

**N°d'ordre : 06/2005 - M /G.M**

**Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene**

**USTHB/ALGER**

**Faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés**

**MEMOIRE**

**Présenté pour l'obtention du diplôme de Magister**

**EN : Génie Mécanique**

**Spécialité Processus de Transports dans les Milieux Poreux**

**Par**

**Mr OUTALEB Younes**

**Sujet**

**Contribution à l'étude de l'écoulement et des transferts  
dans une enceinte partiellement ou totalement poreuse  
soumise à une injection ou extraction de matière**

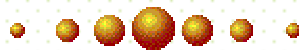
**Soutenu publiquement le: 26 /04 /2005, devant le jury composé de**

|                                    |                                      |                            |
|------------------------------------|--------------------------------------|----------------------------|
| <b>M<sup>r</sup> S. CHIKH</b>      | <b>Professeur - USTHB</b>            | <b>Président</b>           |
| <b>Mme K. BOUHADEF</b>             | <b>Professeur - USTHB</b>            | <b>Directrice de thèse</b> |
| <b>Mlle H. KAHALERRAS</b>          | <b>Maître de conférences - USTHB</b> | <b>Examinatrice</b>        |
| <b>M<sup>r</sup> Y. K BENKAHLA</b> | <b>Maître de conférences - USTHB</b> | <b>Examineur</b>           |
| <b>M<sup>r</sup> R. KIBBOUA</b>    | <b>Maître de conférences - USTHB</b> | <b>Examineur</b>           |

# DEDICACES

Je dédie ce travail à ma très chère mère et à  
mon père qui m'ont vraiment soutenu, à mes  
frères et à mes sœurs, ainsi qu'à tous mes amis

Younes



# DEDICACES

Je dédie ce travail à mes très chers parents,

à mes frères et sœurs, ainsi à mes amis du quartier et camarades d'études

A mon binôme Mohamed et sa famille

Adelan

## REMERCIEMENTS

*Le présent travail a été effectué au laboratoire des Transports Polyphasiques et Milieux Poreux (LTPMP) de La faculté de Génie Mécanique et de Génie de Procédés de l'USTHB, sous la direction de Madame **K. Bouhade**f, Professeur à l'USTHB. Qu'elle trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour son soutien constant et ses précieux conseils tout au long de ce travail.*

*Je suis très sensible à l'honneur que m'a fait monsieur **S. Chikh**, Professeur à l'USTHB, pour avoir bien voulu accepter la présidence du jury.*

*Que Mademoiselle **H. Kahalerras**, Maître de Conférences à l'USTHB, soit remerciée pour avoir si gentiment accepté de faire partie de ce jury et pour les fructueuses discussions que nous avons eues à diverses occasions.*

*Je tiens à remercier Monsieur **R. Kibboua**, Maître de Conférences à l'USTHB, pour avoir consacré une partie de son temps à la lecture de ce mémoire et pour avoir accepté de participer à la commission d'examen.*

*Je tiens aussi à remercier Monsieur **Y. K. Benkahla**, Maître de Conférences à l'USTHB, pour avoir répondu à notre invitation afin de juger cette étude.*

*Ma gratitude s'adresse enfin à Monsieur **O. Rahli**, chercheur au LTPMP pour son aide précieuse ainsi qu'à tous les membres du Laboratoire de Transports Polyphasiques et Milieux Poreux, enseignants - chercheurs, ingénieurs de labo et étudiants, pour leurs encouragements et leurs soutien lors de la réalisation de ce mémoire.*

## RÉSUMÉ:

Le travail entrepris est une contribution à l'étude de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité carrée partiellement ou totalement poreuse soumise à une injection ou extraction de matière

Il s'agit d'analyser, essentiellement, l'effet de l'injection ou l'extraction de matière sur le transfert thermosolutal quand les forces de volume thermique et massique sont couplées en opposition ou en parallèle. On s'intéresse également à l'influence, sur les échanges de chaleur et de masse et sur le régime d'écoulement qui peuvent apparaître, des différents effets et propriétés représentés par des groupements adimensionnels gouvernant le système tel que le nombre de Rayleigh, caractérisant l'importance des termes convectifs, le facteur d'injection, le rapport de poussée, traduisant l'importance relative des transferts massiques sur les transferts thermiques, le nombre de Lewis, le nombre de Darcy quantifiant la perméabilité du milieu poreux, et l'épaisseur de la cloison poreuse. La formulation du phénomène est effectuée sur une échelle macroscopique, l'écoulement du fluide à travers le milieu poreux étant régi par le modèle de Darcy –Brinkman. Le système d'équations ainsi obtenu est, par la suite, résolu par une méthode numérique, celle des volumes finis en l'occurrence.

La première approche a été de considérer le cas d'une enceinte partiellement poreuse. Ce qui a permis une première validation par rapport aux études précédemment entreprises et une mise en évidence, par conséquent, de l'effet de l'injection/extraction sur les phénomènes en présence.

Dans la seconde étape, une étude comparative entre les cas partiellement poreux et totalement poreux a été explorée avec, également, la mise en évidence de l'effet des différents paramètres régissant le phénomène. Quelques résultats intéressants ont ainsi été mis en évidence et discutés, concernant, notamment, l'existence de valeurs critiques pour certains paramètres et le rôle joué par ces derniers, selon que l'on soit en présence d'une injection ou d'une extraction.

## ABSTRACT

The present work describes a numerical study of double-diffusive natural convection in a square enclosure partially or completely filled by a saturated porous medium. The side walls of the cavity and the bottom side of the porous region are maintained at constant temperatures and concentrations. The other boundaries of the square enclosure are assumed to be adiabatic and impermeable. The study consists essentially in analyzing the influence of fluid injection or suction from the bottom of the porous matrix, on the thermosolutal transfer when the buoyancy heat and mass forces are coupled, parallel or opposed.

The laminar natural heat and mass convection is analysed by solving the governing equations traduced by mass, momentum, energy and concentration balance equations. The flow of the fluid through the porous medium is governed by the Darcy-Brinkman model and the system of equations thus obtained, is solved by the finite volumes numerical method.

The numerical resolution consists to analyze the flow regimes and the effects on the heat and mass exchanges, respectively represented by the average Nusselt and Sherwood numbers, of several dimensionless parameters as the Rayleigh number, which traduces the importance of the convective terms, the Darcy number which characterizes the permeability of the porous medium, the Lewis number ( $Le=Sc/Pr$ ), the buoyancy ratio, the thickness of the porous partition and the value of the parameter of injection..

The first approach was to consider the case of a partially porous enclosure. This allowed a first validation compared to the studies previously undertaken and a description, consequently, of the effect of the injection extraction on the involved phenomena.

A comparative study between the partially and completely porous cases was then carried out versus the various considered governing parameters. Some interesting results were thus highlighted and discussed, concerning particularly, the existence of critical values for certain parameters and the role played by those parameters, according to whether the bottom side is subjected to an injection or a suction.

# SOMMAIRE

|                        |  |
|------------------------|--|
| TURésumé               |  |
| UNomenclature          |  |
| UIntroduction générale |  |

---

## **CHAPITRE I: GENERALITES ET RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE**

---

|  |    |
|--|----|
| UI-1 Classification des milieux poreux .....                                 | 3  |
| UI-2. Notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R) .....               | 4  |
| UI-3. Caractéristiques des milieux poreux .....                              | 5  |
| A-La porosité.....   | 5  |
| B-La perméabilité. ....  | 8  |
| C-La Tortuosité .....  | 11 |
| I-4 Caractéristiques thermo-physiques des milieux poreux :.....              | 12 |
| A-Viscosité dynamique effective.....   | 12 |
| B-Conductivité thermique effective .....                                     | 13 |
| I-5 Le modèle d'écoulement dans les milieux poreux.....                      | 16 |
| A-Modèle de Darcy.....   | 16 |
| B- Modèle de Brinkman .....  | 17 |
| C-Modèle de Forchheimer .....  | 17 |
| I-6 Transfert de chaleur dans les milieux poreux :.....                      | 18 |
| I-7 Transfert de masse dans les milieux poreux.....                          | 19 |
| I-8 Recherche Bibliographique .....  | 22 |
| I-8-1 Convection thermosolutale en milieu fluide.....                        | 23 |
| UI-8-2 Convection thermosolutale en présence d'un milieu<br>poreux .....     | 30 |
| Domaines poreux horizontaux .....  | 30 |
| Domaines poreux verticaux .....  | 31 |
| UI-8-3L'injection et l'extraction de matière dans les milieux<br>poreux..... | 34 |
| UConclusion .....  | 47 |

---

## **CHAPITRE II: FORMULATION MATHÉMATIQUE**

---

|  |    |
|--|----|
| UII- 1 Introduction .....                                    | 38 |
| UII-2 Modèle physique .....                                  | 38 |
| II-3 Les cas étudiés.....                                    | 40 |
| UII-4 Etude de l'injection /extraction .....                 | 40 |
| II-5 Equations gouvernantes.....                             | 42 |
| II-6 Adimensionnement des équations.....                     | 44 |
| II-7 Coefficients de transferts de chaleur et de masse ..... | 46 |
| • Nombre de Nusselt .....                                    | 46 |
| • Nombre de Sherwood .....                                   | 46 |
| UConclusion .....  | 47 |

---

## **CHAPITRE III : RESOLUTION NUMERIQUE**

---

|  |    |
|--|----|
| UIII-1 Introduction : .....                                  | 48 |
| UIII-2 Procédure de calcul .....                             | 48 |
| UIII-2-1 Equation différentielle gouvernante.....            | 48 |
| UIII-2-2 Maillage utilisé .....                              | 48 |
| UIII-3 Discrétisation des équations de conservation .....    | 50 |
| UIII-3-1 Linéarisation du terme source .....                 | 51 |
| UIII-3-2 Schéma d'interpolation .....                        | 52 |
| UIII-3-3 Discrétisation de l'équation de conservation .....  | 53 |
| III-3-4 Equation de mouvement .....                          | 55 |
| III-4 Equation de pression.....                              | 57 |
| III-5 Equation de correction de pression.....                | 58 |
| UIII-6 Séquences des opérations de l'algorithme SIMPLER..... | 61 |
| III-7 Méthode de résolution.....                             | 61 |
| III-8 Techniques de relaxation.....                          | 62 |
| III-9 Conditions de convergence.....                         | 63 |

|                   |    |
|-------------------|----|
| UConclusion ..... | 64 |
|-------------------|----|

---

## **CHAPITRE IV: RESULTATS ET INTERPRETATIONS**

---

|   |     |
|---|-----|
| IV-1 Introduction .....   | 65  |
| IV-2 Sensibilité au maillage.....   | 65  |
| IV-3 Validation du code de calcul .....   | 67  |
| IV-3-1 Cas totalement fluide.....   | 67  |
| IV-3-2 Validation en milieu totalement poreux (convection thermosolutale) .....             | 70  |
| IV-3-3 Validation dans le cas milieu partiellement poreux .....                             | 71  |
| IV-4 Présentation des résultats .....   | 73  |
| IV-4-1 Cas partiellement poreux .....   | 73  |
| • Effet du nombre de Rayleigh .....   | 73  |
| • Effet de la permeabilité .....  | 77  |
| • Effet du nombre de Lewis.....   | 81  |
| • Effet de l'épaisseur de la cloison poreuse E .....  | 84  |
| • Effet du facteur d'injection .....  | 86  |
| • Effet du rapport de poussée.....  | 92  |
| IV-4-2 Comparaison entre enciente totalement poreuse et enciente partiellement poreux ..... | 94  |
| • Effet du facteur d'injection en variant le nombre de Rayleigh .....                       | 94  |
| • Effet du facteur d'injection en variant le nombre de Darcy.....                           | 96  |
| • Effet du nombre de Lewis en variant le facteur d'injection.....                           | 98  |
| • Effet de rapport de poussée en variant le facteur d'injection.....                        | 100 |
| Conclusion .....  | 102 |

---

## **UCONCLUSION GENERALE**

---

## NOMENCLATURE

### ***PRINCIPALES NOTATIONS :***

- $A$  : Rapport de forme de la cavité.
- $A(|Pec|)$  : Coefficient de convection - diffusion.
- $a$  : Coefficient dans l'équation discrétisée.
- $b$  : Terme constant dans l'équation discrétisée.
- $C_p$  : Chaleur spécifique.
- $D$  : Diffusivité massique.
- $D_{TC}$  : Coefficient de diffusion de DUFOUR dans le milieu poreux .
- $D_{CT}$  : Coefficient de diffusion de SORET dans le milieu poreux .
- $Da$  : Nombre de Darcy.
- $D_i$  : Conductance de diffusion (i : e,w,n,s).
- $dp$  : Diamètre des particules solides.
- $e$  : Epaisseur de la couche poreuse.
- $E$  : Epaisseur de la couche poreuse adimensionnelle.
- $f$  : Coefficient de FORCHHEIMER.
- $F_i$  : Fonction exprimant le débit d'écoulement (i : e, w, n, s).
- $f_p$  : Facteur d'injection .
- $\bar{g}$  : Accélération de la pesanteur.
- $Gr$  : Nombre de Grashof.
- $Gr_s$  : Nombre de Grashof solutal.
- $Gr_T$  : Nombre de Grashof thermique.
- $h$  : Coefficient d'échange par convection.
- $H$  : Hauteur de la cavité.
- $J$  : Flux total (diffusion+convection).
- $K$  : Perméabilité du milieu poreux.
- $k_k$  : Constante de Kozeny .
- $k$  : Conductivité thermique.
- $L$  : Longueur de la cavité.
- $Le$  : Nombre de Lewis ( $Sc/Pr$ ).

$Nu$  : Nombre de Nusselt.

$N$  : Rapport des poussées ( $\beta_c \Delta C / \beta_t \Delta T$ ).

$n$  : Indice de viscosité.

$P$  : Pression.

$Pec$  : Nombre de Peclet.

$Pr$  : Nombre de Prandtl ( $\nu_f / \alpha_f$ ).

$q$  : Flux de chaleur .

$Q$  : Débit volumique.

$R_k$  : Rapport des conductivités thermiques ( $R_k = k_{eff} / k_f$ ).

$R_v$  : Rapport des viscosités ( $R_v = \mu_{eff} / \mu_f$ ).

$Ra$  : Nombre de Rayleigh ( $Gr.Pr$ ).

$Ra_T$  : Nombre de Rayleigh thermique.

$Ra_x$  : Nombre de Rayleigh local.

$S$  : Concentration adimensionnelle.

$S^*$  : Terme source.

$Sh$  : Nombre de Sherwood.

$Sc$  : Nombre de Schmidt ( $\nu_f / D_f$ ).

$S^*_p$  : Coefficient de  $\phi_p$  dans l'expression du terme source.

$T$  : Température.

$u$  : Composante de la vitesse dans la direction longitudinale.

$U$  : Composante de la vitesse adimensionnelle dans la direction longitudinale.

$v$  : Composante de la vitesse dans la direction transversale.

$V$  : Composante de la vitesse adimensionnelle dans la direction transversale.

$v_i$  : Vitesse d'injection.

$V_i$  : Vitesse d'injection adimensionnelle.

$x$  : Coordonnée longitudinale

$X$  : Coordonnée adimensionnelle dans la direction longitudinale.

$\Delta X$  : Dimension du volume de contrôle dans la direction  $x$ .

$y$  : Coordonnée transversale.

$Y$  : Coordonnée adimensionnelle dans la direction longitudinale.

$\Delta Y$  : Dimension du volume de contrôle dans la direction  $y$ .

## ***SYMBOLES GRECS***

$\alpha$  : Diffusivité thermique.

$\alpha_{\phi p}$  : Facteur de relaxation.

$\beta_t$  : Coefficient d'expansion thermique .

$\beta_c$  : Coefficient d'expansion massique.

$\Delta C$  : Ecart de concentration de référence

$\Delta T$  : Ecart de températures de référence.

$\varepsilon$  : Porosité.

$\varepsilon_u$  : Porosité utile

$\nabla$  : Opérateur différentiel.

$\Delta$  : Opérateur de Laplace.

$\Phi$  : Variable dépendante générale.

$\Gamma$  : Coefficient de diffusion numérique.

$\zeta$  : Tortuosité

$\lambda$  : Facteur de température.

$\mu$  : Viscosité dynamique.

$\nu$  : Viscosité cinématique.

$\psi$  : Fonction de courant.

$\theta$  : Température adimensionnelle.

$\rho$  : Masse volumique

## ***INDICES***

$E, e$ : Est.

$eff$ : Effectif.

$f$ :Fluide.

$i$ : Position dans la direction longitudinale.

$j$ : Position dans la direction transversale.

$m$ :Moyen.

$N,n$ : Nord.

$nb$ :Nœuds voisin .

$s$ :Solide .

$S,s$ : Sud.

$P$ : Paroi

$P,p$ : Nœud principal.

$r$ :Relative.

$Ref$ : Référence.

$W,w$ : Ouest.

### ***EXPOSANTS :***

ˆ : Relatif aux corrections des variables dépendantes.

\* : Valeur calculée à l'itération précédente.

^ : Relatif aux pseudo –grandeurs.

## INTRODUCTION GENERALE :

L'importance des milieux poreux dans les phénomènes et processus industriels et technologiques est aujourd'hui bien démontrée. Cependant et malgré la montée en puissance des moyens d'étude, des lacunes subsistent encore sur le plan des connaissances fondamentales, principalement la compréhension des phénomènes de transfert de chaleur et de masse dans des systèmes comportent des milieux poreux .

De ce fait, les études de la convection thermosolutale en présence d'un milieu poreux fait actuellement l'objet d'un intérêt sans cesse accru. Cet intérêt est dû aux nombreuses applications pratiques qui s'y rapportent, et cela dans divers domaines tels que la filtration industrielle ou biomédicale, l'isolation thermique, le stockage de déchets toxiques ou radioactifs, l'hydrologie, la géothermie ou encore l'extraction dans les gisements d'hydrocarbures.

Les principaux travaux antérieurs relatifs à de tels processus sont analysés, essentiellement, en configuration purement fluide ou totalement poreuse. Parmi les études les plus récentes, nous pouvons citer celle de **R. Bennacer et al (2000)**, qui ont présenté une étude numérique de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité rectangulaire remplie d'un milieu poreux anisotrope. Le cas des enceintes partiellement poreuses a été moins exploré; nous pouvons citer les travaux **M. Maharzi et al (2000)** qui ont étudié numériquement les transferts thermique et massique dans une enceinte carrée compartimentée.

L'étude et l'analyse des transferts simultanés et couplés de chaleur et de matière dans les milieux poreux soumis à une injection ou extraction de matière a été moins abordée par les chercheurs, malgré ses multiples applications technologiques et industrielles telles que l'injection de vapeur chaude dans les réservoirs d'hydrocarbures pour l'extraction tertiaire ou la suppression des polluants dans les réserves d'eau souterraines, ou l'exploitation des gisements géothermiques.

L'analyse des travaux antérieurs nous a permis de constater que l'ensemble des études sur l'injection et l'extraction de matière dans les milieux poreux est limitée uniquement au cas des plaques verticales et inclinées. Ainsi **P. Cheng (1977)** a étudié la convection naturelle le long d'une plaque verticale immergée dans un milieu poreux, soumise à une

injection/extraction de fluide. *N. J. Rabadi et E. M. Hamdan (2000)* ont analysé la convection naturelle au niveau d'une surface inclinée immergée dans un milieu poreux saturé présentant des perméabilités et des conductivités thermiques variables, et soumise à une injection de matière. *M.A.El Hakiem (2001)* a étudié numériquement l'effet de l'injection/extraction dans un fluide non-Newtonien le long d'une plaque verticale immergée dans un milieu poreux pour le cas d'une convection mixte. En supposant un certain profil de température, *E. Magyari et B. Keller (2000)* ont étudié analytiquement la convection naturelle le long d'une plaque immergée dans un milieu poreux saturé.

Pour notre part, et afin d'apporter notre modeste contribution à l'étude de ce phénomène, nous avons opté pour une tentative de description des effets induits par la présence de cette injection/extraction sur la distribution des champs thermique, massique et dynamique dans une cavité totalement ou partiellement occupée par une substance poreuse, pour des conditions de frontières constantes données et pour une importante gamme de paramètres thermophysiques caractéristiques.

Dans un premier temps, nous exposons les définitions et notions fondamentales liées aux milieux poreux et au transfert solutal et son couplage avec la convection thermique. Une étude bibliographique est ensuite présentée, permettant de situer les objectifs de notre étude et l'état de la littérature sur le sujet.

Le deuxième chapitre est consacré à la formulation mathématique des équations de conservation qui régissent le phénomène. Une mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes et des conditions aux limites y afférent ont permis de mettre en évidence un ensemble de paramètres adimensionnels caractéristiques, permettant de quantifier l'importance relative de certains effets et propriétés en présence.

La troisième partie est consacrée à la résolution numérique des équations conservatives, en justifiant le choix de la méthode de discrétisation et de la méthode de résolution. La méthode des volumes finis est utilisée pour la résolution des équations et le couplage des variables physiques primitives est obtenu grâce à l'algorithme « SIMPLER ».

Enfin un dernier chapitre est consacré à la présentation et discussion des différents résultats obtenus, après validation préalable du code de calcul par comparaison avec certains travaux antérieurement établis.

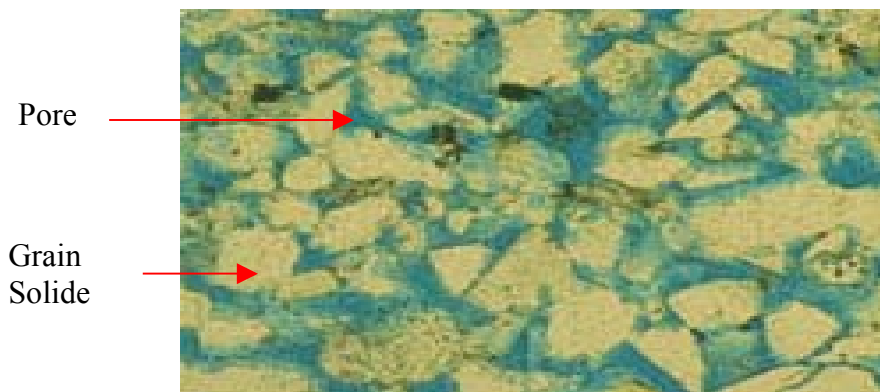


# CHAPITRE I :

## GENERALITES ET RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

### Introduction :

Un milieu poreux est un matériau constitué d'une matrice solide et de nombreux espaces vides dits « pores » distribués d'une façon désordonnée dans tout le milieu (**figure I.1**); ces espaces vides qui peuvent être connectés ou déconnectés sont appelés pores. L'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux est possible si la plupart des espaces vides sont interconnectés. Le milieu poreux est généralement supposé saturé par un fluide quand ce dernier est formé d'une seule phase.



**Figure (I.1) : Milieu poreux.**

### I.1 Classification des milieux poreux :

Les milieux poreux peuvent être classés en deux grandes familles :

➤ *Les milieux poreux consolidés (figure I.2) :*

Dans ce genre de milieu poreux la matrice est compacte, et formée de grains cimentés; on peut citer quelques exemples : les roches calcaires, le grès, le bois, la céramique, ...etc.



**Figure (I.2) : Milieu poreux consolidé.**

➤ **Les milieux poreux non consolidés (figure I.3) :**

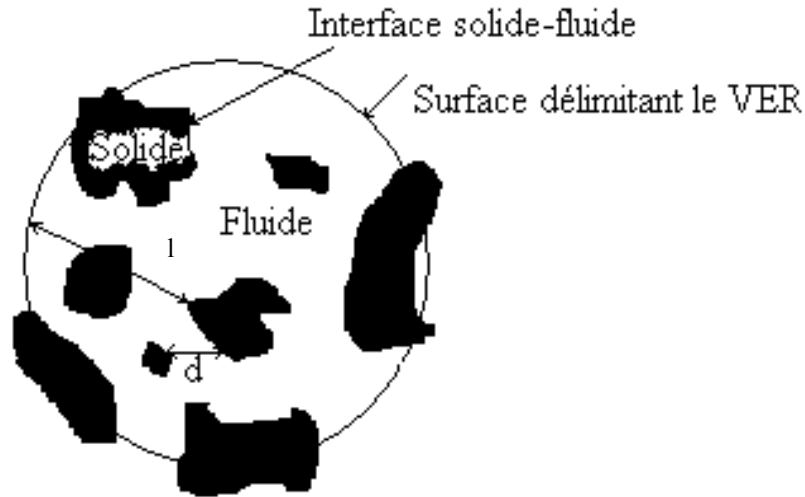
Ils sont constitués de grains solides non soudés entre eux. C'est le cas d'empilements de sphères, du gravier, du sable, ...etc.



**Figure (I.3) : Milieu poreux non consolidé.**

**I-2 Notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R) :**

Par analogie avec la notion de particule fluide, on définit, pour les milieux poreux, un volume élémentaire représentatif (V.E.R) contenant un grand nombre de cavités. Les dimensions caractéristiques du volume seront grandes par rapport à l'échelle de la taille des pores mais petites par rapport à l'encombrement de la matrice solide.



**Figure 1.4 : Volume élémentaire représentatif ( $d \ll l \ll L$ )**

$d$  : Diamètre de pore.

$l$  : Longueur caractéristique du V.E.R.

$L$  : Longueur du domaine.

### I.3 Caractéristiques des milieux poreux :

Un milieu poreux est caractérisé par :

#### A- La porosité ( $\varepsilon$ ) :

C'est la fraction de volume des pores; elle est définie par le rapport entre le volume total occupé par les pores et le volume total formé par la matrice solide et les pores.

$$\varepsilon = \frac{V_v}{V_t} \quad (I-1)$$

Où :

$\varepsilon$  : Porosité (%).

$V_v$  : Volume du vide ( $m^3$ ).

$V_t$  : Volume total du milieu poreux ( $m^3$ ).

Vu que les pores isolés ne jouent aucun rôle dans l'écoulement du fluide, on est amené à définir une porosité effective.

**Porosité effective (utile) :**

C'est le rapport entre le volume des pores interconnectés (volume du vide utile) et le volume total de la matrice poreuse.

$$\varepsilon_u = \frac{V_u}{V_t} \quad (\text{I-2})$$

Où :

$\varepsilon_u$  : Porosité utile ou effective (%).

$V_u$  : Volume des pores utile ou accessible (m<sup>3</sup>).

$V_t$  : Volume total du milieu poreux (m<sup>3</sup>).

Dans un milieu poreux non consolidé, la porosité totale est égale à la porosité effective tandis que dans un milieu poreux consolidé la différence peut être significative.

Sur le **tableau (I.1)** nous avons représenté la porosité de quelques matériaux d'après les mesures expérimentales faites par **Sheidegger (1974)**.

| Matériau                   | Porosité totale |
|----------------------------|-----------------|
| Mousse métallique          | 0.98            |
| Fibre de verre             | 0.88-0.93       |
| Fibre à tisser             | 0.68-0.76       |
| Grains de silicate         | 0.65            |
| Poudre d'ardoise noire     | 0.57-0.66       |
| Cuir                       | 0.56-0.59       |
| Terre                      | 0.43-0.54       |
| Sable                      | 0.37-0.5        |
| Poudre de silicate         | 0.37-0.49       |
| Empilement de sphères      | 0.36-0.43       |
| Filtre de cigarette        | 0.17-0.49       |
| Brique                     | 0.12-0.34       |
| Poudre de cuivre compactée | 0.09-0.34       |
| Grès                       | 0.08-0.38       |
| Calcaire                   | 0.04-0.10       |
| Charbon                    | 0.02-0.12       |
| Béton ordinaire            | 0.02-0.07       |

**Tableau (I-1) : Porosité de quelques matériaux d'après (Sheidegger (1974))**

Plusieurs modèles de variation de porosité sont disponibles dans la littérature. Le plus connu est relatif à la variation sinusoïdale proposée par plusieurs chercheurs, entre autres **Hunt et Tien (1987)** et **Chaowdhury et Chang (1989)** qui montrent que le modèle sinusoïdal est plus représentatif près des parois de confinement.

**B - La perméabilité :*****Perméabilité absolue***

C'est un paramètre qui traduit l'aptitude du milieu poreux à laisser circuler le fluide à travers ses pores. Généralement, la perméabilité d'un milieu poreux est une fonction complexe et sa valeur exacte ne peut être obtenue qu'expérimentalement, elle est déterminée par la mesure du débit et de la perte de pression.

Cette caractéristique dépend essentiellement de la géométrie des pores. Elle a été établie à partir de la loi de **DARCY (1856)**.

Cette loi montre que le débit de fluide qui traverse un échantillon de roche est proportionnel au gradient de pression exercé sur la section  $S$  de l'échantillon, et à la mobilité  $\frac{K}{\mu}$  du fluide. Elle s'applique à l'intérieur d'un intervalle de temps pendant lequel le débit et les différents paramètres sont constants. Elle s'écrit sous la forme :

$$Q = -S \frac{K}{\mu} \frac{dP}{dx} \quad (I-3)$$

Où :

$Q$  : Représente le débit du fluide traversant un échantillon poreux ( $m^3/s$ )

$K$  : Représente la perméabilité de l'échantillon poreux ( $m^2$ )

$\mu$  : Représente la viscosité dynamique du fluide (Kg/m.s)

$S$  : Représente la section de l'échantillon poreux traversé par le fluide ( $m^2$ )

$dP$  : Représente la variation de la pression (Pa)

$dx$  : Représente la longueur de l'échantillon poreux (m)

Dans le système international, la perméabilité est exprimée en ( $m^2$ ). En pratique l'unité usuelle est le milli-Darcy.

$$1 \text{ m D} = 0.987 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$$

***Perméabilité effective***

La perméabilité effective exprime la propriété d'un milieu poreux d'être traversé par un fluide en présence d'un ou plusieurs autres fluides. Elle dépend non seulement du milieu poreux mais

aussi des pourcentages respectifs des différents fluides en présence. En effet, la présence d'un autre fluide gêne l'écoulement de l'autre.

Par exemple, en présence de deux fluides a et b, la loi de DARCY permet d'écrire pour chaque fluide :

$$Q_a = -S \frac{K_a}{\mu_a} \frac{dP}{dx} \quad (I-4)$$

$$Q_b = -S \frac{K_b}{\mu_b} \frac{dP}{dx} \quad (I-5)$$

$K_a$  et  $K_b$  sont les perméabilités effectives liées aux fluides a et b. Elles s'expriment en ( $m^2$ ) ou en milli DARCY.

### ***Perméabilité relative***

La perméabilité relative correspond au rapport de la perméabilité effective à la perméabilité absolue.

$$K_r = \frac{K_{eff}}{K} \quad (I-6)$$

Où :

$K_r$  : Perméabilité relative

$K_{eff}$  : Perméabilité effective

$K$  : Perméabilité absolue

Le **tableau (I.2)** donne les perméabilités de quelques matériaux

| Matériaux               | Perméabilité K en (m <sup>2</sup> )         |
|-------------------------|---|
| Ardoise noire en poudre | $4.9 \cdot 10^{-14}$ – $1.2 \cdot 10^{-13}$ |
| Brique                  | $4.8 \cdot 10^{-15}$ – $2.2 \cdot 10^{-13}$ |
| Béton bitumineux        | $10^{-13}$ – $2.2 \cdot 10^{-11}$           |
| Cuivre (en poudre)      | $3.3 \cdot 10^{-10}$ – $1.5 \cdot 10^{-9}$  |
| Liège (en plaque)       | $2.4 \cdot 10^{-11}$ – $5.110^{-11}$        |
| Cuir                    | $9.5 \cdot 10^{-14}$ – $1.2 \cdot 10^{-13}$ |
| Calcaire (dolomite)     | $2 \cdot 10^{-15}$ – $4.5 \cdot 10^{-14}$   |
| Sable                   | $2 \cdot 10^{-11}$ – $1.8 \cdot 10^{-10}$   |
| Grès                    | $5 \cdot 10^{-16}$ – $3 \cdot 10^{-12}$     |
| Poudre de silice        | $1.3 \cdot 10^{-14}$ – $5.1 \cdot 10^{-14}$ |
| Sol                     | $2.9 \cdot 10^{-13}$ – $1.4 \cdot 10^{-11}$ |
| Cigarette               | $1.1 \cdot 10^{-9}$                         |
| Terre                   | $2.9 \cdot 10^{-13}$ – $1.4 \cdot 10^{-11}$ |

**Tableau (I-2) : Valeurs de perméabilité de certains matériaux (Sheidegger (1974))**

Pour évaluer la perméabilité d'un milieu poreux, différents modèles sont utilisés tels que le modèle capillaire et le modèle du rayon hydraulique. Ces modèles reposent sur l'équation de Darcy, l'équation de Hagen poiseuille et le gradient de pression. Les pores sont assimilés à des conduits de diamètre  $d$ ; Ce qui permet de définir la perméabilité pour un faisceau de conduits; ce dernier constitue le volume élémentaire représentatif (V.E.R). Pour le modèle de rayon hydraulique, le concept du rayon hydraulique (**Carman, 1937**), appelé souvent théorie de **Carman-Kozeny (Dulein, 1979)** est introduit pour l'évaluation de la perméabilité. Tous ces modèles supposent un écoulement établi et un régime permanent.

#### **Modèles de variation de la perméabilité :**

La perméabilité dépend essentiellement de la porosité et du diamètre des particules. Ainsi, **Carman (1937)** a proposé une formulation mathématique, développée à partir d'un modèle capillaire formé de conduites parallèles, pour l'évaluation de cette quantité.

L'expression est donnée par :

$$K = \frac{\varepsilon^2 \cdot d^2}{36 \cdot k_k (1 - \varepsilon)^2} \quad (\text{I-7})$$

Où  $d$  est le diamètre de la conduite et  $k_k$  le coefficient de Kozeny. Ce dernier prend la valeur 5 dans le cas de particules entassées ou bien l'expression suivante dans le cas de fibres :

$$k_k = \frac{623 \cdot \left( \sqrt{\frac{2\pi}{1-\varepsilon}} - 2.5 \right) (1-\varepsilon) + 1074}{16 \cdot \varepsilon^2 (1-\varepsilon)^4} \quad (\text{I-8})$$

**Rumpf et Gupte (1971)**, ont proposé, pour des particules sphériques très entassées, l'expression :

$$k_k = \varepsilon^{5.5} \cdot \frac{d^2}{5.6} \quad (\text{I-9})$$

D'autres modèles empiriques ont été utilisés, mais basés sur le même type d'expression, soit :

$$K = \frac{d_p^2 \cdot \varepsilon^3}{A \cdot (1 - \varepsilon)^2} \quad (\text{I-10})$$

$A$  étant une constante empirique qui a pris différentes valeurs selon les études. On peut citer quelques exemples :

|                                  |              |
|----------------------------------|--------------|
| <b>Ergun (1952)</b>              | <b>A=150</b> |
| <b>Carman et Kozney (1937)</b>   | <b>A=180</b> |
| <b>Rohsenow et Hernet (1973)</b> | <b>A=175</b> |
| <b>Fand et al (1986)</b>         | <b>A=182</b> |
| <b>Fand et al (1989)</b>         | <b>A=215</b> |

### ***C/ La Tortuosité :***

C'est le rapport de la longueur moyenne du chemin parcouru par une particule fluide traversant un échantillon poreux, à la longueur de cet échantillon. Cette caractéristique est définie par :

$$\zeta = \frac{C_p}{L_e} \quad (\text{I-11})$$

Où :

$\zeta$  : Tortuosité

$C_p$  : Longueur parcourue par une particule fluide (m).

$L_e$  : Longueur de l'échantillon. (m).

#### **I-4 Caractéristiques thermo-physiques des milieux poreux :**

##### ***A -Viscosité dynamique effective $\mu_{eff}$ :***

Lorsque l'approche des modèles moyennés sur un V.E.R est adoptée, il est nécessaire de définir les propriétés thermo-physiques évaluées sur le V.E.R. incluant les deux phases fluide et solide. Ainsi la viscosité effective a été introduite par **Brinkman (1947)** afin de mettre en évidence la discontinuité des contraintes aux interfaces fluide-poreux et d'obtenir une expression pour la perméabilité.

**Brinkman (1947)** a suggéré de prendre la viscosité effective égale à la viscosité du fluide.

**Lundgren (1972)** a montré que la viscosité effective est fonction de la viscosité du fluide et de la porosité du milieu poreux. Pour les faibles concentrations de particules, Lundgren confirme la supposition de Brinkman.

Le **tableau (I-4)** résume quelques corrélations trouvées dans la littérature (**R.Darby (1982)**). Cependant, la plupart des travaux prennent un rapport de viscosité unitaire.

| Modèle                   | Corrélation  | Limite de validité                                      |
|--------------------------|--|---|
| <i>Einstein</i>          | $\frac{\mu_{eff}}{\mu} = 1 + 2.5 \varepsilon$  | Cas de sphères  |
| <i>Neale et Nader</i>    | $\frac{\mu_{eff}}{\mu} = \alpha^2$   | $\alpha$ déterminé expérimentalement                    |
| <i>Guth et Simba</i>     | $\frac{\mu_{eff}}{\mu} = \frac{+0.5(1-\varepsilon) - 0.5(1-\varepsilon)^2}{1 - 2(1-\varepsilon) - 9.6(1-\varepsilon)^2}$   | $\mu_{eff} \rightarrow \infty$<br>$\varepsilon = 0.766$ |
| <i>Mooney</i>            | $\frac{\mu_{eff}}{\mu} = \exp\left[\frac{2.5(1-\varepsilon)}{1 - K(1-\varepsilon)}\right]$   | $0.75 < K < 1.5$  |
| <i>Frankel et Akivos</i> | $\frac{\mu_{eff}}{\mu} = C \left[ 1 - \left( \frac{(1-\varepsilon)}{(1-\varepsilon)_{max}} \right)^{1/3} \right]^{-1}$<br>C=9/8 pour $(1-\varepsilon) \rightarrow (1-\varepsilon)_{max}$ | Suspension concentrée                                   |
| <i>Happel</i>            | $\frac{\mu_{eff}}{\mu} = \exp[4.58\varepsilon]$  | Particules sphériques<br>$\varepsilon \leq 0.5$         |

Tableau (I-3) : Modèles de viscosité effective

**B -Conductivité thermique effective :**

Les phases fluide et solide en présence dans le milieu poreux contribuent généralement avec des proportions différentes, au mode de conduction. De ce fait, la modélisation du transfert de chaleur à travers les milieux poreux nécessite l'introduction de la notion de conductivité thermique effective. Cette dernière est fortement dépendante de la porosité et des conductivités thermiques des phases solide et fluide de la matrice poreuse. D'une manière générale, les modèles proposés sont tous des combinaisons pondérées des modèles en série et parallèle basés sur l'analogie électrique.

➤ *Modèle en série (fig I-5) :*

Dans le modèle série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide ; la résistance thermique du milieu poreux est alors égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases.

$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{(1 - \varepsilon)}{k_s} \quad (I-12)$$

➤ *Modèle en parallèle (fig I-6) :*

Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse les deux phases fluide et solide en même temps. La conductivité thermique effective est alors la somme pondérée des taux d'occupation d'espace des conductivités phasiques.

$$k_{eff} = \varepsilon.k_f + (1 - \varepsilon)k_s \quad (I-13)$$

Plusieurs modèles pour le calcul de la conductivité effective ont été proposés, à commencer par le modèle de **Maxwell (1904)**. Ce modèle est développé pour des sphères solides dans le cas où la porosité est suffisamment élevée. Il est représenté par l'expression suivante :

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = \frac{2\varepsilon + (3 - 2\varepsilon) \cdot \frac{k_s}{k_f}}{(3 - \varepsilon) + \varepsilon \cdot \frac{k_s}{k_f}} \quad (I-14)$$

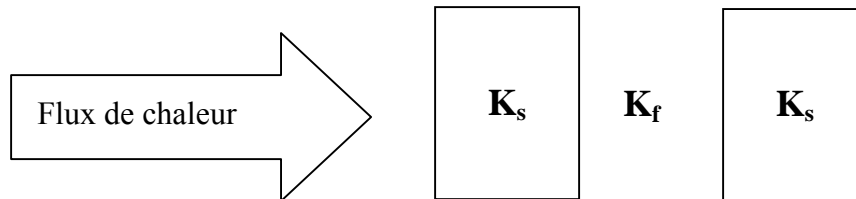
En 1952, **Devries** propose une extension du modèle de Maxwell en introduisant l'effet des gradients de températures dans les phases continues et dispersées sous forme d'un rapport dépendant des facteurs de forme de chaque particule.

D'autres discussions de la conductivité effective des structures périodiques sont exposées par **Quintard et Whitaker (1993)** et par **Ochoa –Tapia et al (1994)**.

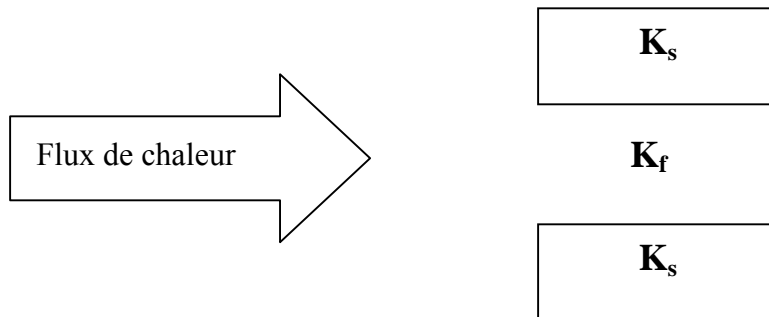
**Kuwahara et al (1996)** ont proposé une corrélation pour les arrangements en ligne de tubes à section carrée avec un écoulement moyen et un gradient de température oblique et perpendiculaire à l'écoulement

**Kunii et Smith (1960)** ont présenté une corrélation tenant compte du rayonnement en introduisant dans leur modèle l'émissivité, la température et le diamètre des particules.

Le modèle de **Kunii et Smith (1960)**, a été vérifié par **Prasad et al (1989)** pour des valeurs de  $\frac{k_s}{k_f}$  allant jusqu'à 1000.



**Figure (I-5) : Modèle en série**



**Figure (I-6) : Modèle en parallèle**

### I-5 Les modèles d'écoulement dans les milieux poreux :

En raison de la complexité géométrique de l'espace des pores, les équations régissant les principes de conservation de quantité de mouvement, d'énergie et de masse ne peuvent être mises en application qu'après passage à une échelle macroscopique qui permet de faire une équivalence entre un milieu réel désordonné et un milieu continu fictif. La formulation des équations macroscopique de conservation est obtenue à partir d'équations microscopiques auxquelles sont appliquées des procédures de changement d'échelle.

Nous présentons, dans ce qui suit, les différents modèles de régimes d'écoulements construits à partir du modèle de Darcy avec les différentes extensions tenant compte de certains effets dans les milieux poreux .

#### A - *Modèle de Darcy* :

La dynamique des fluides dans les milieux poreux est décrite par la loi de Darcy établie en 1856 sur des fondements expérimentaux. Cette loi, mise en évidence à partir d'un écoulement unidirectionnel sur des colonnes de sables, fait apparaître la proportionnalité entre le gradient de pression appliqué et le débit d'eau traversant la colonne de sable. Depuis, les sciences hydrogéologiques se sont basées, même pour les écoulements multidirectionnels, sur la loi de Darcy, qui s'écrit :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \rho\vec{g} \quad (I-15)$$

$\vec{V}$  : Vitesse de filtration

$\rho$  et  $\mu$  : sont respectivement, la masse volumique et le viscosité dynamique du fluide.

$K$  : Perméabilité du milieu poreux.

$\vec{\nabla}P$  : Gradient de pression appliqué.

$\vec{g}$  : Vecteur d'accélération de la pesanteur.

La loi de Darcy généralisée est valable pour les écoulements laminaires à faible nombre de Reynolds basé sur le diamètre des pores. Cette loi, qui reste largement utilisée, se trouve cependant insuffisante. D'une part elle ne peut pas traduire l'influence de la nature du fluide

saturant sur l'écoulement, notamment dans les zones pariétales ; avec ce modèle, la condition de glissement de fluide sur les parois solides est retenue quelle que soit la nature du fluide. D'autre part cette loi ne prend pas en considération l'effet de forces visqueuses dans le cas des milieux poreux fortement perméables et ne prend pas en compte, non plus, l'effet de l'inertie dans le cas où les vitesses sont importantes. Des termes additionnels ont donc été apportés au modèle de Darcy pour remédier à l'insuffisance de ce dernier.

### **B- Modèle de Brinkman :**

**Brinkman (1947)** a étendu la loi de Darcy en introduisant un terme équivalent au terme de dissipation visqueuse dans la loi :

$$\vec{\nabla} P = -\frac{\mu}{K} \vec{V} + \mu_{eff} \cdot \vec{\nabla}^2 \cdot \vec{V} + \rho \vec{g} \quad (I-16)$$

Cette loi empirique est connue sous le nom de formulation de Darcy – Brinkman. Le premier terme de droite de l'équation est le terme de Darcy et le deuxième est appelé le terme de Brinkman. Ce dernier, qui représente les forces visqueuses causées par le cisaillement macroscopique le long des frontières est très significatif dans les régions près des parois solides.

La difficulté dans l'utilisation de ce modèle réside dans l'évaluation de la viscosité équivalente du milieu  $\mu_{eff}$ .

### **C- Modèle de Forchheimer :**

Dans le cas d'un écoulement où les vitesses sont élevées, l'effet d'inertie non linéaire devient important et l'équation de Darcy devient insuffisante pour décrire l'écoulement. Un terme quadratique en vitesse a donc été apporté au modèle de Darcy par **Ward (1964)** :

$$\vec{\nabla} P = -\frac{\mu}{K} \vec{V} + fK^{1/2} \rho_f |\vec{V}| \vec{V} + \rho \vec{g} \quad (I-17)$$

Le second terme de la partie droite de cette équation est le terme de Forchheimer,  $f$  étant une constante adimensionnelle. Le régime de Darcy est dominant pour un nombre de Reynolds de pore faible devant 1. A partir d'un nombre de Reynolds de l'ordre de l'unité et pour des valeurs élevées du ce dernier commence la transition du régime de Darcy vers le régime Forchheimer.

## I- 6 Transfert de chaleur dans les milieux poreux :

La nature hétérogène des milieux poreux provoque parfois, lors de la convection, une différence considérable entre l'approche macroscopique et le transfert réel. C'est pourquoi, la notion d'équilibre thermique local est introduite. Cette notion a été longuement étudiée par plusieurs chercheurs.

Tout comme l'équation décrivant l'écoulement du fluide dans un milieu poreux, l'équation de l'énergie, traduisant le transfert de chaleur dans le milieu poreux, fait appel au concept de milieu continu fictif (VER), équivalent au milieu poreux réel.

Si les caractéristiques thermiques des phases solide et fluide telles que les chaleurs volumiques et les conductivités thermiques sont supposées constantes et donc indépendantes de la température, l'équation régissant le phénomène de transfert de chaleur dans les milieux poreux s'écrit :

$$(\rho c_p)_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_f \vec{V} \vec{\nabla} T = k_{eff} \nabla^2 T \quad (I-18)$$

$$(\rho c_p)_{eff} = \varepsilon (\rho c_p)_f + (1-\varepsilon) (\rho c_p)_s \quad (I-19)$$

Où :

$\rho$  : Masse volumique du fluide considéré.

$\varepsilon$  : Porosité du milieu poreux.

$k_{eff}$  : Conductivité thermique effective.

$(\rho c_p)_{eff}$  : Capacité calorifique effective.

### I-7- Transfert de masse dans les milieux poreux :

On appelle le transfert de masse, le transport d'un constituant d'une solution fluide d'une région à une autre. Par analogie au transfert de chaleur, la masse est diffusée dans la direction où le gradient de concentration existant va en diminuant et cesse lorsque ce dernier s'annule.

Le transfert de masse peut s'effectuer en phase gazeuse ou en phase liquide, soit par diffusion moléculaire dans les fluides au repos, soit par convection solutale dans les fluides en mouvement

Dans le cas d'une matrice poreuse saturée, il est évidemment qu'aucun écoulement n'est possible dans les parties solides; pour obtenir la modélisation de l'écoulement du fluide dans le milieu poreux, on multiplie l'équation de conservation de la concentration du cas totalement fluide par la porosité, tout en introduisant l'expression de la vitesse par la relation de Dupuit-Forchheimer et on écrit l'équation de transport sous forme finale (**Donald et Bejan 1992**), Il vient :

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V} \vec{\nabla} C = \nabla (D_{eff} \vec{\nabla} C) \quad (I-20)$$

Avec :

$$D_{eff} = \varepsilon D \quad (I-21)$$

$D_{eff}$  : représente la diffusivité massique effective dans le milieu poreux.

La valeur des diffusivités massiques est généralement évaluée expérimentalement; le **tableau (I-4)** donne une sélection de valeurs du coefficient de diffusion massique D pour les gaz et les liquides.

| GAZ 25°, 1 atm<br>dilué dans l'air | D [m <sup>2</sup> /h] | LIQUIDE 20°<br>dilué dans l'eau | D*10 <sup>-5</sup> [m <sup>2</sup> /h] |
|------------------------------------|-----------------------|---------------------------------|--|
| Ammoniac                           | 0.1                   | Ammoniac                        | 0.63                                   |

|                    |       |                    |      |
|--------------------|-------|--------------------|------|
| Vapeur d'eau       | 0.092 | Sucrose            | 0.17 |
| Ethanol            | 0.043 | Ethanol            | 0.35 |
| Dioxyde de carbone | 0.059 | Dioxyde de carbone | 0.64 |
| Oxygène            | 0.074 | Oxygène            | 0.65 |
| Hydrogène          | 0.15  | Hydrogène          | 1.86 |
| Benzène            | 0.032 | Chlorure de sodium | 0.49 |

**Tableau (I-4) : Quelques valeurs de la diffusivité massique (Bejan (1992))**

➤ *Transfert de chaleur et de masse combinés :*

Pour la plupart des cas, le transfert de masse et le transfert de chaleur ne sont pas couplés. Dans le cas de double diffusion, le couplage est caractérisé par la densité du mélange  $\rho$  qui dépend linéairement de la température  $T$  et de la concentration  $C$ . On a approximativement :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_t (T - T_0) - \beta_c (C - C_0)] \quad (\text{I-22})$$

Où l'indice 0 représente l'état de référence

$\beta_t$  représente le coefficient d'expansion thermique. Il est donné par la formule suivante :

$$\beta_t = - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{p, c} \quad (\text{I-23})$$

$\beta_c$  représente le coefficient d'expansion de concentration et est donné par la formule :

$$\beta_c = - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{T, p} \quad (\text{I-24})$$

$\beta_t$  et  $\beta_c$  sont évalués à l'état de référence.

Dans le cas où il n'y a ni source de chaleur ni source de masse, les équations des bilans thermique et massique deviennent :

$$\frac{(\rho c)_{eff}}{(\rho c)_f} \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T = \vec{\nabla} \cdot (\alpha_{eff} \vec{\nabla} T + D_{TC} \vec{\nabla} C) \quad (\text{I-25})$$

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} C = \vec{\nabla} ( D_{eff} \vec{\nabla} C + D_{CT} \vec{\nabla} T ) \quad (I-26)$$

Avec :

$$\alpha_{eff} = \frac{k_{eff}}{(\rho c)_f} : \text{La diffusion thermique du milieu poreux.}$$

$D_{eff}$  : Diffusivité massique dans le milieu poreux.

$D_{TC}$  : Coefficient de DUFOUR dans la matrice poreuse.

$D_{CT}$  : Coefficient de SORET dans le milieu poreux.

Où les termes  $D_{TC} \nabla C$  et  $D_{CT} \nabla T$  sont représentatifs respectivement de l'effet Dufour et l'effet SORET. En effet, l'effet SORET réfère au flux massique produit par le gradient de température et l'effet DUFOUR réfère au flux de chaleur produit par le gradient de concentration.

## I-8 Recherche Bibliographique :

La convection naturelle est un écoulement provoqué par un gradient de densité dans un fluide placé dans un champ de gravité. La variation locale de la masse volumique du fluide peut avoir comme origine, un gradient de température et / ou un gradient de concentration dans le cas d'un fluide à plusieurs composants. Dans le cas où les effets thermique et solutal coexistent la convection est alors thermosolutale ou doublement diffusive. Si les forces de volume d'origine thermique et solutale agissent dans le même sens, la convection thermosolutale est dite coopérante, dans le cas contraire elle est dite opposée.

Au début du siècle, la naissance des mouvements convectifs induits par effet de flottaison (poussées) au sein d'une couche fluide chauffée par le bas fut étudiée pour la première fois par **Benard (1916)**.

Comme nous l'avons déjà mentionné, les forces thermique et solutale peuvent agir sur l'écoulement dans un même sens ou en sens inverse (**fig I-7**). Ces deux configurations ont respectivement lieu si le rapport des forces de flottaison (poussée) est négatif ou positif. Dans les deux cas, une structure convective complexe peut avoir lieu, dépendant de l'amplitude de ces forces, du rapport des diffusivités thermique et solutale et, bien entendu, des dimensions de la cavité.

La convection naturelle thermosolutale dans les enceintes fermées remplies par un milieu poreux a fait l'objet de nombreux travaux tant sur le plan théorique que sur le plan expérimental.

Nous présentons dans cette partie les travaux existant en milieu fluide, ainsi qu'en présence d'un milieu poreux, que ce soit pour des couches poreuses horizontales ou pour des milieux poreux verticaux et on présente aussi les travaux déjà effectués en présence d'une injection d'un fluide.

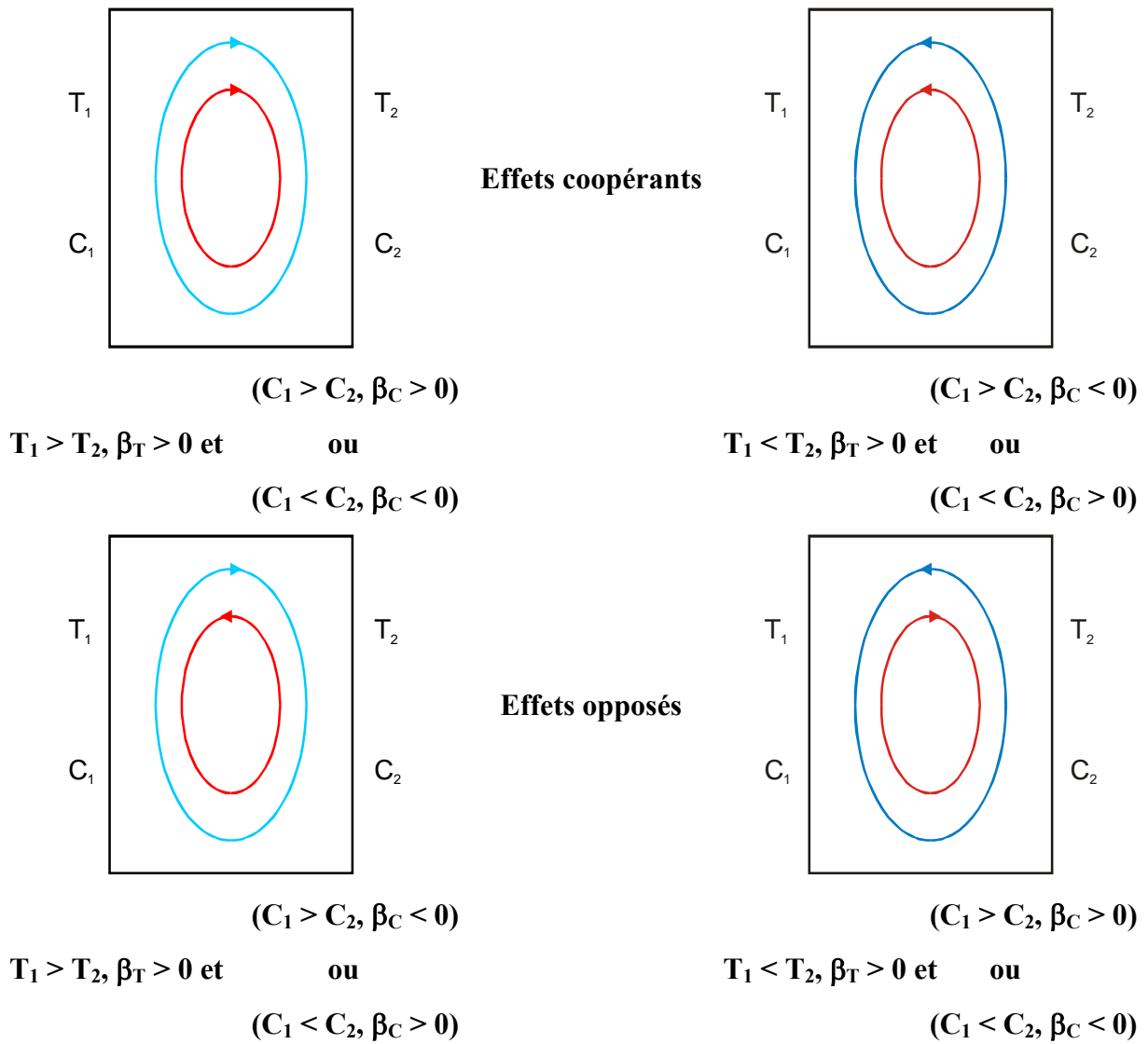
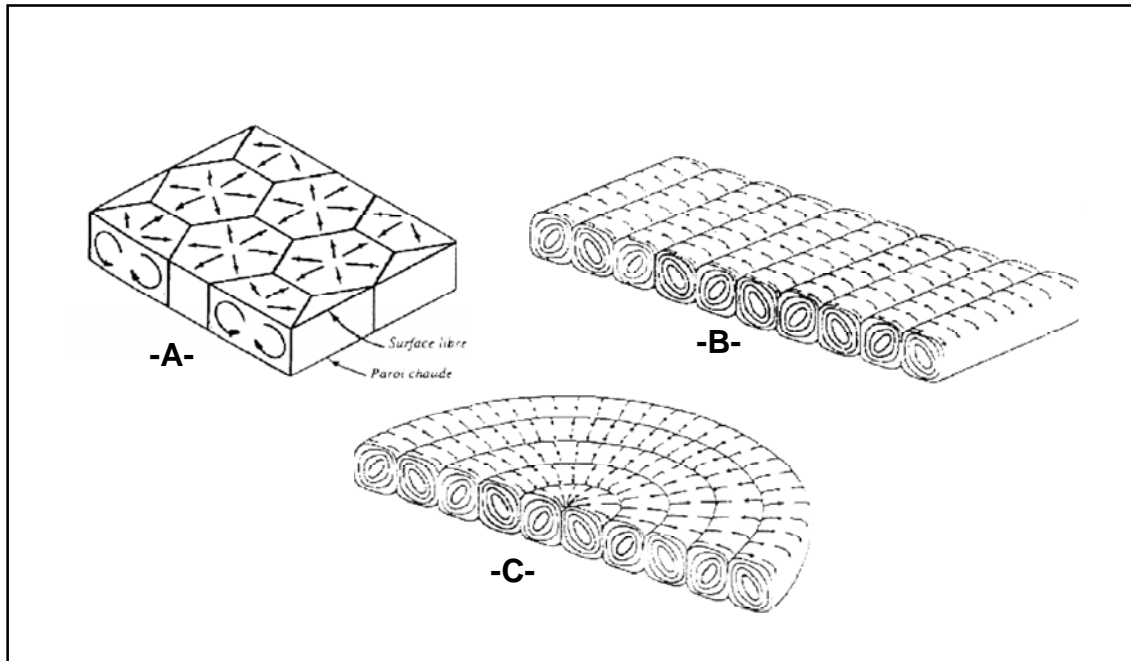


Fig (I-7) : Les différentes configurations d'écoulement

**I-8-1 Convection thermosolutale en milieu fluide :**

Bernard (1916) a étudié pour la première fois la naissance des mouvements convectifs induits par des effets de flottaison au sein d'une couche fluide chauffée par le bas. Cette expérience a montré que, au-delà d'une différence critique de température, des cellules convectives hexagonales apparaissent spontanément et s'organisent en un réseau assez régulier (figure I-8), l'origine de ces cellules étant attribuée à la poussée d'Archimede ou force de flottaison et aux forces de tension superficielle de la surface libre.



**Fig I-8 : A- Cellules de Benard. B et C- Cellules contrarotatives dans des cavités rectangulaires et cylindriques différentiellement chauffées, Gebhart et al (1988)**

**Turner (1968), Platten et Legros (1983)** ont étudié pour la première fois la convection naturelle thermosolutale dans le cas où le gradient de température et de concentration sont verticaux. On chauffe par le bas une couche horizontale d'une solution initialement stratifiée en concentration. Dans ce cas, le gradient thermique déstabilise la couche stratifiée.

**Chen et al (1971)** ont étudié la convection naturelle thermosolutale dans le cas où le gradient de température et horizontal. L'auteur a remarqué la déstabilisation d'une couche fluide, initialement stratifiée en concentration; cette déstabilisation provoque l'apparition de plusieurs couches de fluide.

**Huppert et Turner (1981)** ont analysé le phénomène de la convection naturelle thermosolutale dans le cas où les gradients de température et de concentration sont horizontaux. Ce cas de figure peut se présenter dans les processus où interviennent des changements de phases liquide/solide tels que la croissance cristalline et la fusion des icebergs.

**Wang et al (1983), Ostrach, Jiang et al (1988), (1991)** ont étudié expérimentalement ce phénomène pour une large gamme de rapports de poussées  $N$  et de nombres de Lewis et à des

rappports de forme allant de 0.1 à 0.6. Ces études ont mis en évidence un caractère instationnaire de l'écoulement caractérisé par la formation d'une cellule secondaire près de chaque paroi verticale. Cette cellule est due à des poches de fluide de faible concentration qui se détachent de la couche limite solutale dans le coin inférieur de la cavité. En remontant elle perturbent ainsi l'écoulement d'origine thermique. Les auteurs ont pu aussi identifier un troisième régime appelé régime mixte, où l'état multicellulaire et l'état à cellules secondaires coexistent.

**O. V Trevisam et A. Bejan (1987)** ont présenté une étude analytique qui leur a permis d'établir des corrélations très importantes pour un faible domaine des nombres de Lewis. En effet, pour un nombre de Lewis unitaire ( $Le = 1$ ), ils ont établi une relation qui donne les coefficients d'échange thermique et massique en fonction du nombre de Rayleigh, du rapport de forme A, et du rapport de poussée N.

$$Nu = Sh = 0.34A^{-8/9} Ra^{2/9} / (1 + N)^{2/9} \quad (I-27)$$

Pour les faibles nombres de Lewis, le coefficient d'échange thermique pour un N élevé est donné par:

$$Nu = 0.445(Ra / N)^{5/27} A^{-58/54} Le^{1/3} \quad /N / >> 1 \quad (I-28)$$

Pour les valeurs élevées de Lewis, le nombre de Sherwood Sh est donné par la corrélation suivante :

$$Sh = 0.445 Ra^{5/27} A^{-58/54} Le^{1/3} \quad /N / << 1 \quad (I-29)$$

Ces auteurs vérifient numériquement, dans le cas de l'air, l'influence du rapport de forme et du rapport des poussées N sur l'expression (I-27) et celle du nombre de Lewis ( $2 < Le < 40$ ) sur l'expression (I-29) obtenue analytiquement.

**P. Ranganathan et R. Viskanta (1988)** ont présenté une étude numérique et théorique de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité carrée. Les résultats présentés concernent un nombre de Lewis unitaire, ce qui limite considérablement la portée de leur étude.

**C. Benard et al (1989)** ont présenté une étude numérique pour les transferts de chaleur et de masse à nombre de Lewis compris entre 1 et 10, et pour N variant de 0.1 à 10, leur principal résultat montre que le transfert de chaleur moyen diminue lorsque N augmente, pour les valeurs de nombres de Lewis les plus élevées.

**T. F Lin et al (1990)** ont analysé l'évolution temporelle des champs de vitesses de concentrations et de températures en utilisant l'air comme fluide de travail, à faible nombre de Lewis ; cette étude numérique a permis d'établir certaines corrélations qui donnent les coefficients des échanges thermique et solutal pour un rapport modéré des forces de poussées  $|N| < 5$

$$Nu = 0.13 \left| \frac{N}{\pm 1} \right|^{0.23} Gr^{0.3} \quad (\text{I-30})$$

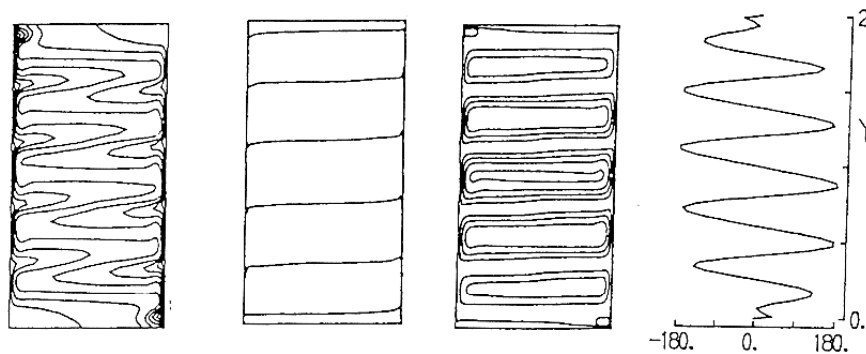
$$Sh = 0.12 \left| \frac{N}{\pm 1} \right|^{0.23} Gr^{0.3} \quad (\text{I-31})$$

+ : cas coopérant.

- : cas opposé

**J. A. Weaver et R. Viskanta (1991)** comparent leurs résultats numériques à leurs mesures obtenues expérimentalement pour des gaz binaires ( $0.59 < Le < 2$  et  $-9.52 < N < 0.55$ ) dans une cavité carrée, dont les parois supérieure et inférieure sont parfaitement conductrices. La concordance entre les résultats numériques et expérimentaux est bonne dans le cas où les effets sont coopérants, mais pose quelques problèmes dans le cas opposé, à cause du caractère instationnaire de la solution.

**Hyun & Lee (1990-a)** ont effectué des expériences dans le cas coopérant. Ils obtiennent une structure d'écoulement à 5 cellules pour  $20 < N < 40$ , pour des cavités de rapport de forme égal à 2 (**Figure I-9**).

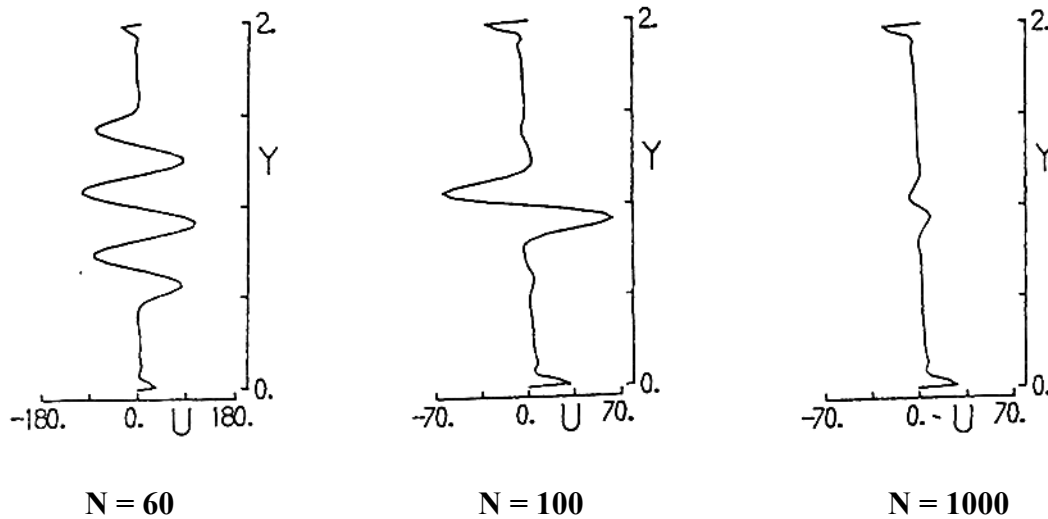


**Figure I- 9: Structures d'écoulements multicellulaires pour**

**$A = 2, Le = 100$  et  $N = 20$ , Hyun & Lee (1990)**

Ainsi, chaque cellule se comporte comme une mini-cavité à convection thermique. L'interface entre les cellules correspond à une zone de fort cisaillement ainsi qu'à de forts gradients locaux thermiques et solutaux. D'après ces travaux, le nombre de cellules diminue au fur et à mesure que la convection solutale prend de l'importance.

A  $N > 60$ , on ne retrouve plus qu'une structure à trois cellules, avec des zones de fluide isotherme et quasistagnant près des parois horizontales. Pour  $N = 100$  l'écoulement solutal confiné près des parois se superpose à une cellule sous forme de mini-cavité thermique située au centre de la cavité. Un régime conductif s'établit lorsque  $N = 1000$  et l'écoulement du fluide, qui est faible, s'approche de la convection solutale pure. (**Figure I-10**)



**Figure I-10 : Retour à un régime unicellulaire. Représentation schématique de Hyun & Lee (1990) ( $A = 2$ ,  $Le = 100$ )**

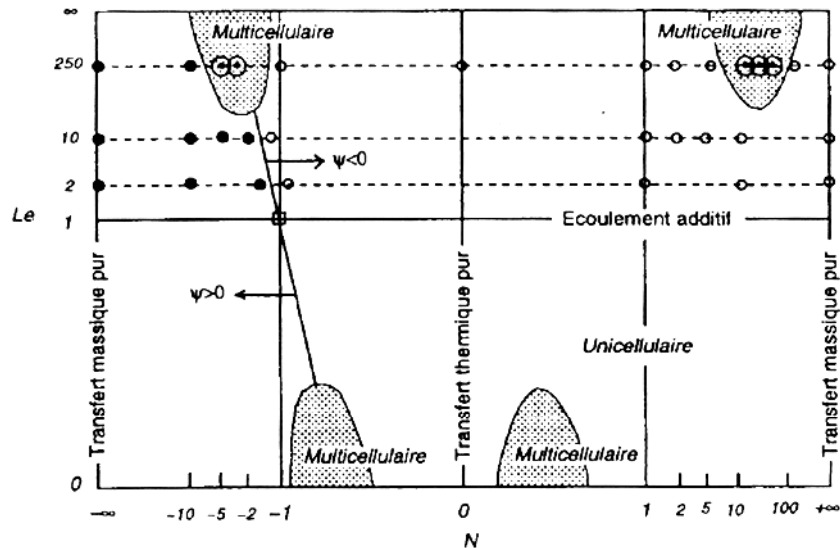
Cette analyse a permis l'identification des différents régimes d'écoulement possibles suivant l'influence du rapport des poussées :

- Régime multicellulaire où l'effet thermique et solutal sont comparables ( $N$  modéré).
- Régime unicellulaire où l'effet solutal est dominant à l'exception d'une cellule au centre de la cavité subsistant à cause de l'effet thermique résiduel ( $N$  grand).
- Régime unicellulaire où l'écoulement est imposé par l'effet solutal ( $N$  très grand).

Pour une configuration caractérisée par  $A=4$ ,  $Pr=8$ ,  $Le=300$  et  $16.36 \leq N \leq 19.285$  **Han & Kuehn (1991-a)** ont observé expérimentalement l'existence de plusieurs cellules. Ces auteurs signalent, par ailleurs, que la cellule du bas est plus petite que celle du haut.

Les mêmes auteurs, **Han & Kuehn (1991-b)** confirment leurs résultats expérimentaux par une étude numérique pour  $Gr_S = 10^5$ ,  $Le = 250$ , et  $A = 4$ . Ils ont établi un diagramme

montrant la structure d'écoulement en fonction de  $N$  et  $Le$ . Ce diagramme montre la possibilité d'avoir un régime multicellulaire si  $-1 < N < 1$  pour  $Le < 1$  et si  $N < -1$  et  $N > 1$  pour les grandes valeurs du nombre de Lewis (**figure I-11**). Cette figure illustre le comportement qualitatif de l'écoulement pour la gamme étudiée des paramètres.



**Figure I- 11: Diagramme rapporté par Han & Kuehn (1991), illustrant les cas des régimes monocellulaire, et multicellulaire. pour  $A = 4$ ,  $Gr_S = 10^5$**

○, ●, ⊙ désignent respectivement les écoulements unicellulaires avec  $\psi > 0$ , unicellulaires avec  $\psi < 0$ , et multicellulaire.

**W. Shyy et M. H. Chen (1991)** proposent des résultats numériques pour des nombres de Lewis allant jusqu'à  $10^{+4}$  et des métaux liquides comme solvant ( $Pr=10$ ). Ils analysent les écoulements multicellulaires obtenus et suggèrent que, pour créer un mouvement convectif plus intense, il ne suffit pas que les effets thermique et solutal agissent dans le même sens, mais il faut qu'ils soient d'un autre de grandeur comparable

**G. Beghein et al (1992)** ont présenté une étude numérique pour le cas de l'air, en variant le nombre de Lewis de 0.5 à 5. Les principaux résultats sont observés pour un nombre de Lewis de 1 et sont comparés en premier lieu aux résultats de **Q.V.Trevisan et A.Bejan (1987)**. En second lieu, les résultats numériques obtenus dans des cas extrêmes où l'écoulement est dominé par l'une des forces de volume (d'origine thermique ou solutale), sont comparés aux résultats obtenus par **A. Bejan (1985)** pour le cas  $Pr < 1$ . Cette dernière

comparaison révèle un bon accord qualitatif et montre surtout la transition entre deux modes de transfert suivant que  $Le < 1$  ou  $Le > 1$ .

**R. Bennacer (1993)** propose une étude numérique qui apporte une contribution originale et complète les résultats disponibles, dans le cadre d'une approche macroscopique des problèmes de changement d'état des systèmes binaires. Il a notamment établi une corrélation pour le cas coopérant pour un nombre de Lewis supérieur à l'unité :

$$Sh = 0.2 \left[ Ra_T \left( 1 + \frac{N}{Le^{0,29}} \right) \right]^{\frac{11}{40}} \cdot Le^{0,34} \quad (I-32)$$

Avec :  $A=1$ ,  $Pr=7$ ,  $10^{+3} < Gr_T < 10^{+6}$ ,  $0.1 < N < 10^{+2}$ ,  $1 < Le < 10^{+3}$

Cette corrélation est valable sur tout le domaine étudié avec un écart maximal de l'ordre de 10% aux faibles valeurs du nombre de Rayleigh thermique équivalent. En revanche, le comportement du transfert de chaleur apparaît beaucoup plus lié à la présence de cellules multiples, pour lesquelles un critère d'apparition reste à établir.

**T. Nashimura et al (1998)** ont exploré le phénomène oscillatoire de la double convection diffusives pour un gaz binaire soumis à des gradients thermique et solutal horizontaux opposés. Ils ont trouvé pour  $Ra_T = 10^{+5}$ ,  $Pr = 1$ ,  $Le = 2$ ,  $A = 2$ , et  $N = 0$  à  $-2$ , une gamme de rapports de poussée comprise entre l'intervalle  $-1,122 \leq N \leq -0.9$ , où un régime d'écoulement oscillatoire s'établit. Par ailleurs, les analyses ont permis d'identifier une zone d'hystérésis du régime stationnaire et oscillatoire pour  $-1,122 \leq N \leq -1,044$ .

**V. A. F. Costa (1997)**, a étudié numériquement l'effet du transfert de masse et de chaleur dans une cavité carrée remplie d'air humide. Les parois verticales sont soumises à des températures et concentrations constantes. Par contre, les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables.

L'auteur a remarqué que la variation du rapport de poussées  $N$ , influe fortement sur le comportement des champs de température et de concentration.

## I-8-2 Convection thermosolutale en présence d'un milieu poreux :

### *Domaines poreux horizontaux :*

**Poulikakos (1986)** a utilisé le modèle de Darcy-Brinkman pour étudier le critère d'apparition de la convection thermosolutale dans une couche poreuse horizontale. Les résultats montrent clairement l'influence du nombre de Darcy.

**Trevisan et Bejan (1987)** ont étudié analytiquement la convection thermosolutale dans une couche poreuse isotrope bidimensionnelle avec températures et concentrations imposées sur les parois horizontales pour des nombres de Rayleigh poreux thermiques de 50 à 2000. Ils se basent sur un régime d'écoulement de Darcy, pour des forces de volume essentiellement d'origine thermique ( $N$  faible).

**Jang et Chang (1988)** ont examiné l'instabilité de la convection dans un milieu adjacent à une paroi horizontale chauffée par le bas et présentent des résultats numériques pour des nombres de Lewis compris entre 1 et 10 et des rapports de forces de volume de  $-0.5$  à  $4$ . Ils montrent que dans le cas de la convection thermosolutale coopérante, les transferts de chaleur et de masse sont plus élevés que dans le cas de la convection purement thermique, alors qu'un comportement inverse est observé dans le cas où les forces d'origine solutale s'opposent à l'écoulement. Ils montrent aussi que le nombre de Rayleigh poreux thermique critique augmente avec la réduction du nombre de Lewis.

**Murry & Chen (1989)** ont étudié expérimentalement le problème de stabilité en utilisant de l'eau distillée et des billes en verre pour simuler le milieu poreux. Un écart de 10% a été observé par rapport au nombre de Rayleigh critique trouvé par **Nield (1968)**.

**Rosenberg et Spera (1992)** ont étudié la transition entre le régime de Darcy et le régime de Forchheimer. Des corrélations pour les nombres de Nusselt et Sherwood basées sur les résultats numériques ont été établies, avec des forces de volume d'origine thermique et solutale opposées ayant un rapport de  $0$  à  $0.4$ , le nombre de Lewis variant de  $10$  à  $100$  et le nombre de Rayleigh poreux thermique de  $100$  à  $600$ . Ces corrélations montrent la dépendance des nombres de Nusselt et Sherwood avec le rapport des forces de volume, le nombre de Rayleigh poreux thermique et le nombre de Lewis.

**Chen et al (1993)** ont pris en considération les termes de Brinkman et Forchheimer dans l'équation de quantité de mouvement pour l'étude de la convection doublement diffusive dans un milieu formé de couches horizontales périodiques. Les limites de la stabilité séparant les régions des différents écoulements convectifs ont été identifiées en fonction des nombres de Rayleigh poreux thermique et solutal.

**Mamou et al (1994)** ont présenté une étude analytique dont les résultats sont comparés à ceux obtenus numériquement avec des conditions aux limites de seconde espèce sur les parois horizontales. Il a été montré que le nombre de Rayleigh poreux thermique critique obtenu, dépend du nombre de Lewis et du rapport des forces de volume d'origines solutale et thermique.

#### ***Domaines poreux verticaux :***

**Gershuni et al (1980) et Khan et Zebib(1981)** sont les premiers qui ont étudié la convection thermosolutale d'une couche poreuse verticale. L'étude concerne la stabilité de l'écoulement permanent en régime de Darcy dans un milieu poreux soumis à un gradient de température horizontal et un gradient de concentration vertical.

**Trevisan & Bejan (1985)** ont proposé une étude sur la compréhension des phénomènes de transfert de chaleur et de masse dus à la convection naturelle thermosolutale dans le cas d'une cavité rectangulaire remplie par un milieu poreux saturé homogène et isotrope. Ils ont traité le cas de températures et des concentrations constantes et uniformes, le long des murs verticaux, et de flux de chaleur et de masse nuls sur les parois horizontales. Des simulations numériques ont été effectuées pour une cavité carrée et pour une large gamme de paramètres tels que le nombre de Lewis qui varie de 0.01 à 100, le nombre de Rayleigh poreux dans la gamme de 50 à 104 et le rapport des forces de volume allant de -5 à 3. Dans le cas de forces de volume essentiellement d'origine thermique ou solutale, des ordres de grandeur en couche limite et leurs domaines de validité ont été établis pour prédire les nombres de Nusselt et de Sherwood moyens. Les résultats numériques trouvés étaient en bonne concordance avec l'analyse d'échelle des ordres de grandeur.

**A.Bejan et K.Khair (1985)** ont présenté une étude fondamentale de l'écoulement en couche limite pour une surface verticale noyée dans un milieu poreux saturé. Ils ont montré,

par l'analyse d'échelle, que la convection naturelle thermosolutale se manifeste selon quatre régimes possibles qui dépendent du rapport des forces de volume et du nombre de Lewis. Des ordres de grandeur pour les transferts de chaleur et de masse ont été établis pour chaque régime. Ils ont confirmé ces résultats par une méthode de similitude pour des rapports de force de volume allant de  $-5$  à  $4$  et un nombre de Lewis variant de  $1$  à  $100$ .

**Trevisan & Bejan (1986)** ont présenté une étude analytique et numérique sur une cavité rectangulaire avec des conditions aux limites avec flux nuls sur les frontières horizontales. Cette étude est basée sur la linéarisation d'Ossen pour l'écoulement de couche limite dans le cas où  $Le = 1$  et sur l'étude de similarité dans le cas  $Le > 1$  (à  $N=0$ ). Afin de conforter l'étude analytique, une série de simulations numériques a été réalisée pour un nombre de Rayleigh poreux thermique variant entre  $20$  et  $105$ , un rapport de poussée  $N$  compris entre  $-11$  et  $9$ , un nombre de Lewis qui varie entre  $0.03$  et  $40$  et pour une gamme du rapport de forme de la cavité comprise entre  $1$  et  $4$ .

**Lai et Kulacki (1991)** ont comparé leurs résultats à ceux de **A. bejan et K. Khair (1985)**. Les auteurs ont pris des rapports de forces de volume compris entre  $-1$  à  $10$  et des nombres de Lewis compris entre  $0.1$  et  $100$ . Ils constatent que l'effet du nombre de Lewis est plus prononcé sur les champs de concentration que sur les champs de vitesse et de température.

**Nield & Bejan (1992)** donnent des critères de stabilité et d'instabilité non seulement selon le nombre de Rayleigh poreux solutal mais aussi selon le rapport des forces de volume.

Le travail de **B. Goyeau et D. Gobin (1999)** porte sur la simulation numérique des écoulements en convection naturelle doublement diffusive dans une cavité partiellement remplie par un milieu poreux saturé par un fluide binaire. Les premiers résultats concernent l'influence d'une couche poreuse pariétale de faible perméabilité, qui contribue à diminuer les transferts de chaleur et de matière dans le domaine. Les calculs montrent que le passage d'une couche peu poreuse, qui se comporte comme une paroi solide, à une couche très perméable, assimilable au fluide, s'accompagne dans certains cas, d'un minimum de transfert de chaleur, alors que le transfert de matière augmente continûment.

**M. Mharzi, M. Daguene et S. Daoudi (2000)** ont étudié numériquement la convection naturelle thermosolutale dans une enceinte carrée munie d'une cloison poreuse. Les

auteurs ont utilisé l'approximation de Boussinesq et le modèle de Darcy – Brinkman pour le mouvement du fluide dans le milieu poreux.

Les parois de gauche et de droite sont soumises à un gradient de température et de concentration alors que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables.

Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Rayleigh favorise la convection dans les régions fluide de l'enceinte; par contre la convection dans le milieu poreux est favorisée par l'augmentation de nombre de Darcy. L'augmentation du nombre de Lewis influe beaucoup sur le nombre de Sherwood moyen.

**A. J Chamkha et al. (2000)** ont étudié la convection laminaire double diffusive dans une cavité poreuse inclinée et soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration. Pour la résolution numérique du problème instationnaire, ils ont opté pour la méthode des différences finies. Les résultats obtenus ont montré que les transferts de chaleur et de masse qui s'installent dans la cavité ainsi que la structure d'écoulement, dépendent fortement du nombre de Darcy et de l'inclinaison de la cavité par rapport à l'horizontale. Pour différents nombres de Darcy, un rapport de poussées critique a été déterminé ( $N=1.2$ ) pour lequel les coefficients moyens d'échanges thermiques ( $Nu_m$ ) et massiques ( $Sh_m$ ) sont minimaux.

**R. Bennacer, A. Tobbal, H. Beji et P. Vasseur (2000)** ont étudié la convection double diffusive dans une cavité poreuse, carrée, soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration. Le milieu poreux est supposé anisotrope. Une analyse d'échelle a été développée pour les deux cas extrêmes, à savoir, le cas de dominance de la force d'origine thermique et celui où la force solutale est prédominante. Des corrélations, basées sur la résolution numérique du problème, ont été élaborées afin de quantifier les échanges thermiques et massiques. Les résultats obtenus indiquent l'existence de trois régimes :

- Un régime diffusif pour les faibles valeurs du rapport des perméabilités ( $K_x / K_y$ ).
- Un régime de transition pour des valeurs modérées de ( $K_x / K_y$ ).
- Un régime asymptotique où les coefficients d'échanges moyens ne varient pas avec les grandes valeurs de ( $K_x / K_y$ ).

La transition entre ces trois régimes dépend fortement des valeurs des nombres de Rayleigh et de Lewis et du rapport des poussées.

**O. Rahli (2003)** a étudié numériquement la convection thermosolutale dans une cavité compartimentée par une cloison poreuse en considérant le modèle Darcy – Brinkman. La cavité est soumise à des gradients de température et de concentration sur les parois de gauche, de droite et sur celle du bas qui coïncide avec l'épaisseur et la position de la cloison poreuse. Le reste des parois est supposé adiabatique et imperméable.

Il a analysé, principalement, le comportement des échanges thermique et solutal quand les forces de volumes thermique et massique sont couplées, en opposition et en parallèle, ainsi que l'influence des différents paramètres thermophysiques et géométriques sur ces transferts et sur les régimes d'écoulements qui peuvent apparaître.

Les résultats ont montré que lorsque le nombre de Darcy augmente, la convection est favorisée, traduite par une augmentation des nombre de Nusselt et de Sherwood. Cette remarque est d'autant plus évidente que le nombre de Rayleigh est élevé.

### **I-8-3 L'injection et l'extraction de matière dans les milieux poreux :**

**Ping Cheng (1977)** a étudié analytiquement les effets d'un flux massique latéral à température et vitesse données sur des couches limites de convection naturelle le long d'une plaque verticale noyée dans un milieu poreux saturé, à des nombres de Rayleigh importants. Dans le cadre de la théorie de la couche limite, des solutions de similitude sont obtenues dans le cas particulier où la température et la vitesse du fluide varient en fonction de la coordonnée

longitudinale  $x$ , respectivement suivant les fonctions suivantes  $x^\lambda$  et  $x^{\left(\frac{\lambda-1}{2}\right)}$ .

L'auteur a montré l'effet du flux massique sur le transfert thermique pariétal (fig I-12) où :

$\lambda = 1$  : cas d'une vitesse d'injection/extraction uniforme le long de la plaque.

$\lambda = 0$  : cas d'une température uniforme le long de la plaque.

$\lambda = 1/3$  : cas d'un flux thermique uniforme le long de la plaque.

D'après la **figure (I-12)** le flux thermique pariétal est important dans le cas de l'extraction que dans le cas de l'injection.

**Figure (I-12) : Variation du flux thermique en fonction du facteur d'injection ( $f_w$ ) et du paramètre de température ( $\lambda$ ) (Ping Cheng (1977))**

**J. H. Merkin (1978)** a présenté une étude numérique sur les effets d'un flux massique latéral uniforme sur la couche limite de convection naturelle sur une paroi verticale dans un milieu poreux saturé. Les résultats montrent que dans le cas de l'extraction le fluide au niveau de la couche limite est accéléré par les forces de poussée dues aux différences de température. Ce phénomène engendre une augmentation de flux de chaleur en augmentant le facteur d'extraction, alors que dans le cas d'injection, c'est l'effet inverse qui est observé, à savoir une diminution de l'intensité du flux thermique à travers la plaque, avec l'augmentation de la vitesse d'arrivée du fluide.

**J. H. Rao, D. R. Jung, K. J. De Witt (1992)** ont étudié le mouvement et le transfert de chaleur d'un fluide non newtonien avec une injection ou extraction arbitraire dans une couche limite laminaire dans une plaque poreuse en mouvement.

Dans cette étude les auteurs ont obtenu les différentes solutions pour la couche limite pour n'importe quelle distribution de la vitesse d'injection/extraction sur le long de la surface.

L'influence du paramètre d'injection, de la vitesse de la plaque et du profil de températures a également été étudiée. Les résultats établis montrent, entre autres, que l'augmentation de la valeur du paramètre d'injection augmente la vitesse et le gradient de température au niveau de la plaque et diminue, par contre, le nombre de Nusselt.

**W. B. Hooper, T. S. Chen et B. F. Armaly (1993)** ont analysé le problème de la convection mixte le long d'une plaque verticale isotherme immergée dans un milieu poreux et soumise à une injection ou extraction de matière. Les résultats montrent selon le mode de convection, que :

- Pour une Convection naturelle ou mixte, le flux thermique est important dans le cas de l'extraction est diminuée au fur et à mesure que le facteur d'injection augmente.
- Pour une Convection forcée, le flux thermique atteint un maximum pour une certaine valeur critique du paramètre d'injection. Au delà de cette valeur, une diminution progressive de l'intensité du flux thermique est constatée.

**André Desseaux (1998)** a proposé des solutions analytiques et numériques pour le problème de la convection dans les milieux poreux avec un flux de masse latéral. L'auteur a considéré le problème de la convection dans un milieu poreux le long d'une plaque verticale poreuse chauffée. Ce problème a des applications dans la ré-injection de l'eau chaude dans un réservoir géothermique. Pour de grandes valeurs de nombres de Rayleigh, la théorie de couche limite est la méthode évidente d'approche. Une solution affine peut être obtenue quand la température de la plaque et le flux de masse latéral sont des fonctions en loi de puissance en fonction de la distance le long de la plaque.

**M.A.El Hakiem (2001)** a étudié numériquement l'effet de l'injection /extraction dans un fluide non-newtonien le long d'une plaque verticale immergée dans un milieu poreux et soumise à une convection mixte. Les profils de vitesses et de températures ont été présentés pour différentes valeurs du facteur d'injection, du paramètre de température  $\lambda$  et de l'indice de viscosité  $n$ .

Les résultats montrent que la température le long de la plaque varie en sens inverse de la variation de  $\lambda$  et  $n$ , alors qu'elle est plus faible dans le cas de l'extraction que dans le cas de l'injection.

**N.J.Rabadi, E.M.Hamdan (2000)** ont analysé la convection naturelle sur une surface inclinée immergée dans un milieu poreux saturé avec des perméabilités et des conductivités thermiques variables et avec une injection de matière. Les effets de l'injection, du nombre de Rayleigh, de l'angle d'inclinaison de la surface, de la distribution du champ thermique et de la porosité sont présentés dans cette étude. La vitesse d'injection est donnée par la formule

suivante  $v = cx^m$  (m et c sont des constantes). Les auteurs ont ainsi constaté que l'augmentation de la conductivité thermique du milieu poreux augmente le transfert pour toutes les valeurs du paramètre d'injection (supérieures à zéro).

**Conclusion :**

Dans ce premier chapitre, les notions relatives aux milieux poreux et une revue bibliographique sur le sujet proposé ont été présentées. D'après l'aperçu bibliographique, il apparaît que les études concernant les transferts de chaleur et de matière pour une convection naturelle thermosolutale dans les enceintes poreuses soumises à des injection ou extraction de matière sont quasiment inexistantes. Ceci nous a poussé compte tenu de l'intérêt que peut présenter ce phénomène d'injection et l'extraction dans l'industrie et la nature, à développer ce volet de la question. Dans le chapitre suivant, la formulation mathématique du problème est présentée et détaillée.

## CHAPITRE II

### *MODELISATION MATHEMATIQUE*

#### II-1 Introduction :

Dans cette partie, le problème physique considéré est traduit sous forme d'équations en utilisant les lois de conservation des diverses variables thermophysiques et les modèles relatifs aux milieux poreux développés précédemment (**chap.I**), en se basant sur certaines hypothèses simplificatrices.

Les équations sont ensuite transformées sous une forme adimensionnelle qui permettra d'obtenir une description généralisée et de faire apparaître des nombres adimensionnels de référence qui regrouperont les principales caractéristiques thermo - physiques et géométriques du problème.

#### II-2 Modèle physique :

Le domaine d'étude est une cavité parallélépipédique, dans un repère cartésien, comme indiqué sur la **figure (1)**. La dimension dans la direction  $z$  est supposée très grande devant la longueur  $L$  suivant  $x$  et la hauteur  $H$  suivant  $y$ .

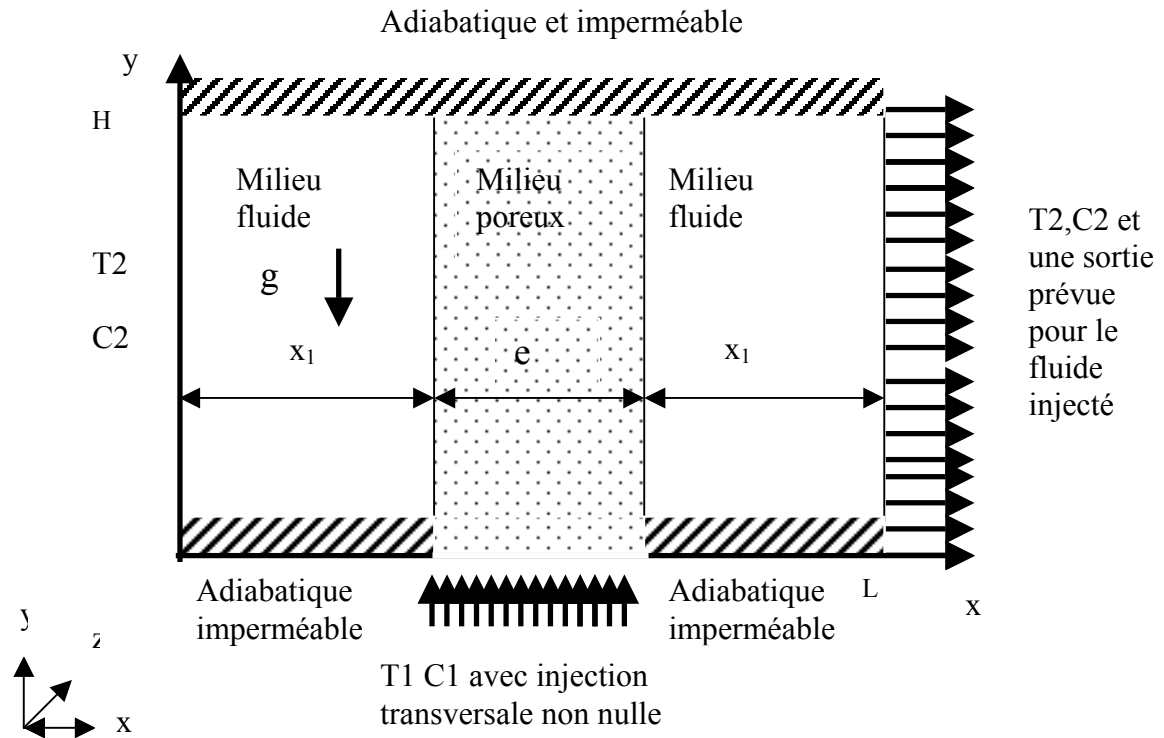
La cavité est compartimentée en deux parties par une cloison verticale poreuse d'épaisseur «  $e$  » dont le plan médian est situé à la distance  $(x_1+e/2)$  de l'axe  $oy$ .

Les deux espaces à gauche et à droite de la cloison poreuse sont occupés par un même fluide newtonien, constitué d'un solvant et d'un soluté en faible concentration, qui sature la cloison poreuse.

On suppose que les parois inférieure et supérieure, respectivement  $y = 0$  et  $y = H$ , sont adiabatiques et imperméables, sauf sur la partie inférieure, qui coïncide avec l'épaisseur et la position de la cloison poreuse, qui est soumise à une température  $T_1$  et à une concentration de soluté  $C_1$  données. De plus, la vitesse d'injection transversale est supposée non nulle et constante suivant  $x$ . La sortie du fluide est imposée sur le côté de la paroi froide (droite) de la cavité.

Les parois verticales de gauche et de droite sont soumises à une températures  $T_2$  et à une fraction massique  $C_2$  avec  $T_2 < T_1$  et  $C_2 < C_1$ .

Le but de notre étude est d'analyser le comportement des échanges thermique et solutal quand les forces de volumes thermiques et massiques sont couplées, en supposant la vitesse d'injection transversale non nulle.



**Fig. (II-1) : Le modèle physique partiellement poreux**

La formulation des phénomènes est effectuée sur une échelle macroscopique, où la taille du volume élémentaire représentatif (VER) est très grande par rapport à celle des pores.

Les équations régissant les principes de conservation sont formulées en adoptant certaines hypothèses simplificatrices, à savoir :

- ❖ on considère que le fluide est incompressible et newtonien.
- ❖ on suppose les propriétés physiques du fluide constantes, hormis la masse volumique pour laquelle l'approximation de Boussinesq est appliquée, soit une expression, dans le terme de poussée pour des écarts de températures et de concentration pas trop élevés, sous la forme :

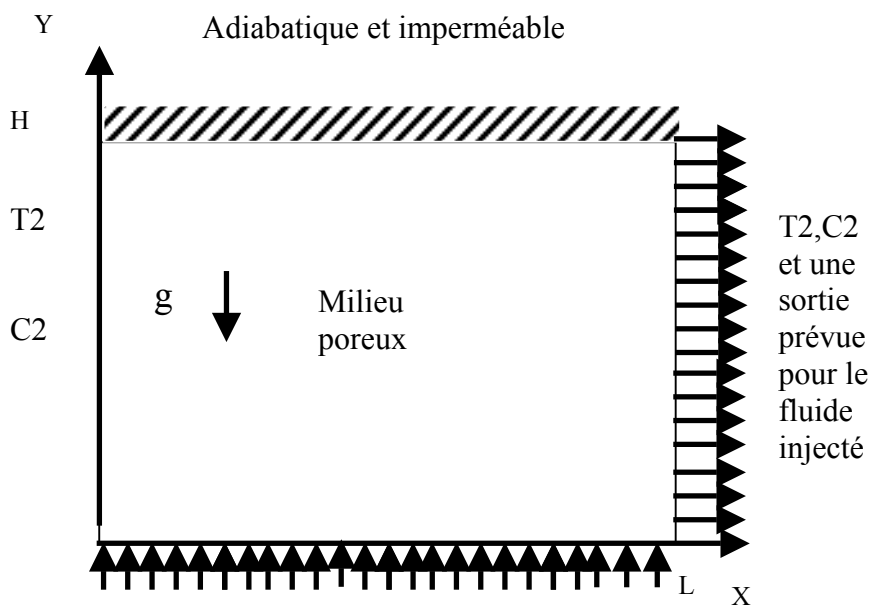
$$\rho(T, C) = \rho_{ref} [1 - \beta_T (T - T_{ref}) - \beta_C (C - C_{ref})] \quad (II-1)$$

- ❖ la dissipation visqueuse et le terme de compression dans l'équation d'énergie sont négligés.
- ❖ l'écoulement est supposé laminaire, permanent et bidimensionnel.

- ❖ l'équilibre thermique entre le fluide et la matrice poreuse est réalisé
- ❖ la cloison poreuse est homogène, isotrope et saturée par le fluide binaire.
- ❖ les effets SORET et DUFOUR sont négligeables
- ❖ pas de réaction chimique dans la matrice poreuse.
- ❖ le mouvement du fluide dans le milieu poreux est régi par le modèle de DARCY-BRINKMAN, alors que dans la partie fluide le mouvement est décrit par les équations de NAVIER-STOKES.

### II- 3 Les cas étudiés :

- I- Le cas où l'enceinte est compartimentée par une cloison poreuse (**fig. II-1**)
- II- Le cas où l'enceinte est totalement poreuse (**fig.II-2**).



T1 C1 avec injection transversale non nulle

**Fig. (II-2) : Le modèle physique totalement poreux**

On exprime ci-dessous les équations du problème :

### II-4 Etude de l'injection /extraction :

La vitesse d'injection est donnée par la formule de *Cheng (1977)* qui est :

$$v_i = a.x^{(\lambda-1)/2} \quad (\text{II-2})$$

Où :

$a$  : représente un paramètre de la vitesse d'injection.

$\lambda$  : Paramètre de température.

On introduit dans (II-2) le paramètre d'injection  $f_p$  donné par la formule suivante :

$$f_p = -2a \left( \frac{\alpha_{eff} g \beta K A}{\nu} \right)^{-1/2} . (1 + \lambda)^{-1} \quad (\text{II-3})$$

$f_p$  : représente le facteur d'injection.

$f_p < 0$  : l'injection.

$f_p > 0$  : l'extraction.

L'équation (II-2) devient :

$$v_i = \frac{fp}{-2} \left( \frac{\alpha_{eff} \cdot g \cdot \beta \cdot K \cdot A}{\nu} \right)^{1/2} . (1 + \lambda) . x^{(\frac{\lambda-1}{2})} \quad (\text{II-4})$$

Dans notre cas la vitesse d'injection est constante sur toute la région d'injection donc  $\lambda = 1$  d'où on obtient :

$$v_i = a = -fp . \left( \frac{\alpha_{eff} \cdot g \cdot \beta \cdot K \cdot A}{\nu} \right)^{1/2} \quad (\text{II-5})$$

L'adimensionnement de la vitesse d'injection est obtenue à partir des expressions suivantes :

$$Ra_x = \frac{g \beta K \Delta T \cdot x}{\nu \cdot \alpha_{eff}} \quad (\text{II-6})$$

$$T_p = A \cdot x^\lambda + T_\infty \quad (\text{II-7})$$

Vu que l'injection ne se fait pas sur une paroi verticale donc  $R_{ax} \approx Ra$  et  $x \sim L$

L'équation (II-5) devient

$$v_i = -fp \cdot Ra^{1/2} \cdot \alpha_{eff} \cdot L^{-1} \quad (\text{II-8})$$

Après adimensionnement on obtient :

$$V_I = -fp \cdot R_k \cdot Ra^{1/2} \quad (\text{II-9})$$

Pour la sortie, la vitesse est calculée à partir de l'égalité entre le débit de sortie et le débit d'entrée. D'où la vitesse de sortie suivante :

$$u_{sor} = v_i \cdot \frac{e}{H} \quad (\text{II-10})$$

Après adimensionnement on obtient :

$$U_{SOR} = -R_k fpRa \frac{1}{2} \frac{E}{A} \quad (\text{II-11})$$

### II-5 Equations gouvernantes:

Les équations sont données sous une formulation commune qui sera ensuite adaptée aux différentes régions poreuses ou fluides du domaine.

**Equation de continuité :**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (\text{II-12})$$

**Equation de quantité de mouvement :**

$$\frac{\rho_f}{\varepsilon^2} \cdot \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = -\vec{\nabla} p + \rho_f \vec{g} - \frac{\mu_f}{K} \vec{v} + \mu_{eff} \nabla^2 \vec{v} \quad (\text{II-13})$$

**Equation d'énergie :**

$$(\rho c_p)_f \cdot \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T = k_{eff} \nabla^2 T \quad (\text{II-14})$$

**Equation de concentration :**

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} C = D_{eff} \nabla^2 C \quad (\text{II-15})$$

Après projection sur les directions x et y, on obtient les équations suivantes :

**Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II-16})$$

**Equation de quantité de mouvement :**

Suivant la direction x :

$$\rho_f \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\varepsilon^2 \frac{\partial p}{\partial x} - \varepsilon^2 \frac{\mu_f}{K} u + \varepsilon^2 \mu_{eff} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-17})$$

Suivant la direction y :

$$\rho_f \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\varepsilon^2 \frac{\partial p}{\partial y} - \varepsilon^2 \frac{\mu_f}{K} v + \varepsilon^2 \mu_{eff} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \varepsilon^2 \rho_f g [ \beta_T (T - T_{ref}) + \beta_C (C - C_{ref}) ] \quad (\text{II-18})$$

**Equation d'énergie :**

$$(\rho c_p)_f \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_{eff} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-19})$$

**Equation de concentration :**

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_{eff} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-20})$$

**Conditions aux limites :**

## ➤ Conditions dynamiques :

\*Paroi Gauche :  $x = 0, 0 \leq y \leq H, u = v = 0$

\*Paroi droite :  $x = L, 0 \leq y \leq H, v = 0, u = v_i \cdot \frac{e}{H}$

\*Plancher : 1-  $x \in [x_1, x_1 + e], y = 0, u = 0, v = -fp \cdot Ra^{1/2} \cdot \alpha_{eff} \cdot L^{-1}$

2-  $x \in [0, x_1] \cup [x_1 + e, L], y = 0, u = 0, v = 0$

\*Plafond :  $0 \leq x \leq L, y = H, u = v = 0$

## ➤ Conditions thermiques :

\* Paroi Gauche :  $x = 0, 0 \leq y \leq H, T = T_2(\text{imposée})$

\* Paroi droite :  $x = L, 0 \leq y \leq H, T = T_2(\text{imposée})$

\* Plancher : 1-  $x \in [x_1, x_1 + e], y = 0, T = T_1(\text{imposée})$

2-  $x \in [0, x_1] \cup [x_1 + e, L], y = 0, \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{(x, 0)} = 0$  (adiabatique)

\* Plafond :  $0 < x < L, y = H, \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{(x, H)} = 0$  (adiabatique)

## ➤ Conditions solutales :

\* Paroi Gauche :  $x = 0, 0 \leq y \leq H, C = C_2(\text{imposée})$

\* Paroi droite :  $x = L, 0 \leq y \leq H, C = C_2(\text{imposée})$

\* Plancher : 1-  $x \in [x_1, x_1 + e], y = 0, C = C_1(\text{imposée})$

2-  $x \in [0, x_1] \cup [x_1 + e, L], y = 0, \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{(x, 0)} = 0$  (imperméable)

\* Plafond :  $0 < x < L, y = H, \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{(x, H)} = 0$  (imperméable)

## II-6 Adimensionnement des équations :

Dans le but de généraliser les résultats, le modèle mathématique est mis sous forme adimensionnelle en se rapportant aux références suivantes :

$$L, u_{ref} = \frac{\alpha}{L}, T_1, T_2, T_{ref}, C_1, C_2, C_{ref}, \rho_{ref}$$

De manière à procéder aux changements de variables suivants :

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{uL}{\alpha_f}, V = \frac{vL}{\alpha_f}, \theta = \frac{T - T_{ref}}{T_1 - T_2}, S = \frac{C - C_{ref}}{C_1 - C_2}, P = \frac{p\varepsilon^2 L^2}{\rho_f \alpha^2},$$

$$R_k = \frac{k_{eff}}{k_f}, R_v = \frac{\mu_{eff}}{\mu_f}, A = \frac{H}{L}, T_{ref} = \frac{T_1 + T_2}{2}, C_{ref} = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

Le système adimensionnel global est donné sous la forme :

### Équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II-21})$$

### Équation de quantité de mouvement :

Suivant X :

$$(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y}) = -\frac{\partial P}{\partial X} - FN1.U + FN2.(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}) \quad (\text{II-22})$$

Suivant Y :

$$(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y}) = -\frac{\partial P}{\partial Y} - FN1.V + FN2.(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}) + FN3 \quad (\text{II-23})$$

### Équation d'énergie :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = FN4.(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}) \quad (\text{II-24})$$

### Équation de concentration :

$$U \frac{\partial S}{\partial X} + V \frac{\partial S}{\partial Y} = FN5.(\frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2}) \quad (\text{II-25})$$

Ces équations sans dimension introduisent des groupements adimensionnels qui sont récapitulés dans le tableau (II-1)

|     | Milieu poreux                     | Milieu fluide       |
|-----|-----------------------------------|---------------------|
| FN1 | $\varepsilon^2 (Pr/Da)$           | $Pr/Da$             |
| FN2 | $\varepsilon^2 Pr Rv$             | $Pr$                |
| FN3 | $\varepsilon^2 Ra Pr [\theta+NS]$ | $Ra Pr [\theta+NS]$ |
| FN4 | $R_k$                             | $1$                 |
| FN5 | $\varepsilon/Le$                  | $1/Le$              |

Tableau (II-1)

**Conditions aux limites :**

## ➤ Conditions dynamiques :

\*Paroi Gauche :  $X = 0, 0 \leq Y \leq A, U = V = 0$ \*Paroi droite :  $X = 1, 0 \leq y \leq A, V = 0, U = -R_k fpRa^{\frac{1}{2}} \frac{E}{A}$ \*Plancher : 1-  $X \in [X_1, X_1 + E], Y = 0, U = 0, V = -R_k fpRa^{\frac{1}{2}}$   
2-  $X \in [0, X_1] \cup [X_1 + E, L], Y = 0, U = 0, V = 0$ \*Plafond :  $0 \leq X \leq 1, Y = A, U = V = 0$ 

## ➤ Conditions thermiques :

\* Paroi Gauche :  $X = 0, 0 \leq Y \leq A, \theta = \theta_2(\text{imposée})$ \* Paroi droite :  $X = 1, 0 \leq Y \leq A, \theta = \theta_2(\text{imposée})$ \* Plancher : 1-  $X \in [X_1, X_1 + E], Y = 0, \theta = \theta_1(\text{imposée})$ 2-  $X \in [0, X_1] \cup [X_1 + E, L], Y = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{(X, 0)} = 0$  (adiabatique)\* Plafond :  $0 < X < 1, Y = A, \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{(X, A)} = 0$  (adiabatique)

## ➤ Conditions solutales :

\* Paroi Gauche :  $X = 0, 0 \leq Y \leq A, S = S_2(\text{imposée})$ \* Paroi droite :  $X = 1, 0 \leq Y \leq A, S = S_2(\text{imposée})$ \* Plancher : 1-  $X \in [X_1, X_1 + E], Y = 0, S = S_1(\text{imposée})$ 2-  $X \in [0, X_1] \cup [X_1 + E, L], Y = 0, \frac{\partial S}{\partial Y} \Big|_{(X, 0)} = 0$  (imperméable)\* Plafond :  $0 < X < 1, Y = A, \frac{\partial S}{\partial Y} \Big|_{(X, A)} = 0$  (imperméable)

## II-7 Coefficients de transferts de chaleur et de masse :

- **Nombre de Nusselt :**

Le transfert thermique peut être décrit par un coefficient adimensionnel appelé nombre de Nusselt ayant pour expression, dans le cas considéré :

$$\begin{cases} \text{Nu}(x) = \frac{hx}{k}; & \text{avec } h = \frac{q(x)}{\Delta T} \dots\dots\dots(1) \\ \text{Nu}(y) = \frac{hy}{k} & \text{avec } h = \frac{q(y)}{\Delta T} \dots\dots\dots(2) \end{cases} \quad (\text{II-26})$$

(1) : pour les faces verticales.

(2) : pour les faces horizontales

Après adimensionnement des variables, on obtient :

$$\text{Nu}(X) = -\left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=0,1} ; \text{Nu}(Y) = -\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0,A} \quad (\text{II-27})$$

Nous définissons maintenant le nombre de Nusselt moyen qui est représenté par la formule suivante :

$$\text{Nu}_{m/X} = \int_0^1 \text{Nu}(X) \cdot dX \quad ; \quad \text{Nu}_{m/Y} = \frac{1}{A} \int_0^A \text{Nu}(Y) \cdot dY \quad (\text{II-28})$$

- **Nombre de Sherwood :**

Par analogie avec le transfert thermique, le coefficient de transfert massique adimensionnel local s'écrit :

$$\text{Sh}(X) = -\left. \frac{\partial S}{\partial X} \right|_{X=0,1} ; \text{Sh}(Y) = -\left. \frac{\partial S}{\partial Y} \right|_{Y=0,A} \quad (\text{II-29})$$

Soit un nombre de Sherwood moyen qui est donné par la formule suivante :

$$\text{Sh}_{m/X} = \int_0^1 \text{Sh}(X) \cdot dX \quad ; \quad \text{Sh}_{m/Y} = \frac{1}{A} \int_0^A \text{Sh}(Y) \cdot dY \quad (\text{II-30})$$

**Conclusion :**

Après avoir posé le modèle physique, formulé les équations gouvernant les transferts de chaleur et de soluté ainsi que les conditions aux limites associées, il apparaît que les équations aux dérivées partielles obtenues nécessitent, pour leur résolution, la mise en œuvre d'une méthode numérique. Le prochain chapitre sera donc consacré à la description de la méthode choisie, en l'occurrence celle des volumes finis, et à son application au cas présent.

## CHAPITRE III

### *RESOLUTION NUMERIQUE*

#### III-1 Introduction :

Etant donné la complexité des équations gouvernantes (aux dérivées partielles, couplées), une approche analytique semble inadéquate. Il est donc nécessaire d'opter pour une résolution numérique.

La méthode des volumes finis (**Patankar 1980**) fait partie des méthodes numériques les plus utilisées actuellement (ayant l'avantage d'une mise en œuvre facile). C'est une méthode semi - intégrale qui consiste à intégrer les équations considérées sur un volume de contrôle entourant le point de calcul, appelé nœud, et à évaluer les différentes variables non situées sur le maillage de calcul, par des interpolations adéquates.

#### III-2 Procédure de calcul :

##### *III-2-1 Equation différentielle gouvernante :*

En mécanique de fluide, les phénomènes physiques sont régis par des principes de conservations qui peuvent être écrits sous forme d'équation aux dérivées partielles. Etant donné que ces équations gouvernantes se formulent de la même manière, elles peuvent être mises sous une forme générale du type convection-diffusion

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S^* \quad (\text{III-1})$$

$\phi$  : Variable dépendante

Le terme de gauche est le terme convectif, les termes de droite étant respectivement le terme de diffusion et le terme source ( $S^*$ ). Le terme source correspond à la production de  $\phi$ .

##### *III-2-2 Maillage utilisé :*

Le maillage pour lequel nous avons opté est un maillage décalé uniforme, proposé par **Patankar (1980)**, dans le cas d'un système d'équations couplées. Le principe de cette

méthode semi-intégrale consiste à intégrer l'équation considérée sur un volume de contrôle, entourant le point de calcul, et à évaluer les différentes variables non situées sur le maillage de calcul par des interpolations adéquates, **figure III-1**.

Cette technique consiste à définir plusieurs grilles mêlées (**fig III-2**), chacune d'entre elles étant spécifique à une ou plusieurs variables du problème.

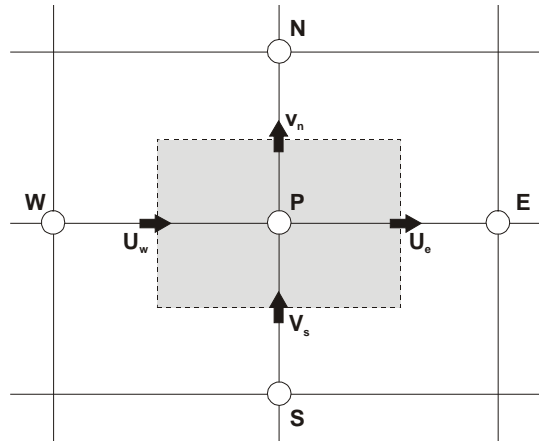


Fig (III-1) : Représentation du volume de contrôle

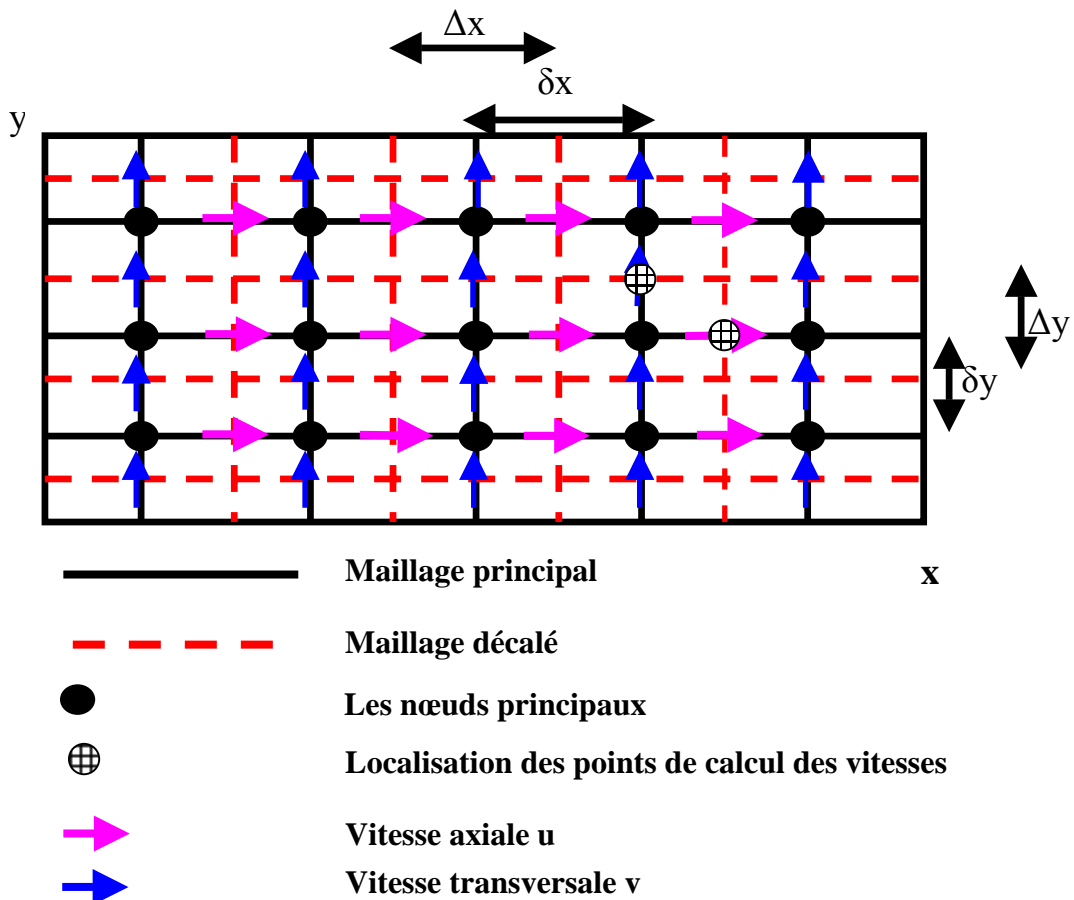


Fig. (III-2) : Représentation du maillage utilisé

### III-3 Discrétisation des équations de conservation :

L 'équation générale peut être mise sous la forme suivante :

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S^* \quad (\text{III-2})$$

Où :

$$\begin{aligned} J_x &= \rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ J_y &= \rho v \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{aligned} \quad (\text{III-3})$$

L'équation (III-2) représente les flux de convection- diffusion dans les directions x et y et S\* le terme source.

En intégrant l'équation (III-2) sur le volume de contrôle correspondant à la variable  $\phi$  considérée, on obtient :

$$\int_s^e \int_w^n \frac{\partial}{\partial x} (J_x) dx dy + \int_w^n \int_s^e \frac{\partial}{\partial y} (J_y) dy dx = \int_s^e \int_w^n S^* dx dy \quad (\text{III-4})$$

Des équations (III-2) et (III-3) on obtient :

$$(J_e - J_w) + (J_n - J_s) = \bar{S}^* \Delta x \Delta y \quad (\text{III-5})$$

$\bar{S}$  : représente la moyenne du terme source.

Les indices (w, e, s, n) représentent les flux totaux (convection + diffusion) passant à travers la face d'un volume de contrôle. Ils s'écrivent respectivement :

$$J_w = \left[ u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_{x_w} \Delta y \quad (\text{III-6a})$$

$$J_e = \left[ u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_{x_e} \Delta y \quad (\text{III-6b})$$

$$J_s = \left[ v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_{y_s} \Delta x \quad (\text{III-6c})$$

$$J_n = \left[ v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_{y_n} \Delta x \quad (\text{III-6c})$$

Le tableau suivant représente les différents termes des équations de conservation :

| Equation         | $\phi$   | $\Gamma$              | $J_x$   | $J_y$   | $S^*$  |
|------------------|----------|-----------------------|---|---|--|
| Continuité       | $I$      | $0$                   | $U$   | $V$   | $0$  |
| Mouvement<br>(X) | $U$      | $\varepsilon^2 Pr Rv$ | $U.U - \varepsilon^2 Pr.Rv.\frac{\partial U}{\partial X}$ | $U.V - \varepsilon^2 Pr.Rv.\frac{\partial U}{\partial Y}$ | $-\frac{\partial P}{\partial X} - \varepsilon^2 \frac{Pr}{Da} U$             |
| Mouvement<br>(Y) | $V$      | $\varepsilon^2 Pr Rv$ | $V.U - \varepsilon^2 Pr.Rv.\frac{\partial V}{\partial X}$ | $V.V - \varepsilon^2 Pr.Rv.\frac{\partial V}{\partial Y}$ | $-\frac{\partial P}{\partial Y} - \varepsilon^2 \frac{Pr}{Da} V$<br>$+ FN 3$ |
| Energie          | $\theta$ | $R_k$                 | $U.\theta - R_k \frac{\partial \theta}{\partial X}$       | $V.\theta - R_k \frac{\partial \theta}{\partial Y}$       | $0$  |
| Concentration    | $S$      | $\varepsilon/Le$      | $U.S - (\varepsilon/Le).\frac{\partial S}{\partial X}$    | $V.S - (\varepsilon/Le)\frac{\partial S}{\partial Y}$     | $0$  |

### III-3-1 Linéarisation du terme source :

Lorsque le terme source dépend de la variable  $\phi$ , on l'exprime sous forme linéaire pour le faire converger d'une meilleure manière. On utilise pour cela la méthode de la tangente; on obtient donc :

$$S^* = S^*_C + S^*_P \phi_P \quad (\text{III-7})$$

Le tableau suivant représente les différentes valeurs de  $S^*_C$  et  $S^*_P$  pour les différentes équations de conservation :

| Equation      | $\phi$   | $S^*_C$                                | $S^*_P$                        |
|---------------|----------|--|--------------------------------|
| Continuité    | $I$      | $0$                                    | $0$                            |
| Mouvement (X) | $U$      | $-\frac{\partial P}{\partial X}$       | $-\varepsilon^2 \frac{Pr}{Da}$ |
| Mouvement (Y) | $V$      | $-\frac{\partial P}{\partial Y} + FN3$ | $-\varepsilon^2 \frac{Pr}{Da}$ |
| Energie       | $\theta$ | $0$                                    | $0$                            |
| Concentration | $S$      | $0$                                    | $0$                            |

**Tableau (III-2)**

### III-3-2 Schéma d'interpolation :

Afin d'évaluer la variable  $\phi$  à une interface du volume de contrôle, une analyse des différents schémas d'approximation est nécessaire pour définir les expressions de la fonction du nombre de Peclet ( $A(|Pec|)$ ). Le choix du schéma d'interpolation joue un rôle très important dans la précision de la solution du problème de convection – diffusion.

#### a- Schéma aux différences centrées :

La fonction d'interpolation de ce schéma est donnée par :

$$A(|P|) = 1 - 0.5|Pec| \quad (\text{III-8})$$

Etant donné que les coefficients  $a_e$ ,  $a_w$ ,  $a_n$  et  $a_s$  dépendent de la fonction du nombre de Peclet, ce dernier doit être positif pour que la deuxième règle de base, qui exige que les coefficients  $a_i$  soient tous positifs, soit respectée. De cela on déduit, pour ce schéma, que ( $|Pec| \leq 2$ ). Son utilisation est donc limitée.

#### b- Schéma décentré amont (Upwind) :

La fonction d'interpolation est donnée par :

$$A(|Pec|) = 1 \quad (\text{III-9})$$

Ce schéma ne présente aucune difficulté du fait que les quatre règles de bases sont respectées.

#### c- Schéma hybride :

Ce schéma est une combinaison des schémas précédents ; il se réduit à l'approximation centrée lorsque ( $|Pec| < 2$ ) et il devient identique au schéma Upwind lorsque ( $|Pec| > 2$ )

La fonction d'interpolation de ce schéma est donnée par :

$$A(|Pec|) = \max[0, 1 - 0.5|Pec|] \quad (\text{III-10})$$

**d- Schéma exponentiel :**

La fonction d'interpolation de ce schéma est donnée par :

$$A(|Pec|) = \frac{|Pec|}{\exp|Pec| - 1} \quad (\text{III-11})$$

Ce schéma s'adapte mieux à un écoulement monodimensionnel; son utilisation pour des écoulements bi et tridimensionnels n'est pas souhaitable. De plus, la présence du terme exponentiel rend le temps de calcul élevé.

**e- Schéma en loi de puissance (Power –Law) :**

La fonction d'interpolation de ce schéma est donnée par :

$$A(|Pec|) = \max[0, (1 - 0.1|Pec|)^5] \quad (\text{III-12})$$

C'est un schéma d'approximation en loi de puissance qui est le plus précis pour n'importe quelle valeur du nombre de *Peclet*. Il permet de contourner les difficultés citées précédemment et s'avère très efficace puisqu'il est celui qui approche le mieux la solution exacte. Il sera donc adopté.

**III-3-3 Discrétisation de l'équation de conservation :**

A partir de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{III-13})$$

L'intégration donne :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial u}{\partial x} dx dy + \int_w^e \int_s^n \frac{\partial v}{\partial y} dy dx = 0 \quad (\text{III-14})$$

$$(U_e - U_w)\Delta x + (V_n - V_s)\Delta y = 0 \quad (\text{III-15})$$

En posant :

$$\begin{aligned} F_e &= (U_e)\Delta x; F_n = (V_n)\Delta y \\ F_w &= (U_w)\Delta x; F_s = (V_s)\Delta y \end{aligned} \quad (\text{III-16})$$

On aura :

$$(F_e - F_w) + (F_n - F_s) = 0 \quad (\text{III-17})$$

On multiplie (III-17) par  $\phi_p$  et on obtient :

$$[F_e - F_w + F_n - F_s] \phi_p = 0 \quad (\text{III-18})$$

D'autre part, le terme source est exprimé sous la forme :

$$\bar{S} = S^*_c + S^*_p \phi \quad (\text{III-19})$$

En combinant l'équation (III-5) avec l'équation (III-18), nous obtenons l'équation suivante :

$$[(J_e - F_e \phi_p) - (J_w - F_w \phi_p)] + [(J_n - F_n \phi_p) - (J_s - F_s \phi_p)] = (S^*_c + S^*_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (\text{III-20})$$

L'équation finale discrétisée est une relation algébrique entre les valeurs de la variable  $\phi$ , au centre de la maille, et celles sur les faces repérées, et elle s'écrit :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III-21})$$

ou :

$$a_p \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (\text{III-22})$$

L'indice nb définit les nœuds voisins du nœud P et la sommation est faite à travers tous les nœuds voisins.

Avec :

$$a_E = D_e A (|P_{ec}|) + [|-F_e, 0|] \quad (\text{III-23a})$$

$$a_W = D_w A (|P_{ec}|) + [|+F_w, 0|] \quad (\text{III-23b})$$

$$a_S = D_s A (|P_{ec}|) + [|+F_s, 0|] \quad (\text{III-23c})$$

$$a_N = D_n A (|P_{ec}|) + [|-F_n, 0|] \quad (\text{III-23d})$$

$$a_p = \sum a_{nb} - S_p \Delta x \Delta y \quad (\text{III-23e})$$

$$D_e = \frac{F_e}{\delta x_e} \Delta y ; \quad F_e = u_e \Delta y \quad (\text{III-23f})$$

$$D_w = \frac{F_w}{\delta x_w} \Delta y ; \quad F_w = u_w \Delta y \quad (\text{III-23g})$$

$$D_s = \frac{F_s}{\delta y_s} \Delta y ; \quad F_s = v_s \Delta x \quad (\text{III-23h})$$

$$D_n = \frac{F_n}{\delta y_n} \Delta y ; \quad F_n = u_n \Delta x \quad (\text{III-23i})$$

$$P_i = F_i / D_i ; \quad (i = e, w, s, n) \quad (\text{III-23j})$$

$F_i$  : sont les débits volumiques à travers les faces respectives du volume de contrôle.

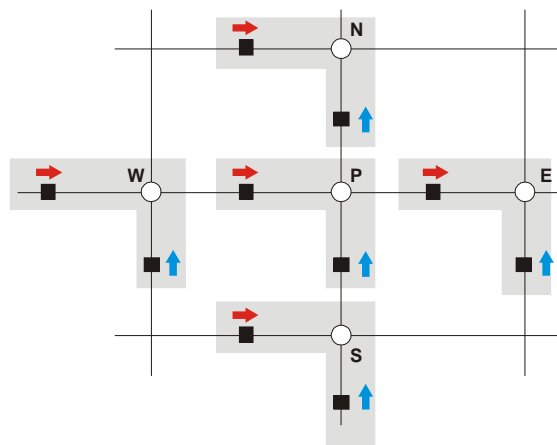
$D_i$  : sont les conductances de diffusion.

$P_i$  : sont les rapports du transfert par convection au transfert par diffusion.

La fonction  $[[a, b]]$  représente le maximum de a et b.

### III-3-4 Equation du mouvement :

Le traitement des équations de quantité de mouvement est similaire à celui de l'équation d'énergie; la seule différence réside dans le choix de la grille. On montre que si on calcule les variables u et v sur la même grille utilisée pour le calcul des variables T, C, P, on aboutira à une solution non réaliste. Pour remédier à ce problème, on adopte un maillage « décalé » afin d'évaluer le champ de vitesse dont les nœuds sont localisés sur les faces des volumes de contrôle de la grille principale (**Figure III-3**). Chaque composante de la vitesse est décalée suivant sa propre direction (**Figure III-4**).et (**Figure III-5**).



**Figure III-3 : Illustration d'une grille décalée pour u et v.**

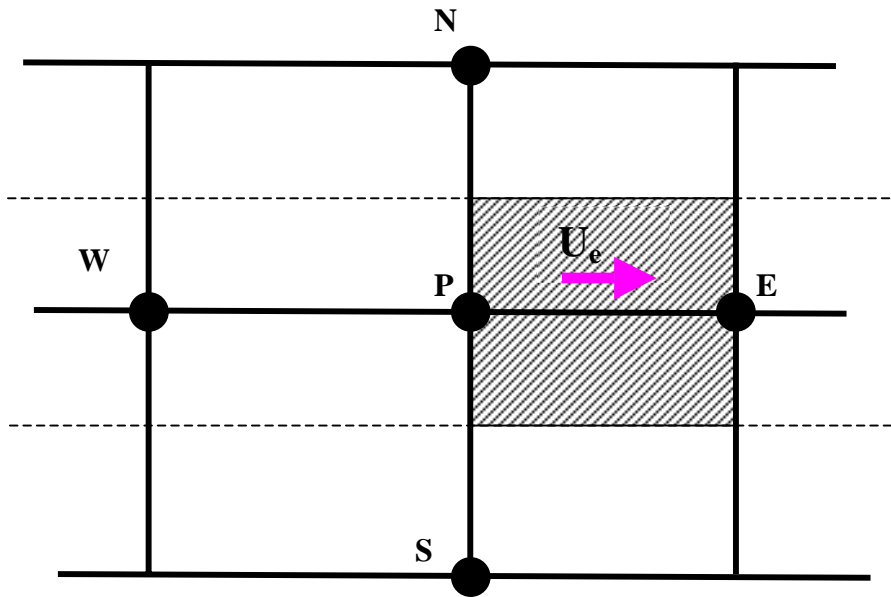


Figure (III-4) : Volume de contrôle liée à  $u$

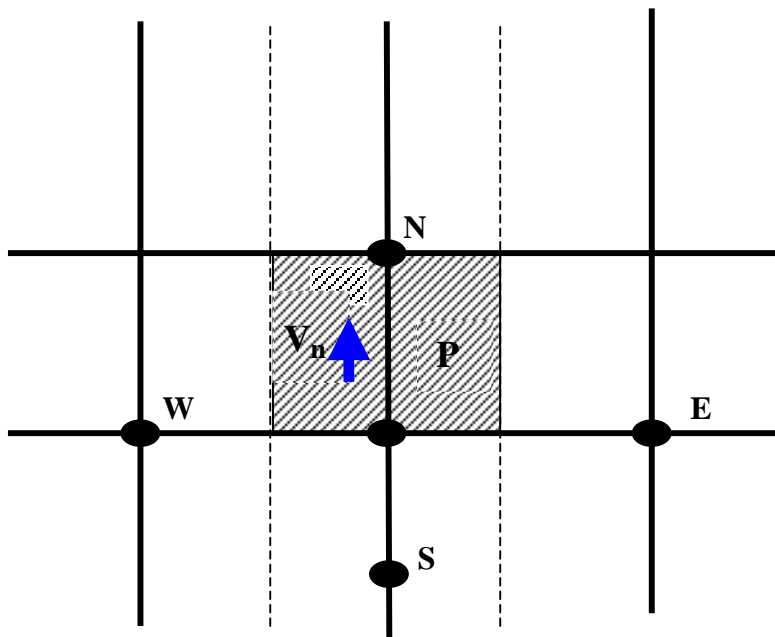


Figure (III-5) : Volume de contrôle liée à  $v$

L'intégration des deux équations de quantité de mouvement suivant les axes X et Y, entraîne le système d'équations suivant :

$$a_e u_e = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \quad (\text{III-24a})$$

$$a_n v_n = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b + (P_P - P_N) A_n \quad (\text{III-24b})$$

Avec :

$(P_P - P_E) A_e$  : Force de pression agissant sur la face verticale (perpendiculaire à l'axe x) du volume de contrôle de la composante de vitesse u.

$(P_P - P_N) A_n$  : Force de pression agissant sur la face horizontale (perpendiculaire à l'axe y) du volume de contrôle de la composante de vitesse v.

$A_e$  et  $A_n$  : surfaces sur lesquelles agissent ces forces.

#### III-4 - Equation de pression :

On déduit du système d'équations (III-24) les expressions de  $u_e$  et  $v_n$  aux interfaces e et n du volume de contrôle.

$$\begin{cases} u_e = \frac{\sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e}{a_e} \\ v_n = \frac{\sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b + (P_P - P_N) A_n}{a_n} \end{cases} \quad (\text{III-25})$$

Les termes b sont les termes sources des équations du mouvement ne faisant pas intervenir les gradients de pression.

Définissons maintenant les pseudo-vitesses comme suit :

$$\begin{cases} \hat{u}_e = \frac{\sum_{nb} a_{nb} \hat{u}_{nb} + b}{a_e} \\ \hat{v}_n = \frac{\sum_{nb} a_{nb} \hat{v}_{nb} + b}{a_n} \end{cases} \quad (\text{III-26})$$

Ces vitesses ne dépendent pas du champ de pression mais elles sont définies à travers les vitesses avoisinantes  $\hat{u}_{nb}$ ,  $\hat{v}_{nb}$ . Le système (III-25) devient :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_e = \hat{\mathbf{u}}_e + \mathbf{d}_e (P_p - P_E) \\ \mathbf{v}_n = \hat{\mathbf{v}}_n + \mathbf{d}_n (P_p - P_N) \end{cases} \quad (\text{III-26})$$

En suivant le même raisonnement pour les vitesses  $u_w$  et  $v_s$ , on peut obtenir l'équation discrétisée de pression en reportant les expressions de  $u_e$ ,  $u_w$ ,  $v_n$ ,  $v_s$  dans l'équation de continuité.

$$a_p P_p = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \quad (\text{III-27})$$

Avec :

$$a_E = d_e \Delta y \quad (\text{III-28a})$$

$$a_W = d_w \Delta y \quad (\text{III-28b})$$

$$a_N = d_n \Delta x \quad (\text{III-28c})$$

$$a_S = d_s \Delta x \quad (\text{III-28d})$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{III-28e})$$

$$b = \left( \hat{u}_e - \hat{u}_w \right) \Delta y + \left( \hat{v}_n - \hat{v}_s \right) \Delta x \quad (\text{III-28f})$$

Le terme b est le résidu de masse, à travers chaque volume de contrôle, impliqué par les pseudo-vitesses.

### III-5 Equation de correction de pression :

Les équations de quantité de mouvement sont couplées entre elles par l'intermédiaire du champ de pression. Cette difficulté de couplage vitesse-pression vient de l'absence d'équations explicites qui gouvernent le champ de pression. Ce problème de couplage est résolu en introduisant un champ de vitesse, supposé connu, permettant de déterminer le champ de pression à partir de l'équation de continuité. On utilise alors une procédure itérative de correction de pression et de vitesse jusqu'à ce que l'équation de continuité soit satisfaite. Pour cette raison on utilise des méthodes indirectes dont la plus répandue est l'algorithme **SIMPLER** (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations Revised) développé par **S.V.Patankar** (1980) pour la simulation des problèmes posés.

Définissons  $P^*$ ,  $u^*$ ,  $v^*$ , comme étant le champ de pression estimé et les composantes de vitesses calculées à partir de  $P^*$ .

Soit  $P'$  la correction de pression ; d'où, les composantes de corrections des vitesses  $u$  et  $v$  sont  $u'$  et  $v'$ . Ainsi, les champs corrigés de pression et de vitesses peuvent s'écrire comme suit :

$$P = P^* + P' \quad (III-29)$$

$$u = u^* + u' \quad (III-30)$$

$$v = v^* + v' \quad (III-31)$$

Pour un champ de vitesse résultant d'un champ de pression  $P^*$ , les équations (III-24a) et (III-24b) s'écrivent :

$$a_e u_e^* = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*) A_e \quad (III-32a)$$

$$a_n v_n^* = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb}^* + b + (P_P^* - P_N^*) A_n \quad (III-32b)$$

En soustrayant l'équation (III-32a) de l'équation (III-24a) on aboutit à

$$a_e u_e - a_e u_e^* = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} - \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + (P_P - P_E) A_e - (P_P^* - P_E^*) A_e \quad (III-33)$$

En tenant compte de l'équation (III-30), l'équation précédente peut s'écrire :

$$a_e u_e' = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}' + (P_P' - P_E') A_e \quad (III-34)$$

L'une des hypothèses simplificatrices introduites dans **SIMPLER** est de supposer que le terme  $\sum_{nb} a_{nb} u_{nb}'$  est négligeable. Cette omission dans la procédure de calcul itératif n'influe guère sur la solution finale ; en revanche, cela permet d'avoir une matrice tri - diagonale pour l'équation de correction de pression.

L'équation (III-34) se réduit à :

$$a_e u_e' = (P_P' - P_E') A_e \quad (III-35)$$

Ou encore :

$$u_e' = (P_P' - P_E') d_e \quad (III-36)$$

Avec  $d_e = A_e / a_e$

L'expression (III- 36) est appelée « formule de correction de la vitesse ».

De la même manière, et relativement à la composante v, on peut écrire :

$$v'_n = (P'_P - P'_N) d_n \quad (\text{III-37})$$

Avec  $d_n = A_n / a_n$

Les équation de correction de u et v sur les faces e et n se réduisent à :

$$u_e = u_e^* + d_e (P'_P - P'_E) \quad (\text{III-38a})$$

$$v_n = v_n^* + d_n (P'_P - P'_N) \quad (\text{III-38b})$$

En remplaçant dans l'équation de continuité, les vitesses  $u_e, u_w, v_n, v_s$  par leurs expressions correspondantes, on aboutit à l'équation de correction de pression suivante :

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (\text{III-39})$$

Avec :

$$a_E = d_e \Delta y \quad (\text{III-39a})$$

$$a_W = d_w \Delta y \quad (\text{III-39b})$$

$$a_N = d_n \Delta x \quad (\text{III-39c})$$

$$a_S = d_s \Delta x \quad (\text{III-39d})$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{III-39e})$$

$$b = \left( u_w^* - u_e^* \right) \Delta y + \left( v_s^* - v_n^* \right) \Delta x \quad (\text{III-39f})$$

On remarque que l'expression (III-39f) n'est autre que l'équation de continuité discrétisée à un signe moins près. Ce terme représente la source massique produite par le champ de vitesse  $v^*$  et que les corrections successives de la pression doivent annuler. Ce qui nous permet de considérer le terme b de l'équation (III- 39f) comme étant un indicateur de convergence.

### III-6 Séquences des opérations de l'algorithme SIMPLER :

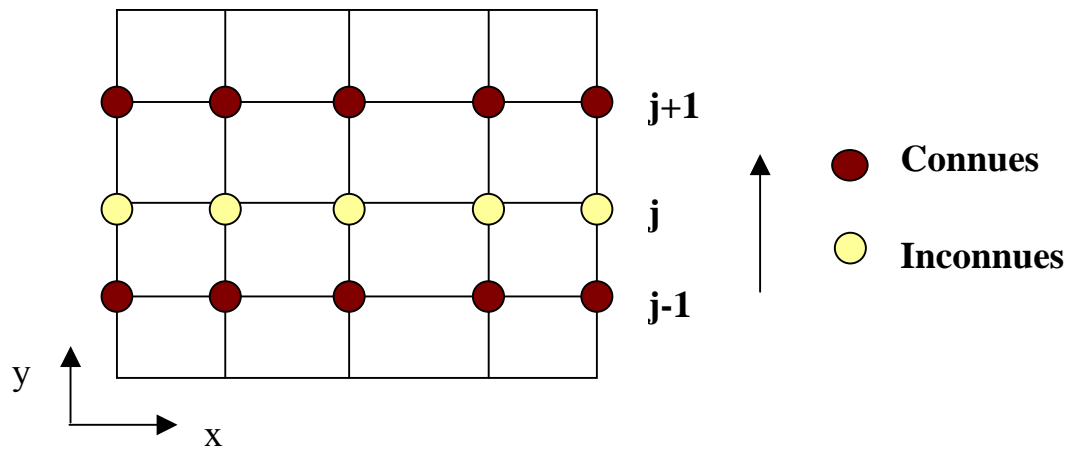
L'algorithme utilisé est l'algorithme de SIMPLER qui consiste à résoudre l'équation de pression, et de correction de pression pour corriger les vitesses. Les séquences de cet algorithme sont les suivantes :

1. Estimation des champs de vitesse, pression, température et de concentration initiaux.
2. Calcul du coefficient figurant dans les équations du mouvement U et V
3. Calcul des pseudo vitesses  $\hat{U}$  et  $\hat{V}$
4. Résolution de l'équation de pression et résoudre cette dernière pour obtenir le champ de pression  $P^*$ .
5. Utiliser le champ de pression  $P^*$  et résoudre les équations de mouvement suivant x et y pour obtenir les champs de vitesses  $U^*$  et  $V^*$ .
6. Résolution de l'équation de correction de pression en introduisant  $U^*$  et  $V^*$  et obtenir le champ de pression corrigé  $P'$ .
7. Correction des champs de vitesse U et V.
8. Résoudre les équations discrétisées de toutes les variables  $\phi(T, C)$ .
9. Retourner à l'étape (2) et refaire toute la procédure (2-8) jusqu'à convergence.

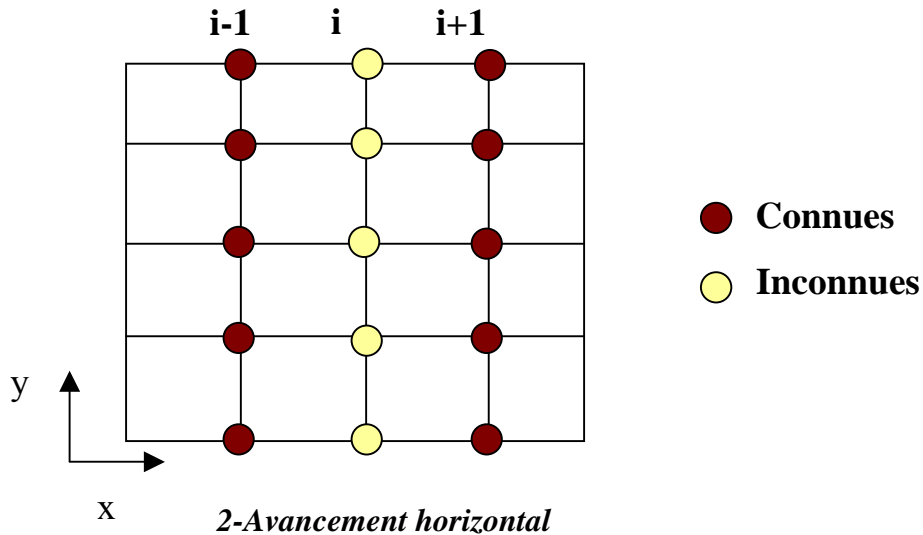
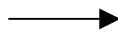
### IV-7 Méthode de résolution :

Pour résoudre les systèmes algébriques tridiagonaux, on fait appel à des méthodes itératives, parmi lesquelles on distingue la méthode de résolution ligne par ligne qui est basée sur l'algorithme *T.D.M.A* (Tri Diagonal Matrix Algorithm) de *THOMAS*. Cette méthode dicte qu'une fois les valeurs de la variable dépendante  $\phi$ , sur une ligne de la direction x, sont déterminées, on passe à la ligne suivante en appliquant la même procédure, tout en considérant les variables suivant l'autre direction (direction y) constantes.

Le même cheminement est utilisé pour les autres variables dépendantes. Ainsi pour notre cas nous avons opté pour un balayage vertical, où la résolution en blocs concerne les lignes horizontales (**figure III-5**).



*1-Avancement vertical*



*2-Avancement horizontal*

Figure (III-6): Procédure de la méthode ligne par ligne

**III-8 Techniques de relaxation :**

Dans notre cas les equations algébriques sont couplés à caractère non lineaire. Pour cela on utilise la technique de relaxation pour contrôler la convergence du processus iteratif (accélérer la convergence ) et on écrit:

$$\phi_p^{k+1} = \phi_p^k + \alpha_\phi \left[ \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb}^{k+1} + b}{a_p} - \phi_p^k \right] \tag{III-40}$$

avec :

$\phi_p^{k+1}$  : valeur de  $\phi$  à l'itération (k+1) .

$\phi_p^k$  : valeur de  $\phi$  à l'itération (k) .

$\alpha_\phi$  : facteur de relaxation

En pratique  $\alpha_\phi$  est défini tel que :  $0 < \alpha_\phi < 2$

**a- $1 < \alpha_\phi < 2$**  : on est en présence d'une sur-relaxation. La valeur de  $\alpha_\phi$  est utilisée pour accélérer la convergence d'un processus itératif déjà convergent .

**b- $0 < \alpha_\phi < 1$** : il s'agit d'une sous -relaxation. Dans ce cas, la valeur de  $\alpha_\phi$  permet souvent de faire converger un processus divergent ou encore de diminuer les variations des variables dépendantes d'une itération à une autre .

En fait,  $\alpha_\phi$  n'est pas connu à l'avance; il faut donc faire des essais multiples et voir comment évoluent les variables dépendantes. Pour notre cas, et pour éviter la divergence, le processus de convergence est ralenti au moyen d'une sous-relaxation, cette dernière a pour but de favoriser la convergence du schéma numérique adopté .

Pour notre code de calcul nous avons opté pour les facteur de relaxation suivant :

Vitesse U :  $\alpha_\phi = 0.1$

Vitesse V :  $\alpha_\phi = 0.1$

Fonction de courant SF :  $\alpha_\phi = 0.2$

Pression P :  $\alpha_\phi = 0.2$

Température T :  $\alpha_\phi = 0.8$

Concentration C :  $\alpha_\phi = 0.8$

### III-9 Conditions de convergence :

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence, qui veut dire approcher au mieux la solution stable du système d'équations en un nombre optimal d'itérations, lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif sur les variables dépendantes  $\phi$ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé aussi critère de convergence qui dépend de la nature du problème et des objectifs du calcul .

Pour notre problème, nous avons opté pour le critère approprié qui porte sur l'erreur relative de la variable dépendante et qui doit être inférieure à  $10^{-4}$  :

$$\text{Max} \left| \frac{\phi_p^{k+1} - \phi_p^k}{\phi_p^k} \right| \leq 10^{-4} \quad (\text{III-41})$$

avec :

$\phi_p^{k+1}$  : valeur de  $\phi$  à l'itération (k+1) .

$\phi_p^k$  : valeur de  $\phi$  à l'itération (k) .

### **Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons exposé la procédure numérique choisie afin de calculer les transferts couplés de chaleur et de soluté dans la cavité. Pour cela, on exploite la méthode de volume finis, avec un schéma en loi de puissance (Power Law). L'algorithme SIMPLER est adopté pour résoudre le système d'équations algébriques et traiter le couplage pression- vitesse. Dans le prochain chapitre nous présentons la validation du code de calcul ainsi que les résultats obtenus avec leurs descriptions et leurs discussions.

## CHAPITRE IV

### RESULTATS ET INTERPRETATIONS

#### IV-1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons interpréter les résultats que nous avons obtenus grâce au programme numérique. Ces résultats sont présentés sous forme de graphes pour montrer l'influence :

- du nombre de Rayleigh  $Ra$ .
- du facteur d'injection  $fp$ .
- du nombre de Lewis  $Le$ .
- du rapport de poussé  $N$ .
- de nombre de Darcy  $Da$ .
- de l'épaisseur de la cloison poreuse  $E$ . (le cas partiellement poreux)

Les plages de variation de ces paramètres sont données dans le **tableau (IV-1)** suivant :

| Paramètre influent | Plage de variation  |
|--------------------|---------------------|
| $Ra$               | $10^{+3} - 10^{+7}$ |
| $fp$               | -40 - + 40          |
| $Le$               | 0.1 - 10            |
| $N$                | -10 - +10           |
| $Da$               | $10^{-6} - 10^{-2}$ |
| $E$                | 0.1- 1              |

**Tableau (IV-1) : Plage de variation des paramètres**

#### IV-2- Sensibilité du maillage

Pour le choix du nombre de nœud nous avons effectué un certain nombre d'exécutions dont les résultats sont présentés par les lignes de courant (**fig IV-1**) de différents maillage et les valeurs de  $Nu_m$  et  $Sh_m$  **tableau (IV-2)** :

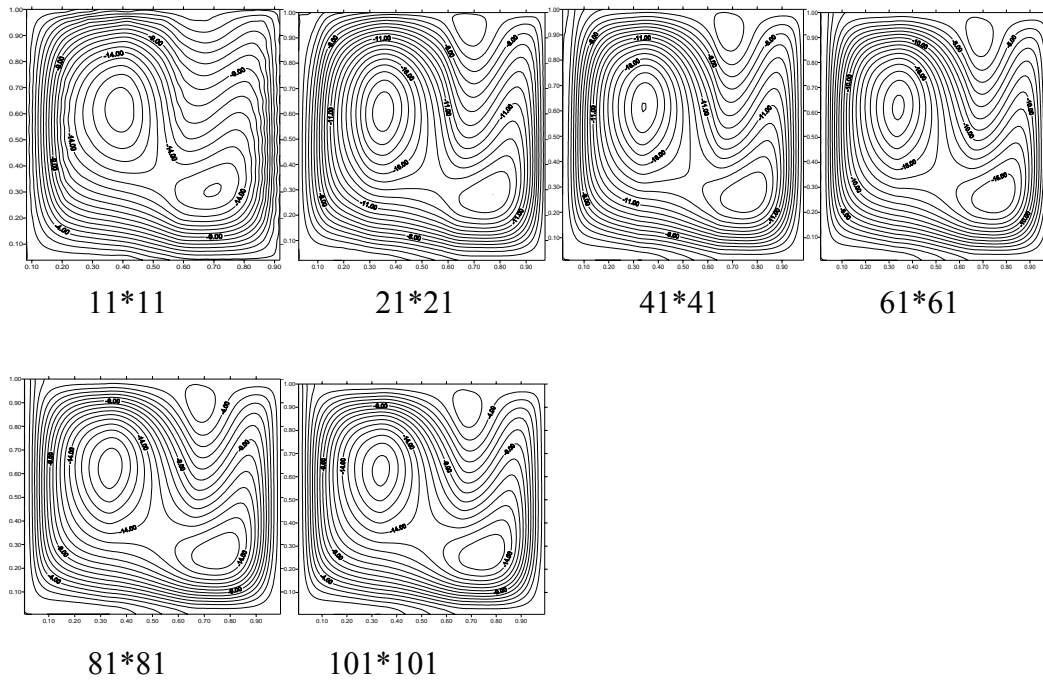


Figure (IV-1) : Sensibilité du maillage sur les ligne de courant

| Maillage | Nu <sub>m</sub> | Erreur commise en % | Sh <sub>m</sub> | Erreur commise en % |
|----------|-----------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| 11x11    | 6,489787        | *****               | 6,315653        | *****               |
| 21x21    | 6,777473        | 3.08                | 6,663106        | 5.50                |
| 41x41    | 6,444297        | 4.91                | 6,311916        | 5.27                |
| 61x61    | 6,347464        | 1.5                 | 6,226272        | 1.35                |
| 81x81    | 6,318008        | 0.46                | 6,192387        | 0.54                |
| 101x101  | 6,315265        | 0.07                | 6,188458        | 0.08                |
| 111x111  | 6,315489        | 0.05                | 6,188621        | 0.07                |
| 121x121  | 6,315445        | 0.04                | 6,188605        | 0.05                |

Tableau (IV-2) : Sensibilité de maillage, comparaison entre les différentes valeurs de Sh<sub>m</sub> et Num pour plusieurs maillage

On remarque d'après la **figure (IV-1)** qu'à partir d'un maillage de 61x61 la structure d'écoulement ne subit aucun changement pour un maillage plus fin. Cette condition n'est pas suffisante pour le choix de maillage, d'où l'obligation de vérifier l'erreur sur les coefficients de transfert massique et thermique. Celle-ci est fixée à moins de 0.05%

Le **tableau (IV-2)** représente les valeurs de Shm et Num pour différents cas de nombre de nœuds. On constate, d'après les résultats, que l'erreur sur Shm et Num est inférieure à 0.05 % qu'à partir d'un maillage 101x101. Nous avons, de ce fait, opté pour ce dernier maillage.

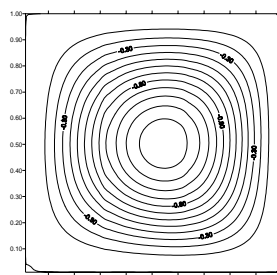
### IV-3 Validation du code de calcul :

#### Validation :

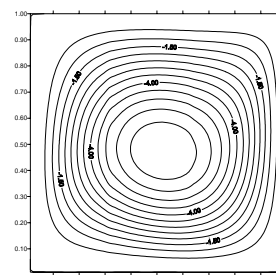
La performance de notre code de calcul est testée pour des cas limites, pour les différentes configurations (milieu totalement fluide, milieu totalement poreux et milieu partiellement poreux), afin de comparer le degré de précision atteint par la méthode numérique avec d'autres travaux fait numériquement et analytiquement.

#### IV-3-1 Cas totalement fluide :

Dans ce cas on considère que l'enceinte est complètement remplie de fluide seulement. La comparaison est effectuée sur les lignes de courant obtenues à partir du présent travail et par **Markatos et Pericleous(1984)**, pour une convection naturelle purement thermique ( $N=0$ ) et pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Une très bonne concordance est observée.



$Ra=10^3$



$Ra=10^4$

(a) : ligne de courant (présente étude)



$Ra = 10^3$



$Ra = 10^4$

(b) : ligne de courant (*Markatos et Percleous (1984)*)

**Figure (IV-2) : Comparaison entre les lignes de courant obtenues par la présente étude et celles de Markatos et Percleous (1984)**

De plus nous avons comparé, dans le cas de la convection naturelle purement thermique, les coefficients d'échange thermique obtenus dans ce travail, à la corrélation de **Markatos et Percleous (1984)** qui donne le nombre de Nusselt moyen par la formule suivante :

$$Num = 0.143 Ra^{0.299} \text{ pour } 10^3 < Ra < 10^6$$

La comparaison est représentée sur le **tableau (IV-3)**. On remarque une bonne concordance, surtout pour  $Ra=10^3$  et  $Ra=10^6$  où l'erreur est respectivement de 0.7% et de 3%.

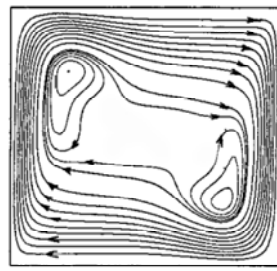
| Ra  | $10^3$             |                |          | $10^5$             |                |          | $10^6$             |                |          |
|-----|--------------------|----------------|----------|--------------------|----------------|----------|--------------------|----------------|----------|
|     | Markatos Percleous | Présente étude | % erreur | Markatos Percleous | Présente étude | % erreur | Markatos Percleous | Présente étude | % erreur |
| Num | 1.128              | 1.136          | 0.7      | 4.47               | 4.71           | 5.36     | 8.898              | 9.237          | 3        |

**Tableau (IV-3) : Comparaison entre la variation du nombre du Nusselt obtenue par la présente étude à celle de Markatos et Percleous (1984)**

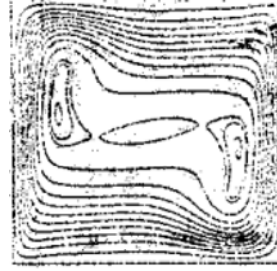
Pour le cas de la convection thermosolutale, nos résultats ont été comparés à ceux de **J.A.Weaver et R.Viskanta (1991)** qui ont représenté des relevés expérimentaux et à ceux de **M.Benzeghiba (1999)**, **R.Bennacer(1993)** et **O.Rahli(2003)** obtenues par une approche numérique. La **figure (IV-3)** représente la comparaison des lignes de courant obtenues par le présent travail avec la visualisation expérimentale obtenue par **J.A.Weaver et R.Viskanta (1991)** et les résultats obtenus numériquement par les autres auteurs sus – cités.



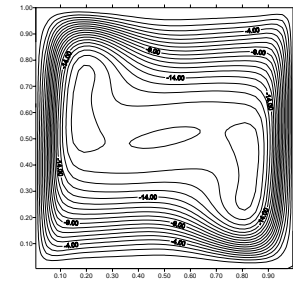
(a) Visualisation expérimentale  
J.A Weaver & R. Viskanta (1991)



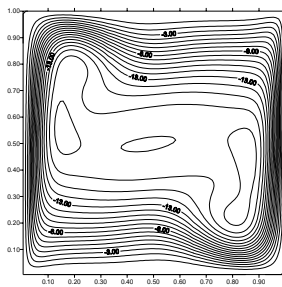
(b) R, Bennacer (1993)



(c) M. Benzeghiba (1999)



(d) O.Rahli (2003)



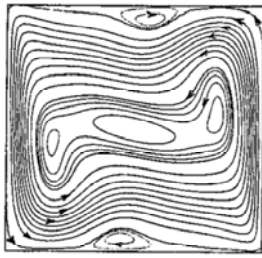
(e) : Présente étude

**Figure (IV-3) : Comparaison des lignes de courant dans le cas d'une convection naturelle thermosolutale dans un gaz binaire, cas coopérant.**

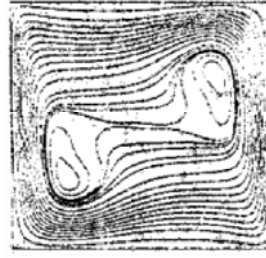
**$A=1$ ,  $Pr=0.85$ ,  $Le=0.59$ ,  $Ra=5.02.10^{+5}$ ,  $N=0.55$**

On remarque, ici également, une bonne concordance entre nos résultats et ceux de investigations antérieures

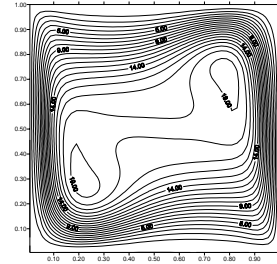
Toujours dans la convection naturelle thermosolutale mais dans le cas où les forces de poussées sont opposées, on a comparé nos résultats à ceux obtenus numériquement par M.Benzeghiba (1999), R.Bennacer (1993) et O.Rahli (2003) (figure IV-4). Une bonne concordance est également observée.



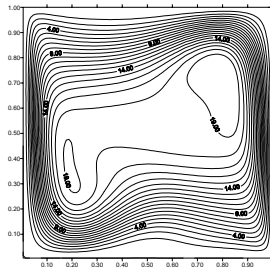
(a) R. Bennacer (1991)



(b) M. Benzeghiba (1999)



(c) O. Rahli (2003)



(d) : Présent travail

**Figure (IV-4) : comparaison des lignes de courant dans le cas d'une convection naturelle thermosolutale dans un gaz binaire, cas opposé.**  
 $A=1, Pr=0.79, Le=0.82, Ra=7.35.10^{+5}, N=-1.85$

**IV-3-2 Validation en milieu totalement poreux (convection thermosolutale) :**

Une comparaison est effectuée avec les résultats de **A.Tobbal (1999)**, pour différentes valeurs du nombre de Lewis. **Le tableau (IV-4)** donne les valeurs des coefficients d'échange thermique et massique en fonction de ce paramètre. L'écart présenté ne dépasse pas les 4 % ce qui semble assez convenable.

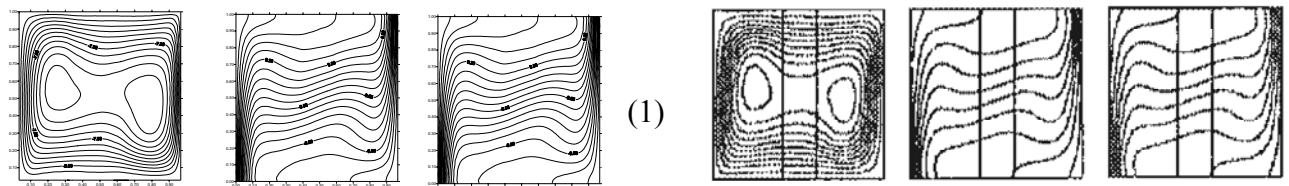
|         | A.Tobbal |        | Présente étude |        | Erreur % |     |
|---------|----------|--------|----------------|--------|----------|-----|
|         | Num      | Shm    | Num            | Shm    | Num      | Shm |
| Le = 10 | 13,48    | 48.20  | 13.89          | 47.85  | 3.26     | 0.7 |
| Le =100 | 13.48    | 139.93 | 13.89          | 138.25 | 3.04     | 1.2 |

**Tableau (IV-4) : Comparaison des coefficients d'échange thermique et solutal avec les travaux antérieurs ( $Da=10^{-7}, Pr=0.71, A=1, N=0, Ra=10^{+3}$ )**

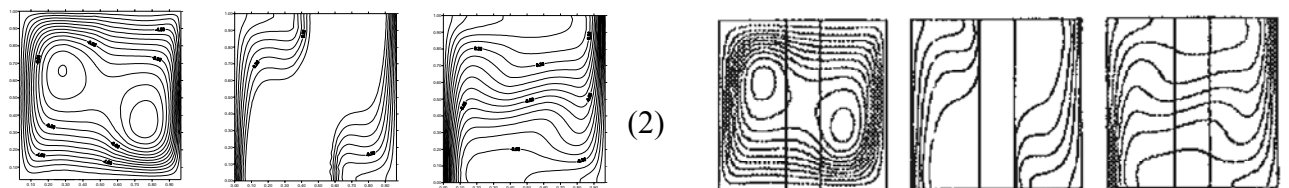
**IV-3-3 Validation dans le cas milieu partiellement poreux :**

Dans le cas d'une enceinte partiellement poreuse, nos résultats sont comparés à ceux de **M.Mharzi et al (2000)**, lorsque la cavité est soumise uniquement à des gradients de température et de concentration horizontaux et à ceux de **O.Rahli(2003)** dans le cas d'un apport de chaleur et de matière au niveau de la base de la cavité .

Les **figures (IV-5) et (IV-6)** montrent clairement que nos résultats concordent parfaitement avec ceux de la littérature

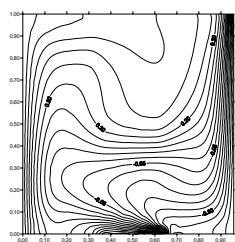


**Figure IV-5 : Comparaison des lignes de courant, isothermes et lignes d'isoconcentration avec celles présentées par M.Mharzi & al (2000) (à droite), pour différentes situations.**

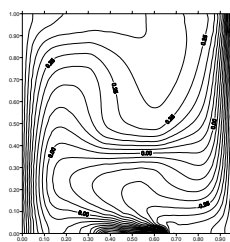


**1 :**  $Ra=10^{+5}$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $R_k=1, \epsilon=1, Le=1, N=1$

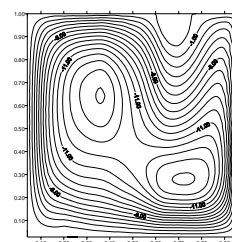
**2 :**  $Ra=10^{+5}$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $R_k=100, \epsilon=1, Le=1, N=1$



Iso  $\theta$

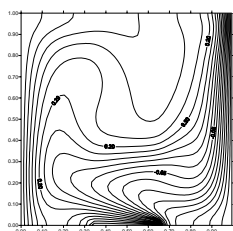


Iso S

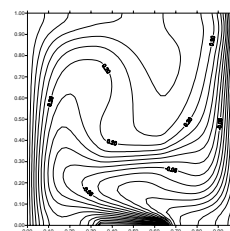


Iso  $\psi$

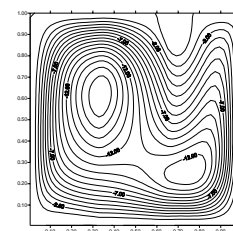
**(a) Présent travail**



Iso  $\theta$

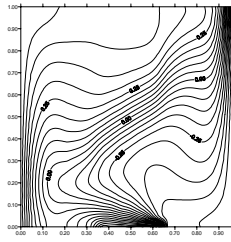
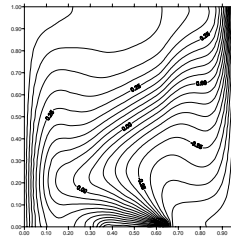


Iso S

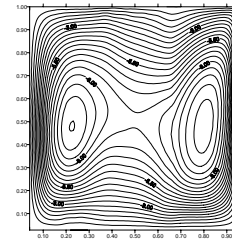
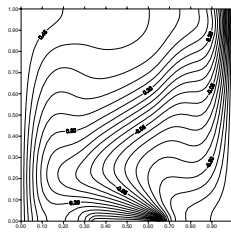
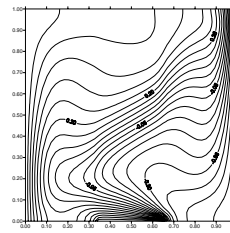


Iso  $\psi$

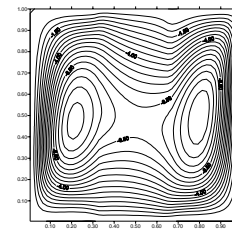
**(b) :O.Rahli (2003)**

Iso  $\theta$ 

Iso S

Iso  $\psi$ (c): *Present travail*Iso  $\theta$ 

Iso S

Iso  $\psi$ (d) : *O.Rahli (2003)*

**Figure (IV-6) : Comparaison des isoconcentrations, isothermes et lignes de courant avec les résultats de O.Rahli (2003) pour deux cas différents.**

(a) et (b) :  $Ra=10^{+5}, Da=10^{-3}, R_K=1, \varepsilon=0.6, Le=1, N=1, Pr=0.71, E=0.33$

(c) et (d) :  $Ra=10^{+5}, Da=10^{-4}, R_K=1, \varepsilon=0.6, Le=1, N=1, Pr=0.71, E=0.33$

## CONCLUSION GENERALE :

La contribution apportée par le présent travail consiste à analyser l'effet de l'injection ou l'extraction de matière sur le transfert thermosolutal quand les forces de volumes thermique et massique sont couplées en opposition et en parallèle. La formulation du phénomène est effectuée sur une échelle macroscopique pour un écoulement du fluide à travers le milieu poreux régi par le modèle de Darcy–Brinkman. Après l'établissement des équations gouvernantes et leur mise sous forme adimensionnelle, la résolution du système est effectuée par la méthode des volumes finis. Le code de calcul élaboré, basé sur l'algorithme SIMPLER, est tout d'abord validé par une comparaison avec des études relatives à des cas limites traités analytiquement ou numériquement dans la littérature .

Des résultats sont ensuite présentés, mettant en évidence l'influence des différentes propriétés géométriques et thermophysiques caractéristiques. Ces dernières sont traduites sous forme de groupements adimensionnels gouvernant le système, tels que le nombre de Rayleigh, le nombre de Darcy, le nombre de Lewis, l'épaisseur adimensionnelle de la cloison poreuse  $E$ , le paramètre d'injection et le rapport de poussée. La présentation des résultats est effectuée en représentant la variation des nombres de Sherwood et Nusselt moyens en fonction de ces différents paramètres. Des isothermes, isoconcentrations et lignes de courant sont également tracées et présentées afin de donner une image plus précise sur l'évolution, dans la cavité, des champs, thermique, massique et dynamique.

L'influence du nombre de Rayleigh sur les transferts thermique et solutal a été ainsi étudiée. Il apparaît que l'élévation du nombre de Rayleigh favorise énormément les transferts massique et thermique et cela quelle que soit la valeur du facteur d'injection.

Concernant l'influence de la perméabilité, la diminution de cette dernière réduit sensiblement les valeurs des nombres de Nusselt et de Sherwood. On a pu aussi montrer que, pour un nombre de Darcy élevé ( $Da \geq 10^{-2}$ ) le régime d'écoulement tend vers le régime fluide. Pour des perméabilités modérées, il y'a un début d'apparition d'un régime convectif. Pour des faibles valeurs de Darcy, c'est le régime diffusif qui devient important dans le cas du transfert solutal et le régime conductif qui l'emporte pour le cas du transfert thermique. A la limite ( $Da$  très faible), la cloison poreuse se comporte comme un solide.

Il apparaît aussi, d'après les résultats obtenus, que l'augmentation du nombre de Lewis entraîne un accroissement du nombre de Sherwood moyen caractérisant le transfert de soluté, alors que les évolutions du transfert thermique sont non seulement relativement moins importantes, mais varient en sens inverse avec ce paramètre. Il semble, en fait, clairement, toujours d'après ces résultats, que le transfert de chaleur est prédominant pour  $Le < 1$  alors que les échanges massiques sont prépondérants pour  $Le > 1$ .

Par ailleurs, l'augmentation de l'épaisseur de la couche poreuse au sein de la cavité entraîne, dans le cas neutre où le facteur d'injection est supposé nul ( $f_p=0$ ), une diminution importante du nombre de Nusselt moyen ; cette décroissance est moindre pour le coefficient d'échange solutal. Dans le cas de l'extraction, en revanche on constate que les coefficients d'échanges thermiques diminuent toujours avec l'élévation de  $E$  mais pour atteindre leurs valeurs minimales pour le cas totalement poreux ( $E=1$ ). De leur côté, les transferts solutaux connaissent des valeurs minimales qui sont  $\frac{1}{10}$  du paramètre d'injection ( $E \approx 0.7$  pour  $f_p=10$  et  $E \approx 0.6$  pour  $f_p = 40^\circ$ ). Pour le cas de l'injection, les transferts thermique et massique diminuent avec l'élévation de la couche poreuse.

En fait concernant l'influence du facteur d'injection on peut tirer les remarques suivantes :

- Extraction : le transfert, au niveau de la couche limite de fluide voisine de la surface d'extraction, est accéléré par le tassement de cette couche qui occasionne des variations importantes de température et concentration sur une faible épaisseur. Ce phénomène engendre une augmentation des flux thermique et massique lorsque le facteur d'extraction augmente.
- Injection : l'augmentation de la vitesse d'injection diminue l'intensité du flux thermique et massique à travers la paroi inférieure. Cette diminution est due à l'apparition d'une région à température et concentration quasi - constantes près de cette paroi, causée par le fluide qui est injecté, lui-même, à température et concentration constantes ; d'où des échanges thermique et solutal qui se réduisent considérablement, pour tendre vers la valeur nulle à très forte injection.

Enfin, d'après l'étude comparative faite entre les enceintes partiellement poreuse et totalement poreuse, on peut tirer notamment les remarques suivantes :

L'étude de l'influence du nombre de Rayleigh permet de constater que quelle que soit la

valeur de ce paramètre, les transferts thermiques sont toujours plus importants dans le cas de la cavité partiellement poreuse par rapport à la cavité totalement poreuse, pour le cas du transfert massique et pour des nombres de Rayleigh inférieurs à  $10^{+5}$ , on remarque l'apparition de valeurs critiques pour lesquelles les transferts solutaux changent de comportement. Selon la gamme considérée, le transfert est prédominant soit pour le cas partiellement soit pour le cas totalement poreux.

Concernant l'effet du nombre de Lewis, sur le transfert thermique, les memes constatations que pour l'effet du nombre de Rayleigh sont faites. En effet, les valeurs du nombre de Nusselt moyen sont plus importantes dans le cas partiellement poreux que dans le cas d'une cavité totalement poreuse. Concernant les transferts solutaux, la différence entre les deux cas de remplissage est quasi-nulle pour des nombres de Lewis inférieurs à 0,1; l'écart devient de plus en plus important au fur est à mesure que le nombre de Lewis augmente. Néanmoins, dans le cas des grandes valeurs du facteur d'extraction, il apparaît que les échanges solutaux correspondant au cas totalement poreux deviennent plus importants que pour le cas partiellement poreux et cela pour n'importe quelle valeur du nombre de Lewis.

Pour ce qui est de l'influence de la perméabilité, on remarque que quelle que soit la valeur de cette dernière, dans la gamme étudiée, le transfert thermique est toujours plus important pour le cas partiellement poreux. On observe néanmoins un écart nettement plus important entre les deux cas de remplissage lorsqu'on est en présence d'une forte extraction.

Concernant le transfert solutal, on remarque notamment, pour des perméabilités modérées ( $Da=10^{-3}$ ), l'apparition d'une valeur critique du facteur d'injection, pour laquelle l'importance relative des transferts, entre les cas partiellement et totalement poreux, est inversée.

En définitive, cette simulation numérique a permis d'étudier une convection thermosolutale dans une enceinte, en tenant compte des effets de l'injection/extraction sur les transferts thermique et solutal. L'étude est effectuée avec des hypothèses simplificatrices qui permettent une première approche avec l'obtention de résultats préliminaires en vue d'une application, même si elle est restreinte, à des cas physiques possibles.

En perspective il serait intéressant d'envisager d'approfondir en considérant, éventuellement, les cas suivants:

- Fluide non-Newtonien et milieu poreux non homogène ou anisotrope pour l'application, notamment, au domaine des hydrocarbures.

- Régime instationnaire pour introduire le facteur temps qui peut être non négligeable dans certaines situations.
- Effets de la turbulence.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE:

- **F. Alavyoon**  
On natural convection in vertical porous enclosures due to prescribed fluxes of heat and mass at the vertical walls.  
*Int. J. Mass Transfe* , Vol .36,pp.2479-2498,1993.
- **F. Alavyoon,Y. Masua et S. Kimura**  
On natural convection in vertical porous enclosures due to opposing fluxes of heat and mass at the vertical walls.  
*Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.37, pp.195-206, 1994.
- **André Desseaux**  
Analytical and numerical solutions to a problem of convection in a porous media with lateral mass flux.  
*Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 25, No. 5, pp. 641--650, 1998.
- **C. Beghin, F. Haghigat And F. Allard**  
Numerical study of double diffusive natural convection in a square cavity.  
*Int.J.Heat Mass Transfer*, Vol.35, pp.833-846, 1992.
- **A. Bejan et K. R. Khair**  
Heat and mass transfer by natural convection in porous medium.  
*Int. J.Heat Mass Transfer*, Vol .28, pp.909-918, 1989.
- **R. Bennacer , A. Tobal, H. Beji et P. Vasseur**  
Double diffusive convection in a vertical enclosure filled with anisotropic porous media.  
*Int.J.Therm.Sci.vol.40*, pp30-41, 2001.
- **R. Bennacer**  
Convection naturelle thermosolutale : simulation numérique des transferts et des structures d'écoulement.  
*Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1993.*
- **R.Bennacer, A.A.Mohamed, D.Akrour**  
Transient natural convection in an enclosure with horizontal temperature and vertical solutal gradients.  
*Int.J.Therm.Sci(2001)*,40,899-910.
- **R. Bennacer, H. Beji, R. Duval,**  
The Brinkman model for thermosolutal convection in a vertical annular porous layer.  
*Int.Comm. Heat Mass Transfer*, Vol 27, N.1, pp69-80, 2000.
- **M. Benzeghiba**  
Étude du transfert de chaleur et de mass dans une enceinte annulaire tournante et partiellement poreuse.  
*Thèse de magister –USTHB (1999).*

- **C. Benard, D. Gobin and J. Thévenin**  
 Thermosolutal natural convection in a rectangular enclosure: numerical results.  
*Heat Transfer in Convective Flows, Vol.107 pp.249-254, 1989.*
- **J. Chamkha, H. Al-Naser**  
 Double diffusive convection in inclined porous enclosure with opposing temperature and concentration gradients.  
*Int .J. Heat Mass Transfer, Vol.40, pp227-244, 2001*
- **P.Cheng**  
 The influence of lateral mass flux on free convection boundary layers in a saturated porous medium.  
*Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.20. pp 201-206, 1977.*
- **F. Chen and C. F. Chen,**  
 Double diffusive fingering convection in a porous medium.  
*Int. J. Heat Mass Transfer. Vol.36.pp.793-807, 1993.*
- **C. F. Chen, D. G. Briggs and R. A. Wirtz**  
 Stability of thermal convection in a salinity gradient due to lateral heating.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol .14, pp.57-65, 1971.*
- **V. A. Costa**  
 Double diffusive natural convection in a square enclosure with heat and mass diffusive walls.  
*Int .J. Heat Mass Transfer .Vol 40.N:17.pp4061-4071, 1997.*
- **N.A.Donald and A. Bejan**  
 Convection in porous media.  
*Springer Verlag, 1992*
- **M. A. El Hakiem**  
 Combined convection in non-Newtonian fluids along a nonisothermal vertical plate in a porous medium with lateral mass flux.  
*Heat and Mass Transfer 37, pp379- 385, 2001.*
- **B. Goyeau, J. P. Songbe and D. Gobin**  
 Numerical study of double diffusive natural convection in a porous cavity using the Darcy–Brinkman formulation  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.39, pp.1363-1378, 1996.*
- **B. Goyeau and D. Gobin**  
 Heat transfer by thermosolutal natural convection in a vertical composite fluid – porous cavity.  
*Int.Comm.Heat Mass Transfer .Vol .26.No.8.Pp 1115-1126, 1999.*
- **H. Han and T. H. Kuehn**  
 Double diffusive natural convection in a vertical rectangular enclosure. I. experimental study.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.34, N°2, pp.449-459,1991a.*

- **H. Han and T. H. Kuehn**  
 Double diffusive natural convection in a vertical rectangular enclosure. II. Numerical study.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.34, N°2, pp.461-471,1991b*
- **W. B. Hooper, T. S. Chen and B. F. Armaly**  
 Mixed convection from a vertical plate in porous media with surface injection or suction.  
*Numerical Heat Transfer, Part A, 25:317-329(1994).*
- **H. E. Huppert and J. S. Turner**  
 Double diffusive natural convection.  
*J.Fluid Mech, Vol. 78, pp. 821-854 (1976).*
- **J.M. Hyan and J. W. Lee**  
 Double diffusive convection in rectangular enclosure with cooperating horizontal gradients of temperature and concentration.  
*Int. J.Heat Mass Transfer, Vol.33, N°8, pp.1605-1617, 1990 a*
- **J. Y. Jang and W. J. Chang**  
 The flow and the vortex instability of horizontal natural convection in porous medium resulting from combined heat and mass buoyancy effects.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.31,pp.769-777, 1988.*
- **H.D.Jiang, S.Ostrach and Y.Kamotani**  
 Thermosolutal convection flow regimes with opposed buoyancy forces in a shallow enclosure.  
*Physico-Chemical Hydrodynamics, Vol .113, pp.135-140, 1991.*
- **H.D.Jiang, S.Ostrach and Y.Kamotani**  
 Unsteady thermosolutal transport phenomena due to opposed buoyancy forces in a shallow enclosure.  
*Int. J.Heat Transfer, Vol.113, pp.135-140,1991*
- **Y. Kamotani, L. W. Wang, S. Ostrach and H. D. Jiang**  
 Experiment study of natural convection in shallow enclosures with horizontal temperature and concentration gradients.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.28, N°1, pp.165-173, 1985.*
- **Khan A.A, Zebib A**  
 Double diffusive instability in a vertical layer of a porous medium.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.103, pp.179-181,1981.*
- **F. C. Lai Kulacki F. A**  
 Coupled heat and mass transfer by natural convection from vertical surfaces in porous media.  
*Int.J.Heat Mass Transfer Vol.34, pp.1189-1194,1991.*
- **J. Lee, M. T. Hyun and K. W. Kim**  
 Natural convection in confined fluids with combined horizontal temperature and concentration gradients.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol .31, N°1, pp.1969-1977, 1988.*

- **T. F. Lin**  
Unsteady natural convection heat and mass transfer in saturated porous enclosures.  
*Warme –Und Stoffubertragung*.Vol.33,pp287-299,1990.
- **T. F. Lin, C. C. Huang and T. S. Chang**  
Transient binary mixture natural convection in a square enclosure.  
*Int.J.Heat Mass Transfer*, Vol.33, pp.287-299, 1990.
- **M. Mamou, P. Vasseur and E. Bilgen**  
Multiple solutions for double –diffusive convection in a vertical porous enclosure  
*Int.J.Heat Mass Transfer*, Vol .32, pp.115-179, 1995
- **J. H. Merkin**  
Free convection boundary layers in a saturated porous medium with lateral mass flux.  
*Int.J.Heat Mass Transfer* .Vol. 21, pp.1499-1504, 1978
- **M. Mhrazi, S. Daoudi and M. Daguennet**  
Convection naturelle thermique et massique dans une cavité partiellement occupée par une cloison poreuse verticale.  
*6<sup>eme</sup> Colloque Maghrébin sur Les Modèles Numériques de L'ingénieur, Tunisie*  
Vol.II,pp.529-534,1998.
- **M.Mhrazi, S. Daoudi and M. Daguennet**  
Thermosolutal natural convection in a vertically layered fluid-porous medium heated from the side.  
*Energy Conversion and Management*, Vol.41, pp.1065-1090. (2000).
- **B. J. Murray, C. F. Chen**  
Double-diffusive convection in porous medium.  
*J.Fluid Mech*, Vol 201, pp.147-166, 1989.
- **D. A. Nield**  
Onset of thermohaline convection in a porous medium.  
*Water Resour.Res* .4, pp.553-560, 1968.
- **D. A. Nield and A. Bejan**  
Convection in Porous Media.  
*Springer, New York, 1992.*
- **P. Nuthiarasu, K. N. Seetharamu and T. Sundararajan**  
Double –diffusive natural convection in an enclosure filled with fluid saturated porous medium: a generalized non-Darcy approach.  
*Num.Heat Transfer*, Part.A.Vol.30, pp.413-426, 1996.
- **S. Ostrach, H. D. Jiang and Y. Kamotani**  
Thermosolutal convection flow regimes with opposed buoyancy forces in a shallow enclosure.  
*Physico-Chemical Hydrodynamics*, Vol.10, pp.599-613, 1988.

- **S.V. Patankar**  
Numerical heat transfer and fluid flow.  
*Hemispheres, Mc Graw-Hill, New York 1980.*
  
- **D.Poulikakos**  
On buoyancy heat and mass transfer from concentrated source in an infinite porous medium.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.28 N°3 pp.621-629, 1985.*
  
- **N.J. Rabadi, E.M. Hamdan**  
Free convection from inclined permeable walls embedded in variable permeability porous media with lateral mass flux.  
*Journal of Petroleum Science and Engineering 26 (2000) 241-251.*
  
- **O. Rahli**  
Convection naturelle thermosolutale dans un cavité divisée par une cloison poreuse  
*Thèse de magister – USTHB 2003.*
  
- **P. Ranganathan and R. Viskanta**  
Natural convection in a square cavity due to combined driving forces.  
*Num.Heat Transfer, Part, A, Vol.14.pp 35-59, 1988.*
  
- **J.H. Rao and al**  
Momentum and heat transfer in a power-law fluid with arbitrary injection/suction at a moving wall  
*Int.J.Heat and Mass Transfer, Vol 42, pp 2837-2847, 1999.*
  
- **N. D. Rosenberg and J. F. Spera**  
Thermohaline convection in a porous medium heated from below.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol .35, pp.1261-1273, 1992.*
  
- **N. Rudraiah, P. K. Srimani and R. Freidrich**  
Finite amplitude convection in two – components fluid-porous layer.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol .25, Pp.715-722, 1982.*
  
- **E. Sheidegger**  
The physics of flow through porous media  
*3<sup>rd</sup> Edition, University Of Toronto Press, 1974*
  
- **W. Shyy and M. H. Chen**  
Double diffusive flow enclosures  
*Physics of Fluids, A.3.pp.2592-2607, 1991.*
  
- **A. Tobbal**  
Contribution à l'étude de la convection thermosolutale dans les milieux poreux anisotropes et multicouches.  
*Thèse de Doctorat, Université de Cergy-Pontoise ,1999.*

- **O. Trevisian and A. Bejan**  
 Natural convection with combined heat and mass transfer buoyancy effects in a porous medium.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.28, pp.1597-1611, 1985.*
- **O. Trevisian and A. Bejan**  
 Heat and mass transfer by natural convection in a vertical slot filled with a porous medium.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.29, pp.403-415, 1986.*
- **O. Trevisian and A. Bejan**  
 Combined with heat and mass transfer by natural convection in a vertical enclosure.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.109, pp.104-112, 1992.*
- **O.Trevisian and A.Bejan**  
 Heat and mass transfer by high Rayleigh number convection in a porous medium heated from below.  
*Int.J.Heat Mass Transfer, Vol.30, pp.2341-2356, 1987.*
- **J.S.Turner**  
 The behaviour of a stable salinity gradient heated from below.  
*J.Fluid Mech, Vol.33, pp 183-200,1968.*
- **J.A.Weaver and R.Viskanta**  
 Natural convection in binary gases due to horizontal thermal and solutal gradients.  
 ASME .J.of Heat Transfer, Vol .113, pp.141-147, 1991.