

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
HOUARI BOUMEDIENNE  
FACULTÉ DE PHYSIQUE



**MEMOIRE**

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

En PHYSIQUE

Spécialité : Physique Théorique de la Matière et des Hautes Energies

Par : **Abderrzak MERRICHE**

Thème :

**Structures Non Linéaires dans un Plasma  
Complexe Non Extensif**

Soutenu publiquement le: **13/06/2012**, devant le jury composé de :

Mme <b>F. MEKIDECHE-CHAF</b> A	Professeur à l'USTHB	Présidente
Mr <b>M. TRIBECH</b> E	Professeur à l'USTHB	Directeur de mémoire
Mme <b>A. HAMICI-BENDIM</b> ERAD	Maître de Conférences/A à l'USTHB	Examinatrice
Mr <b>A. TAHRAOUI</b>	Maître de Conférences/A à l'USTHB	Examinateur
Mme <b>D. BENNACEUR-DOUM</b> AZ	Maître de Recherche /A (C.D.T.A)	Invitée

# Remerciements

*Le travail présenté dans cette thèse a été entièrement réalisé au sein de l'équipe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB) d'Alger.*

*Je remercie vivement et sincèrement le Professeur **M. TRIBECHÉ**, mon directeur de mémoire, avec qui j'ai pris grand plaisir à travailler, dans la rigueur et la bonne humeur. Outre la confiance qu'il m'a témoignée, il a constamment suivi la progression de mon travail pour le mener à bien et à terme. Qu'il trouve ici à travers ces quelques lignes l'expression de mon profond respect et de ma très haute considération.*

*J'exprime mes sincères remerciements au Professeur **F. MEKIDECHE-CHAFI** du Laboratoire de Physique Théorique qui nous a honorés en acceptant de présider le jury du présent mémoire.*

*Mes remerciements les plus vifs vont également au Docteur **A. HAMICI-BENDIMERAD**, Maître de Conférences du laboratoire de Physique Théorique, au Docteur **A. TAHRAOUI**, Maître de Conférences du laboratoire d'électronique quantique, ainsi qu'au Docteur **D. BNNACEUR-DOUMAZ**, Maître de recherche au **CDTA**, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury du présent mémoire.*

*J'exprime mes sincères remerciements **R. Amour** et **M. Bacha** pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues et surtout pour leur aide précieuse dans tous mon travail.*

*Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de notre groupe de recherche (**Younsi, Boukhalfa, Ghebache, Benzekka, Mayout, Boubakour, Djabarni, Rebbahi** et **Ourebeh**). Que tous mes amis et mes collègues de la Faculté de Physique soient remerciés pour leur amitié et disponibilité.*

*Finalement, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon **père**, ma **mère**, mes **sœurs**, mes **frères** et à tous **mes proches** pour leur inestimable affection, leur soutien et*

---

*leurs encouragements sans cesse renouvelés. A tous ces derniers, j'exprime ma reconnaissance et ma profonde gratitude.*

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduction à la Physique des Plasmas Poussiéreux</b>	<b>5</b>
1.1 Généralités sur les plasmas . . . . .	5
1.1.1 Plasmas thermiques et plasmas hors équilibre thermodynamique . . .	6
1.1.2 Plasmas froids . . . . .	6
1.1.3 Plasmas chauds . . . . .	6
1.2 Plasmas Complexes ou poussiéreux . . . . .	7
1.3 Paramètres caractéristiques des plasmas poussiéreux . . . . .	7
1.3.1 Paramètres temporels . . . . .	7
1.3.2 Paramètres spatiaux . . . . .	8
1.4 Propriétés des plasmas poussiéreux . . . . .	9
1.4.1 Quasi- neutralité de la charge électrique . . . . .	10
1.4.2 Appauvrissement électronique . . . . .	10
1.4.3 Charge des grains de poussière . . . . .	11
1.5 Descriptions mathématiques d'un plasma . . . . .	11
1.5.1 Description hydrodynamique (fluide) d'un plasma . . . . .	11
1.5.2 Description cinétique d'un plasma . . . . .	13
1.6 Oscillations non linéaires dans les plasmas poussiéreux . . . . .	14
1.6.1 Solitons . . . . .	14
1.6.2 Mode acoustique ionique poussiéreux ( <b>DIA</b> ) . . . . .	15
1.6.3 Mode acoustique poussiéreux ( <b>DA</b> ) . . . . .	16
1.7 Equation de Korteweg- de Vries (K-dV) . . . . .	16
1.8 Introduction à la mécanique statistique non extensive . . . . .	19
1.8.1 Formalisme mathématique non extensif . . . . .	19
1.8.2 Fonction de distribution non extensive des vitesses . . . . .	21

1.8.3	Systèmes dotés d'interactions de longue portée . . . . .	23
1.8.4	Applications . . . . .	24
<b>2</b>	<b>Etude de l'influence de la non extensivité ionique sur l'onde acoustique poussiéreuse (DA) associée à un plasma complexe</b>	<b>25</b>
2.1	Présentation physique du problème . . . . .	25
2.2	Effet des ions non extensifs sur l'onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma électroniquement appauvri . . . . .	26
2.2.1	Résultats numériques et discussion . . . . .	30
2.2.2	Analyse faiblement non linéaire . . . . .	36
2.2.3	Equation de Korteweg- de Vries (K-dV) . . . . .	37
2.3	Effet des ions non extensifs sur l'onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma contenant des électrons maxwelliens. . . . .	39
2.3.1	Modèle théorique et équations de base . . . . .	39
2.3.2	Résultats numériques et discussion . . . . .	41
2.3.3	Equation de Korteweg- de Vries (K-dV) . . . . .	47
2.4	Extension du modèle au cas d'un plasma poussiéreux magnétisé . . . . .	49
2.4.1	Equation de Korteweg- de Vries (K-dV) . . . . .	50
2.4.2	Résultats et discussion . . . . .	52
<b>3</b>	<b>Onde acoustique ionique poussiéreuse (DIA) associée à un plasma complexe contenant des électrons non extensifs</b>	<b>56</b>
3.1	Présentation physique du problème . . . . .	56
3.2	Effet de la non extensivité électronique sur l'onde acoustique ionique poussiéreuse associée à un plasma complexe . . . . .	57
3.2.1	Modèle théorique et équations de base . . . . .	57
3.2.2	Résultats numériques et discussion . . . . .	59
3.2.3	Equation de Korteweg- de Vries (K-dV) . . . . .	63
3.3	Extension du modèle au cas d'un plasma poussiéreux magnétisé . . . . .	65
3.3.1	Modèle théorique et équations de base . . . . .	66
3.3.2	Equation de Kadomtsev-Petviashvili (KP) . . . . .	67
3.3.3	Résultats et discussion . . . . .	69
	<b>Conclusion générale</b>	<b>75</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>76</b>

# Introduction

Pour les grecs de l'antiquité, le monde est constitué de quatre éléments essentiels, à savoir, la terre, l'eau, l'air et le feu. Les trois premiers correspondent à nos états solide, liquide et gazeux. Mais l'état physique correspondant au feu n'est apparu que récemment. C'est en **1928**, que les physiciens *Langmuir* et *Tonks* ont introduit pour la première fois le terme plasma pour désigner un gaz ionisé contenu dans un tube à décharge [1]. Par la suite, ce mot a été utilisé, surtout en astrophysique [2]-[5], pour désigner un état dilué de la matière, analogue à un gaz, mais constitué de particules chargées, électrons et ions, et des neutres en proportions telles que le milieu soit globalement neutre.

L'état plasma de la matière est très répandu dans la nature et il est usuel de dire que **99 %** de la matière visible de l'Univers est sous forme de plasma [6]. En effet, les étoiles qui constituent la majorité de l'univers sont des sphères de gaz ionisés. Plus près de nous, les plasmas se rencontrent à l'état naturel par exemple dans la haute atmosphère (ionosphère) et la foudre. Les plasmas créés artificiellement sont largement utilisés dans de nombreuses applications. Ils sont à la base de ce qui constituera certainement l'énergie de demain (la fusion thermonucléaire contrôlée). Dans l'industrie, les plasmas sont utilisés pour des applications liées à la microélectronique et aux nanotechnologies. Ils sont par exemple utilisés pour les dépôts de silicium, matériau à la base de la majorité des composants électroniques.

Tout comme les plasmas, la matière sous forme de poussière est présente dans de très nombreux environnements. Les plasmas et les poussières ont donc de nombreuses occasions de se rencontrer et de donner naissance à ce que l'on appelle les plasmas poussiéreux (plasmas complexes). Un plasma poussiéreux [7] est donc un plasma comprenant, en plus des électrons et des ions, une composante additionnelle de grains de poussière fortement chargés et massifs. Cette dernière a de l'importance dans le plasma d'espace [8]-[14]. Elle joue également des rôles essentiels dans d'autres domaines comme la physique à basses températures, la décharge des plasmas radiofréquence [15], gravure des films, production des couches minces

[16] et les plasmas cristaux [17]-[18]. Le plasma et la poussière se rencontrent à l'état naturel dans l'espace [19]-[21], par exemple dans les nuages interstellaires, les anneaux et atmosphères planétaires ou les queues de comètes...etc. Cette omniprésence de grains de poussière chargés dans le milieu interstellaire est d'ailleurs connue depuis les années trente [22]-[25]. L'industrie utilisatrice de plasmas se trouve également confrontée à ces milieux, pas toujours désirés. En effet, les plasmas poussiéreux ont commencé à être réellement étudiés vers la fin des années 80 du fait des problèmes industriels qu'ils engendraient. L'industrie de la microélectronique requiert des conditions de propreté extrêmes afin d'obtenir des couches minces ou des composants non pollués par des poussières pouvant altérer leurs propriétés. Cependant, malgré ces précautions, des poussières étaient régulièrement présentes au cours des procédés. Une fois cette propriété découverte, de nombreux travaux ont alors débuté en laboratoire afin de mieux comprendre ce phénomène, l'éviter ou le contrôler [26],[27]. Depuis une dizaine d'années et l'avènement des nanotechnologies, de nombreux scientifiques ont envisagé d'utiliser les plasmas poussiéreux dans la course à la miniaturisation. Les plasmas poussiéreux répondent parfaitement à cet objectif, le défi revenant à contrôler la phase de croissance des poussières depuis les premiers précurseurs moléculaires. Les plasmas poussiéreux sont ainsi devenus des milieux "utiles". On les utilise ainsi pour la formation de nanocristaux [28] dont l'incorporation dans des couches minces donne naissance à des couches nanostructurées aux propriétés remarquables. On peut citer par exemple les applications concernant les cellules solaires: les couches composées de silicium amorphe et de nanocristaux de silicium ont des propriétés opto-électroniques supérieures à la moyenne [28]. Ces nanocristaux peuvent également être utilisés pour les futures générations de transistors [29] et de mémoires [30].

Le but de la physique des plasmas est de décrire les processus élémentaires dans la matière ionisée. Celle-ci est fondée selon des principes bien connus au niveau microscopique. La description des plasmas comporte typiquement l'utilisation des équations de *Maxwell* pour les champs électromagnétiques, des approximations basées sur la description fluide de notre système (plasma). Les plasmas sont le siège d'interactions des particules chargées qui les composent avec les champs électromagnétiques, de densités de charges et de courants liés à ces particules. Un certain nombre d'avancées importantes dans la compréhension de ces phénomènes ont été faites. Cependant, nous sommes loin de pouvoir faire des prévisions quantitatives du comportement du plasma. Le défi intellectuel en physique des plasmas est de comprendre le comportement macroscopique complexe des plasmas et de trouver les

principes qui régissent leur comportement microscopique, tout en donnant le lien qui prévaut entre les deux niveaux du comportement.

Au cours de ces deux dernières décades, une attention particulière a été accordée à la généralisation non extensive de l'entropie de *Boltzmann*, *Gibbs* et *Shannon* (**BGS**), reconnue d'abord par *Renyi* [31] et proposée bien plus tard par *Tsallis* [32]. Cette généralisation est due au fait qu'il est maintenant admis que le formalisme BGS ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée. Pour cela, *Tsallis* a proposé une nouvelle forme d'entropie appelée depuis «*q*- entropie». Cette entropie non additive de *Tsallis* et les statistiques qui en découlent généralisées ont été employées avec succès dans une large gamme des phénomènes caractérisés par la non extensivité [33]-[41]. La distribution maxwellienne dans la statistique de *Boltzmann- Gibbs* est considérée universellement valable pour les systèmes macroscopiques à l'équilibre thermodynamique. Toutefois, pour les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, la distribution de *Maxwell* pourrait être insuffisante pour la description de tels systèmes. Au lieu d'une distribution maxwellienne, il est en fait à la fois plus générale et plus commode, pour décrire la cinétique d'un plasma hors- équilibre thermodynamique d'étudier ce dernier dans le cadre de la mécanique non extensive. Il est intéressant de rappeler que certains travaux récents portent des effets des particules non extensives sur les différents types des processus collectifs linéaires et non linéaires dans les plasmas [42]-[47].

Le but du présent mémoire de Magister consiste à revisiter, au moyen d'une approche analytique et numérique, certaines structures non linéaires associées à un plasma complexe (magnétisé et non magnétisé) dans le contexte du formalisme non extensif. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide et certains résultats de la théorie cinétique. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux conditions d'existence et de formation des structures solitaires. Ces structures qui peuvent être perçues comme « les modes normaux non linéaires » d'un plasma sont alors étudiées grâce à la méthode bien connue de Sagdeev ou du pseudo- potentiel [48](amplitude arbitraire) et à la technique de la perturbation réductive de *Washimi et Taniuti* [49](amplitude faible mais finie). Le présent mémoire est composé des chapitres suivants:

Dans le premier chapitre, nous définirons les concepts de base d'un plasma poussiéreux et introduirons les équations de base du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser dans les différentes parties de ce mémoire. Nous donnerons ensuite des rappels sur l'équation différentielle non linéaire classique de Korteweg- de Vries (K- dV) et sur le système d'équations Vlassov- Poisson. Nous décrirons leurs propriétés et insisterons sur les phénomènes qui les

caractérisent. Nous terminerons ce chapitre par des définitions sur la statistique non extensive et ses applications.

Le deuxième chapitre sera réservé à l'étude de l'influence des ions non extensifs sur l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux. Nous commencerons d'abord par la généralisation du modèle de *Mamun et al.* [50] au cas du nouveau formalisme non extensif de *Tsallis*. Il s'agit d'étudier l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux électroniquement appauvi en présence d'ions non extensifs (obéissent à la distribution de *Tsallis*). Nous montrerons qu'à cause de la déviation des ions de leur équilibre thermodynamique maxwellien, les ondes acoustiques poussiéreuses solitaires peuvent exhiber un comportement aussi bien compressif (potentiel électrostatique positif) que raréfactive (potentiel électrostatique négatif). Par la suite, nous passerons à l'étude de l'effet des ions non extensifs sur l'onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma complexe contenant, en plus des ions non extensifs, des électrons maxwelliens, et des grains de poussière fluides. Et en fin nous procéderons à l'extension de ce dernier modèle au cas d'un plasma magnétisé.

Au cours du troisième chapitre, nous nous intéresserons à l'onde acoustique ionique poussiéreuse (**DIA**). Le plasma sera composé d'électrons non extensifs, de grains de poussière immobiles, ne participant qu'à la neutralité de la charge électrique du plasma de base, et d'ions fluides. Nous rechercherons alors dans quelle mesure et sous quelles conditions la non extensivité électronique peut-elle affecter et modifier les propriétés intrinsèques (l'amplitude et la largeur) de l'onde acoustique ionique poussiéreuse dans un tel modèle de plasma. Pour mener à bien et à terme notre investigation, nous nous proposerons, par la suite, d'étendre notre modèle au cas d'un plasma magnétisé. Il s'agit de revisiter le travail de *Saha et al.*[51] dans le cadre de la mécanique non extensive de *Tsallis*. Nous verrons, en faisant appel à la théorie de la perturbation réductive, qu'une équation de type Kadomtsev- Petviashvili (**KP**) sera établie et sa solution sera obtenue grâce à la méthode dite "méthode *tanh*".

Nous terminerons notre mémoire par une conclusion et une présentation succincte de nos perspectives.

# 1

## Introduction à la Physique des Plasmas Poussiéreux

### 1.1 Généralités sur les plasmas

La physique des plasmas, science du **20<sup>ième</sup>** siècle, est née de l'étude des décharges dans les gaz. Depuis **1920** cette discipline s'est considérablement développée en raison de son intérêt (milieux naturels, applications industrielles), intégrant l'essentiel des connaissances de la physique moderne. Dans la nature, le plasma constitue le quatrième état de la matière et fait suite, dans l'ordre croissant des températures, aux états solides, liquides et gazeux. La phase plasma correspond, à l'équilibre thermodynamique, à l'ionisation totale d'un gaz par collision entre les particules neutres. Cette situation ne peut être atteinte, dans ces conditions, qu'à très haute température (supérieur à  $50000\text{ K}$ ) afin que l'énergie d'agitation thermique soit du même ordre que le seuil d'ionisation des particules neutres. L'appellation plasma devrait être réservée aux gaz complètement ionisés et globalement neutres, les particules chargées (ions, électrons) en interaction générant des champs locaux de charge d'espace.

Généralement, Un plasma peut être caractérisé par sa température électronique et sa densité notées respectivement  $T_e$  et  $n_e$ . Ces deux quantités, peuvent varier respectivement de  $0.1$  à  $10^6\text{ eV}$  et de  $1$  à  $10^{18}\text{ cm}^{-3}$  selon la nature (astrophysique ou de laboratoire) et les différentes applications du plasma. Nous allons donner, dans ce qui suit, quelques définitions qui nous semblent nécessaires.

### 1.1.1 Plasmas thermiques et plasmas hors équilibre thermodynamique

Les plasmas thermiques sont, en général, en équilibre thermodynamique global ou local. Toutes les espèces constituant les plasmas sont caractérisées par une température unique. Autrement dit, l'énergie cinétique est bien répartie entre toutes ces particules. L'état d'équilibre thermodynamique est vérifié lorsque le nombre de collisions est assez important et aussi lorsque chaque processus qui se produit dans le plasma est équilibré par son processus inverse.

Lors d'une décharge électrique, la température des électrons peut rester très supérieure à celle des particules lourdes. En effet, à cause de leur mobilité, les électrons sont accélérés par les champs électriques et leur température monte rapidement. Ces électrons chauds ne cèdent qu'une faible partie de leur énergie cinétique aux particules lourdes, les collisions étant rares. Ces plasmas sont appelés plasmas réactifs ou plasmas hors équilibre thermodynamique.

### 1.1.2 Plasmas froids

Appelés aussi plasmas non thermiques, ce sont des plasmas où les ions et les particules neutres restent à des températures inférieures à  $10^3 K$ , alors que les électrons sont à des températures élevées avec assez d'énergie pour effectuer des réactions (applications au traitement de surface, à l'élaboration des matériaux nouveaux, à la dépollution, à la génération d'ozone, à la chimie assistée par plasma, ...). Les plasmas froids peuvent être étudiés en laboratoire. Les scientifiques ont alors acquis un savoir-faire expérimental, actuellement largement appliqué dans les industries (gravure, dépôts PVD/CVD...).

### 1.1.3 Plasmas chauds

Ces plasmas sont portés à des températures supérieures à  $10^6 K$  (l'objectif étant de produire de l'énergie électrique à partir de la fusion contrôlée) et dans lesquels les ions sont également énergétiques (réactifs) pour influencer le comportement du plasma. La production des plasmas chauds nécessite de grandes énergies, et donc des installations adéquates.

## 1.2 Plasmas Complexes ou poussiéreux

Les plasmas non neutres ont une espèce de moins qu'un plasma conventionnel à deux composantes (électrons et ions). Les plasmas poussiéreux ont une espèce supplémentaire (grains de poussière). L'addition d'une telle espèce provoque de nouveaux comportements dans le plasma. L'interaction plasma-particule est, en général, étudiée en examinant les diverses forces qui agissent sur la poussière. Des particules d'une certaine taille sont régies par la force électrostatique tandis que celles qui sont de taille appréciable sont essentiellement soumises à la pesanteur. Tel que énoncé dans l'introduction, un plasma poussiéreux peut être défini comme un gaz partiellement ou totalement ionisé contenant des particules chargées (avec des tailles pouvant aller jusqu'à la gamme du micromètre). Ils se trouvent dans les environnements astrophysiques mais jouent également un rôle important dans les plasmas de laboratoire. Leur distribution spatiale est influencée par le plasma et leur présence affecte également les propriétés du plasma. Les interactions de ces grains de poussière entre eux et avec le plasma dépendent de beaucoup de paramètres, parmi lesquels, la taille du grain de poussière et sa charge électrique. Un tel mélange de plasma et de poussière possède trois échelles de longueur caractéristiques. Ce sont le rayon du grain de poussière  $r_d$ , la longueur de Debye poussiéreuse  $\lambda_D$  et la distance moyenne inter-granulaire  $d$ . Cette dernière est reliée à la densité numérique  $n_d$  des grains par la relation  $n_d \cdot d^3 \sim 1$ . Afin d'étudier un plasma poussiéreux en laboratoire, il faut d'abord le créer avec l'injection artificielle de grains de poussière directement dans le plasma [17],[52]. La présence d'un grain de poussière dans un plasma donne naissance à de nouveaux modes électrostatiques de basses fréquences. Le terme "basses fréquences" désigne des fréquences de l'ordre de, ou plus petites que  $\Omega_i$  (la gyrofréquence) et  $\omega_{pi}$  (la fréquence plasma ionique). L'étude de ces modes a fait l'objet d'une intense investigation de la part de plusieurs groupes de recherche, parmi lesquels un groupe de chercheurs de l'université de l'Iowa [53].

## 1.3 Paramètres caractéristiques des plasmas poussiéreux

### 1.3.1 Paramètres temporels

**Fréquence plasma:** A cause de la nature des forces qui s'exercent entre les particules chargées du plasma (force de longue portée), ce dernier se comporte comme un système d'oscillateurs couplés avec une fréquence caractéristique appelée fréquence plasma  $\omega_{pd}$  et définie par

$$\omega_{pd} = 2\pi f_{pd} = \left( \frac{4\pi n_j q^2}{m_j} \right)^{1/2} \text{ rad.s}^{-1} \quad (1.1)$$

avec  $\omega_{pd} \ll \omega_{pi} \ll \omega_{pe}$ . Cette propriété est très importante pour étudier les phénomènes qui évoluent dans le temps en présence de grains de poussière. Le temps caractéristique des grains est très grand par rapport à celui des autres espèces du plasma.

**Gyrofréquence:** Cette fréquence paraît a priori être une caractéristique du mouvement individuel des particules d'espèce  $j$  puisque c'est celle de leur rotation autour du champ magnétique:  $\Omega_j = |q_j| B_0 / m_j$ , avec  $B_0 = |\mathbf{B}|$ . De façon plus générale, c'est l'échelle qui caractérise le mouvement lorsque la force de Lorentz est la force dominante.

### 1.3.2 Paramètres spatiaux

**Longueur de Debye:** La longueur de Debye est un paramètre physique important dans un plasma. C'est la plus petite distance au-delà de laquelle le champ de Coulomb d'une particule chargée est atténué (écranté) par le nuage électronique (si elle est positive) ou ionique (si elle est négative) à l'intérieur du plasma. Cette distance peut être déduite de l'équation de Poisson autour d'une charge en prenant une distribution de *Maxwell-Boltzmann* pour les électrons et les ions qui entourent la particule test. Pour un plasma de densité  $n_0$  et de température  $T_e$ , cette distance vaut

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_0 e^2}} \quad (1.2)$$

où  $k_B$  représente la constante de Boltzmann. Par conséquent, si  $L$  est une grandeur caractéristique de la dimension du plasma, celle-ci devra satisfaire la condition triviale suivante

$$\lambda_D \ll L \quad (1.3)$$

Le nombre de particules chargées  $N_D$  que comporte une sphère de Debye

$$N_D = n_0 \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \gg 1 \quad (1.4)$$

devra alors être très grand pour que le caractère collectif des particules du plasma soit important. Le second critère auquel doit satisfaire un gaz à l'état plasma a trait aux collisions des particules chargées avec les particules neutres : les effets dus à l'interaction électromagnétique doivent prédominer devant ceux dus aux collisions binaires entre particules chargées

et neutres. En d'autres termes, cela veut dire que le mouvement d'une particule chargée dans un plasma est déterminé, principalement, par la présence d'une charge d'espace. Par conséquent, la fréquence caractéristique des oscillations plasma  $\nu$  et le temps de vol d'une particule chargée entre deux collisions avec les particules neutres  $\tau$ , doivent vérifier la condition suivante

$$\nu\tau \succ 1 \quad (1.5)$$

**Rayon de Larmor:** représente le rayon de giration de la particule chargée autour du champ magnétique. Son expression est  $\rho_j = V_{thj}/\Omega_j$ , où  $V_{thj}$  est la vitesse thermique et  $\Omega_j$  la gyrofréquence de la particule d'espèce  $j$ .

## 1.4 Propriétés des plasmas poussiéreux

Un plasma poussiéreux est un gaz de basse température, complètement ou partiellement ionisé, comprenant des électrons, des ions et une composante additionnelle de grains de poussière chargés et extrêmement massifs. Cette mixture de plasma et de poussière possède trois échelles de longueur caractéristiques. Ce sont le rayon du grain de poussière  $r_d$ , la longueur de Debye poussiéreuse  $\lambda_D$ , et la distance moyenne inter-granulaire  $d$ . Cette dernière est reliée à la densité numérique  $n_d$  des grains par la relation  $n_d d^3 \sim 1$ . La longueur de Debye  $\lambda_D$  d'un plasma poussiéreux est donnée par [54]

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \quad (1.6)$$

où

$$\lambda_{De,i} = (T_{e,i}/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2} \quad (1.7)$$

représente la longueur de Debye électronique (ionique),  $T_e(T_i)$  la température électronique (ionique) exprimée en unité d'énergie,  $n_{e0}(n_{i0})$  la densité électronique (ionique) à l'équilibre et  $e$  la charge élémentaire. Dans le cas où  $T_e \sim T_i$  et  $n_{e0} \sim n_{i0}$ ,  $\lambda_{De}$  est de l'ordre de  $\lambda_{Di}$  tandis que pour  $T_e \gg T_i$  et  $n_{i0} > n_{e0}$ , nous avons  $\lambda_D \sim \lambda_{Di} \gg \lambda_{De}$ . Dans un plasma poussiéreux typique,  $r_d$  est généralement très petit devant  $\lambda_D$ . Lorsque  $r_d \ll \lambda_D < d$ , le grain de poussière peut être traité d'un point de vue dynamique de la particule, et dans ce cas nous parlons de plasma poussiéreux contenant des grains de poussière isolés. D'un autre côté, les effets collectifs entre grains chargés deviennent importants et significatifs lorsque  $r_d \ll d < \lambda_D$ . Dans ce cas, les particules de poussière chargées peuvent être assimilées à des particules ponctuelles massives semblables à des ions à charge multiple dans un plasma

à plusieurs espèces. La condition de quasi- neutralité de la charge électrique dans un plasma poussiéreux dont les grains portent une charge négative s'écrit sous la forme

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0}n_{d0} \quad (1.8)$$

$n_{j0}$  est la densité numérique des particules d'espèce  $j(e, i, d)$  et  $Z_{d0}$  le nombre de charges à l'équilibre résidant sur la surface du grain.

### 1.4.1 Quasi- neutralité de la charge électrique

L'analyse de l'écrantage de Debye ci-dessus a supposé que le plasma était initialement (en l'absence de toute perturbation) neutre, c'est à dire que les densités initiales électronique et ionique étaient égales. La tendance à la quasi- neutralité se produit car un plasma conventionnel n'a pas d'énergie interne suffisante pour devenir non neutre sur des distances plus grandes qu'une longueur de Debye. La condition de quasi- neutralité de la charge électrique dans un plasma poussiéreux dont les grains portent une charge négative s'écrit sous forme

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0}n_{d0} \quad (1.9)$$

$n_{j0}$  est la densité des particules d'espèce  $j$  et  $Z_{d0}$  le nombre de charges non perturbées résidant sur la surface du grain. La condition de quasi- neutralité précédente (1.9) peut être réécrite sous la forme  $n_{i0} \approx Z_{d0}n_{d0}$ , lorsque la plupart des électrons du plasma ambiant sont collectés par les grains de poussière. On parle alors d'appauvrissement ou déplétion électronique [55]. D'un autre côté, dans les plasmas poussiéreux irradiés à l'aide de rayons ultraviolets, les grains émettent (par effet photo- électrique) des électrons, et par conséquent, peuvent acquérir une charge positive. Dans ce cas, l'écrantage des grains positifs sera assuré par les électrons et à l'équilibre nous aurons  $n_{e0} \approx Z_{d0}n_{d0}$ .

### 1.4.2 Appauvrissement électronique

L'appauvrissement électronique est l'une des propriétés les plus remarquables des plasmas poussiéreux. Ce phénomène est dû principalement à la collection préférentielle des électrons (à cause de leur grande mobilité et de la faiblesse relative de leur masse) de la part de la surface du grain de poussière. Dans ce cas, la condition de quasi neutralité précédente (1.9) peut être réécrite sous la forme  $n_{i0} \approx Z_{d0}n_{d0} \gg n_{e0}$ . Donc le plasma poussiéreux peut être approximativement considéré comme un plasma à deux composantes comprenant des grains

de poussière chargés négativement entourés d'ions à charge positive. Une telle situation est aussi bien commune dans les anneaux de Saturne que dans les décharges de laboratoire.

### 1.4.3 Charge des grains de poussière

La différence principale entre les plasmas poussiéreux se situe dans la charge des grains de poussière. Ces derniers peuvent être positifs ou négatifs. La charge d'un grain de poussière est une variable dynamique et varie de zéro jusqu'à des centaines de milliers de fois la charge élémentaire. Cette charge trouve son origine dans une variété de processus.

**Collection des particules:** Dans les plasmas de laboratoire de basses températures, un grain neutre placé dans un plasma acquiert une charge négative car le flux des électrons à la surface de ce grain excède celui des ions, à cause de la mobilité plus élevée des électrons. Le grain se charge alors négativement.

**Emission photo-électronique:** Les grains de poussière peuvent émettre des électrons sous l'effet d'un rayonnement ultraviolet. Dans ce cas le grain de poussière se charge positivement.

## 1.5 Descriptions mathématiques d'un plasma

La description de la dynamique d'un plasma se fait, en général, grâce à deux approches: la première considère le plasma comme étant un fluide caractérisé par un certain nombre de grandeurs macroscopiques telles que la densité, la vitesse du fluide, la pression...etc., appelée approche hydrodynamique ou fluide. Cette dernière n'est plus valable ou insuffisante si on s'intéresse à la description microscopique du plasma. Pour cela, on fait appel à l'approche cinétique. Cette approche tient compte de la nature moléculaire du fluide, en introduisant des grandeurs telles que les fonctions de distribution des vitesses qui donnent une description microscopique du plasma.

### 1.5.1 Description hydrodynamique (fluide) d'un plasma

Dans ce type de description, on suit le mouvement de petits éléments de volume de plasma, sans tenir compte des phénomènes microscopiques qui s'y déroulent. Cela suppose que ce volume est suffisamment petit pour que la description spatiale soit précise; et que celui-ci contient suffisamment de particules pour que les fluctuations par rapport aux valeurs moyennes y soient négligeables. Ainsi, le plasma sera considéré comme un fluide qui se

meut avec une vitesse  $\mathbf{u}$ , dont l'évolution est décrite par les équations hydrodynamiques ou fluides. Ces dernières peuvent être déduites en explicitant les lois de conservation de la masse et de l'impulsion

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad (1.10)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV = \sum \mathbf{F} \quad (1.11)$$

$\mathbf{F}$  représente l'ensemble des forces externes (pesanteur, pression, forces électriques...etc.) qui s'exercent sur l'élément de volume  $V$ . L'application du théorème de la divergence et de celui du gradient permet d'obtenir les deux équations fluides suivantes

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{u}) = 0 \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{u}_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) - \frac{\nabla p}{m_\alpha n_\alpha} + \mathbf{g} \quad (1.13)$$

$\alpha = i, e$  dénote l'espèce de particules considérées,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{g}$  et  $p$  représentent, respectivement, le champ électrique, le champ magnétique, l'accélération de la pesanteur et la pression. La première équation, dite *équation de continuité* pour un fluide, représente la conservation du nombre de particules. La seconde, dite *équation de mouvement*, rend compte de l'ensemble des forces externes auxquelles est soumis le fluide. Dans le but d'avoir autant d'équations que d'inconnues, nous complétons le système précédent à l'aide de trois équations supplémentaires : une équation d'état qui relie la pression et la densité

$$\frac{d(p_\alpha n_\alpha^{-\gamma})}{dt} = 0 \quad (1.14)$$

et deux *équations de Maxwell*

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.15)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.16)$$

qui relie le champ électrique  $\mathbf{E}$  et le champ magnétique  $\mathbf{B}$ . Les deux autres équations de *Maxwell*

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.18)$$

où  $\rho$  représente maintenant la densité de charge électrique, n'apportent pas d'informations supplémentaires et peuvent être considérées comme conditions initiales des deux premières.

### 1.5.2 Description cinétique d'un plasma

La description fluide de la dynamique (ondes et oscillations) du plasma ne convient pas toujours et peut même parfois s'avérer incorrecte. Elle suppose en effet que toutes les particules chargées du plasma interagissent de manière identique avec les champs électromagnétiques selfs consistants présents dans le plasma. En fait, le modèle fluide n'est valable que si les vitesses de phase des ondes sont bien plus grandes que les vitesses d'agitations thermiques des particules. Aussi, la description hydrodynamique (fluide) d'un plasma fait intervenir des grandeurs macroscopiques telles la température, la pression, etc. Ces grandeurs sont des moyennes calculées à partir d'une fonction de distribution  $f(t, x, p)$  des vitesses microscopiques des particules. Cette fonction de distribution s'obtient dans le cadre de la théorie cinétique des gaz, et permet d'établir un rapport entre les propriétés macroscopiques et microscopiques.

#### Fonction de distribution et équation de Vlasov

La description cinétique d'un plasma repose sur l'analyse de l'évolution des fonctions de distribution des vitesses des particules. On doit donc utiliser l'équation cinétique des plasmas. Ces équations contiennent en général des effets de corrélation (ou de collisions). Mais ceux-ci peuvent être séparés de l'effet principal collectif d'interaction des particules avec les champs électromagnétiques selfs consistants. Alors, il est possible de décrire notre plasma dans le cadre des équations de *Vlassov-Maxwell*. Pour cela, chaque composante  $j$  du plasma est caractérisée par une fonction de distribution  $f_j(x, v, t)$  définie telle que  $f_j(x, v, t) dx dv$  représente le nombre de particules d'espèce  $j$  localisées dans l'élément de volume de l'espace des phases  $dx dv$  centré en  $(x, v)$ , à l'instant  $t$ . Cette fonction de distribution des vitesses nous permet de calculer, pour chaque position  $x$  et au temps  $t$ , la valeur moyenne de certaines propriétés du plasma. Dans la mesure où les corrélations discrètes de la particule sont négligeables, l'évolution de  $f_j(x, v, t)$  est régie par l'équation de Vlassov, qui, dans le cas non relativiste, s'écrit sous la forme [54]

$$\frac{\partial f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \frac{\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)}{m_j} \nabla_{\mathbf{v}} f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = 0 \quad (1.19)$$

où  $m_j$  représente la masse de la particule d'espèce  $j$ . L'équation (1.19) décrit l'évolution incompressible de  $f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$  dans l'espace des phases  $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  en présence d'une force  $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$  agissant sur les particules. Cette force est la somme des forces externes et de la force due au champ électrique collectif produit par toutes les particules du plasma. En l'absence de

champs externes, la force  $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$  qui s'exerce sur une particule d'espèce  $j$  et de charge  $q_j$  est donnée par

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = -q_s \nabla_s \phi(\mathbf{x}, t) \quad (1.20)$$

où  $\phi$  est le potentiel du champ moyen donné par

$$-\nabla^2 \phi = \sum_j q_j \int f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (1.21)$$

La sommation porte sur toutes les espèces de particules présentes dans le plasma. Cette description consiste à traiter les particules du plasma comme interagissant seulement à travers leur potentiel de champ moyen n'est correcte qu'en présence d'un nombre suffisant et important de particules.

## 1.6 Oscillations non linéaires dans les plasmas poussiéreux

L'étude des oscillations non linéaires en physique des plasmas revêt un aspect important car elle nous permet de comprendre la nature de l'interaction non linéaire entre les différents champs, propres et/ou appliqués, et les constituants du plasma. Dans la nature, les plasmas astrophysiques et la magnétosphère terrestre englobent une grande variété de phénomènes d'ondes non linéaires. Ces différentes structures d'ondes non linéaires mises en évidence grâce à des observations satellitaires sont les solitons, les double couches, les ondes de choc, les tourbillons (vortex),... etc.

### 1.6.1 Solitons

Les solitons représentent l'un des aspects les plus importants des phénomènes non linéaires dans la recherche en physique des plasmas. Par définition, les solitons sont des ondes spatialement localisées, dont les propriétés de stabilité sont spectaculaires. Ces structures cohérentes sont une manifestation étonnante de la nature résultant d'un équilibre entre la non linéarité et la dispersion. Les solitons sont des ondes, capables de se déplacer sur de très grandes distances en conservant leurs formes initiales. C'est l'ingénieur écossais *John Scott-Russell*, en **1834**, qui a observé pour la première fois les solitons. Il remarqua qu'une barge, en s'arrêtant soudainement produisait une vague fascinante qui continuait à se propager en

aval du canal, sans déformation. Plusieurs expériences ont été réalisées par la suite (expérience de *Henry Bazin* en **1863** sur des solitons plus contrôlés). A cette époque, les théories fondées sur des approches linéarisées montraient que le soliton ne pouvait pas exister. La première interprétation mathématique et théorique a été faite par *D.J Korteweg* et *G. de Vries* [56], en **1895**, en proposant une équation connue par la suite sous le nom d'équation de *Korteweg de Vries* (K-dV). L'étude de cette dernière a permis de comprendre les idées fondamentales de la notion de soliton. En **1965**, *Gardner* et *Morikawa* [57] ont redécouvert que l'équation K-dV est également valable pour l'étude des ondes magnétohydrodynamiques non linéaires se propageant perpendiculairement à un champ magnétique externe. Depuis, les ondes acoustiques solitaires non linéaires ont été intensément étudiées dans le domaine de la physique des plasmas. Dans un plasma, la présence des grains de poussière peut modifier et altérer les modes habituels de ce dernier et donner naissance à deux nouveaux modes: le mode acoustique ionique poussiéreux (**DIA**) et le mode acoustique poussiéreux (**DA**).

### 1.6.2 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA)

C'est le mode acoustique ionique habituel modifié par la présence de grains de poussière chargés négativement [58],[59]. Ce mode est caractérisé par la bande de fréquence  $kV_{td}$ ,  $kV_{ti} \ll \omega \ll kV_{te}$  (où  $V_{tj} = \sqrt{k_B T_j / m_j}$  représente la vitesse thermique de l'espèce  $j$ ). Par conséquent, les électrons peuvent être décrits par une distribution de *Maxwell-Boltzmann* alors que les ions et les grains de poussière sont, respectivement, inertiels et immobiles. Dans ce cas, les grains de poussière jouent le rôle d'un fond neutralisant (participent à la quasi-neutralité du plasma). La relation de dispersion du mode DIA est alors donnée par

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[ \frac{T_i}{m_i} + \frac{T_e}{m_i(1 - \varepsilon Z_d)} \right]^{1/2} = C_{s,d} \quad (1.22)$$

$C_{s,d}$  est la vitesse acoustique ionique modifiée. La vitesse de phase de l'onde augmente à mesure que la concentration relative des grains,  $\varepsilon = n_{d0}/n_{i0}$ , augmente. Pour s'en rendre compte, il suffit de linéariser l'équation de mouvement des ions et de l'écrire sous la forme

$$m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t} = - \left( T_i + \frac{T_e}{1 - \varepsilon Z_d} \right) \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \quad (1.23)$$

où la relation de Boltzmann a été utilisée pour exprimer le champ électrique de l'onde  $E_1$  en termes de  $\frac{\partial n_{e1}}{\partial t}$ . Le terme  $m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t}$  est la force par unité de volume agissant sur un élément fluide ionique en présence de la perturbation de l'onde. Le terme de droite est la force acoustique de rappel par unité de volume. Cette dernière augmente à mesure que la valeur

de  $\varepsilon$  augmente. Un accroissement de la force de rappel donne alors lieu à une augmentation de la vitesse de phase de l'onde. Physiquement, comme le nombre d'électrons collectés par la surface des grains va en augmentant, il y en aura de moins en moins de "disponibles" pour contrecarrer et neutraliser les perturbations de la charge d'espace ionique. D'ailleurs, le terme  $T_e/(1 - \varepsilon Z_d)$ , comme relevé par certains auteurs, peut être perçu comme étant une température électronique effective. Ce mode a été observé expérimentalement dans la gamme de fréquence 3 – 5 kHz.

### 1.6.3 Mode acoustique poussiéreux (DA)

C'est un nouveau mode acoustique de très basse fréquence, de l'ordre de 10 à 20 Hz. Ce mode a été identifié au début des années 90 [60]. Dans ce cas, la vitesse de phase est beaucoup plus petite que la vitesse thermique des électrons et des ions  $kV_{td} \ll \omega \ll kV_{te}$ ,  $kV_{ti}$ . Dans cette gamme de fréquences les électrons et les ions suivent une distribution de *Maxwell-Boltzmann*. Par conséquent, la dynamique du grain de poussière doit être prise en compte et les inerties de l'électron et de l'ion peuvent être négligées. Sa relation de dispersion est alors donnée par [60]

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[ \frac{T_d}{m_d} + \varepsilon Z_d^2 \frac{T_i}{m_d} + \frac{1}{1 + (1 - \varepsilon Z_d) T_i / T_e} \right]^{1/2} = C_{DA} \quad (1.24)$$

$C_{DA}$  représente la vitesse acoustique poussiéreuse. Pour l'entretien de ce mode, l'inertie est fournie par les grains de poussière alors que la force de rappel est due aux pressions électronique et ionique. Un tel résultat peut être aisément obtenu en linéarisant l'équation de mouvement du grain (avec  $T_d = 0$ )

$$m_d n_{d0} \frac{\partial v_{d1}}{\partial t} = - \left( T_e \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} + T_i \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \right) \quad (1.25)$$

Ces deux modes (DIA et DA) appartiennent à la famille des modes électrostatiques de basses fréquences. Le terme "basses fréquences" désigne des fréquences de l'ordre de, ou plus petites que,  $f_{ci}$  et  $f_{pi}$  la gyrofréquence et la fréquence plasma de l'ion. Notons aussi que la relation de dispersion linéaire des ondes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux magnétisé a été établie à l'aide du modèle fluide par *D'Angelo* [58].

## 1.7 Equation de Korteweg- de Vries (K-dV)

La non linéarité et la dispersion sont les propriétés caractéristiques les plus importantes d'un plasma. C'est pourquoi, nous allons entamer ce chapitre par introduire et discuter une

équation différentielle partielle (EDP) non linéaire classique, connue sous le nom d'équation de Korteweg-de vries (K-dV). Celle-ci apparaît dans une variété de situations physiques et est donnée par [61]

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + aU \frac{\partial U}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.26)$$

où  $\xi$  et  $\tau$  sont des variables indépendantes et  $a$  et  $b$  des constantes réelles non nulles. L'équation (1.26) est à la fois non linéaire et dispersive: le terme convectif  $U\partial U/\partial \xi$  traduit la non linéarité tandis que  $\partial^3 U/\partial \xi^3$  reflète la dispersion. Historiquement, l'équation (1.26) fut établie par Korteweg et de Vries en relation avec un problème d'ondes de surface dans un canal d'eau à profondeur finie. Plus tard, *Gardner et Morikawa* [62] établirent une équation analogue à partir d'un modèle hydromagnétique de plasma froid pour décrire le comportement de perturbations se propageant perpendiculairement à un champ magnétique avec une vitesse proche de celle d'*Alfven*. D'autres auteurs montrèrent que l'équation (1.26) pouvait aussi bien décrire la propagation unidimensionnelle d'onde acoustique dans les cristaux que fournir une description faiblement non linéaire de perturbations sonores se propageant à une vitesse voisine de celle du son [49]. Et c'est à partir de là et dans un effort de généralisation que *Su et Gardner* [63] montrèrent que l'équation (1.26) pouvait s'appliquer à une large classe de systèmes dispersifs et faiblement non linéaires à l'instar de l'équation de Burgers dans les milieux dissipatifs et faiblement non linéaires. L'équation (1.26) peut être réécrite sous la forme généralement rencontrée dans la littérature

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.27)$$

moyennant les changements de variables  $\xi \rightarrow \xi b^{1/3}$  et  $U \rightarrow U/ab^{-1/3}$ . Notons que pour des ondes acoustiques ioniques se propageant avec une vitesse proche de celle du son, le terme  $U\partial U/\partial \xi$  de l'équation (1.27) provient du terme non linéaire convectif  $\mathbf{v}_i \cdot \nabla \mathbf{v}_i$  de l'équation de mouvement des ions. De plus, le terme linéaire de troisième ordre  $\partial^3 U/\partial \xi^3$  est dû au fait que dans un repère se déplaçant avec la vitesse du son, les corrections de la relation de dispersion sont proportionnelles à  $k^3$ , où  $k$  représente le vecteur d'onde de la perturbation acoustique. Remarquons que si le terme dispersif  $\partial^3 U/\partial \xi^3$  est omis dans l'équation (1.27), alors  $\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0$  admettra une solution de la forme

$$U(\xi, \tau) = U(\xi - U(\xi, \tau), 0) \quad (1.28)$$

Celle-ci indique que toute perturbation initiale se déformera de manière continue dans les régions où  $\partial U(\xi, 0)/\partial \xi < 0$  et éventuellement deviendra physiquement inacceptable. En réalité, le terme dispersif de l'équation (1.27) limite et prévient cette déformation illimitée. Avant d'aller plus loin, il convient de discuter les solutions solitaires de l'équation (1.27). A ce propos, moyennant le changement de variable  $\chi = \xi - c\tau$  où  $c$  est une constante, l'équation (1.27) peut être deux fois intégrée pour obtenir

$$\left[ \frac{dU(\chi)}{d\chi} \right]^2 = \frac{1}{3} U^2(\chi) [3c - U(\chi)] \quad (1.29)$$

où les conditions aux limites  $U(\chi) \rightarrow 0$ ,  $dU(\chi)/d\chi \rightarrow 0$  et  $d^2U(\chi)/d\chi^2 \rightarrow 0$  lorsque  $|\chi| \rightarrow 0$  on été utilisées. L'équation (1.29) peut alors être intégrée pour donner

$$U(\xi - c\tau) = 3c \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{c/2}(\xi - c\tau) \right) \quad (1.30)$$

Dans l'équation (1.30), la hauteur, la largeur et la vitesse du pulse sont proportionnelles à  $c$ ,  $c^{-1/2}$  et  $c$  respectivement. De nombreuses études numériques [64],[65] de l'équation (1.27) indiquent que les solutions en ondes solitaires (soliton) données par (1.30) jouent un rôle intrinsèque dans l'évolution temporelle du système pour une variété de conditions initiales. Pour des données initiales localisées, un nombre fini de solitons émergent avec différentes hauteurs  $3c_1, 3c_2, \dots$  etc., chaque soliton se propageant vers la droite. Ces solitons interagissent en préservant leurs identités. Lorsque  $\tau \rightarrow \infty$ , les solitons se réarrangent dans l'ordre des hauteurs croissantes (le plus grand soliton se trouvant alors à l'extrême droite). L'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation (1.27) a été réalisée par *Ikezi et al.* [66],[67]. Ils ont alors rapporté l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur une image simplifiée du soliton de Korteweg-de Vries. Plus tard, certains auteurs ont tenté de réduire cet écart en prospectant l'effet d'une température ionique finie [68] et l'effet des grandes amplitudes [69]. De manière générale, un soliton résulte de l'équilibre de deux effets: la non linéarité et la dispersion [70]. Ces derniers sont les ingrédients nécessaires pour l'obtention de solutions en soliton dans le cas d'une onde non linéaire. Cependant, quoique la plupart des ondes dans les plasmas présentent de la dispersion et que le plasma lui-même se comporte comme un milieu non linéaire, seulement un nombre restreint d'ondes est connu pour admettre des solutions solitaires. Les ondes acoustiques ioniques exhibent de telles solutions localisées et ont été largement investies tant sur le plan théorique qu'expérimental. D'ailleurs la redécouverte de l'équation de Korteweg-de Vries pour ce type d'onde dans les plasmas a été sans nul doute

le premier pas pour démêler quelque peu le domaine très ardu des phénomènes non linéaires [71].

## 1.8 Introduction à la mécanique statistique non extensive

On sait que malgré son grand succès, la mécanique statistique de Boltzmann-Gibbs n'est pas réellement universelle. Une classe des ensembles physiques impliquant des interactions à longue portée ou des structures multi fractales peuvent à peine être traitées dans le cadre de la mécanique statistique traditionnelle. Une généralisation non extensive récente de la théorie de *Boltzmann-Gibbs* (BG), désignée sous le nom de mécanique statistique non extensive. Cette dernière basée sur la déviation de la mesure d'entropie de *Boltzmann-Gibbs*, a été proposée pour décrire les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, où les états stationnaires hors équilibre existent. La généralisation non extensive de l'entropie de **BG** a été identifiée pour la première fois par *Renyi* [31] et proposée bien plus tard par *Tsallis* [32]. Rappelons que l'entropie est une fonction d'état qui sert à mesurer le degré de désordre d'un système. Cette fonction permet de définir le sens d'évolution d'un système.

### 1.8.1 Formalisme mathématique non extensif

Traditionnellement, les systèmes en équilibre thermodynamique ont été étudiés sur la base de l'entropie de *Boltzmann-Gibbs* [72] suivante

$$S_B = -k_B \sum_i p_i \ln p_i \quad (1.31)$$

où  $p_i$  est la probabilité du  $i$ ème micro état et  $k_B$  la constante de Boltzmann. Dans ce cas, on a supposé que les particules se déplacent indépendamment, c'est à dire que le système considéré est non corrélé. Cela implique l'isotropie de la direction de la vitesse et l'entropie apparaît comme une quantité additive qui donne la distribution de *Maxwell-Boltzmann*. En d'autres termes, les interactions microscopiques sont de petites portées et l'espace-temps est euclidien. Rappelons que la détermination de la distribution la plus probable dans le cadre de la statistique classique (**BG**), repose sur le fait que le système est en contact avec un

thermostat, à savoir l'ensemble canonique et la considération des contraintes suivantes [73]

$$\sum_{i=1}^w p_i = 1 \quad (1.32)$$

et

$$\sum_{i=1}^w p_i E_i = U \quad (1.33)$$

où  $E_i$  est l'énergie de l'état  $i$  que peut occuper le système,  $U$  est l'énergie interne du système possédant une valeur fixe et finie et  $w$  est le nombre total d'états microscopiques possibles. L'expression de la distribution la plus probable peut être déduite en optimisant l'entropie  $S_B$ . Celle-ci est donnée par

$$p_i = e^{-\beta' \varepsilon_i} / Z_B \quad (1.34)$$

avec

$$Z_B = \sum_l^w e^{-\beta' \varepsilon_l} \quad (1.35)$$

où  $\beta'$  est proportionnel à l'inverse de la température  $T$  du thermostat. En considérant deux sous systèmes  $a$  et  $b$ , l'entropie de *Boltzmann- Gibbs* satisfait l'égalité suivante

$$S_{BG}(a + b) = S_{BG}(a) + S_{BG}(b) \quad (1.36)$$

Cette dernière indique clairement que l'entropie de **BG** est une quantité additive (extensive). La description statistique basée sur cette entropie a été appliquée avec succès dans une grande variété de systèmes pendant plus d'un siècle. Cependant, les systèmes gravitationnels, les plasmas et de manière générale les systèmes dotés d'interactions de longue portée ne semblent pas être décrits correctement par la statistique de **BGS** [72]. Afin de résoudre ce problème, *Tsallis* a proposé l'entropie suivante [32]

$$S_q = \frac{k_B}{q-1} \left( 1 - \sum_i p_i^q \right) \quad (1.37)$$

où

$$p_i^q = p_i \exp [(q-1) \ln p_i] \sim p_i [1 + (q-1) \ln p_i] \quad (1.38)$$

$q$  est un paramètre qui décrit le degré de la non extensivité du système considéré, généralement appelé indice entropique. Dans ce cas, la détermination de la distribution la plus probable du système repose sur une nouvelle définition de l'énergie interne qui dépend du paramètre non extensif

$$q \sum_{i=1}^w p_i E_i = U_q \quad (1.39)$$

Dans le but d'optimiser l'entropie  $S_q$  (**Eq.** 1.37), on introduit les facteurs de Lagrange  $\alpha_1$  et  $\beta_1$  et la fonction

$$\phi_q = \frac{S_q}{k_B} + \alpha_1 \sum_{i=1}^w p_i - \alpha_1 \beta_1 (q-1) \sum_{i=1}^w p_i E_i \quad (1.40)$$

Cette fonction possède un extremum déterminé à partir de  $\partial \phi_q / \partial p_i = 0, \forall i$ . On obtient alors

$$p_i = \frac{[1 - \beta_1 (q-1) E_i]^{1/(q-1)}}{Z_q} \quad (1.41)$$

avec

$$Z_q = \sum_{i=1}^w [1 - \beta_1 (q-1) E_i]^{1/(q-1)} \quad (1.42)$$

Notons que pour  $q \rightarrow 1$ , l'entropie  $S_q$  se réduit à celle de *Boltzmann- Gibbs*  $S_{BG}$ . En effet, l'entropie (**Eq.** 1.37), appelée aussi  $q$ -entropie, est une conséquence directe de la généralisation de l'entropie de *Boltzmann- Gibbs*. La propriété de base de cette entropie est la pseudo additivité. L'entropie de deux sous-systèmes  $a$  et  $b$  peut être exprimée comme suit

$$S_q(a+b) = S_q(a) + S_q(b) + (q-1) S_q(a) \cdot S_q(b) \quad (1.43)$$

Il est aisé de vérifier que pour  $q \rightarrow 1$ , cette dernière expression se réduit à celle de l'équation (1.36). Par conséquent, les interactions de longue portée sont introduites par le terme multiplicatif qui tient compte de la corrélation entre les deux sous systèmes.

## 1.8.2 Fonction de distribution non extensive des vitesses

En théorie cinétique des gaz, la distribution la plus probable est remplacée par une fonction de distribution des vitesses. Dans sa version classique, cette fonction est la distribution des vitesses de *Maxwell- Boltzmann* qui caractérise l'équilibre thermodynamique. La détermination de cette distribution repose sur le fait que les trois composantes de la vitesse ne sont pas corrélées. Cependant, cette propriété ne tient pas compte des systèmes dotés d'interactions à longue portée comme le cas d'un plasma. Afin d'établir l'expression de la fonction de distribution des vitesses en tenant compte des corrélations entre les différentes composantes, on utilise le formalisme non extensif. Pour simplifier le problème, considérons le cas bidimensionnel [74]

$$F \left( \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \right) d^2v = \exp_q \left[ f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) + f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y) \right] dv_x dv_y \quad (1.44)$$

où les fonctions  $q$ -exp et  $q$ -log sont définies, respectivement, par [74]

$$\exp_q(f) = [1 + (1 - q)f]^{1/(q-1)} \quad (1.45)$$

et

$$\ln_q(f) = \frac{f^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (1.46)$$

On vérifie facilement que  $\exp_q[\ln_q(f)] = \ln_q[\exp_q(f)] = f$  et  $\frac{d}{dx} \ln_q(f) = f^{-q} \frac{df}{dx}$ . En dérivant  $\ln_q(F)$  par rapport à  $v_x$ , on obtient

$$\frac{\partial \ln_q(F)}{\partial v_x} = \frac{\partial}{\partial v_x} \{ \exp_q[f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) + f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y)] \} \quad (1.47)$$

ou de façon équivalente,

$$\frac{v_x F'(\chi_1)}{\chi_1 F^q(\chi_1)} = \frac{\partial}{\partial v_x} \{ f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) \} \quad (1.48)$$

avec  $\chi_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ . En introduisant la notation abrégée suivante

$$\Phi(\chi_1) = \frac{1}{\chi_1} \frac{F'(\chi_1)}{F^q(\chi_1)} \quad (1.49)$$

On réécrit l'équation (1.48) comme suit

$$\Phi(\chi_1) = \frac{1}{v_x} \{ f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) \} = \frac{1}{v_y} \{ f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y) \} \quad (1.50)$$

On peut choisir  $\Phi(\chi) = -m\gamma_1$ , où  $m$  représente la masse de la particule et  $\gamma_1$  une constante arbitraire. Bien entendu, l'introduction de  $m$  à cet endroit est dictée uniquement par la connaissance de la limite maxwellienne. En utilisant la transformation suivante

$$f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) = \ln_{q'} f(v_x)$$

avec  $q' = 2 - q$ , on a

$$\ln_{q'} f(v_x) = -\frac{m\gamma_1}{2} v_x^2 + \ln_{q'} A \quad (1.51)$$

En faisant agir  $q$ -exponentielle des deux côtés de l'équation (1.51), il s'ensuit

$$f(v_x) = [1 + (1 - q')(-\frac{m\gamma_1}{2} v_x^2 + \ln_{q'} A)]^{1/(1-q')} \quad (1.52)$$

En définissant une nouvelle constante  $\beta_2$

$$\beta_2 = \frac{\gamma_1}{1 + (1 - q') \ln_{q'} A} = \frac{\gamma_1}{A^{1-q'}} \quad (1.53)$$

on obtient l'expression générale de la fonction de distribution des vitesses non extensive [74]

$$f(v_x) = A_q \left[ 1 - (q-1) \frac{\beta_2 m v_x^2}{2} \right]^{\frac{1}{q-1}} \quad (1.54)$$

$A_q$  est la constante de normalisation. Son expression (pour  $q > 1$ ) est donnée par

$$A_q = \left( \frac{q+1}{2} \right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \sqrt{\frac{m(q-1)}{2\pi kT}} \quad (1.55)$$

### 1.8.3 Systèmes dotés d'interactions de longue portée

Un système macroscopique sera dit "avec interactions à longue portée" si on ne peut pas exprimer son énergie comme somme des énergies de sous-systèmes macroscopiques indépendants. Avec cette définition, une interaction entre particules décroissant en loi de puissance avec la distance, comme  $1/r^\alpha$ , est "à longue portée" dès que l'exposant  $\alpha$  est plus petit que  $D$ , la dimension spatiale du système. Ceci inclut par exemple la gravitation et exclut les interactions de Van der Waals ( $\alpha = 6$ ). Les interactions à longue portée, telles qu'on vient de les définir, ne sont pas des curiosités mathématiques, elles se rencontrent en fait dans un assez grand nombre de systèmes physiques:

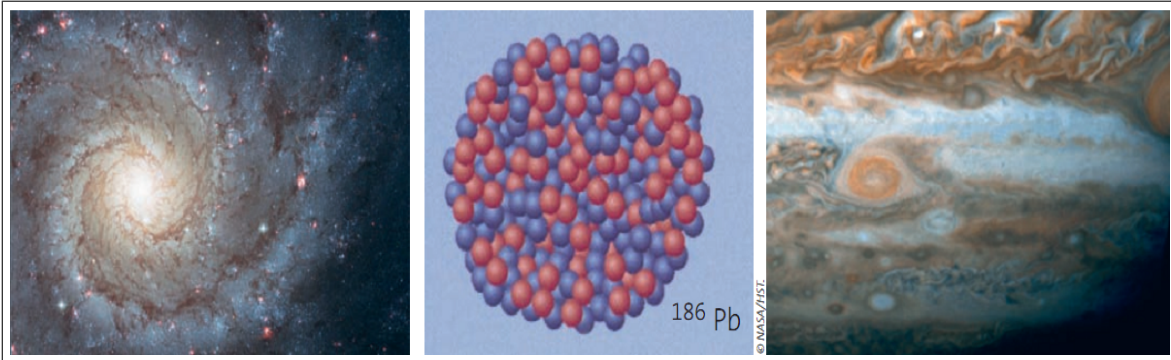
*L'interaction gravitationnelle* « gravité » est un potentiel attractif, proportionnel à  $1/r$ , entre deux masses à distance  $r$ . Le coefficient de proportionnalité est faible, de sorte que dans un laboratoire, l'interaction gravitationnelle entre les atomes d'un gaz ou d'un liquide est négligeable. La pesanteur ne l'est pas, mais il est facile d'en tenir compte. En revanche, la gravitation introduit des complications essentielles à l'échelle d'une galaxie, ou même d'un astre : l'écroulement gravitationnel, qui finit par transformer une étoile de masse supérieure à un certain seuil en trou noir, est une manifestation spectaculaire de la non extensivité.

*L'interaction coulombienne*, également en  $1/r$ , est bien différente, puisque répulsive entre charges de même signe. Aux échelles de longueur qui nous sont familières, toute charge électrique est généralement compensée par des charges électriques voisines de signe opposé, de sorte que l'interaction coulombienne donne naissance à des interactions chimiques attractives, et à courte portée.

*La turbulence bidimensionnelle* constitue une application récente inattendue de la mécanique statistique non extensive. Les « particules » sont alors des tourbillons. La longue portée de l'interaction vient de la décroissance de la vitesse en  $1/r$  à distance  $r$  d'un tourbillon [75]. On trouve cette situation à la surface de la planète Jupiter [76].

*La physique des plasmas* fournit néanmoins beaucoup d'exemples de systèmes non additifs, à partir d'une description effective du système. Plus précisément, même si l'équilibre

statistique global d'un système est additif, il est possible qu'il soit pertinent (pour certaines conditions expérimentales, ou échelles de temps) de ne considérer l'équilibre statistique que d'une partie des degrés de liberté du système. Cette description effective est alors parfois non additive : il en est ainsi de la modélisation de l'interaction de filaments de courant par des modèles de points vortex [77], proches donc de la turbulence bidimensionnelle, ou encore de la description d'un plasma par l'interaction entre ondes de Langmuir et particules résonantes avec ces ondes [78] : dans ce cas, l'onde, degré de liberté global pour le système, couple entre elles des parties éloignées du système, et crée ainsi la non additivité, bien que les interactions de particule à particule puissent être négligeables.



**Figure I:** Quelques systèmes régis par des interactions à longue portée: Galaxie (interaction gravitationnelle). Noyau atomique (interaction coulombienne entre protons). Surface de la planète "Jupiter" (turbulence bidimensionnelle).

#### 1.8.4 Applications

Nous présentons une liste non exhaustive des applications ou des connexions à la mécanique statistique non extensive qui ont été étudiées dans la littérature. Chaque cas mérite, cependant, une analyse séparée. En astrophysique et dans la cosmologie, les connexions ont été établies avec les modèles poly tropiques et d'autres modèles des systèmes autogravitants. En physique des hautes énergies, des connexions ont été établies avec la distribution des impulsions transversales dans les jets des hadrons produits par annihilation électron positron avec de fortes collisions des noyaux. En chimie la loi d'Arrhenius a été généralisée à la diffusion anormale.

## 2

# Etude de l'influence de la non extensivité ionique sur l'onde acoustique poussiéreuse (DA) associée à un plasma complexe

### 2.1 Présentation physique du problème

Les oscillations associées aux plasmas poussiéreux ont suscité un grand intérêt durant ces dernières années [7],[25]. De nouveaux modes acoustiques (mode acoustique poussiéreux et mode acoustique ionique poussiéreux) ont alors été mis en évidence. *Rao* et ses collaborateurs [60] ont été les premiers à avoir rapporté théoriquement l'existence de l'onde acoustique poussiéreuse (**DA**) de faible vitesse de phase dans un plasma poussiéreux non magnétisé, constitué de grains de poussière fluides, d'électrons et d'ions distribués selon la loi de *Maxwell-Boltzmann*. Ces oscillations, de faible longueur d'onde, apparaissent sur une échelle de temps suffisamment lente. Sous certaines conditions, elles peuvent devenir hautement non linéaires [79]. Le mode acoustique poussiéreux (**DA**) a été observé au cours d'expériences de laboratoire par *Barkan et al.* [79]. D'un autre côté, *Shukla et Silin* [80] ont étudié le mode acoustique ionique poussiéreux (**DIA**) qui représente en fait le mode acoustique ionique habituel (**IA**) modifié par la présence de grains de poussière massifs et immobiles.

En régime non linéaire ou faiblement non linéaire, il a été démontré par plusieurs auteurs que ces ondes peuvent apparaître sous forme de structures localisées solitaires associées à des

potentiels électrostatiques positifs ou négatifs [60],[81]-[82]. D'autre coté, toutes ces études ont été limitées dans le cas d'additivité standard des entropies (la statistique standard, extensive, BG). C'est pourquoi, l'objet de notre étude est d'étendre l'investigation sur les propriétés non linéaires des ondes acoustiques poussiéreuses au cas non additif en faisant appel à la mécanique statistique non extensive.

Dans ce chapitre, nous allons présenter une étude de l'influence des ions non extensifs sur les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma poussiéreux.

## 2.2 Effet des ions non extensifs sur l'onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma électronique- ment appauvri

L'appauvrissement électronique est l'une des propriétés les plus remarquables des plasmas poussiéreux. Ce phénomène est dû principalement à la collection préférentielle des électrons de la part de la surface du grain de poussière. Pour analyser les propriétés non linéaires et dispersives d'un tel système, dans leur article, [Mamun et al.(1996)[50]] ont considéré un plasma composé uniquement de grains de poussière à charge négative et d'ions de température  $T_i$  distribués selon la loi de *Maxwell-Boltzmann*, ils ont démontré que ces ondes solitaires n'existent que pour  $M$  compris entre 1 et 1.58.

Pour revisiter le travail de *Mamun et al.*[50] dans le cadre de la mécanique non extensive, nous considérons un plasma poussiéreux non magnétisé composé uniquement de grains de poussière à charge négative et d'ions non extensifs de température  $T_i$ . Ainsi, à l'équilibre, nous avons  $n_{i0} = Z_d n_{d0}$ , où l'indice "0" représente des quantités non perturbées. La dynamique des oscillations acoustiques poussiéreuses (**DA**) de faible vitesse de phase associées à un tel plasma est gouvernée par les équations fluides suivantes [50]

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_d v_d) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} = -\frac{q_d}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi(q_d n_d + e n_i) \quad (2.3)$$

où l'indice  $j = d, i$  désigne, respectivement, les grains de poussière et les ions,  $q_{j=i,d=\pm e}$  leurs charges électriques et  $T_j$  leurs températures.  $\phi$  représente le potentiel électrostatique et  $m_j$  est la masse de l'espèce  $j$ .

Pour modeler les ions non extensifs, nous nous référons à la fonction de distribution donnée par [74]

$$f_i(v_x) = C_q \left\{ 1 - (q-1) \left[ \frac{m_i v_x^2}{2T_i} + \frac{e\phi}{T_i} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (2.4)$$

où  $q$  dénote le paramètre non extensif, l'expression de la série entière est définie seulement si

$$\left\{ 1 - (q-1) \left[ \frac{m_i v_x^2}{2T_i} + \frac{e\phi}{T_i} \right] \right\} \geq 0 \quad (2.5)$$

En effet, la distribution (2.4) exhibe (pour  $q > 1$ ) une coupure thermique sur la valeur maximale de la vitesse des ions, donnée par

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2T_i}{m_i(q-1)} - \frac{2e\phi}{m_i}} \quad (2.6)$$

Notons aussi que pour  $-1 < q < 1$ , la condition précédente (**Eq.** 2.5) est vérifiée quelque soit la vitesse des ions et pour  $q < -1$ , la fonction de distribution de Tsallis est non normalisable. En l'absence de l'énergie potentielle ( $\phi = 0$ ), les expressions (2.4) et (2.6) se réduisent respectivement à

$$f_{i0}(v_x) = C_q \left\{ 1 - (q-1) \frac{m_i v_x^2}{2T_i} \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (2.7)$$

et

$$v_{max0} = \sqrt{\frac{2T_i}{m_i(q-1)}} \quad (2.8)$$

En effectuant les deux intégrales suivantes

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{i0}(v_x) dv_x = n_{i0} & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{max}}^{+v_{max}} f_{i0}(v_x) dv_x = n_{i0} & \text{pour } q > 1 \end{cases}$$

la constante de normalisation  $C_q$  peut être exprimée comme suit

$$C_q = \begin{cases} n_{i0} \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1})}{\Gamma(\frac{1}{q-1}-\frac{1}{2})} \sqrt{\frac{m_i(1-q)}{2\pi T_i}} & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{i0} \left(\frac{q+1}{2}\right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1}+\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \sqrt{\frac{m_i(q-1)}{2\pi T_i}} & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (2.9)$$

$\Gamma$  est la fonction gamma standard. En moyennant la fonction de distribution (2.4) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité ionique de Tsallis

$$n_i(\phi) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(v_x) dv_x & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{max}}^{+v_{max}} f_i(v_x) dv_x & \text{pour } q > 1 \end{cases} = n_{i0} \left\{ 1 - (q-1) \frac{e\phi}{T_i} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (2.10)$$

Le système d'équations (2.1)-(2.3) précédentes, rendues adimensionnelles, s'écrit sous la forme

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_d - [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (2.13)$$

La densité des grains de poussière  $N_d$ , leur vitesse fluide  $V_d$ , le potentiel électrostatique  $\Psi$ , le temps  $T$  et la variable d'espace  $X$  sont normalisés, respectivement, par  $n_{d0}$  (valeur à l'équilibre de la densité des grains),  $C_d = (Z_d T_i / m_d)^{1/2}$  (vitesse acoustique poussiéreuse),  $T_i / e$ ,  $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2)^{1/2}$  (la période plasma poussiéreuse) et  $\lambda_{pd} = (T_i / 4\pi Z_d n_{d0} e^2)^{1/2}$  (longueur de Debye).

Pour déterminer la relation de dispersion, nous procédons à un traitement linéaire au premier ordre du système d'équations (2.11)-(2.13), nous obtenons alors

$$\frac{\partial \tilde{N}_d}{\partial T} + \frac{\partial \tilde{V}_d}{\partial X} = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_d}{\partial T} = \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial X} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial X^2} = \tilde{N}_d + \left(\frac{q+1}{2}\right) \tilde{\Psi} \quad (2.16)$$

On suppose que la perturbation est sous la forme  $\exp\{i(kx - \omega t)\}$ . Où  $k$  est le vecteur d'onde, et  $\omega$  la fréquence de l'onde acoustique poussiéreuse. Alors, la relation de dispersion de l'onde acoustique poussiéreuse est donnée par

$$D(\omega, k) = \omega^2 [2k^2 + (q+1)] - 2k^2 = 0 \quad (2.17)$$

Dans le but d'étudier les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse de large amplitude susceptible de se propager dans un tel modèle de plasma, on introduit généralement la variable  $\xi = X - MT$ , où  $M$  représente le nombre de Mach (vitesse du soliton /  $C_d$ ). Les équations (2.11)-(2.13) deviennent alors

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d(N_d V_d)}{d\xi} = 0 \quad (2.18)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = \frac{d\Psi}{d\xi} \quad (2.19)$$

$$\frac{d^2 \Psi}{d\xi^2} = N_d - [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (2.20)$$

En imposant des conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0, V_d \rightarrow 0, N_d \rightarrow 1$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous obtenons à partir de (**Eq.** 2.18) et (**Eq.** 2.19) la densité des grains

$$N_d = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Psi}} \quad (2.21)$$

En portant l'équation (2.21) dans l'équation de Poisson (2.20), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par  $d\Psi/d\xi$ , en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0, d\Psi/d\xi \rightarrow 0$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (2.22)$$

où

$$V(\Psi) = M^2 \left\{ 1 - \left( 1 + \frac{2\Psi}{M^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} + \frac{2}{3q-1} \left\{ 1 - [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{3q-1}{2(q-1)}} \right\} \quad (2.23)$$

représente le potentiel de Sagdeev ou pseudo-potentiel [48] car l'équation (2.22) peut être interprétée comme étant l'équation de mouvement d'une pseudo particule de masse unité, de position  $\Psi$  et de vitesse  $d\Psi/d\xi$  oscillant dans un potentiel  $V(\Psi)$ . Il est aisé de vérifier que  $V(\Psi)$  et  $dV(\Psi)/d\Psi$  sont nuls en  $\Psi = 0$ . Les conditions d'existence d'une solution en onde solitaire de l'équation (2.22) peuvent alors être résumées comme suit : **(i)**  $(d^2V/d\Psi^2)_{\Psi=0} < 0$ , **(ii)**  $V(\Psi)$  admet un extremum (un minimum ou un maximum) non nul noté  $\Psi_m$  tel que  $V(\Psi_m) = 0$  et **(iii)**  $V(\Psi) < 0$  lorsque  $\Psi$  varie entre 0 et  $\Psi_m$ .

La condition **(ii)** signifie que la quasi particule, ayant une énergie totale nulle sera réfléchi à la position  $\Psi = \Psi_m$ , la 3<sup>ème</sup> condition signifie que  $V(\Psi)$  doit être un potentiel où la quasi-particule peut être piégée et oscillée. La condition **(i)** impose au nombre de Mach de satisfaire

$$M^2 > \frac{2}{q+1} \quad (2.24)$$

Il s'ensuit que pour  $q > 1$  ( $-1 < q < 1$ ), la limite inférieure ( $M_{\min} = \sqrt{\frac{2}{q+1}}$ ) est plus petite (plus grande) par rapport à sa contrepartie maxwellienne. La figure 1.1 a révélé qu'il y a une possibilité d'existence des solitons acoustiques supersoniques ( $M > 1$ ) lorsque  $q < 0$ , ainsi que des solitons acoustiques subsoniques ( $M < 1$ ) lorsque  $q > 0$ .

Il serait alors souhaitable de voir s'il existe une limite supérieure de  $M$  au delà de laquelle les structures solitaires n'existent plus. La limite supérieure  $M_{\max}$  peut être trouvée en utilisant la condition  $V(\Psi_c) \geq 0$  où ( $\Psi_c = -\frac{M^2}{2}$ ) est la valeur minimale de  $\Psi$  pour laquelle

la densité des grains soit réelle. Nous obtenons alors l'équation transcendante suivante

$$V(\Psi_c) = M_{\max}^2 + \frac{2}{3q-1} \left\{ 1 - \left[ 1 + \frac{(q-1)M_{\max}^2}{2} \right]^{\frac{3q-1}{2(q-1)}} \right\} > 0 \quad (2.25)$$

En utilisant l'équation précédente (**Eq.** 2.25), on peut voir que pour  $q < 1$  (**Fig.** 1.2a) ou  $q > 1$  (**Fig.** 1.2b), la limite supérieure  $M_{\max}$  est déviée vers la valeur inférieure  $M_{\min}$ .

Intéressons nous maintenant à la nature de ces structures solitaires (compression ou raréfaction). Cette nature peut être mise en évidence en développant le potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  à l'ordre trois en séries de Taylor. Les paramètres critiques sont ceux pour lesquels le terme quadratique est nul. A ce moment là, si le terme cubique est négatif, le puits de potentiel  $V(\Psi)$  se trouvera du côté des  $\Psi$  négatifs (soliton de raréfaction) et, dans le cas inverse, de celui des  $\Psi$  positifs (soliton de compression). En vertu de l'expression suivante

$$\left( \frac{d^3V}{d\Psi^3} \right)_{\Psi=0} = -\frac{12 + M^4(q^2 - 2q - 3)}{4M^4} = -q(q+1) \quad (2.26)$$

il est clair qu'il existe des solitons (**DA**) compressifs si  $q < 0$  et raréfactifs si  $q > 0$ .

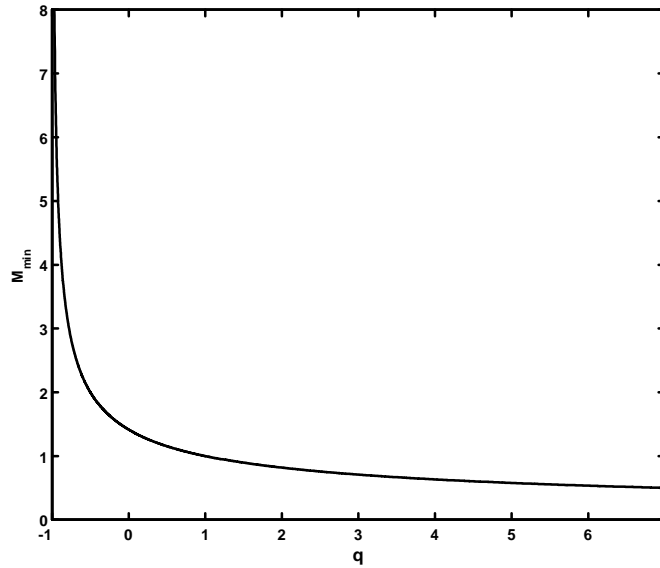
### 2.2.1 Résultats numériques et discussion

Nous passons maintenant à la présentation de nos résultats numériques. L'équation (2.22) est intégrée numériquement pour différentes valeurs du nombre de Mach  $M$  et du paramètre non extensif  $q$  en supposant que la valeur initiale  $\Psi_0 = \Psi(\xi = 0) = 0$  et le champ électrique est très faible ( $E_0 = -(d\Psi/d\xi)(\xi = 0) = -10^{-10}$ ). Nous avons tracé la variation spatiale pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$  et du nombre de Mach  $M$ . Nous allons d'abord considérer le cas où  $q = 1$  (ions Maxwelliens) pour discuter ensuite le cas où les ions sont supposés non extensifs. *Mamun* [50] a démontré que, dans un tel plasma, les ondes acoustiques poussiéreuses n'existent que pour  $M$  compris entre 1 et 1.58. La figure 1.3a indique la formation d'une structure spatialement localisée (onde solitaire) de raréfaction dont l'existence est confirmée par le profil en forme de puits de potentiel  $V(\Psi)$  qui lui est associé (**Fig.** 1.3b). Les résultats numériques révèlent que les effets non extensifs affectent sensiblement le profil spatial de l'onde acoustique poussiéreuse subsonique ( $M = 0.9$ ). L'amplitude du soliton augmente et sa largeur rétrécit à mesure que le paramètre non extensif  $q$  augmente. Par conséquent, la non extensivité ionique relativement importante rend la structure solitaire plus cornue. Par ailleurs, notre modèle de plasma peut admettre aussi des structures solitaires supersonique (**Fig.** 1.4a) dans le cas  $0 < q < 1$ . La figure

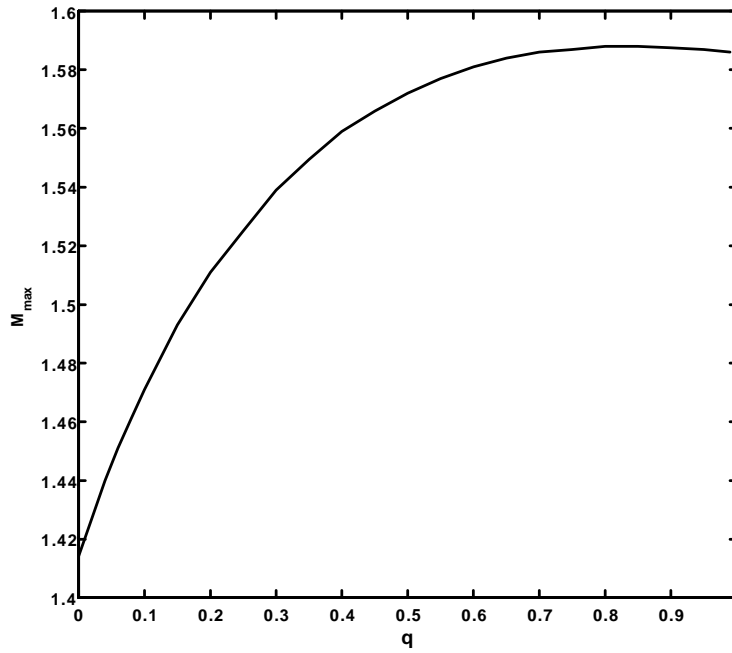
**1.4a** montre qu'à mesure que les ions évoluent loin de leur équilibre thermodynamique, l'amplitude du soliton diminue et sa largeur s'élargit.

Notre modèle de plasma ne peut admettre des solitons compressifs que pour des valeurs de  $q$  négatives ( $q < 0$ ). Pour cela et afin de vérifier les conditions (2.24) et (2.25), nous prenons  $q = -0.35, -0.3$  et  $-0.25$  et  $M = 2$ . La figure **1.5a** indique que l'amplitude et la largeur du soliton compressif augmentent à mesure que le paramètre  $q$  augmente.

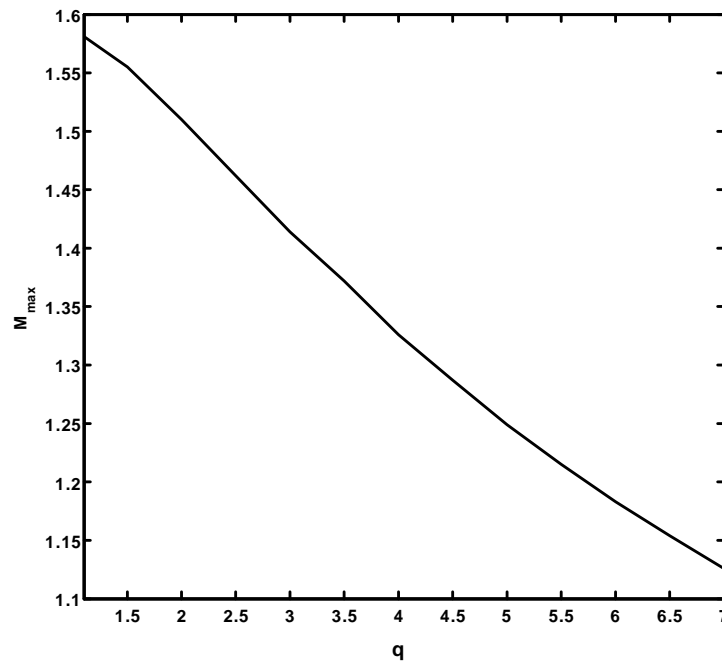
La densité des ions (**Fig. 1.6**) adopte le même profil localisé. Cette localisation est moins effective pour de faibles valeurs de l'indice entropique  $q$  ( $0 < q < 1$ ). Par conséquent, la non extensivité contribue à la diminution du nombre d'ions dans la région de localisation du soliton en les expulsant hors de cette région.



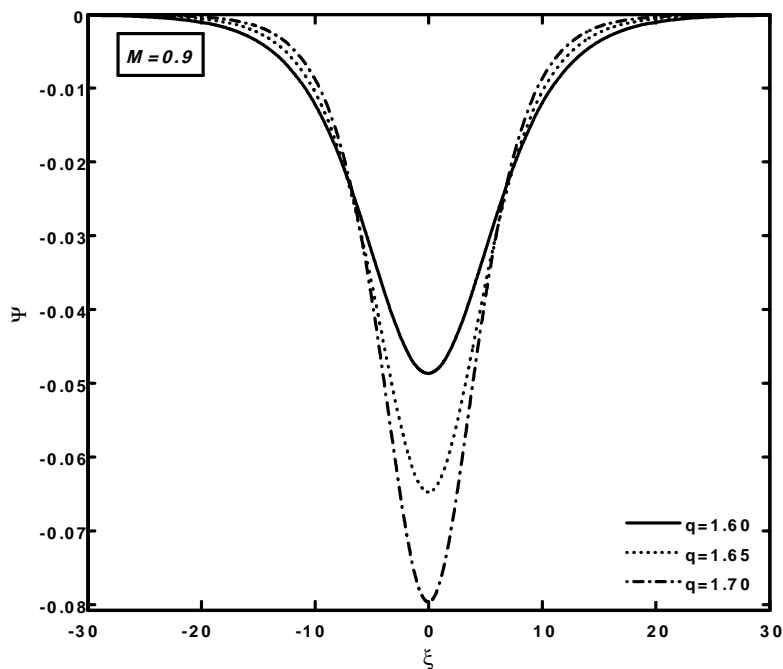
**Figure 1.1:** Variation de la limite inférieure  $M_{min}$  du nombre de Mach en fonction du paramètre non extensif  $q$ .



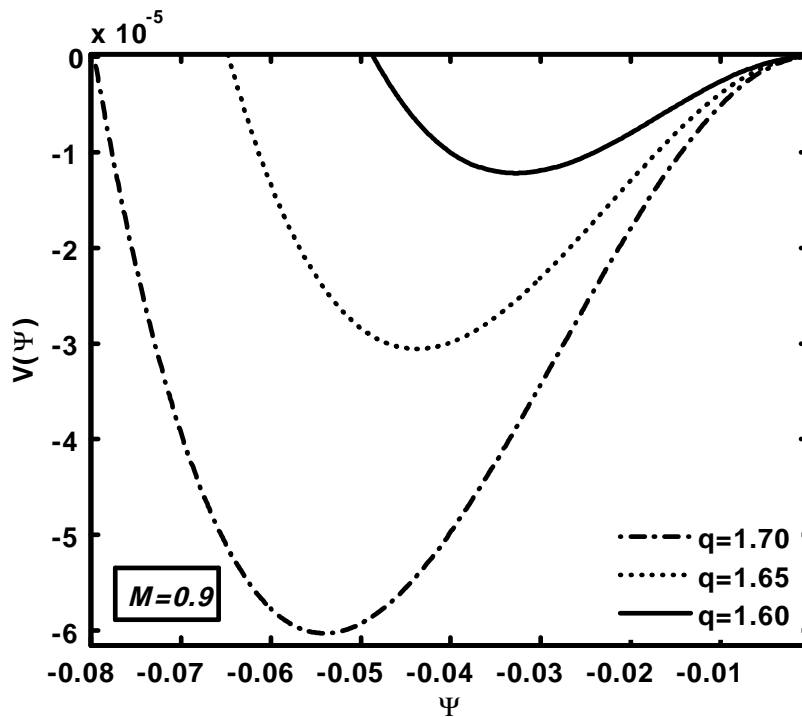
**Figure 1.2a:** Variation de la limite supérieure  $M_{\max}$  du nombre de Mach en fonction du paramètre non extensif  $q$ ,  $0 \leq q < 1$ .



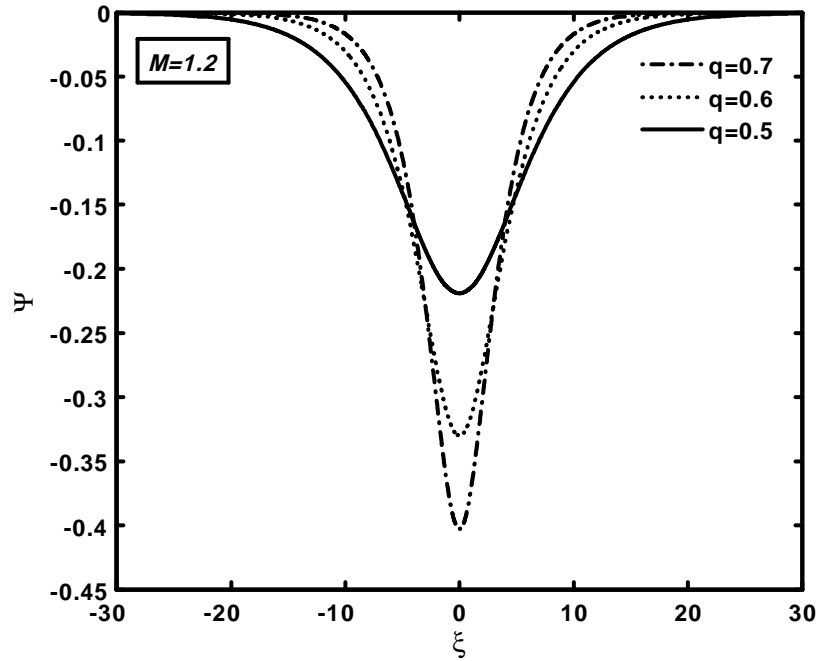
**Figure 1.2b:** Variation de la limite supérieure  $M_{\max}$  du nombre de Mach en fonction du paramètre non extensif  $q$ ,  $1 < q < 7$ .



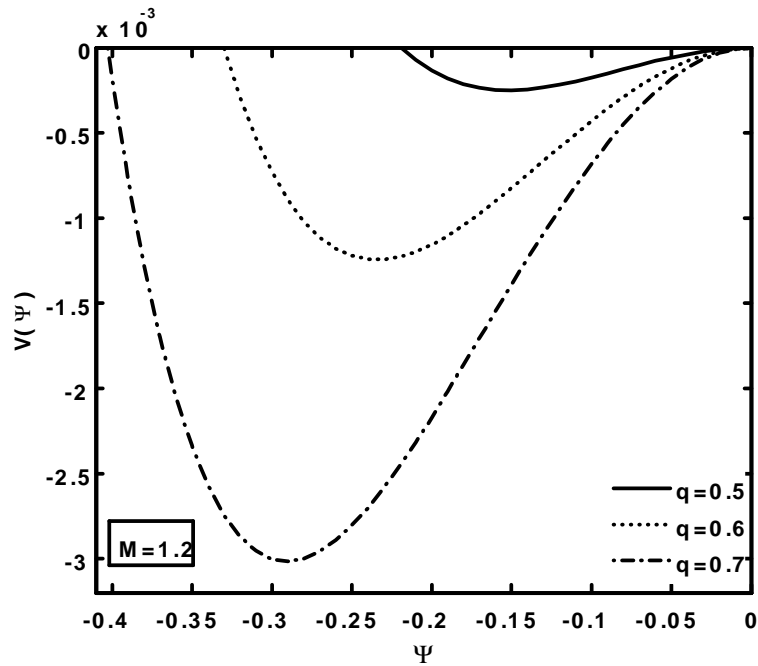
**Figure 1.3a:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  associé à l'onde acoustique poussiéreuse(DA) pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$ , avec  $M = 0.9$ .



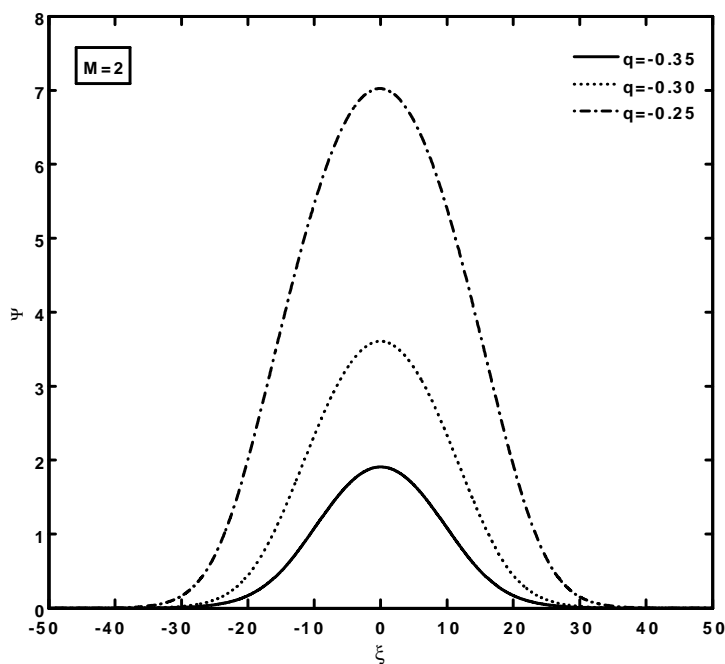
**Figure 1.3b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à la structure solitaire de la figure 1.3a.



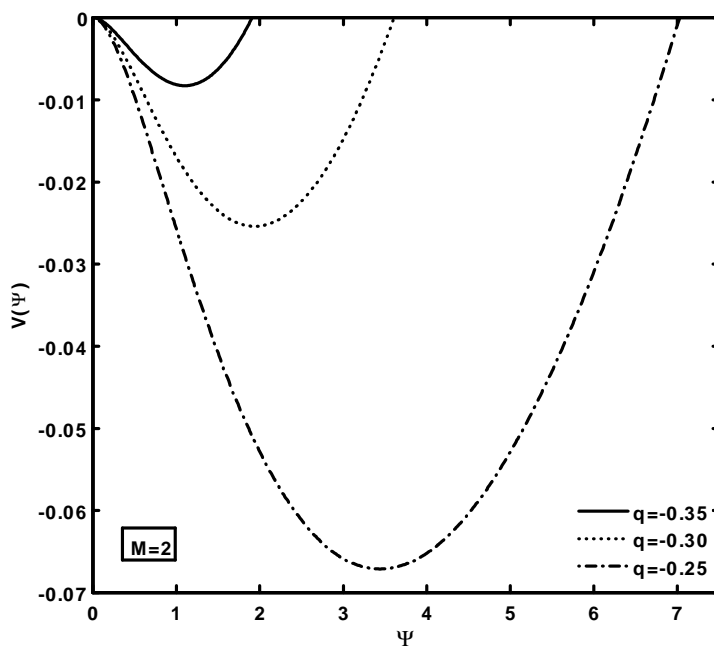
**Figure 1.4a:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$ , avec  $M = 1.2$ .



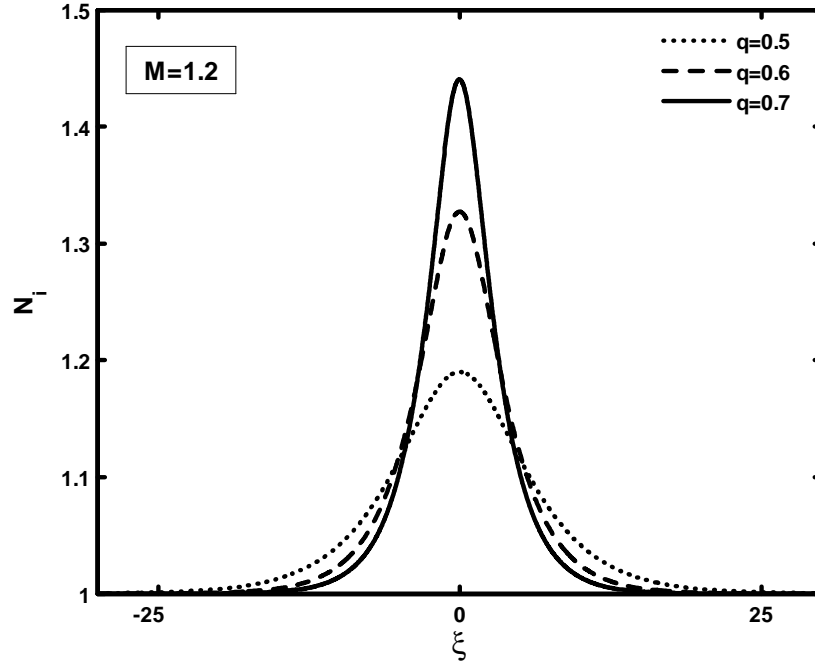
**Figure 1.4b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à la structure solitaire de la figure 1.4a.



**Figure 1.5a:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$ , avec  $M = 2$ .



**Figure 1.5b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à la structure solitaire de la figure 1.5a.



**Figure 1.6:** Profil spatial de la densité d'ions  $N_i$  pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$ .

### 2.2.2 Analyse faiblement non linéaire

Dans la limite des faibles amplitudes ( $\Psi \ll 1$ ), la solution solitaire localisée de l'équation(2.22) peut être obtenue de manière explicite en effectuant un développement en séries de puissances de  $V(\Psi)$ . Nous obtenons alors

$$V(\Psi) \simeq a_1\Psi + a_2\Psi^2 + a_3\Psi^3 + o(\Psi^4)$$

avec

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = \frac{1}{2M^2} - \frac{q+1}{4}$$

$$a_3 = -\frac{q^2-2q-3}{24} - \frac{1}{2M^4}$$

La solution de l'équation (2.22) est alors donnée par

$$\Psi(\xi) = \Psi_m \operatorname{Sech}^2(\xi/\Delta) \quad (2.27)$$

Où  $\Psi_m = -a_2/a_3$  et  $\Delta = (-2/a_2)^{\frac{1}{2}}$  représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton. Par conséquent, la solution faiblement non linéaire (**Eq.** 2.27) ne peut exister que si  $a_2 < 0$  ou  $M^2 > 2/(q+1)$ . Cette structure sera de nature compressive (raréfactive)

si  $a_3 > 0$  ( $a_3 < 0$ ). Ceci veut dire que (en référence au signe du polynôme  $q^2 - 2q - 3$ )

$$\begin{cases} M^4 < -\frac{12}{q^2-2q-3} & \text{pour } q > 3 \\ M^4 > -\frac{12}{q^2-2q-3} & \text{pour } -1 < q < 3 \end{cases}$$

### 2.2.3 Equation de Korteweg- de Vries (K-dV)

Dans le but d'étudier la dynamique des ondes acoustiques poussiéreuses de faible amplitudes ( $|\Psi^2| < 2M^2$ ), nous établissons à partir des équations (2.11)-(2.13) l'équation classique de Korteweg-de Vries (K-dV) en utilisant la technique de la perturbation réductive de *Washimi et Taniuti* [49] ainsi que les variables qu'ils ont introduites  $\zeta = \varepsilon^{1/2}(X - v_0T)$  et  $\tau = \varepsilon^{3/2}T$ , où  $\varepsilon$  est un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion et  $v_0$  la vitesse du soliton normalisée par  $C_d$ . Les variables  $N_d$ ,  $V_d$  et  $\Psi$  sont alors développées en séries de puissances de  $\varepsilon$  autour de leur valeur d'équilibre

$$\Psi = \varepsilon\Psi^{(1)} + \varepsilon^2\Psi^{(2)} + \dots \quad (2.28)$$

$$V_d = \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^2 V_d^{(2)} + \dots \quad (2.29)$$

$$N_d = 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \dots \quad (2.30)$$

À l'ordre le plus faible en  $\varepsilon$ , les équations (2.11)-(2.13) donnent  $N_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0^2$ ,  $V_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0$  et  $v_0 = \sqrt{\frac{2}{q+1}}$ .

À l'ordre supérieur, nous obtenons le système d'équations suivant

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \zeta} (N_d^{(1)} V_d^{(1)}) = 0 \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \zeta} + V_d^{(1)} \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^2} - \Psi^{(2)} - N_d^{(2)} + \frac{1}{2} (\Psi^{(1)})^2 = 0 \quad (2.33)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + A_1 \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \zeta} + B_1 \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (2.34)$$

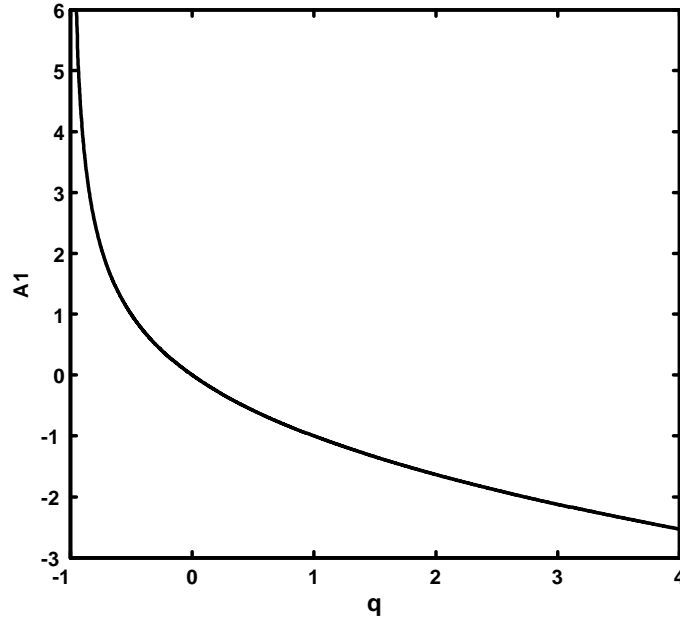
où

$$\begin{cases} A_1 = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{2}{q+1} \right)^{\frac{3}{2}} \left( 1 - \frac{(q-1)^2}{4} \right) - 3 \left( \frac{q+1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \\ B_1 = \frac{1}{2} v_0^3 = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{q+1} \right)^{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

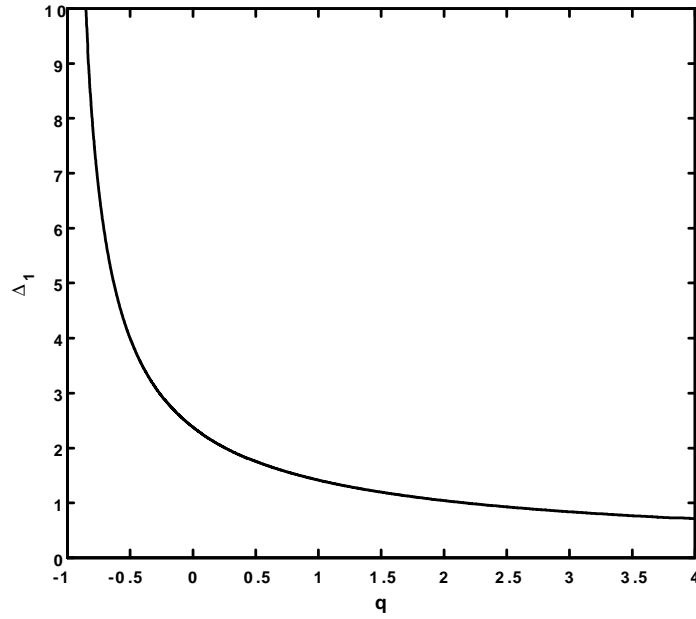
et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par [83]

$$\Psi^{(1)} = \Psi_{m1} \operatorname{Sech}^2 \left( \frac{\zeta - U_0 \tau}{\Delta_1} \right) \quad (2.35)$$

$\Psi_{m1} = 3U_0/A_1$  et  $\Delta_1 = (4B_1/U_0)^{1/2}$  représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton et  $U_0$  la vitesse du soliton. Les deux derniers termes de l'équation (2.34) traduisent, respectivement, la non linéarité et la dispersion dont l'équilibre donne lieu à la formation du soliton. L'équation (2.35) confirme en fait que l'onde acoustique solitaire que peut admettre un plasma poussiéreux électroniquement appauvri et dont les ions non extensifs (distribués selon la loi de *Tsallis*) est de nature raréfactrice (compressive) si  $A_1 < 0$  ( $A_1 > 0$ ). Les figures **Fig. 1.7a** et **Fig. 1.7b** représentent, respectivement, la variation du terme non linéaire et la largeur du soliton en fonction du paramètre non extensif  $q$ . Nos résultats montrent que la non extensivité ionique affectent de manière significative l'amplitude et la largeur du soliton acoustique. Notons que les solutions faiblement non linéaires conservent, de manière générale, certaines de leurs propriétés lorsque la non linéarité devient importante. Quand  $q \rightarrow 1$ , l'équation (2.34) se réduit à l'équation K-dV classique de l'onde acoustique dans un plasma comportant des grains de poussière fluides et des ions maxwelliens.



**Figure 1.7a:** Variation du coefficient non linéaire  $A_1$  en fonction du paramètre non extensif  $q$ .



**Figure 1.7b:** Variation de la largeur du soliton **DA** en fonction du paramètre non extensif  $q$ , avec  $U_0 = 1$ .

## 2.3 Effet des ions non extensifs sur l'onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma contenant des électrons maxwelliens.

### 2.3.1 Modèle théorique et équations de base

On se propose dans ce qui suit d'étendre notre analyse précédente au cas d'un plasma comprenant des électrons supposés en équilibre thermodynamique dont leur densité obéit à la loi de *Maxwell-Boltzmann* [84],[85]

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (2.36)$$

Le plasma que nous nous proposons d'étudier maintenant est alors composé de grains de poussière à charge négative, d'ions non extensifs et d'électrons maxwelliens. A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité de la charge électrique ( $e(n_{i0} - n_{e0}) + Z_d n_{d0} = 0$ ) requiert  $f = n_{i0}/n_{e0} = 1 + \frac{Z_d n_{d0}}{n_{e0}}$  ( $f$  dénoté le rapport de densités).

La dynamique des oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase  $v_p$ , associées à un tel plasma est gouvernée par les équations adimensionnelles suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_d + \frac{1}{f-1} N_e - \frac{f}{f-1} N_i \quad (2.39)$$

La densité des grains de poussière  $N_d$ , leur vitesse fluide  $V_d$ , le potentiel électrostatique  $\Psi$ , le temps  $T$  et la variable d'espace  $X$  sont normalisés, respectivement, par  $n_{d0}$ ,  $C_d = (Z_d T_i / m_d)^{1/2}$ ,  $T_i / e$ ,  $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2)^{1/2}$  et  $\lambda_{pd} = (T_i / 4\pi Z_d n_{d0} e^2)^{1/2}$ .

Notons que les densités normalisées des ions et des électrons sont données respectivement par

$$N_i = \frac{n_i}{n_{i0}} = [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (2.40)$$

$$N_e = \frac{n_e}{n_{e0}} = \exp(\sigma\Psi) \quad (2.41)$$

où  $\sigma = T_i / T_e$  représente le rapport de température.

La procédure de linéarisation utilisée dans la section précédente (section 2.2) nous permet d'écrire la relation suivante

$$D(\omega, k) = \omega^2 [2k^2(f-1) + f(q+1) + 2\sigma] + 2k^2(f-1) = 0 \quad (2.42)$$

Dans le but d'étudier les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse de large amplitude susceptible de se propager dans un tel modèle de plasma, on introduit généralement la variable  $\xi = X - MT$ , où  $M$  représente le nombre de Mach (vitesse du soliton  $/C_d$ ). En imposant des conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0, V_d \rightarrow 0, N_d \rightarrow 1$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous obtenons à partir des équations (2.37) et (2.38)

$$N_d = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Psi}} \quad (2.43)$$

En portant la relation (2.43) dans l'équation de Poisson (**Eq.** 2.39), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par  $d\Psi/d\xi$ , en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0, d\Psi/d\xi \rightarrow 0$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (2.44)$$

où  $V(\Psi)$  est le potentiel de Sagdeev [48] et est donné par

$$V(\Psi) = M^2 \left\{ 1 - \left( 1 + \frac{2\Psi}{M^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} + \frac{1}{f-1} \left\{ \frac{2f}{3q-1} \left[ 1 - [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{3q-1}{2(q-1)}} \right] + \frac{1}{\sigma} [1 - \exp(\sigma\Psi)] \right\} \quad (2.45)$$

### 2.3.2 Résultats numériques et discussion

En procédant de la même manière que précédemment, il est possible de déterminer le domaine des nombres de Mach admissibles. La condition  $(d^2V/d\Psi^2)_{\Psi=0} < 0$  pour l'existence des ondes acoustiques poussiéreuses solitaires se traduit par

$$M^2 > \frac{2(f-1)}{f(q+1)+2\sigma} \quad (2.46)$$

Par conséquent, la limite inférieure  $M_{\min}$  est donnée par

$$M_{\min} = \sqrt{\frac{2(f-1)}{f(q+1)+2\sigma}} \quad (2.47)$$

La figure **1.8** a révélé qu'il y a une possibilité d'existence des solitons acoustiques supersoniques ( $M > 1$ ) et des solitons acoustiques subsoniques ( $M < 1$ ) de nature raréfactive.

La limite supérieure de  $M$  au delà de laquelle les structures solitaires n'existent plus peut être trouvée en utilisant la condition  $V(\Psi_c) \geq 0$ , où  $\Psi_c = -\frac{M_{\max}^2}{2}$  est la valeur minimale de  $\Psi$  pour laquelle la densité des grains est réelle. Nous obtenons alors l'équation transcendante suivante

$$V(\Psi_c) = M_{\max}^2 + \frac{1}{f-1} \left\{ \frac{2f}{3q-1} \left[ 1 - \left[ 1 + (q-1) \frac{M_{\max}^2}{2} \right]^{\frac{3q-1}{2(q-1)}} \right] + \frac{1}{\sigma} \left[ 1 - \exp \left( -\sigma \frac{M_{\max}^2}{2} \right) \right] \right\} > 0 \quad (2.48)$$

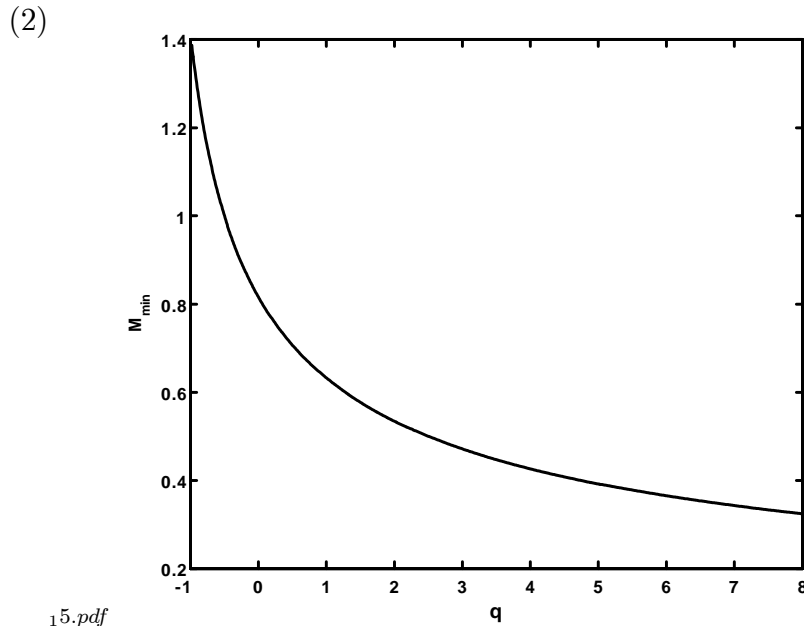
La nature de l'onde solitaire peut être mise en évidence en développant le potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  à l'ordre trois en séries de Taylor

$$\left( \frac{d^3V}{d\Psi^3} \right)_{\Psi=0} = - \left\{ \frac{3}{4(f-1)^2} [f(q+1)+2\sigma]^2 + \frac{1}{f-1} \left[ \frac{f}{4}(q^2-2q-3) + \sigma^2 \right] \right\} < 0 \quad (2.49)$$

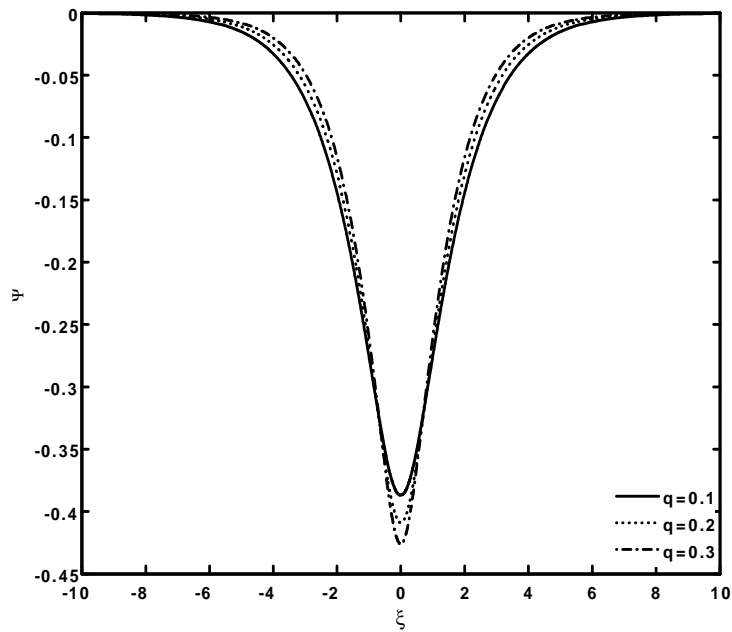
D'après l'équation précédente (**Eq.** 2.49), Il est clair que notre type de plasma n'admet que des solitons (**DA**) raréfactifs.

Nous allons tracer la variation spatiale de  $\Psi$  pour différentes valeurs des paramètres du plasma  $q$ ,  $M$ ,  $f$  et  $\sigma$ . Les valeurs de ces derniers ont été choisis de manière à ce que les conditions (2.46) et (2.48) soient toujours vérifiées. Notons qu'à chaque fois, nous allons changer la valeur d'un paramètre et nous maintenons fixes les autres. Le potentiel électrostatique  $\Psi$  (**Fig.** **1.9a**) exhibe un profil spatialement localisée comme l'atteste d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev qui lui est associé (**Fig.** **1.9b**). La figure (**1.9a**) révèle qu'une augmentation du paramètre non extensif entraîne une augmentation de l'amplitude du soliton et une diminution de sa largeur, i.e, la non extensivité relativement importante peut rendre la structure plus cornue. L'investigation numérique

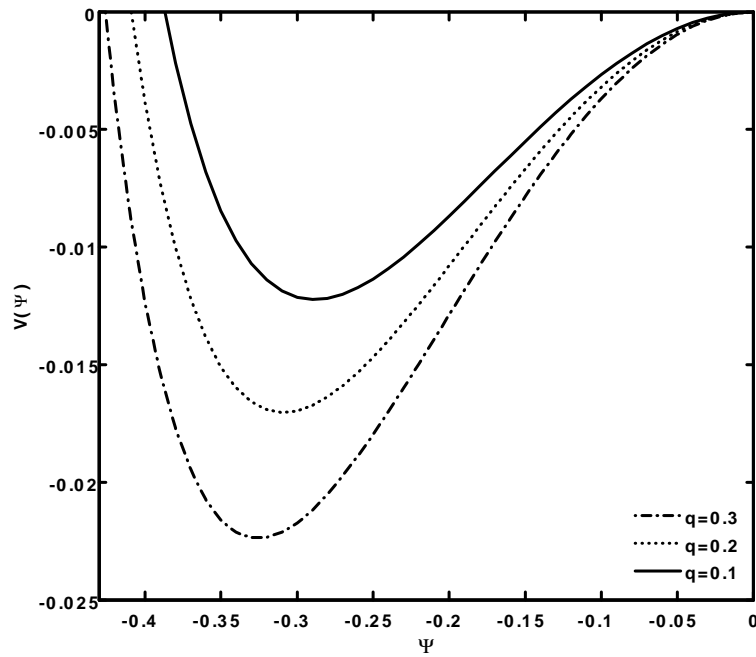
révèle que notre modèle de plasma peut admettre des structures solitaires subsoniques et supersoniques (**Fig. 1.10a** et **Fig. 1.10b**). Les figures **1.11a-b** et **1.12a-b** montrent qu'une augmentation (diminution) de  $\sigma (f)$  entraîne un accroissement de l'amplitude du soliton et un rétrécissement de sa largeur. Les profils des densités de particules (**Fig. 1.13**) montre une accumulation des grains de poussière, plus importante que celle des ions, ainsi qu'une déplétion électronique dans la région de localisation du soliton. Ce résultat est la conséquence directe de l'équilibre des forces électrostatiques agissant sur la surface du grain ainsi que de la collecte préférentielle des électrons de la part des grains de poussière.



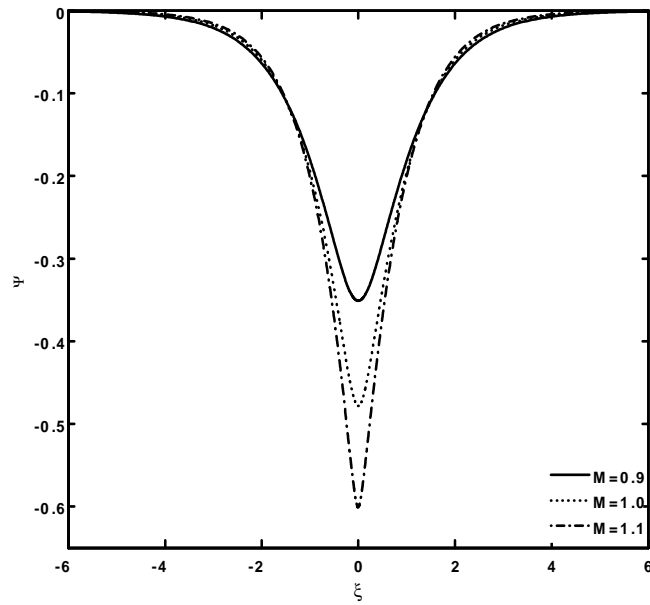
**Figure 1.8** : Variation de la limite inférieure  $M_{min}$  du nombre de Mach en fonction du paramètre non extensif  $q$ , avec  $f = 2$  et  $\sigma = 0.5$ .



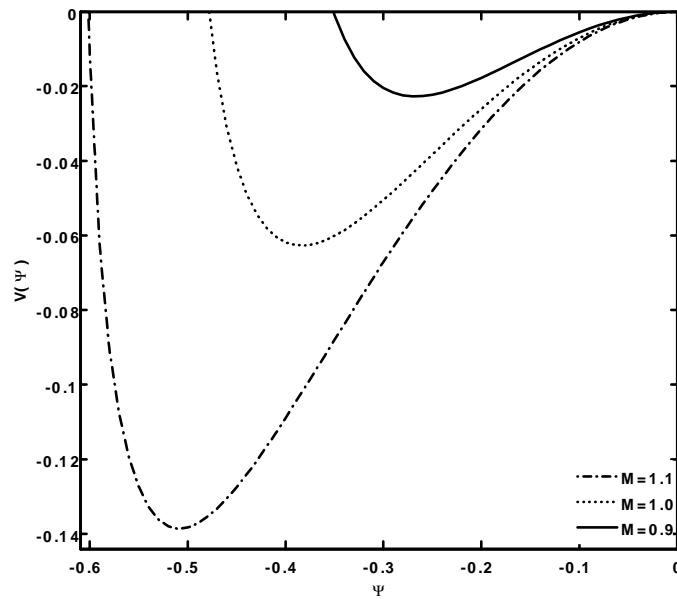
**Figure 1.9a:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$ , avec  $M = 1$ ,  $f = 2$  et  $\sigma = 0.5$ .



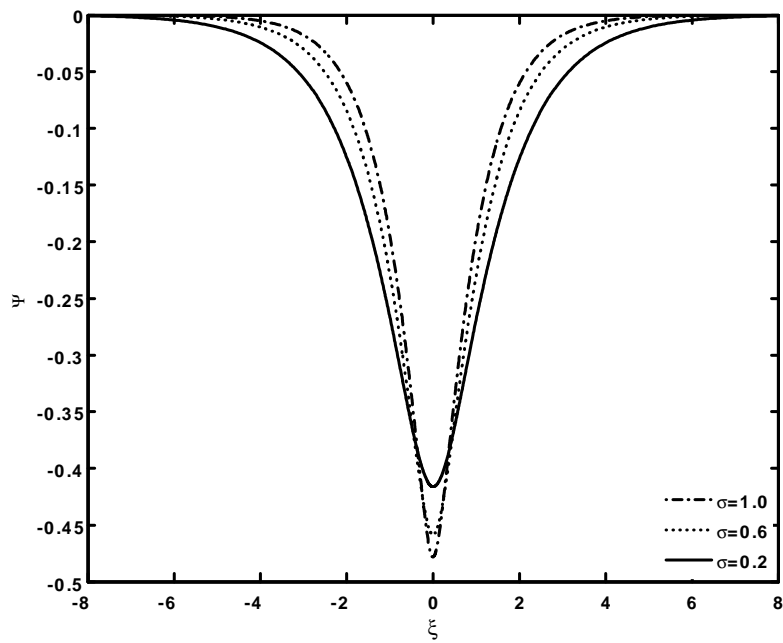
**Figure 1.9b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à la structure solitaire de la figure 1.9a.



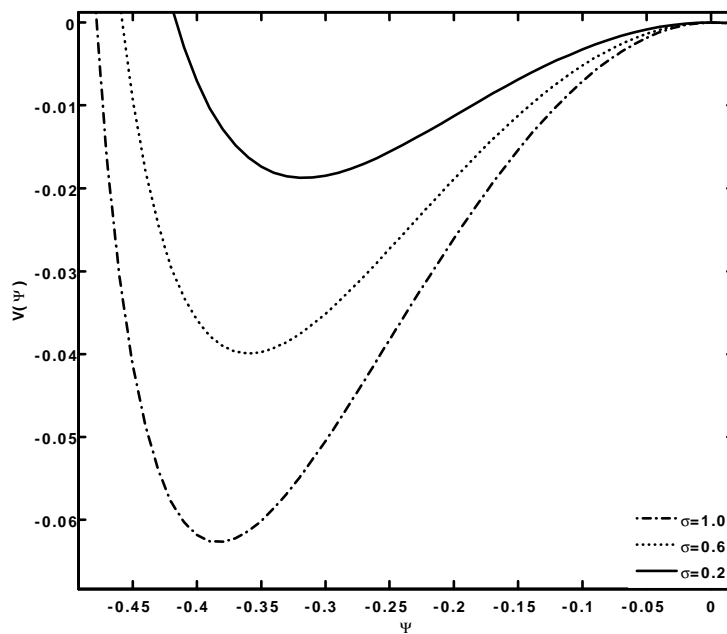
**Figure 1.10a:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs du nombre de Mach  $M$ , avec  $q = 0.5$ ,  $f = 2$  et  $\sigma = 1$ .



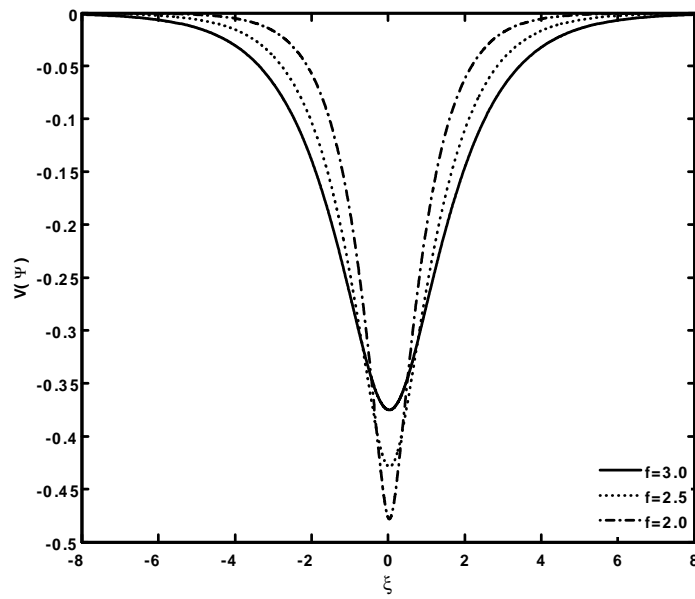
**Figure 1.10b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à la structure solitaire de la figure 1.10a.



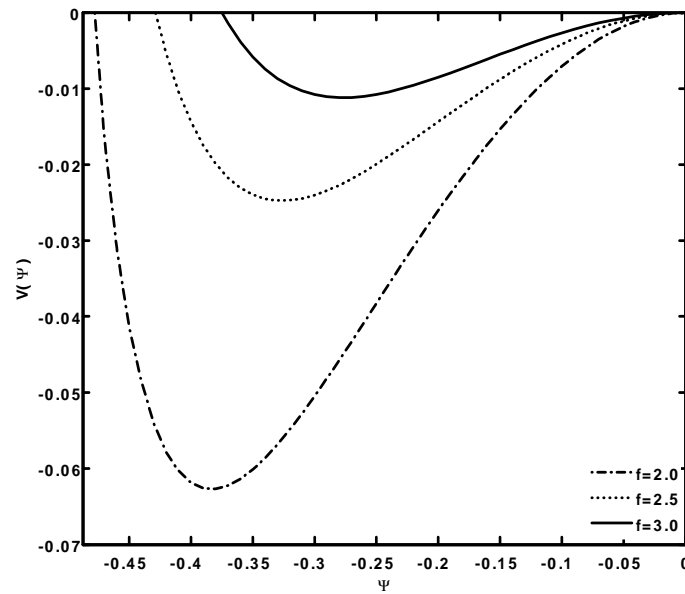
**Figure 1.11a:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs du  $\sigma$ , avec  $M = 1$ ,  $f = 2$  et  $q = 0.5$ .



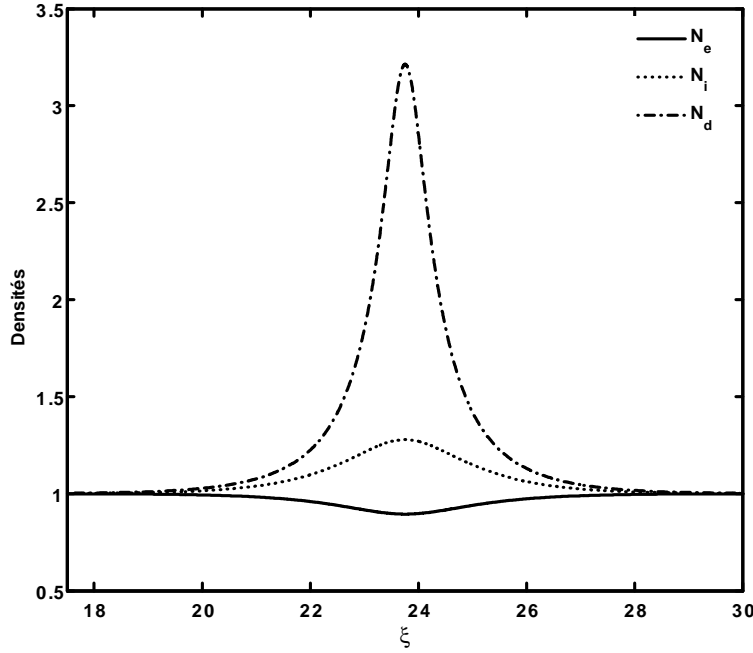
**Figure 1.11b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à la structure solitaire de la figure 1.11a.



**Figure 1.12a:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs du  $f$ , avec  $M = 1$ ,  $q = 0.5$  et  $\sigma = 1$ .



**Figure 1.12b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à la structure solitaire de la figure 1.12a.



**Figure 1.13:** Profil spatial des densités électronique, ionique et des grains de poussière, avec  $M = 0.8$ ,  $f = 2$ ,  $\sigma = 1$ , et  $q = 0.5$ .

### 2.3.3 Equation de Korteweg- de Vries (K-dV)

En procédant de la même manière que précédemment (différentes étapes de la technique de la perturbation réductive exposée ci-dessus), les équations (2.37)-(2.39), à l'ordre le plus petit en  $\varepsilon$ , donnent

$$N_d^{(1)} = \frac{-1}{f-1} \left[ \frac{2\sigma+f(q-1)}{2} \right] \Psi^{(1)} = \frac{V_d^{(1)}}{v_0}, \quad V_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0 \quad \text{et} \quad v_0 = \left( \frac{2(f-1)}{2\sigma+f(q+1)} \right)^{1/2}.$$

Aux ordres les plus élevés, nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \zeta} (N_d^{(1)} V_d^{(1)}) = 0 \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \zeta} + V_d^{(1)} \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{f-1} \left[ \sigma + \frac{f}{2}(q+1) \right] \Psi^{(2)} - N_d^{(2)} - \frac{1}{2(f-1)} \left[ \sigma^2 - f \left( 1 - \frac{(q-1)^2}{4} \right) \right] (\Psi^{(1)})^2 = 0 \quad (2.52)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + A_2 \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \zeta} + B_2 \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (2.53)$$

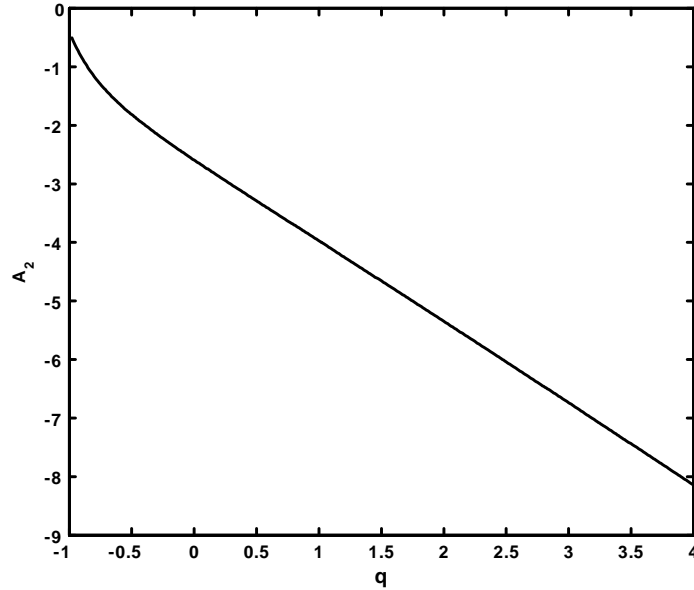
où

$$\left\{ \begin{array}{l} A_2 = - \left( \frac{2(f-1)}{2\sigma+f(q+1)} \right)^{1/2} \left\{ \frac{1}{2\sigma+f(q+1)} \left[ \sigma^2 - f \left( 1 - \frac{1}{4}(q-1)^2 \right) \right] - \frac{3}{2 \left( \frac{2(f-1)}{2\sigma+f(q+1)} \right)^{3/2}} \right\} \\ B_2 = \frac{1}{2} v_0^3 = \frac{1}{2} \left( \frac{2(f-1)}{2\sigma+f(q+1)} \right)^{3/2} \end{array} \right.$$

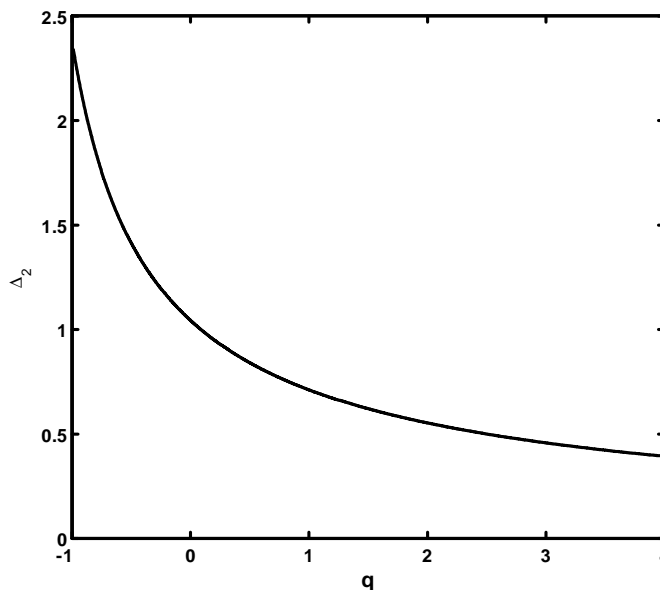
et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par [83]

$$\Psi^{(1)} = \Psi_{m_2} \operatorname{Sech}^2 \left( \frac{\zeta - U_0 \tau}{\Delta_2} \right) \quad (2.54)$$

$\Psi_{m_2} = 3U_0/A_2$  et  $\Delta_2 = \sqrt{4B_2/U_0}$  représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton et  $U_0$  est la vitesse du soliton. L'équation (2.54) confirme en fait que l'onde acoustique solitaire que peut admettre un plasma poussiéreux dont les ions sont distribués selon la loi de *Tsallis* et d'électrons maxwelliens est de nature raréfactive (car  $A_2$  est toujours négatif). Les figures **1.14a** et **1.14b** représentent, respectivement, la variation du terme non linéaire et la largeur du soliton en fonction du paramètre non extensif  $q$ . Les résultats montrent que la non extensivité ionique affectent de manière significative l'amplitude et la largeur d'onde acoustique poussiéreuse.



**Figure 1.14a:** Variation du coefficient non linéaire  $A_2$  en fonction du paramètre non extensif  $q$ , avec  $f = 2$  et  $\sigma = 0.5$ .



**Figure 1.14b:** Variation de la largeur du soliton **DA** en fonction du paramètre non extensif  $q$ , avec  $U_0 = 1$ ,  $f = 2$  et  $\sigma = 0.5$ .

## 2.4 Extension du modèle au cas d'un plasma poussiéreux magnétisé

La présence d'un champ magnétique rend un plasma poussiéreux anisotrope et peut modifier considérablement les propriétés des structures non linéaires susceptibles d'être associées à un plasma poussiéreux [88],[89]. Au cours de ces dernières années, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas complexes ont porté sur le rôle que peut jouer un faible champ électrique/magnétique externe [51], [90]-[95].

Au cours de la section précédente, nous avons analysé, l'effet des ions non extensifs sur l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux non magnétique. Cependant, la majeure partie des plasmas de l'espace sont magnétisés. C'est pourquoi, le but de cette section est d'étendre notre analyse, en faisant appel à la méthode de perturbation réductive, au cas d'un plasma poussiéreux magnétisé. Pour cela, nous considérons un plasma composé de grains de poussière extrêmement massif à charge négative, d'ions non extensifs et d'électrons maxwelliens, soumis à un faible champ magnétostatique  $\vec{B}$  constant porté sur l'axe ( $oz$ ). A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité requiert  $f = \frac{n_{i0}}{n_{e0}} = 1 + \frac{Z_d n_{d0}}{n_{e0}}$ . La vitesse de fluide est exprimée comme suit

$$\mathbf{v}_d = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y + v_z \vec{e}_z \quad (2.55)$$

La dynamique des oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase ( $v_{td} \ll v_p \ll v_{ti}$ ), associées à un tel plasma en présence d'un champ magnétostatique externe ( $\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{e}_z$ ), est gouvernée par les équations fluides données par [96]

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \nabla \cdot (n_d \mathbf{v}_d) = 0 \quad (2.56)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_d}{\partial t} + (\mathbf{v}_d \cdot \nabla) \mathbf{v}_d = \nabla \phi - \frac{eB_0}{m_d} \mathbf{v}_d \times \mathbf{e}_z \quad (2.57)$$

$$\nabla^2 \phi = -4\pi(q_d n_d + e n_i - e n_e) \quad (2.58)$$

Les équations fluides précédentes (2.56)-(2.58) peuvent être réécrites comme suit

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \nabla \cdot (N_d \mathbf{V}_d) = 0 \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}_d}{\partial T} + (\mathbf{V}_d \cdot \nabla) \mathbf{V}_d = \nabla \Psi - \omega_c (\mathbf{V}_d \times \mathbf{e}_z) \quad (2.60)$$

$$\nabla^2 \Psi = N_d + \frac{1}{f-1} N_e - \frac{f}{f-1} N_i \quad (2.61)$$

Notons que les densités normalisées des ions et des électrons sont données, respectivement, par

$$N_i = \frac{n_i}{n_{i0}} = [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (2.62)$$

$$N_e = \frac{n_e}{n_{e0}} = \exp(\sigma\Psi) \quad (2.63)$$

La densité des grains de poussière  $N_d$ , leur vitesse fluide  $\mathbf{V}_d$ , le potentiel électrostatique  $\Psi$  et le temps  $T$  sont normalisés, respectivement, par  $n_{d0}$ ,  $C_d = (Z_d T_i / m_d)^{1/2}$ ,  $T_i / e$ ,  $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2)^{1/2}$ ,  $\lambda_{Dd} = (T_i / 4\pi Z_d n_{d0} e^2)^{1/2}$  et  $\omega_c = (Z_d e B_0 / m_d) / \omega_{pd}$  (la fréquence cyclotronique poussiéreuse normalisée).

### 2.4.1 Equation de Korteweg- de Vries (K-dV)

Dans le but d'étudier la dynamique des ondes acoustiques poussiéreuses de faible amplitude, nous établissons à partir des équations (2.59)-(2.61) l'équation classique de Korteweg de Vries (K- dV) en utilisant les variables [49]

$$\zeta = \varepsilon^{1/2}(l_x X + l_y Y + l_z Z - v_0 T) \quad (2.64)$$

$$\tau = \varepsilon^{3/2} T \quad (2.65)$$

où  $\varepsilon$  est un petit paramètre mesurant la faiblesse de la dispersion,  $v_0$  est la vitesse de phase de l'onde acoustique normalisée par  $C_d$ ;  $l_x$ ,  $l_y$  et  $l_z$  les cosinus directeurs du vecteur d'onde

$\vec{k}$  suivant les axes  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  respectivement, donc ( $l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 = 1$ ). Les variables  $N_d$ ,  $\Psi$  et les composantes  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  sont alors développées en séries de puissances de  $\varepsilon$  autour de leurs valeurs d'équilibre [49],[97], en utilisant la technique standard [97]

$$\left\{ \begin{array}{l} N_d = 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \dots \\ V_{x,y} = 0 + \varepsilon^{3/2} V_{x,y}^{(1)} + \varepsilon^2 V_{x,y}^{(2)} + \dots \\ V_z = 0 + \varepsilon V_z^{(1)} + \varepsilon^2 V_z^{(2)} + \dots \\ \Psi = 0 + \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \dots \end{array} \right. \quad (2.66)$$

En substituant ces développements dans les équations (2.59)-(2.61) pour les différentes puissances de  $\varepsilon$ , nous obtenons, à l'ordre le plus petit en  $\varepsilon$  les relations suivantes  $N_d^{(1)} = -\frac{1}{f-1} \left[ \frac{2\sigma+f(q+1)}{2} \right] \Psi^{(1)} = \frac{l_z}{v_0} V_z^{(1)}$ ,  $V_z^{(1)} = -\frac{l_z}{v_0} \Psi^{(1)}$  et  $v_0 = l_z \left[ \frac{2(f-1)}{2\sigma+f(q+1)} \right]^{1/2}$ . Les composantes de la vitesse ( $V_x$  et  $V_y$ ) peuvent être écrites comme suit  $V_x^{(1)} = -\frac{l_y}{\omega_c} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \zeta}$ ,  $V_y^{(1)} = \frac{l_x}{\omega_c} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \zeta}$ . Encore, en substituant les développements (2.64), (2.66) dans les équations (2.59)-(2.61) et en éliminant  $V_{x,y}^{(1)}$ , nous obtenons, à l'ordre plus élevé de  $\varepsilon$  le système d'équations suivant

$$V_x^{(2)} = -\frac{l_y v_0}{\omega_c^2} \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^2} \quad (2.67)$$

$$V_y^{(2)} = -\frac{l_x v_0}{\omega_c^2} \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^2} \quad (2.68)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^2} - N_d^{(2)} - \frac{l_z^2}{v_0^2} \Psi^{(2)} - \frac{1}{2(f-1)} \left[ \sigma^2 - f \left( 1 - \frac{(q-1)^2}{4} \right) \right] (\Psi^{(1)})^2 = 0 \quad (2.69)$$

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} + l_x \frac{\partial V_x^{(2)}}{\partial \zeta} + l_y \frac{\partial V_y^{(2)}}{\partial \zeta} + l_z \frac{\partial}{\partial \zeta} (V_z^{(2)} + N_d^{(1)} V_z^{(1)}) = 0 \quad (2.70)$$

$$\frac{\partial V_z^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_z^{(2)}}{\partial \zeta} + l_z V_z^{(1)} \frac{\partial V_z^{(1)}}{\partial \zeta} - l_z \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.71)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + A_3 \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \zeta} + B_3 \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (2.72)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} A_3 = \frac{2(f-1)}{(2\sigma+f(q+1))^2} \left[ f \left( 1 - \frac{1}{4}(q-1)^2 \right) - \sigma^2 \right] - \frac{l_z^2}{2} \\ B_3 = \sqrt{2} l_z \left( \frac{f-1}{2\sigma+f(q+1)} \right)^{3/2} \left[ l_z \left( \frac{2(f-1)}{2\sigma+f(q+1)} \right)^{1/2} + \frac{1-l_z^2}{\omega_c^2} \right] \end{array} \right.$$

et dont la solution stationnaire localisée est donnée par [83]

$$\Psi = \Psi_{m3} \operatorname{Sech}^2 \left( \frac{\zeta - U_0 \tau}{\Delta_3} \right) \quad (2.73)$$

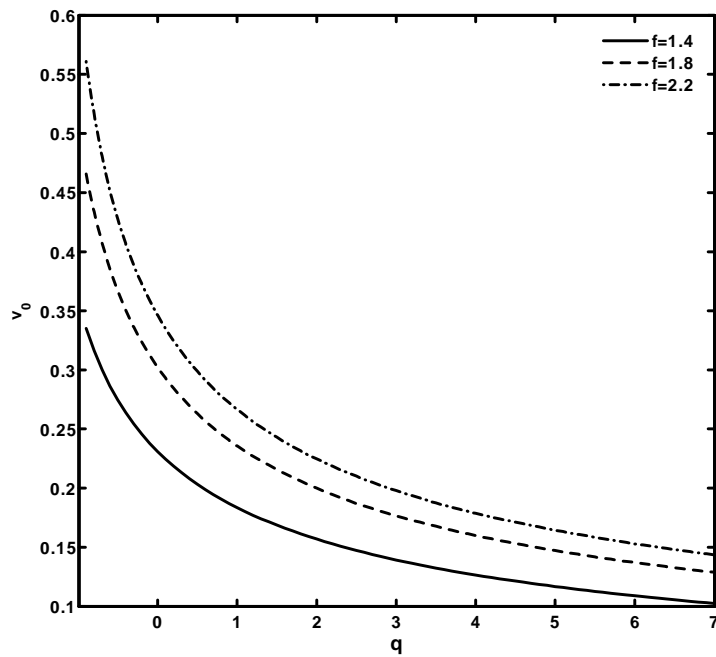
$\Psi_{m3} = 3U_0/A_3$  et  $\Delta_3 = \sqrt{4B_3/U_0}$  représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton et  $U_0$  est la vitesse du soliton.

Notons que le terme  $B_3$  doit être positif, nous obtenons, donc, la condition

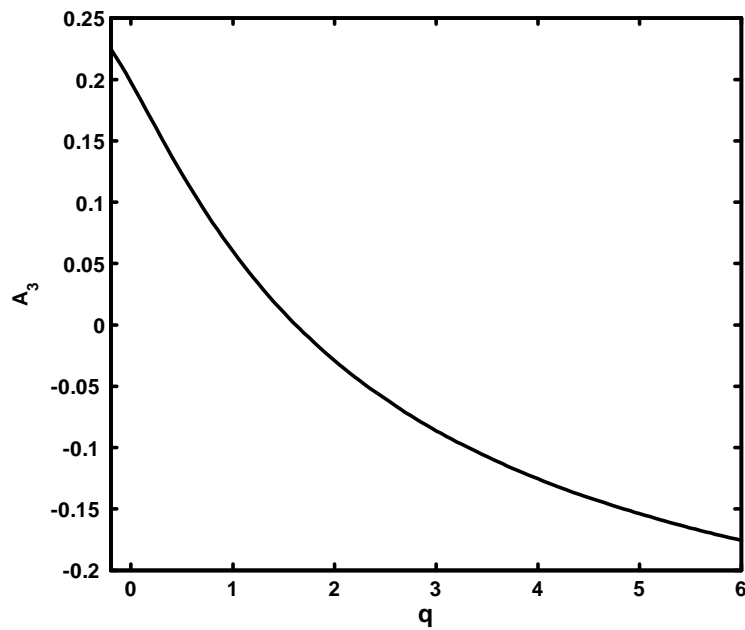
$$l_z^2 > \frac{1}{2[2\sigma + f(q+1)]} \left( \omega_c^2 \sqrt{f-1} + \sqrt{\omega_c^4(f-1) + 4\sigma + 2f(q+1)} \right)^2 \quad (2.74)$$

## 2.4.2 Résultats et discussion

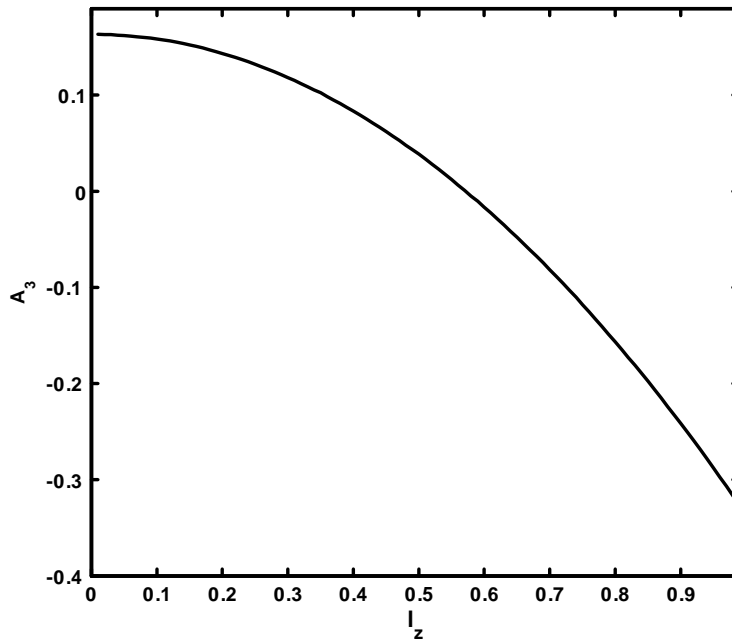
Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. Afin d'étudier l'effet de la non extensivité ionique sur les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse, nous avons tracé la variation du coefficient non linéaire  $A_3$  et de la largeur du soliton  $\Delta_3$  en fonction du paramètre non extensif  $q$ , du cosinus directeur  $l_z$  et de la fréquence cyclotronique ( $\omega_c$ ). La figure **1.15** indique qu'une augmentation du paramètre non extensif  $q$  entraîne une augmentation de la vitesse de phase. Cette dernière se décale vers des grandes valeurs lorsque le nombre d'ions augmente dans notre plasma. Les figures **1.16a-b** représentent la variation du coefficient non linéaire  $A_3$  en fonction des paramètres  $q$  et  $l_z$  respectivement. Le coefficient non linéaire  $A_3$  peut prendre des valeurs positives (correspondent aux solitons compressifs) que des valeurs négatives (correspondent aux solitons raréfactifs). L'augmentation (diminution) de  $q$  ( $f$ ) entraîne la diminution de la largeur  $\Delta_3$  (**Fig. 1.17a**). Par ailleurs, la figure **1.17b** montre que pour  $\omega_c = 0.5$ , la largeur du soliton augmente initialement avec l'augmentation du cosinus directeur  $l_z$  (diminution de l'angle  $\theta$  que fait le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  avec l'axe  $oz$ ) puis diminue au delà d'une certaine valeur critique  $l_{z_c}$ . Cette valeur critique est légèrement décalée vers des hautes valeurs à mesure que  $\omega_c$  augmente (le champ magnétique  $B_0$  devient important).



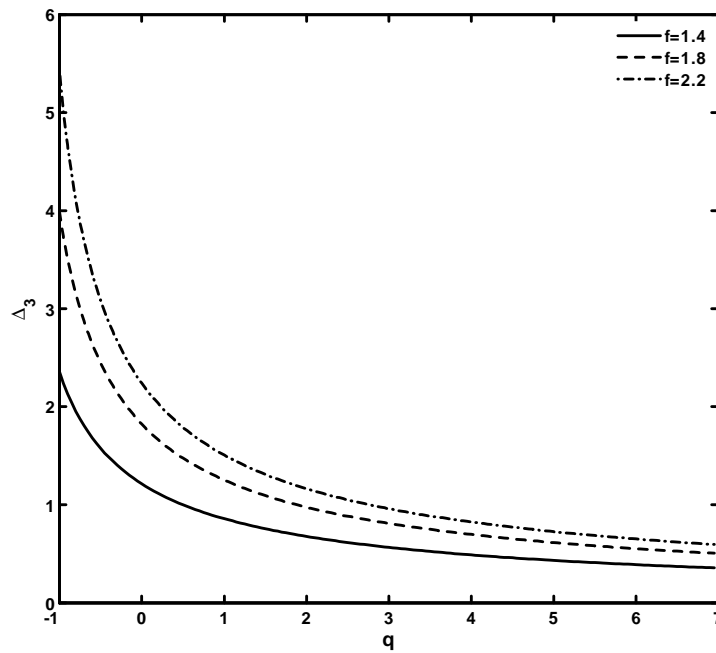
**Figure 1.15:** Variation de la vitesse de phase de l'onde acoustique ( $v_0$ ) en fonction du paramètre non extensif  $q$  pour différentes valeurs du rapport de densités  $f$ , avec  $\sigma = 0.5$  et  $l_z = 0.4$ .



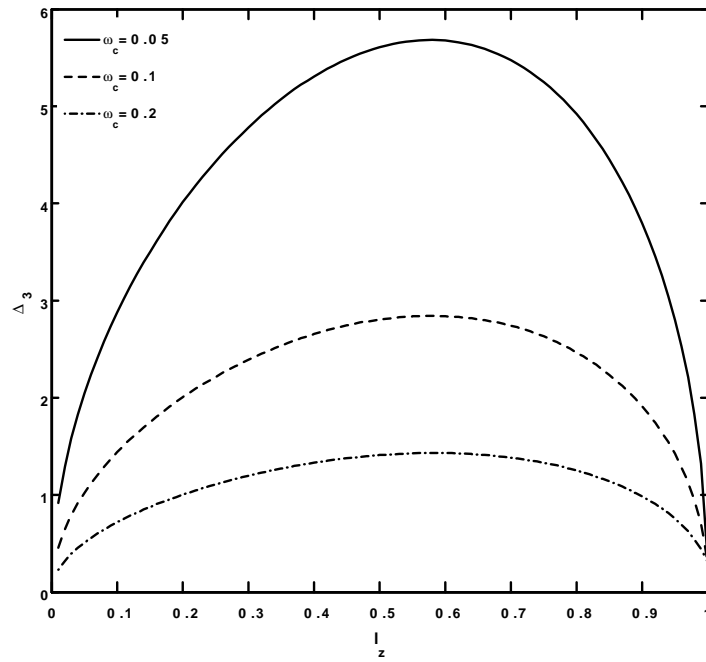
**Figure 1.16a:** Variation du coefficient non linéaire  $A_3$  en fonction du paramètre non extensif  $q$ , avec  $f = 2$ ,  $\sigma = 0.5$ ,  $l_z = 0.4$  et  $U_0 = 1$ .



**Figure 1.16b:** Variation du coefficient non linéaire  $A_3$  en fonction du cosinus directeur  $l_z$ , avec  $q = 0.8$ ,  $\sigma = 0.5$ ,  $f = 2$  et  $U_0 = 1$ .



**Figure 1.17a:** Variation de la largeur du soliton  $\Delta_3$  en fonction du paramètre non extensif  $q$  pour différentes valeurs du rapport de densités  $f$ , avec  $\sigma = 0.5$ ,  $l_z = 0.4$ ,  $\omega_c = 0.2$  et  $U_0 = 1$ .



**Figure 1.17b:** Variation de la largeur du soliton  $\Delta_3$  en fonction du cosinus directeur  $l_z$  pour différentes valeurs de  $\omega_c$ , avec  $\sigma = 0.5$ ,  $q = 3$ ,  $f = 2$  et  $U_0 = 1$ .

# 3

## Onde acoustique ionique poussiéreuse (DIA) associée à un plasma complexe contenant des électrons non extensifs

### 3.1 Présentation physique du problème

La dynamique des ondes acoustiques ioniques poussiéreuse (**DIA**), qui est l'un des processus de bases de l'onde dans un plasma, a été étudiée pendant plusieurs décennies à la fois théoriquement et expérimentalement. *Shukla et Silin* [80] ont étudié le mode acoustique ionique poussiéreuse (**DIA**) qui représente en fait le mode acoustique ionique habituel (**IA**) modifié par la présence de grains de poussière massifs et immobiles. Il a été démontré que les ondes acoustiques ioniques stationnaires peut exister sous la forme périodiques ou localisées. La première observation expérimentale du soliton acoustique ionique a été faite par *Ikezi et al.* [66]. Par la suite et en raison de la différences quantitatives entre la théorie et l'expérimental, la théorie des ondes acoustiques ioniques non linéaires a été développée afin d'inclure l'effet d'une température ionique finie [86]-[87] et celles dues à la population d'électrons piégés [98],[69] et de l'ordre élevé de la non linéarité [99]. Récemment et afin d'analyser l'effet de la non extensivité des électrons sur la propagation de l'onde acoustique ionique, *Tribeche et al.* [44] ont considéré un plasma composé uniquement d'ions et d'électrons non extensifs. Cependant, au cours de ce chapitre, nous allons étendre l'analyse précédente [44] au cas d'un plasma poussiéreuse. Autrement dit, notre étude complète et offre des nouvelles perspectives sur le travail qui a déjà fait par *Tribeche et al.*[44].

## 3.2 Effet de la non extensivité électronique sur l'onde acoustique ionique poussiéreuse associée à un plasma complexe

### 3.2.1 Modèle théorique et équations de base

Considérons un plasma composé de grains de poussière inertiels et immobiles à charge négative, d'ions fluides et d'électrons non extensifs. A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité de la charge électrique requiert  $f = n_{i0}/n_{e0} = 1 + \frac{Z_d n_{d0}}{n_{e0}}$ .

La dynamique des oscillations acoustiques ioniques poussiéreuses de faible vitesse de phase associées à un tel plasma est gouvernée par les équations fluides suivantes [100]

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_i v_i) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{q_i}{m_i} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e(n_{d0} - n_i + n_e) \quad (3.3)$$

où l'indice  $j = d, i, e$  désigne, respectivement, les grains de poussière, les ions et les électrons,  $q_{j=i,e=\pm e}$  leurs charges électriques et  $\phi$  représente le potentiel électrostatique.

Pour modéliser les effets non extensifs des électrons, nous nous référons à la fonction de distribution donnée par [74]

$$f_e(v_x) = C_q \left\{ 1 - (q-1) \left[ \frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (3.4)$$

où  $C_q$  est la constante de normalisation et est donnée par

$$C_q = \begin{cases} n_{e0} \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1})}{\Gamma(\frac{1}{q-1} - \frac{1}{2})} \sqrt{\frac{m_e(1-q)}{2\pi T_e}} & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{e0} (\frac{q+1}{2}) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \sqrt{\frac{m_e(q-1)}{2\pi T_e}} & \text{pour } q > 1 \end{cases}$$

Il est important de mentionner que pour  $q > 1$ , la fonction de distribution des vitesses (3.4) exhibe une coupure thermique sur la valeur maximale de la vitesse des électrons, donnée par

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2T_e}{m_e(q-1)} - \frac{2e\phi}{m_e}} \quad (3.5)$$

La densité numérique des électrons est obtenue en moyennant la distribution précédente (**Eq.** 3.4) sur tout l'espace des vitesses

$$n_e(\phi) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_x) dv_x & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{max}}^{+v_{max}} f_e(v_x) dv_x & \text{pour } q > 1 \end{cases} = n_{e0} \left\{ 1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (3.6)$$

Les équations fluides précédentes (3.1)-(3.3) peuvent être réécrites comme suit

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = -N_i + \frac{1}{f} N_e + \frac{f-1}{f} \quad (3.9)$$

La densité des ions  $N_i$ , leur vitesse fluide  $V_i$ , le potentiel électrostatique  $\Psi$ , le temps  $T$  et la variable d'espace  $X$  sont normalisés, respectivement, par  $n_{i0}$  (valeur à l'équilibre de la densité des ions),  $C_i = (T_e/m_i)^{1/2}$  (vitesse acoustique poussiéreuse),  $T_e/e$ ,  $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$  (la période plasma poussiéreuse) et  $\lambda_{Di} = (T_e/4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$  (longueur de Debye). Dans la limite linéaire et grâce à l'analyse de Fourier, il est aisé d'obtenir à partir des équations (3.7)-(3.9) la relation de dispersion de l'onde acoustique ionique poussiéreuse suivante

$$D(\omega, k) = \omega^2 [2k^2 f + (q+1)] - 2k^2 f = 0 \quad (3.10)$$

Dans le but d'étudier les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse de large amplitude susceptible de se propager dans un tel modèle de plasma, on introduit la variable  $\xi = X - MT$  dans les équations (3.7)-(3.9), puis en imposant des conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0, V_d \rightarrow 0, N_i \rightarrow 1$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous obtenons

$$N_i = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\Psi/M^2}} \quad (3.11)$$

En remplaçant l'équation (3.11) dans l'équation de Poisson, en multipliant chaque membre de l'équation résultante par  $d\Psi/d\xi$ , en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0, d\Psi/d\xi \rightarrow 0$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (3.12)$$

où le potentiel de Sagdeev [48] est donné par

$$V(\Psi) = \left\{ M^2 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{2\Psi}{M^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] + \frac{2}{f(3q-1)} \left[ 1 - [1 + (q-1)\Psi]^{\left(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}\right)} \right] - \frac{f-1}{f} \Psi \right\} \quad (3.13)$$

### 3.2.2 Résultats numériques et discussion

En procédant de la même manière que dans le deuxième chapitre, il est possible de déterminer le domaine des nombres de Mach admissibles. La condition  $(d^2V/d\Psi^2)_{\Psi=0} < 0$  pour l'existence des ondes acoustiques poussièreuses solitaires se traduit par

$$M^2 > \frac{2f}{q+1} \quad (3.14)$$

Par conséquent, la limite inférieure  $M_{\min}$  est donnée par

$$M_{\min} = \sqrt{\frac{2f}{q+1}} \quad (3.15)$$

La figure **2.1** révèle qu'il y a une possibilité d'existence des solitons acoustiques ioniques supersoniques ( $M > 1$ ) et des solitons acoustiques subsoniques ( $M < 1$ ) pour des valeurs plus élevées du paramètre non extensif  $q$ .

La limite supérieure de  $M$  au delà de laquelle les structures solitaires n'existent plus peut être déterminée en utilisant la condition  $V(\Psi_c) \geq 0$  où  $(\Psi_c = \frac{M_{\max}^2}{2})$  est la valeur minimale de  $\Psi$  pour laquelle la densité des grains est réelle. Nous obtenons alors l'équation transcendantale suivante

$$V(\Psi_c) = \left\{ M_{\max}^2 \left[ 1 - \frac{f-1}{2f} \right] + \frac{2}{f(3q-1)} \left[ 1 - \left( 1 + (q-1) \frac{M_{\max}^2}{2} \right)^{\left( \frac{1}{q-1} + \frac{3}{2} \right)} \right] \right\} > 0 \quad (3.16)$$

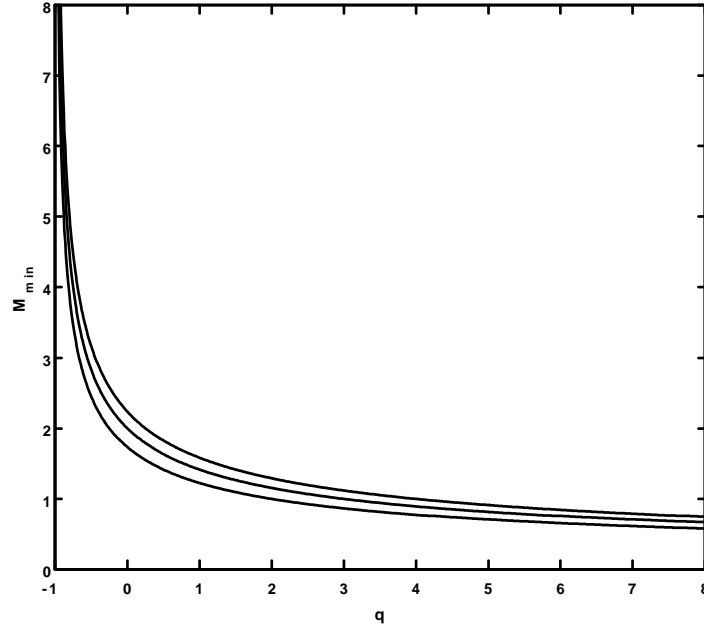
Afin d'étudier les propriétés de la structure solitaire (**DIA**), l'équation (3.12) est intégrée numériquement pour différentes valeurs des paramètres du plasma ( $q$ ,  $M$  et  $f$ ). Les valeurs de ces derniers ont été choisies de manière à ce que les conditions (**Eq. 3.14**) et (**Eq. 3.16**) soient toujours vérifiées. En supposant que la valeur initiale  $\Psi_0 = \Psi(\xi = 0) = 0$  et le champ électrique est très faible ( $E_0 = -(d\Psi/d\xi)(\xi = 0) = -10^{-10}$ ).

L'investigation numérique révèle que notre modèle de plasma peut admettre des structures solitaires subsoniques (**Figs.2.3a-b**) et supersoniques (**Figs.2.2a-b**).

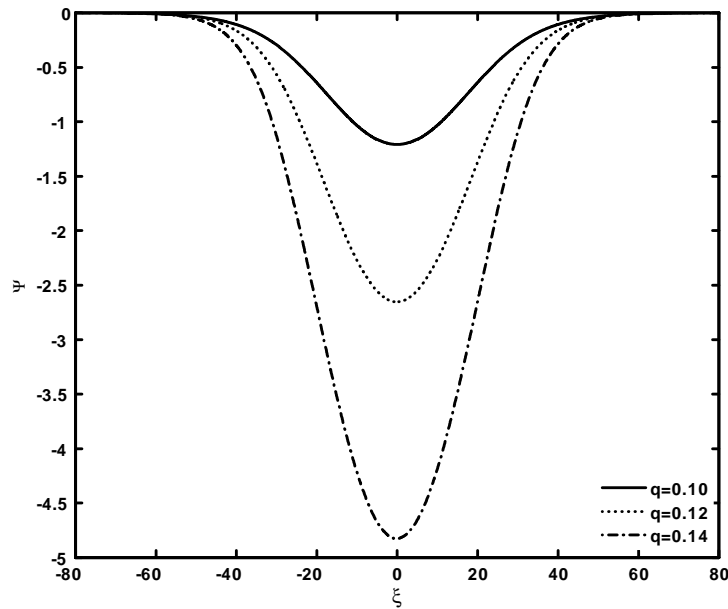
Le potentiel électrostatique  $\Psi$  (**Fig. 2.2a**) exhibe un profil spatialement localisée de nature raréfactive dont l'existence est confirmée par le profil en forme de puits du potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  qui lui est associé (**Fig. 2.2b**). L'amplitude et la largeur du soliton augmentent à mesure que le paramètre non extensif  $q$  augmente. La figure **2.3a** ( $q > 1$ ) indique la formation d'une structure acoustique ionique solitaire compressive dont l'existence est confirmée par le profil en forme de puits du potentiel qui lui est associé (**Fig. 2.3b**). L'augmentation du degré de la non extensivité entraîne une augmentation de l'amplitude et rétrécissement de la largeur du soliton. Par conséquent, les valeurs relativement élevées

de  $q$  peuvent rendre la structure solitaire plus cornue. Les figures **2.4a-b** montrent qu'une diminution de  $f$  entraîne un accroissement de l'amplitude du soliton et un rétrécissement de sa largeur.

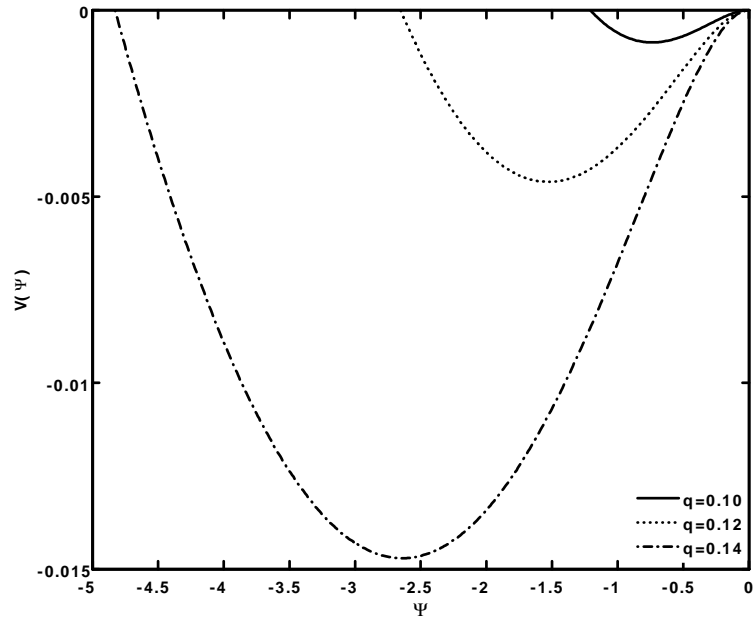
(3)



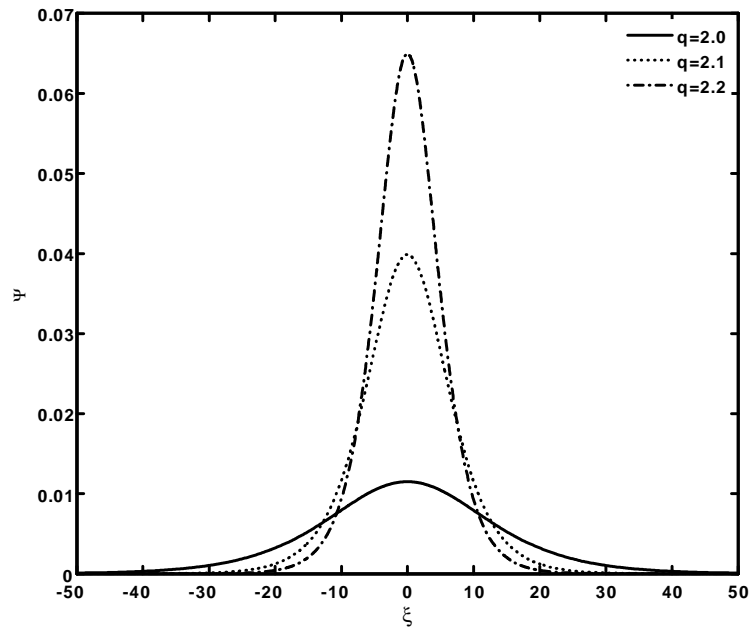
**Figure 2.1:** <sup>32.pdf</sup> Variation de la limite inférieure  $M_{min}$  du nombre de Mach en fonction du paramètre non extensif  $q$ , avec  $f = 1.5, 2.0, 2.5$  de bas vers haut.



**Figure 2.2a:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  associé à l'onde acoustique ionique poussiéreuse (DIA) pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$ , avec  $M = 1.5$  et  $f = 1.2$ .



**Figure 2.2b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à la structure solitaire de la figure 2.2a.



**Figure 2.3a:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  associé à l'onde acoustique ionique poussiéreuse (DIA) pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$ , avec  $M = 0.9$  et  $f = 1.2$ .

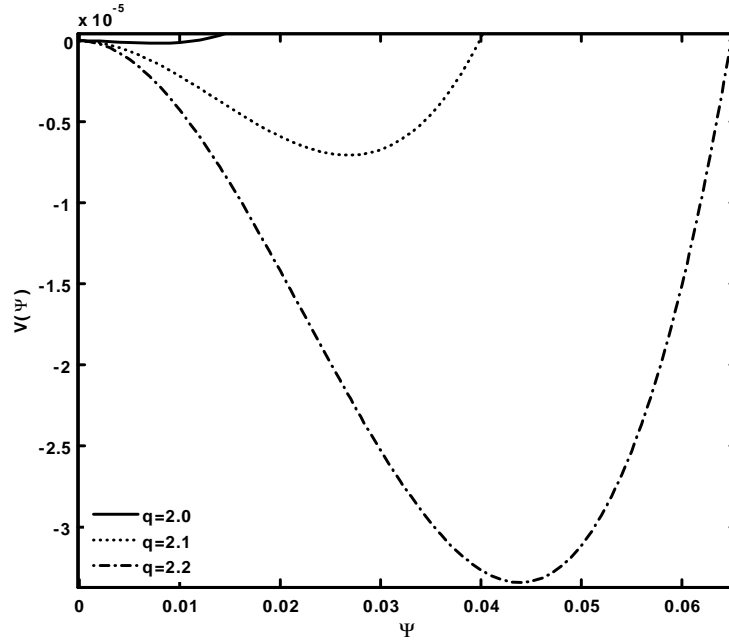


Figure 2.3b: Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à la structure solitaire de la figure 2.3a.

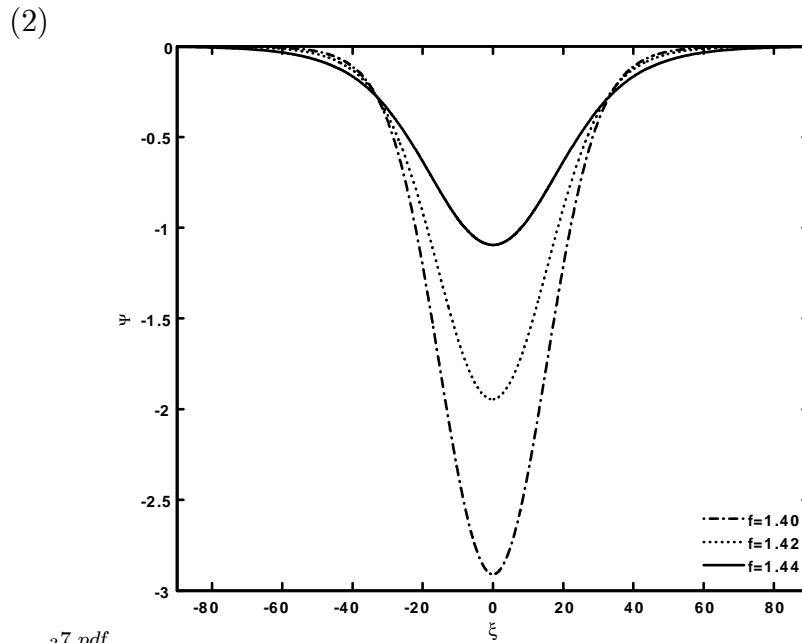
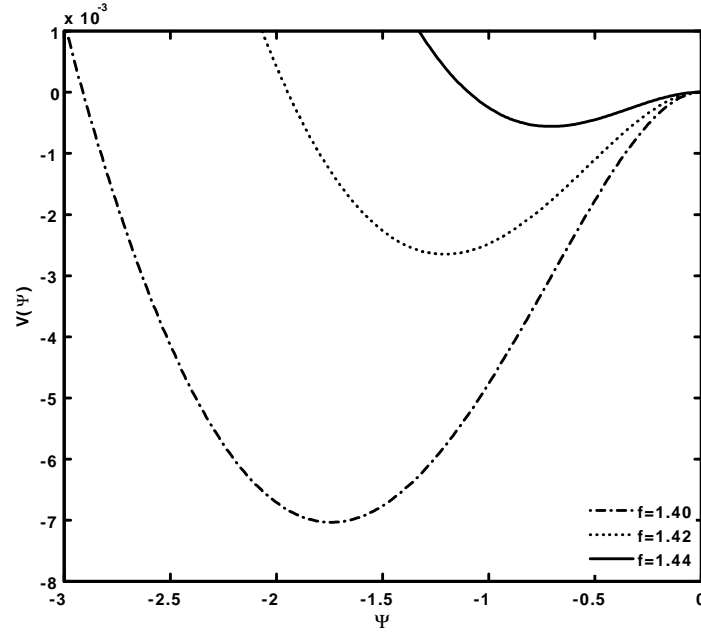


Figure 2.4a: <sup>37.pdf</sup> Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  associé à l'onde acoustique ionique poussièreuse (DIA) pour différentes valeurs du rapport de densité  $f$ , avec  $M = 1.5$  et  $q = 0.3$ .



**Figure 2.4b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à la structure solitaire de la figure 2.4a.

### 3.2.3 Equation de Korteweg- de Vries (K-dV)

En procédant de la même manière que précédemment, à savoir, introduction des nouvelles variables  $\zeta = \varepsilon^{1/2}(X - v_0T)$ ,  $\tau = \varepsilon^{3/2}T$  et développement des variables dynamiques en séries de puissances de  $\varepsilon$  autour de leurs valeurs d'équilibre

$$\Psi = \varepsilon\Psi^{(1)} + \varepsilon^2\Psi^{(2)} + \dots \quad (3.17)$$

$$V_i = \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} + \dots \quad (3.18)$$

$$N_i = 1 + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^2 N_i^{(2)} + \dots \quad (3.19)$$

nous obtenons, à l'ordre le plus petit en  $\varepsilon$  des équations (3.7) et (3.8) les égalités suivantes:  $N_i^{(1)} = V_i^{(1)}/v_0$ ,  $V_i^{(1)} = \Psi^{(1)}/v_0$ ,  $N_i^{(1)} = \frac{\Psi^{(1)}}{v_0^2}$  et  $v_0 = \sqrt{\frac{2f}{q+1}}$ .

A l'ordre plus élevé en  $\varepsilon$ , nous obtenons le système d'équations suivant

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \zeta} (N_i^{(1)} V_i^{(1)}) = 0 \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \zeta} + V_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^2} + N_i^{(2)} - \frac{q+1}{2f} \Psi^{(2)} - \frac{-q+3}{4f} (\Psi^{(1)})^2 = 0 \quad (3.22)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries suivante

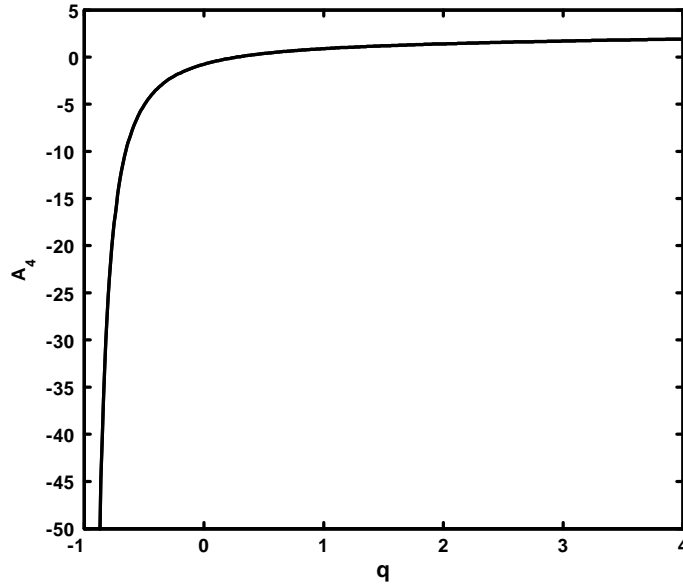
$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + A_4 \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \zeta} + B_4 \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (3.23)$$

où  $A_4 = \frac{1}{\sqrt{8}} \left[ \frac{3q^2 + 2(f+3)q - 3(f-1)}{\sqrt{f}(q+1)^{\frac{3}{2}}} \right]$  et  $B_4 = \frac{1}{2}v_0^3 = \frac{1}{2} \left( \frac{2f}{q+1} \right)^{\frac{3}{2}}$ .

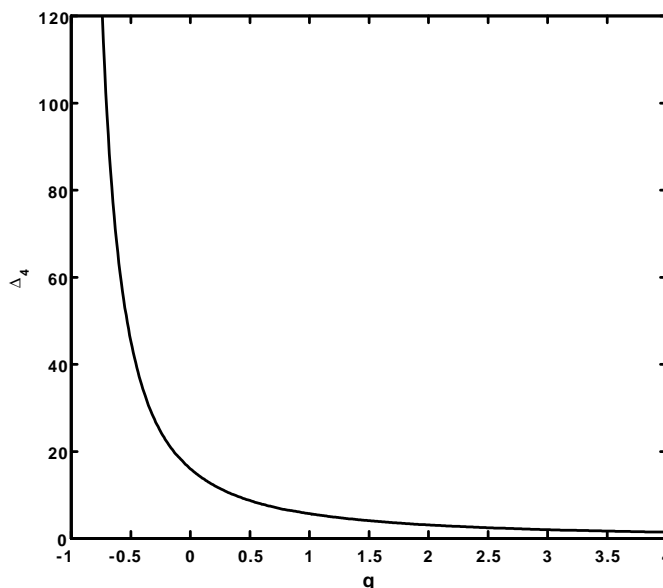
et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par [83]

$$\Psi^{(1)} = \Psi_{m4} \operatorname{Sech}^2 \left( \frac{\zeta - U_0 \tau}{\Delta_4} \right) \quad (3.24)$$

$\Psi_{m4} = 3U_0/A_4$  et  $\Delta_4 = \sqrt{4B_4/U_0}$  représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton et  $U_0$  est la vitesse du soliton. L'équation (3.24) confirme en fait que notre modèle de plasma peut admettre, selon le signe (positif ou négatif) du terme non linéaire  $A_4$ , la propagation de l'onde acoustique ionique poussiéreuse compressive ou raréactive. Notons que l'amplitude et la largeur du soliton dépendent du paramètre non extensif  $q$ , comme le montre les figures ci-dessous (**Fig. 2.5a** et **Fig. 2.5b**).



**Figure 2.5a:** Variation du coefficient non linéaire  $A_3$  en fonction du paramètre non extensif  $q$ , avec  $f = 2$ .



**Figure 2.5b:** Variation de la largeur du soliton **DIA** en fonction du paramètre non extensif  $q$ , avec  $U_0 = 1$  et  $f = 2$ .

### 3.3 Extension du modèle au cas d'un plasma poussiéreux magnétisé

Au cours de la section précédente, nous avons analysé l'influence de la non extensivité électronique sur les ondes acoustiques ioniques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux non magnétisé. Cependant, la présence d'un champ magnétique rend un plasma poussiéreux anisotrope et peut modifier considérablement les propriétés des structures non linéaires susceptibles d'être associées à un plasma poussiéreux [88],[89]. Par conséquent, nous nous proposons, dans ce qui suit, d'étendre notre analyse au cas d'un plasma poussiéreux magnétisé, en faisant appel à la méthode de perturbation réductive. Autrement dit, nous allons étudier l'influence des électrons non extensifs sur les propriétés intrinsèques (amplitude et largeur) des ondes acoustiques ioniques poussiéreuse associée à un plasma poussiéreux composé d'ions fluides, d'électrons non extensifs et de grains de poussière à charge négative en présence d'un champ magnétique externe. Nous verrons qu'une équation de type **KP** sera établie.

### 3.3.1 Modèle théorique et équations de base

Considérons un plasma magnétisé composé de grains de poussière inertiels et immobiles à charge négative, d'électrons non extensifs de température  $T_e$  et d'ions fluides de température  $T_i$ , immergé dans un faible champ magnétique externe  $\vec{B}$  qui est constant, porté sur l'axe ( $oz$ ). La vitesse relative des ions fluide est exprimée comme suit

$$\mathbf{v}_i = v_x \tilde{\mathbf{e}}_x + v_y \tilde{\mathbf{e}}_y + v_z \tilde{\mathbf{e}}_z \quad (3.25)$$

A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité de la charge électrique requiert  $f = n_{i0}/n_{e0} = 1 + \frac{Z_d n_{d0}}{n_{e0}}$ .

La dynamique des oscillations acoustiques ioniques poussiéreuses de faible vitesse de phase associées à un tel plasma est gouvernée par les équations fluides suivantes [51]

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = 0 \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} + (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i = -\frac{e \nabla \phi}{m_i} + \frac{e B_0}{m_i c} \mathbf{v}_i \times \mathbf{e}_z \quad (3.27)$$

$$\nabla^2 \phi = -4\pi (Z_d n_d + e(n_i - n_e)) \quad (3.28)$$

On suppose que l'onde se propage dans le plan  $xz$ . Les équations précédentes (3.26)-(3.28) peuvent être réécrites sous la forme adimensionnelle suivante

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial (N_i V_x)}{\partial x} + \frac{\partial (N_i V_z)}{\partial z} = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial T} + \left( V_x \frac{\partial}{\partial x} + V_z \frac{\partial}{\partial z} \right) V_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} + V_y \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial T} + \left( V_x \frac{\partial}{\partial x} + V_z \frac{\partial}{\partial z} \right) V_y = -V_x \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial T} + \left( V_x \frac{\partial}{\partial x} + V_z \frac{\partial}{\partial z} \right) V_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (3.32)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi = \beta [N_e - f N_i + (f - 1)] \quad (3.33)$$

où  $\beta = \frac{\rho_i^2}{\lambda_e^2}$ ,  $\rho_i = \frac{C_s}{\Omega_i}$  est le rayon de Larmor d'ions (rayon de giration d'ions autour de la ligne de champ magnétique) et  $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ . Les paramètres figurant dans les équations précédentes sont normalisés de la sorte  $\Omega_i t \rightarrow T$ ,  $(C_s/\Omega_i) \nabla \rightarrow \nabla$ ,  $v/C_s \rightarrow V$ ,  $\frac{e\phi}{T_e} \rightarrow \Psi$ ,  $C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ ,  $\Omega_i = \frac{eB_0}{m_i c}$  (gyrofréquence ionique).

Pour obtenir la relation de dispersion de l'onde acoustique ionique de faible amplitude, on écrit les différentes variables comme la somme des quantités perturbées et non perturbées [51]

$$N_i = 1 + \tilde{N}_i, V = \tilde{V}, \Psi = \tilde{\Psi}.$$

Les équations (3.29)-(3.33) peut être réécrites comme suit

$$\frac{\partial \tilde{N}_i}{\partial T} + \frac{\partial \tilde{V}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{V}_z}{\partial z} = 0 \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_x}{\partial T} = -\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial x} + V_y \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_y}{\partial T} = -\tilde{V}_x \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_z}{\partial T} = -\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial z} \quad (3.37)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tilde{\Psi} = \beta \left\{ \left( \frac{q+1}{2} \right) \tilde{\Psi} - f \tilde{N}_i \right\} \quad (3.38)$$

On suppose que la perturbation est sous la forme  $\exp\{i(k_x x + k_z z - \omega t)\}$ . Où  $k_x, k_z$  les vecteurs d'onde dans les directions  $x$  et  $z$ , respectivement, et  $\omega$  la fréquence de l'onde acoustique ionique ( $\omega \ll \Omega$ )

$$\omega = k_z \left[ \frac{q+1}{2f} + \left(1 + \frac{1}{\beta f}\right) k_x^2 + \left(1 + \frac{1}{\beta f}\right) k_z^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.39)$$

### 3.3.2 Equation de Kadomtsev-Petviashvili (KP)

Pour obtenir l'équation **KP**, en utilisant la technique de la perturbation réductive, nous introduisons le changement de variables suivant

$$X = \varepsilon^2 x, \quad \xi = \varepsilon(z - v_0 T) \quad (3.40)$$

$$\tau = \varepsilon^3 T \quad (3.41)$$

où  $v_0$  est la vitesse de phase de l'onde acoustique et  $\varepsilon$  est un petit paramètre mesurant la faiblesse de la non linéarité. Les variables  $N_i, V_{x,y,z}$  et  $\Psi$  sont alors développées en séries de puissances de  $\varepsilon$  autour de leurs valeurs d'équilibre [51]

$$N_i = 1 + \varepsilon^2 N_i^{(1)} + \varepsilon^4 N_i^{(2)} + \dots \quad (3.42)$$

$$V_{x,y} = 0 + \varepsilon^3 V_{x,y}^{(1)} + \varepsilon^5 V_{x,y}^{(2)} + \dots \quad (3.43)$$

$$V_z = 0 + \varepsilon^2 V_z^{(1)} + \varepsilon^4 V_z^{(2)} + \dots \quad (3.44)$$

$$\Psi = 0 + \varepsilon^2 \Psi^{(1)} + \varepsilon^4 \Psi^{(2)} + \dots \quad (3.45)$$

En substituant les développements dans les équations (3.29)-(3.33) pour les différentes puissances de  $\varepsilon$ , nous obtenons, à l'ordre plus petit en  $\varepsilon$ , les relations suivantes

$$N_i^{(1)} = \frac{1}{v_0} V_z^{(1)} \quad (3.46)$$

$$\Psi^{(1)} = \frac{2f}{q+1} N_i^{(1)} \quad (3.47)$$

$$V_{x,y}^{(1)} = V_{x,y}^{(2)} = 0 \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial V_y^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (3.49)$$

$$v_0 \frac{\partial V_x^{(1)}}{\partial \xi} = \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial X} \quad (3.50)$$

$$V_z^{(1)} = \frac{1}{v_0} \Psi^{(1)} \quad (3.51)$$

A partir des équations (3.46), (3.47) et (3.51), nous déduisons l'expression de la vitesse de phase

$$v_0 = \sqrt{\frac{2f}{q+1}} \quad (3.52)$$

à l'ordre le plus élevé en  $\varepsilon$ , nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_x^{(1)}}{\partial X} + \frac{\partial V_z^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial (N_i^{(1)} V_z^{(1)})}{\partial \xi} = 0 \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial V_z^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_z^{(2)}}{\partial \xi} + V_z^{(1)} \frac{\partial V_z^{(1)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \xi} \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial V_x^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_x^{(2)}}{\partial \xi} + V_z^{(1)} \frac{\partial V_x^{(1)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial X} \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^2} = \beta \left\{ \left( \frac{q+1}{2} \right) \Psi^{(2)} + \frac{1}{4} (-q+3) (\Psi^{(1)})^2 - f N_i^{(2)} \right\} \quad (3.56)$$

A partir desquelles nous déduisons l'équation de type KP suivante

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^3} \right] + C \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial X^2} = 0 \quad (3.57)$$

Où  $A = \frac{1}{2v_0} \left( 3 + v_0^2 \frac{(q-3)}{(q+1)} \right) = \left( \frac{q+1}{8f} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ 3 + \frac{2f(q-3)}{(q+1)^2} \right]$ ,  $B = \frac{\sqrt{2}}{\beta f} \left( \frac{f}{q+1} \right)^{3/2}$  et  $C = \sqrt{\frac{f}{2(q+1)}}$

### 3.3.3 Résultats et discussion

#### Solution traditionnelle par la méthode "tanh"

Pour obtenir la solution en onde solitaire, nous définissons le changement de variable donné par [51]

$$\chi = \alpha(l_z \xi + l_x X - U_0 \tau) \quad (3.58)$$

où  $l_z$  et  $l_x$  sont les cosinus directeurs des angles entre l'onde et les axes  $z$  et  $x$ , respectivement, avec  $l_x^2 + l_z^2 = 1$ .  $U_0$  est la vitesse de l'onde et  $\alpha$  est une constante arbitraire.

Considérons  $\Phi(\chi) = \Psi^{(1)}(\xi, X, \tau)Y = \tanh(\chi)S(Y) = \Phi(\chi)$ , l'équation (3.57) peut être réécrite comme suit

$$B\alpha^2 l_z^2 \frac{d^2 \Phi}{d\chi^2} + (cl_x^2 - l_z U_0)\Phi + \frac{Al_z^2}{2}\Phi^2 = 0 \quad (3.59)$$

En posant , l'équation (3.59) devient alors

$$B\alpha^2 l_z^2 (1 - Y^2) \frac{d^2 S}{dY^2} - 2B\alpha^2 l_z^4 Y (1 - Y^2) \frac{dS}{dY} + (cl_x^2 - l_z U_0)S + \frac{Al_z^2}{2}S^2 = 0 \quad (3.60)$$

où .

L'équation (3.60) peut être résolue, en utilisant ce qu'on appelle la méthode "tanh". La solution en onde solitaire de l'équation (3.60) est donnée par [51], [101]

$$S(Y) = S_0 \sec h^2(\dot{\chi}/\alpha_1) \quad (3.61)$$

Avec  $\dot{\chi} = l_z \xi + l_x X - U_0 \tau$ .  $S_0 = \frac{12B\alpha^2 l_z^2}{A}$ ,  $\alpha_1 = 2 \left( \frac{Bl_z^2}{l_z U_0 - cl_x^2} \right)^{\frac{1}{2}}$  représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur de l'onde solitaire.

En portant les expressions de  $A$  et  $B$  dans l'expression de  $S_0$  et de  $\alpha_1$ , nous obtenons

$$S_0 = \frac{48f}{\beta [3q^2 + (2f + 6)q - 6f + 3]} \alpha^2 l_z^2 \quad (3.62)$$

$$\alpha_1 = 4l_z^2 \left[ \beta \left( l_z U_0 \sqrt{2f(q + 1)} - fl_x^2 \right) \right]^{-1/2} \quad (3.63)$$

Il est clair que le signe de  $S_0$  dépend de la quantité  $(3q^2 + (2f + 6)q - 6f + 3)$  :

Pour  $q = \frac{-(f+3) + \sqrt{f^2 + 24f}}{3} = q_c$ ,  $S_0 \rightarrow \infty$  (amplitude infinie) et l'onde solitaire n'existe pas.

Pour  $q > \frac{-(f+3) + \sqrt{f^2 + 24f}}{3}$ ,  $S_0$  est positif et l'onde solitaire est donc de nature compressive.

Dans le cas contraire ( $q < \frac{-(f+3)+\sqrt{f^2+24f}}{3}$ ),  $S_0$  est négatif, l'onde solitaire est donc de nature raréfactive.

Notons que le terme  $\left(l_z U_0 \sqrt{2f(q+1)} - fl_x^2\right)$  de l'équation (3.63) doit être positif pour que  $\alpha_1$  soit réel. Nous obtenons donc

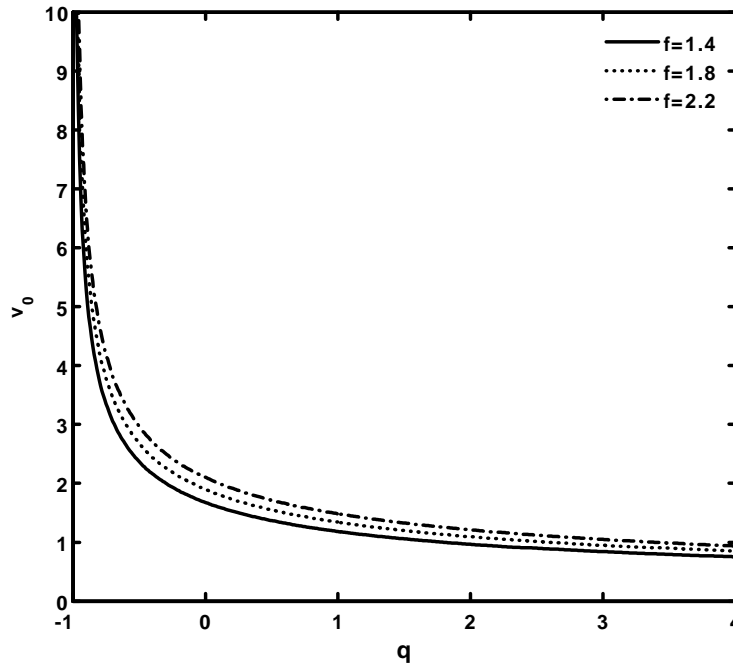
$$q > \frac{f}{2} \left( \frac{1 - l_z^2}{l_z U_0} \right)^2 - 1 \quad (3.64)$$

Nous constatons, à partir des équations (3.62) et (3.63), que l'amplitude ( $S_0$ ) et la largeur ( $\alpha_1$ ) de l'onde solitaire dépendent explicitement du paramètre non extensif  $q$ .

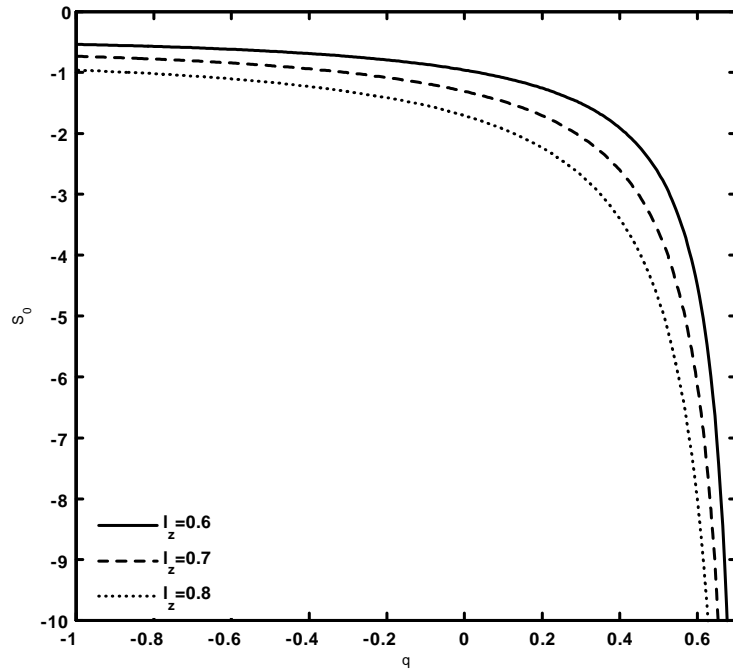
Nous allons maintenant passer à la présentation de nos résultats numériques. La figure **2.6** montre que la vitesse de phase  $v_0$  diminue à mesure que  $q$  augmente. La diminution de cette vitesse de phase  $v_0$  est moins rapide lorsque le nombre d'ions augmente dans le plasma. Rappelons, dans ce qui suit, que les valeurs des paramètres suivants ( $\beta = 1$ ,  $\alpha = 0.5$  et  $U_0 = 1$ ) ont été choisies de telle sorte que la condition (3.64) soit vérifiée. La figure **2.7a** montre que l'amplitude du soliton ( $S_0$ ) exhibe des valeurs négatives pour  $q < q_c$ . Celle-ci décroît brusquement pour des valeurs de  $q$  proches de  $q_c$ , cette diminution est plus rapide lorsque  $l_z$  diminue. Par ailleurs, la figure **2.7b** montre que l'amplitude du soliton ( $S_0$ ) exhibe des valeurs positives pour  $q > q_c$ . Celle-ci décroît brusquement pour des valeurs de  $q$  proches de  $q_c$ , cette diminution est plus rapide lorsque  $l_z$  diminue. La largeur du soliton (**Fig. 2.8**) diminue à mesure que le paramètre non extensif  $q$  augmente.

Il est intéressant de noter la variation de l'amplitude et de la largeur en fonction du rapport de densités  $f$ . Les figures **2.9** et **2.10** montrent qu'une augmentation du rapport de densités  $f$  entraîne un accroissement de l'amplitude et de la largeur de l'onde.

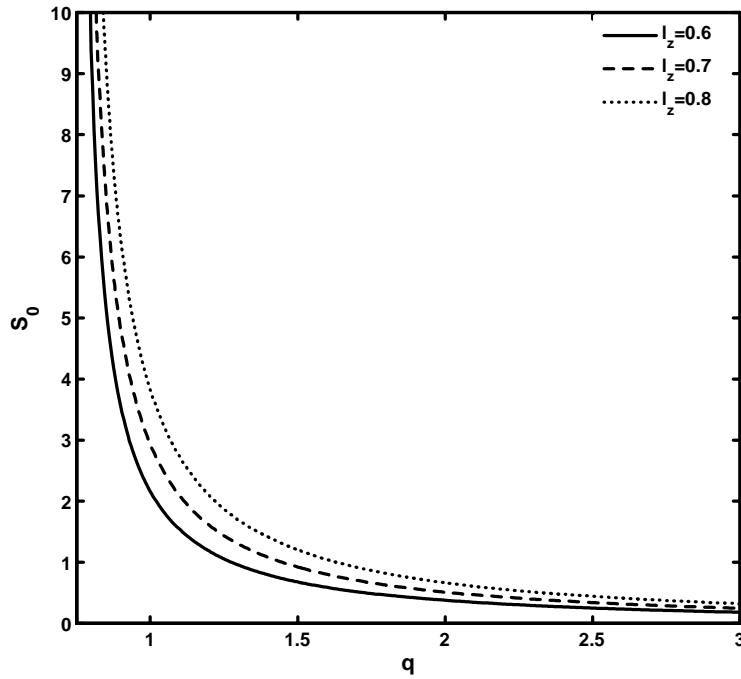
En guise de complément, nous avons tracé numériquement l'équation (3.61). Les résultats numériques montrent l'existence d'ondes acoustiques ioniques compressives et raréfactives pour  $q < 1$  (**Fig. 2.11a**) et seulement compressives pour  $q > 1$  (**Fig. 2.11b**).



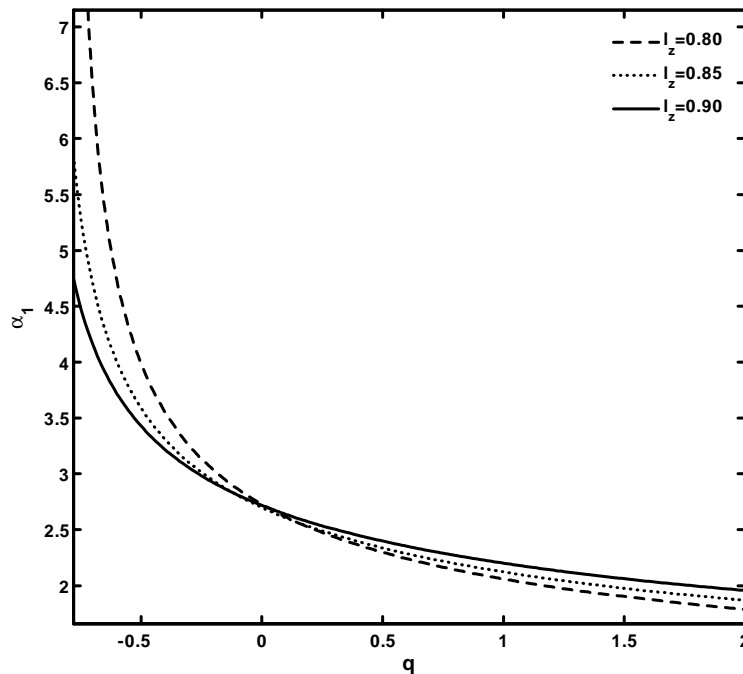
**Figure 2.6:** Variation de la vitesse de phase de l'onde acoustique ( $v_0$ ) en fonction du paramètre non extensif  $q$  pour différentes valeurs du rapport de densités  $f$ , avec  $\beta = 1$ ,  $\alpha = 0.5$  et  $l_z = 0.6$ .



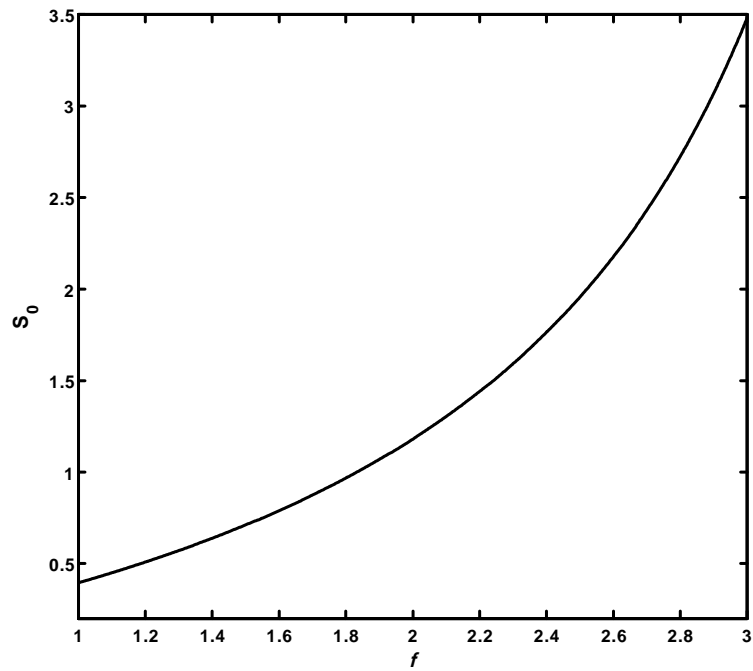
**Figure 2.7a:** Variation de l'amplitude du soliton ( $S_0$ ) en fonction du paramètre non extensif  $q$  pour différentes valeurs du cosinus directeur  $l_z$ , avec  $\beta = 1$ ,  $\alpha = 0.5$  et  $f = 2$ .



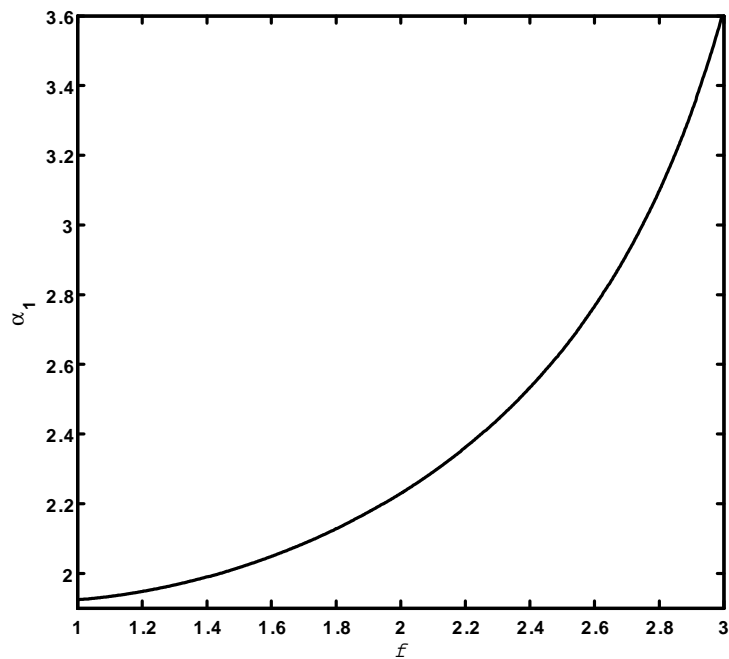
**Figure 2.7b:** Variation de l'amplitude du soliton ( $S_0$ ) en fonction du paramètre non extensif  $q$  pour différentes valeurs du cosinus directeur  $l_z$ , avec  $\beta = 1$ ,  $\alpha = 0.5$  et  $f = 2.(S_0 > 0)$ .



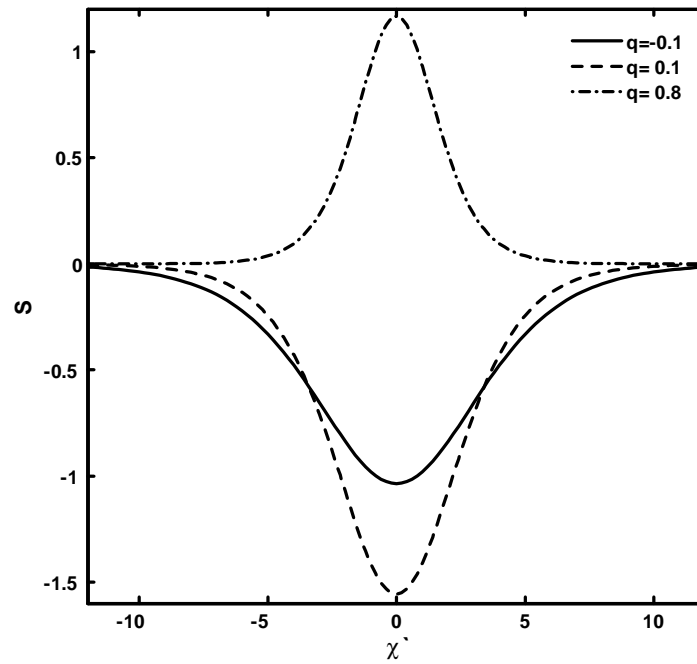
**Figure 2.8:** Variation de la largeur du soliton ( $\alpha_1$ ) en fonction du paramètre non extensif  $q$  pour différentes valeurs du directeur cosinus  $l_z$ , avec  $\beta = 1$ ,  $U_0 = 1$  et  $f = 2$ .



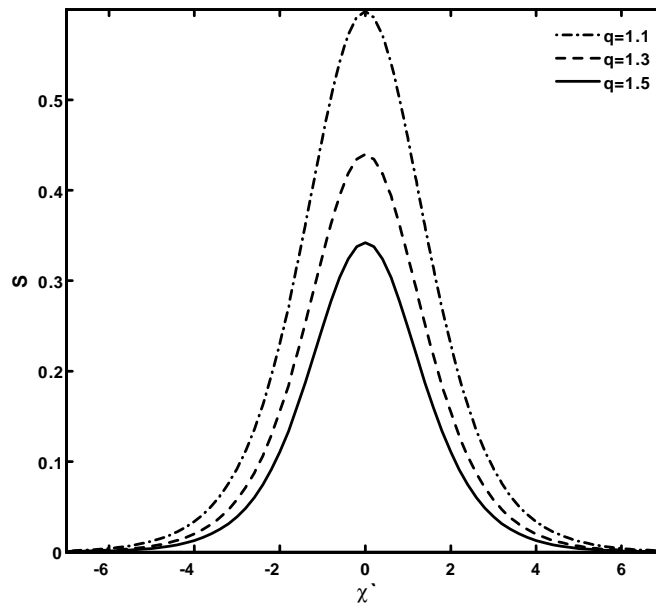
**Figure 2.9:** Variation de l'amplitude du soliton ( $S_0$ ) en fonction du rapport de densités  $f$ , avec  $\beta = 1$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $q = 1.2$  et  $l_z = 0.6$ .



**Figure 2.10:** Variation de la largeur du soliton ( $\alpha_1$ ) en fonction du rapport de densités  $f$ , avec  $\beta = 1$ ,  $U_0 = 1$ ,  $q = 1$  et  $l_z = 0.5$ .



**Figure 2.11a:** Potentiel électrostatique solitaire ( $S$ ) associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DIA) pour différentes valeurs du paramètre non extensif ( $q < 1$ ), avec  $\beta = 1$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $U_0 = 1$ ,  $f = 1.2$  et  $l_z = 0.6$ .



**Figure 2.11b:** Potentiel électrostatique solitaire ( $S$ ) associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DIA) pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$  ( $q > 1$ ), avec  $\beta = 1$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $U_0 = 1$ ,  $f = 1.2$  et  $l_z = 0.6$ .

# Conclusion générale

Pour conclure, nous avons revisité les modes acoustiques poussiéreux non linéaires dans le cadre du nouveau formalisme non extensif de *Tsallis*. Ce dernier consiste en une généralisation non extensive de l'entropie de *Boltzmann-Gibbs* (*BG*). Cette généralisation a été rendue nécessaire par le fait qu'il est maintenant admis que le formalisme *BG* ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée. À ce propos, nous avons analysé les ondes acoustiques poussiéreuses (**DA**) et les ondes acoustiques ioniques poussiéreuses (**DIA**), dans les plasmas complexes non magnétisés puis dans les plasmas complexes magnétisés. Nos résultats ont révélé que la non extensivité peut affecter de manière notable ces deux modes non linéaires.

Le premier chapitre de ce mémoire a d'abord porté sur la définition des concepts de base du plasma poussiéreux. Nous avons alors décrit leurs propriétés intrinsèques et énuméré les différents processus physiques qui les caractérisent. Nous avons brièvement introduit la statistique non extensive de *Tsallis*, ses principaux concepts ainsi que ses applications dans différents domaines de la science.

Dans le second chapitre, nous avons abordé le problème des ondes acoustiques poussiéreuses solitaires d'amplitude arbitraire dans un plasma électroniquement appauvri contenant des ions non extensifs et des grains de poussière fluides avec une distribution ionique non extensive. Ce travail a été déjà fait par *Mamun et al.* [50] pour le cas d'ions maxwelliens. Nos résultats ont révélé que la nature et l'amplitude d'une onde solitaire dans un tel plasma, dépendent sensiblement du paramètre non extensif  $q$ . En particulier, nous avons noté qu'en raison de la composante ionique non extensive, notre modèle de plasma peut admettre aussi bien des solitons acoustiques compressifs ( $q < 0$ ) que des solitons raréfactifs ( $q > 0$ ). Pour  $q > 1$  ( $-1 < q < 1$ ), la limite inférieure des nombres de Mach admissible est plus petite (plus grande) que son analogue maxwellienne, permettant ainsi la possibilité d'existence des solitons acoustiques poussiéreux subsoniques ( $M < 1$ ) et supersoniques ( $M > 1$ ). Pour  $q < 0$ , notre analyse numérique a montré que notre modèle de plasma ne peut admettre

que des structures raréfactives faisant intervenir des nombres de Mach relativement élevés. Par la suite nous avons reconsidéré que notre plasma contient, en plus d'ions et de grains de poussière, d'électrons supposés en équilibre thermodynamique. Notre analyse numérique a montré que notre modèle de plasma ne peut admettre que des structures solitaires (**DA**) raréfactives. Nous avons terminé ce chapitre en présentant une extension de notre modèle au cas de présence d'un champ magnétique. La méthode de la perturbation réductive a été utilisée et par conséquent une équation de type (**K- dV**) a été déduite. Nos résultats ont montré que la magnitude de ce champ ( $\omega_c$ ) et l'angle  $\theta$  (angle formé par l'onde propagée avec l'axe  $Z$ ) peuvent modifier de façon remarquable les différentes propriétés de l'onde acoustique qui se propage dans tel modèle de plasma.

Au cours du dernier chapitre, nous avons étudié l'onde acoustique ionique poussiéreuse (**DIA**) associée à un plasma composé de gains de poussière immobiles, d'électrons non extensifs et d'ions fluides. Nous avons montré que la non extensivité électronique affecte sensiblement les propriétés de l'onde acoustique ionique. L'extension de ce modèle au cas d'un plasma magnétisé, nous a permis de déduire une équation de type Kadomtsev-Petviashvili (**KP**) dont la solution est obtenue grâce à la méthode "*tanh*". Les résultats numériques révèlent que notre modèle de plasma supporte des solitons solitaires compréssifs et raréfactifs. Le profil du soliton dépend du paramètre non extensif  $q$ , de l'angle  $\theta$  formé par l'onde propagée avec l'axe  $Z$  (exprimé en  $l_z$ ) et du rapport de densités  $f$ .

Nous estimons atteints les objectifs que nous nous sommes fixés au début de ce travail de recherche. L'intérêt de nos résultats est à rechercher dans quête perpétuelle des théoriciens à trouver un ajustement acceptable entre les résultats théoriques et expérimentaux. La flexibilité fournie par le paramètre non extensif  $q$  permet, justement, d'entrevoir un bon accord entre la théorie et l'expérience.

Les perspectives du présent mémoire (dans la mesure où celles ci sont faisables) sont nombreuses. Nous pouvons, à titre d'exemple, envisager d'étendre notre étude au cas des oscillations collectives dans un plasma relativiste. D'autres concepts de base classiques pourraient, en outre, être revisités dans le cadre de cette nouvelle statistique.

# Bibliographie

- [1] B. Held, *Cold plasma Physics* (Masson, Paris, 1994).
- [2] W. C. Feldman, J. R. Asbridge, S. J. Bame et M. D. Montgomery, *J. Geophys. Res.* **78**, 2017 (1973).
- [3] V. Formisano, G. Moreno et F. Palmiotto, *J. Geophys. Res.* **78**, 3714 (1973).
- [4] G. H. Schwehm et B. Kneissel, *Proceedings of the Joint NASA/ ESA Working Group Meeting, ESA SP-174*, 77 (1981).
- [5] N. Divine, H. Fetching, T. I. Gombosi *et al.*, *Space Sci. Rev.* **43**, 1 (1986).
- [6] G. Schmidt, *Physics of High Temperature Plasmas* (Academic, New York, 1979).
- [7] P. K. Shukla et A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol, 2002).
- [8] M. Horanyi et D. A. Mendis, *J. Astrophys.* **294**, 357 (1985).
- [9] M. Horanyi et D. A. Mendis, *J. Astrophys.* **307**, 800 (1986).
- [10] C. K. Goertz, *Rev. Geophys.* **27**, 271 (1989).
- [11] T. G. Northrop, *phys. Ser.* **75**, 475 (1992).
- [12] D. A. Mendis et M. Rosenberg, *IEEE Trans. Plasma. Sci.* **20**, 929 (1992).
- [13] D. A. Mendis et M. Rosenberg, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **32**, 419 (1994).
- [14] F. Verheest, *Space. Sci. rev.* **77**, 267(1996).
- [15] J. H. Chu, J. B. Du, et I. Lin, *J. phys. D* **27**, 296(1994).
- [16] G. S. Selwyn, *Jpn. J. Appl. Phys. Part 1* **32**, 3068 (1993).

- 
- [17] H. Thomas, G. E. Morfill, V. Demmel, J. Goree, B. Feuerbacher et D. Möhlmann, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 652 (1994).
- [18] Y. Hayashi et K. Tachibana, *Jpn. J. Appl. Phys. Part 2* **33**, L804 (1994).
- [19] E. C. Whipple, *Rep. Pro. Phy.* **44**, 1197 (1981).
- [20] N. Meyer-Vernet, *Astron. Astrophys.* **27**, 271 (1989).
- [21] U. De Angelis, *Phy.Scr.* **45**, 465 (1992).
- [22] R. J. Trumpler, *Publ. Astron. Soc. Pac.* **42**, 214 (1930).
- [23] C. K. Goertz, *Rev. Geophys.* **27**, 271 (1989).
- [24] J. E. Daugherty, R. E. Porteous et D. B. Graves, *J. Appl. Phys.* **73**, 1617 (1993).
- [25] F. Verheest, *Waves in Dusty Space Plasmas* (Kluwer, Dordrecht, 2000).
- [26] A. A. Howling, Ch. Hollesein, et P. J. Paris. *Appl. Phys. Lett.* **59**, 1049 (1991).
- [27] J. P. Boeuf et Ph. Belenguer, *J. Appl. Phys.* **71**, 4751(1992).
- [28] P. Roca Cabarrocas, P. Gay et A. Hadjadj, *J. Vac. Sci. Technol. A* **14**, 655 (1996).
- [29] A. Dutta, S. P. Lee, Y. Hayafune, S. Hatatani et S. Oda, *Jpn. J. Appl. Phys.* **39**, 264 (2000).
- [30] A. Dutta, Y. Hayafuna et S. Oda, *Jpn. J. Appl. Phys.* **39**, L855 (2000).
- [31] A. Rényi, *Acta Math. Acad. Sci. Hung.* **6**, 285 (1955).
- [32] C. Tsallis, *J. Stat. Phys.* **52**, 479 (1988).
- [33] J. A. S. Lima, R. Silva, Jr., et J. Santos, *Phys. Rev. E* **61**, 3260 (2000).
- [34] G. Kaniadakis, *Phys. Lett. A* **288**, 283 (2001).
- [35] M. P. Leubner et Z. Vörös, *Nonlinear Processes Geophys.* **12**, 171 (2005).
- [36] M. P. Leubner, *Nonlinear Processes Geophys.* **15**, 531 (2008).
- [37] H. J. Haubold et D. Kumar, *Astropart. Phys.* **29**, 70 (2008).
- [38] N. G. de Almeida, *Physica. A* **387**, 2745 (2008).

- 
- [39] L. Liyan et J. Du, *Physica. A* **387**, 4821 (2008).
- [40] G. Livadiotis, *J. Math. Chem.* **45**, 930 (2009).
- [41] R. Hanel et S. Thurner, *Phys. Lett. A* **373**, 1415 (2009).
- [42] M. Tribeche, L. Djebarni et R. Amour, *Phys. Plasmas*. **17**, 042114 (2010).
- [43] R. Amour et M. Tribeche, *Phys. Plasmas*. **17**, 063702 (2010).
- [44] M. Tribeche et L. Djebarni, *Phys. Plasmas*. **17**, 124502 (2010).
- [45] R. Amour et M. Tribeche, *Phys. Plasmas*. **18**, 033706 (2011).
- [46] M. Tribeche et A. Merriche, *Phys. Plasmas* **18**, 34502 (2011).
- [47] R. Amour et M. Tribeche, *Comm. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **16**, 3533 (2011).
- [48] R. Z. Sagdeev, *in Reviews of Plasma Physics*, edited by M. A. Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1966 ), Vol. 4, p. 23.
- [49] H. Washimi et T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 996(1966).
- [50] A. A. Mamun, R. A. Cairns et P. K. Shukla, *Phys. Plasmas*. **3**, 702 (1996).
- [51] T. Saha, P. Chatterjee, et M. R. Amin, *Z. Naturforsch.* **64a**, 370 (2009).
- [52] J. H. Chu et I. Lin, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 4009 (1994).
- [53] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas*. **5**, 1607 (1998).
- [54] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas*. **1**, 1362 (1994).
- [55] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**, 7405 (1985).
- [56] D. J. Kortweg et G. D. Vries, *Phil. Mag.* **39**, 422 (1895).
- [57] C. S. Gardner et G. M. Morikawa, *Comm. Pure Appl. Math.* **18**, 35 (1965).
- [58] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas*. **5**, 1607. (1998).
- [59] N. D'Angelo, *Planet. Space Sci.* **38**, 1143 (1990).

- 
- [60] N. N. Rao, P. K. Shukla et M.Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [61] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear plasma Theory* (Academic press, New York, 1972), p. 15.
- [62] C. S. Gardner et G. K. Morikawa, Similarity in the asymptotic behavior of collision-free hydromagnetic waves et water waves, New York Univ, *Courant Inst. Math. Sci. Res. Rep.* NYO-9082 (1960).
- [63] C. H. Su et C. S. Gardner, *J. Math. Phys.* **10**, 536 (1969).
- [64] N. J. Zabusky et M.D. Kruskal, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 240 (1965).
- [65] N. J. Zabusky, *Phys. Rev. Lett.* **168**, 124 (1968).
- [66] H. Ikezi, R. J. Taylor et R. D. Baker, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 11 (1970).
- [67] H. Ikezi, *Phys. Fluids.* **16**, 1668 (1973).
- [68] Y. Kato, M. Tajiri et T. Taniuti, *Phys. Fluids.* **15**, 865 (1972).
- [69] H. Schamel, *J. Plasma Phys.* **9**, 377 (1973).
- [70] M. Q. Tran, *Phys. Scr.* **20**, 317 (1979).
- [71] Y. H. Ichikawa, *Phys. Scr.* **20**, 296 (1979).
- [72] E. G. D. Cohen, *Physica. A* **305**, 19 (2002).
- [73] C. Tsallis, R.S. Mendes, et A.R. Plastino, *Physica. A* **261**, 534 (1998).
- [74] R. Silva, A. R. Plastino, et J. A. S. Lima, *Phys. Lett. A* **249**, 401 (1998).
- [75] F. Bouchet, J. Sommeria, *J. Fluid. Mech.* **464**, 165 (2002).
- [76] A. Boischot et al, “*Jupiter*” dans *l’Encyclopaedia Universalis* (**2005**).
- [77] M. K. H. Kiessling, T. Neukirch, *Proc. Nat. acad. Sci. USA* **100**. 1510 (2003).
- [78] M. Antoni, Y. Elskens, D. Escande. *Phys. Plasmas.* **5**, 841 (1998).
- [79] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D’Angelo, *Phys. Plasmas.* **2**, 3563 (1995).
- [80] P. K. Shukla et V. P. Silin, *Phys. Scr.* **45**, 508 (1992).

- 
- [81] M. H. Nasim, A. M. Mirza, G. Murtaza et P. K. Shukla, *Phys. Scr.* **61**, 628 (2002).
- [82] F. Verheest, *Planet. Space Sci.* **40**, 1 (1992).
- [83] L. Stenflo, T. D. Buadze et N. L. Tsintsadze, *Phys. Lett. A* **135**, 37 (1989).
- [84] B. M. Annaratone et J. E. Allen, *J. Phys. D* **38**, 26 (2005).
- [85] E. Melandso, T. Aslaksen et O. Havnes, *Planet. Space Sci.* **41**, 321 (1993).
- [86] F. D. Tappert, *Phys. Fluids.* **15**, 2446 (1972).
- [87] S. Tagare, *Plasma Phys.* **15**, 1247 (1973).
- [88] E. Witt et W. Lotko, *Phys. Fluids.* **26**, 2176 (1983).
- [89] L. C. Lee et J. R. Kan, *Phys. Fluids.* **24**, 430 (1981).
- [90] L. P. Zhang et J. K. Xue, *Phys. Plasmas.* **12**, 042304 (2005).
- [91] C. Lin , M. Lin, et W. Feng, *Journal of Computational and Applied Mathematics.* **231**,262 (2009).
- [92] A. A. Mamun et M. N. Alam. *Phys. Scr.* vol.**59**, 454 (1999).
- [93] A. A. Mamun. *Phys. Scr.* vol.**5**, 1212 (1998).
- [94] M.G.M. Anowar et A.A. Mamun, *Physics Lett. A* **372**, 5896 (2008).
- [95] S. Ghosh. S. Sarkar, M. khan, et M. Gupta. *Phys. Scr.* **63**, 395 (2001).
- [96] A. A. Mamun, R. A. Cairns et P. K . Shukla, *Phys. Plasmas.* **3**, 2610 (1996).
- [97] P. K . Shukla et M. Y. Yu, *J. Math. Phys.* **19**, 2506 (1978).
- [98] H. Schamel, *Plasma Phys.* **14**, 905 (1972).
- [99] S. Watanabe, *J. Phys. Soc. Jpn.* **44**, 611 (1978).
- [100] S. Younsi et M. Tribeche, *Phys. Plasmas.* **17**, 043705 (2010).
- [101] H. R. Pakzad et K. Javidan, *Indian. J. Phys.* **83** (3), 349 (2009).
- [102] W. S. Duan, *Phys. Plasmas.* **8**, 3583 (2001).