

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENNE
FACULTÉ DE PHYSIQUE**



Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Magister
en physique
Spécialité : Physique théorique

Par

MAYOUT Saliha

THÈME

**Oscillations non linéaires
dans les plasmas supra-thermiques à charge variable**

Soutenu publiquement le 08/07/2009, devant le Jury composé de

Mr	T. H. ZERGUINI	Professeur	U.S.T.H.B	Président
Mr	M. TRIBECHÉ	Maître de Conférences	U.S.T.H.B	Directeur de thèse
Melle	B. ALILI	Maître de Conférences	U.S.T.H.B	Examineur
Mr	A. BENZAOUI	Maître de Conférences	U.S.T.H.B	Examineur
Mr	M. DJEBLI	Maître de Conférences	U.S.T.H.B	Examineur

Remerciements

Par où commencer? Quelle langue utiliser pour les remerciements? C'est dur! Bon la liste des remerciements est longue, comme longue l'a été le travail de thèse effectué au sein du groupe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie HOUARI BOUMEDIENNE (USTHB) à Alger de Septembre 2007 à juin 2009.

*Je remercie sincèrement le docteur **Mouloud TRIBECHE**, mon directeur de thèse, avec qui j'ai pris grand plaisir à travailler, dans la rigueur et la bonne humeur. Outre la confiance qu'il m'a témoignée, il a constamment suivi la progression de mon travail pour le mener à bien et à terme. Qu'il trouve ici à travers ces quelques lignes l'expression de mon profond respect et de ma très haute considération.*

*J'exprime mes sincères remerciements au Professeur **Taha Houssine ZERGUINI** qui nous a honorés en acceptant de présider le jury de la présente thèse. Je le remercie également pour la confiance qu'il m'a témoignée en m'accueillant au sein de son groupe de recherche. Mes remerciements les plus vifs vont également au docteur **Mourad DJEBLI**, Maître de Conférences du laboratoire de Physique Théorique, au docteur **Ahmed BENZAOUI**, Maître de Conférences du laboratoire de Mécanique des Fluides ainsi qu'au docteur **Baya ALILI**, Maître de Conférences du laboratoire Matériaux et Composants pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury de la présente thèse. Je remercie **K. AOUTOU**, **S. YOUNSI** et **R. AMOUR** pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues et surtout pour leur aide précieuse dans les calculs analytiques et l'intégration numérique des équations de base de notre modèle.*

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de notre groupe de recherche (Benzekka, Halima, Lila, Berbri, Boubakour, Griba, Ghebache, Boumezoued, Bacha, Boukhalifa et Hadjez) et à ceux de l'équipe de Physique du Solide avec lesquels nous avons beaucoup interagi.

Que tous mes amis et mes collègues de la Faculté de Physique soient remerciés pour leur amitié et disponibilité.

Enfin, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mes parents, mes sœurs (Nadia, Fakia, Assia et Rana), mes frères (Hakim, Mounir, Riad, Selem et Mohamed Amine) et à tous mes proches pour leur inestimable affection, leur soutien et leurs encouragements sans cesse renouvelés. À tous ces derniers, j'exprime ma reconnaissance et ma profonde gratitude.

Table des matières

Introduction	4
1 La physique des plasmas poussiéreux	8
1.1 Propriétés des plasmas ordinaires	8
1.1.1 Longueur d'écran de Debye	9
1.1.2 Fréquence plasma	10
1.2 Propriétés des plasmas poussiéreux	11
1.2.1 Neutralité macroscopique	11
1.2.2 Longueur de Debye	
1.2.3 Paramètre d'accouplement de coulomb	13
1.3 Description mathématique des plasmas	14
1.3.1 Equations fluides	14
1.3.2 Equation de la charge	16
1.3.3 Equation cinétique de Vlasov	17
1.4 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux non magnétisé	18
1.4.1 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) ($\omega/k \gg \sqrt{T_d/m_d}$) . . .	19
1.4.2 Mode acoustique poussiéreux (DA) ($\omega/k \ll \sqrt{T_i/m_i}$)	19
1.5 Les structures solitaires	20
2 Onde acoustique poussiéreuse linéaire dans un plasma poussiéreux à charge variable contenant des ions supra-thermiques	23
2.1 Présentation physique du problème	23
2.2 Modèle théorique et équations de base	24

3	Onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux électroniquement appauvri contenant des ions supra-thermiques	29
3.1	Présentation physique du problème	29
3.2	Potentiel solitaire dans un plasma poussiéreux électroniquement appauvri . .	30
3.3	Généralisation du modèle précédent au cas d'ions supra-thermiques	36
3.3.1	Cas d'une seule température ionique	36
3.3.2	Existence des solitons	37
3.4	Cas de deux températures ioniques	42
4	Etude de l'influence de la supra-thermalité ionique sur les ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux à charge variable	51
4.1	Présentation physique du problème	51
4.2	Equations de base du modèle	52
4.2.1	Cas de la variation adiabatique de la charge électrique du grain de poussière	55
4.2.2	Cas de la variation non adiabatique de la charge électrique du grain de poussière	61
5	Conclusion	63
Bibliographie		71

Introduction

C'est en 1923 que les physiciens Langmuir et Tonk[1] ont introduit la première fois le terme plasma pour désigner le gaz ionisé contenu dans un tube de décharge. La physique des plasmas, science du 20^e siècle est née de l'étude des décharges dans les gaz. Depuis 1920 cette discipline s'est considérablement développée en raison de son intérêt (milieux naturels, applications industrielles), intégrant l'essentiel des connaissances de la physique moderne. Dans la nature, le plasma constitue le quatrième état de la matière et fait suite, dans l'ordre croissant des températures, aux états solides, liquides et gazeux. Un plasma se définit comme étant un gaz électrisé dont les atomes sont dissociés en ions à charge positive et en électrons à charge négative. Les étoiles, le milieu interstellaire, les nébuleuses et l'ionosphère sont à l'état plasma. A notre échelle, le nombre d'exemples d'états plasma est quelque peu limité et restreint. Nous citerons, à titre d'exemples, les tubes fluorescents (improprement appelés néons). Dans les conditions usuelles, un milieu gazeux ne permet pas la conduction de l'électricité. Les électrons libres et les ions positifs peuvent apparaître si on soumet le gaz à un champ électrique de forte intensité ou à des températures suffisamment élevées, si on le bombarde de particules ou s'il est soumis à un champ électromagnétique très intense. Un gaz présente toujours un certain degré d'ionisation. Lorsque l'ionisation est assez importante pour que le nombre d'électrons par unité de volume soit comparable à celui des molécules neutres, le gaz devient alors un fluide très conducteur qu'on appelle plasma. Notons que n'importe quel gaz ionisé ne représente pas forcément un état plasma. Un plasma se définit donc comme étant un gaz quasi-neutre, composé de particules chargées et de particules neutres qui exhibent un comportement collectif. Lorsque ces particules chargées se meuvent dans un plasma, des concentrations locales de charge positive et de charge négative sont générées au sein de ce plasma. Ces concentrations donnent naissance à des champs électriques. En outre, le mouvement des particules chargées génère des courants et crée, par conséquent, des champs électromagnétiques. Ces champs électromagnétiques affectent et perturbent le mouvement d'autres particules chargées qui à leur tour

peuvent influencer le reste des particules du plasma. En fait, toute perturbation affectant la neutralité d'un plasma provoque de forts champs électromagnétiques qui tendent à la restaurer. La façon la plus naturelle d'obtenir un plasma est de chauffer un gaz jusqu'à ce que l'énergie moyenne des particules soit comparable à l'énergie d'ionisation de l'espèce considérée. Cependant, un plasma réel contient toujours des impuretés chargées communément appelées poussières[2],[3]. La présence de ces particules, dont les dimensions sont de l'ordre du micron, rend la nature du système plasma beaucoup plus complexe. Un plasma poussiéreux (dusty plasmas) est un gaz de basse température, complètement ou partiellement ionisé, comprenant des électrons, des ions et une composante additionnelle de grains de poussière chargés et extrêmement massifs. Les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, le milieu interplanétaire, les nuages interstellaires, les queues et chevelures des comètes, les anneaux planétaires et les boucles solaires. Ils sont aussi présents dans les dispositifs de laboratoires et les procédés industriels. Au vu des nouveaux phénomènes qu'il introduisent et font intervenir, tels que la fluctuation de la charge électrique, l'appauvrissement électronique et la dissipation anormale de l'énergie, ces grains de poussière massifs et hautement chargés peuvent modifier les propriétés intrinsèques du plasma traditionnel à deux composantes. De nouveaux modes et de nouvelles instabilités peuvent alors apparaître. En réalité, la physique des plasmas poussiéreux n'a connu son essor que grâce à la découverte de l'onde acoustique poussiéreuse (un nouveau mode), de l'onde acoustique ionique poussiéreuse (mode acoustique ionique habituel modifié par la présence des grains de poussière ou impuretés) et à la cristallisation coulombienne des grains de poussière dans les plasmas fortement couplés (lorsque le rapport entre l'interaction de Coulomb et l'énergie thermique des grains excède une valeur critique de l'ordre de 170). Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut équivaloir plusieurs milliers de fois celle de l'électron. La charge du grain de poussière provient généralement d'un concours de plusieurs processus physiques tels que la collection des électrons et des ions du plasma ambiant, l'émission photo-électronique dans les milieux radiatifs, l'émission électronique secondaire, l'émission par ions énergétiques,...etc. Dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la collection des électrons et des ions semble être le mécanisme de charge le plus dominant. Récemment, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas poussiéreux ont porté sur la variation de la charge des grains de poussière et les modifications que ce nouveau phénomène peut apporter. Pour cela, un formidable arsenal expérimental a été mis sur pied pour l'étude des ondes, des instabilités et du processus de charge dans les plasmas poussiéreux. Le phénomène de variation de la

charge du grain modifie considérablement les conditions d'existence et de réalisation de ces deux nouveaux modes.

Le but du présent mémoire de Magister consiste à analyser, au moyen d'une approche analytique et numérique, certaines structures cohérentes et dissipatives associées à des modèles de plasma poussiéreux contenant des ions supra-thermiques. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide et certains résultats de la théorie cinétique. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux conditions d'existence et de réalisation des structures solitaires et des ondes de choc non collisionnelles. Ces structures qui peuvent être perçues comme « les modes normaux non linéaires » d'un plasma sont alors étudiées grâce à la méthode bien connue de Sagdeev ou méthode du pseudo-potentiel (amplitude arbitraire) et à la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti (amplitude faible mais finie). La présente thèse est composée des chapitres suivants:

Dans le premier chapitre de cette thèse, nous définirons les concepts de base d'un plasma et introduirons les équations du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser dans certaines parties de cette thèse. Nous décrirons ensuite les plasmas poussiéreux, rapporterons leurs propriétés et insisterons sur les phénomènes qui les caractérisent tels les processus de charge, l'appauvrissement électronique et l'apparition de nouveaux modes d'ondes. Nous terminerons ce chapitre par des rappels sur l'équation différentielle non linéaire classique de Korteweg-de Vries (K-dV).

Le deuxième chapitre de cette thèse sera consacré à l'étude, en régime linéaire, des ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux, suprathermique et à charge variable. Pour cela, l'équation d'évolution de la charge du grain de poussière sera établie de manière self-consistante et appropriée. Les courants de charge seront calculés au moyen de sections efficaces de charge collisionnelles. L'analyse habituelle de Fourier des équations de base de notre modèle nous permettra alors d'obtenir une relation de dispersion.

Le troisième chapitre de la présente thèse portera sur la généralisation du modèle bien connu de Mamun *et al.* de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux électroniquement appauvri contenant des ions supra-thermiques pour ensuite l'étendre au cas de deux températures ioniques. L'accent sera alors mis sur l'influence de l'importance relative des températures ioniques sur les propriétés intrinsèques de l'onde acoustique poussiéreuse solitaire.

L'objet du quatrième chapitre consistera à étudier l'influence de la supra-thermalité ionique sur les ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux à charge variable. Nous rechercherons alors dans quelle mesure et sous quelles conditions la variation de la

charge du grain et la présence des ions supra-thermiques peuvent-ils affecter et modifier le mode acoustique poussiéreux. La charge du grain de poussière n'étant plus constante, il nous sera alors nécessaire d'établir une autre équation qui tiendra compte d'un degré de liberté additionnelle: la dynamique de la charge du grain. Celle-ci deviendra une nouvelle variable dynamique dont nous tiendrons compte de manière self-consistante. Pour ce faire, les courants de charge électronique et ionique seront calculés moyennant des fonctions de distribution et des section efficaces collisionnelles appropriées. Nous montrerons alors que la variation de la charge peut causer une dispersion et une dissipation, dites anormales, qui de concert avec les non linéarités du système, contribuent à la formation de structures cohérentes hautement localisées (solitons) et dissipatives (ondes de choc).

Nous terminerons notre manuscrit par une conclusion et une présentation succincte de nos perspectives.

1

La physique des plasmas poussiéreux

1.1 Propriétés des plasmas ordinaires

Un plasma, du fait qu'il contient des espèces ionisées, contient aussi des électrons libres. Ces derniers ont une masse 2000 fois plus faible que celle des ions (le rapport masse du proton ou du neutron sur masse de l'électron vaut plus exactement 1836), ils ont donc moins d'inertie et sont plus réactifs. Il est donc plus facile de donner de l'énergie aux électrons qu'aux espèces plus lourdes: les ions. Un plasma peut être caractérisé par sa température électronique, notée T_e , et sa densité notée n_e . Les gammes de variation de T_e et n_e de certains plasmas sont résumées dans le tableau ci-dessous. Celles-ci dépendent fortement de la nature (astrophysique ou de laboratoire) du plasma considéré et de ses différentes applications.

Type de plasma	Densité électronique[m ⁻³]	Température électronique[eV]
Plasma interstellaire	10 ⁵ – 10 ⁷	10 ⁻² – 10
Plasma ionosphérique	10 ¹⁰ – 10 ¹²	10 ⁻² – 1
Décharge gazeuse	10 ¹² – 10 ¹⁹	quelques eV
Plasmas industriels	10 ¹⁶ – 10 ¹⁹	1 – 100
Plasma de fusion	10 ¹⁹ – 10 ²¹	≈ 10 ⁴

Table 1.1: Caractéristiques de quelques plasmas

Bien que l'on admette actuellement que 99% de l'Univers est constitué de matière à l'état plasma, cette discipline est encore trop peu enseigné. La raison en est son doute la complexité de cette matière de synthèse qui fait pratiquement appel à tous les domaines physiques (mécanique statistique, mécanique quantique, théorie des collisions, physique atomique

et moléculaire, physique nucléaire, théorie cinétique, équations de transport, thermodynamique, ondes, rayonnement, spectroscopie, électricité, cinétique chimique, équations couplés non linéaires, ...). L'intérêt présenté par cette science a suscité de nombreux travaux théoriques et expérimentaux qui ont permis d'approfondir notre connaissance sur un plan à la fois fondamental et appliqué. Ces efforts ont eu pour effet l'introduction progressive de ces techniques dans l'industrie où on distingue trois familles de plasmas, à savoir[1]

1- les plasmas froids où les ions et les neutres restent à des températures inférieures à 1000°k, alors que les électrons sont à des températures relativement élevées. Ce type de plasma est généralement utilisé dans le traitement des surfaces, la génération de nouveaux matériaux, la chimie assistée par plasma, ... etc.

2- les plasmas thermiques dont la température est supérieure à 3000°k (décharges d'arc pour la soudure, la découpe, ... etc.).

3-les plasmas chauds correspondants à des températures de l'ordre de 10⁶°k et dont l'objectif est de produire de l'énergie électrique à partir de la fusion contrôlée.

Pour caractériser un plasma, différentes notions telles le degré d'ionisation α et le paramètre plasma Γ sont utilisées. Le degré d'ionisation est donné par la relation

$$\alpha = \frac{n_e}{n_e + n_n} \quad (1.1)$$

où n_e représente la densité électronique et n_n la densité des particules neutres. Si $\alpha \ll 1$, le plasma est dit faiblement ionisé. Remarquons qu'un gaz faiblement ionisé est caractérisé par des fréquences de collision électron-neutre supérieures aux fréquences de collision électron-ion ou électron-électron (on utilisera la notation usuelle $\nu_{e0} \gg \nu_{ee}, \nu_{ei}$). Dans le cas d'un gaz fortement ionisé, on aura $\nu_{e0} < \nu_{ee}, \nu_{ei}$. Le paramètre plasma Γ est défini comme étant

$$\Gamma = \frac{\langle E_p \rangle}{\langle E_c \rangle} \approx \frac{e^2 n_e^{1/3}}{\varepsilon_0 k_B T_e}$$

où $\langle E_p \rangle$, $\langle E_c \rangle$, k_B et ε_0 représentent, respectivement, l'énergie potentielle moyenne liée aux interactions coulombiennes, l'énergie cinétique moyenne liée à l'agitation thermique, la constante de Boltzmann et la permittivité du vide. Si $\Gamma < 1$ le plasma est dit faiblement corrélé et si $\Gamma > 1$ le plasma est considéré comme fortement corrélé.

1.1.1 Longueur d'écran de Debye

Dans un plasma, la plus petite distance au delà de laquelle le champ électrique produit par une charge est écranté de façon significative s'appelle longueur de Debye λ_D . Cette distance

peut être déduite à partir de l'équation de Poisson, en considérant des électrons et des ions distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann entourant une particule chargée ou particule test. Pour un plasma de densité n_0 et de température $k_B T_e$, cette distance vaut

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_0 e^2}} \quad (1.2)$$

Naturellement, si L est une grandeur caractéristique de la dimension du plasma, la première condition pour avoir un plasma est

$$\lambda_D \ll L \quad (1.3)$$

Par conséquent, le nombre de particules chargées se trouvant dans une sphère de Debye doit être très grand, c'est à dire

$$N_D = n_0 \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \gg 1 \quad (1.4)$$

De cette manière, les effets collectifs des particules seront plus importants que ceux dus aux forces coulombiennes. Un autre critère pour qu'un gaz ionisé puisse être à l'état plasma concerne les collisions entre particules chargées et particules neutres. En effet, dans un plasma, les effets dus à l'interaction électromagnétique doivent dominer et prévaloir sur les collisions binaires entre particules chargées et particules neutres. En d'autres termes, le mouvement d'une charge est déterminé en premier lieu par la présence d'une charge d'espace. Si ν est la fréquence caractéristique des oscillations dans un plasma et τ le temps de vol d'une charge entre deux collisions, il faut que

$$\nu \cdot \tau > 1 \quad (1.5)$$

1.1.2 Fréquence plasma

L'analyse la plus simple se fait à une dimension. Dans un plasma au ions comme étant immobiles. On déplace une tranche d'électrons d'une distance x , on obtient une configuration de condensateur à deux plaques, chacune de ces plaques ayant une densité superficielle de charge $\sigma = \pm n_\alpha q_\alpha x$, donc un champ électrique $E_x = \sigma / \varepsilon_0$. L'équation de mouvement à une dimension est donnée par

$$m_\alpha \frac{d^2 x}{dt^2} = q_\alpha E_{x\alpha} \quad (1.6)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{n_\alpha q_\alpha^2}{m_\alpha \varepsilon_0} x = 0 \quad (1.7)$$

Cette dernière représente un mouvement oscillatoire de fréquence

$$\omega_{p\alpha} = \sqrt{\frac{n_{\alpha 0} q_{\alpha}^2}{m_{\alpha} \epsilon_0}}$$

où $\alpha = i, e$.

1.2 Propriétés des plasmas poussiéreux

Les grains de poussière sont massifs et leurs tailles se donnent des nanomètres aux millimètres. Cependant, le plasma poussiéreux a d'un certain nombre de longueurs caractéristiques. Ce sont le rayon du grain de poussière r_d , la longueur de Debye poussiéreuse λ_D et la distance moyenne inter-granulaire d ($d \sim n^{-1/3}$). La longueur de Debye λ_D d'un plasma poussiéreux est donnée par[4]

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \quad (1.8)$$

où $\lambda_{De,i} = (T_{e,i}/4\pi n_{e0,i} e^2)^{1/2}$ représente la longueur de Debye électronique (ionique), $T_e(T_i)$ la température électronique (ionique) exprimée en unité d'énergie, $n_{e0}(n_{i0})$ la densité électronique (ionique) à l'équilibre et e la charge élémentaire. Dans le cas où $T_e \sim T_i$ et $n_{e0} \sim n_{i0}$, λ_{De} est de l'ordre de λ_{Di} tandis que pour $T_e \gg T_i$ et $n_{i0} > n_{e0}$, nous avons $\lambda_D \sim \lambda_{Di} \gg \lambda_{De}$. Dans un plasma poussiéreux typique, r_d est généralement très petit devant λ_D . Lorsque $r_d \ll \lambda_D < d$, le grain de poussière peut être traité d'un point de vue dynamique de la particule, et dans ce cas nous parlons de plasma poussiéreux contenant des grains de poussière isolés où les interactions entre grains ne jouent aucun rôle. D'un autre côté, les effets collectifs entre grains chargés deviennent importants et significatifs lorsque $r_d \ll d < \lambda_D$. Dans ce cas, les particules de poussière chargées peuvent être assimilées à des particules ponctuelles massives semblables à des ions à charge multiple dans un plasma à plusieurs espèces de particules.

Pour comprendre les propriétés d'un plasma poussiéreux correctement, nous devons examiner de nouveau certaines caractéristiques de base.

1.2.1 Neutralité macroscopique

Ceci signifie qu'à l'équilibre, sans présence des forces externes, la charge électrique totale dans le plasma poussiéreux est nulle. Par conséquent, la condition de quasi-neutralité de

la charge électrique d'un plasma poussiéreux dont les grains portent une charge négative s'écrit sous la forme

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0}n_{d0} \quad (1.9)$$

n_{j0} est la densité des particules d'espèce $j(e, i, d)$ et Z_{d0} le nombre de charges, à l'équilibre, des grains de poussière. Lorsque la majeure partie des électrons du plasma ambiant est collectée par les grains de poussière, la condition de quasi-neutralité précédente (1.9) peut être réécrite sous la forme $n_{i0} \approx Z_{d0}n_{d0} \gg n_{e0}$. Cependant, il est important de noter que l'appauvrissement électronique ($n_{e0} \rightarrow 0$) ne peut être complet[5] étant donné que la valeur minimale du rapport entre les densités électronique et ionique est égale à $(m_e/m_i)^{1/2}$ lorsque le potentiel de la surface du grain tend vers zéro.

1.2.2 Longueur de Debye

On suppose que les électrons et les ions sont à l'équilibre thermodynamique, et leurs densités n_e et n_i , obéissent à la distribution de Boltzmann, à savoir :

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right) \quad (1.10)$$

$$n_i = n_{i0} \exp\left(-\frac{e\phi}{k_B T_i}\right) \quad (1.11)$$

L'équation de Poisson qui gouverne l'évolution du potentiel dans le plasma peut être écrite sous la forme

$$\nabla^2 \phi = 4\pi(en_e - en_i - q_d n_d) \quad (1.12)$$

Selon notre prétention, le nombre de densité des particules de poussière est même à l'intérieur et en dehors du nuage, c-à-d $q_d n_d = q_d n_{d0} = en_{e0} - en_{i0}$ et $e\phi/k_B T_e \ll 1$ si on prend $e\phi/k_B T_i \ll 1$, nous avons

$$\nabla^2 \phi = \left(\frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2}\right) \phi \quad (1.13)$$

où

$$\lambda_{De} = \left(\frac{k_B T_e}{4\pi n_{e0} e^2}\right)^{1/2} \quad (1.14)$$

$$\lambda_{Di} = \left(\frac{k_B T_i}{4\pi n_{i0} e^2}\right)^{1/2} \quad (1.15)$$

représente, respectivement, les longueurs de Debye des électrons et des ions. Cependant, cette région (appelée la gaine), où le potentiel ϕ tombe très rapidement, ne contribue pas beaucoup à l'épaisseur du nuage. Le potentiel électrostatique ϕ peut s'écrire sous la forme

$$\phi = \phi_0 \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda_D}\right) \quad (1.16)$$

nous obtenons la longueur de Debye de plasma poussiéreux

$$\lambda_D = \frac{\lambda_{De}\lambda_{Di}}{\sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2}}$$

1.2.3 Paramètre d'accouplement de coulomb

Considérent deux grains de poussière ayant la même charge q_d , séparés l'un de l'autre par une distance d . Le paramètre d'accouplement de coulomb Γ défini comme le rapport de l'énergie potentielle à l'énergie thermique des grains

$$\Gamma = \frac{(Z_d0e)^2}{dT_d} \exp(-\kappa) \quad (1.17)$$

où T_d représente la température des grains de poussière et $\kappa = d/\lambda_d$. Un plasma poussiéreux peut alors être considéré faiblement corrélé aussi longtemps que $\Gamma \leq 1$. Toutefois, lorsque $\Gamma \gg 1$ et $\kappa \leq 1$, les micro-sphères de poussière chargées interagissent fortement.

Il arrive souvent que des arguments selon lesquels un plasma poussiéreux puisse être assimilé à un plasma à plusieurs espèces d'ions, soient présentés. Cependant, cette assertion doit être réfutée car la présence de grains de poussière chargés et massifs produit de nouveaux phénomènes collectifs sur des échelles de temps et de longueur complètement différentes de celles du plasma habituel à deux composantes (électrons + ions). A titre d'exemple, citons le cas du nouveau mode acoustique poussiéreux (DAW)[6] pour lequel la masse du grain fournit l'inertie alors que les forces de rappel proviennent de la pression des électrons et des ions considérés, pour la circonstance, de masse négligeable. Ceci est dû au fait que la fréquence de l'onde DA est extrêmement basse. Dans les décharges de laboratoire, la fréquence de l'onde acoustique poussiéreuse (DA) varie typiquement de 10 à 20Hz et des images vidéo du front d'onde sont aisément réalisables[7]. En outre, la dynamique de la fluctuation de la charge du grain[8], ainsi que les interactions entre grains peuvent donner lieu à de nouveaux effets collectifs[9]. Les distributions de la masse et de forme du grain peuvent également introduire de nouveaux effets[10]. Par ailleurs, il existe dans les plasmas poussiéreux une onde dite de réseau[11] dont la contrepartie n'existe que dans les solides[12]. De plus, les

plasmas poussiéreux peuvent supporter une grande variété de structures non linéaires telles que les ondes de choc acoustiques poussiéreuses[13], les ondes de choc acoustiques ioniques poussiéreuses[14], les cônes de Mach[15] et les structures en forme de vortex[16]. Notons enfin que dans un plasma poussiéreux fortement couplé, il est possible d'avoir de nouvelles forces d'attraction (Wakefield[17], interaction dipolaire[18]) et des phénomènes de transition de phase relatifs aux cristaux poussiéreux[19].

1.3 Description mathématique des plasmas

Il existe deux modèles pour décrire les plasmas : le modèle fluide et le modèle cinétique. Dans le premier cas, les différentes composantes du plasma, électrons, ions et particules neutres, sont décrites par des grandeurs fluides macroscopiques comme la densité, la vitesse moyenne, la température, la pression,...etc. Ces grandeurs sont gouvernées par les équations d'évolution spatiotemporelles, appelées "équations fluides", qui traduisent la conservation du nombre total de particules, de l'impulsion et de l'énergie. Dans la description cinétique, chaque composante du plasma est décrite par une fonction de distribution $f(x, v, t)$, tel que le produit $f dx dv$ représente le nombre de particules de l'espèce considérée dans l'élément de volume de l'espace des phases $dx dv$ centré en (x, v) à l'instant t . En déterminant cette fonction toutes les grandeurs caractéristiques peuvent être calculées.

1.3.1 Equations fluides

Il existe une théorie dite "théorie fluide" qui considère le plasma comme un fluide se mouvant avec une vitesse \mathbf{u} . La masse totale et la quantité de mouvement d'un volume V de plasma de densité ρ sont données par

$$M = \int_V \rho dV \quad (1.18)$$

$$\mathbf{P} = \int_V \rho \mathbf{u} dV \quad (1.19)$$

Les équations fluides apparaissent alors en explicitant les lois et principes de conservation de la masse et de l'impulsion

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad (1.20)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV = \sum \mathbf{F} \quad (1.21)$$

\mathbf{F} représente l'ensemble des forces externes (pesanteur, pression, forces électriques,...etc.) qui peuvent s'exercer sur l'élément fluide de volume V . L'application du théorème de la divergence et de celui du gradient permet d'obtenir les deux équations fluides suivantes

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{u}_\alpha) = 0 \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{u}_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) - \frac{\nabla p_\alpha}{m_\alpha n_\alpha} + \mathbf{g} \quad (1.23)$$

α dénote l'espèce de particules considérée et \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{g} et p_α représentent respectivement le champ électrique, le champ magnétique, l'accélération de la pesanteur et la pression de l'espèce α . La première équation, dite équation de continuité pour un fluide, traduit la conservation de nombre de particule ou de la masse. La seconde, dite équation de mouvement, rend compte de l'ensemble des forces externes auxquelles est soumise l'élément fluide. Dans le but d'avoir autant d'équations que d'inconnues, le système d'équations précédent est généralement complété à l'aide de trois équations supplémentaires : une équation d'état qui relie la pression et la densité

$$\frac{d(p_\alpha n_\alpha^{-\gamma})}{dt} = 0 \quad (1.24)$$

et deux équations de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.25)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.26)$$

qui relie le champ électrique \mathbf{E} au champ magnétique \mathbf{B} . Les deux autres équations de Maxwell, à savoir

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.27)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.28)$$

où ρ représente maintenant la densité de la charge électrique, n'apportent pas d'informations supplémentaires et peuvent être considérées comme conditions initiales des deux premières.

1.3.2 Equation de la charge

La charge d'un grain de poussière trouve son origine dans une variété de processus. Parmi ces derniers, citerons le bombardement de la surface du grain à l'aide des électrons et des ions du plasma de base, l'émission photo-électronique sous l'effet d'un rayonnement ultraviolet, l'émission d'ions, la production d'électrons secondaires[20]-[23],...etc. Par ailleurs, le processus de charge d'un grain dépend des sections efficaces de charge. Celles-ci sont déterminées à partir du paramètre d'impact d'une particule approchant la surface d'un grain à une distance plus petite que les dimensions de cette particule. Leurs expressions, pour les électrons et les ions, sont données respectivement par[24]

$$\sigma_e(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 + \frac{2eq_d}{r_d m_e v^2} \right) \quad (1.29)$$

et

$$\sigma_i(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 - \frac{2eq_d}{r_d m_i v^2} \right) \quad (1.30)$$

pour $v^2 > 2e|q_d|/r_d m_e = v_*^2$ alors que pour $v^2 < v_*^2$, $\sigma_e(q_d, v)$ est simplement nulle. Ici, $v = |\mathbf{v}|$ et q_d représente la charge du grain de poussière. Les électrons doivent avoir une vitesses minimale, notée v_* , pour pouvoir lutter contre la barrière de potentiel (rappelons que la charge électronique est aussi négative) et atteindre la surface du grain. L'équation d'évolution de la charge du grain de poussière est alors donnée par

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_d \cdot \nabla \right) q_d = I_e + I_i = I_d(q_d) \quad (1.31)$$

où

$$I_d(q_d) = \sum_{s=e,i} q_s \int v \sigma_s(q_d, v) f_s(\mathbf{v}) d^3 \mathbf{v} \quad (1.32)$$

est le courant plasma de charge, \mathbf{v}_d le vecteur vitesse du grain, $q_{e(i)} = -e(e)$ et $f_s(\mathbf{v})$ représente la fonction de distribution des vitesses de la particule d'espèce s . Lorsque le plasma est en équilibre thermodynamique, la fonction de distribution des vitesses f_s peut être approximée par une distribution de Maxwell-Boltzmann f_{s0} donnée par

$$f_{s0} = n_{s0} \left(\frac{1}{2\pi v_{ts}^2} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{1}{2v_{ts}^2} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)^2 \right] \quad (1.33)$$

où \mathbf{v}_0 représente la vitesse de dérive entre le plasma de base et les grains de poussière, n_{s0} la densité à l'équilibre des particules d'espèce s et $v_{ts} = (T_s/m_s)^{1/2}$ leur vitesse thermique

correspondante. En supposant les vitesses de dérive des électrons et des ions beaucoup plus petites que leurs vitesses thermiques respectives, les expressions des courants électronique et ionique à l'équilibre sont données par[25]

$$I_{e0} = -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp \left(\frac{eq_d0}{r_d T_e} \right) \quad (1.34)$$

$$I_{i0} = \pi r_d^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} n_{i0} \exp \left(1 - \frac{eq_d0}{r_d T_i} \right) \quad (1.35)$$

Initialement, les électrons animés de vitesses thermiques nettement plus grandes que celles des ions sont les premiers à être collectés par le grain. Ce dernier étant électriquement flottant, sa surface acquiert un potentiel ϕ_g négatif qui repoussera les électrons et accentuera la collection des ions. La charge moyenne d'un grain de poussière, q_d , est reliée à son potentiel de surface ϕ_g par

$$q_d = C\phi_g \quad (1.36)$$

où C est la capacitance du grain. Cette dernière, dans le cas d'un grain isolé et de forme sphérique, est simplement égale au rayon r_d du grain et donc $q_d = r_d\phi_g$.

1.3.3 Equation cinétique de Vlasov

La description fluide des ondes et des oscillations plasma ne convient pas toujours et peut même parfois s'avérer incorrecte. Elle suppose en effet que toutes les particules chargées du plasma interagissent de manière identique avec les champs électromagnétiques self-consistants présents dans le plasma. En fait, le modèle fluide n'est valable que si les vitesses de phase des ondes sont bien plus grandes que les vitesses d'agitations thermiques des particules. Les ondes électrostatiques étant des ondes lentes, leurs vitesses de phase peut être voisine de celle d'un nombre significatif de particules. Pour celles-ci, dites particules « résonantes », l'interaction onde-particule est très différente de celle décrite par les équations hydrodynamiques du modèle fluide. Une description correcte de l'interaction doit donc reposer sur l'analyse de l'évolution des fonctions de distribution des vitesses des particules. On doit donc utiliser l'équation cinétique des plasmas. Ces équations contiennent en général des effets de corrélations (ou de collisions). Mais ceux-ci peuvent être séparés de l'effet principal collectif d'interaction des particules avec les champs électromagnétiques self-consistants. Les interactions discrètes entre particules chargées, i.e., les collisions, ne sont pas incluses dans notre analyse, et les interactions collectives sont supposées dominer durant les échelles

de temps des phénomènes qui nous intéressent. Il nous est alors possible de décrire notre plasma dans le cadre des équations de Vlasov-Maxwell. Pour cela, chaque composante j du plasma est caractérisée par une fonction de distribution $f_j(x, v, t)$ définie telle que $f_j(x, v, t) dx dv$ représente le nombre de particules d'espèce j localisées dans l'élément de volume de l'espace des phases $dx dv$ centré en (x, v) à l'instant t . Dans la mesure où les corrélations discrètes de la particule sont négligeables, l'évolution de $f_j(x, v, t)$ est régie par l'équation de Vlasov, qui, dans le cas non relativiste, s'écrit sous la forme

$$\frac{\partial f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \frac{\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)}{m_j} \nabla_{\mathbf{v}} f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = 0 \quad (1.37)$$

où m_j représente la masse de la particule d'espèce j . L'équation (1.37) décrit l'évolution incompressible de $f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ dans l'espace des phases (\mathbf{x}, \mathbf{v}) en présence d'une force $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ agissant sur les particules. Cette force est la somme des forces externes et de la force due au champ électrique collectif produit par toutes les particules du plasma. En l'absence de champs externes, la force $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ qui s'exerce sur une particule d'espèce j et de charge q_j est donnée par

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = -q_s \nabla_s \phi(\mathbf{x}, t) \quad (1.38)$$

où ϕ est le potentiel du champ moyen donné par

$$-\nabla^2 \phi = \sum_j q_j \int f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (1.39)$$

La sommation porte sur toutes les espèces de particules présentes dans le plasma. Cette description qui consiste à traiter les particules du plasma comme interagissant seulement à travers leur potentiel de champ moyen n'est correcte qu'en présence d'un nombre suffisant de particules. Dans le cas inverse, le potentiel individuel de chaque particule devra être considéré (cas d'un problème à plusieurs corps). Le caractère non linéaire du troisième terme de l'équation de Vlasov (1.37) est manifeste. Il fait intervenir la force du champ moyen, elle-même fonction de f_j .

1.4 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux non magnétisé

Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut équivaloir plusieurs milliers de fois la charge élémentaire. Dans cette section, nous rapporterons

de manière succincte l'essentiel des travaux d'un groupe de chercheurs de l'université de l'Iowa[26] sur les modes susceptibles de se propager dans un tel plasma. On se limitera aux deux modes acoustiques qui ont fait l'objet d'une intense investigation: le mode acoustique poussiéreux (DA, un nouveau mode identifié au début des années 90) et le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA, mode acoustique ionique habituel modifié par la présence dans le plasma de grains de poussière).

1.4.1 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) ($\omega/k \gg \sqrt{T_d/m_d}$)

C'est le mode acoustique ionique habituel avec, cependant, quelques modifications introduites par la présence de grains de poussière chargés négativement[27],[28]. Les grains de poussière, dans ce cas de figure, sont immobiles ($m_d \rightarrow \infty$) et jouent le rôle d'un fond neutralisant (participent à la quasi-neutralité du plasma). Sa relation de dispersion est alors donnée par

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_i}{m_i} + \frac{T_e}{m_i(1 - \varepsilon Z_d)} \right]^{1/2} = C_{s,d} \quad (1.40)$$

$C_{s,d}$ est la vitesse acoustique ionique modifiée. Notons que la vitesse de phase de l'onde augmente à mesure que la concentration relative des grains, $\varepsilon = n_{d0}/n_{i0}$, augmente. Pour s'en rendre compte, il suffit de linéariser l'équation de mouvement des ions et de l'écrire sous la forme

$$m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t} = - \left(T_i + \frac{T_e}{1 - \varepsilon Z_d} \right) \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \quad (1.41)$$

où la relation de Boltzmann a été utilisée pour exprimer le champ électrique de l'onde E_1 en termes de $\partial n_{e1}/\partial t$. Le terme $m_i n_{i0} \partial v_{i1}/\partial t$ est la force par unité de volume agissant sur un élément fluide ionique en présence de la perturbation de l'onde. Le terme de droite est la force acoustique de rappel par unité de volume. Cette dernière augmente à mesure que la valeur de ε augmente. Un accroissement de la force de rappel donne alors lieu à une augmentation de la vitesse de phase de l'onde. Physiquement, comme le nombre d'électrons collectés par la surface des grains va en augmentant, il y en aura de moins en moins de disponibles pour contrecarrer et neutraliser les perturbations de la charge d'espace ionique.

1.4.2 Mode acoustique poussiéreux (DA) ($\omega/k \ll \sqrt{T_i/m_i}$)

C'est un nouveau mode acoustique de très basse fréquence. Par conséquent, la dynamique du grain de poussière doit être prise en compte et les inerties de l'électron et de l'ion peuvent alors être négligées. Sa relation de dispersion est alors donnée par[6]

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_d}{m_d} + \varepsilon Z_d^2 \frac{T_i}{m_d} + \frac{1}{1 + (1 - \varepsilon Z_d) T_i / T_e} \right]^{1/2} = C_{DA} \quad (1.42)$$

C_{DA} représente la vitesse acoustique poussiéreuse. Pour l'entretien de ce mode, l'inertie est fournie par les grains de poussière alors que la force de rappel est due aux pressions électronique et ionique. Un tel résultat peut être aisément obtenu en linéarisant l'équation de mouvement du grain (avec $T_d = 0$)

$$m_d n_{d0} \frac{\partial v_{d1}}{\partial t} = - \left(T_e \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} + T_i \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \right) \quad (1.43)$$

1.5 Les structures solitaires

En raison de l'équilibre entre les effets non-linéaires et la dispersion on rencontre des structures solitaires qui sont des bosses ou des ondes non-linéaires formées par immersion de profil permanent. Les ondes solitaires de petite amplitude finie (connues sous le nom de solitons de KdV) sont régies par une équation de type Korteweg-de Vries (K-dv) qui apparaît dans une variété de situations physiques et est donnée par[29]

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + aU \frac{\partial U}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.44)$$

où ξ et τ sont des variables indépendantes et a et b des constantes réelles non nulles. L'équation (1.44) est à la fois non linéaire et dispersive: le terme convectif $U \partial U / \partial \xi$ traduit la non linéarité tandis que $\partial^3 U / \partial \xi^3$ reflète la dispersion. Historiquement, l'équation (1.44) fut établie par Korteweg et de Vries en relation avec un problème d'ondes de surface dans un canal d'eau à profondeur finie. Plus tard, Gardner et Morikawa[30] établirent une équation analogue à partir d'un modèle hydro-magnétique de plasma froid pour décrire le comportement de perturbations se propageant perpendiculairement à un champ magnétique avec une vitesse proche de celle d'Alfvén. D'autres auteurs montrèrent que l'équation (1.44) pouvait aussi bien décrire la propagation unidimensionnelle d'onde acoustique dans les cristaux que fournir une description faiblement non linéaire de perturbations sonores se propageant à une vitesse voisine de celle du son[31]. Et c'est à partir de là et dans un effort de généralisation que Su et Gardner[32] montrèrent que l'équation (1.44) pouvait s'appliquer à une large classe de systèmes dispersifs et faiblement non linéaires à l'instar de l'équation de Burgers dans les milieux dissipatifs et faiblement non linéaires. L'équation (1.44) peut être réécrite sous la forme généralement rencontrée dans la littérature

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.45)$$

moyennant les changements de variables $\xi \rightarrow \xi b^{1/3}$ et $U \rightarrow U/ab^{-1/3}$. Notons que pour des ondes acoustiques ioniques se propageant avec une vitesse proche de celle du son, le terme $U\partial U/\partial \xi$ de l'équation (1.45) provient du terme non linéaire convectif $\mathbf{v}_i \cdot \nabla \mathbf{v}_i$ de l'équation de mouvement des ions. De plus, le terme linéaire de troisième ordre $\partial^3 U/\partial \xi^3$ est dû au fait que dans un repère se déplaçant avec la vitesse du son, les corrections de la relation de dispersion sont proportionnelles à k^3 , où k représente le vecteur d'onde de la perturbation acoustique. Remarquons que si le terme dispersif $\partial^3 U/\partial \xi^3$ est omis dans l'équation (1.45), alors $\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0$ admettra une solution de la forme

$$U(\xi, \tau) = U(\xi - U(\xi, \tau), 0) \quad (1.46)$$

Celle-ci indique que toute perturbation initiale se déformera de manière continue dans les régions où $\partial U(\xi, 0)/\partial \xi < 0$ et éventuellement deviendra physiquement inacceptable. En réalité, le terme dispersif de l'équation (1.45) limite et prévient cette déformation illimitée. Avant d'aller plus loin, il convient de discuter les solutions solitaires de l'équation (1.45). A ce propos, moyennant le changement de variable $\chi = \xi - c\tau$ où c est une constante, l'équation (1.45) peut être deux fois intégrée pour obtenir

$$\left[\frac{dU(\chi)}{d\chi} \right]^2 = \frac{1}{3} U^2(\chi) [3c - U(\chi)] \quad (1.47)$$

où les conditions aux limites $U(\chi) \rightarrow 0$, $dU(\chi)/d\chi \rightarrow 0$ et $d^2U(\chi)/d\chi^2 \rightarrow 0$ lorsque $|\chi| \rightarrow 0$ ont été utilisées. L'équation (1.47) peut alors être intégrée pour donner

$$U(\xi - c\tau) = 3c \operatorname{Sech}^2 \left(\sqrt{c/2} (\xi - c\tau) \right) \quad (1.48)$$

Dans l'équation (1.48), la hauteur, la largeur et la vitesse du pulse sont proportionnelles à c , $c^{-1/2}$ et c respectivement. De nombreuses études numériques [33], [34] de l'équation (1.45) indiquent que les solutions en ondes solitaires (soliton) données par (1.48) jouent un rôle intrinsèque dans l'évolution temporelle du système pour une variété de conditions initiales. Pour des données initiales localisées, un nombre fini de solitons émergent avec différentes hauteurs $3c_1, 3c_2, \dots$, chaque soliton se propageant vers la droite. Ces solitons interagissent en préservant leurs identités. Lorsque $\tau \rightarrow \infty$, les solitons se réarrangent dans l'ordre des hauteurs croissantes (le plus grand soliton se trouvant alors à l'extrême droite). L'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation

(1.45) a été réalisée par Ikezi *et al.*[35],[36]. Ils ont alors rapporté l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur une image simplifiée du soliton de Korteweg-de Vries. Plus tard, certains auteurs ont tenté de réduire cet écart en prospectant l'effet d'une température ionique finie[37] et l'effet des grandes amplitudes[38]. De manière générale, un soliton résulte de l'équilibre de deux effets: la non linéarité et la dispersion[39]. Ces derniers sont les ingrédients nécessaires pour l'obtention de solutions en soliton dans le cas d'une onde non linéaire. Cependant, quoique la plupart des ondes dans les plasmas présentent de la dispersion et que le plasma lui-même se comporte comme un milieu non linéaire, seulement un nombre restreint d'ondes est connu pour admettre des solutions solitaires. Les ondes acoustiques ioniques exhibent de telles solutions localisées et ont été largement investies tant sur le plan théorique qu'expérimentale. D'ailleurs la redécouverte de l'équation de Korteweg-de Vries pour ce type d'onde dans les plasmas a été sans nul doute le premier pas pour démêler quelque peu le domaine très ardu des phénomènes non linéaires[40].

2

Onde acoustique poussiéreuse linéaire dans un plasma poussiéreux à charge variable contenant des ions supra-thermiques

2.1 Présentation physique du problème

La présence de grains de poussière chargés peut affecter de manière significative le comportement du plasma dans lequel ils sont immergés. Ces extra particules peuvent modifier et altérer la propagation des ondes, les instabilités, la diffusion,...etc dans un plasma. Ces modifications peuvent être attribuées à la distribution aléatoire et non homogène des grains de poussière et à la déviation de la condition de quasi-neutralité conventionnelle d'un plasma à deux composantes. D'un autre côté, de nouveaux modes, dits modes poussiéreux, apparaissent dans les relations de dispersion déduites de la théorie cinétique ou des équations fluides. Rao *et al.*[6] ont été les premiers à avoir analysé le cas où la dynamique des grains de poussière était importante. Ils ont alors montré, et pour la première fois, l'existence d'un nouveau mode acoustique de faible vitesse de phase et de très basse fréquence. Les électrons et les ions sont collectés par les grains de poussière qui, à cause de la grande mobilité des électrons, tendent à acquérir une charge négative. L'émission secondaire dans les plasmas énergétiques et l'émission photo-électronique dans les plasmas radiatifs peuvent aussi contribuer à la charge du grain et donner ainsi lieu à l'apparition de grains chargés positivement. Les plasmas poussiéreux dans la nature ont tendance à être composés de grains

de formes et de dimensions très variées. Cela veut dire que la masse et la charge électrique diffèrent d'un grain à un autre. Dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la collection de particules chargées est le phénomène de charge le plus dominant. Dans ce cas, les grains de poussière sont chargés par des courants électronique et ionique locaux. Leurs charges peuvent alors fluctuer en présence de perturbations de densité ou de potentiel. Par conséquent, l'interaction du processus de charge avec les oscillations collectives du plasma peut revêtir une grande importance lors de l'analyse des plasmas poussiéreux. Récemment, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas poussiéreux ont porté sur la variation de la charge des grains de poussière et les modifications que ce phénomène peut apporter. L'influence de la fluctuation de la charge des grains de poussière sur l'instabilité de Rayleigh-Taylor[41] et sur les ondes acoustiques ioniques[42] a été analysée d'un point de vue théorique. Par ailleurs, il a été démontré que le processus de la relaxation de la charge d'un grain de poussière induit une instabilité de Langmuir[43] et que de lourdes impuretés à charge variable peuvent former des écrans poussiéreux autour d'objets solides dans les plasmas[44],[45]. Les fluctuations de la charge du grain peuvent aussi altérer de façon significative la fonction diélectrique non linéaire d'un plasma poussiéreux en présence de champs électromagnétiques[46]. D'un autre côté, un formidable arsenal expérimental a été mis sur pied pour l'étude des ondes, des instabilités et du processus de charge dans les plasmas poussiéreux[7],[14],[47],[48]. Le but du présent chapitre est d'établir la relation de dispersion, en régime linéaire, des ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux, supra-thermique et à charge variable.

2.2 Modèle théorique et équations de base

Nous allons maintenant introduire les équations de base de notre modèle. Pour cela, nous considérons un plasma composé d'électrons Maxwelliens, d'ions supra-thermiques et des grains de poussière de densités, respectives, n_e , n_i et n_d . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon r_d , de même masse m_d et de charge $q_d = -eZ_d$. Les oscillations acoustiques poussiéreuses peuvent alors être décrites grâce aux équations de continuité, de mouvement et de Poisson suivantes

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial(n_d v_d)}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} = -\frac{q_d}{m_d} \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\nabla p_d}{m_d n_d} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -4\pi\rho = -4\pi [n_d q_d + en_i - en_e] \quad (2.3)$$

où Φ , v_d et $p_d = T_d n_d$ représentent, respectivement, le potentiel électrostatique, la vitesse fluide et la pression cinétique des grains de poussière de température T_d . Le système d'équations précédent est complété par la condition de quasi-neutralité de la charge

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0} n_{d0}. \quad (2.4)$$

La méthode généralement utilisée pour déterminer les différents types d'ondes que peut admettre le plasma, consiste à linéariser les équations fluides en écrivant chaque grandeur f sous la forme suivante

$$f = f_0 + f_1 \quad (2.5)$$

où f_0 représente la valeur à l'équilibre et f_1 la partie fluctuante. A partir des équations fluides précédentes et en supposant que T_d est constante et que $v_{d0} = \Phi_0 = 0$, nous pouvons écrire

$$\frac{\partial n_{d1}}{\partial t} + n_{d0} \frac{\partial v_{d1}}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial v_{d1}}{\partial t} = -\frac{q_{d0}}{m_d} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} - \frac{T_d}{m_d n_{d0}} \frac{\partial n_{d1}}{\partial x} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} = -4\pi [e(n_{i1} - n_{e1}) + n_{d0} q_{d1} + q_{d0} n_{d1}] \quad (2.8)$$

Les équations du modèle fluide précédentes sont complétées par l'équation d'évolution de la charge électrique q_d du grain de poussière. Celle-ci est déterminée à partir de la collecte, à la surface du grain, des ions et des électrons du plasma de base. Cette équation s'écrit sous la forme[49]

$$\frac{\partial q_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial q_d}{\partial x} = I_e + I_i = -e \iiint v_e \sigma_e(q_d, v_e) f_e(v_e) d^3 v_e + e \iiint v_i \sigma_i(q_d, v_i) f_i(v_i) d^3 v_i \quad (2.9)$$

I_e et I_i représentent, respectivement, les courants de charge électronique et ionique, $f_{e,i}(v_{e,i})$ la fonction de distribution des vitesses des électrons (e) et des ions (i) et $\sigma_{e,i}$ la section efficace de collision d'une particule (électron ou ion) avec un grain de poussière. Son expression est donnée par[24]

$$\sigma_{e,i} = \pi r_d^2 \left(1 \pm \frac{2e\varphi_d}{m_{e,i}v_{e,i}^2} \right) \quad (2.10)$$

Le courant électronique I_e est obtenu en moyennant σ_e sur la fonction de distribution des vitesses des électrons supposées, pour la circonstance, de Maxwell-Boltzmann et définie par

$$f_e(v_e) = n_{e0} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{v_e^2}{2v_{te}^2} + \frac{e\Phi}{T_e} \right) \quad (2.11)$$

Nous obtenons alors[3]

$$\begin{aligned} I_e &= -e \iiint v_e \sigma_e(q_d, v_e) f_e(v_e) d^3 v_e \\ &= -4\pi^2 e r_d^2 n_{e0} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{e\Phi}{T_e} \right) \int_{v_{\min}}^{\infty} \left(1 + \frac{2e\varphi_d}{m_e v_e^2} \right) \exp \left(-\frac{v_e^2}{2v_{te}^2} \right) v_e^3 dv_e \\ &= -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp \left(\frac{e\Phi}{T_e} \right) \exp \left(\frac{e\varphi_d}{T_e} \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Notons que l'intégrale précédente a été effectuée en coordonnées sphériques ($d^3 v_e = v_e^2 dv_e \sin \theta d\theta d\varphi$). $v_{\min} = \sqrt{-2e\varphi_d/m_e}$ représente la vitesse minimale que devra acquérir un électron pour pouvoir arriver à la surface du grain et ainsi vaincre la barrière de potentiel. Pour tenir compte des ions supra-thermiques dans le potentiel de l'onde, nous utilisons la fonction de distribution des vitesses ionique tridimensionnelle suivante[50]

$$f_i(v_i) = \frac{n_{i0}}{\pi^{3/2} \theta_{thi}^3} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\kappa^{3/2} \Gamma(\kappa - \frac{1}{2})} \left(1 + \frac{v_i^2}{\kappa \theta_{thi}^2} + \frac{2e\Phi}{\kappa m_i \theta_{thi}^2} \right)^{-1-\kappa} \quad (2.13)$$

où n_{i0} représente la densité ionique à l'équilibre, $\kappa > \frac{3}{2}$ représente l'indice spectral, $\theta_i = \sqrt{\left(\frac{2\kappa-3}{\kappa}\right)v_{ti}}$, $v_{ti} = \sqrt{T_i/m_i}$ la vitesse thermique ionique, T_i la température ionique et Γ la fonction Gamma. En procédant de la même manière que précédemment, nous obtenons l'expression du courant ionique suivante[51]

$$\begin{aligned} I_i &= \frac{4\pi^2 e r_d^2 n_{i0}}{\pi^{3/2} \theta_{thi}^3} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\kappa^{3/2} \Gamma(\kappa - \frac{1}{2})} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{2e\varphi_d}{m_i v_i^2} \right) \left(1 + \frac{v_i^2}{\kappa \theta_{thi}^2} + \frac{2e\Phi}{\kappa m_i \theta_{thi}^2} \right)^{-1-\kappa} v_i^3 dv_i \\ &= \pi e r_d^2 n_{i0} \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{(\kappa - \frac{3}{2})}{\kappa^4} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - \frac{1}{2})}} \left[\left(1 + \frac{e\Phi}{(\kappa - \frac{3}{2}) T_i} \right)^{-\kappa+1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{e(\kappa - 1)\varphi_d}{(\kappa - \frac{3}{2}) T_i} \left(1 + \frac{e\Phi}{(\kappa - \frac{3}{2}) T_i} \right)^{-\kappa} \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

où φ_d représente le potentiel de la surface du grain de poussière. Les densités électronique et ionique sont alors données par

$$n_e(\Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_e) d^3v_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\Phi}{T_e}\right) \quad (2.15)$$

$$n_i(\Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(v_i) d^3v_i = n_{i0} \left(1 + \frac{2e\Phi}{\kappa m_i \theta_{thi}^2}\right)^{1/2-\kappa} \quad (2.16)$$

En supposant que toutes les grandeurs macroscopiques précédentes peuvent s'écrire sous la forme $f = f_0 + f_1$, nous déduisons à partir des équations (2.12) et (2.14) les courants de charge à l'équilibre et perturbés suivants[52]

$$I_{e0} = -\pi r_d^2 e n_{e0} \left(\frac{8T_e}{\pi m_e}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{e\varphi_{d0}}{T_e}\right) \quad (2.17)$$

$$I_{e1} = -|I_{e0}| \left(\frac{e\varphi_{d1}}{T_e + e\varphi_{d0}} + \frac{e\Phi_1}{T_e}\right) \quad (2.18)$$

et

$$I_{i0} = \pi e r_d^2 n_{i0} \left(\frac{8T_i}{\pi m_i}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{(\kappa - \frac{3}{2})}{\kappa^4} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - \frac{1}{2})}} (1 - \alpha_i \varphi_{d0}) \quad (2.19)$$

$$I_{i1} = -|I_{i0}| \left[\frac{\alpha_i \varphi_{d1}}{1 - \alpha_i \varphi_{d0}} + \frac{e\Phi_1}{(\kappa - \frac{3}{2}) T_i} \left(\kappa - \frac{1}{1 - \alpha_i \varphi_{d0}}\right) \right] \quad (2.20)$$

où $\alpha_i = e(\kappa - 1)/(\kappa - \frac{3}{2}) T_i$. En portant les expressions des courants précédentes dans l'équation de la charge du grain, nous obtenons

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_{d1}}{\partial t} &= I_{i1} + I_{e1} \\ &= -|I_{i0}| \left(\frac{e\varphi_{d1}}{T_e + e\varphi_{d0}} + \frac{\alpha_i \varphi_{d1}}{1 - \alpha_i \varphi_{d0}}\right) \\ &\quad - |I_{i0}| \left[\frac{e\Phi_1}{(\kappa - \frac{3}{2}) T_i} \left(\kappa - \frac{1}{1 - \alpha_i \varphi_{d0}}\right) + \frac{e\Phi_1}{T_e} \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V_0\right) q_{d1} = -|I_{i0}| \left[\frac{e\Phi_1}{(\kappa - \frac{3}{2}) T_i} \left(\kappa - \frac{1}{1 - \alpha_i \varphi_{d0}}\right) + \frac{e\Phi_1}{T_e} \right] \quad (2.22)$$

V_0 représente la fréquence de relaxation de la charge du grain de poussière et est donnée par

$$V_0 = \frac{|I_{i0}|}{r_d} \left(\frac{e}{T_e + e\varphi_{d0}} + \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i\varphi_{d0}} \right) \quad (2.23)$$

Les densités perturbées sont alors données par

$$n_{e1} = n_{e0} \frac{e}{T_e} \Phi_1 \quad (2.24)$$

$$n_{i1} = -n_{i0} \frac{(\kappa - \frac{1}{2}) e}{(\kappa - \frac{3}{2}) T_i} \Phi_1 \quad (2.25)$$

En procédant à une analyse de Fourier, à savoir $f_1 = f_0 \exp i(kx - \omega t)$, nous obtenons

$$q_{d1} = \frac{-i |I_{i0}| e}{(\omega + iV_0)} \left[\frac{1}{(\kappa - \frac{3}{2}) T_i} \left(\kappa - \frac{1}{1 - \alpha_i\varphi_{d0}} \right) + \frac{1}{T_e} \right] \Phi_1 \quad (2.26)$$

où k et ω représentent, respectivement, le vecteur d'onde et la fréquence d'oscillation de la quantité perturbée. Les équations (2.6) et (2.7) peuvent alors s'écrire sous la forme

$$v_{d1} = \frac{n_{d1} \omega}{n_{d0} k} \quad (2.27)$$

$$n_{d1} = \frac{q_{d0} n_{d0}}{m_d (\omega^2 - v_{td}^2 k^2)} k^2 \Phi_1 \quad (2.28)$$

En portant les équations (2.26) et (2.28) dans l'équation (2.8), nous obtenons la relation de dispersion de l'onde acoustique poussiéreuse suivante

$$1 + \frac{(\kappa - \frac{1}{2})}{(\kappa - \frac{3}{2})} \frac{1}{k^2 \lambda_{Di}^2} + \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} - \frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2 - v_{td}^2 k^2} + \frac{k_{dch}^2}{k^2} \frac{\omega_c}{-i\omega + V_0} = 0 \quad (2.29)$$

où $v_{td} = (T_d/m_d)^{1/2}$ représente la vitesse thermique des grains de poussière, $\lambda_{De,i} = (T_{e,i}/4\pi n_{e0,i0} e^2)^{1/2}$ la longueur de Debye électronique (ionique), $T_e(T_i)$ la température électronique (ionique) exprimée en unité d'énergie, $n_{e0,i0}$ la densité électronique (ionique) à l'équilibre, e la charge élémentaire, $k_{dch}^2 = 4\pi q_{d0}^2 n_{d0} \left[\frac{1}{(\kappa - \frac{3}{2}) T_i} \left(\kappa - \frac{1}{1 - \alpha_i\varphi_{d0}} \right) + \frac{1}{T_e} \right]$ le nombre d'onde, $\omega_c = |I_{i0}| e/q_{d0}^2$ la fréquence de charge et $\omega_{pd} = (4\pi n_{d0} q_{d0}^2/m_d)^{1/2}$ la période plasma du grain. La relation (2.29) indique clairement, qu'en régime linéaire, les effets supra-thermiques peuvent altérer de manière sensible l'onde acoustique poussiéreuse.

3

Onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux électroniquement appauvri contenant des ions supra-thermiques

3.1 Présentation physique du problème

Les environnements planétaires ionisés posent des problèmes difficiles. La plupart des modèles plasma utilisés actuellement sont basés sur des équations hydrodynamiques simplifiées supposant implicitement que les distributions des vitesses des particules sont quasi-Maxwelliennes. Mais à la différence des atmosphères neutres, les plasmas sont soumis au champ électromagnétique et la section efficace des particules (régie par l'interaction coulombienne de potentiel en $1/r$) varie comme l'inverse du carré de l'énergie. Même quand les collisions ne sont pas négligeables aux énergies thermiques, elles deviennent très rares pour les particules de grande vitesse. Ces particules ne sont pas ramenées à l'équilibre en présence des perturbations, et on s'attend donc à ce que les fonctions de distribution ne soient pas Maxwelliennes aux énergies supra-thermiques. On peut donc négliger les collisions mais on doit tenir compte des distributions non Maxwelliennes. Cela a deux conséquences: la température des particules augmente et leur densité décroît plus lentement que dans le cas d'une Gaussienne à grande distance. La forme de la fonction de distribution des vitesses de ces particules décroît avec la vitesse plus lentement qu'une Maxwellienne. Les oscillations associées aux plasmas poussiéreux ont suscité un grand intérêt durant ces dernières années

De nouveaux modes acoustiques (mode acoustique poussiéreux et mode acoustique ionique poussiéreux) ont été découverts. Rao et ses collaborateurs[6] ont été les premiers à avoir rapporté théoriquement l'existence des ondes acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase dans un plasma poussiéreux non magnétisé, constitué de grains de poussières fluides, d'électrons et d'ions distribuées selon la loi de Maxwell-Boltzmann. Pour maintenir ces ondes acoustiques poussiéreuses, les forces de rappel proviennent des pressions électronique et ionique alors que la masse des grains fournit l'inertie. D'un autre coté Shukla et Silin[28] ont étudié le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) qui représente en fait le mode acoustique ionique habituel (IA) modifié par la présence des grains de poussière immobiles chargés négativement. L'une des propriétés les plus remarquable des plasmas poussiéreux est l'appauvrissement électronique ou déplétion électronique. Ce phénomène est principalement dû à la collection préférentielle des électrons de la part de la surface du grain de poussière à cause, d'une part, de la faiblesse relative de leur masse et d'autre part, à cause de leur grande mobilité. Pour analyser les propriétés non linéaire et dispersives de l'onde acoustique poussiéreuse associée à un tel modèle de plasma, Mamun et al.[53] ont considéré un plasma composé uniquement de grains de poussière à charge négative, extrêmement massifs et d'ions de température T_i , distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann. A l'équilibre, $n_{i0} = Z_d n_{d0}$, où n_{i0} et n_{d0} désignent respectivement les densités non perturbées des ions et des grains de poussière. Ils ont alors montré qu'un tel plasma ne peut admettre que des ondes acoustique poussiéreuse à potentiel négatif. On se propose dans ce chapitre de généraliser le modèle de Mamun *et al.* au cas d'ions supra-thermiques pour ensuite étendre notre analyse au cas de deux températures ioniques.

3.2 Potentiel solitaire dans un plasma poussiéreux électroniquement appauvri

Avant de procéder à la généralisation du modèle de Mamun *et al.*, il serait utile de rappeler les équations de base de leur modèle. Les oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase v_p ($v_{td} = \sqrt{\frac{T_d}{m_d}} \ll v_p \ll v_{ti} = \sqrt{\frac{T_i}{m_i}}$, où v_{td} et v_{ti} représentent les vitesses thermiques des ions et des grains de poussière) associées à un tel modèle de plasma, peuvent alors être décrites grâce aux équations de base fluides suivantes[53]

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_d v_d) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} = -\frac{q_d}{m_d} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -4\pi(q_d n_d + e n_i) \quad (3.3)$$

Les équations (3.1)-(3.3) précédentes, rendues adimensionnelles, s'écrivent sous la forme

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_d - \exp(-\Psi) \quad (3.6)$$

La densité des grains de poussière N_d , leur vitesse fluide V_d , le potentiel électrostatique Ψ , le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par n_{d0} (valeur à l'équilibre de la densité des grains), $C_d = (Z_d T_i / m_d)^{1/2}$ (vitesse acoustique poussiéreuse), T_i / e , $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2)^{1/2}$ (période plasma des grains de poussière) et $\lambda_{Dd} = (T_i / 4\pi Z_d n_{d0} e^2)^{1/2}$ (longueur de Debye). Dans la limite linéaire et grâce à l'analyse de Fourier, il est aisé d'obtenir à partir des équations (3.4)-(3.6) la relation de dispersion de l'onde acoustique poussiéreuse dont la vitesse de phase donnée

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{C_d}{(1 + k^2 \lambda_{Dd}^2)^{1/2}} \quad (3.7)$$

se réduit à

$$\frac{\omega}{k} \simeq \sqrt{Z_d} \left(\frac{T_i}{m_d} \right)^{1/2} \quad (3.8)$$

dans le cas des perturbations de grandes longueurs d'onde. La relation (3.8) indique que l'onde acoustique poussiéreuse, dont l'existence a été prédite par Rao, Shukla et Yu[6] au début des années quatre vingt dix, est entretenue grâce à la pression cinétique des ions et à l'inertie des grains de poussière. Dans le but d'étudier les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse de large amplitude susceptible de se propager dans un tel modèle de plasma (grains de poussière fluides et ions Maxwelliens), on introduit généralement la variable

$$\xi = X - MT \quad (3.9)$$

où M représente le nombre de Mach (vitesse du soliton $/C_d$). Les équations (3.4)-(3.6) deviennent alors

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d(N_d V_d)}{d\xi} = 0 \quad (3.10)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = \frac{d\Psi}{d\xi} \quad (3.11)$$

$$\frac{d^2\Psi}{d\xi^2} = N_d - \exp(-\Psi) \quad (3.12)$$

En imposant des conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0, V_d \rightarrow 0, N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons à partir des équations (3.10) et (3.11) les expressions de N_d et V_d suivantes

$$N_d = \frac{M}{(M - V_d)} \quad (3.13)$$

$$V_d = M \pm (M^2 + 2\Psi)^{1/2} \quad (3.14)$$

La densité des grains de poussière N_d est alors donnée par

$$N_d = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Psi}} \quad (3.15)$$

En remplaçant l'équation (3.15) dans l'équation de Poisson (3.12), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par $d\Psi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0, d\Psi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (3.16)$$

où

$$V(\Psi) = 1 + M^2 - M\sqrt{M^2 + 2\Psi} - \exp(-\Psi) \quad (3.17)$$

est dit potentiel Sagdeev ou pseudo-potentiel[54] car l'équation (3.16) peut être interprétée comme étant l'équation de mouvement d'une pseudo-particule de masse unité, de position Ψ et de vitesse $d\Psi/d\xi$ oscillant dans un potentiel $V(\Psi)$. Il est aisé de vérifier que $V(\Psi)$ et $dV(\Psi)/d\Psi$ sont nuls en $\Psi = 0$. Les conditions d'existence d'une solution en onde solitaire de l'équation (3.16) peuvent alors être résumées comme suit : **(i)** $(d^2V/d\Psi^2)_{\Psi=0} < 0$, **(ii)** $V(\Psi)$

admet un extremum (un minimum ou un maximum) non nul noté Ψ_m tel que $V(\Psi_m) \geq 0$ et (iii) $V(\Psi) < 0$ lorsque Ψ varie de 0 à Ψ_m . L'analyse numérique de l'équation (3.17) pour différentes valeur de M montre que le potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ ne peut jamais s'annuler pour toute valeur positive de $\Psi > 0$ et $M > 1$, écartant ainsi la possibilité d'existence des solitons acoustiques poussiéreux compressifs ($\Psi > 0$). Cependant, cette même analyse indique que des solitons de raréfaction à potentiel négatif ($\Psi < 0$) existent. $\Psi_m = -M^2/2$ étant la plus petite valeur (valeur minimale) de Ψ pour laquelle la densité (3.15) reste réelle, la condition $V(\Psi_m) \geq 0$ n'est en fait satisfaite que pour $M < 1.58$ (il suffit pour cela de résoudre l'équation $1 + M^2 - \exp(M^2/2) > 0$). Des ondes acoustiques poussiéreuses solitaires d'amplitude finie et à potentiel négatif (soliton de raréfaction) existent donc pour $1 < M < 1.58$ comme l'indiquent les potentiels de Sagdeev des figures 1 et 2. Leur largeur diminue et leur amplitude augmente à mesure que le nombre de Mach M devient important comme le montre la figure 3).

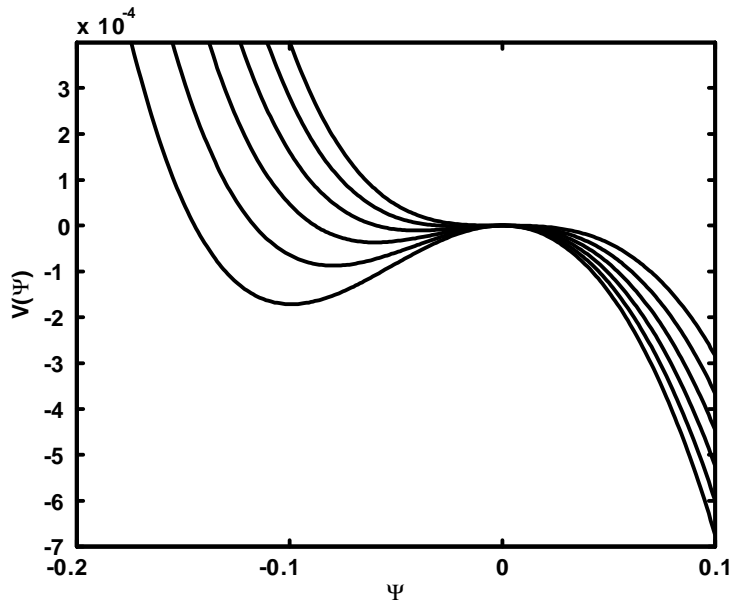


Figure 1: Variation du potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ en fonction de Ψ pour différentes valeurs du nombre de Mach $M = 1.00, 1.01, 1.02, 1.03, 1.04$ et 1.05 (de haut vers le bas).

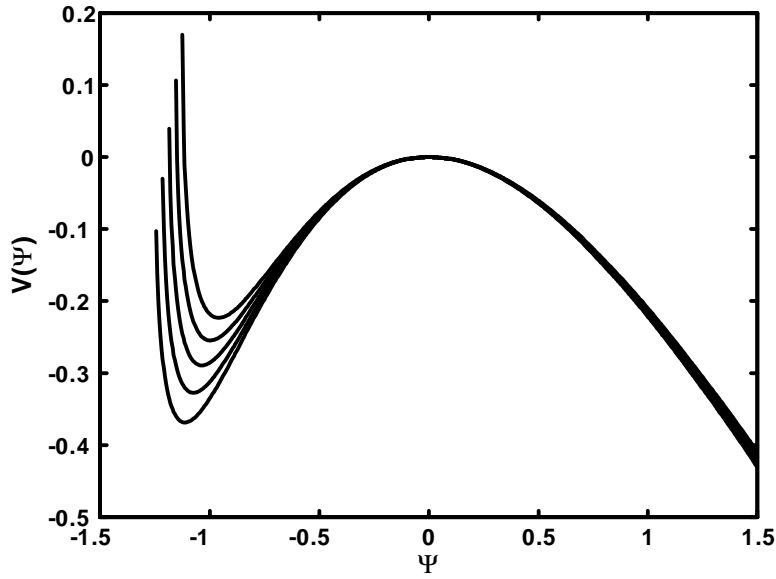


Figure 2: Variation du potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ en fonction de Ψ pour différentes valeurs du nombre de Mach $M = 1.5, 1.52, 1.54, 1.56$ et 1.58 (de haut vers le bas).

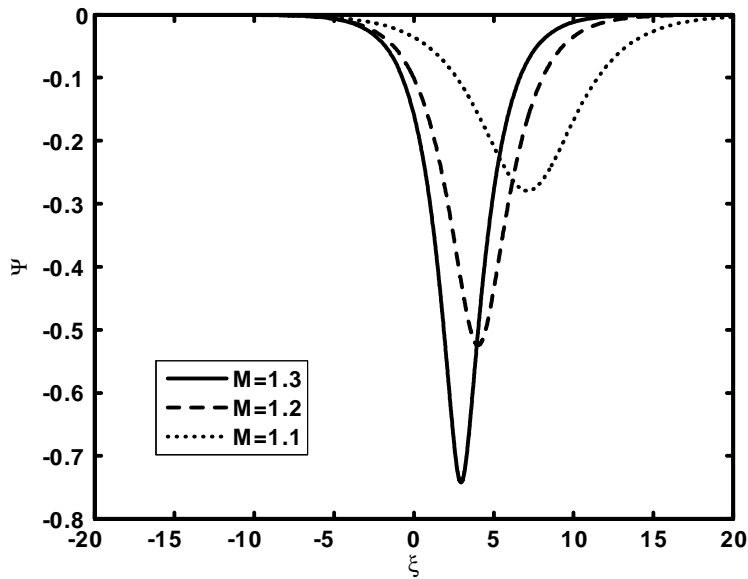


Figure 3: Potentiel électrostatique solitaire Ψ associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs du nombre de Mach $M = 1.1, 1.2$ et 1.3 .

Intéressons nous maintenant à la dynamique des solitons acoustiques poussiéreux de faible amplitude ($|\Psi| < 2M^2$). Pour cela, nous établissons à partir des (3.4)-(3.6) l'équation de Korteweg-de Vries (K-dV) en faisant appel à la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti[31] et les variables qu'ils ont introduites

$$\zeta = \varepsilon^{1/2}(X - v_0 T) \quad (3.18)$$

$$\tau = \varepsilon^{3/2} T \quad (3.19)$$

où ε est un paramètre de mesure de la faiblesse de l'amplitude, de la non linéarité ou de la dispersion et v_0 représente la vitesse du soliton (normalisée par rapport à C_d). Les variables N_d , V_d et Ψ peuvent être alors développées en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$N_d = 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \dots \quad (3.20)$$

$$V_d = \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^2 V_d^{(2)} + \dots \quad (3.21)$$

$$\Psi = \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \dots \quad (3.22)$$

A l'ordre le plus petit en ε , les équations (3.4) et (3.5) donnent $N_d^{(1)} = V_d^{(1)}/v_0$, $V_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0$ et $v_0 = 1$. A l'ordre suivant, nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial(N_d^{(1)} V_d^{(1)})}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} + V_d^{(1)} \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^2} - \Psi^{(2)} - N_d^{(2)} + \frac{1}{2}(\Psi^{(1)})^2 = 0 \quad (3.25)$$

à partir desquelles, nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + a_0 \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \zeta} + b_0 \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (3.26)$$

où $a_0 = -1$ et $b_0 = 1/2$ et dont la solution stationnaire et localisée est donnée[55] par

$$\Psi^{(1)} = \Psi_m^{(1)} \text{Sech}^2 \left(\frac{\zeta - u_0 \tau}{\delta} \right) \quad (3.27)$$

$\Psi_m = 3u_0/a = -3u_0$ et $\delta = (4b/u_0)^{1/2} = (2/u_0)^{1/2}$ représentent respectivement l'amplitude et la largeur du soliton. Les deux derniers termes de l'équation (3.26) traduisent respectivement la non linéarité et la dispersion dont l'équilibre donne lieu à la formation du soliton. L'équation (3.27) confirme en fait que le modèle de Mamun *et al.* ne peut admettre que des ondes acoustiques poussiéreuses solitaires de raréfaction à potentiel négatif.

3.3 Généralisation du modèle précédent au cas d'ions supra-thermiques

3.3.1 Cas d'une seule température ionique

On se propose dans ce qui suit de reconsidérer la généralisation du modèle de Mamun *et al.*[53] au cas d'ions supra-thermiques. Pour cela, considérons un plasma composé de grains de poussière chargés négativement et d'une population d'ions supra-thermiques de densités respectives n_d et n_i . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, avoir la même charge $q_d = -eZ_d$, le même rayon et la même masse. Les oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase v_p , associées à un tel plasma peuvent alors être décrites par les équations de base du modèle fluide suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_d - N_i \quad (3.30)$$

La densité des grains N_d , leur vitesse fluide V_d , le potentiel électrostatique Ψ , le temps T et le variable d'espace X sont normalisés respectivement par n_{d0} , $C_d = (Z_d T_i / m_d)^{1/2}$, T_i / e , $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2)^{1/2}$, $\lambda_{Dd} = (T_i / 4\pi Z_d n_{d0} e^2)^{1/2}$. La fonction de distribution unidimensionnelle des vitesses des ions supra-thermiques est donnée par[50]

$$f_i(x, v_x) = \frac{n_{i0}}{\pi^{1/2} \theta_{thi}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\kappa^{1/2} \Gamma(\kappa + \frac{1}{2})} \left(1 + \frac{v_x^2}{\kappa \theta_{thi}^2} + \frac{2e\Phi}{\kappa m_i \theta_{thi}^2} \right)^{-\kappa-1} \quad (3.31)$$

où $\kappa > \frac{1}{2}$ représente l'indice spectral et $\theta_{thi} = \sqrt{(2\kappa - 1) / \kappa v_{ti}}$. Ces distributions, dites distributions kappa, sont couramment utilisées pour modéliser des distributions observées dans les plasmas naturels: elles sont quasi-Maxwelliennes aux basses énergies, tandis que pour les particules plus énergétiques elles décroissent selon une loi de puissance. En intégrant $f_i(x, v_x)$ sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$n_i(\Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_i(x, v_x) dv_x = 2 \int_0^{\infty} f_i(x, v_x) dv_x = n_{i0} \left(1 + \frac{2e\Phi}{\kappa m_i \theta_{thi}^2} \right)^{-\kappa-\frac{1}{2}}$$

ou

$$N_i = \left(\frac{n_i}{n_{i0}} \right) = \left(1 + \frac{\Psi}{\kappa - \frac{1}{2}} \right)^{-\kappa - \frac{1}{2}} \quad (3.32)$$

3.3.2 Existence des solitons

A l'instar de la section précédente, les équations (3.28)-(3.30) sont réécrites en faisant appel à la variable $\xi = X - MT$, où M représente le nombre de Mach (vitesse du soliton $/C_d$). En imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $V_d \rightarrow 0$, $N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons à partir des équations (3.28) et (3.29) l'expression de la densité normalisée des grains suivante

$$N_d = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Psi}} \quad (3.33)$$

En portant la relation (3.33) dans l'équation de Poisson (3.30), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par $d\Psi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (3.34)$$

où

$$V(\Psi) = M^2 + 1 - M\sqrt{M^2 + 2\Psi} - \left(1 + \frac{\Psi}{\kappa - \frac{1}{2}} \right)^{-\kappa + \frac{1}{2}} \quad (3.35)$$

représente le potentiel de Sagdeev ou pseudo-potentiel[54]. Par analogie, l'équation (3.34) peut être perçue comme étant l'intégrale d'énergie d'une pseudo-particule de masse unité, de position Ψ et de vitesse $d\Psi/d\xi$ oscillant dans un potentiel $V(\Psi)$. Avant toute simulation numérique, il est instructif de discuter les conditions à requérir pour que (3.34) admette des solutions localisées. Il est clair que $V(\Psi) = dV(\Psi)/d\Psi = 0$ en $\Psi = 0$. L'équation (3.34) admet des solutions solitaires si[53]: **(i)** $(d^2V/d\Psi^2)_{\Psi=0} < 0$, **(ii)** Il existe une valeur maximale ou minimale Ψ_m de Ψ pour laquelle $V(\Psi_m) \geq 0$ et **(iii)** $V(\Psi_m) < 0$ pour tout Ψ compris entre 0 et Ψ_m . Il serait alors souhaitable de voir s'il existe une limite supérieure de M au delà de laquelle les structures solitaires n'existent plus. $\Psi_m = -M^2/2$ étant la valeur minimal de Ψ pour laquelle la densité (3.33) est réelle, la condition $V(\Psi_m) \geq 0$ n'est en fait satisfaite que pour M déterminé à partir de la résolution de l'équation $M^2 + 1 - (1 - M^2/(2\kappa - 1))^{(-\kappa + \frac{1}{2})} > 0$. L'analyse de l'équation (3.35) montre que notre modèle de plasma peut effectivement

admettre des ondes solitaires acoustiques poussiéreuses. La nature de ces ondes solitaire (de compression ou de raréfaction) peut alors être trouvée en développant le potentiel de Sagdeev à l'ordre 3 en séries de Taylor[56],[57]

$$\begin{aligned} V(\Psi) &\simeq V(0) + \Psi \left(\frac{dV(\Psi)}{d\Psi} \right)_{\Psi=0} + \Psi^2 \left(\frac{d^2V(\Psi)}{d\Psi^2} \right)_{\Psi=0} + \Psi^3 \left(\frac{d^3V(\Psi)}{d\Psi^3} \right)_{\Psi=0} \\ &= \Psi^2 \left(\frac{d^2V(\Psi)}{d\Psi^2} \right)_{\Psi=0} + \Psi^3 \left(\frac{d^3V(\Psi)}{d\Psi^3} \right)_{\Psi=0} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Le nombre de Mach critique M_c est alors celui pour lequel le terme quadratique est nul. A ce moment là, si le terme cubique est négatif, le puits de potentiel $V(\Psi)$ se trouvera du côté des Ψ négatifs (soliton de raréfaction) et, dans le cas inverse, de celui des Ψ positifs (soliton de compression). Dans notre cas, le nombre de Mach critique obtenu est donné par

$$M_c = \sqrt{\frac{(\kappa - \frac{1}{2})}{(\kappa + \frac{1}{2})}} \quad (3.37)$$

La relation (3.37) indique que le nombre de Mach critique M_c dépend fortement de nombre kappa κ . La nature de ces ondes solitaires peut alors être déterminée à partir du signe de l'expression suivante

$$\left(\frac{d^3V}{d\Psi^3} \right)_{\Psi=0} = \frac{(\kappa + \frac{1}{2})(\kappa + \frac{3}{2})}{(\kappa - \frac{1}{2})^2} - \frac{3}{M_c^4} \quad (3.38)$$

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. L'équation (3.34) peut être traitée soit comme un problème aux valeurs initiales, soit comme un problème aux valeurs limites. Par souci de simplicité et étant donné que seules les variations de la solution à l'intérieur du domaine d'intégration nous intéressent, nous avons opté pour le problème aux valeurs initiales. Pour démarrer l'intégration numérique, les valeurs initiales $\Psi_0 = \Psi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = 10^{-8}$ ont été choisies. L'analyse numérique de $V(\Psi)$ pour différentes valeurs du nombre de Mach M et de l'indice κ révèle l'existence d'ondes acoustiques poussiéreuses solitaires de raréfaction. Les figures 4 et 5 illustrent les variations du potentiel solitaire de l'onde acoustique poussiéreuse et du pseudo-potential qui lui est associé pour différentes valeurs du nombre de Mach M . A mesure que M augmente, l'amplitude du soliton augmente alors que sa largeur se rétrécit. La figure 6 indique qu'à mesure que les ions dévient de leur équilibre thermodynamique ($\kappa \rightarrow 1/2$), l'amplitude du pulse solitaire augmente alors que sa largeur diminue. Ce résultat est confirmé par le pseudo-potential (Fig.7) associé à la structure solitaire.

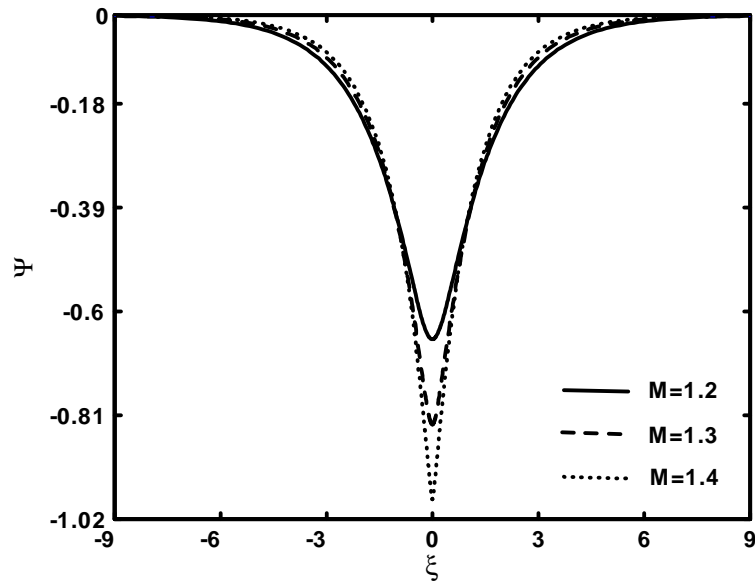


Figure 4: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du nombre de Mach M et $\kappa = 6$.

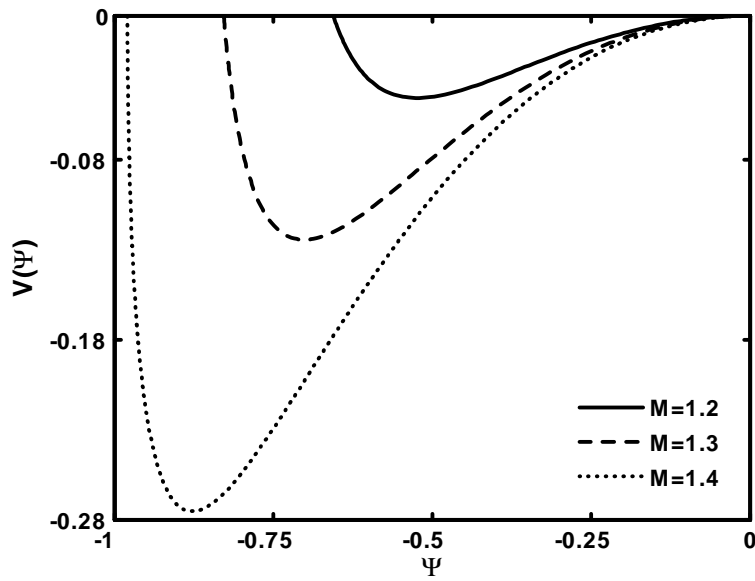


Figure 5: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé au soliton de la figure 4.

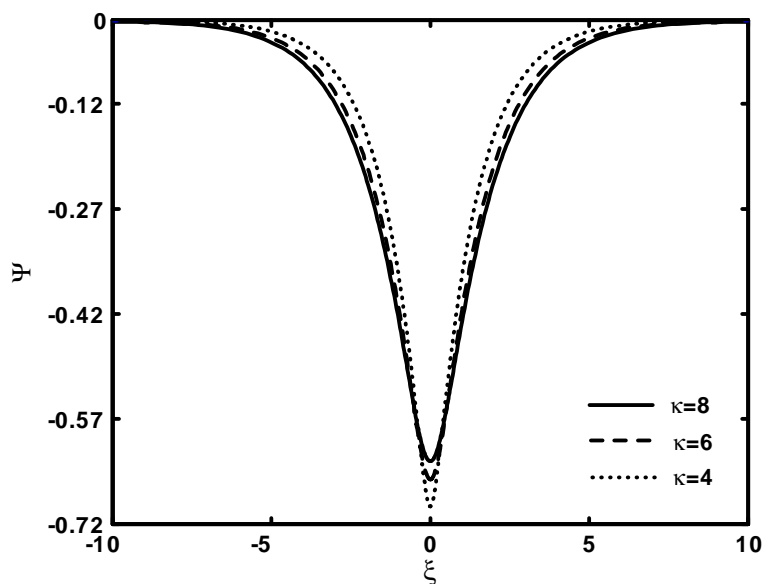


Figure 6: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs de l'indice spectral κ et $M = 1.2$.

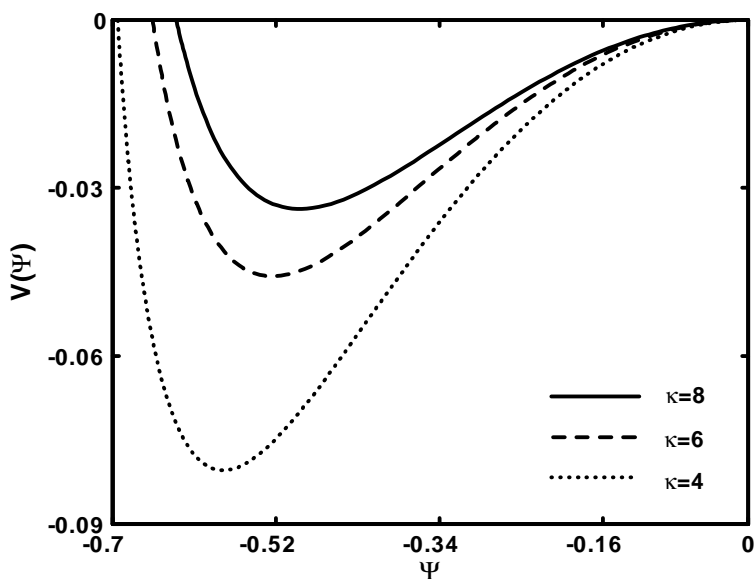


Figure 7: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé à la structure solitaire la figure 6.

Nous allons maintenant nous intéresser à la dynamique des solitons acoustiques poussiéreux de faible amplitude ($|\Psi^2| < 2M^2$). Nous établissons à partir des équations (3.28)-(3.30) l'équation classique de Korteweg-de Vries (K- dV) en utilisant la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti[31] ainsi que les variables qu'ils ont introduites $\zeta = \varepsilon^{1/2}(X - v_0T)$ et $\tau = \varepsilon^{3/2}T$, où ε est un paramètre de mesure de la faiblesse de l'amplitude, de la non

linéarité ou de la dispersion et v_0 la vitesse de propagation du soliton. Les variables N_d , V_d et Ψ sont alors développées en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$N_d = 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \dots \quad (3.39)$$

$$V_d = \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^2 V_d^{(2)} + \dots \quad (3.40)$$

$$\Psi = \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \dots \quad (3.41)$$

De même, la densité numérique N_i des ions supra-thermiques peut être développée sous la forme

$$N_i = 1 - \frac{(\kappa + \frac{1}{2})}{(\kappa - \frac{1}{2})} \Psi + \frac{1}{2} \frac{(\kappa + \frac{1}{2}) (\kappa + \frac{3}{2})}{(\kappa - \frac{1}{2})^2} \Psi^2 \quad (3.42)$$

A l'ordre le plus petit en ε , les équations (3.28) et (3.29) donnent $N_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0^2$ et $V_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0$, où la vitesse v_0 est donnée par

$$v_0 = \sqrt{\frac{(\kappa - \frac{1}{2})}{(\kappa + \frac{1}{2})}} \quad (3.43)$$

A l'ordre suivant, nous obtenons le système d'équations suivant

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial (N_d^{(1)} V_d^{(1)})}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} + V_d^{(1)} \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^2} = N_d^{(2)} + \frac{(\kappa + \frac{1}{2})}{(\kappa - \frac{1}{2})} \Psi^{(2)} - \frac{1}{2} \frac{(\kappa + \frac{1}{2}) (\kappa + \frac{3}{2})}{(\kappa - \frac{1}{2})^2} (\Psi^{(1)})^2 \quad (3.46)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + a_1 \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \zeta} + b_1 \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (3.47)$$

avec $a_1 = -\kappa / (\kappa + \frac{1}{2}) v_0$, $b_1 = v_0^3 / 2$ et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par

$$\Psi^{(1)} = \Psi_m \text{Sech}^2 \left(\frac{\zeta - u_0 \tau}{\delta} \right) \quad (3.48)$$

$\Psi_m = 3u_0/a_1$ et $\delta = (4b_1/u_0)^{1/2}$ représentent respectivement l'amplitude et la largeur du soliton.

3.4 Cas de deux températures ioniques

On se propose maintenant d'étendre l'analyse précédente au cas d'un plasma supra-thermique à deux températures ioniques. Pour cela, considérons un plasma constitué de grains de poussière chargés négativement et de deux populations ioniques supra-thermiques de températures respectives T_{i1} et T_{i2} . A l'équilibre, $n_{i10} + n_{i20} = Z_d n_{d0}$, où n_{d0} , n_{i10} et n_{i20} désignent, respectivement, les densités à l'équilibre des grains de poussière et des deux populations ioniques. Les oscillations acoustiques poussiéreuses associées à un tel modèle de plasma peuvent alors être décrites grâce au système d'équations adimensionnelles suivant

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_d - \frac{1}{f+1} N_{i1} - \frac{f}{f+1} N_{i2} \quad (3.51)$$

Les densités numériques N_{i1} et N_{i2} des deux populations d'ions supra-thermiques sont données par

$$N_{i1} = \left(\frac{n_{i1}}{n_{i10}} \right) = \left(1 + \frac{\Psi}{\kappa_1 - \frac{1}{2}} \right)^{-\kappa_1 - \frac{1}{2}} \quad (3.52)$$

$$N_{i2} = \left(\frac{n_{i2}}{n_{i20}} \right) = \left(1 + \frac{\sigma \Psi}{\kappa_2 - \frac{1}{2}} \right)^{-\kappa_2 - \frac{1}{2}} \quad (3.53)$$

où $\sigma = T_{i1}/T_{i2}$ et $f = n_{i20}/n_{i10}$. La densité N_d des grains de poussière, leur vitesse fluide V_d , le potentiel électrostatique Ψ , le temps T et la variable d'espace X sont normalisés respectivement par n_{d0} , $C_s = (Z_d T_{i1}/m_d)^{1/2}$, T_{i1}/e , $\omega_{pd}^{-1} = (m_d/4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2)^{1/2}$ et $\lambda_{Dd} = (T_{i1}/4\pi Z_d n_{d0} e^2)^{1/2}$. En procédant de la même manière que précédemment, nous obtenons

$$N_d = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Psi}} \quad (3.54)$$

En intégrant l'équation de Poisson et en appliquant les conditions aux limites propres aux solutions localisées (lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$, $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$, $\Psi \rightarrow 0$), l'équation de Poisson (3.51) peut être réécrite sous la forme quadratique suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (3.55)$$

où

$$\begin{aligned}
 V(\Psi) = & -M\sqrt{M^2 + 2\Psi} - \frac{1}{(f+1)} \left(1 + \frac{\Psi}{\kappa_1 - \frac{1}{2}}\right)^{-\kappa_1 + \frac{1}{2}} \\
 & - \frac{f}{(f+1)\sigma} \left(1 + \frac{\sigma\Psi}{\kappa_2 - \frac{1}{2}}\right)^{-\kappa_2 + \frac{1}{2}} + M^2 + \frac{1}{(f+1)} + \frac{f}{(f+1)\sigma}
 \end{aligned} \quad (3.56)$$

représente le potentiel de Sagdeev[54]. En procédant de la même manière que précédemment (rappelons que les conditions d'existence d'une solution en onde solitaire ont déjà été énoncées dans les paragraphes précédents), le nombre de Mach critique est donné par

$$M_c = \sqrt{\frac{(f+1) \left(\kappa_1 - \frac{1}{2}\right) \left(\kappa_2 - \frac{1}{2}\right)}{\left(\kappa_2 - \frac{1}{2}\right) \left(\kappa_1 + \frac{1}{2}\right) + f\sigma \left(\kappa_1 - \frac{1}{2}\right) \left(\kappa_2 + \frac{1}{2}\right)}} \quad (3.57)$$

La nature de ces ondes solitaires peut alors être déterminée à partir du signe de l'expression suivante

$$\left(\frac{d^3V}{d\Psi^3}\right)_{\Psi=0} = -\frac{3}{M_c^4} + \frac{\left(\kappa_1 + \frac{3}{2}\right) \left(\kappa_1 + \frac{1}{2}\right)}{(f+1) \left(\kappa_1 - \frac{1}{2}\right)^2} + \frac{f\sigma^2}{(f+1)} \frac{\left(\kappa_2 + \frac{3}{2}\right) \left(\kappa_2 + \frac{1}{2}\right)}{\left(\kappa_2 - \frac{1}{2}\right)^2} \quad (3.58)$$

La relation (3.57) indique que le nombre de Mach critique M_c dépend du rapport de températures, $\sigma = T_{i1}/T_{i2}$, des deux populations ioniques présentes dans le plasma, de leur fraction relative $f = n_{i20}/n_{i10}$ et des indices spectraux κ_1 et κ_2 .

L'équation (3.55) est alors résolue numériquement pour différentes valeurs des paramètres du plasma (M , κ_1 , κ_2 , σ , f) en choisissant comme conditions initiales $\Psi_0 = \Psi(\xi = 0) = 0$ et un champ électrique initial $E_0 = 10^{-12}$. Les paramètres du plasma ont été choisis de manière à satisfaire les conditions d'existence des solutions solitaires. La figure 8 ainsi que le pseudo-potentiel qui lui est associé (Fig.9) indiquent qu'une augmentation du nombre de Mach M entraîne une augmentation de l'amplitude du soliton et une légère diminution de sa largeur. Les figures 10 et 11 révèlent qu'à mesure que les ions de température T_1 dévient de leur équilibre thermodynamique ($\kappa_1 \rightarrow 1/2$), l'amplitude du pulse solitaire augmente alors que sa largeur diminue. Une augmentation du rapport de températures $\sigma = T_{i1}/T_{i2}$ (figures 12 et 13) se traduit par une augmentation de l'amplitude du potentiel solitaire et une réduction de sa largeur donnant ainsi lieu à l'existence de structures solitaires de type cornu. Les figures 14 et 15 montrent qu'une augmentation du nombre d'ions de température T_2 ou une diminution du nombre d'ions de température T_1 ($f = n_{i20}/n_{i10}$ augmente) entraîne une diminution de l'amplitude du pulse solitaire tandis que sa largeur augmente. Par conséquent, la présence de deux populations ioniques de températures différentes peut altérer les propriétés intrinsèques de l'onde acoustique poussièreuse. Cependant, les modèles de

plasmas à plusieurs températures ont, récemment, suscité de larges débats contradictoires. Car, si pour certains la formulation fluide ne souffre d'aucune contestation, pour d'autres ces modèles n'ont aucune assise cinétique. Pour notre part (et c'est l'approche qui tend à être la plus communément admise), pour justifier le modèle à deux populations ioniques, ces dernières doivent être séparées (par un moyen ou un autre) dans l'espace des configurations.

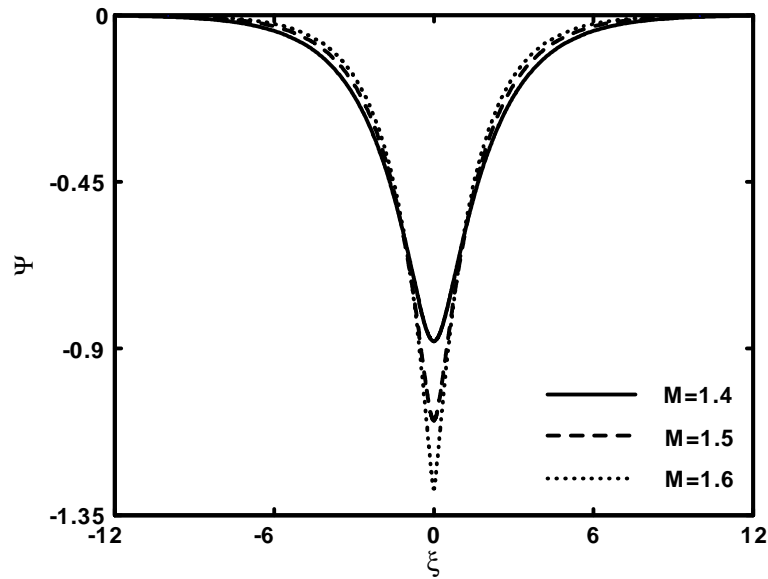


Figure 8: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du nombre de Mach M , avec $\kappa_1 = 6$, $\kappa_2 = 4$, $\sigma = 0.4$ et $f = 1.3$.

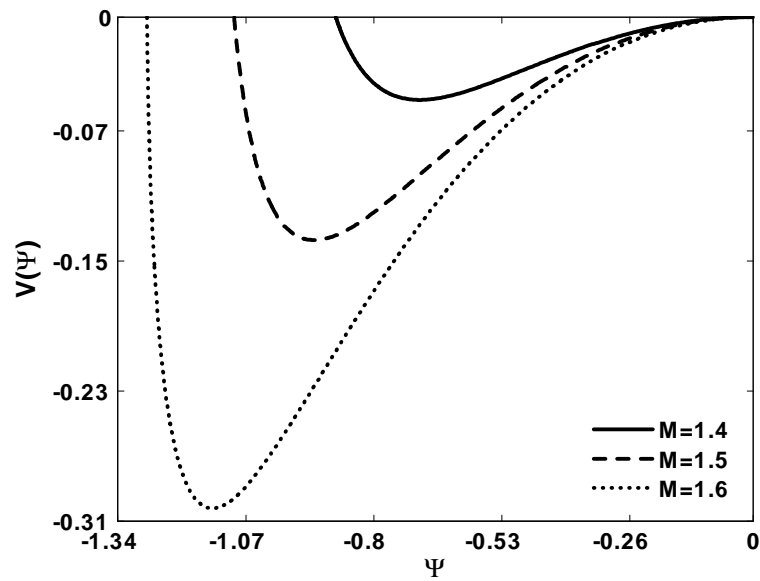


Figure 9: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé à la structure solitaire de la figure 8.

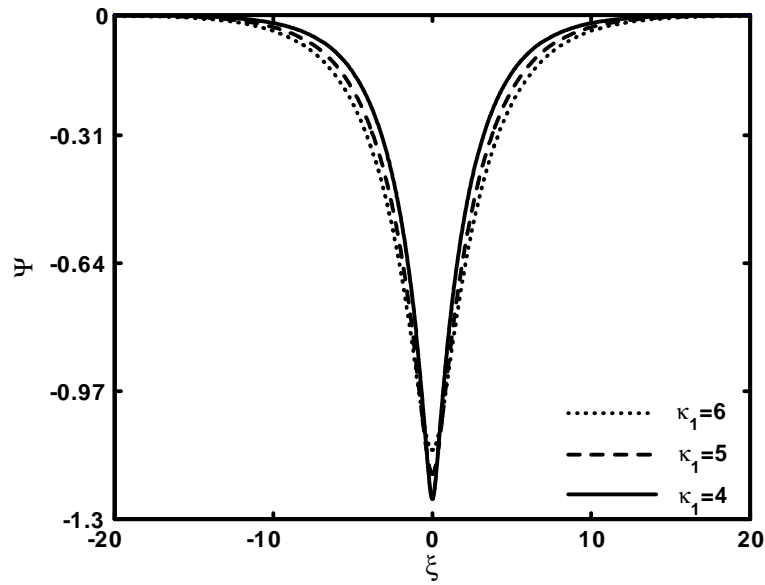


Figure 10: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs de l'indice spectral κ_1 avec $M = 1.6$, $\kappa_2 = 2$, $\sigma = 0.1$ et $f = 2$.

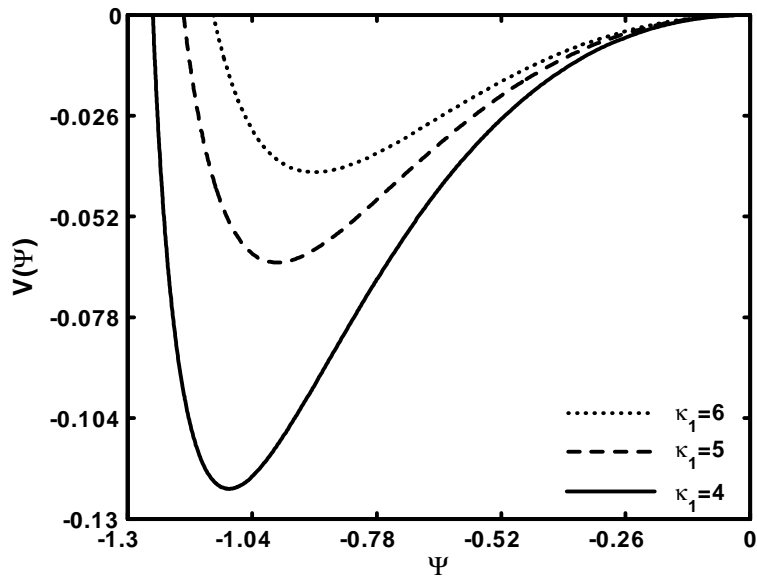


Figure 11: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé à la structure solitaire de la figure 10.

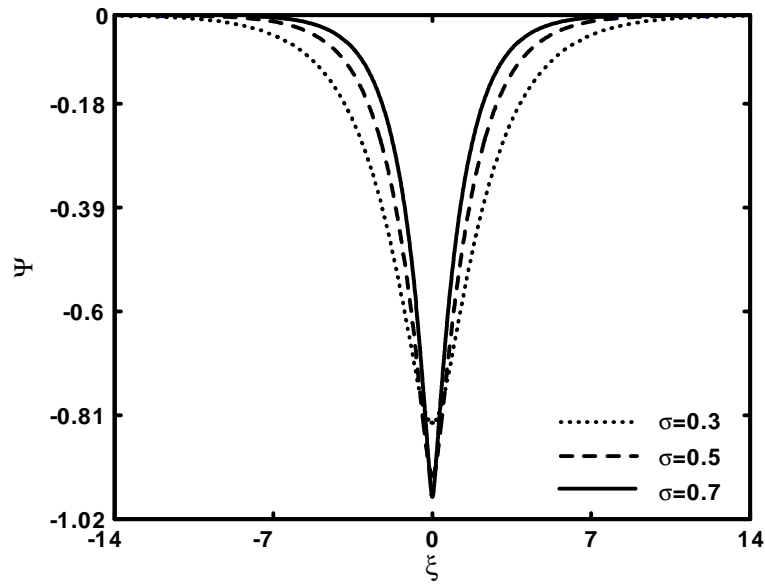


Figure 12: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs de σ avec $M = 1.4$, $\kappa_1 = 6$, $\kappa_2 = 3$ et $f = 1.4$.

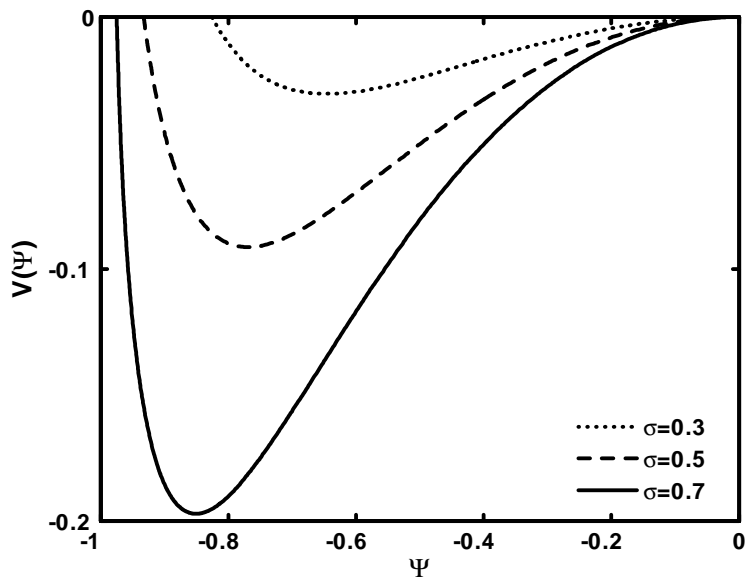


Figure 13: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé au soliton de la figure 12.

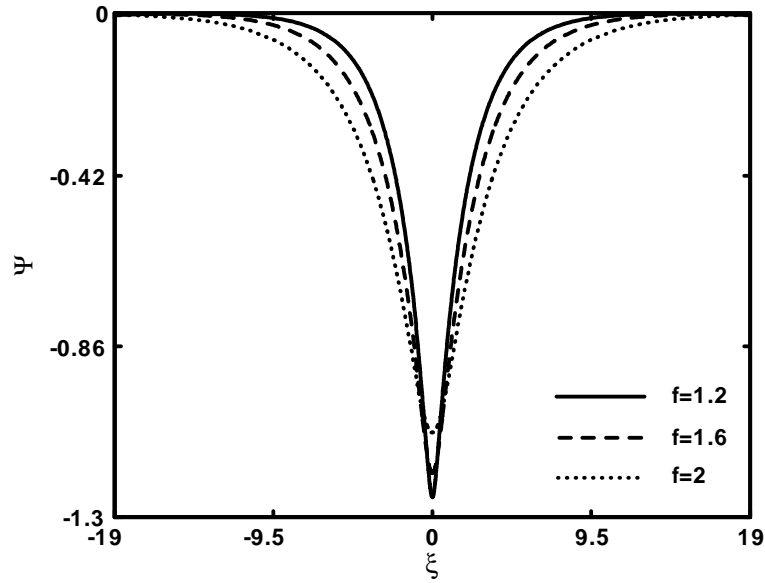


Figure 14: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs de f , avec $M = 1.6$, $\kappa_1 = 6$, $\kappa_2 = 4$ et $\sigma = 0.1$.

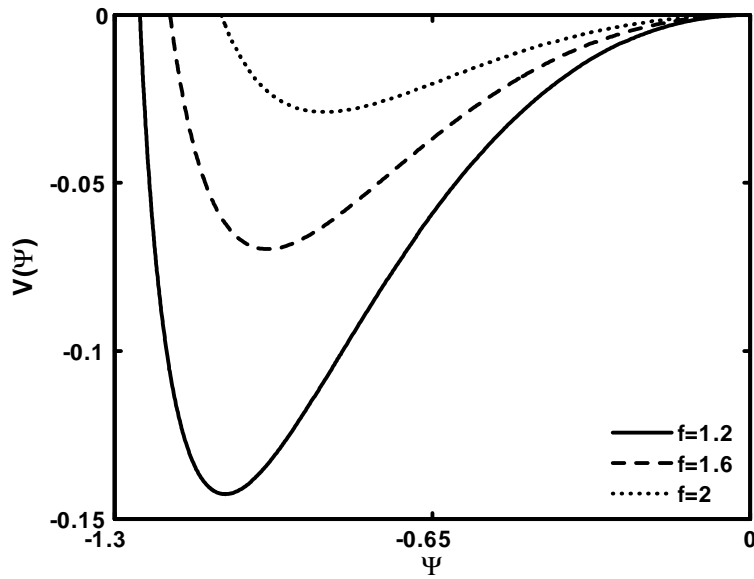


Figure 15: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé au soliton de la figure 14.

Intéressons nous maintenant, dans le cadre du modèle à deux températures, aux solitons acoustiques poussiéreux de faible amplitude ($|\Psi^2| < 2M^2$). Pour cela, nous établissons à partir des équations (3.49)-(3.51) une équation de type Korteweg-de Vries (K-dV) en utilisant la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti[31] ainsi que les variables qu'ils ont introduites $\zeta = \varepsilon^{1/2}(X - v_0T)$ et $\tau = \varepsilon^{3/2}T$, où ε représente un paramètre de mesure de la faiblesse de l'amplitude, de la non linéarité ou de la dispersion et v_0 la vitesse

de propagation du soliton. Les variables N_d , V_d et Ψ peuvent alors être développées en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$N_d = 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \dots \quad (3.59)$$

$$V_d = \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^2 V_d^{(2)} + \dots \quad (3.60)$$

$$\Psi = \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \dots \quad (3.61)$$

De même, les densités numériques N_{i1} et N_{i2} des ions supra-thermiques peut être développées sous la forme

$$N_{i1} = 1 - \frac{(\kappa_1 + \frac{1}{2})}{(\kappa_1 - \frac{1}{2})} \Psi + \frac{1}{2} \frac{(\kappa_1 + \frac{1}{2}) (\kappa_1 + \frac{3}{2})}{(\kappa_1 - \frac{1}{2})^2} \Psi^2 \quad (3.62)$$

$$N_{i2} = 1 - \frac{\sigma (\kappa_2 + \frac{1}{2})}{(\kappa_2 - \frac{1}{2})} \Psi + \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 (\kappa_2 + \frac{1}{2}) (\kappa_2 + \frac{3}{2})}{(\kappa_2 - \frac{1}{2})^2} \Psi^2 \quad (3.63)$$

A l'ordre le plus petit en ε , les équations (3.49) et (3.50) donnent $N_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0^2$ et $V_d^{(1)} = -\Psi^{(1)}/v_0$, où la vitesse v_0 est donnée par

$$v_0 = \sqrt{\frac{(f+1) (\kappa_1 - \frac{1}{2}) (\kappa_2 - \frac{1}{2})}{(\kappa_2 - \frac{1}{2}) (\kappa_1 + \frac{1}{2}) + f\sigma (\kappa_1 - \frac{1}{2}) (\kappa_2 + \frac{1}{2})}} \quad (3.64)$$

A l'ordre suivant, nous obtenons le système d'équations suivant

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial (N_d^{(1)} V_d^{(1)})}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.65)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \zeta} + V_d^{(1)} \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.66)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^2} &= N_d^{(2)} + \frac{(\kappa_1 + \frac{1}{2})}{(f+1) (\kappa_1 - \frac{1}{2})} \Psi^{(2)} - \frac{1}{2} \frac{(\kappa_1 + \frac{1}{2}) (\kappa_1 + \frac{3}{2})}{(f+1) (\kappa_1 - \frac{1}{2})^2} (\Psi^{(1)})^2 \\ &+ \frac{f\sigma (\kappa_2 + \frac{1}{2})}{(f+1) (\kappa_2 - \frac{1}{2})} \Psi^{(2)} - \frac{1}{2} \frac{f\sigma^2 (\kappa_2 + \frac{1}{2}) (\kappa_2 + \frac{3}{2})}{(f+1) (\kappa_2 - \frac{1}{2})^2} (\Psi^{(1)})^2 \end{aligned} \quad (3.67)$$

à partir duquel nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + a_2 \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \zeta} + b_2 \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (3.68)$$

où

$$a_2 = \frac{v_0^3}{2} \left\{ -\frac{3}{v_0^4} + \frac{(\kappa_1 + \frac{1}{2})(\kappa_1 + \frac{3}{2})}{(f+1)(\kappa_1 - \frac{1}{2})^2} + \frac{f\sigma^2(\kappa_2 + \frac{1}{2})(\kappa_2 + \frac{3}{2})}{(f+1)(\kappa_2 - \frac{1}{2})^2} \right\}$$

$$b_2 = v_0^3/2$$

et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par

$$\Psi^{(1)} = \Psi_m \operatorname{Sech}^2 \left(\frac{\zeta - u_0\tau}{\delta} \right) \quad (3.69)$$

$\Psi_m = 3u_0/a_1$ et $\delta = (4b_1/u_0)^{1/2}$ représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton. Cette solution confirme en fait que la dynamique de l'onde acoustique poussiéreuse, même en faible amplitude, dépend de l'importance relative des deux populations d'ions supra-thermiques présentes dans notre modèle de plasma.

4

Etude de l'influence de la supra-thermalité ionique sur les ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux à charge variable

4.1 Présentation physique du problème

L'omniprésence des grains de poussière chargés dans le milieu interstellaire a été reconnue depuis les années trente [58], [59], [60], [3], [61]. Ces grains de poussière, massifs et hautement chargés, peuvent modifier les propriétés intrinsèques du plasma habituel à deux composantes. De nouveaux modes, à l'instar du mode acoustique poussiéreux (DA) [6], et de nouvelles instabilités peuvent alors apparaître. La charge du grain de poussière provient généralement d'un concours d'une variété de processus physiques tels la collection des particules chargées du plasma ambiant, la photo-ionisation, l'émission électronique secondaire, l'émission par ions énergétiques, ...etc. La charge du grain de poussière n'étant plus constante, il devient alors nécessaire d'établir une équation d'évolution qui puisse tenir compte de ce nouveau degré de liberté additionnelle: la dynamique de la charge du grain. Celle-ci deviendra une nouvelle variable dynamique dont il est nécessaire de tenir compte de manière self-consistante. Le comportement des électrons et des ions peut alors être fortement modifié par le potentiel plasma non linéaire en produisant des populations de particules non isothermiques [62]-[69]. Par ailleurs, de nombreuses observations spatiales indiquent clairement la présence d'électrons et d'ions supra-thermiques dans une variété de plasmas astrophysiques [70]-[73]

et les mesures effectuées sur leur fonction de distribution ont mis en évidence leur caractère hautement non isothermique[74]. A notre connaissance et à l'exception des travaux, en régime linéaire, de Rubab et Murtaza[75], l'influence de la supra-thermalité des particules sur l'onde acoustique poussiéreuse n'a jamais été étudiée. Rappelons que de nombreux travaux théoriques ont été consacrés à l'influence des particules supra-thermiques sur les processus collectifs linéaires et non linéaires dans les plasma à deux composantes (ions + électrons)[75]-[100]. On se propose dans le présent chapitre d'étudier l'influence de la supra-thermalité ionique sur l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma complexe à charge variable.

4.2 Equations de base du modèle

Le plasma que l'on se propose d'étudier est non collisionnel, non magnétisé et constitué de trois espèces de particules: des électrons, des ions supra-thermiques et des grains de poussière de densités, respectives, n_e , n_i et n_d . Bien que les dimensions (et donc la charge) des grains varient d'un grain à un autre, nous supposons que tous les grains ont la même charge $q_d = -eZ_d$, où Z_d représente le nombre de charge du grain. Tous les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon r_d et de masse m_d . A l'échelle caractéristique temporelle des grains de poussière, les électrons peuvent être supposés en équilibre thermodynamique et avoir la densité suivante

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\Phi}{T_e}\right) \quad (4.1)$$

L'indice $j = e, i, d$ désigne, respectivement, les électrons, les ions et les grains de poussière. Φ est le potentiel électrostatique, $q_{j=i,e} = \pm e$ la charge électrique et T_j la température des particules d'espèce j . L'indice "0" dénote des quantités à l'équilibre, en l'absence de toute perturbation ($\Phi = 0$). Les grains de poussière sont supposés être un faisceau de particules froides, toutes les particules ayant la même vitesse en une position donnée. Les grains peuvent alors être décrits grâce à la fonction de distribution suivante[101]

$$f_d(x, v_d) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} \delta(v_d - \tilde{v}_d) \quad (4.2)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left(1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\Phi q_d d\Phi\right)^{1/2} \quad (4.3)$$

représente la vitesse perturbée du grain. En intégrant la fonction de distribution (4.2) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$n_d(x) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} = n_{d0} \left(1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\Phi q_d d\Phi \right)^{-1/2} \quad (4.4)$$

Pour modéliser la distribution des ions rapides et supra-thermiques, nous nous référons à la fonction de distribution des vitesses ionique tridimensionnelle suivante[50]

$$\begin{aligned} f_i(v_i) &= f_i(v_x, v_y, v_z) \\ &= \frac{n_{i0}}{\pi^{3/2} \theta_{thi}^3} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\kappa^{3/2} \Gamma(\kappa - \frac{1}{2})} \left(1 + \frac{v_i^2}{\kappa \theta_{thi}^2} + \frac{2e\Phi}{\kappa m_i \theta_{thi}^2} \right)^{-1-\kappa} \end{aligned} \quad (4.5)$$

L'indice spectral $\kappa > 3/2$ confère, à la queue supra-thermique de la distribution, sa forme principale. La quantité Γ représente la fonction Gamma standard et

$$\theta_{thi} = \left(\frac{(\kappa - \frac{3}{2}) T_i}{\kappa/2 m_i} \right)^{1/2} \quad (4.6)$$

En intégrant l'équation (4.5) sur tout l'espace des vitesses, l'expression de la densité des ions supra-thermiques sera donnée par

$$n_i(\Phi) = n_{i0} \left(1 + \frac{2e\Phi}{\kappa m_i \theta_{thi}^2} \right)^{\frac{1}{2}-\kappa} \quad (4.7)$$

A l'équilibre, la condition de neutralité de la charge électrique s'écrit sous la forme $f = n_{i0}/n_{e0} = 1 + n_{d0}Z_{d0}/n_{e0}$. En introduisant les variables adimensionnelles suivantes $\Psi = e\Phi/T_i$, $X = x/\lambda_{Dm}$ et $Q_d = eq_d/rT_e$, où $\lambda_{Dm} = (T_i/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$ représente la longueur de Debye, L'équation de Poisson peut alors s'écrire sous la forme

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = N_e - fN_i + (f - 1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (4.8)$$

avec

$$N_i = \left(\frac{n_i}{n_{i0}} \right) = \left(1 + \frac{\Psi}{\kappa - \frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{2}-\kappa} \quad (4.9)$$

$$N_e = \left(\frac{n_e}{n_{e0}} \right) = \exp(\sigma\Psi) \quad (4.10)$$

$$N_d = \left(\frac{n_d}{n_{d0}} \right) = \frac{1}{(1 - \gamma\chi)^{1/2}} \quad (4.11)$$

où

$$\chi = \int_0^{\Psi} Q_d d\Psi \quad (4.12)$$

représente l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable. $\sigma = T_i/T_e$, $f = n_{i0}/n_{e0}$ et $\gamma = 2r_d\sigma T_e^2/(e^2 m_d v_{d0}^2)$.

Dans la théorie standard de la sonde électrostatique (Orbit Limited Motion Theory)[102], la charge du grain de poussière provient essentiellement de la collecte des électrons et des ions du plasma de base. Ces derniers viennent se greffer sur la surface du grain. Par conséquent, la charge du grain de poussière q_d peut être calculée de manière self-consistante à partir de l'équation d'évolution suivante

$$\tilde{v}_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i \quad (4.13)$$

En réalité, l'équation (4.13) traduit le principe de conservation de la charge électrique. I_e représente le courant électronique et I_i le courant ionique. Leurs expressions sont obtenus en moyennant la section efficace de collision $\sigma_{e,i}(q_d, v_{e,i}) = \pi r_d^2 (1 \pm 2eq_d/r_d m_{e,i} v_{e,i}^2)$ [24] d'une particule chargée avec un grain de poussière sur la fonction de distribution des vitesses $f_j(v_j)$, à savoir

$$I_j = q_j \int_{R_j} v_j \sigma_j(q_d, v_j) f_j(v_j) d^3 v_j \quad (4.14)$$

R_j , $C = r_d(1 + r_d/\lambda_{De}) \approx r_d$ et $\lambda_{De} = (T_e/4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$ représentent, respectivement, le domaine d'intégration dans l'espace des vitesses de l'espèce j , la capacitance effective du grain et la longueur de Debye électronique. En effectuant les intégrales (4.14), nous obtenons les expressions des courants de charge suivantes[3]

$$I_e = -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp(\sigma\Psi) \exp(Q_d) \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} I_i &= \pi r_d^2 e n_{i0} \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{(\kappa - \frac{3}{2})}{\kappa^4} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - \frac{1}{2})}} \\ &\times \left[\left(1 + \frac{\Psi}{\kappa - \frac{3}{2}} \right)^{-\kappa+1} - \frac{(\kappa - 1) Q_d}{(\kappa - \frac{3}{2}) \sigma} \left(1 + \frac{\Psi}{\kappa - \frac{3}{2}} \right)^{-\kappa} \right] \end{aligned} \quad (4.16)$$

Notons que lorsque $\kappa \rightarrow \infty$, nous retrouvons l'expression bien connue[3]

$$I_i = \pi r_d^2 e n_{i0} \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \exp(-\Psi) \left(1 - \frac{Q_d}{\sigma} \right) \quad (4.17)$$

du courant de charge ionique dans le cas d'ions distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann. La charge du grain de poussière devient alors une nouvelle variable dynamique couplée de manière self-consistante aux autres variables dynamiques du plasma telles la densité numérique des particules et le potentiel électrostatique.

4.2.1 Cas de la variation adiabatique de la charge électrique du grain de poussière

L'équation de la charge du grain $dq_d/dt = I_e + I_i$ peut être réécrite sous la forme

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} \frac{dq_d}{d(\omega_{pd}t)} = \frac{I_e + I_i}{\nu_{ch}} \quad (4.18)$$

où

$$\begin{aligned} \nu_{ch} &= -\frac{e}{r_d T_e} \left[\frac{\partial(I_e + I_i)}{\partial Q_d} \right]_{\Psi=0, Q_d=Q_{d0}} \\ &= \left(\frac{8\pi e^4 r_d^2 \sigma^2 n_{i0}^2}{m_i T_i} \right)^{1/2} \left[\frac{\exp(Q_{d0})}{\sqrt{\sigma \mu f}} + \frac{1}{\sigma \kappa} \frac{\sqrt{\kappa - \frac{3}{2}}}{\left(\kappa - \frac{3}{2}\right)} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma\left(\kappa - \frac{1}{2}\right)} \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

représente la fréquence de charge du grain et

$$\omega_{pd} = \left(\frac{4\pi n_{d0} q_{d0}^2}{m_d} \right)^{1/2} = \left(\frac{r_d^2 T_e^2 4\pi n_{d0} Q_{d0}^2}{e^2 m_d} \right)^{1/2} \quad (4.20)$$

la fréquence plasma du grain. Dans la théorie de la variation non adiabatique de la charge électrique du grain[103],[104], le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est petit mais fini, i.e., $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$, alors que dans la théorie de la variation adiabatique de la charge, ω_{pd}/ν_{ch} est très petit, $\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$. A partir des équations (4.19) et (4.20), nous pouvons établir

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} &= \left(\frac{T_i^3 m_i n_{d0} Q_{d0}^2}{\sigma^4 m_d n_{i0}^2 2e^6} \right)^{1/2} \left[\frac{\exp(Q_{d0})}{\sqrt{\sigma \mu f}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sigma \kappa} \frac{\sqrt{\kappa - \frac{3}{2}}}{\left(\kappa - \frac{3}{2}\right)} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma\left(\kappa - \frac{1}{2}\right)} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Le temps caractéristique du mouvement d'un grain dont les dimensions sont de l'ordre du micro est de l'ordre de quelques dizaines de milli-secondes alors que son temps de charge

est de l'ordre de $10^{-8}s$. Par conséquent, le déplacement du grain au cours du processus de charge est négligeable devant l'échelle spatiale de notre problème. Il s'en suit que le processus de charge peut être traité comme un phénomène local et le terme convectif de l'équation (4.13) peut être négligé pour obtenir

$$I_e + I_i \approx 0 \quad (4.22)$$

En remplaçant les expressions (4.15) et (4.16) dans (4.22), nous obtenons la relation qui lie la charge du grain au potentiel électrostatique non linéaire, exprimée en termes de la fonction de Lambert

$$Q_d(\Psi) = \frac{\sigma \left(\kappa + \Psi - \frac{3}{2} \right)}{\kappa - 1} - W \left[\frac{\sqrt{\sigma/\mu\kappa} \sqrt{\kappa - \frac{3}{2}} \Gamma(\kappa - \frac{1}{2})}{f \Gamma(\kappa + 1)} \left(1 + \frac{\Psi}{\kappa - \frac{3}{2}} \right)^\kappa \right] \times \exp \left(\frac{\sigma \left(\kappa - \frac{3}{2} \right) \left(1 + \frac{\kappa\Psi}{\kappa - \frac{3}{2}} \right)}{\kappa - 1} \right) \quad (4.23)$$

où $\mu = m_e/m_i$. La fonction W de Lambert[105], appelée aussi fonction oméga, est la fonction inverse de $g(W) = W \exp(W)$. A l'équilibre ($\Psi = 0$, $Q_d = Q_{d0}$), l'équation (4.23) requiert

$$f = \frac{\sqrt{\sigma/\mu\kappa}}{\sqrt{\left(\kappa - \frac{3}{2}\right)}} \frac{\kappa^2 - \frac{5}{2}\kappa + \frac{3}{2}}{\left[\sigma \left(\kappa - \frac{3}{2}\right) - Q_{d0}(\kappa - 1)\right]} \frac{\Gamma\left(\kappa - \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\kappa + 1)} \exp(Q_{d0}) \quad (4.24)$$

Q_{d0} est la charge des grains de poussière à l'équilibre. Dans la simulation numérique qui va suivre, la valeur de f sera déduite à partir de l'équation (4.24) alors que les autres paramètres sont supposés a priori connus. A partir de l'équation (4.24), le rapport ω_{pd}/ν_{ch} peut être réécrit comme suit

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} = \left(\frac{T_i^3 m_i n_{d0} Q_{d0}^2}{\sigma^4 m_d n_{i0}^2 2e^6} \right)^{1/2} \left[\frac{\sqrt{\kappa - \frac{3}{2}} \Gamma(\kappa + 1)}{\sigma\kappa \Gamma\left(\kappa - \frac{1}{2}\right)} \times \left(\frac{\sigma \left(\kappa - \frac{3}{2}\right) - Q_{d0}(\kappa - 1)}{\kappa^2 - \frac{5}{2}\kappa + \frac{3}{2}} + \frac{1}{\left(\kappa - \frac{3}{2}\right)} \right) \right]^{-1} \quad (4.25)$$

En multipliant chaque membre de l'équation (4.8) par $d\Psi/dX$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $d\Psi/dX \rightarrow 0$ lorsque $X \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{dX} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (4.26)$$

où

$$\begin{aligned} V(\Psi) = & \frac{1 - \exp(\sigma\Psi)}{\sigma} + f \left[1 - \left(1 + \frac{\Psi}{\kappa - \frac{3}{2}} \right)^{-\kappa + \frac{3}{2}} \right] \\ & + \frac{2(f-1)}{\gamma Q_{d0}} \left[\sqrt{1 - \gamma\chi} - 1 \right] \end{aligned} \quad (4.27)$$

représente le pseudo-potentiel ou potentiel de Sagdeev[54]. L'équation (4.26) peut être interprétée comme étant l'équation de mouvement d'une pseudo-particule de masse unité, de position Ψ et de vitesse $d\Psi/dX$ oscillant dans un potentiel $V(\Psi)$. Il est aisé de vérifier à partir de l'équation (4.27) que $V(\Psi) = dV(\Psi)/d\Psi = 0$ en $\Psi = 0$. Rappelons que l'équation (4.26) n'admettra de solutions solitaires que si

- (i) $\left(\frac{d^2V(\Psi)}{d\Psi^2} \right)_{\Psi=0} < 0$, le point à l'origine est alors dit instable ;
- (ii) il existe une valeur maximale ou minimale Ψ_m de Ψ pour laquelle $V(\Psi_m) = 0$;
- (iii) $V(\Psi) < 0$ pour tout Ψ compris entre 0 et Ψ_m .

La deuxième condition signifie qu'une quasi-particule d'énergie totale nulle sera réfléchiée à la position $\Psi = \Psi_m$ alors que la troisième condition indique que V doit être un puits de potentiel dans lequel la quasi-particule est piégée. Les conditions (i)-(iii) requièrent des paramètres plasma de satisfaire (notons que $Q_{d0} < 0$)

$$\left(\frac{d^2V(\Psi)}{d\Psi^2} \right)_{\Psi=0} = -\sigma - \frac{f(\kappa - \frac{1}{2})}{(\kappa - \frac{3}{2})} - \frac{\gamma(f-1)Q_{d0}}{2} - \frac{(f-1)}{Q_{d0}} \left(\frac{dQ_d}{d\Psi} \right)_{\Psi=0} < 0 \quad (4.28)$$

ou

$$\left(\frac{dQ_d}{d\Psi} \right)_{\Psi=0} < -\frac{Q_{d0}}{(f-1)} \left(\sigma + \frac{f(\kappa - \frac{1}{2})}{(\kappa - \frac{3}{2})} \right) - \frac{\gamma Q_{d0}^2}{2} \quad (4.29)$$

et

$$V(\Psi_c) \geq 0 \quad (4.30)$$

où Ψ_c est la valeur minimale ou maximale de Ψ correspondant à la valeur minimale ou maximale de χ , $\chi_c = 1/\gamma$, pour laquelle la densité N_d est réelle. Il peut être utile de noter que nous avons fait usage de

$$\frac{dN_d}{d\Psi} = \frac{\gamma Q_d}{2(1 - \gamma\chi)^{3/2}} \quad (4.31)$$

pour établir l'inégalité (4.28). Notons que nous pouvons tirer profit de la relation (4.23) pour calculer $\left(\frac{dQ_d}{d\Psi}\right)_{\Psi=0}$.

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. En utilisant la relation (4.23), les équations (4.8) et (4.12) sont résolues numériquement en faisant appel à un schéma d'intégration numérique adéquat pour les problèmes hautement non linéaires, dits problèmes raides. Les grains de poussière de densité volumique $\rho = 3\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ sont supposés immergés dans un plasma d'hydrogène. Pour amorcer le processus de l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes $\Psi_0 = \Psi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = -(d\Psi/dX)(X = 0) = 10^{-10}$ ont été choisies. Le potentiel électrostatique Ψ , tracé sur la figure 1, exhibe le profil d'une structure spatialement localisée (onde solitaire) comme le confirme d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev qui lui est associé (figure 2). Chaque pic de Ψ correspond à une valeur nulle de $V(\Psi)$. Les paramètres suivants $Q_{d0} = -2$, $\sigma = 0.8$, $n_{i0} = 10^{10}\text{cm}^{-3}$, $T_i = 0.6\text{eV}$, $v_{d0} = 0.8\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ et $r_d = 5\mu\text{m}$ ont été choisis de telle manière à ce que la condition $\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$ soit satisfaite. Les résultats révèlent que les effets supra-thermiques affectent de manière significative le profil de l'onde acoustique poussiéreuse à charge variable. Une augmentation de l'indice spectral κ entraîne une diminution de l'amplitude du soliton et une légère augmentation de sa largeur, c'est-à-dire que la supra-thermalité rend le profil de l'onde solitaire plus pointu. La charge du grain de poussière Q_d (Fig.3) adopte le même profil localisé et reste négative. La figure 3 révèle qu'à mesure que le caractère supra-thermique du plasma augmente (c'est à dire que κ diminue), la charge nette négative portée par la surface du grain de poussière diminue. Les grains de poussière, sous l'effet des forces électrostatiques, s'accumulent dans la région de localisation du potentiel solitaire. Cette accumulation est d'autant plus importante que les ions dévient de leur équilibre thermodynamique (Fig.4).

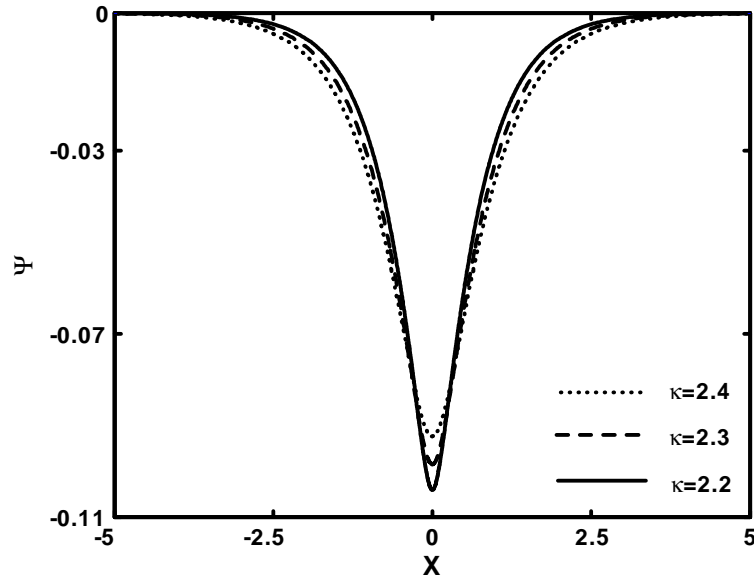


Figure 1: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre spectral $\kappa = 2.2$ ($f = 1.45$, $\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 7 \cdot 10^{-6}$), $\kappa = 2.3$ ($f = 1.48$, $\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 7.8 \cdot 10^{-6}$) et $\kappa = 2.4$ ($f = 1.51$, $\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 8.1 \cdot 10^{-6}$), avec $Q_{d0} = -2$, $\sigma = 0.8$, $v_{d0} = 0.8 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$, $n_{i0} = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $r_d = 5\mu\text{m}$, $T_i = 0.6 \text{ eV}$ et $\rho = 3 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$.

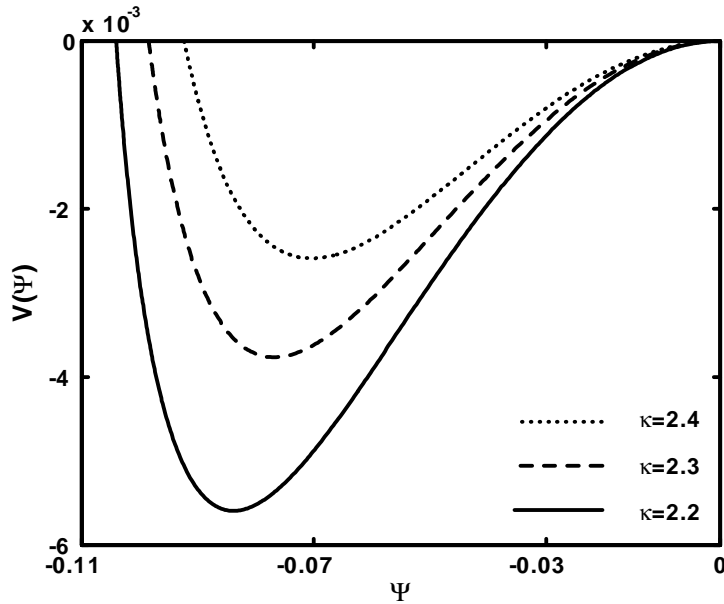


Figure 2: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé au soliton de la figure 1.

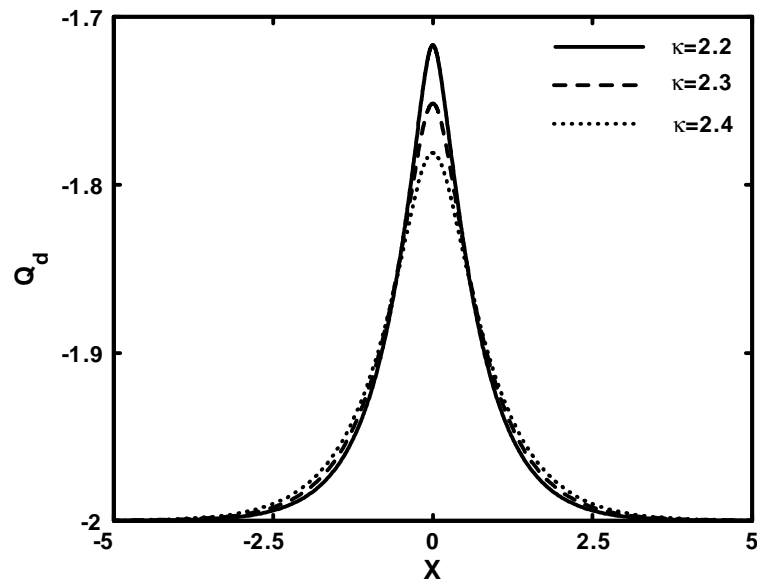


Figure 3: Profil spatial de la charge du grain de poussière Q_d pour différentes valeurs de κ . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1.

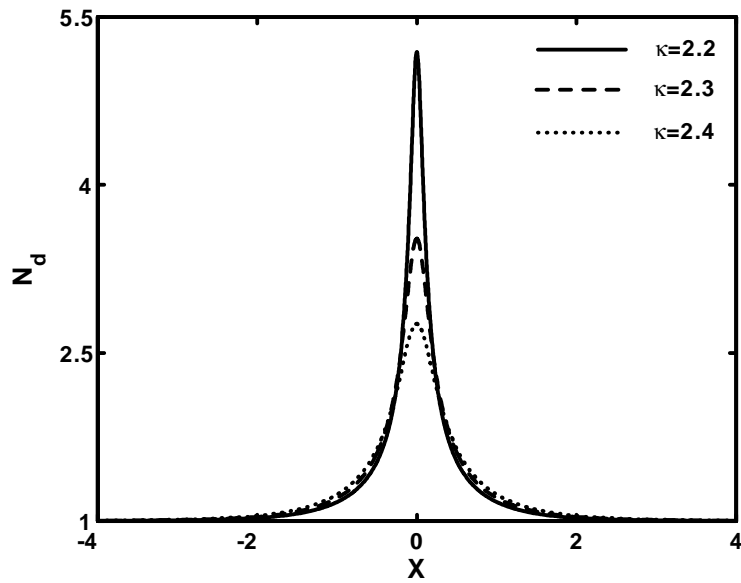


Figure 4: Profil spatial de la charge du grain de poussière N_d pour différentes valeurs de κ . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1.

4.2.2 Cas de la variation non adiabatique de la charge électrique du grain de poussière

Nous allons maintenant reprendre l'analyse précédente dans le cas où $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$. Pour cela, en réarrangeant les termes de l'équation (4.13), nous obtenons l'équation de la charge du grain de poussière suivante

$$\begin{aligned} \frac{dQ_d}{dX} = & N_d K \left\{ f \sqrt{\frac{(\kappa - \frac{3}{2})}{k}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\kappa^{3/2} \Gamma(\kappa - \frac{1}{2})} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \right. \\ & \times \left[\left(1 + \frac{\Psi}{\kappa - \frac{3}{2}}\right)^{-\kappa+1} - \frac{(\kappa - 1)}{(\kappa - \frac{3}{2})} \frac{Q_d}{\sigma} \left(1 + \frac{\Psi}{\kappa - \frac{3}{2}}\right)^{-\kappa} \right] \\ & \left. - \frac{1}{\sqrt{\sigma\mu}} \exp(\sigma\Psi) \exp(Q_d) \right\} \end{aligned} \quad (4.32)$$

où

$$K = \sqrt{\frac{2e^2 r_d^2 \sigma^2 n_{e0}}{m_i v_{d0}^2}} \quad (4.33)$$

Les équations (4.8), (4.12) et (4.32) sont une nouvelle fois intégrées numériquement. Les paramètres suivants $Q_{d0} = -1$, $T_i = 1.3\text{eV}$, $\sigma = 0.1$, $n_{i0} = 10^{10}\text{cm}^{-3}$, $r_d = 0.1\mu\text{m}$ et $v_{d0} = 197\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ont été choisis de telle manière à ce que la condition $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$ soit satisfaite. La figure 5 montre que sous certaines conditions, l'effet de la variation de la charge du grain de poussière devient assez important: la variation de la charge fournit un mécanisme physique alternatif qui donne lieu à un phénomène de dissipation. Comme conséquence, l'amplitude de l'onde solitaire diminue et se transforme en une queue de bruit (noise tail). L'amplitude de l'onde décroît alors de manière algébrique et la conservation de la masse totale du soliton donne lieu à la formation et au développement d'une queue. Des effets similaires ont d'ailleurs été rapportés dans des publications récentes traitant des effets non adiabatiques de la variation de la charge sur la génération d'ondes de choc acoustiques poussiéreuses[106]. C'est une onde de choc non collisionnelle dans la mesure où elle ne requiert ni amortissement Landau, ni viscosité résultant de collisions entre les grains et le reste des particules[107]. Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. L'influence des ions supra-thermiques sur la structure de l'onde de choc est illustrée sur la figure 5. Notons le phénomène de séparation de charge qui se manifeste par l'apparition d'oscillations dans le profil de l'onde de choc. Cet effet diminue quand la valeur de l'indice spectral κ augmente (cas de dissipation anormale dominante). Nous avons alors mené une investigation numérique sur un large éventail de paramètres du plasma et noté que l'amortissement

anormale est intimement lié à la valeur de la constante K [voir Eq. (4.33)]: les grandes valeurs de K favorisent le développement des structures cohérentes (solitons) alors que les plus petites d'entre elles sont associées à l'existence des structures dissipatives (ondes de choc).

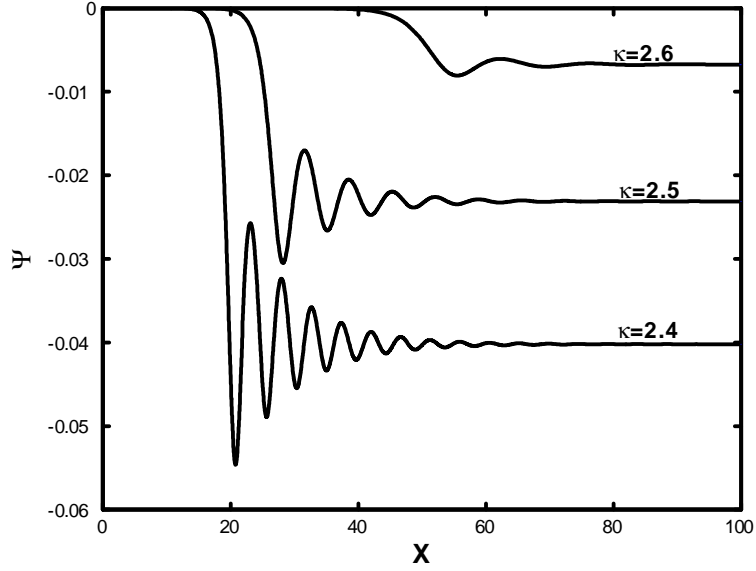


Figure 5 : Potentiel électrostatique Ψ de l'onde de choc non collisionnelle pour différentes valeurs $\kappa = 2.4$ ($f = 3.44$, $K = 0.14$, $\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 0.21$), $\kappa = 2.5$ ($f = 3.51$, $K = 0.14$, $\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 0.22$) et $\kappa = 2.6$ ($f = 3.58$, $K = 0.14$, $\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 0.23$) avec $Q_{d0} = -1$, $\sigma = 0.1$, $v_{d0} = 197\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, $n_{i0} = 10^{10}\text{cm}^{-3}$, $r_d = 0.1\mu\text{m}$ et $T_i = 1.3\text{eV}$.

5

Conclusion

Les travaux présentés dans la présente thèse ont porté sur l'analyse et l'existence de certaines structures cohérentes et dissipatives (solitons et ondes de choc) associées à différents modèles de plasma poussiéreux en présence d'ions supra-thermiques. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasma et adopté des approches analytiques et numériques.

Le premier chapitre de cette thèse a d'abord porté sur la définition des concepts de base du plasma habituel à deux composantes. Nous avons alors introduit les plasmas poussiéreux, décrit leurs propriétés intrinsèques et énuméré les différents processus physiques qui les caractérisent. Nous avons insisté sur les différents mécanismes de charge d'un grain de poussière et mis l'accent sur certains modes électrostatiques susceptibles d'exister dans un plasma poussiéreux.

Au cours du deuxième chapitre, nous nous sommes intéressés à l'étude de l'onde acoustique poussiéreuse linéaire dans un plasma poussiéreux à charge variable contenant des ions supra-thermiques. Pour cela, nous avons établi une relation de dispersion qui prend en compte les effets du couplage linéaire de la relaxation de la charge du grain de poussière avec le mode acoustique poussiéreux.

Le troisième chapitre a été consacré à la généralisation du modèle bien connu de Mamun *et al.* de l'onde acoustique poussiéreuse au cas d'un plasma poussiéreux électroniquement appauvri, contenant des ions supra-thermiques. Nous avons d'abord considéré le cas d'une seule température ionique pour ensuite étendre notre analyse au cas de deux températures ioniques. Cette étude a été motivée d'une part, par le fait que le processus de charge du grain de poussière s'accompagne en général d'une diminution significative de la population électronique du plasma et, d'autre part, par le fait que les plasmas de laboratoire ou de

l'espace contiennent souvent deux populations ioniques de températures différentes. La méthode du pseudo-potentiel a été utilisée et la technique de la perturbation réductive nous a permis d'établir une équation de type Korteweg-de Vries. Nous avons alors montré que le potentiel solitaire de l'onde acoustique poussiéreuse dépend fortement du rapport de températures des deux populations ioniques présentes dans le plasma ainsi que leur fraction relative. En particulier, nos résultats ont révélé que le potentiel non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse exhibe des amplitudes et des largeurs différentes de celles associées au cas d'un plasma poussiéreux à une seule composante ionique. De plus, il y'a lieu de noter qu'une augmentation des deux paramètres sus-cités favorise la formation et l'émergence de structures solitaires de type cornu.

Au cours du quatrième chapitre, nous avons étendu notre analyse à des situations où les grains de poussière exhibent des variations de charge self-consistantes pour voir dans quelle mesure et sous quelles conditions la fluctuation de la charge peut-elle modifier le mode acoustique poussiéreux. Celle-ci devient une nouvelle variable dynamique représentant un degré de liberté additionnel. Nous avons alors calculé, en faisant appel à la théorie de la sonde électrostatique, les courants de charge dont les porteurs sont supra-thermiques et loin de leur équilibre thermodynamique. Nos résultats ont alors montré que sous certaines conditions, les modifications introduites par la variation de la charge du grain de poussière peuvent être importantes. En particulier, nous avons noté une réduction de la largeur du potentiel solitaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse ainsi qu'une augmentation de son amplitude lorsque la fluctuation de la charge du grain est prise en compte de manière self-consistante. Ce résultat donne un aperçu sur le rôle que peut jouer la dynamique de la charge électrique du grain ainsi que la supra-thermalité ionique dans la formation, l'apparition et l'entretien de l'onde acoustique poussiéreuse. Par ailleurs, notre analyse nous a permis de mettre en évidence l'existence d'ondes de choc acoustiques poussiéreuses non collisionnelles. La formation de celles-ci, à l'opposée de leurs homologues classiques, ne requiert ni collisions entre particules, ni interaction onde-particule (amortissement Landau). Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. Dans notre cas, la dissipation, dite anormale (car elle ne correspond à aucun mécanisme de dissipation classique connu), trouve son origine dans le phénomène de la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière et a déjà été mise en évidence aussi bien théoriquement qu'expérimentalement. Cette dissipation semble être intimement liée à la dynamique des grains de poussière: les grandes valeurs de la vitesse du grain favorisent l'émergence de structures dissipatives tandis que de petites valeurs de

la vitesse du grain sont requises pour l'existence et la formation de structures cohérentes et localisées. Cette dissipation diminue à mesure que le caractère supra-thermique du plasma devient important.

Nous estimons atteints les objectifs que nous nous sommes fixés au début de ce travail. Les perspectives du présent mémoire sont nombreuses et certaines d'entre elles ont déjà été entamées[108]-[115]. On se propose à l'avenir de tenir compte du poids du grain de poussière (notons que celui-ci peut être de l'ordre de la force électrostatique), de la forme de ce dernier (en faisant intervenir des distributions de masses et de rayons) et de faire intervenir les autres processus de charge déjà énumérés. La résolution numérique du système d'équations Vlasov-Poisson couplées à l'équation de la charge nous permettra d'estimer le temps au bout duquel s'établissent ces modes acoustiques non linéaires, leurs interactions mutuelles et surtout leur stabilité. Ceci nous permettra de conclure sur la nécessité d'introduire des termes additionnels (essentiellement des termes source et puits) dans notre système d'équations pour modéliser d'éventuelles expériences de laboratoire.

Bibliographie

- [1] B. Held, *Cold plasma Physics* (Masson, Paris, 1994).
- [2] L. Jr. Spitzer, *Physics of Fully Ionized Gases* (Wiley, New York, 1962).
- [3] P. K. Shukla et A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol, 2002).
- [4] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **1**, 1362 (1994).
- [5] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**, 7405 (1985).
- [6] N. N. Rao, P. K. Shukla et M.Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [7] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995).
- [8] R. K. Varma, P. K. Shukla et V. Krishan, *Phys. Rev. E* **47**, 3612 (1993).
- [9] P. K. Kaw et A. Sen, *Phys. Plasmas* **5**, 3552 (1998).
- [10] A. Brattli, O. Havnes et F. Melandso, *J. Plasma Phys.* **58**, 691 (1997).
- [11] B. Farokhi, P. K. Shukla, N. L. Tsintsadze et D. D. Tskhakaya, *Phys. Plasmas* **7**, 814 (2000).
- [12] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics* (Wiley, New York, 1956), Chap. 11.
- [13] F. Melandso et P.K. Shukla, *Planet. Space Sci.* **43**, 635 (1995).
- [14] Q. Z. Luo, N. D'Angelo et R. L. Merlino, *Phys. Plasmas* **6**, 3455 (1999).
- [15] D. H. Dubin, *Phys. Plasmas* **7**, 3895 (2000).
- [16] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1598 (1999).

-
- [17] P. K. Shukla et N. N. Rao, *Phys. Plasmas* **3**, 1760 (1996).
- [18] G. Lapenta, *Phys. Plasmas* **6**, 1442 (1999).
- [19] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka *et al.*, *Phys. Plasmas* **6**, 1769 (1999).
- [20] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 6034 (2000).
- [21] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, *J. Geophys. Res.* **106**, 8343 (2001).
- [22] G. Sorasio, D. A. Mendis et M. Rosenberg, *Planet. Space Sci.* **49**, 1257 (2001).
- [23] V. N. Tsytovitch, A. P. Nefedov, V. N. Fortov, O. F. Petrov et G. E. Morfill, *Phys. Plasmas* **10**, 2633 (2003).
- [24] L. Spitzer, *Physical Processes in the Interstellar Medium* (Wiley, New York, 1978).
- [25] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **8**, 1791 (2001).
- [26] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **5**, 1607 (1998).
- [27] N. D'Angelo, *Planet. Space Sci.* **38**, 1143 (1990).
- [28] P. K. Shukla et V. P. Silin, *Phys. Scr.* **45**, 508 (1992).
- [29] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear plasma Theory* (Academic press, New York, 1972), p. 15.
- [30] C. S. Gardner et G. K. Morikawa, *Similarity in the asymptotic behavior of collision-free hydromagnetic waves and water waves*, New York Univ, Courant Inst. Math. Sci. Res. Rep. NYO-9082 (1960).
- [31] H. Washimi et T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 996 (1966).
- [32] C. H. Su et C. S. Gardner, *J. Math. Phys.* **10**, 536 (1969).
- [33] N. J. Zabusky et M. D. Kruskal, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 240 (1965).
- [34] N. J. Zabusky, *Phys. Rev. Lett.* **168**, 124 (1968).
- [35] H. Ikezi, R. J. Taylor et R. D. Baker, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 11 (1970).

-
- [36] H. Ikezi, Phys. Fluids **16**, 1668 (1973).
- [37] Y. Kato, M. Tajiri et T. Taniuti, Phys. Fluids **15**, 865 (1972).
- [38] H. Schamel, J. Plasma Phys. **9**, 377 (1973).
- [39] M. Q. Tran, Phys. Scr. **20**, 317 (1979).
- [40] Y. H. Ichikawa, Phys. Scr. **20**, 296 (1979).
- [41] N. D'Angelo, Planet. Space Sci. **41**, 469 (1993).
- [42] N. D'Angelo, Planet. Space Sci. **42**, 507 (1994).
- [43] J. X. Ma et M. Y. Yu, Phys. Rev. E **50**, 2431 (1994).
- [44] J. X. Ma, M. Y. Yu et H. Luo, Planet. Space Sci. **45**, 1437 (1997).
- [45] J. X. Ma, J. Y. Liu et M. Y. Yu, Phys. Rev. E **55**, 4627 (1997).
- [46] J. X. Ma, P. K. Shukla et M. Y. Yu, Phys. Lett. A **198**, 357 (1995).
- [47] A. Barkan, N. D'Angelo et R. L. Merlino, Planet. Space Sci. **43**, 905 (1995).
- [48] A. Barkan, N. D'Angelo et R. L. Merlino, Phys. Lett. A **222**, 329 (1996).
- [49] M. R. Jana, A. Sen et P. K. Kaw, Phys. Rev. E **48**, 3930 (1993).
- [50] D. Summers et R. M. Thorne, Phys. Fluids B **3**, 2117 (1991).
- [51] M. Tribeche, S. Mayout et R. Amour, Phys. Plasmas **16**, 043706 (2009).
- [52] M. H. Nasim, A. M. Mirza, G. Murtaza et P. K. Shukla, Phys. Scr. **61**, 628 (2002).
- [53] A. A. Mamun, R. A. Cairns et P. K. Shukla, Phys. Plasmas **3**, 702 (1996).
- [54] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma physics*, edited by M. A. Leontovich (Consultant Bureau, New York, 1966) Vol. **4**, p. 23.
- [55] L. Stenflo, T. D. Buadze et N. L. Tsintsadze, Phys. Lett. A. **135**, 37 (1989).
- [56] A. A. Mamun, Astrophys. Space Sci. **268**, 443 (1999).
- [57] P. K. Shukla et A. A. Mamun, New Journal of Phys. **5**, 1 (2003).

-
- [58] C. K. Goertz, *Rev. Geophys.* **27**, 271 (1989).
- [59] J. E. Daugherty, R. E. Porteous et D. B. Graves, *J. Appl. Phys.* **73**, 1617 (1993).
- [60] F. Verheest, *Waves in Dusty Space Plasmas* (Kluwer, Dordrecht, 2000).
- [61] R. J. Trumpler, *Publ. Astron. Soc. Pac.* **42**, 214 (1930).
- [62] S. K. El-Labany, W. M. Moslem et A. E. Mowafy, *Phys. Plasmas* **10**, 4217 (2003).
- [63] S. Ghosh, R. Bharuthram, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **11**, 3602 (2004).
- [64] S. K. El-Labany, W. M. Moslem, E. K. EL-Shewy et A. E. Mowafy, *Chaos, Solitons & Fractals* **23**, 581 (2005).
- [65] W. F. El-Taibany et R. Sabry, *Phys. Plasmas* **12**, 082302 (2005).
- [66] W. F. El-Taibany et I. Kourakis, *Phys. Plasmas* **13**, 062302 (2006).
- [67] W. F. El-Taibany, M. Wadati et R. Sabry, *Phys. Plasmas* **14**, 032304 (2007).
- [68] T. K. Chaudhuri, M. Khan, M. R. Gupta et S. Ghosh, *Phys. Plasmas* **14**, 103706 (2007).
- [69] S. Younsi et M. Tribeche, *Phys. Lett. A* **372**, 5181 (2008).
- [70] W. C. Feldman, J. R. Asbridge, S. J. Bame et M. D. Montgomery, *J. Geophys. Res.* **78**, 2017 (1973).
- [71] V. Formisano, G. Moreno et F. Palmiotto, *J. Geophys. Res.* **78**, 3714 (1973).
- [72] J. D. Scudder, E. C. Sittler et H. S. Bridge, *J. Geophys. Res.* **86**, 8157 (1981).
- [73] E. Marsch, K. H. Muhlhauser, R. Schwenn, H. Rosenbauer, W. Phillip et F. M. Neubauer, *J. Geophys. Res.* **87**, 52 (1982).
- [74] M. V. Golman, M. M. Oppenheim et D. L. Newman, *Geophys.* **6**, 221 (1999).
- [75] N. Rubab et G. Murtaza, *Phys. Scr.* **73**, 178 (2006).
- [76] E. Marsch et S. Livi, *Phys. Fluids* **28**, 1379 (1985).
- [77] D. Summers et R. M. Thorne, *Phys. Fluids B* **3**, 1835 (1991).

- [78] D. Summers, S. Xue et R. M. Thorne, *Phys. Plasmas* **1**, 2012 (1994).
- [79] R. L. Mace et M. A. Hellberg, *Phys. Plasma* **2**, 2098 (1995).
- [80] C. Venugopal, J. K. Varughese, S. Antony, C. P. Anilkumar et G. Renuka, *Phys. Plasmas* **4**, 3455 (1997).
- [81] J. S. Yoon et Y. D. Jung, *Phys. Plasmas* **6**, 1627 (1999).
- [82] A. V. Milovanov et L. M. Zelenyi, *Geophys.* **7**, 211 (2000).
- [83] H. Gunell et F. Skiff, *Phys. Plasmas* **8**, 3550 (2001).
- [84] M. P. Leubner et N. Schupfer, *Geophys.* **9**, 75 (2002).
- [85] Y.D. Jung, *Phys. Plasmas* **10**, 1215 (2003).
- [86] M. P. Leubner, *Phys. Plasmas* **11**, 1308 (2004).
- [87] S. Zaheer, G. Murtaza et H. A. Shah, *Phys. Plasmas* **11**, 2246 (2004).
- [88] M. N. S. Qureshi, H. A. Shah, G. Murtaza, S. J. Schwartz et F. Mahmood, *Phys. Plasmas* **11**, 3819 (2004).
- [89] R. J. Dumont, C. K. Phillips et D. N. Smithe, *Phys. Plasmas* **12**, 042508 (2005).
- [90] M. A. Sarwar et A. M. Mirza, *Phys. Plasmas* **12**, 062108 (2005).
- [91] A. Mushtaq et H. A. Shah, *Phys. Plasmas* **13**, 012303 (2006).
- [92] M. A. Sarwar, A. M. Mirza et A. A. Malik, *Phys. Plasmas* **13**, 072107 (2006).
- [93] N. Rubab, G. Murtaza et A. Mushtaq, *Phys. Plasmas* **13**, 112104 (2006).
- [94] H. Abassi et H. H. Pajouh, *Phys. Plasmas* **14**, 012307 (2007).
- [95] M. J. Lee, *Phys. Plasmas* **14**, 032112 (2007).
- [96] M. A. Sarwar, A. M. Mirza et M. S. Qaisar, *Phys. Plasmas* **14**, 073702 (2007).
- [97] L. N. Hau et W. Z. Fu, *Phys. Plasmas* **14**, 110702 (2007).
- [98] K. Aoutou, M. Tribeche et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **15**, 013702 (2008).
- [99] S. C. Na et Y. D. Jung, *Phys. Plasmas* **15**, 024501 (2008).

- [100] S. Younsi et M. Tribeche, Phys. Plasmas **15**, 073706 (2008).
- [101] M. Tribeche, H. Houili et T. H. Zerguini, Phys. Plasmas **9**, 419 (2002).
- [102] J. E. Allen, Phys. Scr. **45**, 497 (1992).
- [103] S. Ghosh, R. Bharuthram, M. Khan et M. R. Gupta, Phys. Plasmas **11**, 3602 (2004).
- [104] S. Ghosh et M. R. Gupta, Phys. Plasmas **12**, 092306 (2005).
- [105] R. M. Corless, G. H. Gonnet, D. E. G. Hare *et al.*, Adv. Comput. Math **5**, 329 (1996).
- [106] M. R. Gupta, S. Sarkar, S. Ghosh, M. Debnath et M. Khan, Phys. Rev. E **63**, 046406 (2001).
- [107] S. I. Popel, M. Y. Yu et V. N. Tsytovich, Phys. Plasmas **3**, 4313 (1996).
- [108] M. Tribeche, J. Plasma Phys. **75**, 259 (2009).
- [109] R. Amour et M. Tribeche, Phys. Lett. A **373**, 1951 (2009).
- [110] A. Berbri et M. Tribeche, Phys. Plasmas **16**, 053701 (2009).
- [111] A. Berbri et M. Tribeche, Phys. Plasmas **16**, 053703 (2009).
- [112] N. Boubakour, M. Tribeche, et K. Aoutou, Phys. Scr. **79**, 065503 (2009).
- [113] M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, Chaos, Solitons & Fractals **41**, 1277 (2009).
- [114] A. Berbri et M. Tribeche, J. Plasma Phys. (sous presse, 2009).
- [115] M. Tribeche, K. Aoutou, S. Younsi et R. Amour, Phys. Plasmas (sous presse, 2009).