

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE D'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
« HOUARI BOUMEDIENE »
FACULTE DES SCIENCES DE LA TERRE, DE LA GEOGRAPHIE ET DE
L'AMENAGEMENT DU TERRITOIRE



THESE

Présentée pour l'obtention du diplôme de **MAGISTER**

En : **Sciences de la terre**
Spécialité : **Géophysique**

Par : **M. CHELLAL Hocine**

Sujet

**APPLICATION DE LA TRANSFORMEE EN ONDELETTES CONTINUE
POUR LE FILTRAGE DES DONNEES VIBROSISMIQUES**

Soutenue le : 27.12.2006, devant le jury composé de :

M. OUYED Merzouk	(Maître de conférences)	Président
Mme ZAOURAR Naima	(Maître de conférences)	Directeur de thèse
M. BOUGHACHA Salah	(Maître de conférences)	Examineur
M. DJEDDI Mohamed	(Maître de conférences)	Examineur
Mme. YAHIAT Yasmine	(Chargée de cours)	Examineur

DEDICACES

*Quoi de mieux que de reprendre sur l'être le plus bon dans l'existence pour dire, à ma génitrice,
à ma mère, à ma maman, et puis, à mon père,
A toute ma grande famille, mes oncles Ali et Said en particulier,
A tous ceux qui peuvent en trouver matière à réfléchir et à enrichir,
A tous ceux qui croient au père Noël, tout en sachant qu'il n'existe pas,
Qui croient que nul n'est une fin en soi, nonobstant toutes nos faims,
Qui croient à,
LUI.*

Je dédie ce modeste travail.

REMERCIEMENTS

El Hamdou lillah, il s'agit pas d'un remerciement comme les autres, pas d'une façon de parler, d'une façon de croire s'entend.

*Mes remerciements vont en premier lieu à Madame Naima ZAOURAR, qui, en plus d'avoir assuré mon encadrement, elle a été une personne pleine de sens et d'humanité, n'en déplaise à ma maman. Que ma gratitude lui soit sincèrement exprimée pour m'avoir supporté et **supporté**.*

Je transmets également mes respects à Monsieur M. HAMOUDI, pour ses orientations et ses prises de position franches et constructives.

Que Messieurs; M. OUYED, M. DJEDDI, S. BOUGHACHA et Mme Y. YAHIAT, président et membres du jury, trouvent ici l'expression de ma parfaite considération pour avoir accepté d'apporter leur touche à ce travail.

Sont aussi remerciés, tous les enseignants du département géophysique pour les riches enseignements qu'ils ont su m'inculquer. Je ne saurais omettre le rôle et l'effet qu'a eu sur mon cursus, ma formation première au sein de l'Institut Algérien du Pétrole, une occasion pour rappeler ma gratitude pour tous les enseignants qui m'ont encadré.

Merci à tous mes amis, en particulier, S.GACI, F. BABAIA, et tous ceux qui, de près ou de loin, ont eu un effet positif sur l'achèvement de ce travail.

Je ne sais est ce que je dois remercier Hocine, ce Hocine qui a su tant bien que mal, mener à terme un travail, un rêve presque, qu'il a vu maintes fois partir, revenir et enfin bien finir, El Hamdou lillah.

Entre nous Hocine, Merci.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE [P.1]

Chapitre I : La vibrosismique et le problème des distorsions harmoniquesP [3, 19]

I.1 Principe de la méthode vibrosismiqueP [3, 4]

I.2 Caractéristiques du signal émis P [4, 5]

I.3 Fondement mathématique de la vibrosismiqueP [6, 13]

I.3.1 Caractéristiques du sweep.....P [6, 7]

I.3.2 L'ondelette de Klauder en vibrosismique..... P [8, 11]

I.3.2.1 Effet de la duréeP [8]

I.3.2.2 Effet de la bande fréquentielle..... P [8, 10]

I.3.2.3 Effet de la fonction d'étirement..... P [10, 11]

I.3.3 Les différents types de sweepsP [12, 13]

I.3.3.1 Le sweep linéaire.....P [12]

I.3.3.2 Sweeps non linéaires..... P [12, 13]

I.4 Problème des distorsions harmoniques..... P [13, 19]

I.4.1 Analyse des distorsions harmoniques..... P [14, 15]

I.4.1.1 Le Sweep Harmoniquement Distordu P [14, 15]

I.4.2 La corrélation du signal émis..... P [16, 17]

I.4.3 Détermination de l'intervalle de temps d'apparition de la distorsion..... P [17, 18]

I.4.4 Utilisation du signal transmis pour la corrélation..... P [18, 19]

Chapitre II. Elimination des distorsions harmoniques par la méthode du Filtre de Déphasage Pur (PPSF)..... P [20, 38]

II.1 Principe de la méthode de filtrage PPSF P [21, 22]

II.2 Mise en œuvre de la technique PPSF P [22, 23]

II.3 Application de la PPSF pour l'élimination des distorsions harmoniques dans le SHD
.....P [24, 29]

II.4 Choix du paramètre k..... P [29, 30]

II.5 Application de la technique PPSF sur les traces vibrosismiques..... P [30, 35]

II.5.1	Trace générée par le SP et corrélée par le SP.....	P [31, 32]
II.5.2	Trace générée par le SHD et corrélée par le SF (up-sweep) ou par le SHD.....	P [32]
II.5.3	Trace générée par le SHD et corrélée par le SF (down-sweep).....	P [33, 34]
II.5.4	Trace générée par le SHD et corrélée par le même SHD (down-sweep).....	P [34, 35]
II.6	Simulation améliorée du vrai signal base-plate	P [35, 38]

Chapitre III : Filtrage des données vibrosismiques par Transformée en Ondelettes Continue

	P [39, 65]
III.1	La Transformée en Ondelettes.....	P [39, 47]
III.1.1	Famille d'ondelettes.....	P [39, 40]
III.1.2	La Transformée en Ondelettes Continue (TOC).....	P [40, 41]
III.1.3	Propriétés de la Transformée en Ondelettes	P [41, 45]
III.1.3.1	Formule de reconstruction et admissibilité	P [42, 43]
III.1.3.2	Noyau reproduisant	P [43, 44]
III.1.3.3	L'arête de la Transformée en Ondelettes	P [44, 45]
III.1.3.4	Normalisation des ondelettes	P [45, 46]
III.1.4	Choix de l'ondelette	P [46, 47]
III.2	Présentation de quelques ondelettes continues	P [47, 49]
III.2.1	L'ondelette 'Chapeau Mexicain'	P [47, 48]
III.2.2	L'ondelette de Little wood–Paley	P [48]
III.2.3	L'Ondelette de Morlet	P [48, 49]
III.3	Filtrage des données vibrosismiques par TOC	P [50, 57]
III.3.1	Principe	P [50]
III.3.2	Mise en œuvre numérique	P [50, 51]
III.3.3	Analyse des données vibrosismiques par différents types d'ondelettes	P [51, 57]
III.3.3.1	Analyse par l'ondelette Chapeau Mexicain	P [52]
III.3.3.2	Analyse par l'ondelette de Little-wood Palley	P [53]
III.3.3.3	Analyse par l'ondelette de Morlet	P [54, 57]
III.3.3.3.1	Effet de la fréquence centrale	P [54, 57]
III.4	Filtrage par TOC des sweeps SHD linéaires	P [58]
III.5	Filtrage par TOC des sweeps SHD non linéaires	P [59]
III.6	Filtrage par TOC des traces vibrosismiques	P [60, 64]
CONCLUSION	P [65]

LISTE DES FIGURES

- Figure I.1.** (a) un up-sweep linéaire : durée 6 sec, bande fréquentielle [10 Hz, 60Hz], amplitude 10. (b) son spectre d'amplitude.
- Figure I.2.** Ondelette de Klauder (autocorrélation du sweep).
- Figure I.3.** Effet de la fréquence centrale sur la fonction d'autocorrélation d'un up-sweep Linéaire, longueur de 3 s, de largeur de bande fréquentielle ($W=20\text{Hz}$) avec un Taper de 300 ms et une fréquence centrale variable.
- Figure I.4.** Effet de la largeur de la bande fréquentielle sur la fonction d'autocorrélation d'un up-sweep linéaire.
- Figure I.5.** Effet de la longueur de la fonction d'étirement sur le spectre et l'autocorrélation du sweep.
- Figure I.6.** Deux sweeps linéaires de durée 2 s avec un étirement de 400 ms.
- Figure I.7.** Fréquences instantanées de sweeps non-linéaires en fonction de (t^a) et de ($t^{1/a}$).
- Figure I.8.** Processus de corrélation d'un harmonique par le sweep fondamental.
- Figure I.9.** Résultat du processus de la corrélation par le sweep fondamental d'un sweep distordu constitué par le fondamental et l'harmonique d'ordre 1 :
- Figure I.10.** Représentation des quatre termes résultants de l'autocorrélation d'un up-sweep distordu de durée 2s, de bande [10- 40Hz] et de rapport $a_1 / a_0 = 0.5$
- Figure II.1.** Schéma de l'organigramme du filtrage par la technique du *PPSF*.
- Figure II.2.** (a) sweep fondamental $s_0(t)$, (b) son spectre d'amplitude. (c) sa fréquence instantanée.
- Figure II.3.** (a) Harmonique d'ordre 1 $s_1(t)$, (b) son spectre d'amplitude. (c) sa fréquence instantanée.
- Figure II.4.** (a) Harmonique d'ordre 2 $s_2(t)$, (b) son spectre d'amplitude. (c) sa fréquence instantanée
- Figure II.5.** (a) Sweep *SHD* $s(t)$, (b) son spectre d'amplitude. (c) sa fréquence instantanée.
- Figure II.6.** (a) Sweep *SHD* $s(t)$ avec un axe des temps négatifs [-6s, 0s]. (b) fréquences instantanées des composantes du *SHD*.
- Figure II.7.** (a) Signal *SHD* après application du filtre *PPSF* [$s_k^*(f)$]. (b) Schéma de sa décomposition dans le plan (t, f).
- Figure II.8.** (a) Signal $s''(t)$ ($s'(t)$ après remise à zéro de ses valeurs pour $t < 0$). (b) sa fréquence instantanée.
- Figure II.9.** (a) Signal fondamental originel $s_0(t)$ pour comparaison. (b) Signal fondamental désiré $\hat{s}_0(t)$. (c) fréquence instantanée de $\hat{s}_0(t)$.
- Figure II.10.** (a) Module du spectre du *SHD* comparé à celui du *SF* originel, les autres graphes représentent le module du spectre du *SF* désiré (en trait discontinu) comparé au module du spectre du *SF* originel (en trait continu) avec en (b) $k=0.5$, (c) $k=0.05$ et (d) $k=0.95$
- Figure II.11.** (a) trace non corrélée générée avec le *SP* (up-sweep). (b) la trace en (a) répétée après corrélation par le *SP*.
- Figure II.12.** (a) trace non corrélée générée avec le *SHD*. (b) la trace (a) répétée après corrélation par le *SP* (up-sweep). (c) la même trace en (a) répétée après corrélation par le *SHD*.
- Figure II.13.** (a) trace non corrélée générée avec le *SHD* (down-sweep). (b) trace en (a) répétée après corrélation par le *SF*.
- Figure II.14.** (a) trace non corrélée générée avec le *SHD* (down-sweep). (b) trace en (a) après application du filtre *PPSF*. (c) trace en (b) après élimination de la partie distorsions et application du filtre *PPSF inverse*. (d) trace en (c) après corrélation par le *SF* (trace filtrée et corrélée).
- Figure II.15.** Comparaison entre la trace non filtrée en (a) et la trace filtrée par le *PPSF* en (b). (c) arrivée première sur la trace en (b).
- Figure II.16.** (a) trace brute corrélée par le *SHD* (down-sweep) répétée. (b) la première arrivée sur l'une des traces en (a).
- Figure II.17.** Ondelette $w(t)$ utilisée pour la simulation du vrai signal base-plate $\tilde{s}(t)$.
- Figure II.18.** (a) trace brute simulée avec le *SHD* amélioré $\tilde{s}(t)$ et corrélée par le *SF*. (b) trace en (a) répétée. (c) la première arrivée sur la trace en (b).
- Figure II.19.** (a) trace de la figure II.18 (a), filtrée par la technique *PPSF*. (b) trace en (a) répétée. (c) la première arrivée sur la trace en (b).
- Figure II.20.** (a) trace brute après corrélation par le *SHD* amélioré $\tilde{s}(t)$. (b) trace en (a) filtrée par la technique *PPSF* (c) trace en (b) répétée. (d) première arrivée sur la trace en (b).
- Figure III.1.** Représentation de : (a) ondelette mère $a = 1$. (a') sa TF (b) ondelette fille $a = 2$ ($a > 1$). (b') sa TF. (c) ondelette fille $a = 0.5$ ($a < 1$). (c') sa TF.
- Figure III.2.** Principe de calcul d'un coefficient d'ondelettes. D'après [pour la science 87]
- Figure III.3.** Une même ondelette translatée en temps. Le paramètre de translation b étant continu, les ondelettes translatées se chevauchent d'où la redondance.
- Figure III.4.** Représentation de : (a) Ondelette 'Chapeau Mexicain'. (b) Son module de spectre

- Figure III.5.** Représentation de : (a) Ondelette de Little wood –Paley. (b) sa *TF*
- Figure III.6.** Ondelette de Morlet avec $\gamma_c = 5$ (a) partie réelle. (b) partie imaginaire. (c) module de spectre
- Figure III.7.** Schéma représentant l’algorithme de filtrage par ondelettes
- Figure III.8.** (A) Série d’ondelettes chapeau mexicain appliquée dans la *TOC* sur le *SF*.
(B) Série d’ondelettes chapeau mexicain appliquée dans la *TOC* sur le *SHD*.
(a1) Sweep fondamental *SF*, (a2) sa *TOC*, (a3) *SF* reconstruit, (a4) comparaison des spectres du *SF* et *SF* reconstruit. Même opération pour le *SHD* en (b1), (b2), (b3) et (b4) respectivement.
- Figure III.9.** (A) série d’ondelettes de Little-wood Palley appliquées dans la *TOC* sur le *SF*.
(B) série d’ondelettes de Little-wood Palley appliquées dans la *TOC* sur le *SHD*.
(a1) Sweep fondamental *SF*, (a2) sa *TOC*, (a3) *SF* reconstruit, (a4) comparaison des spectres du *SF* et *SF* reconstruit. Même opération pour le *SHD* en (b1), (b2), (b3) et (d4) respectivement.
- Figure III.10.** (A) Série d’ondelettes de Morlet appliquées dans la *TOC* ($\gamma_c = 5$) sur le *SF*
(B) Série d’ondelettes de Morlet appliquées dans la *TOC* ($\gamma_c = 5$) sur le *SHD*
(a1) sweep pilote *SP*. (a2) sa *TOC*. (a3) *SP* reconstruit. Même chose pour le *SHD* en (b1), (b2) et (b3), respectivement.
- Figure III.11.** (A) Série d’ondelettes de Morlet appliquées dans la *TOC* ($\gamma_c = 10$) sur le *SP*
(B) Série d’ondelettes de Morlet appliquées dans la *TOC* ($\gamma_c = 10$) sur le *SHD*
(a1) sweep pilote *SP*. (a2) sa *TOC*. (a3) *SP* reconstruit. Même chose pour le *SHD* en (b1), (b2) et (b3) respectivement.
- Figure III.12.** (A) Série d’ondelettes de Morlet appliquées dans la *TOC* ($\gamma_c = 15$) sur le *SF*.
(B) Série d’ondelettes de Morlet appliquées dans la *TOC* ($\gamma_c = 15$) sur le *SHD*.
(a1) Sweep *SF*. (a2) Sa *TOC*. (a3) *SF* reconstruit. Même calcul pour le *SHD* en (b1), (b2) et (b3) respectivement.
- Figure III.13.** (a) Signal *SHD*. (b) *TOC* du *SHD* avec $\gamma_c = 25$. (c) Signal *SHD* reconstruit.
- Figure III.14.** (a1) sweep *SHD*. (b1) *TOC* du *SHD* avec $\gamma_c = 15$. (b2) *TOC* en (b1) après mute de la partie du polygone. (a1) Signal *SP* reconstruit (c) comparais on des spectres du *SP* originel et celui du *SP* reconstruit.
- Figure III.15.** (a) *SF* non linéaire et sa *TF* à gauche. (b) *SHD* non linéaire et sa *TF* à gauche.
(c) *TOC* du *SHD*. (d) *TOC* du *SHD* après mute de la zone du polygone.
(e) *SF* reconstruit, à gauche, la comparaison des spectres.
- Figure III.16.** Analyse par *TOC* d’une trace vibrosismique non corrélée. (a) trace non corrélée obtenue par le *SP*.
(a1) Série d’ondelettes de Morlet appliquée dans la *TOC*. (b) Image de la trace en (a) par *TOC*, l’ondelette analysante est la Morlet ($\gamma_c = 8$). (c) Trace reconstruite.
- Figure III.17.** Analyse par *TOC* d’une trace vibrosismique corrélée. (a) trace corrélée obtenue par corrélation de la trace en figure III.16 (a), avec le *SP*. (a1) Série d’ondelettes de Morlet appliquée dans la *TOC*.
(b) Image de la trace en (a) par *TOC*, l’ondelette analysante est la Morlet ($\gamma_c = 8$). (c) Trace reconstruite.
- Figure III.18.** Analyse par *TOC* d’une trace vibrosismique non corrélée. (a) Trace non corrélée obtenue par le *SHD*.
(a1) Série d’ondelettes de Morlet appliquée dans la *TOC*. (b) Image de la trace en (a) par *TOC*, l’ondelette analysante est la Morlet ($\gamma_c = 20$). (c) Trace reconstruite.
- Figure III.19.** Analyse par *TOC* d’une trace vibrosismique. (a) Trace obtenue par le *SHD* et corrélée par le *SP*.
(a1) Série d’ondelettes de Morlet appliquée dans la *TOC*. (b) Image de la trace en (a) par *TOC*, l’ondelette analysante est la Morlet ($\gamma_c = 8$). (c) Trace reconstruite.
- Figure III.20.** Filtrage de la trace vibrosismique. (a) Image de la trace en Figure.III.18 (b) après élimination de l’énergie du *SF*. (b) Trace reconstruite. (c) Trace en (b) corrélée avec l’harmonique d’ordre 1.

INTRODUCTION GENERALE

La méthode sismique en prospection pétrolière a connu une grande évolution ces dernières années. Cette évolution s'est caractérisée par la diversification des sources d'énergie utilisées. Pour pallier aux inconvénients de la source explosive, la méthode vibrosismique a vu le jour dans les années 1970 [1]. Cette méthode repose sur l'étude des signaux corrélés introduite par Klauder en 1960. En effet, Klauder a démontré que l'autocorrélation d'un certain type de signaux appelés 'sweep', présente un pic central bien accentué avec le minimum de pics secondaires possible. Ainsi, la méthode vibrosismique consiste à faire vibrer une plaque solide dite base-plate, plaquée au sol, suivant une certaine loi de fréquence. La trace résultante est corrélée par le signal sweep émis, pour faire apparaître les ondelettes de corrélation au niveau des différents horizons du sous sol.

Les multiples avantages que présente la vibrosismique peuvent être résumés dans sa grande flexibilité d'emploi, ainsi que la possibilité de travailler dans les zones urbaines. Cependant, l'émission de signaux vibratoires longs dans le sous-sol, s'accompagne par la génération d'autres signaux de même nature dits 'Distorsions Harmoniques' [2], qui viennent s'ajouter au signal d'origine appelé 'sweep pilote'. Ce phénomène est responsable des bruits de corrélation masquant les événements réfléchis dans la trace vibrosismique, après corrélation.

Ainsi, se pose la problématique de l'élimination des distorsions harmoniques dans les enregistrements vibrosismiques. Une première tentative des géophysiciens de l'époque, a été d'éviter ou, tout au moins, minimiser l'ampleur des distorsions au niveau de l'émission, ce qui revient à jouer sur les paramètres du signal émis, notamment, sa longueur et sa bande fréquentielle. On s'est rapidement rendu compte que, l'optimisation des paramètres du sweep, ne peut se faire sans altérer la qualité des enregistrements en terme d'énergie et de résolution [3].

Un traitement post-enregistrement, est donc, indispensable pour l'atténuation des bruits de corrélation. Pour ce faire, plusieurs méthodes de filtrage ont vu le jour. Les plus en vue, sont la 'méthode du Sweep Variphase' [4] (Rietsch, 1981; Schrodt, 1987; Martin and White, 1993) et 'la méthode du Notch Filter'. Ces méthodes ont montré leurs limites par leurs médiocres résultats.

Dans notre étude, nous avons commencé, dans le chapitre premier, par analyser le phénomène des distorsions harmoniques et son mécanisme d'apparition. Dans le chapitre deuxième, nous appliquons la méthode du Filtre de Déphasage Pur '*PPSF*' [5] [6], méthode qui reste, jusqu'à présent, la plus efficace pour l'élimination des distorsions harmoniques.

Les bons résultats obtenus par cette méthode, appliquée sur des modèles synthétiques, sont, néanmoins, assujettis à la contrainte de linéarité du sweep pilote, d'une part, d'autre part, la méthode ne peut éliminer que les bruits de corrélation générés par le premier événement dans la trace vibrosismique.

Constatant les limites de la méthode *PPSF* et, vu la nature du problème posé, nous nous sommes proposé d'exploiter les possibilités offertes par l'analyse temps-fréquence par le biais de la Transformée en Ondelettes Continue (*TOC*) [7] [8]. Pour mémoire, parmi les travaux traitant de la décomposition temps-fréquence des signaux sismiques, ceux de Avijit Chakraborty et David Okaya; (1995) [13] et Xiao-Ping Li; (1997) [15] sont une référence en la matière. Il reste que, ces différentes études se sont limitées à l'analyse des signaux étudiés.

Dans le chapitre troisième, nous avons entrepris de pousser cette étude au filtrage des données vibrosismiques par *TOC*, et de reconstruire les signaux filtrés [20]. Par le biais d'un algorithme d'analyse et de filtrage par *TOC* que nous avons élaboré, nous montrons les résultats obtenus par la méthode *TOC* sur les mêmes modèles que pour la méthode *PPSF*.

Nous concluons par présenter un bilan des deux méthodes en mettant en valeur la grande souplesse de la *TOC* et les possibilités offertes, par celle-ci, pour l'élimination des bruits de corrélation dans les données vibrosismiques.

« CHAPITRE PREMIER »

**LA VIBROSISMIQUE ET LE PROBLEME DES
DISTORSIONS HARMONIQUES**

Chapitre I : La vibrosismique et le problème des distorsions harmoniques

Introduction

Parmi les méthodes géophysiques, la vibrosismique est la plus utilisée en prospection pétrolière. Elle consiste en l'émission, par un vibreur, à la surface du sol d'un train d'onde sinusoïdal ayant une amplitude constante et une fréquence variable en fonction du temps [1].

Le vibreur est une source de surface non explosive à émission continue des fréquences sismiques. Le principe du vibreur consiste à faire vibrer une plaque solide (base-plate), au contact du sol, suivant une certaine loi de fréquence. La vibration est pilotée pendant une durée, fixée de telle sorte que, la fonction d'autocorrélation du signal résultant appelé signal Sweep, soit caractérisée par un pic central bien accentué avec le minimum de pics secondaires possible[2].

Parmi les avantages de la vibrosismique, on compte principalement; la grande flexibilité d'emploi avec la possibilité de modifier, instantanément, les paramètres d'exploitation. Un autre avantage important, est la possibilité de travailler dans les zones urbaines. Cependant, on note la présence d'inconvénients patents que sont; le temps d'enregistrement relativement long, la faiblesse de l'énergie émise et, notamment, l'apparition du phénomène des distorsions harmoniques affectant le signal émis. Ce phénomène est responsable des bruits de corrélation masquant les événements réfléchis dans la trace vibrosismique.

Dans le présent chapitre, nous exposons le principe de cette méthode. A l'aide d'exemples synthétiques, nous posons le problème des distorsions harmoniques, un inconvénient majeur propre à la méthode vibrosismique. L'étude de ce phénomène nous aidera à mieux comprendre les mécanismes de son élimination par les méthodes proposées dans notre étude.

I.1 Principe de la méthode vibrosismique

La trace enregistrée en vibrosismique [1] est le résultat de la convolution du signal émis $s(t)$ par la réponse impulsionnelle du sous-sol $r(t)$, auquel s'ajoute le bruit $b(t)$,

$$T(t) = r(t) * s(t) + b(t) \quad (\text{I.1})$$

Où $*$ représente l'opération de convolution.

D'après la formule (I.1), la trace $T(t)$ sera d'autant plus proche de la réponse impulsionnelle du sous-sol $r(t)$ que $s(t)$ sera voisin de l'impulsion de Dirac.

En vibrosismique, le signal émis (sweep) étant loin d'être une impulsion, ne permet pas d'avoir directement la réponse impulsionnelle du sous-sol. Pour ce faire, il est nécessaire de traiter les enregistrements terrain, afin, de transformer le signal émis long en une impulsion contractée.

Ainsi donc, il faut rechercher le signal émis dans le signal reçu et évaluer le degré de corrélation entre $s(t)$ et $T(t)$ au cours de leur déroulement temporel. Ceci, peut être obtenu en faisant l'intercorrélation du signal émis et du signal reçu.

La réponse impulsionnelle d'un système peut, en effet, être reconstituée par l'intercorrélation du signal d'entrée et du signal de sortie, si l'autocorrélation du signal d'entrée est une impulsion de Dirac. Le choix du signal émis est donc dicté par la condition d'avoir une autocorrélation aussi proche que possible d'une impulsion unité.

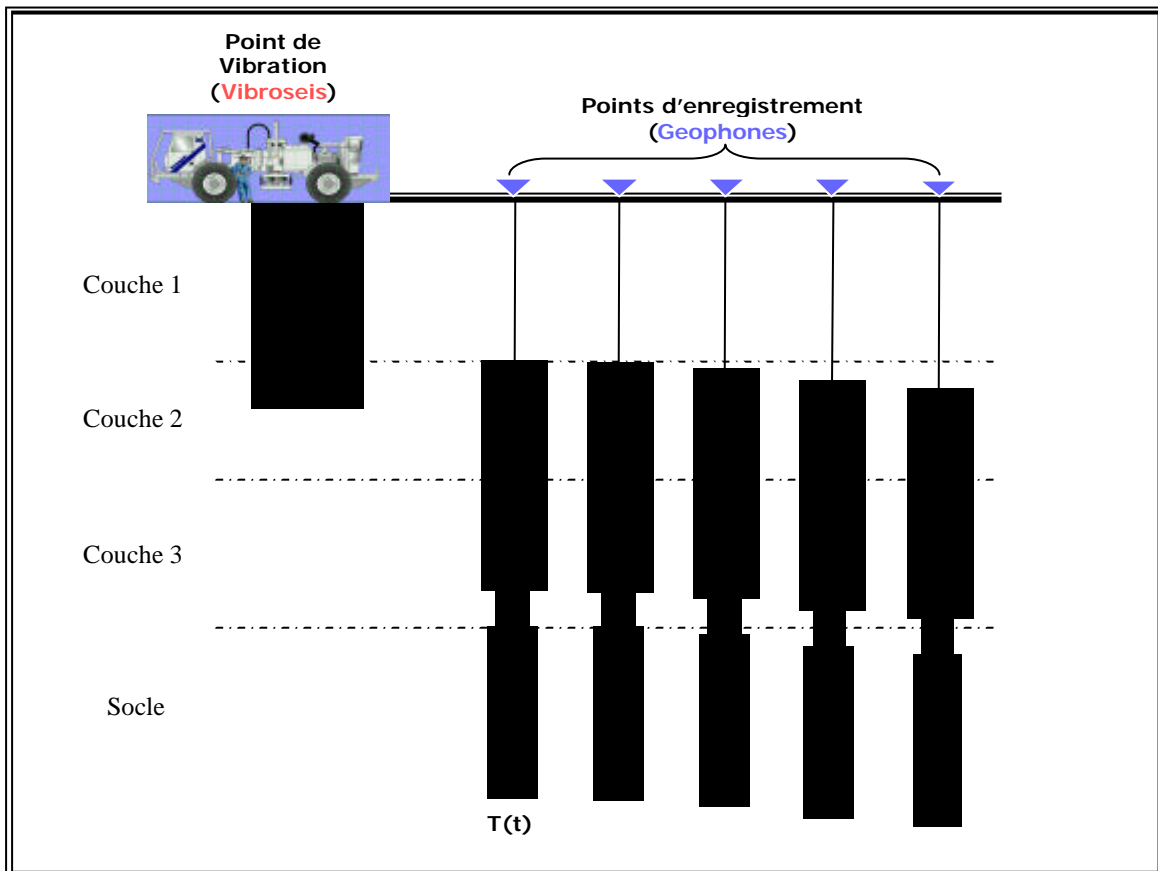
L'intercorrrelation de la trace brute avec le signal source $s(t)$ est donnée par :

$$Y(t) = T(t) * s(-t) = [r(t) * s(t) + b(t)] * s(-t) = r(t) * f_{ss}(t) + b(t) * s(-t) \quad (I.2)$$

avec : $f_{ss}(t) = s(t) * s(-t)$: autocorrélation du signal source
 $b(t) * s(-t)$: bruit d'intercorrrelation

Si $f_{ss}(t)$ se rapproche de l'impulsion de Dirac, l'intercorrrelation permet bien de reconstruire la réponse impulsionnelle du sous-sol, et on aura donc un sismogramme identique à celui qu'on aurait obtenu par une source délivrant le signal $f_{ss}(t)$.

Le schéma, ci-dessous, illustre la mise en œuvre pratique de la technique vibrosismique.



I.2 Caractéristiques du signal émis

La relation (I.2) donne les qualités requises de l'autocorrélation du signal source; à savoir :

- Afin d'augmenter le pouvoir de résolution, l'autocorrélation du signal doit être aussi brève que possible. Le signal, lui, doit être à large bande fréquentielle.
- Pour avoir un bon rapport signal sur bruit, $f_{ss}(t)$ doit avoir une amplitude centrale $f_{ss}(0)$ élevée. Le signal doit avoir une énergie totale aussi élevée que possible.
- Le bruit étant filtré par le signal, un choix adéquat de la bande fréquentielle du signal, doit permettre d'éliminer certaines fréquences du bruit, notamment, les hautes fréquences.

Le signal sweep présente de nombreux avantages, dont une autocorrélation très brève et un spectre large, avec une maniabilité facile. Le signal sweep est donné par la fonction suivante [2]:

$$s(t) = a(t) \sin\left(2\pi \int_0^t \hat{f}(t) dt\right) \quad 0 < t < T \quad (I.3)$$

Où $\hat{f}(t)$ est la fréquence instantanée du sweep, variable en fonction du temps.

Le sweep est caractérisé par :

- a. une durée T .
- b. une bande fréquentielle $W = f_h - f_l$, avec f_l : fréquence initiale et f_h : fréquence finale.
- c. la position de sa bande passante dans l'échelle des fréquences est liée à la valeur $((f_l + f_h)/2)$.
- c. la variation de la fréquence instantanée $\hat{f}(t)$ en fonction du temps.
- d. la variation de l'amplitude $a(t)$ en fonction du temps.

On distingue deux types de sweeps linéaires, selon la loi de variation de la fréquence instantanée :

- Sweep linéaire : La fréquence instantanée varie linéairement avec le temps, en allant d'une fréquence initiale f_l vers une fréquence finale f_h .
- Sweep non linéaire : C'est un signal pseudo-sinusoidal dont la fréquence varie non linéairement avec le temps.

Le sweep le plus utilisé est le sweep linéaire dont la fréquence instantanée est donnée par :

$$\hat{f}(t) = \frac{f_h - f_l}{T}t + f_l \quad (I.4)$$

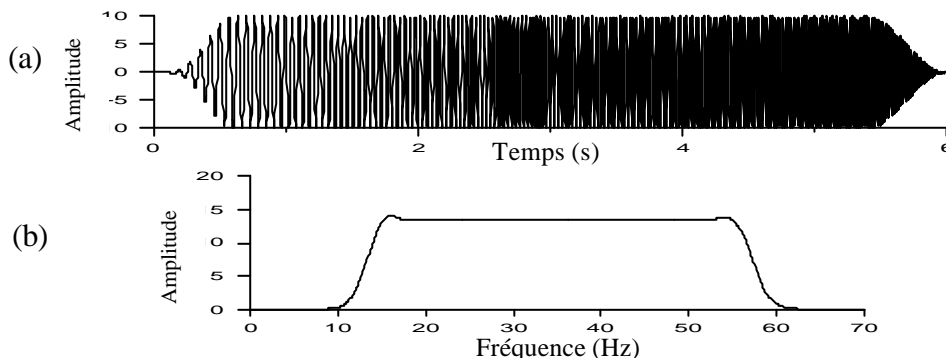


Figure I.1. (a) un up-sweep linéaire : durée 6 sec, bande fréquentielle [10 Hz,60Hz], amplitude 10. (b) son spectre d'amplitude.

Sur la figure I.1. (a), nous avons représenté un sweep linéaire de longueur 6 s avec une bande fréquentielle de [10Hz, 60Hz] et une amplitude de 10. En bas, son spectre d'amplitude qui confirme bien ses limites fréquentielles.

I.3 Fondement mathématique de la vibrosismique

Quand la source sismique est l'explosif, toutes les fréquences naissent à l'instant du tir, donnant ainsi, une impulsion de très courte durée. Cette dernière, après propagation dans le sous-sol, est réfléchi puis enregistrée à la surface sous une forme différente de sa forme initiale, à cause des effets de filtrage du sous-sol.

La méthode vibrosismique consiste à envoyer dans le sous-sol, à des temps successifs, les fréquences constituant le signal originel en faisant vibrer, selon la loi de variation de ses fréquences, une plaque en contact direct avec le sous-sol. Après réflexion, ses fréquences sont enregistrées dans l'ordre où elles ont été émises en conservant leurs échelonnements dans le temps.

Goupillaud en 1976 [1] a donné une représentation mathématique générale du sweep analytique utilisé pour la simulation du signal pilote (*SP*) en vibrosismique, dont l'expression est la suivante :

$$s(t) = a(t) \exp \left(2i\mathbf{p} \int_0^t \widehat{f}(t) dt \right) = a(t) \exp(2i\mathbf{p} \widehat{\Phi}(t)) \quad (\text{I.5})$$

avec :

$$a(t) = \begin{cases} c_0, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}, \text{ amplitude du sweep}$$

$$\widehat{\Phi}(t) = \int_0^t \widehat{f}(t) dt, \text{ phase instantanée} \quad (\text{I.6})$$

$\widehat{f}(t)$: fréquence instantanée, $c_0 > 0$: constante, T : longueur du sweep, t : temps

En pratique, il est commun de travailler avec la partie réelle ou la partie imaginaire de l'équation (I.5)

$$S_{\cos}(t) = \text{Re}[s(t)] = a(t) \cos(2\mathbf{p} \widehat{\Phi}(t)) \quad (\text{I.7})$$

$$S_{\sin}(t) = \text{Im}[s(t)] = a(t) \sin(2\mathbf{p} \widehat{\Phi}(t)) \quad (\text{I.8})$$

L'enregistrement non corrélé obtenu par ce signal est inexploitable, pour qu'il le devienne, on doit contracter le signal enregistré par le procédé de corrélation mathématique.

I.3.1 Caractéristiques du sweep

Le sweep est caractérisé par quatre paramètres physiques; la bande fréquentielle, la longueur, l'éirement et la loi de variation de sa fréquence instantanée.

La largeur de la bande fréquentielle

La largeur de la bande fréquentielle du sweep affecte directement le pouvoir de résolution, et le rapport de l'amplitude du pic central par rapport aux pics secondaires dans l'autocorrélation. Plus la bande passante est étroite, plus le rapport des amplitudes est faible et vice versa.

La longueur du sweep

La durée du sweep dépend de la quantité d'énergie désirée et correspond au temps mis par le vibreur pour balayer la bande fréquentielle fixée.

En vibrosismique, le rapport signal sur bruit s'exprime comme suit :

$$(S/B) = 20 \log_{10}(T.W(b))^{1/2} \quad (I.9)$$

Avec : T : longueur du sweep et $W(b)$: bande fréquentielle du bruit

L'étirement

Le processus de corrélation en vibrosismique génère des lobes secondaires, pour y remédier, on est amené à adoucir les pentes du spectre d'amplitude en utilisant des fonctions d'adoucissement dites « Taper ».

On distingue plusieurs fonctions de pondération, parmi lesquelles on peut citer :

La fonction linéaire :

$$P(t) = \begin{cases} \frac{t}{T_1} & , & 0 \leq t \leq T_1 \\ 1 & , & T_1 < t \leq (T - T_2) \\ \frac{(T - t)}{(T_2 - T)} & , & (T - T_2) < t \leq T \end{cases} \quad (I.10)$$

La fonction sinus :

$$P(t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{t}{2T_1}\right) & , & 0 \leq t \leq T_1 \\ 1 & , & T_1 < t \leq (T - T_2) \\ \sin\left(\frac{(T - t)}{2T_2}\right) & , & (T - T_2) < t \leq T \end{cases} \quad (I.11)$$

La fonction de Hanning :

$$P(t) = \begin{cases} (1/2) \left(1 + \cos\left(\frac{\mathbf{p}(t - T_1)}{T_1}\right)\right) & , & 0 \leq t \leq T_1 \\ 1 & , & T_1 < t \leq (T - T_2) \\ (1/2) \left(1 + \cos\left(\frac{\mathbf{p}(T - T_2 - t)}{T_2}\right)\right) & , & (T - T_2) < t \leq T \end{cases} \quad (I.12)$$

T_1 : Durée de pondération au début d'émission (Starting)

T_2 : Durée de pondération en fin d'émission (Ending)

C'est cette dernière fenêtre que nous avons utilisé dans tous nos programmes de simulation des signaux sweeps. Ce choix a été le résultat de plusieurs tests montrant, qu'en effet, cette fenêtre, comparée aux deux autres, minimise au mieux les effets de bord qui apparaissent sur les spectres d'amplitudes des signaux traités.

I.3.2 L'ondelette de Klauder en vibrosismique

La fonction d'autocorrélation du sweep est appelée ondelette de Klauder (figure.I.2) du nom de son créateur qui, en 1960, a introduit l'étude des signaux corrélés sur lesquels repose la méthode vibrosismique [2].

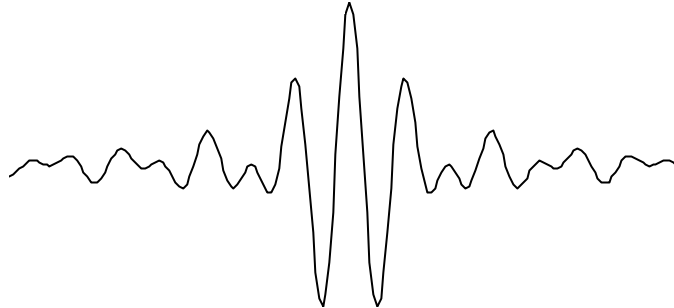


Figure I.2. Ondelette de Klauder (autocorrélation du sweep)

La forme de l'ondelette Klauder, dépendra de la durée T , de la bande fréquentielle w , et de la fonction de pondération. Son spectre d'amplitude est centré sur la fréquence $f_0 = (f_l + f_h)/2$.

I.3.2.1 Effet de la durée

L'opération de corrélation mathématique est définie de -8 à $+8$, en pratique nous sommes amenés à travailler avec des séries temporelles de longueur finie. C'est là un facteur qui affecte négativement la qualité de l'autocorrélation. Une autre raison qui plaiderait en faveur d'un signal de longue durée en méthode vibrosismique, est la compensation de la faiblesse de l'énergie émise par le vibreur comparée à l'explosif. L'énergie du sweep se trouve d'autant plus grande que sa longueur est plus importante. On utilise en général (06) à (08) secondes d'émission pour les problèmes courants et on peut aller jusqu'à (12) ou (16) secondes pour les zones difficiles.

I.3.2.2 Effet de la bande fréquentielle

Pour étudier le comportement de l'autocorrélation du sweep avec la variation de la bande fréquentielle, nous avons généré des sweeps synthétiques avec différents paramètres, et avons calculé leurs autocorrélations pour tous les cas illustrés sur les figures I.3, I.4 et I.5. Pour chaque cas de figure, nous avons fait varier un seul paramètre du sweep, et avons maintenu fixes tous les autres paramètres.

Afin de mettre en évidence l'effet de la variation de la fréquence centrale du sweep, nous représentons dans la figure I.3, les autocorrélations d'un sweep de longueur $T=3$ sec, de largeur de bande fixe $w = f_h - f_l = 20\text{Hz}$ et de fréquence centrale $f_0 = (f_h + f_l)/2$ variable, en prenant, successivement, les valeurs suivantes ($f_0 = 20\text{Hz}$, $f_0 = 30\text{Hz}$, $f_0 = 40\text{Hz}$, $f_0 = 50\text{Hz}$).

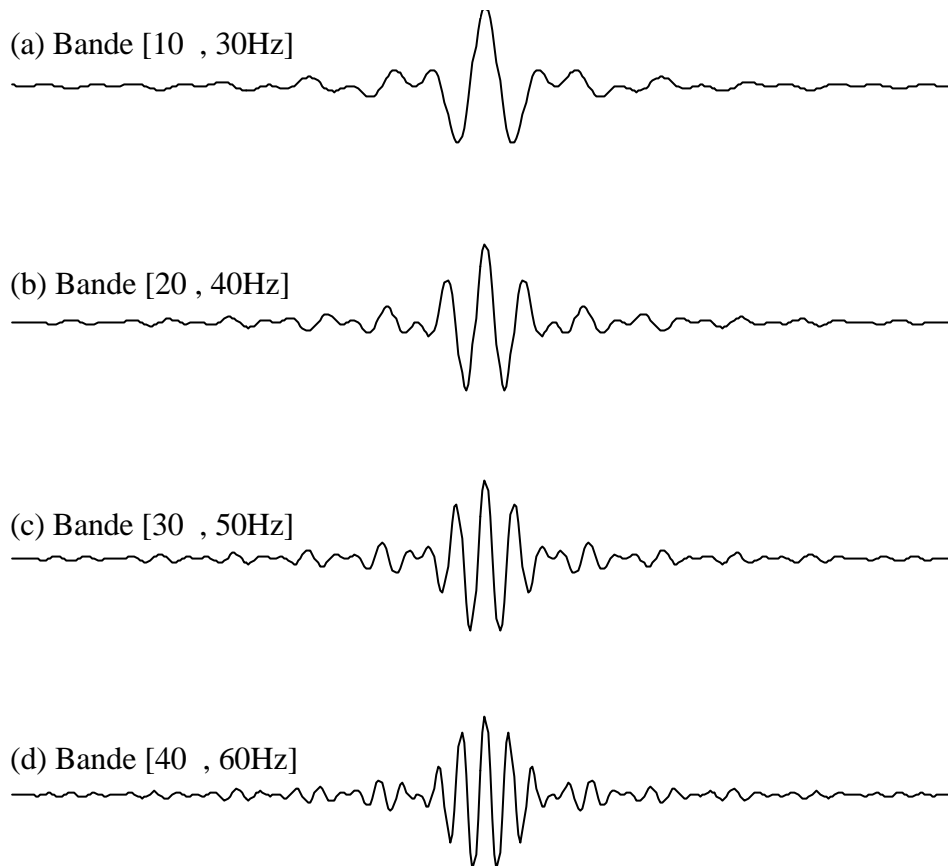


Figure I.3. Effet de la fréquence centrale sur la fonction d'autocorrélation d'un up-sweep Linéaire, longueur de 3 s, de largeur de bande fréquentielle ($W = 20\text{Hz}$) avec un Taper de 300 ms et une fréquence centrale variable.

La figure I.3, ci-dessus, illustre l'effet de la variation de la fréquence centrale sur l'autocorrélation du sweep, et montre que pour une largeur de bande fréquentielle fixe ($W = 20\text{Hz}$), l'autocorrélation du sweep se contracte de plus en plus et s'enrichit en hautes fréquences, au fur et à mesure, que la fréquence centrale augmente ($f_0 = 20, 30, 40, 50\text{Hz}$). De la même façon, nous constatons que les pics secondaires gagnent en amplitude avec l'augmentation de la fréquence centrale.

Le deuxième cas de figure, consiste à faire l'opération inverse, en fixant la fréquence centrale à $f_0 = 40\text{Hz}$, et faire varier la largeur de la bande fréquentielle comme illustré sur la figure I.4, ci-dessous :

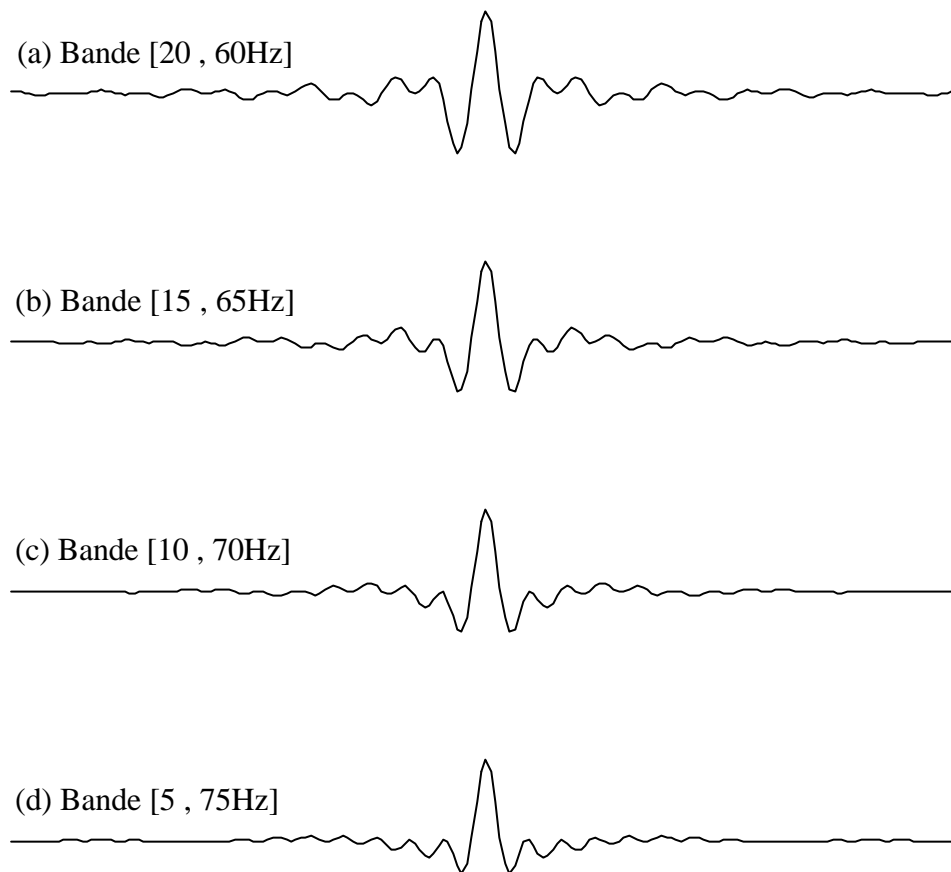


Figure I.4. Effet de la largeur de la bande fréquentielle sur la fonction d'autocorrélation d'un up-sweep linéaire de durée 3 s, de Taper 300 ms, de fréquence centrale fixe ($f_0 = 40\text{Hz}$) et de bande fréquentielle variable.

D'après la figure I.4, nous constatons, que pour une fréquence centrale fixe ($f_0 = 40\text{Hz}$), les pics secondaires de la fonction d'autocorrélation sont, de moins en moins, importants que la bande fréquentielle augmente et, inversement, l'ondelette oscille de plus en plus, au fur et à mesure, que la bande diminue.

Comme nous venons de le montrer sur les figures I.3 et I.4, la détermination des paramètres du sweep, est d'une grande importance pour toute la suite d'un programme de prospection vibrosismique. En pratique, nous sommes intéressé par un sweep dont l'autocorrélation est, à la fois, riche en hautes fréquences (contractée) avec le minimum de lobes secondaires.

La détermination des paramètres optimaux, se fait à la suite des résultats obtenus lors des essais de début d'étude effectués sur le terrain à explorer.

I.3.2.3 Effet de la fonction d'étirement

Un autre paramètre dont il faut tenir compte, qui s'impose de lui même d'ailleurs, est l'étirement qui intervient au début et à la fin du sweep. Ce paramètre est largement justifié par l'aspect instrumental, car il permet le passage progressif de la plaque vibrante, de l'état de repos au régime permanent.

Nous avons représenté ici, un sweep de longueur 2 s, de bande [20Hz , 60Hz] en appliquant à ses deux extrémités la fonction d'étirement de Hanning.

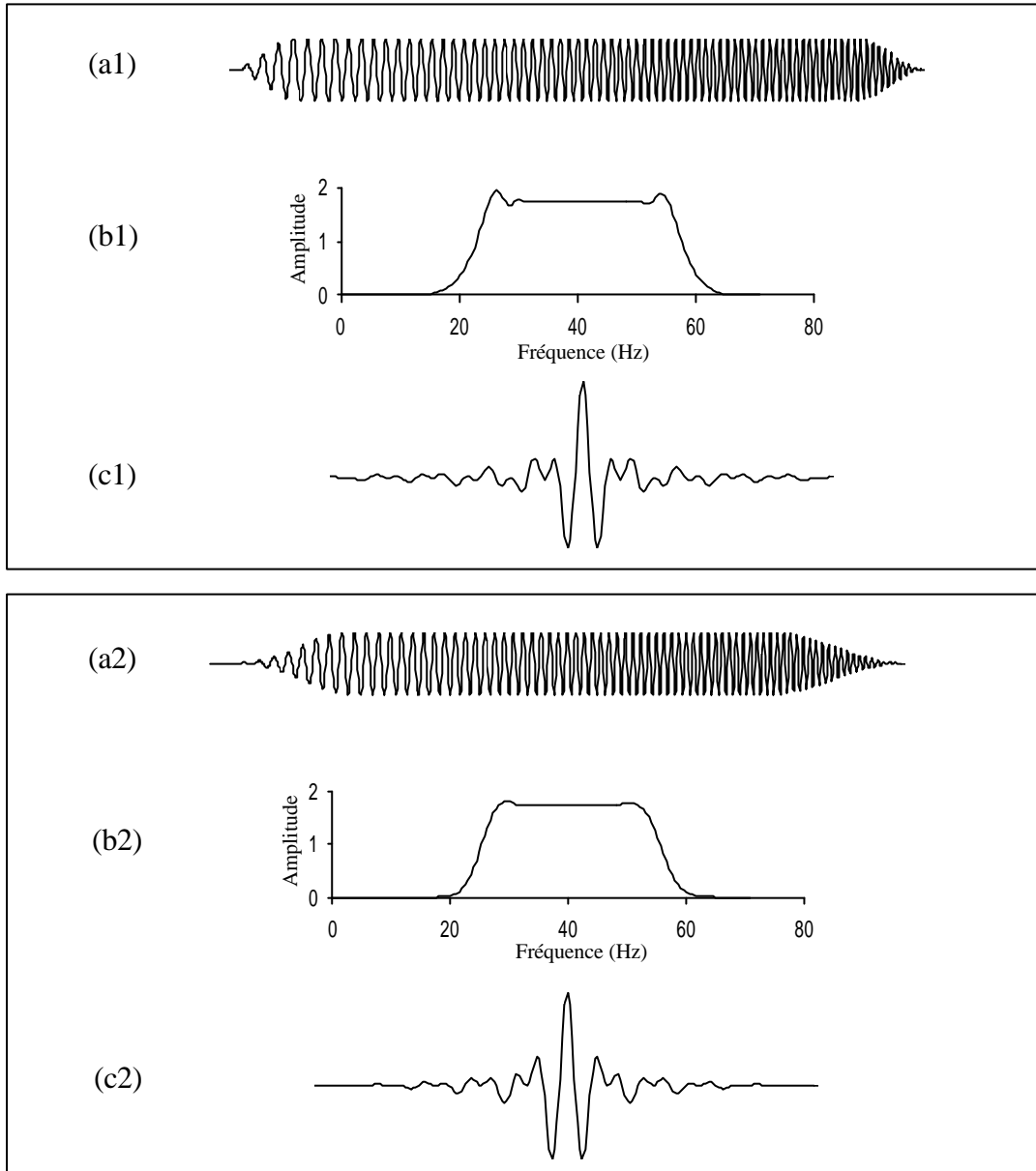


Figure I.5. Effet de la longueur de la fonction d'étirement sur le spectre et l'autocorrélation du sweep.
 (a1) up-sweep linéaire de durée 2sec, bande [20,60Hz] et Taper Hanning de 200ms. (a2) même chose qu'en a1) avec un Taper Hanning de 400ms.
 (b1) son spectre d'amplitude. (b2) son spectre d'amplitude.
 (c1) son autocorrélation. (c2) son autocorrélation.

Le type de fonction d'étirement et sa longueur, ont un effet notable sur l'autocorrélation comme le montre la figure I.5 (c1) et (c2) ci-dessus.

Nous remarquons que plus la durée de l'étirement augmente (en passant du simple 200 ms au double 400 ms) plus le spectre d'amplitude s'aplatit dans la bande fréquentielle du sweep, en réduisant les oscillations dues au phénomène de 'Gibbs'. Nous pouvons vérifier ces résultats sur la forme de l'autocorrélation et sur la forme du spectre d'amplitude correspondant, comme le montrent les figures I.5 (c1) et (c2).

I.3.3 Les différents types de sweeps

I.3.3.1 Le sweep linéaire

Il est incontestablement le plus utilisé. Le sweep linéaire est caractérisé par une fréquence instantanée variant linéairement avec le temps [2] [3]:

$$\hat{f}(t) = f_l + \frac{f_h - f_l}{T} t \quad (\text{I.13})$$

La phase instantanée est donnée par :

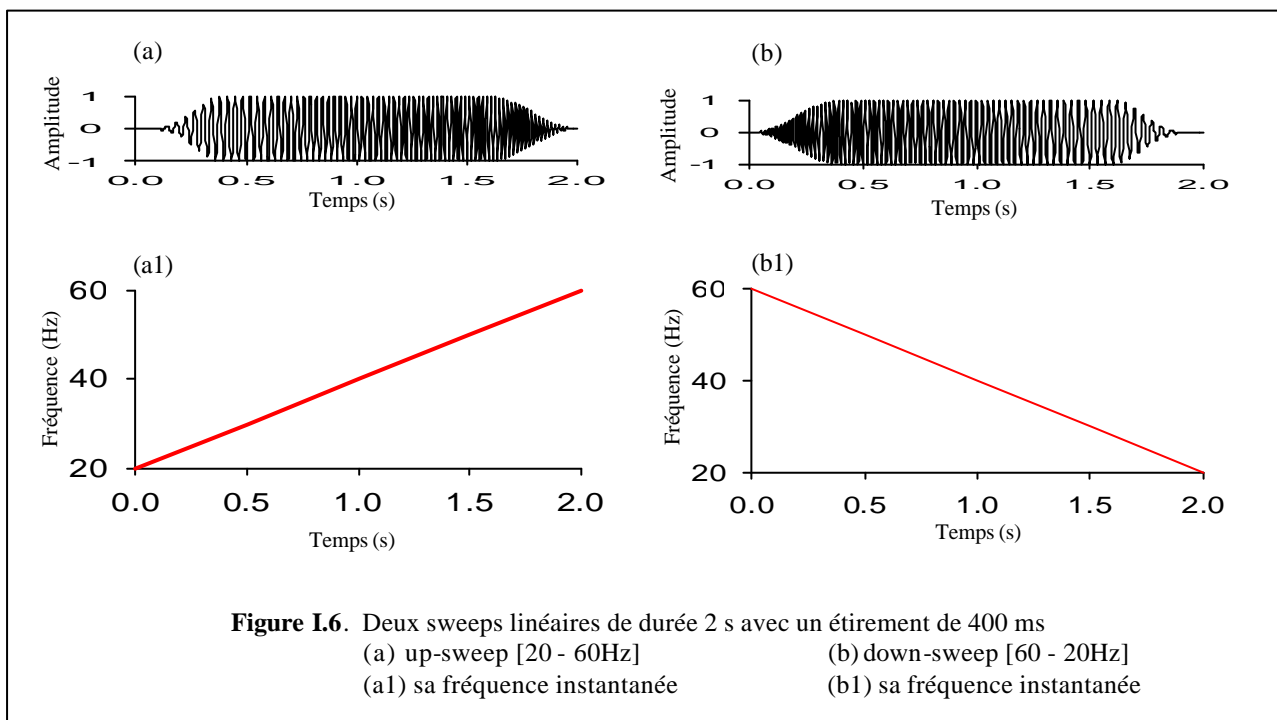
$$\hat{\Phi}(t) = \int_0^t \hat{f}(t) dt = f_l t + \frac{f_h - f_l}{2T} t^2 \quad (\text{I.14})$$

f_l : fréquence initiale , f_h : fréquence finale , T : longueur du sweep , t : variable temps

Selon le sens de balayage de la bande fréquentielle du sweep, on distingue deux types de sweeps comme illustré sur la figure I.6 :

Up-sweep: balayage croissant ($f_h > f_l$); (figure I.6 (a1))

Down-sweep: balayage décroissant ($f_h < f_l$); (figure I.6 (b1))



I.3.3.2 Sweeps non linéaires

En raison de son hétérogénéité et de sa mauvaise élasticité, le sous-sol atténue les hautes fréquences bien plus rapidement que les basses fréquences. Pour compenser cette atténuation, la technique des sweeps non linéaires [3], permet de consacrer plus de temps dans la zone à hautes fréquences du sweep, et donc d'augmenter la résolution des données enregistrées. La technologie actuelle permet de programmer différentes fonctions de dépendance fréquence-temps (figure I.7).

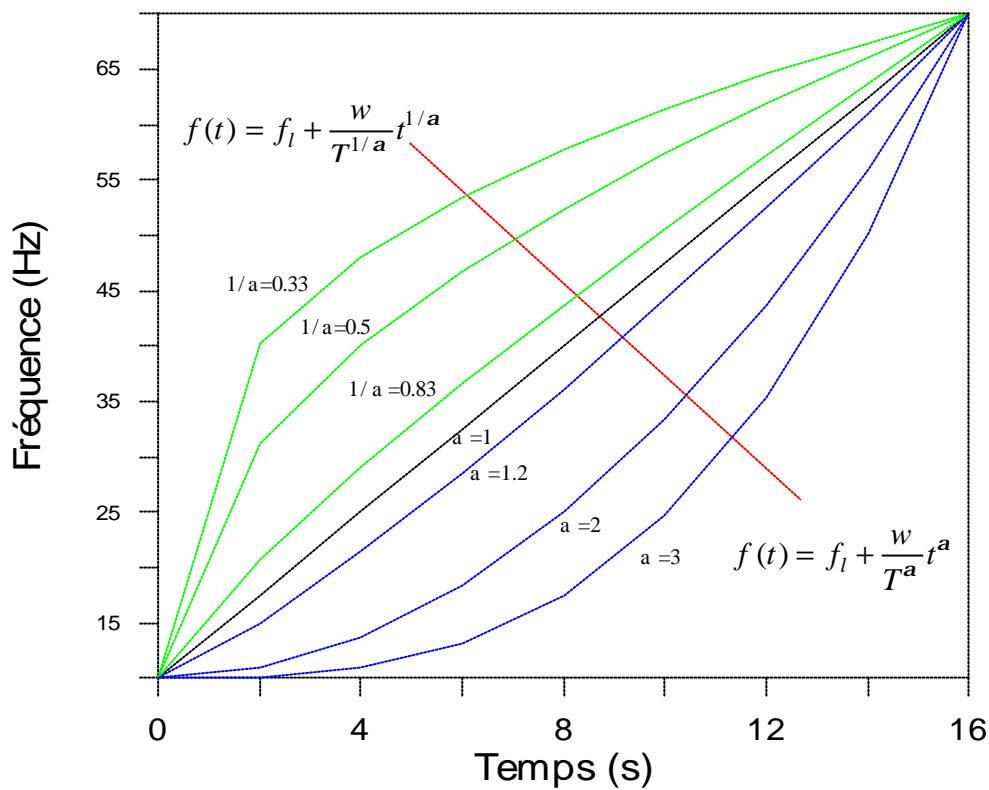


Figure I.7. Fréquences instantanées de sweeps non-linéaires d'une durée $T=16$ s et de bande [10Hz , 70Hz] en fonction de (t^a) et de $(t^{1/a})$. (d'après Geosource, 1981)

De la figure I.7, il ressort que :

- pour consacrer plus de temps de vibration aux hautes fréquences, on peut utiliser une fréquence instantanée de la forme $f(t) = f_l + \frac{w}{T^{1/a}} t^{1/a}$, $a=2,3,\dots$
- Inversement, pour consacrer plus de temps de vibration aux basses fréquences, on peut utiliser une fréquence instantanée de la forme $f(t) = f_l + \frac{w}{T^a} t^a$, $a=2,3,\dots$

I.4 Problème des distorsions harmoniques

L'émission du signal fondamental en vibrosismique s'accompagne par l'apparition d'événements parasites de même nature, appelés distorsions harmoniques. Ces dernières, sont dues essentiellement; au mauvais couplage de la base plate au sol, à la réponse non linéaire du vibreur au signal pilote et, au mauvais réglage du circuit d'asservissement du vibreur. Ces trois éléments sont directement liés à la source (vibreur). Un autre facteur causant les distorsions harmoniques, est la réaction non linéaire opposée par le sol, notamment, la zone altérée, à la force exercée par la base plate du vibreur [4].

I.4.1 Analyse des distorsions harmoniques

I.4.1.1 Le Sweep Harmoniquement Distordu

Comme vu précédemment, l'expression du signal pilote est donnée par :

$$s(t) = a(t) \exp(2i\mathbf{p} \hat{\Phi}(t))$$

avec :

$$\hat{\Phi}(t) = \begin{cases} f_l t + \frac{f_h - f_l}{2T} t^2, & \text{Up-sweep} \\ f_h t + \frac{f_l - f_h}{2T} t^2, & \text{Down-sweep} \end{cases} \quad (\text{I.16})$$

En raison des différents facteurs déjà cités, le signal émis par le vibreur ne devient plus ce qui était prévu (signal pilote), à ce dernier viennent s'ajouter des distorsions harmoniques d'ordre supérieur donnant ainsi, ce qui est, communément connu, sous l'appellation de Sweep Harmoniquement Distordu (*SHD*).

Le signal *SHD*, comme largement accepté, est une bonne approximation du signal base plate enregistré sur le terrain. Il peut être décrit par la somme du sweep fondamental $s_0(t)$ et de ses harmoniques.

D'après (Sheriff and Kim, 1970) [2], la $m^{\text{ième}}$ ($m=1,2,\dots,M$) distorsion harmonique est donnée par :

$$s_m(t) = a_m(t) \exp(2i\mathbf{p}(m+1) \hat{\Phi}(t)) , \quad (\text{I.17})$$

avec :

$$a_m(t) = \begin{cases} c_m , & 0 \leq t \leq T \\ 0 , & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

m : ordre de la distorsion harmonique, c_m : constante

Le signal harmoniquement distordu (*SHD*) $s(t)$ peut donc s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} s(t) &= s_0(t) + \sum_{m=1}^M s_m(t) = \sum_{m=0}^M s_m(t) \\ s(t) &= \sum_{m=0}^M a_m(t) \exp(2i\mathbf{p} (m+1) \hat{\Phi}(t)) \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

Cette équation implique que la fréquence instantanée \hat{f} de la $m^{\text{ième}}$ harmonique $s_m(t)$ varie linéairement dans l'intervalle $[(m+1)f_l, (m+1)f_h]$, et est liée au temps par une relation déduite de l'expression de la fréquence instantanée du sweep linéaire (I.13) [3] [4] :

$$t_m(f) = \frac{\left[\frac{\hat{f}}{(m+1)} - f_l \right] T}{f_h - f_l}, \quad (m=0,1,2,\dots,M) \quad (\text{I.20})$$

Les distorsions harmoniques $[s(t)-s_0(t)]$, s'ajoutant au sweep fondamental, dépendent de la nature du mécanisme (amplitude, phase, etc.), ainsi que du rythme de variation de la fréquence instantanée $\hat{f}(t)$ dans le sweep pilote.

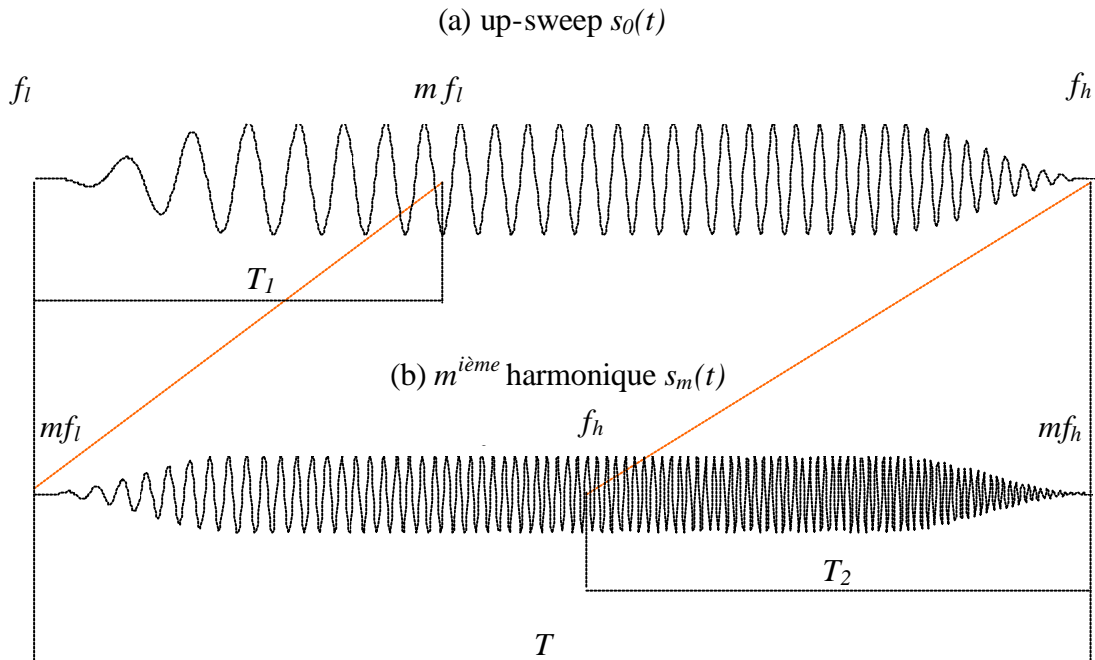


Figure I.8. Processus de corrélation d'un harmonique par le sweep fondamental.
(a) up-sweep. (b) sa $m^{\text{ième}}$ harmonique.

Pour mieux comprendre le processus par lequel naissent les bruits de corrélation, nous avons représenté sur la figure I.8 un up-sweep linéaire $s_0(t)$ et sa $m^{\text{ième}}$ harmonique $s_m(t)$.

- $S_m(t)$ a la même longueur et la même forme que le sweep fondamental $s_0(t)$.
- Le plus petit décalage qui fait coïncider une fréquence du sweep fondamental, avec la même fréquence de sa $m^{\text{ième}}$ harmonique est, T_1 correspondant à (mf_l) .
- Le plus grand décalage qui fait coïncider une fréquence du sweep fondamental, avec la même fréquence de sa $m^{\text{ième}}$ harmonique, est T_2 correspondant à (mf_h) .

Ainsi donc, l'intervalle de coïncidence des fréquences du sweep fondamental avec celles de sa $m^{\text{ième}}$ harmonique est $[-T_2, -T_1]$ pour un up-sweep. De la même façon, l'on peut vérifier que cet intervalle devient $[T_1, T_2]$ pour le cas d'un down-sweep.

Remarque

Si $(mf_l < f_h)$, la zone de chevauchement en fréquence du sweep fondamental et de sa $m^{\text{ième}}$ harmonique $s_m(t)$ est $[mf_l, f_h]$, ainsi les basses fréquences de l'harmonique $s_m(t)$ coïncident avec les hautes fréquences du sweep fondamental $s_0(t)$ engendrant, après corrélation, des oscillations parasites du signal dues uniquement à la distorsion harmonique.

I.4.2 La corrélation du signal émis

L'intercorrélation du signal harmoniquement distordu $s(t)$ avec le signal fondamental donne :

$$\begin{aligned}
 s(t) * s_0(-t) &= (s_0(t) + s_1(t) + s_2(t) + \dots + s_m(t)) * s_0(-t) \\
 &= s_0(t) * s_0(-t) + s_1(t) * s_0(-t) + s_2(t) * s_0(-t) + \dots + s_m(t) * s_0(-t) \\
 &= \mathbf{j}_{00}(t) + \mathbf{j}_{10}(t) + \mathbf{j}_{20}(t) + \dots + \mathbf{j}_{m0}(t)
 \end{aligned}
 \tag{I.21}$$

$f_{00}(t)$: autocorrélation du sweep fondamental.

$f_{m0}(t)$: intercorrélation $m^{\text{ième}}$ harmonique – sweep fondamental.

Hormis le terme de l'autocorrélation du sweep fondamental, les termes d'intercorrélation constituent des distorsions indésirables dans l'enregistrement vibrosismique corrélé. Ces termes d'intercorrélation sont d'autant plus significatifs que les portions des signaux (fondamental et harmonique) intercorrélées sont de même fréquence, c'est-à-dire, entre T_1 et T_2 précédemment définies.

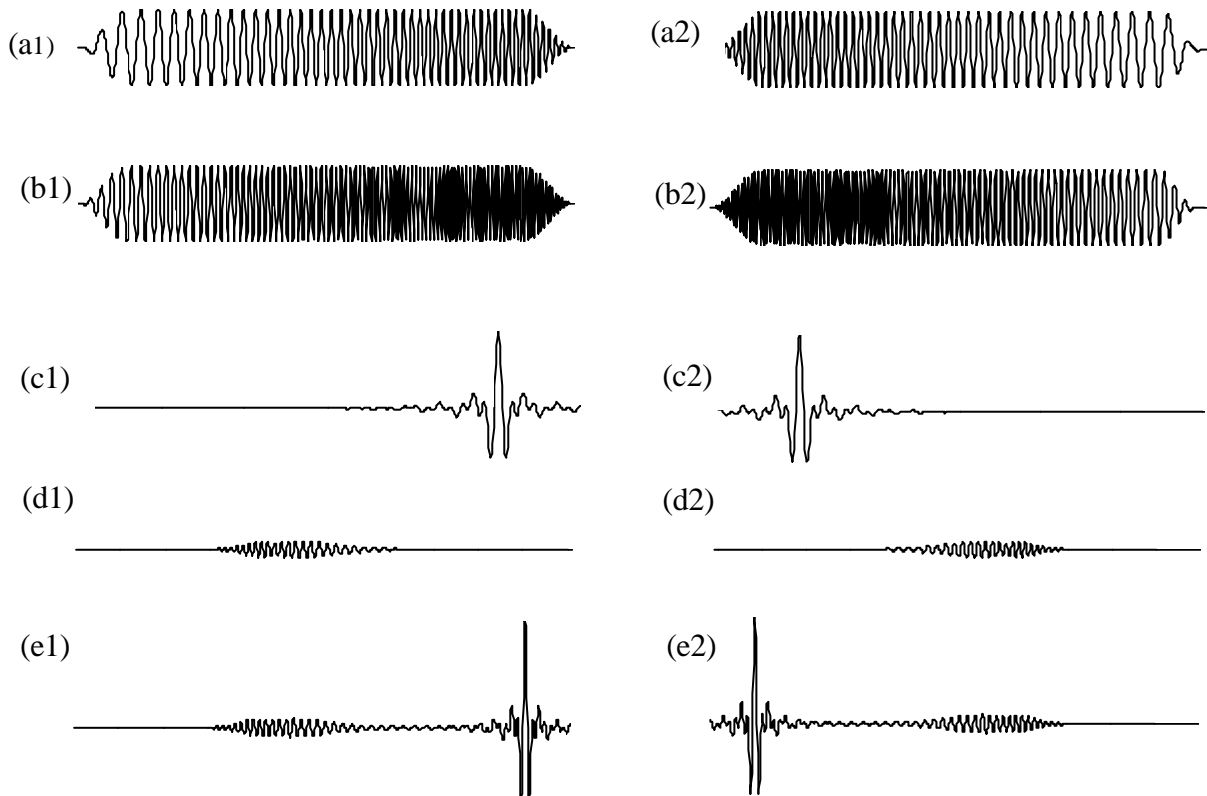


Figure I.9 : Résultat du processus de la corrélation par le sweep fondamental d'un sweep distordu constitué par le fondamental et l'harmonique d'ordre 1 :

- | | |
|---|--|
| (a1) up-sweep fondamental | (a2) down-sweep fondamental |
| (b1) son harmonique d'ordre 1 | (b2) son harmonique d'ordre 1 |
| (c1) autocorrélation du fondamental | (c2) autocorrélation du fondamental |
| (d1) corrélation de l'harmonique par le fondamental $f_{10}(t)$ | (d2) corrélation du fondamental par l'harmonique $f_{01}(t)$ |
| (e1) somme de (c1) et (d1) | (e2) somme de (c2) et (d2) |

Pour le cas d'un up-sweep, la partie significative de l'intercorrélacion apparaît avant le pic de l'autocorrélacion entre $[-T_2, -T_1]$. Par contre, pour le cas d'un down-sweep, la distorsion vient après le pic de l'autocorrélacion entre $[T_1, T_2]$ (figure I.9).

I.4.3 Détermination de l'intervalle de temps d'apparition de la distorsion

Puisque la partie significative de l'intercorrélacion n'apparaît que dans l'intervalle de temps :

- $[-T_2, -T_1]$ pour un up-sweep,
- $[T_1, T_2]$ pour un down-sweep,

Nous allons déterminer les limites T_1, T_2 de ces intervalles à partir de l'équation (I.13) :

$$\hat{f}(t) = f_l + \frac{f_h - f_l}{T}t = f_l + \frac{w}{T}t, \quad \text{avec : } w = f_h - f_l$$

On peut ainsi tirer l'expression du temps d'apparition d'une fréquence instantanée donnée :

$$t = \frac{\hat{f}(t) - f_l}{w}T \quad (I.22)$$

Pour calculer la valeur de T_1 et T_2 , nous procédons comme suit :

D'après la figure I.8, la valeur T_1 , correspond au temps d'apparition de la fréquence $\hat{f}(t) = (m+1)f_l$, $m = 1$ sur le sweep fondamental, donc en remplaçant dans l'expression (I.22), on obtient :

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{(m+1)f_l - f_l}{w}T \\ T_1 &= \frac{mf_l}{w}T \end{aligned} \quad (I.23)$$

la valeur de T_2

$$\begin{aligned} T_2 &= T - \frac{(m+1)f_l}{(m+1)w}T \\ T_2 &= \frac{mf_l}{(m+1)w}T \end{aligned} \quad (I.24)$$

Ainsi, l'intervalle de recouvrement en fréquence du sweep fondamental et de sa $m^{\text{ième}}$ harmonique est :

$$[T_1, T_2] = \left[\frac{mf_l}{w}T, \frac{mf_l}{(m+1)w}T \right]; m = 1, w = f_h - f_l \quad (I.25)$$

Si $(m+1)f_l > f_h$ (ou $mf_l > w$), la distorsion n'apparaît pas.

D'après (I.25), nous pouvons déduire que l'intervalle temporel d'apparition des distorsions harmoniques est directement lié à la longueur du sweep. En faisant augmenter suffisamment la longueur du sweep, nous pourrions rejeter les distorsions en dehors de la zone d'intérêt de façon à ce qu'elles ne masquent pas le signal utile.

Remarque

Le sens de balayage du sweep n'a aucun effet sur la fonction d'autocorrélacion, celle-ci, est exactement la même pour un up-sweep ou un down-sweep (sans distorsion). Cependant, en pratique les distorsions harmoniques font qu'il y ait apparition de « fantômes » de corrélacion qui seront situés avant le pic de la corrélacion pour le up-sweep, et après le pic de corrélacion pour le down-sweep.

Il est donc intéressant d'utiliser un up-sweep (commencer à vibrer par les basses fréquences). Pour des raisons purement mécaniques, le vibreur génère plus d'harmoniques en commençant à vibrer par les basses fréquences. Il serait plus judicieux donc, d'utiliser un down-sweep d'une durée telle que le fantôme du aux harmoniques apparaisse en dehors de la zone d'intérêt.

I.4.4 Utilisation du signal transmis pour la corrélation

Le signal transmis dans le sous-sol étant différent du signal de référence, on est amené à utiliser à la place du sweep pilote $s_0(t)$ le signal harmoniquement distordu (*SHD*) $s(t)$ pour le procédé de corrélation. Dans ce cas, on aura un signal complexe constitué par la somme d'un terme du à $s_0(t)$ et d'autres termes dus aux harmoniques.

En prenant le cas de la présence de l'harmonique d'ordre 1 seulement dans le sweep transmis, on aura les termes suivants :

$$s(t) = s_0(t) + s_1(t)$$

La corrélation par $s(t)$ donne :

$$\mathbf{j}_{ss}(t) = \mathbf{j}_{00}(t) + \mathbf{j}_{11}(t) + \mathbf{j}_{10}(t) + \mathbf{j}_{01}(t) \quad (\text{I.26})$$

$f_{ss}(t)$: autocorrélation de $s(t)$

$f_{00}(t)$: autocorrélation de $s_0(t)$

$f_{11}(t)$: autocorrélation de $s_1(t)$

$f_{10}(t)$: intercorrélation de $s_1(t)$ avec $s_0(t)$ (distorsion tête)

$f_{01}(t)$: intercorrélation de $s_0(t)$ avec $s_1(t)$ (distorsion queue)

De la relation (I.26), on peut déduire que :

- la corrélation par le signal transmis donne une forme symétrique constituée d'une queue et d'une tête de distorsion ajoutées aux termes symétrique $f_{00}(t)$ et $f_{11}(t)$
- le pic de la corrélation $f_{00}(t)$ est augmenté de f_{11}

$$\mathbf{j}_{ss}(t) = \mathbf{j}_{00}(t) + \mathbf{j}_{11}(t) = \left[1 + (a_1/a_0)^2 \right] \mathbf{j}_{00}(t) \quad (\text{I.27})$$

Pour illustrer ces résultats, nous avons généré un *SHD* avec un seul harmonique, de longueur $T=2\text{sec}$, bande du sweep fondamental $[10\text{Hz}, 40\text{Hz}]$ et un rapport d'amplitude entre sweep fondamental et harmonique d'ordre 1 ($a_1/a_0 = 0.5$) (figure I.10).

Le calcul de l'autocorrélation du *SF* résulte en une ondelette de Klauder de forte amplitude (figure I.10 (b)), l'autocorrélation de l'harmonique d'ordre 1, par contre, est de moindre amplitude. L'intercorrélation de l'harmonique par le fondamental donne une distorsion queue avant le pic d'autocorrélation. Inversement, l'intercorrélation du fondamental par l'harmonique crée une distorsion tête après le pic de corrélation (figure I.10 (d) et (e)).

L'autocorrélation du *SHD* donne une ondelette de Klauder de forte amplitude, et des distorsions tête et queue (avant et après le pic de corrélation) (figure I.10 (f)). Ce qui revient à faire la somme de (b), (c), (d) et (e).

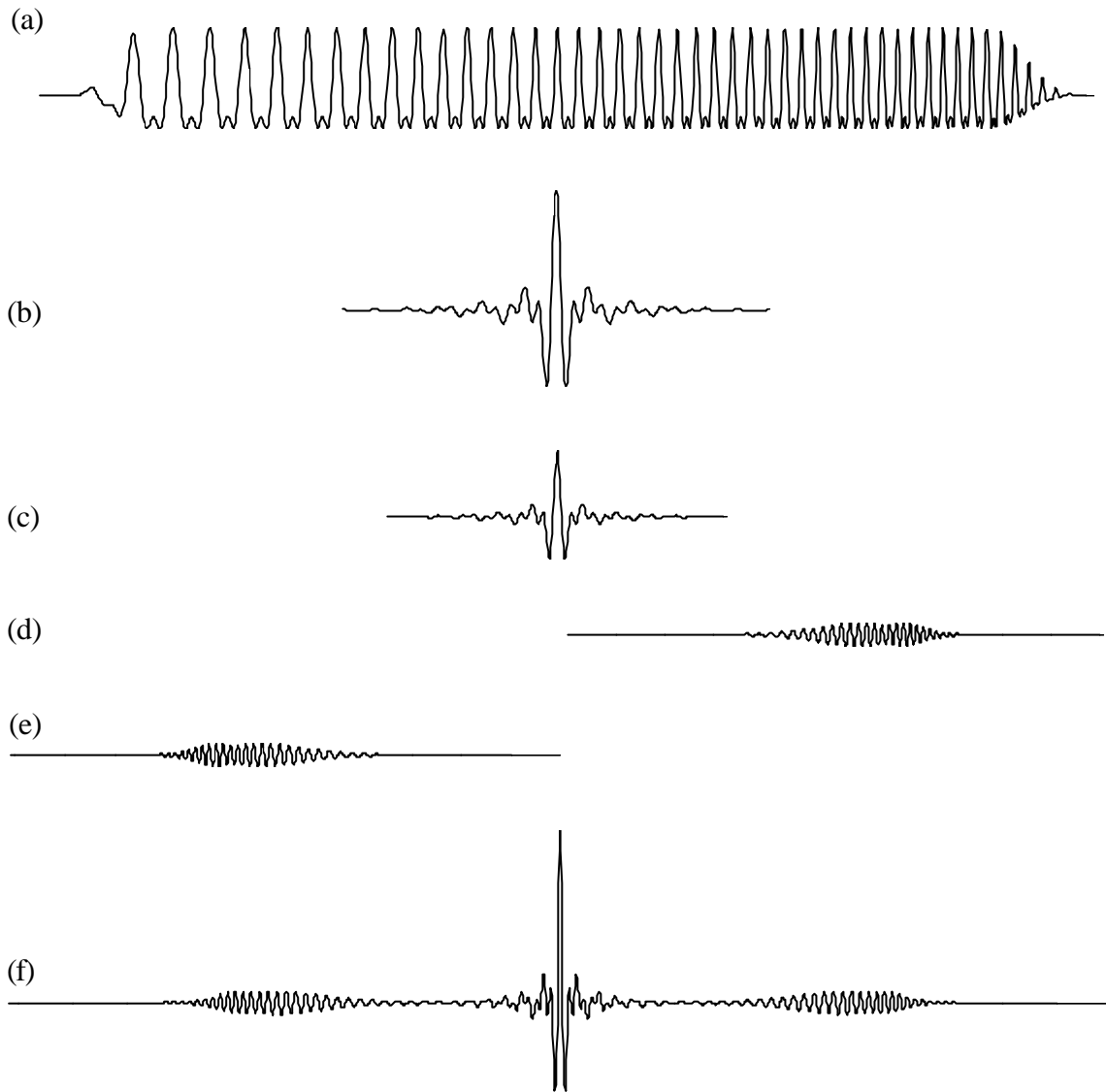


Figure I.10. Représentation des quatre termes résultants de l'autocorrélation d'un up-sweep distordu de durée 2s, de bande [10- 40Hz] et de rapport $a_1 / a_0 = 0.5$

(a) up-sweep distordu avec un harmonique
 (c) autocorrélation de l'harmonique $f_{11}(t)$
 (e) corrélation de l'harmonique par le fondamental $f_{10}(t)$

(b) autocorrélation du fondamental $f_{00}(t)$
 (d) corrélation du fondamental par l'harmonique $f_{01}(t)$
 (f) somme de (b)+(c)+(d)+(e)(autocorrélation du up-sweep distordu)

Nous soulignons, ici, que ce dernier inconvénient fera l'objet d'une étude détaillée dans les chapitres qui suivent.

Dans le présent chapitre, nous venons d'exposer en détail l'état de l'art concernant la méthode de prospection vibrosismique et sa mise en œuvre pratique. Cette mise en œuvre s'accompagne par l'apparition du problème des distorsions harmoniques qui est propre à cette méthode. Dans les chapitres suivants, nous proposons deux méthodes de filtrage de ces distorsions avec une étude comparative entre ces dernières.

« CHAPITRE DEUXIEME »

**ELIMINATION DES DISTORSIONS HARMONIQUES PAR LA
METHODE DU
FILTRE DE DEPHASAGE PUR (PPSF)**

Chapitre II. Elimination des distorsions harmoniques par la méthode du Filtre de Déphasage Pur (*PPSF*)

Introduction

D'après les résultats exposés dans le chapitre précédent, la corrélation par le sweep harmoniquement distordu (*SHD*) est indésirable du fait qu'elle génère une distorsion tête et une distorsion queue. Nous pouvons suggérer, *a priori*, que des up-sweep doivent être utilisés pour éviter l'interférence entre les derniers événements sismiques et les harmoniques causées par les premières arrivées à forte énergie. le sweep pilote doit donc être utilisé comme corrélateur. Cependant, il est bien connu que le *SP* ne représente pas correctement le signal se propageant de la base-plate vers le sous-sol. Le signal base-plate est, en effet, un meilleur corrélateur que le *SP*, parce qu'il représente réellement le signal se propageant dans le sous-sol.

Ainsi, plusieurs méthodes ont été mises au point pour l'élimination des distorsions harmoniques. L'une des plus utilisées est la 'méthode du Sweep Variphase' (Rietsch, 1981[3]; Schrodt, 1987; Martin and White, 1993). Cependant, toutes les méthodes existantes ont un succès limité parce qu'elles restent difficiles à implémenter et donnent de médiocres résultats.

Dans le présent chapitre, nous exposons la méthode la plus utilisée actuellement, qui est la méthode du Filtre de Déphasage Pur (*PPSF*) [5] [6]. Cette méthode exploite entièrement la définition du sweep linéaire. Elle est simple, rapide et peut être appliquée comme une modification du processus standard de corrélation.

Nous expliquerons, par des exemples synthétiques, comment les distorsions harmoniques peuvent être éliminées du *SHD* en le transformant en sweep fondamental par le biais de la dite « $k^{\text{ème}}$ distorsion harmonique » [6].

Ce processus produit le signal sweep $k^{\text{ème}}$ distorsion harmonique, qui définit le Filtre de Déphasage Pur (*PPSF*) nécessaire pour la transformation.

Nous montrons comment transformer le *SHD* en sweep fondamental, puis nous donnons une analyse sur la sélection du paramètre k , une phase cruciale dans la procédure d'élimination.

II.1 Principe de la méthode de filtrage PPSF [6]

Nous exposerons, ici, la procédure par laquelle le SHD $s(t)$ est transformé en SF $s_0(t)$ au biais d'un filtre PPSF (Filtre de Déphasage Pur) déterministe.

Pour éliminer toutes les $m^{ièmes}$ distorsions harmoniques $s_m(t)$ ($I = m = M$) d'un SHD synthétique ou réel, nous procédons selon le cheminement suivant :

A partir de l'équation (I.20), nous pouvons écrire :

$$t_m(\hat{f}) = \left(\frac{T}{(m+1)(f_h - f_l)} \right) \hat{f} - \frac{f_l T}{f_h - f_l} \quad (\text{II.1})$$

le temps d'apparition des fréquences instantanées $t_m(\hat{f})$ du $m^{ième}$ harmonique satisfait la relation :

$$t_m(\hat{f}) < t_{m-1}(\hat{f}) \quad (m=1,2,\dots,\dots,M) \quad (\text{II.2})$$

En effet, le temps d'apparition $t_m(\hat{f})$ d'une fréquence donnée sur n'importe quel $m^{ième}$ harmonique ($m > 0$) $s_m(t)$, est toujours inférieur au temps d'apparition $t_0(\hat{f})$ de la même fréquence dans le SF $s_0(t)$.

Nous sommes, à présent, en mesure de formuler l'idée de base par laquelle l'élimination des distorsions $[s(t)-s_0(t)]$ est réalisée. Pour ce faire, définissons un sweep $s_k(t)$ Distorsion Harmonique selon l'équation :

$$s_k(t) = a_k(t) \exp(i2\pi(k+1)\hat{\Phi}(t)) \quad \text{Pour } 0 < k < I \quad (\text{II.3})$$

Ce sweep 'hypothétique' est aussi associé à la fonction $t_k(\hat{f})$ donnée par l'équation (II.1). L'élimination des harmoniques d'ordre supérieur $[s(t)-s_0(t)]$ de $s(t)$, peut maintenant être décrite par la procédure suivante :

- 1) Calcul du spectre de Fourier $s_k(f)$ de la $k^{ième}$ distorsion harmonique :

La $k^{ième}$ distorsion harmonique étant donnée par :

$$s_k(t) = a_k(t) \exp(i2\pi(k+1)\hat{\Phi}(t))$$

Ecrivons le spectre de Fourier $s_k(f)$, en fonction du module et de la phase, comme suit :

$$S_k(f) = |S_k(f)| \exp(-i\Phi_k(f)) \quad (\text{II.4})$$

Soit $|s_k(f)|=1$, on peut donc écrire :

$$S_k^*(f) = \exp(+i\Phi_k(f)) \quad (\text{II.5})$$

Où $S_k^*(f)$ est le complexe conjugué de $S_k(f)$.

On appelle $S_k^*(f)$ le Filtre de Déphasage Pur 'Pure Phase Shift Filter' (PPSF)

2) Faire les opérations suivantes sur le *PPSF* :

Calculer le produit du spectre du *SHD* par celui du complexe conjugué de la $k^{i\grave{e}me}$ distorsion harmonique :

$$S'(f) = S(f) \cdot S_k^*(f) \quad (II.6)$$

Dans le domaine temporel, on obtient :

$$s'(t) = \frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{+\infty} S'(f) e^{-i2pft} df \quad (II.7)$$

3) Pour rendre causal le signal temporel obtenu, on élimine les valeurs de $s'(t)$ pour les temps négatifs pour obtenir :

$$s''(t) = \begin{cases} s'(t) & \text{pour } t \geq 0 \\ 0 & \text{pour } t < 0 \end{cases} \quad (II.8)$$

Ensuite, on calcule le spectre de $s''(t)$ par :

$$S''(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s''(t) e^{+i2pft} dt \quad (II.9)$$

4) Finalement, appliquer le filtre '*PPSF inverse*' $S_k(f)$ sur $S''(f)$:

$$\hat{S}_0(f) = S''(f) \cdot S_k(f) \quad (II.10)$$

Dans le domaine temporel, on aura :

$$\hat{s}_0(t) = \frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{S}_0(f) e^{-i2pft} df \quad (II.11)$$

ce qui représente dans le domaine temporel, le sweep fondamental désiré $\hat{s}_0(t)$. Encore faut-t-il noter, ici, que le côté droit de l'équation (II.10) est une approximation de $s_0(f)$. On approche l'égalité (II.10) quand $T \rightarrow \infty$.

II.2 Mise en œuvre de la technique *PPSF*

Nous avons mis au point un programme basé sur l'algorithme de filtrage par *PPSF* scindé en quatre principales phases :

- la première, consiste à calculer le filtre *PPSF*, qui n'est autre que le complexe conjugué du spectre de Fourier de la $k^{i\grave{e}me}$ distorsion harmonique,
- dans la seconde, nous appliquons le filtre *PPSF* sur le *SHD*, lui introduisant ainsi un déphasage de ses échantillons vers les temps négatifs,
- nous procédons dans la troisième phase à la remise à zéro des valeurs du *SHD* déphasé pour les temps négatifs,
- dans la quatrième et dernière phase, nous appliquons le *PPSF inverse* pour avoir le signal fondamental nétoyé de ses distorsions harmoniques,

Nous présentons dans la figure II.1, l'organigramme que nous avons utilisé pour le filtrage par la technique *PPSF*.

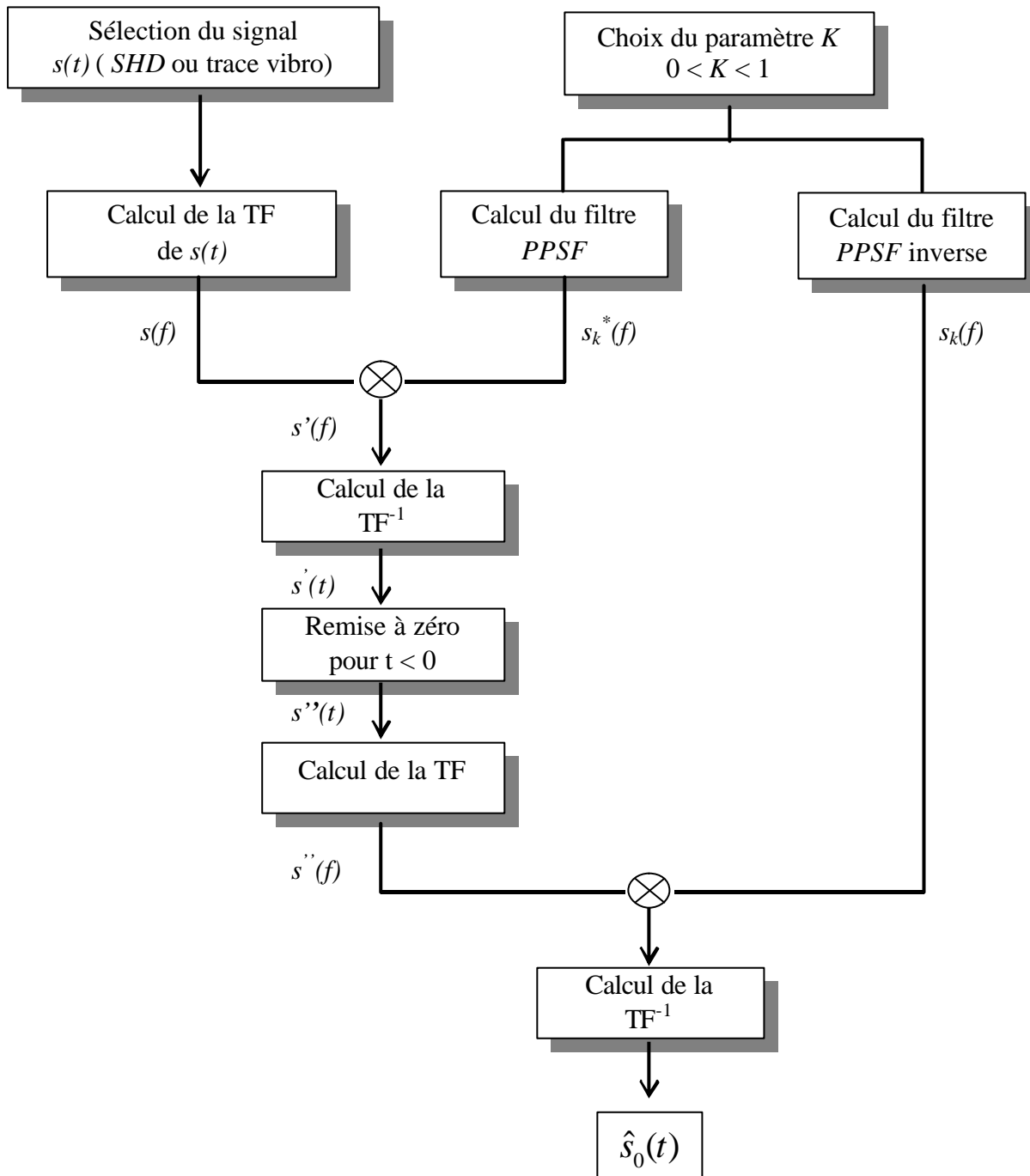


Figure II.1. Schéma de l'organigramme du filtrage par la technique du PPSF.

II.3 Application de la PPSF pour l'élimination des distorsions harmoniques dans le SHD

Afin d'expliquer la procédure d'élimination sur le SHD, nous introduisons un axe des temps négatifs pour le signal $s(t)$. Générons un up-sweep linéaire fondamental $\mathfrak{s}(t)$ calculé avec les paramètres suivant (figure II.2) :

Fréquence instantanée	Étirement Hanning	Longueur (T)	Fréquence initiale (f_i)	Fréquence finale (f_h)
$f(t) = f_i + \frac{w}{T^a} t^a, \quad a = 1$	600 ms	$T = 6 \text{ s}$	$f_i = 5 \text{ Hz}$	$f_h = 35 \text{ Hz}$

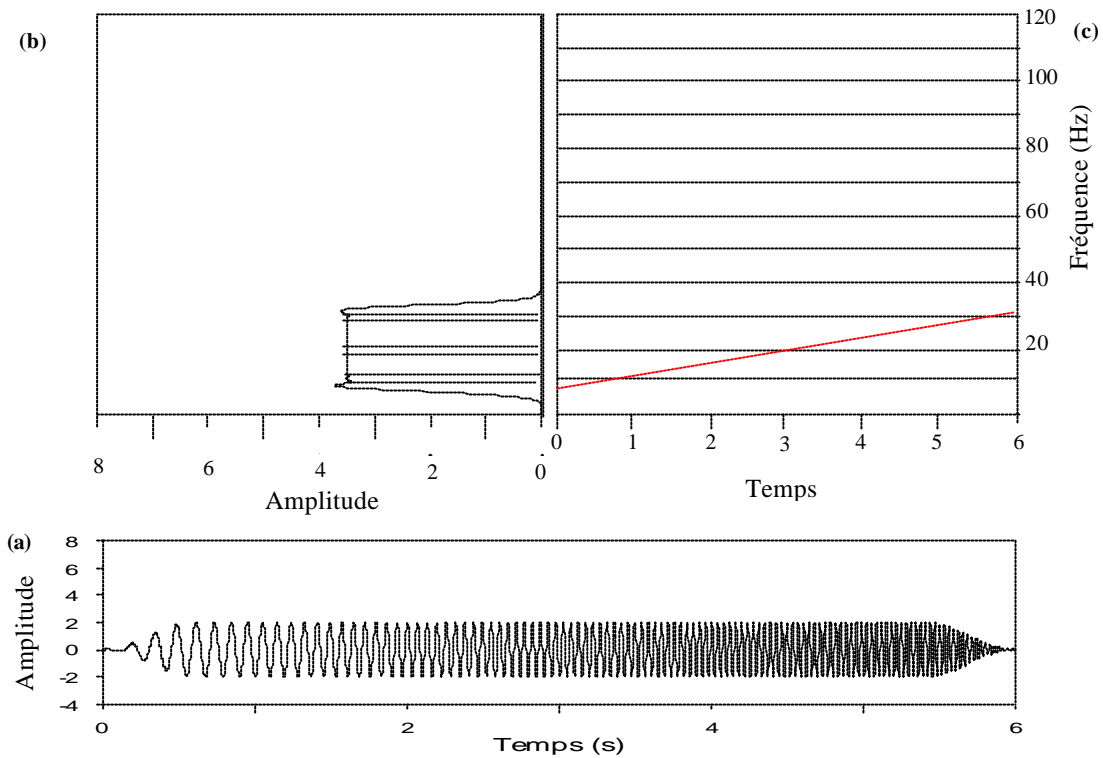


Figure II.2. (a) sweep fondamental $s_0(t)$, (b) son spectre d'amplitude. (c) sa fréquence instantanée.

Pour construire le SHD $s(t)$, deux harmoniques ($s_1(t)$ et $s_2(t)$) viennent s'ajouter au sweep fondamental avec pour amplitudes $a_0 = a_1 = a_2 = 2$, respectivement. Nous représentons les droites $t_m(f)$ ($m=0,1,2$) en trait fin et les droites $t_k(f)$ ($0 < k < 1$) en trait discontinu.

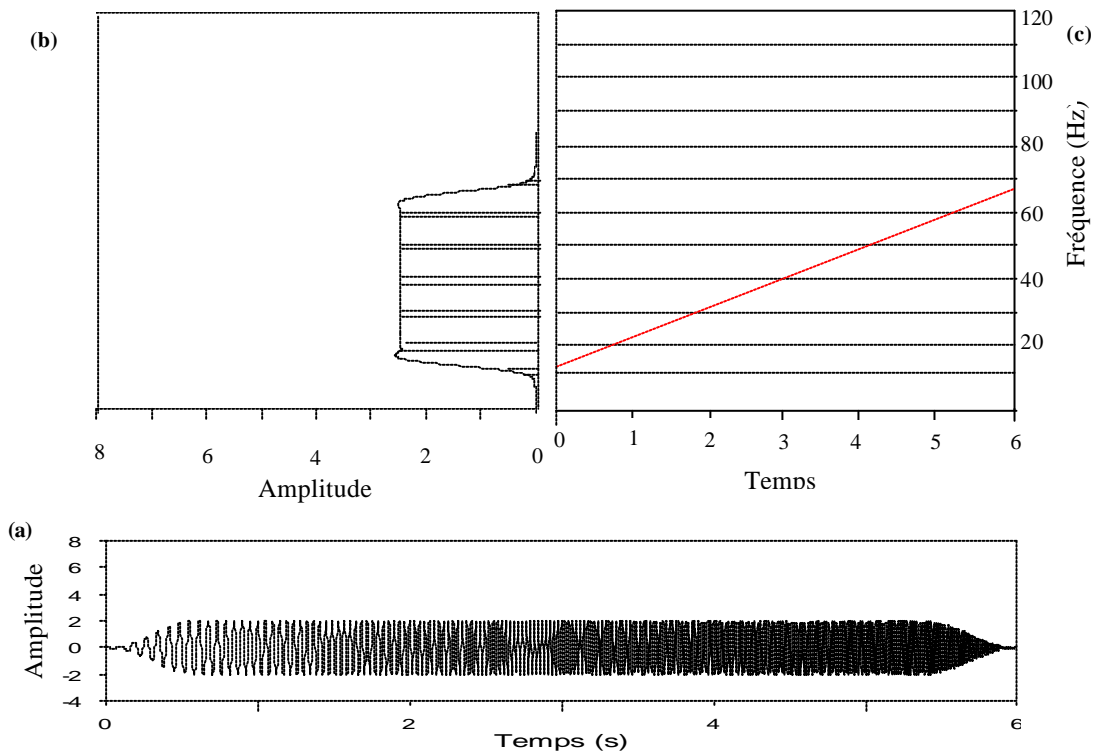


Figure II.3. (a) Harmonique d'ordre 1 $s_1(t)$, (b) son spectre d'amplitude. (c) sa fréquence instantanée.

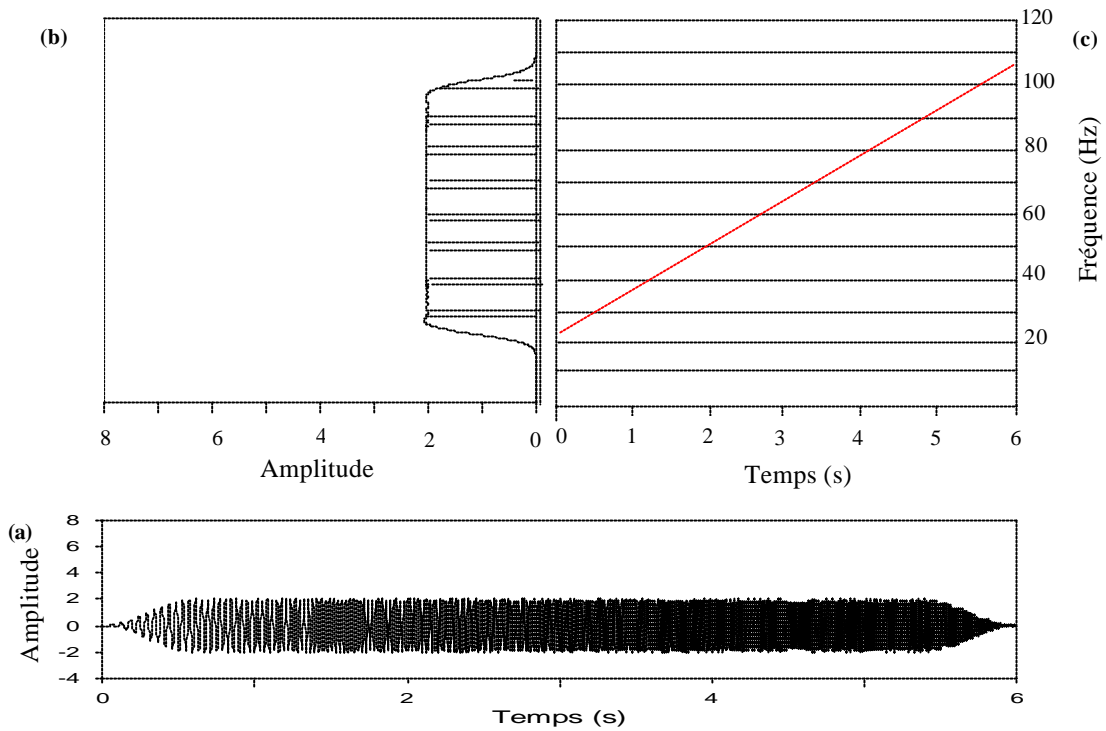


Figure II.4. (a) Harmonique d'ordre 2 $s_2(t)$, (b) son spectre d'amplitude (c) sa fréquence instantanée

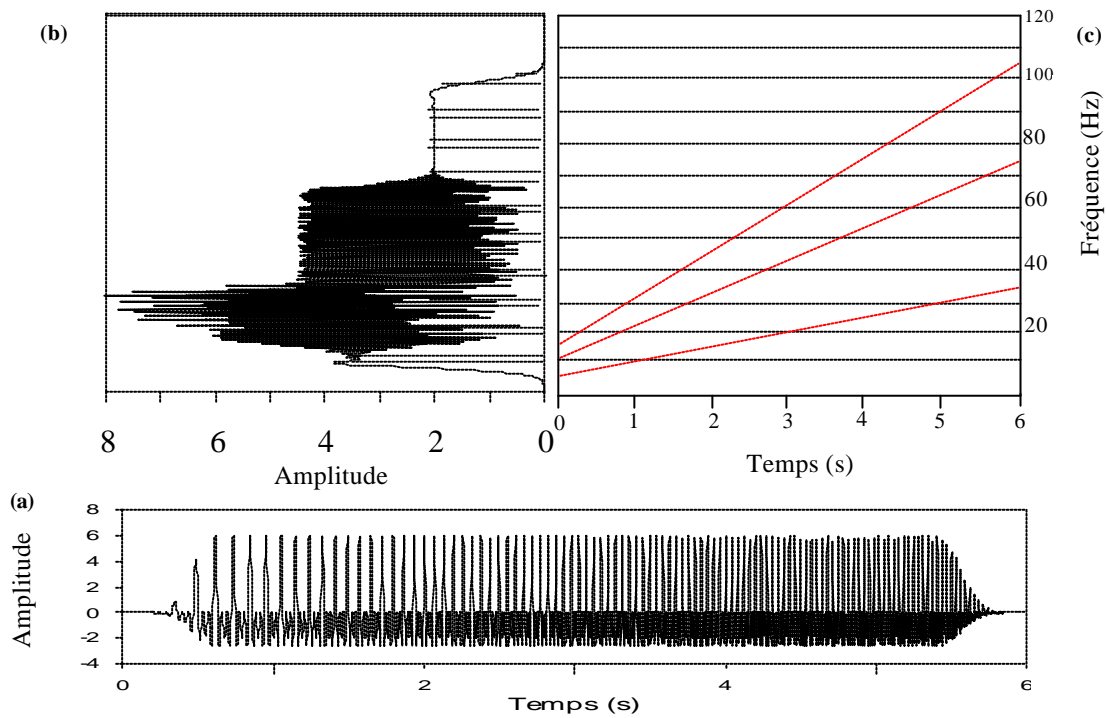


Figure II.5. (a) Sweep SHD $s(t)$, (b) son spectre d'amplitude. (c) sa fréquence instantanée.

Sur les figures II.2, II.3 et II.4, nous avons représenté les sweeps composant le SHD avec leurs spectres d'amplitude ainsi que les droites correspondantes à leurs fréquences instantanées données par l'équation (II.1). Ces droites s'étalent linéairement depuis la fréquence initiale du sweep jusqu'à sa fréquence finale. Aussi, la pente ($\Delta f / \Delta t$) du $(m+1)^{ème}$ harmonique est plus grande que la pente du $m^{ème}$ harmonique, permettant ainsi une distinction entre ces derniers. Un autre constat apparaît sur la (figure II.5), le temps d'apparition d'une fréquence instantanée donnée f sur le $(m+1)^{ième}$ harmonique est inférieur au temps d'apparition de la même fréquence sur le $m^{ième}$ harmonique.

Cependant, le spectre d'amplitude de Fourier du *SHD* $s(t)$ donné par l'expression suivante :

$$|s(\mathbf{w})| = \left| \sum_{m=0}^M s_m(\mathbf{w}) \right| = |s_0(\mathbf{w})| \sqrt{s_R^2(\mathbf{w}) + s_I^2(\mathbf{w})} \quad (\text{II.12})$$

où :

$$s_R(\mathbf{w}) = 1 + \sum_{m1}^M \frac{|s_m(\mathbf{w})|}{|s_0(\mathbf{w})|} \cos[\Phi_m(\mathbf{w}) - \Phi_0(\mathbf{w})]$$

$$s_I(\mathbf{w}) = \sum_{m1}^M \frac{|s_m(\mathbf{w})|}{|s_0(\mathbf{w})|} \sin[\Phi_m(\mathbf{w}) - \Phi_0(\mathbf{w})]$$

et le spectre d'amplitude instantanée du *SHD* $s(t)$ donné par :

$$|a(t)| = \left| \sum_{m=0}^M a_m(t) \right| = |a_0(t)| \sqrt{a_R^2(t) + a_I^2(t)} \quad (\text{II.13})$$

où :

$$a_R(t) = 1 + \sum_{m1}^M \frac{|a_m(t)|}{|a_0(t)|} \cos[2p(\Phi_m(t) - \Phi_0(t))]$$

$$a_I(t) = \sum_{m1}^M \frac{|a_m(t)|}{|a_0(t)|} \sin[2p(\Phi_m(t) - \Phi_0(t))]$$

sont d'une telle complexité qu'on ne peut extraire de ces relations les spectres d'amplitude de Fourier et celui d'amplitude instantanée du *SF*.

Dans ce qui suit, nous appliquons la technique du *PPSF* sur le *SHD*, dont les paramètres sont donnés ci-dessus.

Dans la première étape, nous introduisons un axe des temps négatifs au signal *SHD* $[-6s, 0s]$ (figure II.6).

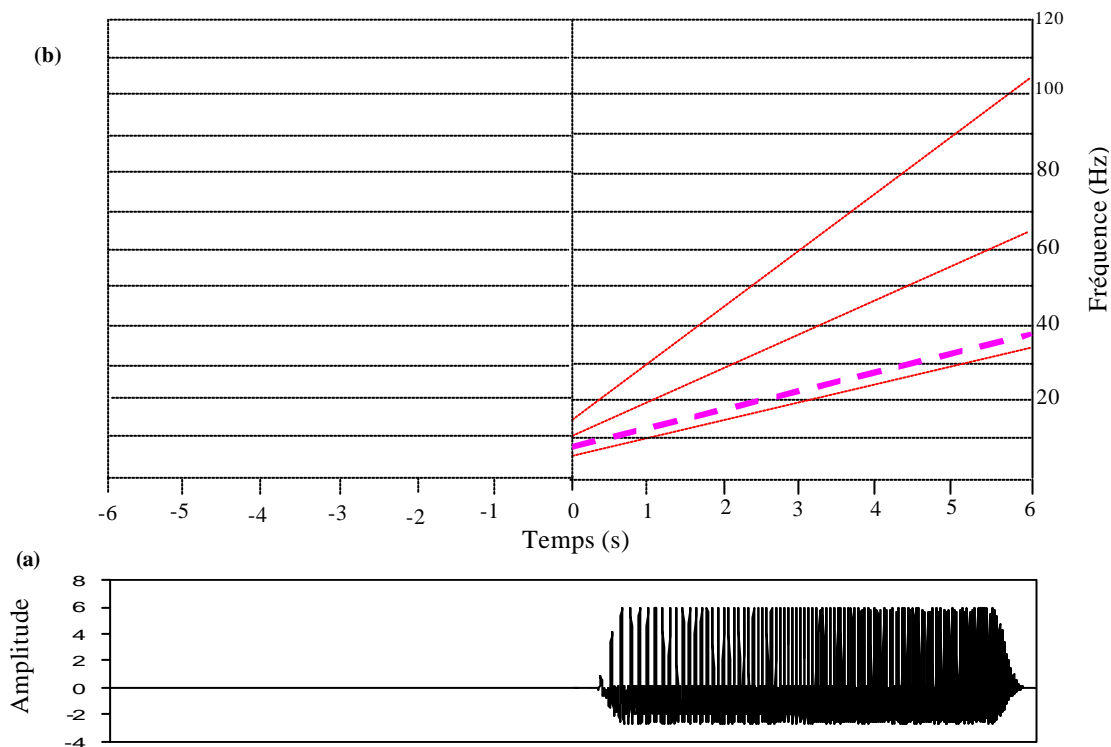


Figure II.6. (a) Sweep *SHD* $s(t)$ avec un axe des temps négatifs $[-6s, 0s]$.
(b) fréquences instantanées des composantes du *SHD*.

Le sweep *SHD* ainsi défini étant causal (nul pour les temps négatifs), ne présente aucune énergie pour les temps négatifs dans le plan (t, f) comme le montre la figure II.6.(b).

La deuxième étape consiste à appliquer le filtre *PPSF* sur le signal *SHD* après introduction de l'axe des temps négatifs:

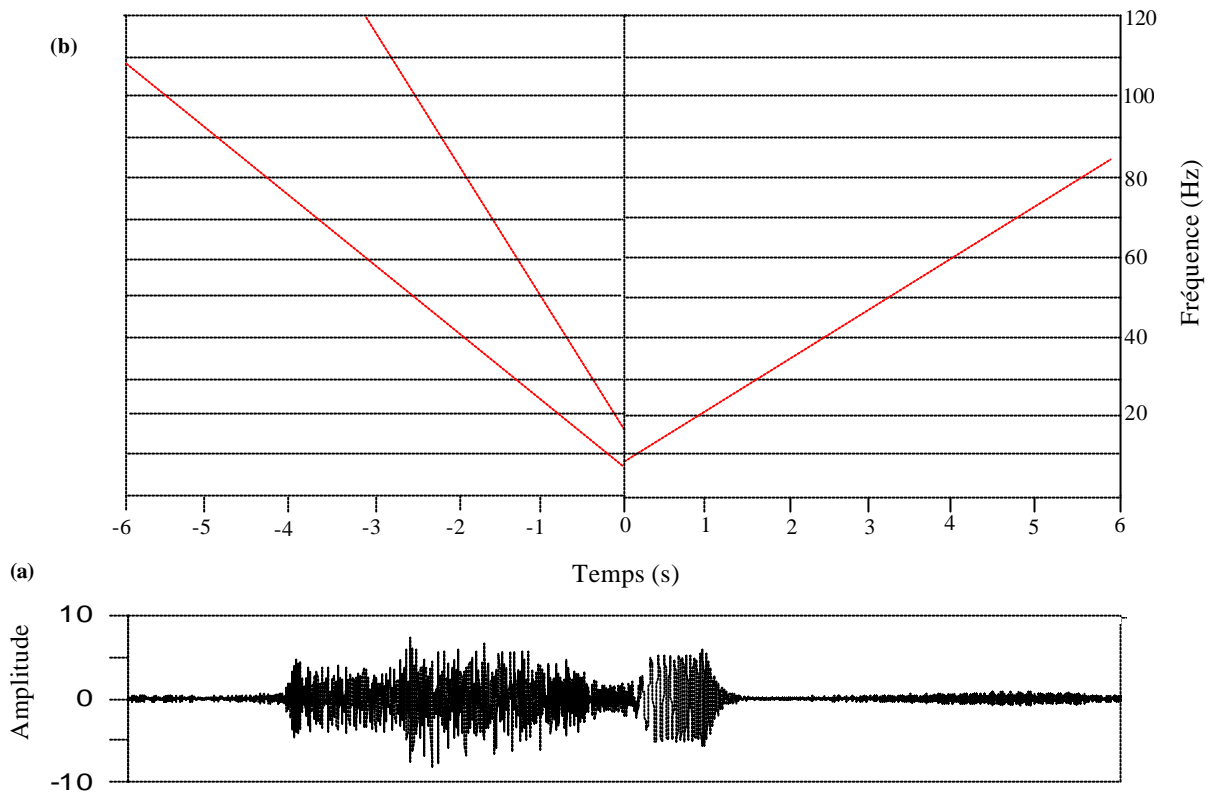


Figure II.7. (a) Signal *SHD* après application du filtre *PPSF* $[s_k^*(f)]$.

(b) Schéma de sa décomposition dans le plan (t, f) .

L'application du filtre *PPSF* $s_k^*(f)$ revient à faire le produit du spectre du *SHD* $s(f)$ par le complexe conjugué du spectre de la k ^{ième} harmonique $s_k^*(f)$ ($k=0.5$ pour notre exemple). Ceci, équivaut à introduire un déphasage de $(+\Phi_k(f))$ correspondant à un décalage négatif en temps de $(t_k(f))$ sur chaque fréquence du spectre $s(f)$. Ces déphasages engendrent un passage de toute la partie du demi-plan $(t > 0, f)$, se trouvant au-dessus de la droite $t_k(f)$ et qui représente les distorsions harmoniques $s_1(t)$ et $s_2(t)$, vers le demi-plan $(t < 0, f)$. Le sweep fondamental $s_0(t)$ se trouvant en-dessous de la droite $t_k(f)$, bien que déphasé, reste dans le demi-plan $(t > 0, f)$ (figure II.7 (b)).

Après l'application du filtre *PPSF*, les droites $t_m(f)$ vont prendre des pentes différentes de leurs pentes originelles. Le calcul d'une *TF* inverse va donner naissance à un signal non causal $s'(t)$ dont la partie positive représente le *SF* (avec une pente positive) et la partie négative les distorsions harmoniques (avec des pentes négatives), le tout étant déphasé.

La troisième phase nous paraît maintenant évidente, il s'agit donc de remettre à zéro les valeurs de $s'(t)$ pour les temps négatifs, et éliminer ainsi les distorsions harmoniques dans le signal $s'(t)$ comme le montre la figure II.8.

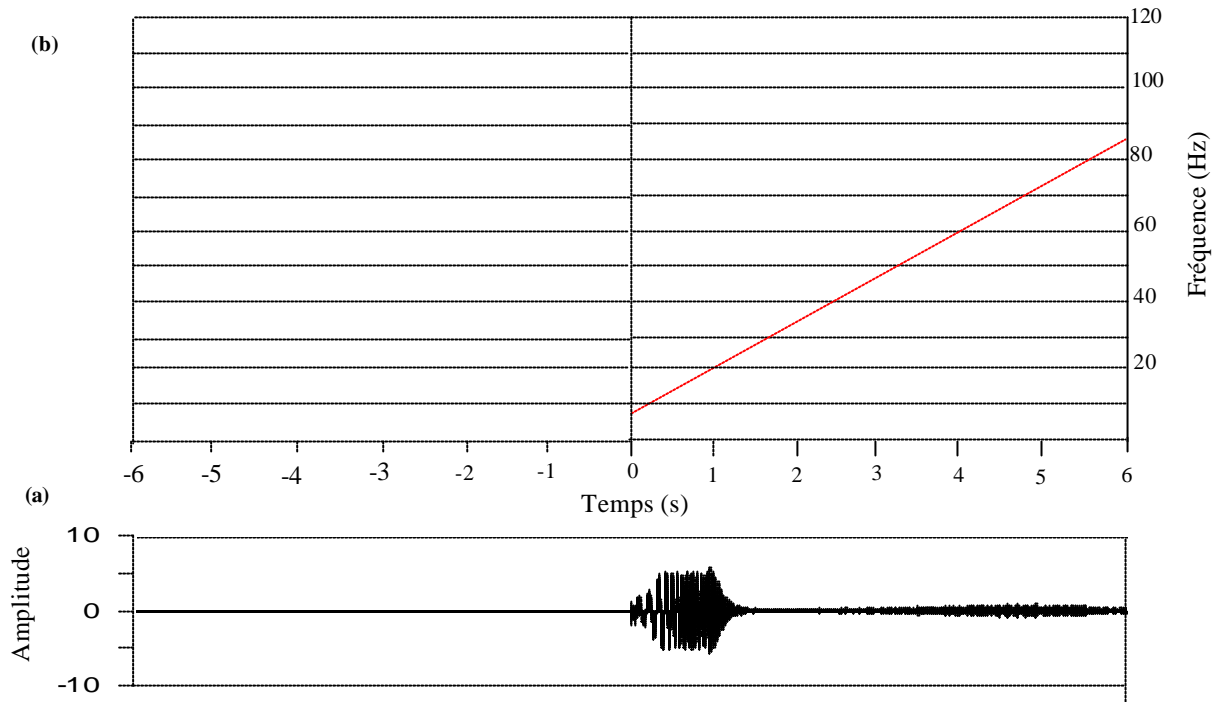


Figure II.8. (a) Signal $s''(t)$ ($s'(t)$ après remise à zéro de ses valeurs pour $t < 0$).
 (b) sa fréquence instantanée.

Le signal causal $s''(t)$, qui résulte de cette opération, ne contient que les valeurs représentant le sweep fondamental pour les temps positifs. C'est ce signal qui sera utilisé dans la suite du processus de filtrage.

Dans la quatrième phase, nous appliquons le filtre *PPSF* inverse pour corriger les effets de déphasage introduits par le filtre *PPSF* direct.

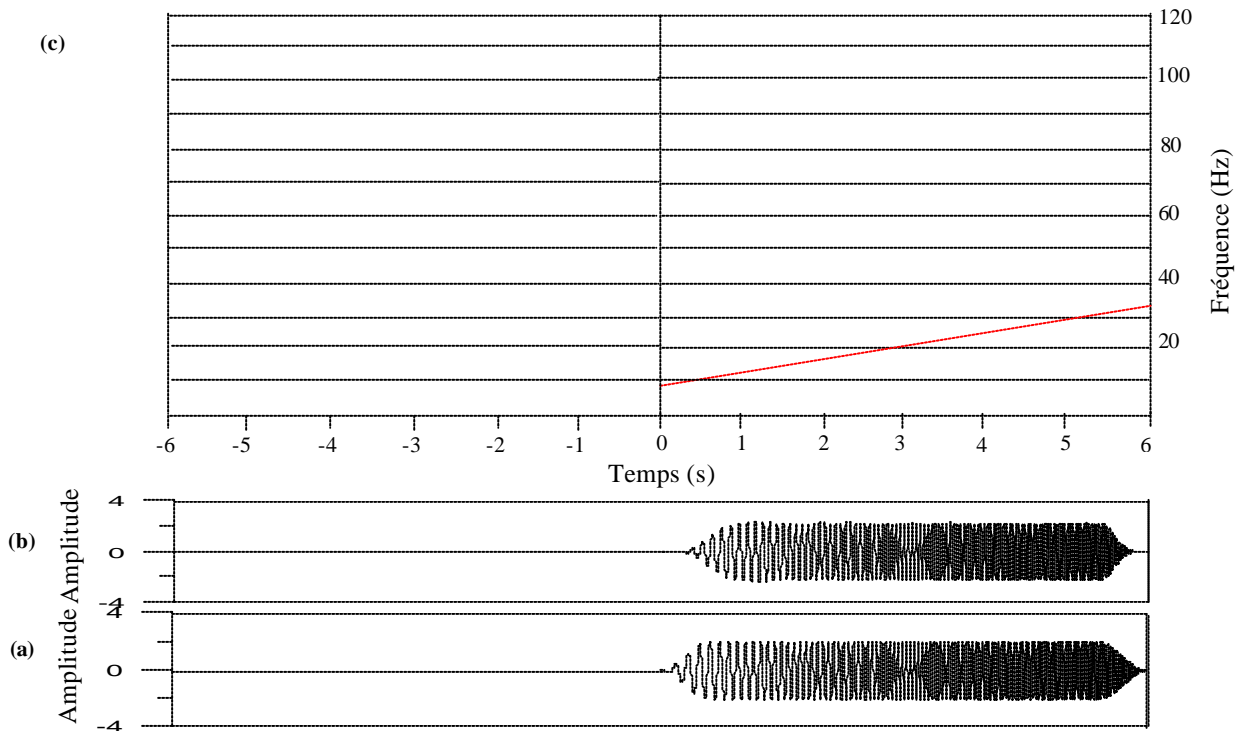


Figure II.9. (a) Signal fondamental originel $s_0(t)$ pour comparaison.
 (b) Signal fondamental désiré $\hat{s}_0(t)$. (c) fréquence instantanée de $\hat{s}_0(t)$.

Le signal $s''(t)$ ne contient, à présent, que les valeurs du sweep fondamental mais déphasées d'une quantité $(+\Phi_k(f))$. Pour corriger l'effet de ce déphasage, il suffit d'appliquer le filtre 'PPF inverse' $S_k(f)$ sur le spectre $S''(f)$, ce qui revient à introduire un autre déphasage $(-\Phi_k(f))$ égal au premier mais de signe inverse, donc un décalage en temps $t_k(f)$, positif cette fois-ci, permettant de remettre les échantillons de $s''(t)$ à leurs positions initiales. Nous obtenons ainsi, le sweep fondamental désiré $\hat{s}_0(t)$ qui est une bonne approximation du sweep fondamental originel $s_0(t)$ comme le montre la figure II.9.

II.4 Choix du paramètre k

Nous devons à ce stade, déterminer qu'elle valeur de k ($0 < k < 1$) choisir pour réaliser le processus d'élimination. La sélection d'une valeur de k convenable est cruciale pour la suite de l'opération d'élimination.

Pour ce faire, nous avons effectué l'opération pour différentes valeurs de k ($k=0.5$, $k=0.05$, $k=0.95$), et représenté sur un même graphe les spectres d'amplitude du sweep fondamental originel $s_0(t)$ en trait continu, et celui du sweep fondamental désiré $\hat{s}_0(t)$ en trait discontinu (figure II.10 (b), (c) et (d)).

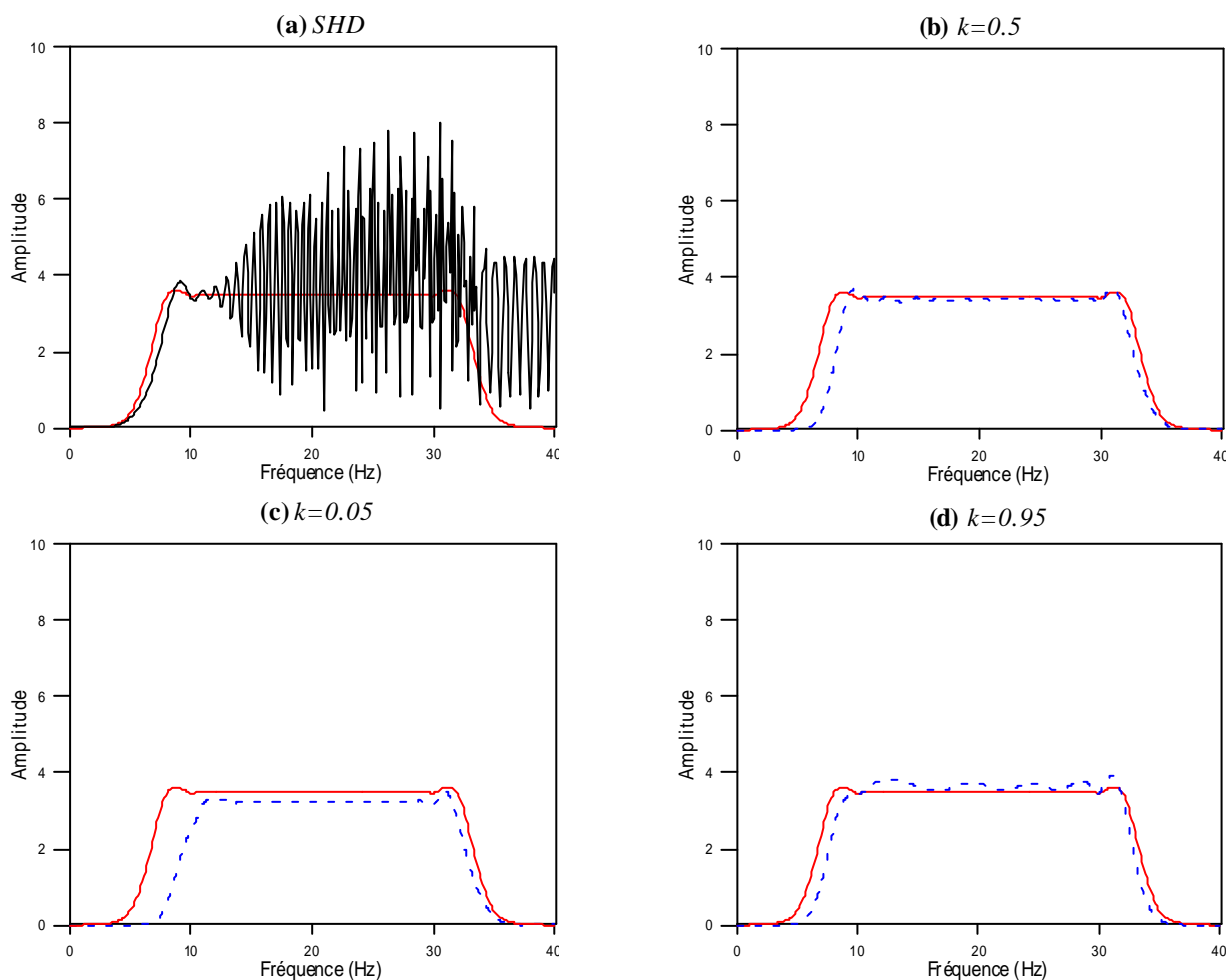


Figure II.10. (a) Module du spectre du SHD comparé à celui du SF originel, les autres graphes représentent le module du spectre du SF désiré (en trait discontinu) comparé au module du spectre du SF originel (en trait continu) avec en (b) $k=0.5$, (c) $k=0.05$ et (d) $k=0.95$

La bonne superposition du spectre du SF désiré avec le spectre du SF originel pour $k=0.5$, comme le montre la figure II.10 (b), démontre que le meilleur choix du paramètre k est la valeur $k=0.5$. Cette valeur moyenne permet d'éliminer au mieux les distorsions harmoniques sans toutefois endommager le sweep fondamental. Le choix d'une valeur de ($k=0.05 \sim 0$) très proche de zéro engendre l'élimination d'une partie de l'énergie du SF ce qui se traduit par un spectre de moindre amplitude (figure II.10 (c)). *A contrario*, une valeur de ($k=0.95 \sim 1$) très proche de 1, laisse une partie de l'énergie du 1^{er} harmonique non éliminée, qui vient amplifier le spectre du SF désiré (figure II.10 (d)).

II.5 Application de la technique PPSF sur les traces vibrosismiques

Dans cette partie, nous appliquons la technique du PPSF sur la trace vibrosismique pour éliminer les bruits générés par le processus de corrélation.

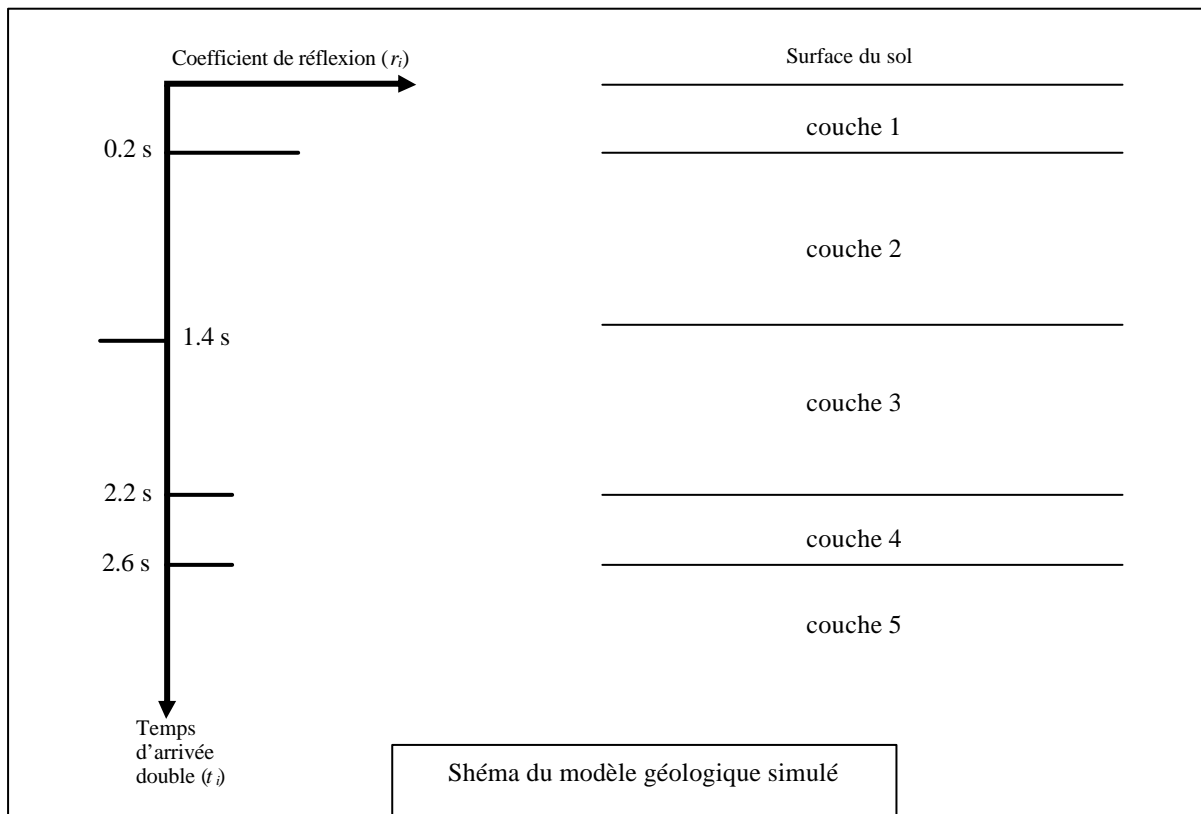
La trace vibrosismique est donnée par la relation :

$$x(t) = s(t) * r(t) = s(t) * \sum_{i=0}^N r_i d(t - t_i) \quad (\text{II.14})$$

Modèle de la trace vibrosismique simulée

Pour notre application, nous générons une trace de longueur $T= 3$ s constituée de quatre réflecteurs ($N=3$), avec les paramètres suivants :

	1 ^{er} Réflecteur	2 ^{ème} Réflecteur	3 ^{ème} Réflecteur	4 ^{ème} Réflecteur
Position du Réflecteur (t_i)	0.2 s	1.4 s	2.2 s	2.6 s
Coefficient de Réflexion (r_i)	3	-1.5	1.5	1.5



La quantité $|r_0|$ peut être considérée comme étant l'amplitude de la première arrivée énergétique dans un profil sismique vertical (*PSV*), ou celle de l'arrivée énergétique de l'onde directe dans un sismogramme en sismique réflexion. Cette quantité est toujours considérée largement plus élevée que $|r_i|$ ($i=1$).

Il est nécessaire de préciser que la technique *PPSF* appliquée à une trace vibrosismique $x(t)$, peut éliminer seulement les distorsions harmoniques incluses dans le premier événement $[r_0s(t-t_0)]$ qui est, en pratique, l'événement qui cause les plus fortes distorsions harmoniques venant masquer les derniers événements, en raison, de la valeur de $|r_0|$ substantiellement supérieure à toutes les valeurs $|r_i|$ ($i=1$).

Pour le calcul du *SHD* $s(t)$, nous fixons comme paramètres; $f_i=5$ Hz, $f_h=80$ Hz, $T=10$ s avec une seule distorsion harmonique $s_1(t)$.

Nous allons explorer tous les cas de figure qui peuvent se présenter dans la modélisation de la trace vibrosismique. Ces types de modélisation dépendent du type de sweep pilote utilisé (up-sweep ou down-sweep), ainsi que du signal utilisé dans la corrélation de la trace (*SP* ou *SHD*).

Selon le cas, nous allons examiner la présence ou non des distorsions harmoniques dans la trace corrélée. Aussi, nous examinons la possibilité d'appliquer la méthode *PPSF* dans chaque cas. Cette applicabilité dépend de la partie de la trace corrélée affectée par les distorsions harmoniques.

II.5.1 Trace générée par le *SP* et corrélée par le *SP*

Pour avoir un élément de comparaison, nous considérons le cas idéal où l'on suppose que le signal source est le sweep pilote qui se propage dans le sous sol sans être distordu. Dans ce cas, le signal corrélateur est évidemment le sweep pilote lui même.

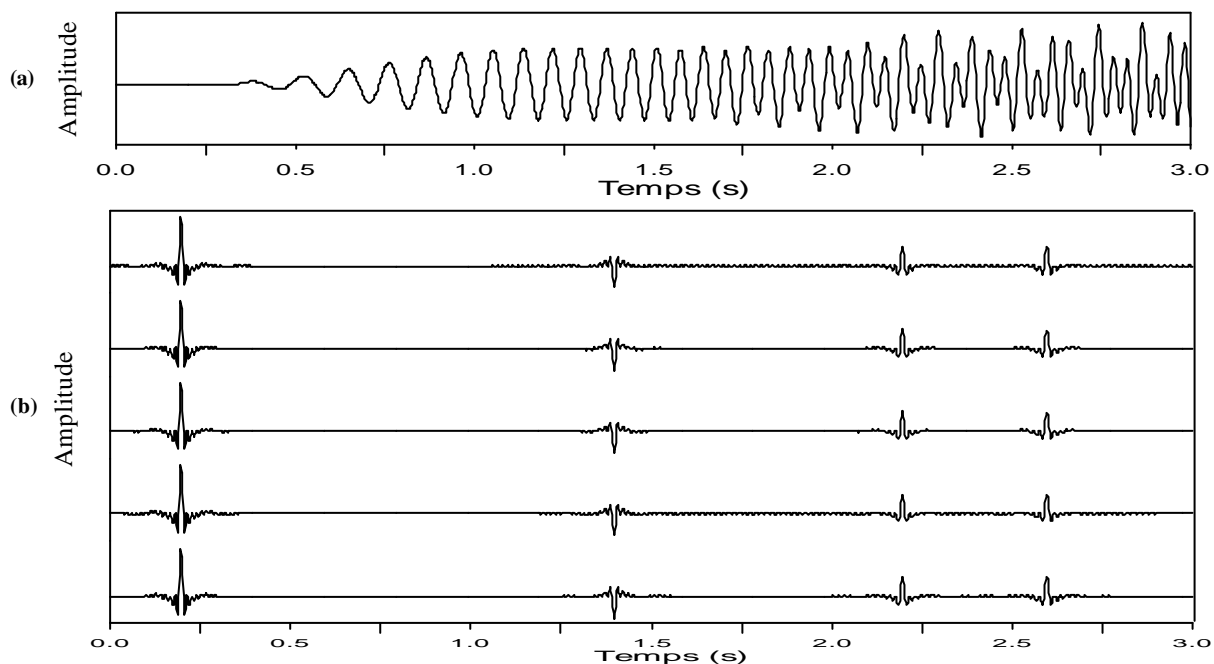


Figure II.11. (a) trace non corrélée générée avec le *SP* (up-sweep).
(b) la trace en (a) répétée après corrélation par le *SP* .

La figure II.11 (a), représente la trace non corrélée obtenu par convolution de la série de réflectivité par le *SP*. Le résultat de sa corrélation par le *SP* est illustré sur la figure II.11 (c), où nous avons une trace corrélée avec des ondelettes 'Klauder' parfaites centrées au niveau de chaque réflecteur.

II.5.2 Trace générée par le *SHD* et corrélée par le *SF* (*up-sweep*) ou par le *SHD*

Nous considérons maintenant, la trace vibrosismique générée par le *SHD* (*up-sweep*) qui est généralement accepté comme étant une bonne approximation du signal base plate représentée sur la figure II.12 (a). La corrélation de cette trace par le *SF* (*up-sweep*) fait apparaître des distorsions harmoniques sur l'arrivée première ($t_0 = 0.2$ s). Celles-ci sont engendrées par l'intercorrélation entre le *SF* et l'harmonique d'ordre 1 au niveau des dernières arrivées ($t_2 = 2.2$ s et $t_3 = 2.6$ s) (figure II.12 (b)).

Même si la technique *PPSF* ne peut être appliquée dans ce cas, les distorsions harmoniques engendrées par les derniers événements, restent de faibles amplitudes comparées à l'amplitude du premier événement qui est très énergétique, et par conséquent, ne gênent pas outre mesure.

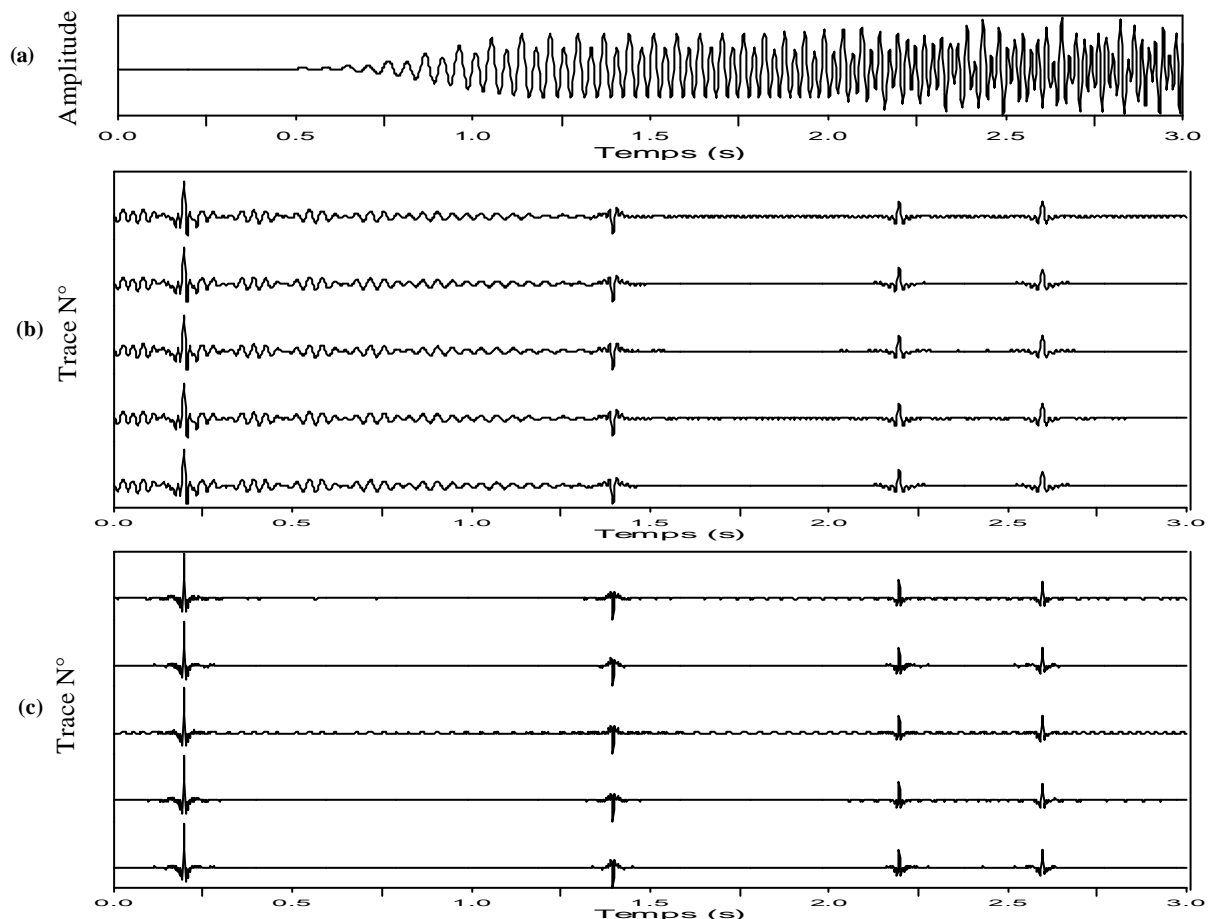


Figure II.12. (a) trace non corrélée générée avec le *SHD*.
 (b) la trace (a) répétée après corrélation par le *SP*(*up-sweep*).
 (c) la même trace en (a) répétée après corrélation par le *SHD*.

La figure II.12 (c), illustre le résultat de la corrélation de la trace en (a) par le *SHD*. Cette opération, même si elle fait apparaître des distorsions tête et queue, celles-ci restent insignifiantes, d'autant plus que les amplitudes des autocorrélations $\mathbf{j}_{00}(t)$ (ondelettes Klauder) du *SF* $s_0(t)$, au niveau de chaque réflecteur, sont augmentées par les valeurs des amplitudes des autocorrélations $\mathbf{j}_{11}(t)$ du premier harmonique $s_1(t)$.

II.5.3 Trace générée par le *SHD* et corrélée par le *SF* (*down-sweep*)

Dans ce cas, nous générons la trace vibrosismique par le *SHD* (*down-sweep*), qui est corrélée par le *SF* (*down-sweep*) dans la figure II.13 (b).

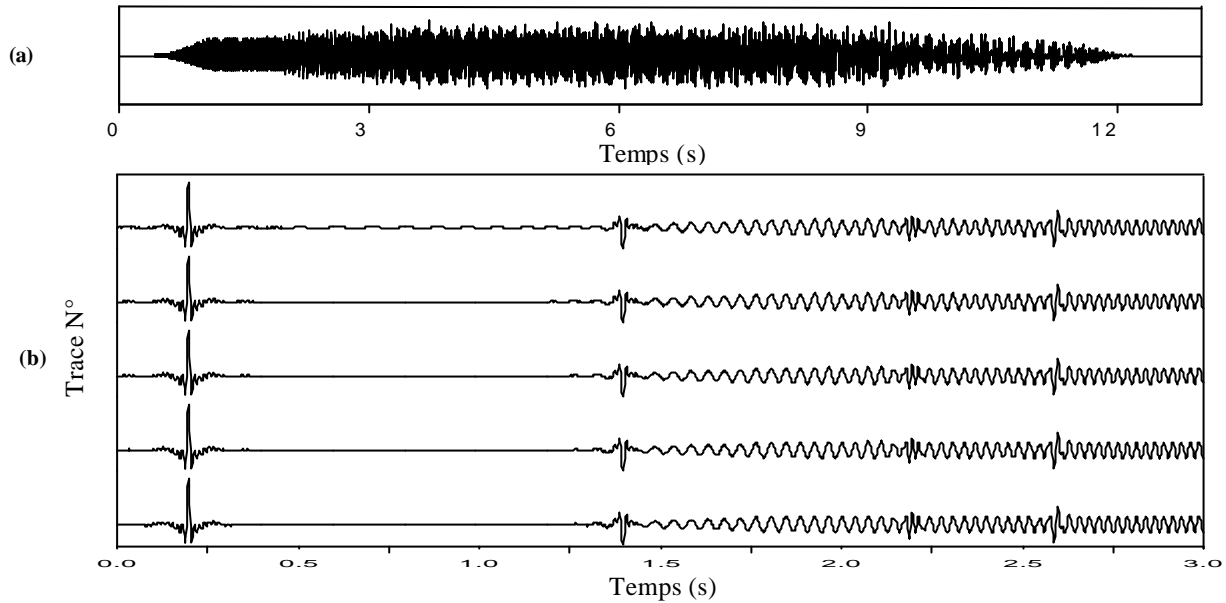


Figure II.13. (a) trace non corrélée générée avec le *SHD* (*down-sweep*).
 (b) trace en (a) répétée après corrélation par le *SF*.

Comme nous pouvons le constater sur la figure II.13 (b), la trace corrélée contient des distorsions harmoniques de fortes amplitudes atteignant légèrement le deuxième événement à $t_1 = 1.4$ s, et noyant complètement les deux derniers à $t_2 = 2.2$ s et $t_3 = 2.6$ s. Ces distorsions sont le résultat de l'inter-corrélation entre *SF* et l'harmonique d'ordre 1 contenu dans le premier événement.

La technique *PPSF* est donc applicable dans ce cas. Nous procédons à l'élimination de ces distorsions en adoptant les différentes phases explicitées précédemment. La trace qui fera l'objet du filtrage à opérer est donc la trace non corrélée.

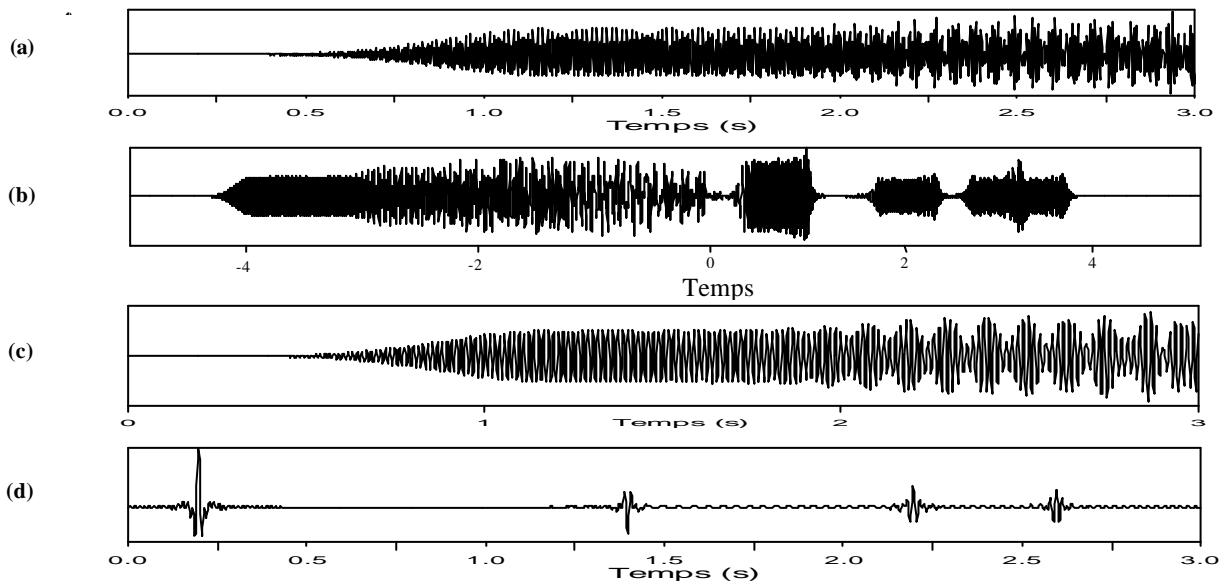


Figure II.14. (a) trace non corrélée générée avec le *SHD* (*down-sweep*).
 (b) trace en (a) après application du filtre *PPSF*. (c) trace en (b) après élimination de la partie des distorsions et application du filtre *PPSF* inverse.
 (d) trace en (c) après corrélation par le *SF* (trace filtrée et corrélée).

La figure II.14 (a) représente la trace non corrélée générée par le *SHD* (down-sweep). Nous appliquons le filtre *PPSF* direct avec ($k=0.5$) pour séparer le sweep fondamental de l'harmonique d'ordre 1, au niveau du premier réflecteur $t_0=0.2$ s. Ceci, donne la trace de la figure II.14 (b) dont la partie négative ($t<0$) représente la trace dont le premier événement ne contient que le *SF* seulement. La partie positive ($t>0$), par contre, correspond à la trace dont le premier événement ne contient que l'harmonique d'ordre 1 seulement, mais le tout étant déphasé.

Sur la figure II.14 (c), nous représentons le résultat de l'application du filtre *PPSF inverse* sur la trace en (b) après la remise à zéro de la partie positive. Nous corrélons la trace en (c) par le *SF* (down-sweep), ce qui donne la trace en (d).

Nous pouvons conclure qu'avec l'application du filtrage *PPSF*, nous sommes arrivé avec succès à éliminer les distorsions masquant les derniers événements mais avec une baisse de leurs amplitudes.

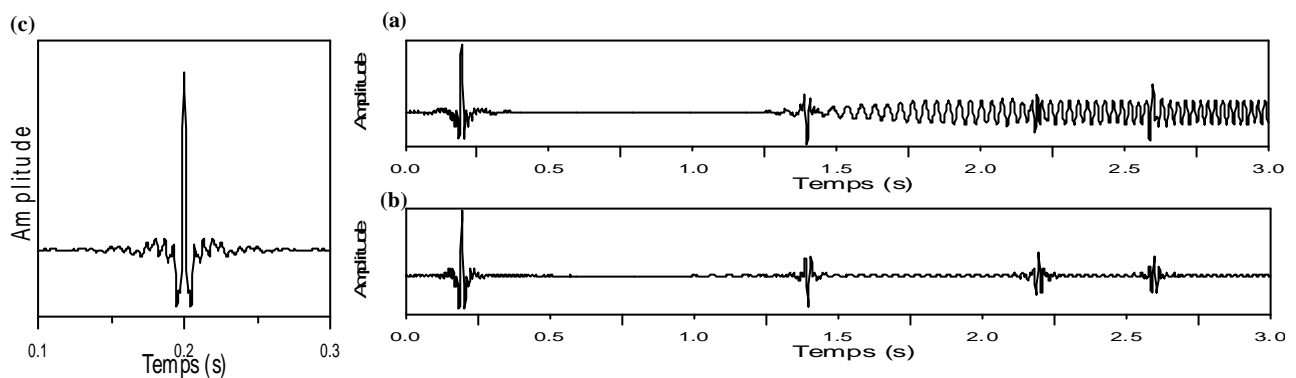


Figure II.15. Comparaison entre la trace non filtrée en (a) et la trace filtrée par le *PPSF* en (b). (c) arrivée première sur la trace en (b).

Nous représentons sur la figure II.15, la trace contaminée par les distorsions harmoniques en (a) près de la trace filtrée en (b) pour pouvoir comparer. En (c), nous illustrons le graphe de la première arrivée sur la trace filtrée qui est une ondelette de Klauder symétrique.

II.5.4 Trace générée par le *SHD* et corrélée par le même *SHD* (down-sweep)

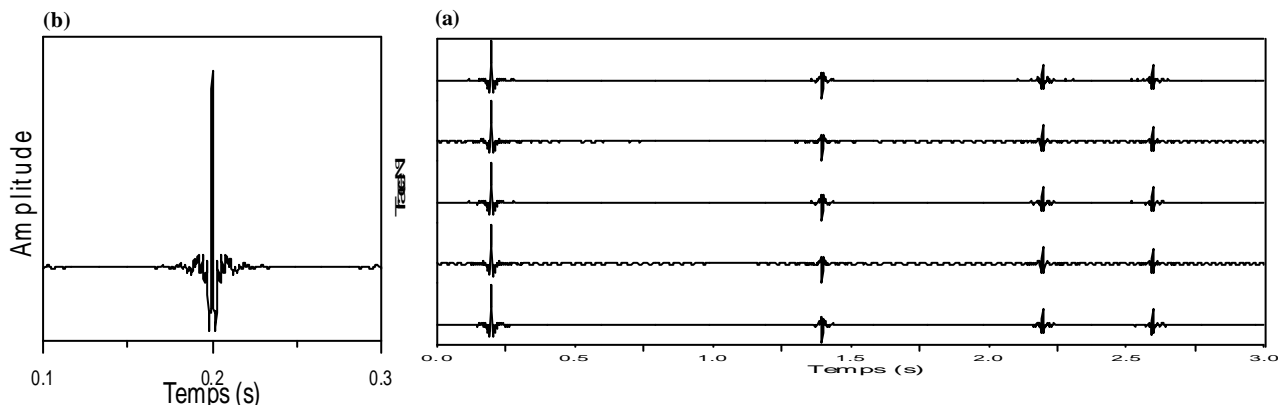


Figure II.16. (a) trace brute corrélée par le *SHD* (down-sweep) répétée. (b) la première arrivée sur l'une des traces en (a).

La corrélation par le *SHD* de la trace non corrélée générée par le même *SHD* (figure II.16 (a)) ne fait apparaître aucune distorsion d'amplitude significative. Ceci, étant du aux mêmes raisons que dans le cas de la figure (figure II.12 (c)). L'ondelette de corrélation dans ce cas est plus contractée.

Ainsi donc, nous venons d'étudier tous les cas de figures qui peuvent se présenter. En vertu de ces résultats, nous concluons pour notre modèle synthétique choisi, que l'utilisation du *SHD* comme corrélateur est plus avantageuse puisque dans ce cas les distorsions sont insignifiantes. Par contre, l'utilisation du *SF* pour la corrélation génère des distorsions qui sont éliminées avec efficacité par la technique du filtrage *PPSF*.

Ces conclusions ne sont pas encore définitives, car jusque là, nous avons considéré que l'écriture mathématique du signal base-plate *SHD* est celle donnée par l'expression $s(t) = \sum_{m=0}^M s_m(t)$, alors qu'en pratique, il s'avère que cette formulation ne décrit pas assez bien le vrai signal base-plate.

Dans ce qui suit, nous présentons une simulation améliorée du vrai signal base-plate et, allons réaliser avec, les différents tests.

II.6 Simulation améliorée du vrai signal base-plate

La description mathématique améliorée du vrai signal base plate $\tilde{s}(t)$ est, actuellement, donnée par [5] :

$$\tilde{s}(t) = w(t) * s(t) \tag{II.15}$$

où $w(t)$ est une impulsion causale qui a plus ou moins les caractéristiques d'un filtre 'all-pass' ou d'un Filtre de Déphasage Pur. Il n'est pas nécessaire de spécifier $w(t)$ puisque, celle-ci, n'affecte que légèrement la linéarité des fréquences instantanées des harmoniques composant le signal $s(t)$, de façon à ce que l'hypothèse de linéarité reste vérifiée.

Nous utilisons, ici, une ondelette minimum phase donnée par :

$$w(t) = h(t) \exp(-at) \cos(\omega_0 t) \tag{II.16}$$

$h(t)$: fonction de Heavyside , $a = 100$, $\omega_0/2\pi = 50\text{Hz}$

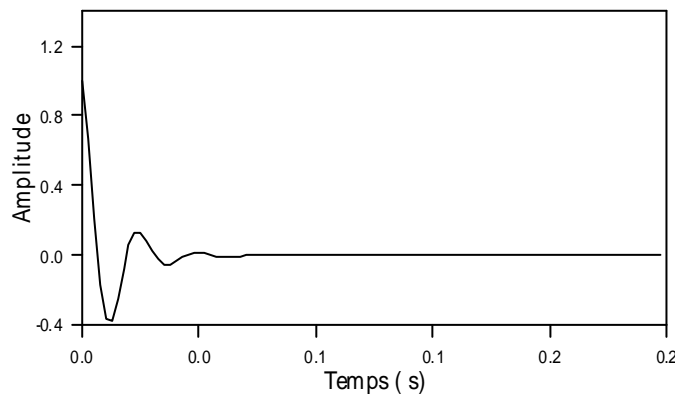


Figure II.17. Ondelette $w(t)$ utilisée pour la simulation du vrai signal base-plate $\tilde{s}(t)$.

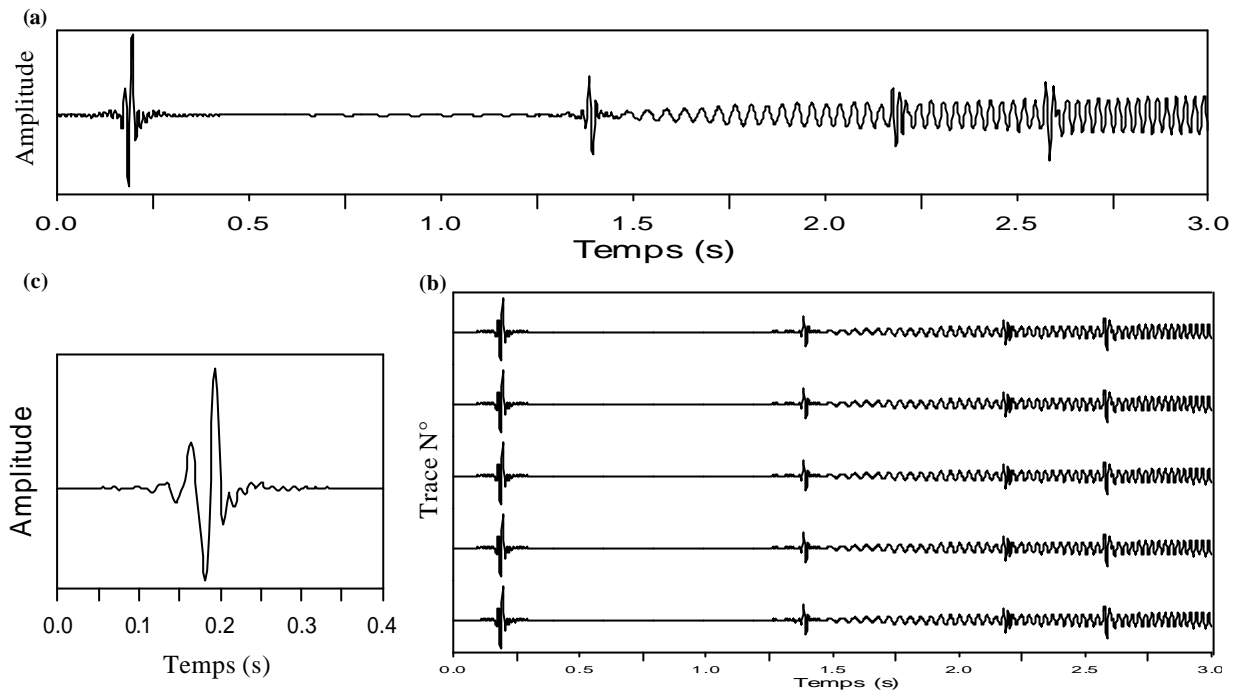


Figure II.18. (a) trace brute simulée avec le *SHD* amélioré $\tilde{s}(t)$ et corrélée par le *SF*.
 (b) trace en (a) répétée.
 (c) la première arrivée sur la trace en (b).

Nous avons représenté sur la figure II.18 (a), le résultat de la corrélation de la trace simulée avec le *SHD* améliorée par le *SF*. Cette opération fait apparaître des distorsions masquant les deux derniers événements, avec la différence que les ondelettes de corrélation résultantes sont non zéro-phase (dissymétrique) comme illustré sur la figure II.18 (c).

Nous appliquons donc la technique de filtrage *PPSF* pour éliminer ces distorsions. Le résultat du filtrage est donnée sur la figure II.19.

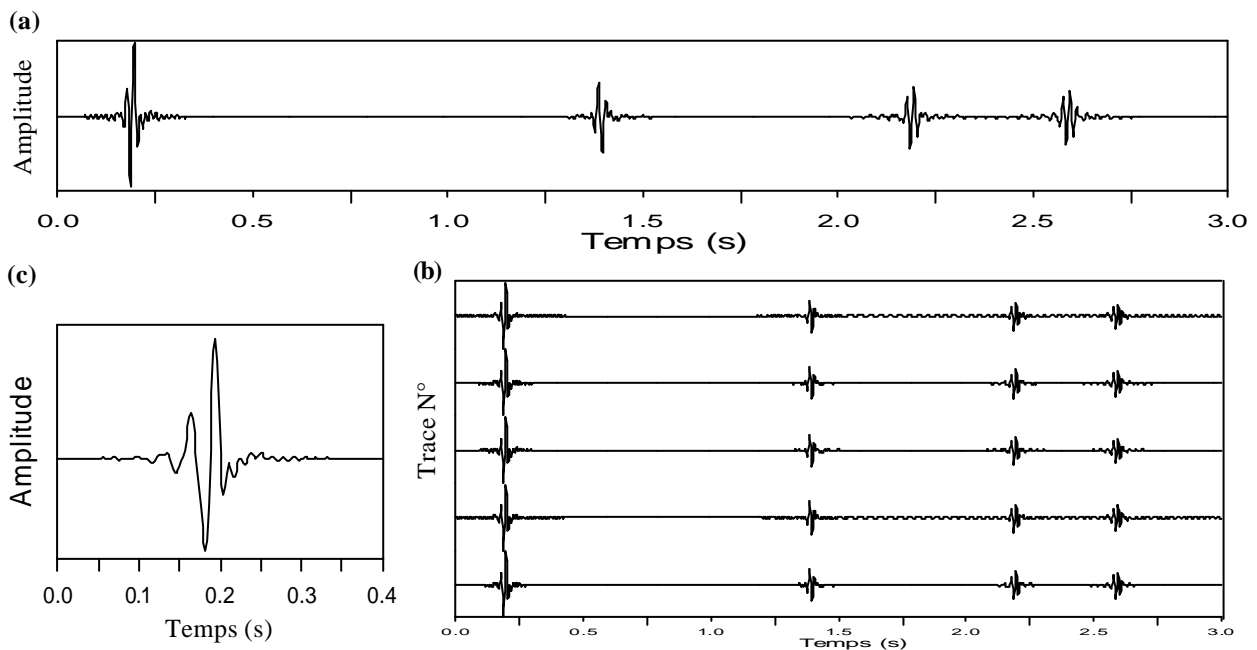


Figure II.19. (a) trace de la figure II.18 (a), filtrée par la technique *PPSF*.
 (b) trace en (a) répétée.
 (c) la première arrivée sur la trace en (b).

Comme nous pouvons facilement le constater sur la figure ci-dessus, l'application de la technique *PPSF* sur cette trace, permet de la débarrasser des distorsions harmoniques affectant ses dernières arrivées avec, toutefois, une légère diminution de leurs amplitudes. Aussi, nous notons que l'application de la *PPSF*, n'influe pas sur la forme des ondelettes de corrélation.

De la même façon, nous corrélons la trace simulée avec le *SHD* amélioré par ce même signal. La trace corrélée, ainsi obtenue, est illustrée sur la figure II.20 (a), montrant des ondelettes de corrélation zéro-phase (symétrique), mais avec le dernier événement affecté par les distorsions. L'application de la *PPSF* sur cette trace, permet de retrouver la forme symétrique du dernier événement après avoir éliminé les distorsions l'ayant affectées (figure II.20 (b)).

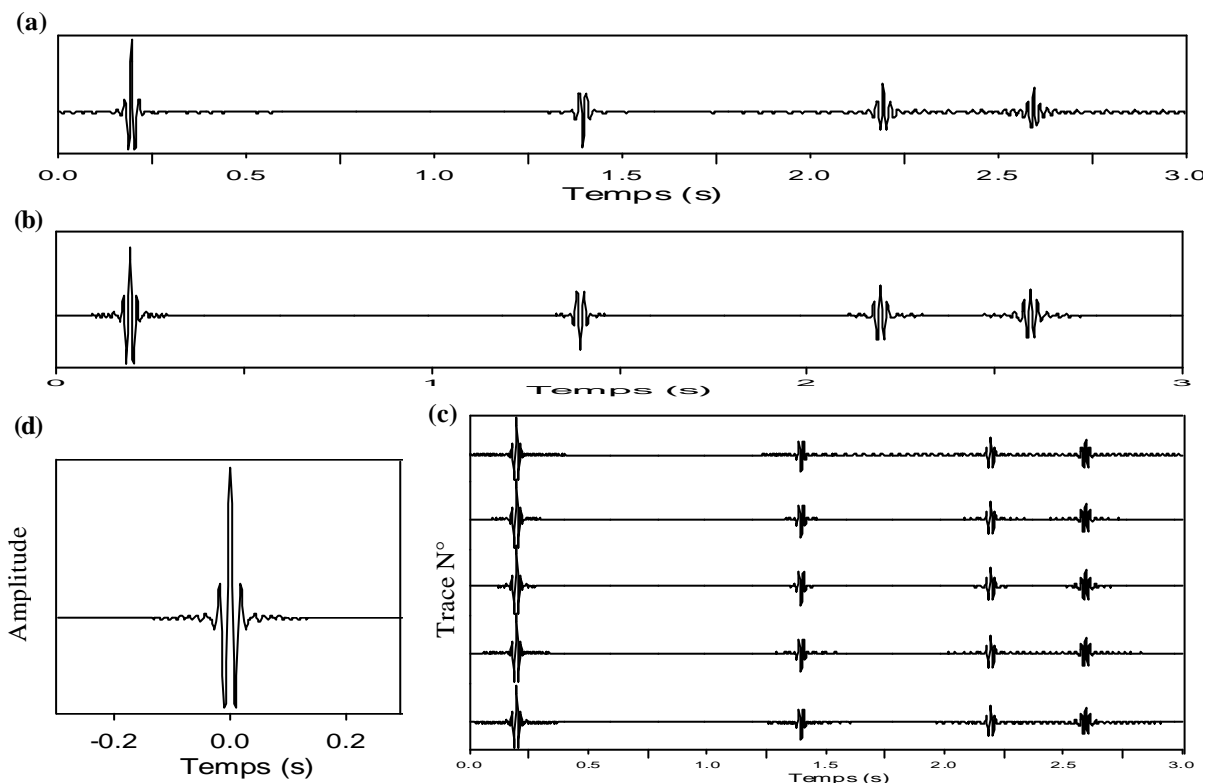


Figure II.20. (a) trace brute après corrélation par le *SHD* amélioré $\tilde{s}(t)$.
 (b) trace en (a) filtrée par la technique *PPSF*.
 (c) trace en (b) répétée.
 (d) première arrivée sur la trace en (b).

Là aussi, nous pouvons conclure que l'utilisation du *SHD* amélioré pour la corrélation reste avantageuse en générant des ondelettes de corrélation symétriques. Aussi, seules de faibles distorsions apparaissent. A l'inverse, l'utilisation du *SF* comme corrélateur engendre de très fortes distorsions qui peuvent être éliminées avec succès par le filtrage *PPSF* comme nous l'avons démontré dans ce qui a précédé.

Au vu des résultats des différents tests effectués dans ce chapitre, il en ressort que la méthode *PPSF* reste d'un grand apport pour l'élimination des distorsions harmoniques, quand celles-ci surgissent dans les enregistrements vibrosismiques. Cependant, cette technique ne peut s'affranchir de certaines restrictions qui limitent son champ d'application, à savoir;

- *Le sweep pilote doit être linéaire,*
- *Dans la trace vibrosismique, la méthode PPSF ne peut éliminer que les distorsions harmoniques générées par le premier événement,*

Ces deux inconvénients majeurs, nous amènent à aborder le sujet d'une méthode qui pourrait passer outre ces restrictions. La méthode en question est la 'Transformée en Ondelettes Continue' (*TOC*) que nous proposons pour faire l'objet du prochain chapitre.

« CHAPITRE TROISIEME »

**FILTRAGE DES DONNEES VIBROSISMIQUES PAR LA
TRANSFORMEE EN ONDELETTES CONTINUE (TOC)**

Chapitre III : Filtrage des données vibrosismiques par Transformée en Ondelettes Continue (*TOC*)

Introduction

Nous venons d'appliquer une première méthode de filtrage par la technique *PPSF*, et avons constaté ses limites. La nature du problème posé, nous a incité à exploiter les possibilités offertes par l'analyse temps-fréquence.

Parmi les travaux qui ont traité de la décomposition temps-fréquence des signaux sismiques, Avijit Chakraborty et David Okaya; (1995) [13] ont proposé une étude comparative entre la Transformée de Fourier à Fenêtre Glissant (*TFFG*) [9] [10], la Transformée en Ondelettes Continue (*TOC*) et la "Matching Pursuit Decomposition" (*MPD*) pour la décomposition des signaux sismiques. Une autre étude a été réalisée par Xiao-Ping Li; (1997) pour la décomposition des données vibrosismiques. Ces différentes études se sont limitées à l'analyse des signaux étudiés. Nous nous sommes proposé, dans ce travail, de pousser cette étude au filtrage des données vibrosismiques par *TOC* et de reconstruire les signaux filtrés.

Grâce à ses propriétés de localisation temps-fréquence, cet outil d'analyse permet de séparer les distorsions harmoniques du signal utile et de les filtrer. La formule de reconstruction permettra de retrouver le signal de départ.

Nous commençons d'abord par un rappel sur la théorie des ondelettes, puis nous exposons le principe de la méthode de filtrage à travers un algorithme que nous avons élaboré. Nous illustrons les résultats de la méthode sur différents modèles synthétiques.

III.1 La Transformée en Ondelettes

Pour analyser un signal, deux types de représentation sont possibles :

- Une représentation temporelle servant à étudier la morphologie du signal; durée, discontinuités etc.
- Une représentation fréquentielle basée sur l'analyse de Fourier.

L'une comme l'autre de ces deux types de représentations, se trouvent inefficaces dans l'étude de tous les types de signaux, notamment, l'analyse des signaux dont l'information est véhiculée via des lois d'échelles ou via des non stationnarités. C'est le cas des signaux sismiques dont l'ordre d'arrivée des trains d'onde constitue une information pertinente.

On constate donc l'intérêt qu'il y aurait d'avoir un outil d'analyse tenant compte des deux types de représentation.

III.1.1 Famille d'ondelettes [7] [8]

On appelle famille d'ondelettes $y_{ab}(t)$, les ondelettes obtenues par dilatation (ou contraction) et translation d'une même ondelette mère $y(t)$, donnée par la relation suivante :

$$y_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} y\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a \in R^{+*}, \quad b \in R \quad (\text{III.1})$$

Où : a est le paramètre d'échelle, b est le paramètre de translation

La figure III.1, illustre l'effet de la dilatation et de la contraction de l'ondelette mère en temps et en fréquence.

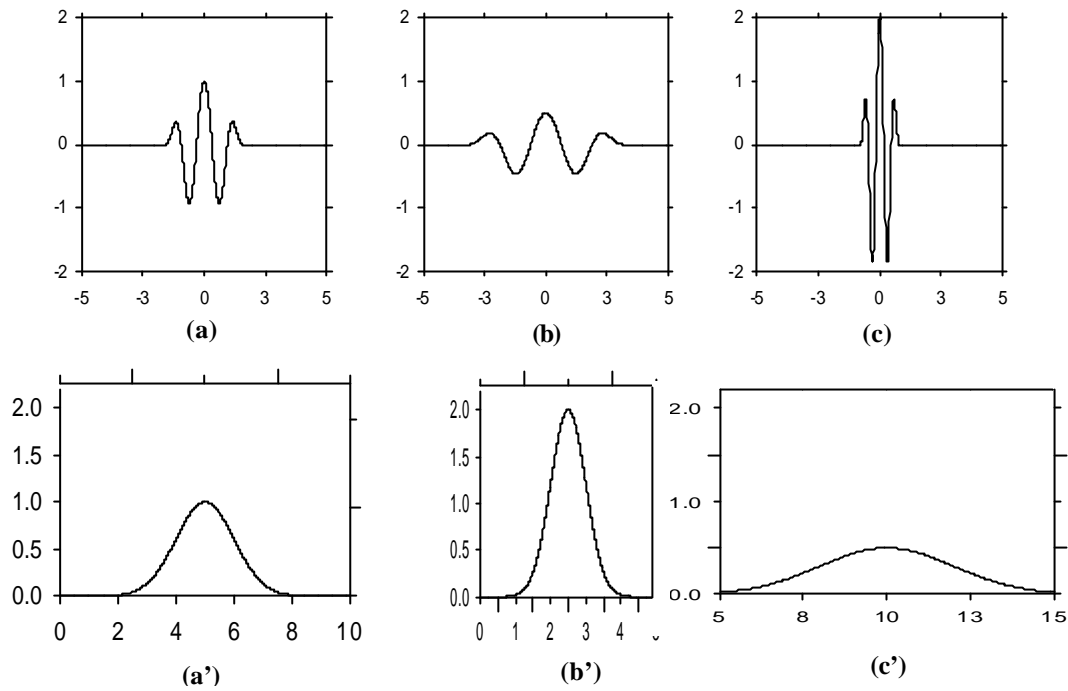


Figure III.1. Représentation de :

- | | |
|---|------------|
| (a) ondelette mère $a = 1$ | (a') sa TF |
| (b) ondelette fille $a = 2$ ($a > 1$) | (b') sa TF |
| (c) ondelette fille $a = 0.5$ ($a < 1$) | (c') sa TF |

III.1.2 La Transformée en Ondelettes Continue (TOC) [20]

L'idée de base (l'accordéon) a été introduite par le Géophysicien J.Morlet en 1981, pour remédier aux problèmes posés par la non stationnarité des signaux sismiques. Cette transformation consiste à décomposer un signal en une somme de contributions élémentaires appelées 'ondelettes'. Celles-ci sont d'intégrale nulle, oscillantes et sont obtenues par dilatation (ou contraction) D^a , et translation T^b d'une même ondelette de départ ψ , appelée ondelette mère ou ondelette analysante.

Considérons la translation et la dilatation comme des transformations s'appliquant au signal $f(t)$, définies comme suit:

$$(T^b f)(t) = f(t - b) \tag{III.2}$$

et

$$(D^a y)(t) = \frac{1}{a} y\left(\frac{t}{a}\right) \tag{III.3}$$

Où a est le paramètre de dilatation, et b celui de translation.

La transformée en ondelettes continue TOC d'un signal $f(t)$ en un point (b, a) est définie par le produit scalaire de ce signal par la famille d'ondelettes $\psi_{ab}(t)$, donnant ainsi l'expression :

$$W_f(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\mathbb{R}} f(t) \bar{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \tag{III.4}$$

Cette expression est équivalente à un produit de convolution du signal $f(t)$ avec l'ondelette $y_a(t)$ de la sorte :

$$W_f(b, a) = f(t) * \bar{y}_a(t), \quad \text{avec : } y_a(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \bar{y}\left(\frac{t}{a}\right)$$

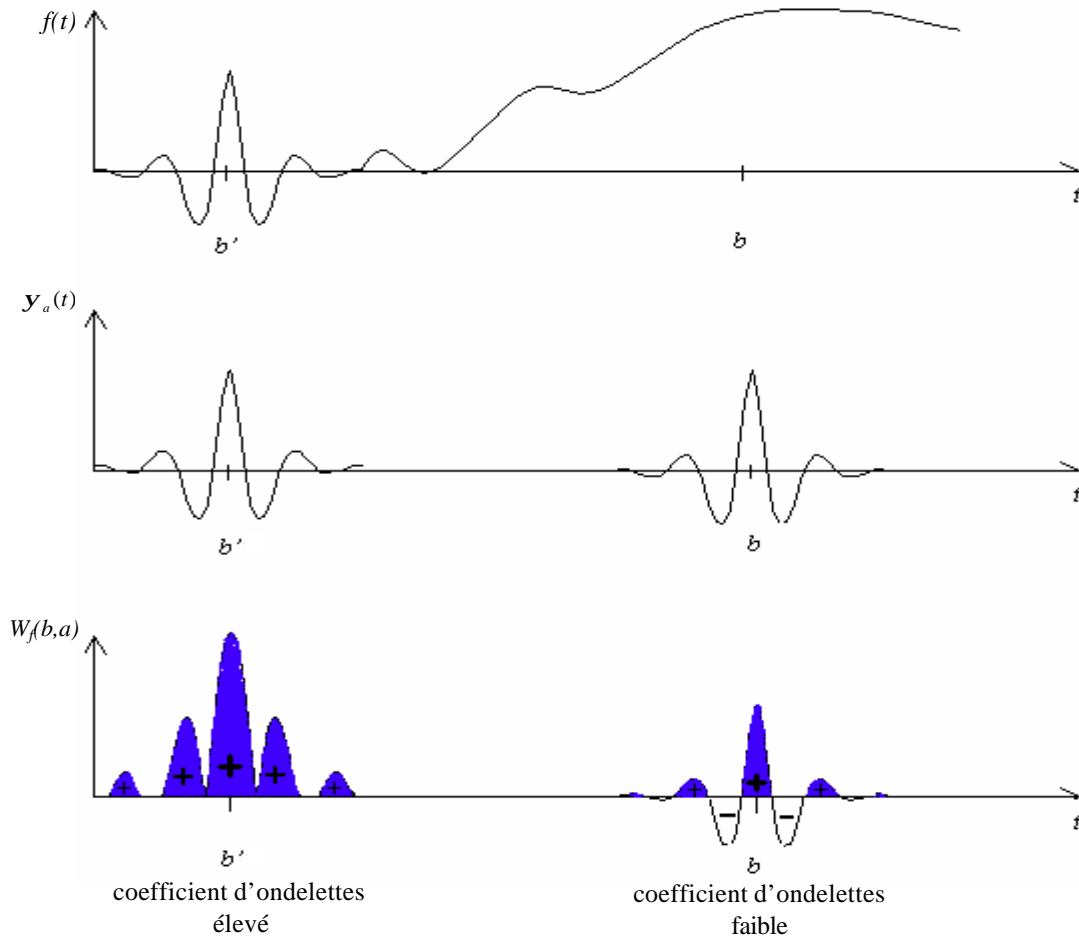


Figure III.2. Principe de calcul d'un coefficient d'ondelettes. D'après [pour la science 87]

Sur la figure III.2, nous considérons un signal $f(t)$ composé d'une partie régulière et d'une partie irrégulière. Autour du point b , le produit de l'ondelette analysante de moyenne nulle (aire nulle) par le signal presque constant à ce niveau, résulte en une aire très faible. *A contrario*, au voisinage du point b' , l'aire résultante (coefficient d'ondelette) du même produit sera d'autant plus grande que le signal a des variations de fréquence proches de celles de l'ondelette analysante.

Pour analyser un signal, on fait balayer l'axe des temps, pour un a donné, tout en faisant varier le paramètre b , avec une fréquence $1/a$. On refait la même opération pour toutes les valeurs de a de façon à obtenir un quadrillage complet du plan (t, f) .

III.1.3 Propriétés de la Transformée en Ondelettes [7] [8] [17]

a) Linéarité :

La transformée en ondelettes vérifie la condition de linéarité :

$$W(\mathbf{a}f_1 + \mathbf{b}f_2) = \mathbf{a} W f_1 + \mathbf{b} W f_2, \quad (\mathbf{a}, \mathbf{b}) \in \mathbb{C}^2, \quad (f_1, f_2) \in L^2(\mathfrak{R}^2) \quad (\text{III.5})$$

b) Translation :

L'invariance en translation est l'une des propriétés les plus importantes de la TOC, on a :

$$W_{f(t-t_0)}(b, a) = W_f(b-t_0, a) \quad (III.6)$$

Cette propriété permet d'avoir une comparabilité de la transformée pour un signal donné, et le même signal décalé dans le temps.

c) Dilatation :

Pour tout $k \neq 0$, on a :

$$W_{f(kt)}(b, a) = \frac{1}{k} W_f(kb, ka) \quad (III.7)$$

d) Conservation d'énergie :

Soient $f, g \in L^2(\mathbb{R})$, on aura :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \bar{g}(t) dt = \frac{1}{2C_y} \int_{-\infty}^{+\infty} W_f(b, a) \bar{W}_g(b, a) \frac{dad b}{a^2} \quad \text{d'où on obtient :}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2C_y} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_f(b, a)|^2 \frac{dad b}{a^2} \quad (III.8)$$

Ceci démontre que la TOC est une transformée qui conserve l'énergie.

III.1.3.1 Formule de reconstruction et admissibilité

Dans le cadre de la théorie des ondelettes continues, il est possible de reconstruire le signal initial à partir de sa transformée en ondelettes en recherchant l'ondelette reconstructive $x(t)$ telle que [14] [17] :

$$f(t) = \int_0^{+\infty} W_f(t, a) * x_a(t) da$$

$$= \int_0^{+\infty} f(t) * \mathcal{Y}_a(t) * x_a(t) da \quad ,$$

qui, après transformation de Fourier, devient :

$$F(u) = \int_0^{+\infty} F(u) \Psi(au) X(au) da \quad ,$$

Où F, Ψ et X sont les TF de f, \mathcal{Y} et x respectivement.

On obtient la condition :

$$\int_0^{+\infty} \Psi(au) X(au) da = 1 \quad ,$$

qui admet pour solution : $j(bu) = \frac{\bar{y}(bu)}{\int_0^{+\infty} |\mathcal{Y}(au)|^2 da}$, $\forall b > 0$

si $0 < \int_0^{+\infty} |\mathcal{Y}(au)|^2 da < \infty$, qui fournit la condition d'admissibilité :

$$0 < C_y = \int_0^{+\infty} |Y(u)|^2 \frac{du}{u} < \infty, \quad (\text{III.9})$$

par la propriété de conservation de la parité $F\{\bar{f}(-t)\} = \bar{F}(u)$ l'on obtient l'expression de l'ondelette reconstructive :

$$X_a(t) = \frac{\bar{Y}_a(-t)}{aC_y}, \quad (\text{III.10})$$

ce qui permet d'obtenir la formule de reconstruction continue :

$$f(t) = \frac{1}{C_y} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} W_f(t-a) \bar{Y}_a(t-t) dt \frac{da}{a}, \quad (\text{III.11})$$

III.1.3.2 Noyau reproduisant [17]

La décomposition d'un signal sur la famille d'ondelettes continues $\{Y_a(t-t), a \in R^{+*}, t \in R\}$ est redondante (figure III.3), ainsi, les coefficients d'ondelettes sont corrélés. En effet, une échelle donnée a_1 peut être calculée en utilisant la formule de reconstruction (III.11).

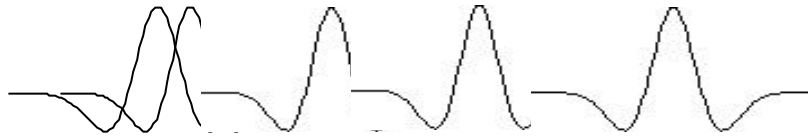


Figure III.3. Une même ondelette traduite en temps. Le paramètre de translation b étant continu, les ondelettes traduites se chevauchent d'où la redondance.

$$\begin{aligned} W_f(t, a_1) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a_1} f(t) Y\left(\frac{t-t}{a_1}\right) dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a_1 C_y} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} W_f(t', a) \bar{Y}\left(\frac{t-t'}{a}\right) Y\left(\frac{t-t}{a_1}\right) dt' \frac{da}{a^2} dt \end{aligned}$$

soit $\xi = \frac{t-t'}{a}$, $d\xi = \frac{dt}{a}$ alors ;

$$W_f(t, a_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a_1 C_y} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} W_f(t', a) \bar{Y}(\xi) Y\left(\frac{t-t'-a\xi}{a_1}\right) dt' \frac{da}{a} d\xi.$$

Le noyau reproduisant de l'ondelette y est défini par :

$$\begin{aligned} N_{a_1}(t) &= \frac{1}{C_y} (Y * \bar{Y}_{a_1})(t) \\ &= \frac{1}{C_y} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(t) \frac{1}{a_1} \bar{Y}\left(\frac{t-t}{a_1}\right) dt, \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

D'où, on déduit l'équation reproduisante :

$$W_f(t, a_1) = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_f(t', a) N_{a/a_1} \left(\frac{t-t'}{a} \right) dt' \frac{da}{a}$$

Soit $K_{a_1, a}(t)$ une fonction équivalente au noyau reproduisant définie par :

$$\begin{aligned} K_{a_1, a}(t) &= \frac{1}{C_y} (\mathcal{Y}_a * \bar{\mathcal{Y}}_{a_1})(t) \\ &= \frac{1}{C_y} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a} \mathcal{Y} \left(\frac{t}{a} \right) \frac{1}{a_1} \bar{\mathcal{Y}} \left(\frac{t-t'}{a_1} \right) dt', \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

$K_{a_1, a}(t)$ quantifie la redondance de la transformée en ondelettes.

On en déduit une version modifiée de l'équation reproduisante :

$$\begin{aligned} W_f(t, a_1) &= \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_f(t', a) K_{a a_1}(t-t') dt' \frac{da}{a} \\ &= \int_0^{+\infty} W_f(t, a) *_t K_{a, a_1}(t) \frac{da}{a}, \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

Cette relation permet de calculer chaque voie a_1 , à partir d'une seule voie connue a .

III.1.3.3 L'arête de la Transformée en Ondelettes [7] [8]

Considérons ici, le cas des signaux modulés s'écrivant sous la forme :

$$f(t) = A(t) \cos(\mathbf{f}(t))$$

L'ondelette analysante peut s'écrire en fonction de son amplitude et de sa phase comme suit :

$$\mathcal{Y}(t) = A_y(t) e^{i\mathbf{f}_y(t)}$$

La transformée en ondelettes s'écrira donc sous forme d'une intégrale oscillante :

$$W_f(b, a) = \frac{1}{2a} \int A(t) A_y \left(\frac{t-b}{a} \right) e^{i\left\{ \mathbf{f}(t) - \mathbf{f} \left(\frac{t-b}{a} \right) \right\}} dt$$

Soit :

$$\Phi_{(b,a)}(t) = \mathbf{f}(t) - \mathbf{f}_y \left(\frac{t-b}{a} \right)$$

On définit $t_f = t_f(b, a)$ comme étant un point stationnaire de $\Phi_{(b,a)}(t)$. t_f est un point où la fréquence instantanée de l'ondelette translatée et dilatée de (b, a) , coïncide avec la fréquence instantanée du signal analysé.

On définit l'arête, $a_r(t)$, de la Transformée en Ondelettes Continue comme étant l'ensemble de points (b, a) tels que :

$$t_f(b, a_r) = b \quad (\text{III.15})$$

puisque :

$$\mathbf{f}'(t_f) = \frac{1}{a} \mathbf{f}'_y \left(\frac{t_f - b}{a} \right), \quad (\text{III.16})$$

sur l'arête

$$a_r(t) = \frac{\mathbf{f}'_y(0)}{\mathbf{f}'(t)} \quad (\text{III.17})$$

Il est donc possible de retrouver la loi de modulation en fréquence $\mathbf{f}'(t)$ du signal $f(t)$, à partir de l'arête de sa transformée en ondelettes. Pour calculer l'arête nous allons utiliser la phase :

$$\Phi_y^f(t, a) = \arg[W_y^f(t, a)]$$

dont l'estimation est sans biais, ce qui n'est pas le cas du module. L'expression issue de l'approximation de la phase stationnaire fournit :

$$\Phi_y^f(t, a) = \mathbf{f}'(t_f) + \mathbf{f}'_y \left(\frac{t - t_f}{a} \right) + c, \quad c : \text{constante réelle} \quad (\text{III.18})$$

sur l'arête,

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial t} \Phi_y^f(t, a) \right|_{t=t_f} &= \left[\mathbf{f}'_f(t) + \frac{\partial a}{\partial t} \frac{\partial \left(\frac{t - t_f}{a} \right)}{\partial a} \frac{\partial}{\partial \left(\frac{t - t_f}{a} \right)} \mathbf{f}'_y \left(\frac{t - t_f}{a} \right) \right]_{t=t_f} \\ &= \left[\frac{1}{a} \mathbf{f}'_y \left(\frac{t - t_f}{a} \right) - \left(\frac{\partial a}{\partial t} \right) \frac{t - t_f}{a^2} \mathbf{f}'_y \left(\frac{t - t_f}{a} \right) \right]_{t=t_f} \\ &= \frac{1}{a_r} \mathbf{f}'_y(0), \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

Cette dernière propriété est utilisée pour extraire l'arête des Transformée en Ondelettes. On a également,

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial a} \Phi_y^f(t, a) \right|_{t=t_f} &= - \left. \frac{t - t_f}{a^2} \mathbf{f}'_y \left(\frac{t - t_f}{a} \right) \right|_{t=t_f} \\ &= 0 \end{aligned}$$

III.1.3.4 Normalisation des ondelettes

Pour rendre les coefficients d'ondelettes calculés par TOC d'une même série temporelle, comparables entre eux à chaque échelle, et de la même façon, comparables à ceux d'une autre série temporelle pour les même échelles, l'ondelette analysante à chaque échelle est normalisée pour avoir une énergie unité [14].

Avec la formulation discrète, on aura :

$$\hat{y}(a\mathbf{w}_k) = \left(\frac{2\mathbf{p}a}{dt} \right)^{1/2} \hat{y}_0(a\mathbf{w}_k), \quad dt \text{ étant le pas d'échantillonnage} \quad (\text{III.20})$$

$$\mathbf{w}_k = \begin{cases} \frac{2\mathbf{p}k}{N dt}, & k \leq \frac{N}{2} \\ -\frac{2\mathbf{p}k}{N dt}, & k > \frac{N}{2} \end{cases}, \quad \mathbf{w}_k \text{ est la fréquence angulaire, } N \text{ le nombre d'échantillons}$$

Les ondelettes analysantes à l'échelle zéro \hat{y}_0 sont définies de façon à vérifier la condition :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{y}_0(\mathbf{w}')|^2 d\mathbf{w}' = 1, \quad \text{ces ondelettes sont normalisées pour avoir une énergie unité. En utilisant ces}$$

normalisations à chaque échelle a , on aura :

$$\sum_{k=1}^{N-1} |\hat{y}(a\mathbf{w}_k)|^2 d\mathbf{w}' = N,$$

Il en ressort que la transformée en ondelettes est seulement pondérée par l'amplitude du coefficient

$$\text{de Fourier } \hat{x}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2i\mathbf{p}n/N}, \text{ et pas par la fonction analysante.}$$

Si on utilise la formule de convolution de la *TOC*, la normalisation est donc :

$$\mathbf{y} \left[\frac{(n'-n)dt}{a} \right] = \left(\frac{dt}{a} \right)^{1/2} \mathbf{y}_0 \left[\frac{(n'-n)dt}{a} \right], \quad (\text{III.21})$$

où \mathbf{y}_0 est normalisée de façon à avoir une énergie unité.

III.1.4 Choix de l'ondelette [14]

L'analyse par ondelette se caractérise par le choix arbitraire de l'ondelette analysante. La seule restriction que doit vérifier l'ondelette est la condition d'admissibilité [17] [18]. Cependant, le choix pratique d'une ondelette se fait en fonction du but recherché. Pour ce faire, on doit considérer les facteurs suivants :

1) Orthogonale ou non-orthogonale

En analyse par ondelette orthogonale, le nombre de convolutions effectuées pour chaque valeur d'échelle est proportionnel à la largeur de l'ondelette à cette échelle. Ainsi, le spectre d'ondelette obtenu est composé de blocs discrets non corrélés. Cette décomposition est très utile en traitement du signal donnant la représentation la plus compacte du signal. Inversement, l'analyse non-orthogonale (comme c'est le cas dans notre étude) est fortement redondante aux grandes échelles. En effet, les spectres d'ondelette à des temps adjacents sont très corrélés, faisant de l'analyse par ondelette non-orthogonale un outil très efficace pour l'analyse des séries temporelles, où l'on s'attend à des changements continus et lisses de l'amplitude du signal à analyser.

2) Réelle ou complexe

Une ondelette analysante réelle permet seulement d'avoir une analyse en amplitude, et est efficace pour la séparation des pics et discontinuités. L'ondelette complexe, par contre, offre une analyse de l'amplitude et de la phase du signal, et est mieux adaptée à la détection des variations oscillatoires.

3) Largeur

On définit la largeur de l'ondelette (*e*-folding time) comme étant l'intervalle de temps séparant les deux points sur l'ondelette pour lesquels le rapport d'amplitude ($A_{\max}/A_t = e$). La résolution de l'ondelette analysante est déterminée par le rapport entre sa largeur dans le plan temporelle et sa largeur dans le plan de Fourier. Une ondelette étroite en temps aura une bonne résolution temporelle mais une faible résolution fréquentielle, alors qu'une ondelette large en temps aura une mauvaise résolution temporelle mais une bonne résolution fréquentielle.

4) Forme

L'ondelette analysante doit refléter le même type de variations présent dans la série à analyser. Pour les séries temporelles avec des sauts pointus ou des échelons, on doit choisir une ondelette en échelons à l'exemple de Haar, cependant, pour les séries à variations lisses, on doit utiliser une ondelette lisse à l'exemple d'une gaussienne modulée.

III.2 Présentation de quelques ondelettes continues [17]

Nous présentons ici les caractéristiques de trois types d'ondelettes continues à savoir; l'ondelette 'Chapeau Mexicain', l'onde de 'Little wood-palley' et en fin l'ondelette de 'Morlet'.

III.2.1 L'ondelette 'Chapeau Mexicain'

Le chapeau mexicain est une ondelette construite à partir de la dérivée seconde de la gaussienne. Son expression est :

$$y(t) = \frac{2}{\sqrt{3p}^{1/4}} (1 - t^2) e^{-\frac{1}{2}t^2}$$

$$\hat{y}(f) = K f^2 e^{-2p^2 f^2}$$

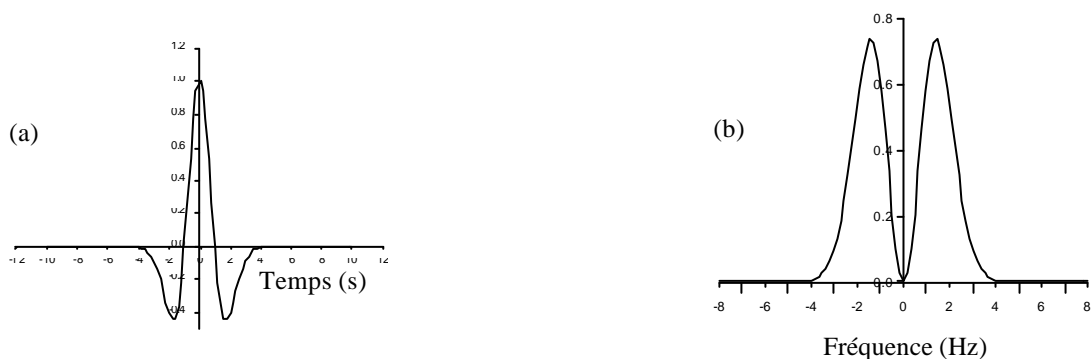


Figure III.4. Représentation de : (a) Ondelette 'Chapeau Mexicain'
(b) Son module de spectre

Propriétés :

Cette ondelette est symétrique, ce qui permet de ne pas introduire de déphasage dans la transformée en ondelettes.

Intérêt :

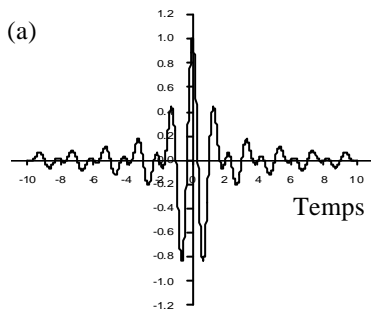
Etant issue de la dérivé d'une ondelette, le 'Chapeau Mexicain' est particulièrement adaptée à la détection de discontinuités.

III.2.2 L'ondelette de Little wood–Paley

Cette ondelette s'écrit :

Dans le domaine temporel

$$Y(t) = (pt)^{-1} (\sin 2pt - \sin pt)$$



Dans le domaine fréquentiel

$$\hat{y}(w) = \begin{cases} (2p)^{-1/2} & , \quad p \leq |w| \leq 2p \\ 0 & , \quad \text{si non} \end{cases}$$

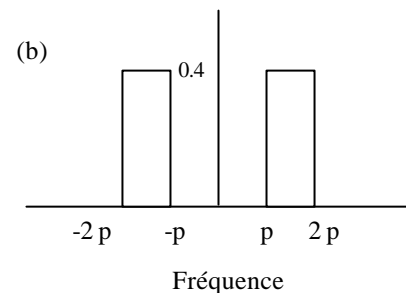


Figure III.5. Représentation de : (a) Ondelette de Little wood–Paley (b) sa TF

Intérêt :

La transformée de Fourier de l'ondelette de Little wood-Paley est à support compact, elle a donc une excellente localisation en fréquence.

Inconvénient :

L'ondelette de Little wood-Paley décroît seulement en $|t|^{-1}$ en temps. D'où une mauvaise localisation en temps.

III.2.3 L'Ondelette de Morlet

L'ondelette de Morlet est une ondelette complexe dont l'expression est :

$$Y(t) = (e^{iw_c t} - e^{-w_c^2/2}) e^{-t^2/2} ,$$

$$\hat{Y}(w) = e^{-(w-w_c)^2/2} - e^{-w_c^2/2} e^{-w^2/2} ,$$

où w_c est la fréquence centrale

Nous notons que la contribution du second terme est très faible et sa présence assure l'admissibilité de l'ondelette. En pratique on peut choisir w_c de telle sorte que ce terme soit négligeable, on prend en général $w_c \geq 5$.

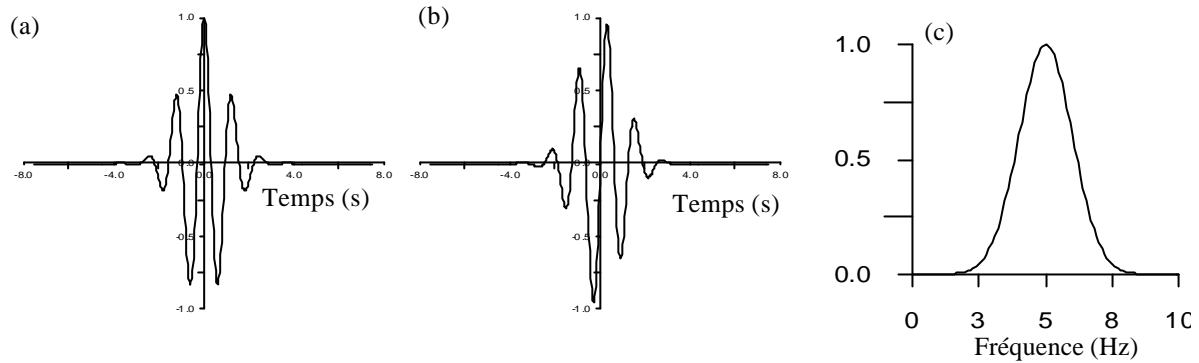


Figure III.6. Ondelette de Morlet avec $c=5$ (a) partie réelle. (b) partie imaginaire. (c) module de spectre

Propriétés :

L'ondelette de Morlet est une ondelette qui est optimalement localisée en espace et en fréquence (elle minimise l'inégalité de Heisenberg). Numériquement, on peut la considérer à support compact.

Intérêt :

L'ondelette de Morlet étant complexe, permet une analyse en module et argument. Sa régularité en fait un outil, particulièrement adapté, à l'étude de la régularité des fonctions .

Ci-dessous, un tableau donnant trois ondelettes analysantes avec leurs propriétés [14].

Tableau 1 : Trois ondelettes analysantes et leurs propriétés

Nom	$y_0(t)$	$\hat{y}_0(aw)$	résolution temporelle t_a	résolution fréquentielle w_a
Morlet (w_0 =fréquence centrale)	$p^{-1/4} e^{iw_0 t} e^{-t^2/2}$	$p^{-1/4} H(w) e^{-(aw-w_0)^2/2}$	$\sqrt{2} a$	$\frac{4p a}{w_0 + \sqrt{2 + w_0^2}}$
DOG (m =dérivé)	$\frac{(-1)^{m+1}}{\sqrt{\Gamma(m + \frac{1}{2})}} \frac{d^m}{dt^m} (e^{-t^2/2})$	$\frac{i^m}{\sqrt{\Gamma(m + \frac{1}{2})}} (aw)^m e^{-(aw)^2/2}$	$\sqrt{2} a$	$\frac{2p a}{\sqrt{m + \frac{1}{2}}}$

$H(?)$ = fonction de Heaviside.

DOG = dérivée de la gaussienne; pour $m=2$ c'est l'ondelette de Marr ou chapeau Mexicain.

III.3 Filtrage des données vibrosismiques par *TOC*

Nous exposons dans cette partie l'algorithme de filtrage que nous avons mis en œuvre pour l'élimination des distorsions harmoniques dans les données vibrosismiques [15] [16].

III.3.1 Principe [19] [20]

Nous nous basons essentiellement sur la transformée en ondelette et l'utilisation de sa formule de reconstruction.

Les enregistrements vibrosismiques sont très compliqués. Ceci étant dû au phénomène des harmoniques qui viennent interférer avec le signal pilote émis par le vibreur. Le processus de corrélation génère des distorsions harmoniques qui peuvent masquer le signal utile dans la trace vibrosismique rendant, ainsi, difficile toute tentative de séparation des événements existants. Nous avons donc considéré que l'analyse en ondelettes serait le moyen idéal pour séparer les différents événements présents dans un enregistrement vibrosismique.

Si nous arrivons à détecter les différents événements composant l'enregistrement vibrosismique, alors il nous est possible de filtrer les événements indésirables.

La transformée en ondelettes nous permet de localiser, dans le plan temps-échelle, les différents trains d'ondes d'un enregistrement. Nous procédons à un mute (remise à zéro) de la partie du plan temps-échelle représentant le bruit. Par le biais de la formule de reconstruction, nous reconstruisons le signal utile filtré.

Pour ce faire, nous avons mis au point un algorithme de filtrage structuré comme suit :

- analyse par ondelettes de l'enregistrement considéré.
- détection des paquets d'énergie représentant l'événement à filtrer.
- mute de la partie du plan temps-échelle contenant l'événement à filtrer.
- utilisation de la formule de reconstruction pour reconstruire l'événement désiré, après filtrage.

III.3.2 Mise en œuvre numérique [14]

La mise en œuvre de l'algorithme de filtrage peut être scindée en trois phases : Les seuls paramètres d'entrée du programme sont la bande fréquentielle sur laquelle on désire faire l'analyse et le nombre de voies par octave [11] [12].

- La première, consiste à calculer la transformée en ondelettes. Nous avons opté pour une analyse par octave où l'échelle est donnée par :

$$a = a_0 2^{-\frac{1}{nv}(j-1)} \quad \text{où ; } j : \text{numéro d'octave, } nv : \text{nombre de voies par octave, } a_0 : \text{échelle initiale}$$

La relation liant l'échelle à la fréquence, peut être retrouvée en calculant la *TOC* d'une sinusoïde pure (mono-fréquentielle), et ce, pour chaque ondelette utilisée dans l'analyse.

- La deuxième phase, est celle de la détection dans le plan temps-échelle de l'information correspondant au bruit à filtrer. Cette étape est beaucoup plus interprétative, et dépend de l'utilisateur. Ceci étant dû au fait qu'on ne peut prévoir exactement l'emplacement dans le plan temps-échelle de l'information concernant l'événement à éliminer. Ainsi donc, son

élimination ne peut être automatisée et dépendra de la bonne appréciation de l'utilisateur. Nous construisons un polygone autour de la zone à supprimer, le programme prendra en charge la remise à zéro des points se trouvant à l'intérieur.

- La troisième phase, consiste à reconstruire le signal désiré après élimination du bruit par le biais de la formule de reconstruction.

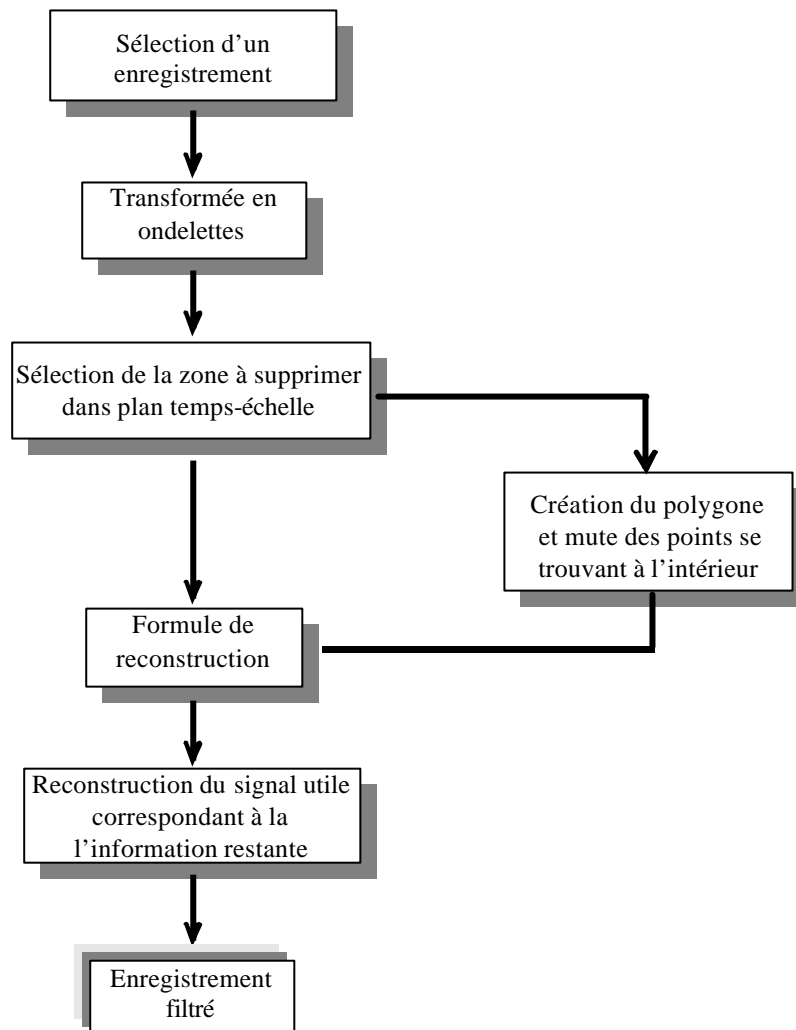


Figure III.7. Schéma représentant l'algorithme de filtrage par ondelettes

III.3.3 Analyse des données vibrosismiques par différents types d'ondelettes

Dans le cadre de notre étude, nous avons réalisé des tests avec trois types d'ondelettes continues à savoir; l'ondelette 'Chapeau Mexicain', l'onde de 'Little wood-palley' et en fin l'ondelette de 'Morlet'.

Nous allons maintenant, tester l'adaptation de chacune de ses ondelettes pour l'analyse des différents signaux vibrosismiques simulés précédemment.

Nous garderons les mêmes paramètres que ceux utilisés au chapitre II, ci-après :

Fréquence instantanée	Longueur (T)	Fréquence initiale (f_i)	Fréquence finale (f_h)	Nombre (M) d'harmoniques	Amplitudes
$f(t) = f_i + \frac{w}{T^a} t^a$ $a = 1$	$T=6 s$	$f_i = 5Hz$	$f_h = 35 Hz$	$M=2$	$a_0 = a_1 = a_2 = 2$

III.3.3.1 Analyse par l'ondelette Chapeau Mexicain

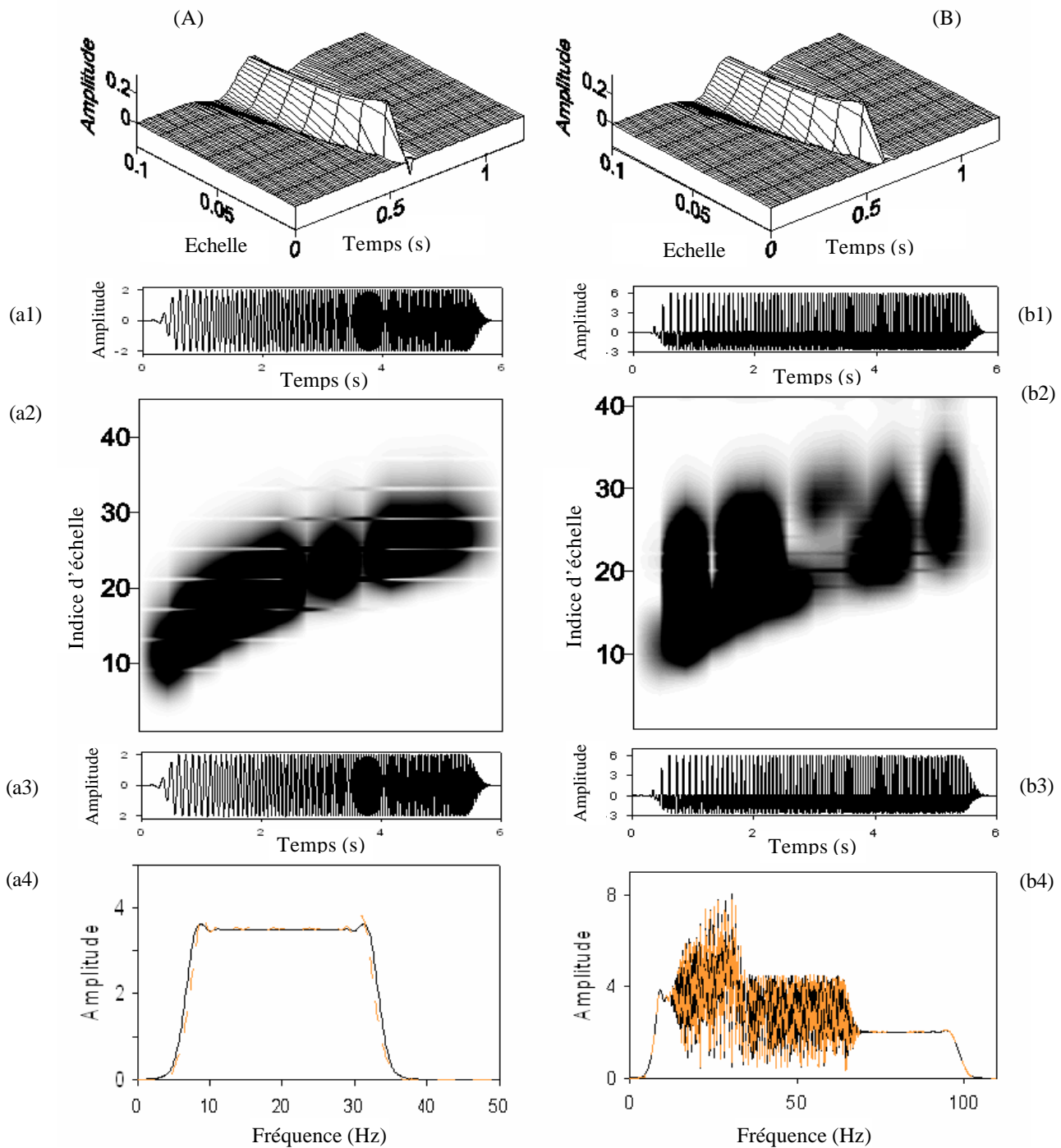


Figure III.8. (A) Série d'ondelettes chapeau mexicain appliquée dans la TOC sur le SF. (B) Série d'ondelettes chapeau mexicain appliquée dans la TOC sur le SHD. (a1) Sweep fondamental SF, (a2) sa TOC, (a3) SF reconstruit, (a4) comparaison des spectres du SF et SF reconstruit. Même opération pour le SHD en (b1), (b2), (b3) et (b4) respectivement.

D'après la figure III.8, force est de constater que l'image du SP, comme celle, du SHD sont d'une faible clarté se traduisant par une mauvaise localisation des événements dans le plan (t,a) . Aucune séparation des composantes du SHD n'est visible. La reconstruction du signal analysé se fait avec succès.

III.3.3.2 Analyse par l'ondelette de Little-wood Palley

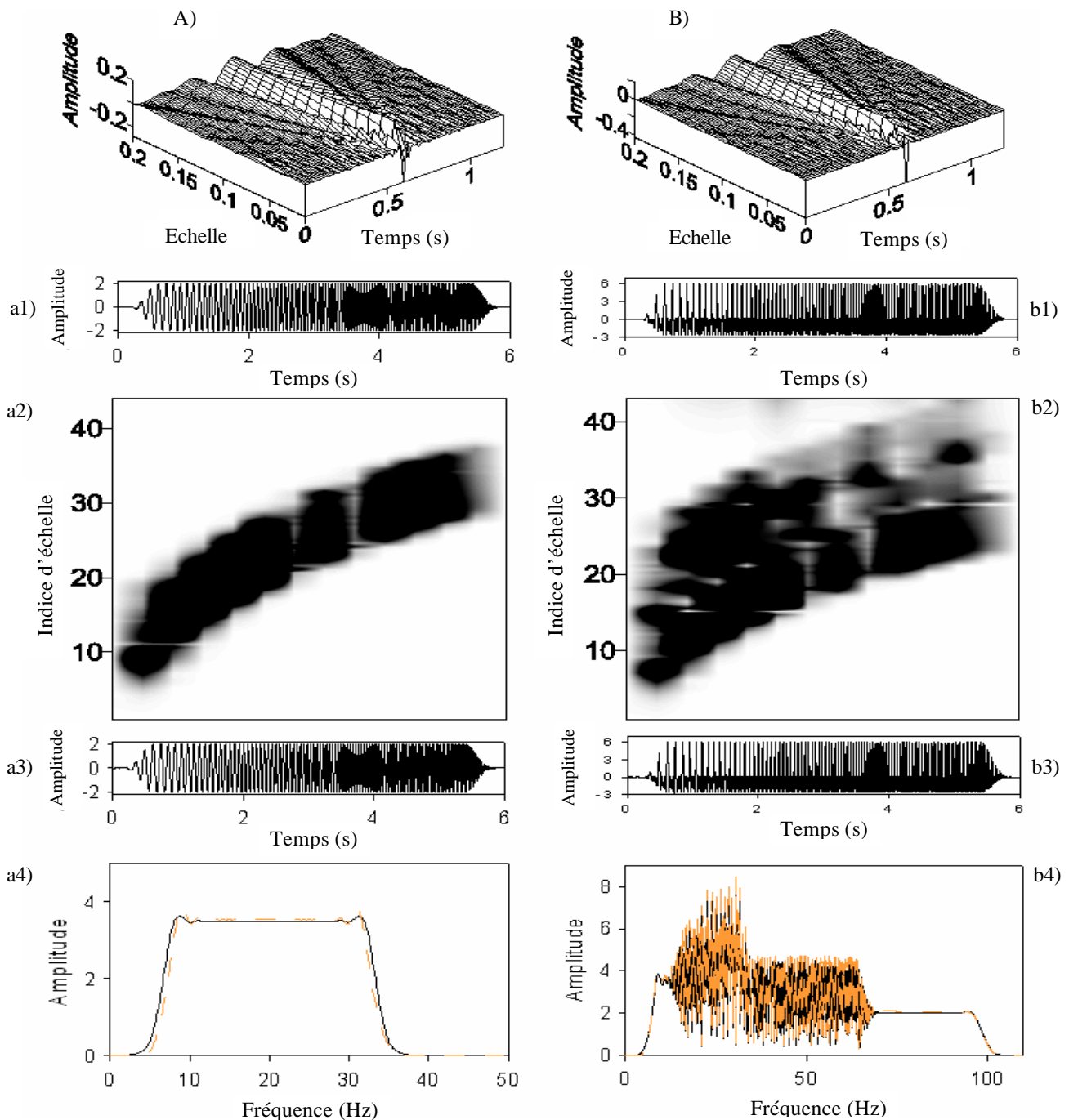


Figure III.9. (A) série d'ondelettes de Little-wood Palley appliquées dans la *TOC* sur le *SF*.
 (B) série d'ondelettes de Little-wood Palley appliquées dans la *TOC* sur le *SHD*.
 (a1) Sweep fondamental *SF*, (a2) sa *TOC*, (a3) *SF* reconstruit, (a4) comparaison des spectres du *SF* et *SF* reconstruit. Même opération pour le *SHD* en (b1), (b2), (b3) et (d4) respectivement.

L'ondelette de Little wood Palley donne une meilleur concentration de l'énergie dans le plan (t, a) (figure III.9 (b1) et (b2)), mais reste inadaptée pour séparer les différentes composantes du *SHD*. La figure (figure III.2 (d1)) et (d2) illustre la bonne reconstruction du signal de départ.

III.3.3.3 Analyse par l'ondelette de Morlet

Ainsi donc, nous venons de constater l'échec des deux ondelettes, précédemment testées, à séparer les différents événements contenus dans le *SHD*. Nous testons maintenant l'ondelette de Morlet caractérisée par une bonne localisation, à la fois, en temps et en fréquence.

III.3.3.3.1 Effet de la fréquence centrale

Nous appliquons la *TOC* par ondelette de Morlet sur le *SP* et sur le *SHD* en testant l'effet de la fréquence centrale ω_c sur la décomposition.



$$\omega_c = 5 \text{ rd/hz}$$

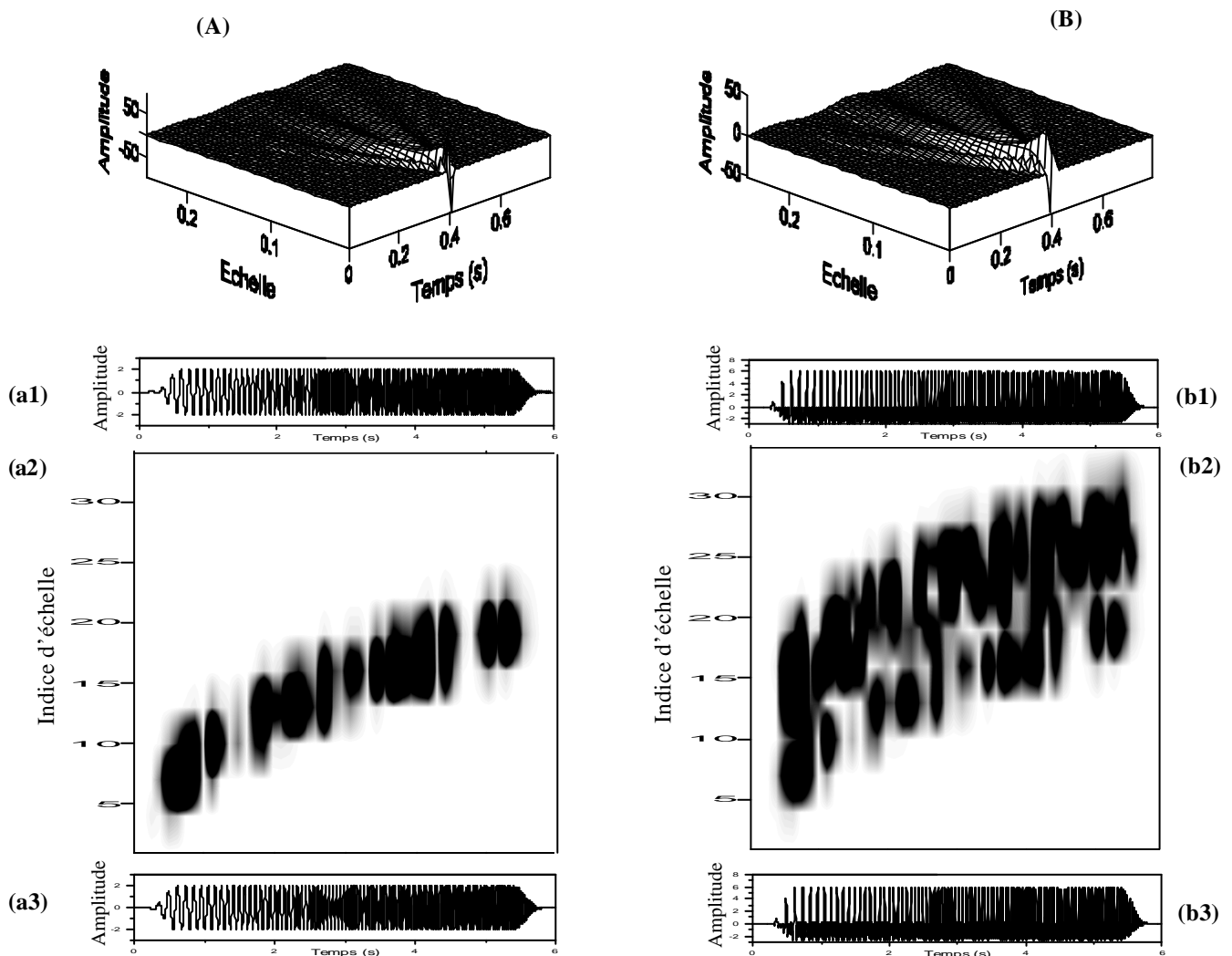


Figure III.10. (A) Série d'ondelettes de Morlet appliquées dans la *TOC* ($\omega_c = 5 \text{ rd/hz}$) sur le *SP*
 (B) Série d'ondelettes de Morlet appliquées dans la *TOC* ($\omega_c = 5 \text{ rd/hz}$) sur le *SHD*
 (a1) sweep pilote *SP*. (a2) sa *TOC*. (a3) *SP* reconstruit. Même chose pour le *SHD*
 en (b1), (b2) et (b3), respectivement.

Avec $\omega_c = 5$, la moyenne de l'ondelette de Morlet est $\hat{y}(0) \approx e^{-\frac{25}{2}}$. Dans ce cas, l'ondelette de Morlet ne vérifie pas bien la condition d'admissibilité. De plus, elle a un petit nombre d'oscillations, donnant ainsi, une mauvaise localisation de l'énergie des événements analysés. C'est

le cas pour le *SHD* dont nous ne pouvons distinguer les le *SF* de ses deux harmoniques dans la décomposition opérée (figure III.10 (b2)).

$\omega_c = 10 \text{ rd/hz}$

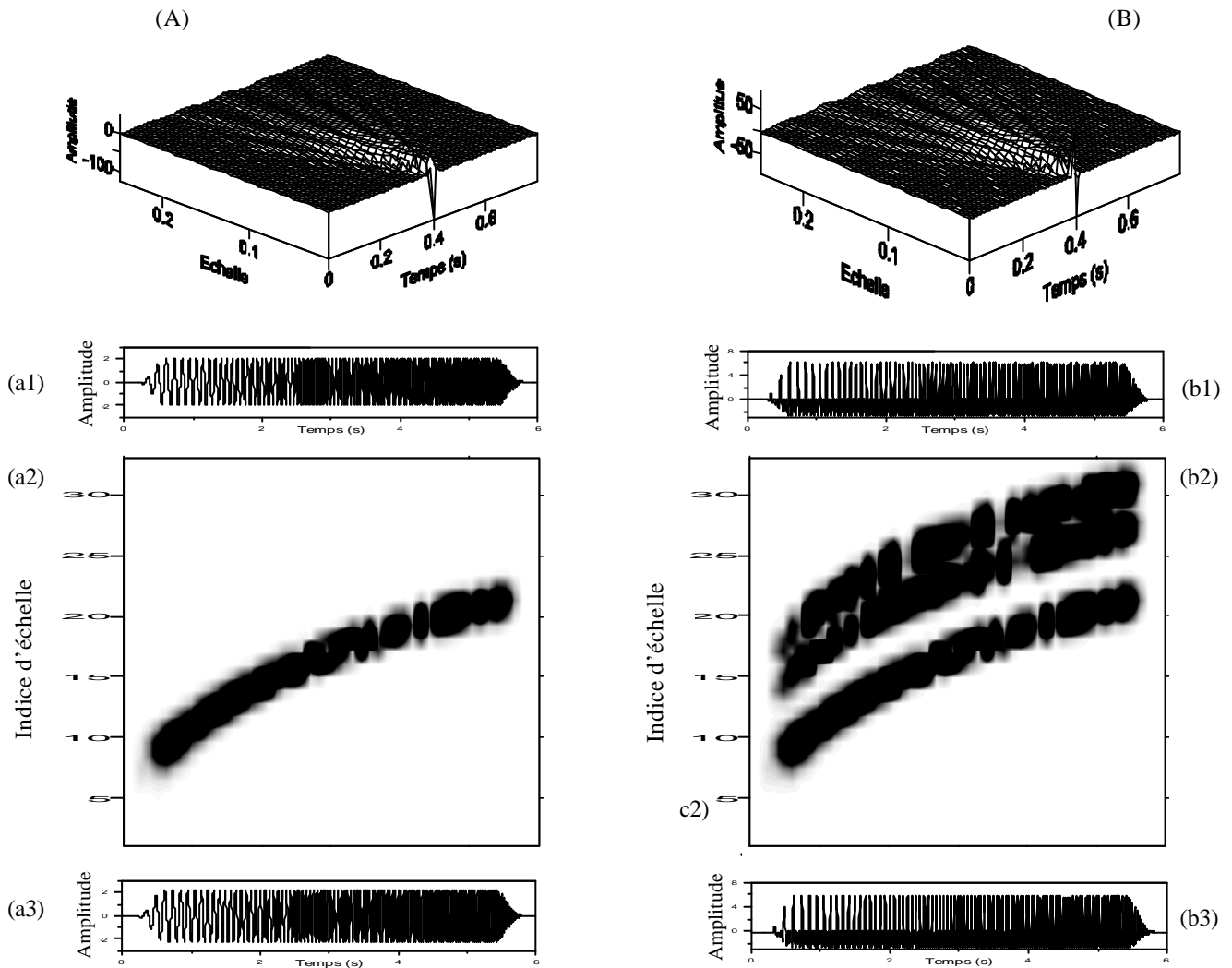


Figure III.11. (A) Série d'ondelettes de Morlet appliquées dans la TOC ($\omega_c = 10 \text{ rd/hz}$) sur le *SP*
 (B) Série d'ondelettes de Morlet appliquées dans la TOC ($\omega_c = 10 \text{ rd/hz}$) sur le *SHD*
 (a1) sweep pilote *SP*. (a2) sa TOC. (a3) *SP* reconstruit. Même chose pour le *SHD*
 en (b1), (b2) et (b3) respectivement.

En augmentant la valeur de la fréquence centrale à ($\omega_c = 10 \text{ rd/hz}$), l'image du *SF* (figure III.11 (a2)) offre une bonne localisation en temps et en fréquence des événements. Sur l'image du *SHD* (figure III.11 (b2)), nous identifions nettement les caractéristiques tempo-fréquentielles du *SF* et de ses deux harmoniques. Les harmoniques d'ordre 1 et d'ordre 2 ne sont, cependant, pas assez séparés l'un de l'autre.

$\omega_c = 15 \text{ rd/hz}$

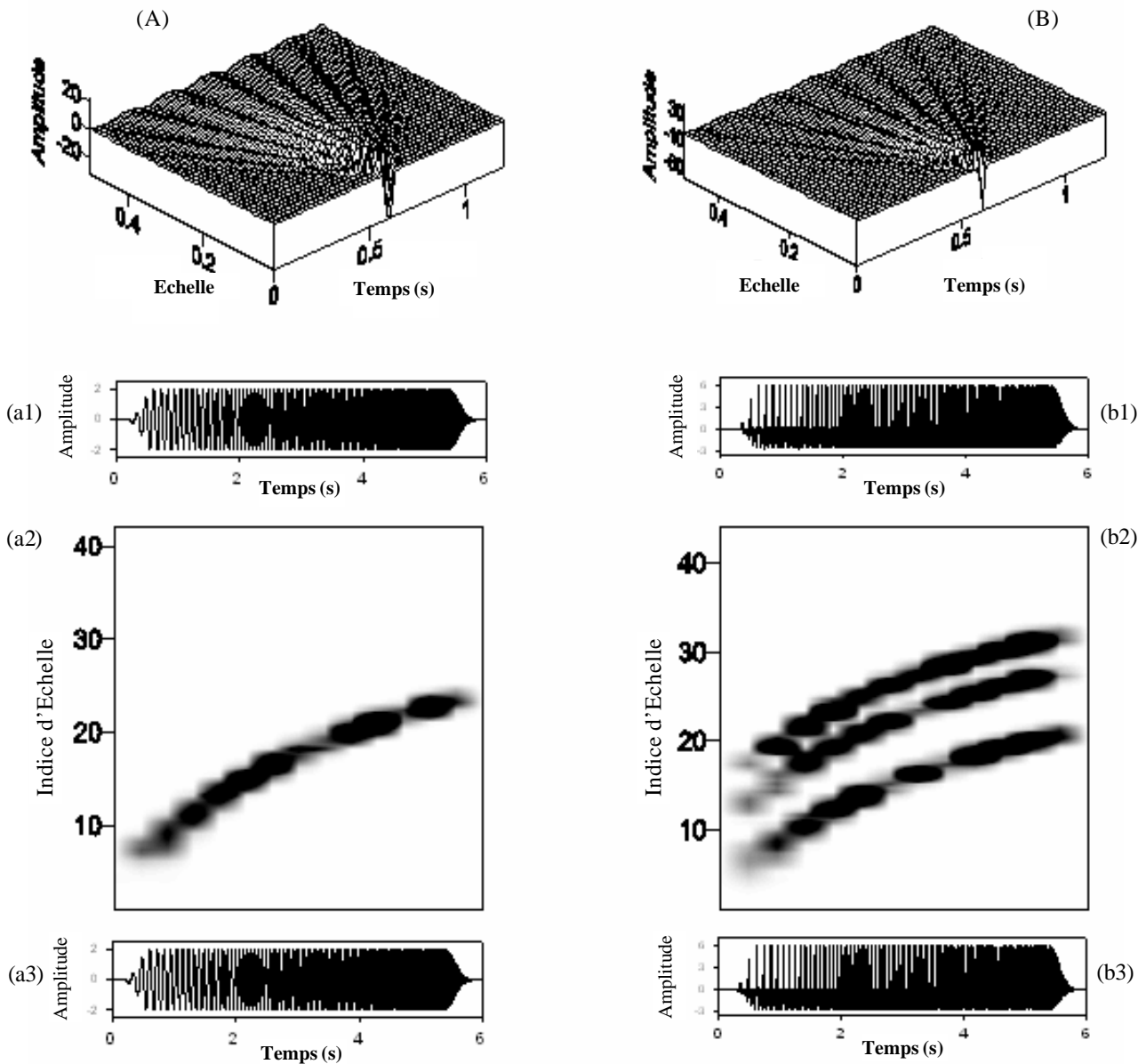


Figure III.12. (A) Série d'ondelettes de Morlet appliquées dans la TOC ($\omega_c = 15 \text{ rd/hz}$) sur le SF. (B) Série d'ondelettes de Morlet appliquées dans la TOC ($\omega_c = 15 \text{ rd/hz}$) sur le SHD. (a1)Sweep SF. (a2) Sa TOC. (a3) SF reconstruit. Même calcul pour le SHD en (b1), (b2) et (b3) respectivement.

Avec une valeur de ($\omega_c=15 \text{ rd/hz}$), la résolution tempo-fréquentielle est meilleure que précédemment ($\omega_c=10 \text{ rd/hz}$). C'est ce qui explique la très bonne localisation du SF dans le plan (t,a) et une meilleure séparation entre le SF, l'harmonique d'ordre 1 et l'harmonique d'ordre 2. La reconstruction du signal de départ se fait avec succès pour les différentes valeurs de ω_c testées.

Nous allons montrer, à ce stade, qu'au delà d'une certaine valeur de ω_c la reconstruction est de plus en plus mauvaise.

$\omega_c = 25 \text{ rd/hz}$

Avec $\omega_c = 25$ nous obtenons une meilleure résolution en temps et en fréquence. Nous pouvons le vérifier en observant, pour une échelle fixe, l'extension des lobes d'énergie. Ces derniers sont plus contractés qu'avec $\omega_c = 15$. Procédons de la même façon pour la résolution fréquentielle, nous constatons que pour un temps fixe, les lobes d'énergie des différents événements se trouvent plus rétrécis que dans le cas $\omega_c = 15 \text{ rd/hz}$.

Ainsi donc, avec une fréquence centrale $\omega_c = 25$ nous avons une meilleure décomposition des composantes du SHD, mais la reconstruction du signal de départ s'en trouve très affectée. Ceci, s'explique par le fait que l'ondelette de Morlet, avec $\omega_c = 25 \text{ rd/hz}$, acquière un support temporel trop large pour qu'elle puisse être une bonne ondelette reconstructive.

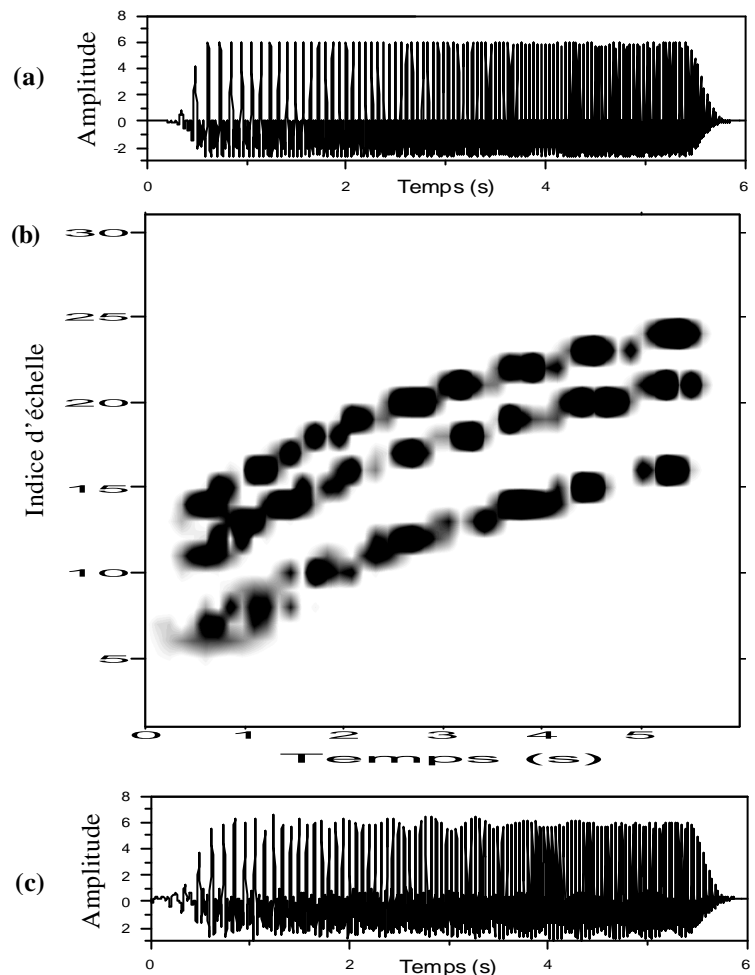


Figure III.13.

- (a) Signal SHD.
- (b) TOC du SHD avec $\omega_c = 25 \text{ rd/hz}$.
- (c) Signal SHD reconstruit.

En vertu des résultats précédents, nous pouvons conclure que l'ondelette de Morlet est bien adaptée à l'analyse et à la reconstruction des signaux vibrosismiques. Il reste que le choix de la fréquence centrale est crucial dans l'implémentation de la méthode. Une bonne ondelette analysante n'est pas nécessairement une bonne ondelette reconstructive.

III.4 Filtrage par *TOC* des sweeps *SHD* linéaires

En utilisant l'ondelette de Morlet dans la *TOC*, nous venons donc de séparer les différentes composantes du *SHD* $s(t)$ à savoir; le *SF* $s_0(t)$, l'harmonique d'ordre 1 $s_1(t)$ et l'harmonique d'ordre 2 $s_2(t)$. Il nous est donc possible d'éliminer les deux harmoniques sans toutefois altérer le *SF*.

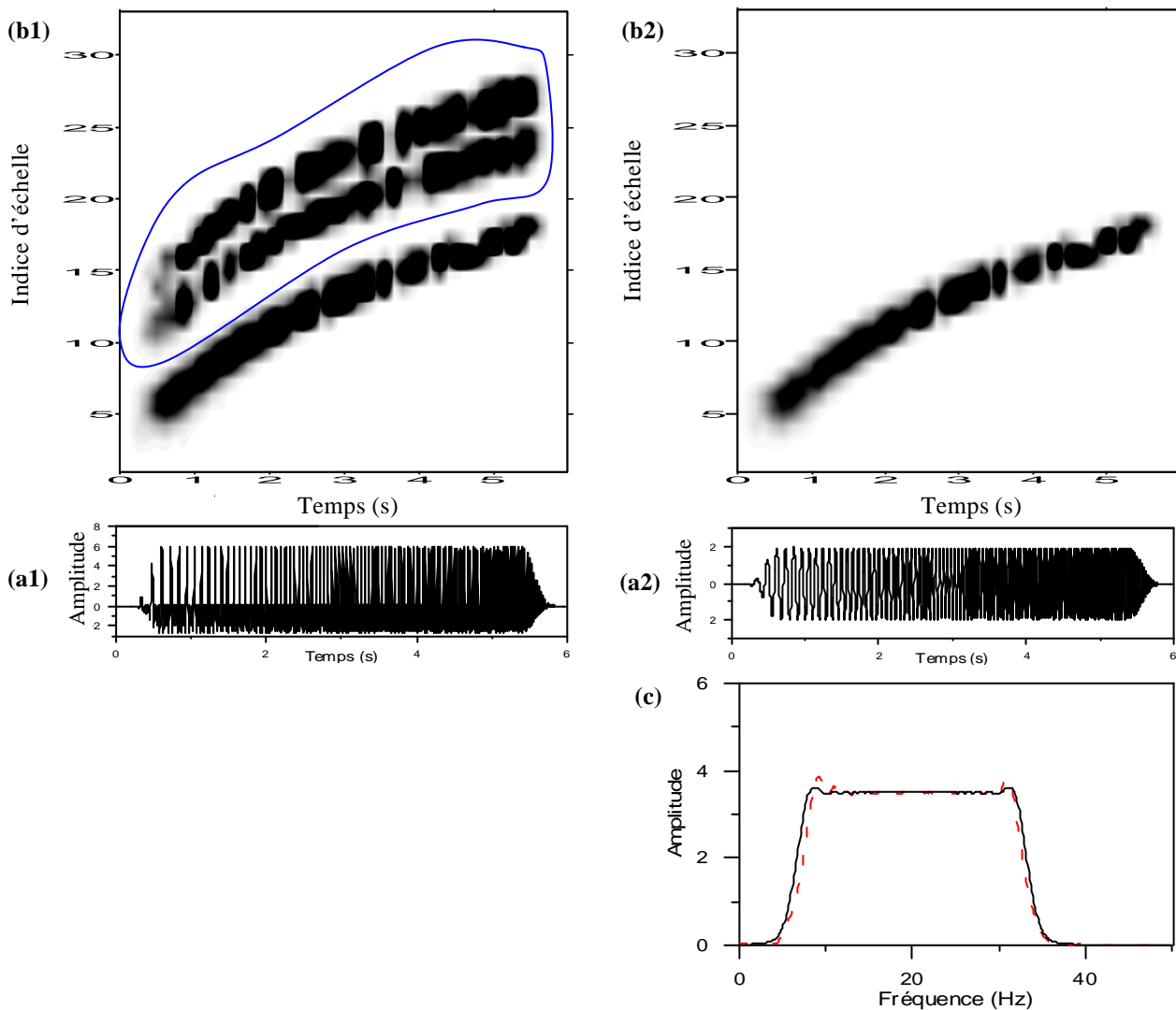


Figure III.14. (a1) sweep *SHD*. (b1) *TOC* du *SHD* avec $\gamma_c = 15$ rd/hz.
 (b2) *TOC* en (b1) après mute de la partie du polygone.
 (a1) Signal *SP* reconstruit (c) comparaison des spectres du *SP* original et celui du *SP* reconstruit.

Nous avons, ainsi, réussi à éliminer les deux harmoniques contenus dans le *SHD*, et avons obtenu une bonne reconstruction du *SF* (figure III.14 (a2) et (c)). Nous attirons l'attention, ici, sur la meilleure qualité du *SF* reconstruit par rapport au résultat obtenu par la méthode *PPSF* dans le chapitre II.

III.5 Filtrage par *TOC* des sweeps *SHD* non linéaires

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre II, la technique du *PPSF* ne pouvant s'appliquer aux sweeps non linéaires, nous allons maintenant appliquer la transformée en ondelettes sur un *SHD* avec deux harmoniques, généré par un sweep non linéaire dont les paramètres sont donnés sur le tableau ci-dessous :

Fréquence instantanée	Longueur (T)	Fréquence initiale (f_i)	Fréquence finale (f_h)	Nombre (M) d'harmoniques	Amplitudes
$f(t) = f_i + \frac{w}{T^a} t^a$ $a = 3$	$T = 6 \text{ s}$	$f_i = 5 \text{ Hz}$	$f_h = 35 \text{ Hz}$	$M = 2$	$a_0 = a_1 = a_2 = 2$

Nous gardons les mêmes caractéristiques que pour le *SHD* simulé dans le chapitre II. Nous prenons une valeur de $a = 3$ afin d'avoir un sweep non linéaire riche en basses fréquences au détriment des hautes fréquences.

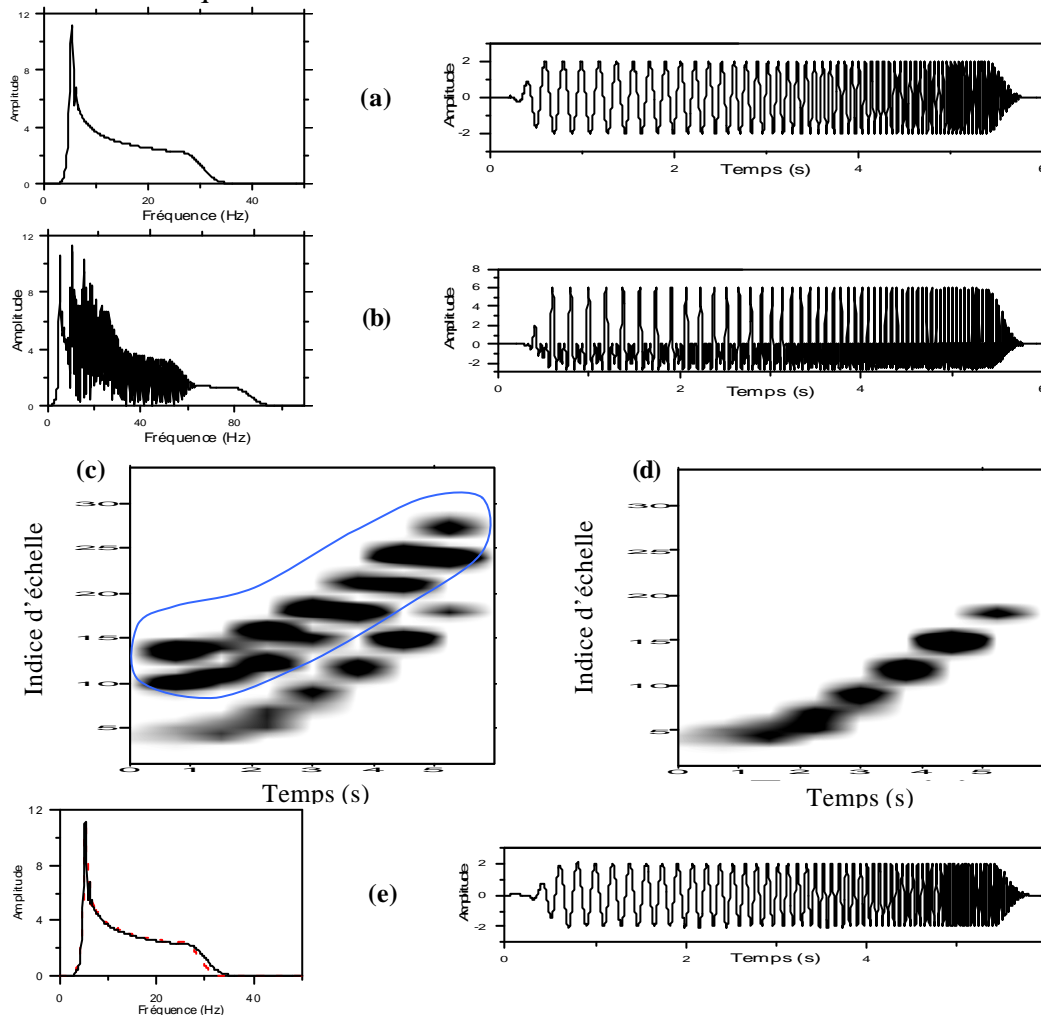


Figure III.15. (a) *SF* non linéaire et sa *TF* à gauche. (b) *SHD* non linéaire et sa *TF* à gauche. (c) *TOC* du *SHD*. (d) *TOC* du *SHD* après mute de la zone du polygone. (e) *SF* reconstruit, à gauche, la comparaison des spectres.

La figure III.15, démontre l'efficacité de la méthode de filtrage par ondelette même dans le cas de sweeps non linéaires. Ces résultats mettent en évidence l'apport de cet outil par rapport au filtrage *PPSF*, quand l'utilisation des sweeps non linéaires est imposée par les contraintes liées à la géologie du terrain.

III.6 Filtrage par *TOC* des traces vibrosismiques

Pour cette partie, nous allons explorer les possibilités de localiser et de séparer les différents événements existants dans la trace vibrosismique, avant le processus de corrélation, et après. Ceci nous permettra de pronostiquer quant à la possibilité d'éliminer, dans le plan temps-échelle, l'énergie responsable de l'apparition des bruits de corrélation dans la trace corrélée.

A travers quatre (04) modèles synthétiques, construits avec les mêmes paramètres utilisés précédemment (chapitre II.), nous montrons l'image par *TOC* des différents événements contenus dans la trace vibrosismique. Nous utilisons l'ondelette de Morlet avec une fréquence centrale f_c adaptée à chaque modèle. Nous représentons sur l'axe des x , l'indice d'échelle j lié à la dilatation. L'axe des y , représente le temps d'arrivée double.

Modèle1

Pour servir de référence, nous générons une trace brute (figure III.16) résultant de la convolution de la série de réflectivité avec le sweep pilote *SP* (down-sweep).

Ce modèle représente un cas idéal, irréalisable en pratique, où l'on suppose que, le *SP* programmé dans le vibrateur, est transmis identiquement par la base-plate, et se propage sans distorsion aucune dans le sous sol.

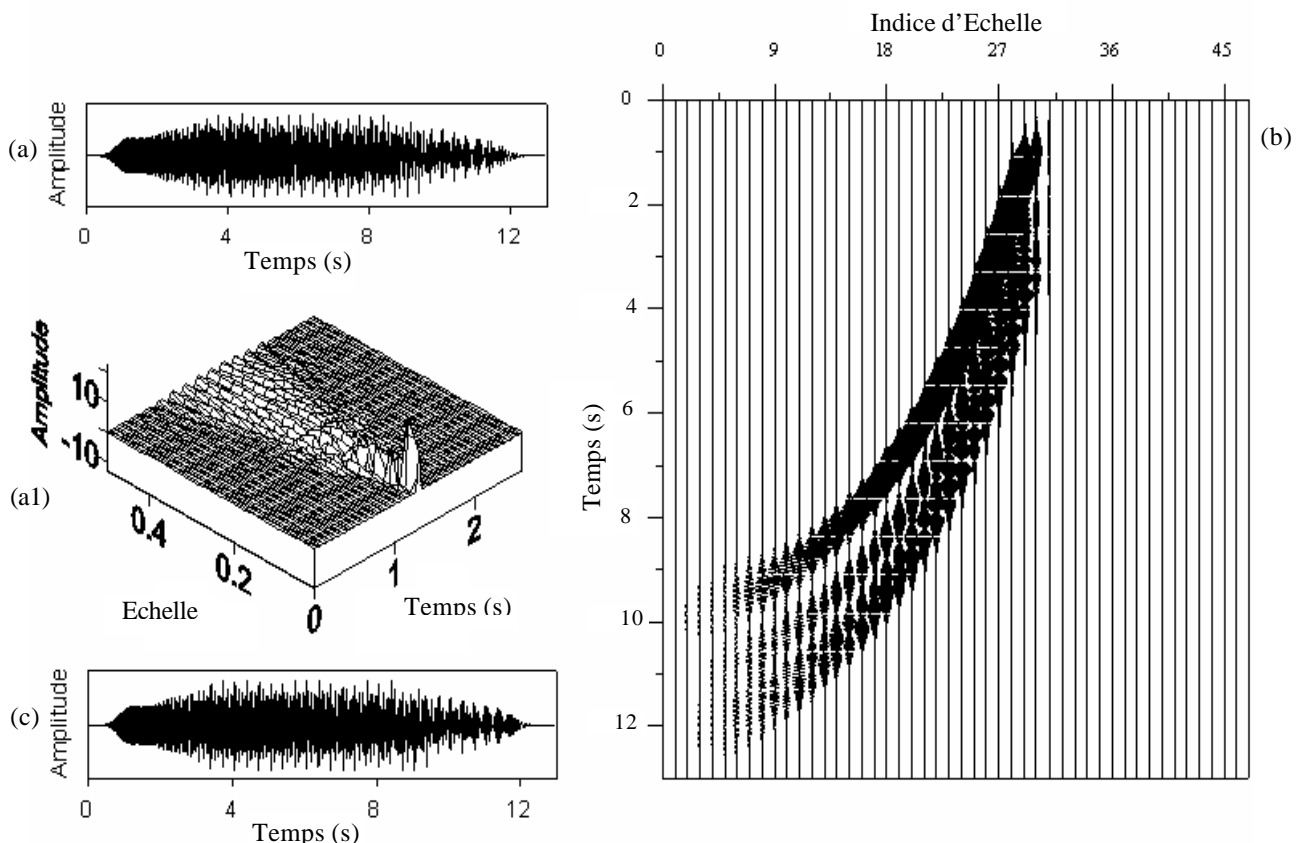


Figure III.16. Analyse par *TOC* d'une trace vibrosismique non corrélée.

- (a) trace non corrélée obtenue par le *SP*.
- (a1) Série d'ondelettes de Morlet appliquée dans la *TOC*
- (b) Image de la trace en (a) par *TOC*, l'ondelette analysante est la Morlet ($f_c=8$).
- (c) Trace reconstruite.

L'analyse par *TOC* de cette trace (figure III.16 (b)), montre l'apparition au niveau de chaque réflecteur du signal transmis (*SP*) et son étalement dans le plan temps-échelle. Force est de constater, que le premier événement se distingue par une plus forte amplitude due à l'importance de son coefficient de réflexion. La reconstruction de la trace (figure III.16 (c)) témoigne de la fidélité de la reconstruction.

Modèle 2

Nous corrélons la trace du modèle 1 (figure III.16 (a)) par le *SP*, nous obtenons la trace corrélée de la figure III.17 (a), montrant une succession d'ondelettes Klauder au niveau des quatre réflecteurs.

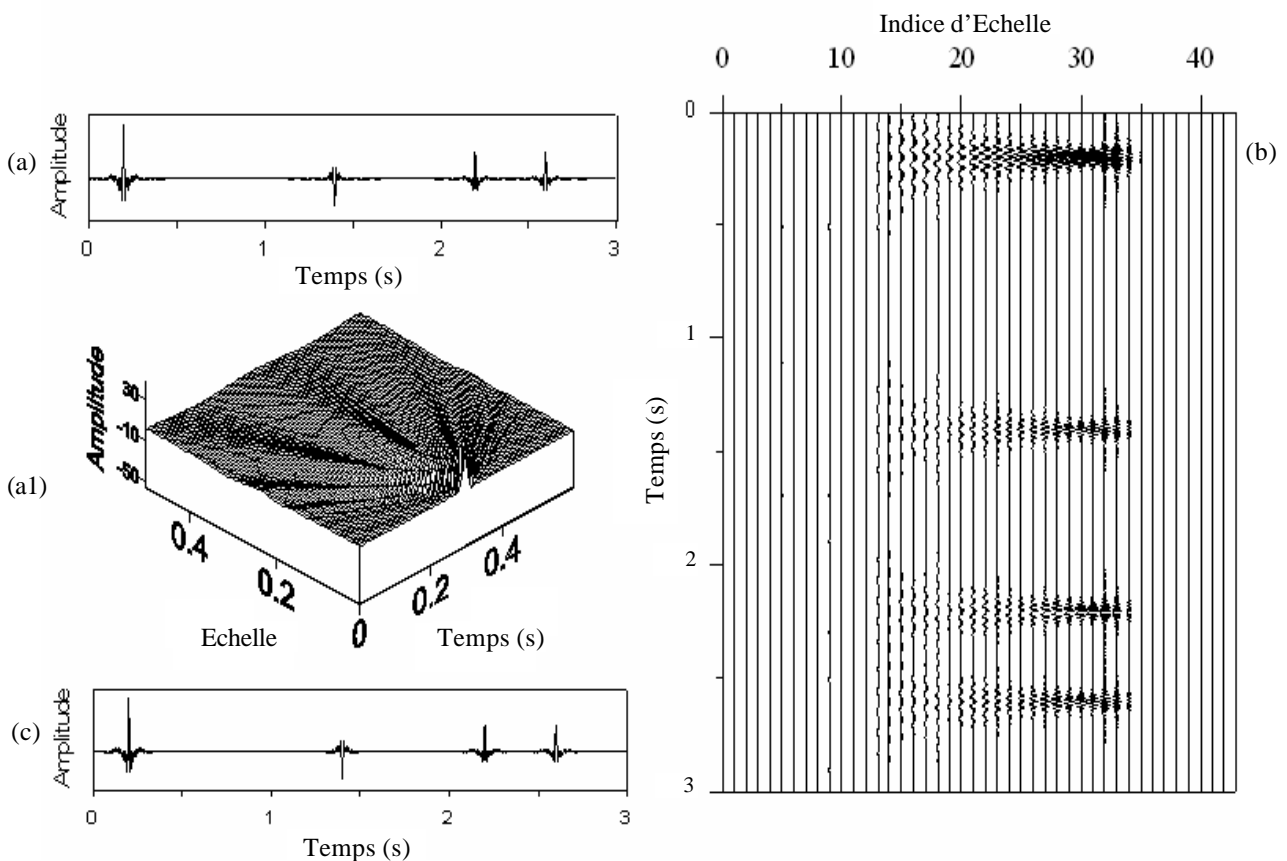


Figure III.17 Analyse par *TOC* d'une trace vibrosismique corrélée.

(a) trace corrélée obtenue par corrélation de la trace en figure III.16 (a), avec le *SP*.

(a1) Série d'ondelettes de Morlet appliquée dans la *TOC*.

(b) Image de la trace en (a) par *TOC*, l'ondelette analysante est la Morlet ($c=8$ rd/hz).

(c) Trace reconstruite.

L'image de cette trace obtenue par *TOC* (figure III.17 (b)) reflète fidèlement la position des Klauder, en temps, au niveau des quatre réflecteurs et leurs étalement en échelle. De la même façon, la figure III.17 (c) montre une bonne reconstruction de la trace de départ.

Nous notons, à ce niveau, que ces deux premiers modèles vont servir de référence et de comparaison, par rapport à ce que serait, l'image par *TOC*, d'une trace vibrosismique non corrélée ou corrélée, enregistrée dans des conditions idéales.

Modèle 3

Comme pour le cas du modèle 1, nous générons une trace brute avec comme signal transmis le *SHD* (figure III.18 (a)).

Ce modèle est plus proche de la pratique où l'on ne peut avoir une émission fidèle du *SP*. Ainsi, la trace vibrosismique est le résultat de la convolution de la série de réflectivité par le signal *SHD*.

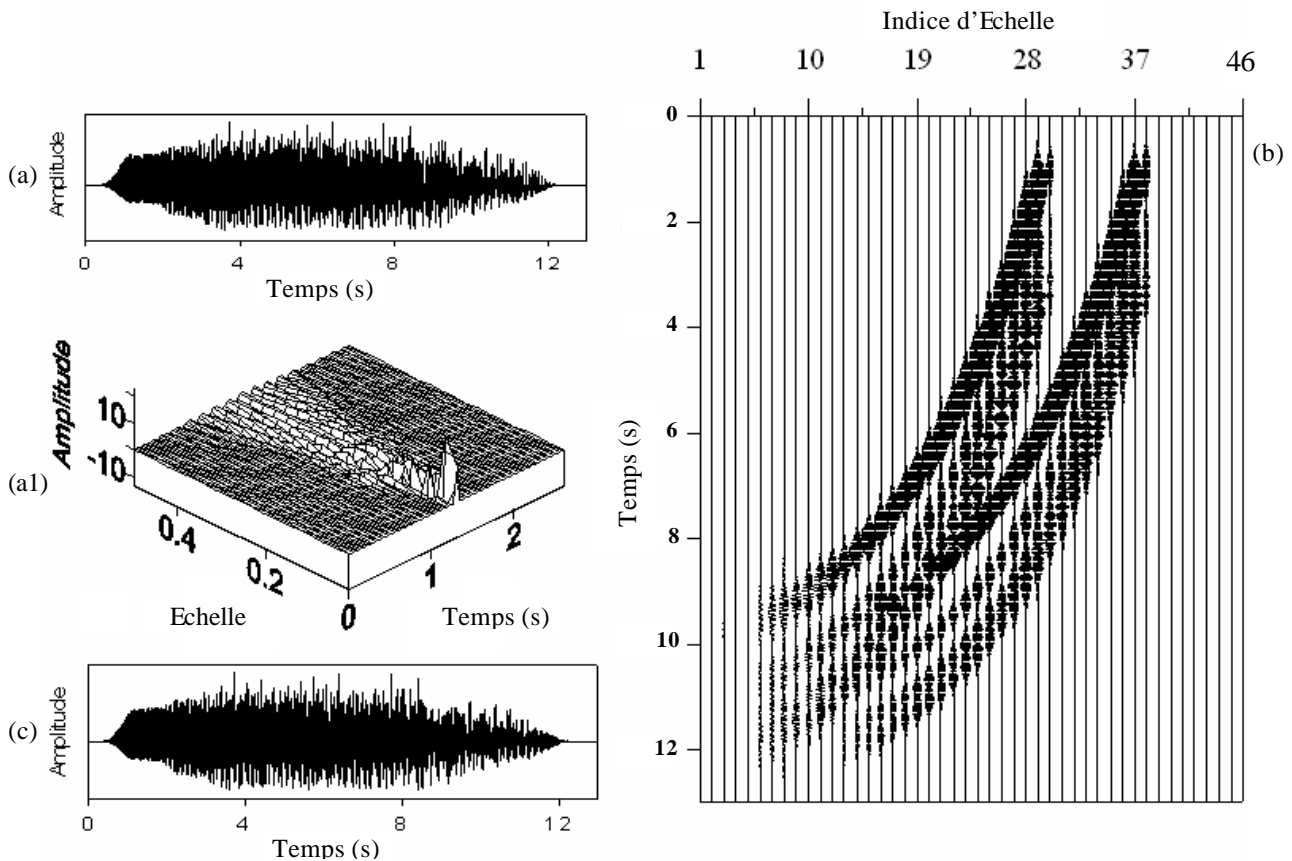


Figure III.18. Analyse par *TOC* d'une trace vibrosismique non corrélée.

- (a) Trace non corrélée obtenue par le *SHD*.
- (a1) Série d'ondelettes de Morlet appliquée dans la *TOC*.
- (b) Image de la trace en (a) par *TOC*, l'ondelette analysante est la Morlet ($\sigma_c=20 \text{ rd/hz}$).
- (c) Trace reconstruite.

L'image de la figure III.18 (b) fait ressortir, comme attendu, au niveau de chaque réflecteur les deux composantes du signal transmis *SHD*. La composante harmonique $s_1(t)$, se distingue nettement par son plus grand étalement vers les hautes fréquences (petites échelles), par rapport à la composante fondamentale $s_0(t)$. Dans l'intervalle d'indices d'échelle $[15, 23]$, l'harmonique $s_1(t)$ chevauche, principalement, avec les composantes fondamentales des deux derniers événements. La reconstruction reste bonne, malgré la grande complexité de la trace d'origine (figure III.18 (c)).

Modèle 4

La corrélation de la trace du modèle 3 par le *SP* (figure III.19 (a)), montre une première Klauder nette suivie d'une forte contamination, essentiellement, des deux dernières par les bruits de corrélation.

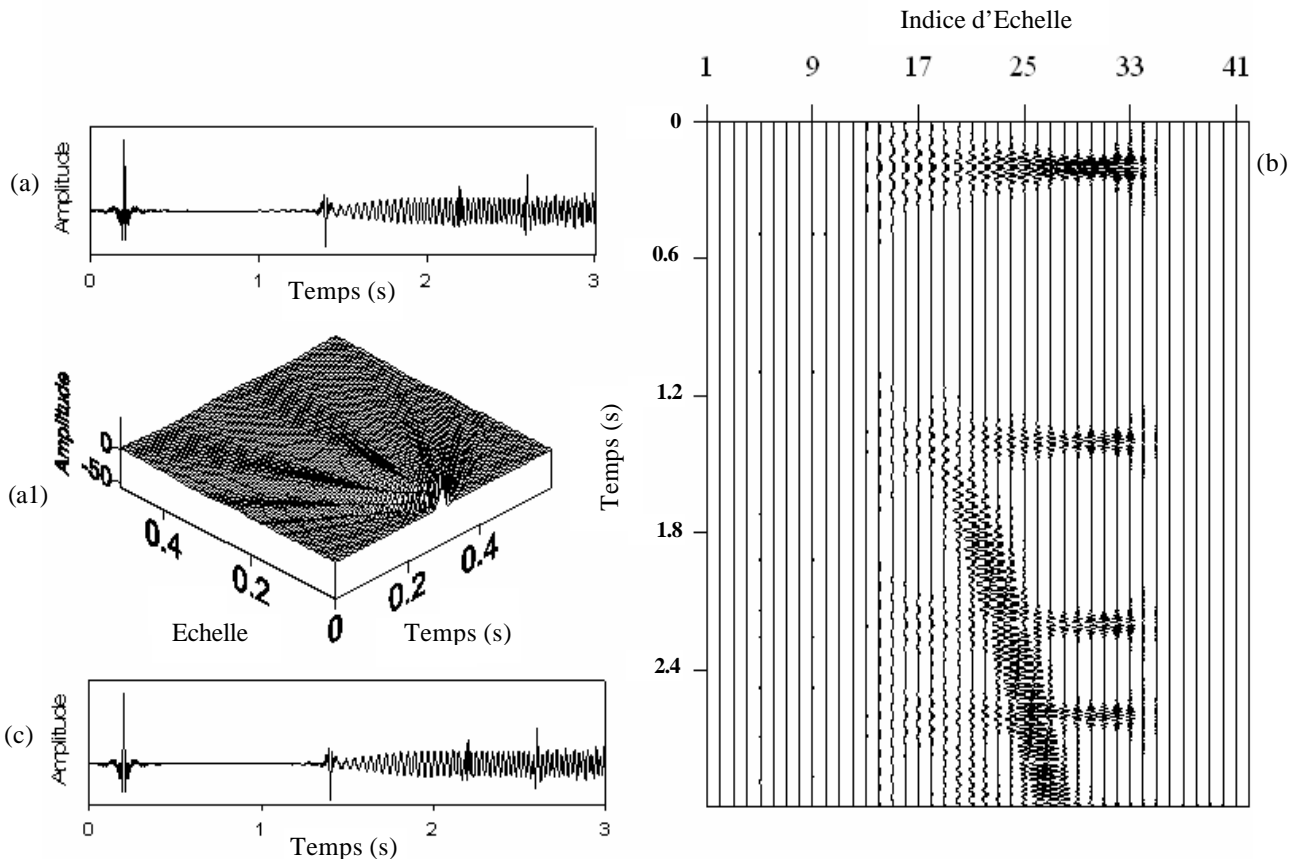


Figure III.19. Analyse par *TOC* d'une trace vibrosismique. (a) Trace obtenue par le *SHD* et corrélée par le *SP*.
 (a1) Série d'ondelettes de Morlet appliquée dans la *TOC*.
 (b) Image de la trace en (a) par *TOC*, l'ondelette analysante est la Morlet ($c=8 \text{ rd/hz}$).
 (c) Trace reconstruite.

La représentation dans le plan temps-échelle, renforce le constat d'une superposition, à la fois, en temps et en échelle entre les bruits de corrélation et certaines composantes temporelles des deux dernières Klauder.

Les modèles 3 et 4, démontrent l'inefficacité d'une suppression de l'énergie responsable des bruits de corrélation dans ces deux cas. Si une intervention post-corrélation paraît tout à fait exclue (figure III.19 (c)), le mute de l'énergie du *SF* (figure III.18 (c)), se trouve malaisée par la partie chevauchante dans l'intervalle d'indices d'échelle [15, 23].

Filtrage de la trace vibrosismique

L'élimination des bruits de corrélation dans la trace corrélée, reviendrait à supprimer la composante harmonique au niveau du premier réflecteur dans la trace non corrélée (figure III.18 (b)). L'interférence citée, ci-dessus, rend cette opération inefficace.

Nous avons tenté de résoudre le problème en abordant une nouvelle approche, qui consiste à utiliser le premier harmonique comme corrélateur. Ceci, revient à supprimer l'énergie représentant le SF au niveau du premier réflecteur, qui se caractérise par une bonne séparation des autres événements comme illustré sur la figure (figure III.18 (b)).

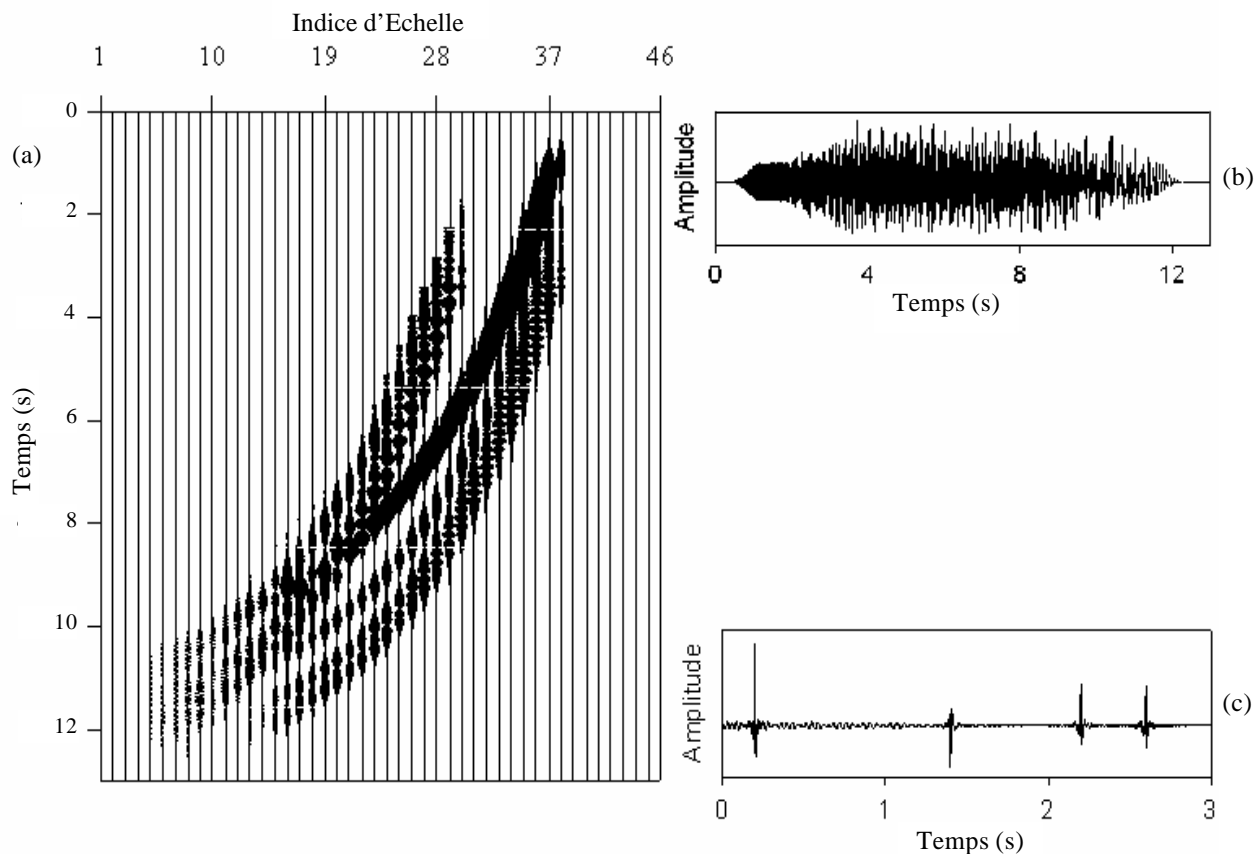


Figure III.20. Filtrage de la trace vibrosismique.

- (a) Image de la trace en Figure III.18 (b) après élimination de l'énergie du SF .
 (b) Trace reconstruite. (c) Trace en (b) corrélée avec l'harmonique d'ordre 1.

La remise à zéro de l'énergie du SF (figure III.20 (a)), et la reconstruction des événements restants donne la trace non corrélée de la figure (figure III.20 (b)). La corrélation de cette trace par l'harmonique d'ordre 1 $s_1(t)$, permet d'obtenir une trace nettoyée des bruits de corrélation (figure III.20 (c)) avec des Klauder plus contractées, d'où une amélioration du pouvoir de résolution.

CONCLUSION

CONCLUSION

A travers cette étude, nous avons montré que le filtrage des données vibrosismiques par une technique aussi performante que le *PPSF* reste, néanmoins, limitée dans son champ d'application. En effet, les résultats des différents tests effectués sur des modèles synthétiques, montrent que cette technique ne peut éliminer que les distorsions harmoniques générées par le premier événement. De plus, cette dernière ne peut s'appliquer aux sweeps non linéaires.

Nous avons présenté une méthode d'analyse des données vibrosismiques. L'analyse du signal base-plate, dans le plan temps-fréquence par *TOC*, permet d'isoler le signal fondamental de ses différents harmoniques. L'élimination de ces derniers, permet de retrouver le *SF* qui intervient dans le processus de corrélation.

A travers un jeu de modèles synthétiques, nous avons montré que l'ondelette de Morlet, exprimée avec un nombre d'oscillations adéquat dans la *TOC*, donne, à la fois, une bonne analyse et synthèse, aussi bien, sur des sweeps linéaires que non linéaires. Ces résultats mettent en évidence l'apport de cet outil par rapport au filtrage *PPSF* quand l'utilisation de sweeps non linéaires est imposée par les contraintes liées à la géologie du terrain.

L'analyse par *TOC* des traces vibrosismiques donne une image qui reflète, fidèlement, la position en temps des différents composants du *SHD*, ainsi que leur étalement en échelle. L'analyse de la trace corrélée contaminée par les bruits de corrélation montre l'inefficacité d'intervenir après corrélation.

Sur la trace vibrosismique non corrélée analysée par *TOC*, l'élimination des bruits de corrélation, reviendrait à supprimer la composante harmonique au niveau du premier réflecteur. Cette élimination ne peut s'effectuer pour la partie chevauchante entre le premier harmonique et les deux derniers événements.

Une nouvelle approche consiste à utiliser le premier harmonique comme corrélateur, après élimination du *SF* dans la trace vibrosismique. La trace obtenue est nettoyée des bruits de corrélation avec effet de contraction sur les ondelettes de corrélation, d'où une nette amélioration de la résolution temporelle.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Goupillaud, P.L. Signal design in the 'Vibroiseis' technique. *Geophysics*, 41, 1291- 1304, 1976.
- [2] Seriff A.J and Kim, W.H. The effect of harmonic distortion in the use of vibratory surface source. *Geophysics* 35, 234-246. 1970.
- [3] Rietsch E. Reduction of harmonic distortion in vibratory source records. *Geophys Prosp.*, 29, 178-188, 1981.
- [4] Martin, J E., and Bacon, W. M. Simultaneous vibroseis recording. *Geophys. Prosp.*, 41, 943-967, 1993.
- [5] Xiao-Ping Li, Walter Söllner, and Peter Hubrol. Elimination of harmonic distortion in vibroseis data. *Geophysics*, 60(2): 503-516, March-April 1995.
- [6] Li, X-P. Monitoring of harmonic distortion in vibroseis data by a pure phase shift filter. *J. Seis.Expl.*, 6: 97-112, 1996a.
- [7] Butheel A. Learning to swim in a sea of wavelets. *Bull. Belg. Math.*, 1995.
- [8] Daubechies I. Ten lectures on wavelets, *SIAM Press*, Philadelphia.1992.
- [9] Perrier V. Phylopovitch T. & Basdevant C. Wavelet Spectra compared to Fourier Spectra. 1993.
- [10] Barnes A. Instantaneous frequency and amplitude in the envelope peak of a constant-phase wavelet. *Geophysics*, 56: 1058-1060. 1991.
- [11] Meyer Y. Wavelets: algorithms & applications. *SIAM Press*, Philadelphia.1993.
- [12] Goupillaud P., Grossman A. et Morlet J., Cycle octave and related transforms in seismic signal analysis. *Geoexploration*, 23: 85-102. 1984.
- [13] Chakraborty A. and Okaya D., Frequency-time decomposition of seismic data using wavelet-based methods. *Geophysics* 60(6): 1906-1916, Nov-Dec 1995.
- [14] Torrence C. and P.Compo G., A practical guide to wavelet analysis. *Program in atmospheric and oceanic science, university of Colorado*, Boulder, Colorado. 1998.
- [15] Xiao-Ping Li. Decomposition of vibroseis data by the multiple filter technique. *Geophysics*, 62(3): 980-991, May-June 1997.
- [16] Rioul O. and Duhamel P. Fast Algorithms for Discrete and Continuous Wavelet Transforms. *IEEE Transaction on information theory*, Vol.38, N°2, March 1992.

- [17] Moreau F. Méthode de traitement des données géophysiques par transformée en ondelettes. Th. doctorat de l'université de Rennes 1(*Geosciences*), France. 1995.
- [18] Meyer Y., Jaffar S. Et Rioul O. L'analyse par ondelettes. *Pour la 'Science'*, 119, 28-37. 1987.
- [19] Önsay T. and Haddow A G. Wavelet transform analysis of transient wave propagation in a dispersive medium. *Department of Mechanical Engineering, Michigan State University, East Lansing, Michigan 48824-1226.*, November 1993.
- [20] Valero H.P. Ondoscopie sismique. Th. Doctorat de *l'Institut de Physique du Globe de Paris*. 1997.