

N° d'ordre 04/2011-M/G.M

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE « HOUARI BOUMEDIENE »
FACULTE DE GENIE MECANIQUE ET GENIE DES PROCEDES



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

en GENIE MECANIQUE

Spécialité : Aérodynamique et conversion d'énergie

Par :MEDJKANE Ghanem

Thème :

Optimisation de formes aérodynamiques des véhicules terrestres

Soutenu publiquement le 04 /07/2011, devant le jury composé de :

M R. DIZENE	Professeur à l' USTHB	Président
M S. BENMANSOUR	Professeur à l' USTHB	Directeur de mémoire
M ^{elle} E.G. FILALI	Maître de Conférences /A à l' USTHB	Examinatrice
M A/M. ATIF	Maître de Conférences /A à l' USTHB	Examineur

Remerciements

Tout d'abord je remercie infiniment le bon dieu puissant de la bonne santé, la volonté et la patience qu'il m'a donné tout le long de mes études.

*Ce travail n'aurait pu se dérouler dans les meilleures conditions sans l'aide précieuse et nécessaire de Monsieur le Professeur **BENMANSSOUR Saad** qui a encadré mon travail avec à propos et ma fait partager son savoir et son enthousiasme malgré ces nombreuses contraintes. Un énorme merci pour son aide, sa patience et ses idées toujours constructives.*

*Je tiens à remercier monsieur le Président de jury, **Pr. R. DIZENE**, et tous les Membres de jury, **Dr. E.G. FILALI** et **Dr. A.M. ATIF** d'avoir accepté de juger ce travail.*

En fin je remercier tous ceux qui m'ont aidé de loin ou de près pour réaliser ce travail.

الملخص

هذا العمل يتعلق بدراسة حركة الهواء حول السيارات و تعيين قيمة المعامل C_x لأشكال مختلفة. الحسابات الرقمية المنجزة لمساعدة البرنامج الرقمي المشفر Fluent سمحت بتعيين مختلف البنيات الدورانية التي تطورت وراء السيارة. بالنسبة للسيارة من نوع جسمين: انفصال السيلان على مستوى مؤخرة سقف السيارة و تطور بنيات دورانية طويلة على حواف المؤخرة و تطور بنيات دورانية عرضية تشكل السبب الرئيسي لارتفاع قيمة C_x و التي تقدر ب 0.39. أما بالنسبة لسيارة من نوع ثلاثة أجسام: فان شكل السيلان يتغير تماما و قيمة C_x هي 0.29. و في الأخير تم دراسة تأثير بعض الزوائد على قيمة C_x و اتضح أن إدخال المرايا العاكسة الجانبية على السيارة تسبب في ارتفاع قيمة C_x بحوالي 9.3% بالمقابل فان إطالة مؤخرة السقف نحو الخلف قليلا يسمح بارتفاع انفصال السيلان عن السيارة و الدراسة تبين انخفاض قيمة C_x بحوالي 11%. الكلمات المفتاحية: نمذجة/السيارات/توسع/إعاقة.

Résumé

Le présent travail concerne l'analyse de l'écoulement complexe et tridimensionnel de l'air autour d'un véhicule automobile, et la détermination du coefficient de traînée C_x , pour deux véhicules de géométries différentes.

Les simulations numériques effectuées à l'aide du logiciel Fluent permettent d'identifier les structures tourbillonnaires qui se développent dans le sillage.

Pour le véhicule de type bi-corps : le décollement de l'écoulement sur la lunette arrière et la formation de tourbillons longitudinaux et transversaux, constituent une source principale de traînée aérodynamique telle que la valeur du coefficient C_x est de l'ordre de 0,39.

Pour le véhicule de type tri-corps: la topologie de l'écoulement dans le sillage change par rapport à celle de bi-corps, et la valeur du coefficient de traînée est de l'ordre de 0,29.

L'intégration d'un déflecteur, sur l'arête haute du hayon arrière du véhicule bi-corps, permet de supprimer les tourbillons longitudinaux et un gain de traînée de 11% est associé.

Par contre, une augmentation de traînée de 9.3% est associée lors de l'intégration des rétroviseurs sur le véhicule de type tri-corps.

Mots clé: modélisation, véhicules, optimisation, traînée.

Abstract

This work concerns the analysis of complex three-dimensional flow of air around a motor vehicle, and determining the drag coefficient C_x for two vehicles of different geometries.

The numerical simulations using the Fluent software can identify vortex structures that develop in the wake.

For the bi-type vehicle body: the flow separation on the rear window and formation of longitudinal and transverse vortices, are a major source of aerodynamic drag as the coefficient C_x is the order of 0,39.

For the tri-type vehicle body: the topology of the flow in the wake changes relative to that of two-type, and the value of the drag coefficient is about 0.29.

The inclusion of a deflector on the upper edge of the tailgate of the vehicle two-body clears the longitudinal vortices and a gain of 11% of drag is associated.

On the other hand, an increase of drag of 9.3% is associated with the integration of mirrors on the tri-type vehicle body.

Key words: modelisation / vehicles/ optimization/ Drag

Sommaire

Remerciements	i
Résumé	ii
Sommaire	iv
Nomenclature	viii
Introduction	01
1- Problématique industrielle	02
2- Objectif de ce travail	03
 Chapitre I : Aérodynamique automobile	 05
I.1.Introduction	06
I.2.Quelques rappels des définitions	06
I.2.1.Forces et moments aérodynamiques	06
I.2.2.Le coefficient de trainée C_x	11
I.2.3.L'importance du coefficient de trainée C_x	12
I.2.4.Evolution de coefficient de trainée	13
I.3.Sources de trainée aérodynamique d'un véhicule	15
I.3.1.Contribution de la partie avant à la trainée	15
I.3.2.Contribution des détails de carrosserie à la trainée	16
I.3.3.Contribution des roues, des gardes boue et soubassement à la trainée	17
I.3.4.Contribution de la partie arrière à la trainée	18
I.3.5.Contribution de l'aile à la trainée	19
I.4.Distribution de pression autour d'un véhicule	20
I.5.le coefficient de pression	21
I.6.réduction de la trainée d'un véhicule	22
I.6.1.Réduction de la trainée de pression	22
I.6.1.1.La partie avant	22
I.6.1.2.La partie arrière	23
a. Partie arrière non profilée	23

b. Partie arrière profilée	24
c. Partie arrière de berline	24
I.6.2.Réduction de la trainée due au soubassement et aux accessoires	25
I.6.3.Réduction de trainée interne	25
Chapitre II : Modélisation de la turbulence	26
II.1.Introduction	27
II.2.La Théorie de la turbulence	28
II.3.La décomposition de Reynolds	28
II.4.Rappel des équations instantanées	29
II.4.1.Conservation de la masse-Equation de continuité	29
II.4.2.Equation de la quantité de mouvement	30
II.5.Les équations du mouvement moyen	30
II.5.1.Equation de continuité	31
II.5.2.Equations de Navier Stocks moyennées	31
II.6.Fermeture du système d'équations	32
II.7.Le concept de viscosité turbulente	33
II.8.Les modèles de turbulence	33
II.8.1.Modèle de longueur de mélange	35
II.8.2.Modèle à une équation de transport	35
II.8.3.Modèle à deux équations de transport	37
II.8.4.Le modèle RNG ($k-\epsilon$)	40
II.8.5.Le modèle ($k-\omega$) de Wilcox	42
II.8.6.Le modèle ($k-\omega$) de Moner avec correction SST	42
II.9.Modèle de paroi	45
II.9.1.Couche interne	46
II.9.1.1.Sous couche visqueuse	46
II.9.1.2.Couche tampon	46
II.9.1.3.Couche de la loi logarithmique	46
II.9.2.Couche externe	47

Chapitre III : Modélisation numérique	
III.1.Méthode des volumes finis	48
III.2.Le maillage	49
III.3.Discrétisation des équations	50
a. Intégration du flux total	51
b. Intégration du terme source	55
III.3.1.Discrétisation temporelle	56
III.3.1.a. Schéma explicite	56
III.3.1.b. Schéma implicite	57
III.3.1.c. Schéma de Cranck Nicolson	57
III.3.2.Discrétisation spatiale	58
III.3.3.Formulation générale du problème	58
III.3.3.1.Schéma aux différences centrées	58
III.3.3.2.Schéma Upwind	61
III.3.3.3.Schéma exponentiel	64
III.3.3.4.Schéma hybride	67
III.3.3.5.Schéma à loi de puissance	68
III.3.4.Couplage vitesse pression	70
III.3.5.Sous relaxation	71
	74
Chapitre IV : présentation de Fluent	76
IV.1.Introduction	77
IV.2.Construction de la géométrie	77
IV.3.Modélisation mathématique	80
IV.4.Le système d'équations à résoudre	80
IV.5.Le maillage	80
IV.6.Conditions aux limites	81

Chapitre V : résultats et discussion	83
V.1.Introduction	84
V.2.Résultats de la simulation et discussions	84
V.2.1.Identification des structures tourbillonnaires dans le sillage	84
V.2.2.Analyse de l'écoulement dans le sillage d'un véhicule de type Bi corps	86
V. 2.2.1.Topologie de l'écoulement	86
V.2.2.2.Profiles de vitesse	89
V.2.2.3.Caractérisation des pertes énergétiques dans le sillage	92
V.2.3.Analyse de l'écoulement dans le sillage d'un véhicule de type Tri corps	99
V.2.3.1.Topologie de l'écoulement	99
V.2.3.2.Profiles de vitesse	100
V.2.3.3.Caractérisation des pertes énergétiques dans le sillage	102
V.2.4.Les valeurs de coefficient de trainée obtenues par simulation	106
V.2.5.Influence des rajouts sur le coefficient de trainée	108
V.2.5.1.Influence d'un déflecteur placé sur l'arrête arrière du pavillon du véhicule de type Bi corps	108
V.2.5.2.Influence des rétroviseurs placés sur le véhicule de type Tri corps	111
Conclusion générale	115
Bibliographie	118
Annexes	124
Annexe A : Tutorial	
Annexe B : Dimensions des géométries	

Nomenclature

A	Point d'application de la résultante des efforts aérodynamiques
$A_{E, W, N, S}$	Coefficient de la forme linéaire (volumes finies)
C_i	Exprime la forme de convection
Cl	Coefficient de roulis au point G
Cm	Coefficient de tangage au point G
C_n	Coefficient de lacet au point G
C_p	Coefficient de pression statique
C_{pi}	Coefficient de perte d'énergie volumique
C_x	Coefficient de traînée aérodynamique
C_y	Coefficient de dérive aérodynamique
C_z	Coefficient de portance aérodynamique
C_μ	Coefficient caractéristique de la turbulence
$C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$	Constantes des modèles k- ϵ et RNG k- ϵ
D	Bulbe décollé de lunette arrière
D_i	Exprime la force de diffusion
D_ϵ	Diffusion de la dissipation
E, e	Est
$\vec{F}_a$	Résultante des efforts aérodynamiques
$\vec{F}_f$	Résultante des efforts visqueux et turbulents
$\vec{F}_p$	Résultante des efforts de pression
F_x	Effort de traînée aérodynamique [N]
F_y	Effort de dérive aérodynamique [N]
F_z	Effort de portance aérodynamique [N]
G	Centre de gravité du véhicule
G	Hauteur du véhicule [m]

h	Hauteur de la veine numérique [m]
h'	Largeur du véhicule [m]
l	Largeur de la veine numérique [m]
l'	Energie cinétique turbulente [m ² .s ⁻²]
k	Constante de Von Karman
K	Longueur de mélange
l_m	Longueur du véhicule [m]
L	Longueur de la veine numérique [m]
L'	Moment aérodynamique transporté au centre de gravité
$\vec{M}_a(G)$	Moment et coefficient de roulis au point G
M_x	Moment et coefficient de tangage au point G
M_y	Moment et coefficient de lacet au point G
M_z	Normale locale entrante dans le fluide
$\vec{n}$	Nord
N, n	Point singulier de type "nœud" des lignes de courant
N_i	Pression statique de l'écoulement en mouvement [pas]
P	Nombre de Peclet
P_e	Pression totale de l'écoulement incident [pas]
P_{i0}	Pression totale de l'écoulement aérodynamique [pas]
P_i	Pression statique de l'écoulement au repos (=101325 Pa)
P_0	Production de la dissipation
P_ε	Structure tourbillonnaire torique en appui sur le culot
Q	Structures tourbillonnaires transversales en appuyant respectivement sur le haut et le bas de culot
Q_1 et Q_2	Nombre de Reynolds de l'écoulement aérodynamique basé sur L
Re	Tenseur de Reynolds
	Maître couple du véhicule [m ²]

R_{ij}	Sud
S	Module de tenseur de déformation
S, s	Le terme source
$ S $	Temps [s]
S_ϕ	Structures tourbillonnaires longitudinales respectivement gauche
t	et droite
T_1 et T_2	Composantes du vecteur vitesse de l'écoulement [m.s-1]
U_x, U_y et U_z ou U_1, U_2, U_3 Ou U, V, W	Vitesse de déplacement du véhicule [m.s-1]
	West
U_∞	Distance proche de la paroi
W, w	Hauteur du point de stagnation [m]
Y^+	Pourcentage de réduction de traînée
Z_S	Viscosité dynamique du fluide [kg.m-1.s-1]
δC_x	Viscosité turbulente [m ² .s-1]
μ	Viscosité cinématique du fluide [m ² .s-1]
μ_t	Dissipation spécifique (modèle k- ω)
ν	Taux de rotation
ω	Taux de dissipation de l'énergie cinétique [m ² .s-3]
Ω	Symbole de Kronecker
ε	Surface d'un objet
δ_{ij}	Nombre de Prandtl turbulent pour k
σ_c	Nombre de Prandtl turbulent pour ε
σ_k	Taux de cisaillement
σ_ε	Masse volumique de l'air [=1.225 kg/m ³]

$\tilde{\epsilon}$	Destruction de la dissipation
ρ	Propriété transportée
Φ_ϵ	Tenseur des contraintes visqueuses
Φ	Contraintes de cisaillement à la paroi
τ_{ij}	Tenseur des contraintes visqueuses
τ_p	Tenseur des contraintes turbulentes
$\bar{\bar{t}}_\mu$	Coefficient de diffusion de la variable Φ
$\bar{u}_t$	Valeurs moyenne
Γ_ψ	Valeur estimée
-	Valeur de correction
*	
,	

introduction générale

Introduction générale

1-Problématique industrielle

La réduction de la consommation des véhicules terrestres et des émissions de gaz polluants et/ou à effet de serre est devenue aujourd'hui une nécessité environnementale et économique, c'est pourquoi une grande partie des recherches entreprises dans le domaine de l'aérodynamique des véhicules terrestres s'effectuent dans cette perspective.

Le réchauffement de la planète est une évidence. Un nombre croissant d'observations indique que la planète se réchauffe [1] : au cours du 20^{ème} siècle, la température à la surface de la terre a augmenté d'environ 0,6 °, la couverture neigeuse et les étendus glacières se sont réduits d'environ 10%, le niveau moyen global de la mer s'est élevé de plusieurs dizaines de centimètres.

Selon les conclusions du 3^{ème} rapport du Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat de 2001 [1], l'activité humaine est dans la seconde moitié du 20^{ème} siècle très vraisemblablement la première cause de l'accroissement des concentrations des gaz à effet de serre dans l'atmosphère et de l'augmentation de la température moyenne globale.

De plus, en absence de mesures écologiques, il est prévu que le réchauffement planétaire se poursuive. A titre d'illustration, l'ADEME (Agence De l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie) prévoit une élévation moyenne de la température du globe de 1,4 à 5,8 degrés, imputable à l'émission de gaz à effet de serre, dont un quart serait le fait des transports automobiles, maritime, aéronautique et ferroviaire [2]. Les conséquences seront alors considérables. Sur l'environnement, l'appauvrissement de la biodiversité et des phénomènes climatiques destructifs plus fréquents sont à envisager. Sur l'homme, les suites seraient tout aussi sombres avec entre autre la diminution des ressources en eau dans la plupart des régions sèches tropicales et subtropicales ou encore la propagation des zones infestées par certaines maladies, telles que le choléra.

Les études montrent qu'une réduction ambitieuse dite d'un "facteur 4" des émissions de gaz à effet de serre doit concerner tous les secteurs d'activité : bâtiment, transports, matériaux, ... pour limiter le réchauffement planétaire.

Dans ce contexte, la Convention Cadre des Nations Unies sur les changements climatiques (1997, Rio de Janeiro) et son extension le protocole de Kyoto (1997) proposent aux états signataires de s'engager à mettre en place des mécanismes dit de "flexibilité" pour réduire les émissions de gaz à effet de serre à l'horizon de 2012. L'engagement chiffré est de réduire de 5.2% les émissions de gaz à effet de serre en 2008-2012 par rapport au niveau de 1990, ce qui représente en réalité une diminution de l'ordre de 20% par rapport au niveau d'émissions anticipé pour 2010 si aucune mesure de contrôle n'était prise.

Les principales associations de constructeurs automobiles, dont l'ACEA (Association des Constructeurs Automobiles Européens), se sont ainsi engagées à limiter les émissions moyennes de CO₂ des véhicules à 140g/Km en 2008(versus 164g /Km en 2002)et à 120g/Km pour 2012.

La réduction de la consommation, qui est directement liée à la diminution de la traînée aérodynamique caractérisée par son coefficient de traînée C_x , nécessite d'améliorer les performances aérodynamiques du véhicule qui sont essentiellement données par la forme globale extérieure de ce dernier (pare brise avant moins incliné par rapport à l'horizontale, lunette arrière avec un angle faible ou culot à faible hauteur,...). Ces modifications ont permis de faire chuter le coefficient de traînée C_x , en espace de 20 ans, de 15 points (de 0,45 en 1970 à 0,3 en 1990) [3].

Sur ce sujet des analyses récentes montrent qu'en réduisant de 10% la traînée aérodynamique, il serait possible de réduire la consommation énergétique de 5% .A titre d'exemple au niveau de l'Europe, cette réduction de consommation serait de l'ordre de 24 milliards d'Euros par ans [4], en Turquie, elle serait de l'ordre de 100 millions de dollars par ans [5].

La réduction des émissions de gaz à effet de serre se joue alors à plusieurs niveaux:

- L'amélioration de la motorisation et des carburants.
- La limitation de la consommation du véhicule par optimisation de formes aérodynamiques.

2- Objectif de ce travail

L'écoulement qui se développe autour d'un véhicule automobile est pleinement turbulent et tridimensionnel; en effet un faible allongement de la géométrie du véhicule participe de manière significative à la traînée aérodynamique qui s'oppose au mouvement.

Aujourd'hui, le souci des constructeurs d'automobiles en particulier, est de créer une forme aérodynamique capable de donner un meilleur coefficient de pénétration dans l'air C_x , qui permet de réduire la consommation énergétique et les émissions de gaz polluants ou à effet de serre.

L'objectif du présent travail consiste d'une part à simuler, en utilisant le logiciel de calcul Fluent, l'écoulement de l'air autour de véhicules de différentes formes géométriques (bicorps et tri corps) et de calculer leur coefficients de trainée C_x . D'autre part, de quantifier la contribution des protubérances (rétroviseurs, déflecteur) dans la traînée aérodynamique.

3-Organisation du document

L'ensemble des résultats obtenus dans le cadre de ce travail est fourni dans le présent document qui s'organise autour de quatre chapitres.

Le premier chapitre intitulé «Aérodynamique automobile» constitue un pré-requis sur l'aérodynamique automobile.

Le deuxième chapitre «Modélisation de la turbulence» dans lequel les différents modèles de turbulences sont rappelés.

Le troisième chapitre «Modélisation numérique», présente la méthode des volumes finis et les différents schémas de discrétisation des équations de conservation.

En fin, le chapitre quatre «résultats et discussion» est lié à l'identification des différentes structure tourbillonnaires qui sont la source de la trainée ainsi qu'à la détermination des coefficients de trainée des véhicules de différentes formes et l'influence des protubérances (déflecteur et rétroviseurs).

Chapitre I

Aérodynamique automobile

Chapitre I

Aérodynamique automobile

I.1. Introduction

Depuis les chocs pétroliers des années 1970, des efforts importants ont été réalisés pour réduire la traînée aérodynamique de véhicules afin de diminuer la consommation en carburant. En effet, réduire la traînée aérodynamique d'un véhicule automobile nécessite la maîtrise de son aérodynamique qui est souvent une tâche particulièrement complexe. En outre, les formes qui présentent un coefficient de pénétration dans l'air C_x optimal, comme celle d'une goutte d'eau allongée ($C_x = 0,15$), ne sont pas forcément applicables à la carrosserie d'une voiture. De plus, toute excroissance, même minime, comme un joint de pare-brise, est susceptible de perturber l'écoulement de l'air et de dégrader le C_x .

I.2. Quelques rappels des définitions

I.2.1. Forces et moments aérodynamiques

Les efforts aérodynamiques qui s'exercent sur un objet naissent de la mise en mouvement de ce dernier dans le fluide qui l'entoure. La résultante des efforts aérodynamiques $\vec{F}_a$ est une force de surface qui se décompose comme la somme d'une force $\vec{F}_f$ d'origine visqueuse et turbulente liée au frottement de l'air sur les parois de l'objet et d'une force $\vec{F}_p$ associée à la répartition de pression statique à la surface σ_c de l'objet (Figure I.1).

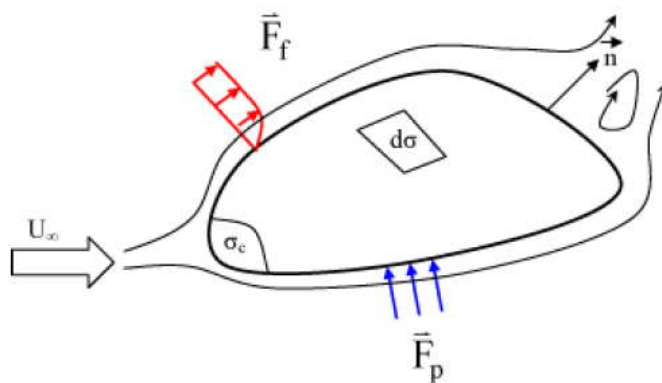


Figure I.1 : Représentation schématique simplifiée des efforts aérodynamiques autour d'un objet en mouvement

La résultante des efforts aérodynamiques exercés par le fluide sur un véhicule s'exprime alors comme :

$$\vec{F}_a = \vec{F}_f + \vec{F}_p = \int_{\sigma_c} (\bar{\tau}_\mu + \bar{\tau}_t) \vec{n} d\sigma - \int_{\sigma_c} (P - P_0) \vec{n} d\sigma \quad (\text{I-1})$$

Où $\bar{\tau}_\mu$ et $\bar{\tau}_t$ représentent respectivement les tenseurs des contraintes visqueuses et turbulentes appliquées sur la surface σ_c de l'objet, P désigne la pression statique, P_0 la pression statique de l'écoulement au repos et $\vec{n}$ la normale locale entrante dans le fluide.

La contribution de chacune des origines $\vec{F}_f$ et $\vec{F}_p$ à l'effort aérodynamique global $\vec{F}_a$ dépend essentiellement de la forme de l'objet en mouvement.

Pour un véhicule automobile, la complexité de la forme du véhicule, l'envergure limitée et les petits rayons de courbure favorisent le décollement, l'enroulement de l'écoulement à proximité de la surface et la formation de structures tourbillonnaires. La formation de ces structures tourbillonnaires correspond pour le fluide à une perte d'énergie volumique et à une diminution de la pression statique. Les efforts de pression représentent alors près de 90% des efforts aérodynamiques globaux, contre 10% pour les effets visqueux et turbulents [6].

La surface d'intégration σ_c est composée de la carrosserie externe et de tous les circuits dans lesquels l'écoulement d'air prend place (carrosserie, compartiment moteur, climatisation,...).

L'effort exercé par l'écoulement sur un véhicule peut être décomposé, dans le repère mobile lié au véhicule $G(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$, en un effort de traînée F_x dans la direction longitudinale, un effort de portance F_z selon la direction verticale et un effort latéral F_y dans la direction transversale :

$$F_{\text{fluide} \rightarrow \text{objet}} = F_x \cdot \vec{X} + F_y \cdot \vec{Y} + F_z \cdot \vec{Z} \quad (\text{I-2})$$

Et les moments aérodynamiques $\vec{M}_a$ sont définis au centre de gravité par :

$$\vec{M}_a(G) = \vec{F}_a \wedge \vec{GA} = M_x \cdot \vec{X} + M_y \cdot \vec{Y} + M_z \cdot \vec{Z} \quad (\text{I-3})$$

Où A est le point d'application de la résultante des efforts aérodynamiques, M_x est le roulis, M_y le tangage et M_z le lacet figure (I.2) :

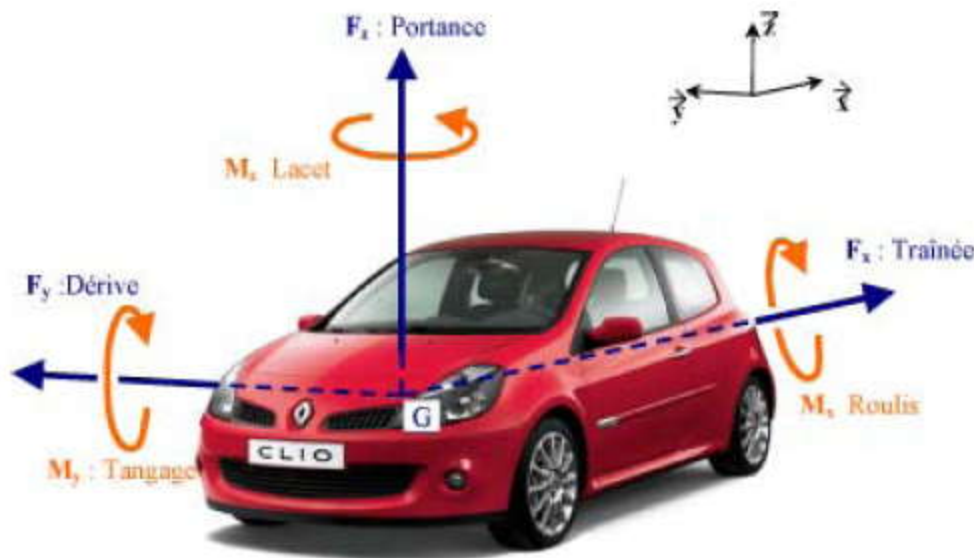


Figure 1.2 : définition des efforts et moments aérodynamiques dans le repère lié au véhicule

Les efforts et les moments aérodynamiques sont exprimés sous forme de coefficients aérodynamiques par :

$$\begin{cases} C_x = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} & C_y = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} & C_z = \frac{F_z}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} \\ C_l = \frac{M_x}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 L S} & C_m = \frac{M_y}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 L S} & C_n = \frac{M_z}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 L S} \end{cases} \quad (I-4)$$

Où ρ est la masse volumique de l'air, U_∞ la vitesse de déplacement du véhicule, S le maître couple et L la longueur du véhicule. Ces coefficients permettent de disposer d'éléments de comparaison adimensionnels entre les différents modèles.

Les efforts transversaux $(\vec{F}_y, \vec{M}_x, \vec{M}_z)$ ont essentiellement une influence sur le comportement transitoire du véhicule, le ressenti de ces efforts par les occupants du véhicule se traduit principalement par une sensation d'inconfort et d'insécurité au cours des phases transitoires de dépassement, croisement,....

Les travaux de recherche menés sur ce thème sont encore peu nombreux [7] [8].

Par contre, les efforts longitudinaux ($\vec{F}_z, \vec{M}_y$), la portance et le tangage impactent principalement l'adhérence longitudinale et latérale du véhicule au cours du freinage, de l'accélération ou en virage.

En fin, l'effort de traînée, qui nous intéresse en particulier dans ce travail, représente la force qui s'oppose à l'avancement du véhicule et influence significativement sa consommation en carburant et d'une dégradation de la vitesse de pointe en ligne [9].

Dès qu'un véhicule roule à une vitesse supérieure à 80 km/h, l'essentiel de l'énergie que délivre son moteur est consacré à vaincre la résistance de l'air (traînée aérodynamique).

La figure ci-après montre l'importance de la traînée aérodynamique (à grande vitesse) et son évolution en fonction de la vitesse.

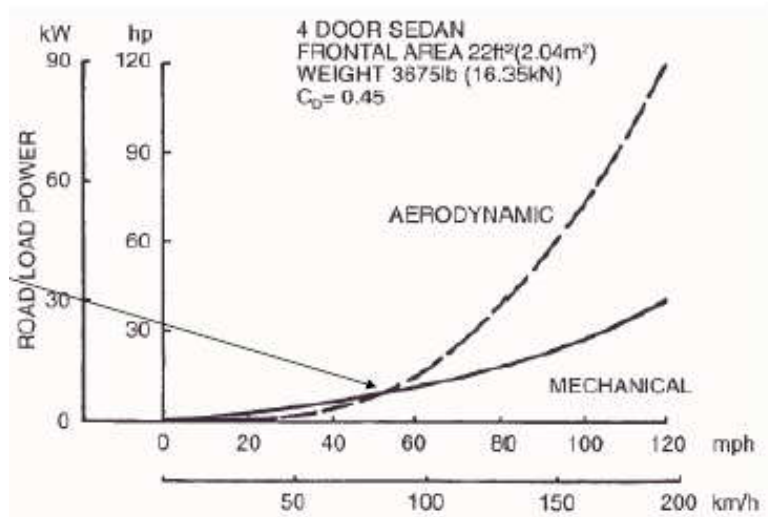


Figure I.3 : importance de la résistance aérodynamique [10].

L'expression de la traînée est alors donnée par l'intégrale des efforts de pression, du tenseur de viscosité et du tenseur des contraintes de Reynolds (tenseur des efforts de turbulence) sur la géométrie considérée selon la relation (I -5) :

$$\vec{F}_x = \left(\iint_{S_c} \vec{P} \cdot \vec{n} \cdot d\sigma - \iint_{S_c} (\overline{\overline{\tau}}_\mu + \overline{\overline{\tau}}_t) \cdot \vec{n} \cdot d\sigma \right) \vec{X} \quad (\text{I -5})$$

Où S_c représente la surface de la géométrie, $\vec{n}$ la normale sortante à la surface S_c , P la pression statique, $\overline{\overline{\tau}}_t$ le tenseur des contraintes de turbulence et $\overline{\overline{\tau}}_\mu$ le tenseur des contraintes visqueuses.

L'expression (I -5) donne une définition globale de la traînée, elle peut être exprimée à partir des distributions de vitesse et de pression d'arrêt relevées dans une section transversale S du sillage par la relation d'Onorato [11].

L'expression de la traînée est obtenue par un bilan intégral de quantité de mouvement, effectué sur un tube de courant englobant le véhicule figure (I.4). Les effets de turbulence, de viscosité et de pesanteur sont négligés devant les actions mécaniques de pression .

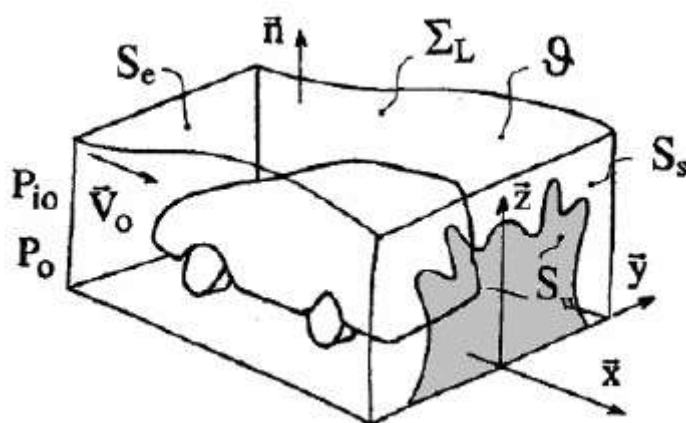


Figure I.4 : Bilan intégral de quantité de mouvement d'après Gilliéron .P

$$\begin{aligned} \bar{F}_X = & \int_S (P_{i0} - P_i) d\sigma + \frac{\rho U_\infty^2}{2} \int_S \left(\frac{U_Y^2}{U_\infty^2} + \frac{U_Z^2}{U_\infty^2} \right) d\sigma - \frac{\rho U_\infty^2}{2} \int_S \left(1 - \frac{U_X}{U_\infty} \right)^2 d\sigma \end{aligned} \quad (I-6)$$

avec P_{i0} et U_∞ représentent respectivement la pression totale et la vitesse de l'écoulement amont, U_x , U_y et U_z les composantes de la vitesse U relevée en un point M de la section S de sillage et P_i la pression totale en ce point.

Le terme (a) traduit la traînée induite par les pertes de pression totale issues de la formation de structures tourbillonnaires dans le sillage. Le terme (b) représente l'énergie cinétique du mouvement de rotation du fluide dans le plan transversal au sillage. La rotation des structures tourbillonnaires longitudinale de part et d'autre de la lunette arrière est la principale cause de pertes énergétiques sous cette forme. Le terme (c) représente quant à lui la traînée associée à la perte de vitesse longitudinale dans le sillage proche. Ce

terme tend rapidement vers 0 en aval de la géométrie. Pour un véhicule automobile, la longueur du sillage est de l'ordre de 1.5 fois sa hauteur.

La relation d'Onorato (relation (I -6)) permet d'identifier trois paramètres principaux qui contribuent à la traînée aérodynamique d'un véhicule automobile : le développement transversal du sillage (section transversale de sillage S), l'intensité tourbillonnaire (ou les composantes transversales de la vitesse) et les pertes de pression d'arrêt. Réduire la traînée aérodynamique consiste alors à rechercher des solutions capables de limiter le développement des structures tourbillonnaires longitudinales ou réduire leurs vitesses de rotation (intégrale (b)), réduire la surface d'intégration S associée au sillage en aval du culot ou encore diminuer les pertes de pression d'arrêt amont/aval (intégrale (a)).

En pratique, plusieurs travaux du contrôle sont envisagés dans le but de limiter les pertes de pression totale en éliminant, ou plus vraisemblablement en réduisant le développement des structures énergétiques. Ainsi, éliminer le décollement sur le haut de la lunette arrière ou le repousser vers l'aval permet de limiter les pertes de pression totale associées et de réduire la section transversale S du sillage. De même, les tourbillons longitudinaux étant très énergétiques [12] [13], le contrôle doit permettre de limiter leur développement. Plusieurs solutions sont alors envisageables : réduire les vitesses de rotation du fluide afin de limiter les pertes de pression totales associées, recoller l'écoulement au niveau de l'arête latérale afin d'éliminer complètement les structures longitudinales ou amplifier les instabilités naturellement présentes dans le vortex afin de participer à son éclatement [14].

I.2.2. Le coefficient de traînée C_x

Une analyse dimensionnelle permet de montrer que la traînée F_x peut s'exprimer comme :

$$F_x = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot S \cdot C_x \quad (I -7)$$

Où :

ρ : masse volumique de l'air (en Kg/m^3) ;

V : vitesse du véhicule par rapport à l'air (en m/s) ;

S : maître couple (en m^2) ;

C_x : le coefficient de traînée (sans unité) ;

Cette expression met en avant un paramètre essentiel à la détermination de la traînée : le C_x .

Le C_x , coefficient de traînée ou de pénétration dans l'air est le rapport de la traînée d'un objet par rapport à celle d'un autre objet de même surface de référence qui aurait un coefficient de 1. Ce nombre adimensionnel caractérise ainsi le profilage aérodynamique d'un objet vis-à-vis de l'écoulement de l'air dans l'axe longitudinal du véhicule [15].

Le maître couple S peut être obtenu par la formule dite de Paul Frère : $S = k.h.l$, où h est la hauteur la largeur et k une constante qui dépend de la géométrie, dans notre cas égale à 0.85 [15].

I.2.3. L'importance du coefficient de traînée C_x

Sachant que près de 15% de l'énergie consommée par une automobile est utilisée pour vaincre la résistance aérodynamique à l'avancement [16], les constructeurs automobiles cherchent sans cesse à diminuer les deux seuls paramètres liés intrinsèquement à l'automobile : le C_x et le maître couple S . L'évolution des standards en terme de confort et d'habitabilité étant incompatible avec une réduction du maître couple, c'est essentiellement le C_x qui a évolué. En diminuant de 15% un C_x initialement à 0.40, un véhicule roulant à 120 km/h économise un litre de carburant au 100km [16].

Prenons l'exemple d'un Volkswagen Touareg ($C_x = 0.38$ et $S = 2.70 m^2$) à moteur Diesel roulant à 130 km /h sur 100km :

$$F_x = 0.5 \times 1.200 \times (36.11)^2 \times 2.70 \times 0.38 = 802,8 \text{ N}$$

$$\text{Travail} = \text{force} \times \text{déplacement}, \text{ soit } 802,8 \times 100.10^3 \approx 80.3 \text{ MJ}$$

En considérant que le pouvoir calorifique inférieur (PCI) du gazole est de 36 MJ/l et que le rendement du moteur est de 40%, on obtient une consommation de : $80.3 \times 100 / (36 \times 40) = 5.57$ litre de gazole uniquement pour vaincre la résistance aérodynamique à l'avancement. En faisant les mêmes calculs avec un C_x de seulement 0.30, la consommation n'est plus que de 4.40 litres. Ci-dessous se trouve un tableau

récapitulatif des consommations de gazole du Touareg, en fonction de sa vitesse, pour lutter contre le F_x .

Consommation de gazole (en $\ell/100$ km) d'un VW Touareg Diesel					
	50 km/h	70 km/h	90 km/h	110 km/h	130 km/h
$C_x=0.38$	0,82	1,62	2,67	3,99	5,57
$C_x=0.30$	0,65	1,28	2,11	3,15	4,40

Tableau I.1 : consommation de gazole ($\ell/100$ km) d'un Touareg

I.2.4. Evolution du coefficient de traînée

Les performances aérodynamiques d'un véhicule en mouvement dans l'air sont essentiellement données par sa forme générale. Celle-ci conditionne l'écoulement de l'air et les répartitions de pression sur les parois. La modification de la forme globale extérieure du véhicule avec notamment le profilage a dans un premier temps permis de réduire la traînée aérodynamique en se rapprochant d'une géométrie de profil d'aile. Ces modifications ont permis de faire chuter le coefficient de traînée C_x de 0.45 à 0.30, en moyenne, entre 1970 et 1990. Dans les années 70, les véhicules ont généralement une forme anguleuse comme c'est le cas pour la Renault R16 ou la Peugeot 404 (Figure 1.5).

Le coefficient de traînée résultant est de 0,40 à 0,45 en moyenne. Il gagne 5 points ($C_x = 0,35$) durant les années 80 avec des lignes beaucoup plus arrondie comme la Peugeot 205 ou la Honda Civic. La barre des 0,30 est dépassée à la fin des années 80, mais les C_x se stabilisent autour de 0,32 à 0,35 dans les années 90. Depuis une décennie, la tendance s'est inversée et le coefficient moyen de traînée ne cesse de croître, cette remontée est due à l'intégration de nouveaux équipements (climatisation, rétroviseurs extérieurs profilés, raccords entre parties fixes et mobiles...) et l'augmentation du poids du véhicule. La tendance actuelle qui fait la part belle aux véhicules spacieux type monospace, augmente le maître couple des automobiles et donc la traînée.

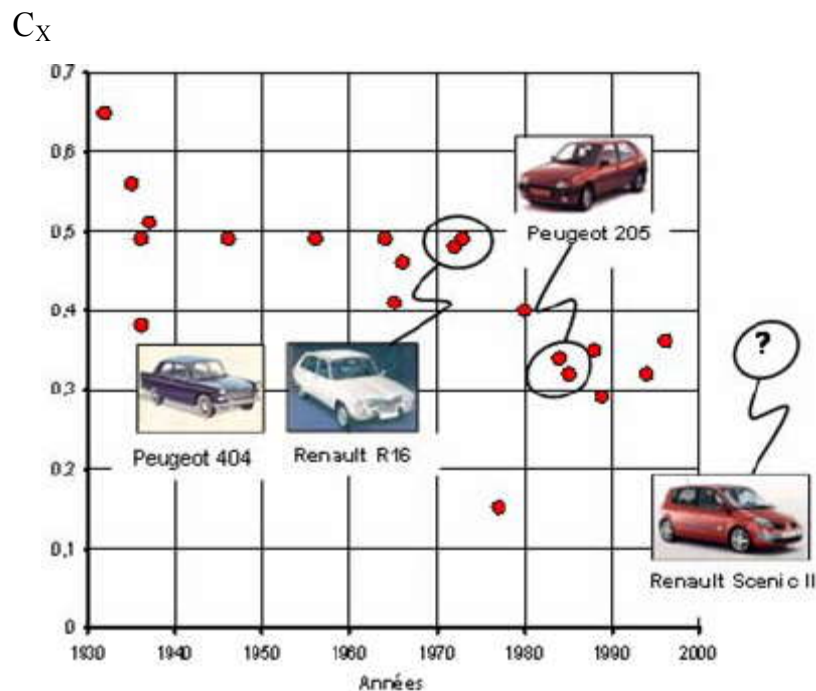


Figure I -5 : Historique des coefficients de traînée dans l'automobile [2]

Le tableau suivant (tableau I.2), présente un exemple de l'évolution du coefficient de traînée C_x et de la consommation en carburant pour les véhicules Renault [17]:

Année	Véhicule	C_x	Consommation pour 100Km à 100 Km/h
1927	P6 15cv	0.60	17
1951	Frégate	0.54	12
1976	Renault 20 TS	0.41	7.6
1984	Renault 25 TS	0.28	5.9

Tableau I.2 : Évolution du coefficient de traînée de véhicules Renault

Remarque : les consommations indiquées dans le tableau ne sont pas dues uniquement aux effets aérodynamiques mais aussi aux mécaniques et au poids...

Un autre exemple d'évolution du coefficient de traînée C_x pour différents types de véhicules est donné ci-après:

Année	1979	1982	1989	1996	2005	2010
Véhicule	Ford Mustang	Volvo 740	Mazda Miata	Ferrari F5	Jaguar XKI	Lexus RX
Cx	0.46	0.41	0.38	0.372	0.35	0.33

Tableau I.3 : Évolution du coefficient de traînée de quelques véhicules

I.3. Sources de traînée aérodynamique d'un véhicule

La principale source de traînée (65%) est la traînée de forme ou de profile [15], illustrant la variation de la résistance à l'écoulement de l'air.

Deux principales raisons physiques expliquent l'existence de cette résistance ; la première est due à l'augmentation de la pression à l'avant du véhicule en raison de l'accumulation et la compression de million de molécules d'air tandis que la seconde est due au vide partiel laissé par le véhicule après son passage, ce qui a pour conséquence de l'aspirer dans la direction opposée à son mouvement.

Les autres sources de traînée se répartissent en traînée induite due aux turbulences, aux vortex et à la portance, en traînée interne due au refroidissement du moteur, à la circulation d'air dans l'habitacle...etc., et en traînée de peau, appelé également de frottement ou de rugosité due à l'adhérence de l'air (fluide visqueux) à la paroi du véhicule.

I.3.1. Contribution de la partie avant à la traînée

La partie avant d'un véhicule particulier représente en général près de 11% du S.Cx, dont 8% sont dus uniquement au refroidissement du moteur [3]. En effet, l'air entrant par la calandre du véhicule exerce une pression importante sur les parois du radiateur, du moteur et des conduits permettant d'acheminer l'air vers l'extérieur du compartiment moteur ; l'écoulement de l'air dans la partie avant y est donc très chaotique figure (I-6) [18].

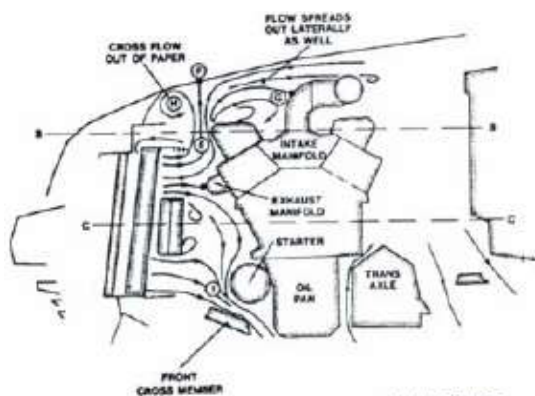


Figure I.6: Influence du refroidissement du moteur

Les 3% restant, dus au profil de la proue du véhicule, sont induits par la rupture de pente au niveau de la calandre, provoque l'apparition de structures tourbillonnaires [3]. La hauteur Z_s du point de stagnation, lieu sur la surface de la calandre où la vitesse locale de l'air est nulle, est par ailleurs particulièrement importante pour diminuer le C_x ; ce dernier est minimal pour un rapport Z_s/h (h , hauteur du véhicule) proche de 0.06 et maximal pour 0.2 [15].

I.3.2. Contribution des détails de carrosserie à la traînée

Les détails de carrosserie, participent de façon significative à la traînée aérodynamique: les ruptures de pentes et les différents appendices sont autant de sources de décollement qui influent directement sur la valeur de celle-ci figure (I.7). Les ruptures de pentes au niveau de la calandre (zone 1), sur le bas et les montants latéraux du pare-brise (zone 2 et 3) [19], au niveau des parois latérales (zone 9) provoquent l'apparition de structures tourbillonnaires qui viennent alimenter la traînée. De même, sur la partie arrière du véhicule, l'écoulement décolle au niveau de la lunette arrière (zone 4) et du culot (zone 5), et des structures tourbillonnaires longitudinales se développent au niveau des arêtes latérales de lunette arrière (zone 10) [20]. L'écoulement qui se développe en aval du culot est directement responsable du sillage et participe très largement à la traînée de la voiture [11].

I.3.3. Contribution des roues, gardes boue et soubassement à la traînée

La contribution des roues (zones 6 et 7) et des gardes boue à l'aérodynamique d'un véhicule n'est pas négligeable puisqu'elle représente entre 15[3] et 20% [15] de la traînée totale. En effet, la rotation des roues provoque l'apparition autour d'elles de zone de recirculation figure (I.8), et la création de structures tourbillonnaires qui interagissent avec l'écoulement de culot et participe aux pertes énergétiques dans le sillage. Ces dernières structures sont plus particulièrement étudiées par Thivolle-Cazat et al [21]. Pour limiter ces phénomènes, il suffit de caréner les roues et de réduire les cavités dans le garde boue [15].

Bien que ce n'est que très tard que les constructeurs automobiles s'y sont intéressés, le soubassement (zone 8) peut représenter quant à lui jusqu'à 30% de la traînée [15] en raison des différents éléments mécaniques pouvant obstruer le passage de l'air. Hormis abaisser la hauteur du véhicule limitant l'air s'engouffrant sous l'automobile, la solution pour diminuer l'impact du soubassement fut de le caréner, à l'image des roues.

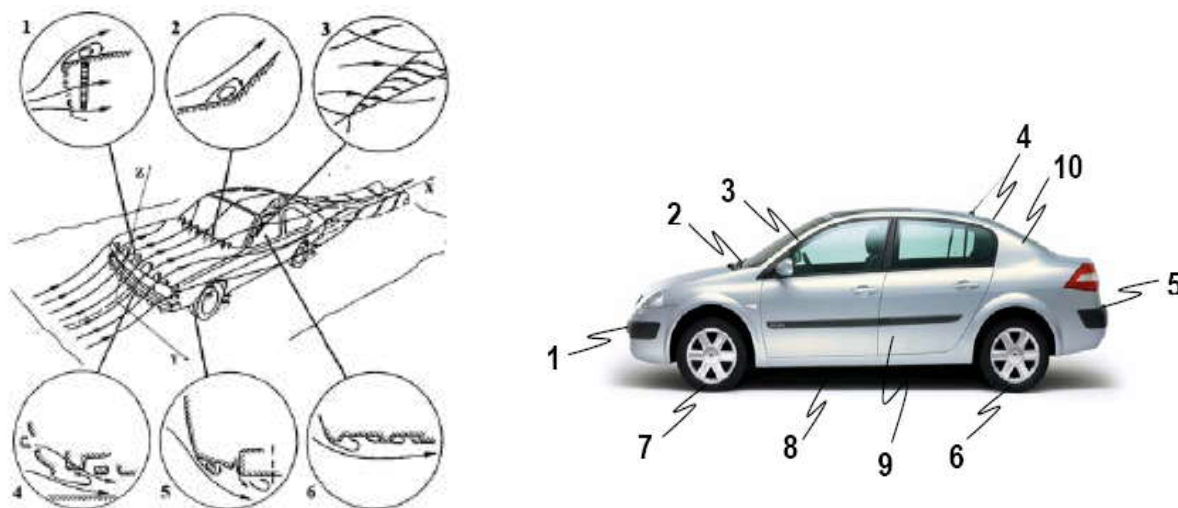


Figure I.7 : Identification des sources de traînée aérodynamique autour d'une automobile

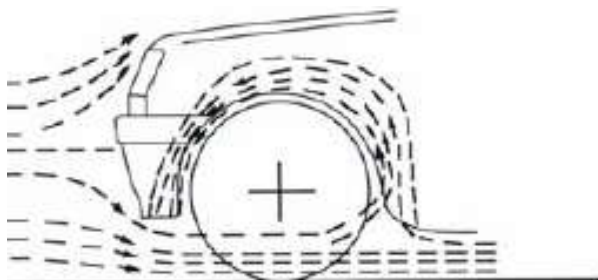


Figure I.8: Influence de la rotation des roues sur l'écoulement principal de l'air [22]

I.3.4. Contribution de la partie arrière à la traînée

Le dessin de la partie arrière d'un véhicule influence fortement sa résistance aérodynamique, en raison des turbulences générées dans cette partie ; Le phénomène de décollement de la couche limite, source majeure de traînée, est notamment mis en jeu ; ce phénomène intervient lorsque les flux d'air laminares ne suivent plus la carrosserie. Plus la zone de décollement est faible et plus la traînée sera réduite, d'où l'importance du lieu du décollement [15]. En théorie, la forme idéale pour la poupe du véhicule (connues sous le nom de l'arrière de Kamm) est un cône se rétrécissant avec un angle inférieur à 15° [15].

Le dessin de la descente de toit est particulièrement important pour l'aérodynamique.

Généralement en automobile, les descentes de toit aérodynamiques adoptent un profil dit fastback caractérisé par une pente douce du toit au coffre. Plus concrètement, des études ont démontrées que la traînée est minimale pour une inclinaison de la lunette arrière de 12° , et maximale pour 30° [3] :

- Pour un angle inférieur à 12° , l'air s'écoule naturellement sur la lunette et décolle en bout de véhicule.
- Pour un angle compris entre 12° et 30° , l'air décolle partiellement de la paroi en haut de lunette, la recolle en suite et décolle en bout de véhicule.
- Au-delà de 30° , l'air décolle dès la fin du pavillon et demeure dans cet état, d'où un C_x particulièrement mauvais.

Hormis l'intérêt de diminuer la traînée, repousser la zone de décollement permet de limiter le dépôt de crasses sur la vitre arrière dû aux particules éjectées de la route par les roues et ramenées par les turbulences sur la plage arrière [15].

Par ailleurs, les flux d'air latéraux du véhicule peuvent être aspirés dans la dépression arrière et générer par conséquent des systèmes tourbillonnaires, appelés vortex, nuisible à l'aérodynamique générale. Outre le dessin du coffre et de la descente de toit, celui des arrêtes latérales de la carrosserie doivent également être pris en compte pour réduire ce phénomène [15].

I.3.5- Contribution de l'aileron à la traînée

Une autre source de traînée, qui mérite une attention particulière, qui peut alimenter la traînée globale: ce sont les ailerons arrière figure (I .9) utilisés pour créer une force verticale (déportance) dans le but d'améliorer l'adhérence du véhicule au sol [22].

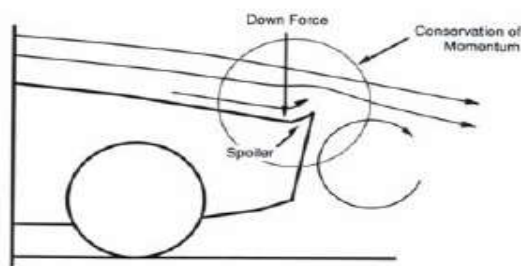


Figure I.9: Influence de l'aileron arrière sur l'écoulement

La figure qui suit récapitule la contribution des différentes sources à la traînée aérodynamique :

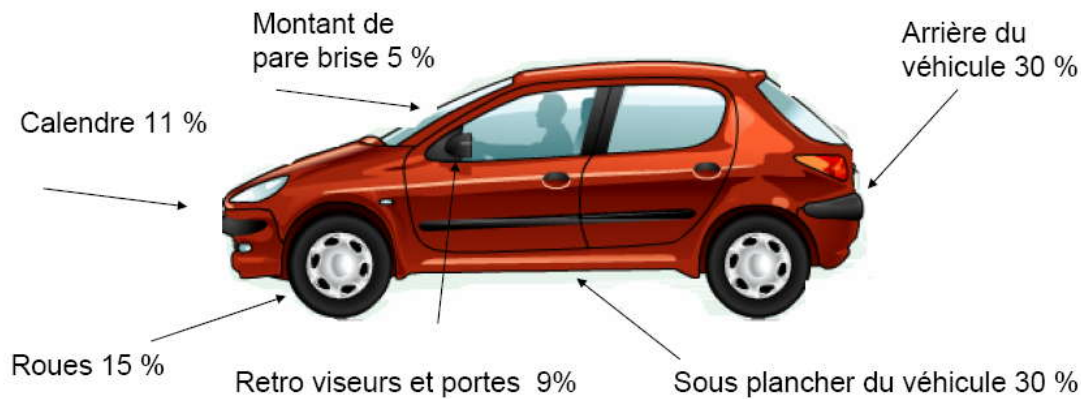


Figure I.10: Contribution des différentes sources à la traînée aérodynamique [23]

En résumé les sources de traînée aérodynamique sont de deux sortes :

- Les sources externes, liées à l'écoulement sur la carrosserie.
- Les sources internes, liées aux écoulements internes.

Le tableau ci dessous récapitule ces deux sources de traînée ;

externe	90 %	interne	10 %
traînée de pression	60 %	traînée de refroidissement	8 %
traînée de frottement	5 %	traînée due à la ventilation	2 %
traînée due aux accessoires	25 %		

Tableau I.4: Différentes sources de traînée d'un véhicule [17].

I.4. Distribution de pression autour d'un véhicule

Du tableau précédent on voit que la traînée de pression est la source principale de la traînée globale du véhicule. Pour une automobile de type berline, cette pression se répartie sur la carrosserie comme indiqué sur la figure suivante [24]:

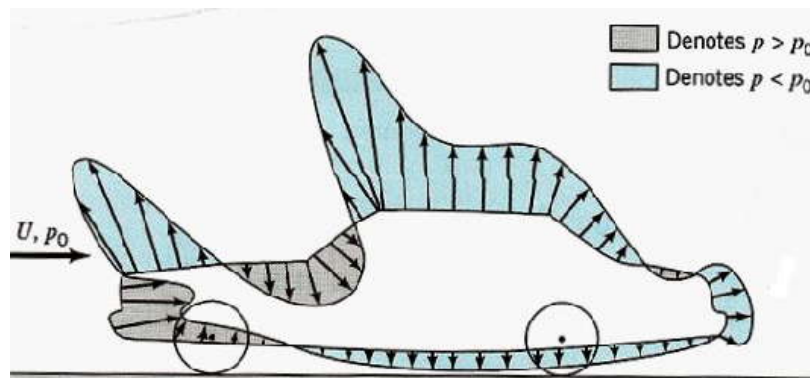


Figure I.11: Distribution de la pression le long de la ligne médiane d'une voiture

Le dessin de la partie arrière d'un véhicule peut changer radicalement la distribution de pression dans cette zone.

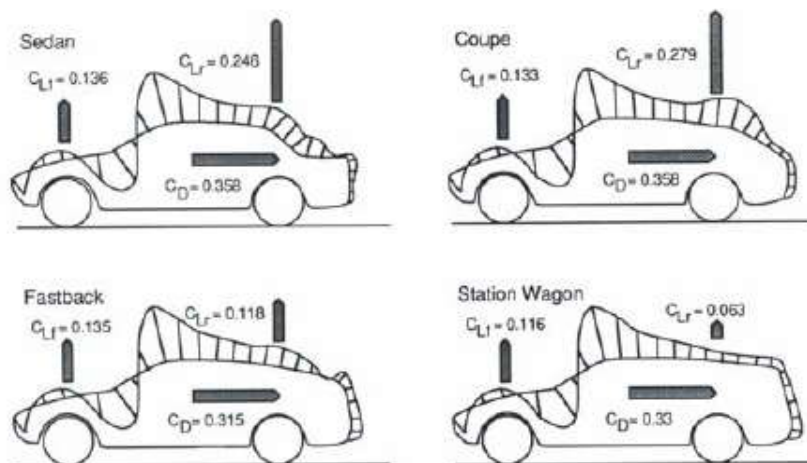


Figure I.12: Portance et traînée aérodynamique sur des véhicules différents

I.5.les coefficients de pression

Les coefficients de pression statique et de pression totale sont donnés par les équations suivantes:

$$C_P = \frac{P - P_0}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad (I-9)$$

$$C_{P_i} = \frac{P_{i0} - P_i}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad (\text{I-10})$$

Où: P_{i0} est la pression d'arrêt de l'écoulement amont, P_i la pression d'arrêt locale et P_0 la pression statique de l'écoulement amont.

I.6. Réduction de la traînée d'un véhicule

La réduction de la traînée globale d'un véhicule résulte de compromis au niveau de la conception du dessin du véhicule. Par ailleurs, l'obtention d'une traînée minimale ne signifie pas seulement un coefficient de traînée C_x minimum, mais aussi un maître couple S minimum, puisque:

$$C_x = \frac{F}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} \quad (\text{I-11})$$

I.6.1. Réduction de la traînée de pression

Nous avons vus précédemment que la forme aérodynamique idéale est celle de la goutte d'eau allongée mais cette forme est peu pratique au niveau de l'habitabilité et de l'encombrement. En effet il faut chercher des solutions qui peuvent améliorer l'aérodynamique d'un véhicule de forme traditionnelle. Pour cela, on cherche à éviter les décollements sur la carrosserie.

I.6.1.1. La partie avant

La partie avant du véhicule doit être la plus profilée possible, dans ce cas la traînée peut être diminuée en facilitant l'écoulement sur les faces latérales tout en évitant les arrêtes vives. Pour faciliter l'écoulement, il faut aussi éliminer tout obstacle tel que les gouttières de pluie.

I.6.1.2. La partie arrière

La partie arrière d'une automobile doit théoriquement présenter une forme fuselée pour éviter le décollement de la couche limite. Mais cette forme est peu pratique de fait de sont encombrement. En effet, des décollements et tourbillons peuvent se produire.

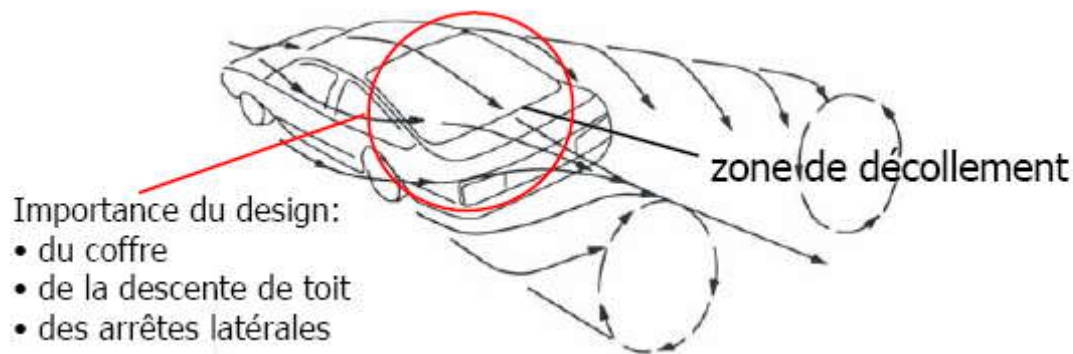


Figure I.13: Système de tourbillons autour d'un véhicule.

Selon la forme de l'arrière on distingue trois types de décollements [17]:

a. Partie arrière non profilée (break): la variation brusque de la courbure du pavillon provoque un décollement de la couche limite localisée le long de cette ligne de rupture. Il ya création de tourbillons d'axe perpendiculaire à la direction de l'écoulement incident dont l'énergie est rapidement dissipée en chaleur. Dans le sillage la vitesse du fluide est faible et la pression presque constante. La dissipation locale de l'énergie entraîne une forte traînée de pression.

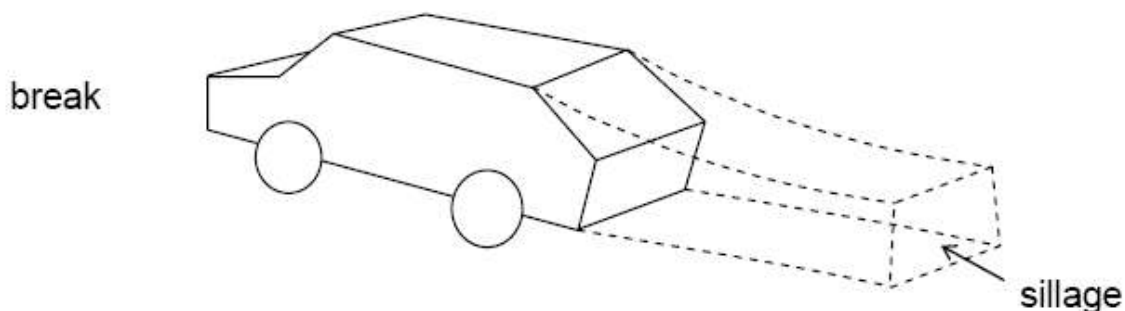


Figure I.14 : Sillage d'un arrière break

b. Partie arrière profilée (bi-corps): La différence de pression entre le bas et le pavillon provoque un écoulement secondaire qui interagit avec l'écoulement principal et génère deux tourbillons longitudinaux. Ces tourbillons sont de même type que ceux mis en évidence sur les ailes élancées. Cependant l'écoulement reste attaché sur la surface arrière du véhicule.

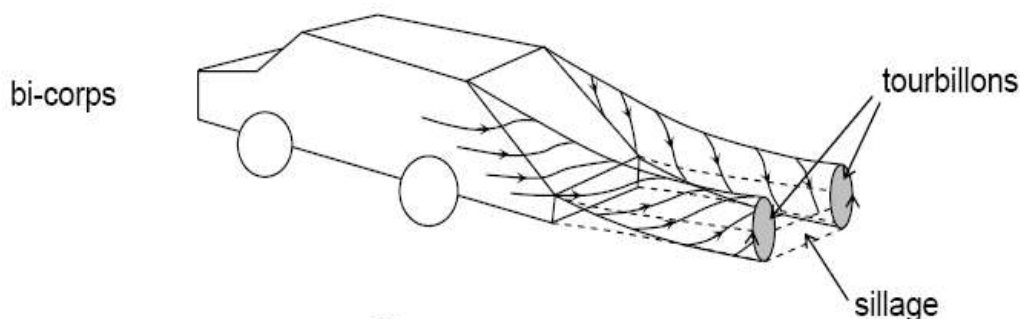


Figure I.15 : Sillage et tourbillons d'un arrière bi-corps

c. Partie arrière de berline (tri-corps): Les deux types précédents de décollements peuvent avoir lieu simultanément. L'écoulement est essentiellement tridimensionnel et il n'y a pas de théorie actuelle satisfaisante. La Peugeot 605 est un exemple de véhicule tri corps.

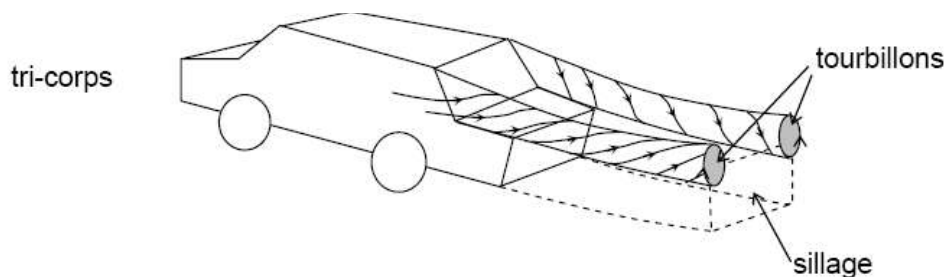


Figure I.16 : Sillage et tourbillons d'un arrière tri-corps.

Ainsi il faut, dans la phase de conception d'une automobile, favoriser l'écoulement sur les côtés afin de faciliter la formation des tourbillons latéraux.

Ces tourbillons ont un effet stabilisant sur le sillage qui se développe en aval du véhicule, en enserrant ce fluide dans une zone appelée **écoulement de culot**.

Le dessin de la partie aval d'un véhicule est donc essentiel pour réduire la traînée du véhicule.

I.6.2. Réduction de la traînée due au soubassement et aux accessoires

On a vu que 25% de traînée sont dus aux accessoires du véhicule (rétroviseurs, système d'échappement, suspensions, réservoir ...). En effet, un fond lisse permet une réduction de coefficient de traînée $\delta C_x \sim 0,1$ à $0,3$ [17]. Une autre source de traînée est l'ensemble des accessoires montés sur le véhicule (rétroviseurs, antenne, pare-chocs, ...). Des gains de traînée ont pu être obtenus ces dernières années en procédant à une meilleure intégration de ces éléments dans la carrosserie.

I.6.3. Réduction de traînée interne

Les systèmes de refroidissement et de ventilation du moteur et de l'habitacle nécessitent un apport d'air extérieur, ce qui constitue une source de traînée supplémentaire. Le dessin et la position de ces entrées d'air doivent être optimisés pour créer une traînée minimale. Ainsi, elles sont en général placées dans les zones en surpression, à l'avant du véhicule pour faciliter la pénétration de l'écoulement.

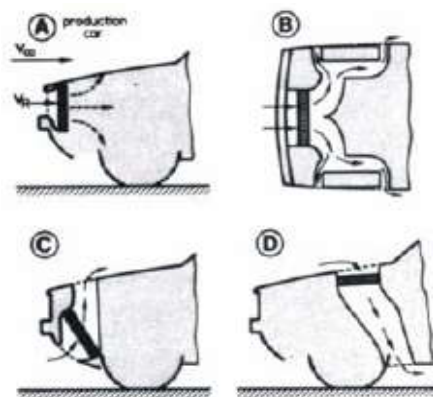


Figure I.17: conception d'aération en facilitant l'écoulement du fluide à travers le moteur.

Chapitre II

Modélisation de la turbulence

Chapitre II

Modélisation de la turbulence

II.1. Introduction

Les écoulements de fluides sont gouvernés par les équations de Navier-Stokes. Ces équations relient la vitesse et la pression en chaque point de l'écoulement, donc quatre inconnues doivent être déterminées. Les trois composantes du vecteur vitesse et la pression. Les équations de Navier-Stokes sont des équations non linéaires, pour lesquelles une solution analytique n'est pas connue, surtout pour les écoulements tridimensionnels (qui se rapproche le plus de la réalité physique).

Dans la simulation numérique d'un écoulement fluide on résout, au moyen d'un ordinateur, les équations de Navier-Stokes discrétisées avec un schéma numérique. Cela consiste à calculer en chaque point de l'espace de calcul et pour certaines valeurs du temps la vitesse et la pression du fluide. On définit donc un pas d'espace qui représente la taille des mailles du maillage et un pas de temps qui représente l'intervalle de temps entre deux instants de calcul de la solution. La difficulté de la simulation est liée à la physique du problème traité c-à-d à la turbulence.

L'écoulement étant irrégulier en temps et en espace (turbulence forte), cela nécessite des pas d'espace et de temps très petits. A la contrainte sur le pas de temps, lié à la physique du problème, s'ajoute une autre contrainte liée au schéma numérique retenu pour discrétiser les équations de Navier-Stokes : c'est la contrainte de la stabilité numérique de type CFL. Le but de cette contrainte est d'éviter l'amplification des erreurs introduites dans le calcul au cours du temps.

Toutes ces contraintes font que la DNS (simulation numérique directe) de la turbulence reste limitée à des écoulements de géométrie simple et à des nombres de Reynolds faibles comparés aux nombres de Reynolds couramment rencontrés dans la réalité. La complexité et les limites de la simulation numérique directe de la turbulence soulèvent le problème de la modélisation de la turbulence. Le but de la modélisation est de lever les contraintes sur le maillage, le pas de temps et la précision des schémas,

de façon à pouvoir réduire la mémoire et le temps calcul nécessaire et aussi aborder des écoulements plus complexes que ceux traités par la DNS

II.2. La théorie de la turbulence

La turbulence est une propriété d'un écoulement, non du fluide utilisé.

Un écoulement turbulent peut être caractérisée par quelques propriétés : c'est un écoulement tridimensionnel, irrégulier dans l'espace et le temps, rotationnel, diffusant fortement toute quantité transportée, et dissipant de façon importante l'énergie cinétique en chaleur. Il n'est plus possible de prédire la vitesse et la température d'un élément de fluide à un instant donné ; seules leurs valeurs moyennes peuvent être connues [25].

Afin de pouvoir simuler les écoulements turbulents, nous nous intéressons aux équations de bilans régissant le mouvement moyen du fluide. La présence de la turbulence au sein d'un écoulement est indiquée par des fluctuations des composantes de vitesse. La turbulence est difficilement prévisible car une faible variation des conditions aux limites de l'écoulement peut provoquer des modifications importantes du champ des diverses grandeurs. La difficulté de calculer directement les fluctuations de vitesse nécessite le recours à des hypothèses simplificatrices. Pour ces raisons, on est donc amené à emprunter une approche statistique qui nous conduit à la décomposition de Reynolds [26].

II.3. La décomposition de Reynolds [27].

Une grandeur f peut être décomposée en une valeur moyenne $\overline{f}$ et une fluctuation f' autour de cette valeur moyenne.

$$f = \overline{f} + f' \quad (\text{II-1})$$

Avec ;

$$\overline{f} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} f dt \quad (\text{II-2})$$

Propriétés :

Soient f et g deux variables quelconques (vitesse, pression, température...)

- $\overline{\overline{f}} = \overline{f}$
- $\overline{f'} = 0$
- $\overline{f + g} = \overline{f} + \overline{g}$
- $\frac{\partial \overline{f}}{\partial t} = \overline{\frac{\partial f}{\partial t}}$
- $\frac{\partial \overline{f}}{\partial x} = \overline{\frac{\partial f}{\partial x}}$

II.4. Rappel des équations instantanées

- **Hypothèses**
 - Fluide incompressible (faible nombre de Mach), $\rho = \text{Cte}$.
 - Forces de volume négligeables.
 - Les propriétés thermophysiques du fluide sont supposées constantes.

II.4.1. Conservation de la masse – Equation de continuité

Elle est déduite de bilan de masse sur un élément de volume. Si on suppose le milieu dépourvu de source ou de puit de matière, on obtient :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \text{div} \vec{U} \quad (\text{II-3})$$

Ou encore sous forme conservative :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div}(\rho \vec{U}) \quad (\text{II-4})$$

Si le fluide est considéré incompressible, l'équation de continuité devient :

$$\text{div} \vec{U} = 0$$

Ou bien :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{II-5})$$

II.4.2. Equation de la quantité de mouvement (équation de Navier-Stokes)

Elle est déduite du principe fondamental de la dynamique pour la masse intérieure à l'élément de volume considéré, celui-ci traduit l'équilibre des forces appliquées à l'unité de masse du fluide.

Après simplifications on peut retenir l'équation suivante :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{II-6})$$

Où

- $\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ Forces d'inertie
- $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}$ Forces appliquées

Le terme visqueux $\nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}$ peut s'écrire comme la divergence du tenseur des contraintes visqueuses τ_{ij} , dont l'expression est simplifiée en utilisant la condition d'incompressibilité.

Soit :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II-7})$$

et

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{II-8})$$

II.5. Les équation du mouvement moyen

Les équations moyennées s'obtiennent en introduisant la décomposition de Reynolds dans les équations instantanées, puis en prenant la moyenne, on obtient on

définitive les équations de Reynolds dans lesquelles apparaissent les tenseurs de Reynolds [28].

II.5.1. Equation de continuité

En introduisant la décomposition de Reynolds dans l'équation de continuité (II-5), on obtient :

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{II-9})$$

II.5.2. Equations de Navier- Stokes moyennées

Pour un écoulement incompressible $\rho = C^{\text{te}}$:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II-10})$$

Avec ; $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ et $\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$

On introduit $U = \overline{U} + u'$ dans l'équation (II-10) on aura :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{U}_i + u'_i) + (\overline{U}_j + u'_j) \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U}_i + u'_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U}_i + u'_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{U}_j + u'_j) \right]$$

En moyenne :

$$\overline{\frac{\partial}{\partial t} (\overline{U}_i + u'_i) + (\overline{U}_j + u'_j) \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U}_i + u'_i)} = \overline{-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U}_i + u'_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{U}_j + u'_j) \right]}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{U}_i + \overline{u'_i}) + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} + \overline{u'_j} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \overline{u'_j} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \right]$$

On a :

$$\overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} = \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j}$$

L'équation de Navier Stocks moyennée devient :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\overline{u'_i u'_j} \right) \quad (\text{II-11})$$

Le terme $\left(-\overline{\rho u'_i u'_j} \right)$ représente le tenseur de Reynolds R_{ij} dû à la turbulence et ses composantes sont appelées contraintes de Reynolds ou tensions de Reynolds elles sont analogues à des contraintes supplémentaires issues du mouvement d'agitation.

L'équation de Navier-Stokes moyennée s'écrit finalement :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\tau_{ij}} + R_{ij} \right) \quad (\text{II-12})$$

Remarque :

La forme (II-12) de l'équation de Navier-Stokes moyennée diffère de l'équation de Navier-Stokes instantanée par présence d'un terme supplémentaire représentant l'effet du champ fluctuant sur le champ moyen.

II.6. Fermeture du système d'équations

Si le problème des écoulements laminaires est relativement simple à résoudre, le calcul des écoulements des fluides turbulents par les équations de Navier-Stokes et celles des tensions de Reynolds fait encore l'objet de nombreuses recherches.

Depuis 1970, on trouve plusieurs applications de divers modèles de turbulence dans la littérature.

Pour calculer les tensions de Reynolds, deux possibilités sont envisageables:

D'une part, les corrélations doubles peuvent être calculées à partir des valeurs moyennes de l'écoulement en faisant appel au concept de viscosité turbulente. Cette première approche est chronologiquement la plus ancienne (Prandtl, 1925).

D'autre part, on peut obtenir des équations de transport des tensions de Reynolds mais dans ces nouvelles équations, interviennent des termes de corrélations triples

qu'il faut à nouveau modéliser. L'introduction d'équations de transport permet de suivre l'évolution de certaines grandeurs caractéristiques de la turbulence (énergie cinétique, dissipation,...) [29].

II. 7. Le concept de viscosité turbulente

La plupart des modèles de turbulence utilisés à l'heure actuelle font appel au **concept de viscosité turbulente** qui a été proposée par Boussinesq (1877) et qui permet d'exprimer les contraintes de Reynolds en fonction des gradients de vitesse moyenne de l'écoulement [30].

$$R_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II-13})$$

μ_t : Viscosité turbulente

Pour éviter le problème d'énergie cinétique turbulente nulle, on retranche $\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}$ [31].

On aura
$$R_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (\text{II-14})$$

k est l'énergie cinétique turbulente : $k = \frac{\overline{(u'_i)^2}}{2}$

δ_{ij} est le symbole de Kronecker : $\delta_{ij} = 1$ si $i=j$

$\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$

L'objet de la modélisation de la turbulence dans le cadre de l'hypothèse de Boussinesq est d'obtenir une relation entre μ_t et les autres inconnues du problème afin de fermer le système d'équations à résoudre.

II.8. Les modèles de turbulences

Il n'y a pas de représentation unique des contraintes de Reynolds en fonction de l'écoulement moyen et les hypothèses de fermeture utilisées en pratique sont très variées. Les modèles de turbulence se présentent en général sous la forme d'un

ensemble d'équations dans lesquelles apparaissent les contraintes turbulentes. Cet ensemble d'équations complète les équations dynamiques moyennes et doit permettre la résolution simultanée de toutes les équations du mouvement.

On distingue deux catégories de modélisation :

- **Modèles à viscosité turbulente (modèles du 1^{er} ordre)** : basés sur l'hypothèse de Boussinesq qui consiste à modéliser directement les tensions de Reynolds à l'aide de la viscosité turbulente μ_t . Relativement facile à utiliser mais la qualité de modélisation de μ_t influe directement sur la qualité de l'écoulement moyen.

- **Modèles du 2nd ordre** : les tensions de Reynolds sont calculées directement, la modélisation se porte alors sur des moments d'ordre supérieur. La mise en oeuvre est plus délicate mais les résultats sont de meilleure qualité.

Les modèles utilisant la notion de viscosité turbulente reposent sur l'hypothèse d'existence d'une région d'équilibre énergétique: l'énergie cinétique des fluctuations est transférée en, cascade, des structures les plus grosses vers les structures les plus fines pour être dissipée à ce niveau par les contraintes visqueuses.

En dehors de la région d'équilibre, tout devient compliqué !non seulement la possibilité de calculer simplement la valeur de μ_t disparaît, mais aussi la notion même d'une viscosité turbulente μ_t scalaire est perdue .pour cela, les modélisations au second ordre sont développées.

Nous nous limitons ici à des modèles de fermeture plus usuels, qui tendent à remplacer les termes supplémentaires par des termes de diffusion. On introduit alors une viscosité turbulente, dont le but est de modéliser l'action des fluctuations sur l'écoulement moyen. Ils sont très utilisés pour les problèmes industriels, dans des codes de simulation d'écoulements fluides en géométries complexes utilisant les éléments finis ou les volumes finis comme schéma de discrétisation des équations. Ils donnent de bons résultats loin des parois [32].

II.8.1. Modèle à zéro équation (modèle de longueur de mélange de Prandtl)

Dans ce modèle proposé par Prandtl en 1925 aucune équation complémentaire n'est introduite, μ_t est directement reliée au gradient de vitesse moyenne par l'intermédiaire d'une longueur l_m , appelée **longueur de mélange**.

Suivant un raisonnement inspiré de la théorie cinétique des gaz, Prandtl a proposé la formulation suivante [33] :

$$\mu_t = \rho \cdot l_m^2 \cdot \frac{\partial \bar{U}}{\partial \vec{n}} \quad (\text{II-15})$$

Où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à la paroi.

Il faut alors préciser le paramètre l_m .

Dans le cas des couches limites turbulentes au voisinage de la paroi l_m est proportionnelle à la distance y de la paroi : $l_m = K \cdot y$ où $K \approx 0,41$ la constante de Von Karman.

Le choix de la longueur de mélange l_m dépend de type d'écoulement envisagé et, de ce fait, les modèles de turbulence basés sur cette notion ont un faible degré de généralité [30].

II.8.2. Modèle à une équation de transport (Prandtl-Kolmogorov)

Pour ce modèle on garde toujours la notion de la viscosité turbulente μ_t , mais dans ce cas μ_t est construite non seulement avec le paramètre extérieur, longueur de mélange, mais aussi avec des inconnues supplémentaires, soit l'énergie cinétique turbulente.

Alors ; $\mu_t = f(k, l)$

L'analyse dimensionnelle indique que μ_t est de la forme :

$$\mu_t = \rho \cdot l_m \cdot \sqrt{k} \quad (\text{II-16})$$

Donc, on cherche à trouver l'équation différentielle de l'énergie cinétique puis on la modélise puis on trouve l_m .

L'équation de l'énergie cinétique s'obtient en multipliant l'équation de Navier-Stokes par la vitesse :

Après développement on aboutit à l'équation suivante :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i u'_j} - \overline{p' u'_j} \right] \quad (\text{II-17})$$

Où :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial k}{\partial t} & : & \text{Terme instationnaire.} \\ \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} & : & \text{Terme convectif.} \\ -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} & : & \text{Production d'énergie cinétique turbulente (à modéliser).} \\ \rho \varepsilon & : & \text{Dissipation d'énergie cinétique.} \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i u'_j} - \overline{p' u'_j} \right] & : & \text{Terme de diffusion (à modéliser).} \end{aligned}$$

Pour fermer ce modèle à une équation, on a recours à la modélisation de ses termes et à une nouvelle équation de transport portant sur le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε . Ce taux de dissipation est relié par l'intermédiaire de l'hypothèse de l'unicité de l'échelle des temps, à l'échelle de longueur l :

- $-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = \left[\nu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}$
- $\left[\frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i u'_j} - \overline{p' u'_j} \right] = -\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j}$
- $\varepsilon = \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \approx C_D \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l} \quad \text{où } C_D \text{ est une constante empirique.}$

Finalement, l'équation de bilan pour l'énergie cinétique turbulente modélisée à l'aide des expressions s'écrit :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - C_D \rho \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \mu_t / \sigma_k \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II-18})$$

Avec : $\mu_t = \rho l_m \sqrt{k}$

Cette relation utilisée en association avec la relation de Boussinesq permet la détermination de μ_t . Les constantes empiriques utilisées couramment sont présentées dans le tableau suivant [30]:

C_D	σ_k
0,08	1

Tableau II.1 : les constantes usuelles du modèle à une équation

II.8.3. Modèle à deux équations de transport (k-ε)

L'utilisation d'une seule équation de transport ne permet pas la détermination de l'échelle caractéristique l . Comme la distribution de cette échelle n'est pas connue à priori, la spécification empirique de l s'avère difficile. Dans le but d'éliminer cette difficulté, le modèle à deux équations emploie une autre équation de transport.

Dans l'hypothèse de Boussinesq, on a :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II-19})$$

On peut considérer que le terme S_{ij} représente l'inverse de l'échelle des temps (soit $\frac{k^{1/2}}{l}$).

D'autre part, on admet que le terme de fluctuation double représente le carré de l'échelle de vitesse (soit k). On peut déduire une relation liant la viscosité turbulente à l'énergie cinétique turbulente et à son taux de dissipation [33] :

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{II-20})$$

Où C_μ est un coefficient sans dimension qui doit être évalué expérimentalement.

Remarque :

La viscosité turbulente est reliée directement aux inconnues.

Après la relation (II.20), il est nécessaire d'utiliser deux équations supplémentaires vérifiées par l'énergie cinétique turbulente k et la dissipation visqueuse ε .

Dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente (II.18) apparaît un terme que l'on assimile au taux de dissipation :

$$\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} \quad (\text{II-21})$$

Cette modélisation, appelée “modèle $k - \varepsilon$ ” établi en 1974 par **Launder et Spalding**, reprend l'équation réduite de conservation de l'énergie cinétique turbulente (II.18). La deuxième équation est l'équation de conservation du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε [34].

En multipliant l'équation de Navier-Stokes (II-6) par $\frac{\partial}{\partial x_j}$ puis on dérive par rapport

à x_j , on multiplie de nouveau par la fluctuation de Reynolds $\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}$ en fin en appliquant

la moyenne, on aura l'équation modèle la plus utilisée :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = P_\varepsilon + D_\varepsilon + \nu \nabla^2 \varepsilon - \phi_\varepsilon \quad (\text{II-22})$$

Avec ;

$$\begin{aligned}
 P_{\varepsilon} &= \left[-2\nu \overline{\frac{\partial u'_i \partial u'_k}{\partial x_j \partial x_j}} - 2\nu \overline{\frac{\partial u'_j \partial u'_j}{\partial x_i \partial x_k}} \right] \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_k} - 2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j}} \\
 &\quad - 2\nu \overline{u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k}} \quad \blacktriangleright \text{(Production de la dissipation)} \\
 D_{\varepsilon} &= -2\nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\frac{\partial P'}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}} \right) - \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) \quad \blacktriangleright \text{(Diffusion de la dissipation)} \\
 \phi_{\varepsilon} &= 2\nu^2 \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_k} \cdot \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_k} \quad \blacktriangleright \text{(Destruction de la dissipation)}
 \end{aligned}$$

La modélisation de ces termes donne :

- $P_{\varepsilon} = C_{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon}{k} P$,
- $P = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} = \left[\nu_t \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}$
- $D_{\varepsilon} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right)$, σ_{ε} est le nombre de Prandtl
- $\phi_{\varepsilon} = C_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon^2}{k}$

Finalement, l'équation modèle la plus utilisée est de la forme [25] :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon_1} P \frac{\varepsilon}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (\text{II-23})$$

Les valeurs des cinq constantes empiriques (C_{μ} , C_{ε_1} , C_{ε_2} , σ_k et σ_{ε}) ont été fixées par

Jones et Launder (1972) :

C_{ε_1}	C_{ε_2}	C_μ	σ_k	σ_ε
1,44	1,92	0,09	1	1.3

Tableau II.2 : les constantes usuelles du modèle standard

En conclusion de la schématisation ($k - \varepsilon$), nous pourrions retenir :

- Modèle largement répandu ;
- Relative simplicité de mise en oeuvre ;
- Modèle qui est généralement très utilisé dans des codes de simulation d'écoulements fluides ;
- Le plus utilisé pour les applications industrielles.

Néanmoins, le modèle ($k - \varepsilon$) permet d'étudier de façon satisfaisante un certain nombre d'écoulements mais n'est applicable qu'assez loin des parois. C'est pourquoi, il est souvent associé à une "loi de paroi" qui permet de ne pas mener la résolution des équations de bilan jusqu'à cette paroi.

II.8.4. Le modèle RNG (k-ε)

Le modèle RNG (k-ε), développé par Yakhot et Orszag 1986, est également un modèle de turbulence à deux équations, et constitue une version améliorée du modèle (k-ε) standard. Il a en effet l'avantage d'éviter une modélisation particulière pour le voisinage des parois en particulier par le biais de lois des parois puisqu'il s'étend aux régions dites à bas nombre de Reynolds. Ce modèle s'appuie sur la méthode mathématique dite de renormalisation qui utilise une description spectrale et statistique de la turbulence. Les relations qui décrivent ce modèle sont très proches de celles du modèle (k-ε) standard. La principale différence vient des constantes qui ne sont plus déterminées expérimentalement mais calculées théoriquement. Les relations présentées ci-dessous sont celles d'une version développée par Yakhot et Orszag [35].

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu_0}{\sigma_k} + \frac{\mu_t}{\sigma_{kt}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II-24})$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon_1} P \frac{\varepsilon}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\nu_0}{\sigma_\varepsilon} + \frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon t}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] - \left[C_{\varepsilon_2} + C_\mu \phi \frac{\tilde{\sigma}^3 \left(1 - \frac{\tilde{\sigma}}{\sigma_0} \right)}{1 + \beta \sigma^3} \right] \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (\text{II-25})$$

Avec ; $\sigma_\varepsilon, \sigma_{\varepsilon t}, \sigma_k, \sigma_{kt}, C_{\varepsilon_1}, C_{\varepsilon_2}, \phi, \sigma_0$ et β des constantes numériques introduites par le modèle. En particulier, le coefficient ϕ est nul dans le modèle développé par Launder et égale à 1 dans le modèle de Yakhot. Dans le modèle initialement développé par Yakhot, le terme $\tilde{\sigma}$ représente le taux de cisaillement adimensionnel, donné par :

$$\tilde{\sigma} = \frac{|S|k}{\varepsilon}$$

Où $|S|$ représente le module de tenseur de déformation.

Les valeurs des différents coefficients numériques introduits par le modèle dans les équations (II-24) et (II-25) sont données par Yakhot (à comparer aux valeurs données par Launder dans les premiers développements du modèle (k-ε)) et reportées dans le tableau II.3 :

Coefficients	Launder	Yakhot
C_μ	0.09	0.085
C_{ε_1}	1.44	1.42
C_{ε_2}	1.92	1.68
σ_k	1	0.719
σ_ε	1	0.719
σ_{kt}	1	0.719
$\sigma_{\varepsilon t}$	1.3	0.719
β	X	0.012
σ_0	X	4.38

Tableau II.3 : Données des coefficients introduits par le modèle de turbulence.

Comparaison entre le modèle original (Launder) et le modèle
Modifié (Yakhot)

II.8.5. Modèle $(k - \omega)$ de Wilcox (1988)

Ce modèle a été développé pour remédier au problème que présente le modèle $(k - \varepsilon)$ près de la paroi. Par contre, il est très sensible à la condition limite à imposer sur ω aux frontières des couches limites.

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II-26})$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = -\alpha \frac{\omega}{k} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II-27})$$

Avec :

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}$$

$$\varepsilon = \beta^* \omega k$$

ω : Dissipation spécifique

$$\alpha = 5/9 \quad , \quad \beta = 3/40 \quad , \quad \beta^* = 9/100 \quad , \quad \sigma_k = \sigma_\omega = 2$$

II.8.6. Modèle $(k - \omega)$ de Menter avec correction SST (1992)

Il s'agit d'un modèle bicouche, $(k - \omega)$ de Wilcox et $(k - \varepsilon)$ de Launder-Sharma.

Ce modèle conserve le bon comportement du modèle de Wilcox dans la région interne des couches limites et obtenir une condition d'insensibilité de ω au niveau des frontières.

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II-28})$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = & -\frac{\gamma}{\nu_t} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + 2\rho(1 - F_1) \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (\text{II-29})$$

Monter ajoute en plus une correction dite **SST** (Shear Stress Transport) qui repose sur la constatation suivante :

Pour les modèles de turbulence à deux équations de transport utilisant la notion de viscosité turbulente, le rapport de cisaillement τ à la valeur de ρk est égale à :

$$\frac{\tau}{\rho k} = \sqrt{C_\mu \frac{P_k}{\varepsilon}} \quad (\text{II-30})$$

Avec ; $C_\mu = 0.09$

$$P_k = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}$$

Alors qu'expérimentalement ce rapport est plutôt $\frac{\tau}{\rho k} \approx \sqrt{C_\mu} = 0.3$ dans une grande partie de la couche limite. Dans le cas d'écoulements en présence de gradients de pression positifs, le rapport production sur dissipation peut être nettement supérieur à 1 ce qui conduit à surestimer la contrainte de cisaillement et donc, indirectement, à sous-estimer l'effet des gradients de pression positifs.

Pour pallier cette incohérence, Menter propose de limiter le coefficient de viscosité turbulente dans la région externe des couches limites :

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad \rightarrow \quad \mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (\text{II-31})$$

$$a_1 = 0.3$$

Ω : Taux de rotation.

La fonction F_1 permet de passer du modèle $(k - \omega)$ à la paroi ($F_1=1$) au modèle $(k - \varepsilon)$ à l'extérieur ($F_1=0$) et la fonction F_2 limite la valeur de la viscosité turbulente.

$$F_1 = \tanh(\zeta^4)$$

$$\text{Avec ;} \quad \zeta = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega y}, \frac{500 \mu}{y^2 \omega} \right); \frac{4 \rho k}{D_{k\omega} y^2 \sigma_{\omega 2}} \right]$$

et
$$D_{k\omega} = \max\left(2 \frac{\rho}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20}\right)$$

$$F_2 = \tanh(i^2)$$

avec ;

$$i = \min\left[\max\left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega y}, \frac{500 \mu}{y^2 \omega}\right); \frac{4 \rho k}{D_{k\omega} y^2 \sigma_{\omega 2}}\right]$$

Les constantes, indicées 1 pour le modèle de Wilcox et 2 pour le modèle de Launder-Sharma s'écrivent :

$$\sigma = F_1 \sigma_1 + (1 - F_1) \sigma_2 \quad F_1 = 0, 1$$

$$\kappa = 0.41$$

$$a_1 = \sqrt{\beta^*} = 0.3$$

$$\gamma_i = \frac{\beta_i}{\beta^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_\omega \sqrt{\beta^*}}$$

β_1	β^*	γ_1	σ_{k1}	$\sigma_{\omega 1}$	a_1
0.0750	0.090	0.5530	1.176	2.000	0.31
β_2	β^*	γ_2	σ_{k2}	$\sigma_{\omega 2}$	a_1
0.0828	0.090	0.4404	1.000	1.170	0.31

Remarque : la correction SST de Menter peut être appliquée à n'importe quel modèle de turbulence à deux équations.

Spalart-Allmaras : $\mu_t = \rho l_m \sqrt{k}$

$k - \varepsilon$: $\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$

$k - \omega$: $\mu_t = \rho k / \omega$

II.9. Modèle de paroi [36]

Les écoulements turbulents sont très affectés par la présence des parois, aussi le champ des vitesses moyennes est affecté par les conditions de non glissement qui doivent être satisfaites aux parois.

Le modèle $k - \varepsilon$ est principalement valable au cœur turbulent c-à-d l'écoulement loin des parois. Donc la considération doit être donnée quant à la façon de rendre ce modèle approprié aux écoulements paroi-limites. Par contre le modèle $k - \omega$ comme exemple est conçu pour être appliquée dans toute la couche limite, à condition que la résolution de maille de proche-paroi soit suffisante.

Considérons un nombre de Reynolds Re_y basé sur la distance Y à la paroi, rappelons que ce nombre sans dimension est le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité.

L'expérience montre que la région de proche-paroi peut être subdivisée en trois couches figure (II-1). Pour une valeur importante de Y (loin de la paroi) les forces d'inertie sont prédominantes (couche externe), alors en s'approchant de la paroi, et avant d'atteindre une valeur nulle, Re_y sera égale à l'unité et ce pour une certaine valeur de Y (couche tampon). C'est dans cette région que les forces visqueuses et les forces d'inertie sont en équilibres. La région qui reste en dessous (sous couche visqueuse) est le siège de fortes contraintes visqueuses, où les forces d'inertie sont pratiquement sans effet.

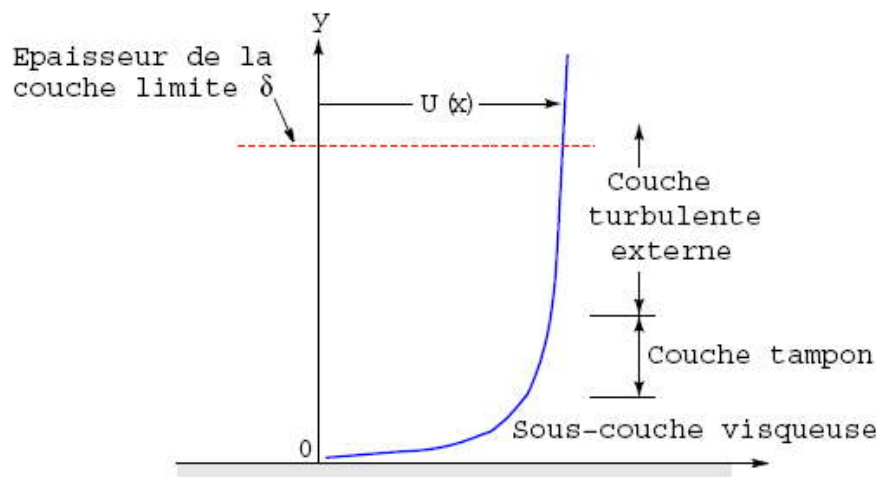


Figure II-1 : profil de la vitesse proche de la paroi

II.9.1. Couche interne

II.9.1.1. Sous couche visqueuse

Puisque c'est la viscosité qui l'emporte, la loi de paroi permet d'écrire :

$$U^+ = \frac{U}{U_\tau} = f\left(\frac{yU_\tau}{\nu}\right) = f(y^+) \quad (\text{II-32})$$

Où :

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \quad (\text{II-33})$$

Avec τ_p : contrainte de cisaillement à la paroi définie par :

$$\tau_p = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (\text{II-34})$$

La relation (II-32) est applicable jusqu'à une distance adimensionnée de la paroi $y^+ = 30$.

A travers une couche très mince proche de la paroi ($0 \leq y^+ \leq 5$), la contrainte de cisaillement τ est à peu près égale à la contrainte pariétale τ_p , donc à partir des équations (II-32) et (II-33) nous aurons :

$$U^+ = y^+ \quad (\text{II-35})$$

II.9.1.2. Couche tampon

Dans cette région la couche entièrement turbulente et la sous couche visqueuse se mélangent et les contraintes visqueuses ont la même grandeur que les contraintes turbulentes.

II.9.1.3. Couche de la loi logarithmique

Dans cette zone, la vitesse de l'écoulement suit une loi logarithmique, d'où le nom de «couche logarithmique».

$$U^+ = \frac{1}{K} \ln y^+ + B \quad (\text{II-36})$$

Où $K = 0,41$ (constante de Von-Karman) et $B=5,5$ sont des constantes universelles déterminées expérimentalement, pour les écoulements turbulents limités par des parois lisses. En présence de parois rugueuses la valeur de B diminue jusqu'à 5. La loi logarithmique est valable pour $30 \leq y^+ \leq 500$.

II.9.2. Couche externe

Dans cette zone la viscosité moléculaire n'aura pas une influence sur l'écoulement et la vitesse est fonction de la distance à la paroi et de l'épaisseur de la couche limite turbulente :

$$\frac{U_{\max} - U(y)}{U_{\tau}} = \frac{1}{K} \left(\frac{y}{\delta} \right) + A \quad (\text{II-37})$$

A étant une constante, δ l'épaisseur de la couche limite.

Cette dernière équation est appelée loi déficitaire ou encore loi de sillage. Elle est valable à partir de $y^+ = 500$.

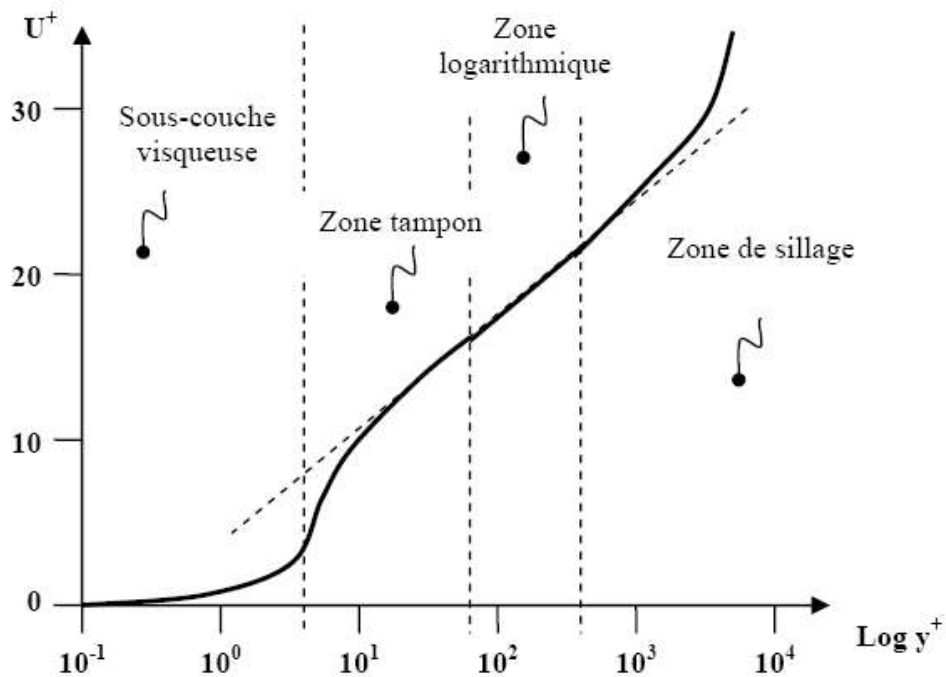


Figure II-2 : Représentation de la couche limite turbulente en proche paroi

Chapitre III

modélisation numérique

Chapitre III

Modélisation numérique

Les équations de conservation considérées dans le chapitre précédent sont des équations non linéaires, pour lesquelles une solution analytique n'est pas connue dans la plupart des cas. De plus, la théorie mathématique de ces équations est encore incomplète : si en deux dimensions d'espace (écoulement plan) des résultats d'existence, d'unicité et de régularité de solution sont connus, il n'en est pas de même pour trois dimensions d'espace (écoulement tridimensionnel), qui se rapproche le plus de la réalité physique.

A l'heure actuelle, il existe un certain nombre de codes tridimensionnels industriels permettant la prédiction d'écoulements fluides par la résolution des équations de Navier-Stokes grâce aux méthodes de volumes finis, des différences finis ou des éléments finis (CFD2000 ,CFX-F3D,PHOENICS,FLUENT,...).

Le logiciel FLUENT (celui que nous utilisons) modélise par la méthode des volumes finis des écoulements très variés dans des configurations plus ou moins complexes.

III.1. Méthode des volumes finis

La méthode numérique des Volumes Finis consiste à discrétiser le domaine géométrique de calcul en sous-domaines ou volumes de contrôle. Son principe, consiste à intégrer l'équation aux dérivées partielles (EDP) considérée sur une maille et d'interpoler ensuite cette intégrale par les valeurs prises par la fonction aux noeuds. Cette formulation intégrale repose sur le théorème de la divergence de Gauss [37].

Pour une variable Φ on a :

$$\int_{\mathcal{G}} \text{div} \phi \, dv = \int_{\partial \mathcal{G}} \phi_s \, dS \quad (\text{III-1})$$

Où $\partial \mathcal{G}$ désigne la frontière du domaine $\mathcal{G}$.

Il en résulte que pour chaque volume de contrôle, les hypothèses de discrétisation des formes conservatives s'appliqueront non pas sur l'inconnue elle-même, mais sur une interpolation à la frontière du domaine d'intégration.

III.2. Le maillage

C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales (cas bidimensionnel) dont l'intersection représente un noeud, où on trouve la variable P et les composantes U_1 et U_2 du vecteur vitesse qui se trouve au milieu des segments reliant deux noeuds adjacents.

La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points (noeuds). Ainsi un élément de volume (volume de contrôle) est défini autour de chaque noeud.

Les grandeurs scalaires pression, température, énergie cinétique et taux de dissipation sont stockées dans le noeud P du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles U_1 et U_2 sont stockées aux milieux des segments reliant les noeuds.

L'équation générale du transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composantes de vitesse.

Le volume de contrôle de la composante longitudinale U_1 est décalé suivant la direction x par rapport au volume de contrôle principale, celui de la composante transversale U_2 est décalé suivant la direction de y . Ce type de maillage dit "maillage décalé" permet une bonne approximation des flux convectifs et une meilleure évaluation des gradients de pression ainsi qu'une stabilisation numérique de la solution.

La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans la figure III-1:

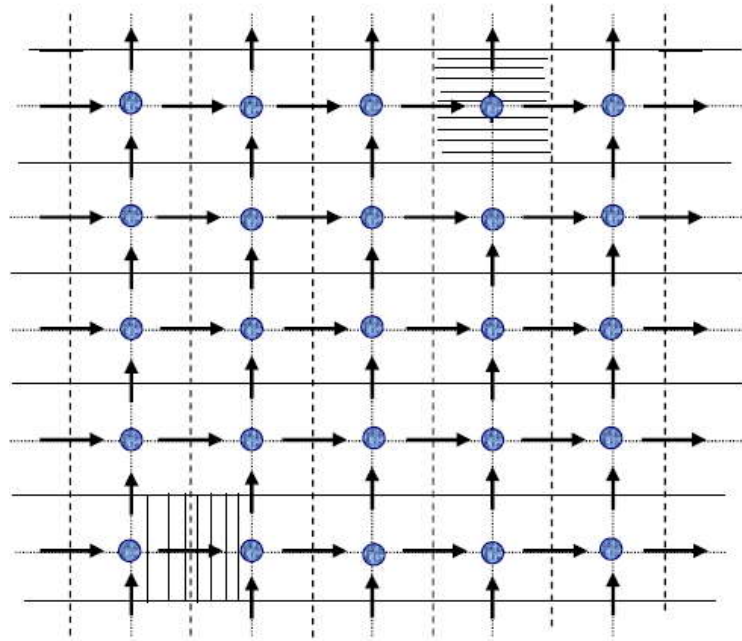
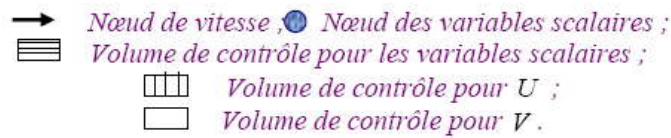


Figure-III-1 : Maillage cartésien décalé en situation bidimensionnelle, et localisation des inconnues.



III.3. Discrétisation des équations

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent constituent le système d'équations aux dérivées partielles à résoudre. En principe, chacune de ces équations peut être codée séparément sous forme discrétisée et résolue individuellement pour obtenir une solution. Cependant, ces équations peuvent toutes s'écrire sous la forme d'une équation de convection - diffusion. Ainsi, si l'on note ϕ la variable étudiée, chacune des équations peut s'écrire sous la forme générale suivante:

$$\underbrace{\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}}_T + \underbrace{\frac{\partial (\rho \bar{U}_j \phi)}{\partial x_j}}_C = \underbrace{\Gamma_\phi \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_j^2}}_D + \underbrace{S_\phi}_S \quad (\text{III -2})$$

Avec :

- T : terme transitoire,

- C : terme de convection,
- D : terme de diffusion,
- S : terme source.
- Γ_ϕ : le coefficient de diffusion de la variable ϕ
- S_ϕ : le terme source net.

Cette formulation permet de ne pas réitérer le travail de discrétisation pour chaque équation. Seule cette équation est discrétisée et le système d'équations aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur successive de ϕ . Le système prend alors la forme d'une équation vectorielle très condensée, avec :

$$\phi = \begin{Bmatrix} 1 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ k \\ \varepsilon \end{Bmatrix} \quad \Gamma_\phi = \begin{Bmatrix} \dots 0 \\ \dots \nu \\ \dots \nu \\ \dots \nu \\ \frac{\nu_0}{\sigma_k} + \frac{\nu_t}{\sigma_{kt}} \\ \frac{\nu_0}{\sigma_\varepsilon} + \frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon t}} \end{Bmatrix}$$

$$S_\phi = \left\{ \begin{array}{l} \dots 0 \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_1} \right) - \overline{u'_1 u'_j} \right] \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{U}_2}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_2} \right) - \overline{u'_2 u'_j} \right] \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{U}_3}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_3} \right) - \overline{u'_3 u'_j} \right] \\ \dots -\overline{u'_i u'_j} \cdot \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \varepsilon \\ \dots \frac{\varepsilon}{k} \cdot \left[C_{\varepsilon 1} \cdot \left(-\overline{u'_i u'_j} \cdot \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right) - \left(C_{\varepsilon 2} + C_\mu \cdot \phi \cdot \frac{\tilde{\sigma}^3 \left(1 - \frac{\tilde{\sigma}}{\sigma_0} \right)}{1 + \beta \sigma^3} \right) \varepsilon \right] \end{array} \right\}$$

- $-\overline{u'_i u'_j} = \left[\nu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right]$

Le domaine de l'équation aux dérivées partielles est décomposé en sous domaines (volumes de contrôles), figure (III-2). Par convention, chaque face est associée à une lettre. Par analogie avec les notations utilisées pour définir une situation géographique, les faces sont repérées de la façon suivante :

- La face est, «**e**», est orientée suivant l'axe principal du repère, dans le sens des x croissants.
- La face nord, «**n**», est orientée suivant l'axe y, dans le sens des y croissants.
- La face supérieure, «**t**», est orientée suivant l'axe z dans le sens des z croissants.

Les faces ouest «**w**», sud «**s**», et inférieure «**b**», sont définies relativement à ces dernières. Le centre de la cellule considérée est repéré par le point «**p**» et le centre des cellules voisines est noté **N, S, E, W, B, T**.

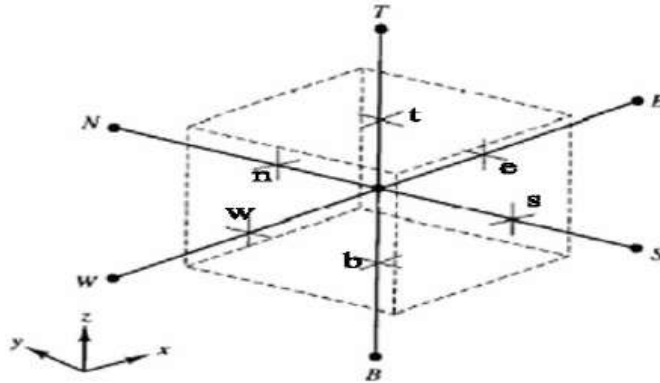


Figure- III -2 : Volumes de contrôle pour une cellule 3D

L'équation sous la forme générale (III-2) s'écrit, en coordonnées cartésiennes comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho U_1\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho U_2\phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho U_3\phi) = & \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) \\ & + \frac{\partial}{\partial z}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial z}\right) + S_\phi \end{aligned} \quad (\text{III -3})$$

Seule cette équation est discrétisée et le système d'équations aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur successive de ϕ .

Si on note par J_x, J_y et J_z les flux totaux de convection et de diffusion par unité de surface, l'équation (III-3) devient :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y) + \frac{\partial}{\partial z}(J_z) = S_\phi \quad (\text{III -4})$$

Avec :

$$J_x = \rho U_1 \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$J_y = \rho U_2 \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$J_z = \rho U_3 \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. L'équation (III-4) est d'abord intégrée sur le volume de contrôle et entre deux temps successifs t et $t + \Delta t$:

$$\underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \int_b^t \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x}(\rho\phi) dx dy dz dt}_I + \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \int_b^t \int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} \right] dx dy dz dt}_{II} = \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \int_b^t \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy dz dt}_{III} \quad (\text{III -5})$$

Pour pouvoir approximer cette équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- La variable généralisée ϕ varie linéairement entre les noeuds principaux dans les trois directions,
- Les termes convectifs et les termes diffusifs sont uniformes à travers les faces correspondantes,

- Le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

a) Intégration du flux total

L'intégration des termes convectif et diffusif (terme II) de l'équation (III -5) entre t et $t + \Delta t$ pour tout le volume de contrôle est:

$$\begin{aligned} \Pi = \int_t^{t+\Delta t} \int_b^t \int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} \right] dx dy dz dt &= \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_b^t \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} \right) dx dy dz + \int_b^t \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy dz \right. \\ &\quad \left. + \int_b^t \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial J_z}{\partial z} \right) dx dy dz \right] dt \end{aligned}$$

$$\Pi = \left[\left((J_x)_e - (J_x)_w \right) \int_b^t \int_s^n dy dz + \left((J_y)_n - (J_y)_s \right) \int_b^t \int_w^e dx dz + \left((J_z)_t - (J_z)_b \right) \int_s^n \int_w^e dx dy \right] \Delta t$$

$$\begin{aligned} \Pi = (J_x)_e \Delta y \Delta z \Delta t - (J_x)_w \Delta y \Delta z \Delta t + (J_y)_n \Delta x \Delta z \Delta t - (J_y)_s \Delta x \Delta z \Delta t + \\ + (J_z)_t \Delta x \Delta y \Delta t - (J_z)_b \Delta x \Delta y \Delta t \end{aligned} \quad (\text{III -6})$$

On pose :

$$\begin{aligned} J_e &= (J_x)_e \Delta y \Delta z & J_w &= (J_x)_w \Delta y \Delta z \\ J_n &= (J_y)_n \Delta x \Delta z & J_s &= (J_y)_s \Delta x \Delta z \\ J_t &= (J_z)_t \Delta x \Delta y & J_b &= (J_z)_b \Delta x \Delta y \end{aligned}$$

Finalement l'expression du terme II de l'équation (III-5) devient :

$$\Pi = [J_e - J_w + J_n - J_s + J_t - J_b] \Delta t \quad (\text{III -7})$$

b) Intégration du terme source

L'intégration du terme source (terme III) de l'équation (III -5) entre t et $t + \Delta t$ pour tout le volume de contrôle donne :

$$\text{III} = \int_t^{t+\Delta t} \int_b \int_s \int_w^e S_\phi dx dy dz dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_b \int_s \int_w^e S_\phi dx dy dz \right] dt$$

En utilisant la troisième hypothèse, on peut écrire :

$$\text{III} = \int_t^{t+\Delta t} S_\phi \int_b \int_s \int_w^e dx dy dz dt = \overline{S_\phi} + \Delta V \Delta t \quad (\text{III -8})$$

Où : $\overline{S_\phi}$ est la valeur moyenne du terme source sur ce volume, ΔV est le volume de contrôle.

Puisque les équations discrétisées vont être résolues par les méthodes de résolution des systèmes linéaires, le terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence.

$$\overline{S_\phi} = S_c + S_\phi \phi_p \quad (\text{III -9})$$

Où S_c est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de ϕ_p , S_p est la pente de ϕ_p (coefficient de ϕ_p).

Il est nécessaire que le coefficient S_p soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

III.3.1. Discrétisation temporelle

Le terme de dérivée temporelle, (terme I) de l'équation (III -5), est intégré entre l'instant t et $t + \Delta t$, pour tout le volume de contrôle :

$$\text{I} = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dt \int_b \int_s \int_w^e dx dy dz = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dt \Delta V = (\rho_p^1 \phi_p^1 - \rho_p^0 \phi_p^0) \Delta V \quad (\text{III -10})$$

Les exposants **0** et **1** indiquent que les quantités sont considérées à t et $t + \Delta t$.

Donc, l'intégration du terme d'accumulation ϕ ne pose pas de problème.

Pour les autres termes (termes II et III), l'intégration est moins directe. Plusieurs schémas sont possibles, une formulation générale étant, pour une fonction b quelconque :

$$\int_t^{t+\Delta t} b(t) dt = f \cdot b(t + \Delta t) + (1 - f)b(t) \quad (\text{III -11})$$

Où f est un facteur compris entre 0 et 1. Une valeur de f nulle donne un schéma explicite, une valeur de 1 donne le schéma implicite. Le code Fluent emploie un schéma implicite, qui a l'avantage d'être inconditionnellement stable.

a) Schéma explicite

Dans ce schéma, f prend la valeur 0, cela signifie que lorsqu'on remplace (III.11) dans l'équation de discrétisation, ϕ_p^1 est obtenu explicitement en terme de valeurs ϕ_i^0 ($i = E, W, N, S$).

On applique donc ce schéma pour calculer ϕ_p^1 à partir de ϕ_i^0 , et on évalue de la même manière ϕ_p^2 à partir de ϕ_i^1 ($i = E, W, N, S$) et ainsi de suite. Donc à chaque pas de calcul, tout se passe comme si on reprenait le problème avec, comme condition initiale, la valeur de ϕ_p obtenu au pas précédent.

On comprend bien la notion d'évolution du système, le schéma est dit explicite parce que à chaque fois la valeur de ϕ_p est calculée directement en fonction de ϕ_i ($i = E, W, N, S$) au temps précédent. Le calcul d'après le schéma explicite, est instable et les erreurs s'amplifient rapidement, ce qui rend son utilisation très difficile [37].

b) Schéma implicite

Pour ce schéma, le coefficient f prend une valeur égale à l'unité. On remarque, que la valeur ϕ_p^1 ne peut plus être calculée directement, le schéma est dit alors, implicite.

Les coefficients de l'équation de discrétisation sont toujours positifs, il faut remarquer

que ce schéma implicite est inconditionnellement stable, de plus il donne des résultats satisfaisants.

c) Schéma de Cranck-Nicolson

Pour ce schéma, le facteur f prend la valeur 0.5. On détermine ϕ_p^1 en fonction de ϕ_i^0 et ϕ_i^1 ($i = E, W, N, S$). Ce schéma nécessite aussi le respect d'un critère de stabilité, en plus si Δt est grand, on risque d'obtenir des résultats erronés [37].

III.3.2. Discrétisation spatiale

Discrétiser une équation différentielle aux dérivées partielles revient à remplacer l'information continue exacte, contenue dans cette équation par une information discrète contenue dans une équation algébrique.

L'approximation de la variable généralisée ϕ aux interfaces du volume de contrôle se fera donc avec le choix du schéma de discrétisation approprié. Le rôle du schéma intervient pour expliquer comment évaluer les flux de diffusion et de convection sur les faces du volume de contrôle après intégration.

III.3.3. Formulation générale du problème

L'intégration de l'équation de transport (III-3) donne :

$$(\rho_P^1 \phi_P^1 - \rho_P^0 \phi_P^0) \frac{\Delta V}{\Delta t} + (J_e^1 - J_w^1 + J_n^1 - J_s^1 + J_t^1 - J_b^1) = (S_c + S_P \phi_P) \Delta V \quad (\text{III -12})$$

Où :

$$J_i^1 = (\rho U_j)_i \phi_i^1 - \Gamma_i \frac{\partial \phi_i^1}{\partial x_j}$$

Pour simplifier l'écriture, l'exposant 1 sera omis, on obtient :

$$(\rho_P \phi_P - \rho_P^0 \phi_P^0) \frac{\Delta V}{\Delta t} + (J_e - J_w + J_n - J_s + J_t - J_b) = (S_c + S_P \phi_P) \Delta V \quad (\text{III -13})$$

L'intégration de l'équation de continuité entre t et $t + \Delta t$, sur le volume de contrôle donne :

$$(\rho_P - \rho_P^0) \frac{\Delta V}{\Delta t} + (C_e - C_w + C_n - C_s + C_t - C_b) = 0 \quad (\text{III -14})$$

Où : $C_i (i = e, w, n, s, t, b)$ sont les débits massiques à travers les faces du volume de contrôle.

En multipliant l'équation (III -14) par ϕ_P et on la retranche de l'équation (III -13), on obtient :

$$\begin{aligned} (\phi_P - \phi_P^0) \frac{\rho_P^0 \Delta V}{\Delta t} + (J_e - C_e \phi_P) - (J_w - C_w \phi_P) + (J_n - C_n \phi_P) - (J_s - C_s \phi_P) \\ + (J_t - C_t \phi_P) - (J_b - C_b \phi_P) = (S_c + S_P \phi_P) \end{aligned} \quad (\text{III -15})$$

On peut écrire les termes entre parenthèses comme suit :

$$\begin{aligned} (J_e - C_e \phi_P) &= a_E (\phi_P - \phi_E) \\ (J_w - C_w \phi_P) &= a_W (\phi_W - \phi_P) \\ (J_n - C_n \phi_P) &= a_N (\phi_P - \phi_N) \\ (J_s - C_s \phi_P) &= a_S (\phi_S - \phi_P) \\ (J_t - C_t \phi_P) &= a_T (\phi_P - \phi_t) \\ (J_b - C_b \phi_P) &= a_B (\phi_b - \phi_P) \end{aligned} \quad (\text{III -16})$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = D_e A(P_{ee}) + \| -C_e, 0 \| \\ a_W = D_w A(P_{ew}) + \| C_w, 0 \| \\ a_N = D_n A(P_{en}) + \| -C_n, 0 \| \\ a_S = D_s A(P_{es}) + \| C_s, 0 \| \\ a_T = D_t A(P_{et}) + \| -C_t, 0 \| \\ a_B = D_b A(P_{eb}) + \| C_b, 0 \| \end{cases} \quad (\text{III -17})$$

L'équation de discrétisation s'écrit sous la forme :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_T \phi_T + a_B \phi_B + b \quad (\text{III -18})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 - S_P \Delta V \quad (\text{III -19})$$

$$a_P^0 = \frac{\rho_P^0 \Delta V}{\Delta t} \quad (\text{III -20})$$

$$b = S_c \Delta V + a_P^0 \phi_P^0 \quad (\text{III -21})$$

Où $A(|P|)$ est une fonction caractéristique du schéma choisi, dont l'expression est donnée pour quelques uns d'entre eux sur le tableau suivant, [38].

Schéma	La fonction $A(P)$
Différences centrées	$1 - 0.5 P_e $
Upwind	1
Hybride	$\ 1, 1 - 0.5 P_e \ $
Loi de puissance	$\ 0, (1 - 0.1 P_e)^5\ $
Exponentiel	$ P_e / (\exp P_e - 1)$

Tableau des formes de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas.

Avec : P_e est le nombre de Piclet, qui représente le rapport local de la convection à la diffusion.

$$P_{ei} = \frac{C_i}{D_i} = \frac{\rho U_i (\delta x_i)}{\Gamma_i}, \quad i = (e, w, n, s, t, b) \quad (\text{III -22})$$

La représentation graphique de la fonction $A(|P|)$ en fonction de P_e est donnée sur la figure ci-après :

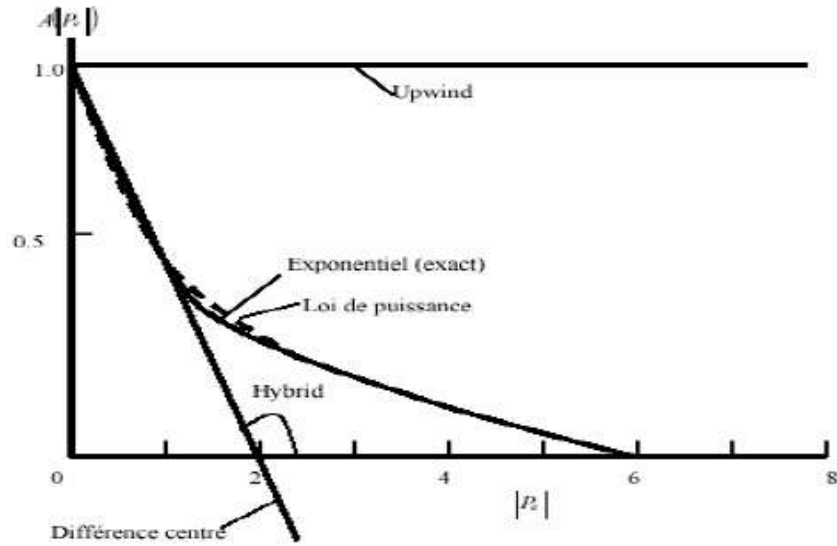


Figure III -3 : la fonction $A(|P|)$ en fonction de P_e

Nous allons brièvement développer ces relations qui sont primordiales dans la discrétisation des équations et le lecteur intéressé trouvera plus de détails dans [38].

III.3.3.1. Schéma aux différences centrées

La forme stationnaire de l'équation (III-5) est :

$$[J_e - J_w + J_n - J_s + J_t - J_b] = (S_c + S_\phi \phi_p) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{III-23})$$

Où $J_i (i = e, w, n, s, t, b)$ est le flux total évalué sur chaque face du volume de contrôle.

Ce flux est composé de deux parties : le flux convectif et le flux diffusif.

Par exemple :

$$J_e = \left(\rho U_1 \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \quad (\text{III-24})$$

Ce schéma fait l'hypothèse d'une variation linéaire de ϕ d'un nœud à son voisin immédiat. En supposant que les interfaces des volumes de contrôle sont à mi-distance entre les nœuds.

On a alors :

Les termes convectifs des variables généralisées ϕ se présentent par une interpolation comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_e = \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_P) \\ \phi_w = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_W) \\ \phi_n = \frac{1}{2}(\phi_N + \phi_P) \\ \phi_s = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_S) \\ \phi_t = \frac{1}{2}(\phi_T + \phi_P) \\ \phi_b = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_B) \end{array} \right. \quad (\text{III-25})$$

Les parties diffusives sont évaluées en approximant les dérivées par les différences, ce qui donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_e \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_e = \Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_P}{(\delta x)_e} \\ \Gamma_w \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_w = \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{(\delta x)_w} \\ \Gamma_n \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_n = \Gamma_n \frac{\phi_N - \phi_P}{(\delta y)_n} \\ \Gamma_s \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_s = \Gamma_s \frac{\phi_P - \phi_S}{(\delta y)_s} \\ \Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_t = \Gamma_t \frac{\phi_T - \phi_P}{(\delta z)_t} \\ \Gamma_b \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_b = \Gamma_b \frac{\phi_P - \phi_B}{(\delta z)_b} \end{array} \right. \quad (\text{III-26})$$

En introduisant les relations (III-25) et (III-26) dans l'équation (III-23), on obtient :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_T \phi_T + a_B \phi_B + b \quad (\text{III-27})$$

Il reste à déterminer l'expression des coefficients $a_P, a_E, a_W, a_N, a_S, a_T, a_B$ et b du système linéaire (III.27) qui dépend du schéma de discrétisation utilisé [39].

Pour ce schéma :

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 - S_P \Delta V \quad (\text{III -28})$$

$$b = S_c \Delta V + a_P^0 \phi_P^0$$

$$a_P^0 = \frac{\rho_P^0 \Delta V}{\Delta t}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E = D_e - \frac{C_e}{2} \\ a_W = D_w - \frac{C_w}{2} \\ a_N = D_n - \frac{C_n}{2} \\ a_S = D_s - \frac{C_s}{2} \\ a_T = D_t - \frac{C_t}{2} \\ a_B = D_b - \frac{C_b}{2} \end{array} \right. \quad (\text{III -29})$$

Où :

- $D_i = \frac{\Gamma_i \Delta x_j \Delta x_k}{(\delta x)_i} \rightarrow$ Exprime la force de diffusion. Toujours positif
- $C_i = (\rho U)_i \Delta x_j \Delta x_k \rightarrow$ Exprime la force de la convection. Positif ou négatif selon le sens de l'écoulement

Les coefficients de discrétisation $a_i (i = E, W, N, S, T, B)$ rassemblant les flux convectifs et diffusifs.

Les coefficients a_i doivent avoir le même signe positif (la deuxième règle de base de la méthode des volumes finis), mais la relation (III -29), peut créer des coefficients négatifs.

Les coefficients de discrétisation peuvent aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E = D_e \left(1 - \frac{P_{ee}}{2} \right) \\ a_W = D_w \left(1 + \frac{P_{ew}}{2} \right) \\ a_N = D_n \left(1 - \frac{P_{en}}{2} \right) \\ a_S = D_s \left(1 + \frac{P_{es}}{2} \right) \\ a_T = D_t \left(1 - \frac{P_{et}}{2} \right) \\ a_B = D_b \left(1 + \frac{P_{eb}}{2} \right) \end{array} \right. \quad (\text{III -30})$$

Pour que ces coefficients soient positifs, le nombre P_e doit être dans l'intervalle $[-2,2]$ et $S_p \leq 0$. L'application de ce schéma n'est avantageée que si $|P_e| \leq 2$, ceci est réalisé pour des maillages fins.

III.3.3.2. Schéma Upwind

- **Le schéma dit *Upwind* d'ordre un [40] :**

Ce schéma est basé sur l'hypothèse que les valeurs de la variable ϕ aux faces du volume de contrôle prennent les valeurs au centre de la maille précédente dans le sens de l'écoulement.

Ce schéma est très stable dans le cas où les échanges convectifs sont prépondérants par rapport aux échanges diffusifs (nombre de Peclet élevé).

Cette méthode de calcul, simple et efficace, est la moins gourmande en ressources de calcul, mais elle introduit une diffusion numérique importante.

- **Le schéma dit *Upwind* d'ordre supérieur :**

Dans le but de réduire la diffusion numérique associée au schéma d'ordre un, plusieurs schémas *Upwind* d'ordre supérieur ont été développés. Quel que soit l'ordre du schéma proposé, les différences centrées sont utilisées pour le terme de diffusion. La principale différence réside dans le traitement de la convection. Contrairement au schéma d'ordre un, qui utilise uniquement les valeurs au centre de la maille amont, les schémas d'ordre supérieur utilisent plus de points pour décrire le flux de convection.

Dans le schéma *Upwind*, la valeur de la variable ϕ à l'interface n'est pas interpolée. Il est appliqué pour les écoulements à dominance convective. Sur la figure (III-4) ; le schéma assigne directement ϕ_i .

Par exemple :

$$\phi_e = \phi_P \quad \text{si } C_e \geq 0$$

$$\phi_e = \phi_E \quad \text{si } C_e < 0$$

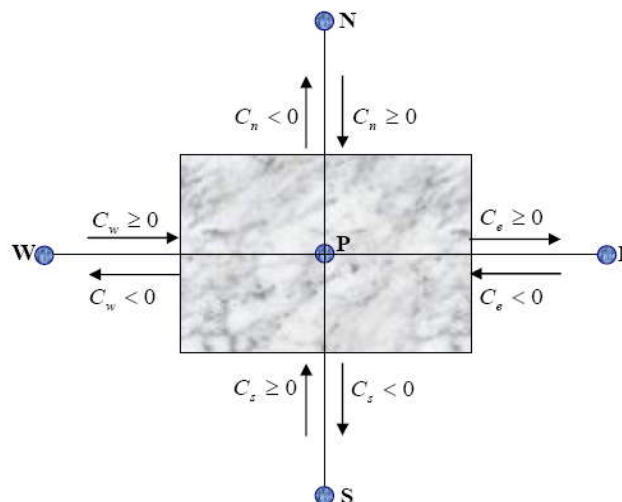


Figure III-4 : Le schéma *Upwind*

On définit l'opérateur : $\|A, B\| = \max(A, B)$

Le schéma Upwind s'écrit donc comme suit :

$$\begin{cases} C_e \phi_e = \phi_P \|C_e, 0\| - \phi_E \| - C_e, 0\| \\ C_w \phi_w = \phi_P \|C_w, 0\| - \phi_W \| - C_w, 0\| \\ C_n \phi_n = \phi_P \|C_n, 0\| - \phi_N \| - C_n, 0\| \\ C_s \phi_s = \phi_P \|C_s, 0\| - \phi_S \| - C_s, 0\| \\ C_t \phi_t = \phi_P \|C_t, 0\| - \phi_T \| - C_t, 0\| \\ C_b \phi_b = \phi_P \|C_b, 0\| - \phi_B \| - C_b, 0\| \end{cases} \quad (\text{III-31})$$

En substituant les expressions (III -31) dans l'équation (III -23), l'équation de discrétisation devient :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_T \phi_T + a_B \phi_B + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 - S_P \Delta V$$

$$b = S_c \Delta V + a_P^0 \phi_P^0$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = D_e + \| - C_e, 0\| \\ a_W = D_w + \| - C_w, 0\| \\ a_N = D_n + \| - C_n, 0\| \\ a_S = D_s + \| - C_s, 0\| \\ a_T = D_t + \| - C_t, 0\| \\ a_B = D_b + \| - C_b, 0\| \end{cases} \quad (\text{III -32})$$

Tous les coefficients de discrétisation de ce schéma sont positifs, ce qui fait que ce schéma est inconditionnellement stable, il introduit une erreur nommée fausse diffusion, et de ce fait il donne une mauvaise représentation du phénomène physique réel.

III.3.3.3. Schéma exponentiel

Considérons le problème monodimensionnel de convection diffusion stationnaire en l'absence de terme source. L'équation de transport de la variable ϕ s'écrira :

$$\frac{d}{dx}(\rho U_1 \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) \quad (\text{III-33})$$

Avec :

$$\phi(x=0) = \phi_0 \quad \text{et} \quad \phi(x=L) = \phi_L \quad (\text{III-34})$$

La solution de cette équation est telle que :

$$\frac{\phi - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{\exp(P_{ex}/L - 1)}{\exp(P_{eL}) - 1} \quad (\text{III-35})$$

$$P_{ex} = \frac{\rho U_1 \delta x}{\Gamma} \quad \text{et} \quad P_{eL} = \frac{\rho U_1 L}{\Gamma} \quad (\text{III-36})$$

On introduit l'expression suivante :

$$J_x = \rho U_1 \phi - \Gamma \frac{d\phi}{dx} \quad (\text{III-37})$$

Et si on intègre l'équation (III-33) sur un volume de contrôle, on aura :

$$J_e - J_w = 0 \quad (\text{III-38})$$

En utilisant la solution dérivée (III-35) appliquée entre les nœuds P et E, avec :

$$P_{ee} = \frac{(\rho U_1)_e \delta x_e}{\Gamma_e} = \frac{C_e}{D_e} \quad (\text{III-39})$$

On obtient l'expression de J_e :

$$J_e = C_e \left(\phi_P + \frac{\phi_P - \phi_E}{\exp(P_{ee}) - 1} \right) \quad (\text{III-40})$$

La substitution de cette équation et de celle de J_w (obtenue de la même manière), dans l'équation (III-38), donne finalement :

$$C_e \left(\phi_P + \frac{\phi_P - \phi_E}{\exp(P_{ee}) - 1} \right) - C_w \left(\phi_w + \frac{\phi_w - \phi_P}{\exp(P_{ew}) - 1} \right) = 0 \quad (\text{III-41})$$

Et sous forme standard :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W \quad (\text{III-42})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_E = \frac{C_e}{\exp\left(\frac{C_e}{D_e}\right) - 1} = D_e A(|P_{ee}|) + \|-C_e, 0\| \\ a_W = \frac{C_w \exp\left(\frac{C_w}{D_w}\right)}{\exp\left(\frac{C_w}{D_w}\right) - 1} = D_w A(|P_{ew}|) + \|C_w, 0\| \\ a_P = a_E + a_W + (C_e - C_w) \end{cases} \quad (\text{III -43})$$

III.3.3.4. Schéma Hybride

Ce schéma [41] compare l'importance relative des flux de convection et de diffusion sur chaque face du volume de contrôle dans le but de déterminer si le flux échangé avec la cellule adjacente est entrant ou sortant. Le nombre de Peclet (le rapport entre le flux diffusif et le flux convectif) est alors utilisé pour déterminer le coefficient qui représente une approximation raisonnable de la valeur exacte du flux monodimensionnel local de convection-diffusion.

Ce schéma est la combinaison des deux schémas (différences centrées et Upwind) il est plus utilisé pour une résolution des équations avec un champ de vitesses faibles, quand les effets de la diffusion sont importants.

En appliquant ce schéma, la variable généralisée ϕ aux différentes interfaces du volume de contrôle prendra la forme suivante :

$$\begin{cases} \phi_e = \alpha_e \phi_p + (1 - \alpha_e) \phi_E \\ \phi_w = \alpha_w \phi_W + (1 - \alpha_w) \phi_P \\ \phi_n = \alpha_n \phi_p + (1 - \alpha_n) \phi_N \\ \phi_s = \alpha_s \phi_S + (1 - \alpha_s) \phi_P \\ \phi_t = \alpha_t \phi_p + (1 - \alpha_t) \phi_T \\ \phi_b = \alpha_b \phi_B + (1 - \alpha_b) \phi_P \end{cases} \quad (\text{III -44})$$

Avec les coefficients $\alpha_i (i = e, w, n, s, t, b)$ sont définis par :

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{si } P_e \prec -2 & \rightarrow \text{Schéma Upwind} \\ \frac{1}{2} & \text{si } |P_e| \leq 2 & \rightarrow \text{Schéma Centré} \\ 1 & \text{si } P_e \succ 2 & \rightarrow \text{Schéma Upwind} \end{cases}$$

En substituant les valeurs prises par la variable ϕ dans l'équation (III -22), on aura [42] :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_T \phi_T + a_B \phi_B + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 - S_P \Delta V$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = \left\| -C_e, D_e - \frac{C_e}{2}, 0 \right\| \\ a_W = \left\| C_w, D_w + \frac{C_w}{2}, 0 \right\| \\ a_N = \left\| -C_n, D_n - \frac{C_n}{2}, 0 \right\| \\ a_S = \left\| C_s, D_s + \frac{C_s}{2}, 0 \right\| \\ a_T = \left\| -C_t, D_t - \frac{C_t}{2}, 0 \right\| \\ a_B = \left\| C_b, D_b + \frac{C_b}{2}, 0 \right\| \end{cases} \quad (\text{III -45})$$

III.3.3.5. Schéma à loi de puissance

Ce schéma est une version approchée du schéma exponentiel, plus précis que le schéma Hybride car les coefficients a_E, a_W et a_P sont approchés par une fonction polynomiale de P_e , par morceaux.

Pour le coefficient a_E , on a :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{si } P_{ee} < -10 & \frac{a_E}{D_E} = -P_{ee} \\ \text{si } -10 \leq P_{ee} \leq 0 & \frac{a_E}{D_E} = (1 + 0.1P_{ee})^5 - P_{ee} \\ \text{si } 0 \leq P_{ee} \leq 10 & \frac{a_E}{D_E} = (1 - 0.1P_{ee})^5 \\ \text{si } P_{ee} > 10 & \frac{a_E}{D_E} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III -46})$$

L'équation de discrétisation de ce schéma s'écrit :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_T \phi_T + a_B \phi_B + b$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + a_P^0 - S_P \Delta V$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E = D_e \left\| 0, (1 - 0.1|P_{ee}|)^5 \right\| + \left\| 0, -C_e \right\| \\ a_W = D_w \left\| 0, (1 - 0.1|P_{ew}|)^5 \right\| + \left\| 0, C_w \right\| \\ a_N = D_n \left\| 0, (1 - 0.1|P_{en}|)^5 \right\| + \left\| 0, -C_n \right\| \\ a_S = D_s \left\| 0, (1 - 0.1|P_{es}|)^5 \right\| + \left\| 0, C_s \right\| \\ a_T = D_t \left\| 0, (1 - 0.1|P_{et}|)^5 \right\| + \left\| 0, -C_t \right\| \\ a_B = D_b \left\| 0, (1 - 0.1|P_{eb}|)^5 \right\| + \left\| 0, C_b \right\| \end{array} \right. \quad (\text{III -47})$$

Remarque :

On remarque que le nombre de Peclet est l'élément essentiel pour caractériser le comportement d'un schéma numérique. La limitation des schémas précédents se situe comme suit :

- Schéma centré : par les valeurs $|P_e| \leq 2$
- Schéma Upwind : surestime la diffusion pour les grands nombres de Peclet,
- Schéma Hybride : son inconvénient est l'erreur maximale lorsque $P_e = 2$
- Schéma PLDS : stable et donne une bonne approximation de la solution exacte.

III.3.4. Couplage vitesse pression

- **L'Algorithme SIMPLE :**

Lorsque le champ de pression est connu, le champ de vitesse est obtenu directement par la résolution des équations de quantité de mouvement. Mais la pression est inconnue, et on ne dispose pas d'une équation évidente pour sa détermination.

La méthode utilisée pour résoudre ce problème repose sur l'idée que, lorsque le champ de pression correct est injecté dans l'équation du mouvement, le champ de vitesse résultant doit satisfaire l'équation de continuité. Cette méthode a été mise au point par Patankar et Spalding [37]: c'est l'algorithme **SIMPLE** (Semi-Implicite Method for Pressure Linked Equations).

Si on extrait le gradient de pression du terme source, dans le cas d'une grille décalée (Figure III-1), l'intégrale de l'équation générale de transport pour U, V et W sur les volumes de contrôle spécifiques aux composantes de la vitesse donne les équations suivantes :

$$\begin{cases} a_e U_e = \sum_i a_i U_i + b_{U_1} + A_e (P_P - P_E) \\ a_n U_n = \sum_i a_j U_j + b_{U_2} + A_n (P_P - P_N) \\ a_t U_t = \sum_i a_k U_k + b_{U_3} + A_t (P_P - P_T) \end{cases} \quad (\text{III-48})$$

Avec b_{U_1} , b_{U_2} et b_{U_3} contient tous les termes source de l'équation sauf ceux de la pression, le terme $A_i(P_P - P_E)$ représente les forces de pression et A_i sont les surfaces $i = (e, w, n, s, t, b)$.

L'étape de prédiction consiste à donner un champ de pression P^* pour obtenir des valeurs estimées de la vitesse U_1^* , U_2^* et U_3^* à partir des équations suivantes :

$$\begin{cases} a_e U_e^* = \sum_i a_i U_i^* + b_{U_1} + A_e (P_P^* - P_E^*) \\ a_n U_n^* = \sum_i a_i U_i^* + b_{U_2} + A_n (P_P^* - P_N^*) \\ a_t U_t^* = \sum_i a_i U_i^* + b_{U_3} + A_t (P_P^* - P_T^*) \end{cases} \quad (\text{III-49})$$

En général, les valeurs obtenues des vitesses ne vérifient pas l'équation de continuité, c'est pourquoi on corrige la pression estimée P^* par l'introduction d'une correction P' donnée par :

$$P = P^* + P' \quad (\text{III-50})$$

De même pour les composantes de la vitesse :

$$\begin{cases} U_1 = U_1^* + U_1' \\ U_2 = U_2^* + U_2' \\ U_3 = U_3^* + U_3' \end{cases} \quad (\text{III-51})$$

Où les champs P^* , U_1^* , U_2^* et U_3^* sont les prédictions de la pression et des vitesses et P' , U_1' , U_2' et U_3' leurs corrections, ce qui fait que :

$$\begin{cases} U_i = U_i^* + U_i' & \text{avec } i = (e, w) \\ U_i = U_i^* + U_i' & \text{avec } i = (n, s) \\ U_i = U_i^* + U_i' & \text{avec } i = (t, b) \end{cases} \quad (\text{III-52})$$

Si on retranche les équations des valeurs estimées de celles des valeurs corrigées, on trouve :

$$\begin{cases} a_e U'_e = \sum_i a_i U'_i + A_e (P'_p - P'_E) \\ a_n U'_n = \sum_i a_j U'_j + A_n (P'_p - P'_N) \\ a_t U'_t = \sum_i a_k U'_k + A_t (P'_p - P'_T) \end{cases} \quad (\text{III-53})$$

D'autre part, et pour des raisons numériques si on néglige les termes $\sum_i a_i U'_i$,

$\sum_i a_j U'_j$ et $\sum_i a_k U'_k$ par rapport aux termes de pression dans (III-53), on obtient alors

les équations de correction de vitesses:

$$\begin{cases} U'_e = d_e (P'_p - P'_E) \\ U'_n = d_n (P'_p - P'_N) \\ U'_t = d_t (P'_p - P'_T) \end{cases} \quad (\text{III-54})$$

Avec : $d_e = \frac{A_e}{a_e}$, $d_n = \frac{A_n}{a_n}$ et $d_t = \frac{A_t}{a_t}$

Les champs des vitesses seront corrigés par les équations suivantes :

$$\begin{cases} U_e = U_e^* + d_e (P'_p - P'_E) \\ U_n = U_n^* + d_n (P'_p - P'_N) \\ U_t = U_t^* + d_t (P'_p - P'_T) \end{cases} \quad (\text{III-55})$$

Maintenant, pour trouver la discrétisation de P' (équation de correction de pression), il suffit d'écrire l'équation de continuité comme une équation de correction de pression.

L'équation de continuité discrétisée pour un volume de contrôle s'écrit :

$$(U_e - U_w) \Delta y \Delta z + (U_n - U_s) \Delta x \Delta z + (U_t - U_b) \Delta x \Delta y = 0 \quad (\text{III-56})$$

En se basant sur les équations (III-55), on peut en déduire l'équation de correction de pression :

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + a_T P'_T + a_B P'_B + b \quad (\text{III-57})$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = d_e \Delta y \Delta z \\ a_W = d_w \Delta y \Delta z \\ a_N = d_n \Delta x \Delta z \\ a_S = d_s \Delta x \Delta z \\ a_T = d_t \Delta x \Delta y \\ a_B = d_b \Delta x \Delta y \end{cases} \quad (\text{III-58})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B$$

$$b = (U_w^* - U_e^*) \Delta y \Delta z + (U_s^* - U_n^*) \Delta x \Delta z + (U_b^* - U_t^*) \Delta x \Delta y \quad (\text{III -59})$$

L'algorithme **SIMPLE** peut être maintenant déduit :

- 1-estimer un champ de pression P^*
- 2- résoudre les équations de quantité de mouvement pour obtenir U_1^*, U_2^* et U_3^* .
(Équation : III-49).
- 3- résoudre les équations de correction de pression (équation III -56).
- 4- corriger les pressions (équation III-50).
- 5- corriger les vitesses (équation III-51).
- 6- résoudre les équations décrivant l'écoulement.
- 7- retourner à l'étape 2, avec une nouvelle estimation de champs de pression P^* jusqu'à convergence.

III.3.5. Sous relaxation

Pour atténuer les fluctuations de la solution approchée, on introduit une sous relaxation pour la variable ϕ au point P, d'une itération à la suivante, seule une partie de la correction $\Delta\phi_P$ ($\Delta\phi_P = \phi_P - \phi_P^*$), déduite de l'application de l'algorithme SIMPLE est appliquée, et la variable ϕ_P^* est remplacée par ϕ_P donnée par :

La sous- relaxation est fréquemment utilisée pour éviter une divergence quand les équations sont fortement non linéaires.

L'équation algébrique s'écrit :

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (\text{III-60})$$

Où

$$\phi_P = \phi_P^* + \left(\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_P} - \phi_P^* \right) \quad (\text{III-61})$$

Avec ϕ_P^* est la valeur de ϕ_P à l'itération précédente.

On fait introduire un coefficient de sous-relaxation α ($0 < \alpha < 1$) pour atténuer ou amplifier la variation de ϕ_P . On peut écrire :

$$\phi_P = \phi_P^* + \alpha \left(\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_P} - \phi_P^* \right) \quad (\text{III-62})$$

Chapitre IV

présentation de Fluent

Chapitre IV**Mise en place de la simulation sous Fluent****IV.1.Introduction**

Fluent est un code de calcul qui permet de simuler les écoulements des fluides avec et sans transferts thermiques. Dans les géométries complexes. Il peut résoudre des problèmes d'écoulements avec des mailles structurées et non structurées. Les mailles supportées en 2D sont de type triangulaires ou quadrilatérales, elles sont tétraédriques/hexaédriques/pyramidales en 3D, ou des mailles hybrides.

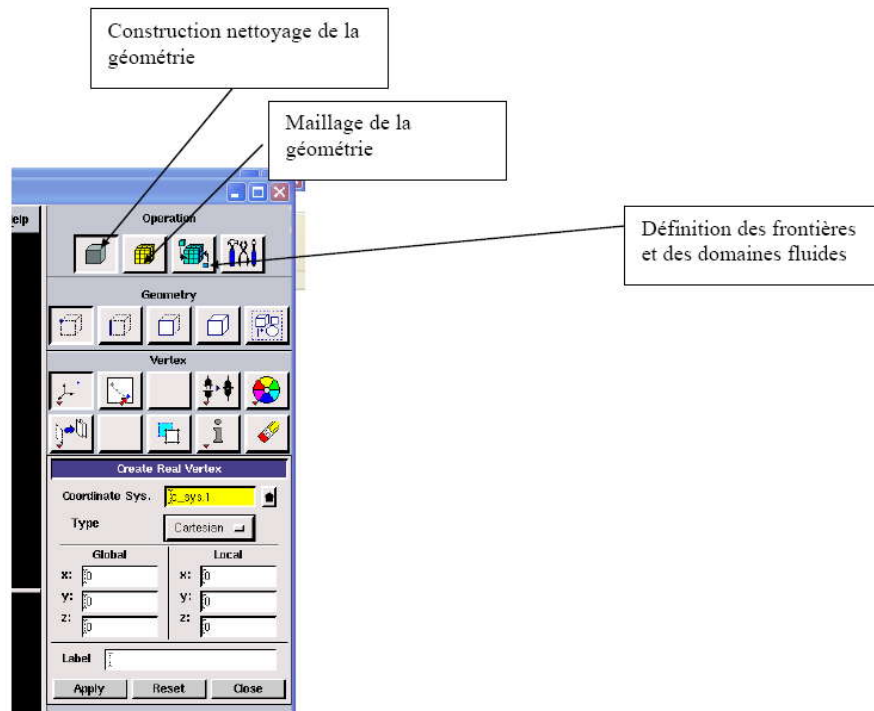
Fluent a la capacité de simuler :

- Les écoulements 2D ou 3D
- Etats permanent ou transitoires
- Ecoulements incompressibles ou compressibles incluant toute vitesse de régimes (subsonique, transsonique, supersonique et hypersonique)
- Ecoulements non visqueux, visqueux, laminaires ou turbulents
- Ecoulements dans les milieux poreux

IV.2. Construction de la géométrie

La géométrie a été construite à l'aide du logiciel Gambit qui est un mailleur 2D/3D; pré-processeur qui permet de mailler des domaines de géométrie d'un problème de CFD (Computational Fluid Dynamics). Il génère des fichiers *.msh pour Fluent.

Gambit regroupe trois fonctions : définition de la géométrie des problèmes (construction si la géométrie est simple ou bien import de la géométrie CAO), le maillage et sa vérification, la définition des frontières (Types de conditions aux limites) et définitions des domaines de calculs.



Dans notre cas la géométrie est un véhicule automobile (3D). Vue la complexité de cette géométrie étudiée, sa création est effectuée à partir des point, courbes, créer des surfaces à l'aide de ces courbes puis le volume en collant les surfaces.

Après manipulations des commandes nécessaires on a abouti à la création des géométries de véhicules suivantes :

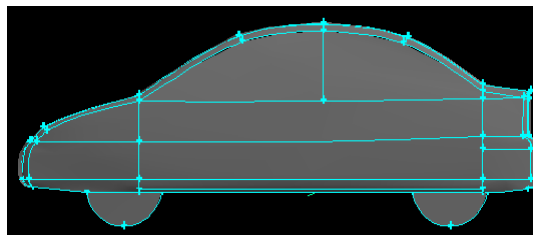


Figure 1 : véhicule tri corps

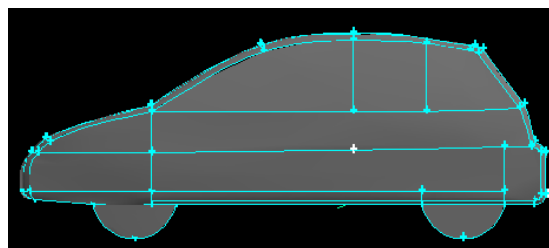


Figure 2 : véhicule bi corps

Les géométries utilisées dans cette simulation numérique 3D représentent des véhicules automobiles (bi corps, bi corps avec déflecteur, tri corps et tri corps avec rétroviseurs) de dimensions réelles.

Les dimensions détaillées des géométries sont données en annexe B. la géométrie retenue dans cette présentation représente le véhicule tri corps de longueur $L = 4.14m$, hauteur $h = 1.50m$ et de largeur $l = 1.58m$ suivant les directions x , y , et z .

La géométrie est placée dans une veine numérique de forme parallélépipède dont la longueur L' , la hauteur h' et la largeur l' sont respectivement : $13 h$, $6 h$ et $5h$, figure3.

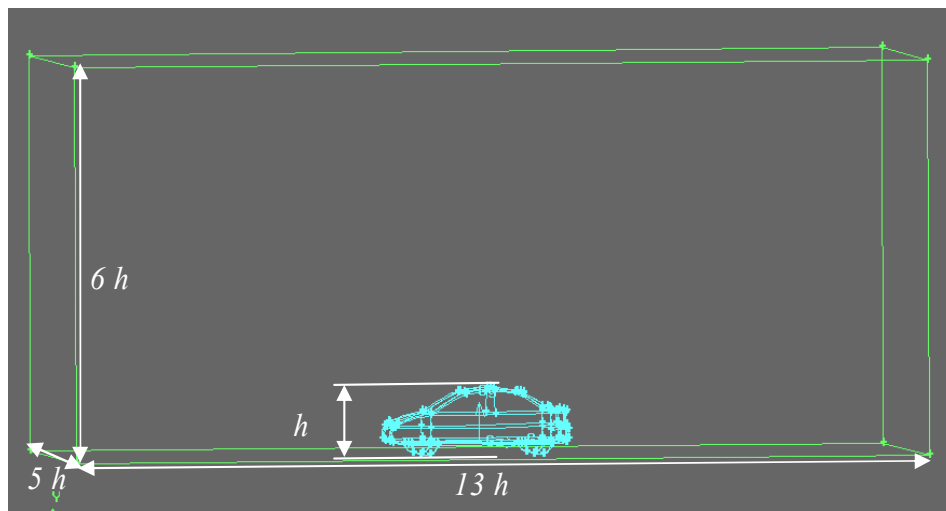


Figure 3 : définition de domaine d'étude

Ces dimensions importantes permettent de s'affranchir des éventuelles interactions entre les conditions imposées à l'écoulement aux limites du domaine de simulation et l'écoulement principal (au voisinage de la géométrie) et d'éviter en particulier toute remontée de pression.

IV.3. Modélisation mathématique

L'écoulement est simulé à l'aide de code Fluent basé sur un schéma de discrétisation aux volumes finis des équations qui régissent l'écoulement. La turbulence, est modélisée à l'aide de modèle **RNG- k-ε** qui donne des résultats satisfaisants puisque dans notre cas on ne va pas s'intéresser à la couche limite mais beaucoup plus à la détermination de la valeur de coefficient Cx et l'identification des grandes structures tourbillonnaires tels que les tourbillons contrarotatif (on peut utiliser un autre modèle, **k-ε**, **k-ω**,...

IV.4. Le système d'équations à résoudre

- Equation de continuité

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

- Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\overline{u'_i u'_j} \right) \quad (3.2)$$

IV.5. Le maillage

Le maillage tétraédrique opté pour ce domaine d'étude comprend **1180576** nœuds et **6659034** éléments. Vue la complexité de la géométrie (arcs, angles,...), le maillage structuré était impossible à obtenir (après plusieurs tentatives), pour cela on a eu recours à un maillage non structuré. Ce nombre important d'éléments nous a amené à utiliser une machine à **4 Go** de RAM avec une vitesse d'horloge de **2.2 GHZ** (core 2 Duo).

Le domaine de calcul a été réduit grâce à la symétrie de la géométrie par rapport au plan longitudinal ($z = 0$), *figure 4*.

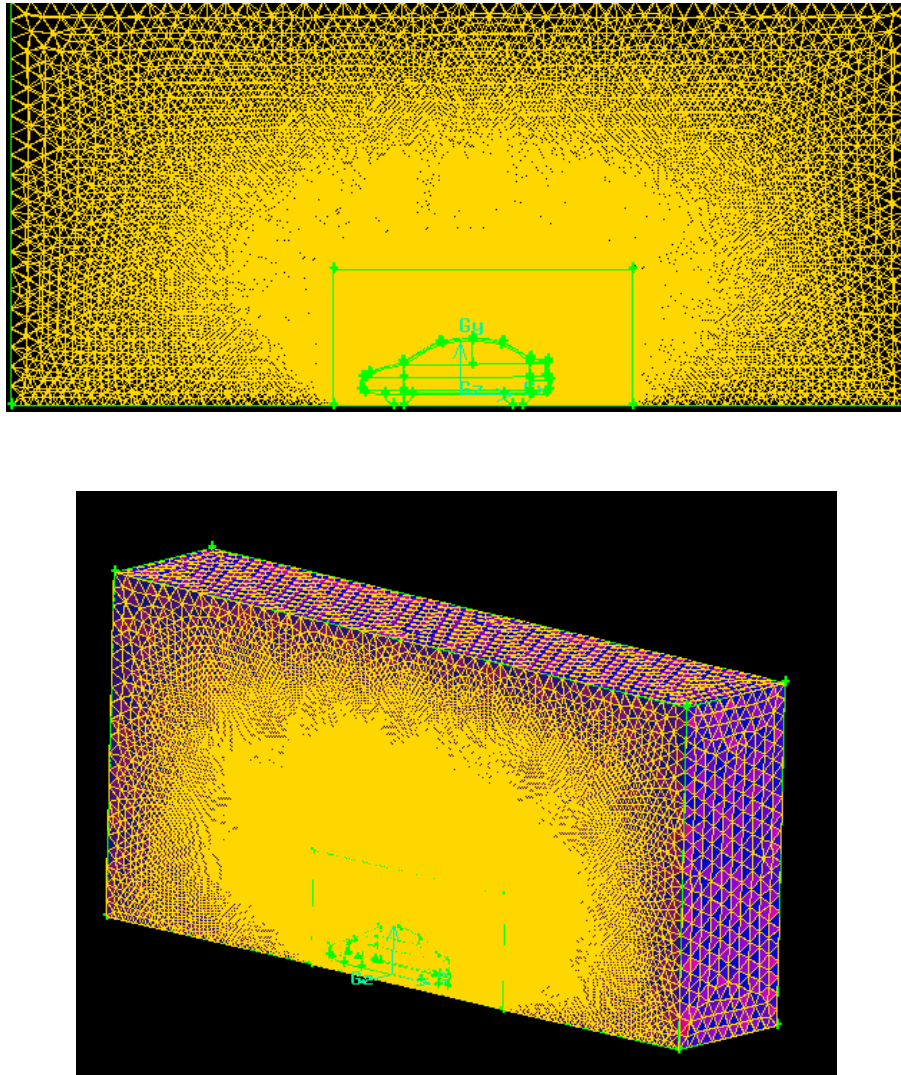


Figure 4 : le maillage autour de la géométrie

IV.6. Conditions aux limites

En fin, des conditions aux limites sont imposées au domaine *figure 5*:

- Sur la surface d'entrée, une condition de vitesse longitudinale uniforme égale à **25m/s**, soit un nombre de Reynolds rapporté à la longueur de la géométrie de 7.10^6 ($Re = \frac{\rho U.L}{\mu}$ où où L est une dimension caractéristique, représente dans le cas d'un véhicule terrestre la longueur de ce dernier [2][3]. $\mu = 1.7894.10^{-5}$ est la viscosité dynamique de l'air et $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ est sa masse volumique).
- Sur la surface de sortie, une condition aux limite de l'écoulement libre en vitesse et en pression est imposée telle que : la pression $p = 101325pa$ (pression atmosphérique).
- Sur la surface en face, une condition de symétrie imposée.

- sur les autres surfaces, une condition de paroi sans glissement est imposée.

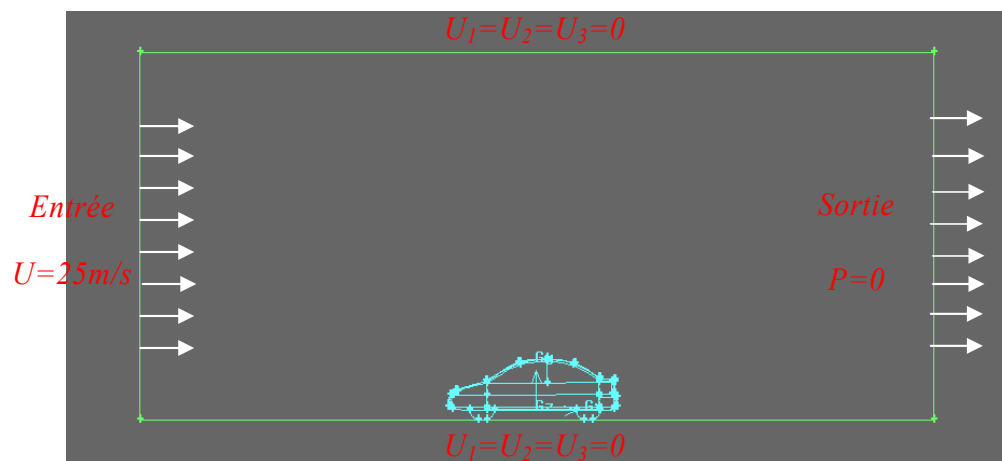


Figure 5 : conditions aux limites imposées au domaine

Chapitre V

Résultats et discussion

Chapitre V

Résultats et discussion

V.1.Introduction

Ce chapitre est consacré pour la présentation des résultats de simulation de l'écoulement de l'air autour des véhicules terrestres (voitures) de formes géométriques différentes à l'aide de logiciel **Fluent**.

Dans la présente étude, en premier lieu, on a identifié les différentes structures tourbillonnaires qui se développent dans le sillage des véhicules de type **bicorps** et de type **tri corps** puis on a estimé la valeur de coefficient de trainée aérodynamique C_x de ces derniers. Par la suite, on a estimé l'influence de l'intégration de quelques éléments (déflecteur et rétroviseurs) sur la topologie de l'écoulement et sur la valeur de C_x .

V.2. Les résultats de la simulation et discussions

L'analyse des lignes de courant relevées autour de la géométrie Figure (V.4), montre la complexité de l'écoulement en particulier dans le sillage du véhicule (décollement à la fin du pavillon, écoulement transversal sur le culot, structures tourbillonnaires longitudinales...).

On remarque aussi que la topologie de l'écoulement dans le sillage du véhicule de type bi corps diffère de celle obtenue dans le sillage du véhicule de type tri corps. Nous verrons par la suite que cette variation de la topologie est responsable de différence importante de la valeur du coefficient de trainée aérodynamique C_x .

V.2.1. Identification des structures tourbillonnaires dans le sillage

D'une manière globale, les résultats obtenus de la simulation de l'écoulement 3D autour de véhicules automobiles étudiés permettent d'identifier trois types de structures tourbillonnaires qui se développent dans la partie arrière de ces derniers :

- Région décollée (décollement naturel dû à la rupture de pente) à la fin du pavillon **D** pour le véhicule bi corps ou à la fin du coffre pour le véhicule de type tri corps.
- Formation de structures tourbillonnaires longitudinales sur les arrêtes latérales de la lunette arrière **T₁** et **T₂**.
- Formation des structures toriques de culot **Q**.

La complexité de l'écoulement réside dans le fait que ces structures interagissent pour former un écoulement complètement tridimensionnel figure (V.4).

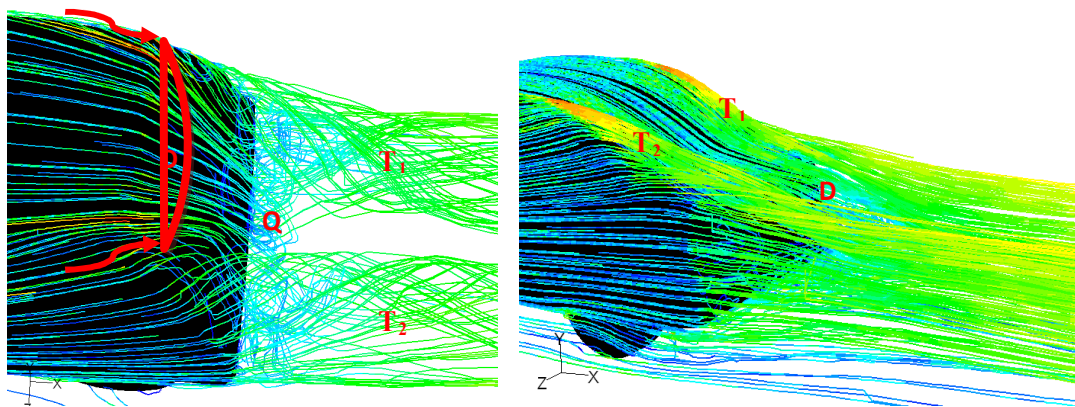


Figure V.1 : lignes de courants dans la partie arrière du véhicule :

(a) bi corps vue de dessus (b) tri corps

T₁, T₂ deux tourbillons longitudinaux, **Q** structures toriques et **D** le décollement

Ces résultats qualitatifs sont en accord avec les résultats bibliographiques montrés par : Rouméas Mathieu [2], Cédric Leclerc [3] qui ont travaillé sur un véhicule automobile simplifié (corps de Ahmed), figure (V.2) :

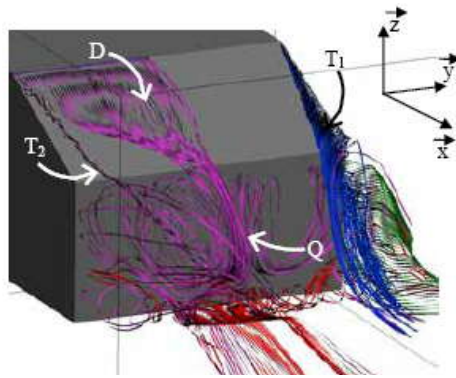


Figure V.2 : Lignes de courant et structure de l'écoulement dans la partie arrière d'un véhicule automobile simplifié [Cédric Leclerc] [3] .

V.2.2. Analyse de l'écoulement dans le sillage d'un véhicule automobile bi corps

V.2.2.1. Topologie de l'écoulement

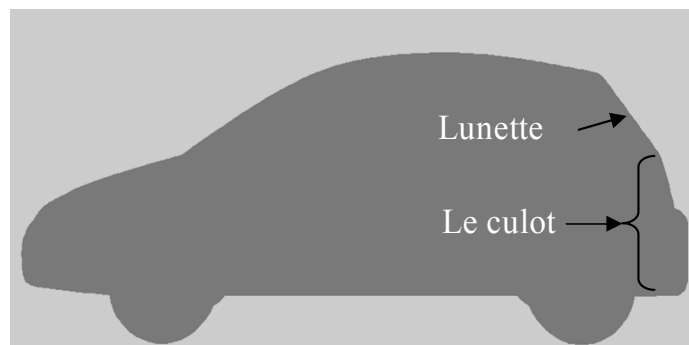


Figure V.3 : Véhicule automobile de type bi corps

L'analyse des lignes de courant relevées sur les parties latérales en amont de la fin du pavillon montre que l'écoulement pariétal latéral remonte vers le pavillon en amont de l'arrête arrière, flèches en rouge, figure (V.1). Cet écoulement alimente d'une part les structures tourbillonnaires longitudinales T_1 et T_2 en cornet issus du décollement latéral de la lunette arrière et d'autre part le mouvement tourbillonnaire associé à la région décollée centrale D.

Cette forme de l'écoulement est mise en évidence par Patrick Gilliéron [4]

- **La région décollée D**

Elle est exclusivement alimentée par l'écoulement issu du pavillon. Les filets fluides décollent au niveau de la rupture de pente entre le pavillon et la lunette arrière. Ce

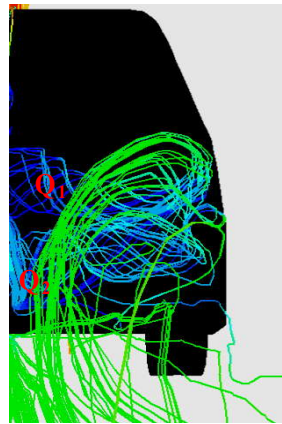
décollement est dû au fort gradient de vitesse négative, ou encore pour le fort gradient de pression positive (gradient de pression défavorable).

Sur le bas de la lunette, les filets fluides convergent vers le plan de symétrie où ils décollent à nouveau pour former la région Q.

- **La région décollée Q figure (V.4)**

Elle a une forme torique, les lignes de courant issus du pavillon s'enroulent pour former la structure tourbillonnaire transversale qui compose le haut du tore, Q_1 .

La structure tourbillonnaire Q_2 qui compose le bas du tore est quant à elle alimentée par les filets fluides issus du soubassement. Les trajectoires des particules fluides suivent les arrêtes de culot et les deux structures tourbillonnaires transverses coalescent pour fermer le tore.



*Figure V.4 : visualisation des structures toriques Q_1, Q_2
derrière le véhicule*

Les lignes de courant relevées à proximité de la paroi du culot permettent de caractériser la topologie de la structure tourbillonnaire Q.

L'orientation des lignes de courant sur la paroi du culot coïncide avec la forme torique Q et permet de distinguer quatre régions distinctes dont l'intersection est le point singulier N_c qui délimite le développement des structures Q_1 et Q_2 :

-Les régions situées au dessus et en dessous du point N_c sont liées à l'enroulement des structures tourbillonnaires Q_1 et Q_2 .

-Les régions Q_g et Q_d situées de part et d'autre du point N_c ont des lignes de courant orientées vers les arrêtes latérales du culot figure (V.5).

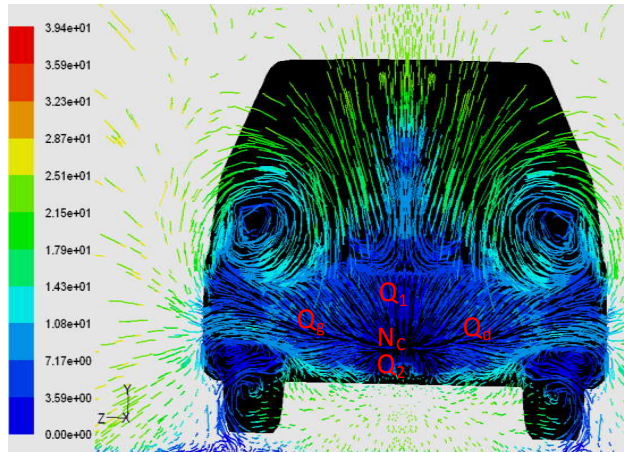


Figure V.5 : visualisation des lignes de courant en proche paroi du culot.

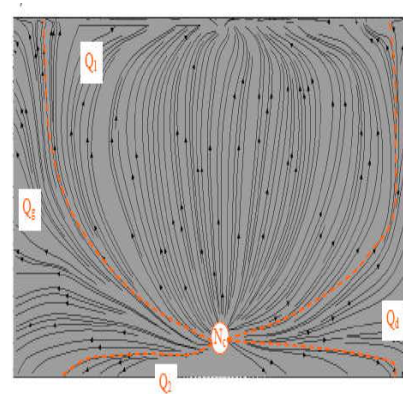


Figure V.6 : visualisation des lignes de courant à la paroi de culot d'après cédric Leclerc

- **Les structures tourbillonnaires longitudinales T_1 et T_2 figure (V.7)**

Elles résultent du décollement et de l'enroulement des filets fluides le long des arrêtes latérales de la lunette arrière .L'enveloppe des structures tourbillonnaires T_1 et T_2 est définie à hauteurs de la lunette arrière.

Les structures tourbillonnaires longitudinales contrarotatifs sont fortement énergétiques et engendrent une diminution importante des valeurs de pression dont la contribution peut atteindre 15% du C_x total [20].

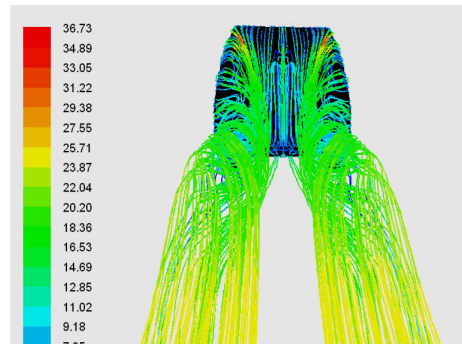


Figure V.7 : visualisation des tourbillons longitudinaux

L'analyse du champ des vecteurs vitesse relevé dans un plan transversal en proche paroi du culot permet de visualiser ces deux tourbillons longitudinaux contrarotatifs (figure V.8).

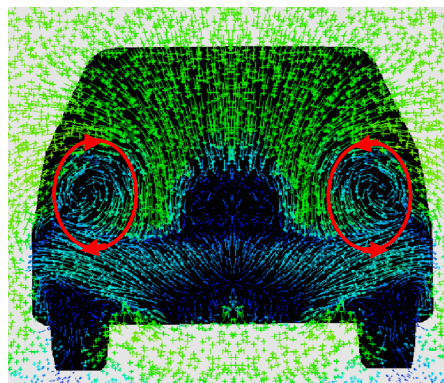


Figure V.8: visualisation du champ des vecteurs vitesse
en proche paroi du culot d'un bi corps.

V.2.2.2. Profils de vitesse

Les courbes de la figure (V.10) présentent les profils de vitesse longitudinale réduite U_1/U_∞ en aval du véhicule dans le plan longitudinal médian aux abscisses réduites $x/h = 1.12$ (proche paroi de culot), $x/h = 1.22$ et $x/h = 1.32$, avec x la distance entre l'origine de repère et le plan de mesure et h la hauteur de véhicule figure (V.9).

On remarque trois zones distinctes :

- Zone où y/h est compris entre -0.15 (sur le sol) et 0 coté inférieur de culot cet intervalle correspond à la hauteur du soubassement où la vitesse augmente de 0 sur le sol jusqu'à 98% U_∞ .
- Zone où y/h compris entre 0 et 0.5 (culot), la vitesse longitudinale décroît et forme deux pics négatifs dont ses valeurs sont respectivement -12% et -15% de U_∞ c'est à dire $U_1 = -3\text{m/s}$ et -3.75m/s . Entre ces deux pics la vitesse passe par la valeur nulle. Cet intervalle correspond à la zone de recirculation de fluide où les vecteurs vitesse sont dirigés dans le sens opposé de l'écoulement principal, les deux pics représentent les structures tourbillonnaires transversales Q_1 et Q_2 et le point de vitesse longitudinale nulle correspond au point singulier N_c .
- Zone où la vitesse de l'écoulement croît progressivement pour atteindre la valeur de la vitesse de l'écoulement principale où $U_1 = U_\infty$.

En s'éloignant vers l'aval ($x/h=1.22$), la vitesse longitudinale diminue encore et atteint -20% de U_∞ , c'est à dire -5m/s . c'est toujours la zone de recirculation du fluide.

Enfin, ($x/h=1.32$), la vitesse longitudinale augmente mais présente toujours un pic tel que sa valeur est de 11% de U_∞ , c'est-à-dire 2.75m/s .

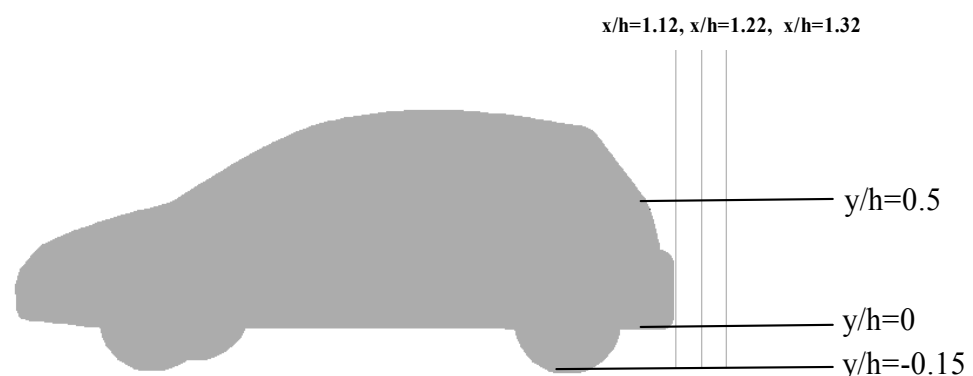


Figure V.9: plans de références

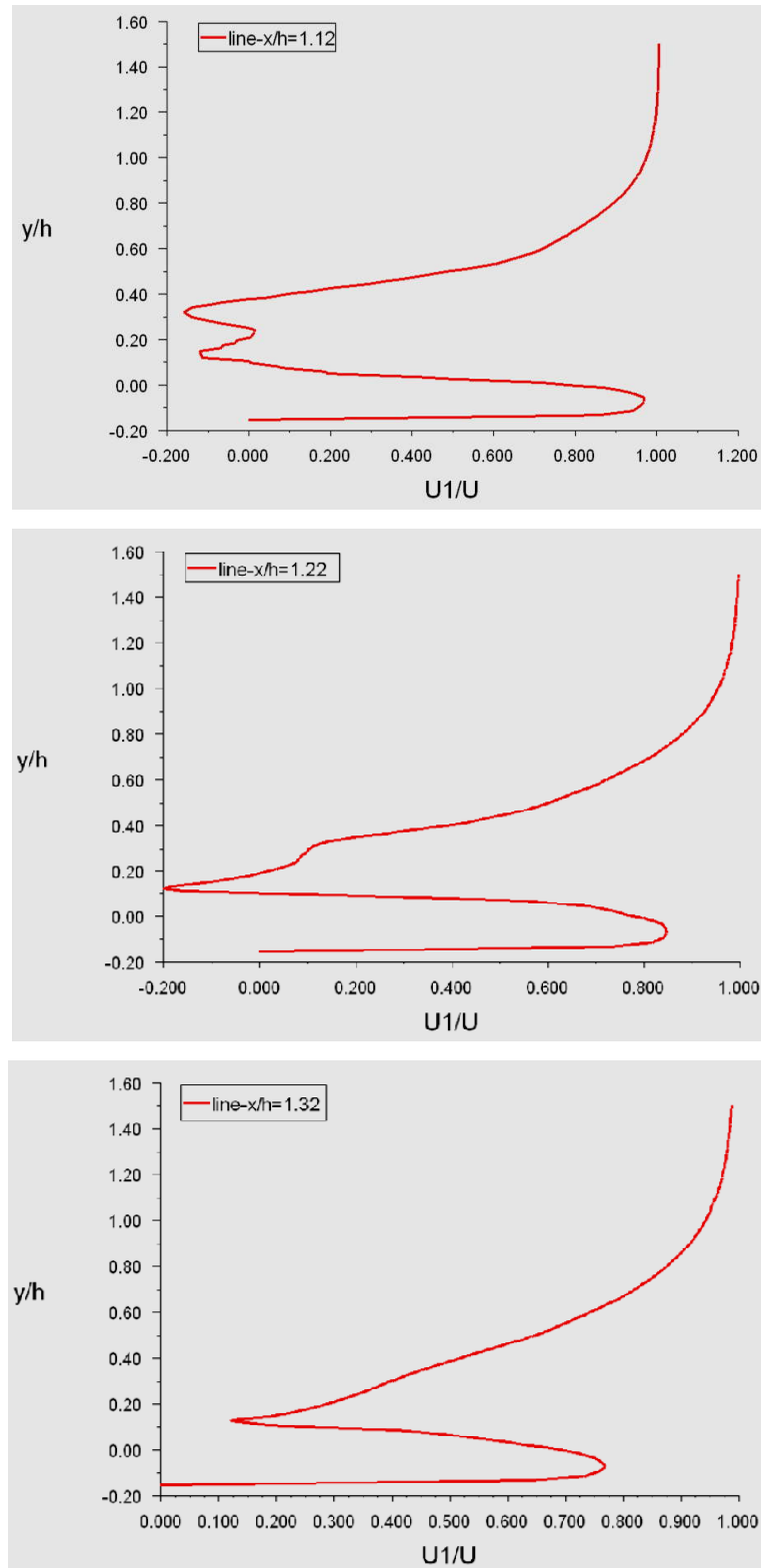


Figure V.10: Profil de vitesse moyenne longitudinale réduite U_1/U_∞ dans le plan longitudinal à $x/h=1.12, 1.22$ et 1.32 .

V.2.2.3. Caractérisation des pertes énergétiques dans le sillage du véhicule

A partir de l'analyse des contours de pression statique et totale relevés dans le plan longitudinal médian figure (V.11), on remarque des valeurs importantes de pression statique en amont du véhicule (calandre) 395 pascals, cette augmentation est due le fait que l'écoulement est normal à la surface de cette zone alors le fluide s'arrête et sa pression statique augmente. En suite, le fluide glisse sur le capot et il est freiné dans la zone entre le capot et le pare brise avant d'où, l'augmentation de pression statique 300 pascals. Sur le pavillon la pression statique diminue et atteint les valeurs négatives -200 pascals. Cette diminution importante de pression statique sur le pavillon est due à la diminution de la section de passage dans le canal.

Une autre zone de chute de pression statique est le soubassement, -120 pascals en moyenne, où la section de passage est réduite.

En aval du véhicule, la pression statique reste constante sauf dans la partie basse de culot où la pression augmente, 80 pascals en moyenne, cette légère élévation de pression est due à l'interaction de l'écoulement de soubassement et l'écoulement décollé de la lunette arrière.

L'analyse de contour de pression totale donne une information importante. En aval du véhicule la pression statique n'est pas convertie en vitesse (en d'autre terme, l'énergie potentielle n'est pas convertie totalement en énergie cinétique) d'où perte d'énergie volumique dans le sillage.

Cette répartition de pression, en particulier une dépression importante entre l'amont et l'aval du véhicule, induit l'aspiration de ce dernier dans le sens opposé de l'écoulement d'où la première source de trainée aérodynamique.

En plus de cette différence de pression entre l'amont et l'aval du véhicule, l'analyse des contours de coefficient de perte de pression totale (perte d'énergie volumique) relevées dans un plan transversal situé dans le sillage du véhicule, aux abscisses réduites $x/h = 0.85$ (au milieu de la lunette arrière), $x/h = 1.12$ (sur la paroi du culot) et $x/h = 3$ (loin du culot), figure (V.13), montre que chacune des structures

tourbillonnaires identifiées précédemment est le siège de perte de pression totale importante et entretiennent ainsi la trainée aérodynamique de véhicule.

A l'abscisse réduite $x/h=0.86$, les valeurs des coefficients de pression totale dans les structures tourbillonnaires longitudinales T et dans le décollement D est de l'ordre de **$C_{pi}=1.26$** . A l'abscisse réduite $x/h=1.12$, les valeurs de coefficients de pression totale dans les structures tourbillonnaires longitudinales T, dans le décollement D et dans les structures transversales Q sont respectivement **$C_{pi}=1.32$** , **$C_{pi}= 1.12$** et **$C_{pi}= 0.9$** .

Les structures ont ensuite tendance à se dissiper par effet visqueux et turbulent, et les pertes de pression totales décroissent lorsque le plan de mesure se déplace vers l'aval. En effet, dans le plan situé à l'abscisse réduite $x/h=3$, (2.91m de la paroi de culot), seules les structures longitudinales, les plus énergétiques, apparaissent encore, avec un coefficient de perte de pression totale de l'ordre de **$C_{pi}=0.68$** .

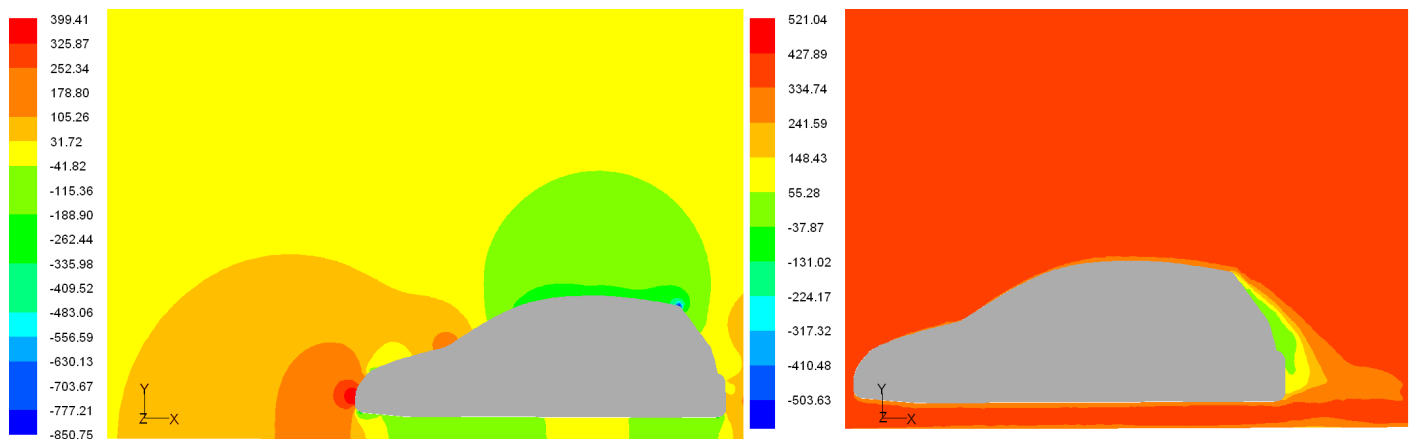


Figure V.11: contours de pression statique (à gauche) et totale (à droite).

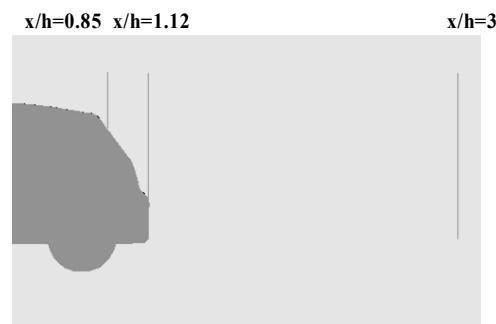


Figure V.12: plans de références

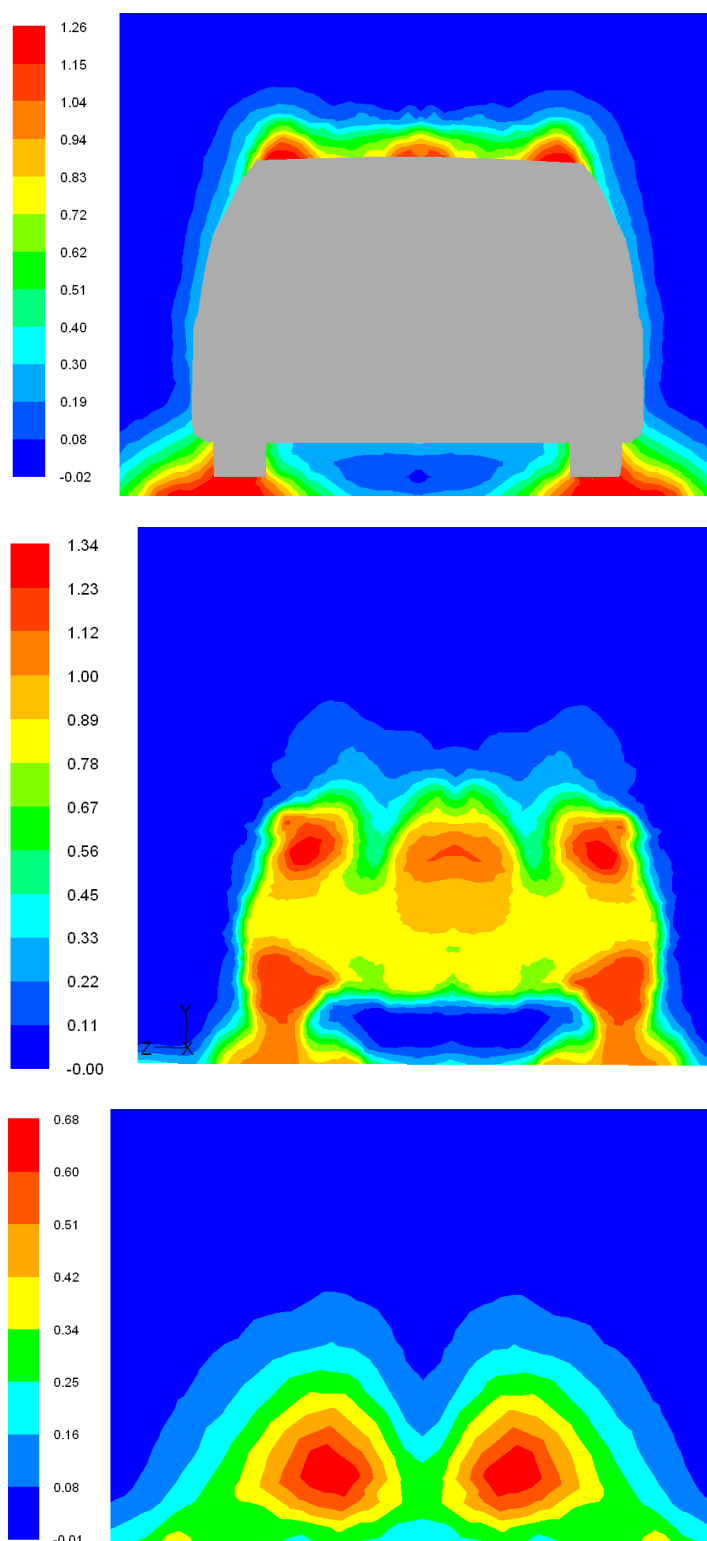


Figure V.13: contour du coefficient de perte de pression totale relevé dans un plan transversal situé à $x/h=0.86$, $x/h=1.12$ et $x/h=3$

La figure (V.14), représente les variations de coefficient de perte de pression totale C_{pi} relevé dans le plan longitudinal médian à $x/h=1.12$, $x/h=1.22$ et $x/h=1.32$. Le sillage est le siège de pertes d'énergie volumique importantes qui sont dues d'une part aux structures toriques en proche paroi de culot (ligne $x/h=1.12$), où C_{pi} est de 0.8 pour la structure Q_1 et 0.95 pour la structure Q_2 . D'autre part à la recirculation du fluide dans le sillage tel que le profil de C_{pi} présente un pic positif de valeur 0.75 pour l'abscisse $x/h=1.22$ et 0.5 pour l'abscisse $x/h=1.32$. Donc, la valeur de perte d'énergie croit en se rapprochant de la paroi de culot.

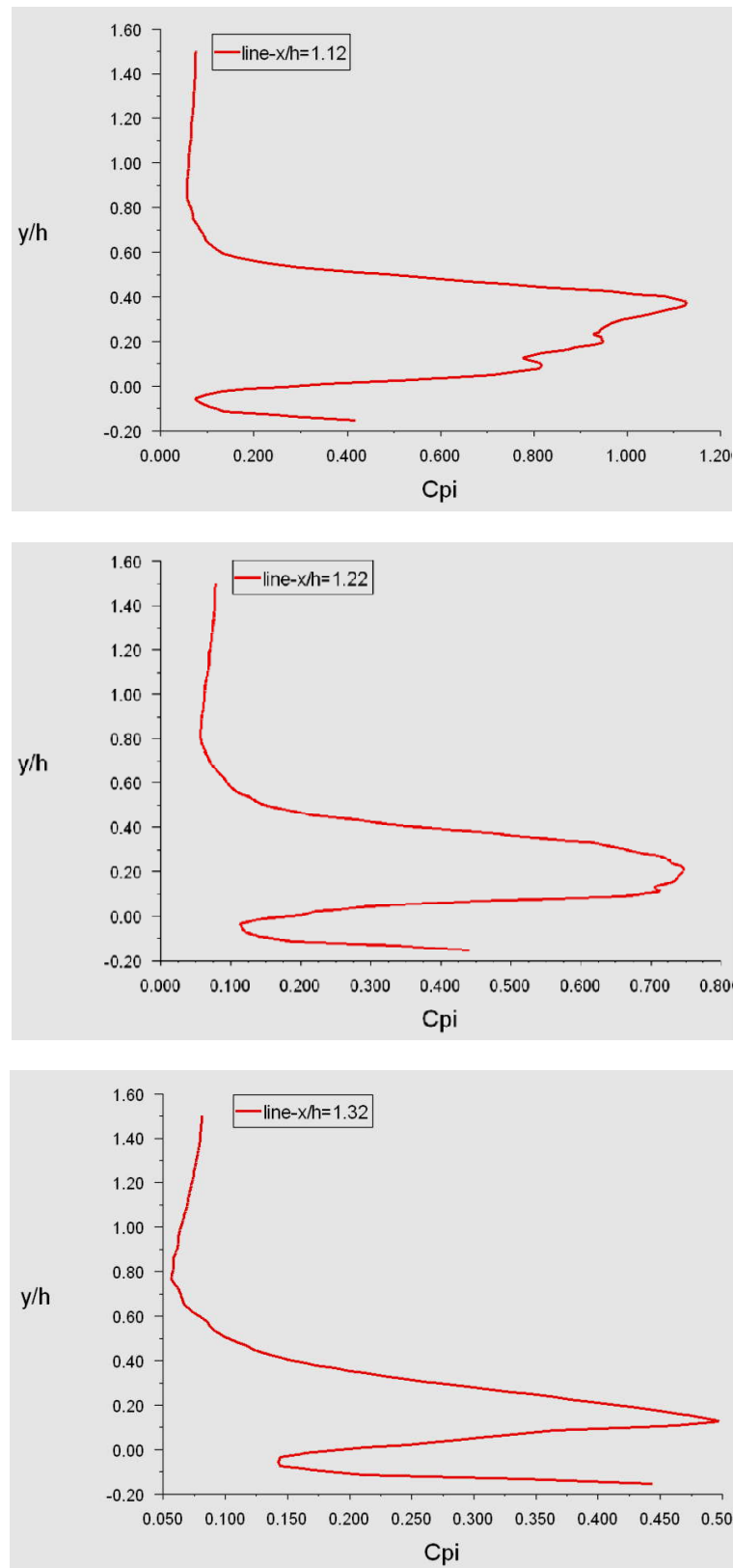


Figure V.14 : Coefficient de perte de pression totale relevé dans le plan longitudinal médian à $x/h=1.12, 1.22$ et 1.32 .

En plus des pertes relatives aux structures toriques, la valeur de C_{pi} relevée à $y/h = 0.35$, axe transversal d'abscisse $x/h = 1.12$ passant par les tourbillons longitudinaux T, est de l'ordre de **1.32** dans les tourbillons T (atteinte dans la position $z/h = -0.4$). La partie décollée présente aussi un C_{pi} de l'ordre de **1.12**, figure (V.15).

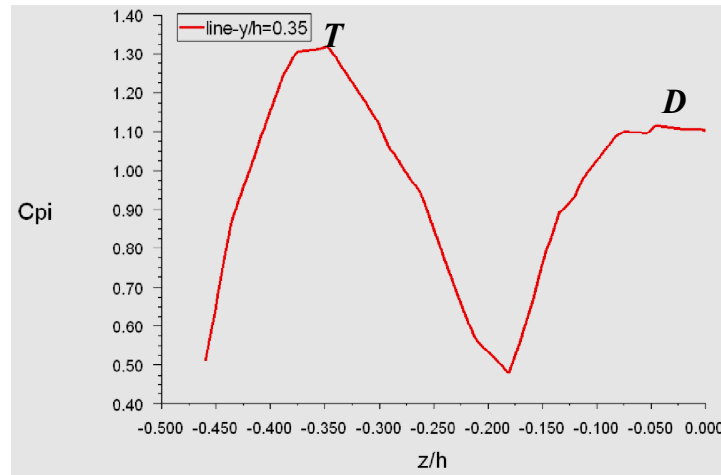


Figure V.15 : Coefficient de perte de pression totale relevé suivant la droite $y/h = 0.35$ passant par le cœur de tourbillon longitudinal dans le plan d'abscisse $x/h = 1.12$

(Moitié droite du véhicule).

A partir de l'analyse du contour de pression statique relevé dans le plan transversal d'abscisse réduite $x/h = 0.86$ figure (V.16), on constate des pertes de pression statique importantes dans les tourbillons longitudinaux tel que le coefficient de perte de pression statique est de l'ordre de **-1.88** en moyenne.

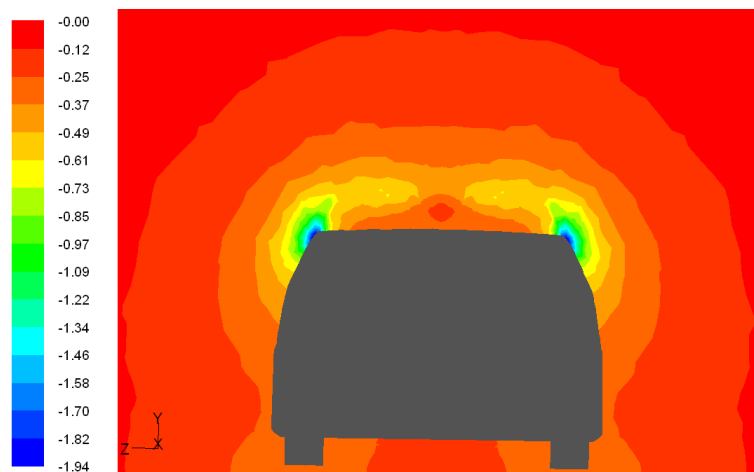


Figure V.16 : Contour de coefficient de pression statique dans le plan transversal d'abscisse réduite $x/h = 0.86$ (sur la lunette arrière)

La figure (V.17), présente le profil transversal de coefficient de perte de pression statique C_p relevé suivant l'axe $y/h=0.35$ d'abscisse $x/h=1.12$. On constate que les tourbillons longitudinaux sont aussi une source de perte de pression statique avec $C_p=-0.52$.

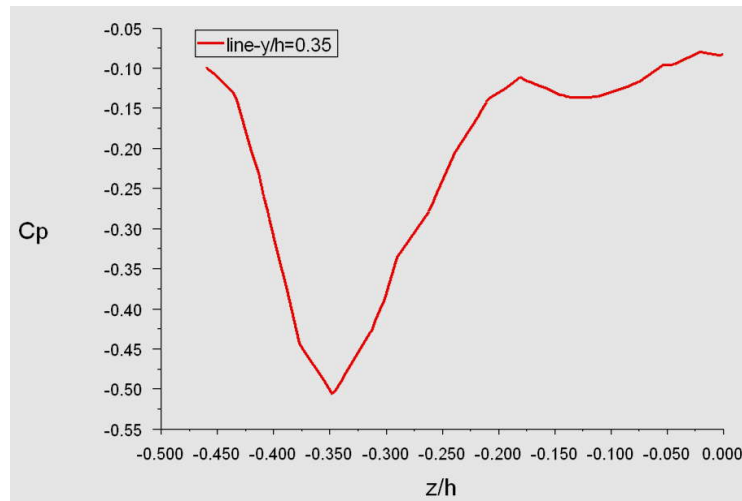


Figure V.17 : Profil transversal de coefficient de pression statique (la ligne $y/h=0.35$ passe par le tourbillon droit dans le plan transversal d'abscisse $x/h=1.12$)

V.2.3. Analyse de l'écoulement dans le sillage d'un véhicule automobile tri corps

V.2.3.1. Topologie de l'écoulement



Figure V.18 : Véhicule automobile de type tri corps

Les mêmes structures identifiées précédemment présentes dans ce cas seulement avec des intensités différentes.

De la figure (V.19) qui suit, on remarque que l'écoulement reste collé sur la descente entre le pavillon et le coffre puis il décolle à la fin du coffre. Ainsi, deux structures tourbillonnaires T_1 et T_2 qui se développent sur les arrêtes latérales de la descente, mais ces tourbillons sont moins intenses que ceux observés dans le cas de véhicule bi corps.

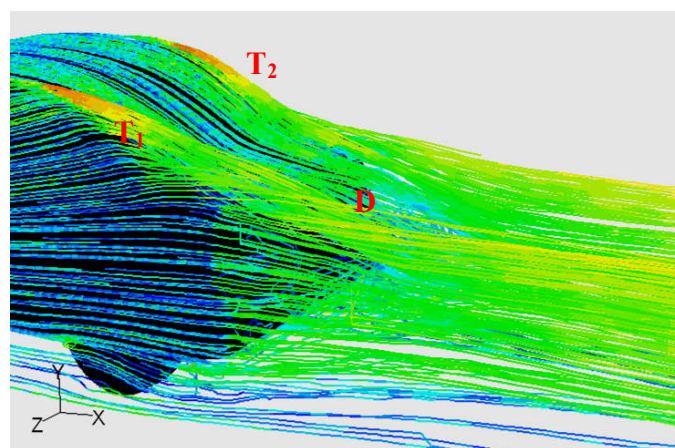


Figure V.19 : Lignes de courant autour du véhicule tri corps

Près de la paroi de culot, on constate une zone de recirculation de fluide ce qui induit à la formation de structures tourbillonnaires toriques Q_1 et Q_2 figure (V.20). Comme dans le cas de véhicule de type bi corps ces structures sont alimentées d'une part de l'écoulement issu du pavillon et décolle à la fin du coffre puis les filets fluide s'enroulent pour former la structure Q_1 , d'autre part de l'écoulement de soubassement qui forme la structure Q_2 .

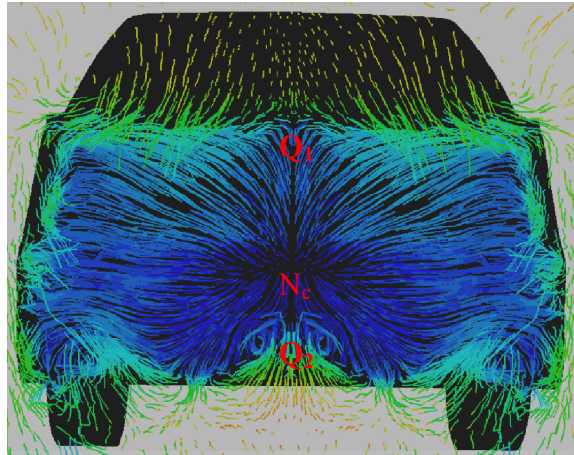


Figure V.20 : recirculation des lignes de courant en proche paroi de culot

V.2.3.2. Profils de vitesse



Figure V.21 : Champs de vitesse dans le sillage du véhicule dans les abscisses respectivement $x/h=1.1, 1.32, 1.42, 1.52$ et 1.62

A partir du champ de vecteurs vitesse relevés derrière le véhicule, figure (V.21), on remarque que dans la zone de sillage ces derniers sont dirigés dans le sens opposé à l'écoulement ce qui confirme la recirculation du fluide.

La figure (V.22) présente des profils de vitesse longitudinale réduite U_1/U_∞ en aval du véhicule dans le plan longitudinal médian aux abscisses réduites $x/h = 1.32$ (sur la paroi de culot) et à $x/h = 1.52$.

Comme dans le cas de véhicule de type bi corps, on remarque trois zones distinctes :

- Zone où y/h est compris entre -0.15 et 0 correspond à l'écoulement issu de soubassement où la vitesse augmente de 0 sur le sol jusqu'à 108% de U_∞ en moyenne.
- Zone où y/h compris entre 0 et 0.5 pour $x/h = 1.32$, la composante longitudinale de la vitesse décroît rapidement et atteint des valeurs négatives $U_1 = -2.5 \text{ m/s}$ (-10% de U_∞). Dans cet intervalle la vitesse présente des fluctuations qui sont dues aux structures tourbillonnaires Q_1 et Q_2 .
- Zone où la vitesse de l'écoulement croît, en se rapprochant de l'arrête haute du culot, pour atteindre la valeur de la vitesse de l'écoulement principale où $U_1 = U_\infty$.

Pour l'abscisse $x/h = 1.52$, on constate que la vitesse diminue encore est atteint la valeur -7 m/s (-28% de U_∞). Ces valeurs négatives indiquent la recirculation du fluide dans le sillage du véhicule.

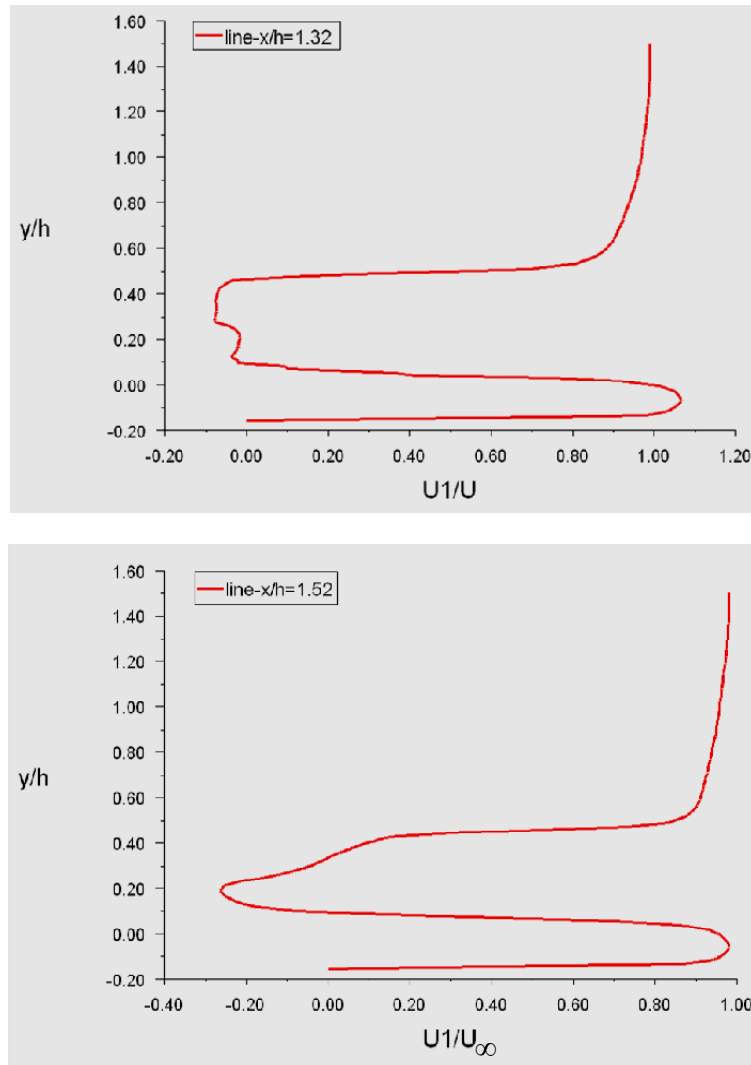


Figure V.22: Profil de vitesse longitudinale réduite U_1/U_∞ dans le plan longitudinal à $x/h=1.32$ et 1.52 .

V.2.3.3. Caractérisation des pertes énergétiques dans le sillage du véhicule

Les mêmes constatations faites dans le cas de bi corps, le contour de pression statique relevé dans le plan longitudinal médian, figure (V.23), montre que le véhicule est soumis à une différence de pression statique importante, 398 pas en amont contre 0 pas en aval. Ce qui a tendance à l'aspirer dans le sens opposé de l'écoulement.

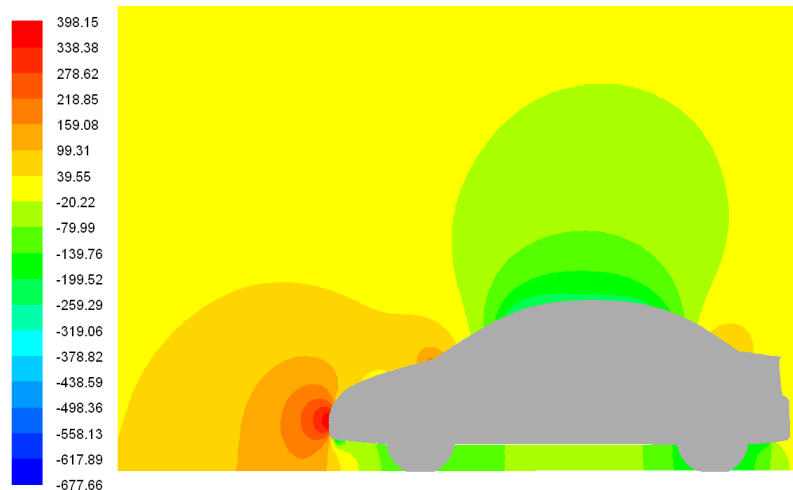


Figure V.23: contours de pression statique.

Cette répartition de pression statique est en accord avec celle obtenue par : Sun Yongling, Wu Guangqiang, Xieshuo [44].

Les contours de coefficient de perte de pression totale (perte d'énergie volumique) relevées dans un plan transversal situé aux abscisses réduites $x/h = 0.81$ (milieu de la descente du pavillon), $x/h = 1.14$ (milieu du coffre) et $x/h = 1.32$ (sur le culot), figure (V.24), montres :

A l'abscisse réduite $x/h = 0.81$, figure (V.25), les tourbillons longitudinaux sont une source importante de perte d'énergie volumique telle que la valeur de coefficient de pression totale est de **$C_{pi} = 0.82$** en moyenne.

A l'abscisse réduite $x/h = 1.14$, figure (V.26), la valeur de coefficient de pression totale dans les structures tourbillonnaires longitudinales T est de l'ordre de **$C_{pi} = 0.9$** .

En fin, dans le plan situé à l'abscisse réduite $x/h = 1.32$, figure (V.27), les valeurs de C_{pi} enregistrées sont relativement importantes et atteignent la valeur de **1.12** dans la structures toriques Q_1 et la valeur **1** dans la structure torique Q_2 par contre, dans les tourbillons T la valeur de C_{pi} ne dépasse pas 0.6 en moyenne.

Ces valeurs de C_{pi} sont faibles comparativement à celles relevées dans le cas de véhicule de type bi corps.

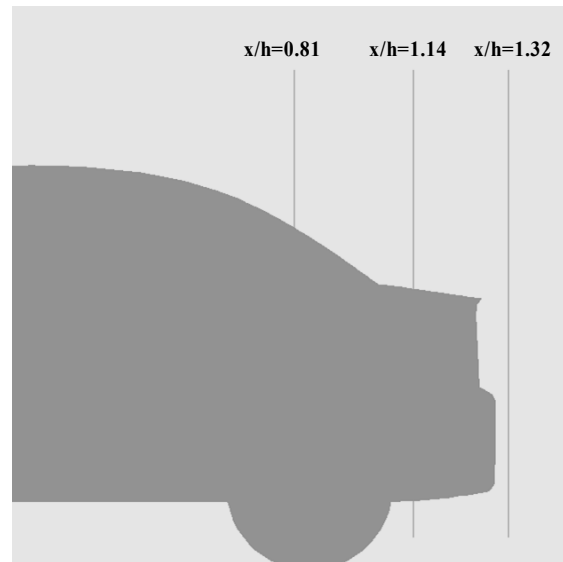


Figure V.24: plans de références.

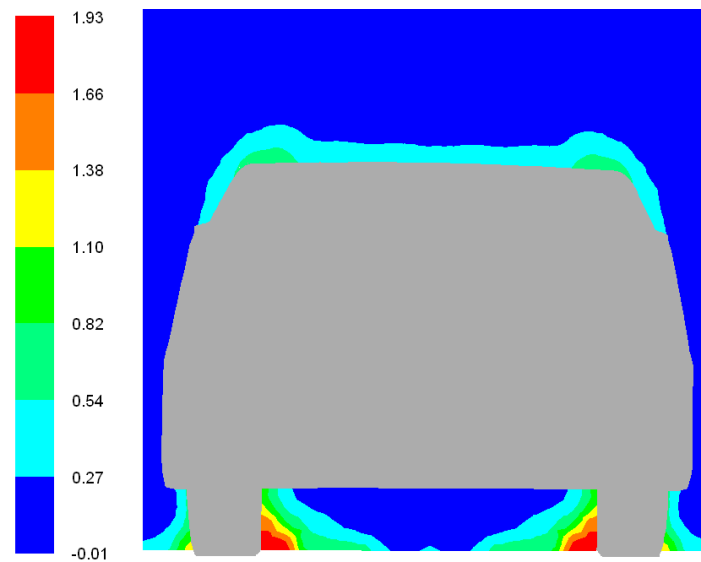


Figure V.25 : Contour de coefficient de pression totale relevée dans le plan transversal d'abscisse $x/h=0.81$ (le milieu de la descente du pavillon)

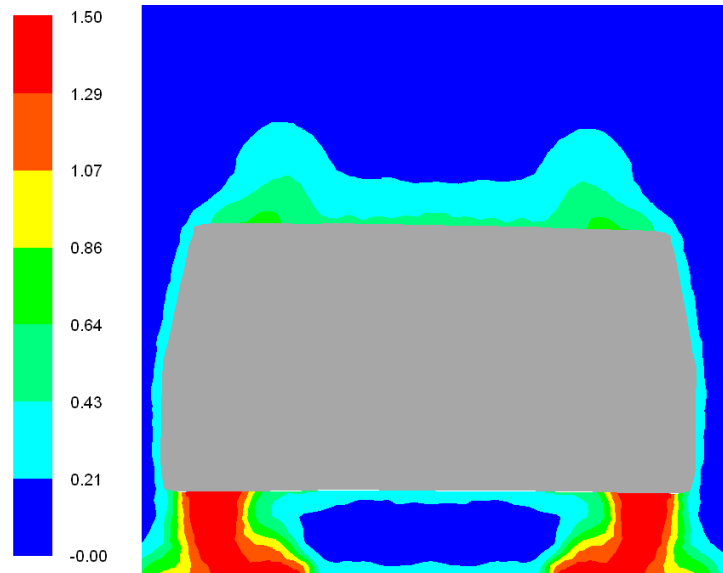


Figure V.26 : Contour de coefficient de pression totale relevée dans le plan transversal d'abscisse $x/h=1.14$ (le milieu de coffre)

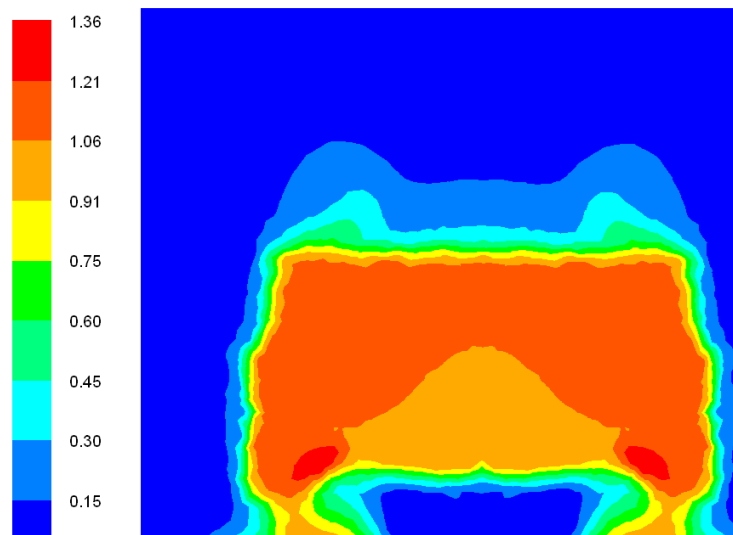


Figure V.27 : Contour de coefficient de pression totale relevée dans le plan transversal d'abscisse $x/h=1.32$.

La figure (V.28), montre les pertes de pression totale près de la paroi de culot, dont on remarque une augmentation de coefficient de perte d'énergie volumique de 0.07 jusqu'à 1.12. Ces pertes sont dues d'une part au décollement sur l'arrête haute du culot

(sillage), d'autre part au structure toriques transversale, qui présentent ici les valeurs $C_{pi}=1$ pour Q_1 et $C_{pi}=1.12$ pour Q_2 .

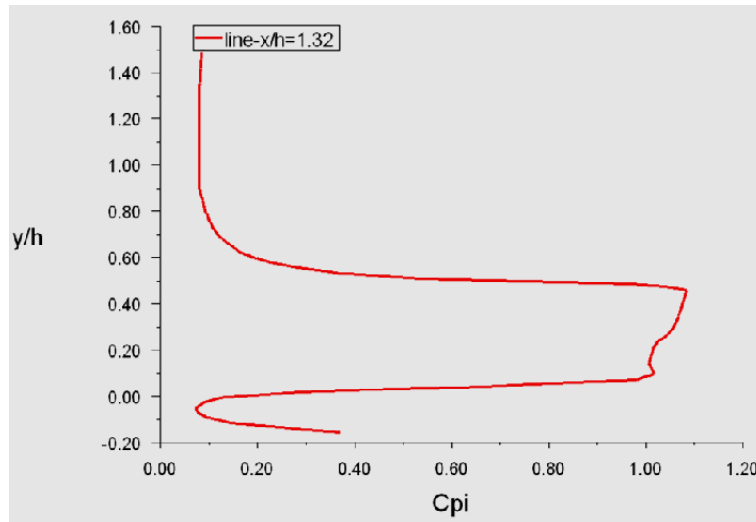


Figure V.28: Coefficient de perte de pression totale relevé dans le plan longitudinal médian à $x/h = 1.32$.

V.2.4. Les valeurs de coefficient de trainée obtenues par la présente simulation

On a vu dans le premier chapitre que la trainée de pression représente 60% de la trainée globale du véhicule automobile. Cette trainée se traduit par l'augmentation de la pression dans la partie avant du véhicule et la dépression dans le sillage de ce dernier, ce qui induit l'aspiration du véhicule dans le sens opposé de l'écoulement.

L'analyse des valeurs de coefficient de perte de pression totale relevées dans le sillage des deux géométries étudiées, montre que ces dernières sont importantes dans le cas de véhicule de type bi corps en particulier dans les tourbillons longitudinaux.

Ces pertes d'énergies importantes induisent à un coefficient de trainée aérodynamique élevé.

Les valeurs de coefficient de trainée C_x obtenus par la présente simulation pour les deux géométries sont données dans le tableau ci-dessous :

	C_x	$S.C_x$
<i>Véhicule bi corps</i>	0.39	0.765
<i>Véhicule tri corps</i>	0.29	0.569

*Tableau V.1 : les valeurs du coefficient
de trainée C_x obtenues*

La valeur de $C_x = 0.39$ apparaît surévaluée et cela vient le fait que l'arrière du véhicule bi corps n'est pas bien optimisée (l'angle de la lunette, hauteur de la lunette arrière...).

V.2.5. Influence des rajouts sur le coefficient de trainée

V.2.5.1. Influence d'un déflecteur placé sur l'arrête arrière du pavillon du véhicule bi corps

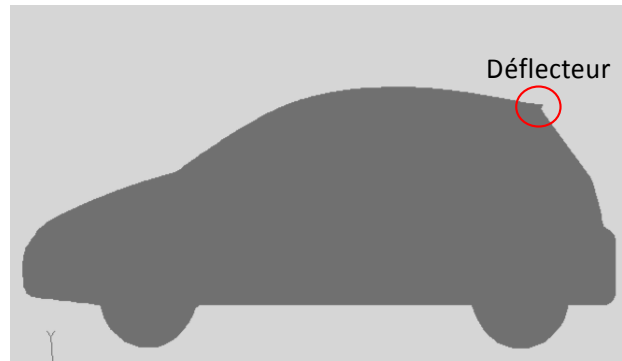


Figure V.29 : véhicule bi corps avec déflecteur

Dans cette partie, on s'intéresse à la réalisation d'un contrôle passif simple sur le véhicule automobile de type bi corps et à son influence sur le coefficient de trainée aérodynamique. Ce contrôle consiste en un déflecteur placé sur l'arête haute du hayon arrière du véhicule. Il s'agit ici de mettre en évidence les mécanismes physiques pouvant conduire à une réduction de la traînée globale du corps, notamment en ce qui concerne les interactions entre les différentes structures de l'écoulement.

L'augmentation du décollement provoquée par la présence du déflecteur figure (V.30), bien que pouvant paraître en premier abord augmenter la résistance à l'avancement, peut entraîner une diminution de la trainée. En effet lorsque le décollement s'avère suffisant, il vient contrecarrer le développement des structures tourbillonnaires longitudinales les plus énergétiques, réduisant ainsi leur influence sur la trainée.

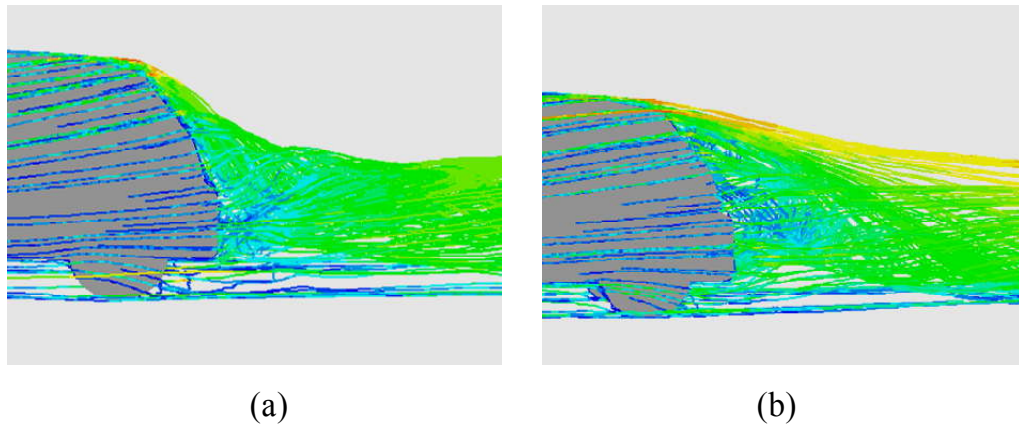


Figure V.30 : Décollement dans la partie arrière du véhicule bi corps :
 (a) Sans déflecteur. (b) avec déflecteur.

Le contour de coefficient de perte de pression totale relevé dans le plan transversal à l'abscisse réduite $x/h=0.86$ montre que les tourbillons longitudinaux sont éliminés, et le décollement présente un coefficient de perte d'énergie volumique C_{pi} de l'ordre de **1.22** en moyenne, figure (V.31).

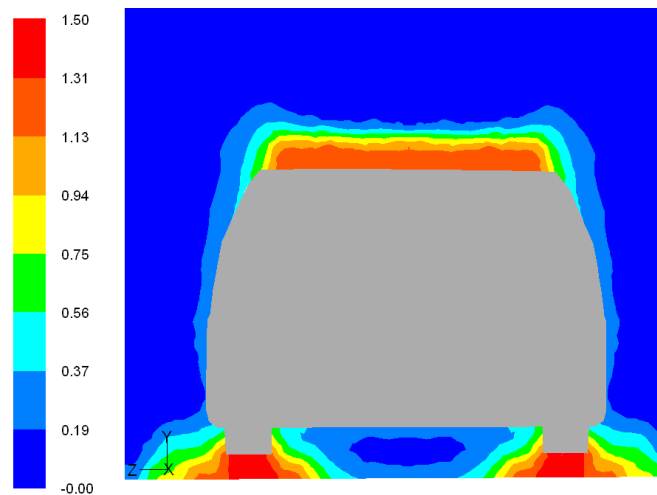


Figure V.31 : Contour de coefficient de pression totale dans le plan transversal
 d'abscisse $x/h=0.86$

La figure (V.32), schématise la topologie de l'écoulement sur la partie arrière d'un véhicule bi corps avec et sans déflecteur.

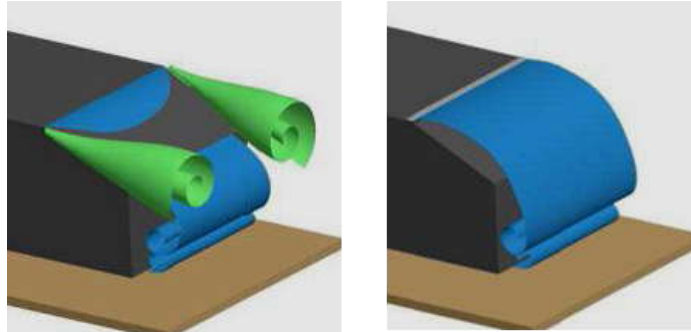


Figure V.32 : Description schématique de l'écoulement sans contrôle (gauche) et avec déflecteur (droite)

En conclusion l'intégration de déflecteur a contrecarré le développement des tourbillons longitudinaux les plus énergétiques et permet de réduire le coefficient de traînée aérodynamique du véhicule de 4 point c'est à dire le C_x diminue de **0.39** dans le cas sans déflecteur à **0.35** avec déflecteur, soit un gain de **11%** en traînée aérodynamique.

Le résultat de la présente étude est en accord avec celui obtenu antérieurement par Grégoire Fourrié, Laurent Keirsbulck, Larbi Labraga, [45], et met en évidence le couplage existant entre les structures tourbillonnaires longitudinales et l'écoulement décollé.

V.2.5.2. Influence des rétroviseurs placés sur le véhicule de type tri corps



Figure V.33 : véhicule tri corps avec rétroviseurs

Le sillage du rétroviseur de véhicule met en évidence l'importance de l'étude de celui-ci. En effet, il contribue de façon non négligeable à la traînée du véhicule.

La figure (V.34), représente le champ de vecteur vitesse dans le sillage du rétroviseur où l'écoulement décolle sur les arrêtes supérieure et inférieure de ce dernier et forme un sillage dans lequel les vecteurs vitesse sont dirigés dans le sens opposé à l'écoulement, ce qui s'explique par la recirculation du fluide.

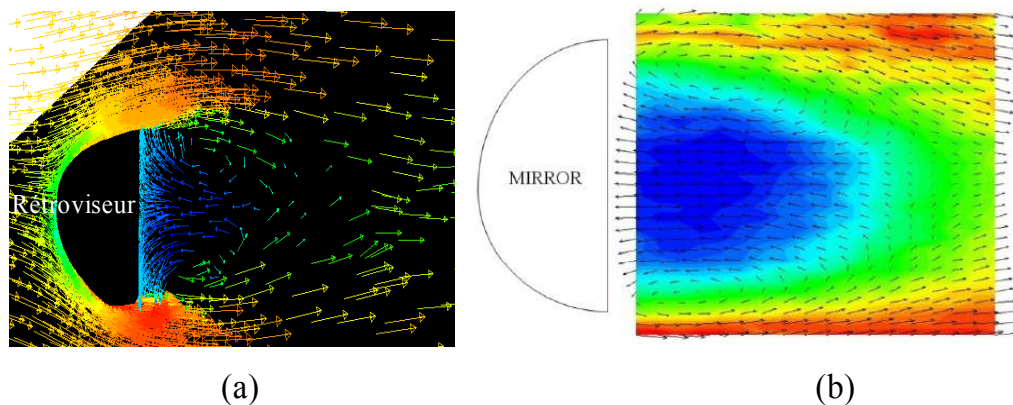


Figure (V.34) : champ de vitesse autour du rétroviseur.

(a) présente simulation (b) cas expérimental[46].

Le profil vertical de vitesse longitudinale, relevé dans le sillage du rétroviseur à $z/h=0.58$ d'abscisse $x/h=0.66$, figure (V.35), montre la diminution importante de la composante longitudinale de la vitesse, elle atteint la valeur -6.25m/s (-25% de la vitesse de l'écoulement principal U_∞). Les valeurs négatives de la vitesse indiquent la recirculation dans le sillage et par conséquence pertes d'énergie volumique.

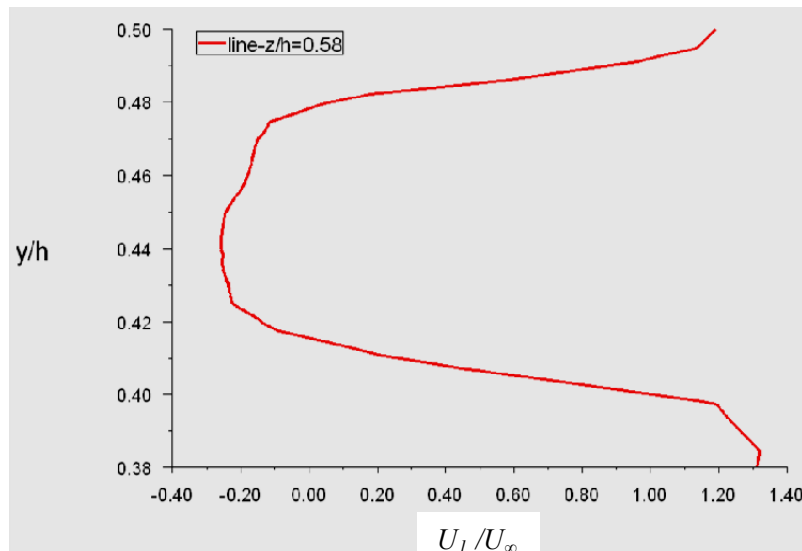


Figure V.35 : profil de vitesse longitudinale réduite U_1/U_∞ dans le sillage du rétroviseur $z/h=0.58$ d'abscisse $x/h=0.66$.

La figure (V.36), qui représente le contour de coefficient de perte de pression totale, montre des pertes d'énergie volumique très importantes telle que la valeur de C_{pi} dans le sillage près est de 1.85 en moyenne. Ces pertes sont dues à la recirculation du fluide dans le sillage du rétroviseur.

Le profil de la figure (V.37), qui représente l'évolution du coefficient de perte de pression totale en fonction de la hauteur réduite y/h du rétroviseur, à $z/h=0.58$ d'abscisse $x/h=0.66$, montre aussi que le sillage considéré est le siège de pertes de pression totale importantes, C_{pi} est de l'ordre de 1.85 sur toute la hauteur du rétroviseur.

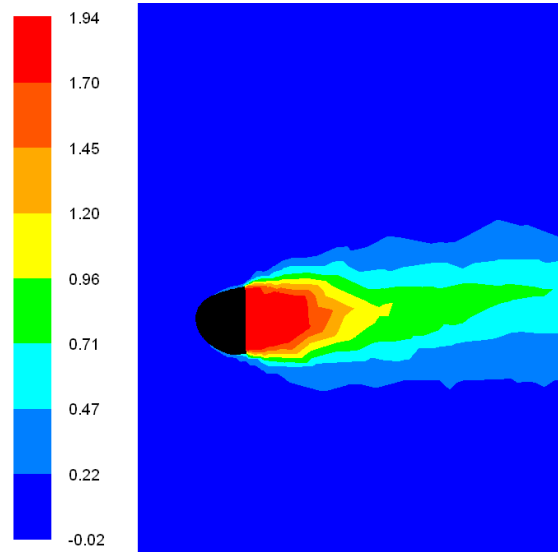


Figure V.36 : le contour de coefficient de pression totale dans le sillage du rétroviseur.

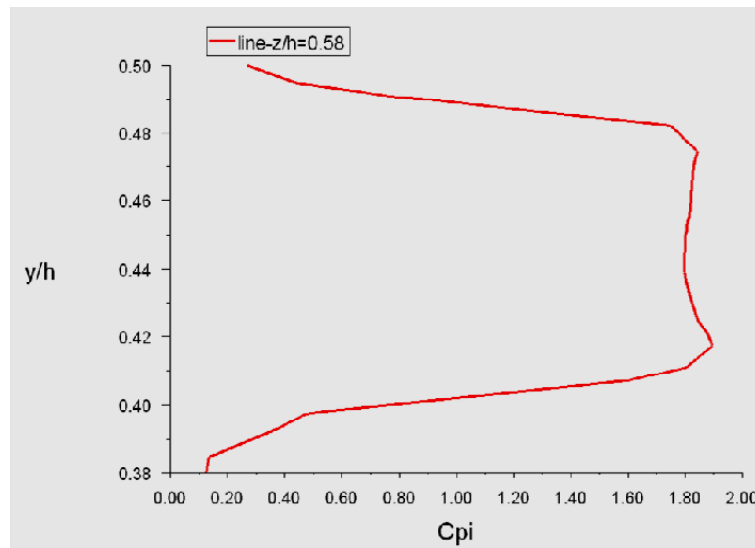


Figure V.37 : profil de coefficient de pression totale dans le sillage du rétroviseur $z/h=0.58$ d'abscisse $x/h=0.66$

En conclusion, la valeur de coefficient de trainée aérodynamique du véhicule tri corps avec intégration des rétroviseurs obtenu dans la présente étude est de **0.32** c'est à dire les rétroviseurs contribues d'environ **9.3%** dans la trainée aérodynamique.

Les études expérimentales ont montrées que le rétroviseur peut contribuer d'environ 9% dans la trainée aérodynamique [23].

Le tableau (V.2), ci-dessous récapitule les résultats de la présente simulation :

	Le coefficient C_x	S.C_x
Véhicule bi corps	0.39	0.760
Véhicule tri corps	0.29	0.568
Véhicule bi corps avec déflecteur	0.35	0.686
Véhicule tri corps avec rétroviseurs	0.32	0.640

Tableau V.2 : tableau récapitulatif des résultats obtenus

Conclusion générale

Nous avons abordé au cours de ce travail l'étude des performances aérodynamiques de deux géométries différentes de véhicule terrestres : un véhicule de géométrie de type bi corps et un autre de géométrie de type tri corps. D'autre part, on a quantifié la contribution du déflecteur placé sur l'arête haute du hayon arrière du véhicule et des rétroviseurs dans la trainée aérodynamique. Nous avons procédé à des simulations à l'aide d'un code basé sur un schéma de discrétisation aux volumes finies des équations qui régissent l'écoulement. La turbulence a été modélisée à l'aide de modèle **RNG-k.ε**.

La présente étude nous a permis de voir la complexité de la structure de l'écoulement en aérodynamique automobile écoulement décollé (à l'arrière du véhicule), sillage tridimensionnel, compétition entre tourbillons longitudinaux (issus des montants de baie, des montants de lunette ou de soubassement), interaction des sillages des roues et des rétroviseurs avec le sillage du véhicule, etc.

Cette simulation nous a permis aussi de voir que les décollements et les structures tourbillonnaires développées dans le sillage du véhicule est le siège de pertes d'énergie volumique importante.

La connaissance de cette structure de l'écoulement est d'une importance capitale pour l'amélioration de la géométrie du véhicule et par conséquent ses performances aérodynamiques.

A travers cette étude, on a montré que la modification de la partie arrière du véhicule a changé parfaitement la topologie de l'écoulement et induit à une variation importante de la valeur de coefficient de trainée aérodynamique.

La présente étude montre que la modification de l'arrière du véhicule est responsable d'une variation importante de coefficient de trainée C_x , et permet aussi de dire que le véhicule de type Tri corps est beaucoup plus aérodynamique que le type Bicorps.

En fin cette étude permet de mettre en évidence l'influence des accessoires même de faibles dimensions (déflecteur et rétroviseurs) sur la topologie de l'écoulement et la performance aérodynamique du véhicule.

Références bibliographiques

- [01]- **Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat (GIEC)** ;
«Bilan 2001 des changements climatiques : Les éléments scientifiques», *3^{ème}-rapport d'évaluation*, 2001.
http://www.grida.no/climate/ipcc_tar/vol4/french/pdf/wg1sum.pdf
- [02]- **M -Roumeas Mathieu** ;
«Contribution à l'analyse et au contrôle des sillages de corps épais par aspiration ou soufflage continu».
Institut national polytechnique de Toulouse : n° 2348 (2006)
- [03]- **Cédric Leclerc** ;
«Réduction de la traînée d'un véhicule automobile simplifiée à l'aide du contrôle actif par jet synthétique».
Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse. Thèse Doctorat 2008.
- [04]- **Patrick Gilliéron et Eugénie Levallois-Goy** ;
«Contribution de l'aérodynamique au développement durable et sécuritaire dans l'automobile».
Direction de la recherche, Renault SA, service 64260, Code API : TCR AVA 058,
1 avenue du golf, 78288 Guyancourt Cedex France (2006).
- [05]- **Cahit YÜRLEK**;
«Study of the flow around a bus model» Çukurova university institute of natural and applied sciences ADANA (2008)
- [06]- **Huchot W.H.**, "Aerodynamics of road vehicles (4th ed.)", Society of Automotive Engineers, Inc. ISBN 0-7680-0029-7, 1998.
- [07]- **Cogotti A.**, "Unsteady aerodynamics at Pininfarina road turbulences simulation and time dependant technics", 5th Stuttgart International Symposium Automotive and Engine Technology, Stuttgart, 2003.

- [08]- **Noger C. & Gilliéron P.**, "Banc expérimental d'analyse des phénomènes aérodynamiques générés par le dépassement de deux véhicules automobiles", 16ème Congrès Français de Mécanique, Nice, France, 1-5 Sept. 2003.
- [09]- **Florent Mortel**, "L'aérodynamique dans l'automobile", Université de Technologie Belfort-Montbéliard.
- [10]- **Wong.J.Y.** " Theory of Ground Vehicles ". **John Wiley & sons**. 1993 (2nd edition) 2001 (3rd edition).
- [11]- **Onorato M., Costelli A.F. & Garonne A.**, "Drag measurement through wake analysis", SAE International congress and Exposition, No. SP6569, pp. 85-93, Detroit, 1984.
- [12]- **Beaudoin J. F., Cadot O., Aider J. L., Gosse K., Paranthoën P., Hamelin B.** «Cavitations as a complementary tool for automotive aerodynamics», Experiments in Fluids, **37**, pp. 763-768. 2004.
- [13]- **GilliéronP., Chometon F. & Laurent J**, «Analysis of hysteresis and phase shifting phenomena in unsteady three-dimensional wake», Experiment in Fluid, **35**, pp. 117-129, 2003
- [14]- **Lehugueur B., Gilliéron P. & Ivanic T**, "Characterization of C-Pillar vortices by 3D PIV, Workshop on particle image velocimetry in car industry", Gurgliasco, Italy. 2005
- [15]- **Pierre Duysinx** "Performances du véhicule", Université de Liège.
- [16]- **Douglas C. Giancoli**, "Physique générale: Mécanique et thermodynamique", De Boeck Université, 1993 (ISBN 978-2804117009).
- [17]- **Th. Faure**; "Aérodynamique appliquée " Université Pierre et Marie Curie- Paris 6, (2006).
- [18]- **Ivanic. T & Gilliéron. P**; "Reduction of the aerodynamic drag due to cooling systems: an analytical and Experimental approach", SAE 2005-01-1017, April 11-14, Detroit, Michigan.

- [19]- **Lehuteur B & Gilliéron P**; «Characterization of longitudinal vortices in the wake of a simplified car model», AIAA-2005-5383. (2005)
- [20]- **Gilliéron P**; «Analyse, modélisation et typologie des écoulements de culot dans l'automobile», AAAF-36^{ème} colloque d'aérodynamique appliquée 20-22 March 2000.
- [21]- **Thivolle-Cazat E. & Gilliéron P**, «Modèle analytique d'hélice ventilateur pour la conception de roues aspirantes», 17ème congrès Français de Mécanique, 29 Août – 02 Septembre 2005, Troyes
- [22]- **T. Gillespie**; «Fundamentals of vehicle Dynamics», Society of Automotive Engineers (SAE). 1992.
- [23]- **Philippe Terrier avec la collaboration de Idriss Amara** «Technologies à vocation environnementale appliquées au transport».
| Véhicules hybrides | TCH 090-095, 08 Septembre 2008.
- [24]- **Mohd Khalil Azingah** « simulation and analysis drag and lift coefficient between sedan and hatchback car ».
Faculty of Mechanical Engineering , University Malaysia Pahang Nov 2008.
- [25]- **Piquet .J**, «La turbulence et sa modélisation», Tome 1
E.N.S.M France 1983.
- [26]- **Chassing .P**,«Turbulence en mécanique des fluides. Analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur» Toulouse, 2000.
- [27]- **Laurent Keirsbulck**. «Turbulence» D.E.A
Université de Valenciennes, France ; 2004.
- [28]- **Began. A**, «Convection heat transfert » John and Wiley and Sons, New York. 1984.
- [29]- **Candel. S** ,«Mécanique des fluides» ; 2^{ème} édition Paris , 1995.
- [30]- **Charles. Chemel**, «Modélisation et simulation des écoulements d'air dans les serres». Stage effectuée à l'INRA en Avignon. Unité Plantes et Systèmes Horticoles
Avril - Août 2001.
- [31]- **Jean Philippe Boin** : «Turbulence» cours de 2^{ème} année de l'ENSIB 2001/2002.

- [32]- **Cousteix.J** , «Turbulence et couche limite», Toulouse.1989.
- [33]- **Launder. B & Spalding .D**, «The Numerical computation of turbulent flows, computer methods in applied Mechanics and engineering » 3pp.269-289. 1974.
- [34]- **Christophe. B & Genevieve.C.B**, «Turbulence» CNRS édition Paris. 2003.
- [35]- **Yakhou .V & Orszag. S. A**, «Renormalization group analysis turbulence » Basic theory I.n.t.j.Sci Comput 1, pp1.51. 1986.
- [36]- **Mme DJOUMAA Sihem**. «Simulation de l'écoulement transsonique autour d'une aube de turbine» Thèse Doctorat : Département de Mécanique. Université de Batna. 2007.

- [37]- **Patankar.S.V & Spalding.D.P**, «A calculation procedure for heat mass and momentum transfer in 3D parabolic flows », int. Heat and Mass transfer, vol 15, pp1787, 1806. 1972.**1972**.
- [38]- **Patankar.S.V**, «Numerical Heat Transfer and fluid flow» Mc Graw, 1980.
- [39]- **Keltoum Boutrouft**, «Instabilités thermoconvectives de type Reyleigh-Taylor dans les fluides supercritiques». N° 2006-ENAM0067. Thèse Doctorat. 2006.
- [40]- **Courant.R- Isaacson.E & Rees.M** , «On the solution non linear hyperbolic differential equations bay finite differences». In communication on pure and applied Mathematics, 5. 1952.
- [41]- **Spalding.D.B**, «A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives» Internal journal of numerical methods in Engineering, 4,551. 1972.
- [42]- **Versteeg. H. K & Malalasekera. W**, «An introduction to computational fluid dynamics ». The finite volume method.
Copublished in the United States with: John Wiley & Sons Inc, 605 third Avenue, New York, 10158. 1995.
- [43]- **Lasse Christoffersen, Christoffer Landström, Lennart Löfdahl**.
«Implementing advanced CAE tools in automotive engineering education Atchalmers University of technology».

Chalmers University of Technology/Applied Mechanics, Sweden. 2009.

[44]- **Sun Yongling, Wu Guangqiang, Xieshuo.**

«Numerical simulation of the external flow field around a bluff car».

Automotive Engineering Department, Shanghai Tongji University. Shanghai, China

[45]- **Grégoire Fourrié, Laurent Keirbulck, Larbi Labraga.**

«Contrôle de l'écoulement autour d'une géométrie simplifiée de véhicule par déflecteur».

IUT GMP – Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis.

Laboratoire de Mécanique et Énergétique.

Le Mont Houy 59313 Valenciennes Cedex 9.

[46]- **Jeong-Hyun Kim, Yong Oun Han and Byoung-Duk Lim.**

«Experimental study of statistical and spectral characteristics of wake flow around the rear view side mirror of a passenger car».

School of Mechanical Engineering, Yeungnam University, Gyeongsan, Gyeongbuk, 712-749, Korea, 2009.

Annexes

Annexe A

Tutorial de Fluent

1. Introduction

Le logiciel Gambit est un mailleur 2D/3D; pré-processeur qui permet de mailler des domaines de géométrie d'un problème de CFD (Computational Fluid Dynamics). Il génère des fichiers *.msh pour Fluent. Fluent est un logiciel qui résout par la méthode des volumes finis des problèmes de mécanique des fluides et de transferts thermiques. Gambit regroupe trois fonctions : définition de la géométrie des problèmes (construction si la géométrie est simple ou bien import de la géométrie CAO), le maillage et sa vérification, la définition des frontières (Types de conditions aux limites) et définitions des domaines de calculs.

2. Démarrage de Gambit

Le chemin de l'application de Gambit est le suivant :

:/Fluent.Inc/ntbin/ntx86/Gambit.exe

On peut créer un raccourci dans la barre des tâches.

On lance le Gambit à l'aide du raccourci, ce dernier lance un programme nommé Exceed qui permet la visualisation sous Windows et la fenêtre de Gambit s'ouvre.

Dans Gambit [File], [New], on donne le nom du fichier puis [accept].

S'il y a un problème d'exécution, supprimez tous les fichiers *.lok dans le répertoire.

3. Création de la géométrie

Dans notre cas la géométrie est un véhicule automobile (3d). Vue la complexité de cette géométrie étudiée, sa création est effectuée à partir des point, courbes, créer des surfaces à l'aide de ces courbes puis le volume en collant les surfaces.

Les géométries obtenues sont les suivantes :

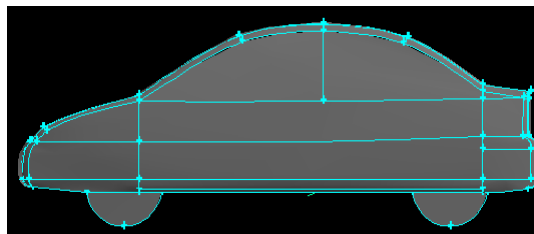


Figure 1 : véhicule tri corps

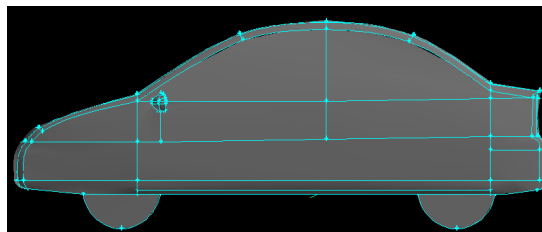


Figure 2 : véhicule tri corps avec rétroviseurs

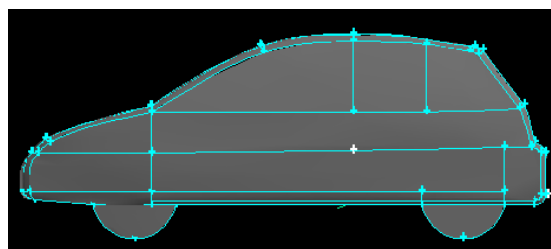


Figure 3 : véhicule bi corps

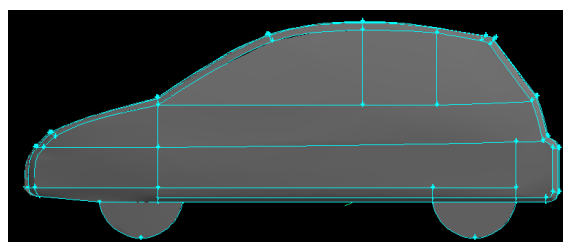


Figure 4 : véhicule bi corps avec déflecteur

4. Maillage de la géométrie

Gambit permet de mailler automatiquement suivant plusieurs types de maillage (Tet, Hex, ou mixte), et suivant différents algorithmes. Il faut entrer la taille du maillage.

Mesh→faces→Mesh faces

Sélectionner les faces, le type d'éléments (**Tri**), le type de mailleur (**pave**) puis entrer la taille du maillage (0.035), [**Apply**](pour les faces du volume intérieur), et 0.4 pour les faces du volume extérieur.

Après le maillage de toutes les faces on passe au maillage du volume ;

Mesh→Volume→Mesh Volume

Sélectionner le volume, le type d'éléments (**Tet/Hybrid**), le type de mailleur (**TGrid**), [**Apply**].dans ce cas par défaut la taille du maillage est de 0.035 pour le volume intérieur. Par la suite le maillage augmente progressivement jusqu'à 0.4 sur les faces du volume de contrôle extérieur.

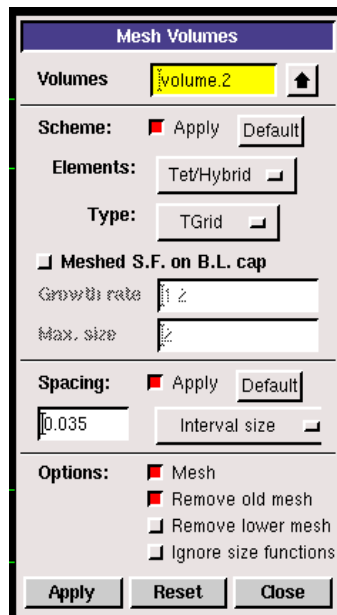


Figure 5 : Génération du maillage volumique

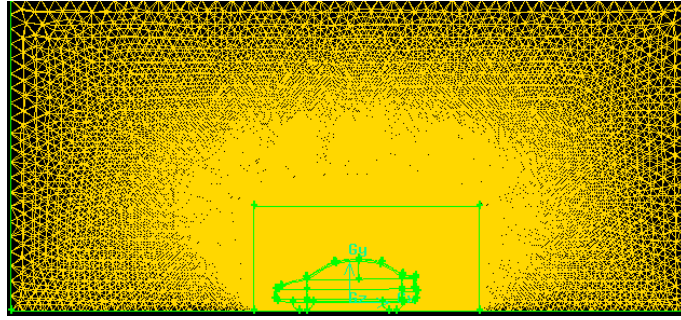


Figure 6 : Représentation du maillage

5. Définition des conditions limites

Définir les entités qui seront des murs, des entrées ou des sorties, des volumes fluides ou solides. Pour cela, dans **Zones**→**Specify Boundary Types** et dans **Name** et **Type**, on entre le nom de la zone, le type et on sélectionne l'entité, puis [**Apply**]

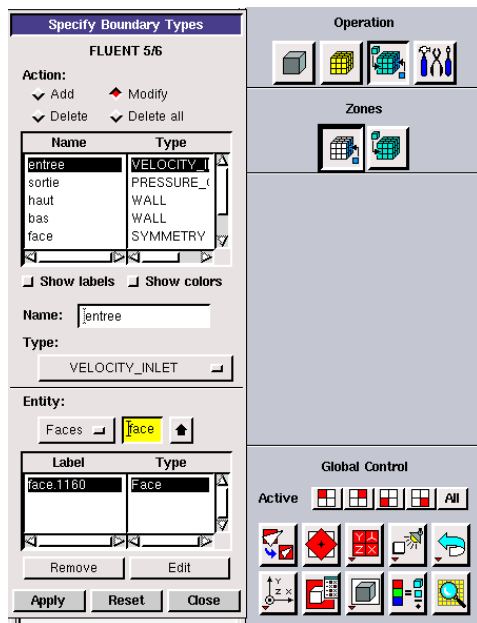


Figure 7: Conditions aux limites sur les faces

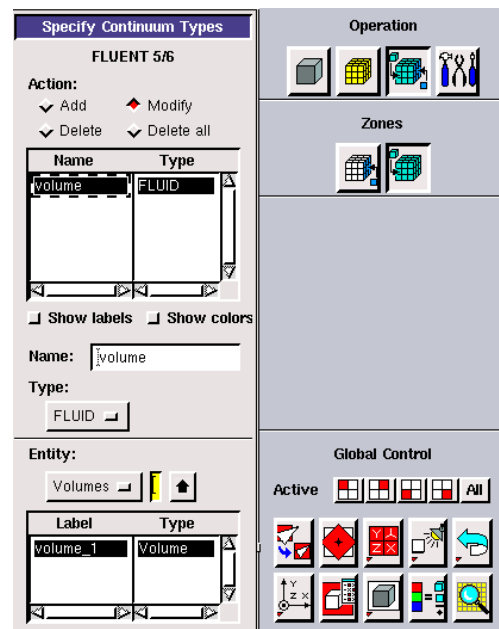


Figure 8 : Conditions aux limites sur le volume

6. Exporter le maillage et sauvegarder la session

- a. Après définition des conditions aux limites, le fichier contenant le maillage est exporté ;

File → Export → Mesh

b. Sauvegarder la session et quitter le GAMBIT ;

File → Exit

7. Simulation sous Fluent

- **Importation de la géométrie (*.msh)**

Pour commencer la simulation il faut importer le fichier (*.msh) généré sous Gambit.

File → Read → Case

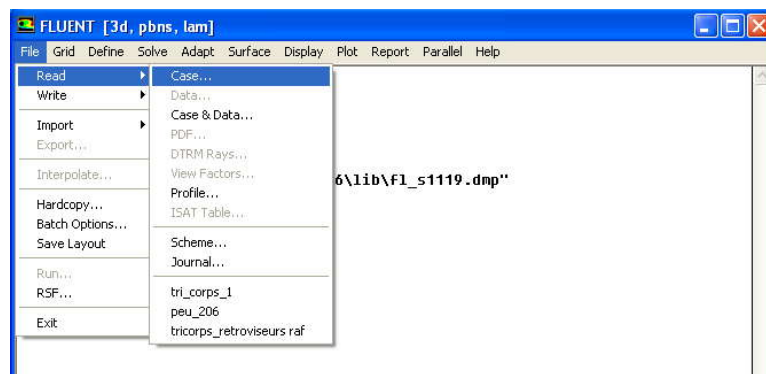


Figure 9 : Importation de la géométrie

- **Vérification du maillage importé**

Ceci permet de vérifier si le maillage importé ne contient pas d'erreurs ou de volumes négatifs.

Grid → Check

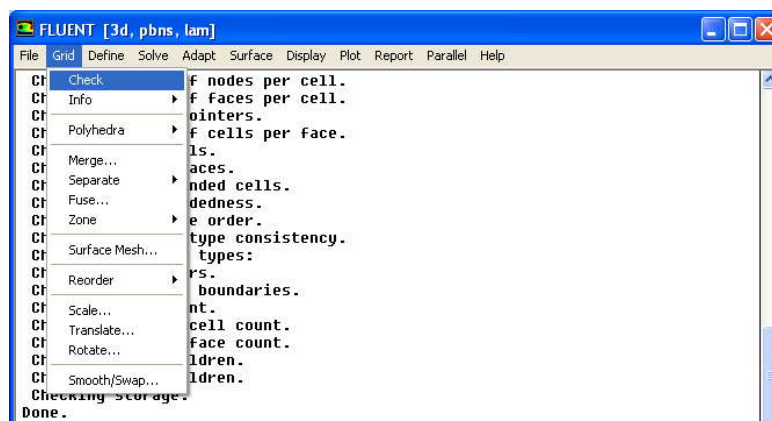


Figure 10: Vérification du maillage sous Fluent

- **Lissage du maillage (Smooth and Swap the grid)**

Il est pratique de lisser le maillage pour s'assurer de sa qualité, cliquer sur le bouton Smooth puis sur le bouton Swap. Répéter jusqu'à ce que Fluent affiche que zéro faces sont Swapped.

Grid → Smooth/Swap

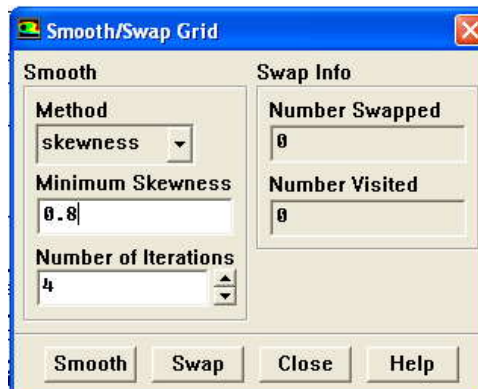


Figure 11 : Lissage du maillage

- **Choix du solveur**

Define → Models → Solver

C'est là aussi qu'on choisit le régime d'écoulement : permanent ou instationnaire.

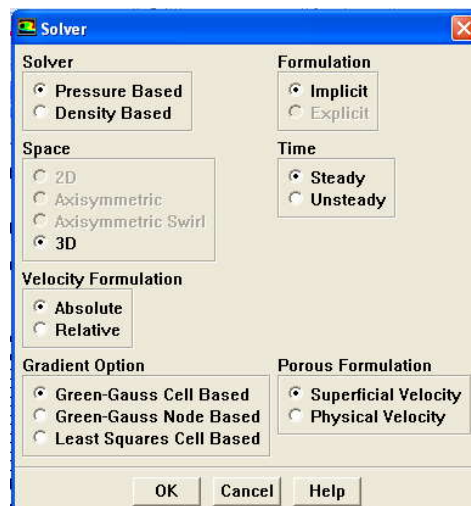


Figure 12 : Choix du solveur sous Fluent

- **Choix du modèle de turbulence**

Fluent propose différentes modélisations de l'écoulement turbulent.

Define → Models → Viscous

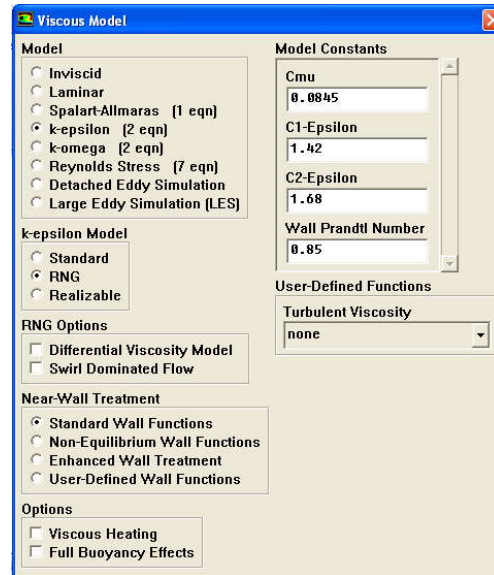


Figure 13 : Choix du modèle de turbulence

- Définition des caractéristiques du fluide

Les caractéristiques du fluide sont chargées à partir de la bibliothèque de données de Fluent.

Define → Materials

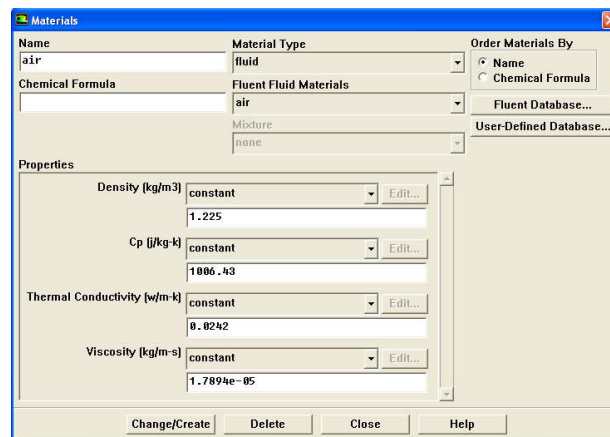


Figure 14 : Définition des caractéristiques du fluide

- Operating Conditions

Avant de choisir les conditions aux limites, il faut choisir d'abord la valeur de la pression de référence.

En effet Fluent effectue tous les calculs avec une pression appelée Gauge Pressure. Fluent prend par défaut la valeur de la pression atmosphérique comme operating pressure.

Define → Operating Conditions

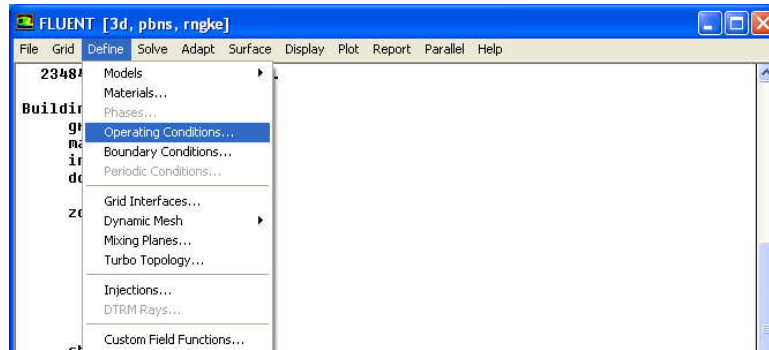


Figure 15 : Choix de la pression de référence

- **Condition aux limites**

Fixer les valeurs des conditions aux limites :

Define → Boundary Conditions

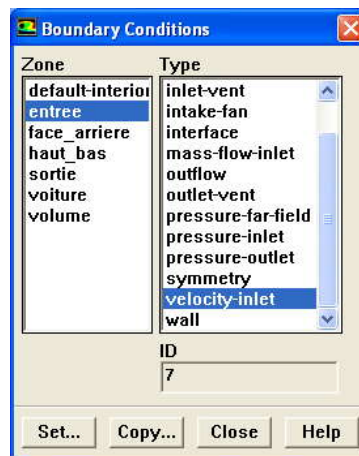


Figure 16 : Valeurs des conditions aux limites

Comme exemple Velocity inlet :

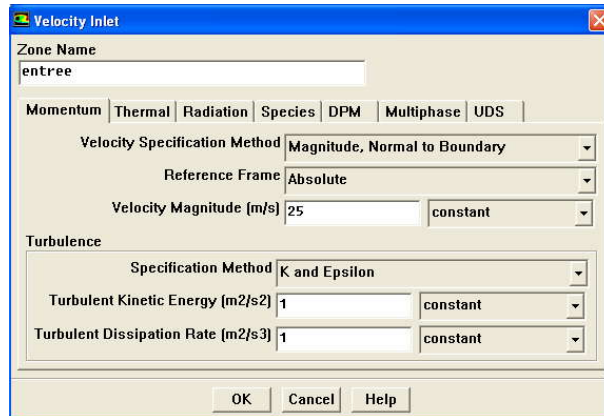


Figure 17: Velocity inlet

- **Choix des critères de convergence**

Il s'agit ici de choisir les critères qui doivent être vérifiés pour que les calculs de la simulation s'arrêtent.

Solve → Monitors → Residual...

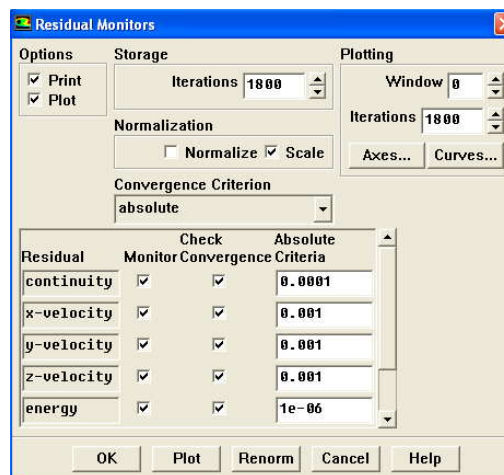


Figure 18 : Choix et affichage pendant les calculs
des critères de convergence

- **Evolution de coefficient de trainée**

Solve → Monitors → Force...

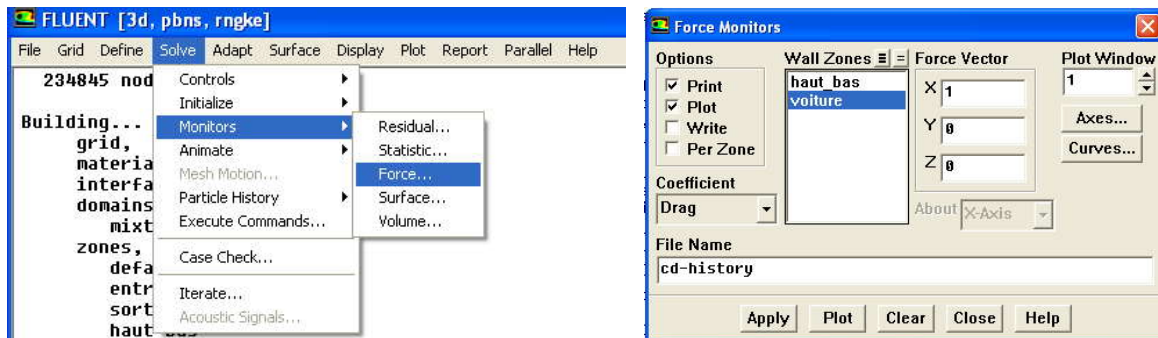


Figure 19 : Evolution de coefficient de trainée de la voiture

- **Initialisation des calculs**

Solve → Initialize → Initialize...

Il est conseillé dans nombreux cas d'initialiser les calculs aux conditions de l'entrée.

Dans notre cas c'est la vitesse d'entrée.

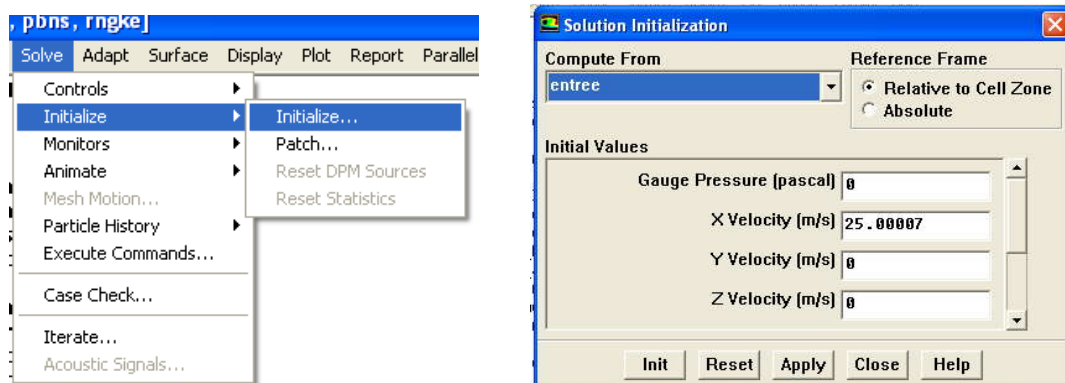


Figure 20 : Initialisation des calculs

- **Sauvegarde du fichier *.case**

File → Write → Case

- **Lancement de la simulation**

Solve → iterate

Le paramétrage étant effectué, il ne reste plus qu'à choisir le nombre d'itérations que Fluent devra réaliser.

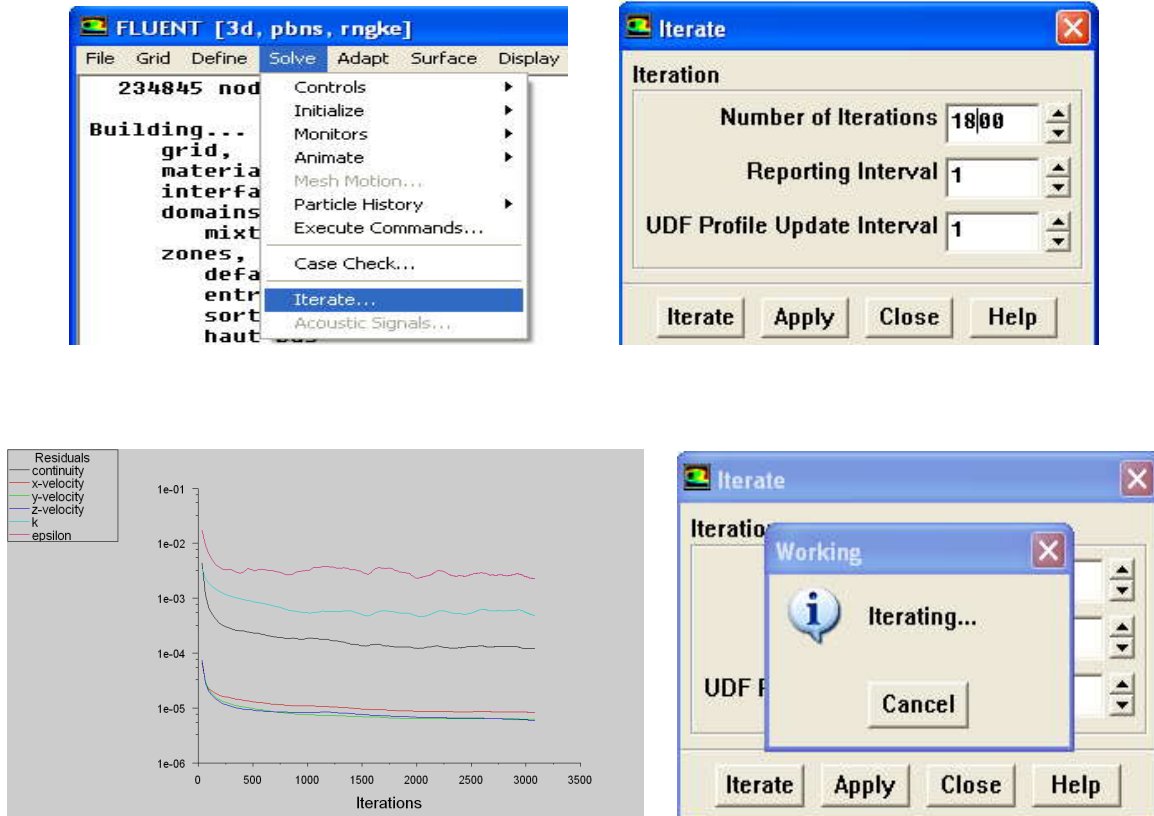
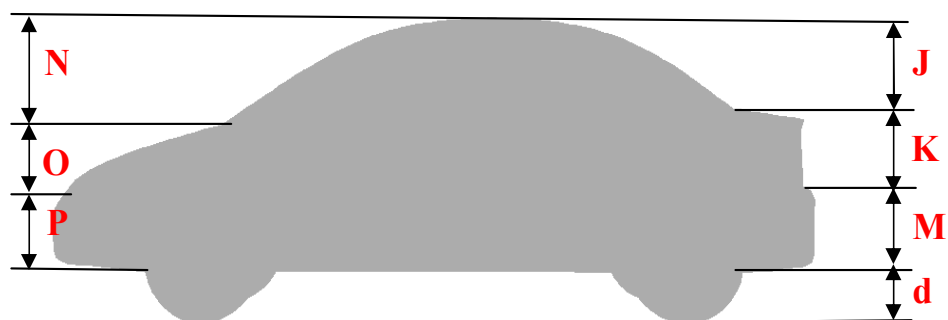
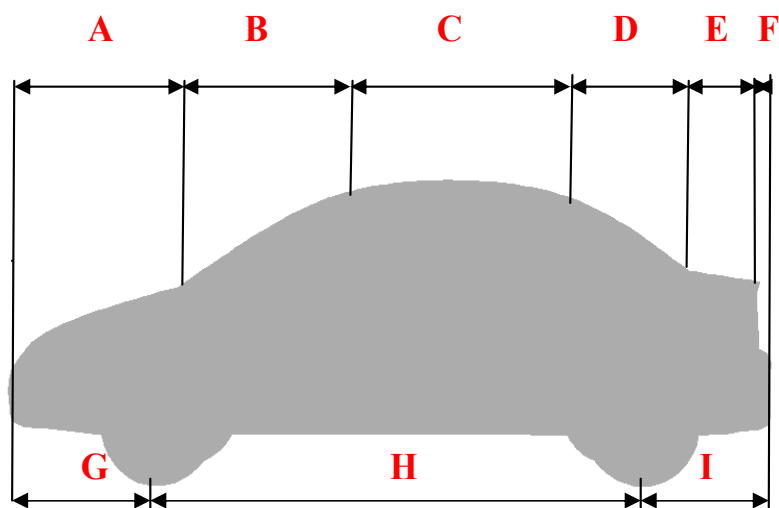


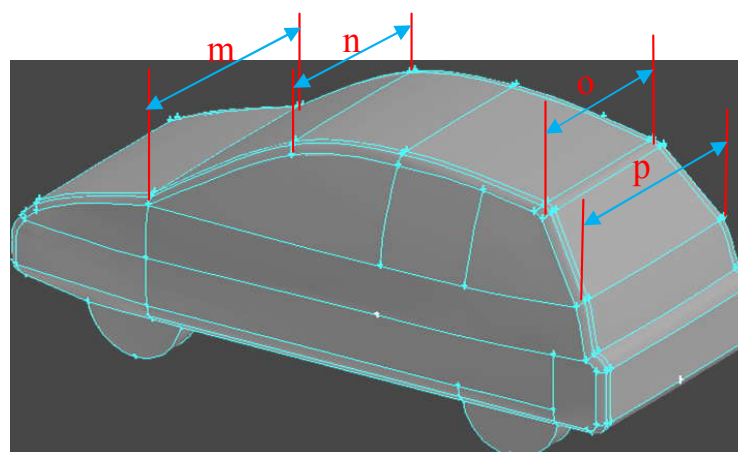
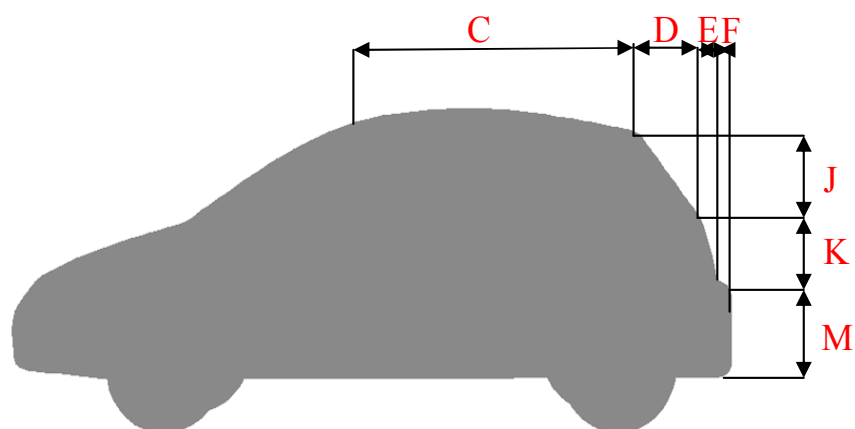
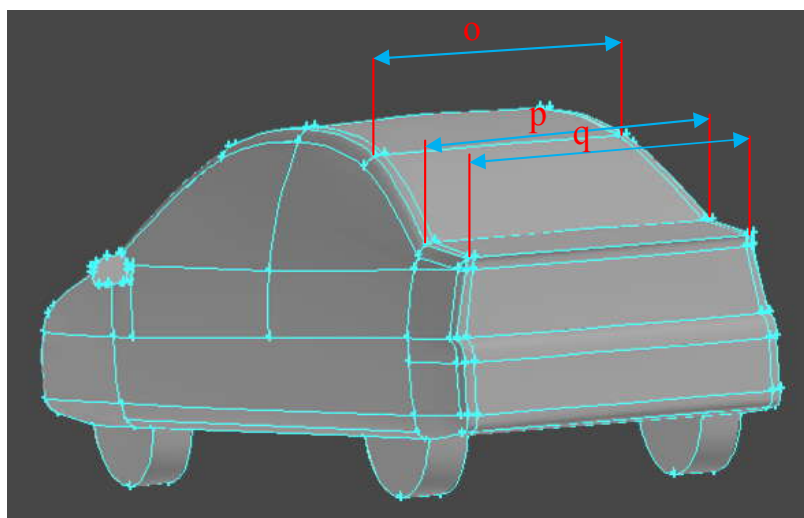
Figure 21 : Lancement de la simulation

• Post-Traitement numérique de la solution

Fluent fournit des outils qui permettent de trouver le coefficient de trainée, les lignes de courant, les vecteurs vitesse,...

Pour différents résultats de la simulation voir chapitre résultats et discussions.

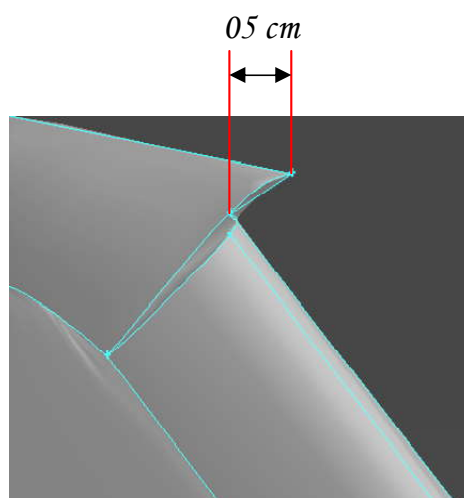
*Annexe B**Dimensions des géométries*



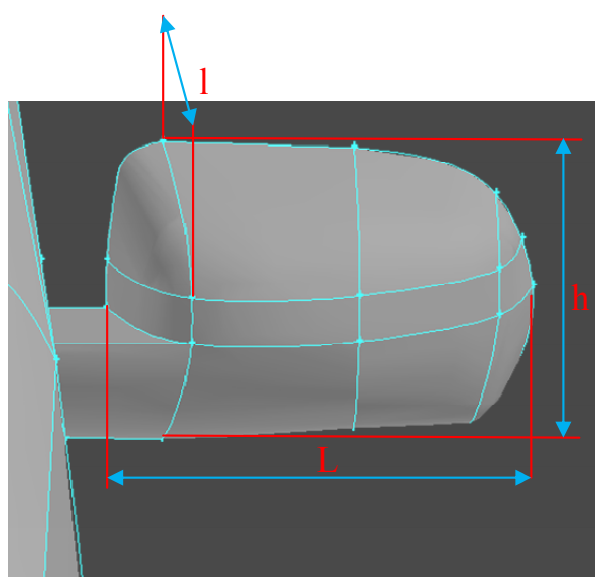
Dimensions (cm)

	<i>Bi corps</i>	<i>Tri corps</i>	<i>rétroviseurs</i>
<i>Longueur totale (L)</i>	<i>384</i>	<i>414</i>	<i>18</i>
<i>Largeur totale (l)</i>	<i>158</i>	<i>158</i>	<i>10</i>
<i>Hauteur totale (h)</i>	<i>152</i>	<i>152</i>	<i>15</i>
<i>Empattement (H)</i>	<i>240</i>	<i>260</i>	<i>-</i>
<i>Soubassement (d)</i>	<i>23</i>	<i>23</i>	<i>-</i>
<i>Voie avant (G)</i>	<i>82</i>	<i>82</i>	<i>-</i>
<i>Voie arrière (I)</i>	<i>62</i>	<i>72</i>	<i>-</i>
<i>Port à faux avant</i>	<i>80</i>	<i>80</i>	<i>-</i>
<i>Port à faux arrière</i>	<i>61</i>	<i>69</i>	<i>-</i>
<i>A</i>	<i>96</i>	<i>96</i>	<i>-</i>
<i>B</i>	<i>80</i>	<i>80</i>	<i>-</i>
<i>C</i>	<i>155</i>	<i>134</i>	<i>-</i>
<i>D</i>	<i>38</i>	<i>60</i>	<i>-</i>
<i>E</i>	<i>09</i>	<i>38</i>	<i>-</i>
<i>F</i>	<i>08</i>	<i>06</i>	<i>-</i>
<i>J</i>	<i>42</i>	<i>40</i>	<i>-</i>
<i>K</i>	<i>36</i>	<i>45</i>	<i>-</i>
<i>M</i>	<i>37</i>	<i>42</i>	<i>-</i>

N	46	46	-
O	36	36	-
P	45	45	-
m	74	74	-
n	60	60	-
o	54	58	-
p	68	66	-
q	-	63	-
Diamètre des roues	60	60	-
Epaisseur des roues	20	20	-



Dimension du déflecteur



Dimensions du rétroviseur