

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene

« **U.S.T.H.B** »

FACULTE DES SCIENCES
(PHYSIQUE)

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

MAGISTER

SPECIALITE : *Matériaux et composants*

Par :

Mr. GUERBI Chafik Ali

***CARACTERISATION DIELECTRIQUE
DE MATERIAUX
PAR SPECTROSCOPIE FREQUENTIELLE***

Soutenue le 05/06/2001, devant la commission d'examen :

Mr. A. Adane	Professeur	(U.S.T.H.B)	Président
Mr. M.M. Kadi Hanifi	Professeur	(U.S.T.H.B)	Examinateur
Mr. Y. Smara	Maître de conférences	(U.S.T.H.B)	Examinateur
Mr. A. Gourari	Maître de conférences	(U.S.T.H.B)	Examinateur
Mr. A. Soualmia	Professeur	(U.S.T.H.B)	Directeur de thèse

A mes parents

A mon frère et ma sœur

A tous ceux qui me sont chers,

Je dédie ce travail

Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à monsieur A. SOUALMIA, professeur à l'U.S.T.H.B, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe de recherche en me proposant le sujet de cette thèse et pour avoir assuré la direction de ce travail. Je tiens à lui renouveler mes remerciements pour ses conseils et l'attention qu'il a continuellement accordé à ce travail.

Mes remerciements s'adressent particulièrement à :

Monsieur A. ADANE, professeur à l'U.S.T.H.B, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

Monsieur M.M. KADI HANIFI, professeur à l'U.S.T.H.B, et messieurs Y. SMARA et A. GOURARI, maîtres de conférences à l'U.S.T.H.B, pour l'intérêt qu'ils ont accordé à ce travail en acceptant de faire partie du jury.

Qu'il me soit permis de remercier tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin dans l'élaboration de ce modeste travail, je citerai mes amis et collègues : N. Benrekaa, R. Saoud, N. Bouchtout, A. Nacer, R. Hachichi, F. Toumi et A. Bouzouad.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à monsieur K. Manallah de l'Université de Sétif pour les deux thèses qu'il m'a généreusement offert.

Je ne saurais oublier tous ceux qui ont apporté leur aide durant les préparatifs de la soutenance, à savoir :

Mon oncle Djaffar ainsi que toute sa famille, mon oncle Bedreddine, mon oncle Omar et son épouse, les familles Aoun et Boucenna ainsi que Fadila.

- SOMMAIRE -

INTRODUCTION	1
CHAPITRE I: PROPRIETES DIELECTRIQUES DE LA MATIERE	
<i>DIELECTRIQUE DANS UN CHAMP STATIQUE</i>	5
I.1. POLARISATION ELECTRIQUE.....	5
I.2. DIFFERENTS TYPES DE POLARISATIONS	5
<i>I.2.1. POLARISATION ELECTRONIQUE</i>	5
<i>I.2.2. POLARISATION ATOMIQUE</i>	6
<i>I.2.3. POLARISATION DIPOLAIRE</i>	7
I.3. LE DEPLACEMENT ELECTRIQUE.....	8
<i>Cas d'un diélectrique linéaire, homogène et isotrope</i>	8
I.4. RELATIONS ENTRE GRANDEURS MICROSCOPIQUES ET MACROSCOPIQUES	9
<i>I.4.1. PHASES DILUEES</i>	9
<i>I.4.2. PHASES CONDENSEES</i>	10
<i>I.4.2.1. Milieux apolaires</i>	10
<i>I.4.2.2. Milieux polaires</i>	10
<i>DIELECTRIQUE DANS UN CHAMP DEPENDANT DU TEMPS</i>	12
I.5. SPECTRES DE DISPERSION ET D'ABSORPTION.....	12
I.6. REPONSE D'UN DIELECTRIQUE LINEAIRE, HOMOGENE ET ISOTROPE A UN CHAMP VARIABLE	13
<i>I.6.1. CAS D'UN CHAMP QUELCONQUE</i>	13
<i>I.6.2. CAS D'UN CHAMP SINUSOIDAL</i>	15
<i>II.6.2.1. La permittivité complexe</i>	15
<i>II.6.2.2. Relations de KRÖNIG-KRAMER</i>	16
I.7. LA RELAXATION DIPOLAIRE	17
<i>I.7.1 ANALOGIE MECANIQUE DE LA RELAXATION DIPOLAIRE</i>	17
<i>I.7.2. CAS D'UN SEUL TEMPS DE RELAXATION (MODELE DE DEBYE)</i>	18
<i>I.7.3. INFLUENCE DE LA CONDUCTIVITE</i>	20
<i>I.7.4. INFLUENCE DE LA MULTIPLICITE DES TEMPS DE RELAXATION</i>	20
<i>I.7.4.1. Modèle de COLE-COLE</i>	21
<i>I.7.4.2. Modèle de COLE-DAVIDSON</i>	22
<i>I.7.4.3. Modèle d'HAVRILIAK-NEGAMI</i>	23

CHAPITRE II: PROPAGATION LIBRE ET GUIDEE DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS UN MILIEU DIELECTRIQUE

II.1. INTRODUCTION.....	27
II.2. DEPLACEMENT ET PERMITTIVITE COMPLEXE GENERALISES	27
<i>CAS DU REGIME HARMONIQUE</i>	28
II.3. PROPAGATION EN ESPACE LIBRE DIELECTRIQUE.....	29
II.4. PROPAGATION PAR GUIDES METALLIQUES.....	31
II.5. PROPAGATION SUR UNE LIGNE T.E.M.....	34
<i>II.5.1. MODELISATION DE LA LIGNE ET EQUATIONS DE PROPAGATION</i>	34
<i>II.5.2. CAS DU REGIME SINUSOIDAL</i>	36
<i>Mise en évidence de la superposition de deux ondes</i>	36
<i>Expression de l'impédance</i>	37
<i>Le coefficient de réflexion</i>	38
<i>II.5.3. CAS DU REGIME D'ECHELON DE TENSION</i>	39
II.6. LA LIGNE COAXIALE	42

CHAPITRE III: TECHNIQUES ET METHODES UTILISEES EN SPECTROSCOPIE DIELECTRIQUE

III.1. INTRODUCTION	44
III.2. TECHNIQUES DE MESURE DES COEFFICIENTS DE REFLEXION ET DE TRANSMISSION	45
<i>III.2.1. TECHNIQUES FREQUENTIELLES</i>	45
<i>III.2.1.1. La ligne fendue</i>	45
<i>III.2.1.2. Analyseur de réseau</i>	46
<i>III.2.2. TECHNIQUES TEMPORELLES</i>	48
III.3. QUELQUES METHODES DE NON RESONANCE UTILISEES DANS LA CARACTERISATION DIELECTRIQUE.....	50
<i>III.3.1. METHODE CAPACITIVE (lumped capacitance method)</i>	50
<i>III.3.2. METHODE DE LA LIGNE COAXIALE A TERMINAISON OUVERTE (Open-ended coaxial line method)</i>	51
<i>III.3.3. SECTION D'UNE LIGNE COAXIALE REMPLIE D'UN DIELECTRIQUE</i>	52
<i>Ligne court-circuitée</i>	53
<i>Ligne ouverte</i>	54
<i>Ligne adaptée</i>	54
<i>III.3.4. METHODE DE LA PREMIERE REFLEXION</i>	55
<i>III.3.5. METHODES DES TRANSMISSIONS</i>	55
<i>III.3.6. CALCUL DE LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE STATIQUE</i>	56

CHAPITRE IV: LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

IV.1. L'ANALYSEUR D'IMPEDANCE HP4191A	58
IV.1.1. PRINCIPE DE MESURE	58
IV.1.2. PROCEDURE DE CALIBRATION	59
<i>Calibration avec le court-circuit</i>	61
<i>Calibration avec le circuit ouvert</i>	61
<i>Calibration avec la charge adaptée</i>	61
IV.2. LA CELLULE DE MESURE	62
IV.3. LE MONTAGE EXPERIMENTAL	63
IV.4. METHODES DE CALCUL DE LA PERMITTIVITE COMPLEXE	64
IV.4.1. PREMIERE METHODE (ligne adaptée).....	65
IV.4.2. DEUXIEME METHODE (notre méthode)	66
IV.5. CALCUL DE LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE STATIQUE	67
IV.5.1. PREMIERE METHODE.....	67
IV.5.2. DEUXIEME METHODE.....	67

CHAPITRE V: RESULTATS ET DISCUSSIONS

V.1. INTRODUCTION.....	68
V.2. CALIBRATION DE L'ANALYSEUR D'IMPEDANCE	69
V.3. ESSAIS DE MESURES DE PERMITTIVITES	73
V.3.1. MESURE SANS ECHANTILLON (Cellule vide).....	73
V.3.2. ESSAI SUR UN ECHANTILLON A FAIBLE PERMITTIVITE	74
V.3.3. ESSAI SUR UN ECHANTILLON A MOYENNE PERMITTIVITE.....	76
V.3.4. ESSAI SUR UN ECHANTILLON A FORTE PERMITTIVITE.....	79
V.3.5. INTERPRETATION DES RESULTATS	81
V.4. ESSAIS DE MESURES DE CONDUCTIVITES ELECTRIQUES	82
AUTRE METHODE DE CALCUL DE LA CONDUCTIVITE STATIQUE	84
V.5. INSTABILITES DU SYSTEME ET ERREURS DE MESURES	88
CONCLUSION.....	109
BIBLIOGRAPHIE	111

- INTRODUCTION -

Le travail que nous allons présenter a pour but la mise au point d'une méthode de caractérisation diélectrique qui s'inscrit parmi les méthodes de non résonance. Cette méthode qui est basée sur les mesures du coefficient de réflexion dans une ligne T.E.M, est conçue pour évaluer la permittivité diélectrique de matériaux dans le domaine des radiofréquences et micro-ondes, mais notamment, le calcul de la conductivité électrique statique de matériaux légèrement conducteurs ou rendus comme tels.

Le progrès dans divers domaines tels que l'électronique, les télécommunications, la biologie, l'agriculture, la géologie, ...etc dépend souvent de la disponibilité de données expérimentales concernant l'interaction de la matière avec le champ électromagnétique. Du domaine des ondes métriques aux ondes millimétriques, l'étude de cette interaction revient à faire une caractérisation diélectrique du milieu analysé, ce qui se ramène à la détermination de la permittivité complexe ($\hat{\epsilon} = \epsilon' - j\epsilon''$) du milieu en fonction de la fréquence. La partie réelle de la permittivité complexe est liée à la quantité d'énergie électrique emmagasinée tandis que la partie imaginaire est liée aux pertes d'énergie électrique dans le milieu.

En électronique et télécommunication par exemple, les besoins en matière de conception de nouveaux matériaux sont multiples, notamment en ce qui concerne les résines d'encapsulation, les matériaux absorbants (*réduction de surfaces équivalentes radar, enceintes de mesures en hyperfréquence*) et les matériaux conducteurs à l'exemple des polymères à charges conductrices dont l'un des avantages est d'alléger les systèmes d'une part et de réduire les contraintes mécaniques et thermiques d'autre part [1]. Afin que ces matériaux atteignent le meilleur de leur performances, il est nécessaire de connaître certaines de leurs propriétés physiques, entre autre, l'évolution de leurs permittivités complexes avec la fréquence en incluant éventuellement un autre paramètre tel que la température, la pression, ... etc. C'est ainsi que, dans le cas particulier des câbles de télécommunications sous-marins, l'étude des propriétés diélectriques du polyéthylène présente des intérêts importants pour la compréhension de l'origine des mécanismes de relaxations diélectriques avec le paramètre thermodynamique « pression ». Cette étude permettrait du point de vue pratique, de contrôler l'état d'isolation de ces câbles avec leur profondeur d'immersion [2].

En biologie, l'étude des propriétés diélectriques des substances biologiques a commencé dès 1950. La connaissance des variations de la permittivité des substances biologiques en fonction de la fréquence et la température est très utile, que ce soit en recherche fondamentale ou appliquée. Même si une quantité considérable de données a été accumulée [3], il existe un besoin permanent de mesures complémentaires, notamment en ce qui concerne la détermination de la permittivité complexe des tissus *in vivo*. L'une des applications dans ce domaine concerne la caractérisation de tissus cancéreux et seins dans le but de permettre une utilisation thérapeutique de radiations micro-ondes et radiofréquences pour le traitement du cancer (*technique de l'hyperthermie électromagnétique*) [4,5].

En agriculture, la teneur en eau et la salinité d'échantillons de sols sont deux paramètres essentiels dans l'optimisation des résultats chez un producteur. Associées avec les caractéristiques physiques du sol, l'utilisation de ces mesures peut résulter en une augmentation significative de la production. L'utilisation d'un appareil pouvant mesurer de façon *in situ* et non destructive ces paramètres constituerait un pas vers l'amélioration des techniques de production. Ces deux paramètres peuvent être déduits de la mesure de la permittivité en utilisant des équations de propagation dans un milieu formé par une sonde et le sol. D'autres applications intéressantes dans le domaine agricole concernent le traitement radiofréquence de graines dites « dures » afin d'augmenter leur germination [6], mais aussi, la détermination de la teneur en eau des graines [7].

En géologie minière, le mélange entre la poussière de charbon et l'air dans les mines de charbon constitue une mixture combustible qui présente un risque d'explosion. Pour cette raison, le code de réglementations fédérales exige que la teneur en combustible dans le mélange de poussières de charbon et d'autres roches ne doit pas être inférieur à 65%. De là apparaît le besoin de disposer d'une méthode d'analyse rapide qui permet de déterminer la composition de la poussière de roches dans le mélange. La connaissance des propriétés diélectriques de ces poussières peut apporter la solution à ce problème. Le bureau des mines (NIOSH) aux U.S.A s'est d'ailleurs intéressé aux propriétés diélectriques du charbon et du calcaire dans le domaine des micro-ondes. Des mesures sur des échantillons de charbon et de calcaire réduits à l'état de poussière ont été menées dans la gamme de fréquences 0,2-20 GHz. En utilisant ensuite une technique spéciale pour déterminer la densité de ces grains de poussières, il a été possible de remonter aux propriétés diélectriques de ces mêmes échantillons sous leurs formes solides, et ce en se servant d'une loi de mélange bien connue. Des différences significatives entre les

propriétés du charbon et du calcaire ont été observées ce qui peut laisser croire en l'applicabilité de la technique de caractérisation diélectrique pour la détermination de la composition des poussières de roches dans le mélange de poussières de charbon et de roches.

Outre les domaines d'applications très pratiques que nous venons de citer, la caractérisation diélectrique trouve aussi sa place en recherche fondamentale, notamment en ce qui concerne la compréhension des mécanismes moléculaires qui régissent la matière au niveau microscopique.

A l'heure actuelle, les méthodes utilisées en caractérisation diélectrique se répartissent en deux grandes catégories :

- Les méthodes de résonance.
- Les méthodes de non résonance.

Dans les méthodes de résonance, l'échantillon est placé dans une cellule (*entre les armatures d'un condensateur ou à l'intérieur d'une cavité*) et est soumis à un champ sinusoïdal de fréquence donnée. La permittivité de l'échantillon est déduite à cette fréquence par la mesure de la fréquence de résonance et le facteur de qualité : rapport entre la réponse de l'échantillon et son excitation. Malgré que ces méthodes assurent d'excellentes précisions de mesures, elles ne sont pas adaptées aux mesures larges bandes car cela nécessiterait autant de manipulations que de nombre de fréquences de mesures. Comme exemples de telles méthodes, on cite la méthode du *pont général radio* pour les basses fréquences radio, la méthode du *Q-mètre* pour les hautes fréquences radio et les *cavités résonantes* dans le domaine des micro-ondes. Dans le laboratoire de « Spectroscopie diélectrique » de l'U.S.T.H.B, le pont général radio et le Q-mètre ont déjà été utilisés. Le pont est constitué d'un oscillateur à fréquence et tension variables et d'une série de capacités et de conductances qui permettent l'équilibrage de la composante en quadrature et celle en phase de l'intensité du courant de charge de la cellule de mesure. Les mesures avec le Q-mètre sont basées sur la résonance série d'un circuit oscillant LC. Dans les deux cas, la détermination de la permittivité complexe est basée sur le calcul de la variation de l'admittance de la cellule entre ces valeurs lorsqu'elle contient l'échantillon et lorsqu'elle est vide.

Par ailleurs, les méthodes de non résonance utilisent des guides d'ondes métalliques, le plus souvent de forme coaxiale, mis au contact de l'échantillon selon différentes configurations possibles (*voir Chapitre III*). On fait propager dans ces guides une onde électromagnétique ; une fois arrivée à la face d'entrée de l'échantillon, une partie d'elle sera réfléchi et l'autre partie

transmise. Il est possible de déduire la permittivité de l'échantillon en analysant la première onde réfléchie, la première onde transmise ou la totalité des ondes réfléchies ou transmises. La technique de la *ligne fendue* qui permettait auparavant de mesurer le coefficient de réflexion total a cédé la place à des appareils complexes capables de réaliser des mesures en réflexion et en transmission : *Les analyseurs de réseaux fréquentiels et temporels* . Avec les possibilités apportées par l'informatique, ces appareils permettent d'effectuer des mesures larges-bandes en très peu de temps grâce à l'automatisation de l'acquisition des données. Les analyseurs fréquentiels délivrent une onde électromagnétique sinusoïdale dont la fréquence peut varier de façon discrète sur une certaine gamme de fréquences. Actuellement, ces analyseurs peuvent atteindre des fréquences de l'ordre de 100 GHz . Dans les analyseurs temporels par contre, le signal envoyé vers l'échantillon est un échelon de tension de temps de montée très bref. La réponse obtenue est temporelle et le passage au domaine fréquentiel se fait à l'aide de la transformée de *Fourier*. Cette dernière technique de caractérisation est connue sous le nom de « *Spectroscopie en domaine de temps* » ou « *SDT* » ; elle fût introduite au début des années 70 [8,9] et son principal avantage par rapport aux méthodes fréquentielles est de pouvoir mesurer la permittivité complexe sur une large gamme de fréquence avec une seule mesure.

Notre travail s'articulera de la manière suivante :

- Dans un premier chapitre, nous rappelons les bases théoriques du comportement diélectrique de la matière.
- Dans le second chapitre, nous traitons en général la propagation guidée des ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique, et plus particulièrement, la propagation par guides T.E.M avec une approche électronique.
- Le troisième chapitre est consacré à la description des techniques de mesures des coefficients de réflexion et de transmission ainsi que la revue de quelques méthodes de caractérisation basées sur la mesure de ces coefficients.
- Dans le quatrième chapitre, nous décrivons l'appareillage que nous avons utilisé et nous présentons les méthodes de calcul de la permittivité et de la conductivité statique.
- Dans le cinquième chapitre sont présentés nos résultats de mesures de permittivité et de conductivité ainsi qu'une étude de l'instabilité du système et son influence sur le calcul de la permittivité. Cette étude a permis d'aboutir à des relations empiriques impliquant le choix de longueurs optimales de l'échantillon, longueurs pour lesquelles l'erreur de calcul de la permittivité est minimale.

CHAPITRE I

PROPRIETES DIELECTRIQUES DE LA MATIERE

DIELECTRIQUE DANS UN CHAMP STATIQUE

I.1. POLARISATION ELECTRIQUE

Par définition, un diélectrique est un matériau qui se polarise lorsqu'il est soumis à un champ électrique extérieur. L'état de polarisation se manifeste soit par la présence de dipôles électriques *permanents*, soit par l'apparition de dipôles électriques *induits* dont la somme des moments est non nulle. On définit alors le *vecteur polarisation* \vec{P} comme étant le *moment dipolaire par unité de volume* [10]. On rappelle par ailleurs qu'un diélectrique polarisé se comporte comme le résultat de la contribution de deux distributions de charges placées dans le vide [10] :

- Une distribution en surface de densité : $\sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{n}$ (I.1)

où \vec{n} est le vecteur unitaire normal à la surface et dirigé vers l'extérieur.

- Une distribution en volume de densité : $\rho_p = -\text{Div}\vec{P}$ (I.2)

Il est à noter cependant que ces charges de polarisation sont apparentes et non pas réelles. Si la polarisation est homogène, ρ_p s'annule et tout se passe comme si la charge apparente était répartie à la surface du diélectrique.

I.2. DIFFERENTS TYPES DE POLARISATIONS

I.2.1. POLARISATION ELECTRONIQUE

Ce type de polarisation est dû aux électrons de valence dans les atomes. Sous l'effet d'un champ extérieur, les centres de gravités du nuage électronique et du noyau atomique se séparent créant ainsi un dipôle électrique. Si le champ local qui agit au niveau d'un atome reste inférieur au champ interne de l'atome en question, le moment du dipôle créé sera donné par [10,11] :

$$\vec{p}_e = [\alpha_e] \cdot \vec{E}_l \quad (\text{I.3})$$

où \vec{E}_l est le « *champ local* » agissant au niveau de l'atome et $[\alpha_e]$ est un tenseur du second ordre appelé « *tenseur de la polarisabilité électronique* » ; il dépend de la géométrie de l'atome.

Lorsque l'atome possède la symétrie sphérique, la polarisabilité électronique devient un scalaire et le moment induit est parallèle au champ local, alors :

$$\vec{p}_e = \alpha_e \vec{E}_l \quad (\text{I.4})$$

S'il existe dans le diélectrique plusieurs types d'atomes qui ont la symétrie sphérique, la polarisation électronique sera donnée par la relation suivante :

$$\vec{P}_e = \sum_j N_j (\alpha_e)_j (\vec{E}_l)_j \quad (\text{I.5})$$

où N_j est le nombre d'atomes de type (j) par unité de volume, $(\alpha_e)_j$ est la polarisabilité électronique d'un atome de type (j) et enfin, $(\vec{E}_l)_j$ est le champ local qui agit sur un atome de type (j). La polarisation électronique s'établit de manière quasi-instantanée dès l'application du champ ($retard \cong 10^{-14} sec$) et disparaît aussitôt que celui-ci est supprimé ; en plus, elle est indépendante de la température. Par ailleurs, son ordre de grandeur est de $10^{-40} Fm^2$.

I.2.2. POLARISATION ATOMIQUE

Elle est provoquée par les déplacements relatifs d'atomes ou groupes d'atomes les uns par rapport aux autres (*ex : déformations élastiques dans les cristaux ioniques*). En assimilant les atomes à des sphères, on attribue à chaque atome un moment dipolaire donné par [10,11] :

$$\vec{p}_a = \alpha_a \vec{E}_l \quad (\text{I.6})$$

où α_a est la « polarisabilité atomique ». S'il existe dans le diélectrique plusieurs types d'atomes qui ont la symétrie sphérique, la polarisation atomique sera donnée par la relation suivante :

$$\vec{P}_a = \sum_j N_j (\alpha_a)_j (\vec{E}_l)_j \quad (\text{I.7})$$

où $(\alpha_a)_j$ est la polarisabilité atomique d'un atome de type (j). La polarisation atomique s'établit de manière quasi-instantanée dès l'application du champ ($retard \cong 10^{-12} sec$) et disparaît aussitôt que celui-ci est supprimé ; en plus, elle est indépendante de la température. L'ordre de grandeur de la polarisabilité atomique est de $10^{-38} Fm^2$. Etant donné que les polarisations électronique et atomique sont induites par l'application du champ instantanément et indépendamment de la température, leur somme constitue ce que l'on appelle la « polarisation induite » [10,11] dont l'expression est la suivante :

$$\vec{P}_i = \vec{P}_e + \vec{P}_a = \sum_j N_j (\alpha_i)_j (\vec{E}_l)_j \quad (\text{I.8})$$

où : $(\alpha_i)_j = (\alpha_e)_j + (\alpha_a)_j$ est la « polarisabilité induite » d'un atome de type (j)

I.2.3. POLARISATION DIPOLAIRE

Il existe certains diélectriques (*liquides et gaz polaires*) dont les molécules possèdent naturellement un moment dipolaire permanent (*ex : molécule d'eau*). En l'absence de champ extérieur, chaque molécule peut occuper dans l'espace toutes les orientations possibles à cause de l'agitation thermique ; en moyenne, le moment dipolaire de chaque molécule est nul et le diélectrique n'est pas polarisé macroscopiquement. En présence d'un champ extérieur, chaque molécule va acquérir un moment dipolaire moyen parallèle au champ ; son calcul est basé sur la statistique classique de *Boltzmann* [10,11] et il est donné par :

$$\bar{\vec{p}} = \frac{p^2}{3KT} \vec{E}_d \quad (\text{I.9})$$

où : $K = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J}^\circ\text{K}$ est la constante de *Boltzmann*

T est la température absolue ($^\circ\text{K}$)

p est le moment dipolaire permanent d'une molécule

\vec{E}_d est le « *champ directeur* », c'est la partie du champ local responsable de l'orientation des dipôles permanents [10]

S'il existe dans le diélectrique plusieurs types de molécules polaires (*dipôles permanents*), la polarisation dipolaire sera donnée par la relation suivante :

$$\vec{P}_d = \sum_j N_j \bar{\vec{p}}_j \quad (\text{I.10})$$

$$\text{avec : } \bar{\vec{p}}_j = \frac{p_j^2}{3KT} (\vec{E}_d)_j \quad (\text{I.11})$$

et où p_j est le moment dipolaire permanent d'une molécule de type (j) et $(\vec{E}_d)_j$ est le champ directeur qui agit sur une molécule de type (j). Comme on peut le constater, la polarisation dipolaire est liée à la température. Elle est beaucoup plus lente que la polarisation induite car elle atteint l'équilibre après environs 10^{-6} s de l'application du champ. Le terme $(p^2/3KT)$ est de l'ordre de 10^{-38} Fm^2 ce qui montre que la polarisation dipolaire est nettement plus prépondérante que la polarisation induite. Finalement, la polarisation totale dans un diélectrique est la somme des polarisations induite (*atomique et électronique*) et dipolaire, ce qui s'écrit pour plusieurs espèces de particules [10] :

$$\vec{P} = \vec{P}_i + \vec{P}_d = \sum_j N_j [(\alpha_i)_j (\vec{E}_l)_j + \frac{p_j^2}{3KT} (\vec{E}_d)_j] \quad (\text{I.12})$$

I.3. LE DEPLACEMENT ELECTRIQUE

Nous avons vu au paragraphe (I.1) qu'un diélectrique polarisé possède une charge apparente en volume dont la densité ρ_P est donnée par la relation (I.2). Si en plus il y a des charges libres de densité volumique ρ_l , on peut écrire d'après les équations de *Maxwell* [12] :

$$\text{Div} \vec{E} = (\rho_l + \rho_P) / \varepsilon_0$$

où $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ est la *permittivité du vide*. En tenant compte de (I.2), cette relation conduit à :

$$\text{Div} \vec{D} = \rho_l \quad (\text{I.13})$$

$$\text{avec : } \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{I.14})$$

Le vecteur \vec{D} est par définition le « *déplacement électrique* ». Les relations (I.13) et (I.14) sont valables quel que soit le type de diélectrique.

Remarque : *Le champ de Maxwell \vec{E} est le champ macroscopique qui règne au sein du diélectrique ; il constitue une partie du champ local et est différent du champ appliqué. En fait, le champ macroscopique est la somme du champ appliqué et le champ de dépolarisation, ce dernier étant engendré par la charge apparente à la surface du diélectrique [13].*

Cas d'un diélectrique linéaire, homogène et isotrope

Pour un tel diélectrique, la relation entre la polarisation et le champ macroscopique est [13] :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad (\text{I.15})$$

où χ est la « *susceptibilité diélectrique* », c'est une grandeur scalaire qui dépend de la température, de la pression et de la composition du matériau. De (I.14) et (I.15), il vient :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{I.16})$$

$$\text{avec : } \varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi) \quad (\text{I.17})$$

et combinant (I.17) et (I.15), on trouve :

$$\vec{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{E} \quad (\text{I.18})$$

Dans le cas d'un diélectrique linéaire, homogène et isotrope, ε est une grandeur scalaire appelée « *permittivité diélectrique* ». On définit aussi la *permittivité relative* (par rapport au vide) par :

$$\varepsilon_r = \varepsilon / \varepsilon_0 \quad (\text{I.19})$$

Par ailleurs, soit ϕ_{el} le potentiel électrostatique, on a donc :

$$\vec{E} = -\text{Grad } \phi_{el} \quad (\text{I.20})$$

En combinant cette relation avec (I.13) et (I.16), on aboutit à :

$$\Delta \phi_{el} + \frac{\rho_l}{\varepsilon} = 0 \quad (\text{I.21})$$

C'est l'équation de *Poisson* pour un diélectrique linéaire, homogène et isotrope.

I.4. RELATIONS ENTRE GRANDEURS MICROSCOPIQUES ET MACROSCOPIQUES

On a vu précédemment que la polarisation est composée en général d'une polarisation induite et d'une polarisation dipolaire, chacune de ces contributions étant exprimée en termes de grandeurs microscopiques telles que la polarisabilité et les champs, local et directeur. D'autre part, on a pu exprimer la polarisation totale en termes de grandeurs macroscopiques telles que la permittivité et le champ de *Maxwell*. On peut donc établir une relation entre grandeurs microscopiques et macroscopiques sur la base des deux relations (I.12) et (I.18), cette relation est la suivante [10] :

$$(\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E} = \sum_j N_j [(\alpha_i)_j (\vec{E}_l)_j + \frac{p_j^2}{3KT} (\vec{E}_d)_j] \quad (\text{I.22})$$

I.4.1. PHASES DILUEES

Dans de telles phases, on ne distingue plus entre les champs, macroscopique, local et directeur car l'interaction entre une molécule et son environnement est négligeable. Dans ce cas, la relation (I.22) conduit à [10,11] :

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = \sum_j N_j [(\alpha_i)_j + \frac{p_j^2}{3KT}] \quad (\text{I.23})$$

Cette relation s'applique bien pour les gaz polaires à pressions inférieures à la normale et pour des solutions diluées de particules polaires dans un solvant non polaire. Elle s'applique aussi pour les gaz apolaires ($p_j = 0$) à pressions modérées. Comme on le verra par la suite, lorsque le champ est sinusoïdal, la permittivité d'un diélectrique polaire dépend de la fréquence. En effet, pour des fréquences suffisamment élevées, les dipôles permanents n'arrivent plus à suivre les variations du champ ce qui fait que leur contribution à la polarisation totale est nulle. La relation (I.23) s'écrit alors à ces fréquences pour un seul type de particules :

$$\varepsilon_\infty - \varepsilon_0 = N\alpha_i \quad (\text{I.24})$$

où ε_∞ est la permittivité due aux dipôles induits (*hautes fréquences*).

En basses fréquences par contre, les deux types de polarisation sont présents, induite et dipolaire. La relation (I.23) s'écrit alors à ces fréquences pour un seul type de particules :

$$\varepsilon_s - \varepsilon_0 = N\left(\alpha_i + \frac{p^2}{3KT}\right) \quad (\text{I.25})$$

où ε_s est la permittivité statique. En remplaçant (I.24) dans (I.25), il apparaît :

$$\varepsilon_s - \varepsilon_\infty = N \frac{p^2}{3KT} \quad (\text{I.26})$$

I.4.2. PHASES CONDENSEES

I.4.2.1. Milieux apolaires

Afin de calculer le champ local qui agit sur une particule donnée, *Lorentz* a imaginé une cavité sphérique située à l'intérieur du diélectrique et en son centre se trouve la particule en question. En supposant que la polarisation est homogène, il a montré que le champ local au centre de la cavité s'exprime en fonction de la permittivité et du champ macroscopique par [10] :

$$\vec{E}_l = \frac{\varepsilon + 2\varepsilon_0}{3\varepsilon_0} \vec{E} \quad (\text{I.27})$$

Dans ce cas, la relation (I.22) se réécrit pour un milieu polaire ($p_j = 0$) :

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} = \sum_j \frac{N_j (\alpha_i)_j}{3\varepsilon_0} \quad (\text{I.28})$$

C'est la relation de *Clausius-Mossotti*. Elle est valable pour les gaz apolaires à fortes pressions et pour les liquides apolaires.

I.4.2.2. Milieux polaires

Pour l'étude des milieux condensés polaires, *Debye* a confondu le champ directeur au champ local et a utilisé pour ce dernier la formule de Lorentz (I.27). Dans ce cas, la relation (I.22) conduit à [10] :

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} = \frac{1}{3\varepsilon_0} \sum_j N_j \left[(\alpha_i)_j + \frac{p_j^2}{3KT} \right] \quad (\text{I.29})$$

Cette relation s'écrit en hautes fréquences pour un seul type de particules :

$$\frac{\varepsilon_\infty - \varepsilon_0}{\varepsilon_\infty + 2\varepsilon_0} = \frac{N\alpha_i}{3\varepsilon_0} \quad (\text{I.30})$$

et en basses fréquences :

$$\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_0}{\varepsilon_s + 2\varepsilon_0} = \frac{N}{3\varepsilon_0} \left(\alpha_i + \frac{p^2}{3KT} \right) \quad (\text{I.31})$$

En combinant les relations (I.30) et (I.31), on trouve :

$$\varepsilon_s - \varepsilon_\infty = \frac{(\varepsilon_s + 2\varepsilon_0)(\varepsilon_\infty + 2\varepsilon_0)}{9\varepsilon_0^2} \frac{Np^2}{3KT} \quad (\text{I.32})$$

Cette relation a fourni de bons résultats pour des solutions diluées de particules polaires dans un solvant non polaire ainsi que pour les gaz polaires à pressions inférieures à la normale. En fait, ceci correspond au cas où $\varepsilon_s \approx \varepsilon_\infty \approx \varepsilon_0$ ce qui réduit (I.32) à (I.26). Cependant, la relation (I.32) s'est révélée insatisfaisante pour les milieux condensés fortement polaires tels que les liquides polaires et les gaz polaires sous pression. Une autre relation a été alors proposée par *Onsager* qui a marqué la différence entre les champs local et directeur. Ses calculs l'ont mené dans le cas d'un seul type de particules à la relation suivante [10,11] :

$$\varepsilon_s - \varepsilon_\infty = \frac{\varepsilon_s (\varepsilon_\infty + 2\varepsilon_0)^2}{3\varepsilon_0^2 (2\varepsilon_s + \varepsilon_\infty)} \frac{Np^2}{3KT} \quad (\text{I.33})$$

Cette dernière relation est plus rigoureuse que (I.32) ; elle s'applique pour les milieux condensés faiblement polaires et donne des résultats assez satisfaisants pour les milieux condensés fortement polaires. Néanmoins, elle se voit limitée par les hypothèses qui ont été faites pour son établissement, à savoir que, les particules sont sphériques et qu'elles n'interagissent pas entre elles.

DIELECTRIQUE DANS UN CHAMP DEPENDANT DU TEMPS

I.5. SPECTRES DE DISPERSION ET D'ABSORPTION

On a vu que la polarisation causée par un champ statique dans un diélectrique linéaire, homogène et isotrope est en équilibre avec le champ (*relations* (I.15) et (I.16)). Lorsque ce dernier varie dans le temps, cet équilibre est plus au moins rompu. En effet, si le champ varie trop rapidement, les entités polarisantes auront du mal à le suivre ce qui provoque un retard de la polarisation par rapport au champ. Par contre, lorsque le champ varie lentement, les entités polarisantes répondront à son excitation sans retard appréciable ; c'est le cas *quasi-statique* dans lequel les relations (I.15) et (I.16) sont applicables. Un cas intéressant est celui où le champ est une fonction sinusoïdale du temps :

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t) \quad (\text{I.34})$$

Le retard de la polarisation ou du déplacement se manifeste dans ce cas par l'apparition d'un déphasage par rapport au champ [14], donc :

$$D(t) = D_0 \cos(\omega t - \delta(\omega)) \quad (\text{I.35})$$

Le déphasage $\delta(\omega)$ dépend évidemment de la fréquence et s'annule pour $\omega = 0$. Par ailleurs, en posant :

$$\varepsilon'(\omega) = (D_0/E_0) \cos \delta(\omega) \quad (\text{I.36a})$$

$$\varepsilon''(\omega) = (D_0/E_0) \sin \delta(\omega) \quad (\text{I.36b})$$

la relation (I.35) peut se mettre sous la forme :

$$D(t) = E_0 [\varepsilon'(\omega) \cos(\omega t) + \varepsilon''(\omega) \sin(\omega t)] \quad (\text{I.37})$$

Cette relation montre que $D(t)$ est la somme de deux termes, l'un en phase avec le champ et l'autre en quadrature de phase. Dans la composante en phase apparaît le terme $\varepsilon'(\omega)$; celui-ci est associé à la quantité d'énergie électrique emmagasinée dans le diélectrique et on l'appelle « *facteur de dispersion* ». Dans la composante en quadrature de phase apparaît le terme $\varepsilon''(\omega)$; celui-ci est associé aux pertes d'énergie dans le diélectrique et il est appelé « *facteur de pertes* ». Les représentations graphiques de l'évolution de $\varepsilon'(\omega)$ et $\varepsilon''(\omega)$ en fonction de la fréquence sont respectivement les spectres de dispersion et d'absorption. Dans la figure (I.1), nous avons représenté ces spectres pour un échantillon polaire typique. Afin d'interpréter cette figure, il faut savoir que la polarisation est causée par différents types de charges et groupes de charges (*électrons internes, électrons de valence, ions liés, molécules polaires*) ; chacune de ces contributions ayant sa propre fréquence critique au-delà de laquelle l'interaction avec le champ cesse. On conclut alors que plus la fréquence est petite, plus grand est le nombre de charges et

groupes de charges excités. A chaque fois qu'elle existe, la force de rappel élastique donne un caractère de *résonance* à l'interaction ; cette force est généralement accompagnée d'une force de frottement qui limite l'absorption (*région II*). Pour des fréquences inférieures aux fréquences de vibrations atomiques (10^{11} Hz), il apparaît un autre type d'interaction qui fait intervenir des forces de rappel de nature visqueuse. L'orientation lente des molécules polaires ainsi que l'accumulation de charges libres à proximité des électrodes sont des exemples de telles interactions connues sous le nom de « *relaxation* » [14,11].

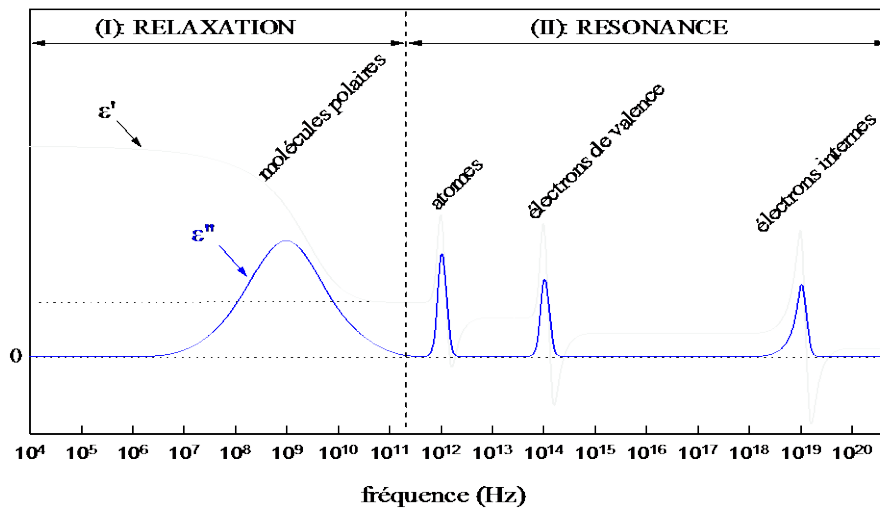


Fig.I.1 : Spectres de dispersion et d'absorption d'un diélectrique polaire typique.

I.6. REPONSE D'UN DIELECTRIQUE LINEAIRE, HOMOGENE ET ISOTROPE A UN CHAMP VARIABLE

I.6.1. CAS D'UN CHAMP QUELCONQUE

Notons d'abord que la relation (I.14) qui exprime le déplacement électrique en fonction de la polarisation et du champ macroscopique est valable même dans le cas d'un champ dépendant du temps. D'un autre côté, on a vu que la part de la permittivité associée à la polarisation induite est ε_∞ (voir (I.24) et (I.30)) et celle associée à la polarisation dipolaire est $(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)$ (voir (I.26) et (I.32)). Alors, si on suppose que la polarisation induite suit instantanément les variations du champ, on peut écrire d'après (I.18) :

$$\vec{P}_i(t) = (\varepsilon_\infty - \varepsilon_0)\vec{E}(t) \quad (\text{I.38})$$

et sachant que :

$$\vec{P}(t) = \vec{P}_i(t) + \vec{P}_d(t) \quad (\text{I.39})$$

la relation (I.14) se réécrit [14] :

$$\vec{D}(t) = \varepsilon_\infty \vec{E}(t) + \vec{P}_d(t) \quad (\text{I.40})$$

- Supposons que le diélectrique est soumis à un instant $t = \theta$ à un champ uniforme d'amplitude égale à E ; ce champ peut s'écrire alors :

$$\vec{E}(t) = \vec{E}\Gamma(t - \theta) \quad (\text{I.41})$$

où $\Gamma(t)$ est la fonction échelon unité ; elle est nulle pour $t < 0$ et vaut 1 lorsque $t \geq 0$. Par ailleurs, nous avons vu que la polarisation dipolaire ne répondait pas instantanément à la sollicitation du champ ; on a donc [14,11] :

$$\vec{P}_d(t) = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\vec{E}f(t - \theta) \quad (\text{I.42})$$

où $f(t)$ est une fonction qui s'annule pour $t \leq 0$ et qui tend vers 1 lorsque t tend vers l'infini ; elle représente la « réponse échelon de la polarisation dipolaire ».

Maintenant, en remplaçant les relations (I.41) et (I.42) dans (I.40), on obtient (fig.I.2) :

$$\vec{D}(t) = [\varepsilon_\infty\Gamma(t - \theta) + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)f(t - \theta)]\vec{E} \quad (\text{I.43})$$

- Supposons maintenant que le diélectrique soit soumis entre les instants θ et $\theta + d\theta$ à un champ uniforme d'amplitude égale à E ; ce champ rectangulaire s'écrit :

$$d\vec{E}(t) = \vec{E}[\Gamma(t - \theta) - \Gamma(t - \theta - d\theta)] \quad (\text{I.44})$$

D'après le principe de superposition, le déplacement électrique sera donné par :

$$\begin{aligned} d\vec{D}(t) &= \vec{E}\{\varepsilon_\infty[\Gamma(t - \theta) - \Gamma(t - \theta - d\theta)] + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)[f(t - \theta) - f(t - \theta - d\theta)]\} \\ &= [\varepsilon_\infty\delta(t - \theta) + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\phi(t - \theta)]\vec{E}d\theta \end{aligned} \quad (\text{I.45})$$

où : $\delta(t - \theta) = \frac{d\Gamma(t - \theta)}{d(t - \theta)}$ (I.46a) est l'impulsion de Dirac en $t = \theta$

$\phi(t - \theta) = \frac{df(t - \theta)}{d(t - \theta)}$ (I.46b) est la « réponse impulsionnelle de la polarisation dipolaire ».

- Si maintenant le champ est une fonction continue du temps commençant à $t = -\infty$, ce champ peut être décomposé une infinité de pulses rectangulaires de la forme (I.44), dont les amplitudes sont $E(\theta)$, et où θ varie de $-\infty$ à t . Le déplacement électrique total est donc la somme de tous les déplacements élémentaires de la forme (I.45) ; on écrit alors :

$$\vec{D}(t) = \int_{-\infty}^t [\varepsilon_\infty\delta(t - \theta) + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\phi(t - \theta)]\vec{E}(\theta)d\theta$$

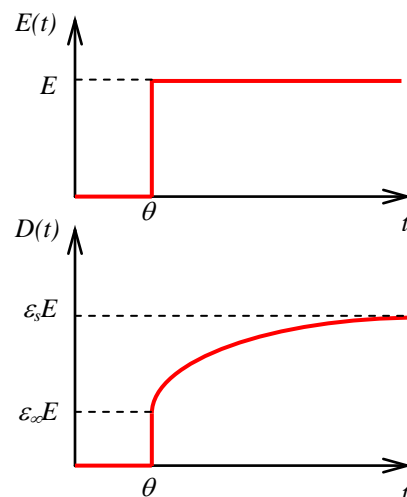


Fig.I.2 : Réponse d'un milieu diélectrique polaire à un champ échelon.

En utilisant les propriétés de la distribution de *Dirac*, ensuite le changement de variable $u = t - \theta$ et enfin le fait que $\phi(t)$ soit nulle pour $t < 0$, la dernière relation devient [14,11] :

$$\vec{D}(t) = \varepsilon_\infty \vec{E}(t) + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(u) \vec{E}(t-u) du \quad (\text{I.47})$$

L'intégrale dans (I.47) est le « *produit de convolution* » de $\phi(t)$ et $\vec{E}(t)$ [15].

I.6.2. CAS D'UN CHAMP SINUSOIDAL

II.6.2.1. La permittivité complexe

Considérons un champ sinusoïdal comme dans (I.34) : $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$

Nous avons omis d'utiliser la notation vectorielle car le problème est unidimensionnel. En injectant l'expression du champ (I.34) dans (I.47), on aura :

$$D(t) = \left[\varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(u) \cos(\omega u) du \right] E_0 \cos(\omega t) + \left[(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(u) \sin(\omega u) du \right] E_0 \sin(\omega t)$$

En comparant cette relation avec (I.37), il apparaît :

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(u) \cos(\omega u) du \quad (\text{I.48a})$$

$$\varepsilon''(\omega) = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(u) \sin(\omega u) du \quad (\text{I.48b})$$

Ceci montre que dans le cas où le champ serait sinusoïdal, le déplacement électrique est en déphasage par rapport au champ et il peut donc s'exprimer par (I.35). En adoptant la notation complexe, on a alors :

$$\hat{E}(t) = E_0 e^{j\omega t} \quad \text{et} \quad \hat{D}(t) = D_0 e^{j(\omega t - \delta(\omega))}$$

On définit par la suite :

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \frac{\hat{D}(t)}{\hat{E}(t)} = \frac{D_0}{E_0} e^{-j\delta(\omega)} \quad (\text{I.49})$$

En combinant (I.49) avec (I.36a) et (I.36b), on trouve finalement l'expression de la « *permittivité complexe* » :

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega) \quad (\text{I.50})$$

Par ailleurs, en substituant (I.48a) et (I.48b) dans (I.50), on obtient [14,11] :

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\text{I.51})$$

L'intégrale dans (I.51) est la *transformée de Fourier* de $\phi(t)$ [15].

II.6.2.2. Relations de KRÖNIG–KRAMER

On constate d'après les relations (I.48a) et (I.48b) que :

$$\varepsilon'(-\omega) = \varepsilon'(\omega) \quad (I.52a) \qquad \varepsilon''(-\omega) = -\varepsilon''(\omega) \quad (I.52b)$$

Bien que physiquement il n'existe pas de fréquence négative, ces relations ont d'importantes conséquences dans ce qui suit. En inversant la transformée de *Fourier* dans (I.51), il vient [15] :

$$\phi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\hat{\varepsilon}(\omega) - \varepsilon_{\infty}}{\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}} e^{j\omega t} d\omega$$

En injectant (I.50) dans cette relation et en tenant compte de (I.52a) et (I.52b), on obtient :

$$\phi(t) = \frac{1}{\pi(\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty})} \int_0^{\infty} \left\{ (\varepsilon'(\omega) - \varepsilon_{\infty}) \cos(\omega t) + \varepsilon''(\omega) \sin(\omega t) \right\} d\omega \quad (I.53)$$

Comme $\phi(t)$ est nulle pour $t < 0$, la relation (I.53) conduit à :

$$\int_0^{\infty} (\varepsilon'(\omega) - \varepsilon_{\infty}) \cos(\omega t) d\omega = \int_0^{\infty} \varepsilon''(\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad , \quad t \geq 0 \quad (I.54)$$

Combinons maintenant (I.53) et (I.54), il vient alors pour $t \geq 0$:

$$\phi(t) = \frac{2}{\pi(\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty})} \int_0^{\infty} (\varepsilon'(\omega) - \varepsilon_{\infty}) \cos(\omega t) d\omega \quad (I.55a)$$

$$= \frac{2}{\pi(\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty})} \int_0^{\infty} \varepsilon''(\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (I.55b)$$

En remplaçant (I.55b) dans (I.48a) et en utilisant le résultat suivant :

$$\int_0^{\infty} \sin(at) \cos(bt) dt = a^2 / (a^2 - b^2) \quad (I.56)$$

on trouve tout calcul fait [14,11] :

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{u \varepsilon''(u)}{u^2 - \omega^2} du \quad (I.57)$$

De même, en substituant (I.55a) dans (I.48b) et tenant compte de (I.56), on aura :

$$\varepsilon''(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon'(u) - \varepsilon_{\infty}}{u^2 - \omega^2} du \quad (I.58)$$

Les relations (I.57) et (I.58) sont appelées « *relations de Krönig-Kramer* » ; elles sont valables quelle que soit la forme de la réponse échelon $f(t)$ de la polarisation dipolaire pourvu que celle-ci soit nulle pour $t \leq 0$ et tende vers 1 lorsque t tend vers l'infini. Elles permettent par le calcul

d'obtenir un spectre si l'autre a été au préalable déterminé expérimentalement. Il est important de souligner par ailleurs que les relations de *Krönig-Kramer* sont une conséquence de la « causalité » de la fonction $f(t)$ (i.e. $f(t) = 0$ pour $t \leq 0$) ce qui est évident lors du passage entre les relations (I.53) et (I.54). Notons enfin que les bornes supérieures d'intégration dans (I.57) et (I.58) ne peuvent s'étendre jusqu'à l'infini au sens mathématique du terme ; en effet, l'intégration doit se faire à des fréquences inférieures aux fréquences de vibrations atomiques de sorte que la polarisation induite puisse suivre les variations du champ instantanément.

On peut aussi déduire une autre relation intéressante en posant $\omega = 0$ dans (I.57), on trouve alors :

$$\int_0^{+\infty} \varepsilon''(\omega) d \ln \omega = \frac{\pi}{2} (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \quad (\text{I.59})$$

ce qui montre que l'aire sous la courbe $\varepsilon''(\ln \omega)$ est liée aux valeurs extrêmes de la permittivité.

I.7. LA RELAXATION DIPOLAIRE

I.7.1 ANALOGIE MECANIQUE DE LA RELAXATION DIPOLAIRE

Nous avons dit précédemment que le phénomène de relaxation est du à des forces de nature visqueuse qui contrarient l'orientation des dipôles suivant le sens du champ. On peut comparer cela au mouvement d'une charge q dans un milieu visqueux, soumise à l'instant $t = \theta$ à un champ uniforme E [11]. L'équation du mouvement s'écrit pour $t \geq \theta$:

$$m \frac{dv(t)}{dt} = qE - \zeta v(t) \quad \text{avec : } v(t = \theta) = 0$$

la solution est :
$$v(t) = v_{eq} g(t - \theta) \quad \text{avec , } g(t) = \begin{cases} 1 - e^{-t/\tau} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases} \quad (\text{I.60})$$

et où : $v_{eq} = v(t \rightarrow \infty) = qE/\zeta$ est la vitesse à l'équilibre.

$\tau = m/\zeta$ est une constante de temps qui caractérise la viscosité du milieu.

On voit que l'état d'équilibre n'est pas atteint instantanément car $g(0)$ est nul et $g(\infty)$ est égal à 1, exactement comme pour la réponse échelon $f(t)$ de la polarisation dipolaire (voir (I.42)). On déduit alors par analogie que la polarisation dipolaire réagit à un échelon du champ comme cette charge q ; $f(t)$ est alors identique à la fonction $g(t)$ décrite par (I.60) et la constante de temps τ est appelée dans ce cas « temps de relaxation ».

I.7.2. CAS D'UN SEUL TEMPS DE RELAXATION (MODELE DE DEBYE)

On vient de voir que la réponse échelon $f(t)$ de la polarisation dipolaire est donnée par (I.60) ; il s'ensuit que sa dérivée $\phi(t)$ qui est la réponse impulsionnelle est donnée par :

$$\phi(t) = \begin{cases} e^{-t/\tau}/\tau & , t \geq 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases} \quad (\text{I.61})$$

Reportons cette relation dans (I.51), il vient alors [14,11] :

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}}{1 + j\omega\tau} \quad (\text{I.62})$$

d'après (I.50), cette expression conduit à :

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (\text{I.63a})$$

$$\varepsilon''(\omega) = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty})\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (\text{I.63b})$$

Les spectres de dispersion et d'absorption relatifs aux expressions (I.63a) et (I.63b) sont reportés dans la figure (I.3). On peut montrer aisément que la courbe $\varepsilon'(\ln \omega)$ est centrosymétrique par rapport à $\omega = 1/\tau$ et que la courbe $\varepsilon''(\ln \omega)$ est symétrique par rapport à $\omega = 1/\tau$.

➤ Il existe d'autres représentations graphiques qui permettent de savoir si un diélectrique possède un seul temps de relaxation ou plus. L'une de ces représentations consiste à tracer ε'' en fonction de ε' (*diagramme d'Argand*). Partant de (I.63a) et (I.63b), il apparaît :

$$\left(\varepsilon' - \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_{\infty}}{2}\right)^2 + \varepsilon''^2 = \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}}{2}\right)^2 \quad (\text{I.64})$$

cette relation montre que le diagramme *d'Argand* dans le cas d'un seul temps de relaxation est un demi-cercle de rayon $(\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty})/2$, centré en $\{\varepsilon' = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_{\infty}}{2}, \varepsilon'' = 0\}$ (fig.I.4).

➤ On peut tirer encore de (I.63a) et (I.63b) les relations suivantes :

$$\varepsilon''\omega = \frac{1}{\tau}(\varepsilon_s - \varepsilon') \quad (\text{I.65a})$$

$$\varepsilon''/\omega = \tau(\varepsilon' - \varepsilon_{\infty}) \quad (\text{I.65b})$$

Les représentations graphiques de (I.65a) et (I.65b) sont illustrées à la figure (I.5).

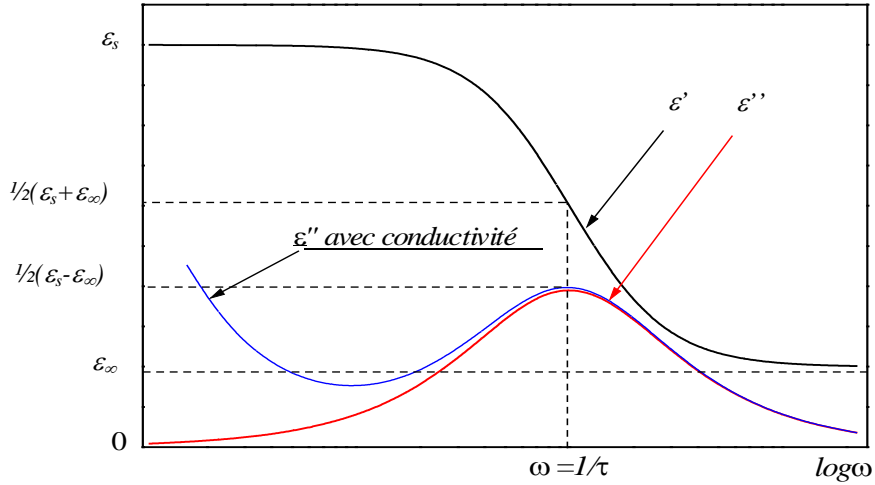


Fig.I.3 : Spectres de dispersion et d'absorption pour un seul temps de relaxation (i.e. modèle de Debye) avec influence de la conductivité électrique.

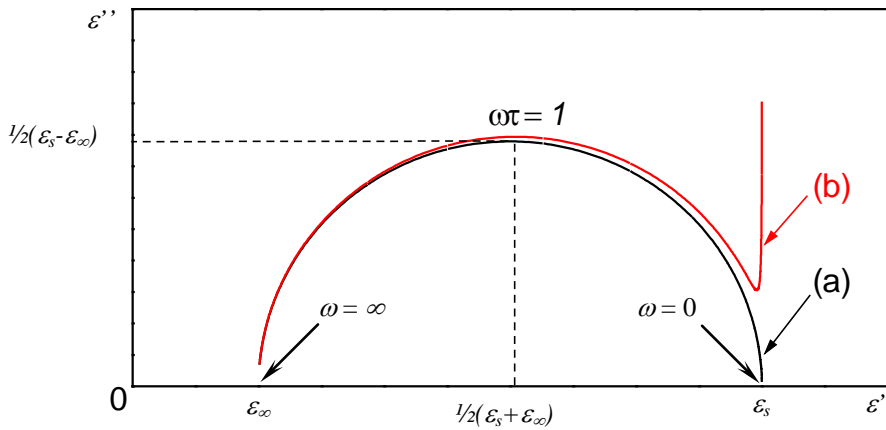


Fig.I.4 : Diagramme d'Argand pour un seul temps de relaxation (i.e. modèle de Debye) : (a) sans conductivité (b) avec conductivité

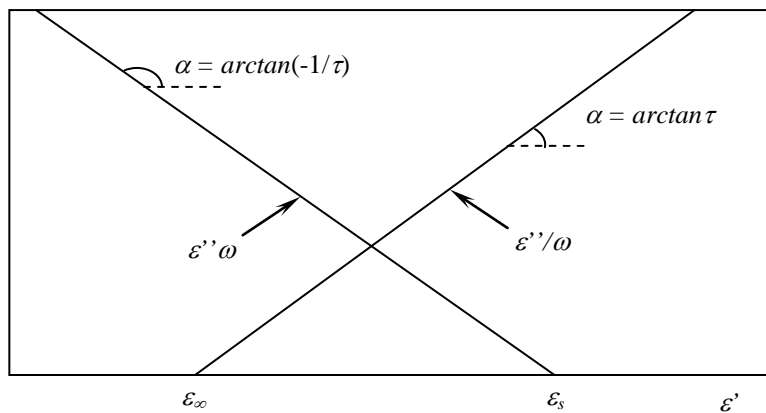


Fig.I.5 : Variations de ($\epsilon''\omega$) et (ϵ''/ω) en fonction de ϵ' pour un seul temps de relaxation (i.e. modèle de Debye).

I.7.3. INFLUENCE DE LA CONDUCTIVITE

Tous les diélectriques ne sont pas des isolants électriques parfaits. Lorsque qu'un milieu diélectrique homogène et isotrope contient des charges conductrices libres, il apparaît sous l'effet du champ un certain courant de conduction dont la densité est donnée par [12] :

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} \quad (\text{I.66})$$

où σ est la *conductivité électrique*.

D'autre part, d'après les équations de *Maxwell*, la densité de courant totale est donnée par [12] :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{I.67})$$

où \vec{H} est le *champ magnétique* et \vec{D} est le *déplacement électrique*.

En régime sinusoïdal, (I.67) se réécrit en notation complexe :

$$\text{rot } \hat{H} = \hat{J}_c + j\omega \hat{D} = (\sigma + j\omega \hat{\epsilon}) \hat{E} \quad (\text{I.68})$$

- S'il n'y a pas de conductivité ($\sigma = 0$), on aura : $\text{rot } \hat{H} = j\omega \hat{\epsilon} \hat{E}$ (I.69)
- S'il y a de la conductivité ($\sigma \neq 0$), on est amené à définir – par analogie avec (I.69) - une « *permittivité généralisée* » $\hat{\eta} = \eta' - j\eta''$ telle que [14] :

$$\text{rot } \hat{H} = j\omega \hat{\eta} \hat{E} = (\sigma + j\omega \hat{\epsilon}) \hat{E} \quad (\text{I.70})$$

par conséquent :

$$\hat{\eta}(\omega) = \hat{\epsilon}(\omega) - j \frac{\sigma}{\omega} \quad (\text{I.71})$$

ce qui conduit aussi à :

$$\eta'(\omega) = \epsilon'(\omega) \quad (\text{I.72a})$$

$$\eta''(\omega) = \epsilon''(\omega) + \frac{\sigma}{\omega} \quad (\text{I.72b})$$

Les deux dernières relations montrent que la présence d'une conductivité électrique ne devrait changer en rien l'allure de la courbe de dispersion, par contre, elle augmente considérablement l'absorption en basses fréquences (fig.I.3 et I.4).

I.7.4. INFLUENCE DE LA MULTIPLICITE DES TEMPS DE RELAXATION

On a remarqué que beaucoup de matériaux polaires ne rejoignent pas la théorie de *Debye* sur la relaxation dipolaire, qui suppose l'unicité du temps de relaxation. C'est pourquoi, *Von Schweilder* a proposé un mécanisme de relaxation à plusieurs temps de relaxations qui est régit

par la relation suivante [14] :

$$\hat{\epsilon}(\omega) = \epsilon_\infty + (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \sum_k \frac{g_k}{1 + j\omega\tau_k} \quad (\text{I.73})$$

avec la condition de normalisation :

$$\sum_k g_k = 1$$

- Plus tard, *Wagner* a proposé un mécanisme de relaxation avec une distribution continue du temps de relaxation ; ce mécanisme est décrit par [14] :

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \int_{\tau=0}^{\tau=\infty} \frac{G(\ln \tau) d \ln \tau}{1 + j\omega\tau} \quad (\text{I.74})$$

$$\text{avec :} \quad \int_{\tau=0}^{\tau=\infty} G(\ln \tau) d \ln \tau = 1$$

Connaissant donc l'expression de la distribution $G(\ln \tau)$, on peut calculer $\hat{\varepsilon}(\omega)$ si toutefois l'intégrale dans (I.74) existe. Réciproquement, si la variation de $\hat{\varepsilon}$ en fonction de la fréquence peut être mise sous une forme analytique, on montre qu'il est possible de déduire $G(\ln \tau)$ grâce à la formule suivante [14] :

$$G(\ln \tau) = \frac{1}{2\pi(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)} \lim_{\omega \rightarrow 0} \left\{ \text{Im} \left[\hat{\varepsilon} \left(-\omega + \frac{j}{\tau} \right) \right] - \text{Im} \left[\hat{\varepsilon} \left(\omega + \frac{j}{\tau} \right) \right] \right\} \quad (\text{I.75})$$

On peut vérifier à l'aide de (I.74) que si $G(\ln \tau)$ est symétrique par rapport à $\tau = \tau_0$, $\varepsilon'(\ln \omega)$ sera centrosymétrique par rapport à $\omega = 1/\tau_0$ et $\varepsilon''(\ln \omega)$ sera symétrique par rapport à $\omega = 1/\tau_0$; par conséquent, le diagramme *d'Argand* sera à son tour symétrique par rapport à l'axe vertical qui passe par $\varepsilon'(\omega = 1/\tau_0)$. Donc, l'observation d'une asymétrie dans le diagramme *d'Argand* nous permet de conclure que la distribution $G(\ln \tau)$ est asymétrique. Dans ce qui suit, nous allons présenter quelques descriptions empiriques de la relaxation dipolaire basées sur des généralisations de la relation (I.62).

1.7.4.1. **Modèle de COLE-COLE**

K.S. Cole et R.H. Cole ont proposé l'expression suivante [14] :

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + (j\omega\tau_0)^{1-\alpha}} \quad (\text{I.76})$$

$$\text{où} \quad 0 \leq \alpha < 1$$

$$\text{d'où l'on tire :} \quad \varepsilon'(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{2} \left\{ 1 - \frac{\sinh[(1-\alpha) \ln(\omega\tau_0)]}{\cosh[(1-\alpha) \ln(\omega\tau_0)] + \sin(\alpha\pi/2)} \right\} \quad (\text{I.77a})$$

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{2} \frac{\cos(\alpha \frac{\pi}{2})}{\cosh[(1-\alpha) \ln(\omega\tau_0)] + \sin(\alpha\pi/2)} \quad (\text{I.77b})$$

Les principales propriétés de ce modèle sont les suivantes (*fig.I.6 et I.7*) :

- Pour $\alpha = 0$, on retrouve le cas d'un seul temps de relaxation.
- Les courbes $\varepsilon'(\ln \omega)$ et $\varepsilon''(\ln \omega)$ sont respectivement centrosymétrique et symétrique par rapport à $\omega = 1/\tau_0$.
- La courbe $\varepsilon''(\omega)$ possède un maximum en $\omega = 1/\tau_0$ qui vaut :

$$\varepsilon_M'' = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{2} \frac{\cos(\alpha\pi/2)}{1 + \sin(\alpha\pi/2)} \quad (\text{I.78})$$

- Le diagramme *d'Argand* est un arc de cercle de rayon $(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)/(2\cos(\alpha\pi/2))$, centré au point $(\varepsilon' = \frac{1}{2}(\varepsilon_s + \varepsilon_\infty), \varepsilon'' = -\frac{1}{2}(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\tan(\alpha\pi/2))$; il coupe l'axe ε' de part et d'autre sous un angle de $(1-\alpha)\pi/2$ et il est symétrique par rapport à l'axe vertical qui passe par $\varepsilon'(\omega = 1/\tau_0)$.
- La fonction de distribution du temps de relaxation est d'après (I.75) (*figI.8*) :

$$G(\ln \tau) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sin(\alpha\pi)}{\cosh[(1-\alpha)\ln(\tau_0/\tau)] - \cos(\alpha\pi)} \quad (\text{I.79})$$

Elle est symétrique par rapport à $\tau = \tau_0$ et atteint son maximum pour cette valeur de τ ; τ_0 est appelé en conséquence *temps de relaxation critique*.

- Plus α est grand, plus la fonction de distribution est large, plus les courbes de dispersion et d'absorption sont aplaties.

1.7.4.2. **Modèle de COLE-DAVIDSON**

Ils ont proposé la relation suivante [14] :

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{(1 + j\omega\tau_0)^\beta} \quad (\text{I.80})$$

En posant $\varphi = \arctan(\omega\tau_0)$, il vient :

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cos^\beta \varphi \cos \beta\varphi \quad (\text{I.81a})$$

$$\varepsilon''(\omega) = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cos^\beta \varphi \sin \beta\varphi \quad (\text{I.81b})$$

Les principales propriétés de ce modèle sont les suivantes (*fig.I.9 et I.10*) :

- Pour $\beta = 1$, on retrouve le cas d'un seul temps de relaxation.
- Les courbes $\varepsilon'(\ln \omega)$, $\varepsilon''(\ln \omega)$ ainsi que diagramme *d'Argand* sont asymétriques.
- Le maximum de ε'' a lieu pour $\omega > 1/\tau_0$.
- Le diagramme *d'Argand* coupe l'axe horizontal sous un angle de $\beta\pi/2$ en hautes fréquences et sous un angle de $\pi/2$ en basses fréquences.

- La distribution du temps de relaxation et donnée d'après (I.75) par (fig.I.11) :

$$G(\ln \tau) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \left(\frac{\tau}{\tau_0 - \tau} \right)^\beta, & \tau < \tau_0 \\ 0 & , \tau > \tau_0 \end{cases} \quad (\text{I.82})$$

Cette distribution est asymétrique.

1.7.4.3. Modèle d'HAVRILIAK-NEGAMI

La formule proposée dans ce modèle est la suivante [14] :

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\left(1 + (j\omega\tau_0)^{1-\alpha}\right)^\beta} \quad (\text{I.83})$$

Ce modèle englobe les deux modèles précédents. En séparant les parties réelle et imaginaire, on

trouve :

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cos \beta\varphi}{\left\{1 + 2(\omega\tau_0)^{1-\alpha} \sin(\alpha\pi/2) + (\omega\tau_0)^{2(1-\alpha)}\right\}^{\beta/2}} \quad (\text{I.84a})$$

$$\varepsilon''(\omega) = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \sin \beta\varphi}{\left\{1 + 2(\omega\tau_0)^{1-\alpha} \sin(\alpha\pi/2) + (\omega\tau_0)^{2(1-\alpha)}\right\}^{\beta/2}} \quad (\text{I.84b})$$

avec :

$$\varphi = \arctan \left\{ \frac{(\omega\tau_0)^{1-\alpha} \cos(\alpha\pi/2)}{1 + (\omega\tau_0)^{1-\alpha} \sin(\alpha\pi/2)} \right\}$$

Les principales propriétés de ce modèle sont les suivantes (fig.I.12 et I.13) :

- Si $\alpha = 0$ et $\beta=1$, on retrouve le cas d'un seul temps de relaxation.
- Si $\beta \neq 1$, les courbes de dispersion et d'absorption ainsi que le diagramme d'Argand sont asymétriques.
- Le diagramme d'Argand coupe l'axe horizontal sous un angle de $\beta(1-\alpha)\pi/2$ en hautes fréquences et sous un angle de $(1-\alpha)\pi/2$ en basses fréquences.
- La distribution du temps de relaxation est d'après (I.75) :

$$G(\ln \tau) = \frac{1}{\pi} \frac{(\tau/\tau_0)^{\beta(1-\alpha)} \sin \beta\theta}{\left\{(\tau/\tau_0)^{2(1-\alpha)} + 2(\tau/\tau_0)^{1-\alpha} \cos \pi(1-\alpha) + 1\right\}^{\beta/2}} \quad (\text{I.85})$$

avec :

$$\theta = \arctan \left\{ \frac{\sin \pi(1-\alpha)}{(\tau/\tau_0) + \cos \pi(1-\alpha)} \right\}$$

Notons qu'ici, τ_0 ne correspond pas au maximum de $G(\ln \omega)$.

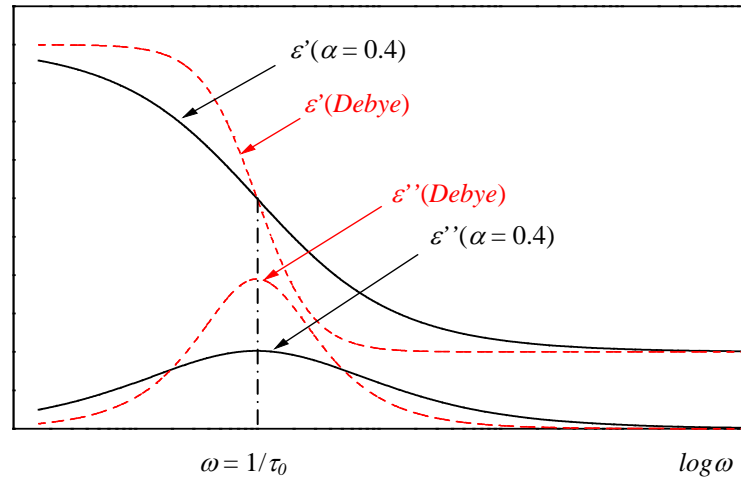


Fig.I.6 : Spectres de dispersion et d'absorption dans le modèle de Cole-Cole ($\alpha = 0,4$) comparés à ceux du modèle de Debye ($\alpha = 0$)

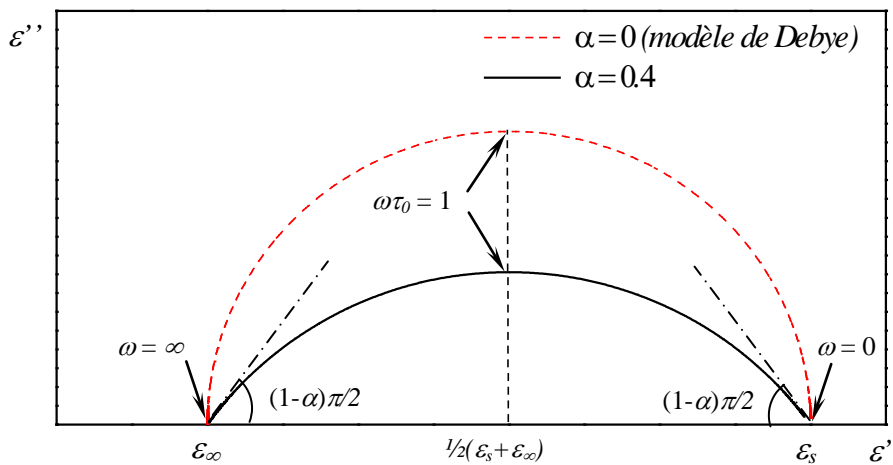


Fig.I.7 : Diagramme d'Argand dans le modèle de Cole-Cole ($\alpha = 0,4$) comparé à celui du modèle de Debye ($\alpha = 0$)

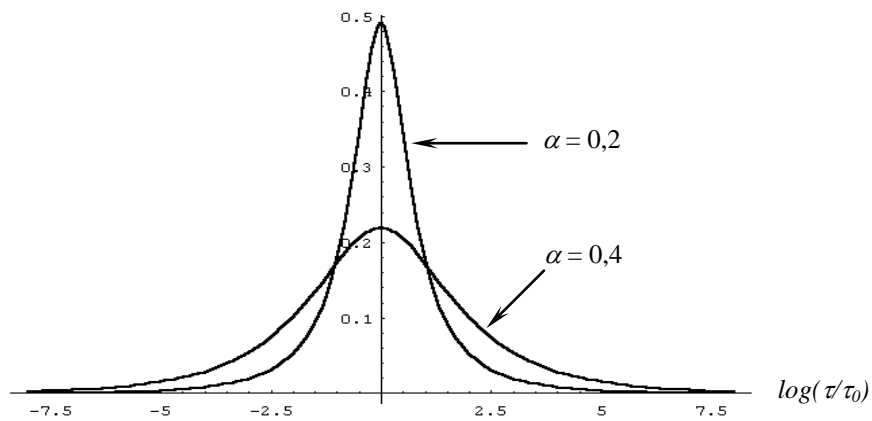


Fig.I.8 : Distribution du temps de relaxation dans le modèle de Cole-Cole

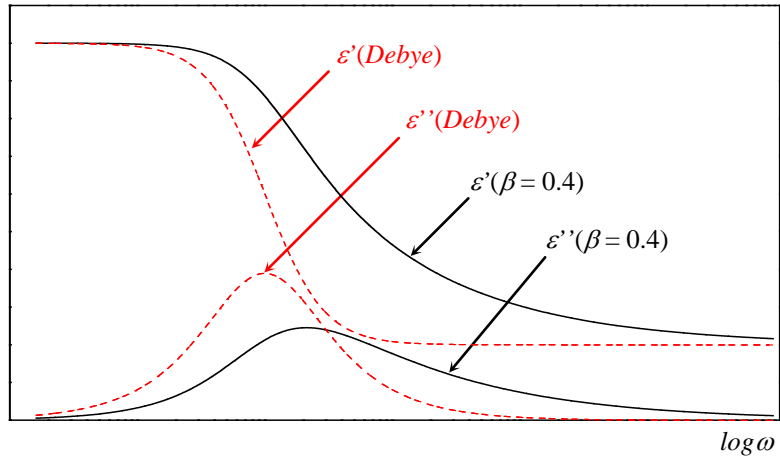


Fig.I.9 : Spectres de dispersion et d'absorption dans le modèle de Cole-Davidson ($\beta = 0,4$) comparés à ceux du modèle de Debye ($\beta = 1$)

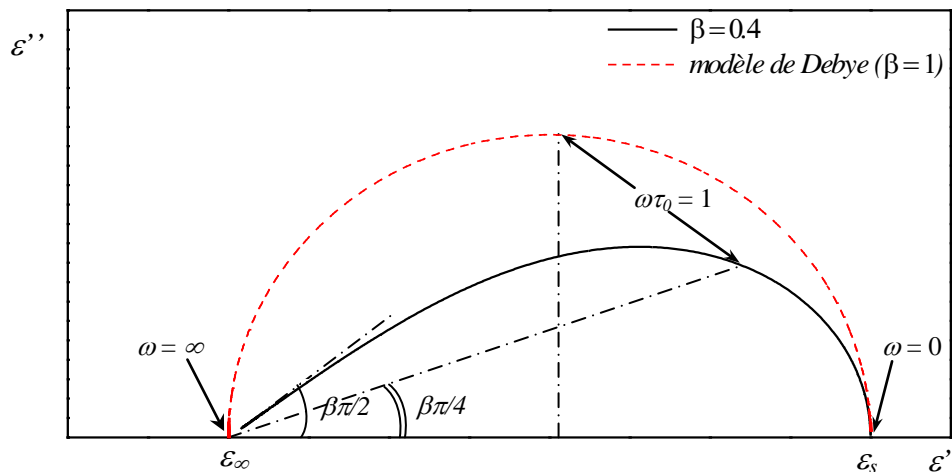


Fig.I.10 : Diagramme d'Argand dans le modèle de Cole-Davidson ($\beta = 0,4$) comparé à celui du modèle de Debye ($\beta = 1$)

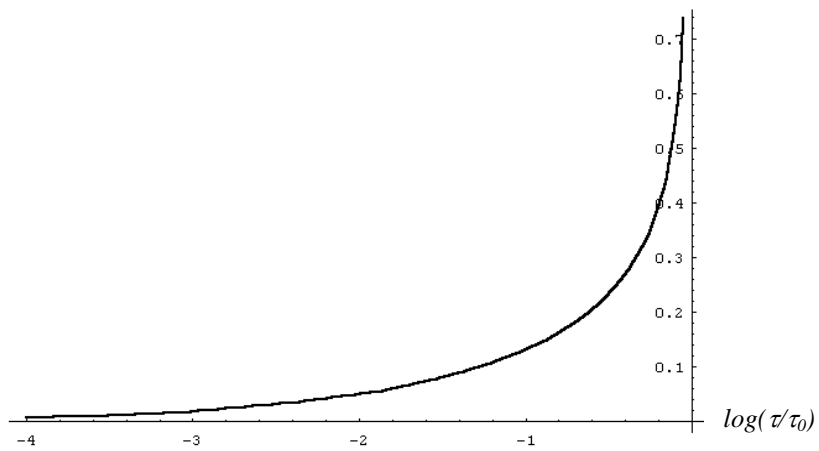


Fig.I.11 : Distribution du temps de relaxation dans le modèle de Cole-Davidson ($\beta = 0,4$)

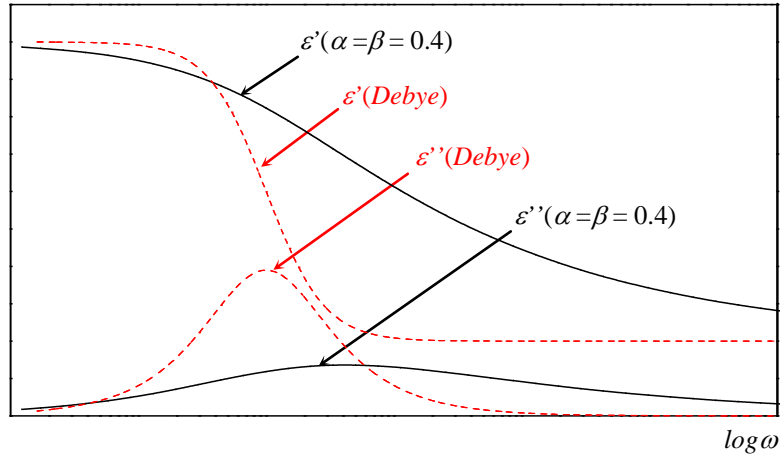


Fig.I.12 : Spectres de dispersion et d'absorption dans le modèle d'Havriliak-Negami ($\alpha = 0,4, \beta = 0,4$) comparés à ceux du modèle de Debye ($\alpha = 0, \beta = 1$)

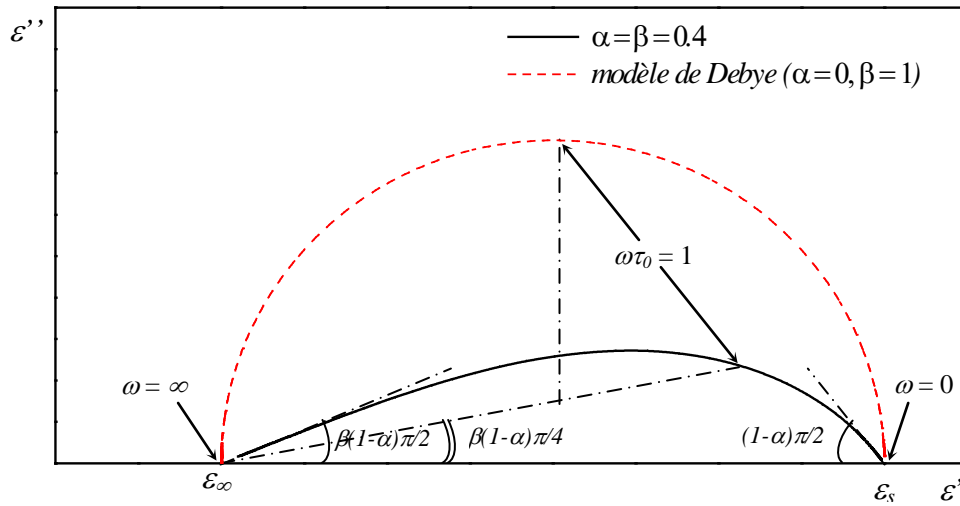


Fig.I.13 : Diagramme d'Argand dans le modèle d'Havriliak-Negami ($\alpha = 0,4, \beta = 0,4$) comparé à celui du modèle de Debye ($\alpha = 0, \beta = 1$)

CHAPITRE II

PROPAGATION LIBRE ET GUIDÉE DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS UN MILIEU DIELECTRIQUE

II.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous rappelons les principales lois qui régissent la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique. Après avoir généralisé les concepts de déplacement électrique et permittivité complexe au cas des diélectriques partiellement conducteurs, nous ferons un bref rappel sur la propagation en espace libre diélectrique. Nous passerons ensuite à la propagation par guides métalliques dans laquelle le champ se propage suivant des modes particuliers. Dans ce dernier cas, nous insisterons sur un certain type de guides dans lesquelles les champs électrique et magnétique sont perpendiculaires à la direction de propagation ; il s'agit des guides « *T.E.M* » (*Transverse Electrique et Magnétique*), qu'on désigne aussi par « *lignes de transmission* ». Nous présenterons en fin de chapitre, comme exemple de guides *T.E.M*, quelques caractéristiques de la ligne coaxiale dont nous avons fait l'usage en permanence au cours de notre expérimentation.

II.2. DEPLACEMENT ET PERMITTIVITE COMPLEXE GENERALISEES

On rappelle que l'interaction électromagnétique dans un milieu diélectrique est gouvernée par les équations de *Maxwell* [12] :

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_l \quad (\text{II.1}) \qquad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.2})$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.3}) \qquad \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.4})$$

où \vec{E} et \vec{H} sont respectivement les champs électrique et magnétique, \vec{D} et \vec{B} sont respectivement le déplacement électrique et l'induction magnétique, \vec{j}_c est la densité de courant de conduction et ρ_l est la densité volumique de charges libres.

Introduisons maintenant le *déplacement généralisé* qui est donné par [14] :

$$\vec{\Lambda}(t) = \vec{D}(t) + \int_{-\infty}^t \vec{j}_c(t) dt \quad (\text{II.5})$$

En appliquant l'opérateur *divergence* de part et d'autre de (II.5) et en tenant compte de (II.1) et de l'équation de conservation de la charge [12] :

$$\operatorname{div} \vec{j}_c(t) = -\frac{\partial \rho_l}{\partial t}$$

on obtient :

$$\operatorname{div} \vec{\Delta} = 0 \quad (\text{II.6})$$

Par ailleurs, en dérivant (II.5) par rapport à t et en tenant compte de (II.4), il apparaît :

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{\Delta}}{\partial t} \quad (\text{II.7})$$

Finalement, on peut réécrire les relations (II.1) et (II.4) sous les formes plus compactes (II.6) et (II.7) respectivement, et ce grâce au déplacement généralisé défini dans (II.5).

CAS DU REGIME HARMONIQUE

On a vu dans le chapitre précédent que lorsque le champ est sinusoïdal, le déplacement l'est aussi, mais avec un certain retard de phase, ce qui se traduit en notation complexe par (rel.I.49) :

$$\hat{D} = \hat{\epsilon}(\omega) \hat{E} \quad (\text{II.8})$$

$\hat{\epsilon}(\omega)$ est la *permittivité complexe* du milieu.

De même, s'il existe des charges conductrices dans le diélectrique, il apparaît sous l'effet du champ une densité de courant de conduction qui rigoureusement est en retard de phase par rapport au champ ; on écrit alors en notation complexe par analogie avec (II.8) [14] :

$$\hat{j}_c = \hat{\sigma}(\omega) \hat{E} \quad (\text{II.9})$$

$\hat{\sigma}(\omega)$ est la *conductivité complexe* du milieu.

Il s'ensuit que les relations (II.4) et (II.7) se réécrivent dans ce régime ($\partial/\partial t = j\omega$) :

$$\operatorname{rot} \vec{H} = (\hat{\sigma}(\omega) + j\omega \hat{\epsilon}(\omega)) \hat{E} \quad (\text{II.10})$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = j\omega \hat{\Delta} \quad (\text{II.11})$$

En comparant ces deux dernières relations, il vient :

$$\hat{\Delta} = \hat{\eta}(\omega) \hat{E} \quad (\text{II.12}) \quad \text{avec :} \quad \hat{\eta}(\omega) = \hat{\epsilon}(\omega) - j\hat{\sigma}(\omega)/\omega \quad (\text{II.13})$$

$\hat{\eta}(\omega)$ est la *permittivité complexe généralisée* du milieu.

Une relation analogue à (II.12) lie \vec{B} à \vec{H} en régime permanent sinusoïdal [14] :

$$\hat{B} = \hat{\mu}(\omega) \hat{H} \quad (\text{II.14})$$

Le terme $\hat{\mu}(\omega)$ représente la *perméabilité complexe* du milieu. D'autre part, la relation (II.3) se réécrit dans ce régime :

$$\vec{\text{rot}} \hat{E} = -j\omega \hat{B} \quad (\text{II.15})$$

Partant des relations (II.11), (II.12), (II.14) et (II.15), on peut déduire les équations de propagation du champ électromagnétique. En effet, en appliquant le *rotationnel* au deux membres de (II.15) et tenant compte de (II.14), (II.11) puis (II.12), on aboutit à :

$$\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \hat{E}) = \omega^2 \hat{\eta}(\omega) \hat{\mu}(\omega) \hat{E} \quad (\text{II.16})$$

or, quel que soit un champ vectoriel différentiable \vec{f} , on a [15] :

$$\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{f}) = \vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{f}) - \Delta \vec{f} \quad (\text{II.17})$$

et d'après (II.12) et (II.6) :

$$\text{div} \hat{E} = \frac{1}{\hat{\eta}(\omega)} \text{div} \hat{\Delta} = 0 \quad (\text{II.18})$$

La relation (II.16) devient donc :

$$\Delta \hat{E} + \omega^2 \hat{\eta}(\omega) \hat{\mu}(\omega) \hat{E} = \vec{0} \quad (\text{II.19})$$

De la même façon, on déduit l'équation de propagation de \vec{H} . En appliquant le rotationnel au deux membres de (II.11), et en tenant compte de (II.12), (II.15) puis (II.14), on aboutit à une relation similaire à (II.16) pour \vec{H} . En utilisant par la suite (II.17) et en tenant compte de (II.2) et (II.14), on trouve :

$$\Delta \vec{H} + \omega^2 \hat{\eta}(\omega) \hat{\mu}(\omega) \vec{H} = \vec{0} \quad (\text{II.20})$$

Les relations (II.19) et (II.20) constituent les équations de *Helmholtz* pour un milieu diélectrique doté d'une certaine conductivité électrique [14,12]. Toutefois, si le milieu est un diélectrique parfait (*conductivité nulle*), la permittivité complexe généralisée $\hat{\eta}(\omega)$ se réduira d'après (II.13) à la permittivité complexe $\hat{\epsilon}(\omega)$.

II.3. PROPAGATION EN ESPACE LIBRE DIELECTRIQUE

En se plaçant dans des conditions particulières (*milieu isotrope, source de rayonnement éloignée*), on montre que les solutions de (II.19) et (II.20) sont celles décrivant une onde plane sinusoïdale polarisée rectilignement et se propageant suivant les z positifs, soit [12] :

$$\hat{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{j\omega t} e^{-\gamma z} \quad (\text{II.21a}) \quad \hat{H}(z, t) = \vec{H}_0 e^{j\omega t} e^{-\gamma z} \quad (\text{II.21b})$$

$$\text{où : } \gamma = j\omega \sqrt{\hat{\eta}(\omega) \hat{\mu}(\omega)} \quad (\text{II.22})$$

est la *constante de propagation* dans le milieu.

Vu que celle-ci est une quantité complexe, on peut la mettre sous la forme $\gamma = \alpha + j\beta$; la relation (II.21a) devient alors :

$$\hat{\vec{E}}(z, t) = \vec{E}_0 e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (\text{II.23})$$

On voit donc qu'il s'agit d'une onde plane sinusoïdale dont l'amplitude décroît de manière exponentielle et qui se propage avec une vitesse égale à la vitesse de phase :

$$v = \omega / \beta \quad (\text{II.24})$$

▪ *Cas où le milieu est l'air* : Dans ce cas, on a ($\forall \omega$) : $\hat{\eta}(\omega) = \varepsilon_0 = (1/36\pi) \cdot 10^{-9} \text{ F/m}$

$$\hat{\mu}(\omega) = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

Par conséquent :

$$\gamma = j\omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$$

d'où l'on tire :

$$\alpha = 0 \quad \text{et} \quad \beta = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$$

En portant l'expression de β dans (II.24), on obtient la vitesse de propagation dans l'air (*qui est une bonne approximation du vide*) :

$$c = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (\text{II.25a})$$

La constante de propagation se réécrit alors :

$$\gamma = j\omega / c \quad (\text{II.25b})$$

▪ *Cas où le milieu est un diélectrique quelconque* : On définit dans ce cas la permittivité et la perméabilité relatives (*par rapport à celles de l'air*) par :

$$\hat{\eta}_r(\omega) = \hat{\eta}(\omega) / \varepsilon_0 \quad (\text{II.26a}) \quad \hat{\mu}_r(\omega) = \hat{\mu}(\omega) / \mu_0 \quad (\text{II.26b})$$

En tenant compte de (II.26a et b) et (II.25a), la relation (II.22) conduit à :

$$\gamma = \frac{j\omega}{c} \sqrt{\hat{\eta}_r(\omega) \hat{\mu}_r(\omega)} \quad (\text{II.27})$$

Sachant que $\beta = \text{Im}(\gamma)$, la vitesse de propagation est donnée d'après (II.24) et (II.27) par :

$$v = \frac{c}{\text{Re}[\sqrt{\hat{\eta}_r(\omega) \hat{\mu}_r(\omega)}]} \quad (\text{II.28})$$

Nous achèverons ce paragraphe en montrant deux aspects importants de la propagation en espace libre diélectrique, à savoir que les champs électrique et magnétique sont perpendiculaires à la direction de propagation et perpendiculaires entre eux. En effet, en portant d'une part (II.21a) dans (II.18) et d'autre part (II.21b) dans (II.2) (*en tenant compte de II.14*) on trouve :

$$E_{0z} = 0 \quad \text{et} \quad H_{0z} = 0$$

Ce qui montre que le champ électromagnétique est purement transversal (*mode T.E.M*) ; les champs \vec{E} et \vec{H} sont donc contenus dans le plan (xOy).

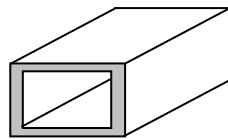
Supposons que \vec{E} soit parallèle à l'axe (Ox) et portons (II.14) et (II.21b) dans (II.15), alors :

$$\hat{H} = -j \frac{\gamma}{\hat{\mu}(\omega)\omega} E_0 e^{j\omega t} e^{-\gamma z} \vec{u}_y, \quad \text{où } \vec{u}_y \text{ est le vecteur unitaire suivant } (Oy)$$

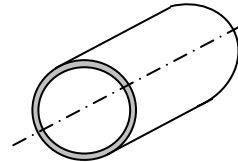
On constate ainsi que \vec{H} est perpendiculaire à \vec{E} .

II.4. PROPAGATION PAR GUIDES METALLIQUES

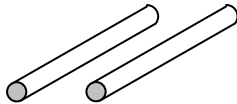
Il existe un autre type de propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique dans lequel l'onde est *guidée* par un ou plusieurs conducteurs métalliques dont la structure reste invariante le long d'un axe donné. Une telle structure est un *guide métallique* et il en existe plusieurs types (*fig.II.1*) : guide bifilaire, bifilaire blindé, coaxial, rectangulaire, cylindrique, ligne micro-bande (*strip line*), ligne à fente (*slot line*), guide coplanaire ... etc [16].



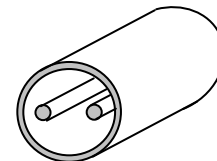
(a) : Guide rectangulaire



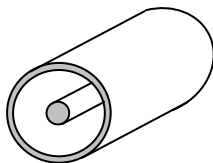
(b) : Guide cylindrique



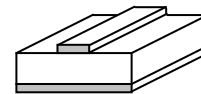
(c) : ligne bifilaire



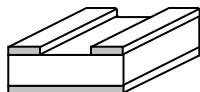
(d) : Guide bifilaire blindé



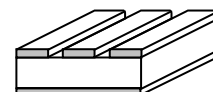
(e) : Guide coaxial



(f) : Ligne micro-bande



(g) : Ligne à fente



(h) : Ligne coplanaire

Fig.II.1 : Quelques exemples de guides d'ondes métalliques.

Nous avons établi dans le paragraphe (II.2) les équations de *Helmholtz* des champs \vec{E} et \vec{H} (voir II.19 et II.20). La forme générale de leurs solutions pour une onde qui se propage le long d'un guide métallique dont l'axe est parallèle à (Oz) est [16] :

$$\hat{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_0(x, y)e^{j\omega t} e^{-\gamma z} \quad (\text{II.29a})$$

$$\hat{H}(x, y, z, t) = \vec{H}_0(x, y)e^{j\omega t} e^{-\gamma z} \quad (\text{II.29b})$$

L'étude de la propagation guidée revient à déterminer la constante de propagation γ et les fonctions vectorielles $\vec{E}_0(x, y)$ et $\vec{H}_0(x, y)$, c'est à dire, les six composantes scalaires des champs : Les composantes longitudinales E_{0z} et H_{0z} .

Les composantes transversales E_{0x} , E_{0y} , H_{0x} et H_{0y} .

En fait, il s'agira de déterminer les composantes longitudinales compatibles avec les conditions aux limites sur les parois métalliques pour que le problème soit résolu. En effet, nous allons montrer qu'il est possible de déduire les quatre composantes transversales des deux composantes longitudinales. Portons les relations (II.12) et (II.29 a et b) dans (II.11), on trouve alors :

$$\frac{\partial H_{0z}}{\partial y} + \gamma H_{0y} = j\omega\hat{\eta}(\omega)E_{0x} \quad (\text{II.30a})$$

$$-\gamma H_{0x} - \frac{\partial H_{0z}}{\partial x} = j\omega\hat{\eta}(\omega)E_{0y} \quad (\text{II.30b})$$

$$\frac{\partial H_{0y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{0x}}{\partial y} = j\omega\hat{\eta}(\omega)E_{0z} \quad (\text{II.30c})$$

De même, en portant les relations (II.14) et (II.29a et b) dans (II.15), on trouve :

$$\frac{\partial E_{0z}}{\partial y} + \gamma E_{0y} = -j\omega\hat{\mu}(\omega)H_{0x} \quad (\text{II.31a})$$

$$-\gamma E_{0x} - \frac{\partial E_{0z}}{\partial x} = -j\omega\hat{\mu}(\omega)H_{0y} \quad (\text{II.31b})$$

$$\frac{\partial E_{0y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{0x}}{\partial y} = -j\omega\hat{\mu}(\omega)H_{0z} \quad (\text{II.31c})$$

En éliminant, H_{0y} entre (II.30a) et (II.31b), H_{0x} entre (II.30b) et (II.31a), E_{0y} entre (II.30b) et (II.31a), et enfin, E_{0x} entre (II.30a) et (II.31b), on obtient respectivement les relations suivantes :

$$k_c^2 E_{0x} = -\gamma \frac{\partial E_{0z}}{\partial x} - j\omega\hat{\mu}(\omega) \frac{\partial H_{0z}}{\partial y} \quad (\text{II.32a}) \quad k_c^2 E_{0y} = -\gamma \frac{\partial E_{0z}}{\partial y} + j\omega\hat{\mu}(\omega) \frac{\partial H_{0z}}{\partial x} \quad (\text{II.32b})$$

$$k_c^2 H_{0x} = j\omega\hat{\eta}(\omega) \frac{\partial E_{0z}}{\partial y} - \gamma \frac{\partial H_{0z}}{\partial x} \quad (\text{II.32c}) \quad k_c^2 H_{0y} = -j\omega\hat{\eta}(\omega) \frac{\partial E_{0z}}{\partial x} - \gamma \frac{\partial H_{0z}}{\partial y} \quad (\text{II.32d})$$

Dans ces relations apparaît le terme : $k_c^2 = \gamma^2 + \omega^2 \hat{\eta}(\omega) \hat{\mu}(\omega)$ (II.33)

□ Si $k_c \neq 0$: Dans ce cas, le calcul des composantes transversales des champs en fonction des composantes longitudinales est possible. D'un autre côté, on peut déduire les équations de propagation des composantes longitudinales. En remplaçant (II.29a) dans (II.19) et (II.29b) dans (II.20), puis en projetant les relations obtenues sur l'axe (Oz), on obtient :

$$\frac{\partial^2 E_{0z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{0z}}{\partial y^2} + k_c^2 E_{0z} = 0 \quad (\text{II.34a})$$

$$\frac{\partial^2 H_{0z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_{0z}}{\partial y^2} + k_c^2 H_{0z} = 0 \quad (\text{II.34b})$$

avec les conditions aux limites sur les parois métalliques [16] :

$$(E_{0z})_{\text{parois}} = 0 \quad (\text{II.34c}) \quad \left[\frac{\partial H_{0z}}{\partial x} \right]_{\text{parois}} = \left[\frac{\partial H_{0z}}{\partial y} \right]_{\text{parois}} = 0 \quad (\text{II.34d})$$

Cette étude montre que le régime le plus général pouvant exister dans un guide d'ondes est formé des six composantes des champs. Néanmoins, on montre qu'il est toujours possible de considérer que ce régime résulte de la superposition de deux ondes :

- Une onde pour laquelle $E_{0z} = 0$, dite « onde transverse électrique » ($T.E$) ou onde H .
- Une onde pour laquelle $H_{0z} = 0$, dite « onde transverse magnétique » ($T.M$) ou onde E .

La résolution de l'équation (II.34b) avec la condition aux limites (II.34d) détermine les ondes de type $T.E$ de même que la résolution de l'équation (II.34a) avec la condition aux limites (II.34c) détermine les ondes de type $T.M$. On montre en analyse mathématique que les solutions de tels problèmes n'existent que pour des suites discrètes de valeurs de k_c déterminées par deux entiers naturels n et m . Ces valeurs de k_c sont appelées « valeurs propres » et les ondes qui leurs sont associées sont les « modes de propagation » notés TE_{nm} et TM_{nm} . Pour des guides particuliers dits à section *simplement connexe*, constitués d'un conducteur creux à l'intérieur duquel il n'y a que du diélectrique (*comme les guides rectangulaire et cylindrique*), on montre qu'un mode TE_{nm} ou TM_{nm} ne peut exister qu'au-dessus d'une certaine fréquence appelée « fréquence de coupure » dont la valeur dépend des deux entiers n et m .

□ Si $k_c = 0$: Dans ce cas, les relations (II.32a,b,c,d) ne pourront être satisfaites que si E_{0z} et H_{0z}

sont nuls. Cela se produit dans des guides dits à section *multiplément connexe* tels que la ligne bifilaire ou coaxiale où les champs sont purement transversaux, ce qui correspond à des modes de propagation du type *T.E.M* (*i.e. Transverse électrique et magnétique*). Dans un conducteur creux, c'est à dire, à section simplement connexe, les conditions aux limites font qu'il est impossible de faire propager des ondes *T.E.M* [16]. Dans un guide coaxial, il peut apparaître des modes *T.E* ou *T.M*. En fait, pour que seules des ondes *T.E.M* soient susceptibles de se propager dans un guide coaxial, il faudrait que la fréquence soit inférieure à la plus petite des fréquences de coupures des modes fondamentaux *T.E* et *T.M*. Dans ce cas, k_c est effectivement nul et d'après la relation (II.33), la constante et la vitesse de propagation seront les mêmes qu'en espace libre diélectrique (*voir les relations II.22, II.27 et II.28*).

Après ce bref rappel sur la propagation par guides métalliques et la mise en évidence des différents modes de propagation, nous allons nous intéresser particulièrement à la propagation des ondes *T.E.M* dont le caractère transversal des champs permet leur étude à l'aide des concepts « *courant et tension* » [12,16] ce qui n'est pas faisable pour un mode autre que celui-ci. C'est cette démarche de l'électronicien que nous allons adopter dans ce qui va suivre, et qui permet tout en restant rigoureux de donner un exposé simple et significatif.

II.5. PROPAGATION SUR UNE LIGNE T.E.M

II.5.1. MODELISATION DE LA LIGNE ET EQUATIONS DE PROPAGATION

Soit une ligne de transmission T.E.M, de longueur l , alimentée à une extrémité par un générateur de tensions HF et fermée à l'autre extrémité sur une impédance Z_t (*fig.II.2a*). Du fait qu'en hautes fréquences, la longueur de la ligne devient grande en général devant la longueur d'onde λ , il en résulte que la tension et le courant varient le long de cette ligne ; celle-ci se comporte alors comme un circuit à constantes réparties. Un moyen de modéliser cette ligne consiste à la décomposer en quadripôles identiques, de longueur dx très petite devant λ , afin que chacun de ces quadripôles ait des constantes localisées (*fig.II.2b*). Celles-ci s'expriment à l'aide des constantes primaires de la ligne, qui sont :

R, L : résistance et inductance par unité de longueur, elles représentent respectivement les pertes d'énergie active et réactive dans les conducteurs de la ligne.

G, C : Conductance et capacité par unité de longueur, elles représentent respectivement les pertes d'énergie active et réactive dans le diélectrique de la ligne.

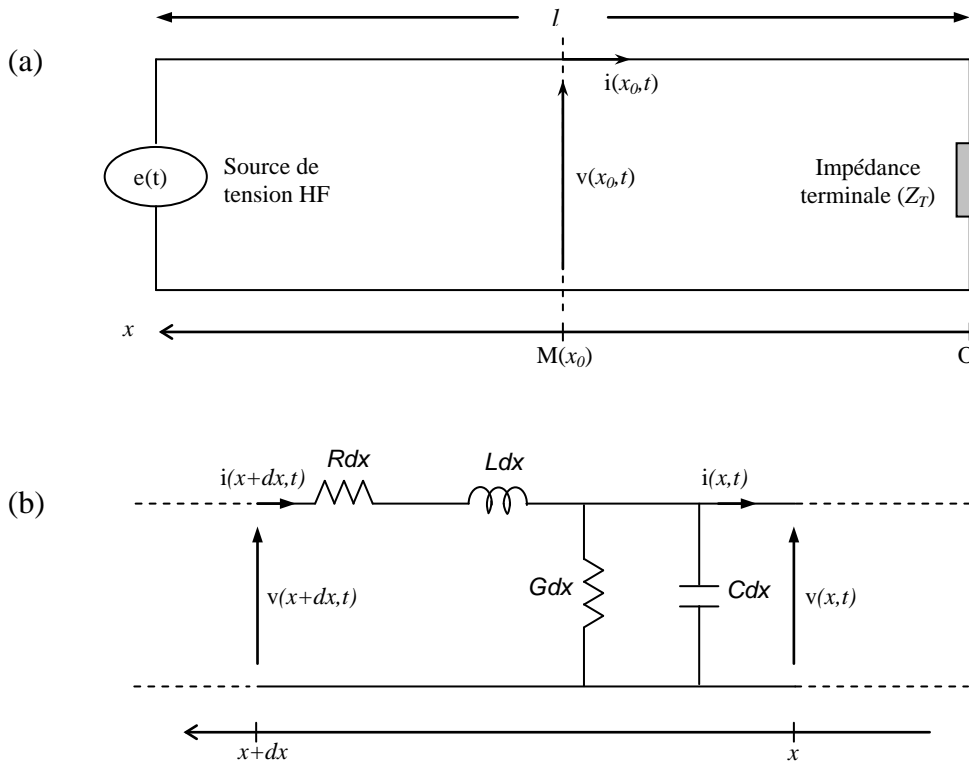


Fig.II.2 : Modélisation d'une ligne de transmission T.E.M.

Nous avons orienté volontairement l'axe (Ox) de la charge vers le générateur, l'origine étant prise sur la charge, et nous maintiendrons ce choix dans toute la suite. Dans ce cas, l'application des lois de *Kirchoff* au circuit de la figure (II.2b) conduit aux relations suivantes [16,17] :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (\text{II.35a})$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = Gv + C \frac{\partial v}{\partial t} \quad (\text{II.35b})$$

En combinant ces deux relations, on aboutit aux équations des télégraphistes :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - LC \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - (RC + LG) \frac{\partial v}{\partial t} - RGv = 0 \quad (\text{II.36a})$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} - LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} - (RC + LG) \frac{\partial i}{\partial t} - RGi = 0 \quad (\text{II.36b})$$

II.5.2. CAS DU REGIME SINUSOIDAL

Dans ce cas, le courant et la tension se mettent en notation complexe sous les formes [16,17] :

$$v(x,t) = V(x)e^{j\omega t} \quad (\text{II.37a}) \quad i(x,t) = I(x)e^{j\omega t} \quad (\text{II.37b})$$

Les relations (II.35a), (II.35b), (II.36a) et (II.36b) se réécrivent par conséquent :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = (R + jL\omega)I \quad (\text{II.38a}) \quad \frac{\partial I}{\partial x} = (G + jC\omega)V \quad (\text{II.38b})$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \gamma^2 V \quad (\text{II.39a}) \quad \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \gamma^2 I \quad (\text{II.39b})$$

avec :
$$\gamma = \sqrt{(R + jL\omega)(G + jC\omega)} \quad (\text{II.40})$$

La grandeur complexe γ apparaît comme la constante de propagation de la ligne. En effet, les solutions des équations (II.39a) et (II.39b) sont :

$$V(x) = V_i e^{\gamma x} + V_r e^{-\gamma x} \quad (\text{II.41a}) \quad I(x) = I_i e^{\gamma x} + I_r e^{-\gamma x} \quad (\text{II.41b})$$

En portant ces expressions dans (II.38a) ou (II.38b), il apparaît :

$$\frac{V_i}{I_i} = -\frac{V_r}{I_r} = Z_c \quad (\text{II.42}) \quad \text{avec :} \quad Z_c = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}} \quad (\text{II.43})$$

Z_c est l'impédance caractéristique de la ligne.

Mise en évidence de la superposition de deux ondes

Comme la constante de propagation est une quantité complexe, on a $\gamma = \alpha + j\beta$; alors :

$$v(x,t) = V_i e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)} + V_r e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x)} \quad (\text{II.44})$$

On voit que cette expression est composée de deux termes :

- L'un dont l'amplitude décroît lorsque x décroît ; il caractérise une onde qui se propage vers les x négatifs, c'est à dire, du générateur vers la charge. C'est l'onde incidente.
- L'un dont l'amplitude décroît lorsque x croît ; il caractérise une onde qui se propage vers les x positifs, c'est à dire, de la charge vers le générateur. C'est l'onde réfléchiée par la charge.

Ces deux ondes se propagent avec la même vitesse :
$$v = \frac{\omega}{\beta}$$

Remarque : Rappelons (voir section II.4) que la constante de propagation et la vitesse de propagation dans une ligne T.E.M sont donnés aussi par les relations (II.27) et (II.28) respectivement.

➤ Si la ligne est sans pertes ($R = 0, G = 0$), la relation (II.40) conduira à :

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0 \quad \text{et} \quad \beta = \omega\sqrt{LC} \quad \Rightarrow \quad v = (LC)^{-1/2}$$

Expression de l'impédance

Soient V_0 et I_0 , respectivement, la tension et le courant au niveau de la charge Z_T , donc :

$$V_0 = V(x=0) = V_i + V_r$$

$$I_0 = I(x=0) = I_i + I_r$$

En combinant ces relations avec la relation (II.42), on obtient :

$$V_i = \frac{1}{2}(V_0 + Z_c I_0) \qquad V_r = \frac{1}{2}(V_0 - Z_c I_0)$$

$$I_i = \frac{1}{2}(I_0 + V_0/Z_c) \qquad I_r = \frac{1}{2}(I_0 - V_0/Z_c)$$

Portons maintenant ces quatre dernières expressions dans (II.41a et b), il en résulte :

$$V(x) = V_0 \cosh(\gamma x) + Z_c I_0 \sinh(\gamma x) \qquad \text{(II.45a)}$$

$$I(x) = I_0 \cosh(\gamma x) + \frac{V_0}{Z_c} \sinh(\gamma x) \qquad \text{(II.45b)}$$

Par conséquent, l'impédance en un point quelconque d'abscisse x est donnée par :

$$Z(x) = \frac{v(x,t)}{i(x,t)} = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_c \frac{Z_T + Z_c \tanh(\gamma x)}{Z_c + Z_T \tanh(\gamma x)} \qquad \text{(II.46)}$$

où nous avons utilisé : $V_0/I_0 = Z_T$

Dans le cas des lignes sans pertes, les relations (II.45a), (II.45b) et (II.46) se réécrivent :

$$V(x) = V_0 \cos(\beta x) + jZ_c I_0 \sin(\beta x) \qquad \text{(II.47a)}$$

$$I(x) = I_0 \cos(\beta x) + j \frac{V_0}{Z_c} \sin(\beta x) \qquad \text{(II.47b)}$$

$$Z(x) = Z_c \frac{Z_T + jZ_c \tan(\beta x)}{Z_c + jZ_T \tan(\beta x)} \qquad \text{(II.48)}$$

❖ CAS PARTICULIERS :

1) *Ligne court-circuitée* ($Z_T = 0$) : $Z(x) = Z_c \tanh(\gamma x)$ (II.49a)

Si la ligne est sans pertes : $Z(x) = jZ_c \tan(\beta x)$ (II.49b)

2) *Ligne ouverte* ($Z_T = \infty$) : $Z(x) = Z_c \cot an(\gamma x)$ (II.50a)

Si la ligne est sans pertes : $Z(x) = -jZ_c \cot an(\beta x)$ (II.50b)

3) *Ligne adaptée* ($Z_T = Z_c$) : $Z(x) = Z_c, \forall x$ (II.51)

Le coefficient de réflexion

Le coefficient de réflexion en un point quelconque de la ligne est défini comme étant le rapport de la tension réfléchie et la tension incidente en ce point , donc :

$$\Gamma(x) = \frac{V_r e^{-\gamma x}}{V_i e^{\gamma x}} = \Gamma_T e^{-2\gamma x} \quad (\text{II.52})$$

où : $\Gamma_T = \Gamma(x=0) = V_r/V_i$ est le coefficient de réflexion de la charge

Par ailleurs, on sait que :

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = \frac{V_i e^{\gamma x} + V_r e^{-\gamma x}}{I_i e^{\gamma x} + I_r e^{-\gamma x}}$$

En tenant compte des relations (II.42) et (II.52), cette relation mène à :

$$Z(x) = Z_c \frac{1 + \Gamma_T e^{-2\gamma x}}{1 - \Gamma_T e^{-2\gamma x}} = Z_c \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)} \quad (\text{II.53})$$

ce qui implique :

$$\Gamma(x) = \frac{Z(x) - Z_c}{Z(x) + Z_c} \quad (\text{II.54})$$

En particulier, le coefficient de réflexion de la charge ($x=0$) est :

$$\Gamma_T = \frac{Z_T - Z_c}{Z_T + Z_c} \quad (\text{II.55})$$

❖ CAS PARTICULIERS :

1) *Ligne court-circuitée* ($Z_T = 0$) : d'après les relations (II.55) et (II.53), on a :

$$\Gamma_T = -1 \quad \text{et} \quad Z(x) = Z_c \frac{1 - e^{-2\gamma x}}{1 + e^{-2\gamma x}} = Z_c \tanh(\gamma x) \quad \Leftrightarrow (\text{II.49a})$$

2) *Ligne ouverte* ($Z_T = \infty$) :

$$\Gamma_T = +1 \quad \text{et} \quad Z(x) = Z_c \frac{1 + e^{-2\gamma x}}{1 - e^{-2\gamma x}} = Z_c \cot \text{anh}(\gamma x) \quad \Leftrightarrow (\text{II.50a})$$

3) *Ligne adaptée* ($Z_T = Z_c$) :

$$\Gamma_T = 0 \quad \text{et} \quad Z(x) = Z_c \quad \text{quel que soit } x. \quad \Leftrightarrow (\text{II.51})$$

On voit que lorsque la ligne est fermée sur son impédance caractéristique, il n'y a pas de retour d'onde et la ligne se comporte comme si elle était infinie. L'impédance caractéristique apparaît donc comme l'impédance en tout point de la ligne lorsqu'il ne se propage qu'une onde incidente.

II.5.3. CAS DU REGIME D'ECHELON DE TENSION

Considérons une ligne de transmission T.E.M, d'impédance caractéristique Z_c , terminée par une charge d'impédance Z_T et alimentée à son entrée (AB) par un générateur de signaux, de f.e.m égale à E et d'impédance interne Z_G (fig.II.3). Nous nous intéresserons au cas où le générateur est adapté à la ligne ce qui est réalisé lorsque $Z_G = Z_c$; il en résulte qu'il n'y aura aucune réflexion à l'entrée de la ligne et que la seule source de réflexion est la charge Z_T .

Supposons qu'à l'instant $t = 0$ un échelon de tension est envoyé dans la ligne. Durant l'intervalle de temps $2T$ que le front de l'échelon mettra à aller vers la charge, s'y réfléchir et revenir à l'entrée de la ligne, tout se passe comme si le générateur avait entre ses bornes une impédance Z_c . La tension à l'entrée de la ligne sera donc égale à [16,17] :

$$V_e = \frac{Z_c}{Z_c + Z_G} E = \frac{E}{2} \quad (\text{II.56})$$

C'est ce front d'onde d'amplitude $E/2$ qui va se propager vers la charge et s'y réfléchir à l'instant $t = T$. On distingue alors deux cas, selon que l'impédance terminale Z_T soit réelle ou non :

➤ **Z_T est réelle :**

La réflexion aura lieu au niveau de la charge avec un coefficient réel égal à :

$$\Gamma_T = \frac{Z_T - Z_c}{Z_T + Z_c} \quad (\text{II.57})$$

Un échelon réfléchi d'amplitude $\Gamma_T E/2$ prend alors naissance et vient se superposer à l'échelon incident. La tension totale à l'entrée de la ligne sera alors donnée par :

$$V_e(t) = \begin{cases} E/2 & , 0 \leq t < 2T \\ (1+\Gamma_T)E/2 & , t \geq 2T \end{cases} \quad (\text{II.58})$$

❖ **CAS PARTICULIERS :**

- 1) *Ligne court-circuitée* ($Z_T = 0$) : $\Gamma_T = -1 \Rightarrow V_e(t) = 0, t \geq 2T$
- 2) *Ligne ouverte* ($Z_T = \infty$) : $\Gamma_T = +1 \Rightarrow V_e(t) = E, t \geq 2T$
- 3) *Ligne adaptée* ($Z_T = Z_c$) : $\Gamma_T = 0 \Rightarrow V_e(t) = E/2, \forall t$

Ces cas sont illustrés à la figure (II.4a).

➤ **Z_T est imaginaire pure :**

C'est le cas lorsque par exemple l'impédance de charge est une self-inductance ou une capacité. Dans ces cas, le coefficient de réflexion évolue au cours du temps et il faudra se demander quel est le régime transitoire sur l'impédance de charge.

1) *Charge capacitive :*

A l'instant $t = T$, l'échelon incident d'amplitude $E/2$ arrive sur le condensateur de capacité C ; celui-ci étant déchargé à cet instant, il se comporte comme un court-circuit, donc :

$$\Gamma_T(t = T) = -1$$

On déduit que la tension réfléchie par le condensateur à cet instant est :

$$V_{Tr}(t = T) = -E/2$$

Ensuite, le condensateur se charge exponentiellement avec une constante de temps $\tau = CZ_c$ jusqu'à ce que le courant s'annule ; à ce moment, le condensateur se comporte comme un circuit ouvert et on aura :

$$\Gamma_T(t = \infty) = 1$$

Ce qui correspond à une tension réfléchie :

$$V_{Tr}(t = \infty) = E/2$$

Ainsi, en régime transitoire, l'échelon réfléchi en fin de ligne passe de $-E/2$ à $E/2$ lorsque t est compris entre T et $l' \infty$. Cet échelon arrive à l'entrée de la ligne avec un retard T , à savoir, à l'instant $t = 2T$. Finalement, la tension totale à l'entrée de la ligne vaut $E/2$ jusqu'à $t = 2T$ où elle s'annule, puis augmente exponentiellement jusqu'à atteindre la valeur E pour t infini (fig.II.4b).

2) *Charge inductive :*

A l'instant $t = T$, l'échelon incident d'amplitude $E/2$ arrive sur la self d'inductance L ; il va donc apparaître entre ses bornes une *f.e.m* de self-induction qui va s'opposer à l'établissement d'un courant, ce qui fait que celui-ci est nul à cet instant et la self se comporte comme un circuit ouvert, donc :

$$\Gamma_T(t = T) = 1$$

On déduit que la tension réfléchie par la self à cet instant est :

$$V_{Tr}(t = T) = E/2$$

Ensuite, le courant croît exponentiellement avec une constante de temps $\tau = L/Z_c$ jusqu'à ce que la tension aux bornes de la self s'annule ; à ce moment, celle-ci se comporte comme un court-circuit et on aura :

$$\Gamma_T(t = \infty) = -1$$

Ce qui correspond à une tension réfléchie :

$$V_{Tr}(t = \infty) = -E/2$$

Ainsi, en régime transitoire, l'échelon réfléchi en fin de ligne passe de $E/2$ à $-E/2$, pour t compris entre T et $l' \infty$. Cet échelon arrive à l'entrée de la ligne à l'instant $t = 2T$; il en résulte que la tension totale à l'entrée de la ligne vaut $E/2$ jusqu'à $t = 2T$ où elle passe à E , puis diminue exponentiellement jusqu'à s'annuler pour t infini (fig.II.4b).

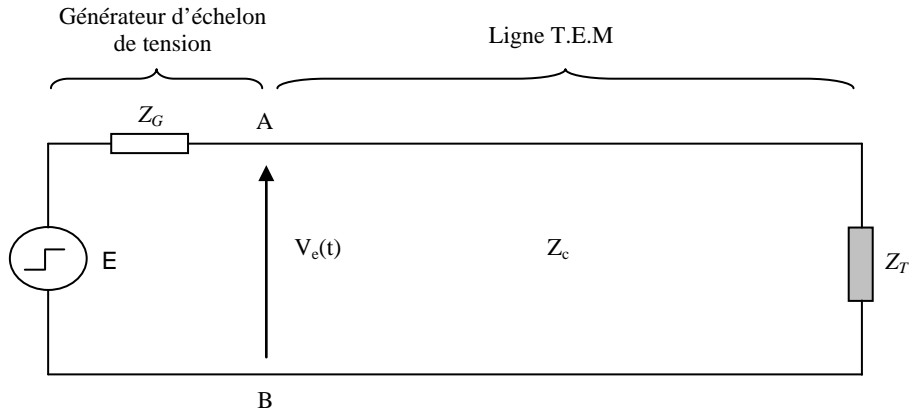


Fig.II.3 : Ligne T.E.M en régime d'échelon de tension.

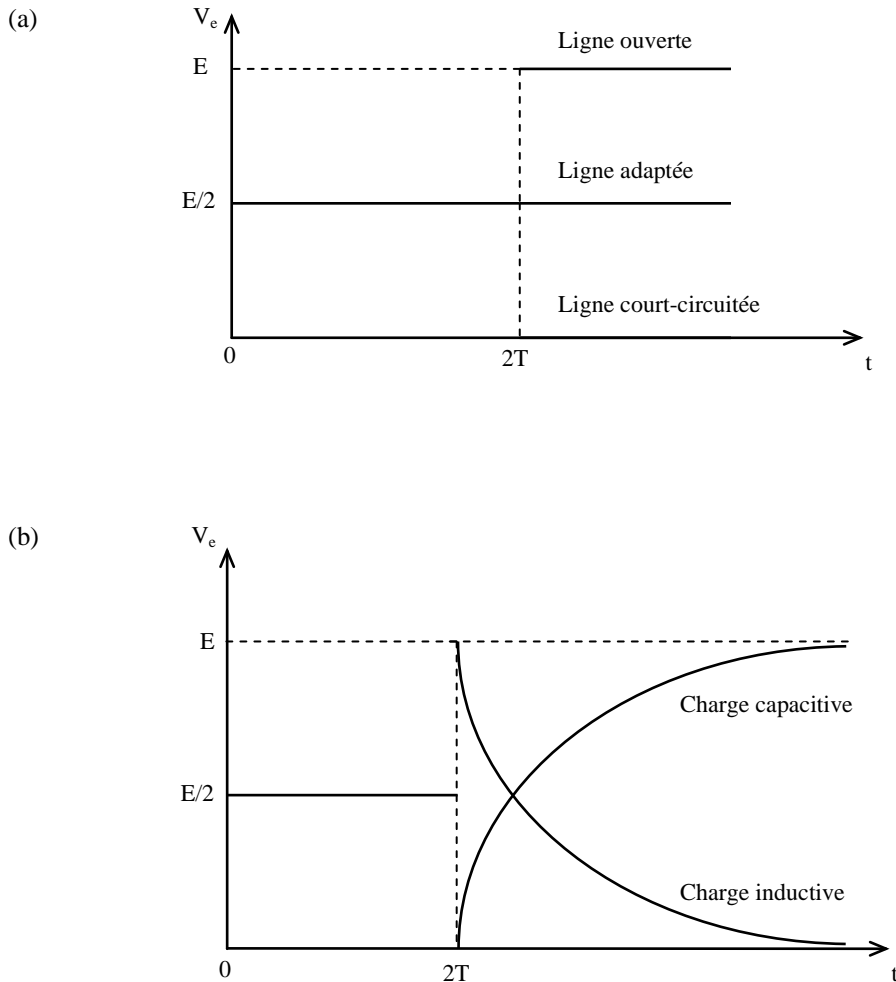


Fig.II.4 : Evolution de la tension à l'entrée d'une ligne T.E.M en régime d'échelon de tension (cas où le générateur est adapté à la ligne).

II.6. LA LIGNE COAXIALE

Elle est constituée de deux conducteurs cylindriques coaxiaux, l'un entourant complètement l'autre, et isolés par un milieu diélectrique (fig.II.1e). Le conducteur extérieur sert de blindage au conducteur central, mais aussi, joue le rôle de conducteur de retour. Le conducteur central est maintenu dans l'axe du conducteur extérieur grâce à un manchon cylindrique de diélectrique appelé « bead ». L'affaiblissement présenté par la ligne dépend de la qualité du diélectrique employé. En effet, l'amélioration des câbles coaxiaux a été liée en grande partie à l'élaboration par l'industrie chimique de remarquables diélectriques. Le tableau ci-dessous donne les principales caractéristiques des diélectriques les plus utilisés [16].

<i>Diélectrique</i>	<i>Constante diélectrique à 20°C</i>	<i>Facteur de pertes à 20°C</i>
Polyéthylène	2,26 de 1 à 3000 Mhz	0,0002 à 1Mhz 0,0005 à 3000Mhz
Chlorure de polyvinyle à 100%	3,2 à 3,8 de 60 à 3000Mhz	0,008 à 100Mhz 0,006 à 3000Mhz
Polystyrène	2,56 de 60 à 3000Mhz	0,0001 à 100Mhz 0,003 à 3000Mhz
Polytétrafluoréthylène P.T.F.E ou « téflon »	2,1 de 60 à 3000Mhz	0,0002 à 100Mhz 0,00015 à 300Mhz

Tableau II.1 : Quelques matériaux utilisés dans la technologie des câbles coaxiaux.

On se propose dans ce qui suit de rappeler les expressions des paramètres linéiques de la ligne ainsi que l'expression de l'impédance caractéristique, et ce, en fonction des caractéristiques des conducteurs et du diélectrique employés. Soient donc :

d_1, σ_1 : le diamètre du conducteur intérieur et sa conductivité.

d_2, σ_2 : le diamètre intérieur du conducteur extérieur et sa conductivité.

$\varepsilon', \varepsilon''$: les facteurs de dispersion et de pertes du diélectrique.

μ : la perméabilité magnétique du diélectrique (si celui-ci est magnétique, $\mu > \mu_0$).

On rappelle alors que [16] :

$$R = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\pi^2}} \left(\frac{1}{d_1\sqrt{\sigma_1}} + \frac{1}{d_2\sqrt{\sigma_2}} \right) \quad (\text{II.59}) \quad L = \frac{\mu}{2\pi} \ln(d_2/d_1) \quad (\text{II.60})$$

$$G = \frac{2\pi\omega\varepsilon''}{\ln(d_2/d_1)} \quad (\text{II.61}) \quad C = \frac{2\pi\varepsilon'}{\ln(d_2/d_1)} \quad (\text{II.62})$$

Par conséquent, on peut déduire l'expression générale de l'impédance caractéristique en utilisant la relation (II.43). Mais, nous n'allons considérer que le cas où les pertes dans les conducteurs sont négligeables et que seules les pertes diélectriques sont présentes. Cela se réalise en fait lorsqu'on suppose que les conducteurs sont parfaits (*i.e.* σ_1 et σ_2 sont infinis) ce qui implique d'après (II.59) que R soit nul. L'impédance caractéristique sera alors donnée par :

$$Z_c = \sqrt{\frac{jL\omega}{G + jC\omega}} = \sqrt{\frac{L}{C - jG/\omega}}$$

et en tenant compte des relations (II.60), (II.61) et (II.62), on obtient finalement:

$$Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\hat{\epsilon}}} \ln(d_2/d_1) \tag{II.63}$$

où : $\hat{\epsilon} = \epsilon' - j\epsilon''$ est la permittivité complexe du diélectrique.

En introduisant la permittivité et la perméabilité relatives, la relation (II.63) se réécrit :

$$Z_c = 138 \sqrt{\frac{\mu_r}{\hat{\epsilon}_r}} \log_{10}(d_2/d_1) \tag{II.64}$$

Remarque : Si le diélectrique est partiellement conducteur, il faudrait remplacer la permittivité complexe $\hat{\epsilon}$ par la permittivité généralisée $\hat{\eta}$ définie au début de ce chapitre.

L'emploi correct de la ligne coaxial en mode T.E.M s'étend de la fréquence nulle jusqu'à la fréquence de coupure du mode TE_{11} . Celle-ci est donnée par la relation approchée suivante [1] :

$$f_c = \frac{2}{\pi(d_1 + d_2)\sqrt{\epsilon\mu}} \tag{II.65}$$

Nous avons repris dans le tableau ci-dessous [1] les fréquences de coupures de quelques guides coaxiaux standards, dont l'impédance caractéristique à vide est 50Ω .

	d_1 (mm)	d_2 (mm)	f_c (GHz)
Standard GR	6,20	14,28	9,3
Standard 7mm	3,04	7,00	19
Standard 3,5mm	1,52	3,5	38
Standard 2,4mm	1,04	2,4	55,5

Tableau II.2 : Fréquences de coupures de quelques guides coaxiaux standards.

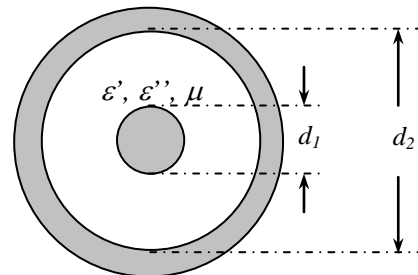


Fig.II.5 : Section transversale d'un guide coaxial

CHAPITRE III

TECHNIQUES ET METHODES UTILISEES EN SPECTROSCOPIE DIELECTRIQUE

III.1. INTRODUCTION

On rappelle que la caractérisation diélectrique d'un matériau se ramène à la détermination de sa permittivité complexe en fonction de la fréquence. Diverses méthodes expérimentales ont été mises au point dans le but de caractériser des matériaux aux fréquences radio et micro-ondes. Ces méthodes se répartissent en deux catégories :

- *Les méthodes de résonance .*
- *Les méthodes de non résonance .*

Alors que les premières ne s'appliquent que dans le domaine fréquentiel (*l'excitation est une tension sinusoïdale*), les autres s'appliquent dans les domaines fréquentiel et temporel (*Dans le domaine temporel, l'excitation est un échelon de tension*). Dans les *méthodes de résonance*, la permittivité diélectrique est déduite par la mesure du facteur de qualité et la fréquence de résonance. Nous citons en exemple la méthode du *Q-mètre* [18] dans le domaine des fréquences radio et les *cavités résonantes* [19] dans le domaine des micro-ondes. Bien que ces méthodes soient précises, elles ne sont pas adaptées aux mesures *large bande*. En effet, la mise en œuvre de ces méthodes nécessite autant de manipulation que de nombre de fréquences de mesure.

Dans les méthodes de non résonance, appelées aussi « *méthodes des lignes* », la permittivité se déduit de la mesure du coefficient de réflexion ou de transmission. A l'opposé des méthodes de résonance, ces méthodes permettent une caractérisation rapide sur des gammes de fréquences étendues, mais elles sont toutefois moins précises que les méthodes de résonance.

Différentes techniques ont été élaborées pour la mesure des coefficients de réflexion et de transmission ; l'une des plus anciennes étant la méthode dite de la « *ligne fendue* ». Ensuite sont apparus avec le développement de l'électronique et l'informatique des appareils complexes opérant dans les domaines fréquentiel et temporel : les *analyseurs de réseaux*. Nous décrirons brièvement ces techniques puis nous passerons en revue quelques-unes des méthodes utilisées en spectroscopie diélectrique, basées sur la mesure des coefficients de réflexion et de transmission.

Remarque : Dans toute la suite, nous désignerons par $\hat{\epsilon}$ ou ϵ^* la permittivité complexe généralisée relative, et par $\hat{\mu}$ la perméabilité relative.

III.2. TECHNIQUES DE MESURE DES COEFFICIENTS DE REFLEXION ET DE TRANSMISSION

III.2.1. TECHNIQUES FREQUENTIELLES

III.2.1.1. La ligne fendue

Cette technique a pour but la détermination du coefficient de réflexion complexe d'une charge placée en fin d'une ligne de transmission. On dispose pour cela [16,1] :

- d'un tronçon de ligne identique à la ligne étudiée, à la surface duquel une fente longitudinale a été usinée sur une longueur d'au moins une longueur d'onde.
- D'un chariot que l'on peut déplacer avec précision le long de ce tronçon de ligne fendue.
- D'une sonde électrique portée par le chariot et pouvant pénétrer par la fente à l'intérieur de la ligne étudiée. Cette sonde est reliée à une autre ligne secondaire appelée « *indicateur d'ondes stationnaires* » (fig.III.1) ; celle-ci est composée :

- D'un cristal détecteur.
- D'une capacité qui peut se réduire parfois à la capacité parasite.
- D'un milliampèremètre continu.

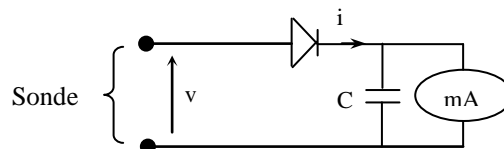


Fig.III.1 : Indicateur d'ondes stationnaires.

La tension $V = A \cos \omega t$ appliquée au cristal détecteur par l'intermédiaire de la sonde est proportionnelle à la tension sur la ligne à l'endroit où se trouve la sonde. Si la tension V est dans les limites précisées par le constructeur pour chaque type de cristal, le courant que délivre ce dernier est de la forme [16] :

$$i \approx a_1 V + a_2 V^2 \quad (\text{III.1})$$

Les composantes alternatives sont court-circuitées par la capacité ; seule parvient au milliampèremètre la composante continue qui est proportionnelle au carré de l'amplitude de la tension V , et par conséquent, au carré de l'amplitude de la tension sur la ligne. On déplace alors la sonde le long de la ligne jusqu'à obtenir un minimum et un maximum de courant, ce qui

correspond respectivement à un minimum et un maximum de tension sur la ligne ; on déduit alors le *rapport d'ondes stationnaires (R.O.S)* qui est donné par [16] :

$$s = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \sqrt{\frac{i_{\max}}{i_{\min}}} \quad (\text{III.2})$$

Le module du coefficient de réflexion de la charge se déduit donc de la relation [16] :

$$|\Gamma| = \frac{s-1}{s+1} \quad (\text{III.3})$$

Quant à la phase ϕ , son calcul est basé sur le relevé d'un minimum de tension (*donc, un minimum de courant*). En effet, la tension est minimale en $x = x_m$ tel que :

$$\phi - 2\beta x_m = (2k + 1)\pi \quad \Longrightarrow \quad \phi = 2\beta x_m + \pi \quad (\text{à } 2k\pi \text{ près})$$

On rappelle que β est le terme de phase de l'onde déjà défini dans le chapitre II.

III.2.1.2. Analyseur de réseau

C'est un système complexe qui traite le dispositif étudié comme un quadripôle caractérisé par sa *matrice de répartition [S]* (fig.III.2) [20]. Ce dispositif est placé entre les deux voies de l'analyseur ; chacune de ces voies étant susceptible de lui envoyer une onde sinusoïdale : a_1 par la voie (1) et a_2 par la voie (2). Le dispositif répond alors par une onde b_1 sur la voie (1) et b_2 sur la voie (2). La relation liant les ondes entrantes (a_1, a_2) et sortantes (b_1, b_2) est une relation linéaire de la forme [1]:

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \quad (\text{III.4a})$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad (\text{III.4b})$$

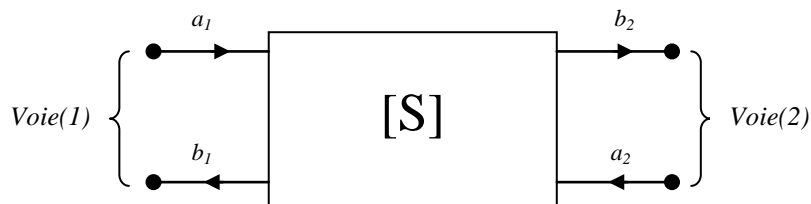


Fig.III.2 : Représentation quadripolaire d'un dispositif étudié par un analyseur de réseau fréquentiel.

Le rôle de l'analyseur consiste à mesurer les composantes S_{ij} ($i, j = 1, 2$) en fonction de la fréquence ; et particulièrement, en ce qui nous concerne, les termes S_{11} et S_{21} qui s'identifient

respectivement au coefficients de réflexion et de transmission totaux du dispositif étudié. En effet, on vérifie aisément les relations suivantes :

$$S_{11} = (b_1/a_1)_{a_2=0} \quad \text{(III.5a)} \qquad S_{21} = (b_2/a_1)_{a_2=0} \quad \text{(III.5b)}$$

$$S_{12} = (b_1/a_2)_{a_1=0} \quad \text{(III.5c)} \qquad S_{22} = (b_2/a_2)_{a_1=0} \quad \text{(III.5d)}$$

La mesure des paramètres S_{ij} se fait grâce à des relais électroniques qui permettent de commuter le signal incident vers la voie (1) ou la voie (2).

Un analyseur de réseau est un système complexe composé de quatre modules [1,21] :

1. Le premier module comporte la sortie vidéo avec un écran haute résolution et le processeur qui permet la gestion de l'ensemble.
2. Le second module est le « détecteur *I.F* » (*fréquences intermédiaires*) ; il permet de « préparer » les mesures hyperfréquences à la gestion par le processeur afin de pouvoir les visualiser.
3. Un troisième module qui est la « source » ; c'est un générateur capable de synthétiser des fréquences pouvant atteindre une centaine de *GHz* grâce à une technique spéciale basée sur un oscillateur à cristal.
4. Le quatrième module est le « *Test-set* » ; il est placé entre la source et le dispositif étudié. Ce module est composé de diviseurs de puissance et de coupleurs directifs à très haute directivité. Les diviseurs partagent le signal incident en un signal de mesure envoyé vers le dispositif étudié et un signal de référence. Les coupleurs quant à eux séparent les différents signaux a_1 , a_2 , b_1 et b_2 .

Le traitement des informations ne pouvant se faire à des fréquences aussi élevées que celles des mesures, ces signaux sont convertis d'abord en signaux de fréquences égales à *20MHz* dans le *test-set*. Ils sont ensuite détectés dans le *détecteur IF* où ils sont à nouveau convertis en signaux de fréquences égales à *100KHz* grâce à des têtes d'échantillonnage. Cette fréquence est plus adaptée pour être traitée par le processeur en vue de la visualisation. Cette gestion des signaux est résumée dans la figure (III.3) .

Avant d'effectuer des mesures, l'analyseur doit être *calibré* en utilisant un ensemble de charges étalons. Le but de la *calibration* est de compenser les *erreurs systématiques* du système (*directivité non parfaite des coupleurs, réflexions parasites . . . etc*) et corriger ainsi les mesures relatives aux charges étudiées. Cette correction est basée sur un modèle mathématique simple

dont les étapes de calculs sont intégrées dans le processeur de l'analyseur ; elle est par conséquent réalisée automatiquement à chaque fréquence de mesure.

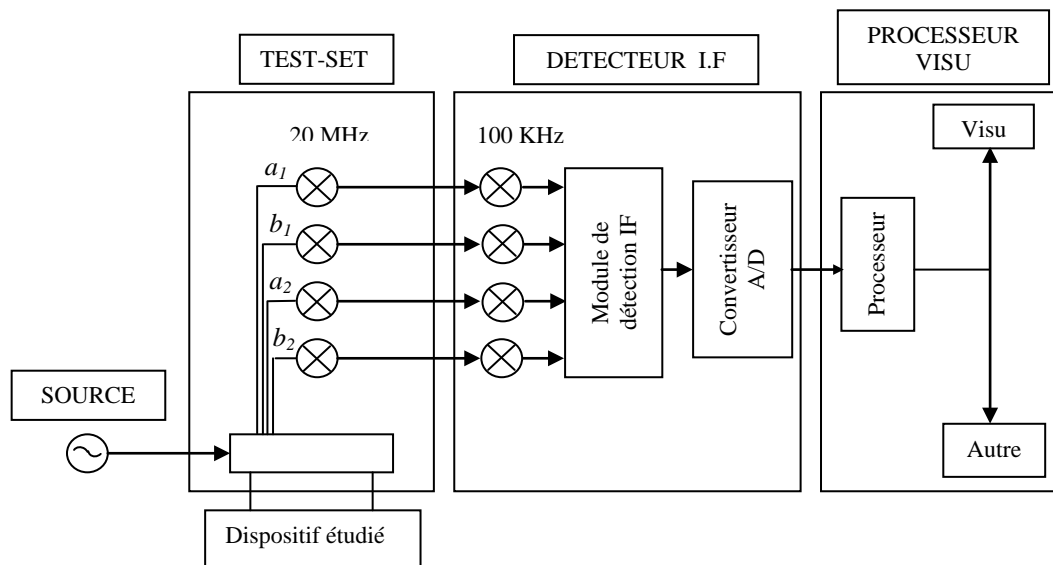


Fig.III.3 : Traitement des signaux dans un analyseur de réseau fréquentiel.

III.2.2. TECHNIQUES TEMPORELLES

Ces techniques font appel à des analyseurs temporels opérant de manière complètement différente de celle des analyseurs fréquentiels. Le principe de l'analyse temporelle (fig.III.4) consiste à faire propager dans une ligne de transmission sans pertes contenant l'échantillon étudié un échelon de tension de temps de montée très bref (≈ 30 ps) [8,9,22,23,24,25,26]. Cet échelon se propage dans la ligne jusqu'à ce qu'il rencontre l'interface « air- échantillon » ; une partie de lui est réfléchi et l'autre partie est transmise à travers l'échantillon. La réponse obtenue est échantillonnée [27] grâce à une tête d'échantillonnage puis visualisée sur l'écran d'un oscilloscope à échantillonnage. Cette réponse temporelle est ensuite transposée au domaine des fréquences par application de la *transformée de Fourier discrète* [27], ce qui donne finalement le coefficient de réflexion ou de transmission en fonction de la fréquence. Faisons remarquer cependant que la fréquence maximale que peut atteindre l'analyseur dépend du temps de montée de l'échelon ; plus ce temps est petit, plus la fréquence maximale est grande. Auparavant, l'échelon était fourni par des diodes tunnel, mais actuellement, les diodes à pas de recouvrement rapide sont plus employées car elles réalisent des performances presque identiques avec une meilleure stabilité en temps [26].

Il faut savoir par ailleurs que la réponse temporelle obtenue n'est pas celle du dispositif étudié en toute rigueur. En effet, l'analyseur temporel se comporte du point de vue « traitement du signal » comme un système *passif, linéaire et causal*, donnant ainsi du dispositif étudié une réponse déformée que l'on peut décrire par le produit de convolution suivant [24,25,26] :

$$S(t) = R(t) * h(t) \tag{III.6}$$

avec : $R(t)$: réponse réelle du dispositif étudié.

$S(t)$: réponse totale détectée par l'analyseur.

$h(t)$: fonction caractéristique de l'analyseur ; c'est la *fonction d'appareil*.

Le passage au domaine fréquentiel par application de la transformée de *Fourier* mène à [15]:

$$\hat{S}(\omega) = \hat{R}(\omega) \cdot \hat{h}(\omega) \tag{III.7}$$

On voit que la détermination de la réponse réelle $\hat{R}(\omega)$ nécessite la connaissance de $\hat{h}(\omega)$. Si les mesures sont faites en réflexion, on enlève l'échantillon et on réalise un court-circuit (*ou un circuit ouvert*) au même plan où se trouvait la face d'entrée de l'échantillon. On relève ensuite la réponse $S_{cc}(t)$ (*ou* $S_{co}(t)$) puis on déduit sa transformée $\hat{S}_{cc}(\omega)$ (*ou* $\hat{S}_{co}(\omega)$). Etant donné que les coefficients de réflexion d'un court-circuit et d'un circuit ouvert sont égaux respectivement à -1 et $+1$, quelque soit la fréquence, il s'ensuit d'après la relation (III.7) :

$$\hat{h}(\omega) = -\hat{S}_{cc}(\omega) = \hat{S}_{co}(\omega) \tag{III.8}$$

Finalement, la réponse réelle du dispositif étudié se déduit des relations (III.7) et (III.8) par l'une ou l'autre des égalités suivantes:

$$\hat{R}(\omega) = -\frac{\hat{S}(\omega)}{\hat{S}_{cc}(\omega)} = \frac{\hat{S}(\omega)}{\hat{S}_{co}(\omega)} \tag{III.9}$$

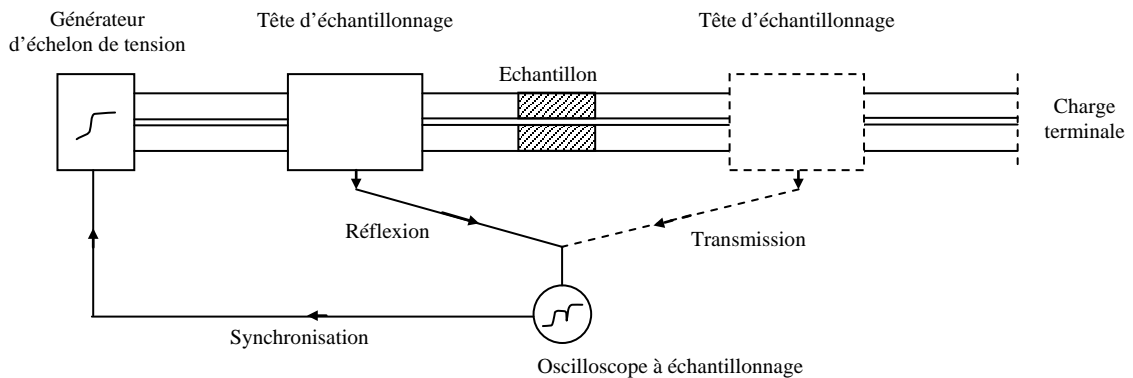


Fig.III.4 : Système de base en spectroscopie temporelle.

Comme toute technique de mesure, l'analyse temporelle est soumise à ses propres limitations, qui - indépendamment de la configuration choisie pour la caractérisation du matériau- induisent des erreurs que l'on peut classer généralement en quatre catégories [25,26] :

1. **Erreurs systématiques** : Ce sont les réflexions parasites causées par toutes les discontinuités et le glissement de l'origine du temps lors de l'enregistrement de signaux successifs.
2. **Erreurs « aléatoires »** : Ce sont le bruit, les dérives temporelles lentes et le *jitter*. Ces erreurs qui sont essentiellement dues à l'instrumentation électronique, sont qualifiées d'erreurs aléatoires par abus de langage. Elles peuvent être réduites en moyennant le signal sur plusieurs enregistrements.
3. **Erreurs de traitement du signal** : Comme l'apparition du phénomène de *repliement spectral*, attribué à l'échantillonnage du signal, et l'erreur de *troncature du signal*, due au fait que le signal est observé sur une fenêtre temporelle de durée finie.
4. **Erreurs mécaniques** : Elles sont causées par l'usure que subissent les extrémités des guides d'ondes utilisés ainsi que leurs connecteurs après plusieurs manipulations.

III.3. QUELQUES METHODES DE NON RESONANCE UTILISEES DANS LA CARACTERISATION DIELECTRIQUE

III.3.1. METHODE CAPACITIVE (lumped capacitance method)

Cette méthode a suscité un intérêt particulier de divers auteurs [28-33]. L'idée de base est de former en bout de ligne avec l'échantillon étudié un petit condensateur plan de dimensions très petites devant la longueur d'onde λ (fig.III.5).

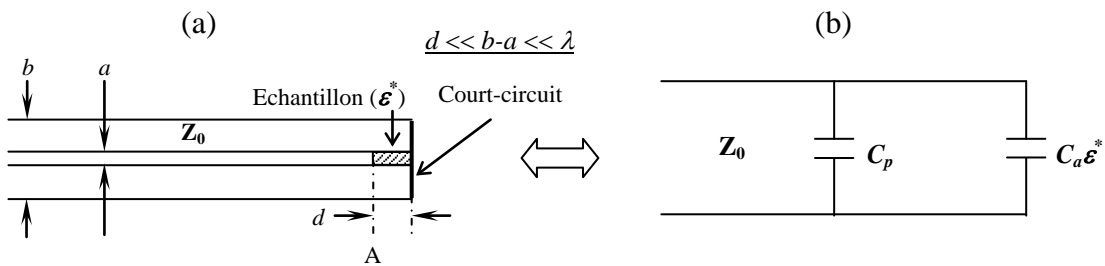


Fig.III.5 : Configuration parallèle de la méthode capacitive.

Le condensateur ainsi formé a une capacité :

$$\hat{C} = C_p + \hat{\epsilon} C_a \quad (III.10)$$

avec : $C_a = \pi a^2 \epsilon_0 / 4d$ capacité active du porte-échantillon.

$$C_p = 2a\epsilon_0 \hat{\epsilon} / \ln \frac{b-a}{2d} \quad \text{capacité parasite.}$$

Comme ses dimensions sont très petites devant la longueur d'onde λ , on peut exprimer l'admittance du condensateur par la relation suivante :

$$Y = j\omega\hat{C} \quad (\text{III.11})$$

où ω est la pulsation de l'onde.

Par ailleurs, la théorie des lignes nous permet d'écrire :

$$Y = \frac{1}{Z_0} \frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma} \quad (\text{III.12})$$

où Z_0 est l'impédance caractéristique de la ligne vide et Γ est le coefficient de réflexion totale à la face d'entrée de l'échantillon (*plan A*). En combinant par ailleurs les relations (III.10,11 et 12), il apparaît :

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{j\omega Z_0 C_a} \frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma} - \frac{C_p}{C_a} \quad (\text{III.13})$$

En pratique, on néglige le terme C_p/C_a . On a montré que pour un matériau donné, une fréquence donnée et une erreur $\Delta\Gamma$ donnée, l'erreur dans le calcul de $\hat{\epsilon}$ est minimale lorsque [30,31] :

$$C_a = \frac{1}{\omega Z_0} \frac{1}{|\hat{\epsilon}|} \quad (\text{III.14})$$

Evidemment, le choix de C_a se ramène à celui de la longueur d de l'échantillon.

Cette méthode est adaptée à la caractérisation des substances solides est semi-solides qui adhèrent aux parois par leurs forces de viscosité ; de plus, elle est applicable dans les deux domaines : fréquentiel et temporel. Nous trouverons dans la référence [21] une autre configuration du porte-échantillon qui se ramène au circuit de la figure (III.5b). Il existe aussi une configuration série du porte-échantillon qui a été décrite dans la référence [34].

III.3.2. METHODE DE LA LIGNE COAXIALE A TERMINAISON OUVERTE (Open-ended coaxial line method)

La configuration utilisée dans cette méthode ainsi que son circuit équivalent sont illustrés à la figure (III.6) [4]. Applicable dans les domaines fréquentiel et temporel, cette méthode a été utilisée surtout pour la caractérisation des milieux biologiques [33]. Dans le circuit équivalent (*fig.III.6b*) apparaît le terme $G(\epsilon^*)$; celui-ci représente la conductance de radiation ; la conductance due aux pertes diélectriques est incluse dans $C(\epsilon^*)$. Cette méthode est assez complexe puisque la détermination de la permittivité nécessite la connaissance de la capacité totale lorsque la ligne est vide ($C_T = C_0 + C_p$) et la conductance de radiation dans le vide G_0 .

Ces quantités sont fonction de la fréquence et leur détermination théorique n'est pas évidente. On procède alors au préalable à un étalonnage avec un échantillon de référence [4,35]. Cependant, si la ligne vérifie la condition $a \ll \lambda$, la conductance G_0 devient négligeable devant le terme $\omega(C_0 + C_p)$ et cela d'autant plus que la fréquence est petite ; le circuit équivalent se simplifie par conséquent à celui de la figure (III.5b) [4,35]. En partant de la théorie des antennes courtes, *M.A.Stuchly et col.* ont établi une relation simple entre l'admittance de la terminaison (*plan A*) est la permittivité du milieu étudié ; cette relation est la suivante [35] :

$$Y = j\omega(C_p + C_0\hat{\epsilon}) + G_0\hat{\epsilon}^{5/2} \quad (\text{III.15})$$

On voit qu'il faut tenir compte du terme de radiation G_0 , surtout lorsqu'on désire caractériser des échantillons à fortes permittivités.

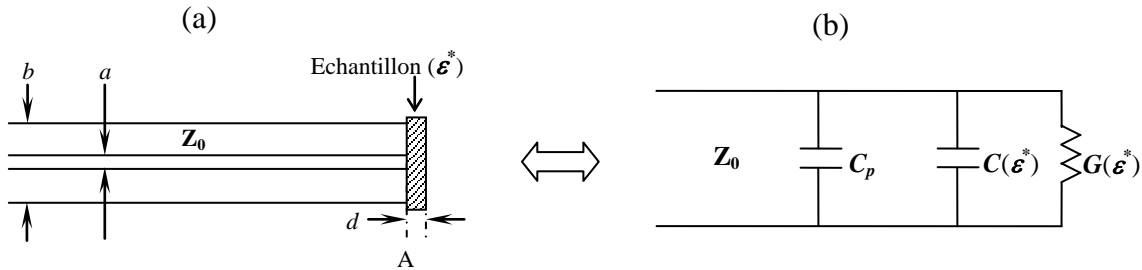


Fig.III.6 : Méthode de la ligne coaxiale à terminaison ouverte sur un milieu diélectrique.

III.3.3. SECTION D'UNE LIGNE COAXIALE REMPLIE D'UN DIELECTRIQUE

Cette configuration est illustrée à la figure (III.7). L'interface « air-échantillon » (*plan A*) est le siège d'une première réflexion dont le coefficient s'exprime par [24-26] :

$$\rho = \frac{Z_{0d} - Z_0}{Z_{0d} + Z_0} \quad (\text{III.16})$$

D'après la relation (II.64), Z_{0d} est liée à Z_0 par la relation suivante :

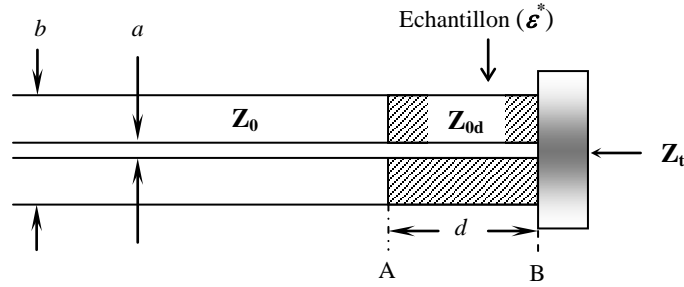
$$Z_{0d} = Z_0 \sqrt{\frac{\hat{\mu}}{\hat{\epsilon}}} \quad (\text{III.17})$$

En admettant que l'échantillon n'est pas magnétique ($\hat{\mu} = 1$), cette relation devient :

$$Z_{0d} = Z_0 / \sqrt{\hat{\epsilon}} \quad (\text{III.18})$$

Il s'ensuit donc :

$$\rho = \frac{1 - \sqrt{\hat{\epsilon}}}{1 + \sqrt{\hat{\epsilon}}} \quad (\text{III.19})$$



Z_0 : impédance caractéristique dans l'air.
 Z_{0d} : impédance caractéristique dans l'échantillon.
 Z_t : impédance terminale.

Fig.III.7 : Section d'une ligne coaxiale remplie d'un milieu diélectrique.

Par ailleurs, en utilisant les relations (II.27), (II.53) et (II.54), on peut écrire dans ce cas :

$$\Gamma_A = \frac{Z_A - Z_0}{Z_A + Z_0} \quad (III.20) \quad Z_A = Z_{0d} \frac{1 + \Gamma_B e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}}{1 - \Gamma_B e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}} \quad (III.21)$$

où Γ_A et Z_A sont respectivement, le coefficient de réflexion totale et l'impédance au plan (A) ; Γ_B est le coefficient de réflexion totale au plan (B) ; il s'exprime en fonction de l'impédance terminale par la relation suivante :

$$\Gamma_B = \frac{Z_t - Z_{0d}}{Z_t + Z_{0d}} \quad (III.22)$$

En remplaçant (III.21) dans (III.20) et en tenant compte de (III.16), on obtient finalement :

$$\Gamma_A = \frac{\rho + \Gamma_B e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}}{1 + \rho \Gamma_B e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}} \quad (III.23)$$

Selon la nature de la charge terminale, nous obtenons différentes formes de la relation (III.23). Ces cas particuliers sont exposés ci-dessous :

Ligne court-circuitée

$$\text{Alors : } Z_t = 0 \xrightarrow{(III.22)} \Gamma_B = -1 \xrightarrow{(III.23)} \Gamma_A = \frac{\rho - e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}}{1 - \rho e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}} \quad (III.24)$$

Cette méthode est applicable dans les deux domaines fréquentiel et temporel . Elle a fourni des résultats satisfaisants lors de la caractérisation de milieux biologiques [36].

Ligne ouverte

$$\text{Alors : } Z_t = \infty \xrightarrow{\text{(III.22)}} \Gamma_B = +1 \xrightarrow{\text{(III.23)}} \Gamma_A = \frac{\rho + e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}}{1 + \rho e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}} \quad \text{(III.25)}$$

Cette méthode présente un inconvénient majeur qui consiste en la présence des effets de bout. En effet, pour des diélectriques à faibles conductivités électriques, les lignes de champ se referment en quelques points du conducteur extérieur (*masse*) ; l'impédance terminale ne peut être par conséquent infinie et sa valeur reste indéterminée. Si par contre, le diélectrique est fortement conducteur, les lignes de champ se referment à l'intérieur du diélectrique et l'impédance est avec une bonne approximation infinie. La méthode est par conséquent mieux adaptée à la caractérisation des milieux fortement conducteurs à moins de pouvoir caractériser ces effets de bouts ce qui constitue toutefois une tâche assez difficile.

Cette méthode est applicable dans les domaines fréquentiel et temporel. Elle a fourni de bons résultats quant à la caractérisation des liquides modérément et fortement polaires [37,38].

Ligne adaptée

$$\text{Alors : } Z_t = Z_0 \xrightarrow{\text{(III.22)}} \Gamma_B = -\rho \xrightarrow{\text{(III.23)}} \Gamma_A = \rho \frac{1 - e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}}{1 - \rho^2 e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}} \quad \text{(III.26)}$$

Cette méthode est aussi applicable dans les deux domaines. Lorsqu'elle est appliquée dans le domaine temporel [23,37,39,40,41,42], elle ne fournit pas de bons résultats sauf si la longueur de l'échantillon est inférieure au quart de la longueur d'onde dans l'échantillon [43] ; autrement, elle converge difficilement. En d'autres termes, la méthode ne nécessite qu'une faible quantité d'échantillon ce qui est un avantage, surtout, s'il est question de caractériser des matériaux rares, coûteux ...

Il existe d'autres méthodes de calcul de la permittivité qui sont des combinaisons entre les configurations : ligne court-circuitée, ligne ouverte et ligne adaptée. En effet, en éliminant le terme exponentiel entre deux des trois relations (III.24), (III.25) et (III.26), on aboutit à une expression analytique simple de la permittivité. Cependant, ces méthodes ne sont pas meilleures que celles utilisant une configuration unique, sauf qu'elles nous évitent de faire recours aux méthodes itératives pour la détermination de la permittivité.

Toutes les méthodes que nous venons de voir sont des méthodes de *multiréflexions*, puisque c'est le coefficient de réflexion totale à la face d'entrée de l'échantillon qui est mesuré. Ces méthodes ont généralement une dynamique de phase importante ce qui a pour conséquence, lorsqu'elles sont appliquées dans le domaine temporel, de réduire l'erreur introduite par le glissement de l'origine du temps [26].

III.3.4. METHODE DE LA PREMIERE REFLEXION

Dans cette méthode, on ne s'intéresse qu'à la première réflexion qui a lieu à la face d'entrée de l'échantillon [24,25,26,39]. Cela n'est pas possible dans les méthodes fréquentielles ; par contre, il est possible en utilisant un analyseur temporel d'isoler cette première réflexion des autres en jouant sur la largeur de la fenêtre d'observation. Il faudrait pour cela d'utiliser un échantillon assez long pour que les réflexions secondaires provenant de la deuxième face de l'échantillon soient rejetées de la fenêtre d'observation. Donc, indépendamment de la nature de la charge terminale, le coefficient de première réflexion est donné par la relation générale (III.16). Si l'échantillon n'est pas magnétique, il sera donné par la relation (III.19). Dans ce cas, on déduit aisément la permittivité relative complexe en fonction du coefficient de première réflexion ; relation que l'on écrit :

$$\hat{\epsilon} = \left(\frac{1 - \rho}{1 + \rho} \right)^2 \quad (\text{III.27})$$

L'un des inconvénients de cette méthode est le fait d'utiliser de grandes quantités d'échantillons. Par ailleurs, cette méthode possède une faible dynamique de phase ce qui la rend sensible à un éventuel glissement de l'origine du temps, et cela d'autant plus que la fréquence est grande.

III.3.5. METHODES DES TRANSMISSIONS

Outre les méthodes de réflexions, il est possible aussi de remonter aux propriétés diélectriques en étudiant la première onde transmise à travers l'échantillon [44] ou bien la totalité des ondes transmises [23] . La configuration utilisée dans les méthodes des transmissions est celle de la ligne adaptée. La méthode de la première transmission n'est applicable que dans le domaine temporel. On montre que le coefficient de première transmission est donné par [21] :

$$T(\omega) = (1 - \rho^2) e^{-j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\hat{\epsilon}}} \quad (\text{III.28})$$

La méthode des transmissions multiples est applicable dans les deux domaines. Le coefficient de transmission totale est donné par [45] :

$$T(\omega) = \frac{(1 - \rho^2) e^{-j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}}{1 - \rho^2 e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}} \quad (\text{III.29})$$

On peut aussi combiner entre les méthodes de la réflexion totale (*relation* III.26) et la transmission totale (*relation* III.29) pour aboutir à des expressions analytiques de la permittivité en fonction de ces coefficients [9,45]. Une telle combinaison permet d'ailleurs de caractériser des diélectriques magnétiques ; c'est à dire, calculer simultanément $\hat{\epsilon}$ et $\hat{\mu}$ [1].

III.3.6. CALCUL DE LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE STATIQUE

L'une des configurations les plus utilisées pour le calcul de la conductivité électrique statique est celle de la ligne adaptée. Dans ce cas, le coefficient de réflexion totale est donné par la relation (III.26). D'autre part, nous avons vu (*voir section* I.7.3) que la permittivité complexe relative d'un milieu diélectrique partiellement conducteur contient un terme imaginaire supplémentaire qui tient compte de la présence de la conductivité ; cela s'écrit :

$$\hat{\epsilon} = \epsilon' - j\left(\epsilon''_D + \frac{\sigma}{\epsilon_0\omega}\right) \quad (\text{III.30})$$

où ϵ' est le terme de dispersion, ϵ''_D est le facteur de pertes diélectriques, $\sigma/\epsilon_0\omega$ est le facteur de pertes associé à la conductivité statique σ et $\epsilon'' = \epsilon''_D + \sigma/\epsilon_0\omega$ est le facteur de pertes totales.

En basses fréquences, le terme ϵ' tend vers sa valeur statique ϵ_s et le terme ϵ''_D tend vers zéro ;

Les pertes totales se réduisent donc aux pertes par conductivité, ce qui s'écrit :

$$\epsilon''(\omega \rightarrow 0) \approx \sigma/\epsilon_0\omega \quad (\text{III.31})$$

Par ailleurs, la permittivité relative complexe devient :

$$\hat{\epsilon}(\omega \rightarrow 0) \approx -j\frac{\sigma}{\epsilon_0\omega} \quad (\text{III.32})$$

En faisant un développement au premier ordre de l'exponentielle dans (III.26), puis, en utilisant l'approximation (III.32), on aboutit tout calcul fait à l'expression suivante [24] :

$$\sigma = -\frac{2\epsilon_0c}{d} \frac{\Gamma_A(\omega \rightarrow 0)}{1 + \Gamma_A(\omega \rightarrow 0)} \quad (\text{III.33})$$

Lorsqu'un analyseur temporel est utilisé, le calcul de la conductivité de l'échantillon peut se faire à l'aide de la relation (III.33) après lui avoir apporté une légère modification. En effet, au lieu de transposer la réponse temporelle au domaine fréquentiel par une transformation de *Fourier*, d'en déduire ensuite le coefficient de réflexion en basses fréquences $\Gamma_A(\omega \rightarrow 0)$ et l'utiliser finalement dans la relation (III.33) pour le calcul de la conductivité, il est possible de s'affranchir de toutes ces étapes simplement en relevant la valeur asymptotique de la réponse temporelle aux temps longs « $R(t \rightarrow \infty)$ » et l'introduire dans la relation (III.33) à la place de $\Gamma_A(\omega \rightarrow 0)$; en d'autres termes [24,26] :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \Gamma_A(\omega) \quad (\text{III.34})$$

Cette relation trouve sa justification dans les propriétés de la transformée de *Fourier* qui fait correspondre aux temps longs les basses fréquences et vice versa [15]. Nous avons reporté dans la figure (III.8) la réponse temporelle d'un échantillon diélectrique non magnétique typique, placé dans une ligne adaptée. Le cas dans lequel l'échantillon est doté d'une certaine conductivité statique se distingue nettement de celui d'un diélectrique parfait par la présence d'une branche asymptotique située au-dessous de la référence (50Ω).

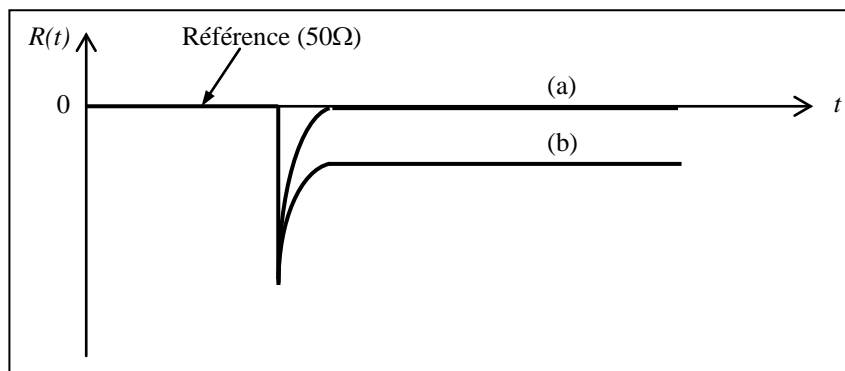


Fig.III.8 : Réponse temporelle obtenue par un échantillon diélectrique non magnétique placé dans une ligne adaptée :
 (a) absence de conductivité (b) présence de conductivité

CHAPITRE IV

LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le dispositif expérimental que nous avons utilisé comprend les éléments suivants :

1. Un analyseur d'impédance vectoriel de type HP4191A.
2. Un jeu de trois charges étalons correspondants à : un court-circuit, un circuit ouvert et une charge adaptée d'impédance égale à 50Ω .
3. Un guide d'onde coaxial d'impédance caractéristique égale à 50Ω .
4. Un ordinateur muni d'une carte interface pour la gestion informatique des données.

IV.1. L'ANALYSEUR D'IMPEDANCE HP4191A

IV.1.1. PRINCIPE DE MESURE

L'analyseur d'impédance HP4191A est un analyseur fréquentiel qui mesure le coefficient de réflexion complexe (*parties réelle et imaginaire ou module et phase*) d'une charge quelconque sur la gamme de fréquences (1MHz-1000MHz). La charge, qui dans notre cas est une cellule de mesure contenant l'échantillon étudié, est connectée au porte-échantillon de l'analyseur, dont l'impédance caractéristique est égale à 50Ω . Le circuit de mesure du coefficient de réflexion [21] consiste en un pont directionnel purement résistif, comportant cinq charges fixes identiques, d'impédance $Z_{ref} = 50\Omega$. Ce circuit est complété en plaçant la charge au porte-échantillon de l'analyseur (*fig.IV.1*).

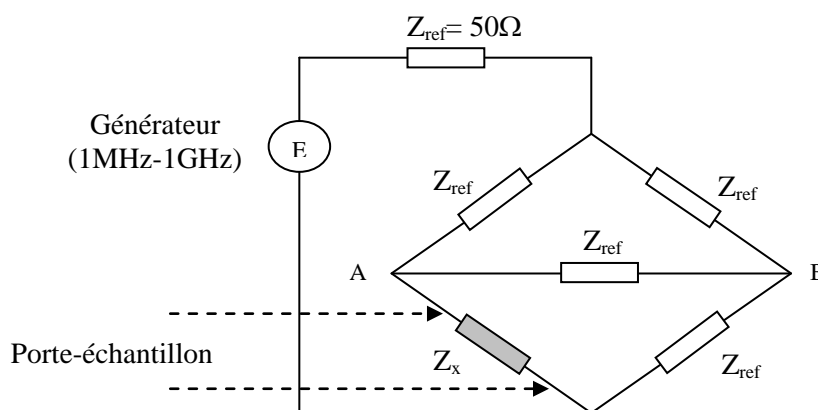


Fig.IV.1 : Circuit de base de l'analyseur d'impédance HP4191A.

En appliquant les lois de *Kirchoff*, on montre que la tension entre les points *A* et *B* est donnée par la relation suivante :

$$V_{AB} = \frac{1}{8} \Gamma_x E \quad (\text{IV.1}) \quad \text{avec : } \Gamma_x = \frac{Z_x - Z_{ref}}{Z_x + Z_{ref}}$$

Le terme Γ_x représente le coefficient de réflexion de la charge. L'analyseur d'impédance déduit ce coefficient à partir de la mesure de la tension V_{AB} comme le montre la relation (IV.1) et affiche directement les parties réelle et imaginaire (*ou le module et la phase*) de ce coefficient.

A partir de cette grandeur et en utilisant des formules de conversions programmées, l'analyseur est en mesure de déduire d'autres grandeurs physiques telles que l'impédance, l'admittance et les circuits équivalents LC et LR, série et parallèle.

IV.1.2. PROCEDURE DE CALIBRATION

Comme c'est le cas pour tous les analyseurs de réseaux fréquentiels, les mesures réalisées par l'analyseur d'impédance HP4191A sont entachées d'erreurs. On distingue alors les erreurs *aléatoires* et les erreurs *systématiques*. Le premier type d'erreurs nous importe peu ; ce sont des erreurs constamment présentes qui ne peuvent être éliminées ; néanmoins, on peut les réduire en répétant plusieurs fois les mesures et en faisant la moyenne. Les erreurs systématiques par ailleurs sont des erreurs répétitives ; elles sont dues principalement à [21] :

- La directivité non parfaite du pont directionnel, causée par la présence d'un signal résiduel qui se superpose au signal réfléchi par la charge.
- La désadaptation des accès de mesure, qui compte toutes les discontinuités qui induisent des réflexions indésirables au niveau des connexions.
- La variation en fréquence intrinsèque, qui correspond à la variation des caractéristiques de la charge étudiée, supposés constants à une fréquence donnée. Cette erreur est attribuée à la réponse des circuits micro-ondes constituant l'analyseur de réseau.

Puisque ces erreurs se répètent, il est possible de les évaluer pour ensuite en tenir compte afin d'améliorer la qualité des mesures. Pour se faire, on procède au préalable à la « *calibration* » de l'analyseur. Cette étape préliminaire nécessite l'utilisation de charges étalons dont on suppose connaître les impédances avec une précision infinie ; ces charges correspondent à : un court-circuit (0Ω), un circuit ouvert ($\infty\Omega$) et une charge adaptée (50Ω), et dont les références sont respectivement : HP 04191-85300, HP 04191-85302 et HP 04191-85301.

La procédure de calibration repose sur un modèle mathématique de correction vectorielle dit « 3 points » [21], dans lequel l'analyseur réel est décomposé en un analyseur idéal en cascade avec un quadripôle d'erreurs (fig.IV.2).

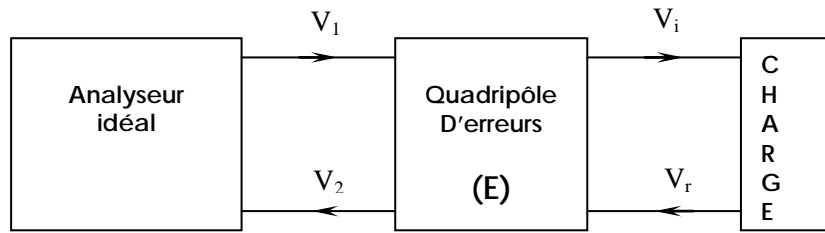


Fig.IV.2 : Schéma équivalent de l'analyseur d'impédance dans le modèle de correction vectorielle « 3 points ».

D'après ce schéma, le coefficient de réflexion réel de la charge est :

$$R = \frac{V_r}{V_i} \quad (IV.2)$$

Or, l'analyseur mesure :

$$r = \frac{V_2}{V_1} \quad (IV.3)$$

Les ondes de tensions V_1 , V_2 , V_i et V_r sont reliées entre elles par les relations suivantes :

$$V_2 = E_{11}V_1 + E_{12}V_r \quad (IV.4a)$$

$$V_i = E_{21}V_1 + E_{22}V_r \quad (IV.4b)$$

En tenant compte des relations (IV.4a), (IV.4b) et (IV.2), et en posant :

$$E_{11} = K_1, \quad E_{22} = K_2, \quad E_{12}E_{21} = K_3$$

la relation (IV.3) peut se mettre sous la forme suivante :

$$r = \frac{K_1 + (K_3 - K_1K_2)R}{1 - K_2R} \quad (IV.5)$$

Cette relation exprime le coefficient de réflexion mesuré en fonction du coefficient réel. Elle peut s'inverser comme suit :

$$R = \frac{K_1 - r}{K_2(K_1 - r) - K_3} \quad (IV.6)$$

La relation (IV.6) permet de déduire le coefficient réel en fonction du coefficient mesuré à condition de connaître les facteurs correctifs K_1 , K_2 et K_3 à chaque fréquence de mesure. Afin de déterminer ces paramètres, on mesure les coefficients de réflexion des trois charges étalons sur la gamme fréquentielle choisit en commençant par le court-circuit, ensuite, le circuit ouvert et finalement, la charge adaptée. C'est cette opération qui constitue la procédure de calibration de

l'analyseur. Nous allons tirer dans ce qui suit les expressions des facteurs K_1 , K_2 et K_3 en fonction des coefficients de réflexion des charges étalons, mesurés lors de la calibration.

Calibration avec le court-circuit

Le coefficient de réflexion d'un court-circuit idéal est : $R_{cc} = -1$

Portons cette valeur dans la relation (IV.5) et il vient :

$$r_{cc} = K_1 - \frac{K_3}{1 + K_2} \quad (\text{IV.7})$$

Cette relation exprime le coefficient de réflexion du court-circuit tel mesuré par l'analyseur en fonction des facteurs correctifs.

Calibration avec le circuit ouvert

Le coefficient de réflexion d'un circuit ouvert idéal est : $R_{co} = +1$

Portons cette valeur dans la relation (IV.5) ; cela donne :

$$r_{co} = K_1 + \frac{K_3}{1 - K_2} \quad (\text{IV.8})$$

Cette relation exprime le coefficient de réflexion du circuit ouvert tel mesuré par l'analyseur en fonction des facteurs correctifs.

Calibration avec la charge adaptée

Le coefficient de réflexion d'une charge adaptée idéale est : $R_{ca} = 0$

Portons cette valeur dans la relation (IV.5) ; on obtient alors :

$$r_{ca} = K_1 \quad (\text{IV.9})$$

Comme on peut le constater, la mesure du coefficient de réflexion de la charge adaptée donne directement K_1 . D'un autre côté, en combinant les relations (IV.7) et (IV.8), on trouve :

$$K_2 = \frac{r_{co} + r_{cc} - 2r_{ca}}{r_{co} - r_{cc}} \quad (\text{IV.10})$$

et on déduit K_3 qui est donné par :

$$K_3 = (1 + K_2)(K_1 - r_{cc}) \quad (\text{IV.11})$$

Les facteurs correctifs K_1 , K_2 et K_3 sont automatiquement calculés et mémorisés dans l'analyseur une fois la calibration achevée. En récapitulatif, la calibration de l'analyseur d'impédance HP4191A consiste en la mesure des coefficients de réflexion de trois charges étalons correspondant respectivement à : un court-circuit, un circuit ouvert et une charge adaptée (50Ω).

L'analyseur utilise ensuite les relations (IV.9), (IV.10) et (IV.11) pour le calcul des $K_i(i=1,2,3)$ qui sont alors stockés dans sa mémoire. A chaque fois qu'on effectue des mesures sur des charges quelconques, l'analyseur mesure d'abord le coefficient de réflexion « r », l'injecte ensuite dans la relation (IV.6) avec les $K_i(i=1,2,3)$ mémorisés après la calibration, et affiche finalement le coefficient corrigé « R ».

IV.2. LA CELLULE DE MESURE

La cellule de mesure que nous avons utilisée est une ligne à air coaxiale, d'impédance caractéristique 50Ω , de type *Amphenol*. Elle est représentée dans la figure ci-dessous .

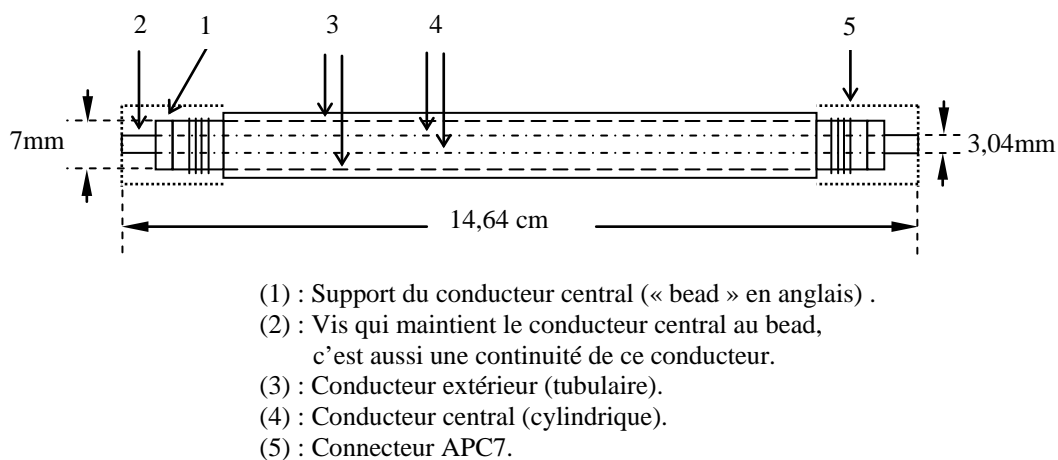


Fig.IV.3 : *La cellule de mesure*

La longueur géométrique de la ligne est égale à 14,64cm. En utilisant la réflectométrie temporelle, nous avons constaté que le temps mis par l'onde pour parcourir cette ligne est égal à 0,5 nanosecondes. En multipliant ce temps par la vitesse de la lumière dans le vide, nous obtenons la longueur « électrique » de la ligne qui vaut alors 15cm. L'écart entre cette longueur et la longueur géométrique est dû à la présence des beads, et cela s'explique par le fait que l'onde est ralentie à la traversée de chacun de ces supports. Le retard introduit par les deux beads étant

égal à la différence entre les longueurs électrique et géométrique de la ligne, nous concluons qu'un seul bead produit un retard de 1,8mm .

IV.3. LE MONTAGE EXPERIMENTAL

Après avoir calibré correctement l'analyseur d'impédance, nous avons réalisé le montage de la figure (IV.4). Z_0 et Z_{0d} représentent respectivement l'impédance caractéristique dans l'air et dans l'échantillon ; L et H sont respectivement les longueurs électriques des portions de ligne (PA) et (BC). L'échantillon diélectrique est placé à l'intérieur de la ligne entre ces deux conducteurs de manière à remplir une portion de l'espace vide qui les sépare, et en ayant des bases planes de part et d'autre. La ligne est maintenue verticalement en fixant l'une de ces extrémités au porte-échantillon de l'analyseur grâce à un connecteur APC7. A l'autre extrémité, on place la charge adaptée en se servant également d'un connecteur APC7. L'ensemble est piloté par un ordinateur de type TEKTRONIX PEP 301 muni d'une carte GPIB PC2A . L'automatisation du dispositif est décrite dans la thèse de A.Nacer [21].

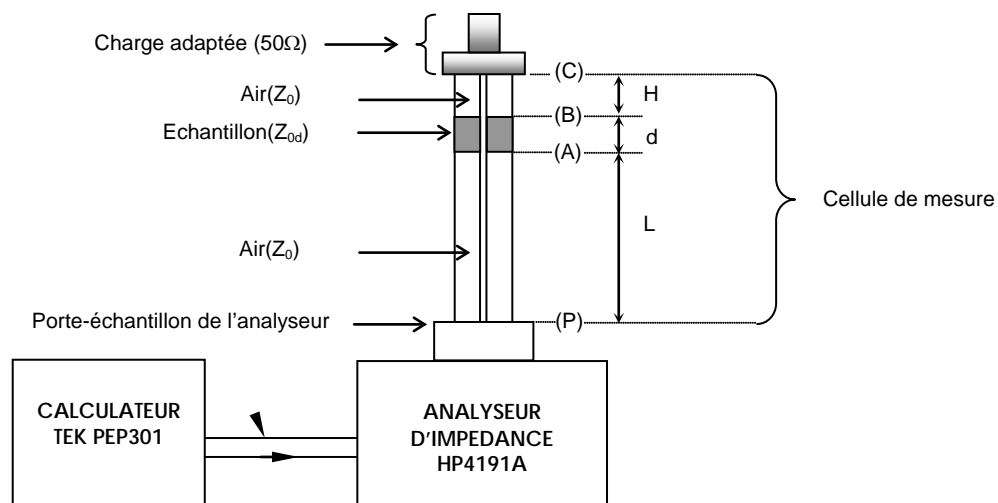


Fig.IV.4 : Schéma du montage expérimental.

Comme la cellule utilisée possède la même impédance caractéristique que celle du porte-échantillon, l'onde incidente provenant de l'analyseur ne devrait subir théoriquement aucune réflexion à l'entrée de la ligne ; elle continue donc son trajet normalement jusqu'à la première rupture d'impédance qui a lieu à la face d'entrée de l'échantillon (*plan A*) ; tout se passe alors comme si la ligne à air (PA) était un prolongement du porte-échantillon. Le coefficient de réflexion totale en (A) s'exprime alors en fonction du coefficient de réflexion totale en (P) par :

$$\Gamma_A = \Gamma_P e^{2j\frac{\omega}{c}L} \quad (\text{IV.12})$$

où ω est la pulsation de l'onde, c est la célérité de la lumière dans le vide et L est la longueur électrique entre les plans (P) et (A).

On peut introduire la longueur électrique directement dans l'analyseur au dixième de millimètre près ; il affichera ainsi les parties réelle et imaginaire (*ou le module et la phase*) de Γ_A . Lorsqu'aucune longueur n'est introduite, l'analyseur prend par défaut la valeur nulle et affiche en conséquence les parties réelle et imaginaire (*ou le module et la phase*) de Γ_P . Comme dans notre cas, la longueur électrique est fonction de l'emplacement de l'échantillon dans la ligne ainsi que sa longueur d , quantités que nous pouvons connaître au centième de millimètre près, nous avons préféré introduire la longueur électrique dans le programme de calcul de la permittivité avec cette précision ce qui n'est pas possible en utilisant l'analyseur lui-même.

IV.4. METHODES DE CALCUL DE LA PERMITTIVITE COMPLEXE

Faisons remarquer d'abord que la configuration que nous avons choisie pour la caractérisation d'un échantillon diélectrique non magnétique rejoint celle de la section (III.3.3) (*i.e. section d'une ligne coaxiale remplie d'un diélectrique*), à condition de considérer comme charge effective l'ensemble « ligne (BC) et charge adaptée ». Nous pouvons alors écrire :

$$\Gamma_A = \frac{\rho + \Gamma_B e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}}{1 + \rho\Gamma_B e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}} \quad (\text{IV.13})$$

où :

$$\rho = \frac{Z_{0d} - Z_0}{Z_{0d} + Z_0} \quad (\text{IV.14})$$

$$\Gamma_B = \frac{Z_B - Z_{0d}}{Z_B + Z_{0d}} \quad (\text{IV.15})$$

$$Z_{0d} = \frac{Z_0}{\sqrt{\hat{\epsilon}}} \quad (\text{IV.16})$$

Nous rappelons (*voir section III.3.3*) que la relation (IV.14) exprime le coefficient de première réflexion à l'interface air-échantillon (*plan A*) ; la relation (IV.15) exprime quant à elle le coefficient de réflexion totale au plan (B).

Arrivé à ce stade, il est important de souligner que les relations (IV.13,14,15 et 16) sont tout à fait générales dans la mesure où aucune hypothèse n'a été faite concernant les valeurs de

l'impédance terminale (Z_C) et l'impédance caractéristique de la ligne vide (Z_0) . Théoriquement, on sait que ces impédances valent 50Ω ; c'est d'ailleurs ce que nous avons supposé pour le calcul de la permittivité dans une première méthode ; on mesure le coefficient de réflexion de la cellule avec échantillon et on détermine la permittivité par une méthode itérative. Dans une seconde méthode, nous ne faisons aucune hypothèse concernant les valeurs des impédances Z_C et Z_0 ; seulement, la méthode nécessite la mesure des coefficients de réflexion de la cellule avec et sans échantillon .

IV.4.1. PREMIERE METHODE (ligne adaptée)

Comme cela vient d'être dit, nous supposons dans cette méthode que l'impédance terminale et l'impédance caractéristique de la ligne vide valent 50Ω , donc :

$$Z_C = Z_0 = 50\Omega \quad (IV.17)$$

Il s'ensuit que le coefficient de réflexion de la charge terminale est nul. En effet :

$$\Gamma_C = \frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} = 0 \quad (IV.18)$$

D'autre part, l'impédance au plan (B) est donnée par la relation suivante :

$$Z_B = Z_0 \frac{1 + \Gamma_C e^{-2j\frac{\omega}{c}H}}{1 - \Gamma_C e^{-2j\frac{\omega}{c}H}} \quad (IV.19)$$

et en tenant compte de (IV.18), il vient :

$$Z_B = Z_0 = 50\Omega \quad (IV.20)$$

Ce résultat n'est pas inattendu puisque la ligne (BC) est théoriquement adaptée d'après l'hypothèse (IV.17). L'impédance alors en tout point de cette ligne est égale à son impédance caractéristique ($Z_0=50\Omega$) ; en particulier, au plan (B). On peut par conséquent réécrire la relation (IV.15) comme suit :

$$\Gamma_B = \frac{Z_0 - Z_{0d}}{Z_0 + Z_{0d}} = -\rho \quad (IV.21)$$

La relation (IV.13) conduit alors à :

$$\Gamma_A = \rho \frac{1 - e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}}{1 - \rho^2 e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}} \quad (IV.22)$$

Finalement, on retrouve la relation (III.26) rencontrée au cours du chapitre précédent dans la méthode de la *ligne adaptée*.

en tenant compte de (IV.14) et (IV.16), la relation (IV.22) conduit à :

$$\Gamma_A = \frac{(1 - \hat{\epsilon})(1 - e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}})}{(1 + \sqrt{\hat{\epsilon}})^2 - (1 - \sqrt{\hat{\epsilon}})^2 e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}} \quad (\text{IV.23})$$

Finalement, c'est à partir de cette relation que la permittivité relative complexe de l'échantillon est calculée. Dans la pratique, on mesure le coefficient de réflexion total Γ_P de la cellule avec échantillon (*i.e. longueur électrique nulle*) puis on remonte au coefficient de réflexion total Γ_A à la face d'entrée de l'échantillon (*plan A*) en utilisant la relation (IV.12). La permittivité relative complexe est déduite ensuite en résolvant numériquement l'équation (IV.23) pour chaque couple de valeurs ($f = \omega/2\pi, \Gamma_A$).

IV.4.2. DEUXIEME METHODE (notre méthode)

Reprenons les relations (IV.13,14,15 et 16). Il est clair d'après la relation (IV.19) que l'impédance au plan (B) ne dépend que de ce qui se trouve au-dessus de ce plan, à savoir, la ligne (BC) - à travers son impédance caractéristique et sa longueur électrique - et l'impédance terminale. Un moyen de calculer Z_B consiste alors à enlever tout simplement l'échantillon et à mesurer le coefficient de réflexion Γ_{B0} au plan (B). Dans ce cas, la ligne ne contient que de l'air et l'impédance en (B) s'exprime par la relation suivante :

$$Z_B = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{B0}}{1 - \Gamma_{B0}} \quad (\text{IV.24})$$

Portons alors (IV.16) et (IV.24) dans la relation (IV.15) ; il apparaît ainsi :

$$\Gamma_B = \frac{p\sqrt{\hat{\epsilon}} - q}{p\sqrt{\hat{\epsilon}} + q} \quad (\text{IV.25})$$

avec : $p = 1 + \Gamma_{B0} \quad (\text{IV.26a}) \quad q = 1 - \Gamma_{B0} \quad (\text{IV.26b})$

Finalement, en tenant compte de (IV.14), (IV.16) et (IV.25), la relation (IV.13) devient :

$$\Gamma_A = \frac{(1 - \sqrt{\hat{\epsilon}})(p\sqrt{\hat{\epsilon}} + q) + (1 + \sqrt{\hat{\epsilon}})(p\sqrt{\hat{\epsilon}} - q)e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}}{(1 + \sqrt{\hat{\epsilon}})(p\sqrt{\hat{\epsilon}} + q) + (1 - \sqrt{\hat{\epsilon}})(p\sqrt{\hat{\epsilon}} - q)e^{-2j\frac{\omega}{c}d\sqrt{\hat{\epsilon}}}} \quad (\text{IV.27})$$

La méthode nécessite donc la mesure des coefficients de réflexion totaux Γ_P et Γ_{P0} de la cellule avec et sans échantillon respectivement. On remonte ensuite aux coefficients de réflexion totaux Γ_A et Γ_{B0} en utilisant la relation (IV.12) et la relation :

$$\Gamma_{B0} = \Gamma_{P0} e^{2j\frac{\omega}{c}(L+d)} \quad (\text{IV.28})$$

La permittivité complexe relative est déduite ensuite en résolvant numériquement l'équation (IV.27) pour chaque triplet de valeurs ($f = \omega/2\pi$, Γ_A , Γ_{B0}).

IV.5. CALCUL DE LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE STATIQUE

IV.5.1. PREMIERE METHODE

Nous avons présenté dans le chapitre précédent (*voir section III.3.6*) une méthode de calcul de la conductivité électrique statique qui est basée sur la méthode de la ligne adaptée (*voir section III.3.3*). La première méthode que nous venons de présenter dans ce chapitre, concernant le calcul de la permittivité complexe, conduit à la même expression de la conductivité électrique (*voir la relation III.33*). Nous rappelons cette expression ci-dessous :

$$\sigma = -\frac{2\epsilon_0 c}{d} \frac{\Gamma_A(\omega \rightarrow 0)}{1 + \Gamma_A(\omega \rightarrow 0)} \quad (\text{IV.29})$$

IV.5.2. DEUXIEME METHODE

On peut aussi extraire une autre expression de la conductivité électrique à partir de la relation (IV.27) en suivant le même cheminement que celui de la section (III.3.6). On fait d'abord un développement au premier ordre de l'exponentielle dans (IV.27) puis on remplace la permittivité relative complexe par son expression en basses fréquences (*voir la relation III.32*) et on aboutit tout calcul fait à l'expression suivante :

$$\sigma = \frac{2\epsilon_0 c}{d} \frac{\Gamma_{B0}(\omega \rightarrow 0) - \Gamma_A(\omega \rightarrow 0)}{(1 + \Gamma_{B0}(\omega \rightarrow 0))(1 + \Gamma_A(\omega \rightarrow 0))} \quad (\text{IV.30})$$

CHAPITRE V

RESULTATS ET DISCUSSIONS

V.1. INTRODUCTION

Au cours de ce chapitre, nous présentons en un premier temps des résultats de mesure de la permittivité relative complexe sur la gamme de fréquences 10MHz-1000MHz. Ces mesures concernent trois types d'échantillons que nous avons choisis volontairement :

- Le téflon, échantillon solide à faible permittivité et sans pertes.
- Le butanol, liquide à moyenne permittivité présentant un spectre de relaxation de type « Debye ».
- L'eau distillée, liquide à forte permittivité mais ne présentant pas de spectre de relaxation dans la gamme de fréquences de nos mesures.

Nous avons ensuite réalisé à l'aide des deux méthodes de calcul de la conductivité (*voir section IV.5*) des mesures de conductivité électrique statique sur des solutions aqueuses de NaCl de différentes concentrations ainsi qu'un échantillon d'eau de mer. Etant donné que celle-ci est composée essentiellement d'eau et de NaCl, nous avons pu avoir une estimation de son taux de salinité. Nous avons ensuite proposé une troisième méthode spécifique au calcul de la conductivité, constituant en même temps un moyen de vérification de la qualité des mesures.

Nous terminerons ce chapitre par l'étude de l'influence des fluctuations aléatoires des données de calibration sur le calcul de la permittivité . Cette étude permet d'avoir un ordre de grandeur de l'erreur avec laquelle la permittivité est déterminée, et conduit à des relations empiriques qui donnent à une fréquence donnée, les longueurs optimales de l'échantillon pour lesquelles cette erreur est minimale.

V.2. CALIBRATION DE L'ANALYSEUR D'IMPEDANCE

Nous avons procédé à la calibration de l'analyseur d'impédance sur la gamme de fréquences 10MHz-1000MHz en plaçant en son porte-échantillon dans l'ordre :

- le court-circuit (0Ω),
- le circuit ouvert ($\infty\Omega$),
- la charge adaptée (50Ω).

Nous rappelons que l'analyseur stocke ces données dans sa mémoire pour les utiliser ensuite dans la correction automatique des données relatives aux charges testées, en l'occurrence, un échantillon diélectrique contenu dans une cellule de mesure appropriée. Nous pouvons mettre en évidence cette correction en effectuant des mesures sur les charges étalons elles-mêmes. Les figures (V.1)-(V.6) montrent l'évolution des coefficients de réflexion de ces charges mesurés pendant la calibration et après. On constate que les coefficients mesurés après la calibration sont très proches de leurs valeurs idéales :

$$\begin{aligned} R_{cc} &= -1 && \text{pour le court-circuit} \\ R_{co} &= +1 && \text{pour le circuit ouvert} \\ R_{ca} &= 0 && \text{pour la charge adaptée} \end{aligned}$$

- **Remarques**

- *Nous avons été surpris lors de différents essais de calibration de constater que l'opération s'interrompait à chaque fois que nous la lancions à partir d'une fréquence inférieure à 10MHz. Ceci étant apparemment lié à un problème technique, aussi étions-nous contraints de commencer la calibration à partir de 10MHz.*
- *Quelles que soient les fréquences initiale et finale choisies pour le cycle de calibration, l'analyseur synthétise automatiquement 51 fréquences de calibration. Il faudrait ensuite choisir les fréquences initiale et finale du cycle de mesure à l'intérieur de la gamme de fréquences de calibration.*

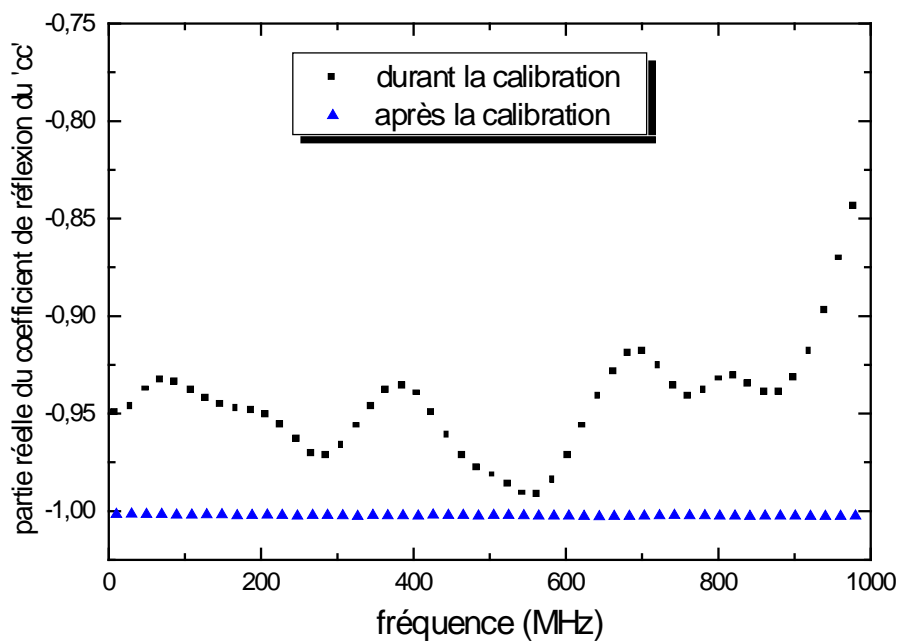


Fig.V.1 : Evolution de la partie réelle du coefficient de réflexion du court-circuit en fonction de la fréquence

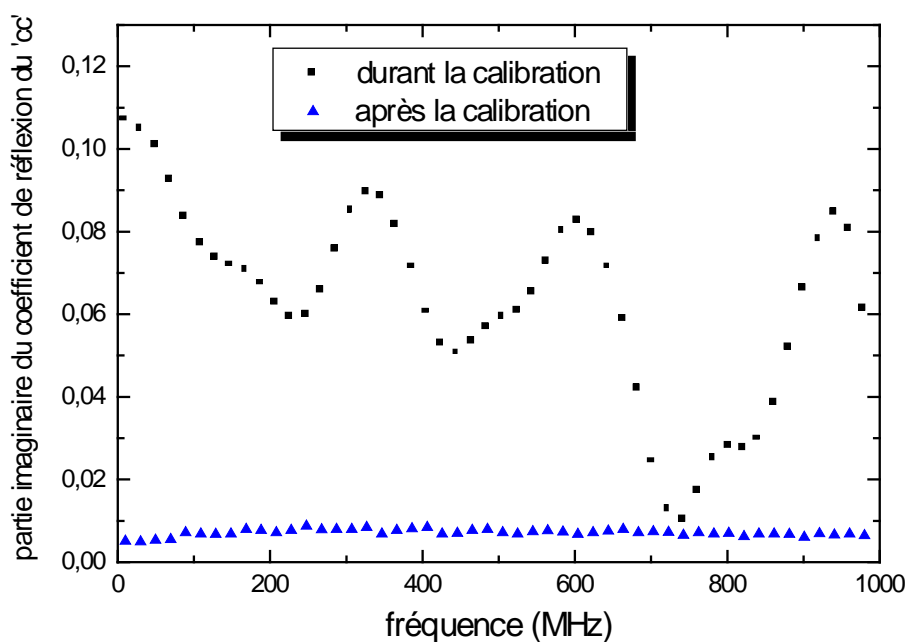


Fig.V.2 : Evolution de la partie imaginaire du coefficient de réflexion du court-circuit en fonction de la fréquence

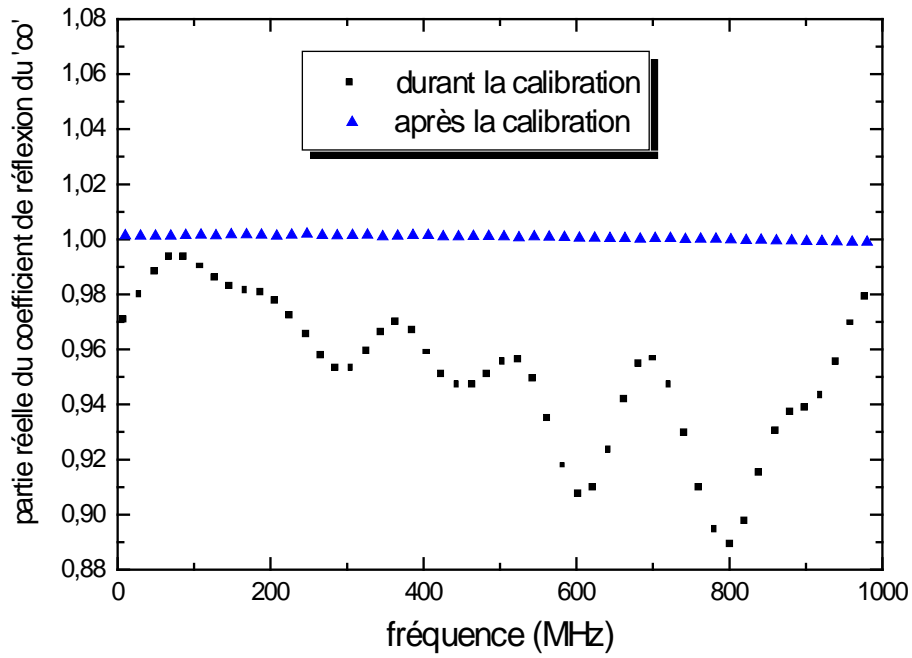


Fig.V.3 : Evolution de la partie réelle du coefficient de réflexion du circuit ouvert en fonction de la fréquence

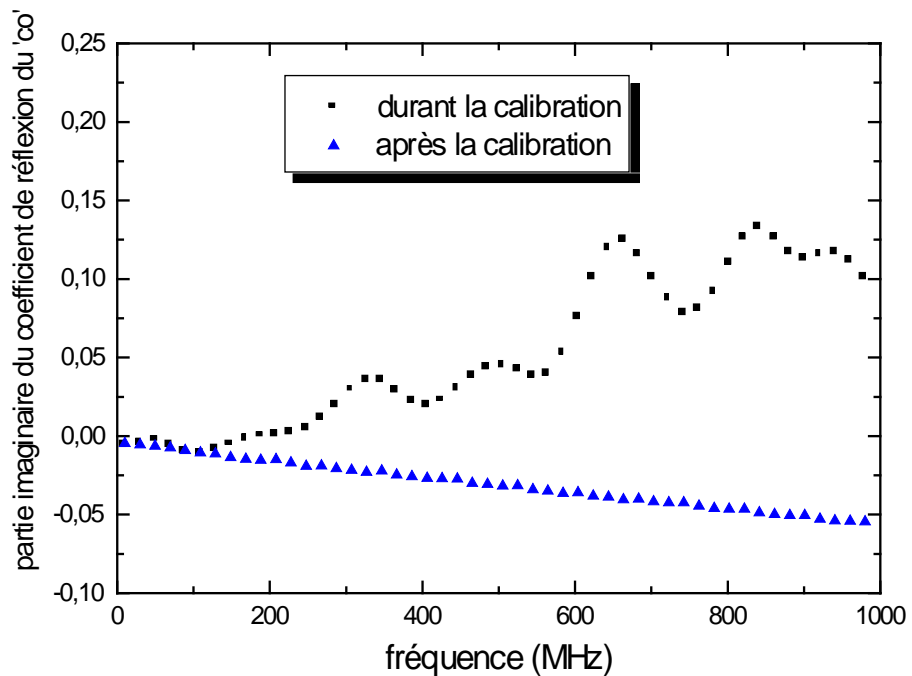


Fig.V.4 : Evolution de la partie imaginaire du coefficient de réflexion du circuit ouvert en fonction de la fréquence

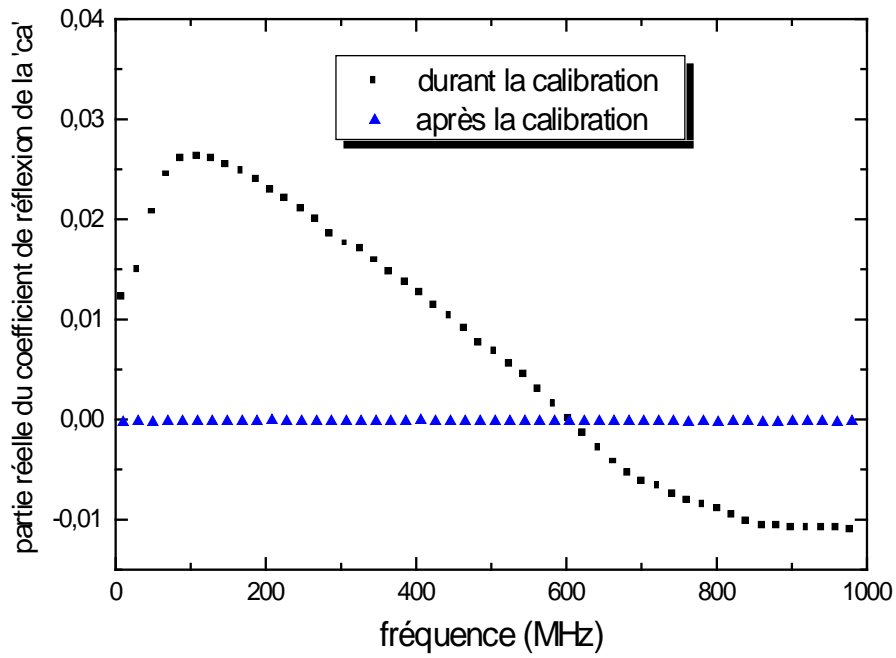


Fig.V.5 : Evolution de la partie réelle du coefficient de réflexion de la charge adaptée en fonction de la fréquence

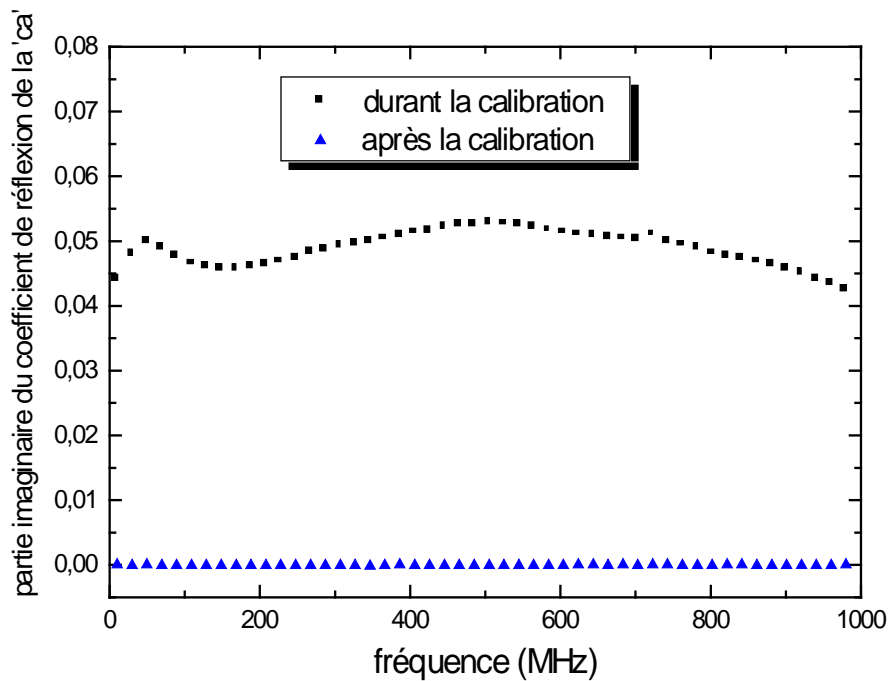


Fig.V.6 : Evolution de la partie imaginaire du coefficient de réflexion de la charge adaptée en fonction de la fréquence

V.3. MESURE DE PERMITTIVITE

V.3.1. MESURE SANS ECHANTILLON (Cellule vide)

Nous rappelons que dans la seconde méthode de calcul de la permittivité complexe (voir section IV.4.2), il est nécessaire d'effectuer deux mesures : une mesure avec la ligne contenant l'échantillon et une autre mesure avec la ligne vide, d'où l'intérêt de passer d'abord par cette étape. Après avoir calibré correctement l'analyseur sur la gamme de fréquences 10MHz-1000MHz, nous avons connecté la ligne vide au porte-échantillon de l'analyseur en plaçant la charge adaptée à son extrémité supérieure. Nous avons alors mesuré le coefficient de réflexion au niveau du porte-échantillon (*i.e.* longueur électrique nulle) sur la même gamme de fréquences. Ces mesures sont reportées dans la figure ci-dessous.

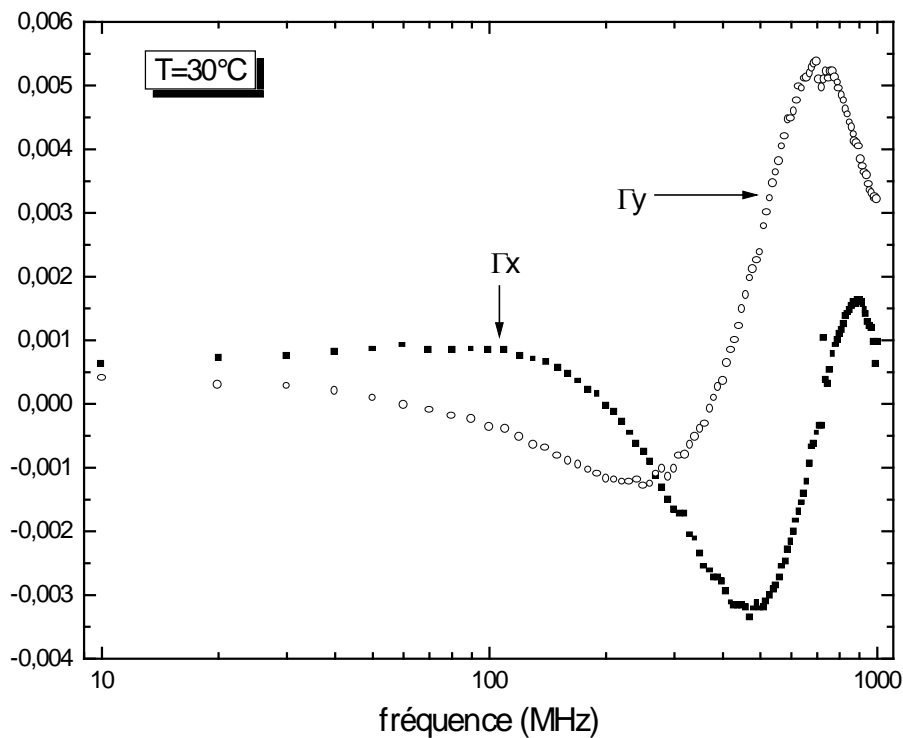


Fig.V.7 : Evolution des parties réelle (Γ_x) et imaginaire (Γ_y) du coefficient de réflexion au porte-échantillon lorsque la cellule est vide.

V.3.2. MESURE SUR UN ECHANTILLON A FAIBLE PERMITTIVITE

Nos mesures ont porté dans ce cas sur un échantillon solide commun : Le « téflon », dont l'appellation scientifique est « *Polytétrafluoréthylène (P.T.F.E)* ». Nous avons rempli une section de la ligne d'un bout de téflon convenablement usiné sur une longueur $d = 15,5 \text{ mm}$. L'une des extrémité de la ligne étant fermée par la charge adaptée et l'autre extrémité fixée au porte-échantillon de l'analyseur (fig.V.8), nous avons alors mesuré le coefficient de réflexion au niveau du porte-échantillon (*i.e. longueur électrique nulle*) sur la gamme de fréquences 10MHz-1000MHz (fig.V.9).

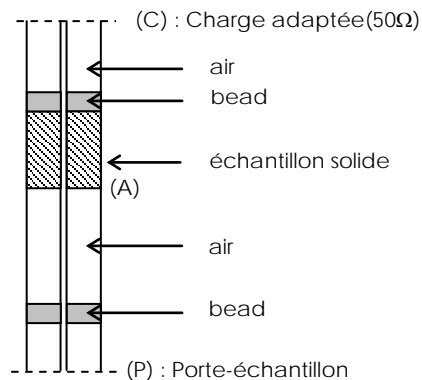


Fig.V.8 : Configuration de la cellule pour l'analyse d'échantillons solides.

En tenant compte du retard qu'introduit le bead inférieur sur le parcours de l'onde du porte-échantillon (*plan P*) vers l'interface « air-matériau » (*plan A*), la longueur électrique associée à ce trajet s'exprime par la relation suivante :

$$L = PA + 1,8 \text{ (mm)} \quad (\text{V.1})$$

où PA est la distance entre les plans (P) et (A).

Nous avons reporté dans la figure (V.10) les variations en fonction de la fréquence des parties réelle et imaginaire de la permittivité relative complexe du téflon, telle calculée par les deux méthodes de caractérisation (*voir section IV.4*). Nous rappelons à cet effet que le téflon est un diélectrique qui ne relaxe pas ; il possède un spectre de dispersion plat ($\epsilon' \approx 2$) et ne présente pratiquement pas de pertes diélectriques ($\epsilon'' \approx 0$) [16].

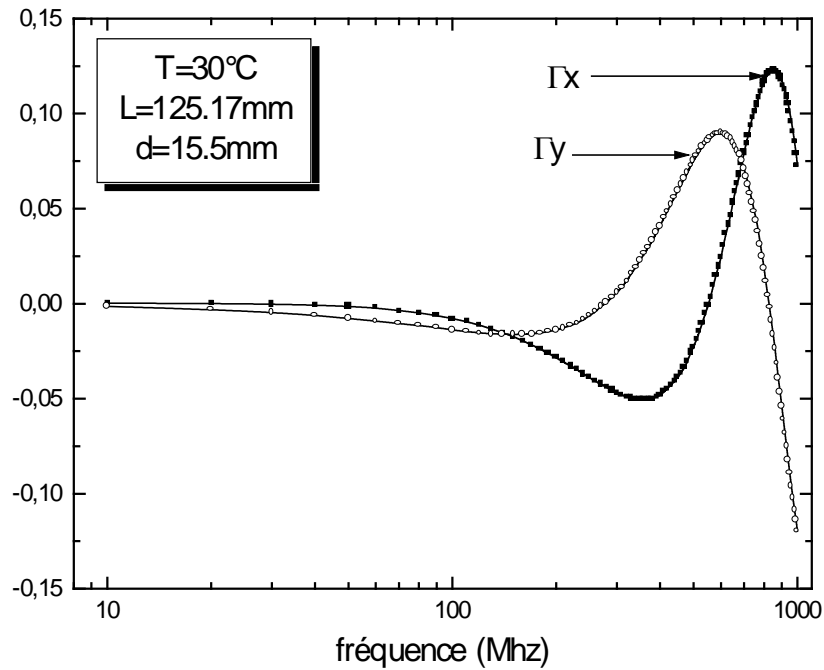


Fig.V.9 : Evolution des parties réelle (Γ_x) et imaginaire (Γ_y) du coefficient de réflexion au porte-échantillon lorsque la cellule contient du téflon.

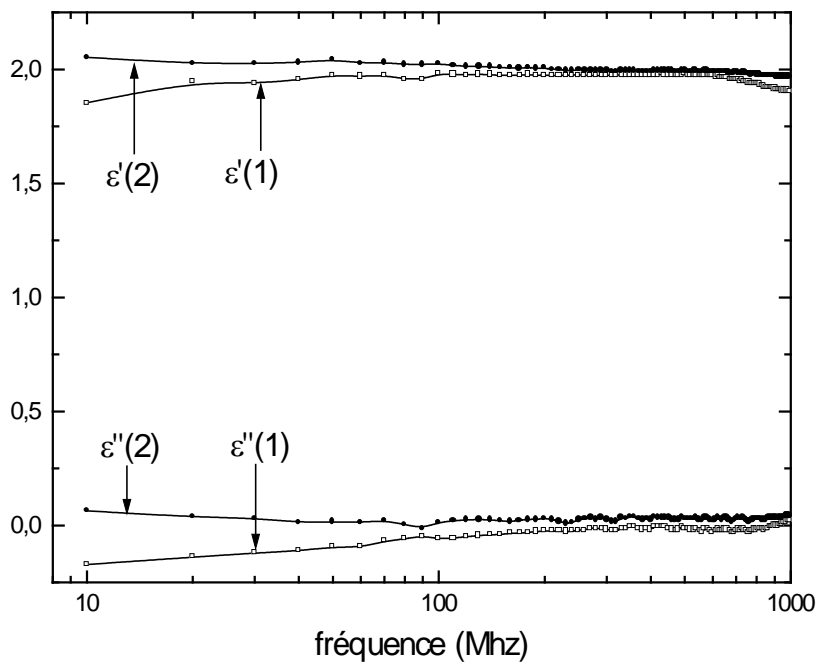


Fig.V.10 : Evolution des parties réelle (ϵ') et imaginaire (ϵ'') de la permittivité relative complexe du téflon, calculées par : (1) la première méthode (2) la deuxième méthode

On constate d'après la figure (V.10) que le facteur de pertes de la première méthode $\varepsilon''(1)$ est négatif, surtout en basses fréquences. Le facteur de pertes de la seconde méthode $\varepsilon''(2)$ semble meilleur car il est d'une part positif sur la totalité de la gamme de fréquences et d'autre part plus proche de zéro que $\varepsilon''(1)$. La différence est faite surtout au-dessous de 100MHz où l'on remarque nettement que $\varepsilon''(2)$ est plus proche de zéro que $\varepsilon''(1)$. Quant aux termes de dispersion, on voit que celui de la première méthode $\varepsilon'(1)$ a tendance à diminuer de sa valeur de palier lorsque la fréquence diminue. Le palier présenté par $\varepsilon'(2)$ semble par contre plus stable. Donc, globalement, la seconde méthode est meilleure que la première. Par ailleurs, les résultats des deux méthodes se rapprochent et sont en bon accord avec ceux de la littérature au-delà de 100MHz [16].

V.3.3. MESURE SUR UN ECHANTILLON A MOYENNE PERMITTIVITE

Nous avons choisi dans ce cas un liquide qui présente un spectre de relaxation de type « Debye » ; il s'agit du *Butanol*. Nous avons introduit l'alcool dans la ligne de manière à ce qu'il repose sur le bead supérieur (fig.V.11). La ligne étant fermée par la charge adaptée et fixée au porte-échantillon de l'analyseur, nous avons alors mesuré le coefficient de réflexion au niveau du porte-échantillon (i.e. longueur électrique nulle) sur la gamme de fréquences 10MHz-1000MHz. Les résultats de ces mesures sont reportés dans la figure (V.12).

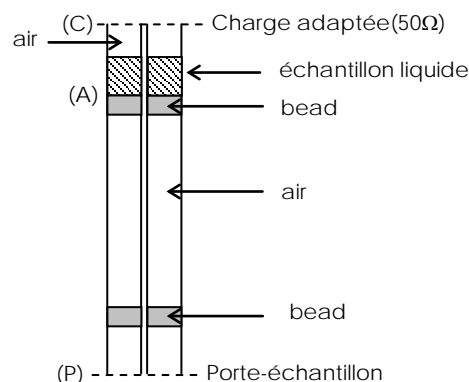


Fig.V.11 : Configuration de la cellule pour l'analyse d'échantillons liquides.

En tenant compte du retard qu'introduisent les deux beads sur le parcours de l'onde du porte-échantillon (*plan P*) vers la face d'entrée du liquide (*plan A*), la longueur électrique associée à ce trajet s'exprime par la relation suivante :

$$L = PA + 3,6 \text{ (mm)} \quad (\text{V.2})$$

où PA est la distance entre les plans (P) et (A).

Nous avons reporté dans la figure (V.13) les variations en fonction de la fréquence des parties réelle et imaginaire de la permittivité relative complexe du butanol, telle calculée par les deux méthodes de caractérisation (voir section IV.4). Le tableau ci-dessous reprend quelques valeurs de la littérature qui concernent le comportement diélectrique du butanol.

T(°C)	ϵ_s	ϵ_∞	f_r (MHz)	Réf.
22	17,59	3,066	330	46
25	17,3	3,5	342	47
25	17,5	3,7	329	37
20	17,68	3,18	238	48

Tableau V.1 : Quelques caractéristiques diélectriques du butanol.

En observant la figure (V.13), on constate comme dans le cas du téflon la supériorité de la deuxième méthode, surtout en basses fréquences. En effet, il apparaît clairement que le terme de dispersion de la première méthode $\epsilon'(1)$ a tendance à diminuer de sa valeur statique lorsque la fréquence diminue. Contrairement à cela, le terme de dispersion de la seconde méthode $\epsilon'(2)$ maintient cette valeur. On note aussi une rapide décroissance du facteur de pertes de la première méthode $\epsilon''(1)$ en basses fréquences si bien qu'il s'annule au voisinage de 10MHz. Le facteur de pertes de la seconde méthode $\epsilon''(2)$ possède par contre un comportement normal. Par ailleurs, on constate comme pour le téflon un rapprochement entre les résultats des deux méthodes lorsque la fréquence augmente. Finalement, nous pouvons déduire des résultats de la seconde méthode la permittivité statique et la fréquence de résonance du butanol ; leurs valeurs sont respectivement :

$$\epsilon_s \approx 17,6 \quad \text{et} \quad f_r \approx 380 \text{ MHz}$$

Ces valeurs comparées à celles de la littérature (voir tableau V.1) témoignent de la qualité assez bonne de nos mesures.

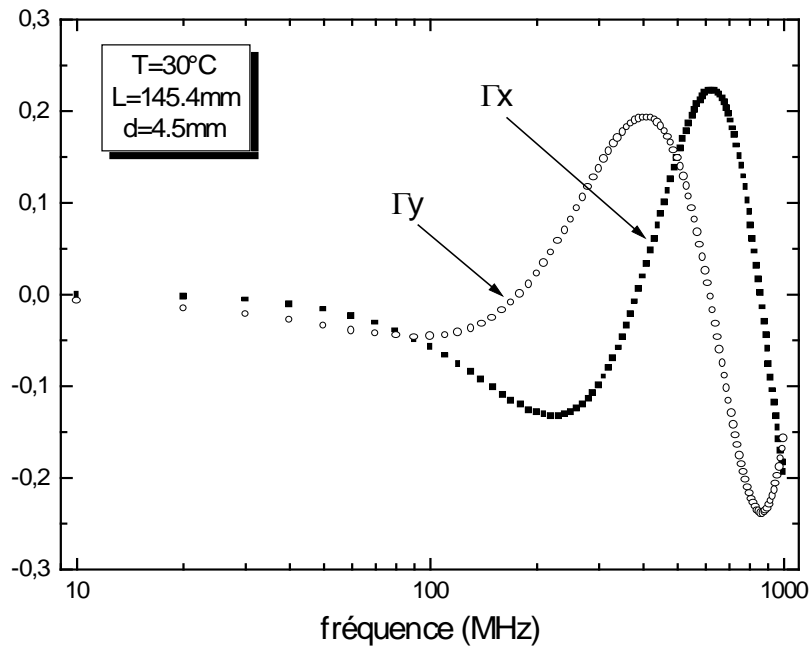


Fig.V.12 : Evolution des parties réelle (Γ_x) et imaginaire (Γ_y) du coefficient de réflexion au porte-échantillon lorsque la cellule contient du butanol.

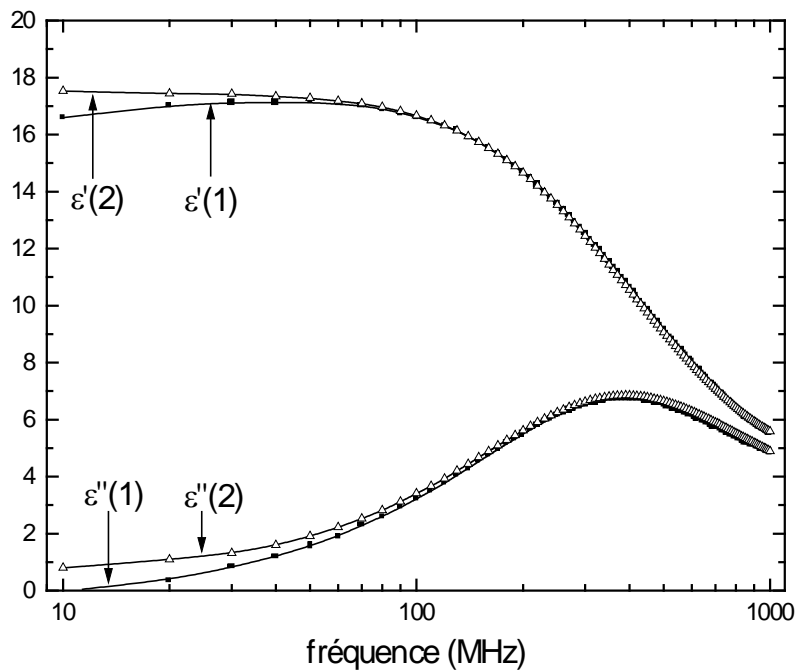


Fig.V.13 : Evolution des parties réelle (ϵ') et imaginaire (ϵ'') de la permittivité relative complexe du butanol, calculées par : (1) la première méthode (2) la deuxième méthode

V.3.4. MESURE SUR UN ECHANTILLON A FORTE PERMITTIVITE

Nous avons choisi dans ce cas un liquide fortement polaire qui ne présente pas de spectre de relaxation dans la gamme de fréquences de nos mesures (10MHz-1000MHz) ; il s'agit simplement de l'eau distillée. La configuration de la cellule étant la même que pour le butanol, nous avons représenté dans la figure (V.14) les variations du coefficient de réflexion au porte-échantillon (*i.e.* longueur électrique nulle). Les résultats de calcul de la permittivité relative complexe sont quant à eux reportés dans la figure (V.15). Nous rappelons que l'eau pure est caractérisée par une zone de relaxation de type « Debye » dont les paramètres sont reportés dans le tableau ci-dessous.

T(°C)	ϵ_s	ϵ_∞	f_r (GHz)	Réf.
Amb.	78,61	4,72	19,4	49
Amb.	78,3	4,6	19,7	5
Amb.	80,4	4,23	17,1	50

Tableau V.2 : Quelques caractéristiques diélectriques de l'eau.

On voit à travers la figure (V.15) que les valeurs de la permittivité obtenues par les deux méthodes sont quasiment identiques. Par ailleurs, la seule valeur caractéristique de l'eau que l'on peut déduire de cette figure est la permittivité statique dont la valeur est :

$$\epsilon_s \approx 77,6$$

On constate qu'elle est en bon accord avec les valeurs données par littérature. Etant donné que notre analyseur d'impédance est limité en fréquence à 1GHz, nous n'avons pu atteindre la zone de relaxation de l'eau qui se situe aux alentours de 19GHz. Enfin, on remarque dans l'évolution du facteur de pertes une légère augmentation de ce dernier lorsque la fréquence décroît de 100MHz à 10MHz. Cela ne pouvant être attribué aux pertes diélectriques qui comme nous le savons, ont tendance à baisser avec la fréquence, aussi peut-on attribuer cela soit à l'existence d'une faible conductivité électrique statique, ou simplement aux erreurs de mesure comme nous le verrons ultérieurement.

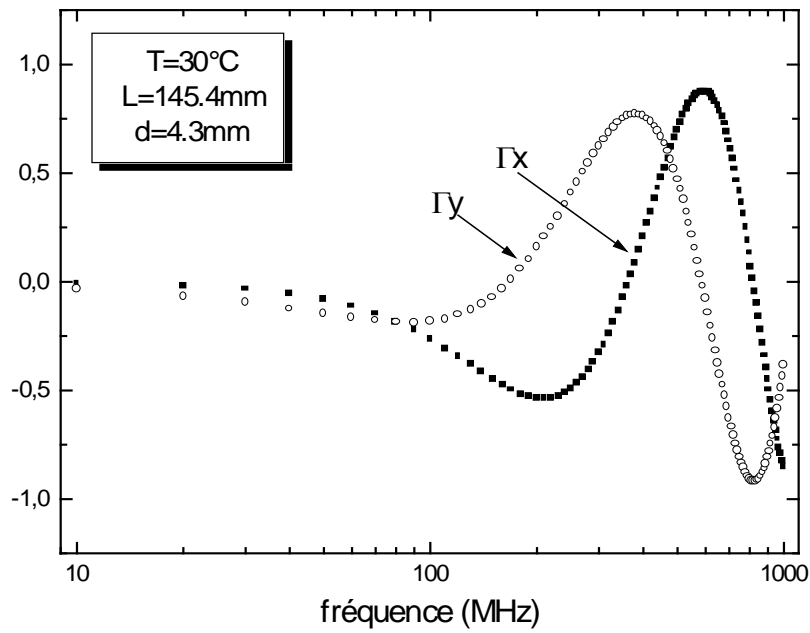


Fig.V.14 : Evolution des parties réelle (Γ_x) et imaginaire (Γ_y) du coefficient de réflexion au porte-échantillon lorsque la cellule contient de l'eau distillée.

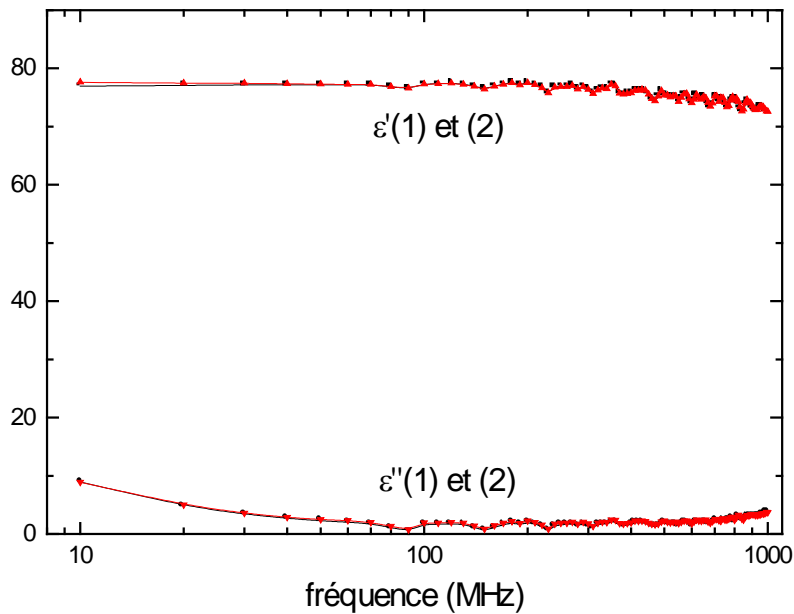


Fig.V.15 : Evolution des parties réelle (ϵ') et imaginaire (ϵ'') de la permittivité relative complexe de l'eau distillée, calculées par : (1) la première méthode (2) la deuxième méthode

V.3.5. INTERPRETATION DES RESULTATS

De l'ensemble des résultats que nous avons obtenus, nous constatons une faiblesse de la première méthode en basses fréquences, surtout lorsqu'il s'agit de caractériser des échantillons à faibles permittivités tel que le téflon. Nous pensons que cela est étroitement lié aux hypothèses faites dans cette méthode, à savoir que l'impédance caractéristique de la ligne vide et l'impédance terminale sont égales à 50Ω . Ceci ne correspond pas en fait à la réalité. En effet, l'impédance terminale peut être affectée par la présence d'impédances parasites au niveau de la connexion de la charge adaptée. D'autre part, il existe une légère dépendance fréquentielle de l'impédance caractéristique qui fait que celle-ci n'est pas égale rigoureusement à 50Ω sur la totalité de la gamme de fréquences. Nous pouvons d'ailleurs justifier cela en reconsidérant la modélisation de la ligne en un circuit à constantes réparties (voir section II.5). Dans ce cas, on a établi que l'impédance caractéristique pouvait se mettre sous la forme suivante :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}} \quad (\text{V.3})$$

où : R , L , G et C sont respectivement, la résistance, l'inductance, la conductance et la capacité, par unité de longueur de la ligne.

Bien qu'en pratique, les termes R et G - caractérisant respectivement les pertes de conduction et d'isolement - sont négligeables devant les termes $L\omega$ et $C\omega$, leur existence entraîne une légère dépendance fréquentielle de l'impédance caractéristique Z_0 ; celle-ci s'écarte alors de sa valeur idéale (50Ω) au fur et à mesure que la fréquence diminue. Donc, la présence éventuelle d'impédances parasites au niveau de la connexion de la charge adaptée ainsi que la légère dépendance fréquentielle de l'impédance caractéristique sont deux faits responsables de la désadaptation de la ligne au plan de charge (*i.e plan C dans les figures V.8 et V.11*). Cela remet en cause la validité des hypothèses faites dans la première méthode qui suppose que l'adaptation au niveau de ce plan est parfaite.

Dans la seconde méthode par contre, nous n'avons fait aucune hypothèse concernant les valeurs de l'impédance de charge et l'impédance caractéristique de la ligne vide ; par conséquent, cette méthode peut tenir en compte la présence d'impédances parasites au plan de charge ainsi que la dépendance fréquentielle de l'impédance caractéristique. C'est la raison pour laquelle nous avons obtenu par cette méthode en basses fréquences des résultats meilleurs que ceux de la première méthode.

Par ailleurs, lorsque la fréquence augmente, les rapports $(R/L\omega)$ et $(G/C\omega)$ deviennent de plus en plus petits ; l'impédance caractéristique tend alors vers sa valeur idéale $(L/C)^{1/2} = 50\Omega$ et l'adaptation au plan de charge se réalise progressivement. C'est ce qui nous permet d'expliquer le rapprochement des résultats des deux méthodes en hautes fréquences.

Nous avons constaté aussi une similitude entre les résultats des deux méthodes concernant l'eau distillée. En effet, les substances à fortes permittivités provoquent de fortes réflexions (*voir fig.V.14*) qui dominent largement celles causées par la désadaptation de la ligne au plan de charge. Nous pouvons alors conclure que les deux méthodes sont indifférentes par rapport aux substances à fortes permittivités.

V.4. MESURES DE CONDUCTIVITE ELECTRIQUE STATIQUE

Nous avons fait des essais de mesures de conductivité électrique statique sur des solutions ioniques de différentes concentrations, composées d'eau distillée et de chlorure de sodium. Nos mesures ont porté également sur un échantillon d'eau de mer.

Nous avons défini la concentration des solutions comme étant le rapport entre la masse de sel et la masse d'eau distillée :

$$C = \text{masse de sel} / \text{masse d'eau distillée} \quad (\text{V.4})$$

Les solutions que nous avons préparées ont des concentrations comprises entre 0,1% et 9%. Après application des deux méthodes de calcul de la conductivité (*voir section IV.5*), nous avons obtenu pour chaque échantillon les mêmes valeurs à 10^{-3} près. Le tableau (V.3) reprend l'ensemble de ces données.

Nous avons par ailleurs tracé dans la figure (V.16) l'évolution de la conductivité en fonction de la concentration massique. L'eau de mer que nous avons analysée présente une conductivité de l'ordre de 5 S/m . Comme elle est composée essentiellement d'eau et de chlorure de sodium, elle serait ainsi comparable par interpolation à une eau distillée avec une concentration légèrement inférieure à 4% de sel. Malheureusement, le manque de données dans la littérature ne nous permet pas pour l'instant de porter un jugement sur la qualité de nos mesures. Cependant, nous allons proposer dans ce qui suit une autre méthode de calcul de la conductivité qui constitue en même temps un moyen de vérification de la qualité des mesures.

C (%)	σ (S/m) méthode (1)	σ (S/m) méthode (2)
0,1	0,147	0,147
0,3	0,449	0,449
0,5	0,802	0,802
0,7	1,049	1,050
1	1,613	1,614
2	3,080	3,080
3	4,050	4,050
4	5,170	5,170
5	6,320	6,320
6	7,420	7,420
7	8,360	8,360
8	9,050	9,050
9	10,410	10,410

Tableau V.3 : Conductivités électriques statiques de solutions de NaCl dans de l'eau distillée à différentes concentrations massiques.

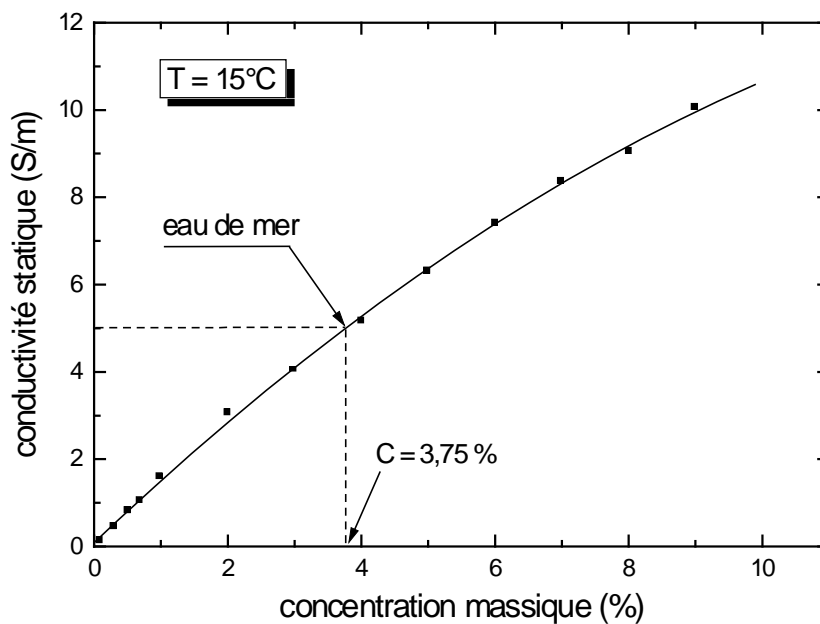


Fig.V.16 : Evolution de la conductivité électrique statique en fonction de la concentration massique de différentes solutions ioniques de NaCl dans de l'eau distillée.

AUTRE METHODE DE CALCUL DE LA CONDUCTIVITE STATIQUE

On a vu précédemment (voir section III.3.6) que le facteur de pertes totales d'un diélectrique partiellement conducteur évolue en basses fréquences selon la loi suivante :

$$\varepsilon_{BF}'' \approx \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega} \quad (\text{V.5})$$

où σ est la conductivité électrique statique du diélectrique.

Réécrivons la relation (V.5) dans le système d'unités internationales. Sachant alors que $\varepsilon_0 = 10^{-9}/36\pi$ (S.I) et que $\omega = 2\pi f$, où f est la fréquence, cette relation se réécrit comme suit :

$$\varepsilon_{BF}'' \approx \frac{18.10^3 \sigma}{f} \quad (\text{V.6})$$

où σ et f sont exprimés respectivement en (S/m) et en (MHz).

Il vient par la suite : $\log_{10} \varepsilon_{BF}'' \approx \log_{10}(18.10^3 \sigma) - \log_{10} f$ (V.7)

La relation (V.7) montre que la représentation graphique de $(\log_{10} \varepsilon_{BF}'')$ en fonction de $(\log_{10} f)$ est une droite de pente égale à (-1) et d'ordonnée à l'origine :

$$A = \log_{10}(18.10^3 \sigma) \quad (\text{V.8})$$

Aussi peut-on vérifier la qualité de nos mesures de conductivités statiques en traçant les premières valeurs de $(\log_{10} \varepsilon'')$ en fonction de $(\log_{10} f)$; si on trouve une droite de pente très proche de (-1), c'est que le facteur de pertes évolue en basses fréquences selon la loi (V.5), confirmant ainsi la juste contribution de la conductivité statique aux pertes d'énergie dans le diélectrique. Dans ce cas, on peut déduire la valeur de la conductivité statique en relevant la valeur de l'ordonnée à l'origine (A) et en utilisant ensuite la relation (V.8). Si au contraire, on trouve une droite de pente différente de (-1), cela constituerait une preuve certaine que les mesures sont de mauvaise qualité. Cela étant dit, nous avons calculé les facteurs de pertes des différentes solutions ioniques ainsi que l'échantillon d'eau de mer en fonction de la fréquence en utilisant les deux méthodes de calcul de la permittivité complexe. Les résultats obtenus par les deux méthodes étant sensiblement identiques, nous avons représenté les variations des facteurs de pertes en fonction de la fréquence en échelle « log – log » (fig.V.17). L'aspect rectiligne des courbes en basses fréquences témoigne apparemment de la bonne qualité de nos mesures. Nous avons repris dans le tableau (V.4) les pentes de ces parties rectilignes, obtenues chacune par une interpolation linéaire sur les trois premiers points expérimentaux. Les valeurs des conductivités statiques qui sont déduites de la relation (V.8) sont aussi reportées dans ce tableau.

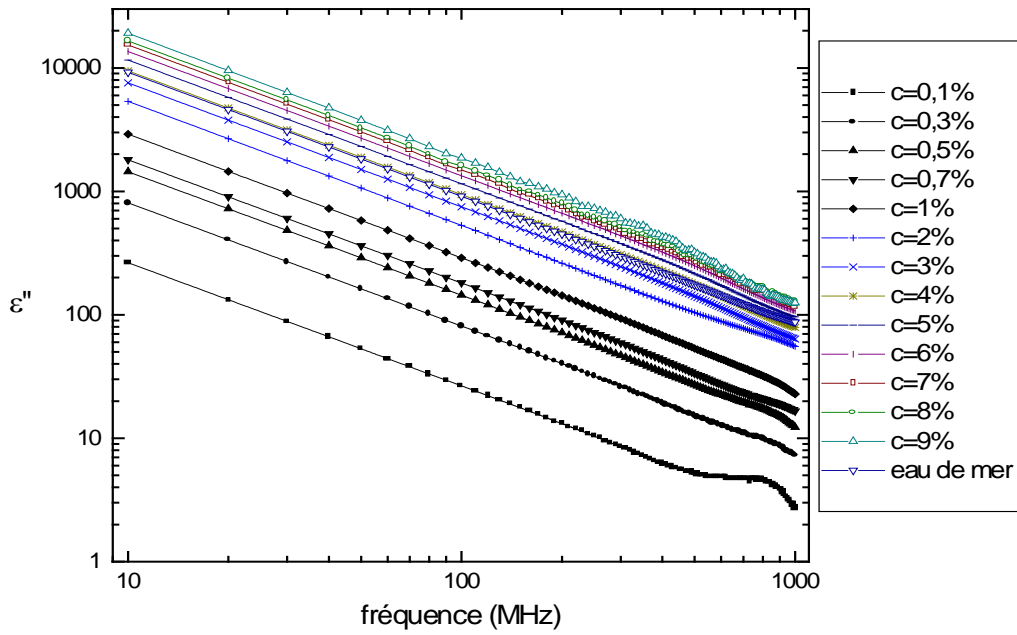


Fig.V.17 : Evolution en fonction de la fréquence des facteurs de pertes de solutions ioniques de NaCl dans de l'eau distillée à diverses concentration massiques.

C (%)	<i>pen</i> t	σ (S/m)
0,1	-0,999	0,147
0,3	-0,998	0,447
0,5	-0,998	0,800
0,7	-0,998	1,00
1	-0,998	1,609
2	-1,0016	3,09
3	-1,0025	4,07
4	-1,0024	5,20
5	-1,002	6,35
6	-1,003	7,47
7	-1,0041	8,44
8	-1,0022	9,09
9	-1,0052	10,53
<i>Eau de mer</i>	-1,0037	5,07

Tableau V.4 : Conductivités électriques statiques des différentes solutions salines ainsi que l'eau de mer, calculées par la méthode d'interpolation linéaire.

Comme on peut le constater, les valeurs des pentes sont très voisines de (-1) ce qui montre que la conductivité électrique statique intervient effectivement dans l'expression de la permittivité relative complexe par le terme $(\sigma/\varepsilon_0\omega)$. Nous soulignons par ailleurs le bon accord entre les valeurs de la conductivité, obtenues par cette méthode d'interpolation linéaire, et celles obtenues précédemment (voir tableau V.3).

Parallèlement à ces mesures de conductivité par l'analyseur fréquentiel HP4191A, nous avons aussi employé la technique de réflectométrie temporelle dans le but de confirmer une fois de plus la bonne qualité de nos mesures. Nous avons utilisé pour cela un analyseur temporel de type *TEKTRONIX* 11802 associé à une tête d'échantillonnage de type *SD 24*.

La configuration de la cellule avec échantillon étant la même que précédemment, nous avons enregistré les réponses temporelles des solutions salines caractérisées précédemment en incluant notamment des solutions de concentrations plus importantes (jusqu'à 40%) (fig.V.18). Nous avons limité volontairement la concentration à 40% car au-delà de cette valeur, il n'est plus possible d'obtenir une solution transparente. La présence de la conductivité statique apparaît clairement à travers les signaux puisque ceux-ci présentent des branches asymptotiques aux temps longs qui se situent au-dessous de la référence (50Ω). L'eau distillée que nous avons aussi analysée se distingue des solutions salines en ayant une conductivité nulle, ce qui peut être déduit de sa réponse qui coïncide avec la référence (50Ω) aux temps longs. Nous avons ensuite relevé les valeurs asymptotiques de ces signaux ce qui nous a permis de déduire la valeur de la conductivité de chacune des solutions (voir section III.3.6). La figure (V.19) reprend l'ensemble des résultats obtenus par les deux techniques : fréquentielle et temporelle. Nous soulignons le bon accord entre les résultats des deux techniques pour les solutions de concentrations inférieures à 9%. Nous notons par ailleurs une saturation de la conductivité pour les concentrations supérieures à 35%.

Comme on peut le constater, nous n'avons pas présenté les résultats de mesures de la conductivité par la technique fréquentielle pour les concentrations supérieures à 9% ; la cause en est la très grande valeur (de l'ordre de 2.10^4) de la partie imaginaire de la permittivité relative qui ne permettait pas une mesure précise du coefficient de réflexion, et de ce fait, rendait difficile la convergence des méthodes de calcul de la permittivité.

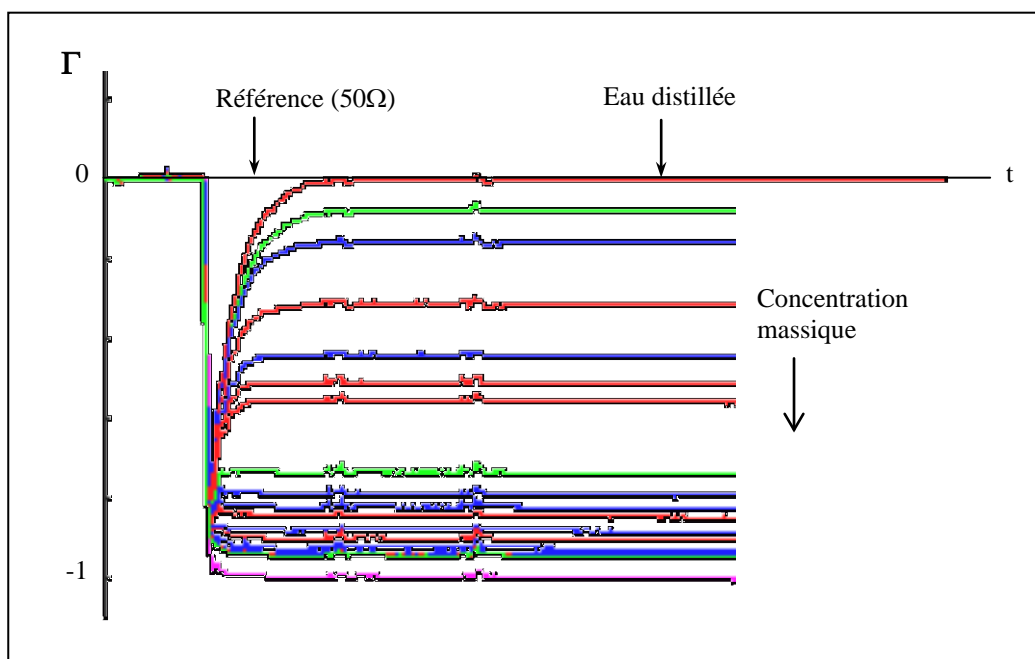


Fig.V.18 : Evolution dans le temps du coefficient de réflexion de solutions salines de NaCl de concentrations massiques comprises entre 0% et 40%

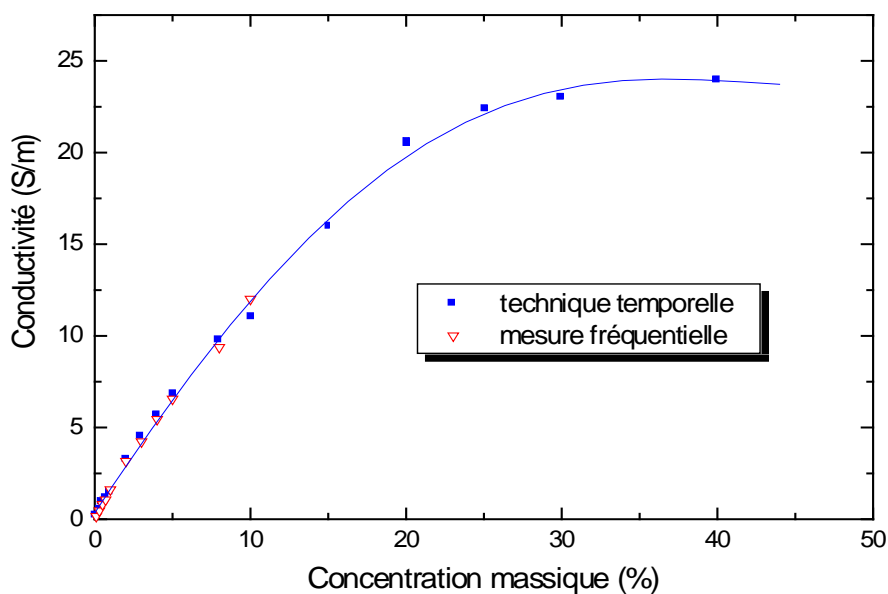


Fig.V.19 : Comparaison des résultats de mesure de la conductivité par les techniques temporelle et fréquentielle.

V.5. INSTABILITES DU SYSTEME ET ERREURS DE MESURES

Au cours de nos multiples manipulations, nous avons constaté que la qualité des résultats de mesure de la permittivité complexe dépend de la longueur de l'échantillon étudié. Pour illustrer cela, nous avons reporté dans la figure (V.20) l'évolution en fonction de la fréquence des parties réelle et imaginaire de la permittivité relative complexe du téflon, calculée pour trois longueurs différentes de l'échantillon. D'après cette figure, on constate une nette amélioration des résultats lorsque la longueur de l'échantillon augmente. Ce constat ne constitue nullement une règle ; néanmoins, il nous permet de conclure que l'erreur avec laquelle la permittivité est déterminée est fonction de la longueur de l'échantillon. C'est la raison qui nous a poussé à faire une étude d'erreurs en s'inspirant des travaux de *S.S. Stuchly et col.*[45], *A. Kraszewsky et col.* [5] et *Shuh-Han Chao* [51]. Dans ces travaux, on évoque les instabilités du système durant les cycles de calibration et de mesure et leur influence sur le calcul de la permittivité. Ces instabilités se manifestent, ou bien, par la non reproductibilité des données expérimentales après plusieurs essais de mesures, ou encore, par la non reproductibilité des données de calibration. Alors qu'on peut réduire les instabilités durant le cycle de mesure en répétant plusieurs fois les mesures et en prenant leur moyenne, les instabilités durant la phase de calibration ne peuvent être éliminées ; en conséquence, elles contribuent aux erreurs de calcul de la permittivité de manière permanente. Dans ce qui suit, nous étudions l'influence de la non reproductibilité des données de calibration sur le calcul de la permittivité relative complexe. Le schéma de la figure (V.21) nous éclaire sur la manière avec laquelle se propagent ces fluctuations aléatoires des données de calibration jusqu'au calcul de la permittivité. Il y apparaît que la relation qui exprime le coefficient de réflexion totale à la face d'entrée de l'échantillon en fonction de la permittivité est celle qu'on avait établie dans la méthode de la ligne adaptée (*voir section IV.4.1*). Réécrivons-la en introduisant la longueur d'onde dans le vide $\lambda = 2\pi c/\omega$; il vient alors :

$$R = \frac{(1 - \hat{\epsilon})(1 - e^{-4\pi j \frac{d}{\lambda} \sqrt{\hat{\epsilon}}})}{(1 + \sqrt{\hat{\epsilon}})^2 - (1 - \sqrt{\hat{\epsilon}})^2 e^{-4\pi j \frac{d}{\lambda} \sqrt{\hat{\epsilon}}}} \quad (V.9)$$

On constate d'après la relation (V.9) que pour un ϵ^* donné, le coefficient de réflexion σ ne dépend que du rapport (d/λ) ; celui-ci représente la *longueur réduite* de l'échantillon et possède comme on le verra ultérieurement des valeurs optimales pour lesquelles l'erreur de calcul de la permittivité est minimale.

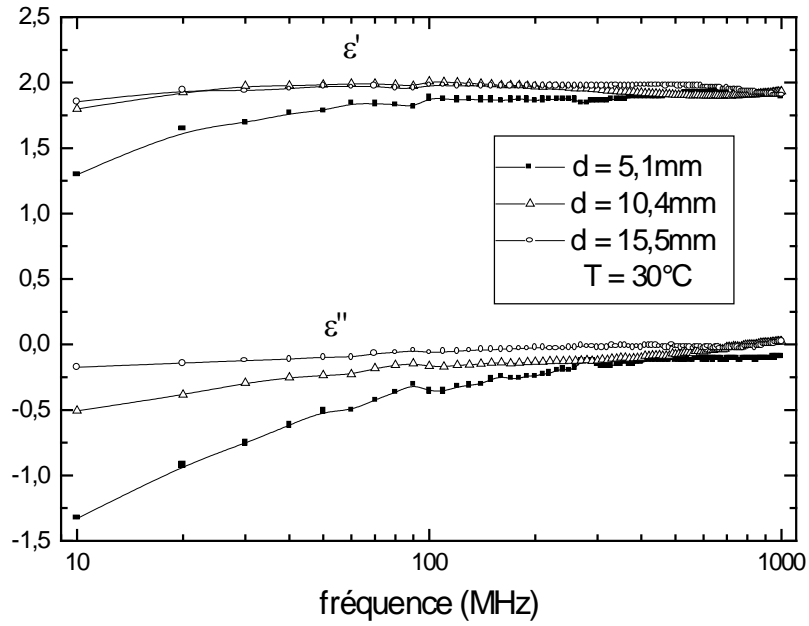


Fig.V.20 : Evolution des parties réelle (ϵ') et imaginaire (ϵ'') de la permittivité relative complexe du téflon (calculées par la première méthode).

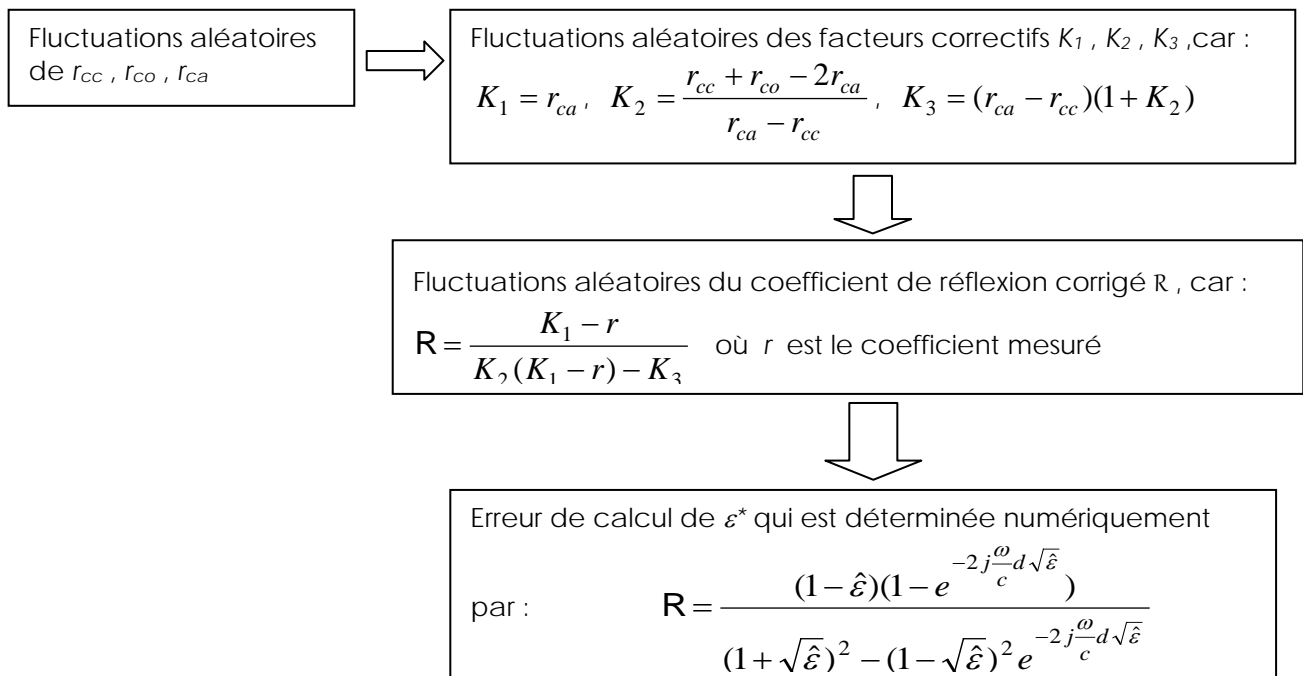


Fig.V.21 : Les différentes étapes de propagation des erreurs de calibration.

Nous avons entamé cette étude d'erreurs en effectuant plusieurs essais de calibration ($n = 10$), accumulant ainsi une quantité de données $r_j^{(i)}(m)$, où « i » est un entier variant de 1 à n qui nous indique de quel essai il s'agit ; « j » prend les « valeurs » : cc , co , ca , associées respectivement aux : court-circuit, le circuit ouvert et la charge adaptée ; le paramètre « m » est associé à la $m^{\text{ième}}$ fréquence de calibration ; c'est un entier qui varie de 1 à p , où p est le nombre de points de calibration. Nous définissons alors pour chaque charge étalon et chaque fréquence (j et m donnés) la moyenne des $r_j^{(i)}(m)$ sur les n essais de calibration :

$$r_j^{(0)}(m) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} r_j^{(i)}(m) \quad (\text{V.10})$$

D'autre part, on a vu dans la section (IV.1.2) que les facteurs correctifs K_1 , K_2 et K_3 qui interviennent dans les séquences de la correction vectorielle « 03 points » s'expriment en fonction des données de calibration (r_{cc} , r_{co} et r_{ca}) par les relations (IV.9), (IV.10) et (IV.11) respectivement. Par commodité de notation, nous préférons dans cette section les exprimer de la façon suivante :

$$K_i(m) = F_i(r_{cc}(m), r_{co}(m), r_{ca}(m)) \quad (\text{V.11})$$

où $i = 1, 2, 3$, $m = 1, 2, \dots, p$ et F_1 , F_2 et F_3 sont des fonctions complexes à trois variables complexes définies par :

$$F_1(x, y, z) = z \quad (\text{V.12a})$$

$$F_2(x, y, z) = \frac{x + y - 2z}{z - x} \quad (\text{V.12b})$$

$$F_3(x, y, z) = (z - x)[1 + F_2(x, y, z)] \quad (\text{V.12c})$$

Nous définissons alors les « facteurs correctifs moyens » qui sont donnés par :

$$K_i^{(0)}(m) = F_i[r_{cc}^{(0)}(m), r_{co}^{(0)}(m), r_{ca}^{(0)}(m)] \quad (\text{V.13})$$

où $i = 1, 2, 3$

Nous rappelons par ailleurs que le coefficient de réflexion corrigé R d'une charge quelconque s'exprime en fonction du coefficient mesuré r par la relation (voir relation IV.6) :

$$R(m) = \frac{K_1(m) - r(m)}{K_2(m)(K_1(m) - r(m)) - K_3(m)} \quad (\text{V.14})$$

L'inversion de cette relation conduit à (voir relation IV.5) :

$$r(m) = \frac{K_1(m) + (K_3(m) - K_1(m)K_2(m))R(m)}{1 - K_2(m)R(m)} \quad (\text{V.15})$$

Etant donné que les n essais de calibration sont indépendants, nous avons eu recours aux méthodes statistiques pour le calcul de l'erreur. Plus explicitement, nous avons identifié l'erreur sur le coefficient de réflexion, à une fréquence donnée et pour une charge étalon donnée, à la « déviation standard » des n valeurs obtenues aux différents essais autour de leur valeur moyenne. Après calcul, nous avons constaté que les déviations maximales pour les trois charges ne dépassaient pas $\Delta r_x = 0,0038$ pour la partie réelle et $\Delta r_y = 0,0023$ pour la partie imaginaire. L'erreur totale étant une combinaison de Δr_x et Δr_y , il existe par conséquent quatre possibilités :

$$\Delta r = \pm \Delta r_x \pm j \Delta r_y \quad (\text{V.16})$$

Nous avons étudié la propagation de l'erreur de chaque charge séparément des deux autres et ce en considérant chacune des quatre valeurs que peut prendre Δr . Nous décrivons dans ce qui suit la démarche que nous avons adoptée pour l'étude de la propagation de l'erreur du court-circuit :

- 1- Pour un ε^* donné, nous calculons le coefficient de la relation (V.9) en fonction de la longueur réduite de l'échantillon (d/λ) ; le nombre de points étant pris égal au nombre de points de calibration p . Nous noterons ce coefficient $\Gamma(m)$ avec $m = 1, \dots, p$.
- 2- Nous calculons en utilisant la relation (V.15) le coefficient moyen $r^{(0)}(m)$, obtenu après la substitution des $K_i(m)$ par les $K_i^{(0)}(m)$ et $R(m)$ par $\Gamma(m)$.
- 3- Nous calculons les facteurs correctifs après l'introduction de l'erreur du court-circuit ; ils sont donnés par :

$$K_i^{(cc)}(m) = F_i[r_{cc}^{(0)}(m) + \Delta r, r_{co}^{(0)}(m), r_{ca}^{(0)}(m)] \quad (\text{V.17})$$

où $i = 1, 2, 3$

- 4- Nous calculons en utilisant la relation (V.14) le coefficient $R^{(cc)}(m)$, obtenu après substitution des $K_i(m)$ par les $K_i^{(cc)}(m)$ et $r(m)$ par $r^{(0)}(m)$.
- 5- Nous résolvons numériquement en ε^* la relation (V.9), où R est remplacé par $R^{(cc)}(m)$. Les solutions obtenues, $\hat{\varepsilon}_{(cc)}(m) = \varepsilon'_{(cc)}(m) - j\varepsilon''_{(cc)}(m)$ où $m=1, \dots, p$, sont bien entendu différentes de $\varepsilon^* = \varepsilon' - j\varepsilon''$.
- 6- Nous calculons les erreurs relatives sur ε' et ε'' ; elles sont données respectivement par :

$$\mathcal{D}_{\varepsilon'}^{(cc)}(m) = \left| \frac{\varepsilon'_{(cc)}(m) - \varepsilon'}{\varepsilon'} \right| \quad (\text{V.18a})$$

$$\mathcal{D}_{\varepsilon''}^{(cc)}(m) = \left| \frac{\varepsilon''_{(cc)}(m) - \varepsilon''}{\varepsilon''} \right| \quad (\text{V.18b})$$

- 7- Nous répétons les étapes 3,4,5 et 6 pour les autres valeurs possibles de Δr ; nous retiendrons alors les erreurs maximales.

L'étude de la propagation des erreurs dues aux autres charges est similaire à celle que nous venons de présenter pour le court-circuit, sauf que Δr s'additionne dans la relation (V.17) à $r_{co}^{(0)}(m)$ pour le circuit ouvert, et à $r_{ca}^{(0)}(m)$ pour la charge adaptée. La dernière étape consiste alors à tenir en compte les erreurs des trois charges simultanément. L'indépendance statistique implique que les erreurs relatives totales sur ε' et ε'' soient données par :

$$\delta_{\varepsilon'}(m) = \left[\delta_{\varepsilon'}^{(cc)}(m)^2 + \delta_{\varepsilon'}^{(co)}(m)^2 + \delta_{\varepsilon'}^{(ca)}(m)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{V.19a})$$

$$\delta_{\varepsilon''}(m) = \left[\delta_{\varepsilon''}^{(cc)}(m)^2 + \delta_{\varepsilon''}^{(co)}(m)^2 + \delta_{\varepsilon''}^{(ca)}(m)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{V.19b})$$

Nous avons reporté dans les figures (V.22)-(V.37) les variations en fonction de la longueur réduite des erreurs relatives $\delta_{\varepsilon'}^{(cc)}$, $\delta_{\varepsilon''}^{(cc)}$, $\delta_{\varepsilon'}^{(co)}$, $\delta_{\varepsilon''}^{(co)}$, $\delta_{\varepsilon'}^{(ca)}$ et $\delta_{\varepsilon''}^{(ca)}$ pour différents couples de valeurs de $(\varepsilon', \varepsilon'')$. Afin d'avoir un ordre de grandeur, il faut savoir que pour une longueur de l'échantillon égale à 5mm , la longueur réduite ne dépasse pas dans le cas de notre analyseur la valeur 0,016, qui correspond en fait à la fréquence maximale 1GHz . Cela nous permet de nous situer dans les courbes des figures précédentes afin d'en tirer quelques observations qui se limitent aux longueurs réduites qui nous intéressent. On constate globalement que l'erreur attribuée au circuit ouvert est la plus faible. Par ailleurs, il apparaît une nette prédominance de l'erreur de la charge adaptée par rapport à celle du court-circuit pour les faibles permittivités ($\varepsilon'=5$), et cela d'autant plus que la longueur réduite est faible. Au fur et à mesure que la permittivité augmente en module, l'erreur de la charge adaptée diminue, laissant ainsi l'avantage à partir d'une certaine valeur de la longueur réduite à l'erreur du court-circuit. L'erreur de la charge adaptée reste tout de même plus importante pour les très faibles longueurs réduites. Donc, nous pouvons conclure de ces observations que :

L'erreur de calcul de la permittivité en basses fréquences est essentiellement attribuée à l'utilisation de la charge adaptée dans la phase de calibration, et cette erreur est plus importante pour les échantillons à faibles permittivités.

Par ailleurs, nous avons représenté dans les figures (V.38)-(V.45) l'évolution des erreurs relatives totales en fonction de la longueur réduite, telles calculées par les relations (V.19a et b). En fait, nous avons préféré multiplier l'erreur relative totale du facteur de dispersion ($\delta_{\varepsilon'}$) par le

rapport ($\varepsilon'/\varepsilon''$) ce qui nous a permis de déduire une relation empirique simple liant les erreurs relatives totales des facteurs de pertes et de dispersion. Cette relation est la suivante :

$$\frac{\Delta\varepsilon''}{\varepsilon''} \approx \frac{\varepsilon'}{\varepsilon''} \frac{\Delta\varepsilon'}{\varepsilon'} \quad (\text{V.20})$$

ce qui implique aussi :
$$\Delta\varepsilon'' \approx \Delta\varepsilon' \quad (\text{V.21})$$

On voit ainsi que les erreurs absolues des facteurs de pertes et de dispersion sont du même ordre de grandeur. Cela constitue deux inconvénients majeurs, à savoir :

- Pour les diélectriques à faibles pertes (*i.e.* $\varepsilon''/\varepsilon' \ll 1$), le facteur de pertes est mal déterminé car son erreur relative est beaucoup plus importante que celle du facteur de dispersion .
- Pour les diélectriques partiellement conducteurs, le facteur de pertes atteint des valeurs très importantes en basses fréquences (*i.e.* $\varepsilon''/\varepsilon' \gg 1$) qui rendent très difficile la détermination du facteur de dispersion car l'erreur relative de ce dernier est beaucoup plus importante que celle du facteur de pertes .

Un autre point intéressant que l'on peut souligner à partir de l'observation des figures (V.38)-(V.45) est la présence de minimums d'erreurs pour certaines valeurs particulières de la longueur réduite. Nous avons alors relevé dans chacune de ces figures (ε' et ε'' donnés) les valeurs de ces *longueurs réduites optimales* pour les deux premiers minimums d'erreurs. En analysant ces données, nous avons pu déduire deux autres relations empiriques qui expriment ces longueurs réduites optimales en fonction du module de la permittivité relative complexe ; ces relations sont les suivantes :

- Les positions des premiers minimums d'erreurs sont :
$$\left(\frac{d}{\lambda}\right)_{opt}^{(1)} = \frac{1}{5} |\hat{\varepsilon}|^{-3/5} \quad (\text{V.22})$$

- Les positions des seconds minimums d'erreurs sont :
$$\left(\frac{d}{\lambda}\right)_{opt}^{(2)} = \frac{3}{5} |\hat{\varepsilon}|^{-1/2} \quad (\text{V.23})$$

où : $|\hat{\varepsilon}| = \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}$ est le module de la permittivité relative complexe.

Les représentations graphiques des relations (V.22) et (V.23) sont illustrées aux figures (V.46) et (V.47) . Ces relations permettent de connaître, à une fréquence donnée et pour un échantillon donné, les longueurs optimales de l'échantillon pour lesquelles les erreurs de calcul de la

permittivité complexe sont réduites au minimum. En fait, pour de telles longueurs, l'analyseur est sensible à la moindre petite variation de la permittivité ; autrement dit, de faibles variations de la permittivité engendrent de grandes variations du coefficient de réflexion [4].

- **Remarque :** *Il faut souligner que cette étude d'erreurs n'est pas spécifique à l'analyseur d'impédance HP4191A ; elle est valable pour n'importe quel analyseur fréquentiel faisant des mesures en réflexion et soumis au préalable à une procédure de calibration qui utilise un court-circuit(0Ω), un circuit ouvert($\infty\Omega$) et une charge adaptée(50Ω). En effet, si on utilise un autre analyseur fréquentiel remplissant ces conditions, le seul changement que l'on peut noter concerne les valeurs des composantes de l'erreur Δr_x et Δr_y . Nous avons alors effectué les calculs des erreurs pour d'autres valeurs de Δr_x et Δr_y . Les résultats obtenus montrent que seules les amplitudes des erreurs changent tout en vérifiant la relation (V.20) ; les positions des minimums par contre ne sont pas affectées.*

En guise d'application des formules (V.22) et (V.23), prenons l'exemple de l'eau distillée et déionisée. A une fréquence égale à $2GHz$ et pour une température de $23^\circ C$, les facteurs de dispersion et de pertes sont respectivement [52] : $\varepsilon' = 77,3$ et $\varepsilon'' = 7,6$. La longueur optimale déduite de la relation (V.22) est égale pour cette fréquence à $2,2\text{ mm}$; la relation (V.23) conduit par ailleurs pour la même fréquence ($2GHz$) à une longueur optimale égale à $10,2\text{ mm}$.

Considérons maintenant un échantillon à faible permittivité comme le téflon. Les facteurs de dispersion et de pertes de ce matériau sont respectivement : $\varepsilon' \approx 2$ et $\varepsilon'' \approx 0$.

- A $10MHz$, les longueurs optimales calculées par les relations (V.22) et (V.23) sont respectivement : $3,9\text{ m}$ et $12,7\text{ m} ! !$
- A $1GHz$, ces longueurs deviennent : $3,9\text{ cm}$ et $12,7\text{ cm}$.

On voit ainsi qu'il est impossible d'atteindre la longueur optimale d'un échantillon à faible permittivité à une fréquence inférieure au *Gigahertz*, car cela impliquerait l'utilisation d'une très grande quantité d'échantillon ; c'est ce qui nous permet d'expliquer d'ailleurs l'amélioration constante des résultats de mesure de la permittivité du téflon lorsque nous augmentons la taille de l'échantillon (voir fig.V.20).

Rappelons que cette étude d'erreurs est basée sur la propagation des erreurs de trois charges étalons durant la phase de calibration : un court-circuit (0Ω), un circuit ouvert ($\infty\Omega$) et une charge adaptée (50Ω). Cette procédure de calibration, désormais classique, est celle qu'utilisent les ingénieurs de la firme *Hewlett-Packard* dans leurs analyseurs fréquentiels. A cet égard, il faut souligner que la calibration des analyseurs fréquentiels a fait l'objet de multiples recherches, tant sur le plan expérimental que théorique, toujours dans le même souci que celui d'améliorer d'avantage la qualité des mesures relatives aux dispositifs étudiés. Nous citons en exemple les travaux de *B.Bianco et col.* [53] qui ont pu définir à partir d'une étude théorique un facteur de qualité pour les procédures de calibration ; plus ce facteur est grand, plus la procédure est meilleure. Ils ont alors effectué une comparaison entre trois procédures de calibration :

- La procédure classique qui utilise : un court-circuit (0Ω), un circuit ouvert ($\infty\Omega$) et une charge adaptée (50Ω).
- Une seconde procédure qui utilise des court-circuits dits « *offset* », dont les coefficients de réflexion sont $(-1, j, +1)$.
- Une troisième procédure qui utilise des court-circuits « *offset* » dont les coefficients de réflexion sont $(-1, e^{-j\pi/3}, e^{j\pi/3})$.

Les auteurs [53] ont montré que le facteur de qualité le plus grand était celui de la dernière procédure ; ensuite, venait celui de la seconde procédure et enfin, celui de la première. Ils ont montré que la faible valeur du facteur de qualité de la première procédure était due à l'utilisation de la charge adaptée. Ils ont conclu par ailleurs que la meilleure procédure de calibration est celle qui utilise des charges dont les coefficients de réflexion sont bien séparés les uns des autres ; en l'occurrence, la dernière procédure.

Une autre alternative visant à améliorer la qualité des mesures consiste en la substitution de la charge adaptée par un liquide de référence tout en maintenant le court-circuit et le circuit ouvert dans la procédure de calibration. Le choix du liquide de référence doit ce faire de manière à ce que les coefficients de réflexion des trois étalons soient bien séparés les uns des autres comme nous venons de le souligner plus haut.

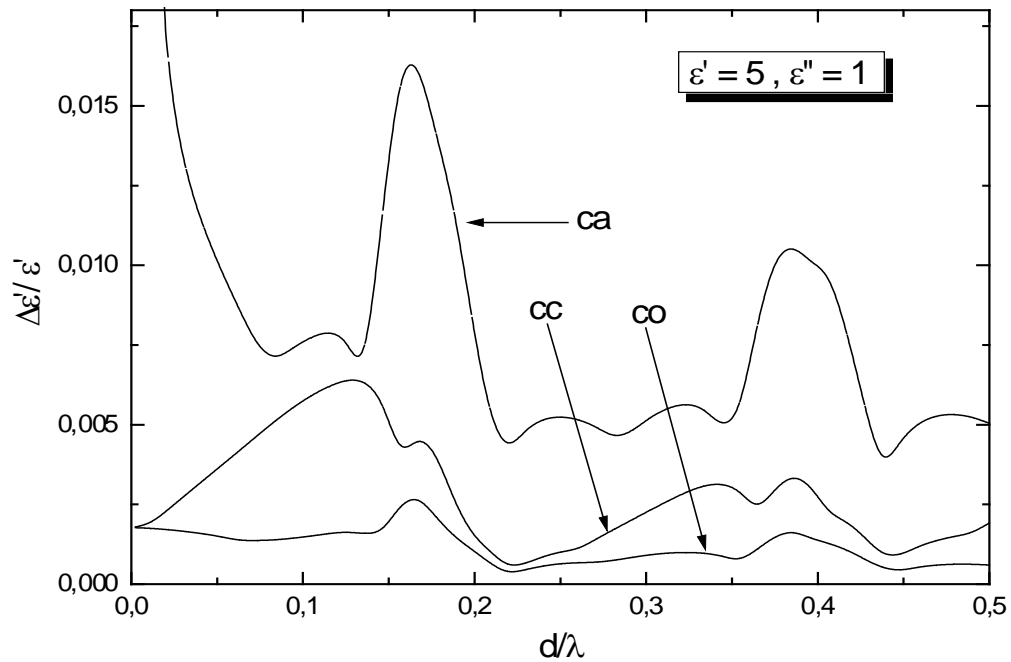


Fig.V.22 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de dispersion, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 5$ et $\varepsilon'' = 1$.

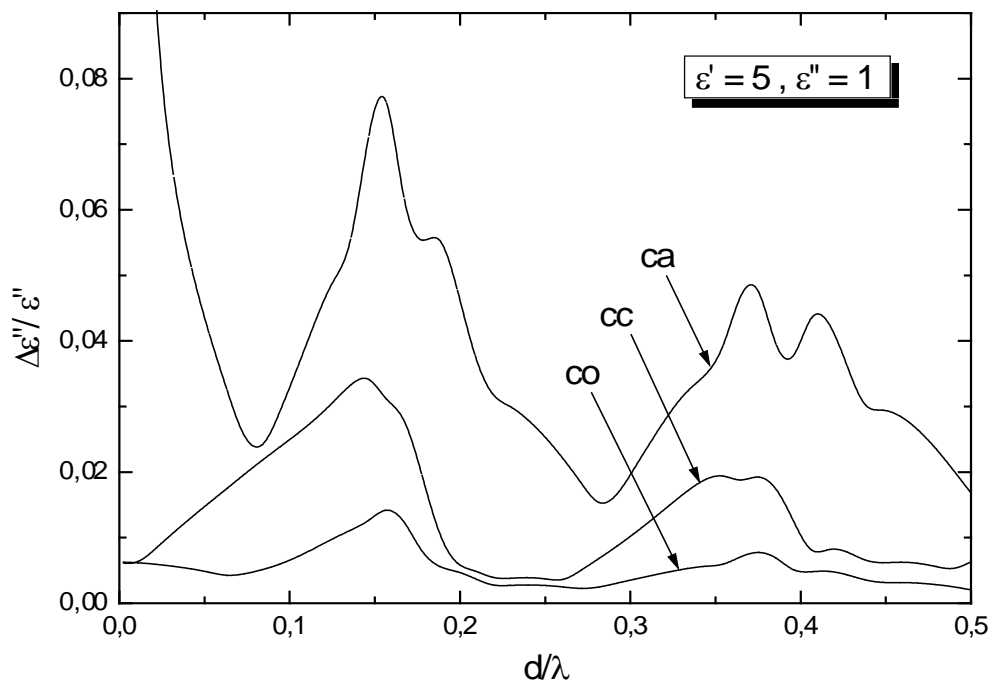


Fig.V.23 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de pertes, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 5$ et $\varepsilon'' = 1$.

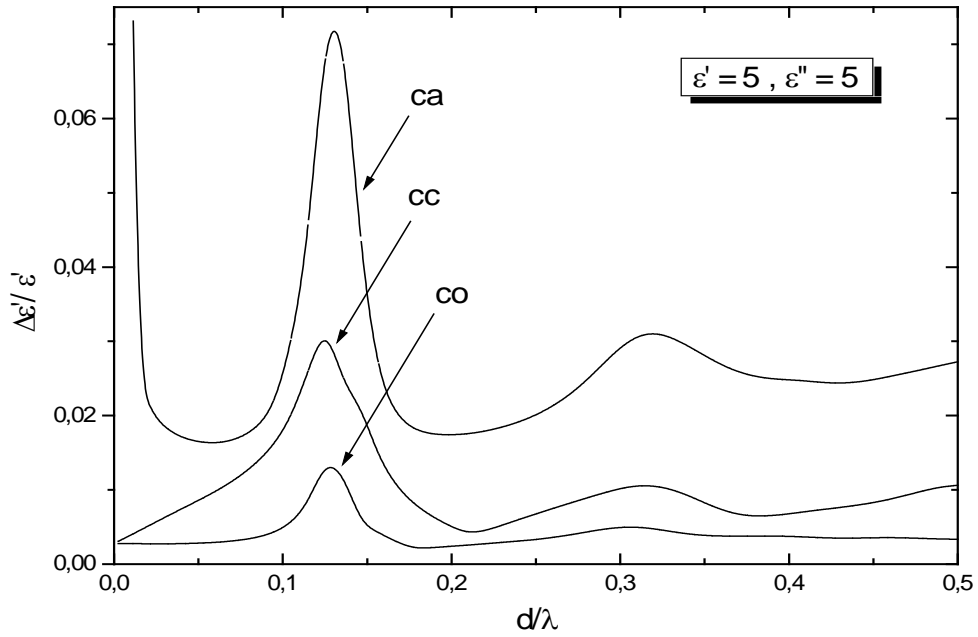


Fig.V.24 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de dispersion, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\epsilon' = 5$ et $\epsilon'' = 5$.

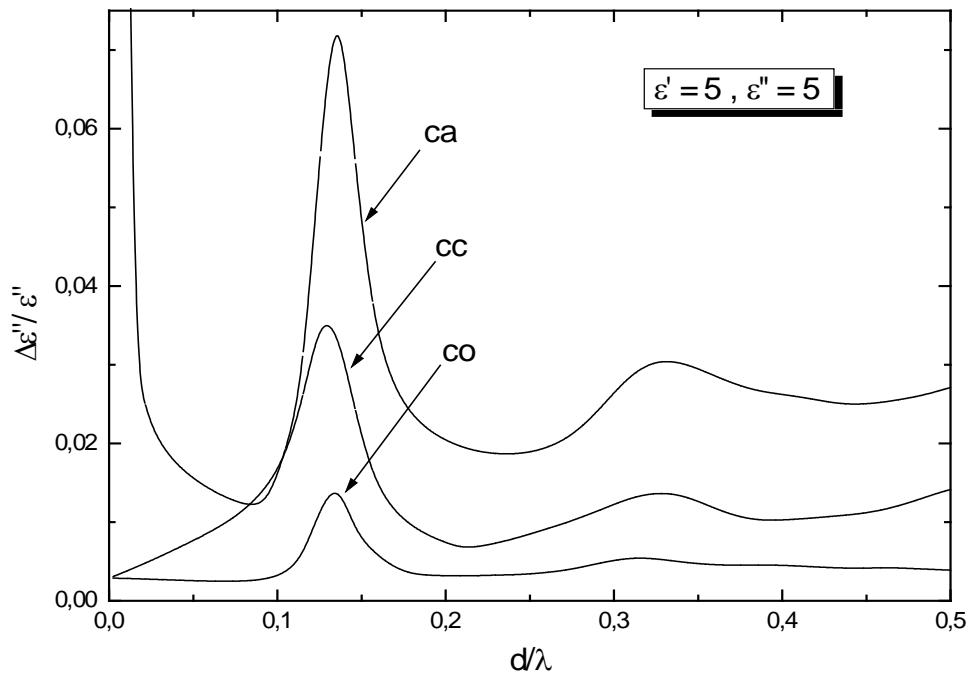


Fig.V.25 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de pertes, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\epsilon' = 5$ et $\epsilon'' = 5$.

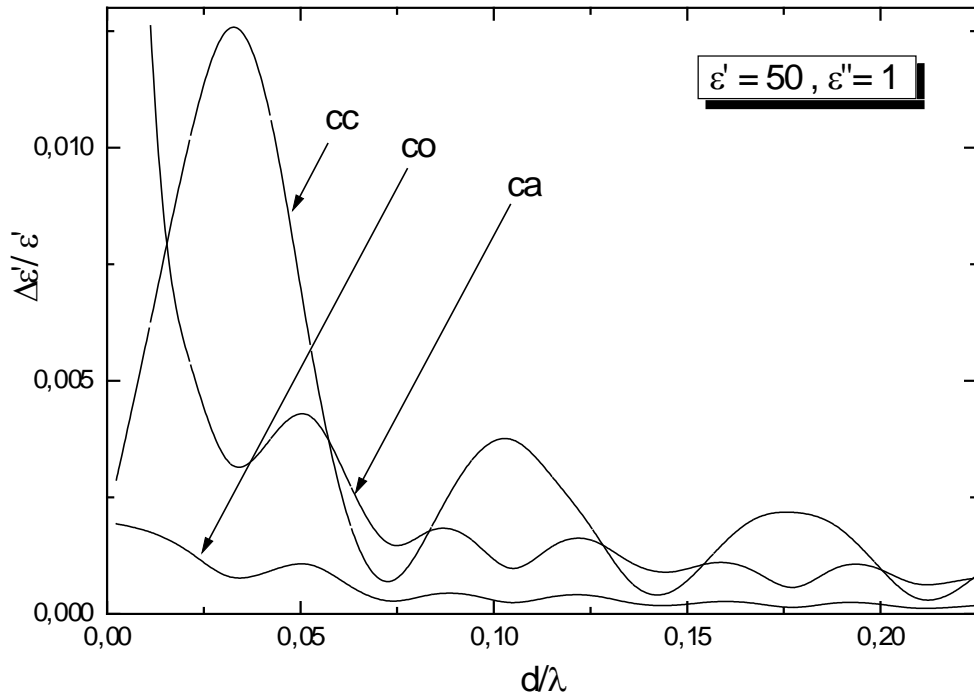


Fig.V.26 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de dispersion, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 50$ et $\varepsilon'' = 1$.

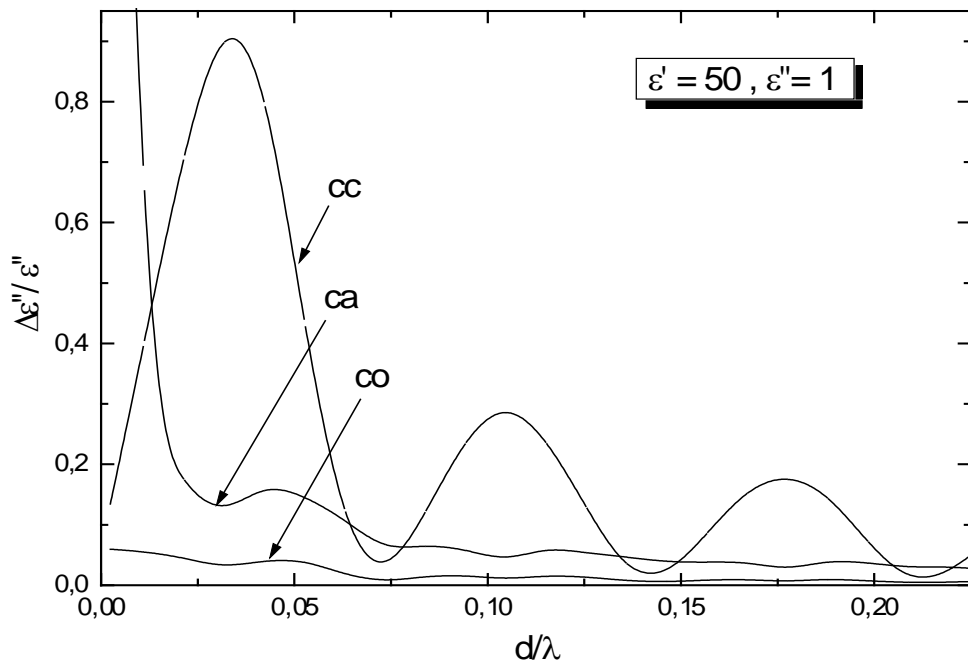


Fig.V.27 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de pertes, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 50$ et $\varepsilon'' = 1$.

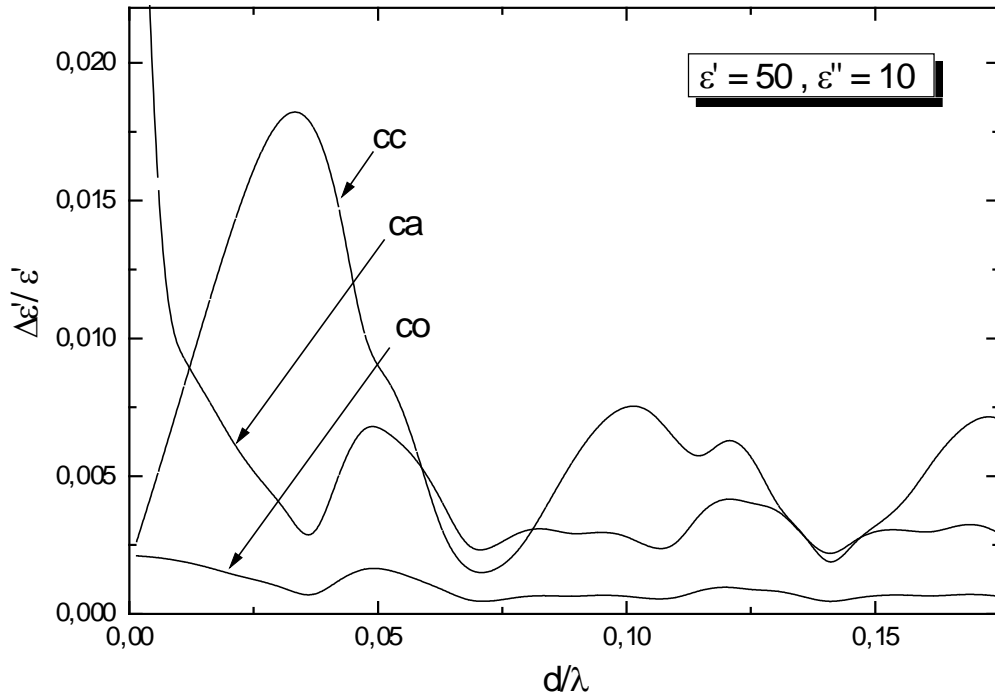


Fig.V.28 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de dispersion, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 50$ et $\varepsilon'' = 10$.

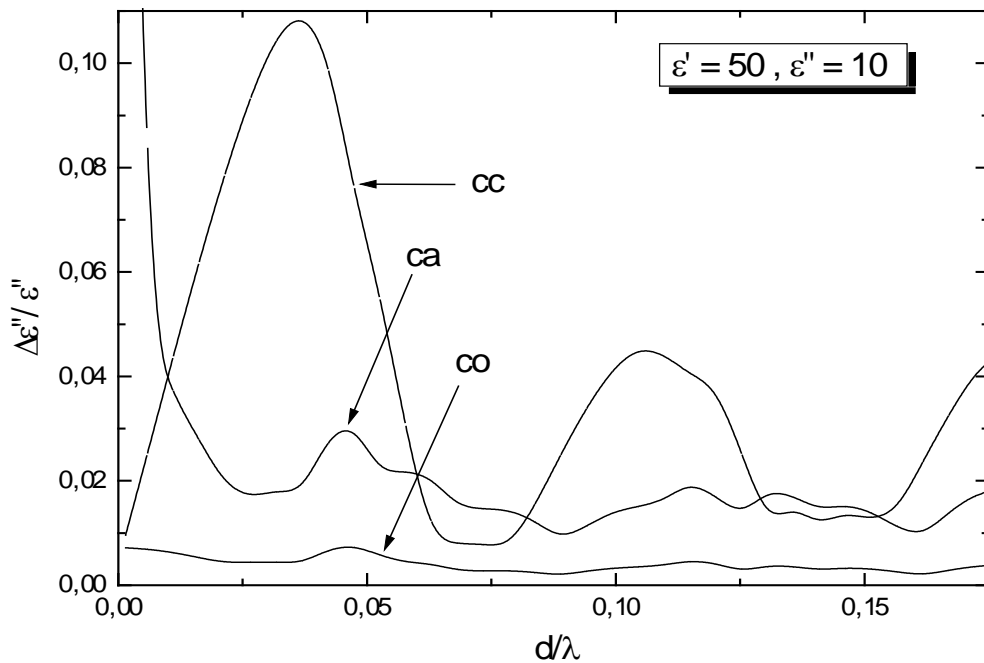


Fig.V.29 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de pertes, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 50$ et $\varepsilon'' = 10$.

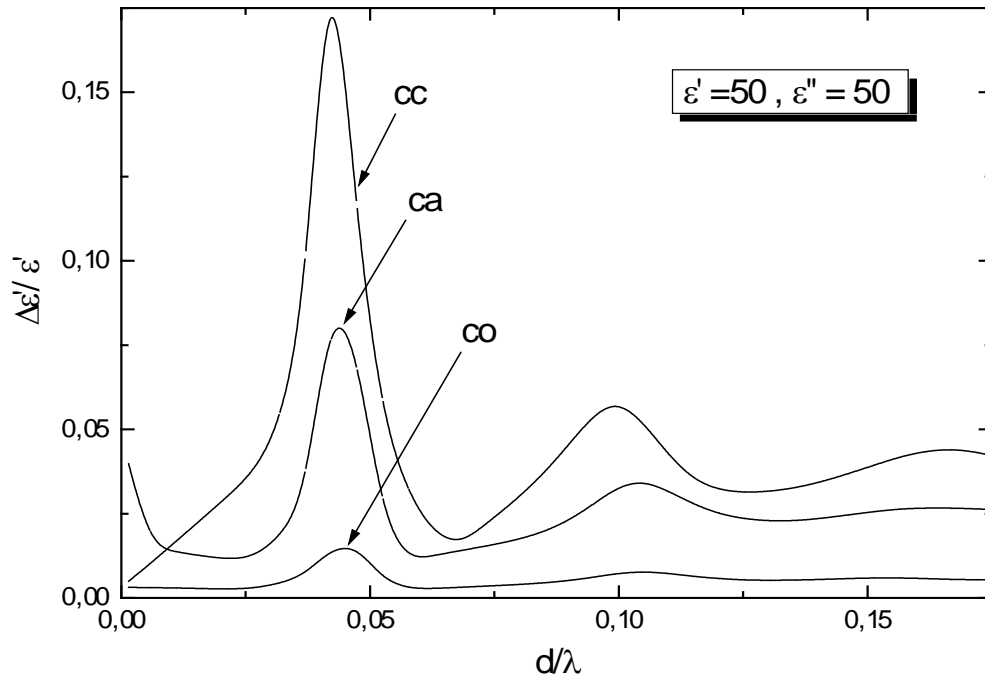


Fig.V.30 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de dispersion, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 50$ et $\varepsilon'' = 50$.

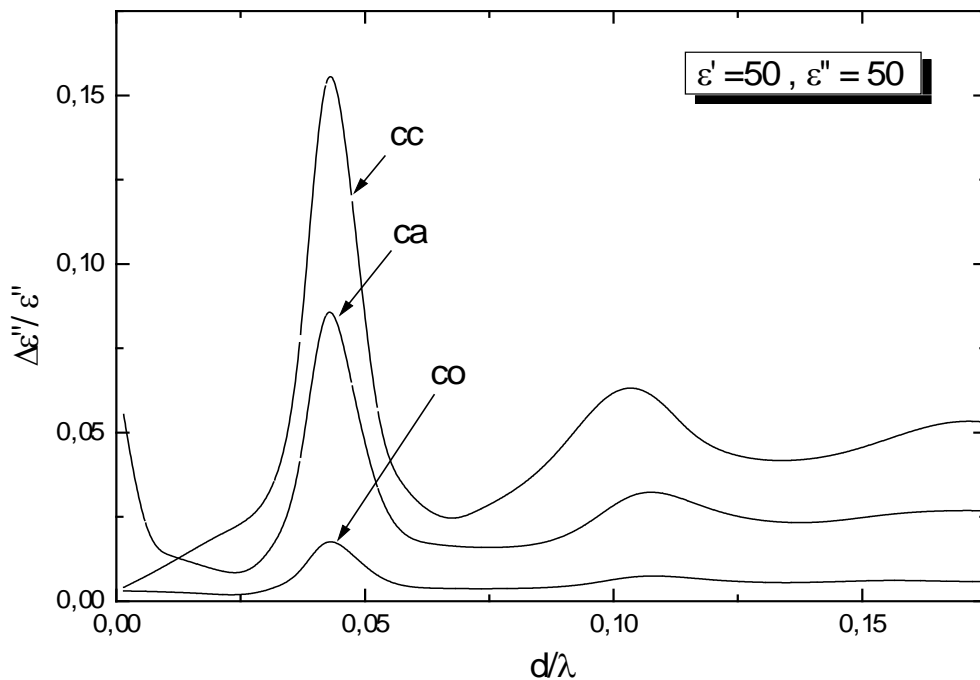


Fig.V.31 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de pertes, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 50$ et $\varepsilon'' = 50$.

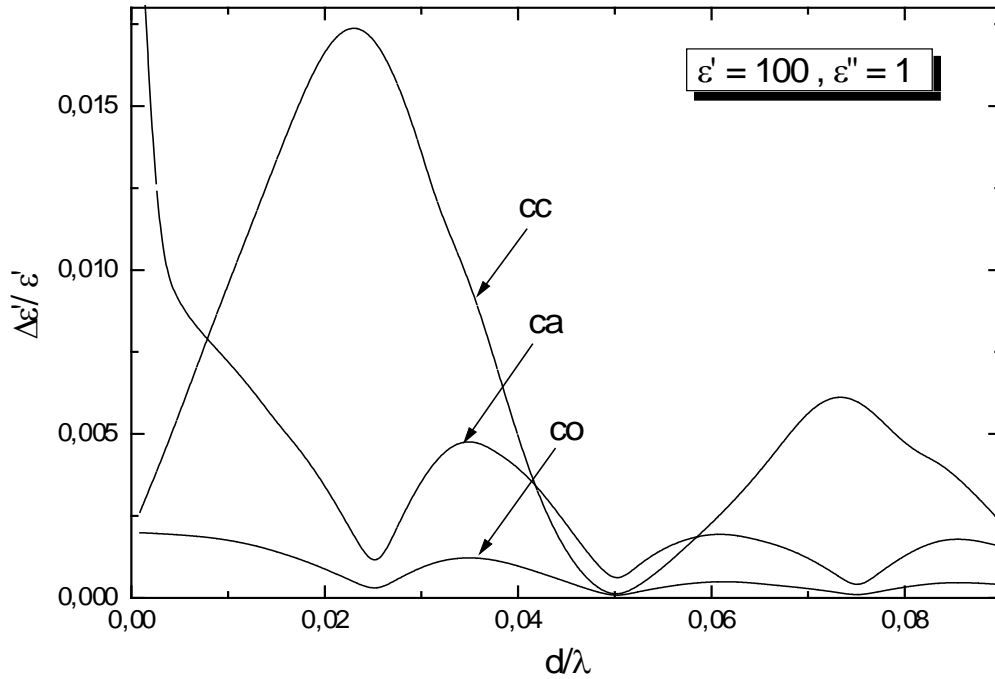


Fig.V.32 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de dispersion, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 100$ et $\varepsilon'' = 1$.

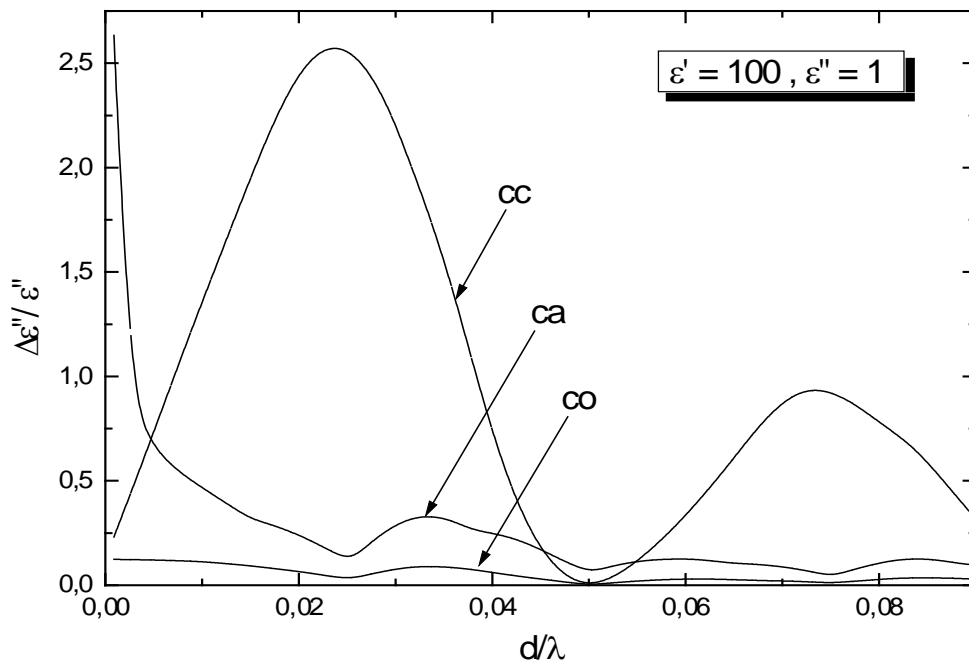


Fig.V.33 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de pertes, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 100$ et $\varepsilon'' = 1$.

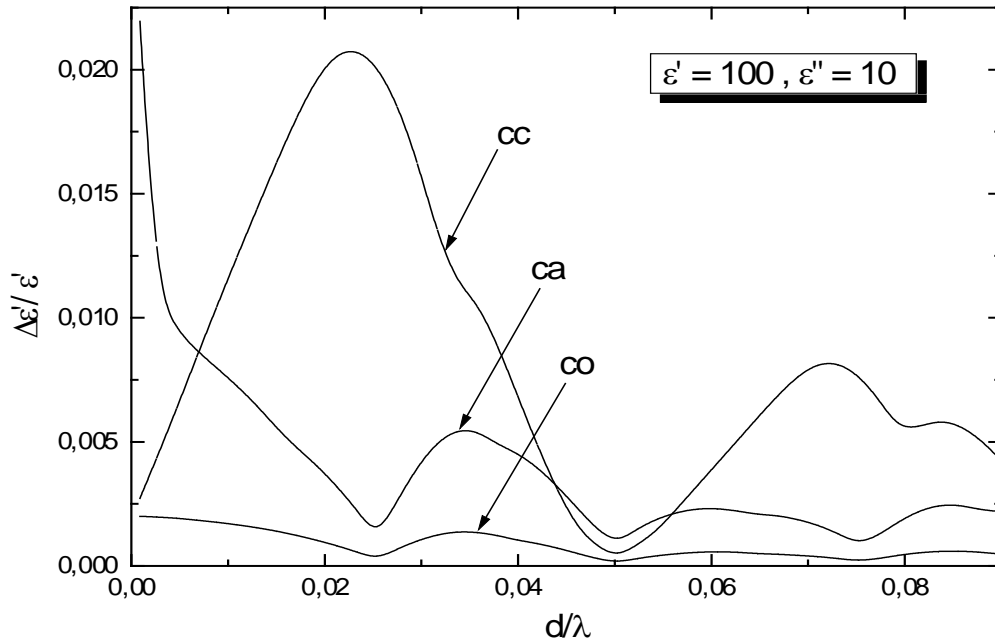


Fig.V.34 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de dispersion, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\epsilon' = 100$ et $\epsilon'' = 10$.

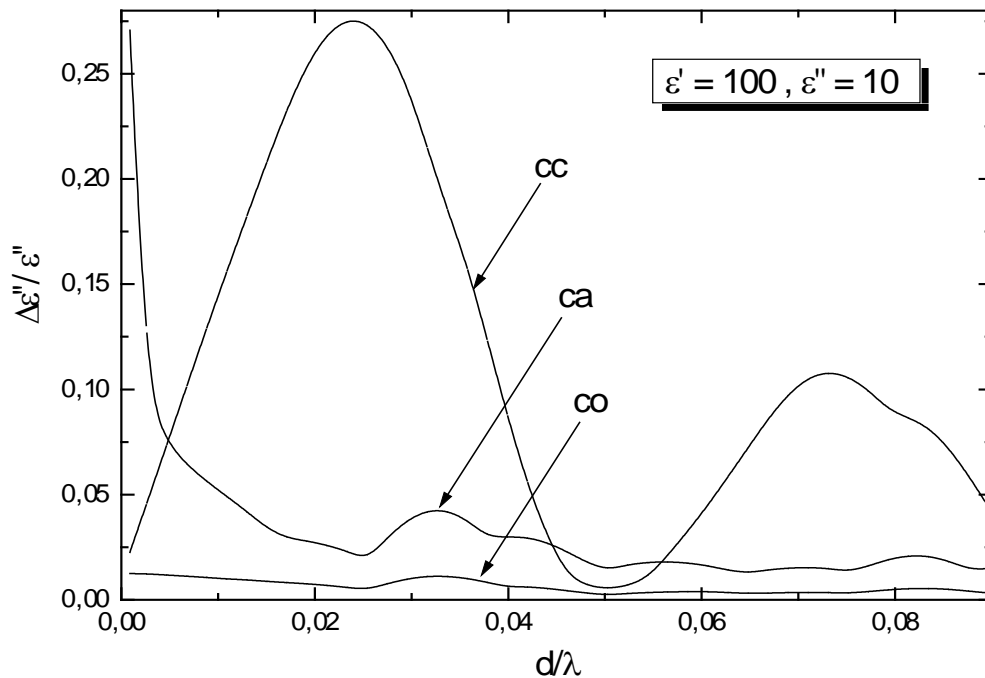


Fig.V.35 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de pertes, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\epsilon' = 100$ et $\epsilon'' = 10$.

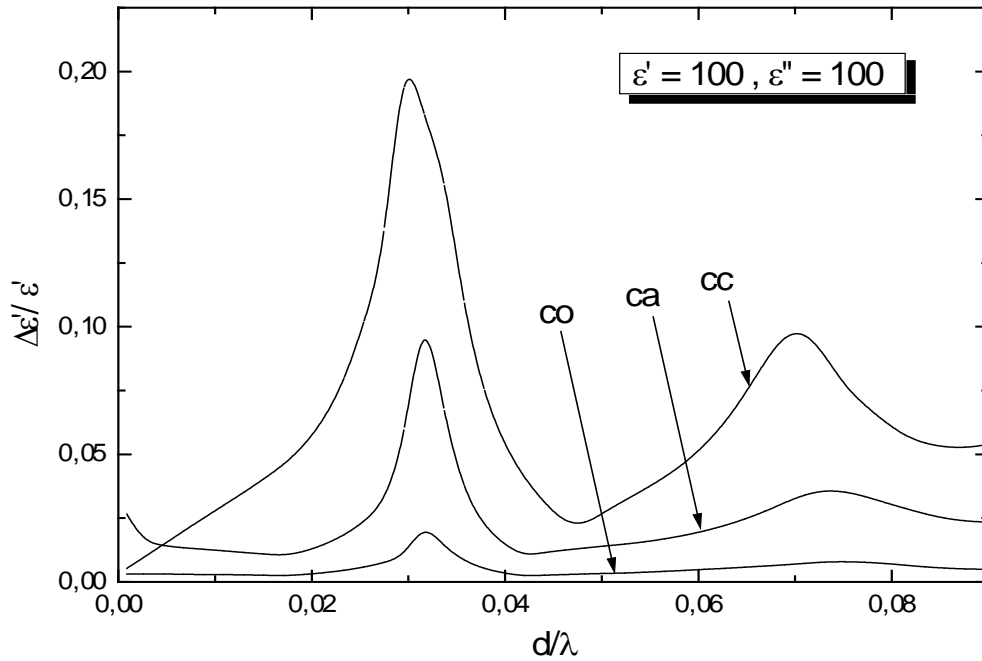


Fig.V.36 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de dispersion, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 100$ et $\varepsilon'' = 100$.

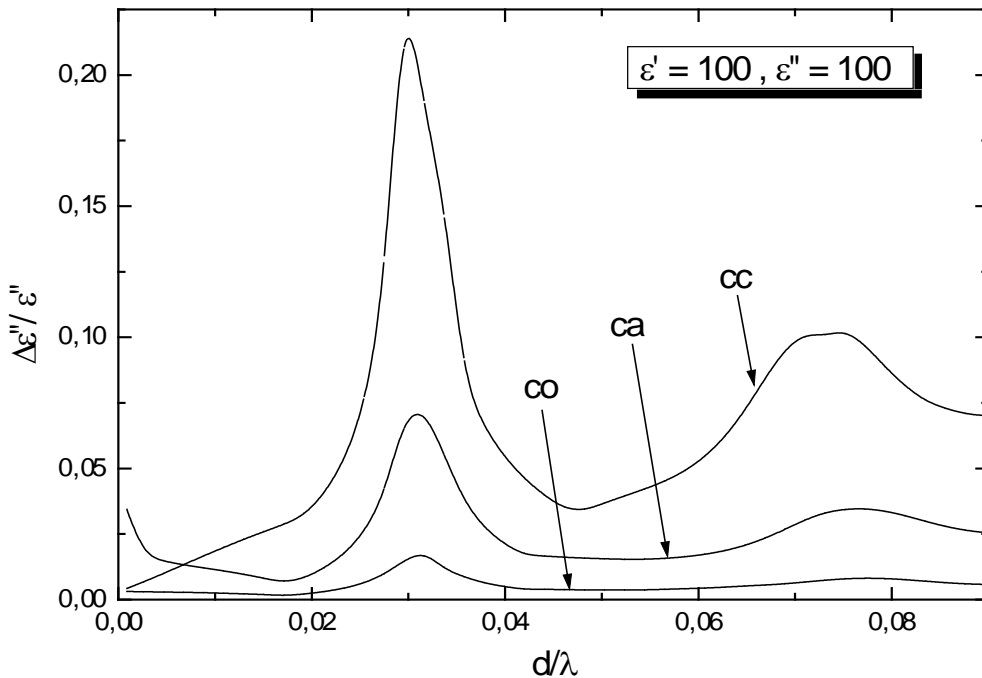


Fig.V.37 : Variation en fonction de la longueur réduite de l'échantillon de l'erreur relative du facteur de pertes, causée par la propagation de l'erreur de : (cc) court-circuit (co) circuit-ouvert (ca) charge adaptée. Calculs effectués pour $\varepsilon' = 100$ et $\varepsilon'' = 100$.

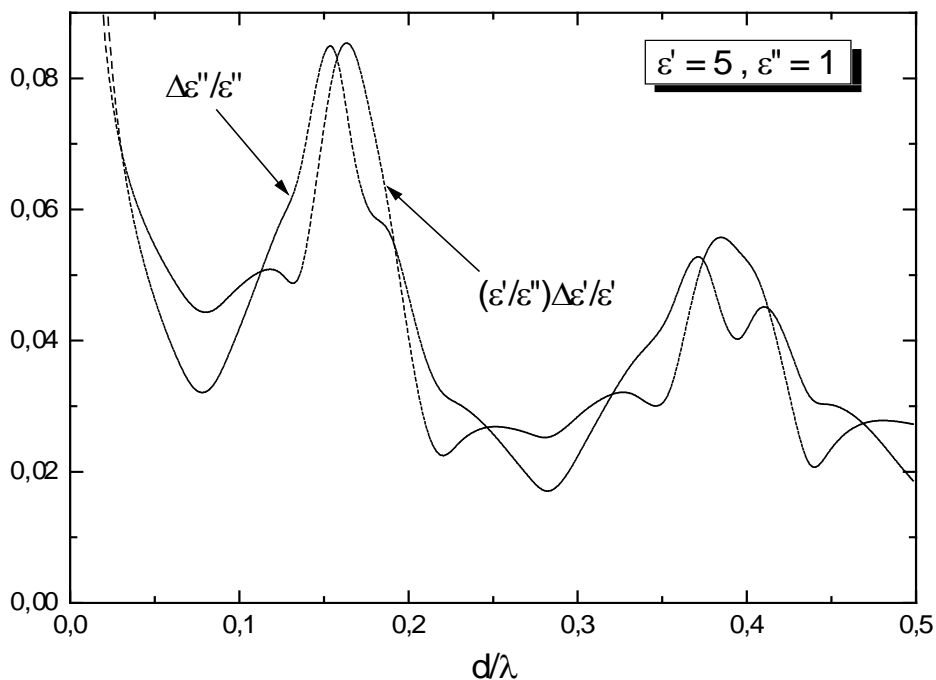


Fig.V.38 : Evolution des erreurs relatives totales des facteurs de dispersion et de pertes en fonction de la longueur réduite de l'échantillon pour $\epsilon' = 5$ et $\epsilon'' = 1$.

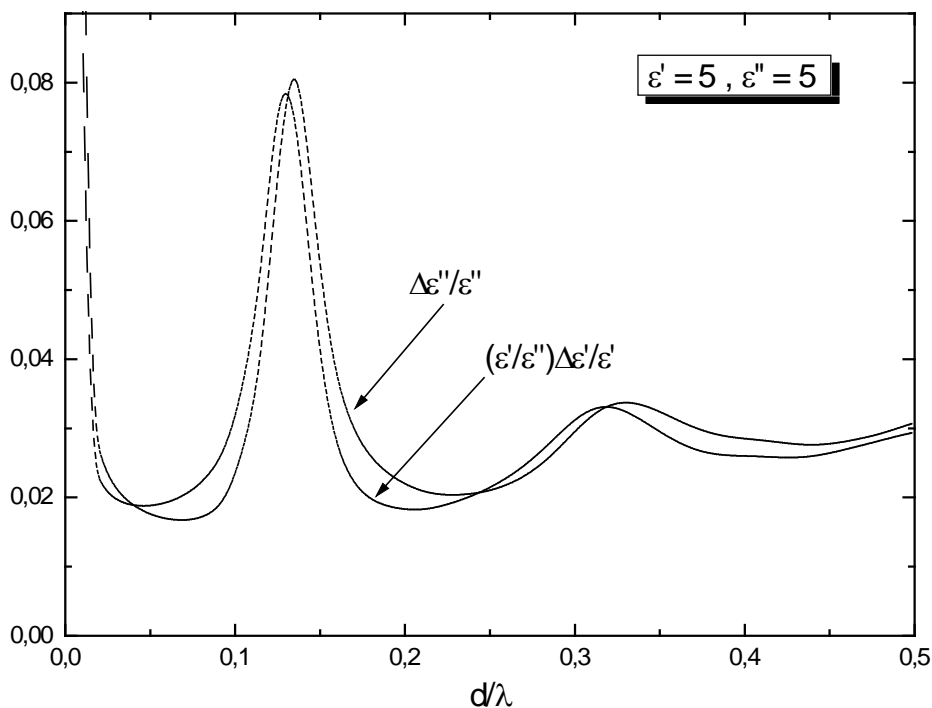


Fig.V.39 : Evolution des erreurs relatives totales des facteurs de dispersion et de pertes en fonction de la longueur réduite de l'échantillon pour $\epsilon' = 5$ et $\epsilon'' = 5$.

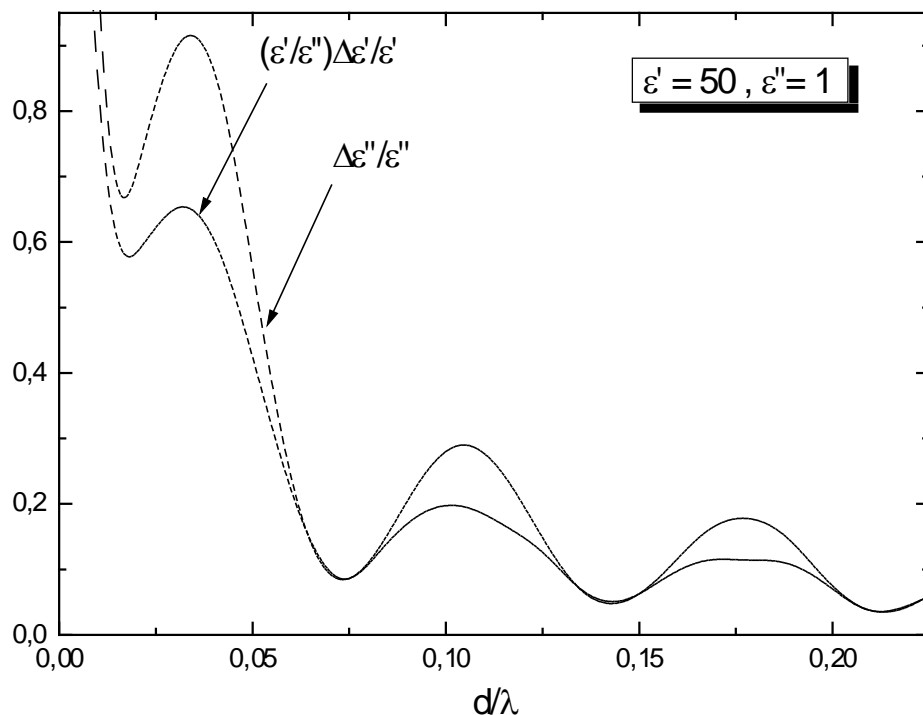


Fig.V.40 : Evolution des erreurs relatives totales des facteurs de dispersion et de pertes en fonction de la longueur réduite de l'échantillon pour $\epsilon' = 50$ et $\epsilon'' = 1$.

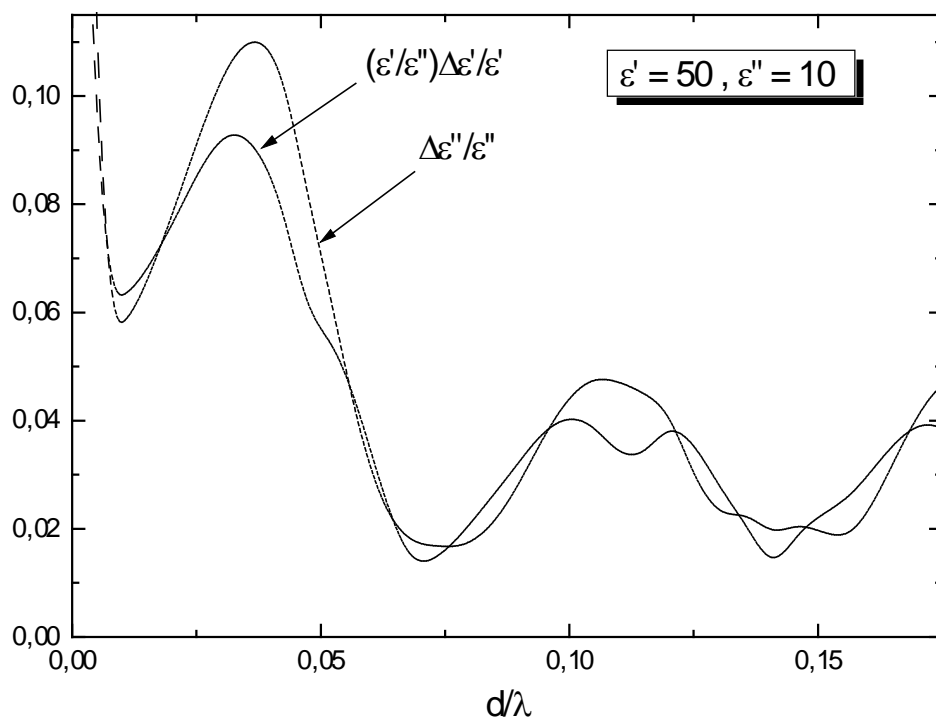


Fig.V.41 : Evolution des erreurs relatives totales des facteurs de dispersion et de pertes en fonction de la longueur réduite de l'échantillon pour $\epsilon' = 50$ et $\epsilon'' = 10$.

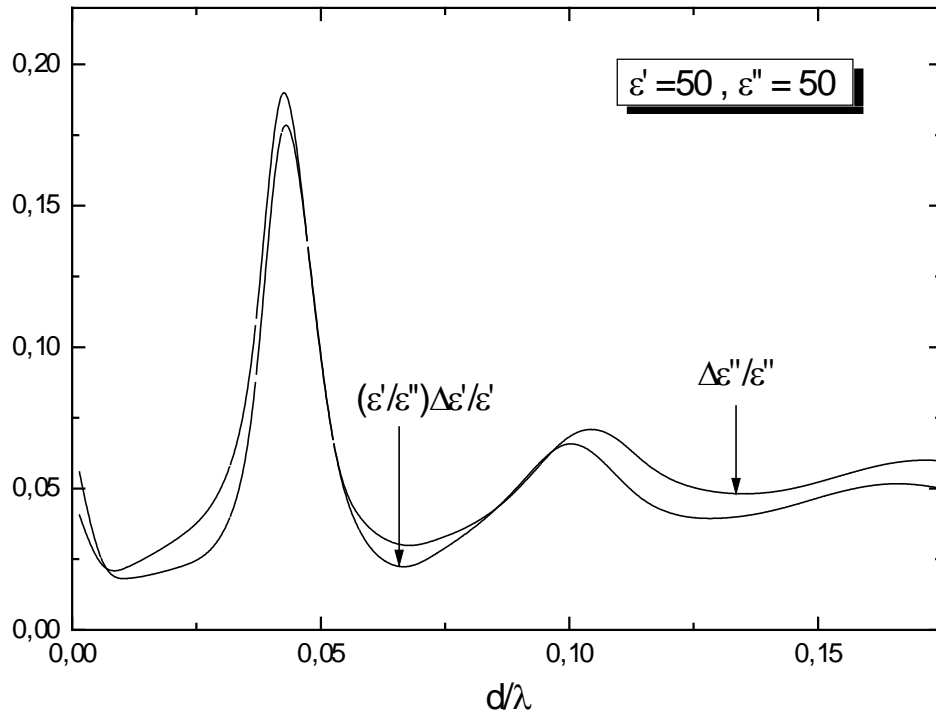


Fig.V.42 : Evolution des erreurs relatives totales des facteurs de dispersion et de pertes en fonction de la longueur réduite de l'échantillon pour $\epsilon' = 50$ et $\epsilon'' = 50$.

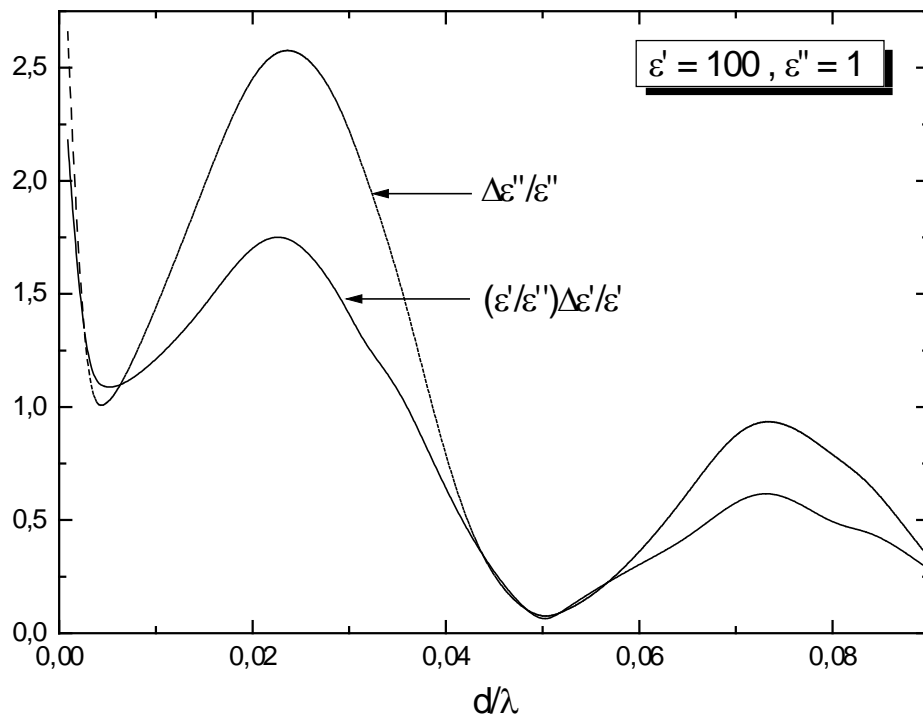


Fig.V.43 : Evolution des erreurs relatives totales des facteurs de dispersion et de pertes en fonction de la longueur réduite de l'échantillon pour $\epsilon' = 100$ et $\epsilon'' = 1$.

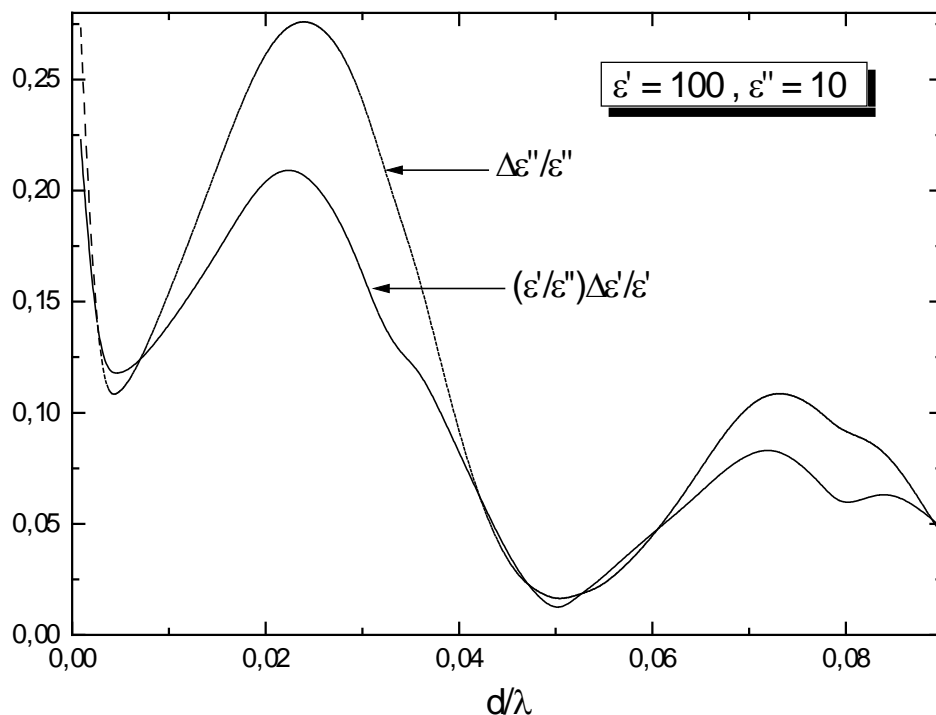


Fig.V.44 : Evolution des erreurs relatives totales des facteurs de dispersion et de pertes en fonction de la longueur réduite de l'échantillon pour $\epsilon' = 100$ et $\epsilon'' = 10$.

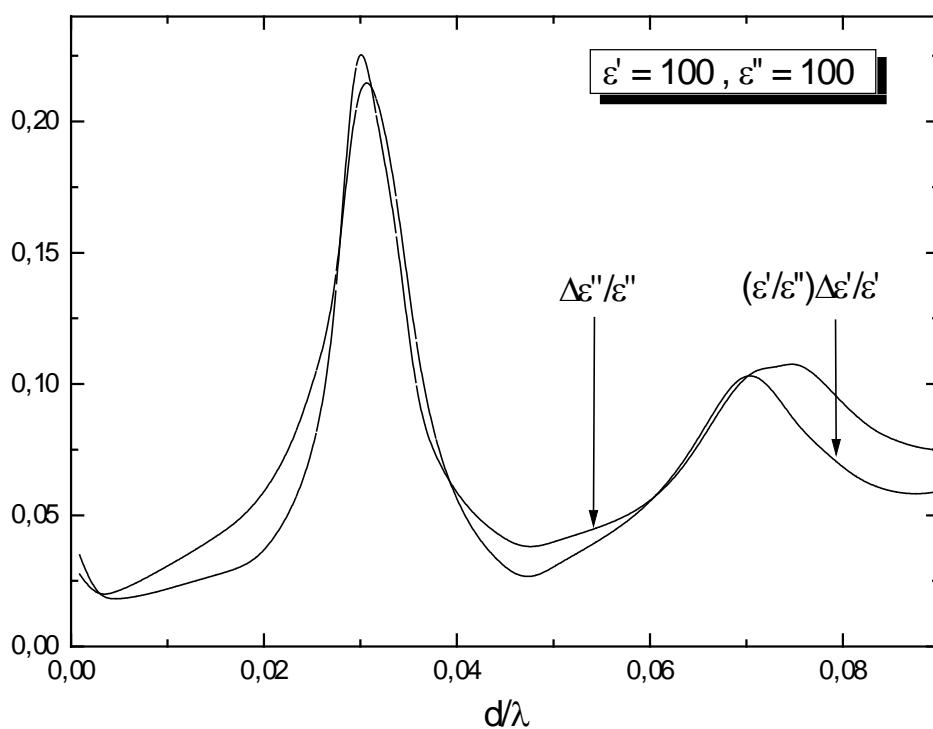


Fig.V.45 : Evolution des erreurs relatives totales des facteurs de dispersion et de pertes en fonction de la longueur réduite de l'échantillon pour $\epsilon' = 100$ et $\epsilon'' = 100$.

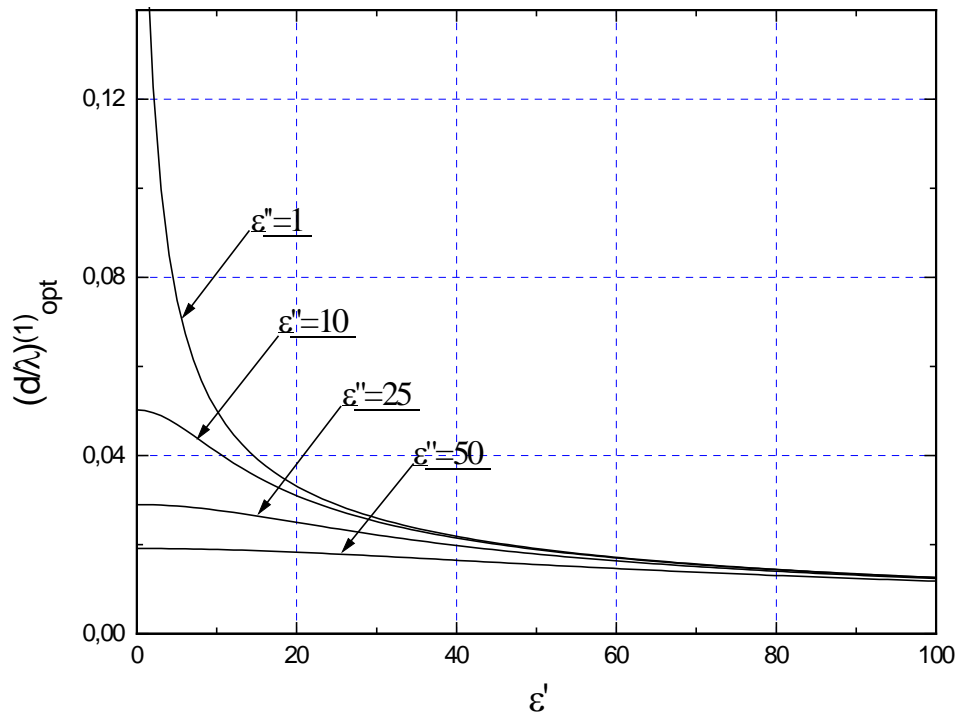


Fig.V.46 : Evolution de la longueur réduite optimale du premier minimum d'erreur en fonction du facteur de dispersion pour différents facteurs de pertes.

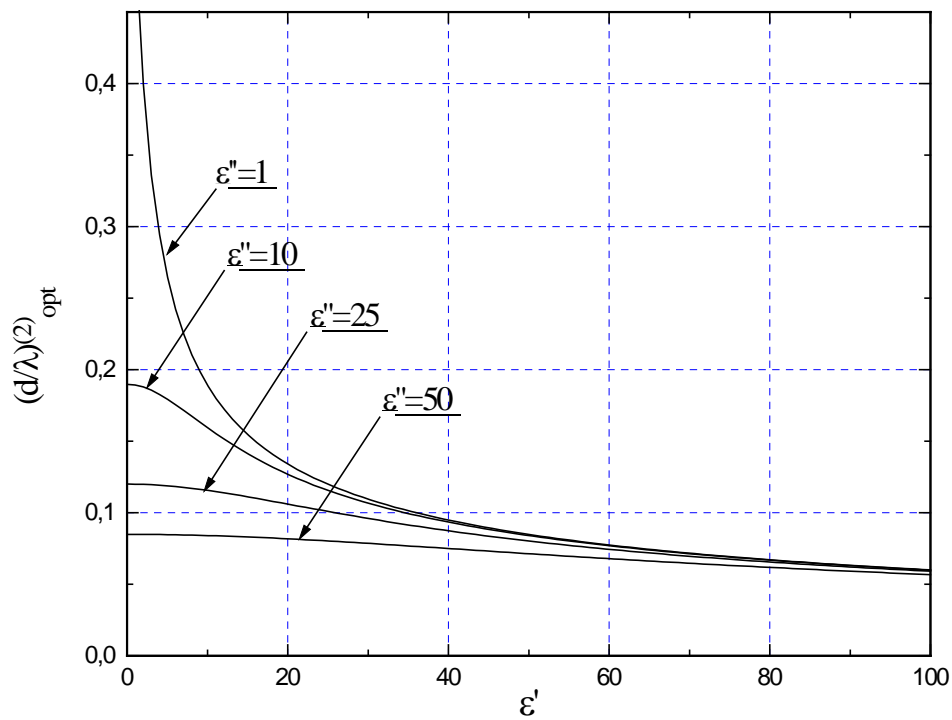


Fig.V.47 : Evolution de la longueur réduite optimale du second minimum d'erreur en fonction du facteur de dispersion pour différents facteurs de pertes.

- CONCLUSION -

Le travail qui m'a été confié au sein du laboratoire de Spectroscopie Diélectrique de l'U.S.T.H.B avait pour but la mise au point d'une méthode de caractérisation diélectrique à l'aide d'un analyseur d'impédance radiofréquence de type HP4191A, couvrant la gamme de fréquences 10MHz-1000MHz. L'adaptation d'un guide d'onde coaxial comme cellule de mesure devait compléter le protocole expérimental.

Ce travail s'inscrit en fait comme une suite au travail mené par A.Nacer [21] au sein du même laboratoire, et qui consistait à réaliser un banc de mesure automatisé en hyperfréquence à l'aide du même analyseur, pour ensuite l'utiliser dans la caractérisation fréquentielle de matériaux diélectriques et ferroélectriques. M^f Nacer a utilisé comme porte-échantillon une cellule capacitive de type *Springer* 16092, spécialement conçue pour l'analyseur HP4191A, et a appliqué par conséquent la méthode capacitive pour le calcul de la permittivité complexe. Bien que les résultats obtenus par cette méthode aient été concluants, ils se limitaient à des échantillons solides à cause de la configuration de la cellule (*condensateur plan*). Par ailleurs, même les échantillons solides ne peuvent être caractérisés correctement s'ils ne subissent pas au préalable une métallisation. C'est pour surmonter ces inconvénients que nous avons été amenés à remplacer la cellule capacitive par une ligne à air coaxiale à terminaison « *adaptée* ». Les essais de mesure de la permittivité complexe par cette *méthode de la ligne adaptée*, et qui ont porté sur le *téflon*, le *butanol* et l'*eau distillée*, ont montré la faiblesse de la méthode en basses fréquences pour les faibles permittivités. Nous pensons que cela est dû à une désadaptation de la ligne en basses fréquences. Nous attribuons ce défaut principalement à la faible dépendance en fréquence de l'impédance caractéristique de la ligne qui s'écarte de sa valeur idéale (50Ω) au fur et à mesure que la fréquence diminue. Ajoutons à cela la présence éventuelle d'impédances parasites au niveau de la connexion de la charge terminale. Partant alors du même montage expérimental, il fallait concevoir une autre méthode de calcul de la permittivité complexe qui ne ferait intervenir, ni la valeur de l'impédance caractéristique de la ligne, ni celle de l'impédance terminale. C'est ce que nous avons réussi à faire en proposant une méthode qui nécessite, en plus d'une mesure sur la ligne contenant l'échantillon, une autre mesure sur la ligne vide. Cette méthode s'est montrée plus concluante que la première, particulièrement en basses fréquences et pour les échantillons à faible permittivité. Outre les mesures de permittivités, il est connu que la

spectroscopie diélectrique permet le calcul de la conductivité électrique statique d'échantillons diélectriques légèrement conducteurs ou rendus comme tels; nous avons alors appliqué les deux méthodes pour le calcul de la conductivité électrique statique de solutions aqueuses de NaCl ainsi qu'un échantillon d'eau de mer. Nous avons ensuite proposé une autre méthode spécifique au calcul de la conductivité, et permettant à la fois de vérifier la qualité des mesures. Nous avons alors souligné la bonne qualité de nos mesures, notamment, en les confrontant en partie à ceux que nous avons obtenus par réflectométrie temporelle.

La dernière partie de notre travail, et qui traite l'influence de la non reproductibilité des données de calibration de l'analyseur sur le calcul de la permittivité, a permis d'abord d'identifier la principale source d'erreurs en basses fréquences, celle-ci étant attribuée à l'utilisation de la charge adaptée dans la procédure de calibration. Ce résultat a été obtenu bien auparavant [53] par une approche complètement différente de la notre. Nous avons par ailleurs déduit une première relation empirique liant les erreurs relatives des facteurs de dispersion et de pertes, puis, deux autres relations empiriques donnant à une fréquence fixée et pour un échantillon considéré, les longueurs optimales de l'échantillon qui réduisent au minimum l'erreur de calcul de la permittivité complexe.

Finalement, après avoir présenté ces méthodes de calcul de permittivité et de conductivité statique et montré les limites de la technique utilisée à travers l'étude de la propagation des erreurs de calibration, nous espérons pouvoir appliquer de manière pratique cette technique, surtout lorsqu'on s'aperçoit que la spectroscopie diélectrique constitue actuellement un puissant moyen d'investigation dans différents domaines tels que: l'électronique, les télécommunications, la biologie, la géologie ... etc. Nous envisageons surtout d'appliquer la *spectroscopie en domaine de temps (SDT)* qui connaît ces dernières années un réel développement à tel point qu'elle rivalise et parfois même surpasse les techniques fréquentielles classiques

- BIBLIOGRAPHIE -

- [1] **S. Baazizi**
« *Caractérisation diélectrique des matériaux solides par spectroscopie fréquentielle en hyperfréquences. Application aux polymères composites à charges conductrices* »,
Thèse Magister, Université Ferhat Abbas, Setif, 1996
- [2] **R. Lacoste & col.**
« *Etude du comportement diélectrique du polyéthylène dans les câbles de télécommunications sous-marins* », Extrait Annales des Télécom., tome 34, n° 11-12, 1979
- [3] **M.A. Stuchly & S.S. Stuchly**
« *Dielectric properties of biological substances – tabulated* »,
J. Microwave Power, vol.15, n°1, pp.19-26, 1980
- [4] **M.A. Stuchly, S.S. Stuchly**
« *Coaxial line reflection methods for measuring dielectric properties of biological substances at radio and microwave frequencies – A review* », IEEE Trans. Instrum. Meas., vol.IM-29, pp.176-183, 1980
- [5] **A. Kraszewsky & col.**
« *On the measurement accuracy of the tissue permittivity in vivo* »,
IEEE Trans. Instrum. Meas. vol.IM-32, pp.37-42, 1983
- [6] **S.O. Nelson**
« *Use of microwave and lower frequency RF energy for improving alfalfa seed germination* »,
J. Microwave Power, vol.11, n°1, pp.271-277, 1976
- [7] **S.O. Nelson**
« *Electrical properties of agricultural products – A critical review* »,
Trans. ASAE, vol.16, pp.384-400, 1973
- [8] **H. Fellner-Feldegg**
« *The measurement of dielectrics in the time-domain* », J. Phys. Chem., vol.73, pp.616-623, 1969
- [9] **A.M. Nicolson, G.R. Ross**
« *Measurement of the intrinsic properties of materials by time-domain techniques* »,
IEEE Trans. Instrum. Meas., vol.IM-19, pp.377-382, 1970
- [10] **C.J.F. Böttcher, P. Bordewik**
« *Theory of electric polarization* », vol.I, 2^{ème} édition, Elsevier, 1973
- [11] **R. Coelho**
« *Physics of dielectrics for the engineer* », Elsevier, Amsterdam, 1979
- [12] **R. Petit**
« *Ondes électromagnétiques en radioélectricité et en optique* », Edition Masson, 1993
- [13] **C. Kittel**
« *Introduction à la physique de l'état solide* », Dunod University, 3^{ème} édition, 1972
- [14] **C.J.F. Böttcher, P. Bordewik**
« *Theory of electric polarization* », vol.II, 2^{ème} édition, Elsevier, 1978
- [15] **E. Kreyszig**
« *Advanced engineering mathematics* », 6^{ème} édition, 1988
- [16] **P.F. Combes**
« *Ondes Métriques et centimétriques* », Dunod University, Paris, 1988

- [17] **P.F. Combes**
« *Transmission en espace libre et sur les lignes* », Dunod University, Paris, 1988
- [18] **T. Charif**
« *Caractérisation diélectrique de réaction de polymérisation* », Thèse Magister, U.S.T.H.B, Alger, 1988
- [19] **A. Derbouz**
« *Etude et réalisation d'un dispositif asservi permettant les mesures des permittivités d'un diélectrique liquide en hyperfréquence* », Thèse Magister, U.S.T.H.B, Alger, 1983
- [20] **R. Sardos, E. Rivier**
« *La matrice (S) du numérique à l'optique* », Edition Masson
- [21] **A. Nacer**
« *Caractérisation diélectrique des matériaux par spectroscopie fréquentielle* », Thèse Magister, U.S.T.H.B, Alger, 1997
- [22] **A. Sugget & col.**
« *Dielectric relaxation studies by time-domain spectroscopy* », Nature, vol.228, pp.456-457, 1970
- [23] **M.J.C. Van Gemert**
« *High-frequency time-domain methods in dielectric spectroscopy* », Philips Res.Reps.R844, vol.28, pp.530-572, 1973
- [24] **H. Mezouari**
« *Caractérisation diélectrique de matériaux par spectroscopie temporelle* », Thèse Magister, U.S.T.H.B, Alger, 1995
- [25] **M.A. Yessad**
« *Modélisation et caractérisation des matériaux absorbants dans le domaine des hyperfréquences* », Thèse Magister, Université Ferhat Abbas, Setif, 1998
- [26] **A. Soualmia**
« *Etude de réactions de polymérisation par des méthodes de spectroscopie diélectrique* », Thèse Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1983
- [27] **B. Picinbono**
« *Théorie des signaux et des systèmes* », Dunod University, 1989
- [28] **M.F. Iskander, S.S. Stuchly**
« *Finging field effect in the lumped-capacitance method for permittivity measurement* », IEEE trans. Instrum. Meas., vol.IM-27, pp.107-109, 1978
- [29] **M.F. Iskander, S.S. Stuchly**
« *A time-domain technique for measurement of the dielectric properties of biological substances* », IEEE trans. Instrum. Meas., vol.IM-21, pp.425- 429, 1972
- [30] **S.S. Stuchly & col.**
« *Permittivity measurements at microwaves frequencies using lumped elements* », IEEE trans. Instrum. Meas., vol.IM-23, pp.56-62, 1974
- [31] **M.A. Rzepecka, S.S. Stuchly**
« *A lumped capacitance method for the measurement of the permittivity and conductivity in the frequency and time-domain – a further analysis* », IEEE trans. Instrum. Meas., vol.IM-24, pp.27-32, 1975
- [32] **M.J.C. Van Gemert**
« *Theoretical analysis of the lumped capacitance method in dielectric time-domain spectroscopy* », Adv. Mol. Relaxation Processes, vol.6, n° 2, pp.123-137, 1974

- [33] **C. Her**
« *Measurement of the dielectric constant of alive human skin by T.D.S* »,
Proc. 2^{ème} congrès international de la SDT, Bordeaux, 1975
- [34] **E.P.W. Attema**
« *Lumped transmission element T.D.S* »,
Proc. 2^{ème} congrès international de la SDT, Bordeaux, 1975
- [35] **M.A. Stuchly & col.**
« *Equivalent circuit of an open-ended coaxial line in a lossy dielectric* »,
IEEE Trans. Instrum. Meas., vol.IM-31, pp.116-119, 1982
- [36] **J.R. Schepps & col.**
« *Tissue impedance measurements using the microwave network analyser* »,
Bioelectromagnetics Symp. Program & abstracts, URSI Spring meeting, 1979
- [37] **R. Chahine, T.K. Bose**
« *Comparative studies of various methods in time-domain spectroscopy* »,
J.Chem.Phys., vol.72, pp.808-815, 1980
- [38] **P. Winsor IV, R.H. Cole**
« *Dielectric properties of electrolyte solutions* », J. Phys. Chem., vol.86, pp.2486-2490, 1982
- [39] **A.H. Clark & col.**
« *Multiple reflection time-domain spectroscopy* »,
J. Chem. Soc., Faraday Trans.II, vol.70, pp.1847-1962, 1974
- [40] **R.H. Cole**
« *Evaluation of dielectric behaviour by time-domain spectroscopy. I. Dielectric response by real time analysis* », J. Phys.Chem., vol.79, pp. 1459-1469, 1975
- [41] **R.H. Cole**
« *Evaluation of dielectric behaviour by time-domain spectroscopy. II. Complex permittivity* »,
J. Phys.Chem., vol.79, pp. 1469-1474, 1975
- [42] **R. Chahine, T.K. Bose**
« *Measurements of dielectric properties by time-domain spectroscopy* »,
J.Chem.Phys., vol.65, pp.2211-2215, 1976, vol.66, p.1764,1977
- [43] **P.B. Kwok & col.**
« *Time-domain measurements for determination of dielectric properties of agricultural materials* »,
IEEE Trans. Instrum. Meas. vol.IM-28, pp.109-112, 1979
- [44] **B. Gestblom, E. Noreland**
« *Transmission methods in dielectric time-domain spectroscopy* »,
J. Phys.Chem., vol.81, pp.782-788, 1977
- [45] **S.S. Stuchly, M. Matuszewski**
« *A combined total reflection-transmission method in application to dielectric spectroscopy* »,
IEEE Trans. Instrum. Meas. vol.IM-27, pp.285-288, 1978
- [46] **T.K. Bose & col.**
« *Development of a dipole probe for the study of dielectric properties of biological substances in radiofrequency and microwave region with time-domain reflectometry* »,
IEEE Trans. Instrum. Meas. vol.IM-35, pp.56-60, 1986
- [47] **A.M. Bottreau & col.**
« *On a multiple reflection time-domain method in dielectric spectroscopy* »,
J. Chem. Phys., vol.66, pp.3331-3336, 1977

- [48] **S.K. Garg, C.P. Smyth**
« *Microwave absorption and molecular structure in liquids. LXII. The three dielectric dispersion regions of the normal primary alcohols* », J.Phys.Chem., vol.69, pp.1294-1301, 1965
- [49] **M.N. Afsar & col.**
« *A comparison of dielectric measurement methods for liquids in the frequency range 1 GHz to 4 THz* », IEEE Trans. Instrum. Meas. vol.IM-29, pp.283-288, 1980
- [50] **A.M. Bottreau & col.**
« *A method analysing the dielectric relation spectra of mixtures. Application to the study of the water spectrum* », J. Chem. Phys., vol.62, pp.360-365, 1975
- [51] **Shuh-Han Chao**
« *An uncertainty analysis for the measurement of microwave conductivity and dielectric constant by the short-circuited line method* », IEEE Trans. Instrum. Meas. vol.IM-35, pp.36-41, 1986
- [52] **E.C. Burdette & col.**
« *In vivo probe measurement technique at VHF through microwave frequencies* », IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol.MTT-28, pp.414-427, 1980
- [53] **B. Bianco & col.**
« *Evaluation of errors in calibration procedures for measurements of reflection coefficient* », IEEE Trans. Instrum. Meas. vol.IM-27, pp.354-358, 1978