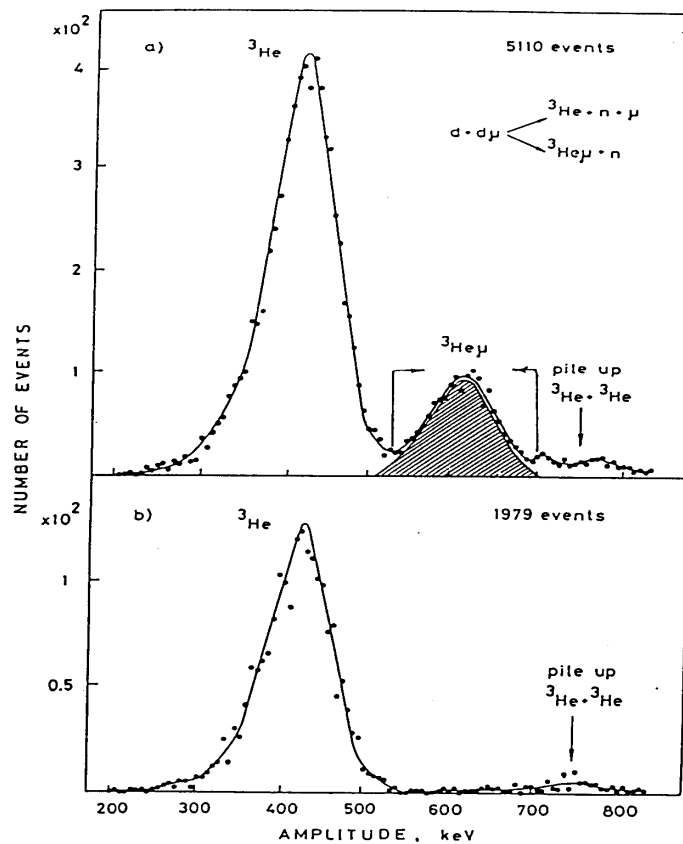
Le paramètre de fixation effectif ainsi déterminé a pour valeur :

$$\tilde{\omega}_{dd^3\text{He}} = (12.6 \pm 0.4)\% .$$

Les parcours des protons créés dans la voie (p+ T) sont comparables aux dimensions du volume sensible de la CI. Par suite, une partie seulement des protons est détectée, ce qui explique le fond continu dans le spectre de la Fig. (1.8). L'amplitude minimale dans ce continuum est de 0.8 MeV correspondant à une énergie des particules  ${}^3\text{H}$  réduite par l'effet de recombinaison.

A partir de l'analyse du spectre d'énergie des produits de réaction, le rapport d'embranchement R entre les voies n et p (rapport des rendements) est :

$$R = \frac{Y(d + d \rightarrow {}^3\text{He} + n)}{Y(d + d \rightarrow {}^3\text{H} + p)} = 1.39 \pm 0.04 .$$



**Figure (1.9) :** Distribution en amplitude des événements F1. (a) : pas de signaux détectés après la fusion F1 ; (b) : La fusion F1 est suivie par une autre fusion.

Pour obtenir la valeur du taux de formation de la molécule ( $dd\mu$ ),  $\lambda_{dd\mu}$ , il est requis d'avoir au moins une fusion à  $t \geq 2.5 \mu\text{s}$ . Dans ce cas, le muon est disponible pour catalyser une fusion dans l'intervalle  $0 < t < 2.5\mu\text{s}$ . Ainsi, le nombre de fusions détectées dans cet intervalle de temps est une mesure directe du paramètre  $\lambda_{dd\mu}$ . Le résultat de ces mesures (normalisé à la densité de l'hydrogène liquide  $\rho^0$ ) est :

$$\lambda_{dd\mu}^0 = (2.76 \pm 0.08) \times 10^6 \text{ s}^{-1}.$$

Ce taux de formation de la molécule ( $dd\mu$ ) obtenu par ce groupe a été trouvé supérieur (d'un facteur 4) à celui obtenu par le groupe de Dubna [Dz66, By74] (voir figure (1.10) ci-dessous). Aussi, une attention particulière a-t-elle été accordée à l'analyse des erreurs systématiques intervenant dans ces expériences (mesures répétées plusieurs fois sous des conditions différentes). Trois méthodes pratiquement indépendantes ont été utilisées pour analyser les données conduisant à la détermination de la valeur de  $\lambda_{dd\mu}$ , la stabilité des résultats étant la preuve de leur précision. L'erreur statistique associée à un taux de comptage suffisamment élevé sur la valeur obtenue de  $\lambda_{dd\mu}$  est inférieure à 3%.

Ce résultat a confirmé la forte dépendance de la température  $T$  de  $\lambda_{dd\mu}$ , prédite et étudiée théoriquement suivant le mécanisme résonnant de formation de la molécule ( $dd\mu$ ). Aussi, ce résultat a été confirmé, par la suite, dans une autre expérience du LAMPF [Jo86]. La théorie de la  $\mu\text{CF}$  [Man87] a reproduit le résultat du groupe de Gatchina comme montré sur la figure (1.10). Un seul paramètre été ajusté dans ce fit, qui est le taux de fusion  $\lambda_f$  de la molécule ( $dd\mu$ ) : un bon accord avec l'expérience est obtenu pour  $\lambda_f = 0.41 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ , alors que la valeur théorique est  $\lambda_f = (0.51 \pm 0.1) \times 10^9 \text{ s}^{-1}$

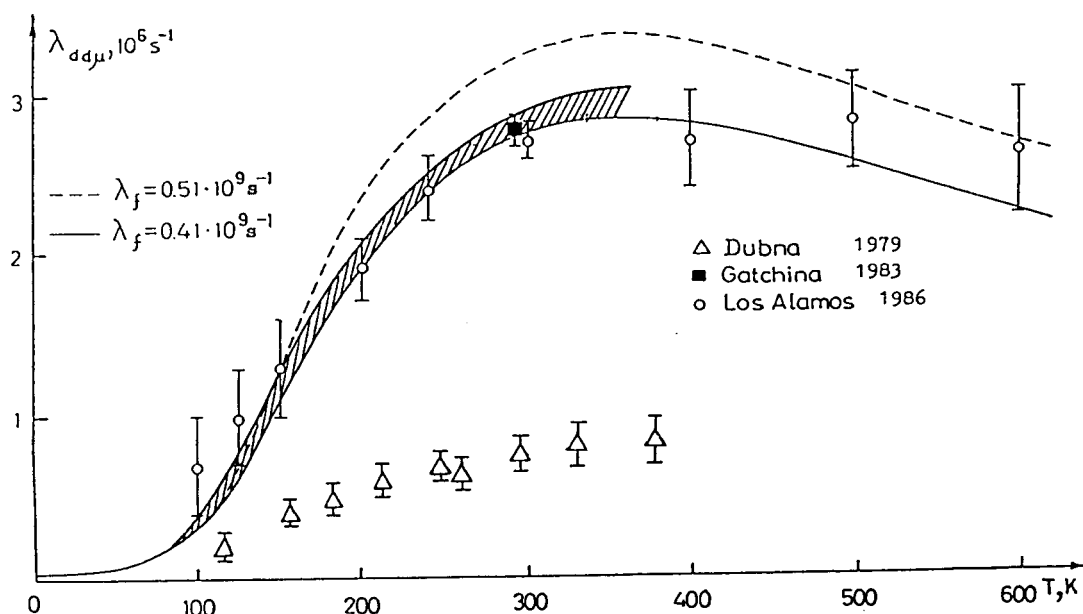
Les mesures du taux de transfert,  $\lambda_{d, {}^4\text{He}}$  ont été effectuées dans une autre expérience où une proportion de 2% de  ${}^4\text{He}$  est ajoutée au deutérium pour observer un taux de fusion décroissant. La valeur obtenue pour  $\lambda_{d, {}^4\text{He}}$  normalisée à la densité de l'hydrogène liquide est :

$$\lambda_{d, {}^4\text{He}} = (3.7 \pm 0.2) \times 10^8 \text{ s}^{-1}.$$

En résumé, l'ensemble des résultats obtenus par ces auteurs est regroupé dans le tableau (1.8).

L'on notera, enfin, qu'une nouvelle méthode expérimentale basée sur l'accélération d'atomes muoniques ( $\mu\text{t}$ ) et la détermination de leur énergie par temps de vol (technique TOF) a été mise en œuvre récemment dans le cadre d'une vaste collaboration

internationale [Fu00].pour étudier, à des énergies épithermiques 0.1-10 eV, la fusion résonnante T+D.



**Figure (1.10)** : Dépendance en température du taux de formation  $\lambda_{dd\mu}$ . Les deux courbes solides sont les calculs théoriques de  $\lambda_{dd\mu}(T)$  pour deux valeurs de l'énergie  $\varepsilon_{11}$  du niveau excité ( $j=1, v=1$ ) de la molécule  $dd\mu$  ( $\varepsilon_{11} = -1.964$  eV et  $\varepsilon_{11} = -1.966$  eV) avec  $\lambda_f = 0.41 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ . Figure tirée de la réf. [Ba91].

The results of investigation of muon catalyzed dd fusion.

Gas	Pressure [atm]	Temp [K]	$\lambda_{dd\mu}^0$ [ $10^6 \text{ s}^{-1}$ ]	$\bar{\omega}_{dd,^3\text{He}}$	$R$	$\lambda_{d,^4\text{He}}^0$ [ $10^8 \text{ s}^{-1}$ ]	$\frac{\lambda_{\mu}(\text{He}\mu)}{\lambda_{\mu}(d\mu)}$
D <sub>2</sub>	51.6	293	2.4 ± 0.6	—	—	—	—
D <sub>2</sub>	70.4	293	2.86 ± 0.11	0.125 ± 0.005	1.32 ± 0.05	—	—
D <sub>2</sub>	79.6	293	2.74 ± 0.14	0.116 ± 0.008	1.52 ± 0.11	—	—
D <sub>2</sub>	91.6	293	2.76 ± 0.08	0.126 ± 0.004	1.39 ± 0.04	—	—
D <sub>2</sub>	92.0	295	2.84 ± 0.10	0.111 ± 0.006	1.47 ± 0.06	—	—
D <sub>2</sub> + 1.8% <sup>4</sup> He	86.0	295	—	—	—	3.7 ± 0.2	7 ± 6
D <sub>2</sub> + 1.8% <sup>3</sup> He	75.9	290	—	—	—	1.3 ± 0.3	—

**Tableau (1.8)** : Résultats obtenus par le groupe de Gatchina [Ba92].

## Chapitre 2

### *Décomposition en ondes partielles des facteurs astrophysiques et rapports d'embranchement*

#### **2.1- Introduction**

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, la nature de l'onde partielle incidente (moment angulaire orbital L) peut être introduite explicitement dans l'expression du facteur astrophysique S(E) en terme du facteur purement nucléaire R(E) (Eq.1.7).

Aux basses énergies et loin des résonances, seules les ondes partielles de moment angulaire orbital L=0 (ondes S) ou L=1 (ondes P) interviennent en général dans la réaction.

Décomposons le facteur astrophysique S(E) suivant ces ondes partielles, soit :

$$S(E) = S_0(E) + S_1(E). \quad (2.1)$$

l'équation (1.7) conduit alors à l'expression :

$$S(E) = \frac{\pi\hbar^2}{2\mu} \left( R_0 \cdot \frac{P_0(E, R_n)}{e^{-2\pi\eta}} + R_1 \cdot \frac{P_1(E, R_n)}{e^{-2\pi\eta}} \right), \quad (2.2)$$

où les facteurs  $R_0$  et  $R_1$  peuvent être assimilés à des constantes du fait que seuls des niveaux larges du noyau  $^4\text{He}$  contribuent à la section efficace dans la gamme d'énergie (0-100 keV) d'intérêt astrophysique.

Par conséquent, la détermination des facteurs astrophysiques partiels ( $S_0, S_1$ ) nécessite, d'abord, l'évaluation des pénétrabilités de la barrière Coulombienne  $P_L(E, R_n)$ , ( $L=0,1$ ).

La fusion (d+d) conduit aux deux voies de réaction ( $n + ^3\text{He}$ ) et ( $p + T$ ) que nous désignerons de façon abrégée par n et p, respectivement.

Le rapport des rendements de ces voies ou rapport d'embranchement pour une onde partielle L donnée est défini par la relation :

$$\mathbf{R}_L = \frac{\mathbf{S}_L^n(0)}{\mathbf{S}_L^p(0)}, \quad (2.3)$$

où les  $S_L^i(0)$ , ( $i = n, p$ ), ( $L = 0, 1$ ), sont les facteurs astrophysiques partiels extrapolés à l'énergie zéro.

Un des résultats importants obtenus dans les calculs suivant la théorie de la Matrice  $\mathbf{R}$  et rapporté par G. M. Hale [Ha91] est précisément le rapport d'embranchement  $S_1^n(0)/S_1^p(0)$  associé à l'onde P. Ce rapport a, par ailleurs, été mesuré dans des expériences de fusion (d+d) catalysée par des muons  $\mu^-$  [Ba92].

Ainsi, il est donc possible de procéder à une décomposition en ondes partielles ( $L=0,1$ ) des sections efficaces totales des deux réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$ , conduisant à la détermination des valeurs des sections efficaces partielles à l'énergie zéro  $\sigma_L^n(0)$  et  $\sigma_L^p(0)$ , ( $L=0,1$ ). Dans la suite du chapitre, nous présentons d'abord la méthode approchée WKB adoptée pour évaluer les pénétrabilités  $P_L(E, R_n)$ , dont les résultats seront comparés à ceux du calcul exact de ces quantités. Ensuite, nous extrapolerons les données expérimentales de section efficace des deux réactions de fusions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$  et déterminerons la contribution des ondes S et P au facteur astrophysique  $S(0)$ , ainsi que les rapports d'embranchement  $R_L$  ( $L=0, 1$ ).

Nous avons aussi étudié la variation de ces dernières quantités en fonction du rayon nucléaire  $R_n$  et montré à partir de nos résultats que le rapport d'embranchement  $R_1$  pour l'onde P, depuis longtemps supposé être de l'ordre de l'unité, est bien supérieur à 1. Ceci montre clairement la prédominance des ondes P ( $L=1$ ) dans la voie ( $n+^3\text{He}$ ) par rapport à la voie ( $p+T$ ).

## 2.2- Evaluation des pénétrabilités Coulombiennes

Le facteur de pénétration de la barrière Coulombienne exprime la probabilité qu'a une particule chargée de franchir cette barrière. Ce facteur est défini, selon la théorie de la Matrice  $\mathbf{R}^*$ , par :

$$P_L(E) = \rho \frac{1}{F_L^2(kR_n) + G_L^2(kR_n)} \quad (2.4)$$

où  $L$  est le moment angulaire orbital de l'onde partielle incidente dans la voie d'entrée de la réaction considérée,  $R_n$  le rayon d'interaction de cette voie défini par la relation :

$R_n = r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$  en termes des nombres de masse des noyaux, ( $A_1, A_2$ ).,  $F_L$  et  $G_L$  sont les fonctions de Coulomb régulière et irrégulière calculées à l'énergie  $E$  et pour  $R_n$ ,

$\rho = k_c R_n$  avec  $k_c = \frac{1}{\lambda} = \frac{\sqrt{2\mu_c E}}{\hbar}$  nombre d'onde de la voie  $c$ ,  $\mu_c$  étant la masse réduite des particules en interaction.

D'après l'expression (2.4), la connaissance du facteur de pénétration de la barrière Coulombienne nécessite la détermination des fonctions de Coulomb  $F_L$  et  $G_L$  suivant un calcul exact.

Toutefois, pour des énergies situées très loin en dessous de la barrière coulombienne

( $E \ll B_C$ , qui se réécrit  $\rho \ll 2\eta$ ), l'approximation WKB (Wentzel, Kramers, Brillouin) [Boug98, Abr72] peut être utilisée pour évaluer les fonctions de Coulomb, donc les pénétrabilités  $P_L(E, R_n)$ .

---

(\*) Le calcul détaillé des pénétrabilités de la barrière Coulombienne (calcul exact par la résolution de l'équation de Schrödinger et calcul approché par la méthode WKB) a été rapporté dans les travaux précédents menés au sein du groupe [Bou93, Boug98]. Aussi, nous nous sommes limités ici au rappel des expressions finales des pénétrabilités relatives aux ondes S et P.

Dans le cadre de cette approximation, les pénétrabilités des ondes S et P rapportées au facteur de Gamow  $e^{-2\pi\eta}$  s'écrivent:

$$\frac{P_0}{e^{-2\pi\eta}} = \frac{\pi}{4K_1^2(x)} \left\{ 1 - \left[ \frac{R_n}{2Z_1Z_2e^2} + \frac{4}{3} \left( \frac{\mu R_n^3}{2Z_1Z_2e^2\hbar^2} \right)^{1/2} \right] E \right\} \quad (2.5)$$

et

$$\frac{P_1}{e^{-2\pi\eta}} = \frac{\pi}{4K_3^2(x)} \left\{ 1 + \left[ \frac{2\hbar^2}{\mu Z_1^2 Z_2^2 e^4} - \frac{R_n}{2Z_1Z_2e^2} - \frac{4}{3} \left( \frac{\mu R_n^3}{2Z_1Z_2e^2\hbar^2} \right)^{1/2} \right] E \right\}. \quad (2.6)$$

où  $K_1(x)$  et  $K_3(x)$  sont les fonctions de Bessel modifiées d'ordre 1 et 3, respectivement, d'argument  $x=2(2\eta\rho)^{1/2}$ ,  $R_n$  est le rayon nucléaire déjà introduit.

### **2.2.1- Application à la voie d'entrée (d+d) : comparaison des rapports**

#### **$P_L/e^{-2\pi\eta}$ (L=0,1) issus du calcul exact et de l'approximation WKB**

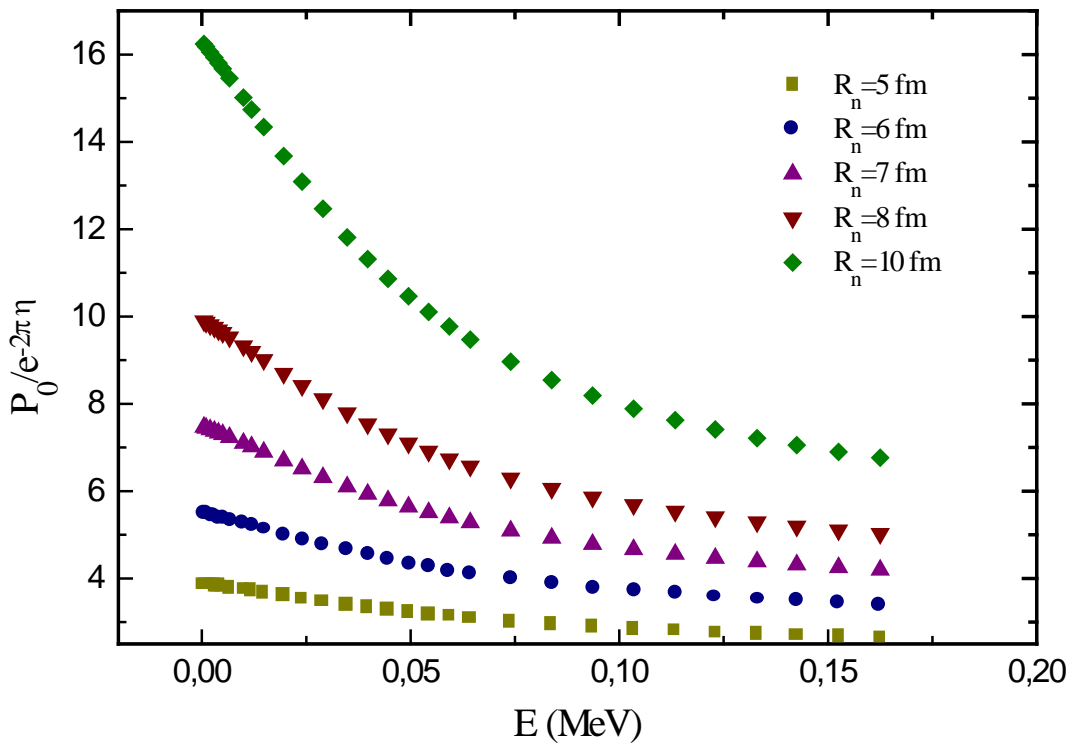
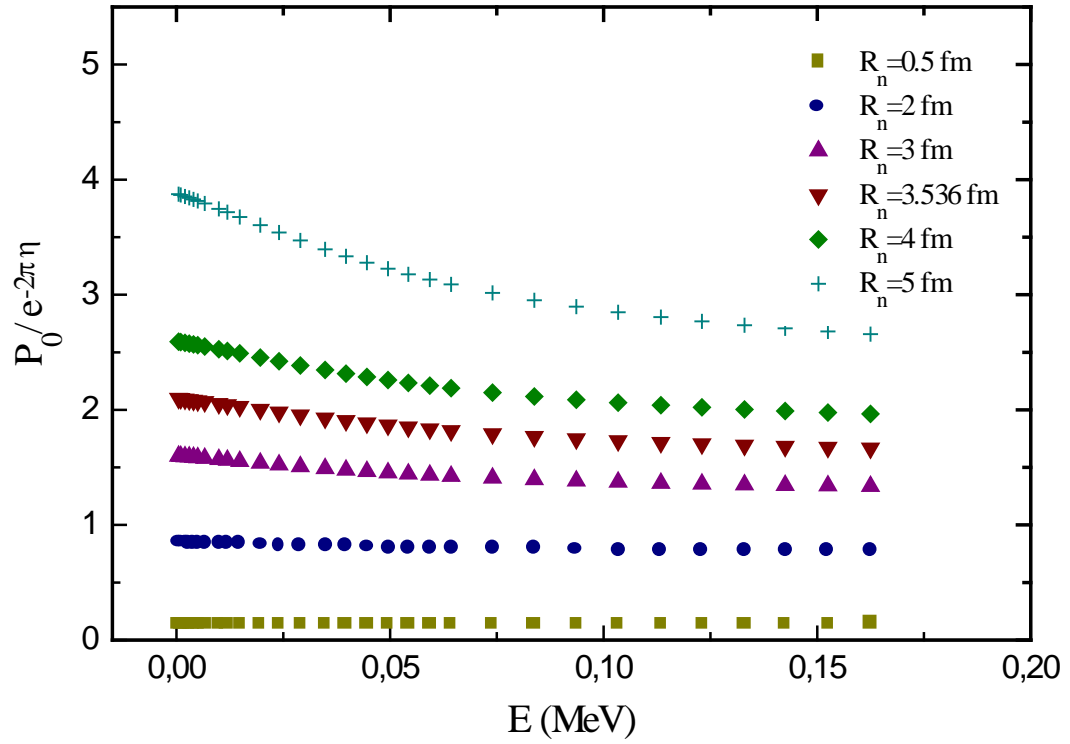
Nous avons calculé les valeurs exactes des rapports  $P_0/e^{-2\pi\eta}$  et  $P_1/e^{-2\pi\eta}$  par l'équation (2.4) pour différentes valeurs du rayon nucléaires  $R_n$  ( $R_n$  variant de 2 à 10 fm) de la voie d'interaction (d+d), en ne considérant que la contribution des ondes S et P (L=0,1) aux basses énergies ( $0 \leq E \leq 162.5$  keV).

Les résultats obtenus sont présentés sur les figures (2.1) et (2.2).

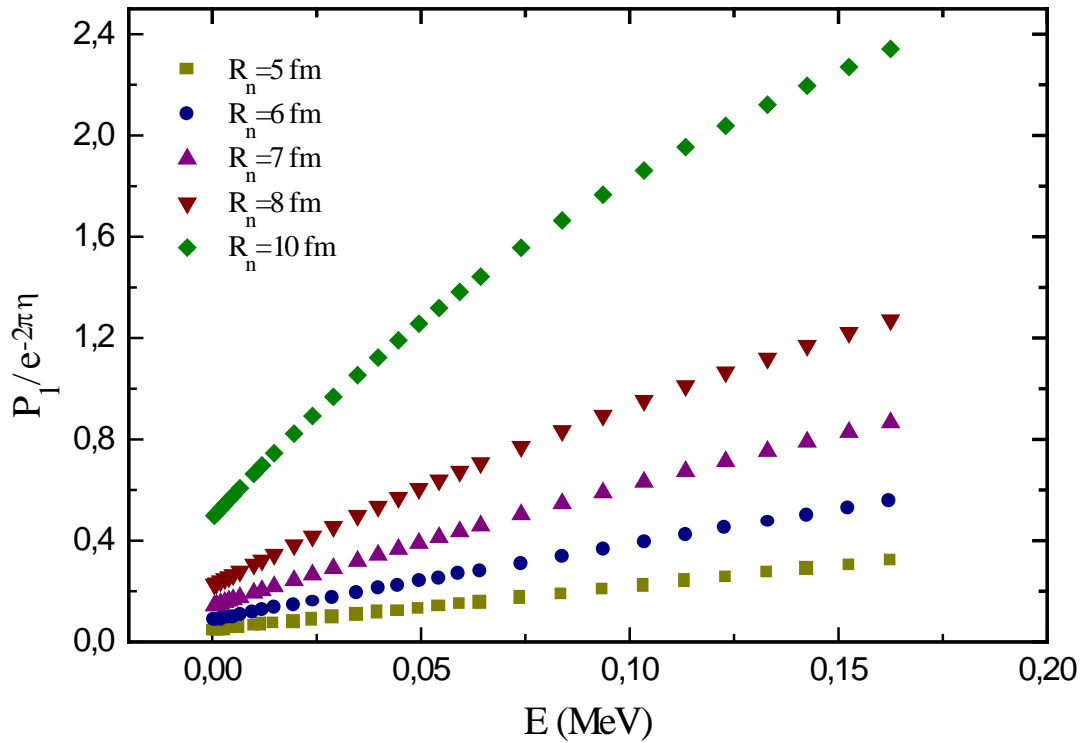
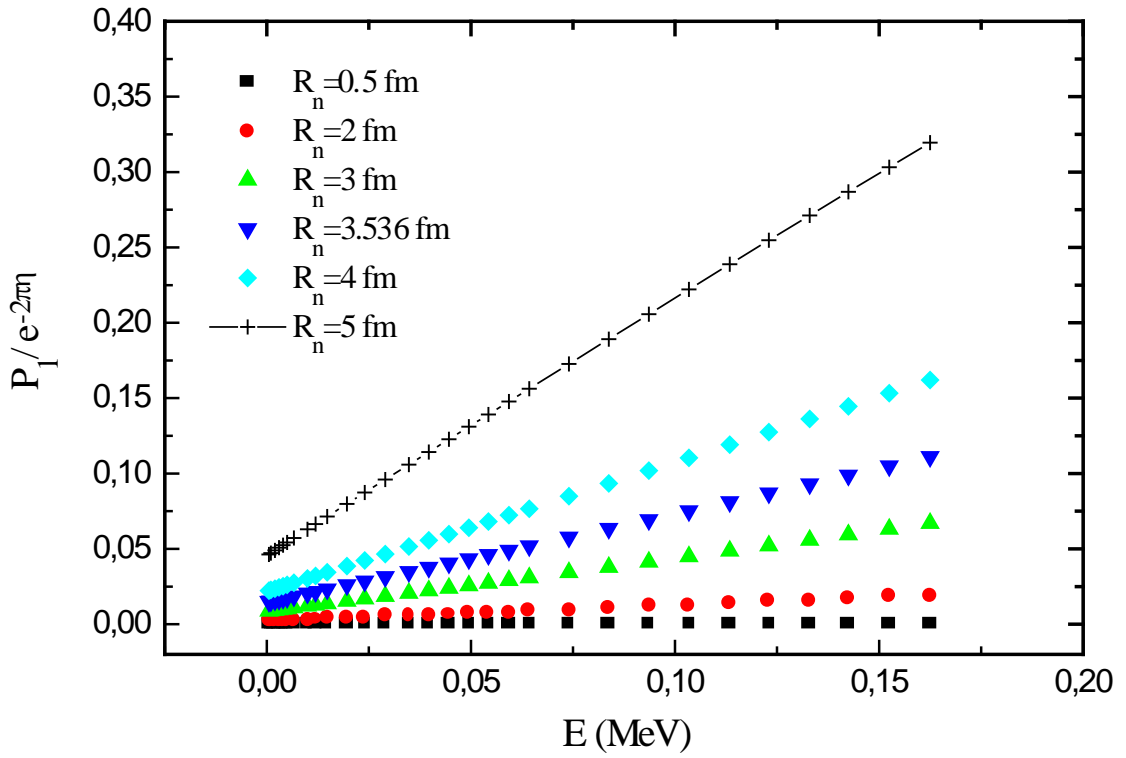
La variation de ces pénétrabilités ( rapport  $P_L/e^{-2\pi\eta}$  (L=0,1)) en fonction de l'énergie, peut être représentée par un développement en puissances de E, comme cela semble être justifié par l'approximation WKB (Eqs. (2.5) et (2.6)). Les meilleurs ajustements obtenus, sont des développements polynomiaux d'ordre 1 et 2 dans les domaines d'énergie stellaire

$0 \leq E \leq 60$  keV et  $0 \leq E \leq 162.5$  keV, respectivement. La précision obtenue est meilleure que 0.1% aussi bien pour les ondes S que pour les ondes P.

Les résultats sont rapportés ci- dessous pour  $2 \leq R_n \leq 10$  fm et présentés sur les figures (2.3) à (2.6) pour quelques valeurs du rayon nucléaire.



**Figure (2.1)** : Variation du rapport  $P_0 / e^{-2\pi\eta}$  en fonction de l'énergie pour différentes valeurs du rayon nucléaire  $R_n$  (calcul exact, Eq.(2.4)).



**Figure (2.2) :** Variation du rapport  $P_1 / e^{-2\pi\eta}$  en fonction de l'énergie pour différentes valeurs du rayons nucléaires  $R_n$  (calcul exact, Eq.(2.4)).

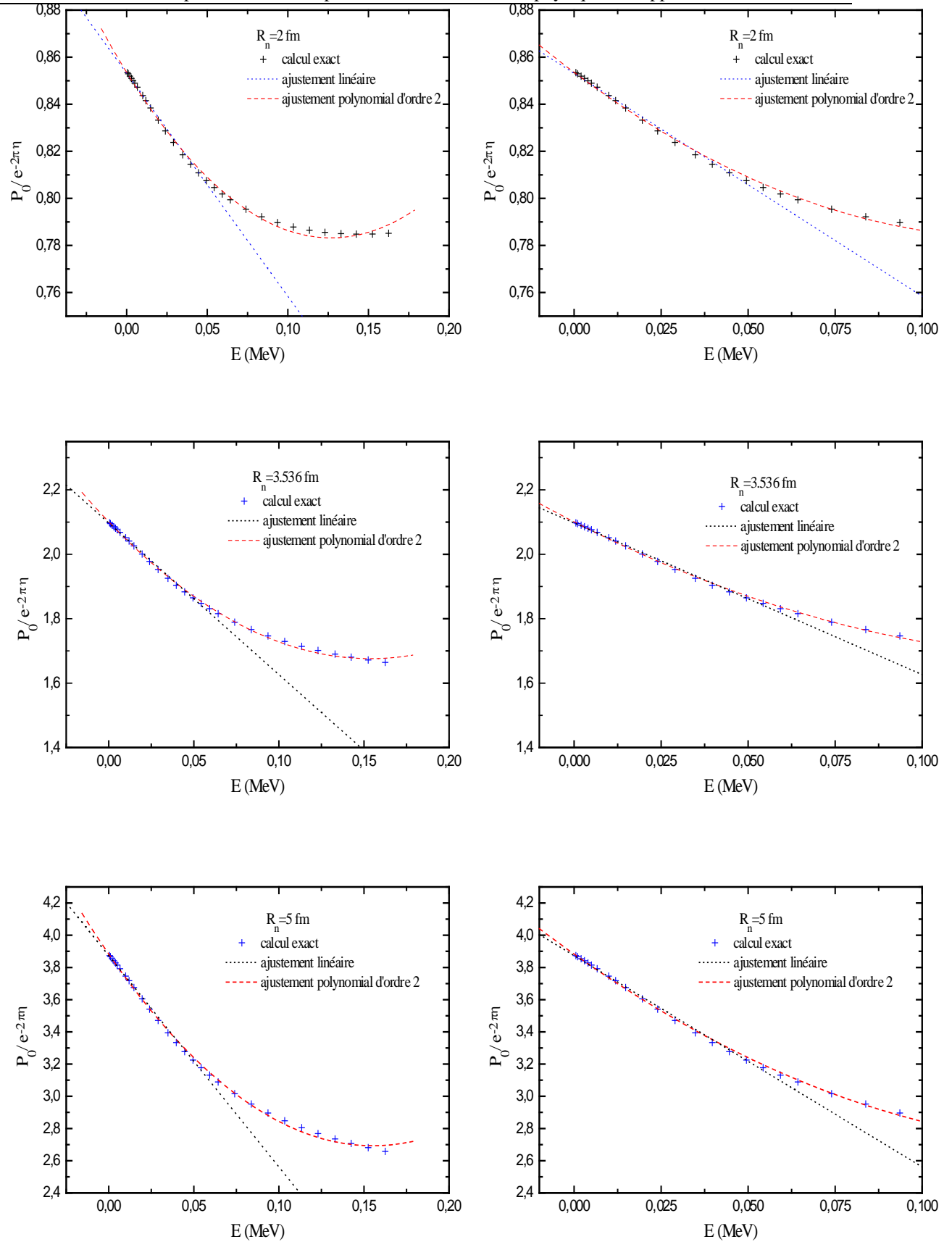
**A) Ondes S :**

$$\frac{P_0}{e^{-2\pi\eta}} = \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} 0.854(1-1.30E+5.13E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.853(1-1.11E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 2\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 1.600(1-2.15E+7.22E^2), E \leq 0.1625 \\ 1.598(1-1.87E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 3\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 2.101(1-2.63E+8.54E^2), E \leq 0.1625 \\ 2.097(1-2.24E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 3.536\text{fm} \quad (r_0 = 1.4\text{fm}) \\ \left\{ \begin{array}{l} 2.597(1-3.04E+9.78E^2), E \leq 0.1625 \\ 2.592(1-2.60E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 4\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 3.883(1-3.95E+12.71E^2), E \leq 0.1625 \\ 3.873(1-3.39E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 5\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 5.498(1-4.85E+15.94E^2), E \leq 0.1625 \\ 5.483(1-4.17E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 6\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 7.479(1-5.75E+19.37E^2), E \leq 0.1625 \\ 7.457(1-4.94E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 7\text{fm} \quad (r_0 = 2.77\text{fm}) \\ \left\{ \begin{array}{l} 9.8991(1-6.635E+22.98E^2), E \leq 0.1625 \\ 9.868(1-5.71E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 8\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 16.201(1-8.32E+30.38E^2), E \leq 0.1625 \\ 16.156(1-7.18E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 10\text{fm} \end{cases}$$

**B) Ondes P :**

$$\frac{P_1}{e^{-2\pi\eta}} = \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} 0.002(1+38.80E+24.63E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.002(1+40.38E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 2\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 0.009(1+38.70E+15.93E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.009(1+39.72E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 3\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 0.015(1+38.62E+10.23E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.015(1+39.32E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 3.536\text{fm} \quad (r_0 = 1.4\text{fm}) \\ \left\{ \begin{array}{l} 0.022(1+38.54E+4.83E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.022(1+38.87E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 4\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 0.046(1+38.28E-7.94E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.046(1+37.75E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 5\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 0.084(1+37.85E-21.58E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.084(1+36.46E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 6\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 0.141(1+37.23E-35.22E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.143(1+35.03E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 7\text{fm} \quad (r_0 = 2.77\text{fm}) \\ \left\{ \begin{array}{l} 0.225(1+36.36E-48.27E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.228(1+33.46E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 8\text{fm} \\ \left\{ \begin{array}{l} 0.499(1+33.87E-69.85E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.507(1+30.07E), E \leq 0.06 \end{array} \right. , R_n = 10\text{fm} \end{cases}$$

où E est exprimée en MeV.



**Figure (2.3) :** Rapport exact  $P_0 / e^{-2\pi\eta}$  en fonction de l'énergie (croix). Les courbes en traits pointillés et traits tiretés sont, respectivement, le résultat de notre ajustement linéaire et polynomial d'ordre 2, pour  $R_n=2, 3.536$  et  $5$  fm.

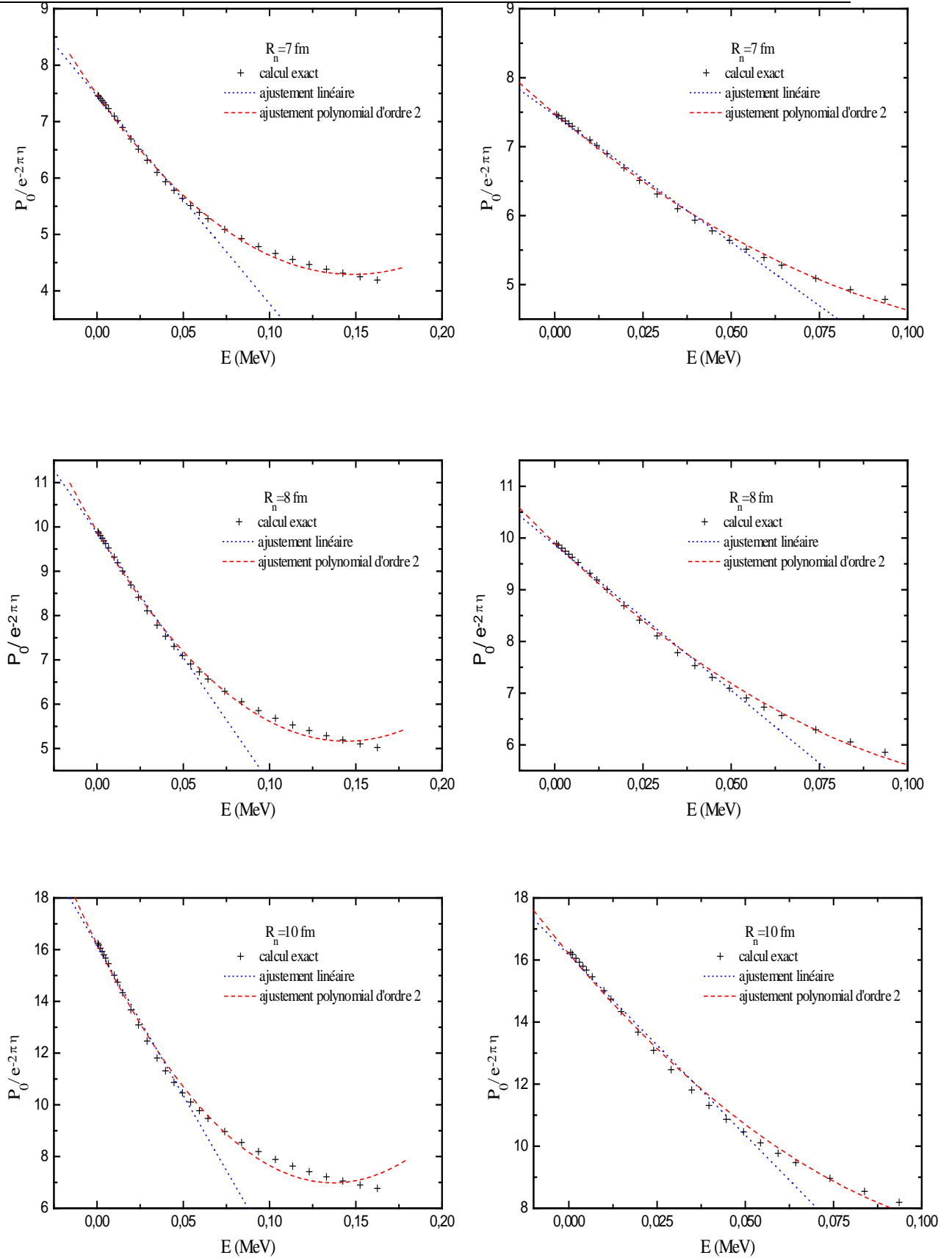
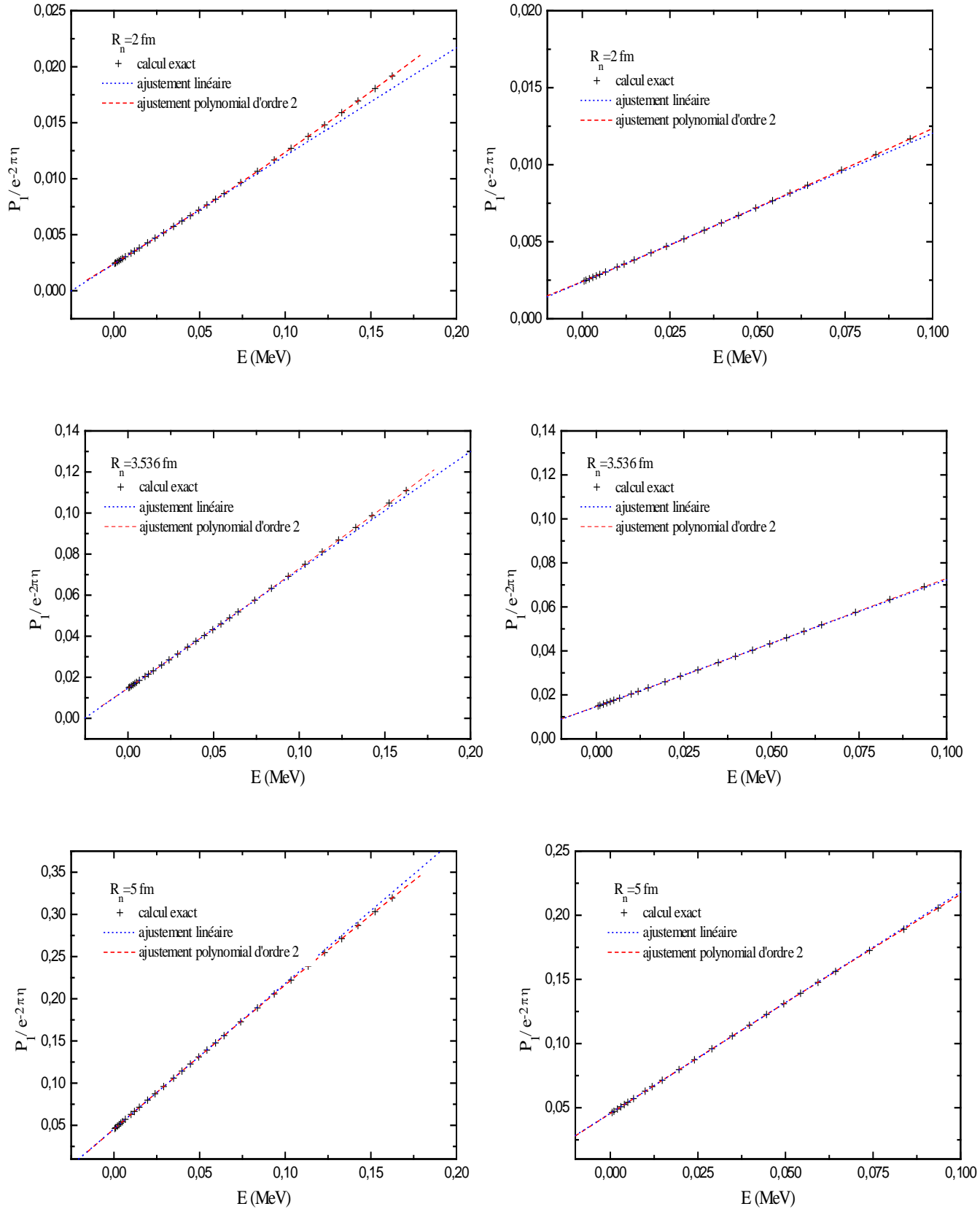
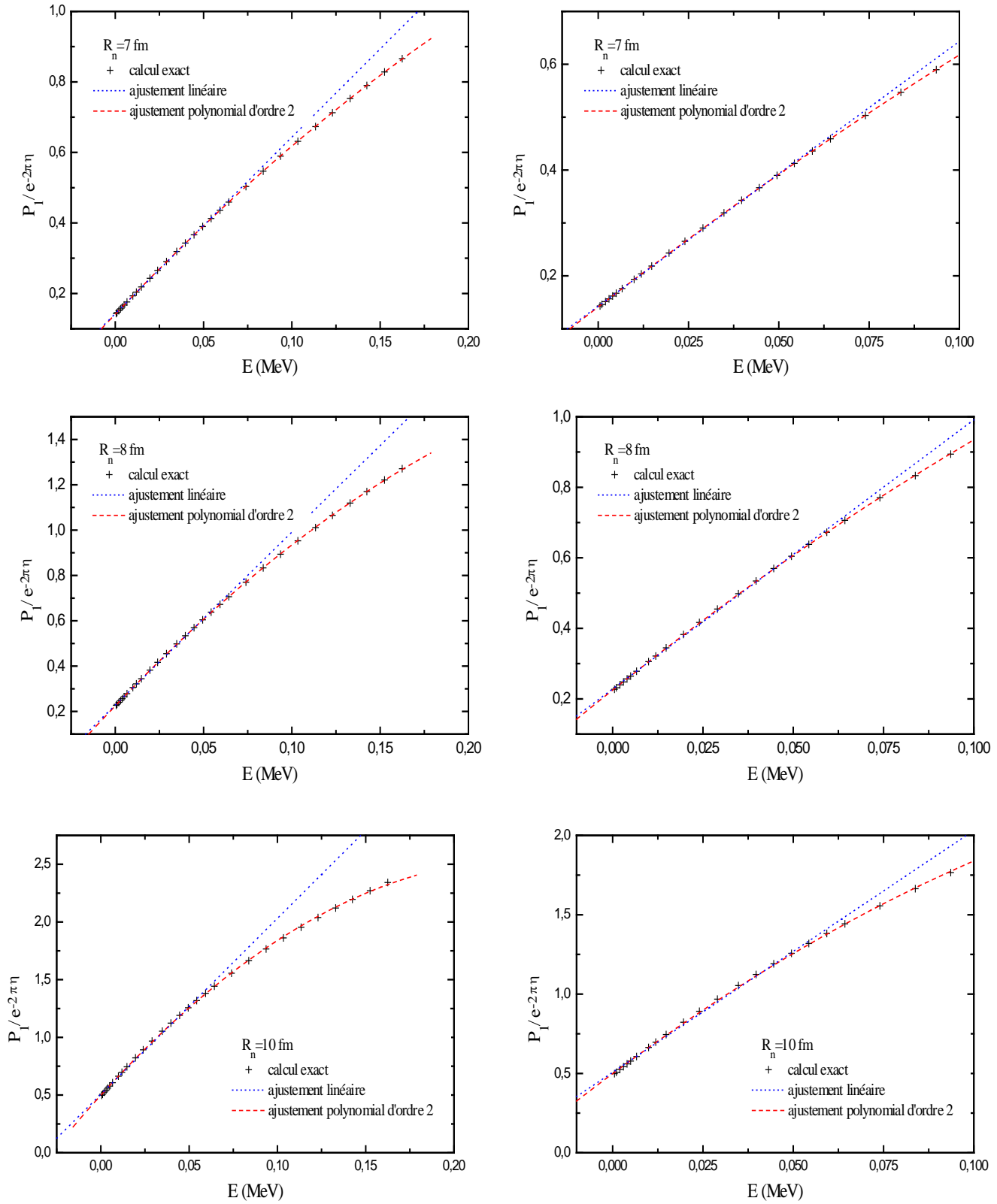


Figure (2.4) : Idem que Fig. (2.3) pour  $R_n = 7, 8$  et  $10$  fm.



**Figure (2.5) :** Rapport exact  $P_l / e^{-2\pi\eta}$  en fonction de l'énergie (croix). Les courbes en traits pointillés et traits tiretés sont, respectivement, le résultat de notre ajustement linéaire et polynomial d'ordre 2, pour  $R_n=2, 3.536$  et  $5$  fm.


 Figure (2.6) : Idem que Fig. (2.5) pour  $R_n = 7, 8$  et  $10$  fm.

Nous avons, aussi, effectué le calcul des rapports  $P_L / e^{-2\pi\eta}$  ( $L=0,1$ ), en utilisant l'approximation WKB (eqs. (2.5) et (2.6)) pour  $R_n$  variant entre 2 et 10 fm pour la voie (d+d).

Les résultats obtenus sont les suivants :

**A) Ondes S ( $L=0$ ) :**

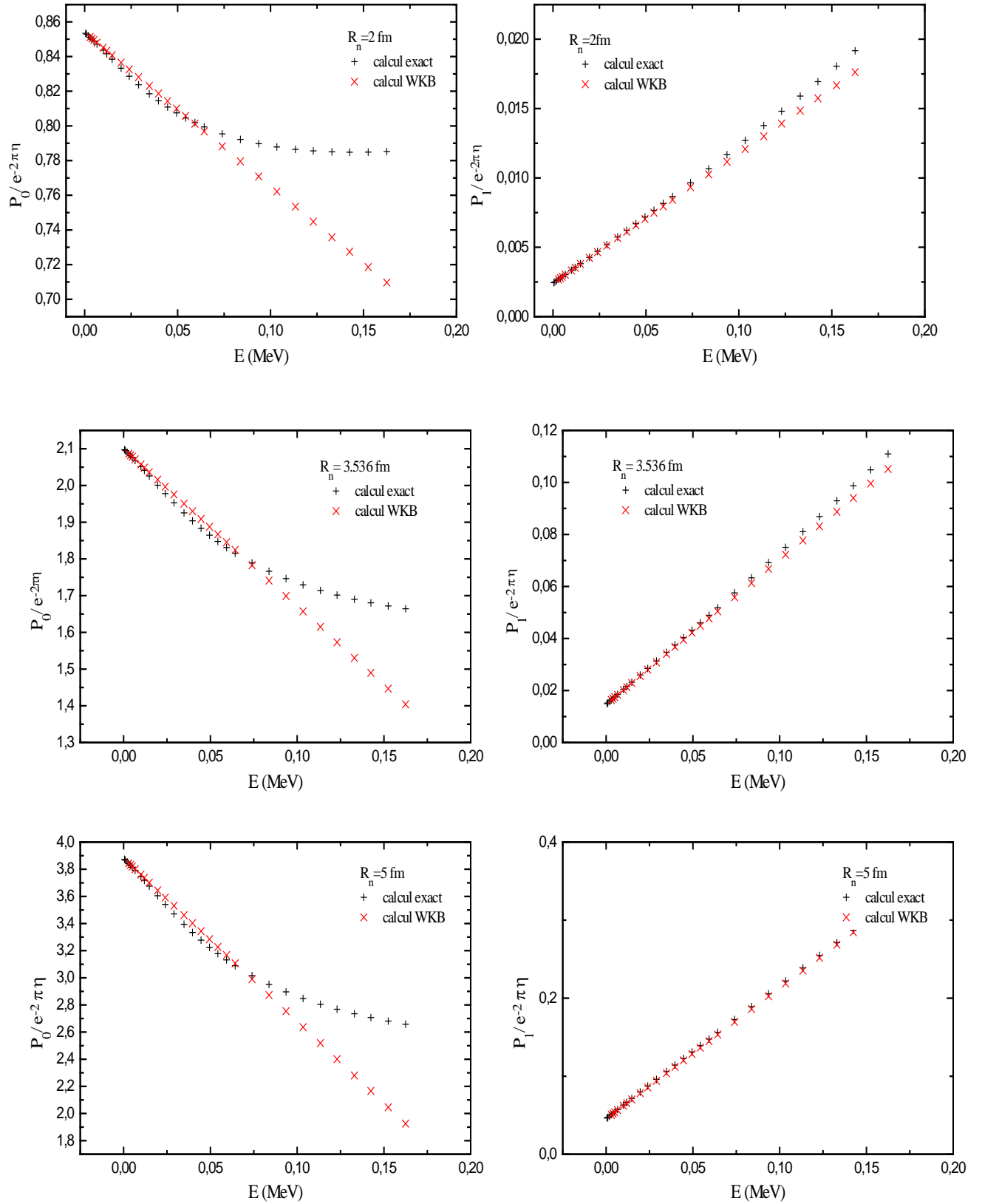
$P_0 / e^{-2\pi\eta} =$	0.854 (1-1.04.E)	R=2fm
	1.600 (1-1.68.E)	R=3fm
	2.100 (1- 2.04.E)	R=3.536fm ( $r_0=1.4$ fm)
	2.595 (1-2.36.E)	R=4fm
	3.880 (1- 3.10.E)	R=5fm
	5.500 (1-3.88.E)	R=6fm
	7.492 (1-4.69.E)	R=7fm ( $r_0=2.77$ fm)
	9.920 (1-5.54.E)	R=8fm
	16.305 (1-7.33.E)	R=10fm.

**B) Ondes P ( $L=1$ ) :**

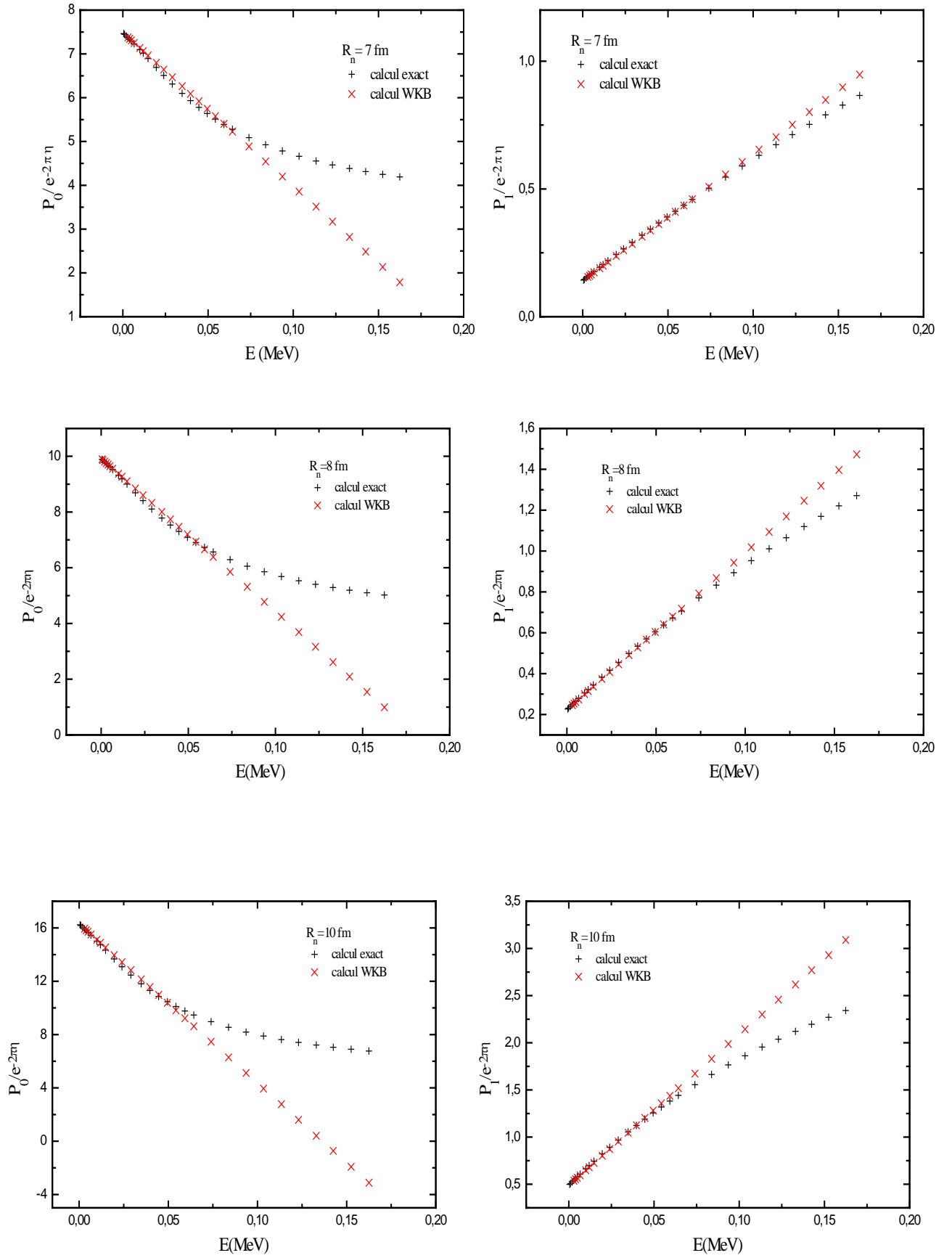
- $P_1 / e^{-2\pi\eta} =$	$2.4 \cdot 10^{-3}$ (1+ 39.00.E)	R=2fm
	$8.6 \cdot 10^{-3}$ (1+38.36.E)	R=3fm
	$1.5 \cdot 10^{-2}$ (1+38.00.E)	R=3.536fm ( $r_0 = 1.4$ fm)
	$2.2 \cdot 10^{-2}$ (1+37.67.E)	R=4fm
	$4.5 \cdot 10^{-2}$ (1+36.94.E)	R=5fm
	$8.3 \cdot 10^{-2}$ (1+36.16.E)	R=6fm
	$1.4 \cdot 10^{-1}$ (1+35.35.E)	R=7 fm ( $r_0=2.77$ fm)
	$2.2 \cdot 10^{-1}$ ( 1+34.50.E)	R=8fm
	$4.9 \cdot 10^{-1}$ (1+32.71.E)	R=10fm.

où E est exprimée en MeV.

Nous présentons sur les figures (2.7) et (2.8) la comparaison entre les valeurs exactes et les valeurs calculées par l'approximation WKB du rapport  $P_L / e^{-2\pi\eta}$  ( $L=0,1$ ), pour différentes valeurs du rayon nucléaire  $R_n$  indiquées sur chaque courbe.



**Figure (2.7) :** Comparaison entre le calcul exact des rapports  $P_L/e^{-2\pi\eta}$  ( $L=0,1$ ) et le calcul approché par la méthode WKB pour  $R_n=2, 3.536$  et  $5$  fm.


 Figure (2.8) : Idem que Fig. (2.7) pour  $R_n = 7, 8$  et  $10$  fm.

Comparant les valeurs exactes des pénétrabilités aux valeurs calculées par l'approximation WKB, nous pouvons faire les remarques suivantes :

- L'expression approchée WKB (2.5) rend bien compte des valeurs de  $P_0(E)/e^{-2\pi\eta}$  dans la gamme d'énergie allant approximativement de 0 à 100 keV avec une précision meilleure que 5%. Cette gamme d'énergie où se situe cet accord varie en fonction du rayon  $R_n$ , par exemple, pour  $r_0=1.4$  fm ( $R_n=3.536$  fm), elle est comprise entre 0 et approximativement 100keV avec une précision meilleure que 4%, et pour  $r_0=2.77$ fm ( $R_n=7$  fm), elle est de

$0 \leq E \leq 74$  keV avec une précision meilleure que 4%. En augmentant le rayon  $R_n$ , on observe une réduction de la gamme d'énergie correspondant à un bon accord; par exemple, cette gamme est de  $0 \leq E \leq 64.3$  keV pour  $R_n=8$  fm et de  $0 \leq E \leq 54.3$  keV pour  $R_n=10$  fm. En général, la précision de l'accord pour  $P_0(E)/e^{-2\pi\eta}$  est d'autant meilleure que l'énergie est basse : nous remarquons que pour les différents rayons, pour E variant entre 0 et 54.3keV, la précision varie entre 0.1% et 2%.

- En utilisant l'expression (WKB) (2.6), dans la gamme d'énergie comprise entre 0 et 100keV, on obtient les valeurs exactes de  $P_1(E)/e^{-2\pi\eta}$  avec une précision meilleure que 5%. Pour  $R_n = 5$  et 6 fm, l'approximation WKB est valable sur toute la gamme d'énergie considérée  $0 \leq E \leq 162.5$  keV.

Ainsi, l'approximation WKB donne de bons résultats par rapport au calcul exact des pénétrabilités, pour E variant entre 0 et 100 keV.

### **2.2.2- Conclusion**

En conclusion, pour les pénétrabilités, nous utiliserons dans la suite :

- L'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre pour E variant entre 0 et 100 keV : c'est à dire le calcul des pénétrabilités par les expressions (2.5) et (2.6).
- L'approximation WKB au 2<sup>eme</sup> ordre pour E variant entre 0 et 162.5 keV : consistant à utiliser le calcul exact, c'est à dire les ajustements polynomiaux d'ordre 2 en remplaçant les coefficients d'ordre 0 par les valeurs calculées par la méthode WKB, puisque celle-ci est exacte à l'énergie zéro.

Les résultats obtenus sont les suivants :

**A) Ondes S :**

$$\frac{P_0}{e^{-2\pi\eta}} = \begin{cases} \begin{cases} 0.854(1 - 1.30E + 5.13E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.854(1 - 1.04E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 2\text{fm} \\ \begin{cases} 1.599(1 - 2.16E + 7.22E^2), E \leq 0.1625 \\ 1.599(1 - 1.68E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 3\text{fm} \\ \begin{cases} 2.100(1 - 2.63E + 8.54E^2), E \leq 0.1625 \\ 2.100(1 - 2.04E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 3.536\text{fm} \\ \begin{cases} 2.595(1 - 3.05E + 9.78E^2), E \leq 0.1625 \\ 2.595(1 - 2.36E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 4\text{fm} \\ \begin{cases} 3.880(1 - 3.95E + 12.72E^2), E \leq 0.1625 \\ 3.880(1 - 3.10E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 5\text{fm} \\ \begin{cases} 5.496(1 - 4.854E + 15.942E^2), E \leq 0.1625 \\ 5.496(1 - 3.88E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 6\text{fm} \\ \begin{cases} 7.492(1 - 5.74E + 19.34E^2), E \leq 0.1625 \\ 7.492(1 - 4.69E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 7\text{fm} \\ \begin{cases} 9.919(1 - 6.62E + 22.93E^2), E \leq 0.1625 \\ 9.919(1 - 5.54E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 8\text{fm} \\ \begin{cases} 16.305(1 - 8.26E + 30.18E^2), E \leq 0.1625 \\ 16.305(1 - 7.33E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 10\text{fm} \end{cases}$$

**B) Ondes P :**

$$\frac{P_1}{e^{-2\pi\eta}} = \begin{cases} \begin{cases} 0.0024(1 + 38.94E + 24.72E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.0024(1 + 39.00E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 2\text{fm} \\ \begin{cases} 0.0086(1 + 38.84E + 15.99E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.0086(1 + 38.36E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 3\text{fm} \\ \begin{cases} 0.0146(1 + 38.76E + 10.27E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.0146(1 + 38.00E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 3.536\text{fm} \\ \begin{cases} 0.0218(1 + 38.67E + 4.85E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.0218(1 + 37.67E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 4\text{fm} \\ \begin{cases} 0.0454(1 + 38.41E - 7.97E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.0454(1 + 36.94E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 5\text{fm} \\ \begin{cases} 0.0835(1 + 38.01E - 21.67E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.0835(1 + 36.16E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 6\text{fm} \\ \begin{cases} 0.1408(1 + 37.38E - 35.37E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.1408(1 + 35.35E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 7\text{fm} \\ \begin{cases} 0.2230(1 + 36.69E - 48.71E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.2230(1 + 34.50E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 8\text{fm} \\ \begin{cases} 0.4892(1 + 34.53E - 71.20E^2), E \leq 0.1625 \\ 0.4892(1 + 32.71E), E \leq 0.100 \end{cases}, R_n = 10\text{fm} \end{cases}$$

où  $E$  est exprimée en MeV.

### **2.3- Extrapolation des facteurs astrophysiques aux énergies stellaires**

Nous considérons trois séries de données expérimentales des sections efficaces totales qui sont exprimées sous forme du facteur astrophysique  $S(E)$  :

1- celles de Krauss et al. [Kr87] dans la gamme d'énergie  $2.98 \leq E \leq 103.4$  keV pour la réaction  $D(d,p)T$  et dans la gamme d'énergie  $6.63 \leq E \leq 103.4$  keV pour la réaction  $D(d,n)^3\text{He}$ ,  $E$  étant l'énergie dans le centre de masse.

Les données du facteur astrophysique  $S(E)$  sont normalisées (sur celles de Brown et al. [Br90]) en les multipliant par le facteur 1.10.

2- celles de Brown et al. [Br90] dans le domaine d'énergie  $9.974 \leq E \leq 58.45$  keV prises comme référence.

3- celles de Greife et al. [Gr95] (normalisées par rapport à celles de [Br90]) pour une énergie variant entre 9.47 et 102 keV pour la voie  $(p+T)$  et entre 14.85 et 102 keV pour la voie  $(n+^3\text{He})$ .

Pour  $14.85 \leq E \leq 102$  keV, les données du facteur  $S(E)$  sont divisées par le facteur 1.04 ; et pour  $9.47 \leq E \leq 14.85$  keV, les valeurs du facteur  $S(E)$  restent les mêmes puisqu'elles ont été normalisées par les auteurs eux mêmes.

Ces données sont présentées sur la figure (2.9) (a et b). En utilisant seulement les données des deux groupes [Br90] et [Gr95] qui sont compatibles avec la compilation de Bosch et Hale [Bo92] nous trouvons que la variation du facteur  $S(E)$  en fonction de l'énergie est bien décrite par un développement polynomial d'ordre 1 :

$$S_{\text{exp}}^i(E) = S^i(0) + S'^i(0).E, \quad (i = n, p) \quad (2.7)$$

Notons que les données de [Kr87] n'ont pas été prises en compte dans cet ajustement et sont reportées sur la figure (2.9) uniquement à titre indicatif.

Cette fonction reproduit bien les données expérimentales des deux réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$  pour la gamme d'énergie variant entre  $9.47 \leq E \leq 100$  keV, non affectée par l'effet d'écran électronique, qui se manifeste au dessous de 9.47 keV dans la réaction  $D(d,p)T$ .

Les paramètres  $S^i(0)$  et  $S'^i(0)$  correspondant aux meilleurs ajustements de  $S_{\text{exp}}(E)$  (qui est une fonction indépendante du rayon nucléaire  $R_n$ ) par ces fonctions polynomiales du 1<sup>er</sup> ordre sont représentés dans le tableau (2.1), avec une précision meilleure que 6%.

Les ajustements correspondants sont montrés sur la figure (2.9) pour les deux réactions.

Réactions	S (0) (keV.b)	S` (0) (b)	Précision
D(d,p) T	56.17± 0.21	0.177± 0.007	≤ 5%
D(d,n) <sup>3</sup> He	53.90± 0.64	0.324± 0.016	≤ 5%

**Tableau (2.1) :** Coefficients des ajustements polynomiaux du facteur S(E) déduits de l'ajustement par l'éq. (2.7) des données expérimentales des deux réactions D(d, p) T et D(d,n) <sup>3</sup>He rapportées dans les références [Kr87], [Br90] et [Gr95] et normalisées par [Boug98].

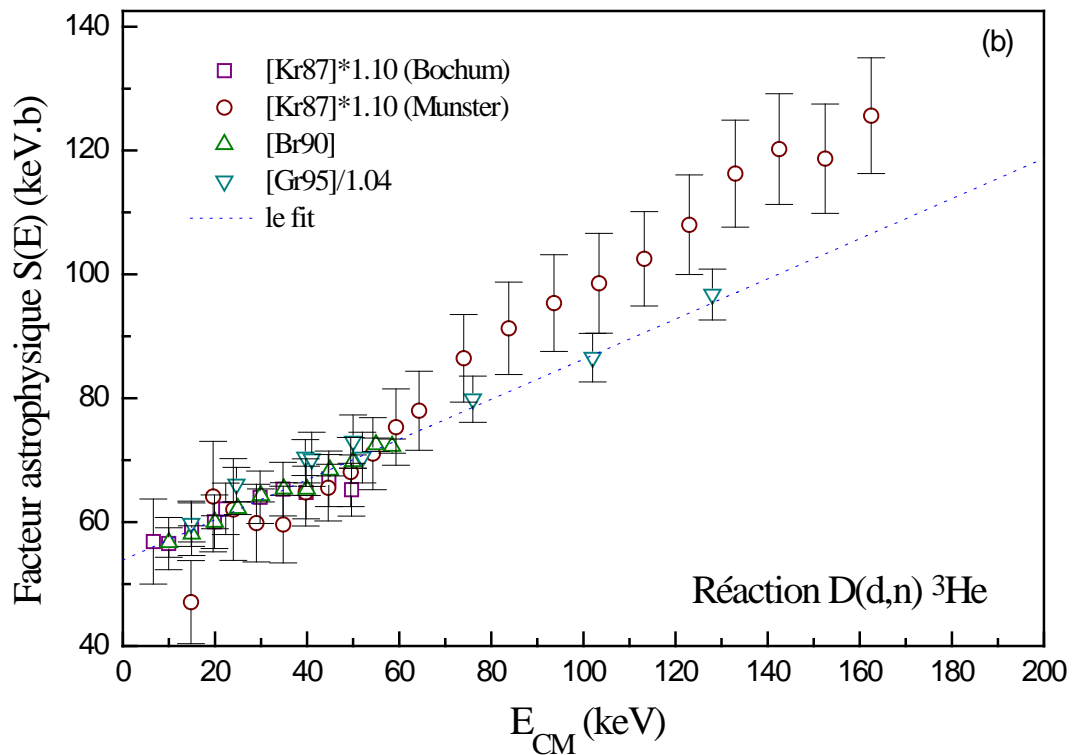
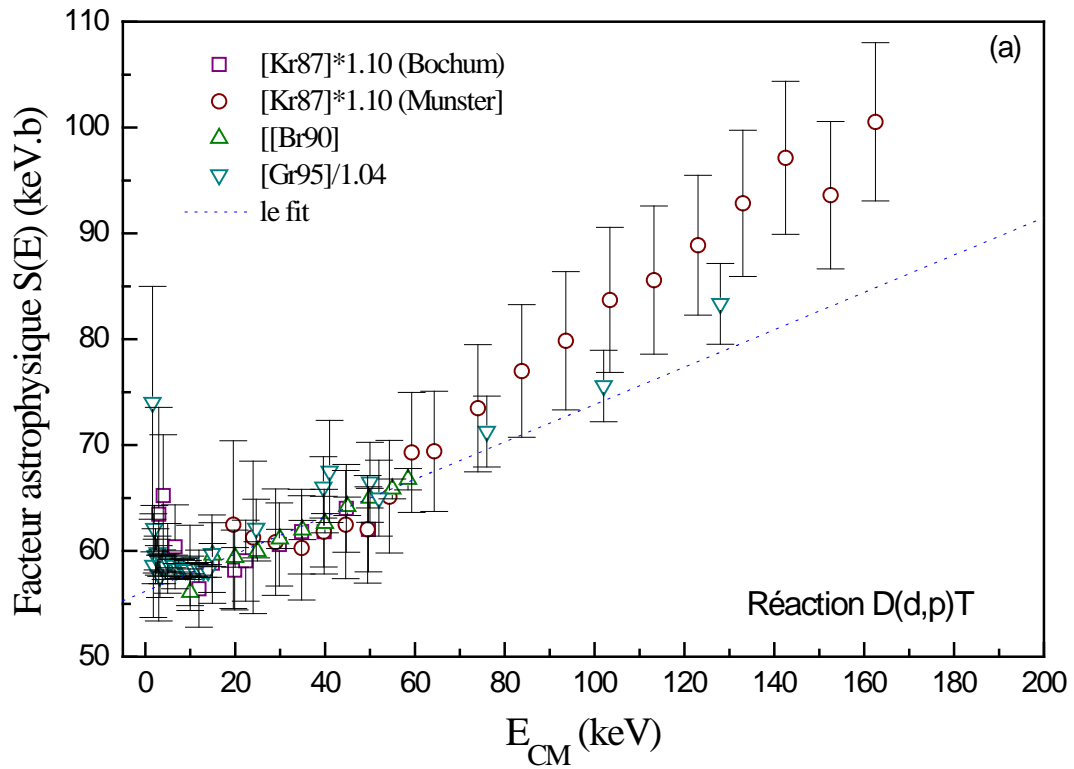
## **2.4- Détermination des facteurs astrophysiques partiels, rapports d'embranchement**

Nous déterminons, dans ce qui suit, les facteurs astrophysiques partiels  $S_L^n(0)$  et  $S_L^p(0)$ , ( $L=0, 1$ ) en utilisant l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre puis l'approximation WKB au 2<sup>eme</sup> ordre.

### **2.4.1- Approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre**

Elle est valable dans le domaine d'énergie 0- 100 keV.

Dans ce cas, les pénétrabilités  $P_L(E, R_n)$  rapportés au facteur de Gamow  $e^{-2\pi\eta}$  ( $L=0, 1$ ) sont représentées par des polynômes d'ordre 1 en E comme nous l'avons vu au paragraphe précédent (voir équation (2.3)) pour différentes valeurs du rayon nucléaire  $R_n$ .



**Figure (2.9) :** Variation du facteur astrophysique  $S(E)$  aux énergies stellaires. Les données expérimentales tirées des références [Kr87] et [Gr95] sont normalisées à celles de [Br90]. Les courbes en trait tiretés sont les approximations polynomiales de  $S(E)$  issues de notre analyse (Eq. (2.7)).

Ces rapports sont de la forme :

$$\frac{P_0(E, R_n)}{e^{-2\pi\eta}} = \frac{\pi}{4K_1^2(x)}(1 - a.E)$$

et

$$\frac{P_1(E, R_n)}{e^{-2\pi\eta}} = \frac{\pi}{4K_3^2(x)}(1 + b.E) \quad (2.8)$$

où  $K_1(x)$  et  $K_3(x)$  sont les fonctions de Bessel modifiées d'ordre 1 et 3 respectivement et  $a$  et  $b$ , des constantes positives données en  $\text{MeV}^{-1}$  ou  $\text{keV}^{-1}$  selon que l'énergie  $E$  est exprimée en  $\text{MeV}$  ou  $\text{keV}$ . Ces constantes sont calculées dans le cadre de l'approximation WKB. Ainsi, ils ne dépendent que de la valeur de  $R_n$ .

En utilisant ces expressions dans l'équation (2.2), cette dernière peut se mettre sous la forme :

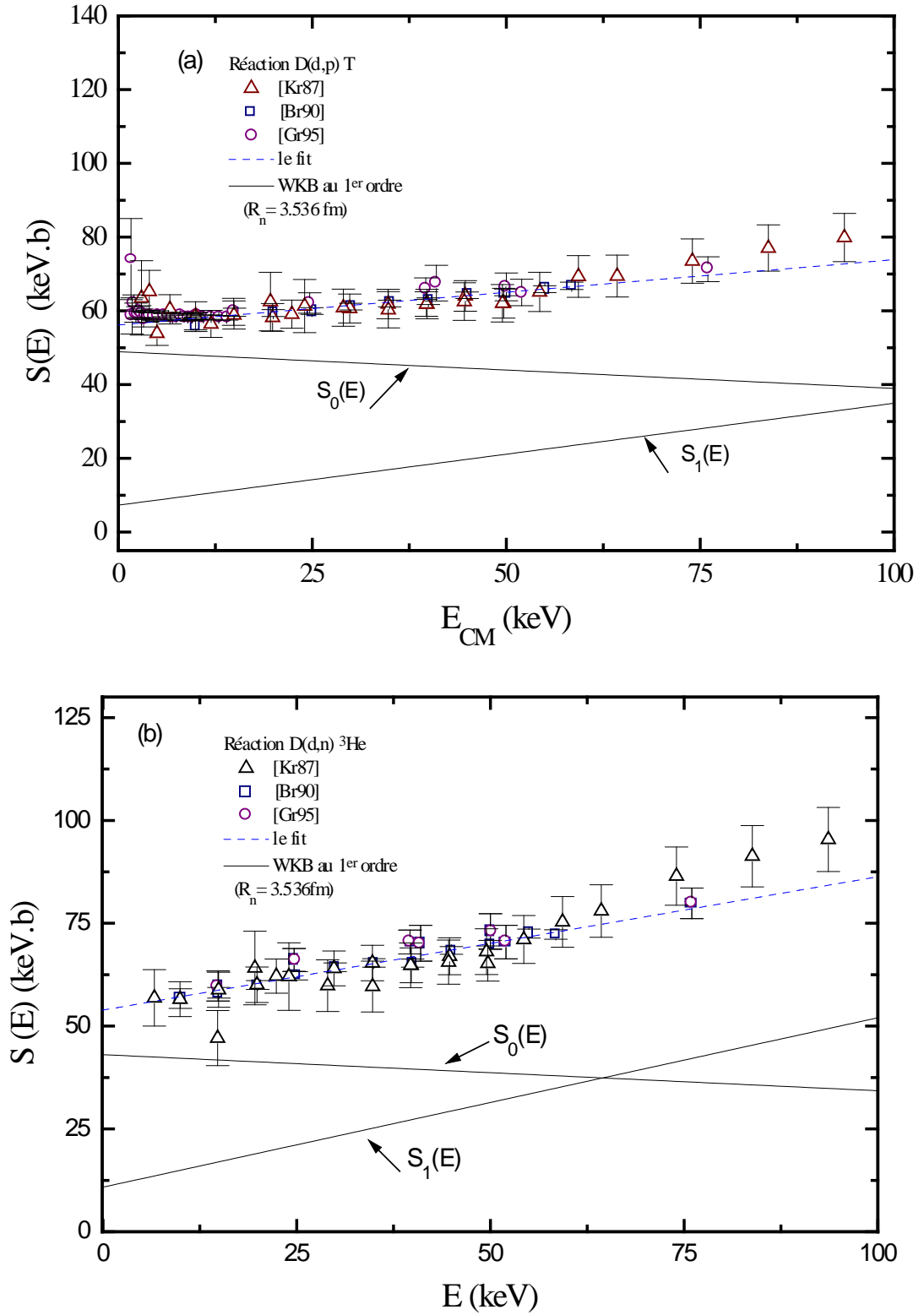
$$S_{\text{exp}}^i(E) = S_0^i(0)(1 - a.E) + S_1^i(0)(1 + b.E), \quad (i = n, p) \quad (2.9)$$

où les indices 0 et 1 sont relatifs aux ondes S et P respectivement.

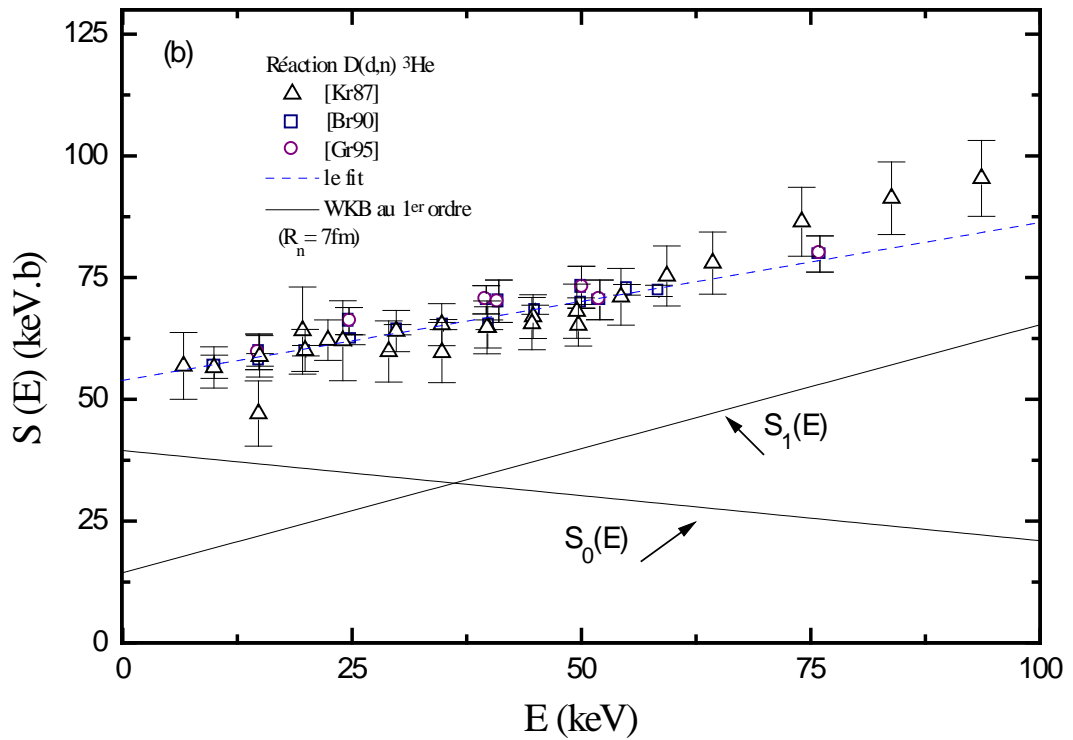
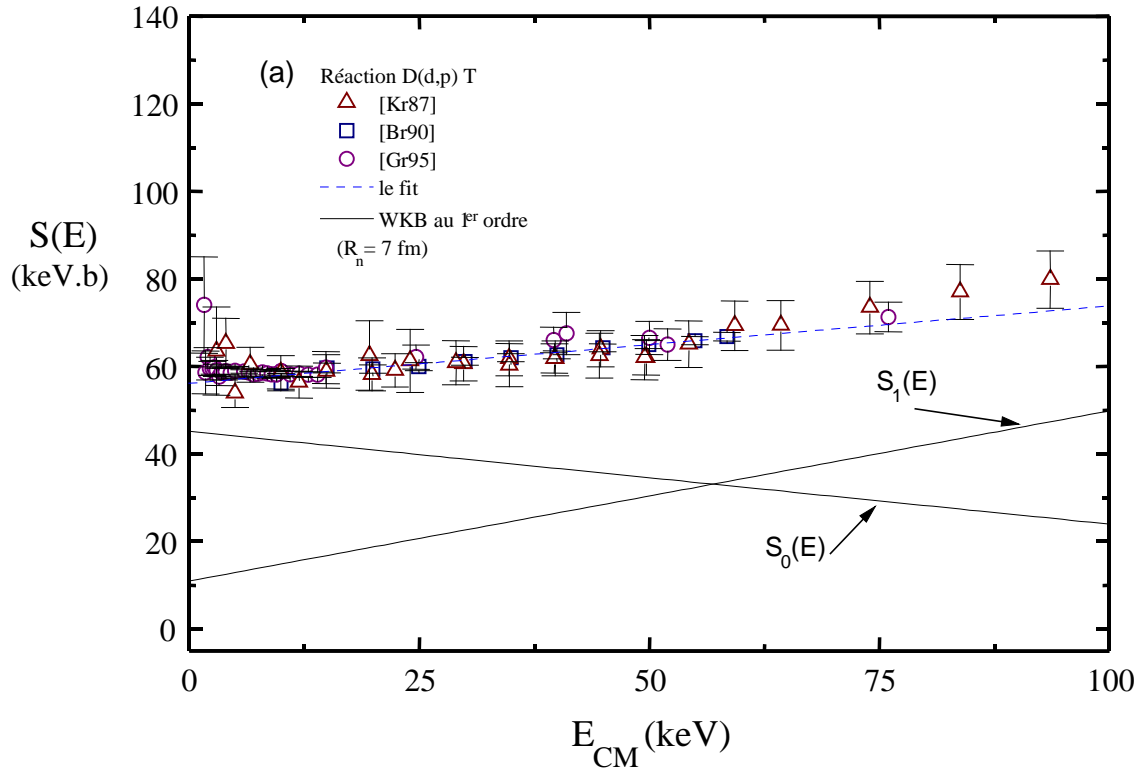
Ainsi, connaissant les pénétrabilités et  $S_{\text{exp}}^i(E)$  ( $i=n, p$ ), nous pouvons déduire les quantités  $S_L^i(0)$  ( $i=n, p, L=0, 1$ ) avec une précision meilleure que 4% ainsi que les rapports d'embranchements  $R_L = S_L^n(0) / S_L^p(0)$ , ( $L=0, 1$ ) avec une précision meilleure que 7% en ajustant le 2<sup>ème</sup> membre de (2.9) aux données expérimentales pour différentes valeurs du rayon nucléaire  $R_n$  variant de 2 à 10 fm.

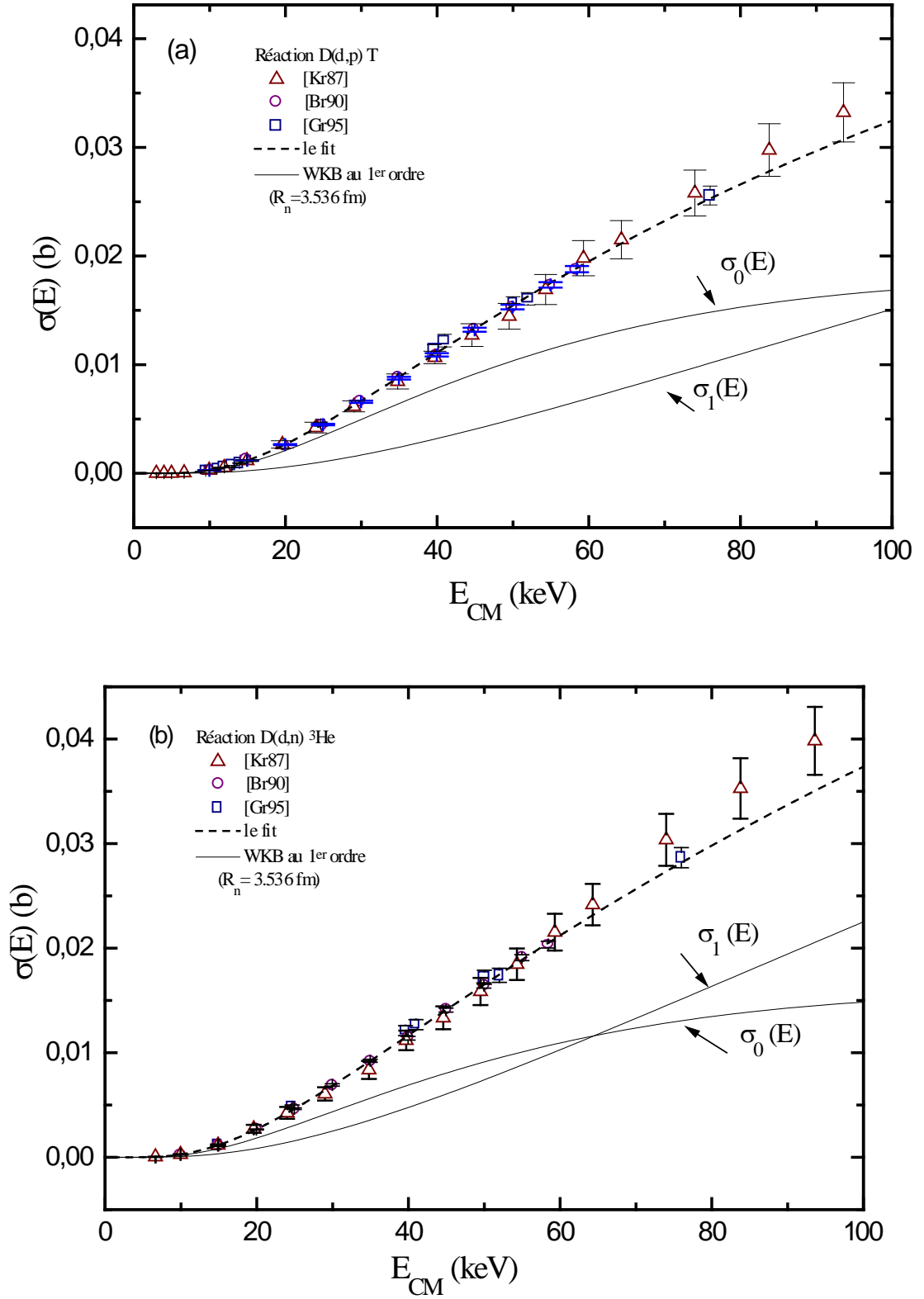
Il est ensuite facile de générer les sections efficaces partielles  $\sigma_{0,1}$ , à partir de l'équation (1.5).

Les résultats de ces calculs sont regroupés dans le tableau (2.2) et la décomposition des facteurs astrophysiques  $S(E)$  et des sections efficaces  $\sigma(E)$  en ondes partielles est représentée sur les figures (2.10) à (2.13) pour les deux voies de réaction ( $p+T$ ) et ( $n+^3\text{He}$ ) et les valeurs particulières du rayon nucléaire  $R_n = 3.536$  et 7 fm.

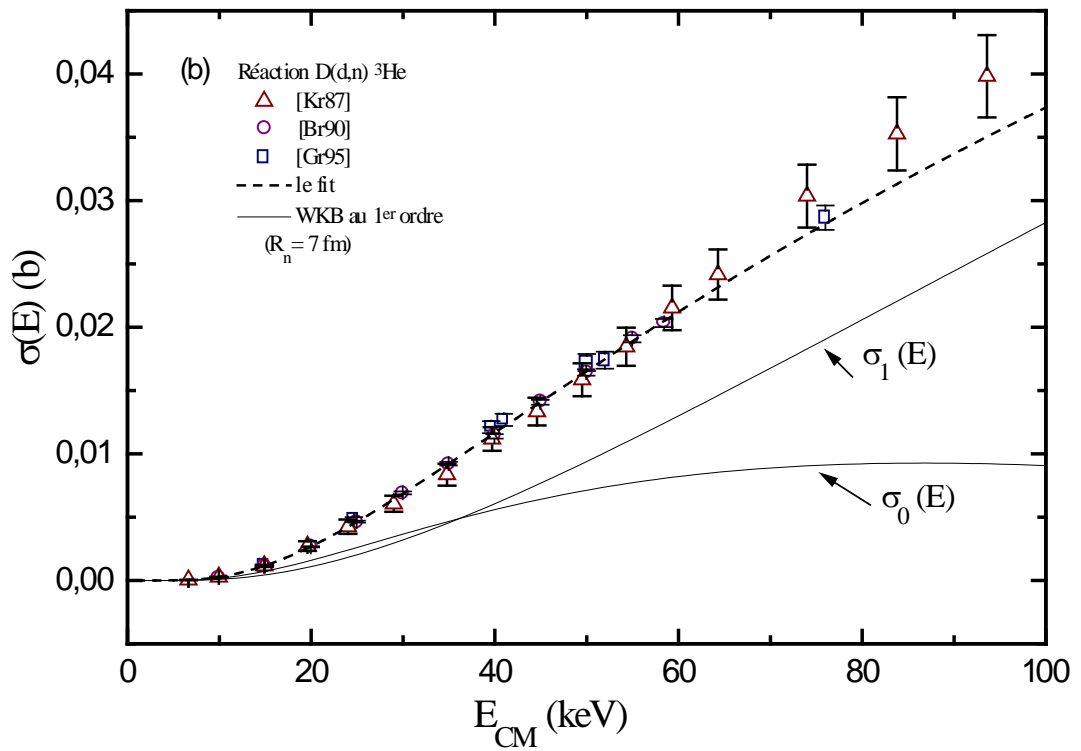
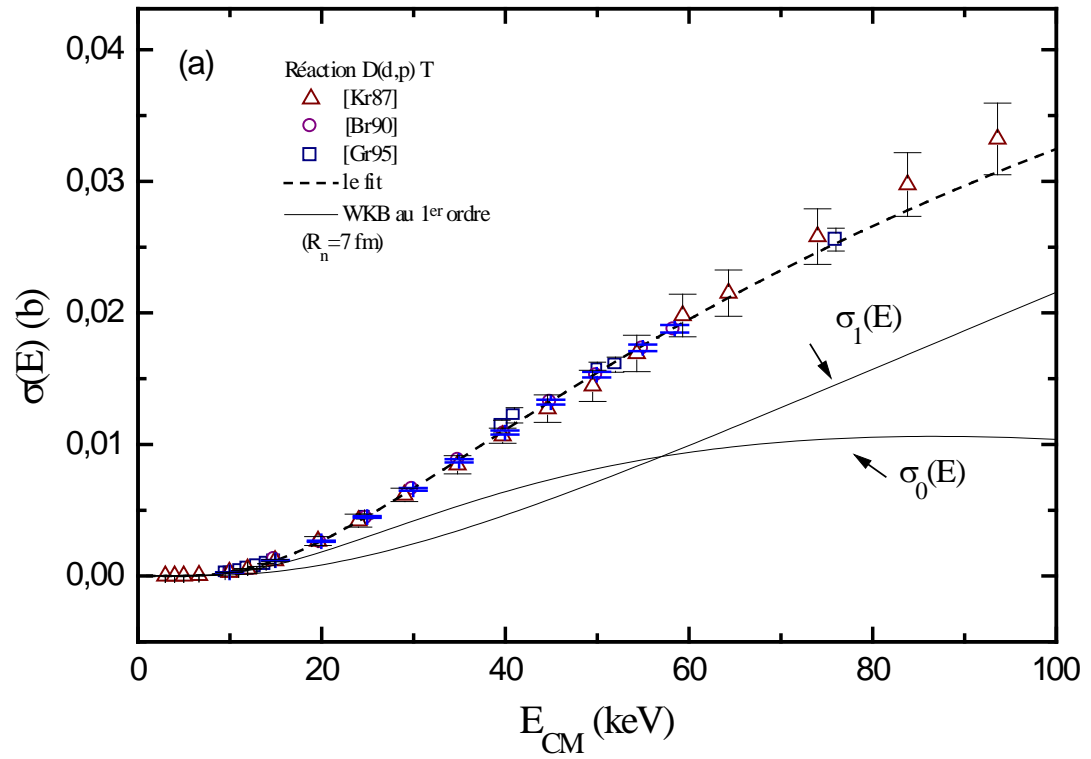


**Figure (2.10)** : Décomposition en ondes partielles du facteur astrophysique  $S(E)$  : (a) pour la réaction  $D(d,p)T$ , (b) pour la réaction  $D(d,n)^3\text{He}$  pour  $R_n = 3.536$  fm.



**Figure (2.11)** : Idem que Figure (2.10) pour  $R_n = 7$  fm.


**Figure (2.12)** : Décomposition de la section efficace intégrée  $\sigma(E)$ : (a) pour la réaction  $D(d,p)T$ , (b) pour la réaction  $D(d,n)^3\text{He}$  pour  $R_n = 3.536$  fm.



**Figure (2.13) :** Idem que Figure (2.12) pour  $R_n = 7$  fm.

$R_n$ (fm)	L=0 $S_0(0)$ (keV.b)		L=1 $S_1(0)$ (keV.b)		$R_0 = S_0^n(0)/S_0^p(0)$	$R_1 = S_1^n(0)/S_1^p(0)$
	p	n	p	n		
2	50.30±0.40	44.41±1.01	5.86±0.19	9.49±0.41	0.88±0.03	1.62±0.12
3	49.40±0.39	43.55±1.00	6.76±0.20	10.35±0.42	0.88±0.03	1.53±0.11
3.536	48.89±0.39	43.06±1.00	7.27±0.20	10.84±0.43	0.88±0.03	1.49±0.10
4	48.44±0.39	42.62±0.99	7.73±0.20	11.28±0.43	0.88±0.03	1.46±0.09
5	47.41±0.38	41.63±0.98	8.76±0.20	12.27±0.44	0.88±0.03	1.40±0.08
6	46.32±0.38	40.59±0.97	9.85±0.21	13.31±0.45	0.88±0.03	1.35±0.07
7	45.18±0.38	39.49±0.96	10.99±0.21	14.41±0.47	0.87±0.03	1.31±0.07
8	43.99±0.37	38.35±0.94	12.18±0.22	15.55±0.48	0.87±0.03	1.28±0.06
10	41.47±0.36	35.94±0.91	14.69±0.23	17.96±0.51	0.87±0.03	1.22±0.05

**Tableau (2.2) :** Facteurs astrophysiques partiels  $S_L^i(0)$  et rapports d'embranchement  $R_L$ , ( $i= n, p$ ), ( $L= 0, 1$ ), pour différentes valeurs du rayon nucléaire  $R_n$  (approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre).

### 2.4.2- Approximation WKB au 2<sup>eme</sup> ordre

Cette approximation est valable dans le domaine d'énergie 0- 162.5 keV.

Dans ce cas, les rapports  $P_L(E, R_n)/e^{-2\pi\eta}$  sont représentés par des polynômes d'ordre 2 en E, déterminés au paragraphe précédent, pour différent rayon nucléaire  $R_n$  (variant de 2 à 10 fm).

Les pénétrabilités s'écrivent sous la forme :

$$\frac{P_0(E, R_n)}{e^{-2\pi\eta}} = \frac{\pi}{4K_1^2(x)} (1 - a.E + b.E^2)$$

et

$$\frac{P_1(E, R_n)}{e^{-2\pi\eta}} = \frac{\pi}{4K_3^2(x)} (1 + c.E + d.E^2)$$
(2.10)

où a, b, c et d sont des constantes algébriques dépendant du rayon nucléaire  $R_n$ .

Nous conservons la même fonction  $S_{\text{exp}}(E)$  pour les deux voies (p+T) et (n+  $^3\text{He}$ ), qui est indépendante de  $R_n$ , c'est à dire les mêmes coefficients des ajustements effectués en extrapolant  $S_{\text{exp}}(E)$  dans le domaine d'énergie 0- 100 keV, voir tableau (1.1) et rajoutons un terme correctif d'ordre 2 en énergie, que nous calculons pour chaque valeur de  $R_n$ .

La relation (2.2) s'écrit, dans ce cas :

$$S_{\text{exp}}^i(E) = S_0^i(0)(1 - a.E + b.E^2) + S_1^i(0)(1 + c.E + d.E^2), \quad (i = n, p) \quad (2.11)$$

D'autre part, on a le développement en série suivant pour  $S_{\text{exp}}^i(E)$  :

$$S_{\text{exp}}^i(E) = S^i(0) + S'^i(0).E + S''^i(0).E^2 \quad (2.12)$$

Ainsi, la connaissance des pénétrabilités  $P_L(E, R_n)$  et des deux premiers termes du développement (2.12) de  $S_{\text{exp}}(E)$ , soit  $S^i(0)$  et  $S''^i(0)$  ( $i = n, p$ ), permettent la détermination des quantités suivantes :

- les facteurs astrophysiques partiels  $S_L^i(0)$ , ( $i = n, p$ ), ( $L = 0, 1$ ),
- le coefficient du 2<sup>ème</sup> ordre en E de  $S_{\text{exp}}^i(E)$ , soit  $S''^i(0)$ ,
- les rapports d'embranchement  $R_L = S_L^n(0) / S_L^p(0)$  ( $L = 0, 1$ ).

Les résultats de nos calcul sont présentés dans les tableaux (2.3) et (2.4) ci-dessous.

Il est ensuite facile de générer les sections efficaces partielles  $\sigma_{0,1}$ , à partir de l'équation (1.5).

Les résultats de la décomposition des facteurs astrophysiques  $S(E)$  et des sections efficaces  $\sigma(E)$  en ondes partielles sont représentés sur les figures (2.14) à (2.17) pour les deux voies de réaction (p+ T) et (n+  $^3\text{He}$ ) et les valeurs particulières du rayon nucléaire  $R_n = 3.536$  et 7fm, utilisant l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre et au 2<sup>ème</sup> ordre.

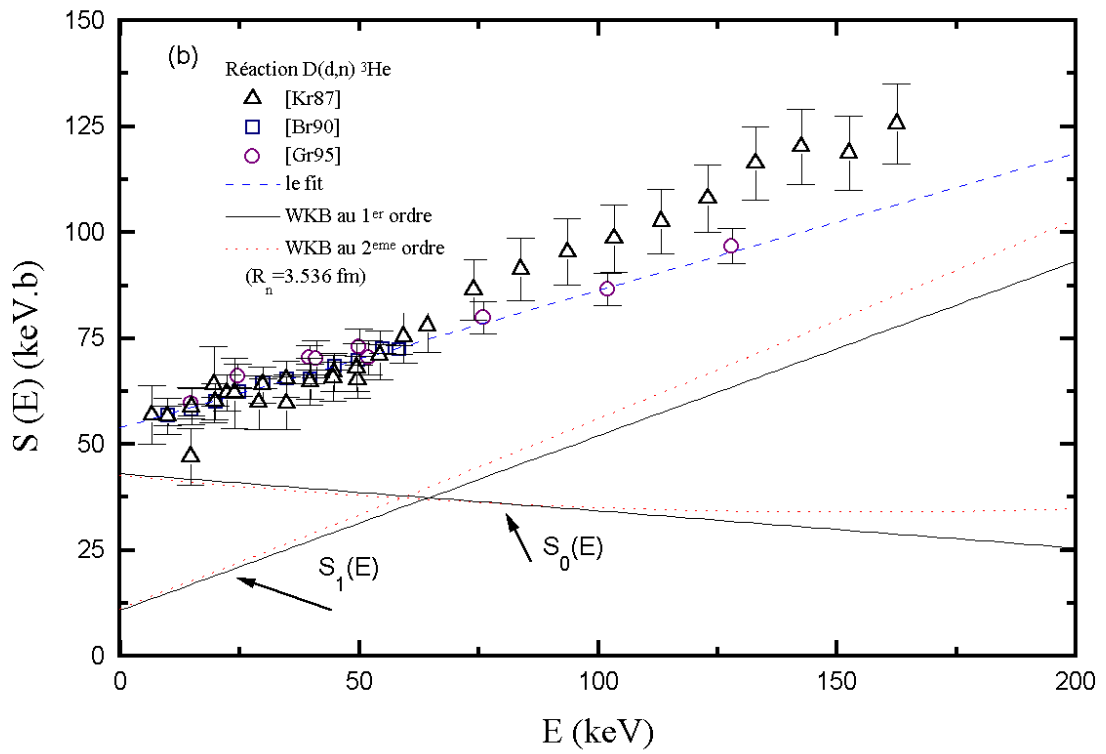
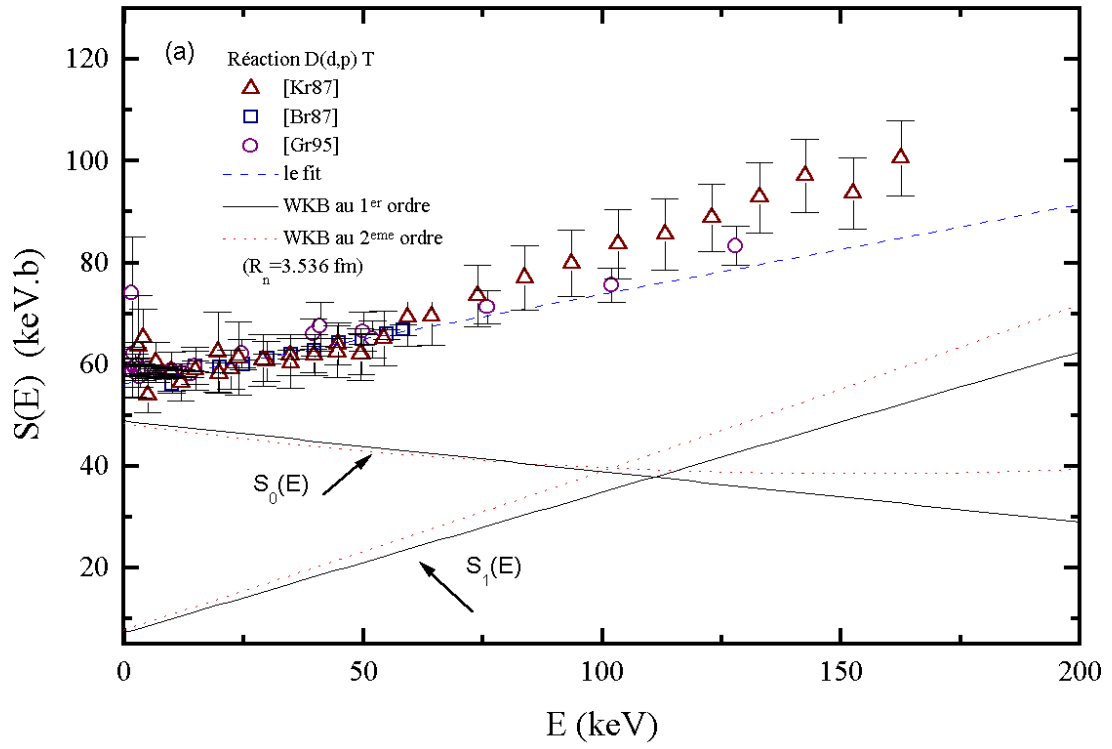
La variation du rapport d'embranchement  $R_1$  en fonction du rayon nucléaire  $R_n$  est présentée sur la figure (2.18).

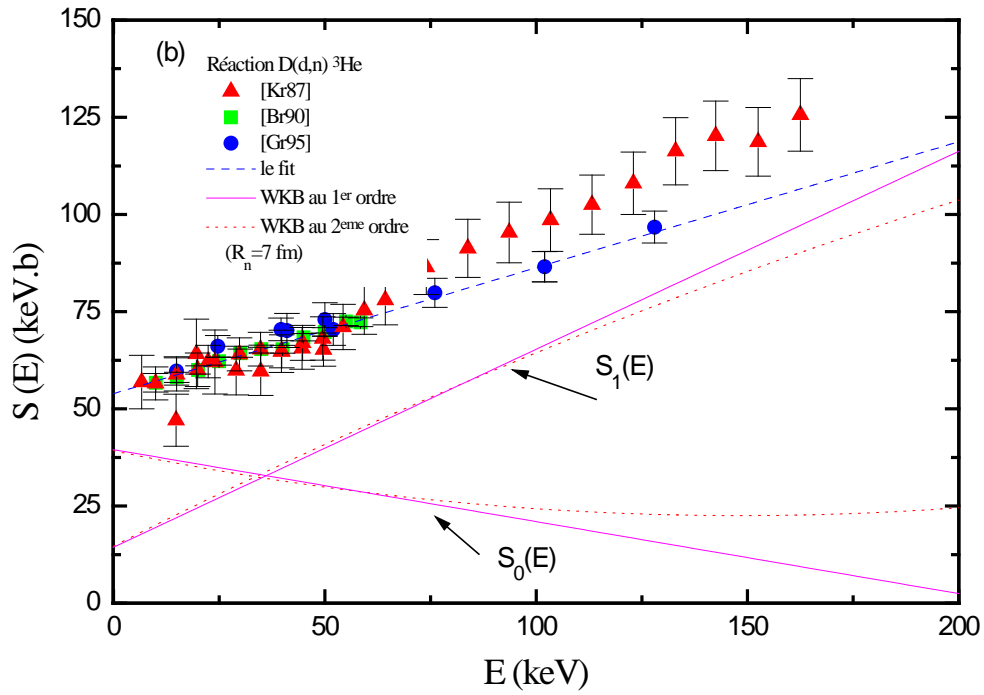
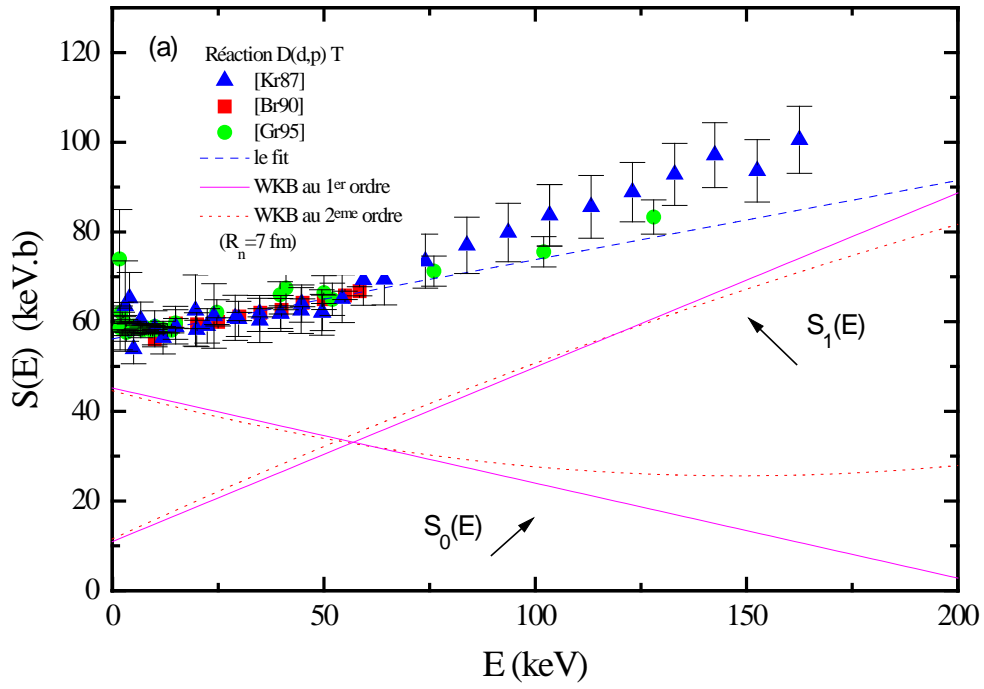
$R_n$ (fm)	L=0 $S_0(0)$ (keV.b)		L=1 $S_1(0)$ (keV.b)		$R_0 = S_0^n(0)/S_0^p(0)$	$R_1 = S_1^n(0)/S_1^p(0)$
	p	n	p	n		
2	49.96±0.39	44.11±1.01	6.20±0.19	9.79±0.41	0.88±0.03	1.58±0.12
3	48.91±0.39	43.16±0.99	7.26±0.19	10.74±0.42	0.88±0.03	1.48±0.10
3.536	48.33±0.38	42.65±0.98	7.83±0.19	11.25±0.42	0.88±0.03	1.44±0.09
4	47.83±0.38	42.20±0.97	8.33±0.20	11.70±0.42	0.88±0.03	1.40±0.08
5	46.76±0.37	41.22±0.95	9.41±0.20	12.68±0.43	0.88±0.03	1.35±0.07
6	45.68±0.36	40.24±0.93	10.48±0.20	13.66±0.44	0.88±0.03	1.30±0.07
7	44.60±0.36	39.21±0.92	11.57±0.20	14.69±0.45	0.88±0.03	1.27±0.06
8	43.51±0.35	38.18±0.90	12.66±0.21	15.72±0.46	0.88±0.03	1.24±0.06
10	41.19±0.35	35.92±0.88	14.97±0.22	17.98±0.49	0.87±0.03	1.20±0.05

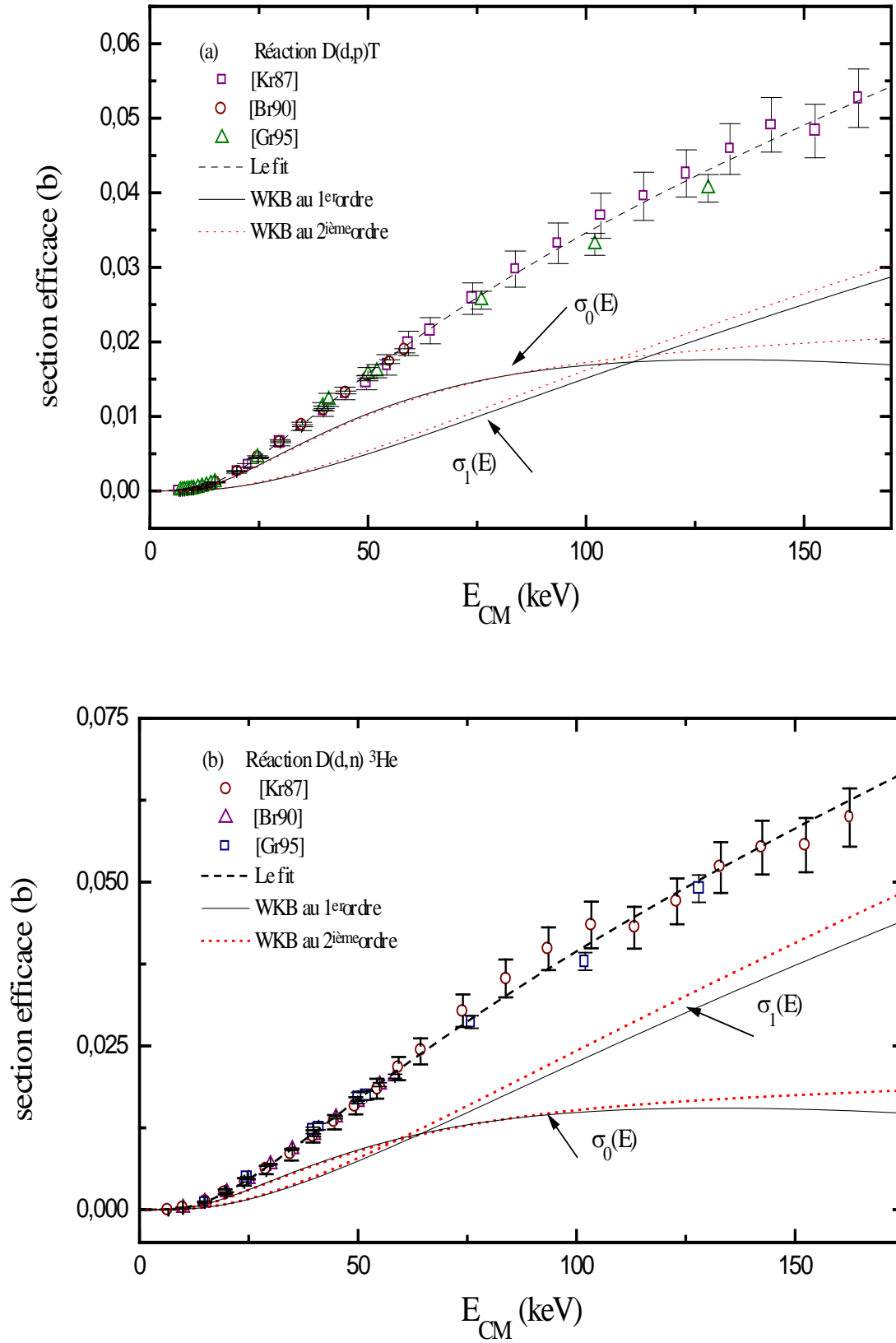
**Tableau (2.3)** : Facteurs astrophysiques partiels  $S_L^i(0)$  et rapports d'embranchement  $R_L$  ( $i= n, p$ ), ( $L= 0, 1$ ) calculés par l'approximation WKB au 2<sup>ème</sup> ordre pour différentes valeurs du rayon nucléaire  $R_n$ .

$R_n$ (fm)	$S^{''p}(0)$ (MeV <sup>-1</sup> .b)	$S^{''n}(0)$ (MeV <sup>-1</sup> .b)
2	0.41 ± 0.01	0.47 ± 0.02
3	0.47 ± 0.01	0.48 ± 0.01
3.536	0.49 ± 0.01	0.48 ± 0.01
4	0.51 ± 0.01	0.47 ± 0.01
5	0.52 ± 0.01	0.42 ± 0.02
6	0.50 ± 0.01	0.35 ± 0.02
7	0.45 ± 0.01	0.24 ± 0.03
8	0.38 ± 0.02	0.11 ± 0.04
10	0.18 ± 0.03	-0.02 ± 0.06

**Tableau (2.4)** : Coefficients  $S^{''i}(0)$  du 2<sup>ème</sup> ordre en E de  $S_{exp}^i(E)$  ( $i= p, n$ ) déduits à partir de l'approximation WKB au 2<sup>ème</sup> ordre pour différentes valeurs du rayon nucléaire  $R_n$ .





**Figure (2.15) :** Idem que Fig. (2.14) pour  $R_n=7$  fm.


**Figure (2.16) :** Décomposition de la section efficace intégrée  $\sigma(E)$  en utilisant l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre et au 2<sup>ième</sup> ordre: (a) pour la réaction  $D(d,p) T$ , (b) pour la réaction  $D(d,n) {}^3\text{He}$  pour  $R_n = 3.536$  fm.

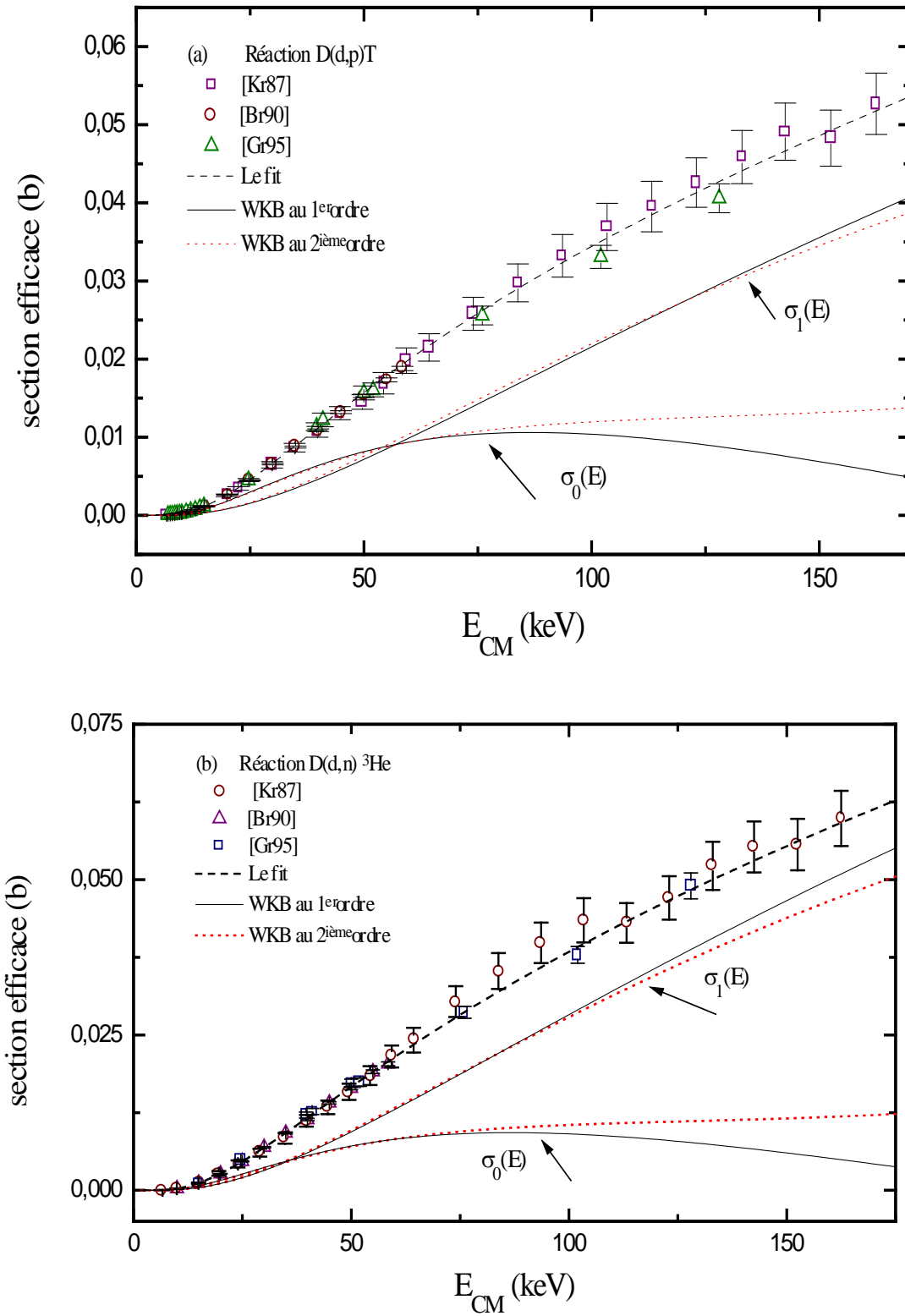


Figure (2.17) : Idem que Fig. (2.16) pour  $R_n=7$  fm.

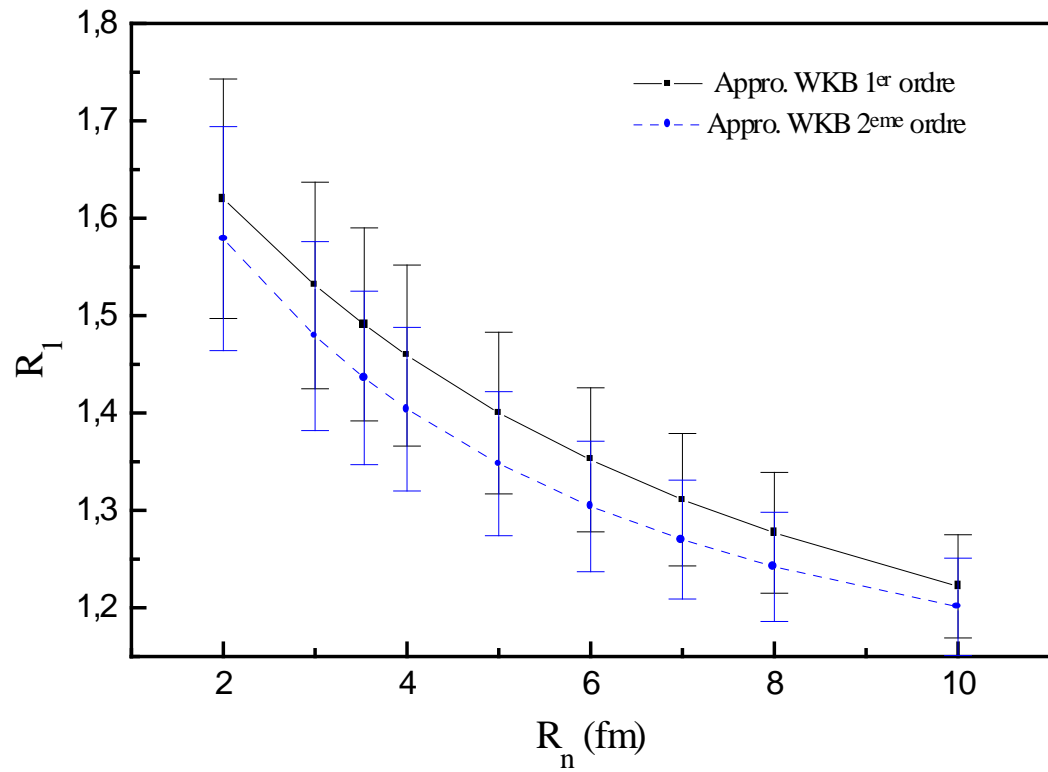


Figure (2.18) : Variation du rapport d'embranchement pour l'onde P en fonction du rayon nucléaire. Résultat déduit de notre analyse.

## Chapitre 3

### *Analyse des distributions angulaires et des anisotropies. Constantes et taux de réaction*

#### **3.1- Introduction :**

Nous avons vu au chapitre précédent que la décomposition du facteur astrophysique (ou de la section efficace) en ondes partielles conduit à un rapport d'embranchement  $R_1$  pour l'onde P supérieur à 1. Nous avons cherché une confirmation de ce fait en analysant les distributions angulaires (ou anisotropies) des deux réactions de fusion  $D(d, p)T$  et  $D(d, n)^3He$ . Ceci fait l'objet de la première partie de ce chapitre.

D'autre part, un des résultats importants déduits de l'étude de ces réactions de fusion par catalyse muonique est la détermination des constantes de réaction et des taux de fusion et de formation de la molécule  $d\mu d$  ; ceci a fait l'objet de plusieurs études expérimentales telles que celle de Balin et al. [Ba92] et théoriques comme celles de Bogdanova et al. [Bo82], Alexander et al. [Al90] et G. M. Hale [Ha91].

Dans la suite de ce chapitre, nous déterminerons ces quantités et présenterons les résultats obtenus en termes des facteurs astrophysiques partiels à l'énergie zéro  $S_L^i(0)$ , ( $i= p, n$ ), ( $L= 0,1$ ), déduits des décompositions en ondes partielles suivant l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre et au 2<sup>ième</sup> ordre rapportées au chapitre 2.

## **3.2- Distributions Angulaires et Anisotropies**

### **3.2.1- Approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre**

(Gamme d'énergie de validité  $E= 0- 100$  keV)

Aux très basses énergies, et puisqu'on se limite aux ondes S et P, les distributions angulaires  $\sigma(\theta)$  sont données par les relations (1.8) ou (1.9) du chapitre 1.

Tenant compte de la contribution du terme du 2<sup>ème</sup> ordre provenant seulement des ondes P, le rapport  $B_2/B_0$  peut être écrit comme suit (voir appendice C) :

$$\frac{B_2}{B_0} = \frac{S_1^i(0)(1+bE)}{S_{\text{exp}}^i(E)} \quad (3.1)$$

où  $i=(p \text{ ou } n)$ ,  $S_{\text{exp}}^i(E)$  est donné par l'équation (2.9),  $b$  est la même constante figurant dans l'équation (2.8) du développement du rapport  $P_1/e^{-2\pi\eta}$  en fonction de l'énergie  $E$  et  $S_1^i(0)$  est un paramètre qui est déterminé par comparaison avec les distributions angulaires (ou les anisotropies) expérimentales. Celles-ci sont rapportées par Krauss et al. [Kr87], Brown et al. [Br90] et Greife et al. [Gr95] dans les gammes des énergies  $7.5 \text{ keV} \leq E \leq 102 \text{ keV}$ ,  $9.974 \text{ keV} \leq E \leq 58.45 \text{ keV}$  et  $14.85 \text{ keV} \leq E \leq 102 \text{ keV}$ , respectivement.

Cette approche (Eqs. (2.9) et (3.1)) est analogue à celle développée par Fick et Weiss [Fi73], à l'exception du terme concernant la pénétrabilité d'onde S,  $P_0/e^{-2\pi\eta}$ , qui est assimilé à une constante par [Fi73].

L'équation (1.11) donnant l'anisotropie devient alors :

$$A = \frac{\frac{3}{2} S_1^i(0)(1+bE) / S_{\text{exp}}^i(E)}{1 - \left( \frac{1}{2} S_1^i(0)(1+bE) / S_{\text{exp}}^i(E) \right)} \quad (3.2)$$

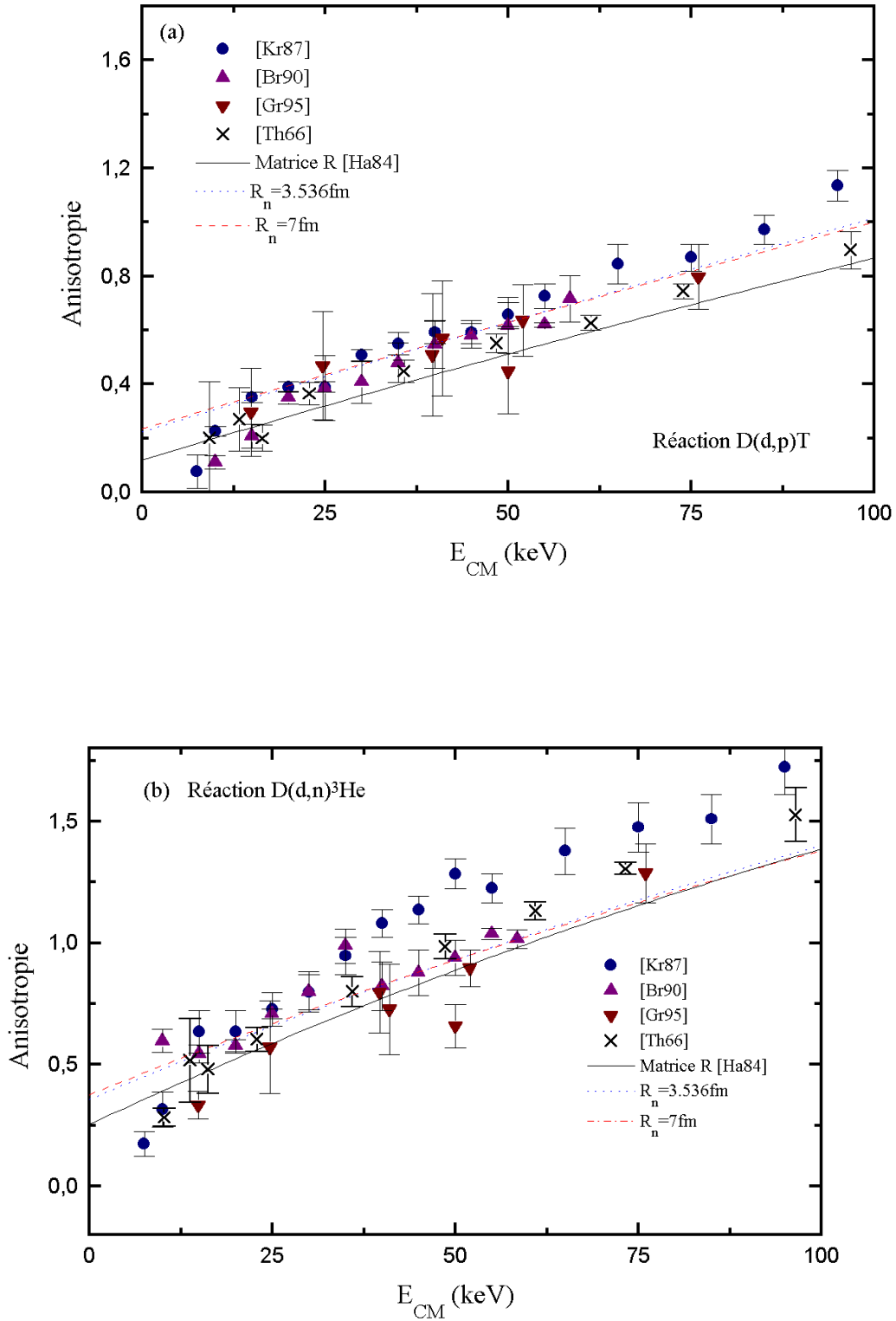
Les résultats des meilleurs ajustements obtenus, donc des paramètres  $S_1^i(0)$  ( $i=p, n$ ), en utilisant les équations (3.1) ou (3.2) ainsi que le rapport d'embranchement

$R_1' = S_1^n(0) / S_1^p(0)$  pour l'onde P sont regroupés dans le tableau (3.1) pour les deux réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$  pour les valeurs du rayon nucléaire  $2 \text{ fm} \leq R_n \leq 10 \text{ fm}$ .

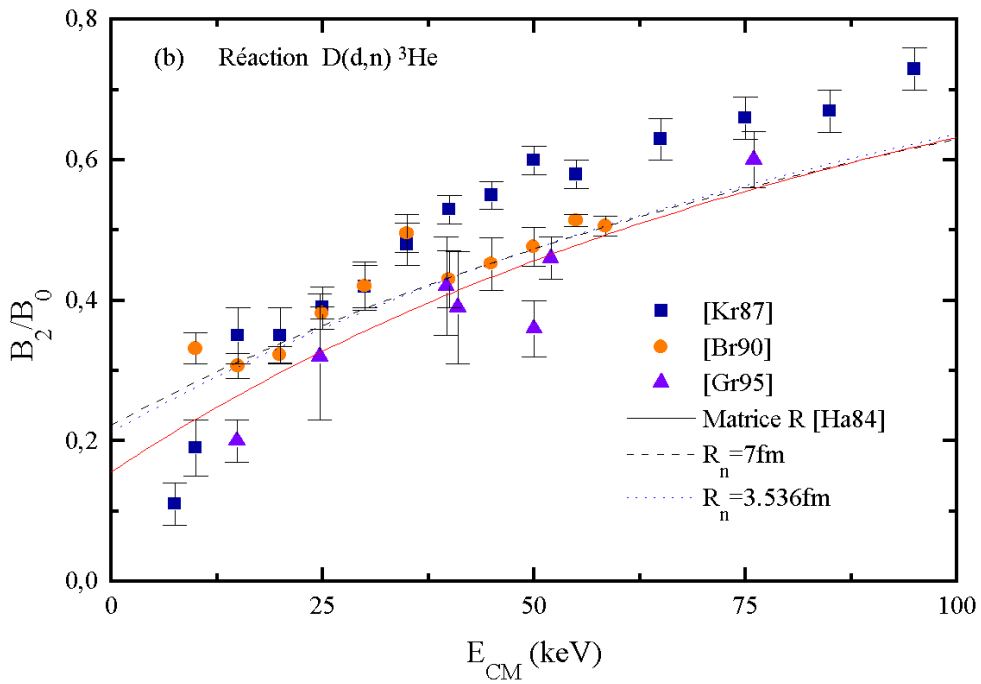
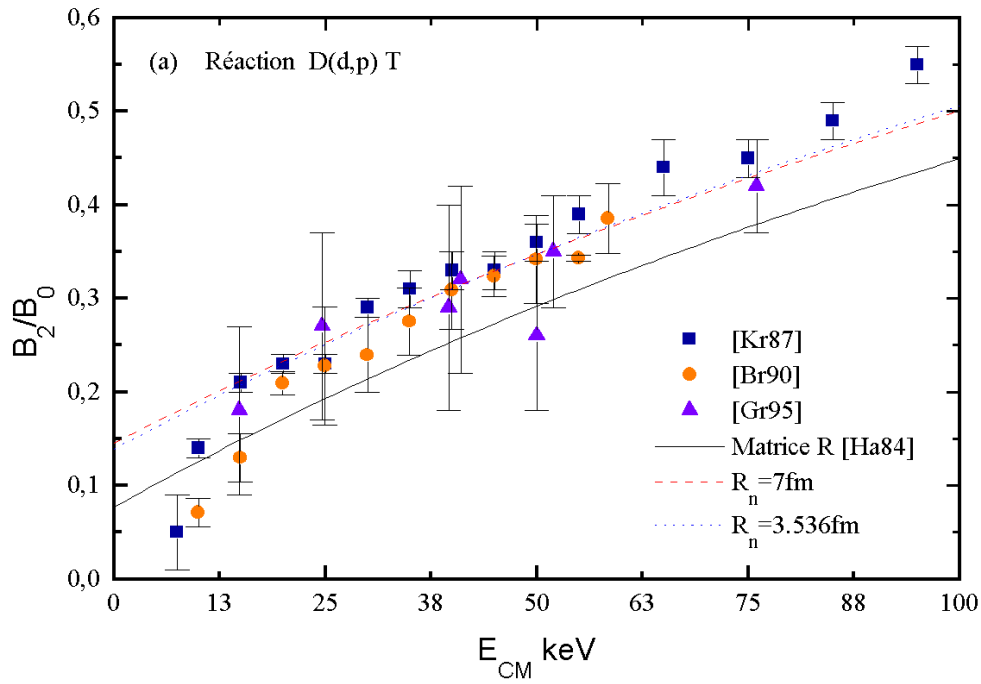
Les anisotropies expérimentales et théoriques (G.M. Hale [Ha84]) ainsi que les valeurs de  $S_1^i(0)$  ( $i=p \text{ ou } n$ ) déduites de l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre pour les deux valeurs particulières de  $R_n$  : 3.536 et 7 fm sont reportées sur les figures (3.1) et (3.2). Ainsi, on observe un bon accord entre l'expérience et la relation (3.1) ou (3.2).

$R_n$ (fm)	L=1 $S_1^i(0)$ (keV.b)		$R_1^i = S_1^i(0)/S_1^p(0)$
	p	n	
2	$7.65 \pm 0.15$	$11,26 \pm 0,25$	$1,47 \pm 0,06$
3	$7.73 \pm 0.15$	$11,38 \pm 0.26$	$1,47 \pm 0.06$
3.536	$7.78 \pm 0.16$	$11,45 \pm 0.26$	$1,47 \pm 0.06$
4	$7.82 \pm 0.16$	$11,51 \pm 0.26$	$1,47 \pm 0.06$
5	$7.92 \pm 0.16$	$11,66 \pm 0.27$	$1,47 \pm 0.06$
6	$8.03 \pm 0.17$	$11,82 \pm 0.27$	$1,47 \pm 0.06$
7	$8.15 \pm 0.17$	$11,99 \pm 0.28$	$1,47 \pm 0.07$
8	$8.27 \pm 0.18$	$12,17 \pm 0.28$	$1,47 \pm 0.07$
10	$8.54 \pm 0.19$	$12,58 \pm 0.30$	$1,47 \pm 0.07$

**Tableau (3.1)** : Paramètres  $S_1^i(0)$  ( $i= n, p$ ) et rapports d'embranchement  $R_1^i$  ( $L= 1$ ) déduits de l'analyse des anisotropies pour différentes valeurs du rayon nucléaire  $R_n$  (approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre).



**Figure (3.1)** : Variation de l'anisotropie  $A(E)$  aux énergies stellaires. Les données expérimentales sont tirées des références [Kr87], [Br90], [Gr95] et [Th66]. Les données théoriques sont tirées de la référence [Ha84]. Les deux courbes en traits tiretés et pointillés sont les meilleurs ajustements obtenus pour  $A(E)$  à partir de notre analyse (Approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre). (a) : pour la réaction  $D(d,p) T$  et (b) : pour la réaction  $D(d,n) ^3\text{He}$ .



**Figure (3.2)** : Variation du rapport  $B_2/B_0$  en fonction de  $E$ . Les données expérimentales sont tirées des références [Kr87], [Br90] et [Gr95]. Les données théoriques sont tirées de la référence [Ha84]. Les deux courbes en traits pointillés et tiretés sont les meilleurs ajustements obtenus pour  $B_2/B_0(E)$  à partir de notre analyse (Approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre). (a) : pour la réaction D(d,p) T et (b) : pour la réaction D(d,n)  $^3\text{He}$ .

### 3.2.2- Approximation WKB au 2<sup>ième</sup> ordre

( Domaine d'énergie de validité  $E= 0- 162.5$  keV.)

Dans ce cas, tenant compte du développement de  $P_1/ e^{-2\pi\eta}$  en puissances de  $E$  (voir équation (2.10)), l'équation (3.1) devient :

$$\frac{B_2}{B_0} = \frac{S_1^i(0) (1 + c E + d E^2)}{S_{\text{exp}}^i(E)}, \quad (3.3)$$

où  $S_{\text{exp}}^i(E)$ , ( $i= p$  ou  $n$ ), est le facteur astrophysique expérimental corrigé, c'est à dire, qui contient le terme correctif d'ordre 2 en  $E$  déterminé au chapitre 2 ( voir tableau.(2.4)) et

( $c$ ,  $d$ ) sont les constantes du développement (2.10).

Ainsi, l'équation (3.2) devient :

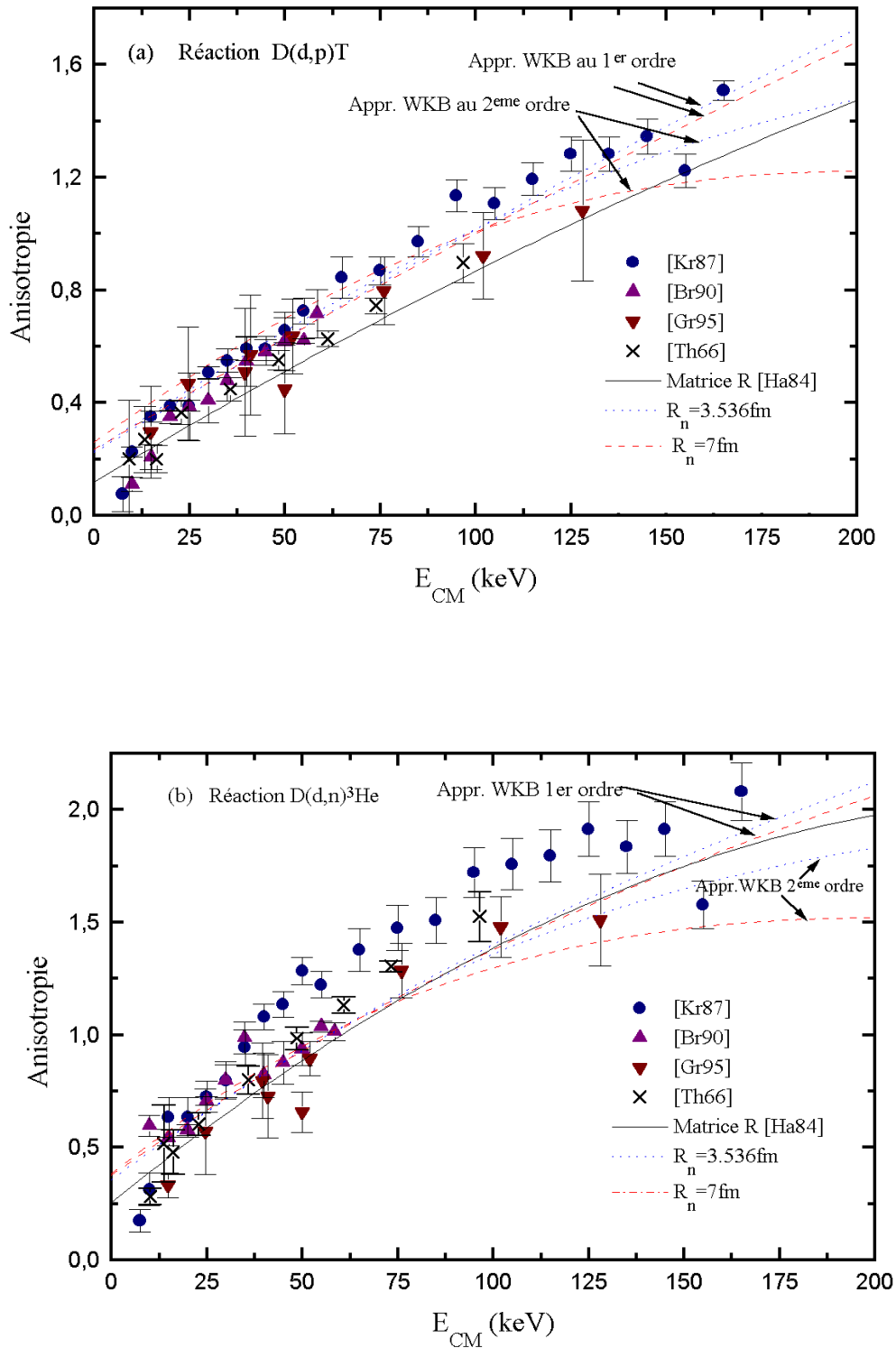
$$A = \frac{\frac{3}{2} S_1^i(0) (1 + c E + d E^2) / S_{\text{exp}}^i(E)}{1 - \left( \frac{1}{2} S_1^i(0) (1 + c E + d E^2) / S_{\text{exp}}^i(E) \right)}. \quad (3.4)$$

Les paramètres  $S_1^i(0)$  correspondant aux meilleurs ajustements des anisotropies par l'équation (3.3) ou (3.4), pour  $2 \text{ fm} \leq R_n \leq 10 \text{ fm}$ , sont regroupés dans le tableau (3.2) pour les deux voies de réaction ( $p+T$ ) et ( $n+ {}^3\text{He}$ ).

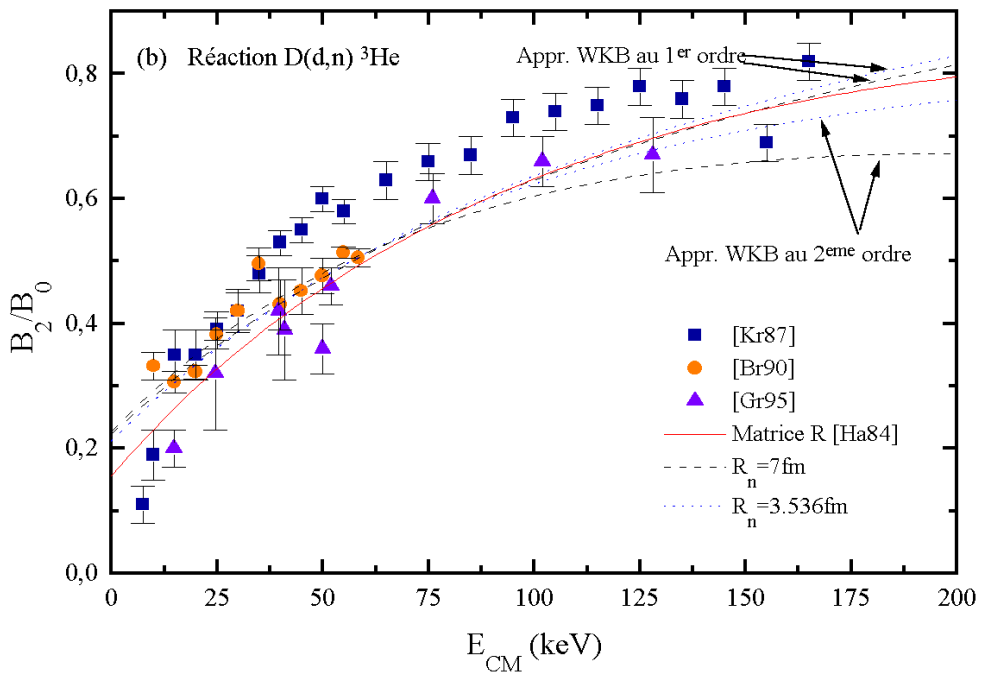
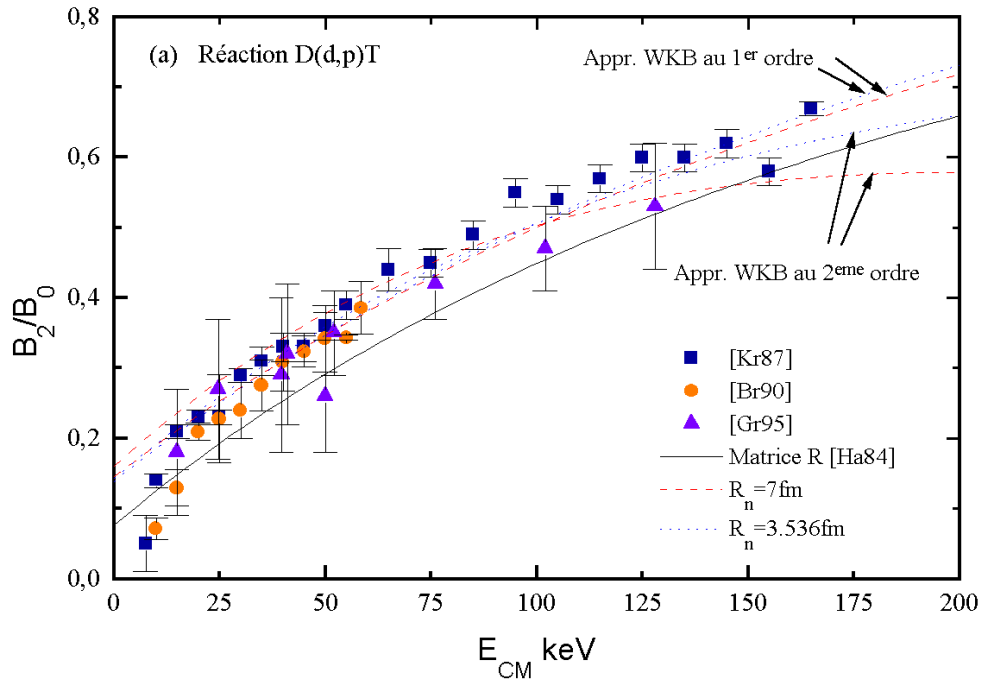
Les anisotropies expérimentales et théoriques sont reportées sur les figures (3.3) et (3.4), pour les deux valeurs particulières de  $R_n$  : 3.536 et 7 fm.

$R_n$ (fm)	L=1 $S_1^i(0)$ (keV.b)		$R_1' = S_1'^n(0)/S_1'^p(0)$
	p	n	
2	7.66±0.10	11,16 ± 0,23	1,46 ± 0,05
3	7.88±0.10	11,32 ± 0.23	1,44 ± 0.05
3.536	8.01±0.11	11,41 ± 0.24	1,43 ± 0.05
4	8.13±0.12	11,50 ± 0.24	1,42 ± 0.05
5	8.40±0.13	11,71 ± 0.25	1,40 ± 0.05
6	8.68±0.15	11,95 ± 0.26	1,38 ± 0.05
7	8.99±0.17	12,22 ± 0.28	1,36 ± 0.06
8	9.29±0.20	12,50 ± 0.30	1,35 ± 0.06
10	9.99±0.25	13,32 ± 0.37	1,33 ± 0.07

**Tableau (3.2)** : Paramètres  $S_1^i(0)$  ( $i= n, p$ ) et rapports d'embranchement  $R_1'$  ( $L= 1$ ) déduits de l'analyse des anisotropies pour différentes valeurs du rayon nucléaire  $R_n$  (approximation WKB au 2<sup>ième</sup> ordre).



**Figure (3.3)** : Variation de l'anisotropie  $A(E)$  aux énergies stellaires. Les données expérimentales sont tirées des références [Kr87], [Br90], [Gr95] et [Th66]. Les données théoriques sont issues de la référence [Ha84]. Les courbes en traits tirets et pointillés sont les meilleurs ajustements obtenus pour  $A(E)$  à partir de notre analyse (Approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre et au 2<sup>ème</sup> ordre). (a) : pour la réaction  $D(d,p)T$  et (b) : pour la réaction  $D(d,n)^3\text{He}$ .

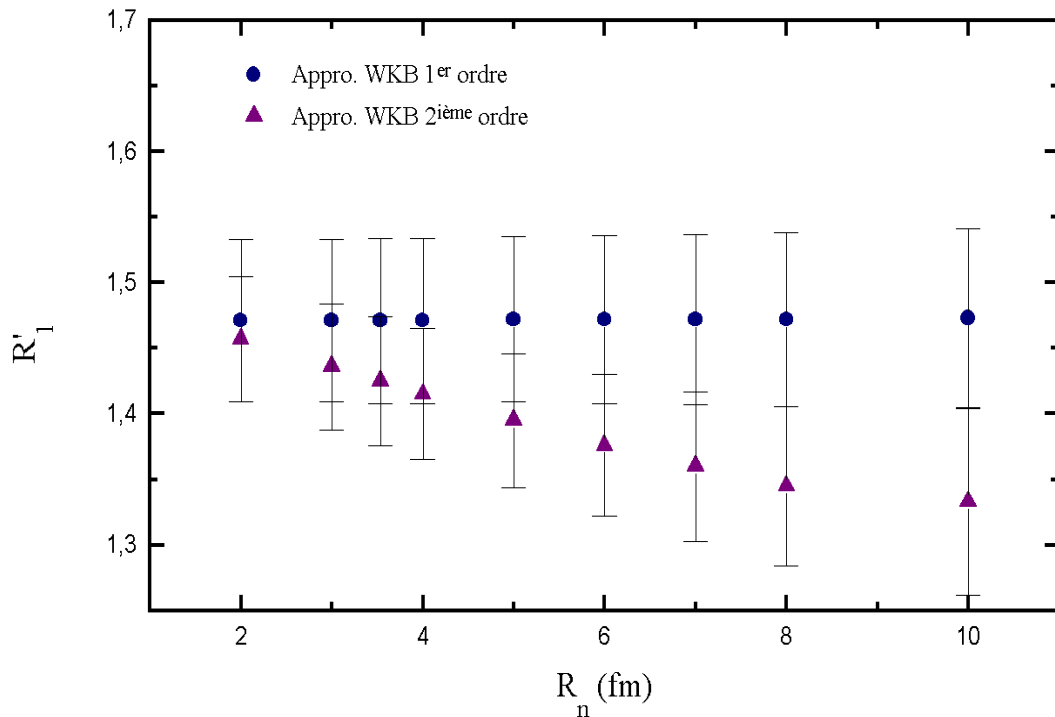


**Figure (3.4)** : Variation du rapport  $B_2/B_0$  en fonction de  $E$ . Les données expérimentales sont tirées des références [Kr87], [Br90] et [Gr95]. La courbe théorique (matrice R) en trait continu est tirée de [Ha84]. Les courbes en trait tiretés et pointillés sont les meilleurs ajustements obtenus pour  $B_2/B_0(E)$  à partir de notre analyse (Approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre et 2<sup>ième</sup> ordre). (a) : pour la réaction  $D(d,p) T$  et (b) : pour la réaction  $D(d,n) {}^3\text{He}$ .

En général, on observe sur ces courbes (Figs. (3.1) à (3.4)) un bon accord entre l'expérience, la théorie et les relations (3.1) ou (3.2) pour l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre, et les relations (3.3) ou (3.4) pour l'approximation WKB au 2<sup>ième</sup> ordre, à l'exception des données expérimentales de Krauss et al. [Kr87] qui présentent une croissance rapide avec l'accroissement de l'énergie  $E$  surtout lorsque  $E \geq 50$  keV pour la réaction  $D(d,n)^3\text{He}$ .

La variation du rapport d'embranchement  $R'_1$  pour l'onde P déduit de cette analyse des distributions angulaires pour les différentes valeurs du rayon nucléaire est représentée sur la figure (3.5).

Ainsi, on remarque que  $R'_1$  est bien supérieur à un. Cela confirme la prédominance des ondes P dans la voie  $(n + ^3\text{He})$  par rapport à la voie  $(p+T)$ .



**Figure (3.5) :** Variation du rapport d'embranchement  $R'_1$  pour l'onde P en fonction du rayon nucléaire. Résultat déduit de notre analyse des distributions angulaires des deux réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$  en utilisant la méthode WKB au 1<sup>er</sup> ordre et au 2<sup>ième</sup> ordre.

### 3.3- Calcul des constantes de réactions

Les lois de conservation du moment cinétique total et de la parité dans la voie d'entrée ( $d + d$ ) ainsi que l'identité des deux particules en interaction entraînent un spin pair ( $s= 0, 2$ ) de cette voie pour les ondes S et un spin impair ( $s= 1$ ) pour les ondes P. Ainsi, on définit [Ha91] les sections efficaces dépendantes du spin par :

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{pair}} &= \frac{3}{2} \sigma_0 \\ \text{et} \\ \sigma_{\text{impair}} &= 3\sigma_1\end{aligned}\tag{3.5}$$

en termes des sections efficaces partielles  $\sigma_L$  ( $L= 0, 1$ ).

Ces deux relations montrent que dans la section efficace non polarisée

$$\sigma_{\text{non pol}} = \frac{2}{3} \sigma_{\text{pair}} + \frac{1}{3} \sigma_{\text{impair}},\tag{3.6}$$

deux tiers des états de spin sont pairs alors que un tiers de ces états est impair.

Aux sections efficaces dépendantes du spin, on associe les constantes de réactions [Ha91] définies par :

$$\begin{aligned}K_{\text{pair}} &= \frac{\frac{1}{2} \sigma_{\text{pair}} v}{C_0^2(\eta)} = \frac{\frac{3}{4} \sigma_0 v}{C_0^2(\eta)} \\ \text{et} \\ K_{\text{impair}} &= \frac{\frac{1}{2} \sigma_{\text{impair}} v}{9 C_1^2(\eta) k^2} = \frac{\frac{3}{2} \sigma_1 v}{9 C_1^2(\eta) k^2}\end{aligned}\tag{3.7}$$

où :  $k$  est le nombre d'onde du système ( $d-d$ ) dans le système du centre de masse,

$v$ , la vitesse relative associée,

$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}$ , le paramètre de Sommerfeld,

$C_0(\eta)$  et  $C_1(\eta)$  sont définis par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}C_0(\eta) &= \left( \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \right)^{1/2} \\ \text{et} \\ C_1(\eta) &= C_0(\eta) \cdot \frac{\sqrt{1+\eta^2}}{3}.\end{aligned}\tag{3.8}$$

Pour une énergie très faible ( lorsque E tend vers zéro), les relations (3.8) donnent:

$$C_0^2(\eta) \xrightarrow{E \rightarrow 0} 2\pi\eta e^{-2\pi\eta}$$

et

$$C_1^2(\eta) \xrightarrow{E \rightarrow 0} \frac{1}{18E} \left( \frac{e^2}{\hbar} \right)^2 \mu_c^2 2\pi\eta e^{-2\pi\eta} .$$

Portons (3.9) dans (3.7) et utilisons la relation (1.5), nous obtenons :

$$K_{\text{pair}}^i = \frac{3}{4} \frac{\left( \frac{\hbar}{e^2} \right)}{\pi \mu_c} S_0^i(0), \quad K_{\text{impair}}^i = \frac{3}{2} \frac{\hbar^2}{\pi \left( \frac{e^2}{\hbar} \right)^3 \mu_c^3} S_1^i(0) \quad (3.10)$$

soit, en utilisant les valeurs numériques des constantes<sup>+</sup> ( $e^2$ ,  $\hbar^2$ ) et de la masse réduite  $\mu_c$  du système (d-d) :

$$K_{\text{pair}}^i = 104,553 \times 10^{22} S_0^i(0), \quad K_{\text{impair}}^i = 173,758 \times 10^{25} S_1^i(0) \quad (3.11)$$

où  $S_L^i(0)$ , ( $i= p, n$ ), ( $L= 0, 1$ ), sont les facteurs astrophysiques partiels à l'énergie zéro des ondes S et P pour les deux réactions D(d,p) T et D(d,n)  $^3\text{He}$ , respectivement, déterminés au chapitre 2 en utilisant l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre et au 2<sup>ième</sup> ordre (voir tableaux (2.2) et (2.3)).

Dans la relation (3.11),  $K_{\text{pair}}^i$  et  $K_{\text{impair}}^i$  sont exprimés en ( $\text{fm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ) et ( $\text{fm}^5 \cdot \text{s}^{-1}$ ), respectivement, et les facteurs  $S_L^i(0)$  en (MeV. b).

Expérimentalement, le rapport d'embranchement  $\beta_F$  de la fusion de la molécule (dd $\mu$ ) formée à partir de l'atome  $\mu\text{d}$  dans l'état hyperfin F est défini par [Kn97] :

$$\beta_F = \frac{\mu\text{d}_F + D_2 \rightarrow \mu + ^3\text{He} + n}{\left( \mu\text{d}_F + D_2 \rightarrow \mu + p + T \right) + \left( \mu\text{d}_F + D_2 \rightarrow \mu + ^3\text{He} + n \right)}, \quad (3.12)$$

---

(<sup>+</sup>) :  $e^2 / \hbar c = 1/137.036$ ,  $\mu_c = 1.007051$  u.m.a,  $1\text{u.m.a} = 931.494$  MeV.

qui se compose de paramètres encore plus fondamentaux appelés rapports d'embranchement  $\beta_s$  et  $\beta_p$  de la fusion des ondes S et P, respectivement, de la molécule ( $dd\mu$ ) [Kn97] (voir aussi appendice B). Ces derniers peuvent être calculés en termes de  $K_{\text{pair}}$  et  $K_{\text{impair}}$ , par :

$$\beta_s = \frac{K_{\text{pair}}^n}{(K_{\text{pair}}^n + K_{\text{pair}}^p)}, \quad \beta_p = \frac{K_{\text{impair}}^n}{(K_{\text{impair}}^n + K_{\text{impair}}^p)}. \quad (3.13)$$

en considérant seulement les ondes S ou P, respectivement.

Ainsi, utilisant (3.11) nous pourrions déduire les constantes de réaction  $K_{\text{pair}}^i$  et  $K_{\text{impair}}^i$  ( $i=n,p$ ) ainsi que les paramètres  $\beta_s$  et  $\beta_p$  à partir de notre décomposition en ondes partielles du facteur astrophysique  $S(E)$  (voir chap.2) et cela pour les différentes valeurs du rayon nucléaire  $R_n$  variant de 2 à 10fm, avec une précision meilleure que 2.5%, 4%, 7% et 7%, respectivement.

Les résultats sont regroupés dans les tableaux (3.3) et (3.4).

$R_n(\text{fm})$	$K_{\text{pair}} (\text{fm}^3 \cdot \text{s}^{-1}) \times 10^{22}$		$\beta_s$	$K_{\text{impair}} (\text{fm}^5 \cdot \text{s}^{-1}) \times 10^{25}$		$\beta_p$
	p	n		p	n	
2	5,26	4,64	0,47	1,02	1,650	0,62
3	5,17	4,55	0,47	1,18	1,80	0,61
3.536	5,11	4,50	0,47	1,26	1,88	0,60
4	5,06	4,46	0,47	1,34	1,96	0,59
5	4,96	4,35	0,47	1,52	2,13	0,58
6	4,84	4,24	0,47	1,71	2,31	0,58
7	4,72	4,13	0,47	1,91	2,50	0,57
8	4,60	4,01	0,47	2,12	2,70	0,56
10	4,34	3,76	0,46	2,55	3,12	0,55
(1) [Kn97]			0.487			0.563
(2) [Ha91]	5.14	4.55	0.47	1.30	1.86	0.59

**Tableau (3.3)** : Valeurs des constantes de réaction  $K_{\text{pair}}^i$  et  $K_{\text{impair}}^i$  ( $i= n, p$ ) ainsi que des paramètres  $\beta_s$  et  $\beta_p$  pour  $2\text{fm} \leq R_n \leq 10\text{fm}$ , en utilisant nos valeurs des facteurs astrophysiques partiels  $S_L^i(0)$ , ( $i= p, n$ ), ( $L= 0, 1$ ), déduits de l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre (voir chap.2). Sont également rapportés : (1) : résultats tirés de l'article de Knowles et al. [Kn97]. (2) : résultats tirés de l'article de G. M. Hale [Ha91].

$R_n$ (fm)	$K_{\text{pair}} (\text{fm}^3 \cdot \text{s}^{-1}) \times 10^{22}$		$\beta_s$	$K_{\text{impair}} (\text{fm}^5 \cdot \text{s}^{-1}) \times 10^{25}$		$\beta_p$
	p	n		p	n	
2	5,22	4,61	0,47	1,08	1,70	0,61
3	5,11	4,51	0,47	1,26	1,87	0,60
3.536	5,05	4,46	0,47	1,36	1,96	0,59
4	5,00	4,41	0,47	1,45	2,03	0,58
5	4,89	4,31	0,47	1,64	2,20	0,57
6	4,78	4,21	0,47	1,82	2,37	0,57
7	4,66	4,10	0,47	2,01	2,55	0,56
8	4,55	3,99	0,47	2,20	2,73	0,55
10	4,31	3,76	0,47	2,60	3,13	0,55
(1)			0.487			0.563
(2)	5.14	4.55	0.47	1.30	1.86	0.59

**Tableau (3.4) :** Idem que tableau (3.3) en utilisant les facteurs astrophysiques partiels  $S_L^i(0)$ , ( $i= p, n$ ), ( $L= 0, 1$ ), déduits de notre analyse WKB au 2<sup>ième</sup> ordre (voir chap.2).

### 3.4- Calcul des taux de réaction

Les taux de fusion des ondes P [Ha91]

$$\lambda_{1\nu}^{(i)} = K_{\text{impair}}^{(i)} \rho_{1\nu}, (\text{s}^{-1}) \quad (3.14)$$

( $i= p, n$ ), peuvent être estimés en utilisant la formule de Jackson [Jac57] en termes des constantes de réaction et de l'intégrale de fusion :

$$\rho_{1\nu} = \frac{1}{2} \int d^3 r \left| \nabla_{\mathbf{R}} \Psi_{1\nu}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \right|_{\mathbf{R}=0}^2 \quad (3.15)$$

où  $\Psi_{1\nu}(\mathbf{r}, \mathbf{R})$  est la fonction d'onde normalisée de la molécule  $dd\mu$  pour  $J=1$  et pour un nombre quantique vibrationnel  $\nu$ ,  $r$  représente la distance ( $d-\mu$ ) et  $\mathbf{R}$  est la distance ( $d-d$ ).

Le facteur (1/2) est introduit dans la relation (3.15) pour rendre compte du fait que la fonction d'onde est symétrique dans l'échange des deux deutons.

Nous avons utilisé les valeurs de l'intégrale  $\rho_{1\nu}$  données par Bogdanova et al. [Bo82] et par Alexander et al. [Al90] pour l'état fondamental  $\nu=0$  et le premier état excité  $\nu=1$ , rapportées dans le tableau (3.5) ci-dessous, pour déterminer les taux de fusion  $\lambda_{10}^i$  ( $\nu=0$ ) et

$\lambda_{11}^i$  ( $v=1$ ), ( $i= p, n$ ), de la molécule  $d\mu d$  à partir des états ro-vibrationnels 11 et 10, respectivement, en utilisant l'équation (3.14).

Le taux de fusion total est :

$$\lambda_{1\nu} = \lambda_{1\nu}^{(n)} + \lambda_{1\nu}^{(p)} \quad (3.16)$$

où  $\nu = (0, 1)$ .

Référence	$\rho_{11}$ ( $s^{-1}$ )	$\rho_{10}$ ( $s^{-1}$ )
[Bo82]	$1.53 \times 10^{-17}$	$5.40 \times 10^{-17}$
Al[90]	$1.32 \times 10^{-17}$	$4.10 \times 10^{-17}$

**Tableau (3.5) :** Valeurs de l'intégrale  $\rho_{1\nu}$  ( $\nu = 0, 1$ ) tirées des articles de Bogdanova et al. [Bo82] et Alexander et al. [Al90].

D'autre part, les fusions nucléaires de la molécule muonique étant en compétition avec les transitions Auger vers les états faiblement excités. Dans la désexcitation de l'état initial, la transition  $E0$  ( $J = I, \nu = 1$ )  $\rightarrow$  ( $J = I, \nu = 0$ ) est dominante et le taux correspondant est :  $\lambda_{tr} = 1.9 \times 10^8 s^{-1}$  [Po76]. Les transitions  $E1$  ( $\Delta J = \pm 1$ ) sont, par contre, négligeables [Bo82].

Ainsi, la fusion nucléaire de la molécule  $dd\mu$  a lieu à partir de l'état ( $J=1, \nu=1$ ) avec une probabilité  $\omega_{11} = \frac{\lambda_{11}}{\lambda_{11} + \lambda_{tr}}$  et à partir de l'état ( $J=1, \nu=0$ ) avec une probabilité

$$\omega_{10} = 1 - \omega_{11}.$$

La durée de vie de la molécule ( $dd\mu$ ) est définie par la relation [Bo82] :

$$T = \frac{1}{\lambda_{11} + \lambda_{tr}} + \frac{\omega_{10}}{\lambda_{10}}. \quad (3.17)$$

Finalement, le taux total des réactions nucléaires de la molécule muonique est :

$$\lambda_f = \frac{1}{T}. \quad (3.18)$$

Ainsi, en utilisant les constantes de réactions déduites de notre analyse WKB au 1<sup>er</sup> ordre et au 2<sup>ième</sup> ordre, nous calculons les taux de réaction :  $\lambda_{1\nu}^i$ ,  $\lambda_{1\nu}$ , ( $\nu=0, 1$ ), ( $i= p, n$ ) et  $\lambda_f$  pour différentes valeurs du rayon nucléaire  $R_n=2- 10$ fm. Les résultats sont regroupés dans les tableaux (3.6) à (3.11) avec une précision meilleure que 4%.

La variation des taux de réaction  $\lambda_{11}$ ,  $\lambda_{10}$  et  $\lambda_f$  en fonction du rayon nucléaire est représentée sur les figures (3.6) à (3.8), respectivement. (a) : pour l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre et (b) : pour l'approximation WKB au 2<sup>ième</sup> ordre.

$R_n(\text{fm})$	$\lambda_{11}^n(\text{s}^{-1}) \times 10^8$		$\lambda_{11}^p(\text{s}^{-1}) \times 10^8$		$\lambda_{11}(\text{s}^{-1}) \times 10^8$	
	B	A	B	A	B	A
2	2,53	2,18	1,56	1,34	4,08	3,52
3	2,75	2,37	1,80	1,55	4,55	3,92
3.536	2,88	2,49	1,93	1,67	4,81	4,15
4	3,00	2,59	2,06	1,77	5,05	4,36
5	3,26	2,81	2,33	2,01	5,59	4,82
6	3,54	3,05	2,62	2,26	6,16	5,31
7	3,83	3,30	2,92	2,52	6,75	5,82
8	4,13	3,57	3,24	2,79	7,37	6,36
10	4,78	4,12	3,91	3,37	8,68	7,49
	2.6		1.8		4.4	3.8

**Tableau (3.6) :** Taux de fusion de la molécule  $d\mu d$  à partir de l'état rotationnel -vibrationnel ( $J=1, v=1$ ) dans les deux voies de réaction ( $p+T$ ) et ( $n+{}^3\text{He}$ ) et total, pour différentes valeurs du rayon nucléaire. B : résultat utilisant  $\rho_{1v}$  de la référence [Bo82] et A : résultat utilisant  $\rho_{1v}$  de la référence [Al90]. La dernière ligne correspond aux résultats trouvés par ces deux auteurs. (Approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre).

$R_n(\text{fm})$	$\lambda_{10}^n(\text{s}^{-1}) \times 10^8$		$\lambda_{10}^p(\text{s}^{-1}) \times 10^8$		$\lambda_{10}(\text{s}^{-1}) \times 10^8$	
	B	A	B	A	B	A
2	8,91	6,77	5,50	4,17	14,41	10,94
3	9,71	7,37	6,35	4,82	16,05	12,19
3.536	10,17	7,72	6,82	5,18	16,99	12,90
4	10,58	8,04	7,25	5,51	17,84	13,54
5	11,51	8,74	8,22	6,24	19,73	14,98
6	12,49	9,48	9,24	7,02	21,73	16,50
7	13,52	10,26	10,31	7,83	23,83	18,09
8	14,59	11,08	11,43	8,68	26,02	19,75
10	16,85	12,80	13,79	10,47	30,64	23,26
	9.2		6.2		15.4	12

**Tableau (3.7)** : Idem que tableau (3.6) pour  $\nu=0$ .

$R_n(\text{fm})$	$\lambda_{11}^n(\text{s}^{-1}) \times 10^8$		$\lambda_{11}^p(\text{s}^{-1}) \times 10^8$		$\lambda_{11}(\text{s}^{-1}) \times 10^8$	
	B	A	B	A	B	A
2	2,60	2,25	1,65	1,42	4,25	3,67
3	2,86	2,46	1,93	1,67	4,79	4,13
3.536	2,99	2,58	2,08	1,80	5,08	4,38
4	3,11	2,68	2,22	1,91	5,33	4,60
5	3,37	2,91	2,50	2,16	5,87	5,07
6	3,63	3,13	2,79	2,40	6,42	5,54
7	3,91	3,37	3,08	2,65	6,98	6,02
8	4,18	3,61	3,37	2,90	7,54	6,51
10	4,78	4,13	3,98	3,44	8,76	7,56
	2.6		1.8		4.4	3.8

**Tableau (3.8)** : Idem que tableau (3.6) dans le cadre de l'approximation WKB au 2<sup>ème</sup> ordre.

$R_n(\text{fm})$	$\lambda_{10}^n(\text{s}^{-1}) \times 10^8$		$\lambda_{10}^p(\text{s}^{-1}) \times 10^8$		$\lambda_{10}(\text{s}^{-1}) \times 10^8$	
	B	A	B	A	B	A
2	9,19	6,98	5,82	4,42	15,01	11,40
3	10,08	7,65	6,82	5,17	16,89	12,83
3.536	10,56	8,02	7,35	5,58	17,91	13,60
4	10,98	8,34	7,85	5,94	18,80	14,27
5	11,90	9,03	8,83	6,70	20,73	15,74
6	12,82	9,73	9,83	7,47	22,65	17,20
7	13,78	10,46	10,85	8,24	24,64	18,70
8	14,75	11,20	11,88	9,02	26,63	20,22
10	16,88	12,81	14,05	10,67	30,93	23,48
	9.2		6.2		15.4	12

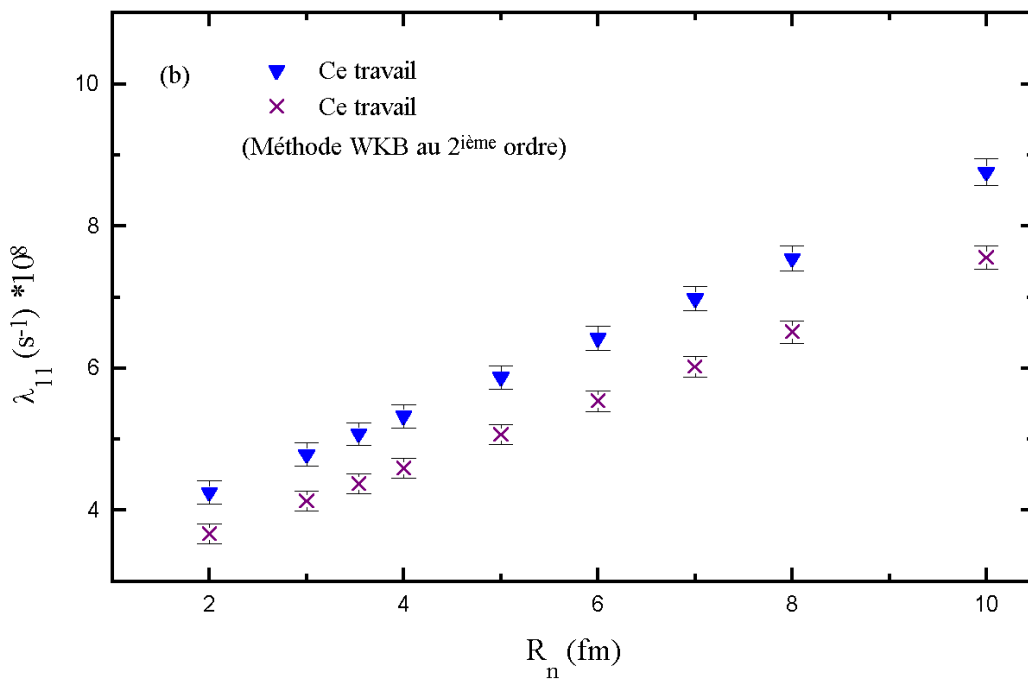
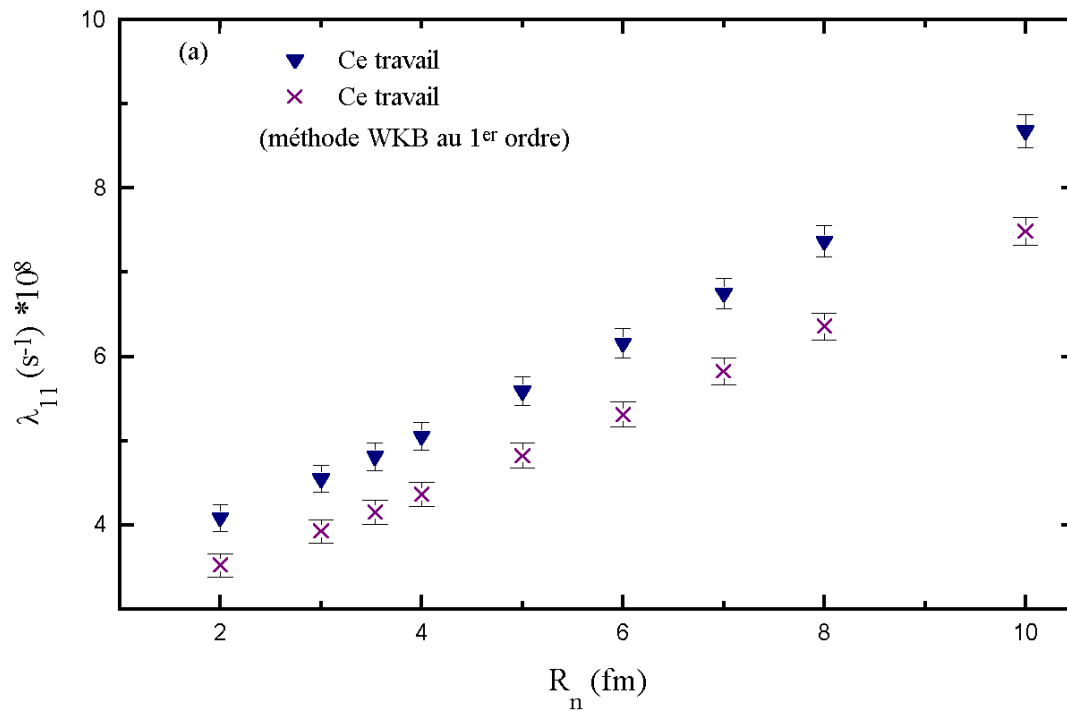
**Tableau (3.9)** : Idem que tableau (3.6) pour  $v=0$  dans le cadre de l'approximation WKB au 2<sup>ème</sup> ordre.

$R_n(\text{fm})$	$\omega_{11}$		$\omega_{10}$		$T(\text{s}) \times 10^{-8}$		$\lambda_f(\text{s}^{-1}) \times 10^8$	
	B	A	B	A	B	A	B	A
2	0,68	0,65	0,32	0,35	0,19	0,22	5,29	4,62
3	0,71	0,67	0,30	0,33	0,17	0,20	5,77	5,04
3.536	0,72	0,69	0,28	0,31	0,17	0,19	6,04	5,28
4	0,73	0,70	0,27	0,30	0,16	0,18	6,28	5,49
5	0,75	0,72	0,26	0,28	0,15	0,17	6,83	5,97
6	0,76	0,74	0,24	0,26	0,14	0,16	7,41	6,47
7	0,78	0,75	0,22	0,25	0,13	0,14	8,01	6,99
8	0,80	0,77	0,21	0,23	0,12	0,13	8,64	7,54
10	0,82	0,80	0,18	0,20	0,10	0,12	9,96	8,68
[Ha91]							3.8	5
[Bo82]					0.18		5.6	
[Ba84]							4.1 ± 0.1	

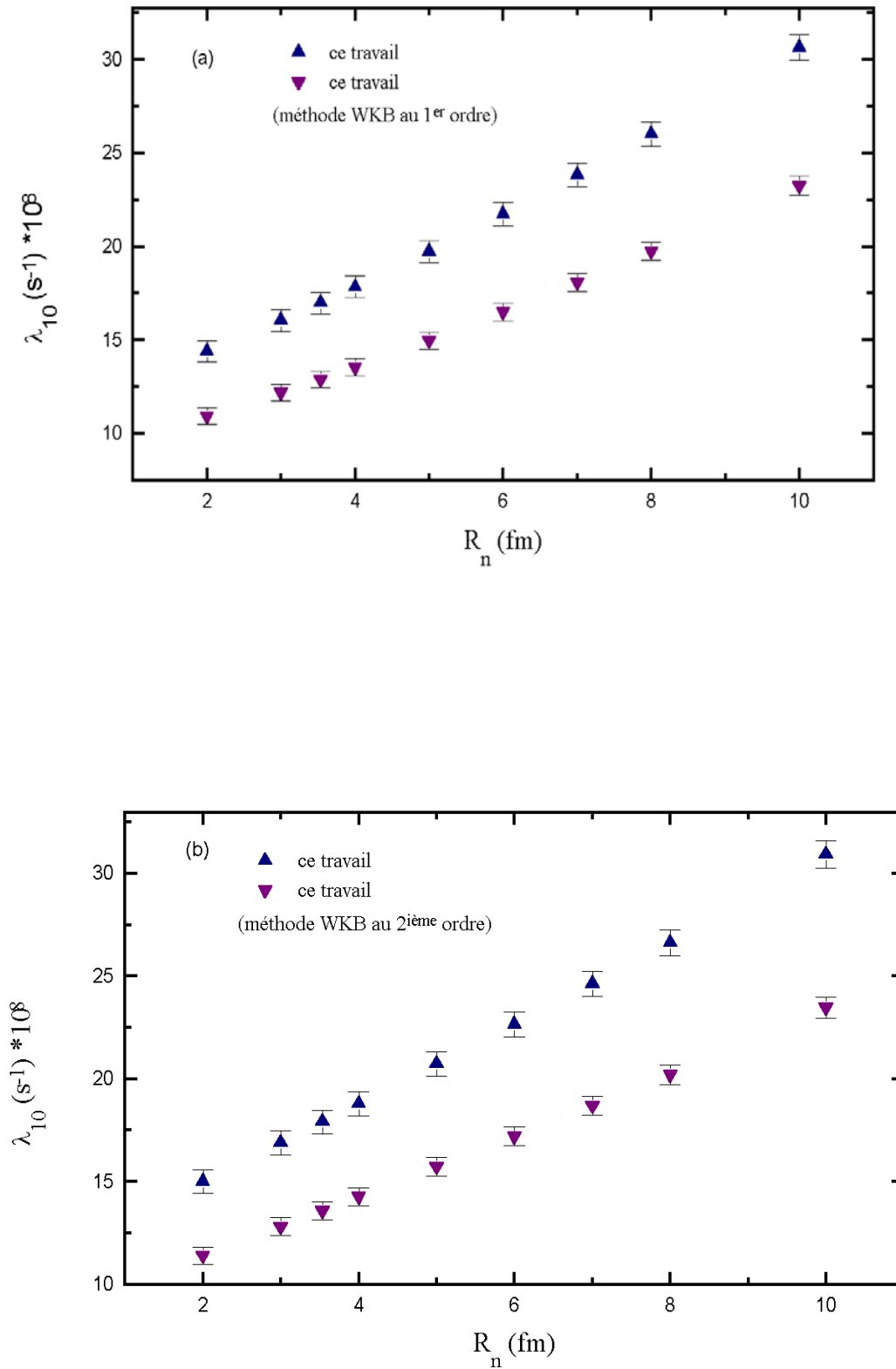
**Tableau (3.10)** : Taux total de réactions nucléaires de la molécule ( $d+d$ ), pour différentes valeurs du rayon nucléaire. B : résultat en utilisant  $\rho_{1v}$  de la référence [Bo82] et A : résultat en utilisant  $\rho_{1v}$  de la référence [Al90]. Les deux dernières lignes correspondent aux résultats issus des références [Ha91], [Bo82] et [Ba84]. (Approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre).

$R_n(\text{fm})$	$\omega_{11}$		$\omega_{10}$		$T(\text{s}) \times 10^{-8}$		$\lambda_f(\text{s}^{-1}) \times 10^8$	
	B	A	B	A	B	A	B	A
2	0,69	0,66	0,31	0,34	0,18	0,21	5,46	4,77
3	0,72	0,69	0,28	0,32	0,17	0,19	6,01	5,25
3.536	0,73	0,70	0,27	0,30	0,16	0,18	6,31	5,51
4	0,74	0,71	0,26	0,29	0,15	0,17	6,56	5,73
5	0,76	0,73	0,24	0,27	0,14	0,16	7,12	6,22
6	0,77	0,74	0,23	0,26	0,13	0,15	7,67	6,70
7	0,79	0,76	0,21	0,24	0,12	0,14	8,26	7,19
8	0,80	0,77	0,20	0,23	0,11	0,13	8,82	7,69
10	0,82	0,80	0,18	0,20	0,10	0,11	10,05	8,75
[Ha91]							3.8	5
[Bo82]					0.18		5.6	
[Ba84]							4.1 ± 0.1	

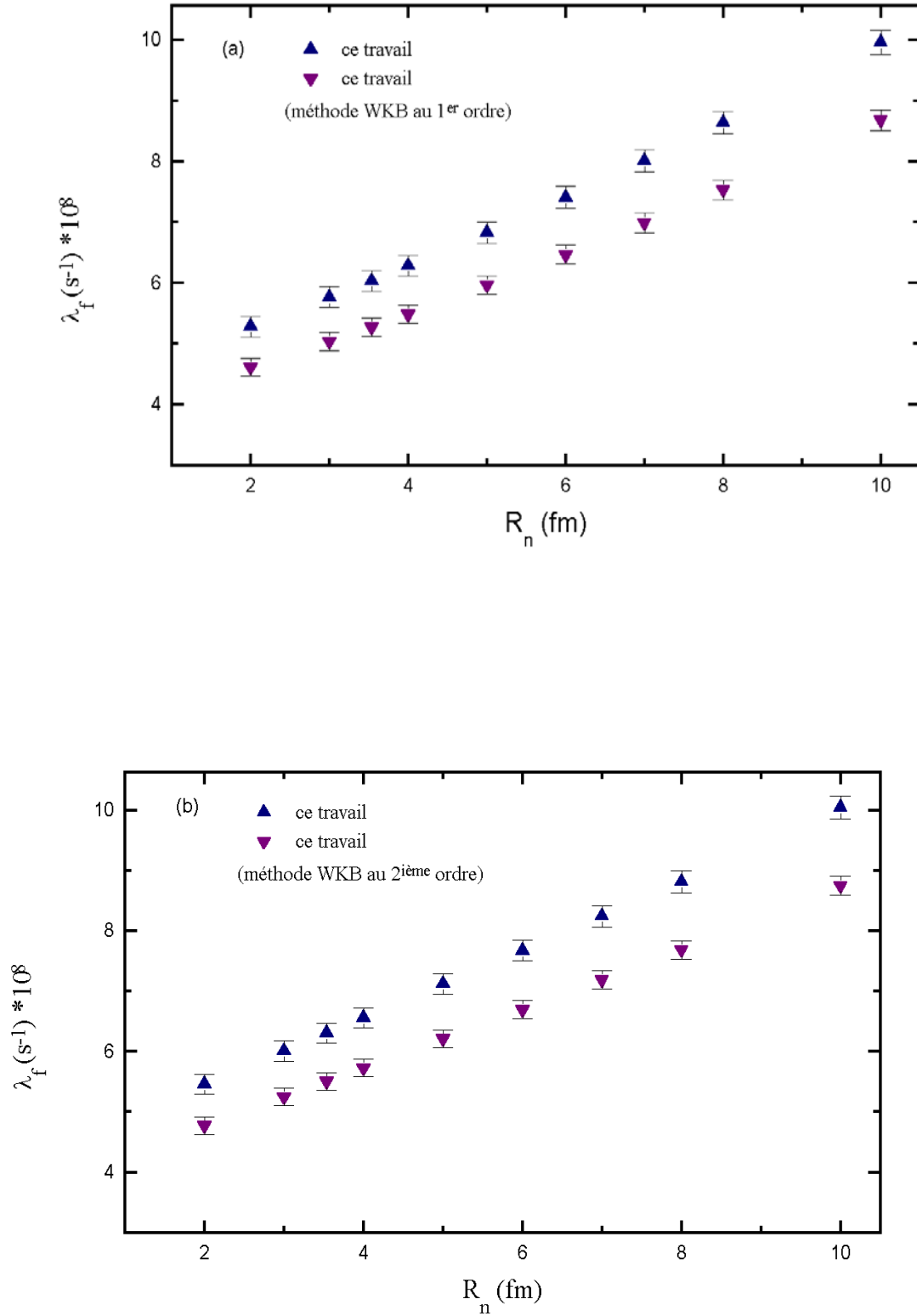
**Tableau (3.11) :** Idem que Tableau (3.10) dans le cadre de l'approximation WKB au 2<sup>ème</sup> ordre.



**Figure (3.6)** : Variation du taux de fusion  $\lambda_{11}$  de la molécule ( $d\mu d$ ) en fonction du rayon nucléaire déduit de notre analyse. Les courbes sous forme de triangles sont obtenues en utilisant  $\rho_{11}$  de la référence [Bo82] et celles sous forme de croix en utilisant  $\rho_{11}$  de la référence [Al90]. (a) : analyse WKB au 1<sup>er</sup> ordre, (b) : analyse WKB au 2<sup>ième</sup> ordre.



**Figure (3.7) :** Variation du taux de fusion  $\lambda_{10}$  de la molécule  $d\mu d$  en fonction du rayon nucléaire déduit de notre analyse. Les courbes sous forme de triangles «up» sont obtenues en utilisant  $\rho_{10}$  de la référence [Bo82] et celles sous forme de triangles «down» en utilisant  $\rho_{10}$  de la référence [Al90]. (a): analyse WKB au 1<sup>er</sup> ordre, (b) : analyse WKB au 2<sup>ème</sup> ordre.



**Figure (3.8)** : Variation du taux total de fusion  $\lambda_f$  de la molécule  $d\mu d$  en fonction du rayon nucléaire déduit de notre analyse. Les courbes sous forme de triangles «up» sont obtenues en utilisant  $\rho_{1\nu}$  de la référence [Bo82] et celles sous forme de triangles «down» en utilisant  $\rho_{1\nu}$  ( $\nu=0, 1$ ) de la référence [Al90]. (a): analyse WKB au 1<sup>er</sup> ordre, (b) : analyse WKB au 2<sup>ième</sup> ordre.

## Chapitre 4

### *Analyse des résultats. Comparaisons aux travaux antérieurs et discussions*

#### **4.1- Introduction**

Comme nous l'avons vu précédemment (cf. chapitre 2), les expériences récentes de fusion (d+d) réalisées à basse énergie avec des faisceaux polarisés [Ad81] ou par catalyse muonique [Ba92] ont donné des résultats surprenants concernant la contribution des ondes P ( $L=1$ ) dans les deux réactions  $D(d, p) T$  et  $D(d, n) {}^3\text{He}$  à symétrie de charge. Ces ondes sont prédominantes d'approximativement 40% dans la voie ( $n + {}^3\text{He}$ ) par rapport à la voie ( $p + T$ ). Cet effet a été interprété par Bogdanova et al. [Bo82] comme étant une preuve de la violation de la symétrie de charge des forces nucléaires dans ces réactions.

Dans la suite de ce chapitre, dans le paragraphe suivant, nous discuterons d'abord nos résultats, rapportés précédemment au chapitre 2, relatifs aux facteurs astrophysiques partiels  $S_L^i(E)$  et aux rapports d'embranchement  $R_L$  ( $L=0, 1$  et  $i= p, n$ ) déduits de la décomposition des facteurs astrophysiques totaux  $S^i(E)$  des deux réactions considérées, puis nous les comparerons aux résultats de la littérature.

Nous montrerons ensuite que l'interférence avec mélange d'isospin de deux niveaux de  ${}^4\text{He}$  au voisinage du seuil (d+d) permet de rendre compte des rapports  $S_1^n(E)/S_1^p(E)$ , montrant ainsi que la symétrie de charge est, au contraire, conservée dans ces réactions.

Enfin, nous consacrerons le reste du chapitre à l'analyse et à la discussion des résultats des calculs donnés au chapitre 3 concernant les constantes de structure de réaction et les taux de fusion de la molécule  $dd\mu$ .

## **4.2- Facteurs astrophysiques et rapports d'embranchement.**

### **Comparaison aux travaux antérieurs et discussion**

#### **4.2.1- Facteurs astrophysiques**

La décomposition du facteur astrophysique total  $S^i(E)$  en facteurs astrophysiques partiels  $S_L^i(E)$  ( $L=0, 1$  et  $i= p, n$ ) a été rapportée précédemment sur les figures (2.10) et (2.11) pour  $E$  variant de 0 à 100 keV et sur les figures (2.14) et (2.15) pour  $E$  variant de 0 à 162.5 keV.

Nous remarquons sur ces figures, pour les deux réactions  $D(d, p)T$  et  $D(d, n) {}^3\text{He}$ , dans la région de basse énergie, que le facteur astrophysique partiel  $S_0(E)$  associé à l'onde  $S$  domine et décroît linéairement avec l'accroissement de l'énergie  $E$ . Le facteur astrophysique  $S_1(E)$  pour l'onde  $P$  montre, par contre, une croissance linéaire plus rapide avec  $E$  : sa contribution devient plus grande que celle de  $S_0(E)$  au dessus de 100 keV pour la réaction  $D(d, p)T$ , pour  $R_n= 3.536$  fm. Pour  $R_n=7$  fm, cette contribution est plus importante que celle de  $S_0(E)$  au dessus de  $\sim 55$  keV.

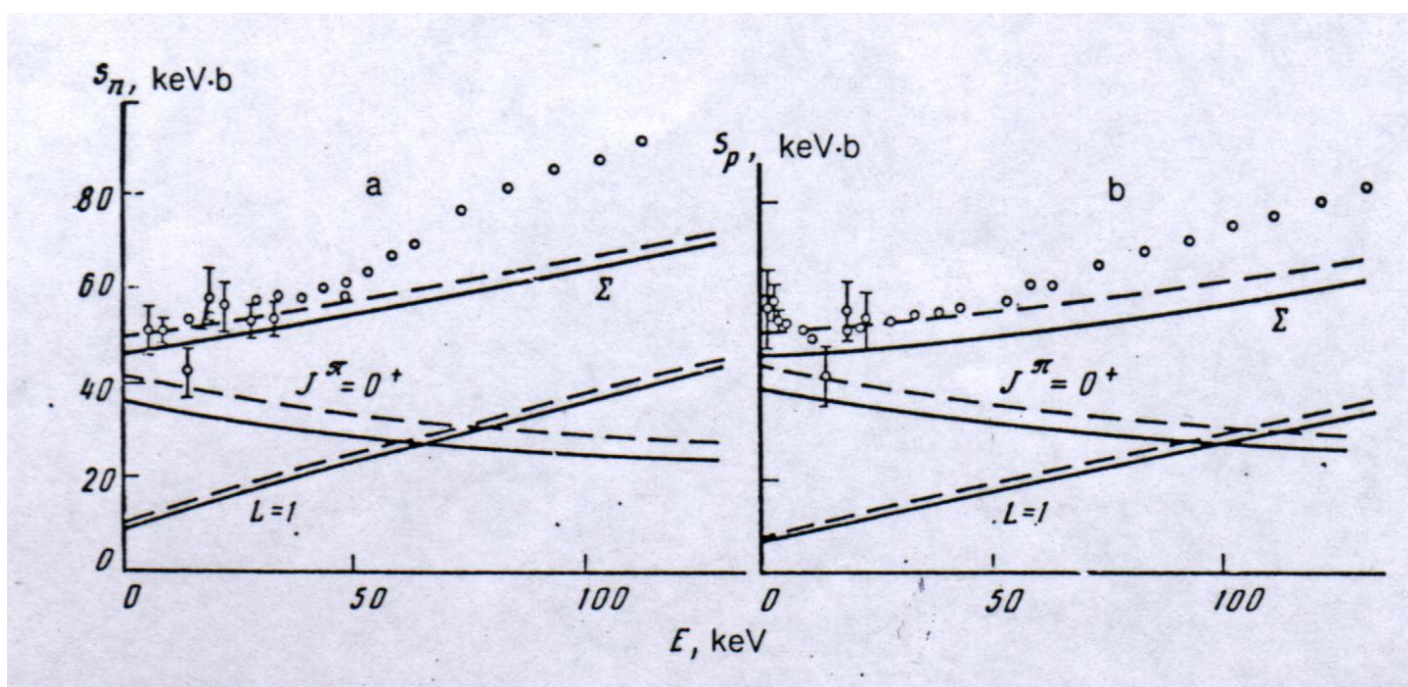
Une situation similaire est observée pour ce qui concerne la réaction  $D(d, n) {}^3\text{He}$ , mais ici  $S_1(E)$  devient plus important que  $S_0(E)$  au dessus de 60 keV pour  $R_n=3.536$  fm et au dessus de 40 keV pour  $R_n=7$  fm.

Ces résultats traduisent l'importance des ondes partielles  $P$  de moment angulaire orbital  $L=1$  pour décrire ces réactions dans le domaine des énergies stellaires.

Nous avons comparé notre décomposition en ondes partielles de  $S^i(E)$  avec celles rapportées par Vasilevskii et al. [Va90] et par Angulo et Descouvemont [An98].

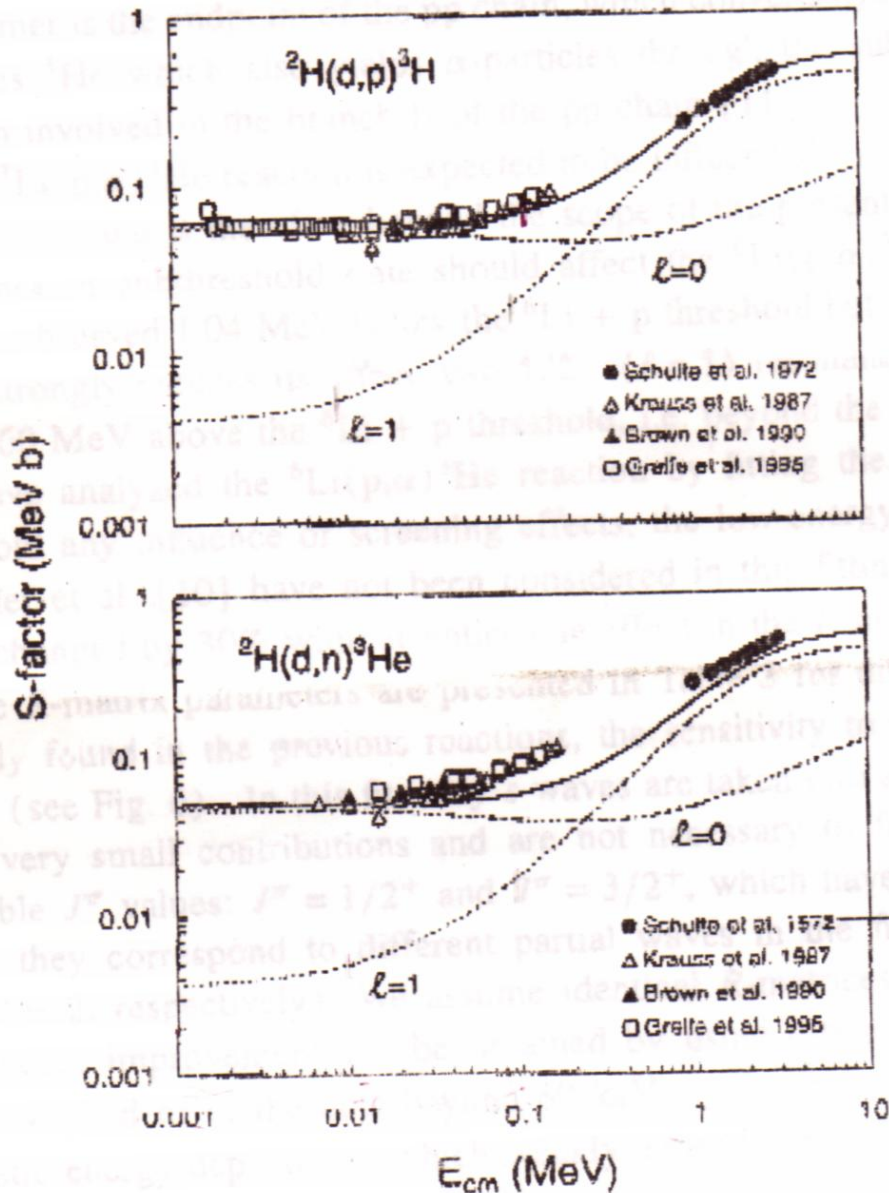
Le premier groupe [Va90] a utilisé, pour étudier les deux réactions  $D(d, p)T$  et  $D(d, n) {}^3\text{He}$ , l'approximation multivoies du model RGM (Resonating Group Model) : le résultat du calcul des facteurs astrophysiques partiels et totaux pour les voies  $p$  et  $n$  est montré sur la figure (4.1). Le calcul a été effectué pour un rayon de voie  $r_0=1.51$ fm ( $R_n=3.814$  fm) en utilisant un potentiel central (représenté en trait tireté) et un autre potentiel total comportant deux termes : un terme d'interaction spin- orbite et un autre terme relatif aux composantes du tenseur des forces nucléaires (représenté en trait continu).

Quant à Angulo et Descouvemont [An98], ils ont appliqué le formalisme de la matrice  $R$  développé par Lane et Thomas [La58] aux réactions de transfert  ${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p) {}^4\text{He}$ ,  $D(d, p)T$  et  ${}^6\text{Li}(p, \alpha) {}^3\text{He}$ , prises comme des exemples typiques. Ils ont montré que ce formalisme reproduit la dépendance en  $E$  du facteur  $S(E)$  à basse énergie,



**Figure (4.1)** : Facteurs astrophysiques des réactions  $D(d, n) {}^3\text{He}$  (a) et  $D(d, p)T$  (b) dans l'état  $J^\pi=0^+$ , pour l'onde P ( $L=1$ ) et le total ( $\Sigma$ ). Le calcul est effectué en utilisant un potentiel central (trait tireté) et un potentiel total (trait continu). Les données expérimentales ( $\circ\circ\circ$ ) sont celles de [Kr87]. Résultats de [Va90].

cette dépendance étant due essentiellement aux fonctions d'ondes de Coulomb et dépendant peu du choix des paramètres de l'ajustement. Ce résultat est très important pour extrapoler proprement les données expérimentales aux énergies d'intérêt astrophysique. La décomposition du facteur astrophysique en ondes partielles  $L=0, 1$  obtenue par ce groupe, pour un rayon de voie  $R_n=5$  fm, est représentée sur la figure (4.2) pour les deux réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3He$ .



**Figure (4.2) :** Facteurs astrophysiques  $S(E)$  pour les deux réactions  $D(d, p)T$  et  $D(d, n) {}^3He$  pour  $R_n=5$ fm. Les données expérimentales sont issues des références [Sc72], [Kr87], [Br90] et [Gr95]. Résultats de [An98].

Notre décomposition est en bon accord avec celle de [Va90] et seulement en accord qualitatif avec celle de [An98]. En effet, ce dernier groupe a ajusté toutes les données expérimentales dans le domaine d'énergie 1.6- 100 keV. Or, les données de Greife et al. [Gr95] dans la gamme d'énergie 1.6- 10 keV montrent un changement de pente important dû à l'effet d'écran électronique ; par conséquent elles ne peuvent pas être utilisées dans l'ajustement sans correction de cet effet.

Il est à noter aussi que Brown et al. [Br90] ont décomposé le facteur astrophysique  $S^i(E)$  ( $i= n, p$ ) en ondes partielles à partir de la variation des coefficients des distributions angulaires avec l'énergie  $E$ .

Ils ont trouvé, en plus de la contribution des ondes S et P à basse énergie, une importante amplitude de réaction associée aux ondes D pour les deux réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n) {}^3\text{He}$ .

Ainsi, la section efficace différentielle  $\sigma(\theta)$  a été décrite par la forme :

$$\sigma(\theta) = a + b \cos^2 \theta + c \cos^4 \theta$$

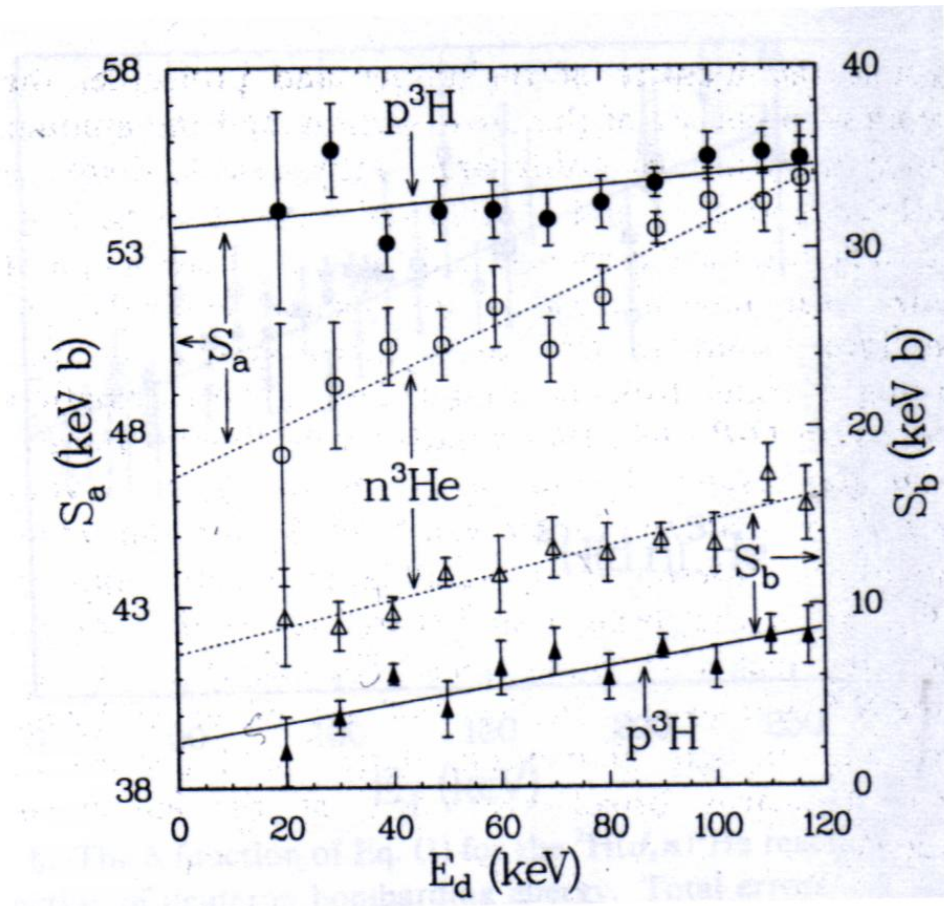
où les coefficients  $a$  et  $b$  contiennent la contribution des ondes S, P et D et  $c$ , contient seulement la contribution des ondes D. Cependant, aux très basses énergies pour  $E < 25 \text{keV}$ , la contribution des ondes D est négligeable, donc le coefficient  $c$  est pris égal à zéro, le coefficient  $b$  contient seulement la contribution des ondes P et  $a$ , celles des ondes S et P.

Utilisant cette forme de la section efficace différentielle  $\sigma(\theta)$ , la section efficace totale est :

$$\sigma = 4\pi \left( a + \frac{b}{3} + \frac{c}{5} \right).$$

Sur la figure (4.3) sont représentés les facteurs astrophysiques partiels  $S_a(E)$  et  $S_b(E)$  pour les parties  $a$  et  $b$ , respectivement, de la section efficace intégrée des deux réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n) {}^3\text{He}$  (i.e les quantités  $(4\pi a)$  et  $(4\pi b/3)$  étant les sections efficaces partielles correspondant aux facteurs astrophysiques partiels précédents).

Cette décomposition montre également la prédominance des ondes P ( $L=1$ ) de la branche ( $n+ {}^3\text{He}$ ) par rapport à la branche ( $p+ T$ ).

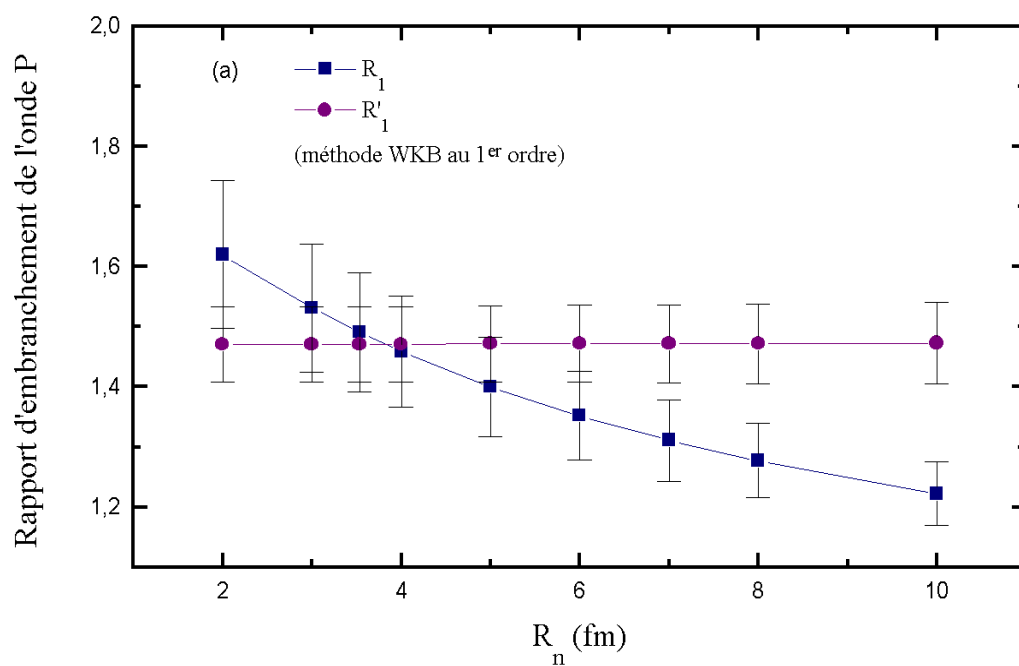


**Figure (4.3) :** Facteurs astrophysiques partiels  $S_a$  et  $S_b$  déduits à partir des quantités  $(4\pi a)$  et  $(4\pi b/3)$ , contributions à la section efficace totale. Les courbes en traits continu et pointillés sont les meilleurs ajustements obtenus à partir des données expérimentales de [Br90] en utilisant la méthode des moindres carrés. Résultats de [Br90].

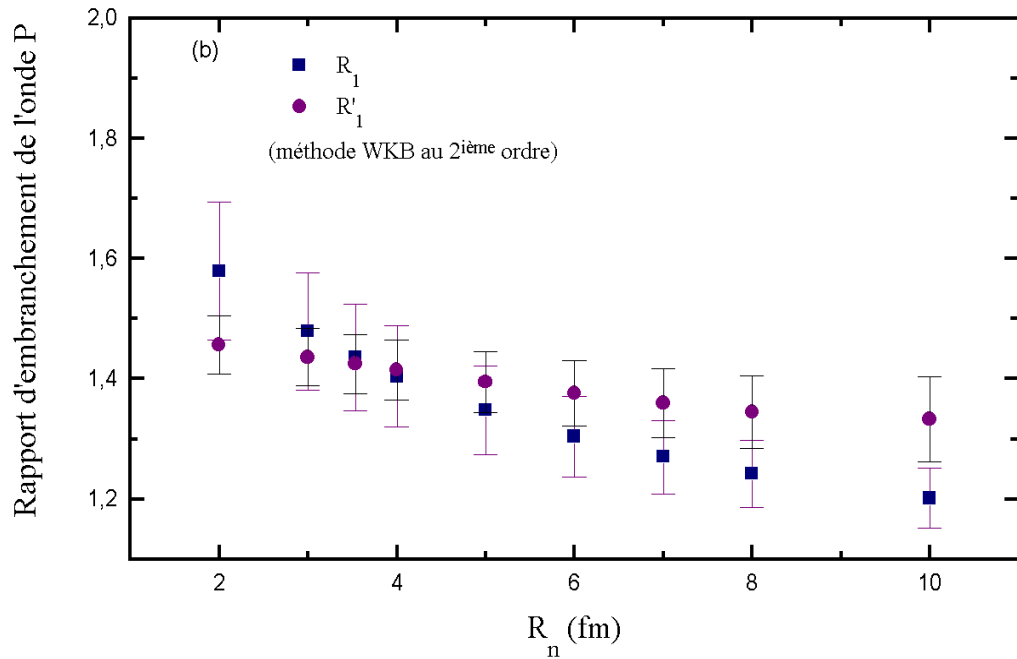
#### 4.2.2- Rapports d'embranchement

La décomposition précédente en ondes partielles de  $S^i(E)$  ( $i= n, p$ ) amène aux résultats suivants concernant les rapports d'embranchement  $R_L^i$ .

Le rapport d'embranchement  $R_0$  pour l'onde S est proche de l'unité et est pratiquement indépendant de l'énergie (voir tableaux (2.2) et (2.3) du chapitre 2). Par contre, le rapport d'embranchement  $R_1$  pour l'onde P est supérieur à 1, en complète cohérence avec notre analyse des distributions angulaires des deux réactions (cf. chapitre 3).



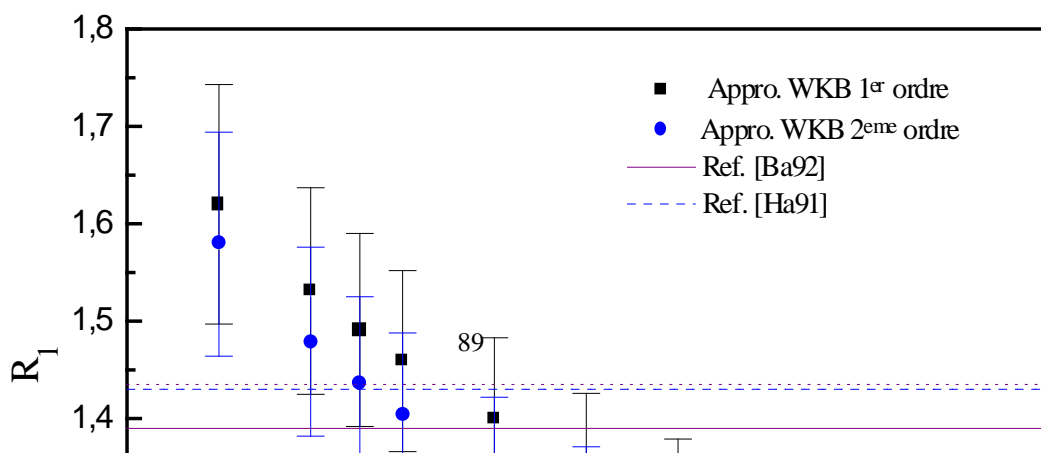
De plus, en comparant les valeurs du rapport d'embranchement  $R_1$  avec celles déduites de l'analyse des anisotropies ( $R'_1$ , voir figure (4.4) ci-dessous), nous constatons que pour



**Figure (4.4)** : Rapport d'embranchement pour l'onde P déduit de la décomposition en ondes partielles du facteur astrophysique  $S(E)$ ,  $R_1$ , et celui déduit de l'analyse des anisotropies,  $R'_1$ . (a) : analyse WKB au 1<sup>er</sup> ordre, (b) : analyse WKB au 2<sup>ième</sup> ordre.

une valeur du rayon d'interaction comprise approximativement entre 3 et 6 fm,  $R_1 \approx R'_1$  dans le cas de l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre et au 2<sup>ième</sup> ordre, ce qui est en bon accord avec l'hypothèse de la symétrie de charge des deux réactions considérées.

D'autre part, sur la figure (4.5), nous avons représenté nos valeurs du rapport d'embranchement  $R_1$  pour  $2\text{fm} \leq R_n \leq 10\text{ fm}$ , celles déduites de l'expérience de catalyse muonique [Ba92], et celles issues de la théorie [Ha91].



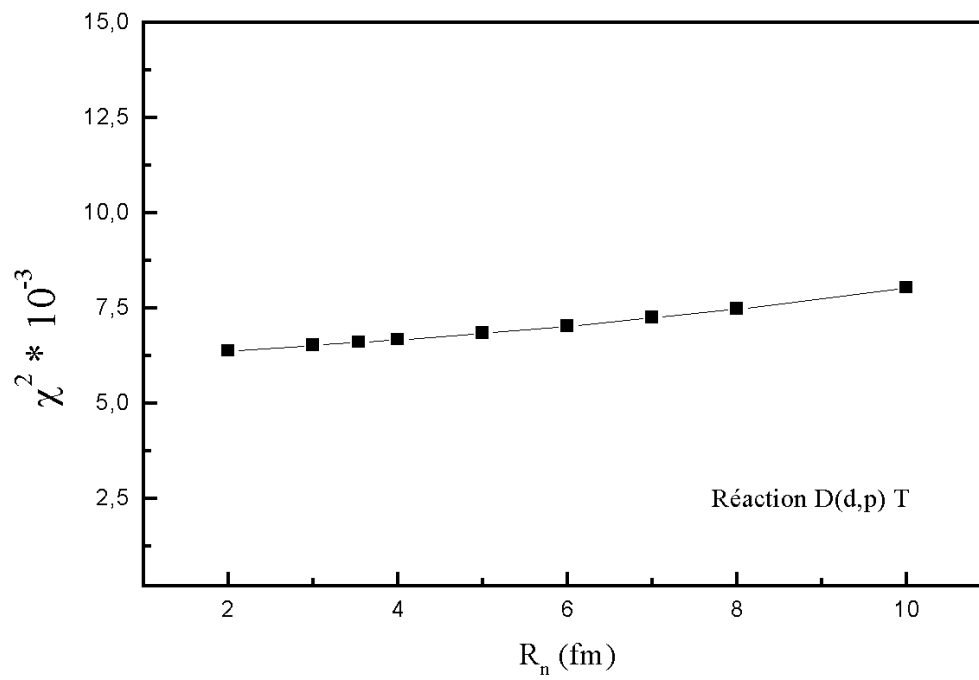
**Figure (4.5) :** Variation du rapport d'embranchement  $R_1$  pour l'onde P en fonction du rayon nucléaire. Les courbes en traits continu et tireté sont issues des références [Ba92] et [Ha91], respectivement. Les deux courbes en traits pointillés correspondent aux erreurs maximale et minimale de la référence [Ba92].

Compte tenu des barres d'erreurs, nous remarquons un bon accord entre nos résultats, l'expérience de la catalyse muonique et la théorie de la matrice-R dans l'intervalle de rayon nucléaire  $3\text{fm} \leq R_n \leq 7\text{ fm}$ . De plus, nous constatons que la valeur du rapport d'embranchement  $R_1$  peut être considérée comme approximativement constante dans ce même intervalle de rayon nucléaire. Ainsi, nous déduisons un résultat très important à partir de notre analyse, qui est l'indépendance en première approximation, du rapport d'embranchement  $R_1$  du choix du rayon de voie d'interaction.

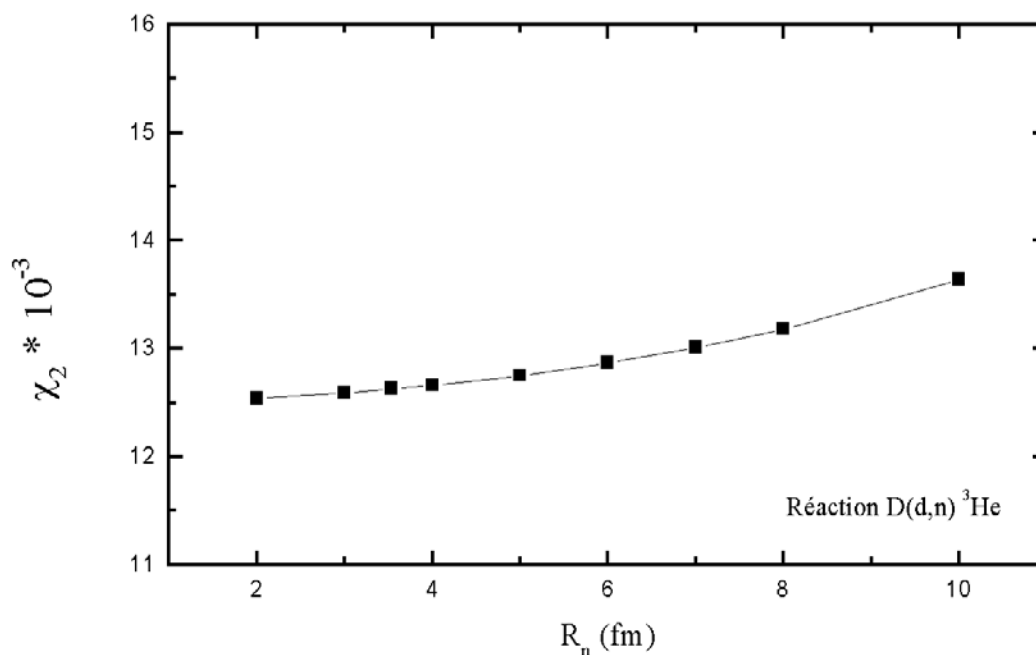
Afin de confirmer ce résultat, nous avons étudié la variation de la fonction  $\chi^2$  associée à l'ajustement du coefficient  $A(E)$  permettant d'obtenir les paramètres  $S_1^{p'}(0)$  (voir paragraphe 3.2 du chapitre 3) en fonction du rayon nucléaire  $R_n$  variant de 2- 10 fm. Pour la réaction  $D(d, p)T$ , cette variation est représentée sur la figure (4.6) ci-dessous.

Il est remarquable que la valeur de  $\chi^2$  demeure pratiquement constante en fonction du rayon nucléaire spécialement pour  $R_n$  variant de 2 à 7fm , ce qui montre que le fit est indépendant de  $R_n$ . Ainsi, la valeur  $R_n= 7\text{ fm}$ , qui a été utilisée dans les études du système  $(d+ d)$  depuis les premiers articles de Konopinski et Teller [Ko48] comme la valeur appropriée du rayon d'interaction, ne semble pas reposer sur une hypothèse physique justifiée.

Un résultat similaire est obtenu pour la réaction  $D(d,n) {}^3\text{He}$  (voir figure (4.7)).



**Figure (4.6)** : Variation du  $\chi^2$  en fonction du rayon nucléaire obtenu à partir de l'ajustement de  $A(E)$  pour la réaction  $D(d, p)T$  (cf. paragraphe (3.2.1) du chapitre 3).



**Figure (4.7)** : Idem que Fig. (4.4) pour la réaction  $D(d,n) {}^3\text{He}$ .

### **4.2.3- Conclusion**

En conclusion, pour résumer cette première partie de notre analyse, les points importants suivants se dégagent :

1- Nous avons montré en utilisant l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre que dans la région des énergies stellaires (0- 100 keV), les données expérimentales des réactions  $D(d,p) T$  et  $D(d,n) {}^3\text{He}$  (facteur  $S(E)$ , anisotropies) peuvent être décrites avec seulement six paramètres ; cette conclusion est en accord avec celle de Fick et Weiss [Fi73].

2- Dans le domaine d'énergie allant jusqu'à 162.5keV, les données expérimentales ( $S(E)$ ,  $A(E)$ ) des deux réactions considérées sont décrites avec le même nombre de paramètres en utilisant l'approximation WKB au 2<sup>ième</sup> ordre, sans considérer de paramètres supplémentaires.

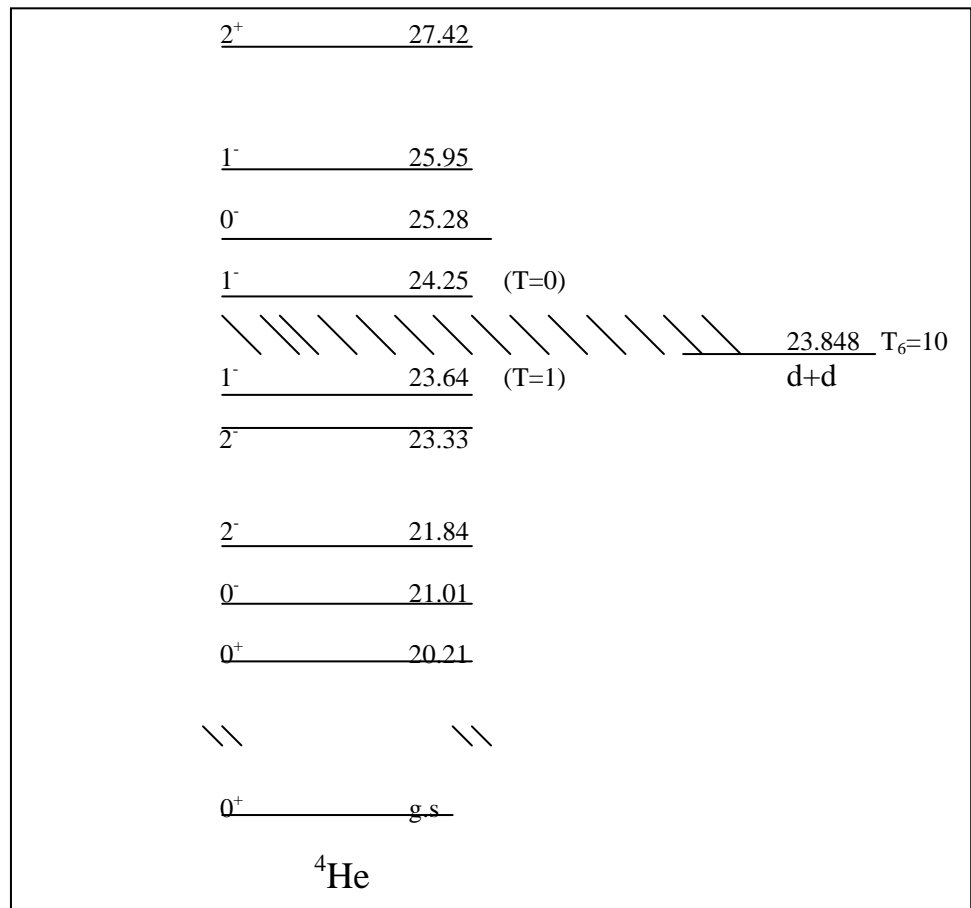
3- Par ailleurs, il y a lieu d'observer que les rapports  $S'_{1^n}(0) / S'_{1^p}(0)$  et  $S_{1^n}(0) / S_{1^p}(0)$  sont du même ordre, ce qui est cohérent avec l'hypothèse de la symétrie de charge.

4- le rapport d'embranchement  $R_1$  pour l'onde P obtenu dans ce travail est en bon accord avec celui calculé par la théorie de la matrice R et celui obtenu dans les expériences de catalyse muonique. En outre, il est indépendant, en première approximation, de la valeur du rayon nucléaire  $R_n$  dans l'intervalle variant de 3- 7fm.

### 4.3- Interprétation du facteur astrophysique partiel $S_1^i(E)$ ( $i= p, n$ )

La fonction  $S_1^i(E)$ , ( $i= p, n$ ), qui traduit l'influence des ondes  $L=1$  dans les réactions de fusion  $D(d, p) T$  et  $D(d, n) {}^3\text{He}$ , peut être reliée aux niveaux larges de  ${}^4\text{He}$  rapportés par Tilley et al. [Ti92] (voir figure (4.8)).

Dans la gamme d'énergie considérée (0- 100 keV), les seuls niveaux d'onde  $L=1$  pouvant intervenir sont ceux situés au voisinage du seuil ( $d+d$ ), soit le niveau  $1^-, T=1$  (indiqué 1) situé à  $E_{x1}= 23.64$  MeV ( $E_{R1}= -0.208$  MeV) et le niveau  $1^-, T=0$  (indiqué 2) situé à  $E_{x2}=24.25$  MeV ( $E_{R2}= +0.4033$  MeV), le premier niveau ( $T=1$ ) étant supposé avoir une largeur réduite deuton non nulle ( $\gamma_d^{(T=1)} \neq 0$ ).



**Figure (4.8)** : Schéma de niveaux de  ${}^4\text{He}$ , extrait de la référence [Ti92]. La bande d'énergie hachurée est la région d'intérêt astrophysique correspondant à  $T_6=10$ . Est également représentée, l'énergie- seuil des réactions ( $d+d$ ) qui vaut 23.85 MeV.

En effet, nous allons montrer dans ce qui suit, que l'interférence avec mélange d'isospin de ces deux niveaux permet de rendre compte des différences observées dans les deux voies de réaction  $D(d, p) T$  et  $D(d, n) {}^3\text{He}$ .

Pour interpréter le facteur astrophysique partiel  $S_1^i(E)$ , nous allons utiliser le formalisme de la matrice  $R$  présenté dans l'appendice A, où l'élément de matrice  $U_{cc'}$  est développé en termes des deux niveaux précédents.

Dans le cas de la réaction de fusion (d+d), en tenant compte de la contribution des deux niveaux  $1^-$  pour l'onde P ( $L=1$ ) et en utilisant la relation (1.5) du chapitre 1 appliqué au facteur astrophysique partiel  $S_1(E)$  en fonction de la section efficace partielle  $\sigma_1(E)$ , l'équation (A.1) de l'appendice A devient :

$$S_1(E) = \frac{\pi \hbar^2}{3\mu} |U_{cc'}|_1^2 e^{+2\pi\eta}. \quad (4.1)$$

Dans la relation (4.1), l'indice 1 est relatif à l'onde P ( $L=1$ ),  $c \equiv d$  et  $c' \equiv p$  ou  $n$ .

En remplaçant l'élément de matrice de collision (équation (A.10) de l'appendice A) dans l'équation (4.1) et en utilisant la première relation de (A.3), il vient :

$$S_1^i(E) = \frac{8\hbar^2}{3\mu} \pi \frac{P_1(E)}{e^{-2\pi\eta}} \left| e^{i\beta_1} \cos \beta_1 \frac{\gamma_{1d} \Gamma_{1i}^{1/2}}{\Gamma_{11}} \pm e^{i\beta_2} \cos \beta_2 \frac{\gamma_{2d} \Gamma_{2i}^{1/2}}{\Gamma_{22}} \right|^2, \quad (4.2)$$

( $i = p, n$ ).

L'expression (4.2), prise à l'énergie  $E$ , devient, dans la gamme d'énergie considérée (0-100keV) où  $\cos \beta_1 \approx \cos \beta_2 \approx 1$ , pour des valeurs particulières du rayon nucléaire  $R_n$  comprises entre 3 et 7 fm :

$$S_1^i(E) = \begin{cases} 0.0509658 (1 + 38.00E) \left[ \frac{\gamma_{1d} \Gamma_{1i}^{1/2}}{\Gamma_1} \pm \frac{\gamma_{2d} \Gamma_{2i}^{1/2}}{\Gamma_2} \right]^2 & R_n = 3.536 \text{ fm} \\ 0.0759732 (1 + 37.673E) \left[ \frac{\gamma_{1d} \Gamma_{1i}^{1/2}}{\Gamma_1} \pm \frac{\gamma_{2d} \Gamma_{2i}^{1/2}}{\Gamma_2} \right]^2 & R_n = 4 \text{ fm} \\ 0.290194 (1 + 36.1619E) \left[ \frac{\gamma_{1d} \Gamma_{1i}^{1/2}}{\Gamma_1} \pm \frac{\gamma_{2d} \Gamma_{2i}^{1/2}}{\Gamma_2} \right]^2 & R_n = 6 \text{ fm} \\ 0.5132329 (1 + 35.3484E) \left[ \frac{\gamma_{1d} \Gamma_{1i}^{1/2}}{\Gamma_1} \pm \frac{\gamma_{2d} \Gamma_{2i}^{1/2}}{\Gamma_2} \right]^2 & R_n = 7 \text{ fm} \end{cases}, \quad (4.3)$$

où  $S_1^i(E)$ , ( $i = p$  ou  $n$ ), est exprimé en unité (MeV. b), ( $\Gamma_{1i}, \Gamma_{2i}$ ) et ( $\Gamma_1, \Gamma_2$ ) sont les valeurs rapportées par Tilley et al. [Ti92] données dans le tableau (4.1).

$E_X$ (MeV)	$E_R$ (MeV)	$J^\pi$	$\Gamma_p$ (MeV)	$\Gamma_n$ (MeV)	$\Gamma_d$ (MeV)	$\Gamma$ (MeV)
23.64	-0.208	$1^-$	3.44	2.76	0	6.20
24.25	0.4033	$1^-$	3.08	2.87	0.150	6.10

**Tableau (4.1)** : Paramètres des premiers niveaux résonnants de  $^4\text{He}$  situés au voisinage du seuil de réaction (d+d). Ces valeurs sont rapportées dans la compilation de Tilley et al. [Ti92].

A partir des valeurs de  $S_1^i(0)$ , ( $i=p, n$ ), déterminées au chapitre 2 (voir tableau(2.2)) et prenant les largeurs réduites  $p$  ou  $n$  satisfaisant la symétrie de charge [Ha91] :

$$\gamma_{pT} = \gamma_{n^3\text{He}} \quad \text{pour } T=1,$$

$$\gamma_{pT} = -\gamma_{n^3\text{He}} \quad \text{pour } T=0,$$

l'équation (4.3) donne :

$$\begin{aligned} \gamma_{2d} &= 1.475 \text{ MeV}^{1/2} (\Gamma_d = 0.237 \text{ MeV}), \gamma_{1d} = -0.192 \text{ MeV}^{1/2} (\Gamma_d = 0) & R_n &= 3.536 \text{ fm}, \\ \gamma_{2d} &= 1.238 \text{ MeV}^{1/2} (\Gamma_d = 0.237 \text{ MeV}), \gamma_{1d} = -0.155 \text{ MeV}^{1/2} (\Gamma_d = 0) & R_n &= 4 \text{ fm}, \\ \gamma_{2d} &= 0.6997 \text{ MeV}^{1/2} (\Gamma_d = 0.222 \text{ MeV}), \gamma_{1d} = -0.074 \text{ MeV}^{1/2} (\Gamma_d = 0) & R_n &= 6 \text{ fm}, \\ \gamma_{2d} &= 0.551 \text{ MeV}^{1/2} (\Gamma_d = 0.200 \text{ MeV}), \gamma_{1d} = -0.054 \text{ MeV}^{1/2} (\Gamma_d = 0) & R_n &= 7 \text{ fm}. \end{aligned}$$

en accord raisonnable avec les valeurs rapportées par Tilley et al. [Ti92] pour  $R = 7$  fm.

Dans le cas où un seul niveau  $1^-$  pour l'onde P est considéré (indiqué 2, situé à  $E_{x2}=24.25\text{MeV}$ ), l'équation (4.1) devient en utilisant l'élément de matrice  $U_{di}$  donné par (A.11) de l'appendice A et la première équation de (A.3) :

$$S_1^i(E) = \frac{2\pi\hbar^2}{3\mu} \left( \frac{P_1(E)}{e^{-2\pi\eta}} \right) \frac{\gamma_{2d}^2 \Gamma_{2i}}{(E - E_{R2})^2 + \left( \frac{\Gamma_{22}}{2} \right)^2}, \quad (4.4)$$

( $i = p, n$ ).

L'expression (4.4), prise à l'énergie  $E$ , devient, dans la gamme d'énergies considérée (0-100keV), pour des valeurs particulières du rayon nucléaire  $R_n$  comprises entre 3 et 7 fm :

$$S_1^i(E) = \begin{cases} 0.01274145 (1 + 38.00E) \left[ \frac{\gamma_{2d}^2 \Gamma_{2i}}{\Gamma_2^2} \right] & R_n = 3.536 \text{ fm} \\ 0.0189933 (1 + 37.673E) \left[ \frac{\gamma_{2d}^2 \Gamma_{2i}}{\Gamma_2^2} \right] & R_n = 4 \text{ fm} \\ 0.0725486 (1 + 36.1619E) \left[ \frac{\gamma_{2d}^2 \Gamma_{2i}}{\Gamma_2^2} \right] & R_n = 6 \text{ fm} \\ 0.1283082 (1 + 35.3484E) \left[ \frac{\gamma_{2d}^2 \Gamma_{2i}}{\Gamma_2^2} \right] & R_n = 7 \text{ fm} \end{cases}, \quad (4.5)$$

(i= p, n).

avec  $S_1^i(E)$ , (i = p ou n), est exprimé en unité (MeV. b),  $\Gamma_{2i}$  et  $\Gamma_2$  sont les valeurs rapportées par Tilley et al. [Ti92] données dans le tableau (4.1).

En utilisant les valeurs de  $S_1^i(0)$ , (i=p, n), déterminées au chapitre 2 (voir tableau(2.2)), nous obtenons, pour une valeur donnée du rayon nucléaire  $R_n$ , un système de deux équations, pour les deux réactions considérées, à une seule inconnue ( $\gamma_{2d}$ ) qui ne vérifie pas en même temps la solution de ces deux équations et qui est en total désaccord avec celle rapportée par [Ti92]. Ainsi, on conclut que la considération d'un seul niveau  $1^-$  est insuffisante pour reproduire la contribution des ondes P dans les réactions D(d,p) T et D(d,n)<sup>3</sup>He.

En conclusion, comme suggéré par Tilley et al., l'interférence avec mélange d'isospin des deux niveaux  $1^-$ , T=1 et  $1^-$ , T=0 de <sup>4</sup>He voisins du seuil de la voie (d+d) permet de rendre compte de façon satisfaisante du rapport  $S_1^n(E)/S_1^p(E)$  pour l'onde L=1 dans toute la gamme d'énergie considérée, la symétrie de charge étant conservée.

#### **4.4- Constantes et taux de réaction. Comparaison aux travaux antérieurs et discussions**

##### **4.4.1- Résultats des travaux antérieurs**

Plusieurs groupes d'auteurs, théoriciens et expérimentateurs, Bogdanova et al. [Bo82], Alexander et al. [Al90], G. M. Hale [Ha91], Balin et al. [Ba92], Knowles et al. [Kn97] et Petrov et al. [Pe98] ont étudié les réactions de fusion (d+ d) par catalyse muonique et déterminé les différents paramètres caractéristiques associés : rapports d'embranchement,

taux de formation de la molécule ( $dd\mu$ ), taux de fusion nucléaire, coefficients de fixation du muon par les produits de la fusion, essentiellement  ${}^3\text{He}$ . Nous résumons ci-dessous les résultats de leurs travaux.

**(a) Résultats de Bogdanova et al. [Bo82]**

Utilisant la relation (3.14) (chapitre 3) comme base, ce groupe [Bo82] calcule les paramètres suivants :

- les taux de fusion partiels  $\lambda_{1\nu}^{(i)}$ , ( $i = p, n$ ), ( $\nu = 1, 0$ ) pour les ondes P dans les deux voies de réaction ( $p + T$ ) et ( $n + {}^3\text{He}$ ) à partir de la molécule muonique ( $dd\mu$ ) dans l'état rotationnel-vibrationnel ( $J = 1, \nu$ ) ainsi que le taux de fusion total  $\lambda_{1\nu}$  :

$$\begin{aligned} \lambda_{11}^{(n)} &= 2.6 \times 10^8 \text{ s}^{-1}, & \lambda_{10}^{(n)} &= 9.2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}, \\ \lambda_{11}^{(p)} &= 1.8 \times 10^8 \text{ s}^{-1}, & \lambda_{10}^{(p)} &= 6.2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}, \\ \lambda_{11} &= 4.4 \times 10^8 \text{ s}^{-1}, & \lambda_{10} &= 1.54 \times 10^9 \text{ s}^{-1}. \end{aligned}$$

- la durée de vie de la molécule muonique  $dd\mu$  :  $T = 1.8 \text{ ns}$  et par conséquent, le taux total de la fusion nucléaire de la molécule  $dd\mu$  :  $\lambda_f = 5.6 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$  (cf. chapitre 3).

- la probabilité de fixation du  $\mu$  par  ${}^3\text{He}$  :  $\omega = 0.083$  donnée par la relation  $\omega = \omega^{(n)} \beta / (\beta + 1)$ , où  $\omega^{(n)} = 0.14 \pm 0.01$  est la probabilité de la fusion ( $d + d$ ) dans la voie ( $\mu + {}^3\text{He} + n$ ) [Ge81, Br81] et  $\beta = 1.46$  [Ad81].

La précision sur les résultats numériques  $\lambda_{1\nu}^{(i)}$  et  $\lambda_f$  est limitée par les constantes de réaction des ondes P extraites à partir des données expérimentales des deux réactions  $D(d, p)T$  et  $D(d, n) {}^3\text{He}$ .

**(b) Résultats de Alexander et al. [Al90]**

Ce groupe [Al90] a calculé les taux de la fusion nucléaire à partir des états liés ( $J = 0, 1$ ) des ions mésomoléculaires ( $xy\mu = p, d, t$ ) en utilisant des fonctions d'ondes à trois corps et les déterminants du type Slater corrélés.

Concernant la réaction de fusion ( $d + d$ ) qui nous intéresse, les résultats des taux totaux  $\lambda_{1\nu}$  ( $\nu = 0, 1$ ) sont :

$$\lambda_{11} = 3.8 \times 10^8 \text{ s}^{-1}, \quad \lambda_{10} = 1.2 \times 10^9 \text{ s}^{-1}.$$

**(c) Résultats de G. M. Hale [Ha91]**

G. M. Hale a effectué un calcul par la théorie de la matrice R indépendante de la charge appliquée aux réactions à 4 nucléons, particulièrement aux deux branches ( $p + T$ ) et

( $n+^3\text{He}$ ) résultant de la réaction (d+d). Les résultats de ce calcul ont conduit à la détermination des paramètres suivants :

- les constantes de réaction  $k_{\text{pair}}$  ( $L=0$ ) et  $k_{\text{impair}}$  ( $L=1$ ), définies par la relation (3.7) (cf. chapitre 3) pour chaque branche, les quantités  $\beta_F$  ( $F=s, p$ ) définies par la relation (3.13) et les rapports d'embranchement  $R_L$  ( $L=0, 1$ ). Ces résultats sont regroupés dans le tableau (4.2) ci-dessous.

	$K_{\text{pair}} (\text{fm}^3 \cdot \text{s}^{-1}) \times 10^{22}$	$K_{\text{impair}} (\text{fm}^5 \cdot \text{s}^{-1}) \times 10^{25}$
D(d,n) $^3\text{He}$	4.55	1.86
D(d,p)T	5.14	1.30
R=(d, n)/ (d, p)	0.886	1.43
$\beta_F$	0.47	0.59

**Tableau (4.2)** : Constantes de réaction dépendantes du spin pour les réactions (d+d). Résultats de la Réf. [Ha91].

- le taux de fusion effectif  $\lambda_f$  de la molécule ( $dd\mu$ ) en utilisant la relation (3.14) donnant les taux de fusion  $\lambda_{1\nu}$  ( $\nu=0,1$ ) pour les ondes P et en utilisant les intégrales de fusion  $\rho_{1\nu}$  ( $\nu=0,1$ ) données par [Bo82] et [Al90]. Il obtient, respectivement :  $\lambda_f = 3.8 \times 10^8 \text{s}^{-1}$  et  $\lambda_f = 5.0 \times 10^8 \text{s}^{-1}$ .

#### (d) Résultats de Knowles et al.[Kn97]

Ce groupe a présenté une étude expérimentale et théorique détaillée de la fusion par catalyse muonique dans une cible solide de deutérium à 3 K. Les produits de la fusion à partir de la molécule muonique ( $dd\mu$ ) ont été observés, pour les neutrons avec un scintillateur liquide organique et pour les protons et les helions avec un détecteur à barrière de surface à silicium placé dans le système cible.

Ce groupe a mesuré, avec les erreurs statistique et systématique indiquées :

- le taux de formation effectif de la molécule muonique ( $dd\mu$ ) à partir de l'atome  $\mu d$  se trouvant dans l'état hyperfin  $F=3/2$ , soit :  $\tilde{\lambda}_{3/2} = 2.71 (7)_{\text{stat}} (32)_{\text{syst}} \mu\text{s}^{-1}$ .
- le taux de transition dans l'atome muonique  $\mu d$  de l'état hyperfin  $F=3/2$  vers l'état hyperfin  $F'=1/2$ , soit :  $\tilde{\lambda}_{3/2 \rightarrow 1/2} = 34.2 (8)_{\text{stat}} (1)_{\text{syst}} \mu\text{s}^{-1}$ .

Le calcul d'un taux de formation effectif de la molécule muonique comparable à l'expérience suppose une distribution en énergie des atomes  $\mu d$  dans la cible  $D_2$ . Cette distribution, qui est déterminée par l'énergie initiale à laquelle l'atome  $\mu d$  est formé et les énergies suivantes perdues, est convoluée avec les taux de réaction à une température appropriée qui produit la dépendance des taux en température. L'accord entre la théorie (qui suppose une thermalisation rapide de l'atome  $\mu d$  et considère donc cette population d'atomes  $\mu d$  en équilibre thermique avec le deutérium) et l'expérience utilisant des cibles gazeuses ou liquides, est bon. Par contre, la théorie est en total désaccord avec l'expérience utilisant des cibles solides. Ce groupe a utilisé la méthode de Monte Carlo pour étudier l'évolution en temps de la distribution d'énergie des atomes muoniques ainsi, la relation entre tous les taux dépendant de l'énergie.

#### (d) Résultats de Petrov et al.[Pe98]

Ce groupe présente une comparaison des taux calculés de formation résonnante de la molécule muonique ( $dd\mu$ ), de fusion  $dd$  et de transition hyperfine dans l'atome  $\mu d$  avec des données expérimentales précises récentes [Ka82, Ka83, Br87, Zm87, Br89] pour le gaz  $D_2$  ( $\Phi=0.05$ ,  $T=50-300K$ ).

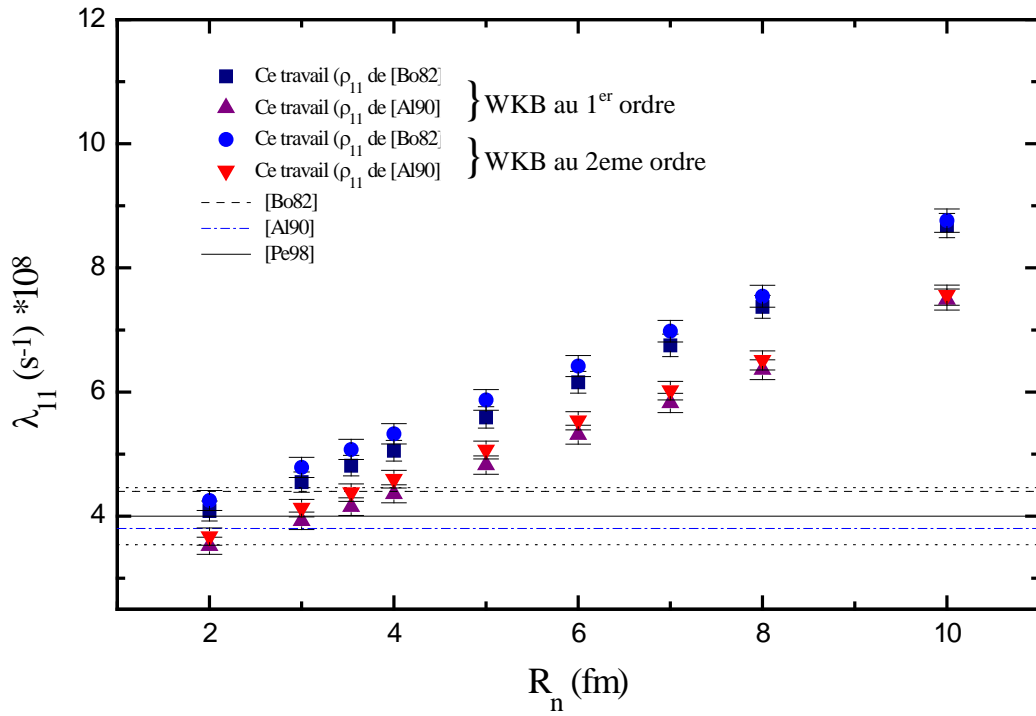
Les calculs théoriques de ce groupe donnent pour le taux de fusion  $\lambda_{11}$  la valeur [Pe98] :

$$\lambda_{11} = 400 (46) (\mu s)^{-1}.$$

### 4.4.2- Comparaisons et discussions

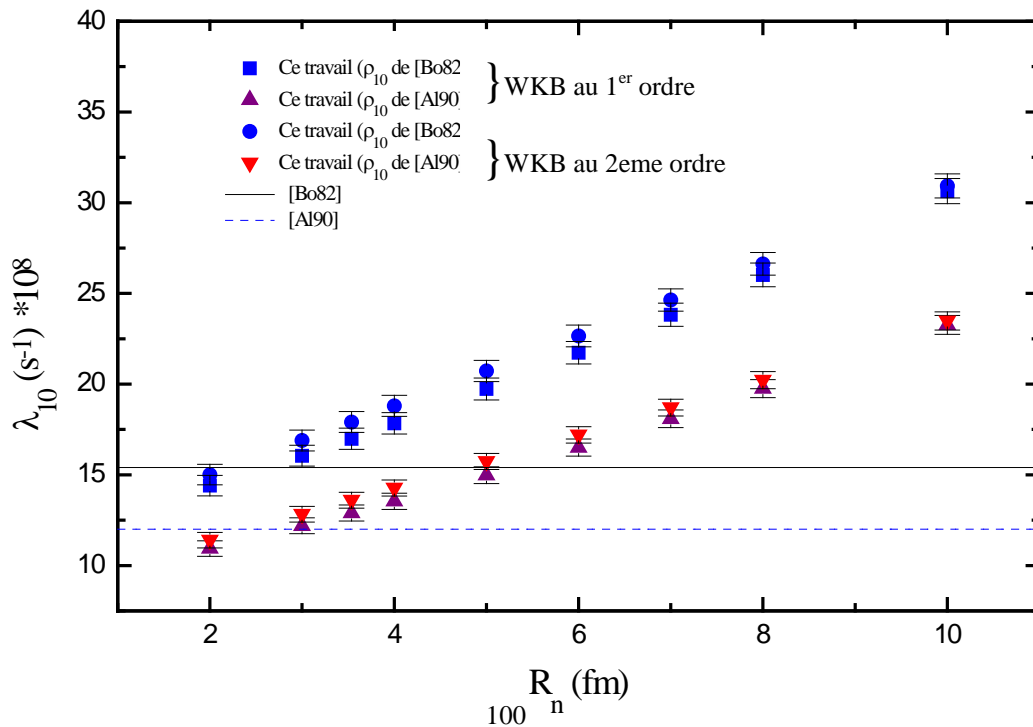
En comparant les valeurs des constantes de réaction  $k_{\text{pair}} (L=0)$  et  $k_{\text{impair}} (L=1)$  que nous avons calculées au chapitre 3 (voir tableaux (3.3) et (3.4)) à celles de [Ha91], nous remarquons un bon accord pour les différentes valeurs du rayon nucléaire ; un bon accord est aussi observé entre nos résultats relatifs aux rapports d'embranchement  $\beta_F (F= s, p)$ , ceux des expériences de catalyse muonique [Kn97], [Ba84] et ceux déduits de la théorie de la matrice R [Ha91].

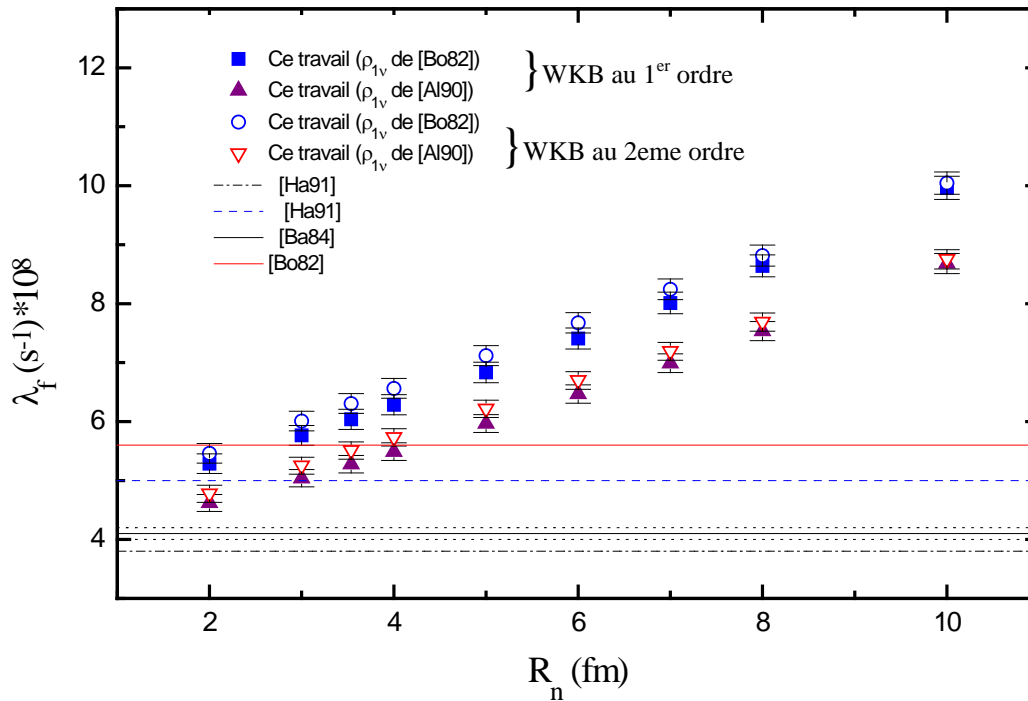
Sur les figures (4.4) à (4.6), nous avons représenté nos valeurs des taux de fusion partiels  $\lambda_{11}$  et  $\lambda_{10}$  ainsi que celles du taux de fusion total  $\lambda_f$  des réactions nucléaires dans la molécule  $dd\mu$ , respectivement, présentés au chapitre 3 pour  $2\text{fm} \leq R_n \leq 10\text{fm}$  (voir tableaux (3.6) à (3.11)), celles déduites de l'expérience de catalyse muonique [Ba84] et celles issues des calculs théoriques [Bo82], [A190], [Ha91] et [Pe98] relatif à la  $\mu CF$ .



**Figure (4.9)** : Variations du taux de fusion partiel  $\lambda_{11}$  en fonction du rayon nucléaire obtenues à partir de notre analyse WKB au 1<sup>er</sup> ordre et au 2<sup>ème</sup> ordre et en utilisant les intégrales  $\rho_{11}$  des références [Bo82] et [Al90]. Les courbes en tirets, tirets- pointillé et en trait continu se rapportent aux résultats des références [Bo82], [Al90] et [Pe98], respectivement. Les deux courbes en pointillés correspondent aux erreurs maximale et minimale de la référence [Pe98].

**Figure (4.10)** : Idem que Fig.(4.9) pour le taux partiel de fusion  $\lambda_{10}$ .





**Figure (4.11) :** Idem que Fig.(4.9) pour le taux de fusion nucléaire  $\lambda_f$ .

Ainsi, l'on peut voir que les taux déduits de notre analyse représentés sur chacune des trois figures précédentes sont du même ordre de grandeur que les taux de fusion théoriques et expérimentales dans l'intervalle de rayon nucléaire  $2\text{fm} \leq R_n \leq 4\text{fm}$ . Toutefois, nos résultats obtenus en utilisant les  $\rho_{1v}$  ( $v=0, 1$ ) de [Bo82] sont par excès plus élevés que ceux obtenus en utilisant les  $\rho_{1v}$  ( $v=0, 1$ ) de [Al90] et s'écartent légèrement des valeurs théoriques et expérimentales des taux rapportés dans la littérature.

En général, nous obtenons un accord raisonnable entre nos résultats, l'expérience et la théorie  $\mu\text{CF}$  dans cet intervalle de rayon nucléaire. De plus, nous constatons que chaque taux de fusion calculé peut être considéré, en première approximation, comme constant dans ce même intervalle, c'est à dire, indépendant du choix du rayon nucléaire  $R_n$ .

#### **4.4.3- Conclusion**

En résumé, la comparaison des résultats obtenus dans notre analyse des données expérimentales (d+d) avec ceux de la littérature conduit aux conclusions suivantes :

1- les taux partiels de la fusion nucléaire (d+d),  $\lambda_{11}$  et  $\lambda_{10}$ , ainsi que le taux total  $\lambda_f$ , obtenus dans ce travail, sont en accord raisonnable avec ceux déduits des expériences (d+d) par catalyse muonique et ceux obtenus à partir des modèles théoriques de la  $\mu$ CF. Ils peuvent être considérés, en première approximation, comme indépendants du choix du rayon d'interaction dans l'intervalle  $R_n = 2-4$ fm. Ce résultat est conforme à la conclusion précédente (3 du paragraphe 4.2) déduite sur la base du rapport d'embranchement.

2- par ailleurs, ce résultat montre que les facteurs astrophysiques partiels  $S_L^i(0)$  (i= p, n) (L= 0, 1) utilisés dans le calcul des taux de fusion sont cohérents. Cela soutient la validité de leur utilisation pour décrire les données expérimentales (S(E), A(E)) des deux réactions  $D(d, p)T$  et  $D(d, n) {}^3\text{He}$  aux énergies stellaires.

## *Conclusion générale*

Dans ce travail, nous avons réanalysé les données expérimentales des réactions de fusion  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$  aux énergies stellaires ( $0 \leq E \leq 163\text{keV}$ ) : données les plus récentes du facteur astrophysique  $S(E)$ , normalisées dans un travail précédent mené dans notre groupe et données des distributions angulaires  $\sigma(\theta)$ . Le facteur astrophysique a été ajusté par des polynômes d'ordre 1 en énergie  $E$  dans la gamme d'énergie 0-100 keV.

C'est l'effet répulsif de la barrière Coulombienne qui est la cause principale de la forte dépendance en énergie des sections efficaces des réactions de fusion d'intérêt astrophysique. Aussi, les pénétrabilités Coulombiennes ont elles été évaluées aux très basses énergies ( $E \ll B_C$ ,  $\rho \ll 2\eta$ ) par l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre (domaine d'énergie 0-100 keV). Cette méthode a conduit à des expressions (linéaires en  $E$ ), qui sont décroissantes pour les ondes partielles incidentes  $S$  ( $L=0$ ) et croissantes pour les ondes  $P$  ( $L=1$ ).

Nous avons ensuite effectué la décomposition en ondes partielles des facteurs astrophysiques des deux réactions et déduit les valeurs à l'énergie zéro de ces facteurs ainsi que les rapports d'embranchements pour les ondes  $S$  et pour les ondes  $P$ . Les résultats obtenus, qui indiquent une prédominance des ondes  $P$  dans la voie ( $n+^3\text{He}$ ) par rapport à la voie ( $p+T$ ), s'accordent bien avec ceux déduits de la théorie et de l'expérience par d'autres auteurs, surtout dans l'intervalle de rayon nucléaire  $R_n=3-7\text{fm}$ . Ainsi, nous avons montré que le rapport d'embranchement  $R_1$  pour l'onde  $P$  peut être considéré, en première approximation, comme constant et indépendant du choix du rayon nucléaire  $R_n$  dans cet intervalle de rayon. Ceci lève l'ambiguïté sur le choix d'une valeur « appropriée » du rayon d'interaction ( $d+d$ ). Une confirmation de ce résultat a été obtenue à partir de l'analyse par la même méthode WKB des distributions angulaires de la fusion ( $d+d$ ).

La valeur supérieure à l'unité de  $R_1$  avait été interprétée par certains auteurs comme la preuve d'une violation de la symétrie de charge au cours de la fusion ( $d+d$ ). Nous proposons une interprétation physique, comme suggéré d'ailleurs par Tilley et al.[Ti92], montrant que l'interférence avec mélange d'isospins de deux niveaux  $1^-$  ( $T=1$  et  $T=0$ ) respectivement de  $^4\text{He}$ , situés au voisinage du seuil de la voie ( $d+d$ ), permet de rendre compte des différences observées dans les valeurs du rapport d'embranchement d'onde  $P$  et d'onde  $S$  dans ces réactions, la symétrie de charge étant donc, conservée.

En conclusion, notre analyse utilisant l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre montre que dans la région des énergies stellaires (0- 100 keV), les données expérimentales des réactions  $D(d,p) T$  et  $D(d,n) {}^3\text{He}$  (facteur  $S(E)$ , anisotropies) peuvent être décrites avec seulement six paramètres.

D'autre part, la décomposition en ondes partielles des facteurs astrophysiques totaux a permis le calcul des constantes et des taux de réaction dans la formation de la molécule muonique  $dd\mu$ . Les résultats obtenus sont du même ordre de grandeur que ceux obtenus dans les expériences de catalyse muonique des réactions étudiées dans le même intervalle du rayon  $R_n = 3-7\text{fm}$ . Ce résultat confirme aussi la validité de notre méthode et des facteurs astrophysiques partiels obtenus.

L'analyse des données expérimentales dans le domaine d'énergie allant jusqu'à 162.5keV, utilisant l'approximation WKB au 2<sup>ième</sup> ordre, a permis d'obtenir des résultats similaires à ceux obtenus suivant l'analyse précédente utilisant l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre ; les coefficients d'ordre 2 en  $E$  du facteur astrophysique total  $S(E)$  pour les deux réactions ont été déterminés, sans qu'il soit nécessaire de considérer de paramètres supplémentaires.

---

## Références Bibliographiques

- [Abr72]** M. Abramovitz, Handbook of mathematical tables (Dover, New York) 1972
- [Ad81]** B. P. Adyasevich, V. G. Antonenko and V. E. Bragin, *Yad. Fiz.* 33(1981)1167.
- [Al90]** S. A. Alexander, Piotr Froelish, and H. J. Monkhorst, *Phys. Review A* 41, (1990) 2854 and ERRATUM. *Phys. Review A*, 43 (1991) 2585.
- [An98]** C. Angulo and P. Descouvemont, *Nucl. Phys.*, A639 (1998) 733.
- [Ar54]** W. R. Arnold, J. A. Phillips, G. A. Sawyer, E. J. Stovall and J. L. Tuck, *Phys. Rev.* 93 (1954) 483.
- [Ba83]** D.V. Balin et al., preprint LNPI- 895, leningrad (1983), 16pp.
- [Ba84]** D. V. Balin, E. M. Maev, V. I. Madvedev, G. G. Semenchuk, Yu. V. Smirenin, A. A. Vorobyov, An. A. Vorobyov and Yu. K. Zalite, *Phys. Lett. B*, 141 (1984) 173.
- [Ba91]** D.V. Balin, V. N. Baturin, Yu. A. Chestnov, A. I. Ilyin, P. A. Kapinos, E. M. Maev, G. E. Petrov, L. B. Petrov, G. G. Semenchuk, Yu. A. Smirenin, A. A. Vorobyov, An. A. Vorobyov and N. I. Voropaev, *Muon Catalysed Fusion* 5/6 (1990/92) 163-177.
- [Ba92]** D.V. Balin, Yu. S. Grigoriev, A. I. Ilyin, L. G. Kudin, E. M. Maev, A. A. Markov, V. I. Medvedev, E. M. Orischin, G. E. Petrov, L. B. Petrov, V. I. Poromov, G. L. Sokolov, G. G. Semenchuk, Yu. V. Smirenin, N. A. Timofeev, A. A. Vorobyov, An. A. Vorobyov and Yu. K. Zalite, *Muon Catalysed Fusion* 7 (1992) 1.
- [Be99]** H. Beaumevieille, A. Bouchemha, Y. Boudouma, A. Boughrara, S. Ouichaoui, and U. C. Tsan, *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 327, série II b (1999) 251.
- [Bo56]** D. L. Booth, G. Preston and P. F. D. Shaw, *Proc. R. Soc. (London)*. Ser. A269 (1956) 265.
- [Bo82]** L. N. Bogdanova, V. E. Markushin, V. S. Melezhik and L. I. Ponomarev, *Phys. Lett. B*115, (1982) 171 and ERRATUM. *Phys. Lett. B*167, (1986) 485.
- [Bo92]** H. S. Bosch and G. M. Hale, *Nucl. Fusion* 32 (1992) 611.
- [Bou93]** A. Bouchemha, thèse de Magister, USTHB 1993.
- [Boug98]** A. Boughrara, thèse de Magister, USTHB 1998.

- [Boug99]** A. Boughrara, H. Beaumevieille and S. Ouichaoui, *Europhys. Lett.*, 48(3) (1999) 264.
- [Br48]** E. Bretsher, A. P. French and F. G. P. Seidl, *Phys. Rev.* 73 (1948) 815.
- [Br57]** J. E. Brolley, T. M. Putnam and L. Rosen, *Phys. Rev.* 107 (1957) 820.
- [Br58]** J. G. Brennan, *Phys. Rev.* 111 (1958) 1592.
- [Br81]** L. Bracci and G. Fiorentini, *Nucl. Phys.* A364 (1981) 383.
- [Br90]** R. E. Brown and N. Jarmie, *Phys. Rev. C* 41 (1990) 1391.
- [By74]** V.M. Bystritsky et al., *ZhETF* 66(1974)61.
- [Da53]** P. A. Davenport, T. O. Jeffries, M. E. Owen, F. V. Price and D. Roaf, *Proc. R. Soc. (London). Ser. A216* (1953) 66.
- [Dz66]** V.P. Dzhelepov et al., *ZhETF* 50(1966)1235.
- [El53]** E. A. Eliot, D. Roaf and P. F. D., *Proc. R. Soc. (London). Ser. A216* (1953) 57.
- [Fa89]** M. P. Faitman, L. I. Menshikov, and T. A. Strizh, *Muon Catal. Fusion* 4, 1 (1989). M. P. Faitman, *Muon Catal. Fusion* 4, 341 (1989).
- [Fa96]** M. P. Faitman, et al., *Hyperfine Interact* 101/ 102, 179 (1996).
- [Fi73]** D. Fick and U. Weiss, *Z. Phys.* 265 (1973) 87.
- [Fu00]** M. C. Fujiwara, A. Adamczak, J. M. Bailey, G. A. Beer, J. L. Beveridge, M. P. Faitman, T. M. Huber, P. Kammel, S. K. Kim, P. E. Knowles, A. R. Kunselman, M. Maier, V. E. Markushin, G. M. Marshall, C. J. Martoff, G. R. Mason, F. Mulhauser, A. Olin, C. Petitjean, T. A. Porcelli, J. Wozniak, J. Zmeskal. *Phys. Rev. Lett.* 8 v85 (2000) 1642.
- [Ge81]** S. S. Gershtein et al., *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 80 (1981) 1690.
- [Gr95]** U. Greife, F. Gorris, M. Junker, C. Rolfs and D. Zahnow, *Z. Phys.* A351 (1995) 107.
- [Ha84]** G. M. Hale, *Trans. Am. Nucl. Soc.* 46 (1984) 269.
- [Ha91]** G. M. Hale, *Muon catalysed fusion* 5/6 (1990/ 1991) 227.
- [Jac57]** J. D. Jackson, *Phys. Rev.* 106 (1957) 330.
- [Jo54]** J. L. Johnson and H. M. Jones, *Phys. Rev.* 93 (1954) 1286.
- [Jo86]** S. E. Jones et al., *Phys. Rev. Lett.* 5 (1986) 558.

- [Kn97]** P. E. Knowles, G. A. Beer, G. R. Mason, T. A. Porcelli, A. Adamczak, J. M. Bailey, J. L. Beveridge, G. M. Marshall, A. Olin, M. C. Fujiwara, T. M. Huber, R. Jacot-Guillarmod, F. Mulhauser, P. Kammel, J. Zmeskal, S. K. Kim, A. R. Kunselman, C. J. Martoff, C. Petitgean, *Phys. Rev. A* 56 (1997) 1970.
- [Ko48]** E. J. Konopinski and E. Teller, *Phys. Rev.* 73 (N8) (1948) 822.
- [Ko80]** G. Ya. Korenman, *Yad. Fiz.* 32 (1980) 916.
- [Kr87]** A. Krauss, H. W. Becker, H. P. Trautvetter, C. Rolfs and K. Brand, *Nucl. Phys. A* 465 (1987) 150.
- [La58]** A. M. Lane and R. G. Thomas, *Rev. Mod. Phys.* 30 (1958) 257.
- [Ma46]** J. H. Manley, J. H. Coon and E. R. Graves, *Phys. Rev.* 70 (1946) 101A.
- [Man87]** L. I. Man'shikov et al., *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 92, 1173 (1987) [*Sov. Phys. JETP* 65, 656 (1987)].
- [Mar81]** V.E. Markushin, *ZhETF* 80(1981)35. A.A. Markov et al., preprint LNPI-724, Leningrad(1981),22pp.
- [Mc51]** K. G. McNeill and G. M. Keyser, *Phys. Rev.* 81 (1951) 602.
- [Mo52]** J. Moffatt, D. Roaf and H. Sanders, *Proc. R. Soc. (London). Ser. A*212 (1952) 220.
- [Pe79]** A. J. Peres, *J. Nucl. Mater.* 50 (1979) 5569.
- [Pe98]** Yu. V. Petrov, V. V. Kusminov, V. Yu. Petrov, W. H. Breunlich, M. Cargnelli, J. Marton, and J. Zmeskal, *Phys. Rev. A* 57 (1998) 1636.
- [Po76]** L. I. Ponomarev and M. P. Faitman, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 71 (1976) 1689 [*Sov. Phys. JETP* 44 (1976) 886].
- [Pr54]** G. Preston, P. F. D. Shaw and S. A. Young, *Proc. R. Soc. (London). Ser. A*226 (1954) 206.
- [Ro88]** C. E. Rolfs and W. S. Rodney, *Cauldron in the cosmos* (The university of Chicago press) 1988.
- [Sa50]** H. Sanders, J. Moffatt and D. Roaf, *Phys. Rev.* 77 (1950) 754A.
- [Sc72]** R. L. Schulte, M. Cosack, A. W. Obst and J. L. Weil, *Nucl. Phys. A*192 (1972) 609.
- [Scr90]** A. Scrinzi, *Muon Catal. Fusion* 5/6, 179 (1990/91).

- [Scr93]** A. Scrinzi, P. Kammel, J. Zmeskal, W. H. Breunlich, J. Marton, M. P. Faifman, L. I. Ponomarev, T. A. Strizh, *Phys. Rev. A* 47 (1993) 4691.
- [Th66]** R. B. Theus, W. I. McGarry, and L. A. Beach, *Nucl. Phys.* 80 (1966) 273.
- [Ti92]** D. R. Tilley, H. R. Weller and G. M. Hale, *Nucl. Phys. A* 541 (1992) 1.
- [Va90]** V. S. Vasilevskii, I. Yu. Rybkin, G. F. Filippov, *Sov. J. Nucl. Phys.* 51 (1) (1990) 71 [*Yad. Fiz.* 51 (1990) 112].
- [Ve67]** E. A. Vesman, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 5, 113 (1967) [*JETP Lett.* 5. 91 (1967)]
- [We52]** W. A. Wenzel and W. Whaling, *Phys. Rev.* 88 (1952) 1149.
- [Zm90]** J. Zmeskal et al., *Phys. Rev. A* 42, 1165 (1990).

## Appendice A

### ***Expression de l'élément de matrice de collision $U_{cc'}$ , dans la théorie de la Matrice-R pour la réaction (d+d)***

Suivant le formalisme du noyau composé, bien adapté aux basses énergies, la section efficace de la réaction (d+ d) s'écrit sous la forme [La58] :

$$\sigma_T(E) = \pi \tilde{\lambda}^2 (1 + \delta_{12}) g_J |U_{cc'}|^2 = \frac{2}{3} \pi \tilde{\lambda}^2 |U_{cc'}|^2. \quad (\text{A.1})$$

où :

-  $\tilde{\lambda}$  est la longueur d'onde de Broglie, dans la voie d'entrée,

-  $g_J = \frac{(2J+1)}{(2I_a+1)(2I_x+1)}$ , le facteur statistique de spin (avec  $I_a=I_x=1$  représentant les spins

respectifs des noyaux incident et cible et  $J=1$  celui du noyau composé  ${}^4\text{He}$ ),

-  $\delta_{12}=1$  est le symbole de Kronecker introduit pour tenir compte de l'identité des particules dans la voie d'entrée et  $U_{cc'}$  est l'élément de matrice de collision  $U$ , défini par la relation :

$$U_{cc'} = e^{i(\Omega_c + \Omega_{c'})} \left[ \delta_{cc'} + i \sum_{\lambda, \lambda'} \Gamma_{\lambda c}^{1/2} \Gamma_{\lambda' c'}^{1/2} A_{\lambda \lambda'} \right], \quad (\text{A.2})$$

avec  $c=d$  (voie d'entrée) et  $c'=p, n$  (voie de sortie).

Rappelons que, suivant les notations de Lane et Thomas [La58] utilisées ici, chaque niveau composé,  $\lambda$ , est caractérisé par une énergie caractéristique  $E_\lambda$ , un moment cinétique  $J_\lambda$ , des largeurs partielles  $\Gamma_{\lambda c}$  dans les voies  $c$  ( $c=a, b, \dots$ ), une largeur totale  $\Gamma_\lambda = \sum_c \Gamma_{\lambda c}$  et un

facteur déplacement de niveau  $\Delta_\lambda = \sum_c \Delta_{\lambda c}$ .

Les largeurs partielles  $\Gamma_{\lambda c}$  et les déplacements de niveaux partiels  $\Delta_{\lambda c}$  dépendent explicitement de l'énergie, respectivement par l'intermédiaire de la pénétrabilité de la

barrière Coulombienne  $P_c = \frac{\rho}{F_c^2 + G_c^2}$  et du facteur déplacement  $S_c = \frac{\rho (F_c F_c' + G_c G_c')}{F_c^2 + G_c^2}$ .

Ils sont donnés par :

$$\begin{aligned} \Gamma_{\lambda c}(\mathbf{E}) &= 2 \gamma_{\lambda c}^2 \mathbf{P}_c(\mathbf{E}), \\ \Delta_{\lambda c}(\mathbf{E}) &= -\gamma_{\lambda c}^2 (\mathbf{S}_c(\mathbf{E}) - \mathbf{b}_c) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

où  $\gamma_{\lambda c}^2$  est la largeur réduite exprimant la probabilité qu'à le noyau composé dans l'état  $\lambda$  de se fragmenter dans les voies  $c$ .

La matrice de niveau  $\mathbf{A}$ , dont les éléments  $A_{\lambda\lambda'}$  figurant dans la relation (A.2), est définie par sa matrice inverse d'éléments :

$$\left(\mathbf{A}^{-1}\right)_{\lambda\lambda'} = (\mathbf{E}_\lambda - \mathbf{E}) \delta_{\lambda\lambda'} + \Delta_{\lambda\lambda'} - \frac{\mathbf{i}}{2} \Gamma_{\lambda\lambda'}. \quad (\text{A.4})$$

Dans la relation (A.2),  $\Omega_c$  représente le déphasage entre l'onde sortante et l'onde incidente :  $\Omega_c = \omega_c - \phi_c$ ,

où  $\phi_c = \text{Arctg} \frac{F_c}{G_c}$  est la phase de sphère dure et  $\omega_c = \sum_{n=1}^{\ell_\varepsilon} \text{arctg} \frac{\eta_c}{n}$  est le déphasage coulombien.

Ici,  $\ell_\varepsilon$  est le moment angulaire orbital dans la voie  $c$  et  $\eta_c = \frac{Z_{\alpha 1} Z_{\alpha 2} e^2}{\hbar v_\varepsilon}$  est le paramètre de Sommerfeld dépendant des charges  $Z_{\alpha 1}$  et  $Z_{\alpha 2}$  des particules  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  et de leur vitesse relative  $v_\varepsilon$ .

En tenant compte de la contribution de deux niveaux  $1^-$  de  ${}^4\text{He}$ , soit le niveau  $1^-$ ,  $T=1$  (indiqué 1) situé à  $E_{x1} = 23.64$  MeV et le niveau  $1^-$ ,  $T=0$  (indiqué 2) situé à  $E_{x2} = 24.25$  MeV (voir figure (4.8) du chapitre 4), pour l'onde P, l'élément de matrice de collision (équation (A.2)) s'écrit :

$$\mathbf{U}_{dc'} = e^{i(\Omega_d + \Omega_{c'})} \left[ \mathbf{i} \sum_{\lambda, \lambda'=1,2} \Gamma_{\lambda d}^{-1/2} \Gamma_{\lambda' c'}^{1/2} \mathbf{A}_{\lambda\lambda'} \right], \quad (\text{A.5})$$

( $c' = p, n$ ).

En négligeant les facteurs de déplacement ( $\Delta_{\lambda\lambda'} \approx 0$ ) et en utilisant l'approximation  $\Gamma_{l2}^2 \ll D$ , ( $D = \left(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E} - \frac{\mathbf{i}}{2} \Gamma_{11}\right) \left(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E} - \frac{\mathbf{i}}{2} \Gamma_{22}\right)$ ), le calcul des éléments de la matrice  $\mathbf{A}$  donne le résultat :

$$A = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} E_2 - E - \frac{i}{2} \Gamma_{22} & 0 \\ 0 & E_1 - E - \frac{i}{2} \Gamma_{11} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

Ainsi, l'équation (A.5) devient :

$$U_{di} = e^{i(\Omega_d + \Omega_i)} \times i \left[ \frac{\Gamma_{1d}^{1/2} \Gamma_{li}^{1/2}}{E_1 - E - \frac{i}{2} \Gamma_{11}} + \frac{\Gamma_{2d}^{1/2} \Gamma_{2i}^{1/2}}{E_2 - E - \frac{i}{2} \Gamma_{22}} \right], \quad (\text{A.7})$$

( $i = p, n$ ).

l'élément de matrice  $U_{di}$  peut être paramétrisé sous une forme simple pour mieux visualiser l'effet de déphasage des ondes émises par rapport à l'onde incidente.

Introduisons les déphasages purement résonnants  $\beta_i$  ( $i = 1, 2$ ) pour les deux niveaux 1<sup>o</sup> considérés, définis par :

$$\text{tg} \beta_1 = \frac{E - E_{R1}}{\Gamma_{11}/2}, \quad \text{tg} \beta_2 = \frac{E - E_{R2}}{\Gamma_{22}/2}.$$

L'équation (A.7) devient :

$$U_{di} = e^{i(\Omega_d + \Omega_i)} \times (-i) \left[ \frac{\Gamma_{1d}^{1/2} \Gamma_{li}^{1/2}}{\Gamma_{11}/2 (\text{tg} \beta_1 + i)} + \frac{\Gamma_{2d}^{1/2} \Gamma_{2i}^{1/2}}{\Gamma_{22}/2 (\text{tg} \beta_2 + i)} \right], \quad (\text{A.8})$$

( $i = p, n$ ).

Mais :

$$\text{tg} \beta = -i + \frac{2i}{e^{2i\beta} + 1}$$

soit :

$$U_{di} = e^{i(\Omega_d + \Omega_i)} \times (-1) \left[ \frac{\Gamma_{1d}^{1/2} \Gamma_{li}^{1/2}}{\Gamma_{11}} (e^{2i\beta_1} + 1) + \frac{\Gamma_{2d}^{1/2} \Gamma_{2i}^{1/2}}{\Gamma_{22}} (e^{2i\beta_2} + 1) \right], \quad (\text{A.9})$$

( $i = p, n$ ).

ou :

$$U_{di} = e^{i(\Omega_d + \Omega_i)} (-2) \left[ e^{i\beta_1} \cos \beta_1 \frac{\Gamma_{1d}^{1/2} \Gamma_{1i}^{1/2}}{\Gamma_{11}} + e^{i\beta_2} \cos \beta_2 \frac{\Gamma_{2d}^{1/2} \Gamma_{2i}^{1/2}}{\Gamma_{22}} \right], \quad (\text{A.10})$$

(i= p, n).

Dans le cas où un seul niveau  $1^-$  est considéré (indiqué 2, situé à  $E_{x2} = 24.25$  MeV), l'élément  $U_{di}$  de la matrice de collision (équation (A.7)) s'écrit :

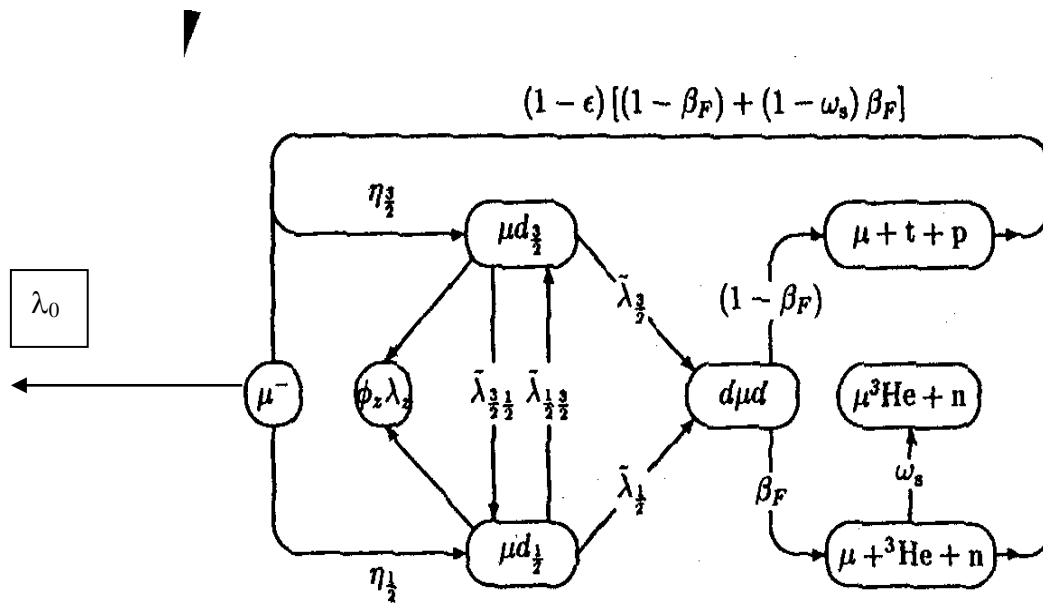
$$U_{di} = e^{i(\Omega_d + \Omega_i)} \times i \left[ \frac{\Gamma_{1d}^{1/2} \Gamma_{1i}^{1/2}}{E_1 - E - \frac{i}{2} \Gamma_{11}} \right], \quad (\text{A.11})$$

(i= p, n).

## Appendice B

### *Cinétique de réaction pour les réactions de fusion (d+d) par catalyse muonique*

Cet appendice décrit avec plus de détails les équations cinétiques dérivées de la figure (B.1) schématisant donnant les différents processus physiques qui ont lieu suite à l'arrêt d'un muon dans le gaz de deutérium  $D_2$ . Tous les taux sont normalisés à la densité de l'hydrogène liquide ( $4.25 \times 10^{22}$  atomes par  $cm^{-3}$ ) et à l'unité de concentration afin de calculer des taux réduits comparables à ceux déduits de l'expérience sous différentes conditions de concentration et densité.



**Figure (B.1).** Cinétique des réactions de fusion par catalyse muonique dans le deutérium pur dans l'approximation à 2 nœuds. Voir texte pour la définition des différents paramètres.

Le taux de formation réduit des molécules  $dd\mu$  à partir de l'atome  $\mu d$  se trouvant dans l'état hyperfin F,  $\tilde{\lambda}_F$ , est donné par [Man87] :

$$\tilde{\lambda}_F = \lambda_{nr} + \sum_S \lambda_{FS} \frac{\tilde{\lambda}_f}{\tilde{\lambda}_f + \sum_{F''} \Gamma_{SF''}} \quad (B.1)$$

La formation moléculaire donnant une fusion est donc la somme du taux de formation non résonnante ( $\lambda_{nr}$ ) et de la fraction de molécules formées à partir du processus résonnant qui fusionnent effectivement avec un taux  $\tilde{\lambda}_f$  au lieu de subir la diffusion résonnante caractérisée par la largeur  $\Gamma_{SF''}$  [Man87].

De même, le taux de transition hyperfine réduit de l'état F vers l'état F' dans l'atome  $\mu d$ ,  $\tilde{\lambda}_{FF'}$ , a des contributions à partir de la diffusion régulière et de la désintégration du complexe [( $\mu d$ ) $d_{ee}$ ] formé de façon résonnante :

$$\tilde{\lambda}_{FF'} = \lambda_{FF'} + \sum_S \lambda_{FS} \frac{\Gamma_{SF'}}{\tilde{\lambda}_f + \sum_{F''} \Gamma_{SF''}}. \quad (\text{B.2})$$

Finalement,  $\beta_F$  représente le rapport d'embranchement de la fusion des molécules  $\mu d$  formées à partir de l'atome  $\mu d$  dans l'état hyperfin F. Expérimentalement,  $\beta_F$  est défini par la relation :

$$\beta_F = \frac{\mu d_F + D_2 \rightarrow \mu + {}^3\text{He} + n}{(\mu d_F + D_2 \rightarrow \mu + p + T) + (\mu d_F + D_2 \rightarrow \mu + {}^3\text{He} + n)}.$$

La mesure de  $\beta_F$  pour les deux états hyperfins différera en raison des différences entre les distributions des moments angulaires d'états liés sélectionnés dans les processus de formation moléculaire dépendants des états hyperfins. Les paramètres  $\beta_F$  conviennent pour décrire les cinétiques (voir figure B.1) mais ils sont composés des rapports d'embranchement plus fondamentaux d'ondes S et P,  $\beta_S$  et  $\beta_P$ , et du rapport d'embranchement  $P_s$ , relatif à la formation non résonnante des états liés par des ondes S et P. La formation résonnante produit toujours l'état moléculaire d'ondes P :

$$\beta_F = \frac{\lambda_{nr}}{\tilde{\lambda}_F} \left[ P_s \beta_s + (1 - P_s) \beta_p \right] + \frac{\tilde{\lambda}_F - \lambda_{nr}}{\tilde{\lambda}_F} \beta_p. \quad (\text{B.3})$$

Utilisant les taux effectifs, l'évolution en temps des populations différentes des deux états hyperfins peut être approximée par une équation différentielle de la forme :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} N_{3/2} \\ N_{1/2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -A & B \\ C & -D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_{3/2} \\ N_{1/2} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.4})$$

avec les conditions initiales  $\eta_F$  (normalisées à un seul muon),

$$\begin{pmatrix} N_{\frac{3}{2}}(t=0) \\ N_{\frac{1}{2}}(t=0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_{\frac{3}{2}} \\ \eta_{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \quad \text{où } \eta_{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}, \quad \eta_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}.$$

Les coefficients (tous exclusivement positifs) figurant dans la matrice sont donnés par (cf. Fig.B1) :

$$\begin{aligned} A &= \lambda_0 + \phi_Z \lambda_Z + \phi \left\{ \tilde{\lambda}_{\frac{3}{2}} \left[ 1 - \eta_{\frac{3}{2}} (1 - \varepsilon) \left( 1 - \omega_s \beta_{\frac{3}{2}} \right) \right] + \tilde{\lambda}_{\frac{31}{22}} \right\}, \\ B &= \phi \left\{ \tilde{\lambda}_{\frac{1}{2}} \eta_{\frac{3}{2}} (1 - \varepsilon) \left( 1 - \omega_s \beta_{\frac{1}{2}} \right) + \tilde{\lambda}_{\frac{13}{22}} \right\}, \\ C &= \phi \left\{ \tilde{\lambda}_{\frac{3}{2}} \eta_{\frac{1}{2}} (1 - \varepsilon) \left( 1 - \omega_s \beta_{\frac{3}{2}} \right) + \tilde{\lambda}_{\frac{31}{22}} \right\}, \\ D &= \lambda_0 + \phi_Z \lambda_Z + \phi \left\{ \tilde{\lambda}_{\frac{1}{2}} \left[ 1 - \eta_{\frac{1}{2}} (1 - \varepsilon) \left( 1 - \omega_s \beta_{\frac{1}{2}} \right) \right] + \tilde{\lambda}_{\frac{13}{22}} \right\}. \end{aligned}$$

La solution formelle de l'équation (B.4) pour obtenir la dépendance en temps des populations hyperfines  $N_F(t)$  est fastidieuse mais directe.

Une fois déduite, la structure en temps des produits de fusion (soit neutrons, soit protons notés par  $k$ ) peut être déterminée en sommant sur les populations, les taux de formation et les rapports d'embranchement :

$$\frac{dk}{dt} = \phi \sum_{F=\frac{1,3}{2,2}} \alpha_F \tilde{\lambda}_F N_F, \quad \text{avec } \alpha_F = \begin{cases} \beta_F & \text{pour } k = n \\ 1 - \beta_F & \text{pour } k = p. \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

La distribution en temps du produit  $k$  est donc:

$$\frac{dk}{dt} = \Psi_{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{L_{\frac{3}{2}}}{2} t\right) + \Psi_{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{L_{\frac{1}{2}}}{2} t\right), \quad (\text{B.6})$$

avec des taux donnés par les opposés (en signe) des paramètres :

$$L_{\frac{3}{2}} = \frac{-I}{2} \left[ (A + D) + \sqrt{(A - D)^2 + 4BC} \right], \quad (\text{B.7})$$

$$L_{\frac{1}{2}} = \frac{-I}{2} \left[ (A + D) - \sqrt{(A - D)^2 + 4BC} \right], \quad (\text{B.8})$$

et des amplitudes :

$$\Psi_{\frac{3}{2}} = \frac{\phi \left\{ \alpha_{\frac{3}{2}} \tilde{\lambda}_{\frac{3}{2}} \left[ \eta_{\frac{3}{2}} \left( \frac{L_3}{2} + D \right) + \eta_{\frac{1}{2}} B \right] + \alpha_{\frac{1}{2}} \tilde{\lambda}_{\frac{1}{2}} \left[ \eta_{\frac{3}{2}} C - \eta_{\frac{1}{2}} \left( \frac{L_1}{2} + D \right) \right] \right\}}{L_{\frac{3}{2}} - L_{\frac{1}{2}}} \quad (\text{B.9})$$

et

$$\Psi_{\frac{1}{2}} = \frac{\phi \left\{ \alpha_{\frac{3}{2}} \tilde{\lambda}_{\frac{3}{2}} \left[ -\eta_{\frac{3}{2}} \left( \frac{L_1}{2} + D \right) - \eta_{\frac{1}{2}} B \right] + \alpha_{\frac{1}{2}} \tilde{\lambda}_{\frac{1}{2}} \left[ -\eta_{\frac{3}{2}} C + \eta_{\frac{1}{2}} \left( \frac{L_3}{2} + D \right) \right] \right\}}{L_{\frac{3}{2}} - L_{\frac{1}{2}}} \quad (\text{B.10})$$

Le rendement total de particules produites par la fusion à partir d'un seul muon peut être obtenu en intégrant l'équation (B.6) sur le temps ( de 0 à l'infini) conduisant à:

$$Y_k = - \begin{pmatrix} \Psi_{\frac{3}{2}} & \Psi_{\frac{1}{2}} \\ L_{\frac{3}{2}} & L_{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{B.11})$$

La représentation ci-dessus des cinétiques est la solution exacte par l'approximation à deux nœuds utilisée dans la Ref. [Zm90] et vérifie la solution présentée (dans cette référence) avec une précision d'environ 1%.

## Appendice C

### ***Expression du rapport $B_2/B_0$***

Aux énergies stellaires, le facteur strophysique  $S(E)$  se décompose suivant ces ondes partielles S ( $L=0$ ) et P ( $L=1$ ) comme (cf. chapitre 2) :

$$S(E) = S_0(E) + S_1(E). \quad (\text{C.1})$$

Cette équation peut se mettre sous la forme suivante en utilisant l'approximation WKB au 1<sup>er</sup> ordre (voir paragraphe 2.4 du chapitre 2) :

$$S_{\text{exp}}^i(E) = S_0^i(0)(1 - a.E) + S_1^i(0)(1 + b.E), \quad (i = n, p) \quad (\text{C.2})$$

La section efficace différentielle  $\sigma(E, \theta)$  est donnée par (voir paragraphe 1-2-3 du chapitre 1) :

$$\sigma(E, \theta) = B_0 + B_2 P_2(\cos \theta) \quad (\text{C.3})$$

qui se réécrit, en remplaçant l'expression du polynôme de Legendre d'ordre 2 ( $P_2(\cos \theta)$ ), :

$$\sigma(E, \theta) = B_0 - \frac{1}{2} B_2 + \frac{3}{2} B_2 \cos^2 \theta \quad (\text{C.4})$$

Identifiant (C.4) avec l'équation (1.9) du chapitre 1, il vient :

$$a = B_0 - \frac{1}{2} B_2 \quad \text{et} \quad b = \frac{3}{2} B_2 \quad (\text{C.5})$$

Ainsi, la section efficace totale qui est égale à :  $\sigma_{\text{int égréé}} = 4\pi \left( a + \frac{b}{3} \right)$  (C.6)

peut s'écrire en fonction de  $B_0$  comme

$$\sigma_{\text{int égréé}} = 4\pi B_0 \quad (\text{C.7})$$

L'anisotropie est définie par (voir paragraphe 1-2-3 du chapitre 1) :

$$A = \frac{\sigma(0^\circ) - \sigma(90^\circ)}{\sigma(90^\circ)} = \frac{b}{a} = \frac{\frac{3}{2} \left( \frac{B_2}{B_0} \right)}{1 - \frac{1}{2} \left( \frac{B_2}{B_0} \right)} \quad (\text{C.8})$$

Par conséquent, le rapport  $B_2/B_0$  s'écrit en supposant que seules les ondes P ( $L=1$ ) contribuent à  $B_2$  :

$$\frac{B_2}{B_0} = \frac{4\pi B_2}{\sigma_{\text{int égrée}}} = \frac{4\pi B_2}{(\sigma_0(E) + \sigma_1(E))} = \frac{\sigma'_1(E)}{(\sigma_0(E) + \sigma_1(E))}, \quad (\text{C.9})$$

ou en fonction des facteurs astrophysiques partielles comme (en utilisant la relation (1.5) du chapitre 1) :

$$\frac{B_2}{B_0} = \frac{S'_1(E)}{(S_0(E) + S_1(E))} = \frac{S'_1{}^i(0)(1 + bE)}{S^i_{\text{exp}}(E)}, \quad (i = n, p). \quad (\text{C.10})$$