Résumé : Dans cette thèse, nous étudions les équations décrivant la dynamique du transfert de chaleur dans un écoulement de fluide magnétique soumis à un champ magnétique appliqué. Dans le cas classique, la température se propage à vitesse infinie et le transfert est modélisé par la loi de Fourier. Pour pallier ce paradoxe, Cattaneo a proposé un modèle dans lequel la température se propage à vitesse finie. Cette loi de transfert de la chaleur est appelée loi de Maxwell-Cattaneo. Le système d'équations étudié est constitué des équations de Navier-Stokes incompressibles pour la vitesse U et la pression P du fluide magnétique, de l'équation de la magnétisation M de type Bloch-Torrey, des équations de la magnétostatique pour le champ magnétique H et des équations de transfert de chaleur de Maxwell-Cattaneo pour la température θ et le flux de chaleur Q.

Le système d'équations étudié dans $D_T = (0,T) \times D$ avec D un domaine borné de $\mathbb{R}^3$ et $T > 0$ est le suivant

$$\begin{aligned}
&\operatorname{div} U = 0\\
&\partial_t U + (U.\nabla)U - \eta\Delta U + \nabla P = -\rho(\theta)g + \mu_0(M.\nabla)H + \tfrac{\mu_0}{2}\operatorname{curl}(M \times H)\\
&\partial_t M + (U.\nabla)M - \sigma\Delta M + \tfrac{1}{\delta}(M - \chi_0 H) = \tfrac{1}{2}\operatorname{curl} U \times M - \beta_0\, M \times (M \times H)\\
&\partial_t \theta + U \cdot \nabla\theta = -\operatorname{div} Q\\
&\tau(\partial_t Q - \gamma\Delta Q) = -\frac{\tau}{2}\operatorname{curl} U \times Q - Q - \nabla\mathcal{K}(\theta).\\
&\operatorname{div}(H + M) = F, \quad \operatorname{curl} H = 0
\end{aligned} \tag{1}$$

où la densité $\rho(\theta)$ et la fonction monotone $\mathcal{K}(\theta)$ sont données par

$$\rho(\theta) = \rho_0(1 - \beta(\theta - \theta^0)), \quad \mathcal{K}(\theta) = \kappa\,\theta + \alpha\,\theta^3. \tag{2}$$

Le système couplé noté par $(\mathcal{P})$ est complété par les conditions initiales et aux limites suivantes

$$\begin{aligned}
&U(0) = U_0,\ \operatorname{div} U_0 = 0,\ M(0) = M_0,\ \theta(0) = \theta_0,\ Q(0) = Q_0 \ \text{ dans } D \\
&U = 0,\ M \cdot \mathbf{n} = 0,\ \operatorname{curl} M \times \mathbf{n} = 0,\ H \cdot \mathbf{n} = 0,\ Q \times \mathbf{n} = 0 \quad \text{ sur } \Gamma_T \\
&\qquad\qquad \tau\gamma \operatorname{div} Q - \mathcal{K}(\theta) = 0 \ \text{ sur } \Gamma_T
\end{aligned} \tag{3}$$

où $\Gamma_T = (0,T) \times \partial D$ et $\mathbf{n}$ est le vecteur unitaire de la normale extérieure au bord de D.

Nous établissons un résultat d'existence globale d'une solution faible pour ce système en utilisant la méthode de Faedo-Galerkin et des techniques de régularisation, d'approximation, de monotonie et de compacité. Ce résultat a fait l'objet d'une publication dans la revue internationale Journal of Mathematical Fluid Mechanics sous le titre de *Global weak solutions to magnetic fluid flows with nonlinear Maxwell-Cattaneo heat transfer law.*

Mots clés : Fluides magnétiques, équations de Navier-Stokes, magnétisation, équation de la magnétostatique, système de Maxwell-Cattaneo.