

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de
MAGISTER EN PHYSIQUE
Spécialité : Physique Théorique
Par : Melle BAHAMIDA Saïda

Sujet :

*Sur l'effet de la charge des grains de
poussière dans un plasma complexe*

Soutenu publiquement le 08/06/2005, devant le jury composé de :

Mr. A. CHOUCHAOUI	Professeur (USTHB)	Président
Mr. R. ANNOU	Maître de conférences (USTHB)	Directeur de thèse
Mr. B. FERHAT	Professeur (USTHB)	Examineur
Mr. N. BELDJOUDI	Maître de conférences (USTHB)	Examineur
Mr. N. MEZAOUI	Chargé de cours (USTHB)	Examineur

Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du laboratoire de Physique théorique de la Faculté de Physique de l'U. S. T. H. B.

Je remercie très respectueusement Monsieur A. CHOUCHAOUI, Professeur à l'U. S. T. H. B., de m'avoir fait l'honneur de présider le jury d'évaluation de cette thèse.

Je remercie vivement Messieurs B. FERHAT, Professeur, N. BELDJOUDI, Maître de conférences ainsi que N. MEZAOUI, chargé de cours à l'U. S. T. H. B., pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail. Je tiens à leur témoigner ici ma profonde reconnaissance.

Mes remerciements les plus vifs ainsi que ma profonde gratitude vont tout particulièrement à Monsieur R. ANNOU, Maître de conférences à l'U. S. T. H. B. Je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance d'avoir proposé et dirigé ce travail, et de m'avoir initiée à la recherche.

J'adresse mes remerciements à Messieurs M. DJEBLI et M. ISHAC BOUSHAKI, avec qui j'ai appris énormément lors de notre édifiante collaboration.

Que Monsieur M. FELLAH, professeur à la faculté de Physique de l'U. S. T. H. B., trouve ici ma profonde reconnaissance de n'avoir cessé de m'encourager à persévérer dans mon travail.

Je ne saurais oublier de remercier tous mes collègues du laboratoire de Physique Théorique, de m'avoir chaleureusement accueillie, encouragée et soutenue durant la réalisation du présent travail.

J'adresse également mes remerciements les plus vifs à Madame L. AMIROUCHE, Mesdemoiselles M. GALLOUZE, L. ROUAIGUIA et N. LEHTIHAT pour leur soutien moral ainsi que toute l'amitié qu'elles m'ont témoignée.

Je ne saurais clore cette partie de ma thèse sans remercier ma famille ainsi que tous mes amis.

SOMMAIRE

Introduction.....	1
-------------------	---

CHAPITRE I

LA DESINTEGRATION D'UN MODE IONIQUE ACOUSTIQUE DE POUSSIÈRE EN UN MODE ACOUSTIQUE IONIQUE ET UN MODE ACOUSTIQUE DE POUSSIÈRE

I.1 Introduction	9
I.2 Notion de susceptibilité diélectrique.....	10
I.3 Détermination des susceptibilités.....	12
I.3.1 Equation de base.....	12
a) Equation de la charge.....	12
b) Equations fluides.....	13
I.3.2 Linéarisation et écriture des équations de base dans l'espace de Fourier.....	14
I.3.3 Susceptibilité.....	17
a) Mode ionique acoustique de poussière.....	17
b) Mode acoustique de poussière.....	19
I.4 Application.....	21
I.4.2 Instabilité de désintégration paramétrique électrostatique.....	21
I.4.3 Relations de dispersions.....	23
I.5 Conclusion.....	30
I.6 Références.....	31

CHAPITRE II

DETENDE DES PLASMAS POUSSIÈREUX DANS LE VIDE

II.1 Introduction.....	32
II.2 Formulation.....	34
II.3 Discussions.....	40
II.4 Conclusion.....	45
II.5 Références.....	46

CHAPITRE III

EFFET DE LA DISTRIBUTION EN TAILLE DES GRAINS DE POUSSIÈRE SUR LES SOLITONS ACOUSTIQUES DE POUSSIÈRE

III.1 Introduction.....	47
III.2 Formulation.....	48
III.3 Potentiel de Sagdeev	51
III.4 Conclusion	57
III.5 Références.....	58

CHAPITRE IV

GENERATION D'ONDES PLASMA-IONIQUES DANS LA COMETE DE HALLEY

IV.1 Introduction.....	59
IV.2 Formulation.....	60
IV.3 linéarisation et écriture des équations dans l'espace de Fourier.....	60
IV.4 Potentiel d'équilibre (Debye–Hückel).....	64
IV.5 Conclusion.....	68
IV.6 Références	69

APPENDICE

L'EFFET DE LA PRESSION SUR L'EXPANSION D'UN PLASMA POUSSIÈREUX DANS LE VIDE

1. Introduction.....	70
2. Formulation.....	70
3. Discussion.....	75
4. Conclusion.....	75
5. Références.....	80

INTRODUCTION

Dans de nombreuses situations réelles rencontrées dans la nature ou dans l'industrie, le plasma électron-ion ordinaire est contaminé par des impuretés. Ces dernières peuvent être des grains de poussière très massifs dont la masse peut atteindre la valeur de $m_d/m_i \approx 10^{12}$, et sont capables d'acquérir des charges très élevées de l'ordre de $|Q/e| \approx 10^4$, et sont de nature diélectrique ou métallique. Le plasma qui contient ces grains de poussière est appelé pour cette raison : Plasma Poussiéreux (*Dusty Plasma*) [1-3]. Les plasmas poussiéreux sont présents dans plusieurs environnements. A titre d'exemple, citons l'espace interstellaire qui est composé de gaz (molécules, atomes, ions..) et de grains de poussière, ces derniers pouvant être à l'origine de l'effondrement du gaz. Ces grains représenteraient 0.5 à 1% de la masse du milieu interstellaire. En dépit du fait que le processus de formation des étoiles et des planètes est complexe, on sait néanmoins, qu'un immense nuage de gaz et de poussière est à l'origine de la naissance du soleil par exemple [4,5]. Cette poussière, bienque minoritaire par rapport au gaz, joue réellement un rôle fondamental dans l'évolution des différents objets astrophysiques ainsi que leur perception par l'observateur. Selon la magnitude des forces électromagnétique et gravitationnelle exercées par les grains les uns sur les autres, il apparaît trois cas de figures distincts, à savoir, i/ la force électromagnétique est supérieure à la force de gravité, ii/ les deux forces s'équilibrent et iii/ la force de gravité prédomine. En pratique, le premier cas correspond aux plasmas de laboratoire alors que le second cas est relatif aux milieux interstellaires, et aux atmosphères planétaires, e.g., anneaux de Jupiter, d'Uranus, de Neptune et de Saturne, ainsi que la mésopause située à l'extrémité de la mésosphère entre 80 et 90 km d'altitude au niveau de l'atmosphère terrestre. Les effets des grains de poussière se manifestent aussi dans les comètes, petits corps fragiles de formes irrégulières, composées d'un mélange de grains et de gaz gelé [6]. Le dernier cas correspond aux plasmas astrophysiques, lesquels se manifestent lors de la formation des structures de larges échelles [7].

En ce qui concerne les plasmas de laboratoire, les grains de poussière peuvent y être introduits artificiellement ou peuvent s'y former naturellement au bout d'une série de transformations. Il est utile de préciser que par plasmas de

laboratoire nous entendons toutes les situations industrielles telles que les décharges DC et RF, les réacteurs plasma de traitement ou production de matériaux, les machines de fusion, etc. Trois phases sont dénombrées et à travers lesquelles s'effectue la formation d'un grain, à savoir, la nucléation, l'agglomération et enfin l'accrétion. La nucléation qui est la formation d'agrégats, est admise s'opérer à partir d'anions. L'hypothèse selon laquelle la nucléation se déclencherait à partir de cations n'est pas étayée par l'expérience. A titre d'exemple, exposons ci-après les mécanismes de formation d'un grain de poussière dans le plasma de Silane. En effet, l'électron est dissocié du Silane (SiH_4) pour donner un H et un SiH_3^- qui, après combinaison avec un autre Silane, peut former le $Si_2H_5^-$. De même, un autre Silane associé à ce dernier peut donner un $Si_3H_7^-$. De façon général, l'ion négatif $Si_{n+1}H_{2n+3}^-$ résulte de la combinaison de l'ion négatif $Si_nH_{2n+1}^-$ avec SiH_4 . Alors que, la taille des agrégats augmente, le taux de réaction ion-molécule diminue et la chaîne de réactions successives se termine par la neutralisation de $Si_nH_m^-$ qui devient un agrégat Si_nH_m . La taille critique que peut prendre l'agrégat est d'environ 2 nanomètres. Cette phase que nous venons de décrire est appelée germination, à partir d'un radical qui se transforme en un polysilane donnant ensuite lieu à un agrégat. Dans la deuxième phase, les agrégats ainsi formés sont soumis à l'effet de piégeage sélectif basé sur la taille. Quand ces éléments atteignent une densité critique, le mécanisme de coagulation ou agglomération commence [8].

Le trait saillant des grains de poussière demeure leur charge électrique. Les grains de poussière acquièrent une charge électrique par l'interaction avec les particules du plasma et/ou les radiations électromagnétiques. Cette charge dépend de l'environnement et des paramètres du grain. Ainsi, les différents processus résultants de cette interaction, favorisent le chargement du grain par absorption des particules du plasma, par photo-émission due à l'interaction avec les photons d'une source de radiations électromagnétiques, par émission d'électrons secondaires due à la collision avec les particules énergétiques du plasma électronique, ainsi que par émission thermoionique d'électrons par les grains. Cette charge d'équilibre peut être négative ou bien positive selon les processus considérés. L'attachement des ions et des électrons à la surface du grain par exemple, conduit

ce dernier à se charger négativement. Ceci est dû au fait que l'inertie des électrons est très petite devant celle des ions. Ce processus étant le plus connu dans les plasmas de laboratoires. En contre partie, le grain peut être chargé positivement par l'émission secondaire, la photo-émission ou l'émission thermoïonique [9,10].

Il est à noter que la présence des grains de poussière dans le plasma modifie incontestablement les modes d'oscillations que peut supporter ce plasma et en introduit de nouveaux [11,12]. Cette influence, se manifeste à travers la dynamique et la charge des grains de poussière. A juste titre, la dynamique du grain selon Rao, introduit un nouveau mode d'oscillation du type acoustique [13]. Il y a eu en effet confirmation expérimentale de cette prédiction théorique [14]. De surcroît, la charge du grain qui est le résultat de la collection d'électrons et d'ions du plasma par le grain, est désormais une grandeur dynamique; elle dépend notamment des densités numériques, électronique et ionique. Cela s'explique par le besoin de conserver la charge électrique totale du système. Mais alors, toute fluctuation des densités numériques des particules du plasma occasionnée par la propagation d'ondes, génère des fluctuations de la charge du grain. Les fluctuations de la charge à leur tour, influencent la densité numérique d'une manière auto-référente, à travers l'équation de Poisson et la relation fondamentale de la dynamique [15]. En vérité, la charge peut fluctuer à cause des turbulences ou tout autre changement spatial ou temporel du milieu environnant (densité numérique, température..), et à cause de la nature discrète des porteurs de charge [16,17]. Les fluctuations de la charge s'avèrent être déterminante pour l'excitation et l'atténuation de certains modes d'oscillations. Il a été montré que les fluctuations de charge des grains introduisaient la dissipation des ondes, ainsi que l'atténuation du taux de croissance de certains processus paramétriques. Des instabilités peuvent même être excitées dans les systèmes faisceaux plasmas ; et ce, dans des conditions où elles n'existent pas dans les systèmes faisceaux plasmas classiques [18,25]. Par surcroît, il est opportun de citer les effets subis par les structures cohérentes dans les plasmas poussiéreux telles que les ondes de choc, les doubles couches et les solitons. La gamme de nombres de Mach possibles est fortement modifiée [26-28]. Quand la distribution de taille des grains est prise en compte, on peut montrer qu'une transition s'opère dans le domaine des solutions oscillatoires bornées, en l'occurrence, les solitons se transforment en une classe plus générale de solutions, viz., les ondes snoïdales. Encore plus spectaculaire, car intimement lié à

la technologie, est l'effet néfaste de la poussière sur l'industrie des semi-conducteurs qui sont à la base des puces, des transistors, etc [29]. A cet effet, l'étude de la physique de base de ces plasmas poussiéreux est hautement appréciée, dans la mesure où elle permet d'évaluer l'influence des grains de poussière sur les éléments sus-indiqués. Il est admis aussi que la fluctuation de la charge peut affecter l'équilibre entre l'attraction gravitationnelle et la répulsion électrostatique, favorisant de cette manière, l'effondrement des structures astrophysiques [7]. Dans cette thèse, nous avons étudié l'effet de la charge sur quelques phénomènes dans les plasmas, à savoir, la génération paramétrique des ondes acoustiques de poussière, l'expansion des plasmas contenant des grains de poussière, l'effet de la distribution de taille des grains sur les solitons et la génération de bruit électrostatique dans la comète de Halley. Une succincte description du travail est présentée plus bas.

a. La désintégration des ondes acoustiques ioniques de poussière (Dust Ion Acoustic Wave : DIAW) en une paire d'ondes telles que l'une est une onde acoustique ionique de poussière de fréquence proche de celle de l'onde mère, et l'autre une onde acoustique de poussière (Dust Acoustic Wave : DAW) de basse fréquence, est analysée. La charge du grain est prise en compte d'une façon self-consistante. En l'occurrence, l'effet de perte est considéré. En effet, lorsqu'une particule est capturée, le fluide correspondant (e.g., fluide d'électrons) accuse une diminution du nombre de particules et par conséquent, la perte de la quantité équivalente de mouvement. Cet effet ayant été pris en compte, une étude préalable de la susceptibilité a été entreprise afin d'évaluer les susceptibilités des différentes composantes du plasma, nécessaires à l'analyse de l'instabilité. Nous avons montré qu'au-delà du seuil, la génération paramétrique du bruit à basse fréquence est possible. Les conditions d'accord sont démontrées. Rappelons qu'il s'agit de la désintégration d'une onde électrostatique en une paire d'ondes électrostatiques, laquelle désintégration est difficile si ce n'est impossible à réaliser avec ce type d'ondes. Le taux de croissance est calculé ainsi que l'énergie de l'onde nécessaire à l'enclenchement du processus. Cette désintégration d'ondes en deux autres de même nature (acoustique), pense-t-on, permet de proposer une voie à la saturation des instabilités paramétriques [30].

b. Lorsqu'un plasma n'est pas confiné, il s'étend à l'instar d'un milieu neutre dans l'espace environnant. A titre d'exemple, citons le plasma sortant d'une chambre d'ionisation ou du réacteur d'une fusée, ainsi que celui généré par l'explosion d'un fil parcouru par un courant de forte intensité, ou simplement le plasma généré par l'explosion d'une bombe. Les électrons se déplacent en précurseurs sous l'effet de la pression, jusqu'à ce que la charge d'espace induise un champ électrique self-consistent afin de rétablir la condition de quasi-neutralité du système. Ce champ attire les ions plus massifs vers l'extérieur. Dans cette partie nous analysons l'expansion d'un plasma contenant des grains de poussière dotés de la faculté de se charger en s'attachant les particules chargées constituant le plasma. Trois éléments sont pris en compte, à savoir, i/ une expression complète du courant de charge ionique, ii/ une source d'ions et d'électrons qui est introduite à travers la composante neutre du plasma et iii/ l'effet de refroidissement du plasma. Nous avons choisi d'étudier l'expansion self-similaire, i.e., une expansion qui se reproduit dans l'espace selon une combinaison de l'espace et du temps à déterminer. Les résultats sont multiples, viz., i/ l'existence de fronts d'ondes, ii/ l'excitation d'ondes sonores autour des fronts, ce qui témoigne en vérité de la rupture de la solution self-similaire dans cette zone, due aux champs élevés et iii/ la génération de courants de grains énergétiques, pouvant être à l'origine d'instabilités faisceaux plasmas [31, 32].

c. Lorsqu'un paquet d'onde se déplace dans un milieu dispersif, il s'étale des lors que ses composantes se déplacent à des vitesses de phase différentes. Cependant, si le milieu offre une non-linéarité, le paquet ou l'impulsion se déplace alors sans changer de forme : c'est le soliton. Il a été mis en évidence l'existence de solitons sonores de poussière pour certaines conditions sur la vitesse. Ces conditions sont notablement modifiées dans le cas où les ions sont adiabatiquement chauffés. Nous montrons dans notre étude, que les conditions d'existence d'une solution oscillatoire bornée sont plus sévères si nous considérons la distribution de taille des grains de poussière. A juste titre, il est réaliste d'introduire la non-uniformité des rayons des grains. Les valeurs limites des vitesses sont plus importantes tandis que la gamme des vitesses autorisées se rétrécit [33].

d. Une corrélation entre un accroissement du bruit électrostatique de basse fréquence et la présence de grain de poussière dans la comète de Halley, a été mise

en évidence. Un modèle où les grains sont spatialement distribués, a été développé à cet effet. Les ondes ioniques se propagent dans le plasma et sont réfléchies entre les grains. Ces réflexions multiples induisent une amplification du signal. Nous introduisons dans notre modèle la fluctuation de la charge du grain et nous établissons une équation dont la solution WKB est obtenue. Il s'avère que les ondes se propageant entre les grains subissent en fait une atténuation, et le modèle selon lequel le bruit serait dû à une amplification des ondes ioniques piégées entre les grains souffre de quelques difficultés. En outre, les fréquences propres des modes ainsi que les points de rebroussement sont affectés par la fluctuation de la charge des grains de poussières [34].

REFERENCES

- [1] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis. *J. Geophys. Res.* **90**,7450(1985)
- [2] C. K. Goertz. *Rev. Geophys.* **27**,271(1989)
- [3] P. K. Shukla. A. A. Mamun *Introduction to Dusty Plasma Physics* (2002)
(Published by IoP Publishing Ltd, London) ISBN 0 7503 0653X
- [4] URL [htt : // www. Solarviews. com / french / solarsys.htm](http://www.Solarviews.com/french/solarsys.htm)
- [5] N. Ya. Kotsarenko, S. V. Koshevaya et A. N. Kotsarenko. *Geofisics. International* **37**, 71(1998)
- [6] U.de Angelis, V.Formisano and M.Giordano, *J.Plasma Phys* **40**, 399 (1988)
- [7] L. Mahanta, B. J. Saikia, B. P. Paudey and S. Bujarbarua, *J. Plasma Phys.***55**, 401(1996)
- [8] J. M. Geenberg, *Physica. Scripta*, **T11**, 14 (1985); A. Gallagher, *Phys. Rev E.* **62**, 2690(2000); D. Ch. Hollenstein, *Plasma Phys. Contral fusion* **42**, R93 (2000)
S. Warthesen. *Particle Formation and Growth in RF Silane Plasmas*, ME 8362
Advanced Plasma Technology (2002)
- [9] B. Ameya. *Charging of Particles in a Plasma*, ME 8362 *Advanced Plasma Technology* (2002)
- [10] A. A. Samarian, O. S. Vaulina, A. P. Nefedov, V. E. Fortov, B. W. James and O. F. Petrov. *Phys. Rev.E.***64**, 1 (2001)
- [11] P. K. Shukla and V. P. Silin. *Phys. Scripta* **45**, 508 (1992)
- [12] A. Barkan, N. D'Angelo and R. L. Merlino, *Planet. Space Sci.***44**, 239 (1996)
- [13] N. N. Rao, P. K. Shukla and M. Y. Yu. *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990)
- [14] A. Barkan, R. L. Merlino and N. D'Angelo. *Phys. Plasma* **2**, 3563 (1995)
- [15] M. R. Jana. A. Sen and P. K. Kaw. *Phys. Rev. E.* **48**, 3930 (1993)
- [16] H. Yamaguchi and Y. N. Nejoh. *Phys. Plasma.* **6**, 1048 (1999)
- [17] C. Chui and J. Goree. *IEEE Trans. Plasma Sci.* **77**, 151(1994)
- [18] R. Annou and V.K.Tripathi, *Phys.Lett.A* **234**, 131 (1997)
- [19] R. Annou and U. K. Tripathi, *Phys. Plasmas* **5**, 1 (1998)
- [20] R.L.Merlino, *IEEE, Trans.Plasma.Sci.* **25**, 60(1997); R.Annou, *Phys.Plasmas* **5**, 1(1998)
- [21] M.Ishak-Boushaki, R.Annou and B.Ferhat, *Phys. Plasmas.* **8**, 5040 (2001)
- [22] M. Djebli, R. Annou and T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **8**, 1493 (2001)
- [23] M. Amroun and R. Annou, *Phys. Plasmas* **8**, 5331(2001)
- [24] P.K.Shukla, L.Stenflo, and G.Morfill, *IEEE Trans.Plasma Sci.*(2002)

- [25] H. Washimi and T. Taniuti, Phys. Rev.Lett. **17**, 966 (1966)
- [26] R.Z.Sagdeev, in Reviews of Plasma Physics (Consultants Bureau, New York, 1966). Vol. **3**, p.23.
- [27] A.A. Mamum, R. A. Cairns and P. K. Shukla, Phys. Plasmas **3**, 702(1996)
- [28] Yu.A. Shchekinov, Phys.Lett. A, **225**, 117 (1997)
- [29] G. S. Selwyn, In the physics of dusty plasmas, Ed. P. K. Shukla , A. Mendis and V. W. Chow, 177(World Scientific. Singapore, 1996)
- [30] R. Annou, R. Baruthram and S. Bahamida , Phys. Plasmas. **8**, 3415(2003).
- [31] S. Bahamida, M. Djebli and R. Annou, in 28 th EPS conference on controlled fusion and plasmas , Funchal, 2001, Eds. C.Silva, C. Varandas and D. Campbell, **25A**, p.897.
- [32] M. Djebli, S. Bahamida and R. Annou, phys. Plasmas **9**, 1(2002)
- [33] M. Ishak-Boushaki, S. Bahamida and R. Annou, Phys. Plasmas. **8**, 3418 (2003).
- [34] S. Bahamida and R. Annou, Vth Europeau workshop on Dusty and colloidal Plasmas -23-25 August 2001. Postdam (Germany).

CHAPITRE I

LA DESINTEGRATION D'UN MODE IONIQUE ACOUSTIQUE DE POUSSIERE EN UN MODE ACOUSTIQUE IONIQUE ET UN MODE ACOUSTIQUE DE POUSSIERE

I.1 INTRODUCTION

Rao et ses collaborateurs ont étudié les oscillations collectives de basses fréquences et de grandes longueurs d'onde dans un plasma contenant des grains de poussière [1]. Ils ont mis en évidence par calcul, l'existence d'un mode d'oscillation nouveau du type sonore, qu'ils ont appelé "*onde acoustique de poussière*" (Dust acoustic wave, DAW) dont la fréquence est de l'ordre de quelques Hertz. Pour cette onde, la force de rappel est due aux ions et électrons dont la distribution est celle de Boltzmann, alors que l'inertie est assurée par les grains de poussière. Ces ondes acoustiques de poussière ont été en vérité détectées en laboratoire par Barkan et ses collaborateurs [2]. Il est à signaler que les ondes acoustiques ioniques qui existent déjà dans un plasma ordinaire électron ion, continuent d'exister mais sont modifiées par les grains de poussière et sont alors appelées "*ondes ioniques acoustiques de poussière*" (Dust ion acoustic wave, DIAW) [3]. En comparaison aux ondes acoustiques de poussière les ondes ioniques acoustiques de poussière sont de haute fréquence.

Nous nous proposons dans ce chapitre de répondre à la question suivante : est-il possible de voir le mode de basse fréquence acoustique de poussière être généré d'une manière paramétrique par la désintégration du mode de haute fréquence ionique acoustique de poussière.

Nous avons répondu par la positive. Un mode défini par (ω, \vec{k}) peut en effet être généré par désintégration d'un mode (ω_0, \vec{k}) combien même ces deux modes sont de nature électrostatique, dès lors que les conditions d'accord sont satisfaites. Il est impératif de rappeler que la désintégration d'un mode acoustique en deux d'autres modes de même nature est interdite dans un plasma ordinaire. La méthode standard qui traite des instabilités paramétriques est utilisée, pour

montrer la faisabilité du processus ainsi que pour déterminer le taux de croissance de l'instabilité. Dans la mesure, où la susceptibilité électrique est incontournable dans ces calculs, nous avons entrepris de la définir et de la calculer pour chaque espèce de particules. L'effet de la charge du grain est pris en compte. Lorsque, le grain acquiert une charge électrique par capture de particules chargées, les fluides électronique et ionique subissent une perte en nombre de particules et en quantité de mouvement. Les équations de continuité ainsi que la relation fondamentale de la dynamique sont réécrites en conséquence. Cet effet, est prouvé avoir une influence notable sur les susceptibilités électriques. En tenant compte des susceptibilités calculées dans ce chapitre il a été possible de mener à bien notre calcul de désintégration.

I.2 NOTION DE SUSCEPTIBILITE DIELECTRIQUE

Définissons tout d'abord la notion de susceptibilité diélectrique. En effet, lorsqu'un milieu diélectrique est soumis à une onde électromagnétique, le nuage des atomes ou des molécules le constituant, subit une déformation qui éloigne les barycentres des charges positives et négatives l'un de l'autre, induisant ainsi un dipôle de moment dipolaire p . Pour un volume unitaire, le nombre des moments dipolaires moyens générés par un champ électrique, représente la polarisation $P = n p_{mol}$ (n étant la densité numérique). La réponse du milieu diélectrique au champ appliqué ou la faculté de ce champ à polariser la matière, peut être évaluée à travers le rapport de la polarisation correspondant à l'effet, au champ électrique représentant la cause, à savoir, P/E : ce rapport représente la susceptibilité électrique, qui est une caractéristique du milieu. En effet, certains milieux sont plus ou moins susceptibles à l'excitation électrique que d'autres. De surcroît, il est intéressant de noter que la susceptibilité peut être considérée comme la polarisation d'un milieu diélectrique soumis à un champ électrique unitaire [4].

La notion de susceptibilité électrique, peut aisément être invoquée lors de l'étude des modes d'oscillations que peut soutenir ou supporter un plasma. En effet, il revient à déterminer la permittivité électrique relative à chaque configuration, sachant que la permittivité électrique du plasma, est la somme des susceptibilités correspondantes à chaque constituant (électrons, ions) augmentée de l'unité, i.e.,

$\varepsilon = 1 + \sum_j \chi_j$. La formulation équationnelle des principes de conservation, telles que, la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, couplés aux équations de Maxwell, se fait selon deux approches, à savoir, l'approche cinétique et l'approche hydrodynamique. Dans le cadre de l'approche cinétique de la dynamique du plasma, la susceptibilité électrique de chaque constituant du plasma peut être obtenue sous une forme compacte. Cependant, dans beaucoup de cas l'approche hydrodynamique est valide et est justifiée pour rendre compte de plusieurs traits du plasma (instabilités, expansion,...), il en découle par conséquent, une dérivation plus aisée de la susceptibilité électrique. Selon l'approche cinétique la susceptibilité se détermine comme suit : en partant de l'équation de Vlasov [5],

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \vec{r}} + \frac{q}{m} \vec{E} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (\text{I-1a})$$

où, E est le champ électrique moyen créé par une particule de charge q , et f étant la fonction de distribution, nous obtenons après avoir développé la fonction de distribution f autour de sa valeur à l'équilibre, viz, $f = f_0 + \delta f$,

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \vec{r}} = -\frac{q}{m} \vec{E} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \vec{v}} \quad (\text{I-1b})$$

En l'absence des champs extérieurs, et sachant la dépendance $\exp-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$, la fonction perturbée est donnée par :

$$\delta f = -\frac{q}{m} \frac{\vec{k} \cdot \partial f_0 / \partial \vec{v}}{(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v})} \phi \quad (\text{I-1c})$$

avec, $\vec{E} = -\text{grad } \phi$

Mais alors, la densité numérique perturbée qui est l'intégrale dans tout l'espace des vitesses de la fonction perturbée, est donnée par $\delta n = \int -\frac{q}{m} \frac{\vec{k} \cdot \partial f_0 / \partial \vec{v}}{(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v})} d\vec{v}$.

Dans le cas où la fonction de distribution à l'équilibre est une Boltzmannienne,

$$\delta n = -\frac{k^2}{4\pi q} \frac{2\omega_p^2}{k^2 \mathcal{G}_{th}^2} \left\{ 1 + \frac{\omega}{k \mathcal{G}_{th}} Z\left(\frac{\omega}{k \mathcal{G}_{th}}\right) \right\} \phi = -\frac{k^2}{4\pi q} \chi \phi \quad (\text{I-1d})$$

où ω_p , \mathfrak{v}_{th} et $Z(\omega_p/k\mathfrak{v}_{th})$ sont respectivement, la fréquence plasma, la vitesse thermique et la fonction de dispersion plasma.

La susceptibilité peut s'écrire alors,

$$\chi = \frac{2\omega_p^2}{k^2\mathfrak{v}_{th}^2} \left\{ 1 + \frac{\omega}{k\mathfrak{v}_{th}} Z\left(\frac{\omega}{k\mathfrak{v}_{th}}\right) \right\} \quad (\text{I-1e})$$

Les études rigoureuses entreprises dans le but de déterminer les modes propres d'oscillation des plasmas se basent sur l'approche cinétique. Cependant, lorsqu'on est loin des conditions de résonance (la vitesse de phase de l'onde est proche de la vitesse thermique), l'approche hydrodynamique devient appropriée car elle est simple tout en étant valide.

I.3 DETERMINATION DES SUSCEPTIBILITES

Nous nous proposons ci-dessous de calculer les susceptibilités électronique, ionique et du fluide des grains de poussière, et ceci dans le cadre d'une formulation hydrodynamique.

I.3.1 Equations de base

a) Equation de la charge

Lorsqu'un grain de poussière est immergé dans un plasma il acquiert une charge électrique par capture de particules chargées. L'équation d'évolution de la charge d'un grain de poussière immergé dans le plasma est alors donnée par [6]:

$$\frac{dq}{dt} = I_e + I_i \quad (\text{I-2})$$

où, q est la charge du grain, I_e et I_i sont respectivement les courants des électrons et des ions collectés par le grain, et qui sont donnés par,

$$I_e = -a^2 e n_e \sqrt{\frac{8\pi T_e}{m_e}} \exp\left(\frac{eq}{aT_e}\right) = e n_e a_e \quad (\text{I-3a})$$

$$I_i = a^2 e n_i \sqrt{\frac{8\pi T_i}{m_i}} \left(1 - \frac{eq}{aT_i}\right) = e n_i a_i \quad (\text{I-3b})$$

avec a et q le rayon et la charge du grain

n_e , T_e et m_e sont la densité, la température et la masse de l'électron

n_i , T_i et m_i sont la densité, la température et la masse de l'ion.

b) Equations fluides

L'équation de charge du grain intervient en conjugaison avec les équations de continuité et les équations du mouvement de chaque constituant. En effet, pour les particules du plasma l'équation de continuité s'exprime par :

$$\frac{\partial n_s(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s(\vec{r}, t) \vec{v}_s(\vec{r}, t)) = S_s(\vec{r}, t) \quad (\text{I-4})$$

où, $n_s(\vec{r}, t)$ et $\vec{v}_s(\vec{r}, t)$ sont la densité et la vitesse moyenne des particules du plasma respectivement et $S_s(\vec{r}, t) = -\beta_s(\vec{r}, t)n_s(\vec{r}, t)$, étant le terme de source (perte) décrivant la perte dans notre cas des particules du plasma causée par l'attachement de ces dernières à la surface du grain. Dans cette expression, $\beta_s(\vec{r}, t)$ représente la fréquence d'attachement des particules du plasma, et peut s'écrire

$$\beta_s(\vec{r}, t) = |a_s(\vec{r}, t)| n_d(\vec{r}, t) .$$

Pour les grains de poussière l'équation de continuité est donnée par,

$$\frac{\partial n_d(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot (n_d(\vec{r}, t) \vec{v}_d(\vec{r}, t)) = 0 \quad (\text{I-5})$$

où, $n_s(\vec{r}, t)$ et $\vec{v}_d(\vec{r}, t)$ sont la densité et la vitesse moyenne des grains.

D'autre part, nous écrivons les expressions relatives aux équations d'impulsion des particules du plasma,

$$m_s \frac{d}{dt} \vec{v}_s(\vec{r}, t) = - \frac{\nabla P_s(\vec{r}, t)}{n_s(\vec{r}, t)} + q_s \vec{E}(\vec{r}, t) - m_s \frac{S_s(\vec{r}, t)}{n_s(\vec{r}, t)} [\vec{v}_s(\vec{r}, t) - \vec{v}_d(\vec{r}, t)] \quad (\text{I-6})$$

où, q_s et m_s sont la charge et la masse des particules du plasma.

Le terme apparaissant dans la partie de gauche l'équation **(I-6)**, correspond à la dérivée convective de la vitesse. Dans le membre de droite de l'équation, le premier terme décrit l'effet thermique, le deuxième terme décrit la force électrique et le troisième terme indique la variation de l'impulsion due à l'attachement.

De même, l'équation de conservation de l'impulsion du grain de poussière est donnée par,

$$m_d \frac{d}{dt} \bar{v}_d(\vec{r}, t) = -\frac{\nabla P_d(\vec{r}, t)}{n_d(\vec{r}, t)} + q_d \bar{E}(\vec{r}, t) + m_e \frac{S_e(\vec{r}, t)}{n_d(\vec{r}, t)} [\bar{v}_e(\vec{r}, t) - \bar{v}_d(\vec{r}, t)] + m_i \frac{S_i(\vec{r}, t)}{n_d(\vec{r}, t)} [\bar{v}_i(\vec{r}, t) - \bar{v}_d(\vec{r}, t)] \quad (\text{I-7})$$

où, $q_d = -Z_d e$ et m_d sont la charge et la masse du grain respectivement.

I.3.2 Linéarisation et écriture des équations de base dans l'espace de Fourier

Linéarisons les équations que nous venons d'exposer ci-dessus. Pour ce faire, nous supposons que le plasma poussiéreux est décrit à l'équilibre, par les grandeurs hydrodynamiques, la densité n_{s0} et la vitesse \bar{v}_{s0} des particules du plasma, et aussi par, la densité n_{d0} et la vitesse \bar{v}_{d0} relatives aux grains de poussières ; ces grandeurs sont constantes dans l'espace et dans le temps. Nous supposons que les vitesses fluides à l'équilibre \bar{v}_{s0} et \bar{v}_{d0} sont nulles. En l'occurrence il n'y a pas d'écoulement dans le plasma, les grandeurs hydrodynamiques peuvent s'écrire alors sous la forme :

$$n_d(\vec{r}, t) = n_{d0} + \delta n_d(\vec{r}, t) \quad (\text{I-8b})$$

$$\bar{v}_s(\vec{r}, t) = \delta \bar{v}_s(\vec{r}, t) \quad (\text{I-9a})$$

$$\bar{v}_d(\vec{r}, t) = \delta \bar{v}_d(\vec{r}, t) \quad (\text{I-9b})$$

$$\bar{E}(\vec{r}, t) = \delta \bar{E}(\vec{r}, t) \quad (\text{I-10})$$

$$q_d(\vec{r}, t) = q_{d0} + \delta q_d(\vec{r}, t) \quad (\text{I-11})$$

Les courants perturbés I_e et I_i sont donnés par :

$$I_e(\vec{r}, t) = I_{e0} + \delta I_e(\vec{r}, t) = I_{e0} + I_{e0} \left[\frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \frac{e \delta q_d}{a T_e} \right] \quad (\text{I-12a})$$

$$I_i(\vec{r}, t) = I_{i0} + \delta I_i(\vec{r}, t) = I_{i0} + I_{i0} \left[\frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \frac{e \delta q_d / a}{T_i - e q_{d0} / a} \right] \quad (\text{I-12b})$$

De même, a_e et a_i s'écrivent,

$$a_e(\vec{r}, t) = a_{e0} + a_{e0} \left[\frac{e \delta q_d}{a T_e} \right] \quad (\text{I-13a})$$

$$a_i(\vec{r}, t) = a_{i0} - a_{i0} \left[\frac{e\delta q_d / a}{T_i - eq_{d0} / a} \right] \quad (\text{I-13b})$$

Après définition de toutes ces grandeurs perturbées, nous allons à présent linéariser le système des équations [(I-4)-(I-7)],

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \nabla \cdot \delta \vec{v}_e = -\beta \frac{\delta n_e}{n_{e0}} - \beta \frac{\delta n_d}{n_{d0}} - \frac{e}{aT_e} \beta \delta q_d \quad (\text{I-14a})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \nabla \cdot \delta \vec{v}_i = -\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta \frac{\delta n_i}{n_{i0}} - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta \frac{\delta n_d}{n_{d0}} + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{eq_{d0} / aT_i}{1 - eq_{d0} / aT_i} \beta \frac{\delta q_d}{q_{d0}} \quad (\text{I-14b})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta n_d}{n_{d0}} + \nabla \cdot \delta \vec{v}_d = 0 \quad (\text{I-14c})$$

$$\frac{\partial \delta \vec{v}_e}{\partial t} = -\mathfrak{G}_{\text{the}}^2 \nabla \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \frac{e}{m_e} \nabla \delta \phi - \beta (\delta \vec{v}_e - \delta \vec{v}_d) \quad (\text{I-15a})$$

$$\frac{\partial \delta \vec{v}_i}{\partial t} = -\mathfrak{G}_{\text{thi}}^2 \nabla \frac{\delta n_i}{n_{i0}} - \frac{e}{m_i} \nabla \delta \phi - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta (\delta \vec{v}_i - \delta \vec{v}_d) \quad (\text{I-15b})$$

$$\frac{\partial \delta \vec{v}_d}{\partial t} = -\mathfrak{G}_{\text{thd}}^2 \nabla \frac{\delta n_d}{n_{d0}} - \frac{q_{d0}}{m_d} \nabla \delta \phi + \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{m_i}{m_d} \beta (\delta \vec{v}_i - \delta \vec{v}_d) + \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{m_e}{m_d} \beta (\delta \vec{v}_e - \delta \vec{v}_d) \quad (\text{I-15c})$$

où, $\mathfrak{G}_{\text{the}}$, $\mathfrak{G}_{\text{thi}}$ et $\mathfrak{G}_{\text{thd}}$ sont les vitesses thermiques de l'électron, de l'ion et celle du grain de poussière respectivement. D'autre part, β est la fréquence d'attachement des électrons,

$$\beta = \beta_{e0} = \beta_{i0} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \quad (\text{I-16})$$

L'équation de charge linéarisée [3] est donnée par,

$$\frac{\partial \delta q_d}{\partial t} + \frac{|I_{e0}|e}{a} \left[\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i - eq_{d0} / a} \right] \delta q_d = |I_{e0}| \left[\frac{\delta n_i}{n_{i0}} - \frac{\delta n_e}{n_{e0}} \right] \quad (\text{I-17a})$$

Le taux de désintégration naturelle est donné par ce qui suit :

$$\eta = \frac{|I_{e0}|e}{a} \left[\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i - eq_{d0} / a} \right] \quad (\text{I-17b})$$

Les grandeurs perturbées décrites par les équations (I-14), (I-15) et (I-17) seront développées dans l'espace de Fourier, elles dépendent de (ω, \vec{k}) comme $\approx \exp -i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$. Par combinaison de toutes ces équations, le système peut se réduire à,

$$-\left[\omega^2 - k^2 \mathfrak{G}_{\text{the}}^2 - \beta^2 \left(1 - \alpha_e \frac{\omega^2 + \beta \eta}{\omega^2 + \eta^2} \right) + i\omega \beta \left(2 - \beta \alpha_e \frac{\eta - \beta}{\omega^2 + \eta^2} \right) \right] \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \beta^2 \alpha_e \left[\frac{\omega^2 + \beta \eta}{\omega^2 + \eta^2} - i\omega \frac{\eta - \beta}{\omega^2 + \eta^2} \right] \frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \beta^2 \frac{\delta n_d}{n_{d0}} = \frac{k^2 e}{m_e} \delta \phi \quad (\text{I-18a})$$

$$-\beta^2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \alpha_i \left[\frac{\omega^2 + \beta \eta n_{e0}/n_{i0}}{\omega^2 + \eta^2} - i\omega \frac{\eta - \beta n_{e0}/n_{i0}}{\omega^2 + \eta^2} \right] \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \left[\omega^2 - k^2 \mathfrak{G}_{\text{thi}}^2 + \left(1 - \frac{n_{i0}}{n_{e0}} \alpha_i \frac{\omega^2 + \beta \eta n_{e0}/n_{i0}}{\omega^2 + \eta^2} \right) \beta^2 \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right. \\ \left. - i\omega \beta \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(2 - \beta \alpha_i \frac{\eta - \beta n_{e0}/n_{i0}}{\omega^2 + \eta^2} \right) \right] \frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \beta^2 \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\delta n_d}{n_{d0}} = \frac{k^2 e}{m_i} \delta \phi \quad (\text{I-18b})$$

$$\frac{m_e}{m_d} \beta \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left[\beta \left(1 - \frac{\beta \eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) - i\omega \left(1 - \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) \right] \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \left[\frac{m_i}{m_d} \beta \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left[\beta \frac{n_e}{n_{i0}} \left(1 + \frac{m_e}{m_i} \frac{\beta \eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) \right] - \right. \\ \left. i\omega \left(1 - \frac{m_e}{m_i} \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) \right] \frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \left[\omega^2 - k^2 \mathfrak{G}_{\text{thd}}^2 + \beta^2 \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{m_e}{m_d} \left(1 + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{m_i}{m_e} \right) + i\omega \beta \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{m_i}{m_d} \right] \frac{\delta n_d}{n_{d0}} = \frac{k^2 q_0}{m_d} \delta \phi \quad (\text{I-18c})$$

$$\text{avec : } \alpha_e = \frac{n_{e0}}{Z_{d0} n_{d0}} \frac{Z_{d0} e^2}{a T_e}$$

$$\alpha_i = \frac{n_{i0}}{Z_{d0} n_{d0}} \frac{Z_{d0} e^2 / a T_i}{1 + Z_{d0} e^2 / a T_i}$$

$$\alpha = \frac{n_{e0}}{Z_{d0} n_{d0}} \frac{Z_{d0} e^2}{a T_e} \left(1 - \frac{m_i}{m_e} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{T_e / T_i}{1 + Z_{d0} e^2 / a T_i} \right)$$

Finalement, nous avons obtenu un système à trois équations reliant trois inconnues, à savoir, les densités relatives perturbées de chaque espèce de particule. Par la suite nous déterminons la susceptibilité diélectrique pour chaque espèce. Dans la bande de fréquences relatives aux modes ioniques acoustiques poussiéreux et acoustique poussiéreux, l'expression des susceptibilités se simplifie.

I.3.3 Susceptibilité

a) Mode ionique acoustique de poussière

L'onde acoustique ionique du plasma est modifiée dans le plasma poussiéreux par la présence des grains de poussière et est appelée l'onde acoustique ionique de poussière (DIA) [3]. Ce type de mode a été observé expérimentalement dans la gamme de fréquences (3-5 kHz) [8]. De la résolution du système précédent dans la gamme de fréquence correspondant au mode acoustique ionique de poussière i.e., de $k\mathfrak{G}_{\text{thd}}, k\mathfrak{G}_{\text{thi}} \ll \omega \ll k\mathfrak{G}_{\text{the}}$, découle les susceptibilités diélectriques pour chaque espèce :

$$\frac{\delta n_e}{n_{e0}} = \frac{k^2}{4\pi e} \chi_e \delta\phi \quad (\text{I-19a})$$

où

$$\begin{aligned} \chi_e = & \frac{4\pi e^2}{m_e} \frac{1}{\Delta} \left[\left(1 + Z_{d0} \frac{m_e \beta^2}{m_d C_3} \right) \left[\omega^2 - \beta^2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right] + \frac{m_i n_{e0} n_{e0}}{m_d n_{d0} n_{i0}} \left(\frac{m_e}{m_i} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right) \frac{\beta^4}{C_3} \left(1 + \frac{m_e n_{i0}}{m_i n_{e0}} \frac{\beta \eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) + \right. \\ & \beta^2 \frac{\omega^2 + \beta \eta}{\omega^2 + \eta^2} \left[\alpha_i \left(1 + Z_{d0} \frac{m_e \beta^2}{m_d C_3} \right) + \alpha_e \left(\frac{m_e}{m_d} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 - \frac{m_e}{m_i} \right) \right] + i\omega \beta \left\{ 2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(1 + Z_{d0} \frac{m_e \beta^2}{m_d C_3} \right) \right. \\ & \left. \frac{m_i n_{e0}}{m_d n_{d0}} \left(\frac{m_e}{m_i} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right) \frac{\beta^2}{C_3} \left(1 - \frac{m_e}{m_i} \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) + \alpha_e \frac{m_e}{m_i} \left(1 - \frac{m_i n_{e0} \beta^2}{m_d n_{i0} C_3} \right) \frac{\beta(\eta - \beta)}{\omega^2 + \eta^2} - \right. \\ & \left. \left. \alpha_i \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} - Z_{d0} \frac{m_e \beta^2}{m_d C_3} \right) \frac{\beta(\eta - \beta n_{e0}/n_{i0})}{\omega^2 + \eta^2} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\delta n_i}{n_{i0}} = \frac{k^2}{4\pi e^2} \chi_i \delta\phi \quad (\text{I-19b})$$

où

$$\begin{aligned} \chi_i = & \frac{4\pi e^2}{m_i} \frac{1}{\Delta} \left[\left(1 - Z_{d0} \frac{m_i}{m_d} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) \left(k^2 v_{\text{the}}^2 + \beta^2 \right) - \frac{m_e n_{e0}}{m_d n_{d0}} \left(1 + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{m_i}{m_e} \right) \frac{\beta^4}{C_3} \left(1 - \frac{\beta \eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) + \right. \\ & \left. \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \left[-\alpha_e \left(1 - Z_{d0} \frac{m_i}{m_d} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) \left(\omega^2 + \beta \eta \right) + \alpha_i \frac{m_i n_{e0}}{m_e n_{i0}} \left(\omega^2 + \beta \eta \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) \right] + \right. \\ & \left(1 + Z_{d0} \frac{m_e \beta^2}{m_d C_3} \right) - i\omega \beta \left\{ -\frac{m_e n_{e0}}{m_d n_{d0}} \left(1 + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{m_i}{m_e} \right) \frac{\beta^2}{C_3} \left(1 - \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) - \alpha_e \frac{\beta(\eta - \beta)}{\omega^2 + \eta^2} \right. \\ & \left. \left. \left(1 - Z_{d0} \frac{m_i}{m_d} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) + \alpha_i \frac{\beta(\eta - \beta n_{e0}/n_{i0})}{\omega^2 + \eta^2} \frac{m_i n_{e0}}{m_e n_{i0}} \left(1 + Z_{d0} \frac{m_e \beta^2}{m_d C_3} \right) \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\delta n_d}{n_{d0}} = \frac{k^2}{4\pi q_{d0}} \chi_d \delta\phi \quad (\text{I-19c})$$

où

$$\begin{aligned} \chi_d = & \frac{4\pi q_{d0}^2}{m_d} \left[\frac{1}{C_3} - \frac{1}{C_3} \frac{C_2}{\Delta} \left[\frac{C_1}{C_2} \left(-\frac{m_d}{m_e} \frac{1}{Z_{d0}} + \frac{\beta^2}{C_3} \right) \left(\omega^2 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta^2 \right) + \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \left[\alpha_e \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) (\omega^2 + \beta\eta) \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. \left(k^2 \mathfrak{Q}_{\text{the}}^2 + \beta^2 \right) \left(-\frac{m_d}{m_i} \frac{1}{Z_{d0}} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) + \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \left[\alpha_i \left(-\frac{m_d}{m_e} \frac{1}{Z_{d0}} + \frac{\beta^2}{C_3} \right) \left(\frac{C_1}{C_2} + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) \omega^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{C_1}{C_2} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right) \beta\eta \right] + i\omega\beta \left\{ 2 \left[\frac{C_1}{C_2} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(-\frac{m_d}{m_e} \frac{1}{Z_{d0}} + \frac{\beta^2}{C_3} \right) - \left(\frac{m_d}{m_i} \frac{1}{Z_{d0}} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) \right] + \frac{\beta(1+C_1/C_2)}{\omega^2 + \eta^2} \right. \right. \\ & \left. \left. \left[\alpha_e \left(-\frac{m_d}{m_i} \frac{1}{Z_{d0}} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) (\eta - \beta) - \alpha_i \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(-\frac{m_d}{m_e} \frac{1}{Z_{d0}} + \frac{\beta^2}{C_3} \right) \left(\eta - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta \right) \right] \right\} \right] \end{aligned}$$

avec:

$$\begin{aligned} \Delta_{DLI} = & \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \left\{ (\omega^2 + \beta\eta) \left[-\alpha_e \left(\omega^2 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta^2 \right) + \alpha_i \left(k^2 \mathfrak{Q}_{\text{the}}^2 + \beta^2 \right) \right] - 2\omega^2 \beta \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left[\alpha_e (\eta - \beta) + \right. \right. \\ & \left. \left. \alpha_i \left(\eta - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta \right) \right] - \frac{C_2}{C_3} \left[\alpha_e \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) + \alpha_i \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} + \frac{C_1}{C_2} \right) \right] \omega^2 \beta^2 - \frac{C_2}{C_3} \left[\alpha_e \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) + \alpha_i \left(\left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 + \frac{C_1}{C_2} \right) \right] \beta^3 \eta \right\} + \omega^2 \left[k^2 \mathfrak{Q}_{\text{the}}^2 + \beta^2 \left(1 + 4 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} + \frac{C_1}{C_2} \right) \right] + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(\frac{C_2}{C_3} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} - 1 \right) \\ & \beta^2 \left(k^2 \mathfrak{Q}_{\text{the}}^2 + \beta^2 \right) - \alpha_e \alpha_i \left(1 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) \frac{\beta^4 (\omega^2 + \beta\eta)}{(\omega^2 + \eta^2)^2} + i\omega\beta \left\{ -2\omega^2 + 2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} k^2 \mathfrak{Q}_{\text{the}}^2 + \right. \\ & \left. 2 \left[2 - \frac{C_2}{C_3} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} + \frac{C_1}{C_2} \right) \right] \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta^2 + \frac{C_2}{C_3} \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) \left[\alpha_e \frac{n_{e0}}{n_{i0}} (\eta - \beta) + \alpha_i \left(\eta - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta \right) \right] \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{\beta^3}{\omega^2 + \eta^2} \right. \\ & \left. + \left[\alpha_e (\eta - \beta) \left(\omega^2 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta^2 \right) - \alpha_i \left(\eta - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta \right) \left(k^2 \mathfrak{Q}_{\text{the}}^2 + \beta^2 \right) - 2 \left(\alpha_i + \alpha_e \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) \beta (\omega^2 + \beta\eta) \right] \right. \\ & \left. \frac{\beta}{\omega^2 + \eta^2} + \alpha_e \alpha_i \left(1 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) \frac{\beta^4 (\eta^2 - \eta\beta)}{(\omega^2 + \eta^2)^2} \right\} \end{aligned}$$

(I-20)

$$\begin{aligned} \text{où : } C_1 = & \frac{m_e}{m_d} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left[\left(1 - \frac{\beta\eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) \beta^2 - \left(1 - \frac{\beta\eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) i\omega\beta \right] \\ C_2 = & \frac{m_i}{m_d} \frac{n_{i0}}{n_{d0}} \left[\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(1 + \frac{m_e}{m_i} \frac{n_{i0}}{n_{e0}} \frac{\beta\eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) \beta^2 - \left(1 - \frac{m_e}{m_i} \frac{\beta\eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) i\omega\beta \right] \\ C_3 = & -\omega^2 + \frac{m_e}{m_d} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left[\left(1 + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{m_i}{m_e} \right) \beta^2 + \frac{m_i}{m_e} i\omega\beta \right] \end{aligned}$$

b) Mode acoustique de poussière

Rao *et al* [1] ont examiné les oscillations collectives à basses fréquences dans le plasma poussiéreux, et ont prouvé théoriquement l'existence d'un nouveau mode appelé l'onde acoustique de poussière (DA), dont la fréquence est de quelques dizaines d'Hertz. Cette onde acoustique de poussière a été mise en évidence par Barkan *et al* [2]. Ce mode est caractérisé par la bande de fréquence, $k\mathfrak{G}_{thd} \ll \omega \ll k\mathfrak{G}_{thi}, k\mathfrak{G}_{the}$, et sur ce, les susceptibilités diélectriques des différentes espèces sont données dans cette bande par :

$$\frac{\delta n_e}{n_{e0}} = \frac{k^2}{4\pi e} \chi_e \delta\phi \quad (\text{I-21a})$$

où

$$\begin{aligned} \chi_e = & \frac{4\pi e^2}{m_e} \frac{1}{\Delta} \left[- \left(1 + Z_{d0} \frac{m_e}{m_d} \frac{\beta^2}{C_3} \right) \left(k\mathfrak{G}_{thi}^2 + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta^2 \right) + \frac{m_i}{m_d} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(\frac{m_e}{m_i} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right) \frac{\beta^4}{C_3} \left(1 + \alpha \frac{m_e}{m_i} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{\beta \eta}{\omega^2 + \eta^2} \right) + \right. \\ & \left[\alpha_i \left(1 + Z_{d0} \frac{m_e}{m_d} \frac{\beta^2}{C_3} \right) + \alpha_e \left(\frac{m_e}{m_d} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} - \frac{m_e}{m_i} \right) \right] \frac{\beta^2 (\omega^2 + \beta \eta)}{\omega^2 + \eta^2} + i\omega \beta \left\{ 2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(1 + Z_{d0} \frac{m_e}{m_d} \frac{\beta^2}{C_3} \right) - \right. \\ & \frac{m_i}{m_d} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left(\frac{m_e}{m_i} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right) \frac{\beta^2}{C_3} \left(1 - \alpha \frac{m_e}{m_i} \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \right) + \alpha_e \frac{m_e}{m_i} \left(1 - Z_{d0} \frac{m_i}{m_d} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{\beta^2}{C_3} \right) \frac{\beta (\eta - \beta)}{\omega^2 + \eta^2} - \\ & \left. \left. \alpha_i \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} - Z_{d0} \frac{m_e}{m_d} \frac{\beta^2}{C_3} \right) \frac{\beta (\eta - \beta n_{e0}/n_{i0})}{\omega^2 + \eta^2} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\delta n_i}{n_{i0}} = \frac{k^2}{4\pi e} \chi_i \delta\phi \quad (\text{I-21b})$$

où

$$\begin{aligned} \chi_i = & \frac{4\pi e}{m_i} \frac{1}{\Delta} \left[\left(1 - Z_{d0} \frac{m_i}{m_d} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{\beta^2}{C_3} \right) \left(k\mathfrak{G}_{the}^2 + \beta^2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) - \frac{m_e}{m_d} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(1 + \frac{m_i}{m_e} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right) \frac{\beta^4}{C_3} \left(1 + \alpha \frac{m_e}{m_i} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{\beta \eta}{\omega^2 + \eta^2} \right) \right. \\ & + \alpha_i \frac{m_i}{m_e} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(1 + Z_{d0} \frac{m_e}{m_d} \frac{\beta^2}{C_3} \right) \frac{\beta^2 (\omega^2 + \beta \eta n_{e0}/n_{i0})}{\omega^2 + \eta^2} - \alpha_e \left(1 - Z_{d0} \frac{m_i}{m_d} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) \frac{\beta^2 (\omega^2 + \beta \eta)}{\omega^2 + \eta^2} \\ & + i\omega \beta \left\{ - 2 \left(1 - Z_{d0} \frac{m_i}{m_d} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) + \frac{m_e}{m_d} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(1 + \frac{m_i}{m_e} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right) \frac{\beta^2}{C_3} \left(1 + \alpha \frac{m_e}{m_i} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \right) \right. \\ & \left. \left. - \alpha_i \frac{m_i}{m_e} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(1 + Z_{d0} \frac{m_e}{m_d} \frac{\beta^2}{C_3} \right) \frac{(\eta \beta - \beta^2 n_{e0}/n_{i0})}{\omega^2 + \eta^2} + \alpha_e \left(1 - Z_{d0} \frac{m_i}{m_d} \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) \frac{(\beta^2 + \beta \eta)}{\omega^2 + \eta^2} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\delta n_d}{n_{d0}} = \frac{k^2}{4\pi q_{d0}} \chi_d \delta\phi \quad (\text{I-21c})$$

où

$$\begin{aligned} \chi_d = & \frac{4\pi q_{d0}^2}{m_d} \left[\frac{1}{C_3} - \frac{1}{C_3} \frac{C_2}{\Delta} \left[\frac{C_1}{C_2} \left(-\frac{m_d}{m_e} \frac{1}{Z_{d0}} + \frac{\beta^2}{C_3} \right) \left(\omega^2 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta^2 \right) + \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \left[\alpha_e \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) (\omega^2 + \beta\eta) \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. \left(k^2 \mathfrak{G}_{the}^2 + \beta^2 \right) \left(-\frac{m_d}{m_i} \frac{1}{Z_{d0}} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) + \frac{\beta^2}{\omega^2 + \eta^2} \left[\alpha_i \left(-\frac{m_d}{m_e} \frac{1}{Z_{d0}} + \frac{\beta^2}{C_3} \right) \left(\frac{C_1}{C_2} + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) \omega^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{C_1}{C_2} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right) \beta\eta \right] + i\omega\beta \left\{ 2 \left[\frac{C_1}{C_2} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(-\frac{m_d}{m_e} \frac{1}{Z_{d0}} + \frac{\beta^2}{C_3} \right) + \left(\frac{m_d}{m_i} \frac{1}{Z_{d0}} - \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) \right] + \frac{\beta(1+C_1/C_2)}{\omega^2 + \eta^2} \right. \right. \\ & \left. \left. \left[\alpha_e \left(-\frac{m}{m_i} \frac{1}{Z_{d0}} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{\beta^2}{C_3} \right) (\eta - \beta) - \alpha_i \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(-\frac{m_d}{m_e} \frac{1}{Z_{d0}} + \frac{\beta^2}{C_3} \right) \left(\eta - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \beta \right) \right] \right\} \right] \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} \Delta_{DA} = & -k^2 \mathfrak{G}_{the}^2 \beta^2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(1 - \frac{C_2}{C_3} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) - k^2 \mathfrak{G}_{thi}^2 \left[k^2 \mathfrak{G}_{the}^2 + \beta^2 \left(1 - \frac{C_1}{C_3} \right) \right] + \beta^4 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left[-1 + \frac{C_2}{C_3} \left(\frac{C_1}{C_3} + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) \right] \\ & + \frac{\beta^2 \omega^2}{\omega^2 + \eta^2} \left[\alpha_i \left\{ k^2 \mathfrak{G}_{the}^2 + \beta^2 \left[1 - \frac{C_2}{C_3} \left(\frac{C_1}{C_3} + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) \right] \right\} + \alpha_e \left\{ k^2 \mathfrak{G}_{thi}^2 + \beta^2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left[1 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{C_2}{C_3} \left(1 + \frac{C_1}{C_3} \right) \right] \right\} \right] \\ & + \frac{\beta^3 \eta}{\omega^2 + \eta^2} \left[\alpha_i \left\{ k^2 \mathfrak{G}_{the}^2 + \beta^2 \left[1 - \frac{C_2}{C_3} \left(\frac{C_1}{C_3} + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right) \right] \right\} + \alpha_e \left\{ k^2 \mathfrak{G}_{thi}^2 + \beta^2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left[1 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{C_2}{C_3} \left(1 + \frac{C_1}{C_3} \right) \right] \right\} \right] \\ & + \frac{\beta^4 (\omega^2 + \beta\eta)}{(\omega^2 + \eta^2)^2} \alpha_i \alpha_e \left[\omega^2 \left(1 + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) + \beta\eta \left(1 + \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \right) \right] + i\omega\beta \left\{ 2 \left(k^2 \mathfrak{G}_{the}^2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} + k^2 \mathfrak{G}_{thi}^2 \right) \right. \\ & \left. + 2\beta^2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left[2 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{C_2}{C_3} \left(\frac{C_1}{C_3} + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) \right] + \frac{\beta^2 \alpha_e}{\omega^2 + \eta^2} \left\{ (\eta - \beta) \left[-k^2 \mathfrak{G}_{thi}^2 + \beta^2 \left(\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)^2 \frac{C_2}{C_3} \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) \right] - 2\beta^2 \eta \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right\} \right. \\ & \left. + \frac{\beta^2 \alpha_i}{\omega^2 + \eta^2} \left\{ \left(\eta - \beta \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) \left[-k^2 \mathfrak{G}_{the}^2 + \beta^2 \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{C_2}{C_3} \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right) \right] - 2\omega^2 \beta \right\} + \frac{\beta^4 \eta (\eta - \beta)}{(\omega^2 + \eta^2)^2} \alpha_i \alpha_e \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(1 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{I-22})$$

$$\begin{aligned} \text{où : } \quad C_1 = & \frac{m_e}{m_d} \frac{n_{e0}}{n_0} \left[\left(1 - \frac{\beta\eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) \beta^2 - \left(1 - \frac{\beta\eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) i\omega\beta \right] \\ C_2 = & \frac{m_i}{m_d} \frac{n_{i0}}{n_0} \left[\frac{n_{e0}}{n_{i0}} \left(1 + \frac{m_e}{m_i} \frac{n_{i0}}{n_{e0}} \frac{\beta\eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) \beta^2 - \left(1 - \frac{m_e}{m_i} \frac{\beta\eta}{\omega^2 + \eta^2} \alpha \right) i\omega\beta \right] \\ C_3 = & -\omega^2 + \frac{m_e}{m_d} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left[\left(1 + \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{m_i}{m_e} \right) \beta^2 + \frac{m_i}{m_e} i\omega\beta \right] \end{aligned}$$

Les susceptibilités des différents fluides de particules constituant le plasma poussiéreux que nous avons évaluées peuvent être complexes

I.4 APPLICATION

I.4.2 Instabilité de désintégration paramétrique électrostatique

Considérons la désintégration électrostatique d'une onde mère électrostatique acoustique ionique de poussière $\phi_0 = \phi_0 \exp[-i(\omega_0 t - \vec{k}_0 \cdot \vec{r})]$ en deux ondes électrostatiques, acoustique ionique de poussière $\phi_1 = \phi_1 \exp[-i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})]$ et acoustique de poussière $\phi = \phi \exp[-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})]$, où $\omega_1 = \omega - \omega_0$ et $\vec{k}_1 = \vec{k} - \vec{k}_0$, étant les conditions d'accord, et calculons le coefficient de couplage non-linéaire. Insistons sur le fait que les conditions d'accord (matching conditions) sont démontrées dans ce qui suit, en l'occurrence on montre qu'il existe un mode (ω, \vec{k}) qui les vérifie. La charge du grain est prise comme une variable, cependant pour les besoins de notre application des simplifications supplémentaires, viz., l'effet de la capture des électrons et des ions n'est prise en compte que dans l'équation de la quantité de mouvement du grain. La raison est simple la densité et la quantité de mouvement des ions et des électrons subissent moins que les grains, l'effet de perte, si le plasma est couplé à un réservoir. La bande de fréquence étudiée est définie $\omega \ll k \mathfrak{G}_{hi}, k \mathfrak{G}_{he}$.

Les champs des modes de haute fréquence imposent aux ions une vitesse d'oscillation est déterminée par l'équation de conservation de la quantité de mouvement, à savoir, $m_i \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} = -e \nabla \phi$, ce qui donne après application de la

transformée de Fourier,

$$\vec{v}_i = \frac{e \phi}{m_i \omega} \vec{k} \quad (\text{I-23})$$

Par conséquent, les vitesses d'oscillation des ions pour les deux gammes de fréquences hautes tel que $k_{0,1} \mathfrak{G}_{hi} \ll \omega_{0,1} \ll k_{0,1} \mathfrak{G}_{he}$ s'écrivent :

$$\vec{v}_{i0} = \frac{e \phi_0}{m_i \omega_0} \vec{k}_0 \quad \text{et} \quad \vec{v}_{i1} = \frac{e \phi_1}{m_i \omega_1} \vec{k}_1 \quad (\text{I-24a})$$

Mais alors, les modes (ω_0, \vec{k}_0) et (ω_1, \vec{k}_1) exercent sur les ions une force ponderomotrice à la fréquence ω [9] :

$$\vec{F}_p = -e\nabla\phi_p = -e\nabla\left(\frac{m_i}{2e}\right) \vec{V}_{i0} \cdot \vec{V}_{i1} \quad (\text{I-24b})$$

Par contre les électrons étant Boltzmanniens, réagissent différemment aux champs, et les vitesses d'oscillation sont données par,

$$\vec{v}_{e0} = \frac{e\phi_0}{T_e} \frac{\omega_0}{k_0^2} \vec{k}_0 \quad \text{et} \quad \vec{v}_{e1} = \frac{e\phi_1}{T_e} \frac{\omega_1}{k_1^2} \vec{k}_1 \quad (\text{I-25c})$$

En effet, tenant compte de l'équation de continuité, à savoir, $\frac{\partial n_e}{\partial t} = -n_{e0} \nabla \cdot \vec{v}_e$

La relation fondamentale de la dynamique, à savoir, $\nabla n_e = \frac{en_e}{T_e} \nabla\phi$, l'on obtient

$$-\nabla \cdot \vec{v}_e = \frac{e}{T_e} \frac{\partial\phi}{\partial t}.$$

D'où le résultat, après application de la transformée de Fourier, la vitesse

$$\text{d'oscillation de l'électron est donnée par, } \vec{v}_e = \frac{e}{T_e} \frac{\omega \phi}{k^2} \vec{k}.$$

Il est clair que les électrons subissent aussi une force pondéromotrice, mais elle est négligeable, dans la mesure où le rapport des potentiels pondéromoteurs électronique et ionique est inférieur à l'unité, viz.,

$$\left| \phi_{pe} / \phi_{pi} \right| \approx \left(\frac{m_e}{2e} \frac{\omega_0}{k_0} \frac{\omega_1}{k_1} \frac{e^2 \phi_0 \phi_1}{T_e^2} \right) \left(\frac{m_i}{2e} \frac{k_0}{\omega_0} \frac{k_1}{\omega_1} \frac{e^2 \phi_0 \phi_1}{m_i^2} \right)^{-1} \approx \frac{C_s^2}{\mathfrak{G}_{the}^2} \approx \frac{m_e}{m_i} \ll 1 \quad (\text{I-25})$$

avec $\omega_0/k_0 \approx C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ est la vitesse de l'onde acoustique ionique.

Par conséquent, l'action du potentiel pondéromoteur et du potentiel self-consistent sur les densités des particules du plasma poussiéreux, n'intervient que pour la composante ionique. Les densités perturbées des différentes particules que peut contenir le plasma poussiéreux étudié, viz., électrons, ions et grains de poussière s'expriment comme suit,

$$\delta n_e = \frac{k^2}{4\pi e} \chi_e \delta\phi \quad (\text{I-26a})$$

$$\delta n_i = -\frac{k^2}{4\pi e} \chi_i (\delta\phi + \phi_p) \quad (\text{I-26b})$$

$$\delta n_d = -\frac{k^2}{4\pi q} \chi_d \delta\phi \quad (\text{I-26c})$$

où, χ_e , χ_i et χ_d sont les susceptibilités de l'électron, de l'ion et du grain de poussière.

La susceptibilité des différentes espèces de particules dans le plasma poussiéreux, à la fréquence ω sont données par :

$$\chi_e = \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 \mathfrak{G}_{the}^2} \quad (\text{I-27a})$$

$$\chi_i = -\frac{\omega_{pi}^2}{k^2 \mathfrak{G}_{thi}^2} \quad (\text{I-27b})$$

$$\chi_d = -\frac{\omega_{pg}^2}{\omega^2} \left(1 - i \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{e}{q_{d0}} \frac{\omega\beta}{k^2 \mathfrak{G}_{thi}^2} \right) = \text{Re} \chi_d + \text{Im} \chi_d \quad (\text{I-27c})$$

Nous remarquons, que la susceptibilité diélectrique des grains contient une partie imaginaire, laquelle est due à la capture des particules chargées dans le plasma.

I.4.3 Relations de dispersions

Nous allons maintenant établir la relation de dispersion des modes électrostatiques qui se propagent dans le milieu, ainsi que, la relation de dispersion non linéaire. Pour cela, nous introduisons les densités perturbées des différentes particules du plasma poussiéreux dans l'équation de Poisson $-\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho$, où, ρ est la densité de charge totale du milieu, contenant les électrons, les ions et les grains de poussière, il vient alors:

$$-\frac{k^2}{4\pi e} \delta\phi = \delta n_e - \delta n_i - \frac{q_{d0}}{e} \delta n_d - n_{d0} \frac{\delta q_d}{e} \quad (\text{I-28})$$

avec δq_d est la fluctuation de la charge, donnée par l'équation (I-17a). En lui appliquant la transformé de Fourier, nous obtenons,

$$\delta q = \frac{in_{e0}\beta e}{n_0(\omega+i\eta)} \left(\frac{\delta n_i}{n_{i0}} - \frac{\delta n_e}{n_{e0}} \right) \quad (\text{I-29})$$

En remplaçant les densités et la charge de l'équation (I-28) par (I-26) et (I-29) respectivement, on aura :

$$\left\{ 1 + \chi_d + \left(1 - \frac{\beta}{i(\omega+i\eta)} \right) \chi_e + \left(1 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{\beta}{i(\omega+i\eta)} \right) \chi_i \right\} \delta\phi = - \left\{ 1 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{\beta}{i(\omega+i\eta)} \right\} \chi_i \phi_p \quad (\text{I-30})$$

d'où,

$$\varepsilon \delta\phi = -\chi_i^{eff} \phi_p = -\chi_i^{eff} \frac{e \phi_0 \phi_1}{2 m_i \omega_0 \omega_1} \vec{k}_0 \cdot \vec{k}_1 \quad (\text{I-31})$$

où,

$$\varepsilon = 1 + \chi_d + \chi_e^{eff} + \chi_i^{eff} \quad (\text{I-32})$$

$$\chi_i^{eff} = \left(1 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{\beta}{i(\omega+i\eta)} \right) \chi_i \quad \text{étant la susceptibilité effective ionique, et}$$

$$\chi_e^{eff} = \left(1 - \frac{\beta}{i(\omega+i\eta)} \right) \chi_e \quad \text{la susceptibilité effective des électrons.}$$

La composante de basse fréquence interfère avec \vec{v}_0 pour produire une perturbation non-linéaire à la fréquence ω_1 , décrite par l'équation de continuité (qui fait apparaître le couplage (**c.f., Ref.[9]**)),

$$\frac{\partial n_1^{NL}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} \delta n \vec{v}_0^* \right) = 0 \quad (\text{I-33})$$

La contribution non-linéaire dans la densité perturbée totale pour l'onde DIA est donnée par,

$$n_{i1}^{NL} = \delta n_i \frac{\vec{k}_1 \cdot \vec{v}_{i0}^*}{2\omega_1} = \delta n_i \frac{e\phi_0^*}{2m_i\omega_0\omega_1} \vec{k}_0 \cdot \vec{k}_1 \quad (\text{I-34a})$$

Ce qui précède, s'applique pour les électrons d'où le résultat,

$$n_{e1}^{NL} = \delta n_e \frac{\vec{k}_1 \cdot \vec{v}_{e0}^*}{2\omega_1} = \delta n_e \frac{e\omega_0\phi_0^*}{2\omega_1 T_e k_0^2} \vec{k}_0 \cdot \vec{k}_1 \quad (\text{I-34b})$$

La densité totale perturbée des particules du plasma dans le milieu est donnée par la somme des deux densités, $n_{s1} = \delta n_s + n_{s1}^{NL}$, avec ($s = e, i$).

δn_{s1} étant la contribution linéaire à la densité numérique et ceci à la fréquence ω_1 , et est donnée par $(k^2/4\pi q_s) \chi_s \phi_1$; n_{s1}^{NL} est la densité perturbée non-linéaire. Par conséquent, la densité totale perturbée des ions s'écrit alors,

$$n_{i1} = -\frac{k_1^2}{4\pi e} \left(\chi_{i1} \phi_1 + \frac{k^2}{k_1^2} \chi_i (\delta\phi + \phi_p) \left(\frac{e \phi_0^*}{2m_i \omega_0 \omega_1} \right) \bar{k}_0 \cdot \bar{k}_1 \right) \quad (\text{I-35})$$

De l'expression **(I-27b)** et **(I-32)** nous déduisons :

$$\phi_p + \delta\phi = \left(1 - \frac{\chi_i^{eff}}{\varepsilon} \right) \frac{e \phi_0 \phi_1}{2 \omega_0 \omega_1 m_i} \bar{k}_0 \cdot \bar{k}_1 \quad (\text{I-36})$$

D'où la densité ionique perturbée peut s'écrire sous la forme suivante :

$$n_{i1} = -\frac{k_1^2}{4\pi e} \left\{ \chi_{i1} + \frac{k^2}{k_1^2} \chi_i \left(1 - \frac{\chi_i^{eff}}{\varepsilon} \right) \left(\frac{e |\phi_0| \bar{k}_0 \cdot \bar{k}_1}{2 \omega_0 \omega_1 m_i} \right)^2 \right\} \phi_1 \quad (\text{I-37})$$

De même, la densité totale perturbée des électrons est donnée par :

$$n_{e1} = \frac{k_1^2}{4\pi e} \chi_{e1} \phi_1 + \frac{e \omega_0 \phi_0^*}{2 \omega_1 T_e k_0^2} \bar{k}_0 \cdot \bar{k}_1 \delta n_e \quad (\text{I-38a})$$

c'est à dire

$$n_{e1} = \frac{k_1^2}{4\pi e} \left\{ \chi_{e1} - \frac{k^2}{k_1^2} \frac{\chi_i^{eff} \chi_e}{\varepsilon} \left(\frac{e |\phi_0| \bar{k}_0 \cdot \bar{k}_1}{2 \omega_0} \right)^2 \left(\frac{1}{T_e m_i k_0^2} \right) \right\} \phi_1 \quad (\text{I-38b})$$

A partir des densités totales perturbées relatives aux ions et aux électrons nous allons établir la relation de dispersion non-linéaire.

En introduisant les densités **(I-37)** et **(I-38b)** dans l'équation de Poisson

$-\frac{k_1^2}{4\pi e} \phi_1 = n_{e1} - n_{i1}$, nous obtenons :

$$\varepsilon_1 = \frac{k^2}{k_1^2} \left(\frac{e |\phi_0| \bar{k}_0 \cdot \bar{k}_1}{2 \omega_0 \omega_1 m_i} \right)^2 \left\{ \chi_i^{eff} \chi_e - \chi_i (\varepsilon - \chi_i^{eff}) \right\} \frac{1}{\varepsilon} \quad (\text{I-39a})$$

où,

$$\varepsilon_1 = 1 + \chi_{e1} + \chi_{i1} \quad (\text{I-39b})$$

La relation de dispersion non-linéaire s'écrit alors comme suit :

$$\varepsilon \varepsilon_1 = \mu \quad (\text{I-40})$$

où:

$$\mu = -\frac{k^2}{k_1^2} \left(\frac{e |\phi_0| \vec{k}_0 \cdot \vec{k}_1}{2\omega_0 \omega_1 m_i} \right)^2 \chi_i \left\{ 1 + \text{Re} \chi_d + \chi_e (1-\delta) \frac{\beta \eta}{(\omega^2 + \eta^2)} + \chi_i \left[\text{Im} \chi_d - (1-\delta) \frac{\beta \omega}{(\omega^2 + \eta^2)} \chi_e \right] \right\} \quad (\text{I-41})$$

avec $\delta = n_{e0}/n_{i0}$

En absence de l'onde pompe ($\mu \rightarrow 0$), la solution est donnée par $\varepsilon = 0$ et/ou $\varepsilon_1 = 0$, correspondant aux relations de dispersion de l'onde acoustique de poussière (DAW) et de l'onde acoustique ionique de poussière (DIAW),

- L'onde acoustique de poussière $k\mathfrak{G}_{thd} \ll \omega \ll k\mathfrak{G}_{thi}, k\mathfrak{G}_{the}$

La relation de dispersion découle de l'expression ($\varepsilon_r \sim 0$),

$$1 - \frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 \mathfrak{G}_{the}^2} \left(1 + \frac{\beta \eta}{\omega^2 + \eta^2} \right) + \frac{\omega_{pi}^2}{k^2 \mathfrak{G}_{thi}^2} \left(1 + \delta \frac{\beta \eta}{\omega^2 + \eta^2} \right) = 0 \quad (\text{I-42})$$

Cette relation peut être réduite pour $\omega < \eta$ et pour des modes à longueur d'onde très grande, c'est à dire, $k^2 \lambda_{De}^2 \ll 1$ et $k^2 \lambda_{Di}^2 \ll 1$, où , $\lambda_{De,i} = \mathfrak{G}_{the,i}/\omega_{pe,i}$ est la longueur de Debye, à :

$$\omega^2 \approx k^2 C_{sd}^2 \quad (\text{I-43})$$

avec $C_{sd}^2 = \omega_{pd}^2 / \left\{ (1 + \beta/\eta)/\lambda_{De}^2 + (1 + \delta \beta/\eta)/\lambda_{Di}^2 \right\}$, C_{sd} étant la célérité du son se propageant dans le fluide des grains de poussière.

- L'onde acoustique ionique de poussière $k\mathfrak{G}_{thd}, k\mathfrak{G}_{thi} \ll \omega_1 \ll k\mathfrak{G}_{the}$

La relation de dispersion pour ces ondes est donnée par ($\varepsilon_{r1} \sim 0$) :

$$1 + \frac{\omega_{pe}^2}{k_1^2 \mathfrak{G}_{the}^2} \left(1 + \frac{\beta \eta}{\omega_1^2 + \eta^2} \right) - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_1^2} \left(1 + \delta \frac{\beta \eta}{\omega_1^2 + \eta^2} \right) = 0 \quad (\text{I-44})$$

Cette relation peut être réduite pour $\omega_1 > \eta$ et pour des modes à longueur d'onde très grande ($k^2 \lambda_{De}^2 \ll 1$) à,

$$\omega_1^2 \approx k_1^2 V^2 \quad (\text{I-45})$$

avec $V^2 = 2C_s^2 / \delta$

La proposition selon laquelle une onde pompe acoustique ionique de poussière se désintègre en une onde acoustique ionique de poussière et une onde acoustique de poussière doit être prouvée en exhibant une solution pour les conditions d'accord $\omega_1 = \omega_0 - \omega$ et $\vec{k}_1 = \vec{k}_0 - \vec{k}$, à savoir, il faut montrer qu'il existe un mode (ω, \vec{k}) pour ces deux conditions. Pour ce faire, nous introduisons les relations de dispersions (I-43) et (I-45) dans les conditions d'accord et trouvons

$$k \approx 2k_0 \left| \cos(\vec{k}, \vec{k}_0) \right| \quad (\text{I-46})$$

Le mode électrostatique défini par (ω, \vec{k}) , peut donc être généré paramétriquement par désintégration d'un mode électrostatique défini par (ω_0, \vec{k}_0) . Il est impératif de noter que cette instabilité de désintégration est interdite dans un plasma ordinaire, i.e., électron ion.

Afin de résoudre l'équation (I-41) qui est une équation non-linéaire, nous adoptons une méthode perturbative. Les permittivités à ω et ω_1 sont développées autour des modes propres correspondant au cas où il n'y a pas de couplage, c'est-à-dire en l'absence de l'onde pompe.

En l'occurrence,

$$\varepsilon(\omega_r + i\gamma, \vec{k}) \approx \varepsilon_r(\omega_r, \vec{k}) + i\varepsilon_i(\omega_r, \vec{k}) + i\gamma \left. \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_r}, \quad (\text{I-47a})$$

$$\varepsilon_1(\omega_{r1} + i\gamma, \vec{k}) \approx \varepsilon_{r1}(\omega_{r1}, \vec{k}) + i\varepsilon_{i1}(\omega_{r1}, \vec{k}) + i\gamma \left. \frac{\partial \varepsilon_{r1}}{\partial \omega_1} \right|_{\omega_1=\omega_{r1}}, \quad (\text{I-47b})$$

Les relations de dispersion étant données par, $\varepsilon_r(\omega_r, \vec{k}) = 0$ et $\varepsilon_{r1}(\omega_{r1}, \vec{k}) = 0$, les Eqs. (I-47a) et (I-47b) se réduisent à,

$$\varepsilon(\omega_r + i\gamma, \vec{k}) \approx i \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \omega} (\gamma + \gamma_L) \quad (\text{I-48a})$$

$$\varepsilon_1(\omega_{r1} + i\gamma, \vec{k}) \approx i \frac{\partial \varepsilon_{r1}}{\partial \omega_1} (\gamma + \gamma_{L1}) \quad (\text{I-48b})$$

où, $\gamma_L = \varepsilon_i / (\partial \varepsilon_r / \partial \omega)_{\omega=\omega_r}$ et $\gamma_{L1} = \varepsilon_{i1} / (\partial \varepsilon_{r1} / \partial \omega_1)_{\omega_1=\omega_{r1}}$ sont les coefficients d'amortissement linéaires.

En utilisant Eqs.(I-48a,b) dans la relation (I-40) nous obtenons,

$$\gamma_M^2 = \frac{-\text{Re}(\mu)}{\left(\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \omega}\right)_{\omega=\omega_r} \left(\frac{\partial \varepsilon_{r1}}{\partial \omega_1}\right)_{\omega_1=\omega_{r1}}} \quad (\text{I-49})$$

où $\gamma_M^2 = (\gamma + \gamma_L)(\gamma + \gamma_{L1})$ le carré du taux d'accroissement non-linéaire et $\text{Re}(\mu)$ est la partie réelle de μ .

En explicitant, il est possible de réécrire l'équation précédente sous la forme suivante :

$$\gamma_M^2 = \frac{k^2}{k_1^2} \left(\frac{e \vec{k}_0 \cdot \vec{k}_1 |\phi_0|}{2 \omega_1 \omega_0 m_i} \right)^2 \chi_i \frac{[1 + \chi_{dr} + (1 - \delta)[\eta\beta / (\omega^2 + \eta^2)]\chi_e]}{(\partial \varepsilon_r / \partial \omega)_{\omega=\omega_r} (\partial \varepsilon_{r1} / \partial \omega_1)_{\omega_1=\omega_{r1}}} \quad (\text{I-50})$$

Au seuil de l'instabilité, le taux d'accroissement est donné par ; $\gamma_{M_0}^2 = \gamma_L \gamma_{L1}$.

Par ailleurs, la densité d'énergie de l'onde mère nécessaire au déclenchement de cette instabilité s'exprime en tenant compte de l'expression (I-50), comme suit :

$$W_0 = \frac{|E_0|^2}{8\pi} = \frac{k_0^2}{8\pi} \varepsilon_i \varepsilon_{i1} \frac{k_1^2}{k^2} \left(\frac{2m_i \omega_0 \omega_1}{e \vec{k}_0 \cdot \vec{k}_1} \right)^2 \frac{1}{\chi_i \left[1 + \text{Re} \chi_d + \frac{\eta\beta}{(\omega^2 + \eta^2)} \chi_e (1 - \delta) \right]} \quad (\text{I-51})$$

Ainsi, le taux d'accroissement linéaire γ se calcule à partir de l'équation $(\gamma + \gamma_L)(\gamma + \gamma_{L1}) - \gamma_M^2 = 0$, viz.,

$$\gamma \approx \frac{-(\gamma_L + \gamma_{L1})}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\gamma_L + \gamma_{L1})^2 + \frac{Z \cos^2 \alpha}{8n_{0i}} \sqrt{\frac{\varepsilon}{T_i m}} \frac{(1 + \delta\beta/\eta)(1 + \sigma)}{((1 + \beta/\eta)\sigma + 1 + \delta\beta/\eta)^{3/2}} \frac{\omega_{pi}^2 k W_0}{\omega_0}} \quad (\text{I-52})$$

où : $\sigma = n_{e0} T_i / n_{i0} T_e$, $\alpha = (\vec{k}_0, \vec{k}_1)$ et $\varepsilon = n_0 / n_{i0}$. Nous retrouvons presque la même loi d'échelle pour le taux d'accroissement que celle obtenue dans le travail de Shukla *et al* [10].

Pour $\delta < 1$, c'est-à-dire quand les électrons sont épuisés, l'équation (I-51) se réduit à,

$$W_0/W^* = \sqrt{1 - \epsilon Z_0} \quad (\text{I-53})$$

$$\text{où : } W^* = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_0}{m} \frac{T_i/T_e}{16\pi |\cos\theta|} \left(\frac{2m_i \omega_0}{ek_0^2 \cos\alpha} \right)^2}.$$

Par conséquent, pour de grandes valeurs de ϵZ_0 de faibles valeurs de W_0 sont requises pour exciter l'instabilité. Une situation similaire a été décrite par Merlino et Annou dans des études distinctes [11], où pour des valeurs importantes de ϵZ_0 , de faibles valeurs de la vitesse de dérive relative entre ions et électrons sont nécessaires pour exciter des ondes ioniques acoustique de poussière dans un plasma poussiéreux collisionnel. Cependant, dans le cas où le mode de basse fréquence subit une atténuation Landau sévère sur les grains, l'incrément de l'instabilité est donnée par,

$$\gamma = -\gamma_{L1} + \frac{\text{Im}(\mu/\epsilon)}{(\partial\epsilon_{r1}/\partial\omega_1)_{\omega_1=\omega_{r1}}} \quad (\text{I-54})$$

$$\text{où, } \text{Im}(\mu/\epsilon) = \frac{A\beta\delta}{D} \left\{ \eta(\chi_i - \chi_e)\chi_{di} - \omega\chi_i(1 + \chi_{dr}) + \frac{\beta\eta\omega}{\omega^2 + \eta^2} \chi_e(\chi_e + \delta\chi_i) \right\},$$

$$D = (\omega^2 + \eta^2) \left[\left(1 + \chi_{dr} + \frac{\beta\eta}{\omega^2 + \eta^2} (\chi_e + \delta\chi_i) \right)^2 + \left(\chi_{di} + \frac{\beta\omega}{\omega^2 + \eta^2} (\chi_e + \delta\chi_i) \right)^2 \right]$$

$$\text{et } A = -\frac{k^2}{k_1^2} \chi_i \left(\frac{e|\phi_0| \vec{k}_0 \cdot \vec{k}_1}{2\omega_0\omega_1 m_i} \right)^2$$

I.5 CONCLUSION

La désintégration d'une onde ionique acoustique de poussière DIAW ($k\vartheta_{thd}, k\vartheta_{thi} \ll \omega_0 \ll k\vartheta_{the}$) en une autre onde DIAW et une onde acoustique de poussière ($k\vartheta_{thd} \ll \omega \ll k\vartheta_{thi}, k\vartheta_{the}$) est prédite et ses caractéristiques déterminées. La charge du grain est traitée d'une manière auto-référente : elle est prise variable, et l'effet de perte dû à la capture des électrons et des ions par les grains est introduit à travers l'équation de charge du grain et les termes source dans l'équation de la quantité de mouvement du grain seulement. Le plasma est considéré couplé à un réservoir de particules. La susceptibilité des grains de poussière comporte à cause de l'effet de perte une partie imaginaire. Cette instabilité de désintégration peut-être appropriée lorsqu'on s'intéresse à la saturation des instabilités paramétriques par cascade jusqu'aux modes de basses fréquences [12]. De plus, les ondes électrostatiques de poussière amplifiées peuvent être importantes dans la queue de la comète, comme indiqué par Shukla et Stenflo [13]. Dans la comète de Halley, par exemple, les ondes électrostatiques ioniques en présence des grains de poussière sont piégées et leurs amplitudes accroit sous l'effet de multiples réflexions entre les grains [14].

I.6 REFERENCES

- [1] N. N. Rao, P. K. Shukla and M. Y. Yu. *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990)
- [2] A. Barkan, R. L. Merlino and N. D'Angelo. *Phys. Plasma* **2**, 3563 (1995)
- [3] M. R. Jana. A. Sen. P. K. Kaw. *Phys. Rev. E.* **48**, 3930 (1993)
- [4] Feynman, Leighton et Sands, *Le cours de physique de Feynman électromagnétisme 1*, InterEditions, Paris (1966)
- [5] J. L. Delcroix, *Physique des Plasmas*, Dunod Edition (1966)
- [6] E. C. Whipple, T. G. Northrop and D. A. Mendis. *J. Geophys. Res* **90**, 50 (1985)
- [7] P. K. Shukla and V. P. Silin. *Phys. Scripta* **45**, 508 (1992)
- [8] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson and N. D'Angelo. *Phys. Plasma* **5**, 1607 (1998)
- [9] C. S. Liu and V. K. Tripathi, *Interaction of Electromagnetic Waves with Electron Beams and Plasmas* (World Scientific, Singapore, 1994), Chap. 7
- [10] P. K. Shukla, L. Stenflo, and G. Morill, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **29**, 198 (2001)
- [11] R. L. Merlino, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **25**, 60 (1997); R. Annou, *Phys. Plasmas* **5**, 1 (1998)
- [12] M. Porkolab and R. P. H. Chang, *Rev. Mod. Phys.* **50**, 745 (1978)
- [13] P. K. Shukla and L. Stenflo, *Astrophys. Space Sci.* **190**, 23 (1992)
- [14] U. de Angelis, V. Formisano, and M. Giordano, *J. Plasma Phys.* **40**, 399 (1988)

CHAPITRE II

DETENDE DES PLASMAS POUSSIÉREUX

DANS LE VIDE

II.1 INTRODUCTION

L'expansion d'un plasma dans le vide est un phénomène incontournable en physique des plasmas. Dès lors que le plasma est spatialement fini et non confiné il se dilate en premier lieu sous l'effet de la pression et ensuite sous l'effet du champ électrique self-consistent qui apparaît après que les électrons eussent fui le plasma en précurseurs [1]. L'expansion des plasmas peut se manifester dans l'espace où dans des situations de laboratoire, incluant des applications industrielles très intéressantes [2,3]. Lorsqu'on éclaire un métal, par une lumière laser, par exemple, cette lumière laser est absorbée par les électrons à cause de leur faible inertie, au voisinage de la densité critique [4,5]. Le fluide des électrons chauds se dilate à l'intérieur de la matière et à l'extérieur dans le vide, ce qui génère dans ce cas des ions très énergétiques. Il est clair que les caractéristiques d'un plasma produit par laser en expansion doivent être préétablies pour la maîtrise des processus inhérents à l'interaction laser / cible [6], e. g. , il a été montré que la diffusion stimulée de Mandelshtam-Brillouin décroît avec l'évolution de l'expansion [7]. De même, en ce qui concerne les lasers à rayons-X à recombinaison d'application médicale ou militaire, l'expansion du plasma est indéniable. Ces lasers sont basés sur des schémas d'évolution à deux niveaux, à savoir, le plasma est produit par une impulsion laser, en suite il se dilate, se refroidit pour enfin se recombiner. Les processus atomiques impliqués dans ce qui précède sont influencés par l'expansion du plasma. De surcroît, il a été noté au laboratoire ainsi que dans l'environnement cosmique, la possibilité d'accélérer les particules chargées, ce qui donne lieu à l'apparition de courant de particules très énergétiques [8]. Dans cet esprit, l'expansion du plasma dans le vide a été proposée pour séparer des isotopes de même charge électrique [9]. Dans l'industrie des semi-conducteurs, on effectue la déposition de la matière sur le substrat par ablation laser, où la matière ablatée et

ionisée se dilate sous forme d'une plume [10]. Le système de propulsion approprié pour les engins spatiaux est la propulsion électrique i.e, les moteurs à ions ou électrostatiques accélèrent le plasma par l'application d'un champ électrique. A la sortie de la zone où règne le champ électrique, des électrons sont introduits en vue de neutraliser le plasma non-neutre. L'étude même de l'expansion du plasma dans le vide, peut être d'un intérêt à travers son appareil mathématique, pour l'analyse des problèmes relatifs à l'aérodynamique ionosphérique. Citons comme exemple dans ce contexte, l'étude de la structure de la couche autour des engins se déplaçant dans l'ionosphère tels que, les fusées, les missiles et les satellites [11,12]. Quant à l'étude de l'expansion au début, a été considéré l'expansion d'un plasma à deux composants, ensuite le plasma est pris à trois composants, tels que, les plasmas à ions négatifs. Ce type de plasma est une bonne représentation des plasmas poussiéreux à charge du grain constante. Cependant, il s'avère que le grain injecté dans le plasma électron-ion acquiert sa charge par le biais de la capture des électrons et des ions. Les électrons sont alors absorbés par le grain tandis que les ions s'y neutralisent [13]. Mais alors, la charge du grain est nécessairement dépendante de la densité numérique du plasma [14]. Un modèle a été développé pour décrire l'expansion dans le vide d'un plasma poussiéreux en tenant compte de la charge variable du grain [15]. Ce modèle a été amélioré dans la Réf. [16] en introduisant la charge variable du grain de poussière d'une manière self-consistante et en relaxant l'hypothèse d'une distribution de Boltzmann des densités électronique et ionique. En effet, la capture des particules chargées introduit une perte de matière et de quantité de mouvement que l'on doit prendre en considération dans l'équation de continuité et la relation fondamentale de la dynamique. Par surcroît, dès lors que le plasma n'est plus couplé à une source d'énergie, il se refroidit, et par conséquent sa température ne peut être considérée constante. En fait, il est montré que l'expansion se termine plutôt dans le cas d'un fluide adiabatique. Dans ce chapitre, nous nous attelons à étudier l'expansion d'un plasma poussiéreux dont les grains ont une charge variable dans le vide et selon une configuration sphérique. Il est pris en compte les effets suivants : i/ l'effet de refroidissement à travers une équation d'état appropriée des fluides des particules chargées. ii/ comme indiqué précédemment, l'interaction ion/grain, est une réaction d'échange de charge plutôt qu'une capture des ions, et qui donne lieu à une composante neutre. Ces particules neutres peuvent être ionisées par impact électronique, d'où l'accroissement des densités électronique et ionique qu'on doit

introduire dans les équations de conservation. iii/ à cause de la vitesse relative des ions par rapport aux grains, une forme plus complète du courant de charge ionique est retenue.

II.2 FORMULATION

Soit l'expansion d'un plasma poussiéreux dans le vide, qui n'est soumis à aucune force externe (autre que les forces dues au champ self-consistent et celle due au gradient de densité). L'évolution du système est décrite par les équations de la continuité et de la quantité du mouvement, explicitées dans une configuration sphérique, et ceci pour toutes les espèces de particules,

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{G}_d n_d}{\partial r} + 2 \frac{\mathfrak{G}_d n_d}{r} = 0 \quad (\text{II-1})$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{G}_e n_e}{\partial r} + 2 \frac{\mathfrak{G}_e n_e}{r} = a_e n_e n_d + \alpha_e n_a n_e \quad (\text{II-2})$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{G}_i n_i}{\partial r} + 2 \frac{\mathfrak{G}_i n_i}{r} = -a_i n_i n_d + \alpha_e n_a n_e \quad (\text{II-3})$$

$$m_d n_d \left(\frac{\partial \mathfrak{G}_d}{\partial t} + \mathfrak{G}_d \frac{\partial \mathfrak{G}_d}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p_d}{\partial r} - q_d n_d \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_e a_e n_e n_d (\mathfrak{G}_e - \mathfrak{G}_d) + m_i a_i n_i n_d (\mathfrak{G}_i - \mathfrak{G}_d) \quad (\text{II-4})$$

$$m_e n_e \left(\frac{\partial \mathfrak{G}_e}{\partial t} + \mathfrak{G}_e \frac{\partial \mathfrak{G}_e}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p_e}{\partial r} + e n_e \frac{\partial \phi}{\partial r} + m_e a_e n_e n_d (\mathfrak{G}_e - \mathfrak{G}_d) + m_e \alpha_e n_e n_a \mathfrak{G}_e \quad (\text{II-5})$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial \mathfrak{G}_i}{\partial t} + \mathfrak{G}_i \frac{\partial \mathfrak{G}_i}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p_i}{\partial r} - e n_i \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_i a_i n_i n_d (\mathfrak{G}_i - \mathfrak{G}_d) + m_i \alpha_e n_e n_a \mathfrak{G}_i \quad (\text{II-6})$$

où, n_σ est la densité numérique pour les quatres espèces de particules $\sigma=e, i, d$ grain et n neutre, p_σ est la pression, q_d est la charge du grain et ϕ est le potentiel. A cause de l'interaction électron/grain et ion/grain, nous considérons la perte des électrons et des ions à travers les termes $a_e n_e n_d$ et $a_i n_i n_d$ tels que,

$$a_e = -\pi a^2 \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{eq}{aT_e}\right) \quad (\text{II-7})$$

et

$$a_i = \pi a^2 \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left(F_1(u) - F_2(u) \frac{eq}{aT_i} \right) \quad (\text{II-8})$$

où, a est le rayon du grain, T_σ est l'énergie thermique pour chaque espèce, et où $F_1(u) = (\sqrt{\pi}/4u)(1 + 2u^2) \operatorname{erf}(u) + 0.5 \exp(-u^2)$, $F_2(u) = (\sqrt{u}/2u) \operatorname{erf}(u)$ avec $\operatorname{erf}(u)$ étant la fonction erreur, $u = |\mathfrak{G} - \mathfrak{G}_i| / \sqrt{2} \mathfrak{G}_{thi}$ et $\mathfrak{G}_{thi} = \sqrt{T_i/m_i}$ la vitesse thermique [17].

Il est à noter que le terme devait contenir un autre terme relatif à la déflexion des particules par le grain, mais il est négligé. A juste titre, car la force exercée par la déflexion f_d est négligée en faveur de la force de collection f_e dans la relation fondamentale de la dynamique, dans la mesure où $f_e/f_d = 4(1 + \chi)/\Gamma\chi^2 \gg 1$, où $2\Gamma = \ln[(\lambda_D^2/a^2 + \chi^2/4)/(1 + \chi + \chi^2/4)]$ et $\chi = e^2 Z/aT_i$ (cf., Réf. 18), λ_D étant la longueur de Debye

De surcroît, le terme $\alpha_e n_e n_d$ correspond à la génération d'électrons et d'ions par impact électronique. Les atomes neutres sont produits suite à la réaction d'échange de charge avec les grains et se perdent par ionisation par impact électronique. D'où la relation de continuité pour les atomes neutres :

$$\frac{\partial n_n}{\partial t} = a_i n_i n_d - \alpha_e n_e n_n \quad (\text{II-9})$$

L'ionisation par impact électronique, viz., [19]



est chiffrée par la constante du taux d'ionisation α_e . Cette constante est calculée comme suit :

$$\alpha_e \sim CT_e \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \left(2 + \frac{I}{T_e} \right) \exp\left(-\frac{I}{T_e}\right) \quad (\text{II-10})$$

I est le potentiel d'ionisation et C est une constante.

Compte tenu, du caractère dynamique de la charge du grain, une équation supplémentaire décrivant l'évolution de cette charge, est introduite

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \mathfrak{G}_d \frac{\partial q}{\partial r} = e(a_e n_e + a_i n_i) \quad (\text{II-11})$$

Il est impératif de décrire l'évolution spatiale du potentiel ϕ à travers l'équation de Poisson. Mais il suffit de prendre plutôt la relation de la quasi-neutralité, i.e., $n_e = n_i + \frac{q_d}{e} n_d$. Pour fermer le système on a besoin d'une équation d'état, et vu que le plasma est considéré adiabatique, nous écrivons les équations relatives à chaque fluide, viz., d'électrons, d'ions et des grains de poussière, comme suit :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathfrak{G}_d \frac{\partial}{\partial r}\right) p n_d^{-\gamma_d} = 0 \quad (\text{II-12})$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathfrak{G}_e \frac{\partial}{\partial r}\right) p n_e^{-\gamma_e} = 0 \quad (\text{II-13})$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathfrak{G}_i \frac{\partial}{\partial r}\right) p n_i^{-\gamma_i} = 0 \quad (\text{II-14})$$

Il s'agit d'un système d'équations à dérivées partielles non-linéaires. Il serait alors intéressant de réduire le nombre de variables indépendantes. L'idée est de définir une nouvelle variable (variable de similitude), qui est une combinaison de r et t . Nous définissons la variable comme le produit des variables indépendantes élevées à un degré quelconque à déterminer à posteriori, $\xi = c t r^\alpha t^\beta$. En remplaçant dans notre système, il en ressort que, $\alpha = 1$ et $\beta = -1$, la variable de similitude est alors donnée par :

$$\xi = \frac{r}{C_{ds} t} \quad (\text{II-15})$$

où, $C_{ds} = \sqrt{T_i/m_d}$. Nous devons noter que la solution self-similaire c'est-à-dire, une solution qui se répète durant l'évolution, peut ne pas être la solution unique d'un système d'équations différentielles. Cette méthode qui est naturellement établie, peut être introduite par la méthode des groupes de Lie à un paramètre [19]

Les variables dépendantes sont transformées de la façon suivante :

$$n_j = \frac{1}{t} \frac{N_j(\xi)}{\sqrt{4\pi e^2/m_d n_{i0}}}, \quad p_j = \frac{T_{i0}}{t} \frac{P_j(\xi)}{\sqrt{4\pi e^2/m_d n_{i0}}}, \quad Z(\xi) = \frac{q_d}{e}, \quad \mathfrak{G} = C_{ds} V(\xi) \quad \text{et} \quad \phi = \frac{T_{i0}}{e} \Phi(\xi)$$

où, n_{i0} , T_{i0} et p_{i0} sont la densité, la température et la pression respectivement des ions, m_d étant la masse du grain.

Le système [1-15] se réduit alors à un système d'équations différentielles ordinaires :

$$\frac{\partial N_d}{\partial \xi} = \frac{N_d (V_d - \xi)}{(V_d - \xi)^2 - P_d \gamma_d / N_d} \left\{ 1 - 2 \frac{V_d}{\xi} + \frac{Z}{(V_d - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{P_d}{N_d} \frac{(\gamma_d - 1)}{(V_d - \xi)^2} + \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left(a_e N_e \frac{m_e}{m_d} \frac{(V_e - V_d)}{(V_d - \xi)} - a_i N_i \frac{m_i}{m_d} \frac{(V_i - V_d)}{(V_d - \xi)} \right) \right\} \quad (\text{II-16})$$

$$\frac{\partial N_e}{\partial \xi} = \frac{N_e (V_e - \xi)}{(V_e - \xi)^2 - \frac{P_e \gamma_e / N_e}{m_e / m_d}} \left\{ 1 - 2 \frac{V_e}{\xi} - \frac{m_d}{m_e} \frac{P_e}{N_e} \frac{(\gamma_e - 1)}{(V_e - \xi)^2} - \frac{m_d}{m_e} \frac{N_e}{(V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + a_e N_d \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V_d - \xi)}{(V_e - \xi)} - \alpha_e N_a \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{\xi}{(V_e - \xi)} \right\} \quad (\text{II-17})$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{N_i (V_i - \xi)}{(V_i - \xi)^2 - \frac{P_i \gamma_i / N_i}{m_i / m_d}} \left\{ 1 + 2 \frac{V_i}{\xi} - \frac{m_d}{m_i} \frac{P_i}{N_i} \frac{(\gamma_i - 1)}{(V_i - \xi)^2} + \frac{m_d}{m_i} \frac{N_i}{(V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - a_i N_d \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V_d - \xi)}{V_i - \xi} - \alpha_e \frac{N_a N_e}{N_i} \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{\xi}{(V_e - \xi)} \right\} \quad (\text{II-18})$$

$$\frac{\partial N_a}{\partial \xi} = \frac{N_a}{\xi} \left\{ 1 - a_i \frac{N_i N_d}{N_a} \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} + \alpha_e N_e \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \right\} \quad (\text{II-19})$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial \xi} = \frac{(V_d - \xi)}{(V_d - \xi)^2 - P_d \gamma_d / N_d} \left\{ - \left(1 - 2 \frac{V_d}{\xi} \right) \frac{P_d \gamma_d / N_d}{(V_d - \xi)} + Z \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{P_d}{N_d} \frac{(\gamma_d - 1)}{(V_d - \xi)} - a_e N_e \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{m_e}{m_d} (V_e - V_d) + a_i N_i \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{m_i}{m_d} (V_i - V_d) \right\} \quad (\text{II-20})$$

$$\frac{\partial V_e}{\partial \xi} = \frac{(V_e - \xi)}{(V_e - \xi)^2 - \frac{P_e \gamma_e / N_e}{m_e / m_d}} \left\{ \frac{m_d}{m_e} \frac{P_e \gamma_e / N_e}{(V_e - \xi)} \left(1 - 2 \frac{V_e}{\xi} \right) + \frac{m_d}{m_e} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{m_d}{m_e} \frac{P_e}{N_e} \frac{(\gamma_e - 1)}{(V_e - \xi)} + a_e N_d \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left[(V_e - V_d) - \frac{m_d}{m_e} \frac{\gamma_e P_e / N_e}{(V_e - \xi)} \right] + \alpha_e N_a \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left[V_e - \frac{m_d}{m_e} \frac{\gamma_e P_e / N_e}{(V_e - \xi)} \right] \right\} \quad (\text{II-21})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = & \frac{(V_i - \xi)}{(V_i - \xi)^2 - \frac{P_i \gamma_i / N_i}{m_i / m_d}} \left\{ -\frac{m_d P_i \gamma_i / N_i}{m_i (V_i - \xi)^2} \left(1 - 2 \frac{V_i}{\xi} \right) - \frac{m_d}{m_i} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{m_d P_i}{m_i N_i} \frac{(\gamma_i - 1)}{(V_i - \xi)} \right. \\ & \left. + a_i N_d \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left[(V_d - V_i) + \frac{m_d \gamma_i P_i / N_i}{m_i (V_i - \xi)} \right] + \alpha_e \frac{N_e N_a}{N_i} \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left[V_i - \frac{m_d \gamma_i P_i / N_i}{m_i (V_i - \xi)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{II-22})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_d}{\partial \xi} = & \frac{P_d (V_d - \xi) \gamma_d}{(V_d - \xi)^2 - P_d \gamma_d / N_d} \left\{ 1 - 2 \frac{V_d}{\xi} - \frac{P_d}{N_d} \frac{(\gamma_d - 1)}{(V_d - \xi)^2} + \frac{Z}{(V_d - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \right. \\ & \left. \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left(a_e N_e \frac{m_e}{m_d} \frac{(V_e - V_d)}{(V_d - \xi)} - a_i N_i \frac{m_i}{m_d} \frac{(V_i - V_d)}{(V_d - \xi)} \right) \right\} - (\gamma_d - 1) \frac{P_d}{(V_d - \xi)} \end{aligned} \quad (\text{II-23})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_e}{\partial \xi} = & \frac{P_e (V_e - \xi) \gamma_e}{(V_e - \xi)^2 - \frac{P_e \gamma_e / N_e}{m_e / m_d}} \left\{ 1 - 2 \frac{V_e}{\xi} - \frac{m_d P_e}{m_e N_e} \frac{(\gamma_e - 1)}{(V_e - \xi)^2} - \frac{m_d}{m_e} \frac{N_e}{(V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right. \\ & \left. + a_e N_d \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V_d - \xi)}{(V_e - \xi)} - \alpha_e N_a \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{\xi}{(V_e - \xi)} \right\} - (\gamma_e - 1) \frac{P_e}{(V_e - \xi)} \end{aligned} \quad (\text{II-24})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial \xi} = & \frac{N_i (V_i - \xi)}{(V_i - \xi)^2 - \frac{P_i \gamma_i / N_i}{m_i / m_d}} \left\{ 1 + 2 \frac{V_i}{\xi} - \frac{m_d P_i}{m_i N_i} \frac{(\gamma_i - 1)}{(V_i - \xi)^2} + \frac{m_d}{m_i} \frac{N_i}{(V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right. \\ & \left. - a_i N_d \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V_d - \xi)}{V_i - \xi} - \alpha_e \frac{N_a N_e}{N_i} \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{\xi}{(V_e - \xi)} \right\} - (\gamma_i - 1) \frac{P_i}{(V_i - \xi)} \end{aligned} \quad (\text{II-25})$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \xi} = \frac{1}{V_d - \xi} \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} (a_e N_e + a_i N_i) \quad (\text{II-26})$$

où, $\omega_{pd}^2 = \frac{4\pi e^2 Z_0^2 n_{d0}}{m_i}$ est la pulsation de poussière.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{A + B + C + D}{F} \quad (\text{II-27})$$

$$A = \frac{-Z N_d (V_d - \xi)}{(V_d - \xi)^2 - P_d \gamma_d / N_d} \left\{ 1 - 2 \frac{V_d}{\xi} - \frac{P_d}{N_d} \frac{(\gamma_d - 1)}{(V_d - \xi)^2} + \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left(a_e N_e \frac{m_e}{m_d} \frac{(V_e - V_d)}{(V_d - \xi)} - a_i N_i \frac{m_i}{m_d} \frac{(V_i - V_d)}{(V_d - \xi)} \right) \right\}$$

$$B = \frac{N_e(V_e - \xi)}{(V_e - \xi)^2 - \frac{P_e \gamma_e / N_e}{m_e / m_d}} \left\{ 1 - 2 \frac{V_e}{\xi} - \frac{m_d}{m_e} \frac{P_e}{N_e} \frac{(\gamma_e - 1)}{(V_e - \xi)^2} + a_e N \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V_d - \xi)}{(V_e - \xi)} - \alpha_e N_a \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{\xi}{(V_e - \xi)} \right\}$$

$$C = \frac{-N_i(V_i - \xi)}{(V_i - \xi)^2 - \frac{P_i \gamma_i / N_i}{m_i / m_d}} \left\{ 1 + 2 \frac{V_i}{\xi} - \frac{m_d}{m_i} \frac{P_i}{N_i} \frac{(\gamma_i - 1)}{(V_i - \xi)^2} - a_i N \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V_d - \xi)}{V_i - \xi} - \alpha_e \frac{N_a N_e}{N_i} \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{\xi}{(V_e - \xi)} \right\}$$

$$D = \frac{-N_d}{(V_d - \xi)} \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} (a_e N_e + a_i N_i)$$

$$F = \frac{N_e m_d / m_e}{(V_e - \xi)^2 - \frac{P_e \gamma_e / N_e}{m_e / m_d}} + \frac{N_i m_d / m_i}{(V_i - \xi)^2 - \frac{P_i \gamma_i / N_i}{m_i / m_d}} + \frac{Z^2 N_d}{(V_d - \xi)^2 - P_d \gamma_d / N_d}$$

II.3 DISCUSSION

Le système d'équations différentielles gouvernant l'évolution des quantités normalisées $(N, N_e \dots)$ est résolu numériquement, pour un plasma à argon, où les températures initiales sont $T_i(1)/T_d(1) = 0.1$ et $T_e(1)/T_d(1) = 2$. Les indices adiabatiques sont $\gamma_d = 3$ et $\gamma_e = \gamma_i = 1.2$, une valeur qui tient compte de l'ionisation [19]. Le fluide des grains de poussière de densité initiale $N(1)/N_i(1) = 10^{-4}$ est une collection de grains sphérique de rayon $a = 0.1 \mu\text{m}$. Pour des grains de tailles identiques, la masse intervient à travers la masse volumique ρ , trois valeurs sont choisies, à savoir, $\rho = 0.4, 2.5$ et 3 g/cm^3 . La valeur initiale de la charge normalisée du grain est prise $Z(1) = -200$. La densité numérique adimensionnée des grains et normalisée par rapport à sa valeur à $\xi = 1$, viz., $N(\xi)/N(1)$ est portée sur les figures [1-3].

L'analyse de notre système, basé sur une formulation self- similaire, révèle pour la première fois, en ce qui concerne les plasmas poussiéreux, l'existence de fronts derrière lesquels apparaissent des oscillations de densité (onde de type acoustique), et l'accélération des grains de poussière, c'est-à-dire, sont générés des courants ou des groupes de grains énergétiques. Tous ces traits, ont déjà été rapportés pour les plasmas électron-ion. L'effet de refroidissement est également constaté. Cela apparaît clairement à travers les courbes, que l'expansion cesse à $\xi \sim 3$, alors que pour un plasma couplé à une source d'énergie, i.e., à température constante, la densité s'annule pour $\xi \sim 10$. Nous relevons le fait que pour des masses plus grandes l'expansion se termine plus vite. Donc pour la même distance $R(t) = c_{ds}t$, $r(\xi \sim 3) < r(\xi \sim 10)$. Les grains de masses plus petites soumis au champ self-consistent sont emportés plus loin. Alors que pour des grains de même masse se sont les grains de charge plus élevée qui sont emportés le plus loin possible. Au-delà, du front il y a une baisse abrupte de la densité ; en fait elle s'annule : d'où la notion de front. Ce front est localisé au point $\xi = \xi_f$, laquelle position est plus proche de la source pour les grains massifs.

En outre, derrière le front apparaît comme sus-indiqué des oscillations, dont l'amplitude est d'autant plus élevée que les grains sont plus légers. En ce qui concerne la longueur d'onde, il faut procéder à une analyse plus poussée pour

confirmer toute relation avec la masse du grain, quoique les courbes suggèrent que la longueur d'onde est plus grande pour les grains les plus légers. L'excitation de ces oscillations auto-modèles, peut être attribuée à la perturbation de la densité qui se propage après coup, dans le milieu et l'expansion. En effet, à $\xi \sim 2,4$, un creux se forme et qui correspond à une variation importante de la force $F \sim \frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial \xi}$. Une impulsion est par conséquent transmise au fluide des grains de poussière et s'y propage. Le creux est une discontinuité faible, i. e., la densité est continué alors que la dérivée subit une variation rapide. Nous pensons que ces oscillations disparaîtraient si on relaxait la quasi-neutralité au profit de l'équation de Poisson. Ces oscillations dans le fluide de poussière et qui sont des ondes sonores "de poussière", sont la preuve ou le témoin de la brisure de la quasi-neutralité du plasma. En d'autres termes la solution self-similaire obtenue n'est pas valable au-delà de ces structures autour du front. Dans la figure.2, nous constatons l'existence de précurseurs, à savoir, des pics dans la concentration des grains apparaissent et qui signifient que des groupes de grains de poussière sont piégés et accélérés par le champ électrique. Il a été révélé aussi, que lorsque le courant de charge ionique complet est relaxé en faveur du courant approximé, les densités des composants du plasma sont affectées ; les fronts et les ondes auto-modèles peuvent même disparaître. La position à laquelle s'annule la densité subit une translation vers l'avant, i.e., l'expansion se termine pour des ξ grands.

Pour clore, rappelons que l'ionisation par impact électronique des atomes neutres produits par réaction d'échange de charge entre les ions et les grains de poussière, est prise en compte. Les ions sont produits avec une moindre énergie cinétique qui croit sous l'effet du champ électrique. Deux cas limites sont traités, à savoir, le premier cas correspond aux ions générés sans quantité de mouvement et le deuxième cas correspond aux ions générés avec quantité de mouvement. C'est clair que si une source de quantité de mouvement est ajoutée dans la relation fondamentale de la dynamique les grains peuvent être portés plus loin.

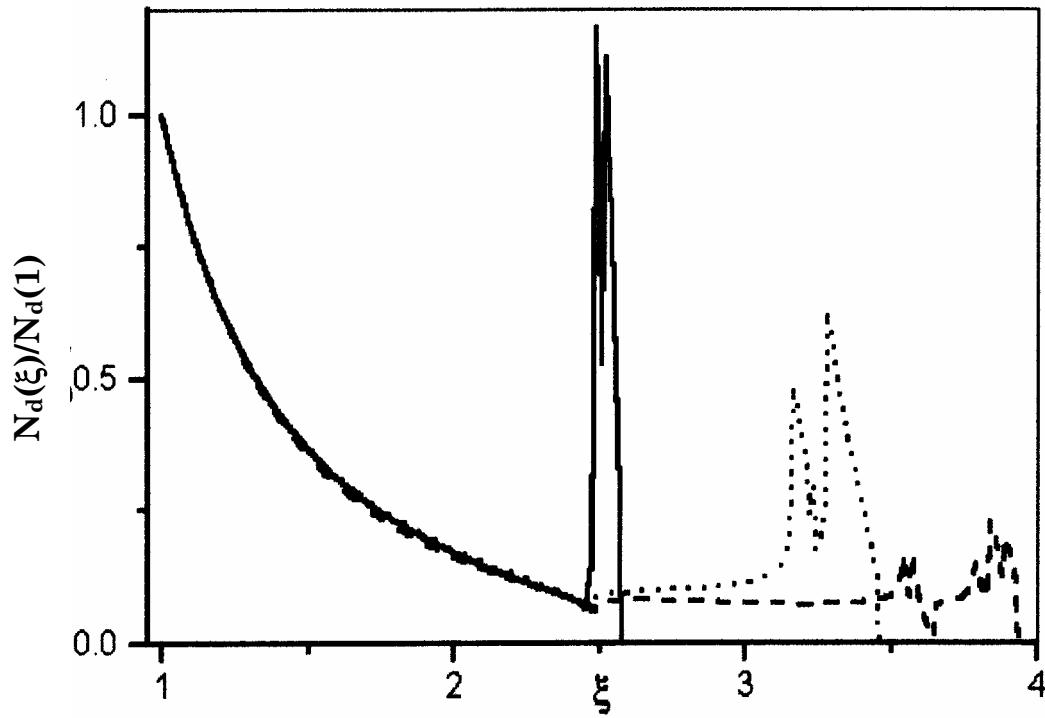


Fig.1-

Densité du grain normalisée $N_d(\xi)/N(1)$ en fonction de la variable self-similaire ξ ,
 (—) Ion exact est considéré avec $\alpha_e \neq 0$, (---) Ion approximé est considéré,
 (...) Ion exact est considéré avec $\alpha_e = 0$. On prend , $V_d(1) = 10$, $N(1) = 10^{-4}$,
 $Z(1) = -200$ et $\rho = 3 \text{ g/cm}^3$

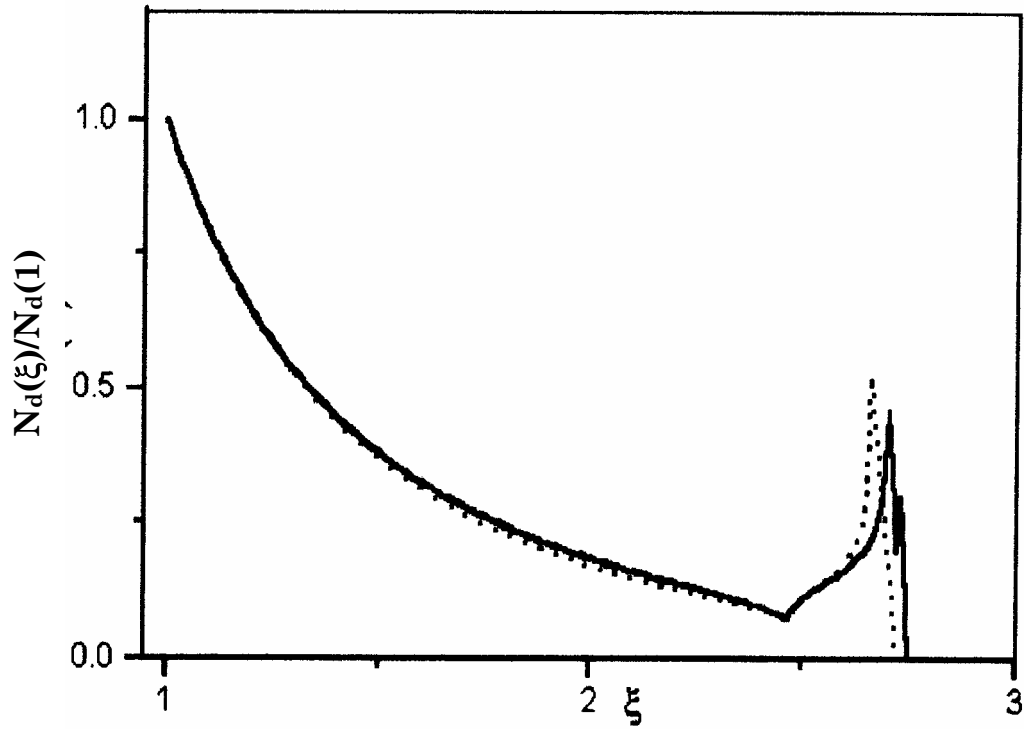


Fig.2-

Densité du grain normalisée $N_d(\xi)/N(1)$ en fonction de la variable self-similaire ξ ,
 (—) Ion exact est considéré avec $\alpha_e \neq 0$, (---) Ion approximé est considéré,
 (...) Ion exact est considéré avec $\alpha_e = 0$. On prend, $V_d(1) = 10$, $N(1) = 10^{-4}$,
 $Z(1) = -200$ et $\rho = 2.5 \text{ g/cm}^3$

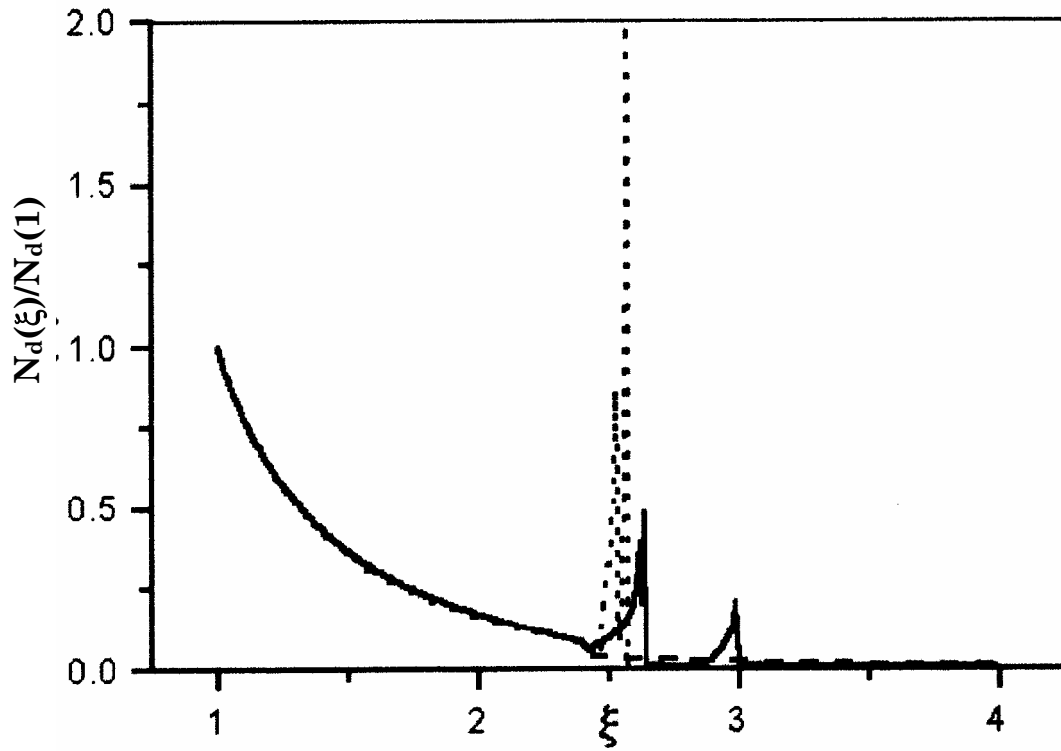


Fig.3-

Densité du grain normalisée $N_d(\xi)/N_d(1)$ en fonction de la variable self-similaire ξ ,
 (—) Ion exact est considéré avec $\alpha_e \neq 0$, (---) Ion approximé est considéré,
 (...) Ion exact est considéré avec $\alpha_e = 0$. On prend, $V_d(1) = 7$, $N(1) = 10^{-4}$,
 $Z(1) = -200$ et $\rho = 0.4 \text{ g/cm}^3$

II.4 CONCLUSION

Nous avons étudié l'expansion self-similaire d'un plasma poussiéreux dans le vide dans une configuration sphérique. Les particules du plasma, viz., les électrons, les ions, et les grains de poussière sont considérées adiabatiques pour prendre en compte le refroidissement du plasma. En outre, la particule neutre peut être produite suite à la réaction d'échange de charges entre les ions et les grains de poussière, et qui à son tour est ionisée par impact électronique. Mais alors, un terme de source doit être ajouté aux équations fluides. Pour rendre compte, du mouvement relatif des ions par rapport à celui des grains de poussière, l'expression du courant de charge ionique exact est utilisée dans l'équation de charge du grain de poussière. L'analyse révèle la possibilité de l'existence de fronts de poussière, derrière lesquels existent des ondes sonores de poussière, probablement excitées suite à l'impulsion causée par un saut de densité. Les oscillations sont liées à des champs électriques importants, traduisant la brisure de la quasi-neutralité. En conséquence, l'expansion cesse d'être self-similaire près du front. Des groupes de grains de poussière accélérés correspondant à des pics de densité de poussière sont également montrés sur les courbes. Une situation similaire a été rencontrée par Sack et Schamel [2] dans un plasma électron-ion en expansion, il s'agit d'une structure de "spikelike" au niveau du front ionique et qui se développe avec le temps jusqu'au point où la solution numérique n'existe plus. Ces structures n'ont pas été vérifiées par des simulations basées sur un modèle cinétique, comme le modèle Vlasov-Poisson utilisé par, Manfredi *et al* [20].

II.5 REFERENCES

- [1] A. V. Gurevich and E. E. Tsedilina, *Sov. Phys. Usp* **10**, 214 (1967)
- [2] Ch. Sack and H. Schamel, *Phys. Rep* **156**, 311 (1987)
- [3] C. Chan, N. Hershkowitz, A. Ferreira, T. Intrator, B. Nelson, and K. Longreen, *Phys. Fluids* **27**, 266 (1984)
- [4] N. E. Andreev, V. P. Silin, and G. L. Stenchikov, *Sov. Phys. JETP* **51**, 703 (1980)
- [5] V. I. Derzhiev, A. Yu. Zakharov, and G. I. Ramendek, *Sov. Phys. Tech. Phys* **23**, 1068 (1978)
- [6] D. Anderson, M. Bonnedal, and M. Lisak, *Physica Scripta* **22**, 507 (1980)
- [7] L. M. Gorbunov and A. N. Polianishev, *Sov. Phys. JETP* **47**, 290 (1978)
- [8] V. G. Eselevich and V. G. Fainshtein, *Sov. Phys. JETP* **52**, 441 (1980)
- [9] R. Annou, Istopic separation during plasma expansion. (non publié)
- [10] G. S. Selwyn, in *The physics of dusty plasmas*, Eds. P. K. Shukla, D. A. Mendis and V. W. Chow, **177** (World scientific Singapore 1996)
- [11] S. I. Anisimov and Yu. V. Medvedov. *Sov. Phys. JETP* **49**, 62 (1979)
- [12] A. V. Gurevich, L. V. Pariïskaya, and L. P. Pitaevskii, *Sov. Phys. JETP* **36**, 274 (1979)
- [13] E. C. Whipple, T. G. Northrop, and D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**, 7405 (1985)
- [14] M. R. Jana. A. Sen and P. K. Kaw. *Phys. Rev. E.* **48**, 3930 (1993)
- [15] S. R. Pillay, S. V. Pandey, R. Bharutharm, and M. Y. Yu, *J. Plasma Phys.* **58**, 467 (1997)
- [16] M. Djebli, R. Annou, and T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **8**, 1493 (2001)
- [17] P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol, 2002), p. 36.
- [18] S. Nunomura, M. Nakamura, N. Ohno, and S. Takamura, in *Proceedings of the International Conference on Physics of Dusty Plasmas, 1996 "Advances in Dusty Plasmas," Goa, 1996*, edited by P. K. Shukla, D. A. Mendis, and T. Desai ~World Scientific, Singapore, 1996), p. 485.
- [19] Ya. B. Zel'dovich and Yu. P. Raizer, *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena* (Academic, New York and London, (1966), Chap. IV, p. 239.
- [20] G. Manfredi, S. Mola, and R. Feix, *Phys. Fluids B* **5**, 388 (1993).

CHAPITRE III

EFFET DE LA DISTRIBUTION EN TAILLE DES GRAINS DE POUSSIERE SUR LES SOLITONS ACOUSTIQUES DE POUSSIERE

III.1 INTRODUCTION

L'existence des solitons acoustiques ioniques a été analysée dans plusieurs études, par différents auteurs, dans le cadre de la méthode [1,2] du quasi potentiel de Sagdeev pour les fortes amplitudes et par la méthode de la perturbation réductrice pour les faibles amplitudes. Cette existence est gérée par l'équilibre entre la dispersion, et la non-linéarité. Dans les plasmas ordinaires les nombres de Mach M (vitesse normalisée) doivent vérifier les conditions $1 < M < 1.6$. En outre, il a été prouvé que les caractéristiques des solitons peuvent être modifiées par l'inclusion d'un composant supplémentaire. Ce dernier peut devenir, dans certaines conditions, un facteur inhibiteur pour la formation de solitons [3]. Ce troisième composant peut être simplement un grain de poussière très massif, qui acquiert une charge importante. La présence même de ces grains de poussière est prouvée influencer les solitons, par exemple, le soliton enveloppe de Langmuir se comprime, en présence des grains de poussière combien même, leur charge reste constante [4]. Dans ce contexte nous pouvons rappeler aussi, qu'un nouveau mode de basse vitesse de phase appelé mode acoustique de poussière, et qui est dû à la dynamique des grains a été prédit par Rao et *al.*, [5] et a été par la suite mis en évidence expérimentalement par Barkan [6]. L'étude des caractéristiques non-linéaires de cette onde acoustique de poussière a été réalisée et l'existence de solitons acoustiques de poussière compressifs a été rapportée [7]. Lorsque, les ions sont chauffés adiabatiquement, la gamme des nombres de Mach autorisés est sensiblement modifiée, e.g., la limite inférieure M_l passe de l'unité à $\sqrt{\gamma}$ (γ indice adiabatique), et la limite supérieure M_u est par conséquent modifiée, et la gamme des nombres de Mach autorisés est plus large [8]. La distribution en taille des grains de poussière affecte les modes soutenus par le plasma ainsi que le taux d'accroissement de certaines instabilités paramétriques [9]. On montre ci-après que les limites inférieure et supérieure des nombres de Mach permis correspondant

à des solutions oscillatoires bornées, sont clairement modifiées. La gamme des nombres de Mach permis, est fortement comprimée.

III.2 FORMULATION

Considérons un plasma à plusieurs composants avec des ions de masse négligeable et des grains de poussières chargés négativement, et dont la taille suit une distribution bien définie. L'échelle du temps qui correspond aux ondes acoustiques de poussières de faible vitesse de phase, est longue par rapport au temps du chargement, mais alors la charge atteint sa valeur d'équilibre quasi-instantanément. Pour la même raison dans notre partie, la charge d'équilibre peut être ignorée. Par surcroît, les électrons sont supposés complètement capturés par les grains, par conséquent, la contribution des électrons sur les structures non-linéaires acoustiques de poussière est ignorée. Les ions chauffés adiabatiquement sont confinés dans un puit de potentiel.

Les équations correspondant aux lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement couplées à l'équation de Poisson décrivent l'évolution de notre système, et sont écrites comme suit :

$$\frac{\partial N_j}{\partial T} + \nabla \cdot N_j \vec{V} = 0 \quad (\text{III-1})$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial T} + \vec{V}_j \cdot \nabla \vec{V}_j = -\frac{q_j}{m_j} \nabla \phi \quad (\text{III-2})$$

où, N_j , V_j , q_j et m_j sont respectivement la densité, la vitesse, la charge et la masse du grain.

- La relation de la dynamique relative aux ions, qui sont adiabatiquement chauffés, s'écrit comme suit :

$$\vec{0} = \frac{1}{N_i} \nabla P_j + e \nabla \phi \quad (\text{III-3})$$

où, $P_j = cte N_j^\gamma$

- L'équation de Poisson étant,

$$\Delta\phi = 4\pi e \left[\frac{1}{1-\varepsilon} \sum_j Z_j N_j - N_i \right] \quad (\text{III-4})$$

où Z_j le nombre de charge du grain et ε est un paramètre qui désigne la perméabilité des grains de poussière [10].

En normalisant les paramètres des équations [(III-1)-(III-4)], à savoir, le potentiel ϕ par (T_{i0}/e) la vitesse fluide du grain v_j par la vitesse acoustique $C_s = (Z_0 T_{i0}/m_0)^{1/2}$, les densités par n_{i0} , le temps par $\tau = (m_0/4\pi Z_0 e^2 n_{i0})^{1/2}$ et l'espace par $\lambda = (T_{i0}/4\pi e^2 n_{i0})^{1/2}$. De plus, la charge et la masse du grain sont normalisées respectivement par $Z_0 = Z(r_0)$ et $m_0 = m(r_0)$, la charge et la masse pour un rayon r_0 du grain où n_{i0} et T_{i0} sont respectivement la densité et la température d'équilibre de l'ion. Nous aboutissons aux équations :

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} n_j u_j = 0 \quad (\text{III-5})$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_j}{\partial x} = \frac{Z_j}{m_j} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{III-6})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} + \gamma n_i^{\gamma-2} \frac{\partial n_i}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-7})$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{Z_0}{1-\varepsilon} \sum_j Z_j n_j - n_i \quad (\text{III-8})$$

Le paramètre de perméabilité est donné par :

$$\varepsilon = \begin{cases} 0 & \text{grains perméables} \\ \frac{4\pi}{3} r_0^3 n_{i0} \sum_j \frac{r_j^3}{r_0^3} n_{j0} & \text{grains imperméables} \end{cases}$$

avec r_0 le rayon du grain le plus probable.

Nous nous intéressons ici, à des solutions stationnaires des Eqts (III-5-III-8).

Considérons que toutes les quantités physiques dépendent uniquement d'une variable $\xi = x - M t$, où M est le nombre de Mach, ce nombre étant donné par le

rapport de la vitesse de déplacement du soliton et de la vitesse acoustique de poussière. Le système des équations se réduit alors à,

$$(u_j - M) \frac{\partial n_j}{\partial \xi} = -n_j \frac{\partial u_j}{\partial \xi} \quad \text{(III-9)}$$

$$(u_j - M) \frac{\partial u_j}{\partial \xi} = \frac{Z_j(r)}{m_j(r)} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \quad \text{(III-10)}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \gamma n_i^{\gamma-2} \frac{\partial n_i}{\partial \xi} = 0 \quad \text{(III-11)}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = \frac{Z_0}{1 - \varepsilon} \sum_j Z_j(r) n_j - n_i \quad \text{(III-12)}$$

En résolvant le système [(III-9)-(III-11)] en tenant compte des conditions, $\phi \rightarrow \phi_\infty$, $u_j \rightarrow 0$ et $n_j \rightarrow n_{j0}$ pour $\xi \rightarrow \infty$, nous obtenons après intégration de l'équations (III-11) la densité des ions, soit :

$$n_i = \left[1 - \frac{1-\gamma}{\gamma} (\phi - \phi_\infty) \right]^{1/(\gamma-1)} \quad \text{(III-13)}$$

Ainsi, la densité des grains se détermine par combinaison des équations (III-9) et (III-10), en l'occurrence,

$$n_j = \frac{M n_{j0}}{\sqrt{M^2 + (2Z_j(r)/m_j(r))(\phi - \phi_\infty)}} \quad \text{(III-14)}$$

D'après l'expression de la densité des grains, le potentiel électrique doit satisfaire la condition de réalité de la densité des grains, viz.

$$(\phi - \phi_\infty) \geq -\frac{M^2 m_j(r)}{2 Z_j(r)} = -\frac{M^2}{2} \left(\frac{r_j}{r_0} \right)^2 \quad \text{(III-15)}$$

En effet, la masse du grain de rayon r est $m(r_j) = m(r_0) (r_j/r_0)^3$, avec $m(r_0) = (4\pi/3)r_0^3\rho$, où ρ est la densité de la masse volumique du grain, alors que la charge s'écrit en fonction de r comme, $Z(r_j) = Z(r_0)(r_j/r)$, dans la mesure où la

charge est donnée par $q(r_0) = \phi(r_0)r_0$, où, $\phi(r)$ est le même pour les différents grains. Mais alors, $m_j/Z_j = (r_j/r_0)^2$.

Pour une fonction de distribution en taille du grain, du type puissance (Power-Law), la condition suffisante $(\phi - \phi_\infty) \geq (\phi_m - \phi_\infty) = -(M^2/2)(r_{\min}/r_0)^2$ se réduit à $(\phi - \phi_\infty) \geq -(M^2/2)$. La distribution en puissance est définie par [11],

$$f(r_d) = C r_d^{-p}, \quad (\text{III-16})$$

où r_d est le rapport du rayon au rayon minimal ($r_{\min} = r_0$), soit $r_d = r/r_{\min}$. $C_p = (p-1)/(1-r_{\text{dm}}^{1-p})$ est la constante de normalisation, où $r_{\text{dm}} = r_{\max}/r_{\min}$. p peut varier entre 0.9 et 4.5, dans différents espaces et environnements astrophysiques.

III.3 POTENTIEL DE Sagdeev

L'intégration de l'équation de Poisson (III-12) sous les conditions $\phi \rightarrow \phi_\infty$, $\phi_\xi \rightarrow 0$ pour $\xi \rightarrow \infty$, permet d'aboutir à l'équation différentielle du deuxième ordre suivante :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)^2 = -V(\phi), \quad (\text{III-17})$$

où, $V(\phi)$ est le potentiel de Sagdeev qui s'exprime sous la forme :

$$V(\phi) = 1 - \left[1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} (\phi - \phi_\infty) \right]^{\gamma/(\gamma-1)} - \frac{Z_0 M}{1-\epsilon} I(\phi), \quad (\text{III-18})$$

où

$$I(\phi) = \sum_j m_j n_{j0} \left[\sqrt{M^2 + \frac{2Z_j}{M_j} (\phi - \phi_\infty)} - M \right] \quad (\text{III-19a})$$

Dans cette dernière expression nous transformons la somme discrète en une somme continue sur le rayon. Sachant que, la masse est proportionnelle au rayon du grain ($m \propto r^3$), et le nombre de grain pour une taille variant entre r_d et $r_d + dr_d$, est donné par $\delta n = n_0^0 f(r_d) dr_d$, où n_0^0 est le nombre total des grains. L'expression (III-19a) se transforme alors, en ce qui suit.

$$I(\phi) \approx \int_{r_{d1}}^{r_{d2}} r_d^3 n_0^0 \left[\sqrt{M^2 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{r_d^2}} - M \right] f(r_d) dr_d, \quad (\text{III-19b})$$

En introduisant l'expression (III-16) dans (III-19b), avec $p=4$ qui correspond à l'environnement des météores, et après intégration entre $r_{d1}=1$ et $r_{d2} = r_m = r_{\max}/r_0$, la relation (III-19b) s'intègre et le résultat est donné ci-après :

$$I(\phi) = \frac{3n_0^0 M}{1-r_m^{-2}} \left\{ \ln \left[\frac{r_m + \sqrt{r_m^2 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}}}{1 + \sqrt{1 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}}} \right] - \frac{\sqrt{r_m^2 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}}}{r_m} + \sqrt{1 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}} - \ln r_m \right\} \quad (\text{III-20})$$

De même, la constante ε se transforme en une somme continue,

$$\varepsilon = \frac{4\pi}{3} r_0^3 n_0^0 n_{i0} \int_{r_{d1}}^{r_{d2}} r_d^3 f(r_d) dr_d = \frac{4\pi}{1-r_m^{-2}} r_0^3 n_0^0 n_{i0} \ln r_m \quad (\text{III-21})$$

Alors que le potentiel de Sagdeev,

$$V(\phi) = -\frac{3n_0^0 Z_0 M^2}{(1-\varepsilon)(1-r_m^2)} \left\{ \ln \left[\frac{r_m + \sqrt{r_m^2 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}}}{1 + \sqrt{1 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}}} \right] - \frac{\sqrt{r_m^2 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}}}{r_m} + \sqrt{1 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}} - \ln r_m \right\} \\ + 1 - \left[1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} (\phi - \phi_\infty) \right]^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (\text{III-22})$$

Après détermination de l'expression du potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$, la variation de ce dernier en fonction de Φ est donnée dans la Fig.1. Cette variation va permettre de juger de la possibilité de la solution de l'équation (III-17). En effet, la solution existe, pour $V(\phi) < 0$. Pour $\phi > \phi_\infty$, la solution existe pour toutes valeurs des nombres de Mach, mais elle est non bornée et n'est pas donc prise en considération. De même, pour $\phi < \phi_\infty$ l'équation (III-17) admet des solutions oscillatoires bornées mais seulement pour une gamme privilégiée des nombres de Mach. Pour ces nombres de Mach, le potentiel de Sagdeev est négatif entre $\Phi = \phi - \phi_\infty = \Phi_1$ et $\Phi = \Phi_2$, où $\Phi = 0$, Φ_1 et Φ_2 sont les solutions de l'équation $V(\Phi) = 0$.

La valeur minimale de nombre du Mach, i.e, M_1 est obtenue par $V(\Phi^*)=0$, où Φ^* est une solution de $\partial V/\partial\Phi = 0$ et $(\partial^2 V/\partial\Phi^2)|_{\Phi=\Phi^*} > 0$

on a alors :

$$V(\Phi_m) = 1 - \left[1 + \frac{M^2}{2} \frac{\gamma-1}{\gamma} \right]^{\gamma/(\gamma-1)} + \lambda M^2 = 0 \quad \text{(III-23)}$$

où, $\Phi_m = -M^2/2$ est la valeur minimale du potentiel

$$\text{avec : } \lambda = -\frac{Z_0 n_0^0}{1-\epsilon} \left\{ \frac{3}{1-r_m^{-3}} \left(\ln[r_m + \sqrt{r_m^2-1}] - \frac{\sqrt{r_m^2-1}}{r_m} - \ln r_m \right) \right\}$$

Pour $\gamma=3$, la valeur maximale du nombre Mach est donnée alors par la relation suivante :

$$M_u^2 = \frac{1}{2} \left[27(\lambda^2 - 1/3) + \sqrt{27^2(\lambda^2 - 1/3)^2 - 108(1 - 2\lambda)} \right]$$

Cette valeur de γ est justifiée pour les fluides complètement ionisés, et qui est calculée à partir de la relation $\gamma = (2+m)/m$ avec un degré de liberté ($m=1$). Cependant, γ diminuera si les vibrations et les rotations des grains de poussière ainsi que l'attachement des particules sont pris en considération.

La solution va osciller entre Φ_1 et Φ_2 (voir figure1), ainsi le développement de Taylor de $V(\Phi)$ est effectué autour de $\Phi = \Phi_1$,

$$V(\Phi) = V'(\Phi_1) (\Phi - \Phi_1) + \frac{1}{2} V''(\Phi_1) (\Phi - \Phi_1)^2 + \frac{1}{6} V'''(\Phi_1) (\Phi - \Phi_1)^3$$

$$\text{où, } V'(\Phi_1) = \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \Phi_1 \right)^{1/(\gamma-1)} - \frac{Z_0 n_0^0}{1-\epsilon} M \int_{r_{d1}}^{r_{d2}} \frac{r_d f(r_d)}{\sqrt{M^2 + \frac{2\Phi_1}{r_d^2}}} dr_d$$

$$V''(\Phi_1) = -\frac{1}{\gamma} \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \Phi_1 \right)^{(2-\gamma)/(\gamma-1)} + \frac{Z_0 n_0^0}{1-\epsilon} M \int_{r_{d1}}^{r_{d2}} \frac{f(r_d)}{r_d \left(M^2 + \frac{2\Phi_1}{r_d^2} \right)^{3/2}} dr_d$$

$$V'''(\Phi_1) = \frac{2-\gamma}{\gamma^2} \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \Phi_1\right)^{(3-2\gamma)/(\gamma-1)} - \frac{3Z_0 n_0^0}{1-\varepsilon} M \int_{r_{d1}}^{r_{d2}} \frac{f(r_d)}{r_d^3 \left(M^2 + \frac{2\Phi_1}{r_d^2}\right)^{5/2}} dr_d$$

Pour résoudre l'équation **(III-17)**, mettons-la sous la forme suivante :

$$\frac{d\psi}{d\xi} = \pm \left(\frac{f(\psi)}{3k} \right)^{1/2} \quad \text{(III-24)}$$

où, $\psi = \Phi - \Phi_1$, $k = \pm 1/V'''(\Phi_1)$ et $f(\psi) = \psi^3 - 3C\psi^2 - 6A\psi = (\psi - \psi_0)(\psi - \psi_1)(\psi - \psi_2)$

les coefficients étant donnés par, $C = -V''(\Phi_1)/V'''(\Phi_1)$, $A = -V'(\Phi_1)/V'''(\Phi_1)$. Les racines de la fonction f sont celles du potentiel V décalés, mais $f(\psi)$ doit être plutôt positive, pour qu'existent des solutions oscillatoires bornées. Les racines sus-

mentionnées sont données par : $\psi_1 = 0$ et $\psi_{2,0} = \frac{3}{2}C \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}C\right)^2 + 6A}$

En appliquant les transformations nécessaires sur l'équation **(III-24)** (cf. Ref. 12), la solution oscillatoire est donnée par :

$$\psi(\xi) = \psi_2 sn^2 \left\{ \sqrt{\frac{3k}{(\psi_2 - \psi_0)\psi_2}} \xi, S \right\} \quad \text{(III-25)}$$

où, $S^2 = \psi_0/(\psi_0 - \psi_2)$ et $\xi \rightarrow sn(\xi)$ étant la fonction de Jacobi elliptique qui est une fonction périodique de période p , telle que :

$$p = 4 \sqrt{\frac{3k}{(\psi_2 - \psi_0)\psi_2}} K(S^2)$$

$K(S^2)$ est l'intégral elliptique complète de première espèce. La solution est, donc une onde snoïdale. Quand $\psi_1 = \psi_0 = 0$ c'est-à-dire $V'(\Phi_1) = 0$, la solution snoïdale se réduit à une solution solitonique.

$$\psi(\xi) \rightarrow \text{sech}^2 \left(\frac{|\psi_2|}{\sqrt{12k}} \xi \right) \quad \text{(III-26)}$$

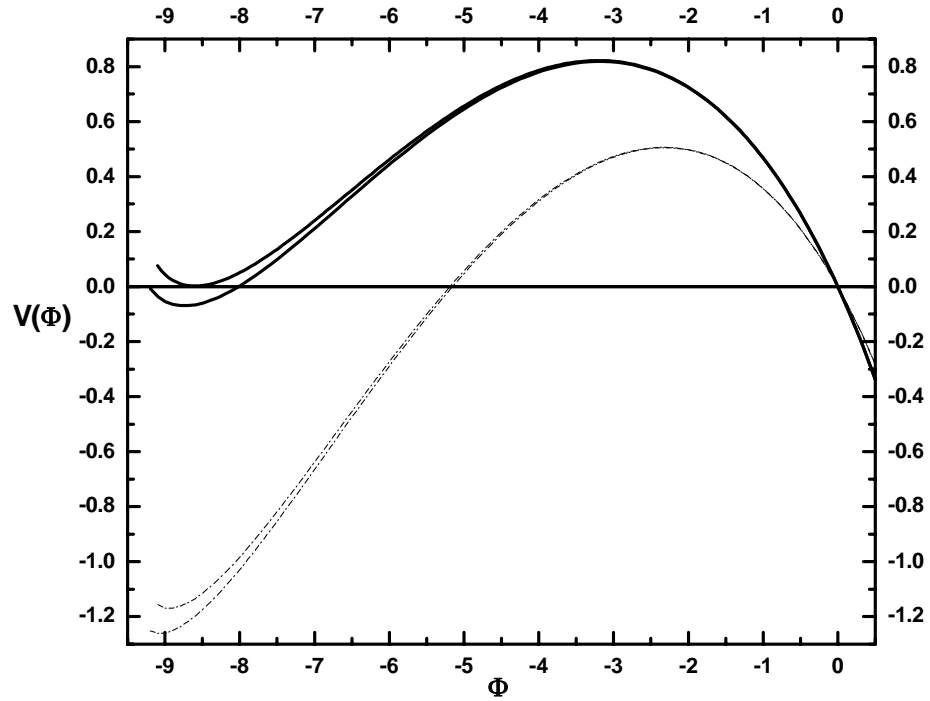


Fig. 1-

Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ en fonction de Φ pour $M_l = 4.267$ et $M_u = 4.293$,
quand $\varepsilon = 0.069$ (—) et $\varepsilon = 0$ (- - - -)

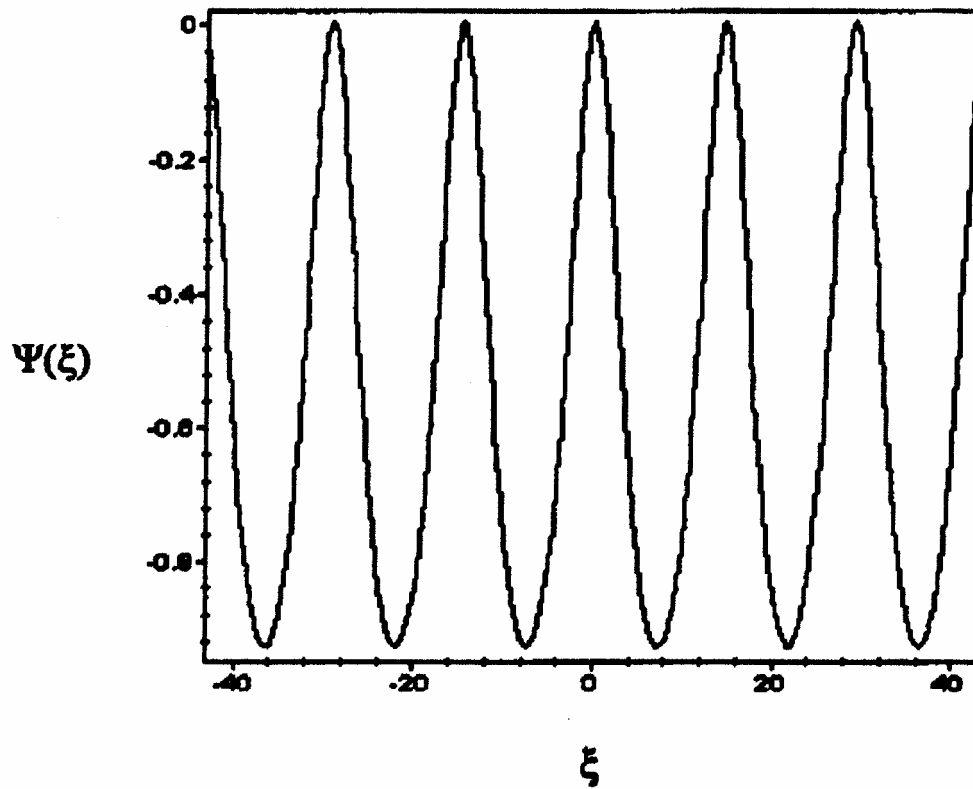


Fig. 2-

Variation du potentiel Ψ en fonction de la distance normalisé de propagation

III.4 CONCLUSION

Sous certaines conditions, viz., $M_l = 1 \leq M \leq M_u = 1.6$, les ondes solitaires acoustiques de poussière ont été prouvées exister dans les plasmas poussiéreux. Les conditions sur les nombres Mach peuvent être modifiées si les ions sont adiabatiquement chauffés, à savoir, $M_l = 1.73$ et $M_u = 4.4$, pour $\gamma = 3$. Dans cette étude, nous avons considéré la distribution en taille du grain, qui a été déjà établie comme une cause d'amortissement [9]. Il a été trouvé que la condition sur M , pour que des solutions oscillatoire bornées existent est renforcée par la valeur minimale, i.e., $M_l = 3.846$ et $M_u = 3.878$, et la gamme de nombres de Mach permis est réduite $\Delta M = 0.032$. De surcroît, la solution subit une transition : d'une onde solitaire à une onde snoïdale. Un autre élément est inclus, à savoir, l'imperméabilité des grains, c'est-à-dire, les particules du plasma ne sont plus considérées s'écouler à travers les grains. En effet pour ce cas, par exemple, $\varepsilon = 0.069$ ($r_0 \approx 1\mu m$, $n_{i0} \approx 0.24 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $Z_0 n_0^0 = 1$), les limites inférieure et supérieure des nombres de Mach permis peuvent atteindre les valeurs, $M_l = 4.267$ et $M_u = 4.293$. Les contraintes, quand les grains sont considérés imperméable, sur l'existence des solutions oscillatoires bornées sont clairement rehaussées. Pour des configurations cylindriques et sphériques, les solutions oscillatoires bornées ont été signalées dans la **Ref. 13**, pour les solutions des petites amplitudes, l'effet de la géométrie non plane est d'un apport insignifiant à des instants éloignés.

III.5 REFERENCES

- [1] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma Physics* (Consultants Bureau, New York, 1966), Vol. **3**, p. 23.
- [2] H. Washimi and T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 966 (1966).
- [3] H. Ikezi, *Phys. Fluids* **16**, 1668 (1973).
- [4] R. Annou and V. K. Tripathi, *Phys. Lett. A* **234**, 131(1997).
- [5] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [6] A. Barkan, R. L. Merlino and N. D'Angelo. *Phys. Plasma* **2**, 3563 (1995)
- [7] A. A. Mamun, R. A. Cairns, and P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **3**, 702(1996).
- [8] Yu. A. Shchekinov, *Phys. Lett. A* **225**, 117 (1997).
- [9] M. Ishak-Boushaki, R. Annou, and B. Ferhat, *Phys. Plasmas* **8**, 5040(2001).
- [10] E. C. Whipple, T. G. Northrop, and D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**, 7405 (1985).
- [11] K. D. Tripathi and S. K. Sharma, *Phys. Plasmas* **3**, 4380(1996)
- [12] P. L. Bhatnagar, *Nonlinear Waves in One-Dimensional Dispersive Systems* (Oxford Mathematical Monographs, Delhi, 1979), p. 32.
- [13] P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol, 2002), p. 195; E. Infeld and G. Rowlands, *Nonlinear Waves, Solitons, and Chaos* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002), p. 268.

CHAPITRE IV

GENERATION D'ONDES PLASMA-IONIQUES DANS LA COMETE DE HALLEY

IV.1 INTRODUCTION

La comète, qui signifie cheveu en grec, est un corps céleste décrivant une orbite elliptique autour du Soleil. Elle se compose, d'une tête ou noyau et d'une queue ou chevelure. Le noyau est un agglomérat de gaz congelés de glace de poussières et de roches. Dans ces deux parties de la comète la densité est très faible. La comète de Halley qui est le sujet de notre étude, porte le nom de l'astronome britannique Edmund Halley qui en 1705 fut le premier à déterminer avec précision son orbite. En 1986, la comète de Halley fut observée lors de son dernier passage près de la Terre par les deux sondes russes, Véga 1 et Véga 2, les sondes japonaises MS-T 5 et Planet A, la sonde américaine Comet Explorer et la sonde européenne Giotto qui s'approcha assez près du noyau pour le prendre en photo. De nos jours, les observations des sondes ont précisé la composition chimique du noyau de la comète. Il est fait de 80 % d'eau, 10 à 15 % de monoxyde de carbone, près de 4 % de dioxyde de carbone et d'autres particules en quantités infimes. La poussière contient de l'hydrogène, de l'azote, du carbone, de l'oxygène et des composés de silicates [1]. De Angelis *et al* [2] ont trouvé une corrélation entre l'augmentation du bruit et la présence des grains de poussière, et ont développé un modèle interprétant ce phénomène, dans lequel les grains sont considérés fixes et sont entourés par une distribution de particules chargées. Les ondes ioniques sont alors en propagation dans le plasma et sont réfléchies entre les grains de poussière. Cela conduit au piégeage de l'onde ainsi que son amplification. Cependant, le grain de poussière peut acquérir sa charge par l'attachement d'électrons et d'ions. Par conséquent, les variations des densités des électrons et des ions conduisent nécessairement à la fluctuation de la charge du grain. Dans ce chapitre nous nous proposons de considérer la fluctuation de la charge du grain à travers l'équation de la charge. Il est montré que les ondes ioniques accusent en vérité, une atténuation.

IV.2 FORMULATION

L'évolution du système est régie par les équations de continuité et du mouvement de chaque constituant (les électrons et les ions) qui sont couplées aux équations de charge du grain et de Poisson, à savoir

$$\frac{\partial n_s(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s(\vec{r}, t) \vec{v}_s(\vec{r}, t)) = 0 \quad (\text{IV-1})$$

$$m_s \frac{d}{dt} \vec{v}_s(\vec{r}, t) = -\frac{1}{n_s(\vec{r}, t)} \nabla P_s(\vec{r}, t) + q_s \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (\text{IV-2})$$

où, $n_s(\vec{r}, t)$, $\vec{v}_s(\vec{r}, t)$, q_s et m_s sont la densité, la vitesse moyenne, la charge et la masse des particules du plasma ($s = i, e$).

Le terme gauche apparaissant dans l'équation (IV-2), correspond à la dérivée totale de la vitesse. Dans le membre de droite de l'équation, le premier terme décrit l'effet de pression $\nabla P_s = \gamma_s T_s \nabla n_s(\vec{r}, t)$, et le deuxième terme la force électrique.

L'équation de charge du grain est donnée par

$$\frac{dq}{dt} = I_e + I_i \quad (\text{IV-3})$$

L'équation de Maxwell permettant de décrire l'évolution spatiale du champ électrique est celle de Poisson, $\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho$, où, ρ est la densité de charge totale du milieu, contenant les électrons, les ions et les grains de poussière, elle s'écrit comme suit :

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi \left(\sum_s n_s q_s + \rho(\vec{r}) \right) \quad (\text{IV-4})$$

où, $\rho(\vec{r})$ est la densité de charge des grains distribués spatialement.

IV.3 LINEARISATION ET ECRITURE DES EQUATIONS DE BASE DANS L'ESPACE DE FOURIER

Dans cette section, nous linéarisons des équations que nous venons d'exposer. Nous supposons que les grains de poussière dans le plasma modifient les propriétés du plasma, i.e., ils introduisent des gradients de densités $n_{s0}(\vec{r})$ et de

potentiel électrostatique $\Phi_0(\vec{r})$. Ainsi, la densité de charge du grain à l'équilibre est $\rho_0(\vec{r})$. Linéarisons la densité, la vitesse, le potentiel et la densité de charge du grain autour de la position d'équilibre non uniforme :

$$n_s(\vec{r}, t) = n_{s0}(\vec{r}) + \delta n_s(\vec{r}, t) \quad (\text{IV-5})$$

$$\vec{v}_s(\vec{r}, t) = \delta \vec{v}_s(\vec{r}, t) \quad (\text{IV-6})$$

$$\Phi(\vec{r}, t) = \Phi_0(\vec{r}) + \delta \Phi(\vec{r}, t) \quad (\text{IV-7})$$

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho_0(\vec{r}) + \delta \rho(\vec{r}, t) \quad (\text{IV-8})$$

où, $\delta n_s(\vec{r}, t)$, $\delta \vec{v}_s(\vec{r}, t)$, $\delta \Phi(\vec{r}, t)$ et $\delta \rho(\vec{r}, t) = n_0 \delta q$ (n_0 est la densité des grains et δq la charge perturbée) sont les perturbations de la densité, de la vitesse, du potentiel et de la densité de charge du grain, respectivement. Il est à signaler que $\delta n_s(\vec{r}, t)/n_{s0}(\vec{r}) \ll 1$.

En introduisant les Eqs. (IV-5-IV-8) dans les Eqs. (IV-1-IV-3)

a) ordre zéro (équilibre)

$$e_e n_{e0}(\vec{r}) \nabla \Phi_0(\vec{r}) - \gamma_e T_e \nabla n_{e0}(\vec{r}) = \vec{0} \quad (\text{IV-9})$$

$$e_i n_{i0}(\vec{r}) \nabla \Phi_0(\vec{r}) + \gamma_i T_i \nabla n_{i0}(\vec{r}) = \vec{0} \quad (\text{IV-10})$$

$$\nabla^2 \Phi_0(\vec{r}) = 4\pi e [n_{e0}(\vec{r}) - n_{i0}(\vec{r})] - 4\pi \rho_0(\vec{r}) \quad (\text{IV-11})$$

En vertu des équations (IV-9) et (IV-10) les densités sont données par

$$n_{e0}(\vec{r}) = \bar{n}_{e0} \exp\left[\frac{e\Phi_0(\vec{r})}{\gamma_e T_e}\right] \quad (\text{IV-12})$$

$$n_{i0}(\vec{r}) = \bar{n}_{i0} \exp\left[\frac{-e\Phi_0(\vec{r})}{\gamma_i T_i}\right] \quad (\text{IV-13})$$

où, \bar{n}_{e0} et \bar{n}_{i0} sont les densités des électrons et des ions loin des perturbations.

b) ordre un (perturbé)

$$\frac{\partial \delta n_e(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot (n_{e0}(\vec{r}) \delta \vec{v}_e(\vec{r}, t)) = 0 \quad (\text{IV-14a})$$

$$\frac{\partial \delta n_i(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot (n_{i0}(\vec{r}) \delta \vec{v}_i(\vec{r}, t)) = 0 \quad (\text{IV-14b})$$

$$m_e n_{e0}(\vec{r}) \frac{\partial \delta \vec{v}_e}{\partial t} = e n_{e0}(\vec{r}) \nabla \delta \Phi(\vec{r}, t) + e \delta n_e(\vec{r}, t) \nabla \Phi_0(\vec{r}) - \gamma_e T_e \nabla \delta n_e(\vec{r}, t) - \gamma_e \delta T_e \nabla n_{e0} \quad (\text{IV-15a})$$

$$m_i n_{i0}(\vec{r}) \frac{\partial \delta \vec{v}_i}{\partial t} = -e n_{i0}(\vec{r}) \nabla \delta \Phi(\vec{r}, t) - e \delta n_i(\vec{r}, t) \nabla \Phi_0(\vec{r}) - \gamma_i T_i \nabla \delta n_i(\vec{r}, t) \quad (\text{IV-15b})$$

$$\nabla^2 \delta \Phi(\vec{r}, t) = 4\pi e [\delta n_e(\vec{r}, t) - \delta n_i(\vec{r}, t)] - 4\pi n_0 \delta q(\vec{r}, t) \quad (\text{IV-16})$$

$$\frac{\partial \delta q}{\partial t} + \eta \delta q = |I_{e0}| \left[\frac{\delta n_i(\vec{r}, t)}{n_{i0}} - \frac{\delta n_e(\vec{r}, t)}{n_{e0}} \right] \quad (\text{IV-17})$$

où, η est le taux de désintégration naturelle [3], $\eta = \frac{|I_{e0}|e}{a} \left[\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i - eq_0/a} \right]$

En négligeant l'inertie des électrons, l'équation (IV-15a) se réduit alors à :

$$e \nabla \delta \Phi(\vec{r}, t) + \gamma_e T_e \frac{\delta n_e(\vec{r}, t)}{n_{e0}^2(\vec{r})} \nabla n_{e0}(\vec{r}) - \gamma_e T_e \frac{\nabla \delta n_e(\vec{r}, t)}{n_{e0}(\vec{r})} = 0 \quad (\text{IV-18})$$

$$\text{avec } \nabla \Phi_0(\vec{r}) = \frac{\gamma_e T_e}{e} \frac{\nabla n_{e0}(\vec{r})}{n_{e0}(\vec{r})}$$

De même, en intégrant l'équation (IV-18) nous aboutissons à l'expression de la densité des électrons,

$$e \nabla \delta \Phi(\vec{r}, t) - \gamma_e T_e \nabla \frac{\delta n_e(\vec{r}, t)}{n_{e0}(\vec{r})} = 0 \quad (\text{IV-19})$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement des ions se transforme à son tour comme suit :

$$m_i \frac{\partial \delta \vec{v}_i(\vec{r}, t)}{\partial t} = -e \nabla \delta \Phi(\vec{r}, t) - \gamma_i T_i \nabla \left[\frac{\delta n_i(\vec{r}, t)}{n_{i0}(\vec{r}, t)} \right] \quad (\text{IV-20})$$

$$\text{Sachant, } \nabla \Phi_0(\vec{r}) = -\frac{\gamma_i T_i}{e} \frac{\nabla n_{i0}(\vec{r})}{n_{i0}(\vec{r})}.$$

En fait, le deuxième terme à droite de l'équation **(IV-20)** est négligeable devant le premier terme, ceci peut être démontré en tenant compte de l'expression **(IV-19)** et du fait que $T_e \ll T_i$.

$$m_i \frac{\partial \delta \vec{v}_i(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\gamma_e T_e \nabla \left[\frac{\delta n_e(\vec{r}, t)}{n_{e0}(\vec{r})} \right] \gamma_i T_i \nabla \left[\frac{\delta n_i(\vec{r}, t)}{n_{i0}(\vec{r}, t)} \right] \quad \text{(IV-21)}$$

Mais alors, on obtient,

$$m_i \frac{\partial \delta \vec{v}_i(\vec{r}, t)}{\partial t} = -e \nabla \delta \Phi(\vec{r}, t) \quad \text{(IV-22)}$$

En considérant une dépendance temporelle $e^{-i\omega t}$, les équations **(IV-17)**, **(IV-19)** et **(IV-22)** se réduisent à :

$$\delta n_e(\vec{r}, t) = \frac{e n_{e0}(\vec{r})}{\gamma_e T_e} \delta \Phi(\vec{r}, t) \quad \text{(IV-23a)}$$

$$\delta n_i(\vec{r}, t) = -\frac{e}{\omega^2 m_i} \left[\nabla n_{i0}(\vec{r}) \cdot \nabla \delta \Phi(\vec{r}, t) + n_{i0}(\vec{r}) \nabla^2 \delta \Phi(\vec{r}, t) \right] \quad \text{(IV-23b)}$$

$$\delta q(\vec{r}, t) = \frac{|I_{e0}|}{\eta - i\omega} \left[\frac{\delta n_e(\vec{r}, t)}{n_{e0}(\vec{r})} - \frac{\delta n_i(\vec{r}, t)}{n_{i0}(\vec{r})} \right] \quad \text{(IV-24)}$$

En introduisant les équations **[(IV-23a)-(IV-24)]** dans l'équation de Poisson **(IV-16)**, et après développement nous obtenons une équation différentielle du deuxième ordre :

$$\left[\Omega^2 - \tilde{n}_{i0}(\vec{r}) + \tilde{\mathbf{A}} \right] \nabla^2 \delta \Phi(\vec{r}) - \frac{\Omega^2}{\lambda_D^2} \left[\tilde{n}_{e0}(\vec{r}) - \tilde{\mathbf{B}} \right] \delta \Phi(\vec{r}) - \left[1 - \frac{\tilde{\mathbf{A}}}{\tilde{n}_{i0}(\vec{r})} \right] \nabla \tilde{n}_{i0}(\vec{r}) \cdot \nabla \delta \Phi(\vec{r}) = 0 \quad \text{(IV-25)}$$

où $\Omega^2 = \omega^2 / \omega_{pi}^2$, $\tilde{n}_{e(i)0}(\vec{r}) = n_{e(i)0}(\vec{r}) / \bar{n}_{e(i)0}$, $\tilde{\mathbf{A}} = (n_0 I_{e0} / \bar{n}_{i0} e) / (\eta - i\omega_{pi} \Omega)$, $\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{A}} \Omega^2 (\bar{n}_{i0} / \bar{n}_{e0})$,

$\lambda_{De}^2 = \mathfrak{G}_{hd}^2 / \omega_{pe}^2$, $\mathfrak{G}_{he} = T_e / m_e$ (vitesse thermique de l'électron) et $\omega_{pe(i)}^2 = 4\pi e^2 \bar{n}_{e(i)0} / m_{e(i)}$

la fréquence plasma.

Dans le cas limite, en l'occurrence, si nous ne tenons pas compte de la contribution des grains de poussière, l'équation **(VI-25)** se réduit alors à,

$$\left[\Omega^2 - 1\right] \nabla^2 \delta\Phi(\vec{r}) - \frac{\Omega^2}{\lambda_D^2} \delta\Phi(\vec{r}) = 0 \quad (\text{VI-26})$$

avec la densité des ions et des électrons $\tilde{n}_{i0} = \tilde{n}_{e0} = 1$ et $\tilde{A} = \tilde{B} = 0$.

La solution de l'équation (IV-26) est de forme $\delta\Phi(r) = \exp(ik_0 r)/r$, avec $\Omega^2 = \frac{k_0^2 \lambda_D^2}{1 + k_0^2 \lambda_D^2}$.

Cette expression étant la relation de dispersion des ondes ioniques dans un plasma non magnétisé. Par surcroît en éliminant la fluctuation de charge dans l'éqt. (IV-25), on retrouve les résultats de De. Angelis *et al.*

Pour une oscillation radiale symétrique, nous introduisons une variable adimensionnelle dans l'équation (IV-24), telle que $x = r/\lambda_D$ où $\nabla \rightarrow \lambda_D^{-1} \nabla_x$.

L'équation se réduit alors à,

$$\left[1 - N_{i0}(x) + A\right] \nabla_x \delta\Phi(x) - \frac{1}{\lambda_D^2} [\tilde{n}_{e0}(x) - B] \delta\Phi(x) - \left[1 - \frac{A}{N_{i0}(x)}\right] \nabla_x \tilde{n}_{i0}(x) \cdot \nabla_x \delta\Phi(x) = 0 \quad (\text{IV-27})$$

où $N_{i0}(x) = \tilde{n}_{i0}(x)/\Omega^2$, $A = \tilde{A}/\Omega^2$ et $B = \tilde{B}/\Omega^2$

En adoptant le changement de variable suivant, $\delta\Phi(x) = [N_{i0}^A(x)(N_{i0}(x) - A - 1)]^{-1/2(1+A)} \Psi(x)$,

l'équation (IV-27) se réduit alors à,

$$\nabla_x^2 \Psi(x) + k^2(x) \Psi(x) = 0 \quad (\text{IV-28})$$

où,

$$k^2(x) = \frac{1}{\Pi} \left\{ \tilde{n}_{e0}(x) - \frac{\tilde{n}_{i0}}{\tilde{n}_{e0}} \Omega^2 A - \frac{N_{i0}(x) - A}{2N_{i0}(x)} \nabla^2 N_{i0}(x) \right\} + \frac{[N_{i0}(x) - A]^2 + 2A}{4N_{i0}^2(x) [N_{i0}(x) - A - 1]} |\nabla N_{i0}(x)|^2 \quad (\text{IV-29})$$

et $\Pi = N_{i0}(x) - 1 - A$

IV.4 POTENTIEL D'EQUILIBRE (Debye-Hüekel)

Dans un plasma contenant des grains de poussière, de rayon a , séparés entre eux d'une distance $d \gg a$, et ayant une distribution uniforme, l'expression du potentiel d'équilibre est donnée par [2] :

$$\Phi_0(r) = q \frac{\exp(-r/\lambda_D)}{r} \left\{ 1 + \frac{3}{2} \left(\frac{\lambda_D}{d} \right)^2 \exp \left[\frac{2(r-d/2)}{\lambda_D} \right] \right\} \quad (\text{IV-30})$$

Le premier terme de l'expression **(IV-30)** décrit le potentiel du grain, du type Yukawa. Le deuxième terme figurant dans cette expression exprime la contribution des autres grains de poussière les plus proches. La contribution des grains de poussière les plus proches est négligeable car $\lambda_D \ll d$, dans la mesure où la densité relative des grains de poussière par rapport aux particules plasma dans la comète de Halley est de l'ordre de $N/n \approx 10^{-9} \cdot 10^{-11}$. Mais alors, l'équation **(IV-30)** se réduit à,

$$\Phi_0(r) = q \frac{\exp(-r/\lambda_D)}{r} \quad \text{(IV-31)}$$

De surcroît, les ondes ioniques se propagent alors dans des sphères identiques il suffit alors d'en choisir une définie par $(a/\lambda_D \leq x \leq d/2\lambda_D)$.

Normalisons l'expression **(IV-31)** par la longueur de Debye λ_D ,

$$\Phi_0(x) = \frac{q}{\lambda_D} \phi_0(x) \quad \text{(IV-32)}$$

avec $\phi_0(x) = \exp(-x)/x$

Après avoir identifié le potentiel d'équilibre, nous introduisons ce potentiel dans les expressions des densités **(IV-12,)** et **(IV-13)** aussi bien celle des électrons et que des ions,

$$n_{e0}(x) = \bar{n}_{e0} \exp\left[\frac{eq\phi_0(x)}{T_i\lambda_D\delta}\right] \quad \text{(IV-33a)}$$

où, $\delta = T_e/T_i$

$$n_{i0}(x) = \bar{n}_{i0} \exp\left[\frac{-eq\phi_0(x)}{T_i\lambda_D}\right] \quad \text{(IV-33b)}$$

Définissons la constante de couplage, qui représente le rapport de l'énergie potentielle à l'énergie thermique, par l'expression :

$$\Lambda = \frac{|e|q}{\gamma_i T_i \lambda_D} \quad \text{(IV-34)}$$

Pour un faible couplage ($\Lambda \ll 1$), les densités des électrons et des ions à l'équilibre sont écrites en premier ordre de Λ , comme suit.

$$\tilde{n}_{e0}(x) \approx 1 + \frac{\Lambda}{\delta} \phi_0(x) \quad (\text{IV-35a})$$

$$N_{i0}(x) \approx \frac{1 - \Lambda \phi_0(x)}{\Omega^2} \quad (\text{IV-35b})$$

Les densités des électrons et des ions citées précédemment sont introduites dans l'expression (IV-29), qui se réduit à :

$$k^2(x) \approx \frac{\Omega^2}{1 - \Omega^2 - i(\bar{A}/\Omega)} \left\{ [1 - i(l\bar{A}/\Omega)] + \Lambda \phi_0(x) \left[\frac{1}{\delta} + \frac{1 - i(\bar{A}/\Omega)}{2\Omega^2} + \frac{1 - i l(\bar{A}/\Omega)}{1 - \Omega^2 - i(\bar{A}/\Omega)} \right] \right\} \quad (\text{IV-36})$$

où, $\bar{A} \approx (n_0 I_{e0} / \bar{n}_{i0} e) / (\omega_{pi} \Omega^3)$, et $l = \bar{n}_{i0} / \bar{n}_{e0}$.

L'équation (IV-36) peut se réécrire sous la forme,

$$k^2(x) = \text{Re } k^2(x) + i \text{Im } k^2(x) = \gamma_1 + i\gamma_2$$

$$\gamma_1 = \text{Re } k^2(x) = \frac{\Omega^2}{1 + (\bar{A}/\Omega)^2} \left\{ 1 + \Lambda \phi_0(x) \left[1 + \left(\frac{\bar{A}}{\Omega} \right)^2 + \frac{1}{2\Omega^2} \left(1 + \left(\frac{\bar{A}}{\Omega} \right)^2 \right) + \frac{1}{1 + (\bar{A}/\Omega)^2} \left(1 + 2l \left(\frac{\bar{A}}{\Omega} \right)^2 - \left(\frac{\bar{A}}{\Omega} \right)^2 \right) \right] \right\}$$

$$\gamma_2 = \text{Im } k^2(x) = \frac{\Omega^2}{1 + (\bar{A}/\Omega)^2} \left\{ -1 + \Lambda \phi_0(x) \left[1 - \frac{1}{\delta} - \frac{1}{1 + (\bar{A}/\Omega)^2} \left(2 + l \left(1 - (\bar{A}/\Omega)^2 \right) \right) \right] \right\}$$

$$\text{Mais alors, } k = (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/4} \left\{ \cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2} \right\},$$

$$\text{où } \cos \theta = \gamma_1 / \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} \quad \text{et} \quad \sin \theta = \gamma_2 / \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}$$

Pour suivre la résolution de l'équation (IV-30), qui s'écrit en coordonnées sphériques, sous la forme :

$$\Psi''(x) + \frac{2}{x} \Psi'(x) + k^2(x) \Psi(x) = 0 \quad (\text{IV-37})$$

Posons, $\lambda = x \Psi$ afin de réécrire l'équation (IV-37) sous une forme plus fractale, à savoir

$$\lambda'' + k^2(x) \lambda = 0 \quad (\text{IV-38})$$

Cette équation peut à juste titre, être résolue analytiquement à l'aide d'une méthode approximative, la méthode WKB (Wentzel-Kramer-Brillouin).

La solution est donnée alors par,

$$\Psi(x) = \frac{\Psi_0}{x} \exp \left\{ i \left[\int k(x) dx \right] \right\} + cc, \quad (\text{IV-39})$$

C'est-à-dire,

$$\Psi(x) = \frac{\Psi_0}{x} \exp \left\{ i \int (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{\frac{1}{4}} \cos(\theta/2) dx \right\} \exp \left\{ - \int (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{\frac{1}{4}} \sin(\theta/2) dx \right\} + cc \quad (\text{IV-40})$$

Il apparaît clairement que la fluctuation de la charge du grain de poussière introduit un terme d'amortissement. D'où, l'amplitude de l'onde ne continue pas à croître entre les grains, les pertes sont désormais prises en compte. De plus, le point où la réflexion des ondes a lieu, est aussi affectée par la fluctuation de la charge du grain de poussière, et sa distance par rapport à l'origine du grain est alors donnée par :

$$x_0 = \frac{|\Lambda|(\bar{A}/\Omega)^2}{2\Omega^2} \quad (\text{IV-41})$$

IV.5 CONCLUSION

Un modèle expliquant l'amplification du niveau du bruit dans la comète de Halley est proposé par De Angelis *et al.* selon leur modèle les ondes ioniques se propagent entre les grains de poussière et piègent le bruit à cause des réflexions multiples. Le piégeage occasionne alors une superposition d'ondes, qui est à l'origine de l'accroissement de l'amplitude. Cependant, dès lors que la charge des grains de poussière est due à la capture des électrons et des ions formant le plasma, toute déviation par rapport à l'équilibre des densités numériques des électrons et des ions, introduit des fluctuations de cette charge. Lors de la propagation des ondes ioniques entre les grains, les fluctuations de charge occasionnent l'atténuation de ces ondes. Nous pensons que le piégeage des ondes ioniques peut ne pas, à juste titre, aboutir nécessairement à l'amplification du bruit.

IV.6 REFERENCES

- [1] U. DE Angelis, V. Formisaon and M. Giordano J. Plasma Phys **40**, 399 (1988)
- [2] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis. J. Geophys. Res. **90**,7450 (1985)
- [3] M. R. Jana. A. Sen. P. K. Kaw. Phys. Rev. E. **48**, 3930 (1993)

L'EFFET DE LA PRESSION SUR L'EXPANSION D'UN PLASMA POUSSIÉREUX DANS LE VIDE

1. INTRODUCTION

L'expansion d'un plasma poussiéreux dans le vide est un objet d'étude pertinent dans l'environnement spatiale aussi bien que dans des situations de laboratoire [1]. Dans cette partie du travail, le modèle de Pillay *et al.* [2] est revu et augmenté, en incorporant les termes de perte dus à la capture des particules chargées par les grains. Une prise en compte de l'effet de perte impose la non-validité de l'hypothèse d'une fonction de distribution de Boltzmann [3]. A cause de la finitude spatiale du plasma en détente, l'effet barométrique, i.e., la variation de la température, est pris en compte dans la relation fondamentale de la dynamique. Un système d'équations différentielles non-linéaires est établi et sa solution self-similaire est déterminée numériquement. Nous présentons un modèle mathématique décrivant l'expansion des plasmas et présentons et analysons les résultats.

2. FORMULATION

Considérons un plasma à trois composants, viz., les électrons, les ions et les grains de poussière, décrits par l'équation de continuité, l'équation de mouvement et l'équation d'état. Ces équations sont associées à l'équation de la charge du grain, d'où :

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{G}_d n_d}{\partial r} + 2 \frac{\mathfrak{G}_d n_d}{r} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{G}_e n_e}{\partial r} + 2 \frac{\mathfrak{G}_e n_e}{r} = a_e n_e n_d \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{G}_i n_i}{\partial r} + 2 \frac{\mathfrak{G}_i n_i}{r} = -a_i n_i n_d \quad (3)$$

$$m_d n_d \left(\frac{\partial \mathfrak{G}_d}{\partial t} + \mathfrak{G}_d \frac{\partial \mathfrak{G}_d}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p_d}{\partial r} - q_d n_d \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_e a_e n_e n_d (\mathfrak{G}_e - \mathfrak{G}) + m_i a_i n_i n_d (\mathfrak{G}_i - \mathfrak{G}) \quad (4)$$

$$m_e n_e \left(\frac{\partial \mathfrak{G}_e}{\partial t} + \mathfrak{G}_e \frac{\partial \mathfrak{G}_e}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p_e}{\partial r} + e n_e \frac{\partial \phi}{\partial r} + m_e a_e n_e n_d (\mathfrak{G}_e - \mathfrak{G}) \quad (5)$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial \mathfrak{G}_i}{\partial t} + \mathfrak{G}_i \frac{\partial \mathfrak{G}_i}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p_i}{\partial r} - e n_i \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_i a_i n_i n_d (\mathfrak{G}_i - \mathfrak{G}) \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathfrak{G} \frac{\partial}{\partial r} \right) p n_d^\gamma = 0 \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathfrak{G}_e \frac{\partial}{\partial r} \right) p n_e^{\gamma_e} = 0 \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathfrak{G}_i \frac{\partial}{\partial r} \right) p n_i^{\gamma_i} = 0 \quad (9)$$

où, n_σ est la densité numérique pour les trois espèces de particules, $\sigma = e, i, d(\text{grain})$, p_σ est la pression, q_d est la charge du grain et ϕ est le potentiel de self-consistent. Les termes $a_e n_e n_d$ et $a_i n_i n_d$ reflètent les pertes des électrons et des ions, étant donnés par :

$$a_e = -\pi a_2 \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{eq}{aT_e}\right) \quad (10)$$

$$a_i = \pi a_2 \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left(1 - \frac{eq}{aT_i}\right) \quad (11)$$

Pour une processus adiabatique, on a :

$$P_\sigma n_\sigma^{-\gamma_\sigma} = P_{\sigma 0} n_{\sigma 0}^{-\gamma_\sigma} \quad (12)$$

La relation (12) est introduite dans les expressions (10) et (11), soient :

$$a_e = -\pi a^2 \sqrt{\frac{8T_{e0}}{\pi m_e} \left(\frac{p_{e0}}{p_e}\right)^{\frac{1-\gamma_e}{\gamma_e}}} \exp\left(\frac{eq}{aT_{e0}} \left(\frac{p_e}{p_{e0}}\right)^{\frac{1-\gamma_e}{\gamma_e}}\right) \quad (13)$$

$$a_i = \pi a^2 \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i} \left(\frac{p_{i0}}{p_i}\right)^{\frac{1-\gamma_i}{\gamma_i}}} \left(1 - \frac{eq}{aT_i} \left(\frac{p_i}{p_{i0}}\right)^{\frac{1-\gamma_i}{\gamma_i}}\right) \quad (14)$$

L'équation de la charge du grain est donnée par :

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \mathfrak{D}_d \frac{\partial q}{\partial r} = e(a_e n_e + a_i n_i) \quad (15)$$

La relation de quasi-neutralité décrivant l'évolution spatiale du champ électrique est ajoutée au système pour sa clôture, elle s'exprime :

$$n_e = n_i + \frac{q}{e} n_d \quad (16)$$

De la même façon que précédemment, le nombre de variable de similitudes indépendantes r et t se réduit à une nouvelle variable, $\xi = r/C_{ds}t$, et les variables dépendantes sont transformées ainsi,

$$n_j = \frac{1}{t} \frac{N_j(\xi)}{\sqrt{4\pi e^2/m_d n_{i0}}}, \quad p_j = \frac{T_{i0}}{t} \frac{P_j(\xi)}{\sqrt{4\pi e^2/m_d n_{i0}}}, \quad Z(\xi) = \frac{q_d}{e}, \quad \mathfrak{D} = C_{ds} V(\xi) \quad \text{et} \quad \phi = \frac{T_{i0}}{e} \Phi(\xi)$$

où, n_{i0} , T_{i0} et p_{i0} sont la densité, la température et la pression respectivement des ions, m est la masse du grain.

Le système d'équations [(1)-(9), (15) et (16)] se réduisent alors à un système d'équations différentielles ordinaires :

$$\frac{\partial N}{\partial \xi} = \frac{N(V-\xi)}{(V-\xi)^2 - P\gamma/N} \left\{ 1 - 2\frac{V}{\xi} + \frac{Z}{(V-\xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{P}{N} \frac{(\gamma-1)}{(V-\xi)^2} + \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left(a_e N_e \frac{m_e}{m} \frac{(V_e - V)}{(V-\xi)} - a_i N_i \frac{m_i}{m} \frac{(V_i - V)}{(V-\xi)} \right) \right\} \quad (17)$$

$$\frac{\partial N_e}{\partial \xi} = \frac{N_e(V_e - \xi)}{(V_e - \xi)^2 - \frac{P_e \gamma_e / N_e}{m_e/m}} \left\{ 1 - 2 \frac{V_e}{\xi} - \frac{m P_e (\gamma_e - 1)}{m_e N_e (V_e - \xi)^2} - \frac{m N_e}{m_e (V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + a_e N_e \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V - \xi)}{(V_e - \xi)} \right\} \quad (18)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{N_i(V_i - \xi)}{(V_i - \xi)^2 - \frac{P_i \gamma_i / N_i}{m_i/m}} \left\{ 1 + 2 \frac{V_i}{\xi} - \frac{m P_i (\gamma_i - 1)}{m_i N_i (V_i - \xi)^2} + \frac{m_i N_i}{m (V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - a_i N_i \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V - \xi)}{V_i - \xi} \right\} \quad (19)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} = \frac{(V - \xi)}{(V - \xi)^2 - P\gamma/N} \left\{ - \left(1 - 2 \frac{V}{\xi} \right) \frac{P\gamma/N}{(V - \xi)} + Z \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{P (\gamma - 1)}{N (V - \xi)} - a_e N_e \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{m_e}{m} (V_e - V) + a_i N_i \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{m_i}{m} (V_i - V) \right\} \quad (20)$$

$$\frac{\partial V_e}{\partial \xi} = \frac{(V_e - \xi)}{(V_e - \xi)^2 - \frac{P_e \gamma_e / N_e}{m_e/m}} \left\{ \frac{m P_e \gamma_e / N_e}{m_e (V_e - \xi)} \left(1 - 2 \frac{V_e}{\xi} \right) + \frac{m}{m_e} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{m P_e (\gamma_e - 1)}{m_e N_e (V_e - \xi)} + a_e N_e \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left[(V_e - V) - \frac{m \gamma_e P_e / N_e}{m_e (V_e - \xi)} \right] \right\} \quad (21)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial \xi} = \frac{(V_i - \xi)}{(V_i - \xi)^2 - \frac{P_i \gamma_i / N_i}{m_i/m}} \left\{ - \frac{m P_i \gamma_i / N_i}{m_i (V_i - \xi)^2} \left(1 - 2 \frac{V_i}{\xi} \right) - \frac{m}{m_i} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{m P_i (\gamma_i - 1)}{m_i N_i (V_i - \xi)} + a_i N_i \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left[(V - V_i) + \frac{m \gamma_i P_i / N_i}{m_i (V_i - \xi)} - \right] \right\} \quad (22)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \xi} = \frac{P(V - \xi)\gamma}{(V - \xi)^2 - P\gamma/N} \left\{ 1 - 2 \frac{V}{\xi} - \frac{P (\gamma - 1)}{N (V - \xi)^2} + \frac{Z}{(V - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left(a_e N_e \frac{m_e}{m} \frac{(V_e - V)}{(V - \xi)} - a_i N_i \frac{m_i}{m} \frac{(V_i - V)}{(V - \xi)} \right) \right\} - (\gamma - 1) \frac{P}{(V - \xi)} \quad (23)$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial \xi} = \frac{P_e(V_e - \xi)\gamma_e}{(V_e - \xi)^2 - \frac{P_e\gamma_e/N_e}{m_e/m}} \left\{ 1 - 2\frac{V_e}{\xi} - \frac{m}{m_e} \frac{P_e}{N_e} \frac{(\gamma_e - 1)}{(V_e - \xi)^2} - \frac{m}{m_e} \frac{N_e}{(V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right. \\ \left. + a_e N \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V - \xi)}{(V_e - \xi)} \right\} - (\gamma_e - 1) \frac{P_e}{(V_e - \xi)} \quad (24)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \xi} = \frac{N_i(V_i - \xi)}{(V_i - \xi)^2 - \frac{P_i\gamma_i/N_i}{m_i/m}} \left\{ 1 + 2\frac{V_i}{\xi} - \frac{m}{m_i} \frac{P_i}{N_i} \frac{(\gamma_i - 1)}{(V_i - \xi)^2} + \frac{m_i}{m} \frac{N_i}{(V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right. \\ \left. - a_i N \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V - \xi)}{V_i - \xi} \right\} - (\gamma_i - 1) \frac{P_i}{(V_i - \xi)} \quad (25)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \xi} = \frac{1}{V - \xi} \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} (a_e N_e + a_i N_i) \quad (26)$$

où, $\omega_{pd}^2 = \frac{4\pi e^2 Z_0^2 n_{d0}}{m_i}$ est la pulsation de poussière.

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} = \frac{A + B + C + D}{F} \quad (27)$$

$$A = \frac{-ZN(V - \xi)}{(V - \xi)^2 - P\gamma/N} \left\{ 1 - 2\frac{V}{\xi} - \frac{P}{N} \frac{(\gamma - 1)}{(V - \xi)^2} + \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \left(a_e N_e \frac{m_e}{m} \frac{(V_e - V)}{(V - \xi)} - a_i N_i \frac{m_i}{m} \frac{(V_i - V)}{(V - \xi)} \right) \right\}$$

$$B = \frac{N_e(V_e - \xi)}{(V_e - \xi)^2 - \frac{P_e\gamma_e/N_e}{m_e/m}} \left\{ 1 - 2\frac{V_e}{\xi} - \frac{m}{m_e} \frac{P_e}{N_e} \frac{(\gamma_e - 1)}{(V_e - \xi)^2} + a_e N \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V - \xi)}{(V_e - \xi)} \right\}$$

$$C = \frac{-N_i(V_i - \xi)}{(V_i - \xi)^2 - \frac{P_i\gamma_i/N_i}{m_i/m}} \left\{ 1 + 2\frac{V_i}{\xi} - \frac{m}{m_i} \frac{P_i}{N_i} \frac{(\gamma_i - 1)}{(V_i - \xi)^2} - a_i N \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} \frac{(V - \xi)}{V_i - \xi} \right\}$$

$$D = \frac{-N}{(V - \xi)} \frac{n_{i0}}{\omega_{pd}} (a_e N_e + a_i N_i)$$

$$F = \frac{N_e m/m_e}{(V_e - \xi)^2 - \frac{P_e \gamma_e / N_e}{m_e/m}} + \frac{N_i m/m_i}{(V_i - \xi)^2 - \frac{P_i \gamma_i / N_i}{m_i/m}} + \frac{Z^2 N}{(V - \xi)^2 - P\gamma/N}$$

3. DISCUSSION

Nous résolvons numériquement le système d'équations différentielles en choisissant plusieurs valeurs de la masse volumique, viz., $\rho=0.4, 1$ et 3 g/cm^3 [3]. En reconduisant les paramètres retenus par Pillay et al (2), à savoir, $\alpha=10^{-3}$, $\beta=0.1$, $\delta=0.3$, $N_{i0}=1$, $N_{d0}=0.1$, $Z_{d0}=-3$ et prenant $P_{d0}=0.5$, les grandeurs N_e/N_{e0} , N_i/N_{i0} , N_d/N_{d0} et Z_d/Z_{d0} sont calculées et leurs évolutions en fonction de la variable sont reportées dans la figure.1. C'est montré que l'expansion se termine bien au-delà de la valeur critique $\xi \sim 10$ (Pillay). Dans la figure.2 la vitesse est tracée en fonction de ξ . La finitude de la pression ou l'effet barométrique s'avère être un élément supplémentaire responsable de l'accélération des particules quant les pressions ionique et électronique sont prises en compte la fig.3 montre que l'expansion se termine plus tôt à cause de l'effet de refroidissement ($\gamma_i = \gamma_e = 1.16$ et $P_{e0}=0.21$) [4]. C'est même constante la disparition, des oscillations en front. La densité numérique des électrons dépend clairement de la masse volumique.

4. CONCLUSION

Le terme barométrique correspondant à la pression des grains de poussière, et qui témoigne de la finitude de la température, a été introduit dans l'ensemble des équations gouvernant l'expansion d'un plasma poussiéreux, et ceci dans une configuration sphérique. Il a été montré que l'expansion était plus lente, dépendant du choix des valeurs initiales des paramètres, ainsi que de la masse volumique de la poussière. Par ailleurs, l'effet de l'introduction des termes de pression des électrons et des ions dans les équations de la quantité de mouvement, a été clairement montré. En effet, en tenant compte de l'effet de refroidissement, il apparaît donc que l'expansion du plasma poussiéreux s'achève plus tôt, de même qui il y a disparition des oscillations au niveau du front.

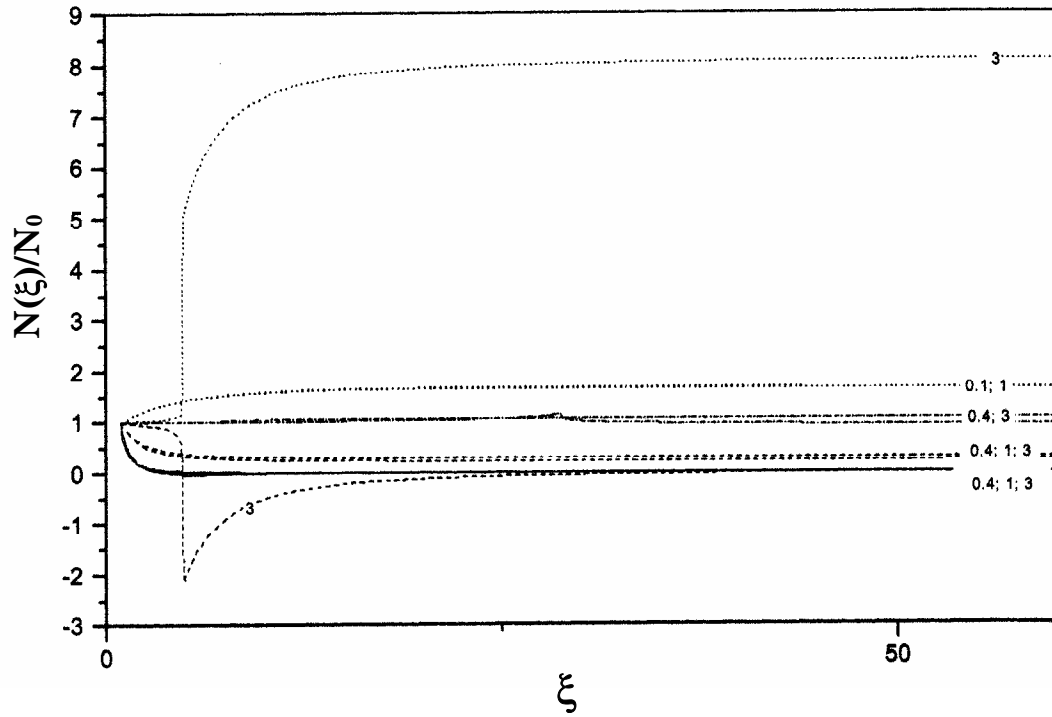


Fig.1-

La densité normalisée en fonction de la variable ξ

(—) $N_a(\xi)/N_{a0}$, (-----) $N_i(\xi)/N_{i0}$ et (.....) $N_e(\xi)/N_{e0}$

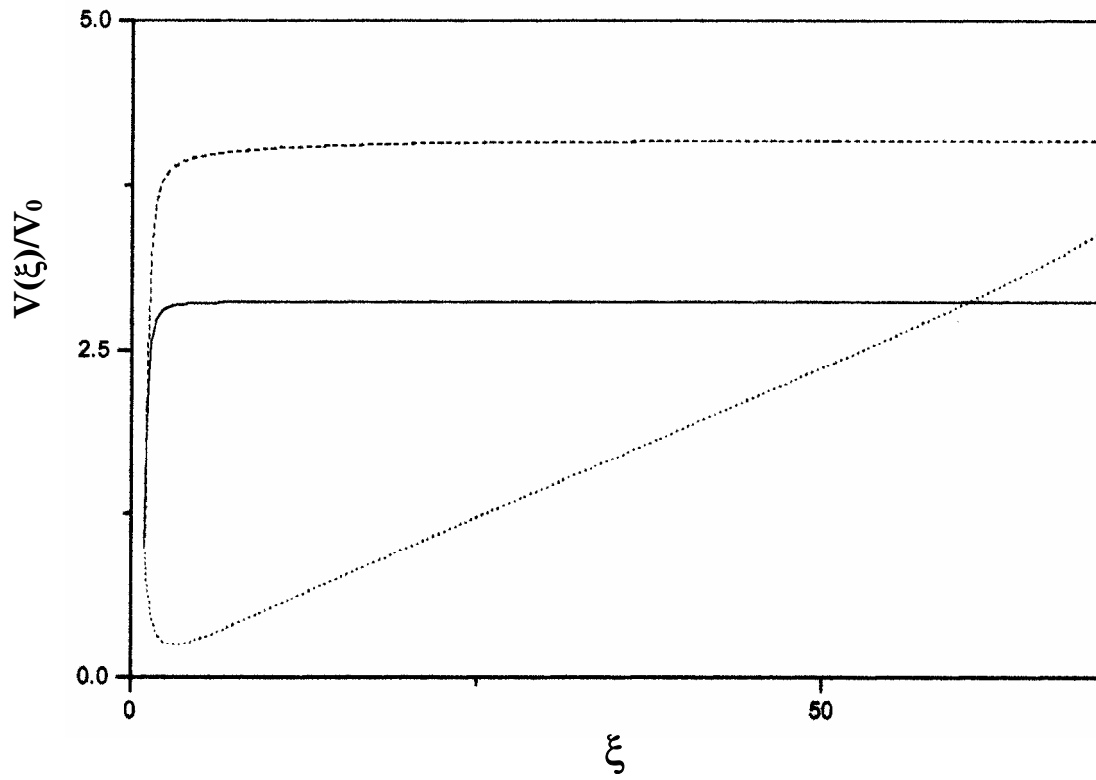


Fig.2-

La vitesse normalisée fonction de la variable ξ

(—) $V_a(\xi)/V_{a0}$, (-----) $V_i(\xi)/V_{i0}$ et (.....) $V_e(\xi)/V_{e0}$

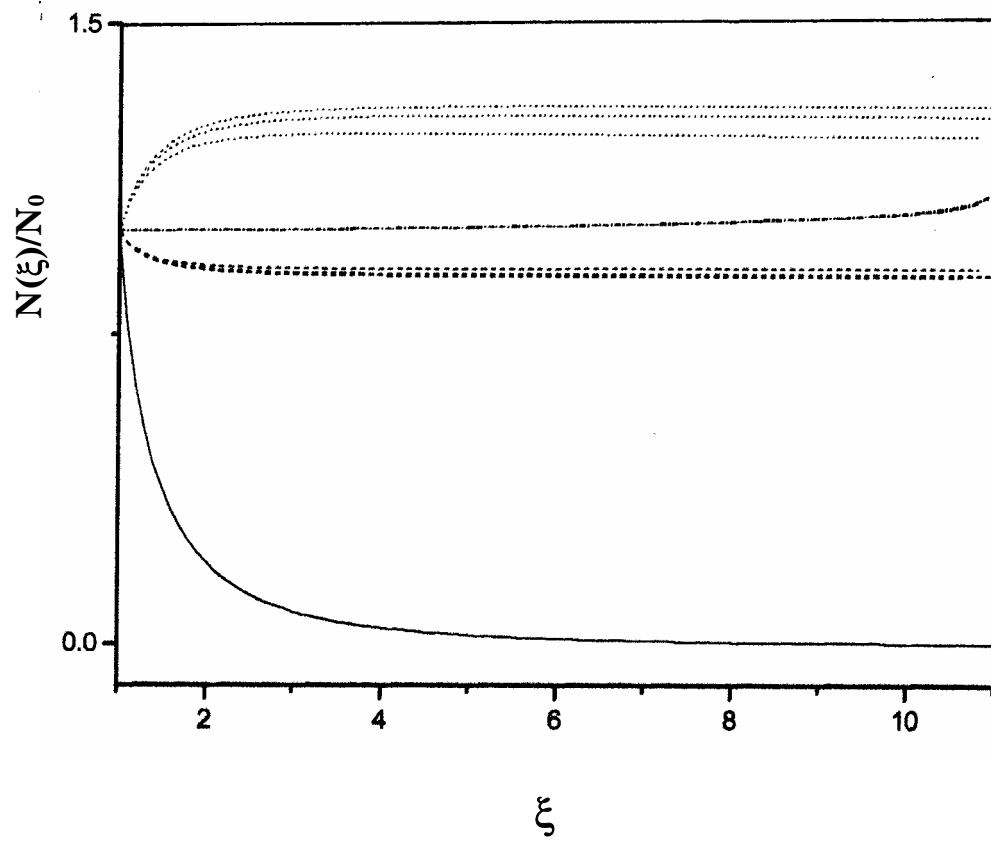


Fig. 3-

La densité normalisée en fonction de la variable ξ

(—) $N_d(\xi)/N_{d0}$, (----) $N_i(\xi)/N_{i0}$ et (.....) $N_e(\xi)/N_{e0}$

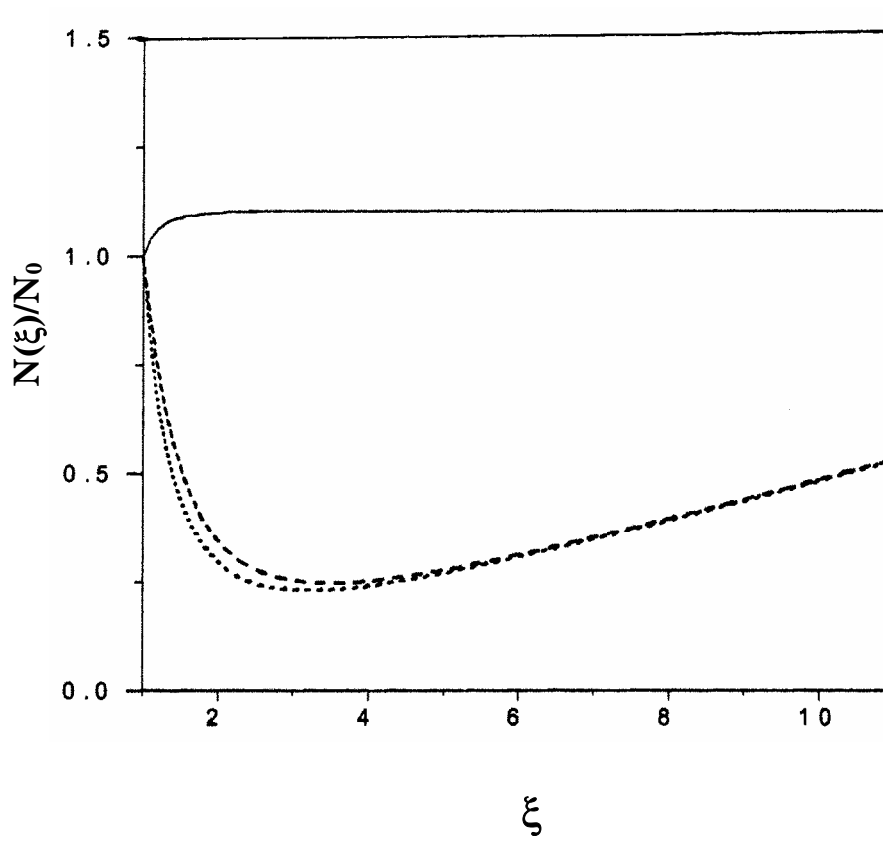


Fig. 4-

La vitesse normalisée fonction de la variable ξ

(—) $V_d(\xi)/V_{d0}$, (-----) $V_i(\xi)/V_{i0}$ et (.....) $V_e(\xi)/V_{e0}$

5. REFERENCES

- [1]** E. C. Whipple, T. G. Northrop, and D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**,7405 (1985)
- [2]** S. R. Pillay, S. V. Pandey, R. Bharutharm, and M. Y. Yu, *J. Plasma Phys.* **58**, 467 (1997)
- [3]** M. Djebli, R. Annou, and T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **8**, 1493 (2001)
- [4]** K. T. A. L. Brum, W. J. Goedheer and D. C. Shram, *Phys. Plasmas* **6**, 2622 (1999)

EFFECT OF DUST WITH A VARIABLE CHARGE ON LOW FREQUENCY ELECTROSTATIC NOISE ENHANCEMENT

S.Bahamida and R.Annou

*Physics Department, Faculty of Sciences-USTHB.
BP.32, El Alia, Algiers-ALGERIA.*

Abstract

A correlation between a low-frequency electrostatic noise increase and the presence of dust grains in Halley's comet has been reported and a model where the dust charge is kept constant, is developed to interpret it [U. de Angelis, V.Formisano and M.Giordano, J.plasma phys.40, 399 (1988)]. Wave trapping due to wave reflection between the grains is expected to be at the root of noise – level enhancement. When dust charge fluctuation is introduced however, a damping term arises leading to amplitude decaying during wave reflection. The noise–level is consequently reduced. The frequency of the modes and the turning points are affected as well .

§1.Introduction

Data gathered by the Vega and Giotto space probes to Halley's comet, revealed a low frequency electrostatic noise enhancement in regions of high dust density. De Angelis *et al*¹ conjectured a correlation between the noise increase and the presence of dust, and developed a model to interpret it, where the grains are fixed and surrounded by a distribution of plasma particles. Ion waves are then propagating in an inhomogeneous plasma and are reflected between the grains at a critical distance (turning point). This is expected to lead to a wave trapping followed by a wave amplitude build up. However, the dust may acquire its charge due to electron and ion attachment, i.e., ions flow onto the grain surface where they are neutralized , whereas electrons are being absorbed. Therefore the fluctuations of electron and ion densities lead necessarily to dust charge fluctuations. In this brief communication the model presented by De Angelis *et al* is extended to cope with dust charge fluctuations, whereas dust dynamics is ignored. It is shown that dust charge fluctuations introduce a damping of the ion waves between the grains. Therefore the wave amplitude increase should overcome the damping due to plasma particles attachment by dust grains, for the above mentioned noise enhancement scenario to be relevant.

§2. Formulation

We consider an electron-ion plasma with dust grains distributed according to a space distribution ρ . We ignore dust dynamics and take into account dust charge fluctuations. The system is described by the following set of equations,

$$m_\alpha n_\alpha \frac{d\vec{v}_\alpha}{dt} = -q_\alpha n_\alpha \nabla \Phi - \gamma_\alpha T_\alpha \nabla n_\alpha, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \bullet n_\alpha \vec{v}_\alpha = 0, \quad (2)$$

$$\nabla^2 \Phi = -4\pi \left(\sum_\alpha n_\alpha q_\alpha + \rho(r) \right). \quad (3)$$

where m_α , n_α , \vec{v}_α , q_α , T_α and γ_α are respectively the mass, fluid density, velocity, charge, temperature and the adiabatic index of the plasma particles ($\alpha = e, i$).

Perturbing the non-uniform equilibrium configuration, i.e., expanding the plasma parameters up to the first order,

$$\begin{aligned} n_\alpha &= n_{\alpha 0} + n_{\alpha 1}, \\ \Phi &= \Phi_0 + \Phi_1, \\ \vec{v}_\alpha &= \vec{v}_{\alpha 1}, \\ \rho &= \rho_0 + \rho_1, \end{aligned} \quad (4)$$

one gets the new system of equations,

$$\frac{\nabla n_0}{n_0} = -\frac{q \nabla \Phi_0}{\gamma T}, \quad (5)$$

$$m n_0 \frac{d\vec{v}_1}{dt} = -q n_1 \nabla \Phi_0 - q n_0 \nabla \Phi_1 - \gamma T \nabla n_1, \quad (6)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \nabla \bullet n_0 \vec{v}_1 = 0, \quad (7)$$

$$\nabla^2 \Phi_0 = -4\pi (-en_{e0} + en_{i0} + \rho_0), \quad (8)$$

$$\nabla^2 \Phi_1 = -4\pi (-en_{e1} + en_{i1} + \rho_1), \quad (9)$$

$$\rho_1 = n_d q_{d1}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial q_{d1}}{\partial t} + \eta q_{d1} = I_0 \left(\frac{n_{e1}}{n_{e0}} - \frac{n_{i1}}{n_{i0}} \right), \quad (11)$$

where the subscript has been dropped and n_d , q_{d1} , η and I_0 are the dust density, dust charge, natural decay rate and the equilibrium charging current.

Assuming a time dependence of $\exp(-i\omega t)$ for the perturbed parts of all the physical parameters, and considering radial oscillations, an equation for Φ_1 is found,

$$(1-N_{i0}(x)+A)\nabla_x^2\Phi_1-(\tilde{n}_{e0}(x)-B)\Phi_1-\left(1-\frac{A}{N_{i0}(x)}\right)\nabla N_{i0}\bullet\nabla\Phi_1=0, \quad (12)$$

where, $x=r/\lambda_D$, $\nabla\rightarrow\lambda_D^{-1}\nabla_x$, $\lambda_D^2\frac{\gamma_e T_e}{4\pi e^2 \bar{n}_{e0}}$, $N_{i0}=\frac{\tilde{n}_{i0}}{\Omega^2}$, $\Omega=\frac{\omega}{\omega_{pi}}$, $\tilde{n}_{e0}=\frac{n_{e0}}{\bar{n}_{e0}}$, $l=\frac{\bar{n}_{i0}}{\bar{n}_{e0}}$,

$B=lA\Omega^2$ and $A=\frac{n_d I_0 / e \bar{n}_{i0}}{\Omega^2 (\eta - i\Omega \omega_{pi})}$. For a constant dust charge, Eq.(12) reduces to

Eq.(17) of Ref.1. Considering a change of variable $\Phi_1=a\Psi$, Eq.(12) may be reduced further to yield,

$$\nabla_x^2\Psi+k^2(x)\Psi=0, \quad (13)$$

where, $a=\left(N_{i0}^A(N_{i0}-1-A)\right)^{-\frac{1}{2(1+A)}}$, and,

$$k^2(x)=\frac{1}{N_{i0}-1-A}\left(\tilde{n}_{e0}-Al\Omega^2-\frac{N_{i0}-A}{2N_{i0}}\nabla^2 N_{i0}\right)+\frac{|\nabla N_{i0}|^2}{4N_{i0}^2(N_{i0}-1-A)^2}\left(2A+(N_{i0}-A)^2\right). \quad (14)$$

Within one sphere surrounding a grain of radius R , viz., $R/\lambda_D\leq x\leq d/2\lambda_D$ (where d/λ_D is the dimensionless grains separation distance), the equilibrium potential is given by, $\Phi_0(x)=\frac{q_{d0}}{\lambda_D}\frac{e^{-x}}{x}\equiv\frac{q_{d0}}{\lambda_D}\phi_0(x)$.

For ion sound waves ($\Omega\ll 1$) and a low coupling constant $\Lambda(\equiv\frac{|e|q_{d0}}{\gamma_i T_i \lambda_D})$, the solution may be cast as,

$$\Psi(x)=\frac{\Psi_0}{x}e^{i\int_R^x k dx}+cc=\frac{\Psi_0}{x}e^{i\int_R^x(\gamma_1^2+\gamma_2^2)^{1/4}\cos\theta/2 dx}-\int_R^x(\gamma_1^2+\gamma_2^2)^{1/4}\sin\theta/2 dx+cc, \quad (15)$$

where, $\cos\theta=\frac{\gamma_1}{\sqrt{\gamma_1^2+\gamma_2^2}}$, $k^2=\gamma_1+i\gamma_2$ and,

$$\gamma_1\approx\frac{\Omega^2}{1+(\bar{A}/\Omega)^2}\left[1+\Lambda\phi_0\left[1+(\bar{A}/\Omega)^2+\frac{1}{2\Omega^2}\left(1+(\bar{A}/\Omega)^2\right)+\frac{1+(2l+1)(\bar{A}/\Omega)^2}{1+(\bar{A}/\Omega)^2}\right]\right], \quad (16)$$

$$\gamma_2 \approx \frac{\Omega^2}{1+(\bar{A}/\Omega)^2} \bar{A}/\Omega \left(-1 + \Lambda \phi_0 \left[1 - \frac{1}{\delta} \frac{2+l(1-(\bar{A}/\Omega)^2)}{1+(\bar{A}/\Omega)^2} \right] \right), \quad (17)$$

where, $\bar{A} = \frac{ndI_0}{e\bar{n}_{i0} \omega_{pi}}$ and $\delta = \frac{T_e}{T_i}$.

It clearly appears that dust charge fluctuations introduce a damping term. Hence, the amplitude of the wave does not keep growing between the grains as losses are henceforth taken care of. Moreover, the turning point where reflection of the waves occurs, is also affected by dust charge fluctuations, and its distance with

respect to the origin of the grain is given by $x_0 = \frac{|\Lambda|(\bar{A}/\Omega)^2}{2\Omega^2} \propto I_0^2$.

§3. Conclusion

To conclude, a model for noise level enhancement in Halley's comet is proposed, where ion sound waves keep traveling between dust grains for they are trapped due to reflection. The wave trapping leads to a wave superposition and then an amplitude increase. However when the charging of the grains is basically due to particles attachment, any departure from equilibrium of electron and ion density yields necessarily a grain charge fluctuation. This effect included, we show that waves traveling between the grains, are getting damped, and the statistical trapping of waves does not lead to an increase in the amplitudes necessarily.

§4. References

1/ U. de Angelis, V. Formisano and M. Giordano, J. plasma phys. **40**, 399 (1988)

BRIEF COMMUNICATIONS

The purpose of this Brief Communications section is to present important research results of more limited scope than regular articles appearing in *Physics of Plasmas*. Submission of material of a peripheral or cursory nature is strongly discouraged. Brief Communications cannot exceed four printed pages in length, including space allowed for title, figures, tables, references, and an abstract limited to about 100 words.

Scattering of dust ion acoustic wave off a dust acoustic wave

R. Annou^{a)} and R. Bharuthram^{b)}

Physics Department, IIT Delhi, New Delhi 16, India

S. Bahamida

Physics Department, Faculty of Physics, USTHB, Algiers, Algeria

(Received 19 March 2003; accepted 28 April 2003)

The scattering of dust ion acoustic mode off a dust acoustic mode, where dust charge fluctuation is taken into account self-consistently, is investigated. It is shown that above threshold, parametric generation of dust acoustic waves occurs. The nonlinear growth rate and excitement threshold are determined. The relevance to parametric instabilities saturation via cascading of sidebands to lower frequency modes is pointed out. © 2003 American Institute of Physics.

[DOI: 10.1063/1.1584049]

Rao *et al.*¹ have investigated the long wavelength low frequency collective oscillations in a dusty plasma, and proved theoretically the existence of a new kind of sound waves, which they called the dust acoustic (DA) wave. In this case, the restoring force comes from the Boltzmannian ion and electron fluids, whereas the inertia is due to the dust fluid. The DA waves have been detected in a laboratory experiment by Barkan *et al.*² The frequency of the DA wave was found to be of the order of tens of hertz. On the other hand, the ion acoustic wave in a dusty plasma is modified due to the presence of dust grains, and is called the dust ion acoustic (DIA) wave. In comparison to the DA wave, the DIA wave is a high frequency mode. Consequently, the question whether a DA wave may be parametrically generated by a DIA cascading into a lower frequency wave is relevant. This would be a privileged mechanism for parametric instabilities saturation in dusty plasmas. In this Brief Communication, we address then the decay of a DIA wave into a DA wave and a DIA sideband wave, and show that the presence of dust grains is essential for very low frequency electrostatic wave generation.

Consider the decay of a DIA wave $\phi_0 = \phi_0 \exp[-i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})]$ into a sideband DIA wave $\phi_1 = \phi_1 \exp[-i(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})]$ and a DA wave $\phi = \phi \exp[-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$, where $\omega_1 = \omega - \omega_0$ and $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0$, and let us calculate the nonlinear coupling. The dust grain charge is taken as variable, but the effect due to electrons and ions attachment is taken into account in the dust momentum equation only. The reason for this, is that the electron and ion densities and momenta suffer less from loss effect if the plasma is assumed coupled to a

reservoir. The frequency range investigated is given by $\omega \ll kv_{thi}, v_{the}$, where v_{thi} and v_{the} are, respectively, the ion and electron thermal velocities.

The high-frequency fields produce oscillatory velocities of ions, $\mathbf{v}_0 = (e\phi_0/m_i\omega_0)\mathbf{k}_0$, $\mathbf{v}_1 = (e\phi_1/m_i\omega_1)\mathbf{k}_1$ and exert a ponderomotive force on them $\mathbf{F}_p = -e\nabla\phi_p$ where, $\phi_p = \phi_{pi} = (m_i/2e)\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{v}_1$, (cf. Ref. 3). The electrons however, are Boltzmannian ($\omega_{0,1} \ll k_{0,1}v_{the}$) oscillating with velocities $\mathbf{v}_{0,1} = (e\phi_{0,1}/T_e)(\omega_{0,1}/k_{0,1}^2)\mathbf{k}_{0,1}$. Indeed, neglecting the dynamical part of the Boltzmann equation yields the electron density perturbation. Then by virtue of the continuity equation, one finds the corresponding equations. The effect on the electrons is consequently insignificant, since

$$|\phi_{pe}/\phi_{pi}| \sim \left(\frac{m_e \omega_0 \omega_1}{2e k_0 k_1} \frac{e^2 \phi_0 \phi_1}{T_e^2} \right) \left(\frac{m_i k_0 k_1}{2e \omega_0 \omega_1} \frac{e^2 \phi_0 \phi_1}{m_i^2} \right)^{-1} \\ \sim \frac{c_s^2}{v_{the}^2} \sim \frac{m_e}{m_i}$$

where $\omega_0/k_0 \sim c_s = (T_i/m_e)^{1/2}$ is the ion sound speed.

In response to the ponderomotive and self-consistent potentials, the low frequency density perturbation can be written as $n_e = (k^2/4\pi e)\chi_e\phi$, $n_i = -(k^2/4\pi e)x_i(\phi + \phi_p)$, $n = -(k^2/4\pi q_0)\chi_d\phi$, where $\chi_{e,i} = \omega_{e,i}^2/k^2 v_{the,i}^2$ and $\chi_d = -(\omega_{pd}^2/\omega^2)(1 - i(n_{e0}/n_0)(\omega\beta/q_0 k^2 v_{thi}^2))$ that have been derived according to the above-mentioned assumptions. It is clear, that particle-loss effect leads to the appearance of an imaginary part of dust susceptibility.

Using n , n_e , and n_i in the Poisson's equation, viz.,

$$-\frac{k^2}{4\pi e}\phi = n_e - n_i - n \frac{q_0}{e} - n_0 \frac{q}{e}, \quad (1)$$

along with the charge fluctuation equation that is (cf. Ref. 4),

^{a)}Permanent address: Theoretical Physics Department, Faculty of Physics, USTHB, Algiers, Algeria.

^{b)}Permanent address: University of Natal, Durban, South Africa.

$$q = \frac{in_{e0}\beta}{n_0(\omega+i\eta)} \left[\frac{n_i}{n_{i0}} - \frac{n_e}{n_{e0}} \right], \quad (2)$$

where β is the charging frequency,

$$\eta = \frac{n_{e0}}{n_0} e\beta \left[\frac{e}{\alpha T_e} + \left(\frac{aT_i}{e} - q_0 \right)^{-1} \right]$$

and “ a ” being the grain radius, one obtains

$$\epsilon\phi = -\chi_i^{\text{eff}}\phi_p = -\chi_i^{\text{eff}} \frac{e\phi_0\phi_1}{2m_i\omega_0\omega_1} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1, \quad (3)$$

where

$$\chi_i^{\text{eff}} = \chi_i \left(1 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \frac{\beta}{i(\omega+i\eta)} \right), \quad \chi_e^{\text{eff}} = \chi_e \left(1 - \frac{\beta}{i(\omega+i\eta)} \right)$$

and $\epsilon = 1 + \chi_d + \chi_i^{\text{eff}} + \chi_e^{\text{eff}}$.

The low frequency component beats with \mathbf{v}_0 to produce a nonlinear perturbation at the sideband frequency that is given by the continuity equation where the coupling is clearly described, viz,³

$$\frac{\partial n_{i1}^{\text{NL}}}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{1}{2} n \mathbf{v}_0^* \right), \quad (4)$$

yielding the nonlinear contribution in the total density perturbation for the DIA sideband,

$$n_{i1}^{\text{NL}} = n_i \frac{\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{v}_0^*}{2\omega_1} = n_i \frac{e\phi_0^*}{2m_i\omega_0\omega_1} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1. \quad (5)$$

The total density perturbation at the sideband is consequently given by

$$n_{i1} = -\frac{k_1^2}{4\pi e} \left\{ \chi_{i1} + \frac{k_1^2}{k_1^2} \chi_i \left(1 - \frac{\chi_i^{\text{eff}}}{\epsilon} \right) \left(\frac{e|\phi_0| \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1}{2m_i\omega_0\omega_1} \right)^2 \right\} \phi_1. \quad (6)$$

On the other hand, the nonlinear density perturbation at ω_1 is

$$n_{e1}^{\text{NL}} = n_e \frac{\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{v}_0^*}{2\omega_1} = \frac{n_e e \omega_0 \phi_0^*}{2\omega_1 T_e k_0^2} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1, \quad (7)$$

yielding the total electron density perturbation at ω_1 ,

$$n_{e1} = \frac{k_1^2}{4\pi e} \left\{ \chi_{e1} + \frac{k_1^2}{k_1^2} \frac{\chi_e \chi_i^{\text{eff}}}{\epsilon} \left(\frac{\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1 |\phi_0| e}{2\omega_1} \right)^2 \frac{1}{T_e m_i k_0^2} \right\} \phi_1, \quad (8)$$

where χ_{e1} and χ_{i1} are the electron and ion susceptibilities at (ω_1, \mathbf{k}_1) . Poisson's equation leads finally to the following nonlinear dispersion relation:

$$\epsilon\epsilon_1 = \mu, \quad (9)$$

where $\epsilon_1 = 1 + \chi_{e1} + \chi_{i1}$ and

$$\begin{aligned} \mu = & -\frac{k^2}{k_1^2} \left(e \frac{\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1 |\phi_0|}{2\omega_1 \omega_0 m_i} \right)^2 \chi_i \left\{ 1 + \chi_d \right. \\ & \left. + (1-\delta) \frac{\eta\beta}{\omega^2 + \eta^2} \chi_e + i \left[\chi_{di} + \frac{\omega\beta}{\omega^2 + \eta^2} \chi_e \right] \right\}, \end{aligned}$$

where $\delta = n_{e0}/n_{i0}$. In the absence of the pump wave $\mu \rightarrow 0$, Eq. (9) gives $\epsilon = 0$ and/or $\epsilon_1 = 0$, corresponding to the dispersion relation for dust acoustic waves and dust ion acoustic waves.

For DA waves, i.e., $k v_{\text{thd}} \ll \omega \ll k v_{\text{thi}}, k v_{\text{the}}$, the dispersion relation is given by ($\epsilon_r \sim 0$),

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 v_{\text{the}}^2} \left(1 + \frac{\eta\beta}{\omega^2 + \eta^2} \right) \\ + \frac{\omega_{pi}^2}{k^2 v_{\text{thi}}^2} \left(1 + \delta \frac{\eta\beta}{\omega^2 + \eta^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

For $\omega < \eta$ and long-wavelength modes, namely, $k^2 \lambda_e^2 \ll 1$ and $k^2 \lambda_i^2 \ll 1$ where $\lambda_{e,i} = v_{\text{the},i} / \omega_{pe,i}$ are electron and ion Debye lengths, Eq. (10) reduces to

$$\omega^2 \approx k^2 c_{SD}^2, \quad (11)$$

with $c_{SD}^2 = \omega_{pd}^2 / \{ (1 + \beta/\eta) / \lambda_e^2 + (1 + \delta\beta/\eta) / \lambda_i^2 \}$.

For DIA waves, i.e., $k_1 v_{\text{thd}}, k_1 v_{\text{thi}} \ll \omega_1 \ll k_1 v_{\text{the}}$, we have the following dispersion relation ($\epsilon_{r1} \approx 0$):

$$1 + \frac{\omega_{pe}^2}{k_1^2 v_{\text{the}}^2} \left(1 + \frac{\eta\beta}{\omega_1^2 + \eta^2} \right) - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_1^2} \left(1 + \delta \frac{\eta\beta}{\omega_1^2 + \eta^2} \right) = 0. \quad (12)$$

For $\omega_1 > \eta$ and $k_1^2 \lambda_e^2 \ll 1$, we obtain

$$\omega_1^2 \approx k_1^2 V^2, \quad (13)$$

where $V^2 = 2c_s^2/\delta$.

Using Eqs. (11) and (13) along with $\omega_0^2 \approx k_0^2 V^2$ in the phase matching condition $\omega = \omega_1 + \omega_0$, we solve for k to get

$$k \approx 2k_0 |\cos \theta|, \quad (14)$$

where $\theta = (\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$. This shows the possibility of the decay of a DIA wave into a DIA sideband wave and a DA wave.

To solve Eq. (9), and by virtue of the expression, $\omega = \omega_r + i\gamma$ and $\omega_1 = \omega_{1r} + i\gamma$ where, $\omega_r, \omega_{1r} = \omega_r - \omega_0$ are the simultaneous zeros of ϵ_r and ϵ_{r1} , we write

$$\epsilon \approx i \frac{\partial \epsilon_r}{\partial \omega} (\gamma + \gamma_L), \quad (15)$$

and

$$\epsilon_1 \approx i \frac{\partial \epsilon_{r1}}{\partial \omega_1} (\gamma + \gamma_{L1}), \quad (16)$$

where $\gamma_L = \epsilon_i / (\partial \epsilon_r / \partial \omega)_{\omega = \omega_r}$, and $\gamma_{L1} = \epsilon_{i1} / (\partial \epsilon_{r1} / \partial \omega_1)_{\omega_1 = \omega_{r1}}$ are the linear damping rates of the decay waves.

Finally, using Eqs. (9), (15), and (16), we obtain the nonlinear growth rate,

$$\begin{aligned} \gamma_M^2 &= (\gamma + \gamma_L)(\gamma + \gamma_{L1}) \\ &= -\text{Re}(\mu) \\ &= \frac{k^2}{k_1^2} \left(\frac{e|\phi_0| \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1}{2m_i \omega_0 \omega_1} \right)^2 \\ &\quad \times \chi_i \frac{1 + \chi_{dr} + \frac{\eta\beta\chi_e(1-\delta)}{\omega^2 + \eta^2}}{(\partial\epsilon_r/\omega\omega)_{\omega=\omega_r} (\partial\epsilon_{r1}/\partial\omega_1)_{\omega_1=\omega_{r1}}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Re(X) stands for real part of X. The threshold is given by

$$\begin{aligned} \gamma_M^2 &= \gamma_L \gamma_{L1}. \text{ At the threshold, the pump wave energy density} \\ &\text{is given by} \\ W_0 &= \frac{|E_0|^2}{8\pi} = \frac{k_0^2}{8\pi} \epsilon_i \epsilon_{1i} \frac{k_1^2}{k^2} \left(\frac{2m_i \omega_0 \omega_1}{e \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1} \right)^2 \\ &\quad \times \frac{1}{\chi_i \left[1 + \chi_{dr} + \frac{\eta\beta}{\omega^2 + \eta^2} \chi_e (1 - \delta) \right]}. \end{aligned} \quad (18)$$

The growth rate may be found to scale as

$$\gamma \approx -\frac{\gamma_L + \gamma_{L1}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\gamma_L - \gamma_{L1})^2 + \frac{Z \cos^2 \alpha}{8n_{0i}} \sqrt{\frac{\epsilon}{T_i m_d}} \frac{(1 + \delta\beta/\eta)(1 + \sigma)}{((1 + \beta/\eta)\sigma + 1 + \delta\beta/\eta)^{3/2}} \frac{\omega_{pi}^2 k W_0}{\omega_0}}, \quad (19)$$

where $\sigma = n_{e0} T_i / n_{i0} T_e$ and $\alpha = (\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_1)$. We retrieve almost the same scaling law for the growth rate as in the work by Shukla *et al.*⁵

For $\delta \ll 1$, that is when plasma experiences a noticeable electron depletion, Eq. (18) reduces to

$$W_0 / W^* = \sqrt{1 - \epsilon Z_0}, \quad (20)$$

where

$$W^* = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_0}{m_d} \frac{T_i / T_e}{16\pi |\cos \theta|} \left(\frac{2m_i \omega_0}{e k_0^2 \cos \alpha} \right)^2},$$

and $\epsilon = n_0 / n_{i0}$.

Consequently, for higher values of ϵZ_0 , smaller values of W_0 are required to excite the instability. A similar situation has already been encountered,⁶ viz., for higher values of ϵZ_0 smaller relative drift velocities were needed to excite DIA waves in collisional dusty plasmas. However, if the low frequency mode is strongly Landau damped on dust grains, the growth rate is given by

$$\lambda_L = -\lambda_{L1} + \frac{1}{(\partial\epsilon_{r1}/\partial\omega_1)_{\omega_1=\omega_{r1}}} \text{Im}(\mu/\epsilon), \quad (21)$$

where

$$\begin{aligned} \text{Im}(\mu/\epsilon) &= \frac{\beta\delta}{D} \left\{ \eta(\chi_i - \chi_e) \chi_{di} - \omega \chi_i (1 + \chi_{dr}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta\eta\omega}{\omega^2 + \eta^2} \chi_e (\chi_e + \delta\chi_i) \right\}, \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} D &= (\omega^2 + \eta^2) \left[\left(1 + \chi_{dr} + \frac{\beta\eta}{\omega^2 + \eta^2} (\chi_e + \delta\chi_i) \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\chi_{di} + \frac{\beta\omega}{\omega^2 + \eta^2} (\chi_e + \delta\chi_i) \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

In summary, the decay of the dust ion acoustic mode ($k_0 v_{thd}, k_0 v_{thi} \ll \omega_0 \ll k_0 v_{the}$) into a dust acoustic mode ($k v_{thd} \ll \omega \ll k v_{thi}, k v_{the}$) and dust ion acoustic sideband mode is investigated. The dust charge has been dealt with self-consistently, it has been taken as a variable and the loss effect due to particles attachment is introduced through Eq. (2) and source terms in the dust momentum equation, leading to an imaginary part of the dust susceptibility. The decay of DIA into a DA and DIA modes is relevant to parametric instabilities saturation via sideband cascading into lower frequency modes.⁷ Moreover, amplified electrostatic dust waves may be of some importance in cometary tails as pointed out in Ref. 8. Indeed in Halley's comet for example, electrostatic ion modes in the presence of dust may be trapped and their amplitude be increased due to multiple reflections between the dust grains, and then a shift toward lower frequencies is plausible.⁹

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank Professor V. K. Tripathi and Professor P. K. Shukla for valuable discussions.

¹N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
²A. Barkan, R. L. Merlino, and N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995).
³C. S. Liu and V. K. Tripathi, *Interaction of Electromagnetic Waves with Electron Beams and Plasmas* (World Scientific, Singapore, 1994), Chap. 7.
⁴R. Annou and V. K. Tripathi, *Phys. Lett. A* **234**, 131 (1997).
⁵P. K. Shukla, L. Stenflo, and G. Morill, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **29**, 198 (2001).
⁶R. L. Merlino, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **25**, 60 (1997); R. Annou, *Phys. Plasmas* **5**, 1 (1998).
⁷M. Porkolab and R. P. H. Chang, *Rev. Mod. Phys.* **50**, 745 (1978).
⁸P. K. Shukla and L. Stenflo, *Astrophys. Space Sci.* **190**, 23 (1992).
⁹U. de Angelis, V. Formisano, and M. Giordano, *J. Plasma Phys.* **40**, 399 (1988).

Effect of grain size-distribution on dust acoustic solitons

M. Ishak-Boushaki, S. Bahamida, and R. Annou

Faculty of Physics, USTHB, B.P. 32 El Alia, Bab-Ezzouar, Algiers, Algeria

(Received 25 February 2003; accepted 12 May 2003)

The investigation of dust-acoustic solitons when ions are adiabatically heated, whereas dust grains are size-distributed, is conducted. The solitary solutions are shown to undergo a transformation into snoidal ones. The Mach numbers allowing bounded oscillatory solutions are increased, but the allowed Mach numbers range becomes strongly compressed. The permeability of dust grains enhances the constraints on the existence of the above-mentioned solutions. © 2003 American Institute of Physics. [DOI: 10.1063/1.1589010]

The existence of ion-acoustic solitons has been investigated by many authors,^{1,2} in the framework of the Sagdeev quasipotential method for large-amplitude solitons and the reductive perturbation method for small-amplitude ones. A balance is established between dispersion that is due to the self-consistent electric field when plasma approximation is dropped, and nonlinearity that is due to the convective terms in the continuity and momentum equations. The conditions on corresponding Mach numbers have been derived, namely, the ion acoustic soliton cannot exist for Mach numbers out of the range $1 < M < 1.6$. Moreover, it has been proved that the soliton characteristics may be modified by the inclusion of another ion component. This third component may become, in some conditions, an inhibitor factor for soliton formation.³ A third component may simply be a very massive dust grain, that acquires a very high charge. The presence of dust grains is proved to influence, for example, the Langmuir envelope soliton, where for a constant grain charge the soliton becomes squeezed.⁴ Let us recall as well, that it was predicted by Rao *et al.*⁵ and experimentally proved later on, that charge dynamics introduces a new mode of a low phase velocity in the plasma, called the dust-acoustic wave. The study of the nonlinear features of this dust-acoustic wave has been conducted and the existence of compressive dust acoustic solitons has been reported.^{5,6} When the ions are considered adiabatic the allowed Mach numbers range is sensitively modified, e.g., the lower limit is raised from unity to $\sqrt{\gamma}$, where γ is the ratio of specific heat capacity at constant pressure to that at constant volume, and the upper limit is accordingly modified.⁷ The interval of the allowed Mach numbers is wider when ions are adiabatically heated. In this Brief Communication we include the dust grain size-distribution. The grain size-distribution affects the modes of the plasma along with the growth rate of some parametric instabilities.⁸ It is found hereafter that the lower and upper limits of the allowed Mach numbers, corresponding to bounded oscillatory solutions, are modified. The interval of the allowed Mach numbers is strongly compressed.

Let us consider a many-component plasma with massless ions and size-distributed negatively charged dust grains. The time scale corresponding to the dust acoustic waves of low phase velocity is long with respect to the charging time,

thus the charge reaches its equilibrium value quasi-instantly. By virtue of the same arguments, charge departure from equilibrium may be ignored in this note. Moreover, the plasma is assumed depleted from electrons, thus the contribution of electrons on dust acoustic nonlinear structures is ignored. The ions that are confined to a potential well, are adiabatically heated. Hence the governing equations are cast as follows:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} n_j u_j = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_j}{\partial x} = \frac{Z_j}{m_j} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (2)$$

$$0 = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{n_i} \frac{\partial p_i}{\partial x}, \quad (3a)$$

that may be put otherwise for $p_i = n_i^\gamma$, viz.,

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} + \gamma n_i^{\gamma-2} \frac{\partial n_i}{\partial x} = 0 \quad (3b)$$

and

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{Z_0}{1 - \epsilon} \sum_j Z_j n_j - n_i, \quad (4)$$

where the potential is normalized by T_{i0}/e , the dust fluid velocity by the dust acoustic speed $C_s = (Z_0 T_{i0}/m_0)^{1/2}$, the time by $\tau = (m_0/e^2 Z_0 n_{i0})^{1/2}$, the space by $\lambda = (T_{i0}/e^2 n_{i0})^{1/2}$, and the density by n_{i0} . Moreover, the dust charge Z_j and mass m_j are normalized by the charge and mass corresponding to the grain of the most probable radius r_0 , viz., $Z_0 = Z(r_0)$ and $m_0 = m(r_0)$ and

$$\epsilon = r_0^3 \frac{4\pi}{3} n_{i0} \sum_j \frac{r_j^3}{r_0^3} n_{j0},$$

for impermeable grains, $\epsilon = 0$ being for permeable ones (cf. Ref. 9). We look now for stationary solutions of Eqs. (1)–(4), assuming the physical quantities to depend only on $\xi = x - Mt$ where M is the Mach number.

We solve the system of equations (1)–(3b) by taking into account the following boundary conditions: $\phi \rightarrow \phi_\infty$, $u_j \rightarrow 0$, and $n_j \rightarrow n_{j0}$ at $\xi \rightarrow \infty$, to obtain the ions density

$$n_i = \left[1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} (\phi - \phi_\infty) \right]^{1/(\gamma - 1)},$$

whereas dust density is given by

$$n_j = \frac{M n_{j0}}{\sqrt{M^2 + \frac{2Z_j}{m_j} (\phi - \phi_\infty)}}.$$

It is clear that the self-consistent potential should satisfy the condition,

$$(\phi - \phi_\infty) \geq -\frac{M^2 m_j}{2 Z_j} = -\frac{M^2}{2} \left(\frac{r_j}{r_0} \right)^2 \tag{5}$$

for dust density to remain real.

A sufficient condition would be

$$(\phi - \phi_\infty) \geq (\phi_m - \phi_\infty) = -\frac{M^2}{2} \left(\frac{r_{\min}}{r_0} \right)^2,$$

that reduces for a power-law size distribution to $(\phi - \phi_\infty) \geq -M^2/2$. The Poisson's equation is integrated with the boundary conditions $\phi \rightarrow \phi_\infty$, $\phi_\xi \rightarrow 0$ at $\xi \rightarrow \infty$, to yield

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right)^2 = -V(\phi), \tag{6}$$

where the Sagdeev potential is given by

$$V(\phi) = 1 - \left[1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} (\phi - \phi_\infty) \right]^{\gamma/(\gamma - 1)} - \frac{Z_0 M}{1 - \epsilon} I(\phi) \tag{7}$$

with

$$I(\phi) = \sum_j m_j n_{j0} \left[\sqrt{M^2 + \frac{2Z_j}{m_j} (\phi - \phi_\infty)} - M \right].$$

When the size distribution is continuous, discrete summation is replaced by an integration,

$$I(\phi) \approx \int_{r_{d1}}^{r_{d2}} r_d^3 n_0^0 \left[\sqrt{M^2 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{r_d^2}} - M \right] f(r_d) dr_d, \tag{8}$$

where $r_d = r/r_0$ and $\delta n = n_0^0 f(r_d) dr_d$, is the number of dust grains having radii in the range r_d and $r_d + dr_d$. For a power-law size distribution, viz., $f(r_d) = C_p r_d^{-p}$, Eq. (8) may be reduced further to yield for $p = 4$ that corresponds to a realistic situation, namely, meteor environment,

$$I(\phi) = \frac{3n_0^0 M}{1 - r_m^{-3}} \left\{ \ln \left[\frac{r_m + \sqrt{r_m^2 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}}}{1 + \sqrt{1 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}}} \right] - \frac{\sqrt{r_m^2 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}}}{r_m} + \sqrt{1 + \frac{2(\phi - \phi_\infty)}{M^2}} - \ln(r_m) \right\}, \tag{9}$$

where $r_{d1} = 1$ and $r_{d2} = r_m = (r_{\max}/r_0)$. A solution of Eq. (6) exists if $V(\phi) < 0$. For $\phi > \phi_\infty$, a solution exists for every value of the Mach numbers, however, it is an unbounded one and has to be discarded. On the other hand, viz., for $\phi < \phi_\infty$, Eq. (6) admits in only a selective Mach numbers range, periodic bounded solutions. For these Mach numbers the Sagdeev potential becomes negative between $\Phi \equiv \phi - \phi_\infty = \Phi_1$ and $\Phi = \Phi_2$, where $\Phi = 0$, Φ_1 , and Φ_2 are the solutions of $V(\Phi) = 0$.

The lower Mach number M_1 corresponds to $V(\Phi^*) = 0$, where Φ^* is the solution of

$$\frac{\partial V}{\partial \Phi} = 0 \text{ and } \left. \frac{\partial^2 V}{\partial V^2} \right|_{\Phi = \Phi^*} > 0.$$

Furthermore, at $\Phi_M = -M^2/2$ beyond which the dust density is no longer a positive definite quantity, the Sagdeev potential is required at least to vanish, i.e.,

$$V(\Phi_M) = 1 - \left(1 + \frac{M^2}{2} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^{\gamma/(\gamma - 1)} + \lambda M^2 = 0, \tag{10}$$

where,

$$\lambda = -\frac{Z_0 n_0^0}{1 - \epsilon} \left\{ \frac{3}{1 - r_m^{-3}} \left(\ln[r_m + \sqrt{r_m^2 - 1}] - \frac{\sqrt{r_m^2 - 1}}{r_m} - \ln r_m \right) \right\}.$$

For $\gamma = 3$,

$$M_u^2 = \frac{1}{2} [27(\lambda^2 - 1/3) + \sqrt{27^2(\lambda^2 - 1/3)^2 - 108(1 - 2\lambda)}].$$

This value of γ is justified for fully ionized fluids where one degree of freedom ($m = 1$) is considered, since the following relation is adopted $\gamma = (2 + m)/m$. However, γ will decrease if the vibrations and the rotations of dust grains alongwith particles attachment are taken into account.

The solution would oscillate between Φ_1 and Φ_2 (cf. Fig. 1), thus it is appropriate to Taylor expand $V(\Phi)$ around $\Phi = \Phi_1$, to get

$$V(\Phi) = V'(\Phi_1)(\Phi - \Phi_1) + \frac{1}{2} V''(\Phi_1)(\Phi - \Phi_1)^2 + \frac{1}{6} V'''(\Phi_1)(\Phi - \Phi_1)^3, \tag{11}$$

where

$$V'(\Phi_1) = \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \Phi_1 \right)^{1/(\gamma - 1)} - \frac{Z_0 n_0^0}{1 - \epsilon} M \int_{r_{d1}}^{r_{d2}} \frac{r_d f(r_d) dr_d}{\sqrt{M^2 + \frac{2\Phi_1}{r_d^2}}},$$

$$V''(\Phi_1) = -\frac{1}{\gamma} \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \Phi_1 \right)^{(2 - \gamma)/(\gamma - 1)} + \frac{Z_0 n_0^0}{1 - \epsilon} M \int_{r_{d1}}^{r_{d2}} \frac{f(r_d) dr_d}{r_d \left(M^2 + \frac{2\Phi_1}{r_d^2} \right)^{3/2}},$$

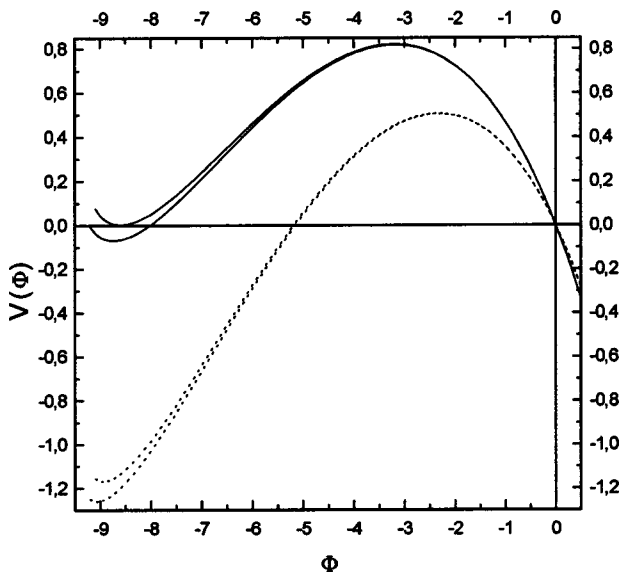


FIG. 1. Sagdeev potential $V(\Phi)$ vs Φ , for $M_l=4.267$ (up) and $M_u=4.293$ (down), where $\epsilon=0.069$ (solid line) and $\epsilon=0$ (dashed line).

and

$$V'''(\Phi_1) = \frac{2-\gamma}{\gamma^2} \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \Phi_1 \right)^{(3-2\gamma)/(\gamma-1)} - \frac{3Z_0N_0^0}{(1-\epsilon)} M \int_{r_{d1}}^{r_{d2}} \frac{f(r_d) dr_d}{r_d^3 \left(M^2 + \frac{2\Phi_1}{r_d^2} \right)^{5/2}}.$$

To solve Eq. (6), let us put it otherwise,

$$\frac{d\psi}{d\xi} = \pm \left(\frac{f(\psi)}{3k} \right)^{1/2}, \tag{12}$$

where $\psi = \Phi - \Phi_1$, $k = -1/V'''(\Phi_1)$, and $f(\psi) = \psi^3 - 3C\psi^2 - 6A\psi = (\psi - \psi_0)(\psi - \psi_1)(\psi - \psi_2)$, the coefficients being given by, $C = -V''(\Phi_1)/V'''(\Phi_1)$ and $A = -V'(\Phi_1)/V'''(\Phi_1)$. The zeros of the function f are the shifted zeros of the potential V , but $f(\psi)$ has to be positive rather, for the oscillatory bounded solutions to exist. The above mentioned zeros are given by

$$\psi_1 = 0$$

and

$$\psi_{2,0} = \frac{3}{2} C \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2} C\right)^2 + 6A}.$$

Performing the necessary transformations (cf. Ref. 10), the oscillatory solution of Eq. (12) is given by

$$\psi(\xi) = \psi_2 \operatorname{sn}^2 \left\{ \sqrt{\frac{(\psi_2 - \psi_0)\psi_2}{12k}} \xi, S \right\}, \tag{13}$$

where $S^2 = \psi_2/(\psi_2 - \psi_0)$ and $\xi \rightarrow \operatorname{sn}$ being the Jacobian elliptic function, which is a periodic function with a period P given by

$$P = 4 \sqrt{\frac{3k}{(\psi_2 - \psi_0)\psi_2}} K(S^2). \tag{14}$$

$K(x)$ is the complete elliptic integral of the first kind. The solution is called a snoidal wave. When $\psi_1 = \psi_0 = 0$ that is, $V'(\Phi_1) = 0$, the snoidal solution reduces to a solitary one,

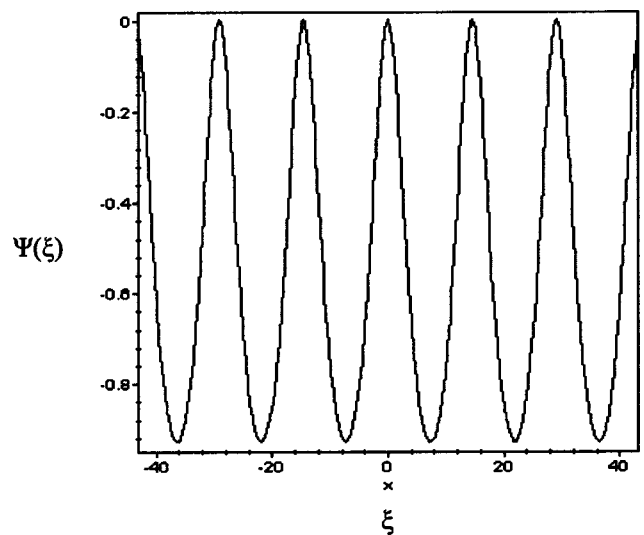


FIG. 2. Variation of the shifted potential ψ vs dimensionalized distance of propagation ξ .

$$\psi(\xi) \rightarrow \operatorname{sech}^2 \left(\frac{|\psi_2|}{\sqrt{12k}} \xi \right).$$

This case corresponds to a uniform grain size-distribution (Fig. 2).

In summary, under certain conditions, viz., $M_l = 1 < M_u < M_u = 1.6$, dust-acoustic solitary waves are proven to exist. The conditions on Mach numbers may be modified if ions are adiabatically heated, namely, $M_l = 1.73$ and $M_u = 4.4$, for $\gamma = 3$. In this note we take into account the grain size-distribution that has been shown to be a cause of damping. It is found that the condition in terms of M , of the existence of oscillatory bounded solutions is strengthened, i.e., $M_l = 3.846$ and $M_u = 3.878$, and the range of allowed Mach numbers is squeezed $\Delta M = 0.032$. Moreover, the solution experiences a transition from a solitary wave to a snoidal wave. Another element included is the nonpermeability of the grains, i.e., the plasma particles are no longer considered to flow through the grains. Indeed in this case, for example, for $\epsilon = 0.069$ ($r_0 \approx 1 \mu\text{m}$, $n_{i0} \approx 0.24 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $Z_0 n_0^0 = 1$), the upper and lower limits of the allowed Mach numbers get raised, to $M_l = 4.267$ and $M_u = 4.293$. The constraints, when the grains are considered nonpermeable, on the existence of oscillatory bounded solutions are clearly enhanced. In cylindrical and spherical configurations, oscillatory bounded solutions have been pointed out in Ref. 11, where for small amplitude solutions, the effect of nonplanar geometry is found not crucial for large time.

ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank the referee for very stimulating remarks.

¹R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma Physics* (Consultants Bureau, New York, 1966), Vol. 3, p. 23.
²H. Washimi and T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 966 (1966).
³H. Ikezi, *Phys. Fluids* **16**, 1668 (1973).
⁴R. Annou and V. K. Tripathi, *Phys. Lett. A* **234**, 131 (1997).

- ⁵N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- ⁶A. A. Mamun, R. A. Cairns, and P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **3**, 702 (1996).
- ⁷Yu. A. Shchekinov, *Phys. Lett. A* **225**, 117 (1997).
- ⁸M. Ishak-Boushaki, R. Annou, and B. Ferhat, *Phys. Plasmas* **8**, 5040 (2001).
- ⁹E. C. Whipple, T. G. Northrop, and D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**, 7405 (1985).
- ¹⁰P. L. Bhatnagar, *Nonlinear Waves in One-Dimensional Dispersive Systems* (Oxford Mathematical Monographs, Delhi, 1979), p. 32.
- ¹¹P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol, 2002), p. 195; E. Infeld and G. Rowlands, *Nonlinear Waves, Solitons, and Chaos* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002), p. 268.

Dust grain acceleration during plasma expansion

M. Djebli, S. Bahamida, and R. Annou

Theoretical Physics Laboratory, Faculty of Physics, USTHB, B.P. 32 Bab-Ezzouar 16123 Algiers, Algeria

(Received 1 May 2002; accepted 12 July 2002)

A dusty plasma adiabatic expansion model, where an exact ion charging current as well as ion-dust charge exchange reaction produced neutrals are taken into account, is proposed and numerically solved. Particle cooling, dust fronts associated with excitation of dust sound waves along with acceleration of bursts of grains, are demonstrated. © 2002 American Institute of Physics. [DOI: 10.1063/1.1504716]

Plasma expansion has received a great deal of interest in numerous studies, due to its occurrence in space as well as laboratory situations,¹ with very interesting industrial applications. Expansion was first studied in a two-component then three-component plasmas, such as negative ion plasmas, that are a good representation of dusty plasmas, where the grain charge is kept constant.² However, a dust grain injected into an electron-ion plasma acquires its charge due to electron and ion attachment. The ions flow onto the grain where they are neutralized, whereas the incident electrons are absorbed into the grain.³ The dust charge being, consequently, plasma density dependent. A model for describing the dynamics of dusty plasmas expansion into vacuum where the dust charge is taken to be variable has been developed in Ref. 4. It has been improved in Ref. 5 by introducing the variable dust charge self-consistently and relaxing the Boltzmann distribution hypothesis for electron and ion densities. Furthermore, when the plasma is not coupled to an energy source, it cools down and temperature is no longer constant. In fact, it has been shown that dust density vanishes early if the dust fluid is taken to be adiabatic.⁶

In this Letter we confine ourselves to the study of the expansion of a dusty plasma with a variable charge into vacuum in a spherical configuration, taking into account the following issues: first the electron, ion and dust fluids are taken to be adiabatic to account for the cooling effect. Second, as pointed out above, during the interaction between ions and dust grains, a charge exchange reaction occurs rather than an ion attachment reaction, yielding, consequently, a neutral atoms component. However, neutrals may be ionized by electron impact, leading to an increase of ion and electron densities that has to be incorporated in the model. And finally, an appropriate ion charging current is used that accounts for the ion relative velocity with respect to the moving dust grain.

Let us model the self-similar expansion of a plasma experiencing no external force, by the following system of equations:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial n_e v_e}{\partial r} + 2 \frac{n_e v_e}{r} = a_e n_e n + \alpha_e n_a n_e, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v_i}{\partial r} + 2 \frac{n_i v_i}{r} = -a_i n_i n + \alpha_e n_a n_e, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v}{\partial r} + 2 \frac{n v}{r} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} = a_i n_i n - \alpha_e n_a n_e, \quad (4)$$

$$m_e n_e \left(\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial r} \right) = e n_e \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{\partial p_e}{\partial r} + a_e m_e n_e n (v_e - v) + \alpha_e m_e n_a n_e v_e, \quad (5)$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial r} \right) = -e n_i \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{\partial p_i}{\partial r} - a_i m_i n_i n (v_i - v) + \alpha_e m_e n_a n_e v_i, \quad (6)$$

$$m n \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -q n \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{\partial p}{\partial r} - m_e a_e n_e n (v_e - v) + a_i m_i n_i n (v_i - v), \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_e \frac{\partial}{\partial r} \right) (p_e n_e^{-\gamma_e}) = 0, \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial r} \right) (p_i n_i^{-\gamma_i}) = 0, \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r} \right) (p n^{-\gamma}) = 0, \quad (10)$$

$$n_i + \frac{n q}{e} = n_e, \quad (11)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + v \frac{\partial q}{\partial r} = e (a_e n_e + a_i n_i), \quad (12)$$

$$a_e = -\pi a^2 \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{eq}{aT_e}\right), \quad (13)$$

$$a_i = \pi a^2 \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left[F_1(u) - F_2(u) \frac{eq}{aT_i} \right], \quad (14)$$

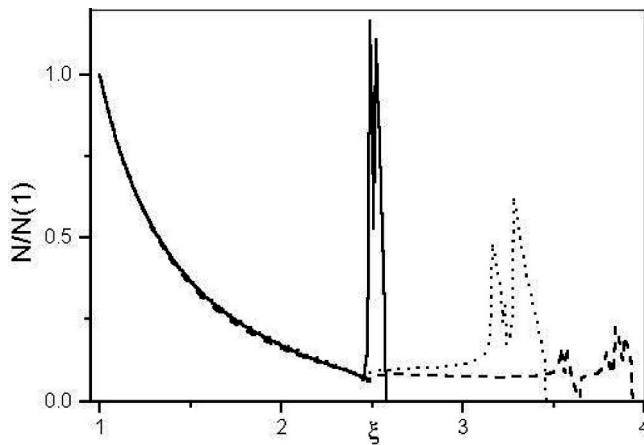


FIG. 1. The normalized density vs the self-similar variable ξ where the solid, dashed, and dotted lines correspond to $N/N(1)$ when (i) exact I_{ion} and energetic produced ions are considered, (ii) exact I_{ion} is relaxed, (iii) ions are produced at low kinetic energy $\mathbf{V}(1)=6$, $N(1)=10^{-4}$, $Z(1)=-200$, and $\rho=3 \text{ g cm}^{-3}$.

where $F_1(u) = (\sqrt{\pi}/4u)(1+2u^2)\text{erf}(u) + 0.5 \exp(-u^2)$ and $F_2(u) = (\sqrt{\pi}/2u)\text{erf}(u)$, $\text{erf}(u)$ being the error function and $u = |v - v_i|/\sqrt{2}v_{ti}$, $v_{ti} = (T_i/m_i)^{1/2}$ being the ion thermal velocity. All the symbols having their usual meaning and a being the grain radius. The neutral component numerical density is n_a and α_e corresponds to the ionization rate constant. Using the self-similar variable $\xi = r/(c_{ds}t)$, where $c_{ds}^2 = T_{i0}/m$, and the normalized quantities, namely, $Z(\xi) = q/e$; $V(\xi) = v/c_{ds}$, $\Phi(\xi) = e\phi/T_{i0}$, $n_j = \alpha N_j(\xi)/t$ and $p_j = \alpha' P_j(\xi)/t$, where $\alpha' = \alpha T_{i0}$ and $\alpha = [mn_{i0}/(4\pi e^2)]^{1/2}$, the system may be reduced further and solved numerically. It may be pointed out as well, the fact that the force exerted by the deflection of ions f_d is overlooked in favor of the collection force f_c , in the dust momentum equation. This is justified for $f_c/f_d = 4(1+\chi)/\Gamma\chi^2 \gg 1$ where $2\Gamma = \ln[(\lambda_D^2/a^2 + \chi^2/4)/(1+\chi + \chi^2/4)]$ and $\chi = e^2z/(aT_i)$ (cf. Ref. 7).

The differential equations system governing the evolution of the normalized quantities (N, N_e, \dots) is solved numerically for an argon plasma, where the initial temperatures are $T_i(1)/T_d(1) = 0.1$ and $T_e(1)/T_d(1) = 2$. In Ref. 6, dust fluid has been considered adiabatic with $\gamma = 3$, whereas electron and ion fluids have been taken to be isothermal ($\gamma_i = \gamma_e = 1$). In this study, we choose to modify the electron and ion adiabatic exponent to account for elementary reactions in the plasma, e.g., ionization. The commonly accepted values being $\gamma_i = \gamma_e \sim 1.2$ (cf. Ref. 8). The dust component of density $N(1)/N_i(1) = 10^{-4}$, is a collection of spherical grains of radius $a = 0.1 \mu$. For a constant grain radius, mass intervenes through the mass density ρ . Three values have been chosen, viz., 0.4, 2.5, and 3 g cm^{-3} . The initial normalized dust charge being $Z(1) = -200$. In Figs. 1–3 we plot the dimensionless normalized to the initial value density $N/N(1)$ versus the self-similar variable ξ .

Our analysis, which is based on a scale-invariant formulation, has revealed the existence of dust fronts behind which scale-invariant waves are excited, and acceleration of dust grains as well as particle cooling. These elements have been

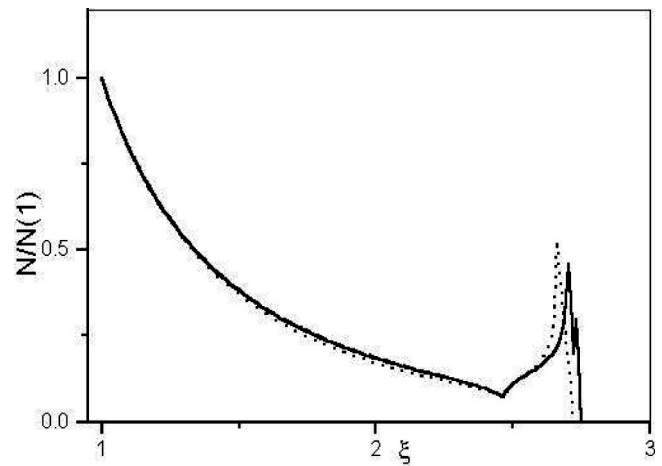


FIG. 2. The same as Fig. 1 but with $\rho = 2.5 \text{ g cm}^{-3}$.

already reported in earlier works for electron–ion plasmas.^{9,10}

Indeed, it is clear in all the figures that expansion ends around $\xi \sim 3$, whereas in Ref. 5, the density has been reported to vanish around $\xi \sim 10$. The plasma being not coupled to an energy source, the temperature can no longer be kept constant. The plasma cools down during expansion. The dust density vanishes at lower values of the self-similar variable when the grain mass increases. The lighter grains travel farther when experiencing the self-consistent electric field. However, for grains of the same mass, it is the highly charged ones that may be brought farther.

In Figs. 1–3 dust fronts where abrupt fall in dust density occurs are revealed. Beyond the front, density vanishes. And as mentioned above, the location of the front ξ_f is closer to the source for heavier grains. Comparison may be made between Figs. 1 and 2, where the initial dust velocity $V(1) \sim 6$ is the same.

Behind the fronts scale-invariant oscillations are shown. The amplitude of these oscillations is higher for lighter grains. However, as far as the wavelength is concerned, a

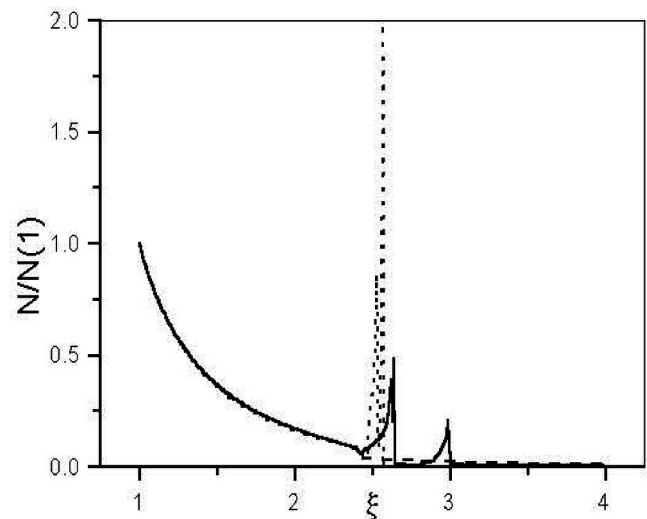


FIG. 3. The same as Fig. 1 but with $V(1) = 7$ and $\rho = 0.4 \text{ g cm}^{-3}$.

deep analysis is required to confirm any relationship with the grain mass, though the figures suggest that the oscillations wavelength is higher for lighter grains. The excitation of these oscillations may be seen as the result of the perturbation of dust density that propagates in this expanding medium. Let us note that at $\xi \sim 2.4$ a trough appears that is characterized by a strong variation of the force $F \sim N^{-1} \partial N / \partial \xi$. An impulse is consequently delivered to the dust fluid where it propagates. The trough is a weak discontinuity, i.e., the density is continuous, whereas the density derivative experiences a rapid change. Had we considered Poisson's equation, oscillations would have probably disappeared, as pointed out in an earlier work (cf. Ref. 11) where Poisson's equation has been introduced in the model by Gurevich *et al.*¹² These dust sound waves may be considered the witness of the quasineutrality breakdown. Indeed, around the fronts the electric field is quite large and then the validity of the theory is questioned. The expansion is self-similar up to the front. Another result from Fig. 2 is the appearance of a precursor. The dust concentration peaks, representing groups of dust grains that have been trapped and accelerated by the self-consistent electric field.

When the exact ion charging current is relaxed in favor of the approximate one, electron and ion densities as well as dust density are affected. Dust fronts and scale invariant oscillations may even disappear. The location at which dust concentration vanishes is translated forward, i.e., expansion ends later.

At the end we recall that electron impact ionization of neutrals produced as a result of a charge exchange reaction between ions and dust grains has been dealt with. This ionization yields ions of a minor kinetic energy that increases due to the electric field. Two limiting cases are considered, namely, the case where the produced ions bring no momentum to the ion fluid and the one where produced ions add their momentum acquired instantaneously, as if they were produced with it, to the ion fluid. Comparison is being made on figures. It appears that dust grains may be brought farther if a source term is added to the ion momentum equation.

In summary, we have investigated the self-similar expansion of a dusty plasma into vacuum in a spherical configuration. The plasma particles, viz., electrons, ions, and dust grains are taken to be adiabatic to account for the plasma cooling. Moreover, a neutral component may be produced as

a result of a charge exchange reaction between ions and dust grains, and then is ionized by electron impact. Thus a source term is to be added in fluid equations. To account for the relative motion of ions with respect to moving dust grains, the exact ion charging current is used in the dust charging equation. The analysis reveals the possibility of dust fronts behind which exist dust sound waves, probably excited due to an impulse caused by a density derivative jump. The oscillations are linked to large electric fields that are an indication of the quasineutrality breakdown. The expansion ceases to be self-similar close to the front. Also shown are accelerated groups of dust grains, corresponding to dust density peaks on the curves. These peaks may disappear if the approximate ion charging current is considered instead. A similar situation has been encountered in an expanding electron-ion plasma by Sack and Schamel,¹³ that is a spikelike structure at the ion front which arises and develops with time up to the point where the numerical solution breaks down. These structures have not been verified in simulations based on a kinetic model, like the Vlasov–Poisson model used by Manfredi *et al.*¹⁴

¹P. K. Shukla, Phys. Plasmas **8**, 1791 (2001).

²L. G. Garcia, J. Goedert, H. Figua, E. Fijalkow, and M. R. Feix, Phys. Plasmas **4**, 4240 (1997).

³E. C. Whipple, T. G. Northrop, and D. A. Mendis, J. Geophys. Res. **90**, 7405 (1985).

⁴S. R. Pillay, S. V. Singh, R. Bharuthram, and M. Y. Yu, J. Plasma Phys. **58**, 467 (1997).

⁵M. Djebli, R. Annou, and T. H. Zerguini, Phys. Plasmas **8**, 1493 (2001).

⁶S. Bahamida, M. Djebli, and R. Annou, in *28th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasmas Physics, Funchal, 2001*, edited by C. Silva, C. Varandas, and D. Campbell (European Physical Society, Petit-Lancy, 2001), Vol. 25A, p. 897.

⁷S. Nunomura, M. Nakamura, N. Ohno, and S. Takamura, in *Proceedings of the International Conference on Physics of Dusty Plasmas, 1996 "Advances in Dusty Plasmas," Goa, 1996*, edited by P. K. Shukla, D. A. Mendis, and T. Desai (World Scientific, Singapore, 1996), p. 485.

⁸Ya. B. Zel'dovich and Yu. P. Raizer, *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena* (Academic, New York and London, 1966), Chap. IV, p. 239.

⁹J. Denavit, Phys. Fluids **22**, 1384 (1979).

¹⁰C. Chan, N. Hershkowitz, A. Ferreira, T. Intrator, B. Nelson, and K. Lonngren, Phys. Fluids **27**, 266 (1984).

¹¹N. Singh and R. W. Schunk, Phys. Fluids **26**, 1123 (1983).

¹²A. V. Gurevich, L. V. Pariiskaya, and L. P. Pitaevski, Sov. Phys. JETP **36**, 274 (1973).

¹³Ch. Sack and H. Schamel, Phys. Rep. **156**, 311 (1987).

¹⁴G. Manfredi, S. Mola, and R. Feix, Phys. Fluids B **5**, 388 (1993).

EFFECT OF PRESSURE ON A DUSTY PLASMAS EXPANSION INTO VACUUM

S. Bahamida. M. Djebli and R. Annou

Physics Department, USTHB, B.P. 32 Bab-Ezzouar 16123, Algiers, Algeria.

Abstract

Dusty plasma expansion into a vacuum is studied in a spherical configuration, where self-consistent fluid treatment is adopted. By virtue of dust charge fluctuation argument, the hypothesis of a Boltzmann electron and ion density distribution is relaxed. The cooling effect is considered, through the inclusion of the additional pressure terms. The dust charge fluctuation equation is written accordingly, and the grain mass density is taken into account. A set of non-linear differential equations is established and the self-similar solution is numerically investigated for different values of dust charge and mass densities, viz., $Q_d = -3e$ and $\rho = 0.4, 1, 3g/cm^3$.

I. Introduction

Dusty plasma expansion into a vacuum is subject to intense study. This is due to its relevance in space environment as well as laboratory situations[1]. In this communication Pillay *et al.*[2] model is revised taking into account the loss terms due to attachment of ions and electron by the dust grain, which lead to the relaxation of the Boltzmann distribution function as was done in Ref.[3]. Furthermore the finite pressure effect is introduced in momentum equations to study its effect on the spherical expansion. A set of non linear differential equations is written and a self - similar solution is numerically investigated. The organization of the paper is as follows: in section II the mathematical model describing the plasma expansion is presented; in section III we present the numerical results, and in section IV the conclusions are discussed.

II. Basic equations

We consider a plasma with three components, namely electrons, ions and negatively charged dust grains, loss effect is taken and the assumption of a Boltzmannian electron (ion) fluid is relaxed. Using this hypotheses, in a first step, the set of radial equations which govern the dynamics of the expansion of a dusty plasma in a spherical configuration with dust grain charge fluctuations and finite dust pressure effect, is

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (n_e v_e) + 2 \frac{n_e v_e}{r} = a_e n_e n \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (n_i v_i) + 2 \frac{n_i v_i}{r} = -a_i n_i n \quad (2)$$

$$m_e n_e \left(\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial r} \right) = -\frac{\partial}{\partial r} (n_e T_e) + e n_e \frac{\partial \phi}{\partial r} + m_e a_e n_e n (v_e - v) \quad (3)$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial r} \right) = -\frac{\partial}{\partial r} (n_i T_i) - e n_i \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_i a_i n_i n (v_i - v) \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v}{\partial r} + 2 \frac{n v}{r} = 0 \quad (5)$$

$$m n \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -q n \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_e a_e n_e n (v_e - v) + a_i m_i n_i n (v_i - v) - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r} \right) \frac{p}{n^\gamma} = 0 \quad (7)$$

$$n_i + \frac{n q}{e} = n_e \quad (8)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + v \frac{\partial q}{\partial r} = e (a_e n_e + a_i n_i) \quad (9)$$

$$a_e = -\pi a^2 \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{e q}{C T_e}\right), \quad (10)$$

$$a_i = \pi a^2 \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left(1 - \frac{e q}{C T_i}\right) \quad (11)$$

In the second step we take into account the electron and ion pressure terms in the momentum equations that lead to the modification of dust charge equation. The system of the governing equations is than given by,

$$m_e n_e \left(\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p_e}{\partial r} + e n_e \frac{\partial \phi}{\partial r} + m_e a_e n_e n (v_e - v) \quad (12)$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p_i}{\partial r} - e n_i \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_i a_i n_i n (v_i - v) \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_e \frac{\partial}{\partial r} \right) \frac{p_e}{n_e^\gamma} = 0, \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial r} \right) \frac{p_i}{n_i^\gamma} = 0 \quad (14)$$

$$a_e = -\pi a^2 \sqrt{\frac{8T_{oe}}{\pi m_e}} \left(\frac{p_{oe}}{p_e} \right)^{\frac{1-\gamma_e}{2\gamma_e}} \exp\left(\frac{e q}{C T_{0e}} \left(\frac{p_e}{p_{oe}} \right)^{\frac{1-\gamma_e}{\gamma_e}}\right) \quad (15)$$

$$a_i = \pi a^2 \sqrt{\frac{8T_{oi}}{\pi m_i}} \left(\frac{p_{oi}}{p_i} \right)^{\frac{1-\gamma_i}{2\gamma_i}} \left(1 - \frac{e q}{C T_{0i}} \left(\frac{p_i}{p_{oi}} \right)^{\frac{1-\gamma_i}{\gamma_i}} \right) \quad (16)$$

with a and C being respectively the grain radius and capacitance.

Using the self-similar variable in the system dynamic equations $\xi = r/(c_{ds} t)$, where $c_{ds}^2 = T_i/m$, and the Anäztz made by Pillay et al., namely, $n_j = n_{oj} N_j(\xi)/(\omega_{pd} t)$, where

$\omega_{pd}^2 = 4\pi n_{io}e^2/m$ and the dimensionless variables being, $Z(\xi) = q/e$; $V(\xi) = v/c_{ds}$ and $\Phi(\xi) = e\phi/T_i$, we derive a set of non linear-differential equations which a self-similar solution is investigated numerically

II. Numerical Results

We Solve the Eqs (1-11) and choose different values of the dust massic density (ρ) (c. f. Ref. 3) , e.g., $\rho = 0.4g/cm^3$ or $\rho = 3g/cm^3$. For the same set of parameters values as given in Ref.8, viz., $\alpha = 10^{-3}$, $\beta = 0.1$, $\delta = 0.3$, $N_o = 0.1$, $N_{oi} = 1$, $V_o = 10$, $Z_o = -3$, and taking the inial dust pressure value $P_0 = 0.5$ we plot in Fig. 1 the dimensionless normalized densities N/N_o , N_e/N_{oe} , N_i/N_{oi} and Z/Z_o versus the self similar variable ξ . Dimensionless normalized velocities are plotted versus the self similar variable ξ in Fig. 2. Figure 2 shows a higher acceleration for the three species due to the dust finite pressure, Fig.1 revealed that the dust expansion goes beyond the critical value of Ref. 3 (viz, $\xi = 10$).

When the additional electron and ion pressure terms are considered the new set of non linear differential equations is numerically solved. The inial values are the same as above, pressure is normalized to the ion pressure and initial values are: $P_o = 0.5$; $P_{oe} = 0.21$. The specific ratio values are taken [4] $\gamma = 3$ for dust and $\gamma_e = \gamma_i = 1.16$ for electron and ion. Fig.3 reveals that the expansion ends earlier due to the cooling effect, in this case there is a disappearance of oscillation at the front and the electron density is more sensitive to the dust massic density. Fig.4 clearly shown that the ion and electron velocities almost keep the same profile, electron losses energy and than are overtake by ion.

IV. Conclusion

A finite dust pressure term was introduced in the self similar set of equations describing dusty plasma expansion in a spherical configuration. From the numerical investigation it was shown that the expansion was more slower, depending on the choice of the parameters initial values as well as dust massic density. On the other hand the effect of ion and electron pressure terms introduced in momentum equation was clearly shown, as a consequence of cooling effect the dust expansion ends earlier and there is a disappearance of oscillations at the front.

Figure Caption:

Figure1-3: Normalized densities vs the self-similar variable ξ where the dashed, solid, dotted and dash-dotted lines represent N/N_o , N_i/N_{io} , N_e/N_{eo} and Z/Z_o . Figure2-4: Normalized velocities, The solid, dashed and dotted lines correspond to V/V_o , V_i/V_{oi} , V_e/V_{oe}

REFERENCES

- [1] Whipple, E. C., Northrop, T. G. and Mendis, D. A. 1985 J. Geophys. Res. 90, 7405.
- [2] S. R. Pillay, S. V. Singh, R. Bharuthram and M. Y. Yu, J. Phys. Plasma **58**, 467 (1997)
- [3] M. Djebli, R. Annou and T. H. Zerguini, Phys. Plasmas, **8**, 1493 (2001)
- [4] K. T. A. L. Brum, W. J. Goedheer and D. C. Schram, Phys. Plasmas, **6**, 2622(1999)

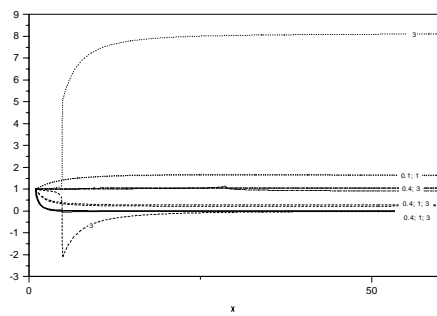


Figure 1

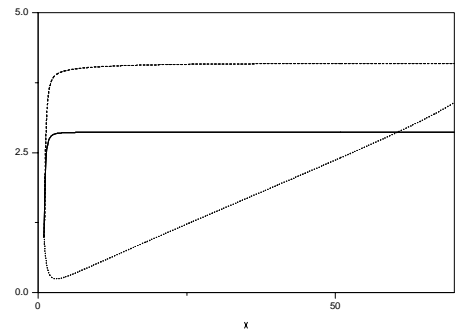


Figure 2

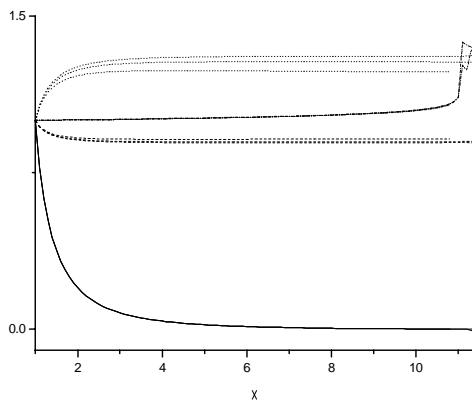


Figure 3

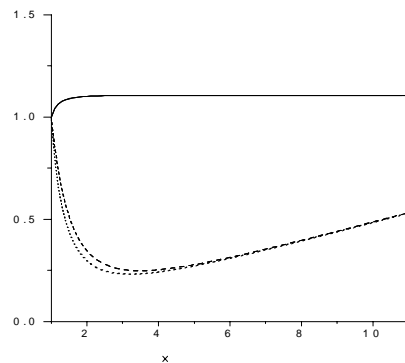


Figure 4