

N° d'ordre : 11/2010-M/EL

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE**  
**SCIENTIFIQUE**  
**UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE**  
**HOUARI BOUMEDIENNE**

**FACULTÉ D'ELECTRONIQUE ET D'INFORMATIQUE**



## **MEMOIRE**

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magister

En Electrotechnique

Spécialité : Systèmes électro-énergétiques

Par : **Bellout Mourad**

Thème

**Machine asynchrone double étoile : Modèle circuit avec la prise en considération des harmoniques d'espace et de temps**

Soutenu publiquement, le 14/12/2009 devant le Jury composé de :

|                 |                                     |                      |
|-----------------|-------------------------------------|----------------------|
| M. S. BOUAZABIA | Maître de Conférences/A à L'USTHB   | Président            |
| M. Y. OUAZIR    | Maître de Conférences/A à L'USTHB   | Directeur de Mémoire |
| M. S. MEKHTOUB  | Maître de Conférences/A à L'ENP     | Examineur            |
| M. L. HADJOUT   | Maître de Conférences/A à L'USTHB   | Examineur            |
| M. S. HAMDANI   | Maître Assistant classe A à L'USTHB | Invité               |

## **Chapitre I :**

|                                              |    |
|----------------------------------------------|----|
| I.1 FMM d'un enroulement triphasée .....     | 9  |
| I.2 FMM d'un enroulement double étoile ..... | 10 |

## **Chapitre II :**

|                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------|----|
| II .1 Axes magnétiques des enroulements de la MASDE .....      | 17 |
| II .2 Géométrie des deux encoches aller et retour .....        | 20 |
| II.3 Inductance mutuelle stator -rotor .....                   | 24 |
| II.4 Inductance mutuelle stator- rotor .....                   | 24 |
| II.5 Inductance mutuelle stator- rotor .....                   | 25 |
| II.6 Inductance propre de stator .....                         | 25 |
| II.7 Barre rectangulaire noyée dans un conducteur massif ..... | 27 |

## **Chapitre III :**

|                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| III.1 Schéma équivalent de la MASDE avec la prise en considération des harmoniques d'espace ..... | 47 |
| III.2 Performances de la MASDE pour $\alpha = \frac{\pi}{6} (n=1, 5, 7)$ .....                    | 52 |
| III.3 Performances de la MASDE pour $\alpha = \frac{\pi}{6} (n=1, 5, 7, 11, 13)$ .....            | 53 |
| III.4 Performances de la MASDE pour $\alpha = 0 (n=1, 5, 7)$ .....                                | 54 |
| III.5 Performances de la MASDE pour $\alpha = 0 (n=1, 5, 7, 11, 13)$ .....                        | 55 |
| III.6 Performances de la MASDE pour $\alpha = \frac{\pi}{3} (n=1, 5, 7)$ .....                    | 56 |
| III.7 Performances de la MASDE pour $\alpha = \frac{\pi}{3} (n=1, 5, 7, 11, 13)$ .....            | 57 |

## **Chapitre IV :**

|                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| IV.1 Schéma équivalent de la MASDE pour les harmoniques de rang $h = 6K \pm 1$ ..... | 63 |
| IV.2 Schéma équivalent de la MASDE pour les harmoniques de rang $h_0 = 3K$ .....     | 63 |
| IV.3 Tension d'alimentation des 1 <sup>ères</sup> phases des deux étoiles .....      | 64 |
| IV.4 Tension d'alimentation des deux étoiles .....                                   | 65 |
| IV.5 Courants du stator et du rotor en fonction de temps .....                       | 65 |
| IV.6 Couple et pertes Joules rotorique instantanés .....                             | 65 |
| IV.7 Tension d'alimentation des deux étoiles .....                                   | 66 |
| IV.8 Courants du stator et du rotor en fonction de temps .....                       | 66 |
| IV.9 Couple et pertes Joules rotorique instantanés .....                             | 66 |
| IV.10 Tension d'alimentation des deux étoiles .....                                  | 67 |
| IV.11 Courants du stator et du rotor en fonction de temps .....                      | 67 |
| IV.12 Couple et pertes Joules rotorique instantanés .....                            | 67 |
| IV.13 Tension d'alimentation des deux étoiles .....                                  | 68 |
| IV.14 Courants du stator et du rotor en fonction de temps .....                      | 68 |
| IV.15 Couple et pertes Joules rotorique instantanés .....                            | 68 |
| IV.16 Tension d'alimentation des deux étoiles .....                                  | 69 |
| IV.17 Courants du stator et du rotor en fonction de temps .....                      | 69 |
| IV.18 Couple et pertes Joules rotorique instantanés .....                            | 69 |

|       |                                                                                                    |    |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| IV.19 | Tension d'alimentation des deux étoiles .....                                                      | 70 |
| IV.20 | Courants du stator et du rotor en fonction de temps .....                                          | 70 |
| IV.21 | Couple et pertes Joules rotorique instantanés .....                                                | 70 |
| IV.22 | Performances de la MASDE pour le fonctionnement nominal.....                                       | 71 |
|       | a- Tension d'alimentation des deux étoiles .....                                                   | 71 |
|       | b- Courants des deux étoiles du stator et couple instantanés .....                                 | 71 |
|       | c- Courants et pertes Joules rotorique instantanés .....                                           | 71 |
| IV.23 | Principe de la MLI sinus-triangulaire .....                                                        | 72 |
| IV.24 | Tension de référence et de la porteuse .....                                                       | 73 |
| IV.25 | Structure générale de l'alimentation de la MASDE par un onduleur de tension contrôlé par MLI ..... | 74 |
| IV.26 | Signaux de commande des interrupteurs et les tensions simples de stator 1 .....                    | 74 |
| IV.27 | Signaux de commande des interrupteurs et les tensions simples de stator 2 .....                    | 75 |
| IV.28 | Courants des deux étoiles et couples électromagnétiques en fonction de temps .....                 | 76 |
| IV.29 | Courants et pertes Joules au rotor en fonction de temps.....                                       | 77 |
| IV.30 | Performances de la MASDE pour le fonctionnement nominal.....                                       | 78 |
|       | a- Tension d'alimentation des deux étoiles .....                                                   | 78 |
|       | b- Courants des deux étoiles du stator et couple instantanés .....                                 | 78 |
|       | c- Courants et pertes Joules rotorique instantanés .....                                           | 78 |

**Chapitre I :**

|                                                                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tableau 1 Machines multiphasées dont le nombre de phases statoriques est un multiple de trois (Type 1) .....        | 6  |
| Tableau 2 Machines multiphasées dont le nombre de phase statoriques est un nombre impair (Type 2) .....             | 7  |
| Tableau 3 Interaction possible entre harmoniques d'espace et de temps de la FMM pour une machine triphasée .....    | 12 |
| Tableau 4 Interaction possible entre harmoniques d'espace et de temps de la FMM pour une machine double étoile..... | 13 |

**Chapitre III :**

|                                                                        |    |
|------------------------------------------------------------------------|----|
| Tableau III.1 Mutuelles inductances entre l'étoile 1 et le rotor ..... | 38 |
| Tableau III.2 Mutuelles inductances entre l'étoile 2 et le rotor ..... | 38 |

|                                   |          |
|-----------------------------------|----------|
| <b>Introduction générale.....</b> | <b>1</b> |
|-----------------------------------|----------|

## **CHAPITRE I**

### **Machines asynchrones double étoile : Généralités et état de l’art**

|                                                                                     |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>I.1 Introduction.....</b>                                                        | <b>4</b>  |
| <b>I.2 Histoire des machines électriques.....</b>                                   | <b>4</b>  |
| <b>I.3 Machines Multiphasées .....</b>                                              | <b>5</b>  |
| I.3.1 Machines multiphasées de Type 1 .....                                         | 6         |
| I.3.2 Machines multiphasées de Type 2 .....                                         | 7         |
| <b>I.4 Forces magnétomotrices des enroulements multiphasés.....</b>                 | <b>8</b>  |
| I.4.1 Force magnétomotrice d’un enroulement triphasé .....                          | 8         |
| I.4.2 Force magnétomotrice d’un enroulement double étoile .....                     | 9         |
| <b>I.5 Cas de la prise en compte des harmoniques d’espaces et de temps .....</b>    | <b>11</b> |
| I.5.1 Interactions possibles des harmoniques d’espace et de temps dans la MASDE.... | 12        |
| <b>I.6 Quelques particularités des machines asynchrones multiphasées .....</b>      | <b>14</b> |
| <b>I.7 Conclusion et objectifs de notre travail .....</b>                           | <b>15</b> |

## **CHAPITRE II**

### **Calcul des inductances de la MASDE en tenant compte des harmoniques d’espace**

|                                                                             |           |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>II.1 Introduction .....</b>                                              | <b>16</b> |
| <b>II.2 Description de la machine asynchrone double étoile (MASDE).....</b> | <b>16</b> |
| <b>II.3 Description des différentes inductances de la MASDE .....</b>       | <b>18</b> |

|                                                                                           |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>II.4 Calcul des inductances de la MASDE .....</b>                                      | <b>18</b> |
| II.4.1 Inductances propres et mutuelles des phases du stator .....                        | 18        |
| II.4.2 Calcul des inductances mutuelles stator- rotor .....                               | 19        |
| II.4.3 Inductances de fuite statoriques .....                                             | 19        |
| <b>II.5 Résultats de simulations .....</b>                                                | <b>23</b> |
| <b>II.6 Calcul des paramètres de la cage de la machine asynchrone double étoile .....</b> | <b>26</b> |
| II.6.1 Modèle de la cage d'écureuil .....                                                 | 26        |
| a- Modélisation d'une barre rectangulaire en présence de l'effet de peau .....            | 27        |
| b- Flux statorique en fonction des courants du stator et du rotor .....                   | 30        |
| c- Flux d'entrefer en fonction des paramètres ramenés au stator .....                     | 31        |
| <b>II.7 Conclusion.....</b>                                                               | <b>33</b> |

## **CHAPITRE III**

### **Modèle circuit de la MASDE en tenant compte des harmoniques d'espace**

|                                                                                                |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>III.1 Introduction.....</b>                                                                 | <b>34</b> |
| <b>III.2 Principe de fonctionnement de la MASDE.....</b>                                       | <b>34</b> |
| <b>III.3 Modèle circuit de la machine asynchrone triphasée double étoile .....</b>             | <b>35</b> |
| III.3.1 Equations de tensions .....                                                            | 35        |
| III.3.2 Equation du flux magnétique .....                                                      | 37        |
| <b>III.4 Modèle complexe des flux .....</b>                                                    | <b>40</b> |
| <b>III.5 Schéma équivalent de la MASDE avec prise en compte des harmoniques d'espace .....</b> | <b>44</b> |
| <b>III.6 Courants des deux étoiles du stator .....</b>                                         | <b>47</b> |
| <b>III.7 Calcul des performances de la MASDE .....</b>                                         | <b>48</b> |
| III.7.1 pertes Joule au stator .....                                                           | 48        |

|                                                 |           |
|-------------------------------------------------|-----------|
| III.7.2 pertes Joule au rotor.....              | 49        |
| III.7.3 Puissances de la MASDE .....            | 49        |
| a- puissance active et réactive .....           | 49        |
| b- puissance mécanique.....                     | 50        |
| III.7.4 Rendement et facteur de puissance ..... | 50        |
| III.7.5 le couple électromagnétique .....       | 51        |
| <b>III.8 Résultats de simulation .....</b>      | <b>51</b> |
| <b>II.9 Conclusion.....</b>                     | <b>57</b> |

## **CHAPITRE IV**

### **Modèle circuit de la MASDE associée à un convertisseur statique**

|                                                                                       |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>IV.1 Introduction.....</b>                                                         | <b>58</b> |
| <b>IV.2 Modèle circuit de la MASDE en tenant compte des harmoniques de temps.....</b> | <b>58</b> |
| IV.2.1 Tensions et courants d'alimentation de la MASDE.....                           | 59        |
| IV.2.2 Equations des flux magnétiques.....                                            | 61        |
| a- flux du stator (1).....                                                            | 61        |
| b- flux du stator (2).....                                                            | 61        |
| c- flux du rotor.....                                                                 | 61        |
| <b>IV.3 Equations de tensions et schéma équivalent de la MASDE .....</b>              | <b>62</b> |
| <b>IV.4- Etude d'un modèle circuit associé à une alimentation pleine onde.....</b>    | <b>63</b> |
| IV.4.1 Tension d'alimentation de la MASDE.....                                        | 63        |
| IV.4.2 Résultats de simulation .....                                                  | 64        |
| <b>IV.5 Etude du modèle circuit associé à une alimentation MLI .....</b>              | <b>72</b> |

|                                                     |           |
|-----------------------------------------------------|-----------|
| IV.5.1 Technique de la MLI sinus_triangulaire ..... | 72        |
| IV.5.2 Tension d'alimentation de la MASDE.....      | 73        |
| IV.5.3 Résultats de simulation .....                | 75        |
| <b>IV.6 Interprétations des résultats .....</b>     | <b>78</b> |
| <b>IV.7 Conclusion .....</b>                        | <b>79</b> |
| <b>Conclusion générale .....</b>                    | <b>80</b> |
| <b>Références Bibliographiques.</b>                 |           |

# **Introduction générale**

Les machines électriques triphasées en générale et les machines asynchrones en particulier, occupent la majeure partie des systèmes d'entraînement industriels. En effet, elles sont les mieux connues de point de vue conception, alimentation et technique de commande. D'ailleurs, dans la gamme de faible et moyenne puissance, l'association de la machine asynchrone triphasée avec des convertisseurs d'électronique de puissance permet d'obtenir de bonnes performances dans le domaine de la vitesse variable ou de contrôle direct de couple. Les interrupteurs utilisés pour les onduleurs, généralement contrôlés en MLI, supportent aisément les contraintes de commutations à des fréquences relativement élevées.

La tendance actuelle vers le tout électrique (contraintes environnementales, diminution de la pollution et du bruit, et augmentation de la vitesse de déplacement) dans plusieurs domaines d'application spécifiques, tel que la propulsion électrique des navires, traction électriques et hybrides des véhicules de transport et la notion de plus électrique des avions, nécessite des machines de puissance importante. La machine asynchrone triphasée est la plus répandue vue son faible coût, sa fiabilité et sa robustesse. Cependant, pour la gamme de forte puissance, l'alimentation de la machine asynchrone triphasée avec un convertisseur statique, fait apparaître des problèmes de commutation au niveau des interrupteurs de l'onduleur [1]. Ces derniers doivent donc commuter des courants importants à des fréquences qui doivent être élevées pour avoir de bonnes performances. Les machines asynchrones à nombre de phase élevé (supérieur à trois) offrent alors une alternative forte intéressante à la réduction des contraintes appliquées aux interrupteurs et aux bobinages. C'est suite à cette idée que les moteurs multiphasés sont devenus l'objet d'une importante attention au sein de la communauté scientifique [2], [3]. Dans ce type de machine, la plus connue est la machine à six phase double étoile. Elle a été introduite pour accroître la puissance des alternateurs synchrones aux états unis [4] [5]. L'idée s'est généralisée ensuite à d'autre machine électriques, à savoir les machines asynchrones pour des applications de forte puissance (la propulsion navale et l'attraction ferroviaire) ou le fractionnement de la puissance par augmentation du nombre de phase permet de répartir les contraintes de commutation sur plusieurs composants de l'onduleur [6], [7]. Les interrupteurs de puissance peuvent alors fonctionner avec une fréquence de commutation élevée pour réduire le taux harmonique, notamment celui du couple [8].

Dans sa configuration classique, deux enroulements triphasés identiques, se partagent le même stator et sont décalés d'un angle électrique de  $30^\circ$ . Ces enroulements ont le même nombre de pôles et sont alimentés à la même fréquence. La structure du rotor reste identique à celle d'une machine triphasée. Une telle machine a l'avantage, outre la segmentation de puissance et la redondance intéressante qu'elle introduit [9], [10], de réduire de manière significative les ondulations du couple dues aux harmoniques de rang 5 et 7 [11]. Cette possibilité d'éliminer certains harmoniques est un réel avantage de la machine asynchrone à double étoile MASDE. Par ailleurs, un nombre élevé de phases confère intrinsèquement une meilleure fiabilité à l'ensemble convertisseur machine, en permettant des fonctionnements en modes dégradées lors d'un défaut sur une ou plusieurs phases [12] [13].

Lors de l'alimentation de la MASDE par onduleur de tension MLI, des courants harmoniques de circulations apparaissent au stator ; ils ne participent pas à la conversion électromagnétique mais, ils engendrent des pertes joules statoriques et participent à l'échauffement de la machine [14], [15], [16], [17], [18].

La modélisation de la machine asynchrone au jour d'aujourd'hui est très avancée. En effet, elle peut s'effectuer de façon simple par circuits électriques équivalents ou d'une façon relativement poussée en utilisant des méthodes numériques de calcul de champ.

L'objectif de notre travail est la modélisation de la machine asynchrone double étoile par des schémas électriques équivalents en considérant les harmoniques d'espace et de temps générés respectivement, par la répartition spatiale non sinusoïdale du bobinage et par le convertisseur statique d'alimentation.

Nous présentons dans le premier chapitre des généralités sur les machines asynchrones multiphasées et une étude des forces magnétomotrices de la MASDE afin de la situer devant la machine asynchrone classique triphasée. Un état d'art sera ensuite présenté.

Le deuxième chapitre est consacré au calcul des différentes inductances intervenant dans le modèle circuit de la MASDE en utilisant la théorie des forces magnétomotrices.

Dans le troisième chapitre nous abordons une modélisation analytique de la machine asynchrone double étoile, en se basant sur un modèle circuit avec la prise en considération des harmoniques d'espace. Ce premier modèle, nous permettra d'obtenir avec une bonne approximation, les performances de la machine à savoir l'effet des harmoniques d'espace sur les pertes Joules rotoriques et les ondulations du couple développé par la MASDE.

Un quatrième chapitre sera consacré à la modélisation de la MASDE par le même modèle circuit avec cette fois ci la prise en considération des harmoniques de temps générés par le convertisseur d'alimentation dans le cas d'une alimentation par tension rectangulaire et par onduleur de tension commandé en MLI.

Nous terminerons notre travail par des conclusions et des perspectives.

# CHAPITRE I

## Machines asynchrones double étoile : Généralités et état de l'art

### I.1 Introduction

Les machines asynchrones sont des systèmes électromagnétiques de conversion d'énergie ; Elles se distinguent généralement par la structure du rotor (à simple cage, à double cage, à cage à encoches profondes, massif à cage, massif et bobiné) ou par le nombre de phase au stator. Les machines classiques sont de type monophasé, biphasé ou triphasé. Lorsqu'elles sont associées aux convertisseurs statiques et dans la gamme de forte puissance, la tendance actuelle est penchée surtout vers l'utilisation de machines asynchrones à nombre de phases supérieur à trois.

Nous présentons dans ce chapitre des généralités sur les machines asynchrones multiphasées en s'accentuant sur la version double étoile. Une étude des forces magnétomotrice sera présentée afin de situer cette machine devant la machine classique triphasée. Puis nous donnons un état de l'art des travaux réalisés sur la MASDE.

### I.2 Histoire des machines électriques

Un bref rappel historique sur les machines électrique est donné dans le paragraphe suivant:

- 1821 le premier moteur électromagnétique est réalisé par l'anglais Michael Faraday.
- 1831 Friedrich Emil Lenz et Joseph Henry ont effectué des travaux contribuant à la découverte et à la compréhension de phénomène de l'induction électromagnétique.

- 1832 Ampère en collaboration avec le constructeur français Hippolyte Pixii, ont réalisé la génératrice à courant continu.
- 1842 Davidson utilise un des premiers moteurs tournant à réluctance variable.
- 1888 Nikola Tesla déposait son brevet sur les systèmes polyphasés (transformateurs, moteurs synchrones et asynchrones, etc....).

C'est l'évolution de l'outil informatique, la technologie des matériaux et des convertisseurs statiques de puissance, capables de délivrer des fréquences réglables qui a motivé les chercheurs ainsi que les ingénieurs de ne pas cesser d'améliorer et de développer de nouvelles structures de machines électriques pour satisfaire les besoins de plusieurs applications industrielles et domestiques, ce qui a donné lieu à de nombreuses nouvelles machines allant de micro machine aux giga machine.

Le premier moteur multiphasé a vu le jour en 1969 lorsqu'un moteur asynchrone pentaphasé alimenté par une source de tension a été proposé [5]. Il commence à devenir de plus en plus intéressant au cours des années 1990, mais c'est qu'au début de ce siècle que les moteurs multiphasés sont devenues l'objet d'une importante attention au sein de la communauté scientifique internationale [1], [2]. Ceci a comme conséquence l'évolution de trois domaines d'application très spécifiques, à savoir la propulsion électrique des navires, traction (électrique et hybride des véhicules) et la notion de «plus électriques» des avions.

### **I.3 Machines Multiphasées**

Les machines multiphasées ont un fonctionnement analogues à celui des machines classiques triphasées, ils se distinguent juste par un nombre de phase au stator supérieur à trois. On trouve dans la littérature des machines à stator:

- à cinq phases.
- à six phases en double étoile.
- à sept phases.
- à neuf phases regroupées en trois étoiles.
- 3-étoiles composées chacune de cinq phases.

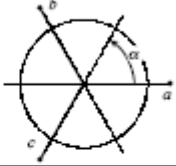
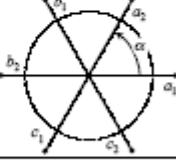
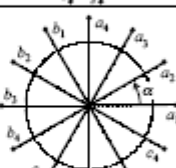
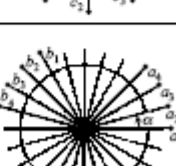
Les machines multiphasées sont classées habituellement en deux groupes, selon que le nombre de phases au stator est ou non un multiple de trois, que l'on nommera “ machines multiphasées de type 1” et “ machines multiphasées de types 2”

### I.3.1 Machines multiphasées de Type 1 :

Les machines multiphasées de Type 1 sont des machines dont le nombre de phases statoriques  $q$  est un multiple de trois, de sorte que l'on puisse les grouper en  $\eta$  étoiles triphasées.

$$q = 3\eta \quad (\eta = 1, 2, 3, 4, \dots).$$

Le tableau suivant donne le détail de quelques exemples de machines multi-étoile.

| Nombre de phases ( $q$ ) | Nombre équivalent de phases ( $q_\alpha$ ) | Décalage angulaire ( $\alpha$ ) | Représentation schématique, position des bobines                                     |
|--------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 3                        | 3                                          | $\pi/3$                         |    |
| 6                        | 3                                          | $\pi/3$                         |   |
| 6                        | 6                                          | $\pi/6$                         |  |
| 9                        | 9                                          | $\pi/9$                         |  |
| 12                       | 6                                          | $\pi/6$                         |  |
| 12                       | 12                                         | $\pi/12$                        |  |

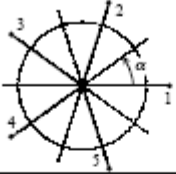
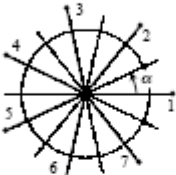
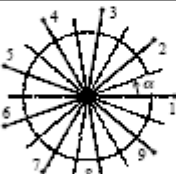
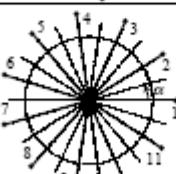
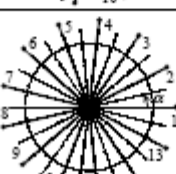
Tab 1 : Machines multiphasées dont le nombre de phases statoriques est un multiple de trois “ Type 1”

### I.3.2 Machines multiphasées de “ Type 2” :

Les machines multiphasées de “ Type 2” sont des machines dont le nombre de phases statoriques  $q$  est un nombre impair. Si  $\alpha$  désigne le décalage angulaire entre deux bobines adjacentes, les  $q$  phases sont alors régulièrement décalées de  $2\pi / q = 2\alpha$ . On a donc toujours :

$$q = q_\alpha = \pi / \alpha.$$

Le tableau suivant donne le détail de quelques exemples de machines multiphasées de type 2.

| Nombre de phases ( $q$ ) | Nombre équivalent de phases ( $q_\alpha$ ) | Décalage angulaire ( $\alpha$ ) | Représentation schématique, position des bobines                                     |
|--------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 5                        | 5                                          | $\pi/5$                         |   |
| 7                        | 7                                          | $\pi/7$                         |  |
| 9                        | 9                                          | $\pi/9$                         |  |
| 11                       | 11                                         | $\pi/11$                        |  |
| 13                       | 13                                         | $\pi/13$                        |  |

Tab 2 : Machines multiphasées dont le nombre de phases statoriques est un nombre impair “ Type 2”

## I.4 Forces magnétomotrices des enroulements multiphasés

### I.4.1 Force magnétomotrice d'un enroulement triphasé:

Les expressions des développements en séries de Fourier des FMM des trois phases d'un enroulement triphasé peuvent s'écrire comme suit :

$$\xi_a(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2IN_s K_{sn}}{\pi n} \sin n(p\theta) \cos(\omega t)$$

$$\xi_b(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2IN_s K_{sn}}{\pi n} \sin n\left(p\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\xi_c(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2IN_s K_{sn}}{\pi n} \sin n\left(p\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

La force magnétomotrice totale est de la forme :

$$\xi(\theta, t) = \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2N_s IK_{sn}}{\pi n} \sin(np\theta + \gamma\omega t). \quad (I.1)$$

$$\text{Avec} \begin{cases} \gamma = -1 \text{ si } n = 6m + 1 \\ \gamma = +1 \text{ si } n = 6m - 1 \end{cases}.$$

Où  $N_s$  représente le nombre de spires,  $K_{sn}$  le coefficient de bobinage de l'harmonique de rang  $n$  et  $p$  le nombre de paire de pôles.

La figure I.1 représente la force magnétomotrice d'un enroulement triphasé à pas diamétral.

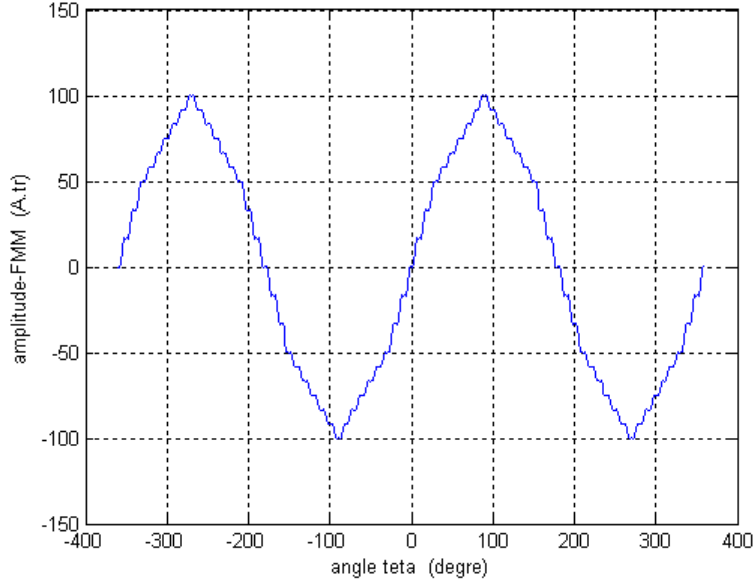


Fig. I.1 : FMM d'un enroulement triphasée.

#### I.4.2 Force magnétomotrice d'un enroulement double étoile

L'enroulement double étoile est composé de deux bobinages triphasés décalés d'un angle  $\alpha$ . Les expressions des développements en séries de Fourier des FMM des trois phases de l'étoile 1 s'écrivent :

$$\xi_{a1}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2IN_s K_{sn}}{\pi n} \sin n(p\theta) \cos(\omega t)$$

$$\xi_{b1}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2IN_s K_{sn}}{\pi n} \sin n\left(p\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\xi_{c1}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2IN_s K_{sn}}{\pi n} \sin n\left(p\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

et ceux des trois phases de l'étoile 2 s'écrivent :

$$\xi_{a2}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2IN_s K_{sn}}{\pi n} \sin n(p\theta - \alpha) \cos(\omega t - \alpha)$$

$$\xi_{b2}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2IN_s K_{sn}}{\pi n} \sin n\left(p\theta - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$$

$$\xi_{c2}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2IN_s K_{sn}}{\pi n} \sin n\left(p\theta - \frac{4\pi}{3} - \alpha\right) \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \alpha\right)$$

L'expression de la FMM totale de la machine asynchrone double étoile est la somme des deux FMM de l'étoile 1 et de l'étoile 2. Elle s'écrit comme suit :

$$\xi(\theta, t) = \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2N_s IK_{sn}}{\pi n} [\sin(np\theta + \gamma\omega t) + \sin(np\theta + \gamma\omega t - \alpha(\gamma + n))]. \quad (I.2)$$

Avec  $\begin{cases} \gamma = -1 \text{ si } n = 6m + 1 \\ \gamma = +1 \text{ si } n = 6m - 1 \end{cases}$ .

La figure I.2 montre un exemple de force magnétomotrice d'un enroulement double étoile.

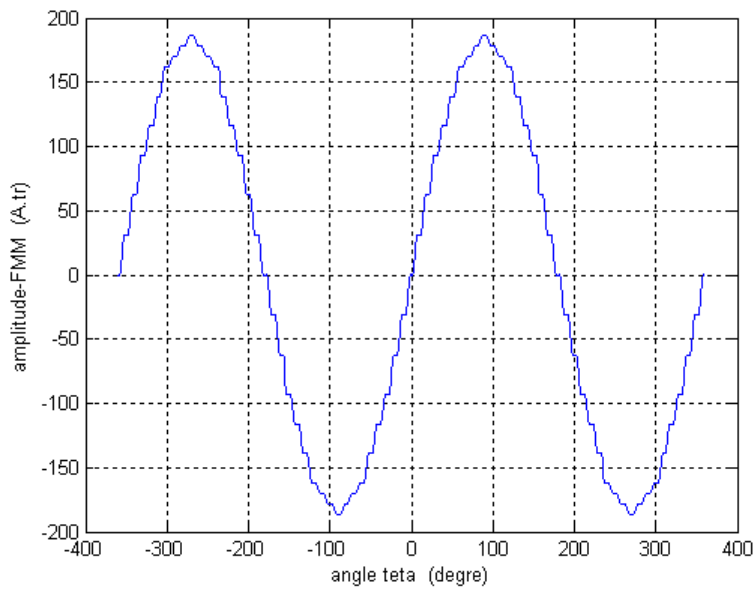


Fig. I.2 FMM d'un enroulement double étoile.

### I.5 Cas de la prise en compte des harmoniques d'espaces et de temps

Dans le cas d'un enroulement triphasé alimentés par des courants non sinusoïdaux, représentés par leurs développements en série de Fourier :

$$\begin{cases} I_a = \sum_h I_h \cos(h\omega t) \\ I_b = \sum_h I_h \cos\left(h\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ I_c = \sum_h I_h \cos\left(h\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \end{cases} \quad (I.3)$$

Où  $I_h$  est l'amplitude de l'harmonique de temps d'ordre h donnée par :

$$I_h = \sum_{h=1}^{\infty} \frac{4I_s}{h\pi} \sin\left(\frac{h\pi}{3}\right). \quad (I.4)$$

La force magnétomotrice de cet enroulement triphasé est :

$$\xi(\theta, t) = \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2} A_n I_h \sin(np\theta - h\omega t). \quad (I.5)$$

Avec :

$$\begin{cases} h \text{ harmonique de temps} \\ n \text{ harmonique d'espaces} \end{cases}$$

et

$$A_n = \frac{2N_s K_{sn}}{\pi n}.$$

Dans le cas d'un enroulement double étoile, la force magnétomotrice s'exprime comme suit :

$$\xi(\theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{3}{2} A_n I_h [\sin(np\theta - h\omega t) + \sin(np\theta - h\omega t - \alpha(n-h))] \quad (I.6)$$

A partir de ces expressions des forces magnétomotrices on peut analyser les interactions qui peuvent avoir lieu entre les harmoniques d'espace et de temps. Cette analyse nous permettra de situer la machine double étoile devant la machine classique triphasée.

### I.5.1 Interactions possibles des harmoniques d'espace et de temps dans la MASDE

L'analyse des interactions possibles entre harmoniques d'espace et de temps de la force magnétomotrice (FMM) créée par l'armature statorique nous permettra de mettre en évidence les principales caractéristiques des machines double étoiles.

Nous désignerons par  $n$  le rang des harmoniques d'espace (dus à la distribution réelle des conducteurs), et par  $h$  celui des harmoniques de temps (dus à des courants non sinusoïdaux issus des convertisseurs statiques).

Les tableaux I.3 et I.4 donnent respectivement les interactions possibles entre harmoniques d'espace et de temps de la FMM d'une machine triphasée et d'une machine double étoile. Le contenu des cases donne la vitesse des différentes ondes, les cases vides correspondent à des ondes d'amplitude nulle, et celles contenant '0' à des ondes pulsantes [19].

| h/n | 1             | 3 | 5                       | 7                       | 9 | 11                       | 13                       | 15 | 17                       | 19                       |
|-----|---------------|---|-------------------------|-------------------------|---|--------------------------|--------------------------|----|--------------------------|--------------------------|
| 1   | $+\omega_s$   |   | $\frac{-\omega_s}{5}$   | $\frac{+\omega_s}{7}$   |   | $\frac{-\omega_s}{11}$   | $\frac{+\omega_s}{13}$   |    | $\frac{-\omega_s}{17}$   | $\frac{+\omega_s}{19}$   |
| 5   | $-\omega_s$   |   | $+\omega_s$             | $\frac{-5\omega_s}{7}$  |   | $\frac{+5\omega_s}{11}$  | $\frac{-5\omega_s}{13}$  |    | $\frac{+5\omega_s}{17}$  | $\frac{-5\omega_s}{19}$  |
| 7   | $-7\omega_s$  |   | $\frac{-7\omega_s}{5}$  | $+\omega_s$             |   | $\frac{-7\omega_s}{11}$  | $\frac{7\omega_s}{13}$   |    | $\frac{-7\omega_s}{17}$  | $\frac{+7\omega_s}{19}$  |
| 11  | $-11\omega_s$ |   | $\frac{+11\omega_s}{5}$ | $\frac{-11\omega_s}{7}$ |   | $+\omega_s$              | $\frac{-11\omega_s}{13}$ |    | $\frac{+11\omega_s}{17}$ | $\frac{-11\omega_s}{19}$ |
| 13  | $+13\omega_s$ |   | $\frac{-13\omega_s}{5}$ | $\frac{+13\omega_s}{7}$ |   | $\frac{-13\omega_s}{11}$ | $\omega_s$               |    | $\frac{-13\omega_s}{17}$ | $\frac{+13\omega_s}{19}$ |
| 17  | $-17\omega_s$ |   | $\frac{+17\omega_s}{5}$ | $\frac{-17\omega_s}{7}$ |   | $\frac{+17\omega_s}{11}$ | $\frac{-17\omega_s}{13}$ |    | $+\omega_s$              | $\frac{-17\omega_s}{19}$ |
| 19  | $+19\omega_s$ |   | $\frac{-19\omega_s}{5}$ | $\frac{+19\omega_s}{7}$ |   | $\frac{-19\omega_s}{11}$ | $\frac{+19\omega_s}{13}$ |    | $\frac{-19\omega_s}{17}$ | $+\omega_s$              |

Tab 3: Interactions possibles entre harmoniques d'espace et harmoniques de temps de la FMM pour une machine triphasée.

| $h/n$ | 1             | 3                       | 5                       | 7                       | 9                       | 11                       | 13                       | 15                      | 17                       | 19                       |
|-------|---------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1     | $+\omega_s$   |                         |                         |                         |                         | $\frac{-\omega_s}{11}$   | $\frac{+\omega_s}{13}$   |                         |                          |                          |
| 3     |               | $+\omega_s$             |                         |                         | $\frac{-3\omega_s}{9}$  |                          |                          | $\frac{+3\omega_s}{15}$ |                          |                          |
| 5     |               |                         | $+\omega_s$             | $\frac{-5\omega_s}{7}$  |                         |                          |                          |                         | $\frac{+5\omega_s}{17}$  | $\frac{-5\omega_s}{19}$  |
| 7     |               |                         | $\frac{-7\omega_s}{5}$  | $+\omega_s$             |                         |                          |                          |                         | $\frac{-7\omega_s}{17}$  | $\frac{+7\omega_s}{19}$  |
| 9     |               | $\frac{-9\omega_s}{3}$  |                         |                         | $+\omega_s$             |                          |                          | $\frac{-9\omega_s}{15}$ |                          |                          |
| 11    | $-11\omega_s$ |                         |                         |                         |                         | $+\omega_s$              | $\frac{-11\omega_s}{13}$ |                         |                          |                          |
| 13    | $+13\omega_s$ |                         |                         |                         |                         | $\frac{-13\omega_s}{11}$ | $+\omega_s$              |                         |                          |                          |
| 15    |               | $\frac{+15\omega_s}{3}$ |                         |                         | $\frac{-15\omega_s}{9}$ |                          |                          | $+\omega_s$             |                          |                          |
| 17    |               |                         | $+\frac{17\omega_s}{5}$ | $\frac{-17\omega_s}{7}$ |                         |                          |                          |                         | $+\omega_s$              | $\frac{-17\omega_s}{19}$ |
| 19    |               |                         | $\frac{-19\omega_s}{5}$ | $\frac{+19\omega_s}{7}$ |                         |                          |                          |                         | $\frac{-19\omega_s}{17}$ | $+\omega_s$              |

Tab 4: Interactions possibles entre harmoniques d'espace et de temps de la FMM pour une machine double étoile.

Ces deux tableaux, montrent bien l'effet obtenu par la multiplication du nombre de phases statorique. Plus le nombre de phase augmente, plus les interactions entre harmoniques d'espace et de temps sont repoussées vers les rangs supérieurs.

## I.6 Quelques particularités des machines asynchrones multiphasées

Les machines asynchrones multiphasées présentent des particularités liées à son alimentation et au domaines de son utilisation.

### *a)- Avantages et inconvénients des machines multiphasées*

Par rapport aux machines triphasées, les machines multiphasées présentent des avantages suivants :

- **La segmentation de puissance** : lorsqu'on augmente le nombre de phases de la machine, on diminue le courant par phase sans augmenter la tension par phase (ou l'inverse). La puissance totale est donc répartie sur un nombre plus important de phases. La puissance demandée par chacune d'elles est réduite.
- **La fiabilité** : avec des machines multiphasées, si une alimentation est déconnectée la machine continue à fonctionner avec au moins trois autres phases.
- Minimisation des ondulations du couple et des pertes rotoriques, ce qui provoque une amélioration de la caractéristique Bruit-Vibration.

A ces avantages on peut citer les inconvénients suivants :

- Utilisation de convertisseurs statiques spécifiques pour les machines 5 phases et 7 phases, etc.....
- L'apparition des courants harmoniques de fortes valeurs au stator dans le cas de la machine double étoile.
- le cout : le nombre d'éléments semi-conducteurs dont est constitué le convertisseur statique augmente avec l'augmentation du nombre de phases statoriques.

### *b- Alimentation et des Machines Multiphasées*

L'apparition de courants harmoniques de fortes valeurs, non générateurs de couple mais uniquement des pertes joule et pouvant devenir destructeurs, ont amené à revoir les différentes structures et alimentations de la machine multiphasée (Double Etoile). Des études

menées dans le but de réduire ces courants harmoniques et d'obtenir les meilleures performances possibles lors d'alimentation par onduleur de tension [19].

Une solution proposée pour réduire ces courants, est de placer en série avec les enroulements de la machine double étoile, des filtres dont l'impédance est élevée pour les harmoniques de rang supérieur et faible pour fondamental. L'article [20] illustre le résultat de l'alimentation d'une machine à neuf phases avec et sans filtre.

### *c- Applications des machines multiphasées*

Les machines multiphasées sont utilisées beaucoup plus dans les applications de puissances élevées. Comme alternateurs synchrones pour produire l'énergie électrique ou dans d'autre application telles que la propulsion navale (les bateaux, etc....), la propulsion ferroviaire (TGV, etc....) et dans les systèmes de production de l'énergie éolienne.

## **I.7 Conclusion et objectifs de notre travail**

La synthèse bibliographique effectuée nous a montrée qu'il n'existe pas de littérature abondante qui traite de la modélisation des machines multiphasées. Le peu d'études réalisées pour des besoins particuliers, sont tantôt dirigées vers la conception tantôt vers la commande.

Notre travail s'inscrit dans l'axe de recherche de l'équipe machines électriques du laboratoire des systèmes électriques industriels. Il constitue une partie d'un travail lancée dans le cadre de doctorat qui consiste à la conception de machines multiphasées destinées aux applications de production de l'énergie électrique par l'éolienne.

Les objectifs de notre travail concernent la modélisation de la machine asynchrone double étoile à cage en tenant compte des harmoniques d'espace et de temps. La modélisation de la MASDE sera faite par l'adaptation du modèle analytique des circuits couplés, en considérant :

- les harmoniques d'espace de la force magnétomotrice ;
- les harmoniques de temps générés par l'onduleur d'alimentation ;

## CHAPITRE II

# Calcul des inductances de la MASDE en tenant compte des harmoniques d'espace

### II.1 Introduction

La représentation et la mise en équations électriques de la machine asynchrone double étoile (MASDE) en tenant compte des harmoniques d'espace nécessitent la connaissance de tous les paramètres électriques susceptibles d'intervenir dans les circuits électriques équivalents.

Nous présentons dans ce chapitre une procédure de calcul des inductances du stator de la machine asynchrone double étoile basée sur la théorie des forces magnétomotrices, et une méthode analytique de calcul des paramètres d'un rotor à cage qui tient compte de l'effet de peau et des harmoniques d'espace. Des résultats de simulations sont présentés et commentés.

### II.2 Description de la machine asynchrone double étoile (MASDE)

La MASDE est composée de deux enroulements triphasés au stator regroupés en deux étoiles décalées généralement de  $30^\circ$ . Les phases de la 1<sup>ère</sup> étoile sont notées par  $\{sa1 \ sb1 \ sc1\}$  et ceux de la 2<sup>ème</sup> étoile par  $\{sa2 \ sb2 \ sc2\}$ .

Le rotor de la MASDE, dans notre cas est à cage (barres en aluminium intégrés aux tôles ferromagnétiques), est considéré comme un bobinage composé de trois phases mobiles notées  $\{ra \ rb \ rc\}$ . La figure (II.1) donne la position des axes magnétiques des neuf enroulements formant les neuf phases.

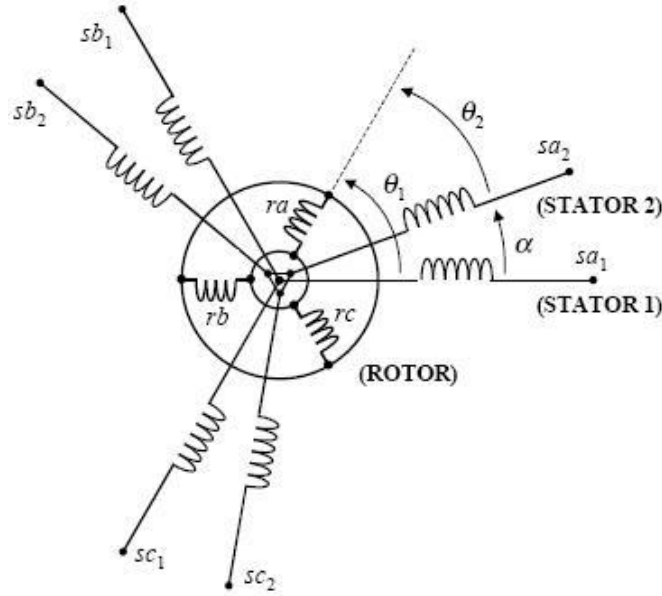


Fig. II.1 Axes magnétiques des enroulements de la MASDE.

On notera d'un indice 1 toutes les grandeurs relatives à la première étoile (stator 1), et d'un indice 2 celles relatives à la deuxième étoile (stator 2). L'angle  $\theta_1$  exprime la position de la phase (A) du rotor par rapport au stator1 (phase  $S_{a1}$ ), elle est donnée par :

$$\theta_1 = \Omega_M t + \theta_0. \quad (\text{II.1})$$

La position du rotor  $\theta_2$  par rapport au stator 2 (phase  $S_{a2}$ ) est exprimée par :

$$\theta_1 = \theta_2 + \alpha. \quad (\text{II.2})$$

Où  $\Omega_M$  représente la vitesse mécanique du rotor. En fonction de la pulsation fondamentale des courants statorique  $\omega_s$  et du glissement du premier stator  $g_1$ , on peut écrire :

$$\Omega_M = (1 - g_1) \frac{\omega_s}{p}. \quad (\text{II.3})$$

$p$  est le nombre de paire de pôles de la machine.

$$g_1 = \frac{\omega_s - p\Omega_M}{\omega_s}. \quad (\text{II.4})$$

Ce qui donne la pulsation du fondamental des courant rotoriques

$$\omega_r = g_1 \omega_s. \quad (\text{II.5})$$

### II.3 Description des différentes inductances de la (MASDE)

On distingue habituellement deux parties du flux : le flux de magnétisation créé par les lignes de champ qui traversent l'entrefer, et le flux de fuite créé par celles qui se referment dans les encoches et dans la région des têtes de bobines, on définit alors séparément les inductances de magnétisation et les inductances de fuite.

Le calcul des inductances propres et mutuelles de la MASDE est basé sur la méthode des forces magnétomotrices des enroulements double étoile en tenant compte des harmoniques d'espace. Les inductances de fuite d'encoche sont calculées en déterminant analytiquement les flux de fuite d'encoche. L'estimation des inductances de fuite des têtes de bobines est effectuée en utilisant l'expression donnée par P.L. Alger.

### II.4 Calcul des inductances de la MASDE :

Pour calculer les différentes inductances propres et mutuelles intervenants dans le modèle circuit de la MASDE, nous utiliserons la notion de fonction de bobinage ( $N_{s(abc)1}(\theta_1, \theta)$  pour le stator 1 et  $N_{s(abc)2}(\theta_2, \theta)$  pour le stator 2) comme étant les forces magnétomotrice créées par les bobines de chaque phase de la machine lorsqu'elles sont traversées par un courant de 1 ampère. Ainsi, la fmm d'une phase du stator 1 peut s'écrire comme suit :

$$\xi_{s(abc)1}(\theta_1, \theta) = N_{s(abc)1}(\theta_1, \theta) i_{s(abc)1} \quad (\text{II.6})$$

Pour une phase du stator 2, on peut écrire :

$$\xi_{s(abc)2}(\theta_2, \theta) = N_{s(abc)2}(\theta_2, \theta) i_{s(abc)2} \quad (\text{II.7})$$

#### II.4.1 Inductances propres et mutuelle des phases du stator

Les inductances propres des différentes phases des deux stators sont données par :

$$L_{s(abc)1}(\theta) = \frac{\mu_0 LR}{e} \int_0^{2\pi} N_{s(abc)1}(\theta_1, \theta) N_{s(abc)1}(\theta_1, \theta) d\theta \quad (\text{II.8})$$

Pour le premier stator, et par :

$$L_{s(abc)2}(\theta) = \frac{\mu_0 LR}{e} \int_0^{2\pi} N_{s(abc)2}(\theta_2, \theta) N_{s(abc)2}(\theta_2, \theta) d\theta \quad (\text{II.9})$$

Pour le deuxième stator. Les inductances mutuelles entre les phases statoriques peuvent s'exprimer par :

$$M_{s(abc)1.s(abc)2}(\theta) = \frac{\mu_0 LR}{e} \int_0^{2\pi} N_{s(abc)1}(\theta_1, \theta) N_{s(abc)2}(\theta_2, \theta) d\theta \quad (\text{II.10})$$

#### II.4.2 Calcul des inductances mutuelles stator-rotor :

Les inductances mutuelles stator-rotor sont données par, pour le stator (1) par:

$$M_{s(abc)1.r(abc)}(\theta) = \frac{\mu_0 LR}{e} \int_0^{2\pi} N_{s(abc)1}(\theta_1, \theta) N_{r(abc)}(\theta_r, \theta) d\theta \quad (\text{II.11})$$

et pour le stator (2) par:

$$M_{s(abc)2.r(abc)}(\theta) = \frac{\mu_0 LR}{e} \int_0^{2\pi} N_{s(abc)2}(\theta_2, \theta) N_{r(abc)}(\theta_r, \theta) d\theta \quad (\text{II.12})$$

#### II.4.3 Inductances de fuite statoriques :

Le flux de fuite dans une machine électrique comporte plusieurs termes selon la région de l'espace où il se développe. C'est ainsi que nous distinguons les fuites d'encoches, les fuites différentielles, les fuites des têtes de bobines...Chacun de ces flux définit une inductance dont la valeur dépend de la géométrie de la zone concernée.

Le couplage magnétique entre les phases statoriques est essentiellement dû au flux d'entrefer. Il existe en outre un couplage supplémentaire lié à certains flux de fuite. Si les courants de circulation sont importants, c'est parce que les inductances de fuite sont faibles. Ces dernières doivent donc être perçues comme un paramètre important de la machine double étoile.

#### a- Inductance de fuite d'encoches

On suppose que chaque encoche contienne deux bobines, et si l'aller d'une bobine est dans le haut d'une encoche son retour sera dans le bas de l'encoche opposé (Fig. II.2).

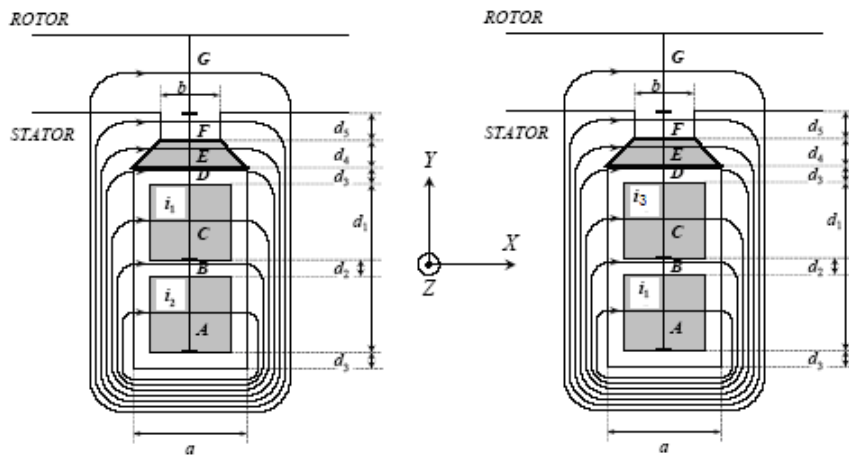


Fig. II.2 Géométrie des deux encoches aller et retour.

Le flux de fuite d'une bobine serait :

$$\Phi l_1 = \Phi' l_1 + \Phi'' l_1$$

avec  $\Phi l_1$ , représente le flux de fuite total de la bobine 1,  $\Phi' l_1$  le flux de fuite de l'encoche aller de la bobine 1 et  $\Phi'' l_1$  le flux de fuite de l'encoche retour de la bobine 1.

Le flux à travers l'encoche aller de la bobine 1 peut se décomposer alors comme suit :

$$\Phi' l_1 = \mu_0 L \left\{ \int_{YA} n_{1,A} h_A dY + \int_{YB} n_{1,B} h_B dY + \dots + \int_{YG} n_{1,G} h_G dY \right.$$

$$\Phi' l_1 = \Phi_{1,A} + \Phi_{1,B} + \Phi_{1,C} + \Phi_{1,D} + \Phi_{1,E} + \Phi_{1,F} + \Phi_{1,G}$$

Ce qui donne d'après [19] :

$$\begin{aligned} \Phi' l_1 = & \mu_0 \left( \frac{n_c}{2} \right)^2 \frac{L}{a} \left[ \frac{(d_1 - d_2)}{6} + d_3 + \frac{d_4}{\left(1 - \frac{b}{a}\right)} \ln\left(\frac{a}{b}\right) + \frac{d_5 a}{b} \right] i_1 \\ & + \mu_0 \left( \frac{n_c}{2} \right)^2 \frac{L}{a} \left[ \frac{(d_1 - d_2)}{4} + d_3 + \frac{d_4}{\left(1 - \frac{b}{a}\right)} \ln\left(\frac{a}{b}\right) + \frac{d_5 a}{b} \right] i_2 \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

$$\Phi' l_1 = l_t i_1 + m_{tb} i_2$$

La même chose pour la bobine 2, on aura :

$$\Phi' l_2 = l_b i_2 + m_{tb} i_1$$

Considérons maintenant l'encoche retour. Pour les bobinages à double couche, le courant  $i_1$  parcourt maintenant les conducteurs du fond d'encoche, et un autre courant  $i_3$  parcourt ceux du haut d'encoche, le flux de fuite de l'encoche retour de la bobine 1 est alors :

$$\Phi'' l_1 = l_b i_1 + m_{tb} i_3$$

Finalement, le flux de fuite total d'encoche de la bobine 1 s'écrit :

$$\Phi l_1 = \Phi' l_1 + \Phi'' l_1 = (l_t + l_b) i_1 + m_{tb} i_2 + m_{tb} i_3 \quad (\text{II.14})$$

où  $l_t$  représente la partie de l'inductance propre de fuite correspondant aux conducteurs du haut d'encoche,  $l_b$  celle correspondant aux conducteurs du fond d'encoche et  $m_{tb}$  l'inductance mutuelle de fuite entre les conducteurs du haut et du fond d'encoche.

Soit maintenant,  $N_e$  le nombre d'encoches et  $q$  le nombre de phases statoriques,  $r$  le raccourcissement du pas de bobinage. Le nombre d'encoches par phases est donc égal à  $\left(\frac{N_e}{q}\right)$ , ce qui correspond pour un bobinage en double couche au nombre de bobines par phase. Dans le cas de notre machine, les encoches aller et retour d'une bobine contiennent uniquement des conducteurs de la même phase ( $r = 1$ ). Alors pour la phase  $s_{a1}$  par exemple, le flux de fuite d'encoche par bobine, donné par la relation (II.14) ( $i_2 = i_3 = i_{sa1}$ ), devient :

$$\Phi l_{sa1(r=1)} = [(l_t + l_b) + 2m_{tb}] i_{sa1} \quad (\text{II.15})$$

Le flux de fuite d'encoche total par phase s'écrit donc :

$$\Phi l_{sa1(r=1)} = \left(\frac{N_e}{q}\right) \Phi l_{sa1(r=1)} = [(L_t + L_b) + 2M_{tb}] i_{sa1} \quad (\text{II.16})$$

Pour les autres phases, l'expression du flux de fuite d'encoche est identique. Sous forme matricielle, les flux de fuite d'encoche des phases statoriques s'écrivent :

$$[\Phi l_s] = \{[L l_s] + [M l_{ss}]\} [I_s] . \quad (\text{II.17})$$

Avec :

$$[\Phi l_s] = {}^t [\Phi l_{sa1} \Phi l_{sb1} \Phi l_{sc1} \Phi l_{sa2} \Phi l_{sb2} \Phi l_{sc2}] .$$

Les matrices des inductances propres et mutuelles de fuite sont les suivantes :

$$[L l_s] = (L_t + L_b) [I]_6$$

$$[M l_{ss}] = 2M_{tb} [I]_6$$

b- Inductance de fuite des têtes de bobines

Lorsqu'on se place aux extrémités d'une machine électrique, au voisinage des têtes de bobines, on ne peut faire aucune hypothèse quant à la répartition spatiale de l'induction. Il faut donc, en toute rigueur, résoudre un problème de calcul de champ tridimensionnel.

De nombreuses études ont été effectuées et ont conduit à des expressions analytiques qui donnent, avec une précision acceptable, la valeur de l'inductance de fuites des têtes de bobines. L'une des expressions utilisées est celle d'Alger [21] :

$$L_t = \mu_0 \frac{m N_s^2 D}{p^2} f(\beta) \quad (\text{II.18})$$

Où  $m$  est le nombre de phases,  $D$  le diamètre d'alésage et  $f(\beta)$  une fonction qui dépend du coefficient de raccourcissement, donnée par :

$$f(\beta) = \frac{\beta \tan(x)}{4} \left( 1 - \frac{\sin \beta \pi}{\beta \pi} \right) + \frac{K_d^2 K_r^2}{6} (1 + 0.12 \beta^2)$$

En triphasé, le coefficient de distribution  $K_d$  vaut 0.96 et lorsque l'angle  $x$  est égale à  $60^\circ$ , la fonction  $f(\beta)$  est assimilable à une droite d'équation :

$$f(\beta) = 0.3(3\beta - 1)$$

**II.5 Résultats de simulations**

Nous présentons dans cette partie des résultats de simulation des différentes inductances déterminées précédemment dans le cas d'une machine asynchrone triphasée classique dont le stator est transformé en double étoile.

Les figures II.3 à II.5 montrent la variation des inductances mutuelles stator – rotor. Sans raccourcissement du bobinage, la variation des mutuelles en fonction de la position du rotor n'est pas sinusoïdale, à cause de la présence d'harmoniques d'espace. On remarque que

l'amplitude de toutes les inductances est la même. Ces résultats montrent aussi clairement les décalages angulaires entre les différentes phases et entre les deux étoiles.

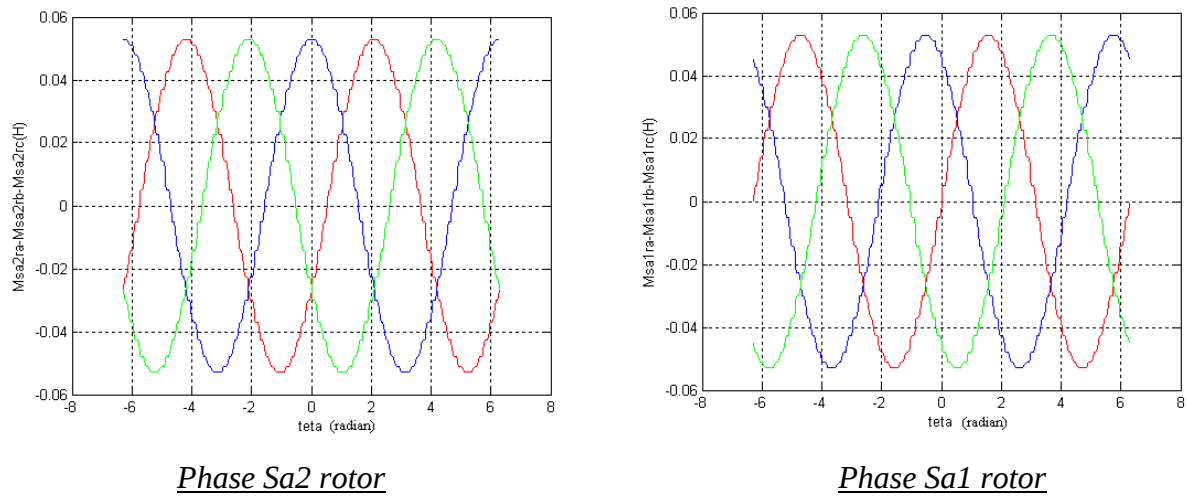


Fig. II.3 Inductances mutuelles stator – rotor

Sur les figures II.6 et II.7 nous avons représenté, respectivement les inductances propres de chaque phase des deux étoiles et l'inductance de fuite d'une phase statorique. Ces inductances sont indépendantes de la position du rotor. L'inductance de fuite du stator présente une valeur très faible.

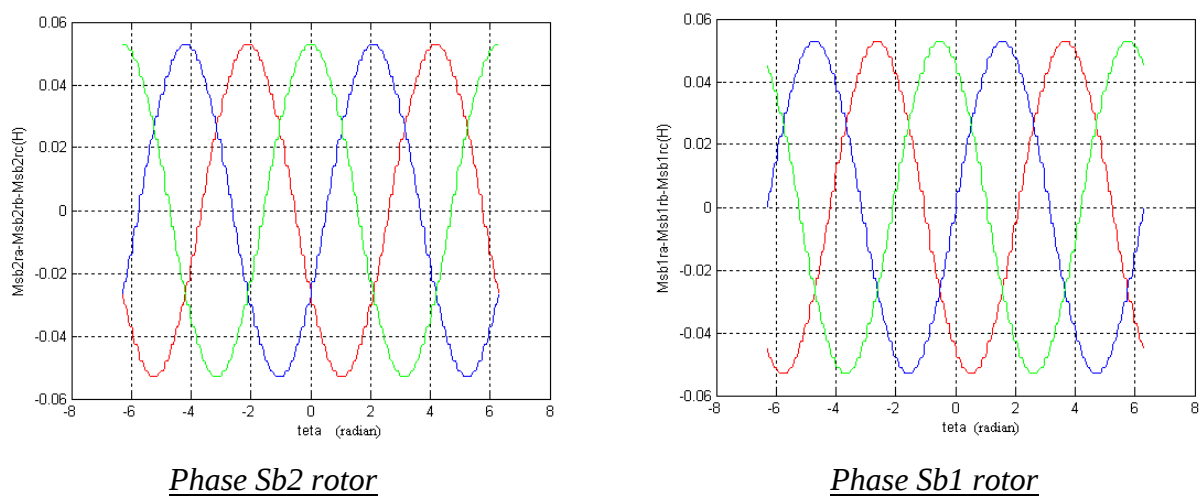


Fig.II.4. Inductances mutuelles stator – rotor

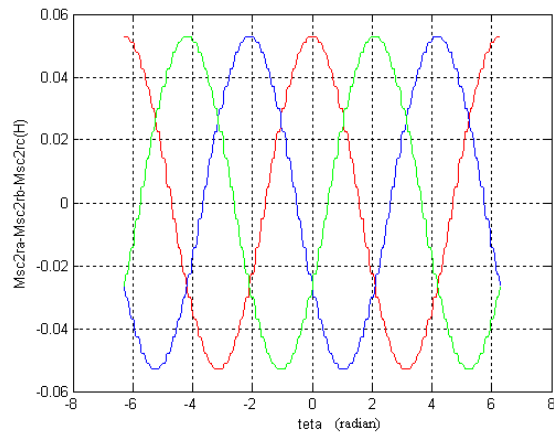
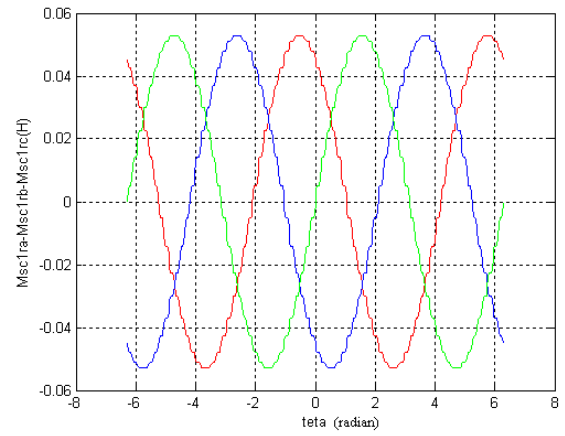
Phase Sc2 rotorPhase Sc1 rotor

Fig.II.5. Inductances mutuelles stator – rotor

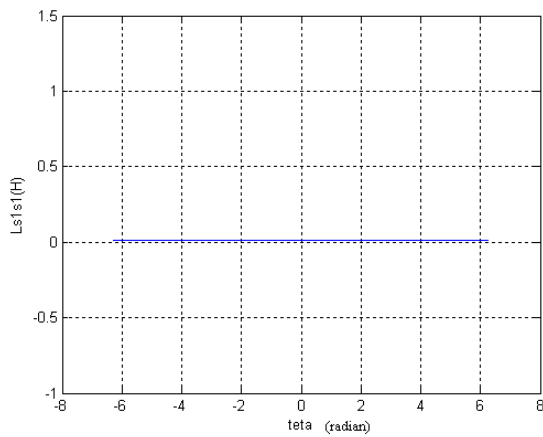
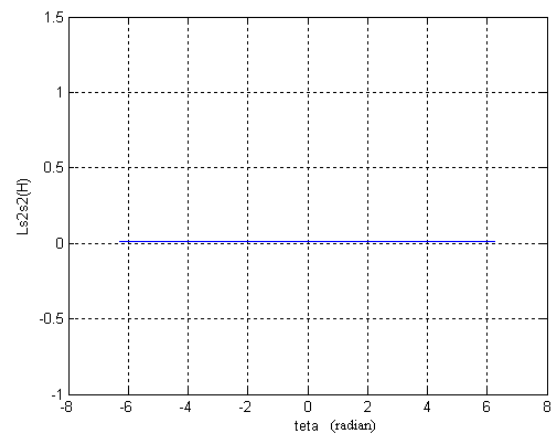
Etoile 1Etoile 2

Fig. II.6 Inductance propre du stator

## II.6 Calcul des paramètres de la cage de la machine asynchrone double étoile

Dans cette partie nous présentons une procédure de calcul permettant de déterminer les paramètres électriques de la cage de la machine asynchrone. Le calcul de ces paramètres permet de construire un modèle fidèle, surtout dans le cas de la prise en compte de l'effet des harmoniques d'espace. La méthode utilisée consiste à représenter la cage du moteur asynchrone à double étoile, par un circuit électrique dont les paramètres sont déterminés en utilisant une méthode analytique de calcul de champ. Il s'agit d'abord d'exprimer le flux du stator en fonction des courants du stator et du rotor, ensuite d'exprimer le flux d'entrefer en fonction du courant du rotor. Cette procédure permet, d'établir les expressions analytiques de l'ensemble des éléments du circuit de la cage du rotor [22] sous les hypothèses suivantes :

- le conducteur est supposé infiniment long selon la direction  $z$ . Le but de cette hypothèse est de négliger les effets de bord, cela signifie que toutes les grandeurs électromagnétiques étudiées sont constantes sur cet axe.
- dans la grande majorité des machines, le circuit magnétique du stator ainsi que du rotor sont constitués de tôles laminées, isolées entre elles et empilées parallèlement au plan  $(x, y)$ . Cette constitution implique que les tôles ne sont pas conductrices suivant l'axe  $z$ .
- l'étude est menée en considérant l'approximation des régimes quasi stationnaires  $\left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0\right)$ .
- la perméabilité relative du fer est de plusieurs milliers de fois supérieure à celle de l'air, du cuivre ou de l'aluminium. Elle sera supposée infinie  $\mu_0 \rightarrow \infty$ .

### II.6.1 Modèle de la cage d'écureuil

La cage du moteur asynchrone à double étoile considérée, présente  $N_r$  barre assimilable à un circuit polyphasé. Le décalage angulaire mécanique entre les barres est :

$$\alpha = \frac{2\pi}{N_r}$$

Vu la nature harmonique du champ créé par les deux étoiles du stator, les courants induits dans le rotor seront aussi de nature harmonique. En utilisant la notation complexe, chaque barre  $k$  sera traversée par un courant de la forme suivante :

$$i_k(t) = \operatorname{Re} \left( \sum_n \bar{I}_{k,n} e^{(gn\omega t)} \right) \quad (\text{II.19})$$

Ces courants induits vont créer à leurs tours un champ magnétique harmonique qui se compose avec celui du stator.

#### a- Modélisation d'une barre rectangulaire en présence de l'effet de peau

Dans un premier temps, attachons nous à montrer l'existence de l'effet de peau dans une barre rectangulaire. Pour y parvenir, imaginons une plaque constituée d'un matériau conducteur massif (cuivre, aluminium,...) dont l'épaisseur est constante et la surface infinie. Cette plaque est juxtaposée à du fer au niveau de sa partie inférieure et à de l'air pour sa partie supérieure (Fig. II.8). Imaginons dans cette plaque une barre rectangulaire de hauteur  $h$ , de largeur  $a$  et de longueur infinie parcourue par un courant  $I_z(t)$  suivant l'axe  $z$ . Il est donc évident qu'au vue de la structure géométrique de la plaque, la densité de courant en un point ne dépend que de la coordonnée  $y$  et  $x$  de ce point.

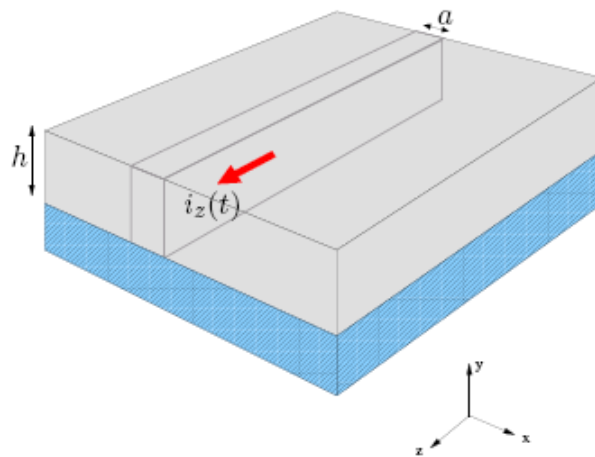


Fig. II.8 Barre rectangulaire noyée dans un conducteur massif.

Pour tenir compte de l'effet de peau dans la barre, nous considérons l'hypothèse du régime quasi-stationnaire et nous écrivons les équations de maxwell.

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \\ \operatorname{Rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{Rot}(\vec{H}) = \vec{J} \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Ainsi que les équations des milieux :

$$\begin{cases} \vec{J} = \sigma \vec{E} \\ \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

Le vecteur de la densité du courant  $\vec{J}$  est colinéaire au courant imposé  $I_z(t)$ . L'hypothèse selon laquelle les longueurs sont infinies suivant l'axe (z) permet d'affirmer que cette densité de courant ne dépend que de (y) et de temps (t).

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_z(y, t) \end{pmatrix}.$$

La densité de courant peut alors s'écrire de la manière suivante :

$$J_z(y, t) = \sum_n J_{zn}(y) e^{j(gn\alpha t - np\theta_r)} = \left[ \sum_n J_{zn}(y) e^{j(np\theta_r)} \right] e^{j(gn\alpha t)} = \sum_n \bar{J}_{zn}(y) e^{j(gn\alpha t)} \quad (\text{II.22})$$

sachant que :

$$\begin{cases} \theta = \theta_r + \Omega_r t \\ \Omega_r = (1 - g)\Omega \\ g_n = 1 - (1 - g)n \end{cases}$$

La variation de  $\vec{J}$  en fonction de la position y se déduit du calcul du Laplacien de la densité de courant. En effet :

$$\vec{\Delta}J = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial^2 \bar{J}_z(y,t)}{\partial y^2} \end{Bmatrix} = \sigma\mu_0 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial \bar{J}_z(y,t)}{\partial t} \end{Bmatrix}$$

Identifions les deux expressions du Laplacien déterminées ci-dessus on obtient:

$$\frac{\partial \bar{J}_z(y,t)}{\partial y^2} = \sigma\mu_0 \frac{\partial \bar{J}_z(y,t)}{\partial t}.$$

Ce qui conduit à écrire :

$$\frac{\partial^2 \bar{J}_z(y)}{\partial y^2} e^{(jgn\omega t)} = \sum_n jgn\omega\sigma\mu_0 \bar{J}_{zn}(y) e^{(jgn\omega t)}. \quad (\text{II.23})$$

L'équation (II.23) représente une équation différentielle du second ordre dont la solution s'écrit :

$$\bar{J}_z(y) = \sum \left[ \bar{A}_n e^{\bar{\beta}_n y} + \bar{B}_n e^{-\bar{\beta}_n y} \right]. \quad (\text{II.24})$$

Où le coefficient  $\bar{\beta}_n$  est donné par:

$$\bar{\beta}_n = (1+j) \sqrt{\frac{g_n \omega \mu_0 \sigma}{2}} = \frac{(1+j)}{\delta_n}. \quad (\text{II.25})$$

Le coefficient  $\delta_n$  est appelé épaisseur de peau ou profondeur de pénétration. Multipliée par la largeur du matériau, cela correspond à une surface dans laquelle se concentre plus des deux tiers du courant total  $(1 - e^{-1})$ , son expression est la suivante :

$$\delta_n = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \sigma g_n \pi f}}.$$

b- Flux statorique en fonction des courants du stator et du rotor :

Nous supposons que le rotor est symétrique et porte à sa surface une densité de courant superficielle donnée par (II.22), dans le repère statorique cette grandeur peut s'écrire :

$$\bar{J}_z = \sum_n \bar{J}_{zn} e^{(n\alpha - np\theta)} \quad (\text{II.26})$$

Et le flux crée par cette densité de courant dans l'entrefer est :

$$\Phi_{ef} = \text{Re}(\bar{A}_{ef} e^{(j\alpha)}). \quad (\text{II.27})$$

avec :

$$\bar{A}_{ef} = \sum_n \frac{2l\mu_0 R^2 N_s K_{sn}}{n^2 p^2 e} \bar{J}_{zn}$$

représente l'amplitude du flux crée dans l'entrefer. En ajoute le flux produit par le courant d'une phase de stator on obtient l'expression de flux total :

$$\bar{A}_{e.total} = \left( \sum_n \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0 R l N_s^2 K_{sn}^2}{n^2 p^2 e} + L_{sf} \right) \bar{I}_a + \sum_n \frac{2l\mu_0 R^2 N_s K_{sn}}{n^2 p^2 e} \bar{J}_{zn}. \quad (\text{II.28})$$

Sachant que:

$$\bar{I}_{2n} = \frac{\pi R}{3 N_s K_{sn}} \bar{J}_{zn}. \quad (\text{II.29})$$

et en posant :

$$Lm_n = \left( \frac{3}{2} \frac{4\mu_0 R l N_s^2 K_{sn}^2}{\pi n^2 p^2 e} \right).$$

on retrouve l'expression du flux total au stator en fonction de courant du stator et du rotor :

$$\bar{A}_{e.total} = \left( \sum_n Lm_n + L_{sf} \right) \bar{I}_a + \sum_n Lm_n \bar{I}_{2n}. \quad (\text{II.30})$$

c- Flux d'entrefer en fonction des paramètres ramenés au stator

On s'intéresse dans cette partie à la description du courant de rotor en termes de flux d'entrefer. En fonction de la valeur efficace du courant dans une barre de la cage, l'amplitude de la densité du courant superficielle ( $\bar{J}_n$ ) à la surface de rotor, donnée par (II.26), peut s'écrire en fonction de la valeur efficace du courants dans la barre [23] par :

$$\bar{J}_n = \frac{I}{2\pi R} \sum_{k=0}^{Nr-1} e^{j\left((n-1)\frac{2\pi kp}{Nr}\right)}. \quad (\text{II.31})$$

avec :

$$\sum_{k=0}^{Nr-1} e^{j\left((n-1)\frac{2\pi kp}{Nr}\right)} = \begin{cases} Nr & \text{si } (n-1)\frac{p}{Nr} = \text{entier.} \\ 0 & \text{sin on} \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} (n-1)\frac{p}{Nr} = -1 & \text{si } n = -\frac{Nr-p}{p} \\ (n-1)\frac{p}{Nr} = 0 & \text{si } n = 1 \\ (n-1)\frac{p}{Nr} = 1 & \text{si } n = \frac{Nr+p}{p} \end{cases}.$$

A partir de ces approximations, la densité de courant à la surface de rotor pour chaque harmonique peut s'écrire :

$$J_n = \text{Re}\left(\frac{Nr\bar{I}}{2\pi R} e^{j(\omega t - np\theta^*)}\right). \quad (\text{II.32})$$

Et l'induction magnétique correspondante sera :

$$B_m = \text{Re}\left(\bar{B}_m e^{j(\omega t - np\theta^*)}\right) \quad (\text{II.33})$$

avec :

$$\bar{B}_m = -j\mu_0 \frac{R}{npe} \bar{J}_n$$

En faisant appel à la loi de Faraday, le champ électrique  $E$  dans l'entrefer sera:

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \Rightarrow \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} E_m = -\frac{\partial B_m}{\partial t}. \quad (\text{II.34})$$

Le champ électrique  $E_m$  est de la forme:

$$E_m = \text{Re}(\bar{E}_n e^{j(\omega t - n p \theta)}).$$

Le champ électrique équivalent à une barre est :

$$\bar{E}_1 + \bar{E}_{n-} + \bar{E}_{n+} = \bar{Z}_{\text{barre}} \bar{I} \Rightarrow \bar{E}_1 = \bar{Z}_{\text{barre}} \bar{I} + j \frac{\mu_0 N_r \omega R}{2\pi e} \left( \frac{1}{(n+p)^2} + \frac{1}{(n-p)^2} \right) \bar{I}. \quad (\text{II.35})$$

où  $\bar{E}_1$  représente le champ fondamental de l'espace,  $\begin{Bmatrix} \bar{E}_{n+} \\ \bar{E}_{n-} \end{Bmatrix}$  représente les champs produits seulement par des courants de rotor et représentent l'impédance réactive additionnelle au rotor (l'inductance de fuite de zigzag) et  $\bar{Z}_{\text{barre}}$  l'impédance de la barre du rotor. Sachant que le courant rotorique ramené au stator  $\bar{I}_2$ , est donné par:

$$\bar{I}_n = \frac{6N_s K_{sn}}{N_r K_m} \bar{I}_{2n}$$

avec  $K_r$  représente le facteur d'inclinaison des barres de rotor, Le champ électrique dans la surface de rotor devient :

$$\bar{E}_1 = \bar{I}_{2n} \left[ \frac{6N_s K_{sn}}{N_r K_m} \bar{Z}_{\text{barre}} + j\omega_m \frac{3}{\pi} \frac{\mu_0 N_s K_{sn} R}{e K_m} \left( \frac{1}{(n+p)^2} + \frac{1}{(n-p)^2} \right) \right]. \quad (\text{II.36})$$

La tension dans l'entrefer pour l'harmonique  $n$  est :

$$\bar{V}_{ef(n)} = -\bar{I}_{2n} \left[ \frac{12N_s^2 K_{sn}^2}{NrKrn} \left( \frac{R_{barre}}{gn} + jL_{barre} \omega \right) + j\omega \frac{6}{\pi} \frac{\mu_0 R I N_s^2 K_{sn}^2}{eK_m} \left( \frac{1}{(Nr+np)^2} + \frac{1}{(Nr-np)^2} \right) \right].$$

En écrivant l'impédance d'une barre sous la forme :

$$Z_{barre(n)} = R_{barre(n)} + j\omega_r L_{barre(n)}.$$

On obtient :

$$R_m = \frac{12N_s^2 K_{sn}^2}{NrK_m} R_{barre(n)}. \quad (II.37)$$

$$X_m = \omega \frac{12N_s^2 K_{sn}^2}{NrK_m} L_{barre(n)} + \omega \frac{\pi}{6} \frac{\mu_0 R I N_s^2 K_{sn}^2}{eK_m} \left( \frac{1}{(Nr+np)^2} + \frac{1}{(Nr-np)^2} \right). \quad (II.38)$$

## II.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons calculé les différentes inductances de la MASDE (propres, mutuelles et inductances de fuite) ainsi que les paramètres du rotor à cage. La détermination de ces paramètres avec prise en compte des harmoniques d'espace, nous permettra d'établir le modèle circuit de la MASDE et d'étudier ces performances en considérant les harmoniques d'espace. C'est l'objet du chapitre suivant.

## CHAPITRE III

# Modèle circuit de la MASDE en tenant compte des harmoniques d'espace

### III.1 Introduction

La modélisation d'une machine électrique est une phase primordiale et indispensable pour l'étude et la maîtrise de son fonctionnement. Les progrès de l'informatique permettent maintenant de réaliser des modélisations réalistes qui peuvent conduire à envisager l'optimisation de la machine ou de prévoir des comportements plus variés que ceux de l'observation expérimentale.

L'objectif de ce chapitre est d'établir un modèle circuit de la MASDE, qui permet de prendre en considération les harmoniques d'espace. Nous présentons d'abord les équations électriques de la machine asynchrone à double étoile (MASDE), puis nous utiliserons la notion des flux complexes pour établir les schémas équivalents relatifs aux harmoniques d'espace. Notre étude sera prendre comme paramètre le décalage angulaire entre les deux étoiles du stator, ce qui permettra d'étudier différentes configurations de bobinages. Des résultats de simulations des performances de la machine étudiée seront présentés et commentés.

### III.2 Principe de fonctionnement de la MASDE

La machine asynchrone double étoile telle qu'elle est décrite dans le chapitre précédent (section II.2) est composée de deux enroulements triphasés au stator regroupés en deux étoiles décalées d'un angle  $\alpha$ . Des courants triphasés de fréquence  $f_s$  alimentant l'étoile (1) du stator de la machine, donnent naissance à un champ tournant à la vitesse de synchronisme ( $N_s$ ) [24] [25], donnée par :

$$N_s = \frac{f_s}{p} [tr / s] .$$

Les mêmes courants triphasés mais décalés d'un angle  $\alpha$  alimentant l'enroulement (2), du même stator donnent eux aussi naissance à un autre champ tournant à la même vitesse de synchronisme ( $N_s$ ). Ces deux champs tournants, produits par les deux enroulements statorique, vont induire des courants dans les conducteurs du rotor, générant ainsi des forces électromotrices qui feront tourner le rotor à une vitesse ( $N_r$ ) inférieure à celle du synchronisme ( $N_r < N_s$ ), ainsi les effets de l'induction statorique sur les courants induits rotoriques se manifestent par l'élaboration d'un couple de force électromagnétique sur le rotor tel que l'écart de vitesse soit réduit.

### III.3 Modèle circuit de la machine asynchrone triphasée double étoile

Sachant que les paramètres intervenant dans le circuit électrique de la MASDE sont déterminés, les équations électriques correspondantes peuvent aboutir facilement à un schéma équivalent.

#### III.3.1 Equations des Tensions

En tenant compte de la représentation des enroulements des deux stators et du rotor (Fig.II.1), les équations de tensions relatives aux phases des deux enroulements du stator et des phases de l'enroulement triphasé équivalent de la cage du rotor, s'écrivent sous forme matricielle comme suit [26]:

$$[V_{s(abc)1}] = [R_{s1}][I_{s(abc)1}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{s(abc)1}] . \quad (\text{III.1})$$

$$[V_{s(abc)2}] = [R_{s2}][I_{s(abc)2}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{s(abc)2}] \quad (\text{III.2})$$

$$[V_m] = [R_m][I_{m(abc)}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{m(abc)}] . \quad (\text{III.3})$$

Qu'on peut écrire aussi sous la forme :

$$\begin{bmatrix} [V_s] \\ [V_m] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s] & [0]_{6 \times 3} \\ [0]_{3 \times 6} & [R_m] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_s] \\ [I_m] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [\Phi_s] \\ [\Phi_m] \end{bmatrix}. \quad (\text{III.4})$$

Sachant que :

$$[V_s] = \begin{bmatrix} V_{s(abc)1} \\ V_{s(abc)2} \end{bmatrix}, \quad [R_s] = \begin{bmatrix} R_{s1} \\ R_{s2} \end{bmatrix}, \quad [I_s] = \begin{bmatrix} I_{s(abc)1} \\ I_{s(abc)2} \end{bmatrix}, \quad [\Phi_s] = \begin{bmatrix} \Phi_{s(abc)1} \\ \Phi_{s(abc)2} \end{bmatrix}.$$

avec :

$$[V_{s(abc)1}] = \begin{bmatrix} V_{sa1} \\ V_{sb1} \\ V_{sc1} \end{bmatrix}, \quad [V_{s(abc)2}] = \begin{bmatrix} V_{sa2} \\ V_{sb2} \\ V_{sc2} \end{bmatrix}.$$

$$[I_{s(abc)1}] = \begin{bmatrix} I_{sa1} \\ I_{sb1} \\ I_{sc1} \end{bmatrix}, \quad [I_{s(abc)2}] = \begin{bmatrix} I_{sa2} \\ I_{sb2} \\ I_{sc2} \end{bmatrix}, \quad [I_{rn(abc)}] = \begin{bmatrix} I_{rna} \\ I_{rnb} \\ I_{rnc} \end{bmatrix}.$$

$$[R_{s1}] = \begin{bmatrix} r_{s1} & 0 & 0 \\ 0 & r_{s1} & 0 \\ 0 & 0 & r_{s1} \end{bmatrix}, \quad [R_{s2}] = \begin{bmatrix} r_{s2} & 0 & 0 \\ 0 & r_{s2} & 0 \\ 0 & 0 & r_{s2} \end{bmatrix}, \quad [R_r] = \begin{bmatrix} r_r & 0 & 0 \\ 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & r_r \end{bmatrix}$$

$r_{s1}, r_{s2}, r_r$  représentent, respectivement, la résistance d'une phase des deux stators et du rotor.

Les tensions et les courants du stator et du rotor sont donnés par :

$$\begin{cases} v_{s(abc)1} = V_{s(abc)1} \cos(\omega_s t - \varphi_{vs(abc)1} - (q-1)\frac{2\pi}{3}) \\ i_{s(abc)1} = I_{s(abc)1} \cos(\omega_s t - \varphi_{is(abc)1} - (q-1)\frac{2\pi}{3}) \\ q = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

pour le stator (1), et

$$\begin{cases} v_{s(abc)2} = V_{s(abc)2} \cos(\omega_s t - \varphi_{vs(abc)2} - \alpha - (q-1)\frac{2\pi}{3}) \\ i_{s(abc)2} = I_{s(abc)2} \cos(\omega_s t - \varphi_{is(abc)2} - \alpha - (q-1)\frac{2\pi}{3}) \\ q = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

pour le stator (2). Dans la cage du rotor, les courants sont harmoniques, on peut écrire pour un harmonique de rang  $n$  :

$$\begin{cases} i_{r(abc)n} = I_m \cos(g_n \omega_s t - \varphi_{ir(abc)n} - (q-1)\frac{2\pi}{3}) \\ q = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

où  $g_n$  représente le glissement de l'harmonique d'espace de rang  $n$ , donné par :

$$g_n = 1 \pm n(1 - g)$$

### III.3.2 Equations du flux magnétique

Les flux du stator et du rotor en fonction des inductances sont donnés par :

$$\begin{bmatrix} \Phi_s \\ \Phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & M_{sr} \\ M_{sr} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} \quad (\text{III.8})$$

Avec :

$$L_{ss} = \begin{bmatrix} L_{s1,s1} & L_{s1,s2} \\ L_{s2,s1} & L_{s2,s2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.9})$$

$$M_{sr} = \begin{bmatrix} M_{s1,r} \\ M_{s2,r} \end{bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

En tenant compte des harmoniques d'espace, les mutuelles inductances, entre les enroulements statorique et rotoriques sont résumées dans les tableaux III.1 et III.2.

Tab III.1 mutuelles inductances entre les phases de l'étoile 1 et le rotor.

| Stator/rotor | $r_A$                                                       | $r_B$                                                       | $r_C$                                                       |
|--------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| $S_{a1}$     | $\sum_n M_{sm} \cos(n\theta_1)$                             | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n\theta_1 + \frac{2\pi}{3}\right)$ | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n\theta_1 - \frac{2\pi}{3}\right)$ |
| $S_{b1}$     | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n\theta_1 - \frac{2\pi}{3}\right)$ | $\sum_n M_{sm} \cos(n\theta_1)$                             | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n\theta_1 + \frac{2\pi}{3}\right)$ |
| $S_{c1}$     | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n\theta_1 + \frac{2\pi}{3}\right)$ | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n\theta_1 - \frac{2\pi}{3}\right)$ | $\sum_n M_{sm} \cos(n\theta_1)$                             |

Tab III.2 mutuelles inductances entre les phases de l'étoile 2 et le rotor.

| Stator<br>rotor | $r_A$                                                                  | $r_B$                                                                  | $r_C$                                                                  |
|-----------------|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $S_{a2}$        | $\sum_n M_{sm} \cos(n(\theta_1 - \alpha))$                             | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n(\theta_1 - \alpha) + \frac{2\pi}{3}\right)$ | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n(\theta_1 - \alpha) - \frac{2\pi}{3}\right)$ |
| $S_{b2}$        | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n(\theta_1 - \alpha) - \frac{2\pi}{3}\right)$ | $\sum_n M_{sm} \cos(n(\theta_1 - \alpha))$                             | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n(\theta_1 - \alpha) + \frac{2\pi}{3}\right)$ |
| $S_{c2}$        | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n(\theta_1 - \alpha) + \frac{2\pi}{3}\right)$ | $\sum_n M_{sm} \cos\left(n(\theta_1 - \alpha) - \frac{2\pi}{3}\right)$ | $\sum_n M_{sm} \cos(n(\theta_1 - \alpha))$                             |

L'amplitude des ces inductances mutuelle est donnée par :

$$M_{sm} = \frac{\mu_0 LR}{e} \frac{4(N_s K_{sn})(N_r K_{rm})}{\pi^2 P^2} \quad (III.11)$$

La matrice inductance mutuelle  $[M_{sr}]$  s'écrit :

$$[M_{sr}] = \sum_{n=0}^{+\infty} M_{sm} \begin{bmatrix} \cos(n\theta_1) & \cos\left(n\theta_1 + \frac{2n\pi}{3}\right) & \cos\left(n\theta_1 + \frac{4n\pi}{3}\right) \\ \cos\left(n\theta_1 - \frac{2n\pi}{3}\right) & \cos(n\theta_1) & \cos\left(n\theta_1 + \frac{2n\pi}{3}\right) \\ \cos\left(n\theta_1 - \frac{4n\pi}{3}\right) & \cos\left(n\theta_1 - \frac{2n\pi}{3}\right) & \cos(n\theta_1) \\ \cos(n\theta_1 - n\alpha) & \cos\left(n\theta_1 - n\alpha + \frac{2n\pi}{3}\right) & \cos\left(n\theta_1 - n\alpha + \frac{4n\pi}{3}\right) \\ \cos\left(n\theta_1 - n\alpha - \frac{2n\pi}{3}\right) & \cos(n\theta_1 - n\alpha) & \cos\left(n\theta_1 - n\alpha + \frac{2n\pi}{3}\right) \\ \cos\left(n\theta_1 - n\alpha - \frac{4n\pi}{3}\right) & \cos\left(n\theta_1 - n\alpha - \frac{2n\pi}{3}\right) & \cos(n\theta_1 - n\alpha) \end{bmatrix} \quad (III.12)$$

avec :

$$[M_{rs}] = {}^t [M_{sr}]. \quad (\text{III.13})$$

Les matrices inductances propres de magnétisation statoriques ( $[Lm_s]$ ) et rotoriques ( $[Lm_r]$ ) sont donnée par :

$$[Lm_{sn}] = Lm_{sn} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [Lm_r] = Lm_m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Avec :

$$L_{msn} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\mu_0 LR}{e} \frac{4(N_s K_{sn})^2}{\pi n^2 P^2} \quad (\text{III.14})$$

$$L_{mm} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\mu_0 LR}{e} \frac{4(N_r K_m)^2}{\pi n^2 P^2} \quad (\text{III.15})$$

Les différentes inductances de fuite statoriques et rotoriques sont données par les matrices suivantes :

$$[Ll_s] = \begin{bmatrix} Ll_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Ll_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ll_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Ll_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Ll_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Ll_s \end{bmatrix}, \quad [Ll_r] = \begin{bmatrix} Ll_r & 0 & 0 \\ 0 & Ll_r & 0 \\ 0 & 0 & Ll_r \end{bmatrix}.$$

### III.4 Modèle complexe des flux :

L'exploitation des relations flux courants à travers les inductances des enroulements, nous permet d'écrire pour le stator (1) :

$$\begin{aligned}
 \bar{\Phi}_{sa1} = & \left( Ll_s + \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} \right) \bar{I}_{sa1} + \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} \cos\left(\frac{2n\pi}{3}\right) \bar{I}_{sb1} + \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} \cos\left(\frac{4n\pi}{3}\right) \bar{I}_{sc1} \\
 & + \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} \cos(n\alpha) \bar{I}_{sa2} + \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} \cos\left(n\alpha + \frac{2n\pi}{3}\right) \bar{I}_{sb2} + \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} \cos\left(n\alpha + \frac{4n\pi}{3}\right) \bar{I}_{sc2} \\
 & + \sum_{n=0}^{+\infty} M_{srn} \cos(np\theta_1) \bar{I}_{rna} + \sum_{n=0}^{+\infty} M_{srn} \cos\left(np\theta_1 + \frac{2n\pi}{3}\right) \bar{I}_{rnb} + \sum_{n=0}^{+\infty} M_{srn} \cos\left(np\theta_1 - \frac{2n\pi}{3}\right) \bar{I}_{rnc}
 \end{aligned} \tag{III.16}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\Phi}_{sa1} = & Ll_s \bar{I}_{sa1} + \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} \left[ \bar{I}_{sa1} + \cos\left(\frac{2n\pi}{3}\right) \bar{I}_{sb1} + \cos\left(\frac{4n\pi}{3}\right) \bar{I}_{sc1} \right] \\
 & + \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} \left[ \cos(n\alpha) \bar{I}_{sa2} + \cos\left(n\alpha + \frac{2n\pi}{3}\right) \bar{I}_{sb2} + \cos\left(n\alpha + \frac{4n\pi}{3}\right) \bar{I}_{sc2} \right] \\
 & + \sum_{n=0}^{+\infty} M_{srn} \left[ \cos(np\theta_1) \bar{I}_{rna} + \cos\left(np\theta_1 + \frac{2n\pi}{3}\right) \bar{I}_{rnb} + \cos\left(np\theta_1 - \frac{2n\pi}{3}\right) \bar{I}_{rnc} \right]
 \end{aligned} \tag{III.17}$$

En développant les cosinus sous forme exponentielle, et en introduisant

l'opérateur  $a^n = e^{jn\frac{2\pi}{3}}$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
 \bar{\Phi}_{sa1} = & Ll_s \bar{I}_{sa1} + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{Lm_{sn}}{2} \left[ 2\bar{I}_{sa1} + (a^n + a^{2n}) \bar{I}_{sb1} + (a^{2n} + a^n) \bar{I}_{sc1} \right] \\
 & + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{Lm_{sn}}{2} \left[ (e^{jn\alpha} + e^{-jn\alpha}) \bar{I}_{sa2} + (a^n e^{jn\alpha} + a^{2n} e^{-jn\alpha}) \bar{I}_{sb2} + (a^{2n} e^{jn\alpha} + a^n e^{-jn\alpha}) \bar{I}_{sc2} \right] \tag{III.18} \\
 & + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{M_{srn}}{2} \left[ (e^{jn\theta_1} + e^{-jn\theta_1}) \bar{I}_{rna} + (a^n e^{jn\theta_1} + a^{2n} e^{-jn\theta_1}) \bar{I}_{rnb} + (a^{2n} e^{jn\theta_1} + a^n e^{-jn\theta_1}) \bar{I}_{rnc} \right].
 \end{aligned}$$

En remplaçant les différents courants, pour le stator (1)  $\{\bar{I}_{sa1}, \bar{I}_{sb1}, \bar{I}_{sc1}\}$  et le stator (2)  $\{\bar{I}_{sa2}, \bar{I}_{sb2}, \bar{I}_{sc2}\}$  et pour le rotor  $\{\bar{I}_{rna}, \bar{I}_{rnb}, \bar{I}_{rnc}\}$ , par leur représentation complexe qui s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} \bar{I}_{sa1} = I_{s1} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is1}} \\ \bar{I}_{sb1} = I_{s1} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is1}} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ \bar{I}_{sc1} = I_{s1} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is1}} e^{+j\frac{2\pi}{3}} \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

$$\begin{cases} \bar{I}_{sa2} = I_{s2} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is2}} e^{-j\alpha} \\ \bar{I}_{sb2} = I_{s2} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is2}} e^{-j\alpha} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ \bar{I}_{sc2} = I_{s2} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is2}} e^{-j\alpha} e^{+j\frac{2\pi}{3}} \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

$$\begin{cases} \bar{I}_{ma} = I_m e^{jgn\omega t} e^{-j\phi_{ir}} \\ \bar{I}_{mb} = I_m e^{jgn\omega t} e^{-j\phi_{ir}} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ \bar{I}_{mc} = I_m e^{jgn\omega t} e^{-j\phi_{ir}} e^{+j\frac{2\pi}{3}} \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

On obtient:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{sa1} = & L l_s I_{s1} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is1}} + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{L m_{sn}}{2} \left[ \frac{2 I_{s1} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is1}} + (a^n + a^{2n}) I_{s1} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is1}} a^{-1} +}{(a^{2n} + a^n) I_{s1} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is1}} a} \right] \\ & + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{L m_{sn}}{2} \left[ \frac{(e^{jn\alpha} + e^{-jn\alpha}) I_{s2} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is2}} e^{-j\alpha} + (a^n e^{jn\alpha} + a^{2n} e^{-jn\alpha}) I_{s2} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is2}} e^{-j\alpha} a^{-1} +}{(a^{2n} e^{jn\alpha} + a^n e^{-jn\alpha}) I_{s2} e^{j\omega t} e^{-j\phi_{is2}} e^{-j\alpha} a} \right] \\ & + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{M_{srn}}{2} \left[ \frac{(e^{jn\theta_1} + e^{-jn\theta_1}) I_{rn} e^{jgn\omega t} e^{-j\phi_{ir}} + (a^n e^{jn\theta_1} + a^{2n} e^{-jn\theta_1}) I_{rn} e^{jgn\omega t} e^{-j\phi_{ir}} a^{-1}}{(a^{2n} e^{jn\theta_1} + a^n e^{-jn\theta_1}) I_{rn} e^{jgn\omega t} e^{-j\phi_{ir}} a} \right]. \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

$$\begin{aligned}
\bar{\Phi}_{sa1} = e^{j\omega t} & \left\{ I_{s1} e^{-j\phi_{s1}} \left[ Ll_s + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{Lm_{sn}}{2} \left( 2 + (a^n + a^{2n})a^{-1} + (a^{2n} + a^n)a \right) \right] \right. \\
& + I_{s2} e^{-j\phi_{s2}} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{Lm_{sn}}{2} \left[ \left( e^{jn\alpha} + e^{-jn\alpha} \right) e^{-j\alpha} + (a^n e^{jn\alpha} + a^{2n} e^{-jn\alpha}) e^{-j\alpha} a^{-1} \right] \\
& \left. + I_{rn} e^{-j\phi_{ir}} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{M_{srn}}{2} \left[ \left( e^{jn\theta_1} + e^{-jn\theta_1} \right) e^{j(gn-1)\omega t} + (a^n e^{jn\theta_1} + a^{2n} e^{-jn\theta_1}) e^{j(gn-1)\omega t} a^{-1} \right] \right\} \quad (III.23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\Phi}_{sa1} = e^{j\omega t} & \left\{ I_{s1} e^{-j\phi_{s1}} \left[ Ll_s + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{Lm_{sn}}{2} \left( 2 + a^{n-1} + a^{-n-1} + a^{-n+1} + a^{n+1} \right) \right] \right. \\
& I_{s2} e^{-j\phi_{s2}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{Lm_{sn}}{2} \left[ e^{-j(-n+1)\alpha} + e^{-j(n+1)\alpha} + a^{n-1} e^{-j(-n+1)\alpha} + a^{-n-1} e^{-j(n+1)\alpha} \right] \\
& \left. + e^{j\omega t} \left\{ I_{rn} e^{-j\phi_{ir}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{M_{srn}}{2} \left[ e^{j[(gn-1)\omega t + n\theta_1]} + e^{j[(gn-1)\omega t - n\theta_1]} + a^{n-1} e^{j[(gn-1)\omega t + n\theta_1]} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. a^{-n-1} e^{j[(gn-1)\omega t - n\theta_1]} + a^{-n+1} e^{j[(gn-1)\omega t + n\theta_1]} + a^{n+1} e^{j[(gn-1)\omega t - n\theta_1]} \right] \right\} \right\} \quad (III.24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\Phi}_{sa1} = e^{j\omega t} & \left\{ I_{s1} e^{-j\phi_{s1}} \left[ Ll_s + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{Lm_{sn}}{2} \left( 2 - a^{2n} - a^n \right) \right] \right. \\
& + I_{s2} e^{-j\phi_{s2}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{Lm_{sn}}{2} \left[ e^{-j(-n+1)\alpha} (1 + a^{n-1} + a^{-n+1}) + e^{-j(n+1)\alpha} (1 + a^{-n-1} + a^{n+1}) \right] \\
& + I_{rn} e^{-j\phi_{ir}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{M_{srn}}{2} \left[ e^{j[(gn-1)\omega t + n\theta_1]} (1 + a^{n-1} + a^{-n+1}) + e^{j[(gn-1)\omega t - n\theta_1]} (1 + a^{-n-1} + a^{n+1}) \right] \right\} \quad (III.25)
\end{aligned}$$

Deux cas peuvent alors se présenter, en fonction du rang des harmoniques d'espace  $n$  :

$$1^{\text{er}} \text{ cas : } n=6m+1 \quad \Rightarrow \begin{cases} (2 - a^{2n} - a^n) = 3. \\ (1 + a^{-(n-1)} + a^{(n-1)}) = 3. \\ (1 + a^{-(n+1)} + a^{(n+1)}) = 0. \end{cases}$$

$$2^{\text{eme}} \text{ Cas : } n=6m-1 \quad \Rightarrow \begin{cases} (2 - a^{2n} - a^n) = 3 \\ (1 + a^{-(n-1)} + a^{(n-1)}) = 0. \\ (1 + a^{-(n+1)} + a^{(n+1)}) = 3 \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} (g_n - 1)\omega t + n\theta_1 = n\theta_0 \\ (g_n - 1)\omega t - n\theta_1 = -n\theta_0 \end{cases}$$

Nous obtenons alors :

Pour n=6m+1 :

$$\bar{\Phi}_{sa1} = e^{j\omega t} \left\{ I_{s1} e^{-j\varphi_{is1}} \left[ Ll_s + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} \right] + I_{s2} e^{-j\varphi_{is2}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} e^{-j(-n+1)\alpha} + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3M_{srn}}{2} e^{jn\theta_0} I_{rn} e^{-j\varphi_{ir}} \right\}$$

Pour n=6m-1 :

$$\bar{\Phi}_{sa1} = e^{j\omega t} \left\{ I_{s1} e^{-j\varphi_{is1}} \left[ Ll_s + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} \right] + I_{s2} e^{-j\varphi_{is2}} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} e^{-j(n+1)\alpha} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3M_{srn}}{2} e^{-jn\theta_0} I_{rn} e^{-j\varphi_{ir}} \right\}$$

Poasant :

$$\begin{cases} \bar{I}_{s1} = I_{s1} e^{-j\varphi_{is1}} \\ \bar{I}_{s2} = I_{s2} e^{-j\varphi_{is2}} \\ \bar{I}_{rn} = I_{rn} e^{-j\varphi_{ir}} \end{cases}$$

On obtient les équations suivantes :

Pour n=6m+1 :

$$\bar{\Phi}_{sa1} = e^{j\omega t} \left\{ \bar{I}_{s1} \left[ Ll_s + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} \right] + \bar{I}_{s2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} e^{-j(-n+1)\alpha} + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3M_{srn}}{2} \bar{I}_{rn} \right\} \quad (\text{III.26})$$

Pour n=6m-1 :

$$\bar{\Phi}_{sa1} = e^{j\omega t} \left\{ \bar{I}_{s1} \left[ Ll_s + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} \right] + \bar{I}_{s2} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} e^{-j(n+1)\alpha} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3M_{srn}}{2} \bar{I}_{rn} \right\} \quad (\text{III.27})$$

En utilisant la même démarche, le flux du stator (2) sera donné par :

Pour  $n=6m+1$  :

$$\bar{\Phi}_{sa2} = e^{j\omega t} \left\{ \bar{I}_{s2} \left( Ll_s + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} \right) + \bar{I}_{s1} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} e^{-j(-n+1)\alpha} + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3M_{sm}}{2} \bar{I}_m e^{-j(-n+1)\alpha} \right\} \quad (\text{III.28})$$

Pour  $n=6m-1$  :

$$\bar{\Phi}_{sa2} = e^{j\omega t} \left\{ \bar{I}_{s2} \left( Ll_s + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} \right) + \bar{I}_{s1} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} e^{-j(n+1)\alpha} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3M_{sm}}{2} \bar{I}_m e^{-j(n+1)\alpha} \right\} \quad (\text{III.29})$$

Pour le flux du circuit du rotor, ont aboutit aux équations suivantes :

Pour  $n=6m+1$  :

$$\bar{\Phi}_{ran} = \left\{ \bar{I}_m \left( Ll_m + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3Lm_m}{2} \right) + \bar{I}_{s1} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} + \bar{I}_{s2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3M_{sm}}{2} e^{-j(-n+1)\alpha} \right\} \quad (\text{III.30})$$

Pour  $n=6m-1$  :

$$\bar{\Phi}_{ran} = \left\{ \bar{I}_m \left( Ll_m + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3Lm_m}{2} \right) + \bar{I}_{s1} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3Lm_{sn}}{2} + \bar{I}_{s2} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3M_{sm}}{2} \bar{I}_m e^{-j(n+1)\alpha} \right\} \quad (\text{III.31})$$

Les expressions des flux des deux autres phases du stator (1) et (2) et des deux autres phases du rotor se déduisent par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \bar{\Phi}_{sb1} = \bar{\Phi}_{sa1} a^{2n} \\ \bar{\Phi}_{sc1} = \bar{\Phi}_{sa1} a^n \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{\Phi}_{sb2} = \bar{\Phi}_{sa2} a^{2n} \\ \bar{\Phi}_{sc2} = \bar{\Phi}_{sa2} a^n \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{\Phi}_{rnb} = \bar{\Phi}_{rna} a^{2n} \\ \bar{\Phi}_{rnc} = \bar{\Phi}_{rna} a^n \end{cases}$$

### III.5 Schéma équivalent de la MASDE avec prise en compte des harmoniques d'espace

Afin d'aboutir à un schéma équivalent par phase de la MASDE qui tient compte des harmoniques d'espace, nous réécrivons les équations de tensions (III.1 à III.3) par phase :

- Stator (1) :

$$\bar{V}_{sa1} = R_s \bar{I}_{sa1} + \frac{d\bar{\Phi}_{sa1}}{dt}. \quad (\text{III.32})$$

- Stator (2) :

$$\bar{V}_{sa2} = R_s \bar{I}_{sa2} + \frac{d\bar{\Phi}_{sa2}}{dt}. \quad (\text{III.33})$$

- Rotor :

$$\bar{V}_{ra} = R_r \bar{I}_{ra} + \frac{d\bar{\Phi}_{ra}}{dt} \quad (\text{III.34})$$

et on remplace les flux magnétiques par leurs expressions complexes données par III.26 à III.31, nous obtenons :

**Pou le stator (1) :**

-  $n=6m+1$  :

$$\bar{V}_{sa1} = \left\{ \left[ R_s + j \left( Ll_s + \frac{3}{2} \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} \right) \omega \right] \bar{I}_{s1} + j \frac{3}{2} \omega \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} \bar{I}_{s2} e^{-j(n+1)\alpha} + j \frac{3}{2} \omega \sum_{n=0}^{+\infty} M_{sm} \bar{I}_m \right\} \quad (\text{III.35})$$

-  $n=6m-1$  :

$$\bar{V}_{sa1} = \left\{ \left[ R_s + j \left( Ll_s + \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} Lm_{sn} \right) \omega \right] \bar{I}_{s1} + j \frac{3}{2} \omega \sum_{n=1}^{+\infty} Lm_{sn} \bar{I}_{s2} e^{-j(n+1)\alpha} + j \frac{3}{2} \omega \sum_{n=1}^{+\infty} M_{sm} \bar{I}_m \right\} \quad (\text{III.36})$$

**Pou le stator (2) :**

-  $n=6m+1$  :

$$\bar{V}_{sa2} = \left\{ \left[ R_s + j \omega \left( Ll_s + \frac{3}{2} \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} \right) \right] \bar{I}_{s2} + j \omega \bar{I}_{s1} \frac{3}{2} \sum_{n=0}^{+\infty} Lm_{sn} e^{j(n+1)\alpha} + j \omega \frac{3}{2} \sum_{n=0}^{+\infty} M_{srn} \bar{I}_{rn} e^{j(n+1)\alpha} \right\} \quad (\text{III.37})$$

-  $n=6m-1$  :

$$\bar{V}_{sa2} = \left\{ \left[ R_s + j \omega \left( Ll_s + \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} Lm_{sn} \right) \right] \bar{I}_{s2} + j \omega \bar{I}_{s1} \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} Lm_{sn} e^{j(n+1)\alpha} + j \omega \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} M_{srn} \bar{I}_{rn} e^{j(n+1)\alpha} \right\} \quad (\text{III.38})$$

**Pou le rotor :**

-  $n=6m+1$  :

$$0 = \sum_{n=0}^{+\infty} \left[ \frac{R_m}{gn} + j \left( Ll_m + \frac{3}{2} Lm_{sn} \right) \omega \right] \bar{I}_m + j\omega \frac{3}{2} \bar{I}_{s1} \sum_{n=0}^{+\infty} M_{sm} + j\omega \bar{I}_{s2} \sum_{n=0}^{+\infty} M_{sm} e^{-j(-n+1)\alpha} \quad (\text{III.39})$$

-  $n=6m-1$  :

$$0 = \sum_{n=0}^{+\infty} \left[ \frac{R_m}{gn} + j \left( Ll_m + \frac{3}{2} Lm_{sn} \right) \omega \right] \bar{I}_m + j\omega \frac{3}{2} \bar{I}_{s1} \sum_{n=1}^{+\infty} M_{sm} + j\omega \bar{I}_{s2} \sum_{n=1}^{+\infty} M_{sm} e^{-j(n+1)\alpha} \quad (\text{III.40})$$

On introduit les variables rotoriques ramenées au stator dans les équations électriques, et en posant :

$$\begin{cases} Ll_s \omega = X_1 \\ \frac{3}{2} Lm_{sn} \omega = X_{mn} \\ R'_{rn} = R_{2n} \\ Ll'_{rn} \omega = X_{2n} \\ I'_{rn} = I_{2n} \end{cases} \quad (\text{III.41})$$

on aboutit aux équations électriques finales suivantes :

Pour  $n=6m+1$  :

$$\begin{cases} \bar{V}_{s1} = [R_s + jX_1] \bar{I}_{s1} + j \sum_{n=0}^{+\infty} X_{mn} \{ \bar{I}_{s1} + \bar{I}_{s2} e^{-j(-n+1)\alpha} + \bar{I}_{2n} \} \\ \bar{V}_{s2} = [R_s + jX_1] \bar{I}_{s2} + j \sum_{n=0}^{+\infty} X_{mn} \{ \bar{I}_{s1} e^{j(-n+1)\alpha} + \bar{I}_{s2} + \bar{I}_{2n} e^{j(-n+1)\alpha} \} \\ 0 = \sum_{n=0}^{+\infty} \left[ \frac{R_{2n}}{gn} + jX_{2n} \right] \bar{I}_{2n} + j \sum_{n=0}^{+\infty} X_{mn} \{ \bar{I}_{s1} + \bar{I}_{s2} e^{-j(-n+1)\alpha} + \bar{I}_{2n} \} \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

Pour  $n=6m-1$  :

$$\begin{cases} \bar{V}_{s1} = [R_s + jX_1] \bar{I}_{s1} + j \sum_{n=1}^{+\infty} X_{mn} \{ \bar{I}_{s1} + \bar{I}_{s2} e^{-j(n+1)\alpha} + \bar{I}_{2n} \} \\ \bar{V}_{s2} = [R_s + jX_1] \bar{I}_{s2} + j \sum_{n=1}^{+\infty} X_{mn} \{ \bar{I}_{s1} e^{j(n+1)\alpha} + \bar{I}_{s2} + \bar{I}_{2n} e^{j(n+1)\alpha} \} \\ 0 = \sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \frac{R_{2n}}{gn} + jX_{2n} \right] \bar{I}_{2n} + j \sum_{n=1}^{+\infty} X_{mn} \{ \bar{I}_{s1} + \bar{I}_{s2} e^{-j(n+1)\alpha} + \bar{I}_{2n} \} \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

Les équations III.42 et III.43 régissent le fonctionnement de la MASDE en régime permanent et elles permettent d'isoler les harmoniques d'espace et d'en étudier les effets sur le comportement de la machine. Leur traduction en terme de circuit, donne le schéma équivalent monophasé, représenté sur la figure (III.1), de la MASDE avec la prise en compte des harmoniques d'espace.

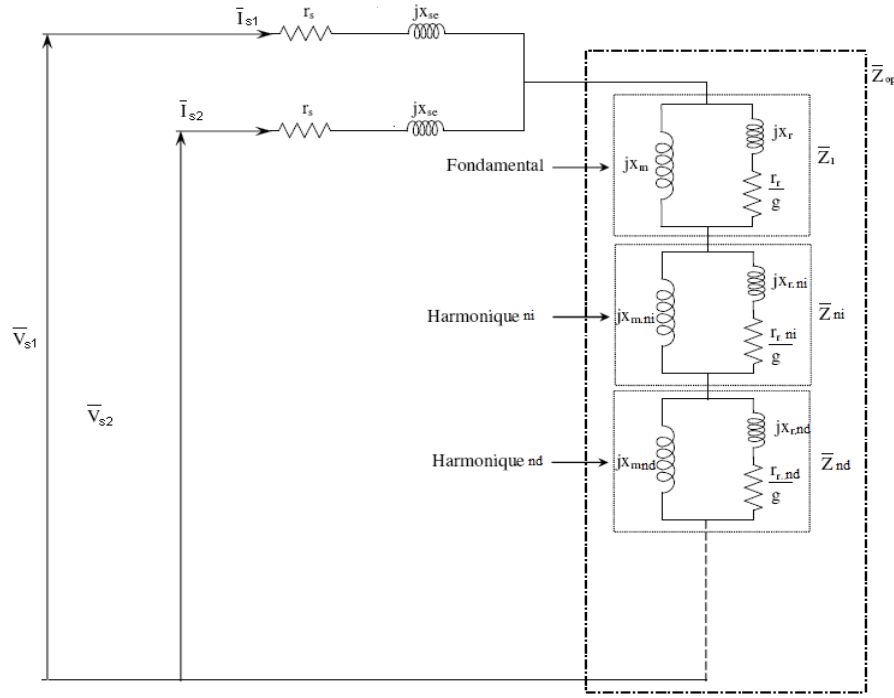


Fig. III.1 Schéma équivalent de la MASDE avec la prise en considération des harmoniques d'espace.

### III.6 Courants des deux étoiles du stator

L'exploitation du schéma équivalent établi précédemment permet d'étudier et de calculer l'effet des harmoniques d'espace sur toutes les performances de la MASDE en régime permanent. Il est possible de déterminer toutes les impédances harmoniques ( $\bar{Z}_1, \bar{Z}_5, \bar{Z}_7, \dots$ ) des différentes branches du schéma équivalent, en calculant les FEM correspondantes. On note l'impédance opérationnelle du rotor comme:

$$\bar{Z}_{op} = \sum_n \bar{Z}_n.$$

Avec :

$$\bar{Z}_n = \frac{\left( jX_{mn} \right) \left( \frac{R_{2n}}{gn} + jX_{2n} \right)}{\left( jX_{mn} + \frac{R_{2n}}{gn} + jX_{2n} \right)} \quad (\text{III.44})$$

A partir du système d'équation (42) on obtient :

$$I_{s1} = \frac{V_{s1}}{Z_s + \sum_{n=0}^{+\infty} Z_{m_d} (1 + e^{-j(n_d+1)\alpha}) + \sum_{n=1}^{+\infty} Z_{m_i} (1 + e^{-j(n_i+1)\alpha})} \quad (\text{III.45})$$

pour une phase du stator (1) et :

$$I_{s2} = \frac{V_{s2}}{Z_s + \sum_{n=0}^{+\infty} Z_{m_d} (1 + e^{+j(-n_d+1)\alpha}) + \sum_{n=1}^{+\infty} Z_{m_i} (1 + e^{+j(n_i+1)\alpha})} \quad (\text{III.46})$$

pour une phase du stator (2).

### III.7 Calcul des performances de la MASDE

A fin d'étudier certains aspects de la machine asynchrone, telles que les pertes Joule rotoriques dues aux harmoniques d'espace qui font l'objet d'une attention particulière, puisque elles génèrent des ondulations du couple. Nous donnons dans cette section les expressions qui permettent le calcul des performances de la MASDE (couple, puissance, rendement, pertes,...) en présence des harmoniques d'espace.

#### III.7.1 Pertes Joule au stator

Dans le bobinage statoriques, les pertes joule sont définies par :

$$P_{s1} = 3R_s \bar{I}_{s1}^2 \quad (\text{III.47})$$

pour le stator (1), et par :

$$P_{s1} = 3R_s \bar{I}_{s2}^2. \quad (\text{III.48})$$

Pour le stator (2).

### III.7.2 pertes Joule au rotor

De manière globale, comme nous avons adopté un schéma sous forme de branches en série, les pertes Joule totales au rotor sont la somme des pertes engendrées par chaque harmonique. Soit :

$$P_{jr} = \sum_n P_{jm} . \quad (\text{III.49})$$

$$P_{jm} = 3R_{2n} I_{2n}^2 . \quad (\text{III.50})$$

### III.7.3 Puissances de la MASDE

La segmentation de puissance est l'avantage des machines multiphasées, surtout pour les applications de forte puissance [27]. A puissance donnée, lorsque l'on augmente le nombre de phases, on diminue le courant par phase sans augmenter la tension par phase (ou l'inverse). La puissance totale est donc répartie sur un nombre plus important de phases, la puissance demandée par chacune d'elles est alors réduite.

#### a/- Puissance active et réactive

Pour le stator (1) :

$$P_{as1} = 3\text{Re}(\bar{V}_{s1} \bar{I}_{s1}^*) . \quad (\text{III.51})$$

$$Q_{as1} = 3\text{Im}(\bar{V}_{s1} \bar{I}_{s1}^*) . \quad (\text{III.52})$$

Avec  $\bar{I}_{s1}^*$  le conjugué du courant du stator (1).

Pour le stator (2) :

$$P_{as2} = 3\text{Re}(\bar{V}_{s2} \bar{I}_{s2}^*) . \quad (\text{III.53})$$

$$Q_{as2} = 3\text{Im}(\bar{V}_{s2} \bar{I}_{s2}^*) \quad (\text{III.54})$$

Avec  $\bar{I}_{s2}^*$  le conjugué du courant du stator (2).

#### b/- Puissance mécanique

La puissance électromagnétique transmise au rotor est :

Pour le stator (1) :

$$P_{em} s1 = P_{as1} - P_{js1}. \quad (\text{III.55})$$

Pour le stator (2) :

$$P_{em} s2 = P_{as2} - P_{js2}. \quad (\text{III.56})$$

La puissance électromagnétique pour chaque harmonique est :

$$P_{em.n} = \frac{P_{jrn}}{gn}. \quad (\text{III.57})$$

$$P_{em} = \sum_n P_{em.n}. \quad (\text{III.58})$$

D'où la puissance mécanique :

$$P_m = P_{em} - P_{jr} \quad (\text{III.59})$$

### **III.7.4 Rendement et facteur de puissance**

Le rendement dans une machine est le rapport entre la puissance utile et la puissance absorbée :

$$\eta = \frac{P_m - P_{mec}}{P_a}. \quad (\text{III.60})$$

Où,  $P_{mec}$  représente les pertes mécaniques. Le facteur de puissance est donné par :

$$\cos(\varphi) = \frac{P_a}{\sqrt{P_a^2 + Q_a^2}}. \quad (III.61)$$

### III.7.5 le couple électromagnétique :

Le couple correspondant à chaque harmonique d'espace, peut être déterminé par :

$$C_n = n \frac{P_{emn}}{\Omega_s} \quad (III.62)$$

Le couple électromagnétique totale sera la somme des couples harmoniques :

$$C = \sum_n C_n. \quad (III.63)$$

## III.8 Résultats de simulation

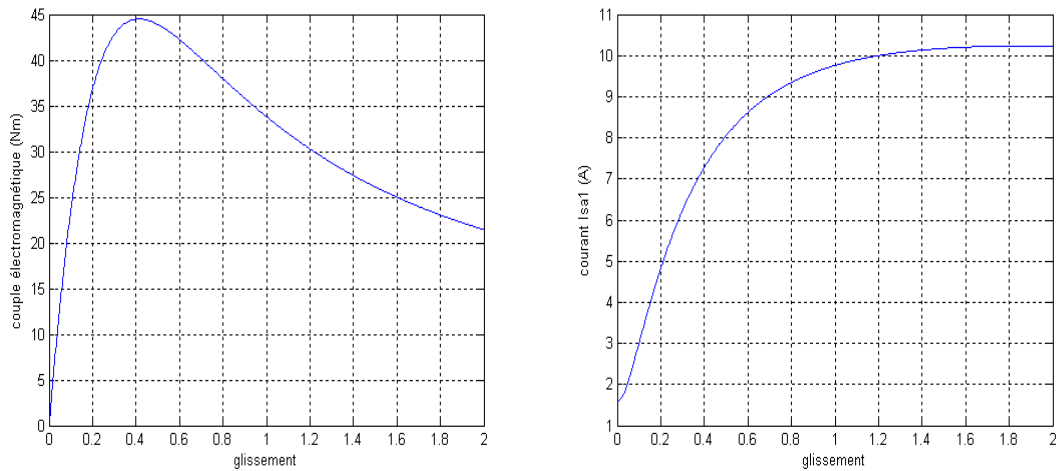
L'exploitation du schéma équivalent établi précédemment, est utilisé pour étudier l'effet des harmoniques d'espace et l'influence du décalage angulaire entre les deux étoiles du stator, sur les caractéristiques électromagnétiques de la MASDE (Couple, courant, rendement et le facteur de puissance). Les résultats de simulation présentés dans ce paragraphe concernent les configurations les plus représentatives, à savoir ( $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ),

( $\alpha = 0$ ) et ( $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ).

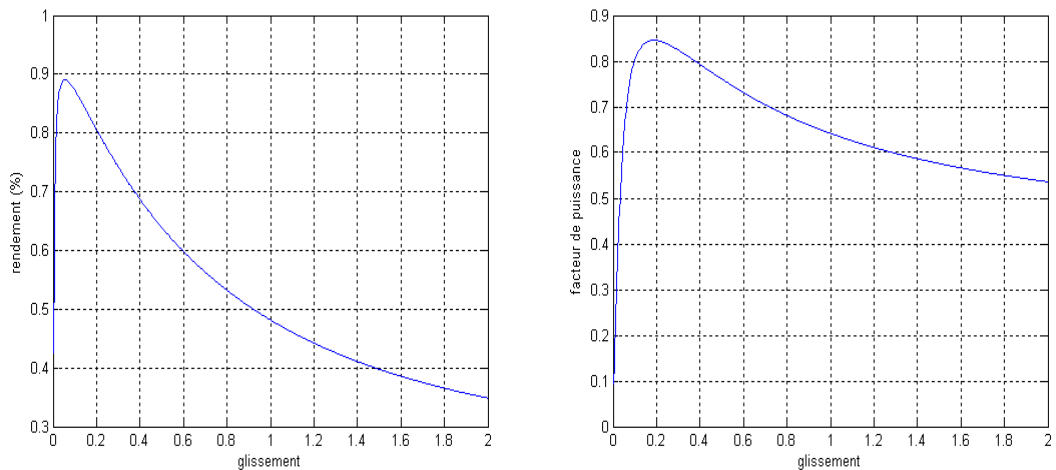
**a- étoiles décalées de**  $\alpha = \frac{\pi}{6}$

Nous représentons sur les figures (III.2) et (III.3) respectivement, les caractéristiques électromécaniques de la MASDE, pour le cas où seul les harmoniques de rang 5 et 7 sont considérés et pour le cas où les harmoniques 5, 7, 11 et 13 sont considérés.

Ces résultats montrent bien que l'effet des harmoniques de rang 5 et 7 est nul dans les deux cas, par contre les harmoniques de rang 11 et 13 est très apparent sur le couple développé par la machine. Ce qui montre l'existence des harmoniques d'ordre  $n = 6m \pm 1$  avec  $m = 2, 4, 6, \dots$  et l'élimination des autres harmoniques d'ordre  $n = 6m \pm 1$  avec  $m = 1, 3, 5, \dots$ . Ce qui permet de conclure qu'on n'a pas forcément besoin de bobiner le stator de manière à réduire les harmoniques (5 et 7) du fait qu'ils sont éliminés naturellement.

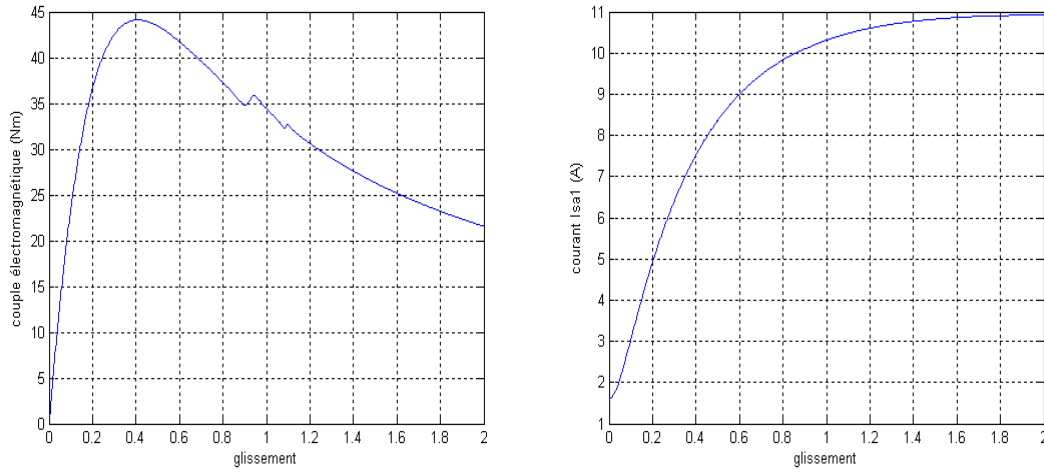


a- Couple et courant en fonction de glissement.

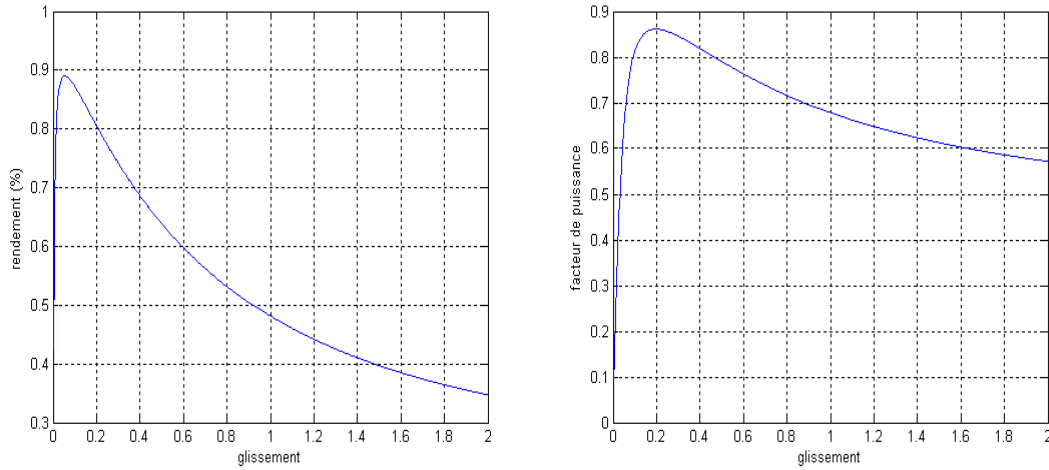


b- Rendement et facteur de puissance en fonction de glissement.

Fig. III.2 Performances de la MASDE pour  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  ( $n=1, 5, 7$ )



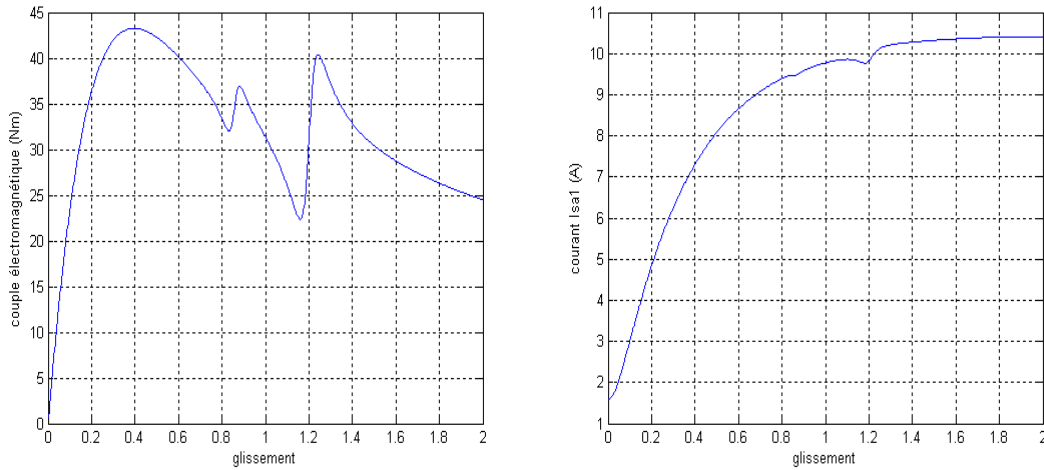
a- Couple et courant en fonction de glissement.



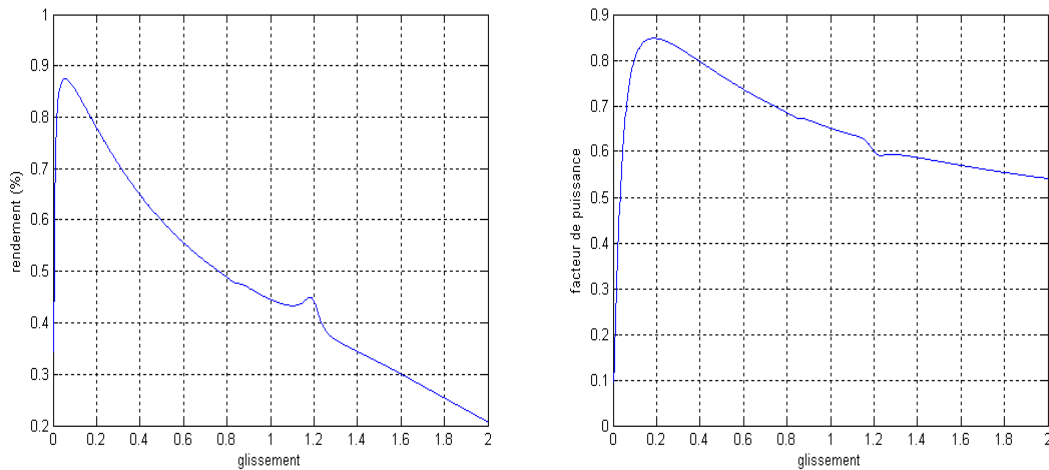
b- Rendement et facteur de puissance en fonction de glissement.

Fig. III.3 Performances de la MASDE pour  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  ( $n=1, 5, 7, 11, 13$ ).**b- étoiles décalées de  $\alpha = 0$** 

Nous représentons sur les figures (III.4) et (III.5) respectivement, les caractéristiques électromécaniques de la MASDE, pour le cas où seuls les harmoniques de rang 5 et 7 sont considérés et pour le cas où les harmoniques 5, 7, 11 et 13 sont considérés. On remarque ici que l'effet des harmoniques de rang 5 et 7 est présent sur toutes les caractéristiques.



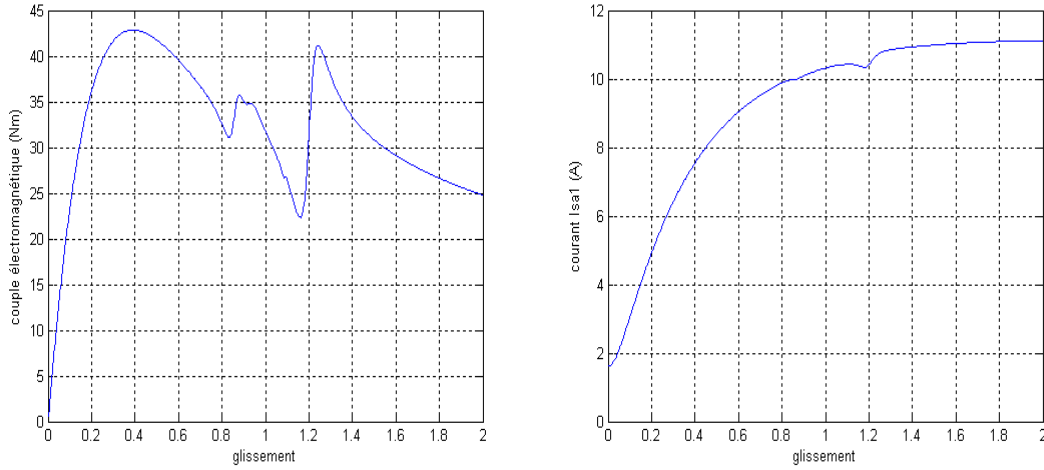
a- Couple et courant en fonction de glissement.



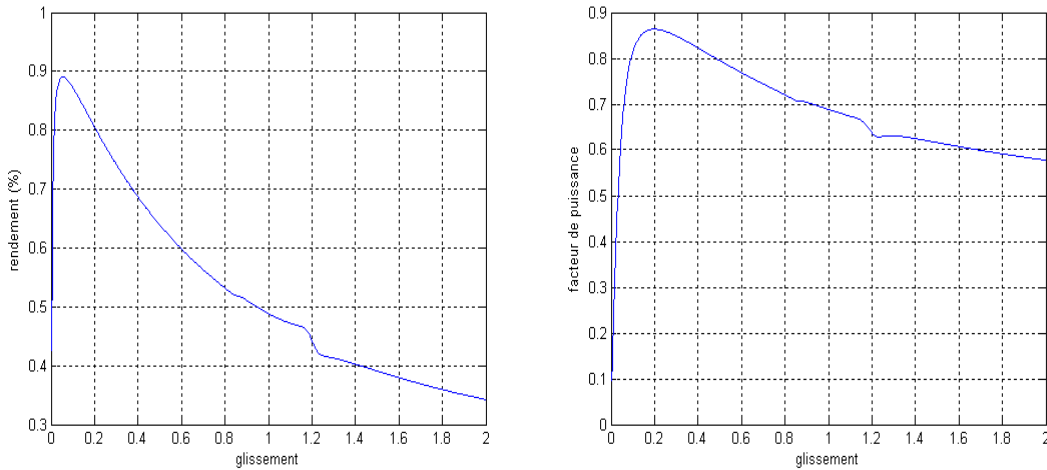
b- Rendement et facture de puissance en fonction de glissement.

Fig. III.4 Performances de la MASDE pour  $\alpha = 0$  ( $n=1, 5, 7$ ).

Les figures III.5-a et III.5-b montrent, en plus de l'effet des harmoniques 5 et 7, l'effet de ceux de rang 11 et 13. On se retrouve alors dans le cas des caractéristiques de la machine classique triphasé où tous les harmoniques d'espace de rang  $n = 6m \pm 1$  sont présents.



a- Couple et courant en fonction de glissement.

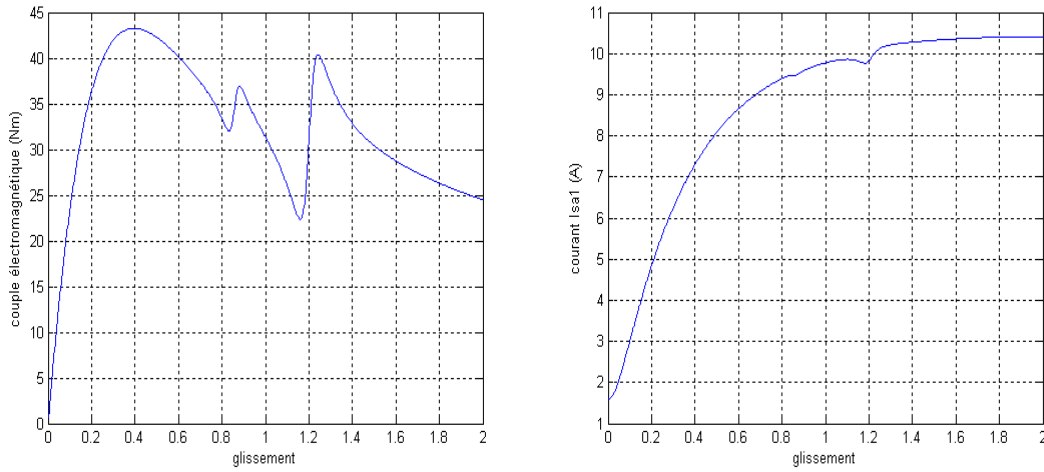


b- Rendement et facture de puissance en fonction de glissement.

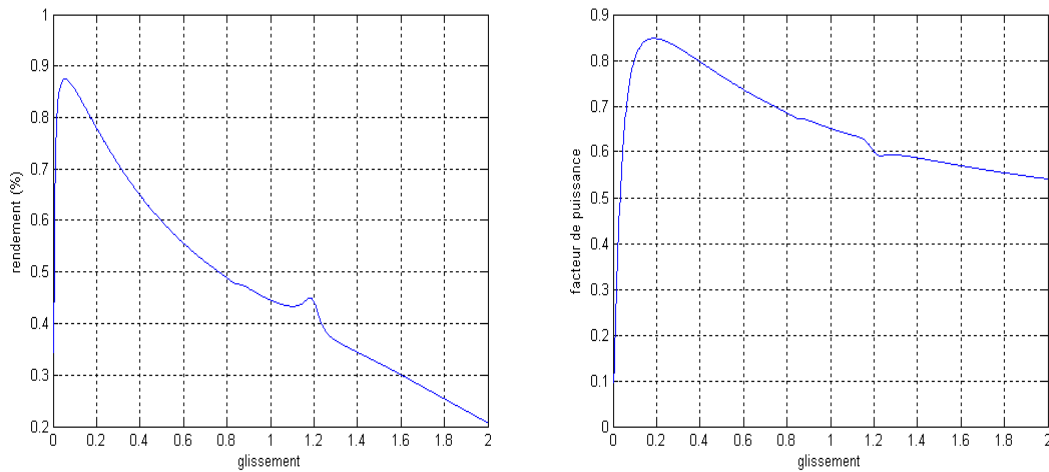
Fig. III.5 Performances de la MASDE pour  $\alpha = 0$  ( $n=1, 5, 7, 11, 13$ )

**c- étoiles décalées de**  $\alpha = \frac{\pi}{3}$

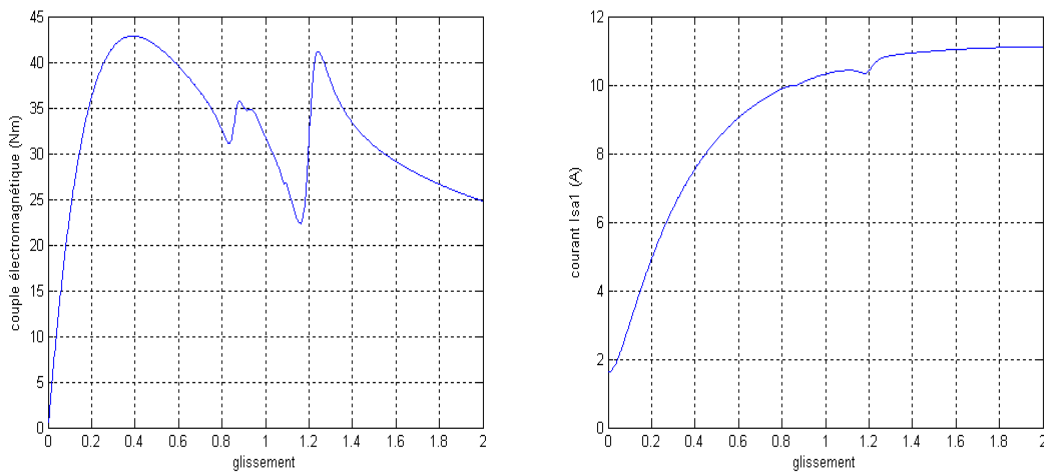
Les performances de la machine sont représentées sur les figures (III.6) et (III.7) pour le cas où seuls les harmoniques de rang 5 et 7 sont considérés et pour le cas où les harmoniques 5, 7, 11 et 13 sont considérés. Les résultats montrent que l'effet de tous les harmoniques d'espace de rang  $n = 6m \pm 1$  est présent sur les caractéristiques électromécaniques de la MASDE.



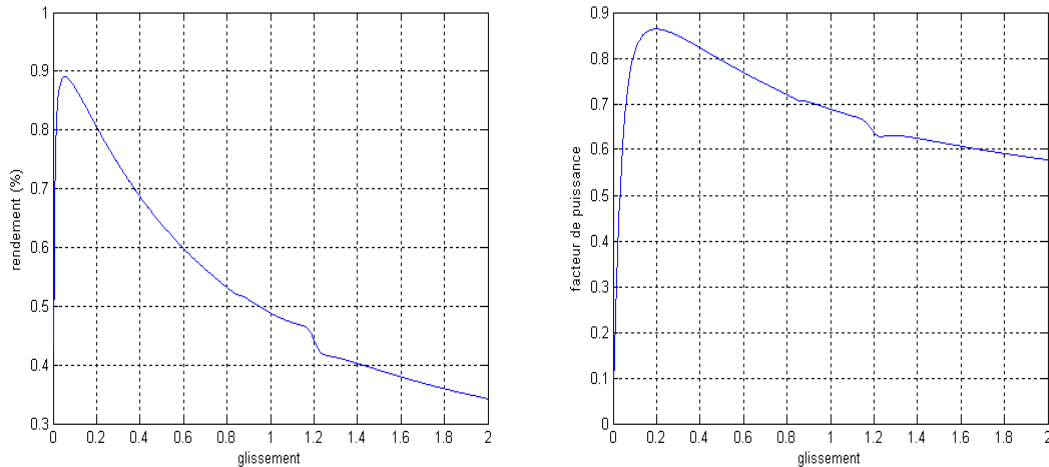
a- Couple et courant en fonction de glissement.



b- Rendement et facture de puissance en fonction de glissement.

Fig. III.6 Performances de la MASDE pour  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  ( $n=1, 5, 7$ ).

a- Couple et courant en fonction de glissement.



b- Rendement et facteur de puissance en fonction de glissement.

Fig. III.7 Performances de la MASDE pour  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  ( $n=1, 5, 7, 11, 13$ )

### III.9 Conclusion

Le modèle circuit développé dans ce chapitre nous a permis de faire une analyse intéressante de l'effet des harmoniques d'espace sur les performance de la machine MASDE en fonction de l'angle de décalage  $\alpha$  entre les deux étoiles.

Les résultats obtenus montrent l'intérêt d'utiliser un décalage de  $\frac{\pi}{6}$  pour éliminer les rangs d'harmonique d'espace les plus gênants, à savoir ceux de rang 5 et 7, et de réduire les pertes joules rotoriques avec un effet bénéfique sur les vibrations et le bruit, surtout dans le cas de machines de grande puissance (propulsion navale et ferroviaire...).

Cette configuration écarte alors les méthodes de raccourcissement des bobines utilisées dans les machines triphasées pour éliminer certains harmoniques d'espace. Cependant, la machine asynchrone double étoile est généralement alimentée par deux convertisseurs statiques. Les harmoniques de temps susceptibles être provoqués par cette alimentation feront l'objet d'étude dans le chapitre suivant.

## CHAPITRE IV

# Modèle circuit de la MASDE associé à un convertisseur statique

### IV.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre un modèle circuit de la MASDE associée à la structure d'alimentation. En effet, c'est le modèle établi dans le chapitre précédent qui sera adapté pour étudier l'effet des harmoniques de temps provoqués par les convertisseurs statiques alimentant la MASDE. Les alimentations considérées sont des tensions de forme rectangulaire et des tensions générées par onduleurs de tension contrôlés en MLI.

Le modèle circuit qui sera développé nous permettra d'étudier le fonctionnement de la MASDE en régime permanent, et d'analyser l'effet des harmoniques de temps sur les ondulations de couple. L'étude sera menée avec un angle quelconque de décalage entre les deux étoiles.

### IV.2 Modèle circuit de la MASDE en tenant compte des harmoniques de temps

La représentation de la MASDE avec un modèle circuit qui tient compte des harmoniques de temps en régime permanent fera l'objet de cette section. La méthode de calcul utilisée dans le chapitre précédent sera adoptée pour cette étude en ne considérant que la fondamentale des harmoniques d'espaces. Les avantages de cette méthode sont la simplicité de mise en œuvre, et de ne pas nécessiter l'utilisation d'une quelconque transformation, en régime équilibré.

### IV.2.1 Tensions et courants d'alimentation de la MASDE

Quelque soit le type de convertisseur utilisé pour l'alimentation de la MASDE, les tensions délivrées et les courants absorbés au niveau de chaque phase de la machine peuvent être exprimés par leurs décompositions en série de Fourier. Nous pouvons alors écrire pour les grandeurs du stator (1) et (2) :

$$\begin{cases} V_{sa1} = \sum_{h=1}^{+\infty} V_{sah} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} V_{s1h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{vs1h}) \\ V_{sb1} = \sum_{h=1}^{+\infty} V_{sbh} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} V_{s1h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{vs1h} - h\frac{2\pi}{3}) \\ V_{sc1} = \sum_{h=1}^{+\infty} V_{sch} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} V_{s1h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{vs1h} + h\frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (IV.1)$$

$$\begin{cases} I_{sa1} = \sum_{h=1}^{+\infty} I_{sah} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} I_{s1h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{is1h}) \\ I_{sb1} = \sum_{h=1}^{+\infty} I_{sbh} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} I_{s1h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{is1h} - h\frac{2\pi}{3}) \\ I_{sc1} = \sum_{h=1}^{+\infty} I_{sch} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} I_{s1h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{is1h} + h\frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (IV.2)$$

$$\begin{cases} V_{sa2} = \sum_{h=1}^{+\infty} V_{sah} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} V_{s2h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{vs2h}) \\ V_{sb2} = \sum_{h=1}^{+\infty} V_{sbh} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} V_{s2h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{vs2h} - h\frac{2\pi}{3}) \\ V_{sc2} = \sum_{h=1}^{+\infty} V_{sch} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} V_{s2h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{vs2h} + h\frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (IV.3)$$

$$\begin{cases} I_{sa2} = \sum_{h=1}^{+\infty} I_{sah} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} I_{s2h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{is2h}) \\ I_{sb2} = \sum_{h=1}^{+\infty} I_{sbh} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} I_{s2h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{is2h} - h\frac{2\pi}{3}) \\ I_{sc2} = \sum_{h=1}^{+\infty} I_{sch} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} I_{s2h} \cos(h\omega_s t - \varphi_{is2h} + h\frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (IV.4)$$

Les différents déphasages  $\varphi$  sont pris par rapport à une référence unique,  $h$  représente le rang de l'harmonique de temps considéré et  $\omega_s$  est la pulsation des grandeurs fondamentales statoriques.

Les courants harmoniques induits au rotor vont donc former des systèmes triphasés de séquence correspondante. Afin d'en donner leur expression, il faut introduire la grandeur  $g_h$ , qui représente le glissement relatif au champ harmonique de rang  $h$ . D'après la définition du glissement, nous pouvons écrire :

$$g_h = \frac{\pm h\omega_s - \Omega_M}{\pm h\omega_s} = \frac{h \pm (g_1 - 1)}{h}. \quad (\text{IV.5})$$

Le signe "+" correspond aux systèmes de rang  $hd$  et le signe "-" à ceux de rang  $hi$ , soit :

$$g_h = \frac{hd\omega_s - \Omega_M}{hd\omega_s} = \frac{hd + (g_1 - 1)}{hd}. \quad (\text{IV.6})$$

$$g_i = \frac{-hi\omega_s - \Omega_M}{-hi\omega_s} = \frac{hi - (g_1 - 1)}{hi}. \quad (\text{IV.7})$$

Concernant les grandeurs rotoriques nous avons :

$$\begin{cases} V_{ra} = 0 \\ V_{rb} = 0 \\ V_{rc} = 0 \end{cases}. \quad (\text{IV.8})$$

$$\begin{cases} I_{ra} = \sum_{h=1}^{+\infty} I_{rah} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} I_{rh} \cos(hg_h \omega_s t - \varphi_{irh}) \\ I_{rb} = \sum_{h=1}^{+\infty} I_{rbh} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} I_{rh} \cos(hg_h \omega_s t - \varphi_{irh} - h \frac{2\pi}{3}) \\ I_{rc} = \sum_{h=1}^{+\infty} I_{rch} = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{+\infty} I_{rh} \cos(hg_h \omega_s t - \varphi_{irh} + h \frac{2\pi}{3}) \end{cases}. \quad (\text{IV.9})$$

### IV.2.2 Equations des flux magnétiques

A partir des équations matricielles (III.8), reliant les flux aux courants à travers les différentes inductances, et en ne considérant que le fondamental des harmoniques d'espace dans les expressions des inductances, on peut établir facilement les équations des flux pour les différentes phases statoriques et rotoriques. Sachant que les courants du stator et du rotor sont harmoniques, après calcul nous aboutissons aux équations suivantes :

#### **a)- Flux du stator (1)**

$$h=6k+1$$

$$\bar{\Phi}_{sa1h} = \left( Ll_s + \frac{3}{2} Lm_s \right) \bar{I}_{s1h} + \frac{3}{2} Lm_s \bar{I}_{s2h} e^{-(h-1)\alpha} + \frac{3}{2} M_{sr} \bar{I}_{rh}. \quad (IV.10)$$

$$h=6k-1$$

$$\bar{\Phi}_{sa1h} = \left( Ll_s + \frac{3}{2} Lm_s \right) \bar{I}_{s1h} + \frac{3}{2} Lm_s \bar{I}_{s2h} e^{-(h+1)\alpha} + \frac{3}{2} M_{sr} \bar{I}_{rh} \quad (IV.11)$$

#### **b)- Flux du stator (2)**

$$h=6k+1$$

$$\bar{\Phi}_{sa2h} = \left( Ll_s + \frac{3}{2} Lm_s \right) \bar{I}_{s2h} e^{-jh\alpha} + \frac{3}{2} Lm_s \bar{I}_{s1h} e^{-j\alpha} + \frac{3}{2} M_{sr} I_{rh} e^{-j\alpha}. \quad (IV.12)$$

$$h=6k-1$$

$$\bar{\Phi}_{sa2h} = \left( Ll_s + \frac{3}{2} Lm_s \right) \bar{I}_{s2h} e^{-jh\alpha} + \frac{3}{2} Lm_s \bar{I}_{s1h} e^{j\alpha} + \frac{3}{2} M_{sr} I_{rh} e^{j\alpha}. \quad (IV.13)$$

#### **c)- Flux du rotor**

$$h=6k+1$$

$$\bar{\Phi}_{rha} = \left( Ll_r + \frac{3}{2} Lm_r \right) \bar{I}_{rh} + \frac{3}{2} M_{sr} \bar{I}_{s1h} + \frac{3}{2} M_{sr} \bar{I}_{s2h} e^{-(h-1)\alpha}. \quad (IV.14)$$

$h=6k-1$

$$\bar{\Phi}_{rha} = \left( Ll_r + \frac{3}{2} Lm_r \right) \bar{I}_{rh} + \frac{3}{2} M_{sr} \bar{I}_{s1h} + \frac{3}{2} M_{sr} \bar{I}_{s2h} e^{-(h+1)\alpha}. \quad (\text{IV.15})$$

Les expressions des flux des deux autres phases de stator (1) et (2) et du rotor se déduisent par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \bar{\Phi}_{sb1} = \bar{\Phi}_{sa1} a^{2h} \\ \bar{\Phi}_{sc1} = \bar{\Phi}_{sa1} a^h \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{\Phi}_{sb2} = \bar{\Phi}_{sa2} a^{2h} \\ \bar{\Phi}_{sc2} = \bar{\Phi}_{sa2} a^h \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{\Phi}_{rhb} = \bar{\Phi}_{rha} a^{2h} \\ \bar{\Phi}_{rhc} = \bar{\Phi}_{rha} a^h \end{cases}.$$

### IV.3 Equations de tensions et schéma équivalent de la MASDE

Les équations de tension finales de la MASDE, s'obtient directement en injectant les expressions des flux complexes établit précédemment dans les équations de tension par phase (III.32 à III.34). Nous obtenons alors pour les harmoniques de rang  $h=6k \pm 1$  :

$$\begin{cases} \bar{V}_{s1h} = [R_s + jLl_s h \omega_s] \bar{I}_{s1h} + j \frac{3}{2} Lm_s h \omega_s (\bar{I}_{s1h} + \bar{I}_{s2h} e^{-j3K\alpha} + \bar{I}'_{rh}) \\ \bar{V}_{s2h} e^{-j3K\alpha} = [R_s + jLl_s h \omega_s] \bar{I}_{s2h} e^{-j3K\alpha} + j \frac{3}{2} Lm_s h \omega_s (\bar{I}_{s1h} + \bar{I}_{s2h} e^{-j3K\alpha} + \bar{I}'_{rh}) \\ 0 = \left[ \frac{R'_r}{g_h} + jLl'_r h \omega_s \right] \bar{I}'_{rh} + j \frac{Lm_s}{2} h \omega_s (\bar{I}_{s1h} + \bar{I}_{s2h} e^{-j3K\alpha} + \bar{I}'_{rh}) \end{cases} \quad (\text{IV.16})$$

Pour les harmoniques de rang  $h=3k$  :

$$\begin{cases} \bar{V}_{s1h0} = [R_s + jLl_s h_0 \omega_s] \bar{I}_{s1h0} \\ \bar{V}_{s2h0} = [R_s + Ll_s h_0 \omega_s] \bar{I}_{s2h0} \\ 0 = [R_r + Ll'_r h_0 \omega_s] \bar{I}'_{rh0} \end{cases} \quad (\text{IV.17})$$

Ces équations permettent alors de représenter la machine asynchrone double étoile par les schémas équivalents donnés sur les figures IV.1 et IV.2. Nous avons introduit le courant magnétisant  $I_{mh}$ , qui reflète l'état magnétique de la machine :

$$I_{mh} = \bar{I}_{s1h} + \bar{I}_{s2h}e^{-j3K\alpha} + \bar{I}'_{rh}. \quad (IV.18)$$

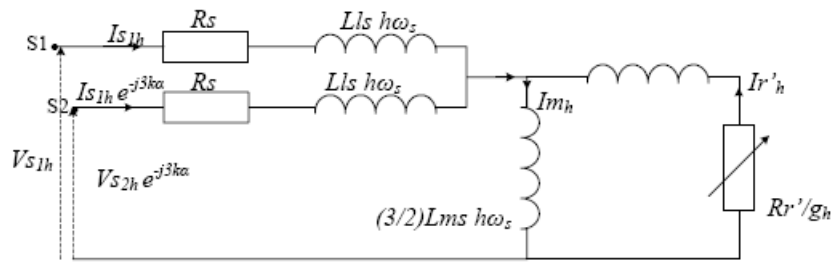


Fig. IV.1 Schéma équivalent de la MASDE pour les harmoniques de rang  $h=6k\pm1$ .

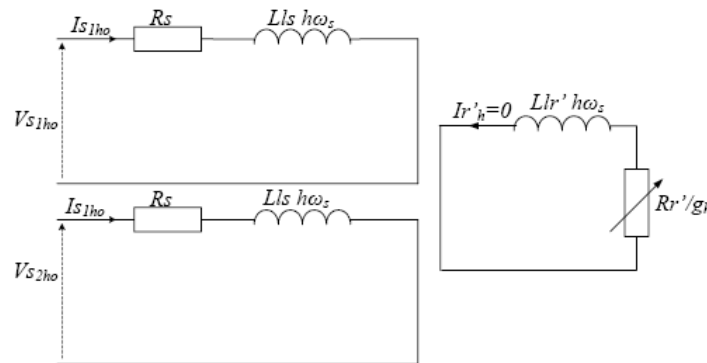


Fig. IV.2 Schéma équivalent de la MASDE pour les harmoniques de rang  $ho=3k$ .

L'évolution dans le temps des performances de la machine, à savoir toutes les caractéristiques électromécaniques, est déterminée en exploitant les schémas équivalents établis précédemment.

#### IV.4 Etude du modèle circuit associé à une alimentation pleine onde

##### IV.4.1 Tension d'alimentation de la MASDE

La machine asynchrone à double étoile est supposée alimenter par deux onduleurs qui délivrent des tensions de forme d'onde rectangulaire de largeur  $120^\circ$ . Les tensions des deux étoiles du stator sont décalées de  $30^\circ$  (Fig. IV.3).

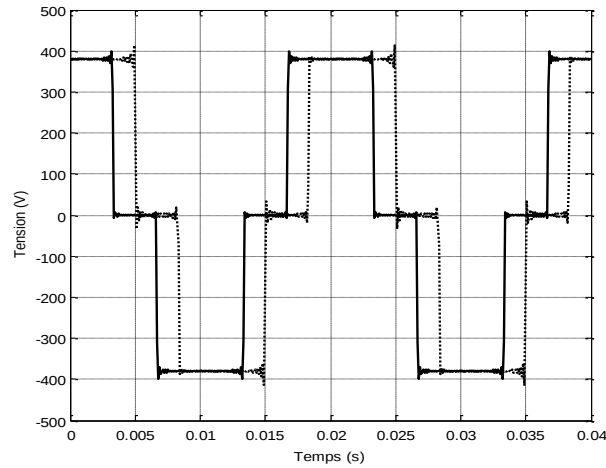


Fig. IV.3 Tension d'alimentation des 1<sup>ères</sup> phases des deux étoiles

La transformation en série de Fourier de la tension de la 1<sup>ère</sup> phase du stator (1) donne un signal d'amplitude harmonique:

$$V_h = \frac{4V}{h\pi} \sin\left(\frac{h\pi}{3}\right). \quad (\text{IV.19})$$

Avec  $h = 6k \pm 1$  et  $k=0, 1, 2, \dots$

$$\begin{cases} h = 6k + 1 & \text{harmonique} & \text{directe} \\ h = 6k - 1 & \text{harmonique} & \text{inverse} \end{cases}$$

#### IV.4.2 Résultats de simulation

Ces résultats montrent l'effet des harmoniques de temps, générées par le convertisseur d'alimentation, et l'influence du décalage angulaire entre les deux étoiles du stator, sur les caractéristiques électromagnétiques de la MASDE (Couple, courant et pertes Joule au rotor). Les résultats de simulation présentés dans ce paragraphe concernent les configurations les plus représentatives, à savoir  $(\alpha = \frac{\pi}{6})$ ,  $(\alpha = 0)$  et  $(\alpha = \frac{\pi}{3})$ .

- Pour  $h=1, 5$  et  $7$  avec  $\alpha = \frac{\pi}{6}$

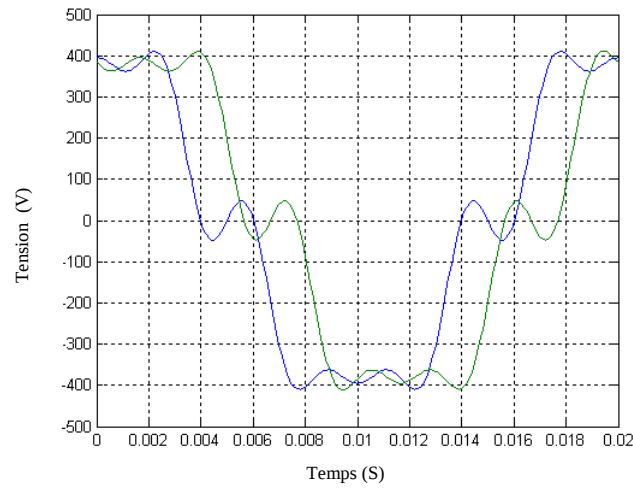


Fig. IV.4 Tension d'alimentation des deux étoiles

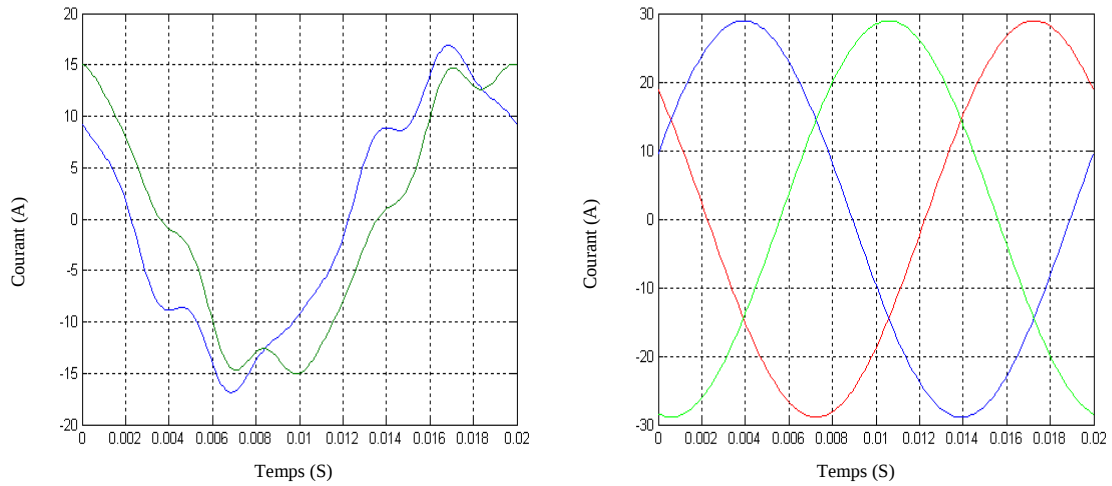


Fig. IV.5 courants du stator et du rotor en fonction de temps

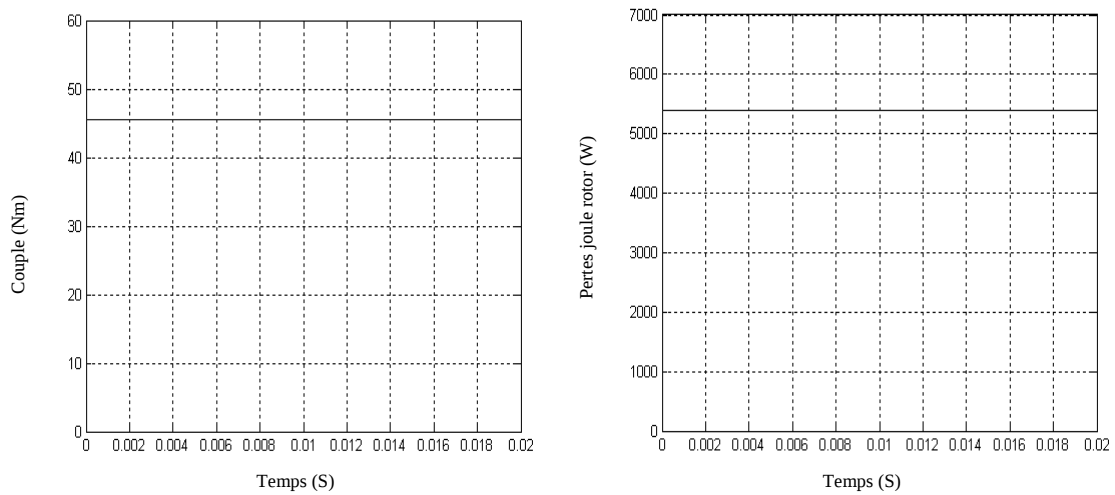


Fig. IV.6 Couple et pertes Joules rotoriques instantanés

- Pour  $h=1, 11$  et  $13$  avec  $\alpha = \frac{\pi}{6}$

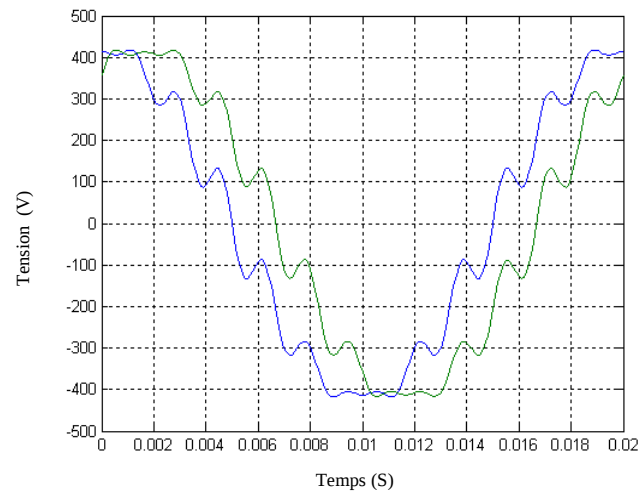


Fig. IV.7 Tension d'alimentation des deux étoiles

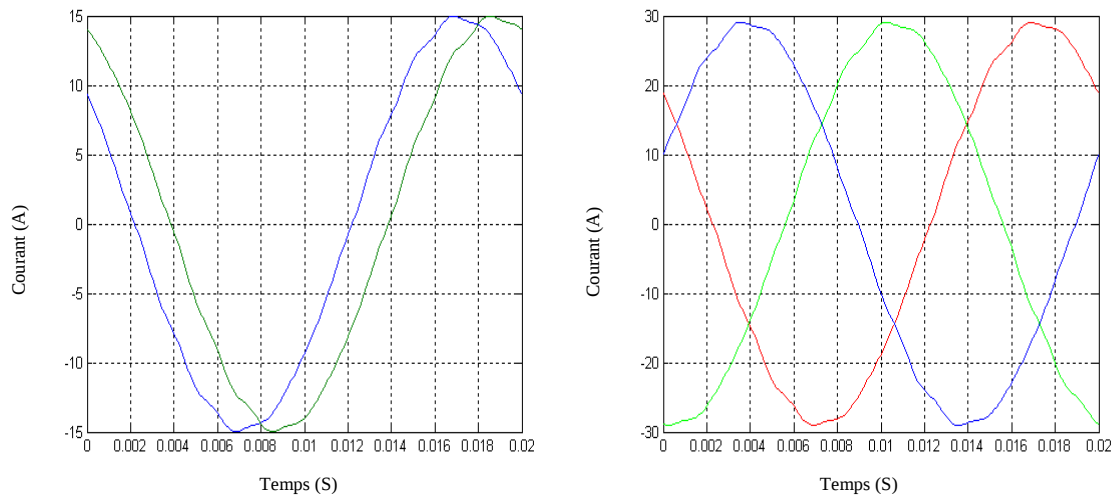


Fig. IV.8 Courants du stator et du rotor en fonction de temps

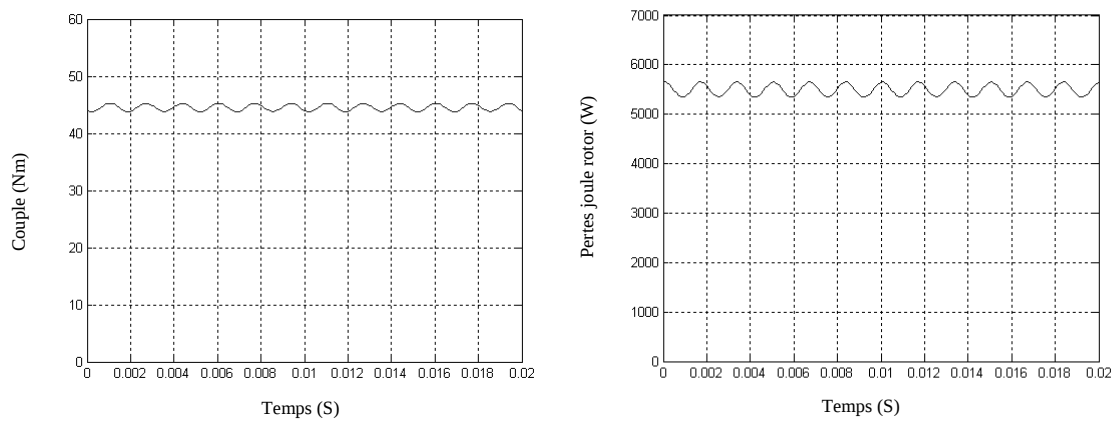


Fig. IV.9 Couple et pertes Joules rotoriques instantanés

- Pour  $h=1, 5$  et  $7$  avec  $\alpha = 0$

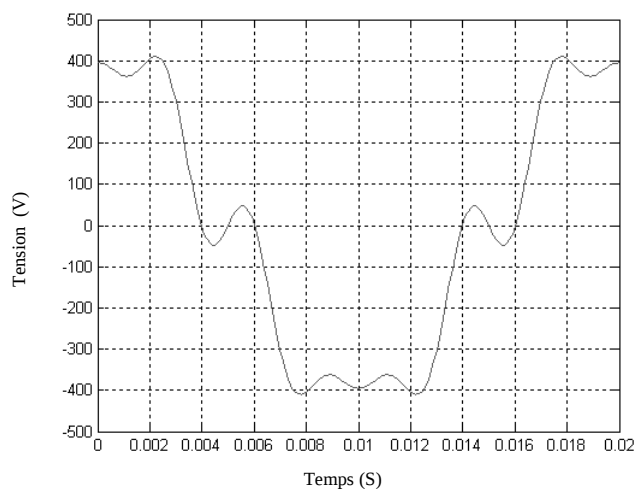


Fig. IV.10 Tension d'alimentation des deux étoiles

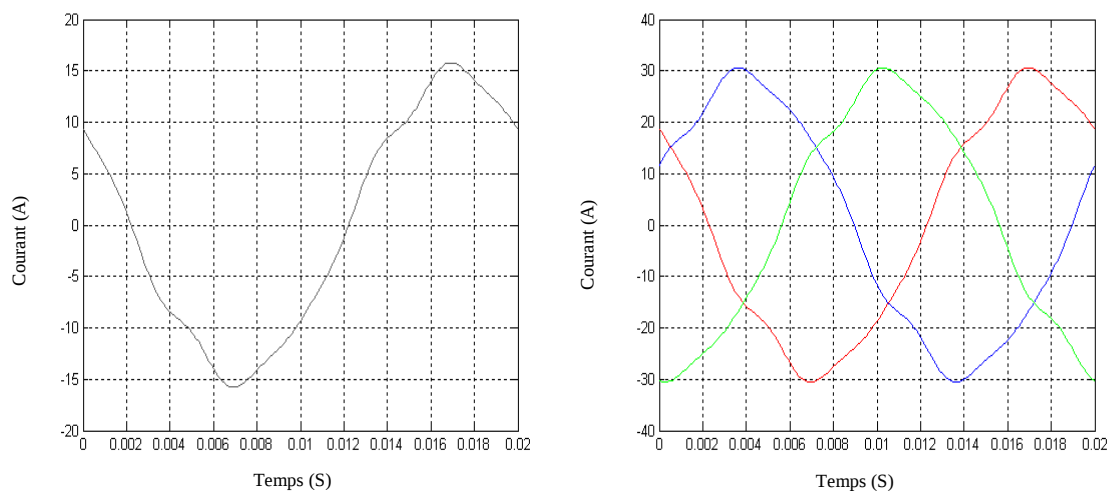


Fig. IV.11 courants du stator et du rotor en fonction de temps

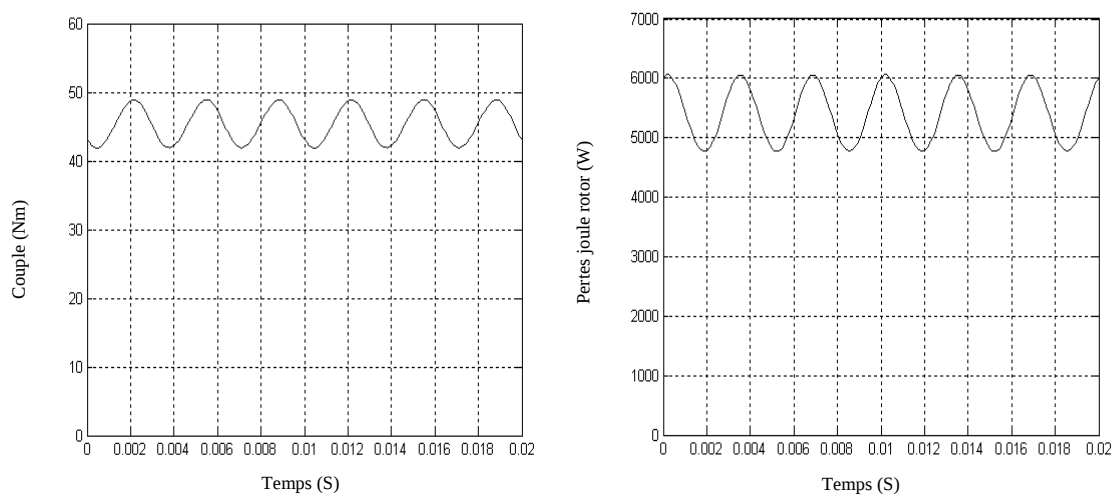


Fig. IV.12 Couple et pertes Joules rotoriques instantanés

- Pour  $h=1, 11$  et  $13$  avec  $\alpha = 0$

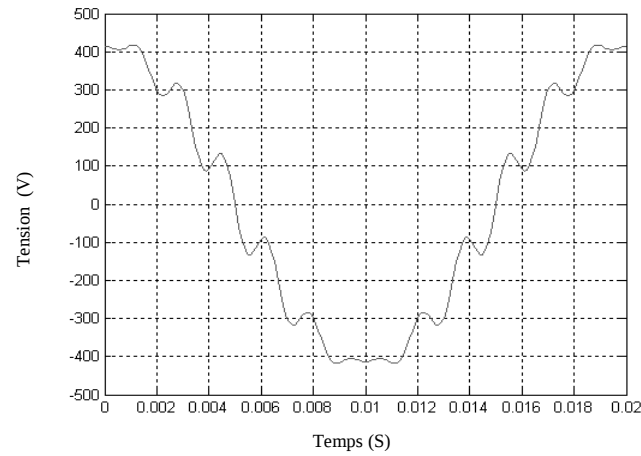


Fig. IV.13 Tension d'alimentation des deux étoiles

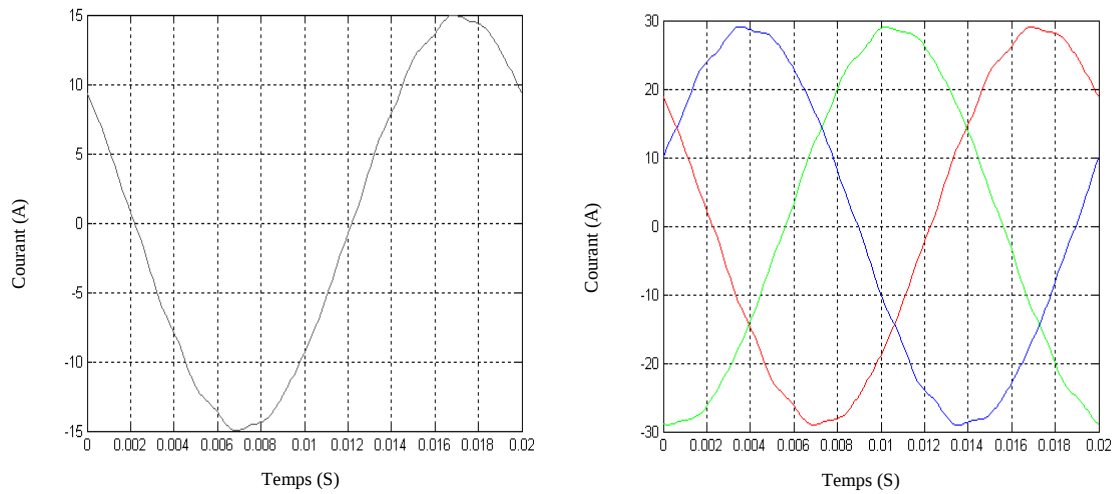


Fig. IV.14 courants du stator et du rotor en fonction de temps

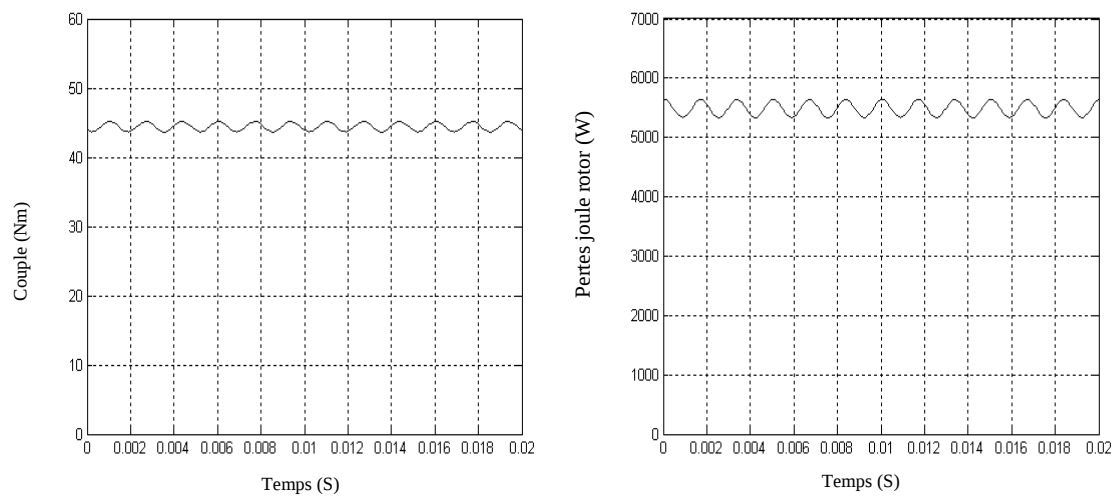


Fig. IV.15 Couple et pertes Joules rotoriques instantanés

- Pour  $h=1, 5$  et  $7$  avec  $\alpha = \frac{\pi}{3}$

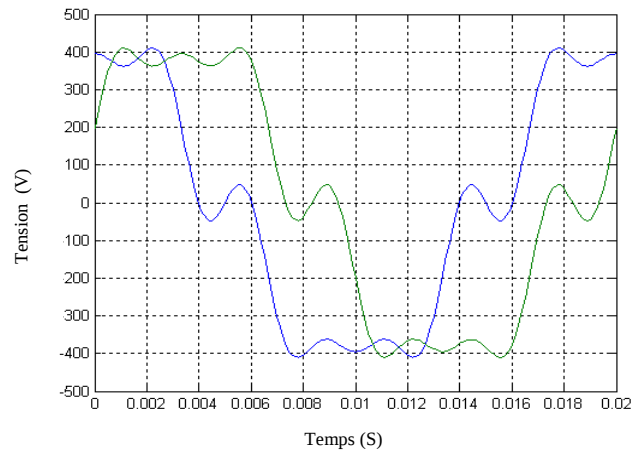


Fig. IV.16 Tension d'alimentation des deux étoiles

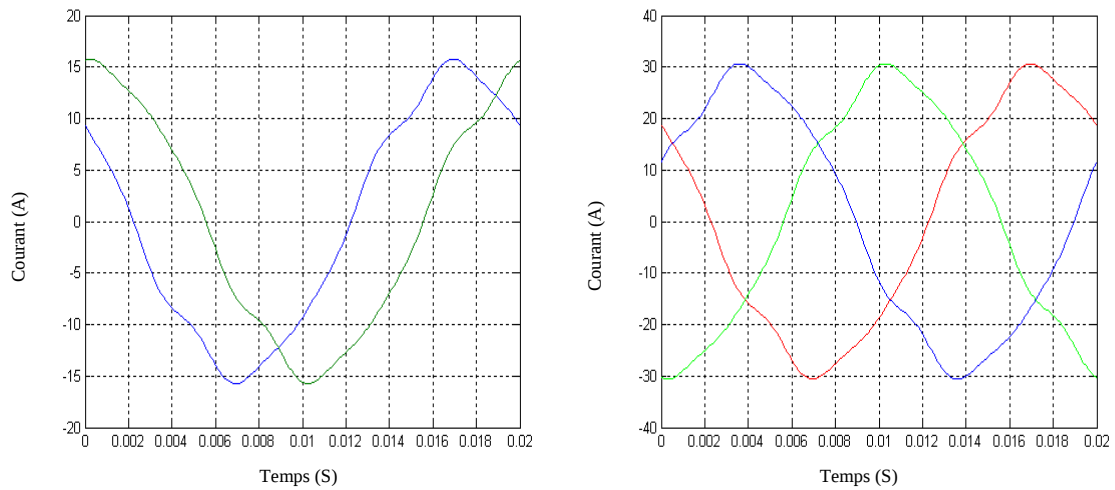


Fig. IV.17 courants du stator et du rotor en fonction de temps

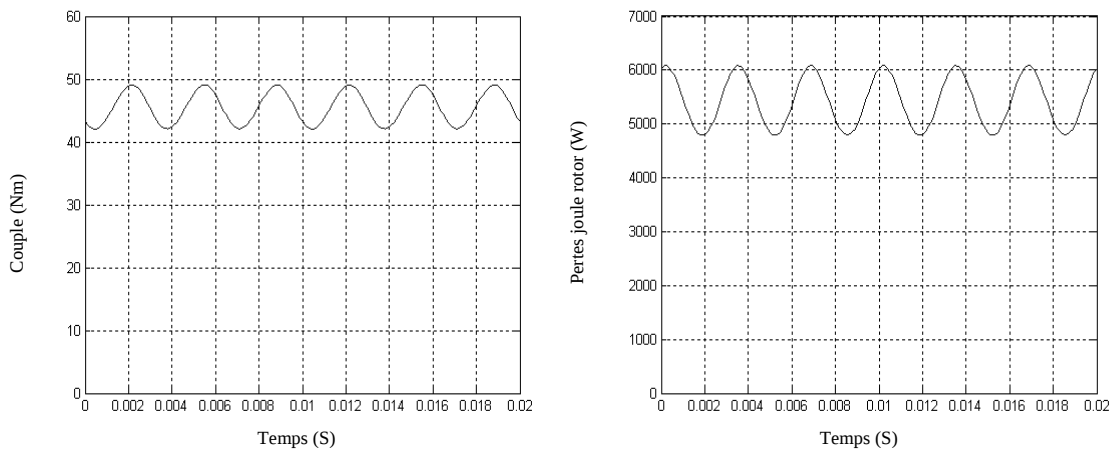


Fig. IV.18 Couple et pertes Joules rotoriques instantanés

- Pour  $h=1, 11$  et  $13$  avec  $\alpha = \frac{\pi}{3}$

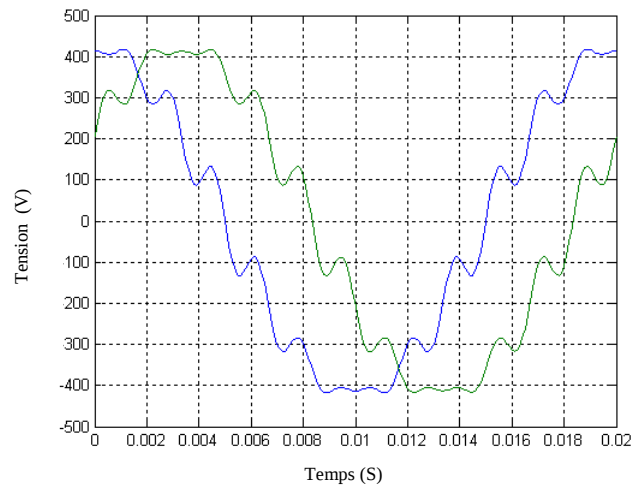


Fig. IV.19 Tension d'alimentation des deux étoiles

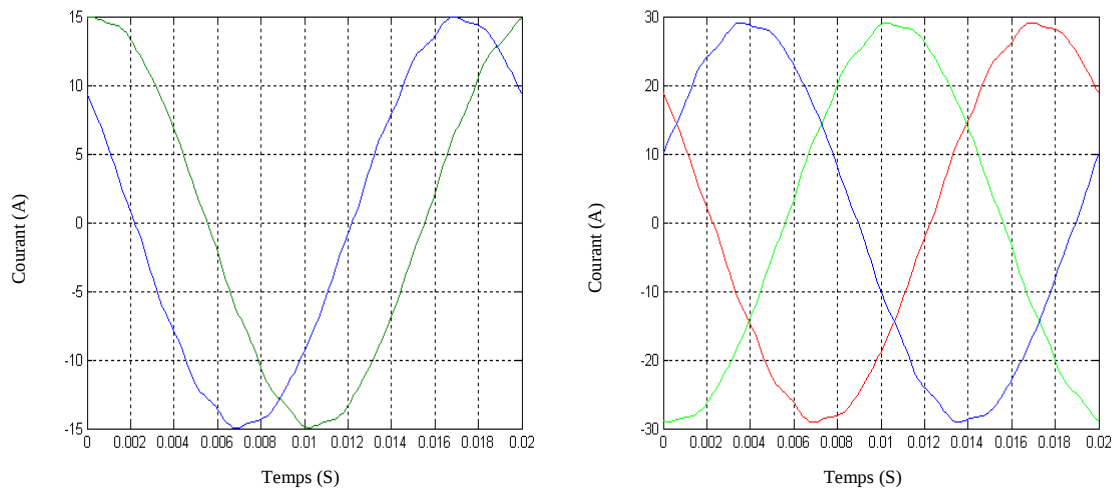


Fig. IV.20 courants du stator et du rotor en fonction de temps

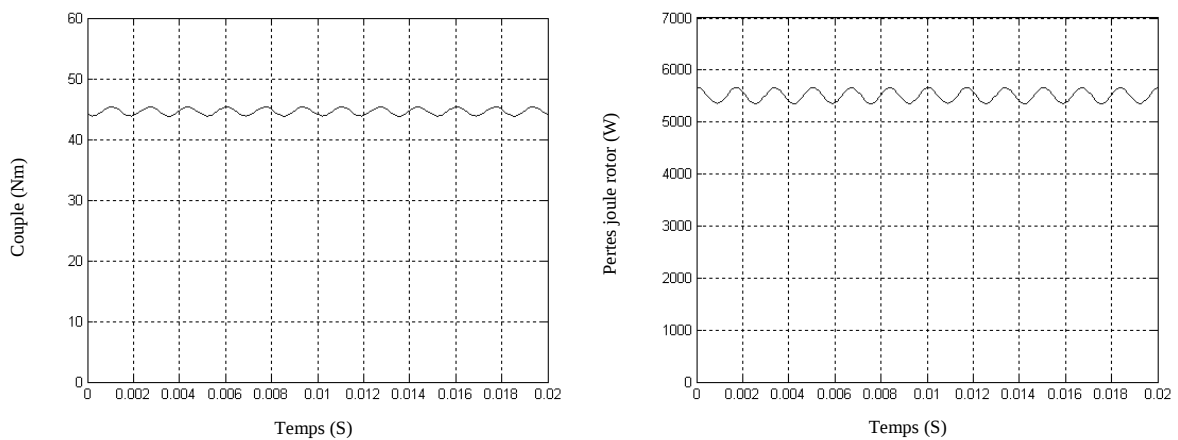
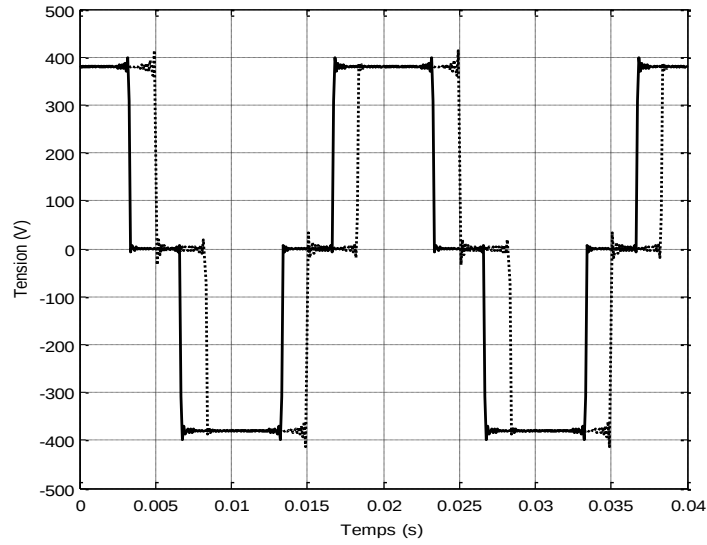
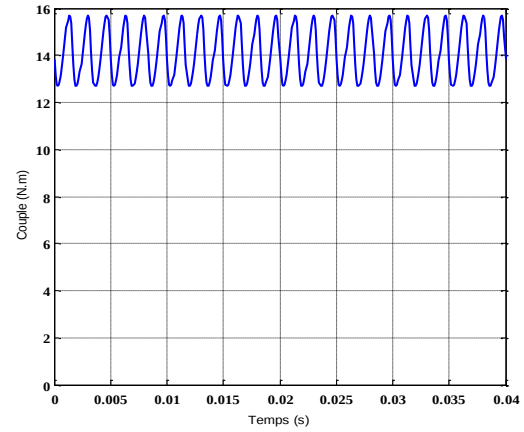
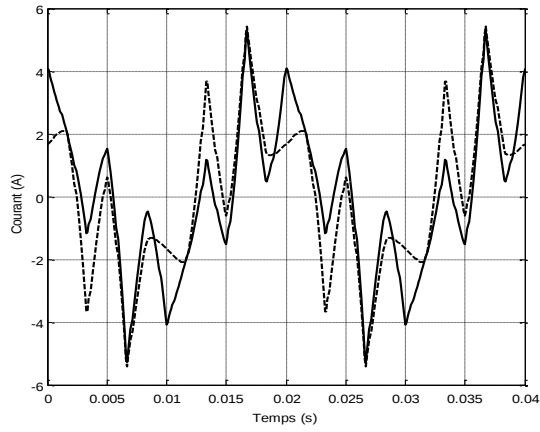


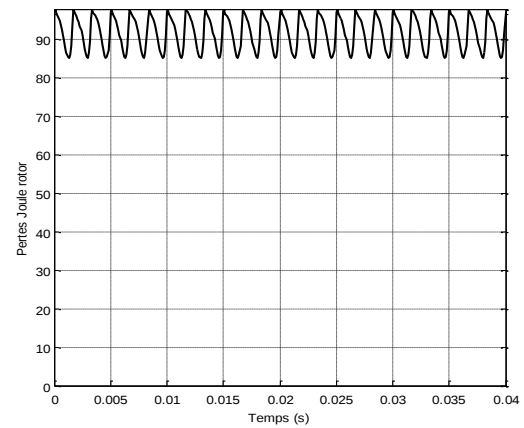
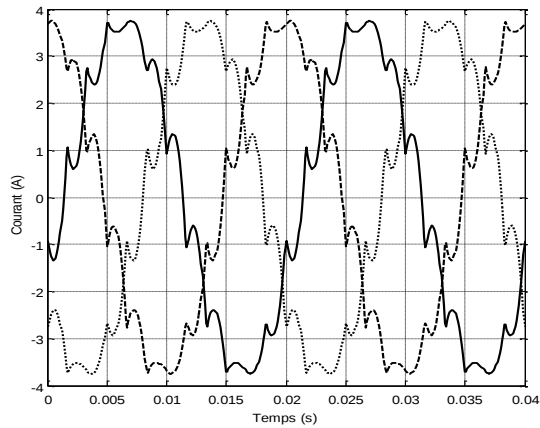
Fig. IV.21 Couple et pertes Joule rotoriques instantanés



a- Tensions d'alimentation des deux étoiles



b- Courant des deux étoiles du stator et couple instantanés



c- Courants et pertes Joules rotoriques instantanés

Fig. IV.22 Performances de la MASDE pour le fonctionnement nominal

### IV.5 Etude du modèle circuit associé à une alimentation MLI

Dans cette partie nous abordons l'application de la technique MLI sinus-triangulaire à l'alimentation de la MASDE pour différents décalages angulaires  $\alpha$  entre les deux étoiles statoriques.

#### IV.5.1 Technique de la MLI sinus\_triangulaire :

La MLI sinus\_triangulaire, qui permet d'obtenir des tensions formées de plusieurs créneaux, utilise le principe d'intersection entre une référence sinusoïdale de fréquence  $f_s$ , appelée modulante, et un signal triangulaire de haute fréquence  $f_p$ , appelée la porteuse p. Le schéma de principe est donné par la figure IV.23.

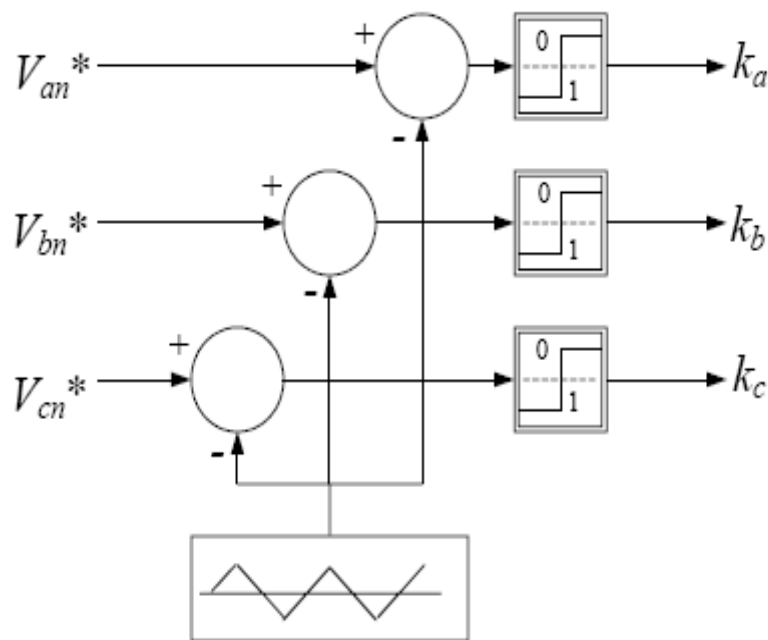


Fig. IV.23 Principe de la MLI Sinus-Triangulaire.

Le contrôle de la MASDE par la stratégie sinus-triangulaire est basé sur la variation de l'amplitude de la référence et la fixation de celle de la porteuse. L'onde de sortie, est alors obtenue par une simple comparaison des deux ondes, donnant ainsi l'ordre d'allumage ou

d'extinction aux composants constituant l'onduleur. Les tensions de référence et de la porteuse sont données par la figure suivante :

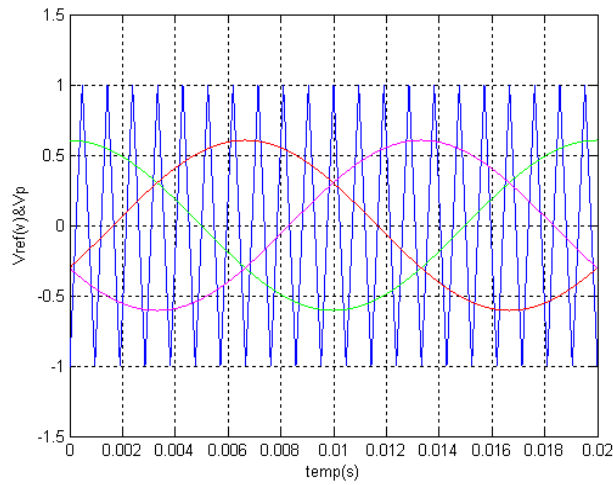


Fig. IV.24 Tension de référence et de la porteuse.

Ainsi les deux paramètres de contrôle sont l'indice de modulation ( $m$ ) qui représente le rapport entre la fréquence de la porteuse ( $f_p$ ) à la fréquence ( $f_s$ ) désirée et le coefficient de réglage en tension ( $R$ ) qui représente le rapport entre l'amplitude de l'onde de référence à la valeur crête de l'onde de la porteuse.

#### IV.5.2 Tension d'alimentation de la MASDE

La MASDE est supposée être alimentée par un convertisseur statique constitué de deux ponts triphasés (onduleur de tension contrôlé par la MLI sinus –triangulaire) [28], [29], [30], [31], [32]. Chaque pont est constitué de trois bras et chaque bras est constitué de deux transistors. Les transistors sont shuntés par des diodes de récupération. Le schéma de principe est donné par la figure IV.25.

Les formes d'onde des tensions d'alimentation des différentes phases des deux étoiles du stator, sont déterminées en fonction des signaux de commande des interrupteurs des deux onduleurs. Ces derniers, représentés sur les figures IV.26 et IV.27, sont définis comme suit :

$$S1 = 1.*(Vref1 > Vp) + 0.*(Vref1 \leq Vp)$$

$$S2 = 1.*(Vref2 > Vp) + 0.*(Vref2 \leq Vp)$$

$$S3 = 1. * (Vref3 > vp) + 0. * (Vref3 \leq vp)$$

$$S4 = 1. * (Vref4 > vp) + 0. * (Vref4 \leq vp)$$

$$S5 = 1. * (Vref5 > vp) + 0. * (Vref5 \leq vp)$$

$$S6 = 1. * (Vref6 > vp) + 0. * (Vref6 \leq vp)$$

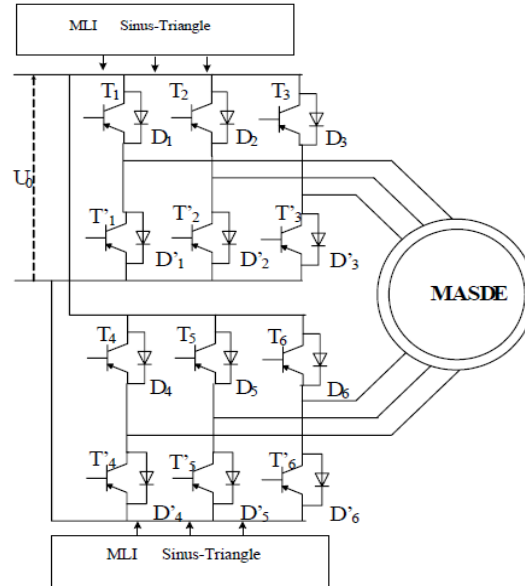


Fig. IV.25 Structure générale de l'alimentation de la MASDE par un onduleur de tension contrôlé par MLI.

On trouve les figures de simulation des signaux de commande des interrupteurs et les tensions simples des deux stators :

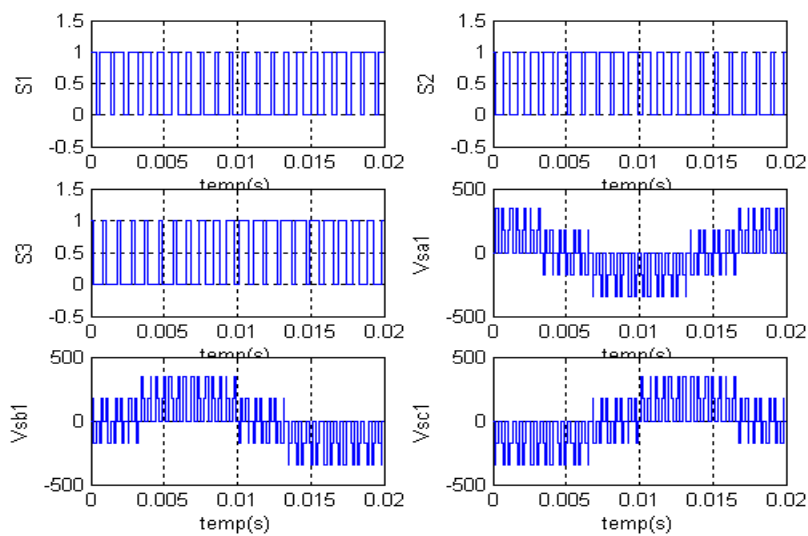


Fig. IV.26 Signaux de commande des interrupteurs et les tensions simples de stator 1.

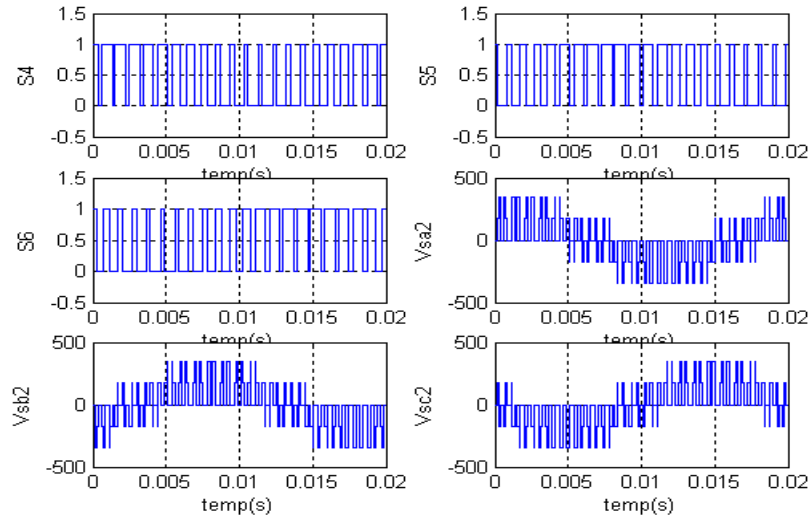


Fig. IV.27 Signaux de commande des interrupteurs et les tensions simples de stator 2 .

Les tensions des trois phases du stator 1 sont données par :

$$V_{as1} = (V_d/3) \cdot (2S_1 - S_2 - S_3).$$

$$V_{bs1} = (V_d/3) \cdot (-S_1 + 2S_2 - S_3).$$

$$V_{cs1} = (V_d/3) \cdot (-S_1 - S_2 + 2S_3).$$

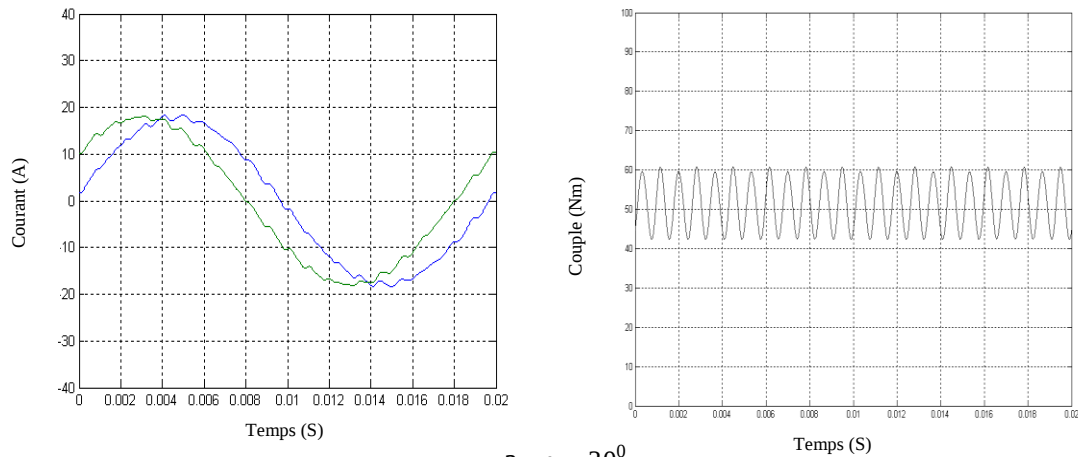
Et ceux des trois phases du stator 2 par :

$$V_{as2} = (V_d/3) \cdot (2S_4 - S_5 - S_6).$$

$$V_{bs2} = (V_d/3) \cdot (-S_4 + 2S_5 - S_6).$$

$$V_{cs2} = (V_d/3) \cdot (-S_4 - S_5 + 2S_6).$$

### IV.5.3 Résultats de simulation



a-  $\alpha = 30^\circ$

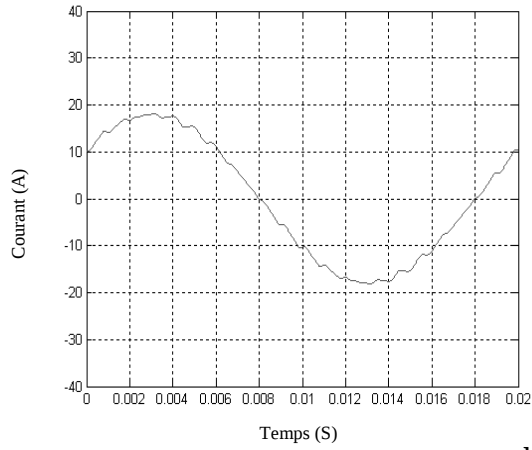
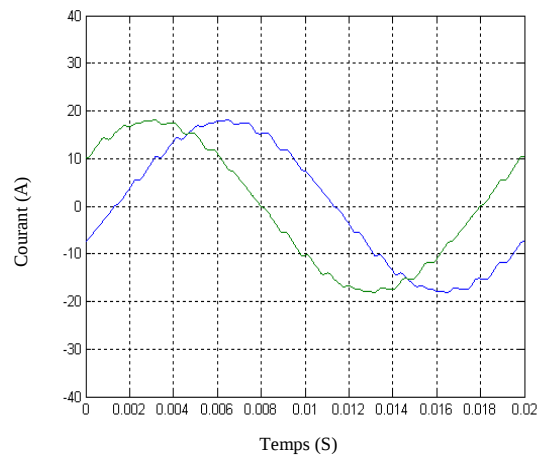
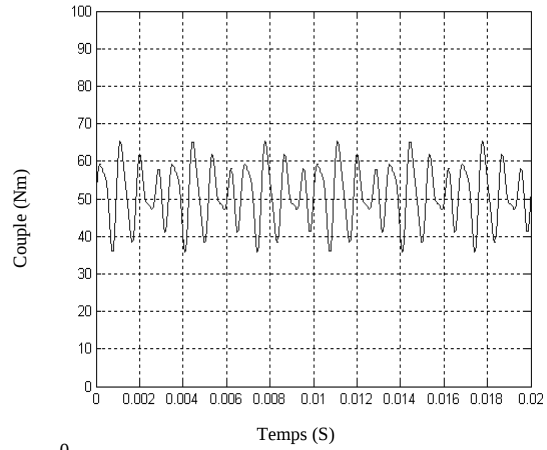
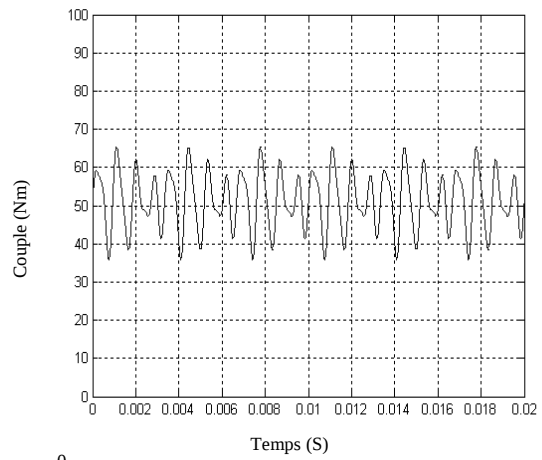
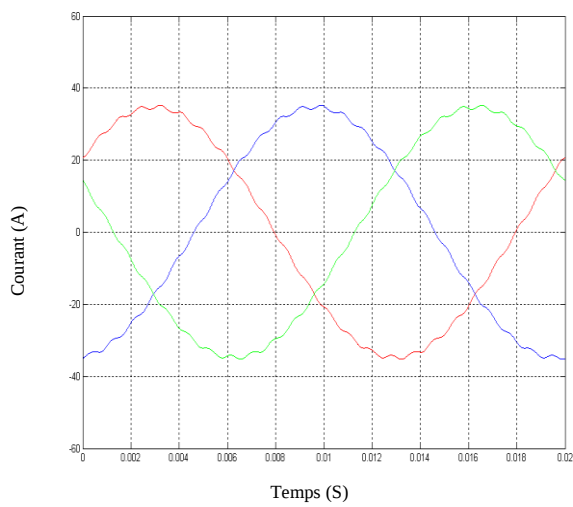
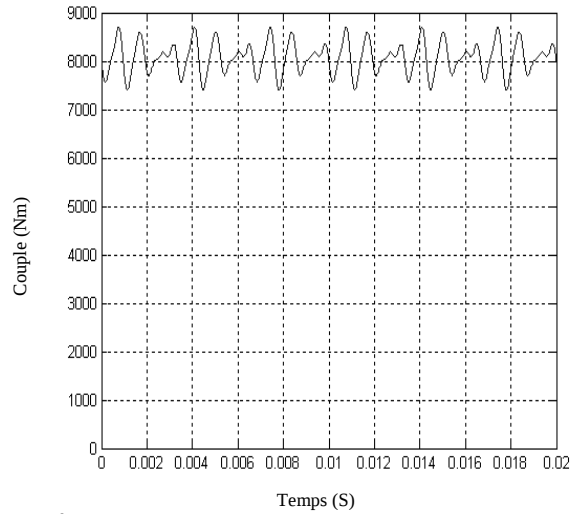
b-  $\alpha = 0^\circ$ c-  $\alpha = 60^\circ$ 

Fig. IV.28 Courants des deux étoiles et couples électromagnétique en fonction de temps

a-  $\alpha = 30^\circ$ 

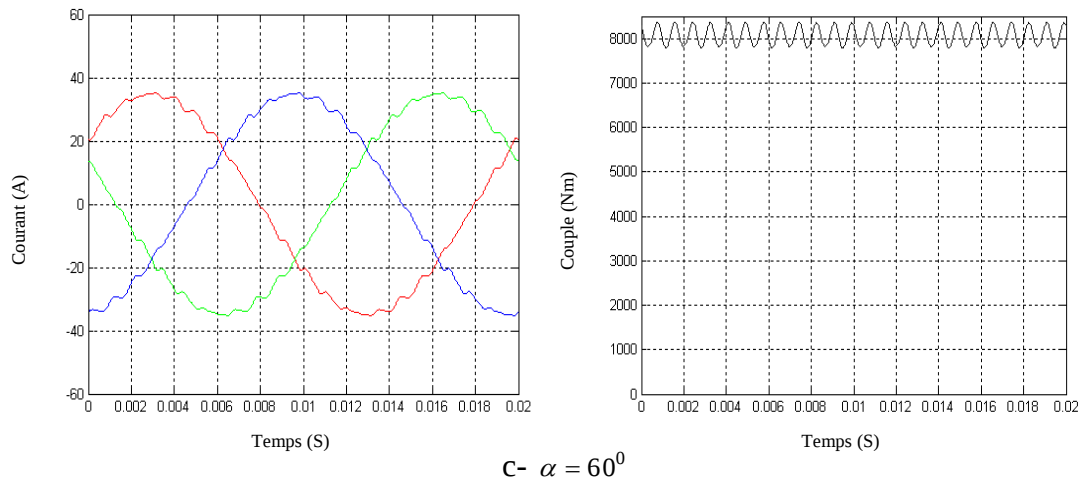
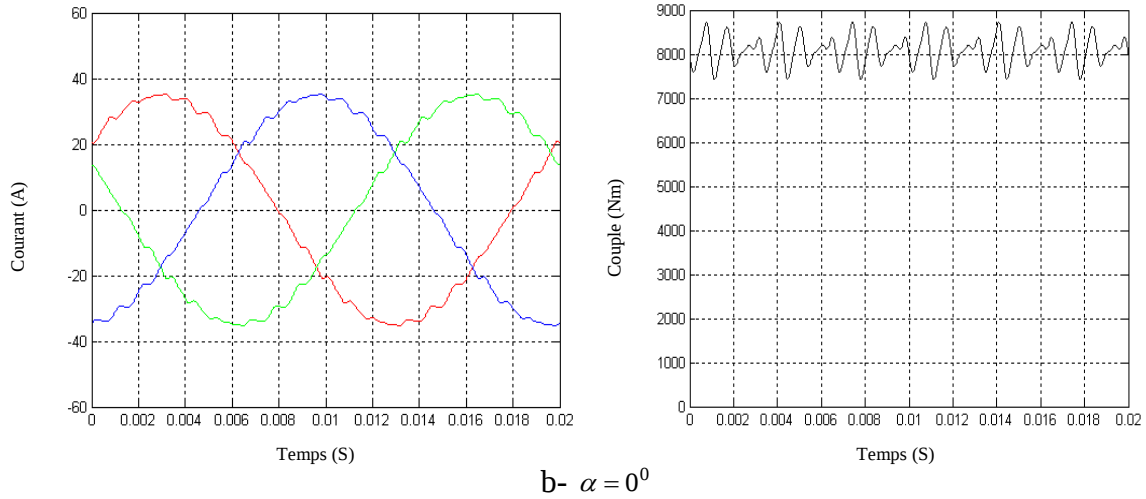
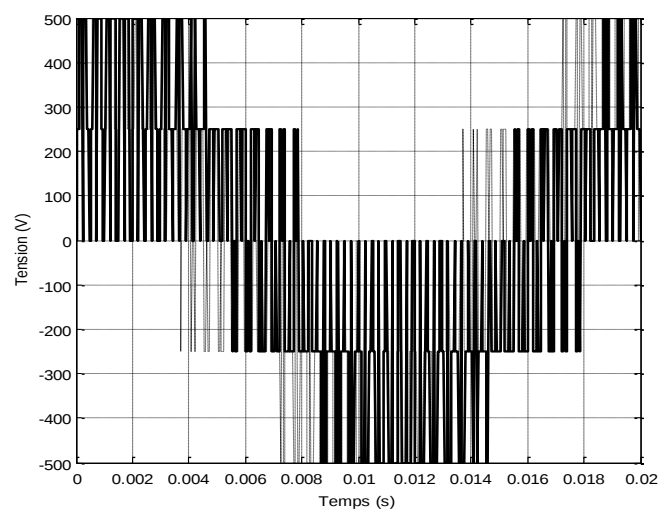
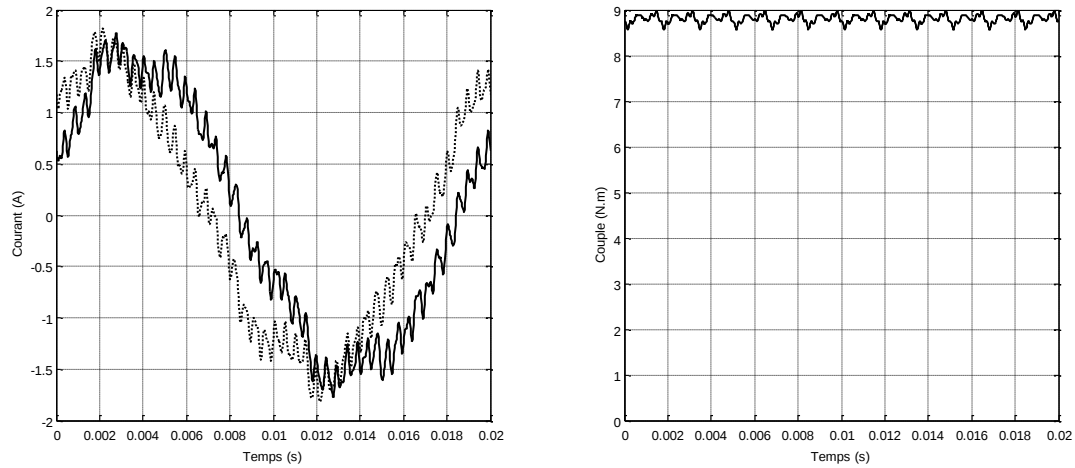
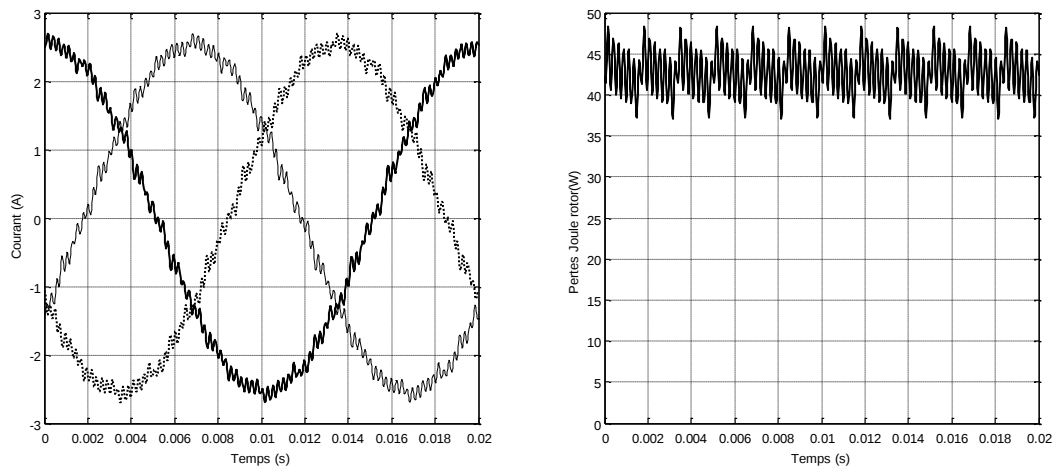


Fig. IV.29 Courants et pertes Joules au rotor en fonction de temps.





b- Courant des deux étoiles du stator et couple instantanés



c- Courants et pertes Joules rotoriques instantanés

Fig. IV.30 Performances de la MASDE pour le fonctionnement nominal

## IV.6 Interprétations des résultats

### -Etoiles non décalées

Lorsque les deux étoiles sont non décalées, nous pouvons constater que les composantes de courant de circulation sont absentes et qu'aucune déformation excessive n'est observée sur les courants de phases statoriques. Tous les harmoniques existants sont convertibles et induit des ondulations de couple et des pertes Joules rotorique très importante.

Dans ces conditions d'alimentation, le fonctionnement de la MASDE avec  $\alpha = 0^0$  est strictement identique à celui de la machine asynchrone triphasée.

-Étoiles décalées de  $30^\circ$ 

Les composantes de courants de circulation étant non nulles pour  $\alpha = 30^\circ$  ; on retrouve une déformation dans les courants statoriques due aux harmoniques de type NC. Les déformations des courants statoriques suggèrent cependant qu'une telle machine conduit à des pertes joules statoriques, si ces pertes sont en effet plus importantes que pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $\alpha = 60^\circ$  à cause de la présence des courants de circulations, les pertes par effet joule rotorique sont au contraire logiquement diminuées. Les ondulations observées au niveau de couple et les pertes joules rotorique restent relativement faibles; Elles sont produites par les harmoniques de type convertible et elles sont inférieures aux ondulations obtenues dans le cas des étoiles non décalées.

-Étoiles décalées de  $60^\circ$ 

Les formes d'ondes dans ce cas sont identiques à celles pour  $\alpha = 0^\circ$ . Les harmoniques de courant de type NC sont inexistantes. Les pertes joules rotoriques et les ondulations du couple sont très importantes.

**IV.7 Conclusion**

Nous avons mis en évidence l'effet des harmoniques de temps, générés par le convertisseur statique d'alimentation, sur les performances de la MASDE en se basant sur les schémas équivalents en régime permanent. Le modèle circuit développé est testée sur trois configurations où les deux étoiles sont respectivement décalées d'un angle électrique de  $30^\circ, 0^\circ$  et  $60^\circ$ .

Les résultats de simulations obtenus montrent que l'utilisation de la MASDE demande un certain nombre de précautions particulières, celles-ci sont essentiellement liées au problème des courants harmoniques de circulations au stator qui apparaissent lors d'une alimentation par onduleurs ; Ils engendrent des pertes supplémentaires au stator et imposent des contraintes aux interrupteurs de l'onduleur.

## Conclusion générale

Nous avons déterminé dans ce travail les performances de la machine asynchrone double étoile (MASDE) en tenant compte des harmoniques d'espace en premier lieu et les harmoniques de temps avec le fondamental des harmoniques d'espace et à la fin l'association des harmoniques d'espace et de temps en se basant sur le schéma équivalent établi.

Notre étude est testée sur trois configurations où les deux étoiles sont décalées d'un angle  $30^\circ, 60^\circ, 0^\circ$  et nous avons vu que le fait de décaler les deux étoiles statoriques conduit à éliminer certaines harmoniques qui causent des pertes supplémentaires et des couples parasites, et un réel avantage de cette machine. Donc il n'y a pas forcément besoin de bobiner le stator de manière à réduire ces harmoniques de l'ordre  $6m \pm 1$  (avec  $m=1, 3, 5\dots$ ) comme il est nécessaire de faire pour les machines triphasées avec le raccourcissement au niveau de bobinage statoriques.

Le fait que dans le cas où  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  ces harmoniques sont éliminées naturellement. Mais l'utilisation de la MASDE demande un certain nombre de précautions particulières, celles-ci sont essentiellement liées au problème des courants harmoniques de circulations au stator lors d'une alimentation par onduleurs de tension MLI qui engendrent des pertes supplémentaires au stator.

Cette approche développée pour la MASDE peut bien sûr être étendue à d'autres machines par exemple les machines multi étoiles.

On peut penser que ces apports devraient permettre une utilisation croissante des machines asynchrone double étoile dans les applications industrielles et ce même en faible puissance. En effet, les possibilités de fonctionnement en marche dégradée offrent de réels intérêts pour les systèmes embarqués pour lesquels les contraintes de fiabilité sont élevées.

## Références Bibliographiques

- [1] H. Hamache, “Etude et réalisation d’une machine asynchrone double étoile :conception, alimentation et commande” mémoire de magister EMP, 2004.
- [2] R. H. Nelson and P. C. Krause, “Induction machine analysis for arbitrary displacement between multiple windings,” IEEE Trans. Power App. Syst, vol. PAS-93, pp. 841–848, May 1974.
- [3] L. Xu and L. Ye, “Analysis of a novel stator winding structure minimizing harmonic current and torque ripple for dual six-step converter-fed high power ac machines”, IEEE Trans. Ind. Applicat, vol. 31, pp. 84–90, Jan./Feb. 1995.
- [4] T. F. Barton, “The Double-Winding Generator ”, General Electric Review, June 1929, pp. 302-308.
- [5] P.L. Alger, E.H. Freiburghouse, D. Ehasz, “Double Windings for Turbine Alternators”, AIEE Trans, Vol.49, pp. 226-244, Jan.1930.
- [6] E. A. Klingshirn, “High Phase order Induction Motors-Part I-Experimental Result”, IEEE Trans. Power App. Syst, Vol. PAS-102, no.1, pp. 47-53, Jan. 1983.
- [7] P. Letellier, “High Power Permanent magnet machines for electric propulsion drives”, AES 2000 26/27 October 2000 Paris, France.
- [8] N. Moubayed, F. Meibody-Tabar, B. Davat, “Alimentation par deux onduleurs de tension d’une machine asynchrone double étoile”, Revue Internationale de Génie Electrique, vol. 1, n 4, 1998, pp. 457-470.
- [9] O. Ojo and I. E. Davidson, “PWM-VSI inverter-assisted stand-alone dual stator winding induction generator”, IEEE Trans. Ind. Applicat, vol. 36, pp. 1604–1611, Nov./Dec. 2000.
- [10] G. Oriti, L. Julian, and T. A. Lipo, “An inverter/motor drive with common mode voltage elimination”, in Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting, vol. 1, Oct. 1997, pp. 587–592.
- [11] T. A. Lipo, “A d–q model for six phase induction machines”, in Proc. ICEM’80, Athens, Greece, Sept. 1980, pp. 860–867.
- [12] P. T. Norton, P. E. Thompson, “The naval electric ship of today and tomorrow”, AES 2000, October 2000 Paris (France), pp. 80-86.

- [13] T. Jahns, "Improved reliability in solid state ac drives by means of multiple independent phase-drive units", IEEE Trans. On Industry Applications, vol. 16, May-June 1980, pp 321-331.
- [14] K. Taniguchi, M. Inoue, Y. Takeda, S. Morimoto, "A PWM strategy for reducing torque-ripple in inverter-fed induction motor", IEEE Trans. Ind. Appl, Vol. 30, No. 1, pp. 71-77, Jan./Feb.1994.
- [15] D. Roger, "La machine asynchrone double étoile : Régimes transitoires-Alimentation à fréquence variable", Thèse de Doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, 1993.
- [16] A. Khezzar, "Filtrage actifs du couple de machines électriques de forte puissance", thèse de Doctorat de l'INP de lorraine, 1997.
- [17] D. Hadiouche, "Minimisation des ondulations du couple de la machine asynchrone alimentée par onduleur : la machine asynchrone double étoile", rapport bibliographique de DEA de l'INP de lorraine, Nancy, Avril 1998, 29p.
- [18] D. Hadiouche, "Comparaison des harmoniques de couple d'une machine asynchrone alimentée par des convertisseurs statiques", rapport de DEA de l'INP de lorraine, Nancy, Juillet 1998, 79p.
- [19] D. Hadiouche, "Contribution à l'étude de la machine asynchrone double étoile: Modélisation, alimentation et structure", Thèse de Doctorat de l'université Henri Poincaré, Vandoeuvre-lès-Nancy, 20 décembre 2001.
- [20] E. A. Klingshirn, "Harmonic Filters for Six-Phase and Other Multiphase Motors on Voltage Source Inverters", IEEE Tran on Industry Applications, Vol. IA21. No 4, May/June 1985.
- [21] P. L. Alger, "Induction machines –Their behavior and uses", Gordon and Breach Science Publishers, 3<sup>rd</sup> edition, 1995, 528 P.
- [22] J. L. Kirtley "analytic Design Evaluation of Induction Machines", class note 8.
- [23] R. Lateb "Modélisation des machines asynchrones et synchrones à aimants avec prise en compte des harmoniques d'espace et de temps application à la propulsion marine par POD", Thèse de doctorat E.M.P, 2006.
- [24] Z. Chen & A.C. Williamson, "Simulation study of a double three phase electric machine", International Conference on Electric Machine, ICEM'98, 1998, vol.1, pp215-220.
- [25] A. Foggia, "Méthodes de calcul des inductances de fuites", Techniques de l'ingénieur, D3440.
- [26] G. Grellet, "pertes dans les machines tournantes", Techniques de l'ingénieur, D3450.

- [27] N. Moubayed, “Alimentation par onduleur de tension des machines multi-étoiles”, Thèse de Doctorat de l’INP de lorraine, 1999.
- [28] G. W. Mc Lean, G.F. Nix, S.R. Alwash, “Performance and design of induction motors with square-wave excitation”, Proc IEE, Vol 116, No. 8, pp.1405-1411, Aug 1969.
- [29] F.X. Wang, T.A. Lipo, “Analysis and steady-state behavior of an optimized AC converter machine”, IEEE Trans. Power APP. Syst, Vol Pas -102, No 8, pp 2734-2742, August 1983.
- [30] T.A. Lipo, F.X. Wang, “Design and Performance of a Converter Optimized AC Machine”, IEEE Trans Ind Appl, Vol IA-20, No 4, pp 834-844, July/August 1984.
- [31] F.X. Wang, B.Y. Zhang, “Wave form Optimization Design of an Converter Machine”, IEEE Trans Ind Applicat, Vol 25, No 3, pp 436-440, May/June 1989.
- [32] J.S. Hsu, S.S.P. Lion, H.H. Woodson, “Peaked-MMF smooth-torque reluctance motors”, IEEE Trans Energ Conv, Vol 5, No 1, pp 104-109, March 1990.

**Paramètres de la machine :**

Tableau 1 : Caractéristiques nominales de la machine.

| <b>Caractéristiques</b>    | <b>Valeurs</b> | <b>Unités</b> |
|----------------------------|----------------|---------------|
| Puissance utile            | 2.2            | kW            |
| Nombre phases              | 6              | -             |
| Fréquence d'alimentation   | 50             | Hz            |
| Vitesse                    | 1465           | tr/mn         |
| Tension d'alimentation     | 380            | V             |
| Connexion des enroulements | triangle       | -             |
| Courant absorbé            | 6              | A             |

Tableau 2 : Dimension de stator

| <b>Composante</b>                   | <b>valeurs</b> | <b>Unité</b> |
|-------------------------------------|----------------|--------------|
| Diamètre extérieur                  | 167            | mm           |
| Diamètre intérieur                  | 111            | mm           |
| Longueur axiale                     | 126            | mm           |
| Nombres d'encoches                  | 36             |              |
| Nombres de brins actifs par encoche | 56             |              |
| Epaisseur de l'entrefer             | 0.5            | mm           |

Tableau 3 : Dimension de rotor

| <b>Composante</b>                 | <b>Valeurs</b> | <b>Unité</b> |
|-----------------------------------|----------------|--------------|
| Diamètre extérieur                | 110            | mm           |
| Profondeur de l'encoche rotorique | 23             | mm           |
| Diamètre de l'arbre               | 31             | mm           |
| Nombre d'encoche                  | 28             |              |

**Facteur de bobinage :**

$$K_{sn} = K_{dn} K_{fn} K_m K_{in}$$

**Coefficient de distribution :**

$$K_{dn} = \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2m}\right)}{q \sin\left(\frac{n\pi}{2mq}\right)}.$$

**Coefficient de filtrage :**

$$K_{fn} = \frac{\sin\left(\frac{n\varepsilon}{2}\right)}{\frac{n\varepsilon}{2}}. \quad \text{Avec } \varepsilon : \text{l'ouverture de l'encoche.}$$

**Coefficient de raccourcissement :**

$$K_m = \sin\left(\frac{n\beta\pi}{2}\right).$$

**Coefficient d'inclinaison :**

$$K_{in} = \frac{\sin\left(\frac{n\alpha}{2}\right)}{\frac{n\alpha}{2}} \quad \text{Avec } \alpha = \frac{2p\pi}{Ne}.$$

$Ne$  : Nombre d'encoche statorique.

$p$  : Nombre de paire de pole.

**Liste des symboles :**

$L$  : Longueur de la machine.

$R$  : Rayon d'alésage.

$e$  : Largeur d'entrefer.

$\mu_0$  : Perméabilité de l'air.

$\alpha$  : Angle électrique de décalage entre les deux étoiles.

$n_d$  : Harmonique d'espace directe de rang  $6m+1$ .

$n_i$  : Harmonique d'espace inverse de rang  $6m-1$ .

$g_n$  : Glissement relatif à l'harmonique d'espace de rang  $n$ .

$g_1$  : Glissement relatif au fondamental.

$g_h$  : Glissement relatif à l'harmonique de temps de rang  $h$ .

$h_A, \dots, h_G$  : Désigne le champ magnétique dans une surface de l'encoche.

$n_{1,A}, \dots, n_{1,G}$  : Correspond au nombre de conducteurs de la bobine 1, encerclés par la ligne de champ ( $h_A, \dots, h_G$ ) qui traverse la surface ( $A, \dots, G$ ).

$dY$  : Variation de la hauteur de l'encoche.

$h_d$  : Harmonique de temps directe de rang  $6m+1$ .

$h_i$  : Harmonique de temps inverse de rang  $6m-1$ .