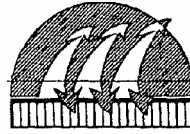


N° d'ordre :.....

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE
FACULTE DE GENIE MECANIQUE ET DE GENIE DES PROCEDES



جامعة هواري بومدين
للعلوم و التكنولوجيا
U S T H B

THESE

Présentée pour l'obtention du diplôme de :

DOCTORAT D'ETAT

En Génie Mécanique

Option : Energétique

Par

BELKACEM ABDALLAH

Thème :

**ETUDE DE LA CONVECTION NATURELLE
DANS UN CANAL VERTICAL DONT UNE
DES PAROIS EST NON PLANE**

Soutenue le 23 Décembre 2007 devant le Jury composé de :

M. A. BOUMEDIEN	Professeur	USTHB	Président
M. L. ADJLOUT	Professeur	USTO	Examineur
M. S. HANCHI	Professeur	EMP	Examineur
M. R. DIZENE	Professeur	USTHB	Examineur
M. B. DRAOUI	M.C.	C.U.Bechar	Examineur
M. S. CHIKH	Professeur	USTHB	Directeur de thèse

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à exprimer ma plus profonde reconnaissance à mon directeur de thèse, le professeur CHIKH SALAH pour sa patience et ses conseils précieux et éclairés.

Je remercie aussi :

- M. A. BOUMEDIEN, professeur à la faculté de génie mécanique et génie des procédés, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, d'avoir accepté d'examiner ce manuscrit et d'être le président du jury.

- M. L. ADJLOUT, professeur à la faculté de génie mécanique, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, M. R. DIZENE, professeur à la faculté de génie mécanique et génie des procédés, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, M. S. HANCHI, professeur à l'école militaire polytechnique d'Alger, M. B. DRAOUI, maître de conférence à l'institut de génie mécanique, Centre Universitaire de Béchar, d'avoir accepté d'examiner ce travail et d'être membre de jury.

- M. B. ZEGHMATI, professeur à l'université de Perpignan, pour son apport important pour toutes les méthodes de travail auxquelles il m'a fait part ainsi que ses multiples conseils et encouragements.

- Mes amis, collègues ainsi que toutes les personnes qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à la réalisation de ce travail.

Ce travail a été rendu possible grâce à l'acquisition du centre universitaire de Béchar, du code *CFD2000* dans le cadre du projet CMEP No. 00MDU482.

خلاصة الرسالة

تمت دراسة انتقال الحرارة عن طريق الحمل لجريان غير مضطرب في القنوات الرأسية (متوازية الجدارين) ذات نتوء واحد على أحد الجدارين. النتوء منحني حسب دالة جيبية. تم تثبيت درجة حرارة جداري القناة و النتوء على درجة حرارة ثابتة تفوق درجة حرارة المحيط الخارجي للقناة و كان الهواء هو المائع المستخدم في الدراسة. تم حل المعادلات التي تتحكم في التبادلات الحرارية باستعمال طريقة الأحجام المنتهية بينما أعتد أَلْغورتم بيزو للربط بين السرعة و الضغط.

ثبت من النتائج الممثلة في الرسوم البيانية لكل من تابع الجريان, الحرارة, السرعة و كذا رقم نيسلت بأن النتوء يزيد من قيمة التبادل الحراري الموضعي و يسبب اضطراب في جريان المائع. و قد وجد أن استخدام مائع نانوي متكون من الماء و أكسيد الألمنيوم يزيد من قيمة التبادل الحراري إذ أن إضافة جسيمات نانوية يحسن قدرة الخليط على التبادل الحراري حيث أن هذه القدرة تزيد مع زيادة النسبة الحجمية للجسيمات.

الكلمات المفتاح

انتقال الحرارة عن طريق الحمل, قناة رأسية, نتوء منحني, الأحجام المنتهية, أَلْغورتم بيزو, رقم نيسلت, مائع نانوي.

RESUME

L'auteur présente une étude numérique des transferts de chaleur par convection naturelle en régime laminaire dans un canal vertical. Il analyse l'influence d'une obstruction de forme sinusoïdale disposée sur une des parois du canal, sur les transferts de chaleur. Les parois du canal sont maintenues à une température uniforme et le fluide de travail est l'air. La discrétisation des équations qui régissent le phénomène est basée sur la technique des volumes de contrôle. Le couplage entre la vitesse et la pression est effectué à l'aide de l'algorithme PISO.

Les résultats sont présentés sous forme de fonctions de courant, d'isothermes, de profils de température et de vitesses. Ils mettent en évidence les effets des forces de gravités sur l'écoulement. L'obstruction intensifie le transfert de chaleur local et perturbe l'écoulement.

L'utilisation d'un nanofluide a un effet bénéfique sur le transfert de chaleur. Les résultats présentés pour le mélange eau- $\gamma\text{Al}_2\text{O}_3$ ont clairement montré que l'addition de nanoparticules en suspension a considérablement amélioré les capacités en transfert de chaleur du mélange. De plus, cette augmentation est d'autant plus importante avec l'augmentation de la fraction volumique des particules.

Mots clés: Convection naturelle, Canal vertical, obstruction sinusoïdale, volumes de contrôle, algorithme de PISO, nombres de Nusselt, nanofluide.

ABSTRACT

This dissertation, concerns a numerical study of laminar natural convection heat transfer in vertical channel with a sinusoidal obstruction located on one of the walls. The walls of the channel are maintained in a uniform temperature and working fluid is air. The discretized governing equations are based on the control volume method with non-staggered variables arrangement. The pressure and velocity are linked by the PISO algorithm.

The results are presented in the form of streamlines and isotherms contour plots, temperature and velocity profiles. There display the effects of the buoyancy on the flow characteristics. The results indicate also that the presence of the obstruction intensifies the local heat transfer and affects the flow.

The use of a nanofluid has a beneficial effect in the heat transfer. Results, as obtained for water- $\gamma\text{Al}_2\text{O}_3$ mixture, have clearly revealed that the inclusion of nanoparticles has produced a considerable improvement of the heat transfer coefficient, which clearly becomes more important with an augmentation of the particle concentration.

Keywords: Natural convection, Vertical channel, sinusoidal obstruction, control volume method, PISO algorithm, Nusselt number, nanofluid.

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS.....	II
RESUME EN ARABE.....	III
RESUME.....	IV
ABSTRACT.....	V
TABLES DES MATIERES.....	VI
LISTE DES FIGURES.....	VIII
LISTE DES TABLEAUX.....	XIII
NOMENCLATURE.....	XIV
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1. GENERALITES ET BIBLIOGRAPHIE.....	4
1.1 Cas d'un canal vertical lisse (libre ou non obstrué).....	4
1.2 Cas d'un canal obstrué	5
1.3 Nanofluides.....	11
1.3.1 Le concept du nanofluide.....	11
1.3.2 Les différentes méthodes de fabrication et préparation des nanofluides.....	12
1.3.3 Caractéristiques physiques des nanofluides.....	13
1.3.3.1 Conductivité thermique.....	13
1.3.3.2 Viscosité.....	16
1.3.3.3 Influence de la taille des particules.....	16
1.3.3.4 Influence de la température.....	17
1.3.4 Propriétés physiques et thermiques des nanofluides.....	18
1.4 Conclusion.....	20
CHAPITRE 2. FORMULATION MATHEMATIQUE.....	23
2.1 Introduction et définition du problème.....	23
2.2 Les Hypothèses.....	24
2.3 Equations de conservation.....	26
2.4 Conditions aux limites.....	27
2.5 Adimensionnalisation des équations et des conditions aux limites.....	27
2.6 Grandeurs caractéristiques de l'écoulement et des transferts thermiques.....	29
2.6.1 Le nombre de Nusselt local.....	29
2.6.2 Le nombre de Nusselt moyen.....	30

2.6.3 La température moyenne.....	30
CHAPITRE 3. METHODE NUMERIQUE ET VALIDATION DU MODELE...	32
3.1 Présentation du code de calcul.....	32
3.2 Méthode numérique.....	34
3.3 Critère de convergence.....	35
3.4 Sous Relaxation des variables.....	35
3.5 Choix du maillage.....	36
3.6 Validation du modèle.....	38
3.6.1 Canal lisse.....	38
3.6.2 Canal obstrué.....	39
CHAPITRE 4. RESULTATS ET DISCUSSIONS.....	41
4.1 Effet de l'obstruction.....	41
4.2 Effet du nombre de Rayleigh (Ra).....	42
4.3 Effet du facteur de forme (A).....	54
4.4 Effet de la position de l'obstruction (L_1).....	59
4.5 Effet de l'amplitude de l'obstruction (a).....	74
4.6 Effet du nombre de Prandtl (Pr).....	89
4.7 Résultats numériques pour les nanofluides.....	91
4.7.1 Les Hypothèses.....	91
4.7.2 Résultats pour eau- γAl_2O_3	92
4.7.3 Effet de la concentration de particules sur les propriétés du mélange.....	92
4.7.4 Influences des particules sur le transfert thermique.....	93
4.7.5 Effet de la concentration des particules et du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur moyen.....	93
CONCLUSION.....	99
BIBLIOGRAPHIE.....	101
ANNEXE 1 RAPPELS BIBLIOGRAPHIQUES.....	109
ANNEXE 2 PROCEDURE DE DISCRETISATION ET RESOLUTION DES EQUATIONS.....	114
A2.1 Nomenclature spécifique à l'annexe 2.....	114
A2.2 Transformations des équations.....	116
A2.3 Expressions des Dérivées dans le nouveau système de coordonnées.....	118
A2.4 Equation de transport	119
A2.5 Discrétisation de l'équation de transport	121
A2.6 Solution numérique et algorithme.....	124

LISTE DES FIGURES

Fig. 2.1	Configuration géométrique du problème étudié.....	25
Fig. 2.2	Domaine physique en coordonnées adimensionnelles.....	25
Fig. 3.1	Comparaison du nombre de Nusselt moyen avec les corrélations d'Elenbaas (1) et Bar-Cohen et al. (73) pour un canal lisse.....	40
Fig. 3.2	Comparaison avec Said et Krane (40) du nombre de Nusselt local le long des plaques pour un canal obstrué isotherme. $A=3.66$, rayon adimensionnel de l'obstacle $r=0.33$, $Ra=2.10^4$, $Pr=0.72$	40
Fig. 4.1	Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour un canal lisse et obstrué.....	45
Fig. 4.2	Variation du débit massique en fonction du nombre de Rayleigh pour $A=5$ et $a=0.375$	47
Fig. 4.3	Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour $A=5$ et $a=0.375$	47
Fig. 4.4	Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $Ra= 10^2$, $A=5$ et $a=0.375$	48
Fig. 4.5	Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $Ra= 10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	48
Fig. 4.6	Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $Ra= 10^5$, $A=5$ et $a=0.375$	48
Fig.4.7	Distribution de la vitesse verticale à l'entrée du canal pour différentes valeurs de Rayleigh, $A=5$ et $a=0.375$	49
Fig. 4.8	Distribution de la vitesse verticale eu milieu du canal pour différentes valeurs de Rayleigh, $A=5$ et $a=0.375$	49
Fig.4.9	Distribution de la vitesse verticale à la sortie du canal pour différentes valeurs de Rayleigh, $A=5$ et $a=0.375$	49
Fig.4.10	Lignes de courant pour $A=5$, $a=0.375$, $L_I=2.0$ et $Pr=0.71$	50

Fig. 4.11	Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^2$, $A=5$ et $a=0.375$	51
Fig. 4.12	Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	51
Fig. 4.13	Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^5$, $A=5$ et $a=0.375$	51
Fig.4.14	Distribution transversale de la température au milieu du canal pour différentes valeurs de Rayleigh, $A=5$ et $a=0.375$	52
Fig. 4.15	Distribution transversale de la température à la sortie du canal pour différentes valeurs de Rayleigh, $A=5$ et $a=0.375$	52
Fig. 4.16	Lignes isothermes pour $A=5$, $a=0.375$, $L_1=2.0$ et $Pr=0.71$	53
Fig.4.17	Variation du débit massique en fonction du nombre de Rayleigh pour différents facteurs de forme A . $L_1=2.0$ et $a=0.375$	57
Fig. 4.18	Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour différents facteurs de forme A . $L_1=2.0$ et $a=0.375$	57
Fig. 4.19	Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh modifié pour différents facteurs de forme A . $L_1=2.0$ et $a=0.375$	58
Fig. 4.20	Exemples de maillage générés pour $A=5$, $a=0.375$ et $L_0=1.0$	63
Fig. 4.21	Variation du nombre de Nusselt moyen avec l'emplacement de l'obstruction (L_1) pour $Ra=10^3$, $A=5.0$, $a=0.375$ et $L_0=1.0$	65
Fig. 4.22	Variation du débit massique avec l'emplacement de l'obstruction (L_1) pour $Ra=10^3$, $A=5.0$, $a=0.375$ et $L_0=1.0$	65
Fig. 4.23	Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $L_1=0.5$, $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	66
Fig. 4.24	Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $L_1=2.0$, $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	66
Fig. 4.25	Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $L_1=3.5$, $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	66
Fig. 4.26	Distribution de la vitesse verticale à l'entrée du canal pour différentes positions de l'obstruction. $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	67
Fig. 4.27	Distribution de la vitesse verticale au centre de l'obstruction pour différentes positions de l'obstruction. $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	67

Fig. 4.28	Distribution de la vitesse verticale à la sortie du canal pour différentes positions de l'obstruction. $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	67
Fig. 4.29	Lignes de courant pour $A=5$, $a=0.375$, $Ra=10^3$ et $Pr=0.71$	68
Fig. 4.30	Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $L_1=0.5$, $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	69
Fig. 4.31	Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $L_1=2.0$, $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	69
Fig. 4.32	Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $L_1=3.5$, $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	69
Fig. 4.33	Distribution transversale de la température au centre de l'obstruction pour différentes positions de l'obstruction. $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	70
Fig. 4.34	Distribution transversale de la température à la sortie du canal pour différentes positions de l'obstruction. $Ra=10^3$, $A=5$ et $a=0.375$	70
Fig. 4.35	Lignes isothermes pour $A=5$, $a=0.375$, $Ra=10^3$ et $Pr=0.71$	71
Fig. 4.36	Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $L_1=0.5$, $A=5$, $a=0.375$, $Ra=10^3$ et $Pr=0.71$	72
Fig. 4.37	Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $L_1=2.5$, $A=5$, $a=0.375$, $Ra=10^3$ et $Pr=0.71$	72
Fig. 4.38	Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $L_1=3.5$, $A=5$, $a=0.375$, $Ra=10^3$ et $Pr=0.71$	72
Fig. 4.39	Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi non obstruée pour différentes valeurs de L_1 . $A=5$, $a=0.375$, $Ra=10^3$ et $Pr=0.71$	73
Fig. 4.40	Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi obstruée pour différentes valeurs de L_1 . $A=5$, $a=0.375$, $Ra=10^3$ et $Pr=0.71$	73
Fig. 4.41	Exemples de maillage générés pour $A=5$, $L_1=2.0$, $L_0=1.0$	79
Fig. 4.42	Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'amplitude de l'obstruction.....	80
Fig. 4.43	Variation du débit massique en fonction de l'amplitude de l'obstruction.....	80
Fig. 4.44	Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $a=0.125$, $L_1=2.0$, $Ra=10^4$, $A=5$	81

Fig. 4.45	Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $\alpha=0.375$, $L_1=2.0$, $Ra=10^4$, $A=5$	81
Fig. 4.46	Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $\alpha=0.625$, $L_1=2.0$, $Ra=10^4$, $A=5$	81
Fig. 4.47	Distribution de la vitesse verticale à l'entrée du canal pour différentes valeurs de l'amplitude de l'obstruction. $Ra=10^4$, $A=5$, $L_0=2.0$	82
Fig. 4.48	Distribution de la vitesse verticale au centre de l'obstruction pour différentes valeurs de l'amplitude de l'obstruction. $Ra=10^4$, $A=5$, $L_0=2.0$	82
Fig. 4.49	Distribution de la vitesse verticale à la sortie du canal pour différentes valeurs de l'amplitude de l'obstruction. $Ra=10^4$, $A=5$, $L_0=2.0$	82
Fig. 4.50	Lignes de courant pour $A=5$, $L_1=2.0$, $Ra=10^4$ et $Pr=0.71$	83
Fig. 4.51	Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^4$, $A=5$ et $\alpha=0.125$	84
Fig. 4.52	Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^4$, $A=5$ et $\alpha=0.375$	84
Fig. 4.53	Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^4$, $A=5$ et $\alpha=0.625$	84
Fig. 4.54	Distribution transversale de la température au centre de l'obstruction pour différentes valeurs de l'amplitude de l'obstruction. $Ra=10^4$, $A=5$, $L_0=2.0$	85
Fig. 4.55	Distribution transversale de la température à la sortie du canal pour différentes valeurs de l'amplitude de l'obstruction. $Ra=10^4$, $A=5$, $L_0=2.0$	85
Fig. 4.56	Lignes isothermes pour $A=5$, $L_1=2.0$, $Ra=10^4$ et $Pr=0.71$	86
Fig. 4.57	Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $\alpha=0.125$, $A=5$, $L_1=2.0$, $Ra=10^4$ et $Pr=0.71$	87
Fig. 4.58	Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $\alpha=0.375$, $A=5$, $L_1=2.0$, $Ra=10^4$ et $Pr=0.71$	87
Fig. 4.59	Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $\alpha=0.625$, $A=5$, $L_1=2.0$, $Ra=10^4$ et $Pr=0.71$	87
Fig. 4.60	Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi non obstruée pour différentes valeurs de α . $A=5$, $L_1=2.0$, $Ra=10^4$, $Pr=0.71$	88

Fig. 4.61	Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi obstruée pour différentes valeurs de a . $A=5$, $L_I=2.0$, $Ra=10^4$, $Pr=0.71$	88
Fig. 4.62	Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Prandtl pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. $A=5$, $a=0.375$, $L_I=2.0$	90
Fig. 4.63	Evolution du nombre du débit massique en fonction du nombre de Prandtl pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. $A=5$, $a=0.375$, $L_I=2.0$	90
Fig. 4.64	Evolution du coefficient de transfert (h) le long de la paroi obstruée en fonction de φ pour $Ra=10^3$. $A=5$, $L_I=2.0$, $a=0.375$	96
Fig. 4.65	Evolution du coefficient de transfert (h) le long de la paroi lisse en fonction de φ pour $Ra=10^3$. $A=5$, $L_I=2.0$, $a=0.375$	96
Fig. 4.66	Variation du rapport h_r le long de la paroi obstruée en fonction de φ pour $Ra=10^3$. $A=5$, $L_I=2.0$, $a=0.375$	97
Fig. 4.67	Influence de Ra et de φ sur le coefficient moyen de transfert (\bar{h}) . $A=5$, $L_I=2.0$, $a=0.375$	97
Fig. 4.68	Influence de φ et de Ra sur le rapport \bar{h}_r pour $A=5$, $L_I=2.0$, $a=0.375$	98
Fig. 4.69	Influence de φ et de Ra sur \overline{Nu} pour $A=5$, $L_I=2.0$, $a=0.375$	98

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Test de sensibilité du maillage pour un canal obstrué, $Ra=10^5$, $Pr=0.71$, $A=5$, $\alpha=0.375$, $L_1=2.0$	37
Tableau 4.1	Valeurs Calculées de V_{max} , M et \overline{Nu} pour un canal obstrué avec $A=5$, $L_1=2$, $\alpha=0.375$	46
Tableau 4.2	Valeurs Calculées de V_{max} , M et \overline{Nu} pour un canal obstrué avec $A=3$, $L_1=2.0$, $\alpha=0.375$	55
Tableau 4.3	Valeurs Calculées de V_{max} , M et \overline{Nu} pour un canal obstrué avec $A=10$, $L_1=2.0$, $\alpha=0.375$	56
Tableau 4.4	Valeurs Calculées de V_{max} , M et \overline{Nu} pour un canal obstrué avec $A=5$, $L_0=1.0$, $\alpha=0.375$ et $Ra=10^3$	64
Tableau 4.5	Valeurs Calculées de V_{max} , M et \overline{Nu} pour un canal obstrué avec $A=5$, $L_0=1.0$, $L_1=2.0$ et $Ra=10^4$	78
Tableau 4.6	Augmentation en % des propriétés du mélange en fonction de la concentration des particules φ	92
Tableau A1.1	Travaux concernant des canaux formés de deux plaques parallèles.....	109
Tableau A1.2	Travaux concernant les cas spéciaux.....	111
Tableau A1.3	Travaux concernant la convection mixte.....	113
Tableau A2.1	Correspondance des variables dépendantes, du coefficient de diffusion correspondant et du terme source en coordonnées (X, Y)	119
Tableau A2.2	Correspondance des variables dépendantes, du coefficient de diffusion correspondant et du terme source en coordonnées (ξ, η)	121

NOMENCLATURE

Lettres grecques

α	Diffusion thermique ($\text{m}^2.\text{s}^{-1}$)
β	Coefficient d'expansion thermique (K^{-1})
λ	Rapport k_p/k_{fb}
ν	Viscosité cinématique, $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
μ	Viscosité Dynamique ($\text{kg}.\text{m}^{-1}.\text{s}^{-1}$)
ξ, η	Coordonnées curvilignes générales
ρ	Masse volumique du fluide ($\text{kg}.\text{m}^{-3}$)
θ	Température adimensionnée, $((T_w - T_0)/\Delta T)$
φ	Concentration volumique des particules
ψ	sphéricité

Exposants et Indices

eff	réfère au mélange
fb	réfère au fluide de base
nf	réfère au nanofluide
p	réfère aux particules
r	réfère au rapport nf/fb
m	désigne une valeur moyenne
0	désigne une valeur à l'entrée du canal
w	réfère à la paroi

Lettres romaines

a_0	amplitude de l'obstruction (m)
a	amplitude de l'obstruction adimensionnée, (a_0 / d)
C_p	Chaleur spécifique à pression constante ($\text{kJ}/\text{kg}.\text{K}$)
d	largeur du canal (m)
$f(y)$	fonction décrivant la paroi à droite du canal (m)
$F(Y)$	fonction adimensionnée décrivant la paroi à droite du canal

Nomenclature

g	accélération de la pesanteur ($m^2.s^{-1}$)
h	coefficient de transfert ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
H	hauteur du canal (m)
l_0	longueur d'onde de l'obstruction (m)
L_0	longueur d'onde de l'obstruction adimensionnée, (l_0/d)
k	Conductivité thermique (W/mK)
l_1	position de l'obstruction (m)
L_1	position de l'obstruction adimensionnée, (l_1/d)
m	débit massique à l'entrée du canal (kg/s)
p	pression du fluide
P	pression adimensionnée du fluide, ($pd^2/\rho\alpha^2$)
T	température du fluide (K)
$T_m(y)$	température moyenne du fluide à l'abscisse y (K)
ΔT	différence de température, ($T_w - T_0$)
u, v	composantes de la vitesse respectivement suivant l'axe x, y
U, V	composantes adimensionnées de la vitesse
x, y	coordonnées d'un point du domaine de calcul dans un repère cartésien suivant respectivement la largeur et la hauteur du canal (m)
X, Y	Coordonnées adimensionnées en fonction de la largeur du canal

Paramètres adimensionnels

A	allongement du canal ou Facteur de forme, $A=H/d$
Pr	nombre de Prandtl, ν/α
Ra	nombre de Rayleigh, $g\beta\Delta Td^3/\nu\alpha$
Ra^*	nombre de Rayleigh du canal, $Ra^*=Ra/A$
M	débit masse à l'entrée du canal
Nu	nombre de Nusselt local
\overline{Nu}	nombre de Nusselt moyen

INTRODUCTION

La convection naturelle et le transfert de chaleur ont un grand intérêt pour la technologie et ses applications (moteurs thermiques, échangeur de chaleur, électronique, réacteur nucléaires, ...).

D'une part et dans de nombreuses applications techniques, le transfert de chaleur solide-fluide est augmenté ou diminué en modifiant l'état de surface ou la forme du solide. L'étude de l'influence de l'état de surface sur les transferts de chaleur s'avère donc très intéressante car elle permet de comprendre les mécanismes qui régissent les phénomènes naturels et d'améliorer les performances des systèmes technologiques. De nombreux dispositifs techniques sont constitués par des configurations que l'on peut assimiler à deux plaques verticales chauffées dans lesquels le transfert de chaleur s'effectue par convection naturelle. Cela explique que la convection naturelle dans un canal lisse ou rugueux a fait l'objet de nombreux travaux.

D'autre part, les fluides classiques, le plus souvent utilisés comme agent de refroidissement, connaissent des limitations au niveau du transfert thermique. Cependant, l'idée d'utiliser des mélanges solide-liquides pour améliorer le transfert thermique des fluides de refroidissement existants, est une nouvelle alternative qui semble être viable et surtout facilement adaptable aux systèmes présents dans l'industrie.

L'analyse des transferts de chaleur dans un canal vertical présentant une obstruction sinusoïdale n'a, à notre connaissance, fait l'objet d'aucun travail. Sa résolution fait l'objet de ce mémoire et comporte entre autre la

détermination des coefficients de transfert local et moyen caractérisant le transfert entre les parois du canal et le fluide. La résolution des équations qui régissent les phénomènes de transfert est effectuée par l'algorithme PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operator) qui permet une résolution rapide, tout en conservant les grandeurs fondamentales que sont la vitesse et la pression.

On analyse également le comportement d'un nanofluide considéré comme un fluide monophasique et possédant des propriétés constantes. Nous nous sommes intéressés en particulier aux capacités en transfert thermique d'un nanofluide constitué de nanoparticules d' Al_2O_3 et d'eau comme fluide de base dans le cadre de la convection naturelle, laminaire et permanente qui se développe dans un canal vertical obstrué et isotherme.

Dans le cadre de ce travail, nous nous proposons de procéder à une étude numérique de transfert de chaleur par convection naturelle laminaire et permanente dans l'espace délimité par deux plaques planes verticales et dont l'une est munie d'une obstruction sinusoïdale.

Notre mémoire comporte quatre chapitres.

Afin de situer notre travail, nous présentons dans le premier chapitre, quelques rappels bibliographiques concernant les transferts de chaleur par convection naturelle dans les canaux simples (lisses) et obstrués ainsi qu'une revue littéraire sur les nanofluides.

Le deuxième chapitre est consacré à la formulation de notre problème. Nous choisissons un référentiel, nous posons les hypothèses simplificatrices et ensuite nous formulons les équations avec les conditions aux limites qui régissent le phénomène.

Dans le troisième chapitre, On présente l'essentiel du modèle numérique utilisé. Nous commençons par la présentation du code de calcul CFD2000 qui servira pour la simulation numérique. Nous choisissons le maillage et enfin nous validons notre modèle.

Dans le quatrième chapitre, nous analysons les différents résultats numériques représentés par des fonctions de courants, des isothermes, des profils de vitesses et de températures ainsi que des grandeurs caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique faisant intervenir les différents paramètres caractéristiques de notre modèle.

Enfin et afin de ne pas alourdir le texte, nous regroupons en annexe 1 sous forme de tableaux récapitulatifs les différentes études concernant l'écoulement laminaire en convection naturelle dans un canal vertical bidimensionnel citées au premier chapitre. En annexe 2, nous reportons la procédure de discrétisation de l'équation de transport ainsi que le développement de l'algorithme "PISO".

CHAPITRE 1

GENERALITES ET BIBLIOGRAPHIE

Afin de bien situer le cadre de notre travail, il convient de faire un bref rappel des études théoriques et expérimentales concernant la convection naturelle en régime laminaire dans les canaux verticaux lisses (libres) ou obstrués soumis à diverses contraintes thermiques ainsi qu'une revue littéraire sur les nanofluides.

1.1 Cas d'un canal vertical lisse (libre ou non obstrué)

De nombreux systèmes thermiques comportent des thermosiphons verticaux dont le fonctionnement est lié à un écoulement de convection naturelle entre deux plaques planes verticales chauffées. Cette configuration schématise d'une part, les collecteurs plans utilisés pour le captage de l'énergie solaire, tels que le 'mur trompe' et les cheminées solaires utilisées en climatisation naturelle, d'autre part, les composants électronique modernes arrangés parallèlement.

L'écoulement laminaire en convection naturelle dans un canal vertical bidimensionnel a fait objet de nombreuses études que nous présentons, dans l'annexe 1, sous forme de tableaux récapitulatifs.

Nous distinguons les trois cas suivants :

* Les écoulements en convection naturelle laminaire dans un canal vertical bidimensionnel formé de deux plaques parallèles [1-15] (tableau A1.1).

* Les écoulements en convection naturelle laminaire dans un canal vertical bidimensionnel, mais avec une condition particulière imposée, soit

dans la configuration du canal, soit dans la façon d'aborder le problème [16-30] (tableau A1.2).

* Les écoulements en convection mixte laminaire dans un canal vertical bidimensionnel [31-34] (tableau A1.3).

On peut remarquer que :

* La plupart des travaux concernent le cas où les parois sont maintenues à une température constante. Les conditions de densité de flux de chaleur constantes sur les parois ont été étudiées par Engels [4], suivi de Aung [5], Dalbert [11][31], Wirtz [12], Dyer [18] et Penot [32].

* La pression motrice à l'entrée du canal a été longtemps considérée comme égale à celle régnant à l'extérieur. Cette hypothèse néglige l'influence de la pression à l'entrée due à l'accélération du fluide. Dyer [19] et Dalbert [11] ont confirmé cette influence en montrant l'importance des conditions d'entrée, principalement pour de grandes valeurs du nombre de Grashof.

1.2 Cas d'un canal obstrué

L'utilisation de protubérances dans les conduites accroît ou diminue de façon très significative le transfert de chaleur entre la paroi et le fluide qui s'y trouve. De telles configurations se rencontrent par exemple dans les échangeurs de chaleurs avec ailettes, les applications en électronique telles que les gaines de refroidissement présentant sur leurs surfaces des protubérances ainsi que dans de nombreuses autres applications technologiques.

Les corrélations de transfert de chaleur dans des canaux lisses verticaux n'incorporent pas les effets de la perturbation finie due à la présence de protubérances (composant (s) électronique(s)) dans le canal. Quand une obstruction est placée à l'intérieur du canal, le problème devient elliptique. De tels problèmes ont reçu peu d'attention dans la littérature récente.

Une étude théorique est expérimentale de la convection naturelle laminaire le long d'une paroi chaude présentant des éléments répétitifs de

rugosité rectangulaire a montré qu'en régime laminaire permanent l'écoulement ne présente pas de zone de séparation au voisinage des protubérances Shakerin et al. [35]. La visualisation dans l'eau confirme ces résultats théoriques et montre des inversions d'écoulements et des zones disposées entre les éléments de rugosité très rapprochés ou l'écoulement est presque au repos. Dans ces régions, le flux de chaleur est relativement faible. Il en résulte que, malgré l'accroissement de la surface d'échange, le flux total entre la paroi et le fluide, est sensiblement voisin de celui existant entre une paroi lisse et le fluide placés dans les mêmes conditions de température que la surface ayant des protubérances.

Lors de l'analyse de la convection thermique engendrée par la différence de température entre deux surfaces verticales d'une cavité rectangulaire isotherme, Kaviany [36] montre qu'une protubérance de forme semi-cylindrique placée en bas de la cavité atténue le transfert de chaleur en son voisinage. Cette diminution est plus prononcée pour une valeur critique du nombre de Rayleigh à partir de laquelle la baisse du transfert de chaleur devient moins importante. Ce nombre de Rayleigh critique dépend du rayon de la protubérance.

Habachi et Achraya [37] ont étudié numériquement le problème de la convection laminaire mixte de l'air dans un canal vertical avec un blocage vertical sur une paroi. Deux cas de chauffage ont été considérés, le chauffage symétrique et le chauffage asymétrique. Les équations différentielles ont été résolues employant une procédure de différence finies implicite, elliptique appelée SIMPLER qui a été développé par Patankar. Il a été trouvé que pour les deux cas de chauffage symétrique et asymétrique, les nombres de Nusselt sont plus petits que ceux pour le canal lisse correspondant.

Hung et Shiau [38] ont réalisée une étude expérimentale de la convection naturelle dans des plaques parallèles verticales avec des blocs rectangulaires et soumises à un chauffage asymétrique par un iso-flux. Ils ont conclu que l'espacement du canal n'a aucun effet significatif sur le transfert thermique moyen si le flux de chaleur de convection est maintenu

constant, mais leur étude expérimentale est menée pour de faibles rapports de forme ($1.4 \leq A \leq 5.6$). Ils ont observé que l'existence d'un obstacle produit une zone de turbulence dans la région aval. Dans la zone de recirculation, qui apparaît immédiatement en aval de l'obstacle, les coefficients de transfert de chaleur sont inférieurs que ceux dans n'importe quelle autre région.

Bhavnani et Bergles [39] ont montré, à l'aide de la technique d'interférométrie de Mach-Zehnder, que la présence de rugosités transversales de même forme et de mêmes dimensions disposées sur des surfaces verticales augmente le transfert de chaleur entre ces surfaces et le milieu dans lequel elles se trouvent. L'augmentation maximale du coefficient de transfert de chaleur moyen est de 23.2% par rapport à une surface lisse.

Lors d'une étude expérimentale et numérique de la convection naturelle laminaire de l'air dans un canal vertical présentant une obstruction semi-circulaire Said et Krane [40] montrent que pour des conditions UWT, la présence d'une obstruction réduit de 5% le nombre de Nusselt moyen pour un nombre de Rayleigh égal à 10^4 et de 40% environ lorsque le nombre de Rayleigh est égal à 10. Quand l'obstruction est déplacée depuis l'entrée jusqu'à la sortie, le coefficient moyen de transfert par convection diminue. Pour des conditions de flux uniforme (UHF), la température maximale qui se situe à l'intersection du bord supérieur de la cloison et de la paroi est seulement 4% plus élevée que la température maximale à la sortie d'un canal sans obstruction. Cette étude a été réalisée en utilisant des techniques optiques pour obtenir des données quantitatives (flux thermique et températures) et qualitatives (visualisation de l'écoulement). Les résultats expérimentaux et numériques sont en bon accord.

Les travaux de Lin et Hsieh [41] traitent l'écoulement en convection naturelle (aidée ou contrariée), dans des canaux verticaux avec des éléments discrets asymétriquement chauffés. Ils ont annoncé que la séparation/ recirculation de l'écoulement est un des facteurs principaux

influençant la température des éléments chauffées. Ils ont constaté que l'écoulement aidant est laminaire et que la corrélation du nombre de Nusselt moyen de Wirtz et Stutzman [12] élaborée pour la convection naturelle entre des plaques verticales lisses avec le chauffage symétrique prédit leurs données expérimentales avec une erreur moyenne inférieure à 2 % (corrélée en termes de Ra^*).

Viswatmula et Amin [42] ont résolu à l'aide d'une méthode numérique les équations qui régissent la convection naturelle thermique développée dans un canal vertical dont chacune des parois est munie d'une obstruction rectangulaire et maintenue à une température constante en utilisant quatre différentes géométries pour étudier l'effet des paramètres tel que le nombre de Rayleigh, le rapport de forme et la position de l'obstruction sur le nombre de Nusselt moyen. Ils ont montré, que les nombres de Nusselt moyens pour un canal avec obstructions est plus petit que celui d'un canal lisse. Pour un nombre de Rayleigh égale à $5 \cdot 10^2$ la réduction du transfert de chaleur est maximale et approximativement égale à 31%, alors qu'elle est minimale et approximativement égale à 3% pour un nombre de Rayleigh égale à 10^4 .

Tanda [43] a expérimentalement examiné la convection naturelle dans un canal formé par une surface isotherme à éléments (avec 5 éléments) et une surface adiabatique lisse opposée à la première. Il a déterminé une corrélation globale du nombre de Nusselt moyen ($\overline{Nu} = f(Ra)$) montrant que la chaleur transférée dans un canal à éléments est moins importante que celle dans un canal lisse. Il semble que cette diminution vient de la réduction du débit massique à l'intérieur du canal en raison des obstacles.

D'autre part, une étude expérimentale sur la convection naturelle de cinq cannelures rectangulaires disposées sur une plaque verticale isotherme a été réalisée par Kwak et Song [44]. Ils ont expérimentalement et numériquement démontré que pour un nombre de Rayleigh élevé le taux de transfert de chaleur est plus grand que celui pour une surface lisse, même

si la recirculation secondaire est d'habitude trouvée dans la cannelure et empêche l'écoulement principal de couler dans cette dernière. Dans ce cas, le débit massique n'est pas contraint par une plaque enveloppée d'obstacles comme dans un canal obstrué.

Hadjadj et El Kyal [45] présente une étude théorique et expérimentale des transferts de chaleur par convection naturelle et mixte en régime laminaire dans un espace délimité par deux cylindres concentriques verticaux. Il analyse l'influence de protubérances sinusoïdales disposées au centre des surfaces extérieure et intérieure des cylindres, sur les transferts de chaleur. La discrétisation des équations qui régissent les phénomènes est basée sur la technique des volumes de contrôle aux différences finies. Le couplage entre la vitesse et la pression est effectué à l'aide de l'algorithme SIMPLE. Les résultats expérimentaux obtenus par une visualisation de l'écoulement en utilisant de la fumée d'encens et par les mesures de température de surface du cylindre extérieur à l'aide de thermocouples se d'une caméra de thermographie infrarouge sont en bon accord avec les résultats théoriques. Les Résultats sont présentés sous forme de fonctions de courant, d'isothermes, de profils de température, de vitesse et de pressions et sous forme de corrélations. Ils mettent en évidence les effets des forces de gravités sur l'écoulement et de l'interaction entre ces forces et les forces centrifuges. Les protubérances intensifient le transfert de chaleur et perturbent l'écoulement. Ce résultat semble être contradictoire à la conclusion trouvée par Habchi et Acharya [37] et Said et Krane [40] pour un obstacle simple et à celle trouvée par Bhavnani et Bergles [39] et Kwak et Song [44] pour plusieurs d'obstacles. Il doit être noté que Hadjadj et El Kyal [45] dans leur étude numérique ont employé des conditions aux limites conventionnelles à l'entrée et à la sortie, c'est à dire un gradient égale à zéro pour toutes les variables (vitesse, pression et température) tandis que Said et Krane [40] ont expérimentalement corroboré leurs résultats numériques.

Une étude numérique de la convection naturelle dans un canal vertical obstrué a été réalisée par Desrayaud et Fichera [46]. Particulièrement un canal de rapport de forme égal à 5 avec deux symétriques obstructions isothermes ou adiabatiques a été largement

considéré. Les nombres de Nusselt local et moyen et le débit en fonction du nombre Rayleigh du canal ont été obtenus. Les résultats montrent comment, en déplaçant les obstructions vers la sortie, le nombre de Nusselt moyen augmente, mais seulement pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh du canal. La meilleure position des obstructions pour l'extraction de chaleur dépend de l'ampleur du nombre de Rayleigh. D'autre part, le débit à l'entrée diminue toujours et indépendamment du nombre de Rayleigh du canal quand la distance de l'obstruction du bord principal du canal augmente. Il a aussi été trouvé que le comportement du nombre de Nusselt moyen pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh est très semblable pour des obstructions isothermes et adiabatiques quelque soit leur emplacement. Le nombre de Nusselt moyen est évidemment plus bas pour des obstructions adiabatiques. Finalement, l'augmentation de la longueur de l'obstruction a seulement une influence limitée sur le transfert de chaleur, tandis qu'une diminution de sa largeur réduit d'une façon radicale le débit massique et le transfert de chaleur particulièrement si plus que la moitié du canal est obstruée.

Les mêmes auteurs, Desrayaud et Fichera [47], ont récemment proposé une corrélation composée sur la convection naturelle dans un canal vertical sur lequel est monté un obstacle simple chauffant.

Cruchaga et Celentano [48] procède à une analyse numérique de l'écoulement stationnaire en convection naturelle et mixte dans des canaux bidimensionnels obstrués en employant la méthode des éléments finis pour résoudre les équations associées de l'écoulement et du transfert de chaleur écrites en termes de variables primitives du problème. La convection naturelle a été étudiée dans plusieurs configurations du canal vertical pour un grand choix du nombre de Rayleigh. La présence d'obstructions dans le canal augmente le transfert de chaleur local qui est due à la fois à l'accroissement de l'écoulement vertical et de la surface d'échange de la paroi obstruée. Cependant, le nombre de Nusselt moyen diminue comparé à celui d'un canal non obstrué par suite de la réduction du débit massique et l'existence de régions stagnantes causées par les obstructions. Les résultats obtenus sont validés avec les résultats expérimentaux disponibles et d'autres solutions numériques existantes.

1.3 Nanofluides

Les fluides classiques, le plus souvent utilisés dans le refroidissement, sont l'air, l'éthylène de glycol, l'huile et des fluides plus récents comme les fluorocarbures liquides (Exemple le FC-77 et FC-11). Cependant, ces fluides comme agents de refroidissement, connaissent des limitations au niveau du transfert de chaleur. A la lumière de ce fait, certains chercheurs se sont penchés sur de nouvelles alternatives qui seraient viables et surtout facilement adaptables aux systèmes présents dans l'industrie. Dans cette perspective, certains ont émis l'idée d'utiliser des mélanges solides-liquides pour améliorer le transfert thermique des fluides de refroidissement existants.

1.3.1 Le concept du « nanofluide »

Dans la dernière décennie, les recherches intensives ont conduit à la création d'un nouveau matériau dont la taille des grains se mesure en nanomètres. Ce matériau posséderait des propriétés optiques, électriques et chimiques uniques en son genre (Gleiter, [49]).

Dés le début des années quatre-vingt-dix, Masuda et coll. [50] remarquèrent une augmentation du transfert thermique de 20 % après l'ajout de 3 % de particules d'oxyde d'aluminium (Al_2O_3) de tailles nanométriques à de l'eau. Compte tenu de l'émergence de la nanotechnologie, Choi [51] proposa une nouvelle classe de fluide, en mélangeant des « nano-particules » métalliques (Al_2O_3 , CuO, SiO₂ et TiO₂) aux fluides conventionnels (Éthylène-glycol, l'eau déionisé et l'huile de moteur) de transfert de chaleur, auxquels il attribua le terme de « nanofluide ».

Les nanoparticules possèdent de nombreuses propriétés intéressantes par rapport aux particules millimétriques et micrométriques. Eastman et coll. [52] montrèrent que l'utilisation d'oxydes nanoparticules comme Al_2O_3 et CuO renfermaient de bonnes qualités de dispersion dans l'eau, l'éthylène glycol et l'huile de moteur. De plus, elles étaient stables en

suspension dans le fluide, c'est à dire qu'elles sédimentaient de manière considérable juste après plusieurs semaines ou mois. Les nanoparticules posséderaient également les qualités de lubrifiants quand elles sont en contact avec les surfaces rigides (Hu et Dong, [53]).

1.3.2 Les différents méthodes de fabrication et préparation des nanofluides

Le développement de la nanotechnologie a permis la production en grand nombre des particules de tailles nanométriques (de l'ordre de 10 nm) en utilisant diverses méthodes de fabrication comme :

- La condensation gazeuse
- L'usure mécanique
- La précipitation chimique.

Cette industrie de pointe, utilise essentiellement la méthode par condensation en phase gazeuse (Kimoto et coll., [54] ; Granqvist et Buhman, [55]). Cette technique est basée sur la vaporisation d'un précurseur métallique ou non métallique en présence d'un gaz sous pression (généralement un gaz inerte comme l'hélium). La collision entre la vapeur et le gaz inerte entraîne la condensation de particules de tailles nanométriques du précurseur utilisé, qui est ensuite récupéré et utilisé comme une poudre dont les grains sont nanométriques. L'avantage considérable de la méthode par condensation en phase gazeuse est la production de particules sous des conditions plus propres. En effet, les techniques chimiques de production de particules, ont une fâcheuse tendance de générer des enduits indésirables à la surface des particules. Par contre, lors de la production de poudre par condensation gazeuse, il peut se former des agglomérats de particules. Mais il est bien connu, que ces agglomérats demandent une faible quantité d'énergie pour se briser et se disperser (Lee et coll., [56]).

La méthode de préparation du nanofluide joue un rôle prépondérant, car ses performances en dépendent énormément. La préparation doit

s'assurer d'avoir une suspension stable et durable des particules dans le fluide de base, et de générer le moins d'agglomérats possible (Xuan et Li, [57]). La préparation des nanofluides se fait en 3 étapes :

- 1^{ère} : Changement du niveau de PH.
- 2^{ème} : Le revêtement des particules avec des polymères (d'activateurs et/ou les dispersants extérieurs).
- 3^{ème} : L'utilisation d'homogénéisateur (vibrateur ultrasonique).

Masuda et coll. [50] ajoutaient des acides (HCl) ou des bases (NaOH) dans le fluide de base, de cette façon les forces électrostatiques maintiennent les particules dispersées dans le fluide de base. Eastman et coll. [58] par contre, révélèrent que l'ajout d'acide thioglycolique comme agent stabilisant favorise l'augmentation du transfert thermique. Cependant, l'ajout de ces bases ou acides modifie les propriétés chimiques du nanofluide qui devient un agent corrosif.

1.3.3 Caractéristiques physiques des nanofluides

1.3.3.1. Conductivité thermique

Un avant-gardiste, Maxwell [59] émit l'hypothèse selon laquelle, la conductivité, thermique des fluides serait améliorée en ajoutant des petites particules métalliques en suspension. En effet, la conductivité thermique du cuivre à la température ambiante est 700 fois plus élevée que celle de l'eau et 3000 fois plus élevée que celle de l'huile de moteur (Touloukian et Ho, [60]). Il dérive à partir de l'équation de la perméabilité électrique, une équation pour le calcul de la conductivité thermique d'un fluide mixte :

$$\frac{\kappa_{eff}}{\kappa_{fb}} = 1 + \frac{3(\lambda - 1)\phi}{(\lambda + 2) - (\lambda - 1)\phi} \quad (1.1)$$

Avec: $\lambda = \frac{\kappa_p}{\kappa_{fb}}$

φ : La fraction volumique des particules dans le fluide.

k_{eff} : la conductivité thermique du mélange (contenant les particules métalliques)

k_{fb} : la conductivité thermique du fluide de base

Plusieurs modèles plus récents ont été développés pour calculer la conductivité thermique des mélanges solide-liquides contenant des fines particules métalliques (de taille micrométrique ou millimétrique), entre autres :

- Hamilton et Crosser [61]
- Batchelor et O'Brien [62]
- Wasp [63]

Hamilton et Crosser [61] ont développé une procédure à partir de l'équation de Maxwell (équation 1.1) pour calculer ou corréler la conductivité thermique de deux composantes d'un mélange hétérogène en tenant compte de l'influence de la forme des particules. Ils ont utilisé pour leurs expériences des particules millimétriques d'aluminium et de bois de balsa. Ils obtinrent la formule suivante :

$$\frac{k_{eff}}{k_{fb}} = \frac{[k_p + (n-1)k_{fb} - (n-1)\varphi(k_{fb} - k_p)]}{[k_p + (n-1)k_{fb} + \varphi(k_{fb} - k_p)]} \quad (1.2)$$

φ : la fraction volumique des particules dans le fluide

n : le facteur de forme empirique qui est défini par : $n = \frac{3}{\psi}$

où ψ correspond à la sphéricité, qui est le rapport de l'aire d'une sphère ayant le même volume que la particule et l'aire de la particule :

Ainsi, la conductivité thermique du mélange tient compte de la forme des particules contenues dans le fluide. Le facteur de forme prend de l'importance lorsque $\lambda \geq 100$ sinon dans les autres cas, on peut considérer que $n = 3$.

Selon Hamilton et Crosser [61], le transfert thermique augmenterait lorsque les particules forment une structure en chaîne parce que la chaleur est mieux transportée le long de cette chaîne orientée dans la direction du flux. Cependant, la formule d'Hamilton et Crosser [61] ne prenait pas en compte :

- La taille des particules utilisées.
- La formation d'agglomérats à partir des particules en suspension.
- Le phénomène de radiation n'est pas pris en compte s'il existe.
- L'apparition d'une phase additionnelle.
- L'influence d'une source de chauffage variable.

Batchelor et O'Brien [62] ont développé une expression pour calculer la conductivité effective k , qui est applicable à des systèmes contenant des particules métalliques micrométriques.

$$\frac{k_{eff}}{k_{fb}} = 4 \ln \left[\frac{k_p}{k_{fb}} \right] - 11 \quad (1.3)$$

Dans la même année, Wasp [63], a élaboré une expression alternative pour calculer la conductivité thermique effective pour un mélange solide-liquide :

$$\frac{k_{eff}}{k_{fb}} = \frac{k_p + 2k_{fb} - 2\varphi(k_{fb} - k_p)}{k_p + 2k_{fb} + \varphi(k_{fb} - k_p)} \quad (1.4)$$

Cependant, le modèle de Wasp apparaît comme une forme simplifiée de l'expression d'Hamilton et Crosser [61] en considérant que la sphéricité, $\psi = 1$.

1.3.3.2. Viscosité

Wang et coll. [64] ont démontré que la viscosité augmente avec la fraction volumique des particules. La viscosité peut alors être un bon indicateur de niveau de dispersion des particules dans un fluide. En effet, Drew et Passman [65] introduisaient la célèbre formule d'Einstein pour évaluer la viscosité effective d'un fluide visqueux contenant des particules sphériques en suspension. Cette formule se présente comme suit :

$$\mu_{eff} = \mu_{fb} (1 \pm 2.5\varphi) \quad (1.5)$$

où μ_{eff} représente la viscosité du fluide de base. Cette relation ne s'applique qu'aux faibles concentrations de particules, soit inférieures à 0.05. Alors, Brinkman [66] a proposé alors une formule améliorée plus générale :

$$\mu_{eff} = \mu_{fb} \frac{1}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (1.6)$$

On note que les résultats expérimentaux obtenus par Wang et coll. [64] surestime considérablement les prédictions de Brinkman [66].

1.3.3.3 Influence de la taille des particules

L'importance de la taille des particules a été longuement étudiée par Lee et coll. [56]. Dans cet article, les auteurs ont effectué une comparaison entre différents nanofluides et le modèle de Hamilton et Crosser [61]. En supposant que le rapport entre la conductivité thermique des particules et celle du liquide de base est très grand et que la fraction volumique des particules est faible, ils ont linéarisé l'expression de Hamilton et Crosser [61] de la manière suivante :

$$\frac{k_{eff}}{k_{fb}} \approx 1 + n\varphi \quad (1.7)$$

Ensuite, dans une comparaison, Lee et coll. [56] montrent à partir de résultats expérimentaux que la formule de Hamilton et Crosser [61] est plus valide avec des particules Al_2O_3 sphériques (3) que cylindriques (6). Par contre, pour ce qui est des nanofluides à base de CuO , le modèle de Hamilton et Crosser ne correspond pas aux résultats expérimentaux. Les auteurs ont mentionné lors de l'expérimentation, qu'il été possible d'observer que les particules de Al_2O_3 se sont regroupées pour former des particules de plus grandes tailles. Ce point permet d'affirmer d'une part que le modèle de Hamilton et Crosser [61] est capable de prédire la conductivité des nanofluides contenant de larges particules de Al_2O_3 et d'autre part, l'augmentation de la conductivité thermique des nanofluides dépend fortement de la taille des particules.

1.3.3.4 Influence de la température

L'importance de la température sur la conductivité thermique des nanofluides fait depuis peu le sujet de quelques recherches. Xuan et coll. [67] ont utilisé dans une étude numérique et expérimentale, la théorie sur le mouvement brownien ainsi que le modèle DLA (Diffusion-Limited Aggregation) pour simuler le mouvement irrégulier et le phénomène d'agrégation des nanoparticules dans un liquide. En considérant aussi bien les propriétés physiques des deux constituantes, la structure des nanoparticules et l'agrégation, ils ont proposé un modèle théorique qui permet de prédire la conductivité thermique des nanofluides :

$$\frac{k_{eff}}{k_{fb}} = \frac{k_p + 2k_{fb} - 2\varphi(k_{fb} - k_p)}{k_p + 2k_{fb} + \varphi(k_{fb} - k_p)} + \frac{\rho_p \varphi C_p}{2k_{fb}} \sqrt{\frac{K_B T}{3\pi r_c \mu}} \quad (1.8)$$

Avec :

K_B Constante de Boltzmann ($K_B=1.3807 \times 10^{-23} J/K$)

r_c : Rayon apparent des agrégats.

μ : Viscosité dynamique du mélange.

T : température du nanofluide.

La comparaison avec des données expérimentales a montré que les prédictions obtenues à partir de ce modèle ne semblent satisfaisantes que quand le phénomène d'agrégation est pris en compte. Ils ont été les premiers à observer que la conductivité des nanofluides augmente avec la température. Néanmoins, ils ont mentionné que l'agrégation et la formation d'agrégat réduisent considérablement la capacité en transport d'énergie des nanoparticules en suspension.

Plus récemment, Das et coll. [68] ainsi que Putra et coll. [69] ont étudié l'importance de la température sur les caractéristiques physiques de certains nanofluides. Dans leurs articles, l'effet de la température sur la conductivité thermique et de la viscosité des nanofluides est présenté sous forme d'études expérimentales. Tout d'abord, les résultats trouvés aussi bien pour la conductivité thermique que pour la viscosité dynamique des nanofluides à température ambiante sont semblables aux données existantes. Par contre, leurs résultats montrent une certaine amélioration de la conductivité thermique avec l'augmentation de la température. En effet, pour une variation de température de 21 à 51°C, ils ont observé un gain de 2 à 4 fois plus important. De plus, ils ont remarqué une certaine diminution de la viscosité dynamique avec l'augmentation de la température. Ces observations rendraient encore plus bénéfique l'utilisation des nanofluides comme alternative au fluide traditionnellement utilisé en transfert de chaleur. Plus particulièrement, il semblerait que l'utilisation de nanoparticules de CuO donne de meilleurs résultats.

1.3.4 Propriétés physiques et thermiques des nanofluides

En supposant que les particules solides sont bien dispersées à travers le fluide de base, c'est-à-dire, que la concentration volumique de particules est uniforme dans tout le domaine, et connaissant aussi bien les

propriétés des deux constituants que leurs concentrations respectives, les propriétés physiques et thermiques effectives du mélange peuvent être calculées en utilisant les relations classiques des mélanges biphasiques.

Néanmoins, pour ce qui est de la viscosité dynamique et de la conductivité thermique des nanofluides considérés dans cette étude, des résultats expérimentaux ont été utilisés.

Les équations caractérisant les propriétés des nanofluides sont présentées comme suit :

• **Masse volumique**

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_{fb} + \varphi\rho_p \quad (1.9)$$

• **Chaleur spécifique :**

En l'absence de résultats expérimentaux, il a été suggéré, que la chaleur spécifique des nanofluides soit calculée comme suit (Pak et Cho, [70]) :

$$(C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(C_p)_{fb} + \varphi(C_p)_p \quad (1.10)$$

• **Viscosité dynamique :**

La viscosité dynamique des nanofluides peut être calculée grâce à plusieurs formules élaborées pour les mélanges à deux phases tels que présentés dans le chapitre 3.

Cependant, pour le nanofluide considéré dans cette étude, eau- $\gamma\text{Al}_2\text{O}_3$, la formule de Brinkman (équation. 1.6) sous-estime considérablement la viscosité effective selon les données expérimentales de Wang et al. [64]. Maiga et coll. [71] ont décidé d'effectuer un lissage polynomial des résultats expérimentaux de ces derniers. Grâce à ce lissage, les corrélations qui suivent ont été obtenues respectivement pour le mélange eau- $\gamma\text{Al}_2\text{O}_3$:

$$\mu_r = \frac{\mu_{nf}}{\mu_{fb}} = 123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1 \quad (1.11)$$

• **Conductivité thermique :**

Pour ce qui est de la conductivité thermique, il existe très peu d'études expérimentales concernant les nanofluides considérés dans cette

étude. Toutefois, comme présenté précédemment, il existe déjà des relations qui ont été proposées pour des mélanges solides liquides contenant des particules ayant une taille de l'ordre du micromètre. Par ailleurs, il s'avère que certaines de ces relations peuvent s'étendre au mélange nanoparticules-liquide, notamment, la relation bien connue de Hamilton et Crosser [61] présentée à l'équation 1.1.

En supposant que les particules dans les nanofluides considérés sont toutes sphériques c'est-à-dire $\psi=1$, l'équation 1.1 se réduit sous la forme suivante :

$$k_r = \frac{k_{nf}}{k_{fb}} = \frac{k_p + 2k_{fb} - 2\varphi(k_{fb} - k_p)}{k_p + 2k_{fb} + \varphi(k_{fb} - k_p)} \quad (1.12)$$

L'équation 1.12 semble être appropriée pour le calcul de la conductivité des nanofluides considérés. On peut noter le fait qu'il existe une grande dispersion des données qui doit probablement être causée par l'incertitude expérimentale. Aussi, le nombre de mesures pour k_r reste faible.

De l'équation 1.12, on peut obtenir les formules d'approximation suivantes relativement aux mélanges utilisés dans cette étude (eau- $\gamma\text{Al}_2\text{O}_3$) :

$$k_r = \frac{k_{nf}}{k_{fb}} = 4.97\varphi^2 + 2.72\varphi + 1 \quad (1.13)$$

En outre, il est facile de constater que des études expérimentales supplémentaires seront nécessaires afin d'approfondir nos connaissances sur les nanofluides.

1.4 Conclusion

L'étude bibliographique présentée ci-dessus montre que les problèmes faisant intervenir la convection naturelle peuvent atteindre un degré de complexité plus au moins important suivant la nature de

l'application envisagée et surtout de la précision dans les résultats recherchés.

L'examen des différents travaux théoriques et expérimentaux montre que ceux-ci font appel à des méthodes diverses pour la recherche des solutions. Ainsi, on distingue :

- * Les méthodes analytiques (méthode de superposition, méthode de Galerkin, les solutions asymptotiques,.....)
- * Les méthodes numériques (méthode d'intégration, séries de puissances et de perturbations, méthode de non-similitude locale, différences finies, volume et élément finis,....)
- * Les méthodes expérimentales (technique d'interférométrie de Mach-zehnder, méthodes électrochimiques,....)

Si l'on se reporte à ce que nous avons décrit et à la littérature, on s'aperçoit qu'une variété d'expressions théorique et numérique, corrélations empiriques sont développés pour présenter les coefficients de transfert de chaleur par convection naturelle sur des surfaces verticales. Toutefois, ces résultats sont limités le plus souvent à des valeurs des nombres adimensionnels pour lesquelles la théorie de la couche limite laminaire est applicable.

Dans ce travail se pose, en principe le problème de l'évaluation des températures et des flux échangés entre une paroi et un fluide. On constate que la connaissance du coefficient d'échange tient une part importante dans la détermination exacte des bilans thermiques dans les systèmes. Nous constatons également que, tant du point de vue expérimental que théorique, il n'y a pas d'étude consacrée à l'analyse du transfert thermique par convection naturelle dans une configuration plane verticale présentant des rugosités sinusoïdales. En outre, peu de travaux utilisent les méthodes numériques permettant de garder les variables primitives en utilisant les transformations conformes. Une étude permettant de traiter l'influence de protubérances sur le transfert de chaleur dans l'espace délimité par deux plaques verticales s'avère donc intéressante. Elle permet d'analyser l'influence de l'amplitude de la protubérance sur les profils de température,

de vitesse de l'air afin de déduire l'évolution des coefficients de transfert thermique entre les parois du canal et l'air.

D'autre part on étudie l'effet bénéfique causé par la présence de nanoparticules $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$ au sein d'un écoulement permanent d'un liquide, de l'eau, à l'intérieur d'un canal vertical obstrué et chauffé uniformément à la paroi. Les transferts thermiques fluide-paroi seront déterminés numériquement en utilisant un modèle de fluide mono-phasique approprié.

CHAPITRE 2

FORMULATION MATHÉMATIQUE

Ce chapitre est consacré à la description du problème à résoudre ainsi qu'à la présentation des équations gouvernant celui-ci.

2.1 Introduction et définition du problème

Dans ce chapitre, nous rappelons brièvement les équations de base traduisant la conservation des différentes grandeurs physiques (masse, quantité de mouvement et énergie) en convection naturelle et nous présentons ensuite les hypothèses simplificatrices adaptées à notre problème. Nous exposons de façon détaillée, les équations et les conditions aux limites qui leur sont associées afin d'analyser la convection naturelle bidimensionnelle en régime laminaire développée dans le cas de la configuration suivante :

- Un canal vertical dont une des parois est obstruée et qui limité par (Figure 2.1) :

- Les droites horizontales d'équations $y=0$ et $y=H$.
- Deux parois verticales dont l'une est plane et l'autre a un profil qui obéit à la loi :

$$\begin{aligned} x = f(y) = d & \quad \text{si } l_1 + l_0 \leq y \leq l_1 \\ x = f(y) = d - a_0 \sin \frac{\pi}{l_0} (y - l_1) & \quad \text{si } l_1 \leq y \leq l_1 + l_0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

2.2 Les hypothèses

Pour résoudre les équations de transfert qui régissent ce phénomène, et afin de développer un modèle numérique, les hypothèses suivantes ont été adoptées :

- On suppose que les conditions imposées sur les parois verticales sont assez énergétiques pour engendrer des variations de masse volumiques du fluide.
- La profondeur est infinie de façon à pouvoir considérer les transferts comme bidimensionnels.
- Le régime est laminaire et le fluide est incompressible.
- Les propriétés physique du fluide sont constantes, hormis, dans l'équation de mouvement, sa masse volumique dont les variations dues aux différences de température- sont à l'origine de la convection.
- Dans l'équation de la chaleur, on néglige la fonction de dissipation visqueuse ainsi que le terme de pression.
- Le rayonnement est négligé.

En outre, on suppose que la masse volumique varie suivant la température selon la loi de Boussinesq :

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta(T - T_0)) \quad (2.2)$$

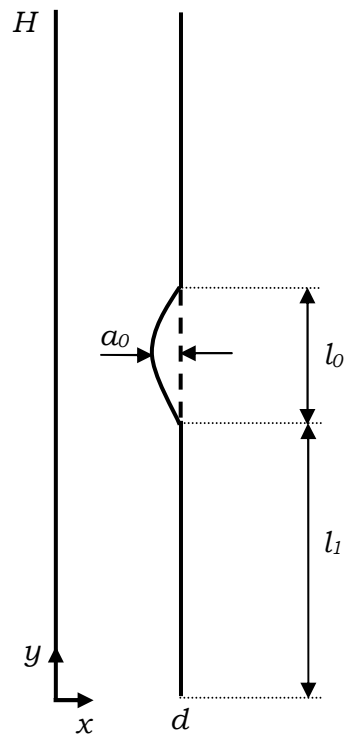


Figure 2.1 : Configuration géométrique du problème étudié

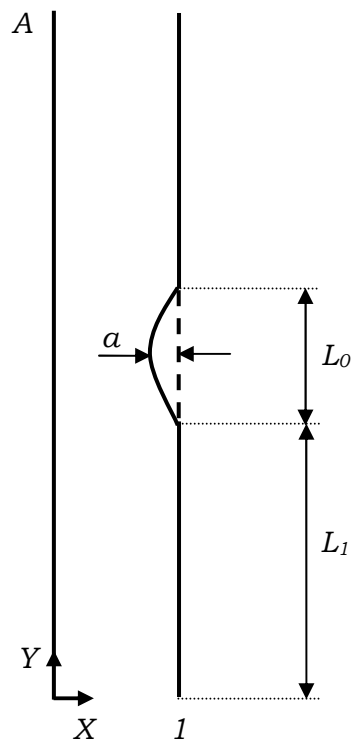


Figure 2.2 : Domaine physique en coordonnées adimensionnelles

2.3 Equations de conservation

Compte tenu des hypothèses formulées ci-dessus, les équations de transfert qui régissent les transferts de chaleur par convection naturelle pour un écoulement permanent, s'écrivent dans un repère (o, \vec{x}, \vec{y}) , sous forme algébrique :

- Equation de continuité :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

- Equation de mouvement suivant x :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.4)$$

- Equation de mouvement suivant y :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_o) \quad (2.5)$$

- Equation d'énergie :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.6)$$

A ces équations, nous associons celle exprimant la conservation du débit massique entre les plaques, soit :

$$m = \rho v_o d = \int_0^d \rho v(x) dx \quad (2.7)$$

$v(x)$: profil de la vitesse à l'entrée du canal : $v(0) = v_o$

2.4. Conditions aux limites

Pour résoudre le système (2.3-2.6) complet, nous lui adjoignons des conditions aux limites suivantes :

- A l'entrée du canal :

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq d \quad \text{et} \quad y = 0 \\ u = 0, v = v_0, T = T_0, p = -\frac{1}{2}\rho v_0^2 \end{aligned} \quad (2.8a)$$

- A la sortie du canal :

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq d \quad \text{et} \quad y = H \\ \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad p = 0 \end{aligned} \quad (2.8b)$$

- Sur la paroi gauche $x=0$:

$$\begin{aligned} x = 0 \quad \text{et} \quad 0 \leq y \leq H \\ u = 0, v = 0, T = T_w \end{aligned} \quad (2.8c)$$

- Sur la paroi droite $x=f(y)$:

$$\begin{aligned} x = f(y) \quad \text{et} \quad 0 \leq y \leq H \\ u = 0, v = 0, T = T_w \end{aligned} \quad (2.8d)$$

2.5 Adimensionnalisation des équations et des conditions aux limites

On introduit ici, des grandeurs adimensionnelles qui permettent d'une part, d'écrire les équations avec un minimum de paramètres et d'autre part, de conférer une certaine généralité aux résultats numériques (Figure 2.2).

En utilisant les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{d}, \quad Y = \frac{y}{d}, \quad U = \frac{ud}{\alpha}, \quad V = \frac{vd}{\alpha}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_w - T_0} \\ P &= \frac{pd^2}{\rho\alpha^2}, \quad Ra = \frac{g\beta d^3 (T_w - T_0)}{\alpha\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Ra^* = \frac{Ra}{A} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Les équations (2.1) deviennent :

$$\begin{aligned} X = F(Y) &= 1 & \text{si } L_0 + L_1 \leq Y \leq L_1 \\ X = F(Y) &= 1 - a \sin(Y - L_1) & \text{si } L_1 \leq Y \leq L_0 + L_1 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Le système d'équations (2.3 - 2.6) devient :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \quad (2.11)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2.12)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra Pr \theta \quad (2.13)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.14)$$

Les conditions aux limites (2.8a – 2.8d) sont données par :

- A l'entrée du canal :

$$\begin{aligned} 0 \leq X \leq 1 \quad \text{et} \quad Y = 0 \\ U = 0, \quad V = M, \quad \theta = 0, \quad P = -\frac{M^2}{2} \end{aligned} \quad (2.15a)$$

- A la sortie du canal :

$$\begin{aligned} 0 \leq X \leq 1 \quad \text{et} \quad Y = A \\ \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial V}{\partial Y} = \frac{\partial \theta}{\partial Y}, \quad P = 0 \end{aligned} \quad (2.15b)$$

- Sur la paroi gauche $X=0$:

$$\begin{aligned} X = 0 \quad \text{et} \quad 0 \leq Y \leq A \\ U = 0, \quad V = 0, \quad \theta_w = 1 \end{aligned} \quad (2.15c)$$

- Sur la paroi droite $X=F(Y)$:

$$\begin{aligned} X = F(Y) \quad \text{et} \quad 0 \leq Y \leq A \\ U = 0, \quad V = 0, \quad \theta_w = 1 \end{aligned} \quad (2.15d)$$

Le débit massique à l'entrée du canal s'écrit sous forme adimensionnelle :

$$M = \frac{m}{\rho \alpha d} = \int_0^1 V(X) dX \quad (2.16)$$

2.6 Grandeurs caractéristiques de l'écoulement et des transferts thermiques

Pour compléter les systèmes d'équations précédentes, il faut définir quelques grandeurs qui nous permettront de comprendre les mécanismes de l'écoulement et du transfert thermique. Nous définissons, les nombres de Nusselt local (Nu) et moyen (\overline{Nu}) ainsi que la température de mélange (T_m) du fluide par les expressions ci-dessous.

2.6.1 Le nombre de Nusselt local

Le nombre de Nusselt local est défini par :

$$Nu = \frac{hd}{k} \quad (2.17)$$

Où h représente le coefficient de transfert thermique local, définie par :

$$h = \frac{q}{(T_w - T_m(y))} = -\frac{k}{(T_w - T_m(y))} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{x=f(y)} \quad (2.18)$$

Il vient :

$$Nu = \frac{d}{(T_w - T_m(y))} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) = -\frac{1}{(\theta_w - \theta_m(Y))} \left(\frac{\partial \theta}{\partial N} \right)_{X=F(Y)} \quad (2.19)$$

2.6.2 Le nombre de Nusselt moyen

Le nombre de Nusselt moyen fait intervenir le coefficient de transfert thermique moyen, soit :

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{hd}}{k} = \frac{1}{A} \int_0^A -\frac{1}{(\theta_w - \theta_m(Y))} \left(\frac{\partial \theta}{\partial N} \right)_{X=F(Y)} dY \quad (2.20)$$

2.6.3 La température moyenne

La température de mélange du fluide dans la section plane est donnée par :

$$T_m(y) = \frac{\int_{S_0} T \vec{V} \vec{n} dS}{\int_{S_0} \vec{V} \vec{n} dS} \quad (2.21)$$

où :

S_0 : Section plane bornée par les parois du canal.

\vec{n} : La normale à la section S_0 .

\vec{V} : Vitesse moyenne qui assure le même débit volumique à travers S_0 .

Si S_0 est une section droite de l'écoulement, alors la normale \vec{n} est parallèle à la direction y de l'écoulement, et l'expression de T_m devient :

$$T_m(y) = \frac{\int_0^{f(y)} v T dx}{\int_0^{f(y)} v dx} \quad (2.22)$$

Qui peut être exprimée par la forme adimensionnelle suivante :

$$\theta_m(Y) = \frac{\int_0^{F(Y)} V \theta dX}{\int_0^{F(Y)} V dX} \quad (2.23)$$

CHAPITRE 3

METHODE NUMERIQUE ET VALIDATION DU MODELE

On présente ici l'essentiel du modèle numérique développé dans le but de prédire le comportement de l'écoulement en convection naturelle d'un fluide dans un canal vertical uniformément chauffé à la paroi par une température constante et dont une des parois présente une obstruction de forme sinusoïdale.

Nous commençons par la présentation du code de calcul CFD2000 qui servira pour la simulation numérique.

3.1 Présentation du code de calcul

Le code industriel CFD2000 [73] offre une grande variété pour la modélisation en mécanique des fluides que ce soit une simulation bidimensionnelle ou tridimensionnelle, écoulement interne ou externe, régime stationnaire ou instationnaire, fluide compressible ou incompressible, écoulement laminaire ou turbulent.

Le logiciel CFD2000 se compose en deux parties : CFD2000 et STORMVIEW.

CFD2000 est la partie où on définit la forme géométrique, le maillage, les conditions dans l'écoulement (ex : écoulement laminaire, écoulement turbulent, transfert de chaleur, etc.), le fluide en question et ces propriétés, les conditions aux limites (ex : où se trouve l'entrée, la sortie, les obstacles, les murs, les sources de chaleur, etc.), les paramètres qui contrôlent la solution (ex : le nombre d'itérations, le genre de matrice utiliser pour solutionner le problème (matrice LU, etc.), l'ordre de la solution (ex : 1^{er}

ordre, 2^e ordre, etc.), et finalement le ‘Stormflow Solver’. Le ‘Stormflow Solver’ est la partie du logiciel qui calcule les paramètres de la solution. Ensuite, on a la deuxième partie du logiciel que l’on appelle ‘Stormview’. ‘Stormview’ sert à faire la représentation graphique de solutions comme par exemple des graphiques de profils de température, des graphiques de profils de vitesse, des graphiques de lignes isothermes, des graphiques de surface en 3-D isothermes, des graphiques de lignes de courant, des animations de particules injectées dans l’écoulement, etc.

La génération du maillage est faite avec le mailleur incorporé dans CFD2000. Les maillages générés sont du type structurés. La qualité du maillage joue un rôle très important dans la convergence et la qualité de la solution numérique. Les principaux critères de qualité du maillage sont la distribution des nœuds, la régularité et la forme des volumes de calcul. CFD2000 utilise une méthode de discrétisation de type volumes finis des équations aux dérivées partielles. Sur chaque volume élémentaire obtenu après l’étape de maillage, les équations de conservation sont écrites sous forme intégrale. Les inconnues (vitesse, pression, ...) du système d’équations sont définies au centre de chaque volume élémentaire. Cependant, pour pouvoir calculer les intégrales, il est nécessaire d’obtenir par interpolation les valeurs de ces variables sur les faces des cellules. Selon la précision souhaitée, les schémas numériques utilisés pour cette interpolation peuvent être :

1-Pour le flux convectif

- Schéma hybride.
- Schéma amont, “Upwind” du premier ordre.
- Schéma Upwind du second et du troisième ordre.

2- Pour le flux diffusif

- Moyenne arithmétique.
- Moyenne harmonique.

Une description détaillée est donnée dans le livre de Patankar (74).

CFD2000 propose deux types d’approches numériques pour la résolution du système algébrique :

- Méthode directe.
- Méthode Itérative.

Pour la méthode itérative deux choix sont possible :

- Méthode Implicite à Directions alternées (ADI).
- Méthode de décomposition incomplète (ILU). (Incomplete LU Factorisation Method).

Une description plus détaillée est donnée dans la documentation du code [73].

3.2 Méthode numérique

Le code de calcul CFD2000 a été utilisé pour la résolution des équations gouvernantes (Eqs.2.3 -2.6) associés aux conditions aux limites du problème (Eqs. 2.8a-d). La méthode utilisée est basée sur l'approche des volumes de contrôle proposée par Patankar [74], qui consiste à subdiviser le domaine étudié en plusieurs volumes finis constituant ainsi des sous domaines distincts. La méthode faisant partie de la famille SIMPLE se base sur l'intégration spatiale des équations (Eqs. 2.3-2.6) sur chacun des volumes de contrôle finis.

La forme générale des équations discrétisées est donnée par l'équation (3.1). Les inconnues (vitesse, pression, ...) sont définies au centre de chaque volume élémentaire. Cependant, pour pouvoir calculer les intégrales, il est nécessaire d'obtenir par interpolation les valeurs de ces variables sur les faces des cellules. Selon la précision souhaitée, les schémas numériques utilisés pour cette interpolation peuvent être du premier ou second ordre, de type « Hybride » ou encore de type « loi puissance ».

$$a_n^\phi \phi_n = \sum a_{nb}^\phi \phi_{nb} + s_\phi \quad (3.1)$$

Dans cette dernière équation, l'indice 'n' représente le nœud considéré, tandis que 'nb' représente les nœuds avoisinants. Les coefficients 'a_p^φ' dépendent de la variable 'φ' considérée et s_φ représente le terme source. On note que les termes inclus dans la sommation représentent

l'influence des nœuds voisins. La résolution numérique du système des équations algébriques résultant du procédé d'intégration a été effectuée de manière séquentielle et itératif dans le domaine considéré en combinant le procédé ligne par ligne et l'algorithme TDMA' TriDiagonal Matrix Algorithm' (CFD2000).

3.3 Critère de convergence

Pour les équations de conservation, de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie, le critère de convergence est basé sur les résidus résultant de l'intégration des équations de conservation (Eqs. 2.3-2.6). Ces résidus sont définis comme étant la somme des équations discrétisées (Eqs. 3.1) à travers tout le domaine de calcul (volume de contrôle fini). On introduit la définition de résidu comme une variable normalisée sans dimension suivant l'expression donnée par *CFD (2000)* :

$$\text{Résidu} = \frac{\sum_{\text{cellules}_n} \text{abs}[\sum a_{nb}^{\phi} \phi_{nb} + s_{\phi} - a_n^{\phi} \phi_n]}{\sum_{\text{cellules}_n} \text{abs}[a_n^{\phi} \phi_n]} \quad (3.2)$$

Pour toutes les simulations effectuées dans cette étude, une solution convergée a toujours été atteinte avec un résidu inférieur à 10^{-6} pour toutes les équations de conservation.

3.4 Sous-relaxation des variables

Étant donné le caractère itératif de la méthode de résolution et le couplage des équations ainsi que leur forte non-linéarité, une sous-relaxation des variables a été nécessaire. Dans cette étude, les valeurs standards suggérées par le code de calcul (*CFD 2000*) ont été utilisées. La sous-relaxation peut être représentée par l'équation suivante :

$$\phi^* = \phi + \alpha_s (\phi_{i+1} - \phi_i) \quad (3.3)$$

où ϕ^* représente la valeur sous-relaxée, α_s le facteur de sous-relaxation et les indices i et $i+1$ indiquent respectivement l'itération précédente et celle présente. Les valeurs de sous-relaxation utilisées sont 0.3, 0.7, 0.8 pour la pression, la quantité de mouvement et l'énergie respectivement.

3.5 Choix du maillage

Lors d'une étude numérique, il est indispensable de s'assurer que les résultats éventuellement obtenus seront indépendants du nombre de nœuds qui forment la grille de calcul. Par conséquent, plusieurs essais sur différents maillages ont été effectués pour choisir le plus optimal.

Afin de suivre avec précision toute variation du champ thermique ou hydrodynamique particulièrement dans les régions proches des parois, nous avons utilisé un maillage qui possède des incréments uniformes le long du canal, mais non uniformes suivant sa largeur.

L'expression suivante a été choisie pour générer une distribution non uniforme suivant la largeur du canal depuis le centre du canal :

$$X_e = \left(\frac{L}{2}\right) \left(\frac{1}{N/2}\right)^p \quad (3.4)$$

où N représente le nombre de cellules de chaque région, L est la longueur de la région considérée et p est le facteur de puissance compris entre 1 et 2.

Afin donc de s'assurer de la précision et de la fiabilité des résultats obtenus par la méthode numérique utilisée, on a procédé à une série de tests rigoureux sur le maillage. Pour cela, on a considéré six maillages de (NX, NY) éléments dans les deux directions X et Y et qui possèdent des incréments uniformes.

Pour le choix du maillage, le cas d'un écoulement en convection naturelle de l'air avec un nombre de Rayleigh (Ra) de 10^5 , dans un canal de rapport de forme $A=5$ et dont l'obstruction placée au milieu du canal a pour

amplitude $\alpha=0.375$. Le débit massique à l'entrée (M) et le nombre de Nusselt moyen (\overline{Nu}) sont calculées. Les différences entre la valeur de ses variables pour le maillage le plus raffiné (50x200) et les autres maillages sont inférieures à 2% pour le débit et à 4% pour le nombre de Nusselt moyen. Pour le maillage de (50x150) la différence pour les deux variables M et \overline{Nu} , comparées à ceux du maillage le plus raffiné (40x200) est inférieure à 0.5%. (Tableau 3.1).

En se basant sur cette étude de maillage, on peut conclure que les résultats obtenus à l'aide du code numérique sont essentiellement indépendants du maillage utilisé. Pour Les calculs ultérieurs, on a donc retenu le maillage 50x150.

Tableau 3.1 : Test de sensibilité du maillage pour un canal obstrué,
 $Ra=10^5$, $Pr=0.71$, $A=5$, $\alpha=0.375$, $L_I=2.0$

NX	NY	M	Différence en %	\overline{Nu}	Différence en %
30	100	220.665	1.33	7.315	3.24
40	100	219.775	0.92	7.233	2.08
40	150	218.827	0.48	7.154	0.97
50	150	218.369	0.27	7.120	0.49
40	200	218.256	0.22	7.112	0.38
50	200	217.771	-	7.085	-

3.6 Validation du modèle

Le maillage étant choisi, on procède à valider le code de calcul en comparant les résultats numériques obtenus avec certaines données expérimentales et numériques disponibles dans la littérature.

3.6.1 Canal lisse

Pour ce cas, un écoulement en convection naturelle de l'air dans un canal à parois planes chauffées symétriquement par une température uniforme a été considéré. Deux corrélations ont été utilisées.

- Corrélation d'Elenbass [1] qui déduite sur la base de données expérimentales et qui est valable pour des faibles valeurs du nombre de Rayleigh (régime entièrement développé) et pour des valeurs modérées (régime d'écoulement en développement), cette corrélation est donnée par :

$$\overline{Nu} = \frac{Ra^*}{24} \left[1 - e^{\left(\frac{-35}{Ra^*} \right)} \right]^{3/4} \quad (3.4)$$

- Corrélation de Bar-Cohen et Rohsenow [75] qui est valable pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh (régime entièrement développé) et pour les grandes valeurs (régime de plaque plane) et qui est donnée par l'expression suivante :

$$\overline{Nu} = \left[\frac{576}{Ra^{*2}} + \frac{2.873}{\sqrt{Ra^*}} \right]^{-1/2} \quad \text{quel que soit } Ra^* \quad (3.5)$$

Ra^* est le nombre de Rayleigh du canal (rapport du nombre de Rayleigh rapporté à la hauteur du canal)

$$Ra^* = \frac{Ra}{A} \quad (3.6)$$

La figure 3.1 qui représente l'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh, montre que l'allure de la courbe est similaire et se comporte d'une manière satisfaisante par rapport aux autres. Les résultats obtenus sont satisfaisants plus particulièrement pour un écoulement en régime de développement et en régime de plaque plane. La différence moyenne est de 20 %, alors que la plus grande déviation est localisée aux plus petites valeurs du nombre de Rayleigh.

3.6.2 Canal obstrué

Pour ce cas, On considère un écoulement en convection naturelle laminaire de l'air dans un canal vertical chauffé symétriquement par une température uniforme et présentant au milieu de la paroi gauche une obstruction semi-circulaire Said et Krane (40).

Si on se réfère à la figure 3.2 qui représente l'évolution du nombre de Nusselt local le long des parois pour un rapport de forme géométrique $A=3.66$ et pour un nombre de Rayleigh $Ra=2.10^4$, un très proche accord existe entre les deux études.

Suite à ces deux comparaisons, on peut conclure avec confiance sur la validité du modèle proposé de même que sur la fiabilité de la méthode numérique choisie pour la résolution des équations de conservation dans le cas d'un écoulement laminaire.

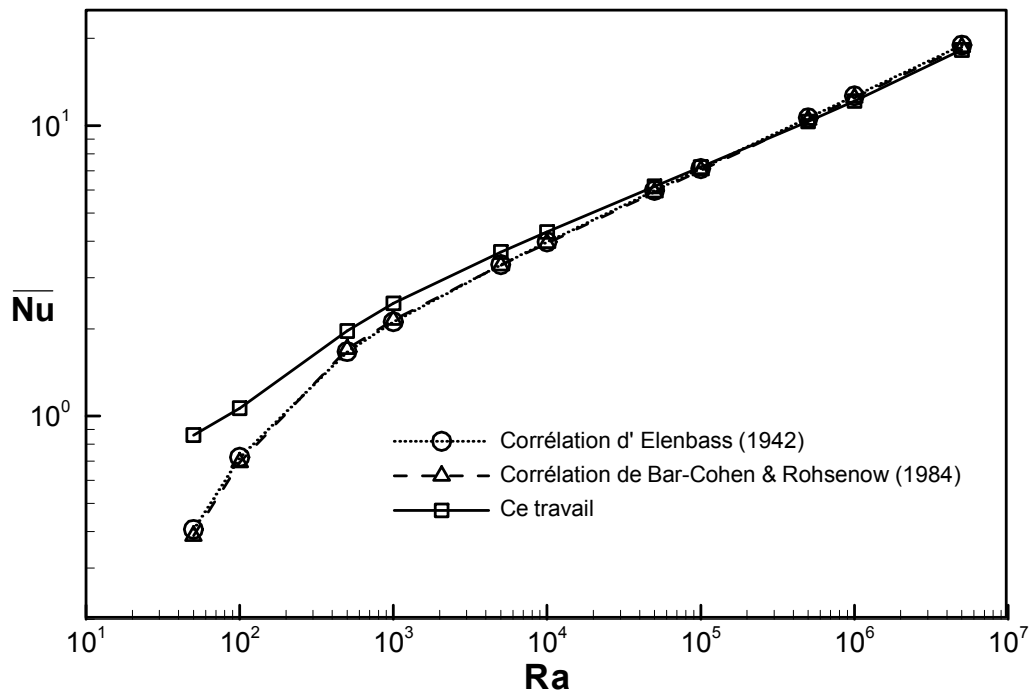


Figure 3.1 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen avec les corrélations d'Elenbaas (1942) et Bar-Cohen et al. (1984) pour un canal lisse.

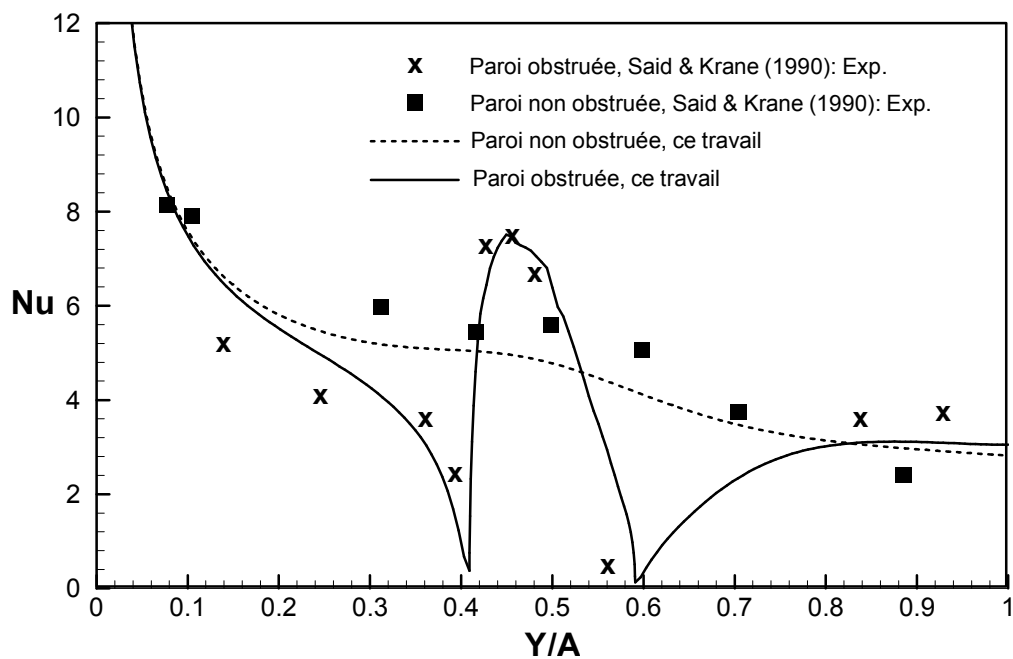


Figure 3.2 : Comparaison avec Said et Krane (1990) du nombre de Nusselt local le long des plaques pour un canal obstrué isotherme. $A=3.66$, rayon adimensionnel de l'obstacle $r=0.33$, $Ra=2.10^4$, $Pr=0.72$

CHAPITRE 4

RESULTATS ET DISCUSSIONS

Nous présentons, dans ce chapitre, les résultats numériques concernant la convection naturelle laminaire développée dans l'espace délimité par deux plaques verticales isothermes avec une obstruction sinusoïdale placée sur une des plaques. Les résultats mettent en évidence les divers comportements de l'écoulement et du transfert thermique en fonction des différents paramètres géométriques. L'effet de la nature du fluide de travail est également mis en évidence.

4.1 Effet de l'Obstruction

Les premiers résultats à être présentés sont la comparaison entre le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour un canal lisse et celui obstrué. Ces résultats sont présentés dans la figure 4.1 pour un canal ayant un facteur de forme $A=5$. Pour le canal lisse la courbe représente les trois régimes d'écoulement (entièrement développé, la transition et de la plaque verticale isolée). On peut voir aussi que la courbe du nombre de Nusselt moyen pour le canal obstrué représente également ces trois régimes d'écoulement. Dans le premier régime ($Ra < 500$) les valeurs du nombre de Nusselt moyen s'approchent de celles du régime entièrement développé. Aussi, dans ce régime, la présence de l'obstruction cause une diminution du nombre de Nusselt moyen. Cette diminution est très significative à petit Rayleigh.

Le deuxième régime ($5.10^2 < Ra < 5.10^3$) joint le premier régime avec le troisième. Ce régime représente la région de transition entre la limite entièrement développée et la limite de la plaque plane verticale isolée. Le

troisième régime ($Ra > 5.10^3$) représente la limite de plaque verticale isolée. Une comparaison de ces régimes (pour des canaux obstrués et libres) montre que la présence de l'obstruction cause une réduction du nombre de Nusselt moyen. Cette réduction s'étend d'environ 5 % pour les grandes valeurs de Ra et à environ 16 % pour les faibles valeurs de Ra . Bien que la présence d'une obstruction a augmentée la surface de transfert de chaleur, le taux de transfert de chaleur local autour du sommet de l'obstruction et à la région d'entrée, cela n'indemnise pas le débit réduit et l'existence des régions d'écoulement de recirculation, ce qui a abouti à des nombres de Nusselt plus faibles.

4.2 Effet du nombre de Rayleigh (Ra)

La deuxième partie des résultats est consacrée à l'analyse de l'effet du nombre de Rayleigh. L'étude couvre une gamme de Ra allant de 5.10^1 à 5.10^6 . On donne dans le tableau 4-1, la vitesse maximale verticale sans dimensions dans le canal (V_{max}), le débit massique sans dimensions (M) et nombre de Nusselt moyen (\overline{Nu}).

Les figures 4.2 et 4.3 montrent la variation de M et \overline{Nu} calculés en fonction du nombre de Rayleigh. Il peut être noté que quand le nombre de Rayleigh augmente, à la fois le nombre de Nusselt moyen (\overline{Nu}) et le débit massique (M) augmentent.

Pour étudier l'effet du nombre de Rayleigh sur le champ de l'écoulement et les caractéristiques de transfert de chaleur, les isothermes, les fonctions de courant et les profils de température et de vitesse sont présentés pour trois nombres de Rayleigh différents représentant les trois régimes différents qui ont été identifiés dans la figure 4.1.

La première forme des résultats hydrodynamiques est la représentation de la vitesse verticale en fonction de la distance à travers le canal (X) dans des différentes sections du canal pour une valeur spécifique de Ra . Les vitesses verticales ont été tracées à l'entrée de canal ($Y= 0.0$), au

milieu du canal ($Y=2.5$) et à la sortie de canal ($Y = 5.0$) comme indiqué dans les figures 4.4 à 4.6. Les profils de vitesse dans les figures 4.4 et 4.5 sont semblables tandis que pour le nombre de Rayleigh élevé, deux sommets de vitesse apparaissent comme on peut le voir dans la figure 4.6. Cela signifie qu'au nombre de Rayleigh élevé chaque paroi du canal s'approche de la limite de plaque verticale isolée.

La deuxième forme des résultats hydrodynamiques montre la variation de la vitesse verticale à travers la largeur du canal (X) à une section donnée dans le canal (Y) pour des différents nombres de Rayleigh. Les figures 4.7 à 4.9 montrent la distribution de vitesse à l'entrée, au milieu et à la sortie de canal. Il faut noter que la vitesse verticale et le débit massique (c'est-à-dire l'aire sous la courbe de vitesse) augmentent quand le nombre de Rayleigh augmente.

La troisième forme des résultats hydrodynamiques est la présentation des fonctions de courant comme indiqué dans les figures 4.10-a à 4.10-c. En remarque qu'en raison de la réduction de la section du canal à cause de la présence de l'obstruction, les fonctions de courant sont groupées dans la région de l'obstruction. En examinant des résultats numériques des fonctions de courant, des valeurs négatives sont observées au-dessus de l'obstruction (dans la région à droite). Ces valeurs sont traduites par des zones de re-circulation dont la taille augmente avec le nombre de Rayleigh.

Les résultats hydrodynamiques peuvent être résumés en ce qui suit : Le débit massique augmente en augmentant le nombre de Rayleigh. Aucune zone de recirculation n'est observée dans le canal pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh (écoulements entièrement développés), tandis que les zones de recirculation existent pour des nombres de Rayleigh modérés et élevés. La taille de zone de recirculation s'amplifie avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Pour des nombres de Rayleigh faibles, on s'approche de la solution limite de l'écoulement entièrement développé, tandis qu'aux grands nombres de Rayleigh la limite de plaque simple isolée est approchée.

Les résultats du comportement thermiques sont présentés dans trois formes.

La première forme est la présentation de la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh figure 4.3. L'échange thermique augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, cela peut être justifié dans ce qui suit.

La deuxième forme des résultats thermiques est l'évolution de la température à travers la largeur du canal (X), au milieu du canal ($Y = 0.5A$) et à la sortie de canal ($Y = A$). Les figures 4.11 à 4.13 montre cette évolution pour trois nombres de Rayleigh représentatifs. Comme attendu, la température du fluide augmente le long de la direction de l'écoulement. La distribution de la température au milieu du canal ($Y = 0.5A$) et à la sortie du canal ($Y = A$) a été tracée pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh comme l'indiquent les figures 4.14 et 4.15 respectivement. Il peut être noté que pour une même section du canal, la température diminue en augmentant le nombre de Rayleigh.

La troisième forme des résultats thermiques est la présentation des isothermes dont l'évolution est reportée sur les figures 4.16-a à 4.16-c. On remarque qu'à faibles nombre de Rayleigh l'écoulement devient thermiquement entièrement développé (figure 4.16-a) tandis qu'un régime de transition figure (4.16-b) est obtenu aux numéros nombres de Rayleigh modérés et on s'approche de la limite de plaque plane isolée aux grands nombres de Rayleigh (figure 4.16-c). On remarque que l'épaisseur de couche limite thermique diminue quand on augmente le nombre de Rayleigh, il en résulte une augmentation du nombre de Nusselt moyen.

Pour conclure, il a été trouvé que le nombre de Nusselt moyen croît quand le nombre de Rayleigh augmente en raison de deux facteurs. Le premier est l'accroissement du débit massique et le deuxième est la diminution de l'épaisseur de couche limite thermique.

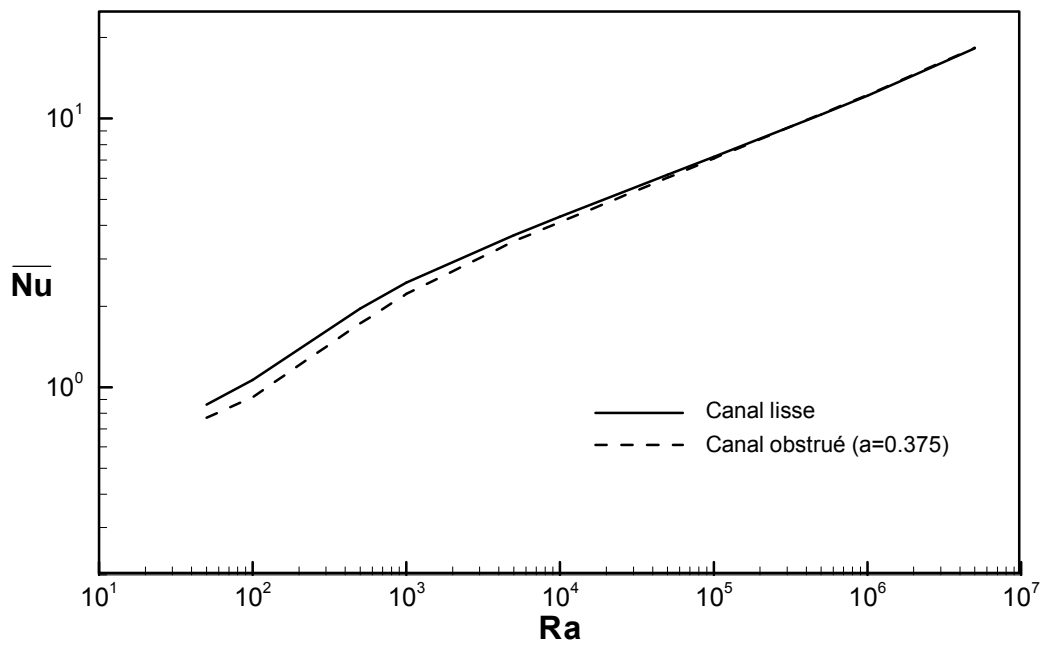


Figure 4.1 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour un canal lisse et obstrué

Tableau 4.1 : Valeurs Calculées de V_{max} , M et \overline{Nu} pour un canal obstrué avec $A=5$, $L_I=2$, $\alpha=0.375$

Ra	V_{max}	M	\overline{Nu}
50	5.750	2.476	0.770
10^2	10.672	4.599	0.918
$5 \cdot 10^2$	34.910	15.372	1.726
10^3	52.053	23.496	2.225
$5 \cdot 10^3$	115.417	55.820	3.489
10^4	161.287	78.824	4.113
$5 \cdot 10^4$	342.150	165.475	6.016
10^5	459.489	218.136	7.107
$5 \cdot 10^5$	826.792	351.844	10.392
10^6	1042.576	401.046	12.227
$5 \cdot 10^6$	2245.469	503.617	18.329

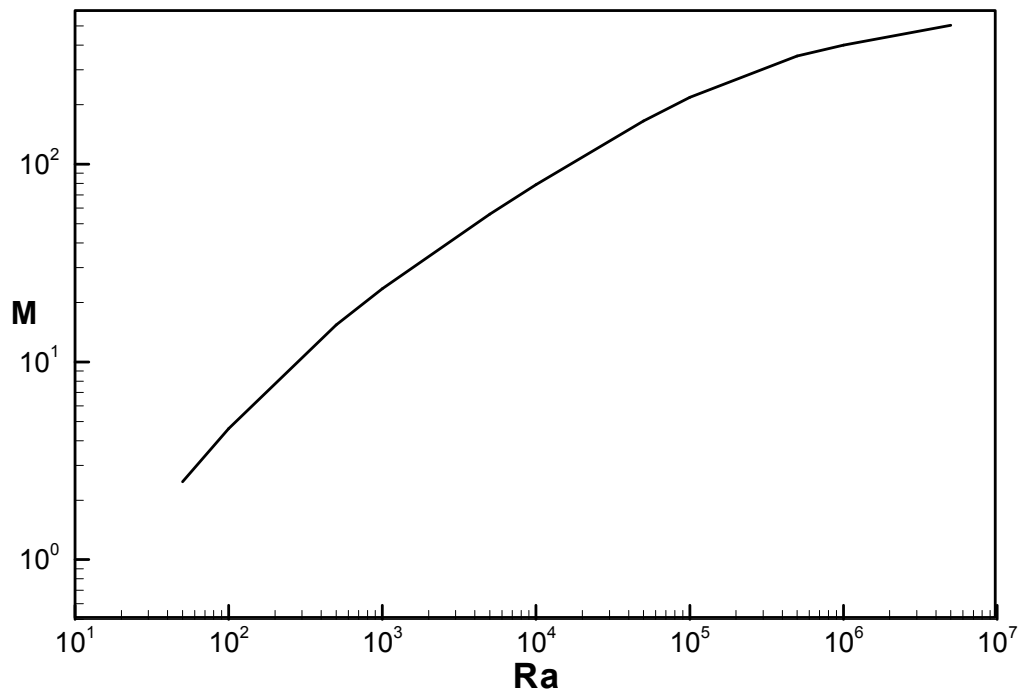


Figure 4.2 : Variation du débit massique en fonction du nombre de Rayleigh pour $A=5$, $\alpha=0.375$

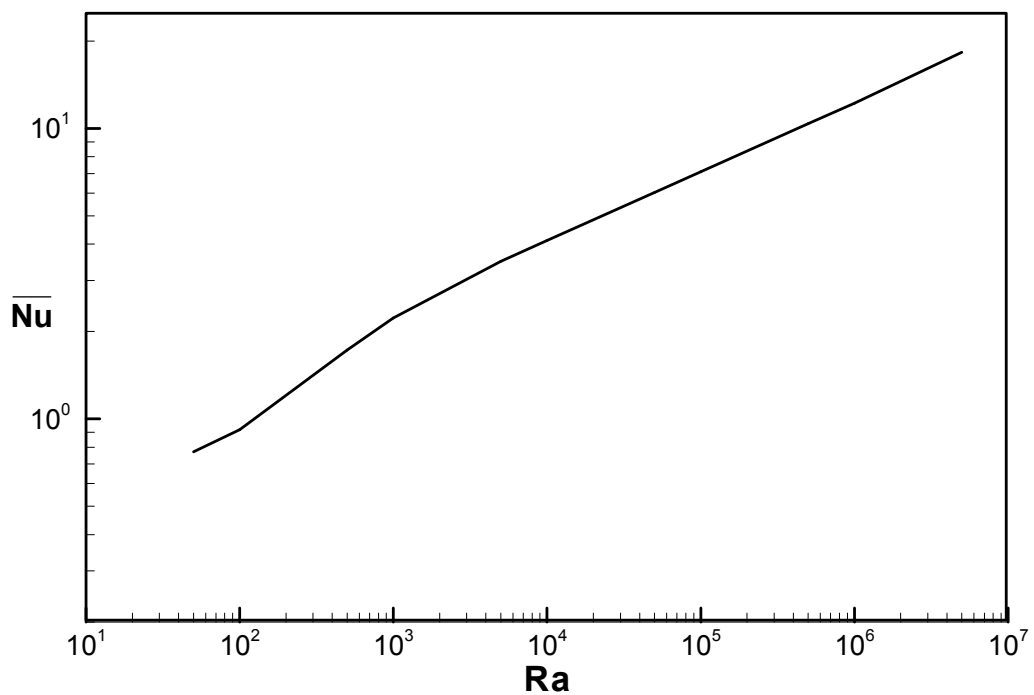


Figure 4.3 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour $A=5$, $\alpha=0.375$

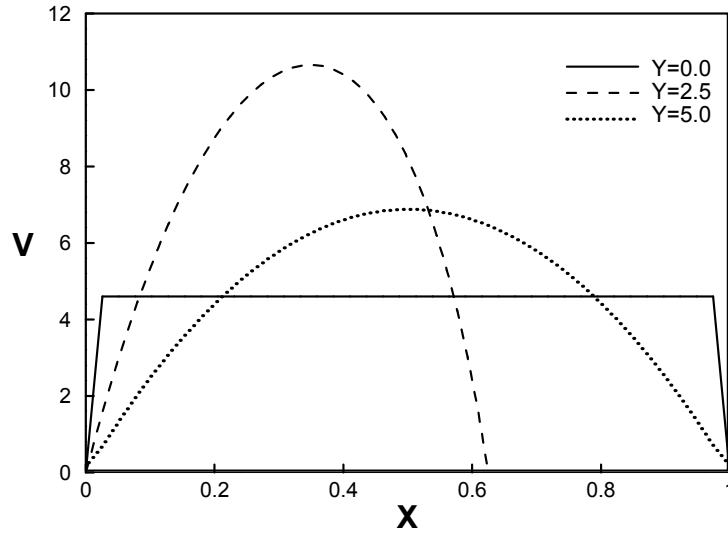


Figure 4.4 : Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $Ra= 10^2$, $A=5$, $\alpha=0.375$

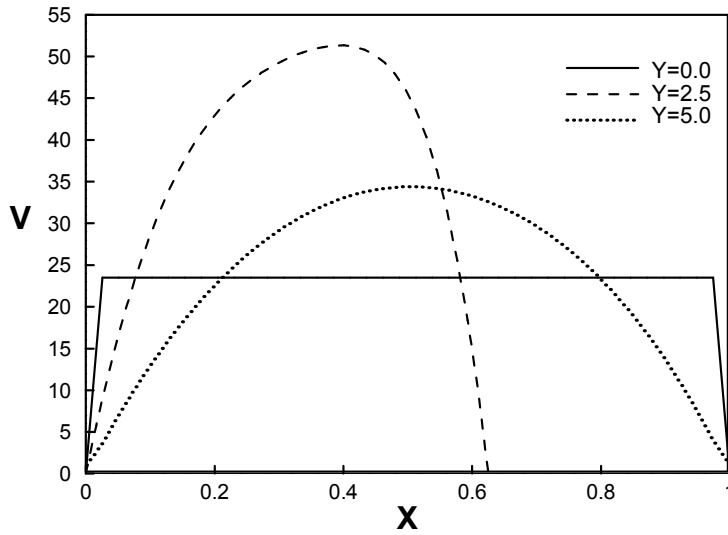


Figure 4.5 : Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $Ra= 10^3$, $A=5$, $\alpha=0.375$

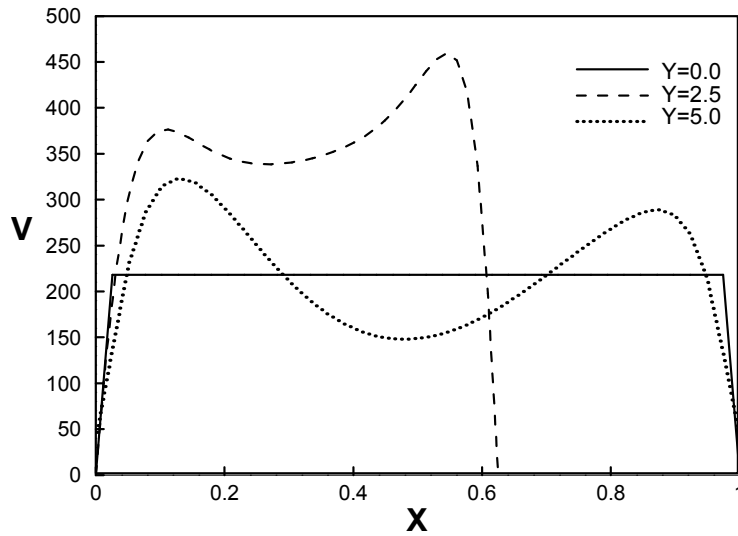


Figure 4.6 : Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $Ra= 10^5$, $A=5$, $\alpha=0.375$

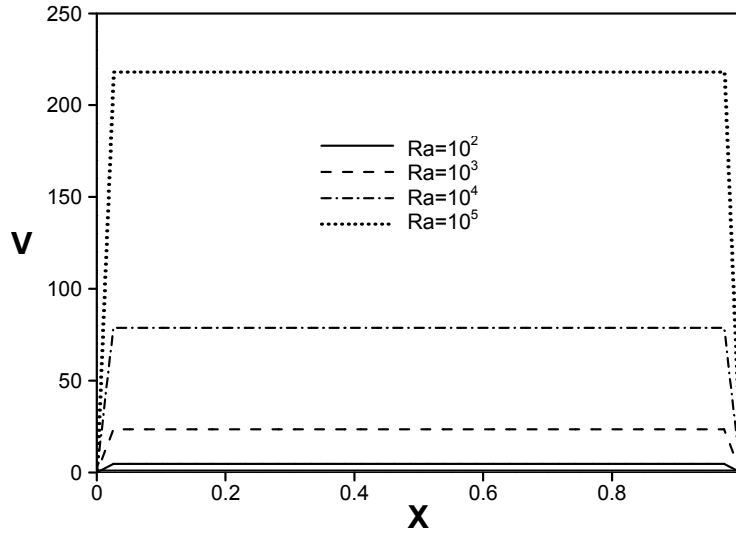


Figure 4.7 : Distribution de la vitesse verticale à l'entrée du canal pour différentes valeurs de Rayleigh, $A=5$, $\alpha=0.375$

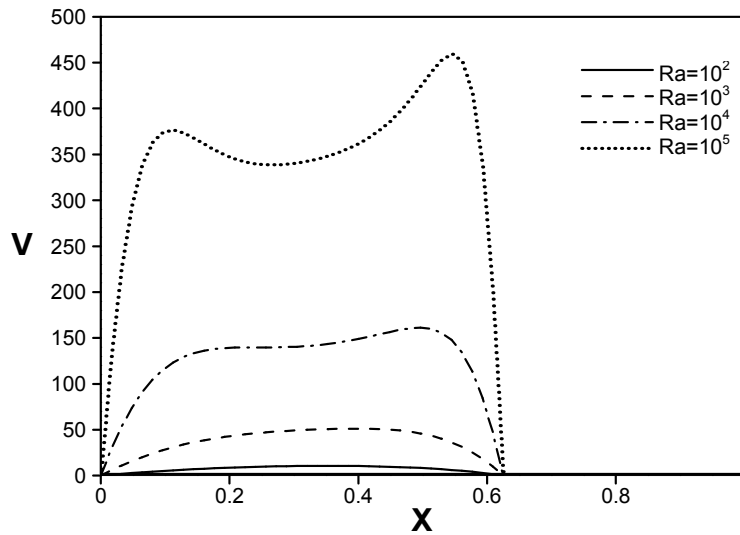


Figure 4.8 : Distribution de la vitesse verticale eu milieu du canal pour différentes valeurs de Rayleigh, $A=5$, $\alpha=0.375$

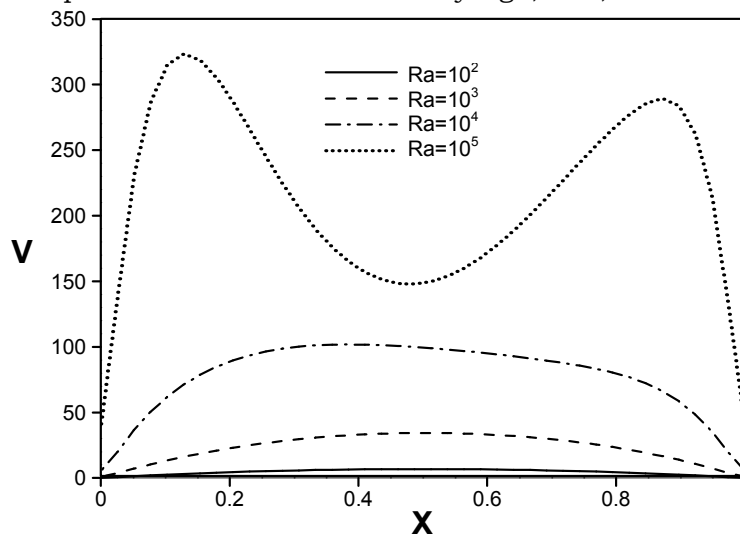


Figure 4.9 : Distribution de la vitesse verticale à la sortie du canal pour différentes valeurs de Rayleigh, $A=5$, $\alpha=0.375$

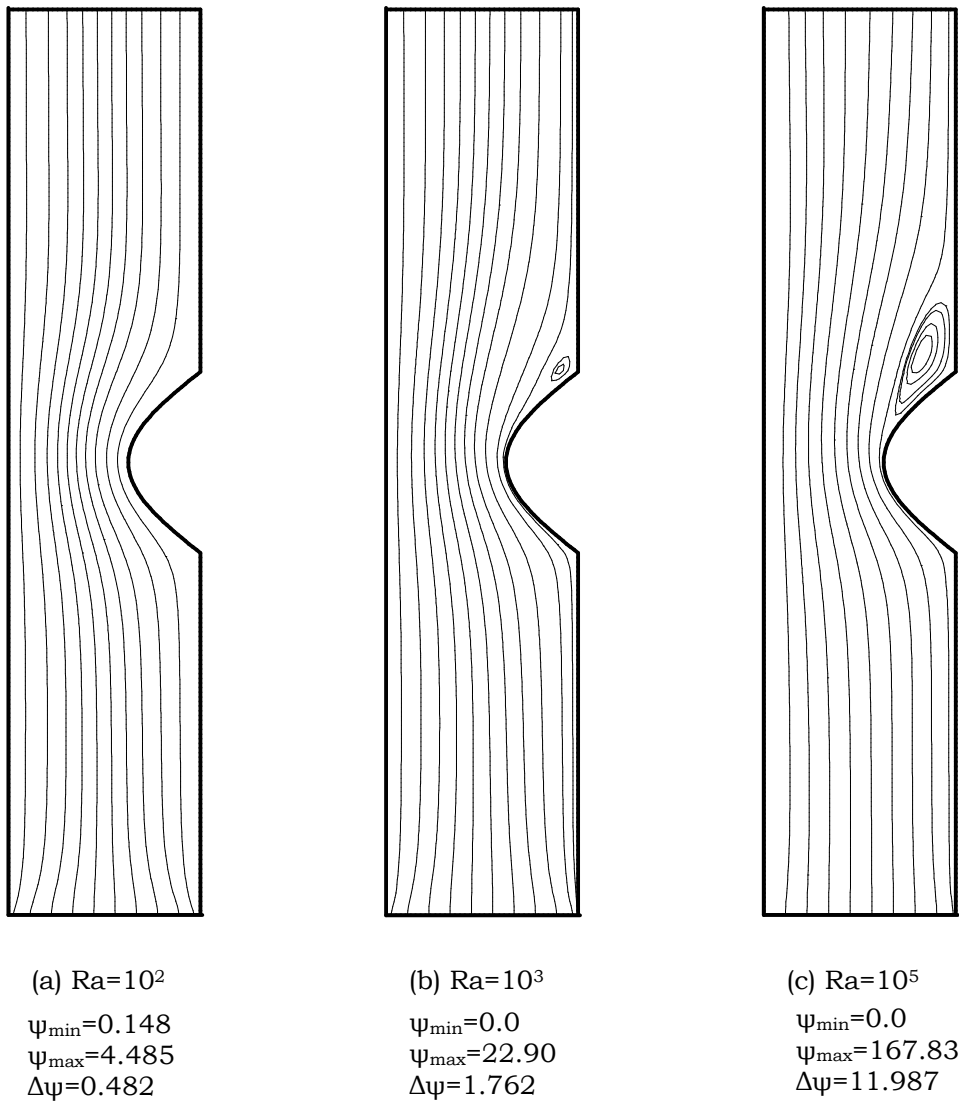


Figure 4.10 : Lignes de courant pour $A=5$, $\alpha=0.375$, $L_I=2.0$, $Pr=0.71$

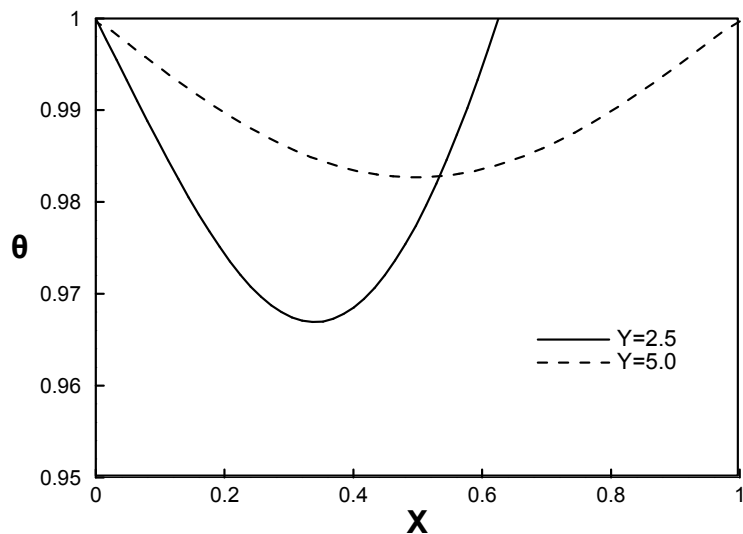


Figure 4.11 : Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^2$, $A=5$, $\alpha=0.375$

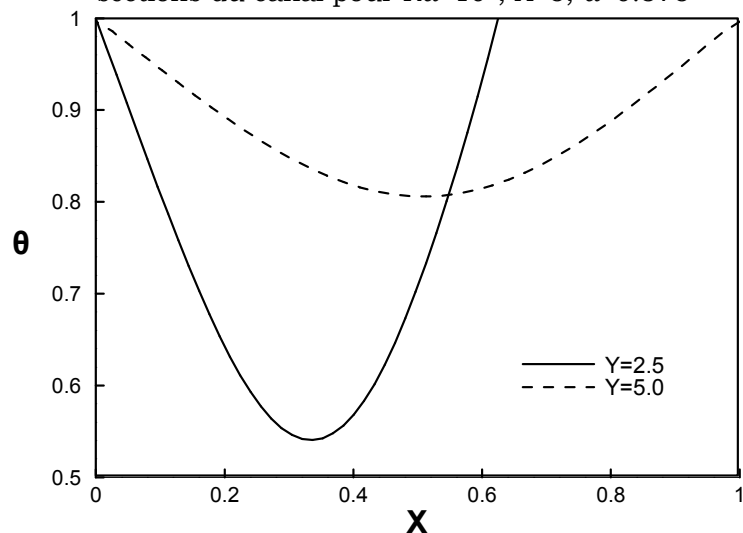


Figure 4.12 : Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^3$, $A=5$, $\alpha=0.375$

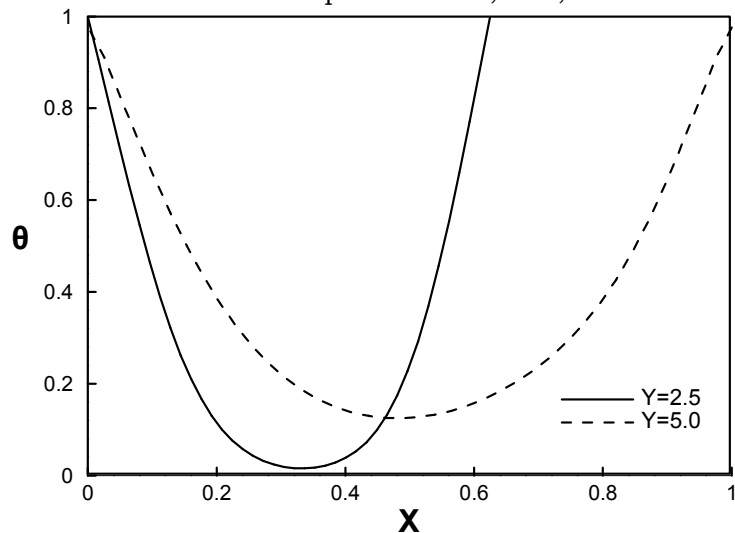


Figure 4.13 : Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^5$, $A=5$, $\alpha=0.375$

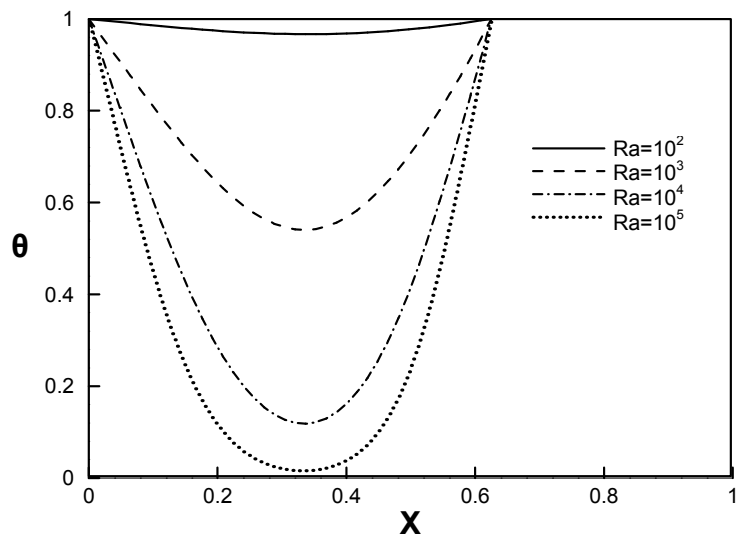


Figure 4.14 : Distribution transversale de la température au milieu du canal pour différentes valeurs de Rayleigh, $A=5$, $\alpha=0.375$

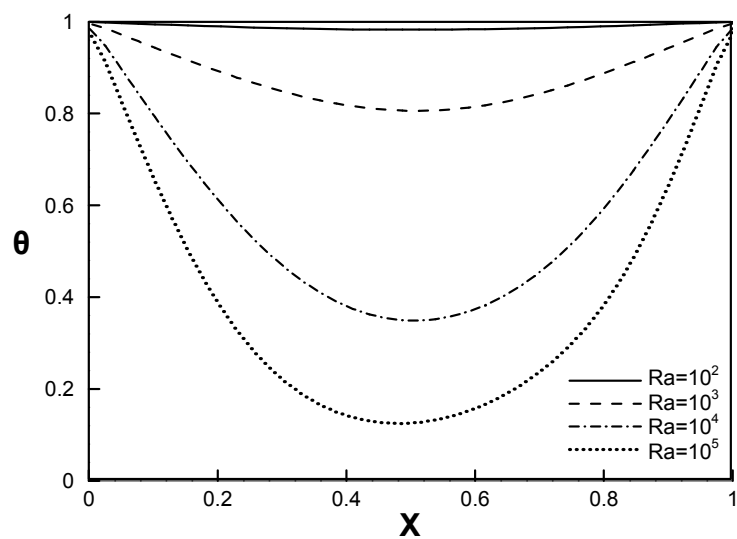


Figure 4.15 : Distribution transversale de la température à la sortie du canal pour différentes valeurs de Rayleigh, $A=5$, $\alpha=0.375$

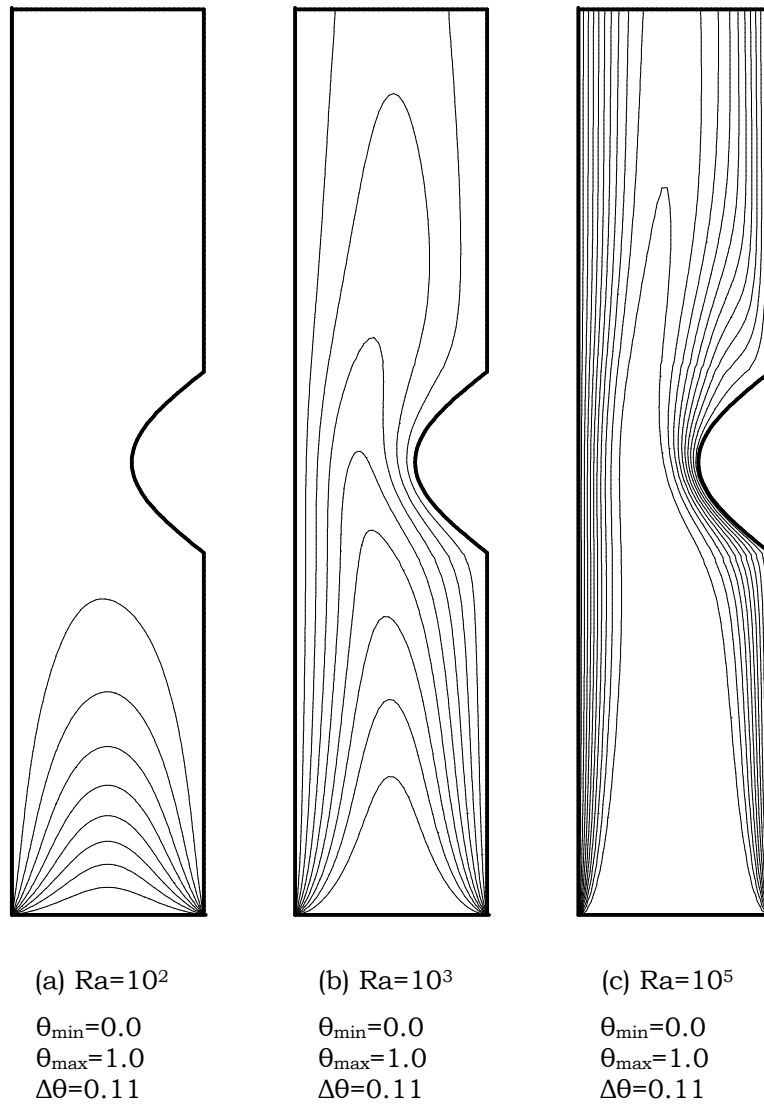


Figure 4.16 : Lignes isothermes pour $A=5$, $\alpha=0.375$, $L_1=2.0$, $Pr=0.71$

4.3 Effet du facteur de forme (A)

La troisième partie des résultats est consacré à l'effet du rapport de forme ($A=H/d$). Les résultats précédemment discutés étaient pour $A=5$. Ainsi pour étudier l'effet du facteur de forme sur le champ de l'écoulement et les caractéristiques de transfert de la chaleur, d'autres facteurs de forme sont considérés à savoir $A=3$ et 10 .

On donne dans les tableaux 4-2 et 4-3, la vitesse maximale verticale sans dimensions dans le canal (V_{max}), le débit massique sans dimensions (M) et nombre de Nusselt moyen (\overline{Nu}), respectivement pour $A=3$ et $A=10$.

Les figures 4.17 et 4.18 montrent la variation de M et \overline{Nu} calculés en fonction du nombre de Rayleigh. Il peut être noté que quand le nombre de Rayleigh augmente, à la fois le nombre de Nusselt moyen (\overline{Nu}) et le débit massique (M) augmentent.

La comparaison du débit massique et du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh (Ra) pour trois valeurs du rapport de forme $A=3,5$ et 10 , permet de voir que le débit augmente en augmentant le rapport de forme alors que le nombre de Nusselt moyen diminue.

La différence entre les nombres de Nusselt moyens pour les trois facteurs de forme diminue à hauts nombres de Rayleigh et se maintient presque constante pour $Ra \geq 10^3$, approximativement.

Sur la figure 4.19 est tracée la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh modifié ($Ra^*=Ra/A$), appelé aussi nombre de Rayleigh du canal et définie comme étant le rapport entre le nombre de Rayleigh (Ra) et le facteur de forme (A). Les trois courbes sont en très bon accord entre eux (presque identiques) et spécialement pour les nombres de Rayleigh modifié élevés.

Tableau 4.2 : Valeurs Calculées de V_{max} , M et \overline{Nu} pour un canal obstrué avec $A=3$, $L_1=2.0$, $\alpha=0.375$

Ra	V_{max}	M	\overline{Nu}
50	4.491	1.934	1.184
10^2	8.268	3.567	1.358
$5 \cdot 10^2$	26.417	11.630	2.245
10^3	39.112	17.630	2.760
$5 \cdot 10^3$	86.592	41.601	4.071
10^4	121.732	58.779	4.744
$5 \cdot 10^4$	256.806	121.442	6.818
10^5	339.467	156.270	7.991
$5 \cdot 10^5$	589.055	235.758	11.579
10^6	813.264	268.659	13.677
$5 \cdot 10^6$	1630.732	335.526	20.583

Tableau 4.3 : Valeurs Calculées de V_{max} , M et \overline{Nu} pour un canal obstrué avec $A=10$, $L_I=2.0$, $\alpha=0.375$

Ra	V_{max}	M	\overline{Nu}
50	7.228	3.112	0.4296
10^2	13.672	5.894	0.533
$5 \cdot 10^2$	47.901	21.203	1.174
10^3	73.116	33.273	1.634
$5 \cdot 10^3$	166.247	81.587	2.848
10^4	231.738	115.724	3.421
$5 \cdot 10^4$	495.233	247.744	5.1016
10^5	674.584	334.529	6.064
$5 \cdot 10^5$	1297.861	614.450	9.089
10^6	1687.669	758.099	10.803
$5 \cdot 10^6$	3326.922	942.430	15.691

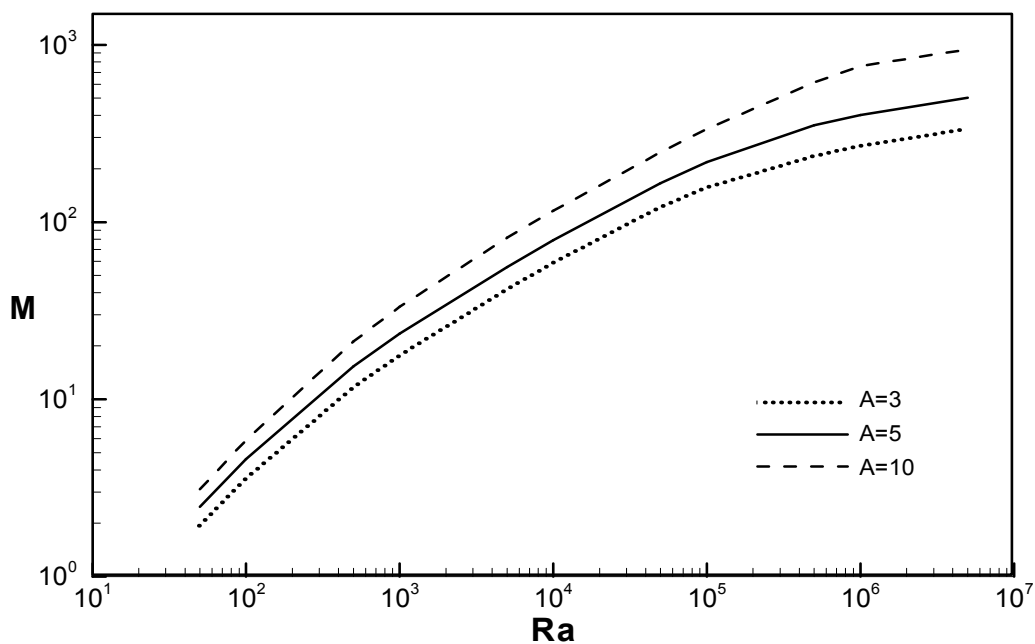


Figure 4.17: Variation du débit massique en fonction du nombre de Rayleigh pour différents facteurs de forme A . $L_I=2.0$, $\alpha=0.375$

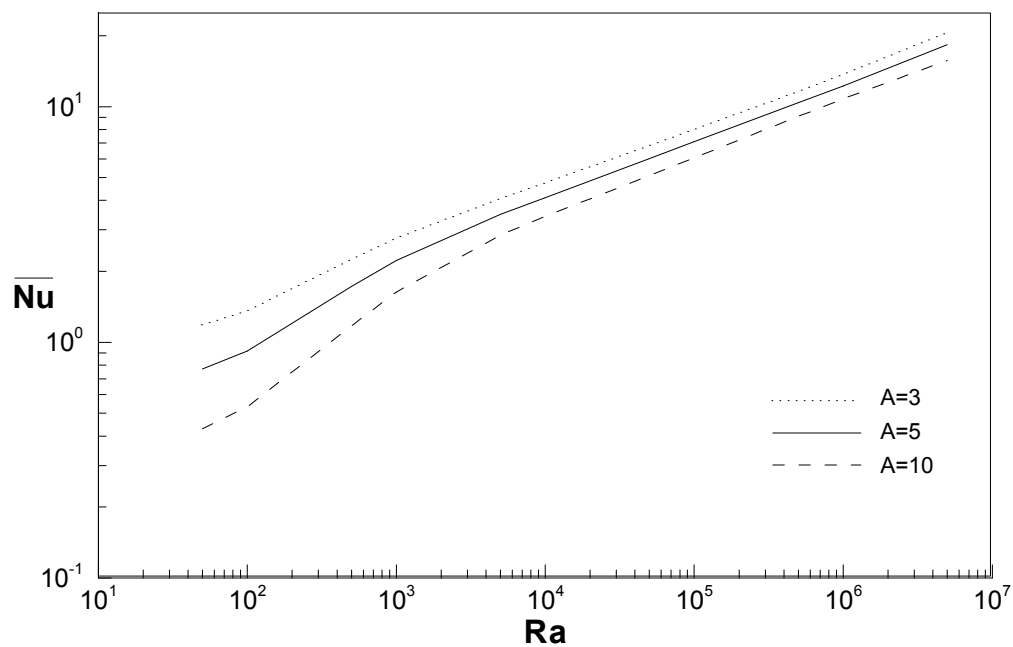


Figure 4.18 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour différents facteurs de forme A . $L_I=2.0$, $\alpha=0.375$

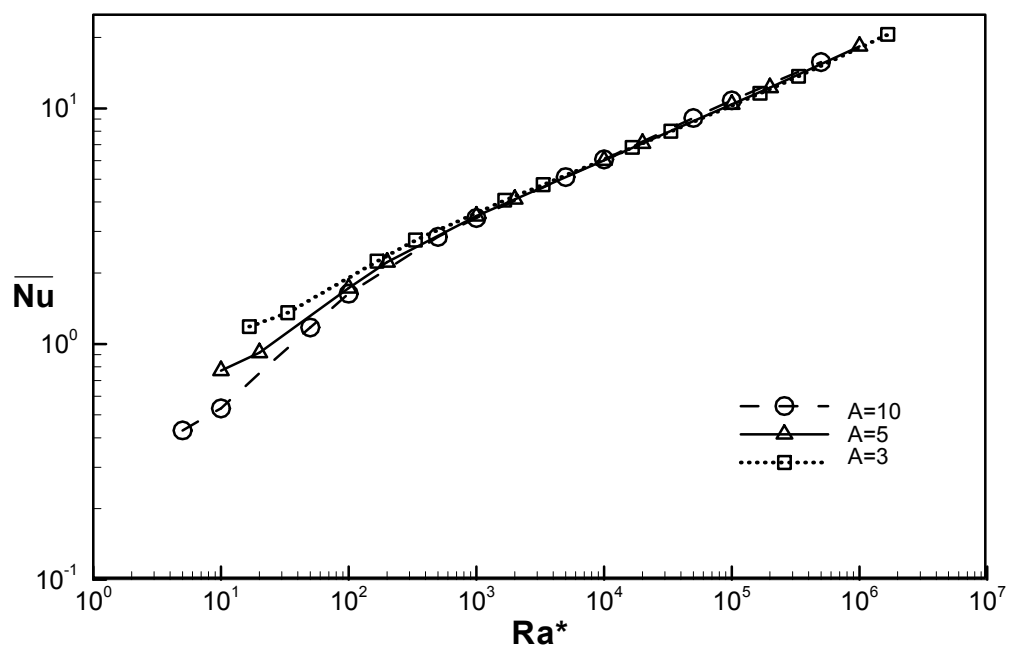


Figure 4.19 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh modifié pour différents facteurs de forme A . $L_i=2.0$, $a=0.375$

4.4 Effet de la position de l'obstruction (L_I)

Dans cette quatrième partie de résultats on présente l'effet de la position de l'obstruction le long du canal (hauteur L_I). L'étude considère trois positions différentes de l'obstruction, à savoir : à l'entrée $L_I = 0.5$, au milieu $L_I = 2.0$ et à la sortie $L_I = 3.5$, pour un canal de facteur de forme $A=5$.

Des exemples de maillages générés pour les trois différents cas sont présentés sur les figures 4.20-a à 4.20-c. La vitesse maximale calculée (V_{max}), le débit massique (M) et le nombre de Nusselt moyen (\overline{Nu}) pour chaque valeur de (L_I), sont rassemblés dans le Tableau 4-4. V_{max} , M et \overline{Nu} diminuent quand (L_I) augmente. Les figures 4.21 et 4.22 montrent la variation de (\overline{Nu}) et M en fonction de L_I , respectivement. Il est à noter que le taux de réduction de (V_{max}), (M) et (\overline{Nu}) augmente quand l'obstruction est déplacée loin du milieu du canal vers l'entrée ou la sortie. On se rappelant que la condition aux limites hydrodynamique à l'entrée et à la sortie du canal, considère la vitesse horizontale égale à zéro, on peut dire qu'une telle condition aux limites a un effet dans la solution du problème présent quand l'obstruction est placée près de l'entrée ou à la sortie du canal. Donc, une telle variation dans le nombre de Nusselt moyen pourrait être un résultat de la condition aux limites précédente.

Les résultats du comportement hydrodynamique et thermique seront présentés ci-dessous.

Les résultats hydrodynamiques sont présentés dans quatre formes différentes. La première forme est la présentation de la vitesse verticale en fonction de la largeur du canal (X), à l'entrée de canal ($Y = 0.0$), au milieu de l'obstruction ($Y = L_I$) et la sortie de canal ($Y = A$) pour chaque valeur de L_I .

Cette présentation est donnée dans les figures 4.23 à 4.25. La figure 4.23 montre que le point de la vitesse verticale maximale à l'entrée du canal ($Y = 0.0$) est vers la paroi non obstruée. C'est dû à la présence de

l'obstruction près de l'entrée ($L_1=Y=0.5$). La figure 4.24 montre que les profils des vitesses verticales à l'entrée et à la sortie du canal sont semblables par suite de la présence de l'obstruction au milieu du canal ($L_1=Y=2.0$). Quand à la figure 4.25 montre que le point de vitesse verticale maximale à la sortie de canal ($Y=A$) est aussi vers la paroi non obstruée. C'est dû à la présence de l'obstruction près de la sortie du canal ($L_1=Y=3.5$). Pour $L_1=3.5$ des vitesses négatives sont observées à la sortie du canal dans la région à droite au dessus de l'obstruction. De ces figures, il découle que la vitesse maximale se situe au niveau du sommet de l'obstruction où le canal présente la section de passage minimale.

La deuxième forme des résultats hydrodynamiques est présentée dans les figures 4.26 à 4.28. Le profil de vitesse à une élévation donnée dans le canal est tracé en fonction de la largeur du canal (X) pour trois différentes valeurs de L_1 . Deux conclusions principales peuvent être tirées de ces figures. La première est quand (L_1) augmente (l'obstruction se déplace vers la sortie), le débit massique diminue. La deuxième est quand L_1 augmente, la magnitude de la vitesse maximale au niveau du sommet de l'obstruction diminue et le point auquel cela arrive a tendance à changer vers l'obstruction.

La troisième forme des résultats hydrodynamiques est la présentation des fonctions de courant comme il est indiqué dans les figures 4.29-a à 4.29-c. On peut voir que la densité des fonctions de courant augmente au voisinage de l'obstruction en raison de la réduction de la section de passage du canal. De là, l'écoulement s'accélère dans cette région et des écoulements de recirculation sont détectés au-dessus de l'obstruction.

Les résultats du comportement thermique sont présentés dans quatre formes différentes. La première forme (figures 4.30 à 4.32) est la présentation de la température en $Y=L_1$ et en $Y=A$ en fonction de la largeur du canal (X), Pour trois différentes valeurs de L_1 . De ces figures on peut voir que la température du fluide augmente en suivant la direction de l'écoulement (Y augmente) pour n'importe quelle valeur de L_1 .

Sur les figures 4.33 et 4.34, la température est aussi reportée en fonction de la largeur du canal (X) au centre de l'obstruction et la sortie de canal pour des valeurs différentes de L_1 , (différentes positions de l'obstruction). La température à une section donnée (Y) augmente quand l'obstruction s'éloigne de l'entrée (L_1 augmente).

Les isothermes sont la seconde forme des résultats thermiques. Elles sont représentées dans les figures 4.35-a à 4.35-c. En les examinant, on constate que l'épaisseur de la couche limite à l'entrée du canal augmente quand l'obstruction se déplace loin de l'entrée (L_1 augmente). De là, les gradients de température au niveau de la paroi diminuent, ce qui réduit les valeurs des nombres de Nusselt.

La troisième forme de résultats qui aident à l'analyse du comportement thermique est la présentation de la variation du nombre de Nusselt local le long des parois obstruées et lisses comme le montre les figures 4.36 à 4.38. On peut noter que le nombre de Nusselt local diminue le long de la paroi non obstruée.

Les courbes du nombre de Nusselt local pour la paroi obstruée présentent un point maximum et deux minimums en raison de la présence de l'obstruction. Le point maximum est causé par l'accélération de l'écoulement dans cette région due à la réduction de la section de passage de l'écoulement à cause de la présence de l'obstruction. Les deux points minimum du nombre de Nusselt local sont dues à la diminution de la vitesse en haut et en bas de l'obstruction et à la présence des zones de recirculation. Sur les figures 4.39 et 4.40 sont visibles les variations des nombres de Nusselt locaux le long de la paroi non obstruée et le long de la paroi obstruée pour différentes valeurs de L_1 . Il est clair que lorsque L_1 augmente le point maximal du nombre de Nusselt local diminue.

Pour la quatrième forme des résultats thermiques la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de L_1 a été indiquée auparavant dans la figure 4.21.

Pour conclure sur l'effet de L_1 , sur les caractéristiques de transfert de chaleur, on peut dire que lorsqu'on déplace l'obstruction de l'entrée du canal vers la sortie (quand L_1 augmente), le taux de transfert de chaleur diminue. Ce résultat est en bon accord avec celui trouvé par Said et Krane (40). Cependant, l'obstruction employée dans leur cas était une obstruction semi-circulaire. Ainsi, mise à part la géométrie de l'obstruction, en utilisant l'air comme fluide de travail, il est recommandé de placer l'obstruction aussi près que possible de l'entrée du canal pour assurer le taux maximal de transfert de chaleur.

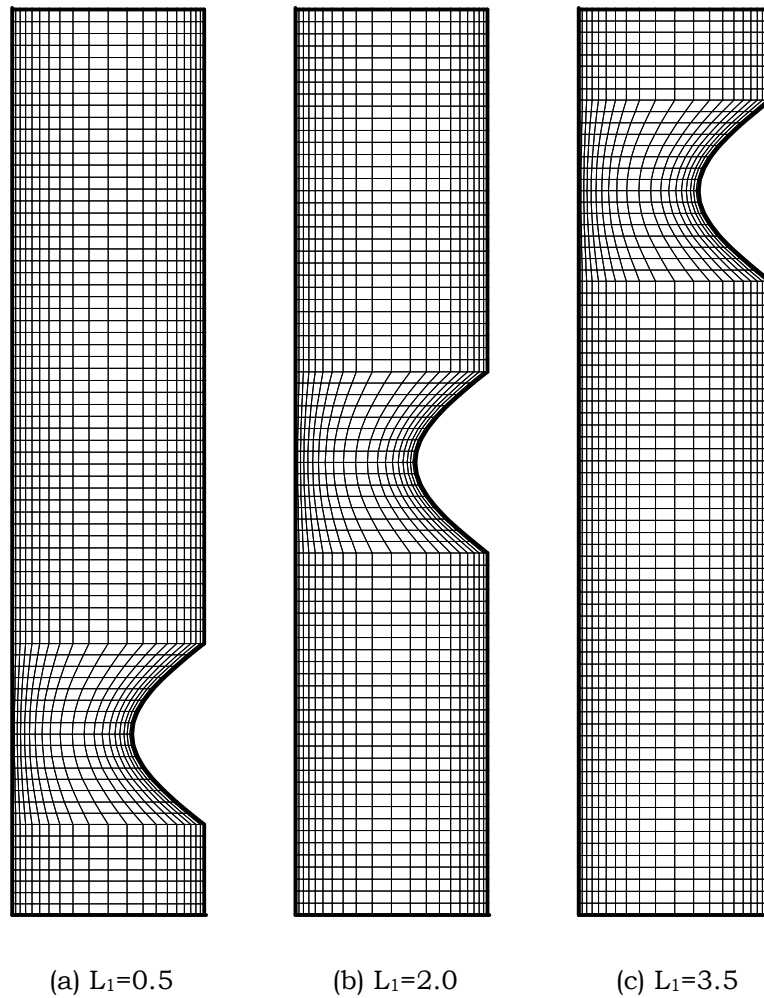


Figure 4.20 : Exemples de maillage générés pour $A=5$, $\alpha=0.375$, $L_0=1.0$

Tableau 4.4 : Valeurs Calculées de V_{max} , M et \overline{Nu} pour un canal obstrué avec $A=5$, $L_0=1.0$, $a=0.375$ et $Ra=10^3$

L_1	V_{max}	M	\overline{Nu}
0.5	52.890	24.062	2.253
1.0	52.465	23.854	2.243
1.5	52.237	23.666	2.234
2.0	52.053	23.496	2.225
2.5	51.829	23.319	2.217
3.0	51.456	23.082	2.205
3.5	50.549	22.603	2.181

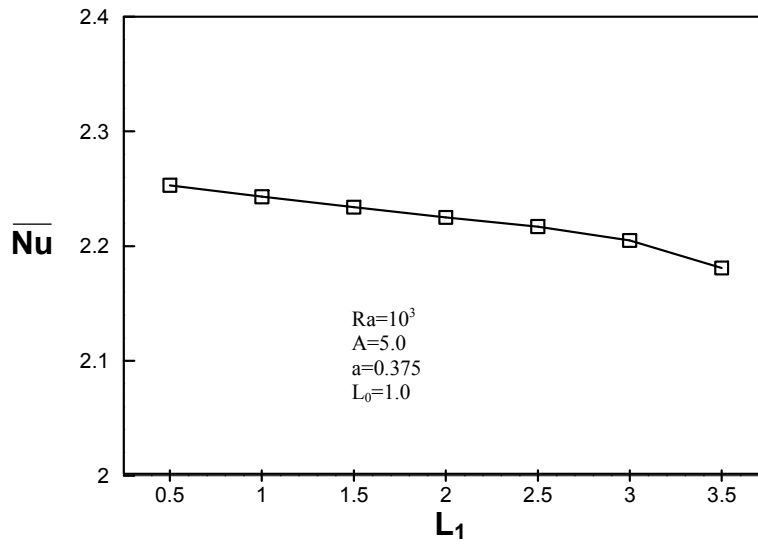


Figure 4.21 : Variation du nombre de Nusselt moyen avec l'emplacement de l'obstruction (L_1) pour $Ra=10^3, A=5.0, a=0.375, L_0=1.0$

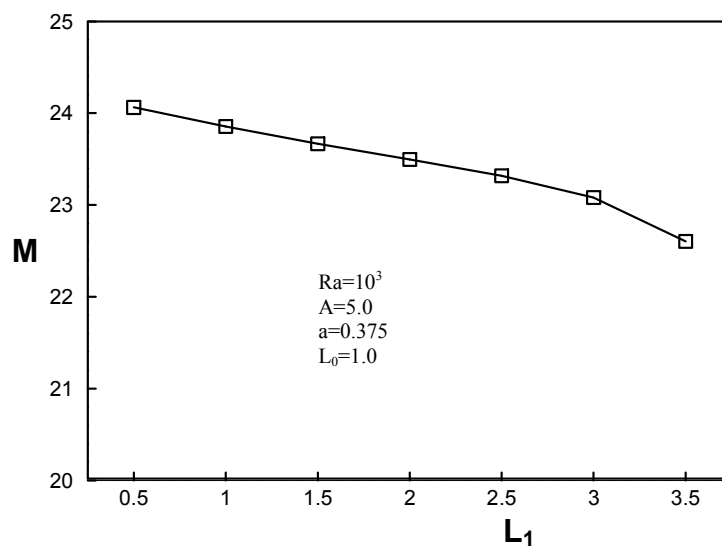


Figure 4.22 : Variation du débit massique avec l'emplacement de l'obstruction (L_1) pour $Ra=10^3, A=5.0, a=0.375, L_0=1.0$

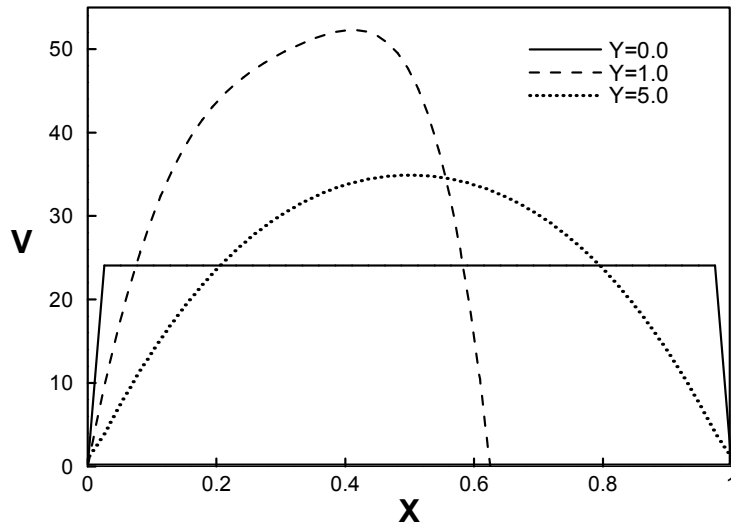


Figure 4.23 : Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $L_I=0.5$, $Ra=10^3$, $A=5$, $\alpha=0.375$

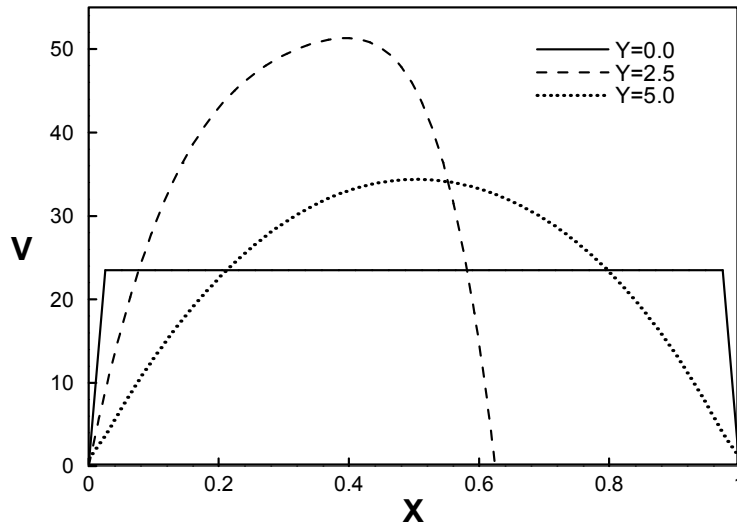


Figure 4.24 : Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $L_I=2.0$, $Ra=10^3$, $A=5$, $\alpha=0.375$

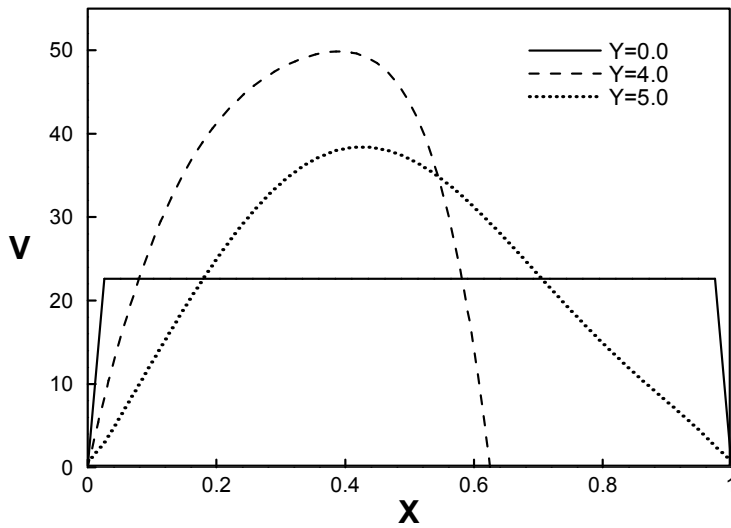


Figure 4.25 : Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $L_I=3.5$, $Ra=10^3$, $A=5$, $\alpha=0.375$

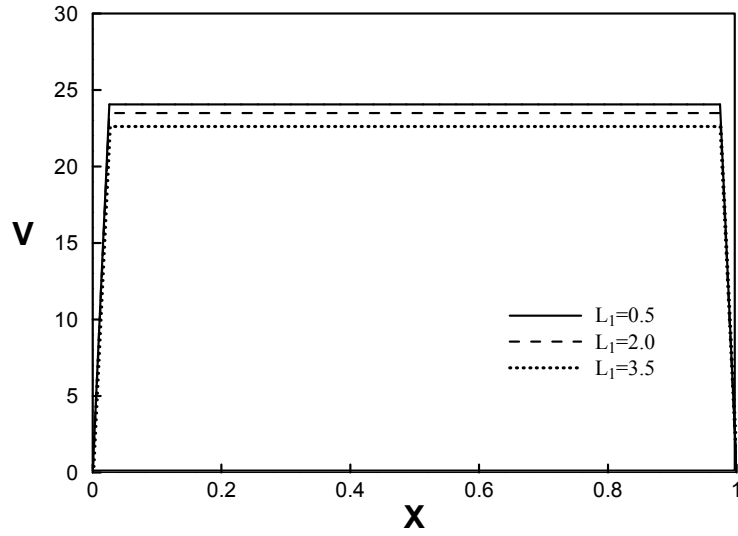


Figure 4.26 : Distribution de la vitesse verticale à l'entrée du canal pour différentes positions de l'obstruction. $Ra=10^3$, $A=5$, $a=0.375$

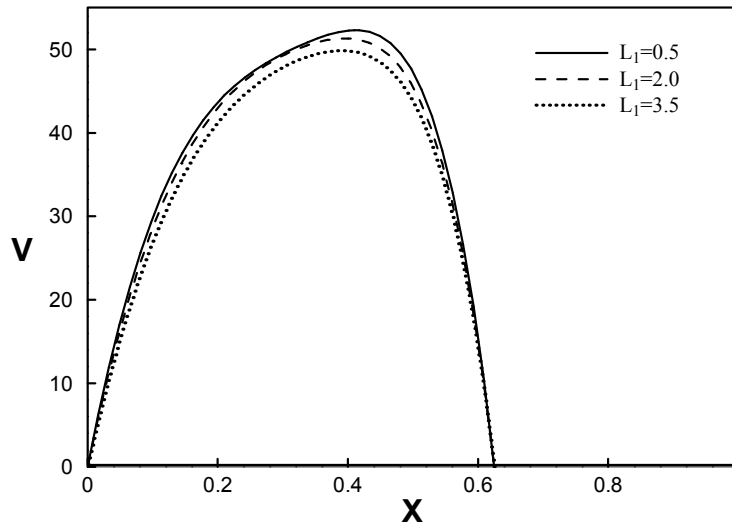


Figure 4.27 : Distribution de la vitesse verticale au centre de l'obstruction pour différentes positions de l'obstruction. $Ra=10^3$, $A=5$, $a=0.375$

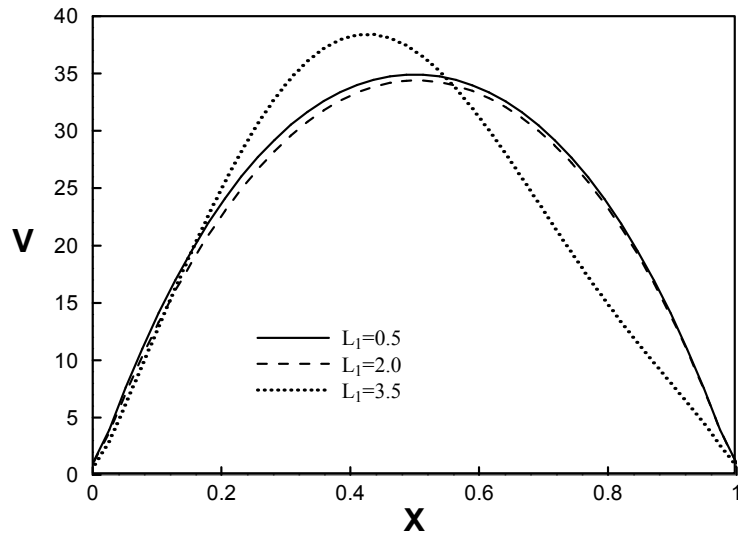
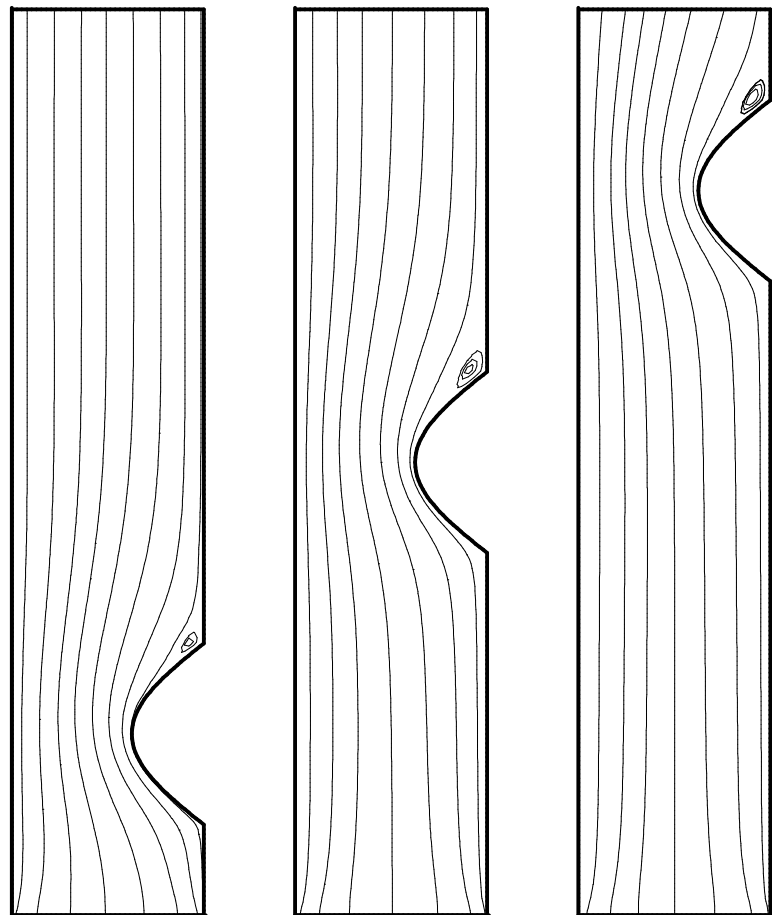


Figure 4.28 : Distribution de la vitesse verticale à la sortie du canal pour différentes positions de l'obstruction. $Ra=10^3$, $A=5$, $a=0.375$



(a) $L_1=0.5$

$\Psi_{\min}=0.001$
 $\Psi_{\max}=23.58$
 $4\Delta\Psi=2.620$

(b) $L_1=2.0$

$\Psi_{\min}=0.0$
 $\Psi_{\max}=22.92$
 $0\Delta\Psi=2.292$

(c) $L_1=3.5$

$\Psi_{\min}=0.0$
 $\Psi_{\max}=21.651$
 $\Delta\Psi=1.968$

Figure 4.29 : Lignes de courant pour $A=5$, $\alpha=0.375$, $Ra=10^3$, $Pr=0.71$

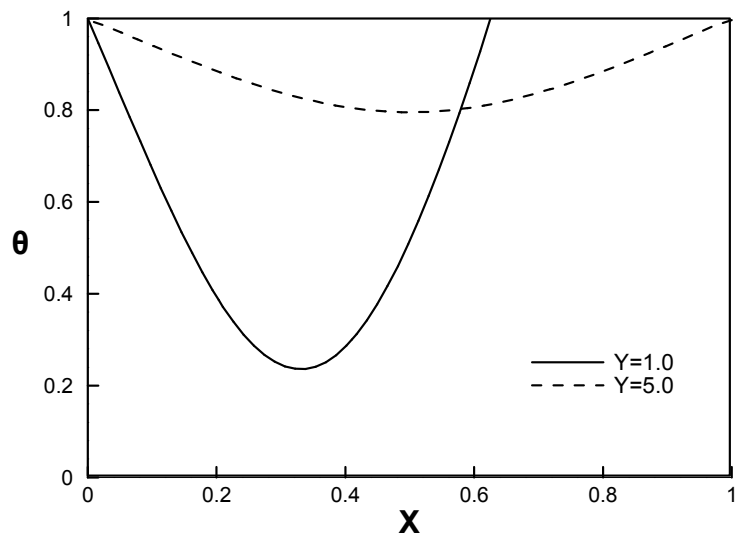


Figure 4.30 : Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $L_I=0.5$, $Ra=10^3$, $A=5$, $\alpha=0.375$

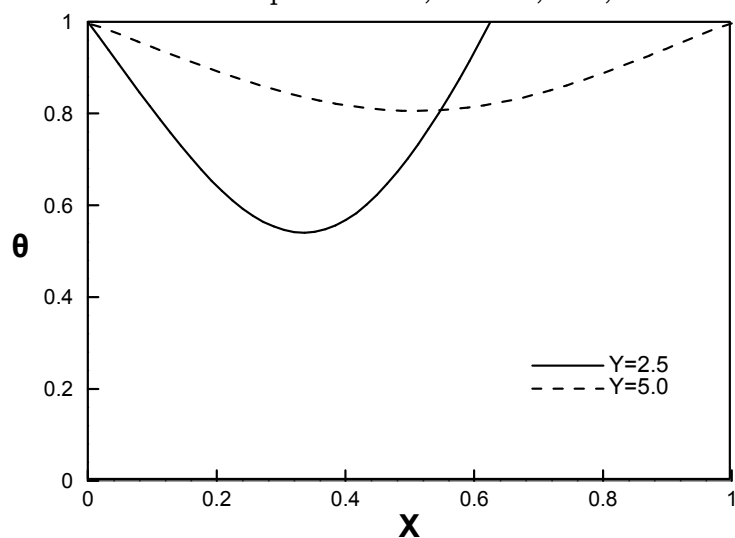


Figure 4.31 : Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $L_I=2.0$, $Ra=10^3$, $A=5$, $\alpha=0.375$

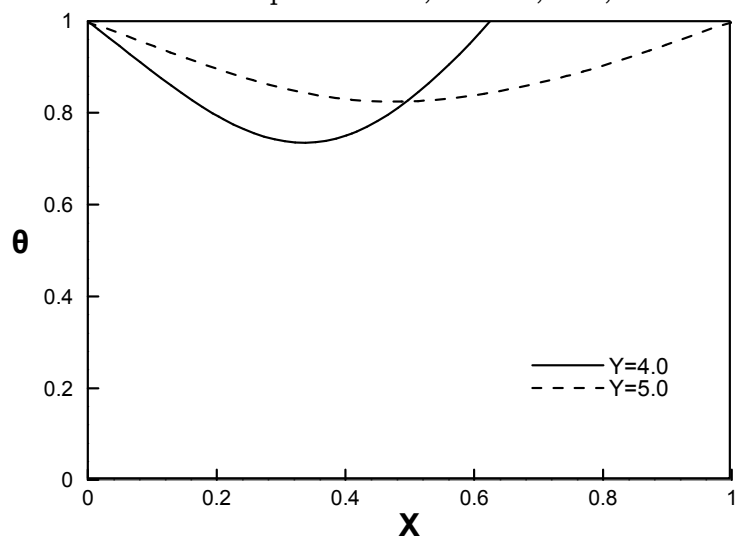


Figure 4.32 : Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $L_I=3.5$, $Ra=10^3$, $A=5$, $\alpha=0.375$

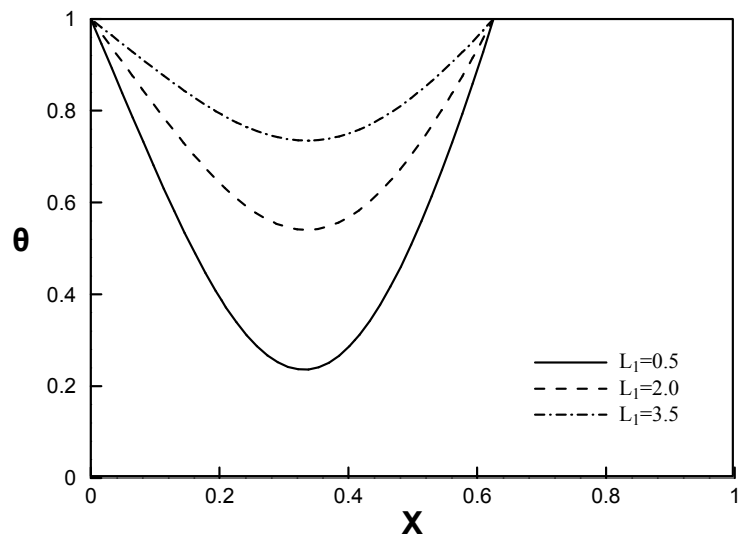


Figure 4.33 : Distribution transversale de la température au centre de l'obstruction pour différentes positions de l'obstruction. $Ra=10^3$, $A=5$, $\alpha=0.375$

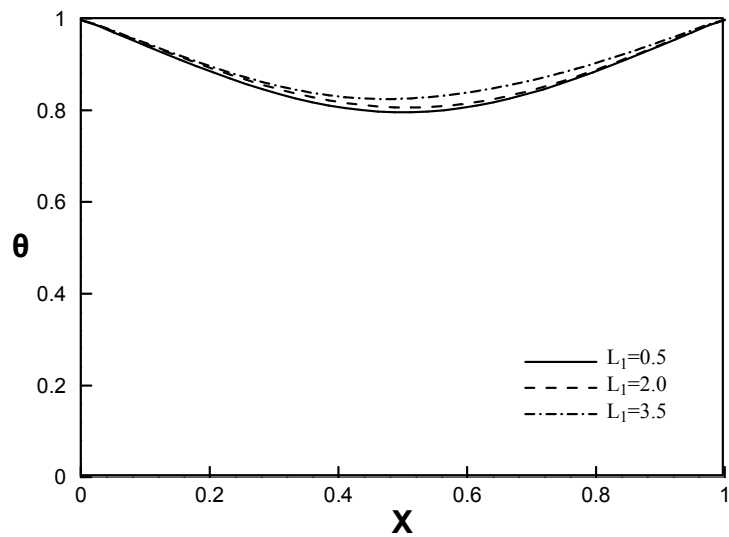
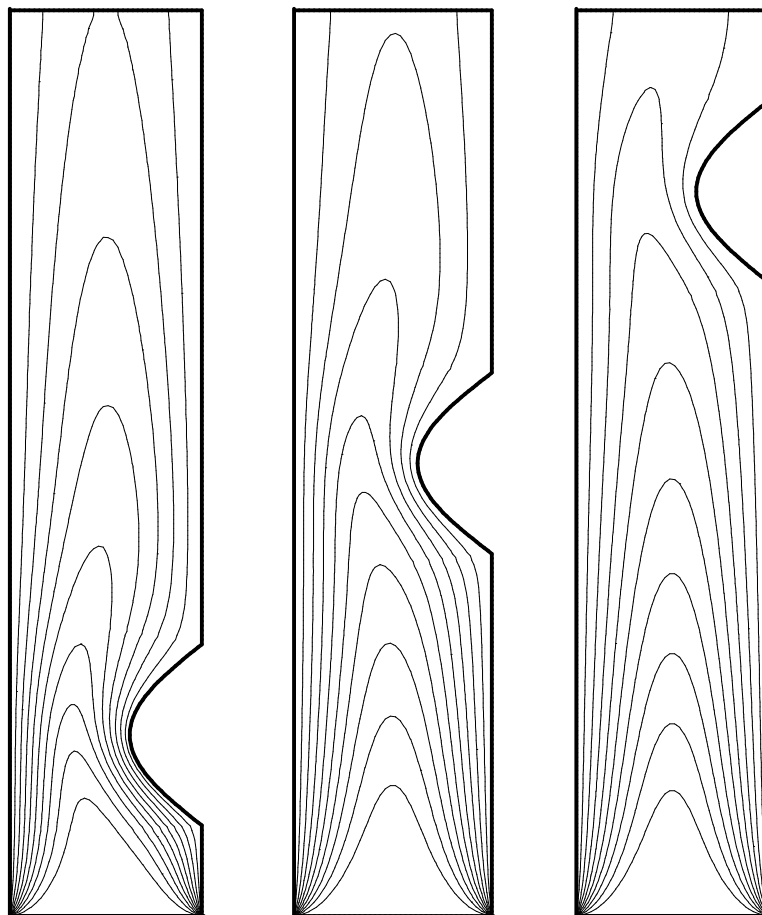


Figure 4.34 : Distribution transversale de la température à la sortie du canal pour différentes positions de l'obstruction. $Ra=10^3$, $A=5$, $\alpha=0.375$



(a) $L_1=0.5$
 $\theta_{\min}=0.1$
 $\theta_{\max}=0.9$
 $\Delta\theta=0.1$

(b) $L_1=2.0$
 $\theta_{\min}=0.1$
 $\theta_{\max}=0.9$
 $\Delta\theta=0.1$

(c) $L_1=3.5$
 $\theta_{\min}=0.1$
 $\theta_{\max}=0.9$
 $\Delta\theta=0.1$

Figure 4.35 : Lignes isothermes pour $A=5$, $a=0.375$, $Ra=10^3$, $Pr=0.71$

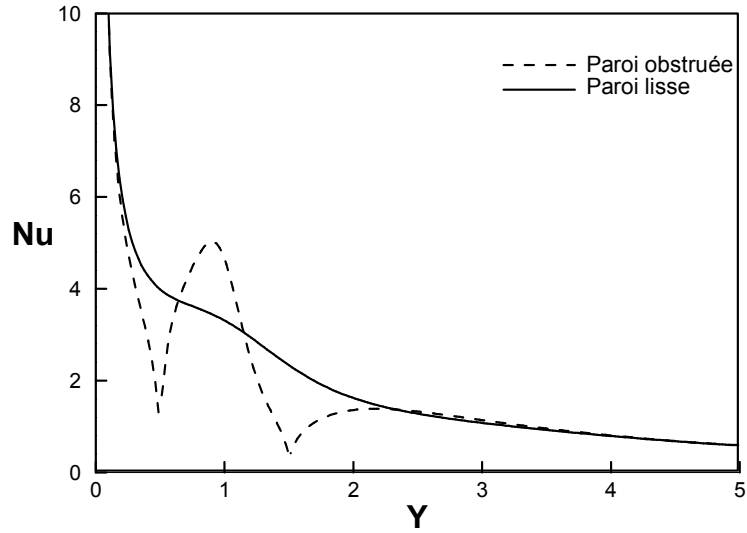


Figure 4.36 : Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $L_I=0.5$, $A=5$, $a=0.375$, $Ra=10^3$, $Pr=0.71$

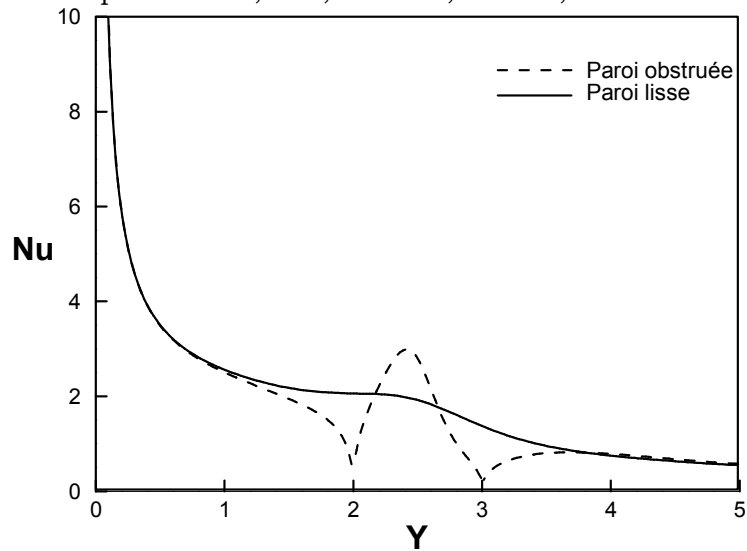


Figure 4.37 : Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $L_I=2.5$, $A=5$, $a=0.375$, $Ra=10^3$, $Pr=0.71$

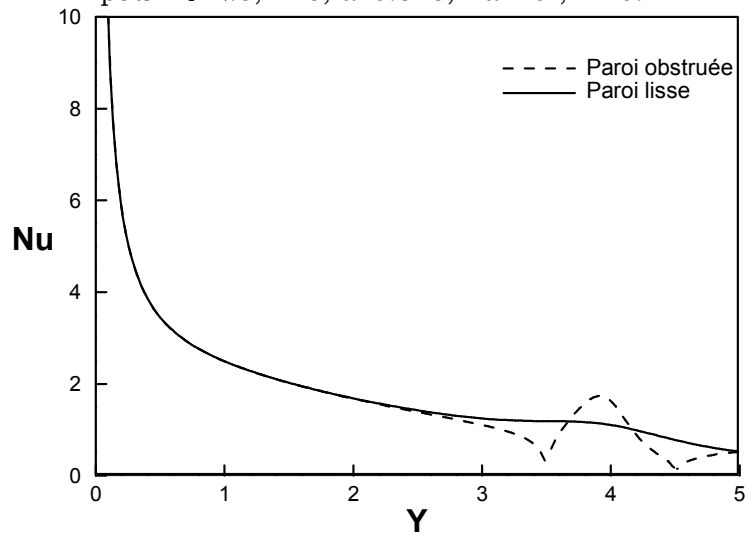


Figure 4.38 : Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $L_I=3.5$, $A=5$, $a=0.375$, $Ra=10^3$, $Pr=0.71$

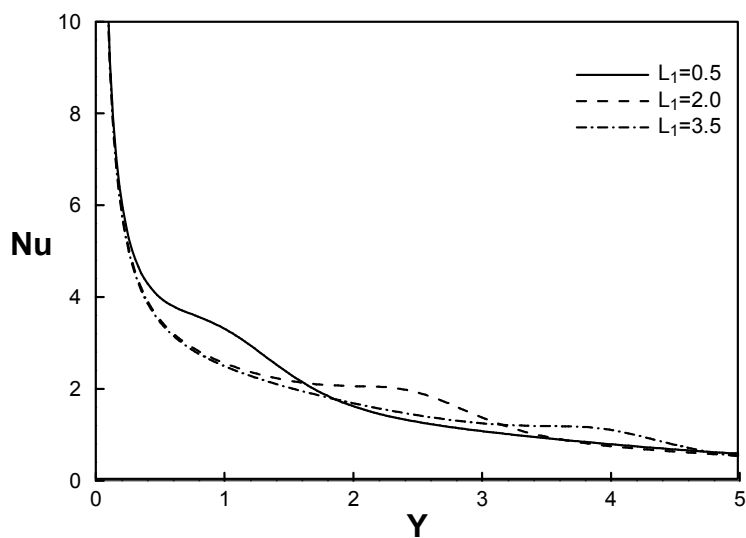


Figure 4.39 : Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi non obstruée pour différentes valeurs de L_1 . $A=5$, $\alpha=0.375$, $Ra=10^3$, $Pr=0.71$

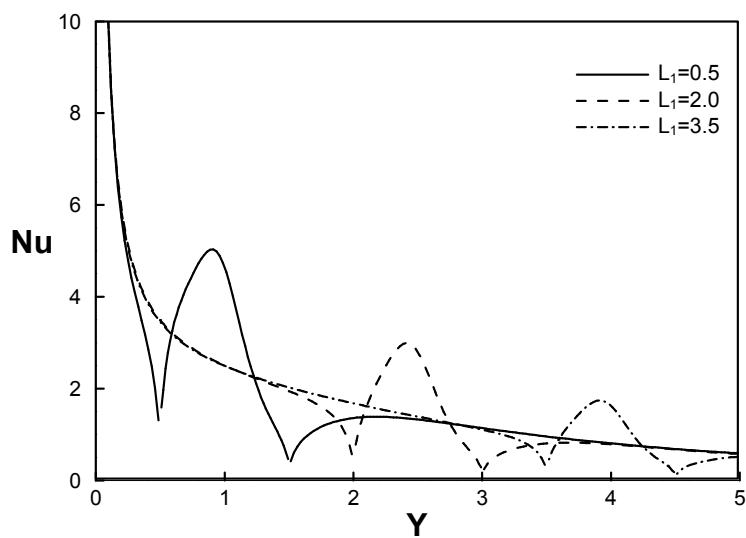


Figure 4.40 : Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi obstruée pour différentes valeurs de L_1 . $A=5$, $\alpha=0.375$, $Ra=10^3$, $Pr=0.71$

4.5 Effet de l'amplitude de l'obstruction (a)

Dans cette cinquième partie des résultats on s'intéresse à l'effet de la taille de l'obstruction. Cette dernière étant de forme sinusoïdale, on a fixé sa longueur $L_o=1.0$ et on varie son amplitude dans une gamme des valeurs allant de 0 jusqu'à 0.75. Sept valeurs différentes de l'amplitude dans la gamme considérée ont été choisies à savoir $a=0.0, 0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.625$ et 0.75 .

Les maillages générés pour trois différentes valeurs de (a) sont présentés sur les figures 4.41-a à 4.41-c. La vitesse maximale calculée (V_{max}), le débit massique (M) et le nombre de Nusselt moyen (\overline{Nu}) pour chaque valeur de (a), sont rassemblés dans le Tableau 4-5. On peut voir que M et \overline{Nu} diminuent quand (a) augmente. Les figures 4.42 et 4.43 montrent, respectivement, les variations du nombre de Nusselt moyen et le débit massique en fonction de l'amplitude de l'obstruction (a). Comme attendu le canal lisse ($a= 0.0$) donne le maximum de M et de \overline{Nu} .

Trois formes différentes ont été employées pour présenter les résultats hydrodynamiques.

La première forme est la présentation de la vitesse verticale en fonction de la distance à travers le canal (X) à l'entrée de canal ($Y = 0.0$), au milieu du canal ($Y= 0.5A$) et à la sortie de canal ($Y = A$). Cette variation est présentée dans les figures 4.44 à 4.46 pour trois valeurs différentes de l'amplitude de l'obstruction (a). De ces figures on peut voir que la vitesse maximale, pour chaque valeur de (a) est localisée au niveau de la section plane passant par le centre de l'obstruction. C'est dû en faite à la présence de l'obstruction qui réduit la section de passage du canal.

On peut voir aussi que les profils de vitesse et à l'entrée et la sortie sont presque semblables particulièrement quand l'amplitude de l'obstruction (a) est petite ($a\leq 0.125$).

La deuxième forme des résultats hydrodynamiques est la présentation sur les figures 4.47 à 4.49 de la vitesse verticale en fonction de la largeur du canal (X) pour différentes valeurs de (a) à l'entrée, au milieu et la sortie du canal. Quand l'amplitude de l'obstruction augmente, comme attendu, le débit massique diminue et la vitesse verticale maximale diminue en augmentant l'amplitude (a) pour $Y=0.0$ et $Y=A$ (c'est-à-dire à l'entrée et à la sortie du canal, respectivement). Cependant, ce n'est pas le cas au milieu de l'obstruction ($Y = 0.5A$) en raison du fait que le taux auquel le débit massique diminue diffère du taux auquel la section de passage diminue. Puisque le débit massique est une fonction de la section de passage et de la vitesse, la vitesse maximale ne diminue pas tout le temps.

La troisième forme des résultats hydrodynamiques est les fonctions de courant que l'on représente dans les figures 4.50-a à 4.50-c. Les lignes de courant se resserrent, vu la présence de l'obstruction, autour de l'obstruction du côté vertical non obstrué.

Aucune zone de recirculation n'est observée lorsque l'amplitude augmente jusqu'à la valeur 0.125. Pour $a > 0.125$, la zone de recirculation apparaît directement au dessus de l'obstruction et augmente en taille quand l'amplitude de l'obstruction croît.

Les résultats relatifs au comportement thermique sont présentés dans quatre formes différentes. Dans la première forme les variations des profils de température à travers la largeur du canal (X), à des hauteurs du canal différentes (Y) et pour la même valeur de l'amplitude (a) sont présentées dans les figures 4.51 à 4.53.

Comme la chaleur est transmise des parois du canal au fluide, la température du fluide augmente le long du canal suivant la direction de l'écoulement. Pour $a > 0.25$, la température du fluide dans la plupart des parties du canal (c'est-à-dire la région au-dessus de l'obstruction) est presque égale à la température de la paroi. Cela signifie que la température du fluide est invariable le long du canal dans cette région ($d\theta/dY \approx 0$). Cela mène à la conclusion que des écoulements thermiquement entièrement développés sont observés pour les grandes valeurs de (a).

Les figures 4.54 et 4.55 montrent la variation de la température à travers la largeur du canal pour des valeurs différentes de (a) au milieu et la sortie de canal. On peut voir que la température du fluide à travers le canal augmente quand la taille de l'obstruction augmente (c'est-à-dire quand (a) augmente). Cela signifie que la différence de température entre la paroi et le fluide diminue lorsque (a) augmente, d'où une réduction du nombre de Nusselt.

Les isothermes représentées dans les figures 4.56-a à 4.56-c représentent la deuxième forme des résultats du comportement thermique. On constate que l'épaisseur de la couche limite thermique (δ_{th}) augmente quand (a) augmente, ce qui entraîne une diminution dans le gradient de température et de là à une baisse dans le nombre de Nusselt moyen. L'écoulement étant thermiquement entièrement développé (à grand (a)) et naturel (la force agissante à cause de la différence de température) explique la disparition de zones de circulation au-dessus de l'obstruction.

La non présence d'un écoulement inverse à l'entrée de canal pour les grandes valeurs de (a) est due au fait que la forme de l'obstruction (forme sinusoïdale) qui aide à l'écoulement du fluide contrairement à la forme rectangulaire.

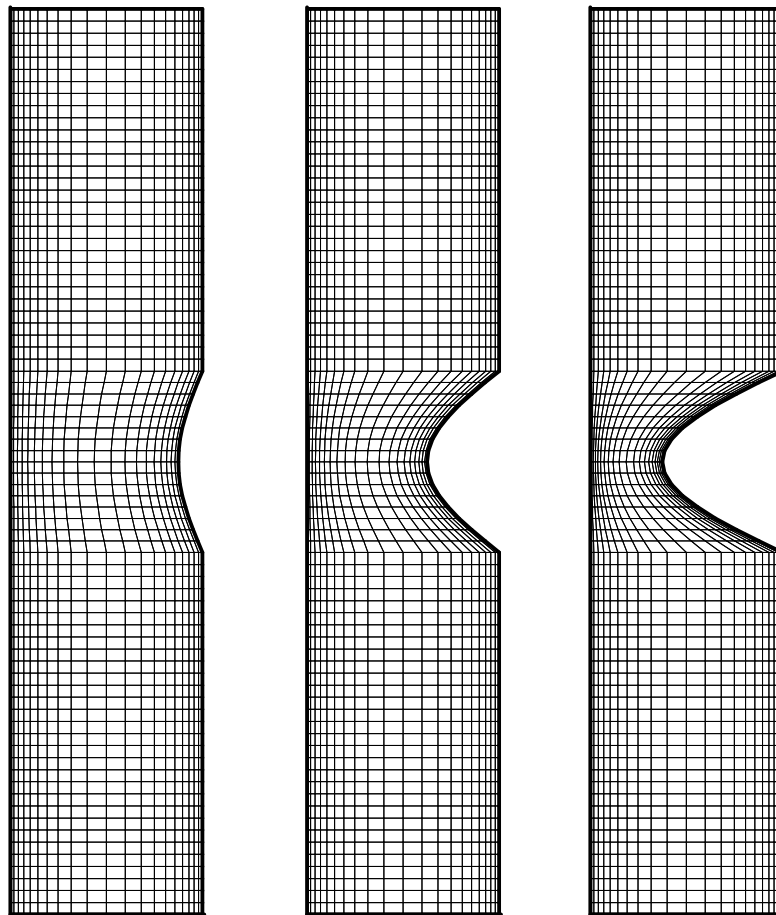
La troisième forme des résultats thermiques est la présentation de la variation du nombre de Nusselt local le long des parois du canal. Les variations du nombre de Nusselt local, à la fois, pour la paroi lisse et la paroi obstruée, sont visibles sur les figures 4.57 à 4.59. Comme nous l'avons discuté auparavant, la présence de l'obstruction génère une augmentation locale du transfert de chaleur. Cependant, pour les grandes valeurs de (a) le profil pour la paroi obstruée tend vers celui de la paroi non obstruée, on est à la limite de l'écoulement thermiquement entièrement développé (figure 4.59). Les figures 4.60 et 4.61 montrent la variation du nombre de Nusselt local le long des parois pour des valeurs différentes de (a) .

La quatrième forme des ces résultats est la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de (a) (figure 4.42).

Finalement, on peut conclure que malgré que la surface d'échange augmente lors de l'accroissement de la taille de l'obstruction, la diminution dans le débit massique et la présence de zones de recirculation entraînent une réduction dans le nombre de Nusselt moyen.

Tableau 4.5 : Valeurs Calculées de V_{max} , M et \overline{Nu} pour un canal obstrué avec $A=5$, $L_0=1.0$, $L_1=2.0$ et $Ra=10^4$

a	V_{max}	M	\overline{Nu}
0.000	105.484	87.318	4.308
0.125	122.546	86.611	4.300
0.250	142.863	84.331	4.239
0.375	161.293	78.823	4.113
0.500	175.199	68.427	3.898
0.625	185.748	53.789	3.566
0.750	199.455	36.940	3.018



(a) $\alpha=0.125$

(b) $\alpha=0.375$

(c) $\alpha=0.625$

Figure 4.41 : Exemples de maillage générés pour $A=5$, $L_I=2.0$, $L_O=1.0$

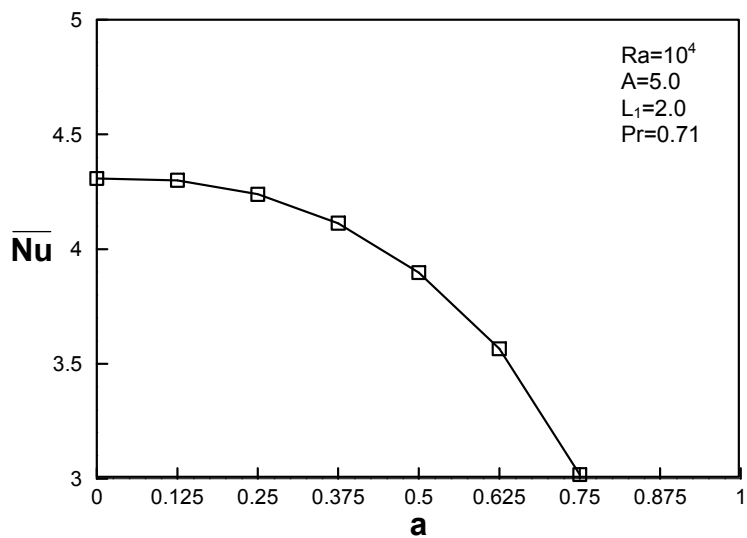


Figure 4.42 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'amplitude de l'obstruction

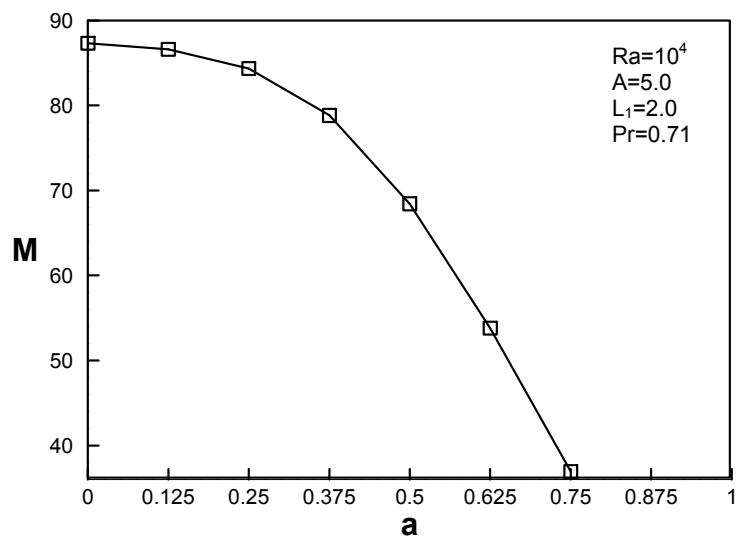


Figure 4.43 : Variation du débit massique en fonction de l'amplitude de l'obstruction

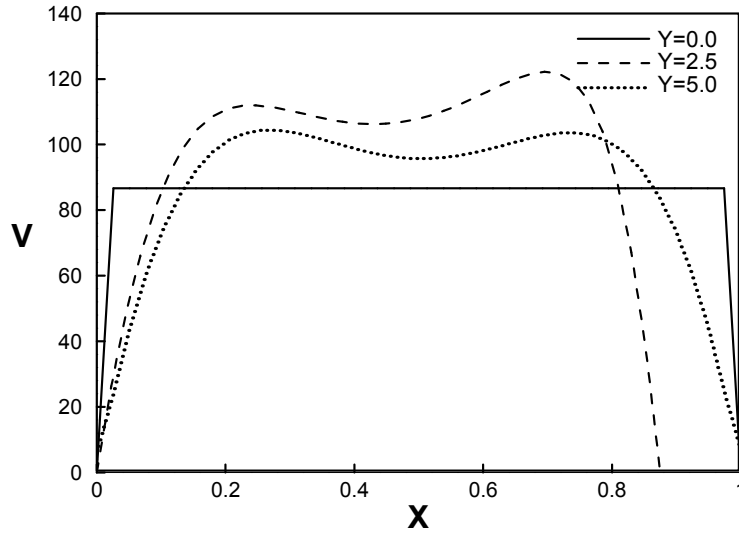


Figure 4.44 : Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $\alpha=0.125$, $L_I=2.0$, $Ra=10^4$, $A=5$

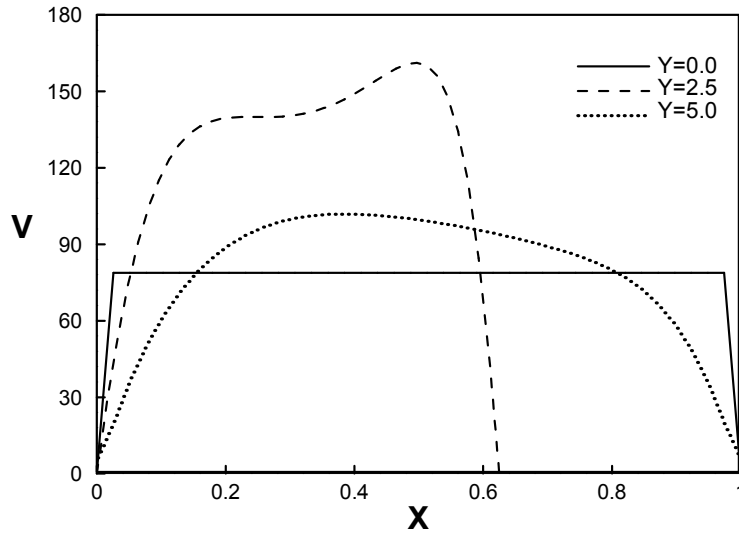


Figure 4.45 : Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $\alpha=0.375$, $L_I=2.0$, $Ra=10^4$, $A=5$

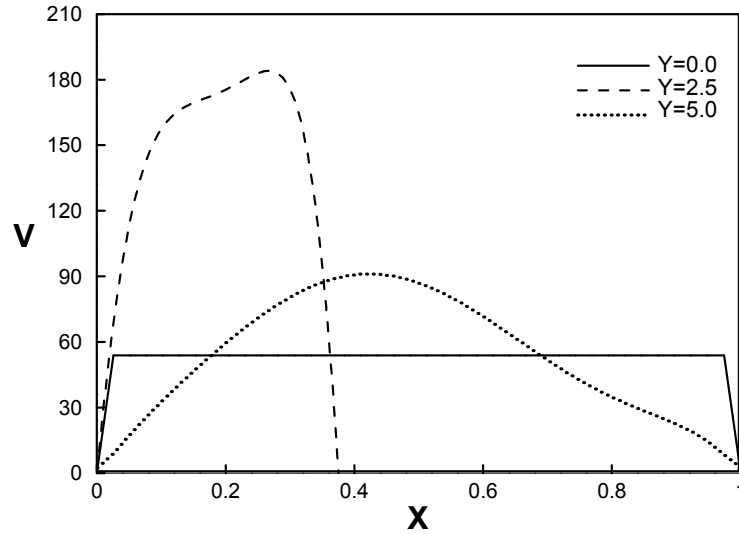


Figure 4.46 : Distribution de la vitesse verticale en différentes sections du canal pour $\alpha=0.625$, $L_I=2.0$, $Ra=10^4$, $A=5$

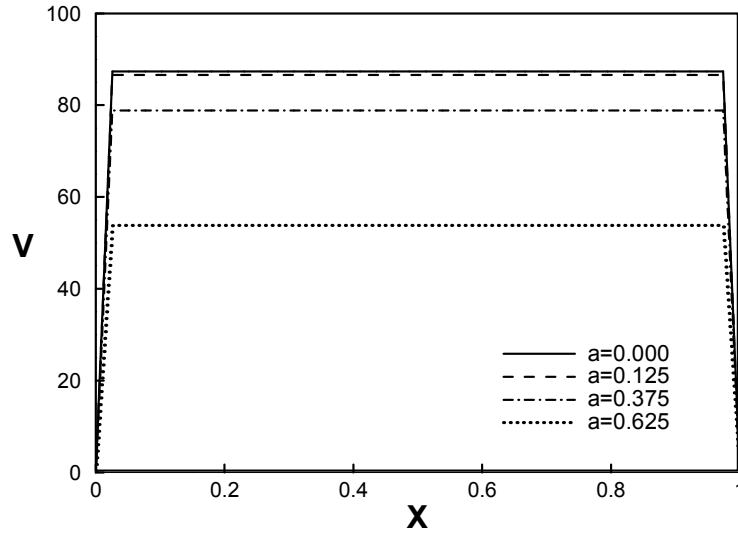


Figure 4.47 : Distribution de la vitesse verticale à l'entrée du canal pour différentes valeurs de l'amplitude de l'obstruction. $Ra=10^4$, $A=5$, $Lo=2.0$

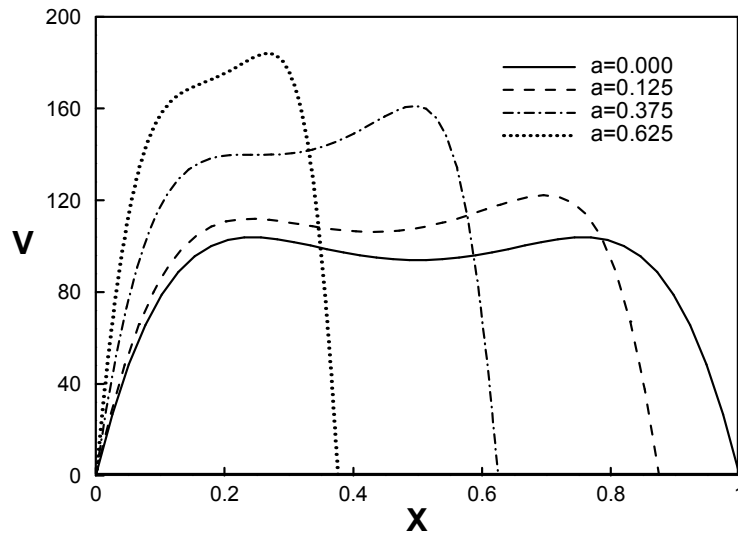


Figure 4.48 : Distribution de la vitesse verticale au centre de l'obstruction pour différentes valeurs de l'amplitude de l'obstruction. $Ra=10^4$, $A=5$, $Lo=2.0$

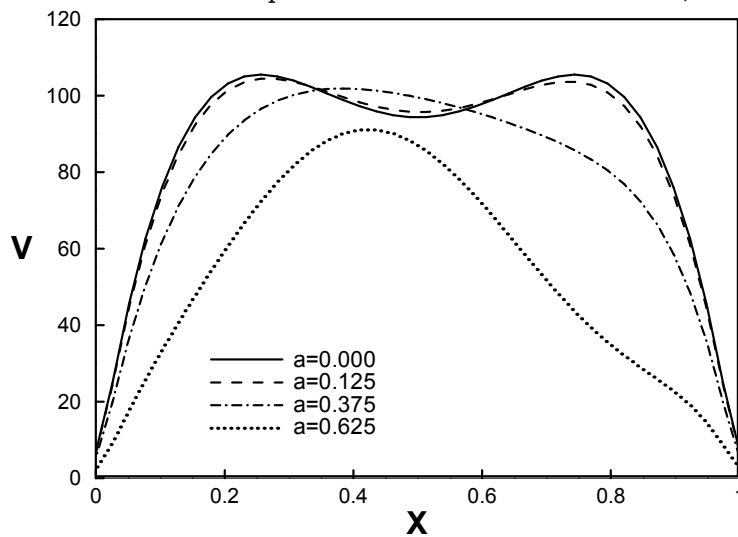


Figure 4.49 : Distribution de la vitesse verticale à la sortie du canal pour différentes valeurs de l'amplitude de l'obstruction. $Ra=10^4$, $A=5$, $Lo=2.0$.

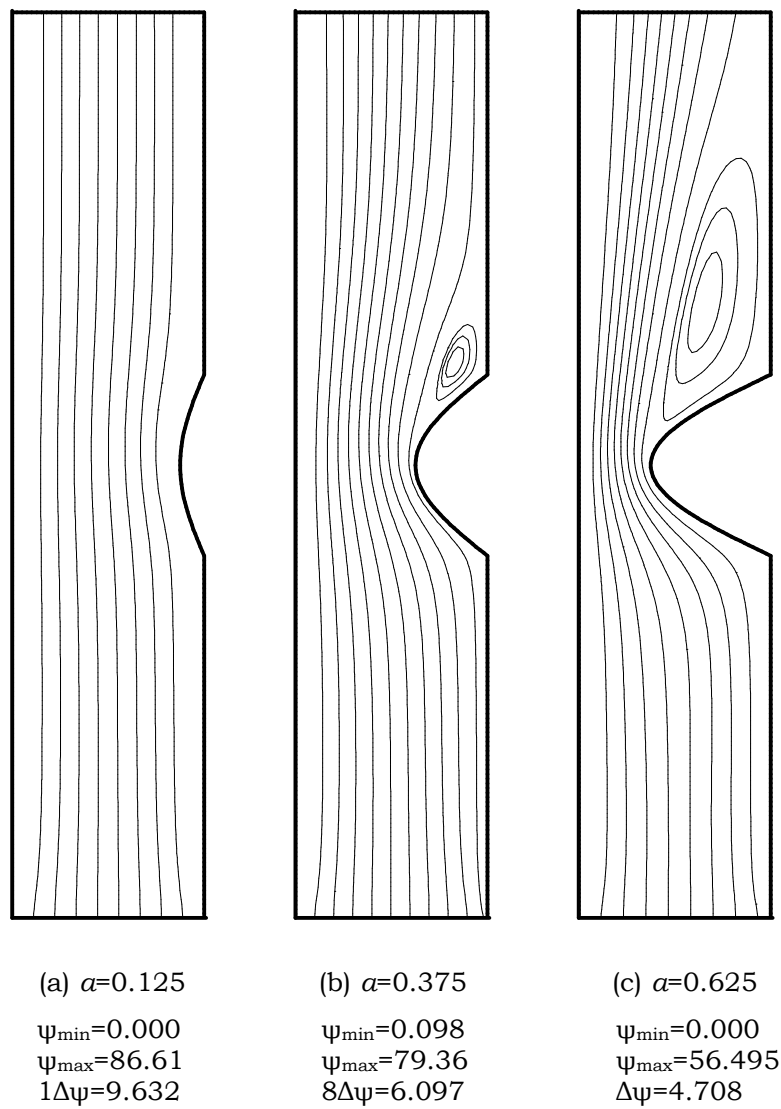


Figure 4.50 : Lignes de courant pour $A=5$, $L_I=2.0$, $Ra=10^4$, $Pr=0.71$

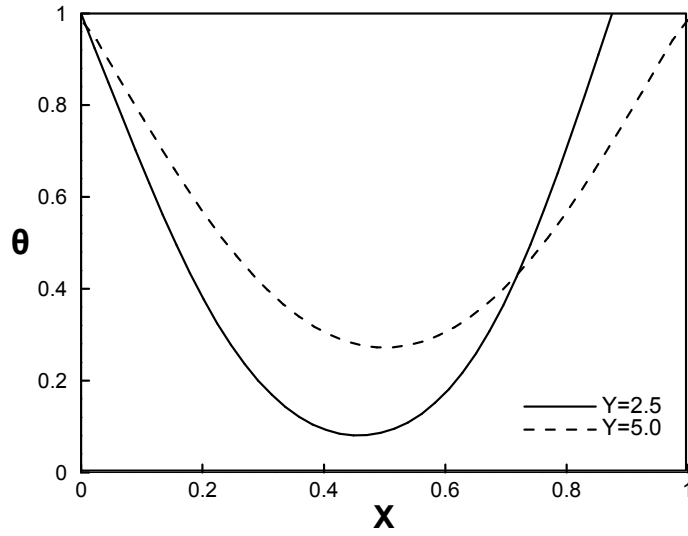


Figure 4.51 : Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^4$, $A=5$, $a=0.125$

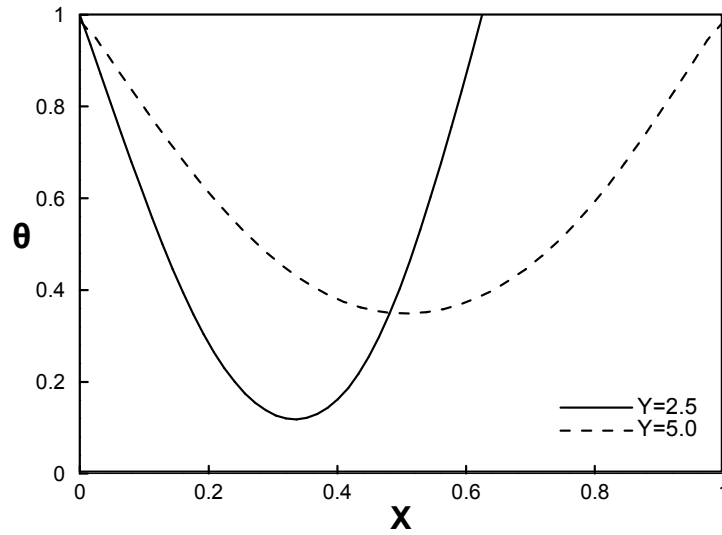


Figure 4.52 : Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^4$, $A=5$, $a=0.375$

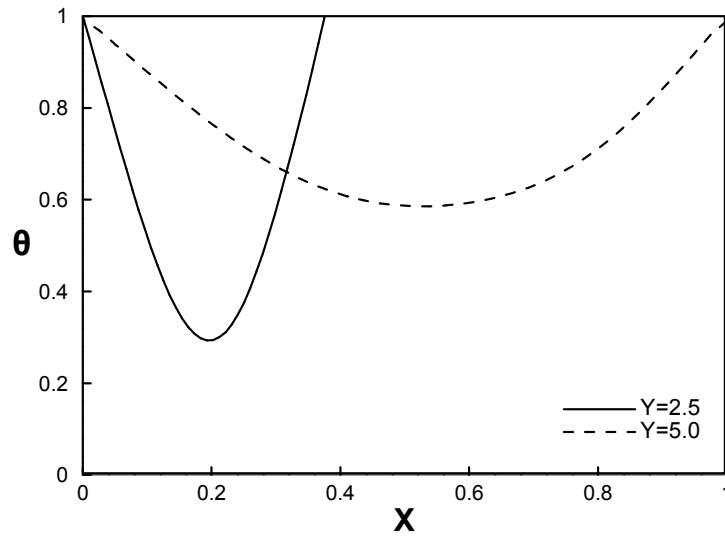


Figure 4.53 : Distribution transversale de la température en différentes sections du canal pour $Ra=10^4$, $A=5$, $a=0.625$

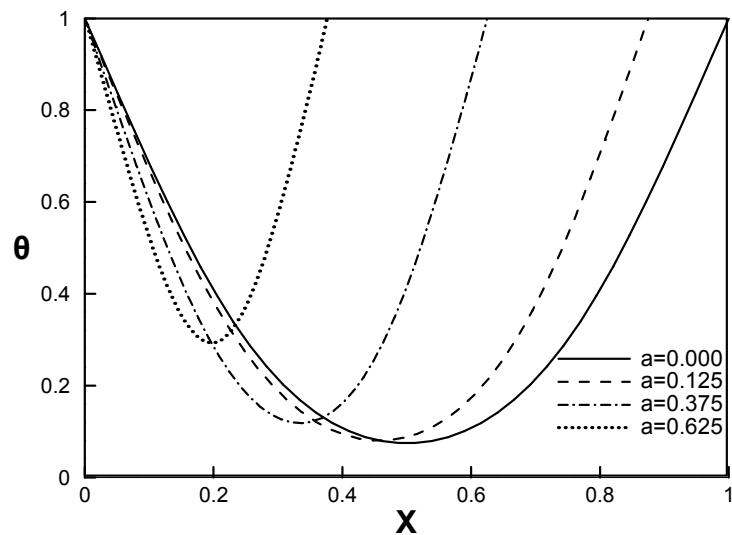


Figure 4.54 : Distribution transversale de la température au centre de l'obstruction pour différentes valeurs de l'amplitude de l'obstruction. $Ra=10^4$, $A=5$, $L_0=2.0$

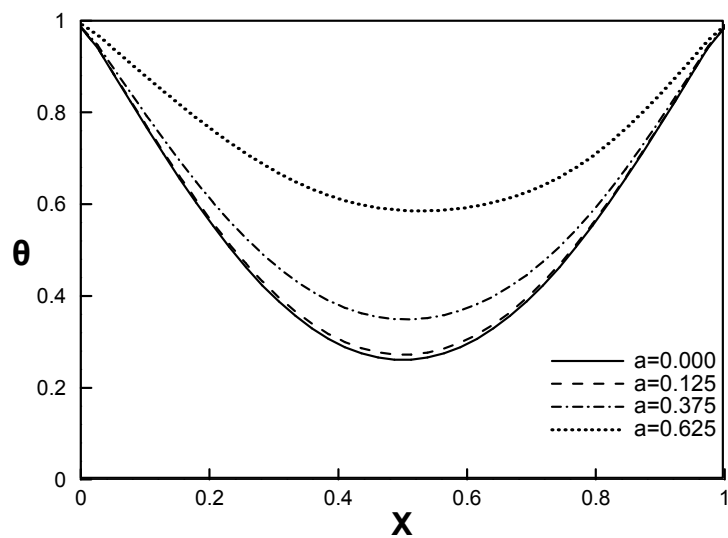


Figure 4.55 : Distribution transversale de la température à la sortie du canal pour différentes valeurs de l'amplitude de l'obstruction. $Ra=10^4$, $A=5$, $L_0=2.0$

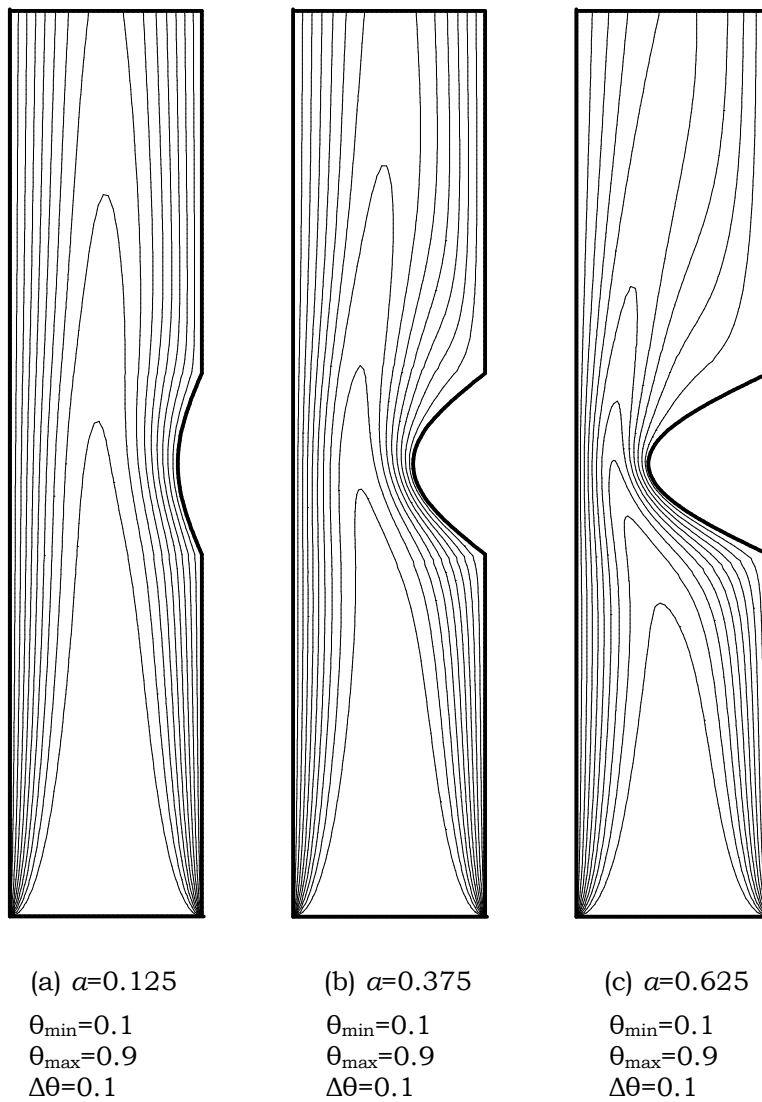


Figure 4.56 : Lignes isothermes pour $A=5$, $L_I=2.0$, $Ra=10^4$, $Pr=0.71$

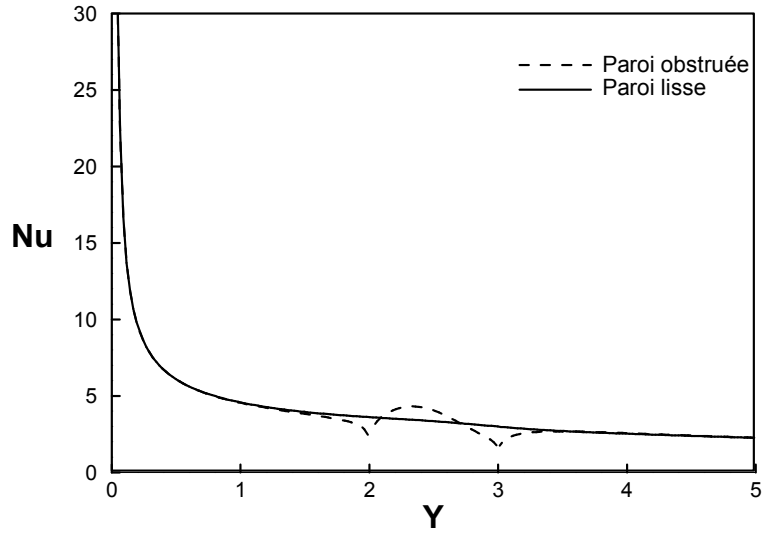


Figure 4.57 : Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $\alpha=0.125$, $A=5$, $L_I=2.0$, $Ra=10^4$, $Pr=0.71$

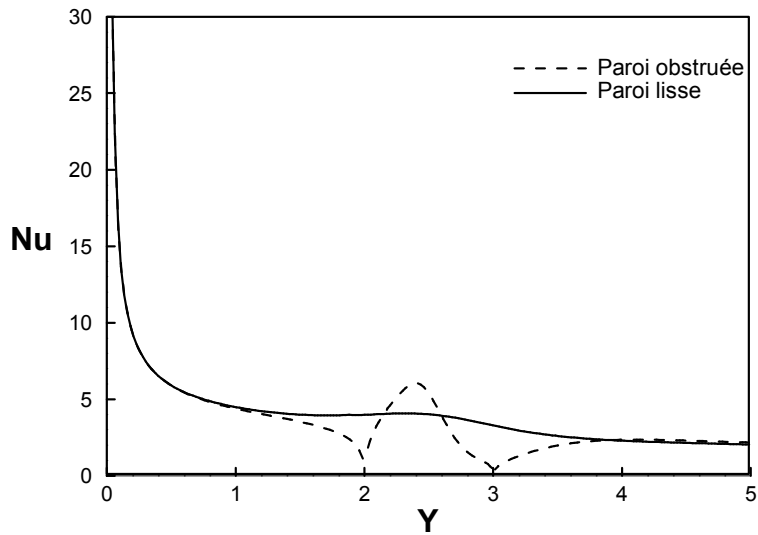


Figure 4.58 : Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $\alpha=0.375$, $A=5$, $L_I=2.0$, $Ra=10^4$, $Pr=0.71$

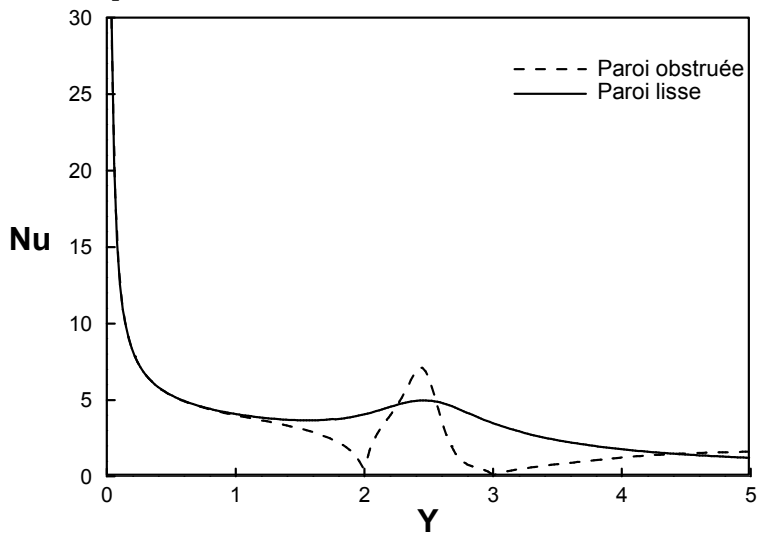


Figure 4.59 : Variation du nombre de Nusselt local le long du canal pour $\alpha=0.625$, $A=5$, $L_I=2.0$, $Ra=10^4$, $Pr=0.71$

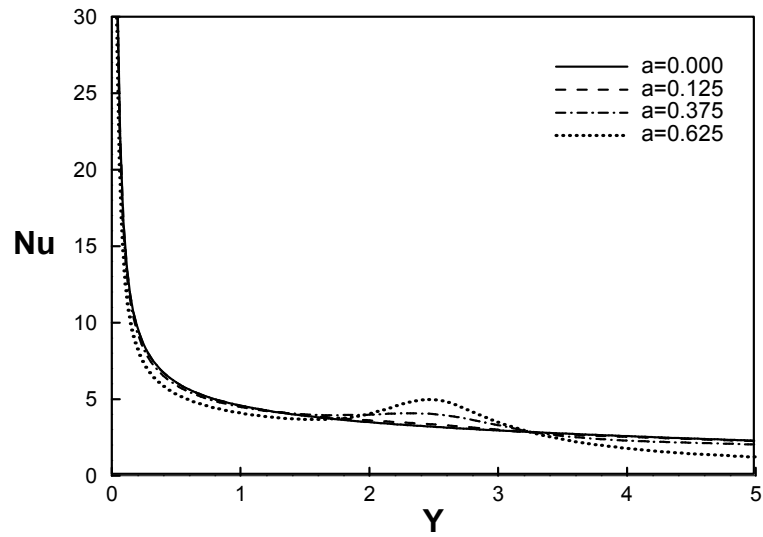


Figure 4.60 : Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi non obstruée pour différentes valeurs de a . $A=5$, $L_1=2.0$, $Ra=10^4$, $Pr=0.71$

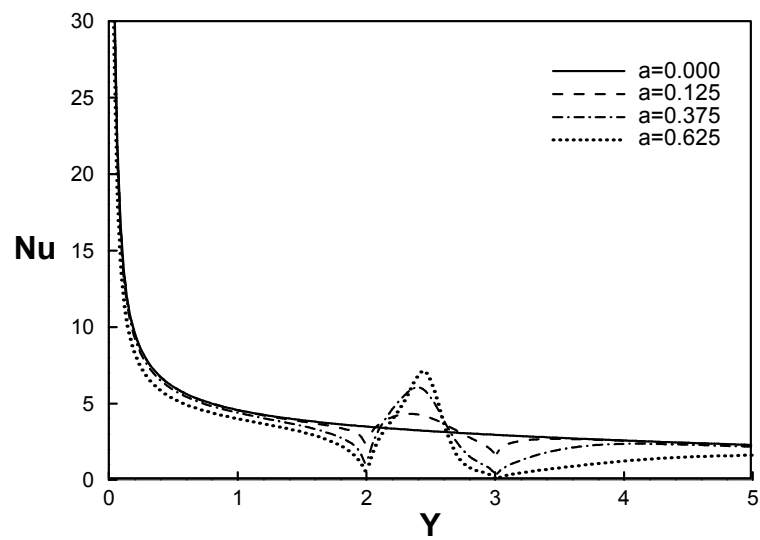


Figure 4.61 : Variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi obstruée pour différentes valeurs de a . $A=5$, $L_1=2.0$, $Ra=10^4$, $Pr=0.71$

4.6 Effet du nombre de Prandtl (Pr)

Les résultats sont présentés pour des valeurs des nombres de Prandtl $Pr=0.01; 0.1; 0.71; 2; 5; 7; 10$ pour un canal obstrué ayant un facteur de forme $A=5$ et dont l'obstruction placée au milieu de la paroi droite à pour amplitude $a=0.375$ et pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh notamment pour $Ra=10^2, 10^3$ et 10^4 .

La nature du fluide, caractérisé par le nombre de Prandtl, influe sur le transfert thermique. En effet, les figures 4.62 et 4.63 montrent que le nombre de Nusselt moyen et le débit massique à l'entrée du canal sont des fonctions croissantes du nombre de Prandtl. Ceci s'explique par le fait que l'énergie transmise par diffusion est d'autant plus importante que la viscosité du fluide est élevée (en d'autres termes la diffusivité dynamique est supérieur à la diffusivité thermique lorsque le nombre de Prandtl croit, il en résulte un mouvement de convection naturelle plus intense). On remarque également que l'influence du nombre de Prandtl est d'autant plus significative que le nombre de Rayleigh est élevé, ce qui reflète l'importance des effets d'inertie.

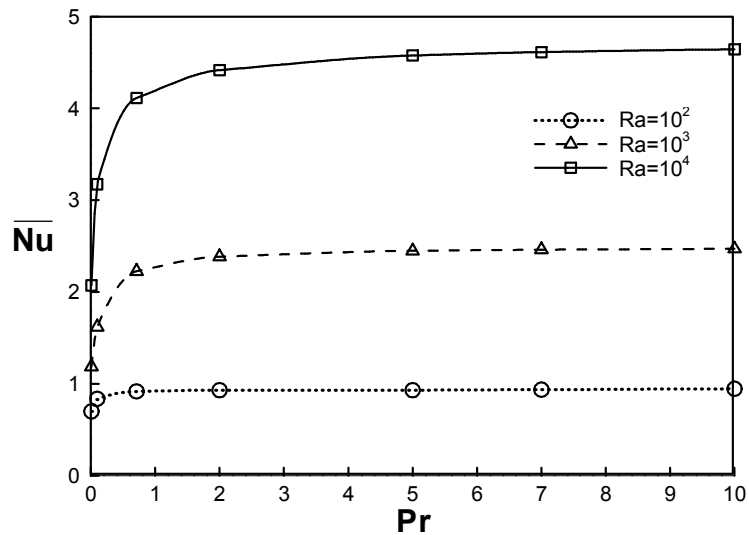


Figure 4.62 : Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Prandtl pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. $A=5$, $a=0.375$, $L_l=2.0$

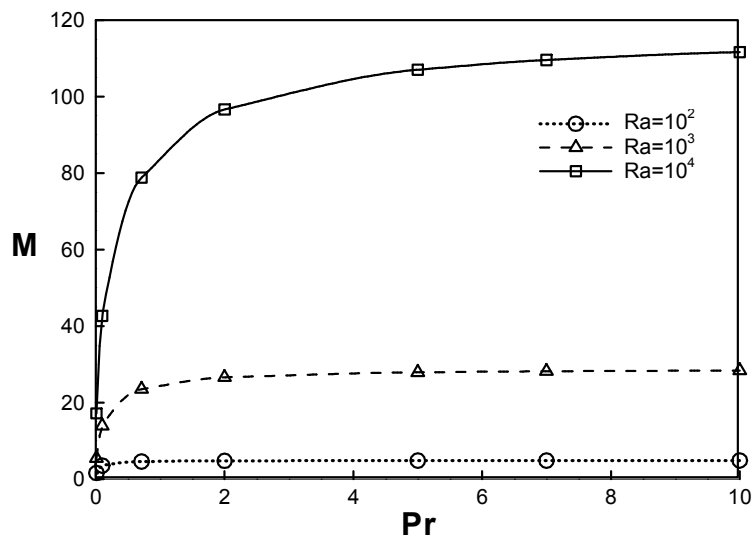


Figure 4.63 : Evolution du nombre du débit massique en fonction du nombre de Prandtl pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. $A=5$, $a=0.375$, $L_l=2.0$

4.7 Résultats numériques pour les nanofluides

Après avoir expliqué les principaux éléments du modèle théorique régissant le problème, nous présentons et commentons les résultats obtenus dans le cas d'un écoulement laminaire pour un nanofluide, soit l'eau- $\gamma\text{Al}_2\text{O}_3$. Pour le cas d'un écoulement avec une température constante à la paroi, on tentera de mesurer l'influence de différents paramètres tels que la fraction volumique des particules et le nombre de Rayleigh sur le transfert thermique.

4.7.1 Les Hypothèses

Il n'existe aujourd'hui aucune étude théorique qui permet de prédire le comportement d'un mélange composé de particules ultra-fines dispersées dans un fluide comme étant un fluide biphasique (Drew et Passman [65]). Donc afin de développer un modèle de simulation numérique, les hypothèses suivantes ont été adoptées :

- Le non glissement entre les deux phases est supposé.
- Le mélange est considéré homogène et à une seule phase.
- Le fluide est newtonien mais dépendamment du pourcentage de la fraction volumique des nanoparticules.
- Le fluide est incompressible

Grâce à ces hypothèses, le nanofluide agirait comme un fluide monophasique et les équations de conservation développées pour les fluides à une phase s'appliquent.

En effet de point de vue plus pratique, la plupart des nanofluides utilisés en transfert de chaleur sont actuellement composés de fines particules (<50nm). Dû à leurs très petites tailles, il a été suggéré que les particules pourraient facilement être fluidisées, ce qui en conséquence permettrait de considérer le mélange comme un fluide homogène à une phase (Xuan et Roetzel [72]).

4.7.2 Résultats pour eau- $\gamma\text{Al}_2\text{O}_3$

Les résultats présentés dans ce paragraphe sont pour un canal de facteur de forme $A=5$ munie d'une obstruction sinusoïdale d'amplitude $\alpha=0.375$, placée au milieu du canal $L_I=2.0$ et pour trois nombres de Rayleigh $Ra=10^2$, 10^3 et 10^5 représentant les différents régimes d'écoulement.

4.7.3 Effet de la concentration de particules sur les propriétés du mélange

L'ajout des nanoparticules a un effet bénéfique sur les propriétés du mélange. En effet, la présence de particules en suspension améliore grandement les propriétés thermiques du mélange. Pour $\varphi=5\%$ par exemple, les valeurs du produit ρC_p et de k ont été majorées respectivement de 9.8% et de 14.8% par rapport à celles correspondant au cas sans particules. Comme le montre le tableau 4.6, ces augmentations sont davantage plus importantes pour les concentrations de particules plus grandes. On peut remarquer également que la présence des particules fait augmenter la viscosité dynamique du mélange, ce qui engendrait des effets plutôt néfastes sur le frottement pariétal dont les détails ne sont pas donnés dans la présente étude.

Tableau 4.6: Augmentation en % des propriétés du mélange en fonction de la concentration des particules φ

φ (%)	ρC_p (%)	k (%)	μ (%)
1	2.05	2.76	8.53
2.5	5.04	7.09	25.94
5	9.79	14.80	67.25
7.5	14.24	23.14	123.94
10	18.39	32.09	196

4.7.4 Influences des particules sur le transfert thermique

Les figures 4.64 et 4.65 montrent clairement que la présence des nanoparticules entraîne une augmentation considérable du transfert thermique local que se soit sur la paroi lisse ou le paroi obstruée du canal. Ainsi, sur la paroi obstruée et pour une concentration volumique de 10% par exemple, le rapport 'nanofluide/fluide de base' des coefficients de transfert thermique $h_r (h_r = \frac{h_{nf}}{h_{fb}})$ augmente par un facteur de 1.31 à l'entrée du canal, de 1.26 au milieu du canal (Sommet de l'obstruction) et de 1.20 à la sortie du canal du, ce qui représente une amélioration du transfert de chaleur local de 31%, 26% et de 20% respectivement, par rapport au fluide de base. De manière générale, la figure 3 montre que le rapport h_r (qui indique le taux d'amélioration en transfert de chaleur) augmente appréciablement avec l'augmentation de la fraction volumique. De plus, on observe qu'à la zone d'entrée, le rapport h_r semble être beaucoup plus important.

En somme, la figure 4.66 permet de voir qu'il existe bien un effet bénéfique à l'addition de particules sur le transfert de chaleur. Tout de même, on remarque que le rapport h_r diminue presque linéairement le long du canal et semble être constant pour de faibles concentrations de particules.

4.7.5 Effet de la concentration des particules et du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur moyen

Dans cette section, on s'intéresse à établir, en se basant sur les valeurs moyennes du coefficient de transfert de chaleur, l'influence des nanoparticules ainsi que du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur.

La figure 4.67 présente l'effet global de la concentration de particules et du nombre de Rayleigh sur le coefficient de transfert de chaleur moyen \bar{h} .

Premièrement, il est intéressant d'observer que l'effet bénéfique causé par l'addition de nanoparticules existe toujours pour la gamme du nombre de Rayleigh considéré dans cette étude. Deuxièmement, on observe clairement que pour une valeur donnée de Rayleigh, le coefficient moyen de transfert de chaleur \bar{h} augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des particules φ . En effet, pour $Ra=10^2$ par exemple, \bar{h} augmente clairement d'environ 27%, soit de 9.64 W/m²K à 12.28 W/m²K. De plus, cette augmentation se trouve être encore plus importante pour des nombres de Rayleigh plus grands. Pour $Ra=10^5$, le coefficient de transfert de chaleur moyen passe de 83.0 W/m²K à 107.1 W/m²K pour les mêmes valeurs de φ ce qui correspond à une augmentation de 29%.

La figure 5.68 présente le rapport des coefficients de transfert de chaleur moyen \bar{h}_r en fonction du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique de particules φ (\bar{h}_r est définie comme $\bar{h}_r = \frac{\bar{h}_{nf}}{\bar{h}_{fb}}$). Ce rapport est particulièrement intéressant puisqu'il indique l'amélioration moyenne du transfert de chaleur. A travers cette figure, on remarque que \bar{h}_r augmente clairement avec soit l'augmentation du nombre de Rayleigh ou/et soit avec l'augmentation de la fraction volumique de particules φ . Effectivement, si l'on fixe $Ra=10^5$ par exemple, les valeurs de \bar{h}_r sont, 1.026, 1.066, 1.137, 1.212 et 1.290 respectivement pour $\varphi= 1\%$, 2.5%, 5%, 7.5%, 10%, ce qui correspond à une augmentation moyenne du transfert de chaleur de 2.6%, 6.6%, 13.7%, 21.2%, 29.0% par rapport au fluide de base ($\varphi=0\%$). D'un autre côté, si l'on fixe $\varphi=10\%$, les valeurs de \bar{h}_r sont 1.274 et 1.290 respectivement pour $Ra= 10^2$ et 10^5 . Ces remarques indiquent que le transfert de chaleur est autant influencé par la concentration volumique φ que par le nombre de Rayleigh.

Tous ces comportements intéressants ont aussi été observés dans la figure 4.69 qui représente le nombre de Nusselt moyen \overline{Nu} ($\overline{Nu} = \frac{\bar{h} d}{k}$) à travers le canal en fonction du nombre de Rayleigh et de la concentration de

particules. Comme présenté précédemment, il apparaît clairement que pour une concentration de particules données, le nombre de Nusselt moyen \overline{Nu} augmente selon le nombre de Rayleigh. D'un autre côté, pour un nombre de Rayleigh donné, le nombre de Nusselt moyen augmente en fonction de la concentration volumique. Pour ce qui est des faibles nombres de Rayleigh, soit $Ra=10^2$, on remarque que l'influence du facteur φ est pratiquement négligeable. Il faut néanmoins préciser que selon la définition du nombre de Nusselt moyen, le facteur k qui indique la conductivité thermique du mélange augmente de manière considérable en fonction de la concentration de particules φ .

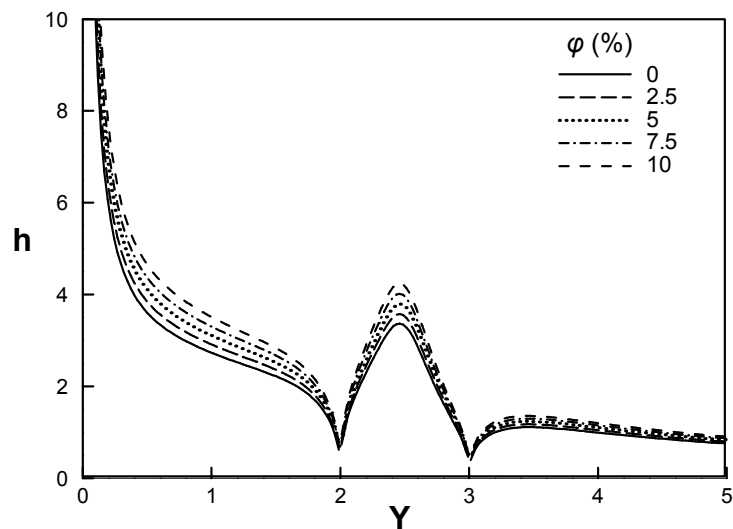


Figure 4.64 : Evolution du coefficient de transfert (h) le long de la paroi obstruée en fonction de φ pour $Ra=10^3$. $A=5$, $L_1=2.0$, $\alpha=0.375$

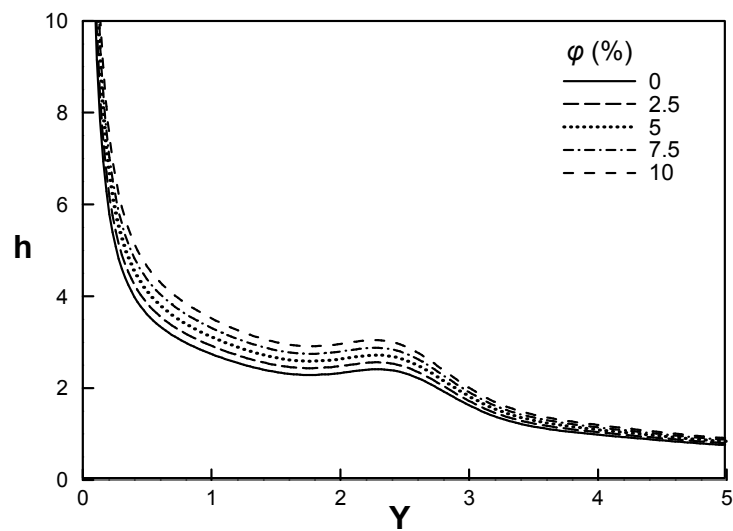


Figure 4.65 : Evolution du coefficient de transfert (h) le long de la paroi lisse en fonction de φ pour $Ra=10^3$. $A=5$, $L_1=2.0$, $\alpha=0.375$

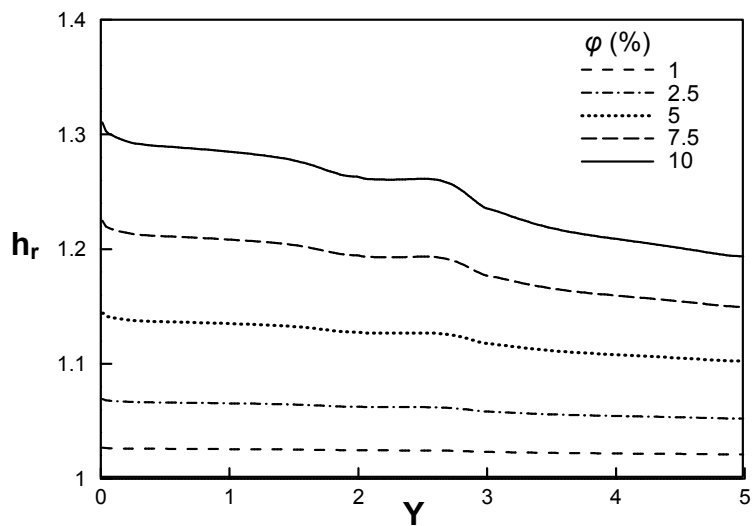


Figure 4.66 : Variation du rapport h_r le long de la paroi obstruée en fonction de φ pour $Ra=10^3$. $A=5$, $L_l=2.0$, $\alpha=0.375$

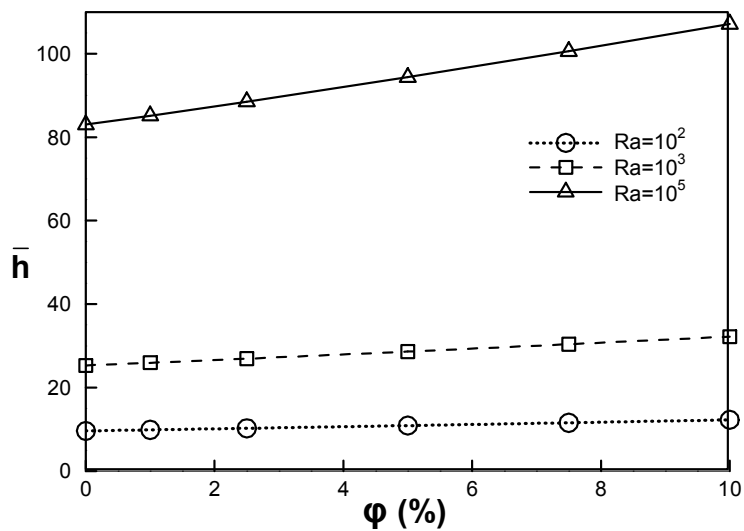


Figure 4.67 : Influence de Ra et de φ sur le coefficient moyen de transfert (\bar{h}). $A=5$, $L_l=2.0$, $\alpha=0.375$

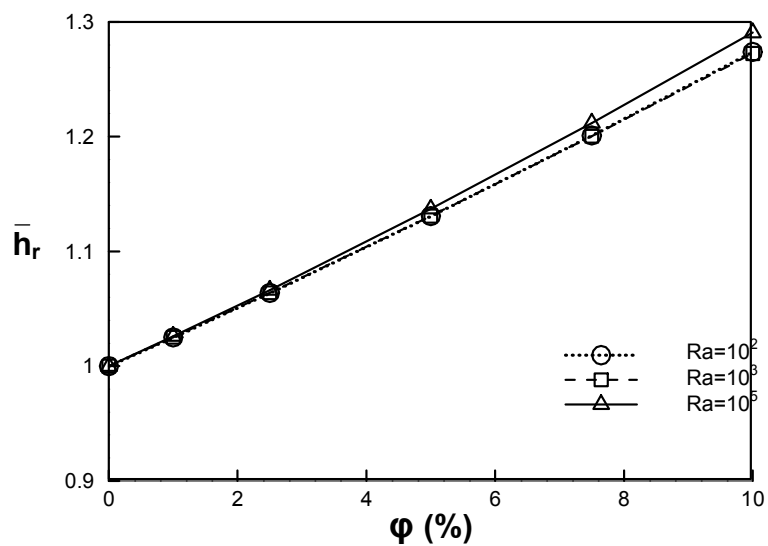


Figure 4.68 : Influence de ϕ et de Ra sur le rapport \bar{h}_r pour $A=5$, $L_1=2.0$, $\alpha=0.375$

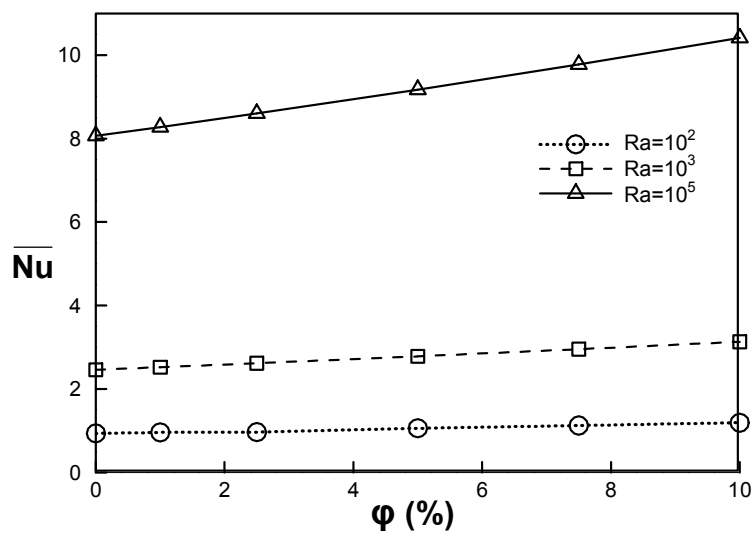


Figure 4.69 : Influence de ϕ et de Ra sur \bar{Nu} pour $A=5$, $L_1=2.0$, $\alpha=0.375$

CONCLUSION

La convection naturelle stationnaire à l'intérieur d'un canal isotherme vertical dont une de ces parois est munie d'une obstruction de forme sinusoïdale a été numériquement étudiée. Les paramètres sans dimensions d'intérêt sont le nombre de Rayleigh, le rapport de forme, la taille et la position de l'obstruction. L'effet de ces paramètres sur les caractéristiques de transfert de chaleur et de l'écoulement a été étudié.

Le fluide de travail étant l'air, nous nous sommes intéressés ensuite aux capacités en transfert thermique d'un nanofluide constitué de nanoparticules d' $\gamma\text{Al}_2\text{O}_3$ et d'eau comme fluide de base et possédant des propriétés constantes.

L'étude a fait ressortir essentiellement les points suivants :

- Pour le canal obstrué la courbe de Nusselt moyen représente les trois régimes d'écoulement (entièrement développé, la transition et de la plaque verticale isolée) d'une manière similaire à celle d'un canal lisse.
- Bien que la surface d'échange de chaleur augmente en raison de la présence de l'obstruction, le nombre de Nusselt moyen diminue en raison de la diminution dans le débit massique et l'augmentation de l'épaisseur de couche limite, causée par la présence de l'obstruction.
- Le nombre de Nusselt moyen pour un canal obstrué augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

- Le nombre de Nusselt moyen pour un canal obstrué diminue avec l'augmentation du rapport de forme.
- Le nombre de Nusselt moyen pour un canal obstrué diminue quand l'obstruction se déplace de l'entrée vers la sortie du canal. C'est dû à la diminution du débit massique et l'augmentation de l'épaisseur de couche limite lors de l'emplacement de l'obstruction loin de l'entrée de canal.
- Le nombre de Nusselt moyen diminue quand l'amplitude de l'obstruction augmente. Bien que la surface d'échange de chaleur croît en augmentant l'amplitude de l'obstruction, Le nombre de Nusselt moyen ait diminué en raison de la diminution dans le débit massique et l'augmentation de l'épaisseur de couche limite.
- Au niveau du nanofluide, on a constaté que l'ajout de nanoparticules métalliques au fluide de base modifiait de manière considérable le transfert thermique. En effet, l'augmentation de la fraction volumique des particules s'accompagne d'une chute de température à la paroi chauffée, ce qui indique un refroidissement plus accru. Cette observation est appuyée par le coefficient de convection locale qui augmente en fonction de l'addition de particules, ce qui est l'indication d'un meilleur transfert thermique au sein du fluide

Les axes de recherches qui seraient intéressants d'explorer pour la continuation de ce travail seraient d'après l'auteur :

- L'étude de l'effet de la présence de plus qu'une obstruction.
- L'étude numérique en convection mixte.
- Etudier le cas d'un écoulement en régime turbulent.
- Utiliser d'autres nanofluides tel que Ethylène-Glycol- γ Al₂O₃
- Etude théorique détaillée sur les différentes propriétés physique d'un nanofluide en tenant compte de l'effet de la température.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **W. Elenbaas**,
Heat dissipation of parallel plates by free convection. *Physica* 9, No.1,
pp. 1-28, 1942.
- [2] **S. Ostrach**,
Laminar convection flow and heat transfer of fluids with and without
heat sources in channels with constant wall temperature. NACA
Technical note, 2863, 1952.
- [3] **J.R. Bodoia and J.F. Osterle**,
The development of free convection between heated vertical plates.
Journal of Heat Transfer, Vol. 84, pp. 40-43, 1962.
- [4] **R. K. Engel and W. K. Mueller**,
An analytical investigation of natural convection in vertical channels.
Trans. ASME paper, 67-HT-16, 1967.
- [5] **W. Aung, L.S. Fletcher and V. Sernas**,
Developping laminar free convection between vertical plates with
asymmetric heating. *International Journal of Heat and Mass Transfer*,
Vol. 15, pp. 2293-2308, 1972.
- [6] **W. Aung**,
Fully developped laminar free convection between vertical plates heated
asymmetrically. *International Journal of Heat and Mass Transfer*,
Vol.15, pp. 1577-1580, 1972.
- [7] **G. Hugot**,
Etude de la convection naturelle entre deux plaques, planes, verticales,
parallèles et isothermes. *Entropie*, Vol. 46, pp. 55-66, 1972.
- [8] **T. Aihara**,
Effects of inlet boundary conditions on numerical solutions of free
convection between vertical parallel plates. Report of the Institut High
Speed Mechanics, Vol. 28, report No.258, 1973.

- [9] **O. Miytake and T. Fujii,**
Natural convection heat transfer between vertical parallel plates at unequal uniform temperatures. *Kagaku Kogaku*, 37, pp. 491-496, 1973.
- [10] **H. Akbari and T.R. Borges,**
Free convective laminar flow within the Trombe wall channel. *Solar-Energy*, Vol.22, pp. 165-174, 1979.
- [11] **A. M. Dalbert, F. Penot and J.L. Peube,**
Convection naturelle laminaire dans un canal vertical chauffé à flux constant. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, pp. 1463-1473, 1981.
- [12] **R.A.Wirtz and R.J. Stutzman,**
Experiments on free convection between vertical plates with symmetric heating. *Journal of Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 501-507, 1982.
- [13] **E.M. Sparrow, G.M. Chrysler and L.F. Azevedo,**
Observed flow reversals and measured predicted Nusselt numbers for natural convection in a one-sided heated vertical channel. *Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 325-332, 1984.
- [14] **E.M. Sparrow and L.F.A. Azevedo,**
Vertical channel natural convection spanning between the fully-developed limit and the single-plate boundary-layer limit. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 111, pp.649-656, 1989.
- [15] **B.W. Webb and D.P. Hill,**
High Rayleigh number laminar natural convection in an asymmetrically heated vertical channel. *Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 325-332, 1984.
- [16] **J.R. Dyer and J.H. Fowler,**
The development of natural convection in a partially-heated vertical channel formed by two parallel surfaces. *Mech. Chem. Engng. Trans. Instn. Engrs. Aust. MC2*, pp. 78-86, 1966.
- [17] **C.F. Kettleborough,**
Transient laminar free convection between heated vertical plates including entrance effects. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, PP. 883-896, 1972.

- [18] **J.R. Dyer**,
The development of laminar natural-convective flow in a vertical uniform heat flux duct. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 1455-1465, 1975.
- [19] **J.R. Dyer**,
Natural convective flow through a vertical duct with a restricted entry. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 21, pp. 1341-1354, 1978.
- [20] **F. Penot**,
Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les espaces semi-confinés. Thèse de docteur ès sciences physiques, Poitiers, 1981.
- [21] **H. Nakamura, Y. Asako and T. Naitou**,
Heat transfer by free convection between two parallel flat plates. *Numerical Heat Transfer*, Vol. 5, pp.95-106, 1982.
- [22] **E.M. Sparrow and W.Q. Tao**,
Buoyancy-driven fluid flow and heat transfer in a pair of interacting vertical parallel channels. *Numerical Heat Transfer*, Vol. 5, pp. 39-58, 1982.
- [23] **D. Agonafer and C.B. Watikins**,
Numerical solution of natural convection between diverging plates. ASME paper 84, WA/HT-32, 1985.
- [24] **L.F.A. Azevedo and E.M. Sparrow**,
Natural convection in a vertical vented to the ambient through an aperture in the channel wall. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 29 ,No.6, pp. 819-830, 1986.
- [25] **E.M. Sparrow, R. Ruiz and L.F.A. Azevedo**,
Experiments and numerical investigation of natural convection in convergent vertical channels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 31, N°5, pp. 907-915, 1988.
- [26] **E. M. Sparrow and R. Ruiz**,
Experiments on natural convection in divergent vertical channels and correlation of divergent, convergent and parallel-channel Nusselt numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 31, No.11, pp. 2197-2205, 1988.
- [27] **C.H. Cheng, W.H. Huang and H.S. Kou**,
Laminar free convection of the mixing flows in vertical channels. *Numerical Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 447 463, 1982.

- [28] **K. Kato, T. Hanzawa, K. Yoshie and T. Takarada,**
Numerical analysis of transport phenomena between heated vertical parallel plates. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 23, N°1, pp. 64-68, 1990.
- [29] **W. Shyy and W.K. Gingrich,**
Adaptive grid solution for buoyancy induced flow in vertical slots. *AIAA/ASME Thermophysics and Heat Transfer Conference, HTD-Vol. 140*, 1990.
- [30] **Y. Asako, H. Nakamura and M. Fahgri,**
Natural convection in a vertical heat tube attached to a thermally insulated chimney of a different diameter. *National Heat Transfer Conference, Heat Transfer in Convective Flows, HTD-Vol. 107*, 1989.
- [31] **A. M. Dalbert, J.L. Peube, L. Penot and J.F. Robert,**
Etude de l'écoulement dans un collecteur plan. *Revue de Physique Appliquée*, N°15, pp. 201-206, 1980.
- [32] **F. Penot and A. M. Dalbert,**
Convection naturelle mixte et forcée dans un thermosiphon vertical chauffée à flux constant. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 26, N°11, pp. 1639-1647, 1983.
- [33] **W. Aung and G. Worku,**
Developing flow and flow reversal in a vertical channel with asymmetric wall temperatures. *Journal of Heat Transfer* Vol. 108, pp. 299-304, 1986.
- [34] **W. Aung and G. Worku,**
Theory of fully developed, combined convection including flow reversal. *Journal of Heat Transfer*, Vol. 108, pp.485-488, 1986.
- [35] **S. Shakerin, M. Bohon and R.I. Loehrke,**
Natural convection in an enclosure with discrete roughness elements on a vertical heated wall. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.31, pp. 1423-1430, 1970.
- [36] **M. Kaviany,**
Effect of a protuberance on thermal convection in a square cavity. *Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 830-834, 1984.
- [37] **S. Habchi and S. Acharya,**
Laminar mixed convection in a partially blocked, vertical channel. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 29, pp. 1711-1722, 1986.

- [38] **Y.H Hung and W.M. Shiau,**
Local steady-state natural convection heat transfer in vertical parallel plates with a two-dimensional rectangular rib. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 1279–1288, 1988.
- [39] **S.H. Bhavnani and A.E. Bergles,**
Effect of surface geometry and orientation on laminar natural convection heat transfer from a vertical flat with transverse roughness elements. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.33, No.5, pp. 965-981, 1990.
- [40] **S.A.M. Said and R.J. Krane,**
An analytical and experimental investigation of natural convection heat transfer in vertical channels with a single obstruction. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, No.6, pp.1121–1134, 1990.
- [41] **T.Y. Lin and S.S. Hsieh,**
Natural convection of opposing/assisting flows in vertical channels with asymmetrically discrete heated ribs. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 2295–2309, 1990.
- [42] **P. Viswamula and M. Ruhul Amin,**
Effects of multiple obstructions on natural convection heat transfer in vertical channels. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, No. 11, pp 2039-1046, 1995.
- [43] **G. Tanda,**
Natural convection heat transfer in vertical channels with and without transverse square ribs. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, pp.2173–2185, 1997.
- [44] **C.E. Kwak and T.H. Song,**
Experimental and numerical study on natural convection from vertical plates with horizontal rectangular grooves. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 2517–2528, 1998.
- [45] **A Hadjadj and M. El Kyal,**
Effect of two sinusoidal protuberances on natural convection in a vertical concentric annulus. *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 36, pp. 273-289, 1999.
- [46] **G. Desrayaud and A. Fichera,**
Laminar natural convection in a vertical isothermal channel with symmetric surface-mounted rectangular ribs. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, Vol. 23, pp. 519-529, 2002.

- [47] **G. Desrayaud and A. Fichera,**
On natural convective heat transfer in vertical channels with a single surface mounted heat-flux module. *J. Heat Transfer*, Vol. 125, pp. 734–739, 2003.
- [48] **M. Cruchaga and D. Celentano,**
Modelling natural and mixed convection in obstructed channels. *Int. J. of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 13, No.1, pp. 57-85, 2003.
- [49] **H. Gleiter,**
Nanocrystalline materials. *Progress in Materials Science*, Vol. 33, No. 4, pp. 223-315, 1989.
- [50] **H. Masuda, A. Ebata, K. Teramae and N. Hishinuma,**
Alternation of the thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles (dispersion of γ -Al₂O₃, SiO₂ and TiO₂ ultra-fine particles). *Netsu bussei Japan*, Vol. 4, No. 4, pp. 227-223, 1993.
- [51] **S. U. -S. Choi,**
Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, *Developments and applications of non-Newtonian flows*. ASME FED 231/MD, Vol. 66, pp.99-103, 1995.
- [52] **J. A. Eastman, S. U. -S. Choi, S. Li, G. Soyez, L. J. Thompson and R. J. DiMelfi,**
Novel thermal properties of nanostructured materials. *J. Metastable Nanocrystalline Materials*, Vol. 2, No. 6, pp. 629-634, 1999.
- [53] **Z. S. Hu and J. X. Dong,**
Study on antiwear and reducing friction additive of nanometer titanium oxide. *WEAR*, Vol. 216, pp. 92-96, 1998.
- [54] **K. Kimoto, Y. Kamilaya, M. Nonoyama and R. Uyeda,**
An electron microscope study on fine metal particles preparer by evaporation in argon gas at low pressure. *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 2, pp.702, 1963.
- [55] **C. G. Granqvist and R. A. Burhrman,**
Ultrafine métal particles. *J. Appl. Phys.* Vol. 47, pp.2200, 1976.
- [56] **S. Lee, S. U. -S. Choi, S. Li and J. A. Eastamn,**
Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles. *J. of Heat Transfer*, Vol. 121, pp. 280-289, 1999.

- [57] **Y. Xuan and Q. Li,**
Heat transfer enhancement of nanofluids. *int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 21, pp. 158-164, 2000.
- [58] **J. A. Eastman, S. U. -S. Choi, Yu W. Li and L. J. Thompson,**
Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles. *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 78, No. 6, pp. 718-720, 2001.
- [59] **J. C. Maxwell,**
A Treatise on Electricity and Magnetism. 2nd Edition, Oxford University Press, Cambridge, pp. 435-441, 1904.
- [60] **Y. S. Touloukian and C. Y. Ho,**
Thermal Properties of Matter. the TPRC Data Series, Plenum Press, New York. eds., 1970-1977.
- [61] **R. L. Hamilton and O. K. Crosser,**
Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems. I & EC Fundamentals, Vol. 1, pp. 182-191, 1962.
- [62] **G. K. Batchelor and R. W. O'Brien,**
Thermal or Electrical Conduction through a Granular Material. *Proc. R. Soc. Lond.*, A355, pp. 313-333, 1977.
- [63] **F. J. Wasp,**
Solid-Liquid Flow Slurry Pipeline Transportation. *Trans. Tech. Pub.*, Berlin 1977.
- [64] **X. Wang, X. Xu and S. U. -S. Choi,**
Thermal conductivity of nanoparticles fluid mixture. *J. Thermophys. Heat Transfer*, Vol. 3, No. 4, pp. 474-480, 1999.
- [65] **D. A. Drew and S. L. Passman,**
Theory of Multicomponent Fluids. Springer, Berlin, 1999.
- [66] **H. C. Brinkman,**
The Viscosity of concentrated suspensions and solutions. *J. Chemistry Physics*, Vol. 20, pp. 571-581, 1952.
- [67] **Y. Xuan, Q. Li and W. Hu,**
Aggregation structure and thermal conductivity of nanofluids. *AIChE J.*, Vol.49, No.4, pp. 1038-1043, 2003.

- [68] **S. K. Das, N. Putra, P. Thiesen and W. Roetzel,**
Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids. *J. Heat transfer*, Vol. 125, pp.567-574, 2003.
- [69] **N. Putra, W. Roestzel and S. K. Das,**
Natural convection of nano-fluids. *Heat and Mass Transfer*, Vol.39, pp. 775-784, 2003.
- [70] **B. C. Pak and Y. I. Cho,**
Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Experimental Heat Transfer*, Vol. 11, No. 2, pp.151-170, 1998.
- [71] **S. E. B. Maiga, S. J. Palm, C. T. Nguyen, G. Roy and N. Galanis,**
Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced convection flows. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 26, pp:530-546, 2005.
- [72] **Y. Xuan and W. Roetzel,**
Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 3701-3707, 2000.
- [73] **CFD2000 Version 3.0,**
User's Guide, Theoretical Background, 1997.
- [74] **S. V. Patankar,**
Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing Corporation and McGraw-Hill Book Company, New York, 1980.
- [75] **A. Bar-Cohen and WM. Rohsenow,**
Thermally optimum spacing of vertical, natural convection cooled, parallel plates. *J. of Heat Transfer*, Vol. 116, pp. 116-123, 1984.
- [76] **J. H. Ferziger and M. Peric,**
Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer, Berlin Heidelberg New York, pp. 217-259, 2002.
- [77] **C. M. Rhie and W. L. Chow,**
Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 11, pp. 1525-1532, 1983.
- [78] **R. I. Issa,**
Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of Computational Physics*, Vol. 62, pp. 40-65, 1985.
- [79] **H. K. Versteeg and W. Malalasekera,**
An Introduction to computational fluid dynamics, The finite volume method. Longman Scientific & Technical, England, 1995.

ANNEXE 1

Rappels bibliographiques

Tableau A1.1 : Travaux concernant des canaux formés de deux plaques parallèles

Auteur Année	Méthode	Profil de la vitesse à l'entrée	Pression à l'entrée	Conditions aux limites sur les parois	Régime de l'écoulement
Elenbaas (1942) [1]	expérimentale (air) et analytique	---	---	températures constantes et égales	laminaire en développement et pleinement développé
Ostrach (1952) [2]	analytique	---	$P_g(0)=P_{g0}$	températures constantes non nécessairement égales	laminaire et pleinement développé
Bodoia (1962) [3]	numérique	carré	$P_g(0)=P_{g0}$	températures constantes et égales	laminaire en développement et pleinement développé
Engels (1967) [4]	intégrale	carré (Ra petit) non uniforme (Ra grand)	$P_g(0)=P_{g0}$	températures constantes et densités de flux constantes	laminaire en développement et pleinement développé
Aung (1972) [5]	numérique et expérimentale (air)	carré	$P_g(0)=P_{g0}$	températures et densités de flux constantes non nécessairement égales	laminaire en développement
Aung (1972) [6]	analytique	---	$P_g(0)=P_{g0}$	températures et densités de flux constantes non nécessairement égales	laminaire et pleinement développé

Hugot (1972) [7]	Expérimentale (air)	---	---	températures constantes non nécessairement égales	laminaire transitoire turbulent
Aihara (1973) [8]	numérique et expérimentale (air)	Carré et parabolique	$P_g(0)=P_{g0}$ $P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2$ $P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho\frac{\int u(y)^3 dy}{\int u(y) dy}$	températures constantes non nécessairement égales	laminaire en développement
Miytake (1973) [9]	numérique	carré	$P_g(0)=P_{g0}$	températures constantes non nécessairement égales	laminaire en développement
Akbari (1979) [10]	numérique	carré	$P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2$	températures constantes non nécessairement égales	laminaire en développement
Dalbert (1981) [11]	numérique	carré	$P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2$	densités de flux constantes non nécessairement égales	laminaire en développement
Writz (1982) [12]	Expérimentale (air)	---	---	densités de flux constantes et égales	Laminaire en développement
Sparrow (1985) [14]	numérique et expérimentale (eau)	carré	$P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2$	Une paroi à température constante, l'autre non chauffée	laminaire en développement
Webb (1989) [15]	expérimentale (air)	---	---	Une paroi soumise à une densité de flux constante, l'autre non chauffée	laminaire en développement

Tableau A1.2 : Travaux concernant les cas spéciaux

Auteur année	cas spéciaux	méthode	profil de la vitesse à l'entrée	pression à l'entrée	condition aux limites sur les parois
Dyer (1966) [16]	partie non chauffée à l'entrée du canal	numérique	carré	$P_g(0)=P_{g0}$	températures constantes et égales
Kettlebor ough (1972) [17]	étude de l'écoulement avant l'entrée du canal	numérique sans les hypothèses de la couche limite	calculé	---	températures constantes et égales
Dyer (1975) [18]	cylindre vertical	numérique et expérimentale (air)	carré et parabolique	$P_g(0)=P_{g0}$ $P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2$ $P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho \frac{\int u(y)^3 dy}{\int u(y) dy}$	densité de flux constante
Dyer (1978) [19]	cylindre vertical avec partie non chauffée à l'entrée du canal	numérique et expérimentale (air)	carré	$P_g(0)=P_{g0}$	température constante
Penot (1981) [20]	conduites courbes	numérique et expérimentale (air)	carré	$P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2$	températures constantes et égales
Nakamur a (1982) [21]	étude de l'écoulement avant l'entrée du canal	numérique sans les hypothèses de la couche limite	calculé	<i>calculée</i>	températures constantes et égales
Sparrow (1982) [22]	deux canaux parallèles avec une paroi commune	numérique	carré	$P_g(0)=P_{g0}$	températures constantes non nécessairement égales
Agonafer (1984) [23]	canal à parois divergentes	numérique sans les hypothèses de la couche limite	carré	$P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2$	températures constantes et égales

Azevedo (1986) [24]	canal avec une ouverture sur la paroi non chauffée	numérique et expérimentale (eau)	carré	$P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2$	une paroi à température constante, l'autre non chauffée
Sparrow (1988) [25]	canal à parois convergentes	numérique et expérimentale (eau)	carré	$P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2$	températures constantes et égales
Sparrow (1988) [26]	canal à parois divergentes	expérimentale (eau)	---	---	températures constantes et égales
Cheng (1988) [27]	paroi non nécessairement chauffée au centre du canal	numérique	carré	$P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2$	températures constantes et égales
Kato (1990) [28]	canal avec distributeurs d'air	numérique et expérimentale (air)	---	---	températures constantes non nécessairement égales
Shyy (1990) [29]	canal avec régions d'entrée et sortie	numérique (air)	---	---	températures constantes et égales
Asako (1990) [30]	Cylindre avec cheminée et régions d'entrée et sortie	numérique (air)	---	---	températures constantes et égales

Tableau A1.3 : Travaux concernant la convection mixte

Auteur année	méthode	profil de la vitesse à l'entrée	Pression à l'entrée	conditions aux limites sur les parois	régime de l'écoulement
Dalbert (1980) [31]	numérique et expérimentale (air)	carré	$P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2 + DP_g$	densités de flux constantes non nécessairement égales	laminaire mixte en développement
Penot (1983) [32]	numérique	carré	$P_g(0)=P_{g0}-\frac{1}{2}\rho u_0^2 + DP_g$	densités de flux constantes non nécessairement égales	laminaire mixte en développement
Aung (1986) [33]	numérique	carré	$P_g(0)=P_{g0}$	températures constantes non nécessairement égales	laminaire mixte en développement
Aung (1986) [34]	analytique	---	---	températures constantes non nécessairement égales	laminaire mixte en développement

ANNEXE 2

Procédure de discrétisation et résolution des équations

A2.1 Nomenclature spécifique à l'annexe 2

a_i	Coefficients de discrétisation de l'équation de la pression corrigée
A_i	coefficient de discrétisation des équations
b	Terme constant dans les équations discrétisées.
B, C	Constantes
D	Conductance de diffusion
F	Débit massique à travers les faces du volume de contrôle
$E1, E2$	Fonctions de η
$F(\eta)$	Fonction caractérisant la paroi
G_1, G_2	Composantes contravariantes du vecteur vitesse
J	Jacobéen de la transformation
\vec{N}	Vecteur normal à la surface $\xi = \text{constate}$
P_A	Nombre de Peclet
P	Pression
P'	Pression corrigée
P^*	Pression estimée
S	Terme général de source
U, V	Composantes du vecteur vitesse
U', V'	Vitesses corrigées
U^*, V^*	Vitesses basées sur la pression choisie P^*
X, Y	Coordonnées cartésiennes
$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$	Facteurs géométriques
Γ	Coefficient général de diffusion
ξ, η	Coordonnées curvilignes générales

$\Delta\xi$	Longueur du volume de contrôle suivant ξ
$\delta\xi$	Distance suivant ξ entre deux nœuds adjacents
$\Delta\eta, \delta\eta$	Similaire à $\Delta\xi, \delta\xi$
ϕ	Variable générale dépendante

Indices

e	Face de volume de contrôle entre P et E
n	Face de volume de contrôle entre P et N
nb	Nœuds voisins
s	Face de volume de contrôle entre P et S
w	Face de volume de contrôle entre P et W

Exposants

*,**,*** Valeurs intermédiaires

A2.2 Transformations des équations :

Puisque le domaine n'est pas rectangulaire, les expressions discrétisées des conditions aux limites sur les parois ne sont pas commodes pour le traitement numérique, il est d'usage de transformer le système de coordonnées cartésiennes (X, Y) en un autre système de coordonnées (ξ, η) [76] qui permet de ramener notre domaine curviligne en un domaine rectangulaire. Ainsi la frontière $X=F(Y)$ va se ramener en une droite d'équation $\xi = \xi_2$. La transformation la plus utilisée est celle appelée transformation conforme. Cependant, il est difficile – voir souvent impossible – de trouver analytiquement une fonction qui transforme un domaine donné en un autre souhaité tout en satisfaisant les conditions de Cauchy-Riemann. Par contre, grâce à la transformation homotopique, on peut trouver assez facilement une fonction qui permet de ramener le domaine de départ au domaine souhaité.

Posons :

$$\begin{aligned} X &= \xi \cdot E_1(\eta) + E_2(\eta) \\ Y &= \eta \end{aligned} \tag{A2.1}$$

Avec $E_1(\eta)$ et $E_2(\eta)$ des fonctions de η .

Le problème revient à déterminer les fonctions $E_1(\eta)$ et $E_2(\eta)$ de telle manière que $\xi = \xi_1$ si $X=F_1(\eta)$ et $\xi = \xi_2$ si $X=F_2(\eta)$ (les fonctions F_1 et F_2 sont celles qui caractérisent les parois verticales). Nous sommes dès lors amenés à résoudre le système suivant :

$$\begin{aligned} F_1(\eta) &= \xi_1 \cdot E_1(\eta) + E_2(\eta) \\ F_2(\eta) &= \xi_2 \cdot E_1(\eta) + E_2(\eta) \end{aligned} \tag{A2.2}$$

Ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} E_1(\eta) &= \frac{F_2(\eta) - F_1(\eta)}{\xi_2 - \xi_1} \\ E_2(\eta) &= \frac{\xi_2 \cdot F_1(\eta) - \xi_1 \cdot F_2(\eta)}{\xi_2 - \xi_1} \end{aligned} \quad (\text{A2.3})$$

Ainsi les relations entre les deux systèmes sont :

$$\begin{aligned} X &= \xi \frac{F_2(\eta) - F_1(\eta)}{\xi_2 - \xi_1} + \frac{\xi_2 \cdot F_1(\eta) - \xi_1 \cdot F_2(\eta)}{\xi_2 - \xi_1} \\ Y &= \eta \end{aligned} \quad (\text{A2.4})$$

Dans le problème qui nous concerne, nous avons :

$$\begin{aligned} \xi_1 &= F_1(\eta) = 0 \\ \xi_2 &= 1 \\ F_2(\eta) &= F(\eta) \end{aligned} \quad (\text{A2.5})$$

Dans ces conditions les relations (2.26) deviennent :

$$\begin{aligned} E_1(\eta) &= F(\eta) \\ E_2(\eta) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A2.6})$$

Et par conséquent les relations entre (X, Y) et (ξ, η) dans notre cas sont :

$$\begin{aligned} X &= \xi \cdot F(\eta) \\ Y &= \eta \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \xi &= \frac{X}{F(\eta)} \\ \eta &= Y \end{aligned} \quad (\text{A2.7})$$

avec: $F(\eta) = F = 1 - a \sin \frac{\pi}{L_0} (\eta - L_1)$

A2.3 Expressions des Dérivées dans le nouveau système de coordonnées

Exprimons les dérivées par rapport à X et Y en fonctions des nouvelles coordonnées (ξ, η) . Pour ce faire, nous faisons appel aux règles de dérivation des fonctions composées :

- **Dérivées premières :**

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial X} &= \frac{\partial \xi}{\partial X} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X} \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial Y} &= \frac{\partial \xi}{\partial Y} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial Y} \frac{\partial}{\partial \eta}\end{aligned}\tag{A2.8}$$

Des équations (2.30), nous déduisons :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \xi}{\partial X} &= \frac{1}{F} \quad ; \quad \frac{\partial \eta}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial \xi}{\partial Y} &= -\frac{\xi \cdot F'}{F} \quad ; \quad \frac{\partial \eta}{\partial Y} = 1\end{aligned}\tag{A2.9}$$

Alors :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial X} &= \frac{1}{F} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial Y} &= -\frac{\xi \cdot F'}{F} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta}\end{aligned}\tag{A2.10}$$

- **Relations entre Dérivées secondes :**

En appliquant l'opérateur sur lui-même, on obtient :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial X^2} &= \left(\frac{1}{F} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \left(\frac{1}{F} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \\ \frac{\partial^2}{\partial Y^2} &= \left(-\frac{\xi \cdot F'}{F} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \left(-\frac{\xi \cdot F'}{F} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \right)\end{aligned}\tag{A2.11}$$

- Dérivée première par rapport à la normale :

Si \vec{N} est le vecteur normal à la surface $\xi = \text{constate}$, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial N} = \frac{1}{F} \sqrt{1 + (\xi.F')^2} \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\xi.F'}{\sqrt{1 + (\xi.F')^2}} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (\text{A2.12})$$

Si \vec{N} est le vecteur normal à la surface $\eta = \text{constate}$, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial N} = -\frac{\xi.F'}{F} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (\text{A2.13})$$

A2.4 Equation de transport :

Dans un système de coordonnées cartésiennes bidimensionnel (X,Y) les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, peuvent s'écrire sous la forme générale donnée par l'équation suivante :

$$\frac{\partial(U\phi)}{\partial X} + \frac{\partial(V\phi)}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) + S_\phi \quad (\text{A2.14})$$

Où ϕ est la variable dépendante, Γ est le Coefficient de diffusion de la quantité ϕ et S_ϕ est le terme source. (Tableau A2.1)

Tableau A2.1 : Correspondance des variables dépendantes, du coefficient de diffusion correspondant et du terme source en coordonnées (X,Y)

Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement/ à X	U	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement/ à Y	V	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + Ra Pr \theta$
Energie	θ	1	0

Sachant que les coordonnées curvilignes (ξ, η) sont liées aux coordonnées cartésiennes (X, Y) par les relations :

$$\begin{aligned}\xi &= \xi(X, Y) \\ \eta &= \eta(X, Y)\end{aligned}\tag{A2.15}$$

L'équation (A2.14) se transforme en :

$$\frac{\partial(G_1\phi)}{\partial\xi} + \frac{\partial(G_2\phi)}{\partial\eta} = \frac{\partial}{\partial\xi} \left[\frac{\Gamma_\phi}{J} (\alpha_1\phi_\xi - \beta_1\phi_\eta) \right] + \frac{\partial}{\partial\eta} \left[\frac{\Gamma_\phi}{J} (-\beta_1\phi_\xi + \gamma_1\phi_\eta) \right] + JS_\phi\tag{A2.16}$$

Ou encore sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial\xi} \left[G_1\phi - \left(\frac{\Gamma_\phi}{J}\right)(\alpha_1\phi_\xi - \beta_1\phi_\eta) \right] + \frac{\partial}{\partial\eta} \left[G_2\phi - \left(\frac{\Gamma_\phi}{J}\right)(\beta_1\phi_\xi + \gamma_1\phi_\eta) \right] = JS_\phi\tag{A2.17}$$

avec: $\phi_\xi = \frac{\partial\phi}{\partial\xi}$ et $\phi_\eta = \frac{\partial\phi}{\partial\eta}$

Dans l'équation (A2.16), les paramètres $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ sont des facteurs géométriques et J est le jacobéen, ils sont définis par :

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \left(\frac{\partial X}{\partial\eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial\eta}\right)^2 = X_\eta^2 + Y_\eta^2 \\ \beta_1 &= \frac{\partial X}{\partial\xi} \frac{\partial X}{\partial\eta} + \frac{\partial Y}{\partial\xi} \frac{\partial Y}{\partial\eta} = X_\xi X_\eta + Y_\xi Y_\eta \\ \gamma_1 &= \left(\frac{\partial X}{\partial\xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial\xi}\right)^2 = X_\xi^2 + Y_\xi^2 \\ J &= \frac{\partial X}{\partial\xi} \frac{\partial Y}{\partial\eta} - \frac{\partial X}{\partial\eta} \frac{\partial Y}{\partial\xi} = X_\xi Y_\eta - X_\eta Y_\xi\end{aligned}\tag{A2.18}$$

Les composantes contravariantes du vecteur vitesse G_1 et G_2 sont définis par :

$$G_1 = U \frac{\partial Y}{\partial \eta} - V \frac{\partial X}{\partial \eta} = UY_\eta - VX_\eta \quad (\text{A2.19a})$$

$$G_2 = V \frac{\partial X}{\partial \xi} - U \frac{\partial Y}{\partial \xi} = VX_\xi - UY_\xi \quad (\text{A2.19b})$$

Dans le tableau A2.2 on donne la variable dépendante ϕ , le Coefficient de diffusion Γ et le terme source S_ϕ en coordonnées (ξ, η) .

Tableau A2.2 : Correspondance des variables dépendantes, du coefficient de diffusion correspondant et du terme source en coordonnées (ξ, η)

ϕ	Γ	JS_ϕ
1	0	0
U	Pr	$-(Y_\eta P_\xi + Y_\xi P_\eta)$
V	Pr	$X_\eta P_\xi - X_\xi P_\eta + JRa Pr \theta$
θ	1	0

A2.5 Discrétisation de l'équation de transport :

Les volumes de contrôle bidimensionnels des figures A2.1 et A2.2 ont été utilisés pour définir les paramètres géométriques et la nomenclature.

La discrétisation consiste à intégrer chaque terme de l'équation A2.16 dans le volume de contrôle considéré. Une fois la discrétisation effectuée, toutes les variables ϕ de l'équation générale sont stockées au centre des éléments au point P. D'autre part, les composants contravariantes de la vitesse sont placés dans les interfaces pour aider à calculer les coefficients des équations discrétisées.

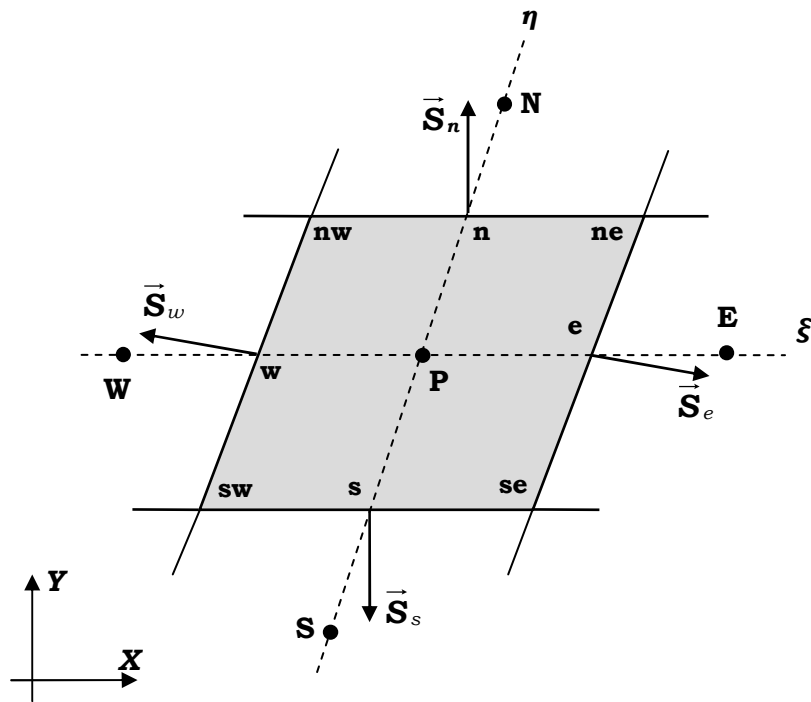


Figure A2.1 Volume de contrôle en coordonnées curvilignes

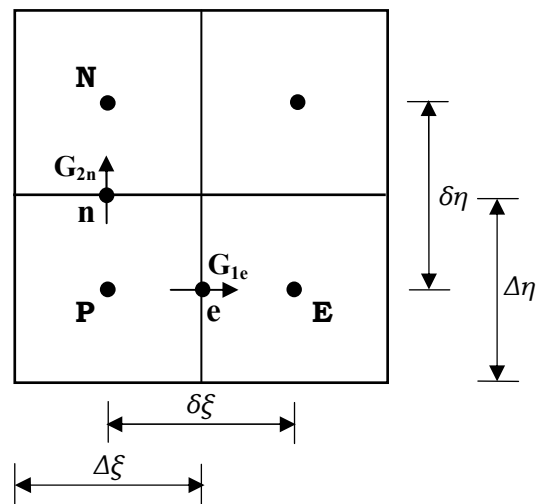


Figure A2.2. Paramètres géométriques dans le domaine de calcul

En intégrant l'équation de continuité sur le volume de contrôle de ϕ , on obtient l'équation discrétisée suivante :

$$(G_1 \Delta \eta)_e - (G_1 \Delta \eta)_w + (G_2 \Delta \xi)_n - (G_2 \Delta \xi)_s = 0 \quad (\text{A2.20})$$

Où $(G_1 \Delta \eta)_e$, $(G_1 \Delta \eta)_w$, $(G_2 \Delta \xi)_n$, $(G_2 \Delta \xi)_s$ sont les flux convectifs sur les faces du volume de contrôle.

L'intégration de l'équation gouvernante de ϕ sur le volume de contrôle correspondant donne :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + b_\phi \quad (\text{A2.21})$$

Les A_P, A_E, A_N et A_S sont les coefficients reliés aux points P, E, N, S respectivement, ils sont donnés par :

$$A_E = D_e A(P_{\Delta e}) + [[-F_e, O]] \quad (\text{A2.22a})$$

$$A_W = D_w A(P_{\Delta w}) - [[F_w, O]] \quad (\text{A2.22b})$$

$$A_N = D_n A(P_{\Delta n}) + [[-F_n, O]] \quad (\text{A2.22c})$$

$$A_S = D_s A(P_{\Delta s}) - [[F_s, O]] \quad (\text{A2.22d})$$

$$b_\phi = S_\phi J \Delta \xi \Delta \eta - \left[\left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \beta_1 \phi_\eta \Delta \eta \right) \Big|_w^e + \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} \beta_1 \phi_\xi \Delta \xi \right) \Big|_s^n \right] \quad (\text{A2.22e})$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S \quad (\text{A2.22f})$$

Où les flux convectifs et les conductances correspondant sont :

$$F_e = (G_1 \Delta \eta)_e \quad F_w = (G_1 \Delta \eta)_w \quad (\text{A2.23a})$$

$$F_n = (G_2 \Delta \xi)_n \quad F_s = (G_2 \Delta \xi)_s \quad (\text{A2.23b})$$

$$D_e = \left(\frac{\alpha_1}{J} \Gamma_\phi \frac{\Delta\eta}{\Delta\xi} \right)_e \quad D_w = \left(\frac{\alpha_1}{J} \Gamma_\phi \frac{\Delta\eta}{\Delta\xi} \right)_w \quad (\text{A2.23c})$$

$$D_n = \left(\frac{\gamma_1}{J} \Gamma_\phi \frac{\Delta\xi}{\Delta\eta} \right)_n \quad D_s = \left(\frac{\gamma_1}{J} \Gamma_\phi \frac{\Delta\xi}{\Delta\eta} \right)_s \quad (\text{A2.23d})$$

La variables ϕ à l'interface d'un volume de contrôle a été déterminée en utilisant le schéma numérique du type "Upwind", d'où $A(|P_A|) = 1$.

A2.6 Solution numérique et algorithme :

A2.6.1 Méthode numérique

Les équations résultantes de la discrétisation des équations de mouvement s'écrivent

$$U_P = \sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}^U U_{nb} + S_U + \left(B_U \frac{\partial P}{\partial \xi} + C_U \frac{\partial P}{\partial \eta} \right)_P \quad (\text{A2.24})$$

$$V_P = \sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}^V V_{nb} + S_V + \left(B_V \frac{\partial P}{\partial \xi} + C_V \frac{\partial P}{\partial \eta} \right)_P \quad (\text{A2.25})$$

Les termes du gradient de pression des équations de U et V sont discrétisées par les expressions suivantes

$$\frac{\partial P}{\partial \xi} = \frac{(P_e)_P - (P_w)_P}{\Delta\xi} \quad (\text{A2.26a})$$

$$\frac{\partial P}{\partial \eta} = \frac{(P_n)_P - (P_s)_P}{\Delta\eta} \quad (\text{A2.26b})$$

Les coefficients des équations discrétisées A2.24 et A2.25 sont calculés par :

$$B_U = -\left(\frac{\partial Y}{\partial \eta}\right)_p \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{A_P^U} \quad C_U = \left(\frac{\partial Y}{\partial \xi}\right)_p \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{A_P^U} \quad (\text{A2.27a})$$

$$B_V = \left(\frac{\partial X}{\partial \eta}\right)_p \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{A_P^V} \quad C_V = -\left(\frac{\partial X}{\partial \xi}\right)_p \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{A_P^V} \quad (\text{A2.27b})$$

Il est possible de résoudre les équations du mouvement pour un champ de pression donné P^* . Si U^* et V^* notent le champ de vitesse basé sur le champ de pression donné, ceci implique que les équations A2.24 et A2.25 s'écrivent :

$$U_P^* = \sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}^U U_{nb}^* + S_U + \left(B_U \frac{\partial P^*}{\partial \xi} + C_U \frac{\partial P^*}{\partial \eta} \right)_P \quad (\text{A2.28})$$

$$V_P^* = \sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}^V V_{nb}^* + S_V + \left(B_V \frac{\partial P^*}{\partial \xi} + C_V \frac{\partial P^*}{\partial \eta} \right)_P \quad (\text{A2.29})$$

La soustraction de l'équation A2.28 de l'équation A2.24 et A2.29 de A2.26 et en omettant les termes $\sum A_{nb}^U (U_{nb} - U_{nb}^*)$ et $\sum A_{nb}^V (V_{nb} - V_{nb}^*)$, on obtient les équations des vitesses corrigées suivantes :

$$U_P = U_P^* + \left(B_U \frac{\partial P^*}{\partial \xi} + C_U \frac{\partial P^*}{\partial \eta} \right)_P \quad (\text{A2.30a})$$

$$V_P = V_P^* + \left(B_V \frac{\partial P^*}{\partial \xi} + C_V \frac{\partial P^*}{\partial \eta} \right)_P \quad (\text{A2.30b})$$

Les équations corrigées de G_1 et G_2 peuvent être obtenues en substituant les équations A2.30a et A2.31b dans les équations A2.19a et A2.19b, ce qui donne :

$$G_1 = G_1^* + \left(B_U \frac{\partial Y}{\partial \eta} - B_V \frac{\partial X}{\partial \eta} \right) \frac{\partial P'}{\partial \xi} + \left(C_U \frac{\partial Y}{\partial \eta} - C_V \frac{\partial X}{\partial \eta} \right) \frac{\partial P'}{\partial \eta} \quad (\text{A2.31a})$$

$$G_2 = G_2^* + \left(C_V \frac{\partial X}{\partial \xi} - C_U \frac{\partial Y}{\partial \xi} \right) \frac{\partial P'}{\partial \eta} + \left(B_V \frac{\partial X}{\partial \xi} - B_U \frac{\partial Y}{\partial \xi} \right) \frac{\partial P'}{\partial \xi} \quad (\text{A2.31b})$$

Si le maillage est orthogonal, les derniers termes dans les équations A2.31a et A2.31b sont négligeables. En négligeant ces termes G_1 et G_2 s'écrivent :

$$G_1 = G_1^* + B \frac{\partial P'}{\partial \xi} \quad (\text{A2.32a})$$

$$G_2 = G_2^* + C \frac{\partial P'}{\partial \eta} \quad (\text{A2.32b})$$

Où

$$B = B_U \frac{\partial Y}{\partial \eta} - B_V \frac{\partial X}{\partial \eta} \quad C = C_V \frac{\partial X}{\partial \xi} - C_U \frac{\partial Y}{\partial \xi} \quad (\text{A2.33})$$

Ces relations approximées de G_1 et G_2 (Eqs.A2.32a et A2.32b) peuvent être utilisées pour avoir une nouvelle correction des équations de U et V :

$$U = U^* + \left[\left(\frac{\partial X}{\partial \xi} \right) B \left(\frac{\partial P'}{\partial \xi} \right) + \left(\frac{\partial X}{\partial \eta} \right) C \left(\frac{\partial P'}{\partial \eta} \right) \right] / J \quad (\text{A2.34a})$$

$$V = V^* + \left[\left(\frac{\partial Y}{\partial \xi} \right) B \left(\frac{\partial P'}{\partial \xi} \right) + \left(\frac{\partial Y}{\partial \eta} \right) C \left(\frac{\partial P'}{\partial \eta} \right) \right] / J \quad (\text{A2.34b})$$

L'équation discrétisée pour la correction de pression est obtenue en substituant G_1 et G_2 des équations A2.32a et A2.32b dans l'équation de continuité (Eq. A2.20). La forme finale est donnée par :

$$a_p P'_p = \sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} P'_{nb} + b \quad (\text{A2.35})$$

Où

$$a_E = -(B)_e \left(\frac{\Delta \eta}{\delta \xi} \right)_e \quad (\text{A2.36a})$$

$$a_W = -(B)_w \left(\frac{\Delta \eta}{\delta \xi} \right)_w \quad (\text{A2.36b})$$

$$a_N = -(C)_n \left(\frac{\Delta \xi}{\delta \eta} \right)_e \quad (\text{A2.36c})$$

$$a_S = -(C)_s \left(\frac{\Delta \xi}{\delta \eta} \right)_s \quad (\text{A2.36d})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{A2.36e})$$

$$b = (G_1^* \Delta \eta)_w - (G_1^* \Delta \eta)_e + (G_2^* \Delta \xi)_s - (G_2^* \Delta \xi)_n \quad (\text{A2.36f})$$

Une fois le champ de pression corrigé est obtenu, la pression est adaptée en ajoutant P' à P^* quand aux les vitesses elles seront adaptées en utilisant les équations A2.34a et A2.34b. Lors du calcul des vitesses U et V , un schéma aux différences finis centré du deuxième ordre ($2\Delta\xi$ où $2\Delta\eta$) est utilisé dans le gradient de pression corrigée aux noeuds du maillage. Les vitesses contravariantes G_1 et G_2 sont nécessaires aux interfaces et sont adaptées en utilisant un schéma aux différences du premier ordre pour le calcul du gradient de la pression corrigée aux faces du volume de contrôle. Des oscillations dans le champ de pression sont ainsi détectées par G_1 et G_2 , qui sont tout le temps utilisées dans les équations de mouvement. Cette pratique seule est cependant, insuffisante pour supprimer complètement les oscillations. Pour éliminer les oscillations dans les solutions suggérées, Rhie et Chow [77] ont ajouté à G^* dans le terme source de l'équation de correction de pression, la correction suivant :

$$(G_I^*)_e = \overline{G_I^*} + \overline{B} \left[\frac{(P_E - P_P)}{\delta\xi} - \left(\frac{\partial P}{\partial \xi} \right) \right] \quad (\text{A2.37})$$

Où les valeurs sous la barre sont obtenues par interpolation linéaire entre les noeuds du maillage.

A2.6.2 Algorithme de Résolution

CFD2000 utilise une variante de l'algorithme de résolution PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operator) développé par R.I. Issa [78]. C'est à l'origine une méthode non itérative utilisée pour réaliser la discrétisation implicite de couplage pression-vitesse dans les équations de transport. Elle est applicable aux fluides compressibles et incompressibles. Par la suite, la méthode PISO a été adaptée avec succès pour le calcul itératif dans les problèmes stationnaires [79]. PISO est basée sur la séparation du processus de résolution où les pressions sont à chaque fois découplées des vitesses. Les équations séparées qui en résultent sont résolues par des techniques standards.

L'algorithme PISO implique une étape de prédiction et deux étapes de correction.

Etape de prédiction

A partir d'un champ de pression suggéré P^* les équations sont solutionnées pour déterminer les composantes de vitesse U^* et V^* .

Première étape de correction

Les champs de vitesse U^* et V^* vont satisfaire l'équation de continuité lorsque le champ de pressions P^* sera exact. Une première étape de correction est introduite afin d'obtenir des champs de vitesse U^{**} et V^{**} qui satisfont l'équation de continuité.

L'introduction des vitesses corrigées dans l'équation de la continuité discrétisée conduit à une équation permettant la détermination des corrections sur la pression P'

Une fois les corrections de pression évaluées, les vitesses sont corrigées. La pression corrigée est donnée par

$$P^{**} = P^* + P' \quad (\text{A2.38})$$

Seconde étape de correction

Une seconde correction est effectuée sur la pression. Le champ de pressions doublement corrigé est donné par :

$$P^{***} = P^{**} + P'' = P^* + P' + P'' \quad (\text{A2.39})$$

Les vitesses doublement corrigées U^{***} et V^{***} sont ensuite évaluées.

En fin, les équations de transport de scalaire sont ensuite solutionnées en posant :

$$P = P^{***} \quad U = U^{***} \quad V = V^{***} \quad (\text{A2.40})$$