

N° d'ordre :14/2010 -M/PH

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
« HOUARI BOUMEDIENNE »

FACULTE DE PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

En : Physique

Spécialité : Energétique et Mécanique des Fluides

Par : **ABDELKEBIR aziouez**

Sujet

**ETUDE EXPERIMENTALE DE L'ECOULEMENT
DE DEUX FLUIDES NON MISCIBLES ENTRE
DEUX CYLINDRES COAXIAUX EN ROTATION**

Soutenu publiquement le 13-12-2010 devant le jury composé :

M.	EL-K. SI AHMED	Professeur (USTHB)	Président
M.	A. MAHAMDIA	Maître de Conférences (USTHB)	Directrice de thèse
M.	T. BENABID	Professeur (USTHB)	Examineur
M.	M. SAIGHI	Maître de Conférences, USTHB	Examineur
Mme.	M. AMOURA-LOUNI	Maître de Conférences, USTHB	Invitée

SOMMAIRE

SOMMAIRE	I
NOMENCLATURE	1
INTRODUCTION GENERALE	4

CHAPITRE I : REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

INTRODUCTIO	7
I. TRAVAUX FONDATEURS	8
II. CARACTERISTIQUES GENERALES	14
II.1 Notion de stabilité	16
II.2 Critère de stabilité.	17
II.3 Notion de paramètre de contrôle	18
II.4 Le régime laminaire stable	19
II.5 La forme des instabilités	20
II.6 Caractérisation des phénomènes d'instabilité	21
II.7 Formulation du problème	23
II.8 Théorie linéaire	24
III. FACTEURS D'INFLUENCE SUR LA STABILITE DE L'ECOULEMENT	28
III.1 Facteur Géométrique	28
III-1- a) Effet de la hauteur ou le facteur d'aspect Γ	29
III-1- b) Effet de jeu radial δ	30
III-1- c) Effet d'une surface ondulé	31
III-1- d) Effet de l'inclinaison du système d'écoulement	32
III.2 Facteur Thermique	33
III.3 Facteur dynamique	35
III-3- a) Effet de l'accélération	36
III-3-b) Effet d'un écoulement axial	38
.. III.4 Facteur rhéologique	39
IV- ECOULEMENT ENTRE DEUX SHERES COAXIALE	39

V - ECOULEMENT ENTRE DEUX CONES COAXIAUX	43
VI - CONCLUSION	50

CHAPITRE II : DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET CONDITIONS D'ESSAIS

INTRODUCTION	51
I. SYSTEME D'ECOULEMENT	52
I. 2- Caractéristique Dynamique (motorisation)	54
I. 3- Mesure de la température du fluide	55
I. 4- Mesure de la vitesse de rotation	55
I. 5- Aspect physico-chimique	56
I. 5-a) - Mise en œuvre du produit de la visualisation	57
I. 5-b) - Mesure de la température	58
I. 5-c) - Mesure de la densité	58
I. 5-d) - Mesure de la viscosité	58
I. 6 - Techniques expérimentales de visualisation	59
I. 6-a) - Réflexion de la lumière	59
I. 6-b) - Transmission transversale de la lumière	59
II. PROCEDURE D'ESSAIS	60
II.1- Condition de mise en régime de vitesse	61
II. 2- Paramètre de contrôle	62
II. 3- Calcul d'erreur	63
III. CONCLUSION	65

CHAPITRE III : ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DISCUSSION

INTRODUCTION	66
I - ETUDE DES INSTABILITES AVEC UN SEUL FLUIDE	69
I. 1 : Pour un espace annulaire $d=6\text{mm}$ ($\delta=0.171$), $\Gamma_{\text{max}}=20$	69
I. 2 : Pour un espace annulaire $d=3\text{mm}$ ($\delta=0.079$), $\Gamma_{\text{max}}=40$	73
I-3 : Pour un espace annulaire $d=10\text{mm}$ ($\delta=0.323$), $\Gamma_{\text{max}}=12$	75

I.4 : Discussions	78
I.5 : Conclusion	79
II- ETUDE DES INSTABILITES AVEC DEUX FLUIDES NON MISCIBLES.	80
II-1 ANALYSE QUALITATIVE AU MOYEN DE LA PHOTOMETRIE	81
❖ Cas de ($\delta = 0,171$)	81
II-1.1 Etude du cas $H_{\text{eau}} = 100\text{mm}$ ($\Gamma_{\text{eau}}=16,66$)	82
II-1.2 Etude du cas $H_{\text{eau}} = 90\text{mm}$ ($\Gamma_{\text{eau}}=15$)	84
II-1.3 Etude du cas $H_{\text{eau}} = 80\text{mm}$ ($\Gamma_{\text{eau}}=13.33$)	85
II-1.4 Etude du cas $H_{\text{eau}} = 70\text{mm}$ ($\Gamma_{\text{eau}}=11.66$)	86
II-1.5 Etude du cas $H_{\text{eau}} = 60\text{mm}$ ($\Gamma_{\text{eau}}=10$)	88
II-1.6 Etude du cas $H_{\text{eau}} = 50\text{mm}$ ($\Gamma_{\text{eau}}=8.33$)	90
❖ Cas de ($\delta = 0,323$)	91
II - 1.7 Etude du cas $H_{\text{eau}} = 100 \text{ mm}$ ($\Gamma_{\text{eau}}=10$)	91
II -1.8 Etude du cas $H_{\text{eau}} =90 \text{ mm}$ ($\Gamma_{\text{eau}}=9$)	92
II -2 ANALYSE QUANTITATIVE AU MOYEN DE LA PHOTOMETRIE	93
II 2-1 Cas de ($H_{\text{eau}}=100, 90$ et 80 mm)	93
II 2-2 Cas de ($H_{\text{eau}}=70 \text{ mm}$)	95
II 2-3 Cas de ($H_{\text{eau}}=65 \text{ mm}$)	96
II 2-4 Cas de ($H_{\text{eau}}=60 \text{ mm}$)	97
II-3 EFFETS DU RAPPORT D'ASPECT DE L'EAU SUR L'EVOLUTION DE LA LONGUEUR D'ONDE AXIAL	101
II-4 EFFETS DU RAPPORT D'ASPECT DE L'EAU SUR L'EVOLUTION DU NOMBRE D'ONDE AXIALE (n)	107
II-5 EFFETS DU RAPPORT D'ASPECT DE L'EAU SUR L'EVOLUTION DU NOMBRE D'ONDE AZIMUTAL (m)	111
II-6 ETUDE COMPARATIVE ENTRE UN SYSTEME CYLINDRIQUE AVEC UN SEUL FLUIDE ET DEUX FLUIDES	114
III- DISCUSSION	116
IV- CONCLUSION	118
CONCLUSION GENERALE	119
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	122

NOMENCLATURE

Caractéristiques des fluides utilisées

$\rho_1 = \rho_{\text{sol}}$: Masse volumique de la solution.

$\rho_2 = \rho_{\text{eau}}$: Masse volumique de l'eau.

$\mu_1 = \mu_{\text{sol}}$: Viscosité dynamique de la solution.

$\mu_2 = \mu_{\text{eau}}$: Viscosité dynamique de l'eau.

$\nu_1 = \nu_{\text{sol}}$: Viscosité cinématique de la solution.

$\nu_2 = \nu_{\text{eau}}$: Viscosité cinématique de l'eau.

$T_{\theta 1}$: Température de la solution.

$T_{\theta 2}$: Température de l'eau.

Caractéristiques géométriques et dynamiques

R_1 : Rayon de cylindre intérieur.

R_2 : Rayon de cylindre extérieur.

$d = R_2 - R_1$: Espace annulaire ou gap.

$\delta = \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{d}{R_1}$: Jeu radial.

$\eta = \frac{R_2}{R_1}$: Rapport des rayons.

H : Hauteur de remplissage.

H_{eau} : Hauteur de remplissage de l'eau.

H_{sol} : Hauteur de remplissage de la solution.

$\Gamma = \frac{H}{d}$: Facteur d'aspect.

Γ_{eau} : Facteur d'aspect de l'eau.

Γ_{sol} : Facteur d'aspect de la solution.

NOMENCLATURE

V_1 : Vitesse linéaire de cylindre intérieure.

V_2 : Vitesse linéaire de cylindre extérieure.

Ω_1 : Vitesse de rotation de cylindre intérieure.

Ω_2 : Vitesse de rotation de cylindre extérieure.

σ : Coefficient adimensionnel d'amplification ou d'atténuation de l'onde.

\bar{g} : Accélération de pesanteur ou gravité.

(r, θ, z) : Coordonnées cylindriques.

U : Composante radiale de la vitesse.

V : Composante longitudinale de la vitesse.

W : Composante tangentielle de la vitesse.

P : Pression Hydrodynamique.

(v_r, v_θ, v_z) : Composantes de la vitesse de perturbation

P' : Perturbation de pression

u' : Perturbation de composante radiale de la vitesse.

v' : Perturbation de composante longitudinale de la vitesse.

w' : Perturbation de composante tangentielle de la vitesse.

t : Temps

🚩 Paramètres dynamiques d'influence du fluide de base (eau)

Re_1 : Nombre de Reynolds

$T1a$: Nombre de Taylor

$T1c_1$: Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition d'onde axiale.

$T1c_2$: Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition d'onde azimutale.

$T1F$: Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition de la fluctuation chaotique.

$T1c'$: Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition du chaos.

$T1c_D$: Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition de la turbulence développée.

🚦 Paramètres d'influence du fluide test (solution)

Re_2 : Nombre de Reynolds

$T2a$: Nombre de Taylor

$T2c_1$: Nombre critique de Taylor correspondant à l'apparition d'onde axiale

$T2c_2$: Nombre critique de Taylor correspondant à l'apparition d'onde azimutale.

$T2_F$: Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition de la fluctuation chaotique.

$T2c'$: Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition du chaos.

🚦 Caractéristiques de l'onde

m : Nombre d'onde circonférentielle ou nombre d'onde azimutale (Wavy mode)

λ : Longueur d'onde axiale

n : Nombre de cellules de Taylor

λ^* : Longueur d'onde axiale adimensionnelle.

🚦 Opérateurs mathématiques.

$\Delta = \nabla^2$: Laplacien

$D = \frac{d}{dx}$: Opérateur différentiel.

$D^* = \frac{d}{dx} + \frac{R_2 - R_1}{r}$: Opérateur différentiel.

INTRODUCTION GENERALE

Le travail mené dans le cadre du magister est consacré à l'étude expérimentale de l'écoulement d'un fluide entre deux cylindres coaxiaux en rotation. Il consiste à étudier les phénomènes d'instabilités qui apparaissent au sein de l'écoulement constitué de deux fluides non miscibles.

L'étude de l'écoulement d'un seul fluide dans un tel dispositif, dit de Taylor-Couette, a connu depuis un siècle un développement considérable sur le plan expérimental et théorique. Elle vise la description et l'explication du mécanisme des différentes structures qui apparaissent au sein du fluide au cours du mouvement.

L'étude hydrodynamique des systèmes tournants a également pour objet l'analyse des mécanismes et la prévision de certains phénomènes naturels. Taylor a étudié l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux pour l'adapter en météorologie pour mieux connaître les phénomènes atmosphériques, leurs changements d'état et leurs mouvements.

Au plan technologique, l'étude des écoulements confinés trouve une vaste application dans l'analyse et le contrôle des opérations industrielles relevant du Génie atomique (séparation isotopique), de la Cryogénie (refroidissement des moteurs), de la Tribologie qui consiste à réduire le frottement dans la transmission, des vitesses dans les machines tournantes, et dans les diverses articulations et liaisons mécaniques.

Notre travail, essentiellement expérimental, est basé sur une technique de visualisation par réflexion et transmission optique de la lumière afin de faciliter l'examen des structures observées dans les différentes configurations. Ces mesures ont été exploitées pour une approche phénoménologique des lois essentielles du mouvement sous l'effet des paramètres dynamiques et géométriques.

On s'intéresse à la description de l'écoulement dans la configuration cylindrique, sous l'influence de la géométrie, la surface libre et la superposition d'un fluide non miscible, qui peuvent entraîner des modifications sur l'apparition ou la disparition des instabilités au cours de la transition vers le chaos au fur et à mesure que la vitesse de rotation augmente.

Ce travail se présente comme suit :

INTRODUCTION GENERALE

- Au premier chapitre, on définit les caractéristiques du mouvement dans le système cylindrique en rotation, afin de donner une analyse des différents travaux consacrés à la spécificité de ce type d'écoulement. En particulier, on met l'accent sur les divers facteurs d'influence tels que les effets de géométrie ainsi que les effets dynamique et cinématique.

De la revue bibliographique précédente, on tire quelques conséquences pour poser la problématique dans le contexte qui nous intéresse, s'agissant des facteurs d'influence liés aux facteurs géométriques (taux de remplissage), l'effet de la surface libre combiné à l'effet de la superposition d'un deuxième fluide non miscible sur l'apparition ou la disparition des instabilités caractérisant le passage de la transition vers le chaos.

- Au deuxième chapitre, on procède à la description du dispositif expérimental utilisé ainsi que l'élaboration du produit employé en technique de visualisation. De même, on donne des indications sur les conditions opératoires correspondant à l'investigation expérimentale.

- Au troisième chapitre, on effectue une étude photométrique de la nature et la structure de l'écoulement relative aux phénomènes de transition laminaire turbulent en position verticale. Ce chapitre regroupe l'ensemble de nos résultats expérimentaux et leurs discussions. On a pu quantifier et exploiter les données expérimentales en cherchant à dégager l'essentiel à partir des lois de comportement correspondant aux nombres caractéristiques associés à chaque type d'instabilité T_{C1} , T_{C2} , T_F et T_C fonction des paramètres d'influence : facteur d'aspect Γ et la superposition d'un deuxième fluide. L'étude de l'effet de la hauteur de chaque fluide sur l'apparition des instabilités, constitue un paramètre majeur.

- Enfin une conclusion générale où sont récapitulés les principaux résultats de notre travail.

Les références bibliographiques sont données à la fin du document de mémoire.

On présente ici quelque application existant dans le domaine industriel (figure a , b)

INTRODUCTION GENERALE

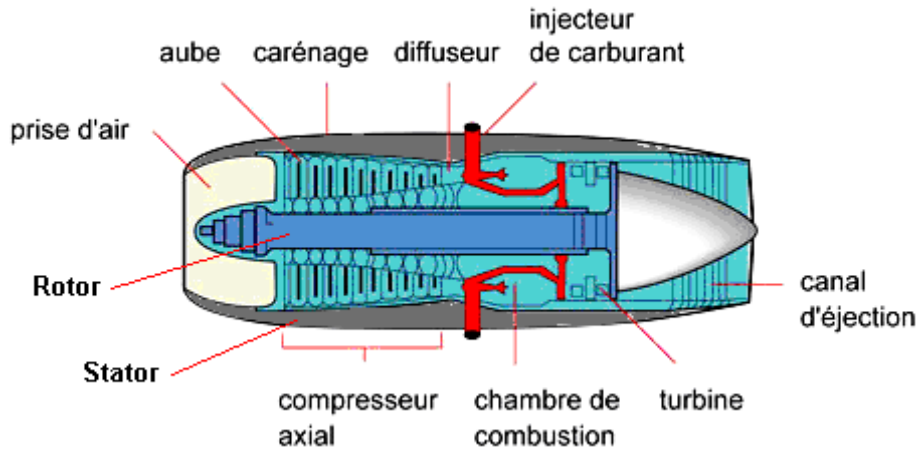


Fig. a : Turbo réacteur (rotor/stator)



Fig. b : Tribologie des paliers de transmission des vitesses dans les machines Tournantes

CHAPITRE I

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

INTRODUCTION

L'écoulement de Taylor Couette est un écoulement d'un fluide entre deux cylindres coaxiaux en rotation. Ce type d'écoulement a été largement utilisé pour étudier les phénomènes de stabilité. Par conséquent, l'étude de la stabilité de l'écoulement de Taylor Couette a attiré tout particulièrement l'attention des chercheurs en suscitant de nombreuses contributions d'ordre théorique et expérimentale. L'étude des instabilités joue un rôle très important dans la nature et la technologie, parce qu'elles modifient les propriétés des écoulements tel que : la direction, le coefficient de transfert de masse, de la chaleur et de quantité de mouvement.

Les instabilités hydrodynamiques d'un écoulement intermédiaire entre l'état laminaire et l'état turbulent se manifestent dans la plupart du temps par l'apparition de centrifugations périodiques dans l'espace et dans le temps (rouleaux, ondes).

Parmi les instabilités hydrodynamiques on peut citer :

A_ Les instabilités thermoconvectives dont les prototypes sont la convection thermique de Rayleigh Bénard qui apparaît dans une couche de fluide chauffée par le bas.

B_ Les instabilités inertielles dues à l'action des forces inertielles sur les particules fluides (instabilités centrifuges), ces dernières sont dues à l'action déstabilisatrice de la force centrifuge engendrée par la courbure des lignes de courant.

I. TRAVAUX FONDATEURS :

Pour mettre en lumière la position actuelle du problème théorique et expérimental lié à l'apparition des instabilités dans le système de Taylor Couette, on se propose de donner un aperçu historique sur les travaux théoriques, expérimentaux et numériques qui ont été réalisés. En 1848, à Cambridge, un des pionniers de la dynamique des fluides, George Stokes, a étudié, le mouvement d'un fluide compris entre deux cylindres coaxiaux tournant uniformément autour de leur axe commun. Stokes souleva la question des conditions aux limites, au contact du liquide et des cylindres, ou à la surface d'un système partiellement rempli. Pour faire ses calculs, il supposa que le liquide tournait sans glisser sur les cylindres.

En 1888, Maurice Couette, annonça ses premières expériences réalisées avec un viscosimètre. En 1890, il publia sa thèse, une étude approfondie de la viscosité utilisant une paire de cylindres : le cylindre extérieur était en rotation et le cylindre intérieur était suspendu à un fil dont on mesure la torsion, présenté par la figure (Fig 1)

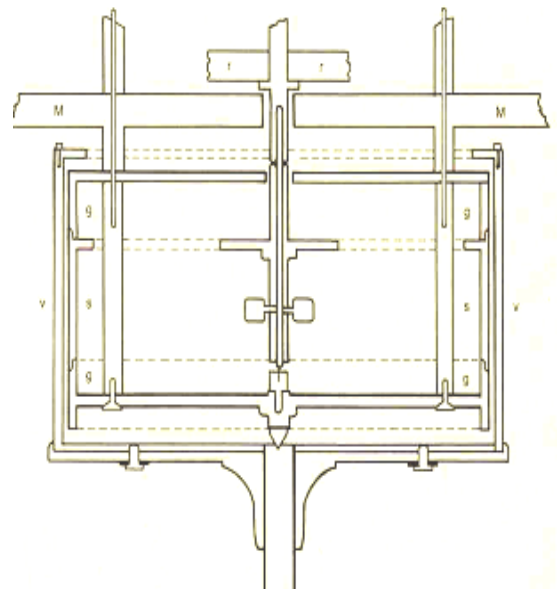
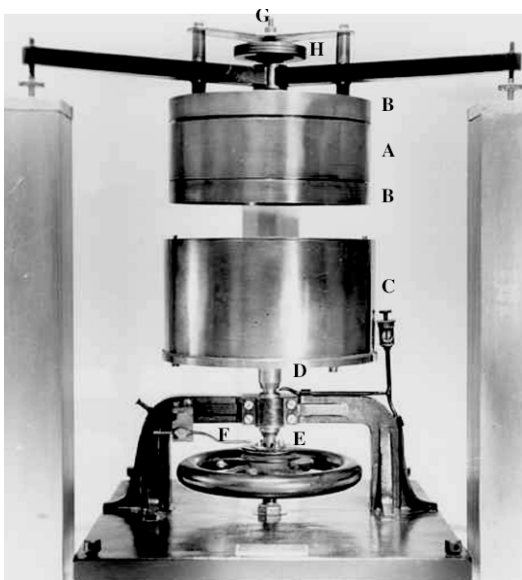


Fig 1 : Dipositif expirimmentale de M.M.Couette

En 1920, **Rayleigh** [1] fut le premier à étudier la stabilité d'un fluide de viscosité nulle. Il montra que le mouvement est stable pour d'infimes perturbations, lorsque seul le cylindre externe tourne ; tandis qu'il est instable, lorsque c'est le cylindre interne qui tourne. Pour un fluide dont la viscosité n'est pas nulle, ces conclusions sont erronées comme le montra Taylor en 1923.

Rayleigh a justifié l'observation de Couette pour le cas d'un fluide non visqueux (fluide parfait). Considérant le mouvement d'une particule selon un chemin circulaire de rayon donné r et animé d'une vitesse angulaire Ω qui se déplace de sa position r vers une position en $(r + dr)$ ou elle acquiert la vitesse $\Omega'(r + dr)$ liée à $\Omega(r)$ par condition de conservation du moment cinétique soit $(r + dr) \Omega'(r + dr) = r \Omega(r)$.

On sait d'après les équations du mouvement que l'équilibre à la position $r + dr$ entre le gradient de pression et la force centrifuge s'écrit

$\frac{\partial P(r + dr)}{\partial r} = \frac{V^2(r + dr)}{r}$. Comme nous avons $\Omega(r)$ et $\Omega(r + dr)$, alors une force δF va apparaître et agir sur la particule déplacée en $(r + dr)$. Cette force par unité de longueur s'appelle le discriminant de Rayleigh Φ qui s'écrit comme suit :

$$\Phi(r) = \frac{\delta F}{\delta r} = \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 V^2) = \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Omega)^2 \dots\dots\dots(*)$$

En fait, Φ est une mesure de la stratification radiale du moment cinétique. En d'autres termes l'écoulement sera instable si le moment cinétique décroît dans la direction radiale et dans le cas contraire il sera stable.

Il est arrivé au critère de stabilité qui s'énonce comme suit : $\Phi \geq 0$

Condition vérifiée partout au sein de l'écoulement.

Signalons que Von Karman (1934) a donné une méthode alternative à cette démonstration à partir d'un bilan dynamique entre force centrifuge et force de pression exercée sur une particule baignant au sein d'un écoulement donné

Une application comparative du critère de stabilité ainsi formulé permet d'établir :

1. Pour un écoulement sur une paroi concave (problème de Göertler) le mouvement est stable :

$$\frac{d}{dr}(rV) \geq 0.$$

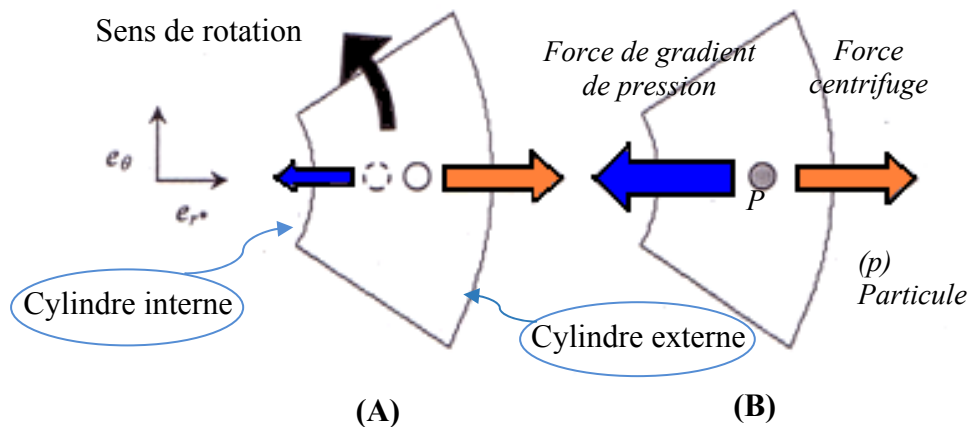
2. Pour un écoulement dans un conduit courbe (problème de Dean) l'écoulement est stable sur la paroi convexe (et instable dans le conduit droit).

3. Pour un écoulement entre cylindres coaxiaux tournants (problème de Taylor) l'application du résultat (*) se traduit par l'inégalité :

$$\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2 \geq 0$$

qui signifie que l'écoulement dit de Taylor-Couette ($\Omega_1 \neq 0$, $\Omega_2 = 0$) correspond à un mouvement fondamentalement instable car $\Omega_1 R_1^2 \leq 0$.

Dans le cas contraire ($\Omega_1 = 0$, $\Omega_2 \neq 0$) le mouvement considéré est alors stable.



- **(A)** : Si $\Phi(r) < 0$: elle va s'écarter de plus en plus de sa position d'équilibre et alors l'écoulement devient instable.
- **(B)** : Si $\Phi(r) > 0$: la particule revient à sa position d'équilibre sous l'action de la force centrifuge : le mouvement est dit stable.

G.I.Taylor [2] à conçu une théorie de la stabilité linéaire des fluides compris entre deux cylindres. Il fut également le premier à visualiser le comportement de tels fluides en les colorant avec de l'encre. Le dispositif est intéressant à étudier, car il permet de visualiser et d'étudier les divers régimes d'écoulement hydrodynamiques.

Il a entrepris en 1923 la première tentative originale visant la prévision de la stabilité d'un écoulement réel. Le problème est formulé en étudiant la stabilité du mouvement moyen entre les deux cylindres coaxiaux vis-à-vis de la première instabilité caractérisée par une onde stationnaire propageant dans la direction axiale. Il admet que cette perturbation est infinitésimale pouvant être développée dans une base de décomposition en série de Fourier-Bessel dont les coefficients dépendent des grandeurs géométriques et dynamiques de l'écoulement. Les calculs conduisent à une relation entre ces paramètres qui lui permettent de

déterminer, à la fois, la vitesse critique d'apparition des cellules ainsi que leur taille. Cette approche a été complétée par une étude expérimentale ayant pour but la mise en évidence des cellules qui portent, aujourd'hui, son nom.

Le liquide est contenu dans un cylindre fixe dans lequel est immergé un cylindre plein qui tourne, entraîné par un mécanisme extérieur ; lorsque le fluide se met en mouvement, l'encre se répartit et la couche la plus proche du cylindre intérieur se déplace le plus rapidement, la couche au contact du cylindre extérieur restant au contraire quasiment immobile ; un gradient de force centrifuge apparaît radialement, et les couches internes sont les plus fortement entraînées vers l'extérieur. Lorsque la vitesse de rotation du cylindre intérieur est faible, les surfaces d'égales vitesses sont des cylindres concentriques.

Pour une valeur critique de la vitesse de rotation du cylindre intérieur, le régime laminaire devient instable et cède la place à un nouveau régime où le liquide s'organise en un empilement de rouleaux horizontaux ou tores observés pour la première fois par **Taylor[2]** en 1923, on les appelle les vortex de Taylor.

Donc Taylor est le premier à avoir prouvé théoriquement et expérimentalement l'existence d'un seuil critique donnant naissance à une instabilité ou mouvement secondaire. Ce mouvement secondaire est caractérisé par l'apparition d'une onde axiale selon z , de nature stationnaire.

Une onde est constituée par deux vortex ou cellules toroïdales contrarotatives de dimensions égales à la largeur de l'espace annulaire d .

La mise en évidence de ce mouvement secondaire s'effectue à l'aide du paramètre de contrôle représenté par le nombre de Taylor T_a qui exprime un nombre de Reynolds corrigé par le facteur géométrique, tel que :

$$T_a = R_e (d / R_1)^{1/2}$$

Où :

$R_e = V_1 d / \nu$ est le nombre de Reynolds.

$d = R_2 - R_1$: largeur de l'espace annulaire.

R_2 : Rayon du cylindre extérieur.

R_1 : Rayon du cylindre intérieur.

Et $V_1 = R_1 \Omega$ vitesse linéaire du cylindre intérieur tournant.

Au delà de ce mouvement secondaire et pour des valeurs de la vitesse de rotation Ω plus grandes, d'autres instabilités apparaissent.

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Il s'agit de l'apparition d'une seconde instabilité de type azimutale qui se superpose à l'onde axiale et se propageant dans la direction de l'azimut φ .

L'ensemble de ce système d'onde oscille suivant φ et tourne avec une vitesse caractéristique autour de la direction axiale z appelée dans la littérature wavy vortex flow (WVF).

La prévision théorique est en parfait accord avec les résultats expérimentaux concernant l'évaluation du nombre de Taylor critique déterminé par la résolution du système d'équations régissant le mouvement.

En augmentant d'avantage la vitesse, d'autres instabilités apparaissent avant le déclenchement du chaos. Le régime de fluctuations chaotiques ou régime pré-turbulent s'établit avec la disparition du wavy vortex flow.

Au-delà, on observe l'établissement de la turbulence développée qui est elle-même marquée par la persistance de l'onde axiale qui se maintient toujours malgré la vitesse de rotation élevée imposée au système d'écoulement

A la fin des années 50, l'astrophysicien **Subrahmanyan Chandrasekhar [3]** entreprit une étude synthétique de la stabilité hydrodynamique publiée sous le titre Stabilité hydrodynamique et hydromagnétique ; il y traita de la stabilité hydrodynamique de l'écoulement de Taylor Couette. Le traité de Chandrasekhar faisait le point sur les aspects théoriques et expérimentaux de ce phénomène.

Inspiré des idées de **Landau, J.T.Stuart [4]** (1958) fut le premier à tenir compte des termes quadratiques pour suivre l'évolution du développement de l'amplitude au voisinage de la première instabilité.

Pour des problèmes qui mettent en jeu de très grandes vitesses de rotation, C.Hunter (1967) propose, pour un espace annulaire étroit, une approche asymptotique basée sur la décomposition du mouvement suivant trois zones : le cœur en rotation d'ensemble, les couches limites d'Eckman voisines des couronnes et les couches limites de Stewartson voisines des cylindres.

L'écoulement est généré par la rotation de toutes les parois solidaires ainsi que par le chauffage différentiel des cylindres en régime de conduction.

En 1968, G.Cognet a étudié expérimentalement l'écoulement de Taylor-Couette. Il a utilisé la polarographie pour étudier localement l'écoulement et a montré que cette méthode est particulièrement adaptée pour détecter l'apparition des divers types d'instabilité et le suivi de leur développement. Ses résultats confirment l'instabilité doublement périodique observée par **Coles (1965) [5]**. Il montre aussi qu'à partir d'une certaine vitesse de rotation, l'instabilité tangentielle disparaît et les cellules de Taylor, correspondants à une onde axiale de caractère

bidimensionnel, subsistent malgré le développement complet de la turbulence. A ce jour, la question du maintien de ces cellules en turbulence développée reste une question largement ouverte.

En 1980, **A. Bouabdallah [6]** a étudié expérimentalement la transition vers la turbulence de l'écoulement de Taylor- Couette .Il a montré que les variations du mouvement liées à l'onde azimutale s'effectuent en majeure partie en régime laminaire perturbé et , dans une moindre mesure, en régime de turbulence naissante. L'onde azimutale disparaît en pré-turbulence ou régime de turbulence naissante.

A cause de ces différentes étapes, l'écoulement de Taylor Couette fait partie d'une famille d'écoulements dite à transition lente contrairement aux cas classiques d'écoulements libres sur une plaque plane ou de l'écoulement de poiseuille. Les différentes phases de transition sont résumées dans le diagramme suivant où T_a est le nombre de Taylor au sens de Stuart ($T = \sqrt{T_a}$), on présente les différentes configurations d'écoulement cylindrique de Taylor Couette dans la figure suivante (Fig. 2) :

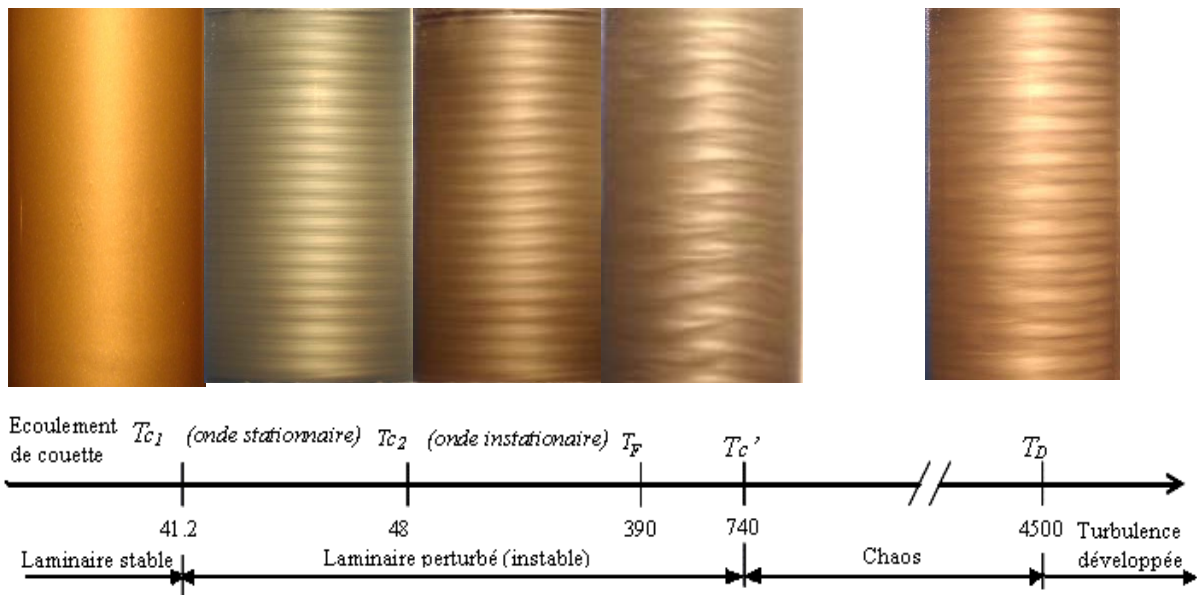


Fig 2 : Représentation des différentes configurations d'écoulement cylindrique de Taylor Couette (rencontrées dans la littérature).

$0 \leq T \leq T_{c1}$: Ecoulement circulaire de Couette.

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

$T = T_{c1}$: Apparition de l'onde axiale (z).

$T = T_{c2}$: Apparition de l'onde azimutale (φ). (Voir figure)

$T = T_F$: Apparition de fluctuations chaotiques (fréquences à spectre large).

$T = T_c'$: Disparition de l'onde azimutale.

$T_c' \leq T \leq T_D$: Régime de turbulence naissante.

$T = T_D$: Disparition des fréquences à spectre large.

$T \geq T_D$: Régime de turbulence développée.

II. CARACTERISTIQUES GENERALES :

Pour la clarté de l'étude on effectue la description de cet écoulement à travers les propriétés physiques, notamment ses caractéristiques hydrodynamiques et les équations régissant le phénomène de transition.

Dans ce qui suit, on se restreint au modèle correspondant au système d'écoulement de Taylor-Couette figure (3) qui est le mouvement d'un fluide défini par deux cylindres coaxiaux de rayons R_1 et R_2 et dont l'intérieur est en rotation avec une vitesse angulaire Ω_1 et l'extérieur étant maintenu fixe ($\Omega_2=0$).

On adopte un système de coordonnées cylindriques (r, θ, z), et on applique un champ de vitesse U, V et W qui désignent respectivement les composantes radiale, tangentielle et axiale du vecteur \vec{V} auquel on associe la pression correspondante P .

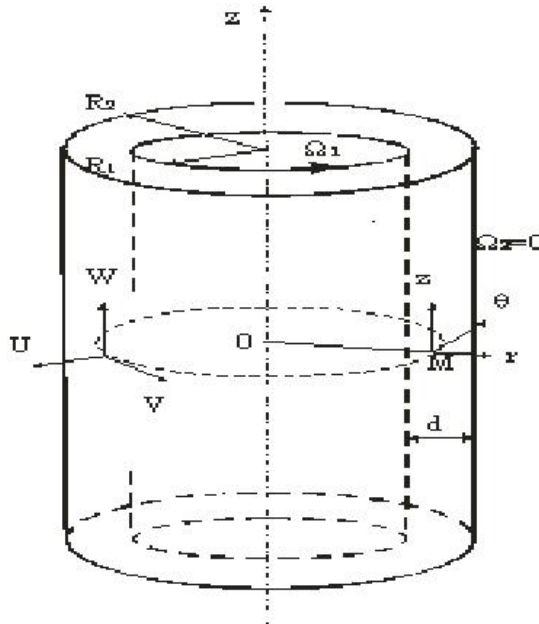


Fig 3 : Système d'écoulement de Taylor - Couette

L'évolution du champ de vitesse \vec{V} (U, V, W) est représentée en fonction du temps et est décrit au moyen d'un système de coordonnées cylindriques au point M (r, θ, z) de façon que \vec{V} et le champ de pression P' vérifient les équations de l'hydrodynamique, à savoir :

- Equation de conservation de masse :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rU) + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1.1)$$

- Equations de conservation de la quantité de mouvement :

Suivant la direction radiale r :

$$\rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} + W \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{V^2}{r} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) U$$

Suivant la direction azimutale θ :

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + W \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{UV}{r} \right) = - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) V$$

Suivant la direction axiale z :

$$\rho \left(\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + W \frac{\partial W}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \nabla^2 W + \rho g$$

On trouve alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D}{Dt} U - \frac{V^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left[(\nabla^2 - \frac{1}{r^2}) U - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] \\ \frac{D}{Dt} V + \frac{UV}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \nu \left[(\nabla^2 - \frac{1}{r^2}) V + \frac{2}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right] \\ \frac{D}{Dt'} W = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \nabla^2 W + \rho g \end{array} \right. \dots\dots\dots (1.2)$$

Avec :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + W \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Qui traduisent simplement la dérivation totale par rapport au temps t et le Laplacien $\Delta = \nabla^2$ correspondant, écrit en coordonnées cylindriques.

Les conditions aux limites associées à (1.1) et (1.2) doivent satisfaire la propriété de l'adhérence du fluide aux parois cylindriques, à savoir:

$$\begin{array}{llll} V=R_1\Omega_1 \text{ et } U=W=0 & \text{si} & r=R_1 & \dots\dots\dots (1.3) \\ \text{et } V=0 \text{ et } U=W=0 & \text{si} & r=R_2 & \end{array}$$

II .1 Notion de stabilité :

La notion de stabilité peut s'interpréter à l'aide du concept d'instabilité découlant de la conséquence d'un écart du mouvement de base initial par rapport au mouvement perturbé. Cet écart est souvent assimilé à une perturbation de vitesse et de pression préexistante dans le fluide ou bien introduite volontairement pouvant mettre le système hors équilibre.

L'objectif de l'analyse de la stabilité est de déterminer dans quel domaine le ou les paramètres régissant le mouvement correspondent à une solution particulière des équations de Navier- Stokes et qui est effectivement observable physiquement.

II .2 Critère de stabilité :

a) Cas d'un fluide parfait :

En effet l'instabilité de type Taylor-Couette est d'origine centrifuge. Elle correspond au phénomène inertiel défini par un écoulement en rotation tel que la trajectoire des particules

de fluide résulte de l'équilibre relatif entre la force centrifuge et la force dérivant d'un gradient de pression radial centripète.

Pour un fluide parfait où la viscosité est nulle, la condition de stabilité peut être établie à partir du moment cinétique. Ainsi, pour un champ de vitesse V situé à la position r définissant le rayon de courbure associé à la trajectoire d'une particule fluide, on est conduit à l'énoncé du critère de stabilité de **Rayleigh [1]**. Exprimé sous la forme de l'inégalité suivante :

$$\frac{d}{dr}(r.V) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (1-4)$$

Dans le cas d'un écoulement entre deux cylindre coaxiaux de rayons intérieur R_1 et extérieur R_2 tournants respectivement avec des vitesses angulaire Ω_1 et Ω_2 quelconques ; l'inégalité précédente se traduit par la condition de stabilité suivante :

$$|\Omega_1.R_1^2| \leq |\Omega_2.R_2^2| \quad \dots\dots\dots (1-5)$$

Selon la condition particulière $\Omega_2 = 0$ et $\Omega_1 \neq 0$ l'inégalité (1-5) exprime que l'écoulement devrait toujours être instable, même pour des vitesses de rotation Ω_1 relativement faible or cela n'est pas observé en pratique par conséquent cette condition suffisante et doit être corrigée par l'introduction d'un autre paramètre.

Dans le cas inverse ($\Omega_2 \neq 0$ et $\Omega_1 = 0$), le mouvement considéré est alors globalement stable, ce qui est observé expérimentalement.

b) Cas d'un fluide visqueux :

Dans le cas d'un fluide visqueux qui correspond à l'évolution d'un écoulement réel le critère de Rayleigh n'est plus valable pour prévoir la condition de stabilité du mouvement. En effet, l'importance de l'intervention des effets visqueux dus à la viscosité dynamique μ sur l'écoulement devient considérable au fur et à mesure que Ω_1 augmente, notamment en régime de transition à la turbulence.

Afin de caractériser les régimes d'écoulement on est conduit à introduire les paramètres de contrôle nécessaires qui régissent la spécificité de cette dynamique.

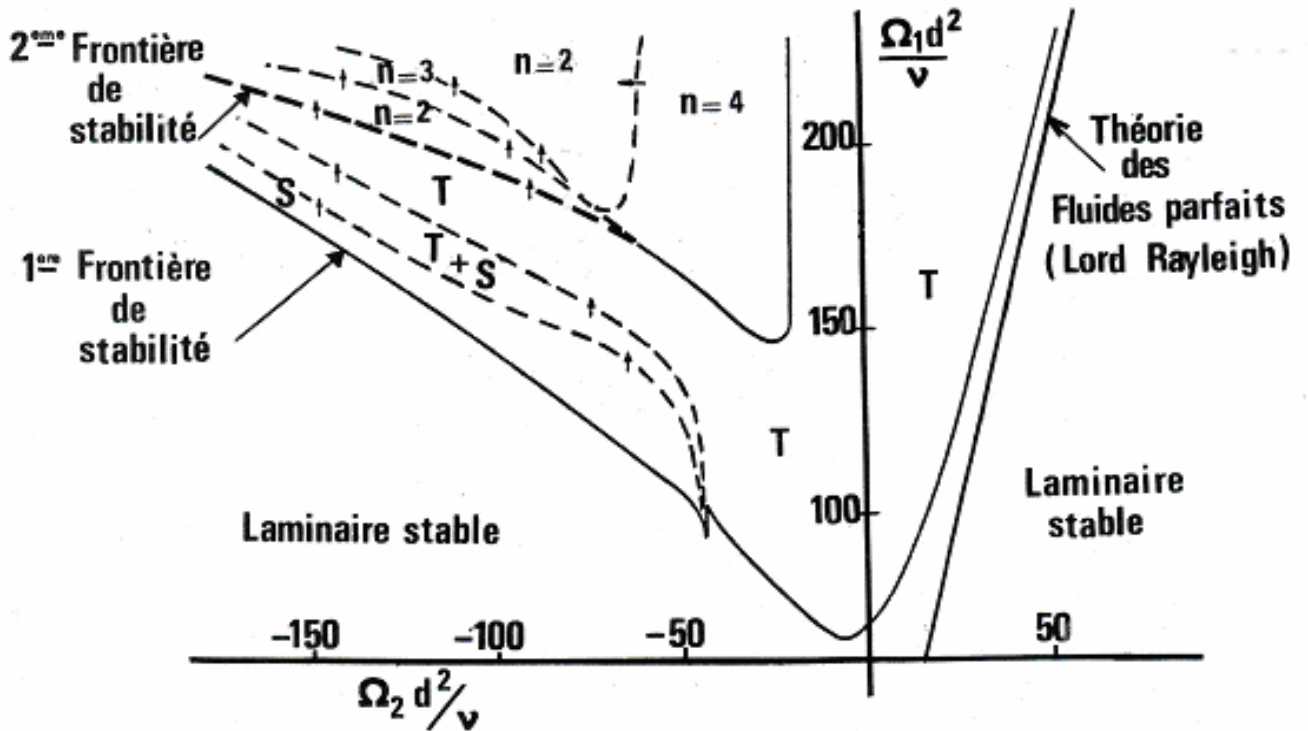


Fig 4 : Diagramme de stabilité d'après D. Coles ($R_2/R_1=0,5$).
 (T) : Mouvement périodique (z) stationnaire ou cellules de Taylor.
 (S) : Mouvement spiral (z) ou mouvement non-axisymétrique simple.
 (n) : $n=2, 3, 4$ nombre d'ondes circonférentielles associées au mouvement doublement périodique (θ, z) instationnaire.

II. 3- Notion de paramètre de contrôle :

Dans l'étude de ce type d'écoulement, deux paramètres interviennent le plus souvent, à savoir :

- Le nombre de Reynolds :

Il est défini par le rapport suivant :
$$R_e = \frac{V_1 d}{\nu}$$

Avec :

V_1 : Vitesse linéaire du cylindre intérieur tournant : $V_1 = R_1 \Omega_1$

d : Espace annulaire entre les cylindres coaxiaux $d = R_2 - R_1$

ν : Viscosité cinématique de fluide considéré $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

Le nombre de Reynolds est un rapport qui compare l'effet de deux forces antagonistes l'une, à caractère déstabilisant, la force centrifuge et l'autre agissant pour stabiliser l'écoulement, la force visqueuse.

- **Le nombre de Taylor :**

Souvent utilisé en géométries courbes, il apparaît comme une combinaison de nombre du Reynolds R_e et du facteur géométrique $\delta = d/R_1$, exprimant le jeu radial associé à l'écoulement.

Le nombre de Taylor a reçu plusieurs définitions selon le cadre de son utilisation. On se limite essentiellement à la définition qu'en a donnée J .T. Stuart :

$$Ta_s = R_e^2 \frac{d}{R_1}$$

Ou bien celui de **S. Chandrasekhar [3]**: $T_{ch} = 2T_s$

Au plan expérimental il est pratique d'utiliser un nombre de Taylor défini par

A. **Bouabdallah [6]** : $T_a = \sqrt{T_s}$

Qui présente l'avantage de donner des valeurs modérées car les nombres T_s et T_c deviennent rapidement élevés en régime chaotique et de turbulence développée.

II. 4- Le régime laminaire stable :

Dans le cas de l'écoulement d'un fluide visqueux, de viscosité μ de masse volumique ρ évoluant dans un espace annulaire entre deux cylindres concentriques infiniment longs tels que le cylindre intérieur de rayon R_1 tourne avec une vitesse angulaire Ω_1 et le cylindre extérieur de rayon R_2 est maintenu fixe ; on délimite ainsi un espace annulaire défini par $d = R_2 - R_1$.

Le régime laminaire de base, appelé encore écoulement circulaire de Couette est stable lorsque Ω_1 est suffisamment faible ; les lignes de courant correspondent alors à des cylindres emboîtés et glissant les un sur les autres.

Dans ces conditions le profil de vitesse de Couette peut se déterminer facilement, il se réduit à l'expression suivante :

$$V = Ar + \frac{B}{r} \quad \dots\dots\dots (1-6)$$

avec : $A = -\frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \Omega_1$ et $B = \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \Omega_1$

Les autres composantes de vitesse sont nulles : $U = W = 0$

II. 5- La forme des instabilités :

❖ La première instabilité :

On a noté précédemment que **G.I.Taylor** [2] a effectué une étude théorique et expérimentale qui reste exemplaire à ce jour. Elle a permis de mettre en évidence pour la première fois l'existence d'un régime de transition. En effet, pour une valeur critique de la vitesse de rotation du cylindre intérieur elle même correspondant à une valeur critique du nombre de Taylor (T_{c1}), le régime laminaire stable devient instable celui-ci cède la place à un nouveau régime d'écoulement où le liquide s'organise en un empilement de tourbillons toriques qui occupent la largeur de l'espace annulaire. Cette situation est telle qu'une onde est constituée par deux cellules voisines contrarotatives dans un plan parallèle à l'axe des cylindres (Fig 5), l'ensemble constitue un système d'ondes stationnaires périodiques dans la direction axiale oz . Ce type de configuration cellulaire est appelé vortex de Taylor qui correspond à une perturbation axisymétrique.

et peut rester stable dans un domaine de vitesses qui peut s'étendre au-delà de $T_{c1} = 41$.

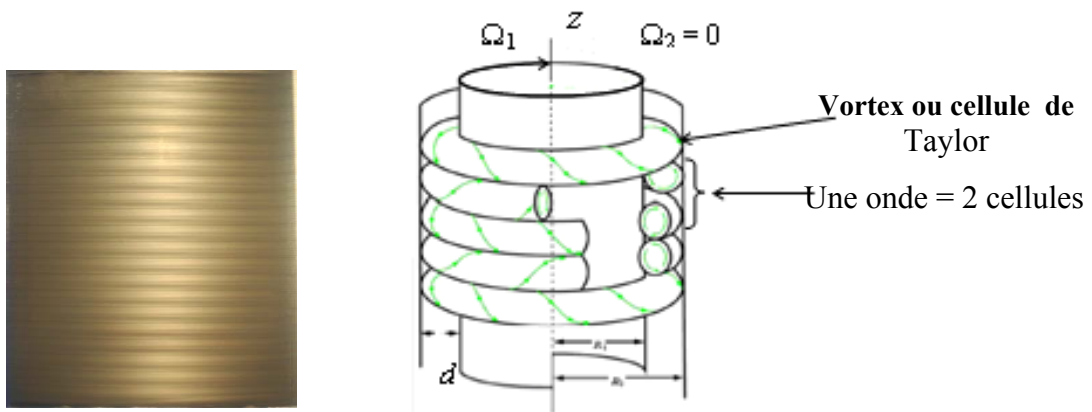


Fig 5 : Visualisation de l'onde axiale et schématisation des cellules de Taylor

❖ La seconde instabilité :

A partir d'une seconde valeur critique de la vitesse indiquée correspondant à $T_{c2} = 48$, on observe des tourbillons qui ondulent dans la direction azimutale θ et tournent autour de l'axe des cylindres (oz), on appelle ces structures les ondes azimutales ou perturbations non axisymétriques. C'est un système d'ondes instationnaires qui se superposent aux cellules de Taylor (Fig.6).

Ce système d'onde est caractérisé par une vitesse de propagation ω , un nombre d'onde axial n et un nombre d'onde azimutal m . **D.Coles** [5] a montré que ce régime présente

plusieurs états stables pour une même valeur de nombre de Taylor et chaque état du mouvement observé est identifié par le couple

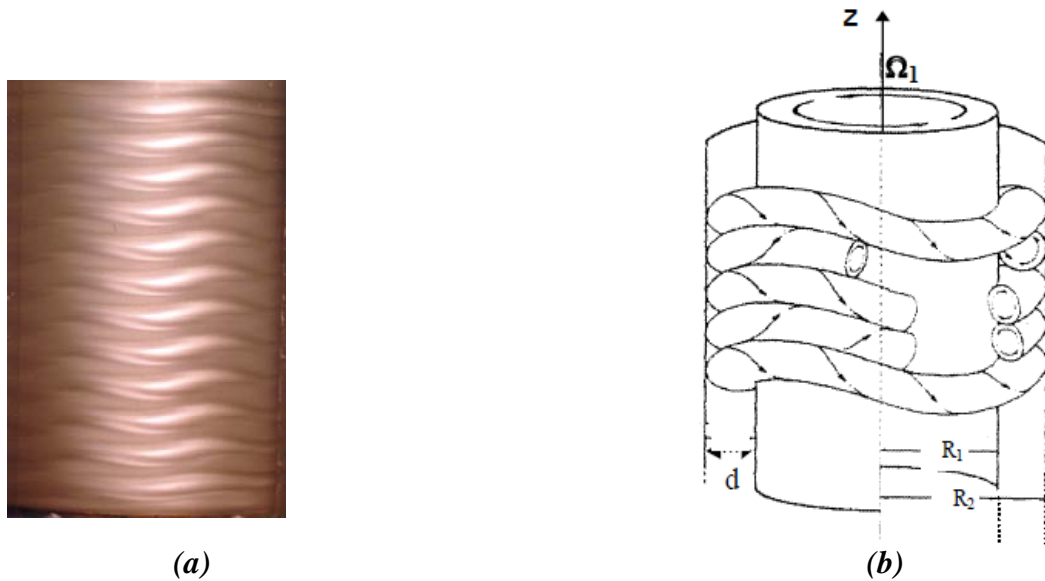


Fig 6 : a) Visualisation des ondes azimutales ; b) interprétation de la structure ondulatoire

❖ **Le mouvement ultérieur :**

L'augmentation progressive de la vitesse de rotation donne lieu à des mouvements de plus en plus complexes atteignant au $Ta = 740$ le régime des fluctuations chaotiques ou régime pré-turbulent qui s'établit avec la disparition de l'onde azimutale. Au-delà de $Ta = 4500$, on observe l'établissement de la turbulence développée qui est, elle-même, marquée par la persistance de l'onde axiale qui se maintient toujours malgré la vitesse de rotation élevée imposée au cylindre intérieur.

II. 6- Caractérisation des phénomènes d'instabilités :

a) Cas d'un fluide parfait :

Dans le cas d'un fluide parfait le champ hydrodynamique peut être caractérisé par le champ de vitesse V ou le moment cinétique Γ .

Rayleigh a montré pour que l'écoulement soit stable il faut que:

$$\frac{d}{dr} \Gamma^2 > 0 \quad \dots\dots\dots (1.7)$$

Où Γ désigne le moment cinétique par unité de masse évalué sur une trajectoire de rayon r donné ($\Gamma = V \cdot r$).

Cette inégalité exprime seulement une condition nécessaire de stabilité.

b) Cas d'un fluide visqueux :

Pour analyser le comportement de l'écoulement au voisinage de l'apparition de l'instabilité on se base sur l'évolution du champ résultant de la composition du mouvement laminaire précédent $(0, V, 0)$ auquel on superpose le champ perturbé u', v', w' :

$$\begin{cases} U' = u'(r, \theta, z, t) \\ V' = V(r) + v'(r, \theta, z, t) \\ W' = w'(r, \theta, z, t) \end{cases} \dots\dots\dots (1.8)$$

Par hypothèse le champ perturbé (mouvement secondaire) est supposé faible ou négligeable devant le champ moyen (mouvement principal V).

En introduisant les composants de (1.8) dans (1.1) et (1.2) on obtient :

$$\begin{cases} \frac{D}{Dt} u' - \frac{v'(2V + v')}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(P + p')}{\partial r} + v' \left[\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) u' - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v'}{\partial \theta} \right] \\ \frac{D}{Dt} (V + v') - u' \frac{(V + v')}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (P + p') + v' \left[\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) v' + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u'}{\partial \theta} \right] \\ \frac{D}{Dt} w' = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(P + p')}{\partial z} + v' \nabla^2 w' \end{cases} \dots (1.9)$$

et $\frac{1}{r} \frac{\partial(ru')}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v'}{\partial \theta} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (1.10)$

avec $u' = v' = w' = 0$ Si $r=R_1$ et $r=R_2$

En pratique, on évite de résoudre directement ce système d'équations au vu de la complexité de celui-ci : problème tridimensionnel U', V', W' à plusieurs variables (r, θ, z, t) .

II. 7- Formulation de problème :

Il s'agit de poser les équations de base régissant l'écoulement et de définir les conditions aux limites associées au champ perturbé.

Compte tenu de la symétrie naturelle du problème, on adopte le système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) . Le champ de vitesse a pour composantes U, V , et W qui désignent respectivement les composantes radiale, tangentielle et axiale du vecteur auquel on associe la pression correspondante P .

- **Etude au voisinage de $Ta = Tc1$**

Expérimentalement, cette instabilité est assimilée à une perturbation axisymétrique (indépendante de θ') et périodique spatialement dans la direction axiale Oz' , appelée instabilité axiale.

D'après Taylor cette perturbation présente un caractère naturellement périodique en fonction de z que l'on peut exprimer sous la forme :

$$\{U', V', W'\} = \begin{cases} u_1'(r', t') e^{j\lambda z} \\ v_1'(r, t) e^{j\lambda z} \\ w_1'(r, t) e^{j\lambda z} \\ p_1'(r, t) e^{j\lambda z} \end{cases} \dots\dots\dots (1.11)$$

où λ désigne la longueur d'onde associé à la direction axiale z , et les grandeurs correspondantes u', v', w' et p' liées respectivement aux modules des champs de vitesse et de pression.

II. 8- Théorie linéaire.

L'approche du phénomène d'instabilité, s'appuie sur deux hypothèses fondamentales, à savoir, les hypothèses de linéarité et de comportement exponentiel fonction du temps.

Hypothèse linéaire.

Elle consiste à faire l'approximation qui suppose que la perturbation est infinitésimale dès lors qu'on peut négliger les termes quadratiques associées devant le mouvement principal V' .

Cette étape de l'analyse constitue la théorie linéaire de la stabilité qui fournit d'après (1.9), (1.10) et (1.11) le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Du'}{Dt} - \frac{2v'V}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial r} + v \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) u' \\ \frac{Dv'}{Dt} + u' D^* V = v \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) v' \\ \frac{Dw'}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} + v \nabla^2 w' \end{array} \right. \dots\dots\dots (1.12)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru')}{\partial r} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0$$

avec $u' = v' = w' = 0$ si $r=R_1$ et $r=R_2$

Hypothèse d'évolution temporelle.

Elle exprime que les composantes liées à la perturbation varient en fonction du temps sous la forme séparable $u_1(r, t) = A(t)u_1(r)e^{j\lambda z}$ et selon une loi de croissance exponentielle de A (t') qui est donnée par :

$$A(t) = A_0 e^{-j\omega t}$$

où ω est un coefficient complexe de la phase et A_0 désigne une constante arbitraire associée à l'amplitude A(t).

Dés lors la perturbation donnée par (1.11) s'écrit sous la forme suivante :

$$\{u', v', w'; p'\} = \{u'_1(r'), v'_1(r'), w'_1(r'); p'_1(r')\} e^{j(\lambda z' - \omega t')} \dots\dots\dots (1.13)$$

Dans ce cas, pour une vitesse de rotation Ω_1 imposée, il apparaît d'après (1.13) que si la partie imaginaire de ω est négative, la perturbation s'amortit au cours du temps et l'écoulement initial reste stable. En revanche, si la partie imaginaire de ω change de signe alors la perturbation aura tendance à croître et le mouvement devient instable.

Equations adimensionnelles :

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

L'utilisation des propriétés caractéristiques de l'écoulement fait apparaître les grandeurs sans dimensions suivantes :

- Grandeurs spatio-temporelles :

$$r = \frac{r'}{R_1}, \quad z = \frac{z'}{R_1} \quad \text{et} \quad t = \Omega_1 t'$$

- Champs de vitesse :

$$u_1 = \frac{u'_1}{R_1 \Omega_1}, \quad v_1 = \frac{v'_1}{R_1 \Omega_1} \quad \text{et} \quad w_1 = \frac{w'_1}{R_1 \Omega_1}$$

- Champs de pression :

$$p' = \rho \Omega_1^2 \pi(r)$$

- Paramètres d'influence :

- $a = \lambda R_1$ Nombre d'onde axiale sans dimension.

- $\sigma = \frac{\omega}{\Omega_1}$ Coefficient d'amplification ou d'amortissement sans dimension.

- Nombre de Reynolds $Re_1 = \frac{R_1 \Omega_1 d}{\nu}$ ou $Re_0 = \frac{R_1^2 \Omega_1}{\nu}$

- Nombre de Taylor $Ta = Re_1 \sqrt{\delta}$ ($\delta = \frac{d}{R_1}$).

En introduisant les opérateurs différentiels agissant sur r' tels que :

$$D = \frac{\partial}{\partial r} \quad \text{et} \quad D^* = \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} = D + \frac{1}{r}$$

$$\nabla^2 \rightarrow D^* D - \lambda^2$$

Avec : $\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \rightarrow DD^* - \lambda^2$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow +j(-\omega)$$

Dans ces conditions le système d'équations régissant la stabilité du mouvement s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[DD^* - a^2 + j\sigma \operatorname{Re} \right] u_1 = D\pi - 2 \frac{\Omega}{\Omega_1} \operatorname{Re}_0 \\ \left[DD^* - a^2 + j\sigma \operatorname{Re} \right] v_1 = \frac{2A}{\Omega_1} \operatorname{Re}_0 u_1 \\ \left[DD^* - a^2 + j\sigma \operatorname{Re} \right] w_1 = ja\pi \\ Du_1 + jaw_1 = 0 \end{array} \right. \dots\dots\dots (1.14)$$

Vérifiant : $u_1 = v_1 = w_1 = 0$ si $r = 1$ et $r = \eta$ (1.15)

avec : $\eta = \frac{R_2}{R_1}$, $\frac{\Omega(r)}{\Omega_1} = \frac{A}{\Omega_1} + \frac{B}{\Omega_1 r^2} = A_1 + \frac{B_1}{r^2}$

Les équations (1.14) associées aux conditions (1.15) forment le problème de la stabilité linéaire de l'onde axiale de type Taylor.

En partant du système d'équations (1.14) et (1.15), on élimine les termes de pression π et $D\pi$ entre la première et troisième équation, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} (DD^* - a^2 + j\sigma \operatorname{Re})(DD^* - a^2)u_1 = 2a^2 \operatorname{Re}_0 \left(A_1 + \frac{B_1}{r^2} \right) v_1 \\ (DD^* - a^2 + j\sigma \operatorname{Re})v_1 = 2A_1 \operatorname{Re}_0 u_1 \\ jaw_1 = -D^* u_1 \\ \text{avec } u_1 = v_1 = Du_1 = 0 \quad \text{si } r = 1 \text{ et } r = \eta \end{array} \right. \dots\dots\dots (1.16)$$

G.I.Taylor a développé ses calculs en approchant u et v sous la forme d'un développement en série de Fourier- Bessel qui le conduit à établir un système d'équations algébriques fournissant une relation, dite caractéristique, entre les paramètres du problème, sous la forme :

$$F(\alpha, \sigma, \eta, \operatorname{Re}) = 0$$

En fait c'est une équation de compatibilité entre paramètres géométrique et dynamique qui constituent ce qu'on appelle le problème aux valeurs propres à résoudre.

- **Etude au voisinage de $Ta = Tc2$**

De la même façon que précédemment on résume brièvement la démarche théorique liée aux conditions d'apparition de la deuxième instabilité au voisinage de l'état critique, ou l'hypothèse linéaire reste valable ici mais le champ perturbé doit mettre en évidence le

caractère doublement périodique en z et θ de l'instabilité. Ce mode d'écoulement correspond à un mouvement d'ensemble se propageant selon θ et tournant à la vitesse ω autour de z , caractérise une onde azimutale instationnaire.

Dans ces conditions, celle-ci a pour expression adimensionnelle :

$$\{u, v, w, p\} = \{R_1 \Omega_1 (u, v, w, p)\} e^{j[(m\theta - \omega t) + az]}$$

Où m désigner le nombre d'onde circonférentielle et ω la vitesse angulaire associée à l'onde azimutale.

En utilisant les grandeurs sans dimensions définies précédemment, on obtient le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[DD^* - a^2 - j(-\sigma \text{Re}) \right] u_1 = D\pi - 2 \left[\frac{\Omega}{\Omega_1} \text{Re} - j \frac{m}{r^2} \right] v_1 \\ \left[DD^* - \left(a^2 + \frac{m^2}{r^2} \right) - j \left(-\sigma + m \frac{\Omega}{\Omega_1} \right) \text{Re} \right] v_1 = jm \frac{\pi}{r} + 2 \left(\frac{A_1}{\Omega_1} \text{Re} - j \frac{m}{r^2} \right) u_1 \dots\dots\dots (1.17) \\ \left[DD^* - \left(a^2 + \frac{m^2}{r^2} \right) - j \left(-\sigma + m \frac{\Omega}{\Omega_1} \right) \text{Re} \right] w_1 = ja\pi \\ D^* u_1 + j \frac{m}{r} v_1 + ja w_1 = 0 \end{array} \right.$$

Avec : $u_1 = v_1 = w_1 = 0$ si $r=1$ et $r=\eta$

Ce système d'équations algébriques fournissant une relation, dite caractéristique, entre les paramètres du problème, sous la forme :

$$\boxed{G(\alpha, \sigma, m, \eta, \text{Re}) = 0}$$

La résolution de ce système conduit à établir une relation de compatibilité à paramètre complexe qui constitue un problème de valeurs propres à résoudre.

III. FACTEURS D'INFLUENCE SUR LA STABILITE DE L'ÉCOULEMENT :

On se propose d'effectuer une analyse de l'influence des différents effets sur l'apparition des instabilités afin de tirer quelques propriétés physiquement intéressantes, et de dresser un bilan quantitatif et qualitatif des effets imposés sur le comportement de l'écoulement selon un

procédé opératoire de nature Géométrique, Dynamique, Thermique, Rhéologique et Magnétique.

✚ III-1 Facteur Géométrique :

III-1- a) Effet de la hauteur ou le facteur d'aspect Γ :

J. A. Cole [7] en 1975 a exploré l'effet d'une hauteur finie sur les phénomènes de transition du mouvement de type onde axiale et onde azimutale. Il a montré que l'apparition des cellules de Taylor se produit aux extrémités des cylindres pour une valeur de nombre de Reynolds en dessous de la valeur critique Re_1 correspondant au cas classique d'un écoulement de hauteur infinie étudié par **D. Coles** [5]. De plus, **Cole** a trouvé que le nombre de Reynolds caractérisent l'établissement du régime d'ondes azimutales s'accroît considérablement lorsqu'on réduit la hauteur de l'écoulement. Ce résultat est confirmé par **A. Mahamdia** [8].

Par la suite, **T.B. Benjamin** [9] a étudié théoriquement et expérimentalement l'influence d'une hauteur finie des cylindres sur la structure de l'écoulement. En particulier il a montré que la transition de l'écoulement procède par bifurcation stationnaire analogue aux phénomènes de transition de phase thermodynamique.

A partir de ces observations, l'étude de l'influence d'une hauteur finie a été entreprise selon plusieurs points de vue. Ce résultat est confirmé par **A. Mahamdia et A. Bouabdallah** qui ont examiné l'écoulement de Taylor–Couette soumis aux effets de la surface libre et la variation de la hauteur de la colonne fluide. Cette étude a été menée par différentes méthodes : Visualisation [10], Polarographie et Anémométrie laser [11], [12] qui ont permis de mettre en évidence les résultats suivants :

L'apparition de l'onde axiale n'est pas affectée par la hauteur de remplissage, elle s'effectue pour une valeur de nombre de Ta pour Γ fixé.

- L'apparition de la deuxième instabilité est retardée lorsque la hauteur diminue
- L'existence d'une hauteur critique $c H$, pour un rapport d'aspect $\Gamma < 10$. La transition laminaire turbulence s'opère directement sans passer par le régime d'onde azimutal
- Le nombre d'ondes azimutales passe de quatre à trois : ce saut de fréquence est d'autant plus retardé quand le rapport d'aspect diminue voire (figure 7).

• Pour un rapport d'aspect $\Gamma < \Gamma_C$ une forme d'inhomogénéité axiale de l'écoulement est observée. C'est une perturbation en forme spirale torsadée prenant naissance au voisinage de la surface libre et se propageant vers le fond du dispositif lorsque le nombre de Taylor augmente.

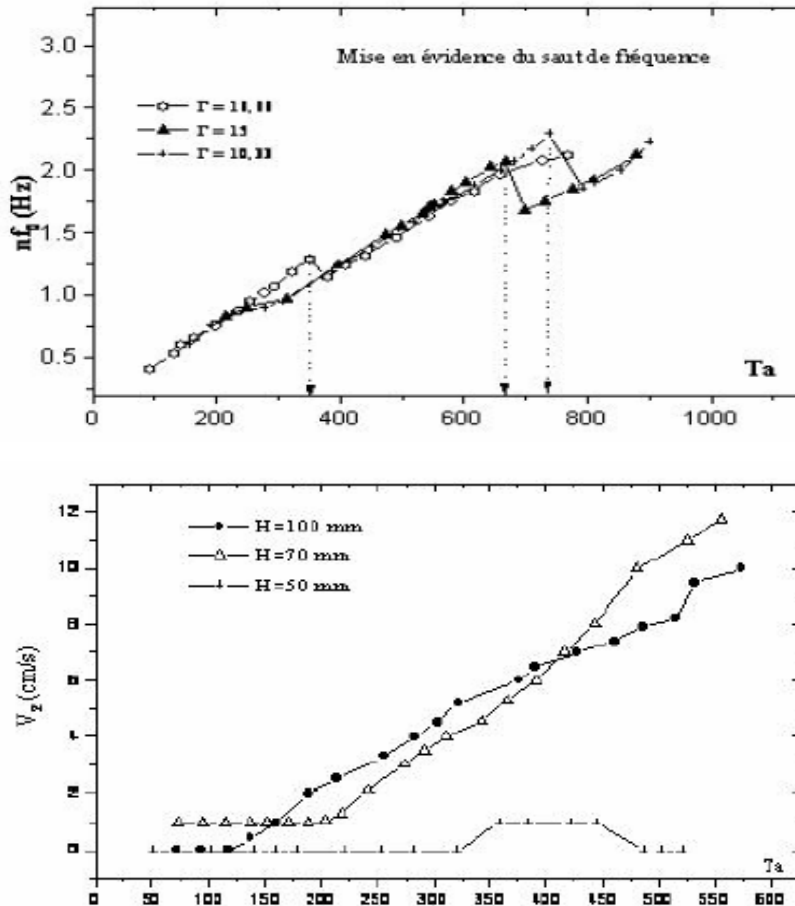


Fig 7 : Evolution de la fréquence Fondamentale f_0 en fonction du nombre de Taylor (2003,2009)

Ainsi **Q. Xiao et al [13]** ont examiné l'effet de l'espace annulaire et l'effet de la hauteur sur l'écoulement secondaire en vortex de Taylor (Second Taylor Vortex Flow STVF), en changeant le diamètre du cylindre intérieur tout en maintenant le diamètre du cylindre extérieur fixe à 94.0 mm. Les trois rayons intérieurs $R1$ utilisés sont de 62.0 mm, de 75.5 mm, et de 84.0 mm, définissant respectivement un rapport $\eta = R1/R2$ de 0.660, de 0.803, et de 0.894. Le facteur d'aspect $\Gamma = H/d$ est maintenu à 30. De même, pour étudier l'effet de la hauteur on change H tout en maintenant le rapport de rayon η constant et égal à 0.803. Les cinq hauteurs considérées définissent le rapport $\Gamma = H/d$ à savoir $\Gamma = 15, 20, 25, 30, \text{ et } 50.54$. L'extrémité inférieure de la colonne fluide est liée à un bord fixe tandis que l'autre extrémité est une surface libre. Ils ont mené les observations suivantes :

Le régime de STVF (Second Taylor Vortex Flow) est sensible aux changements du rapport η et du facteur d'aspect Γ . Parmi les trois rapports des rayons étudiés le régime de STVF s'avère stable et peut exister seulement pour $\eta = 0.803$ mais non pour $\eta = 0.660$ et $\eta = 0.894$. En appliquant une accélération (dRe/dt^*) légèrement petite de l'ordre 0.1123 pour que l'état de STVF apparait.

Le rapport de rayon η et le facteur d'aspect Γ ont une influence sur la longueur d'onde axiale moyenne $\lambda^*(\lambda^*=2H/nd)$ des vortex de Taylor. n est le nombre d'onde axial, obtenu en comptant le nombre de vortex sur la longueur entière de la colonne fluide.

En résumé, ils ont prouvé que l'existence du régime de STVF est sensible aux changements de η et de Γ , et la longueur d'onde axiale dans le régime de STVF est inférieure à celle évaluée en TVF et WVF pour des valeurs grande de Γ . Elles restent les mêmes (les longueurs d'ondes axiales en STVF) dans TVF et WVF pour des valeurs petites du facteur d'aspect Γ .

III-1- b) Effet de jeu radial δ :

R.C DIPRIMA et al [14] ont effectué une étude analytique sur l'effet de la variation de l'espace annulaire sur les instabilités de l'écoulement de Taylor – couette dans le cas où le cylindre intérieur tourne et l'extérieur est maintenu fixe ($\Omega_2 = 0$ et $\Omega_1 \neq 0$). Dans le cas où le rapport $\eta = R_1/R_2$ diminue ($0.65 < R_1/R_2 < 1$) ils ont constaté ce qui suit :

- a) Le nombre des modes normaux instables diminue rapidement pour une valeur fixe du nombre de Taylor Ta .
- b) Il y a une valeur critique du rapport (R_1/R_2) au dessous de laquelle l'instabilité axisymétrique ne se manifeste qu'à partir d'un nombre de Taylor considérablement élevé.

A. Bouabdallah [6] a mené une étude expérimentale comparative sur la transition laminaire turbulent dans les cas d'un espace annulaire mince, intermédiaire et large il a observé que l'incidence de la géométrie sur l'étendue des régime d'écoulement est appréciable (tableaux 1), en premier lieu, sur le domaine (Tc_1, T_1) il a constaté que cet intervalle s'accroît en fonction de l'importance de l'espace annulaire, mais le nombre critique Tc_1 , relatif à l'apparition des cellules de Taylor est très peu affecté par l'influence du facteur géométrique. Par contre, il semble que le retard à la naissance des ondes azimutales Tc_2 est d'autant plus significatif que le jeu radial $\delta = d/R_1$ s'accroît.

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

En second lieu, sur le domaine (T_1, T_2) du régime de turbulence naissante. Il a remarqué que l'étendue dans laquelle se forme la turbulence augmente quand d/R_1 croît, ainsi le rapport T_1/T_2 double pratiquement lorsque l'espace annulaire s'élargit. En revanche les propriétés spectrales associées au mouvement restent globalement identiques.

Configuration géométrique Nombre de Taylor caractéristique	$d/R_1 = 0,048$	$d/R_1 = 0.01$	$d/R_1 = 0.22$
Tc_1	41	41	42
Tc_2	44	49	90
T_1	80	400	900
Tc	320	700	12500
T_2	2000	4500	9000

Tableau1 : Etude expérimentale comparative sur la transition laminaire turbulent dans les cas d'un espace annulaire mince, intermédiaire et large

III-1- c) Effet d'une surface ondulé :

Afin de mieux comprendre les phénomènes des instabilités hydrodynamiques **S.Skali-Lami et M.Rafique [15]** ont procédé à une modification de la géométrie du système de Taylor Couette classique. Ce nouveau système, « Couette Taylor modifié CTM », est constitué essentiellement de deux cylindres coaxiaux, dont l'extérieur est à surface lisse qui est fixe et le cylindre intérieur est en rotation avec une surface ondulée axialement.

L'écoulement de base dans cette configuration apparaît pseudo-laminaire avec deux cellules contrarotatives formant une onde (figure 8)

L'analyse expérimentale et numérique de cette configuration montre qu'il existe là une concurrence entre les vortex réguliers de Taylor et ceux imposés par la géométrie. D'ailleurs, la vorticité peut être contrôlée par la variation de la longueur d'onde et l'amplitude de la surface ondulée imposée.

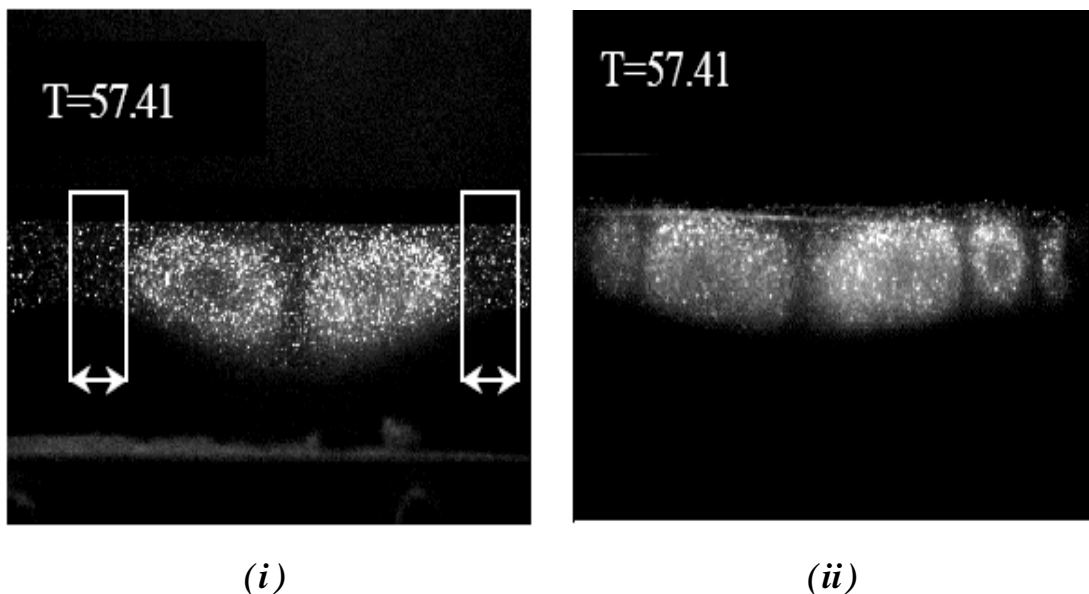


Fig 8 : vortex de Taylor modifié : 1) cylindre de longueur d'onde 71.75mm et avec une amplitude de 3.91mm, 2) cylindre de longueur d'onde 71.75mm et avec une amplitude de 1.96mm

III-1- d) Effet de l'inclinaison du système d'écoulement :

Récemment au Laboratoire, A.Dibes a réalisé une étude expérimentale pour mettre en évidence l'effet de l'angle d'inclinaison θ du système d'écoulement et de la hauteur de remplissage de la colonne fluide sur l'apparition des deux premières instabilités de Taylor-Couette. En particulier, il a montré que dans le cas d'un écoulement confiné axialement et en géométrie infinie que l'inclinaison θ est sans effet sur les conditions d'apparition des deux instabilités. Par contre, dans les conditions d'un écoulement à surface libre (non limité axialement) il a noté que l'inclinaison influe sur la condition d'apparition de la deuxième instabilité et l'augmentation progressive de l'angle θ favorise la destruction de l'onde axiale ainsi que l'onde azimutale.

La systématisation de ces essais a permis de mettre en lumière l'influence remarquable de l'inclinaison θ du système d'écoulement sur les conditions d'apparition de l'instabilité

azimutale qui est récapitulée sous la forme d'un diagramme de stabilité paramétré par θ (Fig.9)

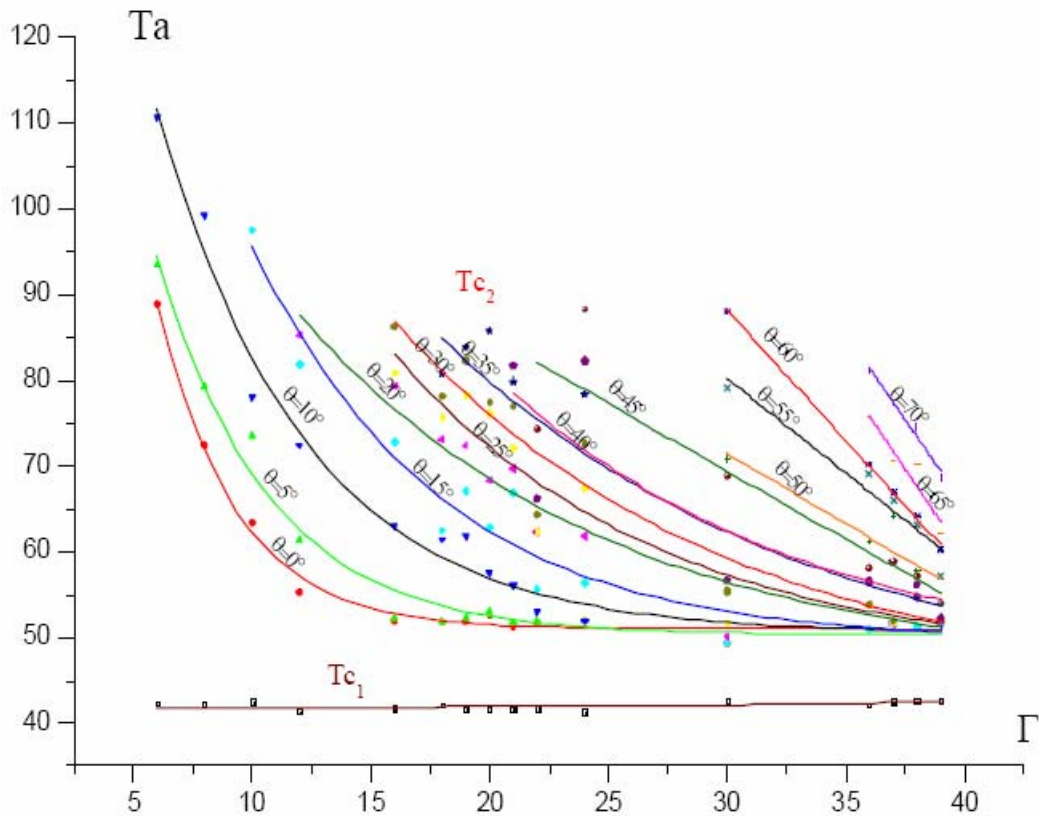


Fig 9 : Variation des nombres critiques de Taylor en fonction du facteur d'aspect pour un angle donné

III- 2. Facteur Thermique

III- 2) - Effets de la température :

Il y a eu diverses recherches expérimentales et théoriques sur l'effet d'un gradient de température radial sur l'instabilité de l'écoulement de Taylor couette.

En 1961 C. S. Yih [16], en imposant un gradient de température négatif (le cylindre intérieur étant chauffé) cet auteur a montré que celui-ci a pour conséquence de stabiliser l'écoulement.

Par contre, un gradient de température positif produit un effet contraire qui peut déstabiliser l'écoulement. De plus H. A. Snyder [17] a également montré qu'un gradient thermique relativement petit a un grand effet sur le nombre Taylor critique. La courbe de stabilité est indépendante des propriétés du fluide, et elle peut être tracée comme une courbe universelle dans les variables Ta et ΔT

L'effet du gradient thermique est de stabiliser l'écoulement de Taylor Couette pour des petites ΔT et de déstabiliser l'écoulement pour des grandes ΔT .

La forme d'onde de la perturbation, liée à l'effet de stabilisation, correspond aux cellules toroïdales de type Taylor. Dans le cas de la déstabilisation, cela se traduit par des cellules sous forme de spirales qui sont différentes de celles de Taylor.

Par ailleurs, Il été constaté qu'une autre forme d'instabilité de nature ondulatoire qui se produit à de très faibles nombres de Taylor. Aussi, **M .M. Sorour et J .E .R.Coney [18]** ont étudié l'effet d'un gradient de température radial sur la stabilité hydrodynamique de l'écoulement de Taylor–Couette tel que le cylindre extérieur est chauffé isothermiquement, ils ont mené leurs essai dans deux situation intéressantes : l'absence et l'existence de l'effet du débit axial.

Ils ont montré qu'en l'absence du débit axial :

- La déstabilisation de l'écoulement augmente avec l'augmentation du gradient de la température radial.
- La courbe de stabilité s'est avérée indépendante des propriétés du fluide mais elle dépend du rapport des rayons η , le nombre de Taylor Ta et la différence de température $T \Delta$.

Ces résultats ont été expliqués par **C. Benazouz et A. Bouabdallah [19]** par polarographie à l'aide d'une analyse spectral. En particulier ils ont montré que le déclenchement du chaos procède selon une transition de type Rayleigh–Bernard par une division de fréquence, processus qui diffère de celui de Taylor – Couette

Dans le cas où l'on superpose un écoulement axial, ils ont constaté :

- Le point de la stabilité neutre est modifié si la convection naturelle est importante et il dépend de la direction de l'écoulement axial.
- Un gradient de température axial peut prendre naissance qui résulte de la convection naturelle laquelle est à l'origine de la modification du nombre d'onde axial.

P. D Weidman et al ont exploré par voie numérique l'effet d'un gradient radial de la température en présence de la composante radiale de la gravité, cette force est simulée physiquement lorsque un ferrofluide est soumis à un champ magnétique. Ainsi, ils ont

comparé leurs résultats avec ceux trouvées par **M. Ali et P.D Weidman [20]** ou ils n'ont pas tenu compte de l'effet de la force de gravité. Cette étude a révélé que l'existence de la composante radiale de la gravité contribue à déstabiliser l'écoulement, et favorise l'apparition d'un nouveau mode d'instabilité (fig 10)

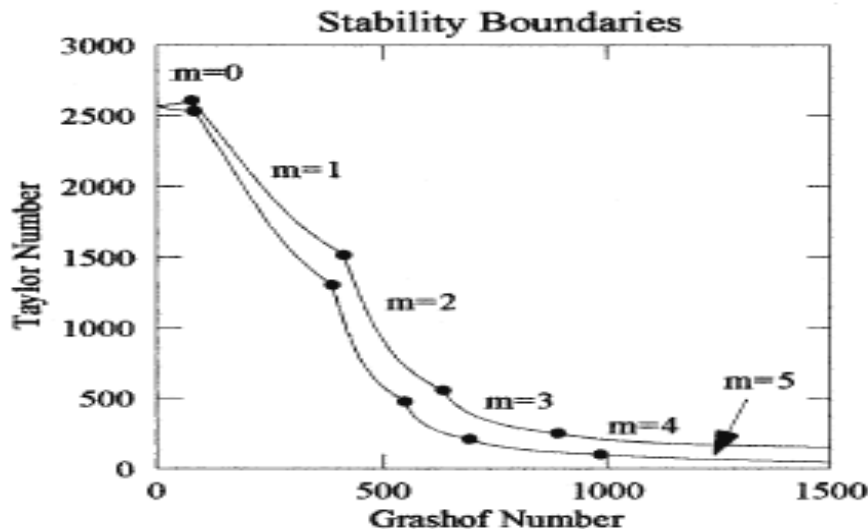


Fig 10 : Modes d'instabilités (courbe supérieure : en absence de la force de gravité) et (courbe inférieure : en l'existence de la force de gravité).

I. Mutabazi et al [21] ont examiné l'effet d'un gradient de température radial sur la stabilité de l'écoulement de Taylor dans le cas où le cylindre intérieure tourne et le cylindre extérieur reste fixe. Ils ont montré que ces deux facteurs (la rotation et le gradient de température) créent un nouveau régime correspondant à un écoulement oscillatoire en spirale dans la direction axiale.

III-3. Facteur dynamique

III-3- a) - Effet de l'accélération :

Ce comportement a été rapporté pour la première fois par **D. Coles [4]** il a découvert l'existence de 20 à 25 états différents d'écoulement qui ont des longueurs d'onde axiales et/ou des longueurs d'onde azimutales distinctes pour un nombre de Reynolds donné.

Il a constaté que les états d'écoulement dépendent non seulement des conditions initiales, mais également de la façon à laquelle le cylindre intérieur a été accéléré, il a noté que le nombre d'ondes azimutales change par paliers quand on augmente la vitesse de rotation. Ce phénomène intéressant se caractérise par des paliers qui forment des boucles d'hystérésis, de sorte que l'on peut passer d'un état p modes à un état q modes en augmentant ou en diminuant le Reynolds.

E. L. Koschmieder [22] a utilisé deux procédures d'accélération du cylindre intérieur (accélération régulière et brusque) pour examiner leur effet sur la longueur d'onde axiale. Il a constaté que, avant le début de wavy mode, la longueur d'onde axiale obtenue par le démarrage brusque est identique avec celle obtenue par accélération régulière du cylindre intérieur. Cependant, quand les vortex commencent à onduler, leur longueur d'onde axiale est sensible aux changements des conditions initiales.

Indépendamment des longueurs d'onde axiales et azimutales, la non-unicité de l'écoulement ondulé est également reflétée sur deux autres caractéristiques d'écoulements, à savoir, la vitesse et amplitude de l'onde azimutale. Ainsi **G.P.King et al [23]** ont entrepris des études expérimentales et numériques sur l'influence de l'accélération sur la vitesse de l'onde azimutale (vitesse de phase). Ils ont constaté que, pour un nombre de Reynolds donné, un facteur d'aspect défini et un rapport du rayon donné, la vitesse de l'onde est une fonction faible du procédé d'accélération. **Xiao et al [24]** ont effectué une étude systématique de l'effet de l'accélération linéaire sur la longueur d'onde axiale, la vitesse et l'amplitude de l'onde azimutale de l'écoulement de type wavy mode. Pour une accélération donnée (dRe/dt^*) variant dans la plage 0.1123 à 2.247 et pour un nombre de Reynolds Re/Rec variant de 1.0 à 36, ils ont pu tirer les conclusions suivantes :

- Lorsque le nombre de Reynolds augmente, la longueur d'onde axiale, la vitesse et l'amplitude de l'onde azimutale apparaissent comme des fonctions de l'accélération. Par exemple, la longueur d'onde axiale des vortex ondulés (λ) augmente d'une façon monotone avec le nombre de Reynolds et, en même temps, et est indépendante de l'accélération pour $Rec/Re < 10$, est au dessus $Re/Rec \approx 11$ λ diminue avec le nombre de Reynolds qui est proche d'une valeur asymptotique constante qui est fonction de l'accélération. Ainsi plus l'accélération est grande, plus la valeur de λ tend à devenir minimale.
- Au début la vitesse de l'onde azimutale diminue en fonction du nombre de Reynolds puis se stabilise à une valeur constante.

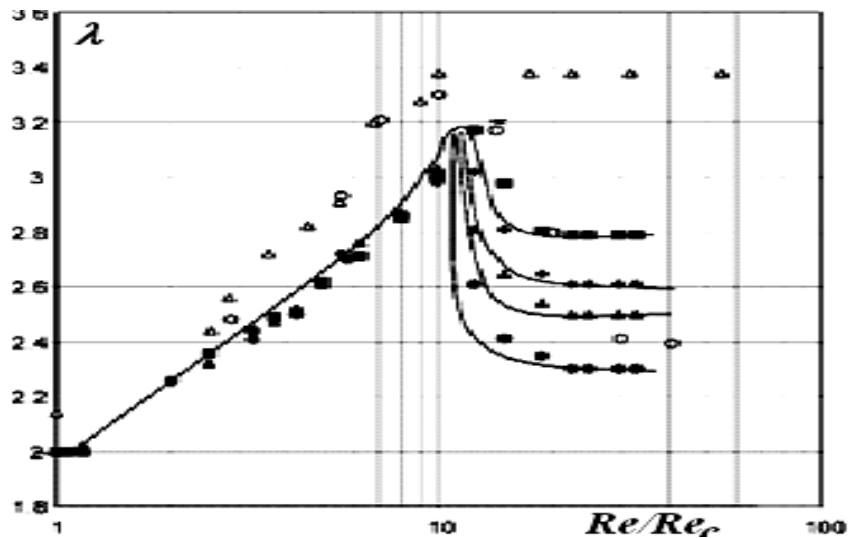


Fig 11 : Effet de l'accélération sur le rapport entre la longueur d'onde axiale et le nombre de Reynolds : Une comparaison avec les résultats de Koschmieder [21] $\eta = 0.894, \Gamma = 94$: $dRe/dt^* = 0.1123$; $\diamond dRe/dt^* = 1.123$; $\blacktriangle DRe/dt^*=11.23$; $\bullet dRe/dt^*=2.247$. Résultats de Xiao et al [27], $\eta = 0.890, \Gamma = 123.5$: mode quasi-statique; accélération brusque.

L'effet de l'accélération sur l'amplitude d'onde (A) est significatif seulement dans une gamme très étroite des nombres de Reynolds. En dehors de cette gamme, l'amplitude de l'onde n'est pas affectée par des changements de l'accélération.

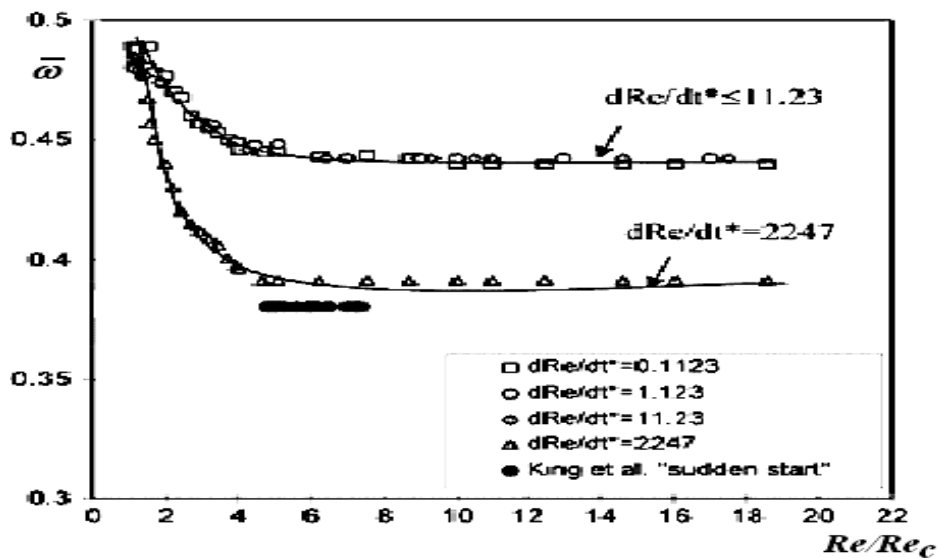


Fig 12 : Effet de l'accélération sur le rapport entre la vitesse de l'onde azimutale et le nombre de Reynolds. Pour $dRe /dt^* \leq 11.23$, toutes les vitesses d'ondes représentées sur une courbe simple, sont indépendantes de l'accélération en – dessous de 11.23

III-3-b) - Effet d'un écoulement axial :

R .C Déprima [25] et S. Chandrasekhar [3] étaient les premiers auteurs à analyser le problème de Taylor Couette soumis à un débit axial imposé (Taylor Couette poiseuille) dans la configuration correspondante à un espace annulaire mince. Par la suite, cette étude a été généralisée par M.A.Hasson et B. W. Martin [26] pour des espaces annulaires relativement larges dans le cadre d'une théorie linéaire. Les résultats obtenus prouvent que la présence d'un écoulement axial peut aider à stabiliser l'écoulement de Couette suggérant ainsi que la transition vers le régime laminaire perturbé s'effectue à des nombres de Taylor élevés ; cette dernière propriété a été également confirmée expérimentalement par H.A. Snyder [27].

J. Kaye et E.C Elgar [28] en utilisant la technique du fil chaud ont montré que la transition du régime laminaire stable vers le régime laminaire perturbé est stabilisée par un débit axial. Par contre, la transition vers le régime turbulent semble déstabilisée dans ce dernier cas. D'autres études ont montré que l'écoulement axial modifie non seulement les conditions d'apparition des instabilités mais aussi la forme et la structure cellulaire correspondante.

R.M. Lueptow et all [29] ont identifié plusieurs régimes d'écoulement (figure 13) qui dépendent du nombre de Taylor Ta (mouvement tangentiel ou azimuthale) et le nombre de Reynolds Re relative au débit (mouvement axial).

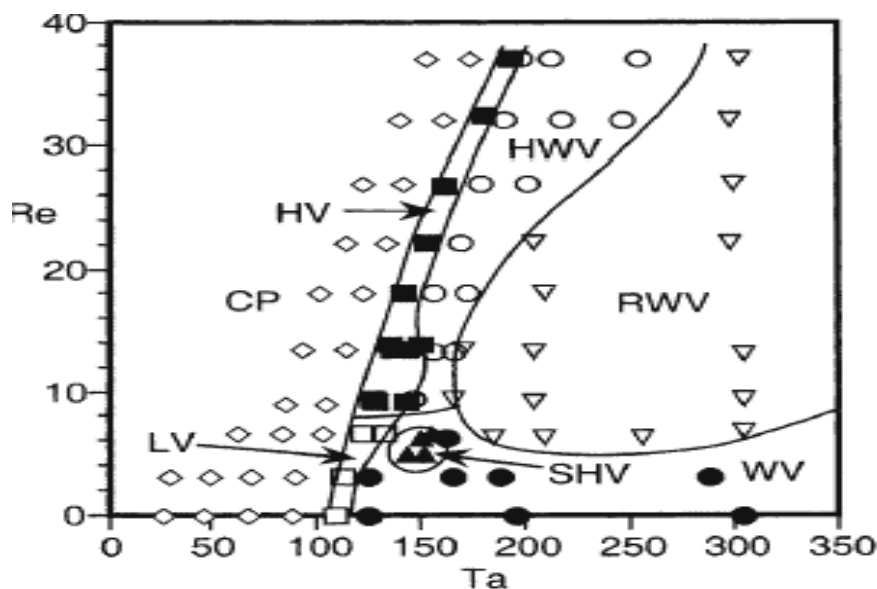


Fig 13 : Régime d'écoulements dans le système de Taylor Couette avec un écoulement axial imposé R.M. Luptow [32]. CP=écoulement de Couette-poiseuille stable ; LV=vortex laminaires ; HV=vortex hélicoïdaux ; HWV= vortex ondulés hélicoïdaux ; SHV= vortex hélicoïdaux stationnaires ; WV= vortex onduleux ; RWV=vortex ondulés aléatoirement.

III- 4. Facteur rhéologique :

Récemment **O.Crumeyroll et al [30]** se sont penchés sur l'effet d'une solution aqueuse en étudiant les premiers modes d'instabilité de l'écoulement de Taylor Couette en ajoutant en petite quantité et progressivement du polyoxyéthylène (longue chaîne macromoléculaire). Ils ont constaté que :

Pour les solutions diluées ou de faible masse molaire, les deux premiers modes d'instabilité sont identiques à ceux observés pour un fluide newtonien (onde axiale et onde azimutale) ;

Pour les solutions à concentration plus élevée, le premier mode d'instabilité devient instationnaire et non axisymétrique. Il se manifeste sous forme d'ondes contra-propagatives. Ce mode transite directement vers la turbulence pour des faibles valeurs du nombre de Taylor critique.

G.Beavers et D.D.Joseph [31] ont utilisé une solution viscoélastique, et ont pu noter que la nature de fluide n'influe pas sur l'apparition de la première instabilité qui s'effectue à un nombre de Taylor presque identique à celui observé pour un fluide newtonien. En revanche, cela influe sur la forme et le comportement des cellules, ils ont remarqué qu'au fur et à mesure que la vitesse de rotation augmente les cellules de Taylor s'élargissent et diminuent en nombre. Ces observations ont été confirmées dans une géométrie de type Taylor-Dean menée par **Y. Laghouati et al [32]** (2004).

IV- ECOULEMENT ENTRE DEUX SPHERES COAXIALES :

Par la suite, cette étude a été généralisée pour différentes géométries tels que les écoulements entre sphères et récemment entre cônes coaxiaux.

On trouve aussi l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible compris entre deux sphères concentriques dont la sphère intérieure est en rotation et l'extérieure est au repos. Ce mouvement considéré apparaît analogue à celui qui se produit entre cylindres coaxiaux, d'où l'appellation écoulement de Taylor-Couette sphérique. Qui présente des différences assez importantes. Ainsi, il n'existe pas d'effets d'extrémités ou effets de bords dans ce cas. Le mouvement de base, en géométrie sphérique, est tridimensionnel alors qu'il est bidimensionnel dans le cas cylindrique. En fait, il se compose d'un mouvement azimutal qui se superpose à un écoulement méridional formant de la sorte un grand vortex dans le plan méridional. On présente, dans ce qui suit, les principaux résultats théoriques et expérimentaux

obtenus par différents auteurs en mettant l'accent spécialement sur certains facteurs qui agissent significativement sur l'évolution de l'écoulement en géométrie sphérique.

L'écoulement d'un fluide visqueux incompressible entre deux sphères concentriques dont la sphère intérieure est en rotation et l'extérieur est au repos dépend essentiellement du nombre de Reynolds ou du nombre de Taylor et éventuellement de la largeur de l'espace annulaire. Ainsi, on observe plusieurs états d'écoulement pour différents nombres de Reynolds.

On peut dénombrer les différents états d'écoulement possible en augmentant de façon quasi-statique le nombre de Reynolds. Aux bas nombres de Reynolds, l'écoulement du fluide est laminaire, tridimensionnel et formé par deux grandes cellules (figure 14.a). Au-delà de la valeur associée au nombre de Reynolds critique Rec_1 , les cellules de Taylor se forment près de l'équateur, représentant ainsi la première étape de la transition laminaire-turbulent. Les conditions d'apparition des cellules de Taylor dépendent fortement de l'espace annulaire et de la mise en régime de la vitesse de rotation de la sphère intérieure, par exemple, dans des espaces annulaires moyens, on peut avoir un état à deux cellules de Taylor (une onde stationnaire), comme on peut avoir un état à quatre cellules de Taylor (deux ondes stationnaires) (figure 14.b).

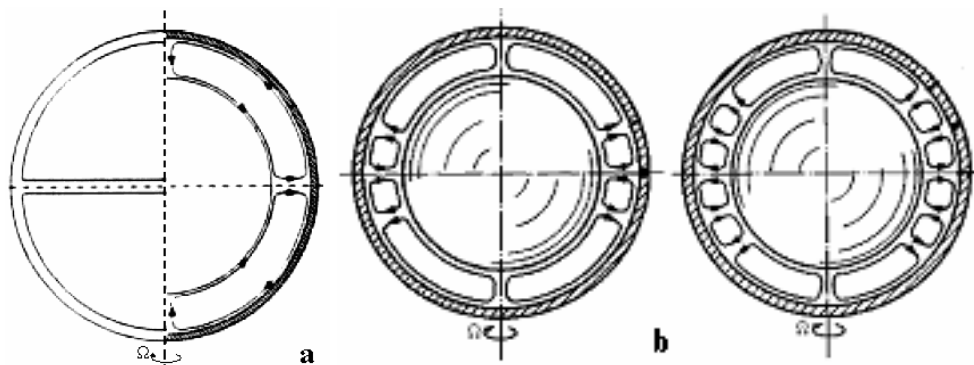


Fig 14 : (a) Etat de base, (b) Etat à une cellule de Taylor et à deux cellules de Taylor dans chaque hémisphère.

En faisant croître le nombre de Reynolds Re , on peut identifier un état avec des cellules de Taylor situées près de l'équateur et d'autres inclinées d'un angle variant de 2° à 10° par rapport au plan équatorial. En augmentant davantage le nombre de Reynolds Re , un autre état combiné entre état de cellules de Taylor inclinées et un état d'onde ondulées de caractère instationnaires ou ondes azimutales (wavy mode partiellement établi). Après cet état, il lui succède un régime d'ondes ondulées ou wavy mode complètement établi. Si l'on continue d'accroître progressivement le nombre de Reynolds Re , le régime avec fluctuations s'installe d'abord et conduit vers le régime chaotique ou régime de Pré-turbulence puis la turbulence complètement développée.

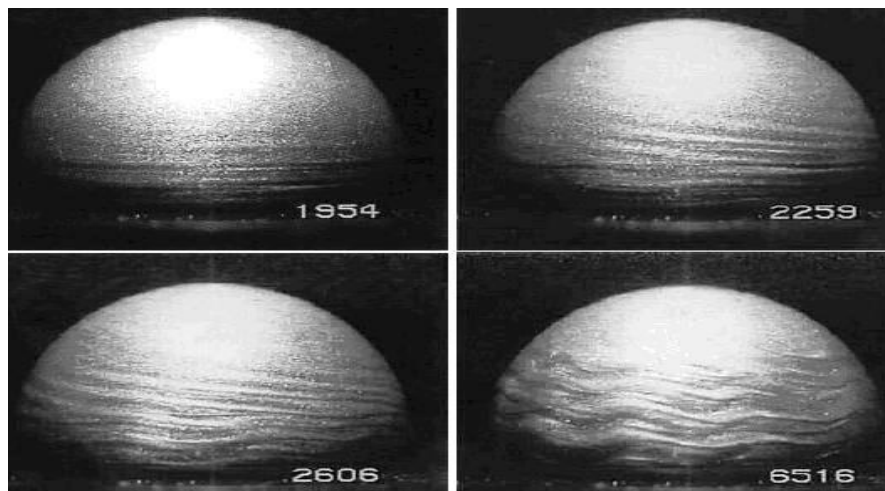


Fig 15 : Visualisation des états d'écoulement pour $\delta = 0.08$: Cellules de Taylor légèrement inclinées pour $Re = 1954$. Cellules de Taylor inclinées (en spirale) pour $Re = 2259$. Ecoulement ondulé + cellule de Taylor inclinées pour $Re = 2606$. Ecoulement ondulé pour $Re = 6516$.

V.S. Sorokin [33] propose pour l'écoulement d'un fluide entre deux sphères coaxiales dont la sphère intérieure est en rotation et l'extérieure est au repos, respectivement de rayons R_1 et R_2 . une solution analytique pour approcher le problème de la stabilité hydrodynamique en utilisant la méthode de *Galerkin*. La solution est obtenue à l'aide d'une base de décomposition de la solution contenant 12 fonctions propres. Celle-ci est suivie par l'étude théorique d'**I.U.K. Bratukhin [34]** qui a obtenu un résultat approché de la stabilité linéaire pour un rapport de rayon $\eta = R_1/R_2 = 0.5$, Il trouve que l'écoulement laminaire de base perd sa stabilité pour une valeur de Reynolds proche de $Re \cong 100$.

G. Schrauf [35] a étudié l'influence de δ sur la première apparition d'une paire de cellules de Taylor dans l'écoulement entre sphères coaxiales en calculant les solutions stationnaires axisymétriques mais qui ne sont pas nécessairement stables.

Des simulations tridimensionnelles des états d'écoulement dans le système sphérique ont été effectuées pour la première fois par **G. Dumas & A. Leonard [36]** qui ont confirmé la présence des cellules de Taylor inclinées observées auparavant par **K. Nakabayashi**. Cet état d'écoulement a été également retrouvé numériquement par **O.YU. Zikanov [37]** dans le cas des sphères fonctionnant en Co et Contra-rotation.

R. Hollerbach [38]. A fait une étude numérique détaillée consacrée aux cellules de Taylor pour $\delta = 0.336$. **H. Yamaguchi & al [39]** qui ont publié une série d'articles concernant l'analyse expérimentale et numérique : sphère intérieure en rotation et la sphère externe au repos et vice versa.

G.N. Khlebutin [40] est le premier à découvrir expérimentalement l'existence des cellules de Taylor dans ce système d'écoulement. Pour un jeu radial inférieur ou égale à $\delta = 0.19$, il a pu établir une corrélation entre le nombre de Reynolds critique Re_c et δ indiquant le début d'apparition des cellules de Taylor donnée par la relation $Re_c = 49\delta^{-3/2}$.

M. Wimmer [41] a effectué des travaux expérimentaux détaillée pour un jeu radial $\delta=0.18$, l'ayant conduit à classifier les états d'instabilité observés. Il a mesuré le couple de frottement et la longueur d'onde en fonction du nombre de Reynolds et établie un profil de vitesse expérimental. Comme observé dans certain cas d'expérience, il y a apparition des états intermédiaires (exemple : cellules de Taylor légèrement inclinée avant que le wavy mode s'installe, lequel a été décrit par **K. Nakabayashi [42]** qui a pu réaliser une approche analytique pour évaluer le champ de vitesse en se basant sur une étude déjà effectué dans l'écoulement entre cylindres coaxiaux. Et il a étudié complètement la nature des structures, le processus d'évolution et le mécanisme d'apparition de cet écoulement.

V- ECOULEMENT ENTRE DEUX CONES COAXIAUX :

-Bien que l'écoulement entre cônes coaxiaux est peu abordé par rapport aux deux premiers systèmes d'écoulements. ce dernier permet également de réaliser des applications techniques directes, telles que le génie atomique (séparation de la masse), la cryogénie (refroidissement des moteurs), en aérodynamique et la tribologie (Turbo machines propulsives et la réduction des frottements), Rhéologie (mesures de viscosité), en géophysique (effet dynamo) on rencontre ce problème dans l'analyse de la formation du noyau de la terre modélée par un écoulement sphérique dans l'interaction avec le manteau terrestre et en génie chimique le système conique présente quelques avantages intéressants au procédé de mélange parce que les cellules de Taylor ou les paire de cellules peuvent être considérées comme mélangeur idéal d'unité.

M.Wimmer [43] (1995) a effectué une étude expérimentale sur le comportement des vortex dans différentes configurations d'espace annulaire, dont il a prouvé que l'écoulement est tridimensionnel et dépend du jeu radial δ , de l'angle de conicité ϕ et de la vitesse de rotation Ω . Et (2004), a observé que l'espace annulaire a un effet sur la taille des cellules, et peut atteindre 2,4 la largeur de l'espace annulaire.

. **M.N.Noui - Mehidi et A.Bouabdallah [44] (1992 - 1993)**, ont étudié les caractéristiques des régimes de transition laminaire-turbulent pour différent configurations, **M.N.Noui-Mehidi et M.Wimmer (1999) [45]** on étudié l'effet de la surface libre sur ce type d'écoulement qui entraîne un retard d'apparition des modes d'instabilités.

En se basant sur des simulations numériques, **Hofmann et Busse [46]** examinent la transition à partir des instabilités des vortex de Taylor aux instabilités de type Eckman lorsque l'angle de conicité Φ varie. Leur travail se focalise sur la génération de vortex de Taylor et leur dépendance en fonction du taux d'accélération du cône intérieur rotatif

Par la suite, **M.N. Noui-Mehidi, N. Ohmura & K. Kataoka [47]** en utilisant le code de calcul SMAC basé sur le schéma aux différences finies, ont montré que la symétrie des vortex formés au niveau demi-plan $\alpha = 0$ n'existe plus lorsque celle-ci tend à devenir plus grande. La contribution des forces centrifuges devient plus importante pour un angle de conicité croissant dû à l'augmentation de la composante azimutale du champ de vitesse.

- Néanmoins, la prolongation à l'écoulement de deux fluides dans la même géométrie a reçu relativement peu d'attention. Pour cela nous devrants donner quelque notion sur les instabilités d'interfaces qui se trouve entre les fluides.

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

On considère deux fluides de densités différentes qui sont superposés dans un champ d'accélération constant, le fluide le plus dense est au-dessus du fluide le plus léger. Les fluides sont séparés par une interface qu'on perturbe artificiellement dans les analyses théorique et numérique.

-La phénoménologie de cet écoulement induit par cette instabilité d'interface dépend de différents paramètres. Ces paramètres sont les rapports de densité entre les deux couches de fluide, la compressibilité, les viscosités, la diffusion des deux fluides, la présence ou non de tension superficielle entre les deux fluides, la gravité et l'intensité du champ d'accélération.

-Une instabilité est définie comme absolue si l'amplitude de perturbation, prise en un point lié à la matière, croît indéfiniment avec le temps. Cette classe comprend les types classiques d'instabilités des interfaces entre fluides de densités différentes.

Les instabilités peuvent être donc classées selon la géométrie et le mode de croissance :

- Instabilité de **Rayleigh-Taylor**, Le fluide le plus lourd pénètre peu à peu dans le fluide léger où l'interface entre les deux couches est soumise à une accélération permanente.

- Instabilité de **Taylor-Birkhoff**, l'interface entre Le fluide le plus lourd qui pénètre peu à peu dans le fluide léger dans ce cas est cylindrique ou sphérique.

- Instabilité de **Richtmyer-Meshkov**, l'interface est balayée par un front de choc, c'est-à-dire soumise à une accélération impulsionnelle.

- Instabilité de **Rayleigh-Bénard** qui représente un fluide contenu entre deux plaques horizontales à des températures différentes. C'est une instabilité gravitationnelle et le milieu est stratifié thermiquement.

- Instabilité de **Rayleigh-Marangoni** qui représente deux fluides contenus entre deux plaques horizontales à des températures différentes.

On distingue ces instabilités de celles dites de cisaillement de **Kelvin-Helmholtz**, où le gradient générateur est un gradient de vitesse orthogonal à la direction de l'écoulement de base, comme dans le cas de couches limites, ou de l'écoulement de Couette.

D'une façon générale, on peut parler de trois régimes de l'évolution temporelle des instabilités (le régime linéaire, le régime non linéaire et le régime turbulent).

Il existe de rares études théoriques qui sont d'ailleurs limitées au cas typique d'une perturbation sinusoïdale entre deux fluides immiscibles incompressibles. Dans le cas d'une déformation très importante de l'interface (régime fortement non-linéaire), il n'existe pas d'expression analytique donnée par la théorie. On sait seulement que, s'il existe un mode dominant, la configuration de l'instabilité, par exemple de Rayleigh-Taylor évolue vers la formation de bulles de fluide léger pénétrant dans le fluide lourd et atteignant une vitesse limite proportionnelle à $\sqrt{g\lambda}$ (g est l'accélération de gravité uniforme et λ la longueur d'onde initiale) et d'aiguilles de fluide lourd tombant quasiment en chute libre dans le fluide léger.

Une grande partie du travail de **H.J. Kull [48]**, basée sur la théorie des écoulements potentiels, a été d'approcher les instabilités d'interface. Il a considéré le problème de stabilité d'une couche de fluide visqueuse dans l'approximation à grande longueur d'onde. Cette discussion incluait aussi bien les instabilités de couches de cisaillement que les instabilités de Rayleigh-Taylor incluant les effets visqueux. Son but était d'illustrer les effets de cisaillement, de gravité et de viscosité dans un seul modèle. Il a aussi traité le cas des fluides compressibles (gaz parfaits). Le critère de stabilité pour les instabilités convectives est déduit d'un principe basé sur l'énergie qui peut expliquer les phénomènes de stabilisation et déstabilisation par la compressibilité.

Le problème de la stabilité entre les liquides non-miscibles avec des viscosités différentes a été considéré par **Yih [49]**, **Hooper et Boyd [50]**.

Quelques temps après **D.D. Joseph, K.Nguyen et G.S.Beavers [51]** faisant l'étude expérimentale et théorique sur l'apparition de l'instabilité interfaciale entre deux fluides non miscibles, les expériences indiquent également un autre mode d'instabilité dans lequel les effets de la tension superficielle et la gravité jouent un rôle très important sur l'écoulement.

Introduisant la seule approche théorique satisfaisante au problème, présentons une étude numérique, tenant compte de l'effet de la viscosité, la densité et de la tension de surface sur la stabilité de l'écoulement de Couette. Ils ont trouvé que le fluide moins dense est toujours en contact avec le cylindre intérieur, et des nombres de Taylor pour chaque phase tel que :

$$T_1 = \frac{[R_{1i}^2 - \Omega_{i1}] \Omega_{12}^2}{(1 - R_{1i}^2) Ek_1^2}, T_2 = \frac{[R_{i2}^2 - \Omega_{21}] \Omega_{i2}^2}{(1 - R_{i2}^2) Ek_2^2}.$$

Joseph et al [52] ont étudié l'instabilité de la rotation de deux fluides stratifiés par centrifugation entre les cylindres coaxiaux en négligeant la gravité.

Par la suite **Schneyer et Berger [53]** rapportent une analyse sur la stabilité de deux fluides stratifiés non miscibles incompressibles en négligeant les effets de tension superficiels et de la gravité.

Deux mode d'instabilité sont trouvés mais leur nature est peu claire, **Joseph et Renardy [54]** ont étudié le même problème donnons plus du détail, en tenant compte de la tension superficielle. L'évidence indique que cette instabilité est liée aux effets de la gravité aussi bien que la tension interfaciale.

Ils ont étudiés numériquement cet écoulement, présentant les effets de différentes viscosité, de différentes densités et la tension de surface sur la stabilité linéaire de l'écoulement de Couette et que l'apparition des instabilités pour un écoulement d'un fluide peut être retardée par l'addition d'une couche mince d'un fluide moins visqueux (moins dense) sur le cylindre.

Les expériences indiquent également un autre mode d'instabilité dans lequel les effets de la tension superficielle et la gravité jouent un rôle très important. Et pour un tel écoulement quand le nombre d'Eckman est petit ce mode n'est complètement compris mais semble être semblable à l'instabilité d'un fluide simple.

Ils ont constaté dans leur travail est que l'écoulement de Taylor Couette de deux fluides peut être réalisé en stratifiant deux fluides non miscibles entre les cylindres coaxiaux en rotation, en augmentant la vitesse de rotation Ω_1 du cylindre intérieur progressivement et d'une manière lente ou quasi-statique, au-delà d'une certaine valeur du paramètre de contrôle appelée valeur critique se produit deux ensembles de vortex de Taylor contre rotation, un ensemble pour chaque phase.

Joseph et al ont constaté que la stabilité est déterminée par un groupe adimensionnel :

$$J_i = (\rho_1 - \rho_2)\Omega^2 R_i^3 / \gamma$$

Avec ρ_1 et ρ_2 sont les densités volumiques pour chacun des fluides

γ : Tension interfaciale

Ω_1 : Vitesse de rotation du cylindre intérieur

Ω_2 : Vitesse de rotation du cylindre extérieur

R_1 : Rayon du cylindre intérieur tournant.

R_2 : Rayon du cylindre extérieur fixe

R_i : Rayon a l'interface

Ω_i : Vitesse angulaire a l'interface

$\mu_{21} = \mu_2 / \mu_1$ avec $\mu_{1,2}$ et les viscosités dynamiques du fluide 1 et fluide 2.

Ce groupe mesure l'importance relative des forces centrifuges et interfaciales.

Les analyses de la stabilité linéaires et d'énergie prévoient une interface cylindrique linéairement stable entre les deux fluides quand $J_i > 1$ et la stabilité globale de ce mouvement rotatif quand $J_i > 4$

Schneyer et Berger rapportent une analyse sur la stabilité linéaire de deux fluides stratifiés non miscibles incompressibles en négligeant les effets de la tension superficiels et de la gravité.

Deux mode d'instabilité sont trouvés mais leur nature est peu claire, Joseph et Renardy ont étudié le même problème donnons plus du détail, en tenant compte de la tension superficielle.

L'évidence indique que cette instabilité est liée aux effets de la gravité aussi bien que la tension interfaciale.

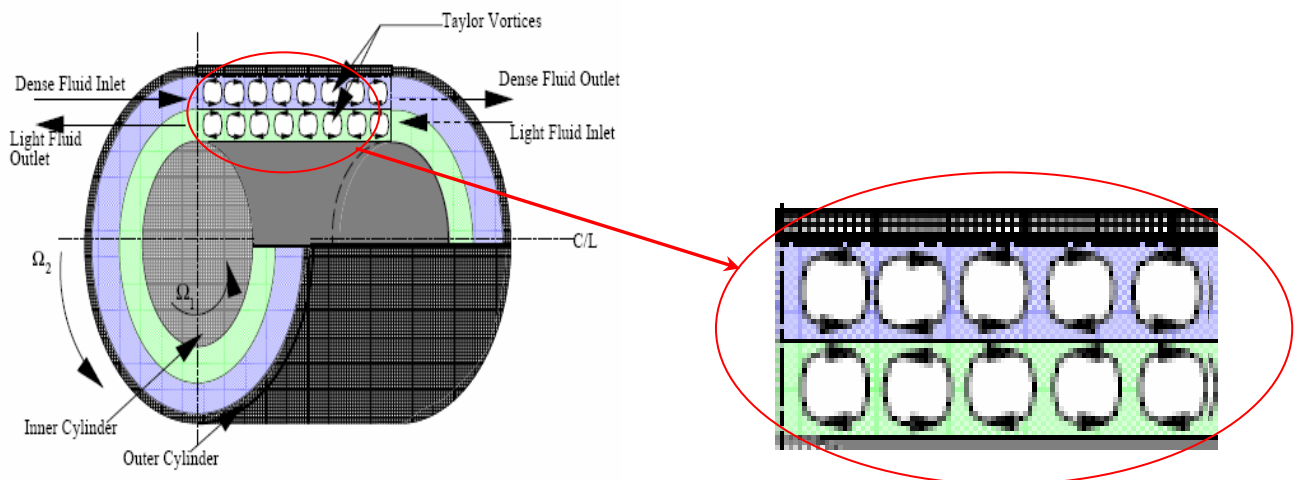


Fig 16 : Stratification de deux fluides immiscibles position horizontale (système Taylor Dean).

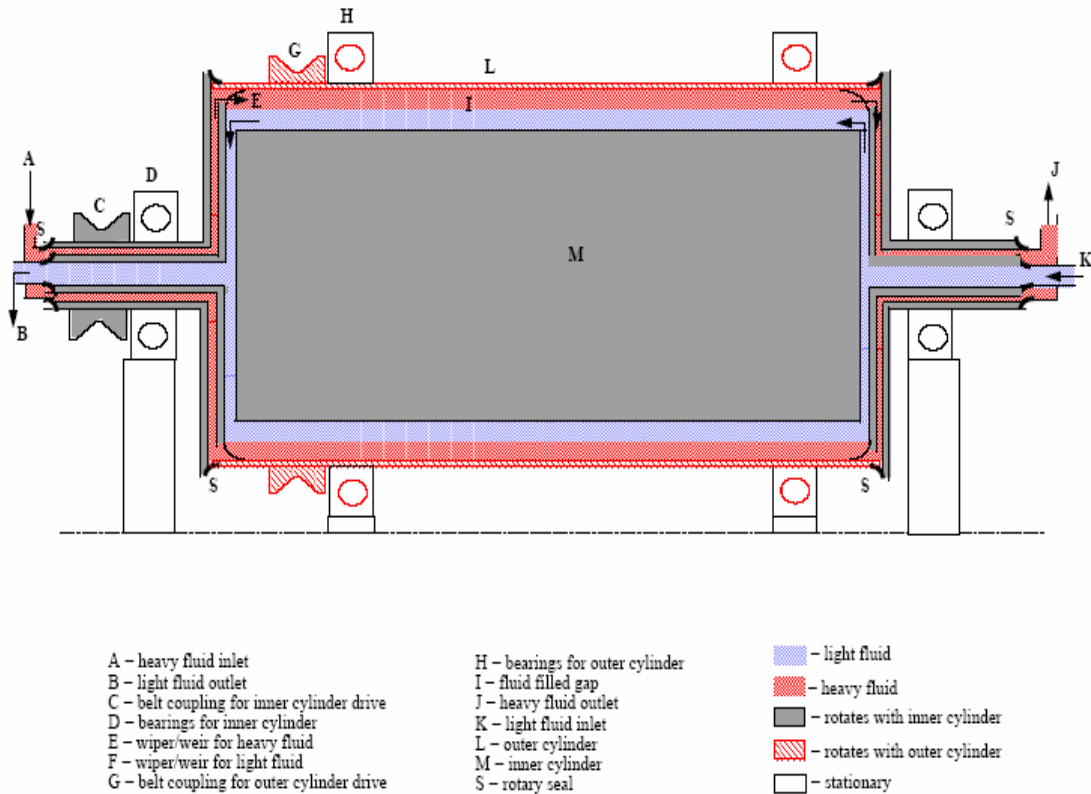


Fig 17 : Dispositif expérimental

Le fluide moins dense est toujours en contact avec le cylindre intérieur de rayon intérieur R_1 qui tourne avec une vitesse angulaire Ω_1 ,

Le fluide 2 et le fluide 1 obéissent à un critère d'un fluide simple basé sur R_{1i} , et quand μ_{21} tend vers 0, le fluide 1 est stable et le fluide 2 obéit au critère basé sur R_{i2} , quand $\mu_{21}=1$ les deux expressions se réduisent à une expression pour un seul fluide que c'est le seul point auquel le Ω_{i2}, μ_{21} croise la croix.

Pour avoir la position d'interface, fait augmenter la valeur de μ_{21} rend le fluide 2 plus stable et le fluide 1 moins stable en plus pour $\mu_{21} > 1$ et vice versa quand $\mu_{21} < 1$, nous déduisons que le fluide moins visqueux est toujours plus susceptible à l'instabilité.

D.D. Joseph [55] s'est intéressé sur l'existence d'une tension interfaciale entre deux fluides miscibles. La présence d'une interface brusque dans le cas d'une faible diffusion dans des bulles ascendantes ou des gouttes tombantes a été explorée expérimentalement.

La forme de ces interfaces est quasiment identique à la forme des bulles et des gouttes des liquides immiscibles avec tension de surface. La description usuelle des problèmes d'interface pour les fluides miscibles avec des conditions d'interface classiques (mais à tension de surface

nulle) perd des informations sur la diffusion lente d'un côté et des gradients de contrainte de l'autre (les contraintes sont induites par les gradients de concentration et de densité).

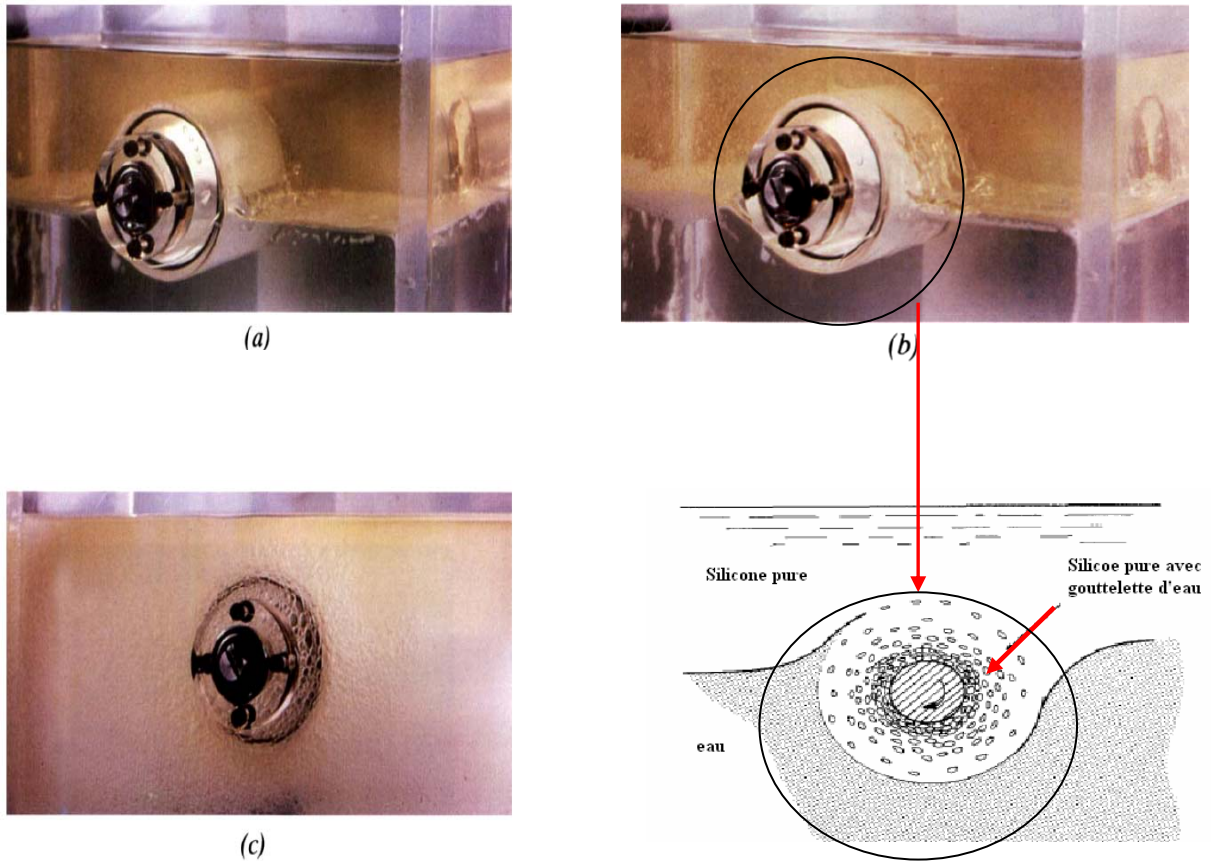


Fig 18 : Emulsion de deux fluides immiscible (eau avec l'huile).

Petitjeans & Kurowski [56] ont récemment repris cette idée, dans le cas des fluides miscibles, en montrant des comportements qualitativement similaires à ce que l'on obtient habituellement entre fluides non miscibles.

En effet, en raison de la lenteur de la diffusion moléculaire, les gradients de densité non négligeables entre les deux espèces, peuvent induire une tension de surface équivalente et qui expliquerait ces similitudes.

VI- Conclusion :

L'analyse bibliographique témoigne effectivement de l'étendue du domaine consacré à ce type d'écoulement, et malgré le nombre considérable de travaux à caractère théorique et expérimental enregistré dans ce domaine paradoxalement celles-ci soulèvent plus de questions qu'elles n'apportent d'explication aux mécanismes fondamentaux régissant les conditions d'apparition des instabilités et de déclenchement du chaos.

Notre travail ici se limite à un objectif expérimental qui consiste à mieux comprendre les effets géométriques (facteur d'aspect Γ et le jeu radial η) qui redent compte de la sensibilité du mouvement et conditionne l'apparition des régimes de transition et de turbulence sur les propriétés et mécanisme de l'écoulement. En particulier on met l'accent sur cette investigation à l'influence et l'effet de la superposition d'un fluide non miscible sur l'apparition des instabilités qui est à notre connaissance aucun travail n'a été entrepris pour étudier l'effet de la surface libre ou l'interaction entre deux fluides non miscibles stratifié axialement dans un écoulement entre deux cylindres concentriques.

Chapitre II

Description du dispositif expérimental et conditions d'essais

Introduction.

Il s'agit de réaliser un dispositif expérimental afin de trouver les principaux résultats déjà établi par d'autres auteurs et de mettre en évidence les différents effets spatio-temporels dans la configuration définie par deux cylindres coaxiaux qui est considérée comme un modèle prototype des systèmes d'écoulements utilisés dans l'étude des phénomènes et la caractérisation expérimentale de transition laminaire turbulent.

Préalablement, on procède aux mesures des caractéristiques du fluide visualisé (température, densité, viscosité) afin de se placer dans les meilleures conditions d'observations.

L'évolution de l'écoulement est analysée au moyen d'une technique de visualisation par réflexion et par transmission optique de lumière provenant d'une source placée devant ou derrière le dispositif.

I - PARTIE EXPERIMENTALE :

I. 1- Système d'écoulement.

Système d'écoulement principal :

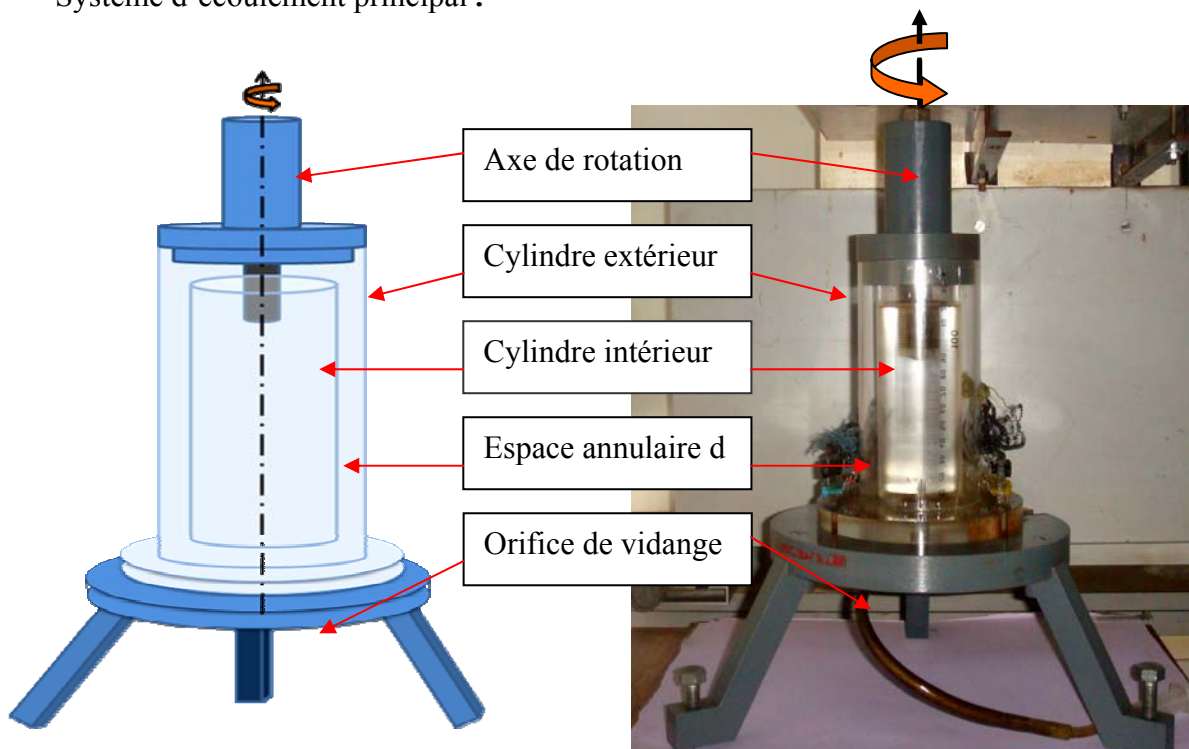


Fig I.1.a : Dispositif Experimental D'écoulement

Le dispositif constitué de deux cylindres coaxiaux a été réalisé en matériaux isolants et transparents (Plexiglas) offrant la possibilité d'effectuer une étude qualitative (par visualisation) (figure I.1.a).

Dans le cadre de ce travail on se limitera essentiellement à l'étude photométrique de l'écoulement.

Le cylindre extérieur fixe est usiné dans un bloc parallélépipédique a un diamètre intérieur $2R_2 = (82 \pm 0,2\text{mm})$ et une hauteur $H = (120 \pm 0,4\text{mm})$. D'une façon générale le système a été prévu pour l'emploi de plusieurs cylindres interchangeables et conçus de manière à faciliter les opérations de montage et de démontage.

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le cylindre intérieur est de rayon $R_1 = (31\text{mm}, 35\text{mm}, 38\text{mm})$ Ce système définit une configuration géométrique correspond au différents espaces annulaires :

$$\delta = \frac{d}{R_1} = (0.0789, 0.171, 0.323). \text{ (Figure I.2).}$$

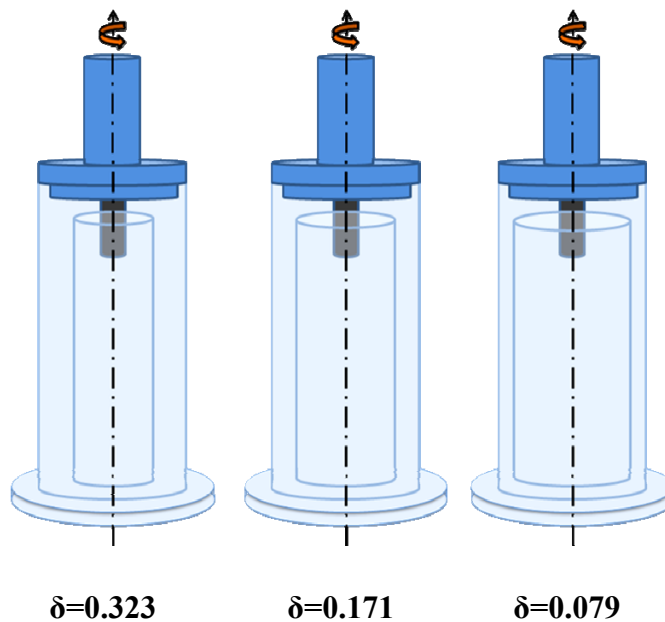


Fig I.1.b : Différents espaces annulaires ($\delta = \frac{d}{R_1} = (0.0789, 0.171, 0.323)$).

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

On utilise le même dispositif pour étudier l'effet d'un deuxième fluide non miscible sur l'apparition des différents phénomènes observés en régime de transition (figure I.1.c)

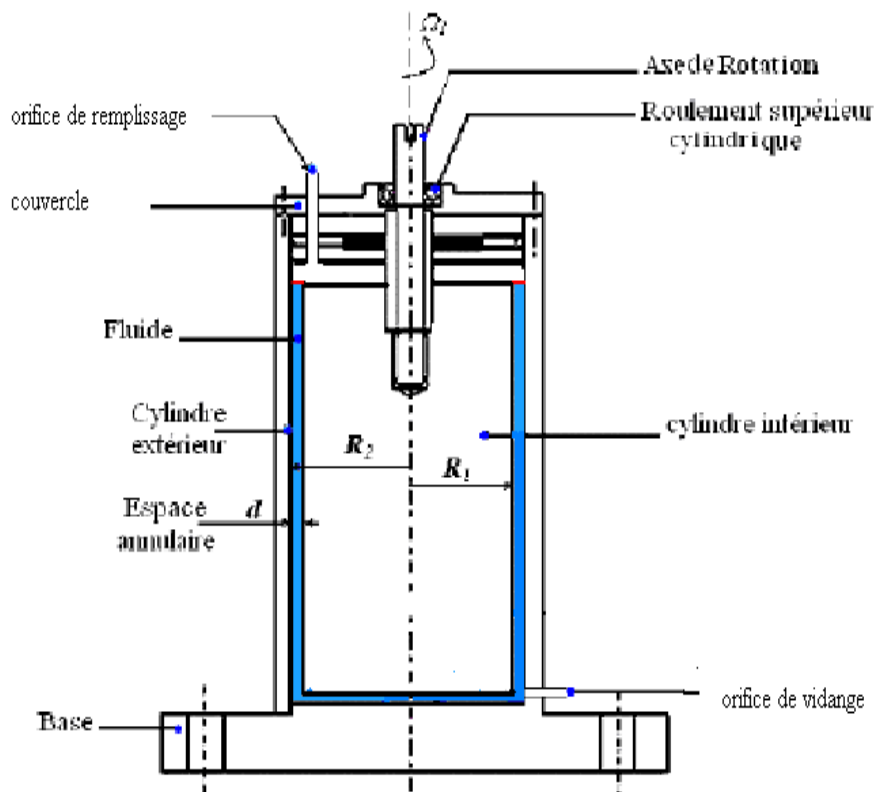


Fig I.1.c : Schématisation du dispositif expérimental

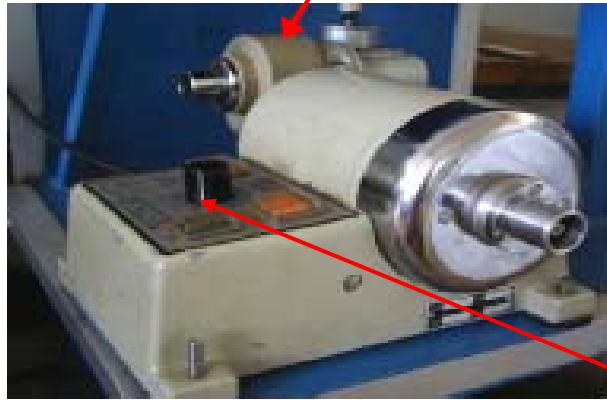
I. 2- Caractéristique Dynamique (motorisation):

L'entraînement du système s'effectue à l'aide d'un moteur à courant continu de type PROLABO CONSTANT MC1000, de puissance 100watts, fournissant un couple constant dans l'ensemble du domaine de vitesse étudiée.

La transmission des vitesses se fait au moyen d'un ensemble de réducteur de vitesse que l'on peut utiliser selon les besoins avec différents rapport de 1/11 à 1/121 dans une large gamme : des basses vitesses $N=1/100\text{tr/s}$ jusqu'à la haute vitesse $N = 20 \text{ tr/s}$.

Le moteur est installé sur un support à l'aide de quatre boulons dans une position qui permet de veiller à l'alignement entre l'axe du réducteur et l'axe tournant du dispositif.

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL



Réducteur (1/11)

Fig I.2 : moteur électrique.

Variateur de vitesse

I. 3- Mesure de la température du fluide :

La mesure de la température est effectuée à l'aide d'un thermomètre digital de précision inférieure à 1% à chaque instant de l'expérience.



Fig I.3 : instrumentation de mesure des températures.

I. 4- Mesure de la vitesse de rotation $\Omega 1$:

La vitesse de rotation du cylindre intérieur est mesurée à l'aide d'un tachymètre digital portatif **DT2236**, c'est un compte-tours multifonctions combinées à contact et à réflexion. L'utilisation de ce Tachymètre optique est très simple : on colle une bande de ruban réfléchissant (10-12 mm) sur la partie tournante et on dirige sur celle-ci le faisceau de lumière (distance 50/200 mm; maximum 300 mm). En cas de basse vitesse, il est possible d'utiliser plusieurs bandes (en divisant ensuite par le nombre de bandes la valeur visualisée).

Partie optique



Fig I.4 : instrumentation de mesure des vitesses.

I. 5- ASPECT PHYSICO-CHIMIQUE

I. 5.a)- Mise en oeuvre du produit de la visualisation :

- Concernant le système d'écoulement, il a été prévu l'utilisation de plusieurs produits de visualisation élaborés au niveau de notre laboratoire. Ces produits sont à base d'une poudre d'Aluminium Al et d'une poudre dorée en Chrome Cr, Mélangée dans une solution composée de 20 % d'huile de vaseline (permettant la suspension des particules dans le fluide de visualisation) et de 80 % d'un produit pétrolier (ESSENCE SIMILI pour diminuer la viscosité de l'huile) avec une concentration de 2g/litre.

- Pour le deuxième fluide on utilise comme fluide de base, l'eau auquel on ajoute un produit visualisant (Kalliroscope) de sorte que la densité de mélange soit proche à la densité de l'eau.

Les propriétés physiques du fluide utilisant le Kalliroscope sont mesurées pour différentes valeurs de températures à une concentration de 1%, ne modifiant pas les propriétés de l'eau (eau légèrement permutée).

Dans chacun des cas on a pris soin de mesurer les caractéristiques associées au liquide utilisé, à savoir, la température, la densité et la viscosité pour déterminer avec précision les nombres de Reynolds et Taylor caractérisant l'écoulement.

I. 5. b)- Mesure de la température :

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

II. La mesure de la température est effectuée à l'aide d'un capteur électronique à courant continu de type très performant de précision inférieure à 1%

I. 5. c)- Mesure de la densité :

La mesure de la densité ou masse volumique du fluide ρ est effectuée à l'aide d'une balance à haute sensibilité ($\frac{\Delta\rho}{\rho} < 1\%$). En pratique on travaille avec de l'eau distillée comme fluide de base auquel on ajoute un produit visualisant (Kalliroscope) de sorte que la densité de mélange est proche d'une eau permutée ($\rho_p = \rho_e \pm 1$).

I. 5. d)- Mesure de la viscosité :

Les phénomènes étudiés étant très sensibles aux variations de température, il est nécessaire d'évaluer une variation de la viscosité en fonction de la température.

A cet effet, on a aménagé un récipient parallélépipédique en plexiglas rempli d'eau, communiquant avec un thermostat permettant de contrôler la température à $1/10^\circ\text{C}$.

Le viscosimètre et le thermomètre sont plongés dans l'eau ; pour chaque valeur de température, le temps de coulée de fluide est comparé à celui de l'eau et l'utilisation d'une formule caractéristique permet de déduire la valeur de la viscosité du fluide tel que :

$$\frac{\mu_p}{\mu_e} = \frac{\rho_p t_p}{\rho_e t_e}$$

L'indice(e) désigne l'eau ; l'indice (p) désigne le fluide étudié (eau permutée).



Fig I.5.1 Dispositif de mesure de viscosité

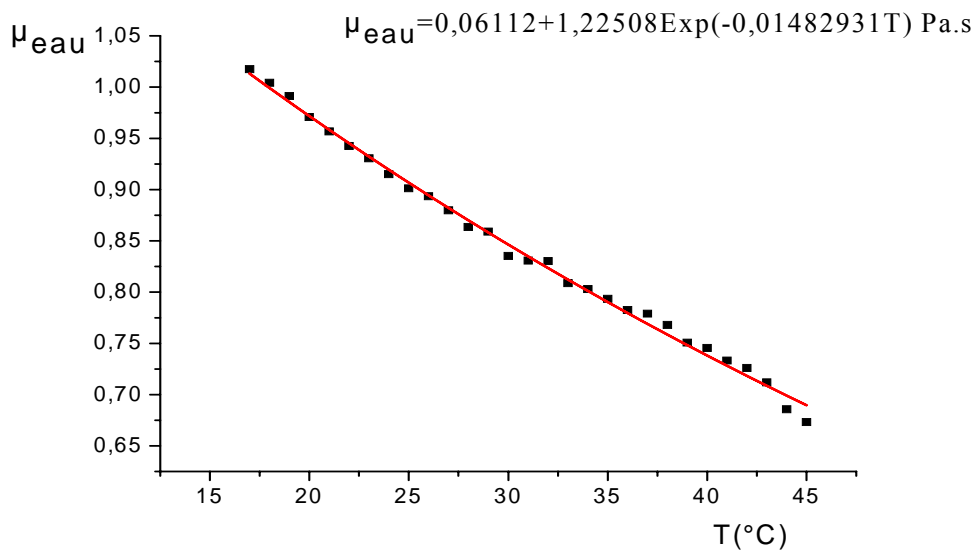


Fig I.5.2: *Variation de la viscosité de l'eau en fonction de la température.*

Dans les conditions opératoires on procède à la mesure du temps d'écoulement du fluide et celui de l'eau pour évaluer à chaque valeur de la température T_θ la viscosité associée dans la plage (15 °C - 45 °C).

Le temps d'écoulement de fluide utilisé et celui de l'eau, sont mesurés pour chaque valeur de température T_θ . La viscosité et la masse volumique de l'eau sont connues.

L'évolution de la viscosité dynamique μ du mélange (kalliroscope additionnée d'eau) en fonction de la température T_θ est représentée par la Figure I.5.3

La variation de la viscosité de la solution test en fonction de la température, permettant d'évaluer le paramètre de contrôle T_a associée à chaque valeur de température T_θ , est représentée par la Figure.(I.5.3).

. L'évolution de la viscosité dynamique μ_p du mélange (20 % de CHELLALA et de 80 % ESSENCE) en fonction de la température T_θ est représentée par la figure I.5.3.

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

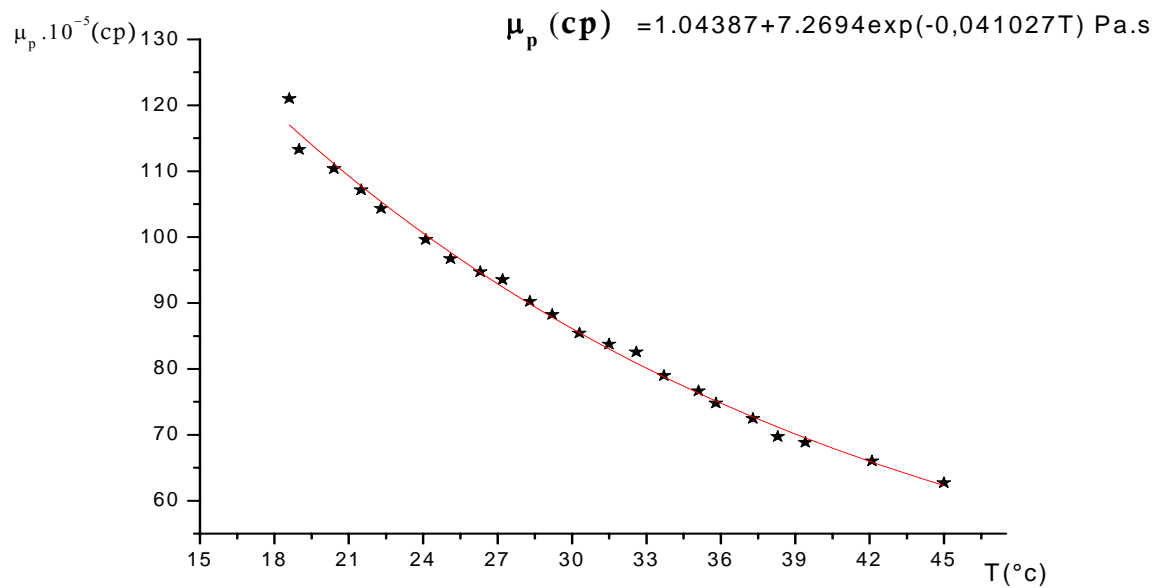


Fig I.5.3 : Variation de la viscosité du mélange en fonction de la température

I. 6 - Techniques expérimentales de visualisation :

La procédure de visualisation de l'écoulement a été mise en œuvre selon deux techniques :

I. 6 a) - Réflexion de la lumière :

Ce mode d'observation procède par réflexion d'un faisceau lumineux diffusé par une source extérieure avant, sur l'écoulement afin de mettre en évidence la nature et les propriétés associées à la structure du mouvement (figure I.6.1)

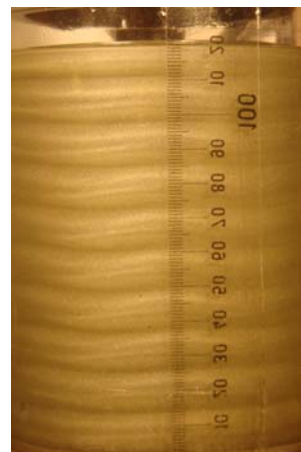


Fig I.6.1 : Visualisation par réflexion.

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

I. 6. b) - Transmission transversale de la lumière :

Ce mode de visualisation est basé sur la transmission optique d'un faisceau lumineux d'une source placée du côté opposé de l'observateur et traversant l'ensemble de l'écoulement matérialisant ainsi la structure en profondeur du mouvement (visualisation en squelette).



Fig I.6.2 : Visualisation par transmission.

II - PROCEDURE D'ESSAIS :

Après avoir modifié et testé le dispositif pour créer les conditions de mesures adéquates on a effectué systématiquement des essais de vérification pour chaque régime envisagé. Ainsi, pour un régime donné, on étudie les conditions d'apparition des structures de l'écoulement et l'on détermine les caractéristiques associées telles que le nombre d'onde axial, nombre d'ondes circonférentielles, vitesse de phase, etc... par voie photométrique.

II. 1- Condition de mise en régime des vitesses

Etant donné que les caractéristiques géométrique sont fixes et n'évoluent ni dans l'espace ni dans le temps, la valeur du paramètre de contrôle (Ta) dépend des vitesses de rotation de cylindre tournant Ω_1 et de l'espace annulaire (d) et de la viscosité du fluide utilisé. Par conséquent la valeur de ce paramètre (Tc) est égale à une valeur fixe dans l'espace et dans le temps.

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Pour cela nous avons adopté le même mode opératoire pour chaque essai en procédant systématiquement par vitesse croissante et selon une condition de mise en régime satisfaisant l'inégalité suivante :

$$\frac{\Delta\Omega_1}{\Omega_1} \leq 1\%$$

Où Ω_1 représente la vitesse angulaire du cylindre intérieur tournant.

Cette condition est aussi nécessaire pour une bonne reproductibilité de mesures qui est d'ailleurs assez proche de l'incertitude expérimentale sur Ω_1 , soit $\frac{\Delta\Omega_1}{\Omega_1} \approx 1\%$.

Le mode opératoire adopté pour les différents essais est comme suit : à partir du repos, on met le moteur en marche en augmentant progressivement la vitesse en respectant l'inégalité sur le rapport $\frac{\Delta\Omega_1}{\Omega_1}$ puis on s'arrête quelques minutes afin de permettre à l'écoulement de se stabiliser dans l'état qu'il occupe et on observe l'apparition des phénomènes.

II. 2- Paramètre de contrôle.

Pour étudier les instabilités hydrodynamiques, il est nécessaire d'introduire des nombres sans dimension qui font intervenir les facteurs stabilisant et déstabilisant rencontrés dans les problèmes considérés.

Dans le cas des instabilités centrifuges, le processus est soumis à une compétition entre deux tendances opposées ; la viscosité va jouer un rôle stabilisant et la force centrifuge un rôle déstabilisant.

- Nombre de Taylor

Le paramètre de contrôle mesure le rapport des forces centrifuges aux forces visqueuses

[13] correspondant à un nombre de Reynolds Re par le jeu radial $\sqrt{\frac{d}{R_1}}$:

$$Ta = R_e \sqrt{\frac{d}{R_1}} \quad \text{Où} \quad R_e = \frac{V_1 d}{\nu} \text{ est le nombre de Reynolds.}$$

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Avec $\frac{d}{R_1}$ Jeu radial sans dimension.

$$V_1 = R_1 \Omega_1 ; \quad \Omega_1 = 2\pi N \text{ (Vitesse angulaire).}$$

$d=R_2-R_1$ (espace annulaire entre les deux cylindres).

ν = Viscosité cinématique.

Le nombre de Taylor s'écrit comme suit : $T_a = \frac{R_1 \Omega_1 d}{\nu} \sqrt{\frac{d}{R_1}}$ il correspond à la

définition de Stuart T_s tel que : $T_a = \sqrt{T_s}$

Il existe une valeur critique $T_a = T_{c1}$ telle que l'écoulement est stable pour $T_a < T_{c1}$ (toute perturbation s'amortit) et instable pour des valeurs $T_a > T_{c1}$ (une perturbation peut être amplifiée) et correspond au déclenchement caractéristique de l'onde axiale de type Taylor qui de nature stationnaire.

Quand $T_a = T_{c1}$ on dit qu'on est à la stabilité marginale et alors toute perturbation n'est ni amortie ni amplifiée.

On s'intéresse essentiellement à la mise en évidence des régimes d'écoulement liés aux phénomènes de transition laminaire-turbulent. A cet effet, on s'assure des conditions d'essais permettant d'effectuer des mesures reproductibles puis l'on effectue la caractérisation des processus d'apparition des structures observées.

II. 3-Calcul d'erreur :

- Estimation de l'erreur de mesure sur le nombre de Reynolds :

Par définition on a :

$$Re = \frac{V_1 R}{\nu} = \frac{\Omega_1 R^2}{\nu}$$

On peut écrire :

$$\frac{\Delta Re}{Re} = 2 \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta \Omega_1}{\Omega_1} + \frac{\Delta \nu}{\nu}$$

Comme :

$$\Omega_1 = 2\pi N \text{ on a } \frac{\Delta \Omega_1}{\Omega_1} = \frac{\Delta N}{N}$$

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

$$\frac{\Delta Re}{Re} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta \nu}{\nu} + 2 \frac{\Delta R}{R}$$

En pratique on mesure : $\frac{\Delta N}{N} = 1\%$, $\frac{\Delta \nu}{\nu} = 2\%$ et $\frac{\Delta R}{R} = 1\%$

L'estimation globale de l'erreur sur le nombre de Reynolds est on évalue :

$$\frac{\Delta Re}{Re} = 5\%$$

- Estimation de l'erreur de mesure sur le nombre de Taylor :

Par définition on a :

$$Ta = Re \sqrt{\frac{d}{R_1}}$$

$$\text{Log } Ta = \text{Log } Re + \text{Log } \sqrt{\frac{d}{R_1}}$$

$$\text{Log } Ta = \text{Log } Re + \frac{1}{2} \text{Log } \frac{d}{R_1} = \text{Log } Re + \frac{1}{2} \text{Log } d - \frac{1}{2} \text{Log } R_1$$

Dérivons cette expression on obtient :

$$\frac{dT_a}{Ta} = \frac{dRe}{Re} + \frac{1}{2} \frac{d(d)}{d} - \frac{1}{2} \frac{d(R_1)}{R_1}$$

L'évaluation physique permet d'écrire: $dTa \approx \Delta Ta$

$$\frac{\Delta Ta}{Ta} = \frac{\Delta Re}{Re} + \frac{1}{2} \frac{\Delta d}{d} + \frac{1}{2} \frac{\Delta R_1}{R_1}$$

$$\frac{\Delta Ta}{Ta} = \frac{\Delta Re}{Re} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta R_1}{R_1} \right)$$

Avec $Re = \frac{V_1 d}{\nu} = \frac{R_1 \Omega_1 d}{\nu}$

L'expression finale de l'erreur est donc :

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

$$\frac{\Delta T_a}{T_a} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta v}{v} + \frac{3}{2} \left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta R_1}{R_1} \right)$$

En pratique on mesure : $\frac{\Delta N}{N} = 1\%$, $\frac{\Delta v}{v} = 2\%$ et $\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta R_1}{R_1} = 1\%$ on évalue les précisions :

$$\frac{\Delta T_a}{T_a} = 6\% \quad \Rightarrow \quad \Delta T_{c_1} \approx 2 \text{ et } \Delta T_{c_2} \approx 3.$$

Conclusion :

Afin de répondre aux exigences expérimentales nous avons réalisé un dispositif destiné aux essais de visualisation transversale pour analyser en détail la nature et la structure de l'écoulement soumis à l'influence de la hauteur et de l'espace annulaire. A ce stade préliminaire on s'est limité à l'étude du régime laminaire stable et le régime de transition associée à l'apparition des ondes axiales, des ondes azimutales, des fluctuations et le chaos.

Ainsi le plus grand soin a été apporté aux mesures des caractéristiques géométrique et dynamiques pour déterminer avec précision les paramètres d'influence Re et Ta associés au régime et de structure.

Le but est de mettre en évidence l'effet du deuxième fluide sur l'apparition des différentes instabilités (étude avec deux fluides), et aussi la mise en lumière de l'effet de la hauteur sur les différents phénomènes observés en régime de transition.

Chapitre III

ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DISCUSSION

INTRODUCTION

Après avoir décrit le montage expérimental, les techniques de mesure et les conditions de leur mise en œuvre, on présente ici les résultats obtenus par la technique de visualisation directe de l'écoulement qui est nécessaire pour mettre en évidence la forme des structures qui apparaissent lors des différents régimes. La technique utilisée est basée sur trois modes opératoires décrits au chapitre précédent.

On se propose de faire une étude photométrique de la nature et la structure de l'écoulement liées aux phénomènes de transition laminaire- turbulent dans le dispositif entre cylindres coaxiaux.

A cet effet on procède selon des conditions d'essais permettant d'effectuer des mesures reproductibles et caractéristiques des phénomènes rencontrés.

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

On étudie les conditions d'apparition des structures et on détermine par photométrie les caractéristiques associées qui sont : la longueur d'onde axiale, le nombre d'onde azimutale, la vitesse de phase, etc...

Les observations menées dans cette configuration pour chaque valeur de la vitesse angulaire ont permis de mettre en évidence les différents régimes d'écoulement suivants :

a) **Régime laminaire stable** : C'est l'écoulement de base défini par un mouvement homogène dans tout le fluide. Il existe en l'absence de toute perturbation, et il est caractérisé par le paramètre de contrôle Ta défini dans la plage de valeurs :

$$0 < Ta \leq T_{c1}$$

$T_{c1} = 41.2$ est une valeur théorique.

En réalité cette valeur est approchée aux incertitudes expérimentales pré ; soit :

$$T_{c1} = 41 \pm 2.$$

b) **Régime laminaire perturbé** : Il s'établit lorsque le nombre de Taylor atteint une première valeur critique $Ta = T_{c1} = 41 \pm 2$; c'est le début du régime de transition qui se subdivise en deux états successifs, comme suit :

- L'apparition de la première instabilité qui s'installe à partir d'une valeur critique T_{c1} , celle-ci consiste en un mouvement secondaire de nature stationnaire associée à l'écoulement de base. L'écoulement s'organise selon un empilement de rouleaux (vortex de Taylor) qui se propagent axialement. L'apparition de cette instabilité axiale intervient en nombre fini de cellules à partir du bas vers le haut puis en gagnant la totalité de l'écoulement lorsqu'on augmente progressivement la vitesse de rotation.

- Le second état de l'écoulement de nature instationnaire est caractérisé par l'établissement de l'onde azimutale correspondant à une deuxième valeur critique T_{c2} . Cette deuxième instabilité de type azimutal qui se superpose à la première donne lieu alors à un écoulement doublement périodique se propageant à la fois dans la direction axiale et azimutale.

Pour des vitesses encore supérieures, le mouvement se complique avec l'apparition d'un mouvement de modulation puis lorsque la vitesse augmente on assiste à la naissance de fluctuation T_F qui déclenche le chaos (préturbulence) autour de T_c . En augmentant encore la vitesse, le régime turbulent se développe puis s'établit complètement à T_D .

Notre travail sera basé sur l'étude des effets de la hauteur de remplissage et la variation de l'espace annulaire δ . Les observations des modifications de l'écoulement

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

s'effectuent en fonction des conditions de mise en rotation du cylindre intérieur et du rapport d'aspect $\Gamma = H/d$ où H désigne la hauteur de l'écoulement et d la largeur de l'espace annulaire.

RESULTATS ET DISCUSSIONS :

I - ETUDE DES INSTABILITES AVEC UN SEUL FLUIDE :

Notre but principal dans cette partie consiste à mettre en évidence les différentes instabilités hydrodynamiques de Taylor- Couette dans un système cylindrique, On étudie l'évolution des structures de l'écoulement rencontrées au cours de la transition du régime laminaire vers la turbulence. Chaque apparition d'instabilité est caractérisée par un nombre de Taylor critique T_c .

Les observations menées dans ces configurations, différents espaces annulaires et avec différents taux de remplissage (changement de la hauteur), ont permis de mettre en évidence les différents régimes d'écoulement suivants :

I. 1 : Pour un espace annulaire $d=6\text{mm}$ ($\delta=0.171$), $\Gamma_{\text{max}}=20$:

Nos mesures commencent par le régime laminaire stable qui est l'écoulement de base existant en l'absence de toute perturbation. Celui-ci peut être décrit comme un mouvement homogène à haut degré de symétrie dans tout le fluide jusqu'à la valeur de $Ta \approx 31 \pm 2$ qui se caractérise par la naissance d'une cellule, localisée au bord inférieur (couche d'Eckman) figure III.1 :

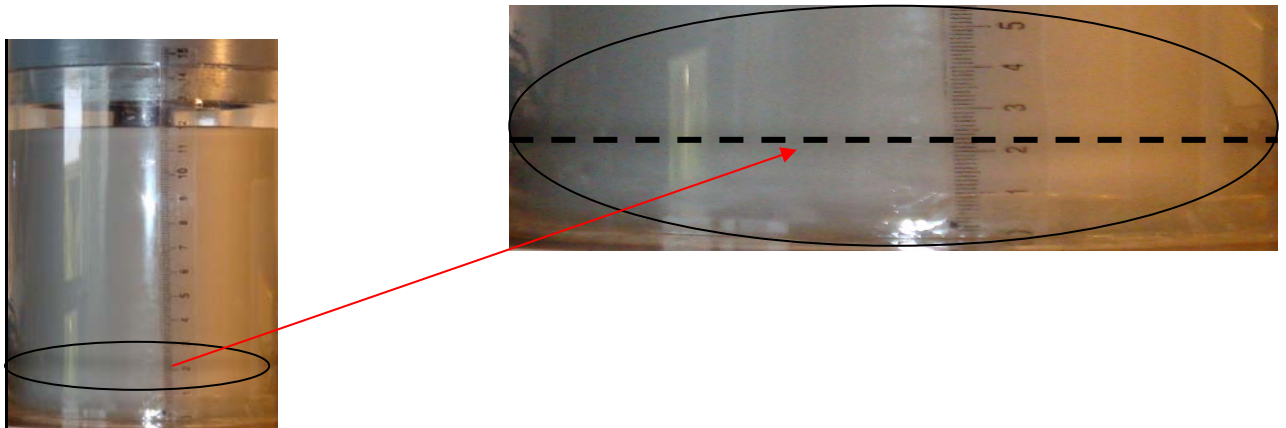


Fig III. 1 : formation de la couche d'Eckman à $Ta=31$.

-Ensuite, on augmente légèrement la vitesse de rotation puis l'on constate la formation des vortex de Taylor qui se propagent de bas vers le haut du dispositif jusqu'à l'apparition complète des cellules dans la totalité du cylindre, correspondant à la valeur du nombre de Taylor critique ($T_{c1}=41,39$). Cette valeur est assez proche de la prédiction théorique $T_{c1}=41\pm 2$

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

Par conséquent, on peut admettre que l'écoulement est globalement stable définissant le régime laminaire de base lorsque $Ta < Tc_1$, (figures : III.2, III.3)

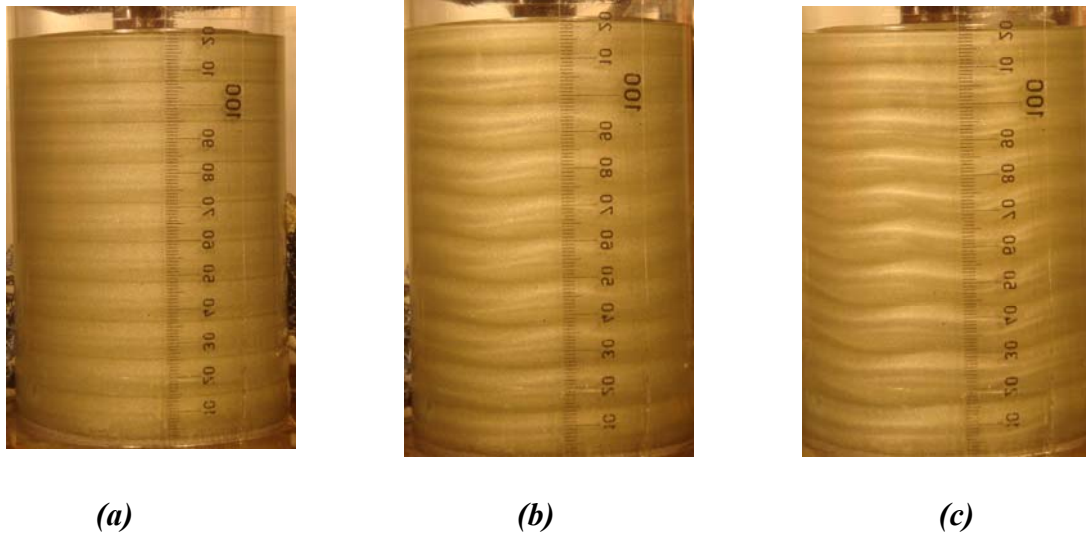


Fig III.2 : Apparition des instabilités de Taylor-Couette pour $\delta=0.171$ ((a) $Tc_1 = 41.39$, (b) $Tc_2 = 54.02$, (c) $T_F = 310$) visualisation par réflexion.

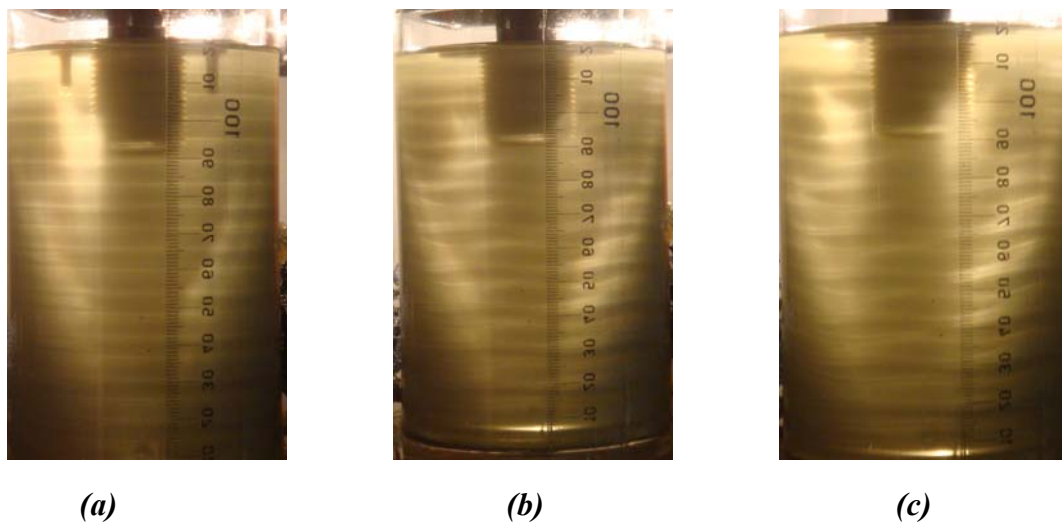


Fig III.3: Apparition des instabilités de Taylor-Couette pour $\delta=0.171$ ((a) $Tc_1 = 41.39$, (b) $Tc_2 = 54.02$, (c) $T_F = 310$) visualisation par transmission.

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

Le régime laminaire perturbé qui s'établit au-delà de la valeur critique ($T_{c1}=41,39\pm 3$) annonce le régime de transition laminaire – turbulent qui se subdivise en quatre états successifs se présentant comme suit :

- L'apparition de la première instabilité à partir d'une valeur critique T_{c1} . Celle-ci consiste en un mouvement secondaire ou onde axiale périodique selon l'axe Oz de nature stationnaire associée à l'écoulement de base. L'écoulement s'organise selon un empilement cellulaire sous forme de rouleaux ou vortex de Taylor. L'apparition de cette instabilité intervient en nombre n fini de cellules. On compte $n = 20$ cellules ou vortex, ceci correspond à 10 ondes stationnaires dont la longueur d'onde $\lambda = 2d \approx 12\text{cm}$ coïncidant sensiblement avec le double de l'espace annulaire $d=6\text{mm}$

- Le second état de l'écoulement de nature instationnaire est caractérisé par l'établissement de l'onde azimutale correspondant à une deuxième valeur critique ($T_{c2}=54.02$). Cette deuxième instabilité qui se superpose à la première donne lieu alors à un écoulement doublement périodique se propageant à la fois dans la direction axiale et azimutale.

- En effet, on observe la rotation d'un train d'ondes azimutales tournant autour de l'axe (O_z) et se propageant dans la direction θ avec une vitesse de phase ω .

Pour des vitesses encore supérieures à T_{c2} , le mouvement se complique avec l'apparition d'un processus de modulation des ondes azimutales puis lorsque Ta augmente pour atteindre la valeur caractéristique ($T_F=310$), on assiste alors à la naissance du régime des fluctuations qui s'installe partout au sein de l'écoulement. Ainsi, on constate que les ondulations circumférentielles deviennent moins nombreuses et se présentent dans un état de plus en plus dégradé.

- Au fur et à mesure que Ta augmente on note le déclenchement du régime chaotique qui débute avec la disparition de l'onde azimutale au voisinage de la valeur : ($Ta \approx 1230$) et plus. Cet état d'écoulement est caractérisé par une intensification du régime des fluctuations qui se superpose aux cellules de Taylor encore persistantes au sein du mouvement. Globalement, c'est un régime de turbulence naissante qui donne ultérieurement le développement de la turbulence complète.

En faisant varier la hauteur de remplissage pour le même espace annulaire, on a permis de présenter l'évolution du nombre de Taylor critique Ta lié à l'apparition des régimes d'écoulement en fonction du rapport d'aspect $\Gamma = H/d$ présentée en figure III.4

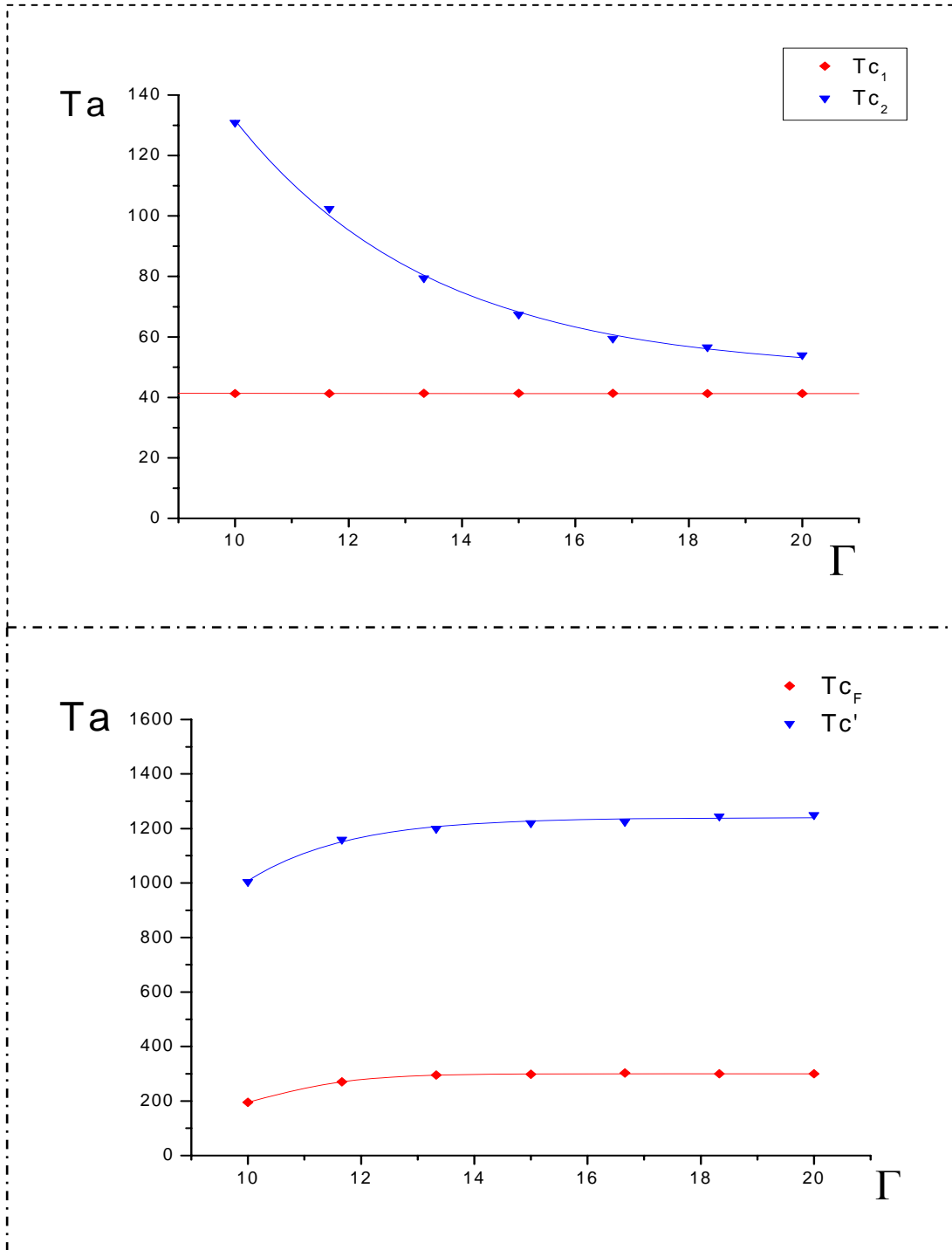


Fig III.4 : Evolution des nombres critiques de Ta en fonction du facteur d'aspect Γ pour ($\delta=0.171$).

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

I.2 : Pour un espace annulaire $d=3\text{mm}$ ($\delta=0.079$), $\Gamma_{\text{max}}=40$:

Et de même façon, à partir du repos on augmente la vitesse de rotation (ou le nombre de Taylor Ta) de façon quasi statique. Pour une gamme de Taylor défini dans l'intervalle $0 \leq Ta < Tc_1 = 41.29$, le régime d'écoulement laminaire de base est stable caractérisé par l'absence de perturbation au sein de l'écoulement. Ce type d'écoulement peut s'expliquer par l'équilibre entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Pour des valeurs du nombre de Taylor $Ta \geq Tc_1 = 41.29$, l'écoulement devient perturbé et à ($Tc_1=41.29$) on assiste à l'apparition de la première instabilité (Taylor vortex flow) (**figure III.5**)

On poursuit l'évolution des instabilités en fonction du nombre de Taylor Ta qu'on augmente de façon quasi statique. On enregistre à une valeur critique ($Tc_2=44.09$), le second régime associé aux vortex de Taylor.

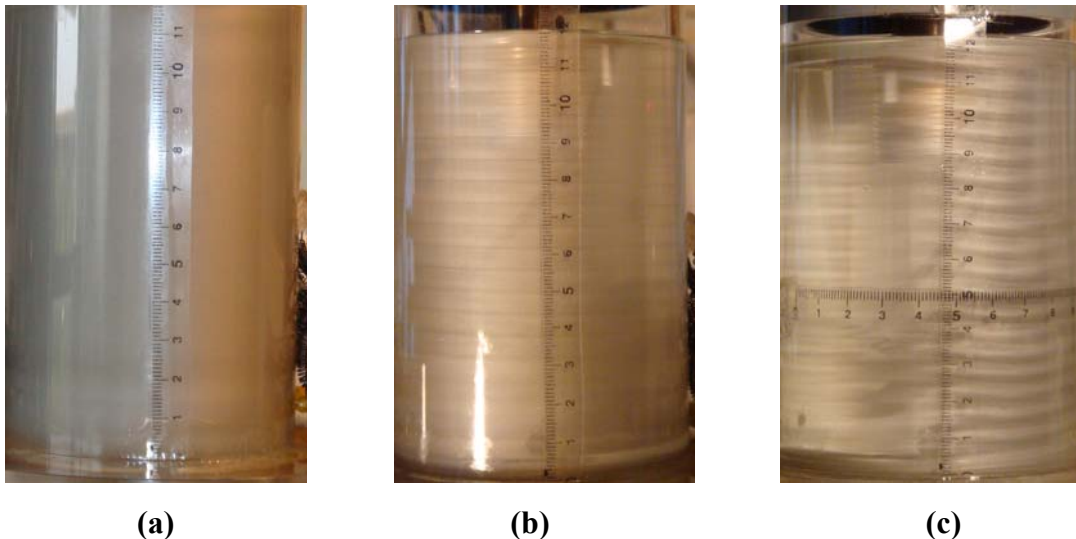


Fig III.5: Apparition des instabilités de Taylor-Couette pour $\delta=0.079$ ((a) apparition de cellule d'Eckman, (b) $Tc_1 = 41.29$, (c) $Tc_2 = 44.09$) visualisation par réflexion.

. Ensuite à la valeur critique ($T_F = 90.02$) apparaît un régime de fluctuation.

- En augmentant progressivement la vitesse on enregistre la disparition des ondes instationnaires (Wavy onde) caractérisant le déclenchement du Chaos pour une valeur critique ($T_{C'} = 380$).

L'évolution de Tc_1 , Tc_2 en fonction de Γ est présentée en figure (I.6)

En faisant varier la hauteur de remplissage pour le même espace annulaire on a permis de présenter l'évolution du nombre de Taylor critique Ta lié à l'apparition de régime d'écoulement en fonction du rapport d'aspect $\Gamma = H$, et représenté l'évolution de Ta en figure (III.6).

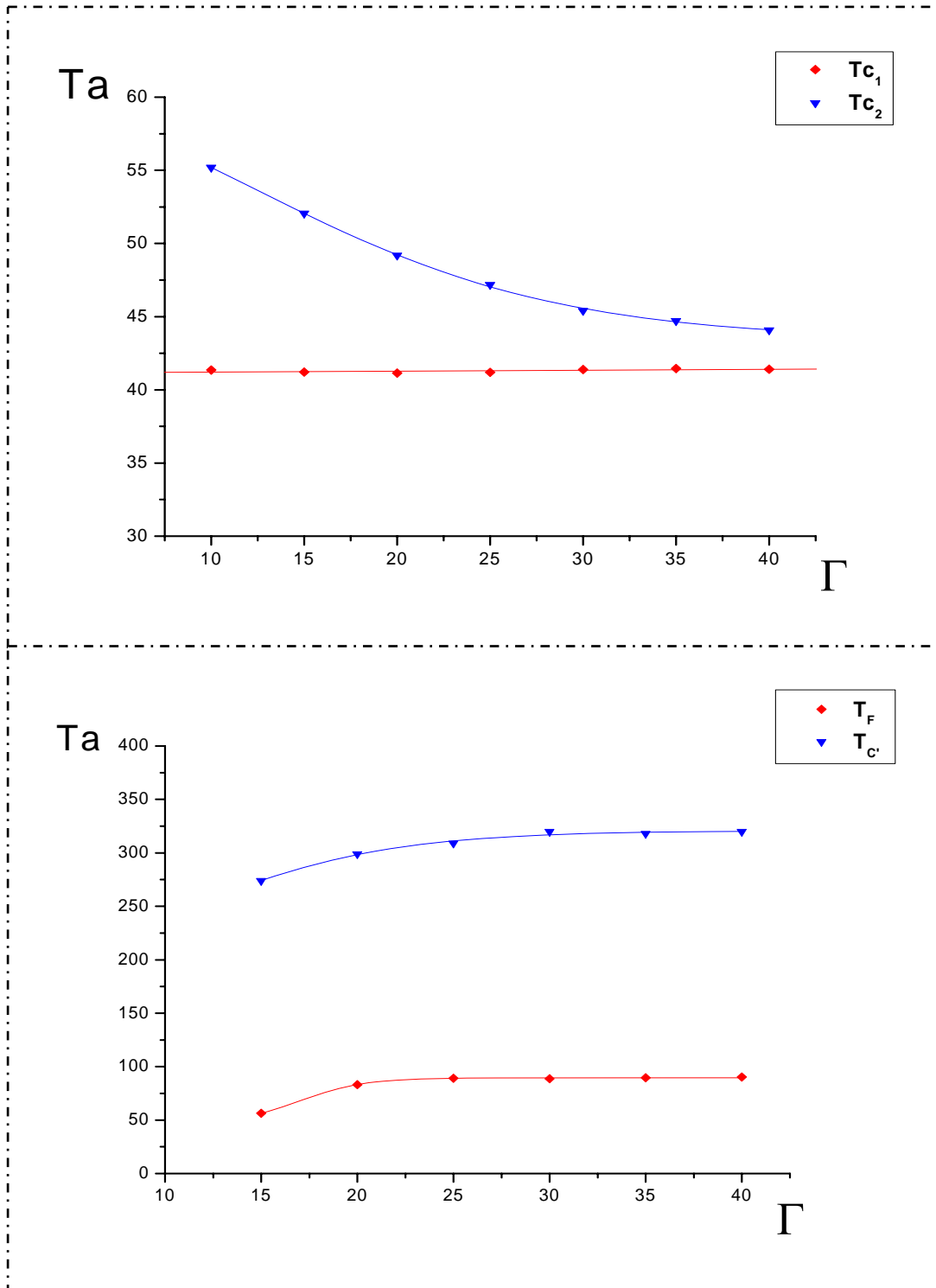


Fig III.6 : Evolution des nombres critiques de Ta en fonction du facteur d'aspect Γ pour ($\delta=0.079$).

I-3 : Pour un espace annulaire $d=10\text{mm}$ ($\delta=0.323$), $\Gamma_{\text{max}} = 12$:

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

De la même façon on trouve les différentes valeurs des nombres critiques pour les quatre régimes tel que la première instabilité ($T_{c1} = 41.34$), l'apparition de l'onde azimutale pour ($T_{c2} = 323.64$), Ensuite à la valeur critique ($T_F = 705$) apparaît un régime de fluctuation.

Au fur et à mesure que Ta augmente on note le déclenchement du régime chaotique qui débute avec la disparition de l'onde azimutale au voisinage de la valeur : ($T_{c'} \approx 1500$).

L'évolution de T_{c1} , T_{c2} , T_F et $T_{c'}$ en fonction de Γ est présentée sur la Figure (III.8).

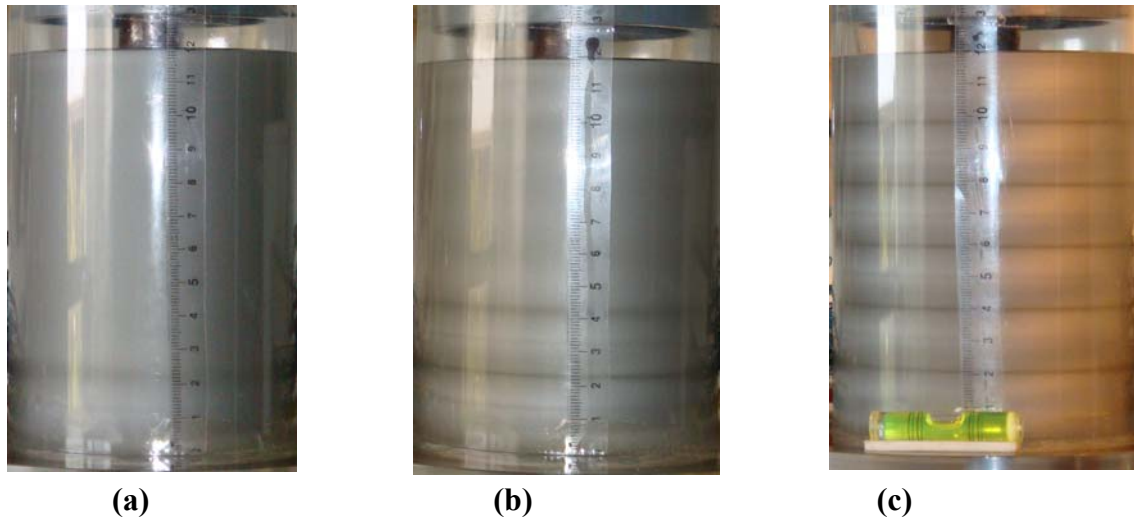


Fig III.7 : Apparition des instabilités de Taylor-Couette pour $\delta=0.323$ ((a) apparition de cellule d'Eckman, (b) Evolution des cellules de Taylor, (c) $T_{c1} = 41.29$) visualisation par réflexion.

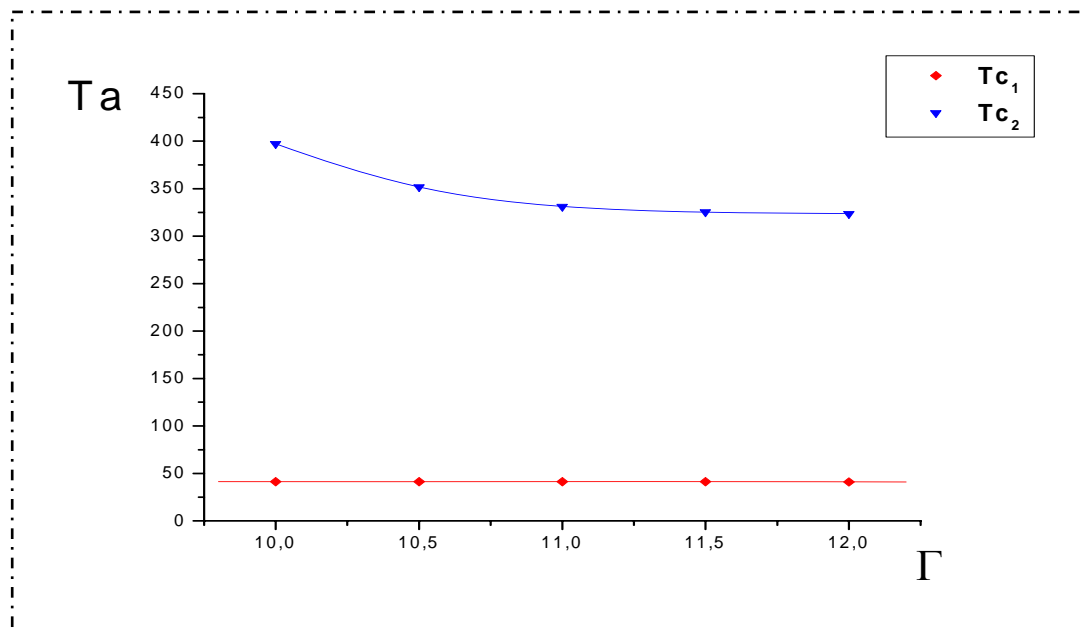


Fig III.8 : Evolution des nombres critiques de Ta en fonction de facteur d'aspect Γ pour ($\delta=0.323$)

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

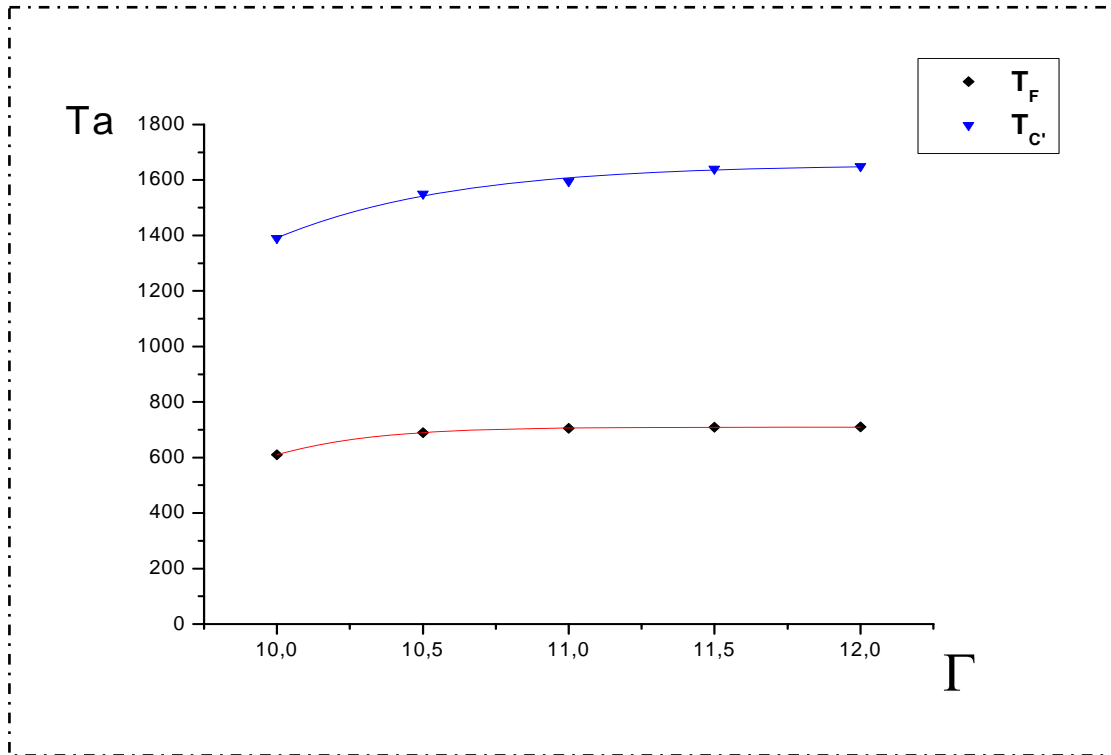


Fig III.9 : Evolution des nombres critiques de Ta en fonction de facteur d'aspect Γ pour ($\delta=0.323$).

- Ainsi pour les différents espaces annulaires, en faisant varier la hauteur de remplissage on a établi un ensemble de résultats qui ont été rassemblés sur le tableau suivant

Jeu radial (δ)	Instabilité (onde axiale) (T_{c1})	Instabilité (onde azimutale) (T_{c2})	Apparition des fluctuations (T_F)	Déclenchement du chaos ($T_{c'}$)
0.079	41.39	44.09	90.2	320
0.171	41.29	54.02	380	1230
0.323	41.34	323.64	705	≈ 1600

Tableau N°1 : Etats critiques caractéristiques du régime de la transition laminaire-turbulent.

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

L'évolution du nombre de Taylor Tc_1 en fonction du rapport d'aspect est corrélée par une loi linéaire et pour Tc_2 , T_F , $T_{C'}$ elle suit une loi exponentielle comme illustré sur le tableau suivant :

Seuils critiques	Tc_1 (onde axiale) Loi linéaire	Tc_2 (onde azimutale) Loi exponentielle	T_F (Fluctuation) Loi exponentielle	$T_{C'}$ (chaos) Loi exponentielle
$\delta=0.079$	$Tc_1=A_0+B_0*\Gamma$ $A_0=41,155$ $B_0=0.0061$	$Tc_2 = B_0 + A_0 e^{\frac{-\Gamma}{T_0}}$ $A_0= -44.66784$ $B_0=90.05565$ $T_0=16.57862$	$T_F = B_0 + A_0 e^{\frac{-\Gamma}{T_0}}$ $A_0=1390.18694$ $B_0=90.05565$ $T_0=3.90113$	$T_{C'} = B_0 + A_0 e^{\frac{-\Gamma}{T_0}}$ $A_0=318.27338$ $B_0=327.8961$ $T_0=9.57945$
$\delta=0.171$	$Tc_1=A_0+B_0*\Gamma$ $A_0=41.25656$ $B_0=0.00103$	$Tc_2 = B_0 + A_0 e^{\frac{-\Gamma}{T_0}}$ $A_0=-246.0891$ $B_0=45.26185$ $T_0=5.90549$	$T_F = B_0 + A_0 e^{\frac{-\Gamma}{T_0}}$ $A_0=-26100.3125$ $B_0=300.3125$ $T_0=1.76478$	$T_{C'} = B_0 + A_0 e^{\frac{-\Gamma}{T_0}}$ $A_0=18850.90909$ $B_0=1230.90909$ $T_0=2.01215$
$\delta=0.323$	$Tc_1=A_0+B_0*\Gamma$ $A_0=41,45$ $B_0= -0.108$	$Tc_2 = B_0 + A_0 e^{\frac{-\Gamma}{T_0}}$ $A_0=-465178.78147$ $B_0=317.3418$ $T_0=1.09803$	$T_F = B_0 + A_0 e^{\frac{-\Gamma}{T_0}}$ $A_0=1.4526E13$ $B_0=710.29192$ $T_0=0.38381$	$T_{C'} = B_0 + A_0 e^{\frac{-\Gamma}{T_0}}$ $A_0=1.6094E12$ $B_0=1500.8642$ $T_0=0.42738$

Tableau N° 2 : Lois de comportement des différents nombres critiques de Taylor Tc_i en fonction du rapport d'aspect Γ

II- Discussions :

On étudie l'effet de la variation du facteur d'aspect Γ sur les nombres critiques d'apparition de chaque état. Dans notre étude, on se limite à la première et deuxième instabilité qui correspondent respectivement à l'apparition de l'onde axiale et l'onde azimutale ou wavy mode, et l'apparition des régimes de la fluctuation vers le chaos.

L'examen des courbes a mis en évidence l'effet du facteur d'aspect Γ , de l'écoulement en fonction des états critiques associés au nombre de Taylor Ta . Ce mode de croissance est imputable à l'influence grandissante du taux de remplissage Γ qui conditionne effectivement la structure ondulatoire du mouvement via l'augmentation du nombre Ta .

Les observations menées dans les différentes configurations montrent que :

- L'apparition de l'onde axiale ne semble pas être affectée par la hauteur de remplissage H ou le facteur d'aspect Γ , ni par l'espace annulaire δ , car elle s'effectue toujours pour la même valeur du nombre de Taylor $Ta \approx 41,2$ qui reste constant ou inchangé.
- . En revanche, l'effet de Γ est notable s'agissant de la naissance de l'onde azimutale et dont la valeur de Tc_2 décroît sensiblement lorsque Γ augmente, lorsque le rapport d'aspect diminue, l'apparition du régime d'ondes azimutales est retardée, et la valeur de Tc_2 est d'autant plus grande que Γ est petit.

Les mêmes observations sont faites en géométrie finie avec des limitations axiales par **Cole (1976)**, **Bouabdallah (1980)**, et avec surface libre **A. Mahamdia (2003)**.

- On note l'existence d'une hauteur critique H_c telle que $\Gamma = H_c/d < 10$ ou la transition laminaire turbulence s'opère directement sans passer par le régime d'onde azimutal.
- Dans le cas de l'espace annulaire large, $d = 10$ mm ($d/R_1 = 0,323$) on remarque que les valeurs de Tc_2 sont élevées comparativement à celles mesurées pour des espaces plus petits tels que $d/R_1 = 0,171$ et $d/R_1 = 0,079$. L'apparition du régime d'ondes azimutales semble être conditionnée par les valeurs des contraintes de cisaillement, qui se manifestent au sein de l'écoulement. En effet, pour une même vitesse de rotation du cylindre intérieur, les contraintes de cisaillement sont d'autant plus faibles quand l'espace annulaire est large. (l'influence de jeu radial).

Ces résultats sont en accord avec ceux de **A. Mahamdia (2005)** qui a examiné l'écoulement de Taylor Couette soumis aux effets d'interaction de la surface libre pour différentes hauteurs de la colonne de fluide.

III- Conclusion

Le dépouillement des données a rendu possible l'analyse des résultats aux plans qualitatif et quantitatif. Pour un régime d'écoulement donné on a pu tracer l'évolution des nombres critiques associées T_{c1} , T_{c2} , T_F et T_C , et mis en lumière l'influence du facteur d'aspect Γ et le jeu radiale δ sur la nature de l'écoulement et les structures organisées correspondantes.

Ce type de mouvement est influencé par plusieurs paramètres tels que le facteur d'aspect Γ (limitation axiale) et le jeu radial δ qui vont introduire un retard considérable dans l'apparition de la deuxième instabilité (l'onde azimutale).

L'existence d'une hauteur critique H_c ou la transition laminaire turbulence s'opère directement sans passer par le régime d'onde azimutal.

II- ETUDE DES INSTABILITES AVEC DEUX FLUIDES NON MISCIBLES :

Il me semble très nécessaire d'examiner les effets d'interaction d'un fluide non miscible (solution) d'une hauteur H_{sol} sur le système d'écoulement pour une hauteur H_{eau} donnée. L'étude de l'influence du fluide superposé combiné à l'effet du facteur d'aspect du fluide de base $\Gamma_{eau} = H_{eau}/d$ est entreprise lorsque Γ_{eau} diminue et Γ_{sol} augmente.

L'objectif principal de ce travail, consiste à mettre en évidence les différentes instabilités hydrodynamiques d'un écoulement de Taylor- Couette, soumis aux effets du facteur d'aspect et de l'interaction de deux fluides non miscibles superposés et séparés par une interface liquide-liquide (eau-huile) en régime de transition laminaire-turbulent.

Par la suite, on cherche à étudier l'influence de la hauteur de remplissage H_{sol} sur la stabilité du mouvement et son évolution au cours du régime de transition en système d'écoulement.

Effets d'un fluide non miscible sur le système d'écoulement :

-On veut mettre en évidence par l'étude du mouvement entre deux cylindres coaxiaux de deux fluides non miscibles l'effet engendré par le facteur d'aspect du fluide de base combiné à l'interaction des deux fluides a des hauteurs différentes qui se manifeste par une influence importante sur l'apparition des instabilités.

Afin de mieux comprendre la phénoménologie de l'écoulement superposé d'un fluide non miscible et l'influence du facteur d'aspect, on procède à des essais systématiques en variant la hauteur des fluides.

Pour un taux de remplissage donné, on fixe la hauteur de fluide de base H_{eau} , définissant son facteur d'aspect $\Gamma_{eau} = H_{eau}/d$; on ajoute le fluide test (produit préparé d'huile de vaseline et d'éther de pétrole) H_{sol} correspondante à $\Gamma_{sol} = H_{sol}/d$, de 5mm en 5mm jusqu'on atteint ($H_{eau} + H_{sol} = 120 \text{ mm}$), pour les différents taux de remplissage envisagés, l'ensemble des phénomènes se produit alors sous l'effet de la gravité.

. On réalise un état d'équilibre stable vis-à-vis de la gravité "fluide léger au dessus du fluide lourd" ($\rho_2 > \rho_1$). On s'est placé dans les conditions d'essais décrites auparavant ; on laisse le temps nécessaire à l'écoulement pour se stabiliser. Ensuite, on note les observations qui permettent de mettre en évidence les différents modes d'instabilité pour un jeu radial fixé ($\delta = 0,171$ et $\delta = 0,323$).

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

L'observation de l'apparition et l'évolution des différentes structures d'écoulement d'une part et la détermination des nombres de Taylor critiques correspondants d'autre part, ont permis de présenter les courbes pour les cas suivants :

II-1 ANALYSE QUALITATIVE AU MOYEN DE LA PHOTOMETRIE :

❖ Cas de ($\delta = 0,171$).

➤ II-1.1 Etude du cas $H_{eau} = 100mm$ ($\Gamma_{eau}=16,66$) :

Il s'agit d'étudier l'évolution des nombres de Taylor critiques associés à chaque régime d'écoulement du fluide de base (eau) pour une hauteur H_{eau} donné soumis à l'effet du taux de remplissage H_{sol} d'un fluide non miscible.

On fixe la hauteur du fluide de base (eau) à $H_{eau}=100\text{ mm}$, correspondant à $\Gamma_{eau}=16.66$ on ajoute le fluide test, de 5mm, jusqu'on atteint a ($H_{eau}+H_{sol}=120mm$) ce qui définit un rapport d'aspect $0 < \Gamma_{sol} < 3,33$.

Pour Γ_{eau} et Γ_{sol} , on fait varier la vitesse de rotation du cylindre intérieur pour reproduire les différents régimes d'écoulement rencontrés du fluide de base seul (eau) :

a) Régime laminaire stable (RLS) :

Pour une gamme du nombre de Taylor définis dans l'intervalle $0 \leq Ta < Tc_1$, représente le régime d'écoulement de base qui est un mouvement homogène tridimensionnel, laminaire et stable.

b) Régime laminaire perturbé (RLP) :

On augmente la vitesse angulaire très lentement, on obtient un régime perturbé caractérisé par l'apparition de la première instabilité (cellules de Taylor), qui s'installe pour une valeur critique de Taylor ($Tc_1 = 41.36$) pour le fluide de base (eau).

On poursuit l'évolution des instabilités en fonction du nombre de Taylor Ta qu'en augmentant la vitesse de rotation, à une valeur critique ($Tc_2 = 65.34$), ou l'écoulement devient doublement périodique, qui se propage à la fois dans la direction axiale et azimutale.

Encore pour des vitesses supérieurs, le mouvement se complique par l'apparition d'un régime de fluctuation à une valeur de ($Tc_3 = 289.55$), en maintenant l'augmentation de la vitesse jusqu'au déclenchement d'un état d'écoulement chaotique qui correspondant à une valeur ($Tc_4 = 1119.91$).

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

- D'autre part on remarque dans cette configuration d'écoulement ($\Gamma_{sol}=3.33$) pour le fluide superposé (test) que l'apparition des instabilités se fait de la même façon que le fluide de base, pour la première instabilité (cellules de Taylor) qui correspond à la valeur $Ta=Tc_1=41.39$ qui reste inchangée pour tous les taux de remplissage. On remarque aussi que la transition laminaire turbulence s'opère directement sans passer par le régime d'onde azimuthal (deuxième instabilité).

Les structures d'écoulement qu'on vient de décrire sont présentées sur la figure ci-dessous (Figures III-10, III-11, III-12, III.13) :



(a)

(b)

(c)

Fig (III-10) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.171$ $\Gamma_{eau}=16,66$, $\Gamma_{sol}=3,33$, ((a) régime laminaire stable, (b) $T1c_1=41.36$, (c) $T1c_2 = 65.34$) visualisation par réflexion.



(a)

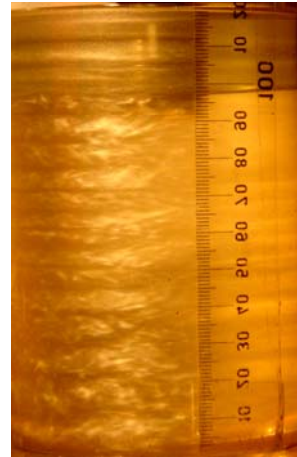
(b)

(c)

Fig (III-11) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.171$, $\Gamma_{eau}=16,66$, $\Gamma_{sol}=3,33$, ((a) régime laminaire stable, (b) $T1c_1=41.36$, (c) $T1c_2 = 65.34$) visualisation par transmission.

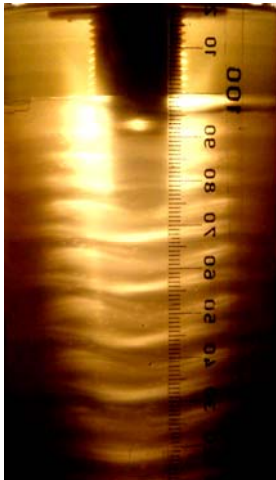


(d)

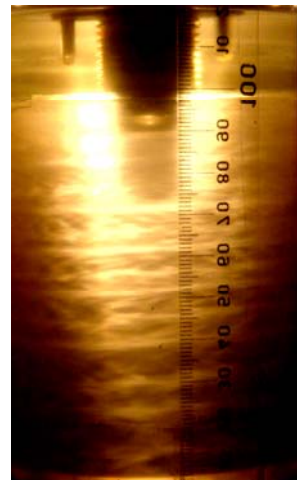


(e)

Fig (III-12) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.171$, $\Gamma_{\text{eau}}=16,66$, $\Gamma_{\text{sol}}=3.33$, ((d) $T_{1F}=289.55$, (e) $T_{1C}=1119.91$) visualisation par réflexion.



(d)



(e)

Fig (III-13) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.171$, $\Gamma_{\text{eau}}=16,66$, $\Gamma_{\text{sol}}=3.33$, ((d) $T_{1F}=289.55$, (e) $T_{1C}=1119.91$) visualisation par transmission.

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

➤ **II-1.2 Etude du cas $H_{eau} = 90mm$ ($\Gamma_{eau}=15$) :**

On fixe la hauteur du fluide de base (eau) maintenant à $H_{eau}=90mm$ correspondant à $\Gamma_{eau}=15$ on ajoute le fluide test progressivement en faisant varier H_{sol} de 5mm en 5mm ($H_{eau}+H_{sol}=120mm$). Les observations sont décrites par ordre de l'apparition des différents régimes.

Et de même façon, à partir du repos on augmente la vitesse de rotation de façon quasi statique, pour une gamme de Taylor défini dans l'intervalle $0 \leq Ta < Tc_1 = 41.34$, le régime d'écoulement laminaire de base est stable caractérisé par l'absence de perturbation au sein de l'écoulement. Pour des valeurs du nombre de Taylor $Ta \geq T1c_1 = 41.34$, l'écoulement devient perturbé et on assiste à l'apparition de la première instabilité.

On poursuit l'évolution des instabilités en fonction du nombre de Taylor Ta qu'on augmente de façon quasi statique. On enregistre à une valeur critique ($T1c_2 = 68.20$), le second régime associé aux vortex de Taylor.

Ensuite à la valeur critique ($T1_F = 278.78$) apparaît un régime de fluctuation.

Au fur et à mesure que Ta augmente on note le déclenchement du régime chaotique qui débute avec la disparition de l'onde azimutale au voisinage de la valeur : ($T1c' = 988$).

Les figures qui suivent (**Figures : III-14, III-15**) montre les principales instabilités observées.

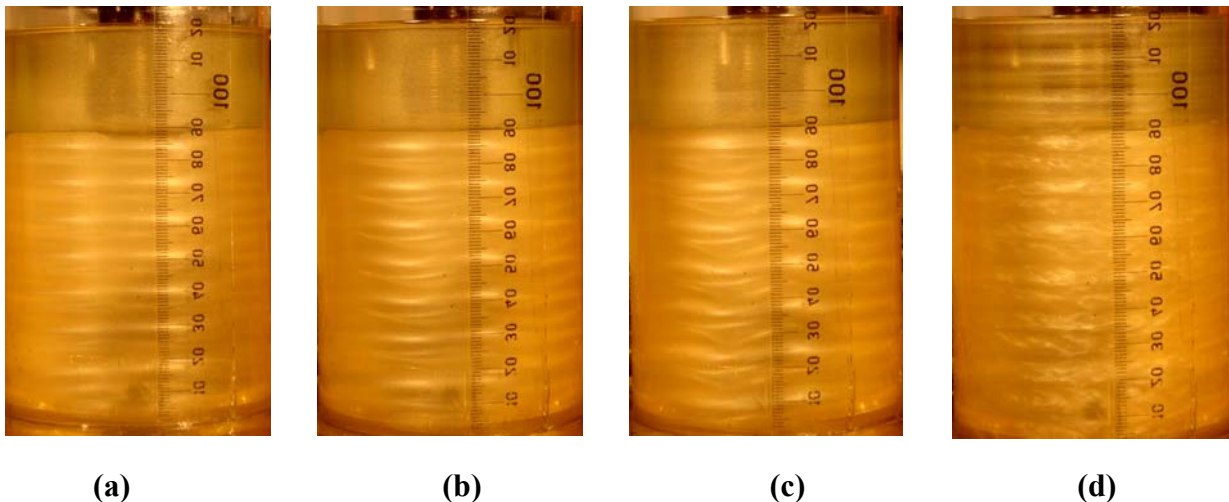


Fig (III-14) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.171$, $\Gamma_{eau}=15$, $\Gamma_{sol}=5$, ((a) $T1c_1=41.36$, (b) $T1c_2 = 68.20$, (c) $T1_F=278.78$, (d) $T1c'=988$) visualisation par réflexion.

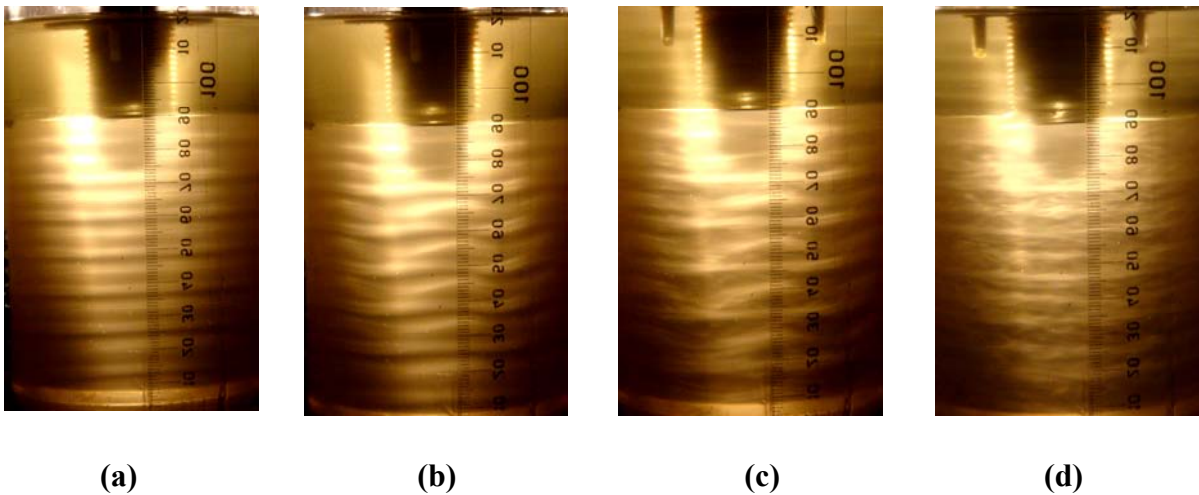


Fig (III-15) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.171$ ((a) $T1c_1=41.36$, (b) $T1c_2 = 68.20$, (c) $T1_F=278.78$, (d) $T1_C'=988$) visualisation par transmission.

➤ **II-1.3 Etude du cas $H_{eau} = 80mm$ ($\Gamma_{eau}=13.33$) :**

On fixe la hauteur du fluide de base (eau) à $H_{eau}=80\text{ mm}$, correspondant à $\Gamma_{eau}=13.33$ on ajoute le fluide test, de 5mm, jusqu'on arrive a ($H_{eau}+H_{sol}=120mm$) ce qui définit $0 < \Gamma_{sol} < 6.66$ puis on fait varier la vitesse de rotation pour établir les différents régimes d'écoulement.

De la même façon on trouve les différents valeurs des nombres critiques pour les quatre régimes tel que la première instabilité ($T1c_1 = 41.34$), l'apparition de l onde azimutale pour ($T1c_2 = 78.23$), Ensuite à la valeur critique ($T1_F = 265.71$) apparaît un régime de fluctuation.

Le régime chaotique coïncide avec la disparition de l'onde azimutale qui atteint la valeur caractéristique ($T1c' = 957.14$).

Concernant le fluide test dont la configuration d'écoulement ($\Gamma_{sol} = 6.66$) l'apparition des instabilités se fait d'une façon identique, pour la première instabilité qui correspond a la valeur ($T2c_1 = 41.4$) qui reste inchangé, et on remarque aussi que la transition laminaire turbulence s'opère directement sans passer par le régime d'onde azimutal

Les principales structures observées pour ce rapport d'aspect sont représentées sur les Figures suivantes : (Figures : III-16, III-17).



(a)

(b)

(c)

Fig (III-16) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.171$, $\Gamma_{eau}=13,33$, $\Gamma_{sol}=6,66$, ((a) $T1c_1=41.34$, (b) $T1c_2 = 78.23$, (c) $T1c_3=957,14$) visualisation par réflexion.



(a)

(b)

(c)

Fig (III-17) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.171$, $\Gamma_{eau}=13,33$, $\Gamma_{sol}=6,66$ ((a) $T1c_1=41.34$, (b) $T1c_2 = 78.23$, (c) $T1c_3=957,14$) visualisation par transmission.

➤ **II-1.4 Etude du cas $H_{eau} = 70mm$ ($\Gamma_{eau}=11.66$) :**

La hauteur du fluide de base (eau) est fixée à $H_{eau}=70$ mm, correspondant à $\Gamma_{eau}=11.66$ ce qui définit $0 < \Gamma_{sol} < 8.33$, nous procédons à la mise en régime de la même manière au cours du régime de transition. Les observations sont décrites par ordre de l'apparition des différents régimes.

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

- La première instabilité apparaît pour une valeur critique de Taylor ($T1c_1=41,33$) qui reste inchangé pour les différents taux de remplissage.
- Le déclenchement de la seconde instabilité se fait d'une manière progressive allant de l'intervalle $0,83 < \Gamma_{sol} < 4.16$ avec une valeur ($T1c_2 \approx 92.06$), et dans l'intervalle $5 < \Gamma_{sol} < 8.33$ avec une valeur de ($T1c_2 \approx 106.37$).

Ensuite à la valeur critique ($T1_F \approx 299.88$) apparaît un régime de fluctuation, et la disparition des ondes azimutales se produit à ($T1_{C'} \approx 1210.21$) correspondant l'établissement du Chaos.

Concernant le fluide non miscible superposé, on a enregistré le même phénomène d'apparition, pour la première instabilité ($T2c_1=41.41$), et que la transition vers le chaos s'opère directement sans passer par la seconde instabilité.

Représentant le cas sur les figures qui suit :

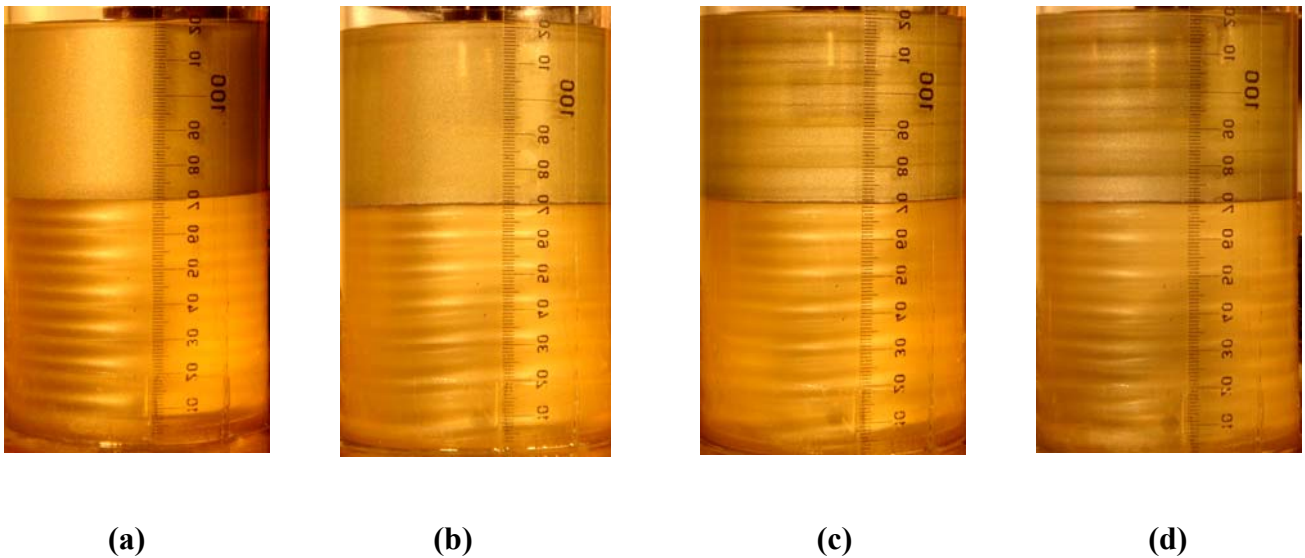
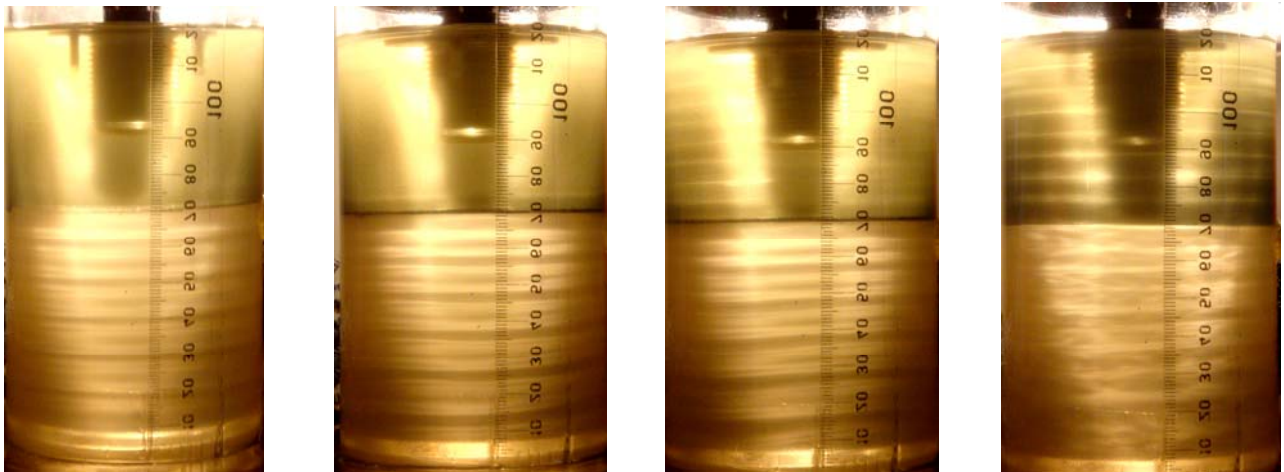


Fig (III-18) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.171$, $\Gamma_{eau}=11,66$, $\Gamma_{sol}=8.33$, ((a) $T1c_1=41.32$, (b) $T1c_2 = 106.37$, (c) $T1_F=299.88$, (d) $T1_{C'}=1210.21$) visualisation par réflexion.



(a)

(b)

(c)

(d)

Fig (III-19) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.171$, $\Gamma_{eau}=11,66$, $\Gamma_{sol}=8.33$, ((a) $T1c_1=41.36$, (b) $T1c_2 = 106.37$, (c) $T1_F=299.88$, (d) $T1_{C'}=1210.21$) visualisation par transmission.

➤ **II-1.5 Etude du cas $H_{eau} = 60mm$ ($\Gamma_{eau}=10$) :**

La hauteur du fluide est fixée à $H_{eau}=60\text{ mm}$ correspondant à $\Gamma_{eau}=10$, soit $0 < \Gamma < 10$ nous procédons alors à la mise en régime de la même manière que précédemment (cas du régime de transition) :

- On note la rupture de la symétrie des cellules de Taylor par l'apparition de la première instabilité une valeur critique ($T1c_1=41,39$).
- Le déclenchement de la seconde instabilité se fait d'une manière différente selon le taux de remplissage, et pour le cas ($\Gamma_{eau}=10$, $\Gamma_{sol}=10$) l'apparition se fait a ($T1c_2=205.95$).
- Ensuite à la valeur critique ($T1_F = 300.15$) apparaît un régime de fluctuation.
- Le mouvement chaotique aura lieu pour un nombre de Taylor critique à ($T1_{C'} \approx 1009.18$) correspond à la disparition de l'onde azimutale.

Pour le fluide non miscible superposé l'apparition des instabilités se reproduits de la même façon, par une valeur de critique ($T2c_1=41,44$) qui correspond a la première instabilité. On remarquant que dans cette configuration ($\Gamma_{eau}=10$, $\Gamma_{sol}=10$) une apparition de la seconde instabilité a une valeur de ($T2c_2=76.01$) correspond à une valeur de l'écoulement du fluide de base ($Ta=435.74$).

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

II-1.6 Etude du cas $H_{eau} = 50mm$ ($\Gamma_{eau}=8.33$) :

On fixe maintenant la hauteur à $H_{eau}=50 mm$ correspondant à $\Gamma_{eau}=8.33$, qui définit $0 < \Gamma_{sol} < 11.66$, puis on fait varier la vitesse de rotation pour établir les différents régimes d'écoulement.

- L'apparition de la première instabilité à une valeur critique ($T1c_1=41,34$). Qui définit la rupture de la symétrie de l'écoulement.

- On remarque dans ce cas que la transition vers le chaos s'opère directement sans passer par la seconde instabilité à une valeur de ($T1c' \approx 1210.81$)

Par contre dans le fluide non miscible superposé pour un facteur d'aspect $\Gamma_{sol} = 11.66$ l'apparition des instabilités se reproduit comme suite :

- Une valeur de ($T2c_1 = 41.42$) détectée, l'écoulement perd son caractère laminaire par l'établissement de la première instabilité (TVF), qui correspond à une valeur de l'écoulement du fluide de base ($Ta=237.50$).

- L'installation de l'onde azimutale caractérisée par le Wavy Mode droit est détectée à une valeur critique ($T2c_2 = 75.17$) correspond à la valeur de ($Ta=430.95$) du fluide de base.

- La disparition totale des cellules ondulatoires (Wavy Mode) est examinée à une valeur de ($T2c' = 1405.34$).

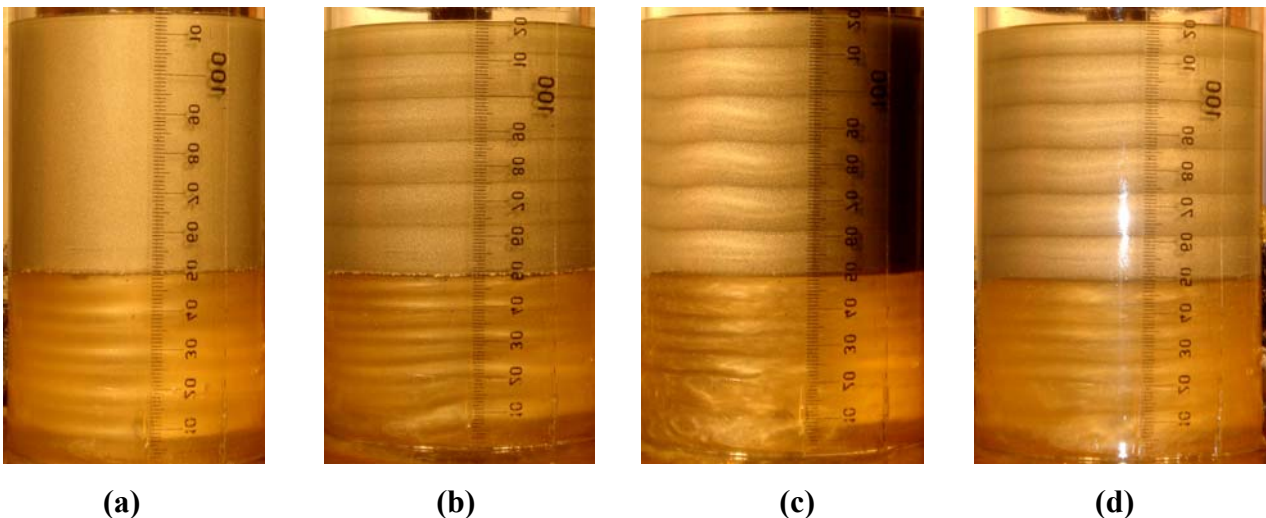


Fig (III-22) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.171$, $\Gamma_{eau}=8.33$, $\Gamma_{sol}=11.66$, ((a) $T1c_1=41.34$, (b) $T2c_1 = 41.42$, (c) $\{T2c_2=75.17$, $T1c'=1210,81\}$, (d) $T2c'=1405.34$) visualisation par réflexion.

❖ Cas de ($\delta = 0,323$) :

On s'est placé dans les conditions d'essais décrites auparavant, on laisse le temps nécessaire à l'écoulement pour se stabiliser. Ensuite, on note les observations qui permettent de mettre en évidence les différents modes d'instabilité pour un jeu radial fixé ($\delta = 0,323$) :

On fixe la hauteur du fluide de base (eau) à H_{eau} donnée, correspondant à Γ_{eau} donnée, on ajoute le fluide test, de 5mm, jusqu'on arrive a ($H_{eau}+H_{sol}=120mm$).

II - 1.7 Etude du cas $H_{eau} = 100 \text{ mm}$ ($\Gamma_{eau}=10$) :

La hauteur du fluide de base (eau) est fixée à $H_{eau}=100 \text{ mm}$, correspondant à $\Gamma_{eau}=10$ ce qui défini $0<\Gamma_{sol}<2$, puis on fait varier la vitesse de rotation pour reproduire les différents régimes d'écoulement :

- On note la rupture de la symétrie des cellules de Taylor par l'apparition de la première instabilité (TVF) à une valeur critique ($T1c_1=41,4$).
- Le mouvement instationnaire caractérisant le Wavy Mode est déclenché à ($T1c_2=279.32$).
- Ensuite à la valeur critique ($T1_F =500.86$) apparaît un régime de fluctuation.

La disparition des ondes azimutales se produit à ($T1_C=1577.29$) correspondant l'établissement du mouvement chaotique.

La figure qui suit (**Figure. III -23**) montre les principales instabilités observées :

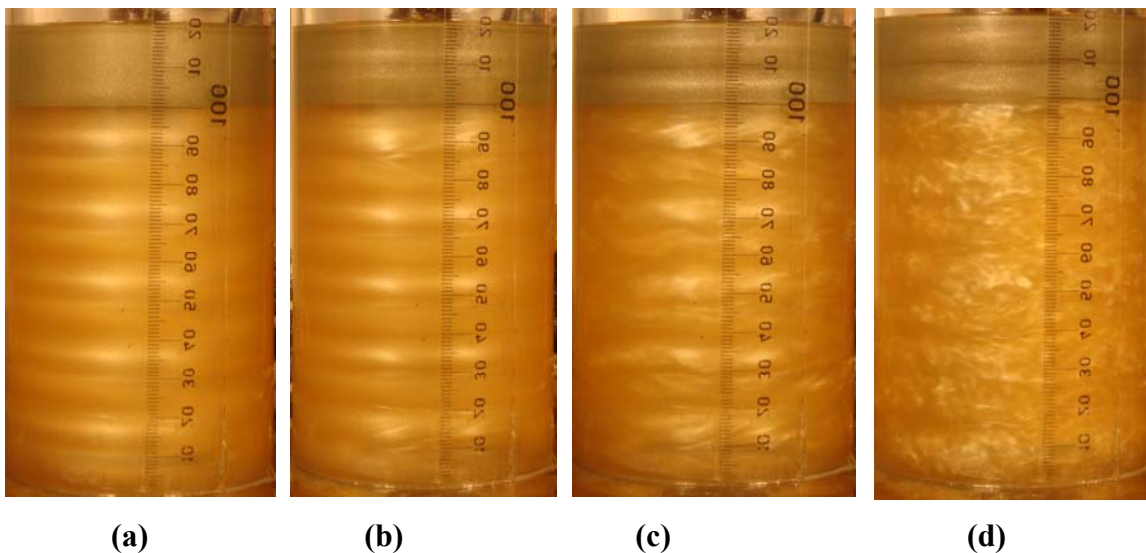
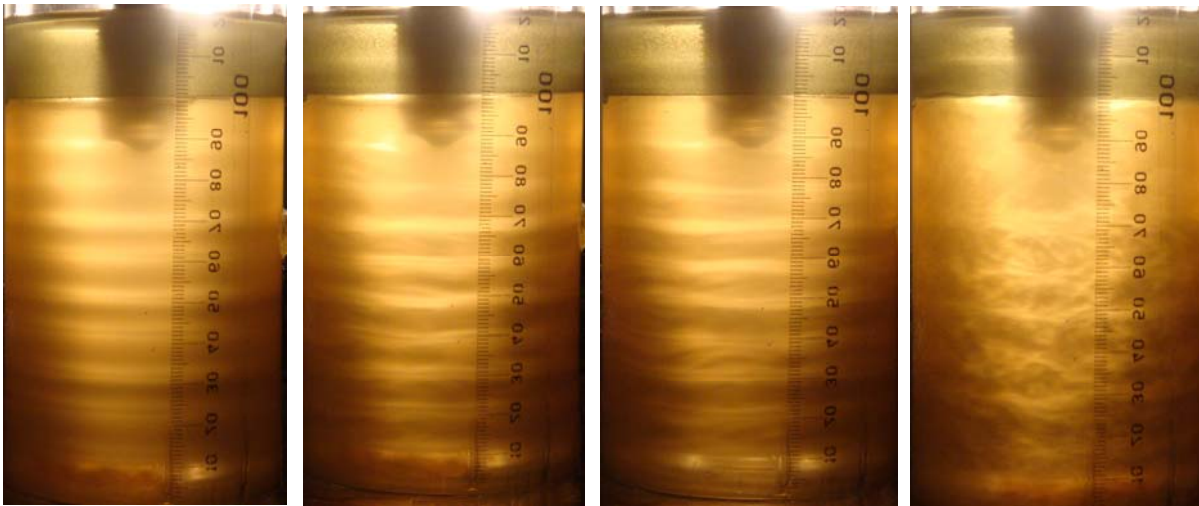


Fig (III-23) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.323$, $\Gamma_{eau}=10$, $\Gamma_{sol}=10$, ((a) $T1c_1=41.4$, (b) $T1c_2 =279.32$, (c) $T1_F=500.86$, (d) $T1_C=1577.29$) visualisation par réflexion.



(a)

(b)

(c)

(d)

Fig (III-24) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.323$, $\Gamma_{eau}=10$, $\Gamma_{sol}=10$, ((a) $T1_{c_1}=41.4$, (b) $T1_{c_2}=279.32$, (c) $T1_F=500.86$, (d) $T1_{C^*}=1577.29$) visualisation par transmission.

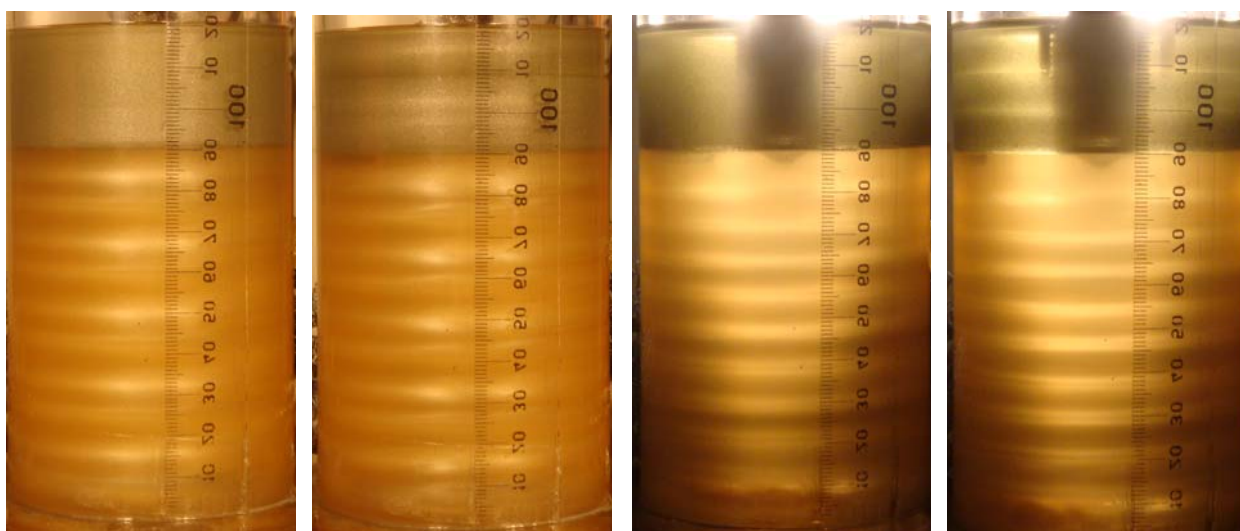
II -1.8 Etude du cas $H_{eau}=90$ mm ($\Gamma_{eau}=9$) :

On fixe la hauteur du fluide de base (eau) maintenant a $H_1=90$ mm, on ajoute le fluide test progressivement en faisant varier H_2 de 5mm en 5mm.

En procédant à la variation de la vitesse angulaire, on obtient un régime laminaire perturbé axisymétrique caractérisé par l'établissement de la première instabilité (cellules de Taylor) qui s'installe pour une valeur ($T1_{c_1}=41.39$).

On remarque l'absence de la deuxième instabilité et que la transition vers le chaos s'opère directement sans passer cette dernière qui s'établit a une valeur de ($T1_F=491.24$), on augmentant la vitesse de rotation jusqu'au la disparition des ondes azimutales qui correspond a l'établissement du Chaos pour une valeur de ($T1_{C^*}=1490.5$).

Les observations menées par les expériences sont enregistrées sur les figures (**Figure. III 25**) comme suite :



(a)

(b)

(c)

(d)

Fig (III-25) : Apparition des instabilités de Taylor-Couette du fluide de base pour $\delta=0.323$, $\Gamma_{eau}=9$, $\Gamma_{sol}=11$, [(a) $T1_{c1}=41.39$, (b) $T1_F=491.24$, visualisation par réflexion), ((c) $T1_{c1}=41.39$, (d) $T1_F=491.24$, visualisation par transmission)]

II 2-ANALYSE QUANTITATIVE AU MOYEN DE LA PHOTOMETRIE :

Le traitement par photométrie des résultats des différentes expériences réalisées au moyen de la technique de visualisation a permis d'étudier l'effet engendré par le facteur d'aspect du fluide de base combiné à l'interaction des deux fluides a des hauteurs différentes qui se manifeste par une influence importante sur l'apparition des instabilités, ainsi sur les valeurs des nombres critiques de Taylor caractéristiques des régimes d'écoulement observés, l'évolution de la longueur d'onde, du nombre d'onde et le nombre d'onde circonférentielle.

Et pour des rapports d'aspect imposés, nos observations sont répétées plusieurs fois afin de s'assurer de la nature et du seuil du régime d'écoulement.

Dans un premier temps on s'intéresse à l'étude des instabilités qui apparaissent dans le fluide de base (fluide dense).

II 2-1 Cas de ($H_{eau}=100, 90$ et 80 mm) :

L'évolution des nombres de Taylor critiques associés à la première et deuxième instabilités de l'écoulement de base (eau) pour des hauteurs données, en fonction de la hauteur du fluide test, représenter par des courbes illustrer dans chaque cas :

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

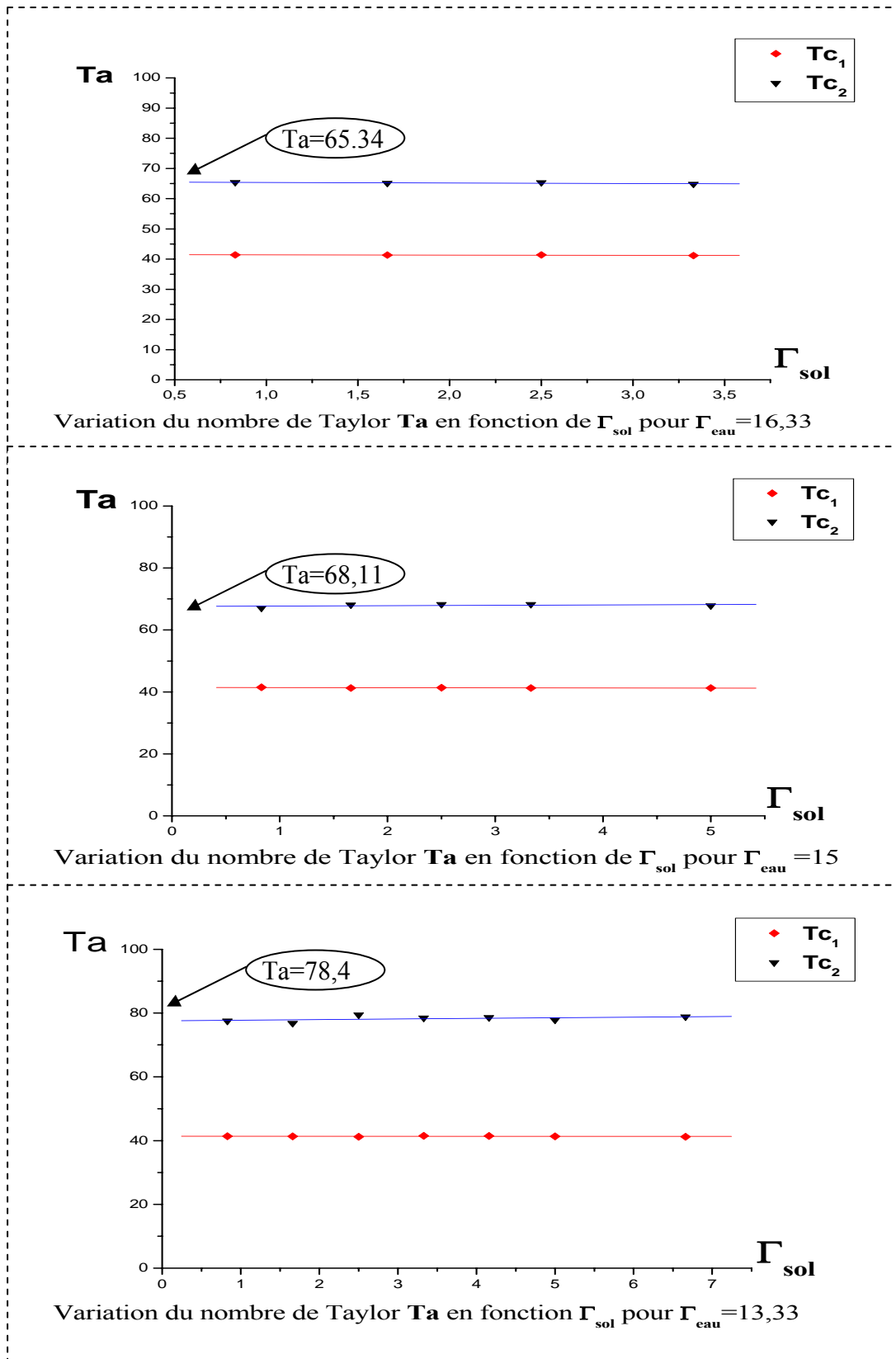


Fig (III-26) : Evolution des nombres critiques Tc_1 , Tc_2 en fonction du Γ_{sol} pour $\Gamma_{eau} = (16,33, 15 \text{ et } 13,33)$.

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

On remarque bien que l'addition d'un deuxième fluide non miscible l'apparition des instabilités n'est pas affectée pour les trois rapports d'aspects Γ_{eau} (16,33, 15, 13,33) et la variation du nombre de Taylor Ta en fonction du rapport d'aspect Γ_{eau} suit une loi linéaire pour les deux instabilités pour des valeurs donnée tel que ($Tl_{c1}=41.34$) qui est toujours constante quelque soit le taux de remplissage, et ($Tl_{c2}=65,34$) pour $\Gamma_{\text{eau}}=16,33$, ($Tl_{c2}=68,11$) pour $\Gamma_{\text{eau}}=15$ et de ($Tl_{c2}=78,4$) pour $\Gamma_{\text{eau}}=13.33$.

II 2 -2 Cas de ($H_{\text{eau}}=70 \text{ mm}$) :

De la même manière on a établi une figure qui représente la variation du nombre de Taylor en fonction de Γ_{sol} et l'apparition de la première et la deuxième instabilité pour les différents facteurs d'aspect Γ_{sol} :

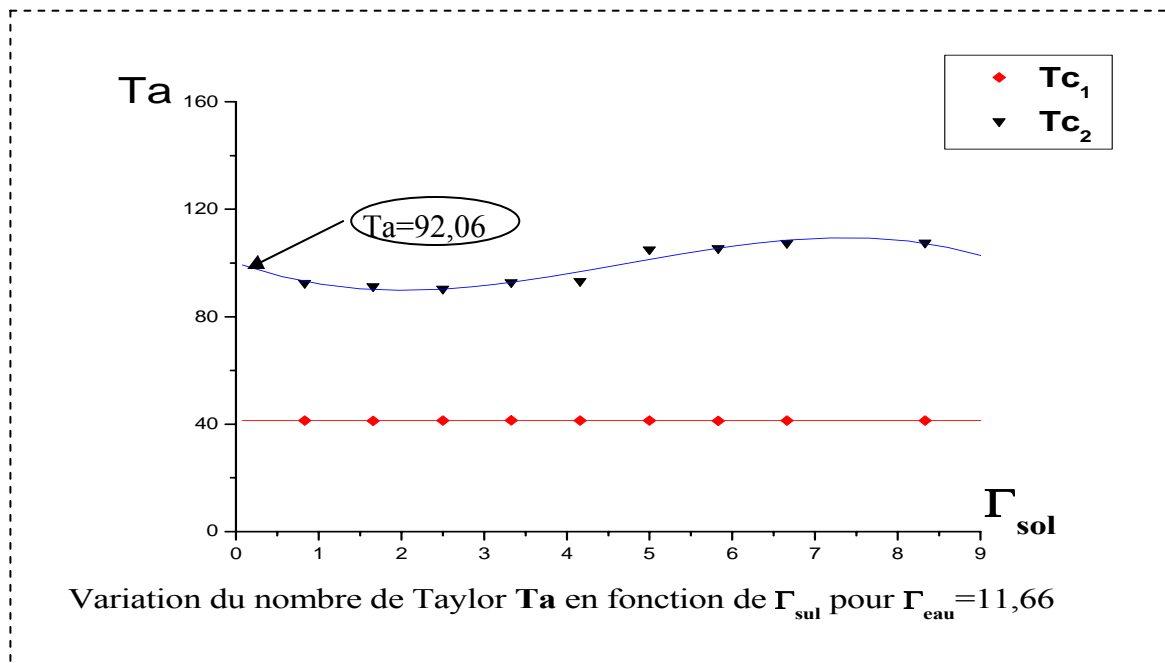


Fig (III-27) : Evolution des nombres critiques Tc_1 , Tc_2 en fonction du Γ_{sol} pour $\Gamma_{\text{eau}}=11,66$.

Il est remarquable de noter que l'apparition de la première instabilité reste constant dans toute la gamme d'expérience a une valeur de ($Tl_{c1}=41.4$) et que la variation du nombre de Ta suit une loi linéaire dans cet intervalle, par contre le déclenchement de la seconde instabilité se fait d'une manière progressive selon la valeur de Γ_{sol} , suivant une loi polynomiale d'ordre trois, qui a pour effet de retarder l'apparition de cette instabilité.

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

II 2-3 Cas de ($H_{eau}=65\text{ mm}$) :

On procède de la même manière que précédemment. On recense les divers régimes existants durant la transition Laminaire – turbulente, et l'apparition de la première et deuxième instabilité. Les résultats illustrés sur la figure suivante montrant la variation du nombre de Taylor en fonction de rapport d'aspect Γ_{sol} :

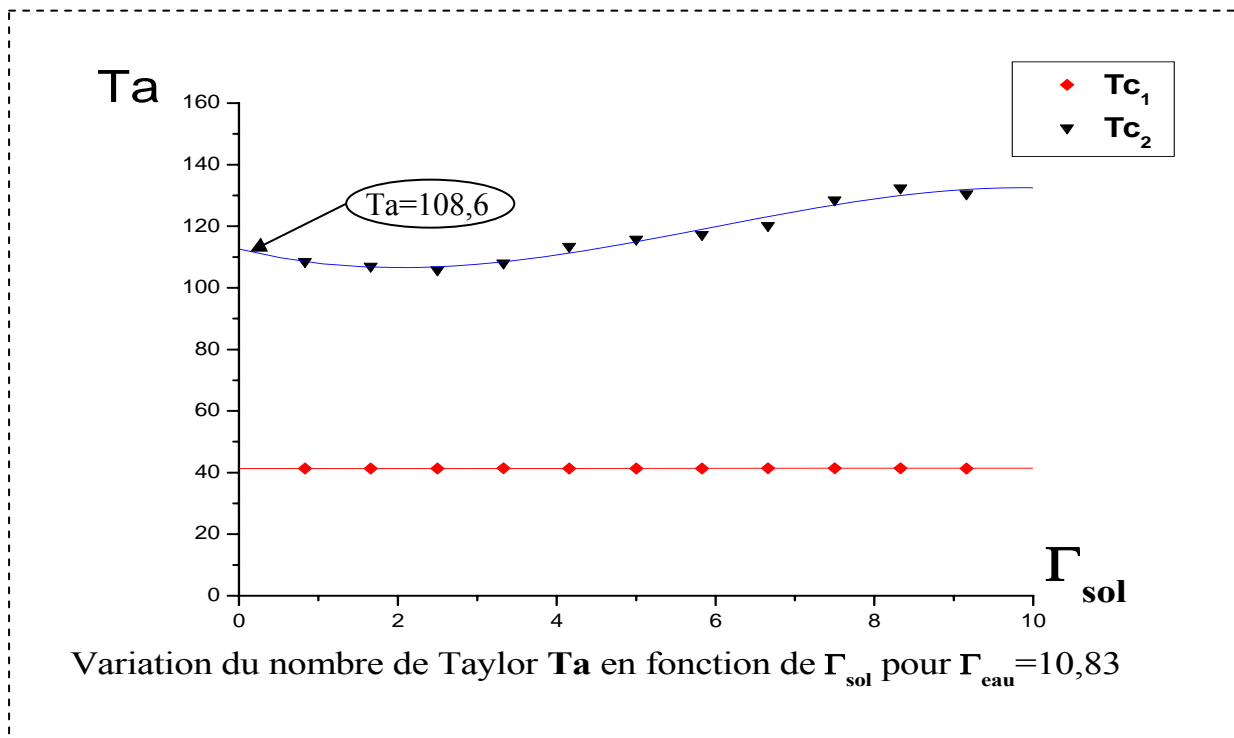


Fig (III-28) : Evolution des nombres critiques Tc_1 , Tc_2 en fonction du Γ_{sol} pour $\Gamma_{eau}=10.83$.

D'après ces résultats on remarque que l'évolution de nombre de Taylor critique liés à l'apparition de la première instabilité en fonction du facteur d'aspect Γ_{eau} demeure sensiblement constante dans toute la gamme étudiée a la même valeur ($Tic_1= 41.39$) d'une part.

D'autre part la variation de la deuxième instabilité suit une loi polynomiale de troisième degré, qui varie d'une manière progressive selon la valeur de Γ_{sol} .

Cette évolution est identique à celle obtenue en fonction de $\Gamma_{eau}=11.66$; il en est de même pour les lois de comportement qui les régissent mais avec une pente différente.

II 2-4 Cas de ($H_{eau}=60\text{ mm}$) :

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

Pratiquement on procède de la même manière que précédemment, on représente la variation du nombre de Taylor en fonction de Γ_{sol} pour l'apparition de la première et la deuxième instabilité pour les différents facteurs d'aspect Γ_{sol} :

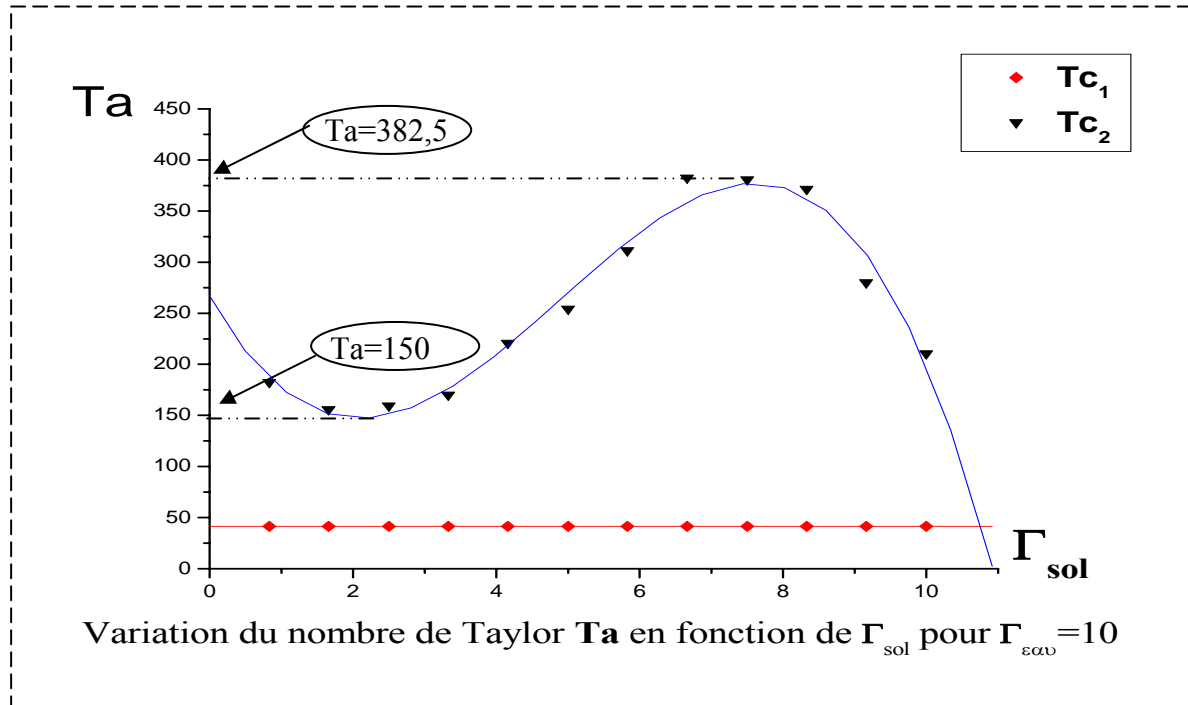


Fig (III-29) : Evolution des nombres critiques Tc_1 , Tc_2 en fonction du Γ_{sol} pour $\Gamma_{eau}=10$.

Ces résultats montrent que l'évolution du nombre de Taylor critiques lié à l'apparition de la première instabilité en fonction du facteur d'aspect Γ_{sol} demeure sensiblement constante dans toute la gamme étudiée $0 < \Gamma_{sol} < 10$.

En revanche le déclenchement de la deuxième instabilité est fortement influencé par le facteur d'aspect Γ_{sol} . Pour ce cas ($\Gamma_{eau} = 10$) on observe une évolution remarquable du nombre de Taylor Tc_2 . Un tel résultat n'a jamais été obtenu auparavant. Il est confirmé par une large répétition des expériences. Il est à signaler que la valeur $\Gamma_{eau} = 10$ constitue une valeur critique obtenue par A. **Mahamdia** [9] dans le cas de l'étude des instabilités avec un seul fluide.

- L'évidence indique que cette instabilité est liée aux effets de la gravité qui jouent un rôle très important, (retarder l'apparition de la deuxième instabilité)

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

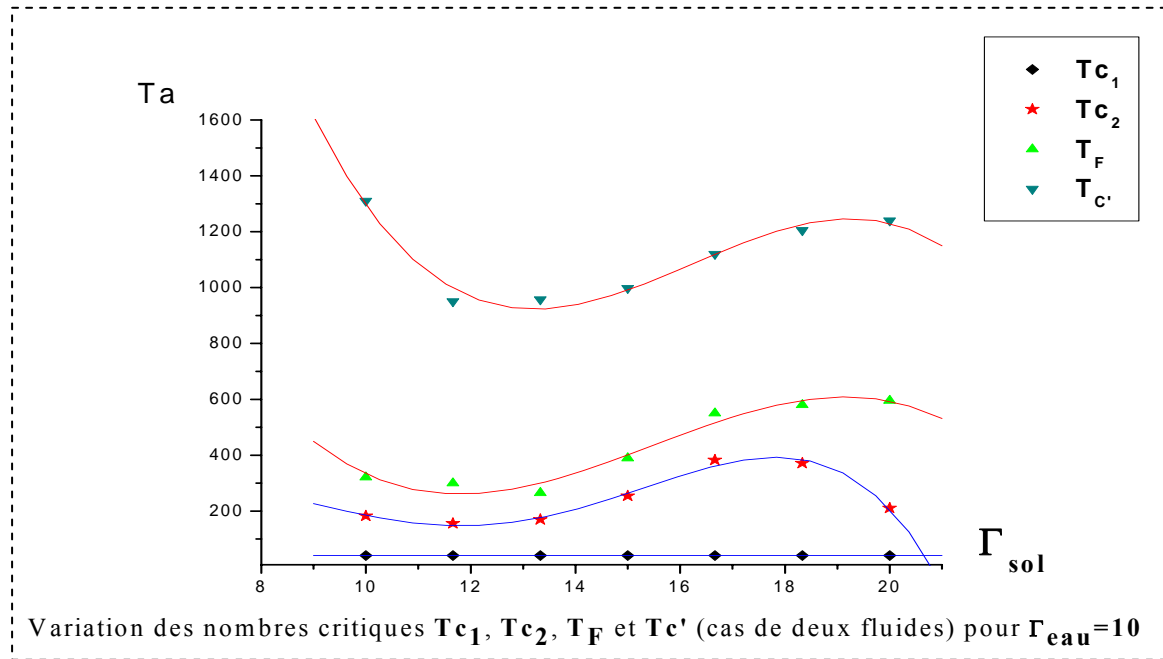


Fig (III-30) : Evolution des nombres critiques Tc_1 , Tc_2 , T_F et $T_{C'}$ (cas de deux fluides) pour $\Gamma_{eau}=10$.

Les courbes expérimentales sont ajustées par des lois régissant leur comportement en fonction du facteur d'aspect Γ_{sol} , les lois ainsi obtenues sont regroupées dans le tableau suivant :

<i>Seuils critiques</i>	<i>Tc_1 (onde axiale)</i>	<i>Tc_2 (onde azimutale)</i>	<i>T_F (Fluctuation)</i>	<i>$T_{C'}$ (chaos)</i>
	<i>Loi linière</i>	<i>Loi polynomiale D'ordre quatre</i>	<i>Loi polynomiale D'ordre trois</i>	<i>Loi polynomiale D'ordre trois</i>
$H_1=60$ (mm)	$Ta=A_0+B_0*\Gamma$ $A_0=41.36679$ $B_0=0.00107$	$Tc_2=A_0+ B_0x + B_1x^2 + B_2x^3 + B_3x^4$ $A_0= -2748.59811$ $B_0=1234.82032$ $B_1=-176.47923$ $B_2=10.35979$ $B_3=-0.212617$	$Tc_2=A_0+ B_0x + B_1x^2 + B_2x^3$ $A_0=5806.0381$ $B_0=-1183.16584$ $B_1=81.04938$ $B_2=-1.74612$	$Tc_2=A_0+ B_0x + B_1x^2 + B_2x^3$ $A_0=12387.94803$ $B_0=-2240.76553$ $B_1=143.00742$ $B_2=-2.93688$

Tableau N° 3 : Lois de comportement des différents nombres critiques de Taylor Ta du fluide de base en fonction de facteur d'aspect Γ_{sol} .

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

Le nombre de Taylor critique lié aux différents modes d'instabilités varie selon des lois de comportement différentes en fonction du facteur d'aspect Γ_{sol} où les nombres critiques changent de loi de comportement selon une loi polynomiale de différents degrés. Donc l'effet du taux de remplissage Γ_{sol} produit une modification des lois de comportement des nombres critiques Tc_i en fonction de la superposition de fluide test.

Le traitement de données photométriques a conduit à l'établissement des lois de variation des nombres de Taylor critiques Ta liés à l'apparition des instabilités en fonction du facteur d'aspect Γ_{eau} ou les constantes sont déterminées par ajustement sur les courbes expérimentales que l'on consigne dans le tableau suivant :

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

Seuils critiques	Tc_1 (onde axiale)	Tc_2 (onde azimutale)
$H_1=100mm$	$Tc_1=A_0+B_0x$ $A_0=41,48\pm 0.08812$ $B_0=-0.013\pm 0.00643$	$Tc_2=A_0+B_0x$ $A_0=65.555\pm 0.025817$ $B_0=-0.0298\pm 0.01885$
$H_1=90mm$	$Tc_1=A_0+B_0x$ $A_0=41.46108\pm 0.0723$ $B_0=-0.00757\pm 0.00398$	$Tc_2=A_0+B_0x$ $A_0=67,59027\pm 0.50947$ $B_0=0.002011\pm 0.02805$
$H_1=80mm$	$Tc_1=A_0+B_0x$ $A_0=41.38918\pm 0.08278$ $B_0=-0.0021\pm 0.00352$	$Tc_2=A_0+B_0x$ $A_0=77.57041\pm 0.68691$ $B_0=0.032052\pm 0.00292$
$H_1=70mm$	$Tc_1=A_0+B_0x$ $A_0=41.29906\pm 0.03708$ $B_0=7.322E-4\pm 0.00128$	$Tc_2=A_0+B_0x+B_1x^2+B_2x^3$ $A_0=100.94577\pm 4.70432$ $B_0=-2.05816\pm 0.7102$ $B_1=0.10924\pm 0.02933$ $B_2=-0.00133\pm 3.49878E-4$
$H_1=65mm$	$Tc_1=A_0+B_0x$ $A_0=41.336\pm 0.01613$ $B_0=0.00107\pm 4.75632E-4$	$Tc_2=A_0+B_0x+B_1x^2+B_2x^3$ $A_0=112.20242\pm 4.04473$ $B_0=-1.02475\pm 0.55831$ $B_1=0.05283\pm 0.02115$ $B_2=-5.04149E-4\pm 2.3246E-4$
$H_1=60mm$	$Tc_1=A_0+B_0x$ $A_0=41.42409\pm 0.2555$ $B_0=-8.1818E-4\pm 6.9426E-4$	$Tc_2=A_0+B_0x+B_1x^2+B_2x^3+B_3x^4$ $A_0=265.24735\pm 4.43606$ $B_0=-20.42288\pm 8.62642$ $B_1=1.00682\pm 0.510779$ $B_2=-0.00998\pm 0.01159$ $B_3=-2.3907E-5\pm 8.8627E-5$

Tableau N° 4 : Lois de comportement des différents nombres critiques de Taylor Ta en fonction de la hauteur de remplissage H_{sol}

II-3 Effets du rapport d'aspect de l'eau sur l'évolution de la longueur d'onde axiale :

Toutes les images des structures de l'écoulement obtenues par visualisation sont traitées sur Micro ordinateur. Pour une valeur fixée du nombre Ta on mesure par photométrie la taille du vortex et ensuite on en déduit la longueur d'onde associée. On a pu ainsi établir l'évolution de la longueur d'onde en fonction de Ta

Nous représentons l'évolution de la longueur adimensionnelle ($\lambda^* = \lambda z / 2d$) en fonction du nombre de Taylor Ta , pour différentes valeurs de du rapport d'aspect Γ_{sol} .

Nombre d'onde axiale λ :

Les mesures sont effectuées en fixant le rapport d'aspect Γ_{eau} et en augmentant de manière continue la vitesse de rotation Ω , à partir de la position de repos jusqu'à l'apparition du régime chaotique. Dans un premier stade, on étudie le comportement de l'onde axiale.

On détermine directement le nombre d'onde axiale $\lambda = A/2d$. En évaluant la valeur moyenne d'une longueur A sur l'ensemble de la hauteur de l'écoulement fixée pour un taux de remplissage Γ_{eau} . Pour chaque Ta donné, on mesure systématiquement la valeur moyenne de A et on en déduit λ , dont l'évolution en fonction des paramètres H_1 , H_2 et Ta est représenté sur les figures suivantes :

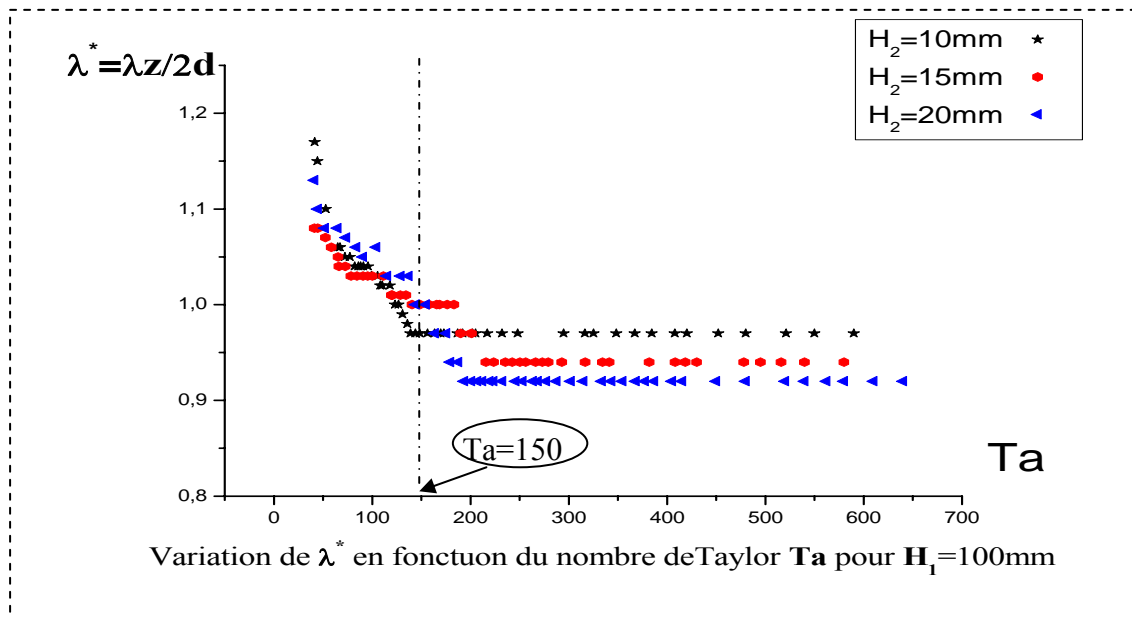


Fig (III-31) : Evolution de λ^* en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=100\text{mm}$.

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

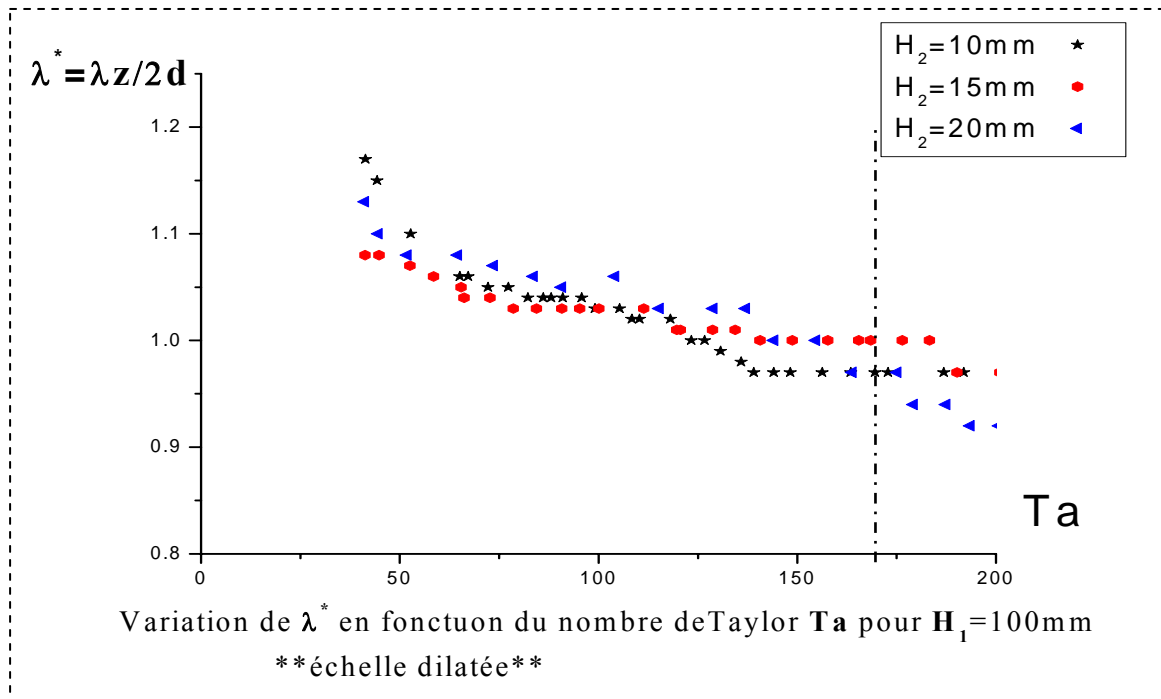


Fig (III-32) : Evolution de λ^* en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=100\text{mm}$.
 ** échelle dilatée **

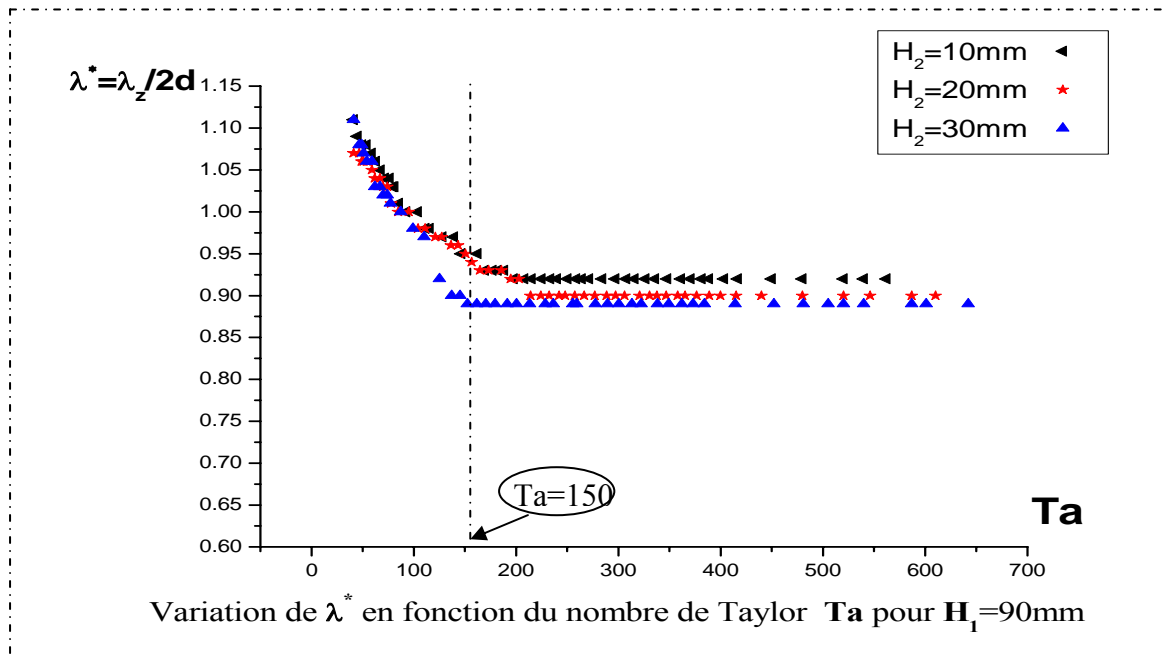


Fig (III-33) : Evolution de λ^* en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=90\text{mm}$.

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

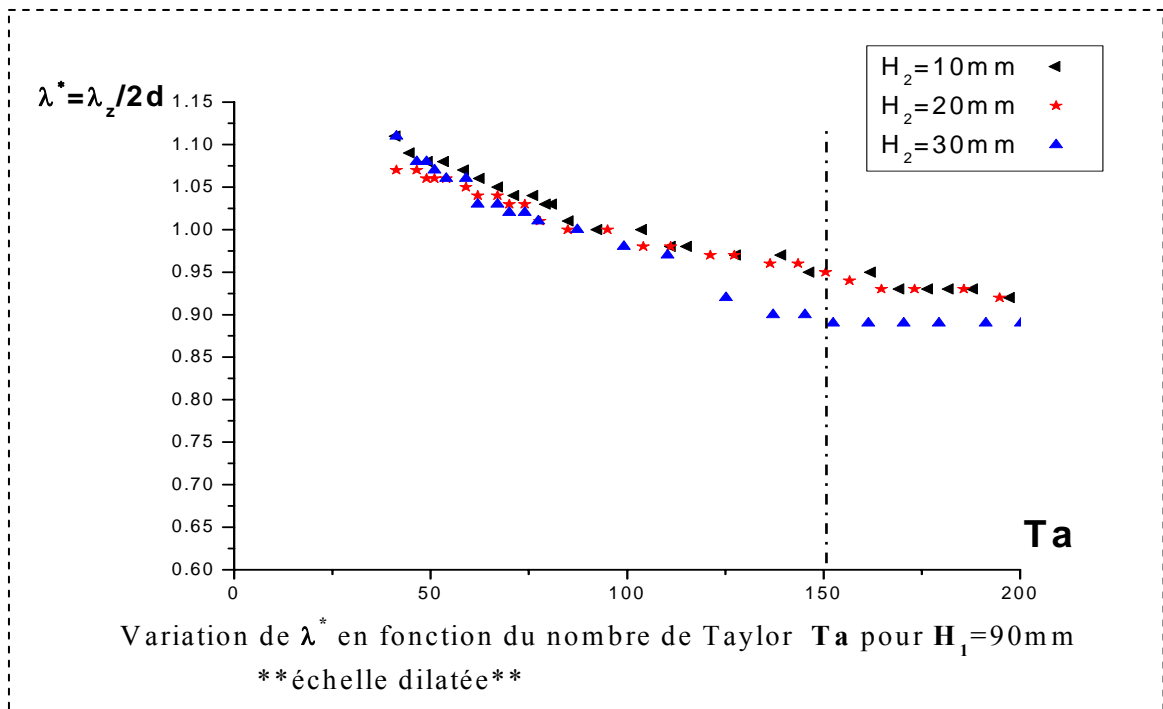


Fig (III-34) : Evolution de λ^* en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=90\text{mm}$.

échelle dilatée

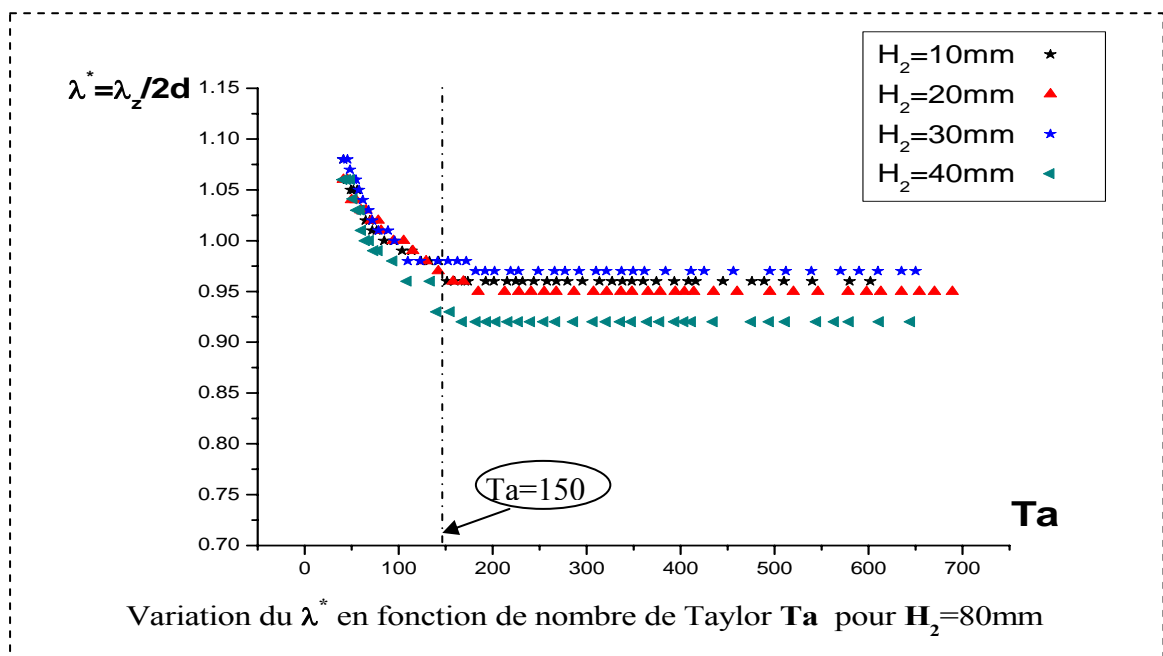
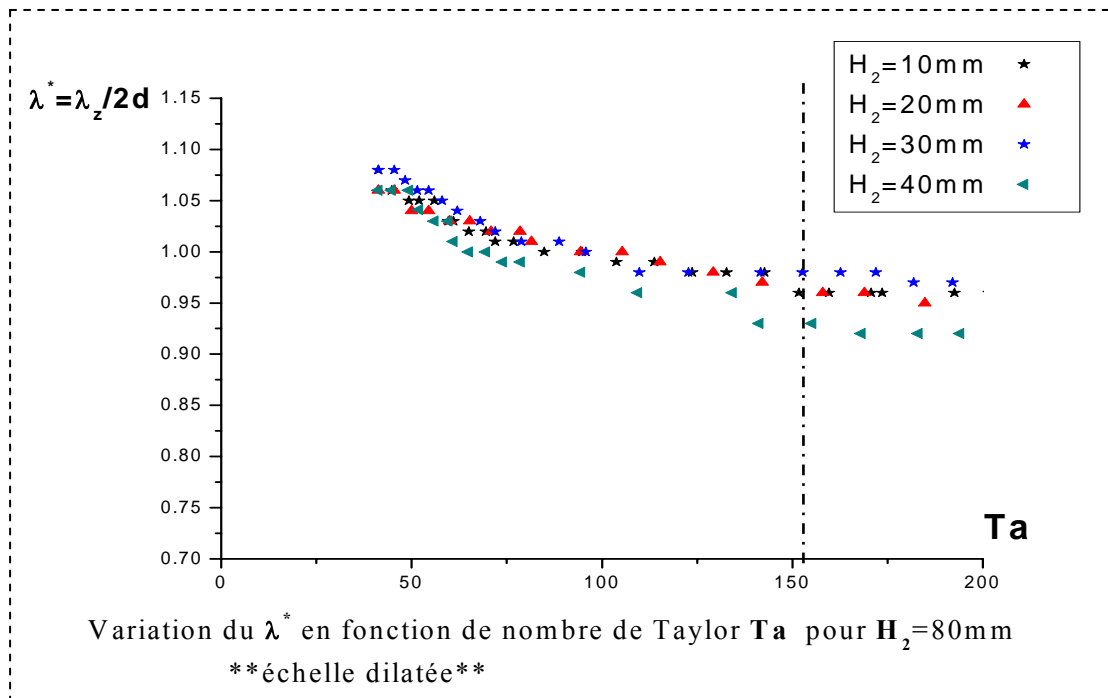


Fig (III-35) : Evolution de λ^* en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=80\text{mm}$.

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS



**Fig (III-36) : Evolution de λ^* en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=80\text{mm}$.
** échelle dilatée ****

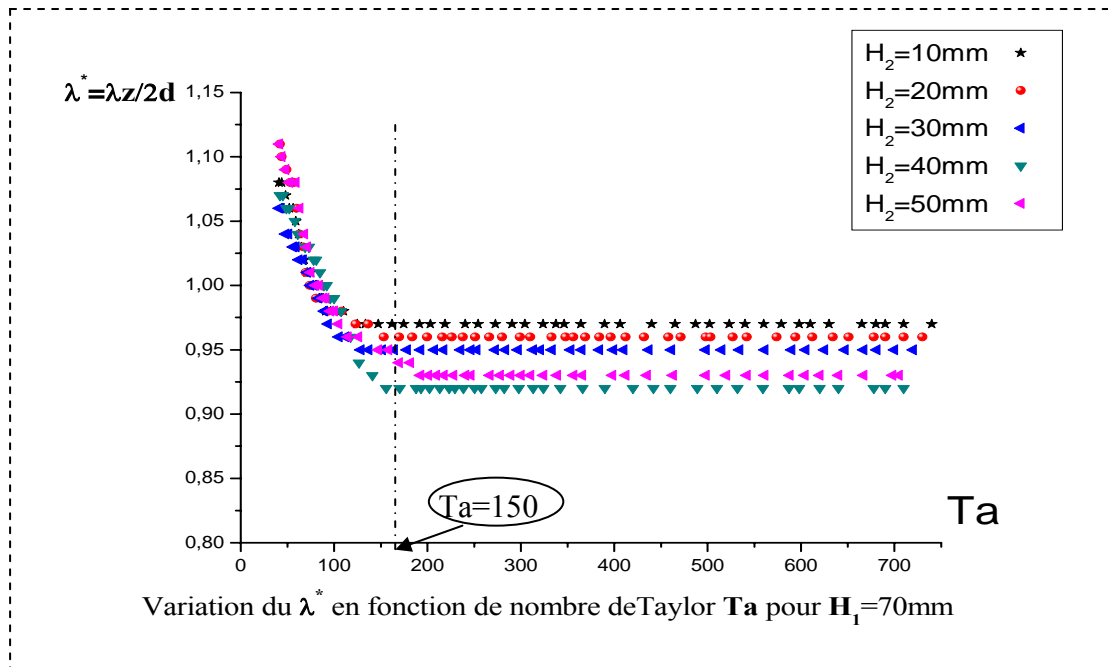
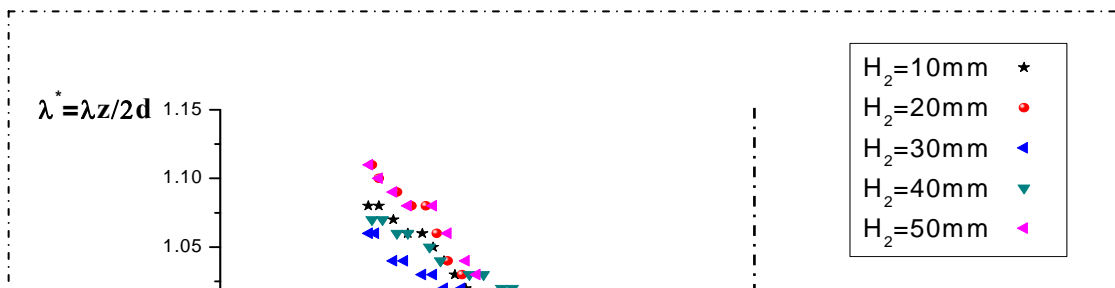


Fig (III-37) : Evolution de λ^* en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=100\text{mm}$.



**Fig (III-38) : Evolution de λ^* en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=60\text{mm}$.
** échelle dilatée ****

Ainsi, au voisinage de $Tc \approx 41.2$, on évalue $\lambda^* = \lambda_z/2d$ pour les différentes hauteurs de remplissage H_2 du deuxième fluide. Cette valeur reste identique à celle mesurée également pour l'ensemble des valeurs des hauteurs H_1 explorés, à savoir, ($H_1 = 100\text{mm}$, $H_1 = 90\text{mm}$, $H_1 = 80\text{mm}$ et $H_1 = 70\text{mm}$). La loi de variation de λ^* en fonction de Ta pour Γ fixé est qualitativement la même, en tenant compte que la surface libre a pour effet d'accélérer la loi de décroissance de λ^* en fonction de Ta lorsque Γ diminue qui se stabilise à une valeur de $Ta \approx 150$. Pratiquement, on atteint une valeur constante qui se situe à $\lambda^* = 0.92$ dans la gamme de $Ta = 200$ à 700 au maximum.

Ce type de présentation met en évidence la même loi de décroissance de λ^* en fonction de Ta qui tend asymptotiquement vers la valeur constante proche de 0.92 quel que soit le taux de remplissage et la hauteur H_2 .

Ces résultats relatifs au comportement de la longueur d'onde ($\lambda_z/2d$) de l'écoulement de base soumis aux effets du taux de remplissage Γ_{eau} et de la superposition d'un fluide non miscible (complétant le remplissage du système d'écoulement) sont comparés à ceux effectuées dans le cas d'un système d'écoulement utilisant un seul fluide. D'après l'examen de la longueur d'onde, il ressort qu'en général son comportement n'est pas affecté par le rapport d'aspect Γ_{eau} , ce qui est confirmé avec des résultats déjà trouvé.

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

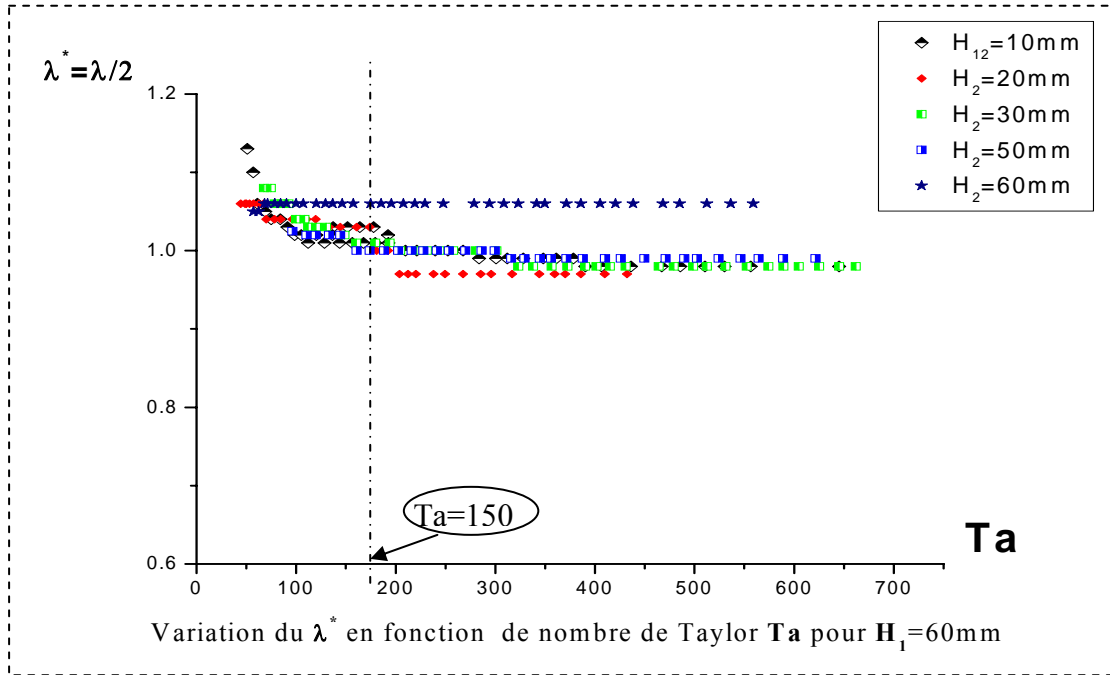


Fig (III-39) : Evolution de λ^* en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=60mm$.

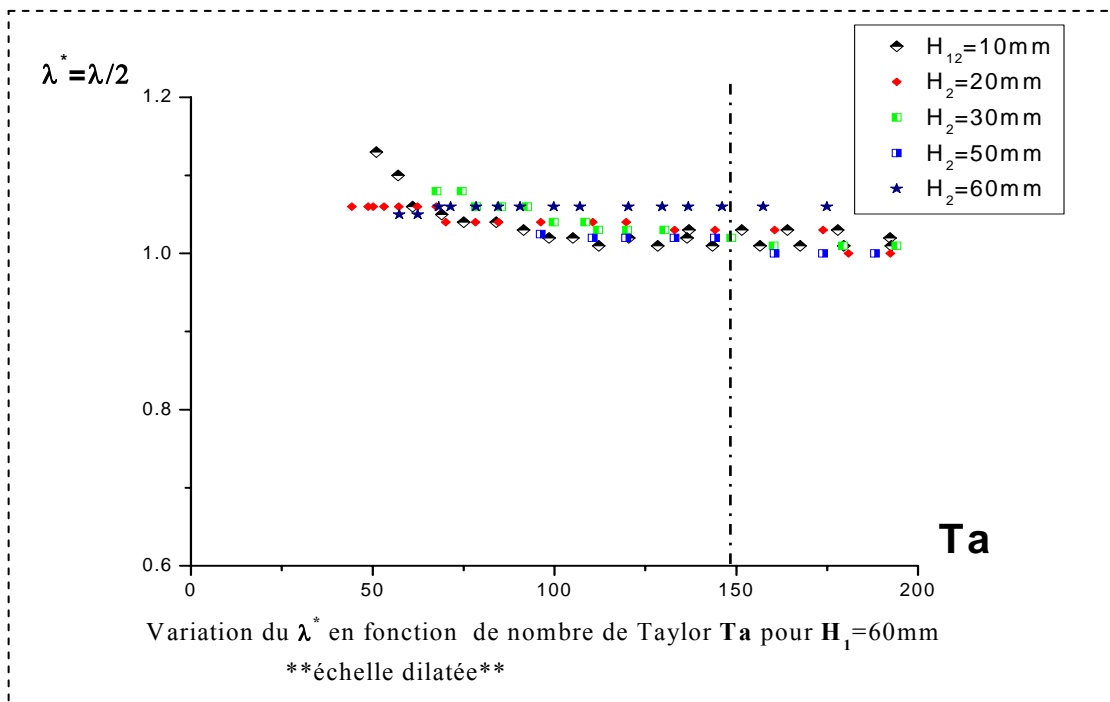


Fig (III-40) : Evolution de λ^* en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=60mm$.

** échelle dilatée **

Mais dans le cas de $H_1=60mm$ on remarque bien que la variation de la longueur d'onde axiale semble un peu différent comme le montre la figure (III-40), elle se stable plus rapidement

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

vers une valeur de $\lambda^* = 0.99$ a $Ta=200$, Par contre pour la hauteur $H_1=60\text{mm}$ on voit bien que l'évolution de la longueur d'onde demeure sensiblement constante ($\lambda^* = 1.05$) dans toute la gamme étudiée $0 \leq \Gamma_{sol} \leq 10$.

II-4 Effets du rapport d'aspect de l'eau sur l'évolution du nombre d'onde axiale (n):

Dans nos expériences on a examiné le comportement du nombre d'onde axial n sous l'effet combiné des rapports d'aspect de chaque fluide et du nombre de Taylor.

Sur les figures suivantes on a représenté l'évolution du nombre d'onde n en fonction du nombre de Taylor pour les différents rapports d'aspect Γ_{eau} .

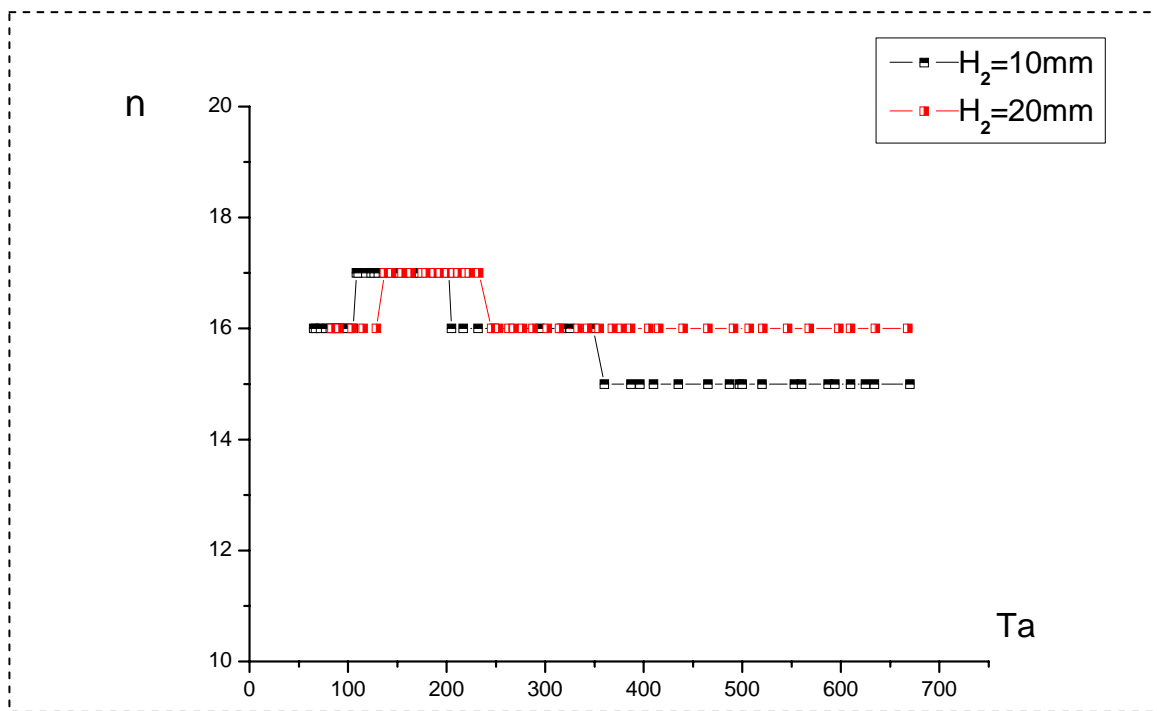


Fig (III-41) : Variation du nombre d'onde axiale n en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=100$ mm

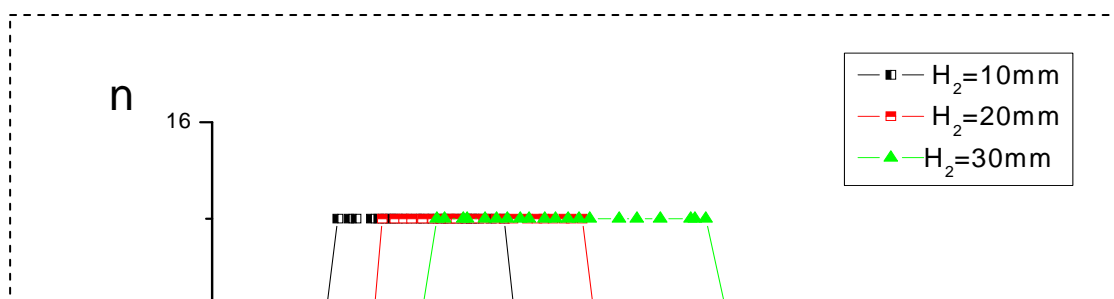


Fig (III-42) : Evolution du nombre d'onde axiale n en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=90$ mm

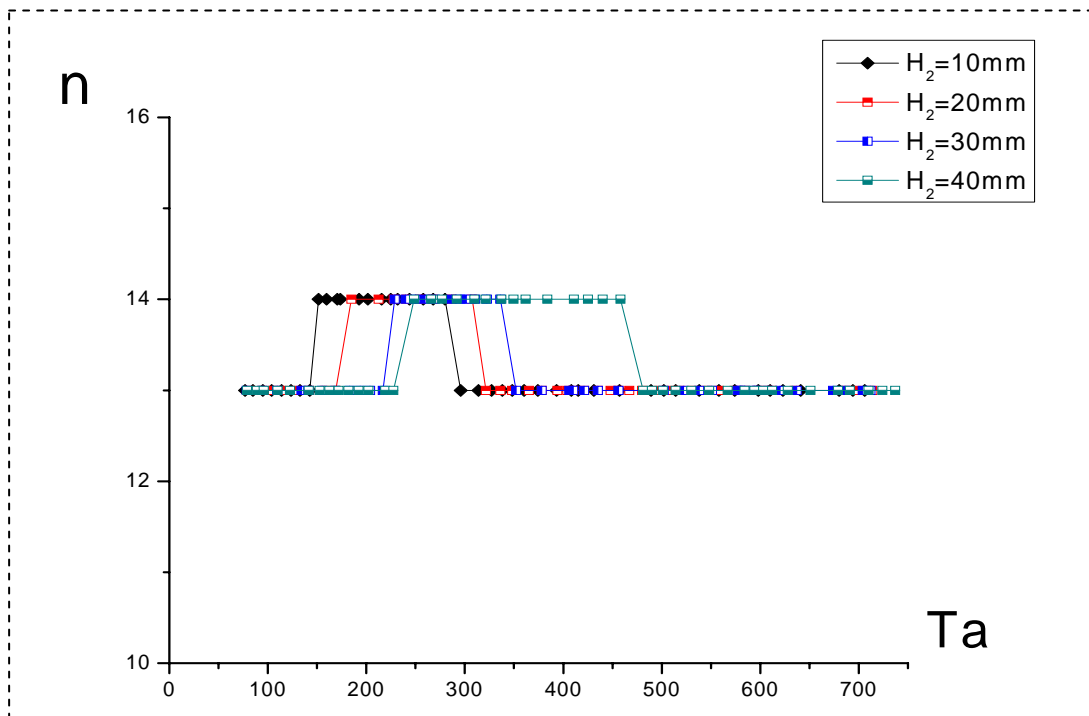


Fig (III-43) : Evolution du nombre d'onde axiale n en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=80$ mm



Fig (III-44) : Evolution du nombre d'onde axiale n en fonction du nombre de Taylor Ta pour H1=70 mm

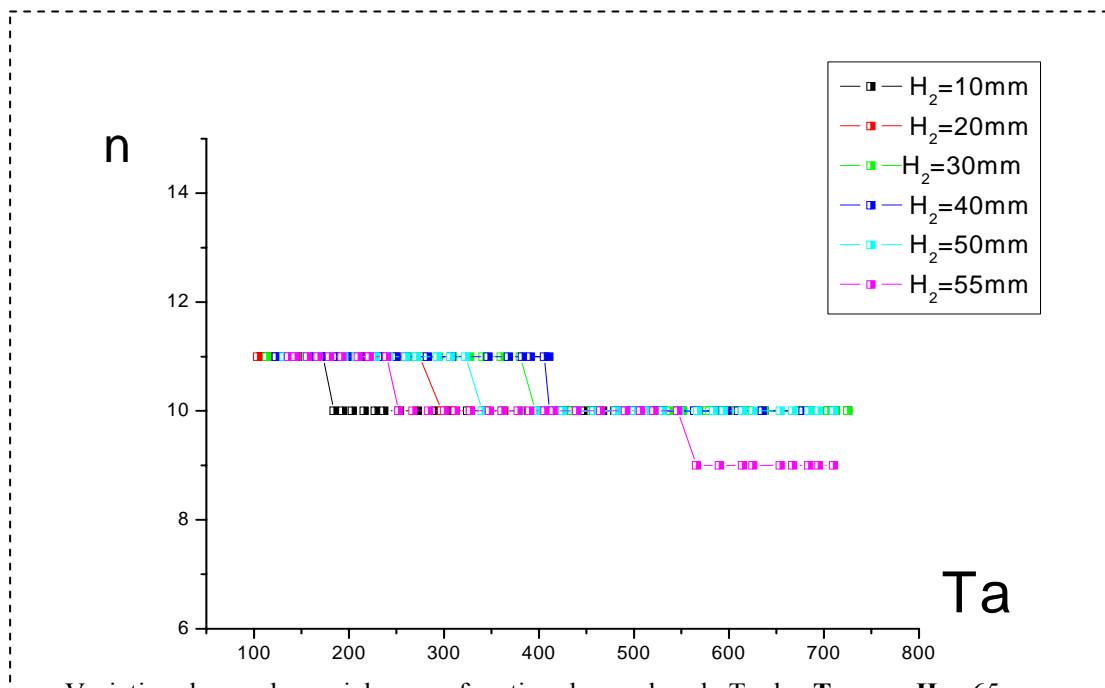


Fig (III-45) : Evolution du nombre d'onde axiale n en fonction du nombre de Taylor Ta pour H1=65 mm

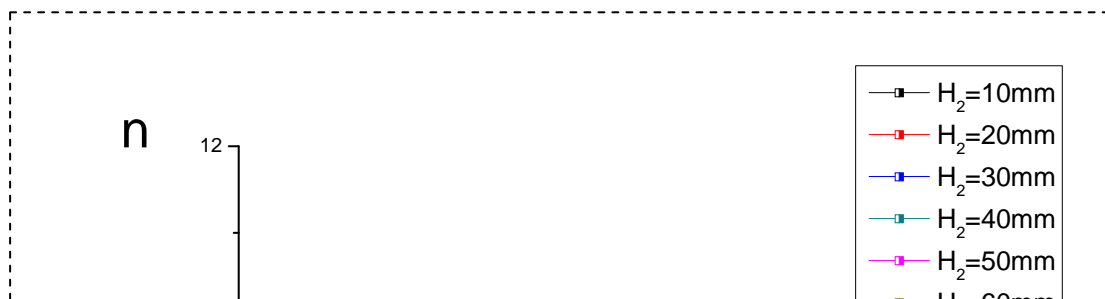


Fig (III-46) : Evolution du nombre d'onde axiale n en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=60\text{mm}$

Les observations de l'évolution du nombre d'onde axiale n en fonction du nombre de Taylor révèlent l'apparition de la première instabilité à un nombre constant pour tous les facteurs d'aspect, quel que soit la hauteur de remplissage de deuxième fluide pour les cas ($H_{\text{eau}}=100\text{mm}$, 90mm , 80mm), (figures : III.41, III.42, III.43), marquant l'accroissement du nombre d'onde axiale n sous forme d'un saut qui diffèrent selon le facteur Γ_{sol} , et ensuite on constate un décroissement de ce nombre qui se stabilise assez rapidement lorsque Γ_{sol} augmente.

D'autre part on remarque que pour les cas de ($H_{\text{eau}}=70\text{mm}$, 65mm et 60mm), (figures : III.44, III.45, III.46), un décroissement du nombre n sous forme d'un saut d'une cellule pour se stabilisé plus rapidement quand Γ_{sol} augmente.

Pour les rapports d'aspects $\Gamma_{\text{eau}}=10$ et $\Gamma_{\text{sol}}=10$ qui représentent les hauteurs critique Γ_{Ceau} , Γ_{Csol} on note que le nombre d'onde axiale n'évolue pas de façon similaire que dans les cas précédents. On remarque qu'il n'est pas affecté par l'addition du fluide test (solution), qui demeure constant à une valeur $n = 9$ pour toute la gamme de mesure.

II-5 Effets du rapport d'aspect de l'eau sur l'évolution du nombre d'onde azimutale (m):

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

De la même façon on a examiné le comportement du nombre d'onde azimutale m sous l'effet combiné des rapports d'aspect du fluide de base et de la superposition de deuxième fluide pour chaque nombre de Taylor.

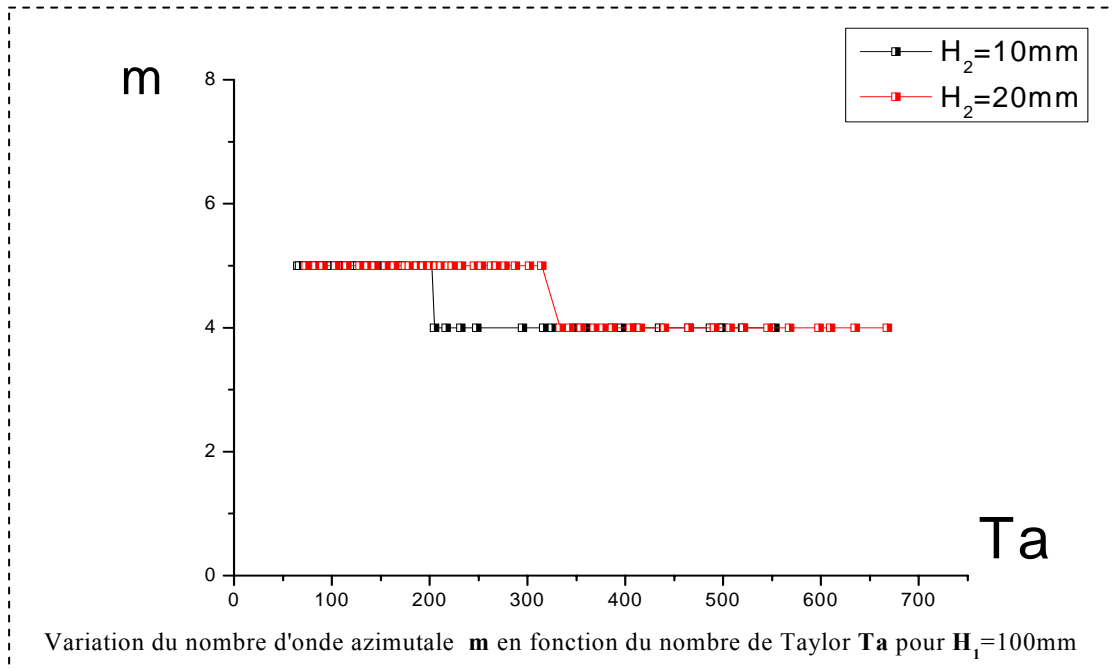


Fig (III-47) : Evolution du nombre d'onde azimutale m en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=100\text{ mm}$

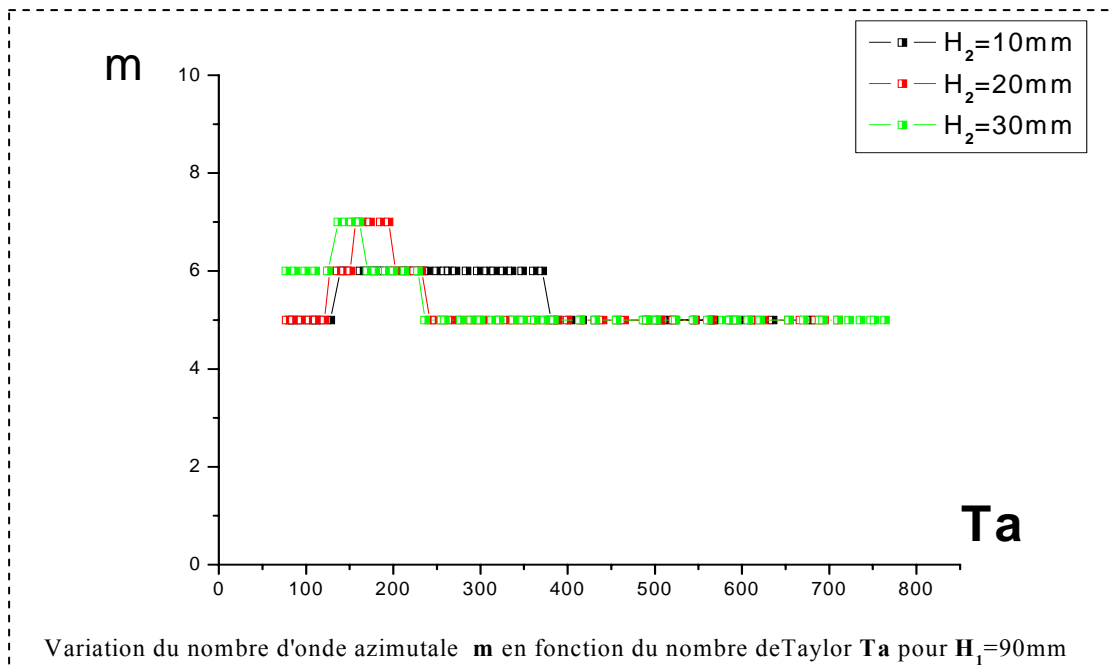


Fig (III-48) : Evolution du nombre d'onde azimutale m en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=90\text{ mm}$

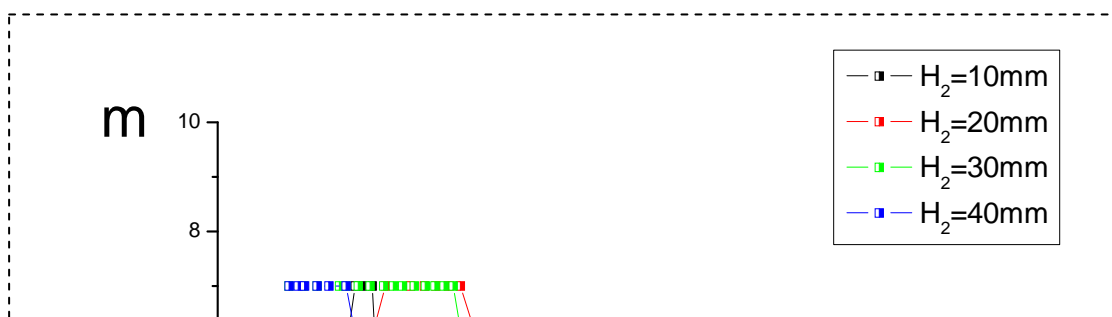


Fig (III-49) : Evolution du nombre d'onde azimutale m en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=80$ mm

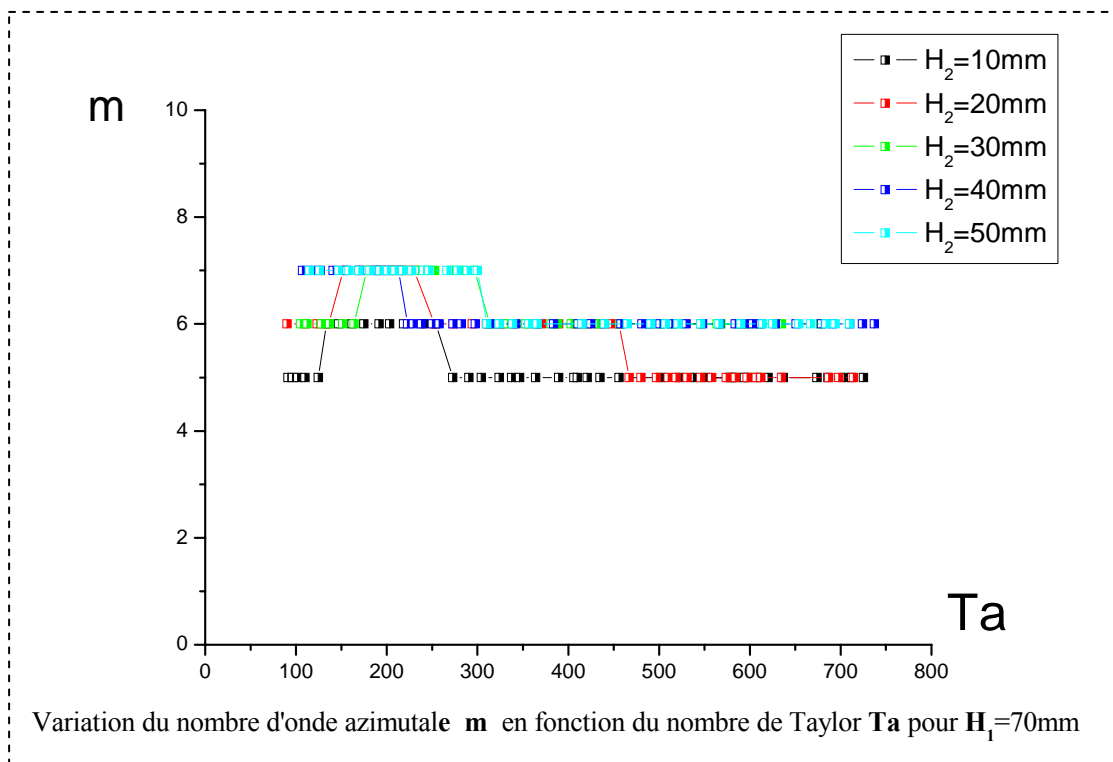


Fig (III-50) : Evolution du nombre d'onde azimutale m en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=70$ mm

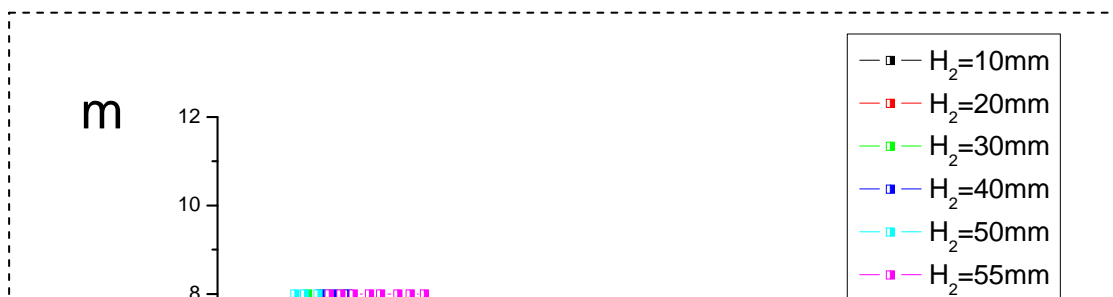


Fig (III-51) : Evolution du nombre d'onde azimutale m en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=65$ mm

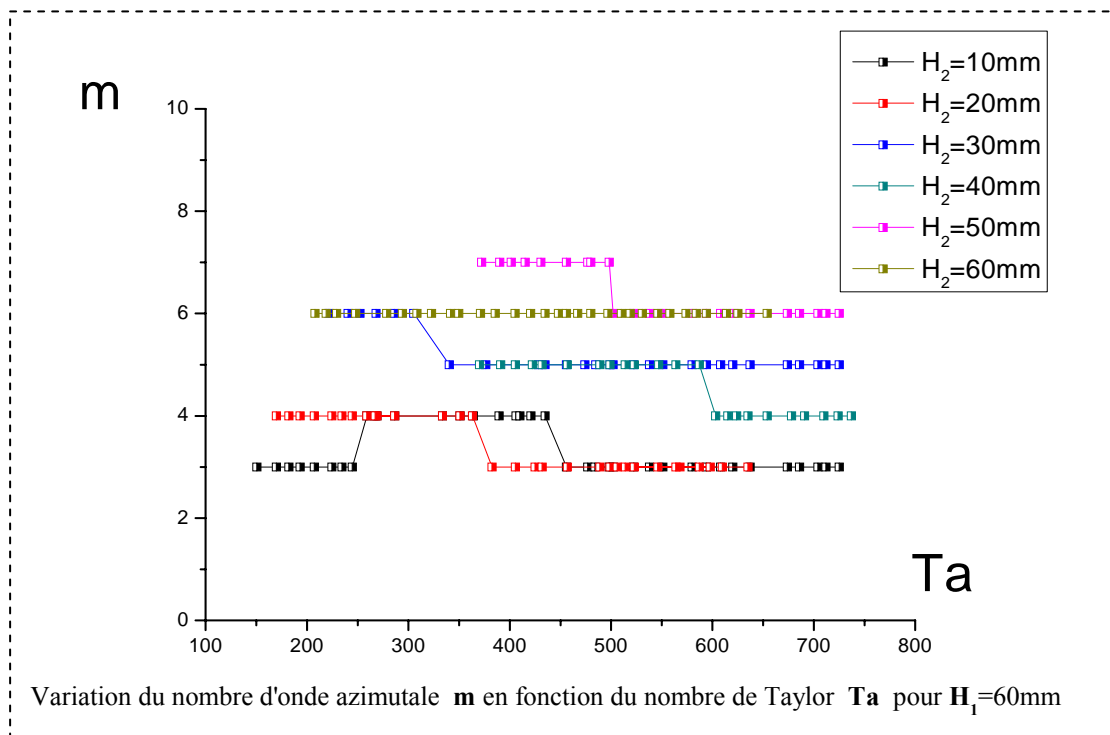


Fig (III-52) : Evolution du nombre d'onde azimutale m en fonction du nombre de Taylor Ta pour $H_1=60$ mm

Les observations de l'évolution du nombre d'onde circonférentielle m en fonction du nombre de Taylor révèlent l'apparition de l'onde instationnaire avec $m=5$ pour des faibles

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

taux de remplissage H_{sol} , (figures : III.48, III.49, III.50, III.51) qui reste inchangé pour les différents taux de remplissage envisagés de fluide de base (facteur d'aspect Γ_{eau}), marquant l'accroissement du nombre d'onde azimutale m sous forme des sauts qui diffèrent selon le facteur Γ_{sol} , et ensuite on constate un décroissement de ce nombre qui se stabilise assez rapidement lorsque Γ_{sol} augmente à $m = 4$ pour $H_{eau} = 100\text{mm}$, $m = 5$ pour $H_{eau} = (90\text{mm}, 80\text{mm}, 70\text{mm}, 65\text{mm})$ jusqu'au déclenchement du chaos.

Dans le cas de $\Gamma_{eau} = 10$ et $\Gamma_{sol} = 10$ qui représentent les hauteurs critiques Γ_{Ceau} , Γ_{Csol} (figure : III.52), on note que le nombre d'onde circonférentielle n'évolue pas de façon identique, et qu'il n'est pas affecté par l'addition du fluide test (solution) non miscible, qui demeure constant à une valeur $m = 6$ pour toute la gamme de mesure.

II-6 Étude comparative entre un system cylindrique avec un seul fluide et de deux fluides :

Après avoir caractérisé les différents états d'écoulement, il convient de faire la comparaison des résultats obtenus avec ceux établis dans un système cylindrique (Taylor-Couette classique).

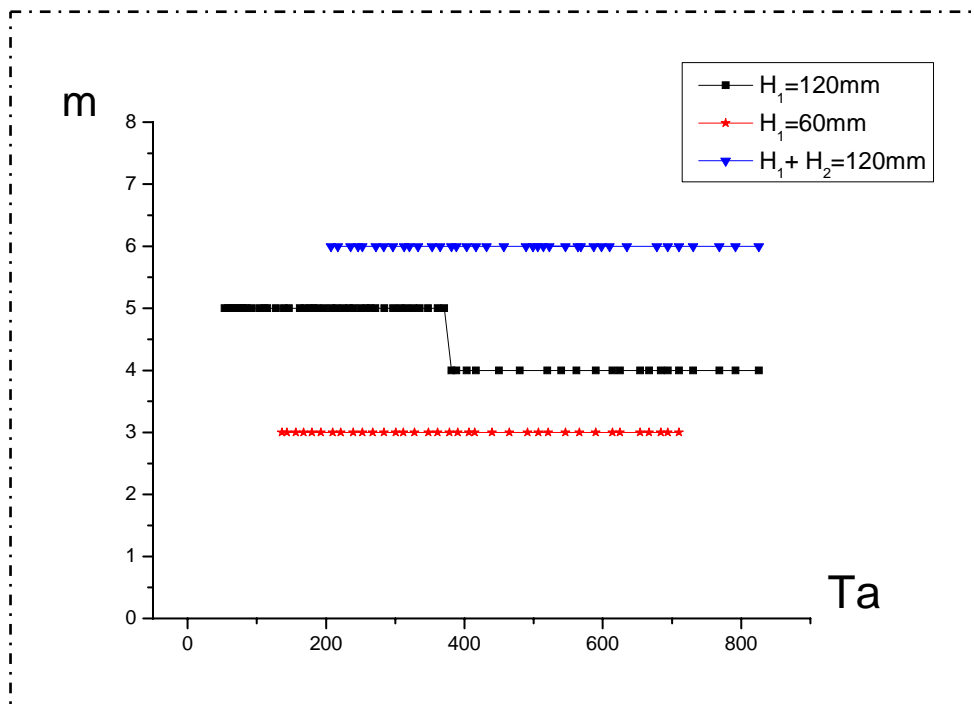


Fig (III-53) : Evolution du nombre d'onde azimutale m en fonction du nombre de Taylor Ta pour les deux cas ($H_1 = 60\text{mm}$, $H_1 + H_2 = 120\text{mm}$).

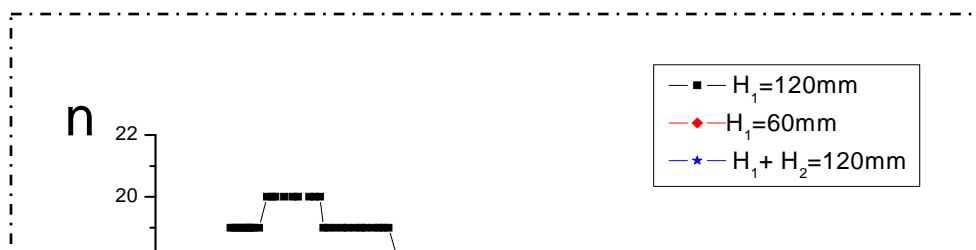


Fig (III-54) : Evolution du nombre d'onde axiale n en fonction du nombre de Taylor Ta pour les deux cas ($H_1=60\text{mm}$, $H_1+H_2=120\text{mm}$).

On remarque d'après les courbes suivantes (figures : III.53, III.54) que l'évolution des nombres d'ondes axiale et azimutale en fonction de nombre de Taylor Ta semble être identique sauf dans le cas $\Gamma_{eau}=10$ et $\Gamma_{sol}=10$ qui montre que l'addition d'un deuxième fluide non miscible n'a aucun effet particulier sur l'évolution de ces nombres qui reste inchangé soit pour le nombre d'onde axiale qui a une valeur de $n=9$, et pour le nombre d'onde azimutale $m=6$.

Cette modification d'évolution due à notre avis à la particularité de la hauteur de remplissage qui représente la hauteur critique H_C (facteur d'aspect critique $\Gamma_{c_{sol}}$).

III-Discussions :

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

Les expériences réalisées avec deux fluides non miscibles, ont permis de remarquer des modifications relatives à l'apparition et l'étendue du domaine d'existence des différents régimes d'écoulement, et de faire une récapitulation sur les résultats obtenus, et de les comparer avec ceux établis et trouvés dans la littérature:

- D'abord, on note que l'apparition de l'onde axiale ne semble pas être affectée par l'effet engendré par le facteur d'aspect du fluide de base combiné à l'interaction d'un deuxième fluide à des hauteurs différentes.
- Par contre, l'effet combiné de Γ_{eau} à l'interaction d'un deuxième fluide est notable sur la naissance de l'onde azimutale qui se manifeste par une influence importante et dont la valeur de Tc_2 décroît sensiblement lorsque Γ_{sol} augmente. Lorsque le rapport d'aspect Γ_{eau} diminue, l'apparition du régime d'ondes azimutales est retardée et la valeur de Tc_2 est d'autant plus grande que Γ est petit.
- L'analyse des résultats obtenus nous a permis de conclure que l'effet engendré par le facteur d'aspect du fluide de base combiné à l'interaction d'un deuxième fluide induit un retard très important sur l'apparition des modes d'instabilités, qui contribue à éliminer l'onde azimutale à partir Γ_{sol} qui est un facteur d'aspect critique tel que $\Gamma_{\text{sol}} < 10$ quel que soit la nature de fluide.
- Lorsque le régime d'écoulement évolue vers le Chaos, on a pu observer par visualisation des cellules torsadées près de l'interface dans l'écoulement de base. Cette nouvelle structure caractérise la première cellule située près de l'interface par des perturbations. Lorsqu'on augmente progressivement le nombre de Taylor Ta , ces perturbations se propagent vers l'intérieur de cylindre.
- Le comportement de la longueur d'onde ($\lambda_z/2d$) de l'écoulement de base, n'est pas affecté par les effets du taux de remplissage Γ_{eau} et de la superposition d'un fluide non miscible, qui suit la même loi de décroissance de λ^* en fonction de Ta qui tend vers une évolution asymptotique, à savoir, la valeur constante de λ^* ce qui est confirmé avec des résultats déjà trouvés.
- On note que par l'addition de fluide test, le nombre d'onde circonférentielle m augmente, et pour des hauteurs dites critiques on remarque que l'évolution de ce nombre demeure constante.

CONCLUSION :

ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

L'exploitation des données expérimentales nous a permis de mettre en évidence les différents modes d'instabilités en action dans l'écoulement entre cylindres coaxiaux en rotation. Ce type de mouvement est influencé par plusieurs paramètres tels que la limitation axiale, le jeu radial ainsi que l'effet engendré par le facteur d'aspect du fluide de base combiné à l'interaction d'un deuxième fluide non miscible. Ceux-ci vont introduire un retard considérable dans l'apparition de la deuxième instabilité (onde azimutale).

CONCLUSION GENERALE

Au vu de la littérature consacrée au système de Taylor-Couette on note que presque la totalité des travaux est consacrée à l'étude du régime de transition laminaire-turbulent dans un écoulement constitué d'un seul fluide.

Les investigations menées en géométrie finie sont effectuées en relation avec les effets du jeu radial δ (d/R_1) et du rapport d'aspect Γ (H/d) seulement dans le cas d'écoulements limités axialement par des parois rigides. Les effets aussi bien de la surface libre que de l'interaction inter-faciale entre deux fluides non miscibles, en géométrie finie, semblent avoir échappé à l'attention des chercheurs.

Notre travail, à caractère expérimental, s'est inscrit à juste titre dans cet axe au moyen de la technique de visualisation qui a fourni des informations intéressantes sur la forme des structures qui peuvent s'installer au sein de l'écoulement en relation avec les conditions géométriques et dynamiques imposées.

Dans une première étape nous avons réalisé nos expériences avec un seul fluide pour vérifier les résultats donnés par la littérature.

Nous avons mis en évidence les conditions d'apparition de la première instabilité de Taylor qui se traduit par des tores superposés selon la direction axiale.

L'apparition de cette instabilité caractérisée par une onde axiale stationnaire (cellules de Taylor) n'est pas affectée par la valeur du rapport d'aspect ; elle s'effectue toujours pour un nombre de Taylor pratiquement constant $Tc_1 = 41,2$.

Cette valeur est conforme aux résultats rencontrés dans la littérature, obtenus en géométrie infinie ou finie avec des limitations axiales.

CONCLUSION GENERALE

L'apparition de la seconde instabilité qui se manifeste par l'oscillation des cellules de Taylor dans la direction tangentielle dépend fortement du taux de remplissage de l'espace annulaire ($\Gamma = H/d$). Elle est retardée au fur et à mesure que Γ diminue. Ce régime est défini par le nombre de Taylor Tc_2 dont nous avons représenté l'évolution en fonction de Γ . La valeur de Tc_2 augmente lorsque Γ décroît.

En dessous d'une valeur du rapport d'aspect ($\Gamma < 10$), cette instabilité n'est pas observée et la transition vers le chaos s'effectue directement. Notre étude s'est limitée principalement à l'analyse des conditions d'apparition des deux premières instabilités.

Dans une seconde étape nous avons mené nos expériences avec deux fluides non miscibles, de viscosités différentes. Les mesures sont effectuées pour différentes hauteurs H_1 du fluide lourd (eau) et H_2 du fluide léger (solution) auxquelles nous associons les facteurs d'aspect respectifs $\Gamma_{\text{eau}} = \frac{H_1}{d}$ et $\Gamma_{\text{sol}} = \frac{H_2}{d}$.

Nous avons analysé l'effet de ces deux paramètres et de la vitesse de rotation du cylindre intérieur sur les conditions d'apparitions des instabilités, ainsi que sur la forme et la taille des structures associées. Nous avons déterminé les nombres de Taylor correspondant aux différents régimes d'écoulement dans les deux fluides, les longueurs d'ondes axiales (λ) et les nombres d'ondes axiale (n) et les nombres d'ondes azimutales (m).

Les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenus avec un seul fluide.

L'apparition de la première instabilité s'opère dans chacun des fluides pour un nombre de Taylor Tc_1 pratiquement constant, voisin de la valeur 41,2.

Dans la plupart des situations et selon le mode de montée en vitesse, nous avons observé une modification brusque de la taille des cellules.

Egalement, on a pu mettre en évidence l'influence du facteur d'aspect sur le déclenchement de la deuxième instabilité qui est caractérisée par un nombre de Taylor Tc_2 . Précisément, cette apparition est retardée par rapport à la hauteur de remplissage H_{sol} , la valeur de Tc_2 est d'autant plus grande lorsque la hauteur H_{sol} du fluide test dans l'espace annulaire a tendance à diminuer.

CONCLUSION GENERALE

Nos observations ont ainsi révélé l'existence d'un rapport d'aspect critique $\Gamma_c = Hc/d = 10$ tel que pour des valeurs de Γ supérieures à cette valeur critique ($\Gamma > \Gamma_c$) le régime d'ondes azimutales est observé. En revanche, pour des valeurs inférieures ($\Gamma < \Gamma_c$) ce régime disparaît et la transition s'effectue directement du régime d'ondes axiales vers le régime chaotique.

Ce résultat nouveau qui est d'une grande importance permet d'énoncer un critère de stabilité relatif à l'existence ou l'extinction du régime d'ondes azimutales, basé sur le contrôle des effets de hauteur liés au taux de remplissage de l'écoulement.

Le régime d'ondes azimutales, lorsqu'il existe, est caractérisé par un nombre m d'ondes qui dépend des conditions initiales de mise en régime. Selon le taux de montée en vitesse, le nombre m peut prendre les valeurs 7, 5 ou 4.

Une autre forme de structures a pu être observée. En effet et, selon les conditions expérimentales, les cellules situées juste au voisinage immédiat de la surface deviennent torsadées. Lorsqu'on augmente la vitesse de rotation du cylindre intérieur, ces torsades (structures en forme de vrilles) se propagent progressivement vers le fond du dispositif de mesure pour donner à l'écoulement un caractère inhomogène.

Le déclenchement de la deuxième instabilité est fortement influencé par le facteur d'aspect Γ_{sol} . Pour ce cas ($\Gamma_{eau} = 10$) on observe une évolution remarquable du nombre de Taylor Tc_2 . Un tel résultat n'a jamais été obtenu auparavant. Il est confirmé par une large répétition des expériences. Il est à signaler que la valeur $\Gamma_{eau} = 10$ constitue une valeur critique obtenue par **A. Mahamdia [9]** dans le cas de l'étude des instabilités avec un seul fluide.

Enfin il est à signaler que notre contribution semble présenter un caractère original car, à notre connaissance, l'effet de l'interaction du mouvement de deux fluides non miscibles, en géométrie cylindrique en stratification axiale rotative, n'a pas été étudiée que ce soit dans un système entièrement rempli ou à surface libre.

CONCLUSION GENERALE

Perspectives.

Le présent travail, consacré à l'écoulement de deux fluides non miscibles, sera poursuivi par voie quantitative utilisant la technique polarographique pour les mesures en valeur moyenne du frottement pariétal et l'analyse spectrale par FFT des fluctuations associées sous l'effet des taux de remplissage des deux fluides.

Références

- [1]: **L. Rayleigh**. Phil. Mag.Vol.26 p.776 (1913)
- [2]:**G.I Taylor**«, stability of a viscous liquid contained two rotating cylinders», Philos. Trans. R. Soc London, Ser. A 223, 289 (1923)
- [3]: **Chandrasekhar** «Hydrodynamic and hydromagnetic stability » (oxford. Press), (1961)
- [4]: **J.T Stuart** On the non-linear mechanics of hydrodynamics stability, J.Fluid. Mech.vol.4, 1-12 (1958).
- [5]: **D. Coles**, «Transition in circular Couette flow » J. Fluid Mech. 21, 385-425
- [6]: **A. Bouabdallah**, «Instabilités et turbulence dans l'écoulement de Taylor Couette» thèse Doctorat d'état (1980)
- [7]: **J. A. Cole**, « Taylor-vortex instability and annulus-length effects » J. Fluid Mech. vol 75, part1, 1-15 (1975).
- [8]: **T. B. Benjamin**, «Bifurcation phenomena in steady flows of viscous fluid I.Theory » Proc. R. soc. Lond. 359, 1-26. (1978)
- [9] **A. Mahamdia et A. Bouabdallah**, « Modelling, Measurement and control, B *AMSE Prsse* » Vol. 30 p.5 (1990).
- [10] **A. Mahamdia et A. Bouabdallah**: CIPA (2003).
- [11] **A. Mahamdia et A. Bouabdallah**: *C.R Mécanique* Vol. 331 p. 245 (2003).
- [12] : **A. Mahamdia, A. Bouabdallah et S.E Skali**, « Ecoulement de Taylor–Couette en géométrie finie et à surface libre, The Canadian Journal of Chemical Engineering » 83, Pp 652-657, (2005).
- [13]: **Q. Xiao, T. T. Lim, et Y. T. Chew** « Second Taylor–Couette flow: effects of radius ratio and aspect ratio». Phys Fluids 14:1537–1539 (2002).
- [14]: **M. Rafique**, « Etude de l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux à entrefer constant et à entrefer ondulé par la surface du cylindre intérieur tournant», Doctorat de l'INPL, Nancy-France (1999).

- [15]: **R. C. Diprima, P. M. Eagles et B. S NG** : phys. Fluid Vol.27 p. 2403 (1984).
- [16]: **C. S. Yih**: phys. Fluid Vol. 4 p. 806 (1961).
- [17]: **H. A. Snyder et S.K.F. Karlsson**: « hys of fluids »Vol.7 p.1696 (1964).
- [18]: **M. M. Sorour et J. E. R. Coney**: J. Mecha. Eng. Science Vol.21 p. 403 (1979).
- [19]: **C. Benazouz**, These Magister, USTHB, (1985).
- [20]: **M. Ali, P. Weidman**, J. Fluid Mech. Vol. 220, (1990)
- [21]: **I. Mutabazi, A. Goharzadeh et F. Dumouchel**. «12th International Couette- Taylor Workshop» , September 6-8, (2001).
- [22]: **E.L.Koschmieder**, «Turbulent Taylor vortex flow » J. Fluid Mech 93:515–527 (1979).
- [23]: **G.P.King, Y. LI, W. LEE, H.S Swinney, et P.S. Marcus**, «Wave speeds in wavy Taylor-vortex flow » Fluid Mech 141:365–390 (1984).
- [24]: **Q. Xiao, T. T. LIM, Y. T. Chew**, «Effect of acceleration on the wavy Taylor vortex flow, Experiments in Fluids» 32 639–644 (2002).
- [25]: **R. C. Diprima**, J.Fluid .Mech.Vol. 9, pp. 612 (1960).
- [26]: **M. A. Hasson, B. W. Martin**:Proc. R. Soc. Lond. A Vol 382 p.352 (1977).
- [27]: **H. A. Snyder**, Proc. R. Soc. Lond. A. Vol. 265 p. 198 (1962).
- [28]: **J.Kaaye, E.C.Egelaar**, Trans ASME Vol. 80 p.753 (1958).
- [29]: **R.M Lueptow, A Docter, K. MIN**, « Stability of axial flow in an annulus with a rotating inner cylinder», Phys. Fluids, Vol. 4 pp.2446-55(1662).
- [30]: **O. Crumeyroll; N. Latrach. A. Ezersky et I. Mutabazi**: Méch est industrie Vol. 4 pp. 397 (2003).
- [31]: **G.Beavers et D. D.Joseph** : Phys. Fluids Vol. 17.
- [32]: **Y. Laghouati, A. Bouabdallah et I. Mutabazi**, «Effet de la concentration de polymère sur la stabilité de l'écoulement Taylor–Dean», Int. Journ. Rheology. (2004).
- [33]: **V. S. Sorokin**: « Nonlinear phenomena in closed flows near Critical Reynolds number». PMM Vol.25, No.2, pp. 248-258 (1961)

- [34]: **IU.K. Bratukhin**, « On the evaluation of the critical Reynolds number for the flow of fluid between two rotating spherical surfaces. » PMM 25, 858-866 (1990)
- [35]: **G. Schrauf**, «The first instability in spherical Taylor-Couette flow. » J. Fluid Mech. 166, 287-303 (1986)
- [36]: **G. Dumas, A. Leonard, A** «divergence-free spectral expansions method for three dimensional flows in spherical-gap geometries. » J. Comput. Phys. 111, 205-219 (1994)
- [37]: **O.Yu. Zikanov**, «Symmetry breaking bifurcations in spherical Couette flow. » J. Fluid Mech. 310, 293-324 (1996)
- [38]: **R. Hollerbach**, «Time-Dependent Taylor Vortices in Wide-Gap Spherical Couette Flow. » Physical Review Letters Vol. 81, No 15 (1998)
- [39]: **H. Yamaguchi, J. Fujiyoshi, H. Matsui**: « Spherical Couette flow of a viscoelastic fluid. Part 1: Experimental study of the inner sphere rotation. » J. Non-Newtonian Fluid Mech.69, 29-46 (1997)
- [40]: **G.N. Khlebutin**: «Stability of fluid motion between a rotating and a stationary concentric sphere. Fluid Dyn. 3, 31-32 (1968)
- [41]: **M. Wimmer**: «Experiments on a viscous fluid between concentric rotating spheres. J. Fluid Mech. 78, 317-335 (1976)
- [42]: **K. Nakabayashi, Zhiming Zheng and Yoichi Tsuchida**: « Evolution of mean and fluctuating velocity components in the laminar–turbulent transition of spherical Couette flow». Physics Of Fluids Volume 14, n° 8 (2002)
- [43]: **M. Wimmer** «experimental investigation of Taylor vortex flow between conical cylinders» JFM 292, 205-227 (1995)
- [44]: **M. N.Noui - Mehidi et A.Bouabdallah** «A laminar-turbulent transition in the flow between rotating coaxial cones»(1993)
- [45]: **M.N.Noui-Mehidi et M.Wimmer** « Free surface effects on the flow between conical cylinders». Acta Mechanica 135, 13-25 (1999).
- [46]: **Hofmann et Busse** « Instabilities of shear flows between two coaxial differentially rotating cones» Physics of Fluids vol.11, N°6 (1999).
- [47]: **M.N. Noui-Mehidi, N. Ohmura & K. Kataoka**“,,,,,,,,,,“(2002).
- [48]: **Kull. H. J.**, «Theory of Rayleigh-Taylor instability. Physics Reports (Review Section of Phys. Letters», 206(5): 197-325, (1991)

[49]: **C.S.Yih**, « Instability due to viscosity stratification » J.Fluid Mech vol 27 337.352 (1967)

[50]: **A.P.Hooper et W.G.C. Body**, « Shear-flow instability at the interface between two viscous fluids » J.Fluid Mech vol 128 507. 528 (1983)

[51]: **D. D. Joseph, K. Nguyen, and G. S. Beavers**, « Nonuniqueness and stability of the configuration of flow of immiscible fluids with different viscosity», J, Fluid Mech. 141, 319 (1984)

[52]: **D. D. Joseph, Y. Renardy, M. Renardy and K. Nguyen**, « Stability of rigid motions and rollers in bicomponent flows of immiscible liquids » J. Fluid Mech. 151. 135 (1985)

[53]: **G. P. Schneyer and S. A. Berger**, « linear stability of the dissipative, two fluid, cylindrical Couette problem. Part I. The stability-stratified hydrodynamic problem» J, Fluid Mech. 45, 91 (1971)

[54]: **Y. Renardy and D. D. Joseph**, « Couette flow of two fluids between concentric cylinders » J. Fluid Mech. 150- 381 et 381-394 (1985)

[55]: **D.D Joseph**, « Fluid dynamics of two miscible liquids with diffusion and gradient stresses, Eur. J. Mech., B/Fluids, 9, n° 6, 565-596, (1990).

[56]: **Petitjeans P., Kurowski P.**, Fluides non miscibles/ Fluides miscibles : des similitudes intéressantes, C.R.A.S., t. 325, Série II b, pp. 587-592, (1997).