

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
**Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumedienne**

FACULTE DE PHYSIQUE



**MEMOIRE**

Présenté pour l'obtention du diplôme de : **MAGISTER**

En : PHYSIQUE

Spécialité : **Physique Théorique de la Matière et des Hautes Energies**

par

**BOUDERBA Yasmina**

Sujet :

**Problème Direct en Héliosismologie Temps-Distance:  
Etude & Interprétation Théorique**

Soutenu publiquement le 30/05/2010, devant le jury composé de :

Mr.	<b>A. BENDIB</b>	Professeur,	à l'U.S.T.H.B	Président
Mr.	<b>N. SEGHOUANI</b>	Maitre de Recherche,	au C.R.A.A.G	Directeur de MEMOIRE
Mr.	<b>M. TRIBECHÉ</b>	Professeur,	à l'U.S.T.H.B	Examineur
Mr.	<b>T. E. ABDELATIF</b>	Directeur de Recherche,	au C.R.A.A.G	Examineur
M <sup>me</sup>	<b>L. AMIROUCHE</b>	Maitre de Conférences,	à l'U.S.T.H.B	Examinatrice

*A mes Chers parents...*

# *DEDICACES*

*En témoignage de mon respect et ma reconnaissance,  
Je dédie ce travail :*

*A mes très chers parents, à qui je dois tout et ne  
rendrais jamais assez.*

*A mon cher époux, qui m'a soutenu le long de ce  
travail de recherche.*

*A mes chers frères : Sofiane, Mohamed et Karim.*

*A toute ma famille et ma belle-famille.*

*Aussi, je dédie ce travail à tous mes collègues et amis.*

*YASMINA BOUDERBA*

# *Remerciements*

*Le travail de recherche présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein de l'équipe de l'Héliosismologie du département d'Astronomie et Astrophysique du Centre de Recherche en Astronomie, Astrophysique et Géophysique (CRAAG)-Bouzaréah.*

*J'adresse mes vifs remerciements au professeur **A. BENDIB** de l'USTHB, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ce présent mémoire.*

*Je tiens à remercier vivement Docteur **N. SEGHOUANI**, qui a bien voulu assurer mon encadrement. Je lui suis également reconnaissante pour la confiance qu'il m'a accordée et sa patience.*

*Je remercie également les membres de jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail : **T.E ABDELATIF**, directeur de recherche au CRAAG, **M TRIBECHÉ**, professeur au laboratoire de Physique Théorique à l'USTHB ainsi que **L AMIROUCHE** Maître de Conférences au laboratoire de Physique Théorique à l'USTHB. Merci d'avoir accepté de faire partie de mon jury.*

*Je tiens également à exprimer ma gratitude à Mr **Abdelkrim Yelles Chaouch**, directeur du CRAAG, pour avoir mis à ma disposition tous les moyens pour mener à bien ce travail de recherche.*

*Mes remerciements vont également à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation, à tous mes amis et à mes collègues du CRAAG pour leur support moral et leurs encouragements tout au long de ce travail. Et j'adresse un sincère remerciement à mon collègue **M. Aksouh** pour son aide précieuse.*

*Que tous ceux qui m'ont aidé à accomplir ce travail trouvent ici, l'expression de ma plus sincère gratitude.*

# Résumé

C'est à partir de l'étude des oscillations confinées à l'intérieur du Soleil, que l'Héliosismologie est née. L'une des techniques de l'Héliosismologie qui s'intéresse aux phénomènes locaux est la technique « Temps-Distance ». Cette méthode inspirée de la sismologie terrestre est basée sur un modèle théorique reliant les temps de parcours des ondes acoustiques (modes p) qui parcourent le milieu solaire aux propriétés internes du soleil.

Notre travail consiste à construire le modèle théorique d'une part, qui met en relation les temps de parcours des modes « p » avec les propriétés internes du Soleil. Et d'autre part, de mettre en place les différentes procédures de traitement de données qui nous permettent de calculer les temps de parcours qui sont issus de l'observation à partir des données Dopplerogrammes du Soleil obtenues de l'instrument spatial MDI à bord de la sonde SOHO et du réseau terrestre GONG.

# Table des matières :

<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b>I. Généralités sur le Soleil.....</b>	<b>5</b>
I.1. Description du Soleil .....	5
I.2. La structure du Soleil .....	7
I.3. Observation du Soleil .....	8
I.4. L'Activité solaire .....	10
<b>II. L'Héliosismologie .....</b>	<b>11</b>
II.1. Introduction .....	11
II.2. Principe de l'Héliosismologie Globale .....	12
II.3. Caractérisation des modes p .....	13
II.4. Le modèle solaire .....	16
II.5. Nature des modes .....	17
II.6. La contribution de l' Héliosismologie globale .....	19
II.7. L'Héliosismologie locale .....	21
II.7.1. Le diagramme des anneaux (Ring Diagram) .....	22
II.7.2. L'Holographie Acoustique .....	23
II.7.3. La méthode Temps-Distance.....	24
<b>III. La méthode Temps Distance .....</b>	<b>25</b>
III.1. Introduction .....	25
III.2. Le principe de la méthode Temps-Distance.....	26
III.2.1. Détermination du parcours de l'onde .....	26
III.2.2. Détermination des points de retournement.....	28
III.2.3. L'approximation du rayon.....	29
III.2.4. Perturbation du temps de parcours .....	30
III.3. Les temps de parcours des modes « p ».....	33
<b>IV. Mesures et résultats.....</b>	<b>42</b>
IV.1. L'observation des oscillations solaires .....	42

IV.1.1.	Le réseau terrestre GONG .....	43
IV.1.2.	Le satellite spatial SOHO .....	45
IV.2.	Gradient de rotation.....	47
IV.3.	Traitement de données.....	48
IV.3.1.	Le remapping.....	49
IV.3.2.	Le Tracking .....	52
IV.3.3.	Création d'un cube de données « Data Cube » .....	55
IV.3.4.	Le Filtrage .....	60
IV.3.4.1.	La supergranulation.....	60
IV.3.4.2.	Les ondes de gravité de surface.....	63
IV.3.4.3.	Filtrage de vitesse de phase.....	65
IV.3.5.	La corrélation du signal.....	69
IV.3.5.1.	La géométrie de l'anneau concentrique .....	69
IV.3.5.2.	La géométrie des quadrants d'arc.....	70
IV.3.6.	Le diagramme Temps-Distance .....	71
IV.3.7.	Le Fitting .....	73
<b>Conclusion Générale .....</b>		<b>76</b>
<b>Annexe A: Les équations de base en Héliosismologie .....</b>		<b>78</b>
<b>Annexe B : Communications.....</b>		<b>90</b>
<b>Bibliographie.....</b>		<b>91</b>

# Table des Figures

<b>Figure I-1</b> : Diagramme de H-R.....	6
<b>Figure I-2</b> : Cycle de vie du Soleil.....	6
<b>Figure I-3</b> : Coupure schématique du Soleil.....	8
<b>Figure I-4</b> : La granulation photosphérique autour d'une tache solaire.....	9
<b>Figure I-5</b> : Répartition en latitude des taches solaires (diagramme papillon).....	10
<b>Figure II-1</b> : Propagation des modes « g » et « p ».....	13
<b>Figure II-2</b> : L'onde acoustique piégée dans la cavité solaires.....	14
<b>Figure II-3</b> : Description des modes par les Harmoniques sphériques.....	15
<b>Figure II-4</b> : la fréquence de Brunt-Väisälä est la fréquence de Lamb.....	18
<b>Figure II-5</b> : Les différents profils dans l'intérieur du Soleil.....	20
<b>Figure II-6</b> : Tomographie d'une tache solaire.....	20
<b>Figure II-7</b> : Le spectre de puissance.....	20
<b>Figure II-8</b> : Coupe transversale du diagramme de puissance.....	20
<b>Figure III-1</b> : Les points de retournement de l'onde acoustique.....	29
<b>Figure III-2</b> : Parcours de l'onde entre les points $r_1$ et $r_2$ à la surface du Soleil.....	32
<b>Figure III-3</b> : La corrélation entre deux points différents sur la surface solaire.....	34
<b>Figure III-4</b> : Représentation en coordonnées sphériques du point $r$ sur la surface solaire.....	35
<b>Figure III-5</b> : Le digramme Temps-Distance théorique.....	32
<b>Figure III-6</b> : L'allure de la fonction de Gabor.....	40
<b>Figure IV-1</b> : La répartition des six sites d'observations de GONG.....	44
<b>Figure IV-2</b> : Une image de SOHO gravitant autour du Soleil.....	45
<b>Figure IV-3</b> :L'orbite de rotation du satellite SOHO.....	45
<b>Figure IV-4</b> : Décalage Doppler dû à la rotation du Soleil.....	47
<b>Figure IV-5</b> : Image brute du Soleil avec et sans rotation principale.....	48
<b>Figure IV-6</b> : Grille du Soleil en coordonnées héliographiques.....	50
<b>Figure IV-7</b> : Image brute du Soleil avant et après le remapping.....	52
<b>Figure IV-8</b> : Représentation de la rotation différentielle du Soleil.....	53
<b>Figure IV-9</b> : L'allure de la vitesse angulaire de Snodgrass en fonction de la latitude.....	54
<b>Figure IV-10</b> : La carte de puissance après Remapping / Tracking.....	55
<b>Figure IV-11</b> : Extraction d'un Data Cube à partir de données remappées et trackées.....	56
<b>Figure IV-12</b> : La fenêtre d'apodisation de cloche cosinus de 128x128 pixels.....	59

<b>Figure IV-13</b> : Représentation du Data Cube dans l'espace fréquentiel en $(k_x, k_y, \omega)$ .....	60
<b>Figure IV-14</b> : Coupe transversale du Data Cube en $(k_x, k_y)$ .....	60
<b>Figure IV-15</b> : L'allure du filtre gaussien temporel passe haut .....	61
<b>Figure IV-16</b> : Coupe longitudinale du Data Cube avant et après le filtrage temporel .....	62
<b>Figure IV-17</b> : L'allure du filtre Gaussien passe bas spatial pour les modes « f » .....	64
<b>Figure IV-18</b> : Coupe transversale avant et après filtrage des modes « f » .....	65
<b>Figure IV-19</b> : Coupe longitudinale avant et après filtrage des modes « f » .....	67
<b>Figure IV-20</b> : Coupe longitudinal du filtre à différentes vitesses de phase .....	68
<b>Figure IV-21</b> : Coupe longitudinal du cube après filtrage .....	68
<b>Figure IV-22</b> : Visualisation d'une image du Data Cube avant les différents filtrages. ....	69
<b>Figure IV-23</b> : Visualisation d'une image du Data Cube après les différents filtrages .....	70
<b>Figure IV-24</b> : La géométrie de l'anneau concentrique .....	72
<b>Figure IV-25</b> : La géométrie des quadrants.....	73
<b>Figure IV-26</b> : Diagramme « Temps-Distance».....	72
<b>Figure IV-27</b> : Le Fit par la fonction de Gabor .....	73
<b>Figure IV-28</b> : La courbe « Temps-Distance » .....	74
<b>Figure IV-29</b> : Représentation de l'écoulement solaire.....	75

# Introduction générale

Quelque soit l'angle sous lequel on considère la vie sur Terre, l'omniprésence du Soleil est évidente. Tout ou presque de ce qui conditionne la situation des terriens, de l'existence même de la planète à l'apparition de la vie à sa surface en passant par son approvisionnement en énergie, lui est fondamental.

A cause de sa proximité, le Soleil s'est rapidement démarqué comme une étoile type dans notre univers. Son modèle théorique repose sur des équations contenant une physique extrêmement riche qui mêle les avancées les plus pointues de la physique nucléaire, de la physique atomique, de la physique des plasmas et de la dynamique des fluides, ce qui le rend un laboratoire privilégié pour l'étude détaillée de la structure et de l'évolution des étoiles en général.

Il a fallu attendre la fin du xx<sup>ème</sup> siècle, pour que les connaissances que l'on a aujourd'hui de la structure interne du Soleil se développent grâce aux avancées considérables d'une nouvelle discipline de l'astrophysique apte à nous renseigner sur les propriétés internes du Soleil : L'Héliosismologie.

C'est en début des années soixante, que des pulsations extrêmement faibles du Soleil d'une période de 5 minutes ont été observées pour la première fois, par mesure de vitesse Doppler. Ce n'est qu'une dizaine d'années plus tard que ce phénomène était expliqué théoriquement comme la manifestation de la propagation des modes propres dans le plasma solaire. Depuis, des millions de pulsations de périodes différentes ont été décelées.

Dans le cas de notre étoile, il existe deux catégories dominantes de ce type de forces. La première regroupe les forces de gravitation : elles entraînent des oscillations dues à la poussée d'Archimède, nommées ondes de gravité ou encore ondes de « mode g » qui se produisent à basse fréquence, et qui sont confinées au cœur de l'étoile et très difficilement détectables à la surface.

Quant à la deuxième catégorie de forces, elle regroupe les forces de pression et donne naissance aux ondes acoustiques ou ondes de « mode p » qui se produisent à haute fréquence. Dans ce mode d'oscillation, la compressibilité du gaz joue le rôle d'un ressort et provoque la propagation des ondes acoustiques. La zone de convection est en effet le siège d'un mouvement convectif turbulent qui forme les ondes acoustiques (identique au bouillonnement de l'eau dans une casserole). Ce phénomène, qui s'amorce à  $0.73 R_{\odot}$  de profondeur, fait remonter des bulles de gaz très chaudes vers la surface pour redescendre vers la profondeur de la zone convective.

L'Héliosismologie globale étudie le Soleil dans sa globalité, elle nous fournit des informations moyennées en longitude, et également moyennées en latitude. En effet, l'Héliosismologie globale a permis d'affiner les modèles solaires qui étaient au départ purement théoriques. Elle a permis également de conforter toute la physique solaire. Des études similaires effectuées sur des étoiles situées à plusieurs dizaines d'années lumières sont connues par la discipline d'astérosismologie.

Toutefois l'Héliosismologie globale ne nous permet pas d'accéder à des phénomènes solaires locaux qui sont d'une grande importance pour l'étude de la relation Terre/Soleil, telles que les taches solaires, les éruptions ainsi que l'étude des écoulements subsurface dans une région donnée du Soleil. L'Héliosismologie locale, nous permet de répondre à ces préoccupations.

L'Héliosismologie locale a en effet permis de mettre en évidence la présence de nouveaux mouvements entre les pôles et l'équateur. Et a également permis la cartographie en trois dimensions des écoulements locaux dans les couches les plus externes de la zone convective ou encore de révéler la dynamique sous-jacente aux taches solaires et des éruptions en s'intéressant à la naissance et l'évolution des régions actives.

Parmi les recherches en vogue en Héliosismologie locale, figure l'étude de l'écoulement du Soleil, qui représente un composant fondamental pour la physique solaire. En effet, le calme record qui a marqué l'activité du Soleil ces dernières années a intrigué les physiciens solaires. L'un des indicateurs de l'activité de notre étoile était le nombre de taches sombres qui apparaissent à sa surface. En 2008, le Soleil est apparu sans tache pendant 266 journées (Même en période d'activité minimale dans le cycle solaire qui dure environ 11 ans, une telle accalmie est rare). Or de nouvelles recherches ont montré que ce minimum solaire coïncide avec une accélération de l'écoulement solaire. Cependant une nouvelle étude sur les mouvements de convection qui brasse le Soleil va peut être permettre de mieux comprendre ce minimum record et de percer le mystère du Soleil.

Trois principales techniques sont utilisées en Héliosismologie locale. Ce sont la technique du Diagramme des anneaux (Ring-Diagram), la technique de Temps-Distance et la technique de l'Holographie Acoustique.

Dans ce travail, nous nous intéressons particulièrement à la technique Temps-Distance introduite par Duvall et al en 1993. Cette méthode inspirée de la sismologie terrestre consiste à relier les temps de parcours (l'observation) des modes  $p$  avec les propriétés internes du soleil. Ces temps de parcours des modes sont issus de l'observation après un traitement adéquat des données Dopplerogrammes de l'instrument spatial MDI à bord de la sonde SOHO, et du réseau terrestre GONG.

La modélisation de la propagation de ces modes dans le plasma solaire est réalisée à travers les équations qui régissent la physique solaire moyennant certaines approximations. On peut de ce fait établir différents modèles qui mettent en évidence un paramètre auquel on s'intéresse tels que le flux solaire et les inhomogénéités locales du Soleil.

Notre travail consiste à construire le modèle théorique d'une part, qui met en relation les temps de parcours des modes «  $p$  » avec les propriétés internes du Soleil. Et d'autre part, de

mettre en place les procédures qui nous permettent de calculer les temps de parcours proprement dits.

Afin de développer notre travail, nous allons procéder comme suit : Dans le chapitre I, nous présenterons des généralités sur le Soleil. Dans le chapitre II, nous nous intéresserons aux bases de l'Héliosismologie globale, où nous rappellerons les équations de base qui régissent cette discipline, afin de remonter à la relation de dispersion caractéristique des oscillations solaires qui nous servira de support pour le modèle Temps Distance qui serait développé au chapitre III. Ce modèle met en relation l'observation avec les propriétés internes du Soleil. Nous mettrons également en place les bases théoriques de la technique qui permettra d'extraire les temps de parcours des modes « p » à partir des observations. Cette technique sera quant à elle, développée de manière pratique dans le chapitre IV. En effet, dans ce chapitre, nous présenterons toutes les étapes de traitement de données qui nous permettent d'extraire les temps de parcours des modes « p » à partir des images Dopplerogrammes recueillies par les instruments terrestres ou spatiaux. Nous terminerons enfin par une conclusion générale.

# I. Généralités sur le Soleil

## I.1. Description du Soleil

Le Soleil est une étoile ordinaire (classe G2-V) parmi les 300 milliards d'autres étoiles qui peuplent la Voie lactée. Il est situé à 28 000 Années-lumière du cœur de notre Galaxie, proche d'un bras de la spirale. Malgré les 150 millions de kilomètres qui séparent la Terre du Soleil (1 unité astronomique), soit à 8 minutes lumière ; il est situé 250 000 fois plus près de la Terre que la seconde plus proche étoile  $\alpha$  du Centaure.

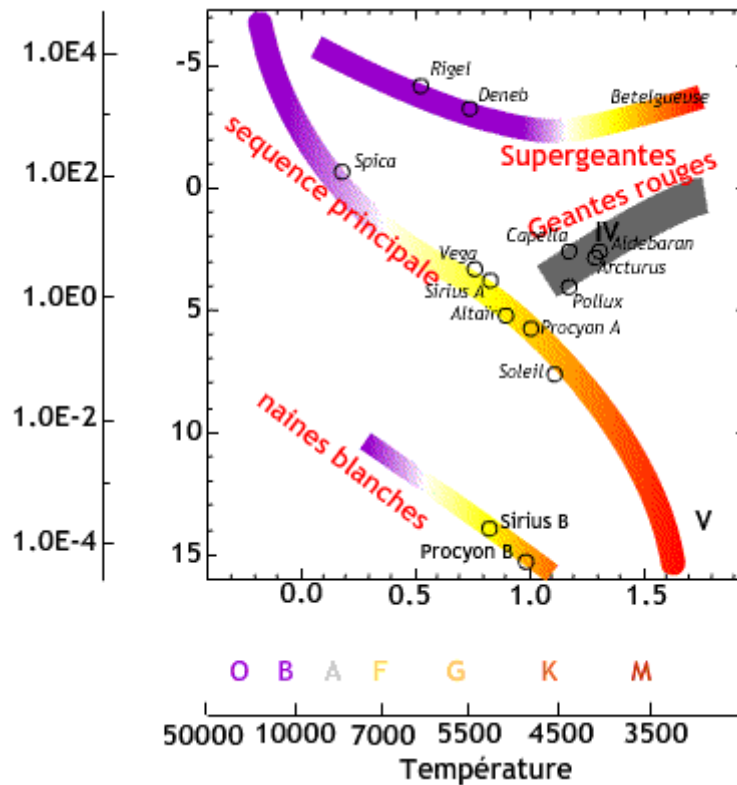
Issue d'un nuage de gaz interstellaire se contractant et s'échauffant sous l'effet de la gravitation jusqu'à l'apparition des réactions thermonucléaires, une proto-étoile a donné naissance au Soleil et à l'ensemble du système solaire. Le Soleil actuel dont l'énergie provient des réactions thermonucléaires, en transformant le noyau d'hydrogène en noyau d'hélium, est âgé de 4,57 milliards d'années, soit à peu près la moitié de son chemin sur la séquence principale<sup>†</sup> du diagramme de Hertzsprung-Russell<sup>‡</sup> [1] (Figure I-1).

Actuellement le Soleil se trouve dans un état d'équilibre hydrostatique.

---

<sup>†</sup> est une zone qui traverse le diagramme HR en diagonale. C'est la partie où l'on trouve la majorité des étoiles

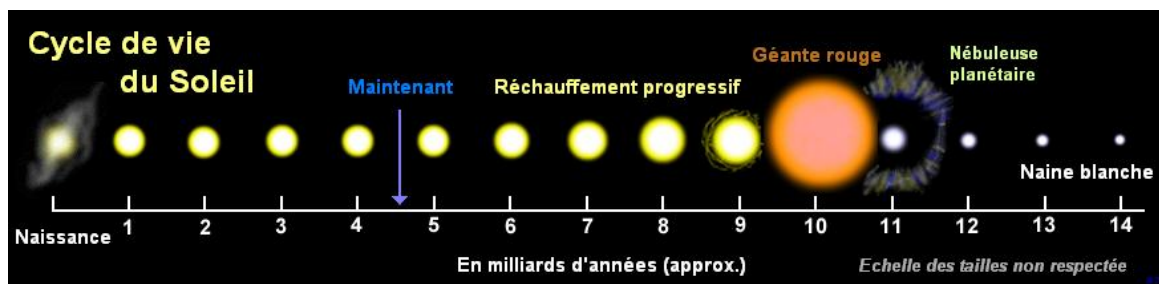
<sup>‡</sup> est un graphe montrant la luminosité d'un ensemble d'étoiles en fonction de leur température effective. Ce type de diagramme a permis d'étudier les populations d'étoiles et d'établir la théorie de l'évolution stellaire



**Figure I-1** : Diagramme de H-R, avec les différentes classes stellaires. L'axe des abscisses donne les correspondances température-couleur-type spectral. L'axe des ordonnées est gradué en luminosité solaire et en magnitude absolue bolométrique [1].

Lorsque le carburant central de l'étoile s'épuise, le noyau s'effondrera sur lui-même tandis que les couches superficielles seront repoussées et le Soleil deviendra une géante rouge dans cinq milliards d'années environ.

Enfin, les couches externes seront éjectées dans l'espace et donneront naissance à une nébuleuse planétaire. Les restes du cœur interne de l'étoile s'effondreront pour former une naine blanche très dense d'une taille comparable à la Terre, qui pourra briller encore plusieurs milliards d'années au cours desquelles elle se refroidira lentement avant de s'éteindre définitivement, et devenir une naine noire (Figure I-2).



**Figure I-2** : Cycle de vie du Soleil [2]

## I.2. La structure du Soleil

Bien que le Soleil soit une étoile de taille moyenne, il est considéré comme le plus gros objet du système solaire, il représente à lui seul près de 99,86 % de sa masse totale. Le Soleil est composé initialement de 71% d'Hydrogène, de 27% d'Hélium, et les 2% qui restent c'est les autres éléments plus lourds.

On considère que le **cœur** du Soleil s'étend du centre à environ 25% du rayon solaire, sa masse volumique est supérieure à  $150\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  (150 fois la densité de l'eau sur Terre) et sa température approche les 15 millions de kelvins; assez pour déclencher les réactions thermonucléaires (fusion nucléaire): quatre noyaux d'hydrogène (protons) fusionnent pour former un noyau d'hélium. La masse des quatre protons étant supérieure à celle d'un noyau d'hélium, cette réaction fournit l'énergie nécessaire au Soleil pour rayonner. Soit 600 millions de tonnes d'hydrogène se transforment chaque seconde en 596 millions de tonnes d'hélium, les quatre millions de tonnes de matière perdue étant converties en énergie selon l'équation d'Einstein  $E=MC^2$ . La totalité de l'énergie qui y est produite est transmise aux couches supérieures et émise dans l'espace interplanétaire sous forme de rayonnement électromagnétique (lumière, rayonnement solaire) et de flux de particules (vent solaire).

Dans le cœur, la température chute de 15 à 7 millions de Kelvins en s'éloignant du centre pour continuer à baisser ensuite jusqu'à une couche stable, dite **radiative**, qui se situe entre 25 et 73% du rayon solaire. La température y diminue de 7 à 2 millions de kelvins. La matière qui s'y trouve est fortement ionisée et est traversée par l'énergie sous forme de rayons  $\gamma$  et rayons X.

Vers 73 % du rayon, le gradient de température à suffisamment baissé, ce qui rend la matière plus opaque pour freiner le transfert radiatif, et l'accumulation de chaleur qui en résulte localement déstabilise le plasma solaire, la matière évacue la chaleur par convection dans les derniers 30% selon un mouvement radial vers la photosphère. Dans cette zone, qui est la zone **convective**, la température y passe de 2 millions à  $\sim 5800$  kelvins. La matière parvenue en surface, refroidie, plonge à nouveau jusqu'à la base de la zone de convection pour recevoir la chaleur de la partie supérieure de la zone de radiation.

L'atmosphère est principalement divisée en trois parties d'inégales épaisseurs: **La photosphère**, qui ne fait que 400 km d'épaisseur, **la chromosphère**, plus vaste avec 3.000 km qui est une couche de gaz de couleur rose, qui entoure la photosphère. Et enfin la **couronne** qui s'étend très loin, jusqu'à des millions de km [3], [4] (Figure I-3).

Ce que nous observons du Soleil c'est la photosphère. Bien que c'est la partie basse de l'atmosphère solaire, mais elle est un million de fois plus lumineuse que la couronne. Par contre, pour observer la couronne, il faut des conditions particulières : Soit attendre le phénomène naturel, où la lune vient occulter la photosphère (l'éclipse solaire), soit l'utilisation d'un instrument spécial qui est le coronographe.

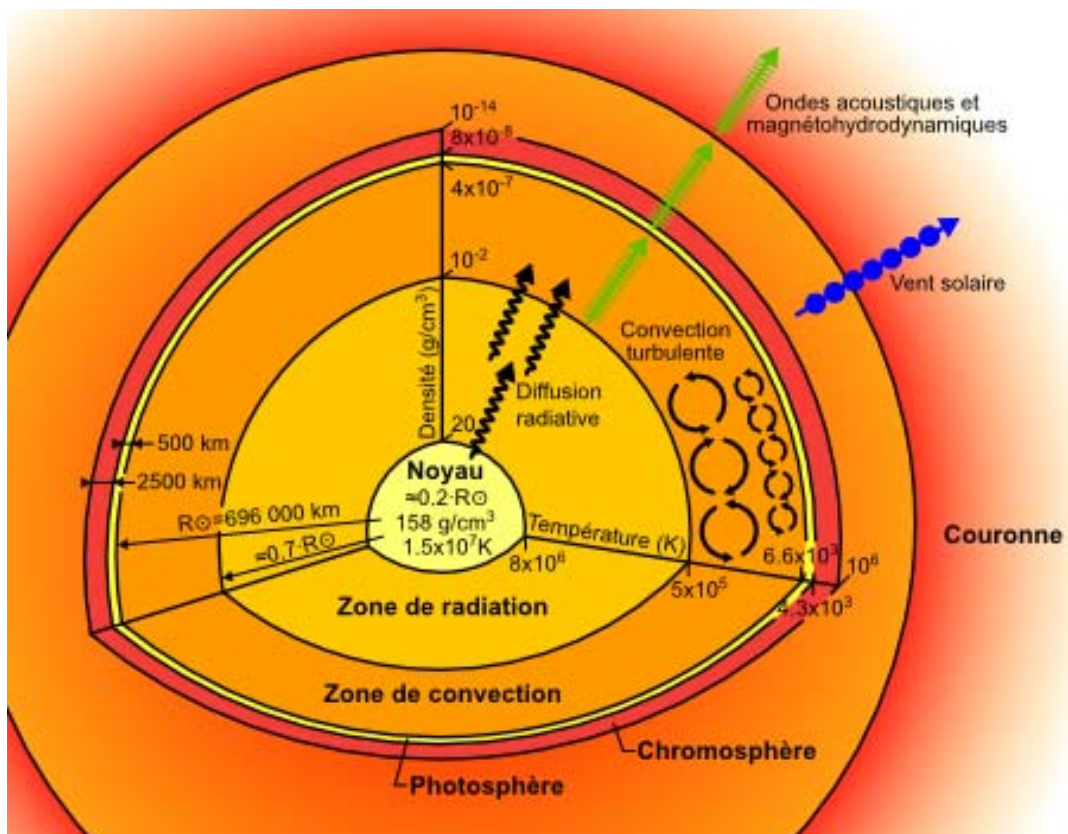


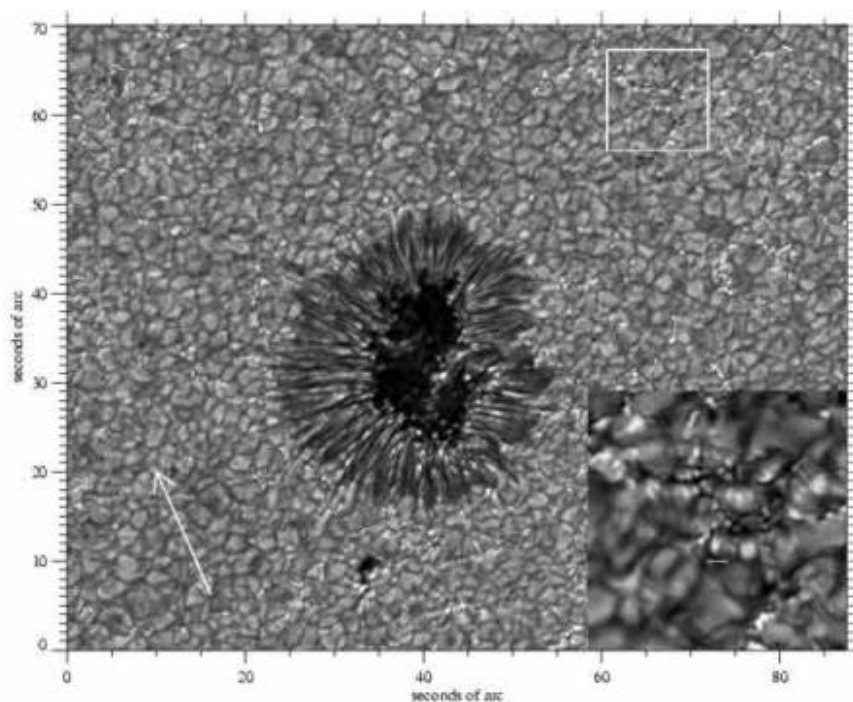
Figure I-3 : Coupure schématique du Soleil

### I.3. Observation du Soleil

le Soleil émet des radiations électromagnétiques dont le spectre s'étend des ondes décimétriques aux rayons gamma, en passant par la lumière du visible.

Le Soleil a toujours été observé dans le visible pour cause, qui correspond aux longueurs d'onde entre 0,4 et 0,8 micromètres. Mais depuis qu'on dispose d'instruments assez performants, le Soleil est aussi observé dans d'autres gammes de longueurs d'onde depuis les rayonnements radio jusqu'aux rayons X. Le choix de la longueur d'onde est donc très important selon ce qu'on veut analyser. En effet, pour voir la chromosphère on observe le Soleil dans la raie  $H_{\alpha}$ , et pour voir la couronne dont la température atteint les 2 millions de degrés on observe le Soleil en rayons X.

La surface visible du Soleil qui est la photosphère est loin d'être uniforme, aussi bien dans l'espace que dans le temps et différentes structures y sont observables, présentant un aspect granuleux et des zones plus ou moins sombres (Figure I-4). La différence de brillance traduit une différence de température : le mouvement ascendant à haute température des cellules convectives est plus clair que le mouvement descendant à faible température. Enfin, l'analyse montre un décalage spectral vers le bleu pour les grains clairs, et vers le rouge pour les sombres. Ce décalage traduit une différence de vitesse par rapport à la chromosphère moyenne, de 1 à 2 km/s en plus ou en moins. Ceci nous montre que les grains clairs sont des structures montantes (qui s'approchent de nous), et les grains sombres sont des structures descendantes (qui s'éloignent de nous).



**Figure I-4:** La granulation photosphérique autour d'une tache solaire. Un zoom sur une région carrée est présenté en bas à droite. La flèche indique la direction du Nord solaire. Les distances sont indiquées en secondes d'arc. Observée depuis la Terre, une seconde d'arc sur le Soleil équivaut à environ 700km [5]

## I.4. L'Activité solaire

L'activité solaire n'est pas constante au cours du temps. On observe en moyenne la présence d'un grand nombre de centres actifs durant des périodes se répétant tous les onze ans. La montée de chaque cycle, qui dure quatre ans et demi, est nettement plus rapide que sa descente (six ans et demi). La périodicité est en réalité de vingt-deux ans: L'ordre des polarités des taches appartenant à un groupe bipolaire, qui reste identique pour chaque hémisphère (Nord ou Sud) du Soleil pendant onze ans, et s'inverse au cycle suivant (le diagramme papillon). L'étude de la position des taches indique par ailleurs que la latitude d'apparition des centres actifs, de 30 degrés environ au début du cycle de onze ans, décroît ensuite et n'est en moyenne que de l'ordre de 10 degrés en fin de cycle. Simultanément, les taches liées au cycle suivant commencent à apparaître à plus haute latitude [6] (Figure I-5).

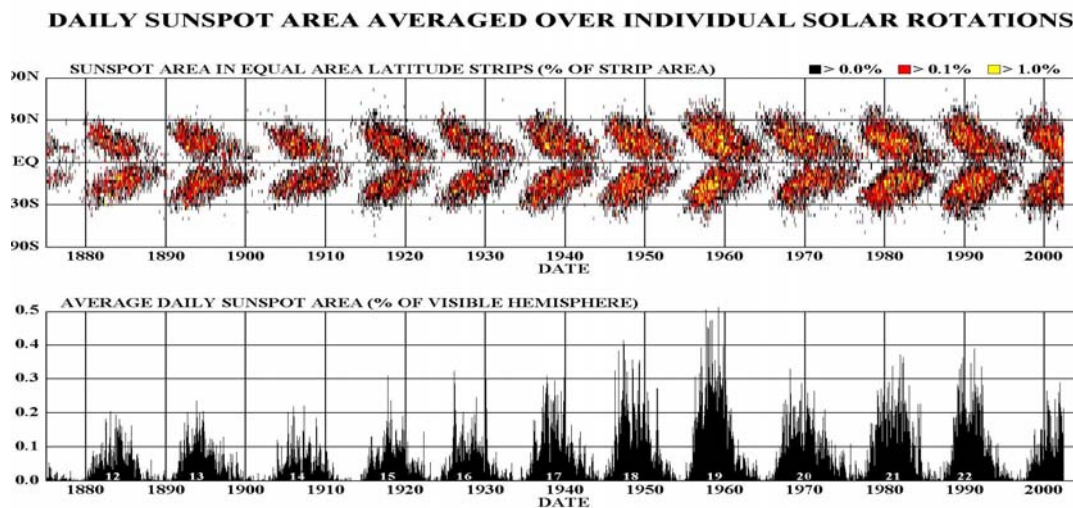


Figure I-5: Répartition en latitude des taches solaires (diagramme papillon) [6]

L'activité solaire et le cycle sont liés à la régénération du champ magnétique à l'intérieur du Soleil, dans une région probablement localisée à l'interface entre la zone de transport radiatif et celle de transport convectif, qui est la **tachocline**. Les courants électriques (l'intérieur du Soleil est conducteur) y produisent un effet dynamo auto-entretenu et oscillant avec une période de vingt-deux ans. Notons que la rotation différentielle est un ingrédient important de ce phénomène. Car les lignes de champ magnétique sont tout d'abord droites, d'un pôle à l'autre, puis elles se déforment par la rotation différentielle.

# II. L'Héliosismologie

## II.1. Introduction

C'est à partir des années soixante que les physiciens solaires commencèrent à parler de l'existence de mouvements périodiques et cohérents à la surface du Soleil.

Des études effectuées par Leighton et al [7], [8], [9], ont permis la découverte de deux phénomènes solaires fondamentaux ; l'existence de grandes cellules convectives appelées supergranules, et la présence d'oscillations périodiques dans l'atmosphère du Soleil (d'une période de 5 minutes). Des observations similaires (et à la même période) menées par Evans et Michard [10] ont confirmé la présence de ces oscillations.

L'Héliosismologie n'a toutefois vu le jour que dix ans plus tard, avec les nombreuses mesures et travaux théoriques de Ulrich [11] d'un côté et de Stein et Lebaicher de l'autre, où l'on a compris que ces oscillations n'étaient rien d'autres que des vibrations acoustiques des modes propres, qui affectaient toute la sphère solaire et pouvaient ainsi fournir des renseignements sur l'intérieur du Soleil. Ce qui a été également confirmé par Deubner [12] et Ando et Osaki [13].

Depuis, des millions de pulsations de périodes différentes ont été décelées. Ces pulsations sont d'origine acoustique et se propagent depuis le centre du Soleil jusqu'à la surface.

## II.2. Principe de l'Héliosismologie Globale

De même que les ébranlements sismiques permettent d'étudier les couches profondes de la croûte terrestre, l'étude des oscillations solaires permet de déduire des caractéristiques de la structure interne du Soleil comme la température, la densité, la vitesse de rotation des couches profondes ou encore la composition chimique.

En effet, ces oscillations solaires sont la manifestation d'interférences constructives d'ondes sonores pénétrant plus ou moins profondément dans le Soleil. Les paramètres mesurés de ces ondes (fréquence, amplitude) dépendent étroitement des conditions physiques régnant dans les couches qu'elles traversent. Le Soleil comme toutes les autres étoiles se comporte comme une cavité résonnante. Il peut osciller selon différents modes propres.

Les oscillations solaires sont dues à deux types de modes propres suivant la nature de la force de rappel dominante (Figure II-1). Se sont principalement les modes de pression « p », et les modes de gravité « g » :

- **A hautes fréquences**, les ondes sont essentiellement dues à l'excitation par la turbulence convective qui va générer un gradient de pression (ondes sonores) : ce sont les « modes p » qui tendent à faire imploser le Soleil. Ces modes sont les plus facilement observables à la surface du Soleil. La plupart de l'énergie est contenue dans des modes ayant une période autour de 5 minutes correspondant à la fréquence de 3 mHz (qui est une fréquence inaccessible à l'oreille humaine). Ce sont ces modes qui nous intéressent dans ce travail.
- **A basses fréquences**, la gravité l'emporte: car l'effet de la gravité compense complètement la poussée d'Archimède qu'exerce l'énergie nucléaire produite par les réactions de fusion qui permettent au cœur de notre astre la transformation de l'hydrogène en hélium. Ceci a pour conséquence le fait que tout écart à cette position d'équilibre stable tendra à être compensé par un retour à l'équilibre sous forme d'oscillations qui tendent à faire exploser le Soleil. Ce sont les « modes g », dont l'observation n'est pas certaine, car elles sont confinées à très grande profondeur dans la zone radiative du Soleil.

Malgré l'agitation chaotique qui a pu accompagner la naissance du Soleil, il se trouve actuellement dans une longue période d'équilibre de plusieurs milliers d'années. L'effet de la gravité compense celui de la pression. La stabilité du Soleil lui confère donc la capacité d'osciller.

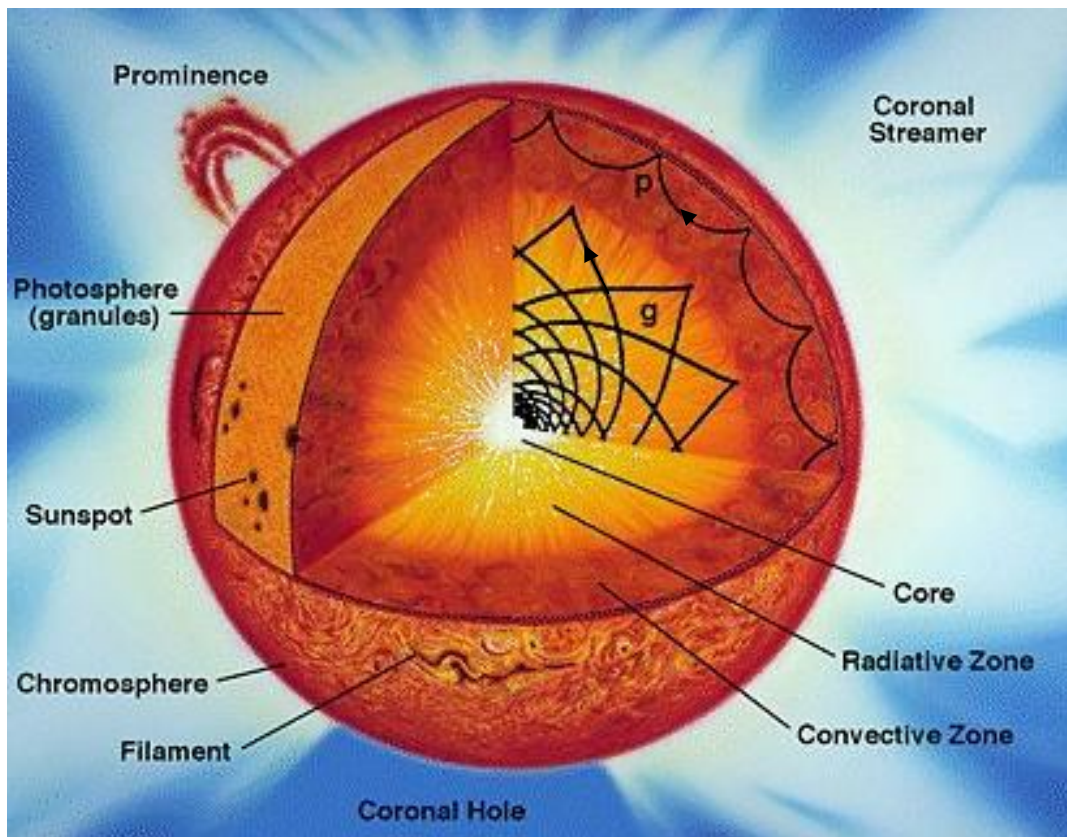


Figure II-1 : Illustration de la propagation des modes p et g à l'intérieur de la cavité solaire [14]

### II.3. Caractérisation des modes p

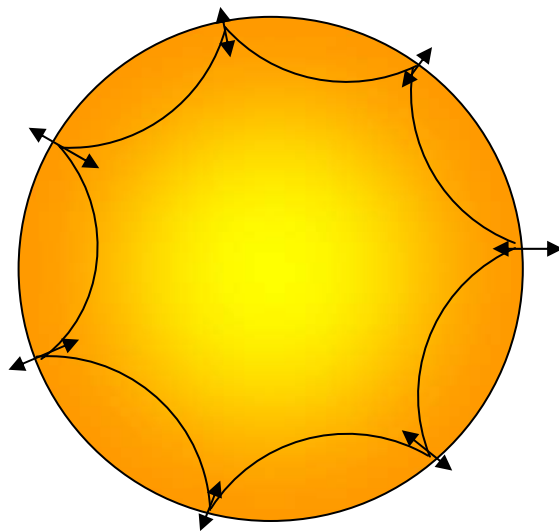
Les ondes acoustiques sont excitées dans une couche turbulente. Ces ondes se propagent dans la zone convective.

- Les ondes se propageant vers l'extérieur se réfléchissent à la surface ; en effet, il y a là changement de milieu, car la densité du gaz chute rapidement. C'est le même phénomène que l'utilisation de l'ionosphère terrestre pour la propagation à longue

distance des grandes longueurs d'onde radio par exemple. Ceci n'est possible que pour certaines fréquences inférieures à une fréquence critique, appelée la fréquence de coupure, qui est reliée à l'échelle de hauteur sur laquelle varie la densité (C'est pourquoi pour l'ionosphère, ça ne marche que pour les très grandes périodes (petites fréquences)).

- Les ondes se propageant vers l'intérieur sont réfractées à cause de la variation de la température. La température  $T$  augmente quand on s'enfonce dans le Soleil, donc la vitesse du son,  $c$ , augmente aussi, car le carré de la vitesse du son est proportionnel au rapport de la pression sur la densité et donc à  $T$ , telle que  $C_s^2 \approx p/\rho \approx T$ . Ceci est dû à la plus grande agitation des molécules quand la température est plus grande : le signal se transmet plus rapidement aux molécules voisines), et sont ainsi réfléchies vers la surface (sauf en cas de propagation exactement verticale). C'est similaire à une onde lumineuse se propageant dans un milieu à indice variable. Plus une onde se propage verticalement, plus elle atteint une grande profondeur, et plus sa fréquence est petite.

Seules les ondes acoustiques retombant sur leurs traces entre le fond de la cavité et la surface du Soleil après avoir effectué le tour complet de la circonférence solaire peuvent exister. En effet, une telle onde interfère avec elle même et forme une onde stationnaire ce qui permet l'existence de modes résonants confinés dans une cavité. Se sont les modes p (Figure II-2).

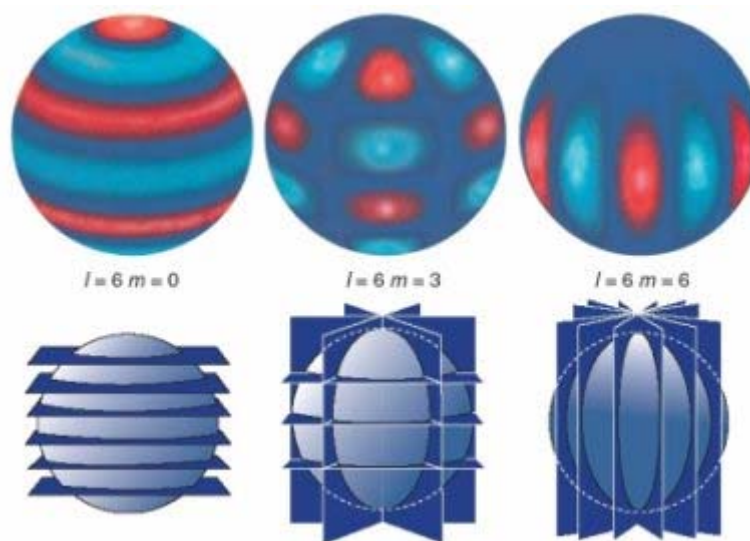


**Figure II-2** : L'onde acoustique piégée dans la cavité solaire s'enroule sans fin, et fait vibrer le Soleil en surface

Le nombre des rebonds qu'effectue l'onde acoustique est alors entier et est appelé degré de l'onde, noté  $l$  correspondant au nombre de lignes nodales à la surface du Soleil (le nombre de fois où le mode se réfléchit à la surface du Soleil). La profondeur de pénétration de l'onde dépend essentiellement de son degré. Les modes  $l=0$  correspondent à une vibration globale du Soleil et pénètrent jusqu'à son cœur. Les modes de degré croissant sont confinés dans des couches de plus en plus superficielles. Un deuxième nombre qui est l'ordre, noté  $n$ , correspond au nombre de nœuds du mode le long du rayon solaire (le nombre de fois où l'amplitude de l'onde s'annule entre la surface et le centre du Soleil.).

L'identification précise du degré et de l'ordre de chaque mode permet de remonter à la pénétration de l'onde jusque dans les régions internes. De plus, le Soleil tourne sur lui-même et a donc un axe préférentiel de symétrie qui est son axe de rotation. Pour caractériser complètement les oscillations, cet axe impose d'introduire l'ordre azimutal  $m$  qui est un nombre entier compris entre  $-l \leq m \leq l$ ; soit  $(2l+1)$  valeurs qui représente le nombre des lignes nodales à la surface perpendiculaire à l'équateur (c'est le nombre de plans-nœuds méridiens divisant la sphère solaire). La différence de la quantité  $(l-m)$  donne le nombre de plans-nœuds parallèles à l'équateur qui coupe la sphère solaire.

Les modes d'oscillations peuvent donc être décrits par une décomposition en harmoniques sphériques et caractérisés par 3 nombres quantiques :  $n$ ,  $l$  et  $m$  représentés sur la Figure (II-3).



**Figure II-3 :** Description des modes par les harmoniques sphériques [15]

## II.4. Le modèle solaire

La théorie d'évolution du Soleil est basée sur des équations hydrodynamiques fondamentales gouvernant l'oscillation solaire (modèle « S » de Dalsgaard) [16], [17], [18]. Cette théorie néglige dans un premier temps l'effet du champ magnétique, de la rotation, de la diffusion gravitationnelle des éléments en supposant que la composition initiale est pratiquement la composition photosphérique actuelle et considère l'évolution comme une succession d'équilibres hydrostatiques. Si cette étape n'est certainement pas suffisante, elle représente une base solide pour définir la structure de l'étoile, les autres phénomènes évoqués étant raisonnablement considérés comme complémentaires vis à vis de l'évolution solaire (Section A. 1).

Afin d'obtenir la relation de dispersion des ondes  $\omega_{nl}(k)$  caractérisant les modes d'oscillations [19], nous allons procéder par la linéarisation des équations hydrodynamiques représentées par le système (II-1):

$$\begin{aligned}
 \frac{d\rho}{dt} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) &= 0 && \text{La conservation de la masse} \\
 \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v} &= -\frac{\vec{\nabla} P}{\rho} - \vec{\nabla} \Phi && \text{L'équation du mouvement} \\
 \rho T \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) S &= \rho E_N - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R && \text{La conservation d'énergie} \quad (\text{II-1}) \\
 \nabla^2 \Phi &= 4\pi G \rho && \text{L'équation de Poisson}
 \end{aligned}$$

Où  $\rho$  est la densité,  $\vec{v}$  est la vitesse de propagation,  $p$  est la pression,  $S$  est l'entropie spécifique<sup>§</sup>,  $T$  est la température,  $E_N$  est le taux de réaction nucléaire, et  $\vec{F}_R$  est le flux d'énergie radiative, où  $\vec{F}_R = -K \vec{\nabla} T$  avec  $K = \frac{4aC_s T^3}{3\kappa\rho}$  qui est la conductivité radiative,  $C_s$  est la vitesse du son dans le milieu et  $\kappa$  est l'opacité.

<sup>§</sup> Une fonction d'état, qui mesure le degré de désordre d'un système.  $S=dQ/T$ , où  $dQ$  est la quantité de chaleur reçue de façon réversible par le système

La perturbation et la linéarisation au premier ordre du système (II-1), nous permet de retrouver l'équation de dispersion des ondes (**Annexe - A**), donnée par :

$$\frac{d^2 \zeta_r}{dr^2} = \frac{\omega^2}{C_s^2} \left( 1 - \frac{\omega_{BV}^2}{\omega^2} \right) \left( \frac{F_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \zeta_r = -K^2(r) \zeta_r \quad (\text{II-2})$$

La résolution de cette équation dépend de son terme de droite  $k(\vec{r})$ , qui est le vecteur de propagation de l'onde donné par :

$$k(\vec{r}) = \vec{k}_r + \vec{k}_h \quad (\text{II-3})$$

Où  $k_r$  et  $k_h$  représentent respectivement les vecteurs d'ondes radial et horizontal donnés par :

$$k_r^2 = \frac{1}{C_s^2} (\omega^2 - \omega_c^2) - k_h^2 \left( 1 - \frac{\omega_{BV}^2}{\omega^2} \right) \quad (\text{II-4})$$

$$k_h^2 = \frac{F_l^2}{C_s^2} = \frac{L^2}{r^2}$$

Avec  $\omega_c^2 = \frac{C_s^2}{4 H_p^2}$  est la fréquence de coupure acoustique,  $H_p^{-1} = -\left( \frac{d \ln p}{dr} \right)$  est l'échelle de densité,  $\omega_{BV}^2 = g \left( \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right)$  est la fréquence de Brunt-Väisälä,  $\Gamma_1 = \left( \frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho} \right)$  est le facteur adiabatique à entropie constante et  $F_l = \frac{C_s L}{r}$  est la fréquence de Lamb.

C'est à  $\omega = \omega_c$  que s'effectue la réflexion de l'onde acoustique près de la surface.

## II.5. Nature des modes

L'étude de l'équation différentielle (II-2), nous permet de décrire la nature des modes.

La solution de cette équation dépend du signe de son terme de droite  $K(r)$ :

- $K(r) < 0$  : la solution est une fonction exponentielle croissante ou décroissante de  $r$ , et l'onde est évanescente, cela se produit pour :

$$|\omega| < |N| \text{ et } |\omega| > |F_l| \quad \text{ou} \quad |\omega| > |\omega_{BV}| \text{ et } |\omega| < |F_l|$$

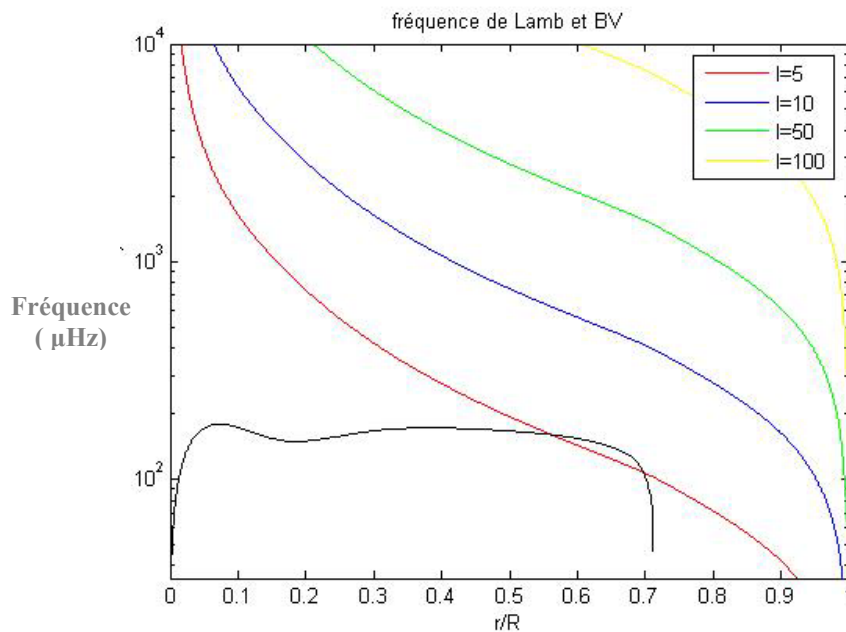
- $K(r) > 0$  : la solution est localement une fonction oscillante de  $r$  et l'onde est oscillante, cela se produit pour :

**i.**  $|\omega| < |\omega_{BV}|$  et  $|\omega| < |F_l|$                       **ou**                      **ii.**  $|\omega| > |\omega_{BV}|$  et  $|\omega| > |F_l|$

**i.** Les modes correspondant aux solutions  $|\omega| < |\omega_{BV}|$  et  $|\omega| < |F_l|$  sont les modes de basses fréquences piégés entre le centre du Soleil et le point de retournement où  $\omega_{BV} = \omega$  ( $\omega^2 \ll F_l^2$ ). La dynamique de ces modes est dominée par la force de gravité, ils sont appelés « modes g » (Figure II-4).

**ii.** Les modes correspondant aux solutions :  $|\omega| > |\omega_{BV}|$  et  $|\omega| > |F_l|$  sont les modes de hautes fréquences piégés entre la surface du Soleil et le point de retournement où  $F_l = \omega$  (pour  $\omega \gg \omega_{BV}$ ). La dynamique de ces modes est dominée par la pression, ils sont appelés « modes p » (Figure II-4).

Le point de retournement des ondes acoustiques est obtenu pour le vecteur d'onde radial nul tel que  $K(r) = 0$ .



**Figure II-4:** La fréquence de Brunt-Väisälä et la fréquence de Lamb sont des quantités fondamentales en hydrodynamique stellaire. Cette courbe montre comment ces deux fréquences varient dans le Soleil selon le model « s » de Dalggaard

La Figure (II-4) nous permet de connaître les propriétés de propagation des ondes de pression et de gravité, et ainsi de délimiter les zones de résonance de celles-ci. En effet, la fréquence

de Lamb  $F_l$  décroît d'une façon monotone en s'approchant de la surface (augmentation de la distance radiale  $r$  et diminution de la vitesse du son  $C_s$ ). En revanche, la fréquence de Brunt-Väisälä est presque stable du cœur jusqu'à la zone convective du Soleil.

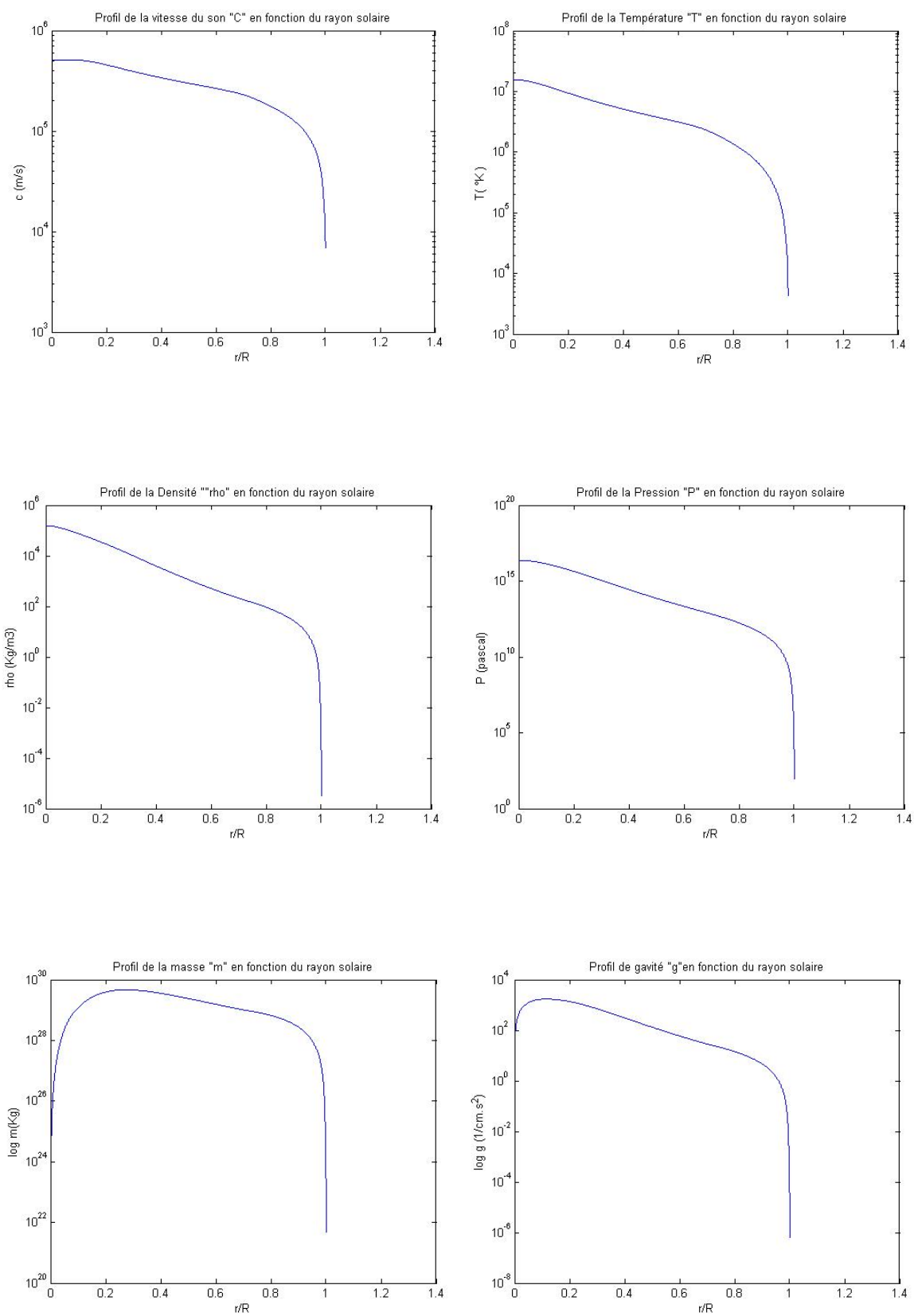
## II.6. La contribution de l' Héliosismologie globale

La sismologie solaire a contribué à la détermination précise des propriétés internes du Soleil telles que: le profil de vitesse du son, la température, la densité, la pression, la masse,... (Figure II-5).

L'exploit majeur de l'Héliosismologie globale reste toutefois la détermination de la vitesse angulaire dans l'intérieur du Soleil, la rotation différentielle de la zone convective, et la rotation rigide de la zone radiative qui est séparée par la zone de transition à  $0.69 R_\odot$ , qui est la tachocline et qui représente le siège de la dynamo solaire [20].

L'Héliosismologie globale a aussi révélé la complexité de la dynamique interne du Soleil, jusqu'alors invisible et inconnue. L'Héliosismologie globale permet ainsi la collecte de renseignements inédits sur l'intérieur si mystérieux de notre étoile. Et aussi d'effectuer des mesures similaires sur d'autres étoiles qui appartiennent à une autre discipline de l'astrophysique, qui est l'astérosismologie [21].

L'Héliosismologie globale a offert la possibilité d'étudier les phénomènes solaires globaux en révélant les propriétés statiques et dynamiques du Soleil. Par contre, l'étude de structures localisées sur le Soleil a donné naissance à une autre partie de l'Héliosismologie, qui est l'Héliosismologie locale.



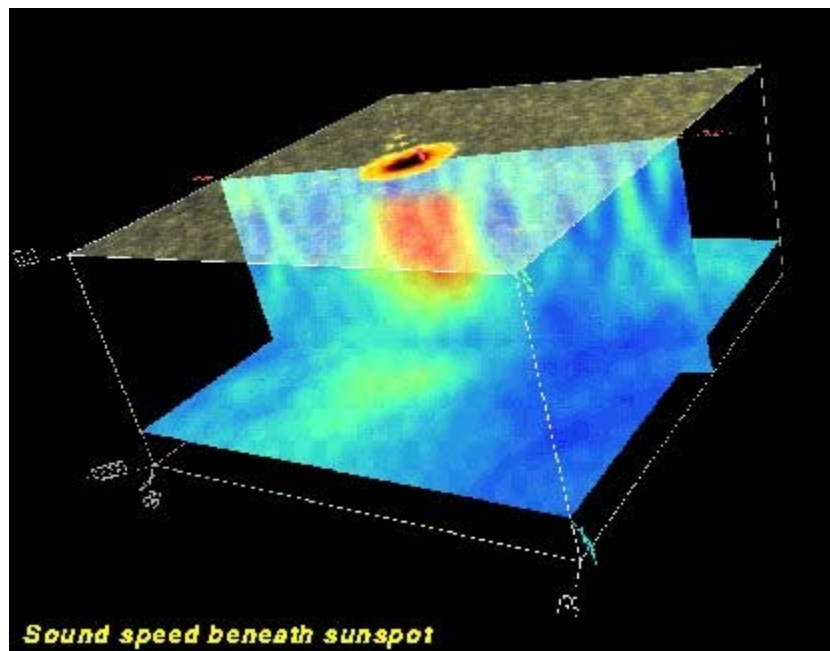
**Figure II-5:** Les différents profils dans l'intérieur du Soleil, selon le modèle solaire « S » de Dalsgaard [16]

## II.7. L'Héliosismologie locale

L'Héliosismologie locale consiste à sonder l'intérieur du Soleil sur des régions locales. Elle s'intéresse entre autre à la naissance et l'évolution des régions actives, et aux processus dynamiques auxquelles elles obéissent. Elle a permis aussi de déterminer les flux de vitesse, les inhomogénéités locales thermales et structurales et du champ magnétique. Elle a permis également de mettre en évidence la présence de nouveaux mouvements entre l'équateur et les pôles qui représentent le flux méridional de la subsurface [22]. L'Héliosismologie locale a permis en conséquence la cartographie en trois dimensions des écoulements locaux dans les couches les plus externes de la zone convective ou encore de révéler la dynamique sous-jacente des taches solaires et des éruptions (Figure II-6) [23], [24], [25].

Cette discipline en plein essor a obtenu des résultats basés principalement sur les données d'instruments spatiaux (MDI /SOHO,...) et des réseaux terrestres (TON, GONG,...).

L'Héliosismologie locale emploie principalement trois techniques: Ring-Diagramme, Temps Distance, et l'Holographie Acoustique.

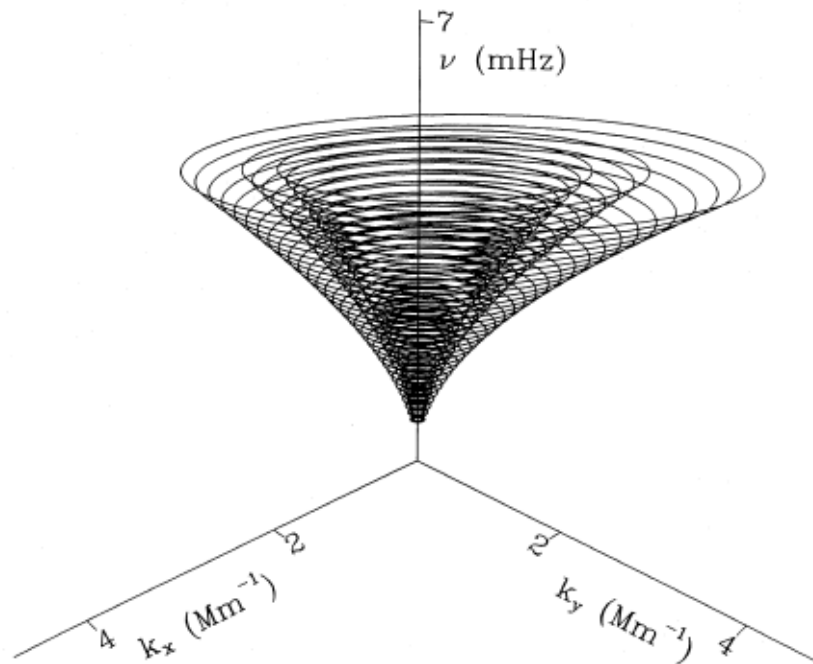


**Figure II-6 :** Tomographie d'une tache solaire, étudiée avec les données haute résolution de l'instrument MDI, 18 Juin 1998 [15]

Nous présentons ci dessous une vue d'ensemble sur les diverses méthodes de l'Héliosismologie locale.

### II.7.1. Le diagramme des anneaux (Ring Diagram)

Cette technique a été introduite par Hill en 1988 [26], [27]. Elle consiste à appliquer la transformée de Fourier tridimensionnelle sur des régions locales du Soleil, à partir de séries de données chronologiques qui sont obtenues des divers instruments d'observation. Ce passage des données Dopplerogrammes en  $(x,y,t)$  aux données fréquentielles nous fournit le spectre de puissance en  $(k_x, k_y, \omega)$ . Où  $k_x$  et  $k_y$  sont respectivement les vecteurs d'ondes selon  $x$  et  $y$ , et  $\omega$  est la fréquence d'oscillation. Ce spectre de puissance est représenté sous forme de superposition de trompettes dans le plan tridimensionnel (Figure II-7).

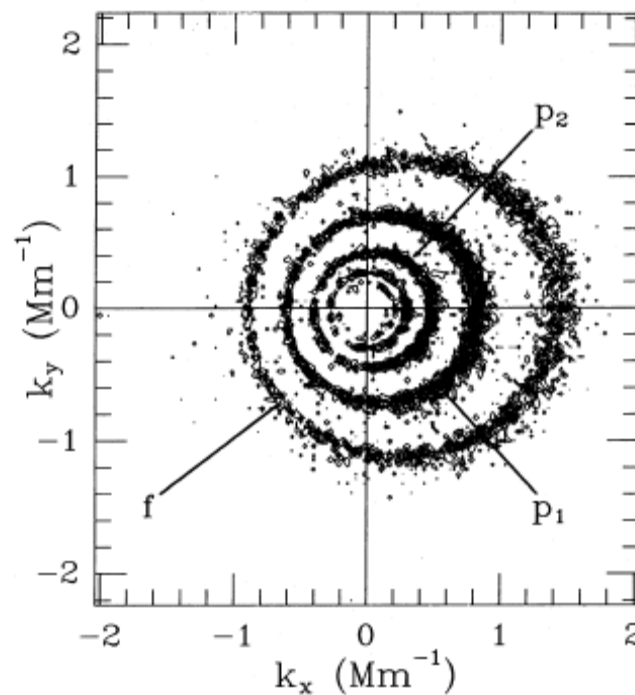


**Figure II-7 :** Représentation du spectre de puissance dans le plan tridimensionnel [26]

Des coupes transversales appliquées à cette superposition de trompettes à des fréquences  $\omega$  spécifiques, nous donne le diagramme des anneaux dans le plan  $(k_x, k_y)$ . Les anneaux sur le diagramme correspondent aux modes propres d'oscillation à la surface du Soleil à une fréquence donnée.

Les anneaux obtenus sont concentriques selon l'axe des fréquences  $\omega$ , mais pas forcément symétriques (Figure II-8). Ceci montre qu'il y'a présence de flux d'écoulement ou d'inhomogénéités locales à cette région. Car en l'absence de tout écoulement ou bien d'inhomogénéités locales les anneaux seront concentriques, mais également symétriques par rapport au centre.

L'analyse de la forme et du déplacement de la position de ces anneaux par rapport à une position symétrique des anneaux, nous donne des informations sur le flux de l'écoulement solaire et les propriétés thermodynamiques sous la photosphère su Soleil.



**Figure II-8** : Coupe transversale du diagramme de puissance dans le plan  $(k_x, k_y)$  à  $\omega=2.862 \mu\text{Hz}$  [26]

## II.7.2. L'Holographie Acoustique

Les techniques développées précédemment en Héliosismologie locale ont apporté des informations considérables sur la structure interne du Soleil. Mais elles ne nous ont pas fourni des images détaillées sur les inhomogénéités locales de la subsurface du soleil. L'apparition d'une nouvelle technique qui est l'Holographie Acoustique, était développée séparément par Lindsay et Braun en 1997 [28] d'un coté et par Chang et al [29] dans la même période. Cette

technique permet de construire des images solaires tridimensionnelles en utilisant le bruit acoustique, qui est représenté par les oscillations stochastiques des modes  $p$  du Soleil. Pour cette méthode, les régions locales choisies sur la surface du Soleil sont considérées comme des dipôles acoustiques qui se comportent comme des lentilles qui sont dispersées par les inhomogénéités locales (telles que les taches solaires) en s'appuyant sur un modèle de propagation des modes à l'intérieur du soleil, cette technique permet de construire une image tridimensionnelle d'une région locale de l'intérieur du soleil.

### **II.7.3. La méthode Temps-Distance**

Cette méthode inspirée de la sismologie terrestre est introduite par Duval et al en 1993 [30] qui permet de remonter aux propriétés internes du milieu parcouru par l'onde. Cette technique met en relation le temps que parcourt une onde acoustique entre deux points de la surface solaire avec le parcours de celle-ci (la distance).

La modélisation de la propagation des ondes acoustiques (modes  $p$ ) dans une région locale sur le Soleil est réalisée à travers l'équation de dispersion établie en Héliosismologie globale qui est basée sur le modèle « S » de Dalsgaard.

Différents modèles qui mettent en évidence les paramètres du Soleil sont établis. Des modèles reliant d'une part les temps de parcours des modes «  $p$  » avec l'écoulement solaire. Et d'autre part, des temps de parcours des modes «  $p$  » aux inhomogénéités locales du milieu.

Ces temps de parcours sont obtenus à partir de la corrélation des signaux entre deux points de la surface solaire [31], [32] après un traitement adéquat de données Dopplerogrammes issues de différents instruments d'observation spatiaux et terrestres.

Dans ce mémoire nous nous intéressons particulièrement à la technique Temps-Distance de l'Héliosismologie locale.

# III. La méthode Temps Distance

## III.1. Introduction

L'Héliosismologie Temps-Distance est inspirée directement des techniques de la sismologie terrestre. En effet, le temps que met une onde voyageant d'un point à un autre de la surface Solaire dépend des caractéristiques du milieu parcouru [30]. Ainsi la présence ou non d'un flux subsurface va augmenter ou diminuer le temps de parcours en fonction du sens et de la valeur du flux. Il en va de même de la présence ou non d'inhomogénéités dans le milieu parcouru. La méthode Temps-Distance consiste à construire un modèle théorique reliant le temps de parcours aux propriétés internes du milieu parcouru, de mesurer les temps de parcours en fonction de la distance dans une seconde phase et d'inverser le modèle pour remonter aux propriétés internes.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons aux bases théoriques des deux premières étapes de la technique Temps-Distance, à savoir la mise en place du modèle théorique et la mesure des temps de parcours. L'inversion quant à elle, ne sera pas traitée dans ce mémoire.

## III.2. Le principe de la méthode Temps-Distance

Comme décrit précédemment, la technique Temps-Distance est basée sur un modèle théorique reliant les temps de parcours aux propriétés internes du Soleil :

$$Temps = f\left(q_i(\vec{r})\right)$$

Où  $q_i(\vec{r})$  représente l'ensemble de propriétés internes du Soleil et les inhomogénéités locales du plasma solaire dues aux perturbations locales.

Différentes approximations permettent de modéliser la propagation des modes p dans le milieu solaire. Deux principales approximations sont utilisées pour le cas de petites perturbations, où le rapport entre la perturbation physique et la perturbation du temps de parcours du mode est linéaire. Ce sont l'approximation du rayon, et l'approximation de Born. L'approximation du rayon est une manière simple est intuitive pour modéliser la propagation des modes « p » [40], [41], [42]. Toutefois elle échoue une fois qu'elle est appliquée aux perturbations qui sont plus petites que la première zone d Fresnel<sup>§</sup>. Dans ce dernier cas, l'approximation de Born donne de meilleurs résultats. [33], [34], [35], [36].

Par contre, pour le cas non linéaire, c'est la perturbation de Rytov qui est utilisée [37], [38].

Dans ce travail, nous utilisons uniquement l'approximation de rayon.

### III.2.1. Détermination du parcours de l'onde

L'équation du rayon en coordonnées polaires pour les modes acoustiques est donnée par :

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{d\theta} = \frac{v_{gr}}{v_{gh}} \tag{III-1}$$

où  $\vec{r}(r, \theta)$  est le rayon, défini par la partie radiale  $r$  et par la latitude  $\theta$ .

---

<sup>§</sup> C'est le volume enfermé par un ellipsoïde, dont les deux points sur la surface solaire forment les foyers.

Cependant, les composantes de la vitesse de groupe radiale et horizontale de l'onde (sans prendre en compte l'écoulement) sont définies respectivement à partir de l'équation de dispersion (II-4) par :

$$v_{gr} = \frac{\partial \omega}{\partial k_r} = \frac{k_r \omega^3 c^2}{\omega^4 - k_h^2 c^2 \omega_{BV}^2} \quad (\text{III-2})$$

$$v_{gh} = \frac{\partial \omega}{\partial k_h} = k_h \omega c^2 \left( \frac{\omega^2 - \omega_{BV}^2}{\omega^4 - k_h^2 c^2 \omega_{BV}^2} \right) \quad (\text{III-3})$$

Où  $\omega_{BV}^2 = g \left( \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right)$  est la fréquence de Brunt-Väisälä qui est importante pour les basses fréquences (à partir du noyau du Soleil jusqu'à la zone radiative).

$\Gamma_1 = \left( \frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho} \right)$  est le facteur adiabatique à entropie constante,  $\omega_c^2 = \frac{C_s^2}{4 H_p^2}$  est la fréquence de coupure acoustique et  $H_p^{-1} = - \left( \frac{d \ln p}{dr} \right)$  est la densité de poids.

Afin de déterminer la distance angulaire de l'onde  $\Delta$  entre les deux points du retournement  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  par rapport à la latitude  $\theta$ , on utilise :

$$\Delta = 2 \left| (\theta_2 - \theta_1) \right| \quad (\text{III-4})$$

Où  $\vec{r}_1(r_1, \theta_1)$  représente le point de retournement supérieur et  $\vec{r}_2(r_2, \theta_2)$  représente le point de retournement inférieur.

En substituant l'équation (III-1) dans l'équation (III-4), on obtient la relation du parcours de l'onde acoustique:

$$\Delta = 2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta = 2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{v_{gh}}{r v_{gr}} dr \quad (\text{III-5})$$

### III.2.2. Détermination des points de retournement

La relation de dispersion (II-4), peut être simplifiée dans les limites de hautes et de basses fréquences, afin d'illustrer le comportement des ondes dans le Soleil.

Dans la zone de convection, les oscillations sont de nature acoustique de hautes fréquences (approximativement  $\nu > 1.5$  mHz) [39] où la fréquence de Brunt-Väisälä  $\omega_{BV}$  est négligeable devant la fréquence de coupure  $\omega_c$  et aussi devant la fréquence typique des oscillations solaires où le terme  $\frac{\omega_{BV}^2}{\omega^2}$  est négligé dans la relation de dispersion (II-4). En revanche, la relation de dispersion approximative pour les ondes acoustiques est réduite à :

$$\omega^2 = k^2 C_s^2 + \omega_c^2 \quad (\text{III-6})$$

Où l'onde de pulsation  $\omega$  est décrite par son vecteur d'onde  $\vec{k}$ , avec :

$$k^2 = k_r^2 + k_h^2$$

$k_r$  et  $k_h$  sont respectivement le vecteur d'onde radial et horizontal.  $C_s$  est la vitesse du son dans le milieu de propagation.

En général, lorsque  $\omega_{BV} \ll \omega_c$  et  $\omega_{BV} \ll \omega$  (zone convective) le point de retournement supérieur du pas de rayon  $r_1$  est à  $\omega \approx \omega_c$ , et le point de retournement inférieur du pas de rayon  $r_2$  (la profondeur de retournement) se produit lorsque les composantes radiales du vecteur d'onde et de la vitesse de groupe sont nulles, tels que :  $k_r = 0$ ,  $v_{gr} = 0$ , d'où  $\omega \approx k_h C_s$ .

Ce rapport mène à la détermination approximative du point de retournement inférieur de  $r_2$  donné par :

$$\frac{C_s(r_2)}{r_2} \approx \frac{\omega}{L} \quad \text{avec} \quad L = \sqrt{l(l+1)} \quad (\text{III-7})$$

### III.2.3. L'approximation du rayon

L'approximation de rayon [40], [41], [42] est appliquée pour le cas où la longueur d'onde est petite par rapport à l'échelle caractéristique du Soleil. Cette approximation considère que les modes « p » sont sous forme de superposition d'ondes planes qui se propagent dans l'intérieur du Soleil. De principe identique à celui de l'optique géométrique, elle s'apparente complètement à la propagation de la lumière dans une goutte d'eau. Car plus la densité du milieu augmente, plus la réfraction est forte, jusqu'à ce que la composante verticale de la propagation s'annule complètement au point de retournement.

En effet, dans l'approximation du rayon, les ondes acoustiques se propagent le long du chemin selon un cercle de rayon confiné dans le plan reliant le centre du Soleil aux points de retournements, où  $r_1$  est considéré comme un point de réflexion de l'onde acoustique à la surface du Soleil et  $r_2$  est considéré comme un point de réfraction de l'onde acoustique à l'intérieur du Soleil (Figure III-1).

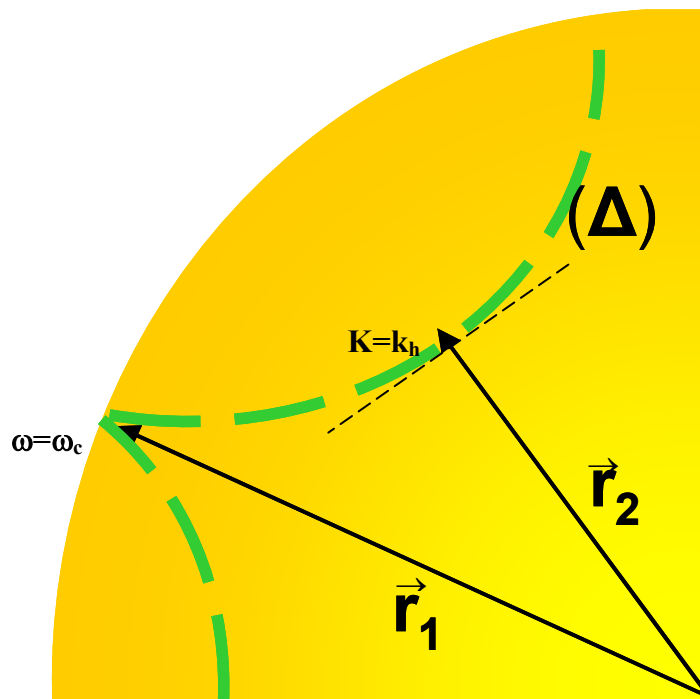


Figure III-1: Les deux points de retournement de l'onde acoustique

Cependant, cette approximation est représentée par les relations des temps de parcours  $(\tau_g, \tau_p)$ , qui sont approximés à une intégrale le long du pas de rayon, et qui sont tirés de la relation de dispersion (II-4) établie en Héliosismologie globale :

$$\tau_g = \int_{\Gamma} \frac{ds}{v_g} = 2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{v_{gr}} \quad (\text{III-8})$$

$$\tau_p = \int_{\Gamma} \frac{ds}{v_p} = \int_{\Gamma} k \frac{ds}{\omega} \quad (\text{III-9})$$

Etant donné que les temps de parcours de phase  $\tau_p$  des modes « p » sont déterminés avec une meilleure précision dans la fonction de corrélation que les temps de parcours de groupe  $\tau_g$ , on traitera seulement les temps de phase  $\tau_p$  de l'équation (III-9).

#### III.2.4. Perturbation du temps de parcours

La perturbation des temps de parcours des modes « p » entre deux points sur la surface solaire est due aux inhomogénéités locales du plasma solaire. Ces perturbations obéissent au **principe de Fermat** qui stipule que le parcours du mode « p » est inchangé pour de petites perturbations faites à l'état fondamental. On peut exprimer la perturbation du temps de parcours de phase de l'équation (III-9) à partir de la perturbation de l'équation de dispersion des modes (II-2) comme suit :

$$\delta\tau = \tau - \tau_0 = \frac{1}{\omega} \int_{\Gamma_0} \delta k \, ds \quad (\text{III-10})$$

Ici  $\delta k$  est la perturbation du vecteur d'onde  $k$  dû aux inhomogénéités de l'état fondamental, et le principe de Fermat nous permet de faire l'intégrale le long du chemin du rayon non perturbé  $\Gamma_0$ .

Si nous considérons de petites perturbations (relatives à l'état fondamental) pour les quantités  $\omega$ ,  $C_s$  et  $\omega_c$ , alors l'expression du vecteur d'onde perturbé  $\delta k$  sera donnée selon le développement de Taylor au 1<sup>er</sup> ordre par :

$$\delta k = \delta C_s \frac{\partial k}{\partial C_s} + \delta \omega \frac{\partial k}{\partial \omega} + \delta \omega_c \frac{\partial k}{\partial \omega_c} \quad (\text{III-11})$$

Où  $C_s$  correspond à la vitesse du son dans le milieu de propagation,  $\omega$  est la fréquence d'oscillation de l'onde acoustique dans le Soleil et  $\omega_c$  est la fréquence de coupure acoustique de l'onde, on obtient :

$$\delta k = -\frac{\delta c}{C_s} k + \frac{\delta k}{k} \frac{\omega}{C_s^2} - \frac{\delta \omega_c}{C_s^2} \frac{\omega_c}{k} \quad (\text{III-12})$$

Alors la fonction à intégrer dans l'équation (III-9), est exprimée par :

$$\delta \tau = \int_{\Gamma} \frac{\delta k}{\omega} ds = \int_{\Gamma} \left[ \frac{\delta \omega}{C_s^2 k} - \left( \frac{\delta c}{C} \right) \frac{k}{\omega} - \left( \frac{\delta \omega_c}{\omega_c} \right) \left( \frac{\omega_c^2}{c^2 \omega^2} \right) \frac{\omega}{k} \right] ds \quad (\text{III-13})$$

Une perturbation possible de l'état fondamental, est due à la vitesse d'écoulement qui est décrite par «  $u$  ». Cependant la perturbation de la fréquence est exprimée par le décalage Doppler par advection des oscillations, alors la fréquence observée subira le décalage Doppler par l'advection du milieu donnée par :

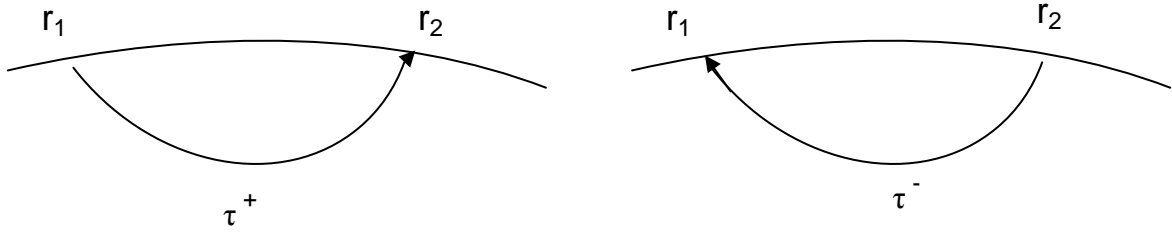
$$\delta \omega = -k \hat{n} \cdot u \quad (\text{III-14})$$

Ainsi, la perturbation des temps de parcours à la surface du Soleil est reliée via une intégrale au flux de l'écoulement solaire et aux inhomogénéités locales, tels que :

$$\delta \tau^{\pm} = \tau^{\pm} - \tau_0 = - \int_{\Gamma_0} \left[ \frac{u \cdot (\pm \hat{n})}{C_s^2} - \left( \frac{\delta C_s}{C_s} \right) \frac{k}{\omega} - \left( \frac{\delta \omega_c}{\omega_c} \right) \left( \frac{\omega_c^2}{C_s^2 \omega^2} \right) \frac{\omega}{k} \right] ds \quad (\text{III-15})$$

Où  $\hat{n}$  est le vecteur unité tangent au parcours de l'onde.

$\tau^+$  est la perturbation du temps de parcours de l'onde dans la direction le long du parcours de l'onde (vecteur unité sortant est  $+\hat{n}$ ) et  $\tau^-$  est le temps de parcours de l'onde dans la direction opposée (vecteur unité entrant  $-\hat{n}$ ) (Figure III-2).



**Figure III-2:** Parcours de l'onde entre les points  $r_1$  et  $r_2$  à la surface du Soleil.  $\tau^+$  correspond au temps de parcours de l'onde de  $r_1$  à  $r_2$ , et  $\tau^-$  correspond au temps de parcours de l'onde de  $r_2$  à  $r_1$

Les effets de la vitesse d'écoulement du flux sont séparés de ceux des inhomogénéités locales en procédant par la différence du temps de parcours de l'onde pour les premiers et la moyenne pour les seconds.

$$\delta\tau_{diff} = \tau^+ - \tau^- = -2 \int_{\Gamma_0} \frac{u \cdot \hat{n}}{C_s^2} ds \quad (\text{III-16})$$

$$\delta\tau_{moy} = \frac{(\delta\tau^+ + \delta\tau^-)}{2} = \tau_0 - \int_{\Gamma_0} \left[ \left( \frac{\delta C_s}{C_s} \right) \frac{k}{\omega} - \left( \frac{\delta \omega_c}{\omega_c} \right) \left( \frac{\omega_c^2}{C_s^2 \omega^2} \right) \frac{\omega}{k} \right] ds \quad (\text{III-17})$$

La différence des temps de parcours de phase  $\delta\tau_{diff}$  dans l'équation (III-16) dépend de la vitesse d'écoulement «  $u$  », par conséquent si l'écoulement est dans la direction du parcours de l'onde, les temps de parcours mesurés seront réduits, par contre si l'écoulement est dans la direction opposée au sens de la propagation, alors les temps de parcours seront accrus [43], [44], [45].

Dans l'équation (III-17), la moyenne des temps de parcours  $\delta\tau_{moy}$  est en fonction des perturbations locales telles que  $\frac{\delta C_s}{C_s}$  et  $\frac{\delta \omega_c}{\omega_c}$  causées par la présence de l'inhomogénéités.

Si par exemple, l'inhomogénéité est due à une augmentation locale de température, la vitesse du son va augmenter, ce qui va réduire le temps de parcours de l'onde.

### III.3. Les temps de parcours des modes « p »

Dans cette section nous présentons les bases théoriques qui nous permettent de déterminer le temps de parcours des modes « p » qui se propagent entre différents points sur la surface solaire en fonction de la distance.

En sismologie terrestre, les temps de parcours sont directement connus par les conditions de l'expérience, puisque c'est un opérateur qui génère l'onde acoustique grâce à des appareils appelés vibroseis, et ces ondes sont recueillies par un réseau d'accéléromètres situés à différentes distances de la source. On doit donc faire appel à d'autres techniques pour accéder aux temps de parcours. Nous allons pour ce faire, utiliser la technique de la corrélation.

- **La corrélation entre deux points de la surface solaire**

Sur la surface solaire, plusieurs modes viennent se superposer de manière stochastique sur un même point à cause de la convection turbulente.

Pour retrouver le temps de parcours d'un seul mode qui se propage entre deux endroits, on applique la corrélation temporelle d'un signal à un point sur la surface solaire, avec le signal d'un autre point [31], [32], [40].

La fonction de corrélation  $\psi(\Delta, \tau)$  entre deux points de la surface solaire  $\vec{r}_1(r_1, \theta_1, \phi_1)$  et  $\vec{r}_2(r_2, \theta_2, \phi_2)$  (Figure III-3), est définie par :

$$\psi(\Delta, \tau) = \int_0^T f(\vec{r}_2, t + \tau) f^*(\vec{r}_1, t) dt \quad \text{(III-18)}$$

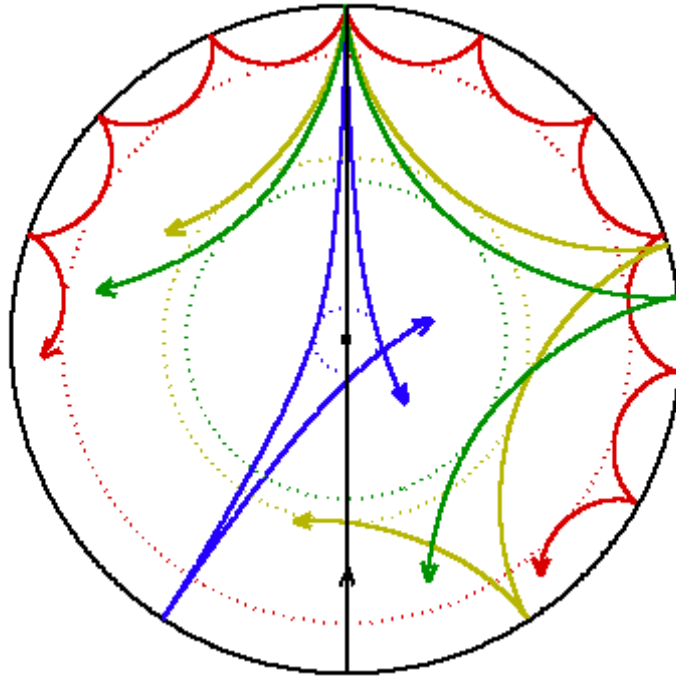
Où  $\Delta$  est la distance angulaire qui sépare les deux points  $\vec{r}_1(r_1, \theta_1, \phi_1)$  et  $\vec{r}_2(r_2, \theta_2, \phi_2)$ .

$\tau$  représente le décalage temporel entre les deux signaux.

$T$  est la période totale d'observation obtenue avec un pas d'échantillonnage régulier.

$f$  est le signal d'oscillation.

$f^*$  est le complexe conjugué du signal  $f$ .



**Figure III-3:** La corrélation entre deux points différents sur la surface solaire [15].

Pour de petites oscillations de la surface solaire, chaque point de la surface est représenté par la superposition linéaire des modes propres:

$$f(\vec{r}, t) = \sum_{nlm} a_{nlm} \zeta(r) Y_{lm}(\theta, \phi) e^{i(\omega_{nlm}t + \alpha)} \quad (\text{III-19})$$

Où chaque mode est caractérisé par un ensemble de trois indices : l'ordre radial  $n$ , le degré d'harmoniques sphériques  $l$ , et l'ordre azimutal  $m$ ,  $a_{nlm}$  est l'amplitude du mode,  $\zeta_{nl}(r)$  est la fonction propre radiale,  $Y_{lm}$  est l'harmonique sphérique,  $\omega_{nlm}$  est fréquence propre, et  $\alpha_{nlm}$  est la phase initiale du mode.

Les points sur la surface solaire sont représentés en coordonnées sphériques tel que schématisé sur la Figure (III-4).

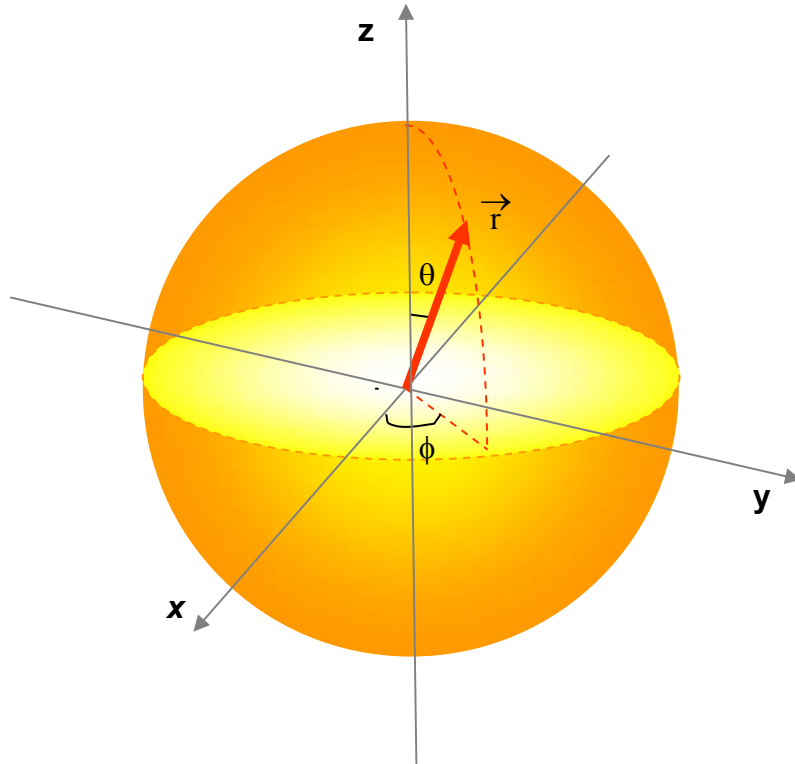


Figure III-4 : Représentation en coordonnées sphériques du point  $r$  sur la surface solaire

- **Représentation fréquentielle**

Le théorème de convolution [46] nous permet de changer l'intégrale de l'équation (III-18) en un produit dans le domaine de Fourier afin de nous permettre un calcul de corrélation plus rapide, tel que :

$$\Psi(\Delta, \omega) = F(\vec{r}_2, \omega) F^*(\vec{r}_1, \omega) \quad (\text{III-20})$$

Où  $\Psi$  est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation temporelle  $\psi$  et  $F^*$  est la transformée de Fourier réciproque de  $F$ .

$F$  c'est la transformée de Fourier du signal d'oscillation  $f$  de l'onde acoustique, qui est représentée dans l'espace des fréquences par :

$$F(\vec{r}, \omega) = \int_0^{\infty} f(\vec{r}, t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{III-21})$$

Afin de simplifier les calculs, on suppose que l'amplitude d'oscillation ne dépend que des nombres  $n$  et  $l$  et que  $r = R_{\odot}$  sur la surface solaire telle que :

$$F(\vec{r}, \omega) = \sum_{nlm} a_{nlm} \underbrace{\zeta_{nl}(R_{\odot})}_{G_l(\omega_{nl})} Y_{lm}(\theta, \phi) e^{i\alpha_{nlm}} \delta(\omega - \omega_{nlm}) \quad (\text{III-22})$$

Où les trois nombres entiers  $n$ ,  $l$  et  $m$  représentent respectivement le mode radial, le mode angulaire et l'ordre azimutal avec  $-l \leq m \leq l$

$a_{nlm}$  : est l'amplitude du mode,  $\zeta_{nl}$  : est la fonction propre radiale,  $Y_{lm}$  : est l'harmonique sphérique des oscillations,  $\omega_{nlm}$  : est la fréquence propre d'oscillation,  $\alpha_{nlm}$  : est la phase initiale du mode et  $\delta(\omega - \omega_{nlm})$  est la fonction Delta de Dirac, donnée par :

$$\delta(\omega - \omega_{nlm}) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i(\omega - \omega_{nlm})t} dt \quad (\text{III-23})$$

$G_l(\omega_{nl})$  représente la Gaussienne de transfert, qui délimite l'amplitude des modes acoustiques, donnée par :

$$G_l^2(\omega_{nl}) = \sqrt{2l+1} \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_0}{\delta\omega}\right)^2\right] \quad (\text{III-24})$$

Où  $\omega$  est la fréquence cyclique d'oscillation,  $\omega_0$  est la fréquence centrale d'oscillation et  $\delta\omega$  est la largeur de la bande caractéristique de la Gaussienne de transfert appliquée.

### • Représentation temporelle

En appliquant la transformée de Fourier inverse à la fonction de corrélation dans l'espace des phases de l'équation (III-20), on obtient la fonction de corrélation temporelle suivante :

$$\psi(\Delta, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\vec{r}_2, \omega) F^*(\vec{r}_1, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (\text{III-25})$$

Comme la dégénérescence est portée sur l'ordre azimutal  $m$ , en substituant l'équation (III-22) dans l'équation (III-25), on obtient :

$$\psi(\Delta, \tau) = \sum_{nl} G_l^2(\omega_{nl}) e^{i\omega_{nl}\tau} \sum_m Y_{lm}(\theta_2, \phi_2) e^{i\alpha_{nlm}} \sum_m Y_{lm}^*(\theta_1, \phi_1) e^{-i\alpha_{nlm}} \quad (\text{III-26})$$

$$\psi(\Delta, \tau) = \sum_{nl} G_l^2(\omega_{nl}) e^{i\omega_{nl}\tau} \sum_{m'm} Y_{lm'}(\theta_2, \phi_2) Y_{lm}^*(\theta_1, \phi_1) e^{i(\alpha_{nlm'} - \alpha_{nlm})} \quad (\text{III-27})$$

Les phases d'oscillations des ondes acoustiques étant aléatoires en moyenne, le terme

$e^{i(\alpha_{nlm'} - \alpha_{nlm})}$  tend à s'annuler, sauf pour le cas où les ordres azimutaux  $m'$  et  $m$  sont égaux ( $m' = m$ ), l'équation (III-27) devient alors :

$$\psi(\Delta, \tau) = \sum_{nl} G_l^2(\omega_{nl}) e^{i\omega_{nl}\tau} \sum_{-l \leq m \leq l} Y_{lm}(\theta_2, \phi_2) Y_{lm}^*(\theta_1, \phi_1) \quad (\text{III-28})$$

En appliquant le théorème d'addition des Harmoniques sphériques [47], la fonction de corrélation se simplifie encore en :

$$\psi(\Delta, \tau) = \sum_{nl} G_l^2(\omega_{nl}) e^{i\omega_{nl}\tau} \frac{(2l+1)}{4\pi} P_l(\cos \Delta) \quad (\text{III-29})$$

Où  $P_l$  est le polynôme de Legendre d'ordre  $l$ , qui est approximé par :

$$p_l(\cos \Delta) \approx J_0 \left[ (2l+1) \sin \frac{\Delta}{2} \right] \approx \sqrt{\frac{2}{\pi L \Delta}} \cos \left( L \Delta - \frac{\pi}{4} \right) \quad (\text{III-30})$$

Avec  $J_0$  est la fonction de Bessel du 1<sup>er</sup> ordre ( $l=0$ ) [48], et  $\Delta$  est la distance angulaire entre les deux points  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$ , donnée par :

$$\cos \Delta = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad (\text{III-31})$$

D'où :

$$\Delta = \cos^{-1} [\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)] \quad (\text{III-32})$$

Et  $L$  est donné par :  $L = \sqrt{l(l+1)}$

A la surface du Soleil, le mode angulaire est très grand, ceci implique que  $L \approx l + \frac{1}{2}$

Cette approximation n'est valable que pour une petite distance  $\Delta$  séparant les deux points  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$ , et comme le mode angulaire est très grand, ceci mène à un produit de  $(L \Delta)$  assez large.

Dans ce cas, la fonction de corrélation devient :

$$\psi(\Delta, \tau) = \sum_{nl} \frac{2}{\sqrt{\pi} \Delta} \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_0}{\delta\omega}\right)^2\right] \cos(\omega\tau) \cos(L \Delta) \quad (\text{III-33})$$

En appliquant le développement de Taylor au produit  $(L \Delta)$ , au voisinage de la fréquence centrale  $\omega_0$  déterminée par la Gaussienne de Transfert, on obtient :

$$\begin{aligned} L \Delta &\approx \Delta \left[ L(\omega_0) + \frac{\partial L}{\partial \omega} (\omega - \omega_0) \right] \\ &= \Delta \left[ \frac{\omega_0}{v_p} - \frac{\omega - \omega_0}{v_g} \right] \end{aligned} \quad (\text{III-34})$$

Avec  $v_p = \frac{\omega}{L}$  est la vitesse de phase de l'onde acoustique et  $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial L}$  est la vitesse de groupe de l'onde acoustique.

Cependant, le produit du cosinus de l'équation (III-33) peut être changé selon la relation de géométrie trigonométrique, en supprimant les termes en sinus par :

$$\cos(\omega\tau) \cos(L \Delta) = \cos(\omega\tau - L \Delta) \quad (\text{III-35})$$

De ce fait, l'équation de corrélation devient :

$$\psi(\Delta, \tau) = \sum_{v_p} \frac{2}{\sqrt{\pi} \Delta} \sum_{\omega} \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_0}{\delta\omega}\right)^2\right] \cos\left[\left(\pm\tau - \frac{\Delta}{v_g}\right) + \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_p}\right) \Delta \omega_0\right] \quad (\text{III-36})$$

Avec  $\tau$  est le décalage temporel, soit qu'il peut être pris positif  $(+\tau)$ , soit négatif  $(-\tau)$ .

La sommation sur  $\omega$  peut être approximée par une intégrale le long de  $\omega$  [49] par :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_0}{\delta\omega}\right)^2\right] \cos\left[\left(\tau - \frac{\Delta}{v_g}\right)\omega + \left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_p}\right)\Delta\omega_0\right] \quad (\text{III-37})$$

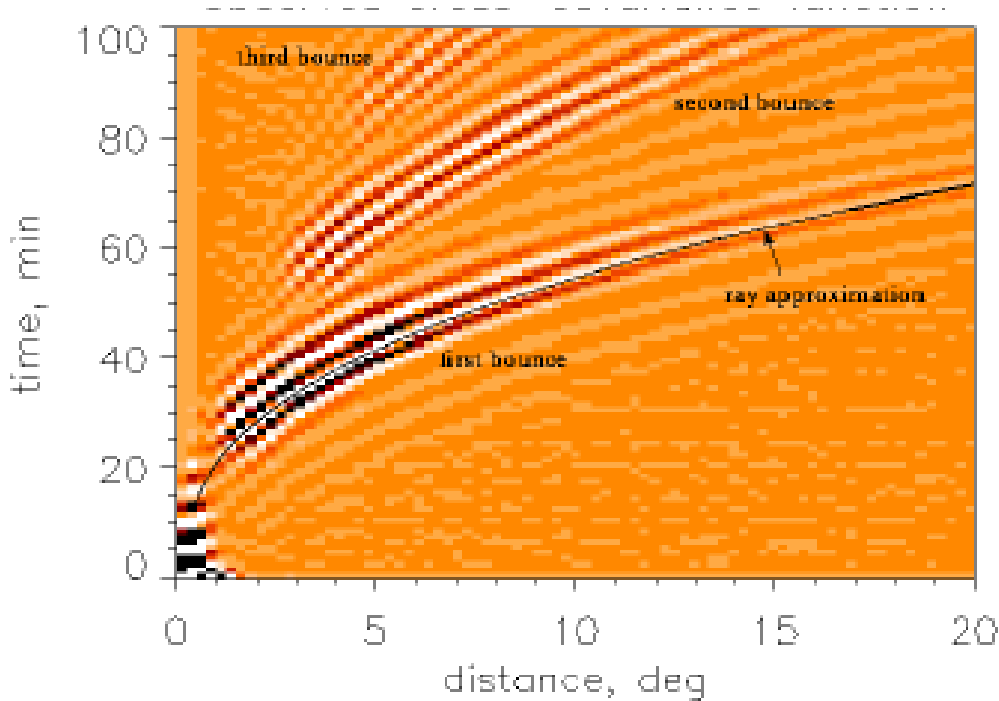
$$= \sqrt{\pi\delta\omega^2} \exp\left[-\frac{\delta\omega^2}{4}\left(\tau - \frac{\Delta}{v_g}\right)^2\right] \cos\left[\omega_0\left(\tau - \frac{\Delta}{v_p}\right)\right]$$

Les bornes de l'intégrale  $(-\infty, +\infty)$  ne posent aucun problème particulier puisque l'amplitude de la Gaussienne de transfert  $G_l^2(\omega_{nl})$  s'annule pour de très hautes et très basses fréquences.

Finalement la corrélation temporelle du signal (Figure III-5) a la forme :

$$\psi(\Delta, \tau) \propto \exp\left[-\frac{\delta\omega^2}{4}\left(\tau \pm \frac{\Delta}{v_g}\right)^2\right] \cos\left[\omega_0\left(\tau - \frac{\Delta}{v_p}\right)\right] \quad (\text{III-38})$$

Cette relation montre que la corrélation entre deux points de la surface est une somme de fonctions de Gabor caractérisées par le temps de groupe de l'onde donné par  $\tau_g = \frac{\Delta}{v_g}$  et le temps de phase de l'onde donné par  $\tau_p = \frac{\Delta}{v_p}$ .

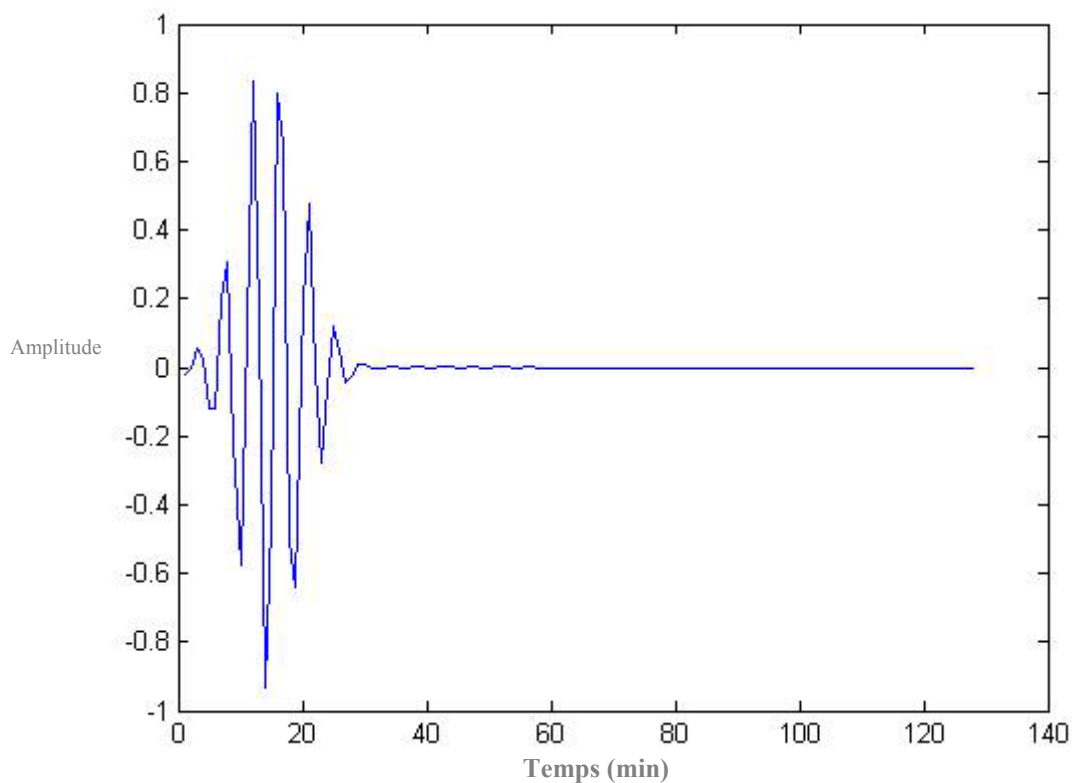


**Figure III-5 :** Diagramme Temps-distance théorique [50].  
Chaque colonne sur le diagramme représente une fonction de corrélation à une distance donnée.

On pourra donc « Fitter » le signal de corrélation observé de l'équation (III-38) par une fonction de Gabor pour remonter au temps de parcours de l'onde.

- **L'ajustement par la fonction de Gabor**

La corrélation retrouvée précédemment entre deux points de la surface solaire, nous a donné la forme d'une fonction de Gabor de l'équation (III-38) [60], [77]. Cette fonction représente une onde sinusoïdale à enveloppe gaussienne. Cette fonction présente l'avantage d'être infiniment dérivable, car elle hérite de la propriété fondamentale de la gaussienne. Pour tirer les temps de parcours de la fonction de corrélation, on ajuste la fonction obtenue par une fonction de Gabor (Figure III-6).



**Figure III-6 :** L'allure de la fonction de Gabor

On utilise une approximation non linéaire des moindres carrés en prenant comme modèle théorique une fonction type de Gabor telle que :  $J = \|y - G\|^2$ .

Où  $y$  représente l'ensemble des données expérimentales, et  $G$  est le modèle théorique de la fonction de type Gabor donné par :

$$G = a_1 \cos(a_2 (i - a_3)) e^{-a_4^2(i - a_5)^2} \quad \text{(III-39)}$$

Les cinq paramètres à Fitter  $a_1, a_2, a_3, a_4$  et  $a_5$  correspondent respectivement à  $A, \omega_0, \tau_p, \delta\omega/2$  et  $\tau_g$ .

Le minimum de la fonction de cout  $J$  est obtenu au points  $a_i (i=1, \dots, 5)$  où les dérivées partielles s'annulent :  $\frac{\partial J}{\partial a_i} = -2 \sum \frac{\partial G}{\partial a_i} \|y - G\| = 0$ .

Les dérivées partielles de la fonction cout  $J$  sont données par le système suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial a_1} &= \cos(a_2 (i - a_3)) e^{-a_4^2(i - a_5)^2} \\ \frac{\partial J}{\partial a_2} &= (a_3 - i) a_1 \sin(a_2 (i - a_3)) e^{-a_4^2(i - a_5)^2} \\ \frac{\partial J}{\partial a_3} &= a_2 a_1 \sin(a_2 (i - a_3)) e^{-a_4^2(i - a_5)^2} \\ \frac{\partial J}{\partial a_4} &= -(i - a_5)^2 G \\ \frac{\partial J}{\partial a_5} &= 2 a_4 (i - a_5) G \end{aligned} \quad \text{(III-40)}$$

# IV. Mesures et résultats

## IV.1. L'observation des oscillations solaires

Depuis le sol ou l'espace, on peut mesurer les oscillations de notre étoile avec deux techniques différentes : par la mesure des variations de vitesses radiales en observant le décalage des raies spectrales par effet Doppler ou par la mesure des variations de luminosité c'est-à-dire des fluctuations (de l'ordre de quelques millièmes) de la magnitude induite.

Aujourd'hui, le développement de l'Héliosismologie local est alimenté par des données de haute qualité obtenues à partir des sondes spatiales (SOHO, HINODE) et des réseaux d'observation au sol (IRIS, Bison, GONG,...).

Le 1<sup>er</sup> réseau complet à voir le jour est **IRIS** (International Research of the Sun) développé au département d'astrophysique de l'université de Nice. L'instrument **IRIS** est un spectromètre à résonance optique à cellule de Sodium ( $\lambda = 5896 \text{ \AA}$ ) qui effectue des mesures intégrées des variations photosphériques de vitesse. Il est alors constitué de six sites et a débuté en Juillet 1989. Le réseau **BISON** (Birmingham Solar Oscillation Network) développé par School of Physics and Astronomy à l'université de Birmingham, en Grande Bretagne, est mis en place en 1992, avec six sites d'observation. Le principe instrumental est le même que celui d'IRIS,

à l'exception qu'il utilise la raie de Potassium ( $K = 7699 \text{ \AA}$ ). D'autres projets ont vu le jour, comme TON (Taiwan oscillation Network) en juillet 1996, avec quatre sites d'observation, ou ECHO (Experiment for coordinated Helioseismic Observations) en décembre 1999.

Dans le cadre de ce travail, nous traitons des données héliosismiques provenant de l'instrument spatial MDI à bord de la sonde SOHO, ainsi que du réseau terrestre GONG. Ces séries de données sont réalisées à l'aide d'observations Dopplerogrammes (Décalage Doppler\*\*), permettant d'obtenir des informations sur les champs de vitesse, car le signal détecté à la surface est directement proportionnel au champ de vitesse suivant la ligne de visée.

#### **IV.1.1. Le réseau terrestre GONG**

Le réseau international d'observation GONG (acronyme de Global Oscillation Network Group : programme d'étude de la structure interne du Soleil) est un programme à caractère communautaire pour entreprendre une étude détaillée de la structure interne et de la dynamique solaire en utilisant l'Héliosismologie [51], [52].

Afin d'exploiter cette nouvelle discipline, GONG a développé un réseau de six-sites d'observations héliosismiques, qui sont répartis autour du globe terrestre à différentes longitudes et latitudes. Les instruments de GONG qui sont extrêmement sensibles et stables, fournissent des observations presque continues des oscillations solaires en analysant le décalage Doppler de la raie d'absorption du Nickel ( $Ni=6768 \text{ \AA}$ ) à l'aide des interférences de Michelson.

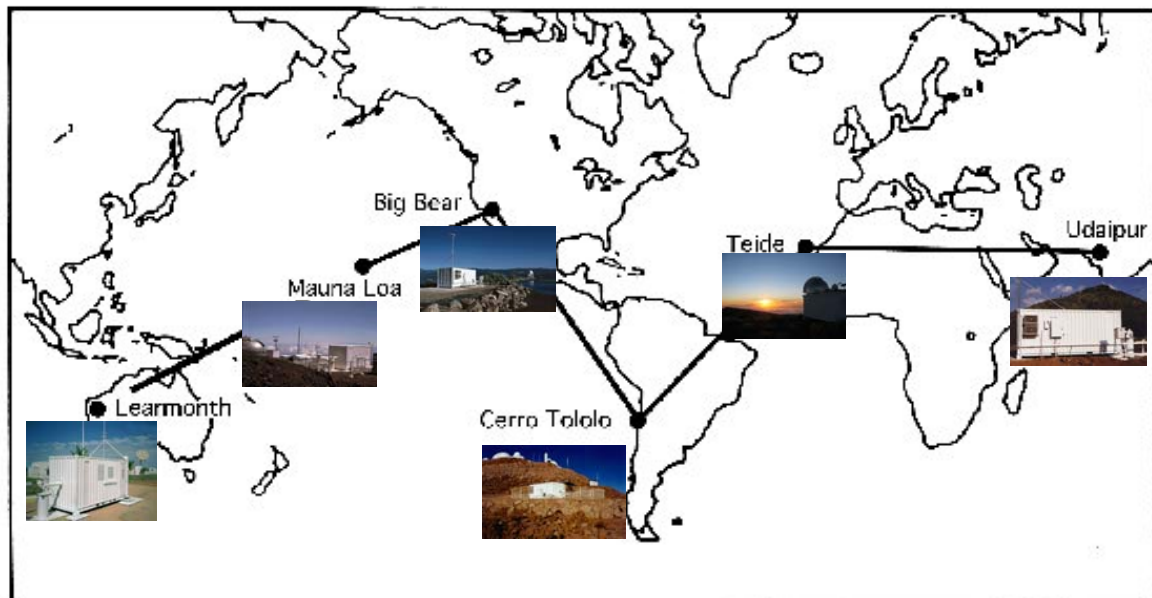
En 1991, six emplacements que comportent le réseau GONG ont été répertoriés à travers le monde (Figure IV-1). Les sites sont distribués sur six bandes longitudinales dans le but d'observer le Soleil en continu (24 heures par jour). Le système est devenu opérationnel en octobre 1995, et fonctionnera pour au moins un cycle solaire de onze ans.

Le programme de GONG est siégré à l'observatoire solaire national (NSO) dans le Tucson en Arizona.

---

\*\* Si le gaz s'éloigne par rapport à nous, la raie spectrale se décale vers le rouge, et si le gaz s'approche de nous, la raie spectrale se décale vers le bleu.

Les six observatoires solaires du réseau terrestre GONG sont : Big Bear (Californie, Etats-Unis), Mauna Loa (Hawaï, Etats-Unis), Learmonth (Australie), Udaipur ( Inde), Teide (îles Canaries) et Cerro Tololo (Chili).



**Figure IV-1:** La répartition des six sites d'observations de GONG de part le monde [53]

Chaque instrument de GONG est basé sur un interféromètre de Michelson (de décalage Doppler) appelé un tachomètre de Fourier qui mesure la phase de la transformée de Fourier du spectre solaire autour de la raie d'absorption du Nickel à  $\lambda = 6768 \text{ \AA}$ , et est soutenu par une installation fortement automatisée et portable, tiré de la conception des vaisseaux spatiaux.

Les instruments originaux de GONG ont employé une caméra CCD de  $256 \times 256$  Pixels et avaient une résolution de  $2.5''$  d'arc/pixel. Depuis 2001, l'ensemble du réseau GONG a été rénové avec des caméras à plus haute résolution spatiale de  $1024 \times 1024$  pixels à  $5''$  d'arc/pixel. Ceci permettra de développer d'avantage les différentes techniques de l'Héliosismologie locale à haute résolution. Le taux d'images combinées à partir des six sites de GONG est supérieur à 90%.

Une fois que les données solaires sont récoltées et combinées (merged data) elles seront traitées suivant les différentes étapes de traitement de données détaillées dans la section(IV.3).

### IV.1.2. Le satellite spatial SOHO

En parallèle au développement des réseaux au sol, le projet d'observatoire solaire SOHO voit le jour [54]. SOHO, Solar and Heliospheric Observatory, est un satellite artificiel (Figure IV-2). Il est réalisé dans le cadre d'un programme de collaboration entre la NASA et l'Agence Spatiale Européenne ESA, ayant pour objectif principal l'étude du Soleil.

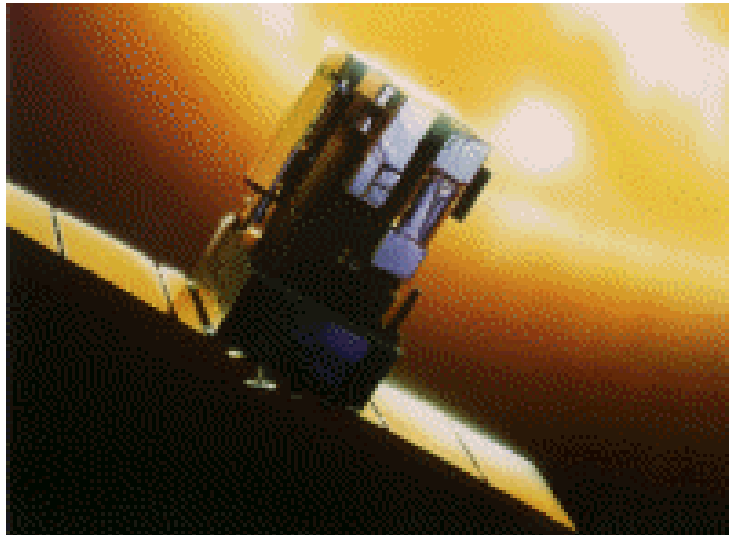


Figure IV-2: Une image de SOHO gravitant autour du Soleil

Le satellite SOHO a une hauteur de 3.65 m, une largeur de 3.65 m et pèse 610 kg. Il a été lancé le 2 décembre 1995 de la base de Cap Canaveral (USA) par une fusée Atlas II.

Positionné aux alentours du point de Lagrange  $L_1$ , l'endroit où les attractions terrestres et solaires s'équilibrent. Ce point est situé entre la Terre et le Soleil à 1,5 million de kilomètres de la Terre (Soit plus de quatre fois la distance Terre - Lune) dans la direction du Soleil (Figure IV-3).

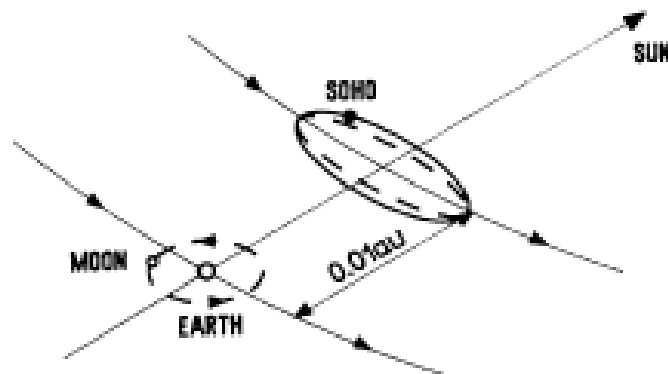


Figure IV-3 :L'orbite de rotation du satellite SOHO [45]

Véritable observatoire dédié au Soleil, SOHO est une plateforme sur laquelle sont placés douze instruments qui observent en permanence le Soleil, mesurant le rayonnement électromagnétique (du visible à l'extrême ultraviolet et aux rayons X, en spectroscopie et/ou en imagerie), afin de répondre aux trois principaux objectifs des programmes de recherche:

- Etude de la structure interne du Soleil
- Etude du vent solaire
- Etude de l'atmosphère solaire

SOHO comporte trois instruments dédiés à l'Héliosismologie : GOLF, VIRGO et MDI/SOI :

- **L'expérience GOLF** : (Global Oscillation at Low Frequency) A pour but d'étudier la structure interne du Soleil par la mesure du spectre des oscillations globales dans la gamme de fréquences allant de  $0.1 \mu\text{Hz}$  à  $10 \text{ mHz}$ . Ayant ainsi accès aux modes de bas degrés.
- **L'expérience VIRGO** : (Variability of Solar irradiance and Gravity Oscillation) Fournit la mesure de l'irradiance solaire et les fréquences, les amplitudes et les phases des modes d'oscillation sont dans la gamme de fréquence de  $1 \mu\text{Hz}$  à  $8 \text{ mHz}$ .
- **L'expérience MDI/SOI** : (Mickelson Doppler Imager/Solar Oscillation Investigation) [55] Consiste à la mesure de haute résolution angulaire des champs de vitesse de surface, permettant de déduire les modes d'oscillations solaires. Cet instrument a atteint une résolution spatiale suffisante (de l'ordre de 2 à 3000 km) qui permet le tracé du diagramme Temps-Distance. Les caméras CCD de l'instrument MDI est de  $1024 \times 1024$  pixel, et il fonctionne en deux modes différents: Soit en mode du disque complet d'une résolution de  $2''$  d'arc /pixel, ou bien en mode de haute résolution de  $0.6''$  d'arc/pixel qui peut aller jusqu'à  $2.4 \text{ Mm}$  sur la surface du Soleil. Pour ce dernier mode, la résolution est triplement meilleure, par contre le champ d'observation est plus réduit. En revanche, le taux d'images recueillies à partir de MDI atteint les 100%. Pour ce travail on a utilisé les données en mode de haute résolution.

En fonctionnement depuis le mois de Février 1996, et malgré une perte de contact de plusieurs mois, la mission de SOHO se déroule remarquablement bien. SOHO est célèbre pour avoir révolutionné notre connaissance du Soleil. Des millions de clichés et de mesures, des centaines de publications scientifiques sont dues aux données qu'il a transmises à la Terre.

La date de fin de mission de SOHO était prévue pour décembre 2009. Après cette date, seuls les instruments VIRGO, GOLF et LASCO sont restés opérationnels. Par contre, l'instrument MDI a cédé la place à l'instrument HMI du satellite SDO (Solar Dynamics Observatory) dont le lancement était pour Février 2010 [56]. HMI permettra donc de continuer avec une meilleure performance et précision les études déjà entreprises en Héliosismologie globale et accentuera nos capacités dans le domaine de l'Héliosismologie Locale à haute résolution.

## IV.2. Gradient de rotation

En suivant le Soleil de jour en jour, on constate que les taches solaires se déplacent de l'est vers l'ouest, ceci nous montre que le Soleil tourne sur lui-même car la rotation autour d'un axe est une règle générale pour les corps célestes.

En superposant deux spectres pris aux limbés solaires Est et Ouest, certaines raies coïncident entre elles et d'autres sont décalées d'une certaine quantité. Ce décalage est l'Effet Doppler-Fizeau induit par la rotation du Soleil, qui confirme que le Soleil tourne sur lui-même de l'Est à l'Ouest. Les raies non décalées sont celles formées par notre atmosphère.

En valeurs arrondies, le Soleil effectue une rotation en 25 jours à l'équateur, et un point de son équateur parcourt 4.4 millions de km pendant cette durée. La vitesse à mesurer est donc de l'ordre de 2 km/s. Cette vitesse se traduit par un décalage Doppler entre les spectres Est (décalage vers le bleu) et Ouest (décalage vers le rouge) (Figure IV-4).

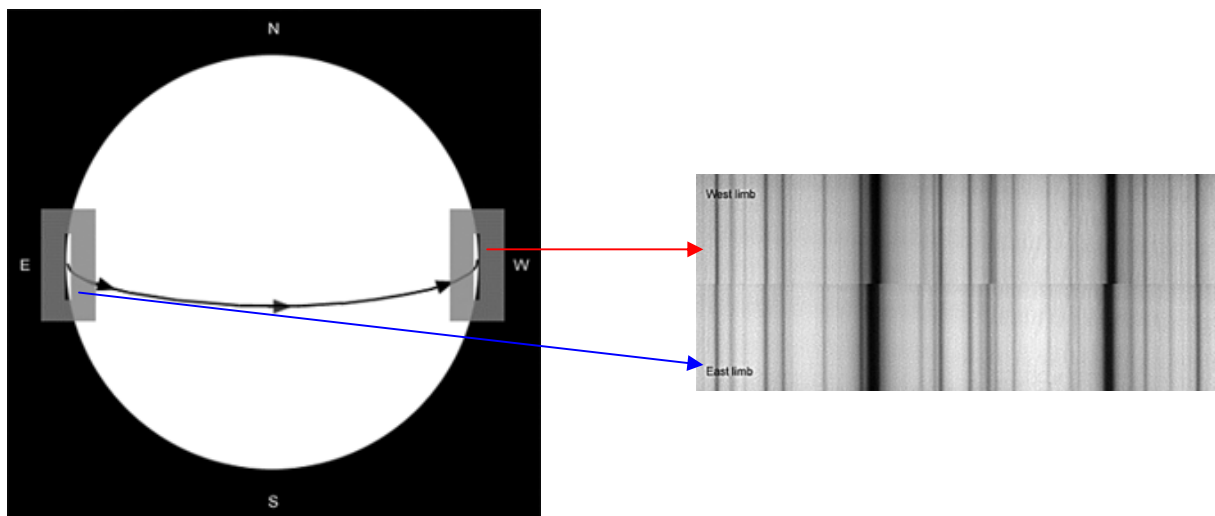
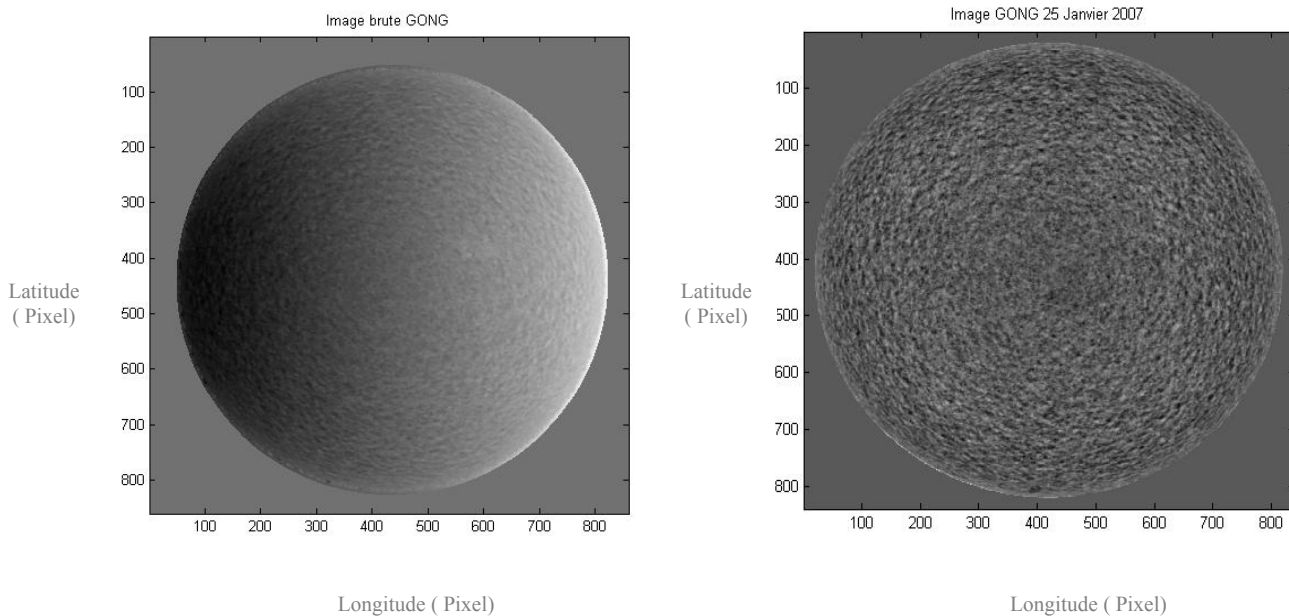


Figure IV-4 : Décalage Doppler dû à la rotation du Soleil.

En effet, un fort gradient de rotation est présent dans chaque Dopplerogramme, où la vitesse angulaire est constante [57] d'où la possibilité de l'enlever.

La procédure consiste alors à soustraire la moyenne temporelle des images de chaque image Dopplergramme afin d'enlever la composante principale de rotation.

Cette procédure de traitement est effectuée lors de l'acquisition des données ; soit par le réseau GONG soit par le satellite SOHO, et que les données sur lesquelles nous allons travailler ont déjà subi ce prétraitement (Figure IV-5).



**Figure IV-5** : Image brute du Soleil issue du réseau GONG avec et sans rotation principale [53]

Tous ces instruments confondus, ont permis de détecter un grand nombre de modes d'oscillations et de mesurer leurs fréquences avec une très grande précision, (jusqu'à  $10^{-5}$  pour certains). Ces fréquences acoustiques reflètent les propriétés du milieu étudié.

### **IV.3. Traitement de données**

Afin d'extraire les temps de parcours à partir des images Dopplerogrammes, différentes étapes de traitement de données sont nécessaires.

Les images que nous allons utiliser sont des Dopplerogrammes du Soleil, où chaque pixel détient une information sur la vitesse. Les images sont sous un format de fichier électronique FITS [58] (Flexible Image Transport System) avec une entête (FITS header) qui contient plusieurs informations, allant de la taille des pixels, l'heure et la date jusqu'au lieu (station) de mesure,...etc.

Les images sont disponibles avec une cadence d'une image par minute, soit 1440 images par jour. Cette cadence de prise d'images nous donne la fréquence à mi chemin de 8.33 mHz qui est une fréquence assez bonne pour la recherche en Héliosismologie.

### **IV.3.1. Le remapping**

Les images Dopplerogrammes recueillies par les caméras CCD sont une projection de la sphère solaire sur un plan (plan CCD). Ces images vont subir une déformation de distance reliant deux points sur la surface. Afin de traiter ces images, il est nécessaire de re-projeter ces images sur un grille équidistante en latitude et en longitude: c'est l'étape dite du Remapping [59], [60]. Nous allons utiliser pour cela, les relations de Willams (Les coordonnées héliographiques) [61].

#### **IV.3.1.1. Les Coordonnées héliographiques**

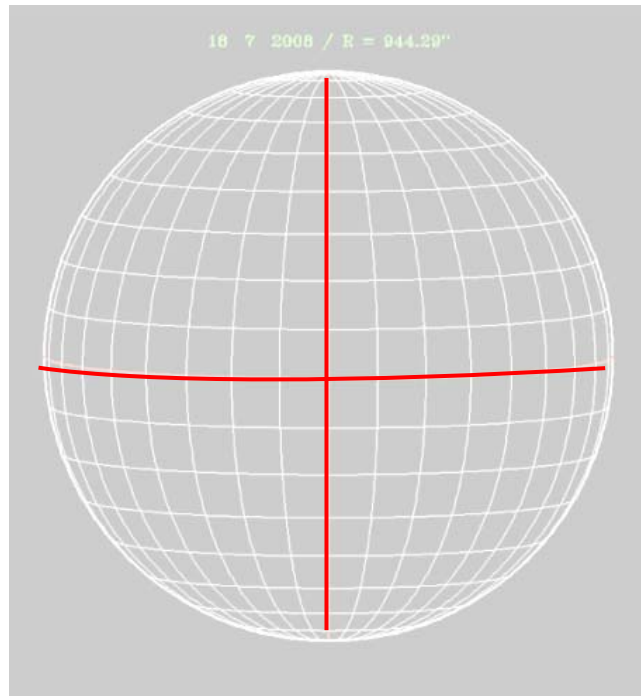
Ce système de coordonnées est semblable au système terrestre de latitude et de longitude. Il est défini par rapport au disque apparent du Soleil en lumière blanche (la photosphère).

La latitude héliographique  $\theta$  est comptée depuis l'équateur solaire entre  $-90^\circ$  au Sud et  $+90^\circ$  au pôle Nord solaire (Figure IV-6).

La longitude héliographique  $L$  est un peu plus compliquée à déterminer, car il n'existe pas naturellement de référence fixe (comme par exemple le méridien terrestre passant par Greenwich sur Terre). L'intérêt de ce système de coordonnées est qu'une structure présente sur le disque solaire conservera les mêmes coordonnées pendant des durées relativement longues.

Les variations observées seront dues à l'évolution propre de la structure (changement de forme ou mouvement propre sur le disque solaire) et non pas à la seule rotation solaire.

Comme les mouvements propres sont généralement plus lents que la rotation solaire, on pourra repérer un groupe sur une plus longue période qu'avec les coordonnées cartésiennes qui changent en permanence.



**Figure IV-6 :** Grille du Soleil en coordonnées héliographiques. Les lignes parallèles à l'équateur (ligne rouge est-ouest) repèrent la latitude. Les lignes passant par les pôles nord-sud sont les méridiens. Le méridien en rouge est le méridien central. Les points sont représentés tous les  $10^\circ$  (en longitude et en latitude).

Une première solution est de définir les longitudes par rapport au méridien central. Le méridien central est la ligne passant par les pôles solaires Nord et sud et le centre apparent du disque solaire à un instant donné. Les longitudes sont alors comptées positivement vers le bord solaire Ouest ( $-90^\circ$  au bord solaire Est et  $+90^\circ$  au bord solaire Ouest).

En revanche, les mesures d'angles utilisées, soit  $1^\circ$  de latitude/longitude sur le Soleil ne correspondent pas à  $1^\circ$  sur le ciel. Car le Soleil tournant sur lui-même, ceci va induire que la longitude d'une structure varie à chaque instant (environ  $13,2^\circ/\text{jour}$ , déterminée à partir d'une rotation synodique moyenne de  $27,2753j$ ).

L'orientation des axes propres du Soleil (l'axe de rotation et l'équateur) ne sont pas confondus avec les axes  $X, Y$  du système héliocentrique cartésien à cause de l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre par rapport au plan de l'écliptique de  $23,4^\circ$ , et aussi à cause de l'inclinaison de l'axe de rotation du Soleil par rapport au plan de l'écliptique de  $7,25^\circ$ .

Par conséquent :

- Le centre du disque solaire projeté sur le fond du ciel n'est pas confondu avec l'origine des coordonnées héliographiques.
- L'axe de rotation du Soleil est incliné par rapport au nord céleste.
- Le rayon apparent du Soleil varie au cours de l'année.

Pour tenir compte de ces variations d'orientation, trois nouveaux angles sont nécessaires :

- L'angle  $P_0$  entre le pôle Nord céleste et le pôle Nord solaire. Il est compté positivement quand le pôle nord solaire est dirigé vers l'Est et varie de  $\pm 26.3^\circ$  au cours de l'année.
- L'angle  $B_0$  est la latitude héliocentrique du centre apparent du disque solaire. Cet angle est positif quand l'équateur solaire est dirigé vers le Sud céleste. Il varie de  $\pm 7.23^\circ$  au cours de l'année. Le Soleil nous laisse donc voir alternativement ses pôles Nord et Sud ; le pôle Sud quand  $B_0$  est négatif et le pôle Nord quand  $B_0$  est positif.
- La longitude absolue  $L_0$  : Pour donner une valeur absolue de longitude, on introduit la longitude (absolue) du méridien central à partir d'un méridien de référence. Le méridien de référence ( $\varphi = 0^\circ$ ) est défini comme le méridien qui passait par le nœud ascendant de l'équateur solaire à Greenwich à 12h le 1<sup>er</sup> Janvier 1854. Ce méridien de référence tourne avec le Soleil. Sa vitesse de rotation se détermine par rapport à une période de rotation sidérale constante de 25,38 jours. La longitude du méridien central décroît ainsi de  $360^\circ$  à  $0^\circ$  à mesure que le méridien de référence se déplace vers l'Ouest (rotation solaire).

Les coordonnées cartésiennes  $(x,y)$  s'écrivent en fonction des coordonnées héliographiques  $(\theta,L)$  par:

$$x = x_0 + R (X \cos P_0 - Y \sin P_0) \quad (\text{IV-1})$$

$$y = y_0 + R (Y \cos P_0 - X \sin P_0) \quad (\text{IV-2})$$

Avec:

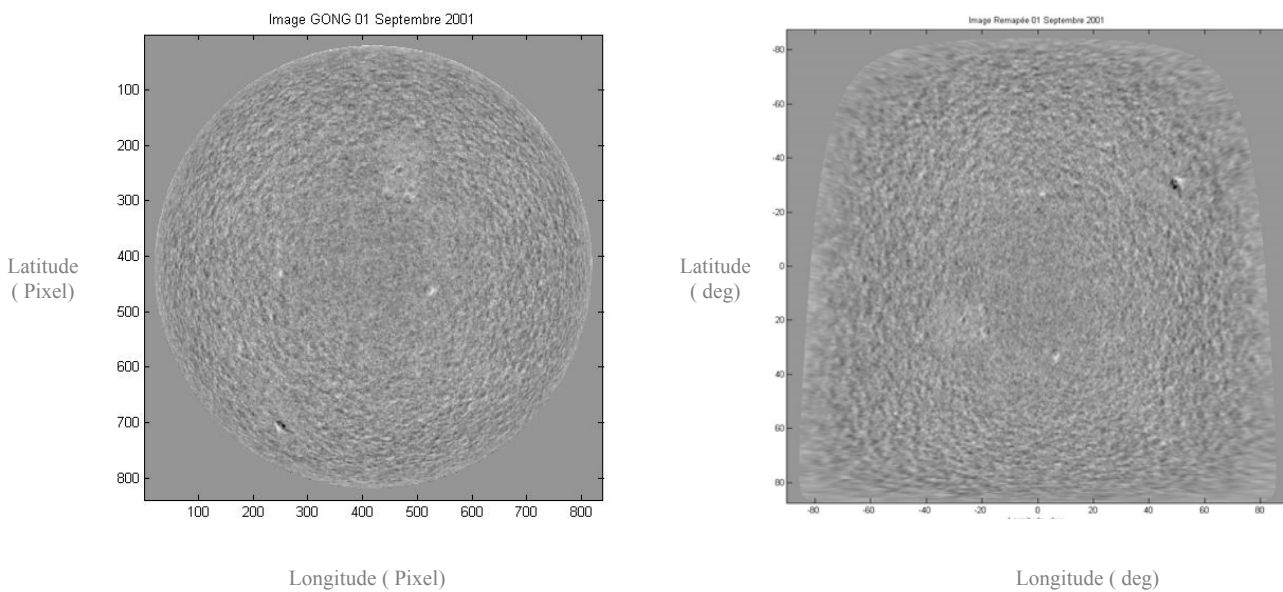
$$X = \frac{\sin L \sin \theta}{1 - R \times (\cos \theta \sin B_0 + \sin \theta \cos B_0 \cos L)} \quad (\text{IV-3})$$

$$Y = \frac{\cos \theta \cos B_0 - \sin \theta \sin B_0 \cos L}{1 - R(\cos \theta \sin B_0 + \sin \theta \cos B_0 \cos L)} \quad (\text{IV-4})$$

Où  $(x_0, y_0)$  sont les coordonnées de la caméra au centre du disque, et  $R$  est le rayon solaire exprimé en radians par:  $R=4.6524 \times 10^{-3} \text{ rd}$ .

Les paramètres  $(P_0, B_0, L_0)$  seront récupérés à partir de l'entête des fichiers d'images FITS du réseau GONG.

Les résultats du Remapping, sont présentés sur la Figure (IV-7).



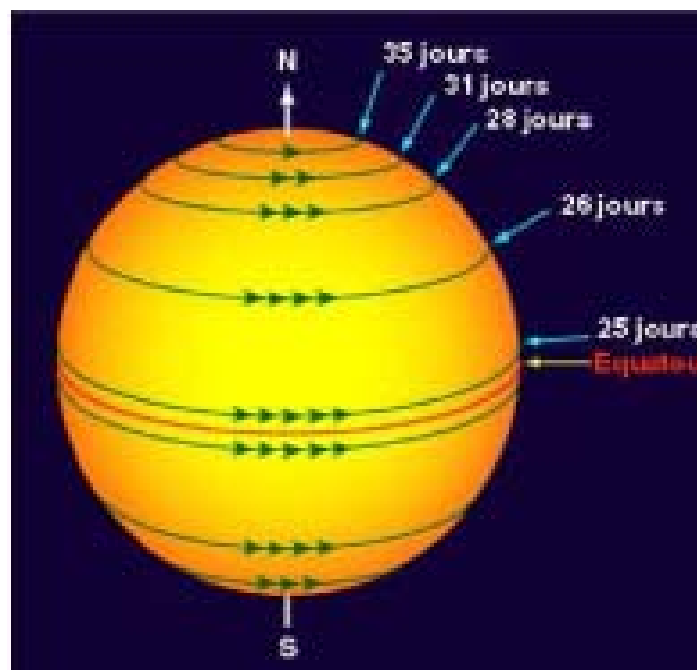
**Figure IV-7:** Image brute du Soleil avant et après le Remapping. Cette image brute est recueillie du réseau GONG pour la journée active du Soleil du 01/09/2001.

### IV.3.2. Le Tracking

Le Soleil tourne, ceci est vérifiable lorsque on suit le mouvement des taches solaires sur les images Doppler de la surface solaire. En revanche, ces observations montrent que le Soleil ne tourne pas comme un corps solide avec la même vitesse angulaire partout en latitude. Cela est

engendré par la circulation méridienne (pole-équateur), et par la transition entre le cœur du Soleil en rotation solide et la zone convective. En effet, le Soleil effectue une révolution complète à l'équateur de 25 jours, et aux pôles la révolution est autour de 39 jours (Figure IV-8). Ce phénomène découvert de puis 1863 par Carrington est communément appelé « la rotation différentielle » [62], [63] (par opposition à la rotation solide).

Ce type d'écoulement est très courant en astrophysique pour le cas des intérieurs stellaires, et les disques d'accrétion.



**Figure IV-8:** Représentation de la rotation différentielle du Soleil

Le signal dû à la rotation différentielle vient se superposer à celui des oscillations acoustiques, d'où la nécessité de retrancher la rotation différentielle pour obtenir que des vitesses purement modales. C'est l'étape dite du Tracking.

$$V_{\text{mod}}(\theta, \phi, t) = V_{\text{mod}+rd}(\theta, \phi, t) - V_{rd}(\theta) \quad (\text{IV-5})$$

Où  $V_{\text{mod}}$  représente la vitesse modale, et  $V_{rd}$  est la vitesse de rotation différentielle.

On peut écrire cette vitesse sinusoïdale sous forme d'Harmoniques Sphériques :

$$V_{\text{mod}}(r, \theta, \phi, t) = V(r, \theta, \phi, t) = \sum_{nlm} a_{nlm} V_{nl}(r) y_l^m(\theta, \phi) e^{i(\omega_{nlm}t + \alpha_{nlm})} \quad (\text{IV-6})$$

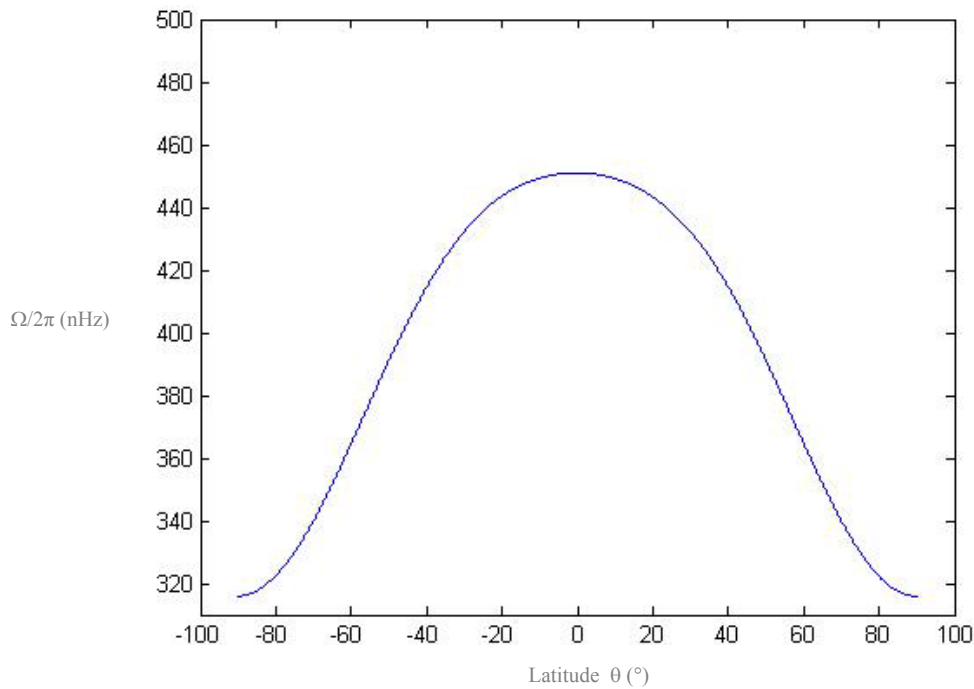
Pour les modes à haut degré  $l$ , sur la surface solaire où  $r = R_{\odot}$ , la formule de la vitesse devient :

$$V(\theta, \phi, t) = \sum_{nlm} a_{nlm} y_l^m(\theta, \phi) e^{i(\omega_{nlm}t + \alpha_{nlm})} \quad (\text{IV-7})$$

La vitesse angulaire de Snodgrass(1984) qui représente la dépendance en latitude  $\theta$  (en radians) [60], [64] donnée par la formule :

$$\frac{\Omega}{2\pi} (\text{nHz}) = 451 - 55 \sin \theta^2 - 80 \sin \theta^4 \quad (\text{IV-8})$$

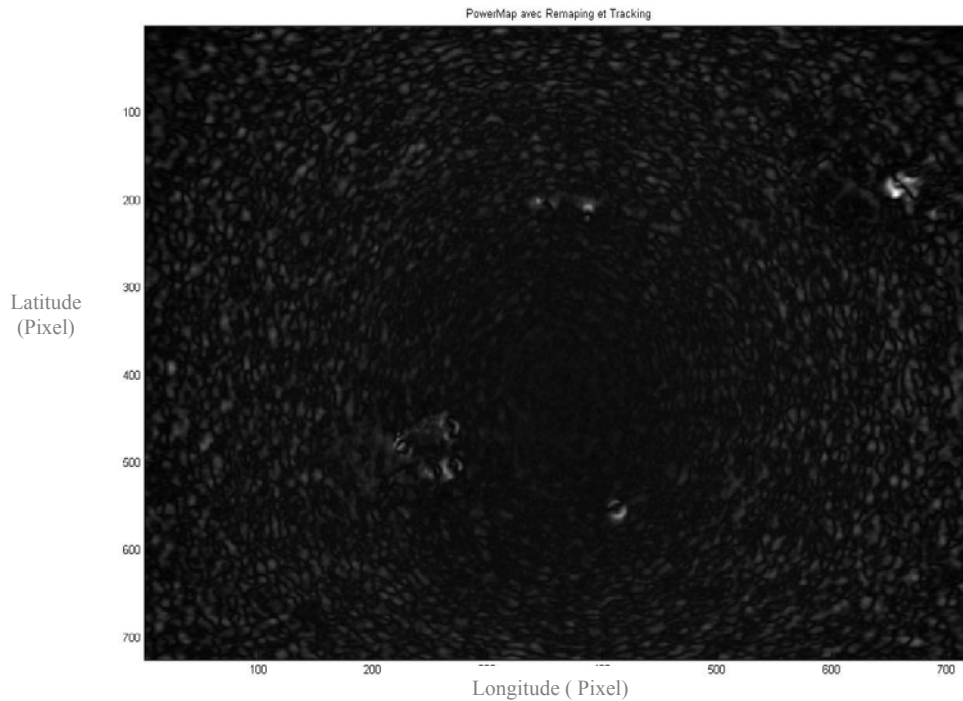
Où  $\Omega$  est la vitesse angulaire de rotation (Figure IV-9).



**Figure IV-9** : L'allure de la vitesse angulaire de Snodgrass en fonction de la latitude

Dans le but de vérifier la validité des résultats obtenus à partir des deux procédures de traitement d'images Remapping et Tracking, nous pouvons utiliser le diagramme de puissance ou « PowerMap ». Il est calculé en effectuant une sommation sur le carré de la valeur de chaque fichier (image) pixel par pixel, contenu dans un répertoire, en prenant ensuite la racine du résultat de cette dernière sur le nombre de fichiers que contient ce répertoire. Si les images

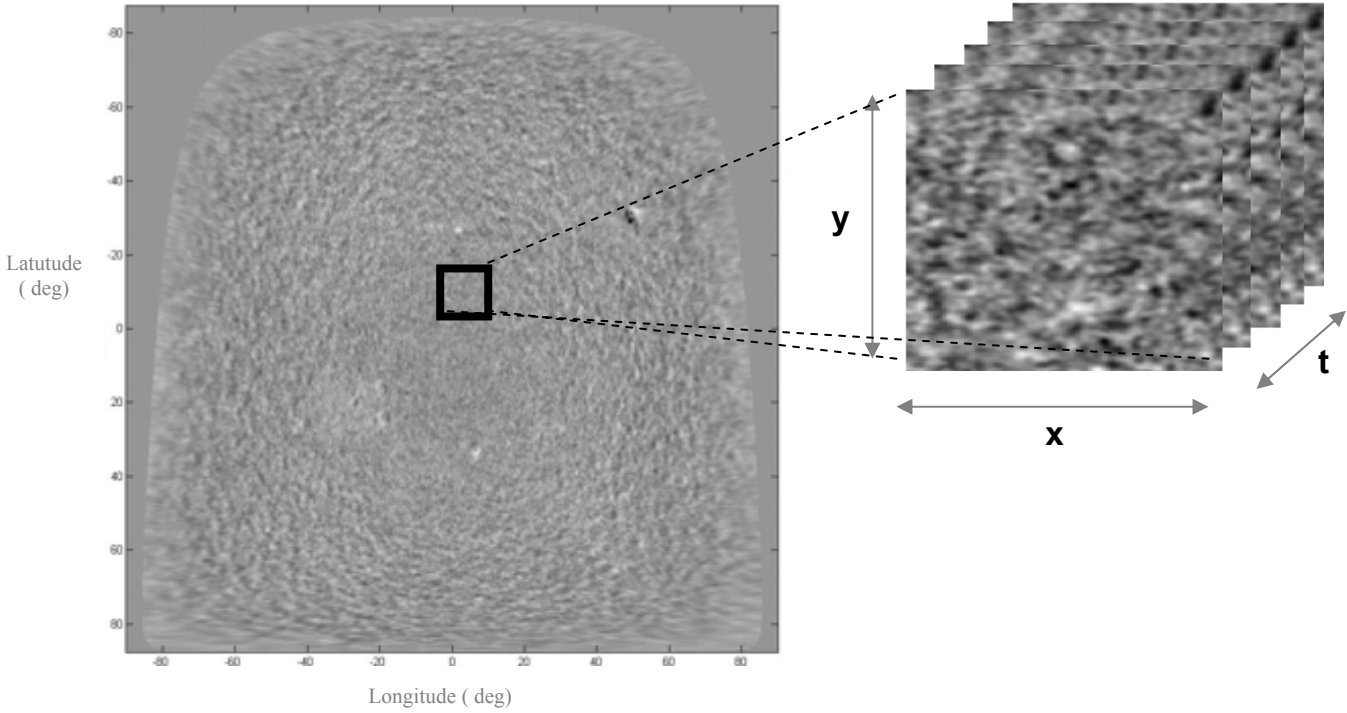
ont été trackées, les taches solaires resteront localisées et seront accentuées, alors que dans le cas contraire, elles seront étalées (Figure IV-10).



**Figure IV-10:** La carte de puissance après Remapping / Tracking.  
Pour la journée active du Soleil du 01/09/2001 à partir de GONG

### IV.3.3. Création d'un cube de données « Data Cube »

Une fois les images remappées et trackées, on prend une série chronologique d'images (typiquement de plusieurs heures) à raison d'une image par minute. A partir de cette série d'images, on extrait un carré de dimensions 16 x 16°. L'assemblage chronologique de ces carrés forme un Data Cube de trois dimensions : la coordonnée longitudinale, la coordonnée latitudinale et la coordonnée temporelle (Figure IV-11).



**Figure IV-11** : Extraction d'un Data Cube (x, y, t) de 16x16° à partir de données remappées et trackées.

- **Le passage en mode fréquentiel**

Le passage dans l'espace des fréquences  $(k_x, k_y, \omega)$ , nous permet de décrypter l'information contenue dans le Data Cube. Ceci se fera par le biais d'une transformation de Fourier à trois dimensions:

$$F(k_x, k_y, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, t) e^{-i(\omega t + k_x x + k_y y)} dx dy dt \quad (\text{IV-9})$$

Cette définition correspond au cas continu. Toutefois, nous avons affaire à des images discrètes d'une durée finie. Nous faisons donc appel plus précisément à la fonction de Fourier discrète :

$$F(k_x, k_y, \omega) = \sum_{i,j,k=1}^{N_x, N_y, N} f(x_i, y_j, t_k) e^{-i(\omega t_k + k_x x_i + k_y y_j)} \delta x_i \delta y_j \delta t_k \quad (\text{IV-10})$$

Soit  $N$ , le nombre total de mesure ;  $N=1, \dots, 512$ .  $f(x, y, t)$  est la série temporelle du signal à valeurs discrètes, de durée totale d'observation  $T=8$  h 32 minutes, obtenue avec un pas temporel d'échantillonnage régulier  $\delta t = 1$  min .

Par contre les pas d'échantillonnages spatiaux pour les vecteurs d'ondes  $k_x$  et  $k_y$  sont donnés respectivement par :

$$dk_x = \frac{1}{N_x dx} \quad \text{et} \quad dk_y = \frac{1}{N_y dy}$$

Où  $dx$  et  $dy$  est sont respectivement la longueur et la largeur du pixel sur le Data Cube (donnés en Mm).

$N_x$  et  $N_y$  sont respectivement le nombre de pixels choisis selon la longitude  $x$  et selon la latitude  $y$  du Data Cube.

Les pas d'échantillonnages spatiaux  $dk_x$  et  $dk_y$  sont donnés en  $Mm^{-1}$ .

La principale conséquence de la discrétisation du signal est la limitation en fréquence. Où la fréquence de coupure rend compte du fait qu'il est impossible d'acquérir de l'information plus rapidement que l'échantillonnage.

Une des principales différences de la transformée de Fourier numérique avec la définition continue vient du phénomène d'échantillonnage lui même. Si le signal temporel est échantillonné avec une période  $\delta t$ , son spectre présente la particularité d'être limité à une bande de fréquence  $\frac{1}{\delta t}$ , c'est ce qu'on appelle la relation de Nyquist (cette relation est souvent donnée avec un facteur 2 supplémentaire dans le cas d'un signal temporel réel qui est le cas échéant), d'où :

$$Nyquist = \frac{1}{2 \delta t} = 8.33 \text{ mHz} , \text{ qui représente une résolution spectrale suffisante en fréquence}$$

temporelle. Par ailleurs, la résolution en fréquence est finie, et se limite à :  $\delta \nu = \frac{1}{N \delta t}$ .

Or, dans ce travail, on a appliqué la transformée de Fourier rapide FFT, qui est une forme spécifique de programmation de la transformée de Fourier, car elle permet un gain de temps

de calcul considérable à condition que le pas d'échantillonnage soit régulier, et que le nombre de mesures soit une puissance de deux, d'où l'intérêt d'avoir choisi 512 images sur l'axe temporel.

- **L'effet de la troncature**

L'extraction d'un Data Cube revient à multiplier une image de dimension plus grande (voire infinie) par une fonction porte à deux dimensions, qui se traduit dans le domaine de Fourier par une convolution par un sinus cardinal. C'est le phénomène de Gibbs). Ceci va induire des fréquences parasites.

Pour atténuer ce phénomène, on multiplie le signal par une fonction fenêtre d'observation (également appelée fenêtre de pondération ou d'apodisation) qui va gommer toutes les discontinuités n'appartenant pas au signal d'origine et conduisant ainsi à une transition plus douce avant d'opérer la transformation de Fourier.

Cette fenêtre d'apodisation doit être choisie de manière à ce que sa transformée de Fourier présente peu de lobes secondaires.

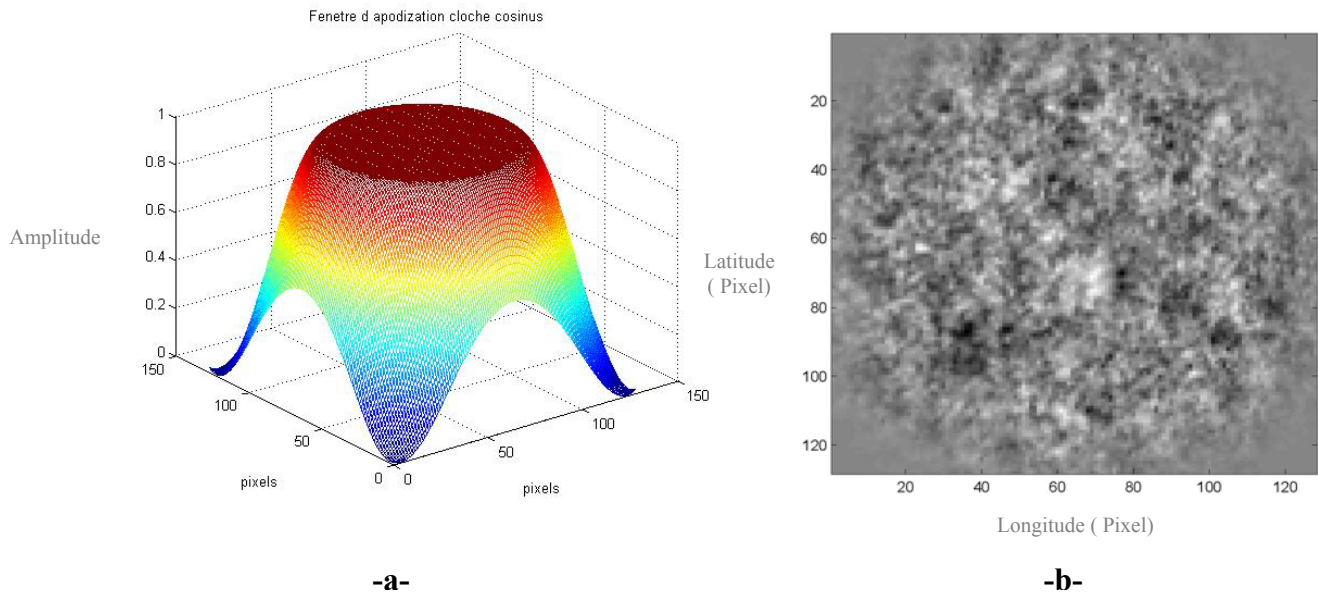
Parmi les fenêtres usuelles capables d'éliminer les effets de bord liés à la troncature, nous avons adopté la fenêtre de cloche cosinus définie par :

$$\begin{cases} C(x) = 1 & \text{si } x < R_{cb} \\ C(x) = 0.5(1 + \cos\left(\pi \frac{(x - R_{cb})}{2(1 - R_{cb})}\right)) & \text{si } x > R_{cb} \end{cases} \quad \text{(IV-11)}$$

Où  $R_{cb}$  est la fraction du rayon à partir de laquelle la courbe décroît. Pour notre cas, on a pris  $R_{cb} = 0.65$

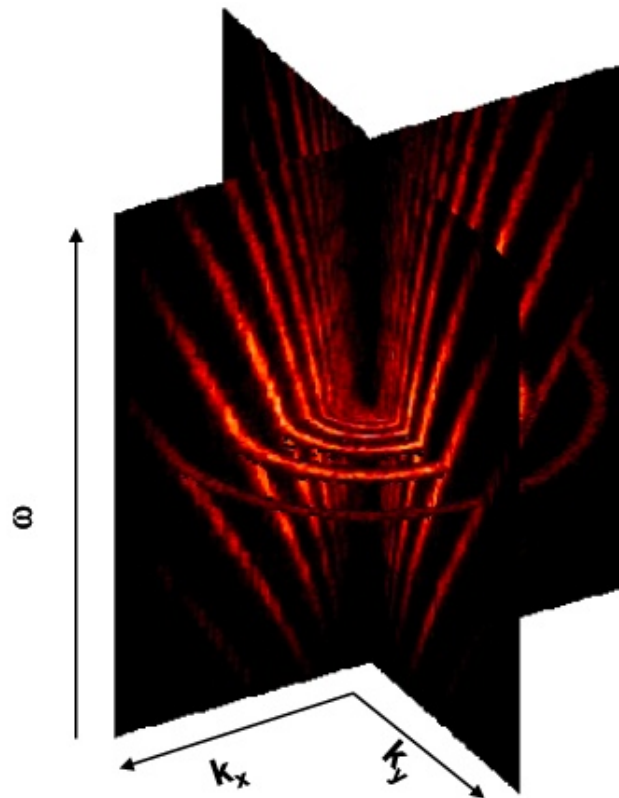
$x$  est une fraction du rayon comprise entre 0 et 1.

La fonction fenêtre de cloche cosinus donnée ci-dessus a une amplitude maximale de 1 et est symétrique par rapport au centre (Figure IV-12).



**Figure IV-12:** a- La fenêtre d'apodisation de cloche cosinus de 128x128 pixels  
 b- Visualisation une image du Data Cube après l'apodisation par une fenêtre de cloche cosinus

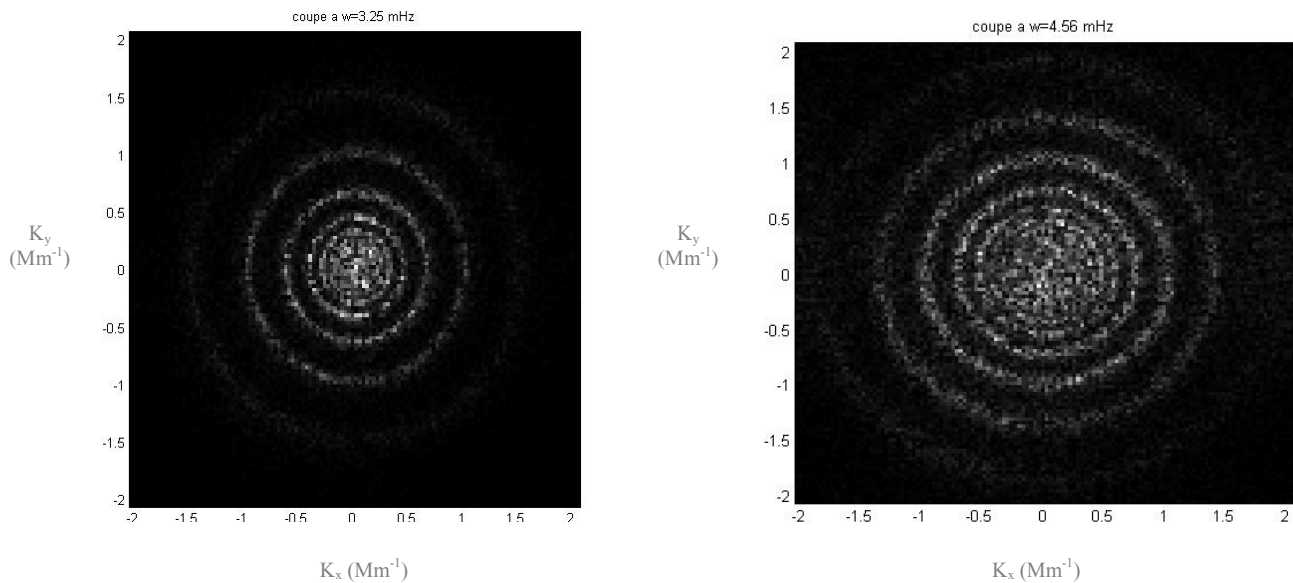
Le passage du mode temporel en mode fréquentiel dans l'espace de Fourier, nous fourni le spectre de puissance ( $k-\omega$ ) en forme de trompette (Figure IV-13), sur lequel on effectuera les différentes procédures de filtrage.



**Figure IV-13 :** Représentation du Data Cube dans l'espace fréquentiel en  $(k_x, k_y, \omega)$

Les résultats présentés ci-dessous ont été effectués à partir d'un Data Cube de MDI de 16 x 16° et d'une résolution de 0.125 degrés/pixel correspondant à la journée calme du Soleil correspondant au 23 juillet 2007.

Une coupe transversale de ce diagramme 3D nous permet d'observer le diagramme en anneaux (Ring Diagram) pour deux fréquences choisies (Figure IV-14).



**Figure IV-14:** Coupe transversale du Data Cube à différentes fréquences

### IV.3.4. Le Filtrage

Le filtrage nous permet d'augmenter le rapport signal/bruit de manière à avoir de meilleurs signaux de corrélation, et donc une meilleure détection du temps de parcours des modes « p ».

Nous allons donc appliquer différents filtres de manière à éliminer les signaux dus aux supergranules, aux ondes de gravité de surface (modes « f ») et aux modes « p » qui ne correspondent pas à la plage de distance considérée.

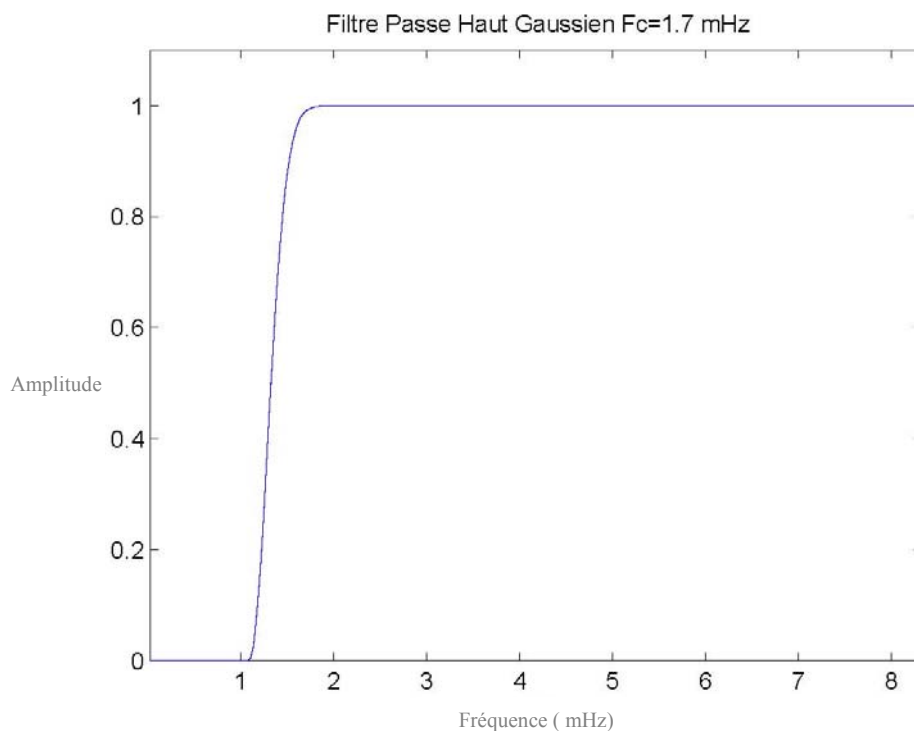
#### IV.3.4.1. La supergranulation

Les signaux Doppler prélevés à tout endroit de la surface solaire se composent entre autres de signaux de vitesses dues aux mouvements de convection sous forme de supergranules [65], [66], [67].

Découvert par Hart [68], Les supergranules représentent la manifestation de l'instabilité du plasma solaire dans la zone convective. Elles évoluent continuellement et sont caractérisées par des tailles variables s'étalant sur environ 30 Mm, de durée de vie de un à deux jours [62] et ont une vitesse horizontale prédominante de 300 m/s. Contrairement aux granules, qui sont des petites structures cellulaires (900 km) couvrant la surface entière du Soleil, et représentant la partie supérieure des cellules convectives (Un granule individuel a une durée de vie de 10 à 15 minutes).

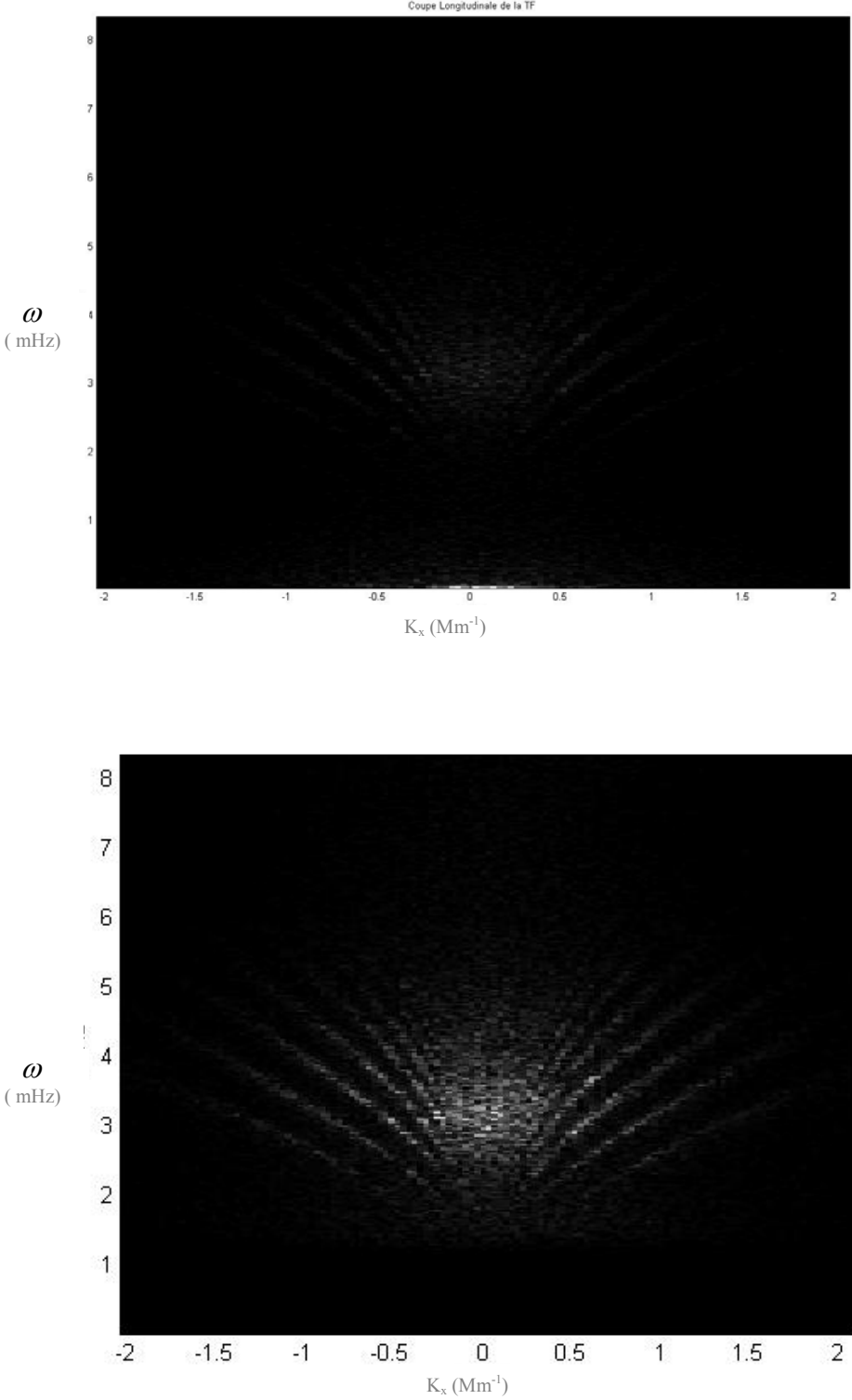
Les supergranules sont moins visibles que les granules car elles sont plutôt observables en vitesse et pas en brillance. Les flux de matière observés dans les supergranules transportent le champ magnétique du centre vers les bords des cellules. En revanche, leurs amplitudes d'oscillations sont assez importantes par rapport aux amplitudes des ondes acoustiques, donc il est nécessaire d'enlever autant que possible le signal supergranulaire (Figure IV-15).

On utilise pour cela un filtre passe haut dans le domaine de la fréquence temporelle (Figure IV-15), qui laisse passer les hautes fréquences à partir de la fréquence de coupure de 1.7 mHz caractéristique de l'oscillation des supergranules et atténue le signal au dessous de cette fréquence de coupure [40], [69].



**Figure IV-15:**L'allure du filtre gaussien temporel passe haut pour les supergranules à  $F_c=1.7$  mHz

En multipliant le diagramme ( $k-\omega$ ) par ce filtre passe haut, on élimine les fréquences au dessous de la fréquence de coupure des supergranules. Ceci est visible lorsqu'on effectue une coupe longitudinale sur le diagramme ( $k-\omega$ ) (Figure IV-16).



**Figure IV-16:** Coupe longitudinale du Data Cube avant et après le filtrage temporel passe haut

### IV.3.4.2. Les ondes de gravité de surface

Une autre source de signal de vitesse qui vient s'ajouter au signal des ondes acoustiques détectées à la surface du Soleil est celle des ondes de gravité de surface semblables aux ondes surfaciques de l'océan.

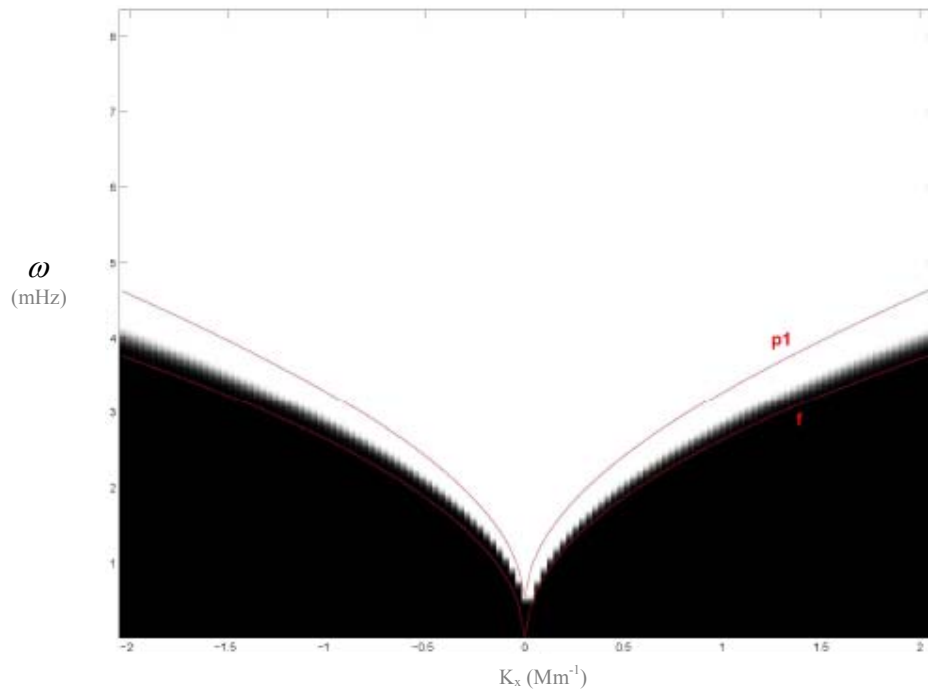
Les ondes qui produisent ce mode sont le mode fondamental «mode f», qui ont presque la même relation de dispersion que les ondes surfaciques de l'océan [64], telle que  $\omega^2 = g k$ . Où  $\omega$  est la fréquence angulaire,  $g = 274 \text{ m/s}^2$  est l'accélération gravitationnelle à la surface du Soleil et  $k = L / R_{\odot}$  est le vecteur d'onde horizontal spatial exprimé en termes d'harmoniques sphériques de degré  $L$  et de rayon  $R_{\odot}$ .

Ces ondes ont la particularité de se propager horizontalement et ainsi propager les perturbations qui ne suivent pas le pas du rayon acoustique Ceci posera problème dans l'interprétation des temps de parcours de l'onde qui seront mesurés ultérieurement.

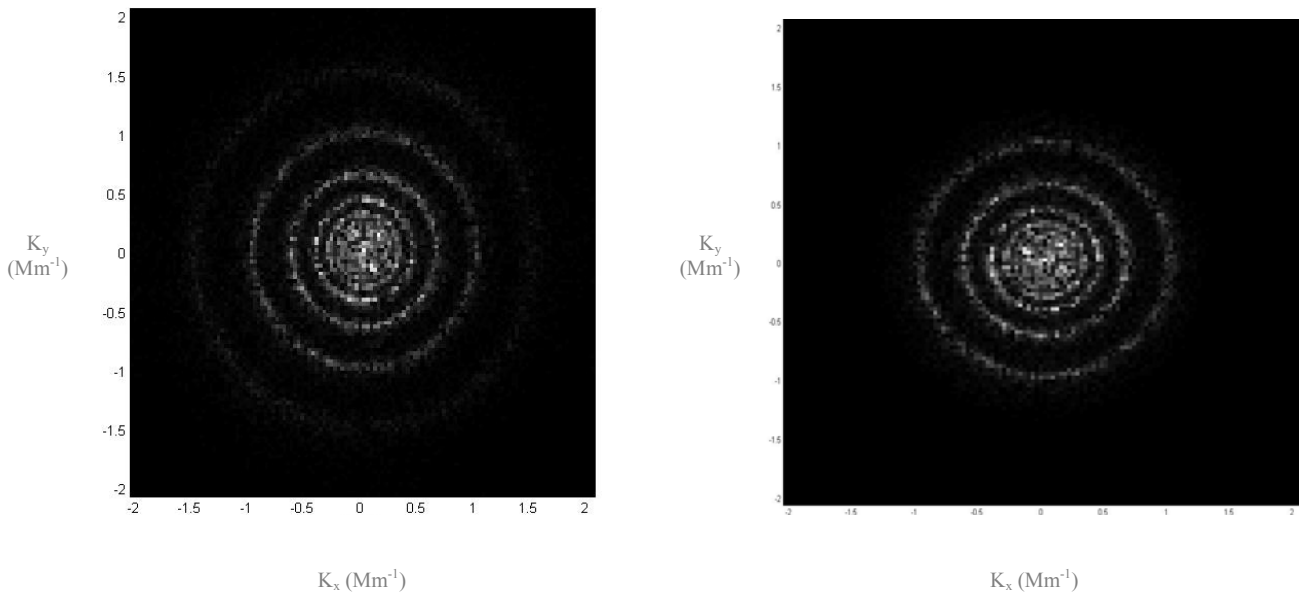
On utilise donc un filtre passe bas spatial (Figure IV-17) pour chaque fréquence autour des arêtes « f » et « P<sub>1</sub> » qui élimine les modes « f » avec une transmission complète à mi chemin entre ces deux arêtes dont la transmission décroît de manière gaussienne vers 0 pour ne laisser que 1% autour de l'arête  $f$  (Figure IV-18) ,(Figure IV-19). Les arêtes des modes « f » et « P<sub>1</sub> » dans l'espace  $(k-\omega)$  sont approximées par la forme polynomiale suivante [40]:

$$l_0 = R_{\odot} k_{0h} = 100 \nu^2$$
$$l_1 = R_{\odot} k_{1h} = \sum_{k=0}^4 C_k \nu^k, C = \{17.4, -841, 95.6, -0.711, -0.41\}$$

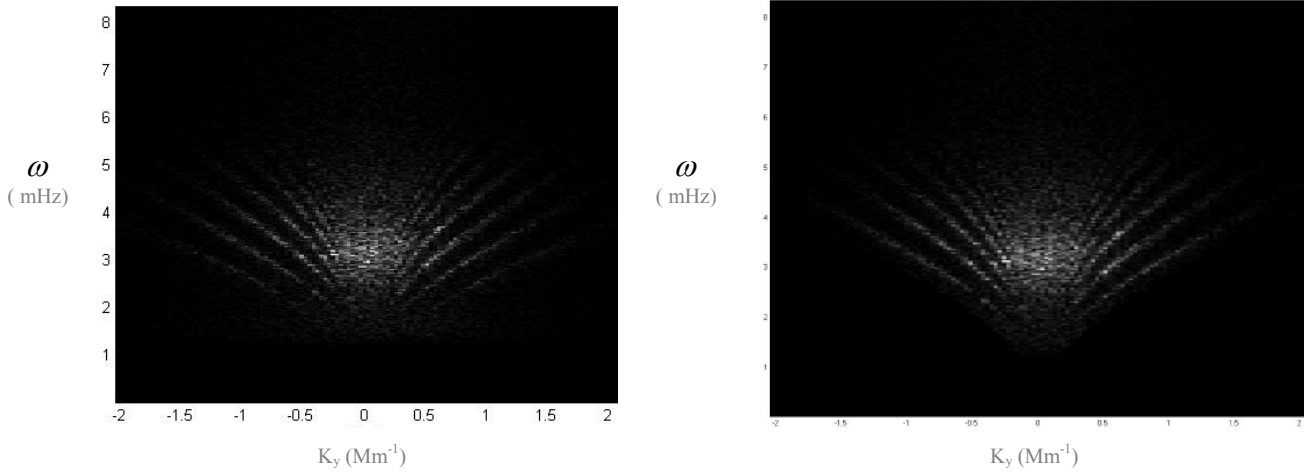
Où la fréquence cyclique  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$  est mesurée en mHz .



**Figure IV-17:** L'allure du filtre Gaussien passe bas spatial pour les modes « f »



**Figure IV-18 :** Coupe transversale avant et après filtrage des modes « f » à  $\omega=3.25$  mHz



**Figure IV-19:** Coupe longitudinale avant et après filtrage des modes « f » dans le plan  $k_y$

### IV.3.4.3. Filtrage de vitesse de phase

Etant donné que les ondes acoustiques ayant la même vitesse de phase horizontale parcourent la même distance horizontale, les temps de parcours pour les ondes acoustiques se propageant entre deux points de la surface solaire, sont mesurés à partir des ondes avec la même vitesse de phase [40], [50], [70], [71].

Les données sont filtrées dans l'espace de Fourier, en utilisant des filtres gaussiens de vitesse de phase [69], [72]. Pour n'importe quelle distance donnée  $\Delta$  correspond un filtre de vitesse de phase  $F$ . Le signal filtré  $\Phi$  est obtenu par la multiplication dans l'espace de Fourier :

$$\Phi(k, \omega) = F(k, \omega; \Delta) \phi(k, \omega) \quad (\text{IV-12})$$

Où  $\phi$  est le signal d'oscillation et  $F$  est le filtre de vitesse de phase ayant la forme:

$$F(k, \omega; \Delta) = e^{-\frac{(\frac{\omega}{k} - v_i)^2}{\delta v_i^2}} \quad (\text{IV-13})$$

Où  $v_i$  est la vitesse de phase moyenne et  $\delta v_i$  est la largeur du filtre.

Pour augmenter le rapport signal/bruit, nous avons utilisé différents filtres de phase pour différentes plages de distance.

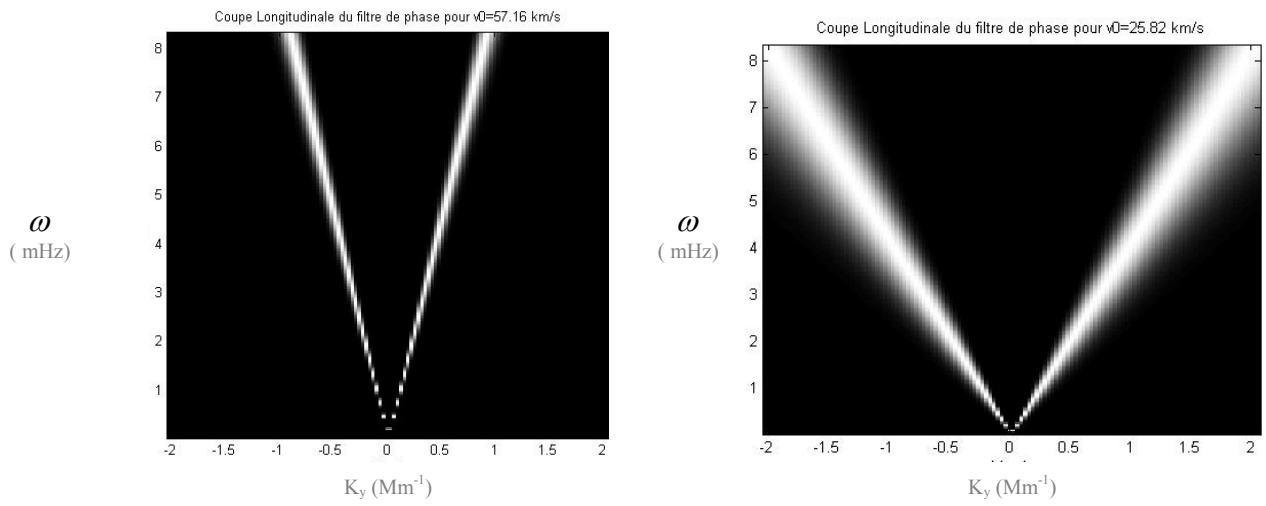
Nous avons travaillé sur les mêmes plages de distance proposées par Couvidat [72]. Il s'agit de 11 filtres différents et nous permettant d'obtenir ainsi 11 Data Cubes. Les plages de distances s'étalent de 3.7 à 66.7 Mm (Voir tableau -1).

Index	$\Delta(\text{Mm})$					v (Km/s)	$\delta v$ (Km/s)
1	03.7	04.95	06.20	07.45	08.7	12.77	2.63
2	06.2	07.45	08.70	09.95	11.2	14.87	2.63
3	08.7	10.15	11.60	13.05	14.5	17.49	2.63
4	14.5	15.72	16.95	18.17	19.4	25.82	3.86
5	19.4	21.87	24.35	26.82	29.3	35.46	5.25
6	26.0	28.27	30..55	32.82	35.1	39.71	3.05
7	31.8	34.27	36.75	39.22	41.7	43.29	3.15
8	38.4	40.67	42.95	45.22	47.5	47.67	3.57
9	44.2	46.67	49.15	51.62	54.1	52.26	4.46
10	50.8	53.07	55.35	57.62	59.9	57.16	3.78
11	56.6	59.12	61.65	64.18	66.7	61.13	3.41

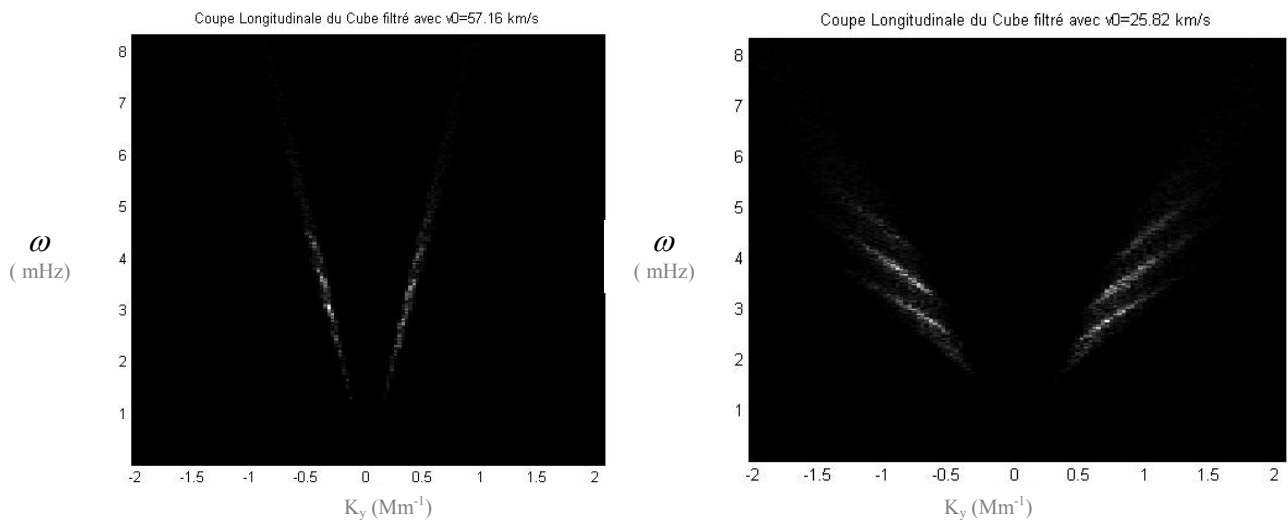
**Tableau IV-1** : Tableau des 11 filtres de vitesse de phase choisis [72].

$v_i$  est dérivée du modèle solaire qui dans notre cas dépend de la théorie du rayon relative au point tournant de l'onde acoustique, la largeur  $\delta v_i$  est choisie empiriquement pour rapporter un bon rapport signal/bruit pour les mesures du temps de parcours.

La Figure (IV-21) nous montre deux exemples de filtrage de vitesse de phase à deux plages de distance et deux vitesses choisies à partir du tableau correspondant respectivement à  $v=57.16\text{km/s}$  et  $v=25.82\text{ km/s}$ .



**Figure IV-20 :** Coupe longitudinale du filtre à différentes vitesse de phase



**Figure IV-21:** Coupe longitudinale du Cube après filtrage à différentes vitesse de phase

Une fois le filtrage effectué, les Data Cubes sont reconstitués à travers une transformée de Fourier inverse [73] (Figure IV-23). Nous obtenons ainsi 11 Data Cubes selon les 11 filtres utilisés lors de la dernière étape.

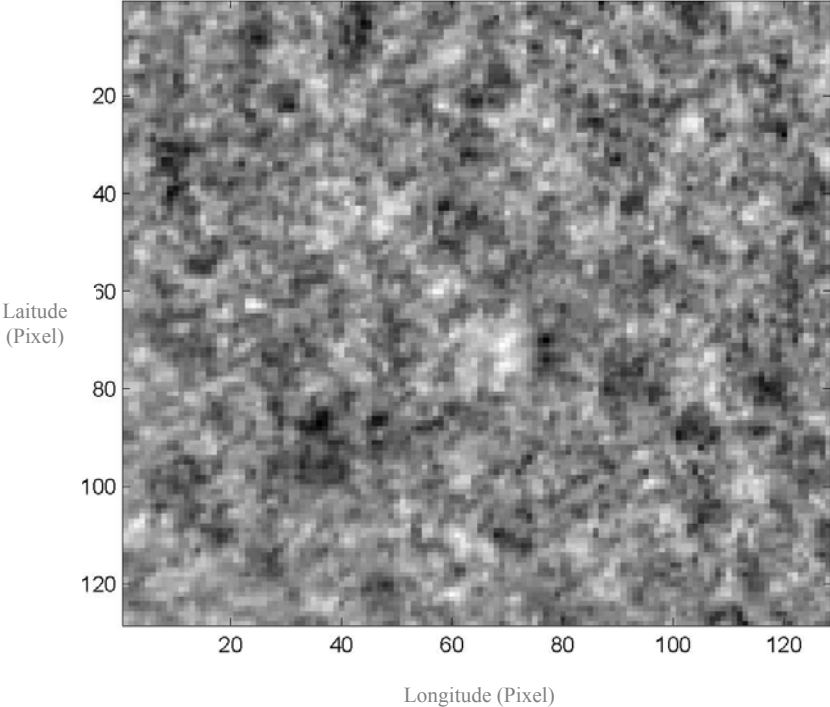


Figure IV-22 : Visualisation d'une image du Data Cube avant les différentes procédures de filtrage

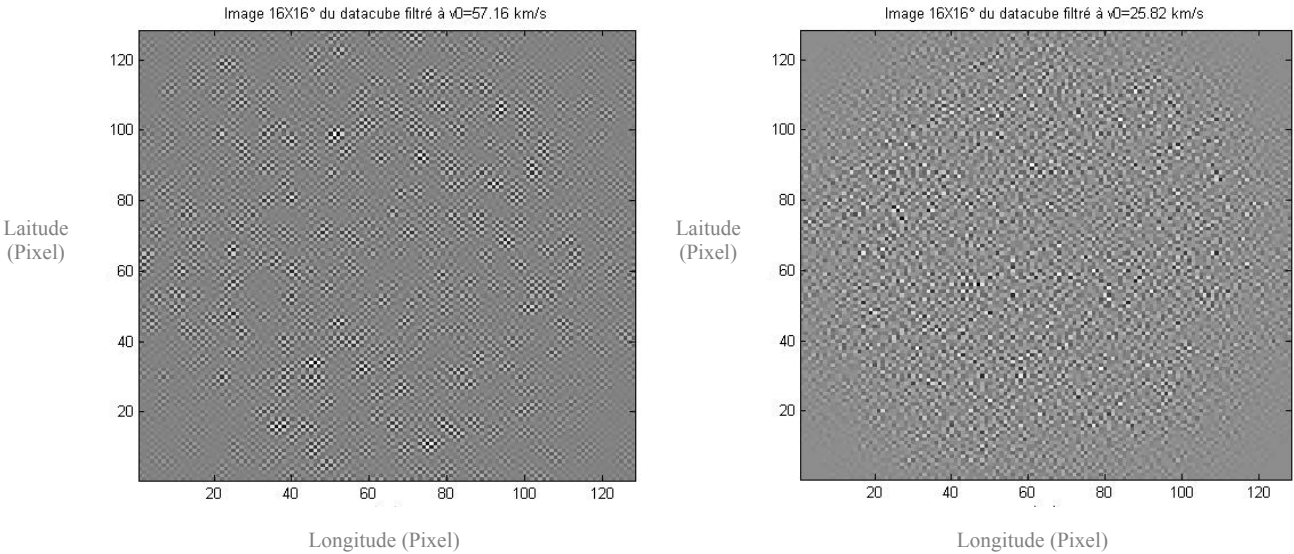


Figure IV-23: Visualisation d'une image du Data Cube après les différentes procédures de filtrage

### **IV.3.5. La corrélation du signal**

Comme nous l'avons montré dans la section (III-3), la détermination des temps de parcours entre deux points de la surface solaire se fait via la fonction de corrélation [70], [74].

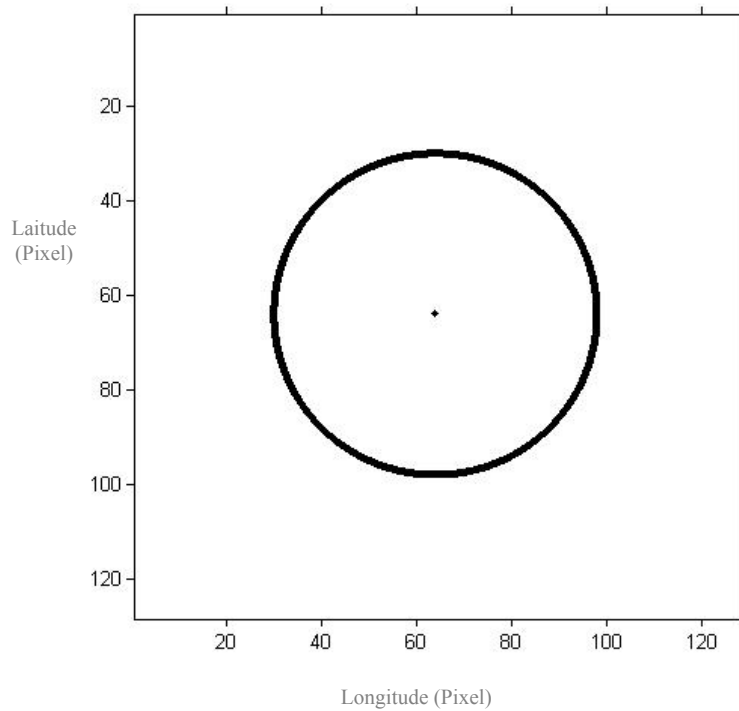
En effet, bien qu'en un point donné sur la surface solaire, plusieurs ondes acoustiques viennent se superposer à cause de la nature stochastique des oscillations solaires. Il est possible de trouver le taux de ressemblance de la propagation de la même onde acoustique entre les deux différents points choisis sur le Data Cube.

Or en pratique, la fonction de corrélation entre deux points est encore bruitée à cause de la superposition chaotique des oscillations malgré les différentes étapes de filtrage effectuées. De ce fait, nous allons moyenniser plusieurs corrélations selon une géométrie bien spécifique [38], [75], [76].

Si on s'intéresse aux inhomogénéités locales (température, et champ magnétique,...), on considère la corrélation de l'anneau concentrique. Par contre si on s'intéresse aux écoulements, la corrélation sera calculée à partir des quadrants d'arc, soit dans la direction (Est-Ouest) ou bien dans la direction (Nord-Sud).

#### **IV.3.5.1. La géométrie de l'anneau concentrique**

Dans cette partie, on prolonge le concept d'une corrélation d'un signal entre deux points à la surface solaire à la corrélation entre un point central et la moyenne des signaux de tous les points sur l'anneau entourant ce point central, telle que c'est présenté dans la Figure (IV-24).



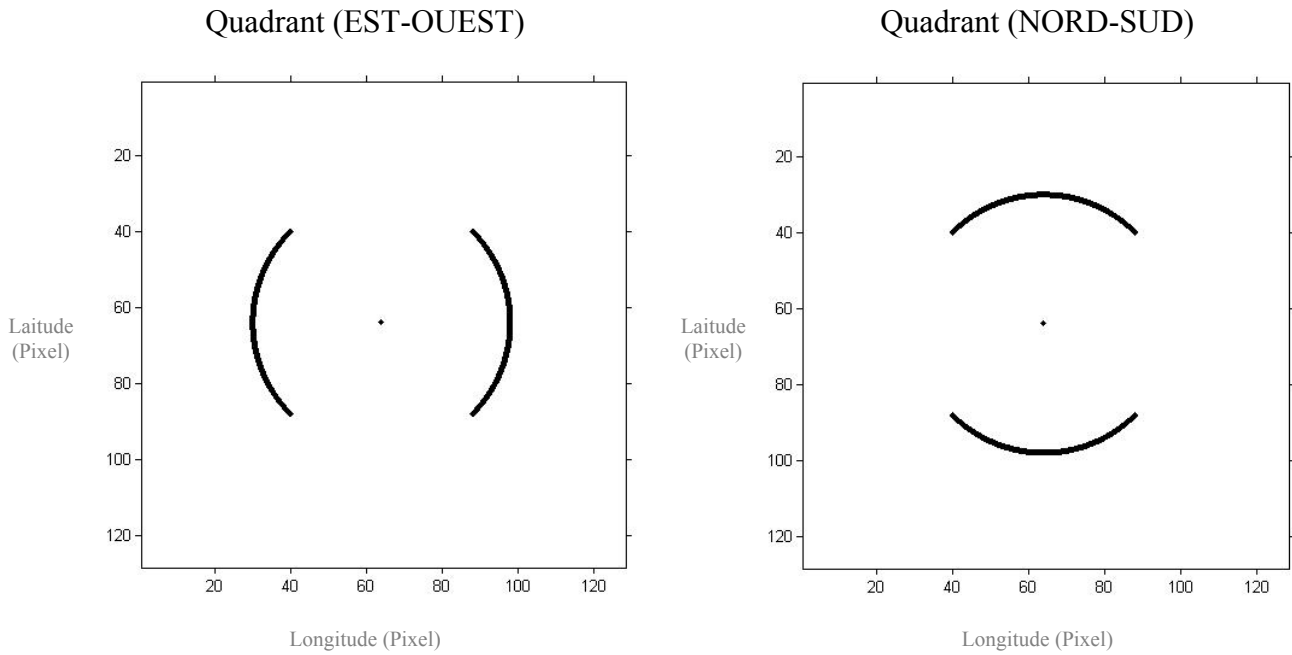
**Figure IV-24:** La géométrie de l'anneau concentrique.

Ce choix de géométrie nous fait perdre des informations directionnelles, par contre il nous donne des informations sur les inhomogénéités locales du plasma solaire.

Cette géométrie est choisie si l'on s'intéresse aux inhomogénéités locales à travers le modèle théorique utilisant la moyenne des temps de parcours (Equation III-17).

#### **IV.3.5.2. La géométrie des quadrants d'arc**

Dans ce cas, la corrélation se fait entre un point central et la moyenne des signaux de tous les points sur les quadrants d'arc (EST-OUEST) ou (NORD-SUD) entourant ce point central, telle que c'est présenté dans la Figure (IV-25).

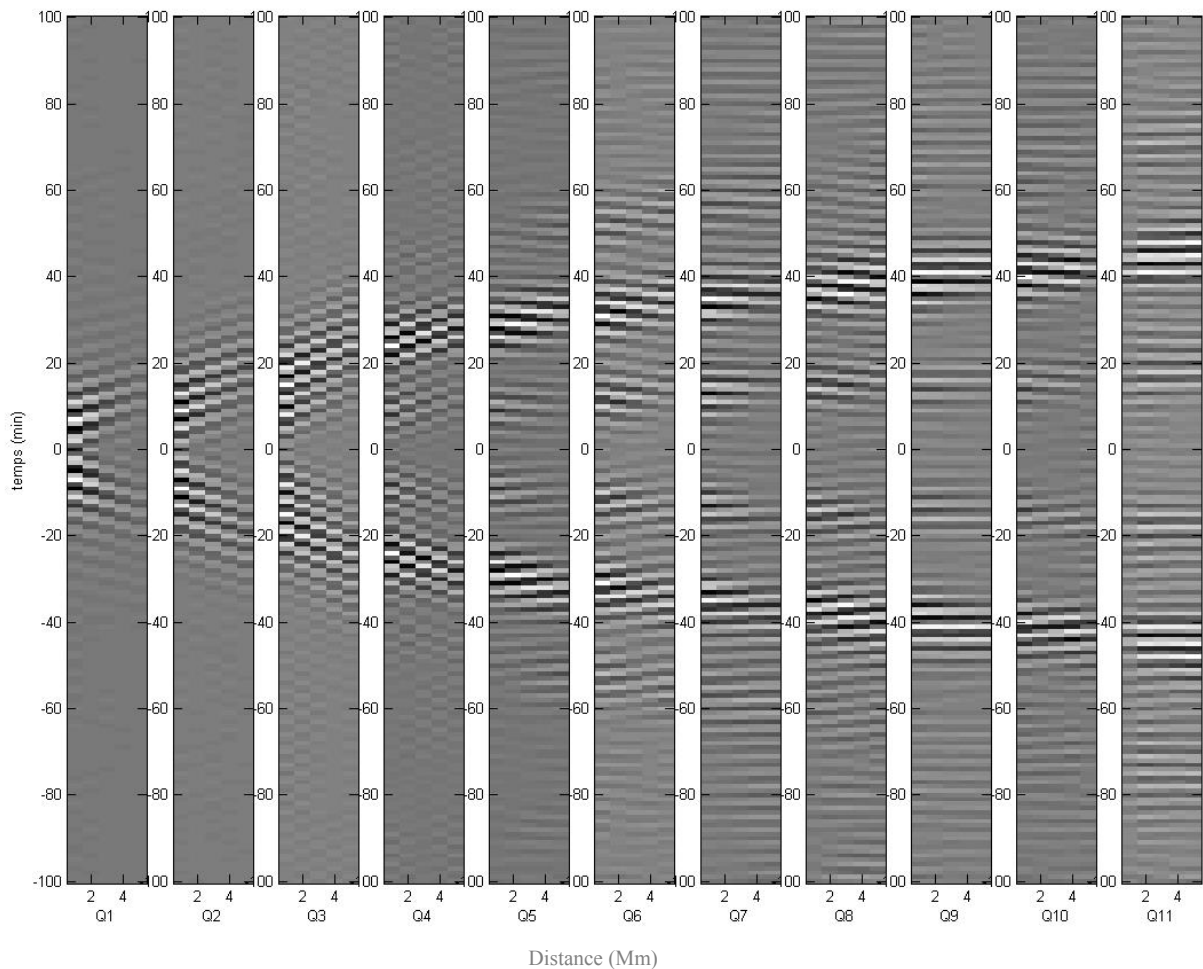


**Figure IV-25:** La géométrie des quadrants

Cette géométrie est choisie si l'on s'intéresse aux flux de l'écoulement à travers le modèle théorique utilisant la différence des temps de parcours (Equation III-16).

### IV.3.6. Le diagramme Temps-Distance

Si l'on prend le cas des écoulements (Est-Ouest), nous allons moyenner les corrélations selon les schémas de la Figure IV-25). Afin de construire le diagramme Temps-Distance, nous allons donc utiliser les 11 Data Cubes créés précédemment pour calculer les fonctions de corrélation pour les 5 distances correspondant à chaque data Cube (Tableau-1) et moyenner selon la géométrie (Est-Ouest) Figure(IV-25).



**Figure IV-26 :** Diagramme « Temps-Distance. En abscisse les distances pour chaque quadrant  $Q_i$  (Mm) sont données en Mm selon le tableau 1, et en ordonnées le temps est donné en minutes. Ces résultats sont obtenus selon la configuration Est-Ouest.

Le résultat obtenu est le diagramme « Temps-Distance » représenté par la Figure (IV-26), où chaque colonne correspond à une corrélation effectuée et moyennée à une distance donnée. Chaque quadrant ( $Q_1, \dots, Q_{11}$ ) correspond à un Data Cube donné et comprend 5 colonnes pour 5 distances.

La partie supérieure du diagramme « Temps-Distance » correspond à la fonction de corrélation dans un sens qui va nous fournir les temps de parcours  $\tau^+$  après le fit. Par contre, la partie inférieure du diagramme correspond à la corrélation des signaux dans le sens opposé qui va nous fournir les temps de parcours  $\tau^-$ .

Les temps de parcours sont déterminés à partir des fonctions de corrélation après la procédure du Fitting.

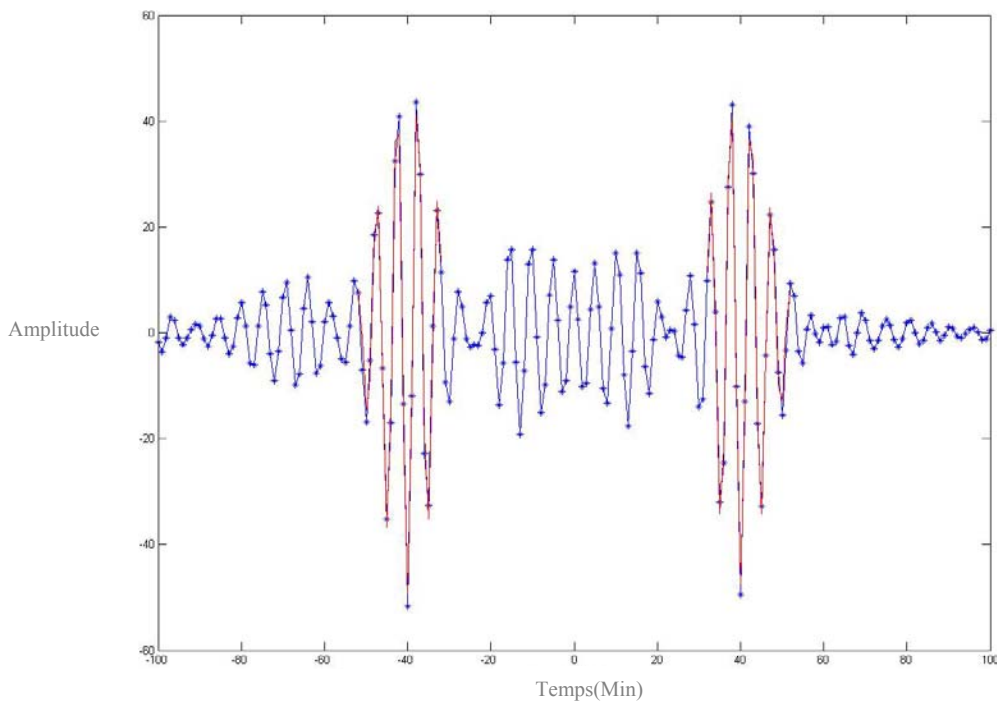
### IV.3.7. Le Fitting

Comme nous l'avons montré dans la partie théorique, la fonction de corrélation est une somme de fonctions de Gabor. Ceci est confirmé par les résultats obtenus, puisque les corrélations obtenues à partir des observations ont bel et bien une forme de Gabor ( Figure IV-27), dont l'expression est donnée par :

$$G(\tau) = A \exp\left(-\frac{\delta\omega^2}{4}(\tau - \tau_g)^2\right) \cos(\omega_0(\tau - \tau_p)) \quad (\text{IV-14})$$

A est l'amplitude de la corrélation,  $\omega_0$  est la fréquence centrale du parcours du paquet d'onde,  $\delta\omega$  est la fréquence de la largeur de la bande, et les deux paramètres  $\tau_g$  et  $\tau_p$  ne sont autres que les temps de parcours de l'onde recherchée, et qui sont respectivement le temps de groupe et de phase de l'onde.

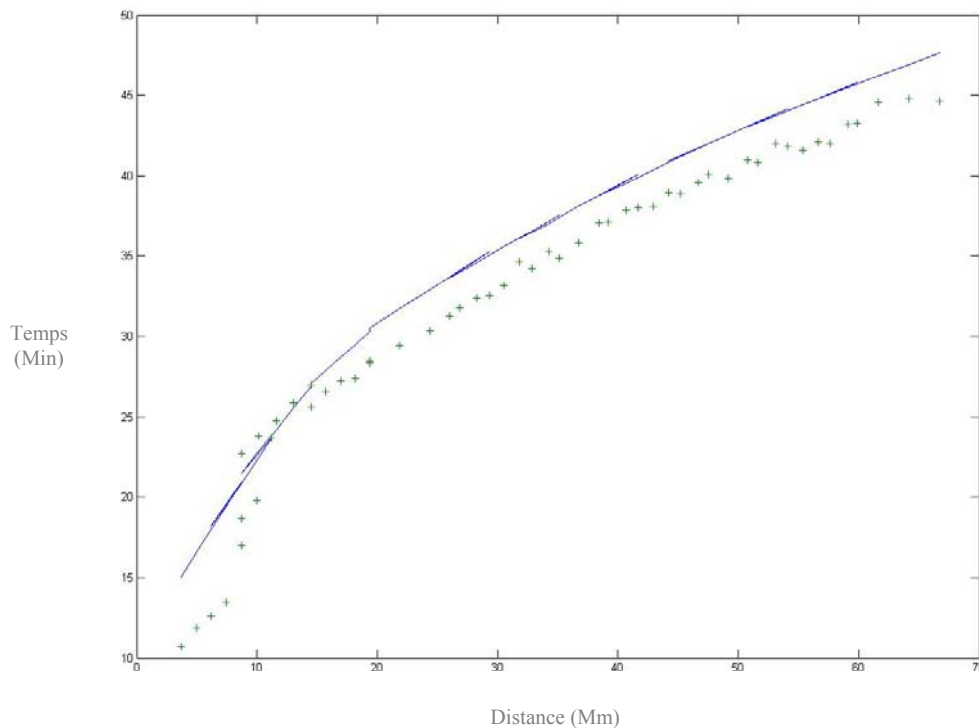
Il nous suffit donc de « Fitter » par une fonction de Gabor, pour retrouver les temps de parcours de l'onde, et comme on s'intéresse à la propagation locale de l'onde on va mesurer les temps de phase de l'onde acoustique  $\tau_p$ . Cela est très convenant d'autant plus que la procédure du Fit par la fonction de Gabor donne de meilleurs résultats pour le temps de phase de l'onde acoustique [78], [79].



**Figure IV-27 :** Exemple de Fit par la fonction de Gabor (en rouge) et de la fonction de corrélation (en bleu) effectué à la distance  $\Delta=49.15$  Mm

Les temps de parcours de l'onde sortante ( $\tau^+$ ) et entrante ( $\tau^-$ ), sont mesurés par le Fit de la fonction de Gabor aux deux branches de la corrélation, où  $\tau^+$  est donné par la partie positive de la corrélation, et  $\tau^-$  est donné par la partie négative.

Pour chaque distance, nous obtenons donc un temps de parcours de l'onde. Le temps de parcours de l'onde pour toutes les distances utilisées (voir tableau 1) nous permet donc de tracer la courbe « Temps-Distance » représentée par la Figure (IV-28).



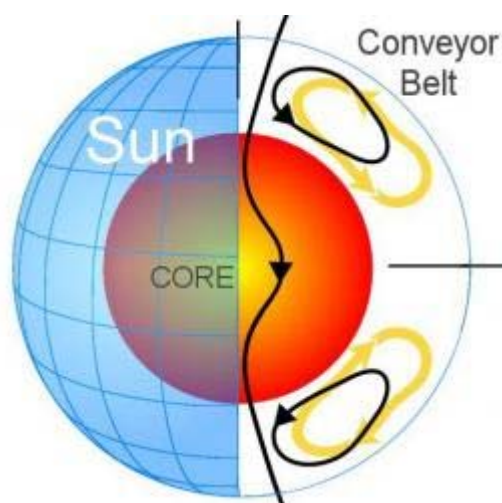
**Figure IV-28** : La courbe « Temps-Distance » pour les temps de parcours  $\tau^+$  (+) et  $\tau^-$  (-) en fonction de la distance dans la direction est-ouest.

La courbe Temps-Distance de la Figure (IV-28) nous fournit des informations sur l'écoulement du flux à la surface du soleil, car sur cette figure on remarque que le temps de parcours entrant des modes p «  $\tau^-$  » est supérieur au temps de parcours sortant des modes p «  $\tau^+$  », ceci montre que l'écoulement du flux s'effectue de la direction Est vers la direction Ouest sur la surface du Soleil.

En traitant plusieurs cubes de données sur différentes régions locales de la surface du soleil on pourra connaître le sens de l'écoulement. En s'appuyant sur des résultats trouvés par d'autres

chercheurs, on comprendra d'avantage l'utilité de se focaliser sur l'étude de l'écoulement solaire. Car les résultats publiés par Hathaway D et Rightmire L [80], sont assez impressionnants. Ils ont montré qu'un écoulement qui part de l'équateur vers les pôles s'était accéléré à la surface du Soleil au moment même où il apparaissait excessivement calme. Cet écoulement de plasma fonctionne comme un tapis roulant qui passe à la surface puis plonge à l'intérieur, emportant avec lui différents éléments se trouvant sur son passage. Les deux branches de ce tapis (nord et sud) mettent une quarantaine d'années à boucler leur tour (Figure IV-29). Ils ont découvert que la vitesse du tapis roulant est passée d'environ 30 km/h en 2000 et 2001 à 47 km/h en 2008. Ce qui a suscité la curiosité des physiciens, est que non seulement la plus grande vitesse coïncide avec le minimum de taches solaires, contrairement à ce que l'on pouvait attendre. Mais aussi, il ne s'agit que de la partie «visible» du tapis roulant. La partie inférieure est cachée sous 200.000 km de plasma et ne peut être observée directement. Ils obtiennent comme résultat qu'en profondeur, le tapis se traîne. Cela veut-il dire que le nombre de taches est un mauvais indicateur ? Ou qu'un autre phénomène intervient?

Entre des flux qui accélèrent et d'autres qui ralentissent, les mouvements de convection du Soleil sont complexes. Des travaux complémentaires et persistants dans cet axe de recherche nous permettrons dans l'avenir à bien connaître notre astre du jour.



**Figure IV-29:** Le minimum solaire prolongé à quinze mois plus long que prévue, et une nouvelle étude d'écoulement peut expliquer les prévisions pour de futurs cycles solaires [80].

# Conclusion Générale

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés à la mise en place d'une technique de l'Héliosismologie locale qui met en relation le temps que parcourt une onde acoustique entre deux points de la surface solaire avec le parcours de celle-ci (la distance). Cette technique nous permet comme dans la sismologie terrestre de remonter aux propriétés internes du milieu parcouru par l'onde.

Pour cela, nous avons étudié toutes les bases théoriques qui régissent la propagation des ondes dans le milieu solaire. Ce modèle est tiré de l'équation de dispersion établie en Héliosismologie globale qui est basée sur le modèle « S » de Dalsgaard. Nous avons considéré pour cela que le milieu solaire est faiblement inhomogène en moyennant l'approximation du rayon, qui stipule que les modes « p » parcourent un chemin de courbe qui relie les deux points d'oscillations; et en considérant ensuite que ces temps de parcours des modes « p » obéissent au principe de

Fermat, qui énonce que les parcours de propagation des modes « p » restent inchangés pour de petites perturbations des temps de parcours par rapport à l'état d'équilibre.

Ceci nous a permis d'obtenir deux modèles qui relient d'une part la différence des temps de parcours des modes « p » avec l'écoulement solaire, et d'autre part, la moyenne des temps de parcours des modes « p » aux inhomogénéités locales du milieu. Nous avons également montré que les temps de parcours pouvaient être obtenus à partir de la corrélation des signaux entre deux points de la surface solaire, par un Fit avec une fonction de Gabor.

Nous avons enfin effectué toutes les étapes de traitement de données pour remonter aux temps de parcours des modes « p ». C'est ainsi que nous avons d'abord projeté les images brutes du Soleil (CCD) sur une grille équidistante en longitude et en latitude (c'est la procédure e du Remapping). Nous avons ensuite supprimé l'effet de la rotation différentielle afin de mettre plus en évidence l'effet des oscillations (c'est la procédure du Tracking). Afin d'augmenter le rapport signal/bruit, nous avons appliqué différents filtres aux Data Cubes préalablement choisis. Il s'agit des filtres des supergranules, modes de gravité et du filtre de vitesse de phase.

A partir du Data Cube filtré, et selon la géométrie spécifique au modèle théorique choisi, nous avons calculé le diagramme « Temps-Distance », qui nous a permis d'obtenir les temps de parcours des modes « p » en fonction de la distance parcourue par le biais d'un Fit avec une fonction de Gabor.

Dans le cas exposé, nous avons mis en évidence un parcours (Est-Ouest). Toute fois, des travaux plus élaborés et une confrontation de ces résultats au modèle théorique préalablement développé permettra de remonter aux flux de vitesse avec précision ainsi qu'aux inhomogénéités locales du milieu. Ceci pourra faire l'objet d'un travail futur.

L'Héliosismologie locale a permis d'ouvrir une porte vers l'intérieur du Soleil, afin de comprendre les différents aspects de son activité et son influence sur l'héliosphère et la météo spatiale, il est intéressant de surmonter les difficultés techniques qui nous permettent d'étudier les oscillations des modes « p » avec plus de précision. Pour aller plus loin dans nos connaissances, on a besoin de d'étudier l'activité du Soleil avec plus de précision grâce à la nouvelle génération d'instruments plus performants tel que l'observatoire spatial lancé récemment qui est le SDO.

## **Annexe A: Les équations de base en Héliosismologie**

### **A. 1 Les équations de base de l'oscillation d'un modèle solaire**

Nous considérons que le Soleil représente un corps fluide continu. Pour étudier les mouvements d'oscillations des modes propres, cela signifie que tout déplacement d'une particule fluide sera question d'un élément de volume, considéré comme un point.

La mise en évidence des oscillations solaires a été établie à partir des équations qui régissent le Soleil, telles que la conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie, ainsi que l'équation de poisson et du flux d'énergie de notre étoile le Soleil [81], [82], et en adoptant le modèle solaire standard « S » [16], [17], [18] de Dalsgaard qui repose sur les hypothèses de base de l'évolution stellaire. Ce modèle néglige la viscosité, la rotation, la convection et le champ magnétique et en supposant une symétrie sphérique<sup>††</sup>. Ces mouvement d'oscillations s'expriment dans le repère d'inertie par :

---

<sup>††</sup> On néglige tous phénomènes menant à dévier l'étoile de sa forme sphérique comme le champ magnétique et la rotation différentielle afin de rendre le problème unidimensionnel.

**La conservation de la masse :**

$$\frac{d\rho}{dt} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (\text{A-1})$$

**L'équation du mouvement :**

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{v} = -\frac{\vec{\nabla} P}{\rho} - \vec{\nabla} \Phi \quad (\text{A-2})$$

**L'équation de Poisson :**

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad (\text{A-3})$$

**La conservation d'énergie :**

$$\rho T \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}\right) S = \rho E_N - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R \quad (\text{A-4})$$

Où  $\rho$  est la densité,  $\vec{v}$  est la vitesse,  $p$  la pression,  $S$  l'entropie spécifique<sup>††</sup>,  $T$  la température,  $E_N$  le taux de réaction nucléaire,  $E_v$  la chaleur créée par la viscosité et  $\vec{F}$  le flux d'énergie.

En prenant en considération les deux zones du Soleil (zone radiative et zone convective), le flux d'énergie s'écrit comme suit :

$\vec{F} = \vec{F}_R + \vec{F}_{con}$  d'où  $\vec{F}_{con}$  est le flux d'énergie convectif et  $\vec{F}_R = -K \cdot \vec{\nabla} T$  est le flux d'énergie radiative, avec  $K = \frac{4aC_s T^3}{3\kappa\rho}$  qui est la conductivité radiative,  $C_s$  la vitesse du son dans le milieu, et  $\kappa$  l'opacité (permettant de calculer le transport d'énergie par transfert radiatif, et l'énergie déposée dans chaque couche).

---

<sup>††</sup> Une fonction d'état, qui mesure le degré de désordre d'un système.  $S=dQ/T$ , où  $dQ$  est la quantité de chaleur reçue de façon réversible par le système

Cependant, afin de simplifier le calcul, nous allons supposer que la source d'énergie du Soleil est nucléaire, d'où  $E_v=0$  et nous allons également négliger la convection  $\vec{F}_{con} = 0$ . Il advient du bilan énergétique :

$$\begin{aligned}
 \frac{d\rho}{dt} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) &= 0 \\
 \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v} &= - \frac{\vec{\nabla} P}{\rho} - \vec{\nabla} \Phi \\
 \rho T \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) S &= \rho E_N - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R \\
 \vec{F}_R &= -k \vec{\nabla} T \\
 \nabla^2 \Phi &= 4\pi G \rho
 \end{aligned} \tag{A-5}$$

## A. 2. Perturbation et linéarisation du modèle solaire

Les oscillations étant de faibles amplitudes comparées aux dimensions caractéristiques du Soleil ; elles perturbent faiblement sa structure. Une linéarisation au 1<sup>er</sup> ordre des équations décrivant le modèle solaire à l'équilibre est suffisante pour calculer les fréquences des modes propres et leur fonction propre. Elles peuvent être traitées comme des perturbations de l'état d'équilibre.

Ces perturbations sont exprimées sous forme Eulérienne (à une position donnée) ou bien Lagrangienne (en suivant l'élément perturbé) défini par la quantité physique  $f$ .

La description eulérienne décrit un fluide via des termes de champ, explicitant ce qui se passe en un point et à une date donnée.

La vitesse  $v$  est petite, de sorte qu'on peut négliger dans l'équation d'Euler le terme  $(v \cdot \nabla)v$ .

Quant à la description lagrangienne; elle est typiquement utilisée dans le cadre de la mécanique du point matériel, lorsque l'on suit le système étudié pas à pas.

La différence entre les 2 points de vue s'exprime opérationnellement par :

$$\begin{cases} f(\vec{r}, t) = f_0(\vec{r}) + f'(\vec{r}, t) & \text{(Eulérienne)} \\ f(\vec{r}, t) = f_0(\vec{r}_0) + \delta f(\vec{r}_0, t) & \text{(Lagrangienne)} \end{cases} \tag{A-6}$$

Où  $\delta f(\vec{r}, t) = f'(\vec{r}, t) + \vec{\zeta} \cdot \vec{\nabla} f_0(\vec{r})$  est la relation entre les deux formes de perturbation eulérienne et Lagrangienne.

Au premier ordre du déplacement :  $\vec{\zeta} = \vec{r} - \vec{r}_0$

Où  $\vec{r}$  est la variable de position lagrangienne d'un élément fluide donné ( $\vec{r} = \vec{r}_0$  à l'équilibre).

La dérivée temporelle Lagrangienne de  $f$  s'écrit :

$$\frac{df}{dt} = \underbrace{\frac{\partial f}{\partial t}}_{\text{variation temporelle}} + \underbrace{\vec{v} \cdot \vec{\nabla} f}_{\text{l'advection}} \quad \S\S \quad (\text{A- 7})$$

Dans le cas général, lorsque l'état non perturbé possède un courant stationnaire non nul  $\vec{V} \neq 0$  (étoile en rotation), les perturbations Eulériennes et Lagrangienne du vecteur vitesse sont reliées par:

$$\vec{v}' = \delta \vec{v} - (\vec{\zeta} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_0 = \frac{\partial \vec{\zeta}}{\partial t} + (v_0 \vec{\nabla}) \vec{\zeta} - (\vec{\zeta} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_0 \quad (\text{A- 8})$$

On suppose que l'écoulement est nul  $\vec{v}_0 = 0$  :

$$\Rightarrow \vec{v}' = \delta \vec{v} = \frac{\partial \vec{\zeta}}{\partial t} = \frac{d\vec{\zeta}}{dt} \quad (\text{A- 9})$$

L'équation de conservation de l'énergie apporte des complications importantes dans le calcul des oscillations solaires par son terme de chauffage. L'onde ici est supposée adiabatique<sup>\*\*\*</sup> [16]. Ceci est justifié en partie par le fait que les effets dissipatifs sont très faibles dans presque toute l'étoile ; c'est à dire les termes de chauffage sont faibles, on obtient alors pour l'équation d'énergie:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\Gamma_1 p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (\text{A- 10})$$

Tel que  $\Gamma_1$  est le facteur adiabatique donné par  $\Gamma_1 = \left( \frac{d \log p}{d \log \rho} \right)_{\text{adiabatique}}$

<sup>§§</sup> Est le transfert d'une quantité additive (chaleur, énergie, ...) par le mouvement naturel, et principalement horizontal

<sup>\*\*\*</sup> Les effets dissipatifs sont très faibles dans presque toute l'étoile

En substituant l'équation (A-6) dans le système (A-5), et en négligeant les quantités du second ordre, et l'indice 0 caractérise les quantités à l'équilibre qui ne dépendent que de la partie radiale r,

Et en tenant également compte de l'état d'équilibre on obtient le système d'équations linéaires, homogènes aux dérivées partielles par rapport au temps et la coordonnée spatiale  $\vec{r}$  pour les variables perturbées notées prime.

Finalement on retrouve les équations linéarisées sous forme eulérienne après perturbation de l'état d'équilibre : (rajouter prime sur les deux v du système si dessous et un prime sur le F)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{v}') &= 0 \\
 \rho_0 \frac{d\vec{v}'}{dt} + \vec{\nabla} P' + \rho_0 \vec{\nabla} \phi' + \rho' \vec{\nabla} \phi_0 &= 0 \\
 \rho_0 T_0 \frac{\partial}{\partial T} (S' + \vec{\zeta} \cdot \vec{\nabla} S_0) &= (\rho E_N)' - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}' \\
 \vec{F}' &= -K_0 \vec{\nabla} T' - K' \vec{\nabla} T_0 \\
 \nabla^2 \phi' &= 4\pi G \rho'
 \end{aligned} \tag{A-11}$$

Pour le développement du système d'équations linéarisées (11) après perturbation de l'état d'équilibre, on suppose une dépendance temporelle par la transformée de Fourier pour toutes les variables physiques (de la forme  $e^{i\omega t}$ ); où  $\frac{\partial}{\partial t} \rightsquigarrow i\omega$ , et  $\vec{v}'$  devient alors  $\vec{v}' = i\omega \vec{\zeta}'$ , et en omettant l'indice 0 (sauf en cas de confusion) puis en séparant l'équation d'Euler en ses deux composantes radiale et horizontale, par le déplacement  $\vec{\zeta}' = \vec{\zeta}'_r + \vec{\zeta}'_{\perp} = (\zeta'_r, \zeta'_\theta, \zeta'_\phi)$ , et  $\zeta'_{\perp} = (0, \zeta'_\theta, \zeta'_\phi)$  est la composante horizontale.

Le système d'équations (A-11) devient :

$$\rho' + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{\zeta}') = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\delta \rho}{\rho} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\zeta}'_r + \vec{\zeta}'_{\perp}) = 0 \tag{A-12}$$

$$-\omega^2 \zeta'_r + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial r} + \frac{\partial \phi'}{\partial r} + \frac{\rho'}{\rho} \frac{d\phi}{dr} = 0 \tag{A-13}$$

$$-\omega^2 \zeta'_{\perp} + \vec{\nabla}_{\perp} \cdot \left( \frac{P'}{\rho} + \phi' \right) = 0 \tag{A-14}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \phi'}{\partial r} \right) + \bar{\nabla}_{\perp}^2 \phi' = 4\pi G \rho' \quad (\text{A-15})$$

Où  $\bar{\nabla} = \frac{1}{r} \left( r \frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)$  est le gradient en coordonnées sphériques, et

$\bar{\nabla}_{\perp} = \frac{1}{r} \left( 0, \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)$  est sa composante horizontale.

$$\text{Avec } \nabla_{\perp}^2 = \frac{1}{r^2} \frac{1}{(\sin \theta)^2} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right)$$

En combinant les équations (A-12) et (A-14), l'équation de continuité devient :

$$\frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \zeta_r) + \frac{1}{\omega^2} \bar{\nabla}_{\perp}^2 \left( \frac{p'}{\rho} + \phi' \right) = 0 \quad (\text{A-16})$$

En appliquant les caractéristiques thermodynamiques pour exprimer les quantités thermodynamiques, telle que la perturbation de la densité  $\rho'$  en fonction de  $p'$ ,  $\zeta_r$  et  $\delta S$  ( $\rho$  et T couple de variable indépendante), on obtient :

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = \frac{1}{\Gamma_1} \frac{\delta P}{P} - \nabla_{ad} \frac{\rho T}{P} \delta S \quad (\text{A-17})$$

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} c_p = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p \\ \nabla_{ad} = \left( \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right)_s \\ \Gamma_1 = \left( \frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right)_s \\ \omega_{BV}^2 = g \left( \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right) \end{array} \right. \quad (\text{A-18})$$

On trouve pour  $\rho'$  :  $\frac{\rho'}{\rho} = \frac{1}{\Gamma_1} \frac{P'}{P} - A \zeta_r - \nabla_{ad} \frac{\rho T}{P} \delta S$

Où A est le critère de Schwarzschild (de Ledoux, si on tient compte du gradient de composition chimique). Pour l'instabilité convective (pour le cas où  $A > 0$ ) ou la stabilité (le cas où  $A < 0$ ), et se trouve relié à la fréquence de Brunt-Väisälä  $\omega_{BV}$  par :

$$A = -\frac{\omega_{BV}^2}{g} = \frac{d \ln \rho}{dr} - \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} \quad (\text{A-19})$$

En éliminant  $\delta\rho$  et  $\rho'$ , on obtient finalement les équations de base pour les oscillations linéaires non adiabatiques et non radiales pour les variables ( $P'$ ,  $T'$ ,  $\delta S$ ,  $\xi_r$ ,  $\phi'$  et  $F_r'$ )

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\rho g}{\Gamma_1 P} \right) P' - (\omega^2 - \omega_{BV}^2) \zeta_r + \frac{\partial \phi'}{\partial r} &= g \nabla_{ad} \frac{\rho T}{P} \delta S \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \zeta_r) + \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} \zeta_r + \left( \frac{\rho}{\Gamma_1 P} + \frac{\bar{\nabla}_{\perp}^2}{\omega^2} \right) \frac{P'}{\rho} + \frac{1}{\omega^2} \bar{\nabla}_{\perp}^2 \phi' &= \nabla_{ad} \frac{\rho T}{P} \delta S \\ \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \bar{\nabla}_{\perp}^2 \right) \phi' - 4\pi G \rho \left( \frac{P'}{\Gamma_1 P} + \frac{\omega_{BV}^2}{g} \zeta_r \right) &= -4\pi G \nabla_{ad} \frac{\rho^2 T}{P} \delta S \\ F_r' &= -K \frac{\partial T'}{\partial r} - K' \frac{\partial T}{\partial r} \\ i\omega \rho T \delta S &= \rho' E_N - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 F_r') + \bar{\nabla}_{\perp}^2 (K T') \\ \frac{\delta T}{T} &= \nabla_{ad} \frac{\delta P}{P} + \frac{\delta S}{c_p} \end{aligned} \quad (\text{A-20})$$

Où  $F_r'$  est la composante radiale de la perturbation Eulérienne du flux radiatif  $F_r'$

En analysant ces équations, on remarque qu'elles ne dépendent des variables angulaires  $(\theta, \phi)$  que via l'opérateur  $\bar{\nabla}_{\perp}^2$ . Dans ce cas, on peut faire une séparation de variables.

Cependant nous trouvons les fonctions propres  $f(\theta, \phi)$  satisfaisant l'équation :

$$\left[ r^2 \nabla_{\perp}^2 + \Lambda \right] f(\theta, \phi) = 0 \quad , \quad \text{Où } \Lambda \text{ est une constante.}$$

### A. 3. Représentation des modes par les harmoniques sphériques

Les oscillations dont le Soleil est le siège, se décomposent en une multitude de différents modes propres qui se comptent théoriquement par millions et dont plusieurs milliers ont déjà été recensés. Chacun de ces modes est porteur d'informations sur les couches traversées.

Le Soleil, ou toute autre étoile, peut être assimilé à une cavité résonnante. Sous l'action d'un mécanisme d'excitation, des ondes (des modes propres) sont générées et se propagent. Pour le Soleil, il s'agit essentiellement de modes acoustiques. La surface du Soleil oscille à une fréquence autour de 3 mHz, à plusieurs dizaines d'octaves en dessous du seuil accessible à l'oreille humaine (de 16 à 20 000 Hz).

Les oscillations observées sur la surface du Soleil sont représentées sous forme d'harmoniques sphériques par la somme d'ondes stationnaires (modes normaux) observés au point  $(r, \theta, \phi)$ , à l'instant  $t$ , ce signal correspond à la perturbation radiale de déplacement ou de pression, il est donné par :

$$f(r, \theta, \phi) = \sum_{nlm} a_{nlm} \zeta_{nlm}(r, \theta, \phi) \exp(i[\omega_{nlm} t + \alpha_{nlm}]) \quad (\text{A- 21})$$

Les trois nombres entiers  $n$ ,  $l$  et  $m$  ; représentent respectivement le mode radial, le mode angulaire et l'ordre azimutal,  $a_{nlm}$ : L'amplitude du mode,  $\zeta_{nlm}$ : Fonction propre spatiale de coordonnées  $r$ ,  $\theta$  et  $\phi$ ,  $\omega_{nlm}$ : Fréquence propre,  $\alpha_{nlm}$ : La phase initiale du mode.

Pour simplifier les analyses, on considère le cas de symétrie sphérique du Soleil. Les fonctions propres sont alors séparées en composantes radiale et angulaire telle que :

$$\zeta_{nlm}(r, \theta, \phi) = \zeta_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (\text{A- 22})$$

Où  $\zeta_{nl}(r)$  est la fonction propre radiale, et  $Y_{lm}$  : L'harmonique sphérique.

Les variables indépendantes peuvent s'écrire :

$$f'(r, \theta, \phi, t) = f'(r) Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\omega_{n,l} t} \quad (\text{A- 23})$$

Avec :  $\omega$  est la fréquence d'oscillation, et  $Y_l^m(\theta, \phi)$  est l'oscillateur d'ordre azimutal  $m$  et de degré  $l$ . Chaque mode est caractérisé par trois nombres entiers  $n$ ,  $l$  et  $m$  qui représentent respectivement le nombre de nœuds de la fonction propre le long du rayon  $r$ , le nombre de lignes de nœuds total en longitude  $\phi$  et colatitude  $\theta$  (mesure le nombre d'onde horizontal à la surface par  $K_h \sim L/R_\odot$ ), et le nombre de lignes de nœuds en longitude  $\phi$  (le long de l'équateur).

Des considérations mathématiques montrent que les Harmoniques Sphériques  $Y_l^m(\theta, \phi)$  sont des solutions pour :  $A=l(l+1)=L^2$

En l'absence de rotation, la fréquence est indépendante de  $m$ , le déplacement est décrit alors en coordonnées sphériques par :

$$\vec{\zeta} = \left[ \zeta_r(r), \zeta_h(r) \frac{\partial}{\partial \theta}, \zeta_h(r) \frac{\partial}{\sin \theta \partial \phi} \right] Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\omega t} \quad (\text{A-24})$$

Et le déplacement horizontal est défini par :  $\zeta_h = \frac{1}{\omega^2 r} \left[ \frac{P'}{\rho} + \phi' \right]$

Substituons ces dernières équations dans le système (A-13), et en considérant que la partie radiale des variables, on obtient le système du 4<sup>ème</sup> ordre pour la quantité radiale  $\zeta_r$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \left( \frac{d}{dr} + \frac{g}{C_s^2} \right) P' + (\omega_{BV}^2 - \omega^2) \zeta_r \frac{d\phi'}{dr} &= g \nabla_{ad} \frac{\rho T}{P} \delta S \\ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \zeta_r) + \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} \zeta_r + \left( 1 - \frac{F_l^2}{\omega^2} \right) \frac{P'}{\rho C_s^2} - \frac{L^2}{\omega^2 r^2} \phi' &= \nabla_{ad} \frac{\rho T}{P} \delta S \\ \left( \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d}{dr} \right) - \frac{L^2}{r^2} \right) \phi' - 4\pi G \rho \left( \frac{P'}{\rho C_s^2} + \frac{N^2}{g} \zeta_r \right) &= -4\pi G \nabla_{ad} \frac{\rho^2 T}{P} \delta S \\ F_r' &= -K \frac{dT'}{dr} - K' \frac{dT}{dr} \\ i\omega \rho T \delta S &= \rho' E_N - \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 F_r') - \frac{L^2}{r^2} (KT') \\ \frac{\delta T}{T} &= \nabla_{ad} \frac{\delta P}{P} + \frac{\delta S}{c_p} \end{aligned} \quad (\text{A-25})$$

Les coefficients de ce système dépendent des quantités à l'équilibre (l'indice 0 a été supprimé),  $\phi'$  est la perturbation Eulérienne du potentiel de gravité,  $g$  est la gravité,  $C_s$  est la

vitesse du son du milieu ;  $C_s = \left( \frac{\Gamma_1 P}{\rho} \right)^{1/2}$ .

Dans ce système intervient deux quantités physiques fondamentales, et qui sont la fréquence de Lamb  $F_l$  et la fréquence de Brunt-Väisälä<sup>†††</sup>  $\omega_{BV}$ , elles ont pour expression :  $F_l^2 = \frac{L^2 C_s^2}{r^2}$ ,

avec  $L^2 = l(l+1)$ , et  $\omega_{BV}^2 = \left( \frac{1}{\Gamma_1} \frac{dP}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right)$

#### A. 4. Approximation adiabatique

Le temps caractéristique thermodynamique (temps d'échange de chaleur) étant considérablement supérieur à la période des oscillations (on considère les oscillations de 5 minutes pour les ondes acoustiques solaires), on peut cependant le négliger durant une période sur pratiquement toute la structure solaire (exception faite de la région très externe dite superadiabatique), de ce fait, on considère alors que les oscillations sont adiabatiques (S=constante), d'où le système:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \left( \frac{d}{dr} + \frac{g}{C_s^2} \right) P' + (\omega_{BV}^2 - \omega^2) \zeta_r + \frac{d\phi'}{dr} &= 0 \\ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \zeta_r) + \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} \zeta_r + \left( 1 - \frac{F_l^2}{\omega^2} \right) \frac{P'}{\rho C_s^2} - \frac{L^2}{\omega^2 r^2} \phi' &= 0 \\ \left( \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d}{dr} \right) - \frac{L^2}{r^2} \right) \phi' - 4\pi G \rho \left( \frac{P'}{\rho C_s^2} + \frac{\omega_{BV}^2}{g} \zeta_r \right) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A-26})$$

Ces équations constituent un système du quatrième ordre d'équations différentielles pour les quatre variables :  $P', \zeta_r, \phi', \frac{d\phi'}{dr}$ .

En se fixant les conditions aux limites :

- Des solutions régulières au centre ( $r=0$ ), où toutes les quantités ont des valeurs finies :  $\phi' \propto r^l$ ,  $P' \propto r^l$ ,  $\zeta_r \propto r^{l-1}$

- Et à la surface ( $r=R_\odot$ ), où la perturbation de la pression et  $\phi'$  dépend du modèle

d'atmosphère utilisé et qui est continue :  $\phi' \propto r^{-(l+1)}$ ,  $\delta P = 0$ ,  $\zeta_r = \frac{P'}{\rho g}$

---

<sup>†††</sup> La fréquence d'oscillation d'une particule fluide écartée de sa position d'équilibre, et qui oscille adiabatiquement sous l'effet combiné de la gravité et de la poussée d'Archimède

## A. 5. Approximation de Cowling

Pour étudier la nature des modes ; on peut utiliser l'approximation de Cowling qui consiste à négliger la perturbation eulérienne du potentiel gravitationnel.

Pour les modes d'ordre radial élevé, les fonctions propres varient beaucoup plus rapidement que les quantités à l'équilibre dans des régions à densité supposée quasi-constante, avec  $\rho' \approx 0$ , ce qui implique que  $\phi' \approx 0$  (Voir les équations de poisson).

Ceci permet de simplifier le système qui se ramène donc au premier ordre pour les variables  $P', \zeta_r$ , avec deux conditions aux limites (au centre et à la surface).

$$\frac{1}{\rho} \left( \frac{d}{dr} + \frac{g}{C_s^2} \right) P' + (\omega_{BV}^2 - \omega^2) \zeta_r = 0 \quad (\text{A-27})$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \zeta_r) - \frac{g}{C_s^2} \zeta_r + \left( 1 - \frac{F_l^2}{\omega^2} \right) \frac{P'}{\rho C_s^2} = 0 \quad (\text{A-28})$$

Une nouvelle hypothèse consiste à considérer des oscillations de haut ordre radial où les fonctions propres varient plus rapidement que les variables d'équations (en négligeant à nouveau les dérivées des variables d'équilibre en annulant les termes du produit de g et de la vitesse du son) on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{dP'}{dr} &= \rho (\omega^2 - \omega_{BV}^2) \zeta_r \\ \frac{d\zeta_r}{dr} &= \left( \frac{F_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \frac{P'}{\rho C_s^2} \end{aligned} \quad (\text{A-29})$$

En combinant ces deux dernières équations, on obtient une seule équation différentielle du second ordre (la plus approximative). Pour décrire les oscillations non radiales adiabatiques.

$$\frac{d^2 \zeta_r}{dr^2} = \frac{\omega^2}{C_s^2} \left( 1 - \frac{\omega_{BV}^2}{\omega^2} \right) \left( \frac{F_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \zeta_r = -K^2(r) \zeta_r \quad (\text{A-30})$$

Avec  $k(r)$ , est le vecteur de propagation de l'onde donné par :

$$\vec{k} = \vec{k}_r + \vec{k}_h$$

où 
$$k_r^2 = \frac{1}{C_s^2}(\omega^2 - \omega_c^2) - k_h^2 \left(1 - \frac{\omega_{BV}^2}{\omega^2}\right) \quad (\text{A-31})$$

$$k_h^2 = \frac{F_l^2}{C_s^2} = \frac{L^2}{r^2}$$

Et  $k_r$  et  $k_h$  représentent respectivement les vecteurs d'ondes radiale et horizontal.

## **Annexe B : Communications**

- 1- Y. Boudierba, N. Seghouani, M. Aksouh: « Temps-Distance Héliosismologie : Une méthode pour ausculter l'intérieur du Soleil ». 12ème journées scientifiques et pédagogiques. Faculté de Physique. USTHB. Alger 2008
- 2- Y. Boudierba, N. Seghouani & M. Aksouh: «Time Distance Helioseismology : An overview ». The Aurasien workshop on astronomy and astrphysics, Batna, Algeria, 2008.
- 3- Y. Boudierba, N. Seghouani & M. Aksouh: «Probing the Sun Interior with Time Distance Helioseismology ». AFRICAN SKIES/CIEUX AFRICAINS, N° 12, January 2008.

# Bibliographie

- [1] Strömngren, Bengt : « On the Interpretation of the Hertzsprung-Russell-Diagram». 1933, ZA, 7, 222.
- [2] <http://www.science-et-vie.net>
- [3] Audouze J; Israel G: «Le Grand Atlas de l'Astronomie». Encyclopaedia Universalis, France S A, 1990.
- [4] Millard F Malin: «The Mystery of the Sun». Printed by Printers Inc, Salt Lake City, Utah, 1965.
- [5] <http://dot.astro.uu.nl/albums/images/album.html>
- [6] Olivier R: «Etude Approfondie de la Structure Interne du Soleil: Héliosismologie et Modèle Fins Incluant la Ségrégation Détaillée des Eléments et les Processus de Transport». 1999, Thèse de Doctorat . Université Paris 6
- [7] Leighton R B: «The Solar Granulation». 1963, ARA&A, 1, 19.
- [8] Leighton R B; Noyes R W; Simon G W: «Velocity Field in the Solar Athmosphere I. Preliminary Report». 1962, ApJ, 135, 474.
- [9] Noyes R W; Leighton R B: «Velocity Field in the Solar Athmosphere II. The Oscillation Field». 1963, ApJ, 138, 631.
- [10] Evans J W; Michard R: «Observational Study of Macroscopic Inhomogeneities in the Solar Atmosphere. III- Vertical Oscillatory Motions in the Solar Photosphere». 1962, ApJ, 136, 493.
- [11] Ulrich R K: «The Five Oscillations on the Solar Surface». 1970, ApJ, 162, 993.
- [12] Deubner F-L: «Observations of Low Wavenumber Nonradial Eigenmodes of the Sun». 1975, A&A, 44, 371.
- [13] Ando H; Osaki, Y: «Nonadiabatic Nonradial oscillations - an Application to the Five-Minute Oscillations of the Sun». 1975, PASJ, 27, 581.
- [14] <http://www.obspm.fr/actual/nouvelle/jul02/neu-sol.fr.shtml>

- [15] <http://irfu.cea.fr>
- [16] Christensen Dalsgaard J: «Lecture Notes on Stellar Oscillations». 2003,5 ed. Aarhus University.
- [17] Christensen-Dalsgaard J; Gough D O: «Nonadiabatic Nonradial Oscillations of a Solar Model». 1975, MSRSL, 8, 309.
- [18] Cristensen-Dalsgaard J: «Helioseismology». 2002, RvMP, 74, 1073.
- [19] Deubner, F-L; Gough D O: «Helioseismology: Oscillations as a Diagnostic of the Solar Interior». 1984, ARA&A, 22, 593.
- [20] Schou J; Antia H M; Basus S; Bogart R S; Bush R I.; Chitre S M.; Christensen-Dalsgaard J.; di Mauro M P.; Dziembowski W A.; Eff-Darwich A.; Gough D O; Haber D A; Hoeksema J T; Howe R; Korzennik S G; Kosovichev A G; Larsen R M; Pijpers F P; Scherrer P H; Sekii T; Tarbell T D; Title A M; Thompson M J; Toomre J: «Helioseismic Studies of Differential Rotation in the Solar Envelope by the Solar Oscillations Investigation Using the Michelson Doppler Imager». 1998, ApJ, 505, 390.
- [21] Cristensen-Dalsgaard J: «An Overview of Helio and Asteroseismology. 2004, ESASP, 559.
- [22] Hathaway D H: «Doppler Measurements of the Sun's Meridional Flow. 1996, ApJ, 460, 1027.
- [23] Bogdan T J; Braun D C: «The Seismology of Sunspots: A Comparison of Time-Distance and Frequency Wavenumber Methods». 1998, ApJ, 492, 389.
- [24] Korzennik S G; Noyes R W; Ziskin V: «Local Helioseismology: analysis of localized Time-Distance Diagrams From Quiet and Active regions». 1995, ASPC, 76,268.
- [25] Lindsey C; Braun D C; Jefferies S M: «Local Helioseismology of Subsurface Structure». 1993, ASPC, 42, 81.
- [26] Hill F: «Rings And Trumpets: Three Dimensional Power Spectra of Solar Oscillations». 1988, ApJ, 333, 996.
- [27] Hill F: «Solar Oscillation Ring Diagrams and large-Scale Flows». 1989, ApJ, 343, 69.
- [28] Lindsay C; Braun D C: «Helioseismic Holography». 1997, ApJ, 485, 895.
- [29] Chang H-K; Chou D-Y; Labonte B; The TON Team: «Ambient Acoustic Imaging in Helioseismology». 1997, Natur, 389, 825.
- [30] Duvall TL Jr; Jefferies S M; Harvey J W; Pomerantz M A: «Time-Distance Helioseismology». 1993, Natur, 362, 430.
- [31] D'Silva S: «Theoretical Foundations of Time-Distance Helioseismology». 1996, ApJ, 469, 964.

- [32] D'Silva S; Duvall T L Jr; Jefferies S M; Harvey J W: «Helioseismic Tomography». 1996, ApJ, 471, 1030.
- [33] Birch A C: «Wave Propagating in the Sun and the Interpretation of Helioseismic Data». 2002, PhD Thesis. Stanford University.
- [34] Birch A C; Kosovichev A G; Price G H; Schlottmann R B: «The accuracy of the Born and Ray Approximation in Time-Distance Helioseismology». 2001, ApJ, 561, 229.
- [35] Gizon L; Birch A C: «Time-distance Helioseismology: The Forward Problem for Random Distributed Sources». 2002, ApJ, 571, 966.
- [36] Birch A C; Gizon L: «Linear Sensitivity of Helioseismic Travel Times to Local Flows». 2010, arXiv, 1002. 2338 v1.
- [37] Jensen J M; Pijpers F P: «Sensitivity kernels for time-distance inversion based on the Rytov approximation». 2003, A&A, 412, 257.
- [38] Pijpers Frank p : «Methods in Helio and Asteroseismology». Imperial College Press, 2006, London.
- [39] Bachemann K T; Duvall T L Jr; Harvey J W; Hill F: «Measurement of High-Degree Solar Oscillation Frequencies». 1995, ApJ, 443,837.
- [40] Giles P M: «Measurements of Large Scale Flows in the Solar Convection Flows». 1999, PhD Thesis. Stanford University.
- [41] Bogdan T J: «A Comment on the Relation ship Between the Modal and Time-Distance Formulations of Local helioseismology». 1997, ApJ, 477, 475.
- [42] Jackiewicz J, Gizon L; Birch A C: «High-Resolution Mapping of Flows in the Solar Interior: Fully Consistent OLA Inversion of Helioseismic Travel Times». 2008, SoPh, 251,381.
- [43] Couvidat S; Birch A C: «Helioseismic Travel Time Definitions and Sensitivity to Horizontal Flows Obtained from Simulation of solar Convection». 2009, arXiv, 0904.2025v1.
- [44] Gough D; Hindman B W: «Helioseismic Detection of Deep Meridional Flow». 2009, arXiv, 2013 v1.
- [45] Shelyag S; Erdélyi R; Thompson M J: «Forward Modelling of Sub-Photospheric Flows for Time Distance Helioseismology». 2007, A&A, 469, 1101.
- [46] Bracewell R N: «The Fourier Transform and its Applications».1986, Mc Graw-Hill. New York.
- [47] Jackson JD: «Classical Electrodynamics». 1975, 2 ed, John Wiley & Sons. New York.

- [48] Abramovitz M; Stegun I A: «Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables». 1972, 9 ed, Dover Publications INC. New York.
- [49] Gradshteyn I S; Ryzhik I M: «Table of Integrals, Series and products». 1965, Academic Press INC. New York.
- [50] Kosovichev A G; Duvall TL Jr: «Acoustic Tomography of Solar convective Flows and Structures». 1997, ASSL, 225, 241.
- [51] Hill F; Fischer G; Grier J; Leibacher J W; Jones H B; Jones, P P; Kupke R; Stebbins R T: «The Global Oscillation Network Group Site Survey. I. Data Collection and Analysis Methods». 1994, SoPh, 152, 321.
- [52] Kennedy J R; The GONG Team: «GONG, A Global network Automated Solar Telescopes». 1994, ASPC, 55, 188.
- [53] <http://gong.nso.edu/>
- [54] Domingo V: «The SOHO Mission and Helioseismology». 1995, ESASP, 376, 3.
- [55] Scherrer P H; Bogart R S; Bush R I; Hoeksema J T; Kosovichev A G; Schou J; Rosenberg W; Springer L; Tarbell T D; Title A; Wolfson C J; Zayer I; MDI Engineering Team: «The Solar Oscillations Investigation-Michelson Doppler Imager». 1995, SoPh, 162, 129.
- [56] Roth M : «Future Mission for Helioseismology». 2007, msfa.conf, 85R.
- [57] D'Silva S: «Measuring the Solar Internal Rotation Using Time-Distance Helioseismology». I- The Forward Approach. 1996, ApJ, 462, 519.
- [58] Hanisch R J; Farris A; Greisen E W; Pence W D; Schlesinger B M; Teuben P J; Thompson R W; Warnock A: «Definition of the Flexible Image Transport System (FITS) ». 2001, A&A, 376, 359.
- [59] Bogart R S; Duvall TL; Haber D A; Toomre J; Hill F: «Plane-Wave Analysis of Solar Acoustic-Gravity Waves: a Slightly New Approach». 1995, ESASP, 376, 147.
- [60] Zhao J: «Inference of Solar Subsurface Flows by Time Distance Helioseismology». 2004. PhD Thesis. Stanford University.
- [61] Anderson Ed: «The GONG DOWnStream Pipeline (DNSPIPE) ». 1994. [http://gong.nso.edu/data/pipe\\\_stages/GONG\\\_DownStream\\\_Pipeline.html](http://gong.nso.edu/data/pipe\_stages/GONG\_DownStream\_Pipeline.html).
- [62] Snodgrass H B; Ulrich R K: «Rotation of Doppler Features in the Solar Photosphere». 1990, ApJ, 351, 309.
- [63] Ulrich R K; Boyden J E: «Carrington Coordinates and Solar Maps». 2006, SoPh, 235,17.
- [64] Gizon L: «Probing Flows in the Upper Solar Convection Zone». 2003. PhD Thesis. Stanford University.

- [65] Svanda M; Klnaňa M; Sobotka M: «Motions of Supergranular Structures on the Solar Surface». 2005, HvaOB, 29, 39.
- [66] Wang H; Zirin H: «Study of Supergranule». 1989, SoPh, 120, 1.
- [67] Duvall TL Jr: «The Equatorial Rotation Rate of the Supergranulation Cells». 1980, SoPh, 66, 213.
- [68] Hart A B: «Motions in the Sun at the Photospheric Level. VI. Large Scale Motions in the Equatorial Region». 1956, MNRAS, 116, 38.
- [69] Gizon L; Birch A C: «Local Helioseismology». 2005, Living Reviews in Solar Physics.
- [70] Press W H; Flannery B P, Teukolsky S A Vetterling WT: «Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing». 2nd edition, Cambridge University press 1992
- [71] Zarkov S; Jensen J M; Thompson M J: «On the Choice of Phase-Speed Filters for Helioseismic Travel Time Measurements». 2006, ESASP, 617, 48.
- [72] Couvidat S; Gizon L; Birch A C; Larsen R M; Kosovichev A G: «Time-Distance Helioseismology: Inversion of Noisy Correlated Data». 2005, ApJ, 158, 217.
- [73] Gasquet C; Witomski P: «Analyse de Fourier et Appliucations». Dunod, Paris 2000.
- [74] Duvall TL Jr: «Recent Results and Theoretical Advances in Local Helioseismology». 1998, ESASP, 418, 581.
- [75] Gizon L; Birch A C: «Time-Distance Helioseismology: Noise Estimation». 2004, ApJ, 614, 472.
- [76] Gizon L; Birch A C; Spruit H C: Local Helioseismology: «Three Dimensional Imaging of the Solar Interior». 2010, arXiv, 1001-0930v1.
- [77] Roth m Gizon L; Beck JG: «Measuring helioseismic travel times». 2007, AN, 328, 215.
- [78] D'Silva S: «Dispersion in Time-Distance Helioseismology». 1998, ApJ, 499, 211.
- [79] D'Silva S: «TimeDistance helioseismology: Challenge in Computing Travel Time». 1998, ESASP, 418, 627.
- [80] Hathaway D H; Rightmire L: « Variations in the Sun's Meridional Flow over a Solar Cycle». 2010, Sci, 327, 1350.
- [81] Unno W; Osaki Y, Ando H; Saio H; Shibahashi H: «Nonradial Oscillation of stars». 1989, 2 ed. University of Tokyo Press. Tokyo.
- [82] Landau L ; Lifchitz E: «Mécanique des Fluides». 1989, Edition Mir. Moscou.

## Table des revues:

<b>A&amp;A</b>	: Astronomy and Astrophysics
<b>AN</b>	: Astronomische Nachrichten
<b>ApJ</b>	: Astrophysical Journal
<b>ARA&amp;A</b>	: Annual Review of Astronomy & Astrophysics
<b>arXiv</b>	: arXiv
<b>ASPC</b>	: Astronomical Society of the Pacific Conference Series
<b>ASSL</b>	: Astrophysics and Space Science Library
<b>ESASP</b>	: European Space Agency Special Publication
<b>HvaOB</b>	: Hvar Observatory Bulletin
<b>MNRAS</b>	: Monthly Notices of the Royal Astronomical Society
<b>msfa</b>	: Modern solar facilities - advanced solar science
<b>MSRSL</b>	: Societe Royale des Sciences de Liege, Memoires
<b>Natur</b>	: Nature
<b>PASJ</b>	: Publications of the Astronomical Society of Japan
<b>PvMP</b>	: Revue Roumaine de Physique
<b>Sci</b>	: Science
<b>SoPH</b>	: Solar Physics
<b>ZA</b>	: Zeitschrift für Astrophysik