

N° d'ordre : 06/2013-D/PH

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE « HOUARI BOUMEDIENE »  
FACULTE DE PHYSIQUE



**THESE**

**Présentée pour l'obtention du grade de docteur**

En : PHYSIQUE

Spécialité : Electronique Quantique

**Par : HASNAOUI ABDELKRIM**

Intitulée :

**Modélisation d'une cavité comportant un objet diffractant  
binaire d'amplitude et ou de phase**

Soutenue publiquement le 25/02/2013, devant le jury composé de :

Mr. A. C. CHAMI	Professeur, USTHB	Président
Mr. K. AÏT-AMEUR	Professeur, Univ. Caen/France	Directeur de thèse
Mr. A. BOURZAMI	Professeur, Univ. de Sétif 1	Examineur
Mr. A. KELLOU	Professeur, USTHB	Examineur
Mr. O. ZIANE	Professeur, USTHB	Examineur
Mr. N.E. DEMAGH	Maître de conférences (A), Univ. de Sétif 1	Examineur
Mr. D. LOUHIBI	Maître de Recherche (A), CDTA	Membre invité

## Remerciements

*Je tiens à remercier en premier lieu Monsieur Kamel Ait-Ameur, mon directeur de thèse, Professeur à l'Université de Caen, qui m'a témoigné sa confiance tout au long de ces quatre années de travail à ses côtés. J'ai beaucoup apprécié sa patience et sa disponibilité mais je suis également en admiration devant ses compétences, sa rigueur, sa grande honnêteté intellectuelle et ses qualités humaines.*

*Je remercie ensuite Monsieur Youcef Boudouma, Professeur à la faculté de Physique de l'USTHB, qui est à l'origine de ce travail. Je lui voue toute ma gratitude pour sa disponibilité et l'aide appréciable que j'ai trouvé en lui tout au long de mon travail.*

*Ma reconnaissance et mes remerciements vont également aux Professeurs M-Bendaoud et F-Chafa Mekideche, ex Doyen et Doyenne de la Faculté de Physique, pour avoir mis à ma disposition l'outil nécessaire pour la réalisation de ce travail.*

*Je tiens aussi à remercier Monsieur M. Bentouri, secrétaire général de la Faculté de Physique ainsi que l'ensemble du personnel administratif pour leur professionnalisme.*

*Je désire remercier l'ensemble des membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'accepter de participer au jury de cette thèse. Que le Professeur A.C. Chamí trouve ici toute ma reconnaissance pour avoir accepté de présider ce jury. Je suis également très reconnaissant envers les Professeurs A. Kellou, O. Ziane et A. Bourzami ainsi que les Docteurs N. E. Demagh et D. Louhibi pour leur lecture attentive qui m'a permis d'améliorer la version finale de ce manuscrit.*

*Je tiens enfin à remercier mes collègues et amis A. Harfouche et B. Boubaha pour les agréables moments que nous avons passés ensemble pendant ces quatre dernières années au Laboratoire d'Optique. Toute ma reconnaissance va, aussi, envers les collègues et amis auprès desquels j'ai trouvé un soutien moral.*

*A ma famille et mes amis*

# TABLE DES MATIERES

<b>CHAPITRE I: INTRODUCTION</b>	<b>9</b>
<b>I.1 Super-résolution</b>	<b>10</b>
I.1.1 Introduction	10
I.1.2 Transformation d'un faisceau $LG_{p0}$ en un faisceau unilobe	13
<b>I.2 Brillance</b>	<b>22</b>
I.2.1 Technique par combinaison cohérente de laser à fibres	24
I.2.2 Technique par nettoyage de faisceau	25
I.2.3 Nouvelle voie	26
<b>CHAPITRE II: ELEMENT OPTIQUE DIFFRACTIF (EOD) INTRA-CAVITE</b>	<b>29</b>
<b>II.1 Les Eléments Optiques Diffractifs (EOD)</b>	<b>30</b>
II.1.1 Le masque d'amplitude	30
II.1.2 Elément Optique Diffractif de phase	31
II.1.2.1 Présentation	31
II.1.2.2 Réalisation	32
II.1.2.3 Le trou de phase	33
II.1.3 Le champ diffracté par l'EOD	34
<b>II.2 Cavité laser contenant un anneau absorbant</b>	<b>36</b>
II.2.1 Introduction	36
II.2.2 L'anneau opaque	38
II.2.2.1 Transmission d'un faisceau $LG_{p0}$ à travers un anneau d'amplitude	39
II.2.2.2 Divergence angulaire en champ lointain	43
II.2.3 Cavité laser avec un anneau absorbant et un diaphragme circulaire	46

II.2.4	Cavité laser avec un anneau opaque	54
II.2.5	Oscillation d'une cavité diaphragmée avec un anneau opaque intra-cavité sur un mode transverse $LG_{p0}$ ( $p>2$ )	57
II.2.6	Mise en forme intra-cavité à l'aide d'un anneau opaque	63
II.2.6.1	Génération d'un faisceau uniformisé	63
II.2.6.1.1	Influence de $Y_D$ sur le profil d'intensité en champ lointain	63
II.2.6.1.2	Influence de $\Delta$ sur le profil d'intensité en champ lointain.	66
II.2.6.1.3	Influence de $g$ sur le profil d'intensité en champ lointain	68
II.2.6.2	Génération d'un faisceau creux à l'intérieur de la cavité	70
II.2.6.2.1	Influence de $\Delta$ sur le profil d'intensité en champ lointain	70
II.2.6.2.2	Influence de $g$ sur le profil d'intensité en champ lointain	72
II.2.6.3	Conclusion	74
<b>II.3 Un objet de phase binaire à l'intérieur d'une cavité laser</b>		<b>74</b>
II.3.1	Le principe	75
II.3.2	Propriété simple passage : calcul de la divergence du faisceau en champ lointain	77
II.3.3	Le mode fondamental d'une cavité comportant un trou de phase et un diaphragme circulaire <sup>81</sup>	
II.3.4	Résultats et discussion.	83
<b>II.4 Comparaison des performances d'un masque d'amplitude ou de phase à forcer le mode fondamental à être un mode <math>LG_{P0}</math></b>		<b>88</b>
 <b>CHAPITRE III: EOD INTRA-CAVITE A N ANNEAUX</b>		
<b>D'AMPLITUDE OU DE PHASE</b>		<b>93</b>
<b>III.1 EOD intra-cavité formé de N anneaux d'amplitude</b>		<b>94</b>
III.1.1	Propriétés simple passage	95
III.1.1.1	Transmission à travers un système formé de N anneaux d'amplitude	95
III.1.1.2	Etude de la divergence d'un faisceau $LG_{P0}$ à travers un système annulaire à N anneaux d'amplitude	98
III.1.2	Le système annulaire est placé dans une cavité plan-concave	99

<b>III.2 Etude d'un système formé de un ou de deux anneaux de phase</b>	<b>106</b>
III.2.1 Etude en simple passage	106
III.2.1.1 Calcul de la divergence d'un faisceau de Laguerre-Gauss	106
III.2.1.1.1 L'EOD contient un seul anneau de phase	107
III.2.1.1.2 L'EOD contient deux anneaux de phase	108
III.2.2 L'Elément Optique Diffractif de phase est à l'intérieur d'une cavité plan-concave diaphragmée	110
III.2.2.1 L'EOD est formé d'un anneau de phase	111
III.2.2.2 L'EOD est formé de 2 anneaux de phase	113
<b>III.3 Vérification expérimentale</b>	<b>115</b>
III.3.1 Montage expérimental	116
III.3.2 Résultats expérimentaux	117
III.3.2.1 Pureté des modes	117
III.3.2.2 Effets des perturbations sur les modes d'oscillation	122
III.3.2.3 Volume de mode, énergie d'extraction et pertes	122
<b>CONCLUSION</b>	<b>127</b>
<b>ANNEXES</b>	<b>130</b>
Annexe A : Solution approximative de l'équation d'onde dans un résonateur.	131
Annexe B : Matrice aller-retour	141
Annexe C : Les faisceaux de sortie	152
Annexe D : Le facteur $M^2$	153
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>156</b>

Depuis l'invention du premier laser en 1960 par Théodore Maiman (laser à rubis), les concepteurs et les utilisateurs ont souhaité fabriquer et utiliser des lasers intenses. Dans la plus part des cas, un oscillateur laser est constitué de deux éléments essentiels qui sont le milieu amplificateur et la cavité optique. La distribution spatiale de l'intensité laser est essentiellement imposée par les modes propres de la cavité. Parmi eux, le mode fondamental Gaussien  $TEM_{00}$  est celui qui présente les pertes les plus faibles et donc le plus apte à atteindre cet objectif. Par conséquent, son utilisation a longtemps été privilégiée au détriment de l'étude de faisceaux d'ordres élevés. Cependant, de nombreuses applications des faisceaux lasers nécessitent des distributions transverses d'intensité différentes de la distribution Gaussienne.

Ce travail de thèse se propose d'explorer la façon d'améliorer la puissance extraite du milieu laser en forçant ce dernier à osciller sur un mode fondamental qui ne soit pas Gaussien mais sur un mode transverse de type Laguerre-Gauss ( $LG_{p0}$ ) d'ordre élevé mais unique. Pour générer ce type de faisceaux, la voie retenue est alors celle de l'optique diffractive, basée sur la diffraction d'un faisceau laser au travers d'un objet appelé couramment « Élément Optique Diffractif » (EOD).

Au premier chapitre de cette thèse, nous verrons l'intérêt que peuvent présenter les faisceaux de type  $LG_{p0}$  non Gaussiens dans le phénomène de super-résolution et dans l'amélioration de la brillance  $B$  du faisceau laser. Nous décrirons la technique de super-résolution qui consiste en la mise en forme d'un faisceau  $LG_{p0}$  dans le plan focal d'une lentille à l'aide d'un (EOD). Nous présenterons certaines techniques utilisées habituellement pour améliorer la brillance d'un faisceau laser ainsi qu'une nouvelle technique, pour le même objectif, développée au *Centre de Recherche sur les ions, les Matériaux et la Photonique à Caen (France)*.

Au chapitre II, nous décrirons les optiques diffractives que nous avons utilisées tout au long de ce travail, les techniques de leur fabrication ainsi que leurs caractéristiques. Par ailleurs, nous présenterons l'objet diffractif constitué d'un anneau d'amplitude et celui formé d'un trou de phase. L'objectif essentiel de ce travail est de montrer que de tels objets diffractifs sont en mesure de réaliser des fonctions optiques très importantes. Ce deuxième chapitre regroupera nos travaux sur l'utilisation d'un anneau d'amplitude ou d'un trou de

phase intra-cavité. Nous montrerons que ces Eléments Optiques Diffractifs (EOD) sont capables de forcer la cavité laser à osciller sur un mode transverse  $LG_{p0}$ , d'ordre supérieur et unique. Nous présenterons les résultats obtenus dans chaque cas et une comparaison entre ces derniers.

Le chapitre trois sera consacré à la présentation des résultats que nous avons obtenus par la modélisation d'un EOD constitué de N (N=1, 2,...5) anneaux d'amplitude placé à l'intérieur d'une cavité plan-concave et dans le cas où il est constitué de un ou de deux anneaux de phase. Nous présenterons aussi dans ce chapitre les résultats de l'expérience réalisée au laboratoire du *National Laser Centre (NLC) Pretoria South Africa* avec un EOD constitué de N anneaux d'amplitude placé à l'intérieur d'une cavité plan-concave diaphragmée.

Ce travail de thèse entre dans le cadre du projet National de Recherche (PNR) 2011-2012 domicilié au Centre de Développement des Techniques Avancées (CDTA) sous le titre : « *Optimisation du rendement opto-énergétique d'un laser par les techniques de l'optique adaptative* ».

# **Chapitre I: INTRODUCTION**

L'utilisation d'un faisceau laser de type mode transverse  $LG_{p0}$  et unique comme mode fondamental d'oscillation de la cavité trouve son intérêt dans les phénomènes de super-résolution et de hautes brillances.

## I.1 Super-résolution

### I.1.1 Introduction

Beaucoup d'applications laser dépendent fortement du volume de la tache focale du faisceau laser focalisé, qui est dans le meilleur des cas celui associé au faisceau Gaussien. Le phénomène de super-résolution consiste à aller au delà des limites de résolution imposées par la théorie de la diffraction [Jia-03, Jua-03, Gao-07]. Nous pouvons, par exemple, augmenter la capacité de stockage d'un disque uniquement en réduisant la dimension de la tache focale du laser après son passage à travers une lentille. Il est donc nécessaire d'aller au delà de la limite de diffraction en augmentant l'ouverture numérique de la lentille de focalisation. Il faut noter que ce procédé est très coûteux et sa réalisation est difficile.

Nous citerons aussi la technique dite "Laser-lithograhie" qui a donné des résultats prometteurs, particulièrement dans la fabrication d'objets 3-D complexes à dimensions micrométriques. En fait, une meilleure résolution peut être obtenue avec la méthode dite "two-photon polymérisation" (TPP), qui est basée sur un phénomène non linéaire permettant la fabrication de structures 3-D à l'échelle micrométrique et avec une résolution nanométrique [Lia-07, Lee-08].

Nous proposons, dans le cadre de notre travail, une technique de super-résolution basée sur l'utilisation d'un Élément Optique Diffractif (EOD). La géométrie du laser possède deux caractéristiques essentielles. La première est le rayon  $W_0$  de son beam-waist dans le plan focal de la lentille, et la seconde est la profondeur focale dite distance de *Rayleigh* qui est donnée par :

$$z_R = \pi W_0^2 / \lambda \quad [\text{I-1}]$$

Il convient de signaler que lorsque  $W_0$  diminue, la distance de Rayleigh diminue aussi, ce qui fait que le faisceau diverge rapidement. Ceci est avantageux parce que l'intensité diminue très rapidement à mesure que l'on s'éloigne du plan focal réduisant ainsi le volume polymérisé, et par conséquent permet d'obtenir une bonne résolution spatiale. En contre partie, si on veut fabriquer des objets 3-D de dimensions relativement grandes par la technique LL (Laser-Lithography), le temps de fabrication est très grand en raison de la faiblesse de  $W_0$ . Une possibilité de réduire ce temps de fabrication est d'augmenter  $W_0$ . Malheureusement, en procédant de cette manière, on augmente en même temps le volume polymérisé puisque  $z_R$  augmente de façon drastique. Par exemple, dans le cas d'un faisceau laser de longueur d'onde  $\lambda=1.06\mu\text{m}$  nous trouvons  $z_R \approx 3 \mu\text{m}$  ( $z_R \approx 300 \mu\text{m}$ ) si le rayon du beam waist est  $W_0=1 \mu\text{m}$  ( $W_0=10 \mu\text{m}$ ).

La variation du rayon  $W$  du faisceau Gaussien de part et d'autre du plan focal, localisé en  $z=0$ , est donnée par :

$$W(z) = W_0 \left[ 1 + (z/z_R)^2 \right]^{1/2} \quad [\text{I-2}]$$

Si on introduit la section efficace du faisceau  $S(z) = \pi W^2(z)/2$ , alors on définit le volume focal  $V_G$  associé au faisceau Gaussien focalisé (Fig.I-1-a) comme suit:

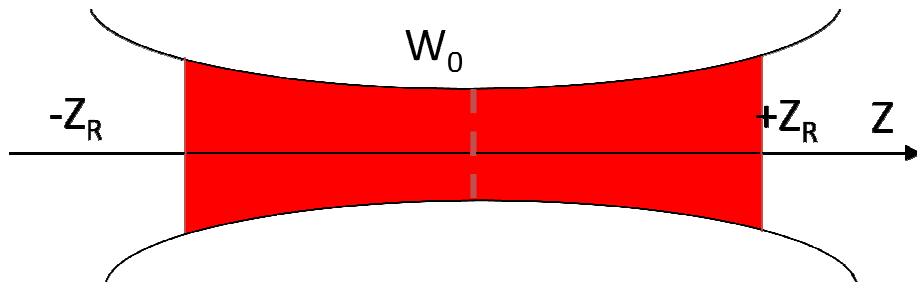
$$V_G = \int_{-z_R}^{+z_R} S(z) dz = \frac{\pi^2 W_0^4}{\lambda} \quad [\text{I-3}]$$

Dans le cas d'un faisceau Gaussien collimaté, de largeur  $W$  et focalisé par une lentille de distance focale  $f$ , le rayon de la tache focale  $W_0$  est donné par:

$$W_0 \approx \frac{\lambda f}{\pi W} \quad [\text{I-4}]$$

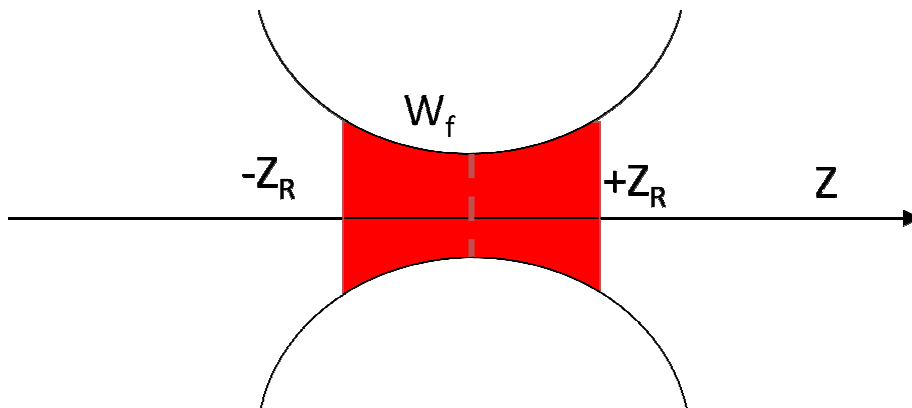
L'équation [I-4] n'est valable que si la profondeur focale  $\pi W^2/\lambda$  du faisceau Gaussien incident collimaté est beaucoup plus grande que la distance focale  $f$  de la lentille. Une éventuelle façon d'améliorer la résolution spatiale est de réduire la valeur de  $W_0$  en réduisant la distance focale  $f$  de la lentille. Cependant, cette manière de faire est insuffisante, parce

(a) Faisceau gaussien



$$Z_R = \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \quad V_G = \frac{\pi^2 W_0^4}{\lambda} \quad M^2=1$$

(b) Faisceau « idéal »



$$Z_R = \frac{\pi W_0^2}{\lambda M^2} \quad V_R = \frac{\pi^2 W_f^4}{\lambda M^2} \quad M^2>1$$

Figure I-1 : Volume focal, (a) faisceau Gaussien, (b) faisceau idéal

qu'on ne peut pas réduire indéfiniment la distance focale de la lentille, et, finalement, l'existence de la diffraction limite la taille de la tache focale.

Nous savons que, dans le cas général, la distance de Rayleigh d'un faisceau laser s'écrit :

$$z_R = \pi W_0^2 / (\lambda M^2) \quad [\text{I-5}]$$

et que le volume focal, associé à la tache focale de rayon  $W_f$  mesuré dans le plan focale d'une lentille (Fig. I-1-b), s'écrit :

$$V_R = \frac{\pi^2 W_f^4}{\lambda M^2} \quad [\text{I-6}]$$

on en déduit les caractéristiques appropriées du faisceau laser idéal. C'est un faisceau laser de faible qualité ( $M^2 \gg 1$ ), mais qui se présente sous une forme unilobe ou une forme quasi-Gaussienne, avec des propriétés de super-résolution dans le plan focal d'une lentille convergente. Nous allons voir au paragraphe suivant comment on peut générer de tels faisceaux.

### **I.1.2 Transformation d'un faisceau $LG_{p0}$ en un faisceau unilobe**

On considère un faisceau symétrique et collimaté de Laguerre-Gauss d'ordre  $p$  dont l'amplitude est donnée par :

$$E_{in}(\rho) = L_p\left(\frac{2\rho^2}{W^2}\right) \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2}\right) \quad [\text{I-7}]$$

où  $W = 1mm$  est la largeur du faisceau incident. On introduit la variable réduite transverse  $X = 2\rho^2/W^2$ , les polynômes de Laguerre  $L_p(X)$  sont donnés en annexes (Tab A-1). Le faisceau d'ordre supérieur  $LG_{p0}$  est constitué d'un lobe central dominant et de  $p$  anneaux d'intensité comme le montre la figure I-2. Discutons maintenant d'une particularité spéciale concernant le front d'onde d'un faisceau parallèle  $LG_{p0}$ . Pour le faisceau d'ordre zéro ( $LG_{00}$ ), le front d'onde est uniforme avec un signe constant. Par contre on remarque, d'après l'équation [I-7], que le front d'onde n'est pas uniforme pour  $p > 1$ . Lorsque  $p$  augmente, le

polynôme de Laguerre  $L_p$  varie  $p$  fois en signe. Par conséquent, le front d'onde d'un faisceau symétrique et collimaté de Laguerre-Gauss  $LG_{p0}$  n'est donc pas uniforme et sera formé alternativement d'anneaux concentriques de phase opposée.

La largeur  $W$  dans l'Eq.[I-7] n'a une signification physique que pour le mode fondamental  $LG_{00}$  pour lequel le faisceau laser a un profil d'intensité Gaussien. Les courbes représentant l'intensité des faisceaux de Laguerre-Gauss d'ordre supérieur  $LG_{p0}$  montrent un élargissement du faisceau de plus en plus grand à mesure que l'ordre  $p$  augmente (Fig. I-2). Afin de tenir compte de cet élargissement, on définit le rayon  $W_p$  du faisceau  $LG_{p0}$  à l'aide du moment d'ordre deux [Men-01]:

$$W_p = W\sqrt{2p+1} \quad [I-8]$$

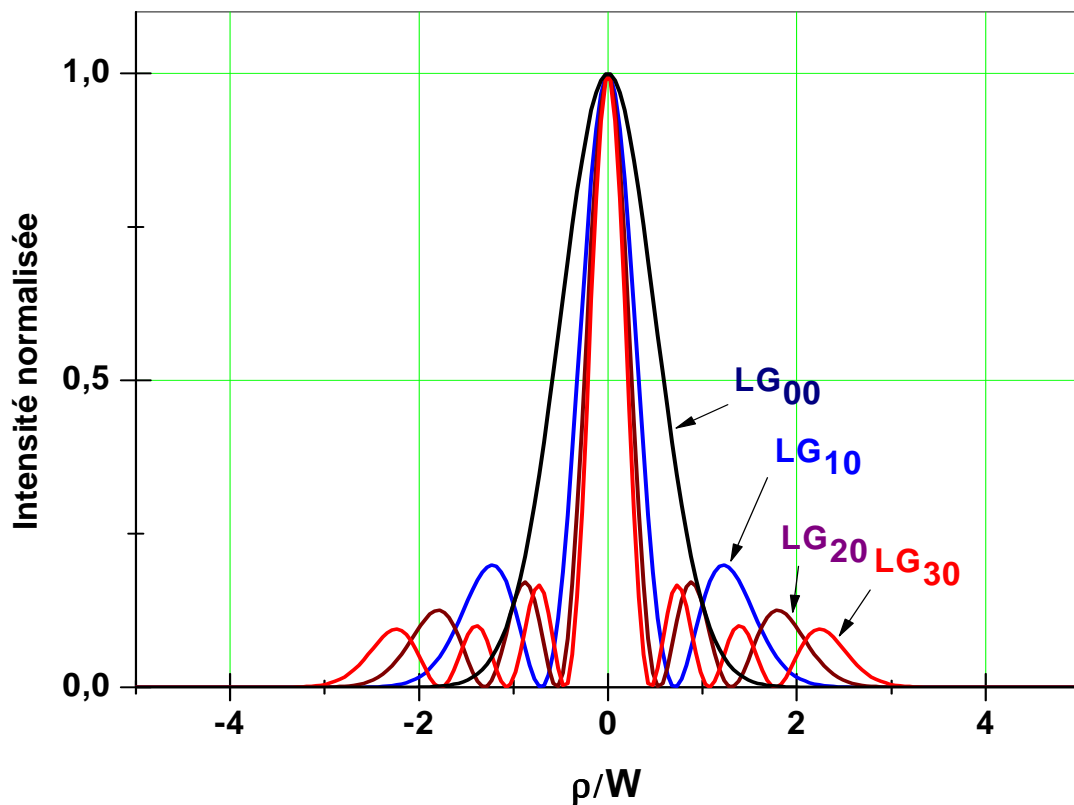


Figure I-2 : Distribution de l'intensité radiale des quatre premiers faisceaux symétriques de Laguerre-Gauss

L'expansion latérale du faisceau  $LG_{p0}$  peut être décrite par sa divergence en champ lointain  $\theta_p$  plus grande que la divergence  $\theta_0$  du faisceau Gaussien [Men-01] et qui est donnée par :

$$\theta_p = \theta_0 \sqrt{2p+1} \quad [\text{I-9}]$$

L'une des conséquences de ce qui précède est que la largeur de la tache focale d'un faisceau  $LG_{p0}$  augmente avec l'ordre du mode  $p$ , et est égale à  $W_0 \sqrt{2p+1}$ . Par conséquent, vouloir utiliser le faisceau focalisé  $LG_{p0}$  dans l'espoir de réduire le volume focal serait une erreur puisque celui-ci augmente comme  $(2p+1)V_G$ , où  $V_G$  représente le volume focal du mode Gaussien.

En fait, notre idée est de transformer un faisceau  $LG_{p0}$  de facteur de propagation  $M_p^2 = 2p+1$  [Sie-90] en un faisceau unilobe de largeur  $W_f$  dans le plan focal d'une lentille convergente. Un Élément Optique Diffractif (EOD) binaire est utilisé pour cette opération de mise en forme afin de transformer l'alternance de phase qui apparaît sur les anneaux du faisceau  $LG_{p0}$  en une phase unifiée. Cette opération est réalisée en champ proche du faisceau  $LG_{p0}$  en plaçant devant la lentille un EOD approprié pour cette transformation. Cet EOD est un objet de phase constitué de zones annulaires qui introduisent un déphasage de 0 ou de  $\pi$ . Les cercles définissant les discontinuités de phase doivent correspondre à ceux qui délimitent les anneaux brillants du faisceau incident  $LG_{p0}$ . Nous verrons que le faisceau diffracté est caractérisé en champ lointain par une distribution d'intensité unilobe tout en gardant le facteur de qualité  $M^2$  du faisceau incident égal à  $M_p^2$  [Sie-93].

Le coefficient de transmission  $\tau(\rho)$  de cet EOD binaire est alternativement égal à -1 ou +1 et son expression est :

$$\tau(\rho) = \begin{cases} -1 & \text{for } 0 < \rho \leq \rho_1 \\ (-1)^{i+1} & \text{for } \rho_i < \rho \leq \rho_{i+1} \text{ and } (i+1) < p \\ (-1)^{p+1} & \text{for } \rho > \rho_p \end{cases} \quad [\text{I-10}]$$

où les  $\rho_i$  sont les coordonnées radiales pour lesquelles l'intensité du champ incident est nulle. Ces valeurs particulières sont données en annexes (Tab. A-2.). Lorsque l'EOD a seulement une seule discontinuité de phase, il prend alors la forme d'un trou de phase et présente des

propriétés intéressantes pour la mise en forme du faisceau laser en propagation libre [deS-06] et en intra-cavité [deS-06-2]

Le schéma de transformation d'un faisceau  $LG_{p0}$  en un faisceau unilobe à l'aide d'un EOD binaire est représenté sur la figure I-3. Nous étudierons la distribution de l'intensité transverse du champ diffracté dans le plan d'observation placé à la distance  $z$  de l'EOD. Cette lentille de focalisation est placée juste après l'EOD. La distance de Rayleigh  $z_R$  associée au faisceau focalisé  $LG_{p0}$  (sans l'EOD) est donnée par :

$$z_R = \frac{\lambda f^2}{\pi W^2 M_p^2} \quad [\text{I-11}]$$

où  $\lambda=1064$  nm et  $W=1$  mm. Les valeurs numériques de  $f$  et de  $W$  ne sont pas optimisées pour obtenir de petites valeurs de  $z_R$ , mais sont choisies pour montrer l'intérêt d'utiliser un faisceau  $LG_{p0}$  redressé.

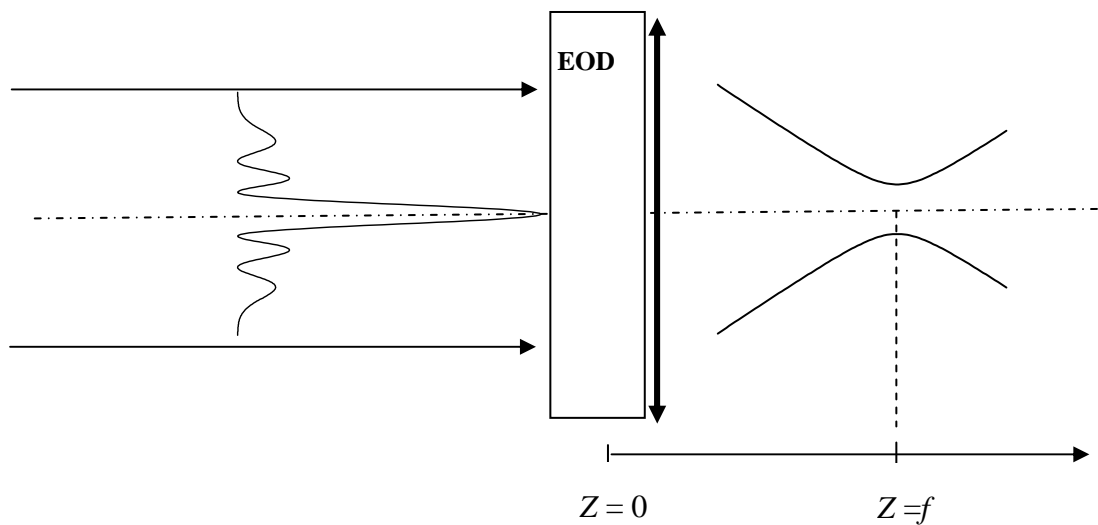


Figure I-3 : Schéma du dispositif optique pour l'étude de la mise en forme d'un faisceau laser par un EOD binaire de transmittance égale alternativement à -1 et à +1

La distribution de l'amplitude du champ électrique diffracté  $E(r,z)$  à une distance  $z$  du couple (EOD+lentille) se calcule à partir de la formule de Fresnel-Kirchhoff :

$$E(r, z) = \frac{2\pi}{\lambda z} \int_{EOD} \tau(\rho) E_{in}(\rho) \exp\left\{ \frac{i\pi\rho^2}{\lambda} \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{f} \right) \right\} J_0\left( \frac{2\pi}{\lambda z} r\rho \right) \rho d\rho \quad [I-12]$$

où  $r$  est la coordonnée radiale dans le plan d'observation,  $k=2\pi/\lambda$  est le nombre d'onde,  $J_0$  est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre zéro. La lentille de focalisation est placée juste après l'EOD binaire. Le calcul numérique de l'intégrale de diffraction donnée par l'équation [I-12] est en général une tâche délicate à cause du caractère oscillatoire de l'intégrant et les méthodes habituelles d'intégration (la règle des trapèzes ou la méthode de Simpson) ne sont pas très efficaces. Dans notre cas, l'intégrant dans l'équation [I-12] n'est pas fortement oscillant parce que le terme essentiel responsable du comportement oscillatoire est le terme exponentiel qui est égal à l'unité, puisque c'est le champ diffracté dans le plan focal, c'est-à-dire à  $z=f$ , qui nous intéresse. Le calcul numérique de l'intégrale de diffraction a été fait à l'aide de la subroutine d'intégration DQDAG de l'International Mathematics and Statistics Library (IMSL).

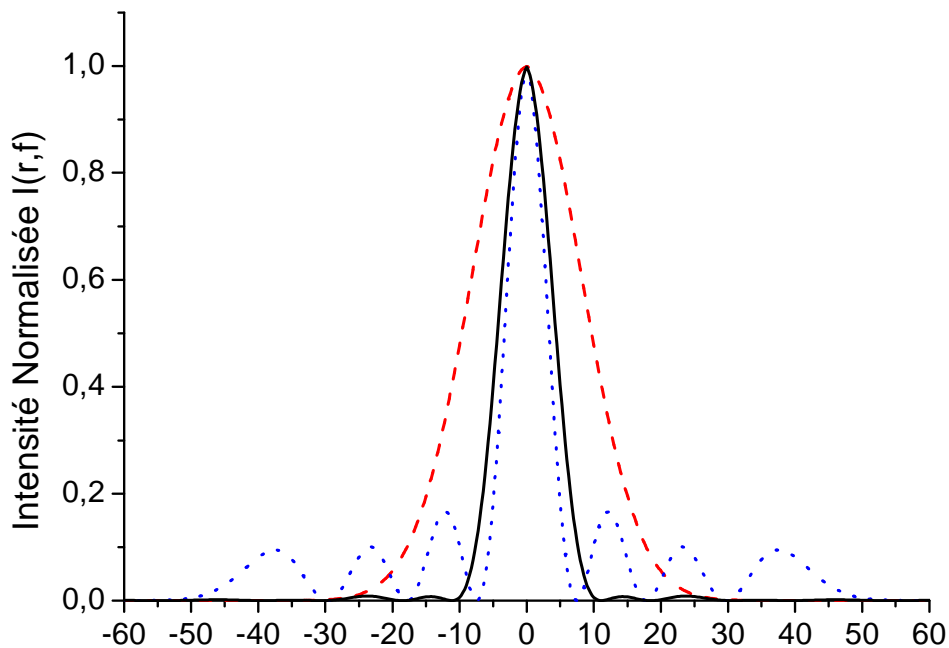


Figure I-4 : Distribution de l'intensité normalisée  $I(r, f)$  au point focal d'un faisceau  $LG_{30}$  redressé (en trait plein). Les lignes en tirets (pointillés) représentent l'allure de l'intensité résultant de la focalisation d'un faisceau Gaussien  $LG_{00}$  ( $LG_{30}$ ).

La figure I-4 montre (en pointillés) la distribution de l'intensité au point focal de la lentille d'un faisceau incident  $LG_{00}$  de largeur  $W$  et celle où le faisceau incident est un  $LG_{30}$  de largeur  $W\sqrt{7} > W$ . Le faisceau  $LG_{30}$  est toujours plus large que le faisceau  $LG_{00}$  après focalisation et par conséquent, on peut dire que la lentille de focalisation ne change pas la hiérarchie des largeurs des faisceaux incidents  $LG_{p0}$ .

La transformation du faisceau incident  $LG_{30}$  (après traversée de l'EOD) dans le plan focal de la lentille est représentée sur la figure I-4 (en trait plein). On obtient un lobe central entouré d'anneaux de très faibles intensités. Le lissage du faisceau redressé puis focalisé par un profil Gaussien est parfait. La qualité du lissage est évaluée par le paramètre  $\chi^2$  et le coefficient de corrélation  $r^2$ . D'après les valeurs de  $\chi^2$  et de  $r^2$  qui figurent sur le tableau I-1, on peut dire qu'il est très proche d'une forme Gaussienne.

Faisceau	$W_f$ ( $\mu\text{m}$ )	$\chi^2$	$r^2$	$M^2$
$LG_{00}$	16.5	$2.2 \times 10^{-3}$	0.99998	1
$LG_{10}$	10.6	$3.6 \times 10^{-2}$	0.99938	2.9
$LG_{20}$	8.5	$3.4 \times 10^{-2}$	0.99935	4.8
$LG_{30}$	7.3	$2.8 \times 10^{-2}$	0.99937	6.6
$LG_{40}$	6.4	$2.1 \times 10^{-2}$	0.99941	8.5
$LG_{50}$	5.8	$1.6 \times 10^{-2}$	0.99943	10.3

Tableau I-1 : Largeur  $W_f$  et facteur de propagation  $M^2$  du faisceau redressé puis focalisé  $LG_{p0}$ .  $\chi^2$  et  $r^2$  expriment la qualité du lissage du profil d'intensité, dans le plan focal d'une lentille, par une Gaussienne de largeur  $W_f$ .

Afin de compléter la description de la mise en forme du faisceau  $LG_{p0}$ , il est nécessaire d'estimer la qualité de la transformation d'un faisceau  $LG_{p0}$  en une distribution quasi-Gaussienne dans le plan focal de la lentille. Pour cela, nous avons calculé la puissance  $\alpha_R$  contenue dans le lobe central du faisceau redressé  $LG_{p0}$ . Elle est donnée dans le tableau

I-2, où nous avons aussi reporté la puissance  $\alpha_{LG}$  contenue dans le lobe central d'un faisceau de Laguerre-Gauss pur  $LG_{p0}$ . Ces derniers résultats montrent que l'EOD binaire permet d'obtenir, d'une façon efficace, un transfert de la puissance contenue dans les anneaux entourant le lobe central du faisceau incident  $LG_{p0}$  vers le lobe central du faisceau redressé. Le rapport  $\alpha_R/\alpha_{LG}$  varie approximativement de 3 à 10 quand l'ordre varie de 1 à 5. Par conséquent, le faisceau redressé, une fois focalisé, est formé d'un lobe central de forme Gaussienne (Fig.I-5) où est condensée l'essentiel de la puissance, entouré d'anneaux résiduels d'intensité inférieure à 1% de l'intensité maximale comme on peut le voir sur la figure I-6.

$p$	$\alpha_{LG}(\%)(\%)$	$\alpha_R(\%)$	$\eta$
1	26.4	82.6	17
2	15.6	78.5	68
3	11.2	76.3	172
4	8.6	74.6	366
5	7	73.8	675

Tableau I-2 : Puissance  $\alpha_{LG}$  ( $\alpha_r$ ) contenue dans le lobe central d'un faisceau de Laguerre-Gauss  $LG_{p0}$  pur (redressé) pour  $p$  variant de 1 à 5. Le rapport  $\eta = V_G/V_R$  représente l'augmentation du volume focal.

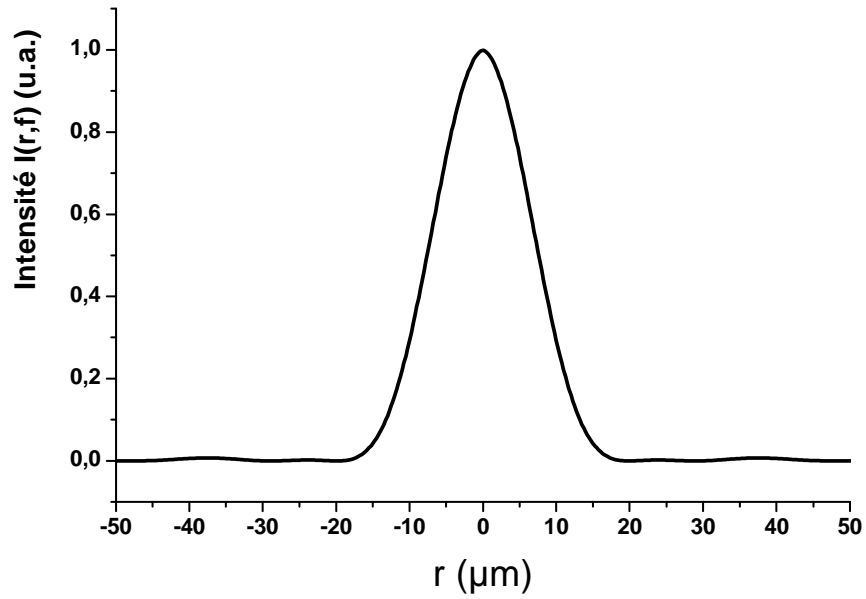


Figure I-5 : Distribution de l'intensité  $I(r,f)$ , au point focal d'une lentille, d'un faisceau  $LG_{50}$  redressé

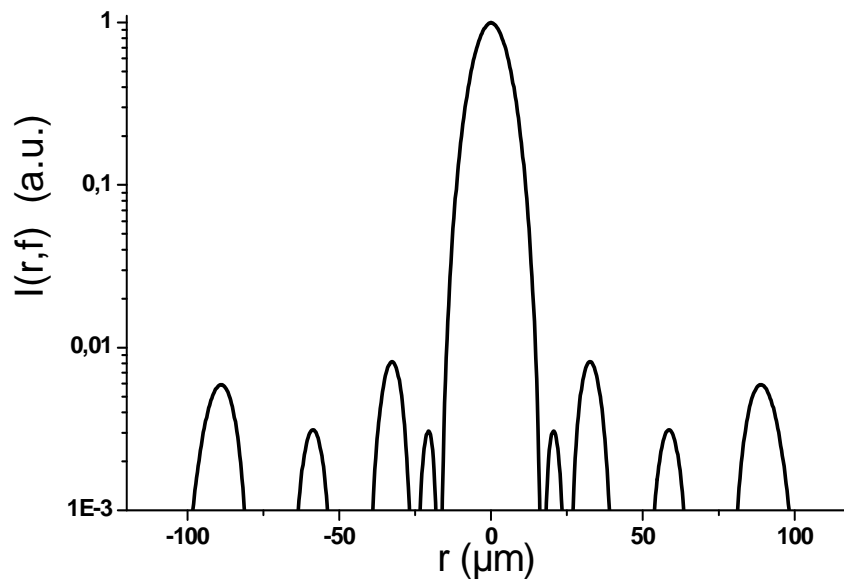


Figure I-6 : Distribution de l'intensité  $I(r,f)$  au point focal d'une lentille du faisceau redressé à l'échelle logarithmique montrant que l'intensité des anneaux latéraux est inférieure à 1% du maximum.

La largeur  $W_f$  du profil Gaussien qui lisse l'intensité  $I(r,f)$  du faisceau redressé est donnée dans le tableau I-1 pour  $p=0$  à 5. Le cas  $p=0$  est donné à titre de référence puisqu'il correspond à un faisceau Gaussien focalisé par la lentille et sans EOD. Dans ce cas, le lissage de l'intensité  $I(r,f)$  par une Gaussienne donne la valeur  $W_f=16.5\mu\text{m}$  alors que la valeur théorique attendue du rayon du beam-waist dans le plan  $z=f$  est :

$$W_0 = \frac{\lambda f}{\pi W} = 16.9\mu\text{m} \quad [\text{I-13}]$$

Il faut remarquer que la largeur, dans le plan focal de la lentille, du faisceau  $LG_{p0}$  redressé est plus petite que celle du faisceau Gaussien focalisé par la même lentille et sans aucun EOD. Par exemple, on observe que, pour  $p=3$ , le faisceau redressé par un EOD, à trois zones de phase  $\pi - 0 - \pi$ , donne lieu dans le plan focal à une configuration quasi-Gaussienne de largeur  $W_f=7.3\mu\text{m}$  au lieu de  $W_f=16.5\mu\text{m}$  quand le faisceau incident est Gaussien. Cette largeur  $W_f$  diminue à mesure que l'ordre  $p$  du faisceau augmente.

La dernière propriété importante qui caractérise un faisceau redressé  $LG_{p0}$  est son facteur de propagation  $M^2$ . En général, on a plutôt tendance à utiliser des faisceaux lasers qui présentent des facteurs de qualité proche de l'unité [Sie-90] parce qu'ils permettent d'obtenir de très hautes brillances pour une puissance laser donnée. Dans le cas de notre travail et contrairement à ce qui se fait habituellement, nous sommes intéressés par un faisceau redressé  $LG_{p0}$  ayant un facteur de qualité  $M^2$  le plus grand possible, bien qu'il présente une forme Gaussienne dans le plan focal. Les résultats du calcul du facteur  $M^2$  sont représentés sur le tableau I-1. On voit que le facteur  $M^2$  du faisceau redressé  $LG_{p0}$  est, comme attendu [Sie-93], approximativement égal au facteur de propagation du faisceau incident ( $M_p^2 \approx 2p+1$ ). Finalement, les performances obtenues dans la réduction du volume focal par redressement du faisceau  $LG_{p0}$  peuvent être résumées à travers le facteur :

$$\eta = V_G / V_R \quad [\text{I-14}]$$

où  $V_R = (\pi^2 W_f^4) / (\lambda M^2)$  est le volume focal associé au faisceau redressé et focalisé.

Le faisceau redressé a un volume focal, au point focal d'une lentille, qui peut être plusieurs centaines de fois plus petit que celui d'un faisceau Gaussien. Le facteur  $\eta$  est

toujours supérieur à 1, il croit avec l'ordre du mode  $p$ . A titre d'exemple, avec les paramètres utilisés dans nos calculs ( $W=1\text{mm}$ ,  $\lambda=1064\text{ nm}$ ,  $f=50\text{ mm}$ ), le volume focal est réduit d'un facteur 675 pour  $p=5$ , ce qui peut se traduire par une augmentation de la résolution longitudinale d'un facteur de l'ordre de  $(675)^{1/3} \approx 8.7$ . Ces résultats sont très prometteurs pour l'amélioration de la résolution spatiale de ce qu'on appelle communément la « 3-D laser prototyping » et la microscopie non-linéaire, et dans d'autres applications laser telles que la lithographie, la découpe et la gravure par exemple [You-00, Zha-02, Qua-00, Wan-08].

## I.2 Brillance

Lors de l'interaction d'une onde électromagnétique avec de la matière, bon nombre de phénomènes physique, qui apparaissent alors, dépendent non pas de la puissance  $P$  du faisceau laser incident, mais plutôt de son intensité  $I$ . Le choix de l'intensité cherchée s'obtient alors en plaçant l'objet à faire interagir dans le plan focal d'une lentille convergente de distance focale  $f$ .

L'intensité d'un faisceau lumineux varie selon la loi  $I=P/S$ , où  $P$  représente sa puissance exprimée en Watt et  $S$  sa section mesurée en unité de surface. L'intensité étant inversement proportionnelle à la surface  $S$  du matériau irradié, elle sera donc d'autant plus grande que la section de la tâche focale est petite, et ce pour une même puissance du faisceau incident. De même, l'intensité sera d'autant plus élevée que la puissance est grande pour une même section d'interaction. Mais il ne faut pas oublier que la dimension de la tâche focale dépend aussi de la divergence du faisceau considéré.

Cette variation de l'intensité est communément appelée luminance ou brillance par analogie au terme anglais "brighthness", terme qu'on retrouve souvent dans la littérature. La brillance d'un faisceau laser décrit sa capacité à générer de fortes intensités en même temps qu'une grande valeur de la distance de Rayleigh ou un faible angle de focalisation. Cette brillance  $B$  (Eq. I-15) s'exprime en fonction des caractéristiques du faisceau laser incident qui sont sa puissance  $P$ , sa longueur d'onde  $\lambda$  et son facteur de qualité  $M^2$  [Men-01, Bel-94]:

$$B = \frac{\pi^2 P}{\lambda^2 (M^2)^2} \quad [\text{I-15}]$$

Plus un faisceau a une brillance élevée, plus il est susceptible de générer une forte intensité tout en ayant une grande distance de Rayleigh. La capacité d'un faisceau laser à produire une intensité plus ou moins élevée, dans le plan focal d'une lentille convergente, dépend de la distribution transverse de son intensité. Les paramètres importants d'un faisceau laser sont : sa largeur  $W_0$ , la position longitudinale de son point de pincement et sa divergence angulaire  $\theta$ . Un paramètre unique contient ces informations ; c'est le facteur  $M^2$ . Ce facteur, appelé aussi facteur de qualité ou de propagation, est paradoxalement d'autant plus faible que la qualité du faisceau est meilleure. La valeur la plus petite de ce facteur est égale à l'unité par définition (Annexe D) et correspond au cas du mode fondamental  $TEM_{00}$  dont le profil radial d'intensité est Gaussien. Comme il est précisé dans l'annexe D, il est important d'avoir à l'esprit qu'un faisceau laser pour lequel  $M^2=1$  est Gaussien, mais à l'inverse un faisceau Gaussien n'implique pas nécessairement un facteur  $M^2$  égal à l'unité. La recherche d'une puissance de sortie la plus élevée possible d'un laser quelconque peut être vaine si on ne prend pas garde de la qualité du faisceau. En effet, faire en sorte, par exemple, de multiplier la puissance de sortie d'un laser par 16 ne sert pratiquement à rien si en même temps le facteur  $M^2$  du faisceau est multiplié par 4.

Il n'est guère possible d'obtenir une bonne brillance juste en renforçant le pompage du milieu laser, comme c'était de coutume pour augmenter la puissance. Les gradients de température et de populations excitées, ainsi engendrés dans le milieu, suscitent des contraintes thermomécaniques et des lentilles thermiques, lesquelles induisent une perte en qualité du faisceau et par là en brillance laser. D'un autre côté, s'intéresser uniquement à la qualité du faisceau signifie, au mieux dans la plupart des cas, que seulement une partie du volume du gain crée dans le milieu laser est utilisée par le faisceau oscillant. D'où, un manque à gagner en puissance, ce qui réduit de beaucoup la brillance malgré le gain en qualité optique. Concilier ces deux aspects constitue maintenant un sujet d'actualité de la recherche en technologie laser.

La brillance trouve son importance dans bon nombres d'applications industrielles telles que l'usinage des matériaux (découpe laser) ou l'ablation laser. Plusieurs techniques ont été développées pour améliorer la brillance des faisceaux lasers. On en citera essentiellement deux.

## **I.2.1 Technique par combinaison cohérente de laser à fibres**

Le développement récent des lasers à fibres les rend attractifs pour supplanter les lasers massifs notamment dans le domaine des hautes puissances. Une solution pour la montée en puissance consiste à combiner de manière cohérente plusieurs lasers fibrés de puissance modérée, déjà optimisés et utilisant une technologie éprouvée. Les méthodes de combinaison cohérente ont été répertoriées selon deux grandes catégories: celles exploitant la notion de densification de pupilles pour lesquelles la combinaison se produit en champ lointain et celles utilisant un résonateur multiaxe construit autour d'un interféromètre.

Dans le premier cas, différentes méthodes ont été expérimentées. L'une d'entre-elles est basée sur le contrôle actif du déphasage relatif entre les amplificateurs à combiner. La configuration typique consiste en un oscillateur Maître dont le rayonnement est équi-réparti et amplifié en parallèle dans  $N$  fibres actives distinctes. La figure de diffraction résultante à l'infini dépend de l'arrangement transversal des extrémités des  $N$  fibres et des phases relatives entre les faisceaux issus de ces fibres. La combinaison cohérente de fibres amplificatrices permet alors d'obtenir une puissance totale significative dans le lobe principal du champ lointain [Bru-05]. D'autres méthodes, basées sur l'utilisation d'une cavité laser unique à bras multiples, pour lesquelles les différents faisceaux sont combinés en champ lointain ont été étudiées. Ce type de source laser comporte  $N$  miroirs de fond de cavité et un miroir de sortie commun. Le verrouillage en phase des rayonnements issus des différentes fibres actives unimodales est imposé par un élément d'optique diffractive. Les phases relatives et le spectre de fréquences temporelles sont automatiquement optimisés de façon à minimiser les pertes intracavité et obtenir le maximum de la puissance totale sur l'ordre zéro de diffraction du composant recombineur. Ce type de configuration a permis d'obtenir 70% de la puissance totale émise par trois fibres dopées aux ions néodyme dans l'ordre zéro de diffraction de l'optique diffractive utilisé [Mor-93].

Ces techniques qui combinent les différents faisceaux élémentaires uniquement en champ lointain ont l'avantage d'être compatibles avec de forts niveaux de puissance. L'amplification est réalisée dans plusieurs fibres actives différentes et la combinaison est obtenue hors cavité. Cependant, ces configurations à sorties multiples font qu'il se forme une

figure de diffraction à l'infini dont une large part de la puissance totale se trouve en dehors du lobe central.

Pour palier à ce problème, plusieurs groupes [Sab-02, Shirakawa] ont développé une méthode de combinaison par interférométrie vers un faisceau unique correspondant au mode fondamental gaussien. Cette méthode est basée à la fois sur les propriétés d'auto-organisation d'un laser, sur sa propension à émettre sur les modes longitudinaux de moindres pertes, et sur une architecture laser de type interféromètre. Le principal avantage de ce type de combinaison par interférométrie est sa capacité à combiner la puissance de plusieurs lasers fibrés avec une très grande efficacité vers un faisceau de très bonne qualité spatiale en utilisant uniquement des composants standards. Cependant, comme la puissance totale est finalement réunie au bout d'une fibre mono-mode unique, la montée en puissance peut être problématique en termes de tenue en flux. L'utilisation de composants de couplage massifs peut s'avérer nécessaire dans ce cas là.

Ces dernières années une nouvelle génération de fibres à cœurs multiples a été conçue. Ce type de structure multi-cœur est attractif dans le cas des fibres à double gain afin d'améliorer l'absorption du faisceau de pompage grâce au bon recouvrement entre celui-ci et les cœurs dopés. D'autre part, la répartition de la puissance du faisceau laser sur l'ensemble des cœurs permet de diminuer de façon significative les effets non-linéaires dans la fibre composite.

La combinaison cohérente de lasers à fibre est un domaine de recherche d'actualité. Obtenir une émission à la fois de forte brillance et de forte puissance est d'un grand intérêt pour de nombreuses applications.

## **I.2.2 Technique par nettoyage de faisceau**

Les effets thermiques induisent des aberrations importantes sur le mode généré par un laser solide. Si l'absorption du barreau laser se fait selon une géométrie non uniforme, alors la distribution de la température dans celui-ci sera différente du profil parabolique idéal, et générera de fortes aberrations dans la fonction de transfert de phase du barreau laser. Avec les récents développements des lasers solides de grande puissance, de haute brillance, qui nécessitent des puissances de pompage du barreau au delà du  $kW$ , l'analyse de l'influence de

ces aberrations sur le faisceau de sortie devient un point crucial dans le développement des sources à haute brillance [Bou-02]. L'influence de ces aberrations peut se traduire sur la zone de stabilité, les pertes et le facteur de qualité du mode fondamental du résonateur. Une solution alternative est de compenser ces aberrations thermiques en utilisant les techniques de conjugaison de phase, ou par l'introduction d'un élément de phase fixe ou d'éléments de phase programmables [Mak-99, Men-01].

### I.2.3 Nouvelle voie

Si on cherche à améliorer la brillance d'un laser solide, on serait tenté, par exemple, d'augmenter le niveau de puissance de pompage du barreau. Il en résulte, dans le milieu amplificateur, des aberrations de phase d'origine thermique qui perturbent fortement le bon fonctionnement du laser dont le mode fondamental peut conduire à un faisceau dont le facteur  $M^2$  est élevé et/ou le niveau de puissance de sortie est faible. Des solutions ont été proposées et qui consistent en l'introduction dans la cavité d'une aberration de phase fixe [Mak-99] ou reconfigurable [Bou-01] mais de signe opposé.

Une alternative pour l'obtention d'un laser à haute brillance, est de procéder en deux étapes comme le montre la figure I-7.

➤ Première étape :

La puissance laser de sortie est proportionnelle au volume  $V_m$  du mode fondamental oscillant dans la cavité. La solution la plus simple pour obtenir un faisceau de grande brillance est de forcer le laser à osciller sur le mode fondamental Gaussien pour lequel le facteur  $M^2$  vaut l'unité. Cependant, la puissance extraite du laser est malheureusement limitée par la valeur modeste de  $V_G$ , le volume du mode Gaussien. Il est possible de surmonter cette difficulté en forçant l'oscillation du laser sur un mode transverse d'ordre élevé mais unique de facteur  $M^2 \gg 1$  en insérant un masque de phase [Ait-02, Has-12, Oro-99] ou d'amplitude [Abr-92, Has-10] (Fig.I-7). Cela se traduit par un plus grand volume du mode défini par :

$$V_{\text{mode}} \approx (M^2) V_G \quad [\text{I-16}]$$

et par conséquent à une puissance laser multipliée par un facteur de l'ordre de  $M^2$ . Cependant la brillance demeure inchangée si rien d'autre n'est fait.

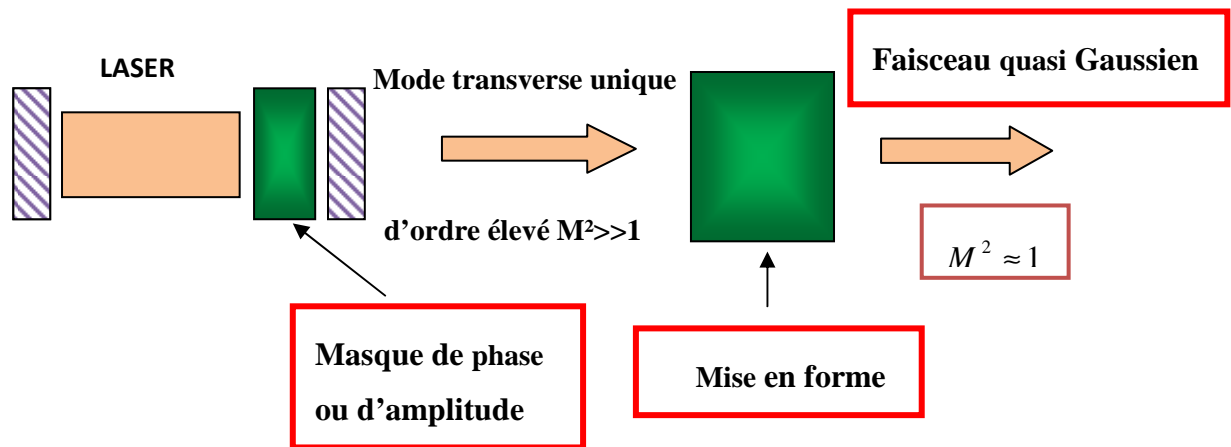


Figure I-7: Schéma d'une solution possible pour réaliser des lasers à haute brillance : Un élément optique diffractif est inséré à l'intérieur de la cavité afin de forcer le laser à osciller sur un mode transverse d'ordre élevé puis un autre dispositif pour la mise en forme est placé à la sortie de la cavité pour compenser l'augmentation du facteur  $M^2$ .

➤ Seconde étape :

Le passage de ce dernier faisceau à travers un système optique adéquat pour sa mise en forme (Fig.I-7), permettrait de réduire le facteur  $M^2$  du faisceau laser en le transformant en un faisceau unilobe de facteur  $M^2=1$ .

Le dernier point que nous devons examiner est comment faire pour forcer une cavité à osciller sur un mode fondamental de type  $LG_{p0}$ . Pour cela, on peut citer la méthode qui consiste à introduire dans la cavité un masque de phase [Ish-03, Ish-05, Mac-04, Has-12] ou un masque d'amplitude [Has-10, Che-95, Cio-98] dont la géométrie est en parfaite harmonie avec la localisation des zéros des polynômes de Laguerre  $L_p$ . En faisant cela, on impose la position de  $p$  zéros d'intensité dans la cavité, ce qui fait que celle-ci n'a d'autres choix que d'osciller sur le mode  $LG_{p0}$  pour lequel les pertes sont minimales. L'utilisation d'un masque d'amplitude est mieux indiquée qu'un masque de phase à cause des pertes plus importantes que ce dernier génère bien qu'il soit transparent comme nous le verrons au chapitre II. Toute

fois, un masque de phase peut combiner deux fonctions à la fois: la sélection d'un mode d'ordre supérieur, et le redressement du faisceau comme il sera montré au chapitre III. Notons que dans ce cas, l'EOD doit être placé très près du miroir de sortie du laser.

De plus, forcé le mode fondamental d'un laser à être un  $LG_{P0}$  peut conduire à une augmentation conséquente de la puissance laser de sortie à cause de l'augmentation du volume du mode fondamental. En conséquence, cela pourrait compenser partiellement la diminution de la brillance du laser due à l'augmentation du facteur de qualité  $M_p^2$  de 1 à  $(2p+1)$ .

*« Cette partie de la thèse a fait l'objet de deux publications [Has-11] et [Has-11]*

# **Chapitre II: ELEMENT OPTIQUE DIFFRACTIF (EOD) INTRA-CAVITE**

## II.1 Les Eléments Optiques Diffractifs (EOD)

Bien que la diffraction soit un phénomène connu depuis longtemps, les Eléments Optiques Diffractifs n'ont été utilisés que récemment lorsqu'un comportement chromatique était nécessaire. Le contrôle de la propagation de la lumière à l'aide de composants diffractifs n'est réellement apparu qu'en 1948 avec l'invention de l'holographie par Gabor. C'était alors le début de l'enregistrement d'une image en trois dimensions d'un objet à l'aide de l'interférométrie. Les premiers éléments optiques diffractifs ont été réalisés par Brown et Lohmann [Bro-66]. Depuis, grâce à l'évolution de la technologie, il est devenu possible de réaliser des objets diffractifs très complexes.

Dans la première partie de ce paragraphe, nous présenterons l'optique diffractive et plus particulièrement les Eléments Optiques Diffractifs que nous avons utilisés dans notre travail. Nous présenterons dans un premier temps l'anneau d'amplitude, ensuite le trou déphasant de  $\pi$ . Nous décrirons pour chaque système la technique de fabrication et nous donnerons ses caractéristiques.

### II.1.1 Le masque d'amplitude

Cette catégorie d'Eléments Optiques Diffractifs fût la première à être introduite, elle est fabriquée à partir de masque d'amplitude binaire. La technique de fabrication consiste à faire un dépôt de matière parfaitement opaque sur une lame mince de verre transparent. Ce dépôt est compris entre deux cercles concentriques et parfaits (Fig. II-1). Le rayon interne  $\rho_A$  de l'anneau est calculé de façon à ce qu'il coïncide avec un zéro du polynôme de Laguerre d'ordre  $p$ . La largeur  $h$  de l'anneau absorbant doit être suffisamment petite pour que les pertes soient minimales.

Le masque d'amplitude est un anneau absorbant caractérisé par un rayon intérieur (extérieur)  $\rho_A$  ( $\rho_B$ ). Sa transmittance  $\tau$  est définie par :

$$\tau(\rho) = \begin{cases} 0 & \text{pour } \rho_A \leq \rho \leq \rho_B \\ +1 & \text{Ailleurs} \end{cases} \quad \text{[II-1]}$$

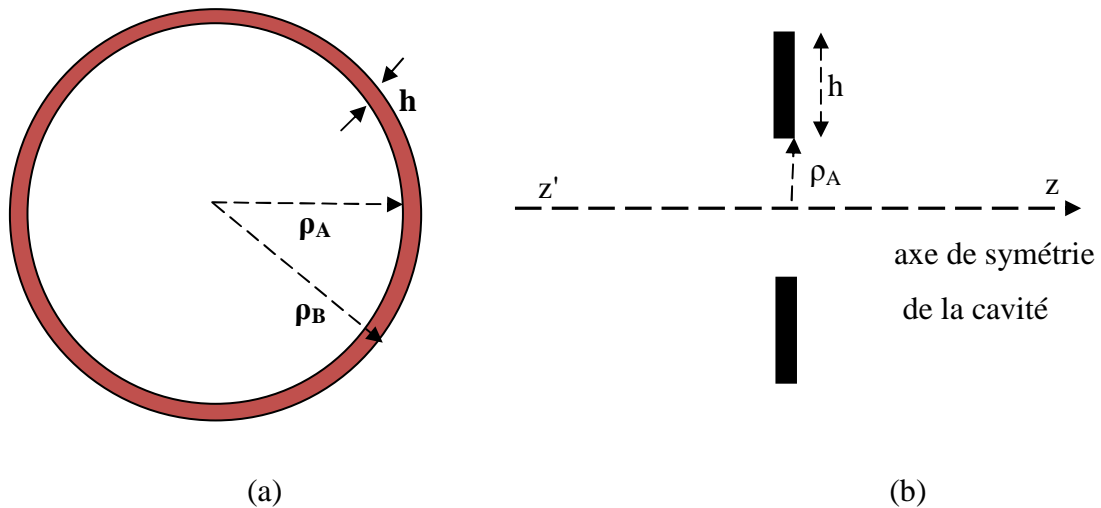


Figure II-1: Représentation d'un anneau d'amplitude: (a) vue de face, (b) vue de profil

## II.1.2 Élément Optique Diffractif de phase

### II.1.2.1 Présentation

Les premiers Eléments Optiques Diffractifs de phase furent réalisés dans les années 80 [Vel-81, Vel-82] à partir de suggestions qui préconisaient la modulation uniquement de la phase du faisceau incident pour le modifier grâce à un relief adéquat réalisé par des techniques photolithographiques.

L'intérêt majeur de ces objets diffractifs est qu'ils sont compacts (ils peuvent même être gravés directement sur un système optique) et transparents à la longueur d'onde considérée. Ils n'absorbent pas d'énergie et permettent la génération d'un seul ordre de diffraction qui permet d'obtenir une efficacité de diffraction particulièrement élevée. Les éléments optiques diffractifs de phase sont aujourd'hui largement utilisés et de plus en plus complexes, grâce aux progrès des techniques de photolithographe qui permettent de réaliser d'une part des motifs de plus en plus petits et d'autre part des objets qui possèdent plusieurs niveaux de gravure. Cette complexité augmente considérablement la difficulté de réalisation de ces objets ainsi que leur coût.

Ces éléments diffractifs de phase présentent sur le parcours du faisceau incident un relief en surface d'un matériau transparent (fig. II-2) et par conséquent différents chemins

optiques qui permettent de modifier le déphasage du champ électrique en fonction des coordonnées X et Y et donc de redistribuer l'intensité en champ proche et en champ lointain.

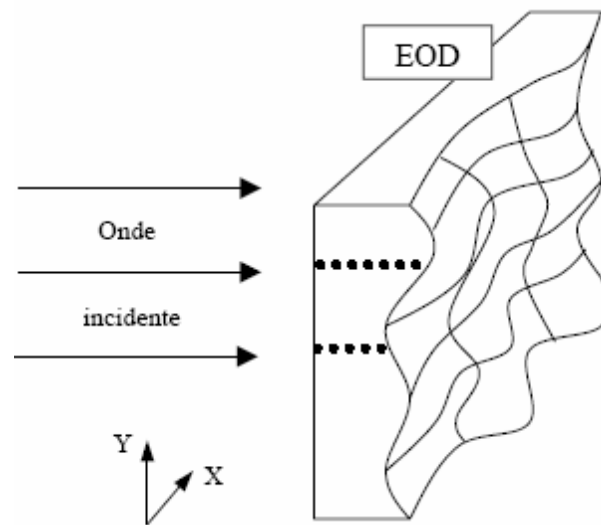


Figure II-2: Schéma d'un élément optique diffractif de phase. Les pointillés montrent la variation du chemin optique en fonction des coordonnées transversales

### II.1.2.2 Réalisation

La microlithographie est la méthode la plus utilisée pour la fabrication d'objets diffractifs de phase. Elle s'inspire de l'électronique et des procédés de fabrication de circuits intégrés. On trouve plusieurs variantes, des méthodes d'écriture directes, des méthodes lithographiques par ablation laser et des méthodes de lithographie habituelles:

- Les méthodes d'écriture directes utilisent soit un faisceau laser soit un faisceau d'électrons pour lesquelles les principaux intérêts sont d'une part de ne pas utiliser de masques et d'autre part de disposer d'une grande flexibilité pour la conception des éléments.
- La méthode de lithographie par ablation laser est quant à elle applicable à tous les types de substrats car elle combine une gravure chimique à la méthode d'écriture directe par faisceau laser.
- La méthode lithographique la plus courante, utilise un masque d'amplitude sur lequel le motif binaire a été inscrit. La technique consiste à projeter ce motif sur la résine en

éclairant le masque avec des rayons ultra violet qui vont insoler la résine. C'est pourquoi on lui donne le nom de photolithographie UV. Le substrat utilisé dans cette technique est une lame de verre dans laquelle on grave un motif.

Le motif réalisé peut être aussi complexe qu'on le souhaite, la réalisation du masque ne posant a priori pas de problème majeur. Il est par contre plus compliqué de réaliser des structures comportant plusieurs niveaux, c'est-à-dire plusieurs profondeurs de gravure. Il faut en effet répéter la même manœuvre pour chaque niveau de gravure avec pour chaque niveau un nouveau masque; outre le coût qui devient de plus en plus élevé avec le nombre de niveaux, la difficulté réside également dans le fait qu'il faille aligner le masque sur le motif déjà gravé. Par ce procédé on peut réaliser des éléments optiques diffractifs de phase aussi compliqués qu'ils soient.

### II.1.2.3 Le trou de phase

Le trou de phase est représenté schématiquement sur la figure II-3: il s'agit d'une optique diffractive de phase binaire creusée d'un trou de diamètre  $2\rho_0$  et de profondeur  $e$ . Les différentes propriétés du trou de phase sont discutées en détails dans la publication [Bou- 97].

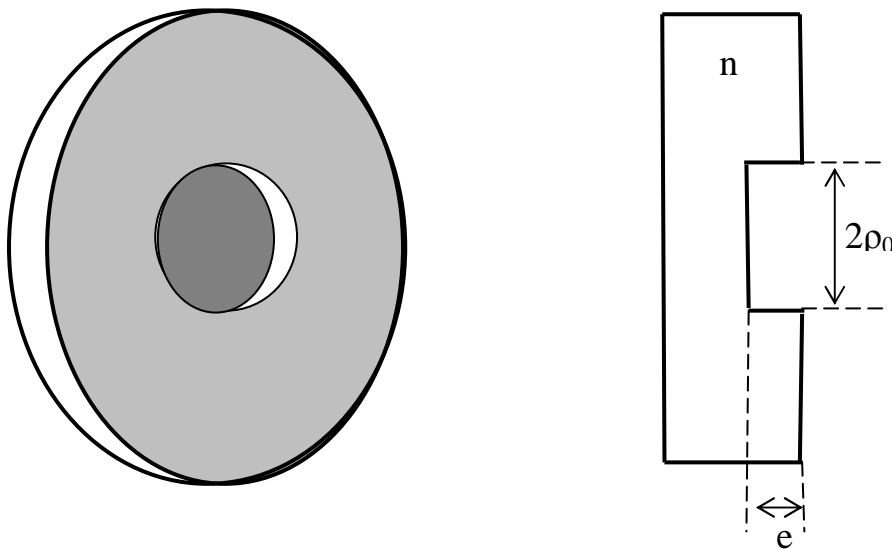


Figure II-3: Représentation schématique du trou de phase

La transmittance de cette optique est donnée par :

$$\tau(\rho) = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho > \rho_0 \\ \exp(-j\phi) & \text{si } \rho \leq \rho_0 \end{cases} \quad [\text{II-2}]$$

où  $\rho$  est la coordonnée radiale dans le plan de l'optique diffractive et  $\phi$  le déphasage tel que :

$$\phi = \frac{2\pi(n-1)e}{\lambda} \quad [\text{II-3}]$$

où  $n$  est l'indice de réfraction du matériau transparent.

Dans le cas particulier d'un trou de phase déphasant de  $\pi$ , c'est-à-dire lorsque l'on choisit judicieusement la profondeur de gravure  $e$  telle que  $\phi = \pi[2\pi]$ , on obtient alors une transmittance réelle simplifiée du trou de phase :

$$\tau(\rho) = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho > \rho_0 \\ -1 & \text{si } \rho \leq \rho_0 \end{cases} \quad [\text{II-4}]$$

### II.1.3 Le champ diffracté par l'EOD

Nous allons dans ce paragraphe définir les équations du champ diffracté afin de mettre en évidence les différentes propriétés des éléments optiques diffractifs (de phase ou d'amplitude) comme la modification de la divergence angulaire du faisceau ou la mise en forme du profil radial de l'intensité...

Nous avons utilisé tout au long de notre travail, les solutions de Laguerre-Gauss de symétrie axiale de l'équation différentielle de propagation d'un faisceau laser à l'intérieur d'un résonateur [Eq. II-5].

$$E_{in}(\rho, z) = \frac{W_0}{W(z)} \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right) L_p\left(\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right) \exp\left\{i\left(kz - (2p+1)\phi(z) + \frac{k\rho^2}{2R_c(z)}\right)\right\} \quad [\text{II-5}]$$

Les  $L_p(X)$  représentent les polynômes de Laguerre d'ordre  $p$  (Tab A-1).  $W_0$  et  $W(z)$  sont respectivement les rayons du faisceau au point de pincement et au point  $z$ ,  $\phi(z)$  le déphasage de Gouy,  $R_c(z)$  le rayon de courbure du faisceau à la côte  $z$  et  $\rho$  la coordonnée radiale dans le plan de l'EOD.

Ces quantités sont données par les relations :

$$W^2(z) = W_0^2[1 + (z/z_R)^2] \quad [\text{II-6}]$$

$$R_c(z) = z[1 + (z_R/z)^2] \quad [\text{II-7}]$$

$$\Phi(z) = \arctan (z/z_R) \quad [\text{II-8}]$$

où  $z_R = \pi W_0^2/\lambda$  est la longueur de Raleigh du faisceau Gaussien,  $W_0$  le rayon du beam-waist, et  $\lambda=1.06\mu\text{m}$  ( la longueur d'onde d'émission du laser Nd-Yag) est la longueur d'onde du faisceau incident.

Si ce faisceau a un rayon  $W$  sur le plan de l'optique diffractive, on défini alors le rayon normalisé  $Y$  par la relation :

$$Y = \frac{\rho}{W} \quad [\text{II-9}]$$

où  $\rho$  désigne la coordonnée radiale dans le plan de l'optique diffractif.

Dans le cas d'une ouverture circulaire,  $Y$  défini le paramètre de troncature et traduit la taille relative de l'ouverture de l'optique diffractive par rapport à celle du faisceau incident.

Dans la mesure où l'optiques diffractive respecte la symétrie axiale du faisceau incident, l'intégration des équations de Fresnel-Kirchhoff peut s'effectuer seulement sur une dimension, la coordonnée radiale  $\rho$  dans le plan de l'EOD.

Le champ électrique juste après passage à travers l'optique diffractive prend donc la forme suivante:

$$E_{em}(\rho, z) = \tau(\rho)E_{in}(\rho, z) \quad [\text{II-10}]$$

où  $E_{in}$  est l'amplitude du faisceau incident tel qu'il est décrit dans l'équation [II-5] et  $z$  la position longitudinale de l'optique diffractive.

Ce champ se propage derrière l'optique diffractive qui permet une redistribution radiale de l'énergie grâce à la nature ondulatoire de la lumière: le profil radial d'intensité peut

donc être déterminé à partir de la formule de diffraction de Fresnel-Kirchhoff. Cette théorie de la diffraction est dite scalaire puisque l'on ne tient pas compte de la nature vectorielle de la lumière (on parlerait dans le cas contraire de théorie rigoureuse de la diffraction). La distribution du champ électrique  $E(r, z')$  dans le plan d'observation situé à une distance  $z'$  de l'objet diffractif, se calcule à partir de la formule de Fresnel-Kirchhoff :

$$E(r, z') = \frac{2\pi \exp(ikz')}{i\lambda z'} \exp\left(\frac{i\pi r^2}{\lambda z'}\right) \int_{\text{objet diffractif}} E_{em}(\rho) \exp\left(\frac{i\pi \rho^2}{2z'}\right) J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda z'} r\rho\right) \rho d\rho \quad [\text{II-11}]$$

où  $r$  est la distance du point d'observation à l'axe de symétrie de la cavité, et  $J_0$  la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre zéro.

Comme nous nous intéressons à la distribution radiale de l'intensité  $I(r, z') = |E(r, z')|^2$ , nous pouvons donc omettre les termes de phases qui n'agissent pas sur  $I$  :

$$E(r, z') = \frac{2\pi}{\lambda z'} \int_{\text{objet diffractif}} E_{em}(\rho) \exp\left(\frac{i\pi \rho^2}{2z'}\right) J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda z'} r\rho\right) \rho d\rho \quad [\text{II-12}]$$

## II.2 Cavité laser contenant un anneau absorbant

### II.2.1 Introduction

La distribution spatiale de la lumière générée par un laser est généralement imposée par les modes propres de la cavité. Le mode fondamental  $\text{TEM}_{00}$ , qui correspond à celui qui présente les pertes les plus faibles, est Gaussien dans le cas d'une cavité à miroir sphériques [Fox-61, Kog-66].

Les caractéristiques du mode fondamental d'une cavité laser peuvent être modifiées par l'insertion d'un composant supplémentaire à l'intérieur du résonateur, qui peut être

- un diaphragme pour la sélection du mode fondamental  $\text{TEM}_{00}$  [Fox-61, Kog-66, Ait-93, Ait-93] ;

- un trou de phase pour améliorer la discrimination d'un mode transverse (TMD) [Ait-00], les propriétés dynamiques du laser [Pas-04], ou la brillance du laser [deS-06] ;
- une aberration de phase pour corriger les aberrations d'origine thermique d'un laser solide [Mak-99, Bou-00] ;
- un disque opaque afin de forcer la cavité à osciller sur un mode fondamental de type  $TEM_{10}$  [deS-08] ; ou
- un diaphragme annulaire pour la génération de faisceau de type Bessel-gauss [Lit-08].

De là, on peut dire que nous avons en main un instrument capable d'avoir une influence sur les propriétés géométriques du faisceau laser. Il serait donc important de considérer ses effets sur le mode fondamental d'une cavité optique. C'est pour ces raisons que nous nous sommes intéressés dans le cas de notre travail au changement que pourrait apporter l'introduction d'un anneau opaque à l'intérieur d'une cavité diaphragmée sur les caractéristiques du mode fondamental. Nous focaliserons notre étude sur le cas d'une cavité plan-concave classique contenant un diaphragme circulaire placé contre le miroir concave et un anneau opaque contre le miroir plan (fig. II-10).

En fait, l'anneau absorbant devrait être considéré comme une sorte de composant optique aux regards de ses propriétés. En effet, l'anneau absorbant est l'élément de base pour obtenir de la super-résolution, qui consiste en une redistribution de l'intensité sous l'effet des phénomènes de diffraction, permettant ainsi d'améliorer la qualité du système d'imagerie [Mar-99, Mar-02, Pae-07].

Pour la détermination du mode fondamental de la cavité contenant un diaphragme circulaire et un anneau absorbant, on suivra la méthodologie déjà mise en œuvre dans le cas d'un trou de phase à l'intérieur d'une cavité diaphragmée [Ait-02] ou dans le cas d'un disque opaque [deS-08]. Cette méthodologie consiste à étudier d'abord les propriétés de diffraction en simple passage de l'anneau absorbant lorsque le faisceau incident est un faisceau de Laguerre-Gauss symétrique ( $LG_{p0}$ ). Ensuite, nous allons étudier les propriétés de diffraction de l'anneau en multi-passage, c'est à dire, lorsque l'anneau est inséré à l'intérieur d'une cavité laser, où nous avons mis l'accent sur les propriétés de discrimination des modes transverses (TMD), qui ont reçu peu d'attention dans la littérature.

## II.2.2 L'anneau opaque

Comme nous l'avons dit plus haut, les propriétés des modes d'une cavité laser comportant des éléments optiques particuliers peuvent être mieux comprises si on examine d'abord le comportement en simple passage de ces optiques quand elles sont éclairées par un ensemble de faisceaux correspondant aux modes transverses d'une cavité froide. Ici, on considère un cas particulier parce que les modes transverses que nous avons utilisés sont les modes symétriques de Laguerre-Gauss  $LG_{p0}$ . Les deux propriétés simple-passage qui nous intéressent sont la transmission d'un faisceau de type  $LG_{p0}$  par l'anneau d'amplitude et l'angle de divergence en champ lointain du faisceau  $LG_{p0}$  diffracté par cet anneau. Cette méthodologie a été déjà utilisée pour le cas d'un trou de phase [Ait-02], d'un stop [deS-08], et d'un diaphragme [Ait-00, Cag-08] introduit à l'intérieur d'une cavité contenant déjà un miroir diaphragmé.

La géométrie de l'anneau est caractérisée par un rayon interne  $\rho_A$ , un rayon externe  $\rho_B$ , et une largeur  $h$ , comme il est indiqué sur la figure II-4. Le champ incident, de longueur d'onde  $\lambda=1064$  nm normal au plan contenant l'anneau opaque est un faisceau symétrique et collimaté de Laguerre-Gauss d'ordre  $p$  dont la distribution de l'amplitude est donnée par :

$$E_{in}(\rho) = L_p\left(\frac{2\rho^2}{W^2}\right) \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2}\right) \quad [\text{II-13}]$$

où  $W$  est la largeur du faisceau incident. Les polynômes de Laguerre  $L_p(X)$  sont donnés en annexe (Tab.A-1). Un faisceau  $LG_{p0}$  est constitué d'un lobe central principal entouré d'anneaux d'intensité concentriques. Il est plus pratique d'exprimer les caractéristiques géométriques de l'anneau par les paramètres normalisés suivants :  $Y_A = \rho_A/W$ ,  $Y_B = \rho_B/W$  et  $\Delta = h/\lambda$ .

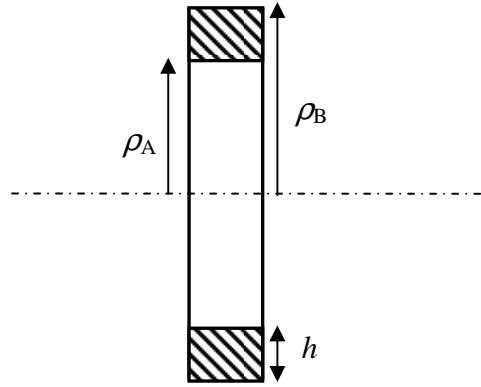


Figure II-4 : Anneau opaque de rayon interne  $\rho_A$  et de rayon externe  $\rho_B$

Dans ce qui suit, nous caractériserons les propriétés optiques de l'anneau d'amplitude en considérant, en fonction de la variable réduite  $Y_A$ , ses propriétés de transmission et le champ diffracté, représenté par sa divergence angulaire, quand le faisceau incident est celui d'un  $LG_{p0}$ .

### II.2.2.1 Transmission d'un faisceau $LG_{p0}$ à travers un anneau d'amplitude

Il est plus pratique d'introduire la distribution de l'intensité d'un faisceau incident  $LG_{p0}$  à partir de l'équation :

$$I_{p0} = |E_{in}(\rho)|^2 \quad [\text{II-14}]$$

La transmission d'un anneau d'amplitude, centré sur un faisceau incident  $LG_{p0}$ , est définie comme étant le rapport de la puissance transmise par l'anneau à la puissance totale de l'onde incidente.

$$T_{p0} = \frac{\int_0^{\rho_A} I_{p0}(\rho) d\rho + \int_{\rho_B}^{\infty} I_{p0}(\rho) \rho d\rho}{\int_0^{\infty} I_{p0}(\rho) \rho d\rho} \quad [\text{II-15}]$$

Le calcul de  $T_{p0}$  est basé sur une intégrale de fonctions qui s'exprime comme le produit d'une exponentielle et d'un polynôme qu'on peut trouver dans la référence [Gra-07] :

$$T_{P0} = 1 + F_{P0}(Y_A) - F_{P0}(Y_B), \quad [\text{II-16}]$$

où la fonction  $F_{P0}(Y)$  s'exprime comme suit:

$$F_{00} = 1 - \exp(-2Y^2) \quad [\text{II-17}]$$

$$F_{10} = 1 - (1 + 4Y^4) \exp(-2Y^2) \quad [\text{II-18}]$$

$$F_{20} = 1 - (1 + 8Y^4 - 8Y^6 + 4Y^8) \exp(-2Y^2) \quad [\text{II-19}]$$

La variation du coefficient de transmission  $T_{P0}$  en fonction de  $Y_A$ , pour  $\Delta=150$  et  $W=1$  mm, est représentée sur la fig. II-5. On voit que la hiérarchie de l'ensemble  $T_{00}$ ,  $T_{10}$ ,  $T_{20}$  change quand le diamètre de l'anneau varie. On peut alors s'attendre à des propriétés nodales intéressantes une fois que l'anneau sera introduit dans la cavité, comme on le montrera au paragraphe II-2-3. La courbe  $T_{P0}$  en fonction de  $Y_A$  (Fig.II-5) montre l'existence de maxima et de minima relatifs. Le coefficient de transmission  $T_{P0}$  présente un maximum très proche de l'unité quand le rayon de l'anneau coïncide avec un zéro de l'intensité du faisceau incident. On voit aussi que pour  $Y_A = 0.93$ , les faisceaux  $LG_{00}$ ,  $LG_{10}$ ,  $LG_{20}$  sont transmis de la même manière.

Comme il est d'usage [Cag-08], il est utile de caractériser l'anneau par son facteur de discrimination défini par  $F_R = T_{00}/T_{10}$ . Ce facteur doit être considéré comme une quantité définie en simple passage et qui doit être distingué du facteur de discrimination de la cavité dans laquelle est introduit l'anneau. Cette différence est due aux effets de résonance dans la cavité, qui tendent à exalter les propriétés simple passage de l'élément optique introduit dans la cavité.

Les résultats sont représentés sur la figure II-6. Ils montrent les variations de  $F_R$  en fonction de  $Y_A$  pour une valeur de  $\Delta=150$ . Pour des valeurs de  $Y_A$  très petites, on voit que  $F_R < 1$ , ce qui veut dire que le mode  $LG_{10}$  est mieux transmis que le mode  $LG_{00}$ . Dans le cas contraire, on trouve  $F_R > 1$  quand  $Y_A > 1$  ce qui signifie que le faisceau  $LG_{00}$  est mieux transmis que le faisceau  $LG_{10}$ . La valeur minimale (maximale) de  $F_R$  se situe à  $Y_A=0.55$  ( $Y_A=1.27$ ). Le minimum de  $F_R$  ne se trouve pas exactement au point où il y a coïncidence

entre le rayon de l'anneau et le zéro de l'intensité du faisceau incident. Si c'était le cas, on aurait observé le minimum de  $F_R$  non pas à  $Y_A=0.55$  mais plutôt à  $Y_A = (1/2)^{1/2} = 0.707$ . Ceci peut s'expliquer facilement si on tient compte de la largeur  $h$  de l'anneau qui fait que la partie absorbante présente un rayon normalisé compris entre 0.55 et 0.7 pour une valeur de  $\Delta=150$ . Si on réduit la largeur normalisée de l'anneau absorbant à  $\Delta=50$ , les valeurs minimale et maximale de  $F_R$  seront proches de l'unité et se trouveront respectivement à  $Y_A=0.61$  et  $Y_A=1.33$ , comme le montre la figure II-7. On déduit donc, que plus  $\Delta$  diminue plus le facteur de discrimination  $F_R = T_{00}/T_{10}$  diminue et tend vers la valeur 1, les modes  $LG_{00}$  et  $LG_{10}$  seront alors transmis de la même manière à condition que les propriétés géométriques de la cavité restent inchangées.

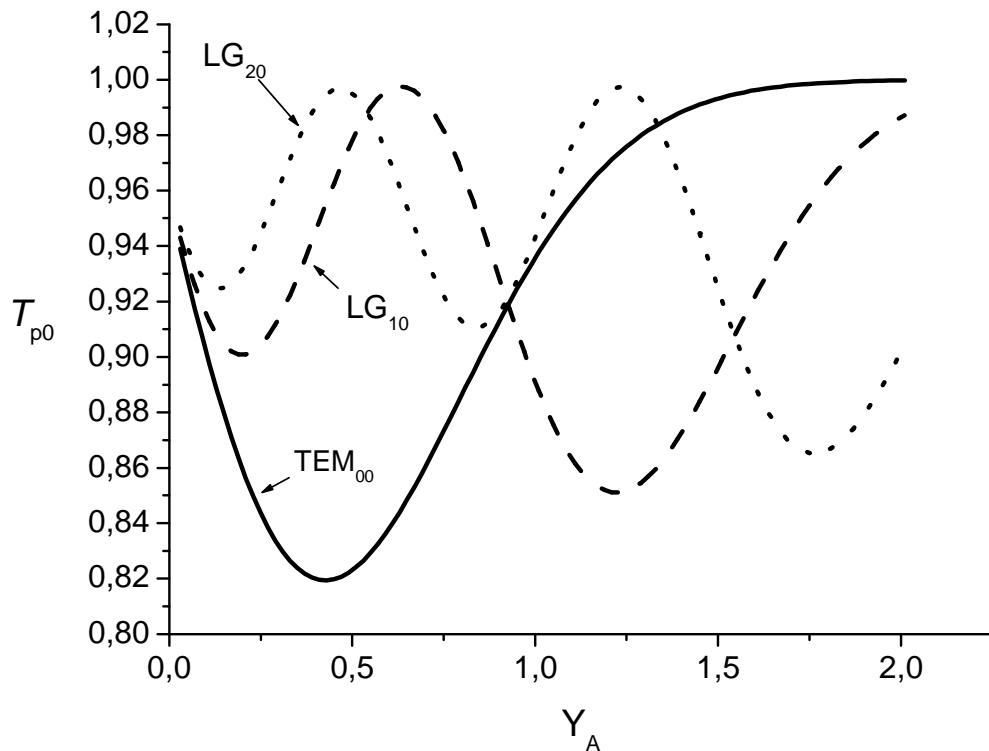


Figure II-5 : Variation du coefficient de transmission d'un anneau d'amplitude en fonction de la variable réduite  $Y_A = \rho_A/W$  quand le faisceau incident est un mode de Laguerre-Gauss symétrique d'ordre  $p$  et de largeur  $W=1 \text{ mm}$ , pour  $\Delta=150$

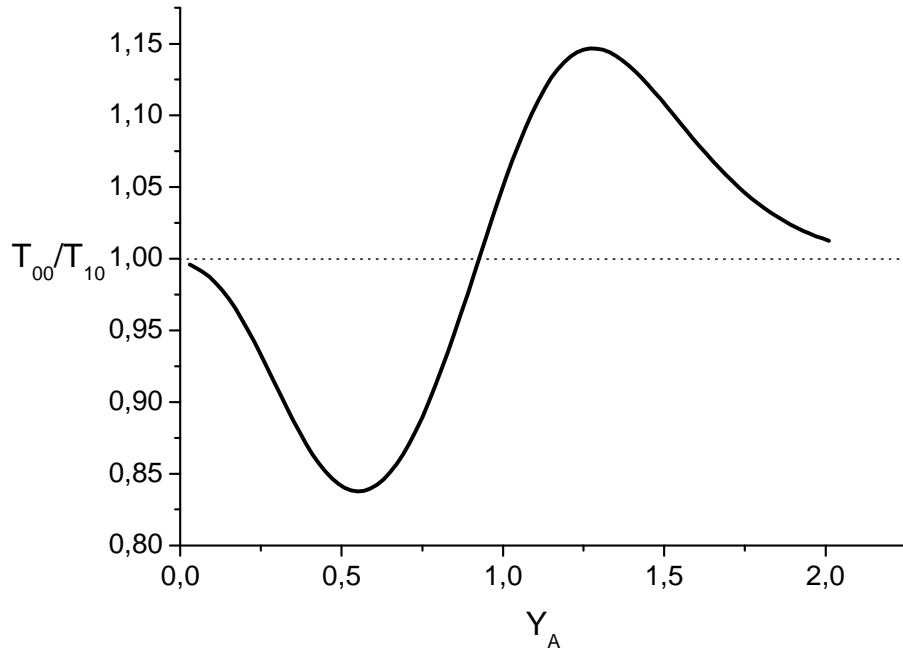


Figure II-6 : Variation du facteur de discrimination  $F_R = T_{00}/T_{10}$  simple passage en fonction du rayon réduit normalisé  $Y_A$  de l'anneau pour  $\Delta=150$  et  $W=1$ mm.

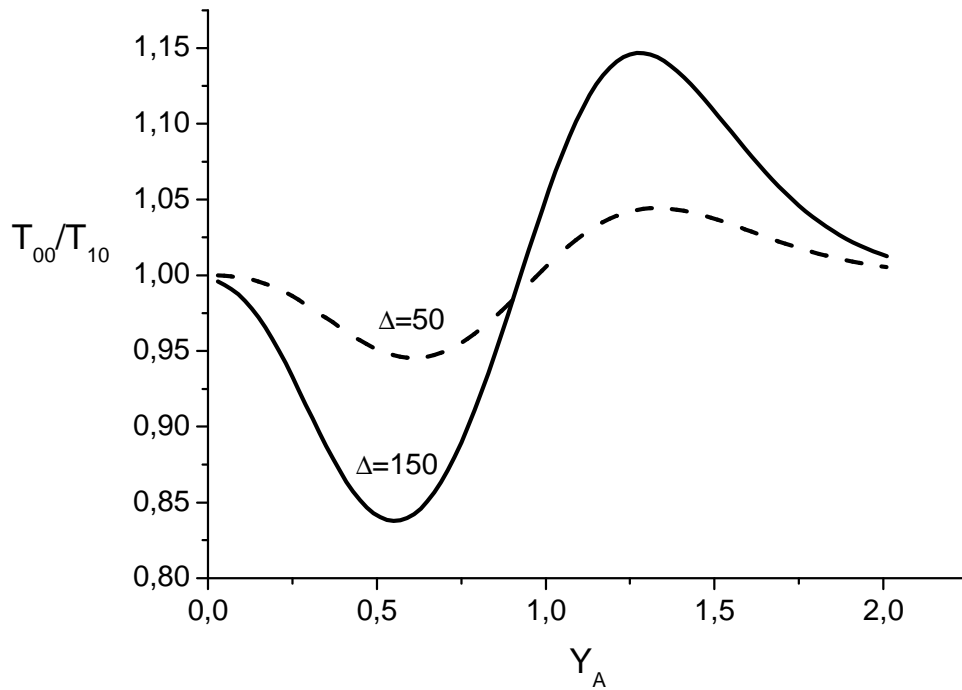


Figure II-7 : Variations du facteur de discrimination  $T_{00}/T_{10}$  en fonction du rayon normalisé  $Y_A$  de l'anneau pour  $\Delta=150$  et  $50$ , et  $W=1$  mm

### II.2.2.2 Divergence angulaire en champ lointain

La diffraction d'un faisceau  $LG_{p0}$  par un diaphragme circulaire induit des variations relatives dans la divergence angulaire du faisceau qui dépendent du rayon de l'ouverture et de l'ordre du faisceau incident. Ceci permet d'optimiser la discrimination des modes transverses dans une cavité diaphragmée [Cag-08]. La connaissance de la divergence  $\theta_p$  d'un faisceau  $LG_{p0}$  diffracté par un objet  $\mathcal{D}$  de forme quelconque est importante. En effet, il a été déjà montré que lorsque l'objet diffractif  $\mathcal{D}$  est un disque opaque [deS-08] ou un trou de phase [Ait-02], par exemple, la hiérarchie des divergences  $\theta_1, \theta_2, \theta_3 \dots$  peut être différente de celle associée aux faisceaux purs  $LG_{00}, LG_{10}, LG_{20}, \dots$  qui s'expriment par  $\theta_{00} < \theta_{10} < \theta_{20} \dots$ . L'angle de divergence  $\theta_p$  est relatif au faisceau diffracté  $LG_{p0}$ , et  $\theta_{p0}$  au faisceau  $LG_{p0}$  pur. Ces derniers sont liés par les rapports  $\theta_{10} / \theta_{00} = 1.64$  et  $\theta_{20} / \theta_{00} = 2.12$  [Hall-92].

Dans le cas où la hiérarchie des divergences devient, par exemple,  $\theta_1 < \theta_0 < \theta_2 < \theta_3 \dots$  à cause des effets de diffraction à travers l'objet  $\mathcal{D}$ , on s'attend, alors, à ce que le mode fondamental de la cavité comportant un diaphragme circulaire et l'objet diffractif  $\mathcal{D}$  soit de la forme d'un  $LG_{10}$ .

Il convient de rappeler que, par définition, le mode fondamental d'un laser constitué de miroirs sphériques, d'un diaphragme circulaire et d'un Élément Optique Diffractif (EOD) est le premier à atteindre le seuil d'oscillation, en d'autres termes, le mode qui présente les pertes les plus faibles. Par conséquent, le mode fondamental n'est pas nécessairement un mode Gaussien, il dépend des propriétés diffractives de l'objet  $\mathcal{D}$  et peut être un mode  $LG_{p0}$  avec  $p \geq 1$ . Ce point sera examiné dans ce qui suit.

La divergence  $\theta_p$  du faisceau  $LG_{p0}$  diffracté par un anneau opaque est calculée [SIE-86] à partir du rayon effectif  $W_e$  du faisceau diffracté en champ lointain à une distance  $D=30$  m de l'anneau :

$$\theta_p = \frac{W_e}{D} \quad [\text{II-20}]$$

La largeur effective  $W_e$  d'un faisceau non Gaussien ( $LG_{p0}$ ) est définie comme étant égale au rayon du cercle qui reçoit la même puissance que le cercle qui a un rayon égal à la

largeur du faisceau Gaussien (c'est-à-dire à 86%). Les variations du rapport  $\theta_p/\theta_{p0}$  en fonction de la variable réduite  $Y_A$ , le rayon normalisé de l'anneau, sont représentées sur la figure II-8 pour  $p=0, 1$ , et  $2$ . On voit que les courbes présentent un maximum qui se déplace vers des valeurs croissantes de  $Y_A$  à mesure que  $p$  augmente. Lorsque l'anneau d'amplitude est positionné exactement sur l'anneau brillant pour  $p = 1$  ( $Y_A=1.23$ ) ou sur le deuxième anneau brillant pour  $p = 2$  ( $Y_A=1.8$ ), alors  $\theta_p/\theta_{p0}$  est maximum. Dès lors qu'on considère la présence simultanée de l'anneau d'amplitude et du diaphragme circulaire à l'intérieur de la cavité, on doit s'attendre, en conséquence des résultats représentés sur la figure II-8, à un possible changement dans la hiérarchie des divergences en considérant la variation des rapports  $\theta_1/\theta_0$  et  $\theta_2/\theta_0$  en fonction de  $Y_A$ . Les résultats obtenus sont représentés sur la figure II-9, où les droites horizontales représentent les rapports  $\theta_{10}/\theta_{00}=1.64$  et  $\theta_{20}/\theta_{00}=2.12$  qui caractérisent les faisceaux  $LG_{p0}$  purs.

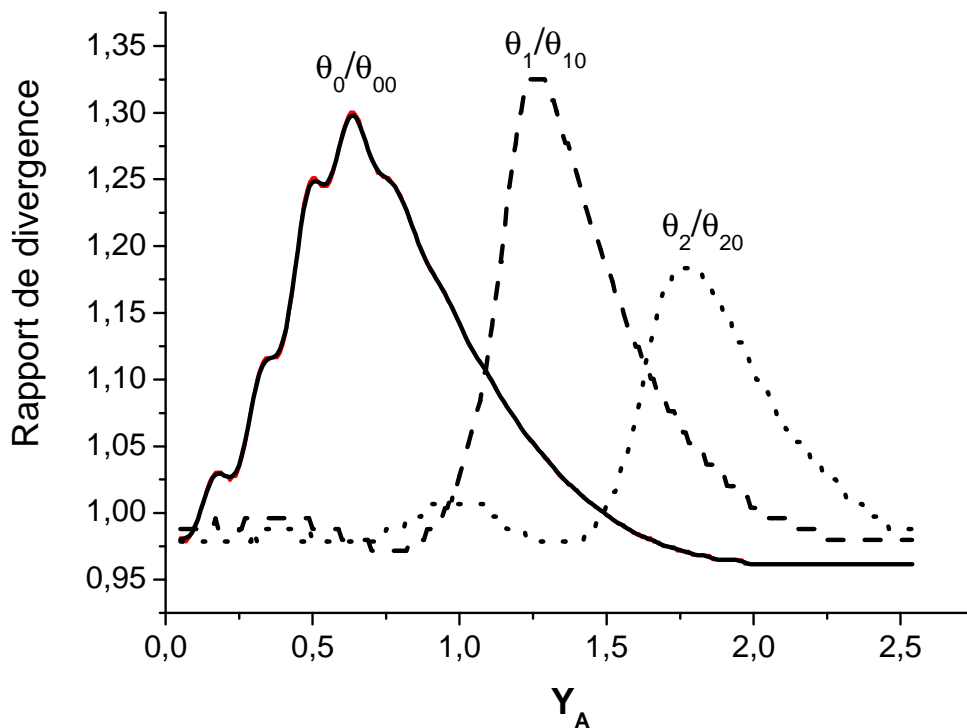


Figure II-8 : Variation du rapport de divergence  $\theta_p/\theta_{p0}$  en fonction de  $Y_A$ , où  $\theta_p$  est relatif au faisceau diffracté  $LG_{p0}$  par l'anneau opaque, et  $\theta_{p0}$  à celui du faisceau pur  $LG_{p0}$ , avec  $\Delta = 150$  et  $W = 1$  mm.

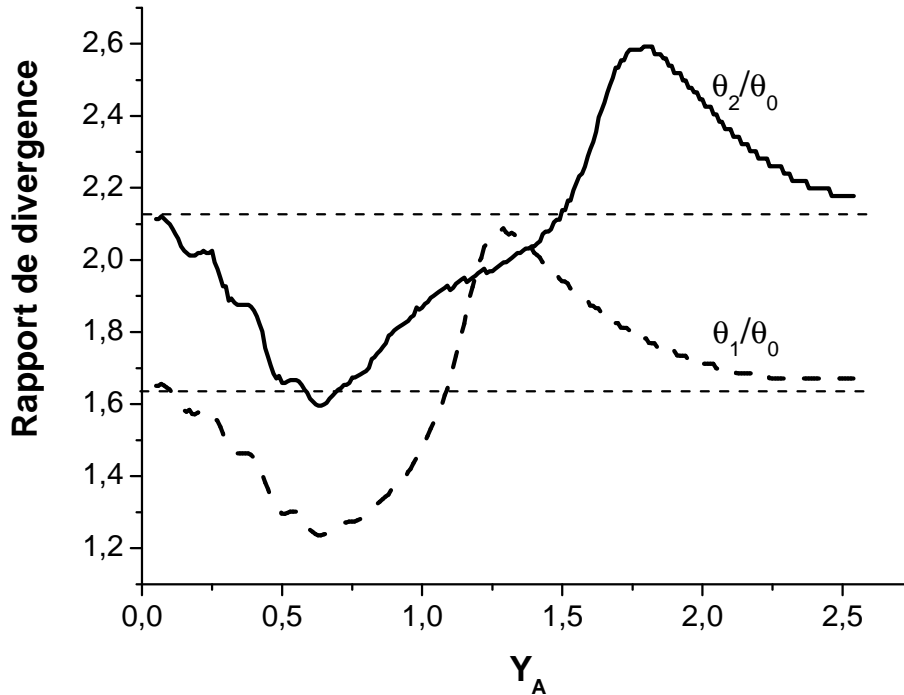


Figure II-9 : Variation du rapport de divergence  $\theta_1/\theta_0$  et  $\theta_2/\theta_0$  en fonction de  $Y_A$ , pour  $\Delta = 150$  et  $W = 1$  mm.

Lorsque  $Y_A$  est proche de 0.7, valeur correspondant à la position de l'anneau sombre du faisceau  $LG_{10}$ , le rapport  $\theta_1/\theta_0$  est réduit à 1.2 (Fig.II-9) au lieu de sa valeur 1.64 lorsqu'il n'y a pas de diffraction. En ce point et d'après la figure II-8, il n'y a pas d'expansion latérale pour le faisceau  $LG_{10}$ , alors que le faisceau  $LG_{00}$  subit une augmentation de sa divergence de l'ordre de 30%. De plus, en ce point particulier, la transmission de l'anneau d'amplitude est maximale pour le faisceau  $LG_{10}$  et elle est plus grande que celle du faisceau  $LG_{00}$  (Fig.II-5). Il en résulte que ce point pourrait présenter les meilleures conditions pour forcer la cavité à osciller sur un mode fondamental de type  $LG_{10}$ , comme nous le verrons au paragraphe suivant. Une autre particularité intéressante se dégage de la figure II-9 puisque, pour des valeurs de  $Y_A$  comprises entre 1.2 et 1.3, on remarque que  $\theta_1 \approx \theta_2$  avec  $\theta_1 > 1.64\theta_0$ . Cette propriété implique que la sélection d'un mode transverse singulier pourrait être améliorée par les capacités de discrimination du diaphragme circulaire placé à l'intérieur de la cavité, comme nous le verrons au paragraphe II-2-3.

### II.2.3 Cavité laser avec un anneau absorbant et un diaphragme circulaire

Ci-dessus, nous avons discuté des propriétés diffractives d'un anneau absorbant en simple passage à travers les résultats obtenus sur la transmission et la divergence en champ lointain quand le faisceau incident est un  $LG_{00}$ ,  $LG_{10}$ , ou un  $LG_{20}$ . Examinons, maintenant, les propriétés de l'anneau absorbant qui résultent des effets de la diffraction après plusieurs aller-retour du faisceau dans la cavité. Pour ce faire, nous consid rerons un résonateur plan-concave (Fig. II-10), constitué de

- Un anneau opaque (2), de rayon interne  $\rho_A$  et de largeur  $h$ , placé contre le miroir plan (1)
- Un diaphragme circulaire (3), de rayon  $\rho_D$ , placé contre le miroir concave (4).

Introduisons le paramètre géométrique  $g = (1 - L/R)$ , dont la valeur est ajustée, en faisant varier le rayon de courbure du miroir concave  $R$ , de façon à le maintenir dans la région de stabilité ( $0 < g < 1$ ) pour une longueur du résonateur constante  $L = 600$  mm. Nous introduisons aussi deux autres paramètres géométriques importants et qui sont les largeurs du faisceau du mode fondamental  $LG_{00}$  d'un résonateur froid, c'est à dire en absence de l'anneau d'amplitude et du diaphragme, à savoir le rayon du faisceau Gaussien  $W_0$ , sur le miroir plan, et le rayon du faisceau  $W_c$  sur le miroir concave.

$$W_0^2 = \frac{\lambda L}{\pi} \left( \frac{g}{1-g} \right)^{1/2}, \quad [\text{II-21}]$$

$$W_c^2 = \frac{W_0^2}{g}. \quad [\text{II-22}]$$

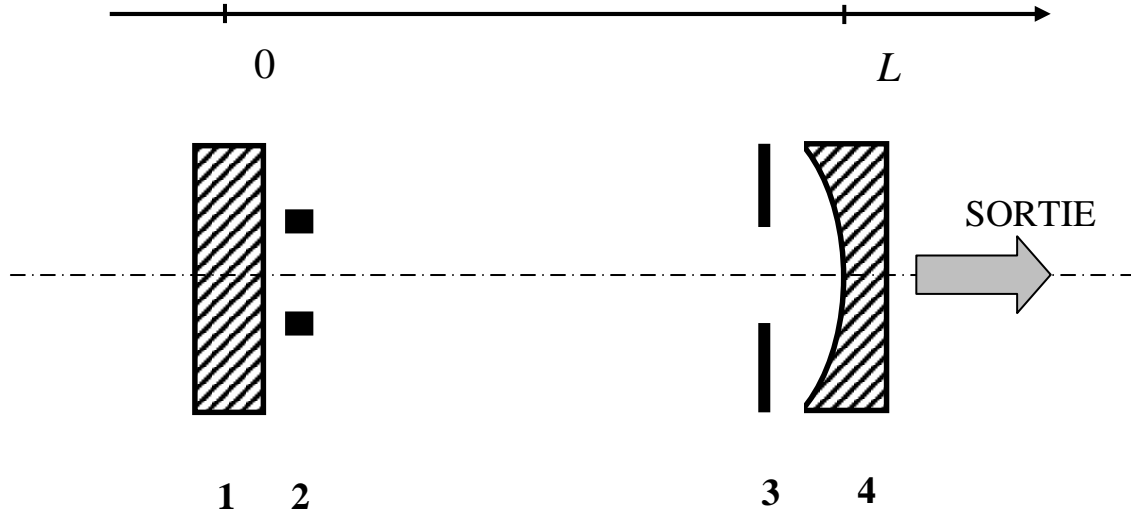


Figure II-10 : Schéma d'une cavité plan-concave contenant un diaphragme circulaire (3) contre le miroir concave (4) et un anneau d'amplitude (2) contre le miroir plan (1). La sortie est du côté du miroir concave.

Il est clair que les modes résonnants de la cavité (Fig. II-10) ne sont plus des modes purs  $LG_{p0}$  suites aux perturbations, dues aux effets de diffraction, qui se produisent sur l'anneau d'amplitude et le diaphragme circulaire. Ces perturbations du faisceau seront caractérisées par deux paramètres sans dimension  $Y_A$  (variable associée au rayon interne de l'anneau absorbant) et  $Y_D$  (variable réduite associée au rayon du diaphragme circulaire) et qui s'expriment, respectivement, par :

$$Y_A = \frac{\rho_A}{W_0} , \quad Y_D = \frac{\rho_D}{W_C} \quad [\text{II-23}]$$

Le calcul numérique du champ résonnant dans une cavité comportant un anneau d'amplitude et un diaphragme circulaire est basé sur le développement du champ dans la base des modes transverses de Laguerre-Gauss  $LG_{p0}$  d'une cavité froide. Cette méthode a déjà été décrite dans le cas d'une cavité plan-concave comportant un diaphragme circulaire sur un miroir, et un trou de phase sur l'autre miroir [deS-06]. Il est important de caractériser les performances de discriminations du résonateur envers les modes transverses d'ordres supérieurs par l'introduction du facteur de discrimination transverse (TMD), défini par

$$F_C = \frac{|\Gamma_0|^2}{|\Gamma_1|^2}, \quad [\text{II-24}]$$

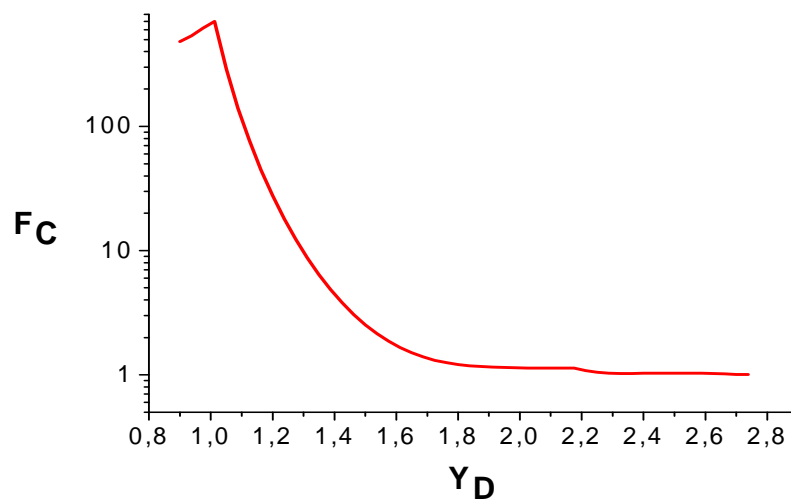
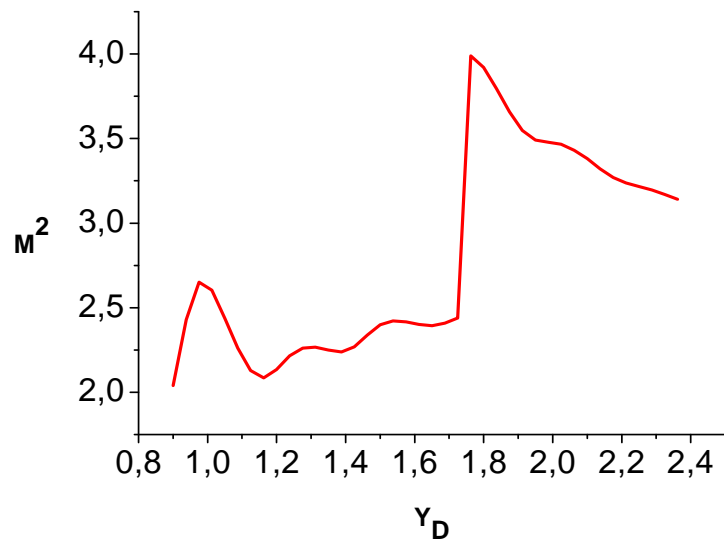
où  $|\Gamma_0|$  et  $|\Gamma_1|$  représentent respectivement les modules des valeurs propres du premier et du second mode transverse. La puissance associée à un mode change d'un facteur  $|\Gamma|^2$  après un aller-retour dans la cavité. Une grande valeur de  $F_C$  veut dire qu'il y a une forte discrimination envers les autres modes transverses. On trouve dans la littérature beaucoup de résultats sur l'utilisation de masques d'amplitude ou de phase placés à l'intérieur d'une cavité laser afin d'imposer une distribution d'intensité particulière juste en imposant des lignes de zéro d'intensité. Malheureusement, très peu d'attention est consacrée à la discrimination envers les autres modes transverses qui oscilleraient, certainement, une fois que la puissance de pompage dépasserait leur seuil d'oscillation. C'est pour ces raisons qu'il est important d'étudier le comportement du facteur de discrimination des modes transverses (TMD) avec les différents paramètres. Une autre quantité importante est le facteur de propagation du faisceau  $M^2$ , qui caractérise le faisceau de sortie de la cavité (Annexe D). Nous étudierons aussi les pertes de puissance sur un aller-retour, dues aux effets de diffraction, du mode fondamental, et qui sont définies par :

$$L_{FM} = 1 - |\Gamma_0|^2 \quad [\text{II-25}]$$

Nous considérons les variations de  $M^2$ ,  $L_{FM}$ , et  $F_C$  en fonction de  $Y_D$  pour deux valeurs particulières de  $Y_A$ , le rayon normalisé de l'anneau. La première valeur est  $Y_A = 0.7$ , pour laquelle le mode fondamental est supposé être le  $LG_{10}$ , la seconde  $Y_A = 1.3$  est la valeur pour laquelle on s'attend à ce que le mode fondamental soit Gaussien avec un facteur de discrimination amélioré, comme on l'a vu au paragraphe II-2-2. Les calculs de  $M^2$ ,  $L_{FM}$ , et de  $F_C$  sont faits pour  $g=0.5$  (configuration semi-confocale), valeur pour laquelle le facteur de discrimination est maximum [Ait-93].

Les résultats sont représentés sur la figure II-11 pour  $Y_A = 0.7$ , desquels nous pouvons tirer les conclusions suivantes: d'abord, on remarque que le mode fondamental est de type  $LG_{00}$  pour  $Y_D < 1.72$ , avec un facteur de propagation du faisceau dégradé et compris entre 2 et 2.6 (Fig.II-12-a). Ensuite, la valeur de  $M^2$  passe subitement à une valeur plus

grande à  $Y_D = 1.72$  et le mode fondamental est un mode  $LG_{10}$  (Fig.II-12-b). Cependant, la sélection de ce mode  $LG_{10}$  comme mode fondamental est caractérisé par une faible discrimination puisque  $F_C \approx 1$  pour  $Y_D > 1.72$ . Le changement brutal du facteur  $M^2$ , qui est dû au changement dans la distribution de l'intensité transverse, est aussi visible à travers le changement de la courbure de la courbe  $L_{FM}$  en fonction de  $Y_D$  (comme indiqué par la flèche sur la figure II-11). Nous reviendrons sur la sélection d'un mode  $LG_{10}$  par un anneau absorbant de nouveau au paragraphe II-2-4, où les propriétés transverses d'un résonateur contenant seulement un anneau absorbant, c'est à dire sans le diaphragme, seront étudiées.



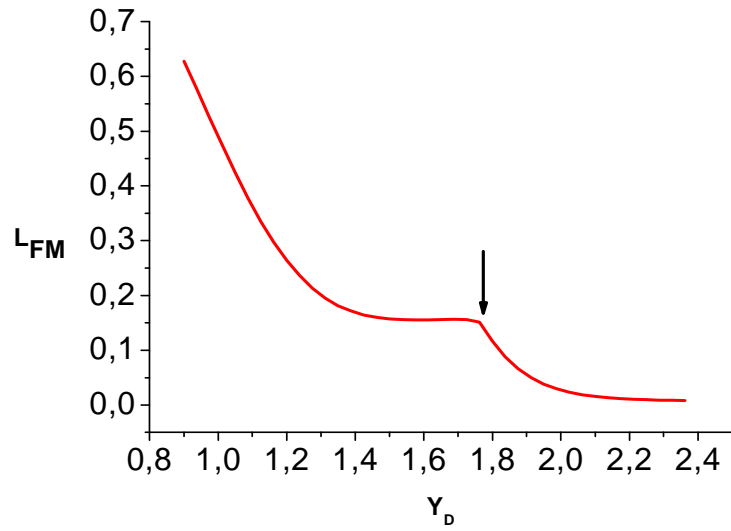
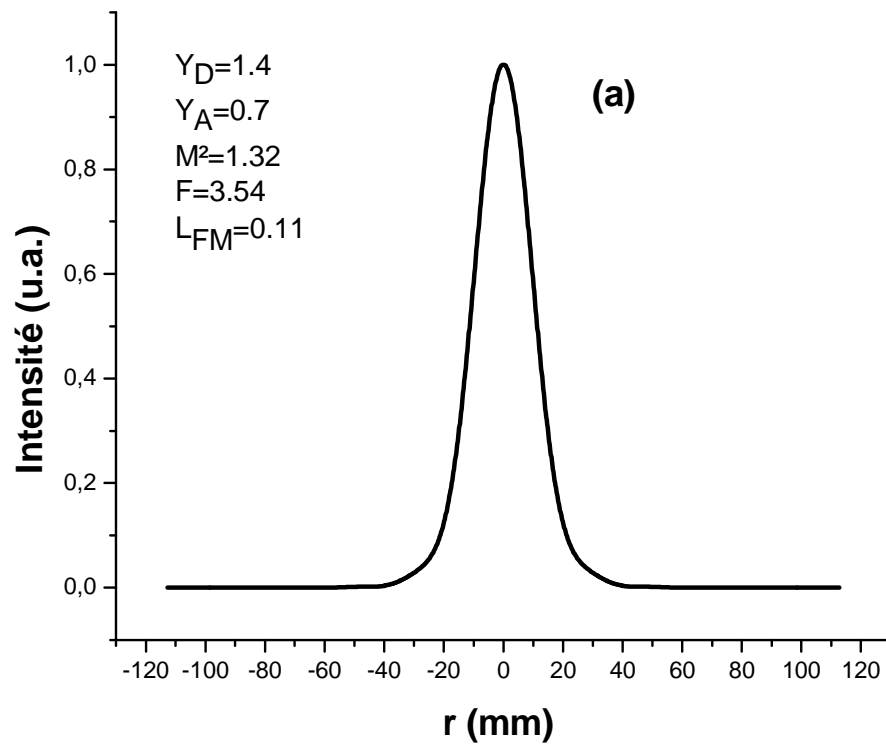


Figure II-11. Variations du facteur de propagation  $M^2$ , des pertes du mode fondamental  $L_{FM}$  et du facteur de discrimination  $F_C$  en fonction du rayon normalisé du diaphragme  $Y_D$ , pour  $Y_A = 0.7$ ,  $\Delta=20$  et  $g=0.5$



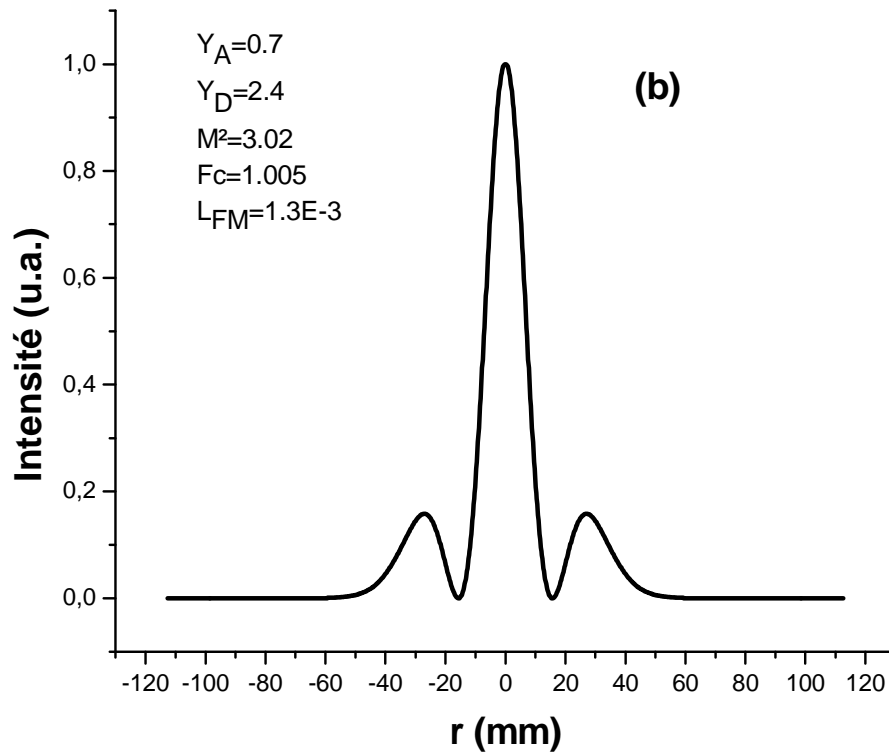
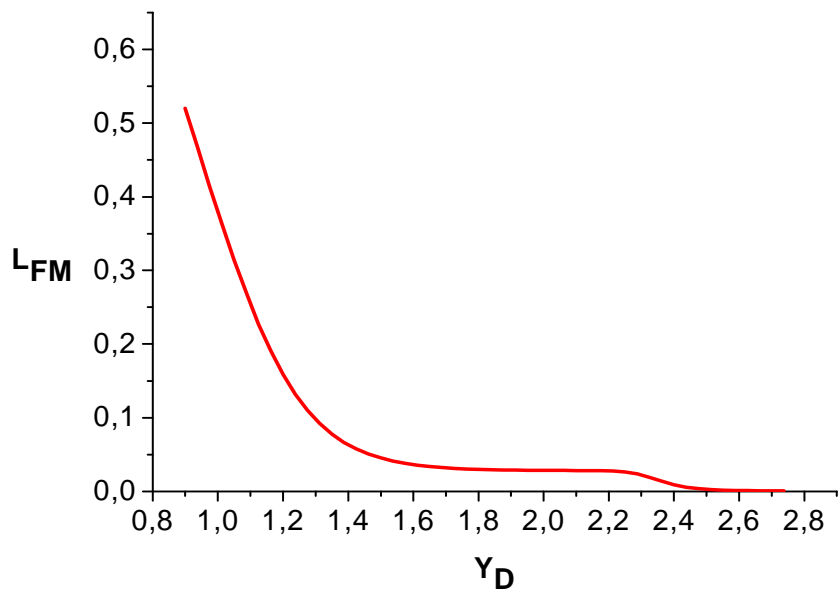
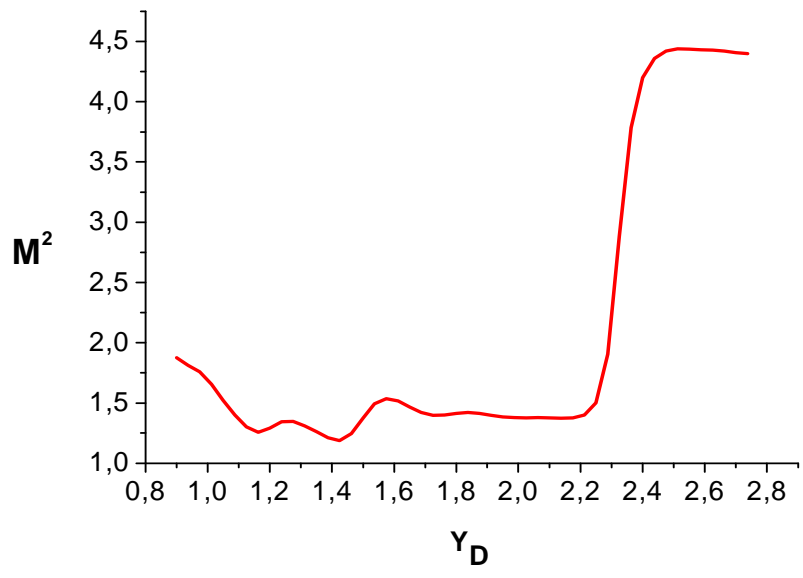


Figure II-12. Intensité radiale, en fonction de la coordonnée radiale  $r$ , calculée en champ lointain ( $Z_A=30$  m) : (a)  $Y_D=1.4$  (b)  $Y_D=2.4$

L'étude des différents paramètres du faisceau ( $M^2$ ,  $L_{FM}$ ,  $F_C$ ) pour  $Y_A=1.3$  montre que le mode fondamental est un  $LG_{00}$  pour  $Y_D < 2.25$ , avec un  $M^2$  voisin de 1.5, et un  $LG_{10}$  pour  $Y_D \geq 2.25$  avec un facteur de qualité de l'ordre de 4.5 (Fig. II-13) au lieu de 3, si le mode était un  $LG_{10}$  pur. Cette dégradation dans la qualité du faisceau est due aux effets de la diffraction par les bords du diaphragme.



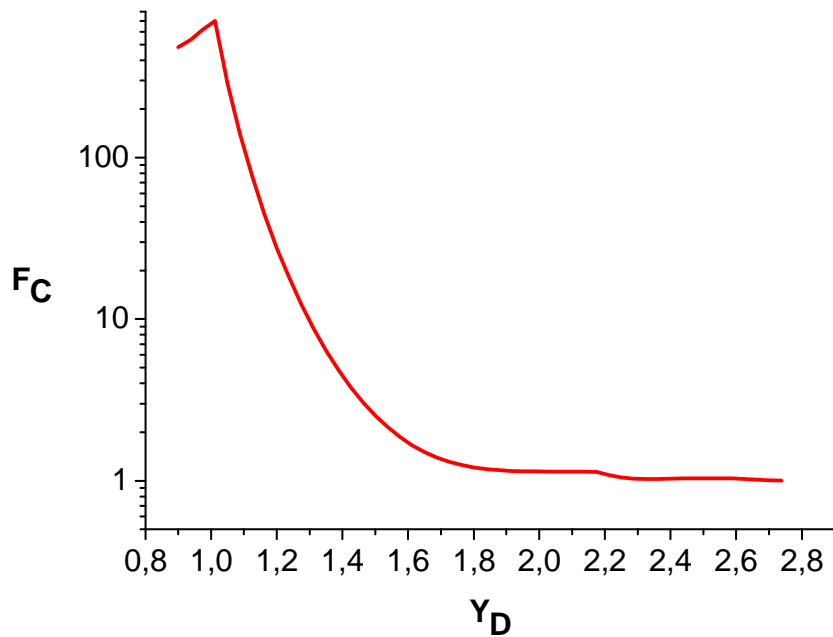


Figure II-13. Variations du facteur de propagation du faisceau  $M^2$ , des pertes du mode fondamental  $L_{FM}$  et du facteur de discrimination  $F_C$  pour un rayon normalisé de l'anneau  $Y_A=1.3$ , en fonction du rayon normalisé du diaphragme circulaire  $Y_D$ , avec  $\Delta=20$  et  $g=0.5$ .

Regardons maintenant si l'introduction d'un anneau absorbant à l'intérieur d'un résonateur diaphragmé permet d'augmenter le facteur de discrimination  $F_C$  et de réduire les pertes  $L_{FM}$  sur un aller-retour, alors que le mode fondamental est un mode  $LG_{00}$ , comme il est suggéré au paragraphe II-2-2-2. Pour ce, il serait convenable de tracer la courbe de variation du facteur de discrimination  $F_C$  en fonction des pertes  $L_{FM}$  lorsque  $Y_A=1.3$  et  $Y_D$  varie. Les résultats sont représentés sur la fig. II-14. On remarque que, si on accepte des niveaux de pertes  $L_{FM}=20\%$ , il y correspond un facteur de discrimination égal à 28, en absence de l'anneau opaque, et à 60 quand l'anneau opaque de rayon normalisé  $Y_A=1.3$  est introduit à l'intérieur de la cavité. Inversement il est possible d'obtenir le même facteur de discrimination  $F_C = 60$  avec moins de pertes (20% au lieu de 30%) en insérant l'anneau opaque dans la cavité diaphragmée. Sans aucun doute, l'insertion de l'anneau opaque rend possible l'obtention d'un mode fondamental  $LG_{00}$  avec une discrimination élevée et des pertes faibles, en comparaison avec ce qui pourrait être obtenu avec le diaphragme seulement. De plus, on remarque que, dans les deux cas, le facteur de propagation est proche de 1.5 ( $M^2 \approx 1.5$ ). On voit donc l'intérêt d'utiliser des optiques diffractives plus sophistiquées afin

d'atteindre un facteur de discrimination élevé. Par exemple, la géométrie du résonateur peut être constituée de la combinaison de miroirs diffractifs et d'une surface de diffusion [Zei-99], ou d'une discontinuité de phase en escalier [Nap-99]. En conséquence de tout cela, l'utilisation de l'anneau d'amplitude est tout indiquée dans ce genre d'expérience puisque sa fabrication est plus simple et moins coûteuse que n'importe quel élément optique diffractif de phase. De plus, sa capacité à améliorer la discrimination fait de l'anneau absorbant le composant tout indiqué du point de vue de la discrimination.

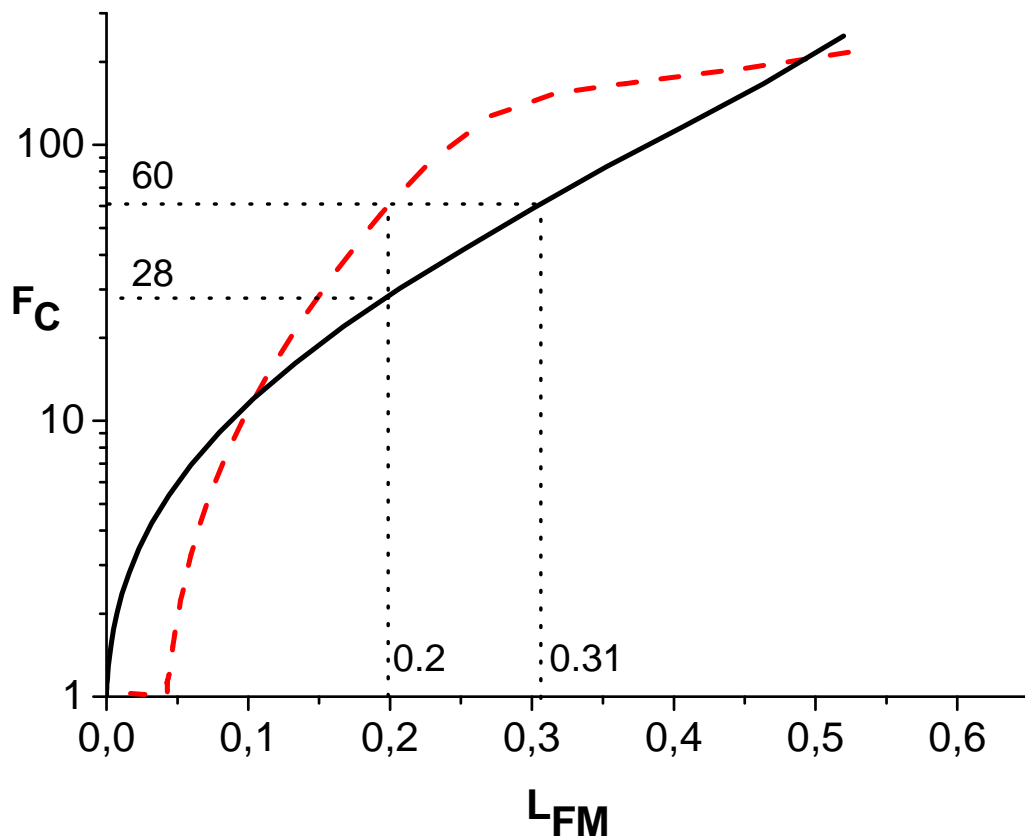


Figure II-14 : Facteur de discrimination transverse  $F_C$  en fonction des pertes  $L_{FM}$  du mode fondamental ; en trait plein, sans l'anneau opaque ; en pointillés, avec l'anneau absorbant de rayon normalisé  $Y_A=1.3$  et de largeur normalisée  $\Delta=20$ . Les pertes  $L_{FM}$  changent avec l'ouverture du diaphragme.

## II.2.4 Cavité laser avec un anneau opaque

Nous avons trouvé au paragraphe II-2-3 que le mode fondamental d'une cavité qui comprend un anneau absorbant sur le miroir plan et un diaphragme circulaire sur le miroir

concave pourrait être un  $LG_{10}$  si l'ouverture du diaphragme est correctement choisie mais, malheureusement avec une faible discrimination en vers les autres modes transverses. L'idée de départ pour la sélection du mode  $LG_{10}$  par une paire anneau-diaphragme est que l'anneau absorbant force le mode résonnant à avoir un zéro d'intensité. Quand la largeur de l'anneau opaque enveloppe le zéro du mode propre  $LG_{10}$  de la cavité, alors le mode fondamental  $TEM_{00}$  de la cavité devient un  $LG_{10}$ . On rappelle que le mode  $LG_{10}$  ne contient qu'un seul anneau sombre, alors que le  $LG_{p0}$  contient p anneaux sombres. Maintenant, la question qui se pose est, « est-ce-que un anneau absorbant est capable de sélectionner un mode fondamental de type  $LG_{p0}$  juste en imposant un seul zéro d'intensité ? ». La réponse est oui. Ceci a été vérifié pour les cinq premiers modes  $LG_{p0}$  dont les zéros d'intensité sont donnés en annexes (Tab.A-2). En fait, puisque l'anneau absorbant a une certaine largeur h, il est très important de faire attention à la partie couverte de l'anneau sombre particulier qui est recherché. Par exemple, si on veut forcer le mode fondamental à être un mode  $LG_{20}$ , on peut positionner l'anneau absorbant sur le premier zéro situé à la position radiale normalisée 0.54 suivant le tableau A-2 donné en annexes. Pour  $Y_A=0.5$  et  $\Delta = 20$ , la position radiale normalisée de la zone d'absorption varie de 0.5 à 0.54, alors le premier zéro du mode  $LG_{20}$  sera à l'intérieur de la zone d'absorption et le mode fondamental sera effectivement un mode  $LG_{20}$ , comme le montre la figure II-15, avec un facteur  $M^2 = 5.009$  qui montre que le mode sélectionné est un mode pur. Cependant, pour  $Y_A = 0.53$  et avec la même valeur de  $\Delta$ , la position radiale normalisée de la zone d'absorption de l'anneau varie de 0.53 à 0.57 et couvre bien le premier zéro du mode  $LG_{20}$ , mais le mode fondamental sélectionné est un mode transverse d'ordre supérieur avec  $p = 12$ , comme le montre la figure II-15. En conséquence, on peut s'attendre à ce que la sélection d'un mode singulier d'ordre supérieur en utilisant un anneau d'amplitude intra-cavité ne soit pas une chose facile et peut être accompagnée par des instabilités. Ces dernières pourraient être la conséquence des faibles changements dans la largeur du faisceau et, donc dans la valeur de  $Y_A$ , dues, par exemple, à l'évolution temporelle des effets de lentille thermique dans le milieu amplificateur. Cet effet, ou tout autre, responsable des variations de  $Y_A$ , pourrait faire que le faisceau de sortie passe d'un mode d'oscillation à un autre.

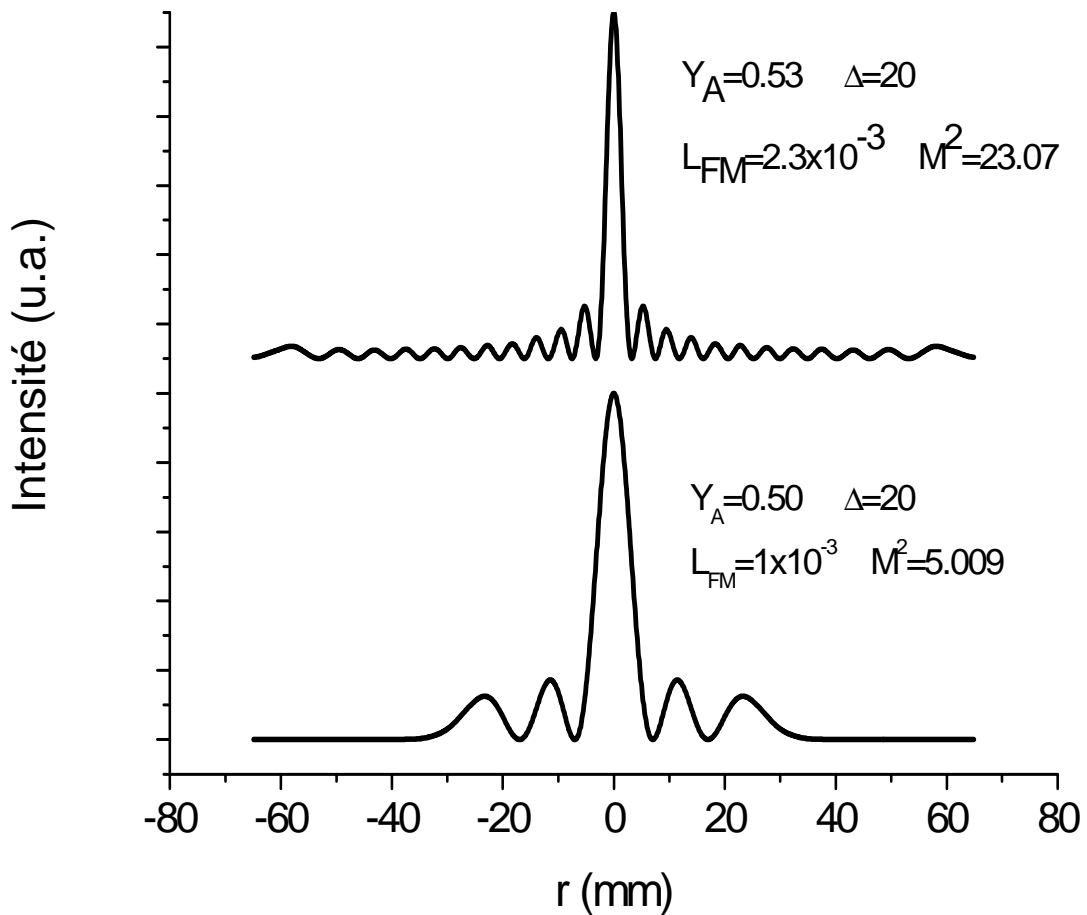


Figure II-15 : Forme du mode fondamental en champ lointain d'une cavité ne comportant qu'un anneau d'amplitude caractérisé par son rayon normalisé  $Y_A$ .

Jusqu'à maintenant, nous avons montré que la sélection d'un mode fondamental de type  $LG_{p0}$  à l'aide d'un anneau opaque est faiblement absorbant certes, mais il présente aussi une faible discrimination envers les autres modes transverses. Il est important de signaler que l'analyse des propriétés de discrimination du résonateur que nous avons faites concernent la cavité froide, c'est-à-dire en l'absence de tout milieu actif. Il faut se rappeler qu'un laser formé d'un milieu actif à l'intérieur de la cavité, est un système optique non-linéaire, alors il n'est pas surprenant que la sélection d'un mode singulier d'ordre supérieur au moyen d'une grille fonctionne déjà expérimentalement [Rig-63, Abr-92, Che-95, Cio-98].

« Cette partie de la thèse a fait l'objet d'une publication [Has-10] ».

## II.2.5 Oscillation d'une cavité diaphragmée avec un anneau opaque intra-cavité sur un mode transverse $LG_{p0}$ ( $P \geq 2$ )

La cavité est plan-concave, elle comporte un diaphragme circulaire contre le miroir concave et un anneau d'amplitude de largeur  $h=20 \mu\text{m}$  contre le miroir plan (Fig. II-10). La longueur de la cavité est égale à  $L=277 \text{ mm}$  et le rayon de courbure du miroir concave à  $R=300 \text{ mm}$ , ce qui donne une largeur du beam-waist  $W_0=164 \mu\text{m}$  sur le miroir plan et un facteur de stabilité de la cavité  $g=0.077$ . La sortie du faisceau se fait du côté du miroir concave et le profil radial de l'intensité est calculé en champ lointain.

La possibilité de faire osciller une cavité diaphragmée sur un mode fondamental  $LG_{p0}$  d'ordre supérieur ( $p > 2$ ) en utilisant un anneau absorbant intra-cavité est réelle. Il faut cependant prendre la précaution, comme nous l'avons soulevé au paragraphe précédent, à ce que l'anneau d'amplitude enveloppe bien l'anneau sombre visé. L'anneau d'amplitude doit être positionné sur le dernier anneau sombre du mode  $LG_{p0}$ , du moins tant que  $p \leq 3$ . Par exemple, si l'anneau d'amplitude est centré sur le deuxième zéro du polynôme de Laguerre d'ordre 2 ( $Y_A = 1.3$ ) alors le mode fondamental serait un mode transverse  $LG_{20}$ . Par contre, si on centre l'anneau opaque sur le dernier zéro du polynôme de Laguerre d'ordre 4 ( $Y_A = 2.16$ ), qui doit correspondre au dernier anneau noir, alors le mode fondamental sera un mode Gaussien. Mais si l'anneau opaque est centré sur le troisième anneau sombre ( $Y_A = 1.44$ ), valeur qui correspond au troisième zéro du polynôme de Laguerre d'ordre 4, alors le mode fondamental sera un mode transverse pur d'ordre 4 avec un facteur  $M^2=9$  (Fig. II-17). Le choix de l'ouverture du diaphragme circulaire est aussi très importante (Fig. II-16). Le mode fondamental sera Gaussien  $LG_{00}$  si  $Y_D < 3.5$  et sera, dans le cas contraire, un mode pur  $LG_{40}$  avec un facteur de qualité  $M^2=9$  (Fig. II-16). Les pertes du mode fondamental sont faibles mais le facteur de discrimination reste voisin de l'unité.

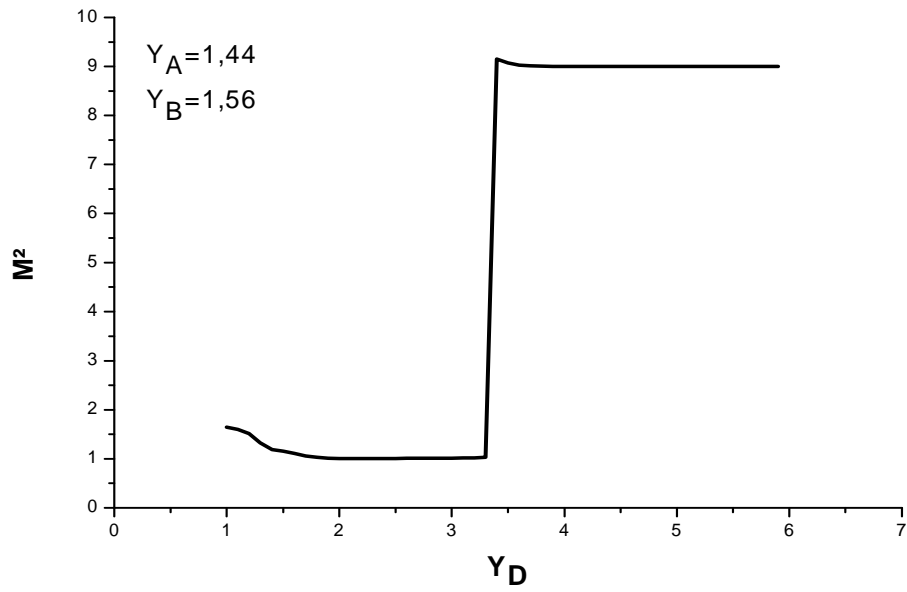


Figure II-16 : Facteur  $M^2$  en fonction de  $Y_D$  pour  $Y_A = 1.445$ . L'anneau d'amplitude est centré sur le 3<sup>ième</sup> zéro du polynôme de Laguerre d'ordre 4.

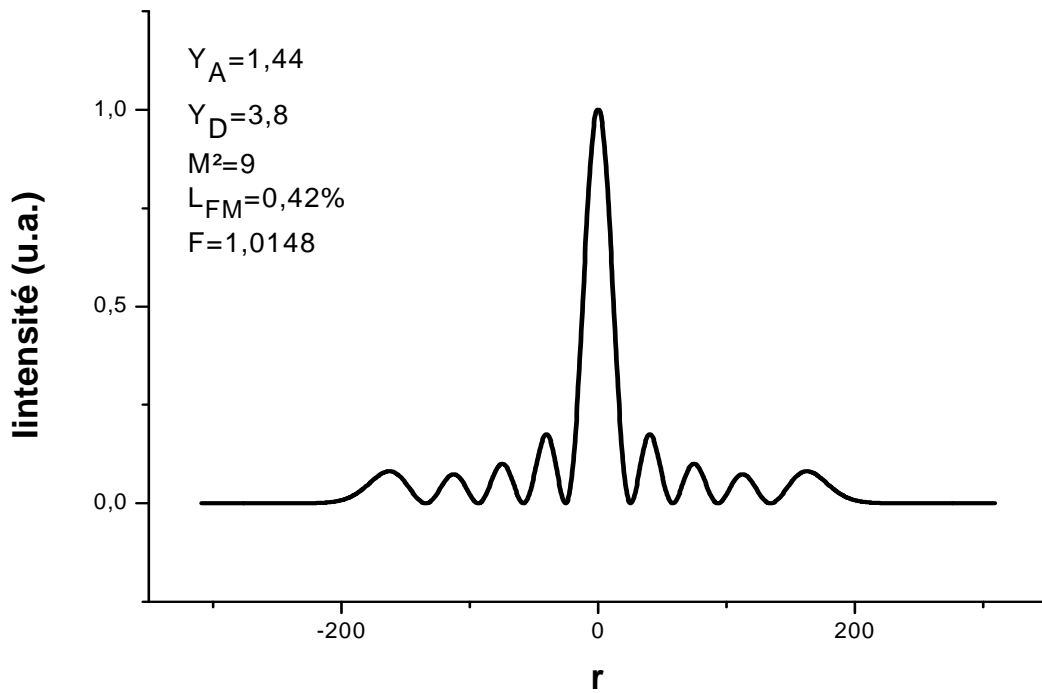


Figure II-17 : Intensité radiale en fonction de  $r$  pour  $Y_A = 1.445$

L'obtention d'un mode fondamental  $LG_{p0}$  est donc très sensible au choix de la variable réduite  $Y_A$  de l'anneau d'amplitude. Par exemple, si on veut faire osciller la cavité sur le mode fondamental  $LG_{20}$  et que le rayon interne de l'anneau absorbant coïncide exactement avec le troisième zéro du polynôme de Laguerre  $Y_A=1.77$ , alors dans ce cas le mode fondamental serait Gaussien si l'ouverture du diaphragme circulaire est  $Y_D > 2.2$  comme il est indiqué sur la figure II-18. Par contre, si  $Y_A = 1.7$ , le facteur  $M^2$  passe subitement de  $M^2=1$  à  $M^2=7$  si l'ouverture du diaphragme est  $Y_D > 3.3$  (Fig. II-19). Le mode fondamental serait un mode Gaussien pur dans le premier cas et un mode transverse pur de type  $LG_{30}$  (Fig. II-20) dans le second cas avec un facteur  $M^2=7$ . Donc sélectionner un mode transverse d'ordre  $p > 2$  avec un anneau opaque est très sensible à la valeur du rayon de l'anneau. On remarque, aussi, que la discrimination entre modes se fait non seulement par l'anneau absorbant mais aussi par le diaphragme circulaire qui joue un rôle important.

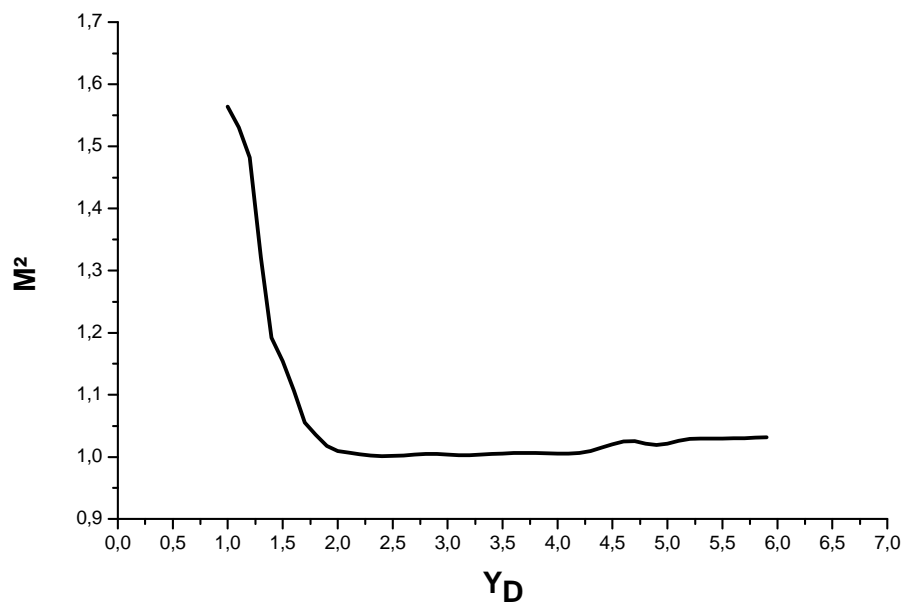


Figure II-18 : Facteur  $M^2$  en fonction de  $Y_D$  :  $Y_A=1.77$

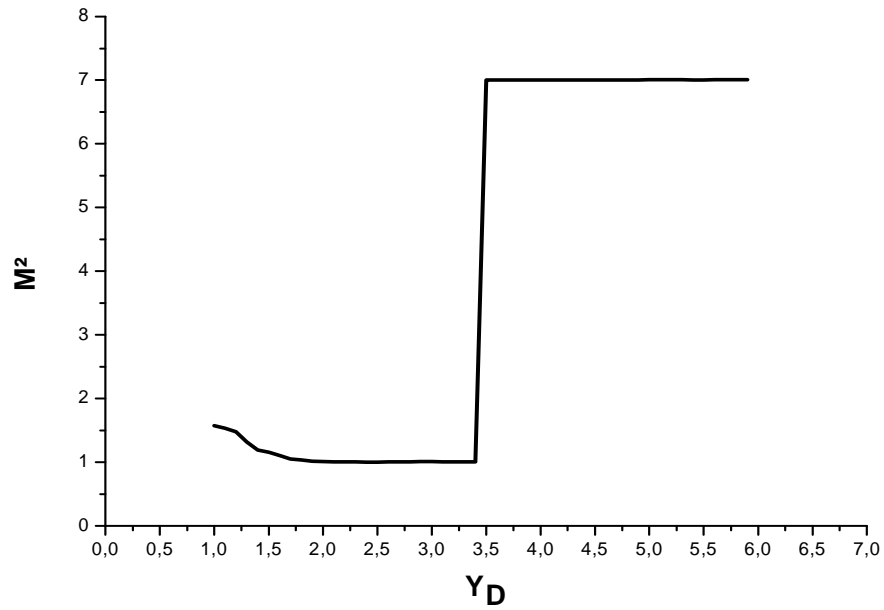


Figure II-19 : Facteur  $M^2$  en fonction de  $Y_D$  :  $Y_A=1.7$

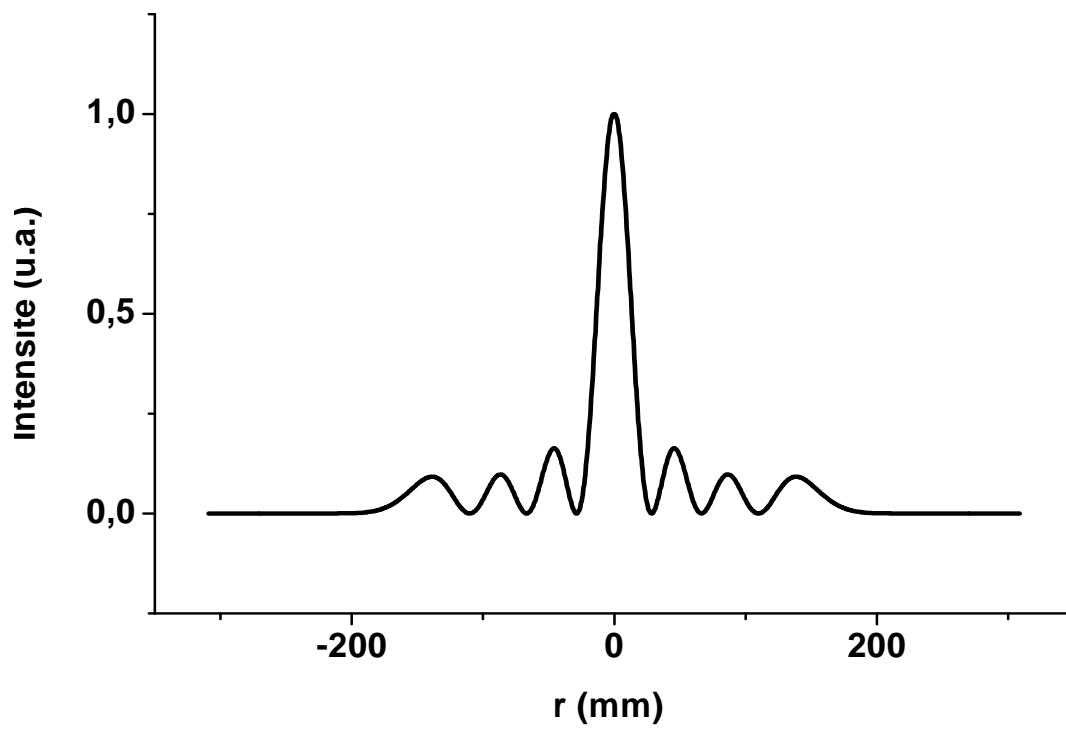


Figure II-20 : Intensité  $I_r$  en fonction de  $r$  dans le cas où  $Y_A=1.7$ . Le 3<sup>ème</sup> zéro du polynôme de Laguerre d'ordre 3 se trouve à l'intérieur de l'anneau absorbant

Quand  $Y_A=1.34$ , cette valeur couvre à la fois le deuxième zéro du polynôme de Laguerre d'ordre 2 et le troisième zéro du polynôme de Laguerre d'ordre 5. La courbe qui représente l'évolution de  $M^2$  en fonction de l'ouverture du diaphragme  $Y_D$  a une forme d'escalier (Fig. II-21.). On obtient un mode fondamental Gaussien pur quand le diaphragme est fermé  $Y_D < 2.7$ , un mode transverse  $LG_{20}$  pur avec un facteur  $M^2= 5.01$  pour les valeurs de  $2.8 < Y_D < 3.8$  (Fig. II-22.), et un mode transverse pur  $LG_{50}$  avec un  $M^2=11$  pour  $3.8 < Y_D < 4.6$  (Fig.II-23.).

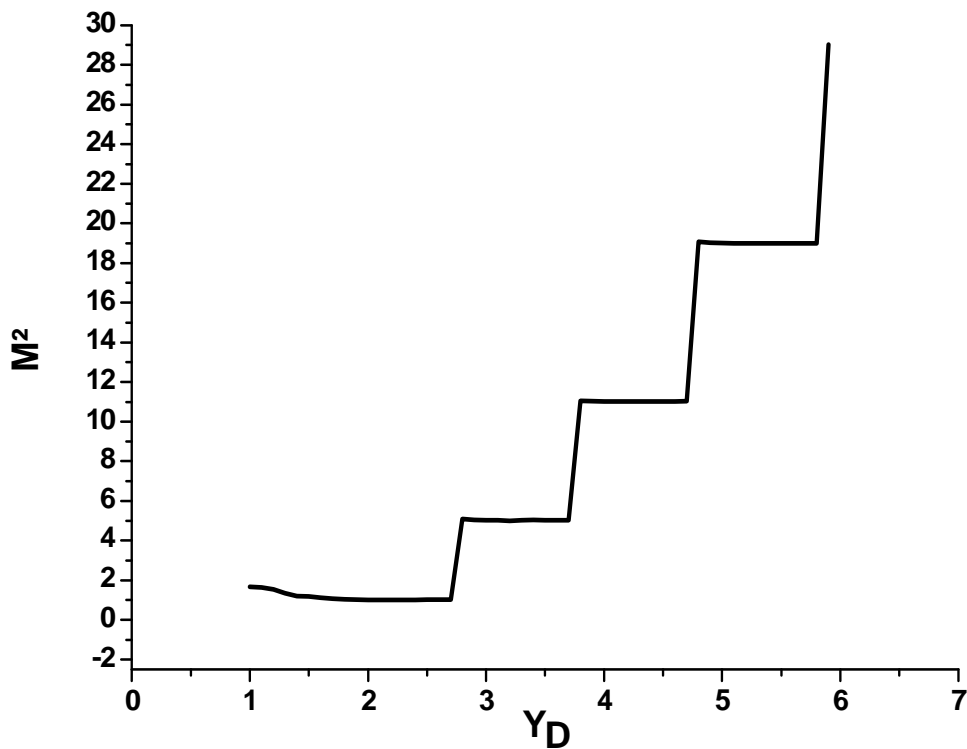


Figure II-21 : Facteur  $M^2$  en fonction de  $Y_D$  avec  $Y_A=1.34$

On a toujours pensé que lorsque le diaphragme circulaire était bien ouvert, le mode résonnant qui allait osciller dans le résonateur serait le mode fondamental Gaussien. Cependant d'après la courbe qui montre l'évolution de  $M^2$  en fonction de  $Y_D$  (Fig. II-21), le mode qui oscillera dans la cavité serait plutôt un mode transverse pur  $LG_{90}$ . Une fois de plus, nous voyons que le diaphragme circulaire joue un rôle important dans la discrimination du mode transverse, ce qui confirme la conclusion que nous avons citée plus haut.

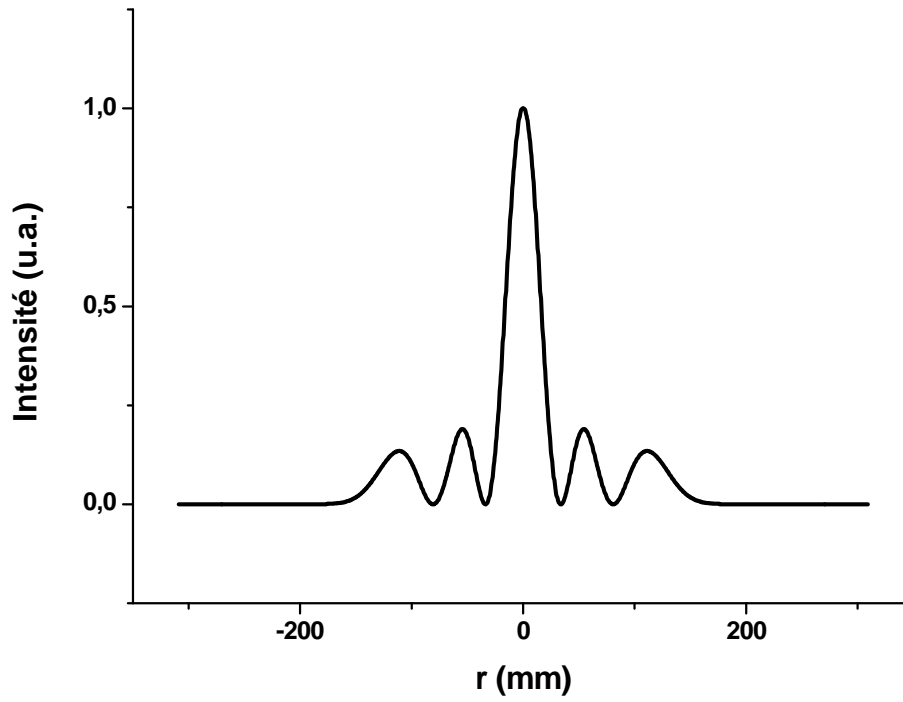


Figure II-22 :  $I_r$  en fonction de  $r$ . L'anneau d'amplitude est centré sur le deuxième zéro du polynôme de Laguerre d'ordre 2,  $Y_A=1.34$ ,  $Y_D=3$

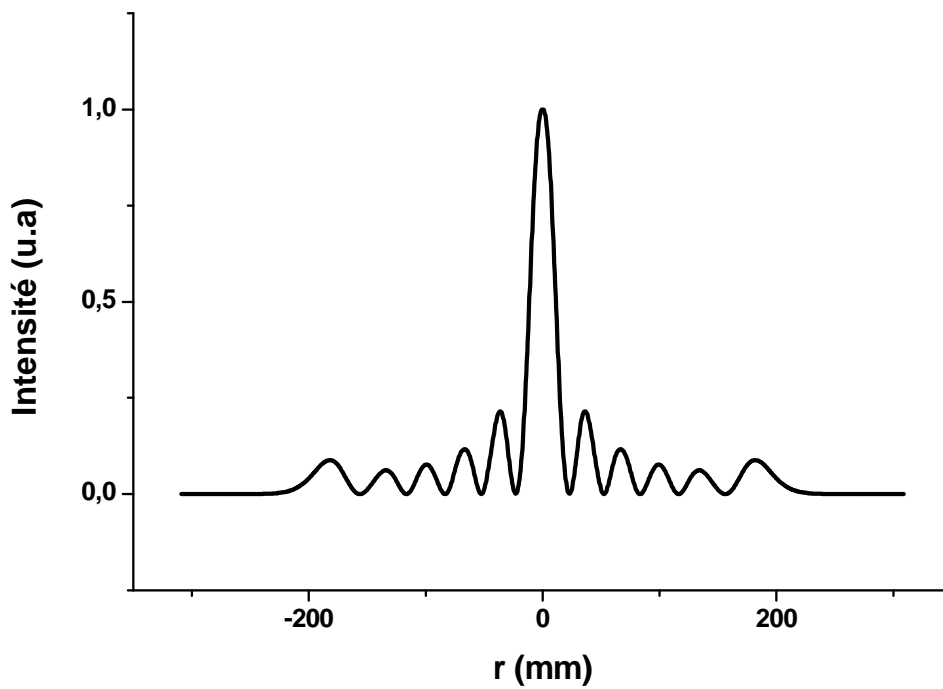


Figure II-23 : Intensité radiale  $I_r$  en fonction de la coordonnée radiale  $r$ .  $Y_A=1.34$ ,  $Y_D=4$

Nous venons de voir donc que le mode fondamental d'une cavité, qui comporte seulement un anneau opaque ou un anneau opaque associé à un diaphragme circulaire, peut être un  $LG_{p0}$  avec de faibles pertes mais malheureusement avec une très faible discrimination. De plus la sélection d'un mode fondamental transverse  $LG_{p0}$  est très sensible à la position de l'anneau opaque par rapport à celle de l'anneau sombre sur lequel il est centré. Nous allons montrer au paragraphe suivant que l'anneau opaque placé à l'intérieur d'une cavité diaphragmée permet de produire des faisceaux laser dont les profils diffèrent de celui du faisceau Gaussien habituel.

## II.2.6 Mise en forme intra-cavité à l'aide d'un anneau opaque

Différentes applications peuvent avoir besoin d'une distribution spatiale différente de celle d'un profil Gaussien qui présente en champ lointain un maximum d'intensité au centre. On peut citer par exemple, une distribution d'intensité plus uniforme qui peut s'appliquer à la génération d'harmoniques, au traitement de matériaux laser ou à la caractérisation des matériaux ou bien une distribution à profil creux utilisée dans le piégeage optique d'atomes ou de petits objets [Zha-03, Zha-03-2].

Nous devons faire très attention à l'ouverture du diaphragme parce que, comme nous allons le montrer, le profil d'intensité en champ lointain est très sensible à  $Y_D$ , comme il est aussi très sensible à  $Y_A$  et  $\Delta$ . La variation du rayon de courbure  $R$  du miroir concave permet d'ajuster le paramètre géométrique de la cavité  $g = (1 - L/R)$  dans la région de stabilité ( $0 < g < 1$ ). La longueur de la cavité  $L=600$  mm est supposée être constante quand  $g$  varie.

Tous les profils d'intensité seront représentés en champ lointain, c'est-à-dire à une distance  $Z_A=30$  m. Nous étudierons dans ce qui suit l'influence des paramètres  $g$ ,  $Y_A$ ,  $Y_D$ , et  $\Delta$  sur le profil d'intensité en champ lointain.

### II.2.6.1 Génération d'un faisceau uniformisé

#### II.2.6.1.1 Influence de $Y_D$ sur le profil d'intensité en champ lointain

La première valeur remarquable de  $Y_A$  est  $Y_A = 1.4$  puisqu'elle permet d'obtenir en champ lointain un faisceau uniformisé (Fig. II-25) pour la meilleure combinaison des paramètres :  $g=0.5$ ,  $Y_A=1.4$ , et  $Y_D=2.1$ . Nous donnons la valeur des pertes du mode fondamental  $L_{FM}$  sur

chaque graphe représentant le profil d'intensité en champ lointain. Celles-ci augmentent quand le diamètre du diaphragme diminue, ce qui est normal puisque les effets de diffraction deviennent plus importants.

On peut dire que le mode fondamental d'une cavité pour laquelle  $Y_A = 1.4$  et  $g = 0.5$  peut être un faisceau quasi Gaussien (Fig. II-24), un faisceau plat (Fig. II-25) ou un faisceau creux (Fig. II-26) selon l'ouverture du diaphragme. La forme du faisceau de sortie est donc très sensible à la valeur de l'ouverture du diaphragme circulaire  $Y_D$ .

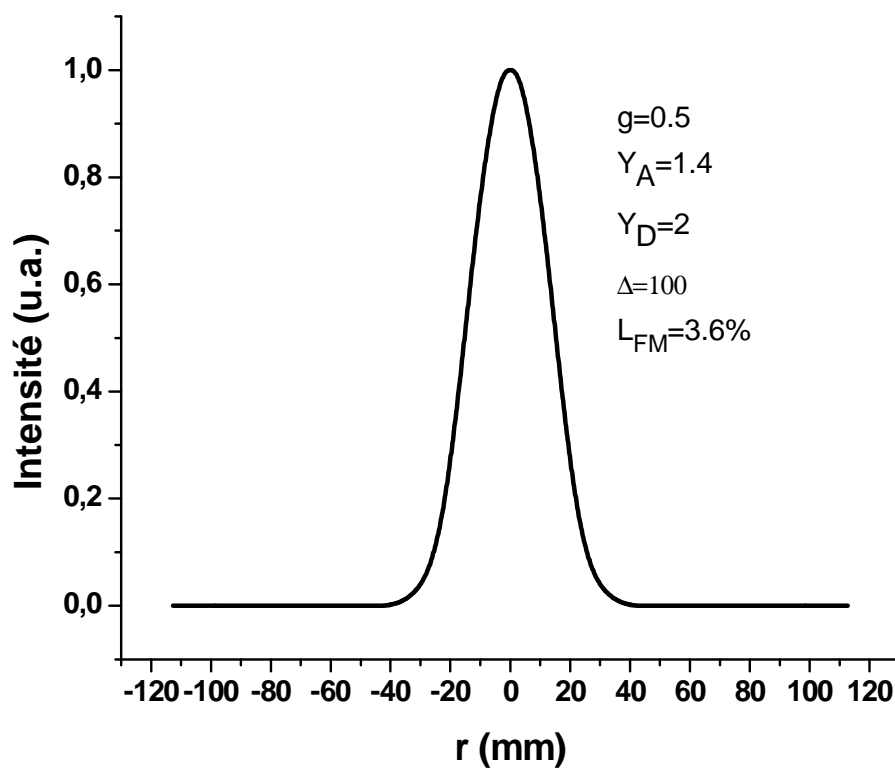


Figure II-24 : Faisceau Gaussien :  $Y_A = 1.4$ ,  $g = 0.5$ ,  $\Delta = 100$  et  $Y_D = 2$

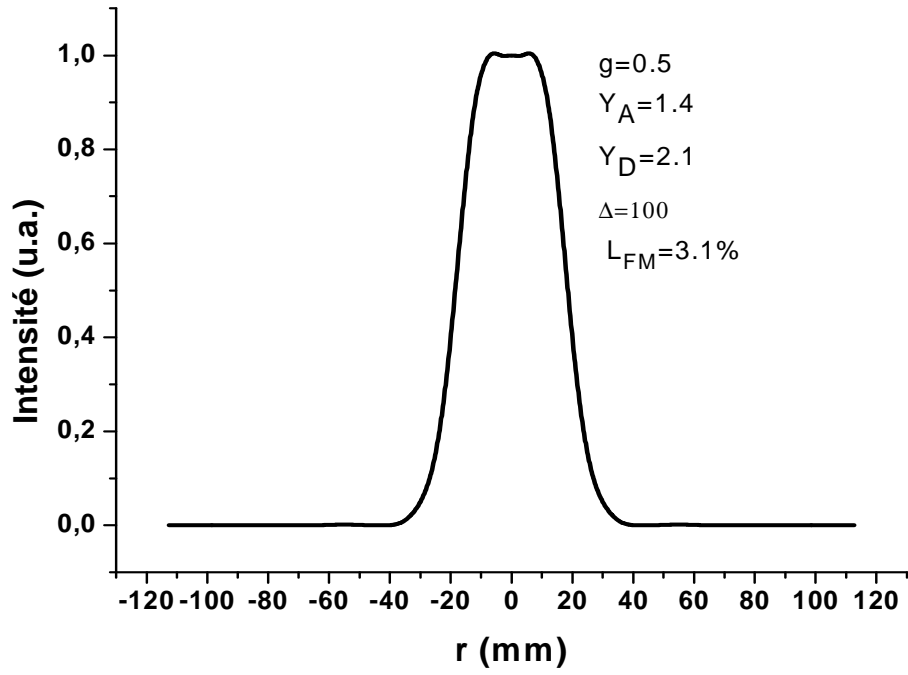


Figure II-25 : Faisceau uniformisé :  $Y_A = 1.4$ ,  $g = 0.5$ ,  $\Delta = 100$  et  $Y_D = 2.1$

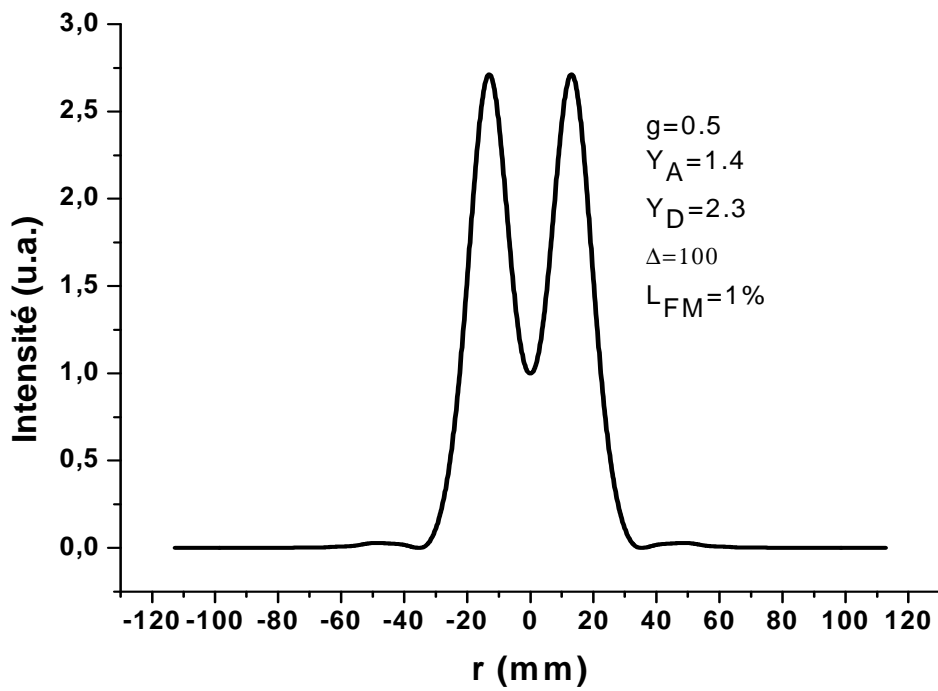


Figure II-26: Faisceau présentant un creux central :  $Y_A = 1.4$ ,  $g = 0.5$ ,  $\Delta = 100$  et  $Y_D = 2.3$

### II.2.6.1.2 Influence de $\Delta$ sur le profil d'intensité en champ lointain.

Les paramètres  $Y_A$ ,  $Y_D$ , et  $g$  restent invariants. Le mode fondamental présente un profil Gaussien. Les pertes du mode fondamental augmentent avec la largeur de l'anneau opaque. Pour la valeur de  $\Delta = 50$  le mode fondamental est parfaitement Gaussien (Fig. II-27) et il présente un profil uniformisé lorsque la largeur de l'anneau devient égale à  $\Delta=100$  (Fig. II-28). Il apparaît un léger creux sur l'axe à mesure que la largeur de l'anneau  $\Delta$  augmente (Fig. II-29). Le faisceau uniformisé se forme donc sur une large plage de  $\Delta$ . Par conséquent, on peut dire que  $\Delta$  n'exerce pas une grande influence sur la formation de ce type de profil.

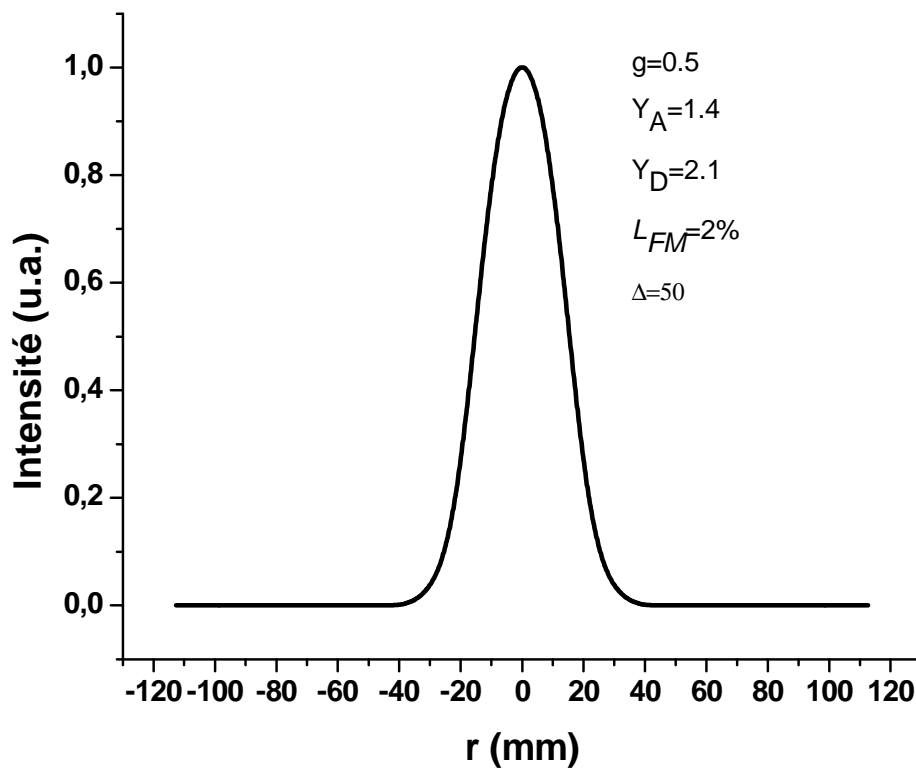


Figure II-27 : Faisceau Gaussien :  $Y_A = 1.4$ ,  $g = 0.5$ ,  $Y_D = 2.1$ , et  $\Delta = 50$

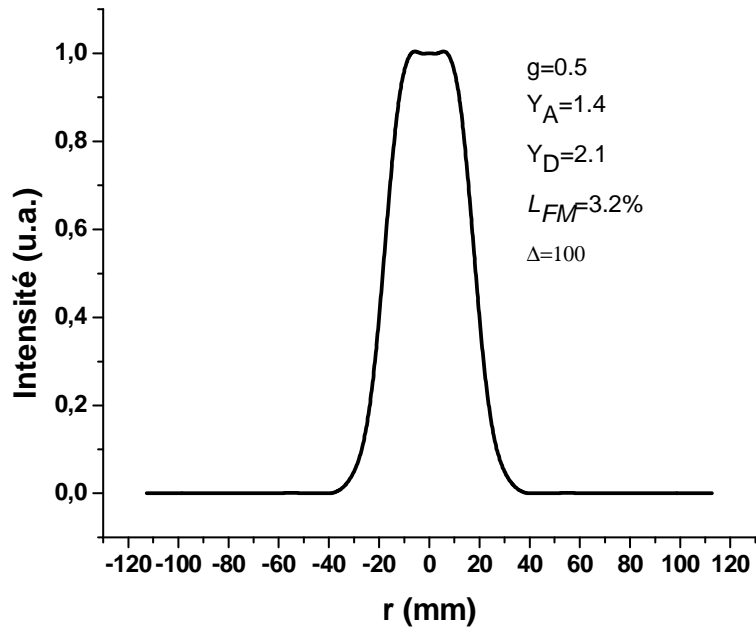


Figure II-28 : Faisceau uniformisé :  $Y_A = 1.4$ ,  $g = 0.5$ ,  $Y_D = 2.1$ , et  $\Delta = 100$

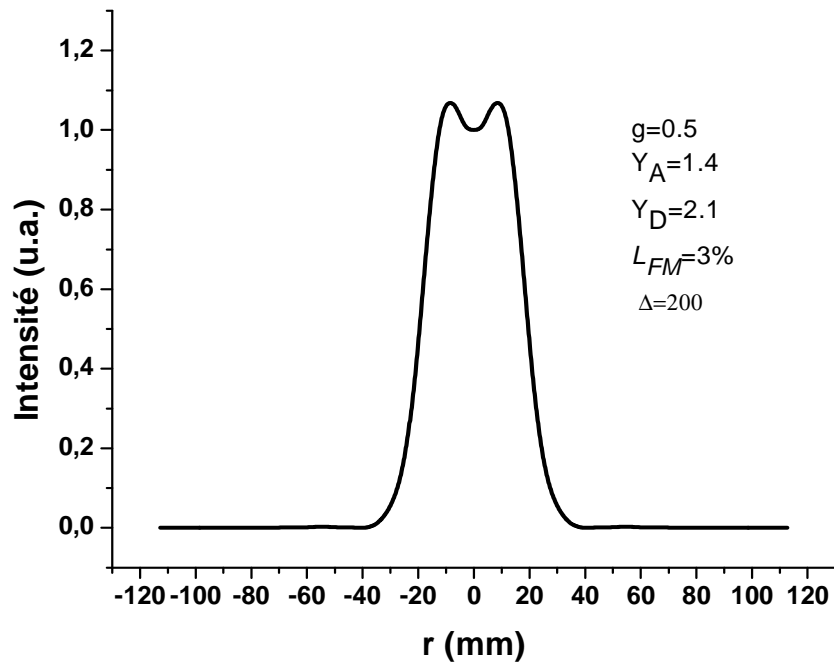


Figure II-29 : Faisceau uniformisé avec un léger creux central:  $Y_A = 1.4$ ,  $g = 0.5$ ,  $Y_D = 2.1$ , et  $\Delta = 200$

### II.2.6.1.3 Influence de $g$ sur le profil d'intensité en champ lointain

Nous représentons sur les figures II-30, II-31 et II-32 la forme du mode fondamental lorsque  $g$  est égal respectivement à  $g=0.2$ ,  $g=0.5$  et  $g=0.7$ . Ce mode est de type Gaussien dans le cas général avec cependant une particularité pour  $g=0.5$  où il présente un plat au voisinage de l'axe (fig. II-31). Il est donc très important de choisir convenablement les paramètres de la cavité afin de la faire osciller sur un mode fondamental uniformisé.

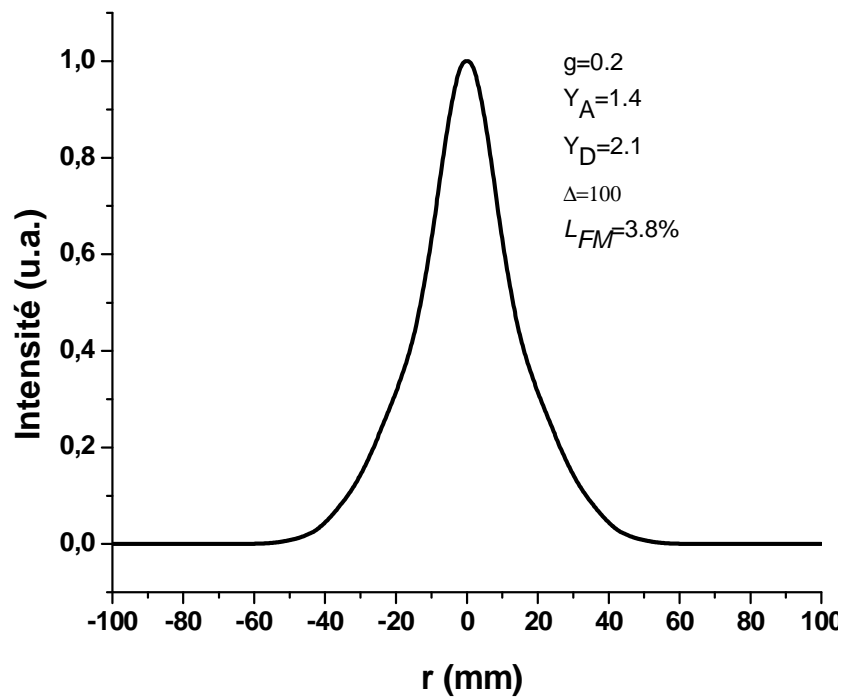


Figure II-30 : Faisceau Gaussien :  $Y_A = 1.4$ ,  $g = 0.2$ ,  $Y_D = 2.1$ , et  $\Delta = 100$

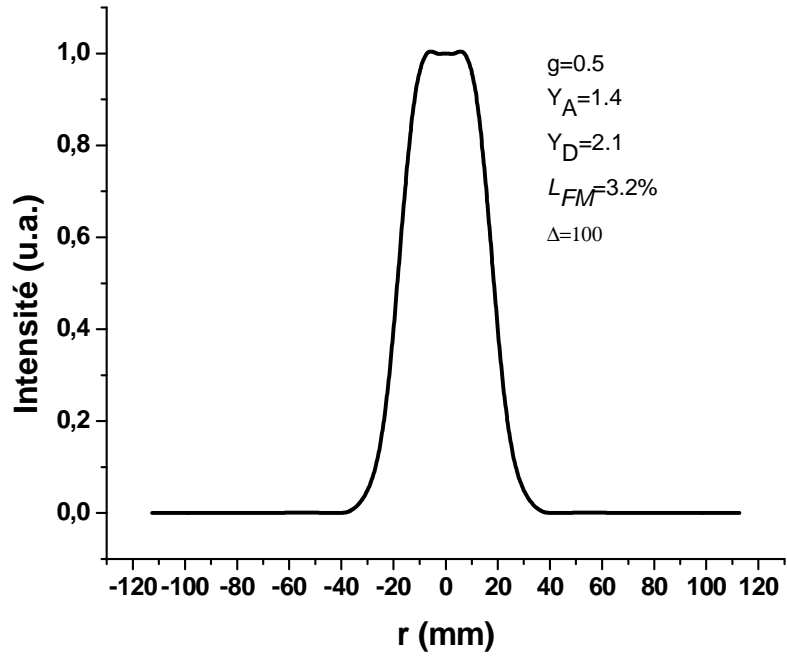


Figure II-31 : Faisceau uniformisé :  $Y_A = 1.4$ ,  $g = 0.5$ ,  $Y_D = 2.1$ , et  $\Delta = 100$

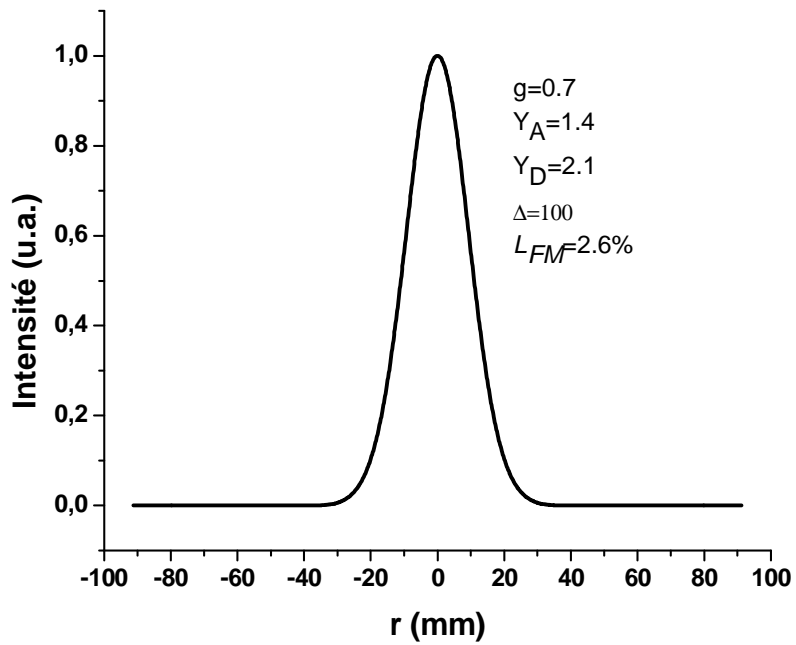


Figure II-32 : Faisceau Gaussien :  $Y_A = 1.4$ ,  $g = 0.7$ ,  $Y_D = 2.1$ , et  $\Delta = 100$

En conclusion, nous venons de voir que la largeur  $\Delta$  de l'anneau opaque n'exerce pas une grande influence sur le mode uniformisé, par contre ce type de mode devient très sensible aux deux autres paramètres, à savoir: le paramètre de stabilité de la cavité  $g$  et l'ouverture du diaphragme circulaire  $Y_D$ .

## II.2.6.2 Génération d'un faisceau creux à l'intérieur de la cavité

L'utilisation d'un anneau d'amplitude à l'intérieur d'une cavité laser diaphragmée permet aussi de générer un faisceau creux. Nous allons examiner l'influence des paramètres  $g$  et  $\Delta$  sur la formation de ce type de faisceau dans une cavité diaphragmée comportant un anneau opaque intra-cavité.

### II.2.6.2.1 Influence de $\Delta$ sur le profil d'intensité en champ lointain

La seule valeur de la largeur de l'anneau opaque pour laquelle on obtient un faisceau creux est  $\Delta=50$  (Fig. II-33). Pour les autres,  $\Delta=20$  et  $\Delta=150$ , le mode d'oscillation de la cavité sera un  $LG_{10}$  avec un  $M^2$  légèrement dégradé (Fig. II-33 et Fig. II-35). La formation d'un faisceau creux présente donc une très forte dépendance par rapport à la largeur de l'anneau absorbant.

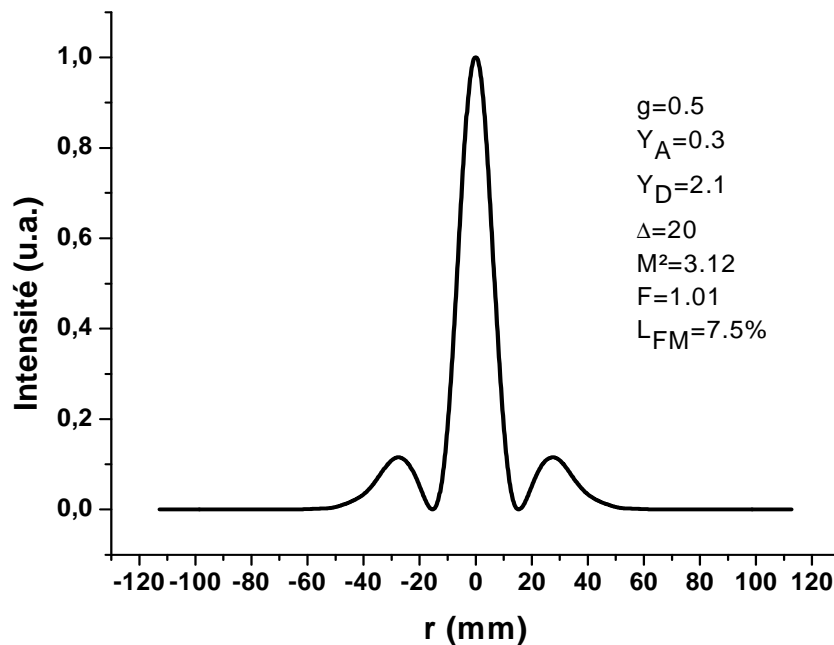


Figure II-33 : Mode  $TEM_{10}$  avec un facteur  $M^2$  légèrement dégradé :  $\Delta = 20$

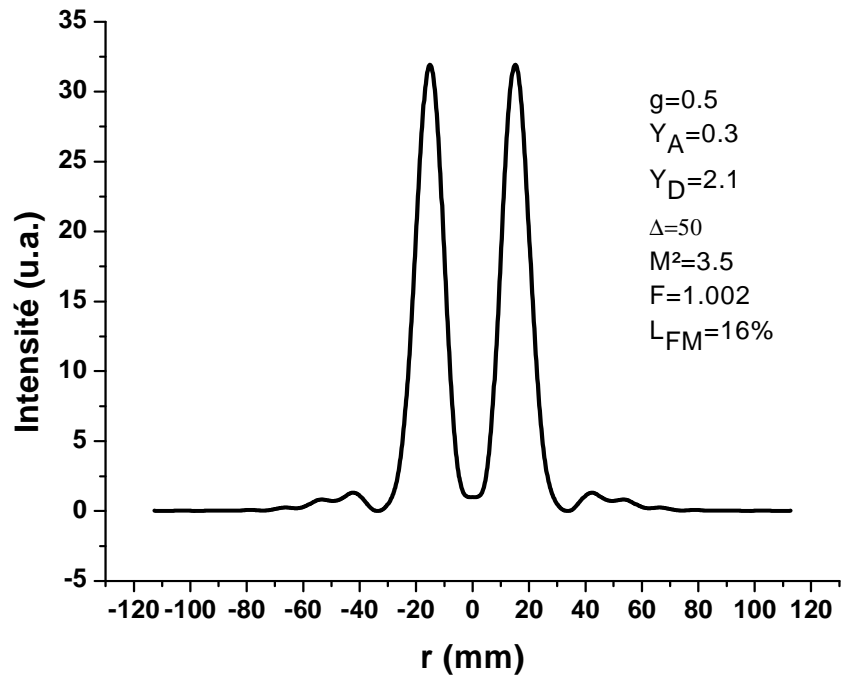


Figure II-34 : Faisceau creux :  $\Delta = 50$

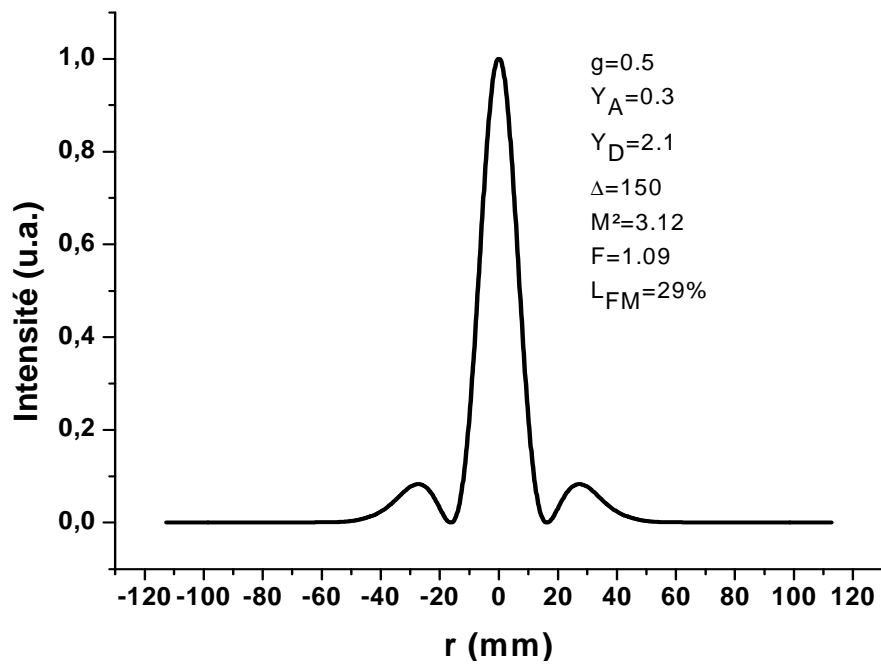


Figure II-35 : Mode  $LG_{10}$  avec un facteur  $M^2$  légèrement dégradé :  $\Delta = 150$

### II.2.6.2.2 Influence de $g$ sur le profil d'intensité en champ lointain

La seule valeur de  $g$  qui permet d'obtenir un faisceau creux à la sortie de la cavité est  $g = 0.5$  (Fig. II-37). Pour les autres,  $g=0.3$  et  $g=0.7$ , le faisceau de sortie serait de type  $LG_{10}$  dégradé (Fig. II-36 et II-38). La formation d'un faisceau creux est donc très sensible à la valeur de  $g$ .

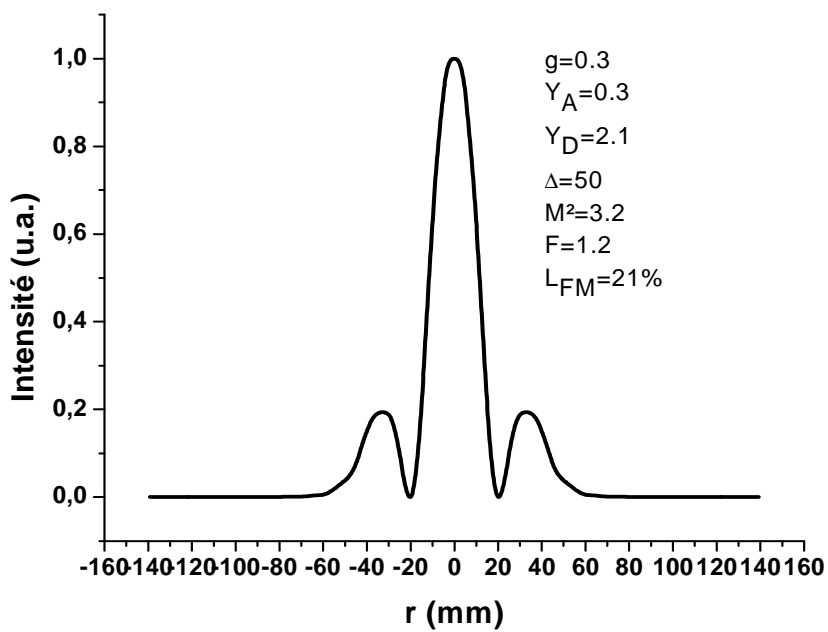


Figure II-36 : Mode  $LG_{10}$  avec un facteur  $M^2$  légèrement dégradé :  $g=0.3$

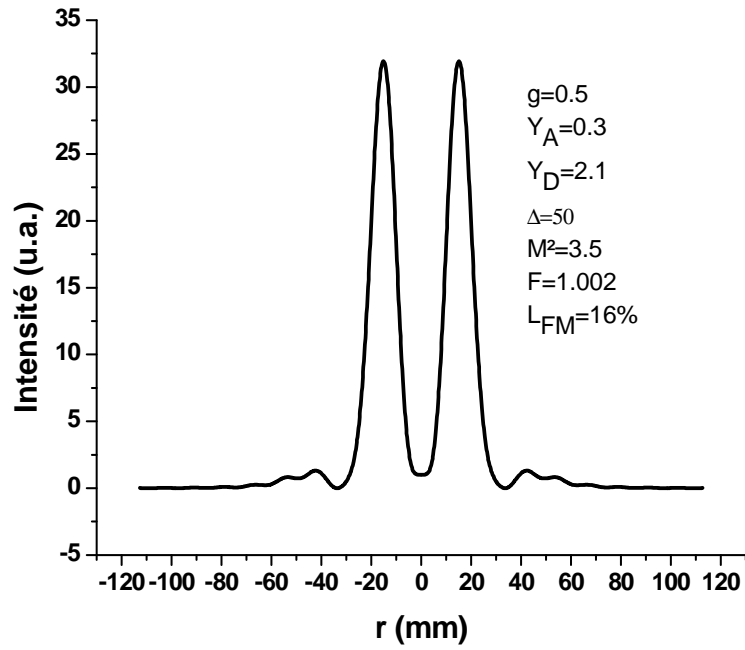


Figure II-37 : Génération d'un faisceau creux :  $g=0.5$

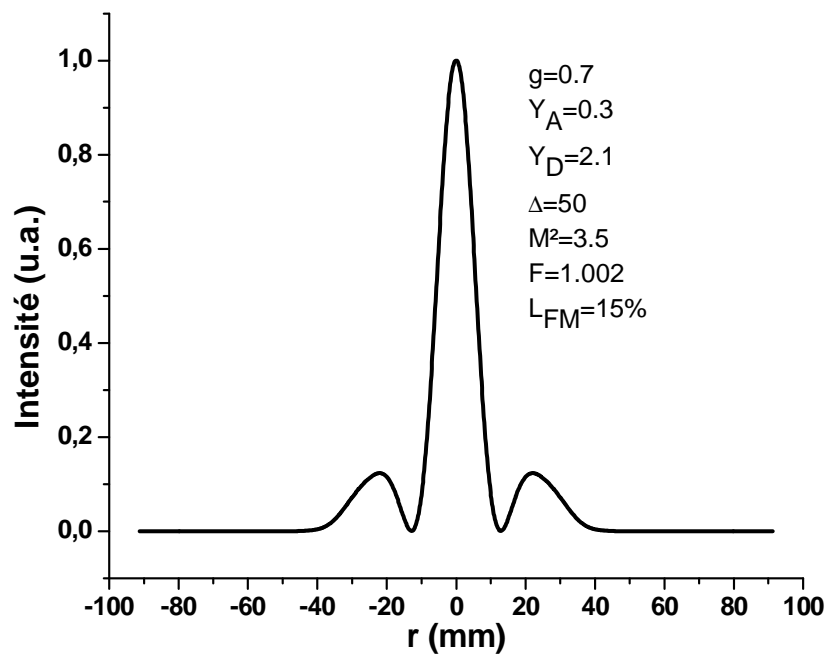


Figure II-38 : Mode  $LG_{10}$  avec un facteur  $M^2$  légèrement dégradé :  $g = 0.7$

### II.2.6.3 Conclusion

Faire osciller la cavité sur un mode d'ordre supérieur avec un anneau d'amplitude, placé à l'intérieur d'une cavité diaphragmée ou juste avec un anneau opaque, est possible, mais reste très sensible aux paramètres de la cavité. Le mode  $LG_{p0}$  qui oscille alors dans la cavité devient très instable. L'obtention de faisceaux particuliers, tels que les faisceaux uniformisés ou les faisceaux creux, reste possible à conditions de bien choisir les paramètres géométriques de la cavité, la largeur de l'anneau absorbant ainsi que l'ouverture du diaphragme circulaire.

L'avantage principal dans l'utilisation d'un anneau absorbant pour influencer les propriétés transverses d'une cavité laser est la relative simplicité dans leur fabrication en comparaison aux éléments optiques diffractifs de phase. Nous rappelons que les propriétés d'une cavité diaphragmée contenant un anneau d'amplitude intra-cavité ont été déterminées sans milieu amplificateur, c'est-à-dire, pour une cavité froide. Dans le cas contraire, c'est-à-dire pour un résonateur laser réel, il faut tenir compte des effets non linéaires et la modélisation dans ce cas deviendrait plus difficile. La présence du milieu de gain rend la détermination des modes transverses plus ou moins différente de celle d'une cavité froide. Notre analyse est tout à fait valable puisque le laser considéré est supposé fonctionné proche de son seuil d'oscillation.

Dans un passé récent de nouvelles méthodes de sélection d'un mode transverse d'ordre supérieur dans les résonateurs lasers ont été développée [Ait-00, Oro-01]. En ce qui nous concerne, nous avons opté pour celle qui consiste à introduire à l'intérieur du résonateur laser un objet de phase binaire et qui fera l'objet de l'étude présentée au paragraphe II-3.

## II.3 Un objet de phase binaire à l'intérieur d'une cavité laser

Nous allons étudier dans ce paragraphe la possibilité de faire osciller une cavité plan-concave, diaphragmée et contenant un trou de phase intra-cavité déphasant de  $180^\circ$ , sur un mode fondamental de type mode de Laguerre-Gauss  $LG_{p0}$  d'ordre  $p$  ( $p=1,2$  et  $3$ ).

L'objet de cette étude est de montrer qu'un choix judicieux de la longueur  $L$  de la cavité, du rayon du diaphragme circulaire, du rayon du trou de phase et de sa position par rapport au miroir concave, permet de faire osciller la cavité sur un mode transverse  $LG_{p0}$  singulier.

### II.3.1 Le principe

La cavité est plan-concave, elle comporte un diaphragme circulaire et un trou de phase diffractant comme indiqué sur la figure II-39. Le miroir plan, l'objet de phase et le miroir concave sont respectivement localisés en  $z = 0$ ,  $z = z_d$  et  $z = L$ . La longueur  $L$  de la cavité est ajustable. Le diaphragme circulaire, accolé au miroir plan, permet de limiter le nombre de modes transverses à la sortie de la cavité.

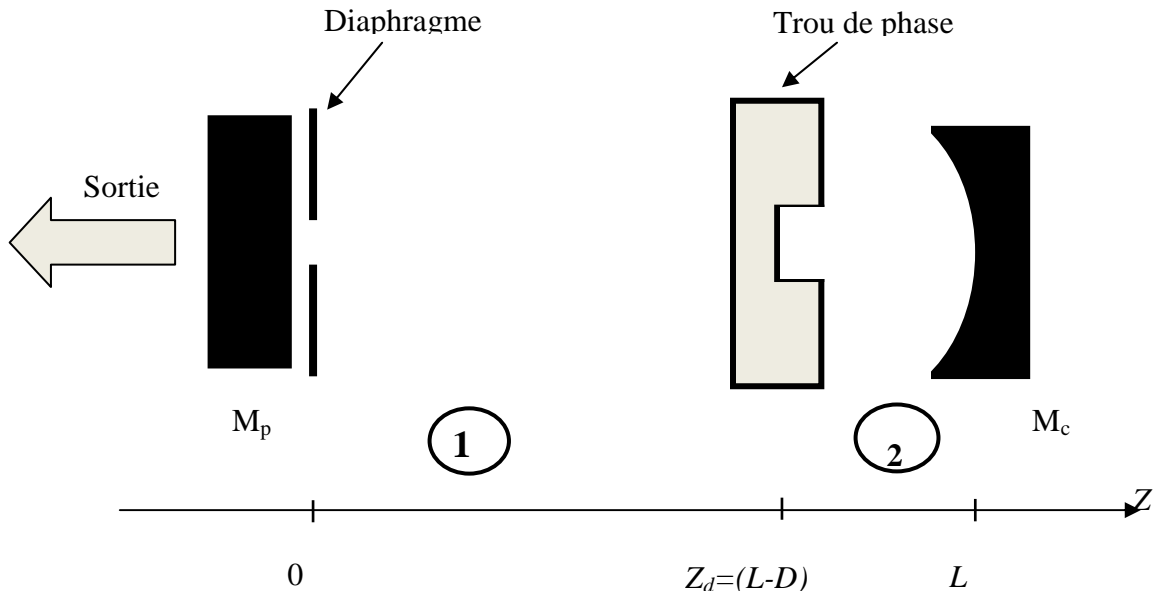


Figure II-39 : Schéma d'une cavité plan-concave comportant un diaphragme contre le miroir plan et un trou de phase placé à une distance  $D = 5\text{mm}$  du miroir concave de rayon de courbure  $R = 150\text{mm}$ .

La longueur  $L$  de la cavité et le rayon de courbure  $R$  du miroir sphérique sont reliés par la relation :

$$g = 1 - L/R \quad \text{[II-26]}$$

où  $g$  est le paramètre géométrique de la cavité stable ( $0 < g < 1$ ).

Pour forcer le mode fondamental à être un mode transverse d'ordre supérieur, nous avons introduit à l'intérieur du résonateur laser un élément optique diffractif binaire (trou de phase déphasant de  $\pi$ ), comme il est indiqué sur la figure II-39. Cet EOD est positionné près

du miroir concave ; il introduit un déphasage de  $\pi$  dans la partie centrale du faisceau. Le coefficient de transmission (en amplitude) du trou de phase de rayon  $\rho_0$  est donné par :

$$\tau(\rho) = \begin{cases} -1 & \text{pour } \rho \leq \rho_0 \\ +1 & \text{pour } \rho > \rho_0 \end{cases} \quad [\text{II-27}]$$

où  $\rho$  désigne la coordonnée radiale dans le plan de l'EOD.

Le profil d'intensité d'un faisceau symétrique de Laguerre-Gauss  $LG_{p0}$  d'ordre  $p$  est donné par

$$I_p(\rho) = I_0 \cdot L_p^2(2\rho^2 / W^2) \exp[-2\rho^2 / W^2] \quad [\text{II-28}]$$

où  $L_p$  est le polynôme de Laguerre d'ordre  $p$  (Annexe A-1). Comme nous le verrons plus loin, le même trou de phase peut être utilisé pour sélectionner différentes valeurs de l'ordre  $p$  à condition que son rayon réduit coïncide avec un zéro du polynôme de Laguerre  $L_p$ .

Le changement de signe du champ incident de  $-1$  à  $+1$  lors d'un passage à travers le trou de phase impose une intensité nulle à  $\rho = \rho_0$ . Le diaphragme circulaire accolé au miroir plan joue un rôle important dans la discrimination du mode fondamental par rapport aux autres modes transverses.

Si la distance  $D$  ( $D=L-Z_d$ ), entre le trou de phase et le miroir sphérique est suffisamment petite comparée à la longueur de la cavité  $L$  ( $D \ll L$ ), alors le profil spatial du mode sélectionné ne change pas après un double passage à travers le trou de phase lors d'un aller-retour. Précisément, le changement de phase introduit par le trou de phase lors du premier passage est annulé par celui introduit sur l'onde retour après réflexion sur le miroir sphérique. Les autres modes, ayant une distribution d'intensité différente de celle du mode sélectionné, subissent des changements de phase brusques localisés en des points où leur intensité est relativement forte. Par conséquent, tous les modes d'ordre inférieur au mode sélectionné subissent des pertes importantes, s'ils ne sont pas supprimés [Oro-99]. Le trou de phase impose donc des zéros d'intensité et fait une mise en forme en même temps. Nous devons donc accorder une grande importance au choix de la valeur de la distance  $D$ . Cette dernière, séparant le trou de phase du miroir concave, doit être suffisamment petite afin que la mise en

forme réalisée lors de la première traversée soit compensée lors du second passage. De plus, compte tenu de la mise en forme réalisée par le trou de phase, le faisceau qui sort par le miroir plan n'a pas la même allure transverse que le faisceau qui sort par le miroir concave.

### **II.3.2 Propriété simple passage : calcul de la divergence du faisceau en champ lointain**

Notre objectif est d'essayer de mieux comprendre l'effet que peut avoir un objet de phase sur le mode fondamental d'une cavité plan-concave. Pour cela, nous devons d'abord considérer les propriétés de diffraction en simple passage de l'objet déphasant sur un faisceau incident  $LG_{p0}$ . Plus précisément, nous devons considérer les propriétés de diffraction d'une cascade de deux objets diffractant séparés par une distance  $2D$  comme le montre la figure II-40. Nous focaliserons notre attention sur la perturbation de la hiérarchie des divergences qui expliquerait pourquoi, pour un rayon particulier  $\rho_0$  du trou de phase, le mode fondamental de la cavité froide pourrait être un  $LG_{p0}$  pour  $p=1, 2$  et  $3$ . Nous limiterons notre étude pour des valeurs de  $p$  comprises entre  $1$  et  $3$ , mais la technique peut être étendue à des valeurs plus élevées de l'ordre  $p$ . Avant de poursuivre, examinons la seconde propriété simple passage du trou de phase et qui est sa transmission quand il est éclairé par un faisceau  $LG_{p0}$ . C'est une approximation tout à fait raisonnable de considérer le trou de phase comme un composant transparent. En effet, même si nous tenons compte des pertes dues à la diffraction de Fresnel, la transmission de l'objet de phase serait indépendante de l'ordre  $p$  du mode et par conséquent ne joue aucun rôle particulier dans la discrimination des modes transverses.

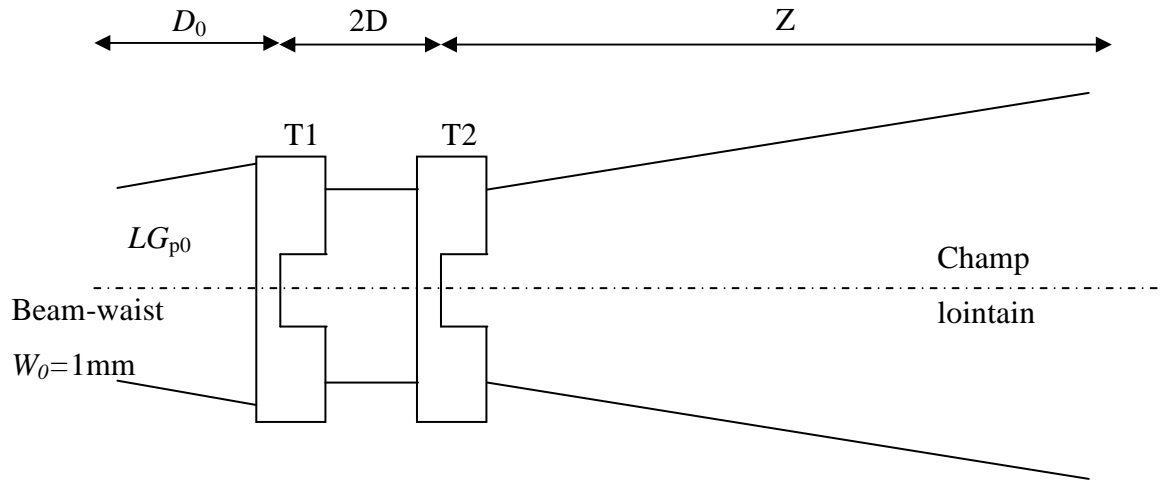


Figure II-40: Schéma d'une cascade de deux objets de diffraction séparés d'une distance de  $2D=10\text{mm}$ . La figure de diffraction est déterminée en champ lointain à une distance  $ZA=30\text{m}$ . On suppose que le beam-waist du faisceau incident  $LG_{p0}$  se trouve à une distance  $D_0 = 20\text{mm}$ .

La discrimination des modes transverses due au diaphragme intra-cavité est liée à la hiérarchie des divergences  $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots$  associés aux modes transverses  $LG_{00}, LG_{10}, LG_{20}, \dots$ . Pour une cavité vide, composée uniquement des deux miroirs, cette hiérarchie des divergences devient  $\theta_0 < \theta_1 < \theta_2, \dots$  de telle sorte que la troncature, c'est-à-dire les pertes dues au diaphragme sont minimales pour le mode  $LG_{00}$  qui devient alors le mode fondamental  $TEM_{00}$  de la cavité diaphragmée [Li-65, Smi-72]. Cette hiérarchie peut être perturbée quand les faisceaux  $LG_{00}, LG_{10}, LG_{20}, \dots$  sont diffractés par l'objet de phase.

La première propriété simple passage d'un trou de phase est l'effet que peut avoir celui-ci sur la hiérarchie des divergences des modes  $LG_{p0}$  incidents sur l'EOD.

Le champ incident est celui déjà défini par l'équation II-13. Nous allons calculer les angles de divergence associés aux quatre premiers faisceaux de Laguerre – Gauss diffractés par le trou de phase de transmission  $\tau(\rho)$  (Eq. II-27) et de diamètre  $2\rho_0$ .

Le champ diffracté à l'infini dans une direction  $\alpha$  est calculé à partir de la théorie scalaire de diffraction. La distribution du champ normalisé  $E_d(\alpha)$  est obtenu à partir de la formule de Fresnel-Kirchhoff :

$$E_d(\alpha) = \int_0^\infty \tau(\rho) E_{in}(\rho) J_0\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda} \alpha\right) \rho d\rho \quad \text{[II-29]}$$

Le calcul de l'angle de divergence  $\theta$  est fait à partir de la distribution de l'intensité  $I_d(\alpha) = |E_d(\alpha)|^2$ . Il est clair que cet angle ne peut pas être déterminé comme étant l'angle pour lequel l'intensité en champ lointain est réduite d'un facteur  $1/e^2$  de sa valeur sur l'axe (c'est-à-dire à 86%). En effet, comme il est courant dans les problèmes de diffraction, il se pourrait que la valeur maximale de  $I_d(\alpha)$  ne soit pas située sur l'axe  $\alpha = 0$ . Par conséquent, il serait préférable d'utiliser le critère basé sur l'énergie totale pour la détermination de l'angle de divergence  $\theta$  associé à un faisceau quelconque [Sie-86]. Le rayon du faisceau sera donc calculé à partir du moment d'ordre 2. Pour les modes à symétrie circulaire, ce moment s'écrit:

$$W_e^2 = \frac{2 \int_0^{\infty} I_d \rho^3 I_d(\rho, \alpha) d\rho}{\int_0^{\infty} I_d(\rho, \alpha) \rho d\rho} \quad [\text{II-30}]$$

et l'angle de divergence  $\theta_e$  du faisceau, en champ lointain, s'écrira alors :

$$\theta_e = \frac{W_e}{z} \quad [\text{II-31}]$$

En raison de la double diffraction qui se produit sur les discontinuités de phase associées aux trous de phase T1 et T2, on peut s'attendre, mais à tort, à ce que la distribution en intensité en champ lointain à une distance ZA soit totalement différente dans la forme de celle du faisceau incident  $LG_{p0}$ . En fait, on a observé que le champ lointain a la même forme que le champ incident. La double diffraction à travers l'objet de phase fait que l'effet du premier objet de phase est compensé par celui du second objet de phase, et par conséquent rétabli la forme initiale du faisceau, mais avec une divergence qui a augmenté comme le montre la figure II-41.

La figure II- 41 montre l'évolution de la divergence des faisceaux  $LG_{p0}$  diffractés par une cascade de deux trous de phase séparés d'une distance  $D=10\text{mm}$ . Le calcul du champ diffracté est fait à la distance  $ZA=30\text{m}$  des deux trous de phase. Cette distance vaut environ 10 fois la distance de Rayleigh du faisceau incident. On est donc bien en champ lointain. D'autre part compte tenu que le beam-waist a une largeur de 1 mm, il en résulte que le faisceau incident est quasi collimaté sur une distance  $D0=20\text{mm}$ .

Le faisceau incident est un faisceau  $LG_{p0}$  de longueur d'onde  $\lambda=1.06\mu\text{m}$  et de largeur  $W=1\text{mm}$ . Les résultats sont représentés sur la figure II-41 où les variations de la divergence des faisceaux diffractés  $LG_{00}$ ,  $LG_{10}$ ,  $LG_{20}$ , et  $LG_{30}$ , sont représentées en fonction du paramètre  $Y_{PI}$ , variable réduite associée au trou de phase,  $Y_{PI} = \rho_0/W$ . On constate que la hiérarchie des divergences  $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ , change avec la variation du rayon apparent du trou de phase. Pour de grandes valeurs de  $Y_{PI}$ , la divergence associée aux faisceaux  $LG_{00}$ ,  $LG_{10}$ ,  $LG_{20}$ , et  $LG_{30}$ , tend vers la divergence de ces mêmes faisceaux mais non perturbés.

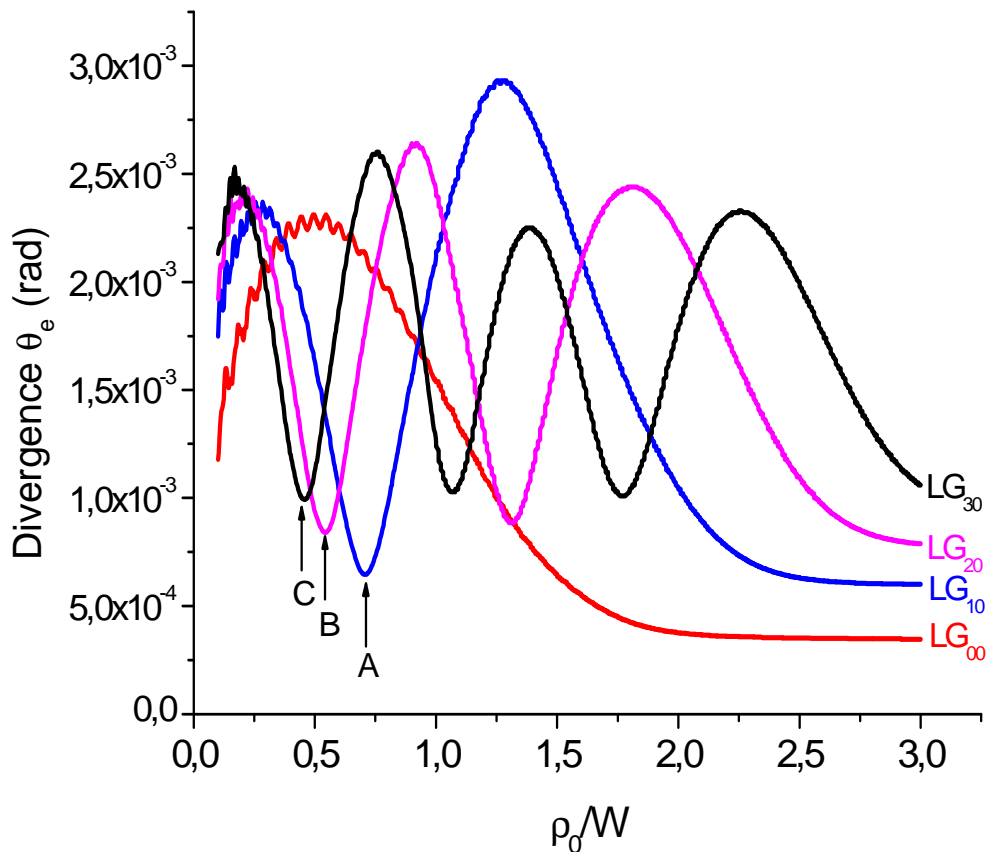


Figure II-41 : Variations de la divergence des faisceaux diffractés de Laguerre-Gauss  $LG_{10}$ ,  $LG_{20}$  et  $LG_{30}$  de largeur  $W$  tombant en incidence normale sur un trou de phase de rayon  $\rho_0$ .

La figure II-41 appelle aux commentaires suivants :

- On constate que la hiérarchie des divergences change suivant la valeur de  $Y$ .

- Les flèches sur la figure II-41 correspondent au zéro du  $LG_{10}$  et aux premiers zéros des modes  $LG_{20}$  et  $LG_{30}$ . Pour ces positions particulières, on constate que la divergence du faisceau diffracté par le trou de phase de rayon adapté au premier zéro du mode souhaité, est la plus petite. On peut donc comprendre pourquoi ce sera ce mode qui aura les pertes les plus faibles puisque la hiérarchie des pertes ( $L_{00} < L_{10} < L_{20} \dots$ ) suit la hiérarchie des divergences angulaires dans un résonateur classique.
- On voit que la diffraction d'un ensemble de faisceaux  $LG_{p0}$ , à travers une cascade de deux objets déphasant de  $\pi$  et suffisamment proche l'un de l'autre, donne naissance à un nouvel ensemble de faisceaux  $LG_{p0}$  avec une nouvelle hiérarchie des divergences dépendant de la variable réduite  $\rho_0/W$ . Par conséquent, on comprend facilement pourquoi lorsqu'un trou de phase est placé à l'intérieur d'une cavité diaphragmée, cette dernière est capable de forcer le mode fondamental  $TEM_{00}$  à être un  $LG_{p0}$  avec  $p=1, 2, \text{ ou } 3$
- De plus, cette valeur minimum correspondant aux minima A, B et C est sensiblement égale à la valeur de divergence « non perturbée », c'est-à-dire à la valeur de la divergence du faisceau non-diffracté ( $Y \gg 3$ ). En ces points A, B et C (ainsi qu'aux autres minima) il correspond un champ lointain qui est un  $LG_{p0}$  parfait. On peut conclure que la traversée de deux trous de phase en cascade et très proches fait en sorte que la mise en forme, faite par le premier trou de phase, n'a pas suffisamment d'espace pour s'installer et que l'on a affaire à un effet de compensation (même divergence et même profil que le faisceau incident) entre les deux trous de phase.
- On s'attend donc à ce que ça soit le mode  $LG_{p0}$  qui serait par conséquent un mode propre comme l'ont montré Cagniot et Al [Cag-11] en étudiant le taux de distorsion d'un mode  $LG_{p0}$  sur un aller-retour dans une cavité plan-concave comportant un trou de phase placé près du miroir concave.

### **II.3.3 Le mode fondamental d'une cavité comportant un trou de phase et un diaphragme circulaire**

Dans la section précédente, nous avons considéré les propriétés de diffraction en simple passage d'un trou de phase. La prochaine étape consiste à considérer les propriétés

d'un trou de phase, résultant de la diffraction après plusieurs passages, quand il est inséré à l'intérieur d'une cavité dont l'un des miroirs est diaphragmé.

Le schéma du résonateur est représenté sur la figure II-39. Il s'agit d'une cavité plan-concave de longueur  $L$  et à l'intérieur de laquelle se trouvent un diaphragme circulaire contre le miroir plan et un trou de phase à une distance  $D=5\text{mm}$  du miroir concave de rayon de courbure  $R=150\text{mm}$ . La détermination du mode fondamental de cette cavité est faite en utilisant une méthode d'expansion modale qui est basée sur les fonctions de Laguerre-Gauss. Le détail du calcul est donné en annexe B.

Le diaphragme circulaire (trou de phase) est caractérisé par son rayon réduit  $Y_D = \rho_D/W_0$  ( $Y_{PI} = \rho_0/W(z_d)$ ), où  $W_0$  est le rayon du beam-waist qui s'écrit

$$W_0^2 = \frac{\lambda L}{\pi} \left( \frac{g}{1-g} \right)^{1/2} \quad [\text{II-32}]$$

Nous insérons dans la cavité à la position  $Z_d$  un trou de phase de rayon interne  $\rho_0 = 174 \mu\text{m}$ . La variable réduite  $Y_{PI}$  varie par ajustement du paramètre  $g$  qui change avec la longueur de la cavité  $L$  (Eq. II-26). Cette hypothèse est la même que celle qui est considérée expérimentalement et théoriquement dans la référence [Cag-11].

En cavité, le rayon du trou de phase  $\rho_0$  et le rayon de courbure  $R$  du miroir concave sont maintenus constants. La variable réduite  $Y_{PI}$  s'écrit  $Y_{PI} = \rho_0/W(z_d)$ , où  $W(z_d)$  représente le rayon du faisceau Gaussien calculé à une distance  $Z_d$  du miroir plan où est localisé le Beam-Waist de rayon  $W_0$  (Kog-66), et qui s'exprime par

$$W(z_d) = W_0 \sqrt{1 + (z_d/z_R)^2} \quad [\text{II-33}]$$

où  $z_R$  représente la distance de Rayleigh:

$$z_R = \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \quad [\text{II-34}]$$

Cette distance définit la séparation entre le champ proche et le champ lointain.

L'introduction du diaphragme circulaire dans la cavité permet de faire de la discrimination entre les modes transverses  $LG_{p0}$ . Le calcul du champ résonnant à l'intérieur de la cavité tient compte des coefficients de transmission du diaphragme circulaire et celui de l'objet de phase ainsi que des conditions aux limites imposées par les miroirs plan et concave. Ce calcul utilise la méthode des fonctions de Laguerre –Gauss [Ait-92]. Il permet d'écrire la matrice  $M$  qui représente l'opérateur aller-retour à l'intérieur de la cavité. Le détail de cette méthode numérique est présenté en annexe B.

### II.3.4 Résultats et discussion.

La sortie du faisceau de la cavité se fait du côté du miroir plan diaphragmé. Nous présentons sur le tableau II-1 les grandeurs caractéristiques de la cavité qui permettent d'obtenir les faisceaux  $LG_{10}$ ,  $LG_{20}$ ,  $LG_{30}$  à la sortie. Le rayon de courbure du miroir concave est  $R=150$  mm. La variable réduite associée au rayon du diaphragme circulaire reste la même et vaut  $Y_D = 3$ . Les valeurs de  $Y_{PI}$  qui correspondent à l'apparition des modes transverses  $LG_{p0}$  ( $p \leq 3$ ) confirment les résultats établis précédemment, c'est-à-dire que l'introduction d'un élément de phase à l'intérieur d'une cavité perturbe la hiérarchie de la divergence, donc des pertes associée aux faisceaux  $LG_{p0}$ .

Le faisceau de sortie est caractérisé par son facteur de qualité  $M^2$  qui varie avec la valeur de  $Y_{PI}$ . Il s'écrit pour un mode transverse pur et d'ordre  $p$  :  $M^2=2p+1$ . La figure II-42 nous renseigne sur l'évolution de ce facteur en fonction de la variable réduite  $Y_{PI}$ . On remarque que ce facteur présente des paliers pour les différentes valeurs de  $p$  étudiées. On choisira alors les valeurs de  $Y_{PI}$  qui coïncideraient au mieux avec les premiers zéros des polynômes de Laguerre [Tab. A-2]. La figure II-43 montre la variation du facteur de qualité du faisceau de sortie en fonction du paramètre  $g$ . On remarque qu'il existe quelques gammes du paramètre  $g$ , comme indiquées par les flèches, où le facteur  $M^2$  est très proche de 3, 5, et 7 indiquant que le mode fondamental est de type  $LG_{10}$ ,  $LG_{20}$ , ou  $LG_{30}$  respectivement. Les valeurs du facteur  $M^2$  associées au mode transverse  $LG_{p0}$  ( $p=1, 2, \text{ et } 3$ ) qui oscillera dans le résonateur, sont données sur le tableau II-1.

En conséquence, par un choix judicieux de la valeur du paramètre géométrique  $g$  (Tab. II-1) et du rayon  $\rho_D$  du diaphragme circulaire, il s'établira dans le résonateur un

faisceau d'un ordre bien précis ( $p=1, 2, \text{ ou } 3$ ). Les valeurs optimales de la variable réduite  $Y_{PI}$ , associées aux valeurs de  $g$ , correspondent aux premiers zéros des polynômes de Laguerre d'ordre  $p$  (Tab. A-2). Dans le cas où on veut faire osciller la cavité sur un ordre bien précis on doit alors adapter la longueur  $L$  de la cavité au paramètre  $g$  et ajuster le rayon du diaphragme circulaire  $\rho_D$  qui doit satisfaire la condition:  $Y_D = \frac{\rho_D}{W_0} = 3$ .

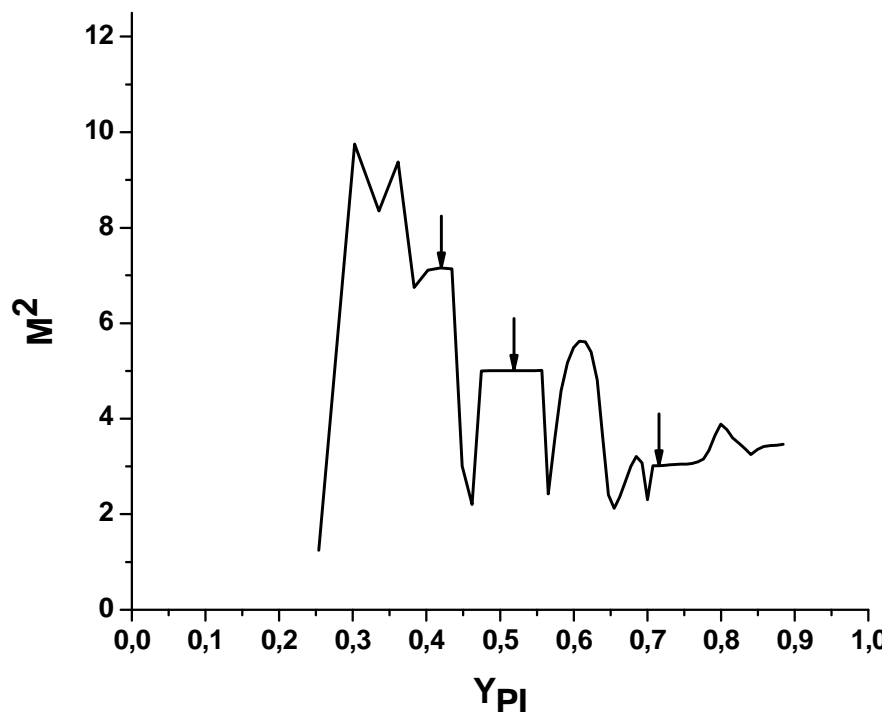


Figure II-42 : Représentation du facteur de qualité  $M^2$  d'un faisceau en fonction de la variable réduite  $Y_{PI}$  du trou de phase de rayon  $\rho_0=174\mu\text{m}$ . Celui-ci est placé à une distance  $D=5\text{mm}$  du miroir sphérique. Un diaphragme circulaire de rayon réduit  $Y_D=3$  est placé contre le miroir plan.

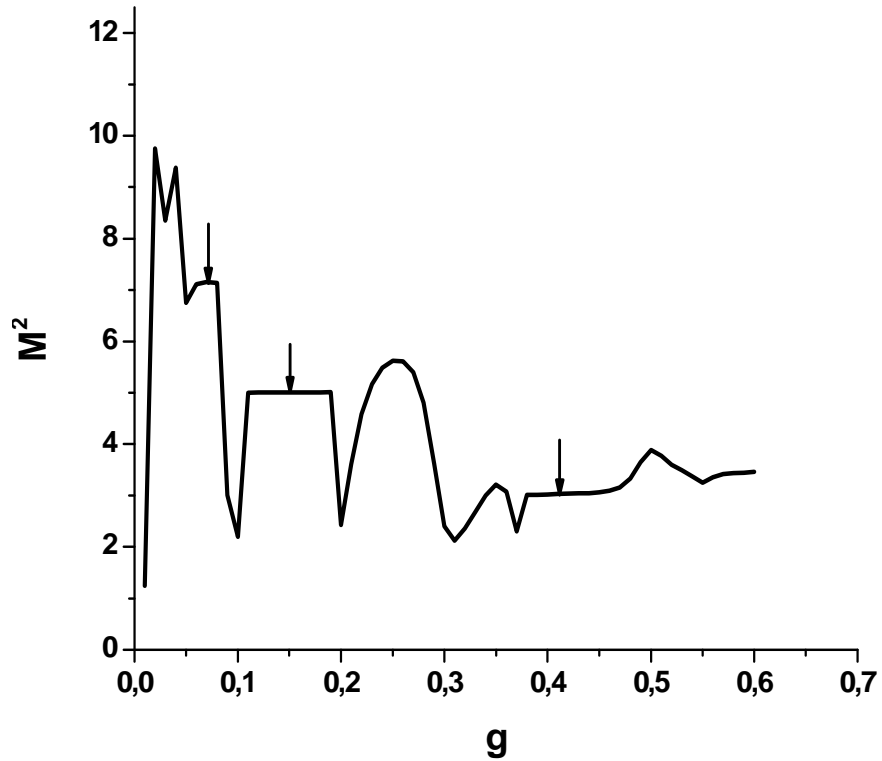


Figure II-43 : Evolution du facteur de qualité  $M^2$  en fonction du paramètre  $g$ .

	$g$	$Y_{PI}$	$L(\text{mm})$	$M^2$	$L_{FM}$
3	0.08	0.434	138	7.14	6.5%
2	0.18	0.547	123	5.01	11.5%
1	0.42	0.707	93	3.01	10%

Tableau II-1 : Tableau regroupant les résultats obtenus dans le cas d'une cavité composée d'un trou de phase de rayon  $\rho_0=174 \mu\text{m}$  placé à une distance  $D=5 \text{ mm}$  du miroir concave et d'un diaphragme circulaire placé contre le miroir plan. Le mode fondamental  $LG_{10}$ ,  $LG_{20}$  ou  $LG_{30}$  qui oscille dans la cavité dépend du paramètre  $g$ . Le mode fondamental est caractérisé par les pertes  $L_{FM}$  calculées sur un aller-retour et le facteur de propagation  $M^2$ .

L'intensité du faisceau de sortie en champ lointain ( $ZA=10$  m) est représentée sur les figures II-44, II-45 et II-46. Le rayon du trou de phase  $\rho_0$  et la valeur de la variable réduite  $Y_D$  du diaphragme circulaire restent inchangées. Le choix d'une longueur de cavité  $L$  permet de sélectionner le mode transverse  $LG_{P0}$  désiré. On obtient ainsi :

$L=93$ mm, le faisceau de sortie sera de la forme  $LG_{10}$  (Fig.II-44)

$L=123$ mm, le faisceau de sortie sera de la forme  $LG_{20}$  (Fig.II-45)

$L=138$ mm, le faisceau de sortie sera de la forme  $LG_{30}$  (Fig.II-46)

Nous représentons l'intensité du faisceau  $LG_{P0}$  non perturbé et calculée à partir de l'équation II-28 (en noir) et celle du même faisceau à la sortie de la cavité après une double diffraction par le trou de phase (en rouge). Nous remarquons une nette coïncidence entre les deux courbes. La double diffraction à travers le trou de phase agit, donc, comme si l'effet du second passage du faisceau à travers l'objet de phase annule l'effet du premier passage, avec cependant une augmentation de la divergence du faisceau (Fig. II-41), à condition que le trou de phase soit placé très proche du miroir sphérique.

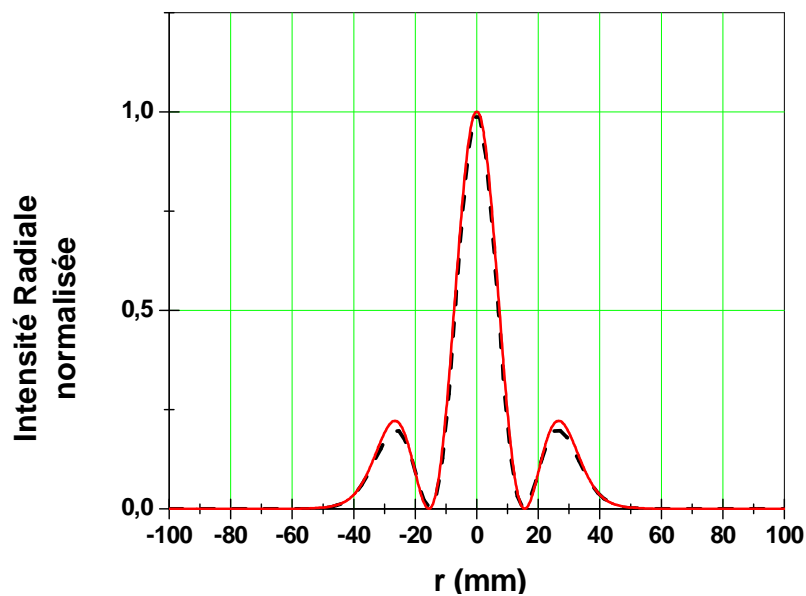


Figure II-44 : Faisceau de sortie en champ lointain de forme  $LG_{10}$ . En noir la courbe théorique et en rouge celle obtenue pour les paramètres :  $Y_D=3$ ,  $g=0.38$ ,  $L=93$ mm,  $Y_{PF}=0.707$ , et  $ZA=10$  m

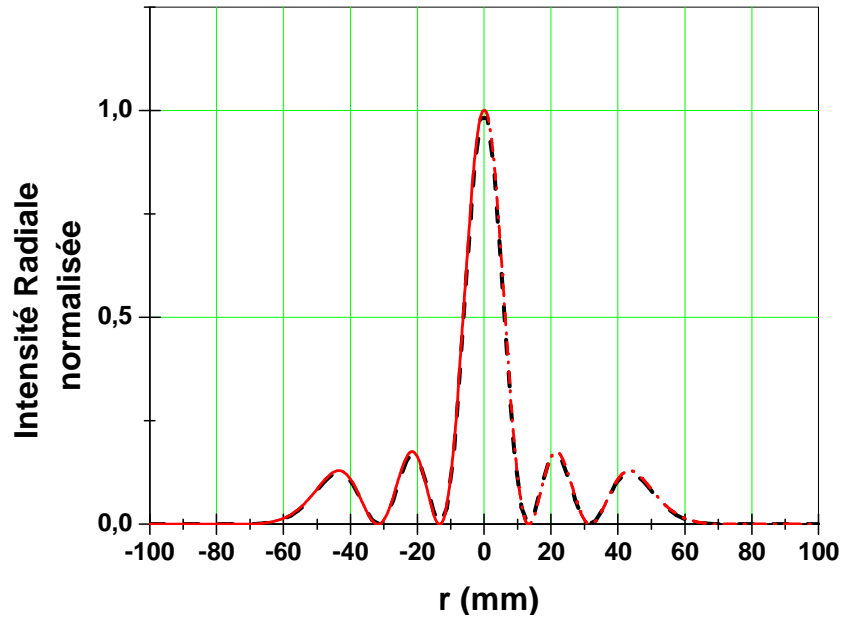


Figure II-45 : Faisceau de sortie en champ lointain de forme  $LG_{20}$ . En noir la courbe théorique et en rouge celle obtenue pour les paramètres :  $Y_D=3$ ,  $g=0.18$ ,  $L=123\text{mm}$ ,  $Y_{PI}=0.547$ , et  $ZA=10\text{ m}$ .

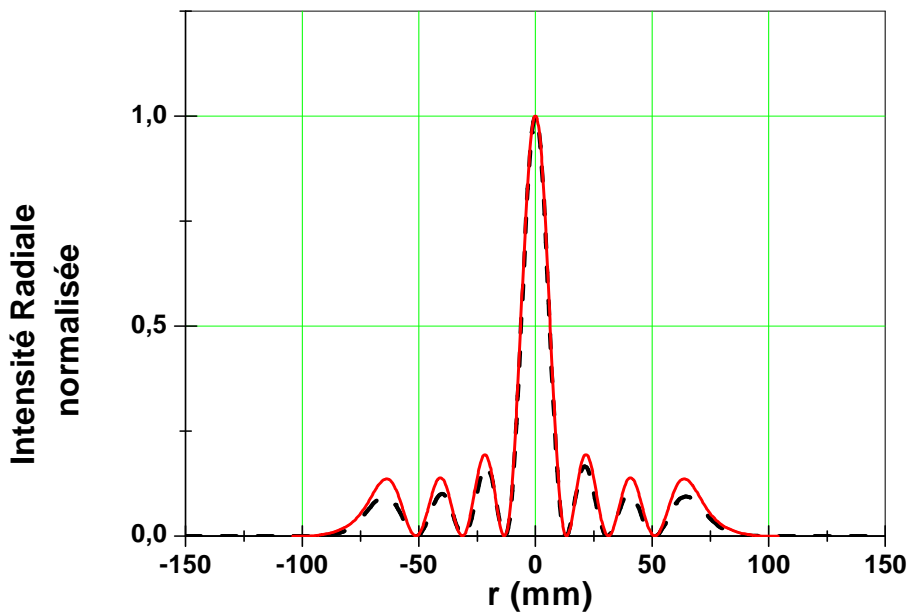


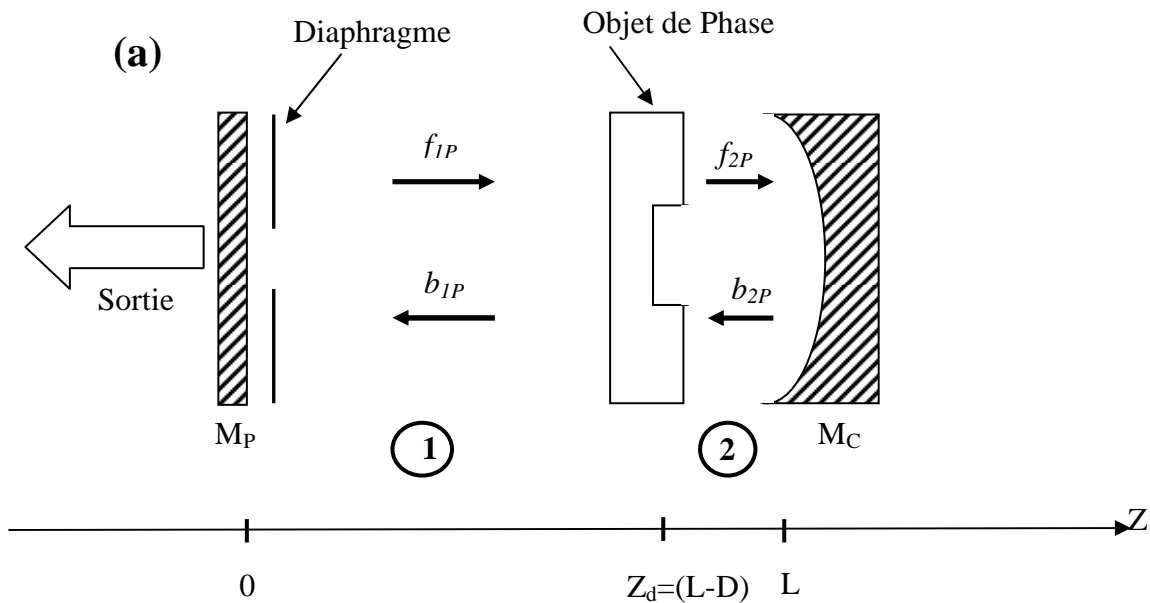
Figure II-46 : Faisceau de sortie en champ lointain de forme  $LG_{30}$ . En noir la courbe théorique et en rouge celle obtenue pour les paramètres :  $Y_D=3$ ,  $g=0.08$ ,  $L=138\text{mm}$ ,  $Y_{PI}=0.434$ , et  $ZA=10\text{ m}$ .

En conclusion, l'introduction d'un trou déphasant de  $\pi$  placé très proche du miroir concave et d'un diaphragme circulaire accolé au miroir plan d'une cavité plan-concave, permet de faire osciller cette cavité sur un mode fondamental de type  $LG_{p0}$  ( $p=1, 2$ , ou  $3$ ). Le rayon de courbure  $R$  du miroir concave, la longueur de la cavité  $L$ , le rayon du diaphragme circulaire  $\rho_D$ , le rayon du trou déphasant  $\rho_0$  et sa position  $z_d$  par rapport au miroir plan sont choisis de façon à optimiser le fonctionnement de la cavité pour qu'elle oscille sur un mode transverse unique  $LG_{p0}$ . Ceci impose des positions des zéros d'intensité à l'intérieur de la cavité qui font que les pertes soient minimales pour le mode  $LG_{p0}$ . Par conséquent, le même trou de phase de rayon  $\rho_0$  est capable de forcer le mode fondamental à être un  $LG_{p0}$  avec  $p=1, 2$ , ou  $3$  uniquement en changeant  $W$  à partir par exemple de l'ajustement de la longueur  $L$  de la cavité.

#### **II.4 Comparaison des performances d'un masque d'amplitude ou de phase à forcer le mode fondamental à être un mode $LG_{p0}$**

Afin de comparer les performances d'un masque d'amplitude ou de phase à forcer le mode fondamental à être un mode transverse de type  $LG_{p0}$ , nous allons considérer des cavités qui présentent la même configuration [Fig. II-47-a et II-47-b]. Un trou de phase (ou un anneau absorbant), de rayon constant  $\rho_0 = 174 \mu m$  ( $\rho_A = 180 \mu m$ ), se trouve à l'intérieur de la cavité à la position  $z_d$  ( $z=L$ ). Les grandeurs  $Y_{PI}$  ( $Y_{PI} = \rho_0/W(z_d)$ ) et  $Y_A$  ( $Y_A = \rho_A/W(L)$ ) varient en changeant le paramètre géométrique  $g$  par ajustement de la longueur  $L$  de la cavité. Nous agissons de cette manière parce que nous souhaitons que le mode fondamental soit de type  $LG_{p0}$ , avec une valeur de  $p$  ajustable ( $p=1, 2$ , ou  $3$ ), tout en gardant le même objet de phase ou le même anneau absorbant. L'objectif de cette étude est de déterminer laquelle des deux cavités présentées sur la figure II-44 (a et b) est la mieux indiquée pour la sélection d'un mode fondamental de type  $LG_{p0}$ . C'est pourquoi notre but dans ce paragraphe est de comparer les performances de chaque cavité en déterminant, pour un facteur de discrimination donné, les pertes du mode fondamental quand les dimensions de l'anneau et du trou de phase correspondent au premier zéro des trois premiers modes de Laguerre-Gauss, c'est-à-dire  $p=1, 2$ , et  $3$ . L'opérateur aller-retour de la cavité comportant un trou de phase ou un anneau d'amplitude est donné en annexe B. Les pertes du mode fondamental  $L_{FM}$  et les modules des valeurs propres  $|\Gamma_0|$  et  $|\Gamma_1|$  de chaque cavité représentée sur les figures II-44 (a et b), pour une

même valeur du facteur de discrimination  $F_C$ , sont déterminées et comparées sur les tableaux II-2, II-3 et II-4. Le facteur de discrimination des modes transverses est fixé en ajustant le rayon réduit du diaphragme circulaire  $Y_D$ , de telle sorte que sa valeur reste la même aussi bien que possible pour les deux cavités de la figure II-44. Les valeurs du facteur de discrimination  $F_C$  sont voisines de l'unité et correspondent à celles d'une cavité passive alors qu'elles augmenteraient pour une cavité active à cause des effets non linéaires introduits par le milieu amplificateur. Pour vérifier que le mode fondamental  $TEM_{00}$ , d'une cavité comportant un objet de phase (ou un anneau absorbant) et un diaphragme, a la forme d'un mode  $LG_{p0}$  nous pouvons considérer la forme de l'intensité calculée en champ lointain mais aussi le facteur de qualité  $M^2$  déterminé à partir des coefficients d'expansion du faisceau laser de sortie [deS-06] [Annexe C]. A titre indicatif, nous savons que pour un faisceau de Laguerre-Gauss pur d'ordre  $p$  ( $LG_{p0}$ ) nous aurons  $M^2=2p+1$ .



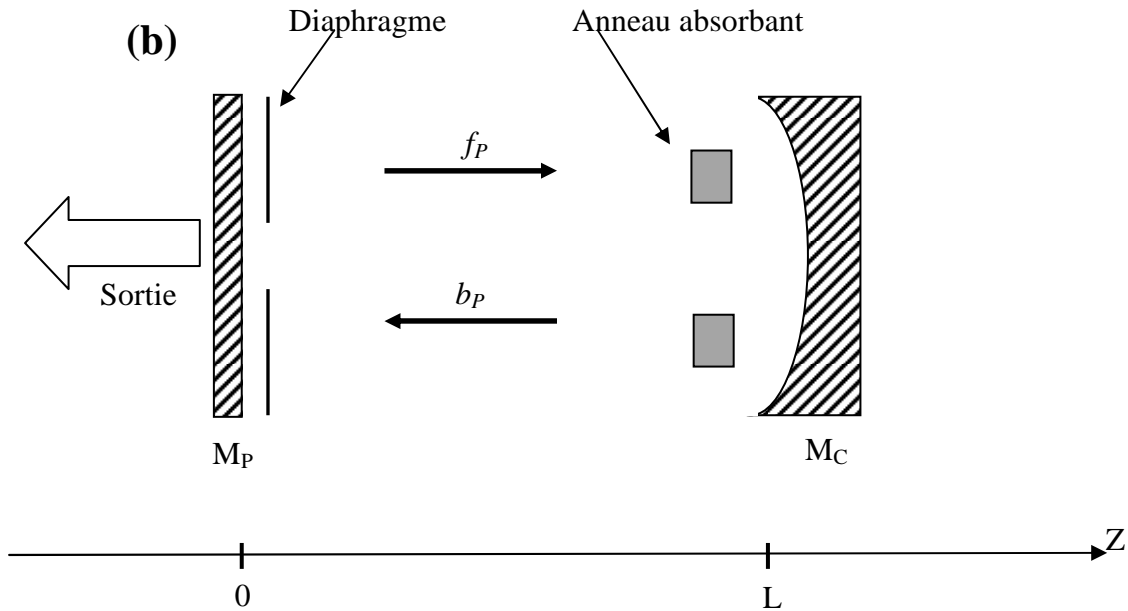


Figure II-47 : Schéma d'une cavité plan-concave comportant un diaphragme circulaire contre le miroir plan et (a) un objet de phase placé à une distance  $D=5$  mm du miroir concave de rayon de courbure  $R=150$ mm, (b) un anneau absorbant placé contre le miroir concave.

Les tableaux II-2, II-3 et II-4 montrent clairement, comme attendu, que le mode fondamental  $TEM_{00}$  d'une cavité diaphragmée peut être un  $LG_{10}$ ,  $LG_{20}$  ou  $LG_{30}$  si on introduit un trou de phase ou un anneau d'amplitude ayant un rayon qui coïncide avec le premier zéro d'intensité du mode désiré. Cependant, ce à quoi on ne s'attendait pas est que la cavité pour laquelle les pertes sont plus grandes n'est pas celle qui contient l'anneau absorbant mais plutôt celle qui contient l'objet de phase transparent. A première vue, on peut imaginer que l'objet de phase et l'anneau absorbant jouent exactement le même rôle qui consiste à imposer un zéro d'intensité dans le mode fondamental. Ceci est correct mais, comme il est démontré au paragraphe II-3-2, l'objet de phase est capable d'inverser la hiérarchie des divergences des modes  $LG_{P0}$  tandis que l'anneau absorbant n'influe en aucune manière sur cette hiérarchie. Ceci veut dire que le mécanisme de discrimination est différent dans les deux cas. En effet, pour la cavité comportant un trou de phase, c'est le diaphragme circulaire qui est responsable de la sélection du mode fondamental  $TEM_{00}$ . Sa troncature introduit un niveau de pertes relativement grand, tandis que c'est l'anneau lui-même qui permet essentiellement la sélection du mode transverse. Puisque sa largeur  $h=20$   $\mu\text{m}$  est relativement petite, les pertes  $L_{FM}$  sont

aussi très faibles. En plus, on peut aussi dire que d'un point de vue pratique, il est plus simple de fabriquer un anneau absorbant à partir d'un dépôt sur un substrat transparent que de graver ce dernier sur une profondeur de  $\lambda$  avec une précision de l'ordre de 10 nm pour la fabrication d'un objet de phase.

	L(mm)	$Y_D$	$F_C$	$L_{FM}$ (%)	$M^2$	$ \Gamma_0 $	$ \Gamma_1 $
Trou de phase	93.1	2.9	1.019	22.9	3.011	0.878	0.869
Anneau absorbant	93.1	3.9	1.021	0.3	3.005	0.998	0.988

Tableau II-2 : Comparaison des pertes d'une cavité diaphragmée comportant un anneau absorbant ou un trou de phase. Le rayon normalisé du trou de phase et de l'anneau sont égaux ( $Y_{PI} = Y_A = 0.707$ ), ils sont calculés pour que le mode fondamental soit un  $LG_{10}$ . Le rayon de courbure du miroir concave est  $R = 150\text{mm}$

	L(mm)	$Y_D$	F	$L_{FM}$ (%)	$M^2$	$ \Gamma_0 $	$ \Gamma_1 $
Trou de phase	124	4.1	1.038	10.4	5.002	0.946	0.929
Anneau absorbant	124	4.1	1.017	0.18	5.000	0.999	0.990

Tableau II-3 : Comparaison des pertes d'une cavité diaphragmée comportant un anneau absorbant ou un trou de phase. Le rayon normalisé du trou de phase et de l'anneau sont égaux ( $Y_{PI} = Y_A = 0.54$ ), ils sont calculés pour que le mode fondamental soit un  $LG_{20}$ . Le rayon de courbure du miroir concave est  $R = 150\text{mm}$

	L(mm)	$Y_D$	F	$L_{FM}$ (%)	$M^2$	$ \Gamma_0 $	$ \Gamma_1 $
Trou de phase	137	3.1	1.0027	20.1	7.06	0.893	0.892
Anneau absorbant	137	3.4	1.0027	0.16	7.008	0.999	0.997

Tableau II-4 : Comparaison des pertes d'une cavité diaphragmée comportant un anneau absorbant ou un trou de phase. Le rayon normalisé du trou de phase et de l'anneau sont les mêmes ( $Y_{PI} = Y_A = 0.45$ ), ils sont calculés pour que le mode fondamental soit un  $LG_{30}$ . Le rayon de courbure du miroir concave est  $R = 150\text{mm}$

Contrairement à ce qu'on attendait intuitivement, sur la base qu'un masque est transparent et que l'autre est absorbant, nous avons montré que l'anneau absorbant est plus efficace que le trou déphasant de  $\pi$  pour la sélection d'un mode fondamental  $TEM_{00}$  de type  $LG_{P0}$ . De plus nous avons remarqué que la qualité de la pureté du mode est meilleure pour la cavité avec un anneau absorbant qu'avec celle contenant l'objet déphasant de  $\pi$ .

« Cette partie de la thèse a fait l'objet d'une publication [Has-12] »

**Chapitre III: EOD INTRA-CAVITE**  
**A N ANNEAUX D'AMPLITUDE OU**  
**DE PHASE**

Nous allons étudier dans ce chapitre les performances d'un Élément Optique Diffractif (EOD) placé à l'intérieur d'une cavité plan-concave. Cet EOD est formé de  $N$  ( $N=1, 2, 3, 4$  ou  $5$ ) anneaux d'amplitude dans un premier cas et de un ou deux anneaux de phase dans le second cas.

### III.1 EOD intra-cavité formé de $N$ anneaux d'amplitude

L'EOD constitué de  $N$  anneaux d'amplitude (2) est placé contre le miroir plan (1) et un diaphragme circulaire (3) est disposé contre le miroir sphérique (4) (Fig. III-1). Nous suivrons la méthodologie utilisée au chapitre II pour la détermination des caractéristiques du mode fondamental et qui consiste à étudier les propriétés diffractives du système à  $N$  anneaux absorbants en simple passage quand le faisceau incident est un faisceau  $LG_{p0}$  symétrique de Laguerre-Gauss d'ordre  $p$  ( $p=1, 2, 3, 4$ , et  $5$ ). Les deux propriétés simple-passage sont la transmission et l'angle de divergence en champ lointain du faisceau  $LG_{p0}$  diffracté par cet EOD.

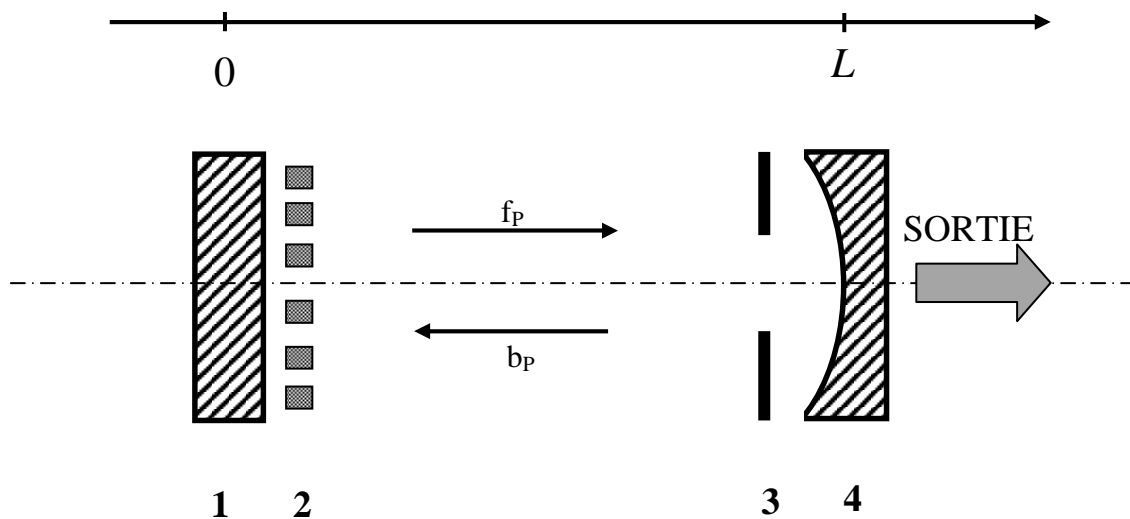


Figure III-1 : Schéma d'une cavité plan-concave contenant un EOD formé de  $N$  ( $N=3$ ) anneaux absorbants (2) placée contre le miroir plan (1) et un diaphragme circulaire (3) contre le miroir concave (4).

Le champ incident sur l'objet diffractif est un faisceau symétrique  $LG_{p0}$  de Laguerre – Gauss d'ordre  $p$ , dont la distribution d'amplitude est décrite en coordonnées cylindriques ( $\rho, z$ ) par l'équation:

$$E_{in}(\rho, z) = \frac{W_0}{W(z)} \exp\left(-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right) L_p\left(\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right) \exp\left\{i\left(kz - (2p+1)\phi(z) + \frac{k\rho^2}{2R_c(z)}\right)\right\} \quad [\text{III-1}]$$

Les caractéristiques géométriques de l'EOD seront exprimées en fonction des variables réduites :  $Y = \rho / W$  et  $\Delta = h/\lambda$  où  $h$  représente la largeur de l'anneau absorbant.

### III.1.1 Propriétés simple passage

#### III.1.1.1 Transmission à travers un système formé de N anneaux d'amplitude

Nous avons étudié la transmission en simple passage du mode fondamental  $LG_{00}$  et des 5 premiers modes transverses  $LG_{p0}$  à travers des systèmes annulaires composés de 1 à 5 anneaux absorbants. Les anneaux de L'EOD ont tous la même largeur  $h=20\mu\text{m}$ . Nous représentons sur la figure. III-2, à titre d'exemple, un EOD formé de 3 anneaux absorbants.

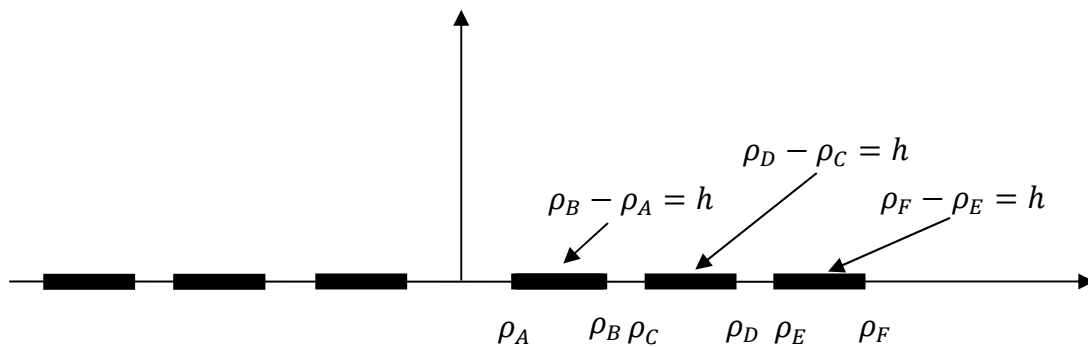


Figure III-2 : EOD constitué de 3 anneaux absorbants de même largeur  $h$

La transmittance  $\tau(\rho)$  du système annulaire est égale à 1 partout sauf sur l'anneau absorbant où elle est nul.

Le calcul du coefficient de transmission  $T_{p0}$  du mode  $LG_{p0}$  à travers l'EOD se fait de la même manière qu'au chapitre II.

➤ EOD à 1 anneau absorbant

$$T_{p0} = 1 - F_p(Y_A) + F_p(Y_B) \quad [\text{III-2}]$$

➤ EOD à 2 anneaux absorbants

$$T_{p0} = 1 - F_p(Y_A) + F_p(Y_B) - F_p(Y_C) + F_p(Y_D) \quad [\text{III-3}]$$

➤ EOD à 3 anneaux absorbants

$$T_{p0} = 1 - F_p(Y_A) + F_p(Y_B) - F_p(Y_C) + F_p(Y_D) - F_p(Y_E) + F_p(Y_F) \quad [\text{III-4}]$$

➤ EOD à 4 anneaux absorbants

$$T_{p0} = 1 - F_p(Y_A) + F_p(Y_B) - F_p(Y_C) + F_p(Y_D) - F_p(Y_E) + F_p(Y_F) - F_p(Y_G) + F_p(Y_H) \quad [\text{III-5}]$$

➤ EOD à 5 anneaux absorbants

$$T_{p0} = 1 - F_p(Y_A) + F_p(Y_B) - F_p(Y_C) + F_p(Y_D) - F_p(Y_E) + F_p(Y_F) - F_p(Y_G) + F_p(Y_H) - F_p(Y_I) + F_p(Y_J) \quad [\text{III-6}]$$

avec  $Y_i = \frac{\rho_i}{W}$  la variable réduite et  $F_p(Y_i)$  la fonction de transmission associée au mode

d'ordre  $p$  qui s'écrit :

$$F_0 = 1 - \exp(-2Y^2) \quad [\text{III-7}]$$

$$F_1 = 1 - (1 + 4Y^4) \exp(-2Y^2) \quad [\text{III-8}]$$

$$F_2 = 1 - (1 + 8Y^4 - 8Y^6 + 4Y^8) \exp(-2Y^2) \quad [\text{III-9}]$$

$$F_3 = 1 - \frac{1}{36} (36 + 432Y^4 - 864Y^6 + 912Y^8 - 384Y^{10} + 64Y^{12}) \exp(-2Y^2) \quad [\text{III-10}]$$

$$F_4 = 1 - \frac{1}{576} \left( \begin{array}{l} 576 + 9216Y^4 - 27648Y^6 + 44544Y^8 - 35328Y^{10} \\ + 14848Y^{12} - 3072Y^{14} + 256Y^{16} \end{array} \right) \exp(-2Y^2) \quad [\text{III-11}]$$

$$F_5 = 1 - \frac{1}{14400} \left( \begin{array}{l} 14400 + 288000Y^4 - 1152000Y^6 + 2496000Y^8 \\ - 2880000Y^{10} + 1922560Y^{12} - 752640Y^{14} \\ + 170240Y^{16} - 20480Y^{18} + 1024Y^{20} \end{array} \right) \exp(-2Y^2) \quad [\text{III-12}]$$

Nous représentons (fig. III-3 et III-4) les coefficients de transmission du mode fondamental  $LG_{00}$  et des cinq premiers modes transverses  $LG_{p0}$  transmis par un EOD formé de 2 et de 4 anneaux absorbants de largeur  $h=20\mu\text{m}$ . Le faisceau incident a une demi-largeur  $W=1\text{mm}$  sur le plan des anneaux.

Les flèches sur le graphe (fig. III-3) (fig. III-4) représentent les points où la transmission du mode  $LG_{p0}$  ( $p=2$ ) ( $p=4$ ) est maximale. La position des anneaux absorbants de l'EOD se trouve confondue avec les zéros des polynômes de Laguerre d'ordre  $p$ . Les pertes seront donc minimales en ces points et on s'attend à ce que le mode fondamental de la cavité soit le mode transverse  $LG_{20}$  ou  $LG_{40}$  respectivement. Ces résultats sont indépendants de la largeur  $h$  ( $h=10\mu\text{m}$ ,  $h=15\mu\text{m}$ ,  $h=20\mu\text{m}$ ,  $h=25\mu\text{m}$ ) de l'anneau.

➤ EOD à 2 anneaux absorbants

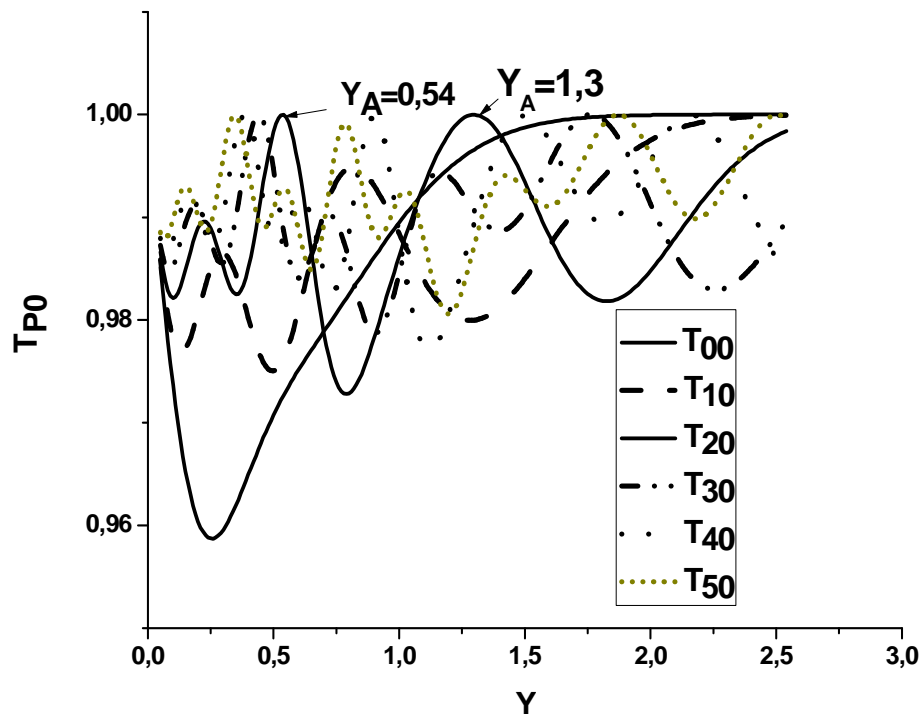


Figure III-3 : Coefficient de transmission  $T_{p0}$  d'un EOD constitué de 2 anneaux absorbants en fonction de la variable réduite  $Y$ .

➤ EOD à 4 anneaux absorbant

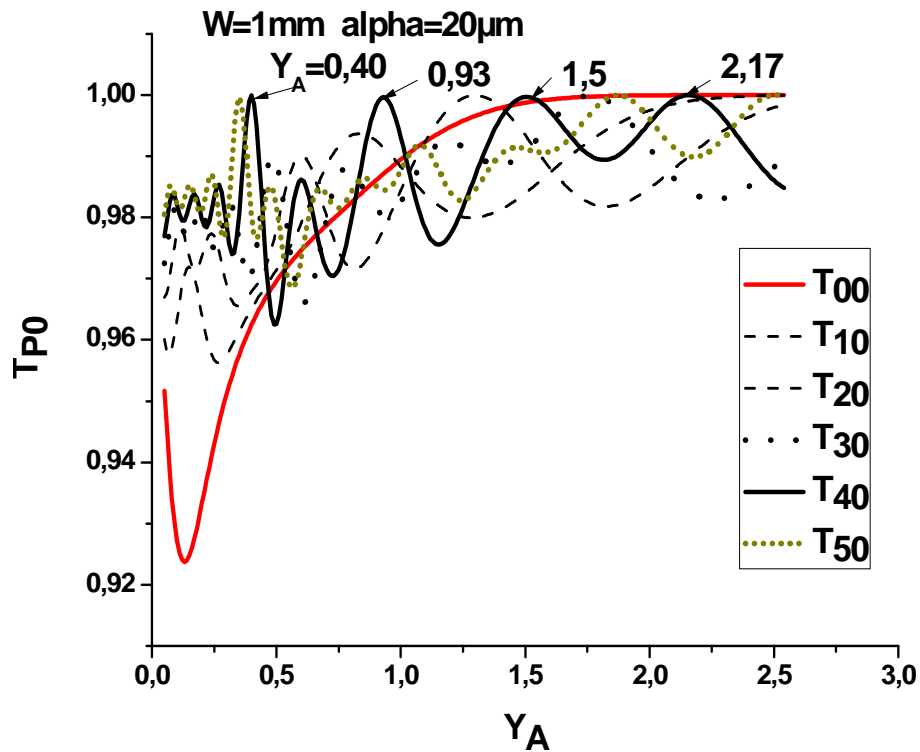


Figure III-4 : Coefficient de transmission  $T_{P0}$  d'un EOD constitué de 4 anneaux absorbants en fonction de la variable réduite  $Y$ .

### III.1.1.2 Etude de la divergence d'un faisceau $LG_{P0}$ à travers un système annulaire à N anneaux d'amplitude

Nous avons utilisé la même méthode de calcul de l'angle de divergence que celle décrite au paragraphe II-3-2 (c'est-à-dire que la largeur du faisceau est calculée à l'aide du moment d'ordre 2). Le faisceau incident a une longueur d'onde  $\lambda=1.06\mu\text{m}$  et une largeur  $W=1\text{mm}$ .

Nous présentons les résultats (Fig. III-5) du calcul de la divergence que subit un faisceau de Laguerre-Gauss d'ordre  $p$  ( $p=1-5$ ) lors de son passage à travers un système annulaire formé de 3 anneaux absorbants. La hiérarchie des divergences demeure inchangée. Par conséquent, la sélection d'un mode fondamental  $TEM_{00}$  de la forme d'un  $LG_{p0}$  sera due exclusivement à la discrimination introduite par la transmission  $T_{p0}$  du masque d'amplitude. On aboutit aux mêmes conclusions avec les autres systèmes annulaires.

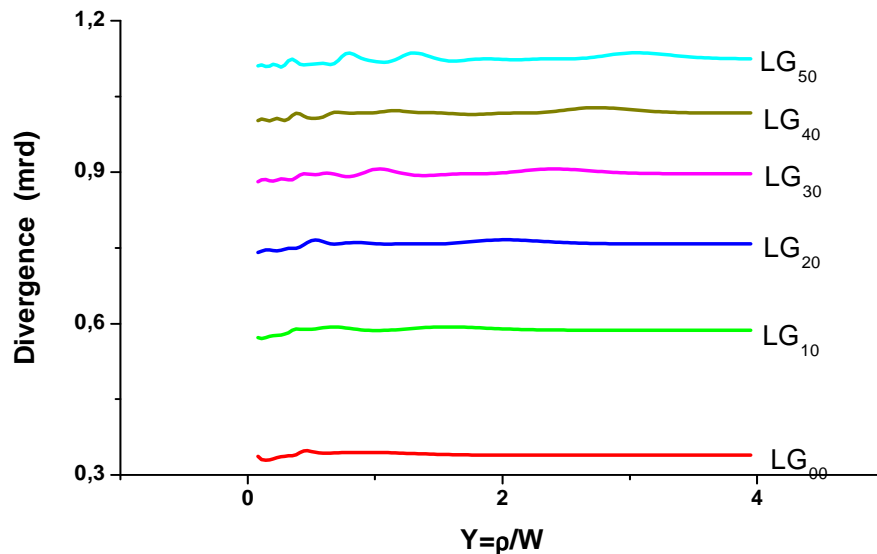


Figure III-5 : Divergence d'un faisceau  $LG_{p0}$  après traversée d'un EOD formé de 3 anneaux d'amplitude de même largeur  $h=20\mu m$ , calculée à partir du moment d'ordre 2

### III.1.2 Le système annulaire est placé dans une cavité plan-concave

La cavité est de type plan-concave (Fig.III-1). Le masque d'amplitude est placé contre le miroir plan. Le diaphragme circulaire de rayon  $\rho_D$  est placé contre le miroir concave de rayon de courbure  $R$ .

#### Gradeurs caractéristiques de la cavité

$$\lambda=1.064\mu m$$

$$\text{Longueur de la cavité: } L=260\text{mm}$$

$$\text{Rayon de courbure du miroir concave : } R=300\text{mm}$$

$$g=0.133$$

$$W_0=186\mu\text{m}$$

***La sortie du faisceau se fait du côté du miroir concave***

Afin de mieux comprendre les résultats de notre étude, nous donnons sur le tableau III-1 les valeurs des rayons internes des anneaux absorbants calculées à partir des zéros des polynômes de Laguerre (Tab. III-2).

P	valeur du rayon ( $\mu\text{m}$ ) des anneaux absorbants calculés à partir des zéros des polynômes de Laguerre				
1	131				
2	100	243			
3	85	199	330		
4	75	174	280	403	
5	67	156	249	350	467

Tableau III-1 : Rayons internes des anneaux d'amplitude

P	$\rho / W$				
1	0.707106				
2	0.541195	1.306562			
3	0.4559	1.071046	1.773407		
4	0.401509	0.93428	1.50609	2.167379	
5	0.363015	0.840041	1.340975	1.88226	2.5104

Tableau III-2 : Valeur du rapport  $\rho / W$  des zéros d'intensité du mode de Laguerre-Gauss d'ordre p

Nous présentons dans ce qui suit les résultats que nous avons obtenus pour les systèmes annulaires étudiés ( $N=1, \dots, 5$ ). Nous avons fait l'étude pour différentes valeurs de la

largeur  $h$  des anneaux. Nous avons calculé le facteur de qualité  $M^2$ , les pertes  $L_{FM}$  subies par le mode fondamental et le facteur de discrimination  $F$ . La détermination de la variable réduite  $Y_D$  ou du rayon  $\rho_D$  nous permet d'ajuster le diaphragme circulaire afin de faire osciller la cavité sur un mode d'ordre  $p$  bien précis.

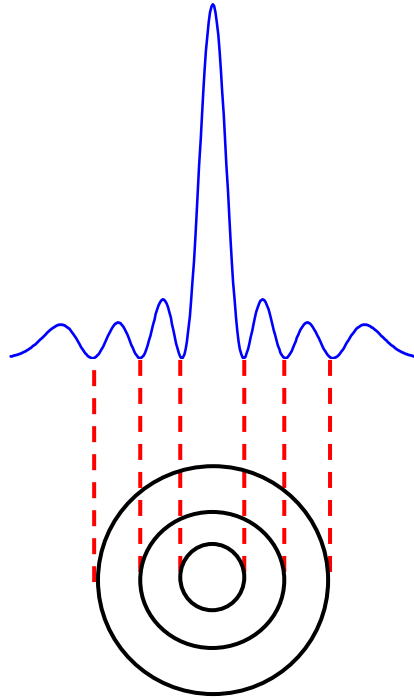


Fig. III-6 : EOD à trois anneaux d'amplitude: les anneaux opaques couvrent les zéros d'intensité du faisceau  $LG_{30}$

Les systèmes annulaires sont conçus de façon à ce que les variables réduites associées aux rayons internes des anneaux absorbants (Tab. III- 1) coïncident avec les zéros des polynômes de Laguerre  $L_p$  d'ordre  $p$  (Tab. III-2) comme le montre la figure III-6. A titre d'exemple, si l'EOD est constitué de  $N=3$  anneaux absorbants (Fig. III-2), les variables réduites  $Y_i$  associées aux rayons internes des anneaux doivent être égales à :  $Y_A=0.46$ ,  $Y_B=1.07$  et  $Y_C=1.77$  si on veut que la cavité oscille sur un mode fondamental de type  $LG_{30}$ .

➤ **EOD à 1 anneau d'amplitude**

$h(\mu\text{m})$	$Y_D$	$\rho_D$ (mm)	$M^2$	$L_{FM}$	$F$
10	1.65	0.84	1.08	11.5%	1.09
10	2.5	1.3	3.018	0.25%	1.15
15	1.65	0.84	1.09	16.25%	1.09
15	2.5	1.3	3.02	0.4%	1.1
20	1.65	0.84	1.07	20.7%	1.1
20	2.5	1.3	3.008	0.87%	1.1
25	1.65	0.84	1.1	25%	1.05
25	2.5	1.3	3.008	1.7%	1.17

Tableau III-3 : EOD à 1 anneau absorbant de différentes largeurs h

➤ **EOD à 2 anneaux**

$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$Y_D$	$\rho_D$ (mm)	$M^2$	$L_{FM}$	$F$
10	2	1.02	1.03	14.5%	1.18
10	3	1.53	5	0.3%	1.09
15	2	1.02	1.03	20.5%	1.04
15	3	1.53	5	0.8%	1.17
20	2	1.02	1.012	26.2%	1.02
20	3	1.53	5.01	1.9%	1.19
25	2	1.03	1.03	31.7%	1.15
25	3	1.53	5	3.4%	1.25

Tableau III-4 : Système à 2 anneaux absorbants avec différentes largeurs h des anneaux absorbants

➤ **EOD à 3 anneaux**

$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$Y_D$	$\rho_D$ (mm)	$M^2$	$L_{FM}$	F
10	2	1.02	1.016	17%	1.05
10	3.5	1.78	7	0.4%	1.1
15	2	1.02	1.016	24%	1.04
15	3.5	1.78	7	1.5%	1.16
20	2	1.02	1.016	31%	1.04
20	3.5	1.78	7	3.2%	1.18
25	2	1.02	1.016	37.5%	1.05
25	3.5	1.78	7	5.7%	1.02

Tableau III-5 : EOD à 3 anneaux absorbants avec différentes largeur  $h$  des anneaux absorbants

➤ **EOD à 4 anneaux**

$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$Y_D$	$\rho_D$ (mm)	$M^2$	$L_{FM}$	F
10	2	1.02	1.016	19%	1.05
10	3.6	1.83	9	1.14%	1.14
15	2	1.02	1.016	27%	1.04
15	3.6	1.83	9	1.85%	1.23
20	2	1.02	1.016	35%	1.03
20	3.6	1.83	9	5.8%	1.3
25	2	1.03	1.016	42%	1.02
25	3.6	1.83	9	8.7%	1.1

Tableau III-6 : EOD à 4 anneaux absorbants avec différentes largeur  $h$  des anneaux absorbants

➤ **EOD à 5 anneaux**

$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$Y_D$	$\rho_D$ (mm)	$M^2$	$L_{FM}$	$F$
10	2	1.02	1	20%	1.05
10	4	2.04	11	1.2%	1.15
15	2	1.02	1	30%	1.04
15	4	2.04	11	3.5%	1.18
20	2	1.02	1	38%	1.05
20	4	2.04	11	7.7%	1.2
25	2	1.02	1	46%	1.02
25	4	2.04	11	12.5%	1.2

Tableau III-7 : EOD à 5 anneaux absorbants avec différentes largeur  $h$  des anneaux absorbants

Nous concluons de ces derniers résultats que :

- Lorsque le diaphragme circulaire est fermé  $Y_D=2$ , le facteur  $M^2$  est toujours égal à 1 et que l'intensité calculée en champ lointain présente un seul lobe, confondue avec le mode fondamental de Laguerre-Gauss  $LG_{00}$ . Les pertes sont grandes et augmentent non seulement avec la largeur des anneaux mais aussi avec le nombre  $N$  d'anneaux que contient l'EOD.
- Lorsque le diaphragme circulaire est suffisamment ouvert, c'est le mode  $LG_{p0}$  qui s'installe. On doit ouvrir de plus en plus ce diaphragme, à mesure que le nombre  $N$  d'anneaux absorbants augmente, si on veut faire osciller la cavité sur le mode  $LG_{p0}$ . En effet, cela est nécessaire car le mode désiré a une largeur qui augmente comme  $\sqrt{2p+1}$ . Les pertes augmentent de la même manière que précédemment. Le facteur de discrimination reste voisin de l'unité.

Nous représentons sur les figures suivantes, à titre d'exemple, l'intensité du faisceau calculée en champ lointain ( $ZA=10\text{m}$ ) et sortant d'une cavité contenant 5 anneaux absorbants de même largeur  $h=20\mu\text{m}$ .

- Premier cas (Fig. III-7) : le diaphragme est fermé  $Y_D=2$ .

On obtient un seul lobe (en trait plein) confondu avec le mode fondamental  $LG_{00}$  d'une cavité froide (en pointillé).

- Deuxième cas (Fig. III-8) : le diaphragme est ouvert  $Y_D=4$ .

On obtient un lobe central entouré de 5 anneaux d'intensité. Cette distribution de l'intensité coïncide parfaitement avec celle du mode de Laguerre-Gauss  $LG_{50}$  pur.

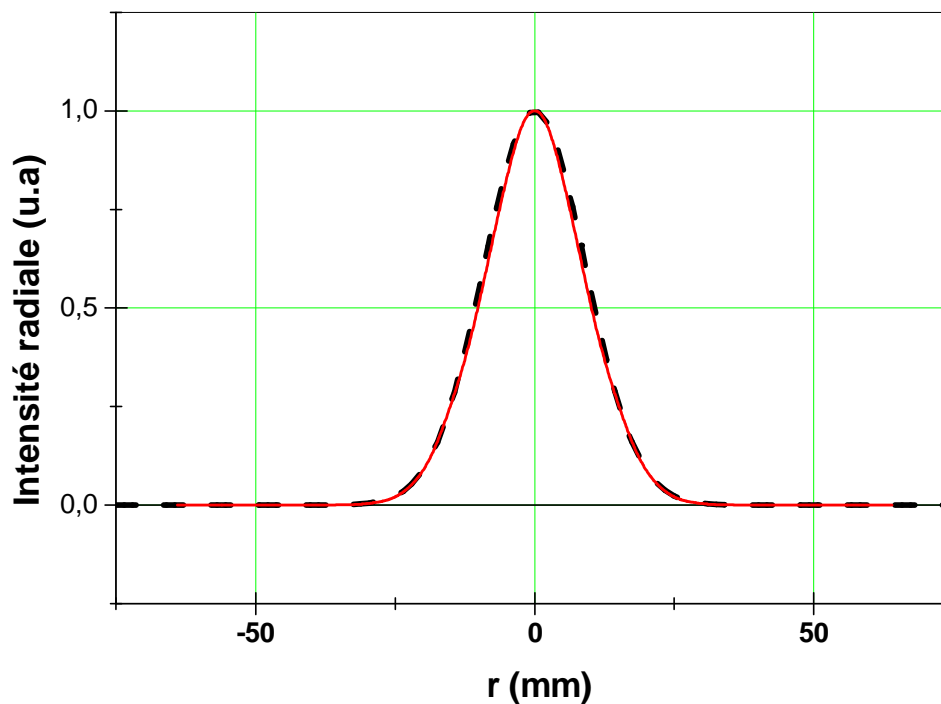


Figure III-7 : Intensité radiale  $I_r$  en fonction de la coordonnée radiale  $r$  :  $h=20\mu\text{m}$ ,  $Y_D=2$ .

En noir:  $LG_{00}$ , en rouge: résultat obtenu .

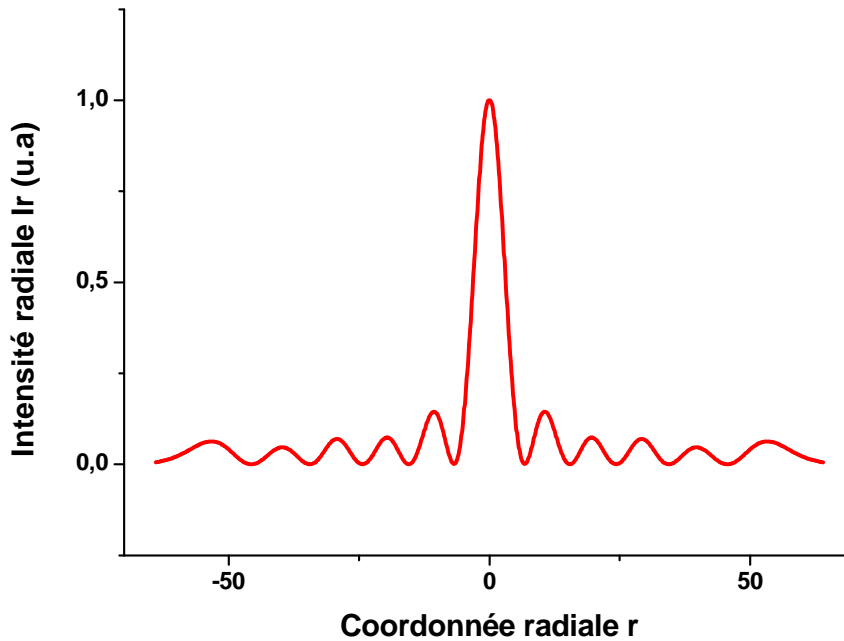


Figure III-8 : Intensité radiale  $I_r$  en fonction de la coordonnée radiale  $r$  :  $h=20\mu m$ ,  $Y_D=4$ .

Dans tous les cas étudiés et quelque soit la largeur  $h$  de l'anneau, on obtient un seul lobe quand le diaphragme est fermé ( $Y_D \sim 2$ ) avec des pertes importantes. Par contre, quand le diaphragme est suffisamment ouvert ( $Y_D \sim 4$ ), l'intensité calculée en champ lointain présente un lobe central entouré de  $p$  anneaux d'intensité. Elle coïncide parfaitement avec le mode de Laguerre-Gauss d'ordre  $p$ , les pertes du mode fondamental sont acceptables et le facteur  $M^2$  vérifie la loi  $M^2=2p+1$  (Tab. III-3, III-4,...et III-7).

## III.2 Etude d'un système formé de un ou de deux anneaux de phase

Afin de mieux comprendre le comportement d'un faisceau de Laguerre-Gauss lorsqu'il est diffracté par un EOD formé de 1 ou 2 anneaux déphasant de  $\pi$ , nous allons commencer par étudier l'influence de cette EOD sur la divergence du faisceau.

### III.2.1 Etude en simple passage

#### III.2.1.1 Calcul de la divergence d'un faisceau de Laguerre-Gauss

On calcule la divergence du faisceau à l'aide du moment d'ordre 2 comme il est décrit au paragraphe II-3-2.

### III.2.1.1.1 L'EOD contient un seul anneau de phase

Nous représentons sur la figure III-9 le schéma d'un anneau de phase où  $Y_A$  et  $Y_B$  sont les variables réduites associées respectivement au rayon interne et externe de l'anneau. Les points d'inversion coïncident avec les zéros du polynôme de Laguerre d'ordre 2 (Tab. III-2),  $Y_A=0.54$  et  $Y_B=1.3$ . La largeur de l'anneau sera égale à  $\Delta=Y_B-Y_A$ . Le coefficient de transmission de l'anneau de phase est défini par :

$$\tau(Y) = \begin{cases} 1 & 0 < Y < Y_A \\ -1 & Y_A < Y < Y_B \\ 1 & Y > Y_B \end{cases} \quad \text{[III-13]}$$

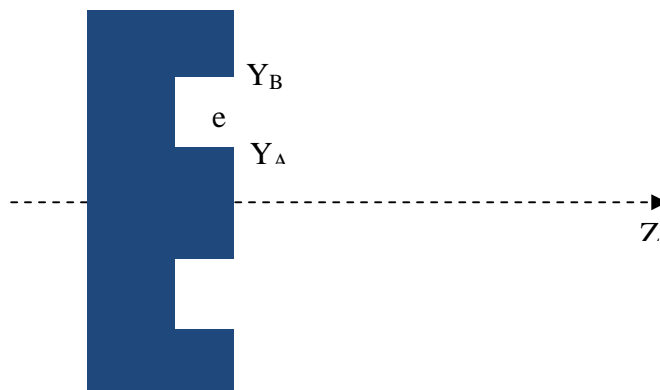


Figure III-9 : Schéma d'un anneau de phase de largeur  $\Delta= Y_B - Y_A$

La hiérarchie des divergences n'est plus respectée (Fig. III-10). Le mode  $LG_{20}$  est moins divergent que le mode fondamental  $LG_{00}$  lorsque  $Y=Y_A=0.54$ . On s'attend alors à ce que le mode fondamental soit le mode transverse  $LG_{20}$  plutôt que le mode fondamental  $LG_{00}$

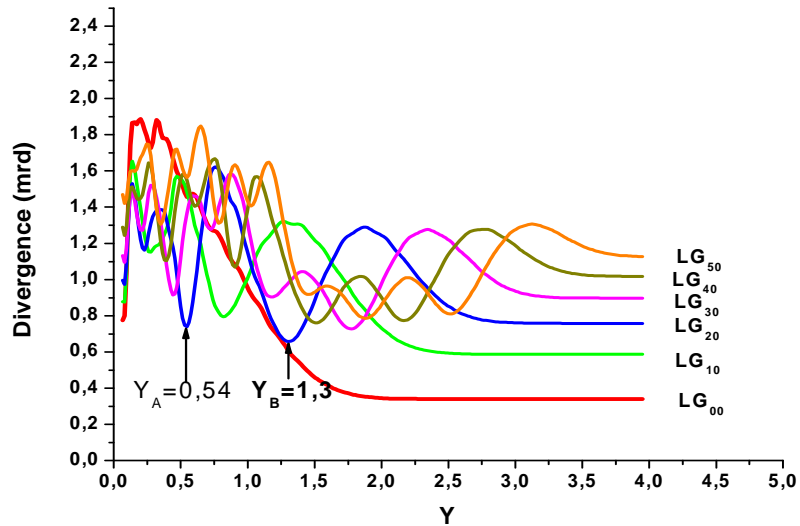


Figure III-10 : Divergence d'un faisceau  $LG_{p0}$  à la traversée d'un EOD constitué d'un anneau de phase : Divergence calculée à l'aide du moment d'ordre 2.

### III.2.1.1.2 L'EOD contient deux anneaux de phase

Les points d'inversion correspondent aux zéros du polynôme de Laguerre d'ordre 4,  $Y_A=0.4$ ,  $Y_B=0.93$ ,  $Y_C=1.5$  et  $Y_E=2.17$ . Les largeurs des deux anneaux de phases (Fig. III-11),  $\Delta_1=Y_B-Y_A$  et  $\Delta_2=Y_E-Y_C$ , sont différentes, par contre leur profondeur est identique. Le coefficient de transmission de l'EOD est défini par :

$$\tau(Y) = \begin{cases} 1 & 0 < Y < Y_A \\ -1 & Y_A < Y < Y_B \text{ et } Y_C < Y < Y_E \\ 1 & Y > Y_E \end{cases} \quad \text{[III-14]}$$

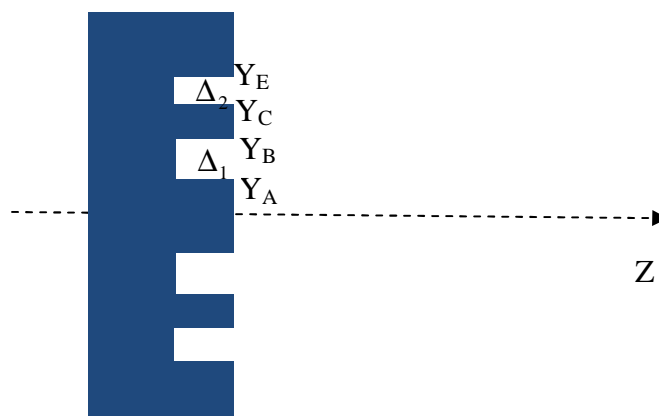


Figure III-11 : Schéma d'un EOD contenant 2 anneaux de phase de largeurs  $\Delta_1 = Y_B - Y_A$  et  $\Delta_2 = Y_E - Y_C$  différentes.

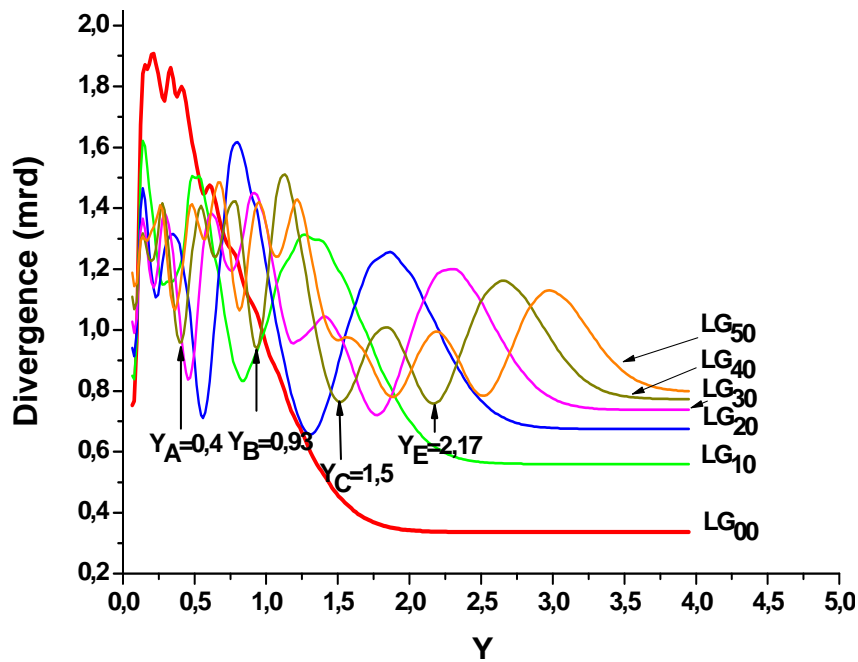


Figure III-12 : Divergence d'un faisceau  $LG_{p0}$  à la traversée d'un EOD constitué de deux anneaux de phase : divergence calculée à l'aide du moment d'ordre 2.

Nous avons calculé, comme au chapitre II, la divergence à l'aide du moment d'ordre 2. La hiérarchie des divergences n'est plus respectée (Fig III-12). Les valeurs indiquées par les flèches correspondent aux valeurs de  $Y$  pour lesquelles la divergence est minimum. Elles correspondent exactement aux zéros des polynômes de Laguerre d'ordre 4 (Tab. III- 2). On voit donc que le mode transverse  $LG_{40}$  est moins divergent que le mode fondamental  $LG_{00}$  si les rayons réduits (internes et externes) des anneaux de phase correspondent exactement aux zéros du polynôme de Laguerre d'ordre 4 (Fig.III-12). On s'attend alors à ce que le mode fondamental soit un  $LG_{40}$  plutôt qu'un  $LG_{00}$  si les points d'inversion de phase coïncident avec les zéros du polynôme de Laguerre d'ordre 4 comme le montre la figure III-13.

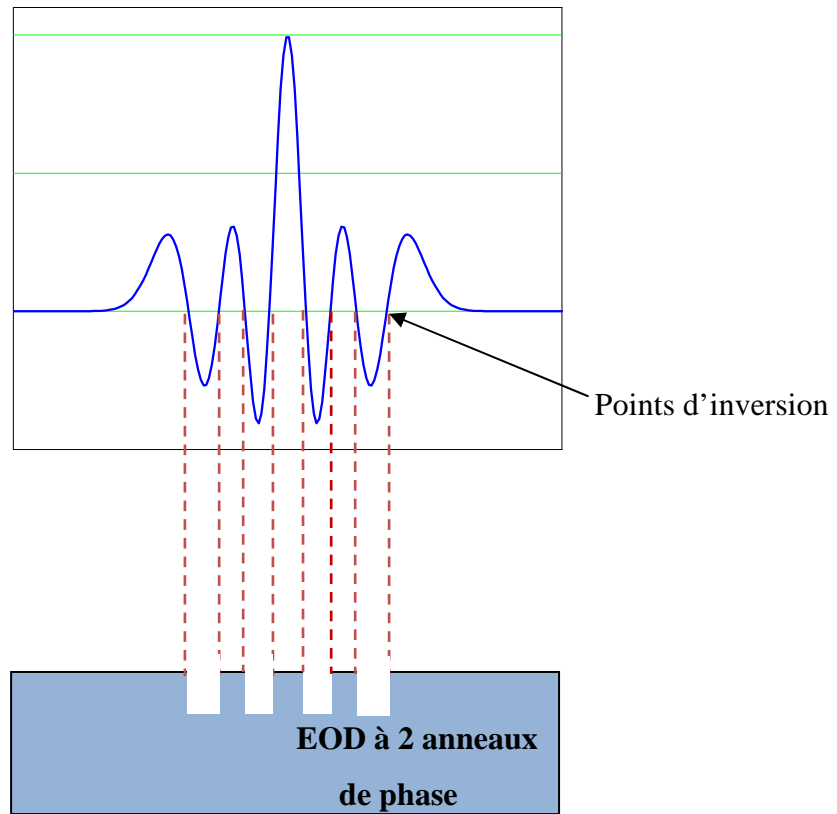


Figure III- 13 : Points d'inversion du faisceau  $LG_{40}$  par une EOD de phase à deux anneaux

### III.2.2 L'Elément Optique Diffractif de phase est à l'intérieur d'une cavité plano- concave diaphragmée

L'Elément Optique Diffractif (EOD) est placé à l'intérieur d'une cavité plan-concave comme représenté sur la figure III-14. L'EOD est placé à  $Z_d= 5\text{mm}$  du miroir plan pour les mêmes raisons citées au chapitre II. Un diaphragme circulaire de rayon  $\rho_D$  se trouve contre le miroir concave de rayon de courbure  $R$ . Nous avons étudié le cas où la sortie du faisceau se fait du côté du miroir concave et celle où elle se fait du côté du miroir plan.

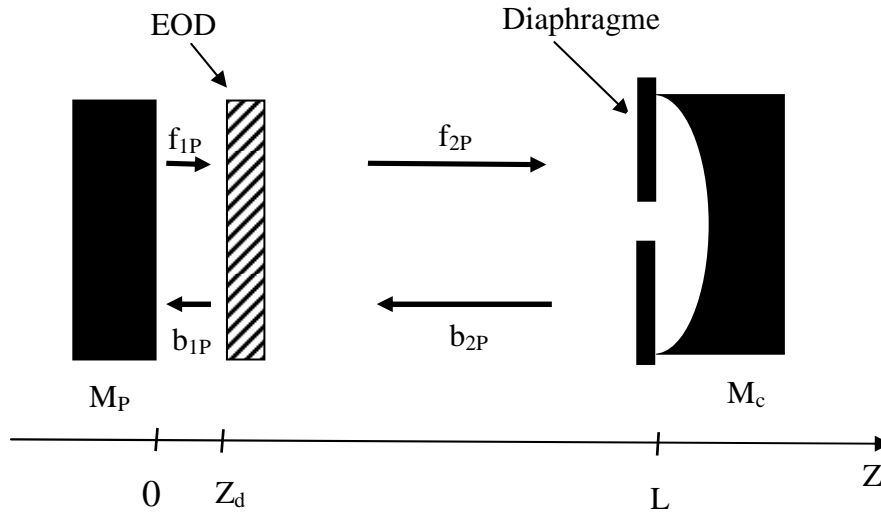


Figure III-14 : Schéma d'une cavité plan-concave diaphragmée contenant un Elément Objet Diffractif de phase placé à une distance  $Z_d$  du miroir plan

Nous présentons, dans ce qui suit, les résultats que nous avons obtenus dans le cas où l'EOD est formé d'un anneau de phase et dans le cas où il est formé de 2 anneaux de phase.

### III.2.2.1 L'EOD est formé d'un anneau de phase

Sortie	$Y_A$	$Y_B$	$Y_D$	$M^2$	$L_{00}$ (%)	$F$
Côté miroir concave	0.54	1.306	3	5.013	16.17	1.18
Côté miroir plan	0.54	1.306	3	4.88	16.17	1.18

Tableau III-8 : Un anneau de phase placé à l'intérieur d'une cavité plan-concave diaphragmée

Les pertes du mode fondamental sont grandes ( $L_{FM}=16.17\%$ ), le facteur de qualité  $M^2$  est voisin de la valeur 5, valeur qui correspond à celle du mode de Laguerre-Gauss pur d'ordre 2 ( $LG_{20}$ ) et le facteur de discrimination est de l'ordre de 1.

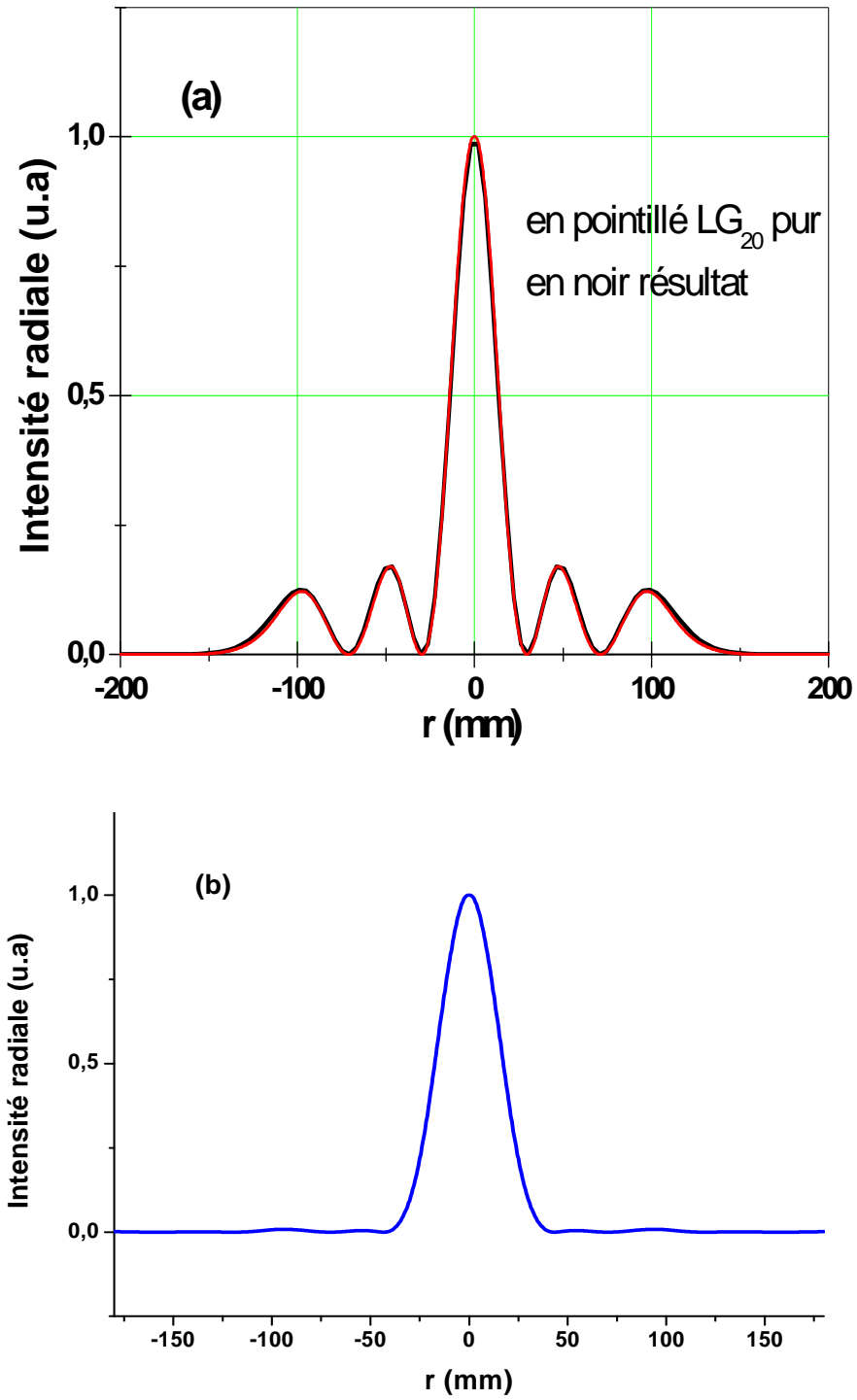


Figure III-15 : Intensité radiale  $I_r$  en fonction de la coordonnée radiale  $r$ , (a) la sortie du faisceau est du côté du miroir concave, (b) la sortie du faisceau est du côté du miroir plan. L'EOD est formé d'un anneau de phase

Sur la figure III-15 est représentée l'intensité du faisceau de sortie en champ lointain, à une distance  $Z_A=10$  m de la cavité, d'un côté ou de l'autre de celle-ci. L'intensité à la sortie du miroir concave présente un lobe central entouré de deux anneaux (Fig III-15-a), il y a une parfaite coïncidence avec l'intensité du mode de Laguerre-Gauss d'ordre 2 d'une cavité froide (en pointillé). Par contre, l'intensité du faisceau à la sortie du miroir plan est unilobe (Fig III-15-b), on voit donc apparaître cet effet de redressement que joue cette optique diffractive.

### III.2.2.2 L'EOD est formé de 2 anneaux de phase

Les points d'inversion de l'EOD constitué de deux anneaux de phase coïncident avec les zéros du polynôme de Laguerre d'ordre 4 (Tab. III-2). Les largeurs des anneaux de phase sont dans ce cas,  $\Delta_1=Y_B-Y_A$  et  $\Delta_2=Y_E-Y_C$ , avec  $\Delta_1 \neq \Delta_2$ .

Sortie	$Y_A$	$Y_B$	$Y_C$	$Y_E$	$Y_D$	$M^2$	$L_{FM}(\%)$	$F$
Côté miroir concave	0.38	0.884	1.5	2.16	2.9	9.07	32	1.145
Côté miroir plan	0.38	0.884	1.5	2.16	2.9	12.5	32	1.145

Tableau III-9 : 2 anneaux de phase placés à l'intérieur d'une cavité plan-concave

Le facteur  $M^2$  du faisceau qui sort par le miroir plan ( $M^2=12.5$ ) est plus grand que celui du faisceau qui sort par le miroir concave ( $M^2=9.07$ ). Cette détérioration de la qualité du faisceau peut s'expliquer par le fait que le faisceau qui sort du côté du miroir plan subit une double diffraction sur L'EOD alors que celui qui sort par le miroir concave ne subit qu'une seule.

Il y a presque une coïncidence des rayons internes et externes des anneaux de phase avec les zéros du polynôme de Laguerre d'ordre 4 (Tab. III-2). L'intensité à la sortie du miroir concave (Fig. III-16-a) présente un lobe central entouré de quatre (04) anneaux d'intensité (en trait plein) et la superposition avec celle associée au mode de Laguerre-Gauss d'ordre 4 d'une cavité froide (en pointillé) est presque parfaite. Par contre l'intensité du faisceau qui sort du miroir plan (Fig. III-16-b) présente une forme unilobe, ce qui explique l'effet redressement de l'objet diffractif de phase.

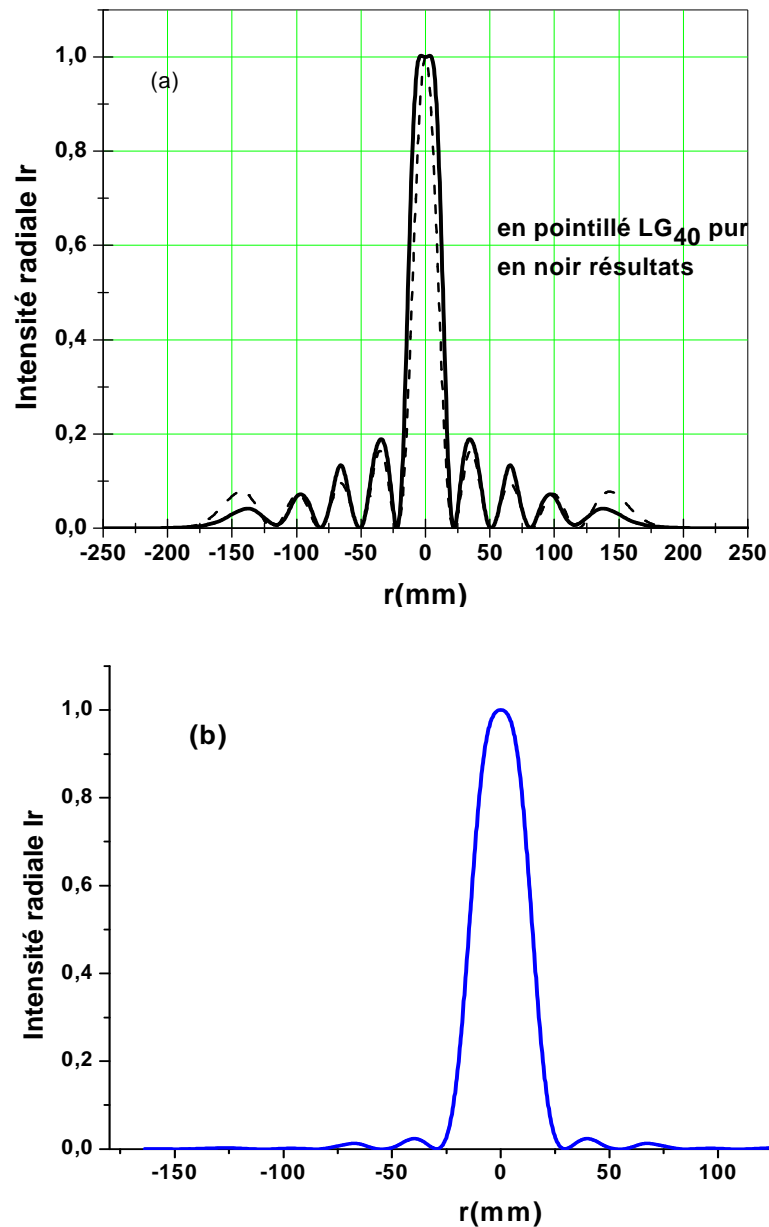


Figure III-16 : Intensité radiale  $I_r$  en fonction de la coordonnée radiale  $r$ , (a) la sortie du faisceau est du côté du miroir concave, (b) la sortie du faisceau est du côté du miroir plan. L'EOD est formé de deux anneaux de phase

Nous venons donc de voir que le faisceau à la sortie d'une cavité, contenant un EOD constitué de  $N$  anneaux d'amplitude est formé d'un lobe central entouré de  $p$  anneaux d'intensité ( $p=N$ ) lorsque le diaphragme circulaire est ouvert. Il y a une superposition presque parfaite avec l'intensité associée au mode de Laguerre-Gauss d'ordre  $p$  ( $p=N$ ). Par contre lorsque l'EOD est constitué de un ou de 2 anneaux de phase, le faisceau de sortie sera

respectivement un  $LG_{20}$  ou un  $LG_{40}$  du côté du miroir diaphragmé et un faisceau unilobe redressé du côté de l'EOD. Cette dernière conclusion pourrait avoir des applications intéressantes dans le phénomène de super-résolution.

### III.3 Vérification expérimentale

L'objectif est de parvenir à forcer l'oscillation d'un laser à solide pompé par diode laser sur un mode fondamental qui ne soit pas Gaussien mais de type mode transverse d'ordre élevé  $LG_{p0}$  unique. Pour ce faire, il y a deux possibilités, comme on l'a vu dans la première partie de ce chapitre, qui consistent à introduire dans la cavité laser un masque d'amplitude ou de phase qui a pour rôle d'imposer des zéros d'intensité dans la cavité afin de la faire osciller sur un mode transverse  $LG_{p0}$ . Nous présentons les résultats de l'expérience qui a été réalisée au laboratoire du *National Laser Centre (NLC) Pretoria South Africa* sur la base de nos calculs, afin de vérifier les résultats que nous avons établis par modélisation dans le cas du masque contenant N anneaux d'amplitude ( $N=1, \dots, 5$ ).

Le masque d'amplitude est formé d'un substrat transparent sur lequel sont déposés des anneaux absorbants de largeurs  $h$  dont la position correspondrait aux  $p$  zéros du polynôme de Laguerre d'ordre  $p$  (Tab. III-2). La largeur  $h$  des anneaux doit être à la fois suffisamment petite pour ne pas être trop absorbant et assez grande pour assurer la discrimination des modes non désirés. La largeur  $h$  des anneaux étudiés est  $h=10 \mu\text{m}$ ,  $15 \mu\text{m}$ ,  $20 \mu\text{m}$  et  $25 \mu\text{m}$ . Le schéma du montage expérimental est représenté sur la figure III-17. La diode laser de pompage a une puissance de sortie maximale de 75 W et une longueur d'onde d'émission de 808 nm (à la température de 25°C).

### III.3.1 Montage expérimental

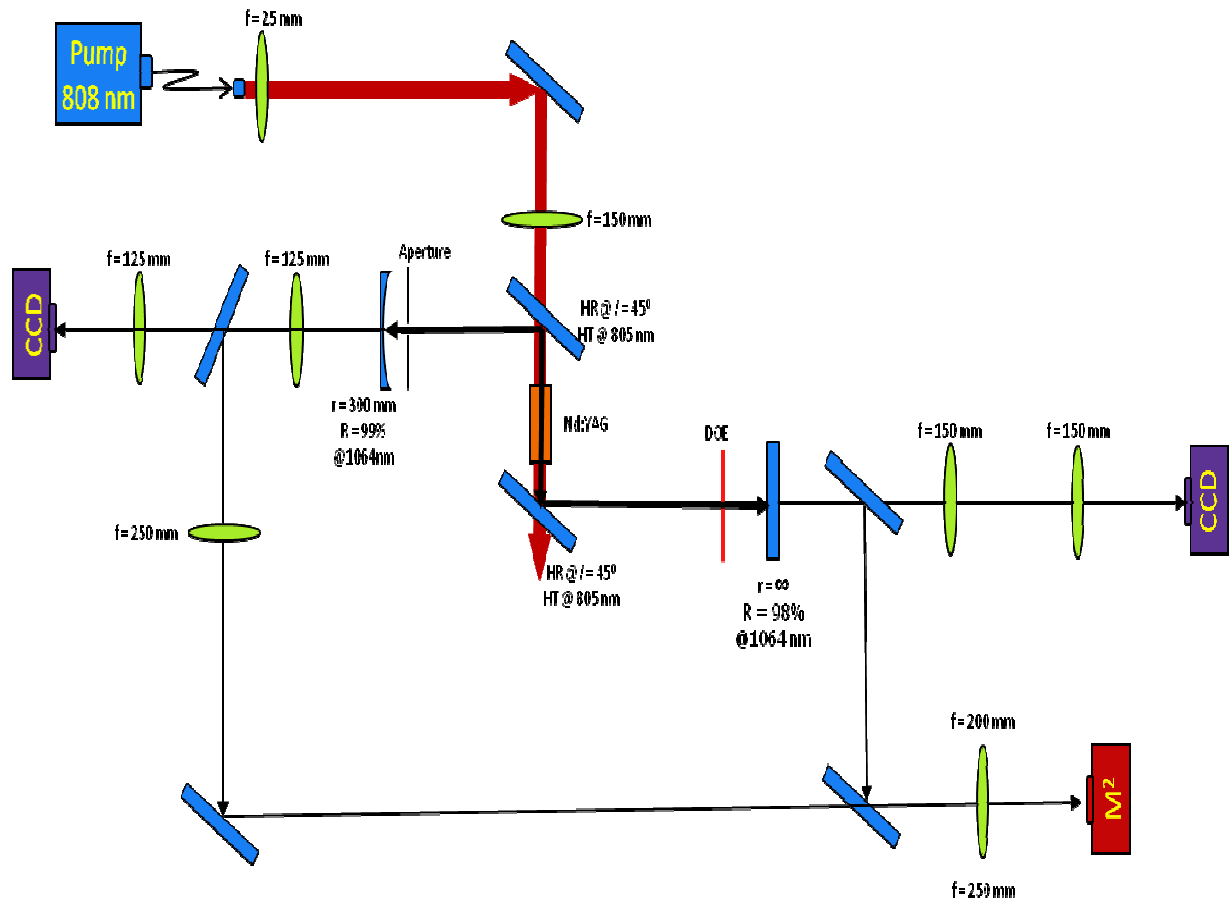


Figure III-17 : Montage expérimental pour la vérification des résultats théoriques établis pour un masque d'amplitude placé à l'intérieur d'une cavité plan-concave.

La cavité plan-concave est composée d'un miroir plan de coefficient de réflexion  $r = 98\%$  et d'un miroir concave de rayon de courbure  $R=300\text{mm}$  et de coefficient de réflexion  $r = 99\%$ . Ces coefficients de réflexion sont calculés à la longueur d'onde du Nd:YAG  $\lambda=1064\text{ nm}$ . La longueur de la cavité est de l'ordre de 250 mm et le cristal Nd:YAG est positionné à 75 mm du miroir plan. Le diaphragme circulaire et le masque d'amplitude sont respectivement placés aussi près que possible du miroir sphérique et du miroir plan. Le milieu amplificateur est un cristal Nd:YAG pompé par une diode laser fibrée qui émet à la longueur d'onde  $\lambda=808\text{ nm}$  (Fig. III-17). Deux caméras CCD sont placées de part et d'autre de la cavité. Une autre sortie du faisceau est utilisée pour la mesure du facteur de qualité  $M^2$  du faisceau.

Le résonateur a une forme géométrique en Z (afin d'éviter d'illuminer le masque d'amplitude avec la lumière de pompage) en incluant deux miroirs montés à 45° dans la cavité, de part et d'autre du cristal Nd :YAG, qui sont très réfléchissants pour 1064 nm et hautement transmissifs pour 808 nm. Aussi, il est clair que tout le faisceau de pompage ne sera pas entièrement absorbé par le cristal laser, il faut donc prendre garde à la propagation libre d'un résidu de pompage pouvant atteindre une ou plusieurs dizaines de watts.

### **III.3.2 Résultats expérimentaux**

Nous présentons les résultats obtenus dans le cas où le masque d'amplitude est composé de un, deux, ...ou cinq anneaux absorbants.

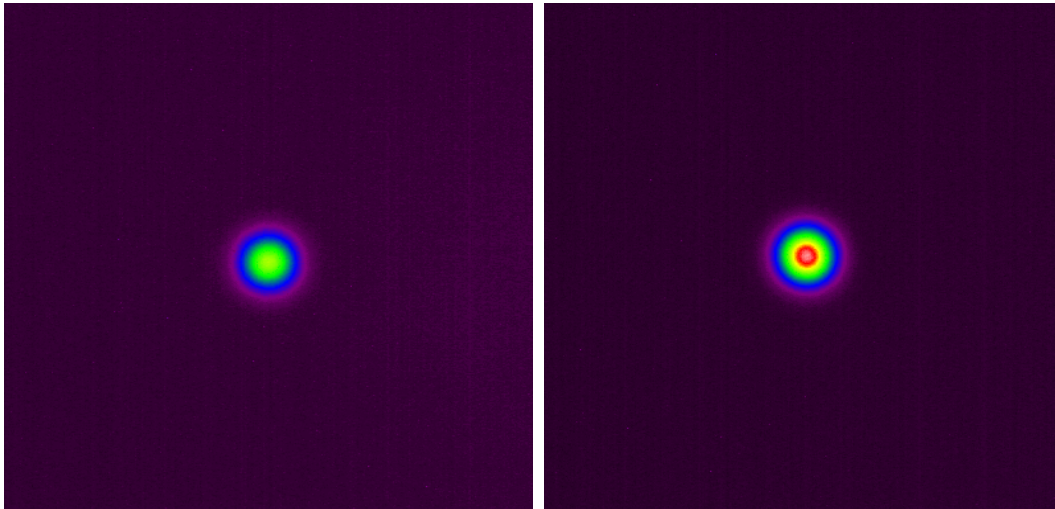
#### **III.3.2.1 Pureté des modes**

Les photographies du faisceau à la sortie de la cavité en champ proche et en champ lointain sont représentées sur la figure III-18. Ces résultats sont établis pour un EOD de largeur  $h=20\ \mu\text{m}$ , et nous verrons l'impact du changement de  $h$  sur ces résultats au paragraphe suivant. Puisque les modes  $LG_{p0}$  sont solutions de l'équation de Helmholtz, nous nous attendons à ce que les profils d'intensité en champ proche et en champ lointain soient les mêmes à une constante près. Elles montrent que le profil du mode oscillant dans la cavité est formé d'une tache centrale brillante entourée d'anneaux alternativement obscurs et brillants.

**TEM<sub>00</sub>**

**Champ proche**

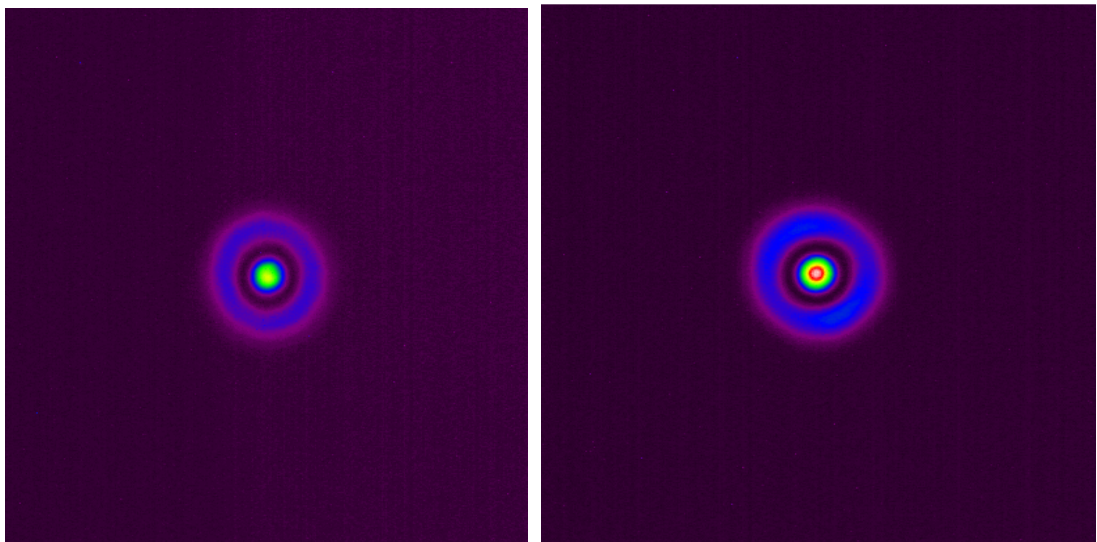
**Champ lointain**



**TEM<sub>10</sub>**

**Champ proche**

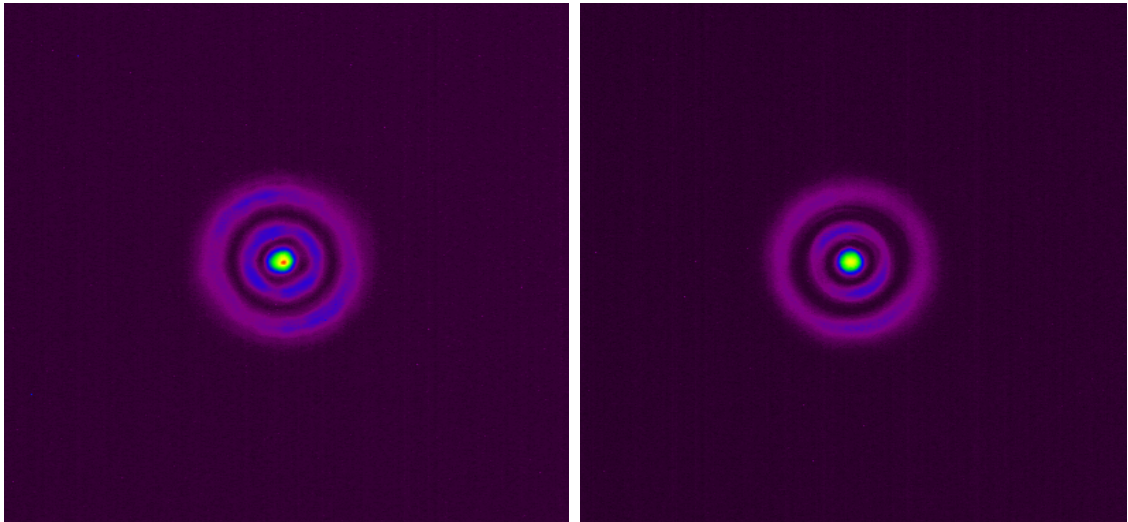
**Champ lointain**



**TEM<sub>20</sub>**

**Champ proche**

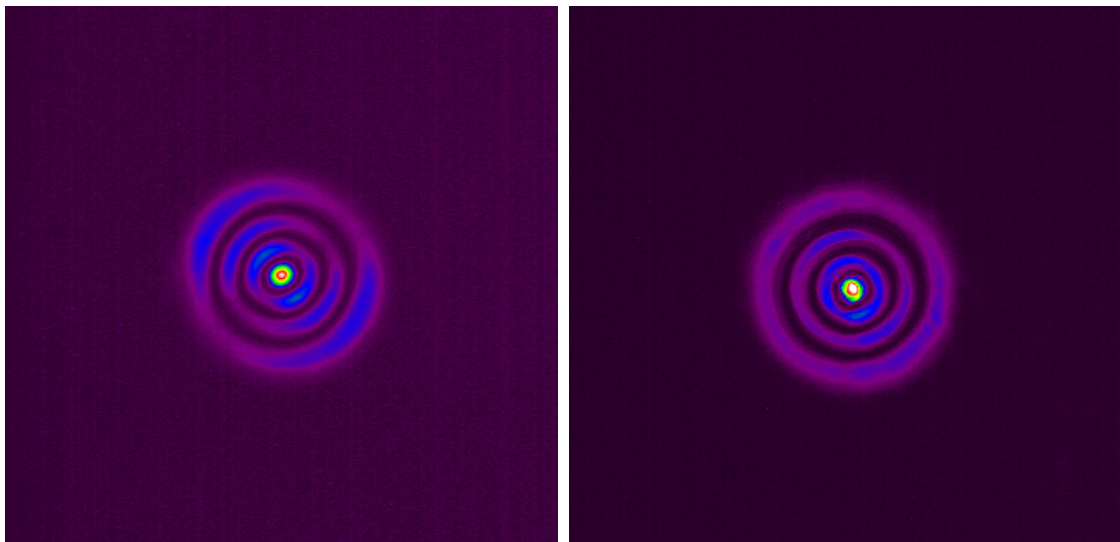
**Champ lointain**



**TEM<sub>30</sub>**

**Champ proche**

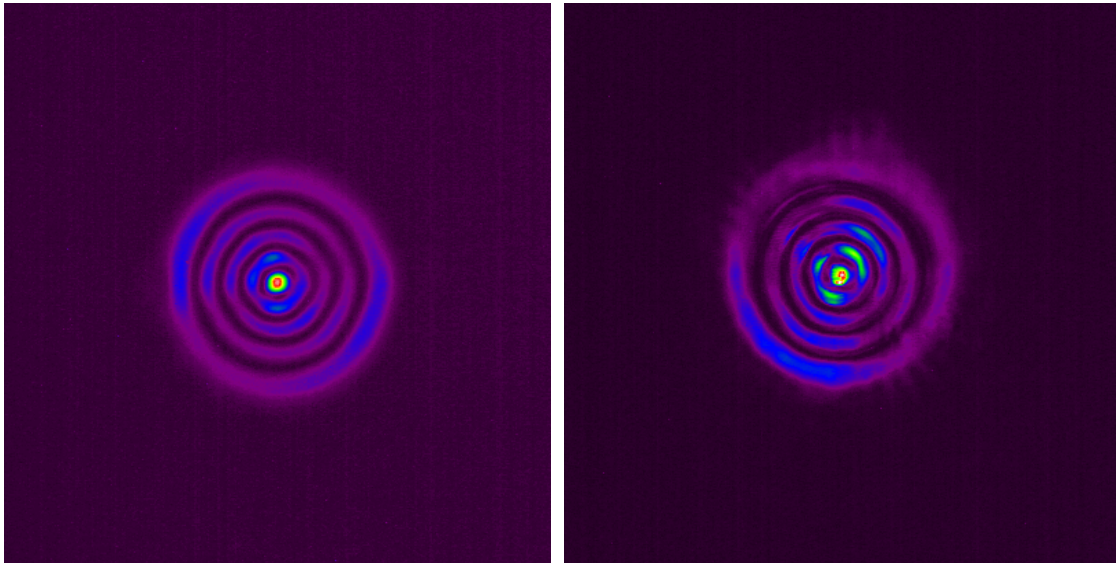
**Champ lointain**



### TEM<sub>40</sub>

Champ proche

Champ lointain



### TEM<sub>50</sub>

Champ proche

Champ lointain

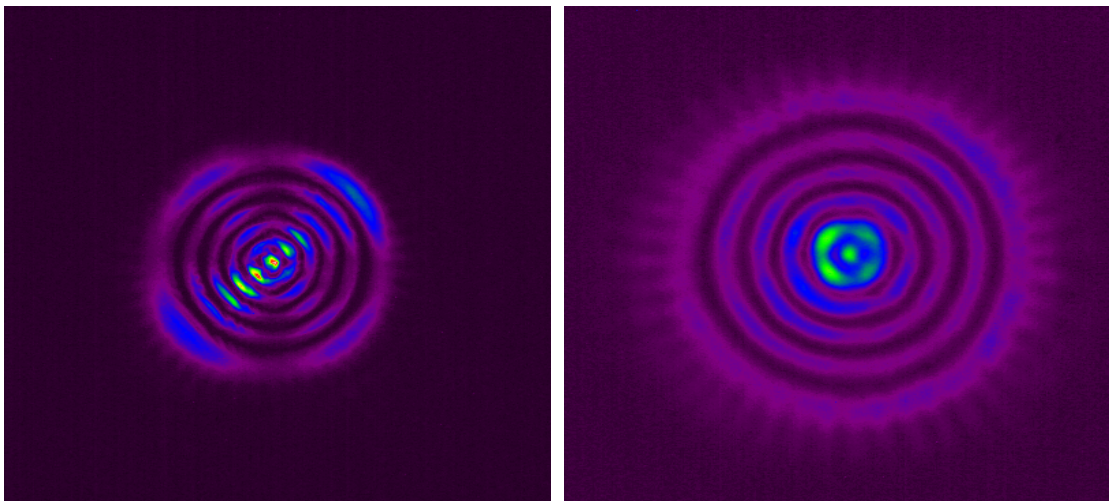
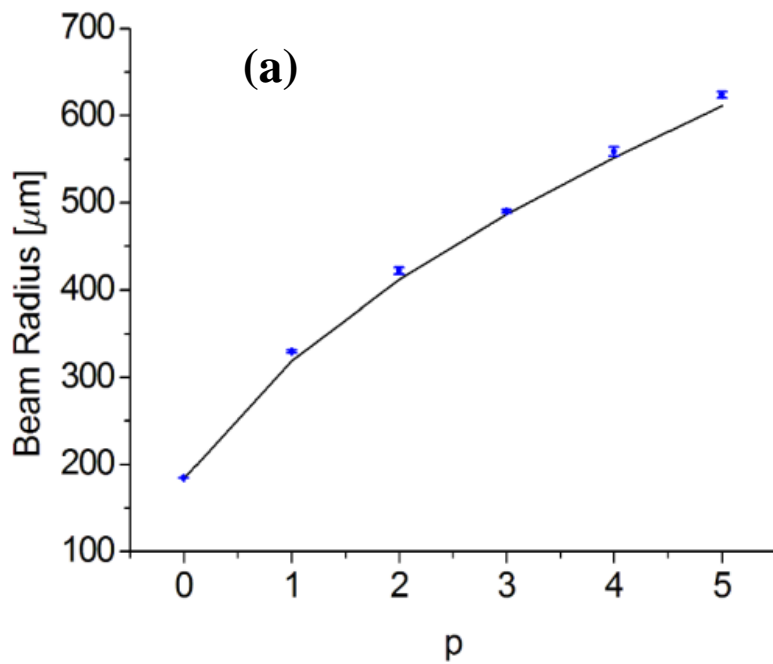


Figure III-18 : Photographies du profil du mode oscillant, en champ proche et en champ lointain d'une cavité comportant N (N=1, 2,...ou 5) anneaux d'amplitude.

Ces résultats montrent que les modes deviennent moins symétriques dans la direction radiale à mesure que l'ordre augmente, dû probablement aux effets d'aberration à l'intérieur du laser et au léger désalignement de l'EOD. Puisque le résonateur est stable et que nous considérons des modes singuliers, les largeurs des modes et leurs facteurs de qualité sont connus analytiquement et peuvent être comparés aux résultats expérimentaux (Fig. III-19). Clairement, la cavité sélectionne les modes désirés, avec des propriétés modales en parfaites harmonies avec les résultats théoriques. Ceci montre que les légères imperfections remarquées sur la forme de l'intensité, n'affectent pas d'une façon significative les propriétés des modes.



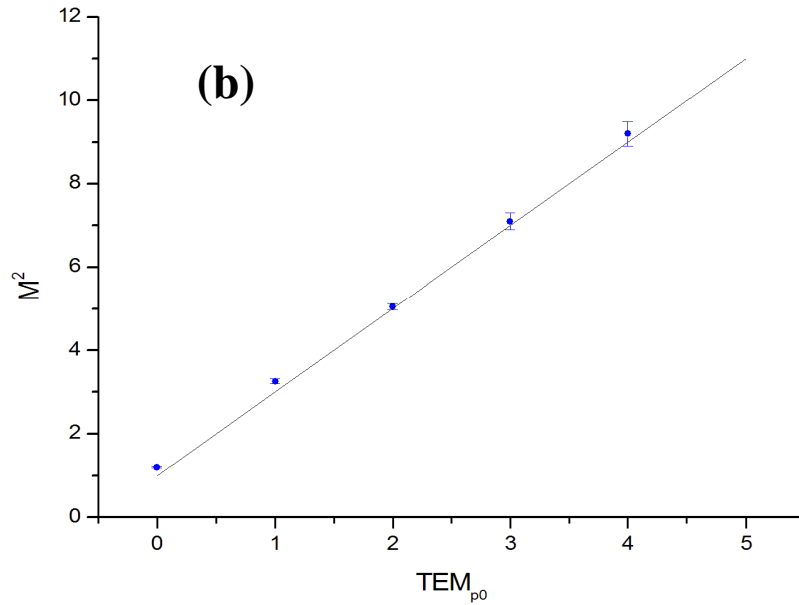


Figure III-19 : (a) largeur du faisceau en fonction de l'ordre du mode, (b) facteur  $M^2$  du faisceau en fonction de  $p$ . En trait plein : courbes théoriques,  $h=20 \mu\text{m}$ .

### III.3.2.2 Effets des perturbations sur les modes d'oscillation

Les résultats de l'expérience confirment que les effets de lentille et d'aberration thermique sont insignifiants dans ce cas. Ils montrent aussi que la largeur de l'anneau absorbant n'influe en aucune manière sur la largeur du mode ou sur son facteur de qualité  $M^2$ . Ils confirment les résultats que nous avons établis dans notre travail de modélisation où nous avons montré que même si les pertes du mode fondamental sont faibles, elles augmentent faiblement avec la largeur  $h$  de l'anneau absorbant.

### III.3.2.3 Volume de mode, énergie d'extraction et pertes

Nous rappelons que la puissance de sortie d'un laser est proportionnelle au volume de mode  $V_p$ . Le volume d'un mode d'ordre  $p$  s'écrit :

$$V_p = \int_0^{l_0} \pi W^2(z) dz \propto M^2$$

$$= (2p + 1)\pi W_0^2 l_0 \left( 1 + \frac{l_0^2}{3z_r^2} \right) \quad \text{[III-15]}$$

$$= M^2 V_0 \left( 1 + \frac{l_0^2}{3z_r^2} \right)$$

où  $l_0$  est la longueur du milieu amplificateur et  $V_0$  est le volume de mode pour  $p=0$  (faisceau gaussien). L'équation [III-15] montre clairement que le volume de mode est proportionnel au facteur  $M^2$  associé au mode. La puissance de sortie est aussi inversement proportionnelle aux pertes que subit le faisceau sur un aller-retour. Ce qui permet d'écrire :

$$\frac{P_p}{P_0} = (2p + 1) \frac{\delta_0}{\delta_p} \quad \text{[III-16]}$$

où les indices  $p$  et  $0$  se réfèrent respectivement aux modes transverses d'ordre  $p$  et d'ordre zéro et  $\delta$  les pertes que subit le faisceau sur un aller-retour. Les mesures du rendement optique du laser (slope efficiency) sont représentées sur la figure [III-21]. Nous rappelons que le rendement optique du laser  $\sigma_s$  est défini par [Koe-06] :

$$P_{out} = \sigma_s (P_{in} - P_{seuil}) \quad \text{[III-17]}$$

L'équation III-16 montre qu'il est possible d'obtenir une puissance d'extraction plus grande à partir d'un mode d'ordre plus élevé si les pertes augmentent à un rythme plus lent que le volume du mode. C'est cette façon de faire qui a été adoptée pour la sélection de mode d'ordre élevé.

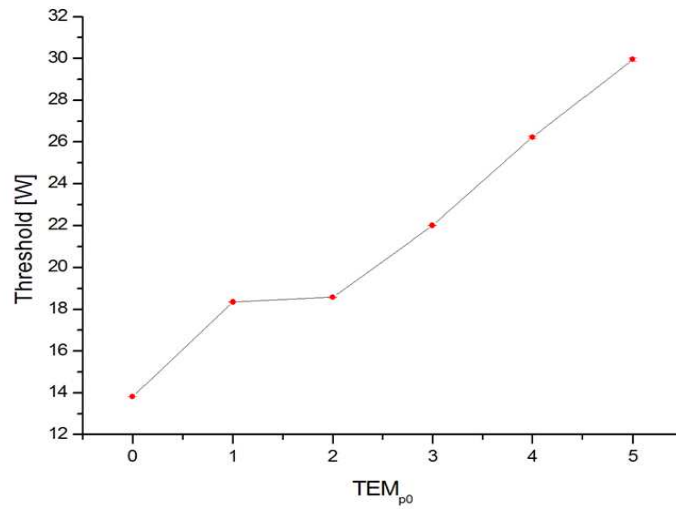


Figure III-20 : Courbe représentant le seuil d'oscillation en fonction de l'ordre  $p$  du faisceau. L'évolution est presque linéaire.

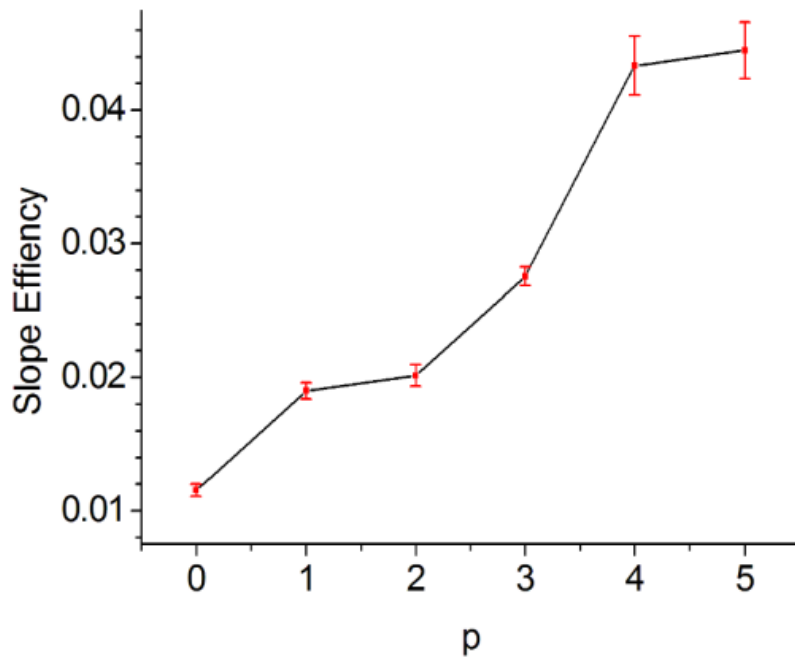


Figure III-21 : Rendement optique du laser en fonction de l'ordre du mode. La courbe croit presque d'une façon linéaire avec l'ordre  $p$  du mode.

En faisant l'hypothèse que le rapport des pertes,  $\delta_0/\delta_p$ , peut être approximativement égal au rapport des seuils d'oscillation [fig. III-20], alors  $P_5/P_0 \approx 5$ , tandis que le rapport du rendement optique  $\sigma_s$  du laser (fig. III-21) est de l'ordre de 4. L'extraction de la puissance du laser a par conséquent un point critique où un mode d'ordre élevé devient plus avantageux en comparaison avec un mode d'ordre plus petit: bien que les pertes augmentent avec l'ordre du mode, le volume du mode augmente aussi et donc le gain. Dans le cas des modes transverses de Laguerre-gauss, il existe un point où le gain compense les pertes. Ce scénario est illustré sur la figure III-22 pour les modes d'ordre  $p=5$  et  $p=0$  : pour une puissance de pompage juste au dessus de 35 W la puissance extraite du mode  $p=5$  excède celle du mode  $p=0$ , malgré que les pertes soient plus élevées.

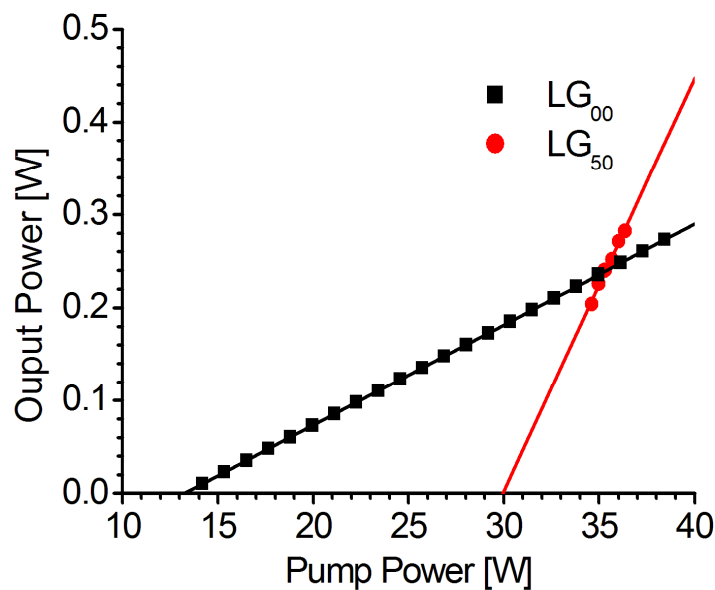


Figure III-22 : Au-delà d'une certaine puissance critique de pompage, le mode d'ordre élevé extrait plus de puissance (en comparaison avec le mode d'ordre  $p=0$ ) en raison de l'augmentation significative de son volume de mode, comme il est montré ici pour le mode d'ordre  $p=5$ .

Ce résultat est le point saillant de cette expérience. Il montre qu'il est possible, d'une façon simultanée, de sélectionner un mode d'ordre élevé d'une très grande pureté et être sûr qu'il possède la plus grande énergie d'extraction de la cavité. Puisqu'il est bien connu qu'un champ cohérent peut être mis en forme facilement avec de moindres pertes en un autre champ cohérent (c'est-à-dire d'un mode d'ordre  $p=5$  à un mode d'ordre  $p=0$ ), ces résultats proposent une manière d'obtenir des lasers de haute brillance à partir de l'excitation sélective de modes laser d'ordre élevé.

Ces résultats expérimentaux confirment ceux obtenus numériquement par modélisation d'une cavité plan-concave comportant un EOD à  $N$  anneaux d'amplitude. Les deux quantités essentielles déduites du modèle, qui caractérisent le mode fondamental, sont les pertes de puissance  $L_{FM}$  dues à la diffraction du faisceau sur le système à  $N$  anneaux absorbants et le facteur de qualité  $M^2$  du faisceau de sortie. Le mode fondamental  $TEM_{00}$  de la cavité est un mode  $LG_{p0}$  pur avec un facteur de propagation  $M^2=2p+1$  quelque soit la largeur  $h$  de l'anneau variant de 10 à 25  $\mu\text{m}$ .

# **CONCLUSION**

Au cours de ce travail de thèse, l'objectif a été de montrer que des Eléments Optiques Diffractifs (EOD) binaires, c'est-à-dire simples et peu coûteux, étaient en mesure de réaliser différentes fonctions optiques utiles. Nous avons montré que l'utilisation d'un masque d'amplitude ou de phase, placé à l'intérieur d'une cavité plan-concave dont l'un des miroirs est diaphragmé, permet de faire osciller celle-ci sur un mode fondamental qui ne soit pas Gaussien mais de type mode transverse unique d'ordre élevé  $LG_{p0}$ . A la sortie de la cavité, le faisceau sera alors formé d'un lobe central entouré d'anneaux dont l'intensité diminue à mesure que l'on s'éloigne du centre. Cette propriété est très utile pour les applications de super-résolution et de haute brillance du faisceau.

Contrairement à ce que l'on pouvait attendre intuitivement, nous avons démontré que l'anneau absorbant est plus efficace que le trou de phase pour sélectionner un mode fondamental de type  $LG_{p0}$ . De plus la réalisation d'un anneau d'amplitude est moins complexe et moins coûteuse que celle d'un trou de phase.

L'insertion d'un EOD constitué de  $N$  ( $N=1, 2, \dots$  ou  $5$ ) anneaux d'amplitude, positionnés sur les zéros du polynôme de Laguerre d'ordre  $p$ , permet d'obtenir un mode fondamental de type  $LG_{p0}$  avec des pertes acceptables qui augmentent avec le nombre  $N$  d'anneaux absorbants. Ce résultat a été vérifié expérimentalement au laboratoire du *National Laser Centre (NLC) Pretoria South Africa*.

Les résultats de l'expérience montrent qu'il est possible d'exciter d'une façon sélective un mode transverse de Laguerre-Gauss d'ordre élevé à l'intérieur d'un résonateur laser avec uniquement un masque d'amplitude. Ce mode est d'une grande pureté et présente une bonne stabilité au regard des perturbations dans le résonateur. Il a été vérifié que la puissance extraite de ce mode peut excéder celle du mode d'ordre le plus faible (c'est-à-dire le mode fondamental  $LG_{00}$ ) à une valeur critique déterminée par les pertes relatives des modes. Ces résultats proposent une manière d'obtenir des lasers de haute brillance à partir de l'excitation sélective de modes laser d'ordre élevé par une puissance de pompage supérieure à la puissance critique, et une mise en forme ultérieure du faisceau de sortie en un mode de divergence plus petite.

Nous avons aussi montré que si l'EOD est constitué de un ou de deux anneaux de phase, le faisceau de sortie serait de type  $LG_{P0}$  ( $LG_{20}$  dans le premier cas et  $LG_{40}$  dans le second) du côté du miroir diaphragmé et un faisceau quasiment unilobe de l'autre côté. Cependant, les pertes du mode fondamental seraient beaucoup plus grandes que celles obtenues dans le cas où l'EOD est constitué de N anneaux d'amplitude. Les anneaux de phase sont plus difficiles à fabriquer que les anneaux d'amplitude, ce qui se répercute sur le coût de leur fabrication. De plus, est-ce plus ou est-ce moins performant de sélectionner un  $LG_{P0}$  avec un trou de phase ou bien avec système de N anneaux déphasant ? La réponse n'est pas anodine car du point de vue pratique il est plus simple et moins coûteux de réaliser un trou de phase et de plus, le même trou de phase peut servir à sélectionner l'un des trois premiers modes juste en ajustant la longueur de la cavité. Le trou de phase impose une ligne de zéro et le reste du mode se construit à condition que le paramètre  $g$  soit bien adapté.

Ce travail de thèse est une première étape dans la réalisation du projet PNR intitulé « *Optimisation du rendement opto-énergétique d'un laser par les techniques de l'optique adaptive* ». La seconde étape sera, grâce à l'optique adaptive, de réduire le facteur  $M^2$  du faisceau de sortie du laser afin d'améliorer sa brillance et le transformer en un faisceau Gaussien parfait. Cette expérience sera mise en œuvre dès que l'opération d'acquisition des équipements nécessaires sera achevée.

# **ANNEXES**

## Annexe A : Solution approximative de l'équation d'onde dans un résonateur.

Les équations qui décrivent la propagation libre d'un rayonnement laser, intra et extra cavité, sont similaires dans beaucoup d'aspects à celles des ondes planes. Cependant, la distribution d'intensité du rayonnement laser n'est pas uniforme, mais plutôt concentrée près de l'axe de propagation et le front d'onde est légèrement courbé. Une composante du champ ou de potentiel  $u$  de la lumière laser cohérente satisfait l'équation d'onde scalaire:

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0 \quad [\text{A-1}]$$

où  $k=2\pi/\lambda$  est le nombre d'onde.

Si l'onde se propage dans la direction  $z$  on peut écrire:

$$u = \Psi(x, y, z)\exp(-jkz) \quad [\text{A-2}]$$

où  $\Psi$  est une fonction complexe qui varie lentement et qui représente les différences qu'il y a entre un faisceau laser et une onde plane, à savoir: la non uniformité de la distribution de l'intensité, l'expansion du faisceau avec la distance de propagation, le rayon de courbure du front d'onde, et d'autres différences qui seront discutées plus loin. En insérant l'équation [A-2] dans l'équation [A-1] on obtient:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - 2jk \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \quad [\text{A-3}]$$

où il est supposé que la fonction  $\Psi$  varie si lentement avec la variable  $z$  que sa seconde dérivée  $\partial^2 \Psi / \partial z^2$  peut être négliger.

L'équation différentielle [A-3] a une forme similaire à l'équation de Schrödinger dépendant du temps. La solution générale sera de la forme (Kog-66):

$$\Psi = \exp\left\{-j\left(P(z) + \frac{k}{2q(z)}r^2\right)\right\} \quad [\text{A-4}]$$

où  $r^2=x^2+y^2$

Le paramètre  $P(z)$  représente le *déphase complexe* associé à la propagation du faisceau, et  $q(z)$  un paramètre complexe du faisceau, appelé *rayon de courbure complexe*, qui décrit la variation du terme Gaussien dans l'expression de l'intensité du faisceau exprimée en fonction de la distance  $r$  à l'axe optique, et du rayon de courbure du front d'onde qui est sphérique prêt de l'axe. Après insertion de l'équation [A-4] dans l'équation [A-3] et en comparant les termes de même puissance en  $r$ , on obtient les relations suivantes:

$$\frac{dq(z)}{dz} = 1 \quad [\text{A-5}]$$

$$\frac{dP(z)}{dz} = -\frac{j}{q(z)} \quad [\text{A-6}]$$

l'intégration de l'éq. [A-5] conduit à:

$$q_2 = q_1 + z \quad [\text{A-7}]$$

Cette dernière équation relie le paramètre du faisceau  $q_2$  exprimé dans un premier plan (un plan extérieur) au paramètre du faisceau  $q_1$  exprimé dans un second plan (un plan intérieur) et séparé du premier d'une distance  $z$ .

### **1. Lois de propagation du mode Gaussien**

Un faisceau de lumière cohérent ayant un profil d'intensité gaussien, comme celui obtenu plus haut, n'est pas la seule solution de l'équation [A-3], mais il est peut être le plus important. Ce faisceau est appelé mode fondamental, en comparaison aux autres modes d'ordre élevé qu'on introduira plus loin. Vu son importance, il sera discuté en détails.

Pour des raisons pratiques, nous introduisons deux paramètres réels  $R_c$  et  $W$  liés au paramètre complexe  $q$  par la relation:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R_c(z)} - j \frac{\lambda}{\pi W^2(z)} \quad [\text{A-8}]$$

$R_c(z)$  est le rayon de courbure du front d'onde qui coupe l'axe en  $z$ .

$W(z)$  mesure la décroissance de l'amplitude du champ  $\vec{E}$  par rapport à la distance à l'axe.

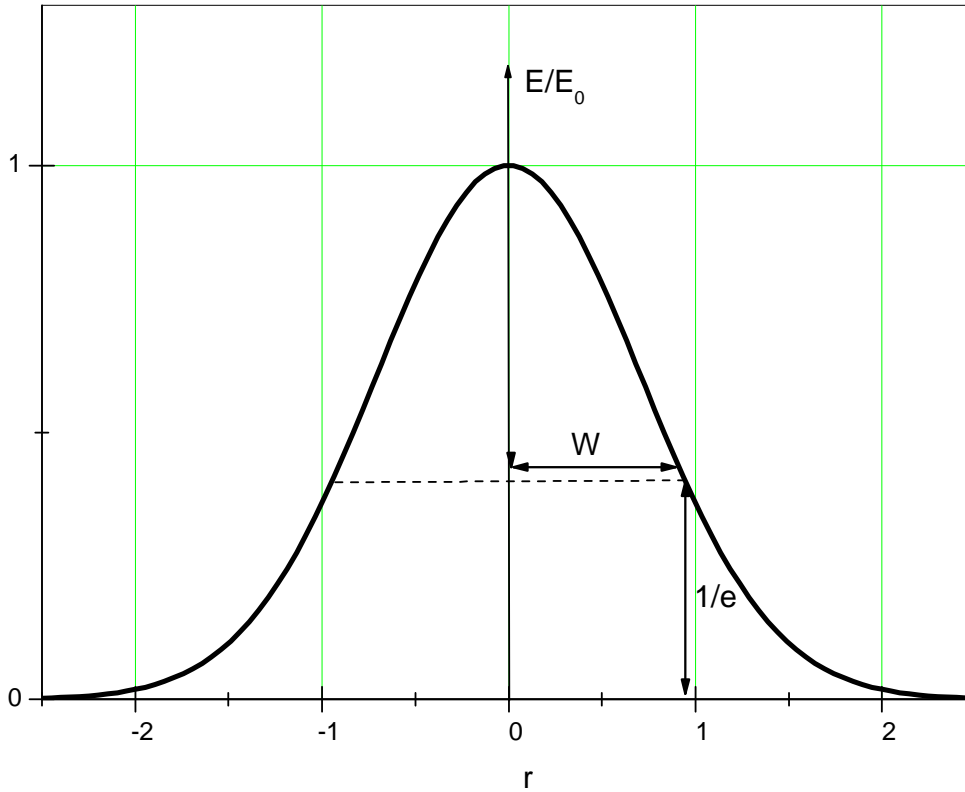


Figure A-1 : Distribution de l'amplitude du mode fondamental  $TEM_{00}$

Cette décroissance présente une forme gaussienne, comme indiquée sur la figure A-1, et  $W$  est la distance à l'axe pour laquelle l'amplitude est égale à  $1/e$  fois l'amplitude sur l'axe. Le paramètre  $W$  est appelé le rayon du faisceau et  $2W$  son diamètre.

Le faisceau gaussien possède un diamètre minimum à son point de pincement ou "beam-waist" où le front d'onde est plan. Si nous choisissons l'origine des  $z$  au point de pincement, les lois qui décrivent l'expansion du faisceau prennent une forme simple. Le paramètre complexe du faisceau au waist sera purement imaginaire

$$q_0 = j \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \quad [\text{A-9}]$$

et il s'écrira à une distance  $z$  du waist

$$q = q_0 + z = j \frac{\lambda W_0^2}{\lambda} + z \quad [\text{A-10}]$$

En combinant les équations [A-10] et [A-8] on obtient:

$$W^2(z) = W_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi W_0^2} \right)^2 \right] \quad [\text{A-11}]$$

$$R_c(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi W_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad [\text{A-12}]$$

Il faut signaler que la distribution de l'intensité est gaussienne sur tout plan perpendiculaire à  $z$  et que la largeur du profil d'intensité change le long de l'axe.

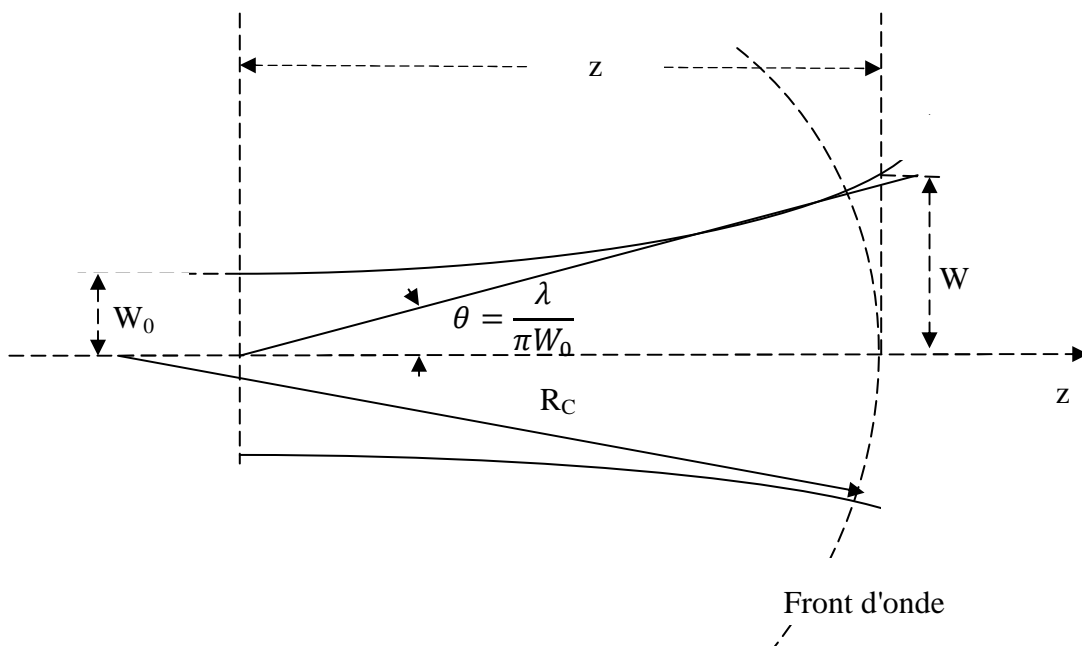


Figure. A- 2: Contour d'un faisceau Gaussien

La figure A-2 montre l'expansion d'un faisceau selon la relation [A-11]. Le contour du faisceau a une forme hyperboloïde avec une asymptote qui fait un angle:

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi W_0} \quad [\text{A-13}]$$

et qui représente l'angle de divergence en champ lointain du mode fondamental. On constate que plus le rayon du waist est petit, plus sa divergence est grande.

Il existe une distance  $z$  pour laquelle  $W(z)$  est minimal. Cette valeur de  $z$  est prise comme origine de l'échelle en  $z$  (Fig. A-2). Donc

$$W(z=0) \equiv W_0 \quad [\text{A-14}]$$

On appelle  $W_0$  le rayon de ceinture (ou de pincement) ou plus communément du "Beam-Waist". A cette distance, le rayon de courbure  $R_c(z)$  est infini, le front de l'onde est plan et change de signe de part et d'autre de celle-ci.

On définit aussi une grandeur  $z_R$  appelée distance de Rayleigh:

$$z_R = \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \quad [\text{A-15}]$$

qui est une grandeur caractéristique de la divergence du faisceau car

$$W(z_R) = \sqrt{2}W_0 \quad [\text{A-16}]$$

Les équations [A-11] et [A-12] deviendront :

$$W^2(z) = W_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right] \quad [\text{A-17}]$$

$$R_c(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right] \quad [\text{A-18}]$$

Pour calculer le déphasage complexe à une distance  $z$  du waist, on insère l'équation A-10 dans l'équation A-6 pour obtenir :

$$\frac{dP(z)}{dz} = -\frac{j}{q(z)} = -\frac{j}{z + j(\pi W_0^2/\lambda)} \quad [\text{A-19}]$$

Et l'intégration de cette dernière équation conduit à :

$$jP(z) = \ln \sqrt{1 + (\lambda z / \pi W_0^2)^2} - j \operatorname{arctg}(\lambda z / \pi W_0^2) \quad [\text{A-20}]$$

La partie réelle de  $P(z)$  représente le déphasage  $\Phi$  entre le faisceau gaussien et une onde plane idéale, tandis que la partie imaginaire décrit la décroissance de l'intensité le long de l'axe due à l'expansion du faisceau.

Avec ces résultats établis pour le faisceau gaussien, l'équation [A-2] s'écrira :

$$u(r, z) = \frac{W_0}{W(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{W^2(z)}\right) \exp\left[-j\left(\frac{k}{2R_c(z)} + kz - \phi(z)\right)\right] \quad [\text{A-21}]$$

$$\text{où} \quad \phi(z) = \operatorname{Arctg}(z/z_R) \quad [\text{A-22}]$$

représente le déphasage de Gouy.

Les faisceaux Gaussien de ce type sont produits par beaucoup de lasers qui oscillent sur le mode fondamental.

## 2. Les ordres d'ordre supérieur

Il existe d'autres solutions de l'équation A-3 autres que le mode fondamental. Ces solutions forment un système complet et orthogonal de fonctions et sont appelées "modes de propagation".

### a) Les modes dans un système de coordonnées cartésiennes.

L'amplitude du champ s'écrit:

$$u_{nm}(x, y, z) = \frac{W_0}{W(z)} H_m\left[\frac{\sqrt{2}x}{W(z)}\right] H_n\left[\frac{\sqrt{2}y}{W(z)}\right] \exp\left[-\frac{r^2}{W^2(z)} - j\phi_{nm}(r, z)\right] \quad [\text{A-23}]$$

où  $\phi_{nm}(r, z)$  est la phase totale du champ et vaut :

$$\phi_{nm}(r, z) = kz - (m + n + 1) \operatorname{Arctg}\left[\frac{z}{z_R}\right] + \frac{kr^2}{2R_c(z)} \quad [\text{A-24}]$$

$H_{m,n}(x)$  sont les polynômes d'Hermite.

Les solutions de ce type s'expriment comme le produit d'une gaussienne et des polynômes d'Hermite  $H_i$  d'où leur nom de modes d'*Hermite-Gauss* ( $HG_{mn}$ ). Ces

solutions dépendent de deux indices, m et n entiers et positifs, qui donnent l'ordre de ces polynômes dans les directions x et y.

b) Les modes en coordonnées cylindriques

Dans un système de coordonnées cylindriques, la solution de l'équation [A-3] s'écrit:

$$u_{ip}(r, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{W_0}{W(z)} L_p^l \left( \frac{2r^2}{W^2(z)} \right) \exp \left[ -\frac{r^2}{W^2(z)} \right] \exp \left[ j \left( \frac{kr^2}{2R_c(z)} - kz - \phi(z) \right) \right] \quad [\text{A-25}]$$

$$\text{avec} \quad \phi(p, l; z) = (2p + l + 1) \text{Arctg} \left( \frac{z}{z_R} \right) \quad [\text{A-26}]$$

et  $L_p^l$  est le polynôme de Laguerre généralisé, et l est le nombre azimutal et p le nombre radial. Ces polynômes obéissent à l'équation différentielle suivante:

$$x \frac{d^2 L_p^l(x)}{dx^2} + (l + 1 - x) \frac{dL_p^l(x)}{dx} + p L_p^l(x) = 0 \quad [\text{A-27}]$$

### 3. Les modes symétriques de Laguerre-Gauss

Dans notre travail de thèse nous nous sommes particulièrement intéressés aux modes symétriques de Laguerre-Gauss ayant comme nombre azimutal  $l=0$ , et que nous écrirons  $LG_{p0}$ . Les polynômes de Laguerre sont donnés sur le tableau 1. Rappelons qu'un faisceau  $LG_{p0}$  est constitué d'un lobe central entouré de p anneaux brillants de lumière concentriques et de p anneaux sombres concentriques. L'expansion latérale du faisceau  $LG_{p0}$  peut être décrite par sa largeur,  $W_p$ , calculée à partir du moment d'ordre 2 :

$$W_p(z) = W(z) \sqrt{2p + 1} \quad [\text{A-28}]$$

où  $W(z)$  est la largeur du mode fondamental Gaussien  $LG_{00}$  calculée à la côte z.

Une autre quantité qui résume les propriétés de propagation d'un faisceau  $LG_{p0}$  est son facteur de propagation donné par :

$$M_p^2 = 2p + 1 \quad [\text{A-29}]$$

L'expansion latérale du faisceau  $LG_{p0}$  peut être décrite par l'angle de divergence en champ lointain  $\theta_p$  qui s'exprime en fonction de la divergence  $\theta_0$  du faisceau Gaussien :

$$\theta_p = \theta_0 \sqrt{2p+1} \quad [A-30]$$

Il faut faire la distinction entre la famille des modes symétriques de Laguerre-Gauss  $LG_{p0}$  et les modes propres symétriques  $TEM_{p0}$  d'une cavité. En général, quand une cavité contient des diaphragmes et des masques d'amplitude, le mode fondamental de la cavité n'est pas le mode d'ordre le plus petit dans la base de Laguerre-Gauss. Plutôt, le mode fondamental de la cavité, dénoté  $TEM_{00}$ , est le mode qui a les pertes les plus faibles et par conséquent c'est le mode qui apparait au seuil d'oscillation du laser [Has-12]. Ce mode fondamental ( $TEM_{00}$ ) peut être un  $LG_{p0}$  avec  $p \geq 1$  selon le type de masque inséré dans la cavité.

<b>P</b>	<b>faisceau</b>	<b><math>L_p</math></b>	<b><math>M_p^2</math></b>
0	LG <sub>00</sub>	1	1
1	LG <sub>10</sub>	1-X	3
2	LG <sub>20</sub>	X <sup>2</sup> -4X+2	5
3	LG <sub>30</sub>	-X <sup>3</sup> +9 X <sup>2</sup> -18X+6	7
4	LG <sub>40</sub>	X <sup>4</sup> -16X <sup>3</sup> +72X <sup>2</sup> -96X+24	9
5	LG <sub>50</sub>	-X <sup>5</sup> +25 X <sup>4</sup> -200 X <sup>3</sup> +600 X <sup>2</sup> -600X+120	11

Tableau A-1 : Polynômes de Laguerre

<b>P</b>	<b><math>\rho / W</math></b>				
1	0.707106				
2	0.541195	1.306562			
3	0.4559	1.071046	1.773407		
4	0.401509	0.93428	1.50609	2.167379	
5	0.363015	0.840041	1.340975	1.88226	2.5104

Tableau A-2 : Valeur du rapport  $\rho / W$  des zéros d'intensité du mode de Laguerre-Gauss d'ordre p

#### 4. Transformation d'un faisceau par une lentille

Une lentille peut être utilisée pour focaliser un faisceau ou pour obtenir une qualité de faisceau approprié pour une utilisation précise. Une lentille idéale ne change pas la distribution transverse du champ, c'est à dire qu'un mode fondamental Gaussien doit émerger de la lentille en mode fondamental Gaussien, et un mode d'ordre supérieur reste un mode de même ordre après passage à travers la lentille. Cependant, une lentille change les paramètres du faisceau  $R_c(z)$  et  $W(z)$ .

Une lentille mince idéale, de distance focale  $f$ , transforme une onde sphérique incidente de rayon de courbure  $R_1$  mesuré immédiatement à gauche de la lentille en une onde sphérique de rayon  $R_2$  mesuré à droite de celle-ci (Fig. B-3) selon la l'équation:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \quad [\text{A-31}]$$

Le rayon de courbure change de signe juste après la lentille.

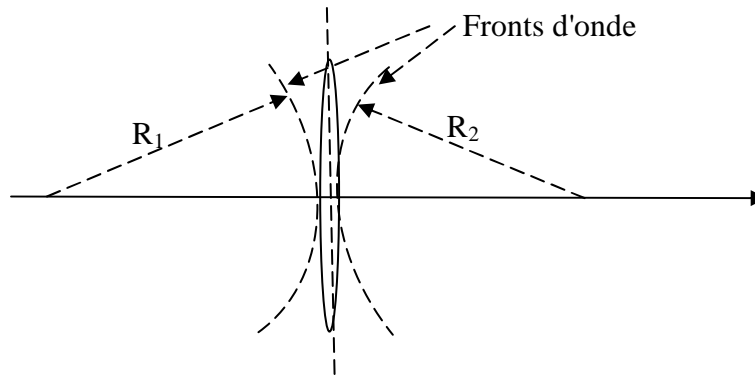


Fig. B-3: Transformation du front d'onde par une lentille mince

Comme le diamètre du faisceau est le même avant et après la lentille, le paramètre  $q$  du faisceau incident et du faisceau émergent sont reliés par la relation:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f} \quad [\text{A-32}]$$

où les  $q_i$  sont mesurés sur la lentille. Si  $q_1$  et  $q_2$  sont mesurés à des distances de la lentille  $d_1$  et  $d_2$  respectivement, la relation entre eux s'écrira:

$$q_2 = \frac{(1 - d_2/f)q_1 + (d_1 + d_2 - d_1 d_2/f)}{-(q_1/f) + (1 - d_1/f)} \quad [\text{A-33}]$$

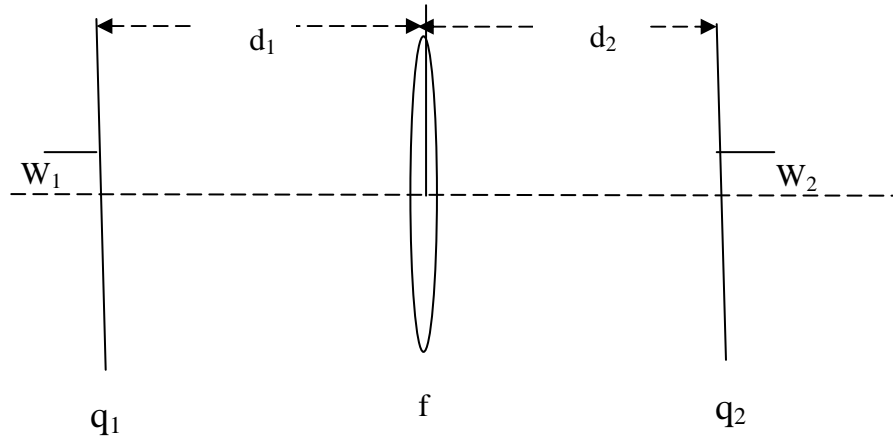


Fig. B-4: Distances et paramètres transformés par la lentille mince

Pour les systèmes plus compliqués, il suffit de connaître la matrice de transfert ABCD des rayons paraxiaux, le paramètre  $q$  du faisceau de sortie se calculera à partir de la relation:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad [\text{A-34}]$$

Cette dernière équation représente la forme généralisée de la transformation du faisceau à travers la lentille et qu'on appellera "*La loi ABCD*".

## Annexe B : Matrice aller-retour

### B-1 Calcul du champ résonant à l'intérieur d'une cavité plan-concave diaphragmée comportant un objet diffractif de phase placé à une distance $Z_d$ du miroir plan.

L'étude du champ résonant à l'intérieur d'une cavité plan-concave, comportant un diaphragme circulaire contre le miroir plan et un trou de phase placé à une distance  $Z_{PI}$  de celui-ci, nécessite qu'on le décompose en ces deux composantes progressives : une composante qui se propage dans une direction  $z > 0$  (forward) et une composante qui se propage dans une direction opposée (backward).

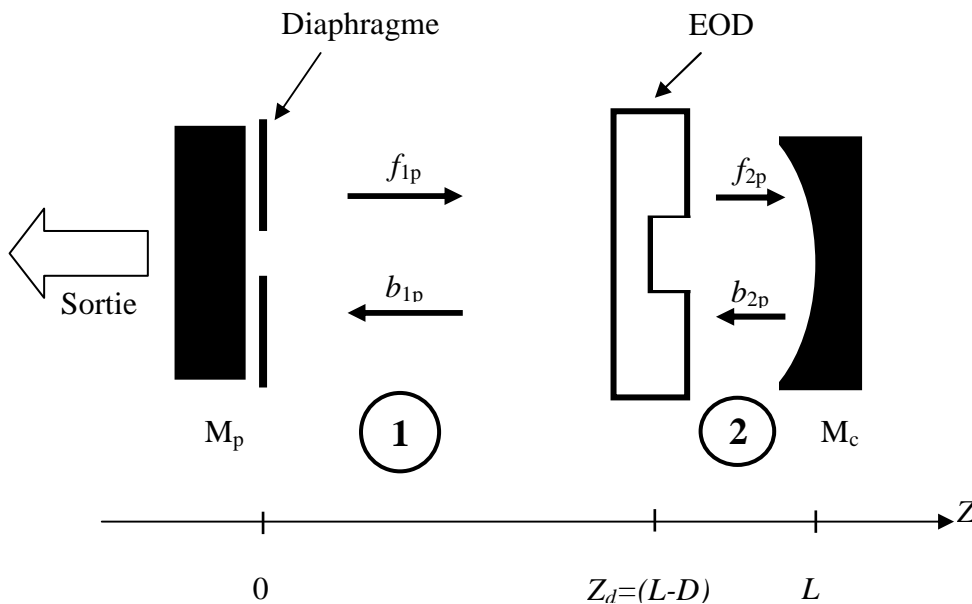


Figure B-1 : Cavité plan-concave comportant un diaphragme circulaire accolé au miroir plan et un trou de phase à une distance  $Z_d$  de celui-ci.

L'origine de la coordonnée axiale  $Z$  est prise sur le miroir plan de coefficient de réflexion  $r_1$ . L'origine de la coordonnée transversale  $\rho$  est prise sur l'axe de la cavité.

Le diaphragme circulaire accolé au miroir plan a un rayon  $\rho_D$ . Un trou de phase, de rayon  $\rho_0$  et placé à une distance  $Z_d$ , se trouve juste devant le miroir concave de rayon de courbure  $R$  et de coefficient de réflexion  $r_2$ .

Vue la géométrie de la cavité, le faisceau présentera une symétrie axiale. Le champ incident et réfléchi sera projeté sur une base orthonormée constituée de 80 fonctions de Laguerre-Gauss et qui s'écrivent :

Pour le champ incident

$$G_{fp}(\rho, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{W(z)} L_p \left( \frac{2\rho^2}{W^2(z)} \right) \exp \left( -\frac{\rho^2}{W^2(z)} \right) \exp \left\{ i \left[ \frac{k\rho^2}{2R_c(z)} - (2p + 1)\Phi(z) \right] \right\} \quad [\text{B-1}]$$

Pour le champ réfléchi

$$G_{bp}(\rho, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{W(z)} L_p \left( \frac{2\rho^2}{W^2(z)} \right) \exp \left( -\frac{\rho^2}{W^2(z)} \right) \exp \left\{ -i \left[ \frac{k\rho^2}{2R_c(z)} - (2p + 1)\Phi(z) \right] \right\} \quad [\text{B-2}]$$

Où  $k = 2\pi/\lambda$ . Dans ce qui suit f et p désigneront respectivement les grandeurs incidente et réfléchi. Le mode Gaussien d'une cavité non-diaphragmée est caractérisé par le diamètre de son faisceau  $2W(z)$  et son rayon de courbure  $R_c$  au point  $z$ . Ces quantités, ainsi que le déphasage  $\Phi$ , dépendent de la variable  $z$  et sont définies en Annexe A.

Le rayon du beam-waist s'écrit en fonction du paramètre  $g$  qui définit la stabilité de la cavité

$$W_0^2 = (\lambda d/\pi) [(g/(1-g))]^{1/2} \quad [\text{B-3}]$$

$$g = (1 - L/R) \quad \text{avec} \quad 0 < g < 1 \quad [\text{B-4}]$$

$L_p(X)$  est le polynôme de Laguerre d'ordre  $p$ .

On considère que les champs incident et réfléchi présentent une polarisation linéaire et s'écrivent comme une combinaison linéaire dans la base formée par les fonctions  $G_{fp}(\rho, z)$  et  $G_{bp}(\rho, z)$

$$E_{ij}(\rho, z) = e^{i(kz - \omega t)} \sum_p f_{jp} G_{fp}(\rho, z) \quad [\text{B-5}]$$

$$E_{bj}(\rho, z) = e^{i[k(2L-z) - \omega t]} \sum_p b_{jp} G_{bp}(\rho, z) \quad [\text{B-6}]$$

Avec  $j=1$  ou  $2$

Nous étudions le champ stationnaire pour  $t=0$  et ainsi  $\exp(-i\omega t)=1$

Notons que les fonctions de base satisfont aux conditions d'ortho normalisation

$$2\pi \int_0^\infty G_{fp}(r, z) G_{fm}^*(r, z) r dr = \delta_{pm} \quad [\text{B-7}]$$

$$2\pi \int_0^\infty G_{bp}(r, z) G_{bm}^*(r, z) r dr = \delta_{pm} \quad [\text{B-8}]$$

Le calcul des coefficients  $f_{jp}$  et  $b_{jp}$  est nécessaire pour la détermination des champs incident et réfléchi. Ces coefficients sont liés l'un à l'autre par les conditions de continuité.

### Relation entre les coefficients du champ aller

En  $z=z_d$ , le champ aller s'écrit,

$$E_{f2}(\rho, z_d) = e^{ikz_d} \sum_p f_{2p} G_{fp}(\rho, z_d) \quad [\text{B-9}]$$

L'équation [B-5] est multipliée par  $G_{fm}^*(\rho, z_d)$  qui s'écrit :

$$G_{fm}^*(\rho, z_d) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{W(z_d)} L_m \left( \frac{2\rho^2}{W^2(z_d)} \right) \exp \left( -\frac{\rho^2}{W^2(z_d)} \right) \exp \left\{ -i \left[ \frac{k\rho^2}{2R_c(z_d)} - (2p+1)\phi(z_d) \right] \right\} \quad [\text{B-10}]$$

$$E_{f2}(\rho, z_d) G_{fm}^*(\rho, z_d) = G_{fm}^*(\rho, z_d) e^{ikz_d} \sum_p f_{2p} G_{fp}(\rho, z_d) \quad [\text{B-11}]$$

puis intégrée sur le plan  $z=z_d$

$$\int E_{f2}(\rho, z_d) G_{fm}^*(\rho, z_d) \rho d\rho = e^{ikz_d} \sum_p f_{2p} \int G_{fp}(\rho, z_d) G_{fm}^*(\rho, z_d) \rho d\rho \quad [\text{B-12}]$$

$$\int E_{f2}(\rho, z_d) G_{fm}^*(\rho, z_d) \rho d\rho = e^{ikz_d} \sum_p f_{2p} \frac{\delta_{pm}}{2\pi} \quad [\text{B-13}]$$

Ce qui nous donne :

$$f_{2m} = 2\pi e^{-ikz_d} \int E_{f2}(\rho, z_d) G_{fm}^*(\rho, z_d) \rho d\rho \quad [\text{B-14}]$$

On définit  $t_A(\rho)$  le coefficient de transmission (en amplitude) de l'EOD

$$E_{f2}(\rho, z_d) = t_A(\rho)E_{f1}(\rho, z_d) \quad [\text{B-15}]$$

Avec  $t_A(\rho) = \begin{cases} -1 & \text{pour } \rho \leq \rho_A \\ +1 & \text{pour } \rho > \rho_A \end{cases}$  dans le cas d'un trou de phase par exemple

$$E_{f2}(\rho, z_d) = t_A(\rho)e^{ikz_d} \sum_p f_{1p} G_{fp}(\rho, z_d) \quad [\text{B-16}]$$

On obtient finalement :

$$f_{2m} = 2\pi \int t_A(\rho) \sum_p f_{1p} G_{fp}(\rho, z_d) G_{fm}^*(\rho, z_d) \rho d\rho \quad [\text{B-17}]$$

Où :

$$G_{fp}(\rho, z_d) G_{fm}^*(\rho, z_d) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{W^2(z_d)} L_p(X) L_m(X) e^{-X} \exp\{2i(m-p)\phi(z_d)\} \quad [\text{B-18}]$$

Avec :

$$X = \frac{2\rho^2}{W^2(z_d)}$$

$$dX = \frac{4\rho d\rho}{W^2(z_d)}$$

$$\rho d\rho = \frac{W^2(z_d)}{4} dX$$

$$f_{2m} = \int t_A(\rho) \sum_p f_{1p} L_p(X) L_m(X) e^{-X} e^{2i(m-p)\phi(z_d)} dX \quad [\text{B-19}]$$

$$f_{2m} = \sum_p f_{1p} e^{2i(m-p)\phi(z_d)} \int t_A(\rho) L_p(X) L_m(X) e^{-X} dX \quad [\text{B-20}]$$

On pose :

$$\mathbf{C}_{pm}^A = \int t_A(\rho) e^{-X} \mathbf{L}_p(\mathbf{X}) \mathbf{L}_m(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad [\text{B-21}]$$

D'où :

$$f_{2m} = \sum_p e^{2i(m-p)\phi(z_d)} C_{pm}^A f_{1p} \quad [B-22]$$

On prendra  $\phi(z_d) = \phi_A$  la valeur du déphasage  $\Phi$  calculé sur le plan  $z=z_d$ .

$$f_{2m} = \sum_p e^{2i(m-p)\phi_A} C_{pm}^A f_{1p} \quad [B-23]$$

### Relation entre les coefficients du champ retour

De la même manière on obtient :

$$b_{1q} = \sum_p e^{2i(p-q)\phi_A} C_{qp}^A b_{2p} \quad [B-24]$$

### Relation entre les coefficients $b_{2p}$ et les coefficients $f_{2p}$ sur le miroir concave ( $z=L$ ).

$$E_{b2}(\rho, L) = -r_2 E_{f2}(\rho, L) \quad [B-25]$$

Le signe moins (-) qui apparait dans l'expression précédente est dû à la réflexion « métallique » sur le miroir concave.

$$E_{b2}(\rho, L) = e^{ikL} \sum_p b_{2p} G_{bp}(\rho, L) = -r_2 e^{ikL} \sum_p f_{2p} G_{fp}(\rho, L) \quad [B-26]$$

$$e^{-ikL} b_{2p} \exp \left\{ -i \left[ \frac{k\rho^2}{2R_c} - (2p+1)\phi(L) \right] \right\} = -r_2 e^{ikL} f_{2p} \exp \left\{ i \left[ \frac{k\rho^2}{2R_c} - (2p+1)\phi(L) \right] \right\} \quad [B-27]$$

Compte tenu du fait que le miroir concave constitue une surface équiphasse, le terme de phase  $\exp \pm ik \left( L + \frac{\rho^2}{2R_c} \right) = cste$  sur toute la surface du miroir concave et vaut donc  $\exp \pm ikL$

$$b_{2p} = -r_2 e^{2ikL} e^{-2i(2p+1)\phi_L} f_{2p} \quad [B-28]$$

avec :  $\phi_L = \phi(L)$

**Relation entre les coefficients  $f_{1p}$  et  $b_{1p}$**

L'équation [8] écrite sur le miroir plan placé en  $Z=0$  s'écrit :

$$E_{f_1}(\rho, 0) = \sum_p f_{1p} G_{fp}(\rho, 0) \quad [\text{B-29}]$$

Cette équation multipliée par  $G_{fm}^*(\rho, 0)$  puis intégrée sur le plan  $Z=0$  nous donne :

$$2\pi \int E_{f_1}(\rho, 0) G_{fp}^*(\rho, 0) \rho d\rho = f_{1p} \quad [\text{B-30}]$$

Et comme :

$$E_{f_1}(r, 0) = -r_1 E_{b_1}(r, 0) \quad [\text{B-31}]$$

Alors :

$$f_{1p} = -2\pi r_1 \int E_{b_1}(\rho, 0) G_{fp}^*(\rho, 0) \rho d\rho \quad [\text{B-32}]$$

$$f_{1p} = -2\pi r_1 \int (\sum_m b_{1m} G_{bm}(\rho, 0)) G_{fp}^*(\rho, 0) \rho d\rho \quad [\text{B-33}]$$

$$f_{1p} = -2\pi r_1 \sum_n b_{1n} \int G_{bn}(\rho, 0) G_{fp}^*(\rho, 0) \rho d\rho \quad [\text{B-34}]$$

$$G_{bn}(\rho, 0) G_{fp}^*(\rho, 0) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{W_0^2} L_p(Y) L_n(Y) e^{-Y} \exp\{2i(p+n+1)\phi(z=0)\} \quad [\text{B-35}]$$

Sachant que  $\Phi(Z=0)=0$  et :

$$Y = \frac{2\rho^2}{W_0^2}$$

$$W_0 = W(Z=0)$$

$$f_{1p} = -r_1 \sum_n b_{1n} C_{pn}^D \quad [\text{B-36}]$$

avec :

$$C_{pn}^D = \int_0^{2Y_D^2} e^{-Y} L_p(Y) L_n(Y) dY \quad [\text{B-37}]$$

$$Y_D = \frac{2\rho_D^2}{W_0^2} \quad [\text{B-38}]$$

$\rho_D$  étant le rayon du diaphragme circulaire et  $Y_1$  la variable réduite qui lui est associée.

### OPERATEUR ALLER-RETOUR

Sachant que :

$$f_{1l} = -r_1 \sum_n b_{1n} C_{ln}^D \quad [\text{B-39}]$$

et

$$b_{1n} = \sum_p e^{2i(p-n)\phi_A} C_{np}^A b_{2p} \quad [\text{B-40}]$$

Alors

$$f_{1l} = -r_1 \sum_n \sum_p e^{2i(p-n)\phi_A} C_{np}^A b_{2p} C_{ln}^D \quad [\text{B-41}]$$

Avec

$$b_{2p} = -r_2 e^{2ikd} e^{-2i(2p+1)\phi_a} f_{2p} \quad [\text{B-42}]$$

Et

$$f_{2p} = \sum_q e^{2i(p-q)\phi_A} C_{qp}^A f_{1q} \quad [\text{B-43}]$$

L'équation [B-39] s'écrira alors :

$$f_{1l} = r_1 r_2 e^{2ikL} \sum_n \sum_p e^{2i(p-n)\phi_A} C_{np}^A e^{-2i(2p+1)\phi_L} \sum_q e^{2i(p-q)\phi_A} C_{qp}^A f_{1q} C_{ln}^D \quad [\text{B-44}]$$

$$f_{1l} = r_1 r_2 e^{2ikL}$$

$$\sum_q \left\{ \sum_p e^{2i(p-q)\phi_A} C_{qp}^A \sum_n e^{2i(p-n)\phi_A} C_{np}^A e^{-2i(2p+1)\phi_L} C_{ln}^D \right\} f_{1q} \quad [\text{B-45}]$$

Qu'on peut mettre sous la forme :

$$f_{1l} = \sum_q \mathbf{M}_{lq} f_{1q} \quad [\text{B-46}]$$

Avec

$$\mathbf{M}_{lq} = \sum_p e^{2i(p-q)\phi_A} \mathbf{C}_{qp}^A \sum_n e^{2i(p-n)\phi_A} \mathbf{C}_{np}^A e^{-2i(2p+1)\phi_L} \mathbf{C}_{ln}^D \quad [\text{B-47}]$$

Les  $\mathbf{M}_{lq}$  représentent les éléments de la matrice de l'opérateur aller-retour  $\mathbf{M}$  et qu'on met sous la forme :

$$\mathbf{M}_{lq} = e^{-2i\phi_L} \sum_p \mathbf{C}_{qp}^A \sum_n \mathbf{C}_{ln}^D \mathbf{C}_{np}^A e^{-4ip\Delta\phi} e^{-2i(n+q)\phi_A} \quad [\text{B-48}]$$

Avec:

$$\phi_L = \phi(Z = L) = \text{Arctg} \left( \frac{\lambda L}{\pi W_0^2} \right) \quad [\text{B-49}]$$

$$\phi_A = \phi(Z = Z_d) = \text{Arctg} \left( \frac{\lambda Z_d}{\pi W_0^2} \right) \quad [\text{B-50}]$$

$$\Delta\phi = \phi_L - \phi_A \quad [\text{B-51}]$$

Les vecteurs propres  $\mathbf{u}$  de la matrice  $\mathbf{M}$  représentent les modes propres de la cavité. Chacun d'eux est caractérisé par une valeur propre  $\Gamma$  telle que  $\mathbf{M}\mathbf{u} = \Gamma\mathbf{u}$ .

Les intégrales des équations [B-21] et [B-37] sont calculées numériquement en utilisant une routine FORTRAN basée sur une subroutine d'intégration de l'International Math and Statistics Libraries (IMSL).

## **B-2 Calcul du champ résonant à l'intérieur d'une cavité plan-concave comportant un diaphragme circulaire accolé au miroir concave et un élément optique diffractif (EOD) placé à une distance $z_d$ du miroir plan**

Le calcul du champ résonant dans la cavité se fait de la même manière que dans le cas précédent (Annexe B-1). Nous donnerons uniquement l'expression de la matrice aller-retour  $\mathbf{M}$  ainsi que les résultats intermédiaires.

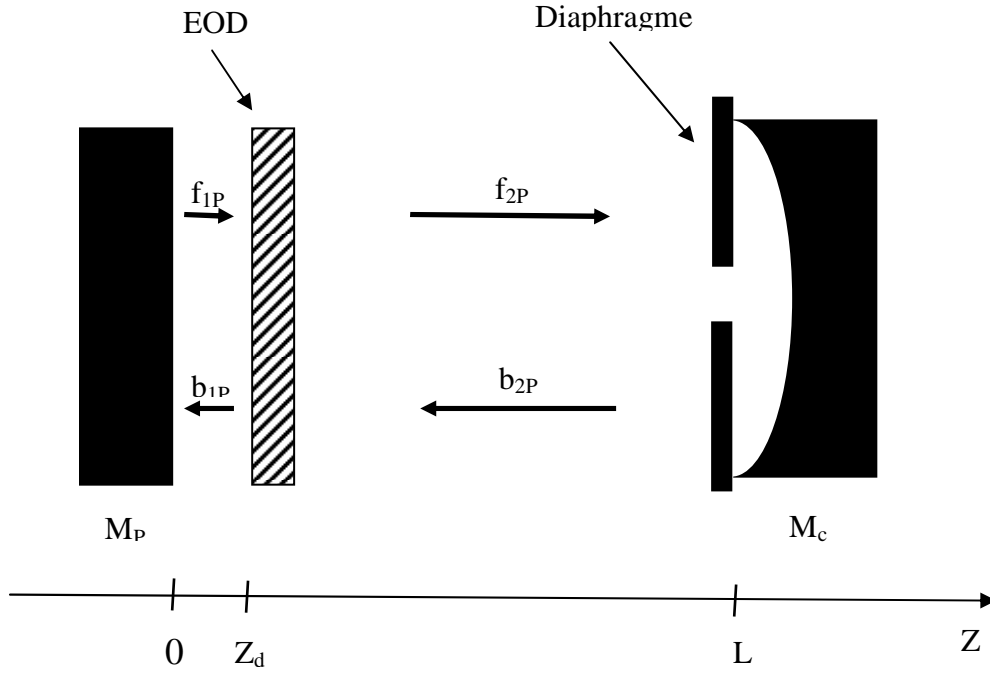


Figure B-2 : Cavité plan-concave comportant un diaphragme circulaire accolé au miroir concave et un EOD à une distance  $Z_d$  du miroir plan.

$$f_{2m} = \sum_p e^{2i(m-p)\phi_A} C_{pm}^A f_{1p} \quad [\text{B-52}]$$

$$b_{2n} = -r_2 \sum_p e^{-2i(p+n+1)\phi_L} C_{pn}^D f_{2p} \quad [\text{B-53}]$$

$$b_{1q} = \sum_p e^{2i(p-q)\phi_A} C_{qp}^A b_{2p} \quad [\text{B-54}]$$

$$f_{1p} = -r_1 e^{2ikL} b_{1p} \quad [\text{B-55}]$$

$$M_{lq} = r_1 r_2 e^{-2i\phi_L} e^{-2i(l+q)\phi_A} \sum_m e^{-2i(\phi_L - \phi_A)m} C_{lm}^A \sum_n e^{-2i(\phi_L - \phi_A)n} C_{nm}^D C_{qn}^A \quad [\text{B-56}]$$

Et les coefficients du champ allé résonnant s'écriront:

$$f'_{1l} = \sum_q M_{lq} f_{1q} \quad [\text{B-57}]$$

Avec :

$$C_{pm}^A = \int t_A(\rho) e^{-X} L_p(X) L_m(X) dX \quad [\text{B-58}]$$

$$C_{pn}^D = \int_0^{2Y_D^2} L_p(X)L_n(X)e^{-X} dX \quad [B-59]$$

$$\phi_L = \phi(Z = L) = \text{Arctg} \left( \frac{\lambda L}{\pi W_0^2} \right) \quad [B-60]$$

$$\phi_A = \phi(Z = Z_d) = \text{Arctg} \left( \frac{\lambda Z_d}{\pi W_0^2} \right) \quad [B-61]$$

$$\Delta\phi = \phi_L - \phi_A \quad [B-62]$$

**B-3 Calcul du champ résonant à l'intérieur d'une cavité plan-concave comportant un diaphragme circulaire accolé au miroir concave et un élément optique diffractif (EOD) placé contre le miroir plan**

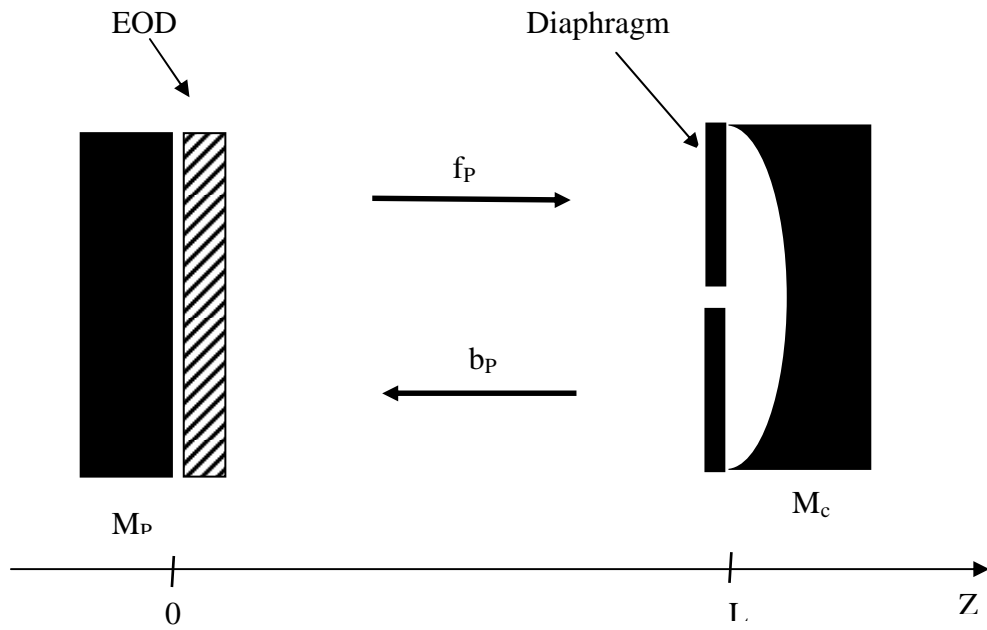


Figure B-3 : Cavité plan-concave comportant un diaphragme circulaire accolé au miroir concave et un EOD contre le miroir plan.

Le calcul du champ résonant dans la cavité se fait de la même manière que dans les cas précédents (Annexe B-1 et B-2). Nous donnerons uniquement l'expression de la matrice aller-retour  $M$  ainsi que les résultats intermédiaires.

Comme pour l'annexe B-1, le calcul de la matrice de transfert se fait de la même manière

$$b_p = r_2 e^{-2i\phi_L} \sum_m e^{-2i(m+p)\phi_L} C_{pm}^D f_m \quad [\text{B-63}]$$

$$f'_p = -r_1 e^{2ikL} \sum_n b_n C_{np}^A \quad [\text{B-64}]$$

$$M_{pm} = r_1 r_2 e^{2i(kL-\phi_L)} \sum_n C_{pn}^A C_{nm}^D e^{-2i(n+m)\phi_L} \quad [\text{B-65}]$$

Les coefficients du champ allé résonant s'écrivent:

$$f'_p = \sum_m M_{pm} f_m \quad [\text{B-66}]$$

$$C_{np}^A = \int_0^{2Y_A^2} L_n(X) L_p(X) e^{-X} dX \quad [\text{B-67}]$$

$$C_{pm}^D = \int_0^{2Y_D^2} L_p(X) L_m(X) e^{-X} dX \quad [\text{B-68}]$$

$$\phi_L = \phi(Z = L) = \text{Arctg} \left( \frac{\lambda L}{\pi W_0^2} \right) \quad [\text{B-69}]$$

## Annexe C : Les faisceaux de sortie

La cavité a deux sorties, une se situe du côté du miroir plan et une deuxième du coté du miroir concave. Dans le but de caractériser les deux faisceaux de sortie, nous devons déterminer, pour chaque sortie, les coefficients de l'expansion du champ à partir de la connaissance des coefficients  $b_{jp}$  et  $f_{jp}$  et de la condition aux limites particulière imposée par le miroir de sortie. Notons par  ${}^1h_p$  ( ${}^2h_p$ ) les coefficients pour le faisceau de sortie provenant du miroir plan (concave).

Premier cas : Diaphragme contre le miroir plan et objet de phase à une distance D du miroir concave (Fig.B-1).

$${}^1h_p = \sqrt{1-r_1^2} \sum_q C_{qp}^D b_{1q} \quad [C-1]$$

$${}^2h_p = \sqrt{1-r_2^2} \exp(2ikL) \exp-2i(p+1)\phi_L f_{2p} \quad [C-2]$$

Deuxième cas : Diaphragme contre le miroir concave et objet de phase à une distance  $z_D$  du miroir plan (Fig.B-2).

$${}^1h_p = \sqrt{1-r_1^2} \exp(2ikL) b_{1p} \quad [C-3]$$

$${}^2h_p = \sqrt{1-r_2^2} \sum_q C_{qp}^D f_{2q} \exp[2i(p-q)\phi_L] \quad [C-4]$$

Troisième cas : Diaphragme contre le miroir concave et EOD contre le miroir plan (Fig.B-3).

$${}^1h_p = \sqrt{1-r_1^2} \sum_q C_{qp}^A b_q \quad [C-5]$$

$${}^2h_p = \sqrt{1-r_2^2} \sum_q C_{qp}^D f_q \exp[2i(p-q)\phi_L] \quad [C-6]$$

## Annexe D : Le facteur $M^2$

Le facteur de qualité  $M^2$ , ou de propagation d'un faisceau laser est un paramètre important dans la détermination des performances du laser. Il a été défini en 1990 par le physicien A. E. Siegman (Sie-90). Il joue un rôle essentiel dans de nombreux processus physiques liés à l'interaction laser-matière tels que la découpe par laser, la super-résolution ou les phénomènes liés à la brillance qui exigent non seulement une puissance laser élevée mais aussi et surtout une forte intensité lumineuse. Cette intensité lumineuse dépend non seulement de la puissance du laser mais aussi de la surface d'interaction du faisceau de lumière avec la matière. Par conséquent, sa connaissance devient nécessaire pour comprendre les phénomènes de focalisation qui interviennent dans le calcul du diamètre de la tache focale au foyer d'une lentille de focalisation de distance focale  $f$ .

C'est, aussi, un facteur essentiel pour comprendre les phénomènes de divergence du faisceau en champs lointain. Il est ainsi défini par la formule:

$$M^2 = \left[ \frac{\pi W_0}{\lambda} \right] \theta \quad [\text{D-1}]$$

où  $W_0$  représente la demi-largeur minimale du faisceau au point de pincement (ou "beam-waist") et  $\theta$  sa divergence angulaire en champ lointain basée sur le moment d'ordre 2.

Par définition, la plus petite valeur que peut prendre le facteur  $M^2$  est égale à 1, et elle est associée au mode fondamental  $TEM_{00}$  dont le profil transverse d'intensité est gaussien.

Plus le facteur  $M^2$  d'un faisceau augmente, plus sa divergence angulaire  $\theta$  est rapide : un faisceau laser réel possédant un « beam-waist » de largeur  $W_0$  et un facteur de qualité  $M^2$  divergera donc  $m^2$  fois plus vite, dans chaque direction transverse, qu'un faisceau gaussien  $TEM_{00}$  ayant la même largeur de « beam-waist ».

Pour illustrer ces résultats nous représentons sur la figure D-1 l'évolution de la largeur transverse  $W$  d'un faisceau réel ayant un facteur  $M^2=5$  et celle d'un faisceau Gaussien idéal ayant un facteur  $M^2=1$ .

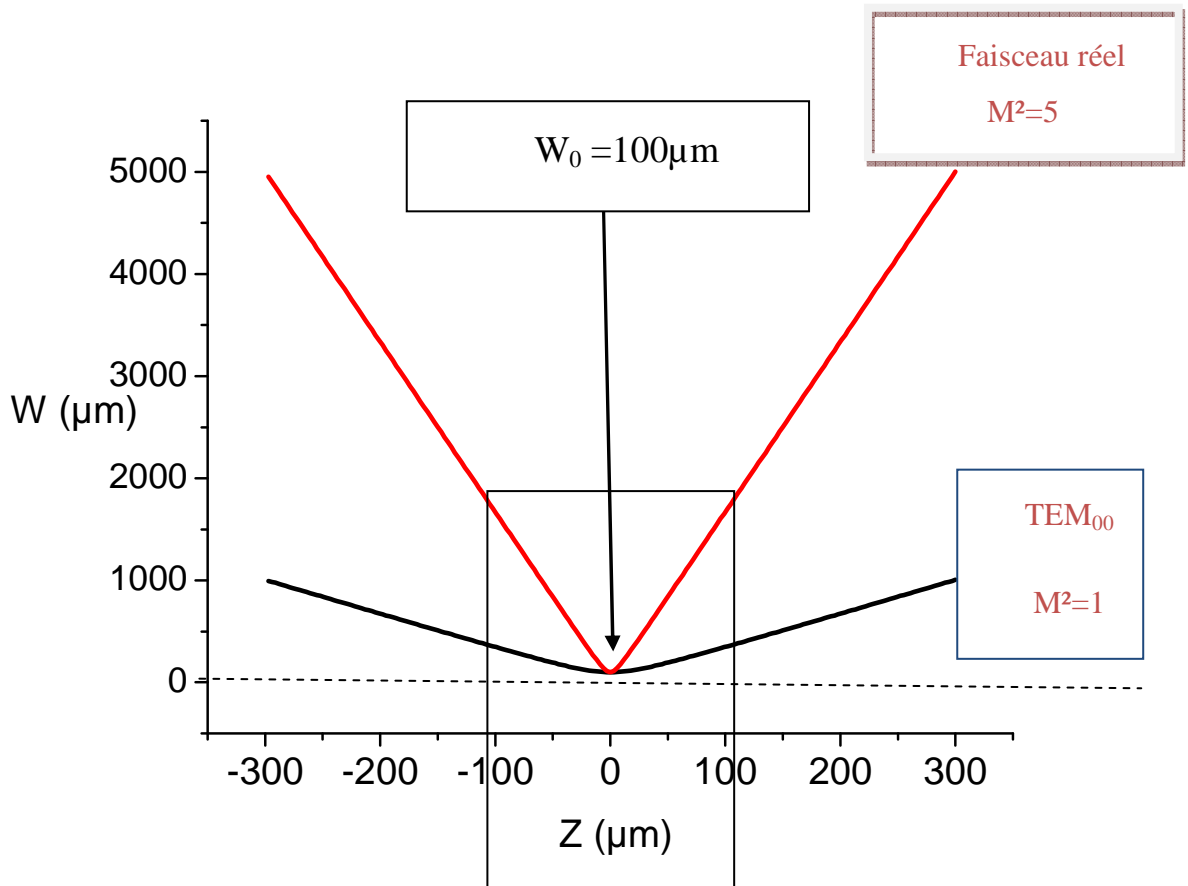


Figure D-1: Evolution de la largeur transverse  $W$  d'un faisceau réel ayant un  $M^2=5$  et de celle d'un faisceau gaussien idéal  $LG_{00}$  de  $M^2=1$

Pour pouvoir calculer sa valeur, il faut donc connaître l'évolution (selon l'axe de propagation) du paramètre fondamental qu'est la largeur transverse  $W$  du faisceau. Dans le cas de mode propre de Laguerre-Gauss possédant la symétrie de révolution, cette largeur  $W$  se calcule à partir de la définition des moments d'ordre 2 [Sie-90] et permet d'écrire :

$$W(z) = \frac{2 \int_0^{\infty} r^3 I(r, z) dr}{\int_0^{\infty} I(r, z) r dr} \quad [\text{D-2}]$$

Le faisceau de sortie peut être assimilé à une superposition cohérente de faisceaux propres de Laguerre-Gauss de même fréquence pondérés par les coefficients  $D_p$ . Dans ce cas, le facteur de qualité  $M_{out}^2$  s'exprime simplement par la formule donnée par [Vic-98] :

$$M_{out}^2 = \left[ \left\{ \sum_p (2p+1) |D_p|^2 \right\}^2 - 4 \left\{ \sum_p \sum_q p (D_p^* D_q)^r \delta_{p,q+1} \right\}^2 \right]^{1/2} \quad [\text{D-3}]$$

où l'indice  $r$  désigne la partie réelle du nombre complexe et l'Astérix le complexe conjugué.  $D_p$  représente les coefficients d'expansion du faisceau laser de sortie, égaux à  $^1h_p$  ou  $^2h_p$  en fonction de la sortie considérée (voir Annexe C).

A l'opposé une superposition incohérente de modes de Laguerre-Gauss se fait lorsqu'une cavité laser stable oscille simultanément sur plusieurs modes de Laguerre-Gauss de fréquences différentes. Dans ce cas, le facteur de propagation du faisceau se réduit [Sie-90] à :

$$M_{out}^2 = \sum_p (2p+1) |D_p|^2 \quad [\text{D-4}]$$

# BIBLIOGRAPHIE

- [Abr-92] K.M. Abramski, H.J Baker, A.D. Colly, D.R. Hall, "Single mode selection using coherent imaging within a slab waveguide CO<sub>2</sub> laser", Appl. Phys. Lett., 60, 2469-2471, (1992).
- [Ait-00] K. Ait-Ameur, F. Sanchez, M. Brunel, « The transfer of  $TEM_{00}$  and  $TEM_{01}$  beams through a hard-aperture », J. Mod. Opt. **47**, 1203-1211 (2000).
- [Ait-00] K. Ait-Ameur, M. Brunel, F. Sanchez, « High Transverse mode discrimination in aperture resonator using diffractive binary optics » Opt. Commun. **184**, 73-78 (2000).
- [Ait-02] K. Ait-Ameur, "Effects of a phase aperture on the fundamental mode of a hard-apertured cavity," J.Mod.Opt, **49**, 1157-1168, (2002).
- [Ait-92] K. Ait-Ameur, H. Ladjouze, and G. Stephan, Appl. Optics, **31**, 397 (1992).
- [Ait-93] K. Ait-Ameur, « Influence of the longitudinal position of an aperture inside a cavity on the transverse mode discrimination », Appl. Opt. **32**, 7366-7372 (1993).
- [Ait-93] K. Ait-Ameur, G. Stephan, « Effective beam truncation of the fundamental mode in an apertured cavity », Opt. Lett. **18**, 938-940 (1993).
- [Bel-94] P.-A. Bélanger, Y. Champagne, and C. Paré, « Beam Propagation factor of diffracted laser beams », Opt. Commun. 105, 233-242 (1994)
- [Bou-00] J. Bourderionnet, N. Huot, A. Brignon, J.P. Huignard, "Spatial mode control of a diode-pumped Nd:YAG laser by use of an intracavity holographic phase plate", Opt. Lett. **25**, 1579-1581 (2000).
- [Bou-01] J. Bourderionnet, A. Brignon, J-P. Huignad, A. Delboulbé, B. Loiseaux, "Spatial mode control of a diode-pumped Nd:YAG laser by an intracavity liqui-cristal light valve", Opt. Lett. 26, N°24, 1958-1960 (2001).

- [Bou-02] J. Bourderionnet, A. Brignon, J-P. Huignard, R. Frey, Influence of aberration on fundamental mode of high power rod solid-state laser, *Opt. Comm.*, 204 (2002) 299-310
- [Bou-97] R. Bourouis, K. Ait-Ameur, H.Ladjouze, "Optimisation of the Gaussian beam flatterer using a phase-plate", vol. 44, N° 7, 1417-1427.
- [Bro-66] R. Brown and A.W. Lohmann, "Complex spatial filtering with binary masks", *Appl. Opt.* **5**, 967-969, (1966)
- [Bru-05] H. Bruesselbach, et al., Power-scalable phase-compensating fiber-array tranceiver for laser communications through the atmosphere. *J. Opt. Soc. Amer. B.* 32 (2005) 347-353
- [Cag-08] E. Cagniot, Z. Derrar-Kaddour, M. Fromager, K. Ait-Ameur, « Improving both transverse mode discrimination and diffraction losses in a plano-concave cavity », *Opt. Commun.* **281**, 4449-4454 (2008).
- [Cag-11] E. Cagniot, M. Fromager, T. Godin, N. Passilly, M. Brunel, and K. Ait-Ameur, "Variant of the method of Fox and Li dedicated to intracavity laser beam shaping", *J. Opt. Soc. Am. A.* **28**, 3(2011)
- [Che-95] D. Chen, Z. Wang, J.R. Leger, "Measurement of the modal properties of a diffracted-optic graded-phase resonator", *Opt. Lett.* **20**, 663-665 (1995).
- [Cio-98] M. Ciofini, A. Labate, R. Meucci, P.Y. Wang, "Experimental evidence of selection and stabilization of spatial patterns in a CO<sub>2</sub> laser by means of spatial perturbations", *Opt. Commun.* **154**, 307-312 (1998).
- [deS-06] R. de Saint Denis, N. Passilly, K. Ait-Ameur, « Laser beam brightness of apertured optical resonators », *Opt. Commun.* **264**, 193-202 (2006).
- [deS-06-2] R. de Saint Denis, N. Passilly, M. Laroche, T. Mohammed-Brahim, K. Ait-Ameur, "Beam-shaping longitudinal range of a binary diffractive optical element", *Applied Optics*, Vol. 45, No. 31, 8136-8141, (2006).

- [deS-08] R. de Saint Denis, N. Passilly, M. Fromager, E. Cagniot, K. Ait-Ameur, «Diffraction properties of opaque disks outside and inside a laser cavity », *Opt. Commun.* **281**, 444-451 (2008).
- [Fox-61] A.G. Fox, T. Li, “Resonant modes in a maser interferometer”, *Bell Syst. Tech. J.*, **40**, 453-488 (1961).
- [Gao-07] X. Gao, F. Gan, W. Xu, “Superresolution by three-zone pure phase plate with  $0, \pi, 0$  phase variation”, *Opt. Laser Tech.* **39** (2007) 1074-1080.
- [Gra-07 ] I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, *Table of integrals, Series and Products*, Seventh Edition, 2007, Elsevier, p. 106.
- [Hal-92 ] D.R. Hall, P.E. Jackson, *The Physics and Technology of Laser Resonators*, Institute of Physics Publishing, 1992, p. 137.
- [Has-10] A. Hasnaoui, K. Ait-Ameur, Properties of a laser cavity containing an absorbing ring, *Appl. Opt.* 49 N°21 (2010) 4034-4043
- [Has-11] A. Hasnaoui, A. Bencheikh, K. Ait-Ameur, Tailored TEM<sub>P0</sub> beams for large size 3-D laser prototyping, *Optics and lasers in Engineering* 49 (2011) 248-251.
- [Has-11] A. Hasnaoui, A. Bencheikh, M. Fromager, E. Cagniot, K. Ait-Ameur, Creation of a sharper focus using a rectified TEM<sub>P0</sub> beam, *Opt. Comm.* 284 (2011) 1331-1334
- [Has-12] A. Hasnaoui, T. Godin, E. Cagniot, M. Fromager, A. Forbes, K. Ait-Ameur, Selection of a LG<sub>P0</sub>-shaped fundamental mode in laser cavity: phase versus amplitude masks, *Opt. Comm.* 285 (2012) 5268-5275.
- [Ish-03] A.A. Ishaaya, N. Davidson, G. Machavariani, E. hasman, A.A. Friesem, "Efficient selection of high-order Laguerre-Gaussian modes in a Q-switched Nd:YAG laser", *IEEE J. of Quantum Electron.*, 39, 74-82, (2003).
- [Ish-05] ] A.A. Ishaaya, N. Davidson, A.A. Friesem, "Very high-order pure laguerre-Gaussian mode selection in a passive Q-switched Nd:YAG laser", *Opt. Express*, 13, N°13, 4952-4963, (2005).

- [Jia-03] J. Jia, C. Liu, Superresolution technology for reduction of the far field diffraction Opt. Commun. 228 (2003) 271-278.
- [Jua-03] D.M.D. Juana, J.E. Oti, V.F. Canales, M.P. Cagigal, Transverse or axial superresolution in a Pi-confocal microscope by phase only filters, Journal of the Optical Society of America A 20 (2003) 2172-2178.
- [Koe-06] W. Koechner, Solid-state laser engineering (6 ed., SSOS1, Springer 2006)
- [Kog-66] H. Kogelnik, T. Li, "Laser beams and resonator", Appl. Opt. **5**, 1550-1567 (1966).
- [Lee-08] K.S. Lee, R.H. Kim, D.Y. Yang, S.H. Park, Prog. Polym. Sci. 33 (2008) 631.
- [Li-65] T. Li, bell System Technical Journal 44 (1965) 917.
- [Lia-07] C.Y. Liao, M. Bouriauand, P.L. Baldeck, J.C. Leon , C. Masclet, Appl. Pyhs. Letters 91 (2007) 033188.
- [Lit-08] I.A. Litvin, A. Forbes, « Bessel-Gauss resonator with internal amplitude filter », Opt. Commun. **281**, 2385-2392 (2008).
- [Mac-04] G. Machavariani, Appl. Opt. 43 (2004) 6328.
- [Mak-99] S. Makki, J. Leger, "Solid-state laser resonators with diffractive optic thermal aberration correction", IEEE J. Quantum Electron., QE-**35**, 1075-1085 (1999).
- [Mar-02] M. Martinez-Corral, M.T. Caballero, E.H.K. Stelzer, J. Swoger, « Tailoring the axial shape of the point spread function using the Toraldo concept », Opt. Express **10**, 98-103 (2002).
- [Mar-99] M. Martinez-Corral, P. Andrés, C.J. Zapata-Rodriguez, M. Kowalczyk, « Three-dimensional superresolution by annular filters », Opt. Commun. **165**, 267-278 (1999).
- [Men-01] R. Menzel, Photonics (Springer-Verlag, Berlin), Chap.2, p.61, (2001)
- [Mor-93] J. Morel, et al., Coherent coupling of an array of Nd<sup>3+</sup> -doped single-mode fiber lasers by use of an intracavity phase grating. Opt. Lett. 18 (1993) 1520-1522

- [Nap-99] A.A. Napartovitch, NN. Elkin, V.N. Troschieva, D.V. Vysotski, J.R. Leger, "Simplified intracavity phase plates for increasing laser-mode discrimination", *Appl. Opt.* **39** (1999) 3025-3029.
- [Oro-01] R. Oron, N. Davidson, E. Hasman, and A. A. Friesem, "Transverse mode shaping and selection in laser resonators," *Progr. Opt.* vol. **42**, 2001.
- [Oro-99] R. Oron, Y. Danziger, N. Davidson, A. Friesem, "Discontinuous phase elements for transverse mode selection in laser resonators", *Appl. Phys. Lett.*, **74**, 1373-1375, (1999).
- [Pae-07] V. Paeder, T. Scharf, P. Ruffieux, H.-P. Herzig, R. Voelkel, K. J. Weible, "Microlenses with annular amplitude and phase masks", *J. Eur. Opt. Soc. Rapid Publications* **2**, 07005 (2007).
- [Pas-04] N. Passilly, M. Fromager, K. Ait-Ameur, "Improvement of the self-Q-switching behaviour of a Cr:LiSAF laser using a binary diffractive optics", *Appl. Opt.* **43**, 5047-5059 (2004).
- [Qua-00] S. Quabis, R. Dorn, M. Elerler, O. Glöckl, G. Leuchs, *Opt. Commun.* **179** (2000) 1.
- [Rig-63] W.W. Rigrod, "Isolation of axi-symmetrical optical-resonator modes", *Appl. Phys. Lett.* **2**, 51-53 (1963).
- [Sab-02] D. Sabourdy, et al., Power scaling of fibre lasers with all-fibre interferometric cavity, *Electron. Lett.* **38** (2002) 692-693
- [Shirakawa] A. Shirakawa, et al., power summation and bandwidth narrowing in coherently coupled fiber-laser array, in: CLEO/QELS '04 San Francisco CThGG2.
- [Sie-86] A. E. Siegman, *Lasers*, (University Science, Mill Valley, Calif.), Chap. 17 (1986)
- [Sie-90] A.E. Siegman, "New developments in laser resonators", *Proc. SPIE* **1224** (1990) 2-14.
- [Sie-93] A.E. Siegman, "Binary phase plates cannot improve laser beam quality", *Opt. Lett.* **18** (1993) 675-677.

- [Smi-72] P.W; Smith, Proceedings of the IEEE 60 (1972) 422
- [Vel-81] W. B. Veldkamp, C. J. Kastner, "Beam profile shaping for laser radars that use detector arrays", Appl. Opt. **21**, 345-356, (1982).
- [Vel-82-2] W. B. Veldkamp, "Laser beam profile shaping with interlaced binary diffraction gratings", Appl. Opt. **21**, 3209-3212, (1982).
- [Vic 98] S. Vicalvi, R. Borghi, M. Santarsiero, and F. Gori, "Shape-invariance error for axially symmetric light beams," IEEE J. Quantum Electron. 34, 2109-2116 (1998).
- [Wan-08] H. Wang, L. Shi, B. Lukyanchuk, C. Sheppard, C.T. Chong, Nature Photonics 2 (2008) 501.
- [You-00] K.S. Youngsworth, T.G. Brown, Opt. Express 7 (2000) 77.
- [Zei-99] U.D. Zeitner, F. Wyroski, High modal discrimination for laser resonators with Gaussian output beam", J. Mod. Opt. 46 (1999) 1309-1314
- [Zha-02] Q. Zhan. J.R. leger, Opt. Express 10 (2002) 324.
- [Zha-03] D.W. Zhang and X.C. Yuan " Optical doughnut for optical tweezers" , Opt. Lett. 28, 740-742, (2003).
- [Zha-03-2] S. Zhang, G. Neil and M. Shinn, "Single-element laser beam shaper for uniform flat-top profiles", Opt. Express, 11, 1942-1948, (2003).