

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE  
Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés

## THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de **DOCTORAT**

EN : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Par

**TOUAT Nouredine**

Sujet

*Contribution aux Méthodes de Corrélacion  
et Correction des Modèles d'Eléments Finis  
en utilisant les Algorithmes Génétiques*

Soutenu le 23/02/2008, devant le jury composé de :

Taoufik Boukharouba	Professeur	(Président)	USTHB
Said Rechak	Professeur	(Directeur de thèse)	ENP
Nouredine Benseddiq	Professeur	(Examineur)	U. Tours (France)
Abdelkader Nour	Professeur	(Examineur)	U. Boumerdes
Abdelhamid Miloudi	M.C.	(Examineur)	USTHB

Que Monsieur Said RECHAK trouve ici l'expression de mes plus vifs remerciements pour le sujet passionnant qu'il m'a proposé, les nombreuses discussions intéressantes que nous avons eues et la confiance qu'il m'a témoignée.

Je tiens également à remercier :

- Monsieur Mariusz PYRZ pour m'avoir reçu, au cours de plusieurs séjours, dans l'école polytechniques de Lille, consacré son temps précieux pour discuter de différents aspects de mon travail et enfin d'avoir accepté de l'examiner,
- Monsieur Taoufik BOUKHAROUBA qui m'a fait l'honneur de présider le jury,
- Monsieur Noureddine BENSEDDIQ pour m'avoir accueilli dans le laboratoire de mécanique de Lille afin d'y préparer la partie expérimentale de ma thèse de doctorat et enfin d'avoir accepté d'examiner mon travail,
- Monsieur Abdelkader NOUR pour tout le soin qu'il a apporté dans sa charge d'examineur,
- Monsieur Abdelhamid MILOUDI pour avoir pris le temps d'examiner ce travail et avoir participé au jury, et pour les nombreuses discussions enrichissantes que nous avons eues,

Enfin, j'adresse mes remerciements à ma mère et mon épouse pour leur soutien moral dans les moments les plus difficiles, et leur patience pour mes nombreux séjours à l'étranger.

## **Contribution aux Méthodes de Corrélation et Correction des Modèles d'éléments finis en utilisant les Algorithmes Génétiques**

Noureddine TOUAT

(RESUME)

L'identification correcte des matrices de masse et de rigidité des modèles d'éléments finis est une étape importante pour faire des prédictions précises sur le comportement dynamique des structures mécaniques. La vérification expérimentale des modèles analytiques est souvent utilisée comme test pour évaluer le degré de corrélation entre ces modèles et l'expérimental. Par conséquent, la minimisation de l'erreur entre les paramètres dynamiques analytiques et expérimentaux demeure une phase indispensable dans l'amélioration de ces modèles. De plus, l'utilisation des procédures de recalage des modèles initiaux d'éléments finis permet de minimiser cette erreur en considérant le problème de recalage comme un processus d'optimisation.

L'objectif de ce travail est de développer des procédures d'optimisation robustes et pratiques pour identifier les matrices de masse et de rigidité des structures mécaniques. Tous les aspects de la procédure de recalage et des paramètres d'optimisation sont examinés. Les procédures de recalage présentées ci-inclus utilisent des algorithmes de recherche stochastique pour améliorer la corrélation « test-analyse ». Ces procédures sont basées sur la connaissance préalable des matrices analytiques et des données modales expérimentales. En tenant compte de ça, une validation mathématique préalable des algorithmes proposés est nécessaire pour tester leur robustesse. En outre, une validation physique des procédures proposées requiert une bonne configuration des paramètres d'optimisation du problème de recalage, incluant la formulation des fonctions objectifs et des différentes contraintes. A cet effet, deux applications simulées numériquement et trois autres expérimentales sont utilisées pour illustrer l'emploi et tester l'efficacité ainsi que la robustesse des différentes procédures de recalage.

(ABSTRACT)

The correct identification of analytical matrices of the finite element models is important in making accurate predictions of the dynamical behaviour of mechanical structures. Experimental verification of analytical models is often used to evaluate the degree of correlation between analysis and test. Therefore, the minimisation of error between analytical and experimental dynamical parameters becomes an essential stage to make these models more representative of the structure. Additionally, the application of updating procedures to initial finite element models enables the minimisation of this error by considering updating problems as an optimisation process.

The objective of this work is to find robust, practical procedures to identify mass and stiffness matrices of mechanical structures. All aspects of the updating procedure and optimisation parameters are investigated. The updating procedures presented herein use stochastic search algorithms to improve the test-analysis correlation. These procedures are based on prior knowledge of analytical matrices and eigendata. With this in mind, a prior mathematical validation of these algorithms is needed to test the robustness of proposed algorithms. Moreover, physical validation of updating procedures requires a best setting of optimisation parameters of updating problems as well as the formulation of objective functions and constraints. Finally, several examples, including three experimental examples are used to illustrate the use of different procedures and test the efficiency and robustness of these procedures.

# Tables des matières

<b>Liste des figures.....</b>	<b>VI</b>
<b>Liste des Tableaux.....</b>	<b>IV</b>
<b>Nomenclature.....</b>	<b>X</b>
<b>Introduction.....</b>	<b>1</b>
<b>1. Analyse bibliographique et Etat de l'art.....</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction.....	6
1.2 Philosophie de recalage des modèles ( <i>Model Updating</i> ).....	7
1.2.1 Méthode directes.....	8
1.2.2 Méthodes itératives.....	12
1.2.3 Méthodes de recherches stochastiques.....	15
1.3 Techniques de localisation des erreurs.....	17
1.4 Recalage de la matrice d'amortissement.....	20
<b>2. Algorithmes de recherche stochastique.....</b>	<b>23</b>
Introduction .....	24
2.1 Principe d'un algorithme de recherche aléatoire.....	24
2.1.a La perturbation aléatoire.....	24
2.1.b Le critère d'acceptation.....	25
2.1.c Les critères d'arrêt .....	25
2.2 Les algorithmes génétiques.....	25
2.2.1 La création de la population initiale.....	26
2.2.2 L'évaluation des individus.....	27
2.2.3 La création de nouveaux individus.....	27
2.2.3.1 La sélection.....	27
2.2.3.2 Les croisements.....	28
2.2.3.3 Les mutations.....	29
2.2.4 L'insertion des nouveaux individus dans la population.....	29
2.2.5 Réitération du processus.....	30
2.2.6 Détails d'implémentation .....	30
2.3 Algorithmes de la recherche aléatoire accélérée.....	31
2.3.1. Algorithme ARS.....	32
2.3.2. L'algorithme MARS.....	33
2.3.3 L'algorithme IMARS.....	33
2.3.4 Détails d'implémentation.....	34

2.4	Algorithme du recuit simulé.....	35
2.4.1	Détails d'implémentation .....	36
2.5	Evaluation mathématique des algorithmes.....	37
2.5.1	Fonction de Rosenbrock.....	38
2.5.2	Fonction de Hemmelblau. ....	39
2.5.3	Fonction de Griewank.....	39
2.5.4	Fonction de freudenstein-roth.....	40
2.5.5	Fonction Rastrigin.....	41
2.5.6	Configuration des algorithmes.....	42
2.5.7	Résultats.....	43
<b>3.</b>	<b>Algorithme de la force centrifuge.....</b>	<b>46</b>
3.1	Introduction.....	47
3.2	Algorithme de la force centrifuge.....	47
3.2.1	Simulation du processus.....	48
3.2.2	Accélération.....	49
3.2.3	Forces centripète et centrifuge.....	50
3.3	Détails d'implémentation.....	52
3.4	Présentation des algorithmes.....	55
3.5	Evaluation des algorithmes.....	56
<b>4.</b>	<b>Recalage des Modèles dynamiques d'Eléments finis .....</b>	<b>59</b>
	Introduction.....	60
4.1	Domaine Modal.....	61
4.2	Domaine Fréquentiel .....	65
4.3	Limitations des fonctions objectifs.....	66
4.4	Identification de la matrice d'amortissement.....	67
4.5	Procédure de recalage.....	68
<b>5.</b>	<b>Validation Physique de la Procédure de recalage .....</b>	<b>70</b>
	Introduction .....	71
5.1	Exemple 1.....	71
5.2	Exemple 2 .....	81
5.3	Evaluation des fonctions objectifs.....	90
5.4	Evaluation des Algorithmes IMARS et ARFjj1.....	94
<b>6.</b>	<b>Validations expérimentales.....</b>	<b>99</b>
	Introduction .....	100

6.1 Structure poutre.....	100
6.1.1. Configuration expérimentale.....	100
6.1.2. Modèles d'éléments finis .....	102
6.1.3. Résultats du recalage.....	105
6.2 Structure plaque.....	110
6.2.1 Configuration expérimentale.....	110
6.2.2. Modèles d'éléments finis .....	112
6.2.3. Résultats du recalage.....	115
6.3 Structure pont.....	120
6.3.1 Configuration expérimentale.....	120
6.3.2 Modèles d'éléments finis .....	122
6.3.3 Résultats du recalage.....	124
<b>7. Conclusion .....</b>	<b>127</b>
<b>Références Bibliographique.....</b>	<b>129</b>
Annexe 1.....	

# Liste des figures

Figure 2.1 : Croisement chromosomique à un point .....	28
Figure 2.2 : Croisement chromosomique à deux points.....	28
Figure 2.3 : Mutation.....	29
Figure 2.4 : Schéma général d'un AG.....	31
Figure 2.5 : Organigramme du recuit simulé.....	37
Figure 2.6 : Fonction Banana.....	38
Figure 2.7 : Fonction de Hemmelblau.....	39
Figure 2.8 : Fonction de Griewank.....	40
Figure 2.9 : Fonction de Freudenstein-Roth .....	41
Figure 2.10 : Fonction de Rastrigin.....	42
Figure 3.1 : Mécanisme de la force Centrifuge.....	48
Figure 3.2 : Représentation des forces appliquées sur les boules.....	50
Figure 3.3 : L'accélération centripète $a_c$ et la vitesse linéaire $v$ .....	51
Figure 4.1 : Organigramme de la procédure de recalage.....	69
Figure 5.1 : Système masse-ressort-amortisseur.....	71
Figure 5.2 : Fonctions de réponse en fréquence analytiques.....	73
Figure 5.3 : Fonctions de réponse en fréquence expérimentales.....	74
Figure 5.4 : Comparaison des premières FRFs analytique et expérimentale .....	76
Figure 5.5 : FRFs initial, cible et recalée du modèle.....	78
Figure 5.6 : Valeurs du MAC pour l'état initial.....	78
Figure 5.7 : Valeurs du MAC pour l'état intermédiaire.....	79
Figure 5.8 : Valeurs du MAC pour l'état final.....	79
Figure 5.9 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant ARFjj1.....	80
Figure 5.10 : FRFs initiale, cible et recalée obtenues par ARFjj1.....	81
Figure 5.11 : Modèle test appliqué dans la procédure de recalage.....	82
Figure 5.12 : FRFs cible et initiale du modèle test.....	83
Figure 5.13: Paramètres de rigidité recalés utilisant la fonction $\psi_4$ .....	85
Figure 5.14: Paramètres de masse recalés utilisant la fonction $\psi_4$ .....	85
Figure 5.15 : FRFs initiales, cibles et recalées par GA1 utilisant la fonction $\psi_4$ .....	86
Figure 5.16 : FRFs initiales, cibles et recalées par GA2 utilisant la fonction $\psi_4$ .....	86

Figure 5.17 : FRFs initiales, cibles et recalées par MARS utilisant la fonction $\psi_4$ .....	87
Figure 5.18 : Evolution de la fonction objectif $\Psi_4$ au cours d'itérations en utilisant le MARS.....	88
Figure 5.19 : Evolution de la fonction objectif $\Psi_4$ au cours d'itérations en utilisant le AG1 (Nombre d'itération multiplié par 100).....	88
Figure 5.20 : Evolution de la fonction objectif $\Psi_4$ au cours d'itérations en utilisant l'ARS.....	89
Figure 5.21 : Evolution de la fonction objectif $\Psi_4$ au cours d'itérations en utilisant l'AG2 (Nombre d'itération multiplié par 100).....	89
Figure 5.22 : Evolution de la fonction objectif $\Psi_4$ au cours d'itérations en utilisant le SA (Nombre d'itération multiplié par 100*18).....	90
Figure 5.23 : FRFs cibles et recalées par MARS utilisant la fonction $\psi_6$ .....	92
Figure 5.24 : Paramètres de rigidité recalés utilisant $\Psi_4$ et $\Psi_6$ .....	93
Figure 5.25 : Paramètres de masse recalés utilisant $\Psi_4$ et $\Psi_6$ .....	93
Figure 5.26 : Evolution de la fonction objectif $\Psi_4$ au cours d'itérations en utilisant l'IMARS.....	95
Figure 5.27 : FRFs initiale, cible et recalée par IMARS utilisant la fonction $\psi_4$ .....	95
Figure 5.28 : Evolution de la fonction objectif $\Psi_4$ au cours d'itérations en utilisant l'ARFjj1 (Itération x 1000).....	96
Figure 5.29 : FRFs initiale, cible et recalée par ARFjj1 utilisant la fonction $\psi_4$ .....	97
Figure 6.1 : Structure poutre boulonnée et modélisation par éléments .....	101
Figure 6.2 : Configuration expérimentale de la poutre.....	101
Figure 6.3 : Image de la configuration expérimentale (poutre).....	102
Figure 6.4 : Valeur du MAC pour le modèle initial avant recalage (poutre).....	103
Figure 6.5 : FRF et phase expérimentale au 1 <sup>er</sup> point d'impact (poutre).....	104
Figure 6.6 : déformés modales analytiques et expérimentales (poutre).....	104
Figure 6.7 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant GA1 (poutre).....	107
Figure 6.8 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant GA2 (poutre).....	107
Figure 6.9 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant MARS (poutre).....	108
Figure 6.10 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant IMARS (poutre).....	108
Figure 6.11 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant ARFjj1 (poutre).....	109
Figure 6.12 : Modèle expérimental de la plaque .....	110
Figure 6.13 : configuration expérimentale de la plaque.....	111
Figure 6.14 : Modèle d'éléments finis de la plaque.....	112

Figure 6.15 : Valeur du MAC pour le modèle initial avant recalage (plaque).....	113
Figure 6.16 : FRF et phase expérimentale au 4 <sup>ème</sup> point d'impact de la plaque.....	113
Figure 6.17 : FRF et phase expérimentale au 4 <sup>ème</sup> point d'impact de la plaque.....	114
Figure 6.18 : déformés modales expérimentale de la plaque.....	114
Figure 6.19 : déformés modales analytiques de la plaque .....	115
Figure 6.20 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant GA1 (plaque).....	117
Figure 6.21 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant GA2 (plaque).....	117
Figure 6.22 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant MARS (plaque).....	118
Figure 6.23 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant IMARS (plaque).....	118
Figure 6.24 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant ARFjj1 (plaque).....	119
Figure 6.25 : Modèle expérimental de la structure pont.....	120
Figure 6.26 : Configuration expérimentale de la structure pont.....	121
Figure 6.26 : Modèle d'éléments finis de la structure pont .....	122
Figure 6.28 : FRF et phase expérimentale au 5 <sup>ème</sup> point d'impact (pont).....	123
Figure 6.29 : FRF et phase expérimentale au 5 <sup>ème</sup> point d'impact (pont).....	123
Figure 6.30 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant MARS (pont).....	125
Figure 6.31 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant IMARS (pont).....	125

# Liste des Tableaux

Tableau 2.1	
Nombre de résultats acceptés pour 50 exécutions indépendantes.....	44
Tableau 2.2	
Nombre moyen d'itérations pour avoir des résultats satisfaisants (pour 20 exécutions).....	45
Tableau 3.1	
Fonctions de voisinage de la force Centrifuge .....	53
Tableau 3.2	
Cas d'insertion des boules.....	54
Tableau 3.3	
Comparaison entre les cinq algorithmes d'optimisation .....	56
Table 3.4	
Minimums globaux des fonctions mathématiques.....	57
Tableau 3.5	
Nombre moyen d'itérations pour avoir des résultats satisfaisants (pour 20 exécutions).....	58
Tableau 5.1	
Propriétés du modèle initial.....	75
Tableau 5.2	
Résultats de recalage du modèle initial.....	77
Tableau 5.3	
Résultats de recalage du modèle initial pour l'algorithme (ARFjj1).....	80
Tableau 5.4	
Propriétés Modales du modèle test .....	82
Tableau 5.5	
Fréquences naturelles du modèle recalé en utilisant la fonction objectif $\Psi_4$ .....	83
Tableau 5.6	

Diagonale du MAC du modèle recalé en utilisant la fonction objectif $\Psi_4$ .....	84
Tableau 5.7	
Propriétés Modales du modèle recalé en utilisant les fonctions $\Psi_1$ et $\Psi_2$ .....	91
Tableau 5.8	
Propriétés Modales du modèle recalé en utilisant les fonctions $\Psi_2$ et $\Psi_6$ .....	91
Tableau 5.9	
Propriétés Modales du modèle recalé en utilisant IMARS et MARS pour $\Psi_4$ .....	94
Tableau 5.10	
Propriétés Modales du modèle recalé en utilisant ARFjj1 et MARS pour $\Psi_4$ .....	96
Tableau 6.1	
Comparaison des propriétés expérimentales et analytiques du modèle d'FE (poutre)...	103
Tableau 6.2 (a)	
Résultats du recalage en utilisant la fonction objectif $\Psi_4$ (poutre).....	105
Tableau 6.2 (b)	
Résultats du recalage en utilisant la fonction objectif $\Psi_4$ (poutre).....	106
Tableau 6.3	
Comparaison des propriétés expérimentales et analytiques du modèle d'FE (plaque)..	112
Tableau 6.4 (a)	
Résultats du recalage en utilisant la fonction objectif $\Psi_4$ (plaque).....	116
Tableau 6.4 (b)	
Résultats du recalage en utilisant la fonction objectif $\Psi_4$ (plaque).....	116
Tableau 6.5	
Comparaison des propriétés expérimentales et analytiques du modèle d'FE (pont).....	122
Tableau 6.6	
Résultats du recalage en utilisant la fonction objectif $\Psi_4$ (pont).....	124

## Nomenclature

$M$	: Matrice de masse (n*n)
$C$	: Matrice d'amortissement (n*n)
$K$	: Matrice de rigidité (n*n)

$x$	: Déplacement
$\dot{x}$	: Vitesse
$\ddot{x}$	: Accélération
$\lambda_i$	: Valeur propre
$\omega_i$	: Fréquence naturelle
$P_1, P_2$	: Parents
$C_1, C_2$	: Fils
$a_i$	: Composant de l'élément à muter
$a_i'$	: Composant muté
$N_p$	: Taille de la population initiale
$\rho_c$	: Probabilité de croisement
$\rho_m$	: Probabilité de mutation
$N_s$	: Taille de la population sélectionnée
$\Psi_i$	: Fonction objectif
$N_i$	: Taille de l'individu inséré
$D$	: Espace de recherche
$X_i$	: Vecteur aléatoire
$c$	: Facteur de contaction
$\rho$	: Seuil de précision
$r_n$	: rayon de génération
$N_{restart}$	: Nombre de relance
$N_{exp}$	: Nombre d'éléments sélectionnés
$T_0$	: Température initiale
$N_{SA}$	: Nombre d'itérations à un état s
$T$	: Température à un état s
$T_{th}$	: Température de congélation
$M_{SA}$	: Nombre d'itérations de diminution de T
$\delta$	: Facteur de réduction de T
$M_a, K_a$	: matrices analytiques de masse et de rigidité
$\phi^a$	: déformés modales analytiques
$\phi^m$	: déformés modales mesurées
$m$	: nombre de modes mesurés
$M_{ort}$	: Matrice de masse d'auto-orthogonalité
$M_{oc}$	: Matrice de masse d'orthogonalité croisée
$K_{ort}$	: Matrice de rigidité d'auto-orthogonalité

- $K_{oc}$  : Matrice de rigidité d'orthogonalité croisée  
 $W$  : facteur poids  
 $I$  : Matrice identité  
 $\alpha^a$  : FRF analytique  
 $\alpha^m$  : FRF expérimentale  
 $\Omega$  : Matrice diagonale de valeurs propres

### **Abréviations**

- $AG$  : Algorithme génétique  
 $PRS$  : pure random search  
 $ARS$  : Accelerated random search  
 $MARS$  : Modified ARS  
 $IMARS$ : Improved MARS  
 $SA$  : Simulated annealing  
 $MSF$  : Modal scale factor  
 $MAC$  : Modal assurance criterion  
 $FRF$  : fonction de réponse en fréquence

### **Opérateurs**

- $\bar{a}$  : Conjugué du complexe  $a$   
 $a^*$  : Transposé du conjugué de complexe  
 $\Gamma$  : Trace d'une matrice  
 $T$  : transposé d'une matrice  
 $|\cdot|$  : Valeur absolue

## Introduction

---

Le recalage des Modèles d'éléments finis « EF » est devenu une méthode courante très utilisée pour améliorer la corrélation entre les modèles d'éléments finis et les données expérimentales. Cette méthode peut être considérée comme un processus d'optimisation en considérant une fonction objectif qui quantifie la différence entre les données expérimentales et analytiques. Bien définir et configurer les différents paramètres de ce processus d'optimisation est une étape cruciale qui permet de bien contribuer à accélérer la convergence d'un tel processus.

La détermination des paramètres dynamiques (matrices de Masse et de Rigidité) des structures par des procédures de recalage direct demeure, dans la plupart des cas, un objectif raté, puisque les résultats obtenus manquent souvent de sens physique. L'application des procédures de recalage itératives peut apporter un plus à ce processus d'optimisation afin d'aboutir à des résultats physiquement acceptables.

Les procédures itératives utilisant des algorithmes de recherche stochastique sont récemment appliquées dans le but d'apporter un avantage et une contribution dans ce domaine de recherche et ce en adoptant de nouvelles techniques d'optimisation utilisant la recherche aléatoire des solutions.

Dans ce travail, le problème considéré est un problème inverse qui consiste à identifier les paramètres dynamiques les plus représentatifs d'un système structural donné, de telle sorte que ces paramètres satisfassent l'équation de mouvement de la structure étudiée.

L'idée cherchée à travers un problème inverse est de trouver et d'identifier les paramètres physiques d'un système structural (Masse et Rigidité) à partir de son comportement dynamique, en utilisant des données modales mesurées comme référence.

Ce but peut être atteint en considérant le problème inverse comme un problème d'optimisation basé sur la minimisation de l'erreur entre l'expérimental et l'analyse. Ce problème d'optimisation nécessite une bonne formulation des fonctions objectifs et la bonne configuration de ses paramètres d'optimisation. Le problème d'identification est lui-même un problème inverse où les matrices analytiques de masse et de rigidité sont les résultats recherchés.

Dans la présente recherche, de nouvelles procédures de recalage utilisant des algorithmes de recherches stochastiques sont appliquées. Des versions améliorées des algorithmes génétiques sont proposées et appliquées dans le processus de recalage des modèles d'EF. D'autre part, Un nouvel algorithme de recherche aléatoire accéléré, développé récemment par appel et al (2003), est utilisé pour la première fois dans le domaine de recalage des modèles d'éléments finis. Cet algorithme a montré une haute performance pour optimiser des problèmes mathématiques connus et en espérant donner de bons résultats dans ce domaine de recherche. Cet algorithme et une version originale améliorée sont proposés pour accélérer la recherche aléatoire et améliorer les résultats obtenus par les procédures de recalage classiques.

En plus, un nouvel algorithme de recherche aléatoire basé sur le principe de fonctionnement d'un système mécanique est présenté ici pour la première fois. Cet algorithme, inspirant son fondement du principe de la force centrifuge, sera présenté est comparé aux autres algorithmes pour tester son efficacité et sa robustesse à optimiser des problèmes mathématiques et physiques (recalage des modèles d'éléments finis).

En considérant le problème de recalage comme un problème d'optimisation, une recherche approfondie sur la formulation des fonctions objectifs, définies dans les domaines modal et fréquentiel, et la définition des différents paramètres d'optimisation servent à intégrer les applications théoriques et pratiques pour l'identification de ces matrices analytiques. Une autre partie de ce travail de recherche a été proposée pour, à la fois, évaluer l'aptitude des algorithmes dans l'optimisation des problèmes mathématiques, et tester les performances de calcul de chaque algorithme.

Les sections et chapitres qui suivent vont fournir une investigation profonde des différentes procédures de recalage. En premier, une analyse bibliographique donnera au lecteur une idée générale sur les efforts des chercheurs fournis pour caractériser les différentes matrices analytiques des structures mécaniques étudiées. La partie qui suit concerne la présentation des différents algorithmes de recherche stochastique. Elle est consacrée à la description de chaque algorithme présenté dans ce travail en définissant les différents paramètres de chaque algorithme. Par suite, une validation mathématique des algorithmes est présentée. Elle inclue l'optimisation des fonctions

mathématiques difficiles à optimiser en testant la convergence et la rapidité des différents algorithmes à atteindre l'optimum de ces fonctions.

Le chapitre 3 est consacré au développement théorique et à la configuration des différents paramètres d'un nouvel algorithme de recherche stochastique utilisé dans les différents problèmes d'optimisation. Cette algorithme, appelé « Algorithme de la Force Centrifuge », est validé en premier lieu mathématiquement en optimisant des fonctions mathématiques, puis physiquement en optimisant des problèmes physiques (recalage des modèles d'EF).

Le chapitre 4 présente le problème de recalage des modèles d'EF, dans lequel, sont proposées de nouvelles formulations des fonctions objectifs définies dans les domaines modal et fréquentiel. Les limitations de ces fonctions sont discutées et des propositions sont signalées. Les procédures proposées servent à déterminer en premier lieu les matrices de masse et de rigidité par un processus itératif, ensuite et par un algorithme de recalage direct, la matrice amortissement est calculée. Finalement, l'organigramme de la procédure de recalage est donné en expliquant les différentes étapes de la procédure de recalage.

Dans le chapitre 5, des applications de problèmes physiques simulés numériquement sont présentées. La robustesse de la procédure de recalage ainsi que l'efficacité des algorithmes proposés sont testés dans un but d'atteindre de bons résultats en des temps réduits. Dans le même chapitre, les différentes formulations des fonctions objectifs ont été testées pour en choisir la plus performante qui sera utilisée dans le recalage des structures physiques réelles.

Le dernier chapitre est consacré au recalage des structures physiques réelles en considérant trois structures de différentes formes et tailles pour valider la procédure de recalage proposé dans ce travail.

Enfin, nous terminons ce document par une conclusion générale et les perspectives qui s'ouvrent à cette étude.

# Chapitre I

## Analyse bibliographique et Etat de l'art

### Sommaire

---

1.1 Introduction.....	6
1.2 Philosophie de recalage des modèles ( <i>Model Updating</i> ).....	7
1.2.1 Méthode directes.....	8
1.2.2 Méthodes itératives.....	12
1.2.3 Méthodes de recherches stochastiques.....	15
1.3 Techniques de localisation des erreurs.....	17
1.4 Recalage de la matrice d'amortissement.....	20

---

## I.1 Introduction

Les modèles dynamiques d'éléments finis (EF) sont largement utilisés pour prédire le comportement dynamique des structures mécaniques. Cependant, les résultats obtenus par un modèle d'EF diffèrent souvent des résultats expérimentaux obtenus par analyse modale expérimentale. Cette disparité peut être causée soit par l'effet des erreurs lors de l'acquisition des données expérimentales soit, par l'effet des erreurs produites pendant la modélisation analytique des structures réelles (Modèle analytique initial).

Malgré la présence des erreurs dans les données expérimentales, il est généralement supposé que ces données représentent au mieux le comportement dynamique des structures comparées aux prédictions initiales du modèle d'EF. Par conséquent, un processus de correction est nécessaire à ajuster ou recalibrer le modèle analytique de telle sorte que les résultats obtenus par ce modèle s'accordent suffisamment avec les résultats expérimentaux.

Le recalage des modèles d'éléments finis (*FE model updating*) est devenu une méthode courante très utilisée pour améliorer la corrélation entre les modèles d'éléments finis et les données expérimentales. Un grand nombre de travaux ont été développés pour créer et tester les différentes méthodes de recalage (Mottershead et Friswell, 1993 ; Friswell et Mottershead, 1995). Les algorithmes proposés peuvent être classés suivant plusieurs catégories, regroupent les principaux points traités dans ce domaine de recherche :

1) selon le type de méthode utilisée : soit les *méthodes directes*, ajustant les matrices analytiques directement, soit les *méthodes paramétriques* (ou *itératives*), qui corrigent itérativement les paramètres des modèles analytiques,

2) selon le domaine de travail : soit *fréquentiel*, soit *modal*.

Dans la suite de ce chapitre, on va se baser sur la première classification en incluant et en précisant les différentes méthodes utilisées et les différents domaines de recherche.

Avant de considérer les différentes méthodes développées dans le domaine de recalage des modèles d'éléments finis, il est utile de tourner l'attention brièvement sur le sujet de l'identification *direct* des modèles analytiques. Le problème d'identification des systèmes implique l'utilisation de l'analyse modale expérimentale pour la détermination des données modales (fréquences naturelles, déformées modales) à partir des tests de vibration. Il apparaît que le terme « direct » a été utilisé pour la première fois par Natke (1982) pour décrire l'identification d'un système sans passer par le recalage du modèle de référence. Natke s'est référé au recalage du modèle comme l'identification « indirect » du système. Pour identifier les modèles analytiques, les méthodes utilisées dans le domaine d'identification des systèmes peuvent utiliser comme références des données expérimentales modales. Thoren (1972) a limité le nombre de degrés de liberté du modèle analytique au nombre de modes déterminés par les tests de vibration. Ross (1971) a ajouté

arbitrairement des extra vecteurs linéairement indépendants à la matrice modale pour la rendre inversable. Luk (1987) a appliqué une pseudo-inversion à la matrice modale rectangulaire.

Un nombre de techniques a été proposé pour l'identification directe des paramètres dynamiques à partir de données fréquentielles (Fonctions de réponse en fréquence FRFs). Shye et Richardson (1987) ont fait une extension à une méthode de lissage de courbe et ils ont démontré que la matrice diagonale de masse et la matrice symétrique de rigidité peuvent être retrouvées quand la masse totale de la structure est connue. Link et Vollan (1978) ont proposé une méthode pseudo-inverse à partir de laquelle les matrice de rigidité et d'amortissement peuvent être estimées quand la matrice de masse est connue. Minas et Inman (1991) ont développé une méthode pseudo-inverse pour l'identification de la matrice d'amortissement à partir des données modales incomplètes et en connaissant les matrices de masse et de rigidité.

## **I.2. Philosophie de recalage des modèles (*Model Updating*)**

Pour construire des modèles analytiques d'éléments finis, l'analyseur doit faire généralement des approximations pour simplifier ces modèles. Souvent, les détails de la structure modélisée par EF nécessitant un maillage plus fin afin d'avoir une représentation géométrique précise de la structure existante. Les conditions aux limites et les connections entre les différentes composantes de la structure sont rarement spécifiées d'une façon exacte. Dans de tels cas, l'analyseur peut tester la sensibilité des résultats numériques aux différentes modifications dans le maillage ou dans les conditions aux limites, mais par la suite, et par des jugements scientifiques, il doit décider sur la validité de ce modèle. Ewins et Imregune (1988) ont présenté une étude comparative intéressante entre les résultats obtenus par éléments finis de 12 travaux indépendants utilisant 6 logiciels d'éléments finis. Il a été constaté que les résultats obtenus par chaque analyseur diffèrent des autres, et différent même des résultats modaux expérimentaux.

Le recalage des modèles d'EF vise à corriger les paramètres dynamiques d'un modèle d'EF initial dans le but de prévoir un comportement dynamique précis et fiable d'une structure mécanique. Le processus du recalage est effectué en ajustant les paramètres du modèle initial telles que la différence entre les données analytiques et expérimentales peut être réduite au minimum.

Une grande partie des méthodes utilisées pour le recalage des modèles d'éléments finis considère le recalage des modèles dynamiques d'éléments finis (*RMDEF*) comme un processus d'optimisation, par la prise en compte d'une fonction objectif qui quantifie la différence entre les données expérimentales et analytiques. Des tentatives de résolution de cette fonction ont été faites pour trouver une série de paramètres minimisant cette fonction objectif et en considérant des contraintes orientant le problème d'optimisation. Donc, le recalage des modèles d'EF devient un problème d'optimisation avec contraintes.

### 1.2.1 Méthode directes

Plusieurs travaux consacrés pour développer les algorithmes de recalage direct ont été développés durant ces dernières années. Ces méthodes recalent les modèles analytiques initiaux par un processus de recalage direct en considérant des données expérimentales comme références. Le principe de ces méthodes est de développer des algorithmes de recalage à partir d'un problème d'optimisation avec contraintes en appliquant des méthodes d'optimisations classiques (Multiplicateurs de Lagrange, Méthode des moindres carrés, ... etc.).

Le but principal du recalage des modèles d'éléments finis est de fournir aux modèles recalés un sens physique en se basant sur des données expérimentales. D'autre stratégie ont été proposées afin de recalcer un modèle numérique de telle sorte qu'il reproduise une série incomplète de données modales expérimentales. Baruch et Bar Itzhack (1978) et Baruch (1978) ont proposé une procédure d'obtention des paramètres recalés des vecteurs propres en minimisant la norme Euclidienne de l'erreur soumise aux contraintes d'orthogonalité. Dans la référence (Baruch 1978) une matrice de rigidité recalée,  $\mathbf{K}$ , est déterminée en minimisant la norme  $\frac{1}{2} \left\| \mathbf{M}_A^{-1/2} (\mathbf{K} - \mathbf{K}_A) \mathbf{M}_A^{-1/2} \right\|$ , où  $\mathbf{M}_A$  et  $\mathbf{K}_A$  représentent les matrices de masse et de rigidité analytiques. Les multiplicateurs de Lagrange sont utilisés pour vérifier les contraintes de l'équation de mouvement et la symétrie de la matrice de rigidité. La supposition que la matrice de masse est correcte est discutable, spécialement pour un modèle dynamique qui est souvent une version réduite et approximative d'un modèle plus large (Berman 1979a). Trois autres articles ont été publiés (Berman 1979b, Baruch 1982 et Berman et Naji 1983), dans lesquels les déformées modales mesurées ont été utilisée comme données de référence. Les matrices de masse et de rigidité ont été manipulées de telle sorte que le modèle recalé est forcé à reproduire les données expérimentales.

Une approche de base des modèles de référence a été proposée par Berman et Naji (1983) en minimisant une fonction objectif donnée par :

$$\psi_M = \left\| \mathbf{M}_A^{-1/2} (\mathbf{M} - \mathbf{M}_A) \mathbf{M}_A^{-1/2} \right\| + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \lambda_{ij} (\phi^T \mathbf{M} \phi - I)_{ij} \quad (1.1)$$

Où  $\lambda_{ij}$  sont les multiplicateurs de Lagrange utilisés pour forcer l'orthogonalité des modes relativement aux masses recalées. La procédure de minimisation conduit à l'expression de la matrice de masse recalée, donnée par la formule suivante :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_A + \mathbf{M}_A \phi_c m_{Ac}^{-1} (\mathbf{M}_c - m_{Ac}) m_{Ac}^{-1} \phi_c^T \mathbf{M}_A \quad (1.2)$$

Avec

$$M_{AC} = \phi_C^T M_C \phi_C$$

$\phi_p * m$  est une matrice de mode ( $m < p$ ), et  $p$  est l'ordre du modèle analytique recalé. Suivant le calcul de  $M$  de l'équation (1.2), une matrice de rigidité recalée peut être déterminée en minimisant une autre fonction objectif :

$$\varepsilon = \left\| M^{-1/2} (K - K_A) M^{-1/2} \right\| \quad (1.3)$$

$$\psi_K = \varepsilon + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Lambda_{K_{ij}} (K\phi - M\phi\Omega^2)_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \Lambda_{O_{ij}} (\phi^T K\phi - \Omega^2)_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Lambda_{S_{ij}} (K - K^T)_{ij} \quad (1.4)$$

$\Lambda_K$ ,  $\Lambda_O$ ,  $\Lambda_S$  sont les multiplicateurs de Lagrange correspondants aux différentes équations de contraintes, et  $\Omega$  représente la matrice des fréquences naturelles. Dans ce cas, les multiplicateurs de Lagrange sont utilisés pour forcer le modèle initial à vérifier les contraintes de l'équation de mouvement, ainsi que l'orthogonalité et la symétrie de la matrice de rigidité. La matrice de rigidité recalée peut être écrite sous la forme suivante :

$$K = K_A + (\Delta + \Delta^T) \quad (1.5)$$

Où,

$$\Delta = \left\{ -K_A \phi_C + M \phi_C \left\{ \omega_C^2 - 0.5 M_C^{-1} (\omega_C^2 - \phi_C^T K_A \phi_C) \right\} \right\} M_C^{-1} \phi_C M$$

En ce qui concerne la performance de l'algorithme, il est à préciser que les données expérimentales incomplètes sont reproduites exactement. Cependant, rien n'empêche au modèle recalé de générer de faux modes lors du calcul des vecteurs et valeurs propres. En plus, les matrices de masse et de rigidité peuvent perdre de sens physique dans le processus de recalage.

Cesar (1986) a fait une extension du travail de Berman et Naji (1983) en introduisant des multiplicateurs de Lagrange additionnels pour expliquer les informations acquises des modes rigides. Un autre travail de Cesar et Peter (1987) a donné naissance à deux autres méthodes de recalage des modèles analytiques basées sur des données expérimentales. La première utilise un processus de recalage direct et la deuxième utilise une formulation linéaire généralisée par la méthode des moindres carrés. Wei (1990a, 1990b) a développé des méthodes basées sur des données modales permettant de recaler simultanément les matrices de masse et de rigidité. Friswell et al (1998a) ont présenté une nouvelle méthode de recalage permettant de corriger les matrices d'amortissement et de rigidité simultanément, avec l'hypothèse que la matrice de masse est correcte et en posant comme contraintes que les données expérimentales doivent être reproduites. Touat

(2000) a fait une synthèse et une étude comparative sur les différentes méthodes de recalage directe, et il a appliqué ces méthodes sur des structures mécaniques utilisant des données modales simulées numériquement.

D'autres méthodes utilisant la technique d'attribution des valeurs et vecteurs propres ont été proposées pour recalibrer les modèles analytiques et obtenir des matrices symétriques (Minas et Inman 1988, Minas et Inman 1990 et Schulz et Inman 1994). Ces méthodes combinent des techniques d'attribution des valeurs et vecteurs propres et des procédures d'optimisation pour corriger les paramètres modaux des modèles d'éléments finis. La correction est basée sur un sous-ensemble des données modales déterminées par analyse modale expérimentale.

Les méthodes déjà citées utilisent souvent comme référence, une série incomplète de modes et fréquences mesurées. Dans le cas des systèmes larges, le nombre des degrés de liberté mesuré est considérablement petit comparé aux degrés de liberté physique. Par conséquent, les formes modales du modèle analytique ne peuvent pas être comparées directement aux données expérimentales. Pour y remédier à cette incompatibilité entre les degrés de liberté mesurés par des tests de vibration et ceux calculés par le modèle analytique, deux solutions sont envisageables :

- 1) expansion des formes modales mesurées à tous les degrés de liberté en utilisant les matrices de masse et de rigidité du modèle analytique,
- 2) réduction des matrices de masse et de rigidité du modèle analytique aux degrés de liberté mesurés.

La première solution est utilisée pour obtenir une estimation des degrés de liberté non mesurés en fonction de ceux mesurés, et la réduction des matrices analytiques permet l'obtention de nouvelles matrices réduites qui seront utilisées pour calculer les déformées modales et fréquences naturelles analytiques de taille égale à celle des données expérimentales.

La méthode de réduction la plus connue est la réduction de Guyan (1964) (condensation statique). Bien que la réduction de Guyan ne donne qu'une réduction approximative de la matrice de masse, elle produit une réduction exacte de la matrice de rigidité. Pour améliorer la réduction de la matrice de masse, une procédure de réduction améliorée (IRS) a été proposée par O'Callahan (1989). Cette procédure est en fait une extension de la réduction de Guyan et elle inclut explicitement une approximation statique pour les termes écartés de la matrice de masse dans la procédure de réduction de Guyan.

Friswell et al (1995) ont présenté deux autres méthodes de réduction basées sur la méthode IRS. La première concerne la procédure dynamique d'IRS formulée comme la version standard de IRS mais en considérant la particularité du modèle dynamique donnée par les fréquences naturelles. L'autre méthode est une procédure itérative qui permet à chaque itération d'améliorer la précision de la procédure. Dans l'article de Friswell et al (1996), les auteurs ont effectué une étude concernant

l'application de l'IRS et la méthode de la réalisation équilibrée pour l'obtention des modèles réduits des structures en considérant la non linéarité locale. Les auteurs (Friswell et al 1998b) ont étudié la convergence de la méthode itérative d'IRS et ils ont prouvé la convergence de l'algorithme en signalant la rapidité de convergence des modes de basses fréquences.

Concernant les méthodes d'expansion, plusieurs procédures ont été présentées dans la bibliographie. La première procédure, utilisant l'expansion statique de Guyan (1964), restant valable seulement pour les basses fréquences où les termes d'inertie sont négligés. La transformation de Kidder (1973) est une approximation intermédiaire utilisant une solution en série de Taylor, et permet seulement le calcul des basses fréquences. Touat (2000) a présenté une comparaison entre trois procédures d'expansion permettant d'en choisir la transformation la plus performante. Dans sa procédure, l'auteur utilise un algorithme d'expansion direct. Les résultats obtenus par cette procédure sont précis et ne sont pas influencés par les hautes fréquences. Cependant cette méthodologie nécessite un temps de calcul considérable puisqu'elle requiert un nombre d'inversions de matrices dépendant du nombre de modes désirés. Gysin (1985) a offert une comparaison performante de plusieurs techniques d'expansions. O'Callahan et Avitabile (1989) ont proposé un processus de réduction et d'expansion d'un système équivalent (PRESE). Wu et Li (2004) ont présenté une nouvelle méthode d'expansion appelée : la méthode d'expansion modale.

Pour effectuer une comparaison directe des déformées modales analytiques et expérimentales et tester la corrélation entre l'analyse et l'expérience, une nouvelle approche utilisant le critère d'assurance modal (Modal assurance criterion MAC), a été proposé dans (Allemand et Brown 1982). Une grande variété de méthodes de recalage, basées sur les données modales, utilisent le MAC dans les différents étapes d'optimisation, et ce en considérant des formulations de fonctions objectifs et en imposant différentes contraintes de vérification.

### ***1.2.2 Méthodes itératives***

Le recalage des modèles d'éléments finis peut être effectué par des approches d'optimisation utilisant des méthodes de correction itératives. Les méthodes itératives utilisent différentes méthodologies de recalage. Quelques approches récentes appliquent les techniques de recherche stochastique dans le but de trouver la meilleure solution au problème d'optimisation appliqué au recalage des modèles d'EF.

Parmi les premiers travaux développant des algorithmes de recalage itératif, on cite le travail de Collins et al (1974) qui ont présenté une méthode statistique d'identification des structures. Les auteurs commencent la procédure en apportant itérativement des perturbations sur la solution aux valeurs et vecteurs propres et développant en série de Taylor une expression liant les données modales au paramètres du modèle initial. La méthode a été appliquée sur une structure aérospatiale

et a donnée des résultats satisfaisants. Friswell (1989) a calculé la corrélation entre les estimations des paramètres recalés et mesurés pour chaque itération. Cette matrice de corrélation a été ensuite utilisée pour calculer l'estimation du vecteur du prochain paramètre en se basant sur des arguments similaires de Collins et al (1974). La méthode donnée par Friswell (1989) semble converger plus rapidement que la méthode de Collins et al (1974). Friswell et al (1990) ont démontré l'efficacité de la méthode proposée en l'appliquant à un exemple expérimental. Kodiyalam et al (1994) ont présenté une approche synergétique, utilisant des données expérimentales et des prédictions du modèle analytique, afin d'identifier avec précision les paramètres dynamiques d'une structure aérospatiale. Ils ont effectué une analyse de la sensibilité des paramètres modaux pour résoudre le problème de minimisation avec contraintes imposées. Une autre approche utilisant la méthode de la sensibilité inverse des valeurs et vecteurs propres a été proposée par Lin *et al*, (1995). Cette méthode améliore la sensibilité des valeurs et vecteurs propres en évitant les problèmes existant dans la méthode classique de la sensibilité inverse des valeurs propres. Une extension de la méthode a été faite pour étudier les cas où les données modales sont incomplètes. Un autre travail utilisant la sensibilité des valeurs et vecteurs propres a été présenté dans (Wu et Li 2004). Le travail présente plusieurs approches permettant l'estimation de paramètres recalés du modèle d'EF. Ce travail a été basé sur la méthode pseudo-inverse, la méthode des moindres carrés avec facteurs de poids et la technique d'estimation Bayésienne afin d'identifier la méthode la plus appropriée et la plus efficace pour recalculer une structure physique réelle. La deuxième méthode a montré son efficacité et sa robustesse à recalculer le modèle analytique modélisant la Tour de la télévision de Nanjing.

Les méthodes statistiques peuvent être utilisées pour le recalage des modèles dynamiques d'éléments finis. Parmi ces méthodes, on peut citer la technique d'optimisation statistique utilisant l'estimateur Bayésien (Hongxing et al 2000). Les auteurs ont proposé un estimateur Bayésien modifié et ont de plus discuté l'impartialité, l'efficacité, et la robustesse de la technique. Un autre travail, utilisant la méthode de Taguchi (Kwon et Lin 2005a), a été proposé où les paramètres du modèle analytique peut être recalculer avec robustesse en présence des erreurs aléatoires dans les données mesurées et des erreurs systématiques dans le modèle analytique. L'approche utilisant la méthode de Taguchi est appliquée à l'optimisation de la fonction objectif quantifiée par la différence entre les données expérimentales et analytiques. L'efficacité de la méthode proposée a été démontrée en recalculant deux exemples simulés numériquement en présence des erreurs aléatoires et systématiques.

Parmi les travaux qui ont utilisé des données fréquentielles comme référence, on peut citer à titre d'exemple le travail de Lin & Ewins (1994) qui ont présenté une nouvelle méthode abordant le problème de recalage des modèles d'EF en utilisant une série incomplète de données fréquentielles obtenues expérimentalement. Les auteurs ont démontré l'avantage d'utiliser des données

fréquentielles au lieu des données modales. Cette méthode a été appliquée à une structure réelle et la corrélation test-analyse a été démontrée. Imregun et al (1995a et 1995b) ont proposé une formulation de base appliquée pour une méthode de recalage basée sur les fonctions de réponse en fréquence (FRFs). Les auteurs ont examiné plusieurs stratégies possibles. Dans le premier travail, une étude systématique, basée sur des données simulées numériquement et expérimentales, a été appliquée dans le cas d'une structure poutre. D'autres applications de la méthode proposée, basées sur des données expérimentales, ont été présentées dans le deuxième travail, mais la méthode proposée a montré sa limite d'application pour les modèles larges. Un autre travail utilisant les FRFs comme données expérimentales a été présenté dans (Dascotte et Strobbe 1999). L'article présente une approche basée sur la maximisation de la corrélation entre les FRFs analytiques et expérimentales en utilisant une procédure itérative et l'estimation des paramètres bayésiens. Cette approche a été validée par des exemples simulés numériquement pour démontrer ses avantages et ses performances. Jones et Turcotte (2002) ont présenté une méthode pour le recalage des modèles d'EF utilisant les fréquences d'antirésonance pour corriger le modèle d'une structure physique réelle. Kwon et Lin (2004) ont proposé une procédure de recalage basée sur une méthode de sélection de fréquences qui seront utilisées dans le processus de recalage d'un système mécanique. Les mêmes auteurs (2005a) ont appliqué une nouvelle méthode de correction utilisant en mêmes temps des données fréquentielles et modales. Cette méthode a été validée par un exemple simulé numériquement.

### ***1.2.3 Méthodes de recherches stochastiques***

Les Méthodes de recherches stochastiques utilisent des algorithmes d'optimisation, et sont essentiellement basées sur un processus de recherche aléatoire afin de trouver l'optimum d'un problème donné. Notre travail de recherche s'inscrit dans ce cadre dont un but de développer de nouvelles stratégies de recalage des modèles d'EF. Les algorithmes utilisés, améliorés et nouvellement développés sont itératifs et comportent trois éléments principaux : un mécanisme de perturbation, un critère de classification et un critère d'arrêt.

Dans le domaine de recalage des modèles d'EF, plusieurs travaux ont été effectués pour développer de nouvelles procédures de recalage utilisant des algorithmes de recherche aléatoire. Par exemple, l'utilité des algorithmes génétiques et du recuit simulé à recaler les modèles d'EF a été examinée dans (Levin & Lieven, 1998, Touat & Rechak, 2002, Touat & Rechak, 2003, et Kim & Park, 2004). Dans Chacun des articles, de nouvelles versions d'algorithmes sont proposées pour améliorer l'algorithme de base en apportant des modifications utiles sur les différents paramètres. Dans le premier article, les auteurs proposent la minimisation des fonctions objectifs définies dans le domaine fréquentiel en utilisant des données fréquentielles comme référence. Les auteurs

comparent la robustesse de deux versions d'algorithmes génétiques et deux versions d'algorithme du recuit simulé à recalculer un modèle réel et un modèle numérique. Les auteurs du deuxième article, recalculent par une version d'algorithme génétique, la matrice de masse en proposant une procédure de recalage minimisant une fonction objectif utilisant des données modales comme référence. Le troisième travail, basé sur des données modales simulées numériquement, traite l'effet de la fonction objectif sur la convergence du processus de recalage des modèles d'éléments finis en proposant une procédure utilisant une version améliorée d'algorithme génétique proposée dans (Touat et Rechak 2002). Les auteurs ont développé et comparé plusieurs formulations de fonctions objectifs définies dans le domaine modal. Kim et Park (2002) ont proposé deux approches systématiques pour diminuer les difficultés rencontrées dans le domaine de recalage de modèle. La première partie de leur travail a été consacrée à décrire une technique d'optimisation multi objectif, et la seconde partie a été destinée au problème de sélection des paramètres de recalage pour guider à la bonne sélection des paramètres d'optimisation. Les auteurs ont utilisé un nouvel algorithme de recalage utilisant une nouvelle version d'algorithme génétique incluant un nouvel opérateur connu par le filtre de Pareto (Cheng et Li 1998). Mares & al. (2006) et Mottershead & al. (2006) ont présenté une nouvelle procédure de recalage utilisant une technique inverse de la méthode de Monte Carlo. Cette technique a été appliquée sur des modèles analytiques des structures physiques réelles et une bonne convergence a été observée.

Les méthodes déjà citées sont plutôt coûteuses spécialement pour les modèles larges, en raison de la lenteur de leur convergence et la nécessité d'un temps de calcul considérable. Le bon choix des paramètres d'optimisation et la bonne formulation des fonctions objectifs contribuent sans doute dans l'amélioration de la convergence de ces méthodes. Pour cette raison, et dans le but d'apporter des améliorations pour ces méthodes, le présent travail propose une nouvelle version d'algorithme génétique qui exploite la particularité et l'avantage d'un nouveau algorithme de recherche aléatoire développé récemment par Appel & al (2003).

De même, deux nouveaux algorithmes de recherche aléatoire sont présentés dans cette thèse. Le premier, inspirant sont fondement du principe de fonctionnement d'un système mécanique (Touat et Rechak 2005b et Touat et al 2007b), et le deuxième au problème de recalage des modèles d'EF (Touat et al 2005a et Touat et al 2007a et c). Ces différents algorithmes seront comparés entre eux pour évaluer et tester l'efficacité et la robustesse de chacun des deux.

Les réseaux de neurones peuvent être aussi utilisés pour le recalage des modèles d'éléments Finis (Atalla 1998). Cependant, les résultats recalés dépendent surtout des cas utilisés dans la phase d'apprentissage. Récemment, Chang et al (2002) ont utilisé la matrice orthogonale comme méthode d'apprentissage efficace pour un recalage basé sur les réseaux de neurones. Récemment, Lu et Tu (2004) ont présenté un plan en réseau de neurones à deux niveaux pour le recalage des modèles

d'EF dans lequel les paramètres dynamiques et le rapport d'amortissement sont recalés. Un exemple numérique a été présenté pour illustrer l'implémentation du plan proposé et pour démontrer l'efficacité de la procédure.

### **I.3. Techniques de localisation des erreurs**

D'autres recherches sont consacrées au repérage des paramètres imprécis du modèle qui nécessitent un recalage antérieur. Ce domaine de recherche est connu par l'appellation « localisation des erreurs ». Les méthodes utilisées dans la localisation des erreurs sont souvent liées de près à ceux utilisées dans le recalage des modèles. L'objectif de la localisation est de déterminer les degrés de libertés du modèle analytique les plus associés aux erreurs significatifs. Une fois cette étape effectuée, le recalage des modèles peut se dérouler d'une façon économique. Gysin (1990) a examiné l'applicabilité des méthodes d'expansions des modes dans la localisation des erreurs. Un aspect important dans l'analyse globale et dans le processus de corrélation est l'aptitude d'identifier avec précision les régions erronées du modèle analytique (He et Ewins 1991). Le processus de corrélation du modèle est plus significatif et plus robuste quand il est implémenté dans des régions à erreurs identifiées. Link et Santiago (1991) ont utilisé une approche de localisation basée sur la sensibilité, ce qui force à tester la sensibilité de chaque colonne de la matrice à tour de rôle afin de localiser les paramètres qui ont une plus grande influence sur l'équation d'erreur. To et al (1990) ont utilisé une méthode basée sur la contrainte de l'équation des valeurs propres et la matrice d'orthogonalité des modes. Kodiyalam et al (1994) ont proposé une approche synergétique utilisant les données expérimentales et les prédictions du modèle initial pour identifier avec précision les paramètres dynamiques d'une structure réelle. Une combinaison d'une procédure de localisation d'erreurs et d'une méthode d'estimation des paramètres a été utilisée dans la corrélation du modèle analytique et des données expérimentales.

Dans les deux dernières décades, un grand nombre de chercheurs ont tourné leur attention aux méthodes de repérage et de localisation des erreurs des modèles analytiques. Certains articles publiés ont montrés quelques succès, mais toujours en traitant, soit des exemples simulés numériquement, soit des exemples réels mais trop contrôlés, où les chercheurs ont des idées préalables sur les paramètres à recalés. Friswell et Penny (1997) ont présenté une étude bibliographique sur les méthodes de localisation d'erreurs. Ils ont montré les limites pratiques des différentes méthodes de repérage et de localisation d'erreurs.

D'autres travaux se sont succédés où les chercheurs se forcent à développer de nouvelles procédures et méthodes de localisation d'erreurs. Friswell et al (1997a) ont proposé une méthode basée sur la sélection des sous-ensembles pour localiser les dommages sur les modèles. Friswell et al (1997b) ont combiné la robustesse de la méthode de sélection des sous-ensembles et les

différentes contraintes des paramètres dynamiques du modèle pour identifier les erreurs de modélisation dans le but de recalibrer le modèle analytique avec grande précision. Smart et al (1997) ont proposé une méthode de localisation d'erreurs basée sur les déformées modales. Pour déterminer les erreurs de modélisation, les auteurs ont proposés deux algorithmes : une approche de sensibilité et une méthode tronquée d'expansion linéaire. Jones et Turcotte (2000) ont utilisé les fréquences d'antirésonances pour recalibrer le modèle analytique d'une structure treillis en aluminium de 6m de longueur. Les auteurs ont analysé le sens physique des résultats de la correction du modèle recalibré par son utilisation dans la localisation des dommages de modélisation. Un algorithme de classification par échantillonnage et un autre de lissage de courbes ont été utilisés pour la détection des dommages sur le modèle analytique. Guo (2002) a proposé une méthode de localisation d'erreurs appelée la méthode d'estimation des erreurs de l'énergie. Cette méthode a été appliquée sur une structure réelle, et les résultats de recalibrage ont été satisfaisants. Wu et al (2003) ont présenté une méthode de recalibrage basée sur la déformée quasi-modale, utilisée pour la localisation des erreurs principales du modèle analytique. Chen et Ewins (2004) ont employé le concept de projection de vecteur pour développer une méthode de vérification du modèle analytique. Les auteurs ont appliqué la méthode sur un exemple de simulation et sur une structure industrielle permettant de confirmer l'efficacité de la méthode proposée à distinguer les erreurs corrigibles des non corrigibles.

Les méthodes statistiques ont été aussi utilisées dans ce domaine de recherche. Kwon et Lin (2005b) ont proposé une procédure robuste de localisation d'erreurs sur les structures en utilisant la méthode statistique de Taguchi. Cette procédure est appliquée de telle sorte que la localisation et la gravité des erreurs peuvent être estimées en la présence aussi bien des erreurs aléatoires des données expérimentales que des erreurs systématiques du modèle analytique.

Plusieurs versions d'algorithmes génétiques ont été utilisées pour corriger les erreurs de modélisation des modèles analytiques. En considérant ces algorithmes, l'estimation des dommages peut être divisée en une approche à deux phases (Friswell et al 1998 et Au et al 2003) : la localisation des dommages et, en suite, la quantification de ces dernières. Dans Friswell et al (1998) l'algorithme génétique est utilisé pour optimiser une fonction objectif discrète avec un facteur de poids basé sur l'erreur entre les déformées modales et fréquences naturelles analytiques et expérimentales. Une fois la phase de localisation terminée, une méthode standard de sensibilité des valeurs et vecteurs propres sera ensuite utilisée pour définir l'extension des défauts. Durant la première phase dans Au et al (2003), une partie du rapport de l'énergie élémentaire est utilisée pour localiser les défauts. Dans la seconde phase, une procédure utilisant « le micro algorithme génétique » est implémentée pour quantifier l'extension des défauts en minimisant l'erreur entre les données modales analytiques et expérimentales.

Une méthode utilisant les paramètres modaux des modes de basses fréquences pour détecter et mesurer la taille des fissures dans les poutres a été présentée dans Ruotolo et Surace (1997). Utilisant un modèle d'élément finis pour calculer le comportement dynamique des structures, les auteurs ont formulé le problème inverse comme un problème d'optimisation résolu au moyen d'un algorithme génétique. Dans Hao et Xia (2002) un algorithme génétique utilisant un codage réel, a été utilisé pour identifier les défauts dans les structures en minimisant une fonction objectif basée sur la variation des fréquences, la variation des déformées modales, et une combinaison des deux. Les variations dans les données mesurées des structures endommagées et non endommagées ont été comparées directement avec ceux du modèle analytique avant et après recalage.

Le concept des vecteurs de la force résiduelle a été appliqué dans Mares et Suarce (1996) et Rao et al (2004) dans le but de construire une fonction objectif qui sera optimisée au moyen d'un algorithme génétique. Dans les deux travaux, l'erreur du vecteur de la force résiduelle est soumise au processus de modification/normalisation en codant les facteurs de réduction de la rigidité qui représente les paramètres d'endommagement de chaque élément structural. Un autre algorithme génétique a été présenté pour résoudre un problème d'optimisation incluant une fonction objectif basée sur l'erreur entre les réponses au chargement statique des déplacements numériques et expérimentales de la structure (Chou et Ghaboussi 2001). Les auteurs ont utilisé un codage binaire des propriétés physique et mécanique du matériau pour générer les différents individus ou chromosomes de l'algorithme génétique. Dans Carlos et al (2007), les auteurs ont modélisé le problème de localisation d'erreurs comme un problème d'optimisation en utilisant les fréquences naturelles et les déformées modales expérimentales dans la formulation de la fonction objectif. Des modifications ont été apportées sur les différents paramètres de l'algorithme génétique conduisant à un outil promoteur dans la résolution de cette classe de problèmes.

#### **I.4 Recalage de la matrice d'amortissement**

Le domaine d'identification de la matrice d'amortissement est un des domaines qui nécessite encore une importante considération dans la communauté scientifique. Ce domaine reste peu traité par les chercheurs et les résultats obtenus jusqu'à maintenant nécessitent une nette amélioration, car la modélisation de l'amortissement est très complexe et toujours considérée comme une zone d'ombre. L'effet de l'amortissement est clair mais la caractérisation de l'amortissement est un puzzle qui demeure irrésolu.

Le travail présenté dans ce mémoire prend comme objectif l'identification des matrices de masse et de rigidité du modèle analytique d'une structure mécanique. Le développement des procédures de recalage de la matrice d'amortissement n'est pas considérée dans ce travail et représente une autre paire de manche qui nécessite une étude profonde consacrée surtout à la

caractérisation de l'amortissement et à l'étude de son effet sur le comportement dynamique des structures mécaniques. Malgré cette considération, une étude bibliographique sur les différentes approches de recalage de la matrice d'amortissement reste toujours utile dans le but d'inspirer des recettes permettant d'améliorer les procédures d'identification et de recalage des matrices de masse et de rigidité.

Quand les paramètres dynamiques d'un modèle analytique sont connus sauf la matrice d'amortissement, plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour déterminer cette matrice indéterminée. Parmi ces méthodes, une approche a été présentée dans le domaine fréquentiel par Chen et al (1996), qui détermine par un algorithme d'identification directe la matrice d'amortissement en utilisant les fonctions de réponse en fréquence expérimentales présentées sous la forme complexe. Une autre méthode de Minas et Inman (1991) suppose que les matrices analytiques de masse et de rigidité sont déterminées a priori à partir du modèle d'EF et les données modales expérimentales sont utilisées comme référence pour évaluer la corrélation test/analyse. Les auteurs utilisent une méthode d'identification utilisant les différentes matrices analytiques et les données expérimentales pour déterminer la matrice d'amortissement supposée réelle, symétrique et définie positive. Beliveau (1976) a utilisé les fréquences naturelles, le rapport d'amortissement, les déformées modales et les angles de la phase afin d'identifier les paramètres de la matrices d'amortissement visqueuse. La méthode utilisée est une méthode itérative employant une structure Bayésienne basée sur les perturbations apportées sur les valeurs et vecteurs propres et sur une méthode de Newton-Raphson.

Caravani et Thomson (1974) ont introduit une technique numérique qui identifie les coefficients d'amortissement quand la réponse en fréquence est connue. L'identification de ces coefficients est faite d'une manière itérative. Fritzen (1986) a formulé le problème d'identification de la matrice d'amortissement comme un problème d'optimisation en minimisant l'erreur entre un signal de sortie et un signal d'entrée donné. L'auteur a utilisé la méthodes des moindres carrés pour minimiser la fonction objectif. La formulation de Lancaster (1961) a été prévue pour calculer par une méthode directe les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité d'un système donné en utilisant seulement les valeurs et vecteurs propres. La formulation proposée exige la normalisation des vecteurs propres en utilisant les matrices de masse et de rigidité, qui sera ensuite utilisée pour le calcul de la matrice d'amortissement.

Dans la thèse de Pilkey (1999), deux méthodes d'identification de la matrice d'amortissement ont été proposées. Ces deux méthodes incluent une méthode directe capable d'identifier la matrice d'amortissement en utilisant les matrices de masse et de rigidité ainsi que les données modales expérimentales, et une méthode itérative, permettant de calculer la matrice d'amortissement en utilisant des information limitées – la matrice de masse, les valeurs propres et les vecteurs propres.

Dans ce travail, en plus de la version améliorée d'algorithme génétique, de nouvelles variantes d'algorithmes de recherche stochastique, appelées les algorithmes de recherche aléatoire accélérée (*Accelerated Random Search algorithms*), sont appliquées dans le processus de recalage. Deux de ces algorithmes sont inspirés des travaux de Appel et al, (2003), et le troisième est inspiré des deux premiers algorithmes et développé dans ce travail. Un autre algorithme, appelé l'algorithme de la force centrifuge, est développé dans ce travail pour la première fois et il sera appliqué au problème de recalage des modèles d'EF pour tester sa robustesse et son efficacité. Les procédures proposées recalent les matrices analytiques de masse et de rigidité par un processus itératif jusqu'à obtention d'une bonne corrélation entre les données modales expérimentales et les modèles analytiques d'EF. Les algorithmes proposés peuvent être appliqués à une grande classe de problèmes d'optimisation. Une partie de ces algorithmes est employée pour la première fois au problème de recalage des modèles d'éléments finis.

## Chapitre II

### Algorithmes de recherche stochastique

#### Sommaire

---

Introduction .....	24
2.1 Principe d'un algorithme de recherche aléatoire.....	24
2.1.a La perturbation aléatoire.....	24
2.1.b Le critère d'acceptation.....	25
2.1.c Les critères d'arrêt .....	25
2.2 Les algorithmes génétiques.....	25
2.2.4 La création de la population initiale.....	26
2.2.5 L'évaluation des individus.....	27
2.2.6 La création de nouveaux individus.....	27
2.2.3.1 La sélection.....	27
2.2.3.2 Les croisements.....	28
2.2.3.3 Les mutations.....	29
2.2.4 L'insertion des nouveaux individus dans la population.....	29
2.2.7 Réitération du processus.....	30
2.2.8 Détails d'implémentation .....	30
2.3 Algorithmes de la recherche aléatoire accélérée.....	31
2.3.3. Algorithme ARS.....	32
2.3.4. L'algorithme MARS.....	33
2.4.3 L'algorithme IMARS.....	33
2.4.4 Détails d'implémentation.....	34
2.5 Algorithme du recuit simulé.....	35
2.4.2 Détails d'implémentation .....	36
2.5 Evaluation mathématique des algorithmes.....	37
2.5.2 Fonction de Rosenbrock.....	38
2.5.2 Fonction de Hemmelblau. ....	39
2.5.3 Fonction de Griewank.....	39
2.5.4 Fonction de freudenstein-roth.....	40
2.5.5 Fonction Rastrigin.....	41
2.5.6 Configuration des algorithmes.....	42
2.5.8 Résultats.....	43

---

## Introduction

La résolution des problèmes d'optimisation utilisant des fonctions multi objectifs reste toujours un sujet important largement traité par les ingénieurs dans les différentes disciplines. Plusieurs techniques déterministes et stochastiques ont été proposées pour résoudre ces problèmes d'optimisation en tenant compte de la complexité, la taille des problèmes et le nombre de paramètres à optimiser. Dans quelques cas, l'utilisation des techniques classiques déterministes (programmation linéaire ou non linéaire, etc.) est inappropriée. Les méthodes de recherche aléatoire, appelées aussi les méthodes stochastiques, peuvent être appliquées à ce type de problèmes et peuvent apporter un plus considérable à la résolution des problèmes complexes où les paramètres d'optimisation sont souvent fortement couplés.

Dans cette section, l'algorithme génétique AG, l'algorithme de la recherche aléatoire accélérée *ARS*, sa version modifiée, sa version améliorée et l'algorithme du recuit simulé sont présentés. Les différents paramètres de ces algorithmes sont ensuite définis. Ces approches peuvent être appliquées pour résoudre le problème d'optimisation général sans contrainte appliquée et peuvent être facilement adaptés aux problèmes de recalage des modèles d'éléments finis. L'efficacité des cinq approches est évaluée, dans la deuxième partie de ce chapitre, en utilisant des fonctions mathématiques tests difficiles à optimiser. Elle nous permettra à la fin d'en choisir les meilleures méthodes qui seront appliquées au problème de recalage des modèles d'éléments finis.

### 2.1 Principe d'un algorithme de recherche aléatoire

La plupart des algorithmes stochastiques sont itératifs composés de trois éléments principaux : un mécanisme de perturbation, un critère d'acceptation et un critère d'arrêt. Ils sont appliqués à partir d'un point ou de plusieurs points de la fonction objectif, choisie aléatoirement.

#### 2.1.a La perturbation aléatoire

- toutes les coordonnées du vecteur solution courant, ou une partie seulement, sont perturbées, plusieurs coordonnées à la fois ou une par une,
- la transformation suit une loi de distribution particulière dans un voisinage du point courant, par exemple une loi de distribution uniforme,
- le ou les nouveaux points sont générés selon une loi qui dépend des points précédents et/ou des valeurs précédentes de la fonction objectif, ou ne dépend que du point courant,

#### 2.1.b Le critère d'acceptation

- le ou les nouveaux points sont acceptés selon une certaine loi de probabilité,

- le ou les nouveaux points sont acceptés selon une certaines conditions,
- le ou les meilleurs points sont conservés pour l'étape suivante,
- une recherche locale est effectuée à partir du ou des nouveaux points,

### **2.1.c Les critères d'arrêt**

- du point de vue qualité :
  1. la procédure est arrêtée quand il n'y a plus d'amélioration de la solution après un certain nombre d'itérations,
  2. elle s'arrête quand les perturbations ne dépassent plus un certains seuil.
- Du point de vue coûts de calcul :
  - un nombre maximal d'évaluations de la fonction objectif,
  - un nombre d'itérations fixe,
  - un certain temps de calcul fixé,

Chaque algorithme est caractérisé par une série de paramètres de configuration contribuant à la convergence du processus d'optimisation. Ces paramètres inspirent leur robustesse à partir des différents critères de fonctionnement du processus d'optimisation cités ci avant. La bonne configuration de ces paramètres contribue considérablement dans la convergence des algorithmes de recherche aléatoire.

## **2.2. Les algorithmes génétiques : « AGs »**

Parmi tous les types d'algorithmes d'optimisation existants, certains ont la particularité de s'inspirer de l'évolution des espèces dans leur cadre naturel. Ceux sont les algorithmes génétiques « AGs ». Les espèces s'adaptent à leur cadre de vie qui peut évoluer, les individus de chaque espèce se reproduisent, créant ainsi de nouveaux individus, certains subissent des modifications de leur ADN, certains disparaissent ....

Un AG va reproduire ce modèle d'évolution dans le but de trouver des solutions pour un problème donné. Il sera fait usage dans cette partie de thèse de termes empruntés au monde des biologistes et des généticiens et ceci afin de mieux représenter chacun des concepts abordés :

- Dans notre cas, une population sera un ensemble d'individus.
- Un individu sera une réponse à un problème donné, qu'elle soit ou non une solution valide du problème.
- Un gène sera une partie d'une réponse au problème, donc d'un individu.
- Une génération est une itération de notre algorithme.

Un AG va faire évoluer une population dans le but d'en améliorer les individus. Et c'est donc, à chaque génération, un ensemble d'individus qui sera mis en avant et non un individu particulier. Nous obtiendrons ainsi un ensemble de solutions pour un problème et pas une solution unique. Les solutions trouvées seront généralement différentes, mais seront d'une qualité équivalente.

Le déroulement d'un algorithme génétique peut être découpé en cinq parties :

1. La création de la population initiale
2. L'évaluation des individus
3. La création de nouveaux individus
4. L'insertion des nouveaux individus dans la population
5. Répétition du processus

### ***2.2.7 La création de la population initiale***

Pour démarrer un algorithme génétique, il faut lui fournir une population à faire évoluer. La manière de créer chacun des individus de cette population est entièrement libre. Il suffit que tous les individus créés soient **de la forme d'une solution potentielle**, et il n'est nullement besoin de songer à créer des bons individus. Ils doivent juste fournir une réponse, même mauvaise, au problème posé. Il est tout à fait possible de créer les individus de manière aléatoire. Cette méthode amène un concept très utile dans les algorithmes génétiques : la diversité. Plus les individus de la population de départ seront différents les uns des autres, plus nous aurons des chances d'y trouver, non pas la solution parfaite, mais de quoi fabriquer les meilleures solutions possibles.

La taille de la population initiale est également une partie importante dans la programmation des AGs. Une taille de 100 ou 150 individus s'avèrera souvent amplement suffisante, tant pour la qualité des solutions trouvées que pour le temps d'exécution des algorithmes.

### ***2.2.8 L'évaluation des individus***

Une fois que la population initiale a été créée, nous allons en sortir les individus les plus prometteurs, ceux qui vont participer à l'amélioration de notre population. Nous allons donc attribuer une 'note' ou un indice de qualité à chacun de nos individus. La méthode d'évaluation des individus dépend essentiellement du problème à optimiser ou à résoudre.

Cette étape intermédiaire d'évaluation peut même devenir une étape importante du processus d'amélioration de la population. En effet, les différents individus ne sont pas toujours comparables, il n'est pas toujours possible de dire qu'un individu est meilleur ou moins bon qu'un autre. C'est le cas des problèmes multi-critères, lorsqu'une solution dépend de plusieurs paramètres (vecteur ou matrice), où la notion de supériorité n'existe pas. On peut donc comparer leur norme, mais pas les vecteurs ou les matrices eux-mêmes.

L'implémentation de la méthode d'évaluation des individus reste libre et dépend essentiellement du problème à résoudre. L'étape d'évaluation des individus peut être effectuée avant et/ou après les étapes de croisement et de mutation expliquées ci-après.

## 2.2.9 La création de nouveaux individus

### 2.2.9.1 La sélection

Cette étape est utile pour enrichir la population initiale en croisant des individus. Son principe consiste à prendre des morceaux de solution de certains individus et d'autres morceaux d'autres individus pour créer de nouveaux individus et ce afin d'obtenir de meilleures solutions à notre problème. La sélection des individus se fera soit au hasard, soit en fonction de la fonction objectif ou peut être l'une des méthodes de sélections souvent utilisées : la roulette, la sélection par rang, la sélection par tournoi et l'élitisme (Goldberg, 1991).

### 2.2.9.2 Les croisements

Les croisements permettent de simuler des reproductions d'individus dans le but d'en créer de nouveaux. Une solution préliminaire est de faire des croisements aléatoires. Toutefois, la solution largement utilisée est celle d'effectuer des croisements multi-points. Il faut découper en N morceaux (1 ou 2 peuvent suffire) chacun des individus choisis, puis il faut prendre un gène de chaque individu pour créer un nouvel individu.

Donc en prenant X individus à croiser (parents), on peut potentiellement obtenir X nouveaux individus (fils). Mais rien ne nous empêche d'utiliser plusieurs fois certains gènes, afin d'obtenir plus de X nouveaux individus.

On peut noter aussi qu'il n'est pas nécessaire et surtout pas recommandé de croiser tous les individus d'une population, car rien ne nous dit si le résultat d'un croisement sera meilleur ou moins bon que les individus obtenus après croisement.

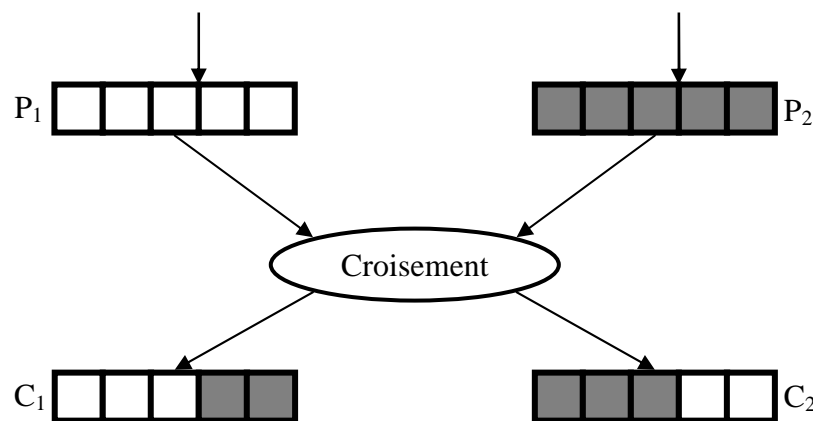


Figure 2.1 : Croisement chromosomique à un point

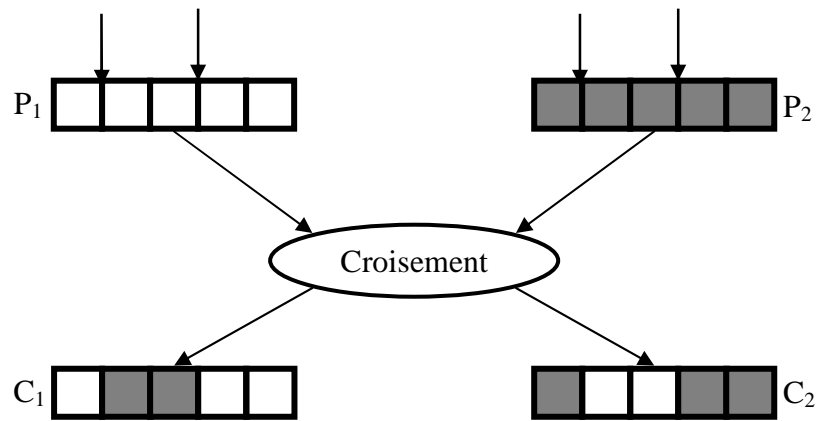


Figure 2.2 : Croisement chromosomique à deux points

### 2.2.3.3 Les mutations

Une autre solution que le croisement permettant de créer de nouveaux individus consiste à modifier ceux déjà existants. Encore une fois, le hasard va nous être d'une grande utilité. Il peut s'avérer efficace de modifier aléatoirement quelques individus de notre population en modifiant un gène ou un autre. Rien ne nous garantit que l'individu muté sera meilleur ou moins bon, mais il apportera des possibilités supplémentaires qui pourraient bien être utiles à la création de bonnes solutions. De même que pour les croisements, il n'est pas recommandé de faire muter tous les individus. Il est possible de faire muter un individu de la manière voulue. Une seule contrainte peut se poser, c'est que l'individu muté doit être de la forme d'une solution potentielle.

Généralement, on ne modifie qu'un gène pour passer d'une solution à une autre de forme similaire mais qui peut avoir une évaluation totalement différente.

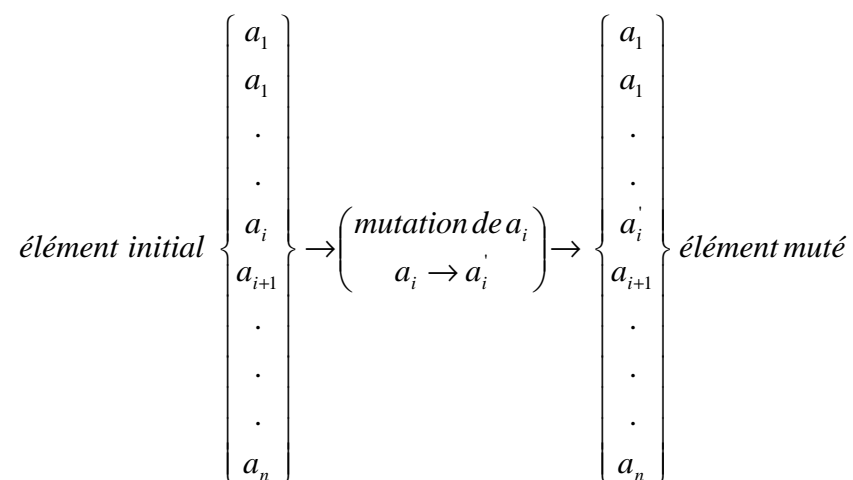


Figure 2.3 : Mutation

#### 2.2.4 L'insertion des nouveaux individus dans la population

Une méthode relativement efficace consiste à insérer les nouveaux individus dans la population de recherche, à trier cette population selon l'évaluation de ses membres, et à ne conserver que les  $N$  meilleurs individus.

Le nombre d'individus  $N$  à conserver est à choisir avec soin. Si on prenait un  $N$  trop faible, la prochaine itération de l'algorithme se fera avec une population plus petite et elle deviendra de plus en plus petite au fil des générations - elle pourrait même disparaître. Par contre en prenant un  $N$  de plus en plus grand, nous prenons le risque de voir exploser le temps de traitement puisque la population de chaque génération sera plus grande.

Une méthode efficace est de toujours garder la même taille de la population d'une génération à l'autre, ainsi il est possible de dérouler l'algorithme sur un grand nombre de générations.

Une fois la nouvelle population obtenue, on peut recommencer le processus d'amélioration des individus pour obtenir une nouvelle population et ainsi de suite ...

#### 2.2.9 Réitération du processus

Les mêmes étapes précédentes pourront être répétées pour chaque itération afin d'évaluer une nouvelle population et sélectionner les meilleurs individus de la population finale.

Le nombre de génération dépend de la taille et du type du problème traité. Généralement il n'est pas possible de trouver des solutions convenables en moins de 10 générations et au bout de 1000 générations, les solutions n'évoluent plus. Mais ceci n'est qu'un ordre de grandeur, tout dépend du problème à résoudre.

Une fois le nombre maximum de générations atteint, on obtient une population de solutions. Mais rien ne nous dit que la solution théorique optimale aura été trouvée. Les solutions se rapprochent des bonnes solutions, mais sans plus. Ce n'est pas une méthode exacte.

#### 2.2.10 Détails d'implémentation

Pour configurer un algorithme génétique, il est nécessaire de fixer les paramètres de départ et de bien choisir les valeurs de ces paramètres. Pour cela, plusieurs paramètres doivent être fixés avant de lancer l'algorithme ; Le type de codage utilisé, binaire ou réel, la taille de la population initiale  $N_p$ , la probabilité de croisement  $\rho_c$ , la probabilité de mutation  $\rho_m$ , la taille de la population sélectionnée  $N_s$ , le critère de classement (fonction objectif)  $\psi$  et la taille des individus insérés  $N_i$ . Le type de codage utilisé dans ce travail est le codage réel. Un tel codage permet en utilisant les opérateurs génétiques, de générer directement des valeurs réelles et de minimiser la taille du problème.

Le paramètre le plus important est la population initiale, qui dépend de la longueur de l'individu. Une règle utilisée est d'avoir  $N_p$  égale à  $k$  fois la longueur de l'individu, avec  $k$  variant entre 2 et 20 (on prend  $k = 4$ ). La probabilité  $\rho_c$  est fixée à 0.6, et  $\rho_m$  à 0.1. La taille de la population sélectionnée pour chaque itération de l'algorithme est de  $N_p/2$ . Le dernier paramètre est la taille des individus insérés qui est égal à 2.

Dans cette étude, deux algorithmes génétiques seront utilisés. Le premier prend la particularité d'utiliser un point de croisement, et le second utilise deux points de croisement.

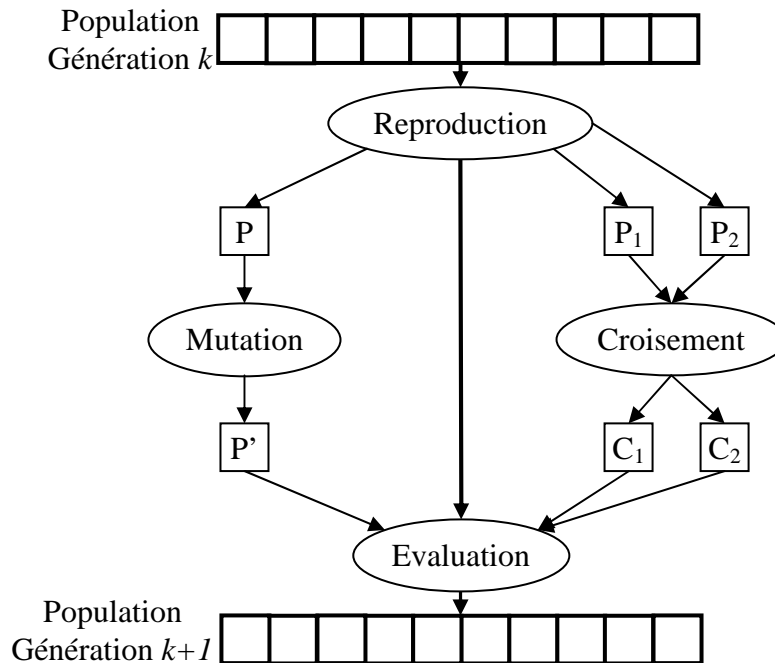


Figure 2.4 : Schéma général d'un AG

### 2.3. Algorithmes de la recherche aléatoire accélérée

Considérons le problème d'optimisation général sans contraintes :

Chercher  $x \in D$

Tels que  $f(x) \rightarrow \max$  (2.1)

Où  $x_i$  est le vecteur de  $i$  variables,  $f(x)$  est la fonction objectif et  $D$  l'espace de recherche. Ce problème peut être résolu en utilisant l'algorithme de recherche aléatoire pur (*pure random search* PRS) (connu par la technique classique d'optimisation de Monte Carlo) de la façon suivante :

Générer un vecteur aléatoire  $\{X_i\}_{i=1}^n$  avec une distribution uniforme sur  $D$ ,

Calculer  $M_n = \max \{ f(X_i) : i = 1, \dots, n \}$ .

La convergence de cet algorithme dépend de plusieurs paramètres : (par exemple du type de problème à optimiser, de sa dimension, de la taille de l'espace de recherche ...). Cependant, le temps d'exécution reste très lent dans la plupart des cas d'optimisation. Bien que cette technique d'optimisation est très simple à mettre en œuvre, elle reste très limitée puisqu'elle laisse une grande place au hasard dans la prise de décision relative à la convergence des résultats.

### 2.3.1. *Algorithme ARS*

L'algorithme de recherche aléatoire accéléré (ARS) est une méthodologie stochastique de recherche (Appel et al, 2005). Ce dernier permet l'amélioration de la convergence de l'algorithme PRS ainsi que l'accélération de la recherche aléatoire dans l'obtention de l'optimum global en un temps réduit.

L'algorithme ARS est formulé de la façon suivante :

Étape 0. fixer  $n = 1$ , et  $r_1 = 1$ . Générer  $X_i$  avec une distribution uniforme sur  $D$ , où  $D$  est la  $d$ -dimension d'un hyper-cube unitaire  $[0, 1]^d$ .

Étape 1. étant donnée  $X_n \in D$  et  $r_n \in (0,1]$ , Générer  $Y_n$  avec une distribution uniforme dans  $D$ , où  $r$  est le rayon de la sphère de centre  $X_i$ .

Étape 2. Si  $f(Y_n) > f(X_n)$ , poser donc  $X_{n+1} = Y_n$  et  $r_{n+1} = 1$ .

Sinon si  $f(Y_n) \leq f(X_n)$ , poser donc  $X_{n+1} = X_n$  et  $r_{n+1} = r_n/c$  ( $c$  est un facteur de contraction  $c > 1$ ).

Incrémenter  $n = n+1$  et aller à l'étape 1.

Cette version de l'algorithme ARS peut être aisément appliqué aux problèmes combinatoires d'optimisation et aux problèmes d'optimisation impliquant des contraintes complexes (exemple : recalage des modèles d'éléments finis).

### 2.3.2. *L'algorithme MARS*

Afin d'accélérer la procédure d'optimisation, une version modifiée a été proposée par Appel et al, 2004. L'idée principale de cette version consiste à lancer l'algorithme ARS  $N_{restart}$  fois. Chaque relance de l'algorithme est exécutée lorsque  $r_n < \rho$  en réinitialisant le rayon  $r_{n+1} = 1$  pour chaque relance de l'algorithme.

Le processus consiste à générer un candidat  $X_{n+1}$  d'une distribution uniforme sur  $D$  en considérant le candidat  $X_n$  comme un optimum local de la relance précédente qui ne sera pas employé dans les itérations suivantes de l'algorithme. Le processus est relancé jusqu'à  $N_{restart} = L$  (où  $L$  est le nombre de relance fixé préalablement). Un bon choix de la valeur du paramètre  $L$  donne

une robustesse à la version modifiée d'ARS. Le choix de ce paramètre dépend essentiellement du type et de la taille du problème d'optimisation. La valeur de  $L$  peut être fixée, par exemple, à 5 pour les problèmes simples. Dans le cas des problèmes de grandes tailles, comme pour le cas du recalage des modèles d'EF, la valeur de  $L$  dépend essentiellement de la convergence des algorithmes de recalage.

### 2.3.3 L'algorithme IMARS

Pour améliorer la convergence du MARS, une nouvelle version est proposée. Cette nouvelle étape est appliquée quand la valeur de  $r_{n+1}$  diminue de sa valeur unitaire ( $r_{n+1} = r_n / c$ ). Les modifications apportées à la nouvelle version consistent à sélectionner, d'une façon aléatoire, un ou plusieurs éléments de  $X_n$  et remplacer ces valeurs sélectionnées par des valeurs proches aux valeurs initiales (rayon  $r_n$ ); Donc on va générer un nouveau candidat  $\tilde{Y}_n$  à partir d'une distribution uniforme dans  $B(X_n, r_{n+1})$ . Dans ce cas, un extra paramètre  $N_{exp}$  correspondant au nombre d'éléments sélectionnés est ajouté. Ce nombre dépend essentiellement de la taille du candidat  $X_n$ .

En considérant le nouvel algorithme, la valeur maximale de  $N_{exp}$  peut être calculée en utilisant la formule suivante:

$$N_{exp} = \text{ceil}( \text{dim} / 3 ), \quad (2.2)$$

Donc la valeur  $N_{exp}$  peut varier entre 1 et  $\text{ceil}( \text{dim} / 3 )$ .

Et le vecteur dépendant de  $N_{exp}$  est donné par :

$$V N_{exp} = \text{ceil}( \text{rand}(( \text{ceil}( \text{dim} / 3 )), 1) * \text{dim} ). \quad (2.3)$$

Avec:

$\text{dim}$  est la dimension du problème,

$\text{ceil}( A )$  est une fonction *MATLAB* qui arrondit l'élément  $A$  à l'entier le plus proche supérieur ou égale à  $A$ ,

$\text{rand}( a, b )$  est une fonction *MATLAB* qui génère une matrice de nombres aléatoires de taille  $a*b$  uniformément distribués dans l'intervalle  $(0,1)$ .

Étant donné que le nombre  $N_{exp}$  est fixé, une troisième étape doit être ajoutée à l'algorithme. Cette étape est appliquée seulement quand  $f(Y_n) \leq f(X_n)$ . Donc l'algorithme MARS devient :

Étape 0. Fixer  $n = 1$ , et  $r_1 = 1$ . Générer  $X_i$  à partir d'une distribution dans  $D$ .

Étape 1. Etant donné  $X_n \in D$  et  $r_n \in (0,1]$ , générer  $Y_n$  dans  $B(X_n, r_n)$ .

Étape 2. Si  $f(Y_n) > f(X_n)$ , poser  $X_{n+1} = Y_n$  et  $r_{n+1} = 1$ .

Sinon si  $f(Y_n) \leq f(X_n)$ , poser  $X_{n+1} = X_n$  et  $r_{n+1} = r_n / c$

Étape 3. Sélectionner  $N_p$  éléments de  $X_n$  générer  $\tilde{Y}_n$  dans  $B(X_n, r_{n+1})$

Si  $f(\tilde{Y}_n) > f(X_n)$ , donc poser  $X_{n+1} = \tilde{Y}_n$  et  $r_{n+1} = 1$ .

Sinon si  $f(\tilde{Y}_n) \leq f(X_n)$ , poser  $X_{n+1} = X_n$  et  $r_{n+1} = r_n / c$ .

Si  $r_{n+1} < \rho$ , donc  $r_{n+1} = 1$ .

Incrémenter  $n = n+1$  et aller à étape 1.

Ainsi on pense avoir apporté des perfectionnements à l'algorithme initial MARS. L'efficacité de cette nouvelle version sera présentée dans la deuxième partie de ce chapitre puis dans le chapitre 5 relatif à la validation physique des problèmes de recalage des modèles d'éléments finis. On nomme cette nouvelle version par « algorithme MARS amélioré » (*improved MARS*).

### 2.3.4 Détails d'implémentation

Pour que les différents algorithmes de recherche aléatoire accélérée fonctionnent dans de bonnes conditions, il est nécessaire de choisir et de fixer les meilleurs paramètres de départ de ces algorithmes. Les différents paramètres sont :

- le facteur de contraction  $c$  et le seuil de convergence  $\rho$  pour les trois algorithmes,
- le nombre des relances  $N_{restart}$  de l'algorithme pour MARS et IMARS,
- le nombre d'extra paramètre  $N_{exp}$  pour IMARS.

Les valeurs de ces paramètres dans l'expérimentation numérique sont donnés comme suit :

$$c = \sqrt{2},$$

$$\rho = 1e-4,$$

$$N_{restart} = 5,$$

$$N_{exp} = 1 \div 1/3 \text{ dépendant de la taille du vecteur généré.}$$

La particularité de ces trois algorithmes provient du rayon de variation  $r_i$ . A chaque divergence d'une nouvelle génération, ce rayon  $r_i$  est réduit en le multipliant par  $1/c$  permettant ainsi de chercher la solution dans un intervalle plus restreint, et ce n'est qu'une fois la solution satisfait la fonction objectif, que le rayon reprend sa valeur initiale  $l$ .

Ces trois algorithmes seront comparés aux autres algorithmes pour en choisir les plus adéquats dans le recalage des modèles d'éléments finis.

## 2.4 Algorithme du recuit simulé

Le recuit simulé (SA) est dérivé d'une analogie avec le procédé de recuit de la physique des matériaux (Levin et Lieven, 1998 ; Kirkpatrick et al 1983). Le recuit est un procédé physique

permettant de chauffer une pièce mécanique jusqu'à sa température de fusion, puis procéder au refroidissement lent par palier et ce jusqu'à solidification. Il est bien entendu que le solide atteint son équilibre thermique à chaque palier de température de refroidissement. Le recuit simulé est un procédé d'optimisation permettant de trouver la plus basse énergie thermique stable parmi les énergies stables possibles. Par analogie, les différents états de la substance correspondent aux différentes solutions possibles au problème d'optimisation combinatoire, et l'énergie correspond à la fonction objectif. Pour mettre en application l'algorithme SA, il est nécessaire de décider au sujet de la nature spécifique du " programme de refroidissement " et du choix de la " fonction de voisinage " employée pour produire l'état postérieur à partir de l'état antérieur. Dans ce travail, nous appliquons la version suivante du recuit simulé basée sur les travaux de (Levin et Lieven, 1998) :

Étape 0 : Fixer le premier état, et la température initiale  $T_0$ ,

Étape 1 : Générer le prochain état en appliquant la fonction de voisinage pour  $N_{SA}$  étapes jusqu'à atteindre l'équilibre,

Étape 2 : Réduire la température par un facteur  $\delta \in [0,1]$  (jusqu'à  $T < T_{th}$ ) et aller à l'étape 1.

Ce processus est répété  $N_{SA}$  fois dans l'étape 1, et  $M_{SA}$  fois dans la deuxième étape.

#### 2.4.1 Détails d'implémentation

La description précédente du recuit simulé laisse beaucoup de détails d'implémentation indécis, tel que la nature de la procédure de refroidissement et le choix de la fonction de voisinage. Une procédure de refroidissement standard consiste à démarrer l'algorithme à une température initiale  $T_0$  (dépendant de la fonction à optimiser) et laisser l'algorithme de génération des états s'exécuter  $N_{SA}$  fois. Après  $N_{SA}$  étapes, la température est réduite par un facteur  $\delta$ ,  $0 < \delta < 1$ . L'algorithme s'arrête si la température  $T$ , formulée comme température à chaque état  $s$ , devient inférieure à la température  $T_{th}$  qui est la température de la solidification complète.

La température  $T_0$  dépend essentiellement de la fonction objectif à optimiser et de la fonction de voisinage utilisée. Donc pour avoir un bon déroulement de l'algorithme, il faut bien choisir la température  $T_0$ . Dans le chapitre 3, on va considérer des valeurs maximales de  $T_0$  pour comparer l'algorithme SA aux autres algorithmes.

La fonction d'ajustement linéaire et la fonction d'ajustement du rayon (Levin et Lieven, 1998) ont été utilisées simultanément à chaque état comme fonctions de voisinage.

L'algorithme SA sera donc comparé aux autres algorithmes proposés dans ce travail pour évaluer sa fiabilité dans l'optimisation des problèmes mathématiques et physiques.

L'organigramme de l'algorithme du recuit simulé est donné ci-dessous :

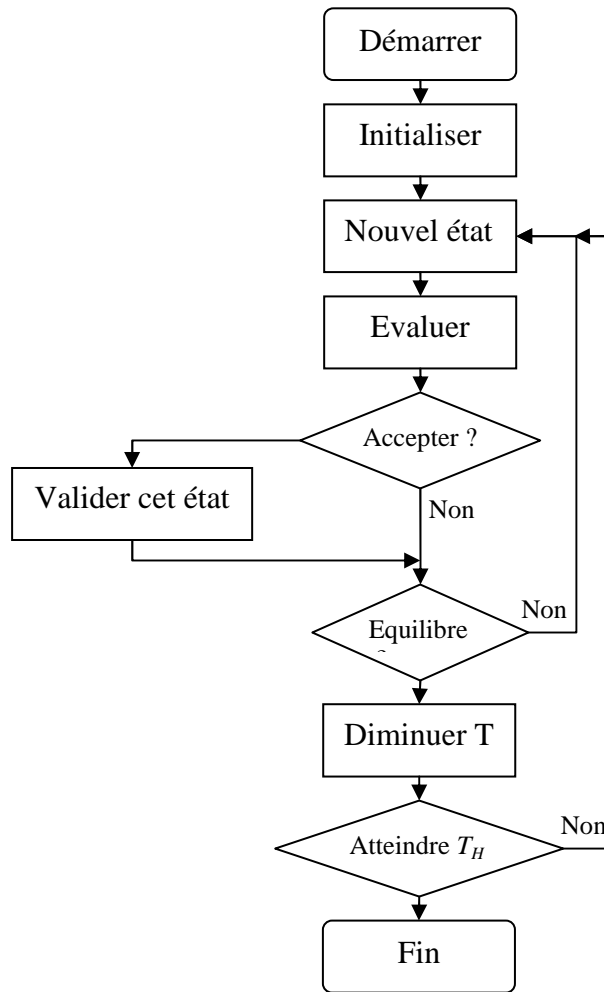


Figure 2.5 : Organigramme du recuit simulé

## 2.5 Evaluation mathématique des algorithmes

Le but de cette partie de ce chapitre est de valider mathématiquement les différents algorithmes proposés dans la première partie du deuxième chapitre. Pour cela, de nombreuses fonctions mathématiques standards et difficiles à optimiser, ont été exécutées afin d'étudier le comportement des algorithmes présentés. Les résultats de sept cas de fonction de référence sont récapitulés ci-dessous pour montrer et illustrer la qualité de la solution des approches appliquées, en considérant les particularités de chaque fonction optimisée qui sont :

- la dimension de l'espace de recherche de chaque fonction,
- le nombre de variables utilisées,
- le nombre des minima locaux,
- le nombre des optima globaux.

### 2.5.1 Fonction de Rosenbrock.

$$f(x_1, x_2) = 100(x_1 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2 \quad (3.1)$$

Cette fonction standard de test a été formulée spécialement pour être difficile à optimiser. Elle a seulement un minimum  $x_{opt} = (1,1)$ ,  $f(x_{opt}) = 0$ , située dans le bas d'une vallée parabolique à fond plat.

La fonction généralisée aux  $n$  dimensions est donnée par :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=2}^n f(x_{i-1}, x_i) \quad (3.2)$$

Le minimum global de la fonction généralisée est au  $x_{opt} = (1, 1, \dots, 1)$  avec le  $f(x_{opt}) = 0$ . Dans les différents tests, une version quadridimensionnelle est appliquée. Le vecteur de variables de départ utilisé pour toutes les fonctions est donné soit en choisissant le point d'entrée  $(2, 2, 2, 2)$  soit en introduisant un point aléatoirement. Chaque variable est situé entre  $-2$  et  $2$ . On dit que le résultat obtenu est acceptable si toutes les variables d'optimisation sont à moins de  $0.1$  du minimum global, et que la valeur de la fonction objectif est à moins de  $0.05$  du minimum.

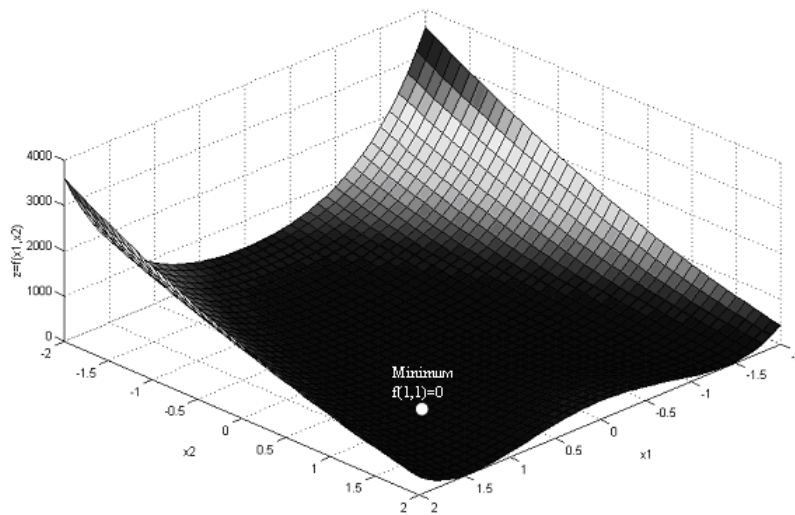


Figure 2.6 : Fonction Banana

Les deux valeurs  $0.1$  et  $0.05$  représentent des seuils prédéfinis de convergence. Ils sont présentés pour calculer le nombre d'itérations exigées à chaque algorithme pour atteindre ces deux limites, et par ailleurs examiner l'efficacité de chaque algorithme. Les mêmes considérations sont appliquées aux autres fonctions.

Le tracé de la fonction bidimensionnelle est montré sur le Figure 2.6.

### 2.5.2 Fonction de Hemmelblau.

$$f(x_1, x_2) = 100(x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2 \quad (3.3)$$

La fonction du *Hemmelblau* prend sa valeur minimale de 0 à quatre points :  $P_1(3.5844, -1.8481)$ ,  $P_2(3,2)$ ,  $P_3(-2.8052, 3.1313)$ ,  $P_4(-3.7793, -3.2832)$ , données par l'intersection des deux sections coniques  $x_2 = x_1^2 + 11$  et  $x_1 = -x_2^2 + 7$ . Dans ce test, les variables varient dans l'intervalle  $[-10, 10]$ . Les résultats seront acceptés si toutes les variables sont à moins de 0.001 du minimum global et si la valeur de la fonction objectif est à moins de  $10^{-6}$  du minimum. Le tracé de la fonction bidimensionnelle est montré sur la Figure 2.7.

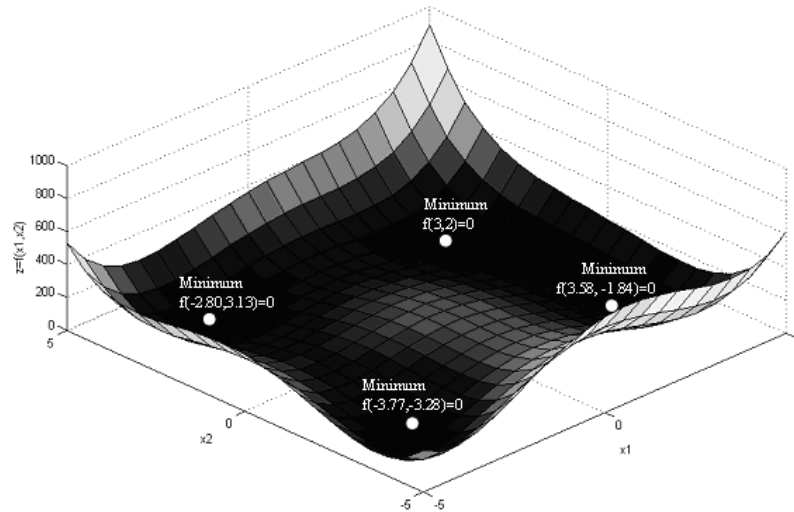


Figure 2.7 : Fonction de Hemmelblau

### 2.5.3 Fonction de Griewank.

$$f(x_i) = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{d} - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) \quad (3.4)$$

Pour le cas bidimensionnelle de la fonction, on peut prendre  $x, y \in [-100, 100]$ , avec  $n=2$  et  $d=10$ . Le minimum global 0 est à  $(0, 0)$ . Une version à cinq dimensions est utilisée pour tester les différents algorithmes. Un résultat est acceptable si toutes les variables auront lieu à moins de  $10^{-4}$  du minimum global et si la fonction objectif aura lieu à moins de  $10^{-7}$  du minimum. Le tracé de la fonction bidimensionnelle est montré sur la Figure 2.8.

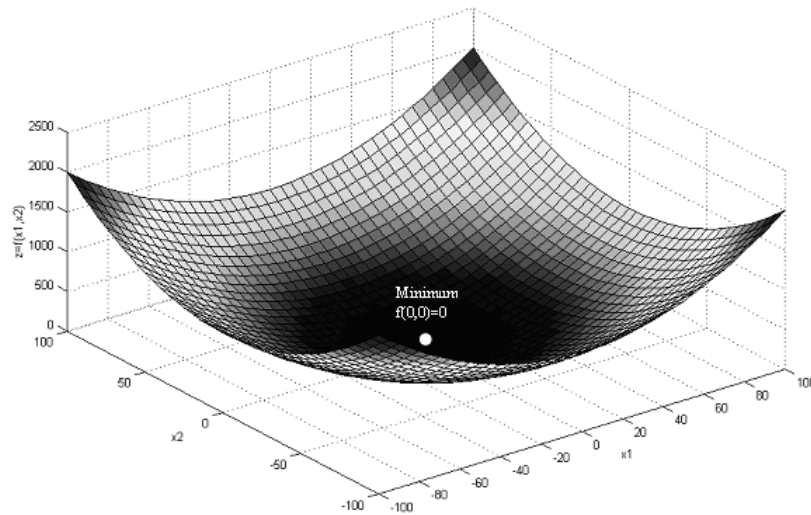


Figure 2.8 : Fonction de Griewank

#### 2.5.4 Fonction de freudenstein-roth:

$$f(x, y) = ((x-13) + ((5-y)y-2)y)^2 + ((x-29) + ((y+1)y-14)y)^2 \quad (3.5)$$

Avec  $x, y \in [-100, 100]$ . Le minimum global de  $f(x, y) = 0$  aura lieu au point  $(5, 4)$ . Cette fonction est proposée pour étudier l'effet de la taille de l'espace de recherche sur la convergence de chaque algorithme. Dans ce cas, on utilise une version à deux dimensions. Pour cette fonction, on accepte un résultat si toutes les variables sont à moins de  $0.001$  du minimum global et si la valeur de la fonction objectif est à moins de  $1e-05$  du minimum des deux variables. Le tracé de la fonction plan est montré sur la figure 2.9.

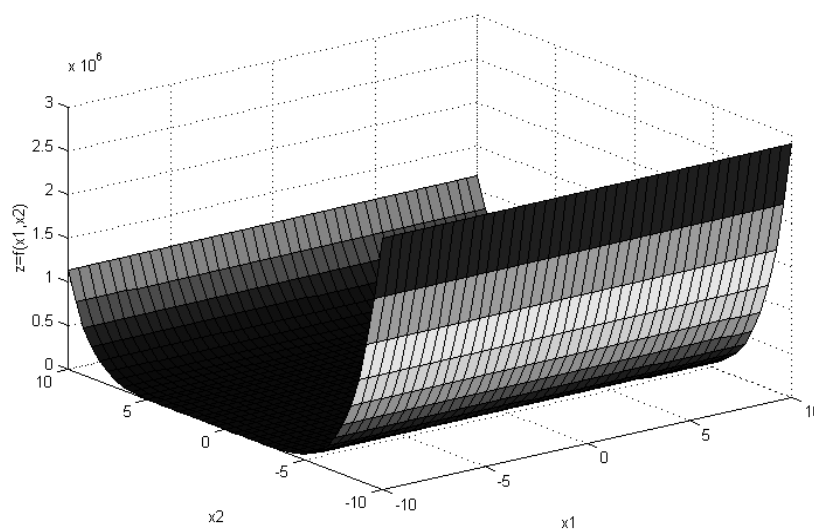


Figure 2.9 : Fonction de Freudenstein-Roth

### 2.5.5 Fonction Rastrigin

$$f(x, y) = (x^2 + y^2) - \cos(18x) - \cos(18y) \quad (3.6)$$

Avec  $x, y \in [-1, 1]$ . Le minimum global de  $-2$  est au point  $(0, 0)$ .

Cette fonction a une série de minima locaux ; elle devient donc une fonction difficile à optimiser. Pour augmenter la difficulté du problème d'optimisation, une version de cinq dimensions est utilisée. Pour cette fonction, le minimum global de  $-8$  prend lieu au point  $(0, 0, 0, 0, 0)$ . Un résultat est accepté si toutes les variables sont à moins de  $0.1$  du minimum global et si la fonction objectif est à moins de  $0.1$  du minimum.

Chacun des algorithmes proposés est exécuté indépendamment plusieurs fois. Pour dire qu'un algorithme se comporte bien avec les différentes fonctions optimisées, il faut que le nombre des exécutions convergentes se rapproche au maximum du nombre d'exécutions. Le tracé de la fonction plan est montré sur la figure 2.10.

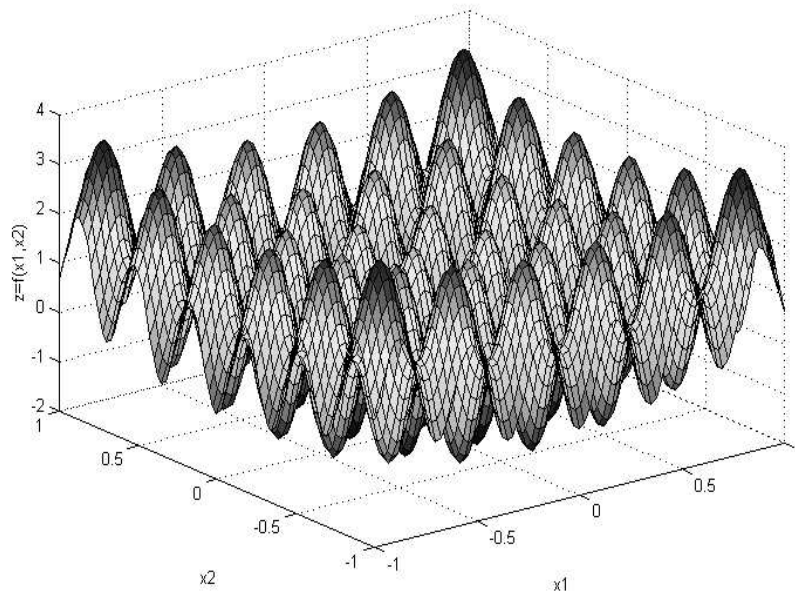


Figure 2.10 : Fonction de Rastrigin

### 2.5.6 Configuration des algorithmes

Avant de lancer les exécutions, il est nécessaire de configurer chaque algorithme en fixant ses paramètres de départ. Les algorithmes ARS, MARS et IMARS utilisent un facteur de contraction de  $c = 2^{1/2}$ , le seuil de précision  $\rho = 10^{-4}$  et le nombre  $N_{restart} = 5$ . Pour l'algorithme SA nous avons utilisé la température initiale  $T_1 = 100000$ , (maximisée par la procédure),  $N_{SA} = 100*d$ , (où  $d$  est la dimension du problème), et le paramètre  $\delta = 0.8$ . Cet algorithme a été présenté dans (Levin & Lieven, 1998). Il sera comparé ici aux différents algorithmes proposés. Deux versions d'algorithmes

génétiques sont proposées. Les deux versions utilisent une population initiale de 100 individus. La première version utilise le croisement uni-point, et la deuxième, un croisement bi-points avec une probabilité de reproduction si  $\rho_c \geq 0.4$ . La mutation est appliquée pour les deux types d'algorithmes en affectant une probabilité de mutation si  $\rho_c < 0.4$ . Ces deux algorithmes restent en exécution tant que le rayon de la sphère  $r_i$  est supérieur au seuil de précision  $\rho$ . De même, les nouvelles générations sont créées en utilisant le rayon  $r_i$  comme intervalle de génération qui varie en fonction du facteur  $c$ . Ces deux dernières configurations des algorithmes génétiques caractérisent l'amélioration apportée à ces deux algorithmes. Elles permettent d'exploiter la particularité de MARS pour améliorer les deux versions d'algorithmes génétiques. Ces deux versions sont comparées à l'algorithme de recuit simulé qui a surpassé deux versions classiques d'algorithmes génétiques présentées dans (Levin & Lieven, 1998).

Le premier ensemble de tests étudie le nombre d'optimums obtenus en exécutant chaque algorithme 50 fois. Le seuil de convergence pour chaque fonction est donné directement dans le tableau des résultats. Le point d'entrée est généré aléatoirement pour tous les algorithmes.

### 2.5.7 Résultats

On peut constater à partir du Tableau 2.1, que l'algorithme IMARS est le plus performant de tous les algorithmes présentés. En fait, l'algorithme IMARS est la combinaison de l'algorithme ARS, de la modification apportée par l'introduction de la procédure de la relance de l'algorithme MARS et de l'amélioration apportée sur l'étape de réduction de rayon de recherche. Cet algorithme et le MARS ont également un autre avantage comparé aux autres méthodes : ils peuvent trouver simultanément plus d'un minimum global et ce grâce à l'introduction du paramètre  $N_{restart}$  (cas de la fonction Himmelblau2). Les deux versions d'algorithmes génétiques trouvent la fonction *banana* très dure à optimiser, cela est due surtout à la complexité de cette fonction. La dimension de l'intervalle de recherche a un grand effet sur la convergence des algorithmes, mais l'algorithme IMARS et MARS restent très robustes et rétrécissent l'espace de recherche très rapidement et en fin de compte cherchent la solution seulement au voisinage de l'optimum global (cas de la fonction Griewank5). Cette particularité est absente chez les autres algorithmes surtout pour la fonction Griewank5, où l'intervalle de recherche est large. Pour améliorer les solutions obtenues par les algorithmes autres que IMARS et MARS, il faut réduire l'espace de recherche ou accroître le nombre d'itérations, une chose qui augmente considérablement le temps d'exécution de chaque algorithme.

Dans le tableau 2.2, nous comparons le nombre moyen d'itérations requis pour atteindre un seuil de convergence précédemment défini pour chaque fonction. Nous pouvons remarquer que les résultats obtenus par l'algorithme IMARS sont les meilleurs et l'algorithme atteint plus rapidement

le seuil de convergence. Dans le cas du SA et des deux versions d'algorithme génétique, le nombre d'itérations exigées pour atteindre le seuil de convergence pour chaque fonction est extrêmement haut comparé à l'algorithme IMARS. L'algorithme MARS est proche de IMARS, mais reste un peu moins efficace que IMARS. L'algorithme ARS se comporte mieux mais nécessite toujours une amélioration.

La taille de l'espace de recherche joue un rôle important dans la convergence des algorithmes, cela peut être constaté pour la fonction Griewank5 utilisant le deuxième intervalle de recherche (intervalle [-1, +1]) où l'on remarque que les résultats obtenus par les différents algorithmes, sauf pour l'algorithme SA, sont nettement améliorés et la convergence atteinte.

Tableau 2.1 : Nombre de résultats acceptés pour 50 exécutions indépendantes

<b>Fonction / intervalle</b>	<b>GA1</b>	<b>GA2</b>	<b>ARS</b>	<b>MARS</b>	<b>IMARS</b>	<b>SA</b>
<b>Rosenbrock4 / [-2,2]</b>	4	4	6	45	50	50
<b>Himmelblau2 / [-10,10]</b>	32	30	50	50	50	20
<b>Himmelblau3 / [-5,5]</b>	25	25	7	25	30	24
<b>Freudenstein-Roth2 / [-100,100]</b>	30	33	20	37	50	20
<b>Rastrigin4 / [-1,1]</b>	20	17	0	3	40	12
<b>Griewank5 / [-100,100]</b>	7	6	38	50	50	0
<b>Griewank5 / [-1, 1]</b>	50	50	50	--	-	25

En conclusion, on peut dire que l'algorithme IMARS est plus performant que les autres approches et on s'attend à ce que cet algorithme et l'algorithme MARS fonctionnent également bien pour les problèmes de recalage des modèles d'éléments finis, où les paramètres d'optimisation tendent à être fortement couplés. Les deux versions d'algorithmes génétiques testés sur l'ensemble des applications donnent de meilleurs résultats que la version du recuit simulé proposée dans (Levin & Lieven, 1998). Cette amélioration est due surtout à la modification proposée dans la présente étude aux deux versions d'AG.

L'efficacité des AGs, IMARS, MARS, ARS et SA sera testée et comparée sur le problème de recalage numérique des modèles d'EF afin d'en choisir les meilleurs qui seront par la suite appliqués aux problèmes de recalage des structures physiques réelles.

Tableau 2.2 : Nombre moyen d'itérations pour avoir des résultats satisfaisants  
(pour 20 exécutions)

Fonction / intervalle / seuil	GA1	GA2	ARS	MARS	IMARS	SA
<b>Rosenbrock4 /</b> [-2,2] / < 0.1	≈100000	≈100000	divergence	31460	3387	75418
<b>Himmelblau2 /</b> [-10,10] / < 5.10 <sup>-5</sup>	517900	733650	divergence	160	120	95700
<b>Himmelblau3 /</b> [-5,5] < 0.3049	38400	58400	divergence	3712	2667	81200
<b>Freudenstein-Roth2 /</b> [-100,100] < 5e-4	21800	51900	divergence	31460	3387	121800
<b>Rastrigin4/</b> [-1,1] < -7.8	7854	8567	divergence	7380	5372	divergence
<b>Griewank5 /</b> [-100,100] / < 10 <sup>-5</sup>	divergence	divergence	divergence	2498	1870	divergence
<b>Griewank5 /</b> [-1,1] / < 10 <sup>-5</sup>	≈8000	≈7000	≈1200	≈700	≈500	divergence

## Chapitre III

### Algorithme de la force centrifuge

#### Sommaire

---

3.1 Introduction.....	47
3.2 Algorithme de la force centrifuge.....	47
3.2.1 Simulation du processus.....	48
3.2.2 Accélération.....	49
3.2.3 Forces centripète et centrifuge.....	50
3.3 Détails d'implémentation.....	52
3.4 Présentation des algorithmes.....	55
3.5 Evaluation des algorithmes.....	56

---

### 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, une série d'algorithmes stochastiques ont été présentés où une nouvelle version appelée MARS améliorée « IMARS » a été proposée. Ce dernier algorithme IMARS a été mathématiquement validé par rapport à des fonctions complexes. Les premiers résultats ont démontré l'efficacité de cet algorithme en termes de convergence et qualité des solutions trouvées. Dans ce chapitre un nouvel algorithme de recherche aléatoire basé sur le principe de fonctionnement d'un système mécanique est nouvellement développé. Cet algorithme doit disposer d'un certain nombre de paramètres de contrôle, dont le choix est primordial pour améliorer la qualité de la solution recherchée et permettant à l'algorithme de converger vers une solution optimale.

### 3.2 Algorithme de la force centrifuge

L'algorithme de la force centrifuge est dérivé d'une analogie faite avec le principe de fonctionnement d'un système mécanique simple. Une machine simple est un mécanisme qui transmet une application d'une force ou d'énergie à un travail utile. L'énergie électrique peut être considérée comme un travail d'entrée (force ou énergie) appliquée pour produire un travail de sortie. Dans notre cas, la source électrique de l'énergie est utilisée pour développer un mouvement ou travail rotatif.

La machine est composée des pièces suivantes (figure 3.1) :

1. Un moteur électrique pour développer une énergie d'entrée,
2. Un axe de rotation,
3. Un tube conique avec angle variable,
4. Une série de boules colorées.

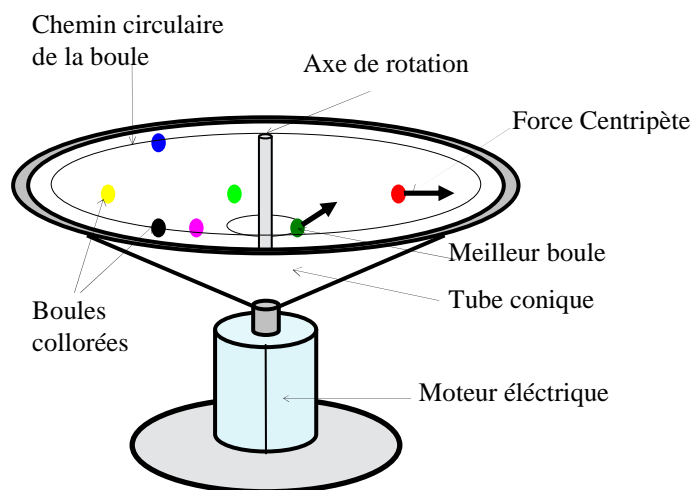


Figure 3.1 : Mécanisme de la force Centrifuge

Le processus s'initialise en fixant l'angle  $\alpha$  à une valeur initiale  $\alpha_0$ . On fait tourner ensuite le moteur avec une vitesse de rotation  $\omega_0$ . Une série de boules colorées sont insérées dans le tube conique. Sous l'effet de vitesse angulaire  $\omega_0$ , une force centrifuge ( $Fg$ ) pour chaque boule est développée, et une partie des boules tend à déborder du tube conique. Ce processus est répété plusieurs fois en variant l'angle  $\alpha$  et la vitesse angulaire  $\omega$ . Les différentes étapes de processus permettent la sélection des bonnes boules choisies pour un nouveau test. Pour chaque variation de  $\alpha$  et  $\omega$  on insère une autre série de boules pour un autre test.

En augmentant la vitesse angulaire du moteur, la force centrifuge de chaque boule augmente et un nombre de boules déborde le tube. Quand on arrive aux valeurs maximales de la vitesse du moteur et de l'angle du tube, une série de boules restent dans le tube conique qui seront considérées comme les bonnes boules et seront classées selon leur valeur de la force centrifuge. La valeur minimale de la force centrifuge correspond à la boule désirée. Cette procédure est un processus d'optimisation mécanique qui sera numériquement simulé.

### 3.2.1 Simulation du processus

Pour simuler ce processus, il est nécessaire d'étudier le processus mécanique en étudiant l'effet de chaque partie de la machine sur le comportement du système. De même, il est de rigueur d'analyser le fonctionnement du système par l'introduction des différentes lois de Newton, le mouvement rotatif et la variation de l'angle du tube conique.

Pour commencer, on étudie tout d'abord le type de moteur électrique utilisé pour développer l'énergie d'entrée ( $\omega(t)$ ). Parmi les moteurs électriques existants, on choisit un moteur asynchrone commandé par la commande  $v/f$  ( $v$  over  $f$ ). Cette commande permet de varier linéairement la vitesse de rotation.

La seconde partie de la machine est le tube conique. Ce tube est utilisé pour varier l'angle  $\alpha$  entre l'axe de rotation et la génératrice du cône (figure 3.1). Cet angle a un grand effet sur la variation de la force centrifuge ; si l'angle  $\alpha$  augmente, la force centrifuge diminue et vice versa.

Le dernier élément concerne les boules colorées, qui représentent l'une des parties la plus importante dans le mécanisme. Chaque couleur représente une masse  $m_i$  d'une boule. Dans l'algorithme de simulation, on réfère aux boules colorées par la génération enregistrée et la force centrifuge  $Fg$  par l'évaluation de la génération (Fonction objectif dans les problèmes d'optimisation). Les boules colorées sont insérées chaque variation de la vitesse de rotation et à chaque variation de l'angle du tube. Dans l'algorithme de simulation, une nouvelle couleur est sélectionnée en se référant à une fonction de voisinage générant ainsi une nouvelle couleur aléatoire avoisinant la couleur de la boule restante dans le tube conique.

### 3.2.2 Accélération

Les figures 3.2 et 3.3 donnent une représentation des forces appliquées sur une boule se déplaçant dans un chemin circulaire. La deuxième loi de mouvement de Newton énonce que l'application d'une force produit une accélération dans la direction de la force. Dans un mouvement circulaire uniforme une force tangentielle varie la vitesse d'une boule en variant continuellement sa direction. Donc il est possible que la boule subisse une accélération (variation de la vitesse) bien que la boule se déplace avec une vitesse angulaire constante. Pour une boule se déplaçant dans un chemin circulaire de rayon  $R$  (figure 3.2), l'amplitude de l'accélération centripète  $a_c$  est donnée par :

$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad (3.1)$$

Avec  $v$  : la vitesse linéaire de la boule,

La vitesse linéaire peut être écrite comme suit :

$$v = \omega \times R \quad (3.2)$$

Avec  $\omega$  : la vitesse de rotation de la boule.

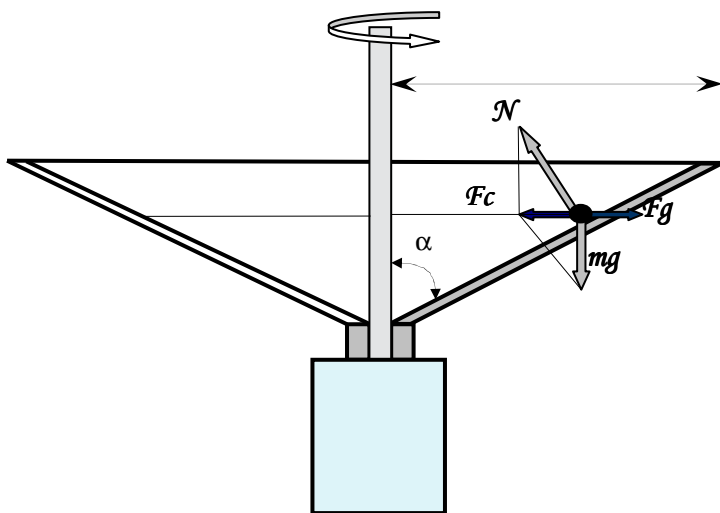


Figure 3.2 : Représentation des forces appliquées sur les boules

### 3.2.3 Forces centripète et centrifuge

La force radiale nécessaire pour maintenir le mouvement circulaire uniforme est définie comme la force centripète. A partir de la seconde loi de mouvement de Newton, l'amplitude de cette force (figure 3.2) est égale à la somme du poids de la boule  $m \cdot g$  et la force normale  $N$ , qui est égale aussi au produit de la masse et l'accélération centripète, ce qui fait :

$$F_c = \vec{N} + m\vec{g} = ma_c = m \frac{v^2}{R} \quad (3.3)$$

Où,  $m$  est la masse de la boule. La masse correspond à une couleur (figure 3.1).

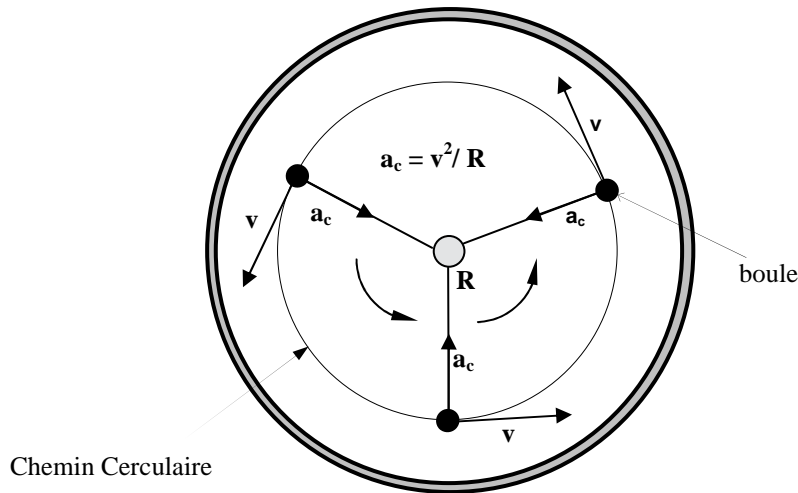


Figure 3.3 : L'accélération centripète  $a_c$  et la vitesse linéaire  $v$

Selon la troisième loi de mouvement de Newton, la boule exerce une force de réaction égale et opposée appelée la force centrifuge ( $F_g$ ). On peut ensuite écrire ce qui suit :

$$|\vec{F}_g| = |\vec{F}_c| = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R \quad (3.4)$$

Une vérification de l'équation (3.4) révèle que la force centripète et la force centrifuge sont directement proportionnelles au carré de la vitesse linéaire  $v$  de la boule. En terme d'optimisation, le paramètre vitesse a plus d'effet sur la force centrifuge que le paramètre masse.

En considérant la longueur  $L_R$ , le rayon  $R$  peut être écrit sous la forme suivante :

$$R = L_R \sin(\alpha) \quad (3.5)$$

Ce qui donne :

$$|\vec{F}_g| = m\omega^2 L_R \sin(\alpha) \quad (3.6)$$

L'équation introduit un nouveau paramètre qui a un effet direct sur la variation de la force centrifuge. Ce paramètre est l'angle  $\alpha$ . Donc, en augmentant  $\alpha$ , on augmente la valeur de la force centrifuge.

La variation du rayon  $R$ , par conséquent la longueur  $L_R$ , est directement liée à la variation de la vitesse de rotation et l'angle du tube conique. Donc, étudier la variation de la force centrifuge revient à étudier l'effet de la vitesse de rotation, l'angle du cône et la masse (couleur de la boule).

Donc, pour contrôler l'évolution du processus d'optimisation, on peut aisément contrôler le rayon de déplacement de chaque boule. Le rayon minimal correspond à la bonne boule à sélectionner.

Le but de ce chapitre est de développer un nouvel algorithme de recherche stochastique basé sur le principe de la force centrifuge. L'algorithme doit être appliqué à tout problème d'optimisation en considérant différentes fonctions objectifs. Cet algorithme minimise la force centrifuge  $F_g$  des boules qui seront acceptées et considérées comme solution au problème d'optimisation étudié.

L'analogie entre les différents paramètres d'optimisation et le comportement physique du mécanisme peut être définie comme suit :

- L'état du système correspond au choix de la couleur des boules,
- La force centrifuge correspond à la fonction objectif à minimiser,
- La vitesse de rotation et l'angle du cône sont des paramètres de contrôle,
- En conclusion, trouver la force centrifuge minimale, c à d le rayon minimal, c'est trouver le minimum global.

### 3.3 Détails d'implémentation

La description précédente de l'algorithme de simulation basé sur le principe de la force centrifuge laisse un certain nombre de paramètres indéterminés, tel que :

- la façon de varier la vitesse de rotation,
- la manière de varier l'angle du cône,
- la manière d'insertion des boules colorées dans le tube conique,
- le choix des fonctions d'insertion des boules,
- le choix des fonctions de voisinage.

En considérant les cinq paramètres ci-dessus, cinq versions d'algorithme de la force centrifuge découlent de l'algorithme de base développé. Ces versions seront comparées entre eux afin d'en choisir le meilleur algorithme qui sera appliqué au problème de recalage des modèles d'EF.

La forme générale de l'algorithme de la force centrifuge est donné comme suit :

Considérons les paramètres du mécanisme  $\omega_0$ ,  $\omega_{max}$ ,  $\alpha_0$  et  $\alpha_{max}$  :

- Étape 0: - fixer  $\alpha_0$ ,  $n=1$  et  $m=1$ ;
- Calculer l'extra paramètre  $\Delta\omega\alpha$ ,
  - Insérer  $j$  boules dans le tube conique,

- Evaluer et classer la force centrifuge de chaque boule,
- Choisir un nombre  $k$  de bonnes boules,

Étape 1: - Varier  $\alpha_m$  par  $\Delta\alpha$  à  $\Delta\omega\alpha + \alpha_n$ ,

- Insérer  $j$  autres boules,

Étape 2: - Evaluer, classer et choisir un nombre  $k$  de bonnes boules,

- Incrémenter  $m = m + 1$  et aller à l'étape 1,

Étape 3: - Varier  $\omega_n$  par  $\Delta\omega$  à  $\omega_{max}$ ,

- Incrémenter  $n = n + 1$  et aller à l'étape 1.

Pour configurer cet algorithme de la force centrifuge d'une façon concise, il est nécessaire de définir les fonctions d'insertion de boules et de voisinage de génération, ainsi que le planning de variation de la vitesse de rotation et de l'angle du tube conique. La méthode d'insertion des boules est donnée dans le tableau 3.1. Une sélection de fonctions de voisinage est donnée dans le tableau 3.2. La sélection des différentes fonctions est effectuée dans l'étape 2 de l'algorithme.

Tableau 3.1 : Fonctions de voisinage de la force Centrifuge

<b>Fonction</b>	<b>Description</b>
Réglage aléatoire	Remplacer un paramètre (boule colorée) aléatoirement, et changer ensuite sa valeur à une autre valeur aléatoire.
Réglage par rayon fixe	Générer un nouveau point dans une sphère à rayon fixe à partir d'un ancien point nécessitant un extra paramètre : le rayon

Tableau 3.2 : Cas d'insertion des boules

<b>Cas</b>	<b>Description</b>
L'insertion pauvre un par un.	Remplacer la boule dans le tube par une autre pour chaque état.
L'insertion $j$ par $j$ .	Une série de $j$ boules est insérée dans le cône à chaque état; la force centrifuge est évaluée pour chaque boule. Dans ce cas, on applique la deuxième fonction de voisinage du tableau 3.1: <ol style="list-style-type: none"> <li>1- Pour la boule à force centrifuge minimale, et remplacer les autres aléatoirement,</li> <li>2- Pour les <math>k</math> boules à forces centrifuges minimales, et remplacer le reste aléatoirement.</li> </ol>

La variation de la vitesse et de l'angle du cône peut être effectuée en utilisant des méthodes simples qui consistent à varier linéairement ces paramètres entre les valeurs minimales et les valeurs maximales.

A cet effet, quatre plannings de variation sont considérés :

1. le premier consiste à fixer l'angle à la valeur minimale, et faire tourner le moteur à la vitesse de rotation de départ  $\omega_0$  ; la deuxième vitesse est générée de la première en ajoutant la variation  $\Delta\omega$ , et ainsi de suite jusqu'à l'obtention de la vitesse maximale,
2. le second consiste à fixer la vitesse à la valeur minimale, et varier l'angle à partir de sa valeur initiale  $\alpha_0$  jusqu'à sa valeur maximale moyennant une variation  $\Delta\alpha$  de l'angle,
3. le troisième consiste à faire varier d'une façon incrémentale la vitesse et l'angle, respectivement entre les intervalles  $[\omega_0, \omega_{max}]$  et  $[\alpha_0, \alpha_{max}]$  avec des variations respectives  $\Delta\omega$  et  $\Delta\alpha$ . Dans ce cas, les intervalles ci-dessus doivent être similairement discrétisés,
4. le dernier utilisé est donné par l'algorithme suivant (Touat et al 2005a et Touat et al 2007b) :
  - Fixer  $\omega = \omega_0$  ;
  - Varier  $\alpha = [\alpha_0 : \Delta\alpha : \alpha_1]$  et fixer  $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$  ,
  - Varier  $\alpha = [\alpha_1 : \Delta\alpha : \alpha_2]$  et ainsi de suite, jusqu'à  $\omega = \omega_{max}$  et  $\alpha = \alpha_{max}$  .

En utilisant les 4 cas, les paramètres spécifiques au problème sont :  $\omega_0, \Delta\omega, \omega_{max}, \alpha_0, \Delta\alpha, \alpha_{max}$

Pour le dernier cas, on doit ajouter un extra paramètre  $\Delta\omega\alpha$  qui caractérise la variation de l'angle pour chaque vitesse de rotation. La valeur de ce paramètre est donnée par la formule suivante :

$$\Delta\omega\alpha = (\alpha_{max} - \alpha_0) / \left( \frac{\omega_{max} - \omega_0}{\Delta\omega} \right) \quad (3.7)$$

Les valeurs des paramètres  $\omega_0, \Delta\omega, \omega_{max}, \alpha_0, \Delta\alpha, \alpha_{max}$  utilisés dépendent du problème à optimiser et des fonctions de voisinage utilisées dans l'algorithme d'optimisation. Puisqu'il n'y a pas de méthode intuitive pour décider sur les valeurs de  $\omega_0, \Delta\omega, \omega_{max}$  et  $\alpha_0, \Delta\alpha, \alpha_{max}$ , il est nécessaire d'affecter à ces paramètres des valeurs appropriées au début du processus d'optimisation.

### 3.4 Présentation des algorithmes

Cinq versions d'algorithme de la force centrifuge sont proposées. Ces versions utilisent le dernier cas des plannings de variation afin de générer les différents états du processus d'optimisation.

Les cinq algorithmes utilisent une union entre les fonctions de voisinage et les fonctions d'insertion des boules comme suit :

1. On utilise le premier cas d'insertion de boules avec l'application de la fonction de voisinage avec réglage aléatoire pour générer l'état prochain. Cet algorithme est appelé : Algorithme

- de la Force Centrifuge à Recherche Aléatoire (AFCRA), puisqu'une boule est utilisée dans chaque état en plus de la fonction de réglage aléatoire,
2. On utilise le premier cas d'insertion de boules combiné avec le réglage par rayon fixe. Cet algorithme est appelé : Algorithme de la Force Centrifuge à rayon fixe (AFCRF),
  3. On utilise le second cas d'insertion de boules combiné avec le réglage aléatoire pour générer le prochain état. Cet algorithme prend comme appellation : Algorithme à Insertion Aléatoire j par j (AIAjj),
  4. On utilise l'insertion j par j (cas 1 du tableau 3.2) combiné avec le réglage à rayon fixe, appelé : Algorithme à rayon fixe j par j (ARFjj1),
  5. On utilise l'insertion j par j (cas 2 du tableau 3.2) combiné avec le réglage à rayon fixe, appelé : Algorithme à rayon fixe j par j (ARFjj2),

Ces cinq algorithmes seront comparés entre eux pour en choisir le meilleur qui sera appliqué aux problèmes de recalage des modèles d'EF.

### 3.5 Evaluation des algorithmes

Puisque l'algorithme de la force centrifuge est développé pour la première fois dans ce travail, la validation mathématique faite pour les premiers cas d'algorithmes d'optimisation (chapitre 2) sera renforcée par une validation physique en résolvant un problème d'optimisation physique simple. Cette validation sera effectuée dans le chapitre 5, où on présente la procédure de recalage des modèles d'EF. Les mêmes fonctions mathématiques utilisées dans le chapitre 2 seront appliquées pour évaluer l'efficacité et la robustesse des différents algorithmes.

Dans la validation mathématique, et comme première étape, on lance chaque algorithme 100 fois et comparer le nombre d'exécutions convergentes. En deuxième étape, un seuil de convergence est fixé pour les fonctions choisies. Les nombres d'itérations nécessaires pour atteindre les seuils prédéfinis seront calculés et comparés entre eux pour valider l'efficacité de chaque algorithme.

Tableau 3.3 : Comparaison entre les cinq algorithmes d'optimisation

Fonction	Nombre de résultats convergents pour chaque algorithme				
	Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3	Algorithme 4	Algorithme 5
<b>Rosenbrock4</b>	6	13	44	52	<b>31</b>
<b>Himmelblau2</b>	48	99	100 (28)	100 (36)	<b>100 (20)</b>
<b>Himmelblau3</b>	0	4	25	30	<b>9</b>
<b>Freudenstein-Roth2</b>	17	8	53	68	<b>46</b>
<b>Griewank4</b>	0	50	24	50	<b>20</b>
<b>Rastrigin2</b>	47	58	100	100	<b>100</b>
<b>Rastrigin4</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>21</b>	<b>55</b>	<b>50</b>

Table 3.4 : Minimums globaux des fonctions mathématiques

Fonction	Global minimum	Variables (minimum)
Rosenbrock4	0	(1,1,1,1)
Himmelblau2	0	P <sub>1</sub> (3.5844, -1.8481), P <sub>2</sub> (3,2), P <sub>3</sub> (-2.8052,3.1313), P <sub>4</sub> (-3.7793,-3.2832)
Himmelblau3	0.3039	(-2.804, 3.072, 1.956)
Freudenstein-Roth2	0	(5,4)
Griewank4	0	(0,0,0,0,0)
Rastrigin2	2	(0,0)
Rastrigin4	-8	(0,0,0,0,0)

Les paramètres physiques du mécanisme de la force centrifuge sont donnés comme suit :

$$\omega_0 = 10 \text{rd/s} \quad \Delta\omega = 10 \text{rd/s} \quad \omega_{\max} = 1000 \text{rd/s} \quad \alpha_0 = 15^\circ \quad \alpha_{\max} = 80^\circ$$

La valeur de  $\Delta\alpha$  est calculée par la formule suivante :

$$\Delta\alpha = \Delta\omega\alpha / 100$$

Où  $\Delta\alpha\omega$  est obtenue par l'équation 3.7.

Le nombre  $j$  des boules insérées dans le tube conique est fixé à 10, et le nombre  $k$  des boules sélectionnées est égal à 5. Ce choix a été validé dans le travail de Touat et al (2005a) et Touat et al (2007b).

On peut constater dans le tableau 3.3 que seul le quatrième algorithme est capable d'optimiser les différentes fonctions mathématiques et permet d'obtenir des résultats satisfaisants avec un taux de convergence très élevé. Cet algorithme combine deux avantages : il fusionne la robustesse des deux fonctions de voisinage ainsi que l'insertion des boules  $j$  par  $j$ , qui augmente la probabilité de convergence de l'algorithme. Cet algorithme possède un autre avantage comparé aux autres, il permet de trouver plus d'un optimal global en même temps (cas de la fonction Himmelblau2). Cette caractéristique favorise davantage l'application de cet algorithme aux différents problèmes d'optimisation. La dimension de l'espace de recherche a un grand effet sur la rapidité de convergence des algorithmes, mais l'algorithme ARFjj1 reste très robuste et donne de très bons résultats (Freudenstein-Roth2). En ce qui concerne les autres versions, on peut remarquer une grande discordance des résultats. Dans certains cas, il y a convergence (bons résultats) et dans d'autres les résultats divergent. Pour le cas de la fonction Griewank4, le deuxième algorithme (AFCRF) converge mieux et rétrécit l'espace de recherche très rapidement. Cette situation est valide seulement pour le cas des fonctions concaves ce qui n'est pas le cas général.

Pour plus de comparaison des différents algorithmes, un autre test de convergence doit être effectué. Ce test consiste en la détermination du nombre d'itérations nécessaires pour atteindre des

seuils de convergence prédéfinis pour chaque fonction. Dans ce chapitre, on va considérer seulement trois fonctions, et trois seuils de convergence.

En consultant le tableau 3.5, on constate que le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre les différents seuils de convergence varie d'un algorithme à un autre et parfois des divergences ont lieu. Le quatrième algorithme reste toujours robuste et rétrécit l'espace de recherche rapidement. Les deux premiers algorithmes divergent pour le cas des fonctions optimisées et nécessitent donc un apport d'améliorations aux paramètres de configuration. Les résultats de ce tableau confirment l'efficacité du quatrième algorithme comparé aux autres, chose qui favorise son application à d'autres problèmes d'optimisation (cas de recalage des modèles d'EF).

Tableau 3.5 : Nombre moyen d'itérations pour avoir des résultats satisfaisants  
(pour 20 exécutions de chaque algorithme)

<b>Fonction / intervalle / seuil</b>	<b>Algorithme1</b>	<b>Algorithme2</b>	<b>Algorithme3</b>	Algorithme4	<b>Algorithme5</b>
<b>Rosenbrock4 / [-2,2] / &lt; 1</b>	diverge	diverge	10001	3001	27001
<b>Himmelblau3 / [-5,5] / &lt; 0.7</b>	diverge	diverge	11601	9001	21001
<b>Griewank5 / [-1,1] / &lt; 10<sup>-3</sup></b>	diverge	4802	5890	2455	5677

## Chapitre IV

### Recalage des Modèles dynamiques d'EF

#### Sommaire

---

Introduction.....	60
4.1 Domaine Modal.....	61
4.2 Domaine Fréquentiel .....	65
4.3 Limitations des fonctions objectifs.....	66
4.4 Identification de la matrice d'amortissement.....	67
4.5 Procédure de recalage.....	68

---

## Introduction

Le recalage des modèles d'EF vise à corriger un modèle d'EF initial dans le but de prévoir le comportement dynamique précis et fiable d'une structure mécanique. Dans cette étude, le problème de recalage est considéré comme un problème d'optimisation dans le but d'ajuster les paramètres du modèle initial de sorte que la différence entre les données numériques et expérimentales est réduite au minimum. Par conséquent, établir une fonction objectif et choisir les bons paramètres de recalage est une étape importante dans le processus d'optimisation.

Le problème du recalage peut être formulé comme le problème d'optimisation suivant :

$$\begin{aligned} \text{Trouver le vecteur des paramètres du modèle } X \text{ (p-valeurs)} & \quad (4.1) \\ \text{tels que } \Psi(X) \rightarrow \min, & \end{aligned}$$

Où  $\Psi$  représente la fonction objectif utilisée dans le processus de recalage du modèle, et le vecteur  $X$  des paramètres (p-valeurs) est un vecteur de facteurs. Chacune des deux matrices est définie par un certain nombre de matrices élémentaires assemblées pour donner les matrices globales de la structure.

Une des formes des p-valeurs est d'affecter un facteur (p-valeur) pour chaque matrice élémentaire, donc deux p-valeurs pour chaque élément fini de la structure, qui fait en total  $2*N$  p-valeurs si on a  $N$  éléments finis. Une autre méthode est de prendre les données géométriques, physiques et mécaniques de la structure étudiée comme p-valeurs. Dans ce cas, il faut bien choisir les paramètres qui influent plus sur la détermination des matrices analytiques de la structure étudiée. Dans le processus d'optimisation, les p-valeurs sont générées aléatoirement et testées pour chaque itération et ce pour en choisir le meilleur vecteur représentatif du modèle d'EF de la structure. L'approche proposée est utilisée dans les différents algorithmes de recherche stochastique pour tester l'efficacité de chaque algorithme à recaler le modèle initial d'éléments finis.

La fonction objectif  $\Psi$  peut être définie soit dans le domaine modal, soit fréquentiel. Dans la partie suivante, plusieurs sortes de formulations possibles de fonction objectif seront étudiées. Ces fonctions sont comparées et testées afin d'en choisir la plus appropriée au recalage des structures physiques réelles.

### 4.1. Domaine Modal

Selon le domaine modal, plusieurs fonctions objectifs ont été proposées dans la bibliographie, (Mottershead et Friswell, 1993 ; Friswell et Mottershead, 1995). La formulation de ces fonctions est basée essentiellement sur des données expérimentales incluant les paramètres modaux : fréquences naturelles et déformées modales.

Une première formulation de la fonction objectif utilise les facteurs suivants :

La matrice de masse  $M_{ort}$  du test d'auto-orthogonalité (Kodiyalam et al 1994),

$$\mathbf{M}_{ort} = \phi^m \mathbf{M}_a \phi^m \quad (4.2)$$

La matrice de masse  $M_{oc}$  du test d'Orthogonalité-croisée- (Kodiyalam et al 1994),

$$\mathbf{M}_{oc} = \phi^m \mathbf{M}_a \phi^a \quad (4.3)$$

La matrice de rigidité  $K_{ort}$  du test d'auto-orthogonalité,

$$\mathbf{K}_{ort} = \phi^m \mathbf{K}_a \phi^m \quad (4.4)$$

La matrice de rigidité  $K_{oc}$  du test d'Orthogonalité-croisée,

$$\mathbf{K}_{oc} = \phi^m \mathbf{K}_a \phi^a \quad (4.5)$$

où :

$M_a$  et  $K_a$  sont les matrices analytiques de masse et de rigidité de dimension  $n$ , respectivement.

$\phi^a$  les déformées modales analytiques

Et,  $\phi^m$  les déformées modales mesurées (avec  $m$  : le nombre de modes mesurés).

Pour un cas idéal, les deux premières matrices  $M_{ort}$  et le  $M_{oc}$  doivent être égales à la matrice identité et les matrices de rigidité  $K_{ort}$  et  $K_{oc}$  égales à la matrice diagonale  $\omega_i^2$  (où  $\omega_i^2$  représentent les fréquences naturelles). Ainsi, la fonction objectif à minimiser peut être formulée comme suit (Touat et Rechak, 2003) :

$$\Psi_1 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \left| (M_{ort} + M_{oc})_{ij} \right| - \left| \Gamma(M_{ort} + M_{oc}) \right| + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \left| (K_{ort} + K_{oc})_{ij} \right| - \left| \Gamma(K_{ort} + K_{oc}) \right| \quad (4.6)$$

où  $\Gamma$  est le symbole de la trace de la matrice,  $|\cdot|$  représente le symbole de la valeur absolue,  $m$  est le nombre de modes mesurés, et  $i, j$  sont les indices des éléments de la matrice.

Dans la formulation précédente, la fonction objectif  $\Psi_1$  représente la différence entre la somme des éléments des deux tests d'orthogonalité et la somme de leurs traces. Berman et Nagy (1983), par exemple, ont pris seulement les tests d'auto-orthogonalité comme contraintes. Dans ce travail, les tests d'Orthogonalité croisée ont été ajoutés pour améliorer la convergence et augmenter la sensibilité de la fonction objectif aux petites variations provenant des matrices analytiques.

Dans le processus du recalage du modèle, on exige non seulement une corrélation satisfaisante entre les résultats analytiques et expérimentaux, mais également la conservation de la signification physique des paramètres recalés. Pour cette raison, un facteur additionnel sera inséré dans la formulation précédente de la fonction objectif. Il concerne les contraintes physiques : la contrainte de la masse totale de la structure et la contrainte des fréquences naturelles de la structure. Ces contraintes sont introduites dans la fonction objectif comme la différence entre les paramètres (masse et fréquences) du modèle analytique et de la structure physique réelle, respectivement, sur toute la masse de la structure  $M_m$  (pour la contrainte de masse) et sur les fréquences naturelles mesurées  $f_m$  (pour la contrainte des fréquences). Ces deux facteurs ont montré un grand effet sur la variation de la fonction objectif et ont amélioré remarquablement le modèle analytique, donnant un sens physique aux résultats obtenus (Touat et Rechak, 2003). En outre, la différence entre les valeurs absolues des traces des tests peut être ajoutée à la fonction objectif. Ce facteur concerne les deux matrices analytiques  $M_a$ ,  $K_a$ , et il contribue aussi dans l'augmentation de la sensibilité de la fonction objectif (Touat et Rechak, 2003).

Par conséquent, la fonction objectif suivante est proposée :

$$\Psi_2 = \Psi_M + \Psi_K \quad (4.7)$$

Où la partie massique de la fonction objectif est donnée par :

$$\begin{aligned} \Psi_M = & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \left| (M_{ort} + M_{oc})_{ij} \right| - \left| \Gamma(M_{ort} + M_{oc}) \right| + \\ & \left| \Gamma(M_{ort}) - \Gamma(M_{oc}) \right| + \left| \left( \sum_{i=1}^m (m_a - m_m)_i / m_m \right) \right| \end{aligned} \quad (4.8)$$

et la partie rigidité de la fonction objectif est exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} \Psi_K = & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \left| (K_{ort} + K_{oc})_{ij} \right| - \left| \Gamma(K_{ort} + K_{oc}) \right| + \\ & \left| \Gamma(K_{ort}) - \Gamma(K_{oc}) \right| + \left| \left( \sum_{i=1}^m ((f_a - f_m)_i / f_m)_i \right) \right| \end{aligned} \quad (4.9)$$

On présente à titre d'exemple une autre fonction objectif définie dans le domaine modal (Kwon et Lin, 2005) :

$$\Psi_3 = W_\omega J_\omega + W_\varphi J_\varphi \quad (4.10)$$

Où  $J_\omega$  et  $J_\phi$  sont les composants de la fonction objectif liés respectivement aux données des fréquences naturelles et des déformées modales, et  $W_\omega$  et  $W_\phi$  sont les facteurs poids. Selon les auteurs  $J_\omega$  et  $J_\phi$  peuvent être écrites comme suit :

$$J_\omega = \sum_{k=1}^n \left( \frac{\omega_k^m - \omega_k^a}{\omega_k^m} \right)^2, \quad J_\phi = \sum_{k=1}^n (MSF \cdot \phi_k^m - \phi_k^a)^T (MSF \cdot \phi_k^m - \phi_k^a), \quad (4.11)$$

où  $\omega_k$  et  $\phi_k$  sont respectivement les vecteurs des fréquences naturelles et déformées modales, et les indices  $m, a$  représentent les données analytiques et mesurées ( $T$  est la transposée d'un vecteur). Le facteur d'échelle modal (*modal scale factor* MSF) (Friswell et Mottershead, 1995), est donné par :

$$MSF = \frac{(\phi_k^a)^T \phi_k^m}{(\phi_k^m)^T \phi_k^m} \quad (4.12)$$

De plus, le critère d'assurance modal (*modal assurance criterion* MAC) (Friswell et Mottershead, 1995) devrait être employé afin de comparer convenablement les données analytiques et expérimentales. Le critère MAC est défini par l'expression suivante :

$$MAC = \frac{|(\phi^m)^T \phi^a|^2}{((\phi^m)^T \phi^m)((\phi^a)^T \phi^a)} \quad (4.13)$$

Les valeurs de la matrice MAC varient entre 0 et 1 selon le degré de corrélation entre les déformées modales analytiques et expérimentales. Si les modes analytiques et expérimentaux sont en bonne corrélation, la diagonale de la matrice MAC a des valeurs proches de 1 et les termes hors de la diagonale sont proches de 0.

Une autre fonction récente proposée dans (Touat et al, 2007) est présentée. Cette fonction, inspirée de la fonction  $\Psi_3$ , combine la robustesse de trois paramètres ; les fréquences naturelles, les déformées modales et le critère d'assurance modal (MAC).

Cette fonction est donnée par la formulation suivante :

$$\Psi_4 = W_\omega J_\omega + W_\phi J_\phi + W_{MAC} J_{MAC} \quad (4.14)$$

Où  $J_\omega, J_\phi$  et  $J_{MAC}$  sont les composants de la fonction objectif liés respectivement aux données des fréquences naturelles, déformées modales et du MAC, et  $W_\omega, W_\phi$  et  $W_{MAC}$  sont les facteurs poids. Cette fonction objectif, inspirée de la fonction proposée par Kwon et Lin, (2005), a été améliorée en modifiant la deuxième composante et en ajoutant une troisième composante.

Selon Touat et al, (2007),  $J_\omega$ ,  $J_\phi$  et  $J_{MAC}$  peuvent être écrites comme suit :

$$J_\omega = \sum_{k=1}^n \left( \frac{\omega_k^m - \omega_k^a}{\omega_k^m} \right), J_\phi = \sum_{k=1}^n |\phi_k^m - \phi_k^a|, J_{MAC} = \sum_{k=1}^n |\Gamma(I) - \Gamma(MAC)| \quad (4.15)$$

où  $\omega_k$  et  $\phi_k$  sont respectivement les vecteurs des fréquences naturelles et déformées modales, et les indices  $m$ ,  $a$  représentent les données analytiques et mesurées ( $\Gamma(I)$  est la trace de la matrice identité). Les valeurs des facteurs poids sont fixées respectivement à : 1, 20 et 30. Ces valeurs sont déterminées après plusieurs essais et plusieurs lancements des algorithmes de recalage et elles peuvent varier selon la particularité du modèle à recalcer.

## 4.2. Domaine Fréquentiel

Nombreuses fonctions objectifs développées dans le domaine fréquentiel ont été présentées et comparées dans (Levin et Lieven, 1998). La première est la différence entre les amplitudes des fonctions de réponse en fréquence « FRFs » expérimentales et analytiques, sommée sur chaque point de fréquence disponible et chaque FRF. Cette fonction objectif est très difficile à optimiser puisqu'elle est dominée par la contribution apportée aux pics de résonance des FRFs. En conséquence, une autre fonction objectif a été proposée (Levin et Lieven, 1998) pour améliorer la première en considérant la différence des q-puissance entre le logarithme des amplitudes des FRF sommée sur chaque FRF et chaque fréquence : c à d.,

$$\Psi_5 = \sum_j \sum_k \left| \log(\|\alpha_{jk}^x\|_2) - \log(\|\alpha_{jk}^a\|_2) \right|^q \quad (4.16)$$

où,  $\alpha^x$  et  $\alpha^a$  sont respectivement les amplitudes des FRFs expérimentales et analytiques pour chaque colonne  $k$  de la matrice des FRFs, sommées sur chaque point disponible  $j$  de fréquence ( $\|\cdot\|_2$  dénote la norme euclidienne). La valeur de  $q$  égale à 1 a été établie en tant que valeur la plus efficace pour une telle fonction objectif (Levin et Lieven, 1998). Cette valeur et le logarithme sont employés pour réduire la domination des points de FRF près des fréquences de résonance, et augmenter l'effet des points d'anti-résonance.

Une autre fonction objectif définie dans le domaine de fréquence a été proposée dans (Kwon et Lin, 2005), en choisissant seulement quelques points à employer afin d'éviter les points de fréquence proches des résonances. Cette fonction est inspirée de l'équation (4.16), en divisant la différence entre la FRF par  $\omega_k$  et en prenant la valeur de  $q$  égale à 2.

$$\Psi_6 = \sum_j \sum_k \left( \frac{\log|\alpha_{jk}^m| - \log|\alpha_{jk}^a|}{\omega_k} \right)^2 \quad (4.17)$$

Il est à constater que la différence entre les deux fonctions objectifs est observée dans les FRFs mesurées utilisées comme référence. Dans la présente étude, nous considérons seulement la première fonction objectif donnée par l'équation 4.16. Cette fonction sera testée et comparée aux autres fonctions objectifs définies dans le domaine modal. L'utilisation de l'autre fonction est prévue pour d'autres études en considérant davantage le domaine fréquentiel.

### 4.3. Limitations des fonctions objectifs

Le choix des fonctions objectifs à minimiser reste toujours restreint surtout pour les fonctions où les paramètres à optimiser tendent à être hautement couplés. Cette remarque, clairement constatée pour les problèmes d'optimisation appliqués au domaine de recalage des modèles d'éléments finis, est due surtout à la présence des différentes contraintes et limitations physiques et mathématiques du problème étudié.

La première limitation concerne les données expérimentales utilisées pour valider le modèle initial d'éléments finis. Elle touche directement la première fonction objectif  $\psi_1$  au niveau des différents tests d'orthogonalité croisée. Ces tests exigent une série de mesures de taille égale à la taille des matrices analytiques, chose qui ne peut avoir lieu pour les grands systèmes où le nombre de degrés de liberté mesurés est beaucoup plus petit que celui des modèles analytiques. Par conséquent, les formes modales du modèle analytique ne peuvent pas être comparées directement avec les données des tests. Pour remédier à cette incompatibilité, deux solutions sont envisageables Touat, et al (2000) :

- 3) expansion des formes modales mesurées à tous les degrés de liberté en utilisant les matrices de masse et de rigidité du modèle analytique (Kidder 1974),
- 4) réduction des matrices de masse et de rigidité du modèle analytique aux degrés de liberté mesurés (Guyan 1965).

Ces deux méthodes sont des approches approximatives et peuvent écarter les résultats au cours des itérations. Pour éviter cette anomalie, une des méthodes est de comparer directement les déformées modales mesurées et analytiques sans utiliser les matrices analytiques. Cette solution peut avoir lieu en utilisant le critère MAC qui donne une possibilité de comparer ces deux paramètres directement et sans passer par les deux approches. Le critère MAC donné par l'équation (4.13), utilise les déformées modales expérimentales et les déformées analytiques correspondantes comme données à comparer entre elles sans se soucier des degrés de liberté (d°dls) mesurés. Il suffit seulement d'extraire des déformées analytiques les valeurs correspondantes aux d°dls mesurés.

Donc, une comparaison directe de ces valeurs et les valeurs mesurées nous permet d'évaluer le degré de corrélation entre les mesures et l'analyse.

Pour les fonctions définies dans le domaine fréquentiel, la contrainte majeure constatée est la taille des FRFs mesurées ; c à d. le nombre des FRFs et la plage de fréquences utilisées. Pour effectuer la comparaison entre les mesures et l'analyse dans le domaine fréquentiel, on doit tout d'abord calculer les FRFs analytiques pour chaque point de mesure. D'un côté, cette étape nécessite un très grand temps de calcul pour chaque itération de l'algorithme, surtout si la taille du problème est grande, et de l'autre côté, l'erreur entre les mesures et l'analyse pour chaque point de fréquence s'accumule le long de la plage des fréquences et pour chaque FRF, chose qui limite et réduit les performances de la fonction objectif à minimiser. Pour y remédier, il faut bien sélectionner le nombre de FRFs et le nombre de points de fréquences utilisées.

#### 4.4. Identification de la matrice d'amortissement

L'identification de la matrice amortissement nécessite un autre effort de recherche permettant de caractériser l'amortissement des structures par des procédures de recalage performantes et appropriées. Bien que dans le présent travail de recherche, on s'intéresse essentiellement à l'identification des matrices analytiques de masse et de rigidité des structures, on propose par ailleurs une méthode d'identification de la matrice d'amortissement utilisant un algorithme de recalage direct proposé par Pilkey (1999). Une fois les matrices de masse et de rigidité du modèle d'éléments finis sont obtenues en utilisant la procédure de recalage, la matrice d'amortissement sera calculée en utilisant un algorithme direct donné par l'équation suivante :

$$C = -M(\phi \Omega^2 \phi^T + \bar{\phi} \bar{\Omega}^2 \phi^*)M \quad (4.18)$$

Où la barre représente le conjugué du complexe et \* représente la transposé du conjugué du complexe.  $\phi$  est la matrice des vecteurs propres, et  $\Omega$  la matrice diagonale contenant les valeurs propres.

Avant d'établir cette étape de calcul, on doit tout d'abord passer par la normalisation de vecteurs propres complexes en utilisant l'équation :

$$\phi_i^T (M \lambda_i^2 - K) \phi_i = \lambda_i \quad (4.19)$$

Cette équation est appliquée pour chaque valeur propre  $\lambda_i$  et vecteur propre  $\phi_i$ .

#### 4.5. Procédure de recalage

La procédure de recalage s'initialise par la modélisation de la structure par éléments finis, ce qui permet de déterminer les matrices de masse et de rigidité  $M_a$  et  $K_a$  et les différents paramètres dynamiques du modèle initial. Le bon choix du type d'élément ainsi que la bonne connaissance des propriétés mécaniques, physiques et géométriques jouent un rôle essentiel pour une bonne modélisation de la structure physique. Cette modélisation nous permet d'étudier le comportement statique et dynamique de la structure mécanique et de prendre ainsi les bonnes dispositions pour prévoir un meilleur comportement de la structure. Une telle étape exige donc une vérification expérimentale pour valider le modèle numérique initial de la structure étudiée. L'analyse modale expérimentale devient donc un outil indispensable pour valider une telle modélisation.

La validation expérimentale est la deuxième étape dans la procédure de recalage des modèles d'éléments finis. Elle est utilisée pour tester et comparer les paramètres dynamiques ( $\Omega$ ,  $\phi$ ,  $\alpha$ ) de l'expérimental à ceux du modèle initial. Cette étape est importante dont va dépendre le reste du processus de recalage. Le critère MAC, l'erreur relative entre les fréquences naturelles mesurées et analytiques (si on travaille dans le domaine modal) et l'erreur entre les FRFs mesurées et analytiques (domaine fréquentiel) seront exécutés pour évaluer la conformité du modèle initial avec les données expérimentales. Si les résultats expérimentaux et analytiques obtenus sont en bon accord, on peut dire que le modèle initial choisi est un bon modèle et représente au mieux le comportement dynamique de la structure étudiée. Dans le cas contraire (cas réel), la procédure de recalage continue en évaluant la fonction objectif  $\psi_a$  du modèle initial. Cette fonction sera donc une fonction de référence pour les autres fonctions des modèles générés dans le processus de recalage.

L'étape qui suit est le choix des paramètres (p-valeurs) à optimiser des modèles analytiques. Faire un bon choix des paramètres contribue plus dans la convergence des résultats et par conséquent dans la convergence du processus d'optimisation. Dans la même étape on choisit l'algorithme de recherche qui nous permet de générer les p-valeurs pour chaque itération du processus d'optimisation. La bonne configuration des paramètres de l'algorithme de recalage permet une investigation meilleure et rapide de la solution dans l'espace de recherche.

Une fois l'algorithme de recalage choisi et les paramètres fixés, on passe à la génération aléatoire du nouveau vecteur p-valeurs, qui sera employé pour développer le nouveau modèle de l'itération (i). Ce nouveau modèle défini par ces paramètres  $[M_i K_i \Omega_i \phi_i]$  est comparé, en utilisant la fonction objectif  $\psi_i$ , au modèle initial. Si l'erreur entre les deux fonctions objectifs est réduite, le deuxième modèle remplace le premier et ses paramètres remplacent les paramètres du premier modèle. Cette étape est répétée jusqu'à ce que le nombre d'itérations atteigne le maximum et les résultats convergent vers une solution fixe. Dans ce cas, le modèle possédant la fonction objectif

minimale est considéré comme modèle solution et utilisé ensuite pour calculer la matrice d'amortissement par un algorithme de correction directe.

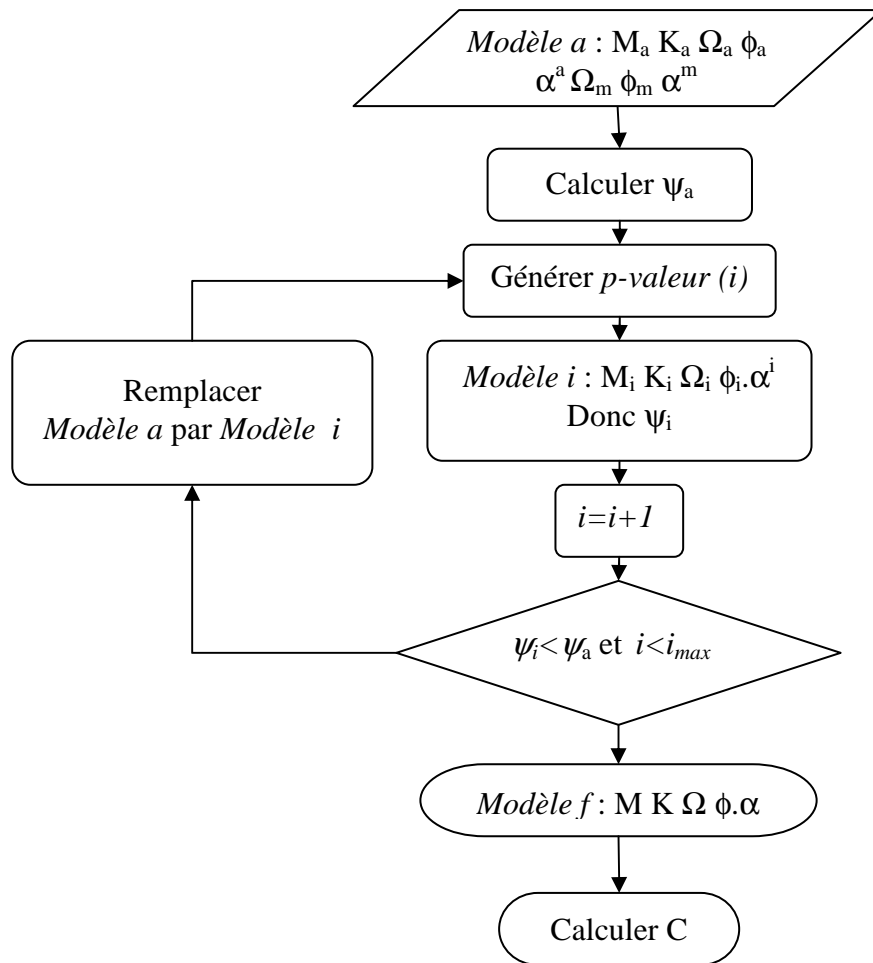


Figure 4.1 : Organigramme de la procédure de recalage

# Chapitre V

## Validation Physique de la Procédure de recalage

### Sommaire

---

Introduction .....	71
5.1 Exemple 1.....	71
5.2 Exemple 2 .....	81
5.3 Evaluation des fonctions objectifs.....	90
5.4 Evaluation des Algorithmes IMARS et ARFjj1.....	94

---

## Introduction

Afin de décider sur l'efficacité des différents algorithmes à recalculer les modèles dynamiques d'éléments finis, deux exemples de validation concernant deux modèles simples simulés numériquement sont présentés. Le premier est le cas d'un système simple de masse-ressort-amortisseur présenté pour illustrer les différentes étapes d'application des algorithmes de recalage pour l'identification des matrices analytiques. C'est un bon exemple pour montrer le potentiel de la procédure de recalage utilisant la recherche stochastique dans le domaine de recalage de modèles d'EF. Le deuxième exemple est plus large et plus complexe. Il concerne le recalage d'une structure poutre modélisée par éléments finis, utilisant des données fréquentielles et modales. Cet exemple est utilisé pour comparer les différents algorithmes de recalage ainsi que les différentes formulations des fonctions objectifs définies dans les deux domaines : modal et fréquentiel.

### 5.1. Exemple 1

Considérons le système masse-ressort-amortisseur à 4 degrés de liberté suivant :

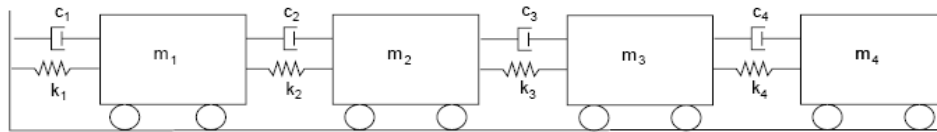


Figure 5.1 : Système masse-ressort-amortisseur

Le but de cet exemple est de présenter les différentes étapes pour appliquer les procédures de recherche aléatoire dans le processus de recalage des modèles analytiques. Les matrices de masse, rigidité et amortissement de ce système sont données. Les fréquences naturelles et déformées modales analytiques pour le système non amorti sont calculées, et la matrice amortissement est présentée pour calculer les fonctions de réponse en fréquence du système. Le modèle analytique initial est caractérisé par :

$$M_a = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$K_a = k * \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C_a = \begin{bmatrix} 0.02 & -0.01 & 0 & 0.0 \\ -0.01 & 0.02 & -0.01 & 0.0 \\ 0.0 & -0.01 & 0.02 & -0.01 \\ 0.0 & 0.0 & -0.01 & 0.01 \end{bmatrix}$$

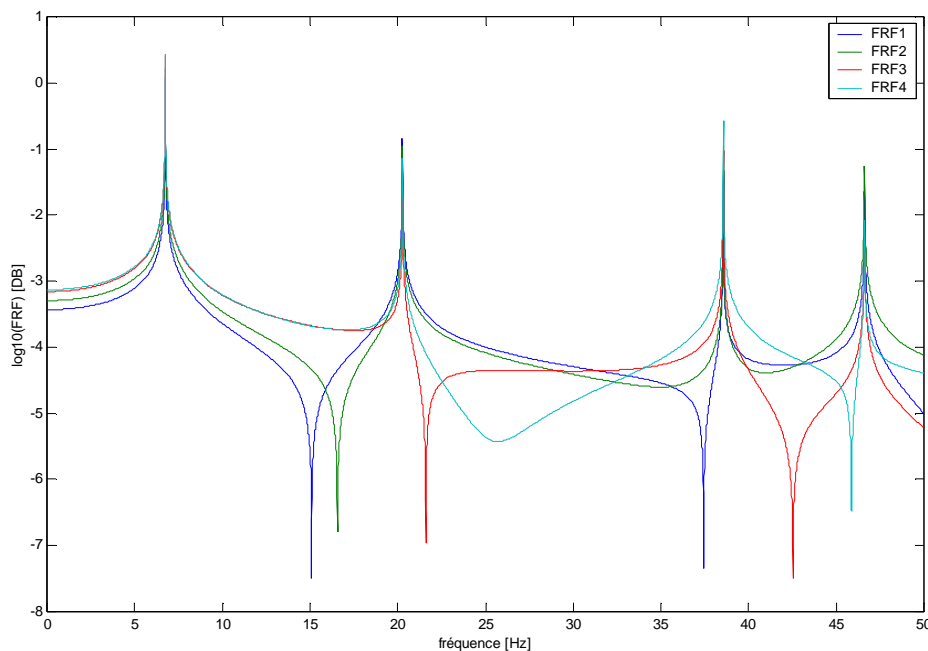
Avec  $k = 1.3e5$  ;

A partir de ce système, on peut obtenir les fréquences naturelles et les déformés modales du modèle analytique :

$$\Omega_a = [6.75, 20.27, 38.56, 46.62] ;$$

$$\phi_a = \begin{bmatrix} 0.28 & -0.73 & 0.14 & 0.37 \\ 0.40 & -0.55 & -0.17 & -0.91 \\ 0.60 & 0.22 & -0.33 & 0.13 \\ 0.63 & 0.36 & 0.92 & -0.14 \end{bmatrix}$$

Le tracé des 4 FRFs analytiques  $\alpha^i$  est représenté sur la figure (5.2) :



**Figure 5.2 : Fonctions de réponse en fréquence analytiques**

Ces paramètres sont donnés afin d'être comparés aux paramètres expérimentaux. Les valeurs propres  $\Omega_m$ , vecteurs propres cibles  $\phi_m$  et les fonctions de réponse en fréquence FRFs cibles  $\alpha^m$  sont obtenus expérimentalement, bien que dans ce cas on utilise des valeurs exactes obtenues analytiquement à partir des matrices M, C, et K en variant quelques paramètres sur le modèle initial.

Considérant les mêmes valeurs prises pour le modèle  $\{M_a, C_a, K_a\}$  et fixons  $m_2=9$ ,  $k_3 = k*1.5$  et  $c_4 = 0.015$ , on obtient donc un nouveau système donné par :

$$M = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$K = k * \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 3.5 & -1.5 & 0 \\ 0 & -1.5 & 3.5 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.02 & -0.01 & 0.0 & 0.0 \\ -0.01 & 0.02 & -0.01 & 0.0 \\ 0.0 & -0.01 & 0.025 & -0.015 \\ 0.0 & 0.0 & -0.015 & 0.015 \end{bmatrix}$$

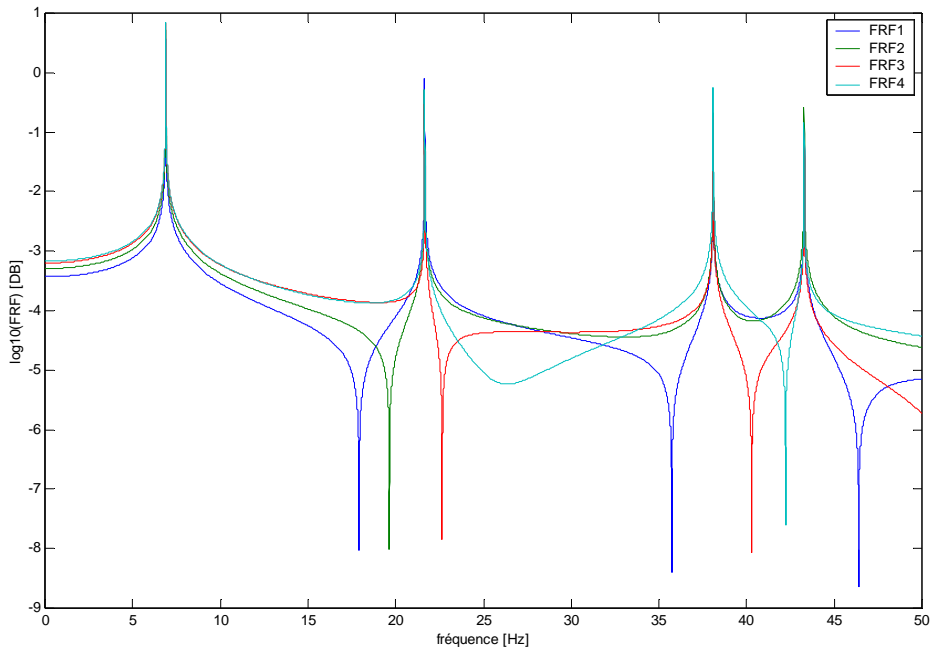
Les matrices  $M$ ,  $C$ , et  $K$  sont les matrices masse, amortissement, et rigidité caractérisant le modèle réel ou le modèle cible. A partir de ce système, on calcule  $\Omega_m$ ,  $\phi_m$  et  $\alpha^m$  mesurées qui seront comparées à  $\Omega_a$ ,  $\phi_a$  et  $\alpha^a$  du modèle initial analytique.

A partir de  $\{M, C, K\}$  on obtient :

$$\Omega_m = [6.89, 21.66, 38.10, 43.28]$$

$$\phi_m = \begin{bmatrix} 0.31 & 0.71 & 0.28 & -0.40 \\ 0.44 & 0.46 & -0.33 & 0.76 \\ 0.58 & -0.27 & -0.28 & -0.29 \\ 0.61 & -0.47 & 0.86 & 0.41 \end{bmatrix}$$

Le tracé des 4 FRFs mesurées  $\alpha^m$  est représenté sur la figure (5.3) :



**Figure 5.3 : Fonctions de réponse en fréquence expérimentales**

Une fois tous les paramètres analytiques et mesurés évalués, l'étape suivante est de les comparer en appliquant les critères suivants :

1. *graphiquement* : en comparant les tracés des FRFs initiales et recalées aux paramètres mesurés,
2. *critère d'assurance modal (MAC)* : en comparant les déformées modales des modèles initial et recalé aux déformées mesurées,
3. *erreur relative entre fréquences* : en comparant  $\Omega_m$  aux fréquences initiales et recalées,
4. *paramètres cibles* : en comparant les paramètres initiaux et recalés aux paramètres cibles.

La quatrième étape est utilisée dans le cas où les mesures sont simulées numériquement (cas de cet exemple), et où l'on connaît au début du processus de recalage les paramètres cibles.

Dans cet exemple, les paramètres cibles sont donnés par le vecteur *p-valeur* regroupant les  $m_i$ ,  $c_i$ , et  $k_i$  du modèle  $\{M, C, K\}$ , c à d.

$$p\text{-valeur} = [12 ; 9 ; 18 ; 6 ; 1 ; 2 ; 1.5 ; 2 ; 0.01 ; 0.01 ; 0.01 ; 0.015] ;$$

Les paramètres du modèle de départ sont les paramètres  $m_i$ ,  $c_i$ , et  $k_i$  du modèle initial  $\{M_a, C_a, K_a\}$ .

Tableau 5.1 : Propriétés du modèle initial

Mode	Modèle initial			
	Fréquence	P-valeurs.	MAC	Erreur%
<b>1</b>	<b>6.75</b>	<b>12.00</b>	<b>0.99</b>	<b>1.96</b>
<b>2</b>	<b>20.27</b>	<b>6.00</b>	<b>0.63</b>	<b>6.41</b>
<b>3</b>	<b>38.56</b>	<b>18.00</b>	<b>1.19</b>	<b>-1.19</b>
<b>4</b>	<b>46.62</b>	<b>6.00</b>	<b>0.69</b>	<b>-7.70</b>
-	-	<b>1.00</b>	-	-
-	-	<b>2.00</b>	-	-
-	-	<b>1.00</b>	-	-
-	-	<b>2.00</b>	-	-

On commence la procédure de recalage par le choix de l'algorithme de recherche et la fonction objectif à minimiser. A titre d'exemple, on considère l'algorithme MARS et la fonction objectif  $\psi_4$  définie dans le domaine modal. De même, et pour valider physiquement l'algorithme de la force centrifuge, ce problème d'optimisation sera résolu ensuite en utilisant le quatrième algorithme de la force centrifuge (ARFjj1) donné au chapitre 3.

La valeur initiale de la fonction objectif  $\psi_4$  est fixée à  $\psi_a$ . La diagonal du MAC et l'erreur relative des fréquences sont présentés dans le tableau (5.1), et le graphe de comparaison entre les FRFs cibles et initiales est donné par la figure (5.4).

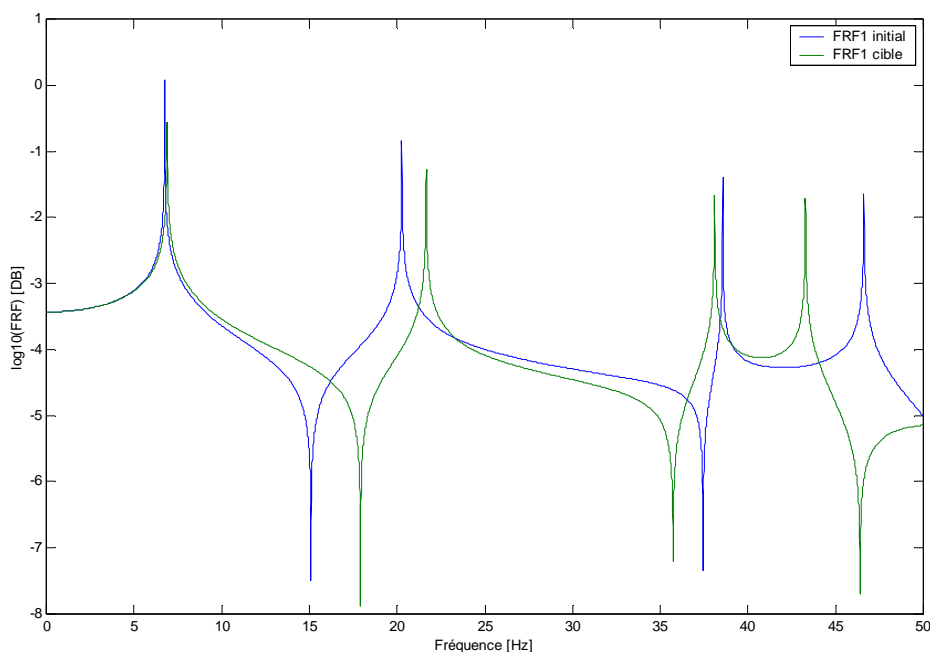


Figure 5.4 :

**Comparaison des premières FRFs analytique et expérimentale**

On observe à partir du tableau (5.1) et de la figure (5.4) que les valeurs de la diagonale du MAC ne sont pas proches de 1. Les erreurs relatives (%) entre les fréquences calculées et mesurées sont loin d'être nulles et l'erreur entre les FRFs est plus ou moins considérable, chose qui rend nécessaire le recalage du modèle initial en se basant sur ces trois critères.

Pour procéder au recalage, on doit tout d'abord générer aléatoirement un nouveau vecteur de  $p$ -valeurs permettant de produire un nouveau modèle. Ce modèle est par suite confronté au précédent en comparant  $\psi_i$  à  $\psi_a$ . Si la différence entre les deux valeurs est négative, le modèle généré remplace le précédent. On procède ainsi pour le reste des itérations jusqu'à la convergence.

Pour illustrer le comportement des résultats au cours des itérations, on compare les résultats du recalage pour une itération ( $i$ ) à ceux de fin du processus ainsi qu'à ceux du modèle initial et du modèle cible, et ce par confrontation des  $p$ -valeurs, du MAC et de l'erreur relative de chaque modèle. Une comparaison des FRFs initiale, cible et recalée est illustrée sur la figure 5.5. Les états ; initial, intermédiaire et final des valeurs du MAC sont présentés sous forme d'histogrammes (figure 5.6, 5.7 et 5.8).

On observe du tableau 5.2 et des figures 5.5, 5.6, 5.7 et 5.8 que les résultats sont nettement améliorés d'une itération à une autre jusqu'au modèle final, et que ces derniers se rapprochent et convergent vers ceux du modèle cible, confirmant ainsi la robustesse de la procédure de recalage proposée dans le présent travail. L'erreur relative en fréquences est nettement améliorée, la diagonale du MAC est presque égale à l'identité et les  $p$ -valeurs recalées ont presque atteint les  $p$ -valeurs cibles (tableau 5.2). La FRF du modèle recalé est très proche du FRF du modèle cible (figure 5.5).

Tableau 5.2 : Résultats de recalage du modèle initial

Mode	Modèle initial				Modèle cible		Itération (i)		Modèle recalé		
	Fréq	P-val.	MAC	Erreur	Fréq.	P-val.	MAC	Erreur	P-val.	MAC	Erreur
1	6.75	12.00	0.99	1.96	6.89	12.00	0.95	2.23	11.26	1.00	-0.00
2	20.27	6.00	0.63	6.41	21.66	9.00	0.96	-4.02	8.17	1.00	-0.32
3	38.56	18.00	1.19	-1.19	38.10	18.00	1.04	3.34	17.71	1.00	-0.02
4	46.62	6.00	0.69	-7.70	43.28	6.00	1.03	1.55	6.12	1.00	0.01
-	-	1.00	-	-	-	1.00	-	-	0.96	-	-
-	-	2.00	-	-	-	2.00	-	-	1.82	-	-
-	-	1.00	-	-	-	1.50	-	-	1.41	-	-
-	-	2.00	-	-	-	2.00	-	-	1.01	-	-

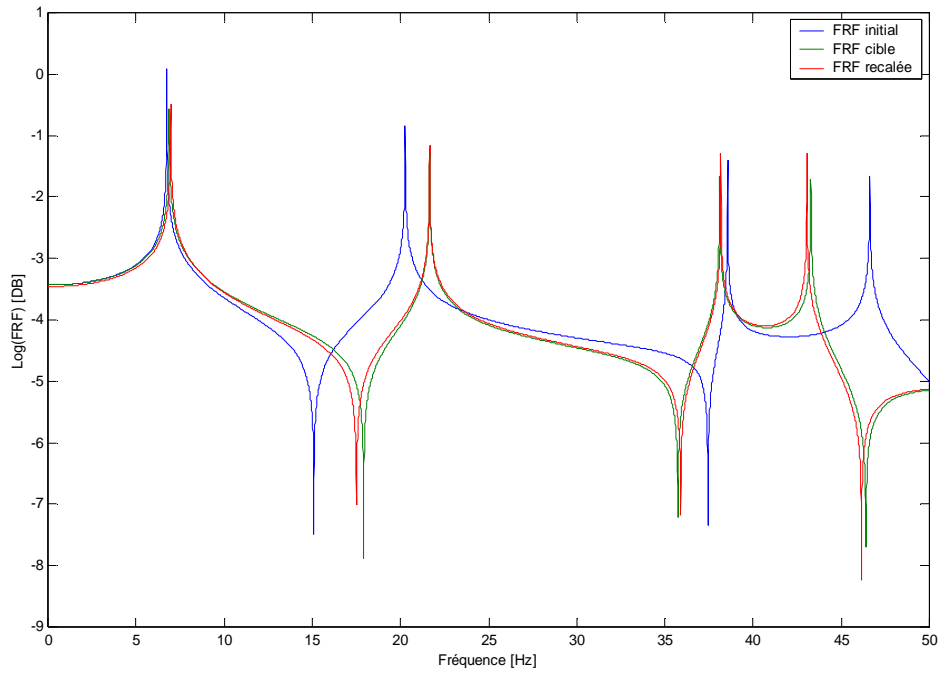


Figure 5.5 : FRFs initial, cible et recalée du modèle

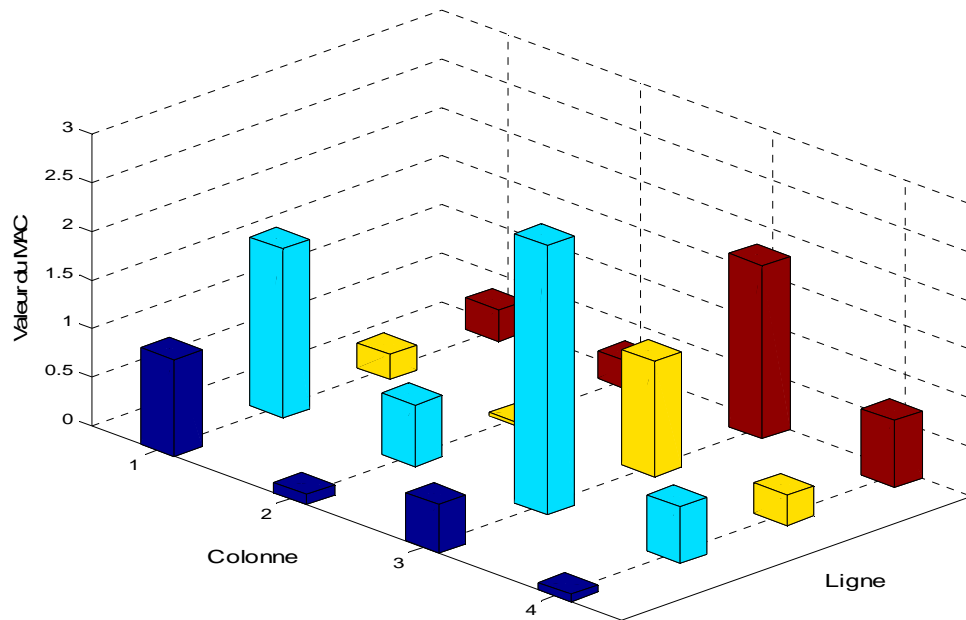


Figure 5.6 : Valeurs du MAC pour l'état initial

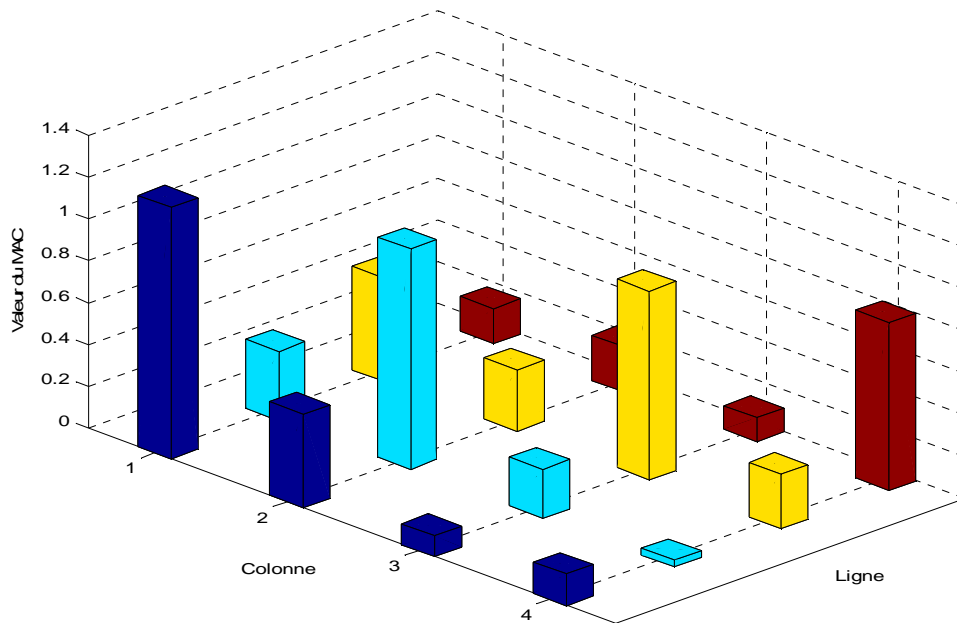


Figure 5.7 : Valeurs du MAC pour l'état intermédiaire

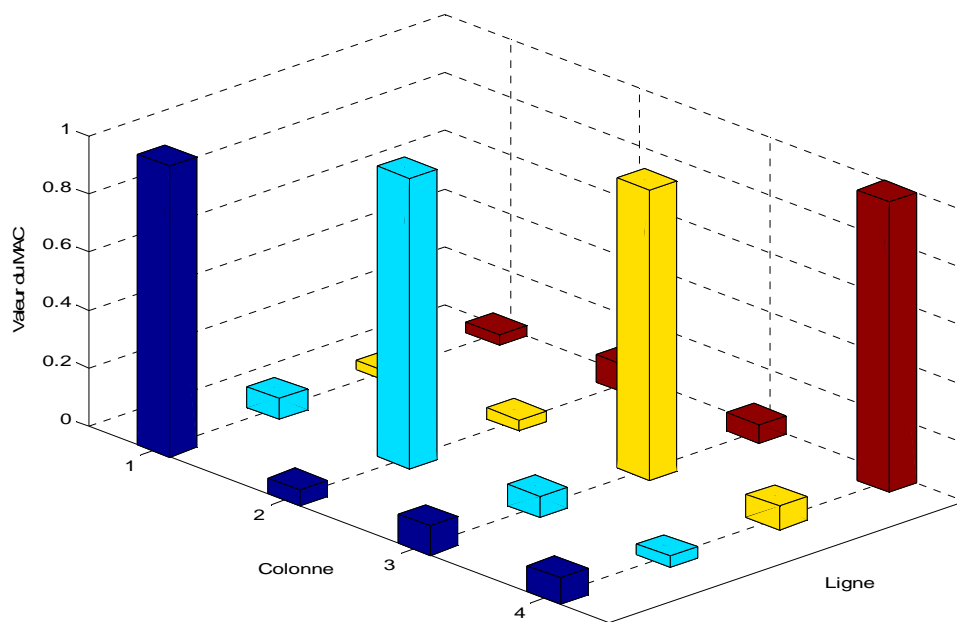


Figure 5.8 : Valeurs du MAC pour l'état final

L'algorithme de la force centrifuge est appliqué en utilisant la même configuration des paramètres utilisés dans la validation mathématique.. Les résultats présentés sont relatifs aux FRFs, erreurs relatives en fréquences et aux valeurs du MAC pour les trois modèles (initial, cible et recalé).

Tableau 5.3 : Résultats de recalage du modèle initial pour l'algorithme (ARFjj1)

Mode	Modèle initial				Modèle cible		Modèle recalé		
	Fréq	P-val.	MAC	Erreur	Fréq.	P-val.	P-val.	MAC	Erreur
1	6.75	12.00	0.99	1.96	6.89	12.00	11.99	0.970	-0.033
2	20.27	6.00	0.63	6.41	21.66	9.00	7.95	1.04	-0.498
3	38.56	18.00	1.19	-1.19	38.10	18.00	18.57	1.02	0.0944
4	46.62	6.00	0.69	-7.70	43.28	6.00	7.04	0.98	-0.010
-	-	1.00	-	-	-	1.00	1.12	-	-
-	-	2.00	-	-	-	2.00	1.81	-	-
-	-	1.00	-	-	-	1.50	1.4	-	-
-	-	2.00	-	-	-	2.00	2.27	-	-

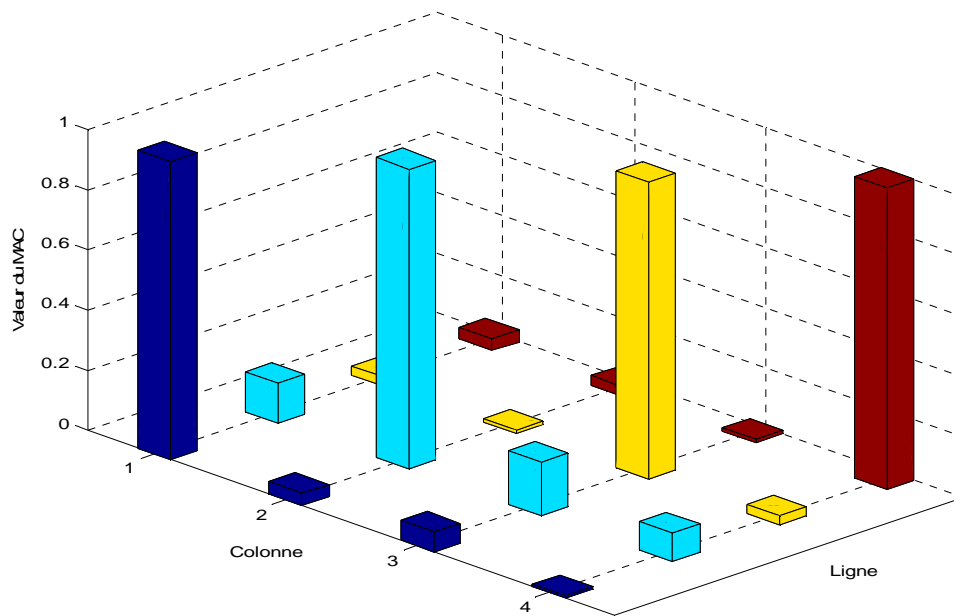
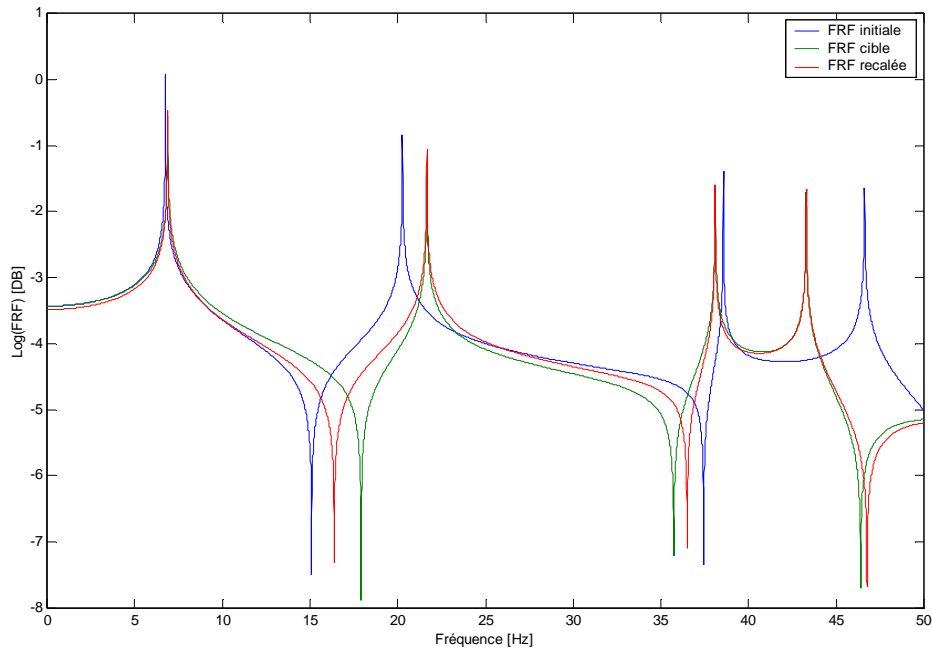


Figure 5.9 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant ARFjj1

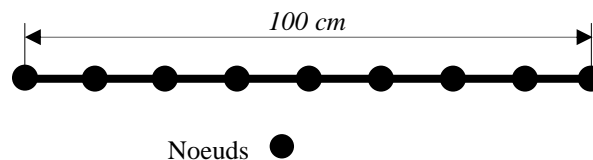


**Figure 5.10 : FRFs initiale, cible et recalée obtenues par ARFjj1**

Les résultats obtenus après recalage confirment la robustesse de l'algorithme de la force centrifuge utilisé pour recaler le modèle initial. La FRF du modèle recalé est très proche du FRF cible (figure 5.10). Les valeurs de la diagonal du MAC sont voisines de l'unité, et l'erreur relative en fréquences est presque nulle (tableau 5.3). Ces constatations confortent l'application de cet algorithme au problème de recalage des modèles d'EF.

## 5.2. Exemple 2

L'application II est celle d'une structure poutre libre aux deux extrémités d'un mètre de longueur discrétisée en huit éléments (Figure 5.11). Ce modèle a 8 paramètres de recalage ("p-valeurs") pour la matrice de masse, et 8 p-valeurs pour la matrice de rigidité. Ainsi, il possède au total 16 p-valeurs à recaler. Le modèle (poutre) a une section de  $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ , et le matériau utilisé est caractérisé par le module de Young  $6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ , et la densité de  $2700 \text{ kg/m}^3$ .



**Figure 5.11 : Modèle test appliqué dans la procédure de recalage**

Les fréquences naturelles du modèle analytique (initial) et réel (cible) et la diagonale de la matrice MAC sont données dans le tableau 5.4. On peut voir du tableau 5.4 que quelques valeurs du

MAC dépassent la limite supérieure de l'unité de 10% ; ceci implique que le modèle analytique initial choisi dans la procédure requiert un recalage significatif pour améliorer la corrélation entre les résultats analytiques et mesurés.

Pour le domaine fréquentiel, les données expérimentales simulées (cibles) sont composées de 9 fonctions de réponse en fréquence "FRFs ". Chaque FRF comporte 4001 points de fréquences distribués régulièrement entre 0 et 2000 Hz. On extrait à partir des FRFs sept fréquences naturelles et sept déformées modales pour le modèle proposé. Les FRFs sont utilisées dans le processus de recalage quand on considère la fonction objectif définie dans le domaine fréquentiel. Les FRFs des modèles initial et cible sont illustrées sur la Figure 5.12.

Tableau 5.4 : Propriétés Modales du modèle test

P-valeurs cibles		Modèle			
Rigidité	Masse	fréquences cibles Hz	Fréquences analytiques Hz	Diagonale du MAC	Erreur %
<b>0.80</b>	0.80	94.73	92.40	1.1121	2.46
<b>1.40</b>	1.40	256.59	247.12	1.1292	3.69
<b>1.00</b>	1.00	491.86	471.45	0.9542	4.15
<b>1.00</b>	1.00	776.04	759.90	0.8914	2.08
<b>1.00</b>	1.00	1083.83	1104.00	0.8869	1.86
<b>1.00</b>	1.00	1443.02	1473.90	0.9036	2.14
<b>1.30</b>	1.30	--	--	--	--
<b>1.00</b>	1.00	--	--	--	--

Dans cet exemple, quatre fonctions objectifs  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\psi_4$ , et  $\psi_6$  seront comparées pour en choisir celle qui sera appliquée pour le recalage des structures physiques réelles.

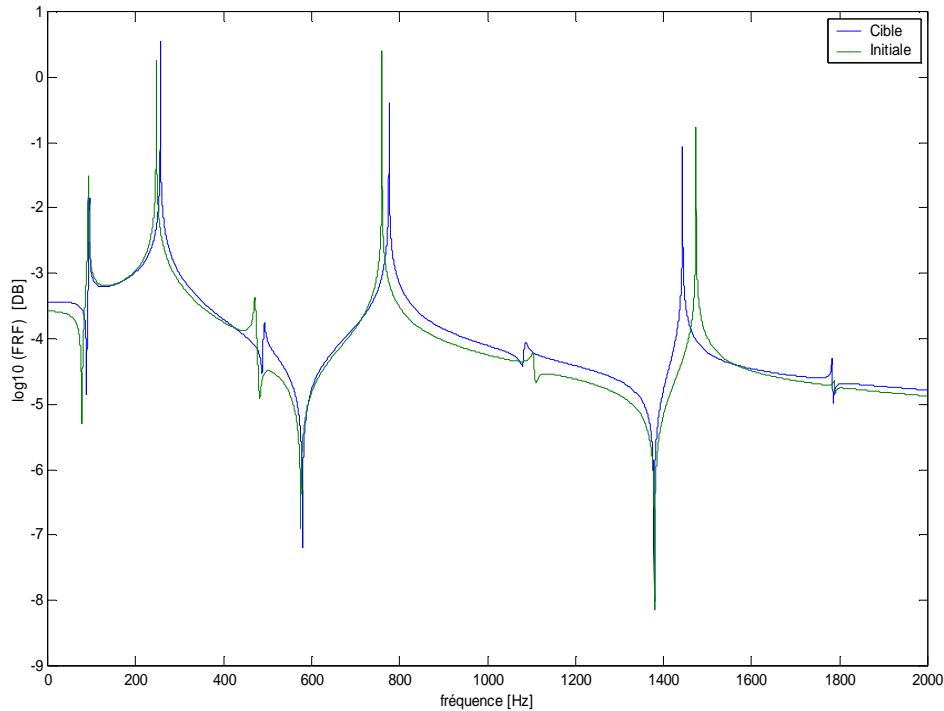


Figure 5.12 : FRFs cible et initiale du modèle test

Tableau 5.5 : Fréquences naturelles du modèle recalé en utilisant la fonction objectif  $\Psi_4$

Mode	Fréquences naturelles (Hz)						
	Cible	Initiale	SA (7.15%)	ARS (1.58%)	GA1 (0.41%)	GA2 (0.76%)	MARS (0.42%)
1	94.73	92.40	99.61	94.801	94.5	95.1	94.7
2	256.59	247.12	274.36	258.25	256.67	256.4	257.7
3	491.86	471.45	507.18	484.07	491.35	495.6	491.0
4	776.04	759.90	831.77	774.55	779.22	774.4	775.3
5	1083.83	1104.00	1135.61	1083.4	1084.4	1088.9	1086.5
6	1443.02	1473.90	1538.72	1444.6	1447.5	1435.5	1442.4

Les fréquences naturelles, les déformées modales et les FRFs sont calculées numériquement en utilisant les p-valeurs initiales et cibles du modèle initial et du modèle cible.

Les p-valeurs initiales sont fixées à l'unité, et les p-valeurs recalées sont générées aléatoirement entre 0 et 2, où la valeur égale à l'unité est la valeur neutre. Les p-valeurs cibles (facteurs) sont indiquées dans le tableau 5.5. Ces facteurs sont fixés au début du processus de recalage. Pour évaluer le degré de précision des résultats obtenus, les p-valeurs recalées doivent être très proches des p-valeurs cibles.

Tableau 5.6 : Diagonale du MAC du modèle recalé en utilisant la fonction objectif  $\Psi_4$ 

Mode	<i>Valeurs de la diagonale du MAC</i>					
	Initial	SA	ARS	GA1	GA2	MARS
<b>1</b>	1.112	0.974	0.9999	1.005	0.999	0.998
<b>2</b>	1.129	0.956	1.0000	1.002	1.000	1.000
<b>3</b>	0.954	0.971	0.9999	0.987	1.000	0.994
<b>4</b>	0.891	0.985	0.9886	0.981	0.994	0.998
<b>5</b>	0.887	1.010	0.9998	0.998	0.996	1.000
<b>6</b>	0.904	1.023	1.0041	0.999	1.004	1.000

Les algorithmes GA1, GA2, ARS, MARS, IMARS, ARFjj1 et SA sont indépendamment exécutés 20 fois pour chaque processus de recalage. Les résultats de la meilleure exécution seront classés et illustrés sous forme de tableaux et figures.

On commence le processus de recalage en appliquant les différents algorithmes en conjonction avec la fonction objectif  $\Psi_4$  qui est au fait une version originale développée dans ce travail de recherche. L'algorithme IMARS et l'algorithme de la force centrifuge ARFjj1 sont comparés dans la dernière étape avec le meilleur des autres algorithmes et en considérant la meilleure fonction objectif. Cette étape est lancée pour en choisir les algorithmes les mieux adaptés aux problèmes de recalage des modèles d'éléments finis. Les meilleurs résultats de recalage sont présentés dans les tableaux (5.5) et (5.6) et les figures (5.13) et (5.14).

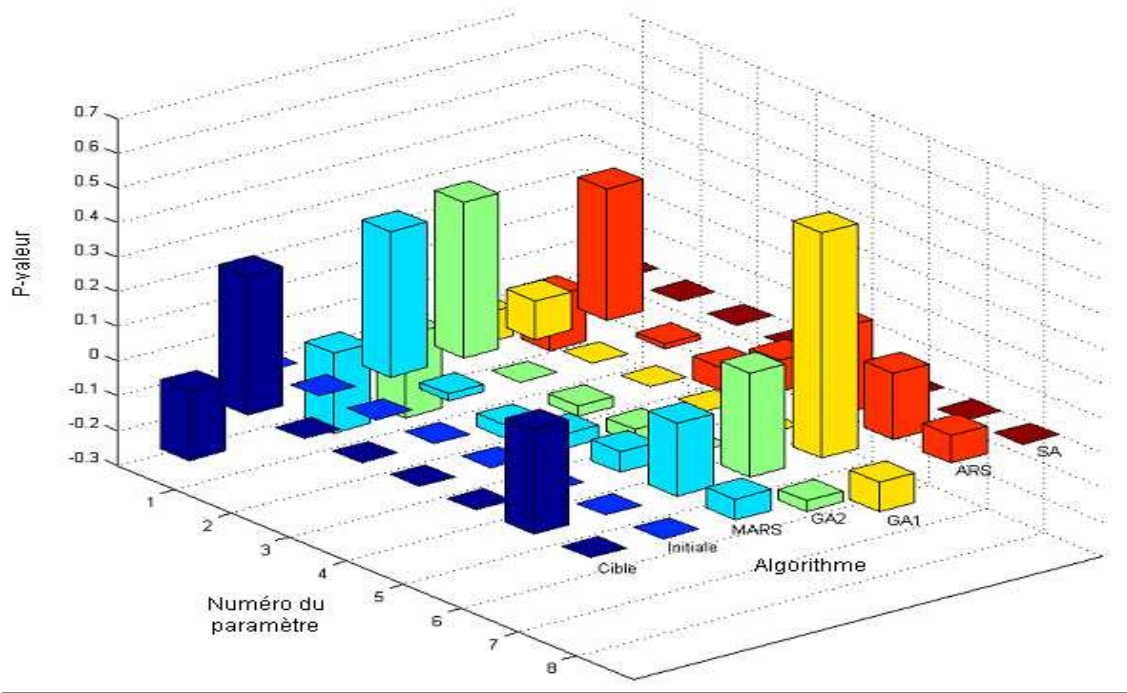


Figure 5.13: Paramètres de rigidité recalés utilisant la fonction  $\psi_4$

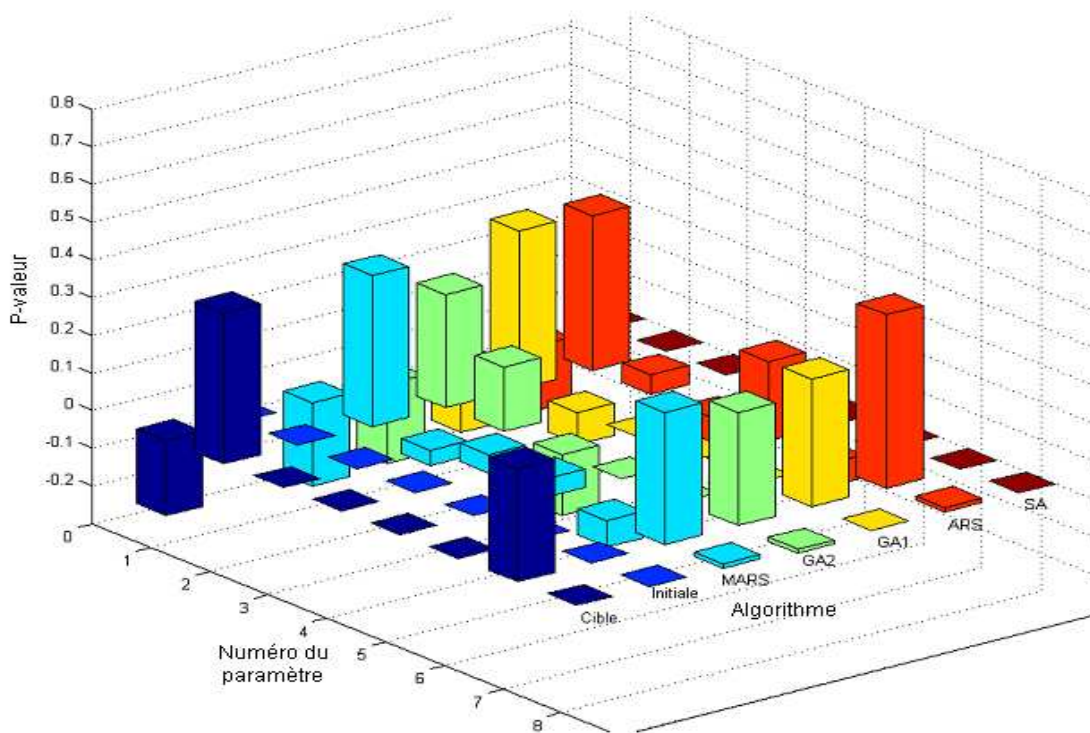


Figure 5.14: Paramètres de masse recalés utilisant la fonction  $\psi_4$

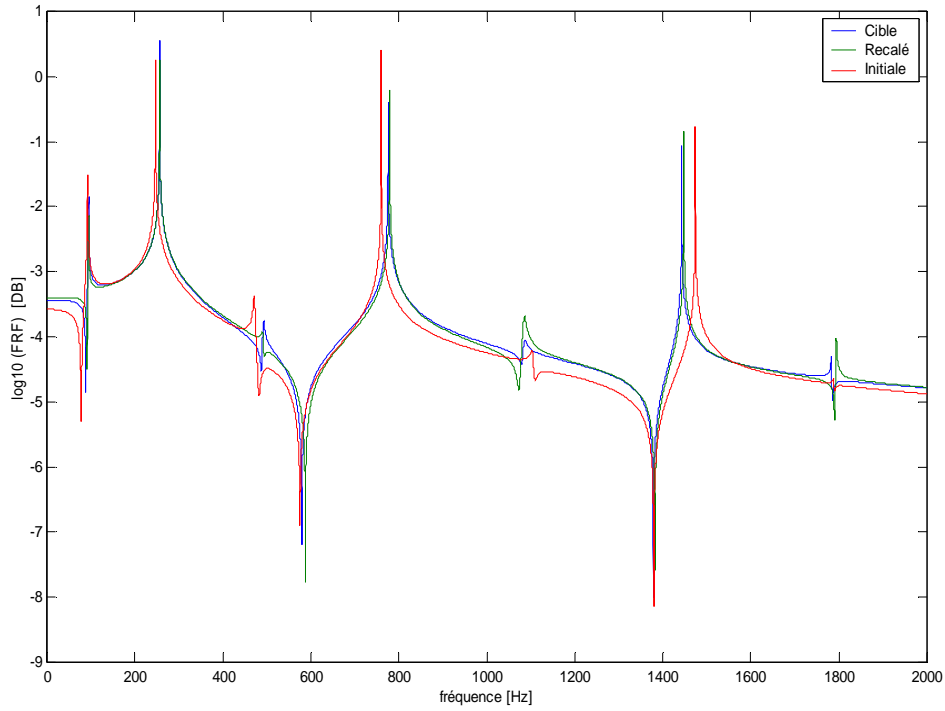


Figure 5.15 : FRFs initiales, cibles et recalées par GA1 utilisant la fonction  $\psi_4$

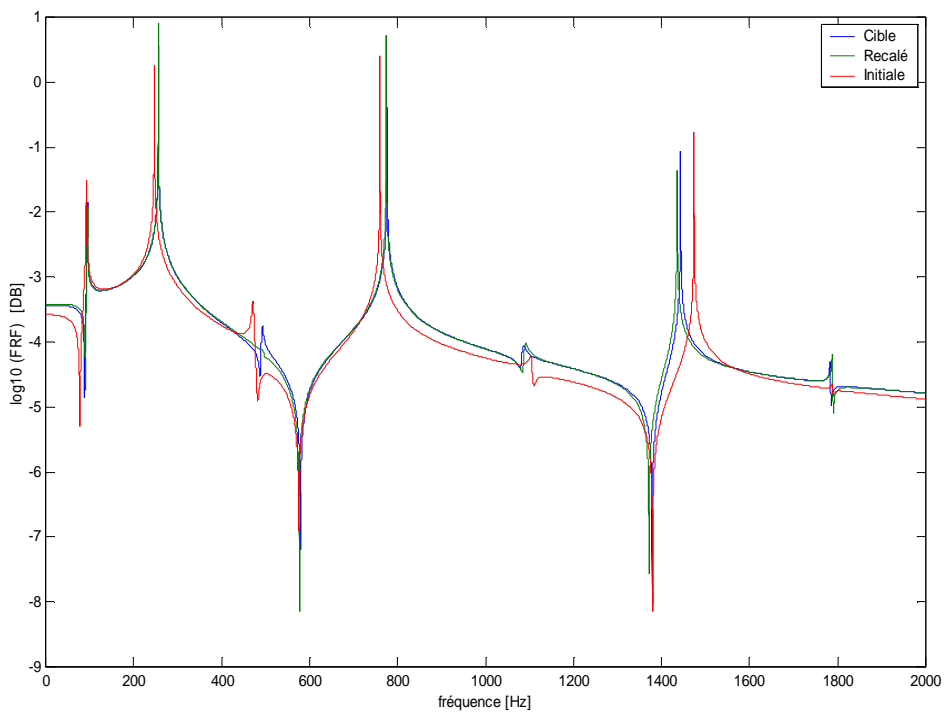
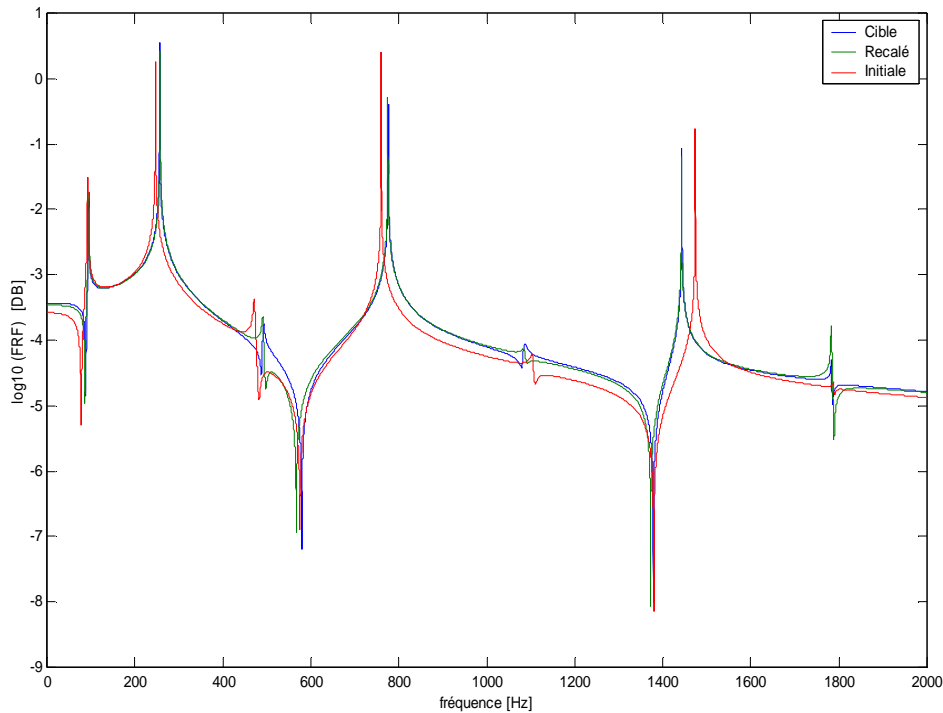


Figure 5.16 : FRFs initiales, cibles et recalées par GA2 utilisant la fonction  $\psi_4$

Des Figures (5.13) et (5.14), on observe que l'algorithme MARS améliore sensiblement le modèle analytique initial et ses paramètres sont en bon accord avec les p-valeurs cibles du modèle. On peut voir également que l'algorithme GA2 (plus ou moins le GA1) se comporte aussi bien et améliore nettement les résultats, mais il reste un peu moins précis que le MARS.

L'algorithme ARS reste un peu limité dans les corrections et l'algorithme SA est défaillant dans l'amélioration des fréquences naturelles, malgré l'amélioration des valeurs du MAC.



**Figure 5.17 : FRFs initiales, cibles et recalées par MARS utilisant la fonction  $\psi_4$**

Les mêmes remarques peuvent être déduites des tableaux (5.5) et (5.6) où on constate que les résultats recalés obtenus par les algorithmes MARS, GA2, et GA1 sont très acceptables et confirment l'efficacité et la robustesse de ces algorithmes pour le recalage du modèle initial. Le MARS reste le plus performant, puisqu'il accélère la recherche aléatoire et donne de très bons résultats en un temps réduit. Les deux algorithmes génétiques donnent de bonne performance et améliore la qualité des résultats mais nécessitent un temps de calcul très élevé. On peut remarquer à partir des FRFs des modèles recalés (figures 5.15, 5.16 et 5.17) que les résultats du recalage sont nettement améliorés confirmant toujours la robustesse de ces trois algorithmes.

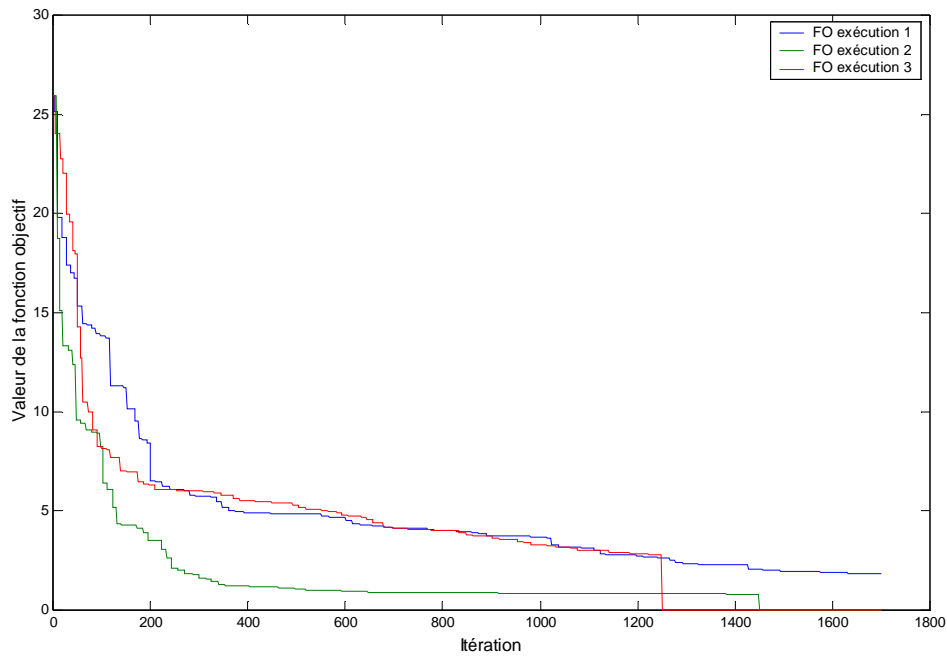


Figure 5.18 : Evolution de la fonction objectif  $\Psi_4$  au cours d'itérations en utilisant le MARS

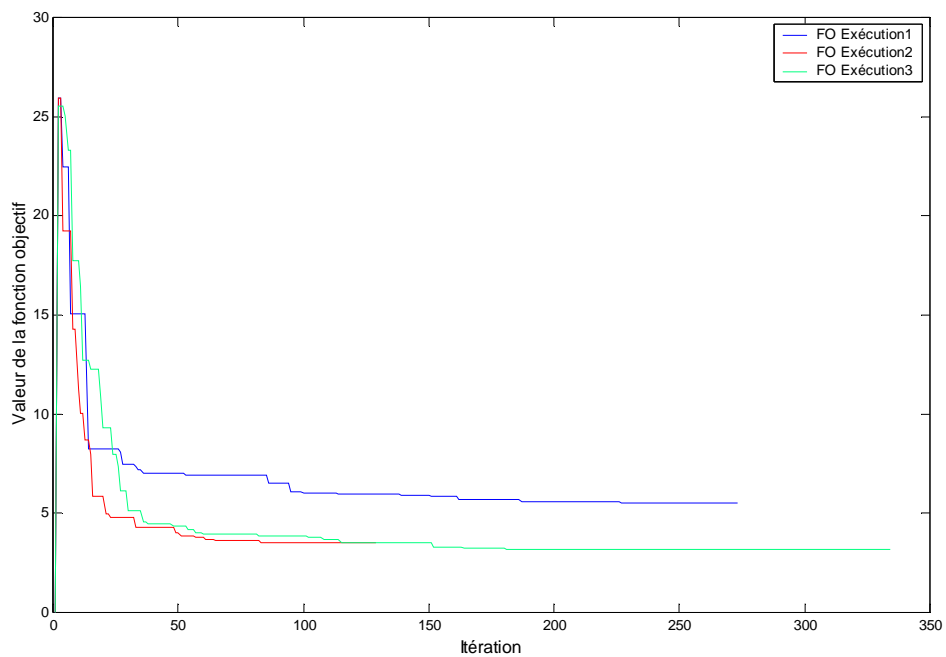
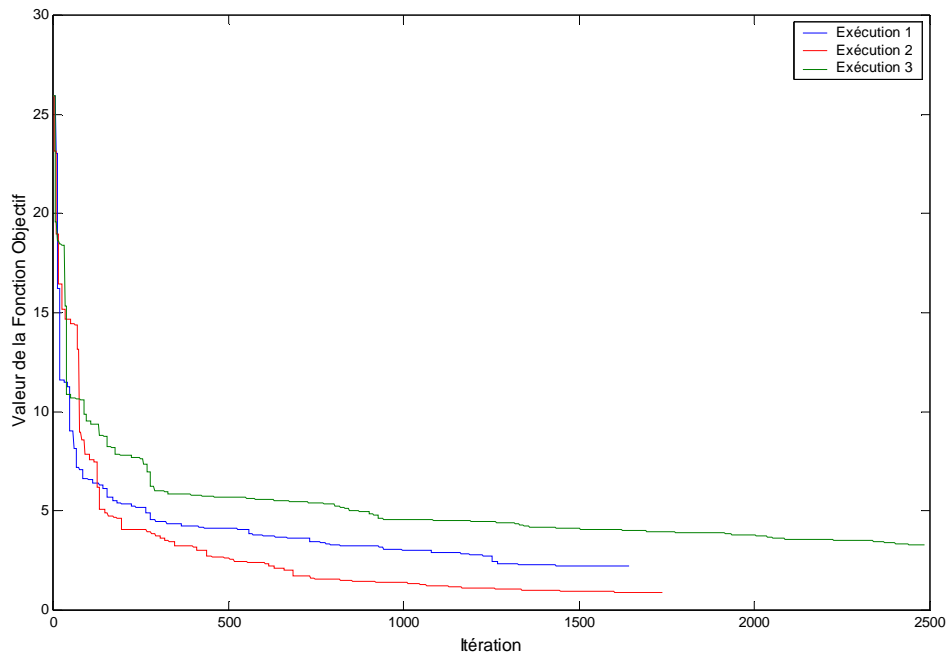
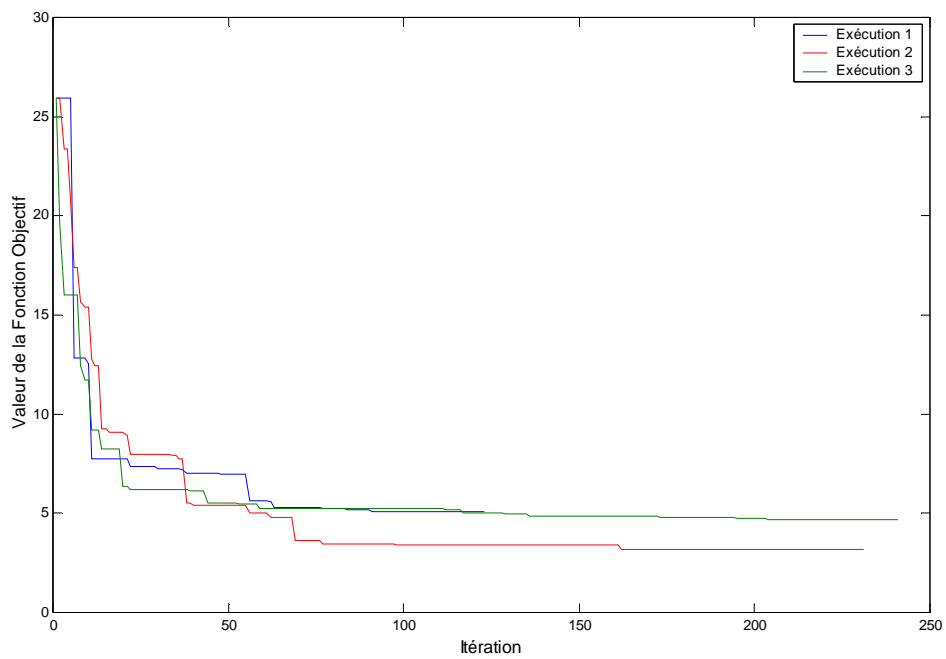


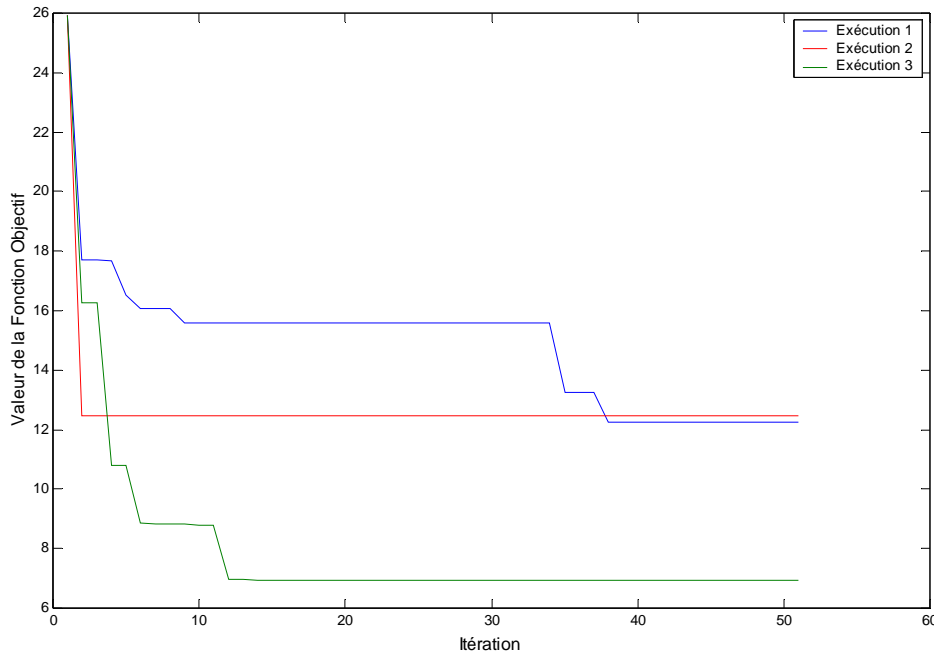
Figure 5.19 : Evolution de la fonction objectif  $\Psi_4$  au cours d'itérations en utilisant le AG1 (Nombre d'itération multiplié par 100)



**Figure 5.20 : Evolution de la fonction objectif  $\Psi_4$  au cours d'itérations en utilisant l'ARS**



**Figure 5.21 : Evolution de la fonction objectif  $\Psi_4$  au cours d'itérations en utilisant l'AG2 (Nombre d'itération multiplié par 100)**



**Figure 5.22 : Evolution de la fonction objectif  $\Psi_4$  au cours d'itérations en utilisant le SA (Nombre d'itération multiplié par 100\*18)**

Les figures 5.18 à 5.22 décrivent l'évolution de la fonction objectif  $\Psi_4$  pour trois exécutions pour chacun des cinq algorithmes de recalage. On constate toujours que l'algorithme MARS se comporte bien et nécessite un nombre d'itération minimale, et en plus, il réduit considérablement la valeur de la fonction objectif en un temps optimal. Les algorithmes AG1 et AG2 réduisent acceptablement les valeurs de la fonction objectif mais au détriment du nombre d'itération et du temps de calcul. L'ARS, la version de base du MARS, reste efficace et améliore nettement les valeurs de la fonction objectif. L'algorithme SA reste toujours très limité dans les corrections, et nécessite un nombre d'itérations et un temps de calcul plus élevé pour produire des résultats plus ou moins acceptables.

### 5.3. Evaluation des fonctions objectifs

Cette partie est consacrée à l'évaluation des différentes fonctions objectifs. Au vu des résultats précédents, on utilise uniquement l'algorithme MARS dans le processus de recalage. Dans un premier temps, on compare les fonctions  $\Psi_1$  à  $\Psi_2$  en utilisant le MARS, et dans un deuxième temps, on confronte  $\Psi_6$  à la meilleure des fonctions  $\Psi_1$  et  $\Psi_2$ .

Tableau 5.7 : Propriétés Modales du modèle recalé en utilisant les fonctions  $\Psi_1$  et  $\Psi_2$ 

Mode	Fréquences cibles	Initiale MAC	MARS utilisant la fonction $\psi_2$			MARS utilisant la fonction $\psi_1$		
			Fréquences recalées	Erreur%	MAC	Fréquences cibles	Erreur%	MAC
1	94.73	1.112	97.5	2.89	0.9625	117.9	24.5	0.9964
2	256.59	1.129	265.8	3.57	1.0454	311.8	21.5	1.0785
3	491.86	0.954	485.0	1.39	1.0511	566.1	15.0	1.0526
4	776.04	0.891	752.8	2.99	0.9850	869.8	12.0	0.9514
5	1083.83	0.887	1064.4	1.78	0.9295	1261.1	16.3	0.9150
6	1443.02	0.904	1439.4	0.25	0.9403	1656.3	14.7	0.9543

On observe à partir du tableau 5.7 que  $\Psi_2$  est plus performante que  $\Psi_1$  et améliore davantage les résultats. La fonction  $\Psi_1$  est défaillante dans l'amélioration des fréquences naturelles, ceci est dû surtout à l'absence des contraintes physiques dans la formulation de cette fonction.

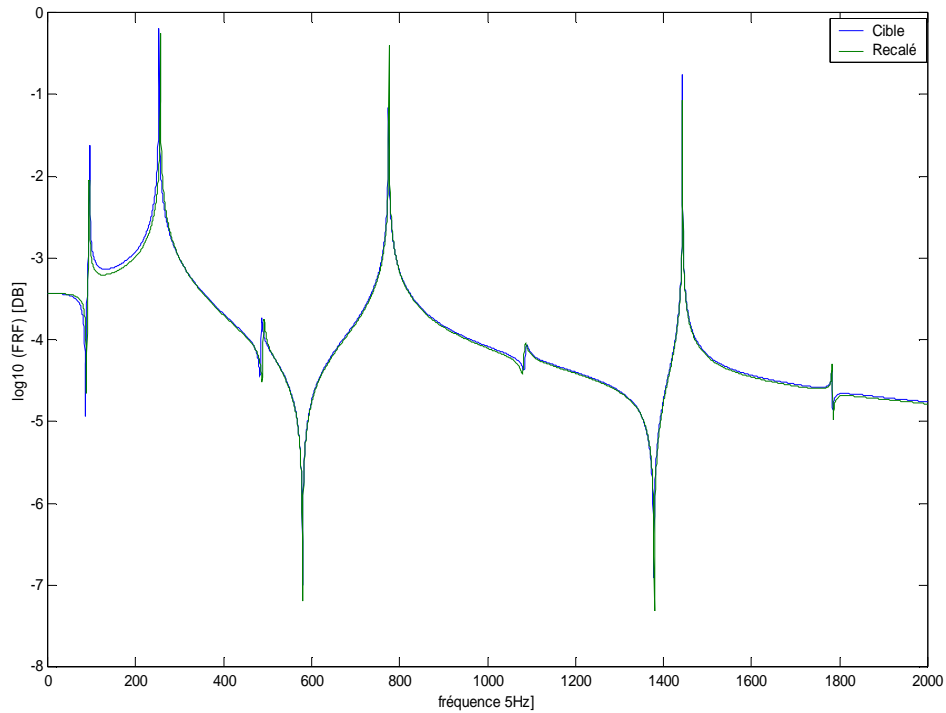
De même, on remarque que la fonction  $\Psi_6$  se comporte mieux que la fonction  $\Psi_2$  (tableau 5.8) et améliore considérablement les fréquences naturelles, le MAC et l'erreur relative, ainsi que la FRFs du modèle recalé (Figure 5.23). Malgré cela, cette fonction nécessite toujours une amélioration des p-valeurs recalées comparées aux p-valeurs cibles (figures 5.24 et 5.25).

Tableau 5.8 : Propriétés Modales du modèle recalé en utilisant les fonctions  $\Psi_2$  et  $\Psi_6$ 

Mode	Fréquences cibles	Initiale MAC	MARS utilisant la fonction $\psi_2$			MARS utilisant la fonction $\psi_6$		
			Fréquences recalées	Erreur %	MAC	Fréquences cibles	Erreur %	MAC
1	94.73	1.112	97.5	2.89	0.9625	95.4	0.7433	1.015
2	256.59	1.129	265.8	3.57	1.0454	252.9	-1.4291	1.012
3	491.86	0.954	485.0	1.39	1.0511	486.2	-1.1562	0.989
4	776.04	0.891	752.8	2.99	0.9850	775.2	-0.1037	0.984
5	1083.83	0.887	1064.4	1.78	0.9295	1086.7	0.2678	0.979
6	1443.02	0.904	1439.4	0.25	0.9403	1443.0	-0.0008	0.989

L'utilisation de la fonction  $\Psi_6$  nécessite un temps de calcul très élevé, surtout à cause de la taille des FRFs utilisées. La meilleure stratégie pour améliorer l'efficacité de la fonction objectif du domaine fréquentielle est de choisir un nombre limité de points de fréquence tels que les fréquences choisies fournissent l'information nécessaire sur le modèle étudié.

Une étude récente (Kwon et Lin, 2004) propose une nouvelle stratégie pour sélectionner la meilleure méthode de choix des fréquences. La méthode, appelée la méthode automatique de choix des fréquences, utilise une série limitée de fréquences fournissant des informations suffisantes sur le modèle étudié.



**Figure 5.23 : FRFs cibles et recalées par MARS utilisant la fonction  $\psi_6$**

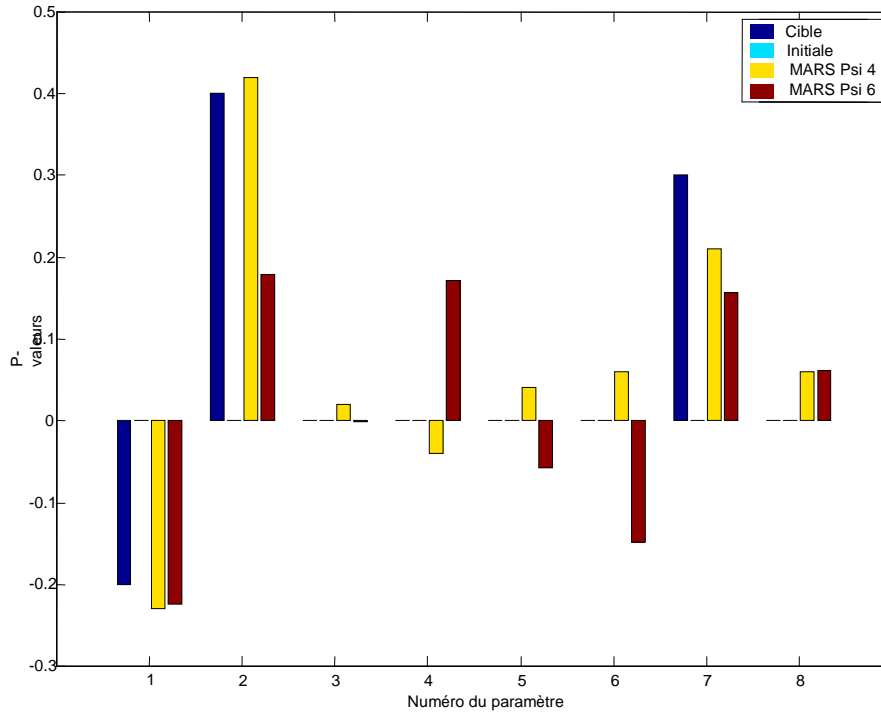


Figure 5.24 : Paramètres de rigidité recalés utilisant  $\Psi_4$  et  $\Psi_6$

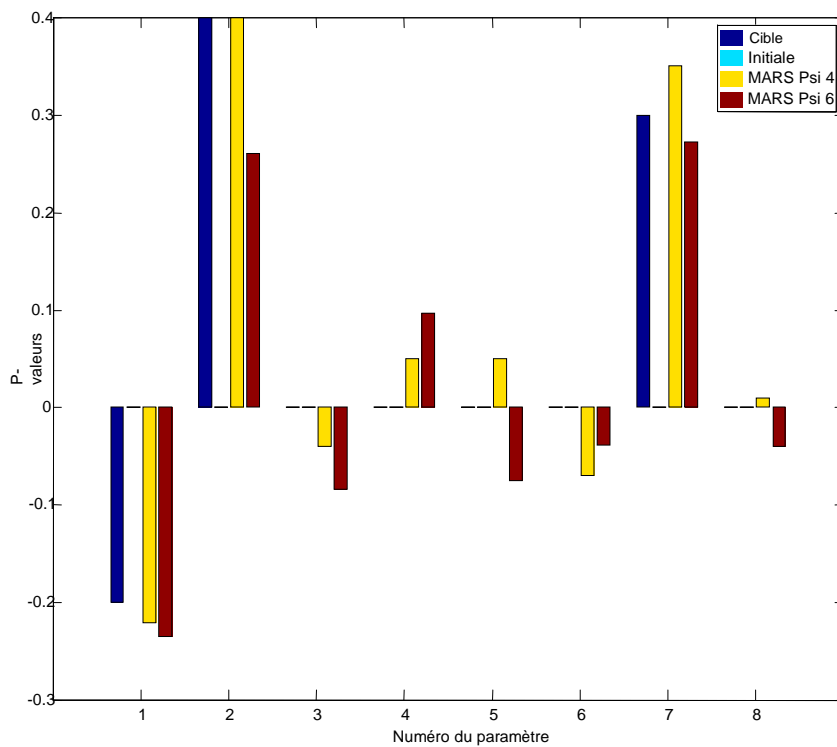


Figure 5.25 : Paramètres de masse recalés utilisant  $\Psi_4$  et  $\Psi_6$

Un autre point important a été mis en évidence dans cette partie d'étude, c'est le nombre d'itérations nécessaires pour améliorer le modèle d'éléments finis initial pour chaque algorithme. On constate que l'algorithme MARS exige moins d'itérations par rapport aux autres algorithmes, et

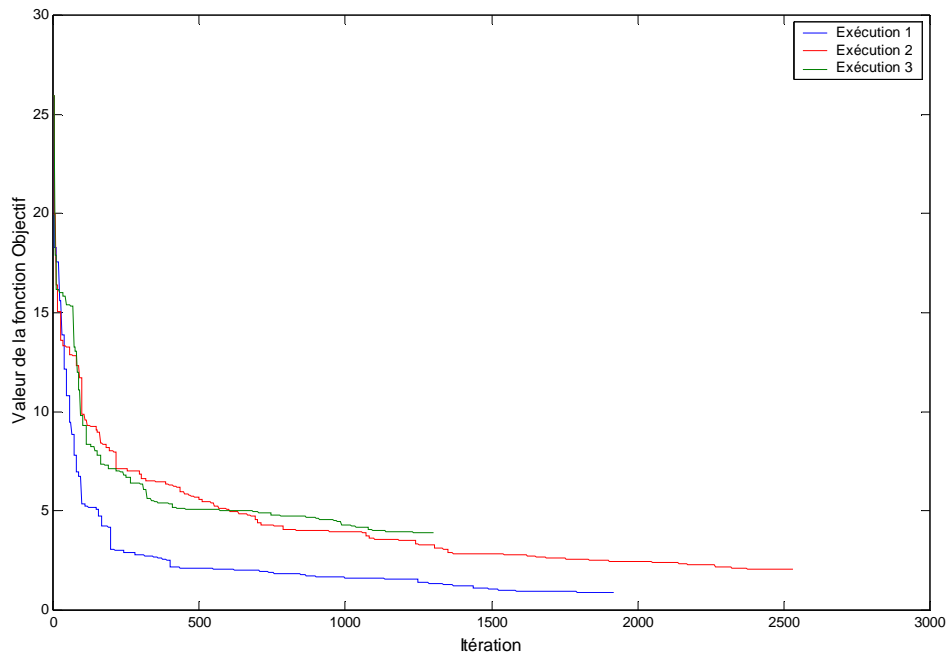
nécessite moins de temps d'exécution pour produire une solution acceptable, ceci est essentiellement dû à l'avantage du processus de recherche aléatoire accéléré utilisé dans cet algorithme. Les algorithmes génétiques nécessitent plus d'itérations et plus de temps de calcul pour produire presque les mêmes résultats. Le recuit simulé reste très lent et très limité dans l'amélioration du modèle initial d'EF et nécessite un perfectionnement de ces paramètres de configuration.

#### 5.4. Evaluation des Algorithmes IMARS et ARFjj1

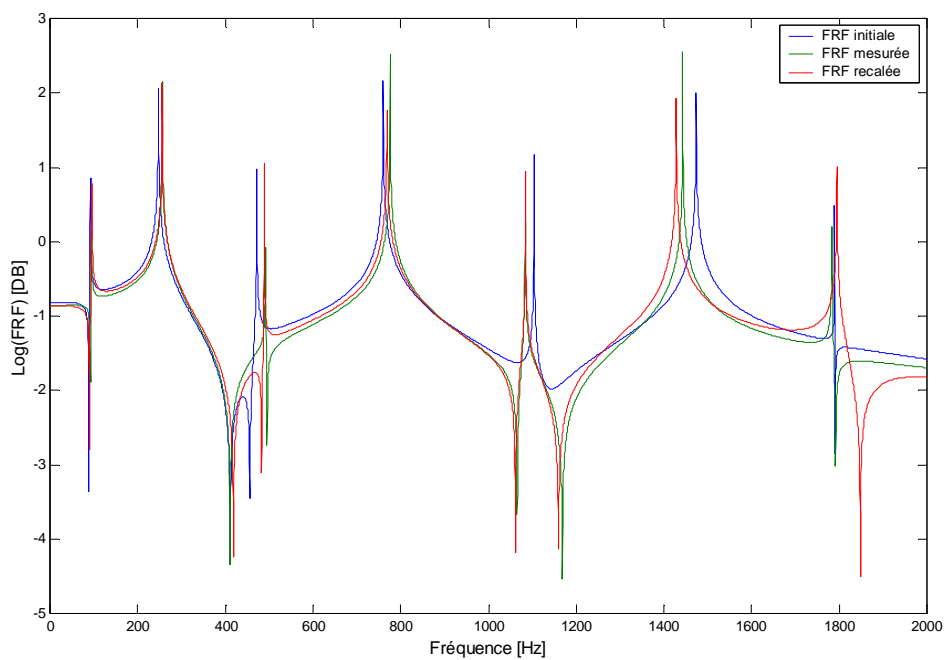
Pour tester la robustesse des algorithmes IMARS -la version améliorée du MARS- et ARFjj1, on procède à l'exécution de ces derniers en utilisant la fonction optimale  $\Psi_4$  et on compare les résultats obtenus à ceux de l'algorithme MARS.

Tableau 5.9 : Propriétés Modales du modèle recalé en utilisant IMARS et MARS pour  $\Psi_4$

Mode	Fréquences cibles	Initiale MAC	MARS utilisant la fonction $\psi_4$		IMARS utilisant la fonction $\psi_4$		
			MARS (0.42%)	MAC	Fréquences recalées	Erreur%	MAC
1	94.73	1.112	94.7	0.998	95.639	0.961	1.00
2	256.59	1.129	257.7	1.000	255.597	-0.385	1.00
3	491.86	0.954	491.0	0.994	489.015	-0.577	0.99
4	776.04	0.891	775.3	0.998	768.740	-0.940	0.99
5	1083.83	0.887	1086.5	1.000	1084.46	0.058	0.99
6	1443.02	0.904	1442.4	1.000	1428.11	-1.033	0.99



**Figure 5.26 : Evolution de la fonction objectif  $\Psi_4$  au cours d'itérations en utilisant l'IMARS**



**Figure 5.27 : FRFs initiale, cible et recalée par IMARS utilisant la fonction  $\psi_4$**

Tableau 5.10 : Propriétés Modales du modèle recalé en utilisant ARFjj1 et MARS pour  $\Psi_4$ 

Mode	Fréquences cibles	Initiale MAC	MARS utilisant la fonction $\psi_4$		ARFjj1 utilisant la fonction $\psi_4$		
			MARS (0.42%)	MAC	Fréquences recalées	Erreur%	MAC
1	94.73	1.112	94.7	0.998	97.684	3.12	0.987
2	256.59	1.129	257.7	1.000	260.43	1.50	1.000
3	491.86	0.954	491.0	0.994	486.85	-1.01	0.999
4	776.04	0.891	775.3	0.998	789.59	1.74	0.990
5	1083.83	0.887	1086.5	1.000	1105.00	1.95	0.994
6	1443.02	0.904	1442.4	1.000	1.478.89	2.48	1.000

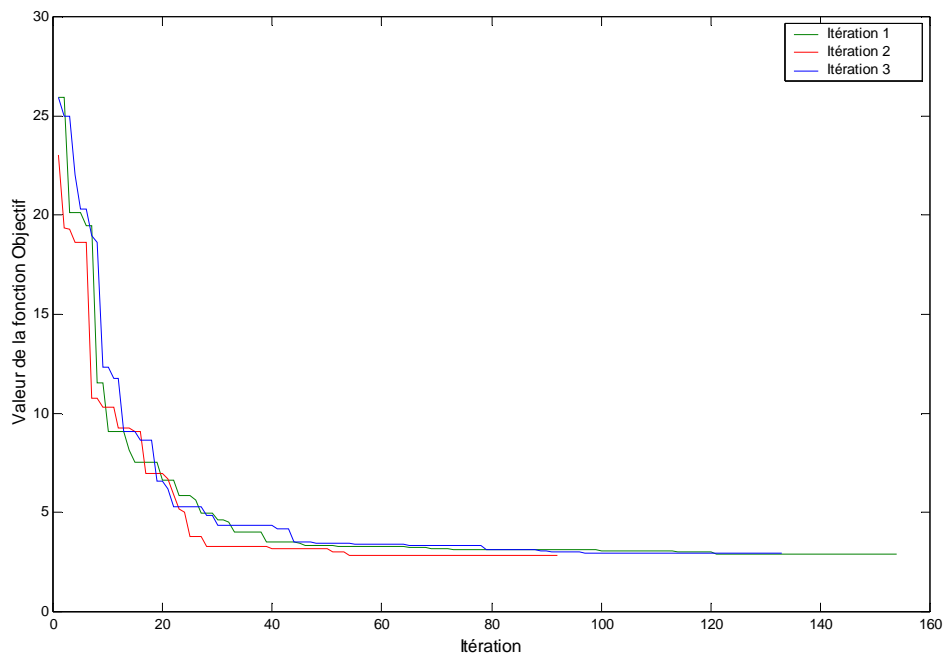
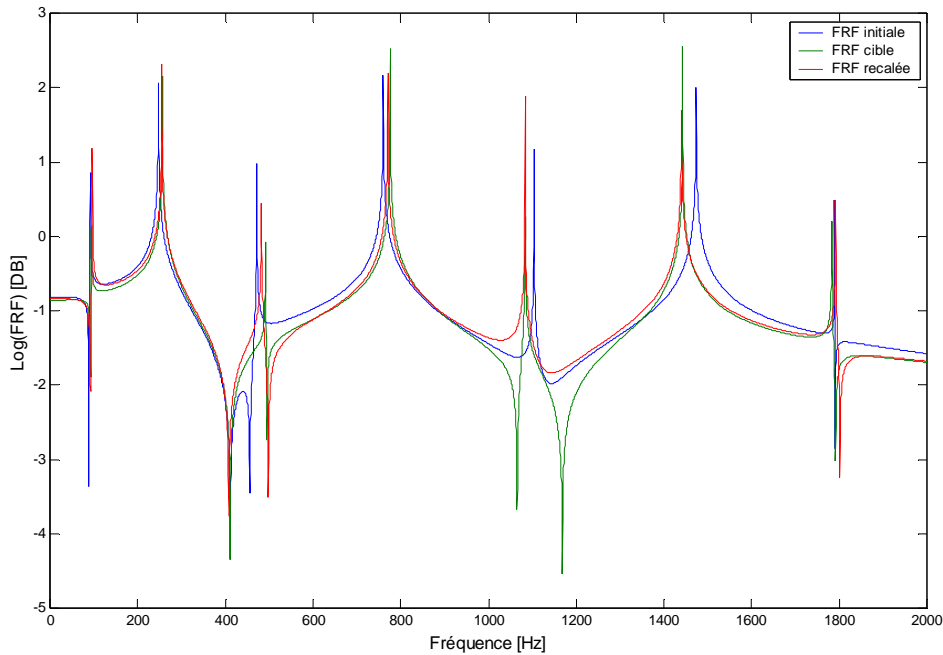


Figure 5.28 : Evolution de la fonction objectif  $\Psi_4$  au cours d'itérations en utilisant l'ARFjj1 (Itération x 1000)



**Figure 5.29 : FRFs initiale, cible et recalée par ARFjj1 utilisant la fonction  $\psi_4$**

D'après les données du tableau 5.9 et la figure 5.27, on peut dire que l'algorithme IMARS simule bien ce type de problème. Les résultats obtenus sont très proches de ceux du MARS, confirmant ainsi la robustesse et l'efficacité de cet algorithme dans le traitement des problèmes de recalage des modèles d'éléments finis. Cet algorithme et MARS permettent une convergence très rapide en rétrécissant le domaine de recherche en un temps très réduit (figure 5.26).

L'algorithme ARFjj1 a amélioré les valeurs de la diagonal du MAC (tableau 5.10), mais reste un peu limité pour l'amélioration de l'erreur des fréquences. On pense que cet algorithme nécessite un traitement particulier concernant le paramétrage de ses différents éléments de configuration pour le cas de ce type d'application. Ce souci fera l'objet de futures recherches.

En conclusion, on peut dire que l'IMARS, le MARS et les deux versions d'algorithmes génétiques peuvent être des outils efficaces pour le recalage des modèles d'éléments finis. Ils ont montré une efficacité très élevée pour améliorer et optimiser des fonctions objectifs mathématiques et physiques (recalage des modèles). De même, l'algorithme de la force centrifuge peut servir dans l'amélioration des modèles d'EF en apportant des perfectionnements sur ses paramètres de configuration.

L'utilisation des fonctions objectifs définies dans le domaine modal, exige comme données expérimentales, les fréquences naturelles et les déformés modales, et dans le domaine fréquentiel, les fonctions de réponse en fréquence FRFs. A cet effet, on a procédé à la comparaison des quatre fonctions objectifs  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$ ,  $\Psi_4$  et  $\Psi_6$  afin de déterminer la plus optimale et d'en déduire le domaine du recalage des structures physiques réelles.

Par conséquent, et dans la suite de ce travail, nous optons pour la fonction objectif  $\Psi_4$  qui possède une haute capacité d'optimisation, ainsi que les cinq algorithmes MARS, IMARS, GA1, GA2 et ARFjj1 pour recalculer des structures physiques réelles.

# Chapitre VI

## Validations expérimentales

### Sommaire

---

Introduction .....	100
6.4 Structure poutre.....	100
6.1.2. Configuration expérimentale.....	100
6.1.4. Modèles d'éléments finis .....	102
6.1.5. Résultats du recalage.....	105
6.5 Structure plaque.....	110
6.5.1 Configuration expérimentale.....	110
6.2.4. Modèles d'éléments finis .....	112
6.2.5. Résultats du recalage.....	115
6.6 Structure pont.....	120
6.6.1 Configuration expérimentale.....	120
6.6.2 Modèles d'éléments finis .....	122
6.6.3 Résultats du recalage.....	124

---

## Introduction

Les caractéristiques optimales de la fonction objectif  $\Psi_4$  et des algorithmes MARS, IMARS, GA1, GA2 et ARFjj1 à recalcr des modèles physiques simulés numériquement motivent leurs utilisations aux modèles physiques réels. Le but de la présente partie est d'appliquer les différents algorithmes de recalage à des structures physiques variées en utilisant des données expérimentales. Trois types de structures sont testés dans ce chapitre. Ces structures sont modélisées successivement par des éléments poutres 2D, plaques en flexion et poutres en 3D.

### 6.2. Structure poutre

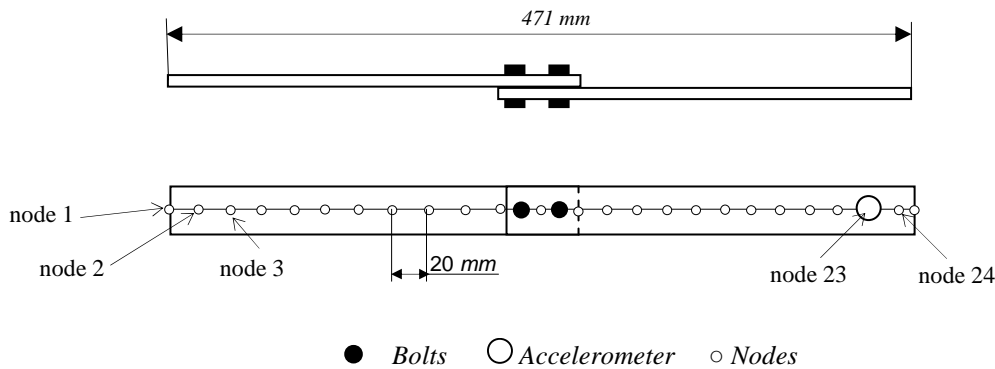
Le premier cas étudié est celui d'une structure composée de deux poutres superposées de 26.5 mm de largeur et de 8 mm d'épaisseur, liés par deux boulons (Figure 6.1). La longueur totale de la structure est 471mm. Le matériau est caractérisé par le module de Young de  $6.10^{10}$  N/m<sup>2</sup>, et une densité de 2660 kg/m<sup>3</sup>. Les caractéristiques géométriques sont données dans l'annexe I.

#### 6.2.1. Configuration expérimentale

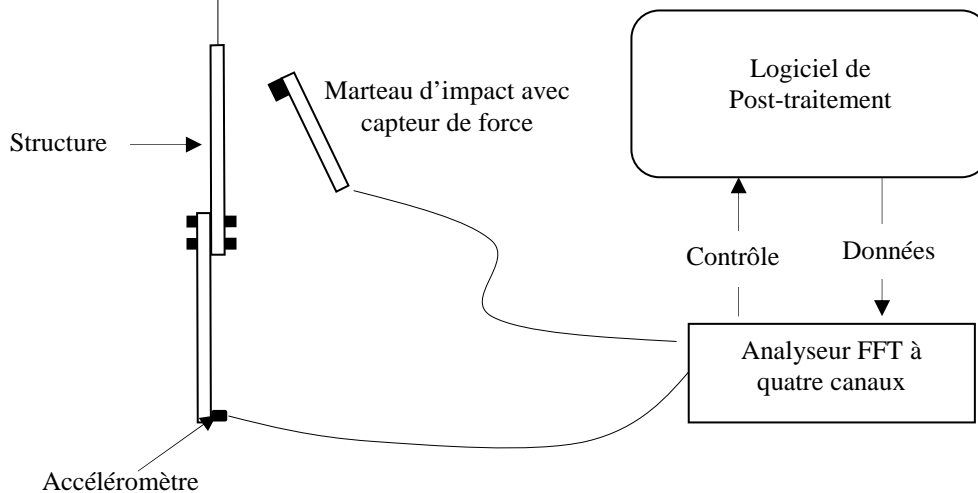
Le test modal est exécuté sur la structure poutre subdivisée en 23 éléments équidistants de longueur 20 mm et un 24ème élément de 11 mm de longueur (c.-à-d. 25 noeuds). Une masse ponctuelle de 4 g est ajoutée au modèle pour simuler l'effet du poids de l'accéléromètre sur la structure. Cette masse est placée au noeud 23 comme la montre la figure 6.2. La poutre est suspendue en la fixant à l'aide d'un fil élastique à l'une de ses extrémités. La complexité de boulonner les deux poutres pour en former une, est pour mettre en évidence les performances des algorithmes de recalage à partir d'un essai pratique.

L'analyse modale expérimentale est réalisée à l'aide de la chaîne de mesure composée des équipements suivants (figures 6.2 et 6.3) :

- un marteau d'impact avec un capteur de force attaché à sa tête pour mesurer la force d'entrée,
- un accéléromètre 1D pour mesurer la réponse en accélération à un point et à une direction fixe,
- un analyseur FFT 4 canaux pour donner les FRFs ,
- un logiciel de post-traitement modal pour identifier les paramètres modaux.



**Figure 6.1 : Structure poutre boulonnée et modélisation par éléments**



**Figure 6.2 : Configuration expérimentale de la poutre**

Dans ce test, l'accéléromètre est fixé au 23<sup>ème</sup> noeud dans la direction  $y$  (Figure 6.2) et la structure est impactée d'une façon alternée aux autres 25 noeuds pour établir les déformés modales de la structure. L'analyseur FFT à 4 canaux permet le calcul individuel des FRFs et ce pour chaque degré de liberté (ddl) correspondant au point d'impact. L'accéléromètre est relié au premier canal de l'analyseur FFT et le marteau d'impact au deuxième canal.

La structure est testée à deux différentes gammes de fréquence. La première se situe entre 0 et 3 KHz, et la seconde entre 0 et 6.4 KHz. La première série de données est utilisée pour extraire les six premières déformées modales et les fréquences naturelles correspondantes. La deuxième série de données est effectuée pour examiner l'effet du recalage sur les hautes fréquences. Chaque série de mesure est composée de 25 FRFs, correspondant aux noeuds du modèle d'éléments finis représenté sur la figure 6.1. Le logiciel de post-traitement modal « MEscape » est utilisé pour extraire les déformés modales et les fréquences naturelles.

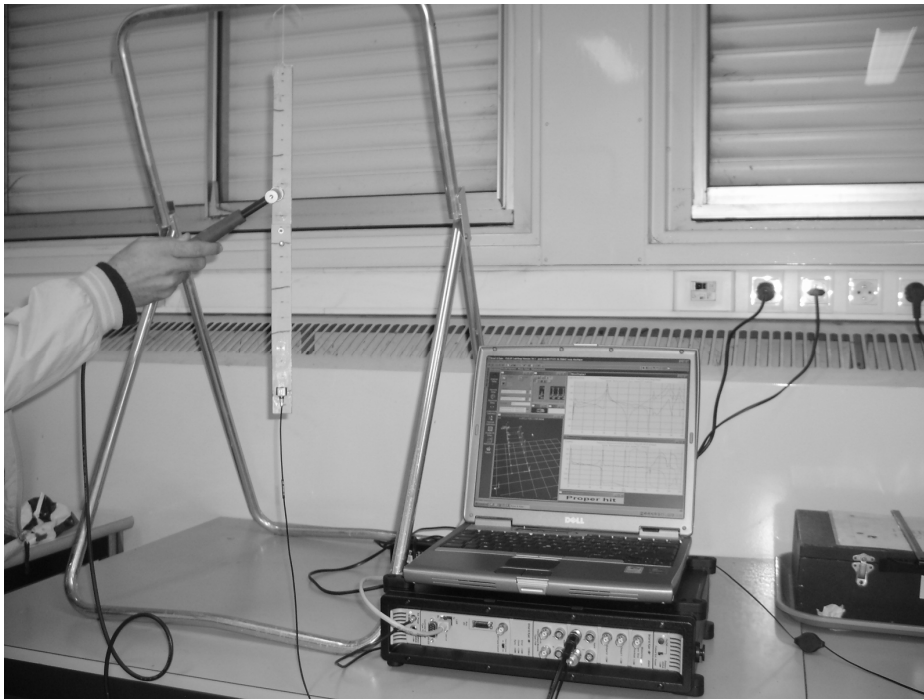


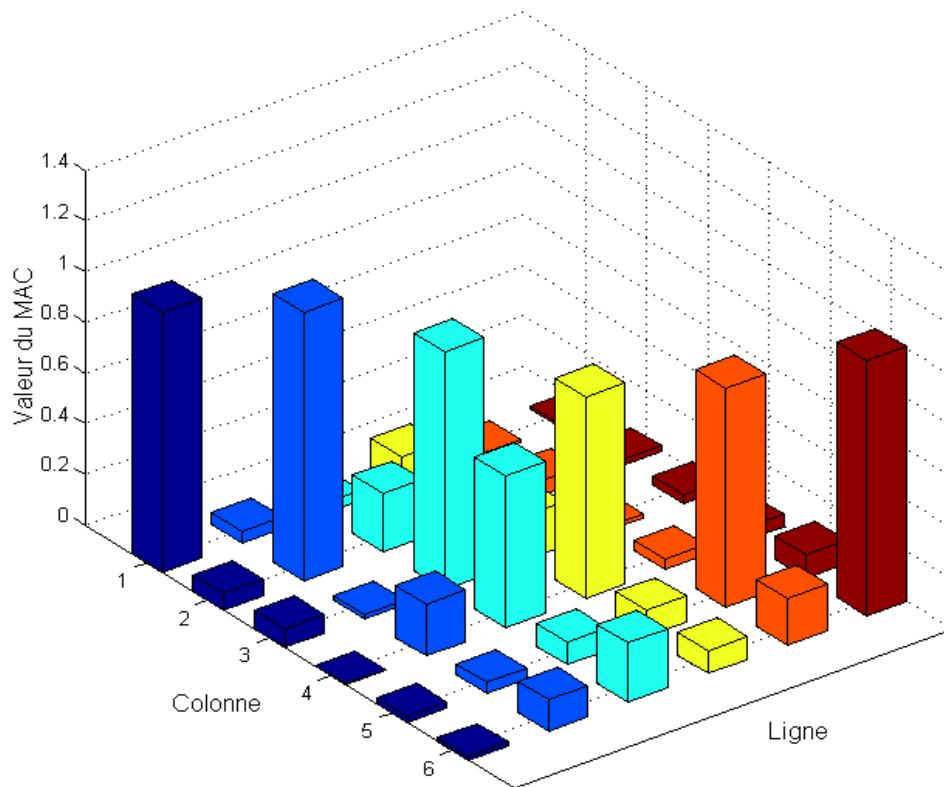
Figure 6.3 : Image de la configuration expérimentale (poutre)

#### 6.1.6. Modèles d'éléments finis

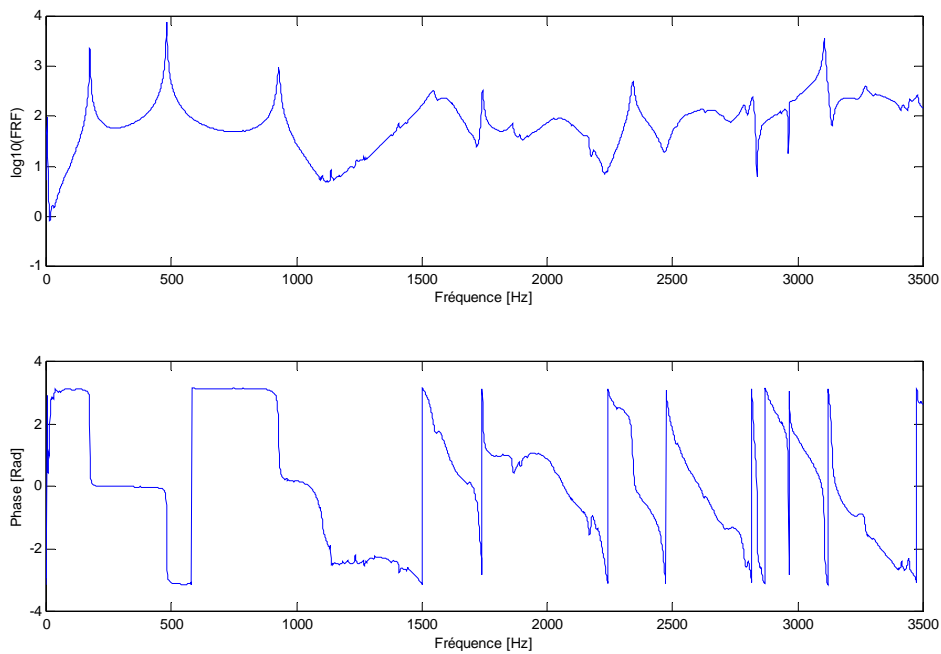
Le modèle numérique de la structure est donné par une poutre bidimensionnelle de vingt quatre éléments de mêmes caractéristiques que le modèle expérimental (figure 6.1). L'élément utilisé dans la modélisation est un élément poutre à deux nœuds avec deux degrés de liberté pour chaque nœud. Les fréquences naturelles du modèle analytiques sont montrées dans le tableau 6.1. Les déformés modales du modèle analytique et des résultats expérimentaux sont comparés en utilisant les valeurs du MAC. L'erreur relative entre les fréquences expérimentales et analytiques et les valeurs de la diagonale du MAC sont représentées dans le même tableau.

Tableau 6.1 : Comparaison des propriétés expérimentales et analytiques du modèle d'FE (poutre)

Mode	Fréquences naturelles Expérimentales (Hz)	Fréquences naturelles Analytiques (Hz)	Erreur relative %	MAC
1	174.6	173.65	0.5457	0.9976
2	480.7	477.03	0.7640	1.0494
3	927.8	932.24	0.4789	0.9239
4	1564.3	1536.55	1.7740	0.8689
5	2344.5	2289.12	2.3622	0.8214
6	3110.5	3189.13	2.5279	0.9511
7	4280.0	4235.81	1.0325	--

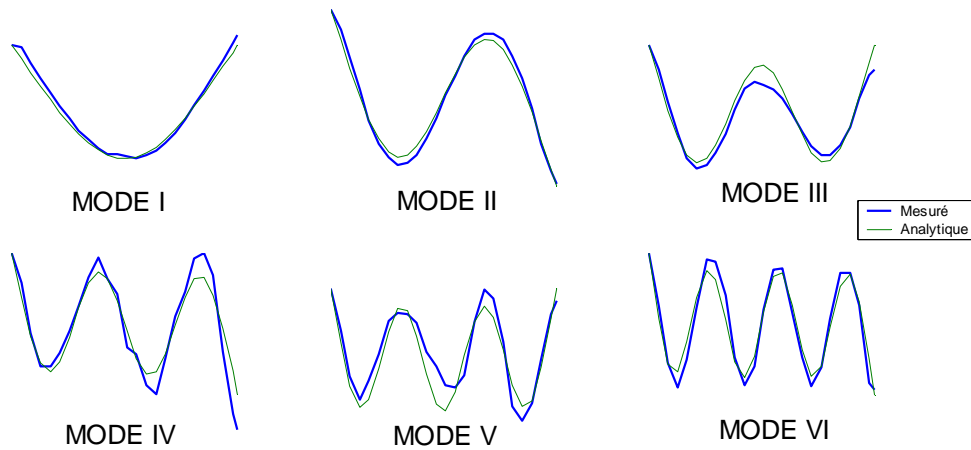


**Figure 6.4 : Valeur du MAC pour le modèle initial avant recalage (poutre)**



**Figure 6.5 : FRF et phase expérimentale au 1<sup>er</sup> point d'impact (poutre)**

Les six premières déformées modales analytiques et mesurées sont montrées sur la figure (6.6).



**Figure 6.6 : déformés modales analytiques et expérimentales (poutre)**

Le tableau 6.1 montre que l'erreur relative des 5<sup>ème</sup> et 6<sup>ème</sup> modes est supérieur à 2%. De même, les valeurs de MAC du 3<sup>ème</sup>, 4<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> modes sont inférieurs à 0.93. Les éléments hors de la diagonale de la matrice MAC sont loin d'être nuls. Ceci exige un recalage significatif du modèle initial.

#### 6.1.7. Résultats du recalage

Le recalage du modèle d'EF est effectué en utilisant la fonction objectif  $\Psi_4$  définie dans le domaine modal. Cette fonction exige en tant que données expérimentales les déformés modales et les fréquences naturelles. Les résultats de recalage des cinq algorithmes MARS, IMARS, GA1, GA2 et ARFjj1 seront comparés entre eux. Les données expérimentales utilisées pour le procédé de recalage comprennent les 6 premières déformées modales et les 7 premières fréquences naturelles mesurées entre 0 et 6400 Hz.

Les paramètres appliqués par les algorithmes IMARS et MARS dans cet exemple sont : le facteur de contraction  $c = 2^{1/2}$ , le seuil de précision  $\rho = 10^{-4}$ , et le nombre de relance de l'algorithme  $N_{restart} = 5$ . Le modèle de départ du procédé est celui du modèle initial d'éléments finis. Pour les GA1 et GA2, nous avons employé une population initiale de taille  $T = 100$ , avec une probabilité de reproduction de  $\rho_{repro} \geq 0.4$ . La mutation est appliquée pour les deux types d'algorithmes en affectant une probabilité de mutation de  $\rho_{repro} < 0.4$ . Les mêmes paramètres de configuration utilisés dans le chapitre 3 sont attribués à l'algorithme ARFjj1. Tous les algorithmes sont exécutés 20 fois et les résultats de l'exécution optimale de chacun des algorithmes sont comparés. Les résultats obtenus sont présentés au tableau 6.2 (a et b).

Tableau 6.2 (a) : Résultats du recalage en utilisant la fonction objectif  $\Psi_4$  (poutre)

mode	GA1			GA2		
	Freq.	Erreur%	MAC	Freq.	Erreur%	MAC
1	167.9	<u>3.8087</u>	0.9934	173.1	0.8542	0.9937
2	479.9	0.1712	0.9990	482.0	0.2650	0.9985
3	928.7	0.0956	0.9872	923.6	0.4536	0.9945
4	.551.6	0.8109	0.9621	1561.6	0.1727	0.9347
5	2294.6	2.1273	0.9189	2356.5	0.5139	0.9123
6	3180.9	2.2631	0.9652	3145.5	<u>1.1262</u>	0.9970
7	4355.1	1.7553	--	4306.2	0.6124	--

Les éléments du recalage dynamique sont les matrices de rigidité et de masse du modèle d'éléments finis de la structure. Elles sont recalées à la fois en affectant un facteur pour chaque p-valeur. Cela signifie que chaque élément sera caractérisé par deux facteurs (p-valeurs). Dans ce cas, nous traitons le problème de recalage avec 48 paramètres. Ce modèle nous permet d'étudier l'effet des paramètres du problème, et l'impact de la taille du maillage des modèles d'éléments finis sur la convergence des algorithmes. Les p-valeurs sont configurées à varier entre 0 et 2, où la valeur unitaire est considérée comme valeur neutre.

Tableau 6.2 (b) : Résultats du recalage en utilisant la fonction objectif  $\Psi_4$  (poutre)

mode	MARS			IMARS			ARFjj1		
	Freq.	Erreur%	MAC	Freq.	Erreur%	MAC	Freq.	Erreur%	MAC
1	172.4	<u>1.2803</u>	0.9832	172.5	<u>-1.202</u>	0.993	169.15	3.1202	0.996
2	480.8	0.0108	0.9967	481.8	0.228	0.998	0479.55	0.2385	1.000
3	926.4	0.1538	0.9945	926.4	-0.150	0.998	0910.40	1.8752	0.989
4	1563.3	0.0631	0.9351	1563.3	-0.063	0.968	1554.58	0.6207	0.956
5	2345.2	0.0317	0.9329	2345.2	0.029	0.945	2276.84	2.8857	0.937
6	3110.5	0.0011	0.9912	3110.4	0.001	0.980	3051.12	1.9088	0.974
7	4320.2	1.1513	--	4301.2	0.495	--	4.350.71	1.6300	--

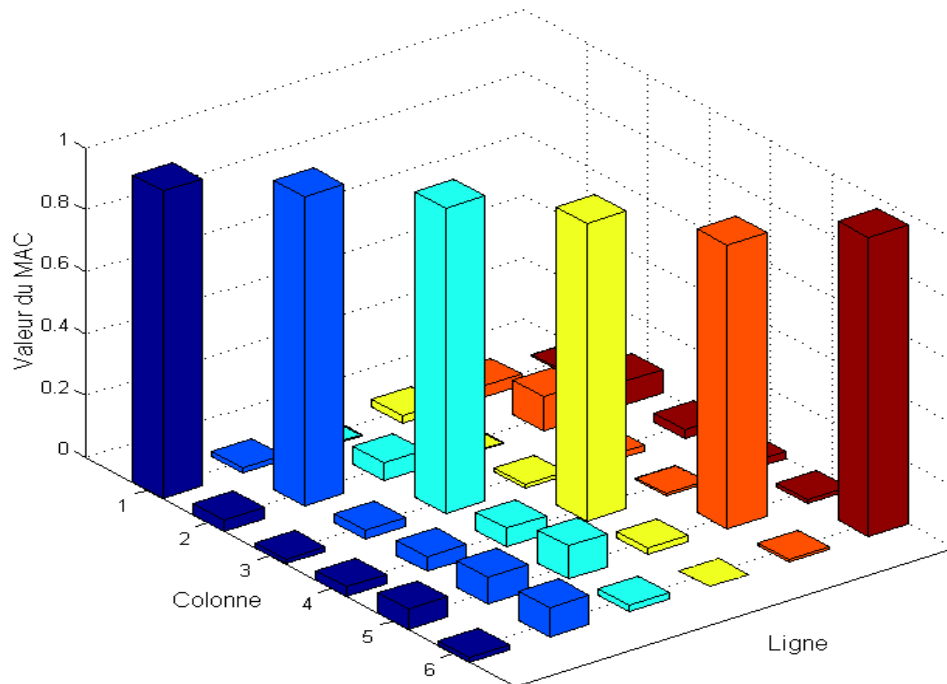


Figure 6.7 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant GA1 (poutre)

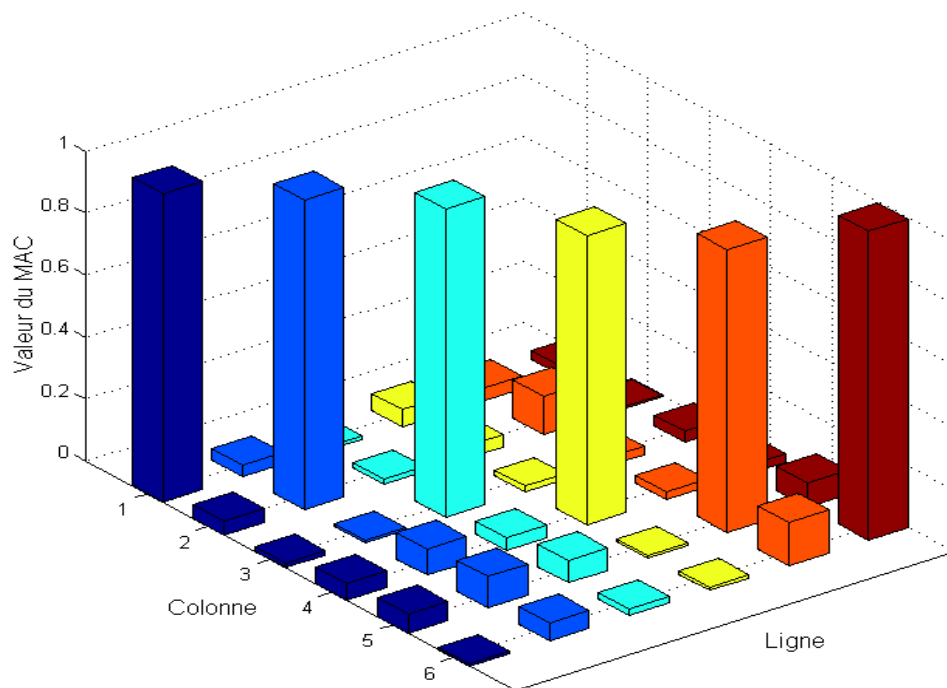


Figure 6.8 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant GA2 (poutre)

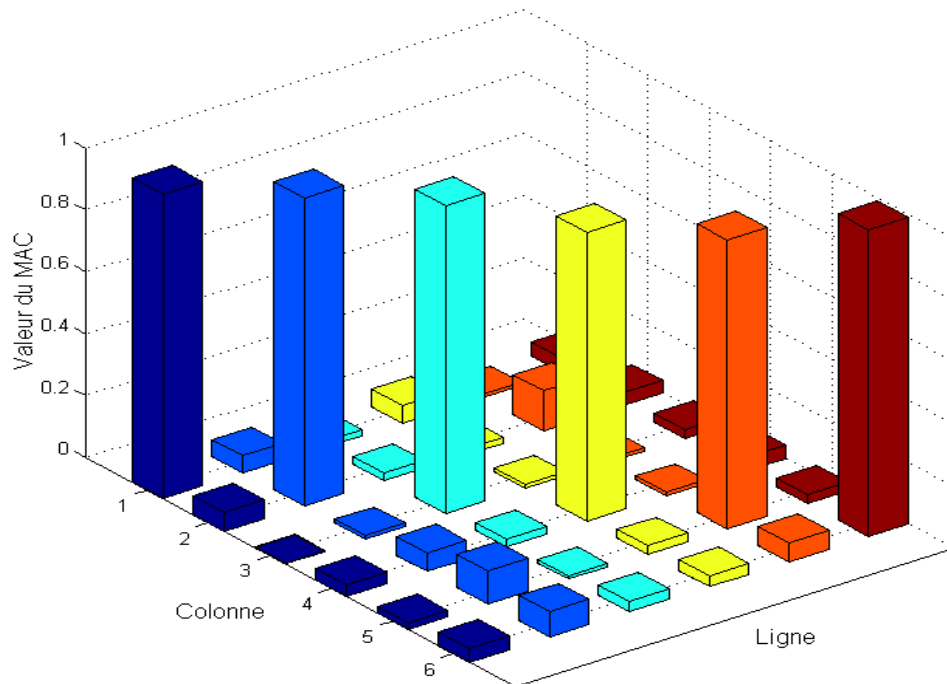


Figure 6.9 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant MARS (poutre)

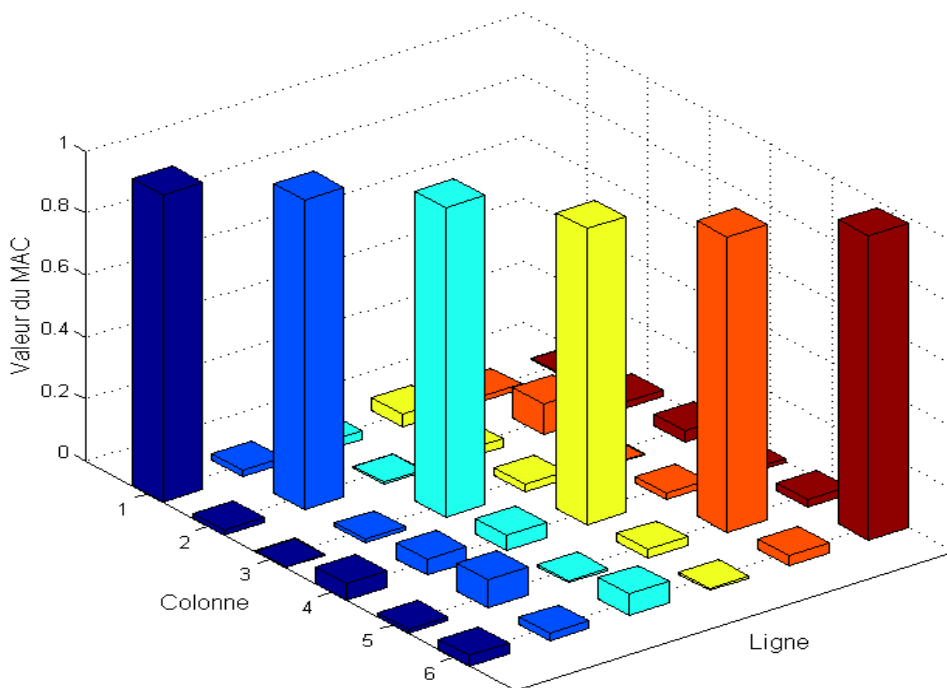
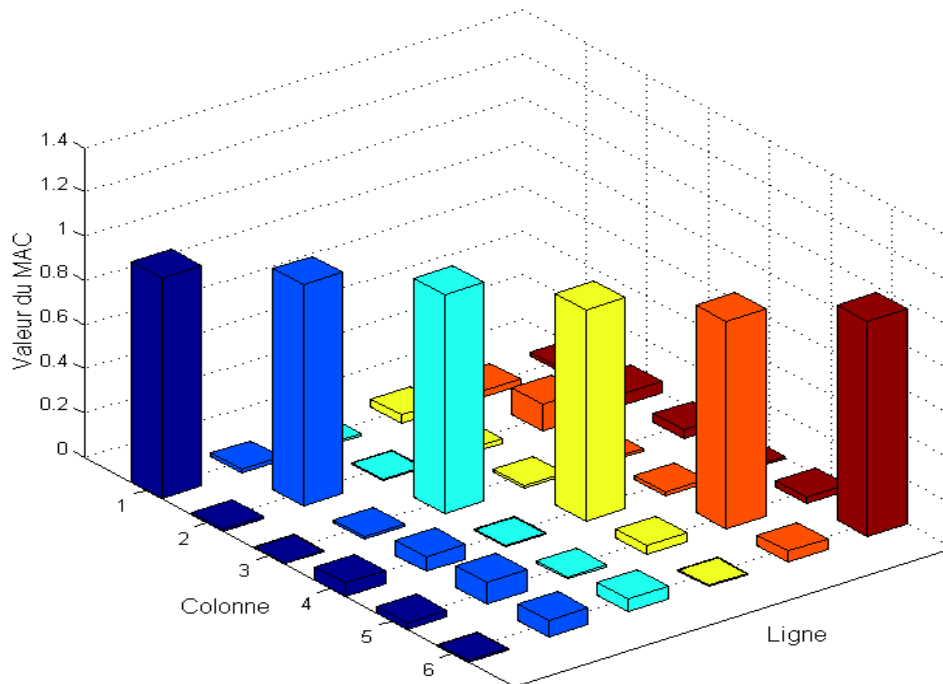


Figure 6.10 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant IMARS (poutre)



**Figure 6.11 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant ARFjj1 (poutre)**

Nous observons que les résultats obtenus après recalage sont améliorés par rapport à ceux du modèle initial (tableaux 6.2 (a et b) et figure 6.7-6.11). Pour les algorithmes IMARS, MARS et GA2, on constate que les fréquences naturelles se rapprochent plus des fréquences cibles mesurées, ainsi l'erreur relative est sensiblement réduite. La même chose pour les valeurs de la diagonale et hors diagonal du MAC (figures 6.8, 6.9 et 6.10), elles sont devenues plus acceptables que les valeurs initiales avant recalage. Pour l'algorithme GA1, les mêmes remarques peuvent être constatées sur le MAC (figure 6.7), mais le modèle nécessite toujours une amélioration car seulement une légère amélioration s'est produite sur les fréquences naturelles du modèle. Pour l'algorithme IMARS la valeur du MAC a été améliorée plus que les autres algorithmes, ceci confirme la force de recalage de cet algorithme. L'algorithme ARFjj1 a amélioré les résultats du MAC (figure 6.11) plus ou moins l'erreur relative des fréquences naturelles nécessitant un perfectionnement de ses paramètres de configuration pour améliorer davantage les résultats de recalage des modèles initiaux d'EF.

## 6.2. Structure plaque

Le deuxième cas étudié est le cas d'une structure plaque de 80 mm de largeur et de 1 mm d'épaisseur (Figure 6.12). La longueur totale de la structurale est 386 mm. Le matériau de la

structure est caractérisé par le module de Young de  $22.10^{10}$  N/m<sup>2</sup>, une densité de 7700 kg/m<sup>3</sup> et un coefficient de poisson de 0.3. Les caractéristiques géométriques sont données dans l'annexe I.

### 6.2.1. Configuration expérimentale

Le test modal a été exécuté sur la structure plaque subdivisée en 20 éléments quadrilatéraux à 4 noeuds ce qui fait 33 noeuds au total. Une masse ponctuelle de 4 g est ajoutée au modèle pour simuler l'effet du poids de l'accéléromètre sur la structure. Cette masse est placée au 30<sup>ème</sup> noeud tel que représenté sur la figure 6.12. La plaque est suspendue en la fixant à l'aide d'un fil élastique à l'une de ses extrémités. Ce deuxième exemple est donné pour vérifier l'efficacité de la procédure de recalage sur des exemples réels de formes différentes.

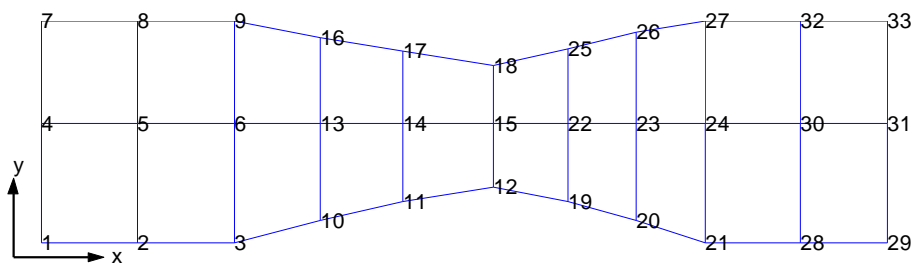


Figure 6.12 : Modèle expérimental de la plaque

L'analyse modale expérimentale est réalisée à l'aide du même équipement utilisé pour la première structure.

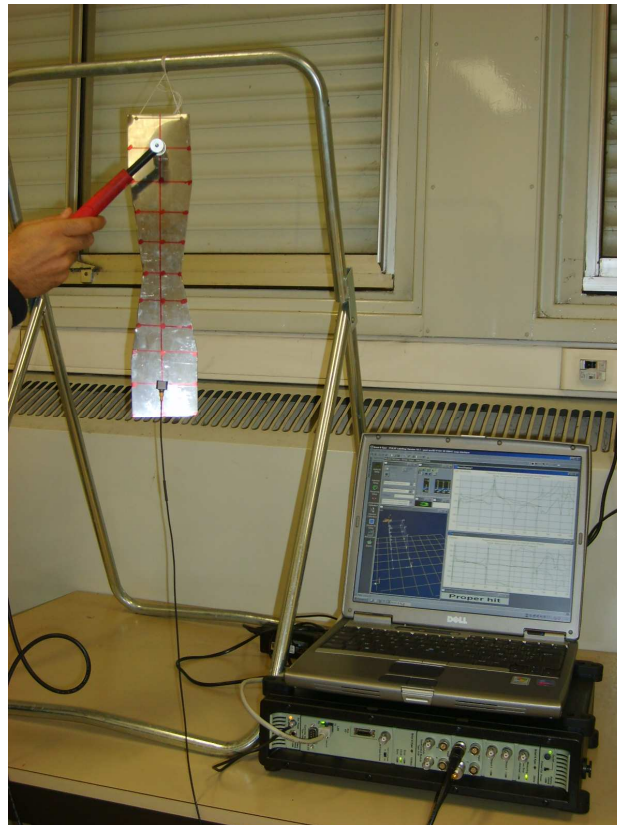


Figure 6.13 : configuration expérimentale de la plaque

Dans ce test, l'accéléromètre est fixé au 30<sup>ème</sup> point dans la direction z (Figure 6.13) et la structure est impactée d'une façon alternée aux autres 33 noeuds pour établir les déformés modales de la structure.. L'analyseur FFT à 4 canaux permet le calcul individuel des FRFs et ce pour chaque degré de liberté (ddl) correspondant au point d'impact. L'impact est appliqué dans le sens  $-z$  de la plaque.

La structure est testée à une gamme de fréquence de 0 à 1600 Hz. La série de données est employée pour extraire les six premières déformées modales et les fréquences naturelles correspondantes. Cette série est composée de 33 FRFs, correspondant aux noeuds du modèle expérimental représenté sur la figure 6.12.

### 6.2.2. Modèles d'éléments finis

Le modèle analytique de la structure est donné par quarante éléments figure 6.14. Le modèle est différent cette fois du modèle expérimental. Cette différence n'influe pas sur les résultats puisque la comparaison entre les différents modes s'effectue en utilisant le MAC.

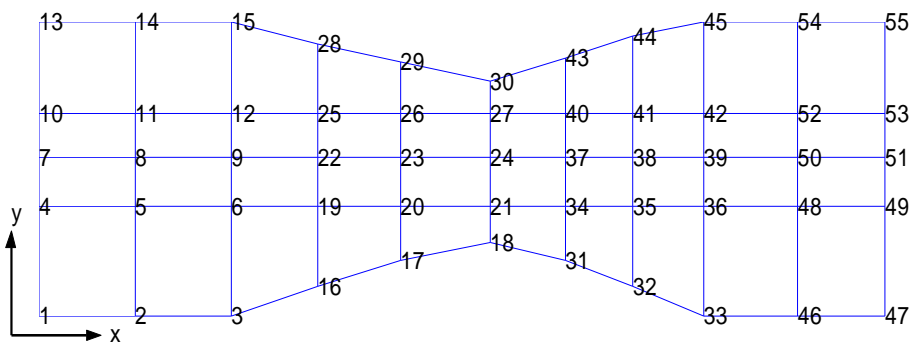


Figure 6.14 : Modèle d'éléments finis de la plaque

L'élément utilisé dans la modélisation est un élément quadrilatéral en flexion à quatre nœuds avec trois degrés de liberté pour chaque nœud. Les fréquences naturelles du modèle analytiques sont montrées dans le tableau 6.3. Les déformées modales du modèle analytique et des résultats expérimentaux sont comparées en utilisant les valeurs du MAC. L'erreur relative entre les fréquences expérimentales et analytiques et les valeurs de la diagonale du MAC sont présentées dans le même tableau.

Tableau 6.3 : Comparaison des propriétés expérimentales et analytiques du modèle d'FE (plaque)

Mode	Fréquences naturelles Expérimentales (Hz)	Fréquences naturelles Analytiques (Hz)	Erreur relative %	MAC
1	32.400	32.515	0.35473	0.9527
2	93.900	89.588	4.5923	0.7443
3	98.970	93.490	5.5374	0.6972
4	187.00	186.29	0.3781	0.8893
5	268.70	258.90	3.6461	0.9547
6	309.00	301.79	2.3347	0.8842
7	368.00	338.47	-	-
8	460.00	441.64	-	-

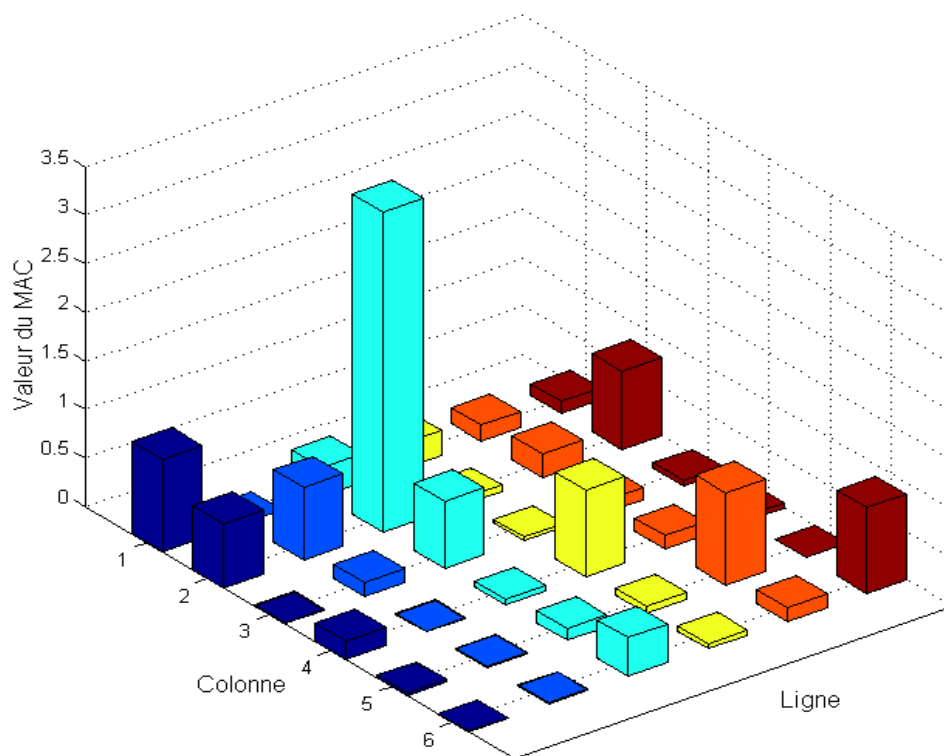
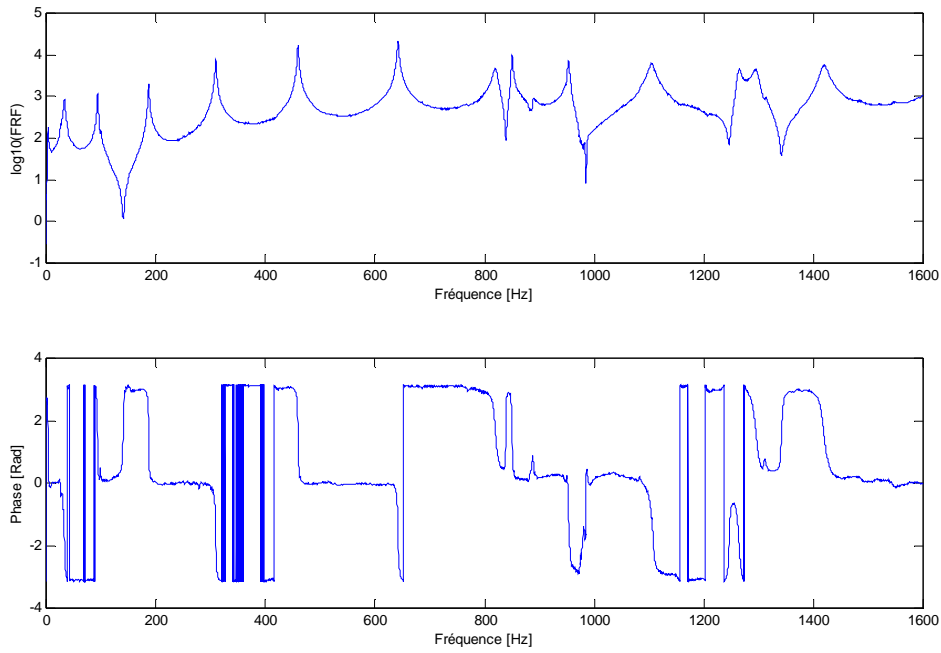
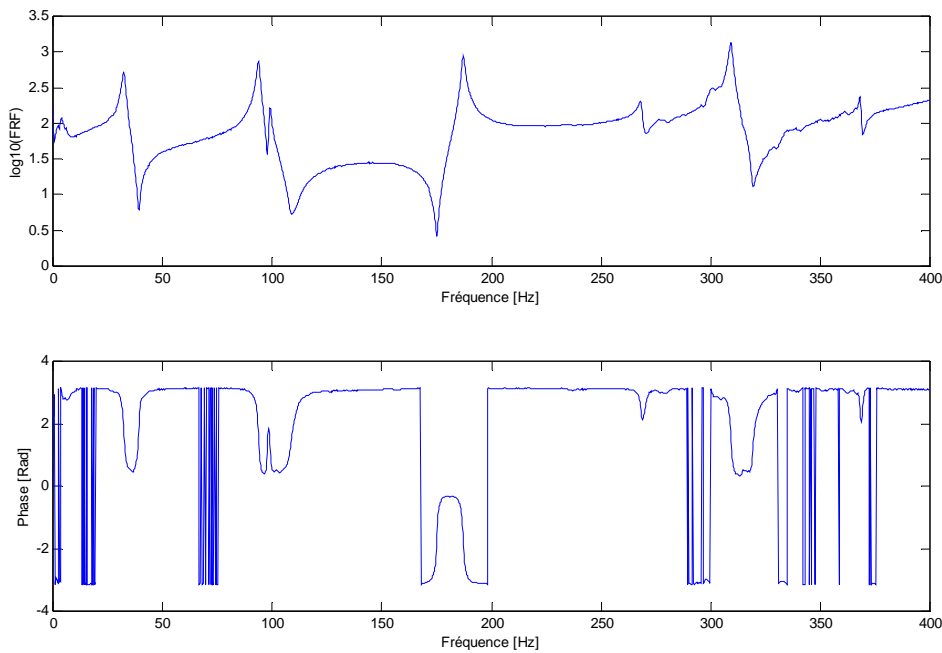


Figure 6.15 : Valeur du MAC pour le modèle initial avant recalage (plaque)



**Figure 6.16 : FRF et phase expérimentale au 4<sup>ème</sup> point d'impact de la plaque**



**Figure 6.17 : FRF et phase expérimentale au 20<sup>ème</sup> point d'impact de la plaque**

La figure 6.16 représente la FRF de la structure au 4<sup>ème</sup> point d'impact dans la plage de fréquences [0, 1600].

Pour mieux éclaircir la FRF et sa phase, on considère le 20<sup>ème</sup> point d'impact en rétrécissant la plage de fréquence à [0, 400] (figure 6.17).

Les six premières déformées modales analytiques et mesurées sont montrées sur la figures 6.18 et la figure 6.19.

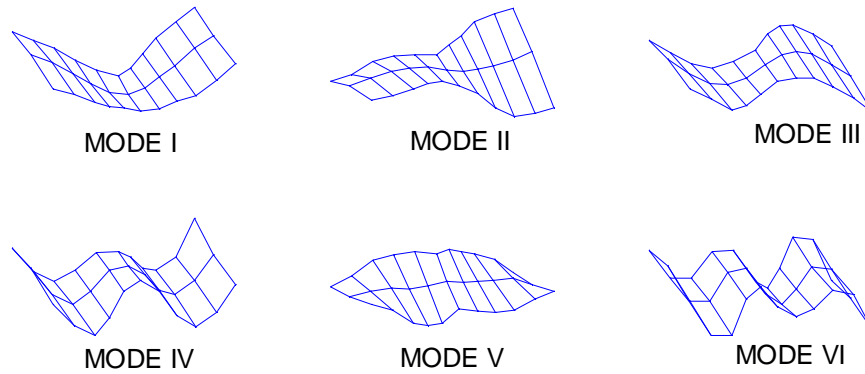


Figure 6.18 : déformés modales expérimentale de la plaque

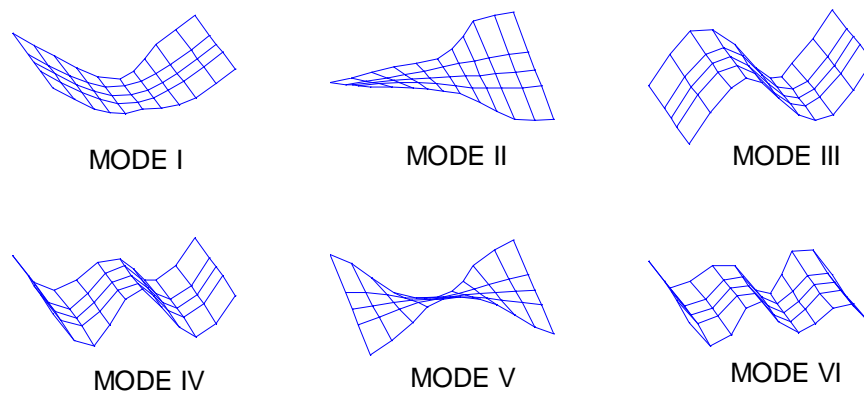


Figure 6.19 : déformés modales analytiques de la plaque

Le tableau 6.3 montre que l'erreur relative des 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> modes sont supérieurs à 3%. De même, les valeurs de MAC du 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup>, 4<sup>ème</sup> et 6<sup>ème</sup> modes sont inférieurs à 0.90. Les termes hors de la diagonal du MAC dépassent le seuil minimal fixé à 0.1. Pour améliorer ce manque de corrélation, la procédure de recalage du modèle initial est appliquée en utilisant les différents algorithmes de correction.

### 6.2.3. Résultats du recalage

Le recalage du modèle d'EF est effectué en utilisant la fonction objectif  $\Psi_4$  définie dans le domaine modal. Les résultats de recalage des algorithmes MARS, IMARS, GA1, GA2 et ARFjj1 seront comparés entre eux. Les données expérimentales utilisées comprennent les 6 premières déformées modales et les 6 premières fréquences naturelles mesurées entre 0 et 1600 Hz.

Les paramètres appliqués par les algorithmes sont les mêmes que ceux de l'exemple précédant, avec un changement des facteurs de poids et de la fonction objectif (équation 4.15) en prenant  $W_\omega$ ,  $W_\varphi$  et  $W_{MAC}$  respectivement égales à 1, 50 et 60. Chaque algorithme est exécuté 20 fois.

Le problème de recalage est abordé avec 80 paramètres de recalage. Les p-valeurs sont configurées à varier entre 0 et 2, où la valeur de 1 est considérée comme valeur neutre.

Tableau 6.4 (a) : Résultats du recalage en utilisant la fonction objectif  $\Psi_4$  (plaque)

mode	GA1			GA2		
	Freq.	Erreur%	MAC	Freq.	Erreur%	MAC
<b>1</b>	31.923	1.471	0.999	32.952	1.705	0.999
<b>2</b>	91.882	2.149	0.963	91.346	2.720	0.966
<b>3</b>	93.143	5.887	0.996	95.186	3.823	0.988
<b>4</b>	185.93	0.572	0.922	194.05	3.768	0.926
<b>5</b>	261.29	2.757	0.960	267.07	0.608	0.946
<b>6</b>	301.52	2.422	0.961	311.41	0.778	0.956

Tableau 6.4 (b) : Résultats du recalage en utilisant la fonction objectif  $\Psi_4$  (plaque)

mode	MARS			IMARS			ARFjj1		
	Freq.	Erreur%	MAC	Freq.	Erreur%	MAC	Freq.	Erreur%	MAC
<b>1</b>	32.506	0.327	0.983	32.676	0.852	0.988	32.71	0.974	0.994
<b>2</b>	94.226	0.346	0.988	95.031	1.204	0.958	92.02	1.996	0.999
<b>3</b>	99.256	0.289	0.999	97.973	1.007	0.999	97.81	1.172	0.946
<b>4</b>	186.33	0.357	0.940	193.19	3.308	0.922	196.98	5.337	0.934
<b>5</b>	269.10	0.149	0.916	277.67	3.339	0.958	263.48	1.939	0.932
<b>6</b>	304.24	1.154	0.940	314.46	1.766	0.913	309.62	0.203	0.965

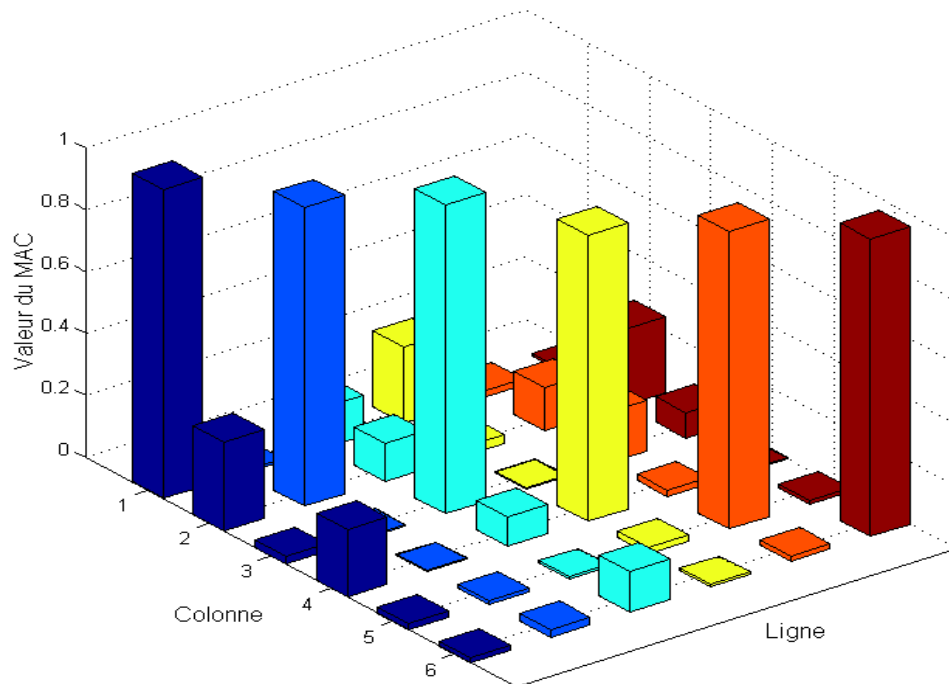


Figure 6.20 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant GA1 (plaque)

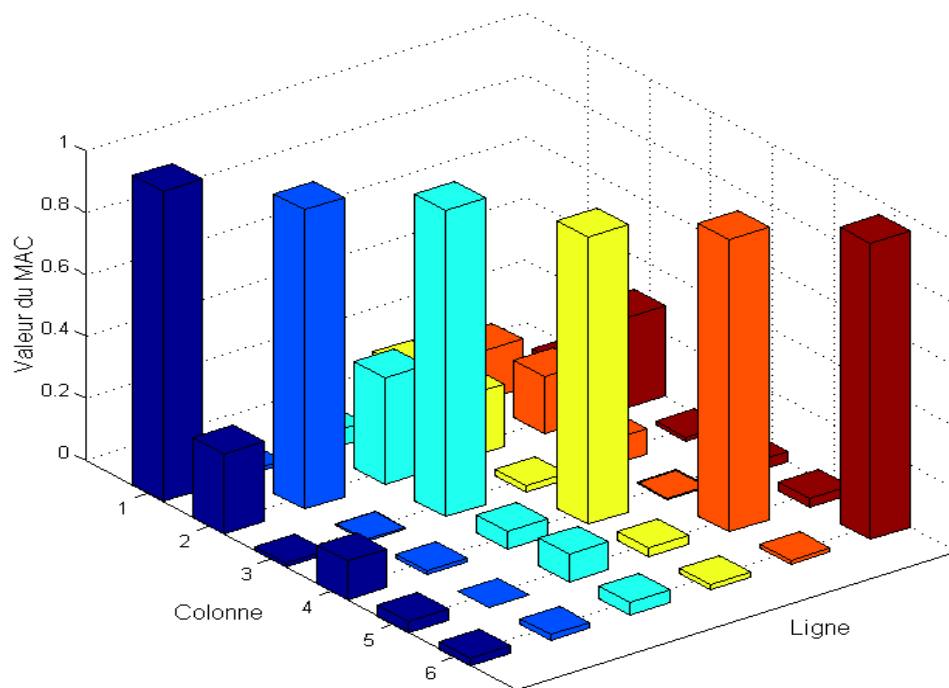


Figure 6.21 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant GA2 (plaque)

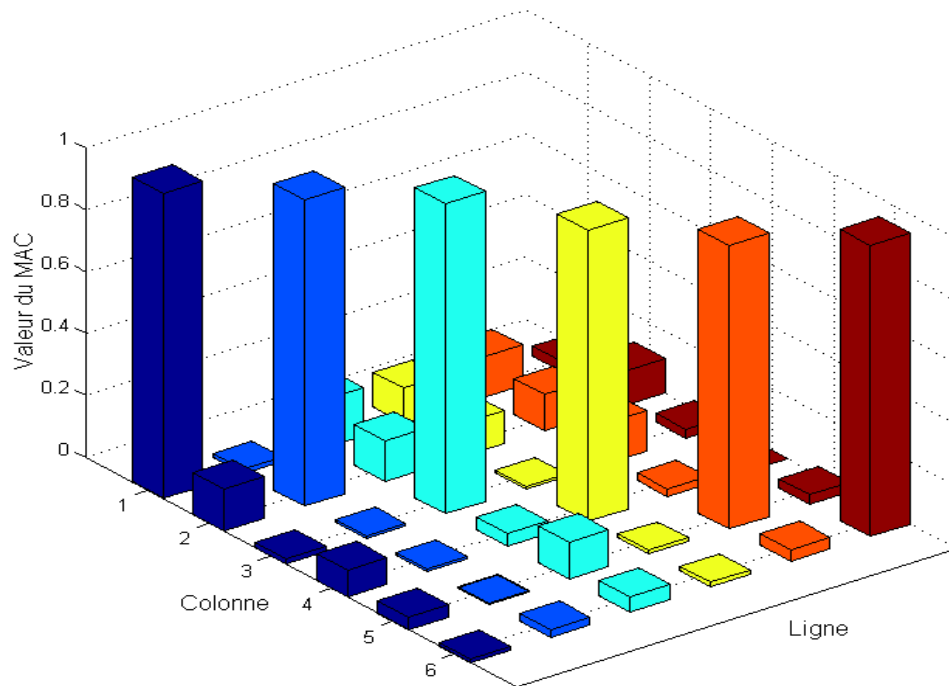


Figure 6.22 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant MARS (plaque)

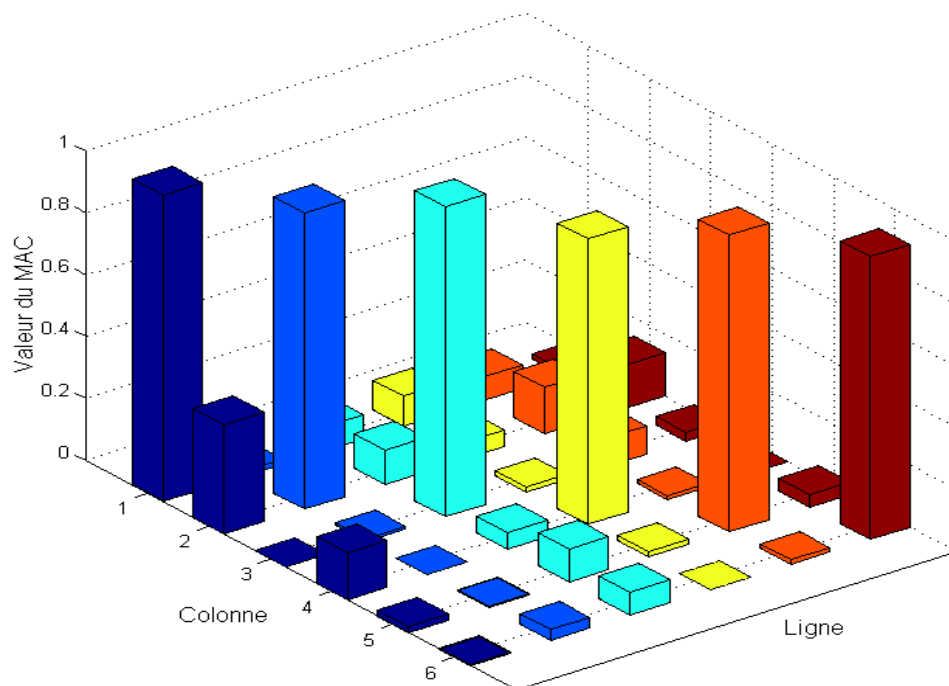
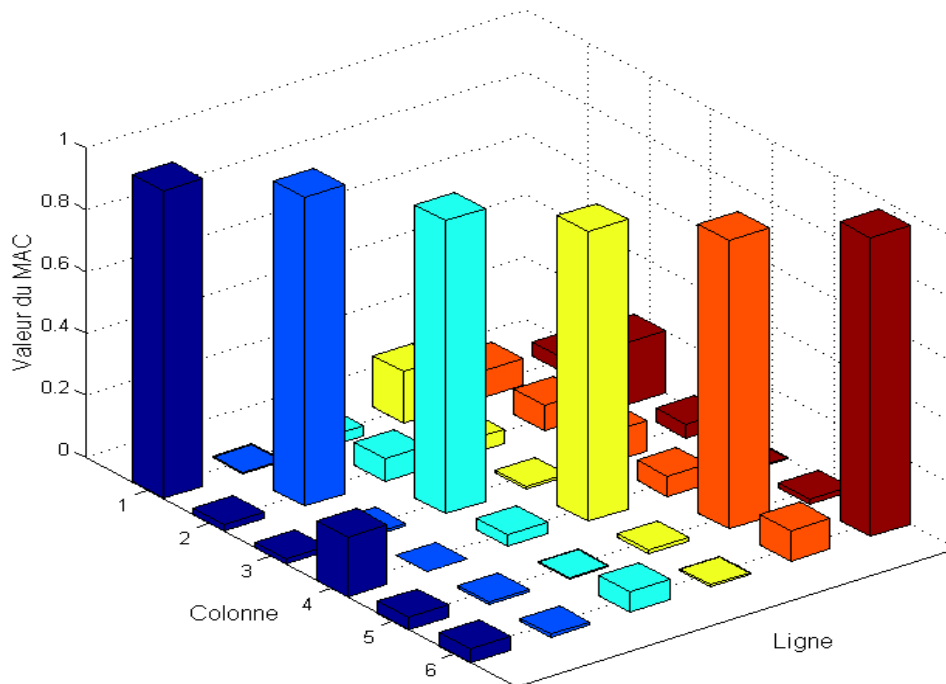


Figure 6.23 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant IMARS (plaque)



**Figure 6.24 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant ARFjj1 (plaque)**

Après le processus de recalage les résultats se trouvent améliorés par rapport à ceux du modèle initial. Pour les algorithmes IMARS, MARS et GA2, on constate que les fréquences naturelles se rapprochent des fréquences cibles mesurées avec une réduction sensible de l'erreur relative. La même constatation peut être faite pour les valeurs de la diagonale du MAC, mais les termes hors diagonal nécessitent une amélioration en variant les facteurs poids de la fonction objectif. Pour l'algorithme GA1, les mêmes remarques peuvent être tirées concernant le MAC, mais le modèle nécessite toujours une amélioration des fréquences naturelles. L'algorithme de la force centrifuge contribue mieux dans l'amélioration de la corrélation test-analyse surtout pour les valeurs du MAC qui sont nettement améliorées par rapport aux valeurs du modèle initial. Les algorithmes IMARS et MARS sont plus performants que les autres algorithmes, chose qui confirme leurs robustesse et efficacité.

On a constaté aussi dans cet exemple que le temps d'exécution nécessaire aux algorithmes génétiques pour atteindre ces résultats a dépassé parfois les 12 heures, par contre IMARS et MARS requièrent beaucoup moins de temps (quelques minutes) et leurs résultats sont plus satisfaisants. L'algorithme de la force centrifuge requiert un temps de calcul considérable pour atteindre de bons résultats, due surtout à la particularité de l'étape d'insertion de boules dans le tube conique.

### 6.3. Structure pont

Le troisième cas étudié est le cas d'une structure pont (figure 6.25) de 785 mm de longueur, 165 mm de largeur et 155 mm de hauteur, composée de plusieurs poutres fixées entre elles par de petits boulons. Le matériau de la structure est en aluminium dur (Dural) caractérisé par le module de Young de  $59 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>, une densité de 2660 kg/m<sup>3</sup> et un coefficient de poisson de 0.33. Les caractéristiques géométriques sont données dans l'annexe I.

### 6.3.1. Configuration expérimentale

Le test modal est exécuté sur la structure pont subdivisée en 30 éléments poutres à 2 nœuds, avec un nombre total de 18 nœuds. Une masse ponctuelle de 4 g est ajoutée au modèle pour simuler l'effet du poids de l'accéléromètre sur la structure. Cette masse est placée au 16<sup>ème</sup> nœud tel que représenté sur la figure 6.25. La structure est suspendue dans un état libre-libre en utilisant un fil élastique (figure 6.26). Ce troisième exemple est proposé pour vérifier l'efficacité de la procédure de recalage sur les problèmes en 3D.

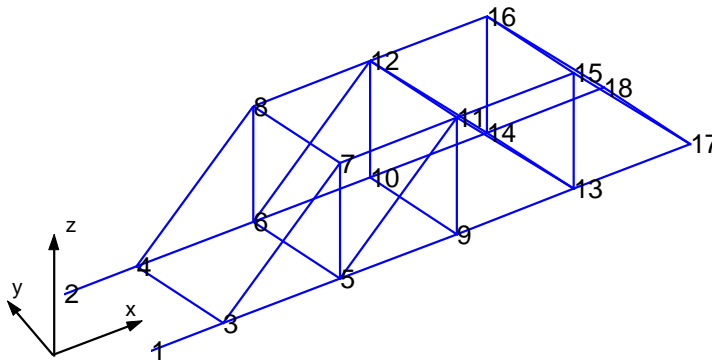
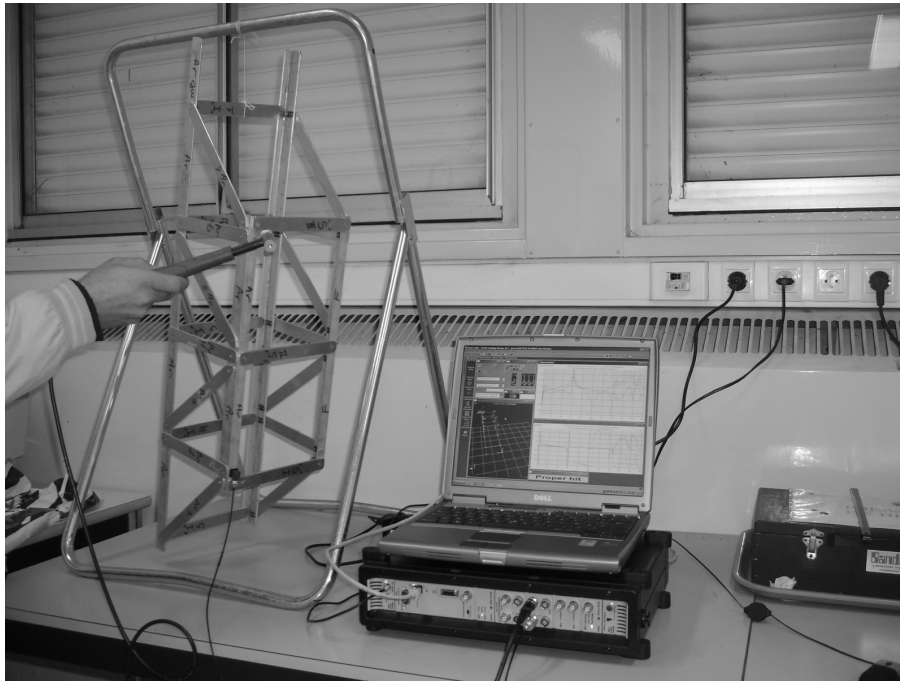


Figure 6.25 : Modèle expérimental de la structure pont

L'analyse modale expérimentale est réalisée à l'aide du même équipement utilisé pour la première structure, seulement l'accéléromètre 1D est remplacé par un accéléromètre 3D pour mesurer la réponse en fréquence dans les trois directions.



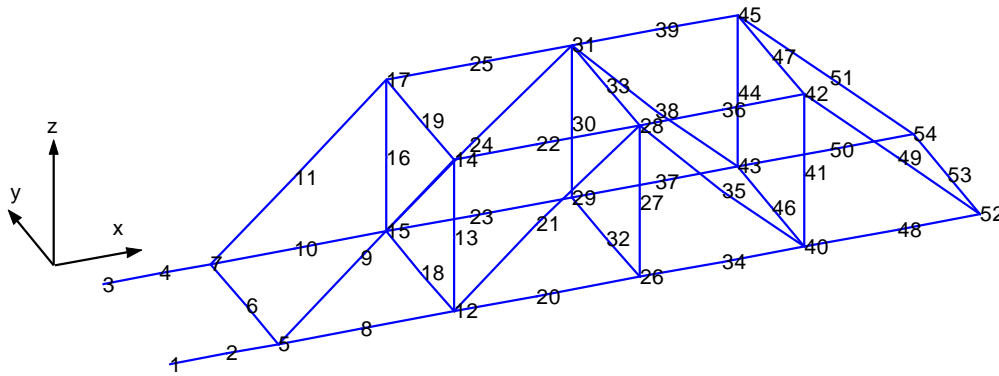
**Figure 6.26 : Configuration expérimentale de la structure pont**

Dans ce test, l'accéléromètre est fixé au 16<sup>ème</sup> point (Figure 6.25) et la structure est impactée à 18 différentes locations et suivant les trois directions. On a donc au total 54 points d'impact. Ce test permet de définir les déformées modales de la structure en incluant les trois directions. A l'aide de l'analyseur FFT, les FRFs sont individuellement calculées pour chaque point d'impact. L'accéléromètre est relié au trois premiers canaux de l'analyseur FFT, et le marteau d'impact au quatrième canal.

La structure est mesurée entre deux gammes de fréquence de 0 à 200 et 0 à 400 Hz. La première série est employée pour extraire les cinq premières déformées modales et les fréquences naturelles correspondantes. La deuxième série de tests permet d'examiner l'effet des autres fréquences sur le processus de recalage du modèle de cette structure.

### **6.3.2. Modèles d'éléments finis**

Le modèle analytique de la structure est donné par 72 éléments figure 6.27. Le modèle est différent du modèle expérimental en divisant chaque élément du modèle expérimental par deux.



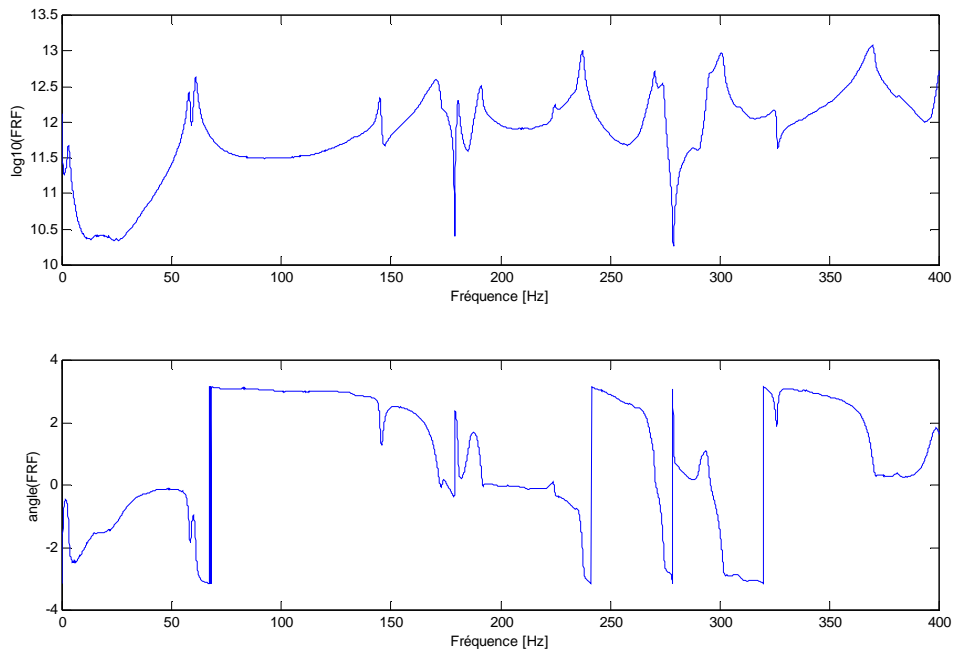
**Figure 6.27 : Modèle d'éléments finis de la structure pont**

L'élément utilisé dans la modélisation est un élément poutre 3D à deux nœuds avec six degrés de liberté par nœud, donc les matrices du modèle analytique ont une taille de  $324 \times 324$ . Les fréquences naturelles du modèle analytiques sont montrées dans le tableau 6.5. Les déformées modales du modèle analytique et des résultats expérimentaux sont comparées en utilisant les valeurs du MAC. L'erreur relative entre les fréquences expérimentales et analytiques et les valeurs de la diagonale du MAC sont représentées dans le même tableau.

Tableau 6.5 : Comparaison des propriétés expérimentales et analytiques du modèle d'FE (pont)

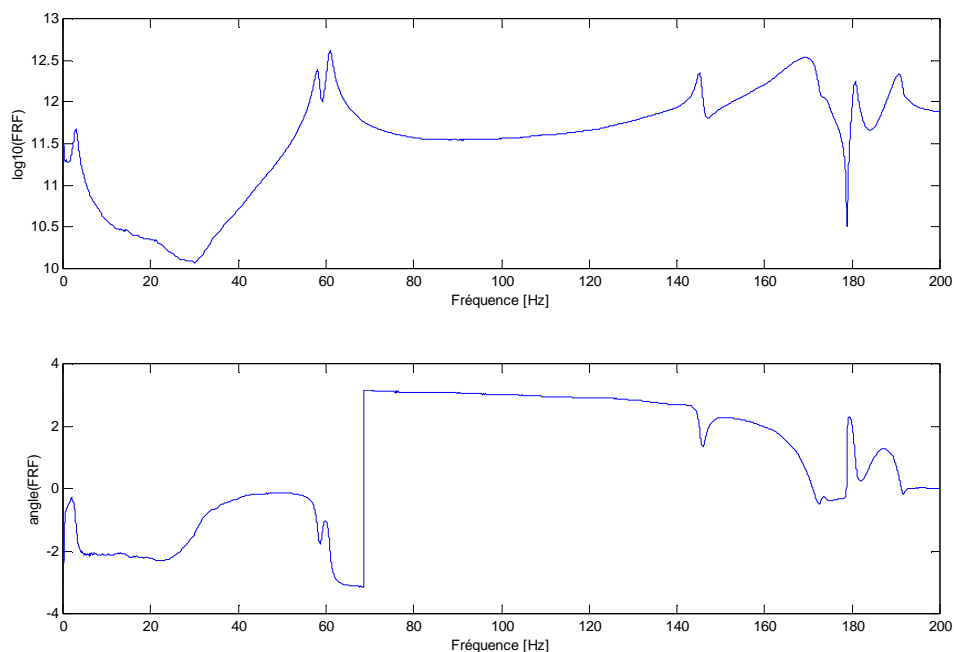
Mode	Fréquences naturelles Expérimentales (Hz)	Fréquences naturelles Analytiques (Hz)	Erreur relative %	MAC
1	58.10	59.85	-3.01	0.93271
2	60.80	64.06	-5.36	0.74430
3	145.00	131.19	9.52	0.69723
4	171.00	157.94	7.64	0.88936
5	180.00	167.26	7.08	0.7247

La figure (6.27) représente la FRF de la structure au 5<sup>ème</sup> point d'impact et la direction y dans la plage de fréquences [0, 400].



**Figure 6.28 : FRF et phase expérimentale au 5<sup>ème</sup> point d'impact (pont)**

Pour mieux éclaircir la FRF et la phase, on considère la plage de fréquence  $[0, 200]$  pour la direction  $y$  du 5<sup>ème</sup> point d'impact.



**Figure 6.29 : FRF et phase expérimentale au 5<sup>ème</sup> point d'impact (pont)**

Le tableau 6.5 montre que l'erreur relative des différents modes est supérieure à 3%. De même, les valeurs de MAC du 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup>, 4<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> modes sont inférieures à 0.90. Un recalage significatif est donc requis afin d'y remédier à ce manque de corrélation dû surtout au choix du modèle initial.

Dans cet exemple, seules le MARS et l'IMARS qui seront appliqués pour le recalage du modèle initial. Les deux algorithmes génétiques et l'algorithme de la force centrifuge nécessitent un temps de calcul très élevé chose qui empêche leur utilisation pour ce type de structure.

### 6.3.3. Résultats du recalage

Le recalage du modèle d'EF est effectué en utilisant la fonction objectif  $\Psi_4$ . Les données expérimentales utilisées pour le procédé du recalage comprennent les 5 premières déformés modales et les 5 premières fréquences naturelles mesurées entre 0 et 200 Hz.

Les paramètres appliqués par les algorithmes sont les mêmes que ceux de l'exemple précédent, avec un changement des facteurs de poids et de la fonction objectif (équation 4.15) en prenant  $W_\omega$ ,  $W_\varphi$  et  $W_{MAC}$  respectivement égales à 2, 40 et 80. Ce choix est justifié par une augmentation de l'influence des modes sur la fonction objectif due à la taille du problème. Chaque algorithme est exécuté 20 fois.

Le problème de recalage est abordé avec 144 paramètres de recalage. Les p-valeurs sont configurées à varier entre 0 et 2, où la valeur de 1 est considérée comme valeur neutre.

Tableau 6.6 : Résultats du recalage en utilisant la fonction objectif  $\Psi_4$  (pont)

mode	MARS			IMARS		
	Freq.	Erreur%	MAC	Freq.	Erreur%	MAC
<b>1</b>	57.50	1.03	0.953	59.10	-1.72	0.948
<b>2</b>	60.10	1.15	0.958	61.10	-0.49	0.950
<b>3</b>	148.03	-2.07	0.949	142.50	2.07	0.949
<b>4</b>	178.03	-4.09	0.930	175.04	-2.34	0.922
<b>5</b>	185.10	-2.78	0.916	186.03	-3.33	0.958

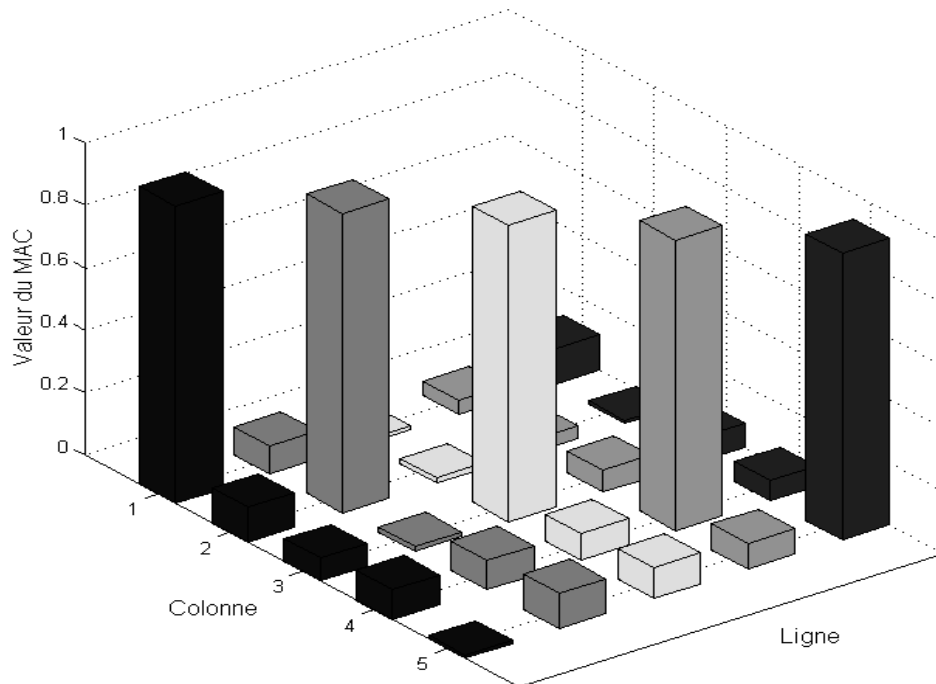


Figure 6.30 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant MARS (pont)

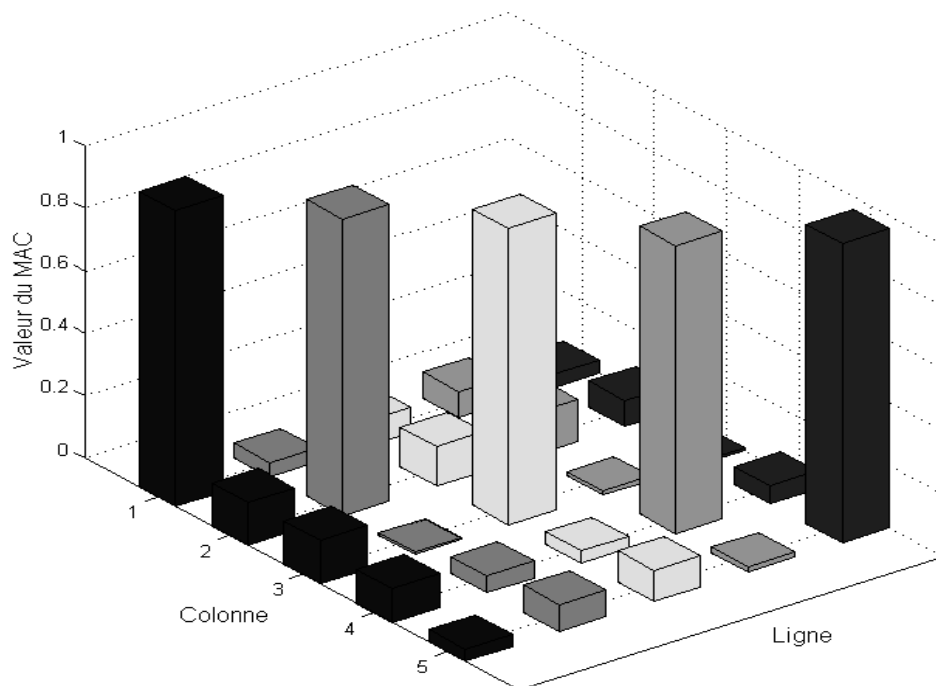


Figure 6.31 : Valeur du MAC pour le modèle recalé utilisant IMARS (pont)

Nous remarquons que les résultats obtenus après recalage sont améliorés par rapport à ceux du modèle initial. Pour les deux algorithmes, on constate que les fréquences naturelles se rapprochent

plus des fréquences cibles mesurées avec une erreur relative réduite. Concernant le MAC, les valeurs de la diagonale tendent vers les valeurs du modèle optimal et les termes hors de la diagonal sont nettement recalés et se rapprochent plus du seuil d'erreur 0.1. Dans ce cas d'exemple, l'algorithme IMARS a un comportement meilleur que le MARS.

Pour conclure ce chapitre, on peut dire que les approches proposées dans ce travail ont montré leur efficacité et leur robustesse à recalculer les modèles d'EF des structures réelles. Les deux versions d'AG ont permis d'obtenir des résultats satisfaisants mais au détriment du temps de calcul. Les deux autres algorithmes MARS et IMARS ont apporté une distincte amélioration aux résultats de recalage en plus de la réduction importante du temps de calcul. L'algorithme de la force centrifuge reste un outil de recalage efficace mais nécessitant un perfectionnement de ses paramètres de configuration pour améliorer davantage les résultats de recalage des modèles initiaux d'EF.

L'efficacité des algorithmes MARS et IMARS peut être constatée également au niveau du nombre d'itérations nécessaires pour améliorer le modèle initial d'éléments finis. Dans l'exemple de la poutre et dans le cas de la fonction  $\Psi_4$ , la procédure MARS avait besoin d'environ 3500 itérations tandis que la procédure utilisant GA1 exigeait plus de 100000 itérations pour aboutir à la même solution.

## Conclusion

---

Le but de ce travail est de développer de nouvelles procédures itératives qui sont par la suite appliquées au problème de recalage des modèles dynamiques d'éléments finis « EF ». Le problème de recalage formulé comme un problème d'optimisation est résolu par de nouvelles méthodologies de recherche aléatoire. Ces méthodologies sont appliquées pour identifier les matrices analytiques de masse et de rigidité caractérisant le comportement dynamique des différentes structures étudiées. Au début, le problème inverse est introduit et interprété pour donner une idée précise sur les divers problèmes traités dans ce travail de recherche. Une recherche bibliographique a été présentée pour montrer les différents efforts fournis pour résoudre le problème de recalage et de localisation des erreurs des modèles d'éléments finis en se basant surtout sur les différentes approches qui utilisent les algorithmes de recherche aléatoire pour faire une comparaison avec le travail présenté dans ce mémoire.

Une présentation des différents algorithmes utilisés dans les différentes procédures de recalage a été présentée dans le chapitre 2. Deux versions d'algorithmes génétiques, trois versions d'algorithmes de recherche aléatoire accélérée et une version du recuit simulé ont été proposées. Une série de tests numériques sur l'optimisation des fonctions mathématiques types a été effectuée pour valider les différents algorithmes et évaluer leur efficacité et leur robustesse. La version modifiée (MARS) de l'algorithme de base de la recherche accélérée (ARS) a donné de bons résultats et sa convergence a été remarquable. L'algorithme « *improved* MARS » (IMARS), proposé pour améliorer la version modifiée MARS, et MARS ont surpassé tous les autres algorithmes et ont permis d'obtenir des résultats très satisfaisants dans un temps réduit et un nombre d'itérations minimales. Les deux versions d'AG ont surpassé la version proposée du SA permettant d'obtenir des résultats acceptables mais au détriment du temps de calcul qui reste toujours

considérable. Le SA et l'ARS ont montré leurs limites et requièrent un perfectionnement dans leurs paramètres pour conduire ces deux algorithmes à améliorer leur convergence.

Un nouvel algorithme de recherche aléatoire a été proposé dans ce travail pour contribuer au développement des méthodes stochastiques d'optimisation. L'algorithme de la force centrifuge, développé pour la première fois dans ce travail de recherche, a montré son efficacité et sa robustesse d'optimisation des fonctions mathématiques et a concurrencé les autres algorithmes d'optimisation.

Différentes formulations des fonctions objectifs ont été présentées dans le chapitre 4. Dans le domaine modale, une série de fréquences naturelles et déformés modales expérimentales est nécessaires pour valider les différentes formulations. Les fonctions objectifs définies dans le domaine fréquentiel nécessitent une série de fonctions de réponse en fréquence expérimentales pour évaluer l'amélioration des résultats de recalage des modèles d'EF. La procédure de recalage a été ensuite expliquée pour donner un aperçu clair sur les différentes étapes d'application de cette procédure.

Ensuite, deux tests numériques ont été effectués sur deux types d'applications. La première application concerne le cas d'un système masse-ressort-amortisseur où les différentes étapes d'application des procédures de recherche aléatoire dans le processus de recalage des modèles analytiques d'EF ont été clairement exposées. La deuxième application est le cas d'une structure poutre libre-libre composée de 8 éléments où les différentes formulations de fonctions objectifs ont été testées en appliquant les différents algorithmes de recalage. Ce problème simulé numériquement nous a permis de choisir la bonne formulation de fonctions objectifs définies dans le domaine modal pour être utilisé dans le processus de recalage d'une structure réelle. La fonction  $\psi_4$  a montré son efficacité et sa robustesse et a surpassé toutes les autres formulations en apportant une nette amélioration au modèle initial permettant d'améliorer la corrélation entre les résultats de l'analyse et les résultats mesurés, et a permis de donner de plus un sens physique aux paramètres recalés. Les fonctions  $\Psi_1$  et  $\Psi_2$  n'ont pas donné de bons résultats. L'application de la fonction objectif  $\Psi_6$  a amélioré les résultats mais requiert toujours un perfectionnement.

Les nouvelles versions d'AG ont montré une aptitude acceptable à recalculer le modèle de la structure étudiée mais toujours au détriment du temps de calcul. Le problème de la lenteur des AGs a été éliminé en proposant les deux versions d'algorithmes de recherche accélérée MARS et IMARS qui ont permis en exploitant leur particularité d'augmenter la précision des résultats obtenus et de réduire considérablement le temps de calcul. L'algorithme du recuit simulé a montré ses limites pour traiter ce genre de problème. L'algorithme de la force centrifuge ARFjj1

nouvellement proposé, a montré son efficacité dans l'amélioration de la corrélation des paramètres des modèles d'EF et des paramètres expérimentaux.

Pour mieux étudier l'efficacité des algorithmes MARS, IMARS, les deux versions d'AG et l'algorithme de la force centrifuge, le recalage de trois modèles initiaux d'éléments finis a été effectué pour trois différentes structures. La première structure est composée de deux poutres superposées connectées par deux boulons, la deuxième est une plaque mince en acier et la troisième est une structure pont composée de plusieurs poutres. Ces trois applications ont été proposées pour étudier l'effet de la complexité de chaque structure sur le comportement des différentes procédures de recalage proposées. Ces structures ont été expérimentalement testées et les données expérimentales obtenues ont été employées. Les résultats obtenus ont confirmés l'aptitude très élevée des algorithmes MARS et IMARS à recalcr les modèles initiaux d'éléments finis permettant de donner de très bons résultats en des temps réduits. Les versions d'AG ont pu recalcr les deux premiers modèles nécessitant par contre un temps de calcul considérable (dépasse parfois les 12 heures) pour atteindre des résultats proches des résultats obtenus par MARS et IMARS. Ce défaut de temps de calcul a permis de conclure la non applicabilité des AGs dans le recalage des structures complexes (la structure pont).

Les algorithmes MARS et IMARS ont recalé avec succès les trois structures réelles par l'amélioration de la corrélation entre les paramètres analytiques et les données expérimentales. Ces deux algorithmes peuvent donc devenir des méthodes très utiles pour le recalage des modèles d'EF, puisque en utilisant leur processus d'itération accéléré, ils peuvent obtenir les paramètres optimaux du modèle dans un temps réduit, permettant donc d'améliorer la corrélation entre le modèle analytique et les données expérimentales d'une manière significative.

Pour résumer les contributions et les conclusions,

- Nouvelles procédures de recalage des modèles d'éléments finis ont été présentées,
- Les théories de deux versions d'algorithme génétique, trois versions d'algorithme de recherche aléatoire et du recuit simulé ont été présentées pour donner une idée générale sur chaque algorithme,
- Les différents algorithmes ont été comparés pour résoudre des problèmes d'optimisation de fonctions mathématiques types, et l'efficacité des algorithmes IMARS et MARS a été remarquée dans ces exemples,

- Les nouvelles versions d'AG ont montré leur aptitude à résoudre des problèmes d'optimisation mathématiques et ils ont surpassé l'algorithme de recuit simulé,
- Une nouvelle version d'algorithme stochastique, appelée l'algorithme de la force centrifuge, a été proposée dans ce travail pour la première fois,
- Cet algorithme a montré son efficacité à résoudre les problèmes d'optimisation mathématiques,
- Les exemples physiques simulés numériquement nous ont permis d'en choisir les meilleures formulations de fonction objectifs, et les meilleurs paramètres de ces fonctions,
- De même, les algorithmes IMARS, MARS, les deux versions d'AG et la quatrième version d'algorithmes de la force centrifuge ont été sélectionnés, après validation numérique par un problème physique, pour le recalage de trois structures réelles,
- Le processus d'itération accélérée d'IMARS et MARS a montré son efficacité à améliorer la corrélation analyse-expérience d'une manière significative dans un temps très réduit,
- Cette particularité d'accélérer la recherche aléatoire est absente dans les AGs et l'algorithme ARFjj1, ce qui a causé la lenteur de convergence de ces algorithmes,
- Les trois exemples de structures réelles ont confirmé la robustesse des algorithmes IMARS et MARS d'obtenir de bons résultats dans un temps réduit, et la lenteur des AGs à converger aux mêmes résultats,
- L'algorithme ARFjj1 a contribué au recalage des modèles initiaux d'EF des deux premières structures, mais une lenteur d'exécution a été remarquée.

En perspective, les points suivants seront traités :

- Application de nouveaux algorithmes de recherche aléatoire,
- Appliquer les différentes procédures pour la localisation des erreurs dans les modèles analytiques,
- Considérer plus le domaine fréquentiel en proposant de nouvelles formulations de fonctions objectifs,
- Développer d'autres procédures pour recalculer la matrice amortissement.

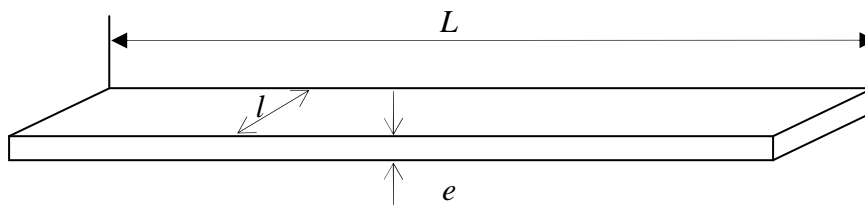
# Annexe I

## Données géométriques des structures

---

### 1. Structure Poutre :

La structure une est composée de deux poutres connectées par deux boulons (figure 6.1). Les données de l'une des deux poutres sont présentées sur la figure ci-dessous.



Avec :  $L = 250$  mm,

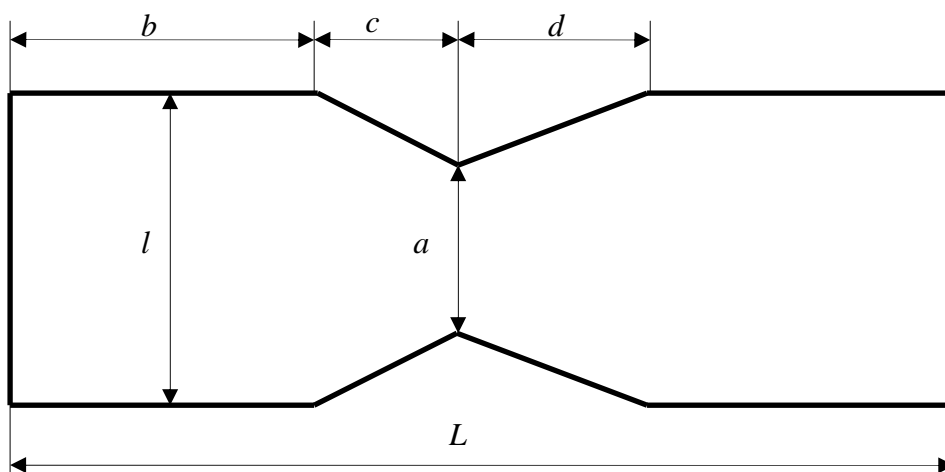
$l = 26.5$  mm,

$e = 8$  mm.

## 2. Structure Plaque :

Les données de la plaque sont montrées sur la figure ci-dessous.

L'épaisseur  $e$  est constante pour toute la plaque.



Avec :

$$L = 386 \text{ mm,}$$

$$l = 80 \text{ mm,}$$

$$a = 40 \text{ mm,}$$

$$b = 88 \text{ mm,}$$

$$c = 178 \text{ mm,}$$

$$d = 125 \text{ mm,}$$

$$e = 1 \text{ mm.}$$

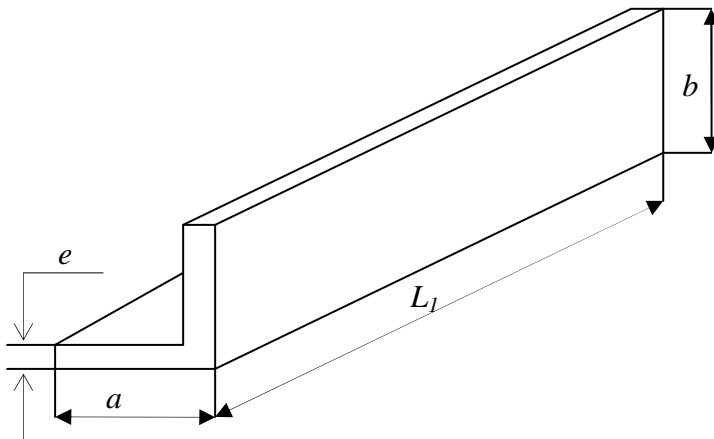
### 3. Structure Pont :

La structure pont est composée de quatre différents éléments de formes plus ou moins complexes. Les quatre éléments sont présentés successivement par les quatre figures ci-dessous.

Voir figure 6.26.

#### *Elément 1 :*

Présent deux fois dans la structure, cet élément représente la base du pont.



Avec :

$$L_1 = 785 \text{ mm}$$

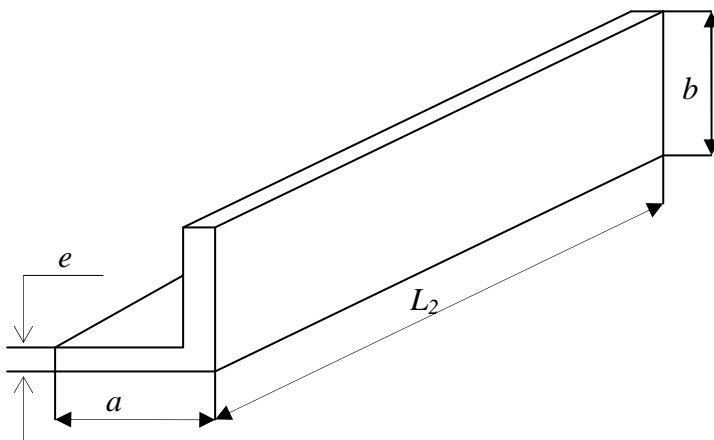
$$a = 15 \text{ mm}$$

$$b = 20 \text{ mm}$$

$$e = 2.5 \text{ mm}$$

#### *Elément 2 :*

Présent deux fois dans la structure, il représente la partie supérieure du pont.

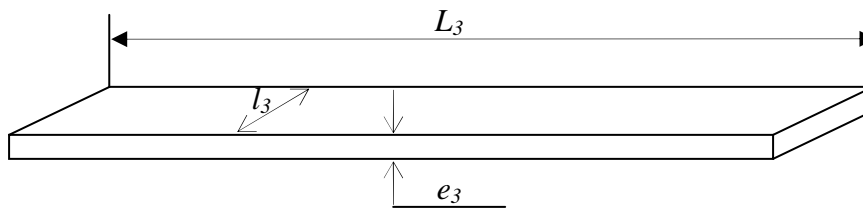


Avec :

$$L_2 = 340 \text{ mm}$$

#### *Elément 3 :*

Cet élément, présent sept fois dans la structure, regroupe les deux premiers éléments sur le plan horizontale.



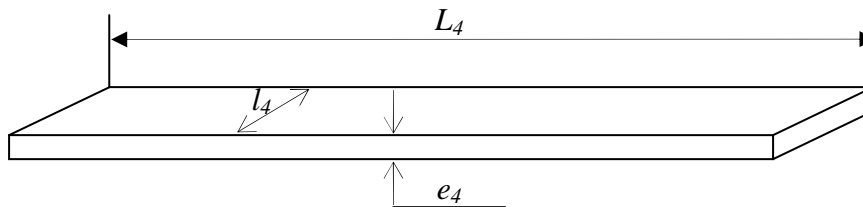
Avec :  $L_3 = 185$  mm,

$l_3 = 20$  mm,

$e_3 = 2$  mm.

*Elément 4 :*

Cet élément est présent six fois dans la structure. Il regroupe les deux premiers éléments sur le plan vertical.



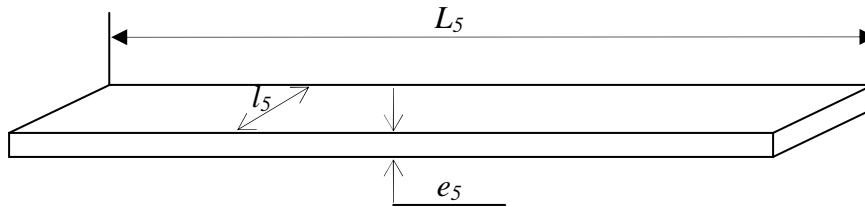
Avec :  $L_4 = 175$  mm,

$l_4 = 20$  mm,

$e_4 = 2$  mm.

*Elément 5 :*

Cet élément est présent huit fois dans la structure. Il représente les poutres inclinées de la structure.



Avec :  $L_5 = 230$  mm,

$l_5 = 20$  mm,

$e_5 = 2$  mm.

## Références

- Ahmadian, J.E., Mottershead, H., Friswell, M.I. (1998), "Regularisation Methods for Finite Element Model Updating", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol 12, No. 1, pp. 47-64.
- Allemang, R.J. et Brown, D.L. (1982), "A correlation coefficient for modal vector analysis", *Proceedings of the First International Modal Analysis Conference*, 110–116.
- Appel, M.J., Labarre, R. and Radulovic, D. (2003), "On Accelerated Random Search". *SIAM Journal on Optimization*, Vol. 14, No. 3, pp. 708-731, January.
- Au, F.T.K., Cheng, Y.S., Tham, L.G. et Bai, Z.Z. (2003), "Structural damage detection based on a micro-genetic algorithm using incomplete and noisy modal test data." *Journal of Sound and Vibration*; **259**(5):1081–1094.
- Atalla M.J., (1998), "Model Updating Using Neural Networks", Ph.D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Baruch, M. and Bar Itzack, IV. (1979), "Optimal weighted orthogonalization of measured modes", *AIAA journal*, Vol.17, August, p. 346-351.
- Beliveau, J. G. (1976), "Identification of Viscous Damping in Structures from Modal Information," *ASME Journal of Applied Mechanics*". Vol. 43, pp. 335-338.
- Berman, A., (1979), "Mass Matrix Correction Using an Incomplete Set of Measured Models", *AIAA Journal*, Vol.17, Oct., p.1147-1148.
- Berman, A. and Nagy, E.J., (1983), "Improvement of a large analytical model using test data", *AIAA journal*, Vol.21, Na 8, August p. 1168-1173.
- Borges, C.C.H. et Barbosa, H.J.C. (2001), "A genetic algorithm for damage identification in framed structures using vibration data", *Proceedings of the IX International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics*, Florianópolis, SC, Brazil, 47–52.
- Borges, C.C.H., Barbosa, H.J.C. et Lemonge, A.C.C. (2007), "A structural damage identification method based on genetic algorithm and vibrational data", *Int. J. Numer. Meth. Engng*; **69** : 2663–2686.
- Caesar, B. and Peter, V. (1987), "Direct Update of Dynamic Mathematical Models from Modal Test Data", *AIAA Journal*, Vol. 25, N° 1, Feb. p. 1494-1499.
- Caravani, P. et Thomson, W.T. (1974), "Identification of Damping Coefficients in Multidimensional Linear Systems", *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 41, pp. 379-382.
- Chang C.C., Chang T.Y.P., Xu Y.G., To W.M. (2002), "Selection of training samples for model updating using neural networks", *Journal of Sound and Vibration* 249 (5) 867–883.
- Chen, S.Y., Ju, M.S., et Tsuei, Y.G. (1996), "Estimation of Mass, Stiffness, and Damping Matrices from Frequency Response Functions", *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 118, pp. 78-82.

- Chou J.H. et Ghaboussi J. (2001), "Genetic algorithm in structural damage detection", *Computers and Structures*; **79** : 1335–1353.
- Friswell, M.I. (1989), "The adjustment of structural parameters using a minimum variance estimator", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 3(2), 143-155.
- Friswell, M.I., et Garvey, S.D. (1997a), "Parameter subset selection in damage location", *Inverse Problems in engineering*, Vol. 5, N° 3, pp. 189-215.
- Friswell, M.I., Garvey, S.D. and Penny, J.E.T. (1998b), "The Convergence of the Iterated IRS Method", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 211, No. 1, pp. 123-132,.
- Friswell, M.I., Garvey, S.D. and Penny, J.E.T. (1996), "Model Reduction using Dynamic and Iterated IRS Techniques", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 186, No. 2, pp. 311-323.
- Friswell, M.I., Inman, D.J. and Pikley, DF. (1998a), "The Direct Updating of Damping and Stiffness Matrices", *AIAA Journal*, Vol. 36, N° 3, March, pp. 491-493.
- Friswell, M.I. & Mottershead, J.E. (1995), "Finite Element Model Updating in Structural Dynamics", *Kluwer Academic Publishers*.
- Friswell, M.I., Mottershead, J.E. et Ahmadian, H. (1997b), "Combining subset selection and parameter constraints in model updating", *ASME Design Engineering Technical Conferences, September 14-17, Sacramento, California*.
- Friswell, M.I., Nalitolela, N. et Penny, J.E.T. (1990), "Updating the parameters of a finite element model", *15<sup>th</sup> International Modal Analysis Seminar*, 173-188.
- Friswell, M.I. and Penny, J.E.T. (1997), "The practical limits of damage detection and locating using vibration data", *11<sup>th</sup> VPI&SU Symposium on Structural Dynamics and Control*, Blacksburg, Virginia, May.
- Friswell, M.I., Penny, J.E.T. and Garvey, S.D. (1998), "A combined genetic and eigensensitivity algorithm for the location of damage in structures". *Computers & Structures*, Volume 69, Issue 5, December, Pages 547-556.
- Fritzen, C. P. (1986), "Identification of Mass, Damping, and Stiffness Matrices of Mechanical Systems", *ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, vol. 108, pp. 9-16.
- Guyan, R.J. 1965, "Reduction of Stiffness and Mass Matrices," *AIAA Journal*. Vol. **3**, No. 2, p.280.
- Goldberg D. E. (1991), "*Genetic algorithms*", Addison-Wesley USA.
- Gysin, H. (1990), "Comparison of Expansion Methods for FE Modelling Error Localisation", *8<sup>th</sup> IMAC*, 195-204.
- Hao, H. et Xia, Y. (2002), "Vibration-based damage detection of structures by genetic algorithm", *Journal of Computing in Civil Engineering*; **16**(3) : 222–229.
- He, J. et Ewins, D.J. (1991), "Compatibility of measured and predicted vibration modes in model improvement studies", *AIAA journal*, 29(5), 798-803.

- Kidder, R.L. (1974), "Reduction of structural frequency equations", *AIAA*, vol. 11, June, p. 892.
- Kim G. H. and Park Y. S. (2004), "An improved updating parameter selection method and finite element model update using multiobjective optimisation technique", *Mechanical systems and Signal Processing*, 18, 59–78.
- Kirkpatrick, R.K., Gelatt, C.D. and Vecchi, M.P. (1983), "Optimization by simulated annealing", *Science*, 220, 671-680.
- Kodiyalam, S., Kao, P.J. and Wang, G. (1994), "Analysis and Test Correlation of Space craft Structures Using Dynamic Parameter Sensitivities", *AIAA journal*, Vol. 32, No. 11, Nov. P. 2286-2292.
- Kwon, K. S. and Lin, R. M. (2004), "Frequency selection method for FRF-based model updating", *Journal of Sound and Vibration*, 278, 285–306.
- Kwon, K.S. and Lin, R.M. (2005a), "Robust Finite element model updating using Taguchi method", *Journal of Sound and Vibration*, Volume 280, Issues 1-2, Pages 63-76. February.
- Kwon, K.S. and Lin, R.M. (2005b), "Robust Damage Location in Structures Using Taguchi Method", *Journal of Structural engineering*, 131:4, Pages 629-642. April.
- Lancaster, P. (1961), "Expression for damping Matrices in Linear Vibration Problems", *Journal of the Aerospace Sciences*, p. 256.
- Levin, R.I. and Lieven, N.A.J. (1998), "Dynamic Finite Element Model Updating using Simulated Annealing and Genetic Algorithms", *Mechanical systems and Signal Processing*, 12(1), 91-120.
- Lin, R. M. and Ewins, D. J., (1994), "Analytical model improvement using Frequency Response Functions". *Mechanical Systems and Signal Processing*, 8(4), 437-458.
- Lin R. M., Lim, M. K. and Du, H. (1995), "Improved inverse eigensensitivity method for structural analytical model updating", *Journal of Vibration and Acoustics*, 117(2), 192-198.
- Link, M. et Volland, A. (1978), "Identification of structural parameters from dynamic response data", *Zeitschrift für Flugwissenschaft und Weltraumforschung*, 2, 165-174.
- Link, M. et Santiago, O.F. (1991), "Updating and localizing structural errors based on minimisation of equation errors", *International Conference on Spacecraft Structures and Mechanical Testing, ESA/ESTEC, Noordwijk, Holland*, 503-510.
- Luk, Y.W. (1987), "Identification of physical mass, stiffness and damping matrices using pseudo-inverse", *5<sup>th</sup> IMAC*, 679-685.
- Mares, C., Mottershead, J.E. and Friswell, M.I. (2006), "Stochastic model updating: Part 1 – theory and simulated example", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20, p.1674-1695.
- Mares, C. et Surace, C. (1996), "An application of genetic algorithms to identify damage in elastic structures". *Journal of Sound and Vibration*; **195**(2) : 195–215.
- Minas, C., et Inman, D.J. (1991), "Identification of a Nonproportional Damping Matrix from Incomplete Modal Information", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 113, pp. 219 - 224.

- Ming, P.G. et Fa, L.S. (1987), "A new element used in the non-orthogonal boundary theory – An arbitrary quadrilateral element", *Int. Jour. Num. Met. Eng.*, vol. 24, 1031-1042.
- Mottershead, J.E. and Friswell, M.I. (1993), "Model Updating in Structural Dynamics: A Survey", *Journal of sound and vibration*, 167(2), p.347-375.
- Mottershead, J.E., Mares, C., James, S. and Friswell, M.I. (2006), "Stochastic model updating: Part 2 – application to a set of physical structures", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20, p.2171-2185.
- Pilkey, D.F. (1999), "Computation of a Damping Matrix for Finite Element Model Updating", Ph. D. Thesis, *Virginia Polytechnic Institute and State University*.
- Rao, M.A., Srinivas, J. et Murthy, B.S.N. (2004) "Damage detection in vibration bodies using genetic algorithms", *Computers and Structures*; **82** : 963–968.
- Ross, R.G. (1971), "Synthesis of mass and stiffness matrices", *SAE Conference Paper*, 710787.
- Ruotolo R., Surace C. (1997), "Damage assessment of multiple cracked beams: numerical results and experimental validation", *Journal of Sound and Vibration* 206 (4) 567–588.
- Shye, K. et Richardson, M. (1987), "Mass, stiffness and damping matrix estimates from structural measurements", *5<sup>th</sup> IMAC*, 756-761.
- Smart, M, Friswell, M.I. and Mottershead, J.E. (1997), "Error localization by substructure modeshapes", *11<sup>th</sup> VPI&SU Symposium on Structural Dynamics and Control*, Blacksburg, Virginia, May.
- To, W.M., Lin, R.M. et Ewins, D.J. (1990), "A criterion for localization of structural modification sites using modal data", *8<sup>th</sup> IMAC*, 961-967.
- Thoren, A.R. (1972), "Derivation of mass and stiffness matrices from dynamic test data", *AIAA Conference Paper*, 72-346.
- Touat, N. (2000), « Amélioration des Modèles d'Éléments Finis pour la Détermination du Comportement Vibratoire des Structures en utilisant des Données Mesurées », Thèse de Magister, *Université des Sciences et de la Technologie H. B. Alger*.
- Touat N., Rechak, S. et Ahmed Benyahia, A. (2005a) "The Centrifugal Force Algorithm for Optimization Problem", *Algerian Journal of Technology*, April.
- Touat N., Rechak, S., Ameer, M. F. et Goul, A. (2005b), "Stochastic Search Algorithms for Dynamic Finite Element Model Updating", *Algerian Journal of Technology*, April.
- Touat, N., Pyrz, M. et Rechak, S. (2007a), "Accelerated random search method for dynamic FE model updating", *Engineering Computations*, Volume 24, Issue 5.
- Touat, N., Pyrz, M. et Rechak, S. (2007c), "A preliminary approach to update finite element models using the centrifugal force algorithm", *Congrès Franco-Polonais de Mécanique*, Lille, Juin, 28.
- Touat, N. et Rechak, S. (2003), "Effet de la Fonction Objectif sur la Convergence des Modèles d'Éléments Finis en utilisant les Algorithmes Génétiques", *Congrès Français de Mécanique CFM 2003*, Nice, 1-5 septembre.

Touat, N., Rechak, S., Pyrz, M. et Ahmed Benyahia, A. (2007b), «The Modified Random Search Method for Updating Finite Element Models Using Experimental Modal Analysis» *Congrès Algérien de Mécanique de Construction*, Alger, Avril, 29-30.

Wei, T.S. (1990a), “Mass and Stiffness Interaction Effects in Analytical models of Damping Matrix”, *AIAA Journal*, Vol. 28, N° 9, pp. 1686-1688.

Wei, T.S. (1990b), “Structural Dynamic Model Improvement using Vibration Test Data”, *AIAA Journal*, Vol. 28, N° 1, pp. 175-177.