

N° d'ordre : 34/2010-M/PH

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE « HOUARI BOUMEDIENE »
FACULTE DE PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MAGISTER

en PHYSIQUE

Spécialité : Energétique et Mécanique des Fluides

Par : **M. BENMALEK TOUFIK**

THEME

**CONVECTION MIXTE D'UN FLUIDE DE
BINGHAM DANS UNE CAVITE À DEUX PAROIS
MOBILES DIFFERENTIELLEMENT CHAUFFEE**

Soutenu publiquement le :13/07/2010, devant le jury composé de:

M .E.k. SI AHMED	Professeur à l'USTHB	Président
M. F. SOUIDI	Professeur à l'USTHB	Directeur de mémoire
M. A. GHEZAL	Maître de Conférences à l'USTHB	Examinateur
M. N. TABTI	Maître de Conférences à l'université de Blida	Examinateur
M^{elle} . O. GUERRI	Maître de recherche au CDER	Examinatrice

Remerciements

Ce travail de recherche a été réalisé au laboratoire de mécanique des fluides théorique et appliquée de la faculté de physique –USTHB

Monsieur le professeur SI AHMED m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury, qu'il veuille trouver ici, l'expression de ma gratitude pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail.

Je souhaiterais exprimer ici toute ma reconnaissance et tous mes remerciements à mon directeur de thèse le professeur F. SOUIDI de m'avoir guidé et encouragé tout au long de ce travail.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur A. GHÉZAL, maître de conférence à la faculté de physique (USTHB), qui a eu l'amabilité d'accepter de faire partie du jury, qu'il trouve ici l'expression de mes sincères reconnaissances.

Je prie Monsieur N. TABTI, professeur à la faculté de physique (BLIDA), d'accepter mes sentiments respectueux et reconnaissants pour sa participation au jury d'examen.

Je suis extrêmement reconnaissante à Madame O. GUERRI, directeur de recherche au CDER, et je la remercie d'avoir bien voulu accepter de juger ce travail.

Je voudrais remercier chaleureusement MON FRÈRE A. BOUTRAA, pour son aide et ses conseils et pour sa contribution à ce travail.

Je remercie tous mes amis, les membres du laboratoire de mécanique des fluides qui ont m'aider de loin ou de proche.

Et tous ceux qui ont apporté leur contribution à la réalisation de ce travail.

Dédicaces

Je tiens à dédier ce travail :

A ma mère

A mon père

A mes frères et mes soeurs

A toute ma famille

A tous mes proches

Et tous ceux qui m'ont aidé et encouragé

Sommaire

Sommaire

Sommaire	
Nomenclature	
Introduction générale.....	1

Chapitre I : Etude bibliographique

I.1.Introduction :	4
Partie I : études dynamiques.....	4
Partie II : études thermiques.....	6
Conclusion.....	8
I.2. rappel sur les fluides non-newtoniens	10
I.2.1. grandeurs caractéristiques de la rhéologie.....	10
- la contrainte de cisaillement.....	10
- la déformation.....	11
- la vitesse de déformation.....	11
- viscosité dynamique.....	11
- viscosité apparente.....	11
- viscosité cinématique.....	12
I.2.2 courbes rhéologiques ou rhéogramme	12
I.2.3. Classification des fluides	13
I.2.3.1 Fluides visqueux indépendants du temps.....	12
I.2.3.1.1 Fluides newtoniens	13
I.2.3.1.2 Fluide non-newtoniens indépendants du temps.....	13
A. Fluide à contrainte critique	13
B .Fluides sans contrainte critique	14
I.2.3.2 Fluides visqueux dépendants du temps	16
I.2.3.2.1. Fluides thixotropes	16
I.2.3.2.2. Fluides rhéopexes	16

Chapitre II : Formulation Mathématique

II.1. description du système	17
II.2. Formulation mathématique.....	17
II.2.1. Les hypothèses.....	18
II.2.2. Conditions initiales et aux limites.....	18
II.2.3 Equations gouvernantes.....	18
- Equation de continuité	19
- Equation de conservation de quantité de mouvement.....	19
- Equation de conservation d'énergie.....	19
- Equation constitutive (comportement rhéologique).....	19
II.3. Formulation adimensionnelle	20
II.3.1. Conditions aux limites adimensionnelles	21
II.4. Taux de transfert thermique – nombre de Nusselt.....	22
II.5. méthode numérique.....	22
II.5.1. Equation différentielle gouvernante.....	22
II.5.2. Linéarisation du terme source.....	24
II.5.3. Schéma d'interpolation.....	25
II.5.4. Algorithme de résolution.....	25
II.5.5. Etapes de l'algorithme SIMPLER.....	25

Chapitre III : Validation et comparaison

III.1. Sensibilité au maillage.....	28
III.2. Validation du code de calcul.....	29
III.2.1. validation du cas de la convection mixte	29
III.2.2. validation d'un écoulement de fluide de Bingham.....	33

Chapitre IV : Résultats et discussions

Introduction.....	35
IV-1 Effet du nombre de Richardson.....	35

IV.1.1. Structure de l'écoulement.....	35
IV.1.2. Profils des vitesses	41
IV.1.3. Transfert de chaleur.....	43
IV.2. Effet de la contrainte seuil	46
IV.2.1. Structure de l'écoulement.....	47
IV.2.2. Profils des vitesses	52
IV.2.3. Transfert de chaleur.....	57
IV.3. Effet du rapport de forme	59
IV.3.1. Structure de l'écoulement.....	59
IV.3.2. Profils des vitesses	59
IV.3.3. Transfert de chaleur.....	59

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale et perspectives.....	62
--	----

Références bibliographiques

Références bibliographiques.....	
----------------------------------	--

Nomenclature

Nomenclature générale

Symboles latins :

$A=L/H$	rapport de forme
Bn	nombre de Bingham
C_p	chaleur spécifique
g	Accélération de la pesanteur.
Gr	Nombre de Grashof
h	Coefficient d'échange convectif.
K	Conductivité thermique
L, H	longueur et hauteur de la cavité
m	constante de régularisation
Nu	Nombre de Nusselt
Nu_{local}	Nombre de Nusselt local
Pr	Nombre de Prandtl
$Ri=Gr/Re^2$	nombre de Richardson
Re	Nombre de Reynolds
T_0	Température de référence
T_c	Température de la paroi chaude
T_f	Température de la paroi froide
U_0	Vitesse des parois mobiles
u	Composante longitudinale de la vitesse
v	Composante verticale de la vitesse
x, y	coordonnées cartésiennes

Symboles grecs :

$\alpha = \frac{K}{\rho C_p}$	Diffusivité thermique
β	Coefficient d'expansion thermique
ρ	Masse volumique du fluide
ρ_0	Masse volumique de référence
$\Delta T=T_c - T_f$	Différence de température entre les parois
θ	Température adimensionnelle
τ	Contrainte de cisaillement

τ_0	Contrainte seuil
γ	La déformation
$\dot{\gamma}$	Vitesse de déformation
μ_p	Viscosité plastique du fluide
μ	Viscosité dynamique
μ_{app}	Viscosité apparente
η	Viscosité cinématique
$\tau_C; \tau_H$	Contrainte seuils
$K_C; K_H$	Consistances
n	Indice de viscosité

Introduction Générale

Introduction générale :

L'écoulement dans des cavités à parois mobiles avec ou sans gradient de température a fait l'objet de plusieurs études à cause de son implication dans le domaine d'ingénierie comme le refroidissement des dispositifs électroniques, le séchage, la technique de l'enduit, l'industrie des produits chimiques et agroalimentaires, les techniques de lubrification et les fours,

L'écoulement est engendré soit par la force dynamique due au déplacement des parois, soit par la force thermique figurée par le champ thermique imposé entre les parois, et enfin soit par la combinaison des deux forces dynamique et thermique.

Les lois de transfert qui ont été élaborées en émettant l'hypothèse de la linéarité de la loi constitutive liée aux fluides newtoniens, se trouvent dans l'incapacité de répondre aux exigences de plusieurs secteurs industriels, qui traitent des fluides non-newtoniens, tels que l'industrie pétrolière, agroalimentaire, pharmaceutique...etc. Cette réalité a rendu donc nécessaire d'entreprendre des recherches pour étendre et généraliser le champ d'application des différentes lois de transfert thermique aux fluides non newtoniens, une tâche qui peut débiter par l'analyse de l'impact du comportement rhéologique sur le transfert thermique par convection.

De nombreuses études ont été menées dans ce cadre ces dernières années et ont permis de mieux comprendre les comportements des fluides newtoniens dans ce type d'écoulement. Nous reprenons dans cette étude la même configuration géométrique et l'appliquons à un fluide non-newtonien.

Nous nous proposons d'analyser le comportement rhéologique sur le transfert thermique par convection. L'étude a pour but fondamental la compréhension des phénomènes de base de la mécanique des fluides et des transferts de chaleur.

Nous traiterons les écoulements laminaires bidimensionnels et incompressibles, et nous étudierons les effets des nombres adimensionnels, du rapport de forme et des caractéristiques du fluide sur le comportement de l'écoulement et les échanges thermiques.

Ce mémoire comprend quatre chapitres. Le premier chapitre est consacré à une synthèse bibliographique sur l'écoulement des fluides newtoniens dans des cavités à parois mobiles. On citera quelques travaux sur les fluides non newtoniens, on terminera par une généralité sur ce genre de fluide.

Le second chapitre est consacré à la formulation mathématique du problème, à la définition du système physique, aux hypothèses simplificatrices, aux conditions initiales, et à l'analyse adimensionnelle des équations phénoménologiques gouvernantes. Nous terminons par la présentation du code de calcul et de la méthode numérique utilisée.

Le troisième chapitre est consacré à la validation de notre code de calcul. Nos résultats seront discutés dans le quatrième chapitre.

Nous terminerons notre travail par une conclusion générale dans laquelle nous résumons les principaux résultats de notre travail et nous avancerons alors quelques perspectives.

Chapitre I

Etude Bibliographique

I.1.Introduction :

Plusieurs travaux expérimentaux et numériques portent sur l'écoulement dans une cavité rectangulaire à parois mobiles. Les effets du rapport de forme, du nombre de Reynolds et du gradient de température imposé sont analysés.

Nous allons résumer ci-dessous les principaux travaux récents qui ont été entrepris dans ce domaine et qui nous ont servis de base. Pour une bonne présentation et pour plus de clarté, on divisera ce chapitre en trois parties.

La première partie concerne les études dynamiques dans des cavités à parois mobiles. Dans la seconde partie on présentera le cas thermique, c'est-à-dire présence de différents types de convection dans ce genre de cavités. La troisième partie concerne une conclusion et quelques travaux sur les écoulements de convection thermique des fluides non newtoniens.

PARTIE 1 : Etudes dynamiques

Chang et Hung [1] se sont intéressés à la structure des vortex d'un écoulement stationnaire dans une cavité rectangulaire à paroi mobile. Cette étude numérique est faite dans un cas bidimensionnel pour différents rapports de forme utilisant la méthode de Boltzmann. Les effets du rapport de forme variant de 0.1 à 7 et du nombre de Reynolds variant de 0.1 à 5000 sont considérés. Les auteurs ont trouvé que pour de faibles nombres de Reynolds la structure des vortex est symétrique; pour de grands nombres de Reynolds la taille des vortex augmente et leurs structures deviennent asymétriques. Ils ont trouvé aussi qu'il existe une valeur critique du rapport de forme dépendant du nombre de Reynolds au delà de laquelle la structure de l'écoulement devient symétrique.

P.Shah et al [2] ont étudié numériquement l'écoulement subsonique d'un fluide compressible dans une cavité rectangulaire horizontale à deux parois mobiles, utilisant les méthodes spectrales. Ils ont simulé l'effet du rapport de forme, du nombre de Reynolds et du nombre de Mach. Ils ont trouvé que pour de faibles nombres de Reynolds l'écoulement consiste en deux vortex près des parois mobiles. Augmentant le nombre de Reynolds, les deux cellules s'unissent pour ne former

qu'une seule occupant tout le volume de la cavité. Ils ont trouvé également que quand on augmente le rapport de forme et le nombre de Reynolds, le nombre de cellules augmente.

CH.Blohm et H.C.Kuhlmann [3] ont étudié expérimentalement l'écoulement stationnaire et instationnaire dans une cavité rectangulaire à deux parois mobiles qui se déplacent en sens opposés. Ils ont trouvé que l'écoulement du fluide pour de faibles nombres de Reynolds prend la forme de deux vortex séparés près des parois mobiles. Quand le nombre de Reynolds augmente, une transition est observée où les deux vortex s'assemblent partiellement et forment un écoulement défini comme écoulement en « yeux de chat » à cause de la ressemblance. Pour des valeurs plus élevées du Reynolds, une seule cellule elliptique occupe tout le volume de la cavité.

Ils ont trouvé aussi que l'écoulement est symétrique par rapport au centre de la cellule dans le cas où les parois se déplacent de la même vitesse ($Re_1=Re_2$); et asymétrique dans le cas de différentes valeurs de Reynolds.

Kuhlmann, Albensoder et Bolohm [4] ont fait une étude expérimentale et numérique des instabilités d'un écoulement dans une cavité rectangulaire à deux parois mobiles qui se déplacent en sens opposés utilisant la méthode des volumes finis, les résultats montrent qu'il y a différents types d'instabilités selon le rapport de forme.

Pour un rapport de forme de 1.96, l'écoulement est constitué de quatre cellules rectangulaires dans la direction Z selon la profondeur. Ces dernières deviennent instables pour des nombres de Reynolds élevés et la structure passe de quatre cellules à cinq comme le montre la figure suivante :

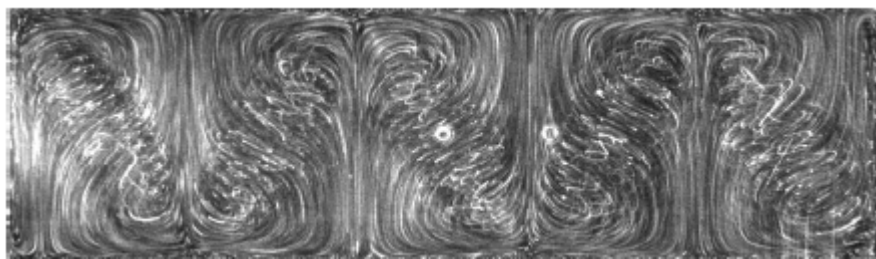


Figure 1. Structure de l'écoulement dans la troisième direction

S. Albensoeder, H.C. Kuhlmann [5] ont utilisé la méthode des volumes finis pour étudier numériquement l'instabilité tridimensionnelle des vortex dans une cavité rectangulaire à deux parois

mobiles qui se déplacent verticalement vers le haut. Le nombre de Reynolds critique et le nombre de cellules formées sont calculés pour un rapport de forme variant de 0.1 à 5.

Ils ont trouvé que lorsque la distance entre les deux parois actives est grande, l'écoulement prend la forme de deux vortex bien séparés, comme pour le cas d'une seule paroi mobile. Pour un rapport de forme près de l'unité, chaque paroi est influencée par l'autre, nous obtenons alors un mécanisme combiné qui engendre une instabilité asymétrique à deux vortex.

D.V. Patil, K.N. Lakshmisha, B. Rogg [6] ont simulé numériquement l'écoulement bidimensionnel dans une cavité rectangulaire étirée, utilisant la méthode LBE (Lattice Boltzmann Equation). Cette étude est faite pour un rapport de forme variant de 1.5 à 4 et un nombre de Re variant de 50 à 3200.

Leurs résultats montrent qu'en plus d'un vortex principal, l'existence des tourbillons aux coins et dans la partie basse de la cavité. Ces vortex s'unissent pour former un deuxième vortex quand le rapport de forme augmente au-delà d'une valeur critique. Ils ont déduit aussi que pour les grandes valeurs de Reynolds, un deuxième vortex est formé lors d'une transition rapide.

PARTIE.2 : Etudes thermiques

Abdalla Al-Amiriet al [7] ont étudié l'effet d'une paroi sinusoïdale sur le transfert thermique d'une convection mixte dans une cavité carrée à paroi mobile. Ils se sont penchés dans cette étude sur l'effet du nombre de Richardson, le nombre de vagues et leurs amplitudes.

Ils ont trouvé que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds et de l'amplitude des vagues; ils ont constaté aussi que le transfert thermique est optimum dans le cas de deux ondulations et pour de faibles nombres de Richardson.

Khalil Khanafer et al [8] ont étudié numériquement la convection mixte laminaire et bidimensionnelle dans une cavité carrée à paroi mobile. Cette étude tient compte des nombres adimensionnels Re, Gr et de la fréquence d'oscillations de la paroi mobile. Leurs résultats montrent que les nombres de Reynolds et de Grashof influent profondément sur la structure de l'écoulement et sur le transfert de chaleur. De plus la force de frottement appliquée à la paroi oscillante augmente

avec l'augmentation de Re et de la fréquence d'oscillation; elle diminue lorsque le nombre de Gr augmente.

S. K. Mahapatra, P. Nanda, A. Sarkar [9] ont fait une étude concernant l'interaction entre la radiation et la convection mixte dans une cavité carrée à deux parois mobiles. Ils ont considéré deux cas possibles selon l'application des deux forces dynamique et thermique.

Les auteurs trouvent que l'influence de la radiation sur la convection mixte est très important dans le cas où les deux forces dynamique et thermique sont appliquées en sens opposés. Ils ont trouvé aussi que la présence de la radiation augmente le transfert de chaleur.

M.A.R. Sharif [10] a fait une étude numérique utilisant le code Fluent sur la convection mixte bidimensionnelle et laminaire dans une cavité rectangulaire à paroi mobile. Trois différents régimes de convection selon le paramètre de Ri sont considérés. L'effet de l'inclinaison de la cavité est aussi étudié. Il a trouvé que le nombre de Nu augmente avec l'inclinaison de la cavité. Il augmente légèrement dans le cas de la convection forcée, et par contre il augmente rapidement dans le cas où la convection naturelle est dominante.

Hakan F. Oztop, Ihsan Dagtekin [11] ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité carrée à deux parois mobiles maintenues à différentes températures. Les paramètres gouvernant l'écoulement sont le nombre de Ri et la direction du mouvement des parois. Ils ont trouvé que la vitesse de l'écoulement et le transfert de chaleur augmente avec la diminution du nombre de Richardson. Ils ont trouvé aussi que le nombre de Nu est plus élevé dans les cas où les parois se déplacent en sens opposés comparé au cas où elles se déplacent dans le même sens.

Raj Kamal Tiwari, Manab Kumar Das [12] ont entrepris des études numériques sur la convection mixte dans une cavité carrée à deux parois mobiles maintenues à différentes températures remplie d'un nanofluide. Ils ont considéré trois cas selon la direction des parois mobiles. Les paramètres de contrôle sont le nombre de Ri et le coefficient de fraction volumique χ . Ils ont trouvé que les particules immergées dans le fluide augmentent la capacité d'échange thermique du fluide, et influent sur le régime de convection dominant. Ils ont trouvé aussi que le

nombre de Nu est faible dans le cas où les deux parois se déplacent dans le même sens par rapport aux autres cas.

Nasreddine Ourtatani et al [13] ont fait une étude numérique sur la convection mixte tridimensionnelle dans une cavité cubique. La cavité est différentiellement chauffée par ces deux parois horizontales qui se déplacent dans le même sens quant aux autres parois elle sont adiabatiques. Les paramètres de contrôle sont le nombre de Reynolds qui varie de 100 à 1000 et le nombre de Ri qui varie de 0.001 à 10. Leurs résultats montrent que pour de grandes valeurs de Ri et pour de faibles valeurs de Reynolds, le transfert de chaleur se fait par conduction, par contre dans le cas inverse, le transfert thermique se fait par convection, et est meilleur par rapport au cas précédent. Ils ont déduit aussi d'après une comparaison, que le transfert de chaleur dans le cas de deux parois mobiles est meilleur que celui dans le cas d'une seule paroi mobile.

Conclusion

Il y a un riche travail scientifique consacré à l'étude de l'écoulement dans des enceintes à parois mobiles; mais la plupart des études ont été généralement menées avec des fluides newtoniens ; les résultats obtenus avec ces derniers fluides ne peuvent donc être directement transposés aux fluides non newtoniens.

Dans ce qui suit, nous présentons quelques travaux sur les fluides non newtoniens.

Aissa Sayed Ahmed [14] a étudié le transfert thermique laminaire d'un fluide non newtonien de type Herschel-Belkley dans une cavité carrée. Il a utilisé la méthode des différences finies pour avoir la distribution de la vitesse et de la température. L'étude est faite dans les deux cas suivants:

- à température constante,
- à densité de flux constante.

L'auteur a trouvé que la vitesse axiale augmente avec l'indice « n » de la viscosité; elle diminue avec l'augmentation de la contrainte seuil pour tout indice « n ». Il a aussi trouvé que pour $n < 1$ les profils de vitesses sont aplatis à cause de la formation d'un noyau central.

D'autre part, il a déduit que l'augmentation de l'indice « n » fait diminuer le nombre de Nu , et que l'augmentation de la contrainte seuil l'augmente dans le cas d'une température constante. Les mêmes remarques peuvent être faites pour le nombre de Brinkman.

Georgec. Vardis et al [15] ont étudié l'écoulement et le transfert thermique d'un fluide Bingham dans une cavité circulaire. L'étude est basée sur la méthode des différences finies. Les résultats obtenus montrent que la contrainte seuil du fluide a une influence importante sur l'écoulement; elle est moins apparente concernant le transfert de chaleur. Ils ont trouvé aussi que la dissipation visqueuse augmente les échanges thermiques.

E. Mitsoulis et Th. Zisis [16] ont fait une étude purement dynamique sur l'écoulement d'un fluide de Bingham dans une cavité carrée à paroi mobile. Leur étude traite de l'effet de la contrainte seuil sur la structure de l'écoulement (les vortex) et sur la pression. Ils ont trouvé que la pression augmente avec l'augmentation de la contrainte seuil représentée par le nombre de Bingham.

Nascimento et al [17] ont étudié l'écoulement du fluide Bingham à travers un espace annulaire concentrique. Les résultats obtenus montrent que le nombre de Nusselt local augmente avec l'augmentation du nombre de Bingham le long de la région d'entrée. En plus, lorsque le rapport des rayons des cylindres interne et externe augmente, le nombre de Nusselt local au niveau des parois interne et externe tend vers la même valeur.

E. Soares et al [18] ont étudié le transfert de chaleur dans la région d'entrée d'un écoulement axial du fluide de Herschel-Belkley modifié en tenant compte de la diffusion axiale. Deux différentes conditions aux limites thermiques à la paroi interne ont été considérées à savoir, flux de chaleur pariétal uniforme et température uniforme. La paroi externe est adiabatique. Pour les deux conditions, il a été noté que l'augmentation du nombre de Bingham et la diminution de l'indice de l'écoulement « n » entraînent l'augmentation du nombre de Nusselt; mais cette sensibilité est faible.

I.2. rappel sur les fluides non-newtonien :

La Rhéologie est une science qui traite de l'écoulement, des déformations, et plus généralement, de la viscosité des matériaux sous l'action des contraintes qui leurs sont appliquées.

Cette discipline qui s'étale sur tous les aspects de la matière, liquides soient-elles, ou solides, présente un intérêt particulier par son habilité à analyser des problèmes liés aux substances, dont l'aspect présente un état intermédiaire entre un solide parfaitement élastique et un liquide parfaitement visqueux, tels que les solides pâteux et les liquides épais.

Ce type de substance, objet de notre étude, forme une large classe de fluides dits « non-newtoniens », et dont le comportement rhéologique est très différent de celui d'un liquide parfaitement visqueux « newtonien ».

I.2.1. grandeurs caractéristiques de la rhéologie :

La rhéologie fait intervenir plusieurs grandeurs dynamiques et cinématiques, à savoir la contrainte de cisaillement, la déformation, la vitesse de déformation et la viscosité.

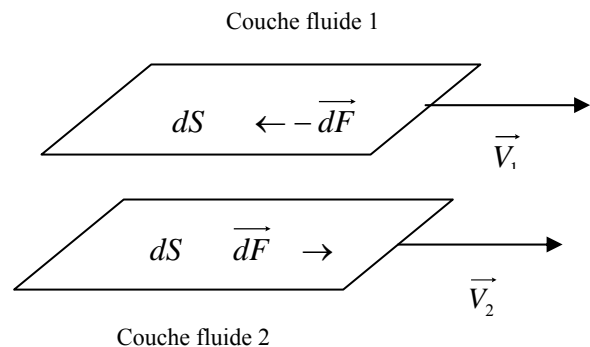
La contrainte de cisaillement :

Considérons deux couches de fluides infiniment minces, en contact l'une avec l'autre (figure I.1). Il résulte du mouvement de celles-ci, des forces de frottement qui s'exercent tangentiuellement à leurs surfaces.

dS : surface fluide infinitésimale

\vec{V}_1, \vec{V}_2 : vitesses des deux couches

\vec{dF} : force de frottement élémentaire



La contrainte de cisaillement ' τ ' est définie donc comme étant le rapport entre le module de la force de frottement et l'aire de son application :

$$\tau = \frac{dF}{dS} \quad [\text{N/m}^2]$$

La déformation :

La déformation (γ) traduit les déplacements relatifs des couches fluides par rapport aux autres, sous l'influence de la contrainte.

Considérons deux points m_1 et m_2 appartenant respectivement à deux couches fluides voisines c_1 et c_2 , d'un écoulement unidimensionnel tel que :

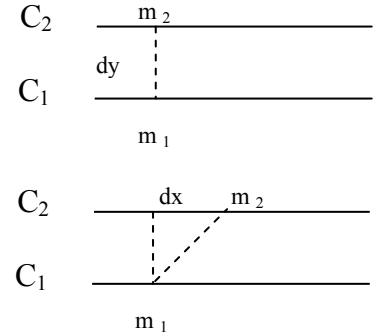
A l'instant $t=t_0$, les coordonnées de ces deux points sont

$m_1(x_1, y_1)$ et $m_2(x_1, y_1 + dy)$

où dy est l'écart entre les deux couches fluides

A l'instant $t=t_1$: après déplacement, ces deux points occuperont les positions définies par :

$m_1(x_2, y_2)$ et $m_2(x_2 + dx, y_2 + dy)$.



La déformation de cisaillement est donnée par la relation : $\gamma = \frac{dx}{dy}$

La vitesse de déformation :

La vitesse de déformation ou le taux de cisaillement, traduit la variation de la déformation au cours du temps. Autrement dit, elle est le rapport entre la déformation et le temps nécessaire à celle-ci pour se produire.

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{du}{dy}$$

Viscosité dynamique :

La viscosité dynamique est une propriété physique d'un fluide. Elle traduit la capacité d'entraînement exercée par une couche fluide en mouvement sur les autres couches adjacentes. D'après l'hypothèse de Newton, la viscosité dynamique est définie comme le rapport entre la contrainte de cisaillement et la vitesse de déformation :

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$$

Viscosité apparente :

Par analogie avec les fluides Newtoniens, on introduit la notion de la viscosité apparente pour les fluides Non-newtoniens, comme étant le rapport entre la contrainte de

cisaillement et la vitesse de déformation : $\mu_{app} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = f(\dot{\gamma}, \tau, T, P)$

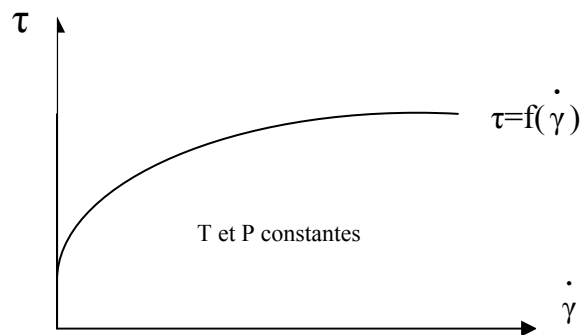
Viscosité cinématique :

La viscosité cinématique égale au rapport de la viscosité dynamique par la masse volumique du fluide considéré :

$$\eta = \frac{\mu}{\rho}$$
I.2.2 Courbes rhéologiques ou rhéogramme :

Le rhéogramme est une représentation graphique du comportement dynamique d'un fluide sous l'effet d'un cisaillement.

Cette représentation, obtenue par des rhéomètres, constitue une base de données nécessaire pour une modélisation mathématique qui donnera naissance à un modèle rhéologique représentatif du comportement du fluide en question.

**Rhéogramme : $(\tau = f(\dot{\gamma}))$**

Généralement, le rhéogramme représente l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de déformation.

$$\tau = f(\dot{\gamma})$$

On peut avoir d'autres représentations telles que :

$$\dot{\gamma} = f(\tau)$$
I.2.3. Classification des fluides :

L'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de déformation à pression et à température constantes dans un fluide, est représentée mathématiquement par une relation de la forme :

$$\tau = f(\gamma, \dot{\gamma}, t)$$

Où « f » est une fonction qui peut dépendre de la déformation de la vitesse de cisaillement et du temps.

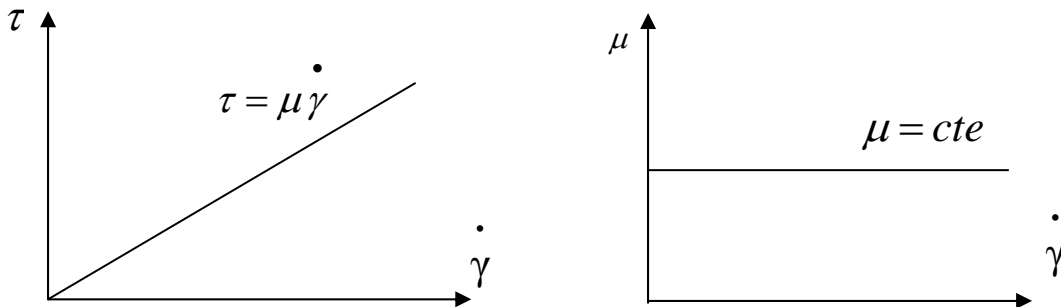
I.2.3.1 Fluides visqueux indépendants du temps :

Pour ce type de fluides, la contrainte de cisaillement τ est fonction seulement de la vitesse de cisaillement.

I. 2.3.1.1 Fluides Newtoniens :

Pour ces fluides, la contrainte de cisaillement varie linéairement avec la vitesse de déformation. La fonction « f » est une constante qui coïncide avec la viscosité dynamique.

$$f(\gamma, \dot{\gamma}, t) = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \mu = \text{cte}$$



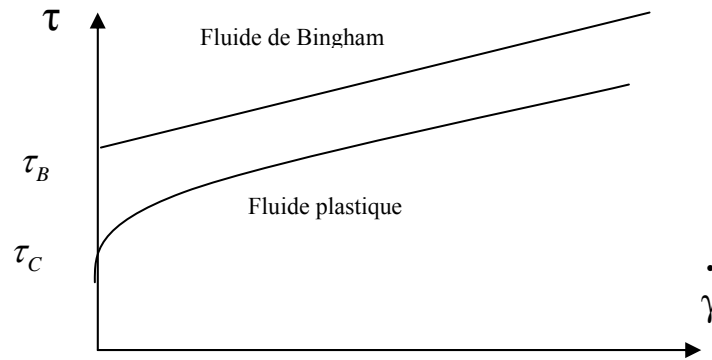
Rhéogrammes des fluides newtoniens

1. 2.3.1.2 Fluide Non-Newtoniens indépendants du temps :

Il existe néanmoins une grande partie de fluides d'usage très courant qui ont un comportement plus complexe en écoulement et dont la description fait appel à l'utilisation de modèles rhéologiques plus compliqués. Ces fluides sont appelés « fluides Non-Newtoniens » et sont classés comme suit :

A .Fluides à contrainte critique :

Les fluides à contrainte critique (seuil) sont désignés par fluides viscoplastiques. Ce sont des fluides qui ne s'écoulent qu'après avoir subi une contrainte de cisaillement minimale, tel qu'il est montré sur la figure suivante :



Rhéogramme des fluides non newtoniens à contrainte seuil

Le tableau qui suit, récapitule les principales lois rhéologiques d'écoulement utilisées pour décrire le comportement de tels fluides à contrainte critique [1].

Modèle	Loi rhéologique
Bingham	$\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}$
Herschel-Belkley	$\tau = \tau_H + K_H \dot{\gamma}^n$
Casson général	$\tau^n = \tau_C^n + (K_C \dot{\gamma})^n$
Casson	$\tau^{1/2} = \tau_C^{1/2} + (K_C \dot{\gamma})^{1/2}$

Tableau 1 : Loi rhéologique des fluides à contrainte seuil

Le modèle Herschel-Belkley est le modèle général qui permet de décrire la plupart des fluides plastiques. La courbe d'écoulement de tels fluides devient rectiligne au-delà d'une certaine contrainte seuil [Mido].

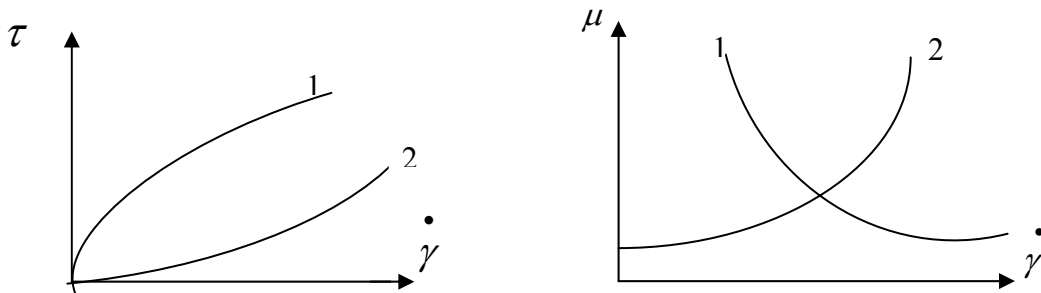
Le modèle de Bingham représente le modèle le plus simple. Ce modèle permet de décrire le comportement rhéologique de nombreux matériaux tels que les boues de forage, la peinture à l'huile, certaines graisses, etc.

B .Fluides sans contrainte critique :

La figure 1.4 présente les courbes d'écoulement des deux principales catégories de fluides sans contrainte critique, à savoir les fluides pseudoplastiques (ou rhéofluidifiants)

et les fluides dilatants (ou rhéoépaississants). Pour les fluides pseudoplastiques, la viscosité apparente diminue avec l'accroissement de la vitesse de déformation. On peut citer en guise d'exemples : les polymères à longues chaînes ou à l'état fondu, les colles, les ciments...

Pour les fluides rhéoépaississants, qui sont moins fréquents, la viscosité apparente croît avec l'accroissement de la vitesse de déformation. Tel est le cas des solutions d'amidon, des sables mouillés et compactés, et de certaines huiles polymériques.



Rhéogramme des fluides non newtoniens sans contrainte seuil

1. Pseudo plastique, 2. Dilatant

Modèle	Loi rhéologique
cross	$\tau = \left[\mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^p} \right] \dot{\gamma}$
Quemada	$\tau = \left[\mu_{\infty} \left(\frac{1 + (\lambda \dot{\gamma})^p}{(\mu_{\infty} / \mu_0)^{1/2} + \dot{\gamma}} \right)^2 \right] \dot{\gamma}$
Kruger-Dougherty	$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = \left(1 + (\lambda \dot{\gamma})^p \right)^{-1}$
Ostwald-De Waele	$\tau = K \dot{\gamma}^n$
Sisiko	$\tau = \mu_0 \dot{\gamma} + K \dot{\gamma}^n$
Carreau	$\tau = K \left(\dot{\gamma}_0 + \dot{\gamma} \right)^n$

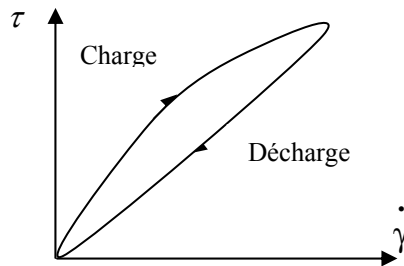
Tableau 2 : Loi rhéologique de fluides sans contrainte seuil

1.2.3.2 Fluides visqueux dépendants du temps :

En raison de la modification non instantanée de la structure microscopique de ces fluides, leurs comportements rhéologiques dépendent aussi du temps. Leur équation

rhéologique se met sous la forme :
$$\tau = f(\dot{\gamma}, t)\dot{\gamma}$$

Les rhéogrammes résultent de l'application d'une déformation qui croît et décroît régulièrement (charge – décharge), présentant des cycles d'hystérésis.



Rhéogramme des fluides dépendants du temps

On distingue pour les fluides non-newtoniens dépendants du temps deux types de fluides qui ont un comportement distinct :

1.2.3.2.1. Fluides thixotropes :

Un fluide est thixotrope si sa viscosité apparente diminue en fonction du temps lorsqu'il est soumis à un taux de cisaillement constant.

1.2.3.2.2. Fluides rhéopexes :

Un fluide est dit rhéopexe, s'il manifeste un comportement inverse de celui d'un fluide thixotrope.

Chapitre II

FORMULATION MATHÉMATIQUE

FORMULATION DU PROBLEME

II.1. description du système :

Nous nous proposons d'étudier le comportement dynamique et thermique d'un fluide non-newtonien de Bingham en écoulement laminaire, bidimensionnel et stationnaire dans une cavité fermée à section rectangulaire et à deux parois mobiles. Le rapport de forme est donné par H/L , où H et L sont respectivement, la hauteur et la longueur de la cavité.

La cavité est différentiellement chauffée par les deux parois verticales; les deux autres sont adiabatiques. Elle est supposée d'extension infinie dans la troisième direction.

Nous nous intéressons d'abord à une géométrie de rapport de forme unité (cavité carrée). Trois cas différents sont considérés comme le montre la fig.1. Dans le Cas.I, la paroi gauche (paroi froide) se déplace vers le haut et la paroi droite (paroi chaude) se déplace vers le bas. Dans le Cas.II, la paroi gauche se déplace vers le bas et la paroi droite vers le haut et dans le cas III, les deux parois se déplacent vers le haut. Dans les trois cas cités, les parois mobiles ont la même intensité de vitesse.

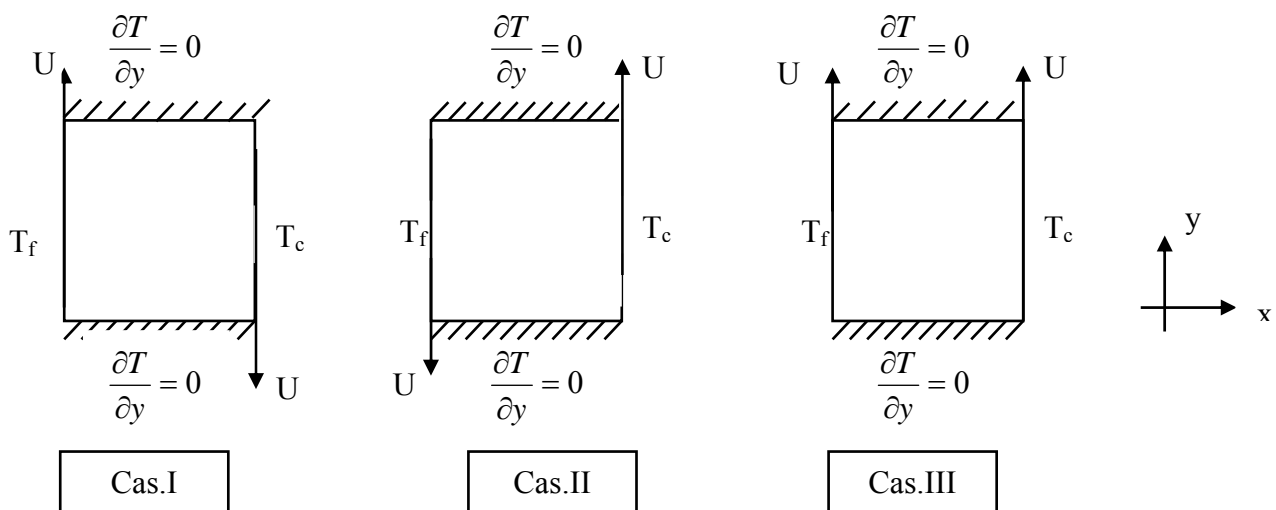


Fig.1. Modèle géométrique et conditions aux limites

II.2. Formulation mathématique :

Le traitement du problème physique envisagé nécessite l'utilisation des équations de mouvement déduites des principes classiques de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie.

II.2.1. Les hypothèses simplificatrices:

Dans le but de simplifier ces équations de conservation, nous sommes amenés à formuler les hypothèses suivantes :

- L'écoulement est laminaire, bidimensionnel et stationnaire.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- La dissipation visqueuse est négligeable.
- Le fluide est incompressible.
- L'approximation de Boussinesq est retenue. L'influence de la variation de la masse volumique n'est prise en compte que par l'intermédiaire des forces de volumes. La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température et elle est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad \text{où} \quad \beta = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

II.2.2. Conditions initiales et aux limites :**a) Conditions Dynamiques :**

- $x = 0$ et $0 \leq y \leq L$: $u = 0, v = \pm U_0$
- $x = L$ et $0 \leq y \leq L$: $u = 0, v = \pm U_0$.
- $y = 0$ et $0 \leq x \leq L$: $u = v = 0$.
- $y = L$ et $0 \leq x \leq L$: $u = v = 0$.

b) Conditions thermiques :

- $x = 0$ et $0 \leq y \leq L$: $T = T_f$
- $x = L$ et $0 \leq y \leq L$: $T = T_c$.
- $y = 0$ et $0 \leq x \leq L$: $\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$
- $y = L$ et $0 \leq x \leq L$: $\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=L} = 0$

II.2.3 Equations gouvernantes :

Les équations de base régissant l'écoulement et les transferts de chaleur sont données respectivement par :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Equation de conservation de quantité de mouvement :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\rho \partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\eta \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\rho \partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\eta \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \beta g (T - T_0)$$

Equation de conservation d'énergie :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

Equation constitutive (comportement rhéologique) :

Nous considérons le modèle obéissant à la loi de comportement du fluide de Bingham. Cette loi définit la contrainte de cisaillement en fonction du gradient de vitesse en tenant compte de l'existence d'une contrainte seuil (τ_0).

On a alors :

$$\begin{cases} \tau - \tau_0 = \mu_p \dot{\gamma} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases} \dots\dots\dots (1.1)$$

où : μ_p est la viscosité plastique du fluide.

et : $\dot{\gamma}^2 = D_{II}$ qui représente le second invariant du tenseur de taux de déformation $\overline{\overline{D}}$:

$$\left[\overline{\overline{D}} \right] = \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} & 2 \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$D_{II} = \frac{1}{2} \left[\left(\text{trace} \overline{\overline{D}} \right)^2 - \text{trace} \overline{\overline{D}}^2 \right]$$

$$D_{II} = 2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$

D'où

$$\dot{\gamma} = \left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Afin d'introduire l'effet rhéologique du fluide dans la structure de l'écoulement (équations de mouvement), l'équation constitutive est formulée de sorte à définir l'expression de la viscosité apparente en fonction du gradient de vitesse.

En divisant la relation (I.1) par $\dot{\gamma}$ nous aurons donc :

$$\mu_{APP} = \begin{cases} \mu_p + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \infty & \text{si } \tau \leq \tau_0 \end{cases}$$

Il est à noter que pour ce type de fluide, la zone caractérisée par des taux de cisaillement inférieur à τ_0 ne subit aucune déformation $\left(\dot{\gamma}=0\right)$. L'écoulement du fluide est du type 'bouchon'.

Une autre approche de l'équation constitutive d'un fluide de Bingham a été proposée par Papanastasiou [19]. Cette équation a été jugée satisfaisante et représentative d'un fluide de Bingham idéal par plusieurs auteurs [16,17,18], en particulier dans la limite des faibles taux de cisaillement. Nous adoptons donc, dans ce travail cette approche qui est formulée comme suit :

$$\mu_{app} = \mu_p + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \left(1 - \exp\left(-m \dot{\gamma}\right) \right)$$

où 'm' est une constante dont la valeur dépend de μ_p et τ_0 .

II.3. Formulation adimensionnelle :

Afin de généraliser les résultats issus du modèle mathématique régissant le phénomène physique, il est nécessaire d'écrire les équations sous une forme adimensionnelle. Pour cela, nous introduisons les variables réduites suivantes :

$$x = \frac{x'}{L}, \quad y = \frac{y'}{L}, \quad u = \frac{u'}{U_0}, \quad v = \frac{v'}{U_0}, \quad p = \frac{p'}{\rho U_0^2}, \quad \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}$$

En introduisant ces variables réduites dans les équations de conservations, nous aboutissons aux équations adimensionnelles suivantes :

$$\text{Equation de continuité : } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Equations de mouvement :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x} \left(2\eta_{\text{app}} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta_{\text{app}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta_{\text{app}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left(2\eta_{\text{app}} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{Gr}{\text{Re}^2} \theta$$

$$\text{Equation d'énergie : } u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\text{RePr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right)$$

$$\text{Equation constitutive : } \eta_{\text{app}} = 1 + \frac{\text{Bn}}{\dot{\gamma}} \left(1 - \exp(-m \dot{\gamma}) \right)$$

$$\text{Où : } \dot{\gamma} = \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Nombre de Bingham : } \text{Bn} = \frac{\tau_0 L}{\mu_p U_0}$$

II.3.1. Conditions aux limites adimensionnelles :

En utilisant les variables adimensionnelles dans les relations précédentes, nous obtenons les conditions aux limites adimensionnelles suivantes:

a) Conditions Dynamiques :

- $x = 0$ et $0 \leq y \leq 1$: $u = 0, v = \pm 1$
- $x = 1$ et $0 \leq y \leq 1$: $u = 0, v = \pm 1$.
- $y = 0$ et $0 \leq x \leq 1$: $u = v = 0$.
- $y = 1$ et $0 \leq x \leq 1$: $u = v = 0$.

b) Conditions thermiques :

- $x = 0$ et $0 \leq y \leq 1 : \theta = 0$.
- $x = 1$ et $0 \leq y \leq 1 : \theta = 1$.
- $y = 0$ et $0 \leq x \leq 1 : \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$
- $y = 1$ et $0 \leq x \leq 1 : \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=1} = 0$

II.4. Taux de transfert thermique – Nombre de Nusselt :

Le taux de transfert de chaleur à travers la paroi est exprimé par le nombre de Nusselt noté 'Nu' et qui est le rapport entre la résistance thermique de conduction (L/k) à la résistance thermique de convection ($1/h$). Il nous renseigne sur le gradient de température adimensionnel à la paroi :

$$\text{à la paroi : } Nu_y = \frac{hL}{K} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=0}$$

Le nombre de Nusselt adimensionnel moyen est donné par :

$$Nu = \int_0^1 Nu_y \, dy$$
II.5. méthode numérique :

Nous avons opté pour la résolution de notre système d'équations couplées gouvernant le phénomène de convection et satisfaisant les conditions aux limites la méthode des volumes finis présentée par **S.V. Patankar (1980)**. Cette méthode a été utilisée avec succès par plusieurs auteurs. Son principe consiste à intégrer l'équation considérée sur un volume de contrôle entourant le point de calcul et à évaluer les différentes variables dépendantes.

II.5.1. Equation différentielle gouvernante :

Les phénomènes physiques de l'écoulement d'un fluide, le transfert de chaleur et de soluté sont régis par les équations de conservation (de masse, de quantité de mouvement, énergie, espèces chimiques...etc); elles peuvent être mises sous une forme conservative du type transport-diffusion :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \phi)}_I = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)}_{II} + \underbrace{S}_{III}$$

ϕ : Variable scalaire dépendante .

Γ_ϕ : Coefficient de diffusion.

S : terme source.

x_i : variable indépendante.

I : représente le terme convectif.

II : représente le terme de diffusion.

III : représente le terme source.

La variable dépendante ϕ peut correspondre à une variété de quantités physiques telles que les composantes de vitesse, la température, la concentration....etc.

Le coefficient de diffusion ‘ Γ ’ représente une propriété physique du fluide.

Le terme source représente la génération de chaleur dans un fluide, les forces de volumes ou encore la production de l’espèce chimique.

Dans le tableau suivant nous donnons les expressions propres à chacune des équations de conservation.

Equation	Variable ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement	Selon x	$\frac{1}{Re} \eta_{app}$	S_u
	Selon y	$\frac{1}{Re} \eta_{app}$	S_v
Energie	T	$\frac{1}{Re.Pr}$	0

II.5.2. Linéarisation du terme source :

Les termes source peuvent être linéarisés sous la forme suivante :

$$\bar{S}_\phi = S_c + S_p \phi$$

S_c et S_p peuvent être fonction de la variable dépendante ϕ , dans des cas pareils, on recommande la méthode de linéarisation suivante :

$$\bar{S} = \bar{S}^* + \left[\frac{d\bar{S}}{d\phi} \right]^* (\phi_p - \phi_p^*)$$

avec : \bar{S}^* , ϕ^* et $\left[\frac{d\bar{S}}{d\phi} \right]^*$ sont évalués aux itérations précédentes.

Il est souhaitable, lors de la linéarisation du terme source, que le terme S_p soit négative pour éviter l'instabilité numérique.

Le tableau suivant résume les valeurs de S_c et S_p pour les différentes équations

Equation	ϕ	S_c	S_p
Continuité	1	0	0
Mouvement (x) ' S_u '	U	$\frac{1}{\text{Re}} \left[\eta_{app} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \eta_{app} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right]$	0
Mouvement (y) ' S_v '	V	$\frac{1}{\text{Re}} \left[\eta_{app} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \eta_{app} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right] + Ri\theta$	0
Energie	T	0	0

II.5.3. Schéma d'interpolation :

Pour la discrétisation des équations régissant le problème, nous avons utilisé dans notre code de calcul le schéma d'approximation de la loi en puissance qui semble être le plus approprié. En effet ce schéma s'avère très efficace puisqu'il approche mieux la solution exacte.

II.5.4. Algorithme de résolution

Les équations de quantités de mouvement sont couplées entre elles par l'intermédiaire du champ de pression. Cette difficulté de couplage vitesse-pression vient de l'absence d'équations explicites qui gouvernent le champ de pression. Ce problème de couplage est résolu en introduisant un champ de vitesse, supposé connu, permettant de déterminer le champ de pression à partir de l'équation de continuité. On utilise alors une procédure itérative de correction de pression et de vitesse jusqu'à ce que l'équation de continuité soit satisfaite. Pour cette raison nous avons utilisé l'algorithme **SIMPLER** (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation Revised) développé par Patankar (1980) pour la simulation des problèmes posés.

Nous avons introduit dans notre code de calcul, une subroutine pour modéliser le fluide test. La performance de cette subroutine a été vérifiée par le biais d'un travail de validation à l'aide d'une étude faite par Mitsoulis [16] qui a étudié un écoulement purement dynamique dans une cavité carrée à paroi mobile.

Cette subroutine consiste à calculer le gradient de vitesse $\dot{\gamma}$ puis la viscosité apparente (voir l'organigramme). Pour cette dernière nous avons utilisé la formule de Papanastasiou.

II.5.5. Etapes de l'algorithme SIMPLER :

Les opérations séquentielles de cet algorithme sont les suivantes :

- 1- Estimer les champs initiaux des variables dépendantes (vitesse, température).
- 2- Calculer le gradient de vitesse (vitesse de déformation) $\dot{\gamma}$.
- 3- Calculer la viscosité apparente $\eta_{app} = f(\dot{\gamma}, Bn)$.
- 4- Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement.

5- Calculer les coefficients de l'équation de la pression à partir de l'équation de continuité puis résoudre cette équation pour obtenir le champ de pression P^* .

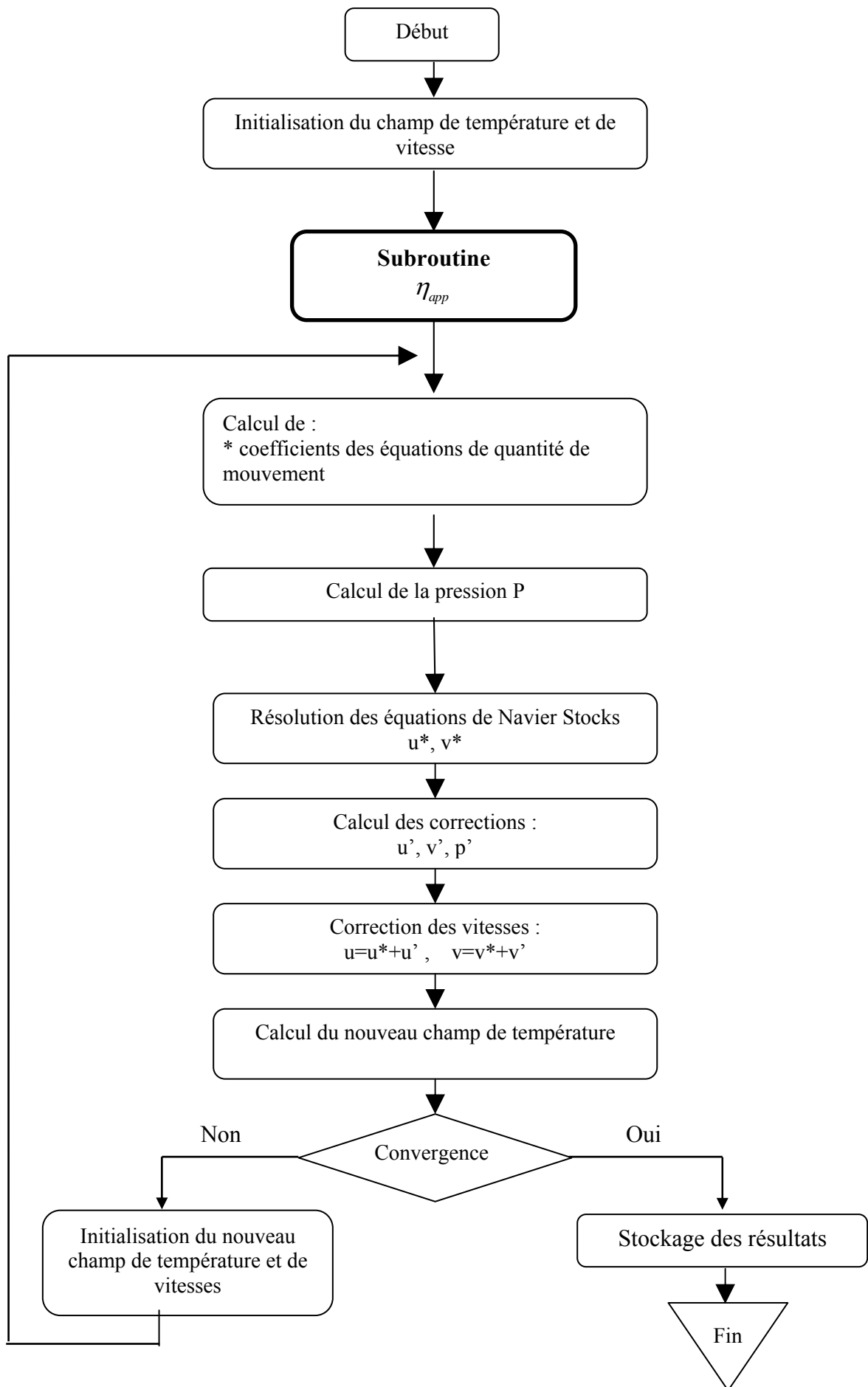
6- Utiliser le champ de pression ' P^* ' et résoudre les équations de mouvement suivant x et y pour obtenir ainsi le champ des vitesses u^* et v^* .

7- Résoudre l'équation de correction de pression avec u^* et v^* pour obtenir le champ de pression corrigé P' .

8- Corriger les champs de vitesse.

9- Résoudre l'équation d'énergie en utilisant le champ des vitesses corrigées pour calculer le champ de température.

10- Répéter les séquences de calcul (**1-10**) jusqu'à la convergence du processus itératif, en considérant le champ des vitesses corrigé comme un nouveau champ de départ.



Organigramme général de résolution (SIMPLER ADAPTÉ)

CHAPITRE III

VALIDATION ET COMPARAISON

VALIDATIONS ET COMPARAISONS

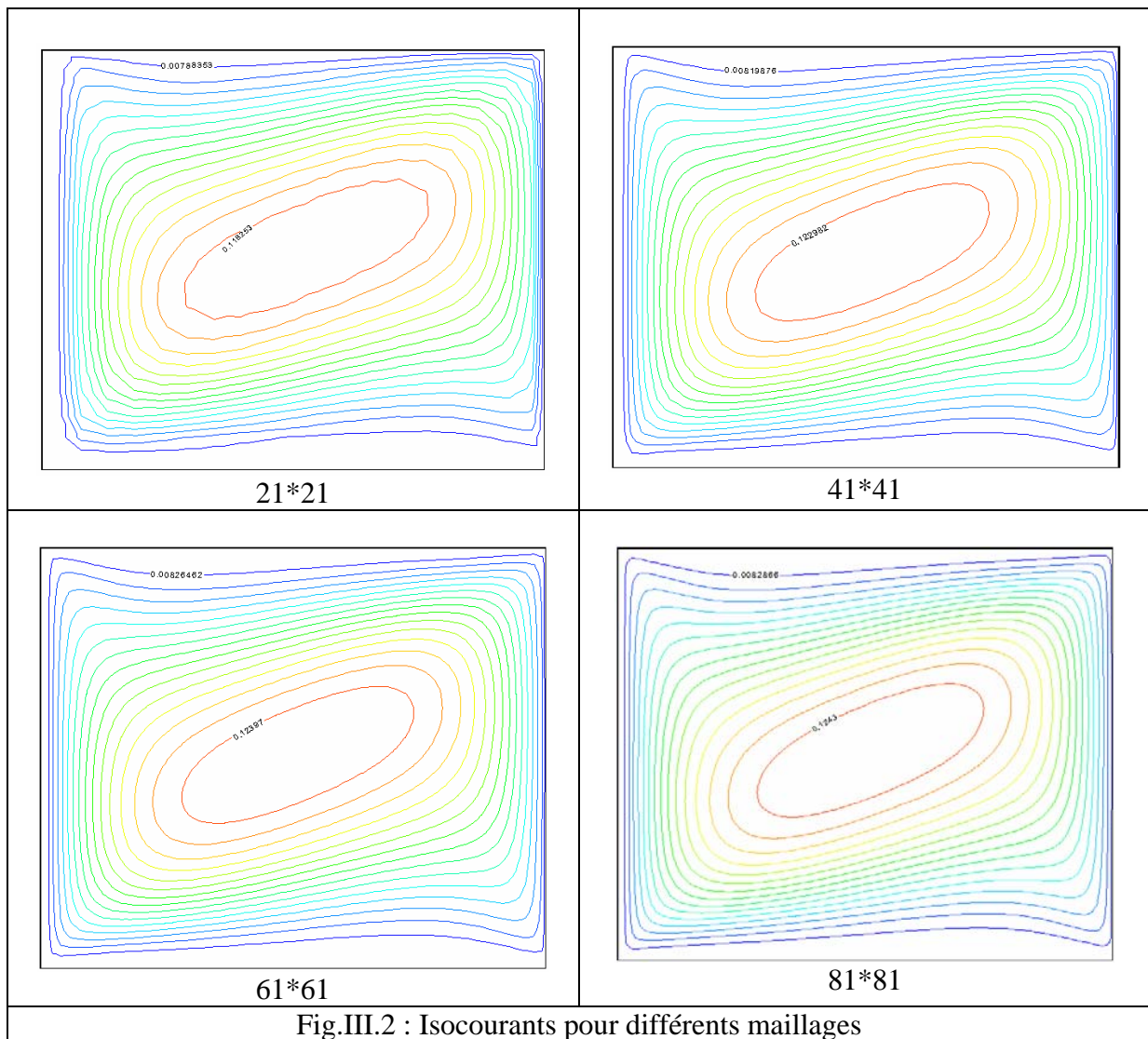
Dans ce chapitre, nous validons le code de calcul en comparant nos résultats avec d'autres disponibles dans la littérature et dont certains sont des références incontestables dans le domaine de la convection qui nous concerne ici. La validation porte sur le tracé des lignes de courant et des isothermes. Nous avons aussi considéré l'évolution des composantes de la vitesse (à mi-longueur de la cavité) et du nombre de Nusselt local le long de la paroi froide. La première validation porte sur la convection mixte d'un fluide newtonien dans une cavité carrée à deux parois mobiles différentiellement chauffées pour différentes valeurs du nombre de Richardson. Une deuxième validation concerne une étude dynamique sur un fluide non-newtonien de type de Bingham dans une cavité carrée avec une seule paroi mobile [16].

III.1.Sensibilité au maillage

Le maillage utilisé dans la présente étude est un maillage uniforme. Afin d'illustrer son influence sur la solution du code numérique, nous avons exécuté des tests pour différents maillage, variant de 21*21 à 101*101. Le fluide test est de l'air confiné dans une cavité carrée à deux parois mobiles différentiellement chauffées. Le tableau et les figures ci-dessous montrent que ce n'est qu'à partir d'un maillage 61*61 que les variations sur le taux de transfert de chaleur caractérisé par le nombre de Nusselt, et la structure d'écoulement sont minimales.

Maillage	21*21	41*41	61*61	81*81	101*101
$\overline{Nu} (Ri=10)$	2.8573	2.8602	2.8612	2.8614	2.8615
$\overline{Nu} (Ri=1)$	4.0756	4.8487	4.8597	4.8601	4.8605
$\overline{Nu} (Ri=0.1)$	8.0153	8.7861	8.8696	8.87	8.8706

Tableau III.1 : Taux de transfert de chaleur en fonction du maillage



De ce fait, le maillage adopté dans la présente étude est 61*61.

III.2. Validation du code de calcul

III.2.1. validation du cas de la convection mixte :

Dans le cas de la convection mixte, nos résultats sont comparés à ceux obtenus par Hakan F. Oztop et al (2004) [10]. Les auteurs ont simulé numériquement, la convection mixte bidimensionnelle. Le fluide test est de l'air confiné dans une cavité carrée à deux parois mobiles différentiellement chauffées.

En reportant nos résultats et ceux de Hakan F. Oztop et al sur les figures (III.3 et 4), nous avons abouti à des répartitions des lignes de courant et des isothermes similaires.

La comparaison est réalisée par le tracé des lignes de courant, des isothermes et des profils de vitesse déterminées par notre code de calcul et ceux obtenus par les auteurs cités. Pour un nombre de Ri variant entre 0.01 et 100, la comparaison montrent qu'il y a une bonne concordance entre les deux résultats.

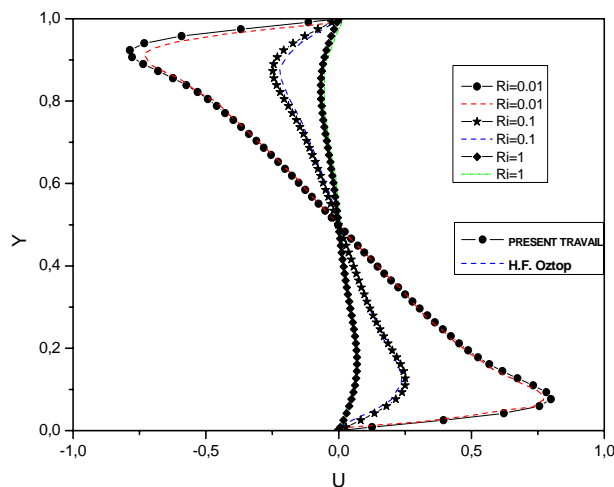
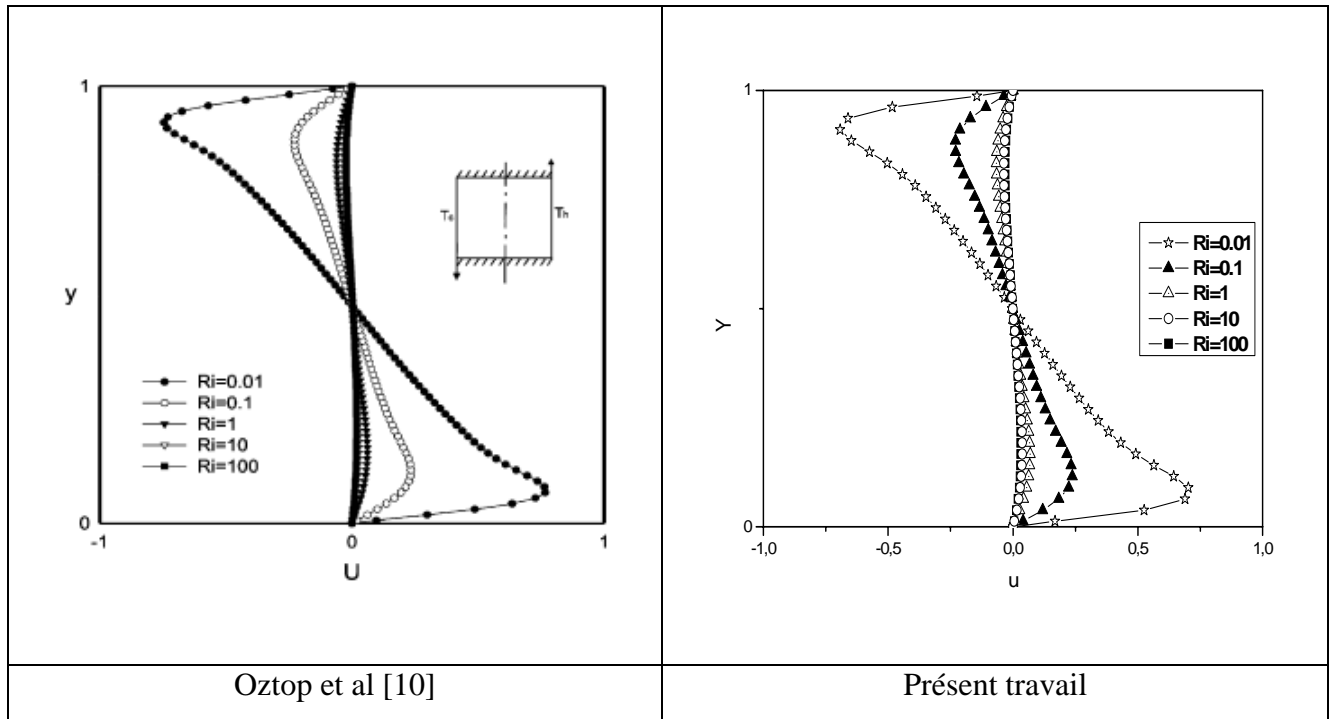


Figure III.3. Evolution de la composante horizontale de la vitesse à mi-longueur de la cavité dans le cas II.

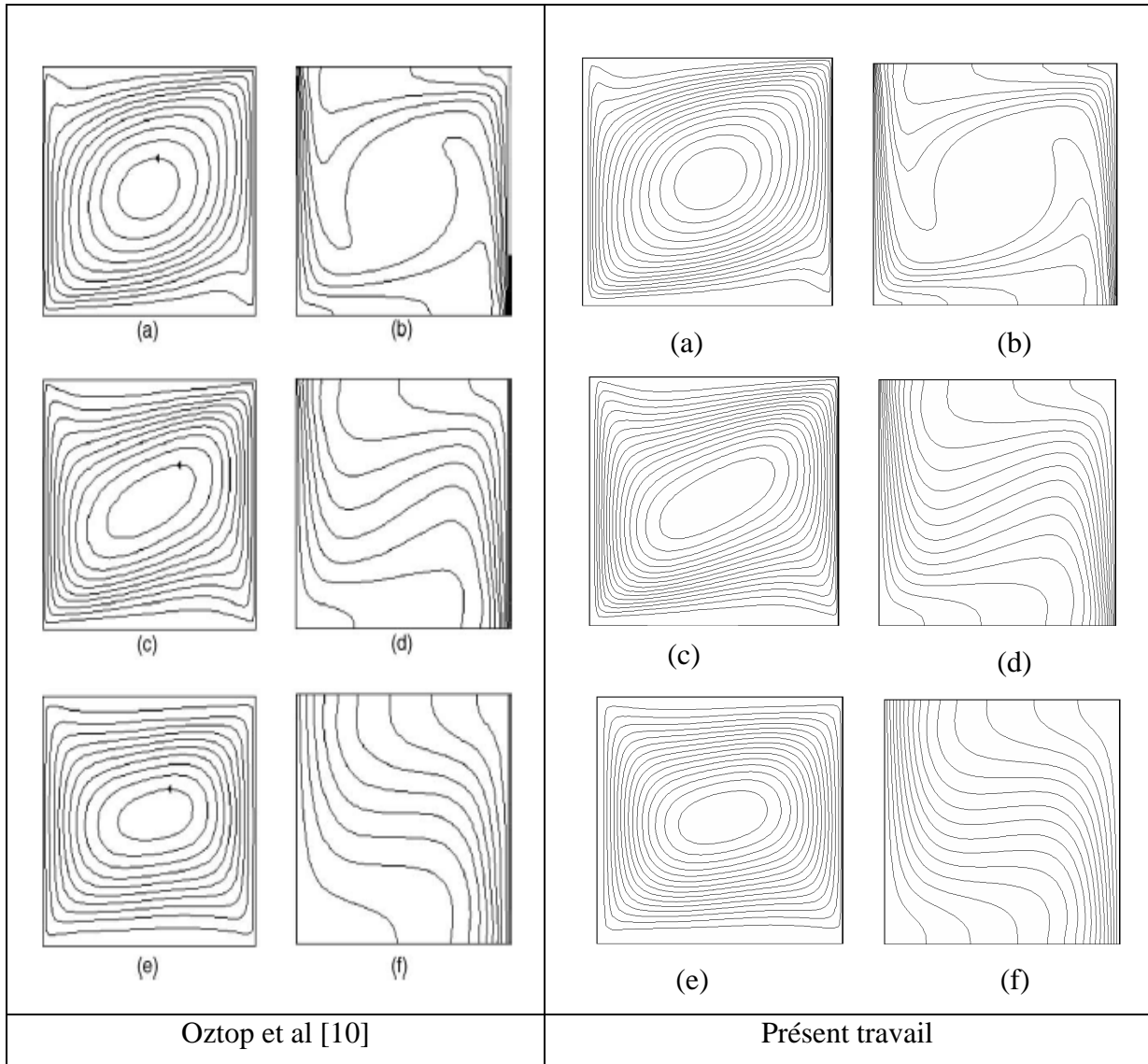


Figure III.4 Comparaison des isothermes et des lignes de courant dans le "cas.II"
 (a) et (b) $Ri=0.1$, (c) et (d) $Ri=1$, (e) et (f) $Ri=10$.

Dans le présent cas de validation (convection mixte), nous pensons qu'il y a erreur dans l'article de Oztop et al [10], dans le 'Cas.I' pour ' $Ri=1$ ', où les forces dynamique et thermique sont comparables et exercées dans deux sens opposés. Dans ce cas là, nous devrions obtenir trois cellules au lieu d'une seule obtenue par les auteurs cités [10]. Cela est confirmé par S. K.

Mahapatra et al [8]. La vitesse doit être dans le sens opposé comme suggéré par les lignes de courant. Ceci apparaît dans la figure suivante (figure III.5):

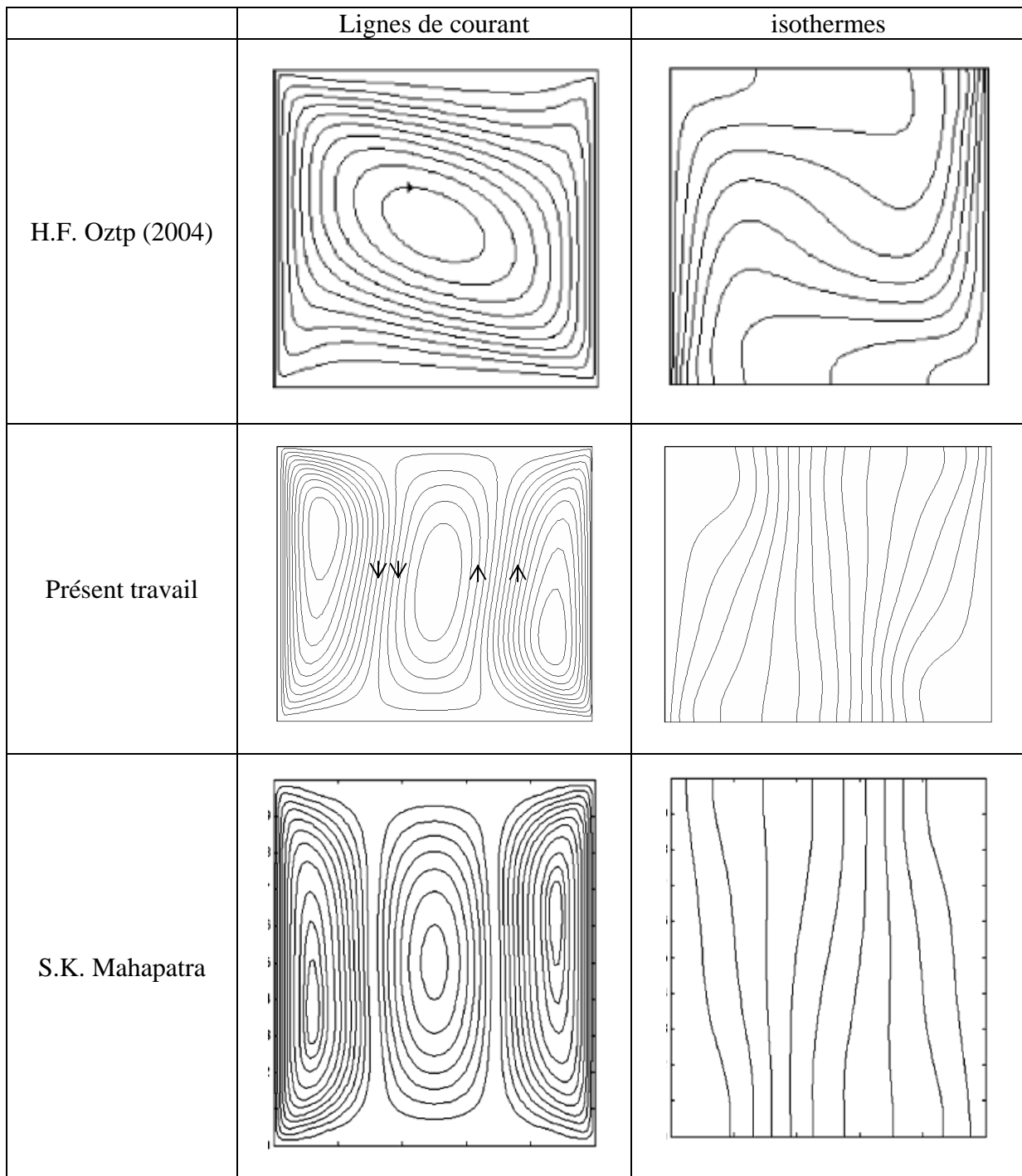


figure III.5 : comparaison des lignes de courant et des isothermes

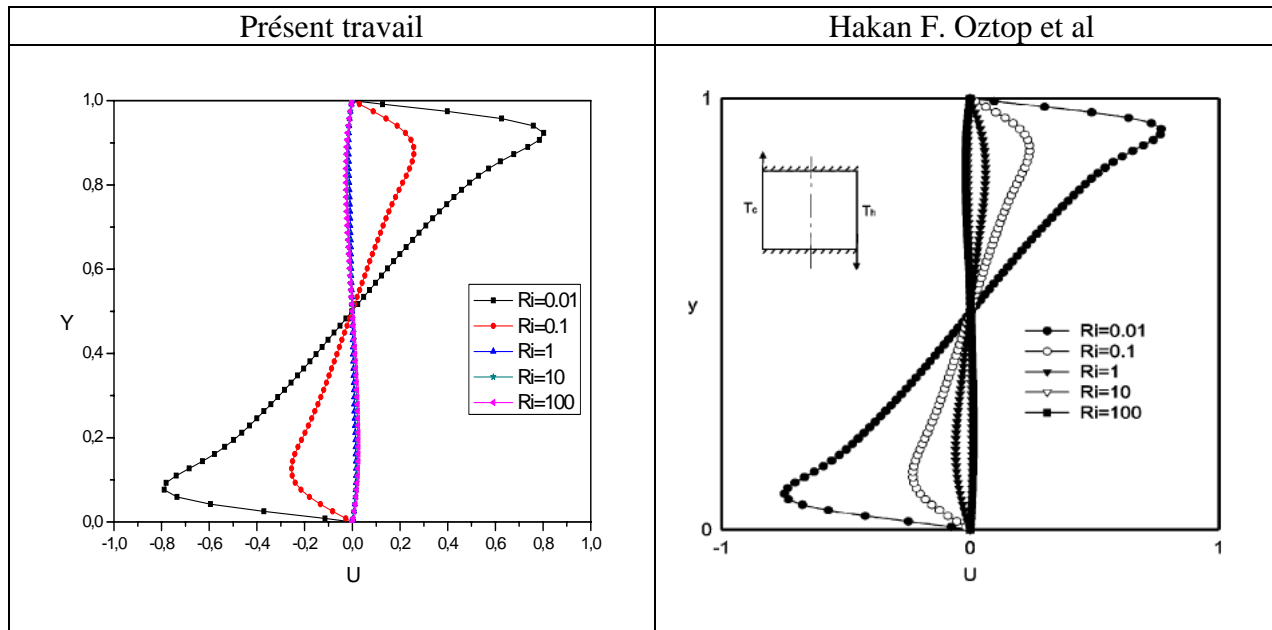


Figure III.6 Comparaison des profils de vitesse pour le "Cas.I", $Ri=1$.

III.2.2. validation d'un écoulement de fluide de Bingham :

Dans le cas d'un fluide non-newtonien, nous avons introduit dans le code une subroutine pour modéliser le fluide. Afin de tester cette subroutine, nous avons comparé nos résultats à ceux obtenus par E.Mitsoulis, Th.Zisis [16]. Ces auteurs ont simulé numériquement l'écoulement bidimensionnel d'un fluide de Bingham dans une cavité carrée avec une paroi mobile. La résolution numérique est effectuée pour le cas dynamique uniquement.

La figure III.7 présente les profils de la pression près de la paroi supérieure mobile pour différentes valeurs de Bn . Les résultats sont très encourageants.

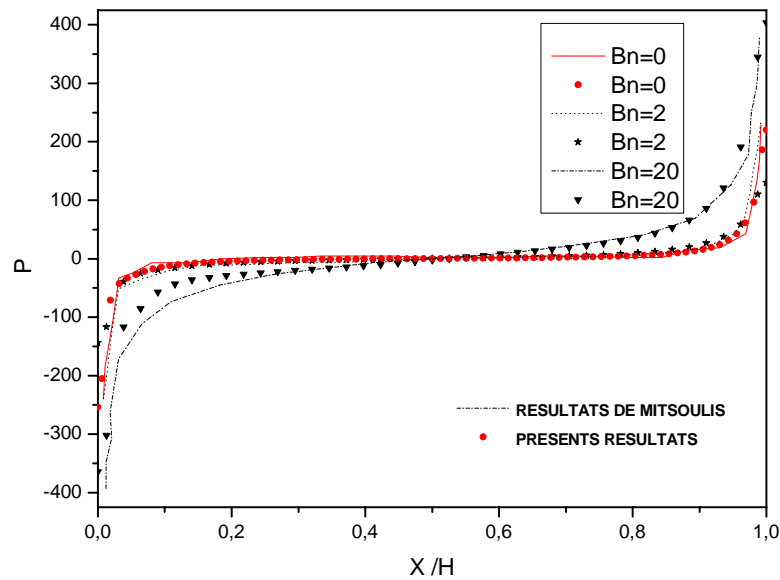
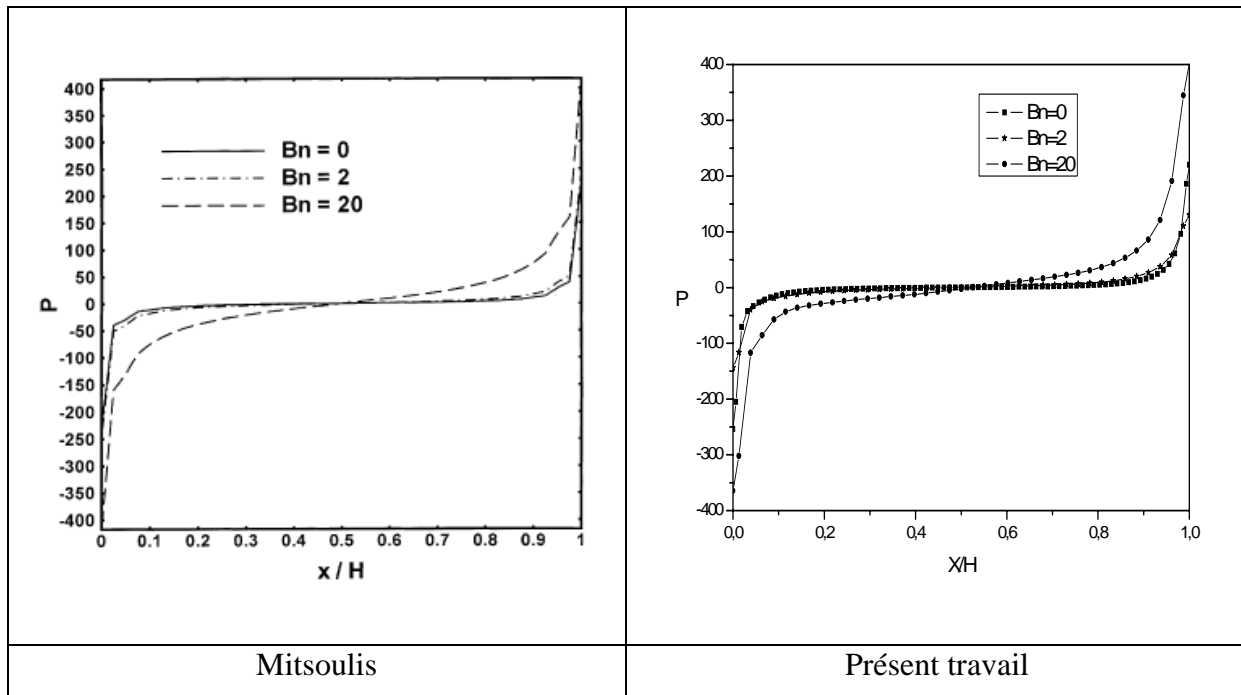


Fig III.7 Comparaison de distribution de la pression le long de la paroi supérieure pour différentes valeurs de Bn .

CHAPITRE IV

RESULTATS ET DISCUSSIONS

Introduction

Après avoir validé notre schéma numérique à l'aide des résultats de référence disponibles dans la littérature, nous nous proposons maintenant de simuler le **transfert de chaleur par convection mixte laminaire d'un fluide non-newtonien de Bingham confiné dans une cavité rectangulaire à deux parois mobiles**. La mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes fait apparaître des paramètres adimensionnels caractéristiques dont nous examinerons, par simulation numérique, leur influence sur la structure dynamique et thermique de l'écoulement, ainsi que sur l'intensité du transfert de chaleur. Nous distinguons le nombre de couplage Richardson (**Ri**), rapport des forces dynamique et thermique, le nombre de Bingham (**Bn**) caractérisant les propriétés du fluide test et le rapport de forme (**L/H**) de la cavité.

La résolution des équations phénoménologiques adimensionnelles nous a permis d'obtenir des résultats pour les trois configurations décrites au chapitre II où le nombre de Richardson varie dans l'intervalle de $[10^{-2}, 10^2]$ et l'effet de la contrainte seuil du fluide est représenté par le nombre de Bingham.

Pour illustrer la structure dynamique de l'écoulement, nous avons tracé plusieurs types de courbes, à savoir : les lignes de courant et les profils de vitesse à mi-longueur de la cavité considérée. L'analyse du transfert thermique se fait à partir des isothermes et de l'évolution du nombre de Nusselt.

IV-1 Effet du nombre de Richardson :

Pour examiner l'effet du nombre de Richardson ($\mathbf{Ri} = \mathbf{Gr}/\mathbf{Re}^2$) sur la structure dynamique et thermique de l'écoulement du fluide, nous avons, dans cette partie, maintenu constant le nombre de Grashof ($\mathbf{Gr} = 10^4$) et varié le nombre de Reynolds (\mathbf{Re}); le nombre de Bingham est fixé à ($\mathbf{Bn} = 2$) pour les trois configurations (CasI, II et III).

IV.1.1. Structure de l'écoulement

Les figures (figureIV.1-3) illustrent l'évolution de la fonction de courant et des isothermes avec le nombre de Richardson comme paramètre.

Dans le **Cas.I**, la paroi froide est ascendante et la paroi chaude est descendante, nous notons dans ce cas là, que les forces dynamique et thermique sont opposées. Les

lignes de courant et les isothermes, pour Ri variant de 0.1 à 10, apparaissent dans la figureIV.1. Pour $Ri=0.1$, la convection forcée est dominante et l'écoulement du fluide est généré par le mouvement des parois où nous obtenons une cellule qui occupe toute la cavité et évolue dans le sens imposé par les parois (sens des aiguilles d'une montre) comme le montre la figureIV.1. Les isothermes montrent que la profondeur de pénétration du flux de chaleur n'est pas importante et son effet ne se fait sentir qu'au voisinage des parois.

Pour $Ri=1$, où les deux convections forcée et naturelle sont comparables, l'écoulement est formé de deux cellules contra-rotatives près des parois actives. Dans ce cas là, les deux forces dynamique et thermique se neutralisent loin des parois où nous observons au centre de la cavité une zone inerte. Notons que dans le cas de l'air, une cellule centrale due à la convection naturelle (force thermique) est formée et a la même taille que les deux autres cellules [8]. Les isothermes qui deviennent moins incurvées montrent l'influence du gradient thermique et la profonde pénétration de la chaleur dans la cavité.

Pour $Ri=10$, la convection naturelle est dominante. La profondeur de pénétration de la chaleur donne naissance à une grande cellule centrale, les effets des parois ne se font sentir que dans leur voisinage immédiat. Les deux autres cellules générées par le mouvement des parois actives sont de moindre importance. Ceci apparaît dans la figureIV.1. Les isothermes parallèles caractérisent un mode de conduction dominant.

Dans le **Cas.II**, la paroi froide est descendante et la paroi chaude est ascendante, nous notons que les deux forces dynamique et thermique se renforcent car elles s'exercent dans le même sens. La figureIV.2 illustre les lignes de courant et les isothermes pour $Ri=0.1$ à 10.

Pour $Ri=0.1$, la convection forcée est dominante. L'écoulement prend la forme d'une cellule occupant toute la cavité et évoluant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, à l'instar des parois actives. Les isothermes identiques à celles de la figureIV.1, montrent que l'écoulement au centre n'est pas affecté par le gradient thermique car la profondeur de pénétration de la chaleur n'est pas importante.

Pour $Ri=1$, les deux convections forcée et naturelle sont comparables. Nous constatons que le mouvement des parois n'affecte pas de manière significative les lignes de courant et les isothermes qui deviennent moins incurvées au centre. La vitesse devient de faible importance et la zone stratifiée au centre s'élargit. Les isothermes montrent que le fluide est thermiquement stratifié au centre. Les courbes chaudes sont au dessus des courbes froides, aucune force thermique n'apparaît dans cette région, la force motrice est celle des parois en mouvement. Au voisinage des parois, le mécanisme est différent puisque les deux forces thermique et dynamique sont présentes.

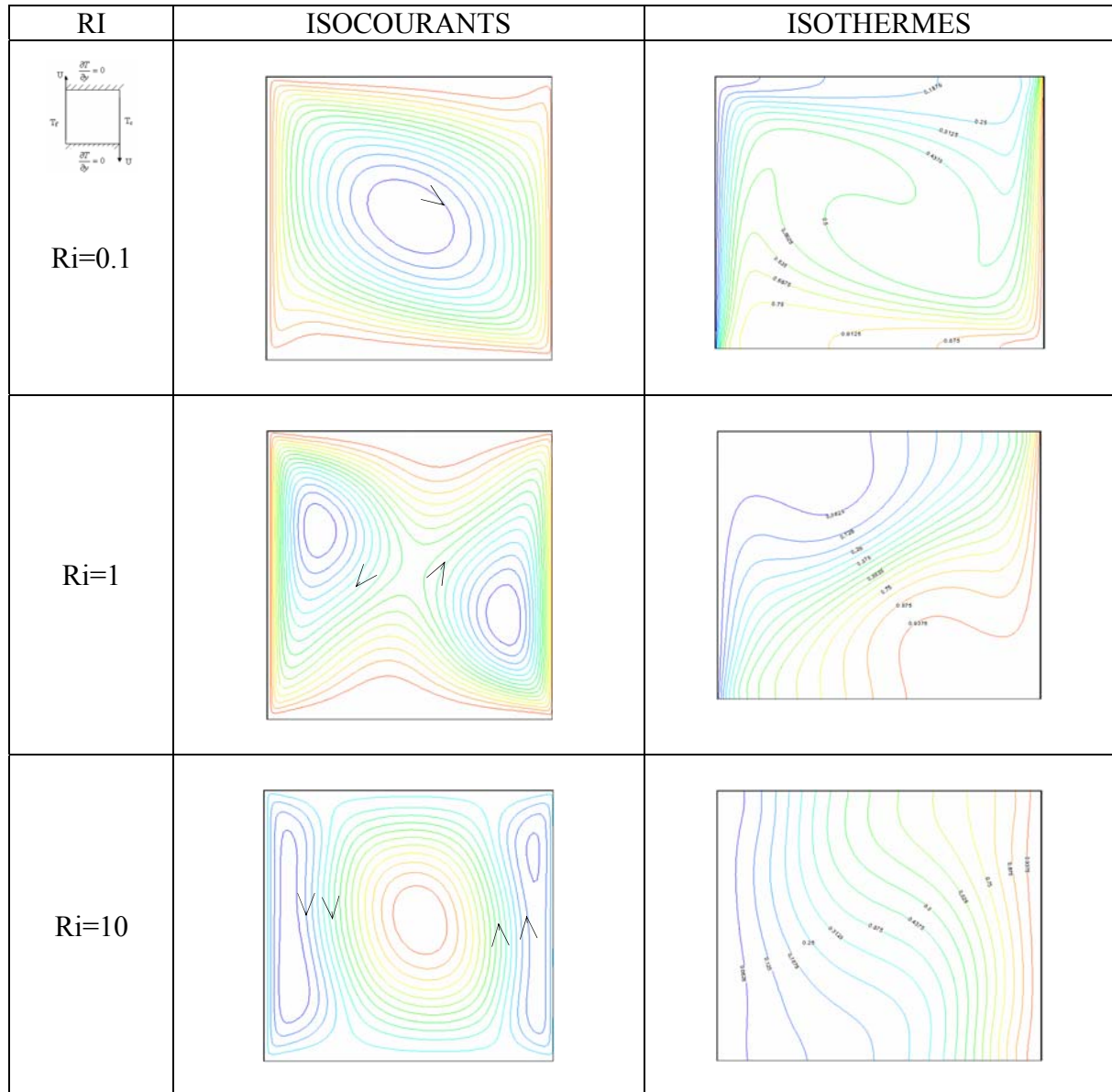
Pour $Ri=10$, la convection naturelle est le régime dominant au voisinage des parois comme pour $Ri=1$. Les lignes de courant et les isothermes sont similaires à celles obtenues dans le cas de la convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée et à parois fixes (**De Vahl Davis 1983**). Le transfert de chaleur se fait par conduction dans les zones gauche supérieure et droite inférieure (figureIV.2).

Dans le **Cas.III**, les deux parois actives se déplacent vers le haut, les deux convections forcée et naturelle sont de même sens à droite et sont de sens opposés à gauche. Nous notons dans ce cas que la circulation principale du fluide a lieu dans le côté droit où les deux forces dynamique et thermique se renforcent. Les lignes de courant et les isothermes pour $Ri=0.1$ à 10 sont représentés dans la figureIV.3.

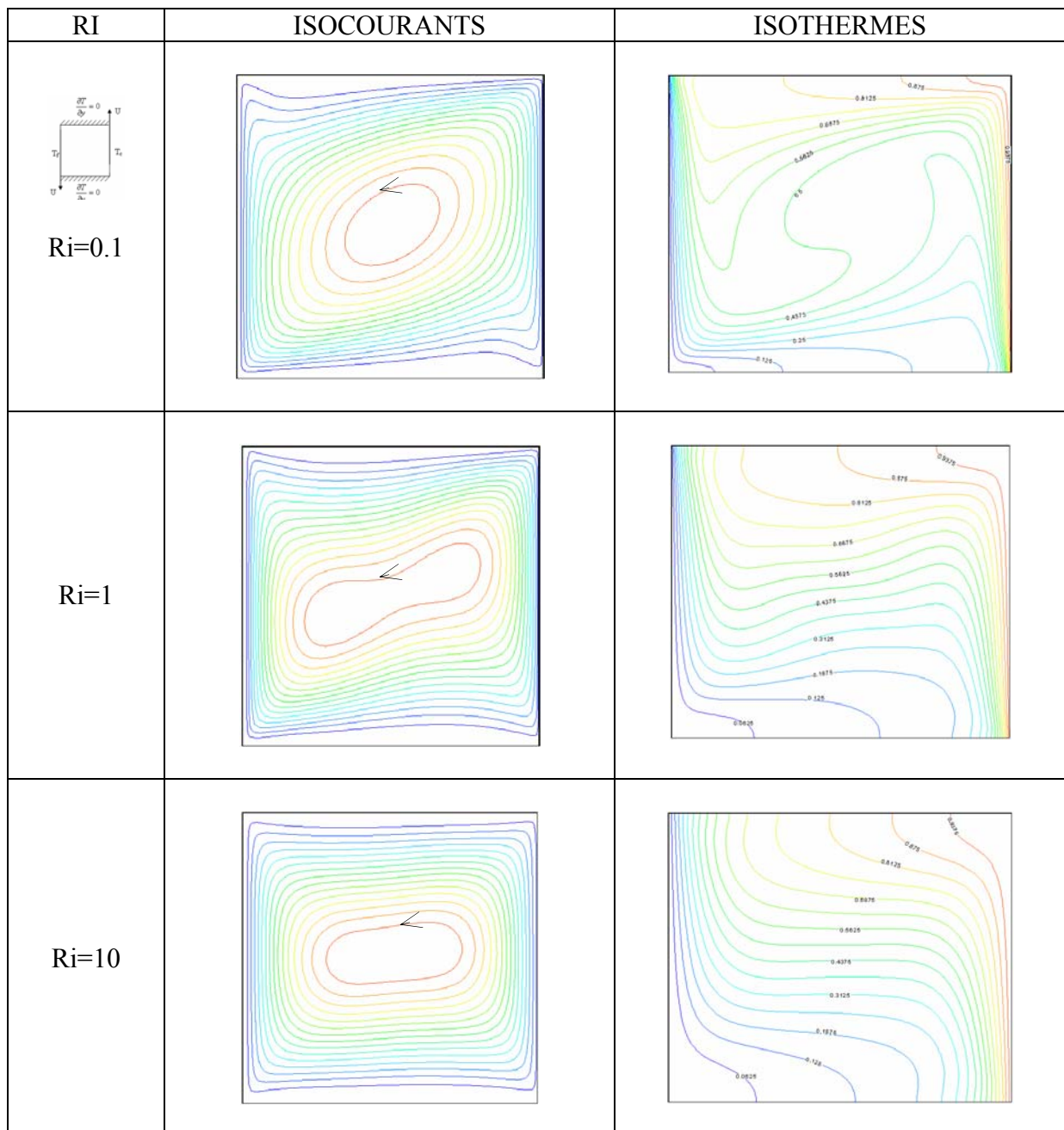
Pour $Ri=0.1$, l'écoulement est formé de deux cellules qui occupent toute la cavité. La cellule gauche évolue dans le sens des aiguilles d'une montre et la cellule droite dans le sens inverse. Dès que nous augmentons Ri , l'effet dynamique diminue et l'effet thermique croît. Cela explique la croissance de la cellule à droite où les deux forces s'ajoutent. Le gradient de température s'inverse. A droite, nous avons une stratification thermique favorable et la force motrice est purement dynamique. A gauche la stratification est défavorable.

Pour $Ri=1$, les deux convections forcée et naturelle sont comparables, le cumul des deux forces à droite influe sur l'écoulement et se caractérise par la croissance de la cellule dans cette région. Par contre, à gauche, les deux forces sont appliquées dans deux sens opposés où nous observons une diminution de la cellule dans ce côté (figureIV.3).

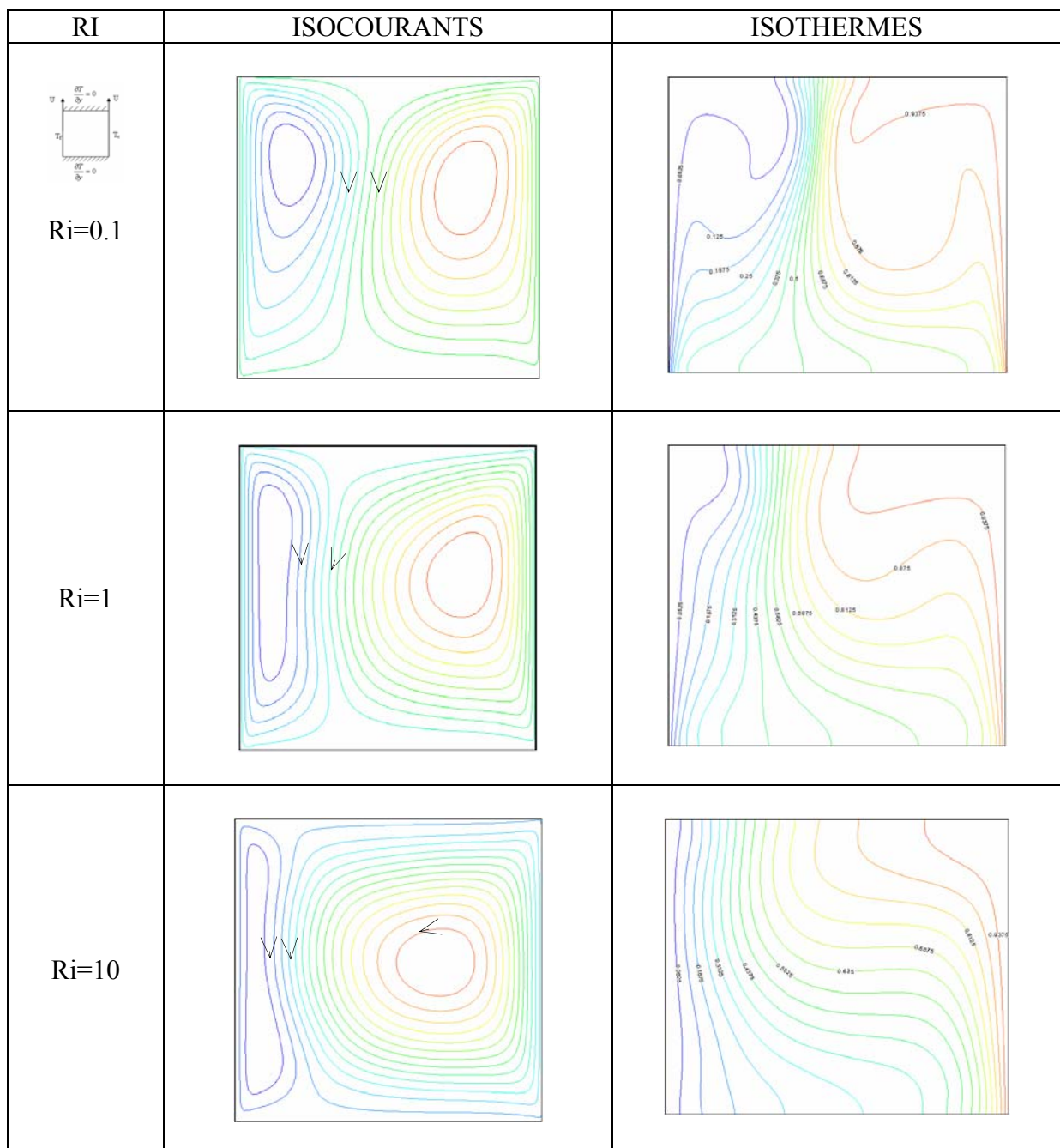
Par ailleurs, nous remarquons que les isothermes sont déformées à gauche à cause de la convection naturelle et sont parallèles à droite. Les deux convections forcée et naturelle se neutralisent et le transfert de chaleur se fait principalement par pure conduction.



FigureIV.1 : isocourants et isothermes pour le Cas .I Ri=0.1 – 10, Bn=2.



FigureIV.2 : isocourants et isothermes pour le Cas .II , Ri=0.1 ; 1 et 10.



FigureIV.3 : isocourants et isothermes pour le Cas .III, Ri=0.1 ; 1 et 10.

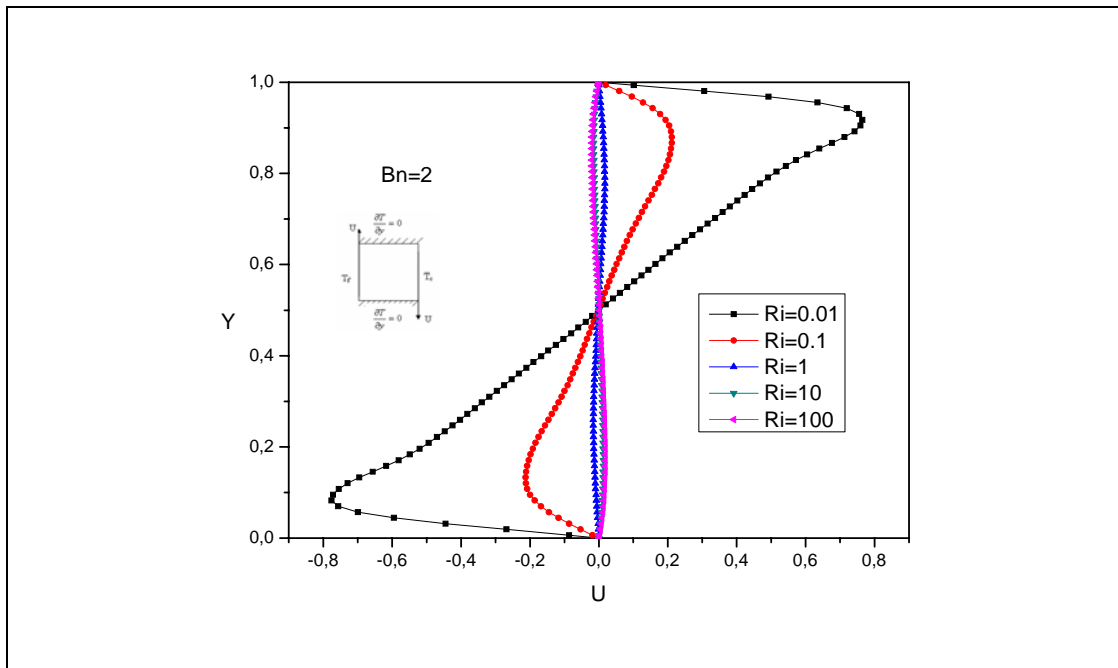
IV.1.2. Profils des vitesses

Sur les figures (IV.4, 5 et 6), nous avons représenté l'évolution de la composante horizontale de la vitesse sur la ligne médiane verticale pour différentes valeurs du nombre de Richardson. Le nombre de Bingham est fixé à 2 ($Bn=2$).

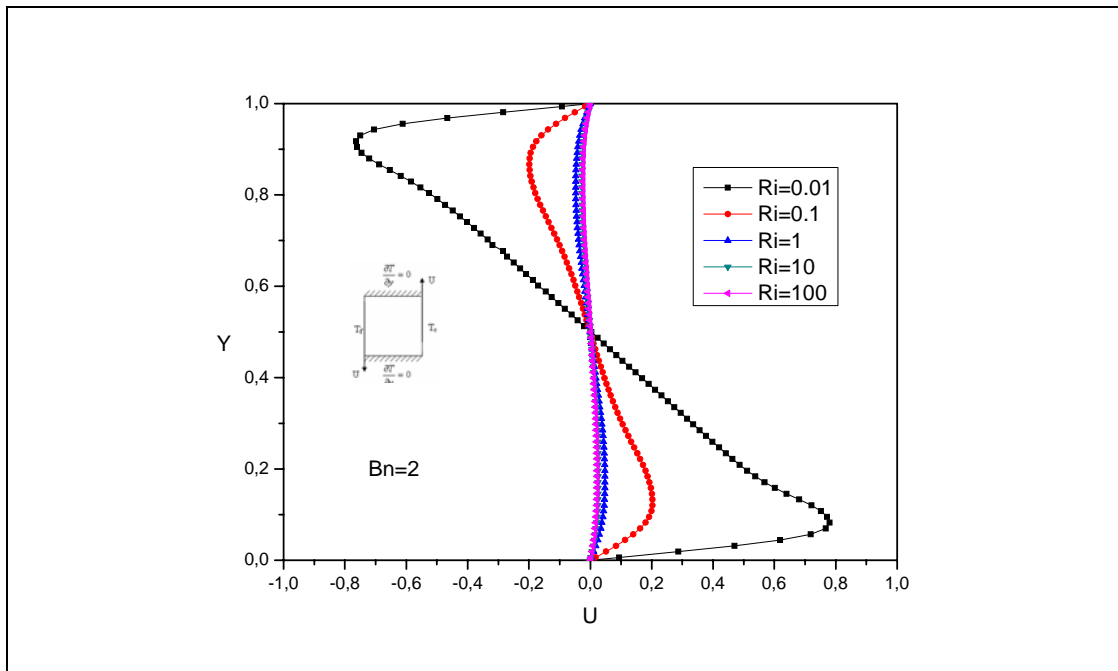
Pour le **Cas.I**, nous remarquons dans la figure IV.4 que lorsque Ri dépasse la valeur 10, les profils de vitesse changent de signe. L'analyse de cette figure montre une symétrie par rapport au centre de la cavité, et nous observons également que les vitesses deviennent plus faibles avec l'augmentation de Ri . Nous expliquons cela par la forte circulation du fluide (figure IV.1) dans le cas de la convection forcée ($Ri=0.1$) et par la faible circulation dans le cas de la convection naturelle ($Ri=10$), où l'écoulement dans la cavité devient un écoulement stratifié. L'échange de chaleur se fait alors par conduction (figure IV.1).

Pour le **Cas.II**, la figure IV.5 présente les profils de vitesse pour Richardson variant entre 0.01 et 100 ($Bn=2$). Ces profils sont symétriques par rapport au centre de la cavité. Nous remarquons que lorsque Ri augmente la vitesse diminue comme dans le **Cas.I**. Pour les faibles valeurs de Ri , la vitesse atteint des maximums (côté supérieur gauche et côté inférieur droit).

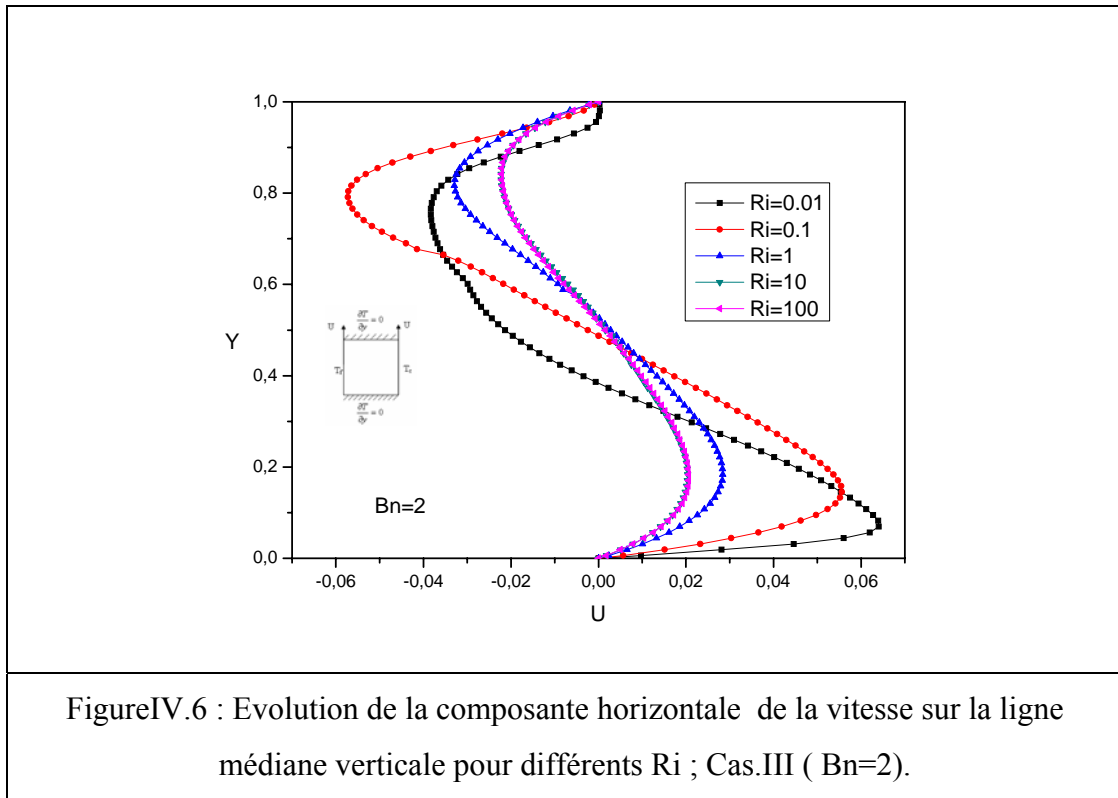
Pour le **Cas.III**, nous remarquons sur la figure IV.6 que l'amplitude maximale de la vitesse est inférieure à celle des autres cas pour différentes valeurs de Richardson. Cela est dû aux deux forces dynamique et thermique qui s'ajoutent dans un cas (paroi droite) et se retranchent dans l'autre (paroi gauche). La vitesse horizontale dans ce cas varie de -0.06 à 0.06, par contre dans les Cas.I et II elle varie de -1 à 1. Les profils de vitesse sont symétriques par rapport au centre de la cavité à l'instar des deux autres cas sauf pour $Ri=0.01$ [10].



FigureIV.4 : Evolution de la composante horizontale de la vitesse sur la ligne médiane verticale pour différents Ri ;Cas.I ($Bn=2$).



FigureIV.5 : Evolution de la composante horizontale de la vitesse sur la ligne médiane verticale pour différents Ri ; Cas.II ($Bn=2$).



FigureIV.6 : Evolution de la composante horizontale de la vitesse sur la ligne médiane verticale pour différents Ri ; Cas.III (Bn=2).

IV-1-3 Transfert de chaleur

Les figures (IV.7, 8 et 9) représentent l'évolution du nombre de Nusselt à la paroi froide (à gauche) en fonction du nombre de Richardson pour les trois types de cavités. Dans les trois **Cas (I, II et III)**, nous constatons que pour les grandes valeurs de Ri, la variation du nombre de Nusselt est faible et dévoile un mode de transfert dominé par la conduction.

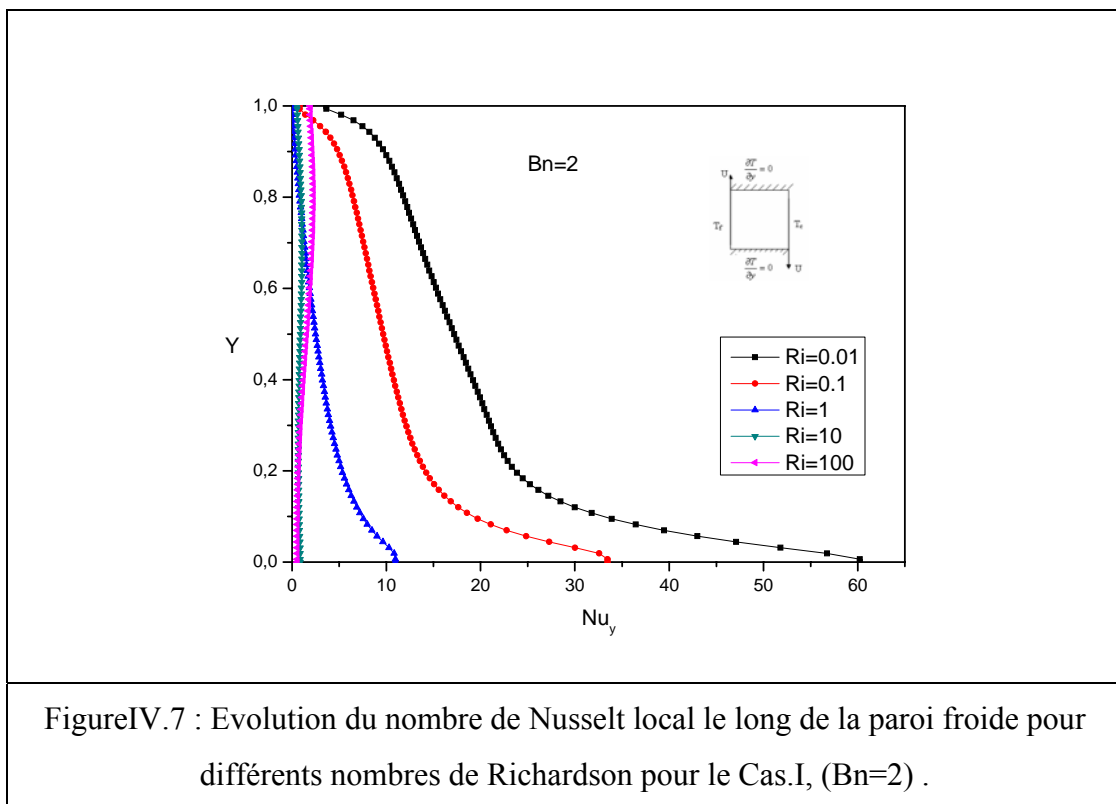
Pour les grands nombres de Re (faible Ri), l'épaisseur de la couche limite thermique, identique à celle de la couche limite dynamique ($Pr \approx 1$), est faible. Cela entraîne un fort gradient de température et donc un important échange de chaleur.

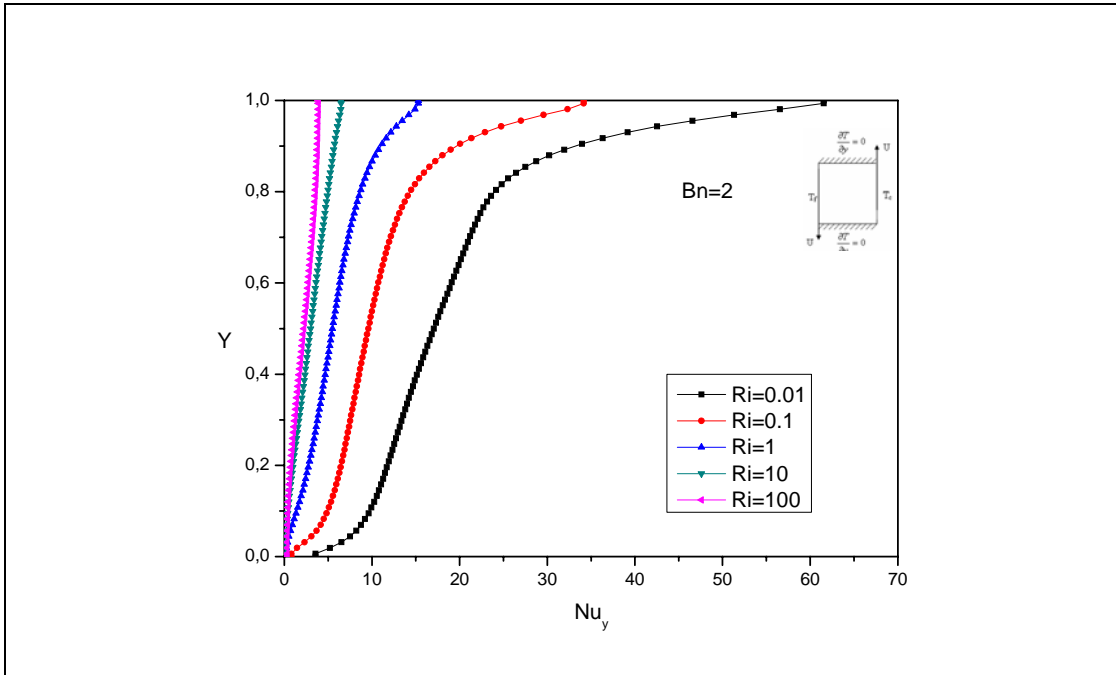
Pour le **Cas.I**, les deux forces dynamique et thermique sont en sens opposés. La figureIV.7 représente l'évolution du nombre de Nusselt local pour différents nombres de Richardson. Pour $Ri \leq 1$, c'est-à-dire pour le cas où la convection forcée est dominante ou du moins aussi importante que la convection naturelle, le flux de chaleur diminue le long de la paroi. Dans la partie inférieure de la paroi, nous remarquons un important échange de chaleur dû à la température relativement élevée du fluide. Cet échange s'estompe en progressant vers la partie supérieure. Dans le cas de grands

nombres de Richardson, une cellule de convection naturelle se forme au centre de la cavité et est isolée par la cellule formée au niveau de la paroi. Les échanges thermiques sont moins importants.

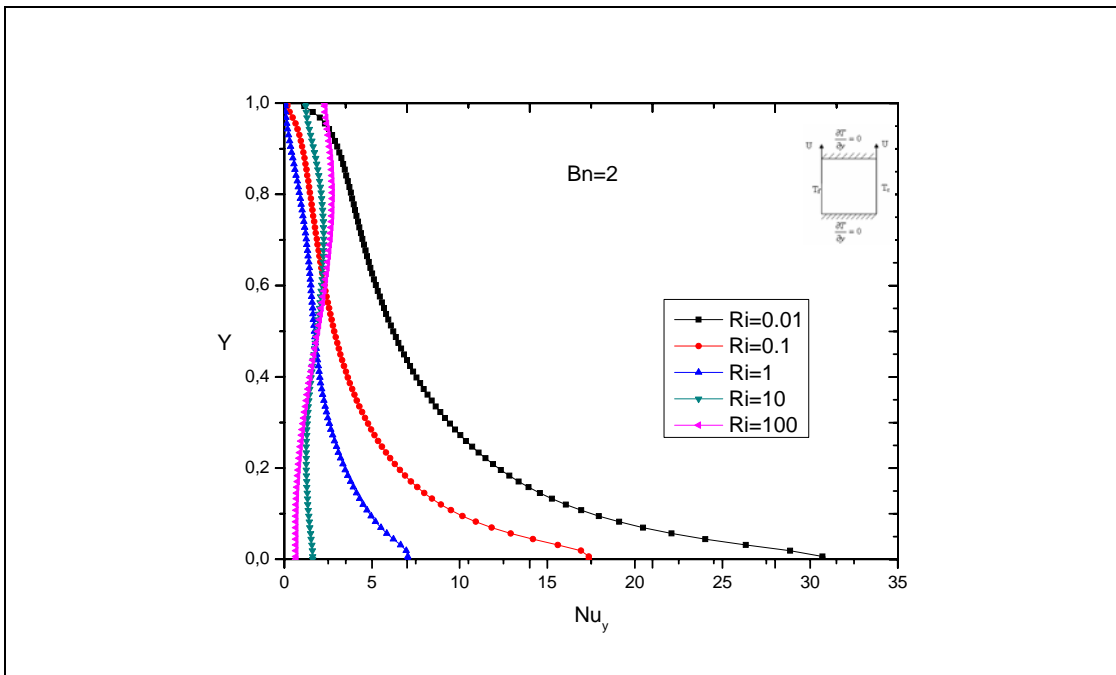
Pour le **Cas.II**, les deux forces dynamique et thermique s’ajoutent. Nous remarquons sur la figureIV.8 que le nombre de Nusselt augmente le long de la paroi froide pour tous les régimes convectifs (forcé, mixte et naturelle). La température du fluide s’approche de celle de la paroi en progressant vers le bas, et les échanges thermiques diminuent en conséquence.

Pour le **Cas.III**, la figureIV.9 montre que le profil du nombre de Nusselt est semblable à celui du Cas.I ; mais avec un taux réduit. Nous sommes en présence de deux situations différentes. Au voisinage de la paroi droite, les deux forces dynamique et thermique s’ajoutent, elles sont en sens opposés à gauche. Une point d’inflexion près au centre provoque des instabilités thermiques qui sont amorties.





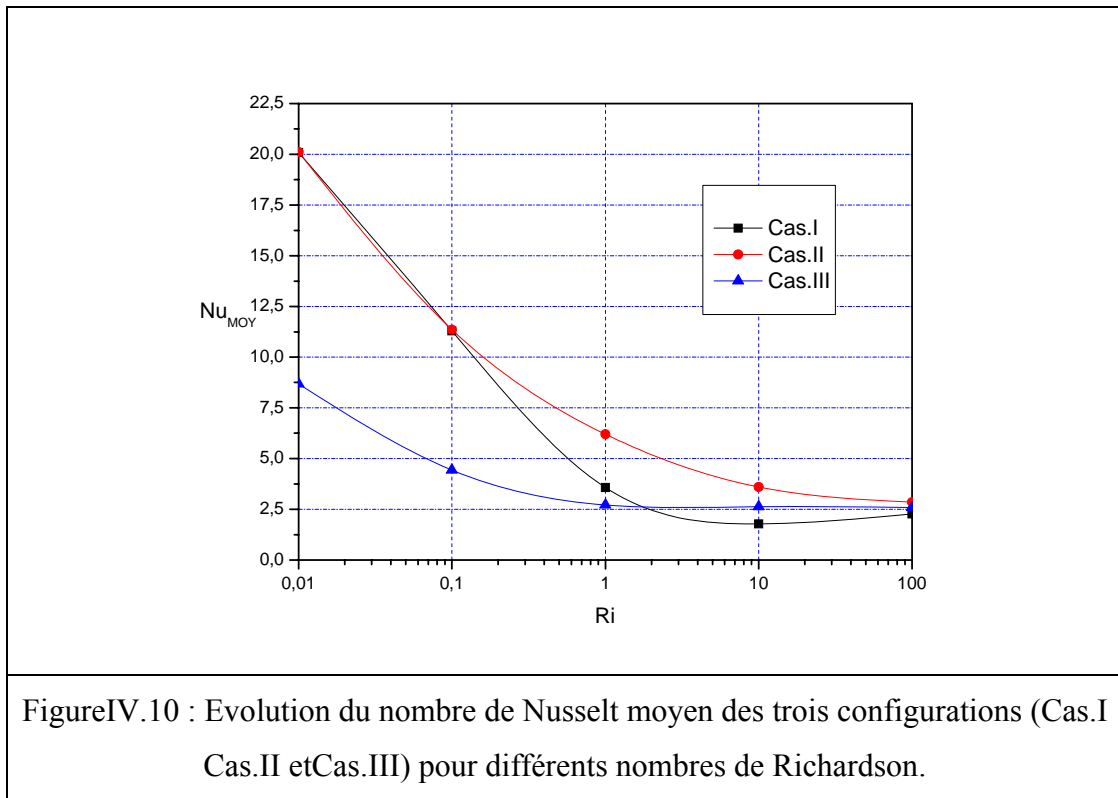
FigureIV.8 : Evolution du nombre de Nusselt local le long de la paroi froide pour différents nombres de Richardson pour le Cas.II, ($Bn=2$) .



FigureIV.9 : Evolution du nombre de Nusselt local le long de la paroi froide pour différents nombres de Richardson pour le Cas.III, ($Bn=2$).

L'évolution du nombre de Nusselt moyen pour les trois configurations est représentée sur la figureIV.10. L'analyse de cette figure montre que le transfert est meilleur dans le cas où les deux parois se déplacent en sens opposés (Cas.I et Cas.II) par rapport au Cas.III où les deux parois se déplacent dans le même sens.

En plus, le transfert de chaleur dans le cas de la convection forcée (faible Ri) est meilleur que dans le cas de la convection naturelle (Ri élevé) où il se fait essentiellement par conduction.



IV.2. Effet de la contrainte seuil :

Dans cette partie, nous examinons l'influence de la contrainte seuil du taux de déformation, caractérisée par le nombre de Bingham, sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique.

Si la contrainte appliquée au fluide est inférieure à la contrainte seuil ' τ_0 ', aucune déformation ne se produit, le fluide ne s'écoule pas. Un exemple courant de fluide à contrainte seuil est la pâte de dentifrice : elle ne peut s'écouler hors du tube sous l'effet de

son propre poids, il faut donc lui appliquer une contrainte nettement supérieure pour qu'elle s'écoule.

IV.2.1. Structure de l'écoulement

Pour analyser le comportement dynamique et thermique du fluide de Bingham, nous avons représenté sur les figures (IV.11-13) les fonctions de courant et les isothermes. Nous avons réalisé des simulations numériques pour les trois configurations de la cavité. Nous fixons le nombre de Richardson et nous faisons varier le nombre de Bingham dans une gamme comprise entre 0 et 10.

Dans le **Cas.I**, la paroi froide est ascendante et la paroi chaude est descendante, nous notons que les forces dynamique et thermique sont comparables et s'exercent en sens opposés. Les lignes de courant et les isothermes pour un nombre de Bn variant de 0 à 10 sont représentées dans la figure IV.11.

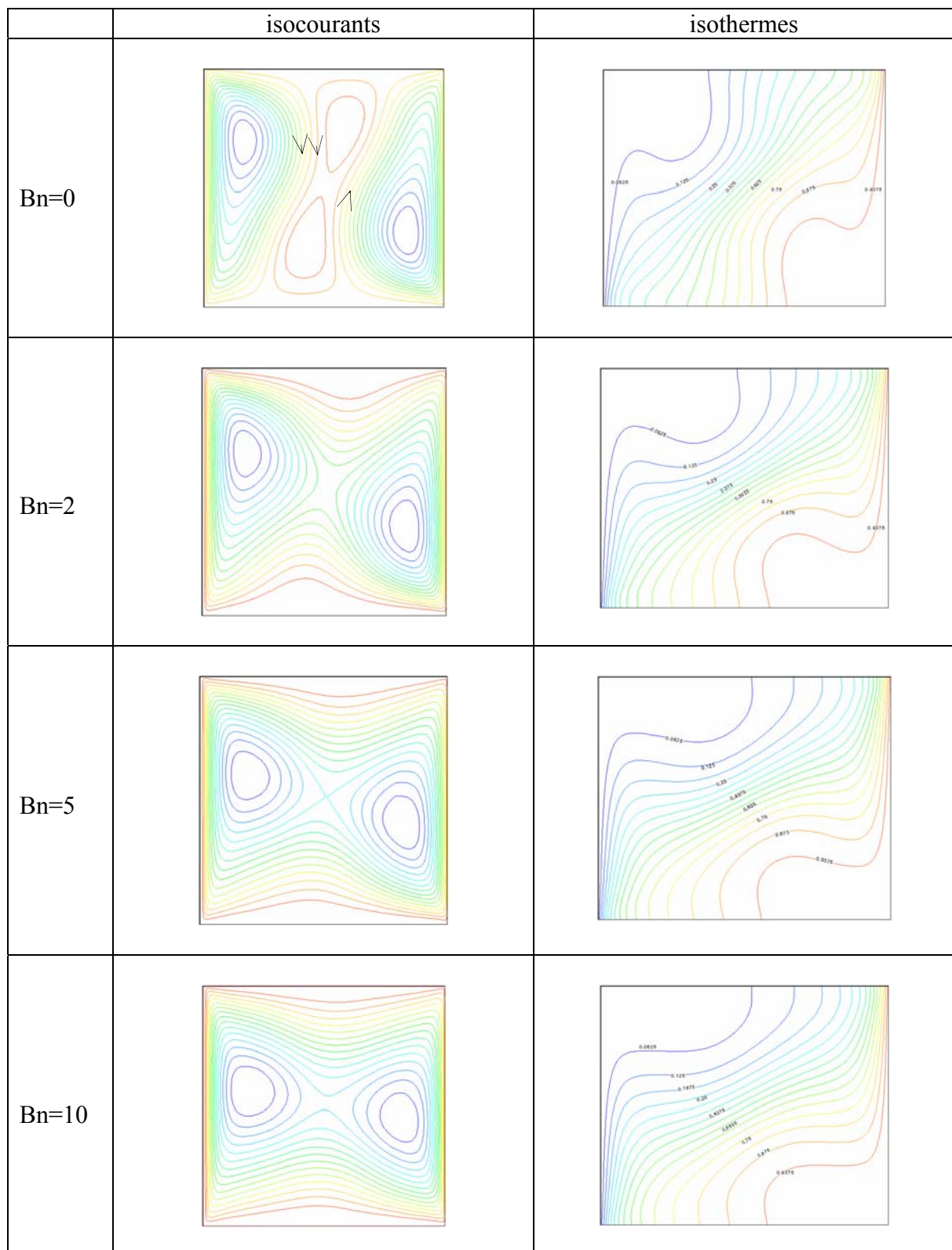
Pour $Bn=0$ (fluide newtonien), l'écoulement est formé de deux cellules contra-rotatives près des parois actives, et une faible cellule centrale due à la convection naturelle. Cette cellule est de même taille que les autres dans le cas de l'air [8]. Au fur et à mesure que le nombre de Bingham augmente, la vitesse de l'écoulement du fluide devient plus faible, la cellule centrale disparaît, les deux autres cellules se rapprochent et l'écoulement prend la forme d'un écoulement en 'yeux de chat'. Cette appellation est due à Kuhlman et al [4] pour les faibles vitesses des parois mobiles.

Les isothermes sont moins influencées par l'augmentation du nombre de Bn .

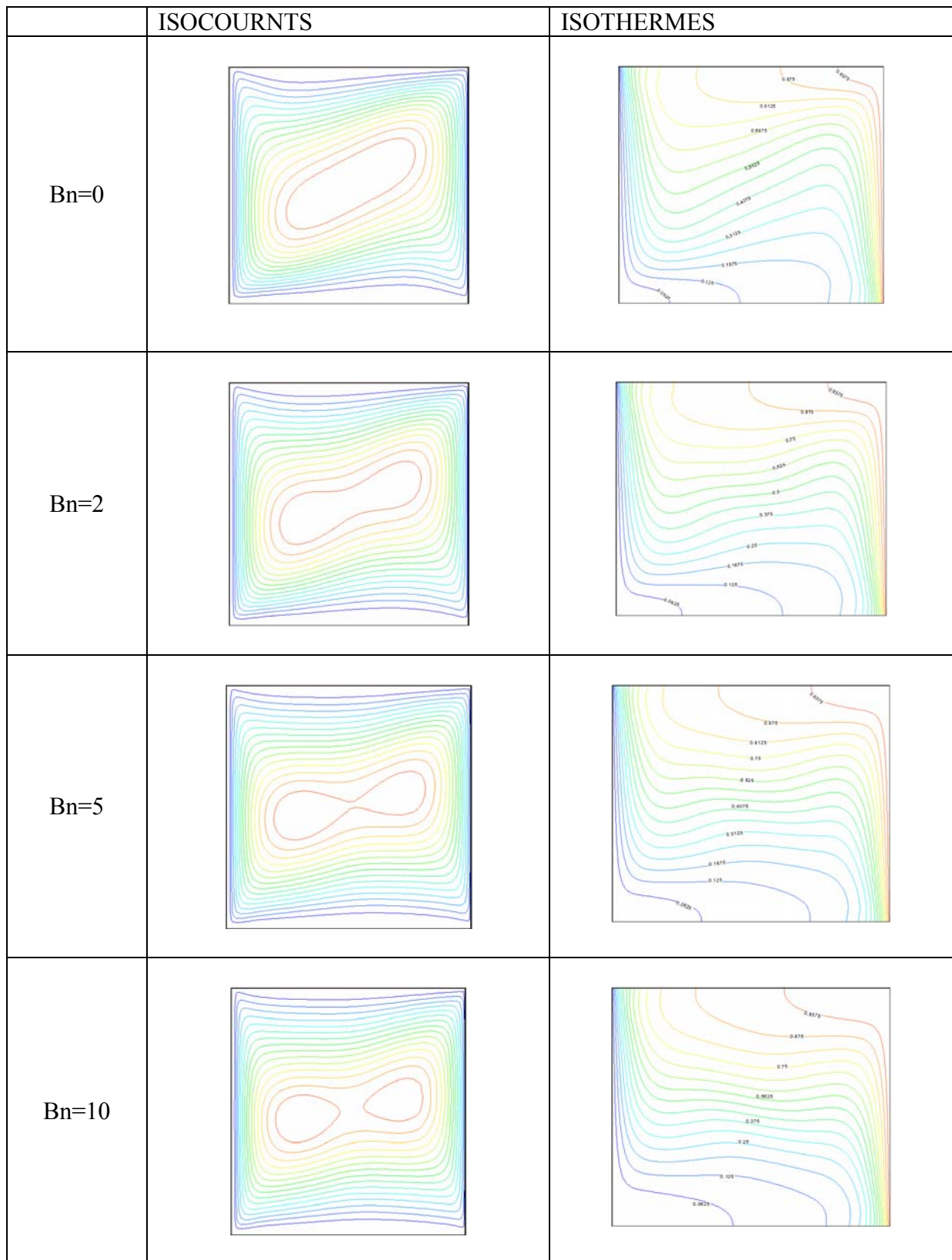
Dans le **Cas.II**, la force thermique s'ajoute à la force dynamique puisqu'elles s'exercent dans le même sens. La figure IV.12 représente les lignes de courant et les isothermes pour un nombre de Bn variant de 0 à 10.

La vitesse de l'écoulement devient plus faible quand nous augmentons le nombre de Bn . Pour $Bn=0$, l'écoulement prend la forme d'une seule cellule qui occupe la totalité de la cavité. Cette dernière devient moins intense et se divise pour laisser place à deux cellules à ($Bn=10$) à cause de la vitesse du fluide qui diminue. Les isothermes changent de forme et deviennent moins incurvées au centre où l'échange thermique vertical se fait par pure conduction. Les échanges thermiques horizontaux n'ont lieu qu'au voisinage des parois.

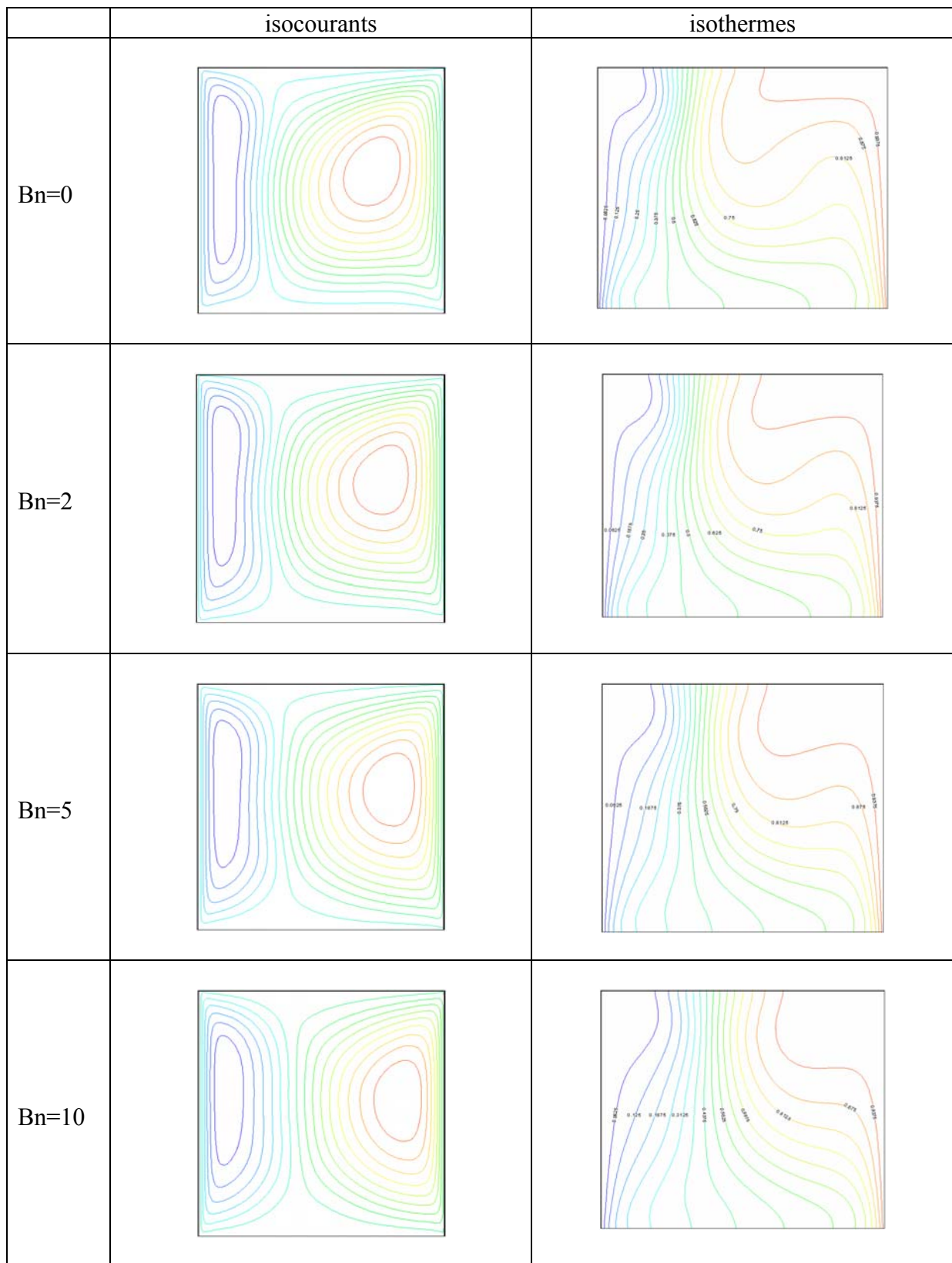
La même remarque est faite pour le **Cas.III** où la vitesse de l'écoulement devient plus faible avec l'augmentation du nombre de Bn. Pour $Bn=0$, nous obtenons une grande cellule au voisinage de la paroi droite; elle est générée par le cumul des deux forces dynamique et thermique. Une faible cellule au voisinage de la paroi gauche apparaît. La vitesse de l'écoulement devient plus faible quand nous augmentons le nombre de Bingham ; la cellule à droite se réduit et la cellule à gauche croît en importance. Les isothermes deviennent moins incurvées surtout dans la région droite.



FigureIV.11 : isocourants et isothermes pour le Cas .I : Ri=1 ; Bn=0, 2, 5 et 10.



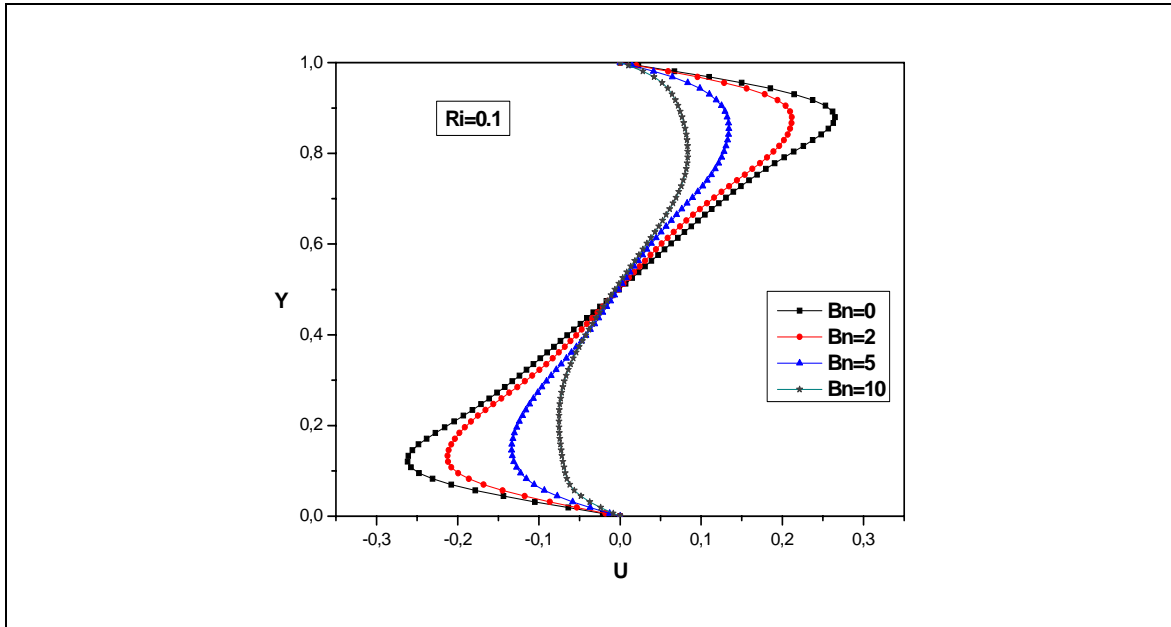
FigureIV.12 : isocourants et isothermes pour le Cas .II : Ri=1 ; Bn=0,2,5 et 10.



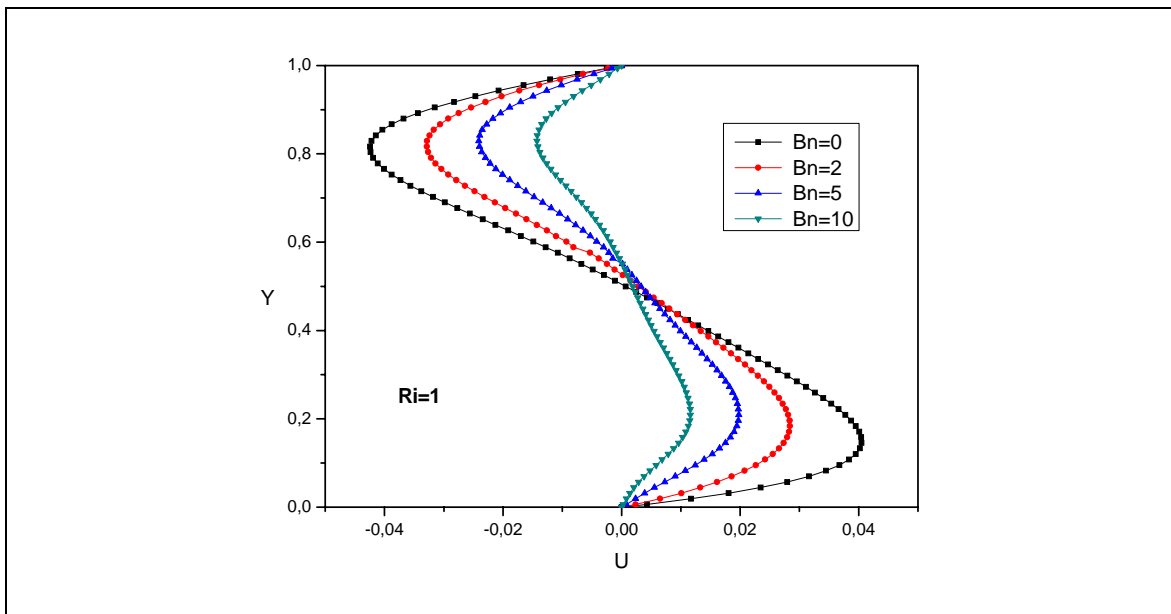
FigureIV.13 : isocourants et isothermes pour le Cas .III : Ri=1 ; Bn=0,2,5 et 10.

IV.2.2.Profils des vitesses

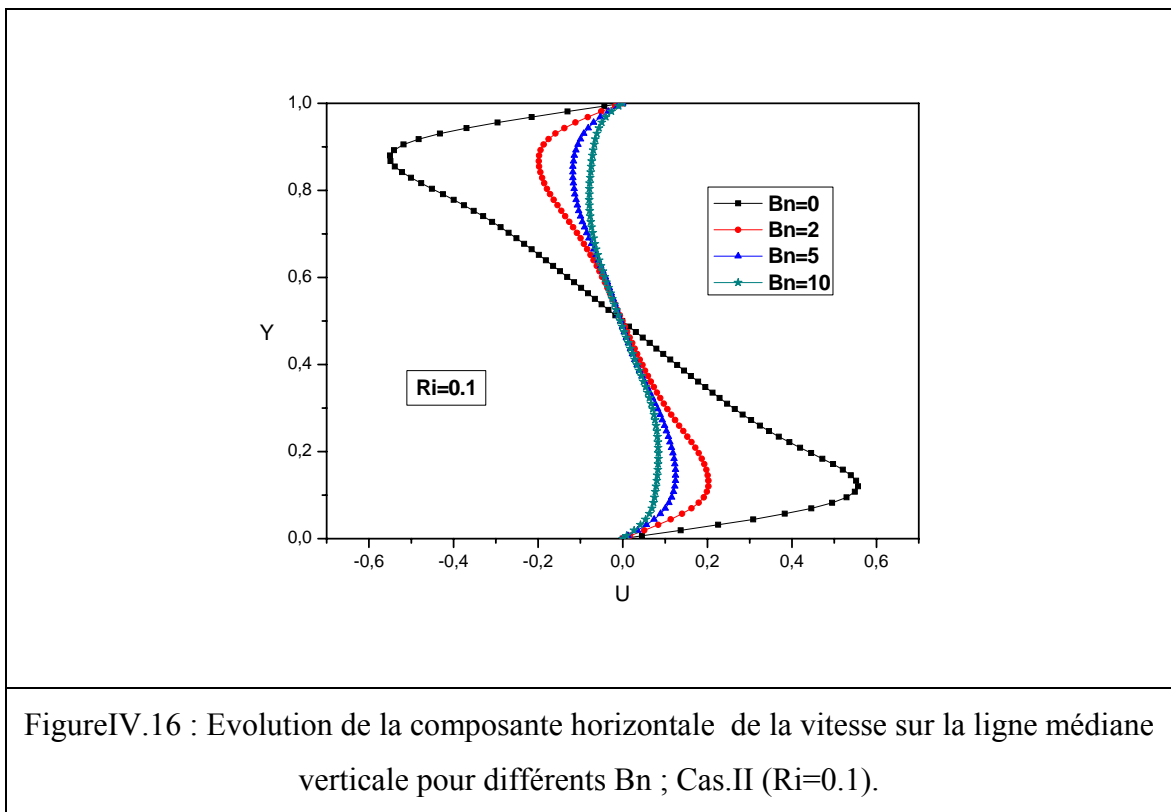
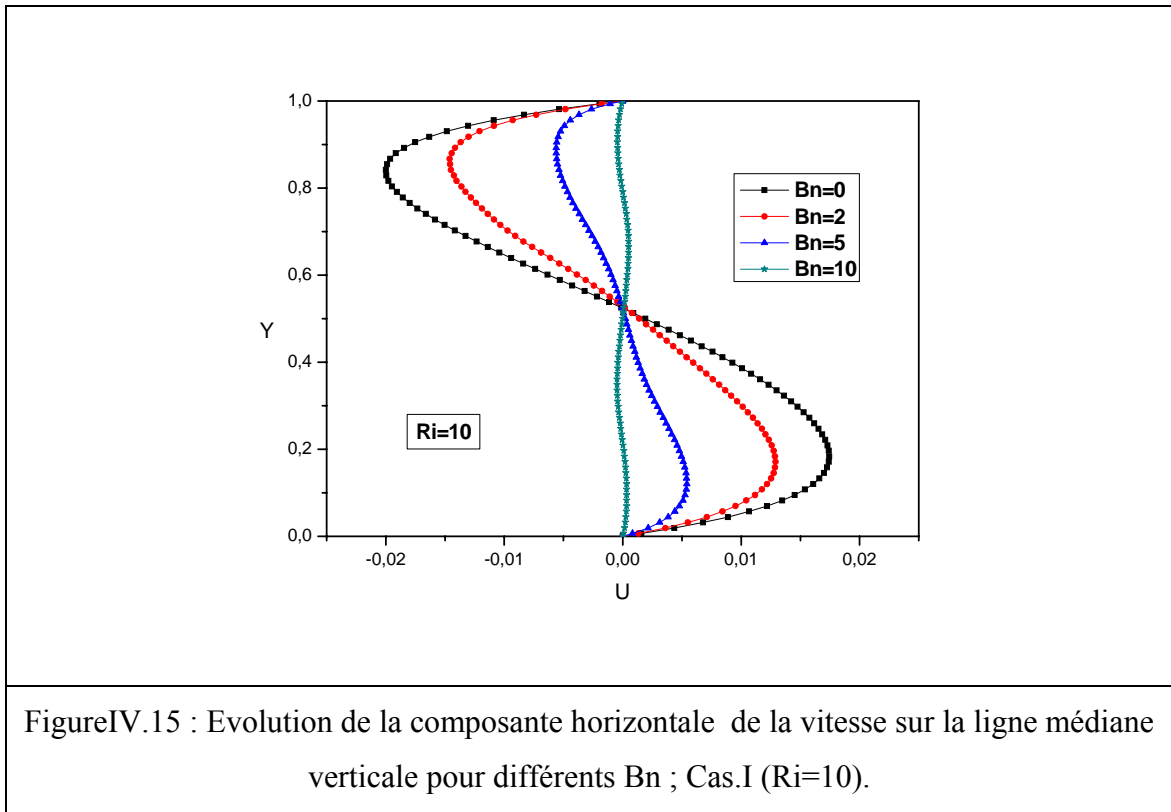
Sur les figuresIV.14-21, nous représentons l'évolution de la composante horizontale de la vitesse sur la ligne médiane verticale de la cavité, et ce pour différentes valeurs du nombre de Bingham. Le nombre de Richardson est fixé à ($Ri=0.1, 1$ et 10).

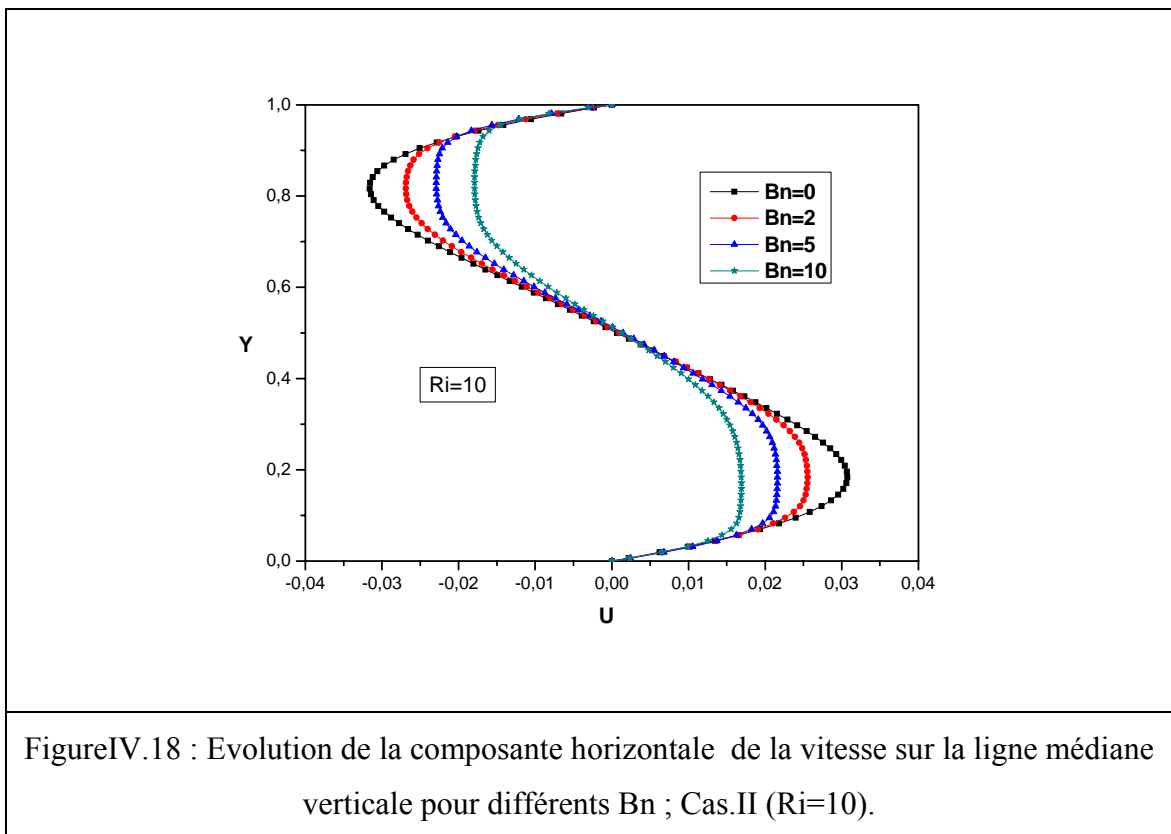
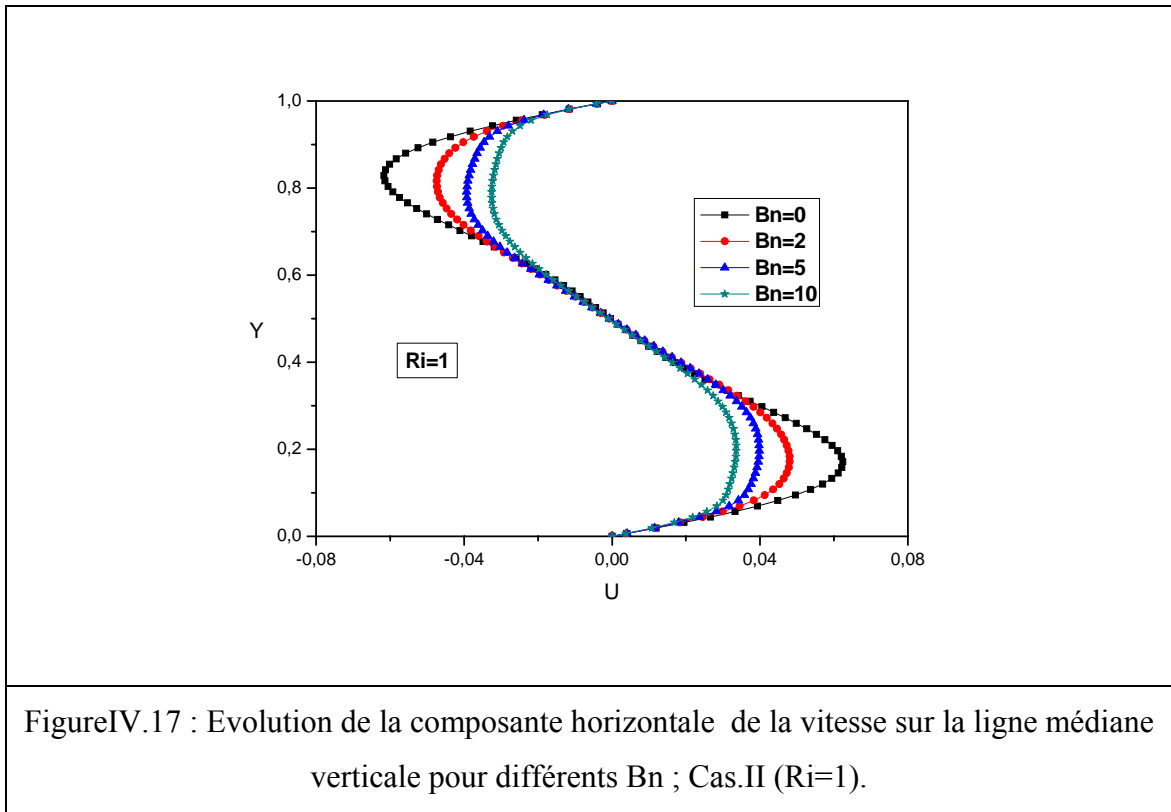


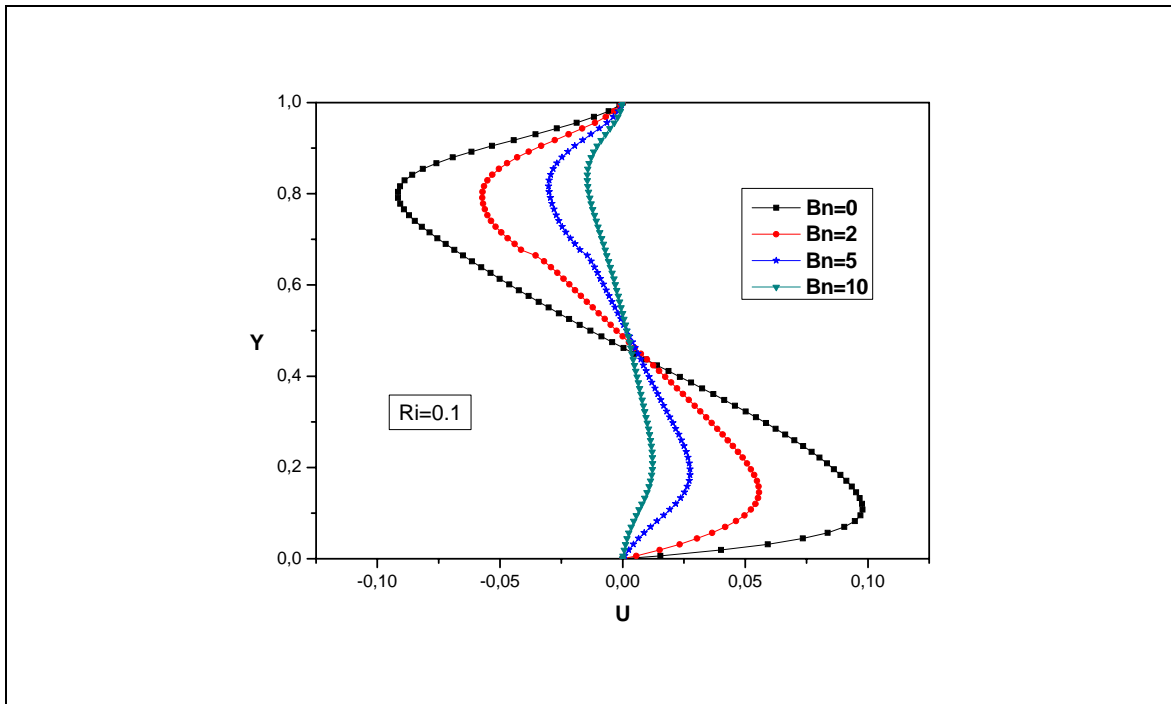
FigureIV.14 : Evolution de la composante horizontale de la vitesse sur la ligne médiane verticale pour différents Bn ; Cas.I ($Ri=0.1$).



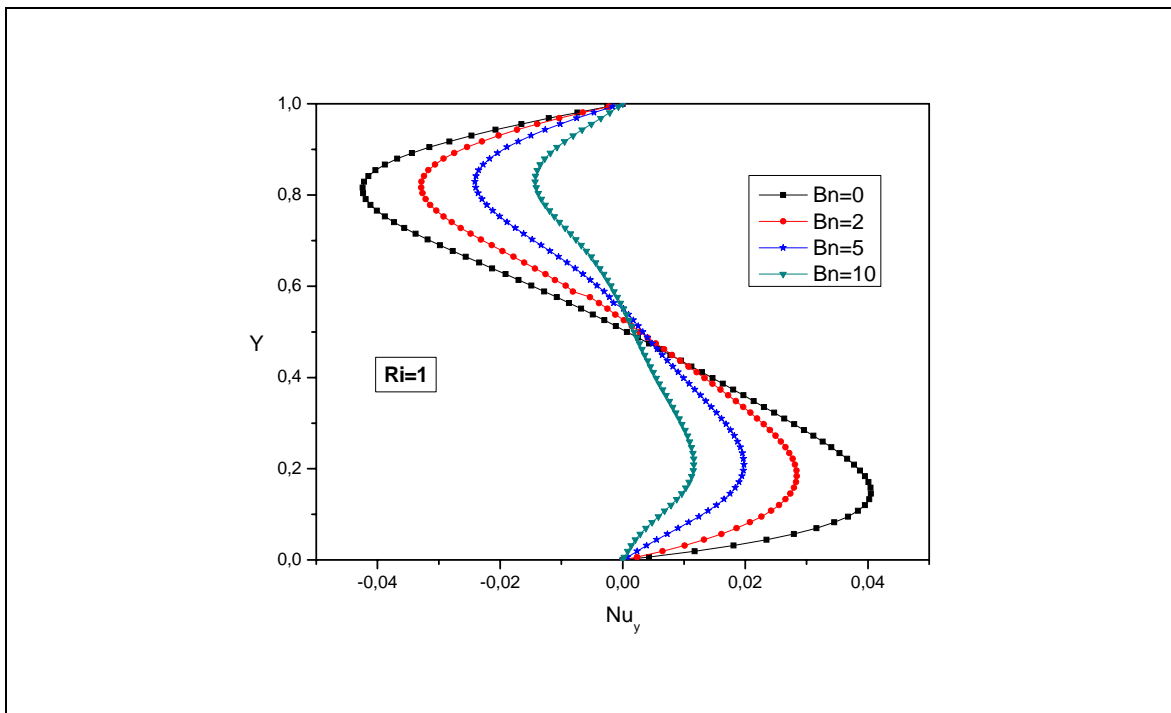
FigureIV.14 : Evolution de la composante horizontale de la vitesse sur la ligne médiane verticale pour différents Bn ; Cas.I ($Ri=1$).



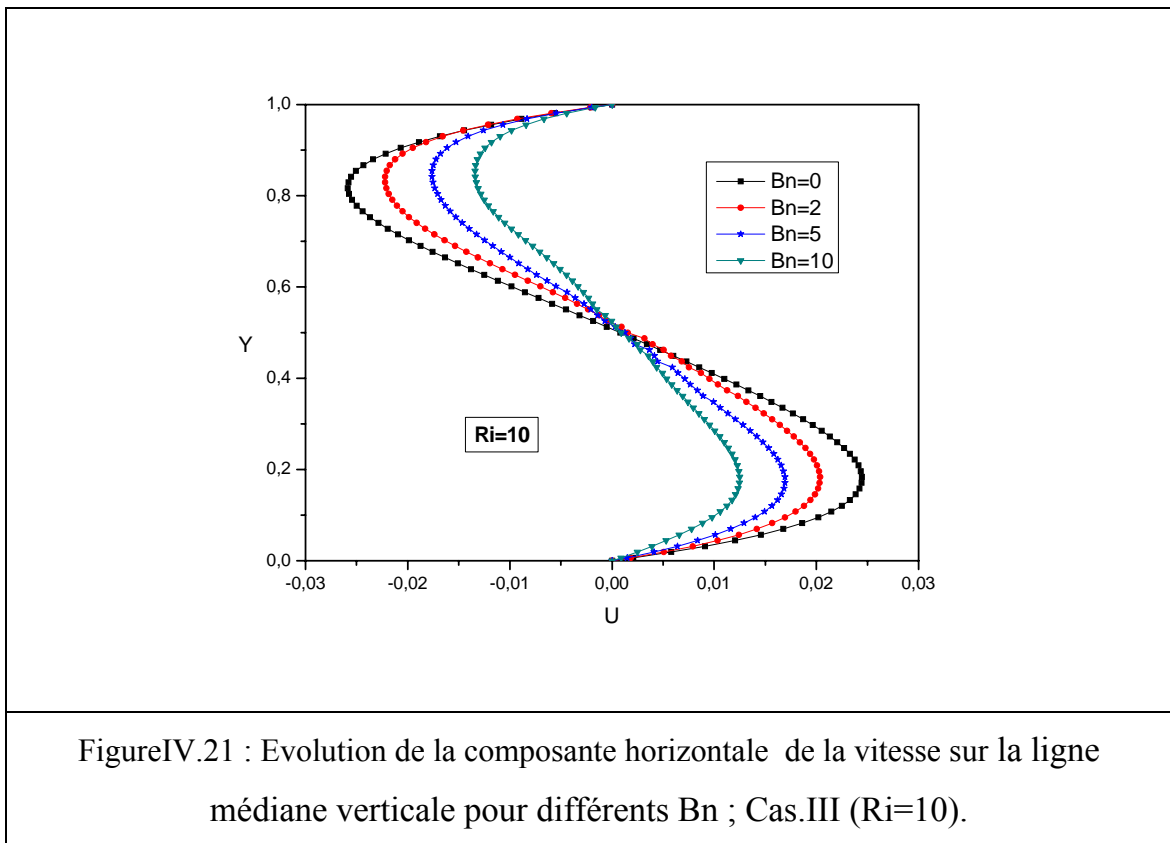




FigureIV.19 : Evolution de la composante horizontale de la vitesse sur la ligne médiane verticale pour différents Bn ; Cas.III (Ri=0.1).



FigureIV.20 : Evolution de la composante horizontale de la vitesse sur la ligne médiane verticale pour différents Bn ; Cas.III (Ri=1).



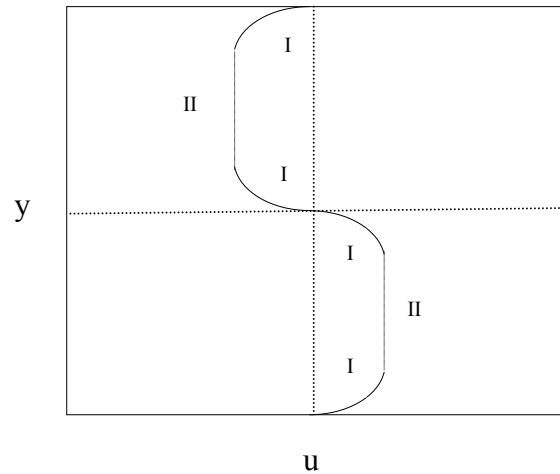
Les figuresIV.14 - 21 représentent l'évolution de la composante horizontale de la vitesse "u" pour différents nombres de Bingham (Bn) pour les trois configurations, et pour trois valeurs de nombres de Richardson (Ri).

Nous observons que tous les profils de vitesse sont presque symétriques par rapport au centre de la cavité. En outre, nous remarquons que l'accroissement de la valeur du nombre de Bingham entraîne d'une part, la diminution de l'amplitude de la vitesse du fluide et d'autre part l'augmentation de l'étendue du bouchon.

La formation du bouchon est bien apparente dans le **Cas.II** où la vitesse est plus grande comparée à celles obtenues dans les autres **Cas (Ca.I et Cas.III)**. Nous constatons que, mis à part le cas de Bn=0 (correspondant au fluide Newtonien) où le profil de vitesse prend la forme parabolique, les courbes dévoilent l'existence de deux zones distinctes :

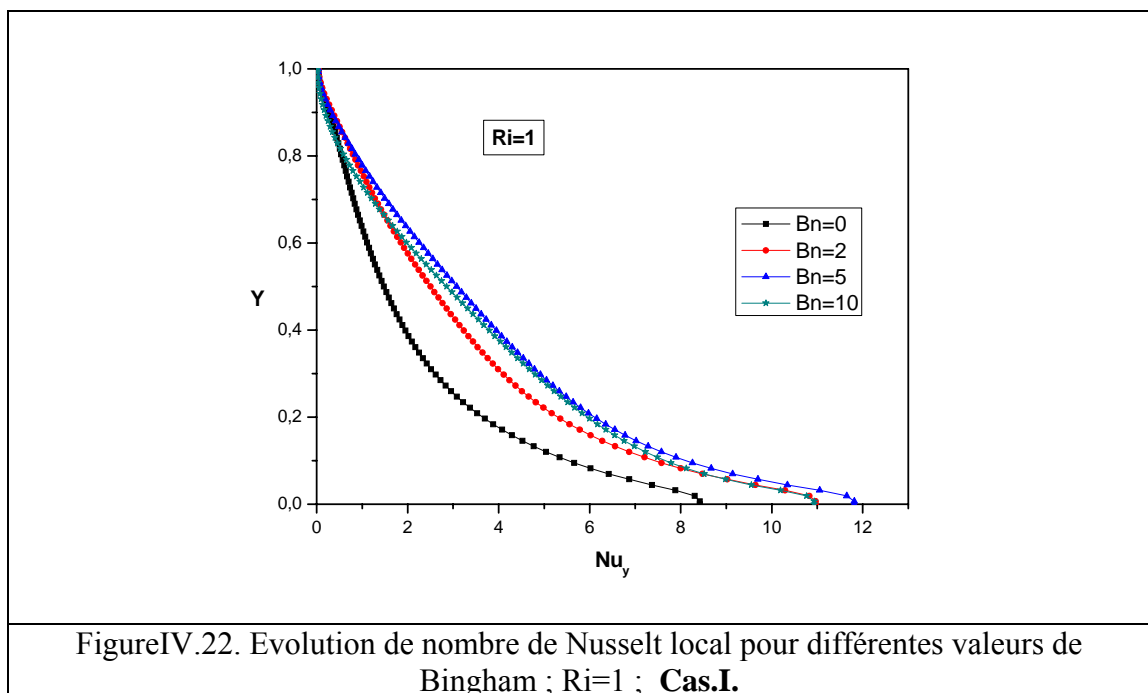
- **Zone I** : c'est la partie cisailée, elle est située près des parois horizontales et près du centre de la cavité où la vitesse s'annule. Elle présente une distribution parabolique de la vitesse.

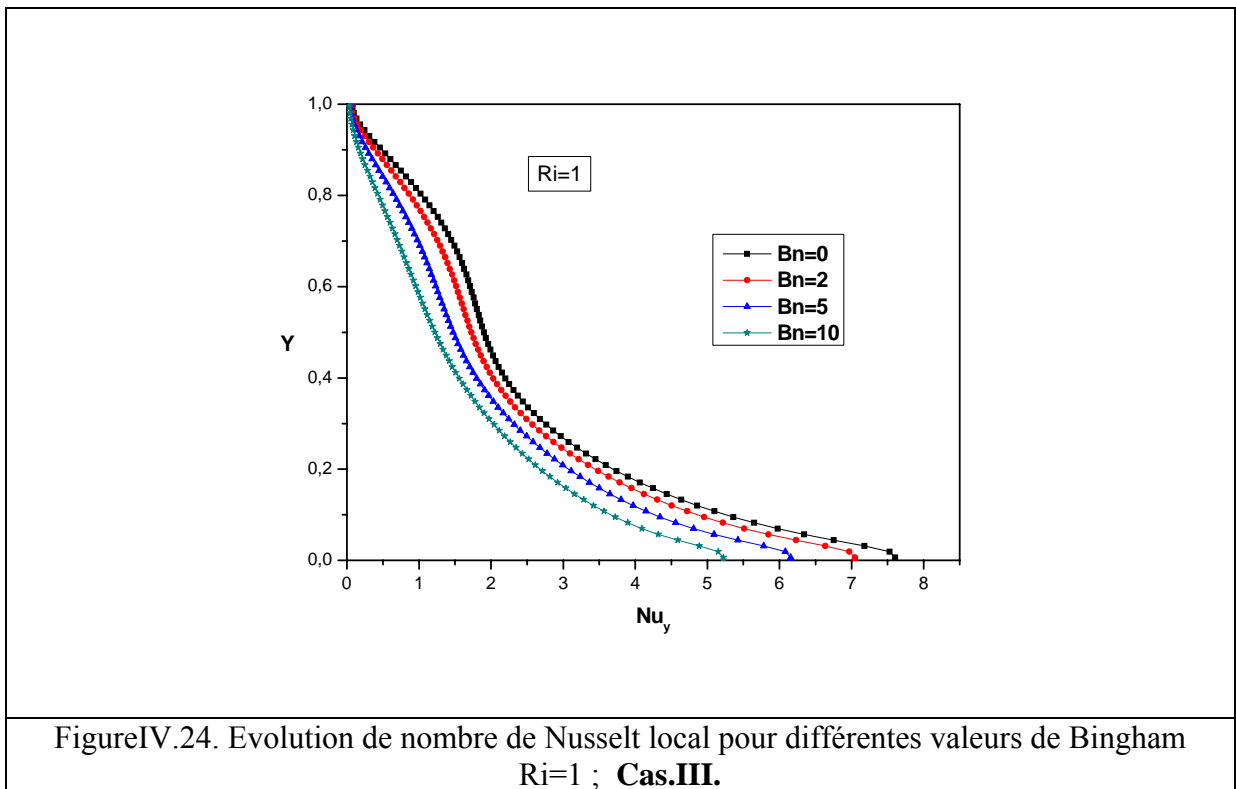
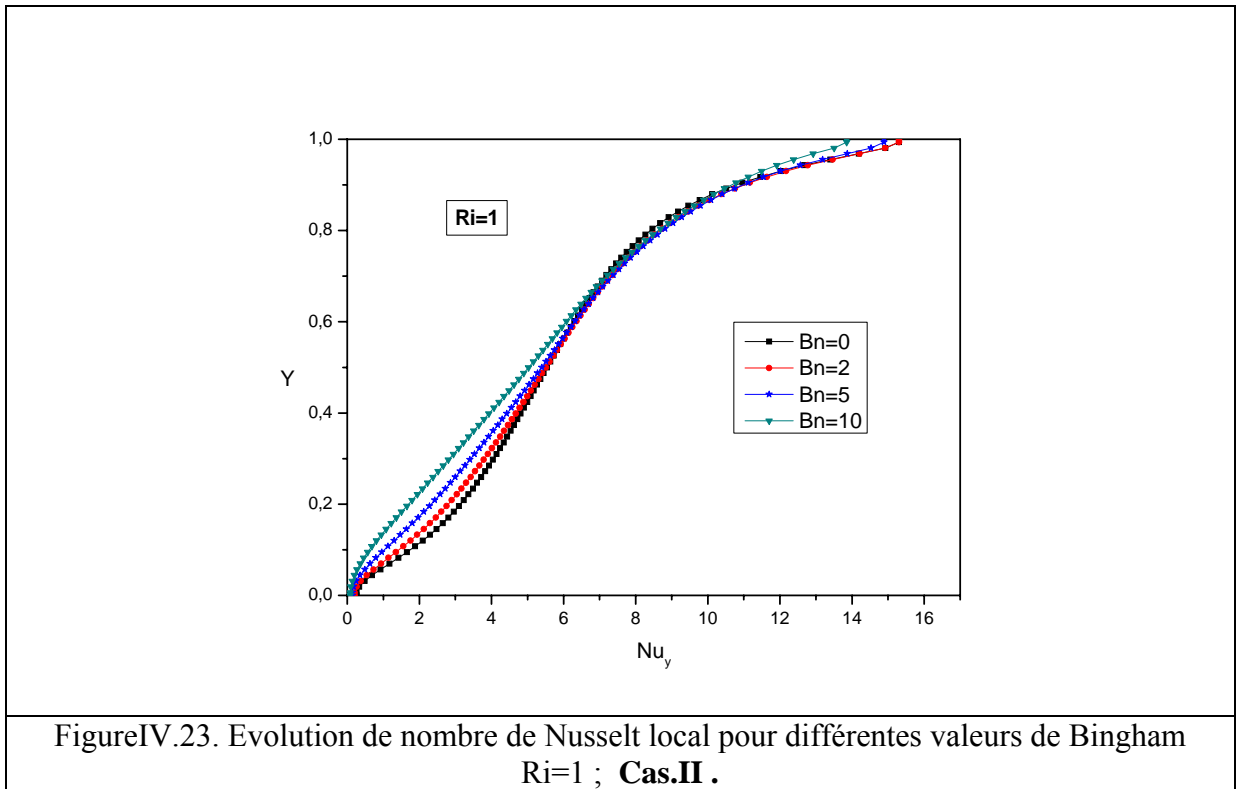
- Zone II** : c'est la partie non cisailée, elle est caractérisée par une forme plastique traduisant l'uniformité de la distribution de la vitesse. Dans cette zone, les contraintes de cisaillement restent inférieures à la contrainte seuil ' τ_0 '. Le fluide résiste à la déformation et se déplace en bloc formant ainsi un bouchon. Cela est schématisé ci-dessous :



IV.2.2. Transfert de chaleur :

Les figures IV.22 -24 illustrent l'évolution du nombre de Nusselt près de la paroi froide (gauche), en fonction du nombre de Bingham pour les trois types de cavité.





Les trois figures (IV.22, 23 et 24) montrent que le nombre de Bingham agit faiblement sur l'échange de chaleur. Cela revient à la négligence de la dissipation visqueuse (il n'y a pas de relation entre le gradient de vitesse et la température).

IV.3. Effet du rapport de forme :

Dans cette partie, nous examinons l'influence du rapport de forme ($A > 1$) sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Les rapport de forme $A < 1$ n'ont pas été étudiés pour éviter l'effet du bord.

IV.3.1. Structure de l'écoulement

La figure ci-dessous (figure IV.25), représente les lignes de courant et les isothermes pour différents rapports de forme, pour un nombre de $Ri = 0.01$ et un nombre de $Bn = 2$.

Dans ce cas là, la convection forcée est le régime dominant. Nous remarquons qu'en augmentant le rapport de forme, l'écoulement est affaibli [4]. Il passe d'une configuration monocellulaire à une configuration bi-cellulaire 'écoulement en yeux de chat'. Pour un grand rapport de forme, l'écoulement consiste en deux cellules séparées près des parois actives. Cela est dû au fait que l'influence entre les parois actives diminue avec l'augmentation du rapport de forme.

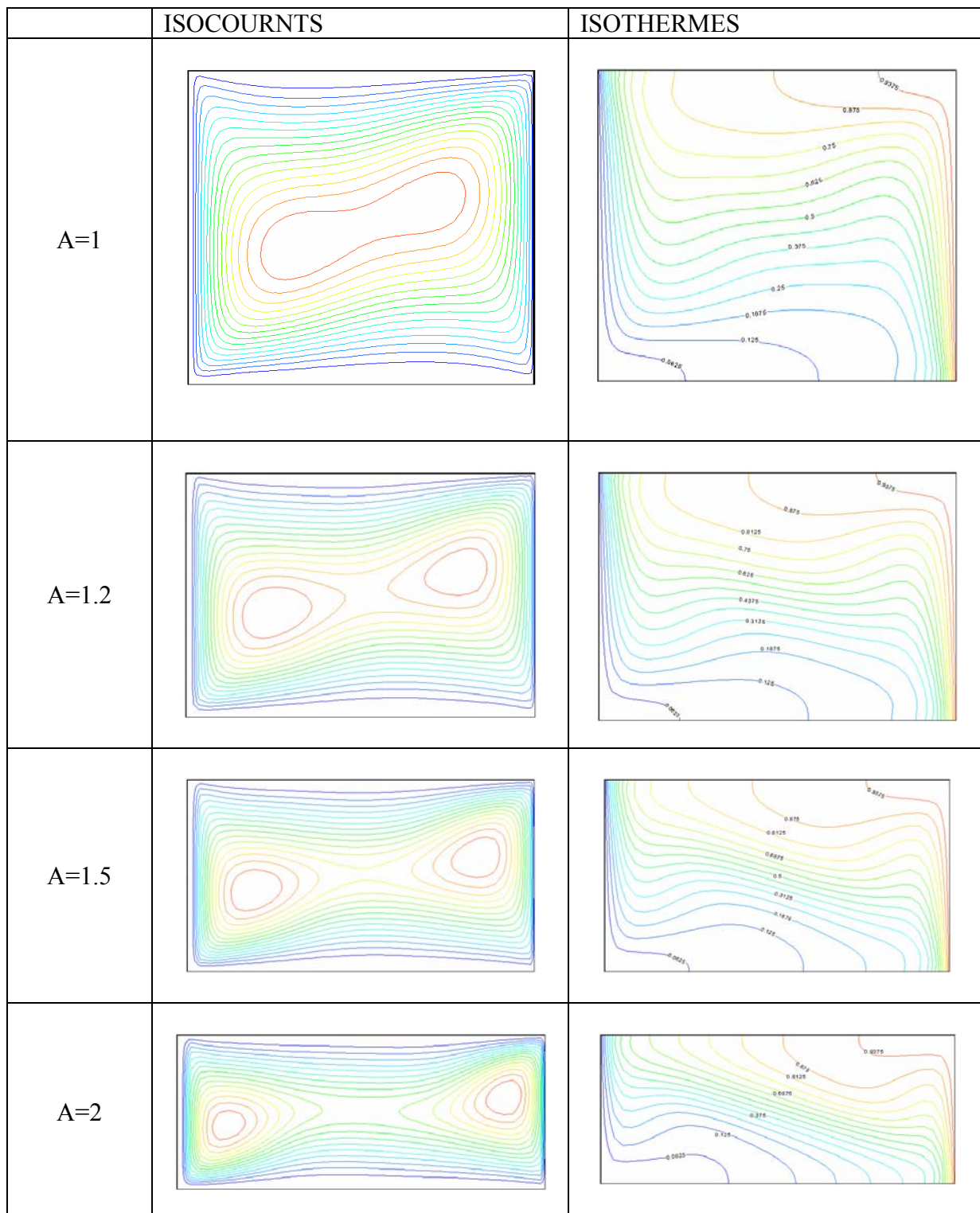
IV.3.2. Profils des vitesses

La figure IV.26 présente l'évolution de la composante horizontale de la vitesse sur la ligne médiane verticale de la cavité pour différentes valeurs du rapport de forme.

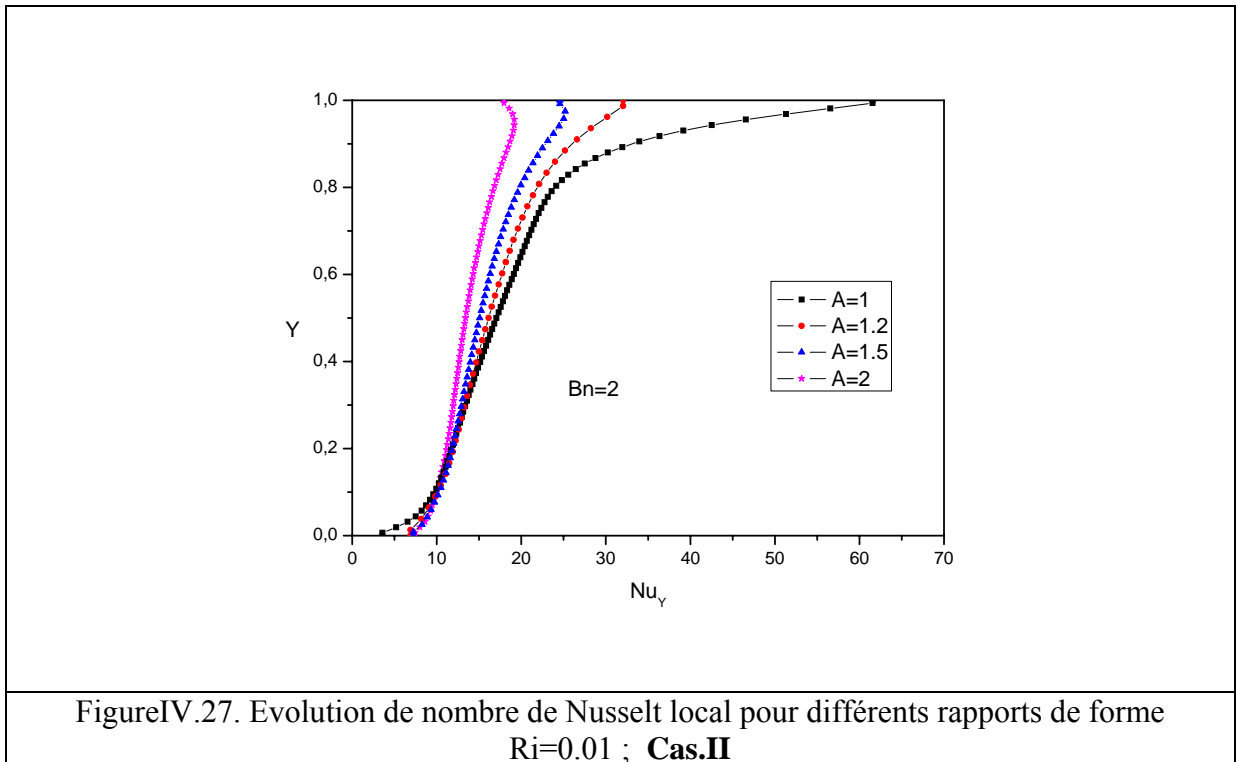
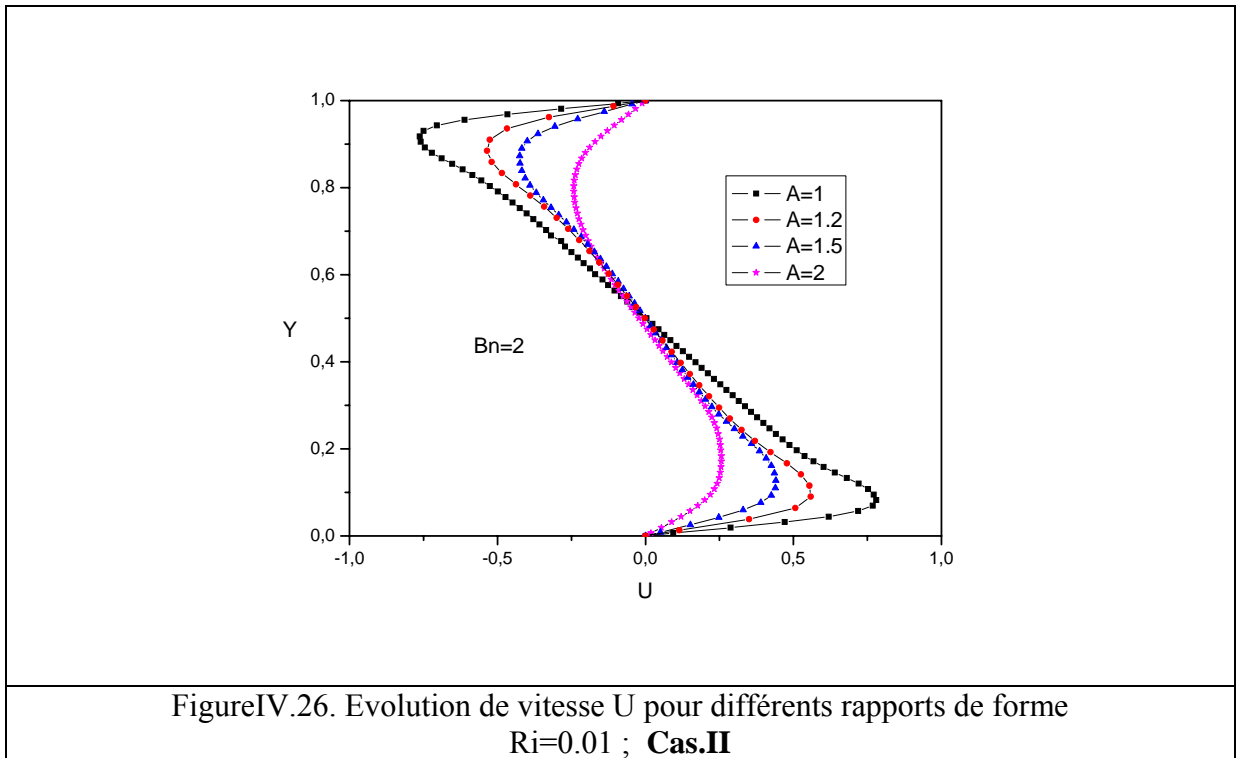
Nous remarquons que la vitesse de l'écoulement diminue avec l'augmentation du rapport de forme. Les forces dynamique et thermique liées aux parois sont moins ressenties au centre de la cavité au fait de l'éloignement.

IV.3.2. Transfert de chaleur

Sur la figure IV.27, nous observons l'évolution du nombre de Nusselt le long de la paroi froide qui diminue avec l'augmentation du rapport de forme. Le gradient de température quant à lui augmente pour les faibles rapports de forme.



FigureIV.25 : isocourants et isothermes pour le Cas .II pour différents rapports de forme



Conclusion Générale Et Perspectives

Dans ce travail, nous avons réalisé une simulation numérique de la convection mixte dans une cavité rectangulaire. Les deux parois verticales sont mobiles. La paroi gauche est froide et la paroi droite est chaude. Le fluide test est un fluide non newtonien de modèle de Bingham qui est caractérisé par une contrainte seuil. Nous avons examiné trois configurations de la cavité selon la direction des parois actives.

- Dans la première configuration, la paroi gauche est ascendante et la paroi droite est descendante.
- Dans la deuxième configuration, la paroi gauche est descendante et la paroi droite est ascendante.
- Dans la troisième configuration, les deux parois sont ascendantes.

Les solutions des équations régissant l'écoulement ont été approchées par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLER est adopté pour déterminer les champs de vitesses et de température ainsi que le transfert thermique.

La mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes fait apparaître des paramètres de contrôle, à savoir ; le nombre de Richardson qui détermine le régime convectif dominant, le nombre de Bingham qui représente la contrainte seuil du fluide et le rapport de forme de la cavité. Nous avons examiné l'influence de ces paramètres sur la structure dynamique et thermique de l'écoulement du fluide et sur le flux de chaleur.

La gamme de variation du nombre de Richardson pour laquelle nous avons simulé l'écoulement du fluide est $[10^{-2}, 10^2]$ où nous avons fixé le nombre de Grashof à 10^4 , et varié le nombre de Reynolds. Pour le nombre de Bingham nous avons pris la gamme de $[0, 10]$; la valeur 'Bn=0' représente le cas du fluide newtonien.

Concernant le rapport de forme, nous nous sommes basés sur un rapport unité (cavité carrée) ; et nous avons étudié l'influence de ce paramètre pour quatre valeurs (1, 1.2, 1.5 et 2).

Les résultats de notre travail peuvent être résumés dans ce qui suit :

- Pour les trois configurations considérées de la cavité, l'augmentation du nombre de Richardson diminue la vitesse de l'écoulement du fluide.

Le transfert de chaleur, calculé à la paroi froide, montre qu'il augmente avec la diminution du nombre de Richardson.

La comparaison entre les trois configurations de la cavité montre que l'échange thermique est meilleur dans le cas où les parois mobiles se déplacent en sens opposé par rapport au elles se déplacent dans le même sens.

➤ L'étude de la contrainte seuil du fluide, représenté par le nombre de Bingham, montre que l'augmentation du nombre de Bingham diminue la vitesse du fluide et augmente la zone du fluide non déformée (non cisailée) appelée 'écoulement bouchon'.

L'augmentation de ce paramètre provoque une légère variation sur le transfert de chaleur.

- Pour l'effet du rapport de forme, la vitesse de l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur diminuent pour de grands rapports de forme.

L'échange de chaleur pour les trois configurations est meilleur dans le cas où les deux forces dynamique et thermique s'exercent en sens opposés.

Les perspectives de développement de cet axe de recherche sont les suivantes :

- La simulation tridimensionnelle du cas étudié.
- L'étude de divers modèles de fluide non newtonien.
- L'étude de différentes configurations géométrique de la cavité.
- Prendre en considération les paramètres négligés dans notre étude tel que la dissipation visqueuse.

REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIES

- [1] **M. Cheng, K.C. Hung**, Vortex structure of steady flow in a rectangular cavity, *Elsevier Computers & Fluids* 35 (2006) 1046–1062
- [2] **P. Shah, B. Rovagnati, F. Mashayek, G.B. Jacobs**, Subsonic compressible flow in two-sided lid-driven cavity. Part I: Equal walls temperatures, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 4206–4218
- [3] **CH. Blohm et H. Kuhlman**, The two-sided lid driven cavity: experiments on stationary and time-dependent flows, *J. Fluid mech* (2002), vol .450, pp.67-95
- [4] **H. C. Kuhlmann, S. Albensoeder and C. Blohm**, Flow Instabilities in the Two-Sided Lid-Driven Cavity, *12th International Couette-Taylor Workshop, September 6-8, 2001, Evanston, IL USA*
- [5] **S. Albensoeder, H.C. Kuhlmann**, Three-dimensional instability of two counter-rotating vortices in a rectangular cavity driven by parallel wall motion, Elsevier. *European Journal of Mechanics B/Fluids* 21 (2002) 307–316
- [6] **D.V. Patil, K.N. Lakshmisha, B. Rogg**, Lattice Boltzmann simulation of lid-driven flow in deep cavities, *Elsevier. Computers & Fluids* 35 (2006) 1116–1125
- [7] **Abdalla Al-Amiri a, Khalil Khanafer b, Joseph Bull b, Ioan Pop**, Effect of sinusoidal wavy bottom surface on mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 1771–1780
- [8] **Khalil M. Khanafer, Abdalla M. Al-Amiri, Ioan Pop**, Numerical simulation of unsteady mixed convection in a driven cavity using an externally excited sliding lid, *Elsevier. European Journal of Mechanics B/Fluids* 26 (2007) 669–687
- [9] **S. K. Mahapatra , P. Nanda , A. Sarkar**, Interaction of mixed convection in two-sided lid driven differentially heated square enclosure with radiation in presence of participating medium, *Heat Mass Transfer* (2006) 42: 739–757 DOI 10.1007/s00231-005-0034-1
- [10] **M.A.R. Sharif**, Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom, *Elsevier. Applied Thermal Engineering* 27 (2007) 1036–1042
- [11] **Hakan F. Oztop , Ihsan Dagtekin**, Mixed convection in two-sided lid-driven differentially heated square cavity , *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004) 1761–1769
- [12] **Raj Kamal Tiwari, Manab Kumar Das**, Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 2002–2018

- [13] **Nasreddine Ouertatani , Nader Ben Cheikh, Brahim Ben Beya, Tayeb Lili, Antonio Campo**, Mixd convection ina double lid –driven cubic cavity, *International Journal of Thermal Sciences* 48 (2009) 1265-1272
- [14] **Aissa Sayed Ahmed**. Laminar heat transfer for thermally developing flow of a Herschel-Belkley fluid in a square duct. *Int. Con. Heat transfert, Vol.27, No. 7, pp.1013-1024, 2000*
- [15] **Georgec. Vardis et al**, Entrance pipe flow and heat transfer for a Bingham plastic. *Int. J. Heat and Mass transfer. Vol.36.No.3. pp.543-552. 1993*
- [16] **E. Mitsoulis et Th. Zisis**, Elsevier *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 101 (2001) 173–180.
- [17] **U.C.S Nscimento, E.N.Macêdo and J.N.N. Quaresma**. Thermal entry region analysis through the finite integral transformation technique flow of Bingham fluids within concentric annular ducts. *Int. J. Heat and mass transfert, 45(2002), pp.700-705.*
- [18] **E.J. Soares, M.F. Naccache, P.R. Souza Mends**. Heat transfer to viscoplastic materials following axially through concentric annuli. *Int. J. Heat fluid flow, 24(2003), pp.762-773.*
- [19] **N. Midoux (1988)**. Mécanique et rhéologie des fluides en genie chimique. *Technique et documentation (lavoisier), 2ém édition.*
- [20] **T.C. Papanastasiou**. Flows of materials with yield. *J. of rheology , 31 (1987), pp.385 - 404*
-
-