

N° d'ordre : 05/2010-M/PH

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie

« Houari Boumediene »

FACULTE DE PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

En : PHYSIQUE

Spécialité : Energétique et Mécanique des Fluides

Par : GHALEM Abdelkader

Sujet

Simulation numérique d'un canal bouillant sous conditions normales et transitoires

Soutenu publiquement le 05/10/2010 à 10h00, devant le jury composé de :

Mr. N. BENDJABALLAH	Professeur, U.S.T.H.B	Président
Mr. B. KHODJA	Maître Assistant A, U.S.T.H.B	Directeur de Mémoire
Mr. H. DJELOUAH	Professeur, U.S.T.H.B	Examineur
Mme. A. MATAOUI	Professeur, U.S.T.H.B	Examinatrice
Mr. A. GHEZAL	Maître de Conférences A, U.S.T.H.B	Examineur

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Mécanique des Fluides Théorique et Appliquée de la Faculté de Physique de l'U.S.T.H.B.

*Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur **B. KHODJA**, chargé de cours à l'USTHB, pour avoir dirigé ce travail, et pour la confiance et la patience qu'il m'a vouées, et également pour ses encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer. Je suis heureux de pouvoir lui exprimer mes plus sincères remerciements.*

*Je tiens à remercier Monsieur **N. BENDJABALLAH**, professeur à l'USTHB, d'avoir accepté de présider le jury de ce mémoire. Qu'il veuille bien trouver ici, l'expression de ma gratitude pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur **H. DJELOUAH**, professeur à l'USTHB, pour avoir accepté de faire partie du jury de ce mémoire et pour son aide précieuse. Qu'il veuille trouver ici l'assurance de ma gratitude pour ses conseils.*

*J'adresse, également, mes profonds remerciements à Mme **A. MAATAOUI**, professeur à l'USTHB, pour ses précieux conseils et ses remarques qui m'ont permis d'améliorer constamment ce travail, pour sa disponibilité et d'avoir accepté de participer au jury de ce mémoire.*

*Je prie Monsieur **A. GHEZAL**, maître de conférences à la faculté de physique (USTHB), d'accepter mes sentiments respectueux et reconnaissants pour sa participation au jury d'examen, et également pour ses encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer.*

Enfin, je remercie tous mes amis du laboratoire de Mécanique des Fluides de l'USTHB pour leurs encouragements et sympathie.

Dédicaces

Je dédie ce travail

A mes chers parents, que dieu me les garde,

A mes frères,

A mes sœurs,

A tous mes proches,

A tous mes amis,

A tous ceux qui m'ont aidé et encouragé.

Abréviation

ABB	Asea Brown Boveri
ABWR	Advanced Boiling Water Reactor Réacteur à eau bouillante performant
ANL	Argonne National Laboratory Laboratoire national d'Argonne
BWR	Boiling Water Reactor Réacteur à eau bouillante
CANDU	CANadian Deutérium Uranium
EBWR	Experimental Boiling Water Reactor Réacteur expérimental à eau bouillante
ESBWR	Economic Simplified Boiling Water Reactor Réacteur à eau bouillante simplifié économique
GE	General Electric Compagnie américaine multiservices
JPDR	Japan Power Demonstration Reactor
NCBWR	Natural Circulation Boiling Water Reactor Réacteur à eau bouillante en circulation naturelle
REP	Réacteur à eau pressurisée
SBWR	Simplified Boiling Water Reactor Réacteur à eau bouillante simplifié
VBWR	Valecitos Boiling Water Reactor Réacteur à eau bouillante de Valecitos

Sommaire

NOMENCLATURE

INTRODUCTION GENERALE2

PARTIE I :

CHAPITRE I : DESCRIPTION D'UN REB

I.1. Introduction.....	5
I.2. Réacteur à Eau Bouillante.....	5
I.2.1. Principe de fonctionnement	5
I.2.2. Description	6
I.2.2.1. La cuve	6
I.2.2.2. Le cœur	7
I.2.2.3. Le fluide caloporteur.....	7
I.3. Bref historique	7
I.3.1. Générations des réacteurs nucléaires.....	7
I.3.2. Évolution du réacteur à eau bouillante.....	8
I.4. Circulation naturelle dans un réacteur REB.....	10
I.5. Modèle réduit d'un NCBWR.....	10
I.6. Conclusion	13

CHAPITRE II : MODELISATION DES ECOULEMENTS DIPHASIQUES

II.1. Introduction.....	15
II.2. Principaux paramètres des écoulements diphasiques.....	15
II.3. Régimes d'écoulements diphasiques.....	17
II.4. Modélisation d'un écoulement diphasique - Cas d'un canal vertical.....	19
II.4.1. Equations de conservation en régime permanent.....	20
II.4.1.1. Equation de conservation de masse du mélange.....	20
II.4.1.1. Equation de conservation des quantités de mouvement du mélange.....	21
II.4.2. Calcul des chutes de pression.....	21
II.4.2.1. Modèle homogène.....	22

II.4.2.2. Modèle à phases séparées.....	25
II.4.3. Equation de conservation d'un écoulement monophasique.....	28
II.5. Relations empiriques.....	29
II.5.1. Coefficient de frottement.....	29
II.5.1.1. Région d'écoulement monophasique.....	29
II.5.1.2. Région d'écoulement diphasique.....	30
II.5.2. Coefficient de transfert thermique.....	31
II.6. Corrélations sur les pertes de charge singulières.....	32
II.6.1. Cas d'un écoulement monophasique.....	32
II.6.1. Cas d'un écoulement diphasique.....	33
II.7. Crise d'ébullition.....	36
II.8. Conclusion.....	37

CHAPITRE III : ÉTUDE D'UNE BOUCLE THERMOHYDRAULIQUE EN REGIME PERMANENT

III.1. Introduction.....	39
III.2. Description de la boucle.....	39
III.3. Analyse dimensionnelle et de similitude.....	41
III.4. Équation de continuité.....	42
III.5. Calcul des chutes de pression.....	42
III.5.1. Région d'écoulement monophasique.....	43
III.5.2. Région chauffée (section d'essai).....	46
III.5.2.1. Zone d'écoulement monophasique.....	46
III.5.2.2. Zone d'écoulement diphasique.....	47
III.5.3. Région adiabatique (riser)	49
III.6. Modélisation de l'écoulement dans la boucle en circulation naturelle.....	51
III.6.1. Débit massique total.....	51
III.6.2. Equations de conservation de l'énergie.....	52
III.6.3. Frontière d'ébullition dans la section d'essai.....	54
III.6.4. Algorithme de résolution.....	56
III.7. Résultats et discussion.....	57
III.7.1. Variations des paramètres de l'écoulement.....	57

III.7.1.1. Variations du débit massique.....	57
III.7.1.2. Variations du taux de vide.....	58
III.7.1.3. Variations du titre de vapeur.....	59
III.7.1.4. Variations de la longueur de préchauffage.....	60
III.7.2. Influence des paramètres physiques.....	61
III.7.3. Influence des paramètres géométriques.....	63
III.8. Comparaison des résultats.....	66
III.9. Conclusion.....	70

PARTIE II :

CHAPITRE IV : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

IV.1. Introduction.....	72
IV.2. Différents types d'instabilités.....	72
IV.3. Instabilités thermohydrauliques.....	73
IV .3.1. Instabilités statiques.....	73
IV.3.1.1. Excursion de débit.....	74
IV.3.1.1.1. Caractéristique d'un canal chauffant.....	74
IV.3.1.1.2. Stabilité du régime permanent.....	76
IV.3.2. Instabilités dynamiques.....	77
IV.3.2.1. Oscillation de débit.....	78
IV.3.2.1.1. Les oscillations acoustiques.....	78
IV.3.2.1.2. Les oscillations d'onde de densité.....	78
IV.4. Instabilités thermohydraulique et neutronique couplées.....	79
IV.5. Conclusion.....	82

CHAPITRE V : ANALYSE TRANSITOIRE D'UNE BOUCLE EN CIRCULATION

NATURELLE

V.1. Introduction	84
V.2. Description de la boucle	84
V.3. Modélisation en régime transitoire.....	86
V.3.1. Caractéristiques de l'écoulement diphasique.....	86
V.3.1.1. Taux de vide.....	86

V.3.1.2. Taux de glissement.....	87
V.3.1.3. Débit massique du liquide m_l	87
V.3.1.4. Débit massique moyen.....	87
V.3.2. Equations de conservation de la masse.....	88
V.3.3. Equation de la longueur de non ébullition.....	89
V.3.4. Equation de débit massique de la phase vapeur.....	89
V.3.5. Equations de conservation de l'énergie.....	90
V.3.6. Equations de conservation des quantités de mouvement.....	91
V.3.6.1. Conduite d'amenée.....	91
V.3.6.2. Section d'essai.....	91
V.3.6.2.1. Zone de non ébullition.....	91
V.3.6.2.2. Zone d'ébullition.....	92
V.3.6.3. Conduite de montée (riser).....	92
V.4. Résolution numérique.....	94
V.4.1. Conditions initiales en régime permanent	95
V.4.1.1. Algorithme de résolution.....	96
V.4.2. Résolution en régime transitoire.....	97
V.5. Résultats et discussion.....	97
V.5.1. Évolution du débit massique.....	97
V.5.2. Évolution du taux de vide.....	99
V.5.3. Réponse d'oscillation de la puissance.....	101
V.5.4. Comparaison	103
V.5.5. Influence des paramètres géométriques.....	108
V.5.5.1. Influence de la longueur de la cheminée (riser)	108
V.5.5.2. Influence de la longueur de la section d'essai.....	109
V.6. Conclusion.....	110
CONCLUSION GENERALE.....	113
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	116
ANNEXES.....	122

Nomenclature

Lettres Latines

Majuscules

A	Aire de la conduite (m^2)
C_f	Coefficient de frottement
C_{flo}	Coefficient de frottement de l'écoulement en phase liquide seul
D	Diamètre de la conduite (m)
G	Vitesse massique ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$)
K	Coefficient de pertes de pression singulières
L	Longueur (m)
R	Taux de circulation
T	Température ($^{\circ}\text{C}$)
ΔT	Ecart de température de sous refroidissement ($^{\circ}\text{C}$)

Minuscules

f	Facteur de frottement
g	Accélération gravitationnelle ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)
h	Enthalpie (kJ/kg)
h_e	Enthalpie du fluide à l'entrée de la section d'essai (kJ/kg)
h_{lv}	Chaleur latente de vaporisation (kJ/kg)
h_o	Enthalpie du fluide d'appoint (kJ/kg)
m	Débit massique (kg/s)
m_l	Débit massique du liquide saturé (kg/s)
m_o	Débit massique du fluide d'appoint (kg/s)
m_t	Débit massique total (kg/s)
m_v	Débit massique de la vapeur saturée (kg/s)
p	Pression (bars)
Δp	Chute de pression (bars)

q	Puissance thermique (Wth)
s	Taux de glissement
t	Temps (s)
v	Vitesse (m/s)
x	Titre massique ou qualité
z	Altitude (m)

Lettres grecques

α	Taux de vide
β	Titre volumique
θ	Angle d'inclinaison par rapport à la verticale
ε	Précision de la solution
ϕ_{lo}^2	Multiplicateur diphasique
μ	Viscosité dynamique (Pa.s)
ψ	Rapport dans l'équation (III.30)
ρ	Masse volumique (kg.m ⁻³)
τ_p	Contrainte de cisaillement à la paroi (N.m ⁻²)

Indices

a = acc	Relatif à l'accélération
b	Relatif à la zone d'ébullition (boiling = ébullition)
ch	Relatif à la section chauffée
d	Relatif à la conduite d'amenée
e	Relatif à l'entrée de la section d'essai
f	Relatif au frottement
g	Relatif à la gravité
i	Relatif à l'itération
l	Relatif à la phase liquide
lo	Relatif au liquide seul

m	Relatif au mélange diphasique
nb	Relatif à la zone de non ébullition (no boiling = non ébullition)
r	Relatif au riser
s	Relatif à la section d'essai
sat	Relatif à la saturation
sin	Relatif aux singularités
t	Relatif au total
v	Relatif à la phase vapeur
1 φ ,ch	Relatif à la zone d'écoulement monophasique dans la section chauffée
2 φ ,ch	Relatif à la zone d'écoulement diphasique dans la section chauffée
2 φ ,r	Relatif à la zone d'écoulement diphasique dans le riser

Autres caractères

—	Moyenne suivant la position
---	-----------------------------

Nombre adimensionnels

R_e	Nombre de Reynolds
F_r	Nombre de Froude
N_g	Nombre géométrique
N_ρ	Nombre de rapport de densité
N_{sub}	Nombre de sous refroidissement
N_{pch}	Nombre de changement de phase
N_f	Nombre de frottement

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Depuis les années 1950, les chercheurs scientifiques se sont intéressés à étudier le problème d'évacuation de l'énergie utile qui peut être obtenue du cœur d'un réacteur à eau bouillante. Un canal bouillant se retrouve dans un grand nombre d'installations industrielles telles que : les réacteurs à eau bouillante, les générateurs de vapeur et d'autres systèmes bouillants...

Un réacteur à eau bouillante, de façon très simplifiée, consiste à utiliser l'eau liquide pour l'évacuation de la chaleur dégagée dans son cœur [1]. Celle-ci est donc utilisée pour produire de la vapeur et faire tourner des turbines afin de produire de l'électricité. L'écoulement du mélange diphasique eau-vapeur joue un rôle important sur le fonctionnement de cette installation [2]. De plus, ces écoulements diphasiques et les oscillations de la réactivité sont souvent le siège de phénomènes très complexes appelés « instabilités ». De nombreux articles de synthèse présentent en détail les différents types d'instabilités rencontrées dans ce type de réacteur.

Les boucles à eau bouillante chauffées électriquement ont été utilisées pour prédire le comportement de la circulation naturelle du fluide caloporteur dans un réacteur à eau bouillante [3,23]. En plus, dans ces boucles la relation entre les caractéristiques thermiques et hydrauliques de l'écoulement est moins complexe que dans un réacteur nucléaire. Cependant, la circulation naturelle du fluide caloporteur élimine les problèmes qui sont relatifs à la maintenance et au fonctionnement des pompes de recirculation, contrairement aux systèmes de la circulation forcée.

L'objectif principal de ce travail est d'élaborer un programme de calcul capable de modéliser et de simuler numériquement l'écoulement du fluide caloporteur dans un réacteur à eau bouillante de type NCBWR. Pour cela, nous nous proposons alors d'effectuer une simulation numérique d'un canal bouillant en circulation naturelle en régimes permanent et transitoire à l'aide du langage MATLAB.

Ce mémoire comprend essentiellement deux parties :

La première partie comporte trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré à une description générale sur les réacteurs à eau bouillante en circulation naturelle et leur évolution historique.

Le second chapitre présente une revue bibliographique sur la modélisation des écoulements monophasiques et diphasiques en conduites et les différentes corrélations empiriques sur les pertes de charge linéaires et singulières. Ensuite, nous exposerons deux modèles existants pour analyser un écoulement diphasique. Enfin, nous présenterons le mécanisme du phénomène de crise d'ébullition en paroi.

Le troisième chapitre aborde l'étude d'une boucle thermohydraulique en régime permanent. Nous établirons les équations de conservation de la masse, des quantités de mouvement et de l'énergie en régime permanent. Ensuite, nous présenterons graphiquement les différents résultats numériques obtenus à l'aide d'un programme de calcul élaboré à l'aide du langage MATLAB. Enfin, nous étudierons l'influence des paramètres physiques et géométriques sur l'évolution du débit massique et du taux de vide en tenant compte de l'augmentation de la puissance de chauffe.

La deuxième partie comporte les deux chapitres suivants:

Chapitre quatre : dans ce chapitre nous exposons un aperçu général sur les différentes instabilités rencontrées dans les systèmes bouillants tels que les réacteurs à eau bouillante, plus particulièrement, les instabilités thermohydraulique et neutronique couplées.

Le cinquième chapitre consiste en l'analyse transitoire d'une boucle en circulation naturelle, simulant l'écoulement du fluide caloporteur dans un réacteur à eau bouillante (REB). Les équations de conservation de la masse, des quantités de mouvement et de l'énergie en fonction du temps ont été déjà établies [4]. La résolution du système d'équations différentielles non linéaires couplées, est faite sous MATLAB. En outre, nous considérerons le cas où l'évolution temporelle de la puissance de chauffe est sinusoïdale (oscillatoire). Ensuite, nous étudierons la réponse de la puissance de chauffe sur l'amplitude d'oscillation des autres paramètres d'écoulement. Les résultats obtenus seront comparés à ceux trouvés dans la littérature. Finalement, l'influence des paramètres géométriques sur l'amplitude de ces paramètres sera effectuée.

Enfin, nous terminons ce mémoire par une conclusion générale, et nous insisterons sur les perspectives ouvertes dans le cadre de ce travail.

Chapitre I

Description d'un REB

I.1. Introduction

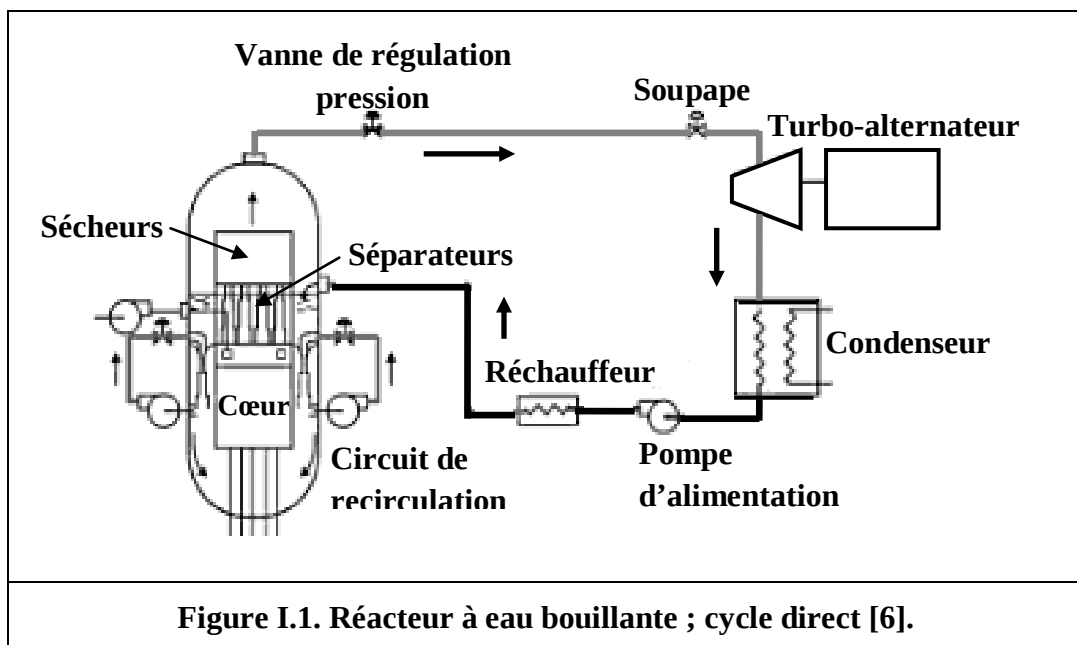
Le réacteur à eau bouillante (REB) est un type de réacteur utilisé pour la production de l'électricité [5,6,14]. Ce réacteur fait l'objet de nombreuses évolutions qui concernent à la fois le mode de fonctionnement global de l'installation et les simplifications permanentes qui ont été apportées au circuit de refroidissement et aux systèmes de secours. Cette modification simplifie la cuve ainsi que le réacteur dont la circulation dans la cuve est entièrement basée sur la convection naturelle.

Nous présentons ci-après une description générale des réacteurs à eau bouillante en circulation naturelle, leur évolution au cours du temps et une approche globale sur l'analyse dimensionnelle et de similitude de ce dernier.

I.2. Réacteur à Eau Bouillante

I.2.1. Principe de fonctionnement

Le réacteur à eau bouillante est une simple chaudière nucléaire. Les éléments combustibles sont des « crayons » formés de pastilles d'uranium (UO_2) placées dans une gaine en zircaloy. Ils sont également plongés dans une cuve, contenant de l'eau légère qui sert de modérateur. Dans ce cas, on laisse cette eau entrer en ébullition sous l'effet de la chaleur dégagée par les éléments combustibles. L'assemblage est alors baigné dans un mélange diphasique à sa température de saturation qui est de 289 °C pour une pression de service de 70 bars [6].



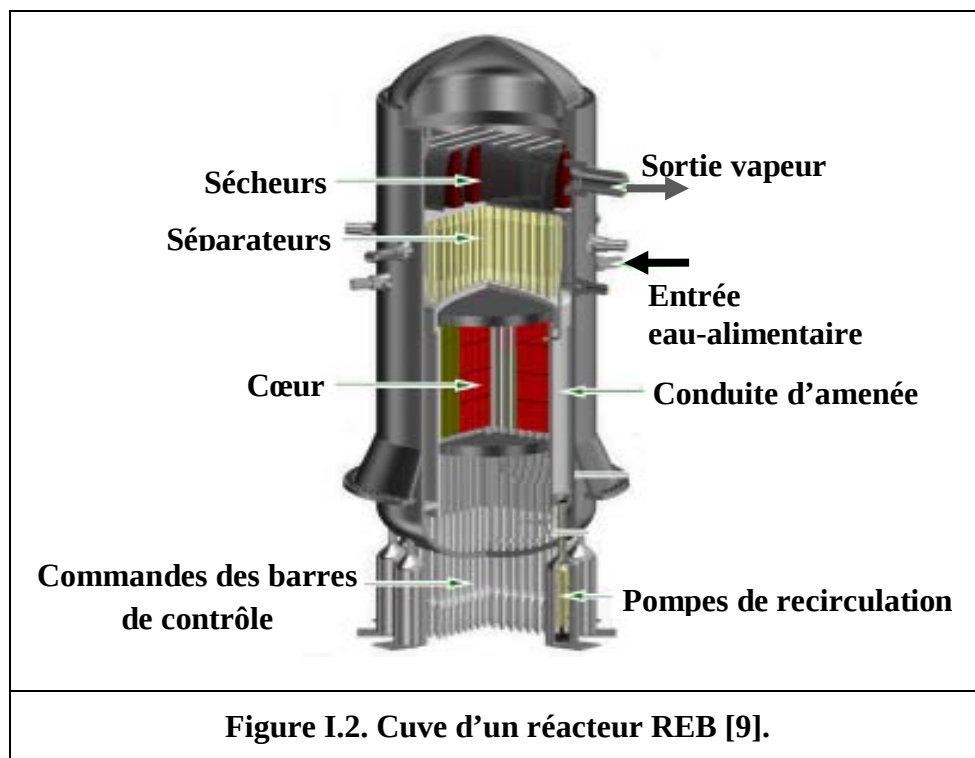
Le mélange d'eau et de vapeur est entraîné dans des séparateurs de vapeur et des sécheurs, situés dans la partie supérieure de la cuve, tandis que la phase liquide est réintroduite à l'entrée du cœur (figure.I.1). La vapeur saturée produite par cette ébullition, est directement utilisée dans la turbine après séparation et séchage (cycle direct) [7,15,45].

I.2.2. Description

L'énergie est dégagée dans le cœur du réacteur nucléaire qui est constitué généralement d'éléments combustibles solides renfermant la matière fissile. Cette énergie est évacuée par un fluide caloporteur dans des conditions qui permettent d'assurer la fonction du réacteur nécessaire à son objectif fonctionnel de production d'électricité [27]. Ce type de réacteur est composé principalement de la cuve, du cœur et du fluide caloporteur.

I.2.2.1. La cuve

La cuve d'un réacteur à eau bouillante contient, en plus du cœur, les structures nécessaires à la séparation et au séchage de la vapeur. L'eau d'alimentation se mélange dans un espace annulaire à l'eau en phase liquide provenant des séparateurs. Selon le concept des réacteurs, dans la partie basse de la cuve, on trouvera soit des boucles de recirculation et des éjecto-pompes, soit des pompes à rotor noyées situées dans le fond de la cuve, soit par l'absence de dispositif de circulation pour les réacteurs fonctionnant en circulation naturelle.



I.2.2.2. Le cœur

Le cœur est la partie active dans laquelle se dégage la chaleur produite par la fission nucléaire de l'uranium. Il comprend un nombre important d'assemblages et de grappes de commande. Dans un réacteur à eau bouillante, le cœur est placé verticalement [46,50]. Il comprend essentiellement:

- Les éléments combustibles.
- Le modérateur.
- Le fluide caloporteur.
- Les éléments de structure.
- Les éléments de commande disposés dans le cœur.

I.2.2.3. Le fluide caloporteur

Le fluide caloporteur est un liquide qui circule au contact des crayons combustibles. L'évacuation de la chaleur à l'aide d'un fluide caloporteur ne peut se faire qu'avec un fluide possédant certaines propriétés physiques et neutroniques.

I.3. Bref historique

I.3.1. Générations des réacteurs nucléaires

L'évolution historique des réacteurs nucléaires peut se diviser en quatre «générations » comme il est illustré dans la figure I.3, (Forum international, 2002) [9].

Génération I :

La première génération comprend les premiers réacteurs prototypes expérimentaux qui ont été mis en service avant 1970.

Génération II :

La deuxième génération renferme les réacteurs nucléaires de puissance, qui ont été construits entre 1970 et 1995 dans les différentes filières REP, REB et CANDU.

Génération III :

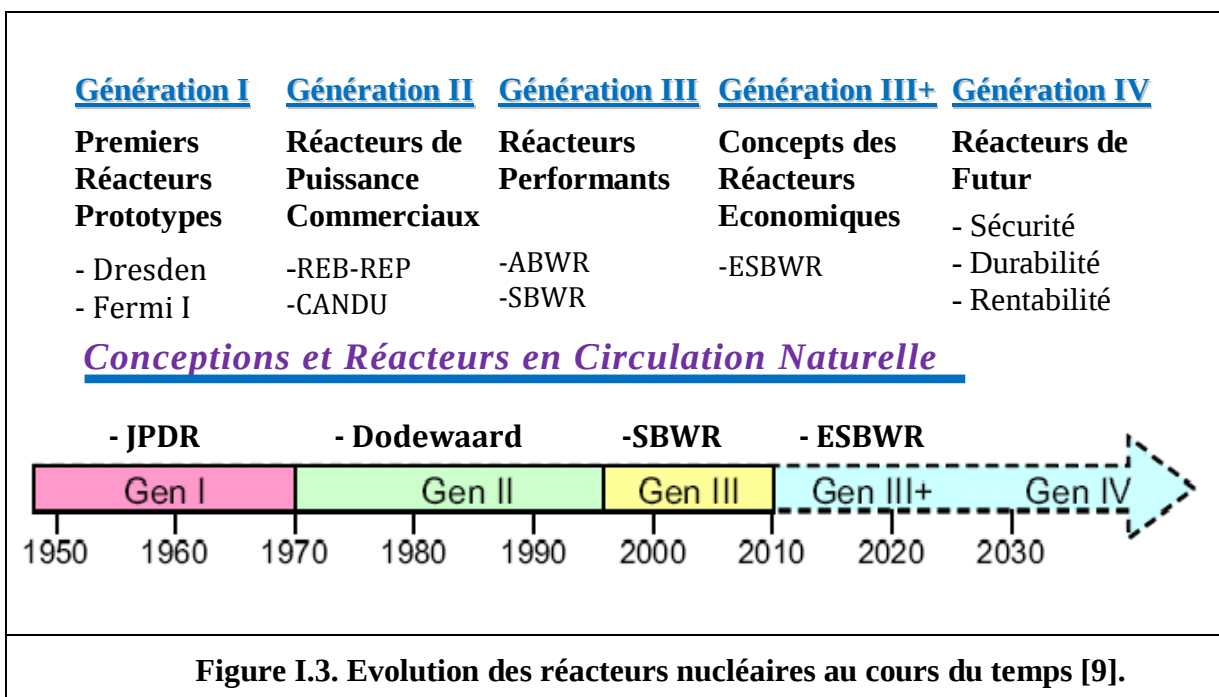
La troisième génération comporte les réacteurs à eau légère performants ABWR, SBWR, qui ont été construits à partir de 1990 pour couvrir les besoins en énergie électrique. Les réacteurs de cette génération sont susceptibles d'être opérationnels avant 2015.

Génération III + :

Cette génération de concept des réacteurs s'intéresse beaucoup à l'aspect économique. On cite le réacteur à eau bouillante simplifié économique (ESBWR), très performant (4500 MWth), basé sur le principe de la circulation naturelle.

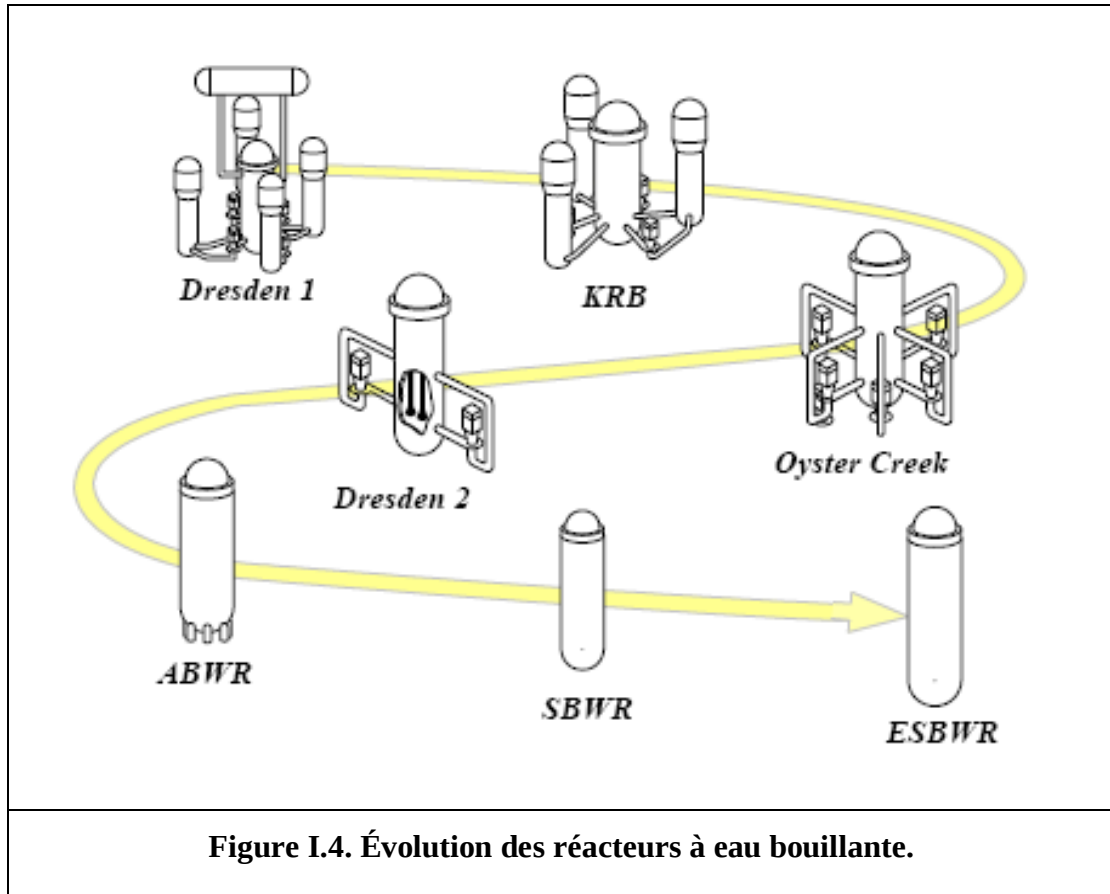
Génération IV :

Les réacteurs de cette génération devront « satisfaire les besoins futurs en énergie tout en garantissant la sécurité, la durabilité et la rentabilité » [9].

**I.3.2. Évolution des réacteurs à eau bouillante**

La première réalisation d'un réacteur à eau bouillante (B.W.R, Boiling Water Reactor) a été en 1956, le réacteur expérimental (EBWR) de puissance électrique 5 MWe (100 MWth), au centre nucléaire D'ARGONNE (U.S.A) [15,46,54]. A partir de cette date, le développement de ce système a été mené principalement par General Electric pour réaliser le réacteur expérimental VBWR, puis la première conception industrielle « Dresden 1 ». Le réacteur (BWR-1) de puissance électrique 200 MWe a été mis en service en 1960. Dans ce type de réacteur, la vapeur est produite dans le réacteur, circule ensuite dans un ballon externe et dans des générateurs de vapeur secondaires avant d'être envoyée vers la turbine [3].

En 1962, la première étape de simplification consiste en l'élimination du ballon externe de vapeur en introduisant deux innovations technologiques: le sécheur et le séparateur interne à vapeur [7].



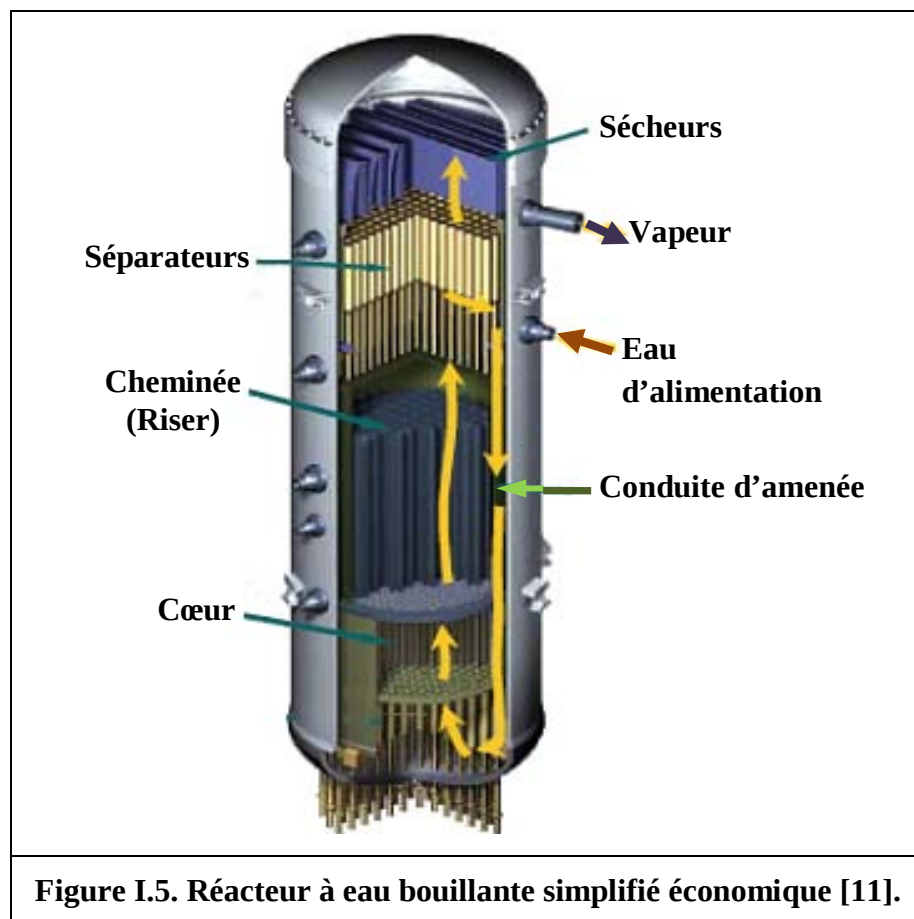
En 1966, les générateurs de vapeur secondaires ont été éliminés dans le BWR (Oyster Creek), en utilisant cinq boucles externes et comportant un cycle à vapeur direct (BWR-2, BWR-3, BWR-4). Plus tard, en 1969, les accessoires des réacteurs ont été simplifiés par l'introduction de pompes internes, (BWR-5) [45].

En 1971, le concept de réacteur développé par General Electric, représente une grande partie des réacteurs nucléaires à eau bouillante qui sont actuellement en fonctionnement, notamment le BWR-6 qui dispose de deux boucles de recirculation « Dresden 2 ». Ces deux boucles servent pour accélérer le mouvement du fluide caloporteur dans la cuve afin de mieux refroidir le combustible.

Les réacteurs à eau bouillante de nouvelle génération ont tendance à simplifier ces circuits de recirculation [16]. La première évolution a été présentée par ABB en 1975 qui

introduit dans son réacteur BWR des pompes à rotor noyé (figure I.2). Ces pompes réinjectent l'eau directement dans le fond de la cuve [6]. Cette innovation technologique a été par la suite reprise par General Electric et Toshiba pour la conception de réacteurs performants ABWR de 1350 MWe (3926 MWth) [12,45].

En 1992, General Electric a montré que par simple convection naturelle dans la cuve, on pouvait atteindre des débits de refroidissement suffisants, en augmentant un peu la hauteur de la cuve, abaissant la position du cœur et plaçant une cheminée au-dessus de ce dernier. Cette conception a conduit au SBWR (*Simplified Boiling Water Reactor*) de 600 Mwe [11].



On cite le réacteur à eau bouillante simplifié économique (ESBWR) qui représente le réacteur moderne avec plus de performance de 4500 MWth (1480 MWe) [9,54]. Il est basé sur le principe de la circulation naturelle. L'ESBWR est une conception « révolutionnaire » construite sur le succès de l'ABWR de 1350Mwe. La sûreté de L'ESBWR est principalement passive. Ce réacteur inclut d'autres évolutions de conception qui le simplifient, permettant une construction plus rapide et des coûts inférieurs.

Mode de fonctionnement

Type de BWR	Mode de fonctionnement
Dresden 1 ,KRB, Oyster Creek	circulation forcée.
Dresden 2	circulation forcée.
ABWR	circulation forcée.
Dodewaard, SBWR, ESBWR	circulation naturelle.

Tableau I.1. Mode de fonctionnement des réacteurs de type BWR [12].**I.4. Circulation naturelle dans un réacteur REB**

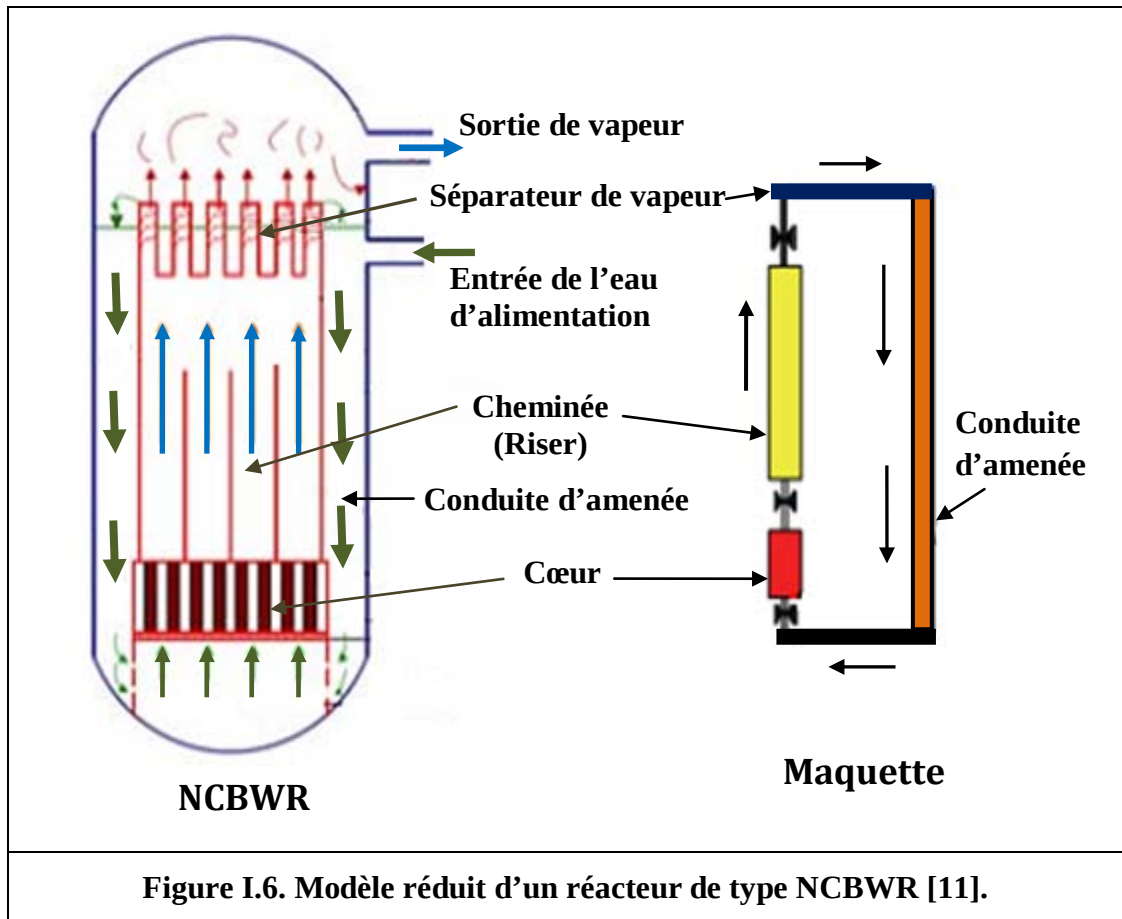
Dans les réacteurs à eau bouillante de type NCBWR, l'eau d'appoint (eau froide) est introduite à la partie supérieure de la cuve dans une conduite d'amenée (Downcomer). Etant donné que la densité de cette eau est plus grande que celle de l'eau plus chaude déjà présente, celle descend naturellement par différence de densités. Durant cette descente, sa température augmente jusqu'à atteindre une zone où elle devient très chaude et sa densité beaucoup plus faible. Elle remonte alors à la partie supérieure de la cuve dans laquelle elle a été introduite, comme il est montré dans la figure.I.5. Ce mouvement parcouru par l'eau (on peut imaginer la trajectoire d'une seule goutte) n'était obtenu qu'à l'aide d'une pompe. Dans ce dernier cas, ce mouvement est appelé 'circulation naturelle'.

I.5. Modèle réduit d'un NCBWR

R.van de Graaff et al [35] en 1994 ont présenté dans leur article une revue sur l'analyse dimensionnelle et de similitude d'un réacteur à eau bouillante en circulation naturelle « Dodewaard ». Ils ont donné les nombres adimensionnels utilisés : N_p , N_{SUB} , N_f , N_g , N_{PCH} , N_{Fr} .

C.P. Marcel et al [10,11] ont cité les mêmes nombres adimensionnels utilisés par R.van de Graaf. Ils se sont intéressés au modèle réduit d'un réacteur à eau bouillante simplifié économique « ESBWR»; le fluide caloporteur utilisé est le fréon.

La figure I.6 montre que le réacteur de type NCBWR peut être représenté par trois sections différentes: le cœur, le riser (colonne montante) et la conduite d'amenée (Downcomer).



Les paramètres adimensionnels essentiels utilisés dans la similitude d'un réacteur à eau bouillante en circulation naturelle [5, 10, 11, 35] sont :

- Le nombre de sous refroidissement N_{SUB} défini par la relation suivante :

$$N_{SUB} = \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_v} \frac{h_l - h_e}{h_{lv}}$$

- Le nombre de rapport de densité N_ρ donné par :

$$N_\rho = \frac{\rho_v}{\rho_l}$$

- Le nombre géométrique N_g , s'écrit comme suit :

$$N_g = \frac{D_c}{L_c}$$

- Le nombre de changement de phase N_{PCH} défini par :

$$N_{PCH} = \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_v} \frac{q}{mh_{lv}}$$

- le nombre de Froude N_{Fr} défini par la relation suivante :

$$N_{Fr} = \frac{v_e^2}{gL \cos \theta}$$

I.6. Conclusion

La description générale du réacteur à eau bouillante au cours de ce chapitre, nous a permis de conclure que le comportement de ce type de réacteur est très complexe. Ce dernier se caractérise par des caractéristiques hydrauliques, thermiques et neutroniques. Cependant, leur évolution historique, montre que les simplifications et les modifications sur différentes parties de ce réacteur, notamment les circuits de recirculation du fluide caloporteur, conduisent au réacteur de nouvelle génération ESBWR qui est basé sur la circulation naturelle.

L'étude des phénomènes physiques, des caractéristiques thermohydrauliques et des paramètres géométriques dans ce type de réacteur nécessite des boucles fermées simulant l'écoulement du fluide caloporteur dans cette installation. Pour cela, nous présenterons une analyse dimensionnelle et de similitude dans le chapitre III.

Le cœur du réacteur à eau bouillante comporte un écoulement diphasique. Une modélisation des écoulements diphasiques sera abordée en détail dans le chapitre suivant.

Chapitre II

Modélisation des écoulements diphases

II.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous exposerons les différents modèles développés dans la littérature qui décrivent le comportement hydrodynamique et thermique d'un écoulement diphasique dans un canal bouillant. Il est composé de trois parties :

- La première partie s'intéresse à l'aspect hydrodynamique. Les principaux paramètres d'un écoulement diphasique sont d'abord présentés. Elle aborde ensuite la modélisation en présentant les lois de conservation en écoulements monophasique et diphasique pour le régime permanent.
- La deuxième partie donne les différentes corrélations empiriques sur les pertes de charge singulières et le transfert thermique.
- La troisième partie examine les mécanismes d'échange thermique et le phénomène d'assèchement et de caléfaction en paroi.

Différents modèles existent pour analyser le comportement des écoulements diphasiques. Les plus utilisés comprennent :

- Le modèle homogène.
- Le modèle à phases séparées.

En outre, l'écoulement à travers un canal vertical chauffé uniformément a été pris pour simuler le cœur d'un réacteur à eau bouillante.

II.2. Principaux paramètres d'un écoulement diphasique

Un écoulement diphasique est caractérisé par les vitesses, les débits massiques et volumiques, les titres massiques et volumiques des deux phases : liquide et vapeur [25]. Il est aussi caractérisé par d'autres paramètres comme le taux de vide, le taux de glissement et le titre massique [53].

Pour un écoulement liquide-vapeur dans une conduite, ces paramètres sont définis dans le tableau suivant :

Paramètres	Phase liquide	Phase vapeur	Mélange (liquide-vapeur)
Débits massiques	$m_l = \rho_l v_l A_l$	$m_v = \rho_v v_v A_v$	$m_t = m_l + m_v$
Vitesses massiques	$G_l = \frac{m_l}{A}$	$G_v = \frac{m_v}{A}$	$G = G_l + G_v$
Débits volumiques	$Q_l = \frac{m_l}{\rho_l}$	$Q_v = \frac{m_v}{\rho_v}$	$Q = Q_l + Q_v$
Vitesses moyennes	$v_l = \frac{m_l}{\rho_l A_l}$	$v_v = \frac{m_v}{\rho_v A_v}$	-
Vitesses superficielles	$J_l = \frac{m_l}{\rho_l A}$	$J_v = \frac{m_v}{\rho_v A}$	-

Tableau II.1. Principaux paramètres d'un écoulement diphasique.

Avec :

ρ_l et ρ_v sont les masses volumiques des phases liquide et vapeur respectivement ;

v_l et v_v représentent leurs vitesses moyennes dans la direction de l'écoulement ;

A_l et A_v sont les aires qu'elles occupent ;

m_t est le débit massique total ;

$A = A_l + A_v$ désigne l'aire de la section de la conduite.

Autres paramètres :

- Titres massiques :

Le titre massique de la phase vapeur (titre de vapeur) : $x = \frac{m_v}{m_t}$;

Le titre massique de la phase liquide : $1 - x = \frac{m_l}{m_t}$;

- **Taux de glissement :**

Le taux de glissement s étant le rapport de vitesses moyennes des phases liquide et vapeur :

$$s = \frac{v_v}{v_l} = \frac{m_v}{\rho_v A_v} \cdot \frac{\rho_l A_l}{m_l} = \frac{x}{1-x} \cdot \frac{\rho_l}{\rho_v} \cdot \frac{A_l}{A_v} ;$$

Pour un modèle d'écoulement diphasique homogène $s = 1$

Pour un modèle d'écoulement diphasique non homogène $s \neq 1$

- **Taux de vide :**

Sur la section A de la conduite, le taux de vide est défini par l'expression suivante :

$$\alpha = \frac{A_v}{A}$$

On peut définir aussi ce paramètre comme suit :

$$\alpha = \frac{V_v}{V}$$

Où V_v et V sont les volumes de la phase vapeur et total respectivement.

II.3. Régimes d'écoulement diphasique

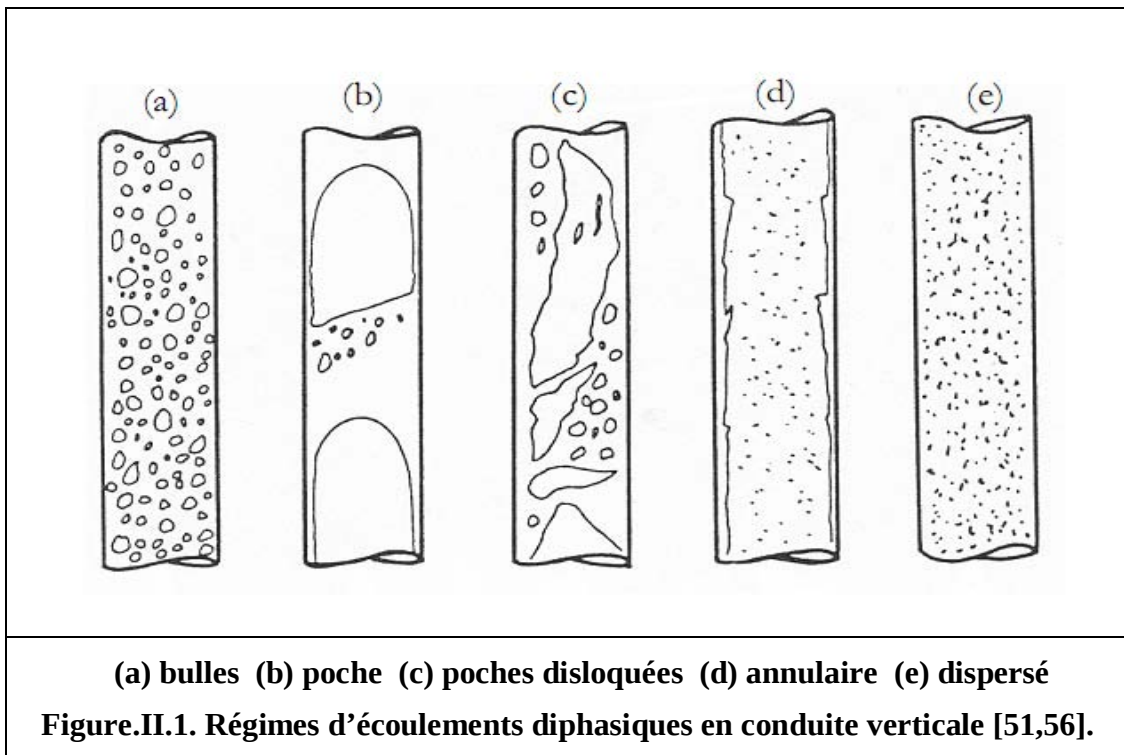
La répartition des deux phases (liquide et vapeur) au sein d'un écoulement est appelée régime [26]. Il existe trois configurations possibles :

- **Configuration dispersée** : la phase dispersée forme de petites inclusions (bulles si c'est du gaz, gouttes si c'est du liquide).
- **Configuration séparée** : les deux phases n'ont qu'une seule interface commune.
- **Configuration intermittente** : les phases se succèdent alternativement dans une section de l'écoulement.

La figure (II.1) reporte les différents régimes d'écoulement diphasique pouvant être rencontrés en conduite verticale [51]. On distingue :

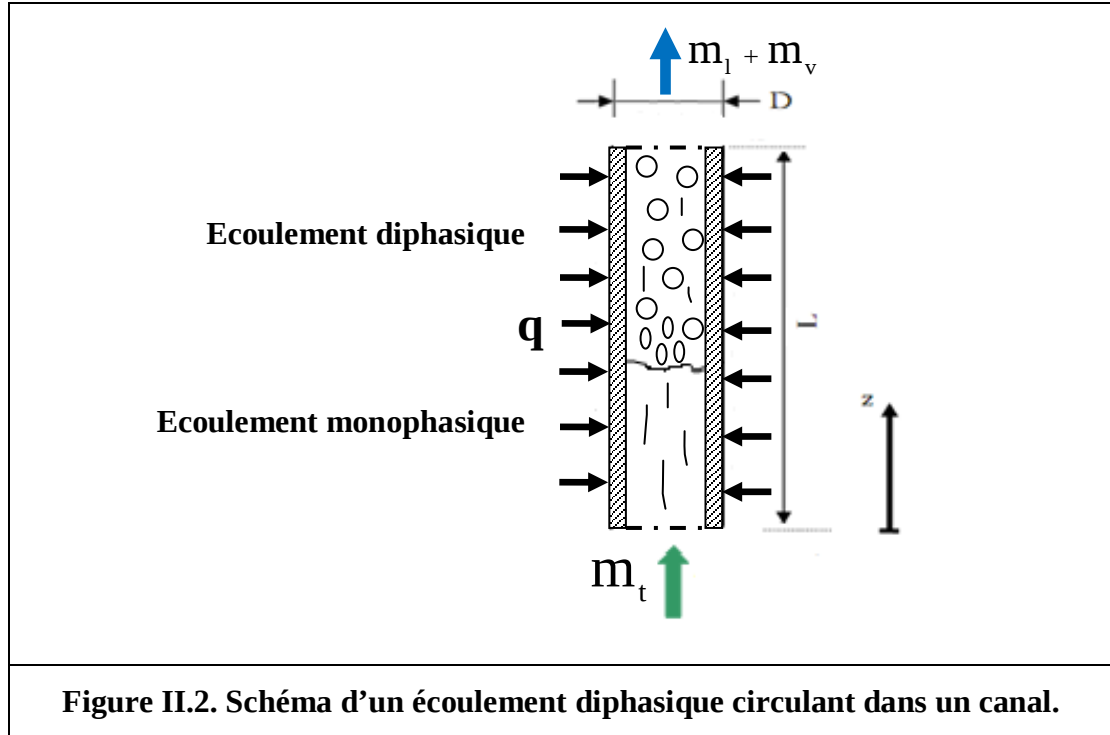
- Le régime à bulles (a) qui apparaît pour des quantités de vapeur assez faibles et des vitesses du liquide importantes.

- Le régime à poches (b) qui est composé d'une série de poches de gaz. Généralement le sommet de la poche est arrondi alors que sa queue est plate.
- Le régime à poches disloquées (c) qui devient disloqué sous l'effet de la turbulence.
- Le régime annulaire (d) qui se produit généralement pour des débits de vapeur et taux de vapeur importants et pour des débits du liquide faibles. Un film liquide est présent sur l'ensemble de la conduite et le cœur de l'écoulement est constitué par la phase vapeur qui peut contenir des gouttes de liquide arrachées à l'interface.
- Enfin pour des taux de vapeur encore plus élevés, la phase liquide n'est contenue dans l'écoulement que sous forme de gouttes : c'est le régime à dispersion de gouttes ou dispersé.



II.4. Modélisation d'un écoulement diphasique - Cas d'un canal vertical

Soit un écoulement diphasique liquide-vapeur à travers une conduite verticale de section circulaire chauffée uniformément suivant l'axe z (figure II.2).



Dans ce cas, les équations monodimensionnelles de conservation de la masse, des quantités de mouvement et de l'énergie d'un écoulement diphasique s'écrivent [24] :

- Equation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial}{\partial t} ((1-\alpha)\rho_l + \alpha\rho_v) + \frac{\partial}{\partial z} ((1-\alpha)\rho_l v_l + \alpha\rho_v v_v) = 0 \quad (\text{II.1})$$

- Equation de conservation des quantités de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} ((1-\alpha)\rho_l v_l + \alpha\rho_v v_v) + \frac{\partial}{\partial z} ((1-\alpha)\rho_l v_l^2 + \alpha\rho_v v_v^2) + ((1-\alpha)\rho_l + \alpha\rho_v)g + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{4\tau_p}{D} \quad (\text{II.2})$$

- Equation de conservation de l'énergie :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left((1-\alpha)\rho_l \left(e_l + \frac{1}{2} v_l^2 \right) + \alpha\rho_v \left(e_v + \frac{1}{2} v_v^2 \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left((1-\alpha)\rho_l \left(h_l + \frac{1}{2} v_l^2 \right) v_l + \alpha\rho_v \left(h_v + \frac{1}{2} v_v^2 \right) v_v \right) \\ & + [(1-\alpha)\rho_l v_l + \alpha\rho_v v_v]g = -\frac{4q''}{D} \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Sachant que :

$$\alpha \rho_v v_v = \frac{A_v \rho_v v_v}{A} = \frac{m_v}{A} = \frac{m_v}{m_t} \cdot \frac{m_t}{A} = xG \quad (\text{II.4})$$

Il découle de la relation (II.4), pour chaque phase :

- la phase vapeur :

$$\alpha \rho_v v_v^2 = \frac{x^2 G^2}{\alpha \rho_v} \quad (\text{II.5})$$

- la phase liquide :

$$(1-\alpha) \rho_l v_l^2 = \frac{(1-x)^2 G^2}{(1-\alpha) \rho_l} \quad (\text{II.6})$$

En remplaçant (II.5) et (II.6) dans (II.2), nous obtenons :

$$\frac{\partial}{\partial t} ((1-\alpha) \rho_l v_l + \alpha \rho_v v_v) + \frac{m_t}{A^2} \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2}{\alpha \rho_v} + \frac{(1-x)^2}{\rho_l (1-\alpha)} \right] + ((1-\alpha) \rho_l + \alpha \rho_v) g + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{4\tau_p}{D} \quad (\text{II.7})$$

II.4.1. Equations de conservation en régime permanent

II.4.1.1. Equation de conservation de la masse du mélange

En régime permanent, nous avons : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

Alors l'équation (II.1) s'écrit comme suit :

$$\frac{d}{dz} ((1-\alpha) \rho_l v_l + \alpha \rho_v v_v) = 0 \quad (\text{II.8})$$

Ainsi :

$$\begin{cases} \alpha \rho_v v_v = G_v \\ \text{et} \\ (1-\alpha) \rho_l v_l = G_l \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Donc l'équation (II.8) prend la forme suivante :

$$\frac{d(G)}{dz} = 0 \quad (\text{II.10})$$

II.4.1.2. Equation de conservation des quantités de mouvement du mélange

En régime permanent, l'équation (II.7) se réduit à :

$$\frac{m_t^2}{A^2} \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2}{\alpha \rho_v} + \frac{(1-x)^2}{\rho_l(1-\alpha)} \right] + ((1-\alpha)\rho_l + \alpha\rho_v)g + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{4\tau_p}{D} \quad (II.11)$$

II.4.2. Calcul des chutes de pression

Après réarrangement, l'équation (II.11) devient :

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{m_t^2}{A^2} \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2}{\alpha \rho_v} + \frac{(1-x)^2}{\rho_l(1-\alpha)} \right] + ((1-\alpha)\rho_l + \alpha\rho_v)g + \frac{4\tau_p}{D} \quad (II.12)$$

La chute de pression totale dans un écoulement diphasique dans un canal chauffant de section droite uniforme est la somme des chutes de pression par frottement, par accélération et par gravité :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_t = \left(\frac{dp}{dz} \right)_a + \left(\frac{dp}{dz} \right)_f + \left(\frac{dp}{dz} \right)_g \quad (II.13)$$

La chute de pression par frottement est donnée par :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_f = \frac{4\tau_p}{D} = \left(\frac{dp}{dz} \right)_{\text{flo}} \phi_{\text{lo}}^2 = \left(\frac{2C_{\text{flo}} m_t^2}{\rho_l^2 D A^2} \right) \phi_{\text{lo}}^2 \quad (II.14)$$

Où C_{flo} et ϕ_{lo}^2 sont respectivement le coefficient de frottement de l'écoulement en phase liquide seul et le multiplicateur diphasique i.e. le rapport du gradient de pression par frottement diphasique au gradient de pression par frottement en considérant l'écoulement en phase liquide seule.

La chute de pression par accélération s'écrit :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_a = \frac{m_t^2}{A^2} \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2}{\alpha \rho_v} + \frac{(1-x)^2}{\rho_l(1-\alpha)} \right] \quad (II.15)$$

La chute de pression par gravité est donnée par :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_g = ((1-\alpha)\rho_l + \alpha\rho_v)g \cos \theta \quad (II.16)$$

Où θ est l'angle d'inclinaison du canal par rapport à la verticale.

Pour un écoulement dans une conduite verticale, $\cos\theta = 1$

La chute de pression totale Δp est calculée par intégration de l'équation (II.13) sur la longueur L de la conduite, ainsi :

$$\Delta p = \int_0^L \left(\frac{dp}{dz} \right)_t dz = \int_0^L \left(\frac{dp}{dz} \right)_a dz + \int_0^L \left(\frac{dp}{dz} \right)_f dz + \int_0^L \left(\frac{dp}{dz} \right)_g dz \quad (\text{II.17})$$

L'équation (II.17), devient :

$$\Delta p = \frac{2C_{f0} m_t^2}{DA^2 \rho_l} \int_0^L \phi_{lo}^2 dz + \frac{m_t^2}{\rho_l A^2} \left[\frac{x^2}{\alpha} \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} \right) + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)} - 1 \right] + g \int_0^L ((1-\alpha)\rho_l + \alpha\rho_v) dz \quad (\text{II.18})$$

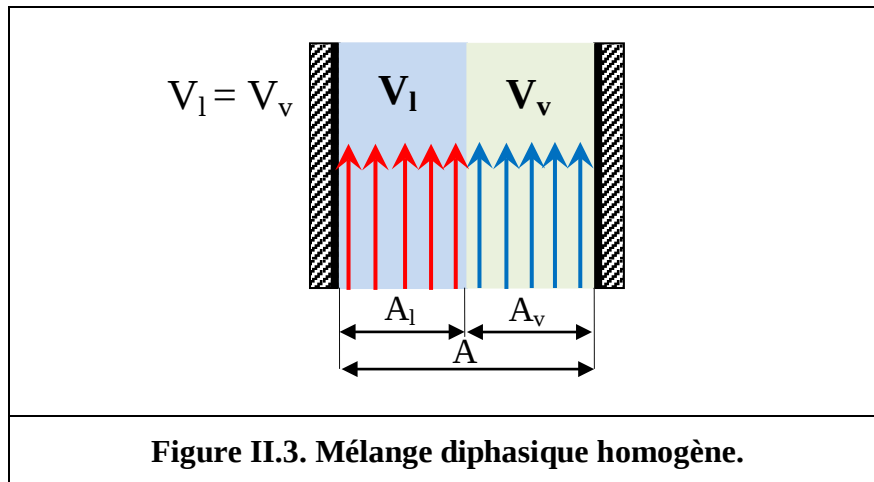
Le calcul de Δp nécessite la connaissance du taux de vide et du multiplicateur diphasique.

Nous nous proposons dans ce qui suit de présenter les modèles d'écoulement les plus communément utilisés. Ces derniers peuvent être regroupés dans deux intitulés comme suit :

- * *Modèle homogène.*
- * *Modèle à phases séparées.*

II.4.2.1. Modèle homogène

Le modèle homogène de base est l'approche la plus simple dans la modélisation des écoulements diphasiques (liquide-vapeur) qui consiste à traiter le mélange diphasique comme un seul fluide monophasique ayant une vitesse unique [52]. Ce modèle ne permet pas de tenir compte du glissement entre phases (figure II.3).



On peut utiliser le terme « équilibre thermique » pour désigner un équilibre total entre les deux phases. C'est-à-dire : $T_v = T_l = T_{sat}$

Nous avons :

$$v_l = v_v \Leftrightarrow \frac{m_l}{\rho_l A_l} = \frac{m_v}{\rho_v A_v} \Leftrightarrow \frac{m_v}{m_l} = \frac{\rho_v A_v}{\rho_l A_l} \quad (\text{II.19})$$

Dans ce cas, le taux de glissement : $s = 1$

En faisant apparaître le titre massique x et le taux de vide α dans l'équation (II.19), nous obtenons :

$$\alpha = \frac{x \rho_l}{x \rho_l + (1-x) \rho_v} \quad (\text{II.20})$$

La chute de pression par accélération est alors donnée par l'expression suivante :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_a = G^2 \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_m} \right) \quad (\text{II.21})$$

Où ρ_m est la masse volumique du mélange diphasique. Elle est donnée par la relation suivante :

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{x}{\rho_v} + \frac{1-x}{\rho_l} \quad (\text{II.22})$$

La chute de pression par gravité s'écrit :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_g = \rho_m g \quad (\text{II.23})$$

La chute de pression par frottement est donnée par la relation suivante :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_f = \frac{2C_{f2\phi} G^2}{D \rho_m} \quad (\text{II.24})$$

En remplaçant la relation (II.22) dans l'équation (II.24), nous avons immédiatement :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_f = \frac{2C_{f2\phi} G^2}{D \rho_m} = \frac{2C_{f2\phi} G^2}{D \rho_l} \left[1 + x \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_v} \right] \quad (\text{II.25})$$

Le coefficient de frottement diphasique $C_{f2\phi}$ peut être calculé à partir de l'équation de Blasius [40] :

$$C_{f2\phi} = 0.079 \left[\frac{GD}{\mu_m} \right]^{-0.25} \quad (\text{II.26})$$

Où μ_m est la viscosité dynamique du mélange. Elle est donnée par la relation suivante :

$$\frac{1}{\mu_m} = \frac{x}{\mu_v} + \frac{1-x}{\mu_l} \quad (\text{II.27})$$

En injectant l'équation (II.27) dans l'équation (II.26), $C_{f2\phi}$ devient :

$$C_{f2\phi} = 0.079 \left[\frac{GD}{\mu_l} \right]^{-0.25} \left[\frac{\mu_v + (\mu_l - \mu_v)x}{\mu_v} \right]^{0.25} = C_{f\phi} \left[1 + \frac{(\mu_l - \mu_v)x}{\mu_v} \right]^{0.25} \quad (\text{II.28})$$

En introduisant l'équation précédente dans l'équation (II.25), la chute de pression par frottement s'écrit [40] :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_f = \frac{2C_{f\phi} m_t^2}{D \rho_l A^2} \left[1 + x \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_v} \right] \left[1 + x \frac{\mu_l - \mu_v}{\mu_v} \right]^{-0.25} \quad (\text{II.29})$$

$$\text{Avec : } \phi_{lo}^2 = \left[1 + x \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_v} \right] \left[1 + x \frac{\mu_l - \mu_v}{\mu_v} \right]^{-0.25}$$

La viscosité dynamique μ_m s'exprime à partir de la viscosité des deux phases. Selon les auteurs, on trouve dans la littérature au moins quatre formules :

$$\mu_m = \mu_l \quad (\text{Owens, 1963})$$

$$\frac{1}{\mu_m} = \frac{x}{\mu_v} + \frac{1-x}{\mu_l} \quad (\text{Mc Adams et al, 1957})$$

$$\mu_m = x\mu_v + (1-x)\mu_l \quad (\text{Cicchitti et al, 1960})$$

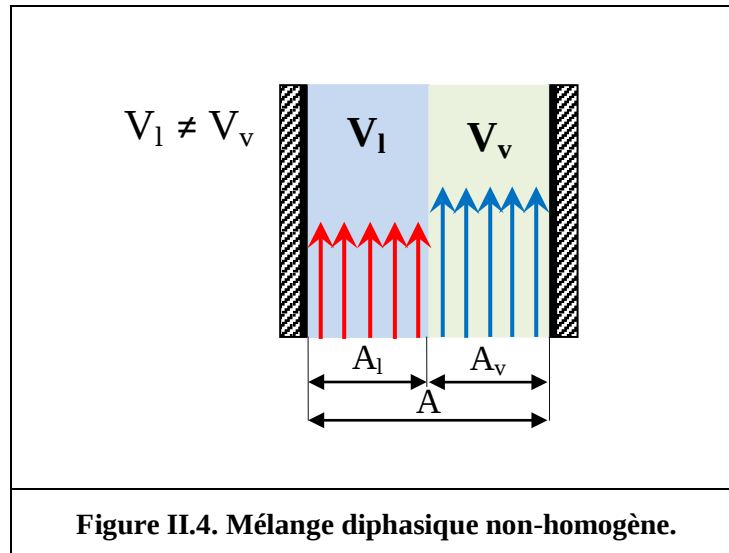
$$\mu_m = (1-x) \frac{\rho_m}{\rho_l} x\mu_l + x \frac{\rho_m}{\rho_v} \mu_v \quad (\text{Duckler et al, 1964})$$

μ_l : viscosité dynamique du liquide.

μ_v : viscosité dynamique de la vapeur.

II.4.2.2. Modèle à phases séparées

Dans le modèle diphasique à phases séparées, l'écoulement est considéré comme composé de deux phases s'écoulant séparément et avec des vitesses différentes d'où un effet de glissement (figure. II.4).



Dans ce paragraphe, nous exposerons les différentes corrélations développées selon ce modèle. Pour évaluer le taux de vide, deux types de modèle sont généralement utilisés.

- Le premier est le modèle de glissement faisant intervenir le taux de glissement s entre les vitesses des deux phases.

$$\alpha = \frac{x\rho_l}{x\rho_l + s(1-x)\rho_v} \quad (\text{II.30})$$

D'après Whalley en 1987 [25], le taux de glissement s dépend par ordre décroissant d'importance du :

- rapport des masses volumiques ρ_l/ρ_v .
- titre massique x .
- vitesse massique G .
- autres paramètres tels que le diamètre du canal D .

Huq en 1992 [24] a proposé pour s l'expression analytique suivante :

$$s = \frac{\rho_l}{\rho_v} \frac{2x(1-x)}{2x(1-x) + \sqrt{1 + 4x(1-x) \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1 \right)}} - 1 \quad (\text{II.31})$$

et le taux de vide α :

$$\alpha = 1 - \frac{2(1-x)^2}{1 - 2x + \sqrt{1 + 4x(1-x) \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1 \right)}} \quad (\text{II.32})$$

Levy en 1960 donne la relation entre le titre massique et le taux de vide comme suit :

$$x = \frac{\alpha(1-2\alpha) + \alpha \sqrt{\left[(1-2\alpha)^2 + \alpha \left(2 \frac{\rho_l}{\rho_v} (1-2\alpha)^2 + \alpha(1-2\alpha) \right) \right]}}{2 \frac{\rho_l}{\rho_v} (1-2\alpha)^2 + \alpha(1-2\alpha)} \quad (\text{II.33})$$

- Le deuxième modèle est celui de dérive qui introduit outre l'effet du glissement, l'influence de la distribution radiale du taux de vide indépendamment de celle relative à la différence de vitesse entre phases, cet effet est négligé par le premier modèle. Il a été développé initialement par Zuber et Findlay pour les écoulements à bulles en 1965, puis étendu par Ishii aux écoulements annulaires en 1977 [32].

Le taux de vide α s'écrit :

$$\alpha = \frac{J_v}{C_0 J + v_{lv}} \quad (\text{II.34})$$

Les paramètres C_0 et v_{lv} sont respectivement le coefficient de distribution et la vitesse de glissement ou de dérive et qui dépendent de la configuration de l'écoulement. Le tableau suivant (II.2) donne l'expression de C_0 et v_{lv} pour différents régimes.

Régime d'écoulement	Coefficient de distribution C_0	Vitesse de dérive V_{lv}
Bulles	$D \geq 5\text{cm} \rightarrow C_0 = 1 - 0.5p_r$ $D < 5\text{cm}, p_r < 0.5 \rightarrow C_0 = 1.2$ $p_r > 0.5 \rightarrow C_0 = 1.4 - 0.4p_r$	$V_{lv} = 1.41 \left(\frac{\sigma g \Delta \rho}{\rho_l^2} \right)$
Poches	$C_0 = 1.2$	$V_{lv} = 0.35 \left(\frac{Dg\Delta g}{\rho_l^2} \right)$
Annulaire	$C_0 = 1$	$V_{lv} = 23 \left(\frac{\mu_l J_l}{\rho_v D} \right)^{0.5} \left(\frac{\Delta \rho}{\rho_l^2} \right)$

Tableau II.2. Récapitulatif des valeurs de C_0 et V_{lv} selon Ishii 1977 [32].

Les différentes corrélations du taux de vide et du multiplicateur diphasique sont regroupées dans le tableau suivant :

Corrélation	Taux de vide α	Multiplicateur diphasique ϕ_{lo}^2
Modèle homogène	$\frac{x\rho_l}{x\rho_l + (1-x)\rho_v}$	$\left[1 + x \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_v} \right] \left[1 + x \frac{\mu_l - \mu_v}{\mu_v} \right]^{-0.25}$
Modèle de Lockhart-Martinelli (1949)	$1 - \left[1 + \frac{20}{\chi_{tt}} + \frac{1}{\chi_{tt}^2} \right]^{0.5}$	$(1-x)^{1.75} \left[1 + \frac{20}{\chi_{tt}} + \frac{1}{\chi_{tt}^2} \right]$
Modèle Lévy (1960)	Equation (II-33)	$\frac{(1-x)^{1.75}}{(1-\alpha)^2}$
Modèle de Chilshom (1973) et de Huq (1992)	$1 - \frac{2(1-x)^2}{1 - 2x + \sqrt{1 + 4x(1-x) \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1 \right)}}$	$1 + (\Gamma^2 - 1) \left(\beta x^{0.875} (1-x)^{0.875} + x^{0.75} \right)$ Avec $\Gamma^2 = \frac{\rho_l}{\rho_v} \left(\frac{\mu_l}{\mu_v} \right)^{0.2}$ et
Modèle de Friedel (1979) et Huq (1992)	$1 - \frac{2(1-x)^2}{1 - 2x + \sqrt{1 + 4x(1-x) \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1 \right)}}$	$\left(\frac{\rho_l}{\rho_v} \right)^{0.91} \left(\frac{\mu_v}{\mu_l} \right)^{0.91} \left(1 - \frac{\mu_v}{\mu_l} \right)^{0.7}$

Tableau II.3. Différentes corrélations de taux de vide α et du multiplicateur diphasique ϕ_{lo}^2 [44].

II.4.3. Equation de conservation d'un écoulement monophasique

Pour écrire les équations monodimensionnelles de conservation de masse, des quantités de mouvement et de l'énergie d'un écoulement monophasique, il suffit de poser $\alpha = 0$ dans le système d'équations précédemment développé pour un écoulement diphasique. Ces équations selon les hypothèses du modèle homogène sont données comme suit :

Equation de conservation de masse

En régime permanent, l'équation de conservation de masse d'un écoulement monophasique liquide est obtenue comme suit :

$$\frac{d(\rho_1 v_1)}{dz} = 0 \quad (\text{II.35})$$

Equation de conservation des quantités de mouvement

La chute de pression totale d'un canal vertical est la somme de trois contributions dues à l'accélération, à la gravité et au frottement. Elle est donnée par :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_t = \left(\frac{dp}{dz} \right)_a + \left(\frac{dp}{dz} \right)_f + \left(\frac{dp}{dz} \right)_g \quad (\text{II.36})$$

L'équation de la chute de pression totale d'un écoulement monophasique liquide s'écrit :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_t = G^2 \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_1} \right) + \rho_1 g + \frac{2C_{fo} G}{D\rho_1} \quad (\text{II.37})$$

Equation de conservation de l'énergie

Nous pouvons écrire l'équation de conservation de l'énergie pour un écoulement monophasique comme suit :

$$\frac{dh}{dz} = \frac{q'}{GA} \quad (\text{II.38})$$

Où :

q' est le flux de chaleur linéique en (kW/m)

II.5. Relations empiriques

II.5.1. Coefficient de frottement

II.5.1.1. Région d'écoulement monophasique

Dans un écoulement monophasique, le facteur de frottement varie en fonction du nombre de Reynolds Re et des caractéristiques de la conduite. L'expression de ce nombre pour une conduite de section circulaire est :

$$Re = \frac{\rho D v}{\mu} \quad (II.39)$$

où μ est la viscosité dynamique du fluide.

En régime laminaire ($Re < 2000$, pour les conduites à section circulaire), le facteur de frottement est donné d'après la relation de **Poiseuille** par :

$$f = \frac{64}{Re} \quad (II.40)$$

et le coefficient de frottement par :

$$C_{flo} = \frac{16}{Re} \quad (II.41)$$

Avec : $f = 4.C_{flo}$: cette relation est donnée par (**Moody1944**) [2].

En régime turbulent ($Re > 2000$), le facteur de frottement f a été déterminé par plusieurs auteurs de façon purement empiriques.

On définit la rugosité relative des parois K_{ru} par la relation suivante : $K_{ru} = \varepsilon/D$

a- Cas de conduite lisse (K_{ru} négligeable)

➤ La formule de **Blasius** permet d'écrire :

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}} \quad (Re < 10^5) \quad (II.42)$$

Et donc, le coefficient de frottement est donné par : $C_{flo} = \frac{0.079}{Re^{0.25}}$

- La formule de **Nikuradse [43]** permet d'écrire :

$$f = \frac{0.221}{Re^{0.237}} + 0.0032 \quad (Re > 10^5) \quad (II.43)$$

b- Cas de conduites rugueuses

- La formule de **White-Colebrook [43]** :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \ln \left(\frac{2.51}{Re} \frac{1}{\sqrt{f}} + \frac{\varepsilon}{3.7D} \right) \quad (II.44)$$

Avec :

f : Facteur de frottement.

ε : Rugosité de la conduite.

D : Diamètre de la conduite.

Re : Nombre de Reynolds.

- La formule de **Von Karman- Nikuradse [43]** donne :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \ln \left(\frac{D}{2\varepsilon} \right) + 1.74 \quad (II.45)$$

Le diagramme de Moody est une synthèse de toutes ces relations qui supposent la connaissance du nombre de Reynolds Re et de la rugosité relative (ε/D).

- La formule de **Kakac** (régime turbulent) [47] permet d'écrire :

$$f = 1.28 \cdot 10^{-3} + 0.1143 \cdot Re^{-0.3} \quad (II.46)$$

II.5.1.2. Région d'écoulement diphasique

Le coefficient de frottement diphasique, évalué à l'aide de la formule de Blasius pour les écoulements turbulents est donné par :

$$C_{f2\phi} = 0.079 (Re_m)^{-0.25} \quad (II.47)$$

Pour cette situation, l'expression du nombre de Reynolds est donnée sous la forme :

$$Re_m = \frac{\rho_m v_m D}{\mu_m} \quad (II.48)$$

II.5.2. Coefficient de transfert thermique

Le transfert de chaleur par convection est désigné selon le mode d'écoulement du fluide, par convection naturelle et convection forcée. L'échange de chaleur par convection entre la paroi chauffante et le fluide réfrigérant est traduit par la relation de refroidissement de **Newton** donnée par l'expression suivante :

$$q'' = h_c (T_p - T_{fl}) \quad (\text{II.49})$$

q'' : Flux de chaleur échangé par unité de surface.

T_p : Température de la paroi.

T_{fl} : Température du fluide réfrigérant.

h_c : Coefficient d'échange de chaleur par convection au niveau de la surface considérée.

Cette loi fondamentale pour un écoulement monophasique est la même quel que soit le régime de l'écoulement laminaire ou turbulent.

a- Régime laminaire

La relation du coefficient de transfert de chaleur h_c est donnée comme suit :

$$h_c = 0.332 \text{Re}^{1/2} p_r^{1/3} \left(\frac{K_{fl}}{D} \right) \quad (\text{II.50})$$

b- Régime turbulent

La relation utilisée pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur h_c est celle de Dittus-Boelter (1930) :

$$h_c = 0.023 \text{Re}^{4/5} p_r^{0.4} \left(\frac{K_{fl}}{D_{\text{eq}}} \right) \quad (\text{II.51})$$

Cette équation est confirmée expérimentalement pour les conditions d'écoulement suivantes:

$$0.7 \leq p_r \leq 160$$

$$\text{Re}^{4/5} \geq 10000$$

$$\left(\frac{L}{D_{\text{eq}}} \right) \geq 10$$

Avec :

p_r : Nombre de Prandtl.

k_{fl} : Conductivité thermique de fluide.

D_{eq} : Diamètre hydraulique; $D_{eq} = \frac{4A}{p_e}$

En écoulement diphasique, Jones et Lottes [1] ont développé une relation pour la prédiction de la température de la paroi.

$$T_p = T_{sat} + \Delta T \quad (II.52)$$

Avec :

$$\Delta T = 25.(q'')^{0.25}.\exp^{-p/62} \quad (II.53)$$

II.6. Corrélations sur les pertes de charge singulières

II.6.1. Cas d'un écoulement monophasique

Les chutes de pressions singulières d'un écoulement monophasique sont dues aux singularités de la conduite (élargissement, rétrécissement, coude, diaphragme, vanne,...). Elles sont exprimées en général par l'expression suivante :

$$\Delta p = k_{sin} \rho_1 \frac{v^2}{2} \quad (II.54)$$

Avec :

k_{sin} est le coefficient de perte de pression singulière.

v est la vitesse de l'écoulement.

Nous pouvons écrire l'équation (II.54) précédente sous la forme suivante :

$$\Delta p = k_{sin} \frac{m_t^2}{2A^2 \rho_1} \quad (II.55)$$

La perte de pression singulière Δp de l'écoulement monophasique correspondant au cas d'un élargissement brusque est donnée par l'expression suivante [3] :

$$p_1 - p_2 = \frac{m^2}{\rho_1} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1 A_2} \right) \quad (\text{II.56})$$

Dans le cas d'un rétrécissement brusque, la formule habituellement utilisée en écoulement monophasique est en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Selon les auteurs [1,5], la chute de pression est donnée par la relation suivante :

$$p_1 - p_2 = \frac{G_2^2}{2\rho} \left(1 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 + \left(\frac{1}{C_c} - 1 \right)^2 \right) \quad (\text{II.57})$$

C_c : Coefficient de contraction donné par Weisbach en fonction de A_1/A_2 .

A_1/A_2	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
C_c	0.624	0.632	0.643	0.659	0.681	0.712	0.755	0.813	0.892	1.0

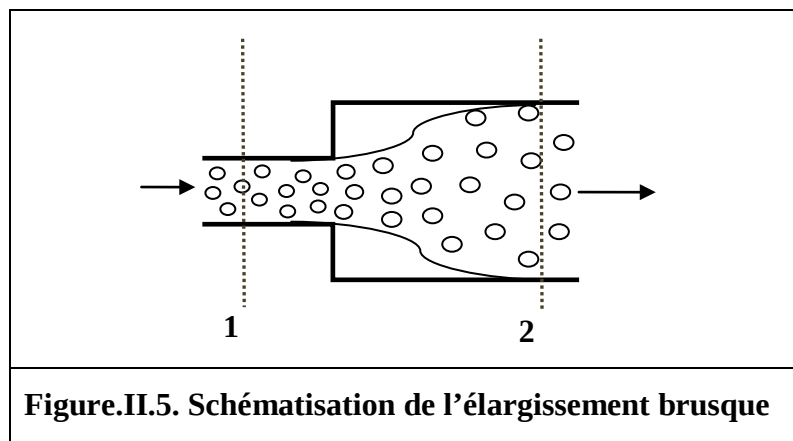
Tableau II.4. Récapitulatif des valeurs de C_c selon (Weisbach 1961) [2].

II.6.2. Cas d'un écoulement diphasique

On considère le plus souvent soit que la singularité est très brutale et que le titre de vapeur x ne change pas, soit que la variation de pression est suffisamment faible pour que la variation du titre x soit négligeable ; nous considérons donc deux cas.

a) *Elargissement brusque*

La perte de charge singulière Δp_{sin} de l'écoulement diphasique à la sortie du canal bouillant correspond au cas d'un élargissement brusque (figure.II.5).



En utilisant la loi des quantités de mouvement, nous pouvons écrire selon le modèle de **Romie 1958 [1,3]** :

$$\Delta p_{\sin} = \frac{m^2}{\rho_1} \left\{ x^2 \cdot \left(\frac{\rho_1}{\rho_v} \right) \left[\frac{1}{A_2^2 \alpha_2} - \frac{1}{A_1 A_2 \alpha_1} \right] + (1 - x^2) \left[\frac{1}{A_2^2 (1 - \alpha_2)} - \frac{1}{A_1 A_2 (1 - \alpha_1)} \right] \right\} \quad (\text{II.58})$$

Si l'on a de plus, le taux de vide à l'entrée égal à celui de la sortie [bonne approximation dans plusieurs cas d'après Velasco(1975)]. Ainsi :

$$p_1 - p_2 = \frac{m^2}{\rho_1} \left\{ \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1 A_2} \right) \left[\frac{(1 - x^2)}{(1 - \alpha)} + \frac{x^2}{\alpha} \left(\frac{\rho_1}{\rho_v} \right) \right] \right\} \quad (\text{II.59})$$

$\Delta p_{\sin}$ peut être exprimée par la relation suivante de Idel Cik en 1986 [42] :

$$\Delta p_{\sin} = k_{\sin} \frac{m_t^2}{2A^2 (\rho_v \alpha + (1 - \alpha) \rho_1)} \quad (\text{II.60})$$

$k_{\sin}$ est le coefficient de perte de pression singulière qui vaut 1.

Modèle de Richardson (1959) :

Richardson [2] a étudié expérimentalement les écoulements diphasiques (air-eau) dans les élargissements brusques de sections rectangulaires horizontales et pour des rapports de sections σ variant de 0.125 à 0.5.

$$\Delta p_{\sin} = \frac{1}{2} (1 - \sigma^2) G_1^2 \left(\frac{\sigma (1 - x)^2}{(1 - \alpha) \rho_1} \right) \quad (\text{II.61})$$

Où $\sigma = \frac{A_1}{A_2}$ est le rapport des sections de l'élargissement.

Modèle de Lottes (1960) :

Dans son modèle de calcul de la chute de pression singulière en écoulement diphasique, Lottes [1] a supposé que toute la chute a lieu dans la phase liquide. L'écriture du bilan des quantités de mouvement donne l'expression de la chute de pression singulière sous la forme suivante :

$$\Delta p_{\sin} = \frac{1}{2}(1-\sigma)G_1^2 \left(\frac{1}{(1-\alpha)^2 \rho_1} \right) \quad (\text{II.62})$$

Modèle de Wadle (1989) :

Wadle [42] a proposé une nouvelle formule pour la chute de pression singulière dans un élargissement. Cette dernière, due aux effets de décélération de l'écoulement, est basée sur les vitesses superficielles des deux phases. En supposant la chute de pression singulière proportionnelle à la différence de charge cinétique, il obtient :

$$\Delta p_{\sin} = \frac{1}{2}\sigma(1-\sigma^2)G_1^2 k \left(\frac{(1-x^2)}{\rho_1} - \frac{x}{\rho_v} \right) \quad (\text{II.63})$$

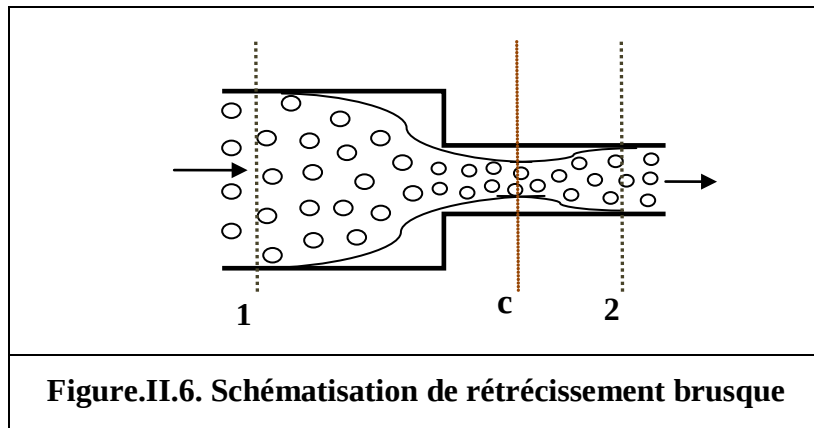
Où $k = \frac{2}{3}$ est un coefficient déterminé expérimentalement.

b) Rétrécissement brusque

La relation de la perte de pression singulière $\Delta p_{\sin}$ de l'écoulement diphasique correspond au cas d'un rétrécissement brusque (voir figure.II.6) est donnée par **Richardson** 1958 [3] :

$$p_1 - p_2 = \frac{G_2^2}{2\rho_m} \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 + k_r \right) \quad (\text{II.64})$$

Où : $k_r = 0.2 \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right)$ et $\rho_m = (1-\alpha)\rho_1 + \alpha\rho_v$



Pour des faibles valeurs de pression, le terme $\rho_v \alpha$ est négligeable.

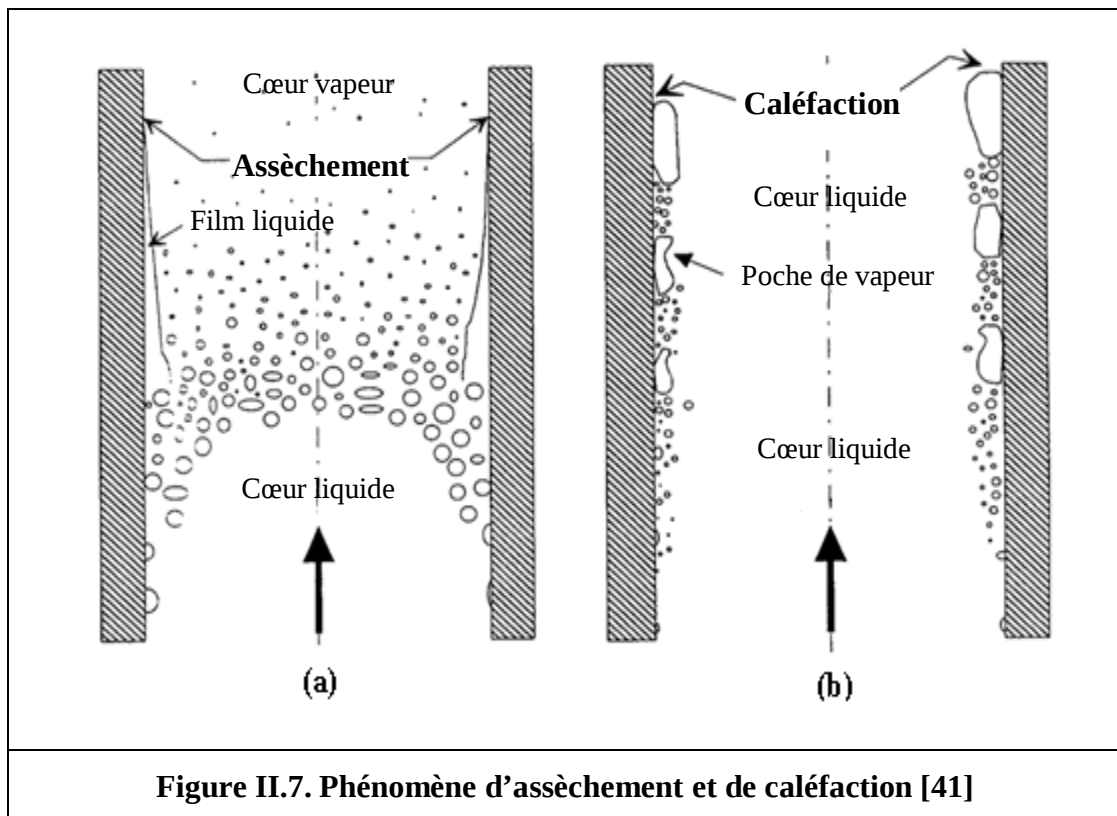
La relation (II.64) devient [3] :

$$p_1 - p_2 = 1.2 \frac{G^2}{2\rho_1} (1 - \alpha) \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right) \quad (\text{II.65})$$

II.7. Crise d'ébullition

Pour les régimes d'ébullition, le flux de chaleur en paroi ne peut pas dépasser une certaine valeur. Au delà de cette limite qui dépend en particulier de la géométrie et des conditions thermohydrauliques, l'échange se dégrade. Le phénomène recouvre alors deux mécanismes distincts (figure II.7) :

Pour des titres de vapeur élevés, la configuration de l'écoulement est de type annulaire. Au delà d'un certain flux de chaleur (ou d'un certain titre), le film liquide ne peut plus mouiller la paroi sur toute sa circonférence et de manière permanente : c'est le phénomène d'assèchement (figure II .7.a).



Pour des titres de vapeur faibles, l'écoulement se caractérise par la présence de bulles ou d'amas de vapeur au voisinage de la paroi. Si la production locale de vapeur est trop importante, cette dernière forme une barrière thermique qui limite le transfert de chaleur : c'est le phénomène de caléfaction (figure II.7.b) ("burnout").

II.8. Conclusion

Dans ce chapitre, l'étude du comportement hydrodynamique et thermique d'un écoulement diphasique dans un canal bouillant a été présentée. En outre, pour le calcul de la chute de pression d'un écoulement diphasique, on distingue deux modèles :

- ❖ Le premier est le modèle homogène où les deux phases s'écoulent à la même vitesse, c'est-à-dire l'effet de glissement est négligeable.
- ❖ Le deuxième est le modèle à phases séparées où l'effet de glissement est pris en compte.

La crise d'ébullition due à une augmentation excessive du flux de chaleur peut se produire aussi bien à des titres de vapeur faibles (caléfaction), qu'à des titres de vapeur élevés (assèchement).

Après avoir écrit les équations de conservation de masse, des quantités de mouvement et d'énergie pour déterminer l'expression de la chute de pression en écoulements monophasique et diphasique, nous aborderons au chapitre suivant l'étude d'une boucle thermohydraulique en régime permanent.

Chapitre III

Etude d'une boucle thermohydraulique en régime permanent

III.1. Introduction

Nous consacrons ce chapitre à l'étude d'une boucle thermohydraulique en régime permanent simulant un réacteur à eau bouillante en circulation naturelle. La circulation naturelle du fluide caloporteur dans toute la boucle est due à la différence des densités, contrairement aux systèmes de refroidissement utilisant la circulation forcée.

Nous avons établi, en premier lieu, les équations de conservation de la masse, des quantités de mouvement, et de l'énergie en régime permanent. Ces équations nous ont permis de déterminer la chute de pression en écoulements monophasique et diphasique dans chaque tronçon de la boucle. Ensuite, nous faisons une analyse dimensionnelle et de similitude avec le cas réel (un réacteur à eau bouillante en circulation naturelle NCBWR) et une maquette (boucle thermohydraulique). Dans cette analyse, nous choisissons les paramètres de similitude recherchés suivant l'aspect prioritaire à étudier.

Nous passons à la modélisation de l'écoulement à travers la boucle en circulation naturelle. Nous écrivons l'expression générale du débit massique total.

Ensuite, nous présentons graphiquement les différents résultats numériques obtenus à l'aide d'un programme de calcul élaboré à l'aide du langage MATLAB [Annexe C]. Nous étudions l'influence des paramètres physiques et géométriques sur l'évolution du débit massique et d'autres paramètres de l'écoulement en tenant compte de l'augmentation de la puissance de chauffe. Dans cette étude, nous choisissons la gamme des valeurs de la qualité de vapeur $0 \leq x \leq 20\%$.

Enfin, nous terminons par une comparaison de nos résultats numériques obtenus dans cette étude avec ceux trouvés dans la littérature.

III.2. Description de la boucle

La boucle que nous nous proposons d'étudier est représentée sur la figure.1. Elle est constituée de trois parties principales:

- Une conduite d'amenée (Downcomer) repérée par les positions 1 et 2.

- Une section d'essai (chauffée) (5-7), où une quantité de chaleur est fournie pour produire de la vapeur avec une certaine qualité. Cette section est divisée en deux zones :
 - a- La première (5-6) est la zone de non ébullition où l'écoulement du fluide est monophasique.
 - b- La deuxième (6-7) est la zone d'ébullition où l'écoulement du fluide est diphasique.
- Une conduite de montée ou cheminée (riser) où la qualité de vapeur reste constante le long du riser et ceci en raison de l'écoulement adiabatique.

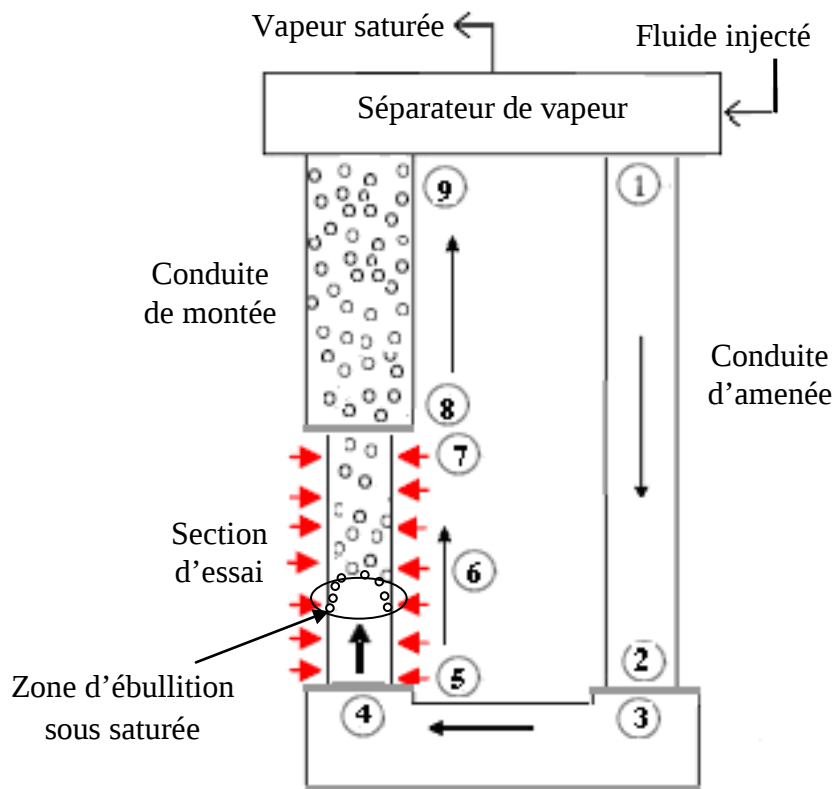


Figure III.1. Schéma de la boucle.

Remarque : - L'apport de chaleur est effectué extérieurement par une résistance chauffante.
- La boucle (figure III.1) comprend également des singularités (élargissements et rétrécissements).

III.3. Analyse dimensionnelle et de similitude

Comparaison des paramètres du prototype et de la maquette :

Paramètres et groupes adimensionnels	Symbole	prototype (NCBWR) [9]	maquette (boucle)
Puissance thermique	q_t	183MWth	492kW
Pression de service	p_{sat}	75.5bars	11.6bars
Longueur du cœur	L_s	1.8m	0.371m
Longueur du riser	L_r	3.05m	0.629m
Qualité	x	6.7%	6.7%
Nombre du rapport de la densité	N_ρ	0.054	0.054
Nombre géométrique	N_g	2.265	2.265
Nombre de sous refroidissement	N_{sub}	0.312	0.312
Nombre de changement de phase	N_{pch}	3.14	3.18
Nombre de Froude	F_r	0.0104	0.0104
Ecart de température	ΔT	5°C	2.6°C

Tableau III.1. Paramètres et groupes adimensionnels.

Le réfrigérant est le fréon 12

Conditions de fonctionnement :

Pression de service : $p_{sat} = 11.6$ bars

Température de saturation : $T_{sat} = 47.60$ °C

Qualité x ; $x = 6.7$ %

Température du fluide d'appoint : $T_0 = -15.5$ °C

Paramètres géométriques de la boucle :

Dans le tableau ci-dessous, nous donnons la géométrie de la boucle.

Paramètres géométriques	symbole	Valeurs en (m)
Longueur de la section chauffée	L_s	0.371
Longueur du riser	L_r	0.629
Longueur de la conduite d'amenée	L_d	1.02
Diamètre de la section chauffée	D_s	0.305
Diamètre du riser	D_r	0.371
Diamètre de la conduite d'amenée	D_d	0.441

Tableau III.2. Paramètres géométriques.

III.4. Equation de continuité

Dans le cas d'un écoulement permanent, l'équation de continuité s'écrit [2] :

$$m_t = \rho_d v_d A_d = \rho_l v_{sat} A_{ch} \quad (III.1)$$

Où :

m_t : Débit massique total.

v_{sat} : Vitesse du fluide au point de saturation.

v_d : Vitesse du fluide dans la conduite d'amenée.

ρ_d : Masse volumique du fluide dans la conduite d'amenée.

A_d : Aire de la conduite d'amenée.

A_{ch} : Aire de la section chauffée.

III.5. Calcul des chutes de pression

La relation de la chute de pression totale dans le cas d'un écoulement monophasique ou diphasique s'écrit [2] :

$$\left(-\frac{dp}{dz} \right)_{1\phi, 2\phi} = \left(\frac{dp}{dz} \right)_t = \left(\frac{dp}{dz} \right)_a + \left(\frac{dp}{dz} \right)_f + \left(\frac{dp}{dz} \right)_g \quad (III.2)$$

Avec :

$\left(\frac{dp}{dz} \right)_a$: Chute de pression par accélération.

$\left(\frac{dp}{dz} \right)_g$: Chute de pression par gravité.

$\left(\frac{dp}{dz} \right)_f$: Chute de pression par frottement.

III.5.1. Région d'écoulement monophasique non chauffée

Dans cette région, les équations d'écoulement sont données comme suit :

La chute de pression est exprimée par :

$$\Delta p_{1\phi} = \Delta p_{1-2} + \Delta p_{2-3} + \Delta p_{4-5} \quad (\text{III.3})$$

Où :

Δp_{1-2} : Chute de pression dans la conduite d'amenée.

Δp_{2-3} : Chute de pression due à l'élargissement.

Δp_{4-5} : Chute de pression due à la contraction (rétrécissement).

a- Conduite d'amenée (1-2)

Dans cette conduite de montée, nous avons : $v_1 = v_2$, la chute de pression par accélération est donc nulle.

Entre les deux positions 1 et 2, la chute de pression monophasique s'écrit :

$$-\left. \frac{dp}{dz} \right|_{1-2} = \frac{2C_{\text{flo}} G^2}{D_d \rho_d} + \rho_d g \quad (\text{III.4})$$

Où g est l'accélération gravitationnelle.

G est la vitesse massique donnée par $G = \frac{m_t}{A_d}$, où A_d est l'aire de la conduite d'amenée. C_{flo}

est le coefficient de frottement de l'écoulement monophasique liquide donné par la relation

de **Blasius** : $C_{\text{flo}} = \frac{0.079}{\left[\frac{GD_d}{\mu_1} \right]^{0.25}}$ car l'écoulement dans notre cas est toujours turbulent ($Re > 10^5$)

en raison de la faible viscosité dynamique du fréon liquide.

En intégrant l'équation (III.4), on obtient :

$$\Delta p|_{1-2} = \int_1^2 \frac{2C_{\text{flo}} G^2}{D_d \rho_d} dz + \int_1^2 \rho_d g dz \quad (\text{III.5})$$

$$\Delta p|_{1-2} = \frac{2C_{\text{flo}} G^2}{D_d \rho_d} (z_2 - z_1) + \rho_d g (z_2 - z_1) \quad (\text{III.6})$$

Où :

L_{12} est la longueur de la conduite d'amenée donnée par : $L_{12} = z_2 - z_1$

D_d est le diamètre de la conduite d'amenée.

L'équation (III.6) devient :

$$\Delta p|_{1-2} = \frac{2C_{flo}G^2}{D_d\rho_d}L_{12} + \rho_d g L_{12} \quad (III.7)$$

Finalement, nous obtenons :

$$\Delta p|_{1-2} = \frac{2C_{flo}m_t^2}{D_d\rho_d A_d^2}L_{12} + \rho_d g L_{12} \quad (III.8)$$

b- Elargissement (2-3)

La variation de pression due à l'altitude est négligeable. Il n'existe que des frottements dus à la singularité, alors :

$$\Delta p|_{2-3} = \Delta p|_{(sin)2-3} + \Delta p|_{(acc)2-3} \quad (III.9)$$

La perte de charge de frottement due à la singularité est donnée par :

$$\Delta p|_{(sin)2-3} = K_{2-3}\rho_d \frac{(V_D)^2}{2} \quad (III.10)$$

L'équation (III.10) devient :

$$\Delta p|_{(sin)2-3} = K_{2-3} \frac{m_t^2}{2\rho_d A_d^2} \quad (III.11)$$

La chute de pression par accélération s'écrit [1] :

$$\Delta p|_{(acc)2-3} = \frac{1}{\rho_d} \int_2^3 G dG \quad (III.12)$$

En intégrant l'équation (III.12), nous trouvons :

$$\Delta p|_{(acc)2-3} = \frac{G_{(3)}^2 - G_{(2)}^2}{2\rho_d} \quad (III.13)$$

La chute de pression par accélération devient :

$$\Delta p|_{(acc)2-3} = \frac{m_t^2}{2\rho_d A_d^2} \left[\left(\frac{A_d}{A_{(3)}} \right)^2 - 1 \right] \quad (III.14)$$

En remplaçant (III.11) et (III.14) dans (III.9), nous obtenons :

$$\Delta p|_{2-3} = \frac{m_t^2}{2\rho_d A_d^2} \left[K_{2-3} + \left(\frac{A_d}{A_{(3)}} \right)^2 - 1 \right] \quad (III.15)$$

K_{2-3} est le coefficient de perte de charge singulière.

A_3 est l'aire au point 3 donnée par : $A_3 = A_d + A_r$.

c- Contraction (rétrécissement) (4 -5)

L'altitude est négligeable entre les deux positions 4 et 5 [2]. La perte de pression par frottement est due seulement à la contraction exprimée par :

$$\Delta p|_{(sin)4-5} = K_{4-5} \frac{m_t^2}{2\rho_d A_{(5)}^2} \quad (III.16)$$

Où :

K_{4-5} est le coefficient de perte de charge singulière.

Finalement, nous obtenons :

$$\Delta p|_{4-5} = \frac{m_t^2}{2\rho_d A_{ch}^2} \left[K_{4-5} + 1 - \left(\frac{A_{ch}}{A_{(4)}} \right)^2 \right] \quad (III.17)$$

En tenant compte de (III.8), (III.15) et (III.17), l'équation (III.3) devient :

$$\Delta p_{1\phi} = \frac{2C_{flo} m_t^2}{D_d \rho_l A_d^2} L_{12} + \rho_l g L_{12} + \frac{m_t^2}{2\rho_d A_d^2} \left[K_{2-3} + \left(\frac{A_d}{A_{(3)}} \right)^2 - 1 \right] + \frac{m_t^2}{2\rho_d A_{ch}^2} \left[K_{4-5} + 1 - \left(\frac{A_{ch}}{A_{(4)}} \right)^2 \right] \quad (III.18)$$

Alors :

$$\Delta p_{1\phi} = m_t^2 [N_1] + \rho_l g L_{12} \quad (III.19)$$

Où :

$$N_1 = \frac{2C_{flo}}{D_d \rho_1 A_d^2} L_{12} + \frac{1}{2\rho_d A_d^2} \left[K_{2-3} + \left(\frac{A_d}{A_{(3)}} \right)^2 - 1 \right] + \frac{1}{2\rho_d A_{ch}^2} \left[K_{4-5} + 1 - \left(\frac{A_{ch}}{A_{(4)}} \right)^2 \right] \quad (III.20)$$

III.5.2. Région chauffée (section d'essai)

Cette région est repérée par les positions 5 à 7, où une quantité de chaleur est fournie pour produire de la vapeur à la sortie de la section chauffée. Elle est divisée en deux zones :

- La première (5-6), est la zone de non ébullition où l'écoulement du fluide est monophasique.
- La deuxième (6-7), est la zone d'ébullition où l'écoulement du fluide est diphasique.

Hypothèses :

Dans cette région, nous faisons les hypothèses suivantes :

-  Le modèle d'écoulement diphasique est homogène ;
-  La zone d'ébullition sous saturée est négligeable ;
-  La répartition du flux de chaleur est uniforme ;
-  La masse volumique du mélange dans la zone d'ébullition est linéaire ;
-  La conduction thermique dans la direction de l'écoulement du fluide est négligée.

III.5.2.1. Zone d'écoulement monophasique (5-6)

Dans cette zone, la chute de pression totale est donnée par l'expression suivante :

$$-\frac{dp}{dz} \Big|_{1\phi, ch} = G^2 \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho_1} \right) + \frac{2C_{flo} G^2}{D_{ch} \rho_1} + \rho_{nb} g \quad (III.21)$$

En intégrant l'équation (III.21), nous aurons :

$$\Delta p \Big|_{1\phi, ch} = G^2 \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_d} \right) + \frac{2C_{flo} G^2}{D_{ch} \rho_{nb}} L_{56} + \rho_{nb} g L_{56} \quad (III.22)$$

ρ_{nb} est la masse volumique moyenne dans la zone de non ébullition. Dans notre cas, celle-ci est donnée par la relation : $\rho_{nb} = \frac{\rho_d + \rho_1}{2}$

L_{56} est la longueur de la zone de refroidissement donnée par : $L_{56} = z_6 - z_5$

L'équation (III.22) devient :

$$\Delta p|_{1\varphi, \text{ch}} = \frac{m_t^2}{A_{\text{ch}}^2} \left[\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_d} \right) + \frac{2C_{\text{flo}} L_{56}}{D_{\text{ch}} \rho_{\text{nb}}} \right] + \rho_{\text{nb}} g L_{56} \quad (\text{III.23})$$

Alors :

$$\Delta p|_{1\varphi, \text{ch}} = m_t^2 [N_2] + \rho_{\text{nb}} g L_{56} \quad (\text{III.24})$$

Avec :

$$N_2 = \frac{1}{A_{\text{ch}}^2} \left[\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_d} \right) + \frac{2C_{\text{flo}} L_{56}}{D_{\text{ch}} \rho_{\text{nb}}} \right] \quad (\text{III.25})$$

III.5.2.2. Zone d'écoulement diphasique (6-7)

Dans cette zone, la chute de pression totale s'écrit [2] :

$$-\frac{dp}{dz}\bigg|_{2\varphi, \text{ch}} = \frac{2C_{\text{flo}} G^2}{D_{\text{ch}} \rho_1} \varphi_{\text{lo}}^2 + G^2 \frac{d}{dz} \left[\frac{x_s^2}{\rho_v \alpha_s} + \frac{(1-x_s)^2}{\rho_1 (1-\alpha_s)} \right] + \rho_b g \quad (\text{III.26})$$

Après intégration de l'équation précédente entre les points 6 et 7, nous obtenons :

$$\Delta p|_{2\varphi, \text{ch}} = \frac{2C_{\text{flo}} G^2}{D_{\text{ch}} \rho_1} \varphi_{\text{lo}}^2 \int_6^7 dz + G^2 \left[\frac{x_s^2}{\alpha_s \rho_v} + \frac{(1-x_s)^2}{\rho_1 (1-\alpha_s)} - \frac{1}{\rho_1} \right] + g \int_6^7 \rho_b dz \quad (\text{III.27})$$

qui devient :

$$\Delta p|_{2\varphi, \text{ch}} = \frac{2C_{\text{flo}} G^2 L_{67}}{D_{\text{ch}} \rho_1} \varphi_{\text{lo}}^2 + G^2 \left[\frac{x_s^2}{\alpha_s \rho_v} + \frac{(1-x_s)^2}{\rho_1 (1-\alpha_s)} - \frac{1}{\rho_1} \right] + \rho_b L_{67} g \quad (\text{III.28})$$

L_{67} est la longueur de la zone d'ébullition donnée par : $L_{67} = z_7 - z_6$

r est le facteur multiplicatif d'accélération de Martinelli et Nelson [2] défini par :

$$r = \left[\frac{(1-x_s)^2}{\rho_1 (1-\alpha_s)} + \frac{(x_s)^2}{\rho_v \alpha_s} - \frac{1}{\rho_1} \right] \quad (\text{III.29})$$

L'expression de la masse volumique moyenne du mélange diphasique dans la zone d'ébullition ρ_b est donnée comme suit [3] :

$$\rho_b = \rho_l - \frac{(\rho_l - \rho_v)}{(1 - \psi)} \left\{ 1 - \left[\frac{1}{\alpha_s (1 - \psi)} - 1 \right] \text{Ln} \left(\frac{1}{1 - \alpha_s (1 - \psi)} \right) \right\} \quad (\text{III.30})$$

Avec : $\psi = \left(\frac{\rho_v}{\rho_l} \right) \cdot S$

Dans les équations (III.28), (III.29) et (III.30) : ρ_v et ρ_l sont respectivement les masses volumiques de la phase liquide et de la phase vapeur. Ces propriétés physiques sont évaluées à l'état de saturation correspondant à la température T_{sat} . Ainsi, X_s et α_s sont respectivement le titre de vapeur (la qualité) et le taux de vide à la sortie de la section d'essai.

S est le taux de glissement donnée par : $s = \frac{v_v}{v_l}$

ϕ_{lo}^2 est le multiplicateur diphasique en phase liquide seule obtenu à partir des corrélations présentées dans le chapitre II. Ces dernières se résument principalement dans le modèle homogène et le modèle à phases séparées, qui sont regroupées dans le Tableau II.3.

Remarque : La démonstration de l'expression de la masse volumique moyenne ρ_b est donnée en annexe A.

La chute de pression le long de la conduite de cette zone est donnée par :

$$\Delta p|_{2\phi, \text{ch}} = \frac{2C_{\text{flo}} G^2 L_{67}}{D_{\text{ch}} \rho_l} \phi_{lo}^2 + r \cdot G^2 + \rho_b L_{67} g \quad (\text{III.31})$$

$$\Delta p|_{2\phi, \text{ch}} = \frac{2C_{\text{flo}} m_t^2 L_{67}}{D_{\text{ch}} \rho_l A_{\text{ch}}^2} \phi_{lo}^2 + r \cdot \frac{m_t^2}{A_{\text{ch}}^2} + \rho_b L_{67} g \quad (\text{III.32})$$

Nous pouvons réécrire l'équation (III.32) sous la forme suivante :

$$\Delta p|_{2\phi, \text{ch}} = [N_3] m_t^2 + \rho_b L_{67} g \quad (\text{III.33})$$

Où :

$$N_3 = \frac{2C_{\text{flo}}L_{67}}{D_{\text{ch}}\rho_l A_{\text{ch}}^2} \varphi_{\text{lo}}^2 + \frac{r}{A_{\text{ch}}^2} \quad (\text{III.34})$$

III.5.3. Région adiabatique (riser)

Dans cette région (8-9), nous considérons que l'écoulement diphasique est adiabatique. Il en résulte que le titre de vapeur à la sortie de la partie chauffée est conservé dans le riser et que le terme de la chute de pression par accélération est nul.

Ainsi, la chute de pression dans le riser s'écrit :

$$-\left. \frac{dp}{dz} \right|_{2\varphi,r} = \frac{2C_{\text{flo}}G^2}{D_r\rho_l} \varphi_{\text{lo}}^2 + \rho_r g \quad (\text{III.35})$$

Après intégration de l'équation précédente entre le point 8 et le point 9, nous obtenons:

$$\Delta p|_{2\varphi,r} = \frac{2C_{\text{flo}}G^2L_{89}}{D_r\rho_l} \varphi_{\text{lo}}^2 + \rho_r gL_{89} \quad (\text{III.36})$$

Où :

D_r est le diamètre de la conduite de montée ;

L_{89} est la longueur de la conduite de montée donnée par $L_{89} = z_9 - z_8$;

ρ_r est la masse volumique du mélange diphasique dans cette région (8-9), elle est donnée par la relation suivante :

$$\rho_r = (1 - \alpha_r)\rho_l + \alpha_r\rho_v \quad (\text{III.37})$$

α_r est le taux de vide dans le riser. Dans notre cas : $\alpha_s = \alpha_r = \alpha$

Finalement, la chute de pression dans cette partie s'écrit :

$$\Delta p|_{2\varphi,r} = \frac{2C_{\text{flo}}m_t^2L_{89}}{D_r\rho_l A_r^2} \varphi_{\text{lo}}^2 + \rho_r gL_{89} \quad (\text{III.38})$$

$$\Delta p|_{2\varphi,r} = m_t^2[N_4] + \rho_r gL_{89} \quad (\text{III.39})$$

Avec :
$$N_4 = \frac{2C_{flo} L_{89}}{D_r \rho_l A_r^2} \varphi_{lo}^2$$

- Elargissement diphasique (7-8)

La perte de charge singulière de l'écoulement diphasique à la sortie de la section d'essai correspond au cas d'un élargissement. Dans ce cas, nous considérons que le titre de vapeur x_s ne change pas. A partir de la loi de la conservation des quantités de mouvement, l'équation générale de la chute de pression entre les deux positions 7 et 8 est donnée par l'expression suivante [1] :

$$\Delta p|_{7-8} = \frac{m_t^2}{\rho_l} \left\{ x_s^2 \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} \right) \left[\frac{1}{A_r^2 \alpha_r} - \frac{1}{A_{ch} A_r \alpha_s} \right] + (1 - x_s^2) \left[\frac{1}{A_r^2 (1 - \alpha_r)} - \frac{1}{A_{ch} A_r (1 - \alpha_s)} \right] \right\} \quad (III.40)$$

Si nous supposons en plus $\alpha_s = \alpha_r = \alpha$, l'équation précédente devient :

$$\Delta p|_{7-8} = \frac{m_t^2}{\rho_l} \left\{ \left(\frac{1}{A_r^2} - \frac{1}{A_{ch} A_r} \right) \left[\frac{(1 - x_s^2)}{(1 - \alpha)} + \frac{x_s^2}{\alpha} \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} \right) \right] \right\} \quad (III.41)$$

$$\Delta p|_{7-8} = m_t^2 \cdot [N_5] \quad (III.42)$$

Avec :
$$N_5 = \frac{1}{\rho_l} \left\{ \left(\frac{1}{A_r^2} - \frac{1}{A_{ch} A_r} \right) \left[\frac{(1 - x_s^2)}{(1 - \alpha)} + \frac{x_s^2}{\alpha} \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} \right) \right] \right\}$$

N_i est le nombre dû à une variation de pression dans chaque tronçon et dans les singularités.

Dans cette étude, nous considérons que : $\Delta p|_{9-9'} = \Delta p|_{1-1'}$, (séparateur de vapeur)

Remarque : D'autres expressions des corrélations de la perte de charge singulière en écoulements monophasique et diphasique sont données en chapitre II.

III.6. Modélisation de l'écoulement dans la boucle en circulation naturelle

Dans ce paragraphe, nous développerons un modèle numérique permettant de prédire le comportement hydrodynamique de l'écoulement en circulation naturelle dans la boucle par le calcul du débit massique m_t , du taux de vide α ainsi que de la qualité de vapeur x .

III.6.1. Débit massique total

Dans le cas d'un écoulement diphasique en circulation naturelle, la somme des chutes de pression le long de la boucle est égale à zéro [1,4,34,48]. Ainsi :

$$\sum \Delta p_{(\text{Boucle})} = 0 \quad (\text{III.43})$$

$$\Delta p_{1\varphi} + \Delta p_{1\varphi,\text{ch}} + \Delta p_{2\varphi,\text{ch}} + \Delta p_{2\varphi,\text{r}} + \Delta p_{7-8} = 0 \quad (\text{III.44})$$

Tenant compte des équations (III.19), (III.24), (III.33), (III.39) et (III.42), l'équation (III.44) devient :

$$m_t^2 (N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5) + \rho_d g L_{12} + \rho_{nb} g L_{56} + \rho_b L_{67} g + \rho_r g L_{89} = 0 \quad (\text{III.45})$$

Du fait que $L_{21} = -L_{12} = L_{56} + L_{67} + L_{89}$

Après réarrangement, le débit massique total s'écrit :

$$m_t = \left[\frac{(\rho_d - \rho_{nb}) g L_{56} + (\rho_d - \rho_b) g L_{67} + (\rho_d - \rho_r) g L_{89}}{N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5} \right]^{0.5} \quad (\text{III.46})$$

Sachant que :

$$m_t = \rho_l v_{\text{sat}} A_{\text{ch}} \quad (\text{III.47})$$

Ainsi, l'équation de continuité dans cette boucle s'écrit :

$$m_t = \rho_l v_{\text{sat}} A_{\text{ch}} = \rho_d v_d A_d \quad (\text{III.48})$$

Les équations (III.46) et (III.48) permettent de déduire la vitesse de circulation au point de saturation (point 6), qui s'écrit :

$$v_{\text{sat}} = \left[\frac{g}{\rho_1^2 A_{\text{ch}}^2} \cdot \frac{(\rho_d - \rho_{\text{nb}})L_{56} + (\rho_d - \rho_b)L_{67} + (\rho_d - \rho_r)L_{89}}{\sum_{i=1}^5 N_i} \right]^{0.5} \quad (\text{III.49})$$

III.6.2. Equation de conservation de l'énergie

A partir de la figure .III.2, les équations de conservation s'écrivent dans le paragraphe suivant :

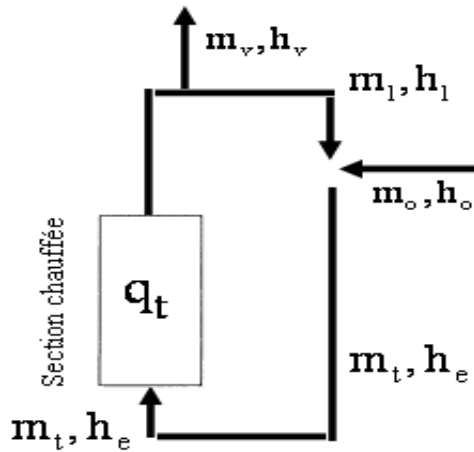


Figure III.2. Schéma simplifié de la boucle [12].

En régime permanent, l'équation de conservation de la masse dans cette boucle est donnée par la relation suivante [10]:

$$m_v = m_o \quad (\text{III.50})$$

Sachant que :

$$m_t = m_1 + m_v \quad (\text{III.51})$$

de (III.50) et (III.51), nous déduisons :

$$m_t = m_1 + m_o \quad (\text{III.52})$$

Avec :

m_0 : Débit massique du fluide alimentaire.

La qualité du mélange à la sortie de la section chauffée est donnée par :

$$x = \frac{m_v}{m_t} = \frac{m_v}{m_l + m_v} = \frac{m_0}{m_t} \quad (\text{III.53})$$

Le taux de circulation R peut être exprimé en fonction de la qualité x_s comme suit :

$$R = \frac{m_l}{m_v} = \frac{(1 - x_s)}{x_s} \quad (\text{III.54})$$

La relation entre le taux de vide α_s et la qualité x_s est donnée par l'expression suivante :

$$\alpha_s = \frac{1}{1 + \left(\frac{1 - x_s}{x_s} \right) \left(\frac{\rho_v}{\rho_l} \right)} \quad (\text{III.55})$$

L'équation de la conservation de l'énergie dans notre système s'écrit :

$$m_l \cdot h_l + m_v \cdot h_v = q_t + m_t \cdot h_e \quad (\text{III.56})$$

En réarrangeant cette équation, nous pouvons écrire :

$$q_t = m_l \cdot h_l + m_v \cdot h_v - m_t \cdot h_e \quad (\text{III.57})$$

Finalement, le flux de chaleur de la section chauffée s'exprime par :

$$q_t = m_t (h_l - h_e + x_s \cdot h_{lv}) \quad (\text{III.58})$$

Avec :

h_e : enthalpie du fluide à l'entrée de la section chauffée.

h_0 : enthalpie du fluide d'appoint.

III.6.3. Frontière d'ébullition dans la section d'essai

Dans ce qui suit, nous faisons les hypothèses suivantes :

- Le flux de chaleur le long de la section chauffée est uniforme (figure III.3).
- La zone de sous saturation est négligeable.

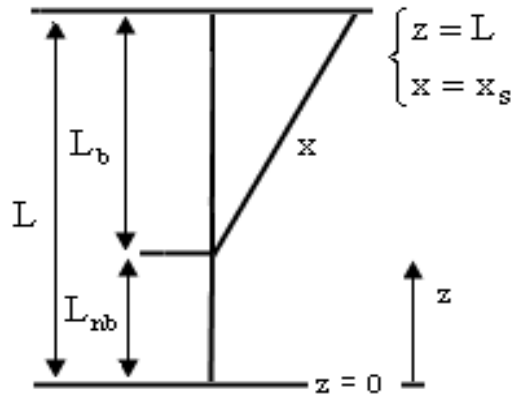


Figure III.3. Schéma du flux de chaleur uniforme [3].

Le flux de chaleur étant uniforme, le rapport des chaleurs est égal au rapport des longueurs [10] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{q_b}{q_t} = \frac{L_b}{L_t} \\ \text{et} \\ \frac{q_{nb}}{q_t} = \frac{L_{nb}}{L_t} \end{array} \right. \quad (\text{III.59})$$

où :

L_b est la longueur de la zone d'ébullition :

L_{nb} est la longueur de la zone de non ébullition.

q_b est le flux de chaleur dans la portion de longueur L_b .

q_{nb} est le flux de chaleur dans la portion de longueur L_{nb} .

Sachant que :

$$\begin{cases} q_b = m_t x_s h_{lv} \\ \text{et} \\ q_{nb} = m_t (h_l - h_e) \end{cases} \quad (\text{III.60})$$

A partir de (III.58), (III.59) et (III.60), nous pouvons déduire :

- La longueur de la zone d'ébullition qui s'exprime comme suit :

$$L_b = L \cdot \left(\frac{x_s h_{lv}}{h_l - h_e + x_s h_{lv}} \right) \quad (\text{III.61})$$

- et la longueur de non ébullition :

$$L_{nb} = L \cdot \left(\frac{h_l - h_e}{h_l - h_e + x h_{lv}} \right) \quad (\text{III.62})$$

III.6.4. Algorithme de résolution

L'algorithme associé au programme de calcul est schématisé sur la figure III.4.

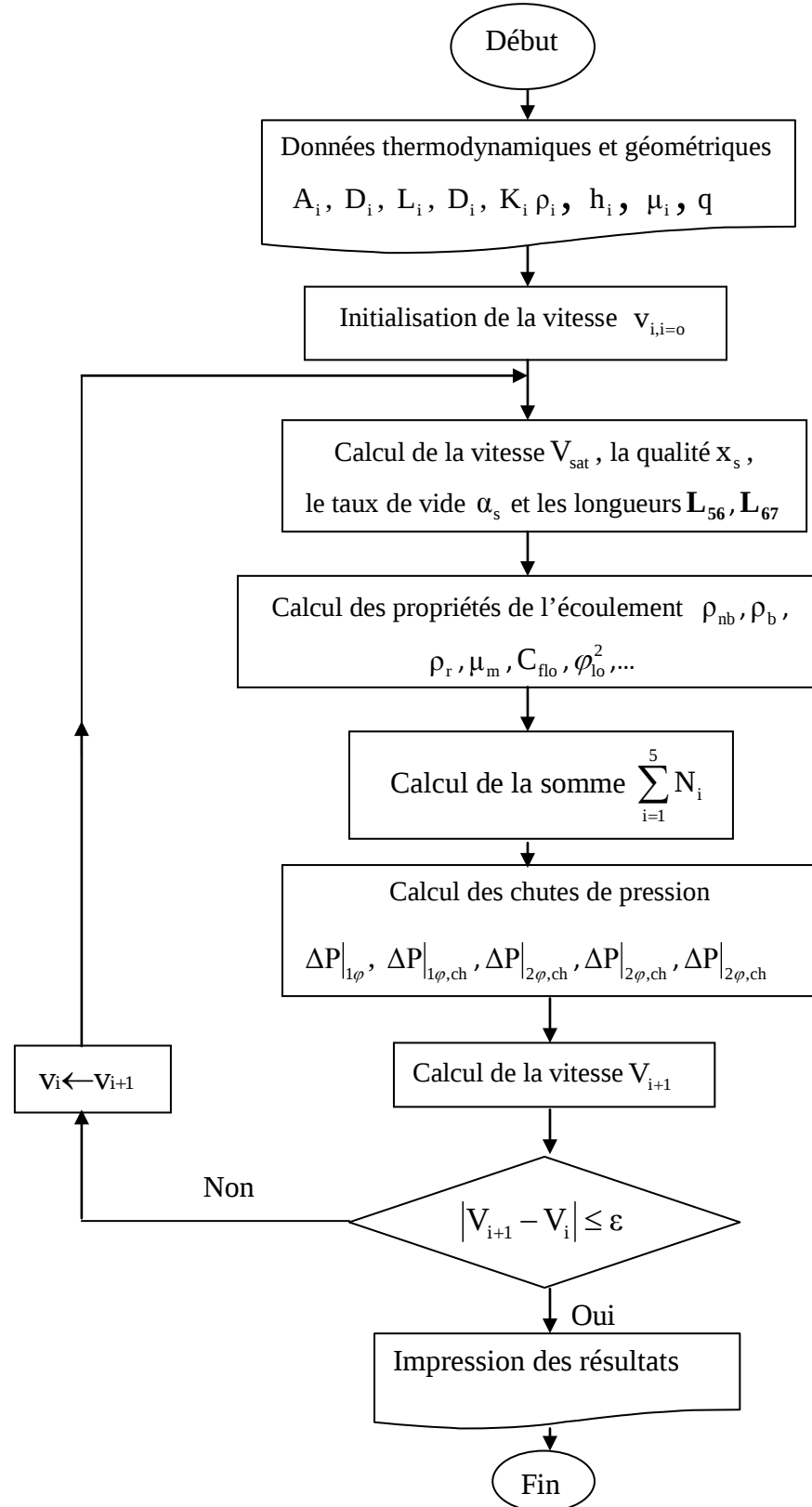


Figure III.4. Organigramme de calcul.

III.7. Résultats et discussion

Dans cette section, les résultats numériques obtenus à l'aide du langage MATLAB sont présentés graphiquement en fonction de la puissance de chauffe.

III.7.1. Variations des paramètres de l'écoulement

III.7.1.1. Variations du débit massique en fonction de la puissance de chauffe

Sur la figure III.5, nous présentons l'évolution du débit massique total $\dot{m}_t$ en fonction de la puissance de chauffe q_t . Nous observons que dans la gamme du flux de chaleur $0 \leq q \leq 300\text{kW}$ le débit massique $\dot{m}_t$ augmente rapidement jusqu'à une valeur limite aux environs de 49kg/s . Dans l'intervalle $300 \leq q \leq 600\text{kW}$, la variation de débit massique est faible. Part contre, pour un flux de chaleur supérieur à 600kW , nous observons que le débit diminue lentement avec l'augmentation de ce flux.

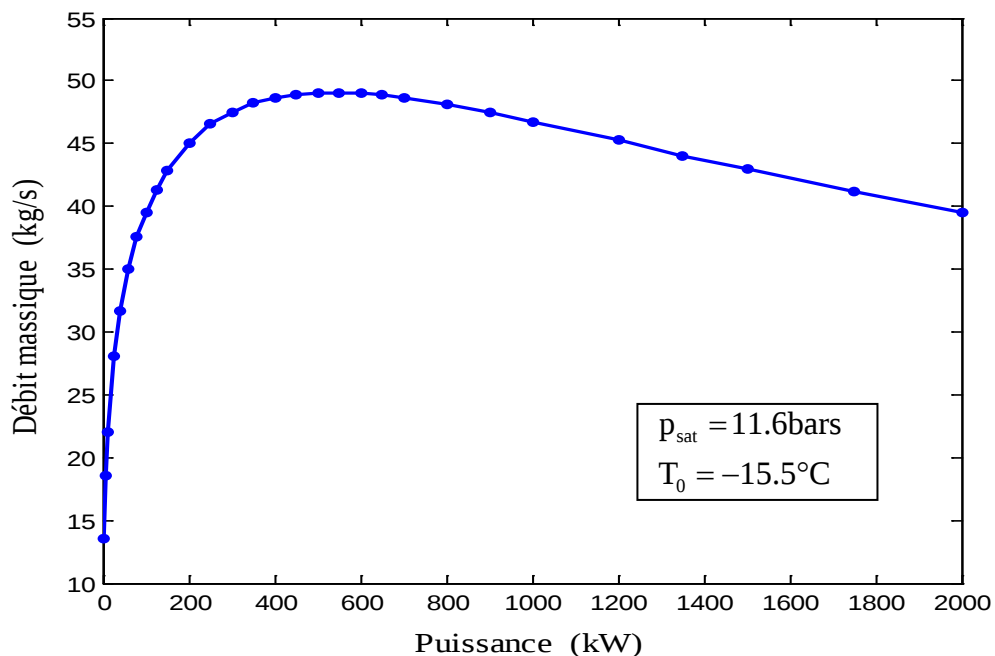


Fig.III.5. Variations du débit massique en fonction de la puissance de chauffe.

L'augmentation rapide du débit massique indique que la chute de pression par gravité représente la quantité la plus importante dans l'expression de la chute de pression totale [8,29]. D'autre part, un faible accroissement du débit massique indique que le terme de la chute de pression par gravité diminue avec l'augmentation du taux de vide.

Par contre pour le flux de chaleur élevé $q \geq 600\text{kW}$, la chute de pression par frottement devient de plus en plus importante ce qui diminue le débit massique [8,29]. Dans cette situation, le liquide arrive au bas de la section d'essai vers un état moins sous-refroidi. Dans ce cas nous pouvons observer le phénomène de caléfaction (faible qualité).

III.7.1.2. Variations du taux de vide en fonction de la puissance

La figure III.6 montre l'évolution du taux de vide en fonction de la puissance de chauffe. Nous pouvons diviser cette courbe en trois régions. La première concerne la gamme du flux de chaleur $0 \leq q \leq 300\text{kW}$, la deuxième $300 \leq q \leq 600\text{kW}$, et la troisième $q \geq 600\text{kW}$. Dans la première région où la qualité est faible $0 \leq x \leq 6.7\%$, nous remarquons un accroissement rapide du taux de vide de 0% à 40% avec l'augmentation de flux de chaleur. Dans la deuxième région, nous observons un accroissement moins rapide du taux de vide de 40% à 55%. Part contre, dans la troisième région le taux de vide augmente lentement de 55% à 85%, avec une diminution de débit massique total m_t . De ces observations, nous pouvons dire que le taux de vide varie sous l'effet de la zone de préchauffage à l'entrée de la section chauffée.

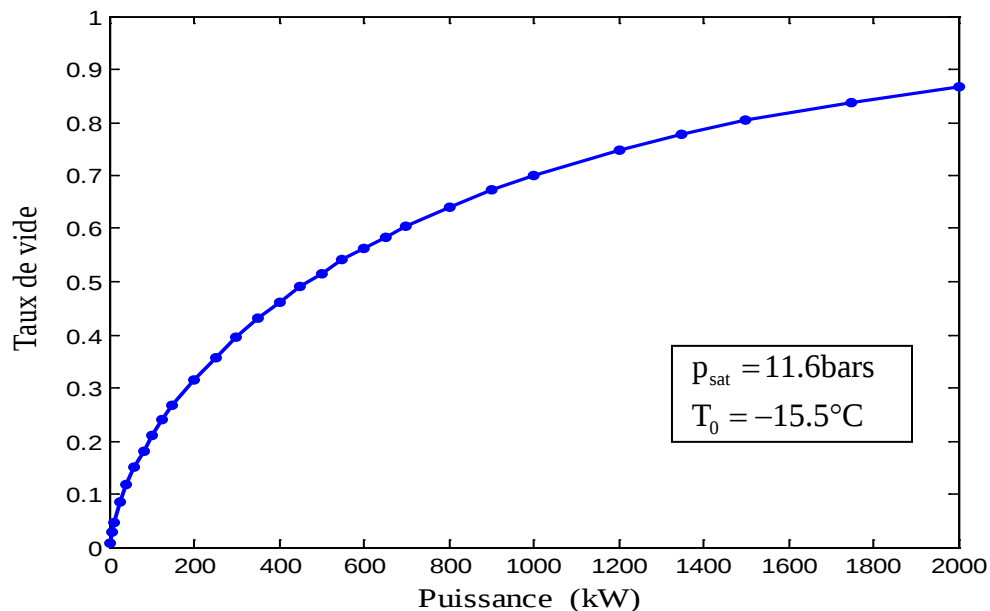


Fig.III.6. Variations du taux de vide en fonction de la puissance de chauffe.

Donc la longueur de préchauffage diminue avec l'augmentation du taux de vide. Nous pouvons donc conclure que les performances hydrodynamiques d'une boucle de (NCBWR) sont essentiellement jugées en fonction de l'évolution du taux de vide et du débit massique.

III.7.1.3. Variations du titre de vapeur (qualité)

Sur la figure III.7, nous présentons l'évolution de la qualité de vapeur x en fonction de la puissance de chauffe q_t . Nous constatons que la qualité de vapeur x augmente linéairement avec l'augmentation de flux de chaleur q_t jusqu'à une valeur d'environ 600kW pour une qualité de l'ordre de 6.7% environ. Au-delà de cette limite, une déviation est observée. Nous pensons que cette déviation est due à l'apparition de la crise d'ébullition.

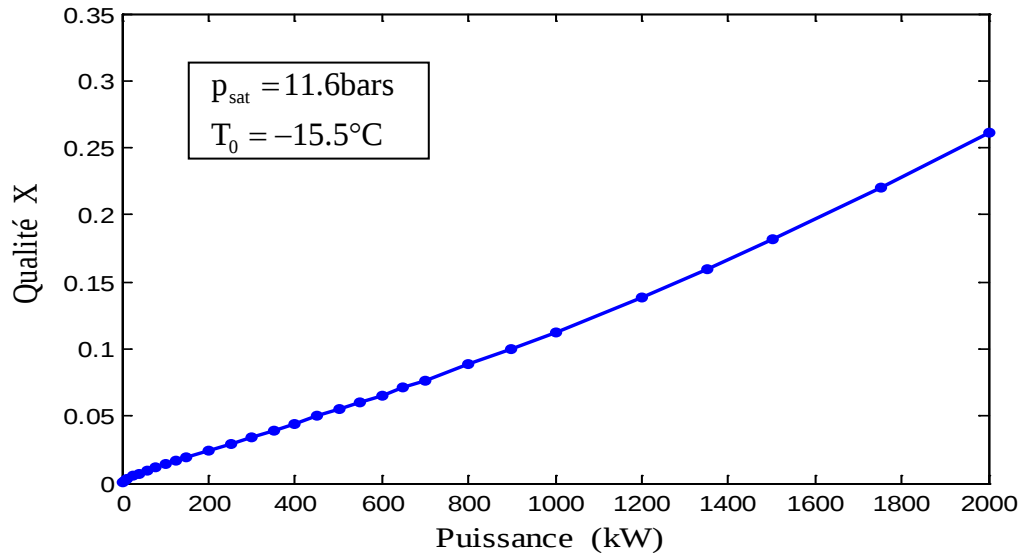


Fig.III.7. Variations de la qualité en fonction de la puissance de chauffe.

Sur la figure III.8, nous présentons l'évolution du débit massique total m_t en fonction de la qualité de vapeur x . Cette figure montre que le débit massique atteint une valeur maximale

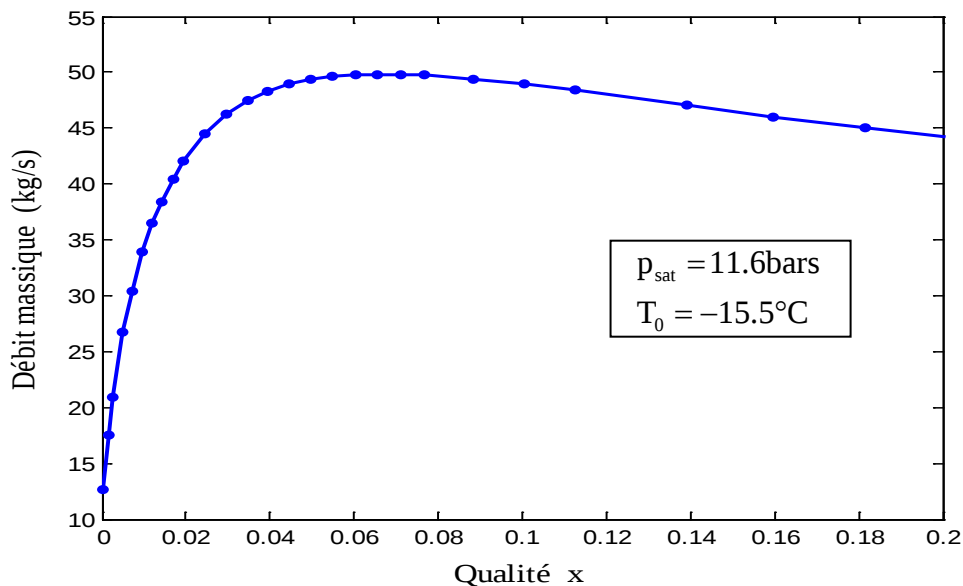


Fig.III.8. Variations du débit massique en fonction de la qualité.

pour une qualité comprise entre 6 et 7%.

D'une part, dans la gamme des faibles qualités $0 \leq x \leq 6\%$, l'augmentation du taux de vide α est plus rapide. Dans celle-ci, la chute de pression par gravité est importante ce qui explique l'augmentation du débit massique.

D'autre part, pour des qualités $x \geq 7\%$, l'accroissement du taux de vide α est faible. Ainsi la chute de pression par frottement devient de plus en plus significative. Cet effet s'accompagne d'une diminution du débit massique m_t .

III.7.1.4. Variations de la longueur de préchauffage

La figure III.9 présente l'évolution de la longueur de préchauffage L_{56} en fonction de la puissance de chauffe q_t .

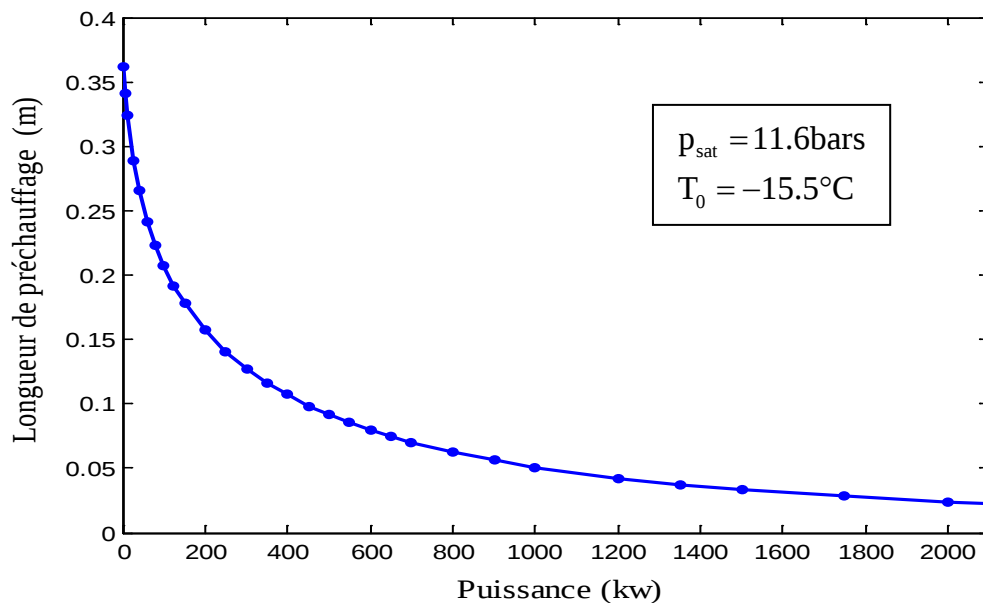


Fig.III.9. Variations de la longueur de préchauffage en fonction de la puissance de chauffe.

Au fur et à mesure que le flux de chaleur augmente, la longueur de préchauffage décroît. Nous constatons que, dans la gamme de $0 \leq q \leq 600\text{kW}$, la longueur de préchauffage diminue progressivement afin d'évacuer la chaleur et de produire de la vapeur. Dans ce cas la qualité atteint une valeur aux environs de 6.7%. Par contre, dans la gamme de $q \geq 600\text{kW}$, elle prend des petites valeurs.

III.7.2. Influence des paramètres physiques

III.7.2.1. Influence de la pression de saturation

Sur les figures III.10 et III.11, nous présentons respectivement l'évolution du débit massique $\dot{m}_t$ et du taux de vide α à la sortie de la section d'essai en fonction de la puissance de chauffe q_t pour trois valeurs de pression de service (11.6bars, 15.25bars, 20.81bars).

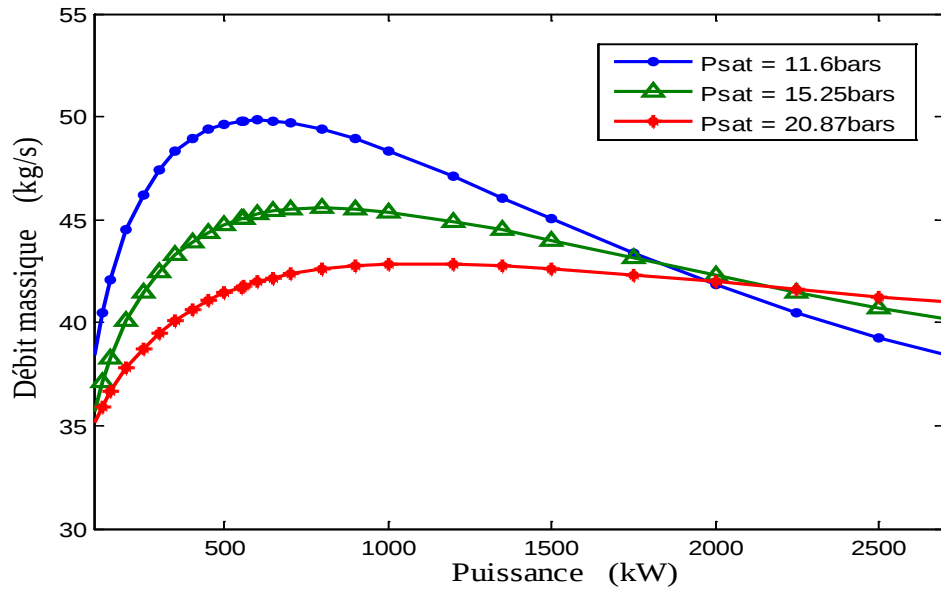


Fig.III.10. Influence de la pression de saturation sur la variation du débit massique en fonction de la puissance de chauffe.

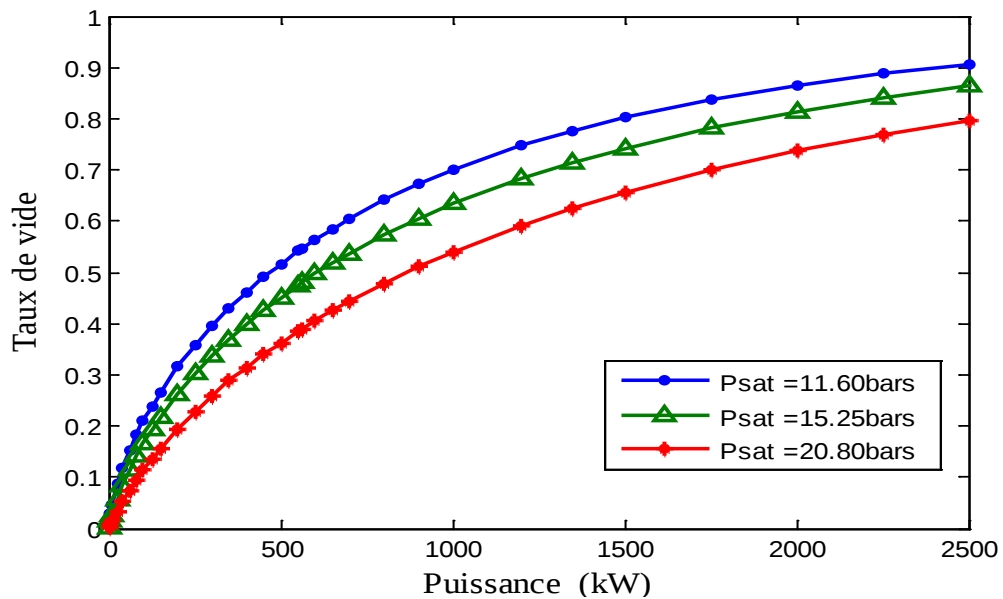


Fig.III.11. Influence de la pression sur l'évolution du taux de vide en fonction de la puissance de chauffe.

La figure III.10 montre que la pression de service influe considérablement sur l'évolution du débit massique avec l'augmentation de la puissance de chauffe.

Sur la figure III.11, nous observons que le taux de vide diminue avec l'augmentation de la pression de service.

D'une part, nous constatons que dans la gamme de flux de chaleur $q \leq 1800 \text{ kW}$, le taux de vide augmente rapidement et produit une résistance de frottement. Cela diminue le débit massique avec l'augmentation de la pression de service.

D'autre part, dans la gamme du flux de chaleur $q \geq 1800 \text{ kW}$, la résistance de frottement croît. L'augmentation de la pression de service entraîne une augmentation de la densité du mélange diphasique dans la zone d'ébullition. Par conséquent, le débit massique augmente.

III.7.2.2. Influence de la température du fluide injecté

Sur la figure III.12, nous présentons l'évolution du débit massique en fonction de la puissance de chauffe pour trois valeurs de température du fluide alimentaire : -15°C , 0°C , $+15^\circ\text{C}$.

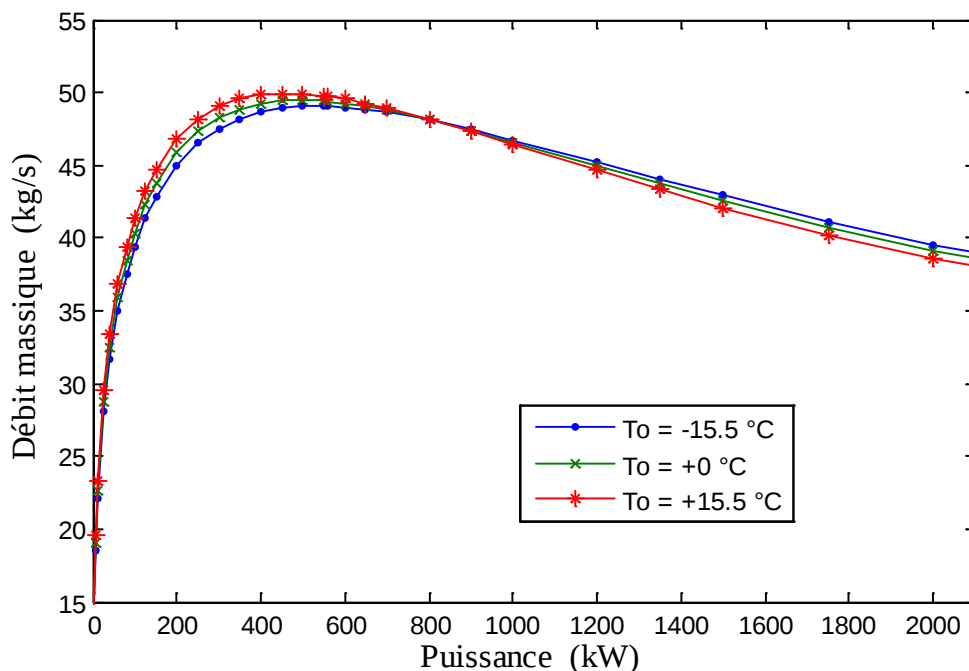


Fig.III.12. Influence de la température du fluide alimentaire T_0 sur l'évolution du débit massique en fonction de la puissance de chauffe.

Sur cette figure, nous observons pour des valeurs fixées de la pression de service et de la puissance de chauffe que la température du fluide d'alimentation influe légèrement sur l'évolution de débit massique.

Dans la gamme de flux de chaleur $q \leq 800 \text{ kW}$, l'augmentation de la température T_0 diminue la zone de préchauffage à l'entrée de la section d'essai. Par conséquent, le débit massique augmente. Tandis que, dans la gamme de flux de chaleur $q \geq 800 \text{ kW}$, la diminution de température T_0 augmente cette zone ce qui implique une croissance du débit massique.

III.7.3. Influence des paramètres géométriques

III.7.3.1. Influence de la longueur de la section d'essai

Nous présentons sur la figure III.13 l'évolution du débit massique en fonction de la puissance de chauffe pour différentes valeurs de la longueur de la section d'essai L_s .

Dans ce cas, nous notons que la pression de service est fixée à 11.6 bars. Nous observons une diminution de débit massique total avec l'augmentation de la longueur de la section d'essai. Cette diminution provient du fait que le taux de vide α à la sortie de la section d'essai augmente faiblement et varie peu ce qui explique que la résistance de frottement est plus grande.

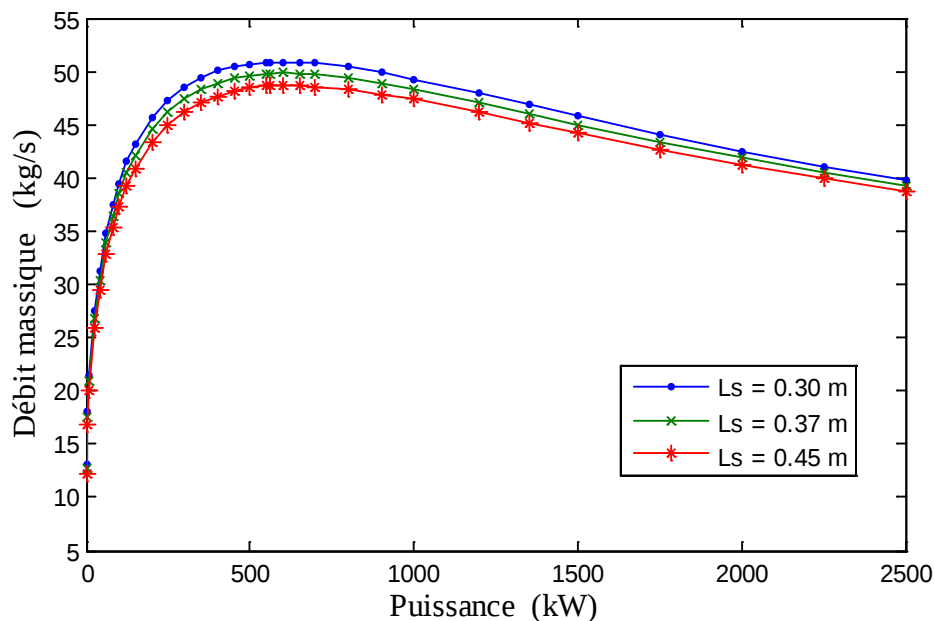


Fig.III.13. Influence de la longueur de la section chauffée L_s sur l'évolution du débit massique en fonction de la puissance de chauffe.

III.7.3.2. Influence de la longueur de la conduite de montée (riser)

Sur la figure III.14, nous présentons l'influence de la longueur de la conduite de montée sur l'évolution du débit massique. Nous observons sur cette figure que la longueur de la conduite de montée influe considérablement sur l'évolution du débit massique. Ce dernier croît lorsque la longueur L_r augmente.

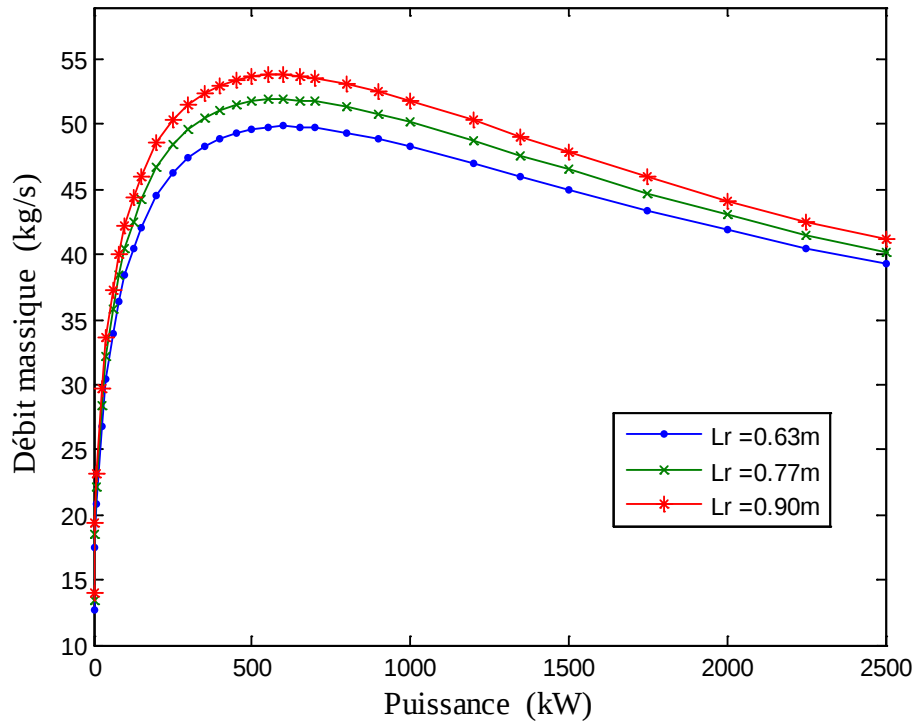


Fig.III.14. Influence de la longueur du riser L_r sur l'évolution du débit massique en fonction de la puissance de chauffe.

Nous constatons également que la longueur de la conduite de montée a une influence plus au moins importante sur l'évolution du débit massique m_t par rapport à la longueur de la section d'essai.

III.7.3.3. Influence du diamètre de la section d'essai

La figure III.15 illustre l'évolution du débit massique en fonction de la puissance de chauffe pour deux valeurs du diamètre de la section d'essai **0.26m** et **0.30m**. On note que ce diamètre influe considérablement sur l'évolution de débit massique. Par conséquent, le débit massique total pour $D_s = 0.30\text{m}$, est supérieur au débit massique pour $D_s = 0.26\text{m}$.

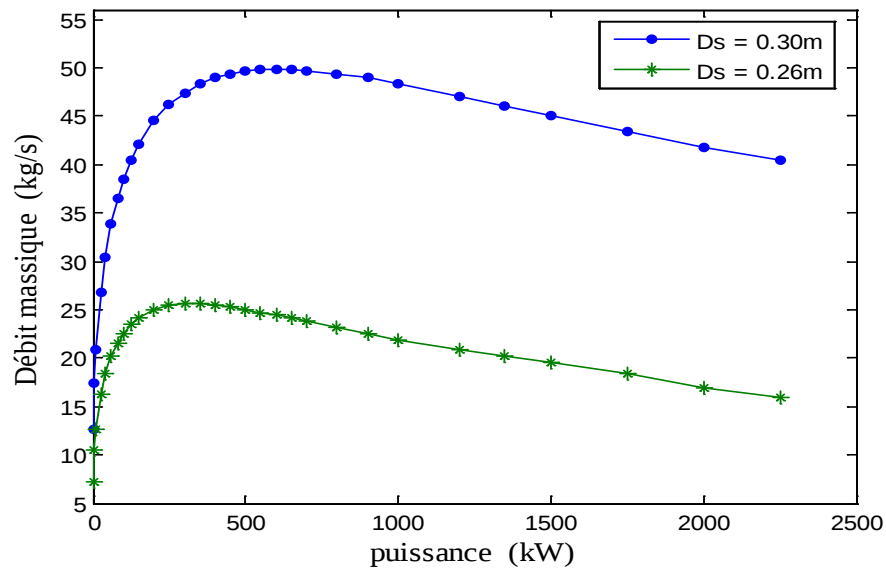


Fig.III.15. Influence du diamètre de la section d'essai D_s sur l'évolution du débit massique en fonction de la puissance de chauffe.

III.8. Comparaison des résultats

Dans ce paragraphe, nous comparons nos résultats numériques obtenus à l'aide du langage MATLAB avec les résultats numériques obtenus par A.Garg et al [8].

Ces auteurs [8] ont présenté une étude paramétrique d'une boucle fermée simulant le réacteur à eau bouillante en circulation naturelle (NCBWR) d'une pression de service de 70 bars et d'une puissance thermique 250 MWth. Ils ont utilisé le modèle numérique d'un réseau de neurones artificiels (ANN : Artificial Neural Network). Les résultats obtenus à l'aide de ce modèle sont comparés avec les résultats simulés par le code RELAP5/MOD3.2. Ce dernier est basé sur le modèle d'écoulement diphasique non homogène (modèle à deux fluides) [9]. Ces auteurs ont étudié l'influence des paramètres géométriques et physiques sur l'évolution du débit massique et du taux de vide en fonction de la puissance de chauffe.

Nous présentons sur la figure III.16 l'évolution de débit massique total en fonction de la puissance de chauffe. Nous remarquons que nos résultats ne coïncident pas avec ceux obtenus par A.Garg et al [8]. Cette différence est due essentiellement à la fois au modèle d'écoulement diphasique adopté et à la résolution numérique.

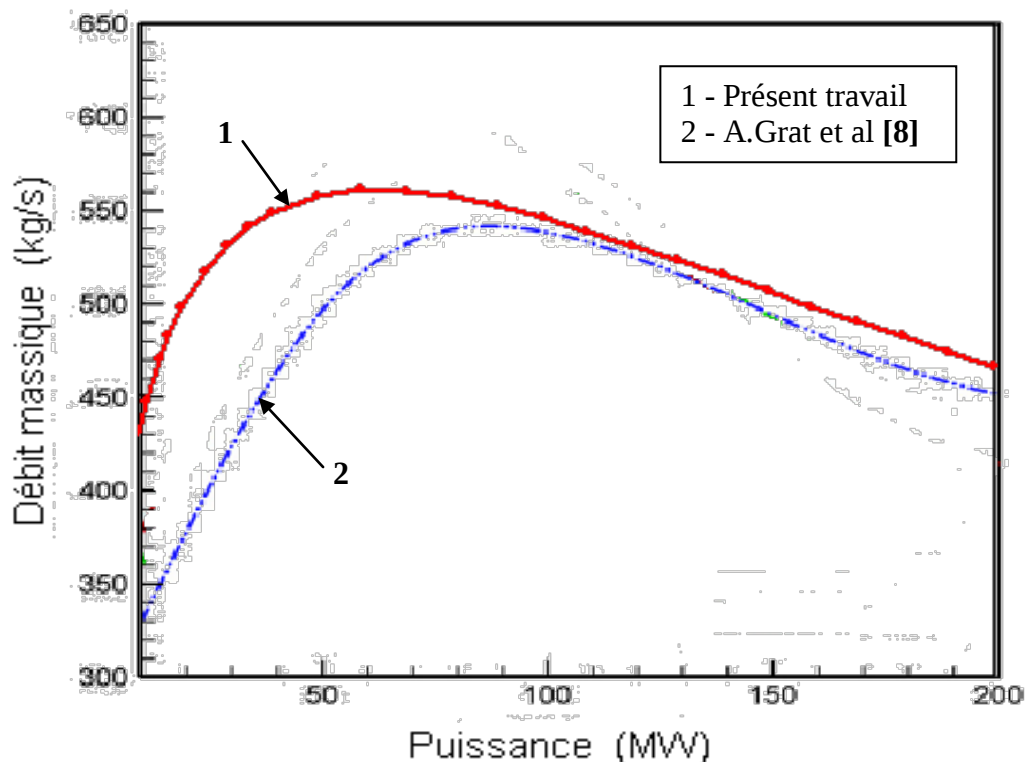


Figure.III.16. Variations du débit massique en fonction de la puissance de chauffe.

Sur la figure III.17, nous présentons l'évolution du taux de vide à la sortie de la section d'essai en fonction de la puissance de chauffe. La comparaison des deux courbes de cette figure montre que nos résultats ne concordent pas avec ceux obtenus par A.Grag et al [8] sur le plan quantitatif.

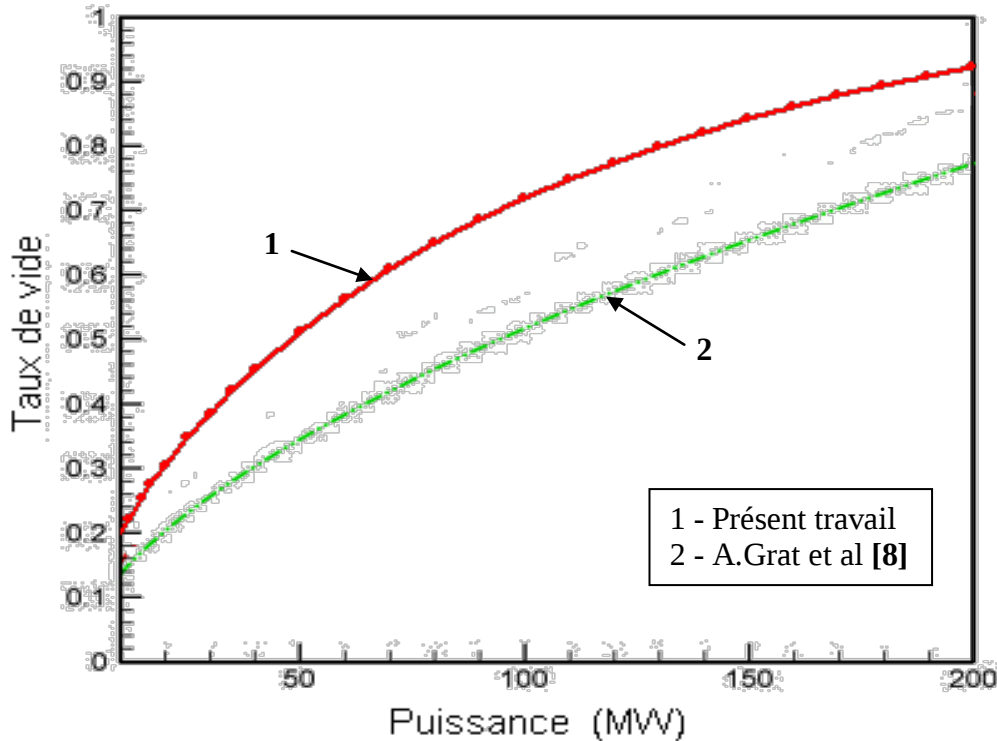


Figure.III.17. Variations du taux de vide en fonction de la puissance de chauffe.

Les figures III.16 et III.17 montrent que le débit massique croît avec l'augmentation de la puissance de chauffe jusqu'à atteindre une valeur maximale. Cette croissance est due à la chute de pression par gravité. Ensuite, nous observons une décroissance de débit due à l'augmentation de la résistance de frottement où le taux de vide est plus élevé.

Dans notre travail, nous considérons que le mélange diphasique est homogène où l'effet de glissement est négligeable. A.Grag et al ont utilisé le modèle d'écoulement diphasique non homogène ce qui explique l'écart entre les deux résultats.

Sur le plan qualitatif, les figures III.16 et III.17 et celles décrites par A.Grag et al [8] ont la même allure. Par contre, sur le plan quantitatif, elles ne concordent pas.

Les figures III.18 et III.19 présentent respectivement les variations du débit massique total m_t et du taux de vide à la sortie de la section d'essai en fonction de la longueur du riser L_r pour une puissance thermique élevée $q_t = 230\text{MWth}$ et sous une pression de service du réacteur à eau bouillante en circulation naturelle (NCBWR) égale à 70bars .

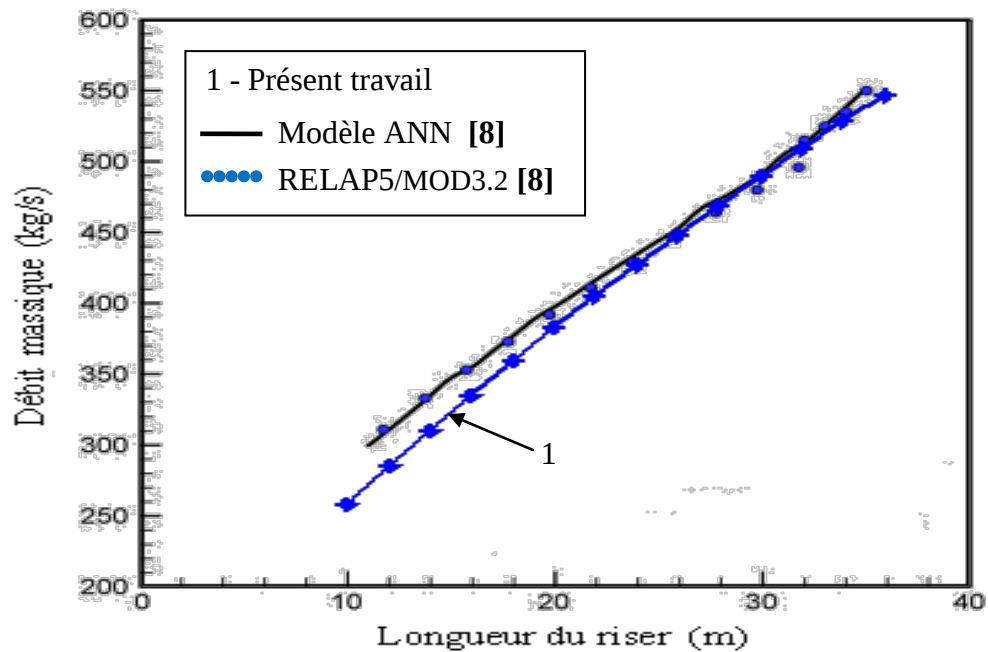


Figure.III.18. Variations du débit massique en fonction de la longueur du riser.

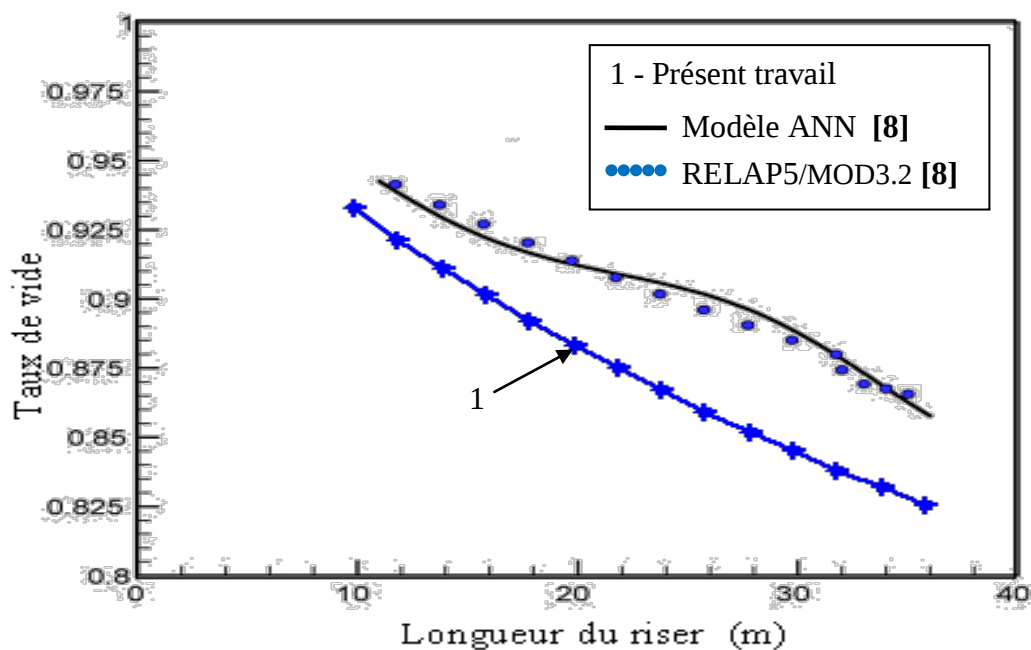


Figure.III.19. Variations du taux de vide en fonction de la longueur du riser.

Dans la figure III.18, nous remarquons que nos résultats sont en accord satisfaisant avec les résultats de A.Grag et al [8]. Par contre pour la figure III.19, on observe un écart entre les deux résultats.

Sur les figures III.20 et III.21, nous comparons les résultats numériques que nous avons obtenus avec ceux de A.Grag et al [8]. Ces figures présentent respectivement les variations du débit massique $\dot{m}_t$ et du taux de vide en fonction de la longueur de la section d'essai L_s .

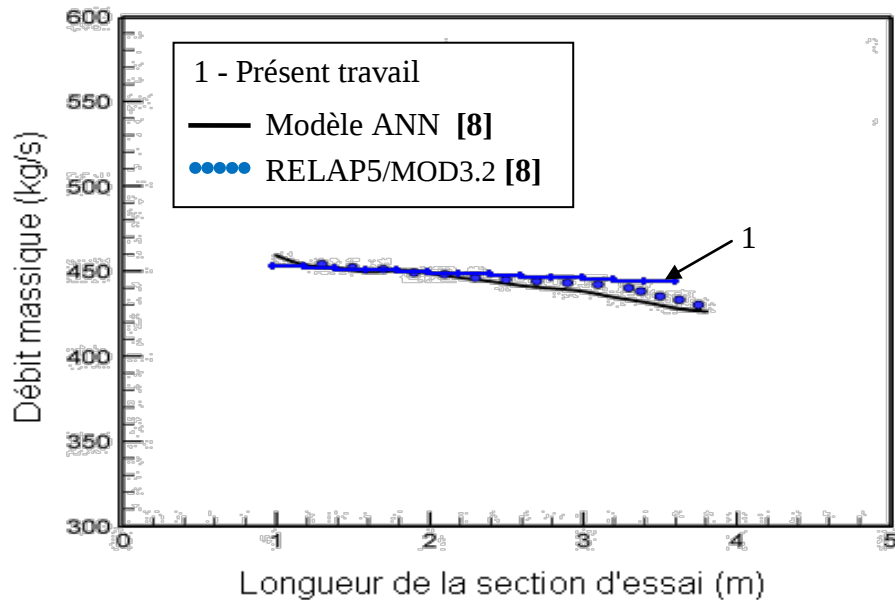


Figure.III.20. Variations du débit massique en fonction de la longueur de la section d'essai.

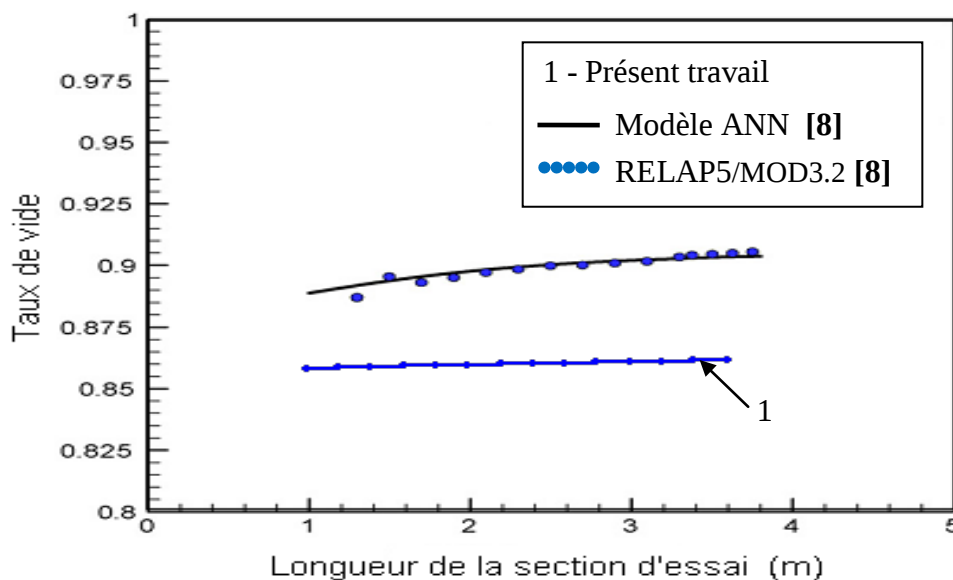


Figure.III.21. Variations du taux de vide en fonction de la longueur de section d'essai.

Sur la figure III.20, nous observons que nos résultats se rapprochent de ceux obtenus par A.Grag et al. La figure III.21 montre que nos résultats ne concordent pas avec ceux de A.Grag et al [8]. On peut dire que ces résultats ont la même allure avec les résultats trouvés dans la littérature [29,33,49].

III.9. Conclusion

Notre travail consiste à étudier numériquement une boucle thermohydraulique simulant un réacteur à eau bouillante de type NCBWR et à modéliser l'écoulement d'un fluide en circulation naturelle.

Dans la gamme de flux de chaleur étudiée, nous dégagons les points importants tels que :

- ❖ Le débit massique atteint une valeur maximale pour une valeur de la qualité ne dépassant pas $x \leq 10\%$.
- ❖ Le débit massique augmente proportionnellement à l'augmentation du taux de vide dans la gamme $\alpha \leq 50\%$ pour des faibles valeurs de la qualité $x \leq 6.7\%$, il diminue avec l'augmentation du taux de vide plus de 50%.
- ❖ La pression de service influe fortement sur l'évolution du débit massique; par contre la température de fluide alimentaire influe légèrement.
- ❖ La longueur de la conduite de montée (riser) a une influence plus au moins importante sur l'évolution du débit massique m_t suivant la longueur de la section d'essai.
- ❖ Sur le plan qualitatif, nos résultats se rapprochent de ceux trouvés dans la littérature. Par contre, sur le plan quantitatif ils ne concordent pas.

Chapitre IV

Etude bibliographique

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons un aperçu général sur les instabilités rencontrées dans les systèmes bouillants tels que les réacteurs à eau bouillante. Ce type de réacteur est un système très complexe. Son comportement est une combinaison de rétroaction mise en corrélation et simultanée parmi les caractéristiques nucléaires, les caractéristiques de transfert de chaleur, et les caractéristiques hydrauliques se produisant dans un réseau de géométrie complexe.

Le cœur d'un réacteur à eau bouillante comporte un écoulement diphasique (thermohydraulique) et une oscillation de la réactivité (neutronique) pouvant être les sièges d'instabilités d'écoulement dont les conséquences se situent sur plusieurs plans [9] :

- ✓ Cette installation peut devenir incontrôlable.
- ✓ Des phénomènes secondaires comme une crise d'ébullition ou un déclenchement d'une instabilité qui peuvent survenir.

L'étude du fonctionnement d'une installation en régime permanent (nominal) ou transitoire (accidentel) requiert la connaissance préalable des phénomènes d'instabilité d'écoulement. Il faudra donc décrire les différents types d'instabilité qui peuvent être rencontrés dans les systèmes bouillants, en comprendre leurs mécanismes ainsi que le comportement subséquent de l'installation.

IV.2. Différents types d'instabilités

La première étude sur les instabilités des écoulements diphasiques a été entreprise par M. Ledinegg en 1938 [5]. Sur la base de cette étude, de nombreux articles de synthèse présentent en détails les différents types d'instabilité des écoulements diphasiques en canal. Nous citerons en particulier les revues de Bouré et al (1973), Berlges(1977) et (1981), Kobori et al (1979), Yadigaroglu (1981), Ishii (1982), Lahey et Podowski (1989), Kakac et Bon (2007), Durga Prasad et al (2007) et celle de Nayak et Vijayan (2008).

Les réacteurs à eau bouillante sont généralement soumis à trois types d'instabilités comme les classe **Mars-Leuba et Rey** en 1993 [19] :

- 1- Instabilités thermohydrauliques qui sont les instabilités statiques et dynamiques.
- 2- Instabilités thermohydraulique et neutronique couplées qui représentent l'instabilité de la réactivité.
- 3- Instabilités du système de commande qui sont dues à la défaillance de matériel du réacteur.

En plus de l'ampleur du domaine affecté par l'instabilité (local ou global), il est nécessaire de faire une distinction entre ces deux types d'instabilité :

- Les instabilités microscopiques (locales) se produisent localement à l'interaction liquide-gaz, comme par exemple les instabilités de Helmholtz et Taylor. Cependant ce genre d'instabilités n'est pas envisageable dans notre étude.
- Les instabilités macroscopiques (globales) affectent l'ensemble de l'écoulement diphasique du fluide à travers un canal.

IV.3. Instabilités thermohydrauliques

IV.3.1. Instabilités statiques

Bouré et al [17] ont classé les instabilités statiques en deux types :

- a) Instabilité statique pure ou fondamentale telle que :
 - Instabilité de Ledinneg ou « excursion de débit ».
 - Crise d'ébullition.
- b) Instabilité statique de relaxation telle que :
 - Instabilité de changement de configuration (ou régime) d'écoulement.
 - Chugging, Geysering, Bumping.

Les différents types d'instabilité statique sont regroupés dans le tableau suivant [17, 19]:

Classification	Type d'instabilité	Mécanisme	Caractéristique
Instabilité statique pure	Excursion de débit ou Instabilité de Ledinneg	$\frac{\partial \Delta p_{\text{int}}}{\partial G} \leq \frac{\partial \Delta p_{\text{ext}}}{\partial G}$	Excursion de débit massique
	Crise d'ébullition	Chute brutale du coefficient de transfert de chaleur	Excursion de la température de la paroi
Instabilité statique de relaxation	Changement de régime de l'écoulement	Frontière de l'écoulement à bulles et l'écoulement annulaire	Changement de régime de l'écoulement cyclique et les variations de débit
	Chugging, Geysering, Bumping	Souvent due aux pauvres sites de nucléation	Phénomène cyclique de surchauffe et d'évaporation avec possibilité d'expulsion

Tableau IV.1. Récapitulatif des instabilités statiques.

IV.3.1.1. Excursion de débit

Une excursion de débit, encore appelée redistribution de débit ou instabilité de Ledinneg, correspond à une variation brutale de débit massique qui apparaît généralement au cours d'une petite variation d'un des paramètres de contrôle. L'installation passe d'un régime permanent initial à un autre régime permanent. On note aussi, que l'état de fonctionnement peut passer soudainement vers un nouvel état de fonctionnement stable.

IV.3.1.1.1. Caractéristique d'un canal chauffant

Un canal chauffant dans lequel circule un écoulement diphasique (liquide-vapeur) constitue toujours une partie soit d'un circuit fermé, encore appelé boucle, soit d'un circuit ouvert. En plus du canal chauffant, le circuit comporte différents éléments tels que les pompes, les condenseurs, etc. Ce circuit (Figure IV.1) est sous forme d'une boucle en circulation naturelle, ne comportant pas des pompes de recirculation.

1-Circuit fermé :

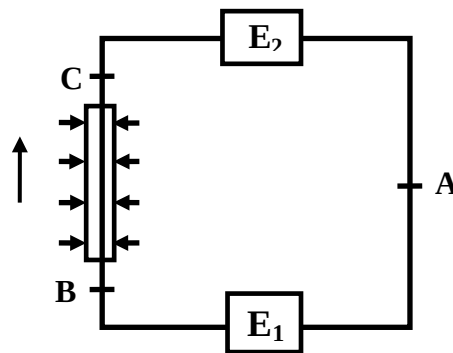


Figure IV.1. Circuit fermé (boucle).

2-Circuit ouvert :

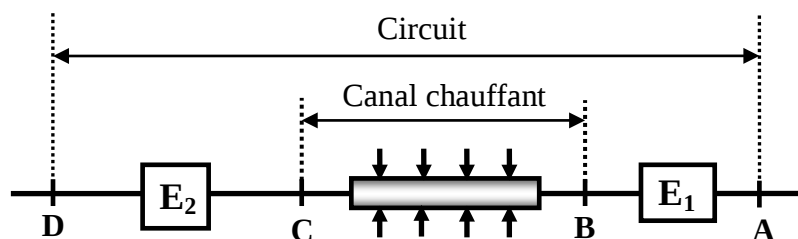


Figure IV.2. Circuit ouvert.

Nous avons pour un circuit ouvert :

$$p_D - p_A = \Delta p_{D-C} + \Delta p_{C-B} + \Delta p_{B-A} \quad (IV.1)$$

ou :

$$\Delta p_{C-B} = (p_D - p_A) - (\Delta p_{D-C} + \Delta p_{B-A}) \quad (IV.2)$$

ou encore :

$$\Delta p_{C-B(\text{canal})} = (p_D - p_A) - \Delta p_{(\text{circuit-canal})} \quad (IV.3)$$

Nous obtenons évidemment le cas du circuit fermé lorsque : $p_A = p_D$.

Nous pouvons écrire :

$$\Delta p_{C-B(\text{canal})} = -\Delta p_{(\text{circuit-canal})} \quad (IV.4)$$

Alors, nous obtenons :

$$\sum \Delta p_{(\text{boucle})} = 0 \quad (IV.5)$$

En régime permanent, et pour :

- Une pression donnée en un point de la boucle.
- Une température donnée à l'entrée du canal chauffant.
- Un flux de chaleur donné.

A partir de l'équation (IV.4), nous posons alors :

$$\Delta p_{B-C(\text{canal})} = \Delta p_{\text{int}} \quad (IV.6)$$

La représentation graphique de la relation $\Delta p_{\text{int}} = f(G)$, est appelée la caractéristique interne du canal.

et nous posons aussi :

$$-\Delta p_{C-D(\text{circuit-canal})} = \Delta p_{\text{ext}} \quad (IV.7)$$

En outre, la représentation graphique de la relation : $\Delta p_{\text{ext}} = g(G)$, est appelée la caractéristique externe du canal. Le point de fonctionnement du système est situé à l'intersection de ces deux courbes (figure IV.4).

Remarque : La pente de la caractéristique externe est généralement négative. Par contre celle de la caractéristique interne peut être positive ou négative.

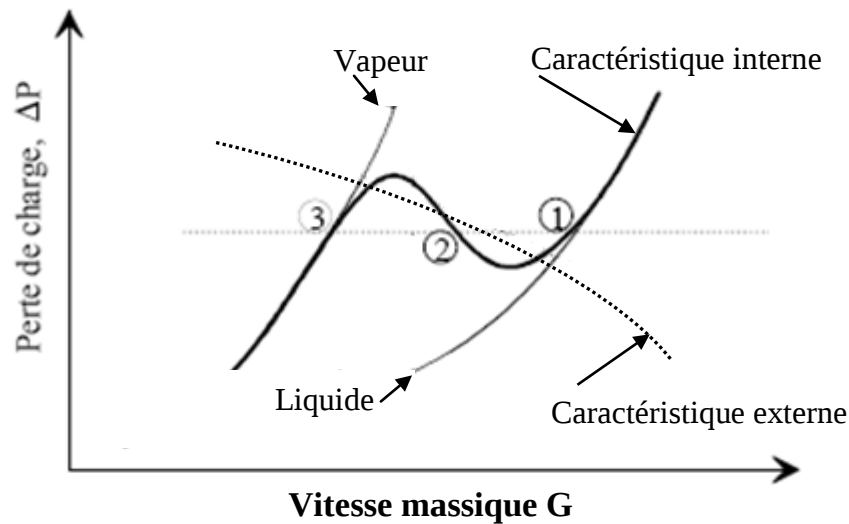


Figure IV.3. Mécanisme de l'excursion de débit.

Dans ce type d'instabilité, Ledineeg en 1938 [17] a supposé qu'une diminution de pertes de charge se produit avec l'augmentation du débit d'écoulement en ce point, et que des instabilités se produisent quand ce point est atteint. Quandt en 1959, Beckjord et Levy en 1960 [23] indiquent que ceci n'est pas la cause suffisante pour l'oscillation, ils supposent qu'un système qui est en fonctionnement en ce point 2 s'accélérera au point 1 ou au point 3, mais qu'il n'oscillera pas.

IV.3.1.1.2. Stabilité du régime permanent (critère de Ledineeg)

Un régime permanent sera stable si la relation suivante est vérifiée :

$$\frac{\partial \Delta p_{\text{int}}}{\partial G} > \frac{\partial \Delta p_{\text{ext}}}{\partial G} \quad (\text{IV.8})$$

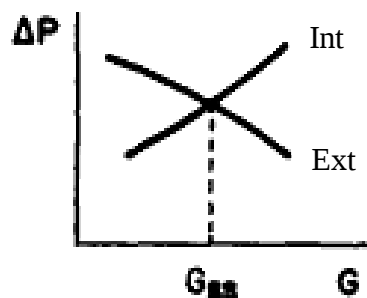


Figure IV.4. Système stable.

Il est dit instable dans le cas contraire :

$$\frac{\partial \Delta p_{\text{int}}}{\partial G} \leq \frac{\partial \Delta p_{\text{ext}}}{\partial G} \quad (\text{IV.9})$$

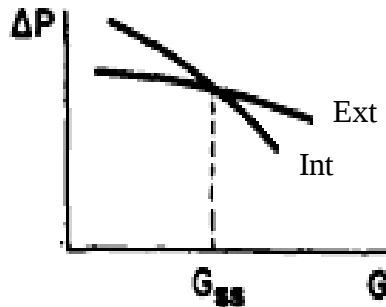


Figure IV.5. Système instable.

IV.3.2. Instabilités dynamiques

Les trois principales instabilités dynamiques ont été données par Bouré et al [17,55] :

- a) Les oscillations onde de densité.
- b) Les oscillations acoustiques.
- c) Les oscillations de chute de pression.

Les différents types d'instabilités dynamiques sont regroupés dans le tableau suivant :

Classification	Type d'instabilité	Mécanisme	Caractéristique
Instabilités dynamiques	Oscillations d'onde de densité	Existence d'un feedback avec temps de retard du aux particularités de pertes de charge dans la partie diphasique	La fréquence est basse (1 Hz)
	Oscillations acoustiques	Résonnance des ondes de pression en milieu diphasique	La fréquence est élevée (100 Hz)
	Oscillations de chute de pression	Interaction dynamique entre le canal et le volume compressible	La fréquence est très basse (0.1 Hz)

Tableau IV.2. Récapitulatif des instabilités dynamiques.

IV.3.2.1. Oscillation de débit

Le terme d'oscillation est réservé à l'ensemble des instabilités de nature purement dynamique qui font intervenir des processus de rétroaction (feedback) [6,55].

Les oscillations de débit sont caractérisées par la régularité de leur forme, de leur amplitude et de leur période.

Le problème quantitatif qui se pose, comme pour toute instabilité, est de pouvoir prédire leur seuil d'apparition. Il est également intéressant de déterminer théoriquement la fréquence au seuil et au-delà, afin de pouvoir vérifier la validité du modèle. A l'heure actuelle, seules les simulations numériques permettent de prévoir l'amplitude des oscillations.

IV.3.2.1.1. Les oscillations acoustiques

Ces oscillations, encore appelées ondes de pression ou ondes acoustiques, où les propagations d'onde de pression sont caractérisées (prépondérantes) : la fréquence est élevée (100 Hz), la vitesse de déplacement d'une onde de pression étant de l'ordre de 100 m/s.

IV.3.2.1.2. Les oscillations d'onde de densité

Ces oscillations, encore appelées ondes de continuité ou ondes cinématiques, où les propagations d'onde de taux de vide sont caractérisées : la fréquence est basse (1 Hz), la vitesse de déplacement d'une onde de taux de vide étant de l'ordre de 1 à 10 m/s. Des oscillations d'ondes de densité ont été observées dans des réacteurs en fonctionnement comme celles rapportées dans l'analyse de l'incident survenu sur le réacteur à eau bouillante de la Salle 2 (Diederich, 1988) [13].

Fukuda et Kobori [22,58] ont classé les instabilités d'onde de densité en deux types : type I (faible qualité de vapeur) et type II (grande qualité de vapeur).

S. Kakac et B. Bon en 2008 [18] ont présenté une revue bibliographique sur les travaux expérimentaux et théoriques des oscillations d'ondes de densité.

IV.4. Instabilités thermohydraulique et neutronique couplées

L'eau dans un réacteur à eau bouillante se comporte à la fois comme : un fluide caloporteur (réfrigérant) et un modérateur du neutron [13]. Des variations dans la température et la masse volumique du réfrigérant affectent donc la réactivité, et ainsi, le contrôle du réacteur nucléaire. La rétroaction (feedback) neutronique et thermohydraulique du canal de combustible local constitue un facteur critique pour la stabilité du REB [45]. Les deux mécanismes de rétroaction thermohydraulique et neutronique (Figure IV.6.), sont couplés dans le cœur du réacteur à eau bouillante et peuvent, dans certaines conditions, provoquer des oscillations au niveau de la puissance dans le cœur.

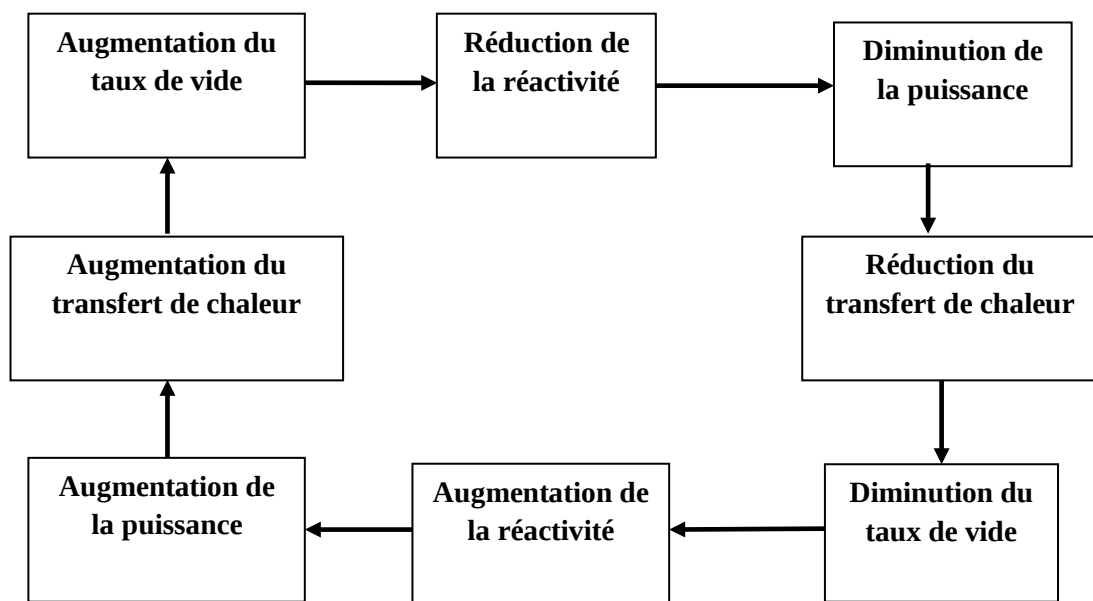


Figure IV.6. Boucle de rétroaction dans un réacteur à eau bouillante [13].

Les avantages apparents d'un réacteur à eau bouillante ont été habituellement comparés à un désavantage le manque de stabilité. La rétroaction (feedback) entre la réactivité et le taux de vide due à l'ébullition fait que ce réacteur paraît très instable. Il est intéressant de noter que dans les années 40 lorsqu'un réacteur à eau bouillante est considéré en premier aux Etats-Unis, on avait pensé que ce type de réacteur avait peu de chance de faisabilité [23]. Il est considéré très improbable qu'un tel réacteur serait stable [36,39]. Beaucoup de travaux expérimentaux [2,23] effectués avant que le premier réacteur à eau bouillante soit conçu et la réalisation soit dirigée vers la détermination comment la chaleur devrait être extraite

rapidement d'un canal du réacteur par un liquide en ébullition et déterminer si oui ou non l'écoulement du réfrigérant bouillant est maintenu stable.

De nombreuses expériences [23] ont été effectuées dans les réacteurs à eau bouillante à la pression atmosphérique et aux pressions élevées pour déterminer leur stabilité. Le réacteur BORAX I, qui fonctionnait à la pression atmosphérique, montrait en 1953 qu'un réacteur à eau bouillante pouvait fonctionner sans risque et que les réacteurs à eau bouillante peuvent avoir un degré de stabilité. Ces essais ont été habituellement conduits vers les objectifs suivants :

- La réactivité est augmentée dans une rampe où la réponse de réactivité est enregistrée.
- L'oscillation de la réactivité est harmonique et celle de la puissance a été trouvée harmonique également.

Des essais sur les études paramétriques sont effectués dans les réacteurs BORAX et SPERT [17,23], pour parvenir aux paramètres de conception et déterminer si vraiment les oscillations de la puissance se produisent dans les réacteurs à eau bouillante. Ces essais ont indiqué une stabilité générale des réacteurs à eau bouillante, mais ont aussi montré que les oscillations de la puissance sont présentes même lors du fonctionnement normal du réacteur et dans certains cas elles sont divergentes. Dans ces essais, la réactivité harmonique oscillatoire a été réalisée sur EBWR, VBWR et BORAX [23].

Les oscillations de la puissance et de l'écoulement dans un réacteur nucléaire sont très indésirables [13]. Un des soucis principaux est l'intégrité de combustible pendant les oscillations de la puissance. Si l'amplitude d'oscillation est grande, les crayons combustibles peuvent éprouver un assèchement (dryout) périodique [13].

Les instabilités dans les réacteurs à eau bouillante peuvent être divisées en deux [37]: événements d'instabilité et essais d'instabilité. Les événements de l'instabilité se sont produits par inadvertance dans l'installation, alors que les essais d'instabilité ont été excités délibérément pendant les expériences. Dans le tableau, nous présentons quelques événements d'instabilité dans les réacteurs de type (REB) [13,37].

Date	Installations (REB)	Lieu	Remarques
17.10.84	S. maria	Espagne	Oscillations de la puissance pendant le fonctionnement
23.02.87	TVO	Finlande	Oscillations de la puissance pendant le soulèvement de la puissance
29.10.88	Vermont Yankee	U.S.A	Oscillations de la puissance
08.01.89	Oskarshamn	Suède	Oscillations de la puissance
29.01.91	Cofrentes	Espagne	Oscillations de la puissance
15.08.92	WNP	U.S.A	Oscillations de la puissance pendant le démarrage
01.1995	Laguna Verde	Espagne	Oscillations de la puissance pendant le démarrage
08.02.98	Oskarshamn-3	Suède	Oscillations de la puissance pendant le démarrage
--.11.01	Philippsburg-1	Allemagne	Oscillations de la puissance

Tableau IV.3. Récapitulatif des événements d'instabilité [37].

L'instabilité du réacteur à eau bouillante est un phénomène connu depuis les années 1960. Les chercheurs ont considéré que le problème a été résolu plusieurs fois. La plupart des réacteurs construits pendant les années 1960 et les années 1970 n'ont pas rencontré d'instabilité. Les événements d'instabilité ont commencé lors de la conception de REB à partir des années 1980 (tableau IV.3).

Les événements de l'instabilité et les tests montrent que les conceptions actuelles des réacteurs à eau bouillante ne sont pas complètement stables et que les oscillations de la puissance du cœur sont une caractéristique inhérente de l'instabilité [37].

Le laboratoire national d'Argonne (ANL) a conduit une vaste série d'expériences au début des années 1950 pour indiquer que le comportement d'instabilité n'était pas un problème aux pressions plus hautes d'exploitation typiques des réacteurs à eau bouillante moderne [30].

Chiang et d'autres [30] ont observé que les oscillations de la puissance résultent principalement de la température du combustible, du taux de vide et de la température du modérateur.

IV.5. Conclusion

La description générale des instabilités dans les réacteurs à eau bouillante au cours de ce chapitre nous a permis de conclure que :

- ✚ Pour comprendre les phénomènes d'instabilités dans les systèmes bouillants (réacteur à eau bouillante), un grand nombre d'investigations numériques et expérimentales a été annoncé dans la littérature par plusieurs chercheurs.
- ✚ Les différentes instabilités rencontrées dans les réacteurs à eau bouillante sont des phénomènes très complexes.
- ✚ Les oscillations de la puissance dans le cœur sont une caractéristique inhérente de l'instabilité.
- ✚ Les oscillations de la puissance remarquées dans plusieurs installations (REB), nous incitent à connaître et à mieux comprendre l'évolution des paramètres d'écoulement (vitesse à l'entrée du cœur, taux de vide à la sortie du cœur,...).

Dans le chapitre prochain, nous nous intéresserons à la réponse d'oscillation de la puissance dans un réacteur à eau bouillante en circulation naturelle.

Chapitre V

Analyse transitoire d'une boucle en circulation naturelle

V.1. Introduction

Le cinquième chapitre de ce travail consiste en l'analyse transitoire d'une boucle en circulation naturelle, simulant l'écoulement du fluide caloporteur dans un réacteur à eau bouillante (BWR). Pour cela nous nous sommes inspirés du modèle diphasique proposé par R.P. Anderson et al [4]. Les équations de conservation de la masse, des quantités de mouvement et de l'énergie en fonction du temps ont été déjà établies. Nous vérifions les conditions initiales associées à ces équations pour le régime permanent à l'aide d'un programme écrit en langage MATLAB (voir figure V.2). Pour la résolution du système d'équations différentielles non linéaires couplées, nous utilisons un solveur d'intégration numérique ode45 (Runge-Kutta) implémenté dans MATLAB. En outre, nous considérons le cas où l'évolution temporelle de la puissance de chauffe est sinusoïdale (oscillatoire).

Nous étudions l'influence de la gamme de la période d'oscillation de la puissance de chauffe, comprise entre 0.6 et 5 secondes, sur l'amplitude d'oscillation des autres paramètres tels que le taux de vide à la sortie de la section d'essai, à la sortie de la cheminée et la vitesse à l'entrée de la section d'essai. Ensuite, nous comparons nos résultats numériques obtenus dans cette étude avec ceux trouvés dans la littérature.

Enfin, nous étudions l'influence de la géométrie (longueurs de la section d'essai et de la cheminée) sur l'amplitude d'oscillation de ces paramètres (taux de vide à la sortie de la section d'essai et la vitesse à l'entrée de la section d'essai).

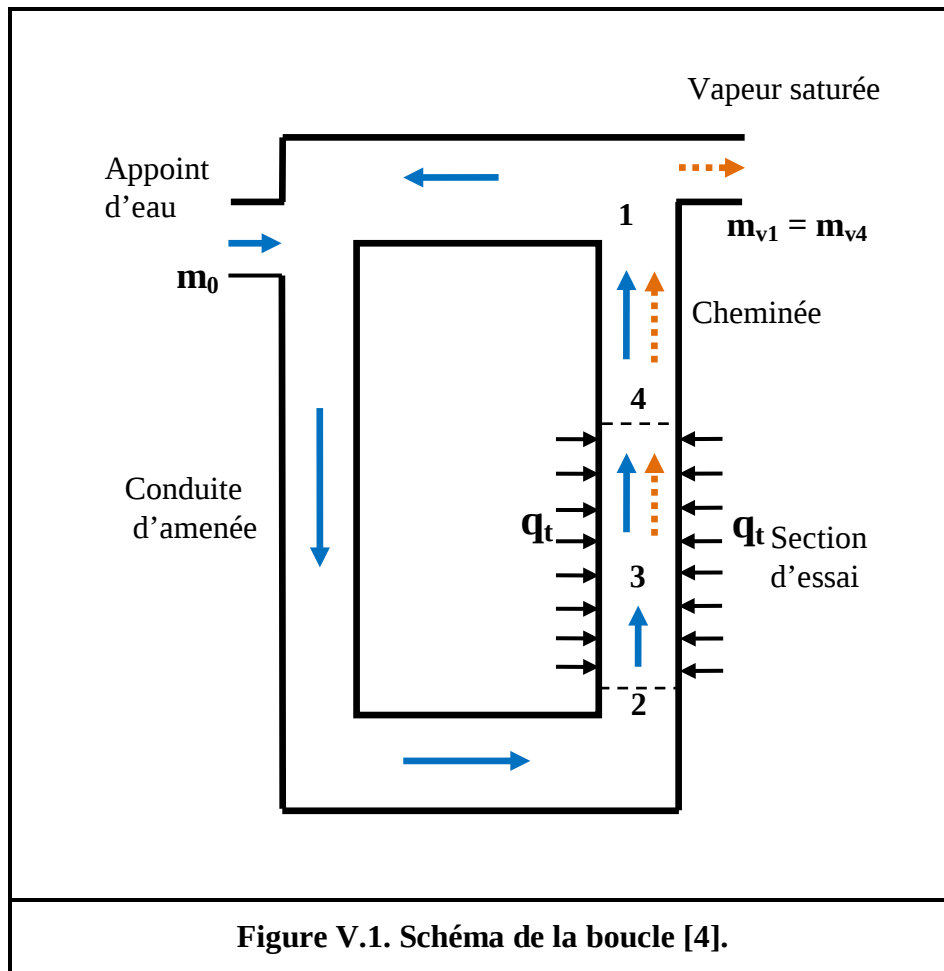
V.2. Description de la boucle

La boucle en circulation naturelle que nous nous proposons d'étudier est représentée sur la figure V.1. Elle est constituée principalement de trois parties :

- Une conduite d'amenée repérée par les positions 1 et 2.
- Une section d'essai (2-4), appelée aussi section chauffée, divisée en deux zones :
 - a- La première (2-3) est la zone de non ébullition où l'écoulement du fluide est monophasique.

b- La deuxième (3-4) est la zone d'ébullition où l'écoulement du fluide est diphasique.

- Une conduite de montée (4-1), appelé aussi cheminée ou riser, où l'écoulement diphasique est adiabatique.



V.3. Modélisation en régime transitoire

V.3.1. Caractéristiques de l'écoulement diphasique

V.3.1.1. Taux de vide

Le taux de vide à la sortie de la section d'essai est donné par la relation suivante [1,4] :

$$\alpha_4 = c_4 \left(1 - \frac{\bar{\rho}_{3-4}}{\rho_f} \right) \quad (V.1)$$

où c_4 est une constante déterminée expérimentalement pour une pression de service de 42.3 bars, elle est égale à 1.6.

Le taux de vide à la sortie de la conduite de montée est calculé comme suit :

-Le taux de vide moyen $\bar{\alpha}_{41}$ dans cette conduite, s'écrit [1] :

$$\bar{\alpha}_{41} = \frac{1}{2} (\alpha_4 + \alpha_1) \quad (V.2)$$

Après réarrangement, l'équation précédente devient :

$$\alpha_1 = 2\bar{\alpha}_{41} - \alpha_4 \quad (V.3)$$

La masse volumique moyenne $\bar{\rho}_{4-1}$ s'exprime par [2] :

$$\frac{\bar{\rho}_{4-1}}{\rho_l} = 1 - \bar{\alpha}_{41} \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \quad (V.4)$$

Pour des pressions de service élevées, le terme $\left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)$ est négligeable. Ainsi l'équation (V.4)

devient :

$$\frac{\bar{\rho}_{4-1}}{\rho_l} \simeq 1 - \bar{\alpha}_{41} \quad (V.5)$$

En remplaçant les équations (V.1) et (V.5) dans l'équation (V.3), la relation de α_1 , s'écrit :

$$\alpha_1 = (2 - c_4) + \left(\frac{c_4}{\rho_f} \right) \cdot \bar{\rho}_{3-4} - 2 \cdot \bar{\rho}_{4-1} \quad (V.6)$$

V.3.1.2. Taux de glissement

Le taux de glissement est donné par l'expression suivante :

$$s = \left(\frac{x}{1-x} \right) \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \frac{\rho_l}{\rho_v} \quad (\text{V.7})$$

En réarrangeant cette équation, nous pouvons déduire la relation suivante :

$$\frac{1-x}{x} = \frac{1}{s} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \frac{\rho_l}{\rho_v} \quad (\text{V.8})$$

Ainsi la qualité ou titre de vapeur x , s'écrit :

$$x = \frac{s\alpha\rho_v}{s\alpha\rho_v + (1-\alpha)\rho_l} \quad (\text{V.9})$$

V.3.1.3. Débit massique du liquide m_l

La qualité de vapeur est définie par :

$$x = \frac{m_v}{m_t} \quad (\text{V.10})$$

et le débit massique total m_t par :

$$m_t = m_v + m_l \quad (\text{V.11})$$

Des équations (V.8) et (V.9), on obtient :

$$m_l = \left(\frac{1-x}{x} \right) m_v \quad (\text{V.12})$$

et des équations (V.8) et (V.12) :

$$m_l = \left(\frac{\rho_l}{s\rho_v} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \right) m_v \quad (\text{V.13})$$

V.3.1.4. Débit massique moyen

En appliquant l'équation de conservation de la masse dans la conduite de montée, on obtient le débit massique moyen :

$$\bar{m}_{41} = \frac{1}{2} (m_4 + m_1) \quad (\text{V.14})$$

et dans la zone d'ébullition, par la relation suivante :

$$\overline{m}_{34} = \frac{1}{2}(m_3 + m_4) \quad (V.15)$$

V.3.2. Equations de conservation de la masse

En régime transitoire, les équations de conservation de la masse pour chaque tronçon de la boucle s'écrivent comme suit :

a) Dans la section d'essai

$$\frac{d(A_s L_{34} \overline{\rho}_{34})}{dt} = m_3 - m_4 \quad (V.16)$$

Sachant que :

$$\begin{cases} m_3 = m_{v3} + m_{l3} \\ m_4 = m_{v4} + m_{l4} \end{cases} \quad (V.17)$$

Dans notre cas, nous avons : $m_{v3} = 0$ (point d'ébullition)

L'équation (V.16), devient :

$$\frac{d(A_s L_{34} \overline{\rho}_{34})}{dt} = m_{l3} - m_{l4} - m_{v4} \quad (V.18)$$

b) Dans la conduite de montée

$$\frac{d(A_r L_{41} \overline{\rho}_{41})}{dt} = m_4 - m_1 \quad (V.19)$$

Sachant que :

$$\begin{cases} m_4 = m_{v4} + m_{l4} \\ m_1 = m_{v1} + m_{l1} \end{cases} \quad (V.20)$$

L'équation (V.19), devient :

$$\frac{d(A_r L_{41} \overline{\rho}_{41})}{dt} = m_{v4} + m_{l4} - m_{v1} - m_{l1} \quad (V.21)$$

V.3.3. Equations de la longueur de non ébullition L_{23}

En régime permanent, l'expression de la longueur de non ébullition (préchauffage) est obtenue à partir de l'équation de conservation de l'énergie. Nous avons :

$$L_{23(RP)} = \frac{m_2(h_1 - h_2)}{(q_t/L_s)} \quad (V.22)$$

Ainsi :

$$t_{23} = \frac{L_{23}A_s\rho_1}{m_2} \quad (V.23)$$

Nous pouvons écrire :

$$\frac{d(L_{23})}{dt} = \frac{L_{23(Pseudo-RP)} - L_{23(RP)}}{t_{23}} \quad (V.24)$$

Combinant les équations (V.13), (V.21), (V.23) et (V.24), nous trouvons l'équation régissant l'évolution de la longueur L_{23} :

$$\frac{d(L_{23})}{dt} = \left(\frac{L_s}{A_s\rho_1} \right) \frac{(h_1 - h_2)m_2^2}{q_t L_{23}} - \frac{m_2}{A_s\rho_1} \quad (V.25)$$

V.3.4. Equations de débit massique de la phase vapeur m_{v4}

De la même façon, en régime pseudo-permanent, l'expression du débit massique de la phase vapeur à la sortie de la section d'essai est donnée à partir de l'équation de conservation de l'énergie.

Nous avons :

$$m_{v4(Pseudo-RP)} = \frac{q_t L_{34}}{L_s} \left(\frac{1}{h_{lv}} \right) \quad (V.26)$$

Ainsi :

$$t_{34} = \frac{L_{34}\bar{A}_{v34}\rho_v}{\bar{m}_{v(34)}} \quad (V.27)$$

Sachant que :

$$\begin{cases} \overline{A}_{v34} = A_v \\ \text{et} \\ A_v = A_s \alpha_4 \end{cases} \quad (\text{V.28})$$

La moyenne arithmétique du débit massique de la phase vapeur dans la zone d'ébullition s'écrit :

$$\overline{m}_{v34} = 0.5(m_{v3} + m_{v4}) = 0.5m_{v4} \quad (\text{V.29})$$

Dans notre cas, nous supposons que le débit massique de la phase vapeur au point d'ébullition est nul, alors : $m_{v3} = 0$.

Nous pouvons écrire :

$$\frac{d(m_{v4})}{dt} = \frac{m_{v4(\text{Pseudo-RP})} - m_{v4(\text{RP})}}{t_{34}} \quad (\text{V.30})$$

En combinant les équations (V.26), (V.27), (V.28) et (V.30), on obtient l'équation régissant l'évolution de débit massique m_{v4} :

$$\frac{d(m_{v4})}{dt} = \frac{q_t m_{v4}}{2h_{lv} L_s \rho_v A_s \alpha_4} - \frac{m_{v4}^2}{2\rho_v L_{34} A_s \alpha_4} \quad (\text{V.31})$$

V.3.5. Equations de conservation de l'énergie

L'équation de conservation de l'énergie de la boucle nous permet d'écrire :

$$m_2(h_1 - h_2) = m_0(h_1 - h_0) \quad (\text{V.32})$$

Qui peut encore s'écrire :

$$m_2 h_2 = h_1(m_2 - m_0) + m_0 h_0 \quad (\text{V.33})$$

L'équation de conservation de la masse de la boucle s'écrit :

$$m_0 = m_{v1} \quad (\text{V.34})$$

Dans le présent travail, nous considérons que le débit massique de la phase vapeur reste constant le long du riser $m_{v4} = m_{v1}$, ce qui nous permet d'écrire la relation suivante :

$$m_0 = m_{v4} \quad (V.35)$$

En combinant les équations (V.33) et (V.35), nous obtenons :

$$h_2 - h_1 = \frac{m_{v4}}{m_2} (h_0 - h_1) \quad (V.36)$$

L'enthalpie h_2 à l'entrée de la section d'essai, s'écrit :

$$h_2 = h_1 + \frac{m_{v4}}{m_2} (h_0 - h_1) \quad (V.37)$$

V.3.6. Equations de conservation des quantités de mouvement

V.3.6.1. Conduite d'amenée

L'écoulement du fluide caloporteur dans la région (1-2) de la boucle est monophasique, l'équation de la quantité de mouvement s'écrit comme suit :

$$\frac{L_{12}}{A_d} \frac{d(m_2)}{dt} + \frac{(f + k)L_{12}m_2^2}{2D_d\rho_1 A_d^2} - \rho_1 \Delta z_{12}g + (p_2 - p_1) = 0 \quad (V.38)$$

En réarrangeant, l'équation (V.38) devient :

$$p_1 - p_2 = \frac{L_{12}}{A_d} \frac{d(m_2)}{dt} + \frac{(f + k)L_{12}m_2^2}{2D_d\rho_1 A_d^2} - \rho_1 \Delta z_{12}g \quad (V.39)$$

Cette équation représente la chute de pression dans cette région de la boucle.

V.3.6.2. Section d'essai

Cette section est divisée en deux zones :

V.3.6.2.1. Zone de non ébullition

Dans cette zone l'écoulement du fluide est monophasique. L'équation de conservation des quantités de mouvement s'exprime par :

$$\frac{L_{23}}{A_s} \frac{d(m_3)}{dt} + \frac{f_{23} L_{23} m_3^2}{2D_s \rho_1 A_s^2} + \rho_1 L_{23} g + (p_3 - p_2) = 0 \quad (V.40)$$

En réarrangeant, l'équation (V.40) devient :

$$p_2 - p_3 = \frac{L_{23}}{A_s} \frac{d(m_3)}{dt} + \frac{f_{23} L_{23} m_3^2}{2D_s \rho_1 A_s^2} + \rho_1 L_{23} g \quad (V.41)$$

V.3.6.2.2. Zone d'ébullition

Dans la zone d'ébullition l'écoulement du fluide est diphasique. L'équation de conservation des quantités de mouvement du mélange diphasique dans celle-ci est exprimée par :

$$\begin{aligned} \frac{L_{34}}{A_s} \frac{d(\bar{m}_{34})}{dt} + \varphi_{10}^2 \frac{f_{34} \rho_1 L_{34} \bar{m}_{34}^2}{2D_s A_s^2 \bar{\rho}_{34}^2} + \left[\frac{m_{v4}^2}{\alpha_4 A_s^2 \rho_v} + \frac{m_{l4}^2}{(1-\alpha_4) A_s^2 \rho_l} - \frac{m_3^2}{A_s^2 \rho_l} \right] \\ + \bar{\rho}_{34} L_{34} g + (p_4 - p_3) = 0 \end{aligned} \quad (V.42)$$

Nous pouvons écrire l'équation (V.42) sous la forme :

$$\begin{aligned} p_3 - p_4 = \frac{L_{34}}{A_s} \frac{d(\bar{m}_{34})}{dt} + \varphi_{10}^2 \frac{f_{34} \rho_1 L_{34} \bar{m}_{34}^2}{2D_s A_s^2 \bar{\rho}_{34}^2} + \left[\frac{m_{v4}^2}{\alpha_4 A_s^2 \rho_v} + \frac{m_{l4}^2}{(1-\alpha_4) A_s^2 \rho_l} - \frac{m_3^2}{A_s^2 \rho_l} \right] \\ + \bar{\rho}_{34} L_{34} g \end{aligned} \quad (V.43)$$

V.3.6.3. Conduite de montée (riser)

L'écoulement du fluide est diphasique. Ainsi, l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{L_{41}}{A_r} \frac{d(\bar{m}_{41})}{dt} + \bar{\rho}_{41} L_{41} g + \left[\frac{m_{v1}^2}{\alpha_1 A_r^2 \rho_v} + \frac{m_{l1}^2}{(1-\alpha_1) A_r^2 \rho_l} - \frac{m_{v4}^2}{\alpha_4 A_r^2 \rho_v} - \frac{m_{l4}^2}{(1-\alpha_4) A_r^2 \rho_l} \right] \\ + \varphi_{41}^2 \frac{f_{41} \rho_1 L_{41} \bar{m}_{41}^2}{2A_r^2 D_r \bar{\rho}_{41}^2} + (p_1 - p_4) = 0 \end{aligned} \quad (V.44)$$

Cette équation devient :

$$p_4 - p_1 = \frac{L_{41}}{A_r} \frac{d(\bar{m}_{41})}{dt} + \left[\frac{m_{v1}^2}{\alpha_1 A_r^2 \rho_v} + \frac{m_{l1}^2}{(1-\alpha_1) A_r^2 \rho_l} - \frac{m_{v4}^2}{\alpha_4 A_r^2 \rho_v} - \frac{m_{l4}^2}{(1-\alpha_4) A_r^2 \rho_l} \right] \quad (V.45)$$

$$+ \varphi_{41}^2 \frac{f_{41} \rho_l L_{41} \bar{m}_{41}^2}{2 A_r^2 D_r \bar{\rho}_{41}^2} + \bar{\rho}_{41} L_{41} g$$

Dans le cas d'un écoulement diphasique en circulation naturelle, la somme des chutes de pression le long de la boucle est égale à zéro [1,4], ainsi :

$$(p_1 - p_2) + (p_2 - p_3) + (p_3 - p_4) + (p_4 - p_1) = 0 \quad (V.46)$$

En remplaçant les quatre équations des quantités de mouvement (V.39), (V.40), (V.41) et (V.42) dans l'équation (V.46), nous obtenons l'expression suivante qui régit notre écoulement :

$$\begin{aligned} & \frac{L_{12}}{A_d} \frac{d(m_2)}{dt} + \frac{(f+k)L_{12}m_2^2}{2D_d \rho_l A_d^2} - \rho_l \Delta z_{12} g + \frac{L_{23}}{A_s} \frac{d(m_3)}{dt} \\ & + \frac{f_{23} L_{23} m_3^2}{2D_s \rho_l A_s^2} + \rho_l L_{23} g + \frac{L_{34}}{A_s} \frac{d(\bar{m}_{34})}{dt} + \varphi_{10}^2 \frac{f_{34} \rho_l L_{34} \bar{m}_{34}^2}{2D_s A_s^2 \bar{\rho}_{34}^2} \\ & + \left[\frac{m_{v4}^2}{\alpha_4 A_s^2 \rho_v} + \frac{m_{l4}^2}{(1-\alpha_4) A_s^2 \rho_l} - \frac{m_3^2}{A_s^2 \rho_l} \right] + \bar{\rho}_{34} L_{34} g + \frac{L_{41}}{A_r} \frac{d(\bar{m}_{41})}{dt} \\ & + \left[\frac{m_{v1}^2}{\alpha_1 A_r^2 \rho_v} + \frac{m_{l1}^2}{(1-\alpha_1) A_r^2 \rho_l} - \frac{m_{v4}^2}{\alpha_4 A_r^2 \rho_v} - \frac{m_{l4}^2}{(1-\alpha_4) A_r^2 \rho_l} \right] \\ & + \varphi_{41}^2 \frac{f_{41} \rho_l L_{41} \bar{m}_{41}^2}{2A_r^2 D_r \bar{\rho}_{41}^2} + \bar{\rho}_{41} L_{41} g = 0 \end{aligned} \quad (V.47)$$

Nous portons dans l'équation (V.47) les relations suivantes :

$$m_2 = m_3$$

$$m_{v4} = m_{v1}$$

Ainsi :

$$\bar{m}_{34} = 0.5(m_3 + m_4)$$

$$\bar{m}_{41} = 0.5(m_4 + m_1)$$

Finalement, nous pouvons écrire les cinq équations de conservation comme suit :

$$\frac{d(\bar{\rho}_{34})}{dt} = \frac{\bar{\rho}_{34}}{(L_s - L_{23})} \left[\left(\frac{L_s}{A_s \rho_1} \right) \frac{(h_1 - h_2) m_2^2}{q_t L_{23}} - \frac{m_2}{A_s \rho_1} \right] + \frac{1}{A_s (L_s - L_{23})} \left(m_3 - \frac{m_{v4}}{x_4} \right) \quad (V.48)$$

$$\frac{d(\bar{\rho}_{41})}{dt} = \frac{1}{A_r L_{41}} \left(\frac{1}{x_4} - \frac{1}{x_1} \right) m_{v4} \quad (V.49)$$

$$\frac{d(L_{23})}{dt} = \left(\frac{L_s}{A_s \rho_1} \right) \frac{(h_1 - h_2) m_2^2}{q_t L_{23}} - \frac{m_2}{A_s \rho_1} \quad (V.50)$$

$$\frac{d(m_{v4})}{dt} = \frac{q_t m_{v4}}{2 h_{lv} L_s \rho_v A_s \alpha_4} - \frac{m_{v4}^2}{2 \rho_v L_{34} A_s \alpha_4} \quad (V.51)$$

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{L_{12}}{A_d} + \frac{L_{23}}{A_s} + \frac{(L_s - L_{23})}{2 A_s} \right) \frac{d(m_2)}{dt} = \frac{(f + k) L_{12} m_2^2}{2 D_d \rho_1 A_d^2} - \rho_1 \Delta z_{12} g \\ & + \frac{(L_s - L_{23})}{2 A_s} \left[\frac{d(m_{l4})}{dt} + \frac{d(m_{v4})}{dt} \right] + \frac{f_{23} L_{23} m_2^2}{2 D_s \rho_1 A_s^2} + \rho_1 L_{23} g \\ & + \phi_{34}^2 \frac{f_{34} \rho_1 (L_s - L_{23}) \bar{m}_{34}^2}{2 D_s A_s^2 \bar{\rho}_{34}^2} + \left[\frac{m_{v4}^2}{\alpha_4 A_s^2 \rho_v} + \frac{m_{l4}^2}{(1 - \alpha_4) A_s^2 \rho_1} - \frac{m_2^2}{A_s^2 \rho_1} \right] \\ & + \bar{\rho}_{34} (L_s - L_{23}) g + \frac{L_{41}}{A_r} \frac{d(\bar{m}_{41})}{dt} + \phi_{41}^2 \frac{f_{41} \rho_1 L_{41} \bar{m}_{41}^2}{2 A_r^2 D_r \bar{\rho}_{41}^2} + \bar{\rho}_{41} L_{41} g \\ & + \left[\frac{m_{v4}^2}{\alpha_1 A_r^2 \rho_v} + \frac{m_{l1}^2}{(1 - \alpha_1) A_r^2 \rho_1} - \frac{m_{v4}^2}{\alpha_4 A_r^2 \rho_v} - \frac{m_{l4}^2}{(1 - \alpha_4) A_r^2 \rho_1} \right] \end{aligned} \quad (V.52)$$

V.4. Résolution numérique

Les cinq équations de conservation (V.48), (V.49), (V.50), (V.51) et (V.52) régissant notre modèle d'écoulement sont des équations différentielles du premier ordre, non linéaires, couplées, d'une expression assez complexe, ce qui nous conduit à la résolution numérique. Cette dernière nécessite des conditions initiales.

Nous posons :

$$\bar{p}_{34} = y_1, \bar{p}_{41} = y_2, L_{23} = y_3, m_{v4} = y_4, m_2 = y_5.$$

Les équations (V.48), (V.49), (V.50), (V.51) et (V.52) s'écrivent sous la forme suivante :

$$y' = F(t, y)$$

Avec :

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad y' = \begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ y'_3 \\ y'_4 \\ y'_5 \end{pmatrix}$$

V.4.1. Conditions initiales en régime permanent

Dans ce qui suit, nous résoudrons le système d'équations en régime permanent afin de déterminer les conditions initiales de l'écoulement.

En régime permanent, nous avons :

$$\frac{d(\bar{p}_{34})}{dt} = 0, \frac{d(\bar{p}_{41})}{dt} = 0, \frac{d(L_{23})}{dt} = 0, \frac{d(m_{v4})}{dt} = 0, \frac{d(m_2)}{dt} = 0.$$

Alors, le système des équations de conservation, s'écrit ainsi :

$$\begin{cases} m_3 = m_4 \\ m_4 = m_1 \end{cases} \quad (V.53)$$

Dans ce cas, la qualité reste constante le long du riser, alors : $x_4 = x_1$

Ainsi, le débit massique de la phase vapeur et de la phase liquide ne change pas dans la cheminée, donc : $m_{v4} = m_{v1}$ et $m_{l4} = m_{l1}$.

De même nous avons :

$$\frac{(h_1 - h_2)m_2}{q_t} = \frac{L_{23}}{L_s} \quad (V.54)$$

$$\frac{(h_1 - h_2)m_2}{q_t} = \frac{L_{23}}{L_s} \quad (V.55)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement devient :

$$\begin{aligned}
 & \frac{(f+k)L_{12}m_2^2}{2D_d\rho_1A_d^2} - \rho_1\Delta z_{12}g + \varphi_{34}^2 \frac{f_{34}\rho_1(L_s-L_{23})m_2^2}{2D_sA_s^2\bar{\rho}_{34}^2} \\
 & + \frac{f_{23}L_{23}m_2^2}{2D_s\rho_1A_s^2} + \left[\frac{x_4^2}{\alpha_4A_s^2\rho_v} + \frac{(1-x_4)^2}{(1-\alpha_4)A_s^2\rho_l} - \frac{1}{A_s^2\rho_l} \right] m_2^2 \\
 & + \bar{\rho}_{34}(L_s-L_{23})g + \varphi_{41}^2 \frac{f_{41}\rho_1L_{41}m_2^2}{2A_r^2D_r\bar{\rho}_{41}^2} + \bar{\rho}_{41}L_{41}g + \rho_1L_{23}g \\
 & + \left[\frac{x_1^2}{\alpha_1A_r^2\rho_v} + \frac{(1-x_1)^2}{(1-\alpha_1)A_r^2\rho_l} - \frac{x_4^2}{\alpha_4A_r^2\rho_v} - \frac{(1-x_4)^2}{(1-\alpha_4)A_r^2\rho_l} \right] m_2^2 = 0
 \end{aligned} \tag{V.56}$$

L'organigramme de résolution est donné sur la figure V.2.

V.4.1.1. Algorithme de résolution

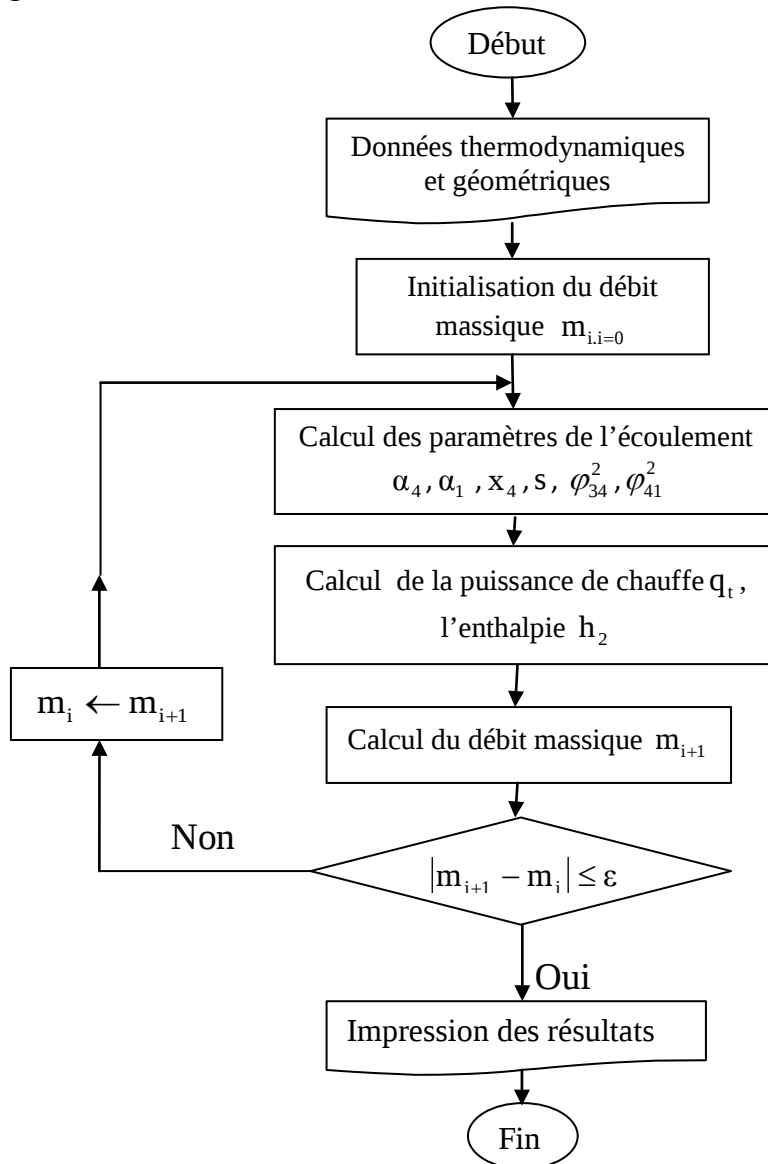


Figure V.2. Organigramme

Pour les mêmes conditions initiales (géométriques et physiques), nous testons ce programme numérique pour trouver la valeur de la puissance de chauffe nominale donnée par Anderson et al [4] qui est égale à 54 kW. Nous trouvons cette dernière égale à 55.56 kW et nous remarquons qu'il y a une différence de 1.56 (3%) entre les deux puissances.

V.4.2. Résolution en régime transitoire

Dans MATLAB il y a plusieurs algorithmes déjà implémentés pour résoudre des équations différentielles. Les équations (V.48), (V.49), (V.50), (V.51) et (V.52) représentent un système d'équations différentielles, non linéaires, couplées, dont on choisit d'utiliser la commande (solveur) MATLAB ode45 pour l'intégration.

Dans notre cas, nous supposons que le taux de glissement ne dépend pas du temps. Anderson et al [4] ont présenté une étude analogique et effectué un travail expérimental sur le comportement transitoire d'une boucle en circulation naturelle. Ils ont donné une relation empirique du taux de glissement qui s'écrit comme suit :

$$s = c_1 + (c_2 - c_3 V_0) x \quad (V.57)$$

où :

V_0 est la vitesse superficielle.

C_1 , C_2 et C_3 sont les constantes de l'équation (V.57) pour une pression donnée.

Dans la section (V.5), nous comparons nos résultats numériques avec ceux de Anderson et al [4].

V.5. Résultats et discussion

V.5.1. Evolution du débit massique

Dans cette étude, les résultats numériques obtenus à l'aide de MATLAB sont présentés graphiquement en fonction du temps. Nous considérons le cas où la variation de la puissance de chauffe est oscillatoire sinusoïdale comme l'avaient pris Anderson et al [4] (figure V.3). Nous rappelons que ces chercheurs ont pris la puissance nominale de chauffe égale à 25 kW, avec une amplitude de 1 kW et une période égale à 2 secondes.

Sur la figure. V.4, nous présentons l'évolution temporelle du débit massique à l'entrée de la section d'essai pendant 4 secondes.

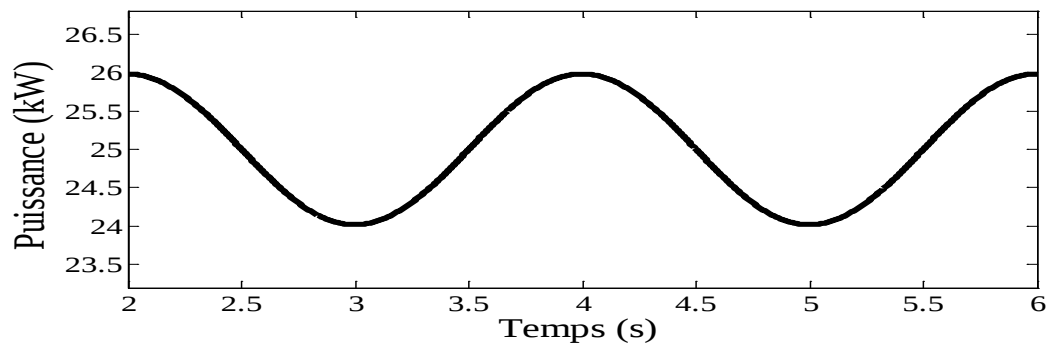


Fig. V.3. Evolution de la puissance de chauffe [4].

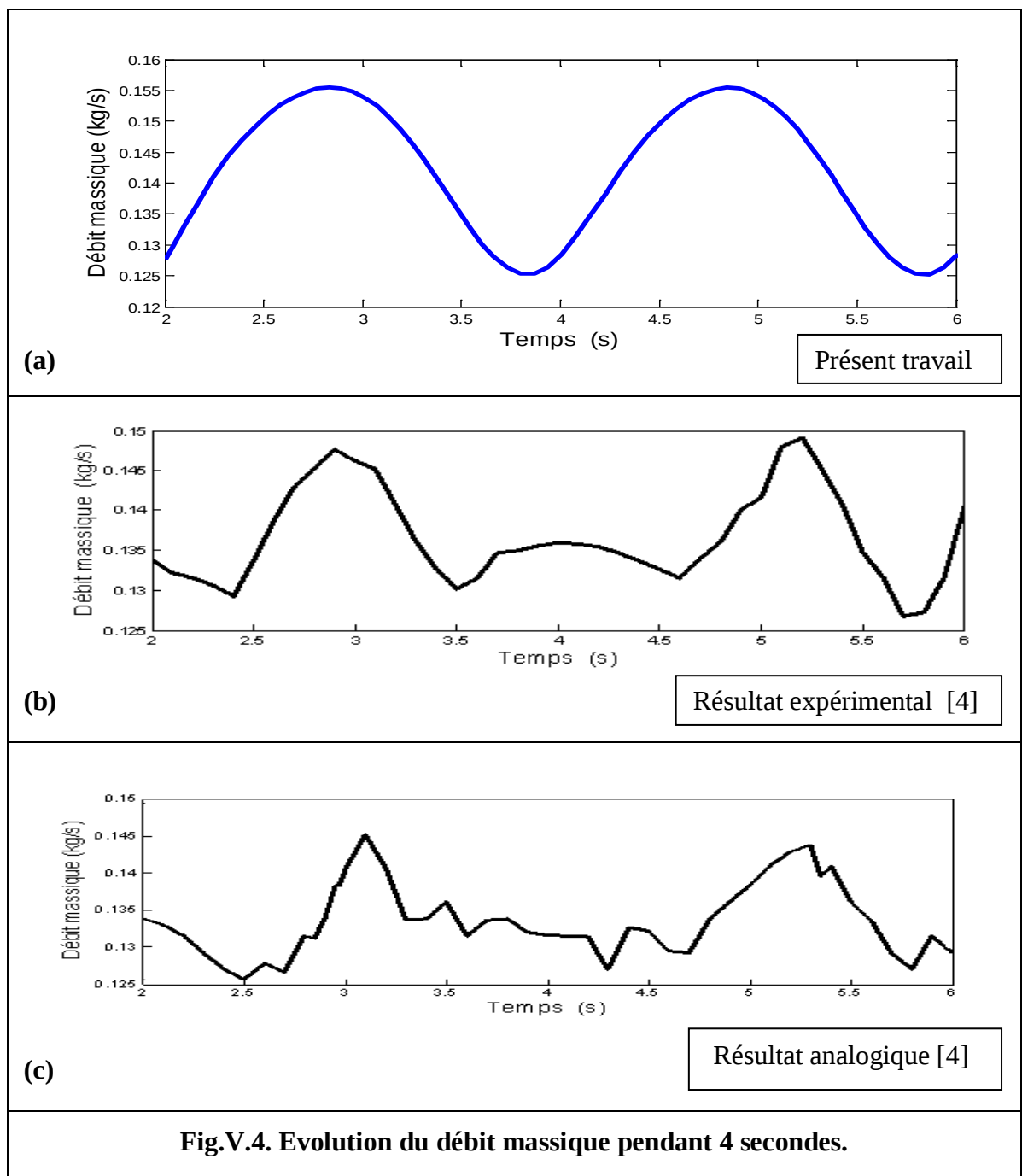


Fig.V.4. Evolution du débit massique pendant 4 secondes.

Nous observons sur la figure (V. 4.a) que le débit massique à l'entrée de la section d'essai a une forme oscillatoire sinusoïdale avec la même période ($T=2\text{sec}$) que celle de la puissance de chauffe. Ensuite, nous constatons, en comparant l'évolution du débit massique présenté dans les figures (V.4.a), (V.4.b) et (V.4.c), que la variation du taux de glissement en fonction de temps influe sur la période et l'amplitude d'oscillation de ce dernier.

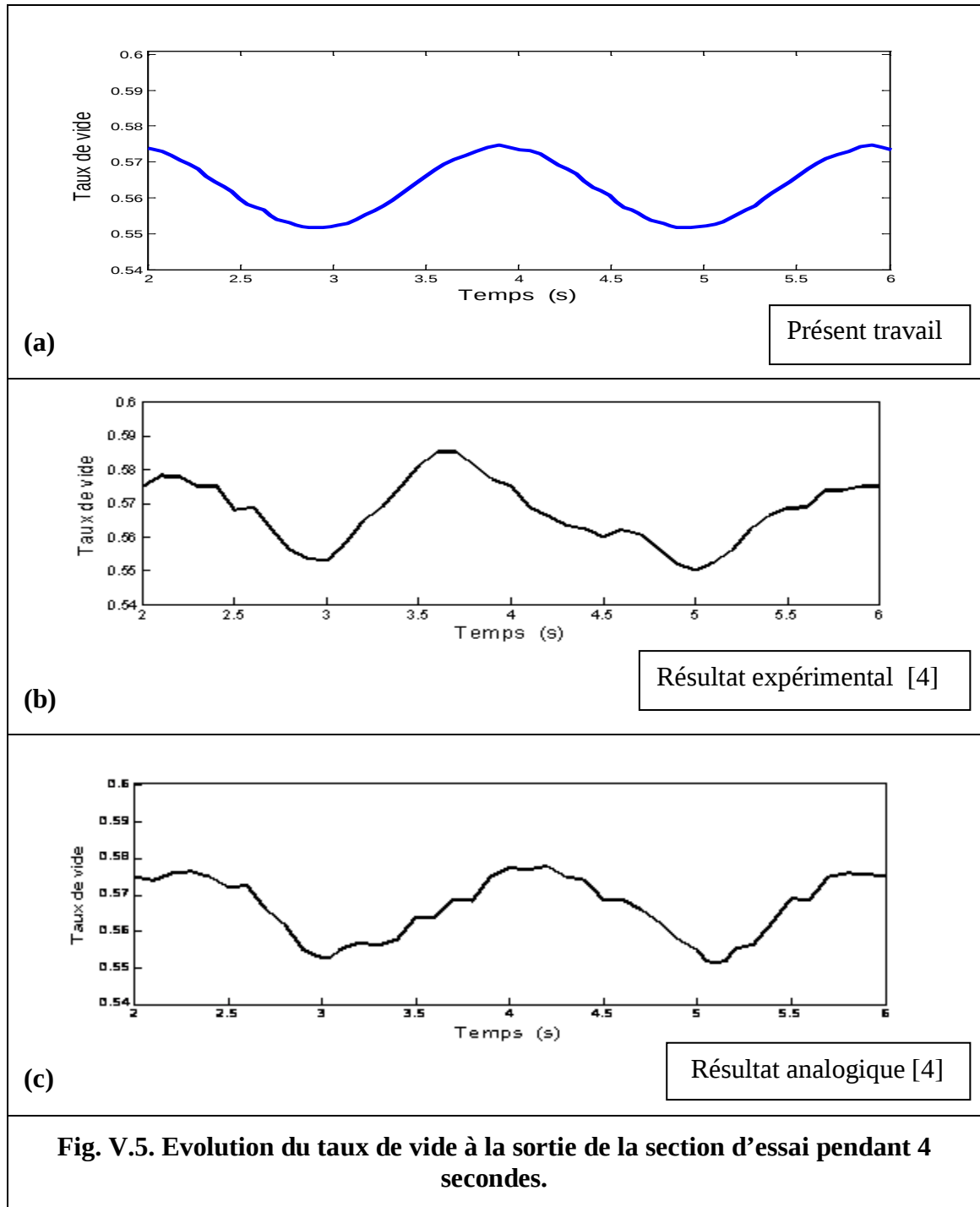
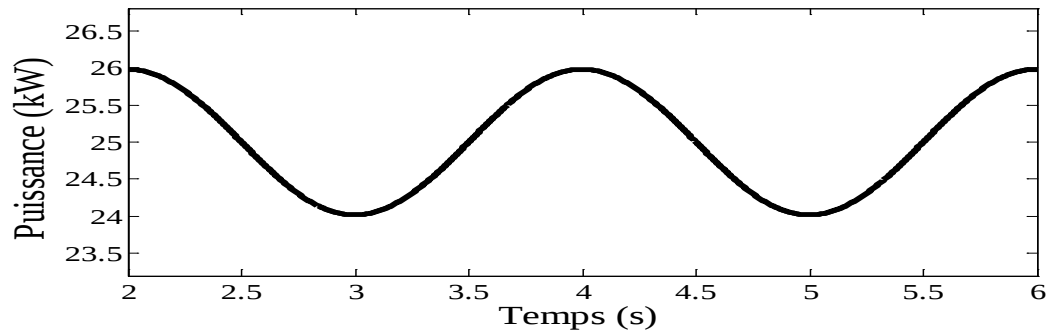
En outre, nous remarquons que l'oscillation du débit massique à l'entrée de la section d'essai est presque en opposition de phase avec celle de la puissance de chauffe.

V.5.2. Evolution du taux de vide

La figure (V.5.a) représente l'évolution du taux de vide à la sortie de la section d'essai pendant 4 secondes.

Sur cette figure, nous observons aussi que le taux de vide à la sortie de la section d'essai a une forme oscillatoire sinusoïdale de même période ($T=2\text{sec}$). Ensuite, nous remarquons, que l'évolution des taux de vide présenté dans les trois figures (V.5.a), (V.5.b) et (V.5.c) ont une allure similaire sur le plan qualitatif. Nous pensons également que la variation du taux de glissement influe sur la période et l'amplitude d'oscillation du taux de vide à la sortie de la section d'essai.

Nous remarquons aussi que l'oscillation du taux de vide à la sortie de la section d'essai est presque en phase avec celle de la puissance de chauffe.



V.5.3. Réponse d'oscillation de la puissance

Le réacteur expérimental à eau bouillante (EBWR) à une pression de 42.3 bars et une puissance de chauffe de 51.960 MWth [23] est caractérisé par une oscillation de la puissance de 5% d'amplitude (oscillation de la réactivité). Pour cela, nous prenons cette puissance sous une forme sinusoïdale. Nous nous intéressons à la réponse de la période d'oscillation de la puissance de chauffe sur l'évolution de l'amplitude d'oscillation de chacun des paramètres de l'écoulement : taux de vide à la sortie de la section d'essai, à la sortie du riser et la vitesse à l'entrée de la section d'essai.

Le tableau.V.1 donne l'amplitude d'oscillation de la vitesse à l'entrée de la section d'essai V_e et du taux de vide à la sortie de la section d'essai α_4 , pour différentes périodes d'oscillation de la puissance.

Période d'oscillation de la puissance de chauffe (s)	Amplitude d'oscillation de la vitesse V_e (m/s)	Amplitude d'oscillation du taux de vide α_4
0.6	0.0827	0.0107
0.8	0.1248	0.0170
1.0	0.1560	0.0242
1.2	0.1755	0.0296
1.5	0.1870	0.0350
1.8	0.1890	0.0375
2.0	0.1889	0.0384
2.1	0.1886	0.0388
2.4	0.1884	0.0393
2.5	0.1882	0.0394
3.0	0.1750	0.0393
4.0	0.1600	0.0389
5.0	0.1449	0.0384

Tableau V.1. Réponse d'oscillation de puissance de 5% d'amplitude.

Sur la figure (V. 6), nous présentons les variations de l'amplitude d'oscillation du taux de vide à la sortie de section d'essai α_4 en fonction de la puissance de chauffe. Cette figure montre que l'amplitude d'oscillation du taux de vide α_4 atteint sa valeur maximale pour une période critique de la puissance de chauffe égale à 2.5 seconde. En effet, on peut dire que les

deux oscillations du taux de vide à la sortie de la cheminée α_1 et celle de la puissance de chauffe sont en quadrature.

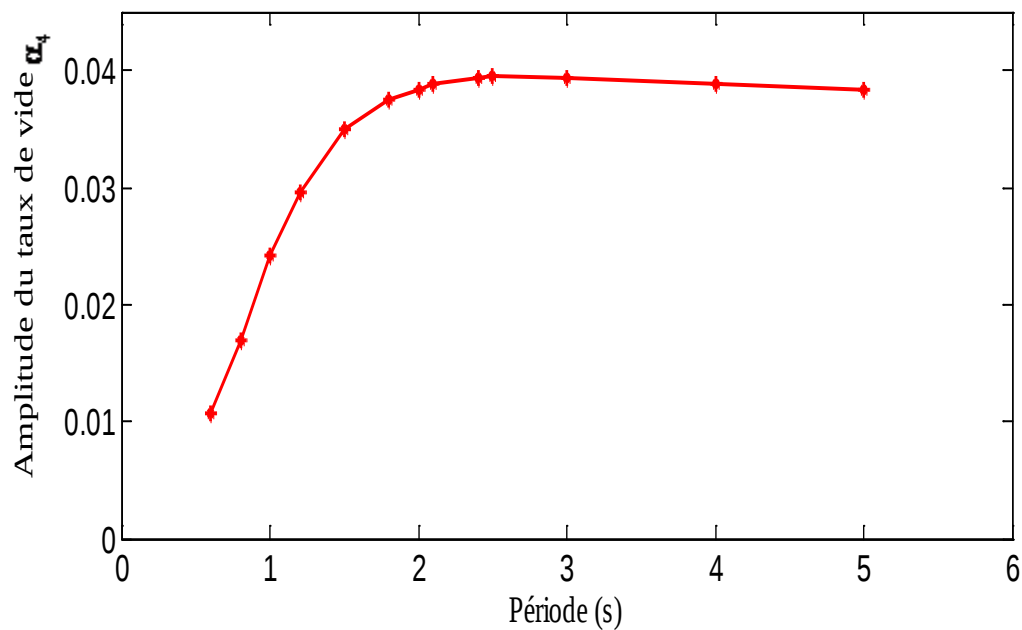


Fig.V. 6. Variations de l'amplitude d'oscillation du taux de vide à la sortie de la section d'essai en fonction de la période d'oscillation de la puissance de chauffe.

La figure (V. 7) représente les variations de l'amplitude de la vitesse du fluide à l'entrée de la section d'essai en fonction de la période d'oscillation de la puissance de chauffe.

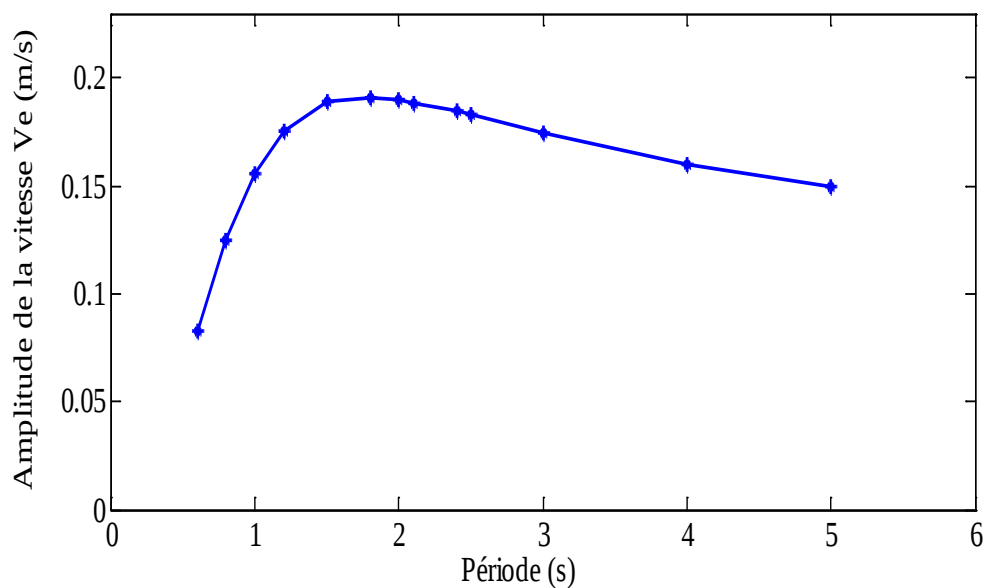


Fig. V.7. Variations de l'amplitude d'oscillation de la vitesse du fluide V_e en fonction de la période d'oscillation de la puissance de chauffe.

Nous observons sur la figure (V. 7) que la valeur maximale de l'amplitude d'oscillation de la vitesse V_e est presque égale à 1.8 seconde.

V.5.3.1. Comparaison

Dans cette section, nous comparons nos résultats numériques avec ceux obtenus par M. McDermott [23].

Nous étudions la réponse de l'influence de la gamme de la période de la puissance de chauffe comprise entre 0.6 et 5 secondes, sur l'amplitude d'oscillation des autres paramètres tels que le taux de vide à la sortie de la section d'essai, à la sortie de la cheminée et la vitesse à l'entrée de la section d'essai. Nous rappelons que la distribution spatiale du flux de chaleur effectuée par McDermott est sinusoïdale (Annexe B), Par contre, nous utilisons une distribution spatiale linéaire.

Sur la figure (V.8), nous présentons les variations de l'amplitude d'oscillations du taux de vide α_4 en fonction de la période de la puissance de chauffe.

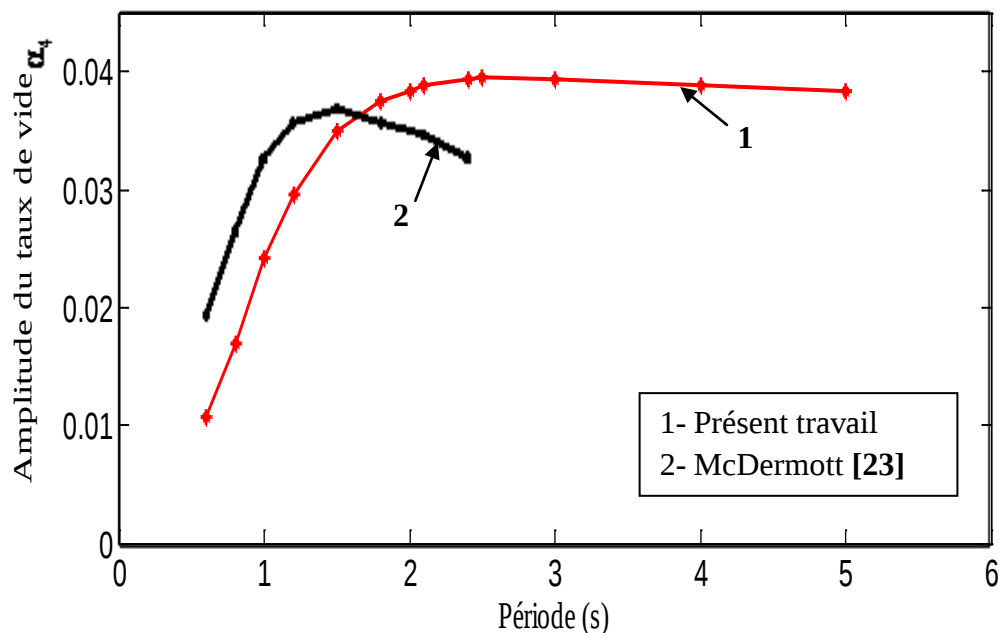


Fig.V. 8. Variations de l'amplitude d'oscillation du taux de vide à la sortie de la section d'essai en fonction de la période d'oscillation de la puissance de chauffe.

Nos résultats montrent que la réponse maximale du taux de vide à la sortie de la section d'essai avec une oscillation de puissance de 5% d'amplitude dans le cœur de l' EBWR est

d'une période critique égale à 2.5 seconde environ. Par contre, McDermott [23] a obtenu 1.5 seconde. A cet effet, nous constatons que les deux courbes de la figure (V.8) sont similaires avec un décalage d'une seconde.

La figure (V.9) représente les variations de l'amplitude d'oscillation de la vitesse du fluide caloporteur à l'entrée de la section d'essai V_e en fonction de la période de la puissance de chauffe.

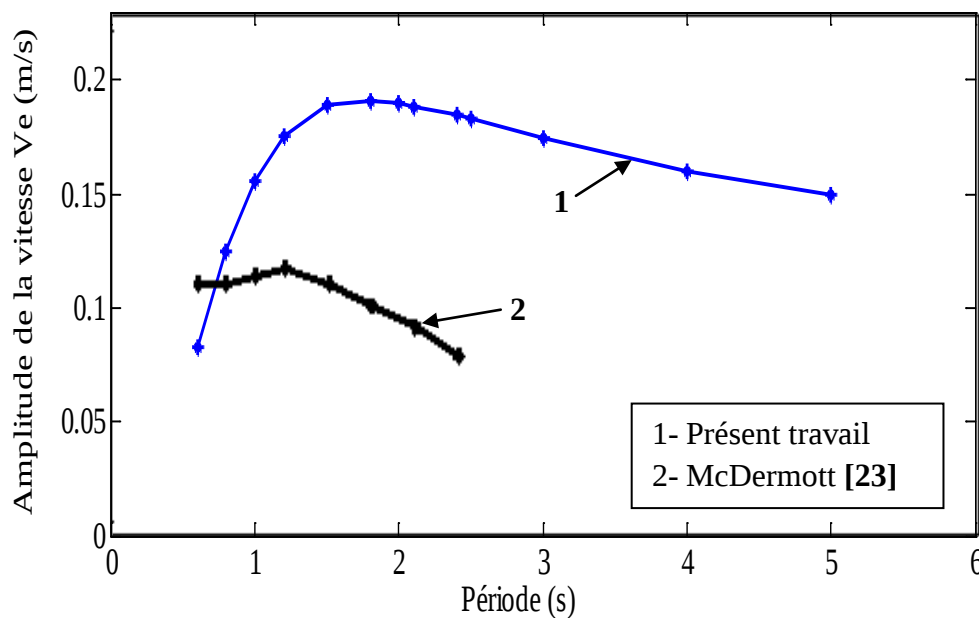
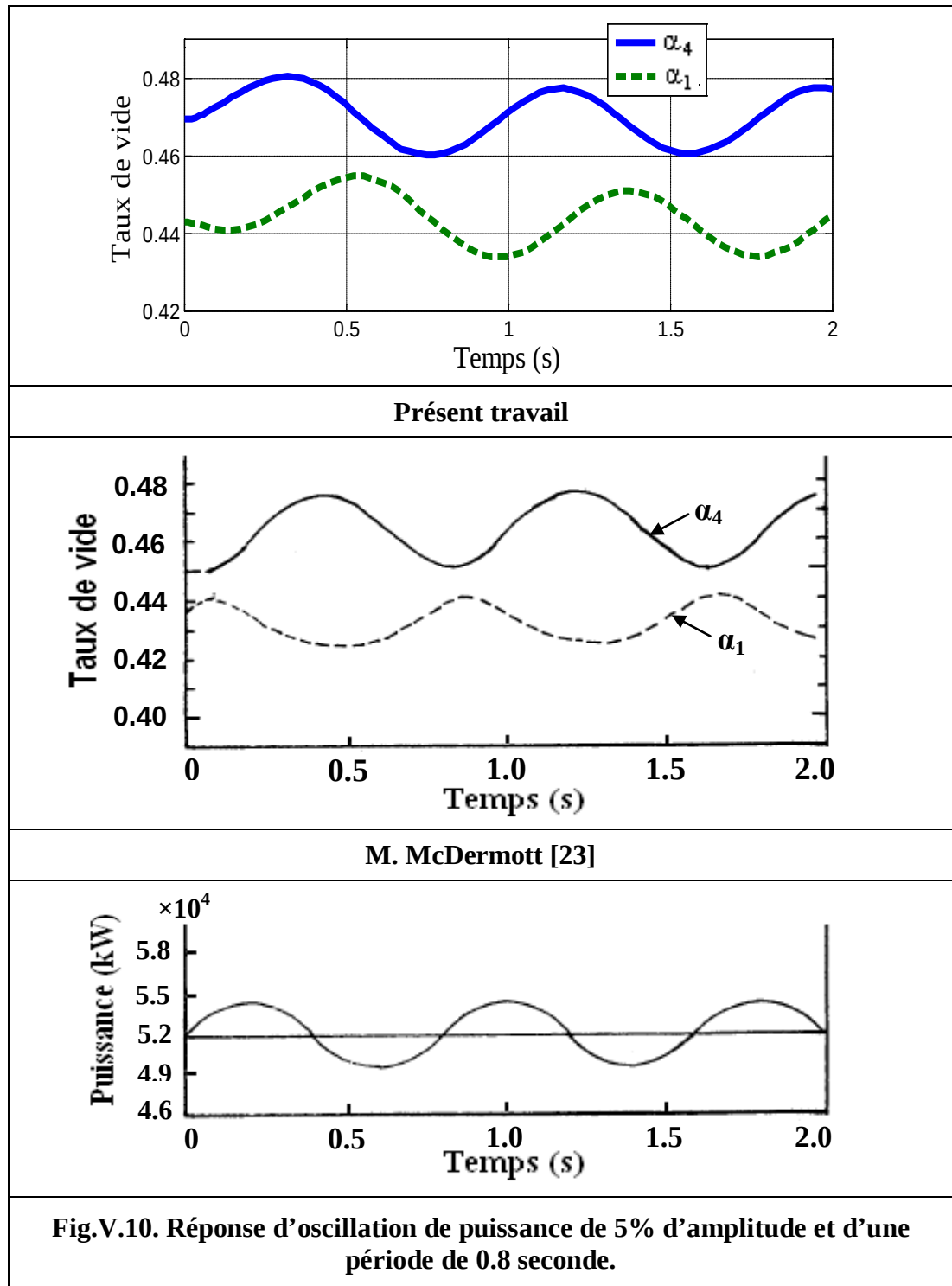


Fig.V. 9. Variations de l'amplitude d'oscillation de la vitesse du fluide à l'entrée de la section d'essai en fonction de la période d'oscillation de la puissance de chauffe.

En outre, pour la même amplitude de la puissance, nous observons sur la figure (V.9), que dans le présent travail l'amplitude d'oscillation de la vitesse du fluide à l'entrée de la section d'essai atteint sa valeur maximale pour une période égale à 1.8 seconde de cette dernière. McDermott a obtenu 1.2 seconde.

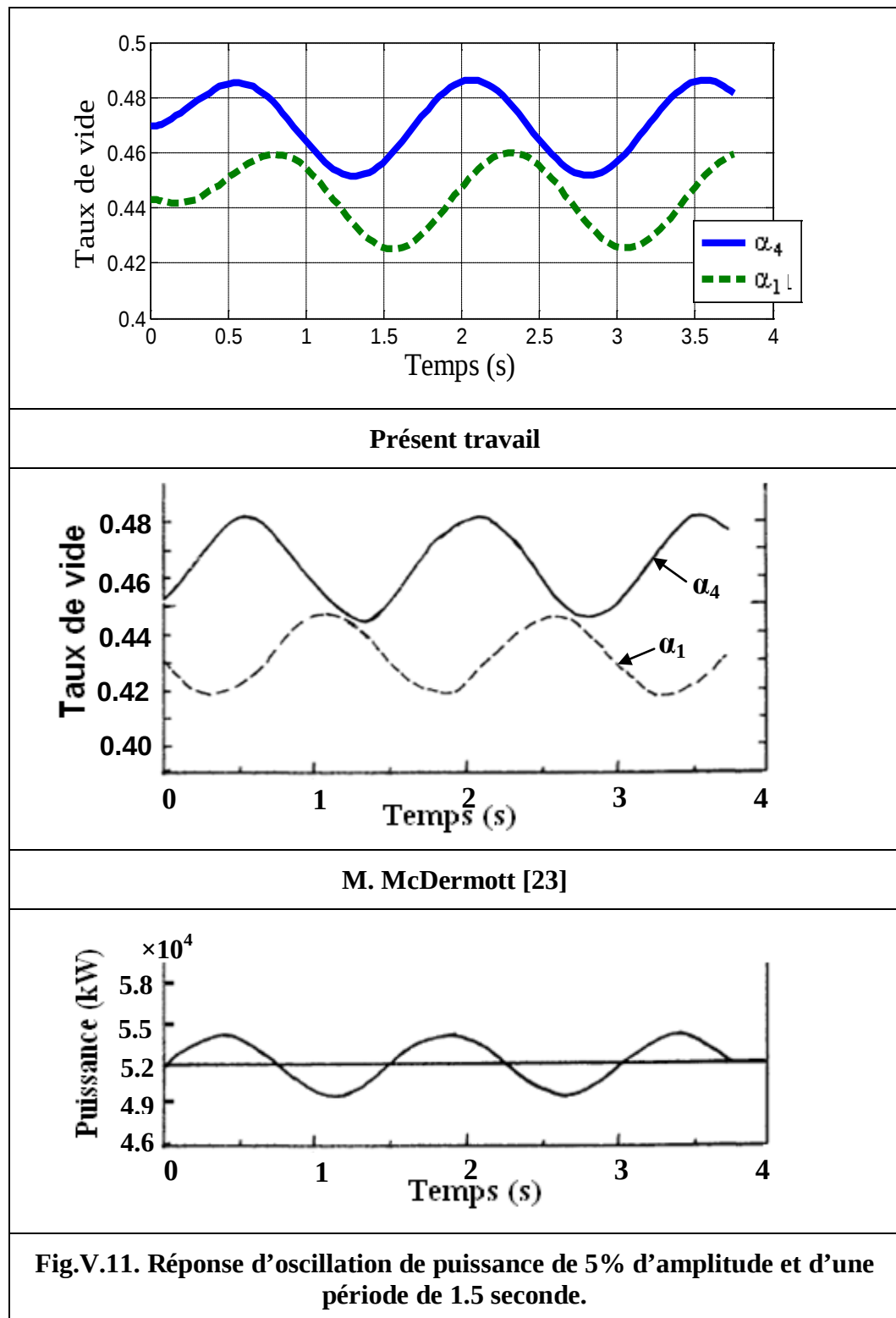
Nous présentons sur la figure (V.10), l'évolution des taux de vide à la sortie de la section d'essai et à la sortie de la cheminée, pour une période de 0.8 seconde d'oscillation de la puissance de chauffe avec une amplitude de 5%. A partir de cette figure, la comparaison de nos résultats numériques avec ceux obtenus par M. McDermott [23], montre que nos résultats, sur le plan qualitatif un grand écart de ceux obtenus par ce dernier.



Nous remarquons sur cette figure que :

- Dans le présent travail : il y a un décalage de temps entre l'oscillation de α_4 et de α_1 de presque 0.2 seconde, c'est-à-dire les deux oscillations sont en quadrature.
- Dans le travail de McDermott : il y a un décalage de temps entre l'oscillation de α_4 et de α_1 de presque 0.4 seconde, c'est-à-dire les deux oscillations sont en opposition de phase.

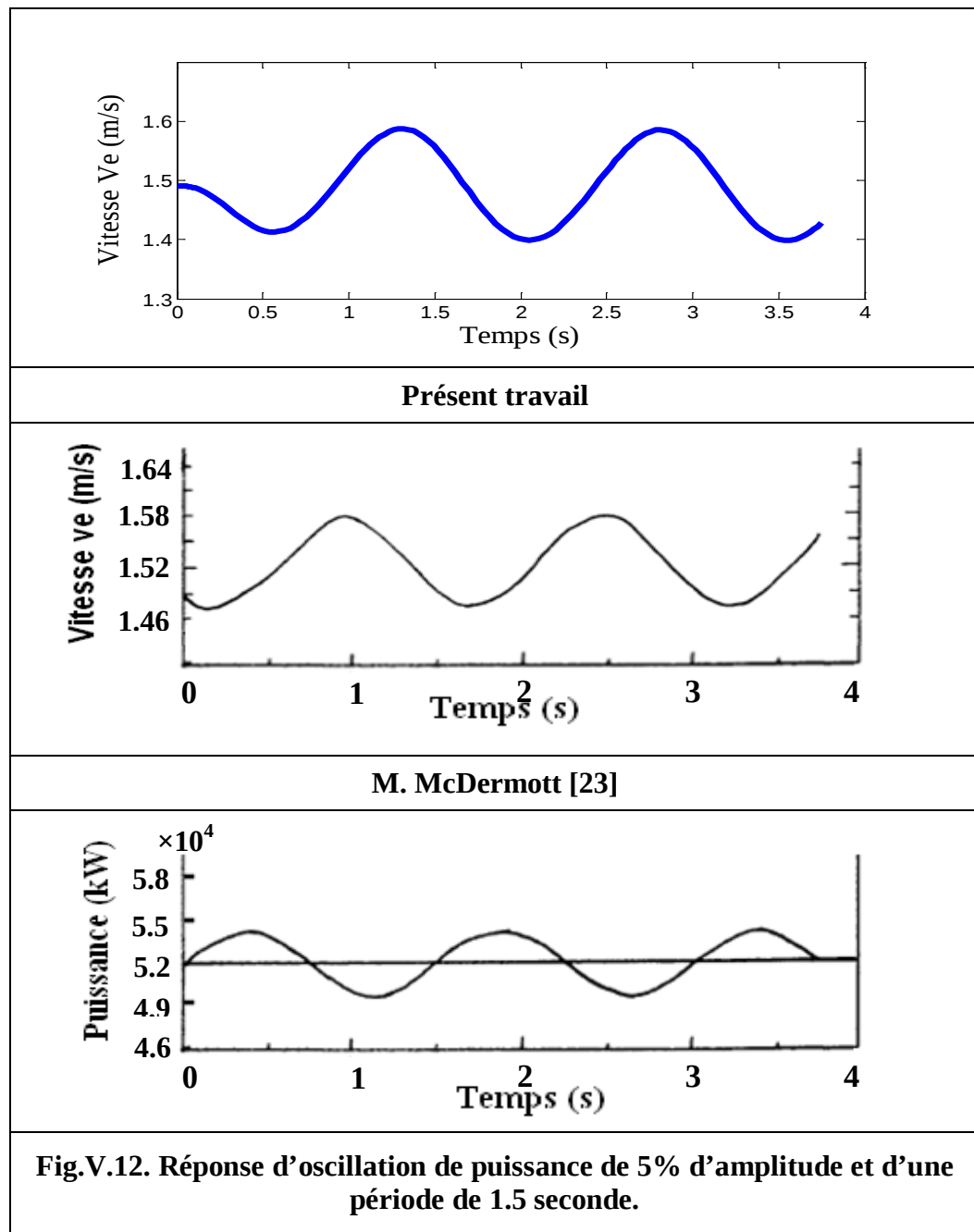
Sur la figure (V.11), nous présentons l'évolution temporelle des taux de vide à la sortie de la section d'essai et à la sortie de la cheminée, pour une période de 1.5 seconde d'oscillation de la puissance de chauffe avec une amplitude de 5%.



Sur la figure précédente, nous remarquons que :

- Dans le présent travail : il y a un décalage de temps entre l'oscillation de α_4 et de α_1 presque 0.3 seconde.
- Dans le travail de McDermott : il y a un décalage de temps entre l'oscillation de α_4 et de α_1 presque 0.25 seconde. En outre, les oscillations de la puissance de chauffe et du taux de vide à la sortie de la cheminée sont en opposition de phase.

Sur la figure (V.12), nous présentons l'évolution de la vitesse du fluide à l'entrée de la section d'essai pour une période de 1.5 seconde de la puissance de chauffe.



A partir de cette figure, la comparaison de celle-ci avec celle obtenue par M. McDermott [23] montre que ces deux courbes de la vitesse du fluide caloporteur à l'entrée de la section d'essai V_e ont la même allure.

V.5.3.2. Influence des paramètres géométriques

V.5.3.2.1. Influence de la longueur de la cheminée (riser)

Sur la figure V.13, nous présentons l'évolution de l'amplitude d'oscillation du taux de vide α_4 , en fonction de la période d'oscillation de la puissance de chauffe, ceci pour différentes valeurs de la longueur de la cheminée. Nous constatons que ce dernier influe considérablement sur l'évolution de l'amplitude des oscillations du taux de vide à la sortie de la section d'essai.

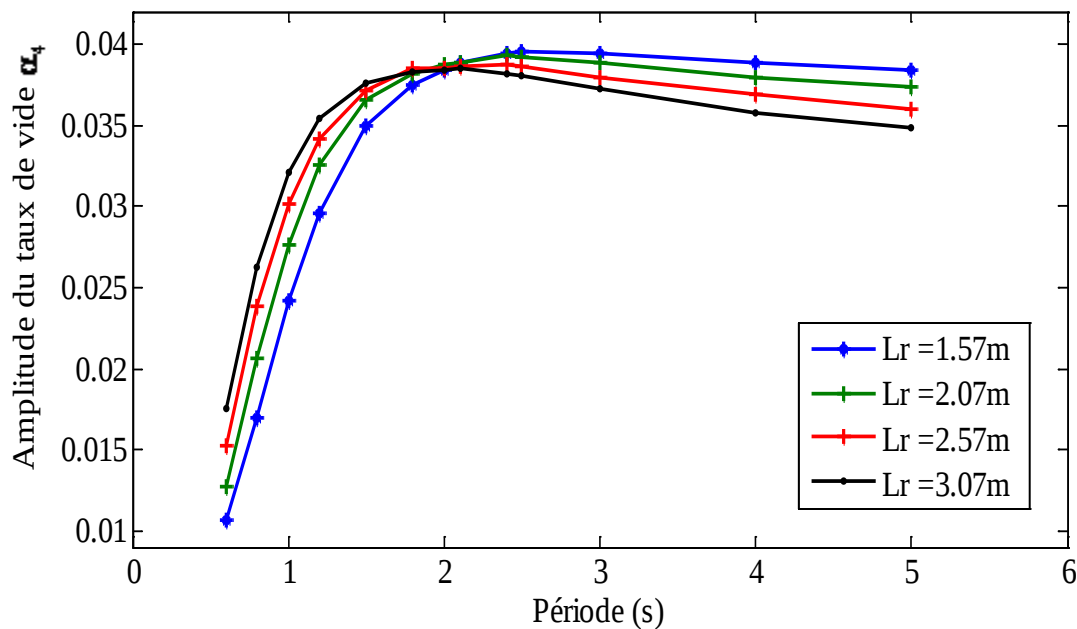


Fig.V.13. Influence de la longueur de la cheminée sur l'évolution de l'amplitude du taux de vide α_4 à la sortie de la section d'essai.

La figure V. 14, montre l'évolution de l'amplitude d'oscillation de la vitesse du fluide à l'entrée de la section d'essai en fonction de la période d'oscillation de la puissance de chauffe, pour différentes valeurs de la longueur de la section d'essai. On remarque que l'amplitude d'oscillation de la vitesse V_e augmente proportionnellement avec la longueur de la cheminée.

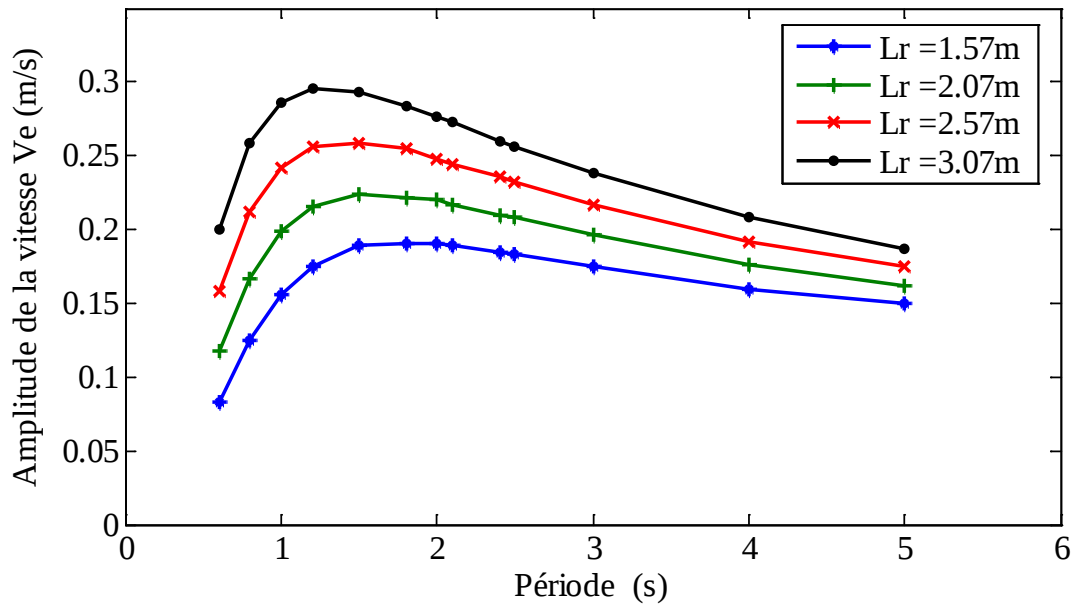


Fig.V. 14. Influence de la longueur de la cheminée sur l'évolution de l'amplitude de la vitesse du fluide à l'entrée de la section d'essai.

V.5.3.2.2. Influence de la longueur de la section d'essai

Nous présentons sur la figure V.15 l'évolution de l'amplitude d'oscillation du taux de vide α_4 en fonction de la période d'oscillation de la puissance de chauffe pour différentes valeurs de la longueur de la section d'essai.

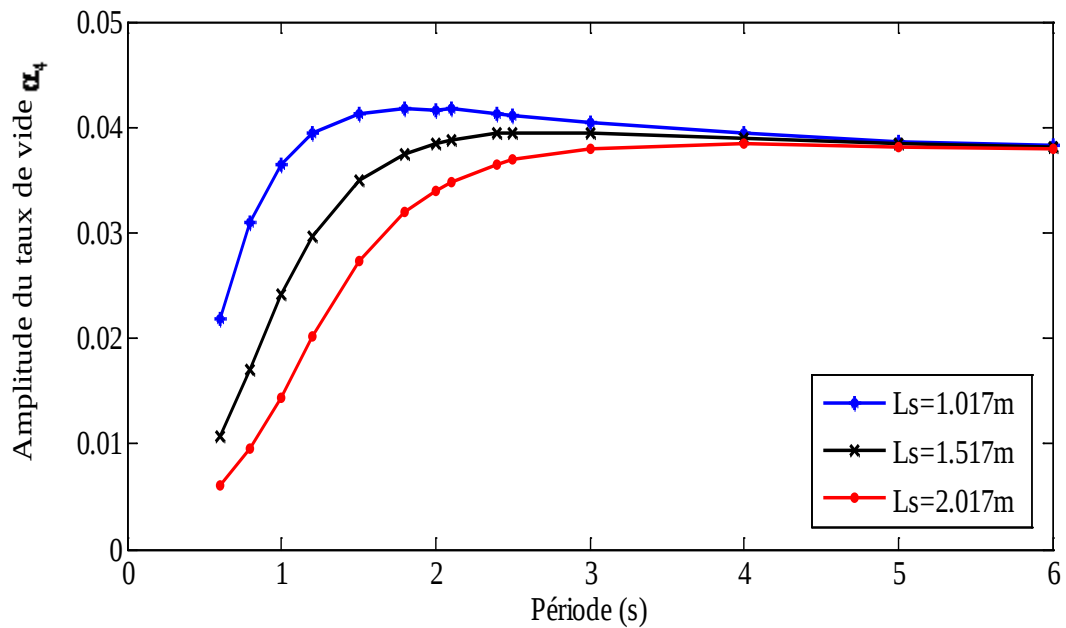


Fig.V. 15. Influence de la longueur de la section d'essai sur l'évolution de l'amplitude du taux de vide α_4 .

La figure précédente montre que la longueur de la section d'essai n'influe pas sur l'amplitude d'oscillation du taux de vide α_4 lorsque la période de la puissance de chauffe est supérieure à 4 secondes.

Sur la figure V.16, nous présentons l'évolution de l'amplitude d'oscillation de la vitesse du fluide V_e à l'entrée de section d'essai en fonction de la période d'oscillation de la puissance de chauffe, pour différentes valeurs de la longueur de la section d'essai. On observe que la longueur de la section d'essai influe sur l'amplitude d'oscillation de cette vitesse.

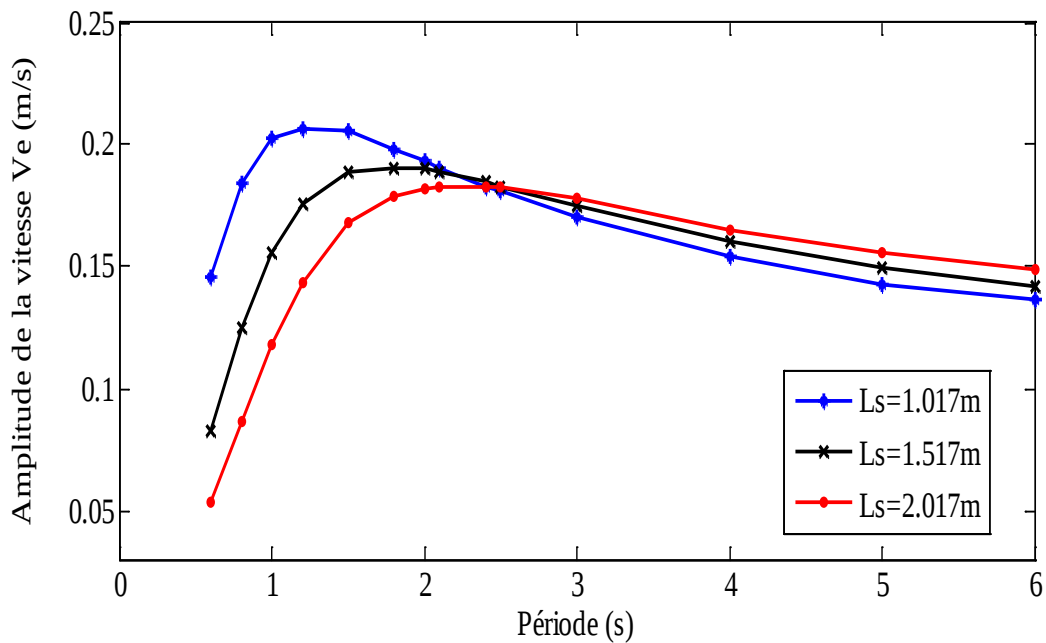


Fig.V. 16. Influence de la longueur de la section d'essai sur l'amplitude de la vitesse du fluide V_e .

V.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle numérique de simulation d'une boucle en circulation naturelle en régime transitoire simulant l'écoulement du fluide caloporteur dans un réacteur à eau bouillante (REB). Nous avons étudié la réponse de la période d'oscillation de la puissance de chauffe sur l'amplitude d'oscillation des autres paramètres de l'écoulement. Le modèle diphasique qui a été choisi est le modèle non homogène. Nous avons observé que nos résultats numériques sont en bon accord avec ceux trouvés dans la littérature. L'analyse transitoire de cette boucle nous conduit aux constatations suivantes :

- ✚ La variation du taux de glissement entre les deux phases en fonctions du temps influe sur la période et sur l'amplitude des oscillations de débit massique à l'entrée de la section d'essai et de taux de vide à l'entrée de la section d'essai.
- ✚ L'amplitude d'oscillation de la vitesse du fluide caloporteur à l'entrée de la section d'essai augmente proportionnellement avec la longueur de la cheminée.
- ✚ L'amplitude d'oscillation du taux de vide à la sortie de la section d'essai atteint sa valeur maximale lorsque les deux oscillations du taux de vide à la sortie de la cheminée et de la puissance de chauffe sont en quadrature.
- ✚ Les paramètres géométriques (longueurs de la cheminée, de la section d'essai) Influencent sur l'évolution de l'amplitude des oscillations du taux de vide à la sortie de la section, et de la vitesse à l'entrée de la section.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la simulation numérique d'un canal bouillant en circulation naturelle. Ce dernier représente l'écoulement du fluide caloporteur dans un réacteur à eau bouillante de nouvelle génération de type (NCBWR). Le comportement de ce type de réacteur est très complexe. Ce réacteur se caractérise par des propriétés hydrauliques, thermiques et neutroniques. En plus, il comporte dans ses composants (le cœur et la cheminée) un écoulement diphasique (les modèles homogène et non homogène). Pour cela, nous avons élaboré deux programmes de calcul numérique à l'aide du langage MATLAB d'une boucle en circulation naturelle en régimes permanent et transitoire.

Dans la première partie de ce travail, nous avons étudié une boucle thermohydraulique en régime permanent. Cette dernière représente le fonctionnement normal d'un réacteur à eau bouillante. Les équations de conservation de la masse, des quantités de mouvement et de l'énergie ont été écrites. Nous avons étudié l'influence des paramètres physiques et géométriques sur l'évolution du débit massique, du taux de vide et d'autres paramètres de l'écoulement en tenant compte de l'augmentation de la puissance de chauffe. Sur le plan qualitatif, on peut dire que nos résultats se rapprochent de ceux de la littérature. Par contre, sur le plan quantitatif ils ne concordent pas. Les résultats de cette partie peuvent être résumés dans ce qui suit :

- ❖ Le débit massique atteint une valeur maximale pour une valeur de la qualité ne dépassant pas $x \leq 10\%$.
- ❖ Le débit massique augmente avec l'augmentation du taux de vide dans la gamme $\alpha \leq 50\%$ pour des faibles valeurs de la qualité $x \leq 6.7\%$. Il diminue avec l'augmentation du taux de vide plus de 50%.
- ❖ La pression de service influe considérablement sur l'évolution du débit massique et du taux de vide.
- ❖ La longueur du riser influe considérablement sur l'évolution du débit massique et du taux de vide.

La deuxième partie a été consacrée à l'analyse transitoire d'une boucle en circulation naturelle. Les équations de conservation de la masse, des quantités de mouvement et de l'énergie en fonction du temps ont été établies. Nous avons utilisé la commande (solveur) MATLAB ode45 pour la résolution du système des équations différentielles non linéaires. Le couplage thermohydraulique et neutronique dans ce type de réacteur nous a conduit à étudier la réponse de la période d'oscillation de la puissance de chauffe sur d'autres paramètres de l'écoulement. Sur le plan qualitatif, nous avons observé que nos résultats numériques concordent de façon satisfaisante avec ceux trouvés dans la littérature. Les résultats obtenus nous ont permis de remarquer que :

- La variation du taux de glissement entre les deux phases en fonction du temps influe sur la période et sur l'amplitude des oscillations de débit massique et de taux de vide.
- L'amplitude d'oscillation du taux de vide à la sortie de la section d'essai atteint sa valeur maximale lorsque les deux oscillations du taux de vide à la sortie de la cheminée et de la puissance de chauffe sont en quadrature.
- Les paramètres géométriques (longueurs de la cheminée, de la section d'essai) influent sur l'évolution de l'amplitude des oscillations du taux de vide à la sortie de la section, et de la vitesse à l'entrée de la section.

Perspectives envisagées

- ✓ *Mener une simulation analogique d'une boucle en circulation naturelle en régime transitoire, en utilisant le **simulink** (MATLAB) pour prédire le comportement dynamique de l'écoulement.*
- ✓ *Effectuer un travail expérimental d'une boucle en circulation naturelle en régime permanent ou transitoire.*
- ✓ *Il serait intéressant de mener une étude d'une boucle en circulation naturelle en régime transitoire pour étudier les oscillations de différents types.*

Le travail effectué devra être complété par un travail expérimental pour une meilleure approche du phénomène et une comparaison directe.

REFERENCES

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] P.A.Lottes "Nuclear Reactor Heat Transfer" ANL-6469 (1961).
- [2] P.A.Lottes, M.Petrick et J.F.Marchaterre ." Lectures Notes en Heat extraction from Boiling Water Power Reactors" ANL-6063 (1959).
- [3] M.M.EL-Wakil " Nuclear Power Engineering ".McGraw-Hill series in Nuclear Engineering (1962).
- [4] R.P. Anderson, L.T.Bryant, J.C.Carter and J.F.Marchaterre " Transient Analysis Of Two Phase Natural Circulation Systems " ANL-6653 (1962).
- [5] A.E. Bergles, et al. " Two-Phase Flow and Heat Transfer in The Power and Process Industries ". Hemisphere Publishing Corporation,(1981).
- [6] J. M. Delhay , " Thermohydraulique des réacteurs ". Institut National Des Sciences et Technique Nucléaire, (2008).
- [7] M.M.EL-Wakil " Power Plant Technology ". McGraw-Hill Book Company, University of Wisconsin, (1984).
- [8] A. Garg , P.S. Sastry , M. Pandey , U.S. Dixit and S.K. Gupta " Numerical simulation and artificial neural network modeling of natural circulation boiling water reactor ". Nuclear Engineering and Design, vol. 237, no. 3, pp. 230–239, India (2007).
- [9] M. Furuya "Experimental and Analytical Modeling of Natural Circulation and Forced Circulation BWRs". Nuclear Engineering Design, 235(15): pp 1557–1569, (2006).
- [10] C.P. Marcel, M. Rohde and T.H.J.J van der Hagen " Fluid-to-fluid modeling of natural circulation loops for stability analysis".Int.J. of Heat and Mass Transfer , pp 565-575, (2007).
- [11] C. P. Marcel "Experimental and numerical stability investigations on natural circulation boiling water reactors". Thèse doctorat, (2007).
- [12] W. Material "boiling water reactor simulator". International Atomic Energy Agency, Vienna, (2005).
- [13] Chi Kao "A Boiling Water Reactor Simulator for Stability Analysis ". Department of Nuclear Engineering, thèse doctorat d'état (1996).
- [14] A.Guyarder, " Réacteur à eau bouillante". Technique d'ingénieur, volume B3130 8, (1979).

- [15] J.George Wills, “ Nuclear Power Plant Technology ”. Mobil Oil Corporation, New York, N.Y, (1967).
- [16] C. Kullberg, Kenneth Jones, and C. Heath “ Operating experience of natural circulation core cooling in boiling water reactors ”. Idaho National Engineering Laboratory Thermal Hydraulic Analysis Programs, Idaho Falls, ID 83415, (1993).
- [17] J.A.Bouré, A.E. Bergles and L.S. Tong “Review of two-phase flow instability”. Nuclear Engineering and Design, Vol.25, 165-192.(1973).
- [18] S. Kakac and B.Bon “A Review of two-phase flow dynamic instabilities in tube boiling systems”. In. J. of Heat and Mass Transfer 51 399–433, (2008).
- [19] G.V. Durga Prasad, M. Pandey and M. S. Kalra “Review of research on flow instabilities in natural circulation boiling systems”. Progress in Nuclear Energy 49 429-451, (2007).
- [20] A.K. Nayak, P. Dubey, D.N. Chavan and P.K. Vijayan “Study on the stability behaviour of two-phase natural circulation systems using a four-equation drift flux model”. Nuclear Engineering and Design 237 ,386–398, (2007).
- [21] A. K. Nayak and P. K. Vijayan “Flow Instabilities in Boiling Two-Phase Natural Circulation Systems : A Review”. Science and Technology of Nuclear Installations, Article ID 573192, 15 pages (2008).
- [22] K. Fukuda and T. Kobori “Classification of two-phase flow stability by density-wave oscillation model,”. Journal of Nuclear Science and Technology, vol. 16, pp. 95–108, (1979).
- [23] M.Arthur McDermott “Flow instability in a naturally circulating boiling water reactor”. Thèse Doctorat, Iowa state university of Science and Technology Ames, Iowa. (1964).
- [24] N. Mesmouse “Modélisation thermohydraulique et simulation numérique d’un canal de combustible des réacteurs nucléaires candu ”. Thèse de maîtrise ès sciences appliquées, Université de Montréal (2004).
- [25] H. Nehmé “Etude de l’ébullition dans un canal rectangulaire, inclinable, de grand diamètre hydraulique ”. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble (1992).
- [26] Laurence Augyron “ Contribution à l’étude des écoulements verticaux d’hélium diphasique ”. Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie (1998).
- [27] V. Allais “ Qualification du Formulaire DARWIN pour les Etudes du Cycle du Combustible pour les Réacteurs à Eau Bouillante ”. Thèse de Doctorat, Université d'Aix-Marseille I (1998).

- [28] Herve. Mutelle “ Modélisation de l’écoulement et de la thermique double phase a l’intérieur d’un droit de générateur de vapeur”. Thèse de Doctorat, Université de Nantes (1997).
- [29] N.M. Rao, Ch. Chandra Sekhar, B. Maiti et P.K. Das “ Steady-state performance of a two-phase natural circulation loop” . International communications of Heat and Mass Transfert,33 1042-1052,(2006).
- [30] Thomas Keith Bentley, “ Oscillatory Behavior in Boiling Water Reactors ”, Master of Engineering Degree in Nuclear Engineering, University of Florida, U.S.A (2004).
- [31] Darrel G.Harden “ Transient behavior of a natural circulation loop operating near the thermodynamic critical point ”. Thèse de Doctorat, Department of Mechanical Engineering , (1963).
- [32] M. Giot,“ Singular Pressure Drops ”; in Thermohydraulics of Two-Phase Systems for Industrial Design and Nuclear Engineering ”. (1981)
- [33] G.V.Durga Prasad, G.Gopa Kishor, Manmohan Pandey, and Uday s.Dixit “ Numerical simulation and design optimization of the PHT loop of natural circulation BWR ” Department of Mechanical Engineering, India, (2008).
- [34] S.Kuran and C.Niyazi Sokmen "Basic Natural circulation Characteristics of SBWR" Department of Nuclear Enginnering Hacettepe University 06532 Beytepe Ankara, TURKEY, (2002).
- [35] R. Van de Graaf, T.H.J.J. Van der Hagen, and R.F. Mudde “ Two-phase flow scaling laws for a simulated BWR assembly ”, Nuclear Engineering and Design 148 455–462, Netherlands (1994).
- [36] K.Garlid, N.A. Amundson, H.S. Isbin, “ A theoretical study of the transient operation and stability of two phase natural circulation loops ”, U.S. Atomic Energy commission Report ANL-6381 (Argonne National Laboratory, Argonne, Illinois),(1961).
- [37] P.K. Vijayan and A.K. Nayak, “ Introduction to Instabilities in Natural Circulation Systems ”, Reactor Engineering Division, Bhabha Atomic Research Centre, India (2004).
- [38] R.C.Noyes, F.Bergonzoli and J.E. Gingrich, “ a non dimensional method for digital computer calculation of steady state temperature, pressure, and void fraction in pipe flow with or without boiling ”, U.S. Atomic Energy Commission Report NAA-SR-5958 (North American Aviation) , California, (1961).
- [39] J.A.Fleck , “ The dynamic behavior of boiling water reactors ”. Journal of Nuclear Energy, Part A: Reactor Science 11: 114-130.(1960).
- [40] J. G. Collier and J. R. Thome, “ Convective Boiling and Condensation ”, Clarendo press, Oxford, (1994).

- [41] L. S. Tong and Y. S. Tang, “ Boiling heat transfer and two-phase flow ”, Taylor & Francis, (1997).
- [42] F.Aloui ,“ Etude des écoulements monophasiques et diphasiques dans les élargissements brusques axisymétrique et bidimensionnel ”, Thèse Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine. France (1994).
- [43] Roger Ouziaux et Jean Perrier ,“ Mécanique des fluides appliquée ” Dunod ,Paris (1998).
- [44] Hsiang.S. Chen, Hasna.j. Khan et U.S. Rohatgi, “ Simulation of SBWR startup transient and stability”. Brookhaven National Laboratory, Upton, New York 11973, (1998)
- [45] Frédéric Bouveret, “ Modélisation des phénomènes physiques spécifiques aux réacteurs à eau bouillante, notamment le couplage neutronique-thermohydraulique” . Thèse Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France (2000).
- [46] M. Lorne Fensin , “ Optimum boiling water reactor fuel design strategies to enhance reactor shutdown by the standby liquid control system ”, Université de Florida, U.S.A (2004).
- [47] N. Rassoul, “ Contribution à l’étude des écoulements diphasiques avec changement de phase : Cas d’un réacteur de recherche en convection forcée ”, Mémoire de Magister. Option : Energétique et Mécanique des Fluides, Université de Bab Ezzouar, Alger (2006).
- [48] H.R jeng, C.Pan “Analysis of Two Phase Flow Characteristics In a Natural Circulation Loop using the Drift Flux model and Taking Flow Pattern Change and Subcooling Into Account”. Annals of Nuclear Energy, 26 pp1227-1251 (1999).
- [49] W.Tao, B.Kung and J. Xu “ Thermal Siphon Instability Mechanism In a Two Phase Natural Circulation Systems ”. Ninth International Conference On Nuclear Thermal hydraulics, October 3-8 (1999).
- [50] H.A.Kuljian ,“ Nuclear Power Plant Design ”.New York, (1963).
- [51] J. M. Delhay, M. Giot et M.L.Riethmuller ,“ Thermohydraulic of Two-Phase Systems for Industrial Design and Nuclear Engineering ”. (1981)
- [52] M. Kabache,“ Contribution à l’étude des écoulements diphasiques en conduite horizontale : Phénomène d’entraînement ”, Thèse de Magister. Option : Energétique et Mécanique des Fluides, Université de l’USTHB, Alger (2001).
- [53] J. M. Delhay,“ Two-Phase Flow Instrumentation ”; in Thermohydraulics of Two-Phase Systems for Industrial Design and Nuclear Engineering,(1981).
- [54] R. Zboray, “ An Experimental and Modeling Study of Natural-Circulation Boiling Water Reactor Dynamics”. Thèse de PHD. Delft University of Technology, Netherlands (2002).

- [55] G.Yadigaroglu “ Two-Phase Flow Instabilities and Propagation Phenomena ”; in Thermohydraulics of Two-Phase Systems for Industrial Design and Nuclear Engineering,(1981).
- [56] C. Kenneth, “ Nuclear Power Plant Systems and Equipment ”.Burns &Roe, Inc (1967).
- [57] K.S.Chen, and Y.R.Chang “ Steady state analysis of two phase natural circulation loop ” Department of Mechanical Engineering, Taiwan,(1987).
- [58] K.Fukuda et T.Kobori, “ Classification of Two Phase Flow Instability by Density Wave Oscillation Model ”, Journal of Nuclear Science and Technology, vol. 16, pp. 95–108, (1979).

ANNEXES

Annexe A :

Démonstration de l'expression de la masse volumique moyenne dans la zone d'ébullition où la répartition du flux de chaleur est uniforme.

Annexe B :

Démonstration de la relation de la masse volumique moyenne dans la zone d'ébullition où la répartition du flux de chaleur est sinusoïdale.

Annexe C :

Présentation du programme numérique d'une boucle thermohydraulique en circulation naturelle sous conditions normales élaborés à l'aide du langage **MATLAB**.

Annexe D :

Présentation du programme numérique d'une boucle en circulation naturelle sous conditions transitoires élaborés à l'aide du langage **MATLAB**.

Annexe A

Démonstration de l'expression de la masse volumique moyenne

La masse volumique moyenne $\bar{\rho}_b$ d'un écoulement diphasique dans une conduite en zone d'ébullition sur la longueur z est définie par la relation suivante [3]:

$$\bar{\rho}_b = \frac{1}{L_b} \int_{z_1}^{z_2} \rho_b(z) dz \quad (A.1)$$

Nous avons :

$$\rho_b(z) = (1 - \alpha(z))\rho_l + \alpha(z)\rho_v \quad (A.2)$$

Ou encore :

$$\rho_b(z) = \rho_l - (\rho_l - \rho_v)\alpha(z) \quad (A.3)$$

Où ρ_l et ρ_v sont les masses volumiques des phases liquide et vapeur respectivement.

En remplaçant l'équation (A.3) dans l'équation (A.1), cette dernière devient :

$$\bar{\rho}_b = \frac{1}{L_b} \int_{z_1}^{z_2} [\rho_l - (\rho_l - \rho_v)\alpha(z)] dz \quad (A.4)$$

Où :

$$\bar{\rho}_b = \frac{1}{L_b} \int_{z_1}^{z_2} \rho_l dz - \frac{1}{L_b} \int_{z_1}^{z_2} (\rho_l - \rho_v)\alpha(z) dz \quad (A.5)$$

Alors :

$$\bar{\rho}_b = \rho_l - \frac{\rho_l - \rho_v}{L_b} \int_{z_1}^{z_2} \alpha(z) dz \quad (A.6)$$

Avec : $z_2 - z_1 = L_b$

La relation du taux de vide s'écrit :

$$\alpha(z) = \frac{x(z)\rho_l}{x(z)\rho_l + (1 - x(z))\rho_v} \quad (A.7)$$

Après réarrangement, la relation du taux de vide devient :

$$\alpha(z) = \frac{x(z)}{\psi + (1 - \psi)x(z)} \quad (\text{A.8})$$

Où :

$$\psi = \left(\frac{\rho_v}{\rho_l} \right) \cdot S$$

En remplaçant l'équation (A.8) dans l'équation (A.6), nous obtenons :

$$\bar{\rho}_b = \rho_l - \frac{\rho_l - \rho_v}{L_b} \int_{z_1}^{z_2} \frac{x(z)}{\psi + (1 - \psi)x(z)} dz \quad (\text{A.9})$$

Nous considérons que la répartition de flux de chaleur le long de la conduite de longueur L_b est linéaire. D'après la figure A.1, nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$z = ax \quad \text{avec } a = \frac{L_b}{x_s}$$

$$\text{Alors : } z = \frac{L_b}{x_s} x \quad \text{ou en différentielle s'écrit : } dz = \frac{L_b}{x_s} dx$$

Où :

x_s est la qualité à la sortie de la conduite chauffée.

L_b est la longueur de la zone d'ébullition.

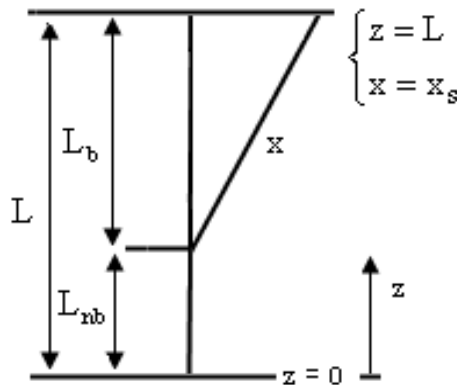


Figure A.1. Schéma du flux de chaleur uniforme.

Par conséquent :

$$\bar{\rho}_b = \rho_1 - \frac{\rho_1 - \rho_v}{L_b} \int_0^{x_s} \frac{L_b}{x_s} \frac{x(z)}{\psi + (1-\psi)x(z)} dx \quad (A.10)$$

Ou :

$$\bar{\rho}_b = \rho_1 - \frac{\rho_1 - \rho_v}{x_s} \int_0^{x_s} \frac{x(z)}{\psi + (1-\psi)x(z)} dx \quad (A.11)$$

Par développement, nous obtenons :

$$\frac{x(z)}{\psi + (1-\psi)x(z)} = \frac{1}{1-\psi} - \frac{\psi}{(1-\psi)^2} \left(\frac{1-\psi}{(1-\psi)x + \psi} \right) \quad (A.12)$$

Après intégration, l'équation (A.11) devient :

$$\bar{\rho}_b = \rho_1 - \frac{\rho_1 - \rho_v}{x_s} \left[\frac{x}{1-\psi} - \frac{\psi}{(1-\psi)^2} \text{Ln}(\psi + (1-\psi)x) \right]_{x=0}^{x=x_s} \quad (A.13)$$

Ou encore :

$$\bar{\rho}_b = \rho_1 - \frac{\rho_1 - \rho_v}{x_s} \left[\frac{x_s}{1-\psi} - \frac{\psi}{(1-\psi)^2} \text{Ln} \left(\frac{\psi + (1-\psi)x_s}{\psi} \right) \right] \quad (A.14)$$

D'après l'équation (A.8), nous avons :

$$x_s = \frac{\psi \alpha_s}{1 - (1-\psi)\alpha_s} \quad (A.15)$$

Finalement, nous obtenons :

$$\bar{\rho}_b = \rho_1 - \frac{\rho_1 - \rho_v}{1-\psi} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\alpha_s(1-\psi)} - 1 \right) \text{Ln} \left(\frac{1}{1 - \alpha_s(1-\psi)} \right) \right\} \quad (A.16)$$

Annexe B

Dans cette annexe, nous présentons la démonstration de la relation de la masse volumique moyenne dans la zone d'ébullition. La répartition du flux de chaleur est sinusoïdale :

$$q'' = q''_{\max} \sin \frac{\pi z}{L} \quad (\text{B.1})$$

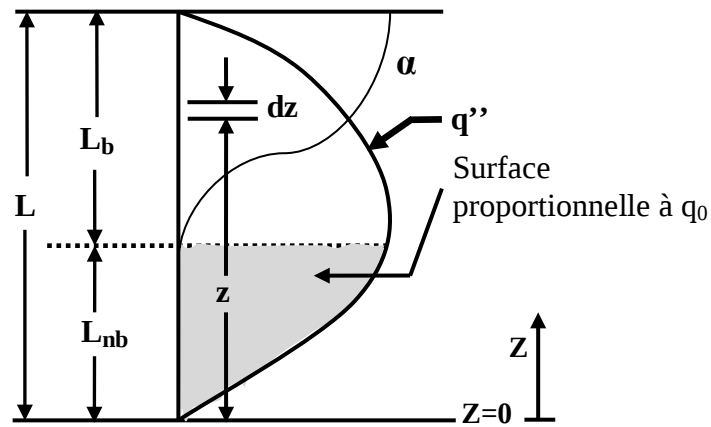


Figure B.1. Schéma du flux de chaleur en cosinus [3].

Où :

q_z est le flux de chaleur sur la longueur z ,

q_t est le flux de chaleur total sur la longueur L .

Nous avons les relations suivantes [3] :

$$q_t = \int_0^L q'' dA = \int_0^L q'' p dz = p q''_{\max} \int_0^L \sin \frac{\pi z}{L} dz = \frac{2 p q''_{\max} L}{\pi} \quad (\text{B.2})$$

et :

$$q_z = \int_0^z q'' dA = \int_0^z q'' p dz = p q''_{\max} \int_0^z \sin \frac{\pi z}{L} dz = \frac{p q''_{\max} L}{\pi} \left(1 - \cos \frac{\pi z}{L} \right) \quad (\text{B.3})$$

Où p est le périmètre de la conduite chauffée.

Ainsi, nous avons [2]:

$$q_z = m_t (c_p \Delta T + x_z h_{lv}) \quad (\text{B.4})$$

et :

$$q_t = m_t (c_p \Delta T + x h_{lv}) \quad (B.5)$$

A partir des équations (B.2), (B.3), (B.4) et (B.5), on obtient :

$$\frac{q_z}{q_t} = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi z}{L} \right) = \frac{c_p \Delta T + x_z h_{lv}}{c_p \Delta T + x h_{lv}} \quad (B.6)$$

Le taux de vide est donné par la relation suivante :

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{\rho_v v_v}{\rho_l v_l} \left(\frac{1}{x_z} - 1 \right)} \quad (B.7)$$

En remplaçant l'équation (B.6) dans l'équation (B.7), on obtient :

$$\alpha = \frac{\left(1 - \frac{c_p \Delta T}{x h_{lv}} \right) - \left(1 + \frac{c_p \Delta T}{x h_{lv}} \right) \cos \frac{\pi z}{L}}{2 \frac{\rho_v v_v}{\rho_l v_l x} + \left(1 - \left(\frac{\rho_v v_v}{\rho_l v_l} \right) \right) \left(\left(1 - \frac{c_p \Delta T}{x h_{lv}} \right) - \left(1 - \frac{\rho_v v_v}{\rho_l v_l} \right) \left(1 + \frac{c_p \Delta T}{x h_{lv}} \right) \cos \frac{\pi z}{L} \right)} \quad (B.8)$$

On remarque que l'équation (B.8), s'écrit sous la forme suivante :

$$\alpha = \frac{a' + b' \cos y}{a + b \cos y} \quad (B.9)$$

La masse volumique moyenne $\bar{\rho}_b$ d'un écoulement diphasique dans une conduite en zone d'ébullition sur la longueur z est définie par la relation suivante [3]:

$$\bar{\rho}_b = \frac{1}{L_b} \int_{z_1}^{z_2} \rho_b(z) dz = \frac{1}{L_b} \int_{z_1}^{z_2} (\rho_l (1 - \alpha) + \rho_v \alpha) dz \quad (B.10)$$

$$\text{Avec : } z_2 - z_1 = L_b$$

Alors on a :

$$\bar{\rho}_b = \frac{1}{L_b} \int_{z_1}^{z_2} (\rho_l (1 - \alpha) + \rho_v \alpha) dz = \rho_l - \frac{(\rho_l - \rho_v)}{L_b} \int_{z_1}^{z_2} \alpha dz \quad (B.11)$$

En utilisant le changement de variable dans cette intégration z par $\frac{z}{L}$, nous obtenons :

$$\frac{\bar{\rho}_b}{\rho_1} = 1 - \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_1}\right) \frac{L}{L_b} \int_{\frac{z_1}{L}}^{\frac{z_2}{L}} \alpha d\left(\frac{z}{L}\right) \quad (\text{B.12})$$

Combinant les équations (B.9) et (B.12), on trouve :

$$\frac{\bar{\rho}_b}{\rho_1} = 1 - \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_1}\right) \frac{L}{L_b} \int_{\frac{z_1}{L}}^{\frac{z_2}{L}} \frac{a' + b' \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right)}{a + b \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right)} d\left(\frac{z}{L}\right) \quad (\text{B.13})$$

Où :

$$a = \left(\frac{2}{\alpha_s}\right) + b$$

$$b = \left(1 - \left(\frac{v_v}{v_l}\right) \left(\frac{\rho_v}{\rho_l}\right)\right) b'$$

$$a' = 2 + b'$$

$$b' = -\frac{q_t}{q_b}$$

Pour un taux de glissement constant et sous une pression constante, la solution de l'équation (B.10) est donnée comme suit [2]:

1) Lorsque : $|a| > |b|$

$$\frac{\bar{\rho}_b}{\rho_1} = 1 - \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_1}\right) \left[\frac{b'}{b} + \frac{a'b - ab'}{b\sqrt{a^2 - b^2}} \left(\frac{L}{L_b}\right) \left(1 - \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - b^2} \tan\left(\frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{L_{nb}}{L}\right)}{a + b}\right) \right] \quad (\text{B.14})$$

2) Lorsque : $|a| < |b|$

$$\frac{\bar{\rho}_b}{\rho_1} = 1 - \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_1}\right) \left[\frac{b'}{b} + \frac{a'b - ab'}{\pi b \sqrt{b^2 - a^2}} \left(\frac{L}{L_b}\right) \ln \left(\frac{\sqrt{b^2 - a^2} \tan(\pi/2) (L_{nb}/L) + a + b}{\sqrt{b^2 - a^2} \tan(\pi/2) (L_{nb}/L) - a - b} \right) \right] \quad (\text{B.15})$$

Annexe C

Programme numérique d'une boucle thermohydraulique
en circulation naturelle sous conditions normales.

```

clc
clear all
close all
format long
% eps=input('La tolerance Epsilon = ');
% maxnit=input('Le nombre maximum d"rterations = ');
% v0 =input('La valeur initiale v0 = ');
eps=1.e-5
maxnit=80
v0 =0.2
%%%%%%%%%%
% Pression de service : p(sat)=11.6 bars %
%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%
%% Paramètres thermodynamiques %
%%%%%%%%%%
rov=66.364;%kg.m-3
rol=1220.16;%kg.m-3
rod=1231.66;%kg.m-3
hl=82.187;%kj/kg
hv=205.488;%kj/kg
hlv=123.30;%kj/kg
h0=79.97;%kj/kg-----entrée(intel) t=45c°
h01=22.2%kj/kg----- feedwater( t=-15.5c°)
% h01=50%kj/kg
%%%%%%%%%%
%% Paramètres géométriques de la boucle %
%%%%%%%%%%
as=0.07317;%m^2
ad=0.1529;%m^2
ar=0.10822;%m^2

```

```

ds=0.3053;%m
dd=0.4414;%m
dr=0.3713;%m
ls=0.45;%m
l89=0.549;%m
% l56=0.1215;%m
% l67=0.2498;%m
l34=0;%m
l12=0.999;%m
%%%%%%%%
g=9.81;%N.kg-1
%%%%%%%%
% Puissance de chauffe %%%
qt=350;%kw
%%%%%%%% Viscosités %%%%%%%%%
ud=0.000234 ;%kg/m.s -----t=45.3;%c°
u6=0.000232 ;%kg/m.s -----t=47.34;%c°
ul=0.000232 ;%kg/m.s
uv=0.000013 ;%kg/m.s
%%%%%%%%
%%%%%%%%
% Ecoulement diphasique est homogène %
%%%%%%%%
% Taux de glissement %%%
s=1;
%%%%%%%%
%%%%%%%%
I = 0;
v6=v0*((rod/rol)*(ad/at));
xs=(qt/(v6*rol*as*(hl-h01+hlv)))
%%%%%%%%
% xs=((qt/(v6*rol*as))-(hl-h0))/(hlv)
% h0=hl-((xs*(hl-h01)))
%%%%%%%%
% Longueurs des deux zones d'ébullition et de non ébullition %%%
%%%%%%%%
l67=lt*((xe*hlv)/((hl-h0)+(xs*hlv)))

```

```

l56=lt*((hl-h0)/((hl-h0)+(xs*hlv)))
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
alfe=(1)/(1+(rov/rol)*(s)*((1/xs)-1))
alfr=(1)/(((1-alfe)/alfe)*((ar/as)^0.2)+1)
% alfr=alfe;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Région (5-6)  %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
ronb=(rol+rod)/(2);
reds1=(rod*v0*dd)/ud;
% fd = 0.079/((reds1)^0.25);
fd =(0.05525/((reds1)^0.237))+0.0008;
vm56=(v0+v6)/2;
umoy56=(u6+ud)/2;
reds2=(rol*v6*dt)/umoy56;
% f56 = 0.079/((reds2)^0.25);
f56 =(0.05525/((reds2)^0.237))+0.0008;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Région (6-7)  %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% % Viscosité du mélange diphasique
um67=(1/((xe/uv)+((1-xs)/ul)))
reds3=(rol*v6*dt)/um67;
% f67 =(0.221/((reds3)^0.237))+0.0032;
f67 =(0.05525/((reds3)^0.237))+0.0008;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Région (8-9)  %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Viscosité du mélange diphasique (riser)
um89=(1/((xs/uv)+((1-xs)/ul)))
reds4=(rol*v6*dr)/um89;
f89 =(0.05525/((reds4)^0.237))+0.0008;
% f89=0.015;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
rml67=(1/3)*(1+(1/(1-alfe))+((1/(1-alfe))^2));
rml89=(1/(1-alfr))^2
r=((1-xs)^2/(1-alfe))*(1/rol)+((xs/(alfe*rov))-(1/rol));

```

$$\text{ronb}=(\text{rol}+\text{rod})/(2)$$

$$\phi = (\rho_v / \rho_l) * s;$$

$$\text{rob} = \text{rol} - (((\text{rol} - \text{rov}) / (1 - \text{phi})) * (1 - (((1 / (\text{alfe} * (1 - \text{phi}))) - 1) * \log(1 / (1 - \text{alfe} * (1 - \text{phi}))))))$$

$$ror = ((alfr * rov) + ((1 - alfr) * rol))$$

[illegible]

Calcul de la somme de Ni

[illegible]

$$n1 = ((rod * fd * l12) / (dd)) * (((as / ad)^2) * ((rol / rod)^2))$$

```
a3=ad+ar;
```

$$n2=(as/ad)^2*((rol)^2/rod)*(k23+(ad/a3)^2-1)$$

```
n3=0;
```

$$n4 = (r_{ol}^2 / r_{od}) * (1 - (a_t / a_d)^2 + k_{45})$$

$$n5 = (2) * (rol^2) * ((1/rol) - (1/rod))$$

$$n6 = ((f56/ds) * (rof^2/ronb)) * 156$$

$$n7=(2)*(rof^2)*r$$

$$n8=((rml67*f67*rof)/(ds))*l67$$

$$b = (((x_s)^2) * (r_{ol}/r_{ov})) * ((a_s/(a_r * a_{fr})) - (1/a_{fe}))$$

$$c=((1-x_s)^2)*((a_s/(a_r*(1-a_{fr})))-(1/(1-a_{fe})));$$

$$n9 = ((2 * rol) * (at / ar)) * ((b) + (c))$$

$$n10=((rml89*f89*rol*l89)/dr)*((as/ar)^2)$$

$$aex = ar + ad$$

$$b_{11} = ((x_s)^2 * (r_{ol}/r_{ov})) * ((a_r/(a_{ex} * a_{lfr})) - (1/a_{lfe}))$$

$$c11=((1-x_s)^2)*((ar/(aex*(1-alfr)))-(1/(1-alfe)));$$

$$n11=((2*rol)*(ar/aex)*((as/ar)^2))*((b11)+(c11))$$

$$n12 = (rol^2 / rod) * (((at/ad)^2) * (1 + k11))$$

$$n=(n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6+n_7+n_8+n_9+n_{10}+n_{11}+n_{12})$$

[illegible]

Calcul de la vitesse de circulation

[illegible]

```
l=(rod-ronb)*156;
```

```
m=(rod-rob)*167;
```

```
q=(rod-ror)*189;
```

$$v7 = (((((as/ad)^2)) * ((rol/rod)^2)) * (2 * g) * ((l) + (m) + (q)))) / (n)$$

$$v_{61} = (v_7)^{0.5}$$

$$v_{01} = v_{61} * ((r_{ol}/r_{od}) * (a_s/a_d))$$

[illegible]

Calcul du débit massique

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
mt=rod*ad*v01
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
err=abs(v01-v0);
fprintf(1, 'I= |v01-v0|= v61= xe= alfe= alfr= reds2= mt= ror= rob= \n');
fprintf(1, '%3d %6.2f %16.8f %16.8f %16.8f\n', I, abs(v01-v0), v61, xe, alfe, mt);
while I <= maxnit
    if err < eps
        sol=[v01 v61 xe alfe reds2 mt ror rob]
        fprintf(1, '\nSolution sol = %12.8f\n', sol);
        fprintf(1, 'Nombre d"iterations = %d\n', I);
        fprintf(1, 'Tolerance = %14.8e\n', eps);
    else
        I = I+1;
        v0=v01;
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        v61=v01*((rod/rol)*(ad/at))
        xe=(qt/(v61*rol*at*(hl-h01+hlv)))
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % xe1=(hf-h0)/(hf-h01)
        % h0=hf-((xe*(hf-h01))....
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        % xe=((qt/(v61*rol*at))-(hf-h0))/(hfg)
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        %%% Longueur de non ébullition %%%
        l67=ls*((xs*hlv)/((hl-h0)+(xs*hlv)));
        l56=ls*((hl-h0)/((hl-h0)+(xs*hfg)));
        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        alfe=(1)/(1+(rov/rol)*(s)*((1/xs)-1))
        alfr=(1)/(((1-alfe)/alfe)*((ar/at)^0.2)+1)
        % alfr=alfe;
        ronb=(rol+rod)/(2);
        reds1=(rod*v0*dd)/ud ;
        % fd = 0.079/((reds1)^0.25);
        fd =(0.05525/((reds1)^0.237))+0.0008 ;
        vm56=(v0+v61)/2;

```

```

umoy56=(u6+ud)/2;
reds2=(rol*v61*dt)/umoy56 ;
% f56 = 0.079/((reds2)^0.25);
f56 =(0.05525/((reds2)^0.237))+0.0008 ;
% la viscosité du melange coeur
um67=(1/((xs/uv)+((1-xs)/ul))) ;
reds3=(rol*v61*dt)/um67 ;
% f67 =(0.221/((reds3)^0.237))+0.0032;
f67 =(0.05525/((reds3)^0.237))+0.0008 ;
% la viscosité du melange de riser
um89=(1/((xs/uv)+((1-xs)/ul))) ;
reds4=(rol*v61*dr)/um89 ;
f89 =(0.05525/((reds4)^0.237))+0.0008 ;
% f89=0.015;
rml67=(1/3)*(1+(1/(1-alfe))+((1/(1-alfe))^2)) ;
rml89=(1/(1-alfr))^2 ;
r=((1-xs)^2/(1-alfe))*(1/rof)+((xs/(alfe*rov))-(1/rol));
ronb=(rol+rod)/(2);
phi=(rov/rol)*s;
rob=rol-(((rol-rov)/(1-phi))*(1-(((1/(alfe*(1-phi)))-1)*log(1/(1-alfe*(1-phi)))))) ;
ror=((alfr*rov)+((1-alfr)*rol));
n1=((rod*fd*l12)/(dd))*(((at/ad)^2)*((rol/rod)^2)) ;
a3=ad+ar;
n2=(as/ad)^2*((rol)^2/rod)*(k23+(ad/a3)^2-1) ;
n3=0;
n4=(rol^2/rod)*(1-(as/ad)^2+k45) ;
n5=(2)*(rol^2)*((1/rol)-(1/rod)) ;
n6=((f56/ds)*(rol^2/ronb))*l56 ;
n7=(2)*(rol^2)*r ;
n8=((rml67*f67*rol)/(ds))*l67 ;
b=((xs)^2*(rol/rov))*((as/(ar*alfr))-(1/alfe)) ;
c=((1-xs)^2)*((as/(ar*(1-alfr)))-(1/(1-alfe)));
n9=((2*rol)*(as/ar))*((b)+(c)) ;
n10=((rml89*f89*rol*l89)/dr)*((as/ar)^2) ;
aex=ar+ad ;
b11=((xs)^2*(rol/rog))*((ar/(aex*alfr))-(1/alfe)) ;
c11=((1-xs)^2)*((ar/(aex*(1-alfr)))-(1/(1-alfe)));

```

```

n11=((2*rol)*(ar/aex)*((as/ar)^2))*((b11)+(c11)) ;
% K11=0.25;
n12=(rol^2/rod)*(((as/ad)^2)*(1+k11)) ;
n=(n1+n2+n3+n4+n5+n6+n7+n8+n9+n10+n11+n12) ;
l=(rod-ronb)*l56;
m=(rod-rob)*l67;
q=(rod-ror)*l89;
v7((((at/ad)^2))*((rol/rod)^2))*(2*g)*((l)+(m)+(q))/(n) ;
v61=(v7)^(0.5)
v01=v61*((rol/rod)*(as/ad))
% Débit massique %%%%%%%%%%%%%%
mt=rod*ad*v01
mt1=rol*at*v61;
% le flux de chaleur (kw/m)%%%%%%%%%%%%%
qhu1=(mt*xs*hlv)/(l67);
% qhu2=(mt*(hf-h0))/(l56) ??????????
qhu3=(qt/l5);
% Flux de chaleur (kw/m^2)%%%%%%%%%%%%%
% qhux1=(mt*xe*hf)/(at)
% qhux2=(mt*(hf-h0))/(at)
% Flux massique %%% ( kg/s.m2)
G=(mt/as);
LB=ls*((xs*hlv)/((hl-h0)+(xe*hlv)));
L0=ls*((hl-h0)/((hl-h0)+(xs*hlv)));
LT=LB+L0;
%%%%%%%%%%%%%
fprintf(1,' I= |v01-v0|= v61= xs= alfe= alfr= reds2= mt= ror= rob=\n');
fprintf(1,'%3d %6.2f %16.8f %16.8f %16.8f\n',I,abs(v01-v0),v61,xe,alfe,mt,ror,rob);
end
end

```

Annexe D

Programme numérique d'une boucle en circulation
naturelle sous conditions transitoires

```

clc
clear all
close all
format long
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Fonction rigidode
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
tspan = [0 50];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Pression de service : Psat= 42.3 bars %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Conditions initiales %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
y0 = [ 534.85; 381.12; 0.3319; 0.0208; 0.2911; 0.521];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% solve the problem using ODE45
figure;
% ode45(@f,tspan, y0 )
[t,y]=ode45(@f,tspan, y0);
plot(t,y(:,6))
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
xlabel('time t');
ylabel('solution y');
legend('y_1','y_2','y_3','y_4','y_5','y_6');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% options = odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',[1e-4 1e-4 1e-5]);
% [t,Y] = ode45(@rigid,[0 12],[0 1 1],options);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function dydt = f(t,y)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% **Variables** %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% % mL2=y(5)

% % ro34=y(1)

% % ro41=y(2)

% % mg4=y(4)

% % l23=y(3)

% % alfa4=y(6)

% % alfa1=y(7)

%%%

%% **Paramètres géométriques de la boucle** %%

%%%

at=0.000445;

ar=0.000445;

ad=0.00216457;

%%%

dd=0.0525;

dr=0.0238;

dt=0.0238;

%%%

Lt=0.9144;

L41=1.0668;

Z12=1.9812;

L12=5.081;

%%%

%% **Paramètres thermodynamiques** %%

%%%

hl=1106.20;

h0=139.26;

hlv=1690.39;

hv=2792.17;

%%%

rol=792.67;

rov=21.346;

%%%

%% **Coefficients de frottement** %%

%%%

f12=0.0155;

f23=0.0155;

f34=0.0155;

f41=0.0155;

K12=0.2455;

%%

g=9.81;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

c4=1.6;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% format short %

%%

%%% **Calcul des Constantes Ai (1)** %%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

A1=(L12/ad);

A2=((f12+K12)*L12)/(2*rof*dd*(ad^2));

A3=(rol*g*Z12);

A4=(1/at);

A5=((f23)/(2*rol*dt*(at^2)));

A6=(rol*g);

A7=(1/at);

A8=((f34*rol)/(2*dt*(at^2)));

A9=(g);

A10=((1)/(rov*(at^2)));

A11=((1)/(rol*(at^2)));

A12=((1)/(rol*(at^2)));

A13=(L41/ar);

A14=((f41*rol*L41)/(2*dr*(ar^2)));

A15=(L41*g);

A16=((1)/(rov*(ar^2)));

A17=((1)/(rol*(ar^2)));

A18=((1)/(rov*(ar^2)));

A19=((1)/(rol*(ar^2)));

%%

%%% **Taux de glissement** %%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

s=2.6333;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% **Taux de vide à la sortie de la section d'essai** %%

%%

$$\text{alfa4}=(c4)-((c4/\text{rol})*y(1));$$

%%

%% **Taux de vide à la sortie de la cheminée** %%

%%

$$\text{alfa1}=(2-c4)-((2/\text{rol})*(y(2)))+((c4/\text{rol})*y(1));$$

%%

% **Enthalpie h2 à l'entrée de la section d'essai** %

%%

$$h2=h_f-((y(4)/y(5))*(h_l-h_0));$$

%%

%% **Qualité x4, x1** %%

%%

$$x4=(\text{alfa4}*s*\text{rog})/(((1-\text{alfa4})*\text{rof})+(\text{alfa4}*s*\text{rog}));$$

$$x1=(\text{alfa1}*s*\text{rov})/(((1-\text{alfa1})*\text{rol})+(\text{alfa1}*s*\text{rog}));$$

%%

% **Puissance de chauffe Qt** %

%%

$$Q_t=25+1*\sin(((2*\pi)/2)*t)$$

%%

%% **Débits massiques** %%

%%

$$mL4=((1-x4)/x4)*y(4);$$

$$mg1=y(4)$$

$$mL1=(1/s)*((y(4))*(\text{rol}/\text{rov})*((1-\text{alfa1})/\text{alfa1}));$$

$$m34=0.5*(y(5)+mL4+y(4));$$

$$m41=0.5*(mL4+y(4)+mL1+y(4));$$

%%

%% **Calcul des Constantes Ai (2)** %%

%%

$$A22=(L_t/(a_t*\text{rof}));$$

$$A23=(1/(a_t*\text{rof}));$$

$$A24=(1/a_t);$$

$$A25=(1/(a_r*L41));$$

$$A26=(1/(2*hfg*L_t*\text{rog}*a_t));$$

$$A27=(1/(2*\text{rog}*a_t));$$

$A40 = \text{rof} / (\text{rog} * s);$

%%

%% **Equations** %%

%%

$\text{dmg4} = (A26 * ((Q_t * y(4)) / (\text{alfa4}))) - ((A27 * (y(4)^2)) / ((L_t - y(3)) * (\text{alfa4})));$

$\text{dL23} = ((A22 * (y(5)^2) * (h_f - h_2)) / (Q_t * y(3))) - ((A23) * (y(5)));$

$\text{dro34} = (y(1) / (L_t - y(3))) * (\text{dL23}) + (A24 / (L_t - y(3))) * (y(5) - (mL4 + y(4)));$

$\text{dro41} = A25 * (mL4 + y(4) - mL1 - y(4));$

%-----

$\text{dalfa4} = ((-c4) / \text{rof}) * (\text{dro34});$

$\text{dalfa1} = (c4 / \text{rof}) * (\text{dro34}) - (2 / \text{rof}) * (\text{dro41});$

%-----

% %%%

$\text{alfa41} = 0.5 * (\text{alfa4} + \text{alfa1});$

$R34 = 1.3 * ((1 / (1 - \text{alfa4}))^2);$

$R41 = ((1 / (1 - \text{alfa41}))^2);$

%%

%%

%% Equation y(3) %%%

$A23 = (1 / (\text{at} * \text{rof}));$

$A35 = ((A22 * (h_f - h_2)) / (Q_t * y(3)));$

$c35 = A35 * y(5) - A23;$

%%

%% Equation y(1) %%%

$c11 = c35 * (1 / (L_t - y(3))) * y(5);$

$c14 = (-1) / (\text{at} * x4 * (L_t - y(3)));$

$c15 = 1 / (\text{at} * (L_t - y(3)));$

%%

%% Equation y(4) %%%

$c441 = A26 * Q_t / (\text{alfa4});$

$c442 = A27 * (1 / ((L_t - y(3)) * \text{alfa4}));$

$c44 = c441 - c442 * y(4);$

%% Equation y(2) %%%

$c24 = A25 * ((1 / x4) - (1 / x1));$

%%

%%

%% Bi = f(y(1), y(2), y(3), y(4), y(5)) %%%%%%%%%%

$p2 = A2 * y(5);$
 $B2 = p2 * y(5);$

$p3 = A3;$
 $B3 = p3;$

$p4 = A5 * y(5) * y(5);$
 $B4 = p4 * y(3);$

$p5 = A6;$
 $B5 = p5 * y(3);$

$B611 = (A7/2) * (Lt - y(3)) * A40 * (c4 / (rof * (alfa4^2)));$
 $B76 = B611 * c11 * y(4);$
 $B77 = B611 * c14 * y(4);$
 $B78 = B611 * c15 * y(4);$
 $B61 = B76 * y(1) + B77 * y(4) + B78 * y(5);$

$A41 = ((1 - alfa4) / alfa4) * A40 + 1;$
 $B621 = (A7/2) * (Lt - y(3)) * (A41);$
 $B6211 = B621 * c44;$
 $B62 = B6211 * y(4);$

$B6 = B61 + B62;$

$B71 = A8 * R34 * 0.25 * (Lt - y(3)) / (y(1)^2);$
 $B72 = A8 * R34 * 0.25 * 2 * (Lt - y(3)) / ((y(1)^2) * x4);$
 $B73 = A8 * R34 * 0.25 * (Lt - y(3)) / ((y(1)^2) * (x4^2));$
 $p71 = B71 * y(5);$
 $p72 = B72 * y(4);$
 $p73 = B73 * y(4);$
 $B7 = p71 * y(5) + p72 * y(5) + p73 * y(4);$

$p8 = A9 * (Lt - y(3));$
 $B8 = p8 * y(1);$

$$p9=A10*y(4)/(alfa4);$$

$$B9=p9*y(4);$$

%%%%%%%%%%%% B10 %%%%%%%%%---

$$p10=A11*(1/(1-alfa4))*(((1-x4)/x4)^2)*y(4);$$

$$B10=p10*y(4);$$

%%%%%%%%%%%% B11 %%%%%%%%%---

$$p11=A12*y(5);$$

$$B11=p11*y(5);$$

%%%%%%%%%%%% B12 %%%%%%%%%---

% %-----

$$\% B12=(A13*0.5*(dmL4+dmL1+2*dmg4));$$

%-----

$$A88=A13*0.5;$$

$$B31=A40*(-c4/(rof*(alfa1^2)));$$

$$B32=A40*(2/(rof*(alfa1^2)));$$

$$B33=A40*((1/alfa1)-1);$$

$$B95=A40*(c4/(rof*(alfa4^2)));$$

$$B96=A40*((1/alfa4)-1);$$

%-----

$$B91=B31*c11*y(4);$$

$$B92=(B31*c14*y(4))+(B32*c24*y(4))+(B33*c44);$$

$$B93=B31*c15*y(4);$$

$$B97=B95*c11*y(4);$$

$$B98=B95*c14*y(4)+B96*c44;$$

$$B99=B95*c15*y(4);$$

%-----

$$p121=A88*(B97+B91);$$

$$p122=A88*(B98+B92+2*c44);$$

$$p123=A88*(B93+B99);$$

$$B12=p121*y(1)+p122*y(4)+p123*y(5);$$

%%%%%%%%%%%% B13 %%%%%%%%%---

$$B87=A14*R41*0.25*(1/(y(2)^2))*((1/x4)+(1/x1))^2;$$

$$p13=B87*y(4);$$

$$B13=p13*y(4);$$

%%%%%%%%%%%% B14 %%%%%%%%%---

$$p14=A15;$$

$$B14=p14*y(2);$$

%%%%%%%%%% B15 %%%%%%%%%%---
 $p15=(A16/alfa1)*y(4);$
 $B15=p15*y(4);$
 %%%%%%%%%% B16 %%%%%%%%%%---
 $p16=A17*(1/(1-alfa1))*(((1-x1)/x1)^2)*y(4);$
 $B16=p16*y(4);$
 %%%%%%%%%% B17 %%%%%%%%%%---
 $p17=(A18/alfa4)*y(4);$
 $B17=p17*y(4);$
 %%%%%%%%%% B18 %%%%%%%%%%---
 $p18=A19*(1/(1-alfa4))*(((1-x4)/x4)^2)*y(4);$
 $B18=p18*y(4);$
 %%%%%%%%%% B20 %%%%%%%%%%---
 $B20=A1+(A4*y(3))+(A7*0.5*(Lt-y(3))) ;$
 %%%%%%%%%% B21 %%%%%%%%%%---
 %----- w1 -----%
 $p61=B76;$
 $p62=B77+B6211;$
 $p63=B78;$
 $w11=-p61;$
 $w12=-p4-p5;$
 $w13=-p62;$
 $w14=-p2-p63;$
 $w1=w11*y(1)+w12*y(3)+w13*y(4)+w14*y(5)+p3;$
 %----- w2 -----%
 $w21=-p8;$
 $w22=-p73-p9-p10;$
 $w23=-p71-p72+p11;$
 $w2=w21*y(1)+w22*y(4)+w23*y(5);$
 %----- w3 -----%
 $w31=-p121;$
 $w32=-p14;$
 $w33=-p122-p13;$
 $w34=-p123;$
 $w3=w31*y(1)+w32*y(2)+w33*y(4)+w34*y(5);$
 %----- w4 -----%
 $w41=-p15-p16+p17+p18;$

$$w4=w41*y(4);$$

$$B21=(w1)+(w2)+(w3)+(w4);$$

%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%----- zii -----%%%%%%%%%%%%%%%%

$$z11=w11+w21+w31;$$

$$z22=w32;$$

$$z33=w12;$$

$$z44=w13+w22+w33+w41;$$

$$z55=w14+w23+w34;$$

$$z6=p3;$$

%-----%--%----%-----%%-----%-----%-----%-----%-----%

$$c51=z11/B20;$$

$$c52=z22/B20;$$

$$c53=z33/B20;$$

$$c54=z44/B20;$$

$$c55=z55/B20;$$

$$F5=z6/B20;$$

%%%%%%%%-----%%%%%%%%-----%-----%

$$c61=(-c4/rof)*c11;$$

$$c62=0;$$

$$c63=0;$$

$$c64=(-c4/rof)*c14;$$

$$c65=(-c4/rof)*c15;$$

%%%

%%%%%%%%% **Equations de conservation en régime transitoire** %%%%%%%%%%

%%%

$$dydt = [c11*y(1)+c14*y(4)+c15*y(5)$$

$$c24*y(4)$$

$$c35*y(5)$$

$$c44*y(4)$$

$$(c51)*y(1)+(c52)*y(2)+(c53)*y(3)+(c54)*y(4)+(c55)*y(5)+(F5)$$

$$(c61)*y(1)+(c64)*y(4)+(c65)*y(5)$$

$$(-(2/rof)*(c24*y(4)))+((c4/rof)*(c11*y(1)+c14*y(4)+c15*y(5))))] ;$$

%%%

Conditions initiales (Régime transitoire)

```
clc
clear all
close all
format long
% eps=input('La tolerance Epsilon = ');
% maxnit=input('Le nombre maximum d"rterations = ');
% v0 =input('La valeur initiale v0 = ');
eps=1.e-5
maxnit=100
y5 =0.4595
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%Paramètres géométriques de la boucle
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
at=0.000445;
ar=0.000445;
ad=0.00216457;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
dd=0.0525;
dr=0.0238;
dt=0.0238;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Lt=0.9144;
L41=1.0668;
Z12=1.9812;
L12=5.081;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Paramètres thermodynamiques Psat=42.38 bars
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
hf=1102.42;
h0=139.26;
hfg=1690.39;
hg=2792.17;
```

%%%%%%%%%

rof=792.67;

rog=21.346;

%%%%%%%%%

%% **Coefficients de frottement** %%

%%%%%%%%%

f12=0.0155;

f23=0.0155;

f34=0.0155;

f41=0.0155;

K12=0.2455;

g=9.81;

%%%%%%%%%

c4=1.6;

%%%%%%%%%

format short %

%%%%%%%%%

y1=534.65;

y2=381.12;

y3=0.3319;

y4=0.0209;

%%%%%%%%%

%%%%%%%%% **Calcul des constantes Ai** %%%%%%%%%%

A1=(L12/ad);

A2=((f12+K12)*L12)/(2*rof*dd*(ad^2));

A3=(rof*g*Z12);

A4=(1/at);

A5=((f23)/(2*rof*dt*(at^2)));

A6=(rof*g);

A7=(1/at);

A8=((f34*rof)/(2*dt*(at^2)));

A9=(g);

A10=((1)/(rog*(at^2)));

A11=((1)/(rof*(at^2)));

A12=((1)/(rof*(at^2)));

A13=(L41/ar);

A14=((f41*rof*L41)/(2*dr*(ar^2)));

$$A15=(L41*g);$$

$$A16=((1)/(rog*(ar^2)));$$

$$A17=((1)/(rof*(ar^2)));$$

$$A18=((1)/(rog*(ar^2)));$$

$$A19=((1)/(rof*(ar^2)));$$

%%%

%%% **Boucle numérique 1** %%

%%%

$$I = 0;$$

%%%

$$h2=1033.5$$

$$Qt=y5*Lt*(hf-h2)/(y3)$$

%%%

$$y4=(Qt*(Lt-y3))/(Lt*hf)$$

%%%

%%%

%%%%%%%% **Qualité x4** %%%%%%%%%%

$$x4=y4/y5$$

%%%

%%% **Taux de vide** %%%%%%%%%%

$$alfa4=(c4)-((c4/rof)*y1)$$

$$alfa1=(2-c4)-((2/rof)*(y2))+((c4/rof)*y1)$$

%%%

%%%%%%%%% **Taux de glissement** %%%%%%%%%%

$$s=(rof/rog)*(x4/(1-x4))*((1-alfa4)/(alfa4))$$

%%%

$$alfa41=0.5*(alfa4+alfa1)$$

$$R34=1.3*((1/(1-alfa4))^2)$$

$$R41=((1/(1-alfa41))^2)$$

%%%

% **Equation 05** %%

%%%

$$w3=A3$$

$$w5=A6*y3$$

$$w8=A9*(Lt-y3)*y1$$

$$w14=A15*y2$$

%-----

```

z20=w3-w5-w8-w14
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
w2=A2;
w4=A5*y3;
w7=A8*R34*(Lt-y3)/(y1^2);
w9=A10*(1/alfa4)*(x4^2);
w10=A11*(1/(1-alfa4))*((1-x4)^2);
w11=A12;
w13=A14*R41*(1/y2^2);
w15=A16*(1/alfa1)*x4^2;
w16=A17*(1/(1-alfa1))*(1-x4)^2;
w17=A18*(1/alfa4)*x4^2;
w18=A19*(1/(1-alfa4))*(1-x4)^2;
%%-----
z21=w2+w4+w7+w9+w10-w11+w13+w15+w16-w17-w18
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
y55=(z20/z21)^0.5
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Boucle numérique 2 %%%%%%%%%
err=abs(y55-y5);
% fprintf(1, 'I= |y55-y5|=  x4=  alfa4= \n');
% fprintf(1, '%3d %6.2f %16.8f %16.8f %16.8f\n',I,abs(y55-y5),x4,alfa4);

while I <= maxnit

    if err < eps
        sol=[y55 x4 alfa4 ]
        fprintf(1, '\nSolution  sol = %12.8f\n',sol);
        fprintf(1, 'Nombre d"iterations = %d\n',I);
        fprintf(1, 'Tolerance = %14.8e\n',eps);
    else

        I = I+1;
        y5=y55;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% boucle%%%%%%%%
h2=1033.5
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Equation 03 %%%%%%%%%
Qt=y55*Lt*(hf-h2)/(y3)

```

```

%%%%%%%%%
y4=(Qt*(Lt-y3))/(Lt*hf)
%%%%%%%%%
%%%%%%%%%
h2=hf-((y4/y5)*(hf-h0))
%%%%%%%%% Qualité x4 %%%%%%%%%%
x4=y4/y5
%%%%%%%%% Taux de vide %%%%%%%%%%
alfa4=(c4)-((c4/rof)*y1)
%%%%%%%%%
alfa1=(2-c4)-((2/rof)*(y2))+((c4/rof)*y1)
%%%%%%%%%
%%%%%%%%% Taux de glissement %%%%%%%%%%
s=(rof/rog)*(x4/(1-x4))*((1-alfa4)/(alfa4))
%%%%%%%%%
alfa41=0.5*(alfa4+alfa1);
R34=1.3*((1/(1-alfa4))^2);
R41=((1/(1-alfa41))^2);
% R34=1;
% R41=1;
%%%%%%%%%
% Equation 05 %
%%%%%%%%%
w3=A3;
w5=A6*y3;
w8=A9*(Lt-y3)*y1;
w14=A15*y2;
%-----
z20=w3-w5-w8-w14;
%%%%%%%%%-----%%
w2=A2;
w4=A5*y3;
w7=A8*R34*(Lt-y3)/(y1^2);
w9=A10*(1/alfa4)*(x4^2);
w10=A11*(1/(1-alfa4))*((1-x4)^2);
w11=A12;
w13=A14*R41*(1/y2^2);

```

```

w15=A16*(1/alfa1)*x4^2;
w16=A17*(1/(1-alfa1))*(1-x4)^2;
w17=A18*(1/alfa4)*x4^2;
w18=A19*(1/(1-alfa4))*(1-x4)^2;
%%-----
z21=w2+w4+w7+w9+w10-w11+w13+w15+w16-w17-w18;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
y55=(z20/z21)^0.5
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
vin=(y55/(ad*rof))
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%      fprintf(1, ' I= |y55-y5|=  x4=  alfa4 \n');
%      fprintf(1, '%3d %6.2f %16.8f %16.8f %16.8f\n',I,abs(y55-y5),x4,alfa4);

    end
end

%
```