

N° d'ordre : 17 /2007-M / PH

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENNE



FACULTÉ DE PHYSIQUE

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magister
En Physique

Spécialité : Physique Théorique de la Matière et des Hautes Energies

Par : **Smain YOUNSI**

Thème :

Modes de Bernstein, Greene et Kruskal (BGK) dans un plasma poussiéreux à charge variable

Soutenu publiquement le **01 /07 / 2007** devant le Jury composé de :

Mme F. CHAFA-MEKIDECHE	Professeur (USTHB)	Présidente
Mr N. BELDJOURI	Maître de conférences (USTHB)	Examineur
Mr M. NEMOUCHI	Maître de conférences (USTHB)	Examineur
Mr M. TRIBECHÉ	Maître de conférences (USTHB)	Examineur
Mr T. H. ZERGUINI	Professeur (USTHB)	Directeur de thèse

Table des matières

Remerciements	3
Introduction	4
1 La physique des plasmas poussiéreux	8
1.1 Propriétés des plasmas.....	8
1.2 Eléments de la théorie des plasmas.....	9
1.3 Elément de la théorie fluide	10
1.4 Propriétés des plasmas poussiéreux	11
1.5 Charge des grains de poussière.....	15
1.6 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux	17
1.6.1 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) ($\omega/k \gg \sqrt{T_d/m_d}$).....	18
1.6.2 Modes acoustiques poussiéreux ($\omega/k \ll \sqrt{T_i/m_i}$)	18
1.7 Equation de Korteweg- de Vries.....	19
1.8 Equation cinétique de Vlasov	22
1.9 Revue des ondes électroniques BGK.....	24
2 Ondes acoustiques poussiéreuses (DA) dans un plasma poussiéreux électroniquement appauvri	26
2.1 Présentation Physique du problème.....	26
2.2 Potentiel solitaire dans un plasma poussiéreux électroniquement appauvri.....	27
2.3 Onde acoustique poussiéreuse (DA) dans un plasma en présence d'ions piégés et non isothermiques.....	31
2.3.1 Equations de base du modèle.....	31
2.3.2 Existence des solitons.....	33
2.4 Influence de la température des grains de poussière.....	41
2.4.1 Equations de base du modèle.....	41
2.5 Conclusion.....	55

3 Oscillations électrostatiques dans un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'électrons piégés	56
3.1 Présentation Physique du problème	56
3.2 Cas des grains de poussière à charge constante.....	57
3.2.1 Equations de base du modèle.....	57
3.2.2 Existence des structures solitaires.....	61
3.2.3 Solution de faible amplitude.....	63
3.2.4 Résultats numériques et discussion.....	65
3.3 Cas des grains de poussière à charge variable.....	72
3.3.1 Equations de base du modèle.....	72
3.3.2 Equation de la charge du grain de poussière.....	73
3.3.3 Simulation numérique et discussion des résultats.....	75
Conclusion	82
Bibliographie	85

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été entièrement réalisé au sein de l'équipe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté des Sciences-Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB) d'Alger.

Je remercie vivement le Professeur **Taha Houssine ZERGUINI**, mon directeur de thèse, pour avoir accepté de m'accueillir au sein de son équipe de Physique des Plasmas et pour l'intérêt qu'il a constamment porté à la progression de mon travail. Pour tout cela, je lui exprime toute ma gratitude, mon profond respect et ma très haute considération.

Je remercie également le docteur **Mouloud TRIBECHÉ** pour avoir proposé et structuré le sujet de la présente thèse. Outre la confiance qu'il m'a témoignée, il a suivi pas à pas l'évolution de mon travail et m'a initié à la physique non linéaire des plasmas complexes. Qu'il trouve ici l'expression de mon profond respect et de ma très haute considération.

Je remercie vivement le Professeur **F. CHAFA-MEKIDECHE** du Laboratoire de Physique Théorique qui nous a honorés en acceptant de présider le jury de la présente thèse. Sa disponibilité en tant que chef de département nous a été d'un grand apport.

Mes remerciements les plus vifs vont également au docteur **N. BELDJOUDI**, Maître de Conférences du laboratoire de Physique Théorique, ainsi qu'au docteur **M. NEMOUCHI**, Maître de Conférences du laboratoire d'Electronique Quantique, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury de la présente thèse. Je remercie Mr **BELDJOUDI** pour les cours de Physique du solide approfondie qu'il nous a dispensés et dont j'ai tiré grand profit.

Je remercie **Kamal AOUTOU** pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues et surtout pour son aide précieuse dans les calculs analytiques (parfois harassants) et l'intégration numérique des équations de base de notre modèle.

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de notre équipe de recherche (Dr Djebli, Aoutou, Berbri, Griba, Boubakour, Amour, Ghebache, Boumezoued) et à ceux de l'équipe de Physique du Solide avec lesquels nous avons beaucoup interagi. Que tous mes amis et mes collègues de la Faculté de Physique soient remerciés pour leur amitié et disponibilité.

Enfin, j'exprime ma profonde reconnaissance et mes remerciements à toute ma famille pour leur soutien et leurs encouragements sans cesse renouvelés tout au long du présent travail.

INTRODUCTION

La majeure partie de la matière de notre univers se trouve à l'état plasma, milieu composé de particules neutres, d'ions et d'électrons. Un plasma se définit donc comme étant un gaz électrolié dont les atomes sont dissociés en ions à charge positive et en électrons à charge négative. Les étoiles, le milieu interstellaire et les nébuleuses sont à l'état plasma. L'ionosphère, cette couche élevée de l'atmosphère terrestre, bien que froide, subit de manière continue un intense bombardement ionisant de particules venant du soleil et se trouve donc à l'état plasma. Cette couche facilite d'ailleurs les communications radio. Dans le voisinage immédiat de notre planète, les ceintures de Van Allen et le vent solaire sont autant d'autres exemples de l'abondance du plasma. A notre échelle, le nombre d'exemples d'états plasma est quelque peu limité et restreint. Nous citerons, à titre d'exemples, les tubes fluorescents (improprement appelés néons), les propulseurs spatiaux et les plasmas couramment utilisés dans l'industrie notamment en micro-électronique. Notons que n'importe quel gaz ionisé ne représente pas forcément un état plasma. Un gaz présente toujours un certain degré d'ionisation. Ce n'est qu'au moment où la concentration des particules chargées provoque une charge d'espace capable de limiter le libre parcours moyen des ions et des électrons que les caractéristiques du gaz changent de manière notable. Un plasma se définit donc comme étant un gaz quasi-neutre, composé de particules chargées et de particules neutres qui exhibent un comportement collectif. Lorsque ces particules chargées se meuvent dans un plasma, des concentrations locales de charge positive et de charge négative peuvent être générées au sein de ce plasma. Ces concentrations, et donc ces charges d'espace, donnent naissance à des champs électriques. En outre, le mouvement des particules chargées génère des courants et crée, par conséquent, des champs électromagnétiques. Ces champs électromagnétiques affectent et perturbent le mouvement d'autres particules chargées qui à leur tour peuvent influencer le reste des particules du plasma. En fait, toute perturbation affectant la neutralité d'un plasma provoque de forts champs électromagnétiques qui tendent à la restaurer.

Cependant, la définition d'un plasma telle que énoncée ci-dessus peut s'avérer, à bien des égards, incomplète et restrictive. En effet, un plasma réel contient toujours des impuretés chargées appelées poussières. La présence de ces extra particules, dont les dimensions peuvent aller au-delà du micron, rend la nature du système plasma beaucoup plus complexe. Un plasma poussiéreux (dusty ou complex plasmas) est un gaz de basse température, complètement ou partiellement ionisé, comprenant des électrons, des ions et

une composante additionnelle de grains de poussière chargés et extrêmement massifs. Au cours de ces dernières années, les plasmas poussiéreux ont suscité un large et profond regain d'intérêt à cause de leur rôle, parfois prépondérant, dans certaines applications technologiques, spatiales et astrophysiques. Les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, le milieu interplanétaire, les nuages interstellaires, les queues et chevelures des comètes, les anneaux planétaires, les boucles solaires et les nuages moléculaires interstellaires (nébuleuses Orion, Coalsack, Horsehead, Eagle). Ils sont aussi présents dans les dispositifs de laboratoires et les procédés industriels. La lumière zodiacale, la troposphère arctique, la mésosphère polaire, les gaz d'échappement d'une fusée, la flamme d'une chandelle,etc sont autant d'autres exemples de plasmas poussiéreux. La présence de grains de poussière d'origine météoritique a d'ailleurs été détectée dans la mésosphère terrestre à des altitudes allant de 80 à 100 km grâce à des mesures directes de sonde. Au vu des nouveaux phénomènes qu'ils introduisent et font intervenir, tels que la fluctuation de la charge électrique, l'appauvrissement électronique et la dissipation anormale de l'énergie, ces grains de poussière massifs et hautement chargés peuvent modifier les propriétés intrinsèques du plasma traditionnel à deux composantes. De nouveaux modes et de nouvelles instabilités peuvent alors apparaître. En réalité, la physique des plasmas poussiéreux n'a connu son essor que grâce à la découverte de l'onde acoustique poussiéreuse (un nouveau mode), de l'onde acoustique ionique (mode acoustique ionique habituel modifié par la présence des grains de poussière ou impuretés) et à la cristallisation coulombienne des grains de poussière dans les plasmas fortement couplés (lorsque le rapport entre l'interaction de Coulomb et l'énergie thermique des grains excède une valeur critique de l'ordre de 170). Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut équivaloir plusieurs milliers de fois celle de l'électron. La charge du grain de poussière provient généralement d'un concours de plusieurs processus physiques tels que la collection des électrons et des ions du plasma ambiant, l'émission photo-électronique dans les milieux radiatifs, l'émission électronique secondaire, l'émission par ions énergétiques,...etc. Dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la collection des électrons et des ions semble être le mécanisme de charge le plus dominant. Récemment, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas poussiéreux ont porté sur la variation de la charge des grains de poussière et les modifications que ce nouveau phénomène peut apporter. Pour cela, un formidable arsenal expérimental a été mis sur pied pour l'étude des ondes, des instabilités et du processus de

charge dans les plasmas poussiéreux. Le phénomène de variation de la charge du grain modifie considérablement les conditions d'existence et de réalisation de ces deux "nouveaux" modes. De nos jours, la physique des plasmas complexes ou poussiéreux connaît une activité intense et particulière. Cet intérêt toujours croissant a donné lieu depuis le début des années 90 à une littérature considérable, riche et variée. Beaucoup de livres sont apparus au cours de ces dix dernières années traitant soit d'un aspect particulier soit donnant une vue d'ensemble. L'importance et l'impact d'une telle discipline en rapide évolution est à rechercher certainement dans les domaines de l'astrophysique et des décharges de basses températures utilisées dans les procédés industriels de traitement et de fabrication. La présente mémoire est composée des chapitres suivants.

Le but du présent mémoire de Magister est d'analyser l'existence et la formation de certaines structures cohérentes et dissipatives (solitons et ondes de choc) associées à un plasma complexe à charge variable en présence de particules piégées et non isothermiques. Ces structures non linéaires, solutions de l'équation cinétique de Vlasov, représentent les états saturés d'un plasma poussiéreux instable, non collisionnelle et loin de son équilibre thermodynamique. Cette saturation est due au concours de deux phénomènes qui agissent parfois de concert et parfois concurremment : le phénomène de piégeage des particules et celui de la fluctuation de la charge électrique. L'accent sera alors mis sur les nouveaux modes non linéaires de type Bernstein- Greene- Kruskal (DBGK).

- Dans le premier chapitre de ce mémoire, nous définirons les concepts de base d'un plasma et introduirons les équations du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser dans différentes parties de ce mémoire. Nous décrirons ensuite les plasmas poussiéreux, rapporterons leurs propriétés et insisterons sur les phénomènes qui les caractérisent tels les processus de charge, l'appauvrissement électronique et l'apparition de nouveaux modes d'onde.

- Le deuxième chapitre de ce mémoire sera consacré à la généralisation du modèle bien connu de l'onde acoustique poussiéreuse (DA) dans le cas d'un plasma poussiéreux électroniquement appauvri au cas d'ions non isothermiques, piégés dans le potentiel associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour ensuite étendre cette même analyse au cas de grains de poussière à température finie. L'accent sera alors mis, d'une part, sur l'influence des ions piégés et de la température du grain sur les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse solitaire et, d'autre part, sur la gamme des nombres de Mach admissibles. Pour cela, nous ferons appel à la méthode bien connue du pseudo-potentiel

(ou potentiel de Sagdeev) et à la technique de la perturbation dite réductive.

- Au cours du troisième chapitre, nous utiliserons la méthode de Shamel de construction des solutions d'équilibre de type BGK de l'équation de Vlasov. Celle-ci permet l'incorporation de distributions plus physiques (rappelons que l'un des inconvénients majeurs de la méthode BGK réside dans le fait que celle-ci prévoit parfois des fonctions de distribution négatives) et décrit les solutions de l'équation de Vlasov en termes de constantes du mouvement. Nous rapporterons alors l'existence et la formation d'intéressantes entités non linéaires telles les solitons, les doubles couches et les structures à deux niveaux. Nous étendrons alors notre analyse à des situations où les grains de poussière, en réponse aux oscillations plasma, exhibent des fluctuations de charge self-consistantes et rechercherons dans quelle mesure et sous quelles conditions la variation de la charge peut elle modifier de manière drastique les résultats et les conclusions du cas de la charge constante. Nous verrons alors que la variation de la charge peut causer une dissipation, dite anormale, qui, de concert avec les non linéarités du système, contribue à la formation et à l'apparition d'ondes de choc non collisionnelles.

Nous terminerons notre manuscrit par une conclusion et une présentation succincte de nos perspectives.

Chapitre 1

La physique des plasmas poussiéreux

1.1 Propriétés des plasmas

Un plasma peut être caractérisé par sa température électronique, notée T_e , et sa densité notée n_e . T_e et n_e peuvent varier respectivement de 0.1 à 10^6 eV et de 1 à 10^{18} cm⁻³ selon la nature (astrophysique ou de laboratoire) et les différentes applications du plasma. Dans un plasma, la plus petite distance au delà de laquelle le champ électrique produit par une charge est écranté de façon significative s'appelle longueur de Debye λ_D . Cette distance peut être déduite à partir de l'équation de Poisson, en considérant des électrons et des ions distribués selon la loi de Maxwell- Boltzmann entourant une particule chargée, dite particule test. Dans le cas d'un plasma de densité n_0 et de température $k_B T_e$, cette distance vaut

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_0 e^2}} \quad (1)$$

où k_B représente la constante de Boltzmann. Naturellement, si L est une grandeur caractéristique de la dimension du plasma, la première condition pour avoir un plasma est

$$\lambda_D \ll L \quad (2)$$

Par conséquent, le nombre de particules chargées se trouvant dans une sphère de Debye doit être très grand, c'est à dire

$$N_D = n_0 \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \gg 1 \quad (3)$$

De cette manière, les effets collectifs des particules seront plus importants que ceux dus aux forces coulombiennes. Un autre critère pour qu'un gaz ionisé puisse être à l'état plasma concerne les collisions entre particules chargées et particules neutres. En effet, dans un plasma,

les effets dus à l'interaction électromagnétique doivent dominer et prévaloir sur les collisions binaires entre particules chargées et particules neutres. En d'autres termes, le mouvement d'une charge est déterminé en premier lieu par la présence d'une charge d'espace. Si ν est la fréquence caractéristique des oscillations dans un plasma et τ le temps entre deux collisions successive, il faut que

$$\nu \cdot \tau > 1 \quad (4)$$

1.2 Eléments de la théorie des plasmas

Dans un plasma, les électrons et les ions suivent des trajectoires aléatoires et se meuvent avec de grandes vitesses. Une charge positive quelconque, placée à l'origine d'un référentiel, attire les électrons et repousse les ions, créant ainsi un nuage électronique dans son voisinage immédiat. On parle alors d'écrantage de Debye, car au delà d'une certaine distance, appelée longueur de Debye, le champ électrique créé par cette charge test sera annihilé et ne sera plus ressenti par le reste des particules chargées. A l'aide de l'équation de Poisson

$$\nabla^2 \phi = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_e - n_i) \quad (5)$$

et moyennant les densités électronique n_e et ionique n_i suivantes

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{k_b T_e}\right) \quad (6)$$

$$n_i = n_{i0} \quad (7)$$

il est possible de montrer (dans l'approximation $|e\phi/k_B T| \ll 1$) que le potentiel électrostatique ϕ peut s'écrire sous la forme

$$\phi = \phi_0 \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda_D}\right) \quad (8)$$

avec

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_{e0} e^2}\right)^{1/2} \quad (9)$$

Il apparaît alors clairement que la décroissance du potentiel électrostatique ϕ créé par une charge est plus rapide dans un plasma que dans le vide ($\propto 1/r$): c'est le phénomène d'écrantage de Debye (*Debye shielding*) propre aux plasmas.

1.3 Eléments de la théorie fluide

Le modèle de la théorie fluide, appliqué à un plasma, considère ce dernier comme un fluide se mouvant avec vitesse \vec{u} . Considérons alors un petit volume V d'un plasma de densité ρ . La masse totale et la quantité de mouvement associées à ce volume sont données par

$$M = \int_V \rho dV \quad (10)$$

$$\vec{P} = \int_V \rho \vec{u} dV \quad (11)$$

Les équations fluides apparaissent alors en explicitant les lois et principes de conservation de la masse et de l'impulsion

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad (12)$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{u} dV = \sum \vec{F} \quad (13)$$

\vec{F} représente l'ensemble des forces externes (pesanteur, pression, forces électriques...etc) qui peuvent s'exercer sur l'élément fluide de volume V . L'application du théorème de la divergence et de celui du gradient permet alors d'obtenir les deux équations fluides suivantes

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_\alpha \vec{u}) = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + (\vec{u}_\alpha \cdot \vec{\nabla}) u_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\vec{E} + \vec{u}_\alpha \times \vec{B}) - \frac{\vec{\nabla} p}{m_\alpha n_\alpha} + \vec{g} \quad (15)$$

α dénote l'espèce de particules considérée et \vec{E} , \vec{B} , \vec{g} et p représentent respectivement le champ électrique, le champ magnétique, l'accélération de la pesanteur et la pression scalaire. La première équation, dite équation de continuité pour un fluide, traduit la conservation du nombre de particules ou de la masse. La seconde, dite équation de mouvement, rend compte de l'ensemble des forces externes auxquelles est assujéti l'élément fluide. Dans le but d'avoir autant d'équations que d'inconnues, le système d'équations précédent est généralement complété à l'aide de trois autres équations supplémentaires : une équation d'état qui relie la pression et la densité

$$\frac{d(p_\alpha n_\alpha^{-\gamma})}{dt} = 0 \quad (16)$$

et deux équations de Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (17)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (18)$$

qui relie le champ électrique \vec{E} au champ magnétique \vec{B} , où \vec{j} représente la densité de courant. Les deux autres équations de Maxwell, à savoir

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (19)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (20)$$

où ρ représente maintenant la densité de la charge électrique, n'apportent pas d'informations supplémentaires et peuvent être considérées comme conditions initiales des deux premières.

1.4 Propriétés des plasmas poussiéreux

Un plasma poussiéreux est composé de molécules de gaz neutres, d'électrons, d'ions et de grains de poussière massifs (relativement aux ions) et hautement chargés. Une telle mixture de plasma et de poussière possède trois échelles de longueur caractéristiques. Ce

sont le rayon du grain de poussière r_d , la longueur de Debye poussiéreuse λ_D et la distance moyenne inter- granulaire d . Cette dernière est reliée à la densité numérique n_d des grains par la relation $n_d d^3 \sim 1$. La longueur de Debye λ_D d'un plasma poussiéreux est donnée [1] par

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \quad (21)$$

où $\lambda_{De,i} = (T_{e,i}/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ représente la longueur de Debye électronique (ionique), T_e (T_i) la température électronique (ionique) exprimée en unité d'énergie, n_{e0} (n_{i0}) la densité électronique (ionique) à l'équilibre et e la charge élémentaire. Dans le cas où $T_e \sim T_i$ et $n_{e0} \sim n_{i0}$, λ_{De} est de l'ordre de λ_{Di} tandis que pour $T_e \gg T_i$ et $n_{i0} > n_{e0}$, nous avons $\lambda_D \sim \lambda_{Di} \gg \lambda_{De}$. Dans un plasma poussiéreux typique, r_d est généralement très petit devant λ_D . Lorsque $r_d \ll \lambda_D < d$, les grains de poussière sont dits isolés. D'un autre côté, les effets collectifs entre grains chargés deviennent importants et significatifs lorsque $r_d \ll d < \lambda_D$. Dans ce cas, les particules de poussière chargées peuvent être assimilées à des particules ponctuelles et massives, semblables à des ions à charge multiple dans un plasma contenant plusieurs espèces de particules. La condition de quasi-neutralité de la charge électrique d'un plasma poussiéreux dont les grains portent une charge négative, s'écrit sous la forme

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0} n_{d0} \quad (22)$$

n_{j0} est la densité numérique des particules d'espèce j (e, i, d) et Z_{d0} le nombre de charges, à l'équilibre, du grain de poussière. Lorsque la majeure partie des électrons du plasma ambiant se trouve collectée par la surface des grains de poussière, la condition de quasi-neutralité précédente (22) peut être réécrite sous la forme $n_{i0} \approx Z_{d0} n_{d0} \gg n_{e0}$. Cependant, il est important de noter que l'appauvrissement électronique ($n_{e0} \rightarrow 0$) ne peut être complet [2] étant donné que la valeur minimale du rapport entre les densités électronique et ionique est égal à $(m_e/m_i)^{1/2}$ lorsque le potentiel de la surface du grain tend vers zéro. Dans ce cas, le plasma poussiéreux peut être approximativement considéré comme un plasma à deux composantes comprenant des grains de poussière chargés négativement, entourés d'ions à charge positive. Une telle situation est aussi bien commune dans les anneaux de Saturne que dans les décharges de laboratoire. D'un autre côté, dans les plasmas poussiéreux thermiques ou irradiés à l'aide de rayons ultraviolets, les grains émettent des électrons

et, par conséquent, peuvent acquérir une charge positive. Dans ce cas, l'écrantage des grains positifs sera assuré par les électrons et à l'équilibre nous aurons $n_{e0} \approx Z_{d0}n_{d0}$. Dans le cas d'une géométrie sphérique, la solution de l'équation de Poisson linéarisée

$$\nabla^2 \phi_d - \frac{1}{\lambda_d^2} \phi_d = 0 \quad (23)$$

est donnée par [3]

$$\phi_d(r) = \phi_g(r_0) \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r-r_0}{\lambda_d}\right) \quad (24)$$

ϕ_d est dit potentiel de Debye- Hückel ou potentiel de Yukawa, $\phi_g(r_0)$ est le potentiel du grain à $r = r_0$ et la longueur de Debye effective du plasma poussiéreux est donnée par [4] (incluant les effets de la fluctuation de la charge du grain)

$$\lambda_d = \frac{\lambda_D}{(1 + f_d \nu_2 / \nu_1)^{1/2}} \quad (25)$$

où

$$f_d = 4\pi n_{d0} \lambda_D^2 r_d \quad (26)$$

$$\nu_1 = \left(r_d / \sqrt{2\pi}\right) \left[(\omega_{pi} / \lambda_{Di}) + (\omega_{pe} / \lambda_{De}) \exp(e\phi_s / T_e) \right] \quad (27)$$

est la fréquence de relaxation de la charge du grain due aux variations du potentiel ϕ_s de la surface du grain.

$$\nu_2 = \left(r_d / \sqrt{2\pi}\right) \left[(\omega_{pi} / \lambda_{Di}) (1 - e\phi_s / T_i) + (\omega_{pe} / \lambda_{De}) \exp(e\phi_s / T_e) \right] \quad (28)$$

est la fréquence associée aux variations des courants de charge dues à l'existence du potentiel oscillant et ω_{pi} (ω_{pe}) représente la fréquence plasma ionique (électronique). Le terme $f_d \nu_2 / \nu_1$ est dû à la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière [5].

Par ailleurs, dans un plasma poussiéreux, les grains de poussière peuvent être soit faiblement ou fortement corrélés. Ceci dépend de la valeur du rapport de l'énergie d'interaction coulombienne du grain sur son énergie cinétique, défini par

$$\Gamma = \frac{Q^2}{dT_d} \exp(-\kappa) \quad (29)$$

où $Q = Z_{d0}e$, T_d représente la température des grains de poussière et $\kappa = d/\lambda_d$. Un plasma poussiéreux peut alors être considéré faiblement corrélé aussi longtemps que $\Gamma \leq 1$. Toutefois, lorsque $\Gamma \gg 1$ et $\kappa \leq 1$, les micro-sphères de poussière chargées interagissent fortement et la formation de cristaux dits de Coulomb devient alors possible. Les plasmas fortement couplés peuvent être générés et produits dans les décharges de laboratoire à basses températures pour l'étude de la formation et de la dynamique des cristaux poussiéreux. On peut aussi les trouver dans les expériences d'implosion par laser et dans les systèmes colloïdaux.

Il arrive souvent que des arguments selon lesquels un plasma poussiéreux peut être assimilé à un plasma à plusieurs espèces d'ions, soient présentés. Cependant, cette assertion doit être réfutée car la présence de grains de poussière chargés et massifs produit de nouveaux phénomènes collectifs sur des échelles de temps et de longueur complètement différentes de celles du plasma habituel à deux composantes (électrons + ions). A titre d'exemple, citons le cas du nouveau mode acoustique poussiéreux (DAW) [6] pour lequel la masse du grain fournit l'inertie alors que les forces de rappel proviennent de la pression des électrons et des ions considérés, pour la circonstance, de masse négligeable. Ceci est dû au fait que la fréquence de l'onde DA est extrêmement basse. Dans les décharges de laboratoire, la fréquence de l'onde acoustique poussiéreuse varie typiquement de 10 à 20 Hz et des images vidéo de son front d'onde sont aisément réalisables [7]. En outre, la dynamique de la fluctuation de la charge du grain [8], [5] ainsi que les interactions entre grains peuvent donner lieu à de nouveaux effets collectifs [9]. Les distributions de masse et de forme du grain peuvent également introduire de nouveaux effets [10]. Par ailleurs, il existe dans les plasmas poussiéreux une onde dite de réseau [11] dont la contrepartie n'existe que dans les solides [12]. De plus, les plasmas poussiéreux peuvent supporter une grande variété de structures non linéaires telles que les ondes de choc acoustiques poussiéreuses [13], les ondes de choc acoustiques ioniques poussiéreuses [14], les cônes de Mach [15] et les structures en forme de vortex [16]. Notons enfin que dans un plasma poussiéreux fortement couplé, il est possible d'avoir de nouvelles forces d'attraction

(wakefield [17], interaction dipolaire [18]) et des phénomènes de transition de phase relatifs aux cristaux poussiéreux [19]. Ces derniers, à l'inverse de ceux de l'état solide, peuvent avoir des propriétés inhabituelles: la charge du grain peut atteindre des milliers de fois la charge élémentaire, des énergies d'interaction de l'ordre de 900 eV et des épaisseurs de couche de l'ordre du millimètre

1.5 Charge des grains de poussière

La charge d'un grain de poussière trouve son origine dans une variété de processus. Parmi ces derniers, citerons le bombardement de la surface du grain à l'aide des électrons et des ions du plasma environnant ou plasma de base, l'émission photo-électronique sous l'effet d'un rayonnement ultraviolet, l'émission d'ions (*ion sputtering*), la production d'électrons secondaires [20]-[22]...etc. Dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la charge des particules de poussière est généralement négative, les électrons du plasma de base étant préférentiellement collectés par la surface du grain de poussière. Par ailleurs, le processus de charge d'un grain dépend des sections efficaces de charge. Celles-ci sont déterminées à partir du paramètre d'impact d'une particule approchant la surface d'un grain à une distance plus petite que les dimensions de cette particule. Leurs expressions, pour les électrons et les ions, sont données respectivement par [23]

$$\sigma_e(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 + \frac{2eq_d}{r_d m_e v^2} \right) \quad (30)$$

et

$$\sigma_i(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 - \frac{2eq_d}{r_d m_i v^2} \right) \quad (31)$$

pour $v^2 > 2e|q_d|/r_d m_e = v_*^2$ alors que pour $v^2 < v_*^2$, $\sigma_e(q_d, v)$ est simplement nulle. Ici, $v = |\vec{v}|$ et q_d représente la charge du grain de poussière. Les électrons doivent avoir une vitesse minimale, notée v_* , pour pouvoir lutter contre la barrière de potentiel (rappelons que la charge électronique est aussi négative) et atteindre la surface du grain. L'équation d'évolution de la charge du grain de poussière est alors donnée par

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_d \cdot \nabla \right) q_d = I_e + I_i = I_d(q_d) \quad (32)$$

où

$$I_d(q_d) = \sum_{s=e,i} q_s \int v \sigma_s(q_d, v) f_s(\vec{v}) d^3\vec{v} \quad (33)$$

est le courant plasma de charge, \vec{v}_d le vecteur vitesse du grain, $q_{e(i)} = -e(e)$ et $f_s(\vec{v})$ représente la fonction de distribution des vitesses de la particule d'espèce s . Lorsque le plasma est en équilibre thermodynamique, la fonction de distribution des vitesses f_s peut être approximée par une distribution de Maxwell- Boltzmann f_{s0} donnée par

$$f_{s0} = n_{s0} \left(\frac{1}{2\pi v_{ts}^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{1}{2v_{ts}^2} (\vec{v} - \vec{v}_0)^2 \right) \quad (34)$$

\vec{v}_0 représente la vitesse de dérive entre le plasma de base et les grains de poussière, n_{s0} la densité à l'équilibre des particules d'espèce s et $v_{ts} = (T_s/m_s)^{1/2}$ leur vitesse thermique correspondante. En supposant les vitesses de dérive des électrons et des ions beaucoup plus petites que leurs vitesses thermiques respectives, les expressions des courants électronique et ionique à l'équilibre sont données par [3]

$$I_{e0} = -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp \left(\frac{eq_{d0}}{r_d T_e} \right) \quad (35)$$

$$I_{i0} = \pi r_d^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} n_{i0} \left(1 - \frac{eq_{d0}}{r_d T_i} \right) \quad (36)$$

D'un autre coté, si la vitesse de dérive v_0 des ions est plus grande que la vitesse thermique ionique, alors l'expression approximée du courant ionique sera donnée par

$$I_{i0} \approx \pi r_d^2 e n_{i0} v_0 \left(1 - \frac{2e\phi_g}{m_i v_{i0}^2} \right) \quad (37)$$

Notons que pour des valeurs quelconques et arbitraires de v_0 , l'expression de I_{i0} est quelque peu complexe. A l'équilibre

$$I_{e0} + I_{i0} = 0 \quad (38)$$

Il devient alors possible d'obtenir la relation

$$v_{te} \exp(e\phi_g / T_e) = \frac{n_{i0}}{n_{e0}} v_{ti} \left(1 - \frac{e\phi_g}{T_i} \right) \quad (39)$$

à partir de laquelle il est aisé de déterminer le potentiel ϕ_g de la surface d'un grain de poussière isolé. Initialement, les électrons animés de vitesses thermiques nettement plus grandes que celles des ions sont les premiers à être collectés par le grain. Ce dernier étant électriquement flottant, sa surface acquiert un potentiel ϕ_g négatif qui repoussera les électrons et accentuera la collection des ions. Une sphère immergée dans un plasma thermalisé d'hydrogène sera portée à un potentiel $\phi_g = -2.51T/e$ (avec $T_e=T_i=T$ et $n_{i0}=n_{e0}$). La charge moyenne d'un grain de poussière, q_d , est reliée à son potentiel de surface ϕ_g par

$$q_d = C\phi_g \quad (40)$$

où C représente la capacitance du grain. Cette dernière, dans le cas d'un grain isolé et de forme sphérique, est simplement égale au rayon r_d du grain et donc $q_d = r_d\phi_g$. Ce modèle est applicable à des grains suffisamment éloignés l'un de l'autre (en comparaison avec la longueur de Debye λ_D du plasma poussiéreux).

1.6 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux

Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut équivaloir plusieurs milliers de fois la charge élémentaire. Sa présence dans le plasma peut altérer et modifier les modes normaux habituels de ce dernier et/ou donner naissance à de nouveaux modes. Dans cette section, nous rapporterons de manière succincte l'essentiel des travaux d'un groupe de chercheurs de l'université de l'Iowa [24] sur les modes susceptibles de se propager dans un tel plasma. On se limitera aux deux modes acoustiques qui ont fait l'objet d'une intense investigation : le mode acoustique poussiéreux (DA, un nouveau mode identifié au début des années 90) et le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA, mode acoustique ionique habituel modifié par la présence dans le plasma de grains de

poussière). La relation de dispersion linéaire des ondes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux magnétisé a été obtenue à l'aide du modèle fluide que D'Angelo a introduit au début des années 90 [25]. Le terme "basses fréquences" désigne des fréquences de l'ordre de, ou plus petites que f_{ci} (la gyrofréquence) et f_{pi} (la fréquence plasma ionique).

1.6.1 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) ($\omega/k \gg \sqrt{T_d/m_d}$)

C'est le mode acoustique ionique habituel avec, cependant, quelques modifications introduites par la présence de grains de poussière chargés négativement [25], [26]. Les grains de poussière, dans ce cas de figure, sont immobiles ($m_d \rightarrow \infty$) et jouent le rôle d'un fond neutralisant (participent à la quasi-neutralité du plasma). Sa relation de dispersion est alors donnée par

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_i}{m_i} + \frac{T_e}{m_i(1 - \varepsilon Z_d)} \right]^{1/2} = C_{s,d} \quad (41)$$

$C_{s,d}$ est la vitesse acoustique ionique modifiée. Notons que la vitesse de phase de l'onde augmente à mesure que la concentration relative des grains, $\varepsilon = n_{d0}/n_{i0}$, augmente. Pour s'en rendre compte, il suffit de linéariser l'équation de mouvement des ions et de l'écrire sous la forme

$$m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t} = - \left(T_i + \frac{T_e}{1 - \varepsilon Z_d} \right) \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \quad (42)$$

où la relation de Boltzmann a été utilisée pour exprimer le champ électrique de l'onde E_1 en termes de $\partial n_{e1}/\partial t$. Le terme $m_i n_{i0} \partial v_{i1}/\partial t$ est la force par unité de volume agissant sur un élément fluide ionique en présence de la perturbation de l'onde. Le terme de droite est la force acoustique de rappel par unité de volume. Cette dernière augmente à mesure que la valeur de ε augmente. Un accroissement de la force de rappel donne alors lieu à une augmentation de la vitesse de phase de l'onde. Physiquement, comme le nombre d'électrons collectés par la surface des grains va en augmentant, il y en aura de moins en moins de "disponibles" pour contrecarrer et neutraliser les perturbations de la charge d'espace ionique. D'ailleurs, le terme $T_e/(1 - \varepsilon Z_d)$, comme relevé par certains auteurs, peut être perçu comme étant une température électronique effective.

1.6.2 Mode acoustique poussiéreux (DA) ($\omega/k \ll \sqrt{T_i/m_i}$)

C'est un nouveau mode acoustique de très basse fréquence. Par conséquent, la dynamique du grain de poussière doit être prise en compte et les inerties de l'électron et de l'ion peuvent alors être négligées. Sa relation de dispersion est alors donnée par [6]

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_d}{m_d} + \varepsilon Z_d^2 \frac{T_i}{m_d} + \frac{1}{1 + (1 - \varepsilon Z_d) T_i / T_e} \right]^{1/2} = C_{DA} \quad (43)$$

C_{DA} représente la vitesse acoustique poussiéreuse. Pour l'entretien de ce mode, l'inertie est fournie par les grains de poussière alors que la force de rappel est due aux pressions électronique et ionique. Un tel résultat peut être aisément obtenu en linéarisant l'équation de mouvement du grain (avec $T_d = 0$)

$$m_d n_{d0} \frac{\partial v_{d1}}{\partial t} = - \left(T_e \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} + T_i \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \right) \quad (44)$$

En résumé, les deux relations de dispersion précédentes peuvent être réécrites sous la forme suivante

Mode DIA

$$\omega^2 = k^2 C_{s,d}^2 \quad (45)$$

Mode DA

$$\omega^2 = k^2 C_{DA}^2 \quad (46)$$

1.7 Equation de Korteweg- de Vries (K- dV)

La non linéarité et la dispersion sont les propriétés caractéristiques les plus importantes d'un plasma. C'est pourquoi, nous allons entamer ce chapitre par introduire et discuter une équation différentielle partielle (EDP) non linéaire classique, connue sous le nom d'équation de Korteweg- de Vries (KdV). Celle ci apparaît dans une variété de situations physiques et est donnée par [27]

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + aU \frac{\partial U}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (47)$$

où ξ et τ sont des variables indépendantes, a et b des constantes réelles non nulles et U une fonction quelconque qui peut représenter, entre autres, une densité numérique, un potentiel

électrostatique ou une vitesse de propagation. L'équation (47) est à la fois non linéaire et dispersive: le terme convectif $U\partial U/\partial\xi$ traduit la non linéarité tandis que $\partial^3 U/\partial\xi^3$ reflète la dispersion. Historiquement, l'équation (47) fut établie par Korteweg et de Vries en relation avec un problème d'ondes de surface dans un canal d'eau à profondeur finie. Plus tard, Gardner et Morikawa [28] établirent une équation analogue à partir d'un modèle hydro-magnétique de plasma froid pour décrire le comportement de perturbations se propageant perpendiculairement à un champ magnétique avec une vitesse proche de celle d'Alfven. D'autres auteurs montrèrent que l'équation (47) pouvait aussi bien décrire la propagation unidimensionnelle d'ondes acoustiques dans les cristaux que fournir une description faiblement non linéaire de perturbations sonores se propageant à une vitesse voisine de celle du son [29]. Et c'est à partir de là et dans un effort de généralisation que Su et Gardner [30] montrèrent que l'équation (47) pouvait s'appliquer à une large classe de systèmes dispersifs et faiblement non linéaires à l'instar de l'équation de Burgers dans les milieux dissipatifs et faiblement non linéaires. L'équation (47) peut être réécrite sous la forme généralement rencontrée dans la littérature

$$\frac{\partial U}{\partial\tau} + U \frac{\partial U}{\partial\xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial\xi^3} = 0 \quad (48)$$

moyennant les changements de variables $\xi \rightarrow \xi b^{1/3}$ et $U \rightarrow U/ab^{-1/3}$. Notons que pour des ondes acoustiques ioniques se propageant avec une vitesse proche de celle du son, le terme $U\partial U/\partial\xi$ de l'équation (48) provient du terme non linéaire convectif $\vec{v}_i \cdot \vec{\nabla} v_i$ de l'équation de mouvement des ions. De plus, le terme linéaire de troisième ordre $\partial^3 U/\partial\xi^3$ est dû au fait que dans un repère se déplaçant avec la vitesse du son, les corrections de la relation de dispersion sont proportionnelles à k^3 , où k représente le vecteur d'onde de la perturbation acoustique. Remarquons que si le terme dispersif $\partial^3 U/\partial\xi^3$ est omis dans l'équation (48),

alors $\frac{\partial U}{\partial\tau} + U \frac{\partial U}{\partial\xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial\xi^3} = 0$ admettra une solution de la forme

$$U(\xi, \tau) = U(\xi - U(\xi, \tau), 0) \quad (49)$$

Celle-ci indique que toute perturbation initiale se déformera de manière continue dans les régions où $\partial U(\xi, 0)/\partial\xi < 0$ et éventuellement deviendra physiquement inacceptable. En réalité, le terme dispersif de l'équation (48) limite et prévient cette déformation illimitée. Avant d'aller plus loin, il convient de discuter les solutions solitaires de l'équation (48). A

ce propos, moyennant le changement de variable $\chi = \xi - c\tau$ où c est une constante, l'équation (48) peut être deux fois intégrée pour obtenir

$$\left[\frac{dU(\chi)}{d\chi} \right]^2 = \frac{1}{3} U^2(\chi) [3c - U(\chi)] \quad (50)$$

où les conditions aux limites $U(\chi) \rightarrow 0$, $dU(\chi)/d\chi \rightarrow 0$ et $d^2U(\chi)/d\chi^2 \rightarrow 0$ lorsque $|\chi| \rightarrow 0$ ont été utilisées. L'équation (50) peut alors être intégrée pour donner

$$U(\xi - c\tau) = 3c \operatorname{sech}^2(\sqrt{c/2}(\xi - c\tau)) \quad (51)$$

Dans l'équation (51), la hauteur, la largeur et la vitesse du pulse sont proportionnelles à c , $c^{-1/2}$ et c respectivement. De nombreuses études numériques [31], [32] de l'équation (48) indiquent que les solutions en ondes solitaires (soliton) données par (51) jouent un rôle intrinsèque dans l'évolution temporelle du système pour une variété de conditions initiales. Pour des données initiales localisées, un nombre fini de solitons émergent avec différentes hauteurs $3c_1, 3c_2 \dots$ etc., chaque soliton se propageant vers la droite. Ces solitons interagissent en préservant leurs identités. Lorsque $\tau \rightarrow \infty$, les solitons se réarrangent dans l'ordre des hauteurs croissantes (le plus grand soliton se trouvant alors à l'extrême droite). L'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation (48) a été réalisée par Ikezi *et al.* [33], [34]. Ils ont alors rapporté l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur une image simplifiée du soliton de Korteweg- de Vries. Plus tard, certains auteurs ont tenté de réduire cet écart en prospectant l'effet d'une température ionique finie [35] et l'effet des grandes amplitudes [36].

De manière générale, un soliton résulte de l'équilibre de deux effets: la non linéarité et la dispersion [37]. La non linéarité en couplant différents modes (ω_1, k_1) , (ω_2, k_2) donne naissance à d'autres modes d'ordre supérieur $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$. Ce processus donne lieu au phénomène bien connu de la déformation de l'onde (wave steepening) : le bord d'attaque de l'onde se déforme à mesure que la perturbation se déplace. Au cas où elle ne serait pas stoppée par un quelconque autre phénomène physique, cette déformation donne lieu au déferlement de l'onde: en une position x donnée, l'amplitude de l'onde prend différentes valeurs, une situation qui est non physique. La dispersion est justement l'un des phénomènes qui préviennent le déferlement et l'empêchent de se produire. Considérons deux modes normaux quelconques du plasma, (ω_1, k_1) , (ω_2, k_2) . Ces deux modes, par définition, satisfont la relation de dispersion $D(\omega_{1,2}, K_{1,2}) = 0$. A cause de la dispersion, l'onde de battement (*the beat wave*) $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$ peut ne pas satisfaire la relation de

dispersion $D(\omega_{1,2}, K_{1,2}) \neq 0$ et donc ne constituera pas un mode normal du système. Le couplage non linéaire à des ordres supérieurs est alors stoppé. La non linéarité et la dispersion sont donc les ingrédients nécessaires pour l'obtention de solutions en soliton dans le cas d'une onde non linéaire. Cependant, quoique la plupart des ondes dans les plasmas présentent de la dispersion et que le plasma lui-même se comporte comme un milieu non linéaire, seulement un nombre restreint d'ondes est connu pour admettre des solutions solitaires. Les ondes acoustiques ioniques exhibent de telles solutions localisées et ont été largement investies tant sur le plan théorique qu'expérimental. D'ailleurs la redécouverte de l'équation de Korteweg- de Vries pour ce type d'onde dans les plasmas a été sans nul doute le premier pas pour démêler quelque peu le domaine très ardu des phénomènes non linéaires [38].

1.8 Equation cinétique de Vlasov

La description fluide des ondes et des oscillations plasma que nous avons utilisée dans notre précédent chapitre ne convient pas toujours et peut même parfois s'avérer incorrecte. Elle suppose en effet que toutes les particules chargées du plasma interagissent de manière identique avec les champs électromagnétiques self- consistants présents dans le plasma. En fait, le modèle fluide n'est valable que si les vitesses de phase des ondes sont bien plus grandes que les vitesses d'agitations thermiques des particules. Les ondes électrostatiques étant des ondes lentes, leur vitesse de phase peut être voisine de celle d'un nombre significatif de particules. Pour celles –ci, dites particules « résonantes », l'interaction onde- particule est très différente de celle décrite par les équations hydrodynamiques du model fluide. Une description correcte de l'interaction doit donc reposer sur l'analyse de l'évolution des fonctions de distribution des vitesses des particules .On doit donc utiliser l'équation cinétique des plasmas. Ces équations contiennent en général des effets de corrélation (ou de collisions). Mais ceux-ci peuvent être séparés de l'effet principal collectif d'interaction des particules avec les champs électromagnétiques self- consistants. Les interactions discrètes entre particules chargées, i.e., les collisions, ne sont pas incluses dans notre analyse, et les interactions collectives sont supposées dominer durant les échelles de temps des phénomènes qui nous intéressent. Il nous est alors possible de décrire notre plasma dans le cadre des équations de Vlassov- Maxwell. Pour cela, chaque composante j du plasma est caractérisée par une fonction de distribution $f_j(x, v, t)$ définie telle que $f_j(x, v, t) dx dv$ représente le nombre de particules d'espèce j localisées dans l'élément de volume de l'espace des phases $dx dv$ centré en (x, v) à l'instant t . Dans la

mesure où les corrélations discrètes de la particule sont négligeables, l'évolution de $f_j(x, v, t)$ est régie par l'équation de Vlassov, qui, dans le cas non relativiste, s'écrit sous la forme [27]

$$\frac{\partial f_j(\vec{x}, \vec{v}, t)}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}_x f_j(\vec{x}, \vec{v}, t) + \frac{\vec{F}(\vec{x}, t)}{m_j} \cdot \vec{\nabla}_v f_j(\vec{x}, \vec{v}, t) = 0 \quad (52)$$

où m_j représente la masse de la particule d'espèce j . L'équation (52) décrit l'évolution incompressible de $f_j(\vec{x}, \vec{v}, t)$ dans l'espace des phases (\vec{x}, \vec{v}) en présence d'une force $\vec{F}(\vec{x}, t)$ agissant sur les particules. Cette force est la somme des forces externes et de la force due au champ électrique collectif produit par toutes les particules du plasma. En l'absence de champs externes, la force $\vec{F}(\vec{x}, t)$ qui s'exerce sur une particule d'espèce j et de charge q_j est donnée par

$$\vec{F}(\vec{x}, t) = -q_j \vec{\nabla}_s \phi(\vec{x}, t) \quad (53)$$

où ϕ est le potentiel du champ moyen donné par

$$-\vec{\nabla}^2 \phi = \sum_j q_j \int f_j(\vec{x}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (54)$$

La sommation porte sur toutes les espèces de particules présentes dans le plasma. Cette description qui consiste à traiter les particules du plasma comme interagissant seulement à travers leur potentiel de champ moyen n'est correcte qu'en présence d'un nombre suffisant de particules. Dans le cas inverse, le potentiel individuel de chaque particule devra être considéré (cas d'un problème à plusieurs corps). Le caractère non linéaire du troisième terme de l'équation de Vlassov (52) est manifeste. Il fait intervenir la force du champ moyen, elle-même fonction de f_j . La manière avec laquelle cette non linéarité procède peut être illustrée en notant que la distribution des particules est tributaire du potentiel du champ moyen. Cependant, ce dernier est déterminé par la distribution des particules du plasma. Cet effet « feed-back » va redistribuer les particules du plasma jusqu'à ce qu'une distribution stationnaire (une distribution qui n'évolue pas au cours du temps) soit atteinte. La distribution des vitesses de Maxwell-Boltzmann est un exemple d'état stationnaire par excellence. Les modes BGK, objet du troisième chapitre, ainsi que d'autres types d'ondes

non linéaires à l'image des ondes périodiques (trains d'ondes) sont des exemples courants d'états stationnaires avec des distributions de densité de charge non uniformes.

1.9 Revue des ondes électroniques BGK

En 1957, Bernstein, Greene et Kruskal [39] ont résolu le problème unidimensionnel des ondes électrostatiques électroniques non linéaires et stationnaires dans un plasma non collisionnel. Des solutions générales ont alors été établies. Celles-ci prennent en compte le phénomène de piégeage des particules dans les puits de l'onde électrostatique. Dans le repère de l'onde, toutes les quantités sont indépendantes du temps. Pour des raisons de simplicité, la densité des ions a été supposée uniforme étant donné le fait que le rapport de masse entre les électrons et les ions empêche ces derniers de contribuer de manière significative à la dynamique des électrons. Dans le cas des électrons, l'équation de Vlasov prend la forme suivante

$$v \frac{\partial f(v, x)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial f(v, x)}{\partial v} = 0 \quad (55)$$

où f désigne la fonction de distribution électronique. L'énergie, la distance x , la vitesse v et le potentiel ϕ sont respectivement normalisés par l'énergie thermique des électrons T_e , la longueur de Debye électronique $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_e e^2)^{1/2}$, la vitesse thermique des électrons $v_{te} = (2T_e/m)^{1/2}$ et T_e/m_e . En terme d'énergie w , la solution générale de l'équation (55) peut être écrite sous la forme [40]

$$f(x, v) = f(w) = f(w = v^2 - \phi) \quad (56)$$

Lorsque le potentiel ϕ est positif, deux populations électroniques peuvent alors coexister : des électrons avec énergie totale $w > 0$, appelés électrons passants (nous utiliserons également le mot libres) et des électrons avec $w \leq 0$, appelés électrons piégés. Ces derniers exécutent des allées et venues à l'intérieur du potentiel électronique. La vitesse des particules passantes, constante à l'extérieur du potentiel, augmente à mesure que ϕ augmente. La fonction de distribution électronique $f(w)$ peut alors être réécrite sous la forme d'une somme d'une distribution électronique piégée $f_{tr}(w \leq 0)$ et d'une distribution électronique passante $f_p(w > 0)$

$$f(w) = f_{tr}(w \leq 0) + f_p(w > 0) \quad (57)$$

Compte tenu de ce qui précède, l'équation de Poisson est alors donnée par

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = n_{tr} + n_p - 1 \quad (58)$$

où

$$n_{tr} = \int_{-\sqrt{\phi}}^{\sqrt{\phi}} f_{tr}(x, v) dv \quad (59)$$

et

$$n_p = \int_{-\infty}^{-\sqrt{\phi}} f_p(x, v) dv + \int_{\sqrt{\phi}}^{\infty} f_p(x, v) dv \quad (60)$$

représentent respectivement la densité des électrons piégés et celle des électrons libres. En utilisant les expressions intégrales précédentes et en changeant les variables d'intégration de la vitesse à l'énergie, l'équation de Poisson (58) devient

$$\int_{-\phi}^0 dw \frac{f_{tr}(w)}{2\sqrt{w+\phi}} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \int_0^{\infty} dw \frac{f_p(w)}{2\sqrt{w+\phi}} + 1 \quad (61)$$

L'équation intégrale précédente peut être résolue pour trouver f_{tr} pour peu que ϕ et f_p soient connus. Dans ce cas, la solution sera donnée par

$$f_{tr}(w) = \frac{2}{\pi} \int_0^{-w} \frac{dn_{tr}(\phi)}{d\phi} \frac{d\phi}{\sqrt{-w-\phi}} \quad (62)$$

et dans laquelle n_{tr} devra être remplacé par le membre de droite de l'équation (61).

Chapitre 2

Ondes acoustiques poussiéreuses (DA) dans un plasma poussiéreux électroniquement appauvri

2.1 Présentation physique du problème

L'appauvrissement électronique ou déplétion électronique représente sans conteste l'une des propriétés les plus remarquables des plasmas complexes ou poussiéreux. Ce phénomène est principalement dû à la collecte préférentielle des électrons de la part de la surface du grain de poussière à cause, d'une part, de la faiblesse relative de leur masse et, d'autre part, à cause de leur grande mobilité. Pour analyser les propriétés non linéaires et dispersives de l'onde acoustique poussiéreuse associée à un tel modèle de plasma, Mamun *et al.* [41] ont considéré un plasma composé uniquement de grains de poussière à charge négative, extrêmement massifs et d'ions de température T_i , distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann. Rappelons que Rao *et al.* [6] ont été les premiers à avoir suggéré de prendre en considération la dynamique des grains de poussière dans un plasma dont les ions et les électrons sont distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann. Ils ont alors prédit l'existence d'un nouveau mode acoustique (baptisé dès lors mode acoustique poussiéreuse) et plus tard mis en évidence dans les expériences de laboratoires [7] de faible vitesse de phase (en comparaison avec les vitesses thermiques des ions et des électrons) et de très faible fréquence ($\omega \sim$ quelques dizaines de Hertz). Pour maintenir ces ondes acoustiques poussiéreuses, les forces de rappel proviennent des pressions électronique et ionique alors que la masse des grains fournit l'inertie. Ils ont alors montré qu'un tel plasma ne peut propager que des structures acoustiques solitaires à potentiel négatif. On se propose dans ce qui suit de reconsidérer, d'abord, la généralisation du modèle de Mamun *et al.* au cas d'ions non isothermiques, piégés dans le potentiel associé à l'onde acoustique poussiéreuse [42] pour ensuite étendre notre analyse au cas de grains de poussière à température finie.

2.2 Potentiel solitaire dans un plasma poussiéreux électroniquement appauvri

Nous allons d'abord rappeler les équations de base du modèle de Mamun et al. Les oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase v_p ($v_{id} = (T_i/m_d)^{1/2} \ll v_p \ll v_{ti} = (T_i/m_i)^{1/2}$, où v_{id} et v_{ti} représentent respectivement les vitesses thermiques des ions et des grains de poussière) associées à un plasma électroniquement appauvri sont gouvernées par[41]

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_d - \exp(-\Psi) \quad (3)$$

La densité des grains N_d , leur vitesse fluide V_d , le potentiel électrostatique Ψ , le temps T et la variable d'espace X sont normalisés respectivement par n_{d0} (densité des grains à l'équilibre), $C_d = (Z_d T_i / m_d)^{1/2}$ (vitesse acoustique poussiéreuse), T_i / e , $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2)^{1/2}$ (période plasma poussiéreuse) et $\lambda_{Dd} = (T_i / 4\pi Z_d n_{d0} e^2)^{1/2}$ (longueur de Debye). Dans la limite linéaire et grâce à l'analyse de Fourier, il est possible d'obtenir à partir des équations (1)-(3) la relation de dispersion de l'onde acoustique poussiéreuse dont la vitesse de phase

$$v_p = \omega/k = C_d / \left(1 + k^2 \lambda_{Dd}^2\right)^{1/2} \quad (4)$$

se réduit à

$$\omega/k \approx \sqrt{Z_d} (T_i / m_d)^{1/2} \quad (5)$$

dans le cas des perturbations de grandes longueurs d'onde. Celle-ci indique que l'onde acoustique poussiéreuse ne doit son existence qu'à la pression des ions conjuguée à l'inertie des grains de poussière. Dans le but d'analyser les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse d'amplitude arbitraire (sans aucune approximation, ni contrainte) dans un repère lié à l'onde, les équations (1)-(3) sont alors réécrites en introduisant la variable

$$\xi = X - MT \quad (6)$$

où M est appelé nombre de Mach. En imposant des conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $V_d \rightarrow 0$, $N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons à partir de (1)-(2) la relation

$$N_d = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\Psi / M^2}} \quad (7)$$

En portant la relation (7) dans l'équation de poisson (3), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par $d\Psi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant des conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (8)$$

où

$$V(\Psi) = 1 + M^2 - M^2 \sqrt{1 + \frac{2\Psi}{M^2}} - \exp(-\Psi) \quad (9)$$

est dit potentiel de Sagdeev [43] ou pseudo-potentiel car (8) peut être perçue comme étant l'équation du mouvement d'une pseudo particule de masse unité, de position Ψ et de vitesse $d\Psi/d\xi$, oscillant dans un potentiel $V(\Psi)$. $V(\Psi)$ et $dV(\Psi)/d(\Psi)$ étant nuls en $\Psi=0$, les conditions d'existence d'une solution en onde solitaire de (8) peuvent alors être résumées comme suit : (i) $(d^2V/d\Psi^2)_{\Psi=0} < 0$ (le point à l'origine est instable), (ii) Ψ admet un extremum (un minimum ou un maximum) non nul noté Ψ_m tel que $V(\Psi_m) \geq 0$, (iii) $V(\Psi) < 0$ lorsque Ψ varie de 0 à Ψ_m . L'analyse numérique de (9) pour différentes valeur du nombre de Mach M montre que le potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ ne peut jamais s'annuler pour toute valeur positive de Ψ et $M > 1$ écartant ainsi d'emblée la possibilité d'existence de solitons acoustiques poussiéreux compressifs ($\Psi > 0$). Cependant, cette même analyse indique que des solitons de raréfaction ($\Psi < 0$) existent. $\Psi_m = -M^2/2$ étant le plus petite valeur de Ψ pour laquelle la densité (7) est réelle, la condition $V(\Psi_c) \geq 0$ n'est satisfaite que pour $M < 1.58$. Des solitons acoustiques poussiéreux d'amplitude finie existent donc pour $1 < M < 1.58$ comme l'indiquent les figures 1 et 2. Leur largeur diminue et leur amplitude augmente à mesure que le nombre de Mach M augmente (figure 3).

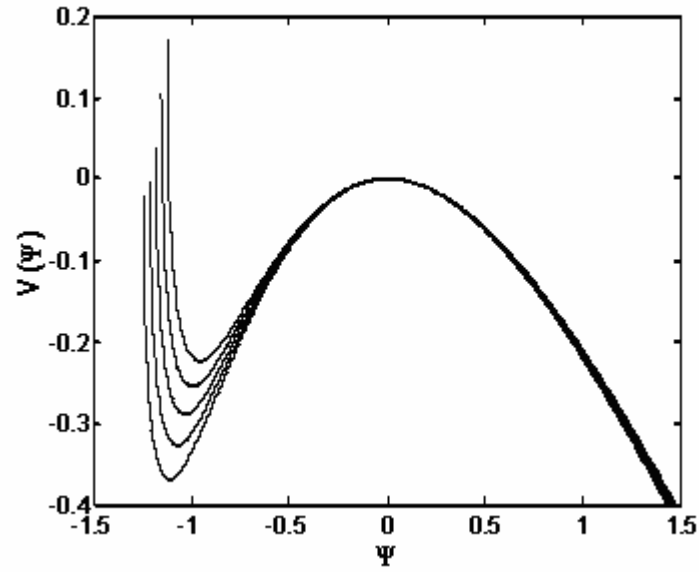


Figure 1 : Variation du potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ en fonction de Ψ pour différentes valeurs du nombre de Mach $M=1.5, 1.52, 1.54, 1.56$ et 1.58 (de haut vers le bas).

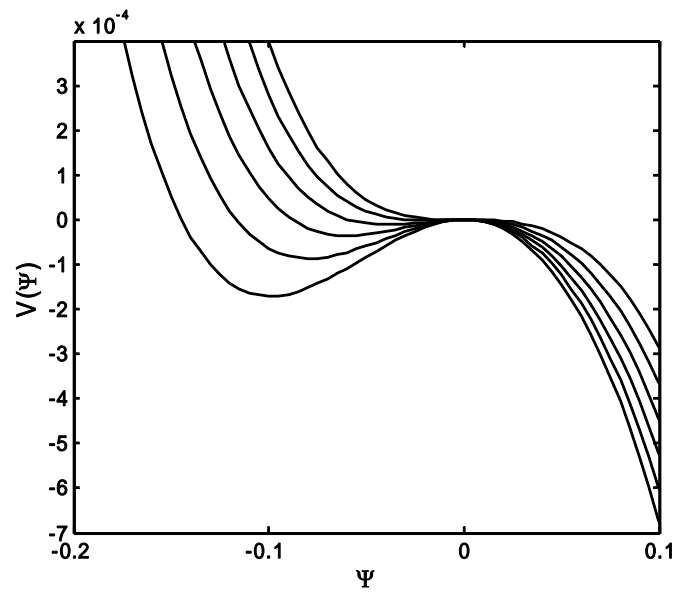


Figure 2 : Variation du potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ en fonction de Ψ pour différentes valeurs du nombre de Mach $M = 1.00, 1.01, 1.02, 1.03, 1.04$ et 1.05 (de haut vers le bas).

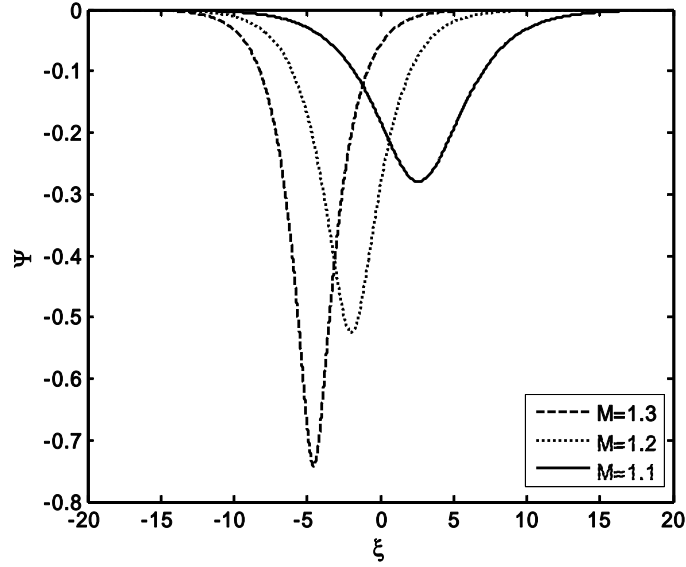


Figure 3 : Potentiel électrostatique solitaire Ψ associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs du nombre de Mach $M=1.1, 1.2$ et 1.3 .

Nous allons maintenant nous intéresser à la dynamique des solitons acoustiques poussiéreux à faible amplitude ($|\Psi| < 2M^2$). Pour cela, nous établissons à partir des équations (1)-(3) une équation non linéaire de type de Korteweg de Vries (K- dV) en utilisant la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti (Ref6) et les variables qu'ils ont introduites

$$\zeta = \varepsilon^{1/2} (X - v_0 T) \quad (10)$$

$$\tau = \varepsilon^{3/2} T \quad (11)$$

où ε est un paramètre de mesure de la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion et v_0 représente la vitesse (normalisé par C_d) à priori inconnue du soliton que nous déterminerons plus tard. Les variables N_d , V_d et Ψ peuvent être alors développées en séries de puissances de ε autour de leur valeur d'équilibre

$$N_d = 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \dots \quad (12)$$

$$V_d = \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^2 V_d^{(2)} + \dots \quad (13)$$

$$\Psi = \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \dots \quad (14)$$

que nous substituons dans (1), (2) et (3). A l'ordre le plus petit en ε , les équations (1) et (2) donnent $N_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0^2$, $V_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0$ et $v_0 = 1$. Aux ordres les plus élevés, nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial (N_d^{(1)} V_d^{(1)})}{\partial \zeta} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} + V_d^{(1)} \frac{\partial V^{(1)}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^{(2)}} - N_d^{(2)} - \Psi^{(2)} + \frac{1}{2} (\Psi^{(1)})^2 = 0 \quad (17)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type Korteweg- de Vries suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} - \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \zeta} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (18)$$

dont la solution stationnaire et localisée est donnée [44] par

$$\Psi^{(1)} = \Psi_m^{(1)} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\zeta - u_0 t}{\delta} \right) \quad (19)$$

$\Psi_m = -3u_0$, $\delta = (2/u_0)^{1/2}$ représentent respectivement l'amplitude et la largeur du soliton. L'équation (19) confirme en fait que le modèle de Mamun *et al.* ne peut admettre que des ondes acoustiques poussiéreuses solitaires de raréfaction à potentiel négatif.

2.3 Onde acoustique poussiéreuse (DA) dans un plasma en présence d'ions piégés et non isothermiques

2.3.1 Equations de base du modèle

On se propose dans ce qui suit de reconsidérer la généralisation du modèle de Mamun *et al.*[42] au cas d'ions non isothermiques, piégés dans le potentiel associé à l'onde acoustique poussiéreuse. Pour cela, considérons un plasma à deux composantes constitué de grains de poussière chargés négativement et d'une population d'ions piégés de densités respectives n_d et n_i . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, avoir la même charge q_d , le même rayon et la même masse. Les oscillations acoustiques poussiéreuses (DAW) de faible vitesse de phase v_p , associées à un tel plasma, peuvent alors être décrites par les équations de base du modèle fluide suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial (N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_d - N_i \quad (22)$$

La densité des grains N_d , leur vitesse fluide V_d , le potentiel électrostatique Ψ , le temps T et le variable d'espace X sont normalisés respectivement par n_{d0} , $C_d=(Z_d T_i/m_d)^{1/2}$, T_i/e , $\omega_{pd}^{-1}=(m_d/4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2)^{1/2}$ et $\lambda_{Dd}=(T_i/4\pi Z_d n_{d0} e^2)^{1/2}$.

Pour tenir compte des ions chauds dont une partie est piégée dans le potentiel de l'onde de large amplitude, nous nous referons à une solution de type Bernstein- Greene- Kruskal (BGK) appropriée. Rappelons que celle ci ne sera considérée comme étant adéquate que si elle représente la "version" non linéaire d'un mode propre naturel du plasma. Nous utilisons alors la fonction de distribution ionique de type vortex établie par Schamel [45]

$$f_i = f_{if} + f_{it} \quad (23)$$

où

$$f_{if}(x, v_x) = n_{i0} \left(\frac{m_i}{2\pi T_{if}} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{v_x^2}{T_{if}/m_i} + \frac{2\phi(x)}{T_{if}/e} \right) \right], \quad \text{pour } |v_x| > \sqrt{-\frac{2e\phi}{m_i}} \quad (24)$$

$$f_{it}(x, v_x) = n_{i0} \left(\frac{m_i}{2\pi T_{if}} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \beta \left(\frac{v_x^2}{T_{if}/m_i} + \frac{2\phi(x)}{T_{if}/e} \right) \right], \quad \text{pour } |v_x| \leq \sqrt{-\frac{2e\phi}{m_i}} \quad (25)$$

Les indices f et t représentent la contribution des ions libres et celle des ions piégés respectivement. Le paramètre β détermine la proportion relative des ions piégés et est défini comme étant $|\beta| = T_{if}/T_{it}$, où T_{if} et T_{it} désignent respectivement la température des ions libres et celle des ions piégés. En intégrant f_i sur tout l'espace des vitesses nous obtenons pour $\beta > 0$

$$\begin{aligned} n_i(\phi) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(x, v_x) dv_x = \int_{-\infty}^{-\sqrt{-2e\phi/m_i}} f_{if} dv_x + \int_{+\sqrt{-2e\phi/m_i}}^{+\infty} f_{if} dv_x + \int_{-\sqrt{-2e\phi/m_i}}^{+\sqrt{-2e\phi/m_i}} f_{it} dv_x \\ &= n_{i0} \left[\exp \left(-\frac{e\phi}{T_{if}} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{e\phi}{T_{if}}} \right) + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp \left(-\beta \frac{e\phi}{T_{if}} \right) \operatorname{erf} \left(\sqrt{-\beta \frac{e\phi}{T_{if}}} \right) \right] \end{aligned}$$

$$N_i = n_i / n_{i0} = \exp(-\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp(-\beta\Psi) \operatorname{erf}(\sqrt{-\beta\Psi}) \quad (26)$$

et pour $\beta < 0$

$$N_i = n_i / n_{i0} = \exp(-\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{-\beta}} W(\sqrt{\beta\Psi}) \quad (27)$$

où

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt \quad (28)$$

et

$$W(x) = \exp(-x^2) \int_0^x \exp(t^2) dt \quad (29)$$

représente l'intégrale de Dawson.

2.3.2 Existence des solitons

A l'instar de la section précédente, les équations (20)- (22) sont réécrites en faisant appel à la variable $\xi = X - MT$, où M représente le nombre de Mach. En imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $V_d \rightarrow 0$, $N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons à partir des équations (20) et (21)

$$N_d = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Psi}} \quad (30)$$

L'équation de Poisson (22) s'écrira alors sous la forme suivante

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Psi}} - \exp(-\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) - \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp(-\beta\Psi) \operatorname{erf}(\sqrt{-\beta\Psi}) \quad (31)$$

pour $\beta > 0$.

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Psi}} - \exp(-\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{-\beta}} W(\sqrt{\beta\Psi}) \quad (32)$$

pour $\beta < 0$.

En intégrant les équations (31) et (32) (voir section précédente), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (33)$$

où $V(\Psi)$ représente le pseudo- potentiel ou potentiel de Sagdeev et est donné par

$$V(\Psi) = M^2 + 1 - M \sqrt{M^2 + 2\Psi} - \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) \exp(-\Psi) - \frac{1}{\beta^{3/2}} \exp(-\beta\Psi) \operatorname{erf}(\sqrt{-\beta\Psi}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) \sqrt{-\Psi} \quad (34)$$

pour $\beta > 0$.

$$V(\Psi) = M^2 + 1 - M \sqrt{M^2 + 2\Psi} - \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) \exp(-\Psi) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{W(\sqrt{\beta\Psi})}{\beta\sqrt{-\beta}} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) \sqrt{-\Psi} \quad (35)$$

pour $\beta < 0$.

L'analyse numérique de $V(\Psi)$ pour différentes valeurs de nombre de Mach M et du paramètre de piégeage β révèle l'existence d'ondes acoustiques poussiéreuses solitaires de raréfaction. L'équation (33) est alors intégrée numériquement pour $\beta = \pm 0.02$ et différentes valeurs du nombre de Mach M . Les figures 4a-b et 5a-b indiquent la formation et l'existence de structures acoustiques solitaires de raréfaction dont l'amplitude augmente à mesure que le nombre de Mach M augmente. Les figures 6a-b et 7a-b révèlent que les propriétés de ces structures solitaires dépendent fortement de la fraction d'ions piégés présents dans notre modèle de plasma. L'amplitude de celles-ci augmente avec le paramètre de piégeage β alors que leur largeur reste insensible au nombre d'ions piégés présents dans le plasma. Il serait alors souhaitable de voir s'il existe une limite supérieure de M au delà de laquelle les structures solitaires n'existent plus. $\Psi_c = -M^2/2$ étant la valeur minimale de Ψ pour laquelle la densité des grains reste réelle, la condition $V(\Psi_c) \geq 0$ n'est en fait satisfaite que pour $M < 3.10$ pour $\beta = -0.02$ (Fig.8a) et $M < 2.86$ pour $\beta = 0.02$ (Fig.8b). Par conséquent, la déviation d'une fraction des ions de leur équilibre thermodynamique a pour conséquence directe l'élargissement du domaine des nombres de Mach M admissibles.

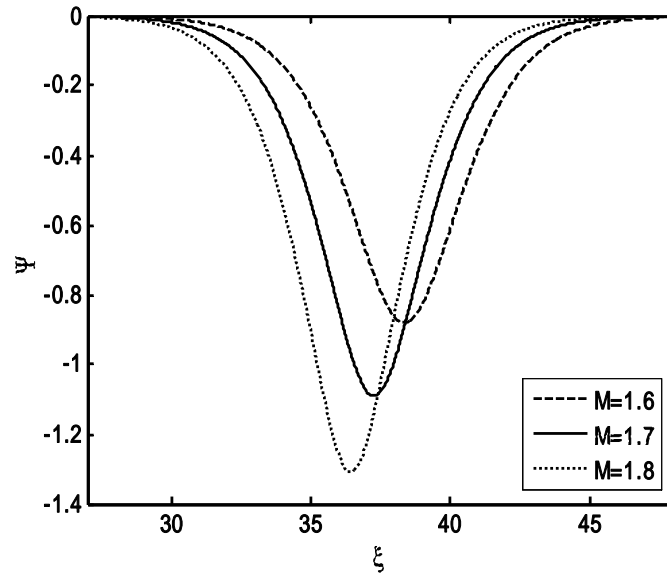


Figure 4a: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du nombre de Mach M et $\beta=0.02$.

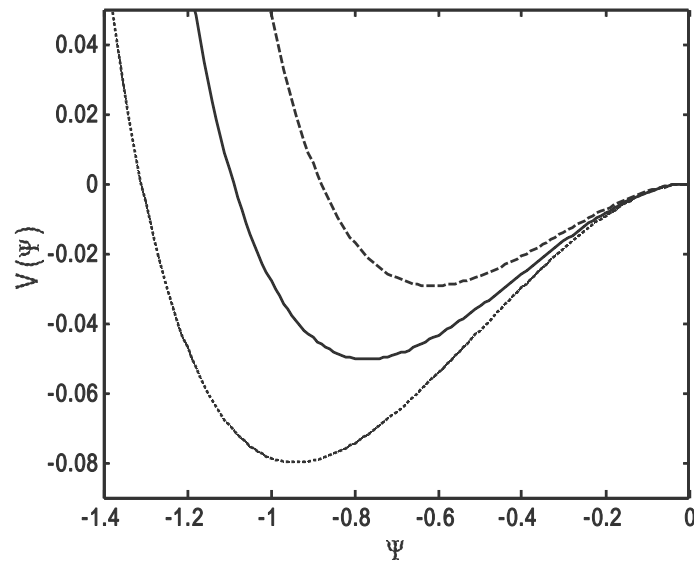


Figure 4b: Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 4a pour différentes valeurs du nombre de Mach $M=1.6$ (tirets), 1.7 (trait plein) et 1.8 (pointillés) (de haut vers le bas).

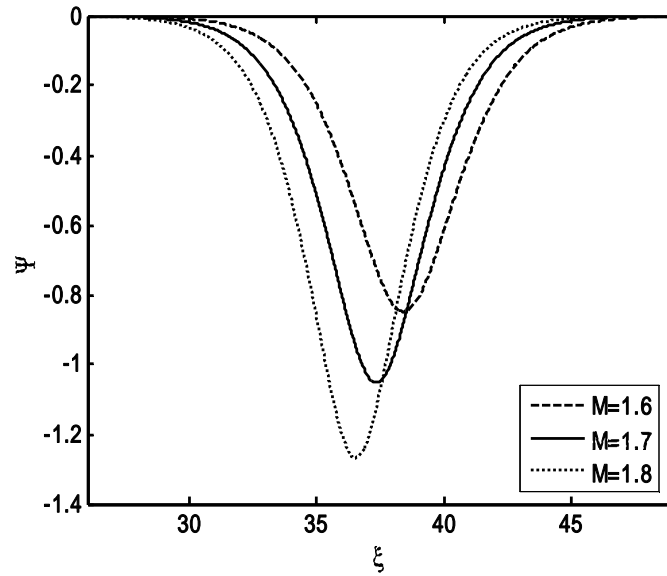


Figure 5a : Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du nombre de Mach M et $\beta = -0.02$

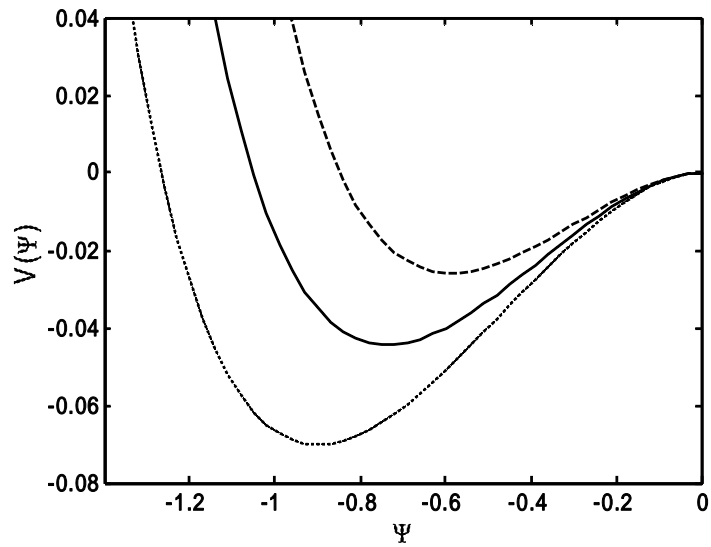


Figure 5b: Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 5a pour différentes valeurs du nombre de Mach $M=1.6$ (tirets), 1.7 (trait plein) et 1.8 (pointillés) (de haut vers le bas).

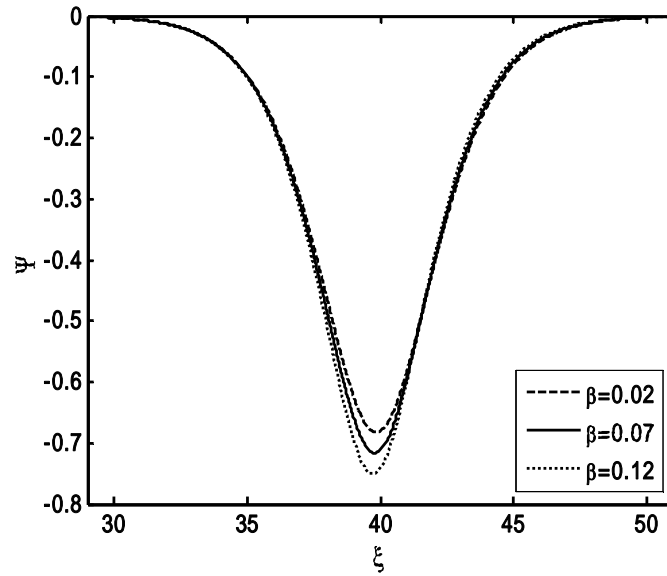


Figure 6a : Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre de piégeage $\beta (>0)$ avec $M = 1.5$.

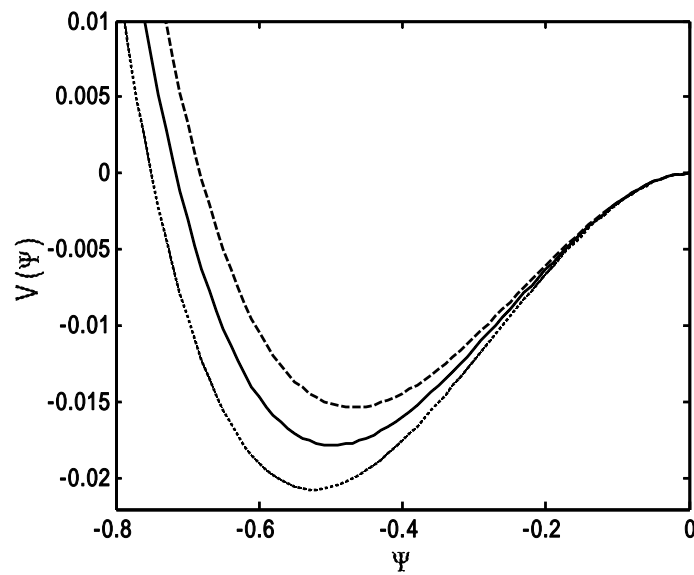


Figure 6b: Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 6a pour différentes valeurs du paramètre de piégeage $\beta = 0.02$ (tirets), 0.07 (trait plein) et 0.12 (pointillés) avec $M = 1.5$ (de haut vers le bas).

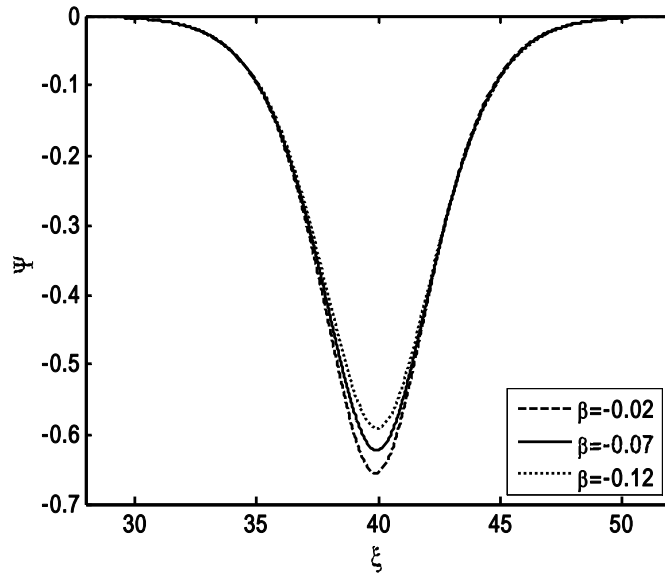


Figure 7a : Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre de piégeage $\beta (<0)$ avec $M = 1.5$.

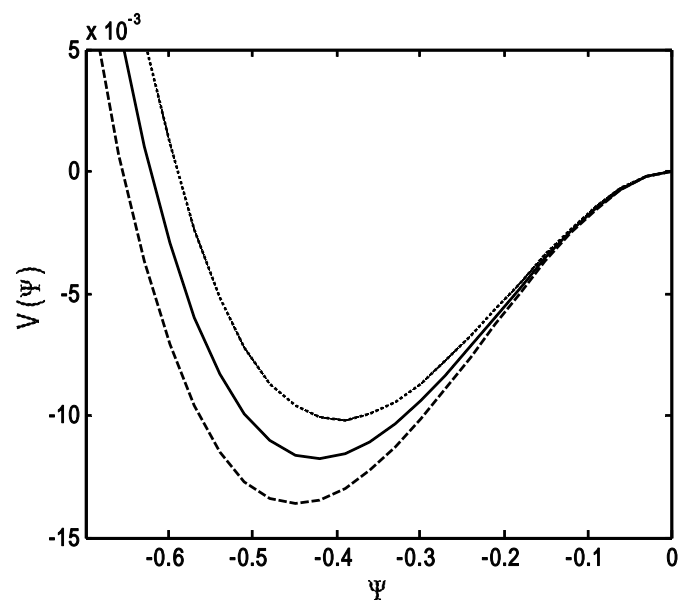


Figure7b : Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 7a pour différentes valeurs du paramètre de piégeage $\beta = -0.02$ (tirets), -0.07 (trait plein) et -0.12 (pointillés) avec $M = 1.5$

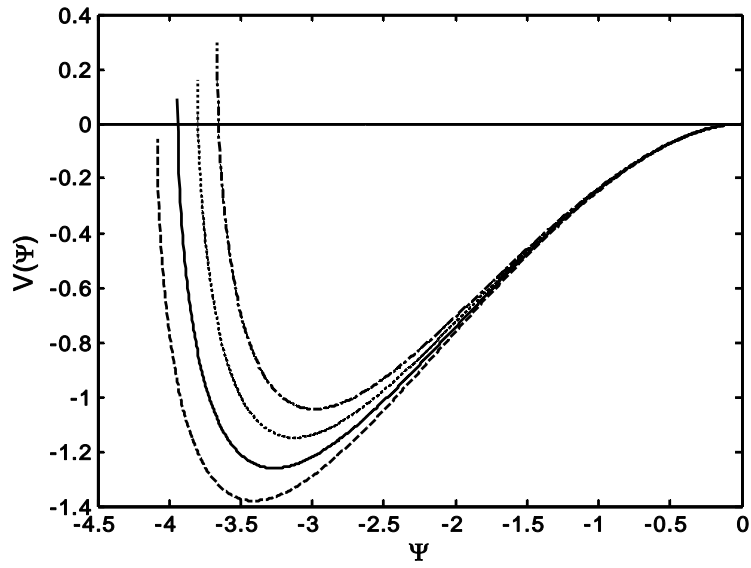


Figure 8a : Profil du potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du nombre de Mach $M=2.86$ (tirets), 2.81 (trait plein), 2.76 (pointillés) et 2.71 (tirets- pointillés) avec $\beta=0.02$.

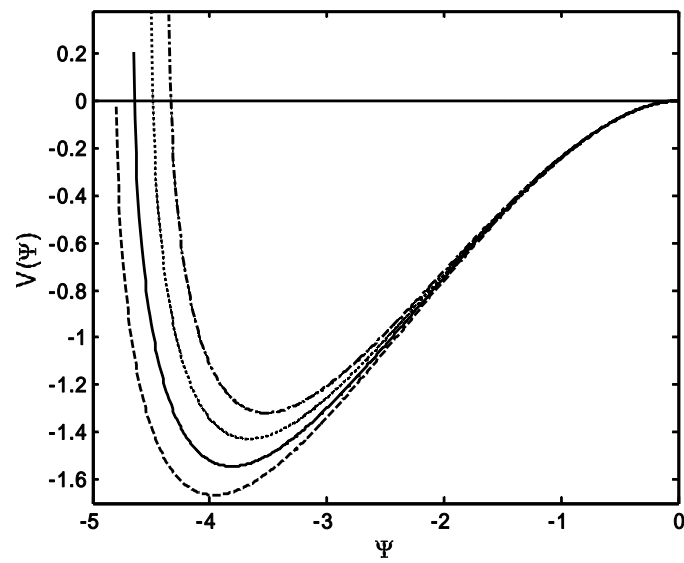


Figure 8b : Profil du potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du nombre de Mach $M=3.10$ (tirets), 3.05 (trait plein), 3.00 (pointillés) et 2.95 (tirets- pointillés) avec $\beta=0.02$.

Nous allons maintenant nous intéresser à la dynamique des solitons acoustiques poussiéreux de faible amplitude ($|\Psi| < 2M^2$). Pour cela, nous établissons à partir des équations (20)-(22) une équation de type Korteweg–de Vries (K- dV) en utilisant la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [29] et les variables introduites par Schamel dans le cas des particules piégées [45] $\zeta = \varepsilon^{1/4}(X - v_0 T)$ et $\tau = \varepsilon^{3/4} T$, où ε est un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde et v_0 la vitesse de propagation du soliton normalisée par rapport à C_d . Remarquons que celles-ci sont différentes de celles déjà utilisées dans le cas des particules maxwelliennes. Comme précédemment, les variables N_d , V_d et Ψ sont développées en séries de puissances de ε autour de leur valeur d'équilibre

$$N_d = 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^{3/2} N_d^{(2)} + \dots \quad (36)$$

$$V_d = 0 + \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^{3/2} V_d^{(2)} + \dots \quad (37)$$

$$\Psi = 0 + \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^{3/2} \Psi^{(2)} + \dots \quad (38)$$

De même, la densité numérique N_i des ions piégés [Eqs. (26) et (27), quelque soit le signe de β] peut être développée sous la forme

$$N_i = 1 - \Psi - \frac{4}{3} \left[\frac{(1-\beta)}{\sqrt{\pi}} \right] (-\Psi)^{-3/2} + \frac{\Psi^2}{2} \quad (39)$$

À l'ordre le plus petit en ε , les équations (20) et (21) donnent $N_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0^2$, $V_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0$ et $v_0 = 1$. Aux ordres les plus élevés, nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (41)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^{(2)}} - N_d^{(2)} - \Psi^{(2)} - \frac{4(1-\beta)}{3\sqrt{\pi}} [-\Psi^{(1)}]^{3/2} = 0 \quad (42)$$

à partir desquelles il est aisé de déduire l'équation modifiée de Korteweg- de Vries (mK- dV) suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + a \sqrt{-\Psi^{(1)}} \frac{\partial(\Psi^{(1)})}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (43)$$

où $a = \frac{1-\beta}{\sqrt{\pi}}$ et $b = \frac{1}{2}$ et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par [45]

$$\Psi^{(1)} = -\Psi_m \operatorname{sech}^4 [(\zeta - u_0 \tau) / \delta] \quad (44)$$

où $\Psi_m = (15u_0/8a)^2$ et $\delta = (16b/u_0)^{1/2} = (8/u_0)^{1/2}$ représentent respectivement l'amplitude et la largeur du soliton. La solution (44) confirme en fait que seule l'amplitude Ψ_m du potentiel solitaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse est affectée par la présence, dans le plasma, de la fraction d'ions piégés.

2.4 Influence de la température des grains de poussière

Au cours des sections précédentes, les grains de poussière ont été supposés à température nulle. Cependant, dans un plasma réel, les effets d'une température de grain finie ne peuvent être occultés (de nombreux travaux théoriques ayant pris en compte la température ionique pour mieux rendre compte des résultats expérimentaux ont été répertoriés dans la référence [37]). De nombreux auteurs ont d'ailleurs mis l'accent sur l'importance d'une telle température [46]-[50]. Par conséquent, on se propose dans ce qui suit d'étendre notre analyse de la section précédente au cas de grains de poussière chauds à température finie [51]. Nous utiliserons les mêmes équations de base du modèle fluide précédent avec, cependant, l'inclusion d'un terme de pression additionnel dans l'équation de mouvement du grain de poussière.

2.4.1 Equations de base du modèle

A l'instar des sections précédentes, les oscillations acoustiques poussiéreuses associées à un plasma poussiéreux électroniquement appauvri et à température finie, peuvent être décrites par les équations de base suivantes

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial(n_d u_d)}{\partial x} = 0 \quad (45)$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial x} = -\frac{q_d}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{3T_d}{m_d n_{d0}^2} n_d \frac{\partial n_d}{\partial x} \quad (46)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi \rho \quad (47)$$

Ces dernières, réécrites sous leur forme adimensionnelle, deviennent

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial N_d V_d}{\partial X} = 0 \quad (48)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial X} - 3\sigma N_d \frac{\partial N_d}{\partial X} \quad (49)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_d - N_i \quad (50)$$

où $\sigma = T_d / Z_d T_i$. La densité des grains, leur vitesse fluide, le potentiel électrostatique, le temps et la variable d'espace sont normalisés respectivement par n_{d0} , $(Z_d T_i / m_d)^{1/2}$, T_i / e , $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2)^{1/2}$ et $\lambda_{Dd} = (T_i / 4\pi Z_d n_{d0} e^2)^{1/2}$. Une fraction de la population ionique étant piégée dans le potentiel de l'onde acoustique poussiéreuse, nous nous référons encore une fois à la fonction de distribution ionique de type vortex déjà établie par Schamel [45] $f_i = f_{if} + f_{ii}$ (voire Eqs. 24 et 25). Dans le but d'étudier les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse de large amplitude dans un repère stationnaire (lié à l'onde), les équations (48)-(50) sont réécrites en introduisant la variable $\xi = X - MT$, où M représente le nombre de Mach. Les équations de continuité (48) et de mouvement (49) deviennent alors

$$-M \frac{\partial N_d}{\partial \xi} + \frac{\partial (N_d V_d)}{\partial \xi} = 0 \quad (51)$$

$$-M \frac{\partial V_d}{\partial \xi} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial \xi} = \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} - 3\sigma N_d \frac{\partial N_d}{\partial \xi} \quad (52)$$

En intégrant les équations précédentes et en imposant des conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $V_d \rightarrow 0$, $N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi_{\pm} \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons l'équation bicarrée suivante

$$3\sigma N_d^4 - (3\sigma + M^2 + 2\Psi) N_d^2 + M^2 = 0 \quad (53)$$

et dont la solution est donnée par

$$N_d = \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}\sigma_0} \left[1 + \frac{2\Psi}{M^2\sigma_1^2} - \sqrt{\left(1 + \frac{2\Psi}{M^2\sigma_1^2}\right)^2 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{1/2} \quad (54)$$

avec

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{3\sigma}{M^2}} \quad \text{et} \quad \sigma_1 = \sqrt{1 + \sigma_0^2}$$

Tenant compte de l'expression de la densité des grains de poussière (54), l'équation de poisson (50) s'écrira alors sous la forme

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Psi}{d\xi^2} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}\sigma_0} \left[1 + \frac{2\Psi}{M^2\sigma_1^2} - \sqrt{\left(1 + \frac{2\Psi}{M^2\sigma_1^2}\right)^2 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{1/2} \\ - \exp(-\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) - \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp(-\beta\Psi) \operatorname{erf}(\sqrt{-\beta\Psi}) \end{aligned} \quad (55)$$

pour $\beta > 0$, et

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Psi}{d\xi^2} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}\sigma_0} \left[1 + \frac{2\Psi}{M^2\sigma_1^2} - \sqrt{\left(1 + \frac{2\Psi}{M^2\sigma_1^2}\right)^2 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{1/2} \\ - \exp(-\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{-\beta}} W(\sqrt{\beta\Psi}) \end{aligned} \quad (56)$$

pour $\beta < 0$.

Notons qu'il est toujours possible de réécrire l'équation de Poisson [(55) et (56)] sous la forme intégrale suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (57)$$

où $V(\Psi)$ représente le pseudo-potential ou potentiel de Sagdeev et est donné par

$$\begin{aligned} V(\Psi) = -M^2\sqrt{\sigma_0} \left[\exp(\alpha/2) + \frac{1}{3}\exp(-3\alpha/2) \right] - \exp(-\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) - 2 \frac{\sqrt{-\Psi}}{\sqrt{\pi}} \\ - \frac{1}{\beta^{3/2}} \left[\exp(-\beta\Psi) \operatorname{erf}(\sqrt{-\beta\Psi}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{-\beta\Psi} \right] + C_1 \end{aligned} \quad (58)$$

pour $\beta > 0$, et

$$V(\Psi) = -M^2 \sqrt{\sigma_0} \left[\exp(\alpha/2) + \frac{1}{3} \exp(-3\alpha/2) \right] - \exp(-\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) - 2 \frac{\sqrt{-\Psi}}{\sqrt{\pi}} - \frac{2}{\sqrt{\pi} \sqrt{-\beta}} \left[\frac{W(\sqrt{\beta\Psi})}{\beta} + \sqrt{\frac{\Psi}{\beta}} \right] + C_2 \quad (59)$$

pour $\beta < 0$. C_1 et C_2 sont des constantes d'intégration et α est donné par

$$\cosh(\alpha) = \frac{\sigma_1^2}{2\sigma_0} \left[\left(1 + \frac{2\Psi}{M^2 \sigma_1^2} \right) \right] \quad (60)$$

ou

$$\alpha = \ln \left[\frac{\sigma_1^2}{2\sigma_0} \left(1 + \frac{2\Psi}{M^2 \sigma_1^2} \right) + \sqrt{\left[\frac{\sigma_1^2}{2\sigma_0} \left(1 + \frac{2\Psi}{M^2 \sigma_1^2} \right) \right]^2 - 1} \right] \quad (61)$$

En portant la relation (61) dans les équations (58) et (59) et en imposant la première condition requise pour l'existence des solitons ($V(\Psi) = 0, \Psi \rightarrow 0$), nous obtenons

$$V(\Psi) = \left\{ -\frac{M^2 \sigma_1^2}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{2\Psi}{M^2 \sigma_1^2} + \sqrt{\left(1 + \frac{2\Psi}{M^2 \sigma_1^2} \right)^2 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{1/2} - \frac{2\sqrt{2}\sigma}{\sigma_1^3} \left[1 + \frac{2\Psi}{M^2 \sigma_1^2} + \sqrt{\left(1 + \frac{2\Psi}{M^2 \sigma_1^2} \right)^2 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{-3/2} - \exp(-\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) - 2 \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) \frac{\sqrt{-\Psi}}{\sqrt{\pi}} - \frac{1}{\beta^{3/2}} \exp(-\beta\Psi) \operatorname{erf}(\sqrt{-\beta\Psi}) + \frac{M^2 \sigma_1}{\sqrt{2}} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{1/2} + \frac{2\sqrt{2}\sigma}{\sigma_1^3} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{-3/2} + 1 \right\} \quad (62)$$

pour $\beta > 0$, et

$$\begin{aligned}
V(\Psi) = & \left\{ -\frac{M^2\sigma_1^2}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{2\Psi}{M^2\sigma_1^2} + \sqrt{\left(1 + \frac{2\Psi}{M^2\sigma_1^2}\right)^2 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{1/2} \right. \\
& - \frac{2\sqrt{2}\sigma}{\sigma_1^3} \left[1 + \frac{2\Psi}{M^2\sigma_1^2} + \sqrt{\left(1 + \frac{2\Psi}{M^2\sigma_1^2}\right)^2 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{-3/2} \\
& - \exp(-\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{-\Psi}) - 2 \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \frac{\sqrt{-\Psi}}{\sqrt{\pi}} - \frac{2W(\sqrt{\beta\Psi})}{\sqrt{\pi\beta}\sqrt{-\beta}} \\
& \left. + \frac{M^2\sigma_1}{\sqrt{2}} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{1/2} + \frac{2\sqrt{2}\sigma}{\sigma_1^3} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{-3/2} + 1 \right\} \quad (63)
\end{aligned}$$

pour $\beta < 0$.

Il est important de noter que la condition suivante $|1 + 2\Psi/M^2\sigma_1^2| \geq 2\sigma_0/\sigma_1^2$, nécessaire pour que la densité des grains soit réelle, doit toujours être satisfaite. Avant de procéder à l'intégration numérique de l'équation de Poisson [(55) et (56)], il serait peut être instructif de discuter les conditions requises pour que cette équation admette des solutions solitaires localisées en analysant le potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$. En procédant de la même manière que précédemment (rappelons que ces conditions ont déjà été énoncées dans les paragraphes précédents), nous avons trouvé que pour $\sigma=0$, les ondes acoustiques poussiéreuses solitaires existent pour $M^2 > 1$. Pour σ différent de zéro, l'expression de cette condition est tellement complexe qu'on a jugé préférable (par souci de simplicité) de ne pas la rapporter.

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. L'équation de Poisson (57) est alors intégrée numériquement en faisant appel à un schéma d'intégration numérique adéquat pour les problèmes hautement non linéaires dits "problèmes raides" ou *stiff problems*, en supposant un plasma de base composé d'électrons et d'ions d'hydrogène. L'équation (57) peut être traitée soit comme un problème aux valeurs initiales, soit comme un problème aux valeurs limites. Par souci de simplicité et étant donné que seules les variations de la solution à l'intérieur du domaine d'intégration nous intéressent, nous avons opté pour le problème aux valeurs initiales. Pour amorcer et démarrer l'intégration numérique, les valeurs initiales $\Psi_0 = \Psi(\zeta = 0) = 0$ et $E_0 = 10^{-12}$ ont été

choisies. La figure 9a illustre la variation spatiale de Ψ pour différentes valeurs du nombre de Mach $M=1.3, 1.4,$ and 1.5 . Le potentiel électrostatique exhibe un profil spatialement localisée comme l'atteste d'ailleurs la structure en forme de puit du potentiel de Sagdeev (Fig.9b). Chaque pic de Ψ correspond à une valeur nulle de $V(\Psi)$. Les paramètres suivants $\beta=-0.02$ et $\sigma=0.02$ ont été choisis de telle manière à ce que les conditions d'existence de structures solitaires soient satisfaites. La profondeur et la largeur du soliton augmentent à mesure que le nombre de Mach M augmente. Pour une valeur donnée de M , une augmentation de $|\beta|$ donne lieu à une diminution de la profondeur de la structure solitaire tandis que sa largeur semble être insensible à β (Figs. 10a et 10b). Les figures 11a et 11b indiquent que le potentiel solitaire se rétrécit lorsque la valeur de σ augmente. Notons qu'un accroissement de β (en maintenant $\sigma=0$) induit une forte localisation des grains de poussière (Fig.12). Cette localisation, due à un équilibre entre les forces électrostatiques agissant sur les grains, est quelque peu moins prononcée pour σ différent de zéro (Fig.13). Une augmentation de σ se traduit alors par une diminution de la densité des grains de poussière dans la région de localisation du soliton (Fig.14). Les grains sont expulsés et repoussés hors de cette région, un phénomène qui peut induire et générer de forts champs électriques. Nous avons alors décidé de voir dans quelle mesure une température finie et non nulle des grains peut- elle affecter la gamme des valeurs permises du nombre de Mach M . Les résultats de notre investigation ont alors révélé qu'une augmentation de σ (en fait de la température des grains T_d) entraîne une réduction et une restriction du domaine des M admissibles. Ce domaine passe de $1 < M < 3$ pour $\sigma=0$ (Fig.15) à $1 < M < 1.91$ pour $\sigma=0.02$ (Figure 16). Notons qu'une augmentation de $|\beta|$ donne lieu à un élargissement du domaine des valeurs admissible du nombre de Mach M comme l'attestent les figures 17 ($\beta=-0.2, \sigma=0$) et 18 ($\beta=-0.2, \sigma=0.02$).

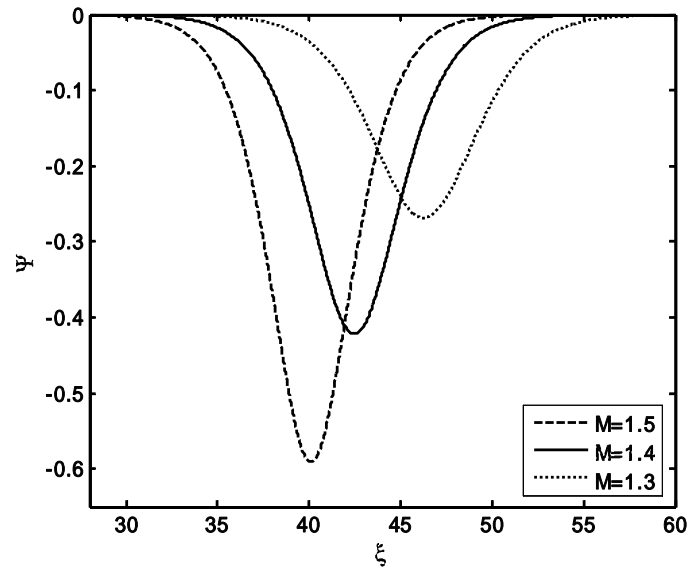


Figure 9a : Potentiel électrostatique solitaire de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du nombre de Mach avec $\beta = -0.02$ et $\sigma = 0.02$.

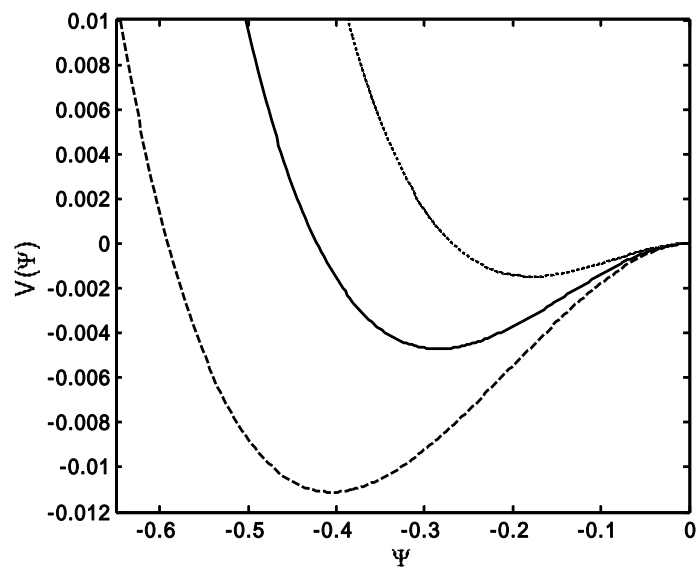


Figure 9b: Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 9a pour différentes valeurs du nombre de Mach $M=1.3$ (pointillés), 1.4 (trait plein) et 1.5 (tirets).

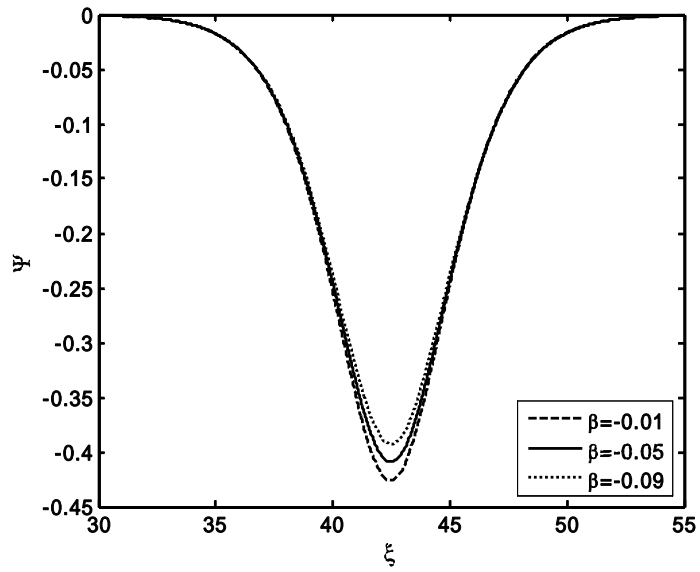


Figure 10a : Potentiel électrostatique solitaire de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β avec $M = 1.4$ et $\sigma = 0.02$.

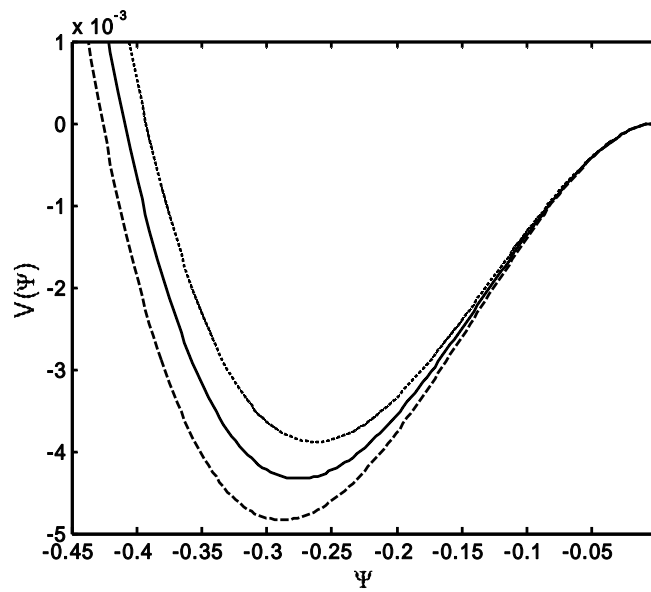


Figure 10b: Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 10a pour différentes valeurs du paramètre de piégeage $\beta = -0.09$ (pointillés), -0.05 (trait plein) et -0.01 (tirets).

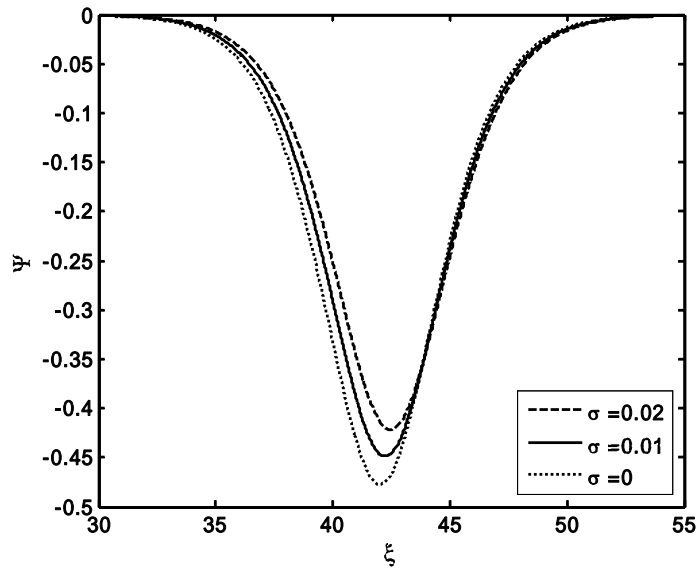


Figure 11a : Potentiel électrostatique solitaire de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs de σ avec $M = 1.4$ et $\beta = -0.02$.

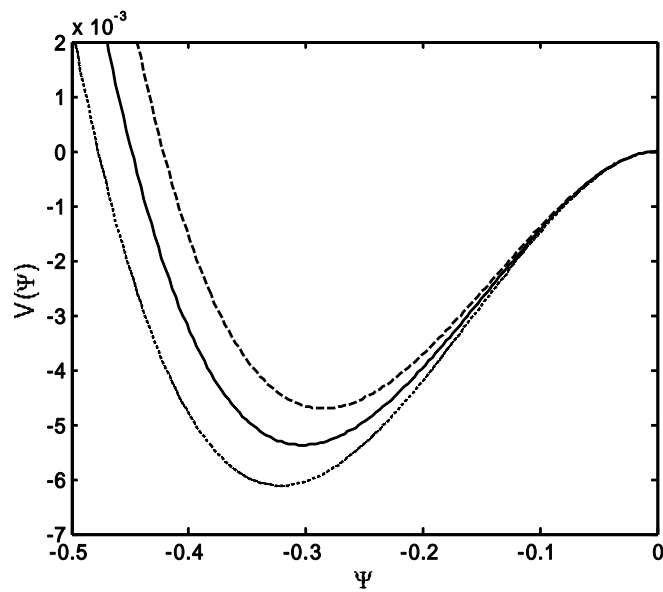


Figure 11b: Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 11a pour différentes valeurs de $\sigma = 0$ (pointillés), 0.01 (trait plein) et 0.02 (tirets).

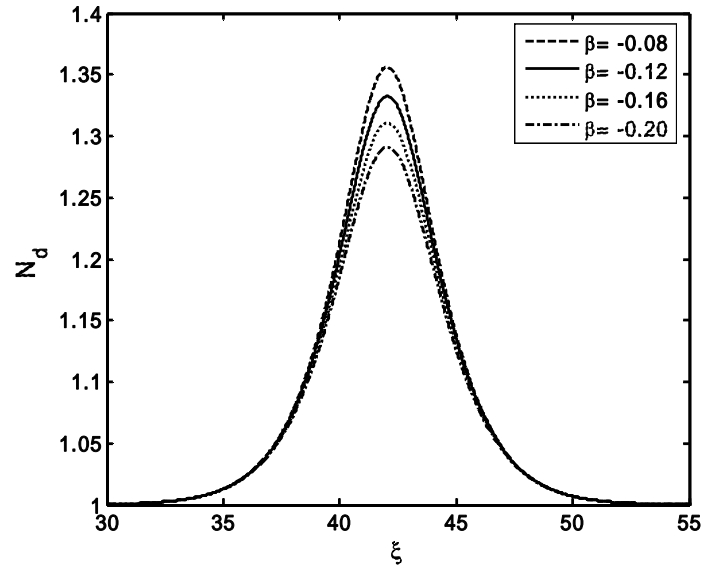


Figure 12: Profile spatial de la densité des grains de poussières N_d pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β avec $\sigma=0$ et $M=1.4$.

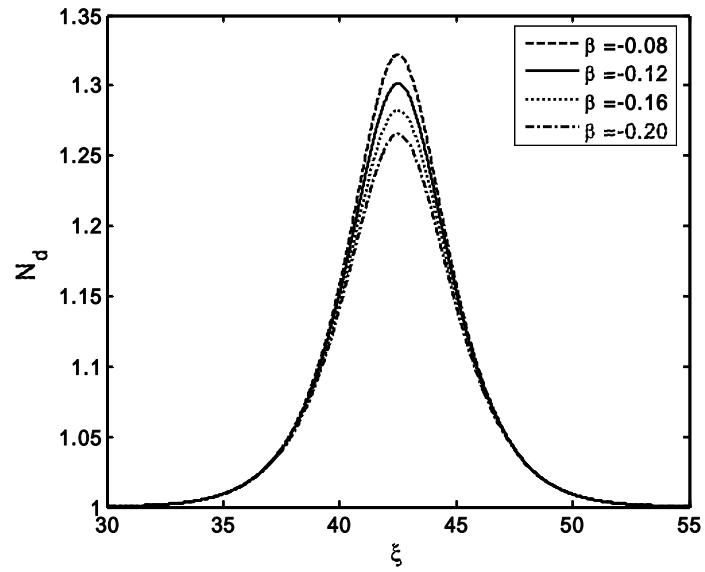


Figure 13: Profile spatial de la densité des grains de poussières N_d pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β avec $\sigma=0.02$ et $M=1.4$.

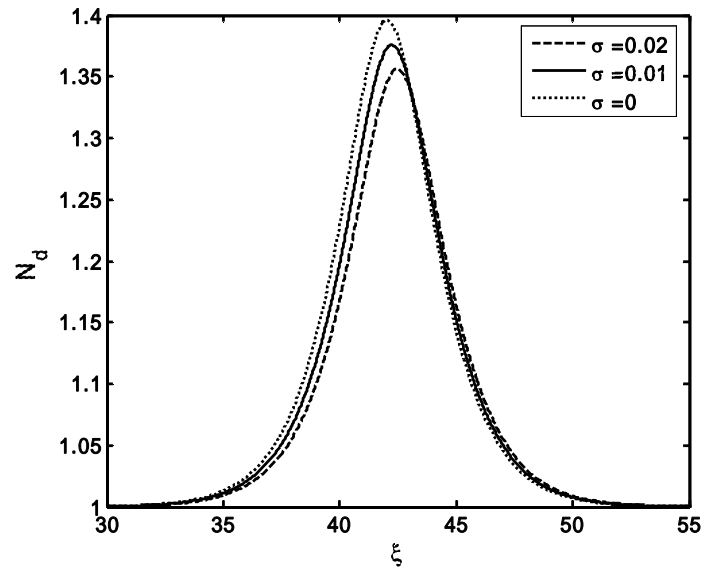


Figure 14: Profile spatial de la densité des grains de poussières N_d pour différentes valeurs de σ avec $\beta = -0.02$ et $M = 1.4$.

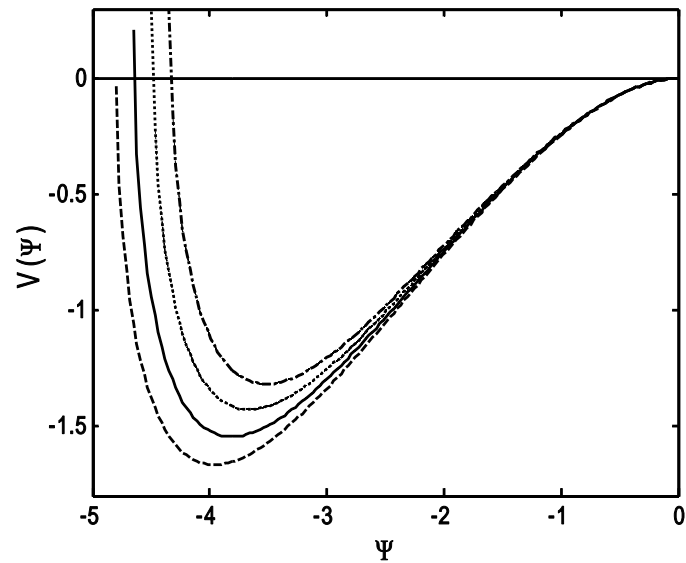


Figure 15: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du nombre de Mach $M = 2.95$ (tiret- pointillé), 3 (pointillés), 3.05 (trait plein) et 3.10 (tirets) avec $\sigma = 0$ et $\beta = -0.02$. Le domaine des M admissibles va de 1 à 3.10.

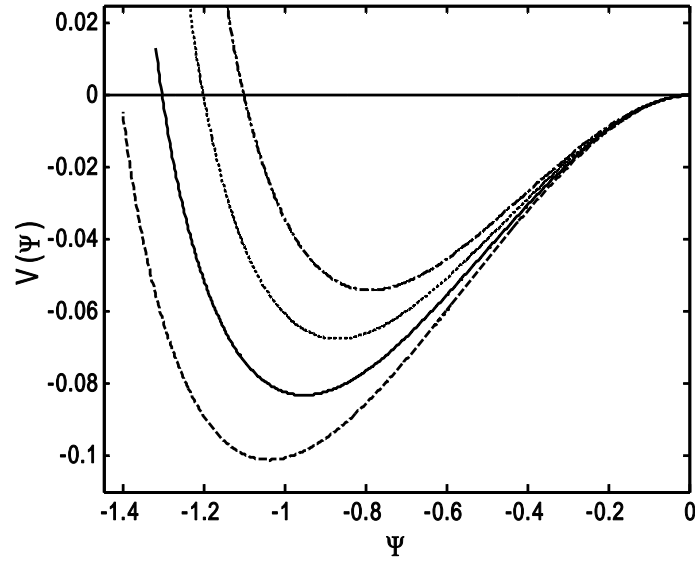


Figure 16: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du nombre de Mach $M = 1.77$ (tiret- pointillé), 1.82 (pointillés), 1.87 (trait plein) et 1.92 (tirets) avec $\sigma=0.02$ et $\beta=-0.02$. Le domaine des M admissibles va de 1 à 1.91.

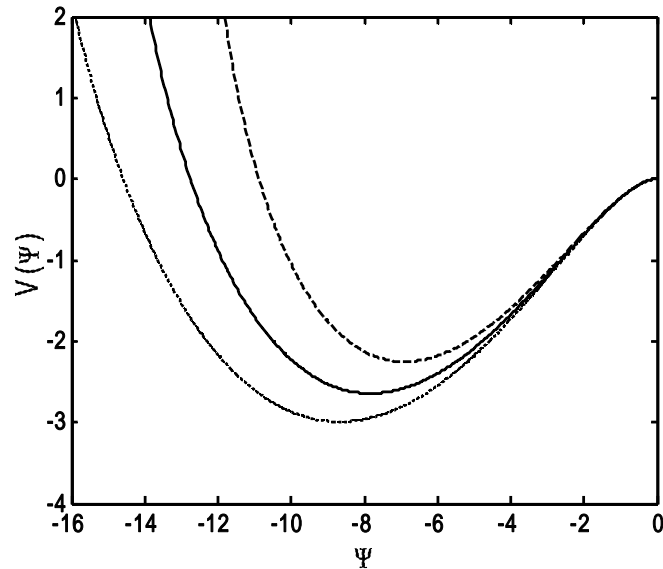


Figure 17: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du nombre de Mach $M=5$ (tirets), 5.5 (trait plein) et 6 (pointillés) avec $\sigma=0$ et $\beta=-0.2$.

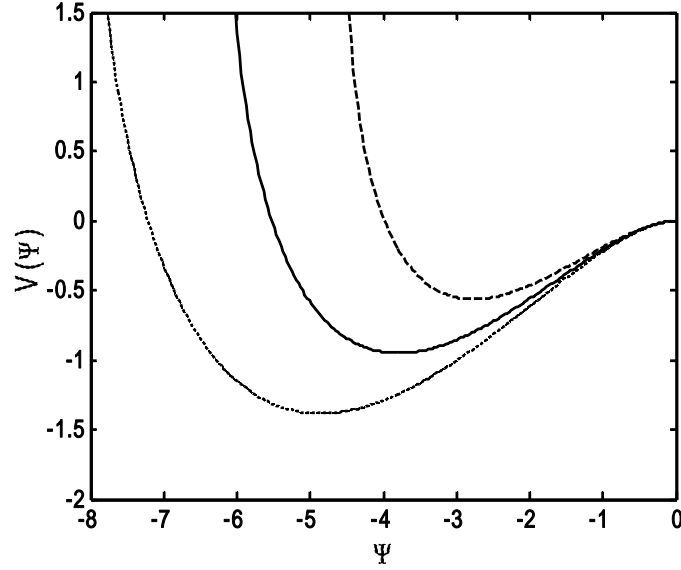


Figure 18: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ pour différentes valeurs du nombre de Mach $M=3$ (tirets), 3.5 (trait plein) et 4 (pointillés) avec $\sigma=0.02$ et $\beta=-0.2$.

Nous allons maintenant nous intéresser aux effets d'une température de grain finie sur la dynamique des solitons acoustiques poussiéreux de faible amplitude ($|\Psi| < 2M^2$). Pour cela, nous établissons à partir des équations (48)-(50) une équation de type Korteweg-de Vries en procédant de la même façon que précédemment, à savoir utiliser la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti et les variables introduites par Schamel dans le cas des particules piégées. Les équations (48)-(50) sont d'abord réécrites sous la forme

$$\varepsilon^{1/2} \frac{\partial N_d}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d}{\partial \zeta} + \frac{\partial (N_d V_d)}{\partial \zeta} = 0 \quad (64)$$

$$\varepsilon^{1/2} \frac{\partial V_d}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_d}{\partial \zeta} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial \zeta} = \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} - 3\sigma N_d \frac{\partial N_d}{\partial \zeta} = 0 \quad (65)$$

$$\varepsilon^{1/2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \zeta^2} = N_d - N_i \quad (66)$$

En développant les variables N_d , V_d et Ψ en séries de puissances de ε autour de leur valeur d'équilibre

$$N_d = 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^{3/2} N_d^{(2)} \quad (67)$$

$$V_d = 0 + \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^{3/2} V_d^{(2)} + \dots \quad (68)$$

$$\Psi = \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^{3/2} \Psi_d^{(2)} + \dots \quad (69)$$

nous obtenons, à l'ordre le plus petit en ε , les relations $V^{(1)} = [v_0/(3\sigma - v_0^2)]\Psi^{(1)}$, $N^{(1)} = [1/(3\sigma - v_0^2)]\Psi^{(1)}$ et $v_0 = (1+3\sigma)^{1/2}$. Aux ordres les plus élevés en ε , nous obtenons le système d'équations suivant

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (70)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} + v_0 \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \zeta} + 3\sigma \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (71)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^2} = N_d^{(2)} + \Psi^{(2)} + \frac{4}{3} \left(\frac{1-\beta}{\sqrt{\pi}} \right) \left(-\Psi^{(1)} \right)^{3/2} = 0 \quad (72)$$

à partir duquel nous établissons l'équation modifiée de Korteweg- de Vries suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + A \sqrt{-\Psi^{(1)}} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (73)$$

où les constantes A et B sont données par

$$A = \frac{1-\beta}{\sqrt{\pi} \sqrt{1+3\sigma}} \quad \text{et} \quad B = \frac{1}{2\sqrt{1+3\sigma}}$$

et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par

$$\Psi^{(1)} = -\Psi_m \operatorname{sech}^4 \left[(\zeta - u_0 \tau) / \delta \right] \quad (74)$$

où $\Psi_m = (15u_0/8A)^2$ et $\delta = (16B/u_0)^{1/2}$ représentent respectivement l'amplitude et la largeur et la vitesse de soliton. La solution (74) indique clairement que notre modèle de plasma n'admet que des solitons acoustiques poussiéreux à potentiels négatifs dont les propriétés dépendent fortement du piégeage et surtout de la température des grains de poussière. Remarquons que l'expression analytique de $v_0 = (1+3\sigma)^{1/2}$ révèle que la température des grains de poussière favorise la propagation des solitons acoustiques poussiéreux : une augmentation de σ se traduit par une augmentation de la vitesse de propagation du soliton acoustique poussiéreux.

2.5 Conclusion

Pour conclure, nous avons généralisé le modèle bien connu de Mamun *et al.* de l'onde acoustique poussiéreuse dans le but d'y inclure une température des grains finie et une fraction d'ions piégés non isothermiques. Nous avons alors montré que, sous certaines conditions, les effets de la température des grains peuvent être importants. En particulier, il y'a lieu de noter qu'une augmentation de la température des grains entraîne une restriction du domaine des valeurs admissible du nombre de Mach. Ce domaine s'élargit lorsque la fraction relative des ions piégés augmente. De plus, nos résultats ont révélé que le potentiel non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse se rétrécit et exhibe des amplitudes et des largeurs plus faibles que celles associées au cas des grains de poussière à température nulle. La forte localisation des grains de poussière devient moins prononcée lorsque la température des grains augmente : les grains de poussière sont localement expulsés et repoussés hors de la région de localisation du soliton. Considérant la pertinence des oscillations non linéaires dans les plasmas de laboratoire et de l'espace, nos résultats peuvent contribuer à la compréhension et l'analyse des structures non linéaires et cohérentes qui existent dans les plasmas poussiéreux hors équilibre dont les distributions de particules devient sensiblement de celle de Maxwell- Boltzmann.

Chapitre 3

Oscillations électrostatiques dans un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'électrons piégés

3.1 Présentation Physique du problème

Récemment, nous avons rapporté l'existence possible et les propriétés non linéaires d'un nouveau mode poussiéreux que nous avons appelé mode BGK (Bernstein- Greene- Kruskal) poussiéreux [52], [53], [54] car représentant les états saturés du système Vlasov- Poisson. Une réinterprétation adéquate et appropriée nous a alors permis de généraliser et d'étendre notre modèle au cas d'un plasma poussiéreux thermique [55] contenant une fraction d'électrons piégés non isothermiques [56]. Les effets thermiques, de manière générale, enrichissent considérablement la dynamique des ondes qui peuvent exister dans le plasma. Ils affectent la nature de l'interaction onde- plasma (effet Landau) et la possibilité d'avoir des électrons piégés dans les puits de potentiel est souvent invoquée. De telles particules, représentées par des îlots à courbes fermées dans l'espace des phases (ligne d'énergie constante), peuvent profondément modifier le comportement des ondes dans un plasma. Le piégeage des particules est, bien entendu, un phénomène que ne peut décrire le traitement linéaire habituel de Landau ou de van Kampen basé sur la théorie de Vlasov. Cependant, la charge portée par les grains a été supposée constante, une hypothèse qui peut parfois s'avérer incorrecte. C'est pourquoi, l'objet du présent chapitre consistera à étendre notre analyse antérieure [56] à des situations où les grains de poussière exhibent des variations de charge self- consistantes [57] et à rechercher dans quelle mesure et sous quelles conditions la variation de la charge peut elle modifier de manière drastique les résultats et conclusions de la référence 56. Rappelons que le phénomène de piégeage des particules a fait l'objet de nombreux et récents travaux théoriques [58], [59], [47], [60]-[64], [49], [65]-[67]. Nous allons d'abord commencer par rappeler les équations de base de notre modèle pour ensuite

l'étendre au cas où les grains de poussière exhibent des variations de charge self-consistantes.

3.2 Cas des grains de poussière à charge constante

3.2.1 Equations de base du modèle

On se propose dans ce qui suit d'étudier les oscillations électrostatiques non linéaires de type BGK associées à un plasma poussiéreux en présence d'électrons piégés. Pour cela, considérons un plasma poussiéreux non magnétisé, composé d'électrons froids, d'ions positifs froids, de grains de poussière froids et d'électrons chauds non isothermiques, de densités respectives n_e , n_i , n_d et n_h . Les grains de poussière sont chargés négativement, $q_d = -eZ$, et sont supposés être des sphères de rayon a . L'évolution dans l'espace des phases d'un tel plasma peut alors être décrite grâce à l'équation de Vlasov indépendante du temps suivante [68]

$$\left(v_x \frac{\partial}{\partial x} - \frac{q_s}{m_s} \frac{d\phi}{dx} \frac{\partial}{\partial v_x} \right) f_s(x, v_x) = 0 \quad (1)$$

q_s , m_s et f_s représentent la charge, la masse et la fonction de distribution des vitesses d'une particule d'espèce s qui se meut dans un espace des phases à deux dimensions. L'équation de poisson nous permettra de déterminer de manière self-consistante le potentiel électrostatique $\phi(x)$ en termes des fonctions de distribution d'équilibre des trois espèces de particules présentes dans le plasma

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi \sum_{s=i,e,d,h} q_s \int_{-\infty}^{+\infty} dv_x f_s(x, v_x) \quad (2)$$

où $f_s(x, v_x)$ est supposée avoir été intégrée sur v_y et v_z . Les solutions, dites d'équilibre, de l'équation (1) peuvent être choisies de manière arbitraire et ne sont sujettes, dans le repère de l'onde, qu'à la condition suivante [68]

$$f_s(x, v_x) = f_s \left(v_x^2 + 2q_s \phi(x) / m_s \right) \quad (3)$$

Il nous est alors possible de choisir trois fonctions de distribution $f_s(v_x^2 + 2q_s \phi(x) / m_s)$, une pour chaque espèce, les porter dans l'équation (2) et résoudre l'équation qui en résulte

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi \sum_{s=i,e,d,h} q_s \int_{-\infty}^{+\infty} dv_x f_s \left(v_x^2 + 2q_s \phi(x) / m_s \right) \quad (4)$$

La résolution de l'équation integro-differentielle (4) requiert à priori un choix adéquat de conditions aux limites. L'équation (4) peut alors admettre des solutions périodiques ou localisées. Eu égard au choix multiple qui s'offre à nous, le problème peut être posé de différentes manières. Pour cela, nous considérons le cas où chaque espèce est un faisceau froid de particules, chaque particule d'espèce s ayant la même vitesse en une position x donnée. Nous choisissons alors [68]

$$f_{\alpha}(x, v_x) = 2n_{\alpha 0} v_{\alpha 0} \delta \left(v_x^2 + \frac{2q_{\alpha} \phi(x)}{m_{\alpha}} - v_{\alpha 0}^2 \right) \quad (5)$$

La relation

$$\delta[f(y)] = \frac{\delta(y - y_0)}{\left| \frac{df}{dy} \right|_{y=y_0}} \quad (6)$$

où y_0 représente la solution de l'équation $f(y_0)=0$, nous permet de réécrire la fonction de distribution (5) sous la forme

$$f_{\alpha}(x, v_x) = n_{\alpha 0} \frac{v_{\alpha 0}}{\tilde{v}_{\alpha}} \delta(v_x - \tilde{v}_{\alpha}) \quad (7)$$

où

$$\tilde{v}_{\alpha} = \left(v_{\alpha 0}^2 - \frac{2q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \phi(x) \right)^{1/2} \quad (8)$$

$\alpha = e, i, d$ indique respectivement les électrons, les ions et les grains de poussière. Les vitesses des particules à l'équilibre ($\phi = 0$) v_{e0} , v_{i0} et v_{d0} sont des constantes arbitraires que nous choisirons suffisamment larges pour que les vitesses perturbées ($\phi \neq 0$) \tilde{v}_e , \tilde{v}_i et \tilde{v}_d soient réelles. Pour tenir compte des électrons chauds dont une partie est piégée dans le potentiel de l'onde de large amplitude, nous nous référons à une solution de type BGK appropriée. Rappelons que celle-ci ne sera considérée comme étant adéquate que si elle représente « la version » non linéaire d'un mode propre naturel du plasma (mode acoustique à titre d'exemple). Nous utilisons alors la fonction de distribution de type vortex établie par Schamel [69]

$$f_h = f_{ef} + f_{et} \quad (9)$$

où

$$f_{ef}(x, v_x) = n_{h0} \left(\frac{m_e}{2\pi T_{ef}} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{v_x^2}{T_{ef}/m_e} - \frac{2\phi(x)}{T_{ef}/e} \right) \right] \quad \text{pour } |v_x| > \sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}} \quad (10)$$

et

$$f_{et}(x, v_x) = n_{h0} \left(\frac{m_e}{2\pi T_{ef}} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \beta \left(\frac{v_x^2}{T_{ef}/m_e} - \frac{2\phi(x)}{T_{ef}/e} \right) \right] \quad \text{pour } |v_x| \leq \sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}} \quad (11)$$

Les indices f et t représentent la contribution des électrons libres et celle des électrons piégés respectivement. Le paramètre β détermine la proportion relative des électrons piégés et est défini comme étant $|\beta| = T_{ef}/T_{et}$, où T_{ef} et T_{et} désignent respectivement la température des électrons libres et celle des électrons piégés. La distribution des électrons piégés est plate pour $\beta = 0$ et est maxwellienne pour $\beta = 1$. Les valeurs négatives de β indiquent la formation de trous dans la zone de piégeage. Ces trous correspondent à un déficit en électrons (dépeuplement) et la fonction de distribution f_{et} est alors excavée et prend la forme d'un vortex. Notons que la fonction (9), telle que définie ci-dessus, est continue au point de transition particules libres /particules piégées et satisfait aux exigences de régularité d'une solution BGK admissible. La pente, dans l'espace des phases, est finie. La condition de la neutralité de la charge à l'équilibre impose $n_{e0} + n_{h0} + Z n_{d0} = n_{i0}$. L'intégration des fonctions de distribution f_e , f_i , f_d et f_h sur tout l'espace des vitesses nous permet alors d'établir les densités numériques n_α de toutes les espèces présentes dans le plasma. Nous obtenons alors

$$n_\alpha(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_s(x, v_x) dv_x = n_{\alpha 0} \frac{v_{\alpha 0}}{\tilde{v}_\alpha} \quad (12)$$

et

$$\begin{aligned} n_h(\phi) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_h(x, v_x) dv_x = \int_{-\infty}^{-\sqrt{2e\phi/m_e}} f_{ef} dv_x + \int_{+\sqrt{2e\phi/m_e}}^{+\infty} f_{ef} dv_x + \int_{-\sqrt{2e\phi/m_e}}^{+\sqrt{2e\phi/m_e}} f_{et} dv_x \\ &= n_{h0} \left[\exp \left(\frac{e\phi}{T_{ef}} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{e\phi}{T_{ef}}} \right) + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp \left(\beta \frac{e\phi}{T_{ef}} \right) \operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta \frac{e\phi}{T_{ef}}} \right) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

pour $\beta > 0$, et

$$n_h(\phi) = n_{h0} \left[\exp\left(\frac{e\phi}{T_{ef}}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{e\phi}{T_{ef}}}\right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{-\beta}} W\left(\sqrt{-\beta} \frac{e\phi}{T_{ef}}\right) \right] \quad (14)$$

pour $\beta < 0$, où

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt \quad (15)$$

et

$$W(x) = \exp(-x^2) \int_0^x \exp(t^2) dt \quad (16)$$

représente l'intégrale de Dawson. L'équation de poisson (4) peut alors s'écrire sous la forme adimensionnelle suivante

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Psi}{dX^2} = & \frac{2f}{\sqrt{1+\alpha\Psi}} - \frac{2}{\sqrt{1-\Psi}} + \frac{2\varepsilon Z}{\sqrt{1+\gamma Z\Psi}} + \\ & 2f_1 \left[\exp(\delta\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{\delta\Psi}) + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \exp(\beta\delta\Psi) \operatorname{erf}(\sqrt{\beta\delta\Psi}) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

pour $\beta > 0$, et

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Psi}{dX^2} = & \frac{2f}{\sqrt{1+\alpha\Psi}} - \frac{2}{\sqrt{1-\Psi}} + \frac{2\varepsilon Z}{\sqrt{1+\gamma Z\Psi}} + \\ & 2f_1 \left[\exp(\delta\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{\delta\Psi}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{-\beta}} W(\sqrt{-\beta\delta\Psi}) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

pour $\beta < 0$, avec

$$\alpha = \frac{W_i}{W_e}, \gamma = \frac{W_i}{W_d}, \delta = \frac{1}{2} \frac{W_i}{T_{ef}}, f = \frac{n_{e0}}{n_{i0}}, f_1 = \frac{n_{h0}}{n_{i0}}, \varepsilon = \frac{n_{d0}}{n_{i0}} \quad (19)$$

Le système de variables normalisées suivant

$$\Psi = \frac{2e}{W_i} \phi \quad (20)$$

$$X = \frac{\omega_i}{V_{i0}} x \quad (21)$$

est adopté. $W_\alpha = m_\alpha V_{\alpha 0}$ représente deux fois l'énergie cinétique non perturbée de la particule d'espèce α , ε mesure le déséquilibre entre les densités ionique et poussiéreuse non perturbées, V_{i0}/ω_i est la distance parcourue par les ions durant une période plasma ionique ($\omega_i = 4\pi n_{i0} e^2 / m_i$)^{1/2}.

3.2.2 Existence des structures solitaires

On se propose maintenant d'analyser l'existence des modes BGK solitaires propres à notre modèle de plasma en faisant appel à la méthode bien connue du pseudo-potentiel. Pour cela, l'équation de Poisson est réécrite sous la forme d'une intégrale d'énergie d'un oscillateur classique. En multipliant chaque membre des équations (17) et (18) par $d\Psi/dX$, en intégrant une fois, nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{dX} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (22)$$

avec

$$\begin{aligned} V(\Psi) = & -\frac{4f}{\alpha} \sqrt{1+\alpha\Psi} - 4\sqrt{1-\Psi} - \frac{4\varepsilon}{\gamma} \sqrt{1+Z\gamma\Psi} \\ & - \frac{2f_1}{\delta} \left[\exp(\delta\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{\delta\Psi}) + \frac{1}{\beta^{3/2}} \exp(\delta\beta\Psi) \operatorname{erf}(\sqrt{\delta\beta\Psi}) \right. \\ & \left. + 2 \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) \sqrt{\frac{\delta}{\pi} \Psi} \right] + C_1 \end{aligned} \quad (23)$$

pour $\beta > 0$, et

$$\begin{aligned} V(\Psi) = & -\frac{4f}{\alpha} \sqrt{1+\alpha\Psi} - 4\sqrt{1-\Psi} - \frac{4\varepsilon}{\gamma} \sqrt{1+Z\gamma\Psi} \\ & - \frac{2f_1}{\delta} \left[\frac{2\sqrt{\delta\Psi}}{\sqrt{\pi}} + \operatorname{erfc}(\sqrt{\delta\Psi}) \exp(\delta\Psi) \right] - \frac{4f_1}{\sqrt{\pi}\sqrt{-\beta}} \left[\frac{W(\sqrt{-\beta\delta\Psi})}{\delta\beta} + \sqrt{\frac{\Psi}{-\delta\beta}} \right] + C_2 \end{aligned} \quad (24)$$

pour $\beta < 0$.

C_1 et C_2 sont des constantes d'intégration que nous déterminons grâce à la condition à la limite (appropriée pour la recherche et l'identification des solutions localisées) $V(\Psi=0) = 0$.

Le pseudo-potentiel est alors donné par

$$\begin{aligned} V(\Psi) = & \frac{4f}{\alpha} (1 - \sqrt{1+\alpha\Psi}) + 4(1 - \sqrt{1-\Psi}) + \frac{4\varepsilon}{\gamma} (1 - \sqrt{1+Z\gamma\Psi}) \\ & + \frac{2f_1}{\delta} \left[1 - \exp(\delta\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{\delta\Psi}) - \frac{1}{\beta^{3/2}} \exp(\delta\beta\Psi) \operatorname{erf}(\sqrt{\delta\beta\Psi}) - 2 \left(1 - \frac{1}{\beta} \right) \sqrt{\frac{\delta}{\pi} \Psi} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

pour $\beta > 0$, et

$$V(\Psi) = \frac{4f}{\alpha} \left(1 - \sqrt{1 + \alpha\Psi}\right) + 4 \left(1 - \sqrt{1 - \Psi}\right) + \frac{4\varepsilon}{\gamma} \left(1 - \sqrt{1 + Z\gamma\Psi}\right) + \frac{2f_1}{\delta} \left[1 - \exp(\delta\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{\delta\Psi}) - \frac{2}{\beta\sqrt{-\beta}\sqrt{\pi}} W(\sqrt{-\beta\delta\Psi}) - 2 \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \sqrt{\frac{\delta}{\pi}} \Psi \right] \quad (26)$$

pour $\beta < 0$. L'équation (22) peut être perçue comme étant « l'intégrale d'énergie » d'une pseudo- particule de masse unité, de vitesse $d\Psi/dX$ et de position Ψ , oscillant dans un puits de potentiel $V(\Psi)$. Avant toute simulation numérique, il serait instructif de discuter les conditions nécessaires pour que (22) admette des solutions solitaires localisées. Remarquons que la présence d'un nombre fini d'électrons piégés est un préalable à toute existence de solution localisée solitaire. Par ailleurs, la condition $\Psi > 0$ [voire Eqs. (25) et (26)] écarte d'emblée l'existence d'ondes solitaires de raréfaction ($\Psi < 0$). Il est clair que $V(\Psi)$ et $dV(\Psi)/d\Psi$ sont nuls en $\Psi=0$. Rappelons que l'équation (22) n'admet de solutions solitaires que si (i) $(d^2V/d\Psi^2)_{\Psi=0} < 0$ (le point à l'origine est instable) ; (ii) il existe une valeur maximale ou minimale Ψ_m de Ψ pour laquelle $V(\Psi_m) \geq 0$; et (iii) $V(\Psi) < 0$ pour tout Ψ compris entre 0 et Ψ_m . Pour cela, il suffit aux paramètres du plasma poussiéreux de satisfaire les conditions

$$1 + \alpha f + Z\gamma(1 - f - f_1) - 2\delta f_1 < 0 \quad (27)$$

$$V(1) = \frac{4f}{\alpha} \left(1 - \sqrt{1 + \alpha}\right) + 4 + \frac{4\varepsilon}{\gamma} \left(1 - \sqrt{1 + Z\delta}\right) + \frac{2f_1}{\delta} \left[1 - \exp(\delta) \operatorname{erfc}(\sqrt{\delta}) - \frac{1}{\beta^{3/2}} \exp(\delta\beta) - 2 \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \sqrt{\frac{\delta}{\pi}} \right] \geq 0 \quad (28)$$

pour $\beta > 0$, et

$$V(1) = \frac{4f}{\alpha} \left(1 - \sqrt{1 + \alpha}\right) + 4 + \frac{4\varepsilon}{\gamma} \left(1 - \sqrt{1 + Z\delta}\right) + \frac{2f_1}{\delta} \left[1 - \left[\left(\frac{2\sqrt{\delta}}{\sqrt{\pi}} \right) + \operatorname{erfc}(\sqrt{\delta}) \exp(\delta) \right] - \left(\frac{4f_1}{\sqrt{\pi}\sqrt{-\beta}} \right) \left[\frac{W(\sqrt{-\beta\delta})}{\beta\delta} + \sqrt{\frac{1}{-\delta\beta}} \right] \right] \geq 0 \quad (29)$$

et pour $\beta < 0$. Il est donc évident que l'existence des modes BGK poussiéreux localisées dépend non seulement de la dynamique des grains mais aussi du nombre d'électrons piégés présents dans le plasma.

3.2.3 Solution de faible amplitude

Dans la limite des petites amplitudes, la solution des équations (17) et (18) peut être obtenue de manière explicite. En développant les seconds membres des équations (17) et (18) en Ψ et en ne retenant que les premiers termes, celles-ci peuvent être réécrites sous la forme

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = -\left[1 + \alpha f + Z\gamma(1 - f - f_1) - 2f_1\delta\right]\Psi - \frac{8}{3}(1 - \beta)f_1\sqrt{\frac{\delta^3}{\pi}}\Psi^{3/2} \quad (30)$$

dont la solution est donnée par

$$\Psi(X) = \Psi_m \operatorname{sech}^4\left[(X - X_0)/\Delta\right] \quad (31)$$

Cette dernière représente une onde solitaire stationnaire d'amplitude

$$\Psi_m = \left(\frac{15}{32}\right)^2 \pi \frac{\left[1 + \alpha f + Z\gamma(1 - f - f_1) - 2\delta f_1\right]}{\delta^3 \left[f_1(\beta - 1)\right]^2} \quad (32)$$

et de largeur

$$\Delta = \sqrt{\frac{16}{1 + \alpha f + Z\gamma(1 - f - f_1) - 2\delta f_1}} \quad (33)$$

Elle diffère du soliton habituel de Korteweg- deVries de par la puissance de la fonction *Sech*, la largeur et éventuellement la vitesse de propagation. La variation spatiale de Ψ pour différentes valeurs de $\beta > 0$ apparaît sur la figure 1. On peut voir qu'à mesure que β augmente, la hauteur du soliton croît alors que sa largeur reste insensible aux valeurs de β . La figure 2 montre qu'une augmentation de Z donne lieu à une diminution de la hauteur du soliton et une croissance de sa largeur.

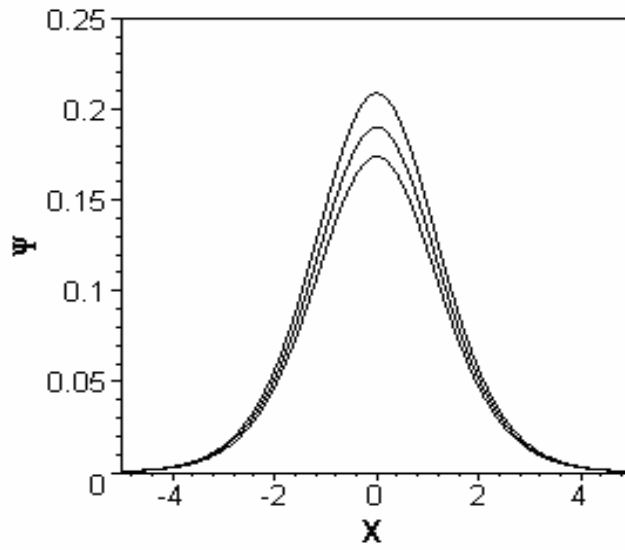


Figure 1 : Profil spatial du soliton (Ψ , X) pour différentes valeurs du paramètre de piégeage $\beta = 0.08, 0.12, 0.16$ (du bas vers le haut) avec $Z=10, f_1=0.2, f_2=0.01, \alpha=0.1, \gamma=0.01$ et $\delta=10$.

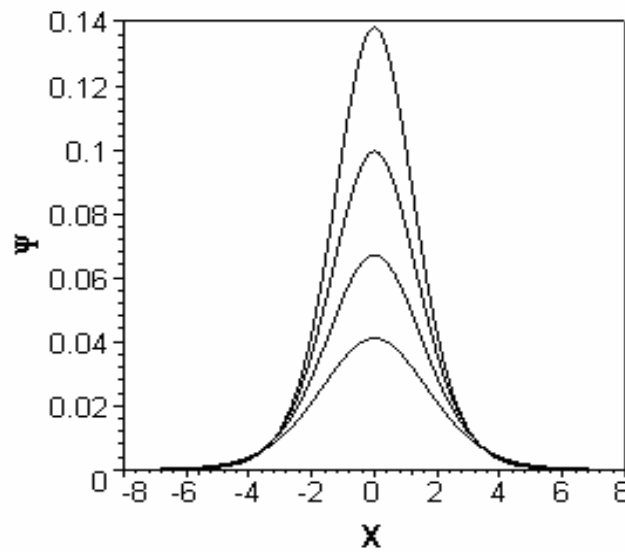


Figure 2 : Profil spatial du soliton (Ψ , X) pour différentes valeurs du nombre de charge du grain de poussière $Z = 50, 100, 150, 200$ (du haut vers le bas) avec $\beta = 0.08, f_1=0.2, f_2=0.01, \alpha=0.1, \gamma=0.01$ et $\delta=10$

3.2.4 Résultats numériques et discussion

Procédons maintenant à la présentation de nos résultats numériques. Comparée aux différentes techniques de perturbation, l'intégration numérique a l'avantage de fournir des solutions d'amplitudes arbitraires qui peuvent aller au-delà de celles, par exemple, données par l'équation bien connue de Korteweg- de Vries. Les équations (17) et (18) sont alors intégrées à l'aide d'un schéma numérique basé sur la méthode de Runge- Kutta d'ordre [4×5]. A chaque itération, le pas est réajusté de telle manière à éviter au maximum le déferlement de l'onde. La classe des "stiff problems" à laquelle appartient le notre sont quasiment impossibles à résoudre à l'aide de la méthode classique de Runge- Kutta d'ordre [4×4]. Pour déclencher et amorcer le processus itératif, la valeur du champ électrique est initialisé à $E_0 = 10^{-12}$. Les résultats, pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β (aussi bien positives que négatives) sont représentés sur les figures 3a-b et 4a-b.

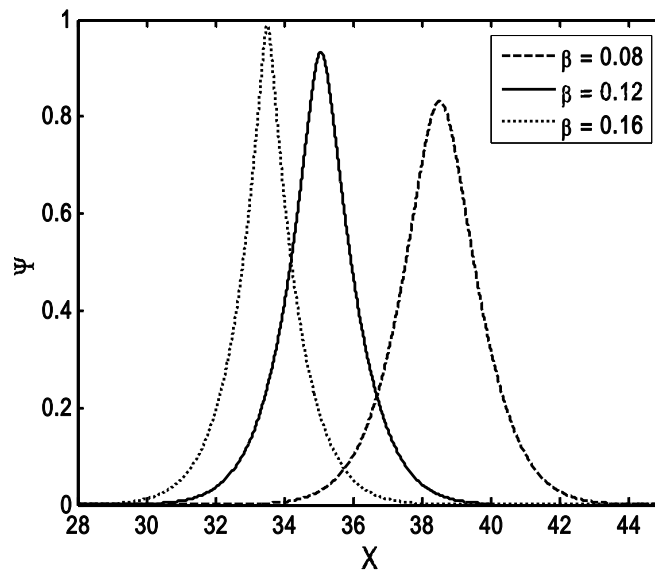


Figure 3a : Solution en onde solitaire (Ψ, X) pour différentes valeurs positives du paramètre de piégeage β avec $Z=10, f_1=0.2, f=0.01, \alpha=0.1, \gamma=0.01$ et $\delta=10$. Les conditions initiales sont $\Psi(X=0)=0, (d\Psi/dX)_{x=0}=10^{-12}$. La tolérance absolue est de 10^{-12} .

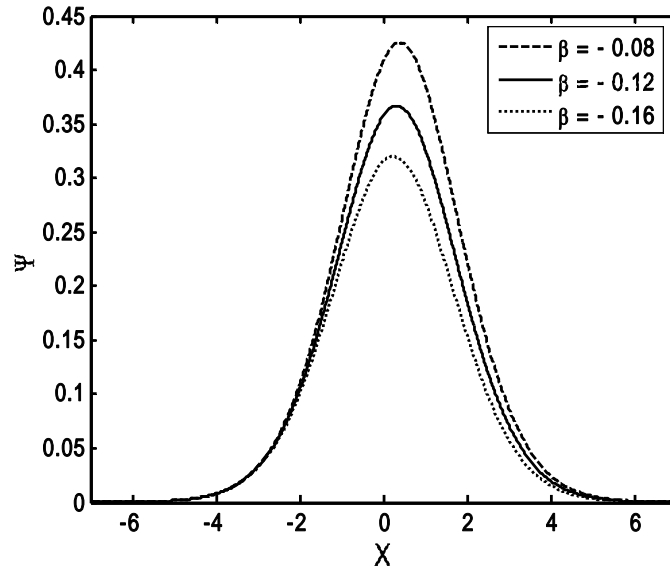


Figure 3b : Solution en onde solitaire (Ψ, X) pour différentes valeurs négatives du paramètre de piégeage β avec $Z=10$, $f_1=0.2$, $f=0.01$, $\alpha=0.1$, $\gamma=0.01$ et $\delta=10$. Les conditions initiales sont $\Psi(X=0)=0$, $(d\Psi/dX)_{x=0}=10^{-12}$. La tolérance absolue est de 10^{-12} .

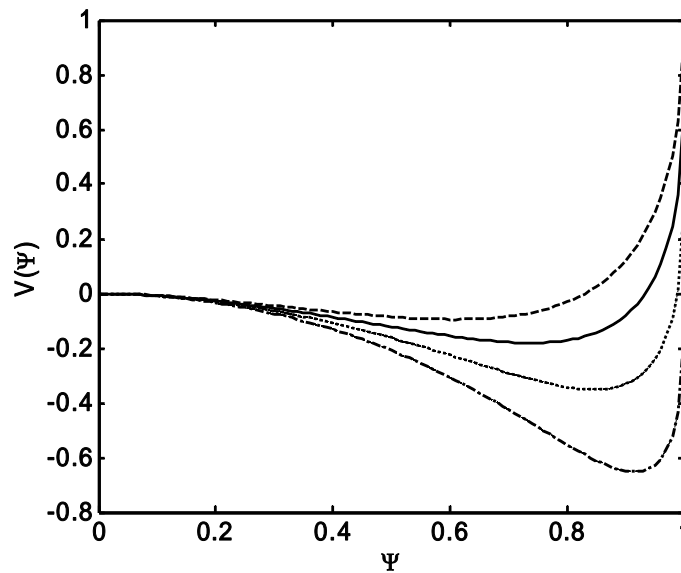


Figure 4a : Tracé du potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé aux structures solitaires de la figure 3a pour différentes valeurs du paramètre de piégeage $\beta = 0.08$ (tirets), 0.12 (trait plein), 0.16 (pointillés) et 0.20 (tiret-pointillé).

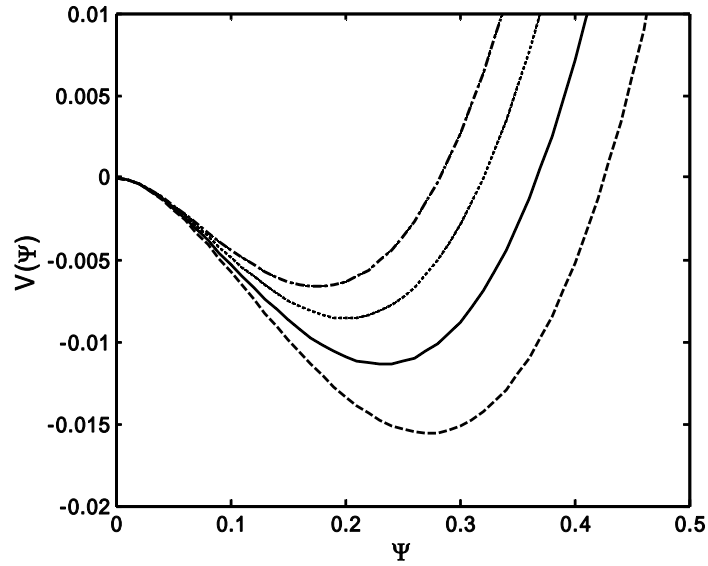


Figure 4b : Tracé du potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé aux structures solitaires de la figure 3b pour différentes valeurs du paramètre de piégeage $\beta = -0.08$ (tirets), -0.12 (trait plein), -0.16 (pointillés) et -0.20 (tiret- pointillé).

Le potentiel électrostatique Ψ (Figs. 3a et 3b) exhibe un profil solitaire spatialement localisé dont l'existence peut être prédite grâce à la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev des figures 4a et 4b. Chaque pic de Ψ (en fait la hauteur du soliton) correspond à une valeur nulle de $V(\Psi)$. Les paramètres suivants $Z=10$, $f_1=0.2$, $f=0.01$, $\alpha=0.1$, $\gamma=0.01$ et $\delta=10$ ont été préalablement choisis de manière à satisfaire les conditions d'existence des solutions solitaires. Toute perturbation initiale E_0 , aussi infime soit elle, évoluera en une structure non linéaire hautement localisée. Les résultats révèlent que la présence des électrons piégés peut affecter de manière significative les modes BGK solitaires que peut admettre notre modèle de plasma. Pour $\beta > 0$, une augmentation de la valeur du paramètre de piégeage β entraîne un accroissement de l'amplitude du pulse et une diminution de sa largeur (fig.3a). Pour $\beta < 0$, une augmentation de la valeur de β fait croître aussi bien l'amplitude du soliton que sa largeur (fig.3b). Au delà d'une certaine valeur positive de β , des solitons de type cornu apparaissent (fig.5).

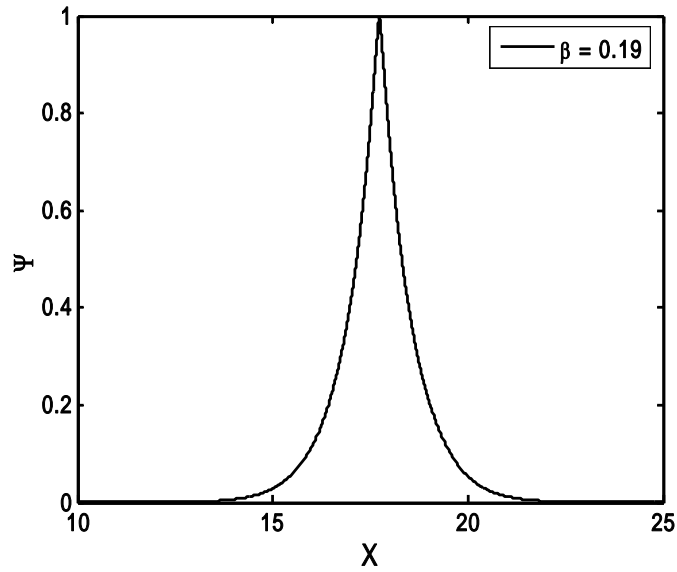


Figure 5 : Soliton de type cornu $\Psi(X)$ avec $\beta=0.19$, $Z=10$, $f_1=0.2$, $f=0.01$, $\alpha=0.1$, $\gamma=0.01$ et $\delta=10$.

Néanmoins, l'addition d'une légère concentration d'électrons piégés peut empêcher leur formation. Les densités de particules N_h et N_d sont représentées respectivement sur les figures 6a-b et 7a-b.

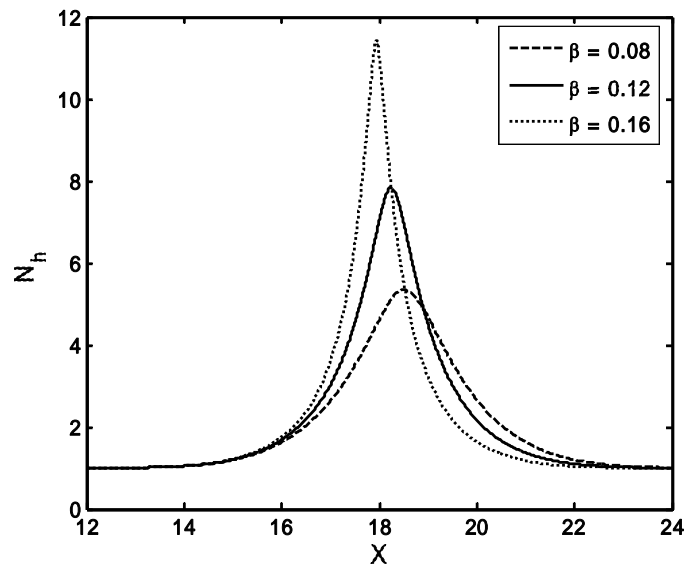


Figure 6a : Profile spatial de la densité des électrons chauds N_h pour différentes valeurs positives du paramètre de piégeage β . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 3a.

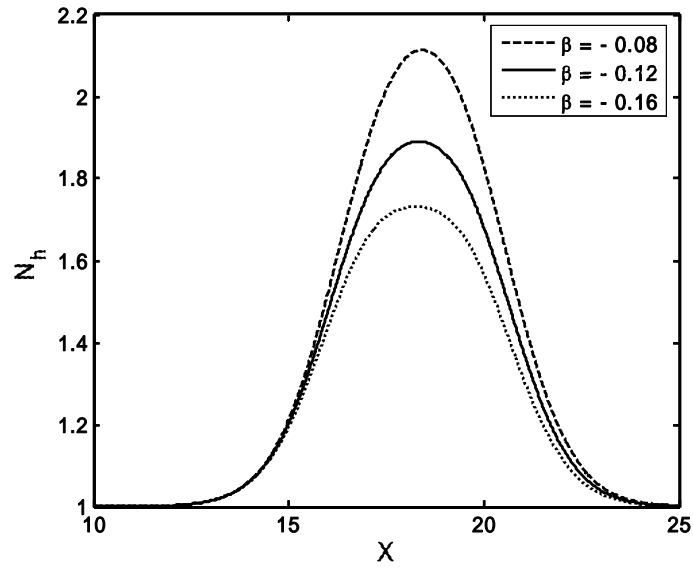


Figure 6b : Profile spatial de la densité des électrons chauds N_h pour différentes valeurs négatives du paramètre de piégeage β . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 3b.

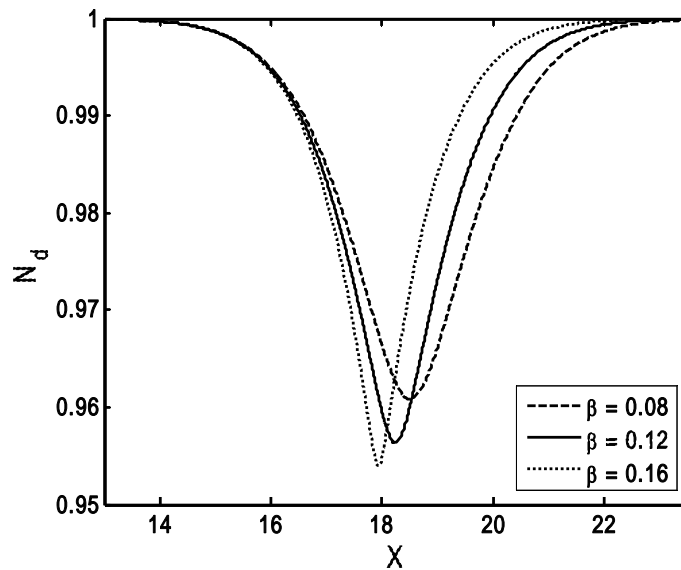


Figure 7a: Profile spatial de la densité des grains de poussière N_d pour différentes valeurs positives du paramètre de piégeage β . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 3a.

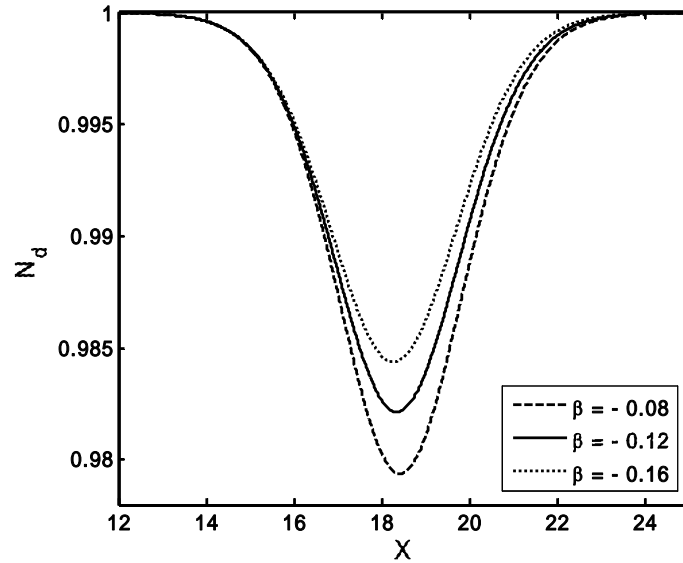


Figure 7b: Profile spatial de la densité des grains de poussières N_d pour différentes valeurs négatives du paramètre de piégeage β . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 3b.

Une augmentation du paramètre de piégeage β entraîne une localisation/accumulation des électrons chauds (Figs.6a-b) et un appauvrissement des grains de poussière dans la région de localisation du soliton (Figs.7a-b). Ces derniers sont localement expulsés et repoussés hors de cette région, un phénomène qui peut générer d'intenses champs électriques dans le milieu. Cette expulsion s'accompagne d'une nette accélération des grains de poussière sous l'action de champs électriques de plus en plus intenses (Figs.8a-b). Ce résultat revêt une importance particulière d'autant plus que les problèmes d'expansion de particules et donc de matière dans les plasmas froids ont connu un certain regain d'intérêt au cours de ces dix dernières années [70]- [72].

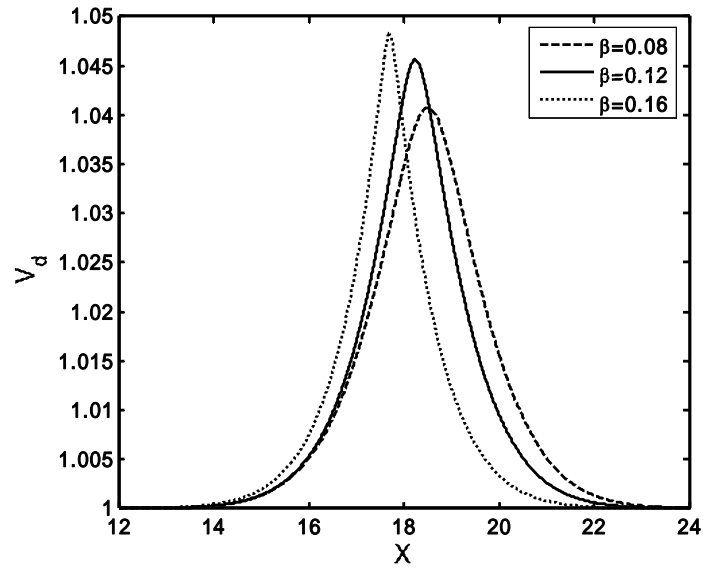


Figure 8a: Profil spatial de la vitesse des grains de poussière pour différentes valeurs positives du paramètre de piégeage β . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 3a.

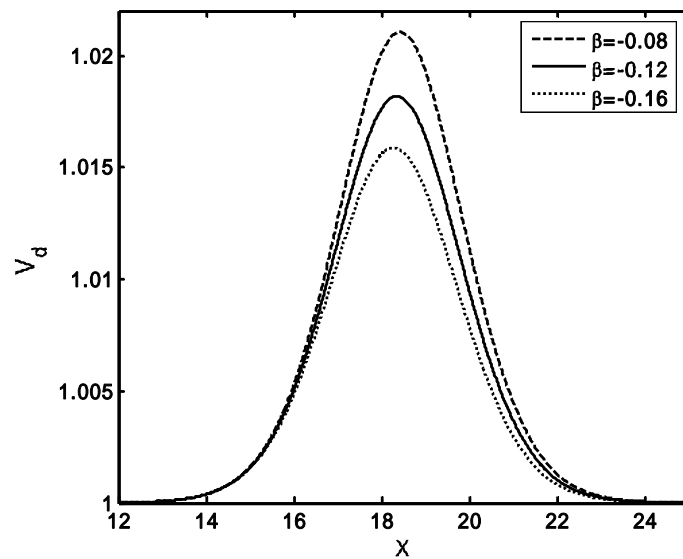


Figure 8b : Profil spatial de la vitesse des grains de poussière pour différentes valeurs négatives du paramètre de piégeage β . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 3b.

3.3 Cas des grains de poussière à charge variable

3.3.1 Equations de base du modèle

On se propose maintenant d'étendre l'analyse précédente à des situations où les grains de poussière exhibent des variations de charge self-consistantes. Nous nous intéresserons alors aux modifications introduites par cette nouvelle variable dynamique. Nous reprenons le même système d'équations de base que précédemment avec, cependant, une équation additionnelle : l'équation d'évolution de la charge du grain. Dans ce cas, l'énergie totale du grain est réécrite sous la forme [53]

$$E_d = \frac{1}{2} m_d v_x^2 + \int_0^\phi q_d d\phi \quad (34)$$

Pour cela, nous considérons le cas où chaque espèce est un faisceau froid de particules, chaque particule d'espèce s ayant la même vitesse en une position x donnée. Nous choisissons alors

$$f_{\alpha=e,i}(x, v_x) = 2n_{\alpha 0} v_{\alpha 0} \delta \left(v_x^2 + \frac{2q_\alpha}{m_\alpha} \phi(x) - v_{\alpha 0}^2 \right) = n_{\alpha 0} \frac{v_{\alpha 0}}{\tilde{v}_\alpha} \delta(v_x - \tilde{v}_\alpha) \quad (35)$$

et

$$f_d(x, v_x) = 2n_{d0} v_{d0} \delta \left(v_x^2 - \frac{2Ze}{m_d} \phi(x) - v_{d0}^2 \right) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} \delta(v_x - \tilde{v}_d) \quad (36)$$

où

$$\tilde{v}_{\alpha=e,i} = \left(v_{\alpha 0}^2 - \frac{2q_\alpha}{m_\alpha} \phi(x) \right)^{1/2} \quad (37)$$

et

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left(1 + \frac{2e}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\phi Z d\phi \right)^{1/2} \quad (38)$$

En posant

$$\chi = \int_0^\phi Z d\phi \quad (39)$$

l'équation (38) peut être réécrite sous la forme

$$\tilde{v}_d = \left(v_{d0}^2 + \frac{2e}{m_d v_{d0}^2} \chi \right)^{1/2} \quad (40)$$

L'équation de poisson (4) devient alors pour $\beta < 0$

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = \frac{2f}{\sqrt{1+\alpha\Psi}} - \frac{2}{\sqrt{1-\Psi}} + \frac{2\varepsilon Z}{\sqrt{1+\gamma\xi}} + 2f_1 \left[\exp(\delta\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{\delta\Psi}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{-\beta}} W(\sqrt{-\beta\delta\Psi}) \right] \quad (41)$$

où

$$\xi = \int_0^\Psi Z d\Psi \quad (42)$$

3.3.2 Equation de la charge du grain de poussière

Dans la théorie du model standard de la sonde électrostatique (*OLM theory*), la charge du grain provient essentiellement de la collecte des électrons et des ions présents dans le plasma de base. Nous allons donc déterminer, de manière self-consistante, l'équation d'évolution de la charge du grain $q_d = -eZ$, que nous écrivons sous la forme

$$\tilde{v}_d \frac{\partial q_d}{\partial x} = I_e + I_i + I_h \quad (43)$$

Les courants de charge I_e , I_i et I_h sont définis par

$$I_i = e \int_0^{+\infty} f_i(x, v_x) v_x \sigma_i(v_x, q_d) dv_x \quad (44)$$

$$I_e = -e \int_{v_{\min}}^{+\infty} f_e(x, v_x) v_x \sigma_e(v_x, q_d) dv_x \quad (45)$$

$$I_h = -\pi a^2 e \left(\frac{8T_{ef}}{\pi m_e} \right)^{1/2} \exp\left(\frac{eq_d}{aT_{ef}} \right) n_h \quad (46)$$

L'équation (43) traduit le principe de conservation de la charge électrique. $I_{e,h}$ et I_i représentent respectivement les courants de charge électronique et ionique. Nous les déterminerons en moyennant la section efficace $\sigma_{e,i}(v_x, q_d) = \pi a^2 (1 \pm 2eq_d/m_{e,i}Cv_x^2)$ de collision d'une particule chargée avec un grain de poussière sur les fonctions de distribution électronique et ionique. $v_{\min} = (-2eq_d/m_e C)^{1/2}$ est la vitesse minimale limite que devra acquérir un électron pour pouvoir parvenir jusqu'à la surface du grain. $C = a(1 + a/\lambda_{De}) \cong a$ est la capacité effective du grain, a le rayon du grain et λ_{De} la longueur de Debye électronique. En procédant au calcul des intégrales de l'équation (43) et en réarrangeant les termes, nous obtenons l'équation de la charge du grain adimensionnelle suivante

$$\frac{dZ}{dX} = \frac{K}{(1 + \gamma\xi)^{1/2}} \left\{ \left(1 - \frac{2e^2 Z}{aW_e(1 + \alpha\Psi)} \right) - \frac{v_{i0}}{fv_{e0}} \left(1 + \frac{2e^2 Z}{aW_i(1 - \Psi)} \right) + \frac{2}{f} f_1 \left(\frac{\alpha}{\delta\pi} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{2e^2 Z \delta}{a_d W_i} \right) \left(\exp(\delta\Psi) \operatorname{erfc}(\sqrt{\delta\Psi}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{-\beta}} W(\sqrt{-\beta\delta\Psi}) \right) \right\} \quad (47)$$

où

$$K = \frac{\pi a^2 n_{e0} v_{e0}}{\omega_i} \frac{v_{i0}}{v_{d0}} \quad (48)$$

La charge du grain de poussière devient alors une nouvelle variable dynamique couplée de manière self-consistant aux autres variables dynamiques du plasma telles la densité numérique des particules et le potentiel électrostatique. Initialement et en l'absence de toute perturbation ($\Psi=0$), l'équation de la charge (47) doit satisfaire

$$f = \frac{\frac{v_{i0} \left(1 + \frac{2e^2 Z_0}{a\alpha W_e} \right)}{v_{e0}} - 2f_1 \sqrt{\frac{\alpha}{\pi\delta}} \exp \left(-\frac{2e^2 Z_0 \delta}{aW_i} \right)}{1 - \frac{2e^2 Z_0}{aW_e}} \quad (49)$$

3.3.3 Simulation numérique et discussion des résultats

Nous allons maintenant présenter les résultats de notre simulation numérique. Les équations (41), (42) et (47) sont intégrées numériquement à l'aide d'un schéma numérique approprié aux problèmes dits raides (*stiff problems*) en supposant un plasma de base d'hydrogène. Notons que le système d'équations précédent peut être résolu soit comme un problème aux valeurs limites, soit comme un problème aux valeurs initiales. Tenant compte de la nature des résultats recherchés (on ne s'intéresse qu'à la solution à l'intérieur du domaine d'intégration) et par souci de simplicité, nous avons choisi de le résoudre comme un problème aux valeurs initiales. Pour amorcer le processus de l'intégration numérique, la valeur initiale $\Psi(X=0)=0$ et un faible champ électrique $E_0=-10^{-12}$ ont été supposés. Notons qu'il est possible de choisir d'autres valeurs de E_0 : une augmentation (une diminution) de sa valeur ne fera que rapprocher (éloigner) le profil du potentiel ou de la densité de l'origine ($X=0$). Nous considérons d'abord le cas de la charge constante et discuterons après le cas où la variation de la charge est prise en compte de manière self-consistante. Le potentiel électrostatique associé au mode non linéaire BGK, tracé sur la figure 9, exhibe le profil d'une structure spatialement localisée (onde solitaire). Les paramètres suivants $Z_0=10$, $\gamma=0.1$, $\alpha=0.1$, $\beta=-0.2$, $f_1=0.2$, $\delta=10$, $v_{d0}=10^4 \text{ cm.s}^{-1}$, $a=5 \mu\text{m}$, $n_{i0}=10^4 \text{ cm}^{-3}$ et $v_{i0}=2 \times 10^5 \text{ cm.s}^{-1}$ ont été choisis. La figure 10 montre que lorsque la charge du grain est variable, la largeur du soliton diminue tandis que son amplitude augmente, c'est-à-dire que la variation de la charge rend plus pointu le profil de l'onde solitaire. Cette dernière s'élargit (ses dimensions deviennent plus importantes) à mesure que la valeur du paramètre de piégeage électronique β augmente (Fig.11). La figure 12 indique que les grains de poussière sont accélérés. Cette accélération est due à un champ électrique local additionnel induit par la variation de la charge du grain de poussière. Cette dernière adopte un intéressant profil à deux bosses spatialement localisé et reste négative (Fig.13). Pour une valeur donnée de Z_0 , une augmentation de $|\beta|$ donne lieu à une diminution de Z (Fig.13). En effet, à mesure que la fraction d'électrons piégés augmente, le grain de poussière collecte moins d'électrons réduisant ainsi la charge négative nette qui réside sur la surface du grain. La figure 14 illustre les variations de la densité des grains de poussière $N_d=n_d/n_{d0}$. Celle-ci montre la formation d'un trou poussiéreux spatialement localisé. Cette localisation est produite par l'équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière. La figure 14 indique que le trou poussiéreux se rétrécit et devient plus profond

lorsque le phénomène de variation de la charge du grain est pris en compte. Notons qu'une augmentation de β s'accompagne d'une diminution de N_d dans la région de localisation du soliton (Fig.15). Les grains de poussière sont localement expulsés et repoussés hors de cette région, un phénomène qui peut générer d'intenses champs électriques dans le milieu.

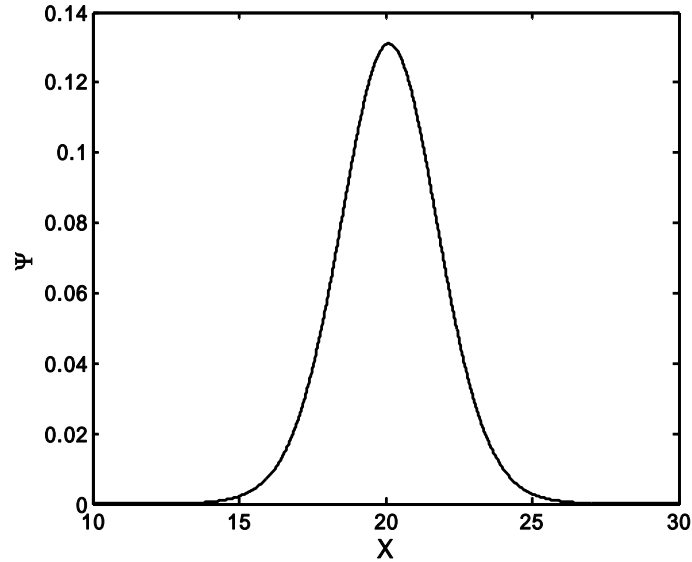


Figure 9 : Solution en onde solitaire (Ψ, X) avec $Z_0=10$, $f_1=0.1$, $\alpha=0.1$, $\gamma=0.1$, $\beta = -0.2$, $\delta = 10$, $a=5\mu\text{m}$, $v_{d0}=10^{-4} \text{ cm.s}^{-1}$, $n_{i0}=10^{+4} \text{ cm}^{-3}$ et $v_{i0}=2\times 10^{+5} \text{ cm.s}^{-1}$. Les conditions initiales sont $\Psi(X=0)=0$ et $(d\Psi/dX)_{x=0}=10^{-12}$.

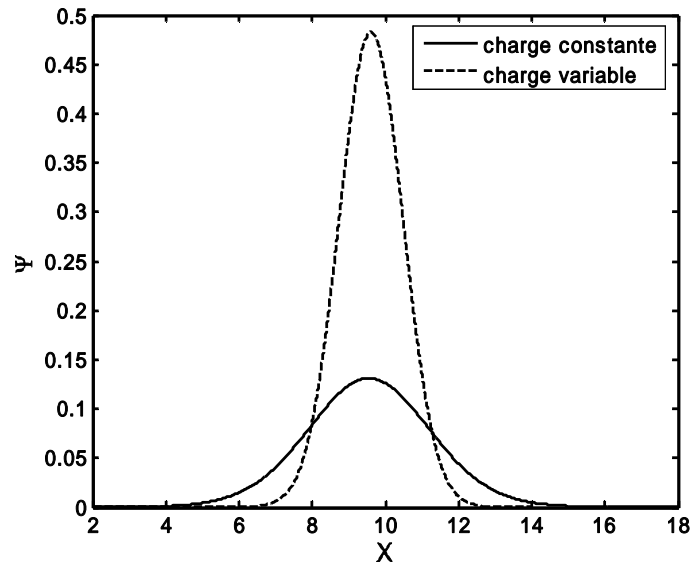


Figure 10 : Solution en onde solitaire (Ψ, X) dans le cas de la charge constante (trait plein) et le cas de la charge variable (tirets). Les valeurs des paramètres sont celles utilisées pour la figure 9.

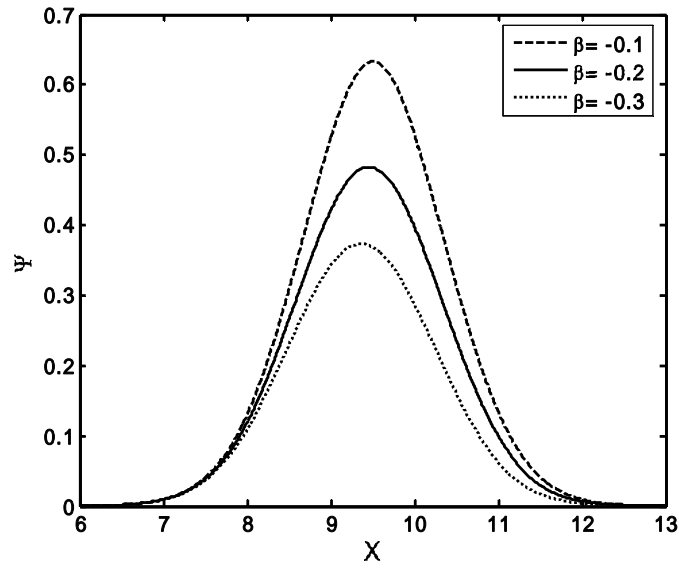


Figure 11: Solution en onde solitaire (Ψ, X) pour différentes valeurs du paramètre de piégeage $\beta = -0.1, -0.2$ et -0.3 . Les valeurs des paramètres sont celles utilisées pour la figure 9.

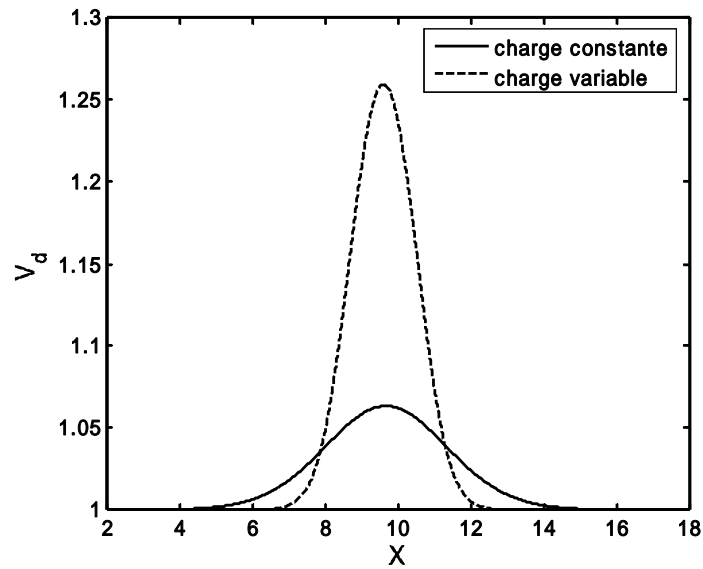


Figure 12 : Profile spatial de la vitesse des grains de poussière $V_d(X) = \tilde{v}_d(X)/v_{d0}$ dans le cas de la charge constante (trait plein) et le cas de la charge variable (tirets). Les valeurs des paramètres sont celles utilisées pour la figure 9.

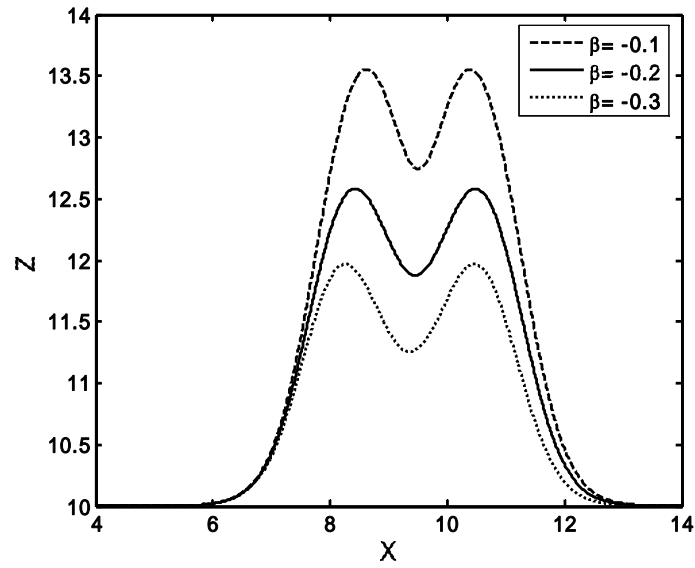


Figure 13: Variation spatiale du nombre de charge Z du grain de poussière pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β . Les valeurs des paramètres sont celles utilisées pour la figure 9.

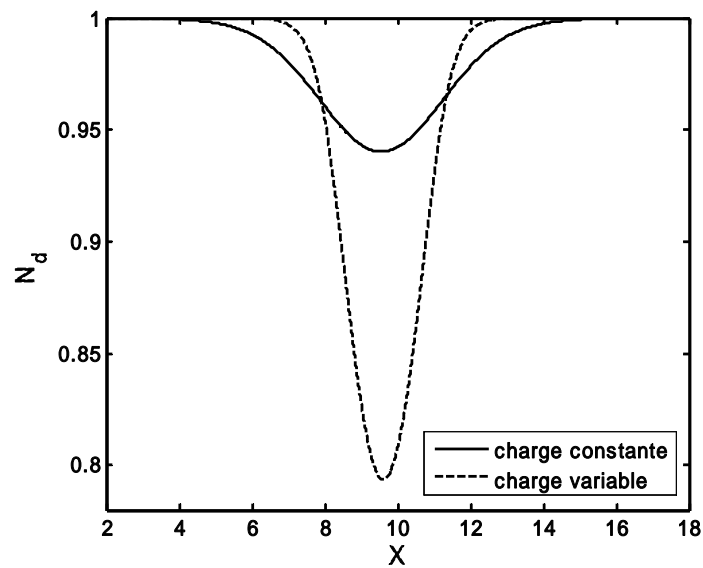


Figure 14 : Profil spatial de la densité des grains de poussières $N_d = n_d(X)/n_{d0}$ dans le cas de la charge constante (trait plein) et le cas de la charge variable (tirets). Les valeurs des paramètres sont celles utilisées pour la figure 9.

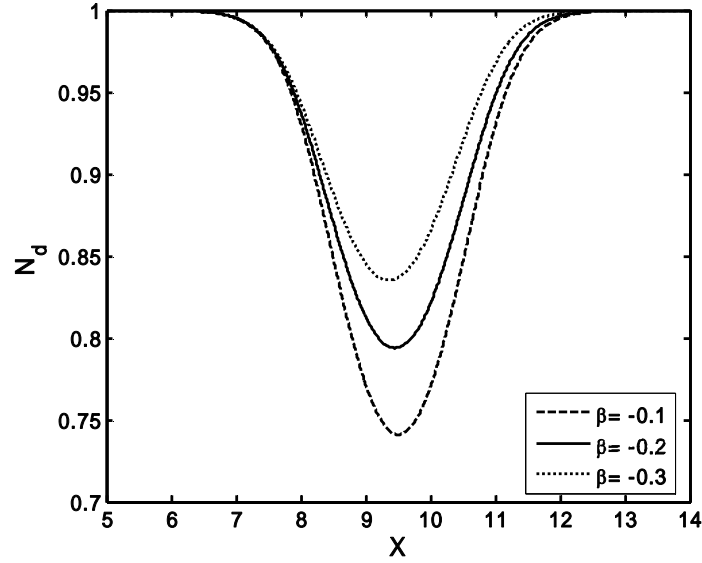


Figure 15 : Profil spatial de la densité des grains de poussières $N_d = n_d(X)/n_{d0}$ pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β . Les valeurs des paramètres sont celles utilisées pour la figure 9.

A mesure que v_{d0} augmente, la nature de la structure solitaire devient dissipative et l'amplitude de l'onde commence à subir les effets de la dissipation anormale due au phénomène de la variation de la charge du grain de poussière. L'amplitude de l'onde décroît alors de manière algébrique et la conservation de "la masse totale du soliton" donne lieu à la formation et au développement d'une queue (*noise tail*) dont la hauteur est proportionnelle à v_{d0} . A mesure que v_{d0} augmente, le bord d'attaque de la structure localisée s'éloigne de l'axe des X sans jamais y revenir. Un effet similaire a d'ailleurs été récemment rapporté [73] lors du traitement des effets non adiabatiques de la variation de la charge sur la génération d'ondes de choc acoustiques poussiéreuses. Pour de plus grandes valeurs de v_{d0} ($v_{d0}=20 \text{ cm.s}^{-1}$), la figure 16 montre que le potentiel non linéaire entreprend d'exécuter des oscillations dans l'espace autour d'une certaine valeur de Ψ . La transition des régions supérieures aux régions inférieures se fait de manière oscillatoire. Celle-ci représente une onde de choc non collisionnelle dans la mesure où elle ne requiert aucun effet d'amortissement ou de viscosité résultant de collisions entre les grains et le reste des particules [74]. Cependant, à l'inverse des ondes de choc non collisionnelles classiques où la dissipation découle de l'interaction turbulente onde-particule, la dissipation dans le présent cas de figure résulte de l'interaction de courants de charge microscopiques avec la

surface des grains de poussière. Nous avons alors mené une investigation numérique sur un large éventail des paramètres du plasma et noté que l'amortissement anormal est intimement lié à la constante K : les grandes valeurs de K favorisent le développement de structures cohérentes (solitons) alors que de faibles valeurs de K sont requises pour l'existence de structures dissipatives (ondes de choc). En réalité, K peut être perçu comme étant proportionnel au flux non perturbé des électrons arrivant sur la surface du grain de poussière durant une période plasma ionique ($K \sim \pi a^2 n_{e0} v_{e0} / \omega_{pi}$). L'influence de β et de Z_0 sur le front de l'onde de choc est illustrée respectivement sur les figures 17 et 18. Notons le phénomène de séparation de charges qui se manifeste par l'apparition d'oscillations dans le profil de l'onde de choc. L'importance de cet effet peut décroître à mesure que Z_0 augmente.

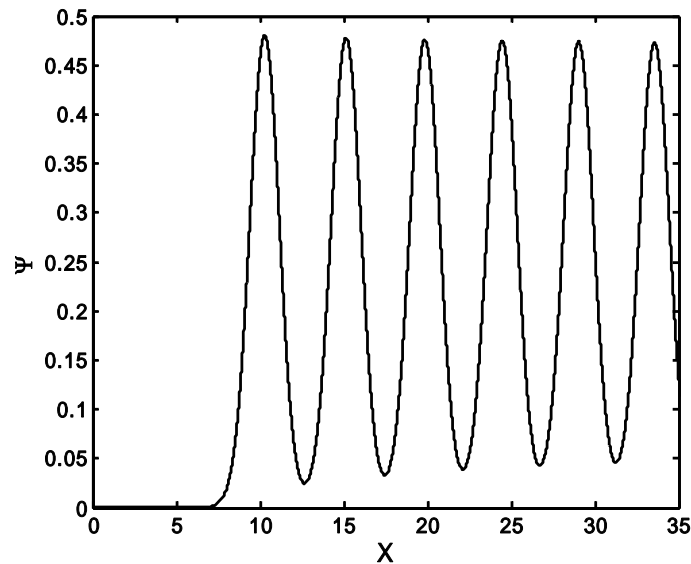


Figure 16 : Solution en onde de choc (Ψ, X) dans le cas de la charge variable avec $v_{d0}=20$ cm.s^{-1} . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 9.

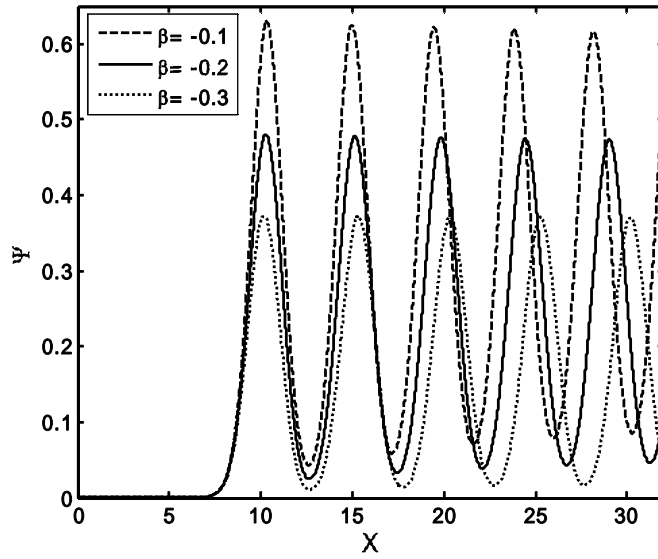


Figure 17 : Solution en onde de choc (Ψ, X) pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 9 avec $v_{d0}=20 \text{ cm.s}^{-1}$.

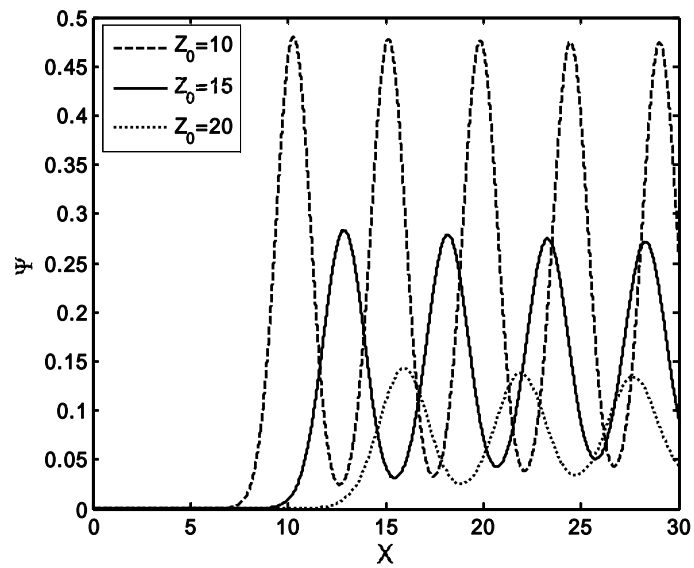


Figure 18 : Solution en onde de choc (Ψ, X) pour différentes valeurs de $Z_0=10$ ($K=44.379$), 15 ($K=99.886$) et 20 ($K=132.718$). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 9 avec $v_{d0}=20 \text{ cm.s}^{-1}$.

CONCLUSION

Les travaux présentés dans la présente thèse ont porté sur l'analyse et l'existence de certaines structures cohérentes et dissipatives (solitons et ondes de choc) associées à un plasma complexe à charge variable, en présence de particules piégées et non isothermiques. Ces structures non linéaires, solutions de l'équation cinétique de Vlasov, représentent les états saturés d'un plasma poussiéreux instable, non collisionnelle et loin de son équilibre thermodynamique. Cette saturation est due au concours de deux phénomènes qui agissent parfois de concert et parfois concurremment : le phénomène de piégeage des particules et celui de la fluctuation de la charge électrique. L'accent a alors été mis sur les nouveaux modes non linéaires de type Bernstein- Greene- Kruskal (DBGK). Pour cela, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasmas et adopté des approches analytiques et numériques.

Le premier chapitre de cette thèse a d'abord porté sur la définition des concepts de base du plasma habituel à deux composantes. Nous avons alors introduit les plasmas poussiéreux, décrit leurs propriétés intrinsèques et énuméré les différents processus physiques qui les caractérisent. Nous avons insisté sur les différents mécanismes de charge d'un grain de poussière et mis l'accent sur certains modes électrostatiques susceptibles d'exister dans un plasma poussiéreux.

Le second chapitre a été consacré à la généralisation du modèle bien connu de Mamun *et al.* de l'onde acoustique poussiéreuse dans le but d'y inclure une température des grains finie et une fraction d'ions piégés non isothermiques. Cette étude a été motivée, d'une part, par le fait que dans les plasmas réels la température des grains peut ne pas être nulle et, d'autre part, par l'existence possible dans le plasma d'une population ionique non isothermique piégée dans le potentiel de l'onde acoustique poussiéreuse. La méthode du pseudo-potential a été utilisée et la technique de la perturbation réductive nous a permis d'établir une équation de type Korteweg- de Vries modifiée. Nous avons alors montré que les effets de la température des grains peuvent parfois être importants. En particulier, il y'a lieu de noter qu'une augmentation de la température des grains entraîne une restriction du domaine des valeurs admissibles du nombre de Mach pour l'existence des solitons. Ce domaine s'élargit lorsque la fraction relative des ions piégés augmente. De plus, nos résultats ont révélé que le potentiel non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse se rétrécit et exhibe des amplitudes et des largeurs plus faibles que celles associées au cas des grains de poussière à température nulle. La forte localisation des grains de poussière

devient moins prononcée lorsque la température des grains augmente : les grains de poussière sont localement expulsés et repoussés hors de la région de localisation du soliton. Considérant la pertinence des oscillations non linéaires dans les plasmas de laboratoire et de l'espace, les résultats de ce chapitre peuvent contribuer à la compréhension et l'analyse des structures non linéaires et cohérentes qui existent dans les plasmas poussiéreux hors équilibre et dont les fonctions de distribution dévient sensiblement de celle de Maxwell-Boltzmann.

De manière générale, les plasmas fortement excités au moyen de faisceaux de particules évoluent le plus souvent vers des états cohérents avec piégeage de particules. Nous nous sommes alors intéressés, au cours de la première partie du troisième chapitre, aux modes électrostatiques de type BGK représentant les états saturés d'un plasma poussiéreux, instable et non collisionnel. Le mécanisme de saturation, dans notre cas, est dû au phénomène de piégeage des particules. Nos résultats ont alors révélé que dans un tel plasma, des structures solitaires peuvent exister. Leurs propriétés intrinsèques (amplitude, largeur et vitesse de propagation) dépendent fortement du paramètre de piégeage. Le champ électrique de l'onde solitaire perturbe profondément la densité des grains de poussière. Ces derniers sont accélérés et repoussés hors de la région de localisation du soliton. Cependant, la charge portée par les grains a été supposée constante, une hypothèse qui peut parfois s'avérer incorrecte. C'est pourquoi, l'objet de la deuxième partie du troisième chapitre a consisté à étendre notre analyse à des situations où les grains de poussière exhibent des variations de charge self-consistantes et à rechercher dans quelle mesure et sous quelles conditions la variation de la charge peut elle modifier de manière drastique nos résultats et conclusions. Nous avons alors montré que sous certaines conditions, les effets de la variation de la charge du grain peuvent être importants. En particulier, il y'a lieu de noter que le phénomène de fluctuation de la charge affecte le profile du potentiel solitaire et le rend de plus en plus pointu. Les grains de poussière sont alors accélérés et localement expulsés. Sous certaines conditions, le potentiel solitaire de l'onde acoustique poussiéreuse subit et ressent les effets de la dissipation anormale (attribuée au phénomène de la variation de la charge) dont l'importance est proportionnelle au flux non perturbé des électrons atteignant la surface du grain durant une période plasma ionique. Le critère d'existence de ces ondes de choc non collisionnelles a alors été obtenu analytiquement. Ces dernières existent lorsque la valeur de la constante adimensionnelle K [voir Eq. (48), Chap. III] est relativement faible. Les résultats présentés dans ce chapitre peuvent aider à mieux comprendre les plasmas hors équilibre à charge variable ainsi que

les vides (trous) poussiéreux induits par des vortex associés à l'espace des phases. Notons que l'évolution temporelle et l'analyse de la stabilité de toutes ces structures non linéaires revêtent une grande importance. C'est pourquoi, on se propose à l'avenir de résoudre l'équation cinétique de Vlasov dépendante du temps couplée à l'équation de Poisson. Ceci nous permettra d'estimer au bout de combien de temps s'établissent les modes non linéaires de type BGK.

Nous estimons atteints les objectifs que nous nous sommes fixés au début de ce travail de recherche. Les perspectives du présent mémoire sont nombreuses. Nous nous proposons à l'avenir de reconsidérer notre analyse dans le contexte des plasmas de self-gravitation et faire intervenir les autres processus de charge déjà énumérés dans le premier chapitre.

Bibliographie

- [1] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **1**, 1362 (1994).
- [2] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**, 7405 (1985).
- [3] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **8**, 1791 (2001).
- [4] L. Stenflo, P. K. Shukla et M. Y. Yu, *Phys. Plasmas* **7**, 2731 (2000).
- [5] M. R. Jana, A. Sen et P. K. Kaw, *Phys. Rev. E* **48**, 3930 (1993).
- [6] N. N. Rao, P. K. Shukla et M.Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [7] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995).
- [8] R. K. Varma, P. K. Shukla et V. Krishan, *Phys. Rev. E* **47**, 3612 (1993).
- [9] P. K. Kaw et A. Sen, *Phys. Plasmas* **5**, 3552 (1998).
- [10] A. Brattli, O. Havnes et F. Melandso, *J. Plasma Phys.* **58**, 691 (1997).
- [11] B. Farokhi, P. K. Shukla, N. L. Tsintsadze et D. D. Tskhakaya, *Phys. Plasmas* **7**, 814 (2000).
- [12] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics* (Wiley, New York, 1956), Chap. 11.
- [13] F. Melandso et P.K. Shukla, *Planet. Space Sci.* **43**, 635 (1995).
- [14] Q. Z. Luo, N. D'Angelo et R. L. Merlino, *Phys. Plasmas* **6**, 3455 (1999).
- [15] D. H. Dubin, *Phys. Plasmas* **7**, 3895 (2000).
- [16] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1598 (1999).
- [17] P. K. Shukla et N. N. Rao, *Phys. Plasmas* **3**, 1760 (1996).
- [18] G. Lapenta, *Phys. Plasmas* **6**, 1442 (1999).
- [19] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka *et al.*, *Phys. Plasmas* **6**, 1769 (1999).
- [20] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi, et S. Robertson, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 6034 (2000).
- [21] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, *J. Geophys. Res.* **106**, 8343 (2001).
- [22] G. Sorasio, D. A. Mendis et M. Rosenberg, *Planet. Space sci.* **49**, 1257 (2001).
- [23] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics* (Academic, New York, 1965).
- [24] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **5**, 1607 (1998).

- [25] N. D'Angelo, *Planet. Space Sci* **38**, 1143 (1990).
- [26] P. K. Shukla et V. P. Silin, *Phys. Scr.* **45**, 508 (1992).
- [27] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear plasma Theory* (Academic press, New York, 1972), p. 15.
- [28] C. S. Gardner et G. K. Morikawa, *Similarity in the asymptotic behavior of collision-free hydromagnetic waves and water waves*, New York Univ., Courant Inst. Math. Sci. Res. Rep. NYO-9082 (1960).
- [29] H. Washimi et T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 996(1966).
- [30] C. H. Su et C. S. Gardner, *J. Math. Phys.* **10**, 536 (1969).
- [31] N. J. Zabusky et M.D. Kruskal, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 240 (1965).
- [32] N. J. Zabusky, *Phys. Rev. Lett.* **168**, 124 (1968).
- [33] H. Ikezi, R. J. Taylor et R. D. Baker, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 11 (1970).
- [34] H. Ikezi, *Phys. Fluids* **16**, 1668 (1973).
- [35] Y. Kato, M. Tajiri et T. Taniuti, *Phys. Fluids* **15**, 865 (1972).
- [36] H. Schamel, *J. Plasma Phys.* **9**, 377 (1973).
- [37] M. Q. Tran, *Phys. Scr.* **20**, 317 (1979).
- [38] Y. H. Ichikawa, *Phys. Scr.* **20**, 296 (1979).
- [39] I. B. Bernstein, J. M. Greene et M. D. Kruskal, *Phys. Rev.* **108**, 546 (1957).
- [40] L. J. Chen et G. K. Parks, *Nonlinear Processes in Geophysics* **9**, 11(2002).
- [41] A.A Mamun, R.A Cairns et P. K. Shukla, *Phys. Pasma* **3**, 702 (1996).
- [42] A.A Mamun, R.A Cairns et P. K. Shukla, *Physics of Plasmas* **3**, 2610 (1996).
- [43] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma physics*, edited by M. A. Leontovich (Consultant Bureau, New York ,1966) Vol. **4**, p. 23.
- [44] L. Stenflo, T. D. Buadze et N. L. Tsintsadze, *Phys. Lett. A.* **135**, 37 (1989).
- [45] H. Schamel, *Phys. Reports* **140**, 161 (1986).
- [46] A. A Mamun, M. N. Alam et A. K. Azad, *Phys. Plasmas* **5**, 1212 (1998).
- [47] M. Kakati et K. S. Goswami, *Phys. Plasmas* **5**, 4508 (1998).
- [48] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **7**, 1044 (2000).
- [49] S. Ghosh, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **9**, 1150 (2002).
- [50] A. A. Mamun et P. K. Shukla, *Phys. Scr.* **T98**, 107 (2002).
- [51] M. Tribeche, S. Younsi, et T. H. Zerguini, en préparation.
- [52] M. Tribeche, R. Hamdi et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **7**, 4013 (2000)
- [53] M. Tribeche, H. Houili et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **9**, 419 (2002).
- [54] M. Tribeche, T. H. Zerguini et H. Houili, *Phys. Plasmas* **9**, 4879 (2002).

- [55] H. Houili, M. Tribeche et K. Aoutou, Phys. Plasmas **9**, 4385 (2002).
- [56] M. Tribeche, T. H. Zerguini et K. Aoutou, Phys. Plasmas **10**, 631 (2003).
- [57] M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, submitted to Chaos, Solitons and Fractals.
 M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, «*Nonlinear oscillations in charge varying dusty plasmas in the presence of nonisothermal trapped electrons*», 7^{ème} Congrès National de la Physique et de ses Applications (CNPA'2006) BECHAR, 18-20 Décembre 2006.
 M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, 33rd European Physical Society Conference on Plasma Physics, ROMA, Italy, June 19-23, 2006.
 M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, 10^{ème} Journées Scientifiques et Pédagogiques (JSP10) USTHB, Alger, 08-09 Mai 2006.
- [58] A.A. Mamun, Phys. Plasma **5**, 322 (1998).
- [59] A.A. Mamun et M. N. Alam, Phys. Plasma **5**, 1212 (1998).
- [60] M. Lamp, G. Joyce, G. Ganguli et V. Gavrishchaka, Phys. Plasmas **7**, 3851 (2000).
- [61] M. Lamp, V. Gavrishchaka, G. Ganguli et G. Joyce, Phys. Rev. Lett. **86**, 5278 (2001).
- [62] D. D Tskhakaya, P. K. Shukla et L. Stenflo, Phys. Plasmas **8**, 5333 (2001).
- [63] H. Schamel, N. Das et N. N. Rao, Phys. Plasmas **8**, 671 (2001).
- [64] N. N. Rao, Phys. Plasmas **6**, 4414 (1999).
- [65] A.A. Mamun et P. K. Shukla, Phys. Plasmas **9**, 1474 (2002).
- [66] M. Tribeche, L. Ait Gougam et T. H. Zerguini, Phys. Scr. **75**, 354 (2007).
- [67] L. Ait Gougam, M. Tribeche et F. Chafa, J. Plasma Phys. **73**, 331 (2007).
- [68] N. A. Krall and A. W. Trivelpiece, *Principles of Plasma Physics* (McGraw-Hill, New York, 1973), p. 432.
- [69] H. Schamel, Plasma Phys. **14**, 905 (1972).
 H. Schamel, J. Plasma Phys. **13**, 139 (1975).
- [70] Y. El-Zein, A. Amin, H. S. Kim, S. Yi et K. E. Lonngren, Phys. Plasmas **2**, 1073 (1995).
- [71] Y. El-Zein, S. Yi et K. E. Lonngren, Planet. Space Sci. **45**, 251 (1997).
- [72] M. Tribeche, H. Houili et T. H. Zerguini, Phys. Plasmas **11**, 3001 (2004).
- [73] M. R. Gupta, S. Sarkar, S. Ghosh, M. Debnath et M. Khan, Phys. Rev. E **63**, 046406 (2001).
- [74] S. I. Popel, M. Y. Yu et V. N. Tsytovich, Phys. Plasmas **3**, 4313 (1996).