

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE.**

**UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENE USTHB / ALGER**



FACULTE DE PHYSIQUE

MÉMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de :

Magister

En : Physique

Spécialité : Énergétique et Mécanique des Fluides

Par

AOUATTOU NABILA

SUJET

**Modélisation des transferts de chaleur et de masse dans le système
Sol-Plante-Atmosphère avec fond imperméable en
régime variable.**

Soutenue publiquement le 07 /02 / 2006, devant le jury :

M. BOUHADEF

Professeur, l'USTHB

Président

M. SAIGHI

Maître de Conférences, l'USTHB

Directeur de thèse

A. BENSMAILI

Professeur, l'USTHB

Examinatrice.

A. BOUABDALLAH

Professeur, l'USTHB

Examineur.

E. K. SI-AHMED

Professeur, l'USTHB

Examineur.

H. BE NMOUSSA

Maître de Conférences, Univ. Batna

Examineur.

A ceux qui m'ont appris ce que persévérance et patience
veulent dire, mes chers parents

A la mémoire de ma sœur.

A ma très chère amie Ismahane.

Remerciements

Le travail qui a fait l'objet de cette thèse a été réalisé au sein du laboratoire « Thermodynamique et Systèmes Energétiques » sous la direction de Monsieur M.SAIGHI Maître de Conférences à l'USTHB faculté de Physique. D'abord, je voudrais exprimer ma profonde gratitude et ma sincère reconnaissance à mon directeur de thèse; pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire, je tiens à le remercier pour sa gentillesse et sa patience inépuisable et qu'il m'a fait partager ses connaissances et ses points de vue.

J'exprime à Monsieur le Professeur M. BOUHADEF, ma reconnaissance pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence de jury de cette thèse.

Je remercie, Monsieur le Professeur A. BOUABDALLAH, pour avoir accepté à participer à ce jury et juger les résultats obtenus de ce travail.

Je remercie, également Monsieur le Professeur E.K. SI-AHMED, pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je remercie, Madame la Professeur A. BENSMAILI, pour avoir accepté à participer à ce jury, et juger les résultats obtenus.

Je remercie, Monsieur H. BENMOUSSA, Maître de Conférences à L'université de Batna pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à toute l'équipe du laboratoire. Je les remercie pour leurs conseils amicaux, leurs soutiens et encouragements durant les moments difficiles.

Je voudrais ici remercier tous ceux qui m'ont permis d'aller jusqu'au bout de ce travail. Ils sont nombreux, et j'espère que ceux qui ne seraient pas nommés ici savent que je ne les oublie pas.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	(1)
CHAPITRE 1-LE CONTINUUM SOL-PLANTE-ATMOSPHERE	
Introduction	(4)
1-Le sol	
1.1- Composition et propriétés physiques des sols	(4)
1.1.1 - Composition des sols	(4)
1.1.2- Phase solide	(7)
1.1.3- Texture d'un sol	(7)
1.1.4- La structure	(8)
1.2 - Les propriétés physiques de l'eau	(10)
1.2.1 - Introduction	(10)
1.2.2- La pression de vapeur saturant	(10)
1.2.3- La chaleur latente de vaporisation ou de condensation	(11)
1.2.4 - La tension superficielle	(11)
1.2.5 - La capillarité	(11)
1.3-l'eau dans le continuum sol-plante-atmosphère (SPAC)	(12)
1.3.1- La notion de potentiel de l'eau	(14)
1.3.2- L'état énergétique de l'eau du sol	(14)
1.3.3- Fondement thermodynamique du concept de potentiel	(15)
1.3.4- Potentiel de pression	(17)
• Potentiel gravitationnel (Ψ_z ou Ψ_g)	(17)
• Potentiel osmotique (Ψ_o)	(17)
• Potentiel capillaire ou matriciel (Ψ_m)	
• La teneur en eau	(18)
1.3.5- Flux d'eau dans la plante	(20)
CHAPITRE II- BILANS ENERGITIQUE ET HYDRIQUE	
I) Bilan énergétique	(21)
1-Transfert de chaleur dans le sol	(21)
2-Calcul du rayonnement solaire	(24)
Introduction	(24)
2.1- Position du soleil	(26)
2.1.1- Le repérage du soleil par rapport à la terre	(26)
2.2- Les échanges radiatifs	(27)
2.3- Le rayonnement solaire	(28)
2.4- Le rayonnement terrestre	(29)
2.5 - Le rayonnement net	(29)
2.6- Calcul pratique des flux solaires	(32)
2.6.1-Flux direct	(32)
2.6.2-Flux diffus	(33)
2.6.3-Rayonnement global	(33)
II) Bilan hydrique dans le sol	(34)
1 -L'infiltration	(36)
2- La redistribution	(38)

3- L'évaporation	(38)
4 -Evapotranspiration	(39)
5 - Notion d'évapotranspiration potentielle	(39)
6- Formules analytiques de l'évapotranspiration potentielle	(40)
• Formule de Blaney-Cridle	(40)
• Formule de Turc	(40)
• Formule de Penman	(40)
• Formule de Penman-Monteith	(42)
• Conductivité hydraulique $k(\theta)$	(43)
• Diffusivité hydraulique $D(\theta)$	(44)
7- Le point de flétrissement	(44)

CHPITRE III- MODELISATION DES TRANSFERTS DANS LE SYSTEME SOL-PLANTE

Introduction	(45)
1- Dynamique de l'eau dans le sol	(45)
1.1- Equations des écoulements non saturés (Equation de Richards)	(46)
1.2- Résolution de l'équation de diffusion; utilisation de la transformée de Laplace	(47)
2.Méthode des quadripôles	(49)
2.1- Quadripôle associé à une géométrie plane	(49)
2.2- Quadripôle associé à une géométrie cylindrique	(54)
2.3- Quadripôle associé à une couche de sol en présence de source ou puits	(55)
2.4- Quadripôle associé à un milieu semi-infini	(58)
2.5- Quadripôle associé à un milieu multicouche	(59)
3 – Dynamique de l'eau dans la plante	(60)
3.1- Introduction	(60)
3.2- Transfert hydrique en régime de flux conservatif	(61)
3.3-Transfert hydrique en régime de flux non conservatif quadripôle associé à une plante	(63)
3.3.1- Les modèles à réservoir	(63)
Conclusion	(67)

CHAPITRE IV -MODÉLISATION DES TRANSFERTS DANS LE SYSTEME SOL-PLANTE-ATMOSPHERE

Introduction	(68)
1- Modèle de transport dans le SPAC	(68)
2- Rappels des équations de transport dans le système sol - plante	(70)
2.2- Equation de transport dans le sol	(70)
2.3- Equation de transport dans la plante	(70)
2.4- L'atmosphère	(71)
3– Equation du bilan	(71)
3.1 - Equation du bilan radiatif	(71)
3.2 - Bilan énergétique	(71)
3.3- Echange de vapeur d'eau	(72)
3.4- Echange de chaleur résistance de la couche limite	(74)
3.5- Transpiration	(75)
4- Etude d'une plante en pot avec fond imperméable en régime transitoire	(77)

4.1- Schéma électrique équivalent	(78)
4.1.1. Système surface du sol-racines	(78)
4.1.2- Système racines-fond	(79)
4.1.3 - Système racines-plante	(79)
4.2 - Résolution du système d'équation	(83)
4.3 - Interprétation des résultats	(83)
4.3.1- Influence de la profondeur du sol	(84)
4.3.2- Influence de la teneur en eau du sol	(84)
4.3.3- Influence de la résistance foliaire	(85)
5 - Etude d'une plante en pot avec fond perméable	(91)
Introduction	(91)
5.1 - Schéma électrique équivalent	(91)
5.1.1- Système surface du sol-racines	(93)
5.1.2 -Système racines-fond	(93)
5.1.3- Système racines-plante	(94)
5.2 - Résolution du système d'équation	(94)
5.3 - Interprétation des résultats	(96)
5.3.1- Influence de la profondeur du sol	(96)
5.3.2- Influence de la teneur en eau du sol	(97)
6- Etude diurne du régime variable pour le cas imperméable	(100)
Conclusion	(101)
Conclusion générale	(105)
Références bibliographiques	(107)

INTRODUCTION

La compréhension et la description du transport de l'eau dans le système sol-plante-atmosphère ont beaucoup d'intérêt pour l'agronomie et l'agriculture dans les régions arides et semi-arides. A la lumière des travaux effectués dans ce domaine, il apparaît que l'étude de l'utilisation de l'eau par les plantes ne peut se faire qu'en intégrant simultanément les connaissances relatives au fonctionnement des trois types de maillons (le sol, la plante et l'atmosphère) dont les effets sur l'évapotranspiration sont naturellement très fortement interdépendants.

Le présent travail traite la modélisation des transferts de chaleur et de masse dans le système très complexe sol-plante-atmosphère en régime variable (transitoire et périodique). La plante étudiée est une plante en pot avec fond imperméable ou fond perméable. L'ensemble du système sol-plante-atmosphère continuum (SPAC) est le siège d'échanges continus de masse et d'énergie. Ces échanges font intervenir les principaux types de transport d'énergie (radiation solaire, convection, conduction, conversion d'énergie avec changement d'état).

L'objectif de notre travail est de comprendre les mécanismes de transport dans ce continuum très complexe en milieu non saturé. Cela nécessite une bonne connaissance des phénomènes biologiques (croissance de la végétation, fonctionnement des couverts végétaux,...) et des phénomènes de transfert (transfert de masse et d'énergie). Le continuum sol-plante-atmosphère peut être schématisé comme une pompe aspirante où la succion provient de l'atmosphère et où la source de l'eau est dans le sol, qui retient celle-ci de manière variable selon les états de l'eau dans le sol. Le modèle mathématique proposé couple les transferts hydriques et thermiques, il se dégage clairement que l'essentiel des transferts se fait via la phase liquide.

Ce modèle est basé sur la méthode d'analogie électrique, où le transport hydrique dans le sol et dans la plante sont décrits de façon couplée à l'aide d'un schéma électrique équivalent, utilisant la méthode des quadripôles. Le modèle tient compte du rôle du réservoir de la plante qui peut stocker l'eau absorbée par les racines, il est influencé également par les conditions climatiques (rayonnement incident, température, humidité de l'air, vitesse du vent et précipitations) à un pas de temps n'excédant pas l'heure de façon à reproduire le cycle diurne avec une résolution compatible avec la complexité des processus décrits.

Introduction générale

Dans l'analogie électrique, la plante est identique à une portion de circuit limitée par deux bornes (le potentiel foliaire et le potentiel matriciel du sol en contact avec les racines) associant trois résistances en série :

- La résistance à l'extraction (R_r) représente l'efficacité de l'extraction de l'eau du sol par les racines ;
- la résistance totale de la plante (R_p) représente l'efficacité de la plante au transfert vertical de la sève brute par les cellules du xylème ;
- la résistance stomatique des feuilles R_f , représente l'efficacité de l'extraction par l'atmosphère de la vapeur d'eau depuis la chambre sous-stomatique à travers les stomates.

Le présent manuscrit est organisé en quatre chapitres et une conclusion générale synthétisant l'ensemble des résultats obtenus.

Le premier chapitre (1); est consacré à l'étude des caractéristiques physiques du sol et de la plante (Potentiel de l'eau du sol, l'état énergétique de l'eau et les fondements thermodynamiques du concept de potentiel).

Dans le deuxième chapitre (2); nous nous intéressons à l'étude du bilan énergétique et au bilan hydrique. Ces bilans sont nécessaires pour évaluer les besoins en eau pour les plantes et à leur croissance. Nous citons les formules empiriques pour le calcul du rayonnement solaire, du rayonnement global (diffus et direct), ainsi que le calcul de l'évapotranspiration.

Le troisième chapitre (3); est consacré à l'étude du modèle mathématique utilisé pour décrire le transport hydrique dans le système sol-plante-atmosphère. Ce modèle utilise la méthode des quadripôles, dont le principal avantage est sa représentation physique simple grâce à l'utilisation d'une analogie électrique. Cela revient à introduire des termes capacitifs capables de stocker l'eau dans ses cellules en plus des termes résistifs habituellement utilisés par la quasi-totalité des auteurs. Dès lors, les voies de transport dans la plante et dans différentes couches sont schématisées par des quadripôles du type résistance et le réservoir-plante est schématisé par un quadripôle du type capacité.

Le quatrième chapitre (4); est consacré au développement du modèle mathématique global qui décrit l'ensemble des transferts hydrique et thermique dans le système sol-plante-atmosphère en régime variable (transitoire et périodique). Ce modèle prend en compte la capacitance de la plante par l'intermédiaire du réservoir qui peu stocker l'eau. Il est développé à l'aide d'un

schéma électrique équivalent utilisant la méthode des quadripôles. Le schéma électrique équivalent est l'association de trois quadripôles :

- surface du sol - racines
- racines - fond
- racines – plante

Deux cas ont pu être étudiés de façon similaire dans le cas transitoire:

- La plante en pot avec fond imperméable.
- La plante avec fond perméable.

Le troisième cas concerne l'étude diurne des transferts ; cette étude permet une analyse plus fine et plus précise des phénomènes mis en jeu.

A partir du schéma électrique pour chaque cas, les équations sont écrites dans l'espace de Laplace et résolues de façon analytique. Le retour dans l'espace des réels est effectué grâce à la méthode numérique de Stehfest.

CHAPITE I

LE CONTINUUM SOL-PLANTE-ATMOSPHERE

Introduction

Le système sol-plante-atmosphère continuum (SPAC) est le siège d'échanges continus de masse et d'énergie avec couplage qui crée un milieu complexe dont la bonne compréhension nécessite la connaissance préalable des propriétés physiques de ces principales composantes et leurs interaction avec l'eau; ce sont ces connaissances qui vont justifier les hypothèses de la modélisation du système que nous allons présenter.

Nous allons étudier dans ce chapitre la description du sol et des interactions réciproques de ses trois composantes à savoir les phases solide, liquide et gazeuse. Nous insisterons en particulier sur les deux types d'informations nécessaires dans l'étude des phénomènes d'interactions sol-eau : la quantité d'eau contenue dans un sol (c'est à dire la teneur en eau) et son état énergétique représenté par son potentiel total.

1 - Le sol :

Le sol est généralement un milieu structuré, non uniforme et hétérogène, triphasique (solide, liquide et gaz), dispersé et poreux. Il présente des caractéristiques d'état et de fonctionnement qui varient de façon aléatoire ou selon certaines lois. C'est un système biologiquement actif, siège de nombreux phénomènes transitoires qui s'inscrivent dans un processus évolutif global, et en constante interaction avec les autres éléments de l'écosystème dans lequel il s'insère. La phase solide réagit constamment avec les fluides (eau et sels solubles, gaz) qui imprègnent les pores du sol.

L'eau provenant des précipitations (ou irrigation) est absorbée et stockée dans le sol. Seule une partie retourne dans l'atmosphère par évaporation directement du sol ou par transpiration des plantes. L'eau du sol est sujette à de fréquents changements de phase qui sont affectés par la température, la pression et les solutés.

1.1 - Composition et propriétés physiques des sols

1.1.1 - composition des sols

La figure (1.1) donne un diagramme schématique d'un sol qui peut nous aider à définir les relations entre les volumes V et les masses m des trois phases constituant le sol.

Sur la base de ce diagramme nous pouvons définir la terminologie généralement utilisée pour exprimer les relations quantitatives des trois constituants primaires du sol.

- Porosité : $\varepsilon = \frac{V_a + V_w}{V_t}$

La porosité est un indice du volume relatif des pores dans le sol. Sa valeur varie généralement entre 0,3 et 0,6. Les sols à texture grossière ont tendance à être moins poreux que les sols à texture fine, alors que la taille moyenne des pores pris individuellement est plus grande dans les premiers que dans les derniers sols.

- Masse volumique : ρ

Les spécificités des diverses phases constituant le sol s'expriment de la manière la plus générale par leur masse volumique respective, soit par les rapports de leur masse à leur volume:

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_s} \quad \rho_w = \frac{M_w}{V_w} \quad \rho_a = \frac{M_a}{V_a}$$

- Teneur en eau

L'humidité, ou teneur en eau relative du sol, peut être exprimée de diverses manières, par rapport à la masse de solide, à la masse totale, au volume de solide, au volume total ou au volume des pores. Les plus communément utilisées sont :

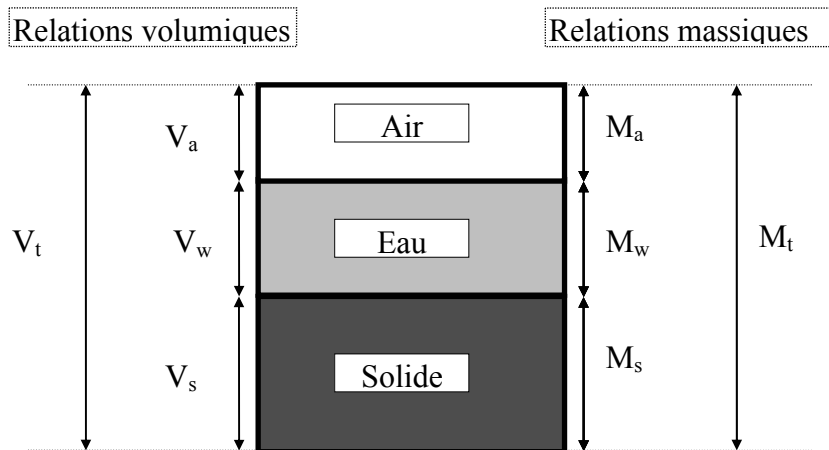
- la teneur en eau pondérale ou humidité pondérale :

$$\omega = \frac{m_w}{m_s}$$

- la teneur en eau volumique ou humidité volumique

$$\theta = \frac{V_w}{V_t}$$

Le choix entre les variables (ω) et (θ), en vue de caractériser la teneur en humidité d'un milieu poreux, s'effectue généralement d'après le phénomène étudié, selon l'importance relative accordée soit aux masses d'humidité transférées (par exemple le séchage), soit au



V_t = volume totale du sol

V_s = volume de la phase solide

V_w = volume de la phase liquide

V_a = volume de la phase gazeuse

M_t = masse totale

M_s = masse de la phase solide

M_w = masse de la phase liquide

M_a = masse de la phase gazeuse

Figure 1.1 : Diagramme synoptique du système à trois phases du sol

volume d'eau déplacé (hydrologie). La teneur en eau volumique (θ) est l'une des variables les plus répandues dans la description des processus se déroulant dans le sol.

La teneur en eau d'un sol varie entre une valeur minimale, la teneur en eau résiduelle θ_r , et une valeur maximale, la teneur en eau à saturation θ_s . Celle-ci est égale à la porosité, l'ensemble de l'espace poral étant alors occupé par la solution du sol. Toutefois, dans les conditions naturelles, un sol ne parvient jamais à saturation totale, car il reste toujours des poches d'air.

Dans les sols sableux, la valeur de θ à saturation est de l'ordre de 40 % à 50 %, dans les sols argileux, elle peut atteindre 60 %. Dans ceux-ci, le volume relatif d'eau à saturation peut dépasser la porosité du sol sec, puisque les sols argileux gonflent en se mouillant. La relation entre ω et θ est :

$$\omega = \frac{\rho_w}{\rho_0} \theta$$

Où :

$$\rho_0 = \frac{m_s}{V_t}$$

- Saturation en eau

$$S = \frac{V_w}{V_a + V_w}$$

Elle est définie par le rapport du volume de la phase liquide au volume des pores. S varie entre un minimum résiduel et la valeur de 100 %. Cependant, dans les conditions naturelles, une saturation de 100 % est rarement atteinte car il y a presque toujours un peu d'air piégé même dans un sol très mouillé.

1.1.2 - Phase solide

Les principaux paramètres de la phase solide qui font partie de la matrice du sol sont : la texture caractérisée par la taille des particules, est un paramètre constant et spécifique d'un sol donné et la structure du sol qui est une propriété variable qu'il est difficile de contrôler.

1.1.3 - Texture d'un sol

Le caractère meuble d'un sol est assuré par sa nature particulière qu'on appelle aussi sa texture. La taille des particules élémentaires d'un sol peut varier fortement. Le diamètre moyen des particules solides définit la texture du sol. La texture du sol renseigne sur la taille prédominante. Elle joue un rôle important dans la compacité du sol, dans sa porosité, qui

définissent la plus ou moins grande facilité de pénétration des racines, la circulation de l'air et de l'eau. La méthode traditionnelle pour caractériser la taille des particules dans les sols consiste à diviser ces particules en trois gammes de tailles texturales connues sous les noms de : sable, limon et argile. Un diagramme de classification de la société Internationale de science du sol est illustré sur la figure 1.2a. La texture peut se classer en trois types importants qu'on détermine à l'aide d'un triangle des textures figure 1.2b :

– La texture sableuse caractérise un sol bien aéré mais emmagasinant difficilement l'eau et les sels nutritifs. On considère comme sableux les sols qui contiennent 85% ou plus de sables fins ou grossiers, le reste étant partagé à égalité par des argiles et des limons; c'est le cas pour beaucoup des sols de regs ou de ceux des centres de culture du Hoggar et des régosols gagnés sur les sables mobiles et les dunes.

– La texture limoneuse est celle des sols qui contiennent au moins 50% de limons. On les appelle limono-sableux avec 30% ou 40% de sables et limono-argileux avec au moins 25% d'argile. Ceux-ci sont rares au Sahara algérien, sauf dans l'horizon moyen des sols des daïas, l'horizon superficiel étant souvent limono-sableux.

– La texture argileuse suppose 50 à 80% d'argile. Elle donne des sols imperméables s'opposant à la pénétration des racines. Lors de leurs dessèchements la rétraction est importante et abîme les racines.

Habituellement les agronomes recherchent une texture équilibrée dont la texture idéale universellement reconnue est celle-ci : 20 à 25 % d'argile, 30 à 35% de limon, 40 à 50% de sables.

Les sols sahariens se trouvent à l'intérieur de l'arc de cercle de la (figure1.2b) et essentiellement dans le triangle des sols sableux et sablo-limoneux.

1.1.4 - la structure :

La structure d'un sol est souvent définie par la taille, la forme des agrégats; mais aussi par la porosité et la distribution des pores. Ce qui donne l'aptitude à un sol donné de retenir l'eau ou permettre son infiltration. La structure du sol est également définie par l'agencement des constituants du sol. Elle est hautement dynamique et peut changer beaucoup au cours du temps à cause des variations des conditions naturelles, de l'activité biologique et des pratiques culturales. Il faut toutefois noter que les nouvelles méthodes d'irrigation plus fractionnées et plus répétitives permettent maintenant de considérer comme moins importante la capacité de rétention et qu'on peut préférer des sols beaucoup plus sableux qui présentent une grande perméabilité et facilitent les lessivages et le drainage.

	0.002		0.05	0.1	0.25	1.0	2.0	
argile	limon		très fin	fin	moy	très grossier	gravier	
			sable					
argile	limon		sable				gravier	
			fin		grossier			
	0.002	0.02		0.2		2.0		

Classification de la Société International de Science du Sol

Figure 1.2a : Classification texturale des fractions de sol suivant les gammes

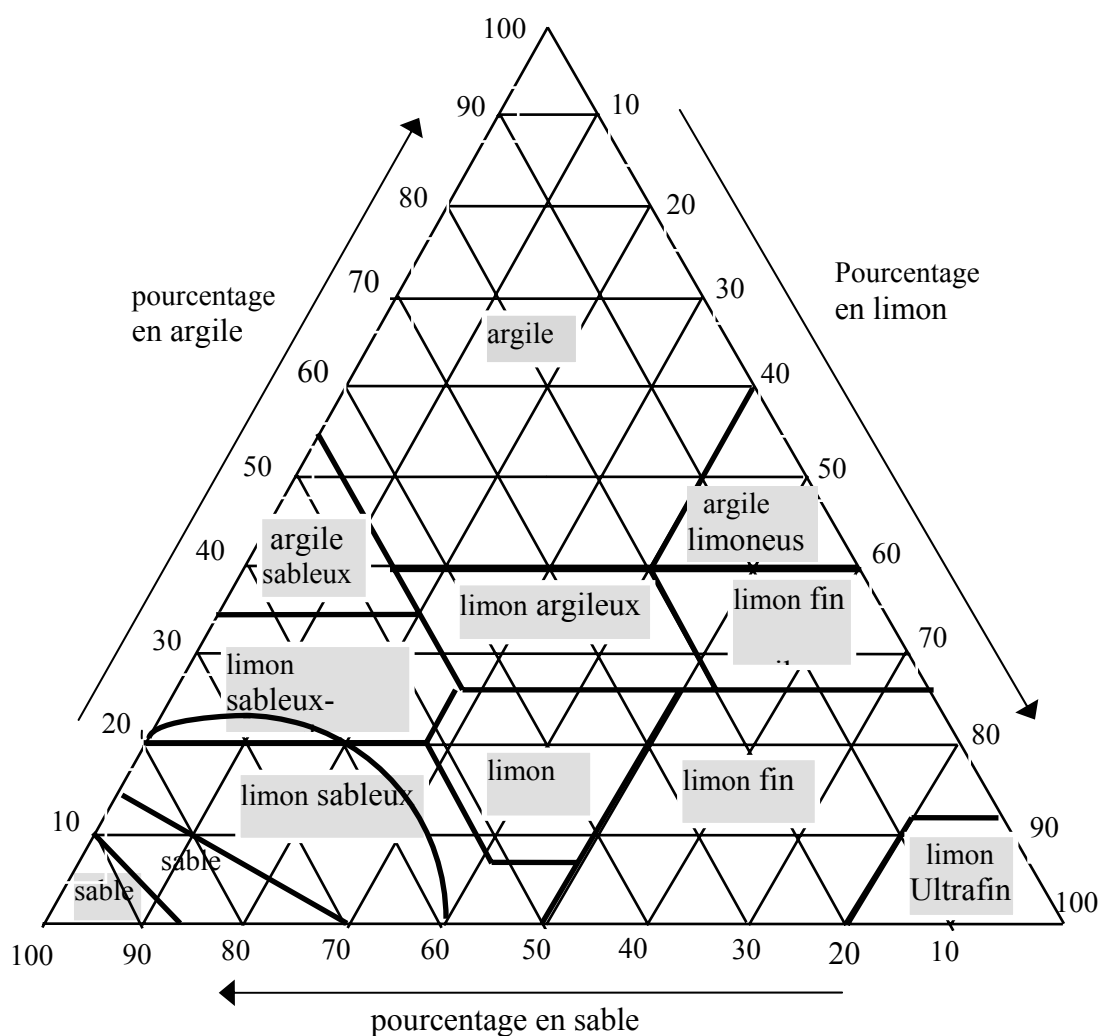


Figure 1.2b : Triangle textural montrant les pourcentages d'argile, de limon et de sable dans les classes fondamentales de texture du sol

1.2 - Les propriétés physiques de l'eau

1.2.1 - Introduction

L'eau est la substance la plus répandue à la surface de la terre dont elle couvre plus des deux tiers (2/3). Elle est toujours présente dans l'atmosphère sous forme de vapeur, même dans les climats les plus secs. L'eau est l'élément constitutif principal des plantes et des animaux (50 à 90%). La dynamique globale de la phase liquide résulte de phénomènes externes au sol que l'on peut distinguer selon qu'ils constituent des apports (pluie, nappe phréatique...) ou des pertes (évapotranspiration, alimentation souterraine...).

La connaissance des propriétés physiques fondamentales de l'eau est très importante pour la bonne compréhension de son comportement et de sa fonction dans la nature, de ses interactions avec le sol et de son état ainsi que de ses déplacements dans le système sol-plante-atmosphère continuum (SPAC). Ses propriétés restent toutefois, toujours très voisines de celles de l'eau pure, car la solution aqueuse que constitue la phase liquide est essentiellement constituée de molécules d'eau.

La pression de vapeur de l'eau caractérise son état énergétique. Les autres propriétés de l'eau qui influencent sa condition et son comportement dans le sol sont la tension superficielle, l'adsorption, la pression osmotique et la viscosité.

1.2.2 - La pression de vapeur saturante :

Pour chaque température T , il existe une valeur de la pression partielle de vapeur pour laquelle le système liquide-vapeur est en équilibre $P_v = P_{vs}$. Cette pression P_{vs} est appelée pression de vapeur saturante à une température donnée. La pression de vapeur saturante croît avec la température. Un liquide arrive à son point d'ébullition quand la pression partielle de la vapeur devient égale à la pression atmosphérique. La teneur en eau de l'air peut s'exprimer en termes d'humidité relative H_r par le rapport entre la pression partielle de vapeur P_v et la pression partielle de la vapeur saturante P_{vs} :

$$H_r = \frac{P_v}{P_{vs}}$$

La demande évaporatrice de l'air peut ainsi être déterminé par une mesure de sa température et de son humidité relative. Cette notion peut être décrite par la différence entre les pressions

de vapeur saturante et existante. Le point de rosée correspond à la température à laquelle la pression de vapeur existante devient saturante, provoquant la condensation de la vapeur d'eau.

1.2.3 - La chaleur latente de vaporisation ou de condensation :

C'est la quantité d'énergie à fournir à l'unité de masse d'un fluide pour le faire passer de l'état liquide à l'état gazeux, ou inversement. Ainsi, par exemple, au point d'ébullition (100°C à pression atmosphérique) l'eau passe de la phase liquide à la phase gazeuse, en absorbant une énergie $2.26 \cdot 10^6$ J / kg. Ce changement de phase peut également se produire à une température inférieure, l'énergie absorbée étant alors plus importante. La chaleur latente de vaporisation de l'eau croît en effet avec la diminution de température selon la relation suivante:

$$L = 2499 - 2.386 T \quad \text{en kj/kg} \quad (1)$$

Où T est la température exprimée en degré celcius.

1.2.4 - La tension superficielle

Si deux fluides non miscibles (par exemple un liquide et un gaz) sont en contact, il existe nécessairement entre ces deux phases une différence de pression, fonction du rayon de courbure de l'interface. Cette différence de pression est proportionnelle à un paramètre σ , appelé tension superficielle, fonction de la température et résultant des phénomènes d'attraction moléculaire au sein d'un fluide. C'est une force par unité de longueur (N / m).

1.2.5 - La capillarité

— Loi de Laplace

Un tube capillaire cylindrique de rayon r plongé dans l'eau forme un ménisque de rayon R résultant de l'angle de contact θ , défini par les tangentes entre la phase solide et l'interface au point de contact fluide-solide de l'eau avec les parois du tube figure 1.3a. La courbure de ce ménisque sera d'autant plus grande que le tube est fin. La présence de la courbure implique une différence de pression de part et d'autre de l'interface liquide-gaz. Cette différence de pression, s'exprime théoriquement d'après la loi de Laplace, en fonction de la tension superficielle σ du couple air-eau, du rayon de courbure R de l'interface, et de l'angle de mouillage θ par :

$$p_c = p_a - p_w = \frac{2\sigma}{R} = \frac{2\sigma \cos\theta}{r} \quad (2)$$

avec :
$$R = \frac{r}{\cos\theta}$$

Si l'interface est plane, R est infini et la pression est la même de part et d'autre de l'interface.

Suivant la valeur de l'angle de contact, diverses situations peuvent se présenter :

- $\theta = 0^\circ$: la mouillabilité est parfaite, $R = r$
- $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$: (par exemple l'eau sur le verre), le ménisque est concave vers le haut (du côté d'air) et les tensions superficielles exercent une force ascensionnelle sur le liquide jusqu'à ce que le poids de la colonne ainsi formée vienne équilibrer cette force. La pression du liquide p_w sera plus petite que la pression de l'air p_a (pression atmosphérique).
- $\theta = 90^\circ$: Le ménisque a une courbure nulle, R est infini et les pressions dans les deux phases p_w et p_a sont égales. Par conséquent il n'y a ni ascension ni dépression capillaire.
- $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$: (par exemple mercure-air), le ménisque est concave vers le haut (du côté du liquide). Les tensions superficielles provoquent une dépression capillaire. Une surpression se développe dans le liquide. Sa pression est alors supérieure à la pression atmosphérique.
- $\theta = 180^\circ$: La mouillabilité est nulle, $R = -r$.

1.3 - L'eau dans le continuum sol-plante atmosphère (SPAC) :

L'eau circule de manière continue dans un système que l'on décrit comme le continuum sol-plante-atmosphère (Guyot, 1999). La source elle-même est réalimentée périodiquement par les précipitations et l'infiltration et cela a pour effet de changer la force avec laquelle le sol retient l'eau. Les racines extraient l'eau du sol par succion osmotique, causée par les sels dissous dans leurs tissus. Le sol, quant à lui, retient l'eau par succion capillaire. Cette succion est d'autant plus forte que le sol est plus sec. Il y a donc compétition entre le sol et les racines pour aspirer l'eau. Dans la plante, le processus d'aspiration continue et l'eau monte dans les vaisseaux libéro-ligneux pour atteindre les feuilles. Au niveau des feuilles ont lieu les échanges gazeux avec l'atmosphère sèche. L'eau peut s'évaporer à travers la cuticule et à travers les stomates. La cuticule présente en général une résistance constante à l'évaporation, alors que les stomates peuvent s'ouvrir et se fermer selon la condition hydro-climatique que subit la plante.

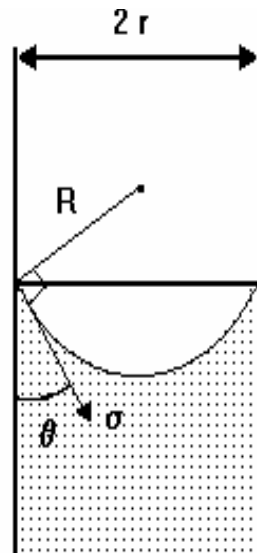


Figure 1.3a : Relation géométrique entre le rayon de courbure R , le rayon de capillarité r et l'angle de contact θ

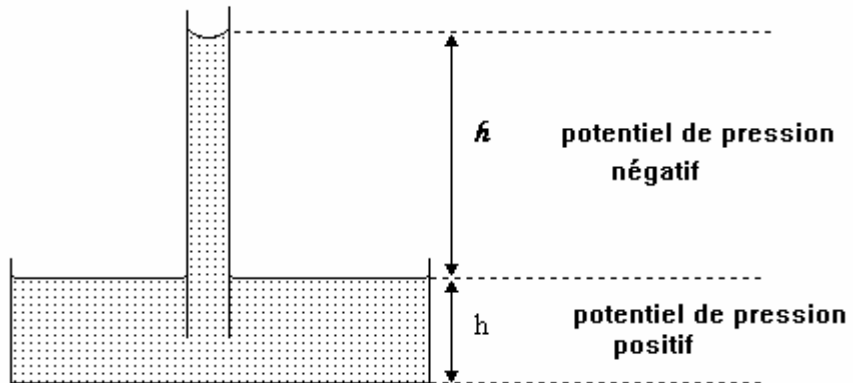


Figure 1.3b : Variation du potentiel de pression par rapport à une surface libre

Quand la plante est bien alimentée en eau, les stomates s'ouvrent et les échanges gazeux fonctionnent à leur vitesse maximale. Quand les ressources en eau au niveau des racines deviennent plus difficiles à extraire, comme en milieu de journée ou après quelques jours de sécheresse, la plante referme ses stomates et commence à économiser l'eau. La température des feuilles s'élève alors pour dépasser celle de l'air ambiant.

1.3.1- La notion de potentiel de l'eau :

On définit le potentiel de l'eau du sol comme étant la quantité d'énergie qu'il faut fournir à une unité de volume d'eau du sol pour l'amener de l'état où elle est dans le sol à un état de référence, soit celui d'eau libre située au même niveau. Le potentiel ainsi défini a une valeur négative car il faut fournir de l'énergie au système pour en extraire de l'eau. Il s'agit d'une énergie appliquée à un volume, exprimée en $J.m^{-3}$. Le potentiel est donc exprimé en unité de pression, c'est à dire des pascals (Pa), ou mégapascals (Mpa) ou exprimé en hauteur de colonne d'eau (m). En choisissant une position de référence x_0 où $\Psi=0$, le potentiel en tout point s'écrit :

$$\Psi = - \int_{x_0}^x \frac{Fdx}{m}$$

C'est-à-dire que le potentiel dans un champs de force F est la quantité de travail utile ou d'énergie (c'est un potentiel de travail identique à la fonction thermo $F = \Delta W_T$) requise pour amener un corps d'un point de référence x_0 au point considérée x divisée par la masse m du corps.

1.3.2 - L'état énergétique de l'eau du sol :

L'eau du sol peut contenir de l'énergie en quantités variées et sous des formes différentes. La physique classique reconnaît deux formes principales d'énergie : l'énergie cinétique et l'énergie potentielle. Puisque le mouvement de l'eau dans le sol est assez lent, son énergie cinétique est généralement considérée comme négligeable. D'autre part, l'énergie potentielle, qui est conditionnée par la position et l'état interne, est d'importance primordiale dans la détermination de l'état et du mouvement de l'eau dans le sol.

Les différences en énergie potentielle de l'eau d'un point à un autre donnent lieu à la tendance spontanée qu'elle a de s'écouler dans le sol dans le sens de l'énergie potentielle décroissante de

manière à permettre à chaque particule de matière de se mettre en équilibre avec son voisinage.

La dynamique de la phase liquide résulte de l'action des divers champs de forces auxquels elle est soumise (forces de gravité, de capillarité, d'adsorption mais aussi gradients de concentrations salines, de température ou effets de champs électriques). Les divers potentiels associés doivent être définis. La description de cette dynamique en termes de forces conduit à établir une distinction entre diverses fractions ou formes de la phase liquide selon la nature des champs de force qui conditionnent de manière prépondérante leur comportement. On parle ainsi d'eau gravitaire lorsque seul l'effet de la gravité intervient, d'eau capillaire lorsque l'effet des forces capillaires s'y ajoute ou encore d'eau d'adsorption ou d'eau hygroscopique.

1.3.3 - Fondement thermodynamique du concept de potentiel :

Selon les principes de la thermodynamique, la transition d'un système quelconque d'un état initial A à un état final B s'effectue en exerçant un travail sur le milieu extérieur, l'énergie requise étant déterminée par la différence entre les niveaux énergétiques des états A et B. La dynamique de la phase liquide d'un sol, constituant un processus naturel spontané, s'effectue dans le sens des énergies décroissantes. Sa description repose dès lors sur une quantification de l'état énergétique de la phase liquide en un point du sol et à un instant donné.

L'état énergétique d'un système thermodynamique quelconque est caractérisé par son énergie totale U_{tot} , soit la somme de l'énergie interne d'agitation thermique et d'interaction U , de son énergie potentielle de position et de son énergie cinétique de déplacement :

$$U_{\text{tot}} = U + Mgz + \frac{Mv^2}{2} \quad (3)$$

Si la vitesse de déplacement est suffisamment faible pour que le terme cinétique puisse être négligé, l'énergie utilisable pour effectuer le travail de transition peut provenir soit d'une variation de l'énergie potentielle de position lors d'un déplacement ou transfert, soit d'une variation de son énergie interne lors d'une transformation.

1.3.4 - Potentiel de pression :

Quand l'eau se trouve à une pression hydrostatique plus élevée que celle de l'atmosphère, son potentiel de pression sera positif, par contre si elle à une pression inférieure à celle de l'atmosphère (on à une sous pression ou tension ou succion), le potentiel est considéré comme négatif. La solution du sol au dessous d'une surface libre (par exemple une nappe phréatique) est un potentiel de pression positif, tandis que l'eau au niveau de cette surface est à un potentiel de pression nul, et l'eau soumise à des forces de capillarité ou d'adsorption est caractérisée par un potentiel négatif.

Le choix de la pression atmosphérique comme pression de référence possède ainsi l'avantage d'établir une distinction claire entre deux domaines de variation du potentiel de pression dans lequel interviennent différents phénomènes physiques. Donc le potentiel de pression d'une substance (i) s'écrit :

$$\psi_p = \psi_p - \psi_p^0 = \bar{V}_i (p_w - p_w^0) = \bar{V}_i p_w \quad (4)$$

Lorsque la solution du sol est considérée comme homogène, le potentiel de pression ne dépend que de la pression relative et peut être exprimé sous la forme d'une énergie par unité de volume :

$$\Psi_p = p_w \quad [j/m^3] = [p_a] \quad (5)$$

Le potentiel de pression positif se développe dans les zones saturées, par contre, celui de pression négatif se développe dans les zones non saturée.

- Le potentiel de l'eau (Ψ) est composée de plusieurs éléments :
 - Le potentiel de gravité Ψ_z .
 - Le potentiel capillaire ou matriciel Ψ_m .
 - Le potentiel pneumatique Ψ_p , associé aux variations de la pression atmosphérique.
 - Le potentiel osmotique Ψ_o .

On a donc :

$$\Psi_t = \Psi_z + \Psi_m + \Psi_p + \Psi_o$$

L'état de référence usuellement choisi est la surface du sol, à la pression atmosphérique, pour l'eau pure. On travaille plutôt en $\Psi - \Psi^0$, ce qui permet de travailler en grandeurs relatives par rapport à la pression atmosphérique.

Le potentiel de l'eau a un effet direct sur l'état des cellules végétales. Quand il y a beaucoup d'eau disponible, le potentiel osmotique des cellules végétales entraîne leur turgescence

(gonflement par absorption d'eau), quand il y a manque d'eau on observe leur plasmolyse (réduction de la quantité d'eau). La turgescence fait ouvrir les stomates, alors que plasmolyse les referme.

• **Potentiel gravitationnel (Ψ_z ou Ψ_g) :**

Associé à l'attraction terrestre, il dépend de la position du corps dans le champ de force gravitationnel, il est donné, en terme d'énergie potentielle par unité de volume par :

$$\Psi_g = \rho_w g z \quad (6)$$

Le potentiel de gravité est souvent exprimé par unité de poids, appelé charge de gravité :

$$\Psi_g = z \quad (6)'$$

• **Potentiel osmotique (Ψ_o) :**

Ce potentiel est associé aux forces osmotiques liées aux membranes semi-perméables et à la concentration saline dans les plantes et dans le sol.

• **Potentiel capillaire ou matriciel (Ψ_m) :**

Ce potentiel est associé à la microporosité et donc à la granulométrie du sol pour les sols non saturés. Le potentiel de pression négatif résulte des forces de capillarité et d'adsorption dans la zone non saturée. Elles sont dues à la matrice solide, qui attire et lie la phase liquide dans le sol au point de diminuer son potentiel de pression au-dessous de celle de l'eau libre. C'est pour cela qu'on parle de potentiel capillaire et plus correctement de potentiel de pression matricielle.

La pression de l'eau en un point quelconque d'un tube capillaire s'écrit :

$$p_a - p_w = \rho_w g h = \frac{2\sigma \cos(\theta)}{r} \quad (7)$$

L'angle de mouillage étant, dans la plupart des cas, voisin de 0° en déduit la hauteur maximale d'accensions capillaire h

$$\Psi_p = h = \frac{2\sigma}{\rho g r} \quad (8)$$

Ce potentiel présente un avantage qui permet la description de l'état de tension interne de la phase liquide dans la zone non saturée par une grandeur positive, on l'écrit également sous la forme suivante

$$pF = \log |\Psi| \quad (9)$$

Dans le cas le plus général, la solution de sol est considérée comme homogène si bien que le potentiel osmotique (Ψ_o) qui ne prend de l'importance que pour les sols salés, est négligé. Le potentiel total se réduit aux deux seules composantes à savoir les termes de pression et de gravité, il s'exprime sous la forme d'une énergie par unité de volume, ou par unité de poids :

$$\Psi_{\text{tot}} = \Psi_p + \Psi_g \quad (10)$$

$$\Psi_{\text{tot}} = \rho g z + \rho g h \quad (11)$$

Le potentiel total, ainsi que ses composantes de pression et de gravité, sont le plus souvent exprimés sous la forme d'une énergie par unité de poids, soit en mètre. Le potentiel total est alors généralement décrit par la notion de charge hydraulique totale H et ses composantes, par la charge de pression h que l'on notera désormais ψ et la charge de gravité z :

$$H = \psi + z \quad [\text{m}] \quad (12)$$

Les physiciens du sol lui réservent souvent le nom de potentiel hydrique dans le cas où la composante gravitaire n'intervient pas.

Le potentiel hydrique des racines décroît lorsque l'humidité atmosphérique diminue. La résistance au mouvement de l'eau au niveau sol-racines croît linéairement avec le potentiel hydrique tandis que la résistance entre les feuilles et les racines deviennent négligeables. Le potentiel hydrique, ou force de succion, des feuilles et son évolution en fonction de l'humidité ont été beaucoup étudiés par contre, celui des racines est négligé à cause difficultés méthodologiques.

• *La teneur en eau :*

La teneur en eau est fonction de la porosité et de la perméabilité du sol. Le volume maximal d'eau qu'un sol peut retenir est la "capacité au champ" ou capacité de rétention du sol qui dépend essentiellement de la granulométrie du sol. Près de la surface, le sol n'est pas saturé, les espaces vides contiennent de l'eau et de l'air; l'eau est soumise aux forces de gravité et de capillarité. A partir d'une certaine profondeur, la teneur en eau n'augmente plus le sol est saturé, tous les pores du sol sont remplis d'eau cette zone saturée forme une nappe; les forces de gravité sont prédominantes. L'eau du sol ne représente que 0,064% de l'eau douce totale; son rôle est cependant essentiel puisque c'est l'eau qu'utilisent les racines des plantes.

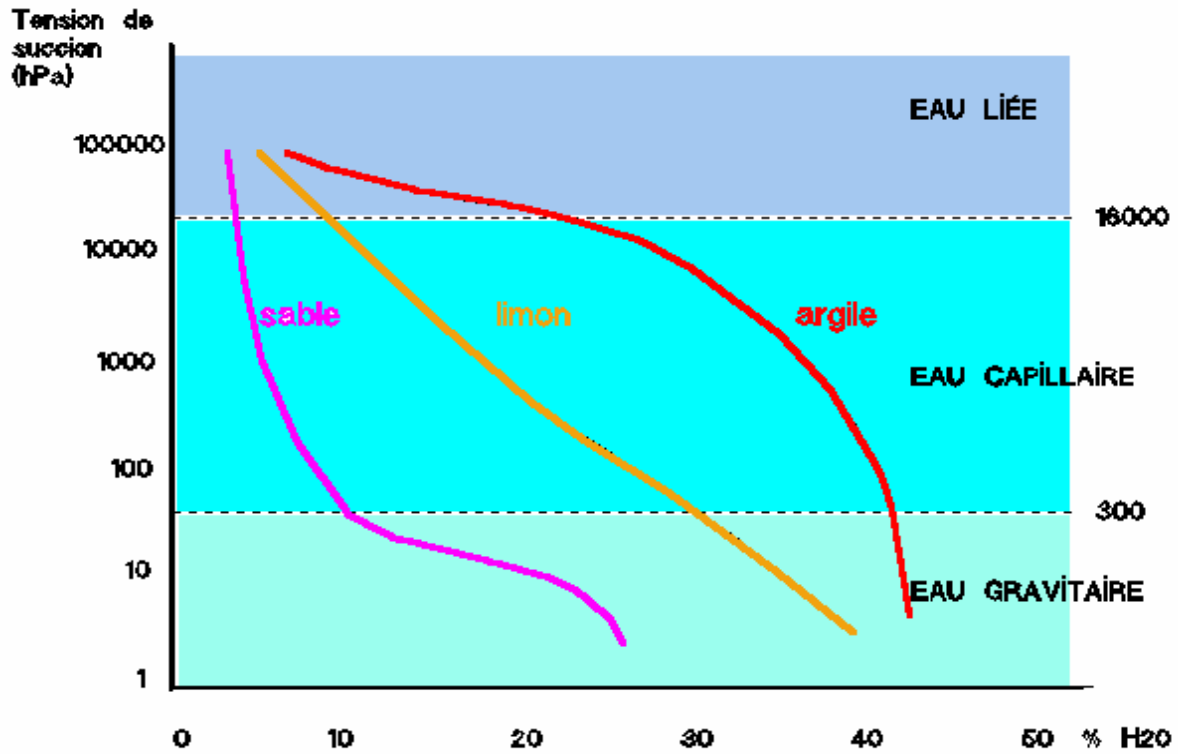


Figure 1.4: Tension de succion selon la texture du sol

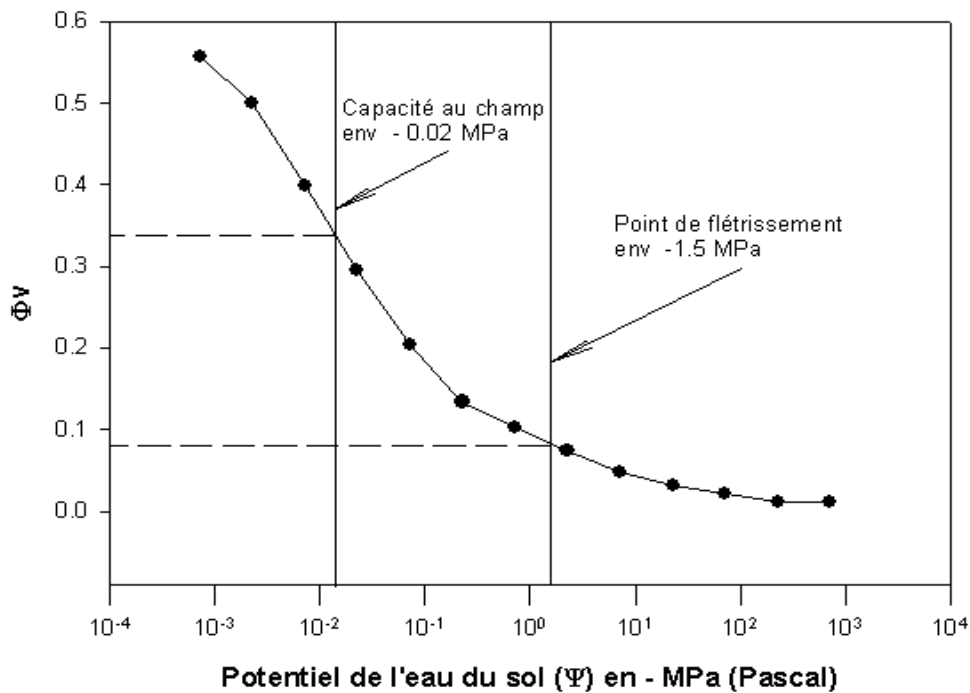


Figure 1.5 : variation du potentiel hydrique du sol en fonction de la teneur en eau θ .

1.3.5 - Flux d'eau dans la plante :

Les dynamiques régissant le comportement hydrique du végétal découlent du fait que l'eau représente environ 80% du volume de tous les tissus végétaux, et ainsi, forme un milieu continu d'une extrémité à l'autre du végétal. De façon schématique, on peut considérer que le flux global transitant dans la plante est proportionnel à la différence de potentiel total entre la surface externe des racines et l'air libre environnant les feuilles. Le coefficient de proportionnalité traduit la conductance totale de l'organisme végétal (et son inverse, la résistance totale).

En fait, la résistance de la plante aux transferts varie localement et c'est au niveau des feuilles qu'elle est la plus élevée. Le transfert d'eau du xylème vers l'atmosphère au niveau des feuilles (transpiration) se fait en général par les stomates, mais aussi à travers la cuticule. Ce sont le gradient de potentiel total dans la phase liquide, et le gradient de pression de vapeur dans la phase gazeuse qui en déterminent l'intensité. Le degré d'ouverture des stomates est surtout réglé par la concentration en CO₂ des espaces intercellulaires, et régulé par les facteurs déterminant le rythme de production photosynthétique, comme la température et l'intensité lumineuse.

Chapitre II

BILANS ENERGETIQUE ET HYDRIQUE

I- Bilan énergétique :

L'importance de l'étude du bilan énergétique paraît de plus en plus indispensable dans l'étude de notre environnement. En effet, depuis quelques années, plusieurs expériences ont démontré, et ce de façon précise, que le développement de la végétation par exemple, ainsi que l'évolution du bilan hydrique et surtout le phénomène de la pollution, sont très liés à l'étude du bilan énergétique. Ce bilan concerne, en grande partie, le rayonnement net (R_N) issu du bilan de rayonnement solaire parvenant à la surface de la terre. Une partie de ce rayonnement sert à vaporiser l'eau disponible à la surface du couvert végétal et donne naissance à un flux de chaleur latente LE , où E est la transpiration à la surface du couvert végétal et L la chaleur latente de vaporisation de l'eau ($2.6 \cdot 10^6$ kJ/kg). Le reste est dissipé en chaleur dans l'air par convection (H_C flux de chaleur sensible) ou emmagasiné dans le sol (G flux de chaleur essentiellement conductif). D'après SAUGIER (1974) et HILLEL (1984) [11], une faible fraction de R_N , ne dépassant généralement pas 2% est transformée en énergie chimique par la photosynthèse, donc elle est négligeable devant les autres grandeurs du calcul du rayonnement net.

1 - Transfert de chaleur dans le sol :

Le sol est sujet à des variations de température dues à des modifications d'intensité du rayonnement solaire de courtes longueurs d'onde et du rayonnement atmosphérique de grande longueur d'onde. Les observations montrent que la température de la couche supérieure du sol varie au cours du temps à la suite d'une alternance de période d'emmagasinement et de perte de chaleur. La variation de température ne se manifeste pas seulement au niveau de la surface du sol mais aussi en profondeur. Le processus d'évaporation, il est souvent le principal consommateur d'eau et d'énergie.

La température du sol présente de continues variations sous l'influence des conditions climatiques, qui déterminent l'intensité des échanges énergétiques entre le sol et l'atmosphère.

Les variations des conditions climatiques, et notamment l'intensité du rayonnement solaire, s'effectuent de manière relativement stable selon des cycles périodique, notamment à l'échelle quotidienne et à l'échelle annuelle. Le régime ou le comportement thermique d'un sol, que l'on peut décrire par les variations de son profil de température ou cours du temps, présente dès lors un comportement cyclique similaire. La mesure de profile de température dans un sol permet de mettre en évidence des cycles de variations thermiques quotidienne ou annuelle qui sont liés aux variations d'intensité du rayonnement solaire qui se manifestent sur des périodes de 24 h, par alternance du jour et de la nuit, et sur des périodes annuelles, par l'évolution de l'inclinaison moyenne du soleil sur l'horizon.

Il existe toutefois un grand nombre de phénomènes susceptibles de venir perturber ces comportements, en particulier ceux qui influencent le bilan énergétique, notamment les périodes de sécheresse, les vents chaud ou froid, et surtout la nature et le degré d'évolution de la couverture végétale. Par ailleurs, les caractéristiques thermiques des sols, tels que son albédo, sa capacité thermique et sa conductivité thermique varient au cours du temps en relation avec les variations de teneur en eau selon la profondeur, si bien qu'une description fidèle du régime thermique d'un sol s'avère une tâche extrêmement complexe. Toutefois, le caractère périodique de comportement permet une approximation relativement simple qui n'est pas dépourvue d'intérêt.

L'approximation sinusoïdale constitue la manière la plus simple de décrire mathématiquement un comportement périodique. Les développements effectués, ici, sont ainsi valables aussi bien pour les cycles de variations thermiques quotidiennes qu'annuelles. La diffusion de la chaleur obéit aux lois générales décrivant les transferts de chaleur dans les sols dans le cas de flux de conduction uniquement verticaux, à savoir :

La loi de Fourier :

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}$$

et l'équation de continuité :

$$\frac{\partial q}{\partial z} = -\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

La combinaison des deux lois précédentes dans le cas où la conductivité thermique est constante, donne l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1)$$

où $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ est la diffusivité thermique du sol.

Si la température du sol est exprimée en fonction de la profondeur et du temps $T(z, t)$. Le cycle thermique à la surface du sol $T(0, t)$ sera caractérisé par une température moyenne \bar{T} , par une amplitude A_0 et par une fréquence radiale ω :

$$T(0, t) = \bar{T} + A_0 \sin \omega t \quad (2)$$

L'amplitude représente l'écart entre les températures moyenne et extrême, la relation entre la fréquence angulaire (pulsation) et la période diurne ou annuel T_p est :

$$\omega = \frac{2\pi}{T_p} \quad (3)$$

La solution de l'équation de diffusion (1) pour la condition aux limites cyclique précédente doit tenir compte de l'amortissement de l'onde thermique et son déphasage φ en fonction de la profondeur. La solution aura, par conséquent, la forme suivante :

$$T(z, t) = \bar{T} + A(z) \sin [\omega t + \varphi(z)] \quad (4)$$

La résolution de l'équation de la chaleur pour une telle solution permet de déterminer la forme des fonctions d'amplitude et de déphasage, si bien que, le processus étant fixé dans un référentiel temporel par la définition d'un temps d'origine, l'expression générale de la température au temps t et à la cote z est ainsi donnée par l'équation de l'onde amortie :

$$T(z, t) = \bar{T} + A_0 e^{-z/d} \sin (\omega t - z/d) \quad (5)$$

Où d est la profondeur d'amortissement, soit la profondeur à laquelle l'amplitude diminue dans une proportion de $1/e$ par rapport à la surface. La profondeur d'amortissement dépend des propriétés thermiques du sol et de la fréquence du phénomène selon :

$$d = \sqrt{\frac{2a}{\omega}} \quad (6)$$

avec: $\omega = \frac{2\pi}{T_p}$

Application numérique sur le calcul de la profondeur d'armotissemnt (d) :

$$a = 3.10^{-7} \text{m}^2/\text{s}$$

$$T_p = 24\text{h} = 86400\text{s}.$$

d'où: $d = 9\text{cm}$.

La profondeur pour laquelle l'amplitude A est inférieure à 1/100 par rapport à celle en surface est $z \approx 40\text{cm}$ pour une profondeur d'amortissement d de l'ordre de 9cm.

La forme de la solution permet de constater que la température dans le sol suivra une variation sinusoïdale. La figure 2.1 montre une variation de température à la surface du sol et à trois profondeurs différentes, telle que la période T_p d'une onde est reliée à sa fréquence ω par $T_p = 2\pi/\omega$. Dans notre cas l'onde thermique de surface possède une période de 24 h et une amplitude de 15C° . Le déphasage entre la température à la surface et celle en profondeur est facilement remarquable en observant le temps pour lequel la température est maximale.

De même, il est évident que les ondes en profondeur sont soumises à des variations moindres en température qu'à la surface. Les ondes en profondeur sont donc atténuées par rapport à celle en surface d'où l'effet de la température à la surface du sol n'a plus d'influence au-delà de 40cm. Il est à noter qu'à la fois l'amortissement et le déphasage des ondes thermiques dépendent de la profondeur et de la diffusité thermique.

2 - CALCUL DU RAYONNEMENT SOLAIRE :

Introduction

Nous nous proposons de déterminer les flux solaires instantanés direct, diffus et global en un lieu quelconque et à un instant donné de la journée ou de l'année par calcul. Cela nécessite d'abord la connaissance des mouvements relatifs de la terre et du soleil, c'est pourquoi nous ferons quelques rappels élémentaires d'astronomie. Nous étudierons, par la suite la nature du rayonnement solaire parvenant au sol et les différentes absorptions qu'il subit dans l'atmosphère pour proposer enfin une méthode de calcul qui sera retenue.

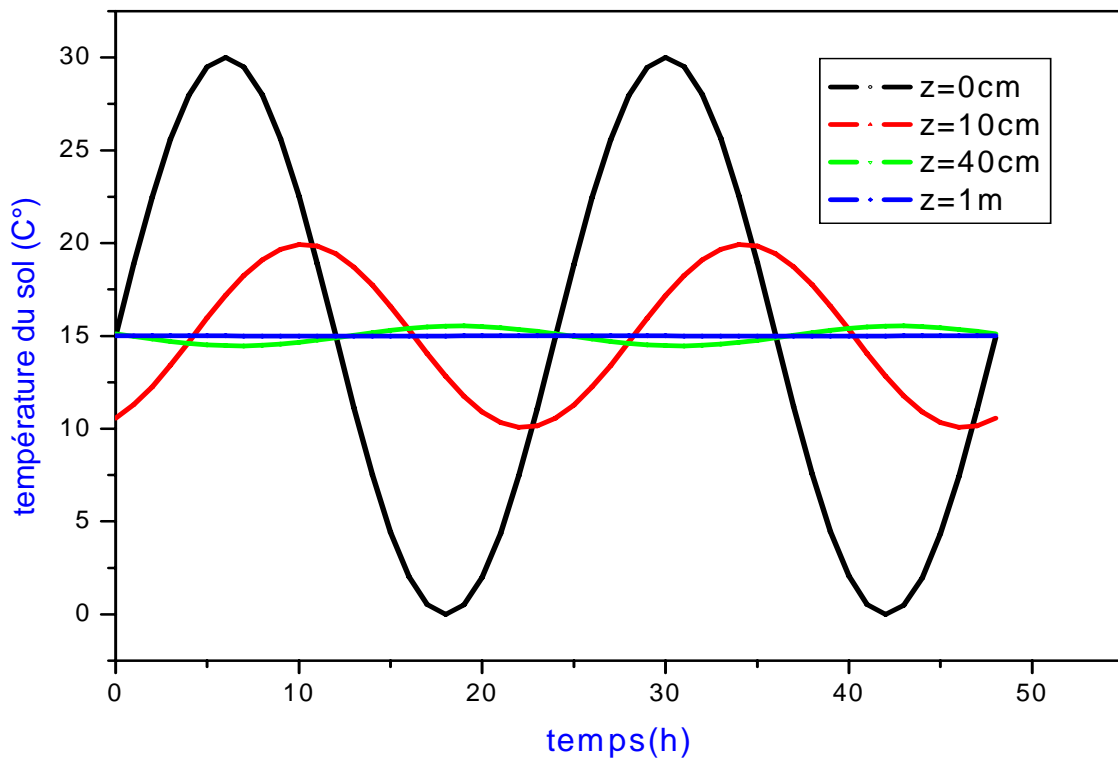


Figure 2.1 : Variation de la température du sol à la surface du sol et à des différentes profondeurs dans le sol

2.1 - Position du soleil

2.1.1- Le repérage du soleil par rapport à la terre :

La terre tourne autour du soleil en se déplaçant approximativement sur une ellipse, le plan de sa trajectoire est appelé l'écliptique. Dans le même temps elle est animée d'un mouvement de rotation uniforme sur elle-même qui définit la succession du jour et de la nuit.

Dans le repère formé par la verticale du lieu et le plan horizontal, les mouvements du soleil sont connus par l'intermédiaire de la déclinaison du soleil et l'angle horaire.

La déclinaison du soleil, δ position angulaire du soleil à midi par rapport au plan de l'équateur, varie de $-23^{\circ}27'$ à $+23^{\circ}27'$ sur un an.

Diverses méthodes existent pour déterminer δ ; nous retiendrons une formule approximative proposée par Cooper cité par Duffie; et assimilant la variation de δ à une sinusoïde :

$$\delta = 23,45 \sin\left(\frac{360}{365}(284 + n)\right) \quad \text{en degré} \quad (7)$$

n est le nième jour de l'année, calculé avec :

$$n = 30(m - 1) + d \quad (8)$$

Où d est le numéro du jour dans le mois et m le numéro du mois dans l'année. Cette formule reste assez précise à un demi-degré près; cette précision est largement suffisante pour le calcul des flux solaires que nous nous proposons.

L'angle horaire AH, quant à lui, est proportionnel au temps puisqu'il correspond à la rotation uniforme de la terre sur elle-même. Si l'on considère le Temps Solaire Vrai TSV (le temps indiqué par les cadrans solaires), par définition l'angle horaire vaut zéro à midi TSV et varie de 15 degré par heure, positivement le matin et négativement l'après-midi, il est défini par la relation :

$$A H = \frac{(T S V - 12) 360}{24} \quad \text{en degré} \quad (9)$$

Il est donc utile, pour connaître la position du soleil, de savoir calculer le temps solaire vrai à partir du Temps Légal TL en vigueur (heure lue sur nos montres). Plusieurs corrections seront nécessaires à partir de ce dernier. Pour l'Algérie le TSV est compris entre 30 et 60 mn de

moins que l'heure légale; il sera, toutefois, calculé pour chaque région considérée et pour chaque mois de l'année.

La position du soleil par rapport à la surface étudiée, en un lieu de latitude φ , est déterminée par l'angle d'incidence i des rayons du soleil obtenu par une relation simplifiée dans le cas d'une surface réceptrice horizontale (Duffie) :

$$\cos i = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos AH \quad (10)$$

La hauteur du soleil est l'angle h formé par l'horizontale du lieu considéré et la direction du soleil. Pour une surface horizontale, les angles h et i sont complémentaires. Il vient :

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos AH \quad (11)$$

La distance terre-soleil varie au cours de l'année. On affectera donc la valeur moyenne du flux solaire qui atteint la terre d'un coefficient de correction λ traduisant cette variation. On approximera encore λ par la relation suivante :

$$\lambda = 1 + 0,034 \cos[30(m - 1) + d] \quad (12)$$

L'erreur maximale commise sur λ en utilisant cette formule est de $\pm 0,003$, précision là aussi largement suffisante pour le calcul que nous menons.

2.2 - Les échanges radiatifs :

L'énergie reçue à la surface d'un couvert végétal est d'origine solaire. Les variations de la température moyenne du couvert végétal au cours du temps reflètent ainsi le bilan des échanges énergétiques entre le couvert végétal et le milieu extérieur. Ces échanges se reproduisent essentiellement en surface, avec l'atmosphère, sous forme d'énergie radiative, thermique et latente.

Une végétation exposée au soleil se comporte comme une surface absorbant le rayonnement et le gaz carbonique, et émettant du rayonnement thermique, de la chaleur et de la vapeur d'eau. La description des divers termes de ce bilan revêt une importance primordiale puisque, en tant que sources des processus de transfert de chaleur dans le sol, ils constituent les éléments déterminants de son comportement thermique global. L'analyse du bilan énergétique d'un sol porte d'une part sur les échanges radiatifs, dont le bilan détermine le flux net d'énergie radiative parvenant à la surface du sol, et de l'autre, sur les échanges de chaleurs

sensible et latente. Le bilan énergétique proprement dit résulte de la combinaison de ses diverses formes d'échanges.

2.3 - Le rayonnement solaire :

Le soleil se comporte approximativement comme un corps noir à la température de 6000°K , il émet un rayonnement de courte longueur d'onde composé de radiation allant de l'UV à l'infrarouge ($0,3\mu\text{m} < \lambda < 4\mu\text{m}$). Avant son entrée dans l'atmosphère le flux de radiation solaire connu sous le nom de constante solaire est d'environ 1380 w/m^2 . Des mesures récentes en satellites et en ballons semblent indiquer qu'une valeur de 1373 w/m^2 serait plus probable mais nous retiendrons dans notre étude la valeur antérieure de 1380 w/m^2 . Une partie seulement de ce flux, les $3/5$ émis en moyenne, est absorbée par le système terre-atmosphère. Les $2/5$ émis restants étant renvoyés dans l'espace.

En traversant l'atmosphère, le rayonnement est en partie diffusé par les molécules d'air et les gouttelettes d'eau des nuages, en partie (les ultraviolets) absorbé dans certaines bandes par l'ozone et la vapeur d'eau. L'atmosphère à son tour émet un rayonnement de grande longueur d'onde ($4\mu\text{m} < \lambda < 50\mu\text{m}$) correspondant à sa température propre. Deux sortes de rayonnement parviennent ainsi au niveau de la végétation :

- Le rayonnement global R_g , de courte longueur d'onde, provenant du soleil, soit directement R_D , soit après diffusion R_d .

- Le rayonnement atmosphérique de grande longueur d'onde $R_b \downarrow$

Finalement le rayonnement global que reçoit la surface de la terre et donc la végétation est 50% composé de la lumière visible, le reste étant représenté par du proche infrarouge et peu d'ultraviolet (0 à 4%).

Le rayonnement solaire global R_g atteignant la surface du sol comporte ainsi deux composantes, le rayonnement solaire direct R_D , transmis par l'atmosphère, et le rayonnement solaire diffus R_d , diffusé par l'atmosphère en direction du sol. Le rayonnement global est partiellement réfléchi par la surface de la terre, en fonction de la nature, de la couleur, de l'inclinaison et de la rugosité de cette surface. Le coefficient de réflexion ou albédo varie de 0,03 à 0,10 pour une surface d'eau, de 0,10 à 0,40 pour des champs et prairies, 0,05 à 0,20 pour la forêt, de 0,15 à 0,40 pour un sol nu, et peut atteindre 0,95 pour de la neige fraîche.

L'albédo est en outre d'autant plus fort que l'angle d'incidence du rayonnement solaire direct est faible.

2.4 - Le rayonnement terrestre :

Compte tenu d'une température superficielle moyenne d'environ 300 °k, la terre émet un rayonnement dont l'intensité est maximale dans les longueurs d'onde comprise entre 5 et 100µm. Ce rayonnement de basse fréquence est en grande partie absorbé par les gaz atmosphériques, particulièrement par la vapeur d'eau et le gaz carbonique et réémis, partiellement en direction de l'espace. Globalement, le bilan du rayonnement de basse fréquence est ainsi négatif, sauf en présence d'une couverture nuageuse qui réfléchit le rayonnement terrestre.

2.5 - Le rayonnement net :

Le bilan des échanges radiatifs à la surface du sol ou du couvert végétal figure 2.1 s'exprime par le rayonnement net, qui est ainsi défini par la somme des rayonnements haute et basse fréquence, soit la somme des rayonnements solaires incidents $R_h \downarrow$ et réfléchi $R_h \uparrow$, et des rayonnements terrestres émis par la terre $R_b \uparrow$, réfléchi par les nuages et émis par l'atmosphère $R_b \downarrow$:

$$R_N = (R_h \downarrow - R_h \uparrow) + (R_b \downarrow - R_b \uparrow) \quad (13)$$

La surface du couvert végétal réfléchit une partie αR_g du rayonnement incident de courte longueur et une partie $(1 - \varepsilon_f) R_b \downarrow$ du rayonnement de grande longueur d'onde. α est appelé albédo et représente le coefficient de réflectivité de la surface aux radiation e courtes longueur d'onde. Ce coefficient est de l'ordre de 5-10% pour l'eau, de 10-30% pour une surface couverte de végétation 15-40% pour des sols sableux et enfin 80-90% pour la neige fraîche. L'émissivité ε_f est de 1 pour un corps noir, de 90-99% pour de l'eau, 91-98% pour un sol cultivé et de 94-98% pour un couvert végétal. La surface émet enfin vers le haut un rayonnement thermique propre suivant la loi de Stefan Boltzmann : $\varepsilon_f \sigma T_f^4$ végétal et σ (T_f est la température de surface du couvert végétal et σ la constante de Stefan Boltzmann qui vaut $5,68.10^{-8} \text{ wm}^{-2}\text{k}^{-4}$).

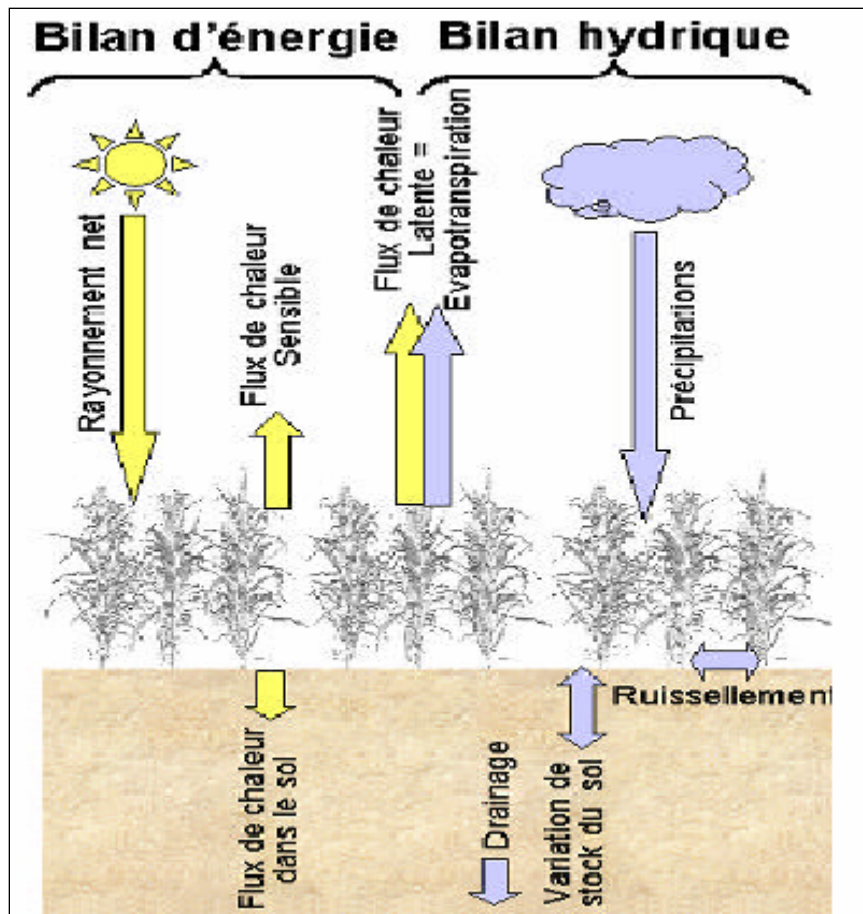


Figure 2.1 : Couplage des bilans d'énergie et hydrique de la surface par l'évapotranspiration.

Le rayonnement de grande longueur d'onde de l'atmosphère est une composante importante de l'énergie reçue par le couvert végétal. Pratiquement, ce rayonnement est défini par différentes formules selon lesquelles l'atmosphère est un milieu infini devant la surface réceptrice et peut donc rayonner comme un corps noir à une température moyenne T_c définie par $T_c = T_a - 6^\circ\text{C}$ (T_a est la température de l'air ambiant).

Avec :

$$\begin{aligned}
 R_h \downarrow &= R_g \\
 R_h \uparrow &= \alpha R_g \\
 R_b \uparrow &= \varepsilon_f \sigma T_f^4 + (1 - \varepsilon_f) R_b \downarrow \\
 R_b \downarrow &= \sigma T_c^4 = \sigma (T_a - 6)^4
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

L'énergie résultante, appelée rayonnement net R_n , des échanges d'énergie radiative à la surface de la terre peut s'exprimer par la relation :

$$R_n = (1 - \alpha)R_g + \varepsilon_f R_b \downarrow - \varepsilon_f \sigma T_f^4
 \tag{15}$$

En Remplaçant $R_b \downarrow$ par son expression on obtient:

$$R_n = (1 - \alpha)R_g + \varepsilon_f \sigma (T_a - 6)^4 - \varepsilon_f \sigma T_f^4
 \tag{16}$$

Le rayonnement net à l'interface couvert végétal-atmosphère s'équilibre avec les processus de surface représentés par le flux de conduction de chaleur dans le sol, le flux de chaleur sensible et le flux de chaleur latente. Sur une période d'un jour ou plus, le flux de chaleur dans le sol est relativement faible. La majeure partie de l'énergie disponible en surface est donc répartie entre les flux de chaleur latente et sensible. Le premier consiste en un transfert convectif de chaleur entre la surface et l'atmosphère, le deuxième soustrait de l'énergie à la surface par évapotranspiration. Cette énergie est transportée dans l'atmosphère où elle est libérée lors de la condensation de la vapeur d'eau, on peut donc écrire l'équation de bilan, comme suit :

$$R_n = LE + H_C + G \quad (17)$$

Cette égalité valable à l'instant t, peut se simplifier à l'échelle de la journée, car en effet, le sol restitue la nuit à l'atmosphère la chaleur qu'il a absorbée le jour et donc G devient pratiquement nul, donc :

$$R_n = LE + H_C$$

2.6 - Calcul pratique des flux solaires :

Les points de mesure du rayonnement solaire sont encore relativement peu nombreux. Les données météorologiques très complètes qui sont nécessaires font en effet le plus souvent défaut. Il faut donc, chercher à déduire le rayonnement solaire de paramètres connus ou facilement estimables grâce à des formules empiriques déduites de l'étude statistique des mesures antérieures effectuées sur le lieu même ou dans des environnements comparables ou encore à partir de données météorologiques plus sommaire. Pour déterminer les flux solaires direct et diffus nous utiliserons la méthode Suggérée par Chouard P., Michel H., Simon M.F. [09] qui proposent des formules empiriques.

2.6.1 - Flux direct :

Le rayonnement direct sur la surface du couvert végétal supposée horizontale s'écrit de la manière suivante :

$$R_D = I_0 \lambda A_1 \exp\left(\frac{-A_2}{\sinh}\right) \sinh \quad (18)$$

Avec :

I_0 = constante solaire = 1380 w/m²

λ = coefficient de distance terre-soleil

h = hauteur du soleil à l'horizon

A_1, A_2 = coefficients de trouble donnés plus loin.

2.6.2 - Flux diffus :

Des corrélations ont montré que par temps clair le flux diffus est fonction de la hauteur h du soleil. Chouard P. [09] et al supposent en première approximation que le flux diffus est proportionnel à $\sin h$ et, se basant sur des études statistiques américaines effectuées à partir de relevés expérimentaux, proposent la relation suivante pour le calcul du flux diffus :

$$R_d = I_0 \lambda \sin h [0,271 - 0,2939 A_1 \exp\left(\frac{-A_2}{\sin h}\right)] \quad (19)$$

2.6.3 - Rayonnement global:

Le rayonnement global est composé du rayonnement direct et du rayonnement diffus. Son expression est donnée par :

$$R_g = 0,271 I_0 \lambda \sin h + 0,706 I_0 \lambda A_1 \sin h \exp\left(\frac{-A_2}{\sin h}\right) \quad (20)$$

Les coefficients de trouble A_1 et A_2 dépendent de la clarté du ciel aux jour et lieu considérés; ils ont été identifiés numériquement à partir des données météorologiques. Les valeurs que nous avons obtenues pour une zone aride et sèche telle que la région de Tamanrasset (latitude $22^\circ 47$ Nord et longitude $5^\circ 31$ Est) pour le mois de mai sont : $A_1 = 4,66$ et $A_2 = 0,35$.

Les recommandations de C. Perrin de Brichambaut correspondent aux valeurs suivantes :

	Ciel très pur	Conditions normales	Zone industrielle
A_1	0,87	0,88	0,91
A_2	0,17	0,26	0,45

La composition spectrale du rayonnement global est à considérer attentivement parce que toutes les radiations n'ont pas la même importance pour les plantes. Chacun sait que la radiation active sur la photosynthèse est comprise entre $0,37 \mu\text{m}$ et $0,71 \mu\text{m}$. Cette composition spectrale varie bien entendu avec l'inclinaison du soleil et l'état de l'atmosphère (nébulosité, humidité, poussière) mais on peut dire que la quantité de lumière disponible pour les plantes est proportionnelle au rayonnement global du lieu.

II - Bilan hydrique dans le sol :

Le bilan hydrique tiendra compte de toute l'eau qui entre, sort ou demeure dans un volume spécifique de sol au cours d'une période de temps donnée ; cycle diurne d'une journée (24h) et cycle annuel de 365 jours. Il vise principalement à déterminer les échanges entre l'atmosphère et le système sol-végétation afin d'évaluer les fluctuations des réserves d'eau disponibles pour les plantes. Les échanges d'eau entre le système sol-plante et le milieu extérieur sont représentés sur la figure 2.3.

On peut schématiser le phénomène continu du cycle de l'eau en trois phases :

- Les précipitations, irrigation,
- Le ruissellement de surface et l'écoulement souterrain,
- L'évaporation.

Un apport d'eau peut aussi atteindre le sol par ascension capillaire à partir de la nappe phréatique ou des couches humides du sol à plus grande profondeur. En se limitant aux termes principaux évoqués ci-dessus, le bilan hydrique de la zone racinaire exprime la variation de teneur en eau ΔW représentant la différence entre les apports d'eau par les précipitations et/ou par l'irrigation Q_0 , et les pertes par évapotranspiration et percolation profonde Q_n (terme positif ou négatif suivant le sens de l'écoulement) :

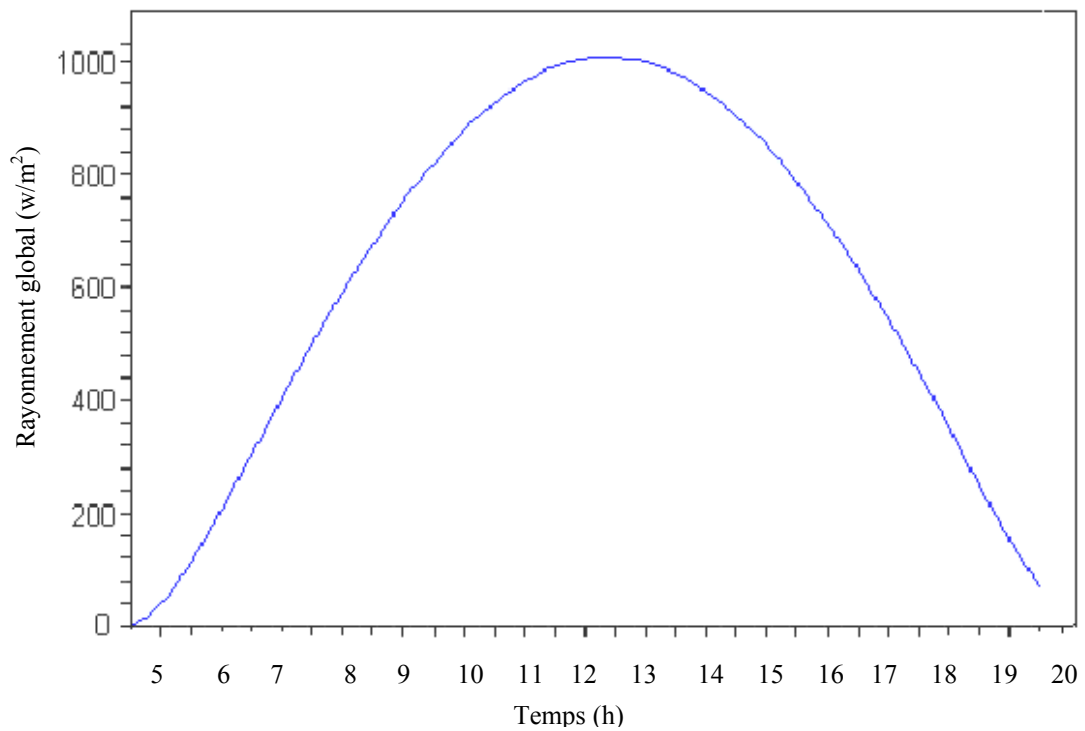


Figure 2.2 : Evolution du rayonnement global pour le moi de mai

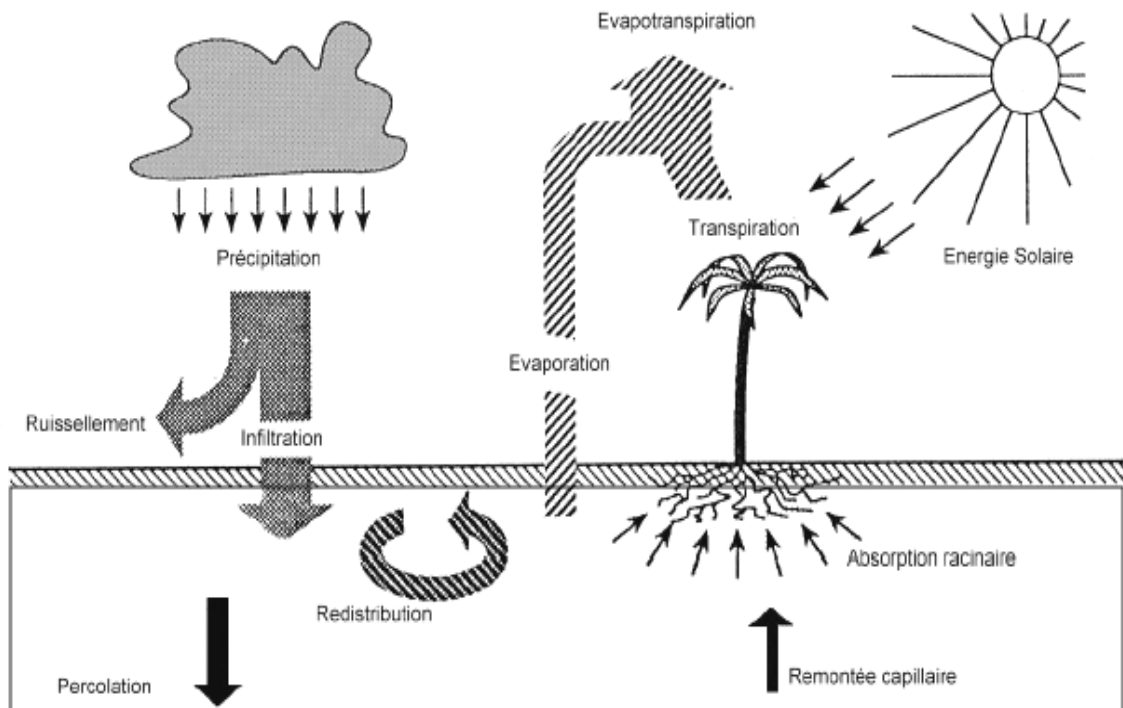


Figure 2.3 : Les principaux éléments du bilan hydrique

$$\Delta W = Q_0 - E - Q_n \quad (21)$$

Les précipitations et l'irrigation s'expriment souvent en unité de volume par unité de surface, c'est-à-dire en terme de charge ou de profondeur d'eau.

L'analyse du bilan hydrique nécessite la compréhension, au préalable, des processus d'infiltration et d'évapotranspiration ainsi que de leur mesure. Le processus de redistribution qui fait suite à l'infiltration, bien que n'intervenant pas de façon explicite dans le bilan hydrique, joue un rôle essentiel dans la disponibilité de l'eau du sol pour la plante.

1 - L'infiltration :

C'est le processus de pénétration de l'eau dans le sol. Elle est conditionnée par les caractéristiques hydrodynamiques, la texture et la structure du sol. L'infiltration d'un sol dépend de son régime d'alimentation (pluie, averse, irrigation...). Comme la capacité d'absorption en eau du sol est limitée, l'eau peut s'accumuler à la surface du sol ou ruisseler selon la pente du terrain si le régime d'alimentation excède cette capacité.

Le flux d'infiltration, d'écoulement d'eau dans les sols est régie par la loi de Darcy. L'équation des écoulements non saturés s'écrit dans le cas d'un écoulement vertical sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} k(\theta) \quad (22)$$

La capacité d'infiltration d'un sol décroît très rapidement durant les premiers instants de l'infiltration et décroît ensuite asymptotiquement vers un régime constant appelé infiltrabilité permanente. Plusieurs auteurs ont proposé des formulations analytiques plus ou moins précises pour décrire le processus d'infiltration avec des hypothèses parfois très simplificatrices. Bien que la résolution numérique de l'équation des écoulements non saturés soit devenue plus facilement accessible, il est parfois plus simple de recourir à une solution approchée de nature analytique.

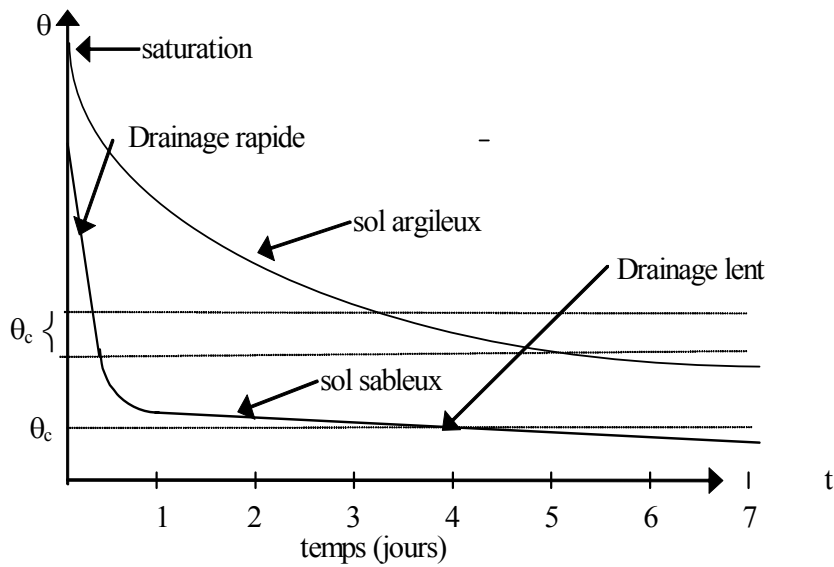


Figure 5 : Diminution de la teneur en eau en fonction du temps dans la zone initialement humidifiée au cours d'une redistribution pour deux sols de textures différentes

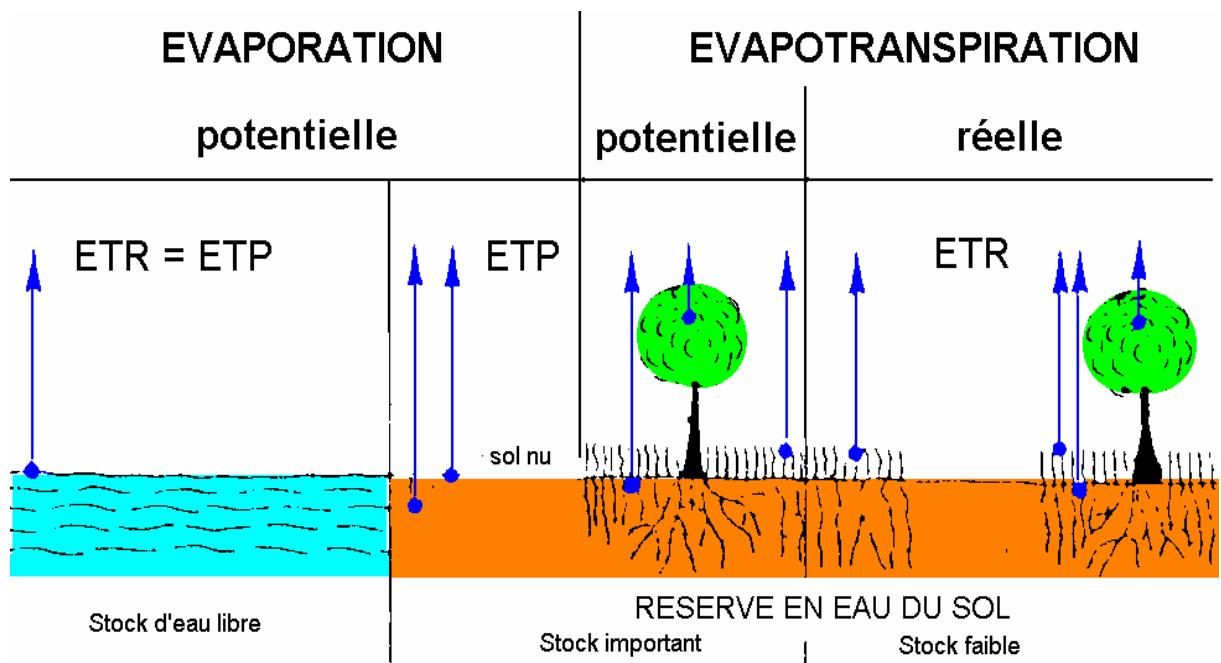


Figure 2.5 : Evaporation et évapotranspiration potentielle et réelle

2 - La redistribution

Lorsque la pluie ou l'irrigation s'arrête, le processus d'infiltration s'arrête mais le mouvement de l'eau continue des zones plus humides vers les zones plus sèches, sous l'effet des gradients de pression et de gravité. Ce processus s'appelle la redistribution. Le processus de redistribution se traduit ainsi essentiellement par un transfert d'eau vers le bas entraînant la diminution de la teneur en eau des couches supérieures et l'augmentation de celle des couches inférieures. Le processus de redistribution détermine la quantité d'eau retenue dans les diverses couches du profil du sol. Sur le plan cultural, la redistribution joue un rôle primordial, car elle détermine l'évolution des quantités d'eau retenues dans le sol.

La vitesse à laquelle se déroule le processus de redistribution dépend en grande partie des conditions initiales caractérisant le processus, mais également du type de sol dans lequel il se déroule. En effet, la redistribution s'effectuera plus rapidement dans un sol sableux que dans un sol argileux, la conductivité hydraulique pour des teneurs en eau élevées étant dans le premier cas supérieure et sa décroissance beaucoup plus rapide figure 2. 4.

3 - L'évaporation :

C'est par le mouvement des molécules d'eau que débute l'évaporation. A l'intérieur d'une masse d'eau liquide, les molécules vibrent et circulent de manière désordonnée et ce mouvement est lié à la température : plus elle est élevée, plus le mouvement est amplifié et plus l'énergie associée est suffisante pour permettre à certaines molécules de s'échapper et d'entrer dans l'atmosphère. L'évaporation est surtout influencée par les radiations incidentes, la température de l'eau, l'humidité de l'air, le vent, et la pression barométrique. Pour prendre en compte l'énergie solaire, on calcule l'indice foliaire LAI qui donne la surface de feuilles par surface de sol.

L'estimation des pertes d'eau par évaporation est possible grâce à l'emploi d'appareils appelés lysimètres, cuves étanches enterrées surtout utilisées en agriculture pour déterminer les besoins en eau des plantes.

4 - Evapotranspiration :

Le processus d'évapotranspiration comprend deux termes : l'évaporation des surfaces physiques (sol, eau libre, végétation mouillée) et la transpiration du couvert végétal, qui implique, le passage de l'eau à travers l'épiderme des feuilles, essentiellement les stomates (Saugier, 1996). En présence d'un couvert végétal, la transpiration domine largement l'évaporation. L'évapotranspiration consomme une partie de l'énergie disponible, principalement le rayonnement solaire, pour changer l'eau liquide en eau gazeuse (Granier, 1996). Ceci représente énormément d'énergie, la chaleur latente de vaporisation de l'eau étant de $(2,45 \cdot 10^6 \text{ J.kg}^{-1})$. La transpiration est essentielle pour la plante, car elle assure sa régulation thermique : 90% de l'eau prélevée par la plante est transpirée.

L'évapotranspiration dépend de deux facteurs : la demande évaporative de l'atmosphère, liée aux conditions climatiques, et la capacité du système sol - plante à satisfaire cette demande, liée à la disponibilité en eau du sol et des caractéristiques du couvert végétal.

5 - Notion d'évapotranspiration potentielle :

La demande évaporative de l'atmosphère est déterminée par les apports énergétiques permettant la vaporisation de l'eau et par les capacités de transfert de la vapeur produite par l'atmosphère. Elle est d'autant plus forte que l'exposition énergétique nette est forte, c'est-à-dire qu'il fait clair et ensoleillé, et que l'air a un fort pouvoir évaporant, c'est-à-dire qu'il est sec et qu'il y a du vent.

La caractérisation de l'environnement météorologique d'une parcelle en terme de demande évaporative débouche sur le concept d'évapotranspiration potentielle (ETP), introduit par Thornwaite en 1948. L'ETP est définie comme la somme des pertes en eau par évaporation directe de l'eau du sol et par transpiration d'un couvert végétal dense, bien développé, en pleine croissance et bien alimenté en eau, dans des conditions climatiques données. En fait, seul le terme d'évaporation potentielle a un sens physique, car la transpiration dépend de la nature du couvert végétal (Guyot, 1997). On utilise donc un couvert végétal de référence pour la détermination de l'ETP, un gazon ras. L'ETP ainsi définie est appelée évapotranspiration potentielle climatique, ETPc, sert de référence pour la comparaison de différentes régions.

6 - Formules analytiques de l'évapotranspiration potentielle :

Parmi les relations empiriques les plus connues, nous retenons les formules de Blaney-Cridle et de Turc. En revanche, la méthode proposée par Penman repose sur une approche physique; son équation résulte de la combinaison du bilan d'énergie et du transport aérodynamique.

• Formule de Blaney-Cridle :

La formule de Blaney-Cridle exprime le taux mensuel d'évapotranspiration potentielle en fonction de la température mensuelle de l'air T_a , et d'un coefficient \mathcal{P} exprimant en % le nombre d'heures diurnes du mois considéré rapporté au nombre d'heures diurnes annuelles :

$$ETP = (8,13 + 0,46 T_a) \mathcal{P} \quad [\text{mm/mois}]$$

Cette formule est mieux adaptée aux conditions arides ou semi-arides, son utilisation conduit à une surestimation de l'ETP en conditions tempérées.

• Formule de Turc :

La formule de Turc est également basée sur l'utilisation de paramètres climatiques moyennés généralement sur un mois. Elle exprime le taux moyen d'évapotranspiration potentiel en fonction du rayonnement global R_g (en cal/cm²j), de la température de l'air T_a (en °C) et de l'humidité relative H_r (en %) :

$$ETP = 0,4T_a \left(\frac{R_g + 50}{T_a + 15} \right) \left[1 + \frac{(50 - H_r)}{70} \right] \quad [\text{mm/mois}]$$

Ces types de formulation offrent l'avantage d'une grande simplicité d'emploi, mais possèdent l'inconvénient de ne pas tenir compte des effets convectifs (vitesse du vent) et de ne pas être applicables à des échelles de temps plus réduites, souvent plus intéressantes, notamment en matière de gestion de l'irrigation.

• Formule de Penman :

L'analyse et l'estimation de l'évaporation des surfaces naturelles reste encore en grande partie basée sur la formulation proposée par Penman en 1948 pour une surface à saturation (nappe d'eau libre ou sol nu mouillé en surface), formulation qui est obtenue par élimination de la

température de surface entre l'équation de conservation de l'énergie (17) et celles traduisant les échanges convectifs (24) et (25) à savoir :

$$R_N = LE + H_C + G$$

$$H_C = \frac{\rho c \Delta T}{r_a} \quad (24)$$

$$LE = \frac{\rho c \Delta p_v}{\gamma r_a} \quad (25)$$

où le déficit de pression de vapeur Δp_v peut être exprimé comme la somme des différences entre pressions saturantes aux températures de la surface évaporante T_s et de l'air T_a , et, pression saturante et pression existante à la température de l'air.

$$\Delta P_v = [p_{vs}(T_s) - p_{vs}(T_a)] + [p_{vs}(T_a) - p_v(T_a)] = \Delta P_{vs} + \Delta P_{va} \quad (26)$$

Le flux d'évaporation exprimé sous forme énergétique LE s'exprime alors en fonction de l'énergie radiative disponible $(R_n - G)$ et du déficit de saturation de l'air Δp_{va} sous la forme :

$$LE = \frac{(R_N - G)\Delta + \rho c \Delta p_{va} / r_a}{\Delta + \gamma} \quad (27)$$

où r_a est la résistance aérodynamique calculée entre la surface et le niveau où est mesuré Δp_{va} .

$$\Delta = \frac{p_{vs}(T_s) - p_{vs}(T_a)}{T_s - T_a} = \left(\frac{\Delta p_{vs}}{\Delta T} \right)_{T=T_a} \quad (28)$$

Δ est la pente de la courbe de pression de vapeur saturante à la température de l'air; γ la constante psychrométrique.

Lorsque le bilan est appliqué à une période d'un jour, le terme de variation de stock devient négligeable.

La formule (27) a été étendue par Penman (1953) au cas d'une surface présentant une résistance additionnelle r_s au transfert de vapeur d'eau, entre un niveau saturé et la surface elle-même. C'est le cas typique d'une feuille où r_s représente, la résistance des stomates entre

les cavités sous stomatiques (la source de vapeur) et l'épiderme de la feuille (la source de chaleur). L'évaporation est alors donnée par l'équation (27) dans laquelle γ est remplacée par :

$$\gamma^* = \gamma (1 + r_s / r_a) \quad (29)$$

Des modèles de transfert à l'intérieur du couvert qui rendent compte des échanges sur toute la hauteur du couvert ont également été développés. Ces modèles, souvent qualifiés de multicouches, sont d'une mise en oeuvre relativement lourde (ce qui a d'ailleurs limité leur usage) et n'offrent malheureusement pas d'expressions simples et explicites des flux globaux de chaleur et de vapeur au sommet du couvert.

L'introduction de la notion de résistance de surface (r_s) dans l'équation de Penman conduit à la formulation de l'équation de Penman-Monteith.

- *Formule de Penman-Monteith :*

$$LE = \frac{R_n \Delta + \frac{\rho c_p \delta e}{r_a}}{\lambda \left[\Delta + \gamma \left(1 + \frac{r_s}{r_a} \right) \right]} \quad (30)$$

En conséquence, on retiendra ici qu'il est possible d'estimer l'évaporation ainsi que l'évapotranspiration de référence par le biais de formulations plus ou moins complexes qui requièrent toutes la connaissance d'un certain nombre de paramètres climatiques. Ce sont, en fin de compte, la disponibilité en données météorologiques qui conditionnera le choix d'une formulation au détriment d'un autre ainsi que ses possibilités d'application pour la région d'étude concernée.

L'évapotranspiration est un processus complexe composé d'une évaporation physique (surface d'eau libre, neige, glace, eau du sol nu) et d'une évaporation physiologique (transpiration). Au vu de la difficulté de distinguer ces deux types de processus dans la situation d'un sol couvert par de la végétation et du fait qu'ils se produisent simultanément, ils sont généralement regroupés sous le terme générique d'évapotranspiration

❖ *Conductivité hydraulique $k(\theta)$:*

Elle dépend de la texture et de la saturation du sol. La distribution granulométriquement des particules minérales, détermine la surface spécifique du sol et ainsi l'intensité des forces d'absorption au niveau textural. Au niveau structural, le mode d'arrangement de ces particules détermine à la fois les profils de vitesse et les trajectoires d'écoulement qui peuvent s'éloigner notablement en ligne droite. Donc la conductivité hydraulique à saturation varie, pour le même fluide, d'un sol à un autre. Plusieurs chercheurs ont établi une relation entre la conductivité hydraulique à saturation et certaines caractéristiques texturales ou structurales du sol, en donnant à titre d'exemple ces deux formules suivantes :

➤ Kosney – Karman :

$$K_s = \frac{1}{a^2 b} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon^2)} \quad (31)$$

➤ Allen – Hazen :

$$K_s = c(d_{10})^2 \quad (32)$$

La première formule, donnant K_s en fonction de la porosité ε , est basée sur des développements théoriques et la deuxième est basée sur des données expérimentales.

Dans un sol saturé le gradient d'un potentiel de pression effective constitue la force motrice de l'écoulement. En revanche, en milieu non saturé, l'eau est sujette à une pression inférieure à la pression atmosphérique (pression effective négative) appelée succion matricielle. La principale différence entre le milieu saturé et non saturé réside dans la conductivité hydraulique. Quand le sol est saturé, tous les pores sont pleins et conduisent l'eau de sorte que la conductivité est maximale et le potentiel de pression matricielle est nul. Lorsque le sol se dessèche, ce sont les pores les plus grands et aussi les plus conducteurs qui se vident en premier, et l'écoulement ne se fera que dans des pores plus petits, si bien que la section totale d'écoulement diminue et les pores vides doivent être contournés ce qui signifie que la tortuosité augmente. Par conséquent, la résistance globale à l'écoulement augmente rapidement avec la diminution de la teneur en eau.

- ❖ *Diffusivité hydraulique $D(\theta)$* : est défini comme le rapport de la conductivité hydraulique $k(\theta)$ du sol à sa capacité capillaire $C(\theta)$ elle s'exprime en m^2/s , elle s'écrit donc :

$$D(\theta) = \frac{k(\theta)}{C(\theta)}$$

7- Le point de flétrissement :

Le point de flétrissement, ou plus précisément le point de flétrissement permanent, est l'humidité de la zone radriculaire en dessous duquel la plante se fane irréversiblement. Cette valeur de la teneur eau du sol représente le taux d'humidité en-deça duquel les forces d'adsorption surpassent celles que la plante peut générer pour extraire l'eau nécessaire à sa croissance. Le végétal ne dispose alors plus de l'eau qui lui est nécessaire et ses tissus se flétrissent. L'intérêt du point de flétrissement provient de ce qu'il est une caractéristique des sols. La valeur du potentiel matricielle de l'eau du sol dépend du type de plante. On admet toutefois en général une valeur moyenne de :

$$\psi = -16 \text{ bars}$$

Certains auteurs définissent également le point de flétrissement temporaire qui représente le seuil d'humidité au-delà duquel le flétrissement commence, mais n'est pas encore irréversible. Dans ces conditions, la plante donne des signes de flétrissement puis retrouve une vitalité si la teneur en eau augmente à nouveau (pluie, irrigation). Le seuil de flétrissement temporaire est défini par la valeur moyenne suivante : $\psi = -10$ bars.

L'évaporation et les prélèvements des végétaux peuvent faire diminuer la teneur en eau jusqu'au point de flétrissement temporaire puis permanent, au-delà duquel les dégâts deviennent irréversibles.

Chapitre III

MODÉLISATION DU SYSTÈME SOL-PLANTE MÉTHODE DES QUADRIPOLES

INTRODUCTION

Le modèle mathématique qui décrit le transfert de l'eau dans le système sol-plante-atmosphère en régime variable (transitoire et périodique) est développé à l'aide d'une analogie électrique utilisant la méthode des quadripôles. La notion de "quadripôles thermique" est utilisée pour résoudre les transferts de chaleur unidirectionnels transitoires dans les systèmes constitués de plusieurs milieux présentant à la fois des sources internes, des contacts imparfaits, des sources aux interfaces et déséquilibres de température initiaux. Les calculs sont menés en géométrie plane, ils s'étendent sans difficulté aux géométries cylindrique et sphérique.

La connaissance de ce modèle fait intervenir la résolution de l'équation du transfert hydrique dans le sol. Pour ceci, des méthodes analytiques sont généralement utilisées; des méthodes numériques, de type éléments finis, différences finies peuvent être envisagées dans le cas des problèmes non linéaires ou en géométries complexes.

Nous allons présenter une méthode analytique dite des "quadripôles", dont le principal avantage est de donner une représentation physique simple et utilisant l'analogie électrique.

1. Dynamique de l'eau dans le sol

Les transferts d'eau en milieu non saturé sont liés au potentiel total de l'eau du sol, et sa conductivité hydraulique k . Le potentiel de l'eau du sol est la somme du potentiel gravitaire (énergie gravitaire), du potentiel matriciel (énergie de rétention) et éventuellement du potentiel osmotique, liée à la charge de l'eau du sol en solutés. La conductivité hydraulique est une grandeur analogue à une vitesse qui caractérise la capacité du sol à conduire l'eau. La loi de comportement est la loi de Darcy, valable dans une matrice solide homogène, isotrope et stable, pour un fluide homogène, isotherme et incompressible, dont l'énergie cinétique est négligeable, quand l'écoulement est laminaire, en régime permanent (Musy et Soutter, 1991). Pour compléter la description des écoulements, on utilise l'équation de continuité, qui exprime la conservation de la masse d'eau : le bilan des masses entrant et sortant d'un volume de sol donné pendant un intervalle de temps donné est égal à la variation de masse de ce volume pendant cet intervalle.

1.1- Equations des écoulements non saturés (Equation de Richards) :

L'équation générale des écoulements non saturés découle de la combinaison de la loi de comportement dynamique (loi Darcy, 1856) ; qui exprime la densité du flux hydrique $q(z, t)$ (m/s) en fonction du gradient de teneur en eau, de la conductivité hydraulique de l'eau dans le sol elle s'écrit donc :

$$q = -k(\theta)\text{grad}H \quad (1)$$

où H est la charge hydraulique qui peut inclure les termes de pression matricielle et de gravité. et l'équation de continuité (conservation de la masse), qui s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\text{div} \vec{q} \quad (2)$$

En remplaçant (1) dans l'équation (2) on obtient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\text{div} \vec{q} = \text{div}(k(\theta)\text{grad}H) \quad (3)$$

avec : $H(\theta) = \psi(\theta) + z$

Si la charge de pression est considérée comme variable principale, l'équation (3) devient

$$c(\psi) \frac{\partial H}{\partial t} = \text{div}(k(\psi)\text{grad}H) \quad (4)$$

avec : $C(\psi) = \frac{d\theta}{d\psi} \quad (5)$

L'équation (4) est appelée l'équation de Richards, (dans laquelle h) est la pression relative par rapport à la pression atmosphérique de l'eau exprimée en hauteur d'eau et H définie par :

$$H(\theta) = \psi(\theta) + z. \quad (6)$$

On considère que les propriétés physiques du sol (conductivité k et diffusivité $D=k/c$) sont constantes. Cette hypothèse est valable que dans un petit intervalle de teneur en eau. L'écoulement liquide est l'écoulement le plus dominant dans les sols humides. La contribution de la diffusion de vapeur au mouvement globale de l'eau est supposée négligeable dans la partie principale d'enracinement où les fluctuations diurnes de température sont faibles et par conséquent, le transfert d'humidité associé au gradient de température est négligeable.

L'équation précédente (4) prend la forme suivante :

$$c(\psi) \frac{\partial H}{\partial t} = k(\psi)\text{div}[\text{grad}H]$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = D \nabla^2 H \quad (7)$$

$$\text{avec : } D(\psi) = \frac{k(\Psi)}{c(\Psi)} = \frac{k}{c} \quad (8)$$

En premier lieu nous traitons le transfert hydrique en régime transitoire dans une couche de sol en géométrie quelconque, d'épaisseur "e " et sans source interne. Nous supposons que le sol est en équilibre hydrostatique à l'instant initial, c'est-à-dire que $H^i = \text{constante}$. L'équation décrivant l'écoulement s'écrit :

$$\frac{\partial H(z, t)}{\partial t} = \frac{D}{z^n} \frac{\partial}{\partial z} \left[z^n \frac{\partial H(z, t)}{\partial z} \right] \quad (9)$$

à $t = 0$ $H(z) = H^i$ équilibre hydrostatique

$n = 0$ correspond à la couche de sol de surface plane infinie ; $n = 1$ correspond à une couche de sol cylindrique de longueur infinie et $n=2$ correspond à une couche de symétrie sphérique.

La résolution d'un tel système se fait par les transformée de Laplace.

1.2- Résolution de l'équation de Richards dans l'espace de Laplace :

La transformée de Laplace $\bar{F}(p)$, notée $\mathcal{L}(F(t))$, d'une fonction $F(t)$ est définie par l'intégrale suivante :

$$\bar{F}(x, p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} F(x, t) dt$$

Dans laquelle p est la variable de Laplace et peut être un nombre réel ou complexe. $\bar{F}(p)$ est appelée image ou transformée de la fonction originale.

L'application de la transformée de Laplace sur le temps à l'équation unidimensionnelle (9) donne :

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} \left[\frac{\partial H(z, t)}{\partial t} \right] dt - D \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{1}{z^n} \frac{\partial}{\partial z} \left[z^n \frac{\partial H(z, t)}{\partial z} \right] dt = 0$$

En intégrant la première partie et en utilisant la propriété de différentiation sous le signe somme pour la deuxième, cette équation s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[H(z, t)e^{-Pt} \right]_0^\infty \\ + P \int_0^\infty H(z, t)e^{-Pt} dt \end{array} \right\} - D \frac{1}{z^n} \frac{\partial}{\partial z} \left[z^n \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\infty H(z, t)e^{-Pt} dt \right] = 0$$

(1) (2) (3)

Après avoir intégrée notre équation qui est composée de trois parties nous trouvons les termes suivants :

Le deuxième terme (2) correspond à $p \bar{H}(z, p)$.

Le troisième terme (3) représente : $\frac{D}{z^n} \frac{d\bar{H}}{dz} \left[z^n \frac{d\bar{H}}{dz} \right]$

Quant au premier terme (1) nulle pour $t = \infty$ il représente la répartition initiale de la charge de pression à $t = 0$.

En supposant qu'à l'instant initial, le sol est en équilibre hydrostatique c'est-à-dire que la répartition de la charge de pression dans le sol est uniforme ($H^i = cte$) et H^* représente la différence entre le potentiel de l'eau du sol dans la couche à l'abscisse z , à l'instant t et le potentiel à l'équilibre à l'instant initial ($H^* = H - H^i$) et si $\bar{H}^* = \mathcal{L}(H - H^i)$ est sa transformée de Laplace ; l'équation transformée s'écrit :

$$\frac{1}{z^n} \frac{d}{dz} \left(z^n \frac{d\bar{H}^*}{dz} \right) = \frac{P}{D} \bar{H}^* \tag{10}$$

On écrit par la suite H au lieu de H^* .

L'intérêt de l'utilisation de la transformée de Laplace, est de ramener une équation aux dérivées partielles à une équation différentielle, plus facile à résoudre.

Dans le cas d'une géométrie plane ($n = 0$), l'équation différentielle s'écrit :

$$\frac{d^2 \bar{H}}{dz^2} = \frac{p}{D} \bar{H} = \beta^2 \bar{H}$$

La solution de cette équation différentielle s'écrit :

$$\bar{H}(p, z) = K_1 \text{ch}(\beta z) + K_2 \text{sh}(\beta z) \tag{11}$$

L'expression du flux est :

$$\bar{Q}(P, z) = -kS \frac{\partial \bar{H}}{\partial z} = -kS\beta K_1 \text{sh}(\beta z) - kS\beta K_2 \text{ch}(\beta z)$$

(12)

avec : $\beta^2 = p/D$;

K_1, K_2 sont les coefficients calculés à partir des conditions aux limites. Ils sont naturellement fonction de la variable de Laplace.

2. Méthode des quadripôles

2.1 - Quadripôle associé à une géométrie plane :

Appelons \bar{H}_1 et \bar{H}_2 les transformées de Laplace des charges de pression en $z = z_1$ et $z = z_2$ avec : $z_2 = z_1 + e$; \bar{q}_1 et \bar{q}_2 les transformées de Laplace des flux en $z = z_1$ et $z = z_2$. Dans le cas d'une géométrie plane figure 3.1a, les équations (11) et (12) en $z = z_2$ et $z_1 = z_2 - e$ donnent respectivement :

$$\begin{aligned} \bar{H}_2(p, z_2) &= K_1 \text{ch}(\beta z_2) + K_2 \text{sh}(\beta z_2) \\ \bar{Q}_2(p, z_2) &= -kS\beta K_1 \text{sh}(\beta z_2) - kS\beta K_2 \text{ch}(\beta z_2) \end{aligned} \tag{13}$$

$$\bar{H}_1(p, z_1) = K_1 \text{ch}(\beta(z_2 - e)) + K_2 \text{sh}(\beta(z_2 - e))$$

$$\bar{Q}_1(p, z_1) = -kS\beta K_1 \text{sh}(\beta(z_2 - e)) - kS\beta K_2 \text{ch}(\beta(z_2 - e))$$

Après développement de ces deux équations on obtient :

$$\begin{cases} \bar{H}_1(p, z) = \bar{H}_2 \text{ch}(\beta e) + \bar{Q}_2 \frac{\text{sh}(\beta e)}{kS\beta} \\ \bar{Q}_1(p, z) = \bar{H}_2 kS\beta \text{sh}(\beta e) + \bar{Q}_2 \text{ch}(\beta e) \end{cases} \tag{14}$$

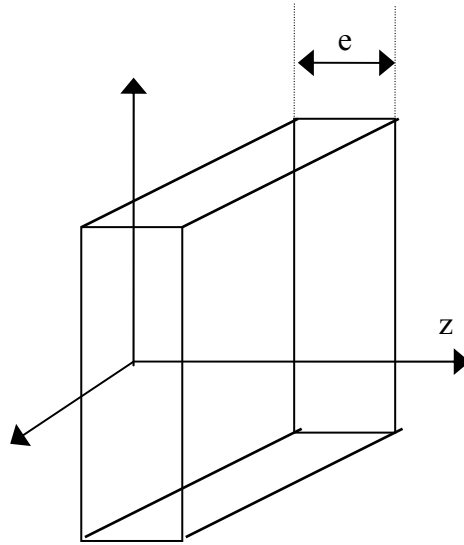


Figure 3.1a : Couche de sol de surface infinie et d'épaisseur e (géométrie plane)

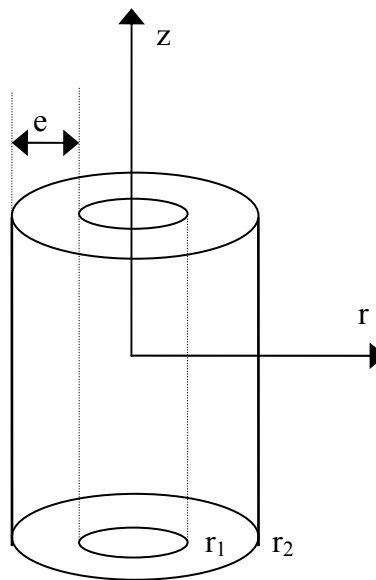


Figure 3.1b : Couche de sol cylindrique de longueur infinie

La relation linéaire qui existe entre les grandeurs d'entrée et de sortie respectivement (\bar{H}_1, \bar{Q}_1); (\bar{H}_2, \bar{Q}_2) s'exprime sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \bar{H}_1 \\ \bar{Q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_2 \\ \bar{Q}_2 \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} \bar{H}_2 \\ \bar{Q}_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Ainsi en régime transitoire la couche de sol d'épaisseur "e" peut être associée à un quadripôle figure 3.2a ; [M] est la matrice de transfert inverse du quadripôle associé à la couche de sol dans une géométrie donnée, qui ne dépend que des propriétés hydrostatiques et géométriques de cette couche. Les éléments de la matrice [M] sont :

$$A_{11} = A_{22} = \text{ch}(\beta e)$$

$$A_{12} = \frac{\text{sh}(\beta e)}{kS\beta} \quad (16)$$

$$A_{21} = kS\beta \text{sh}(\beta e)$$

Le système étant symétrique et passif (pas de source interne), donc les éléments de la matrice sont liés par les relations suivantes :

$$A_{11} = A_{22} \quad (\text{système symétrique})$$

$$A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21} = 1$$

Nous modélisons ainsi les transferts hydriques au moyen de la formulation par les quadripôles. L'analogie électrique est une méthode pratique. Elle permet d'obtenir non pas le champ de potentiel dans le milieu, mais une relation matricielle entre les valeurs d'entrée et de sortie. Nous pouvons utiliser ces quadripôles comme en électricité, c'est-à-dire par une association d'impédances. La relation linéaire entre les grandeurs d'entrée et de sortie peut être représentée par trois impédances en T, à partir du quadripôle de la figure 3.2b on écrit les différentes équations avec les différentes grandeurs des flux et des potentiels :

$$\bar{H}_1 = \bar{Q}_1 Z_1 + (\bar{Q}_1 - \bar{Q}_2) Z_3 \tag{17}$$

$$\bar{H}_2 = (\bar{Q}_1 - \bar{Q}_2) Z_3 - \bar{Q}_2 Z_2$$

Après développement du calcul du système d'équations (17) ; on obtient :

$$\bar{H}_1 = \left(\frac{Z_1}{Z_3} + 1 \right) \bar{H}_2 + \left(Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} \right) \bar{Q}_2 \tag{18}$$

$$\bar{Q}_1 = \frac{1}{Z_3} \bar{H}_2 + \left(\frac{Z_2}{Z_3} + 1 \right) \bar{Q}_2$$

Du système (15) et les résultats (16) on peut déterminer les expressions des impédances :

$$Z_1 = \frac{A_{11} - 1}{A_{21}} = \frac{\text{ch}(\beta e) - 1}{\text{ks}\beta\text{sh}(\beta e)}$$

$$Z_2 = z_1 = \frac{A_{22} - 1}{A_{21}} = \frac{\text{ch}(\beta e) - 1}{\text{ks}\beta\text{sh}(\beta e)} \tag{19}$$

$$Z_3 = \frac{1}{\text{ks}\beta\text{sh}(\beta e)}$$

La figure 3.2c correspond à l'approximation aux temps longs ; c'est-à-dire lorsque le nombre de Fourier associé, relatif au transfert de masse et grand ($Dt / e^2 \gg 1$) soit $\beta e \rightarrow 0$, on retrouve le schéma classique de la figure 3.2c. En effet après avoir faire un développement limitée au voisinage de 0 sur les différentes impédances du quadripôle, l'approximation aux temps longs est donnée par :

$$Z_1 = Z_2 = \frac{e}{2kS}$$

$$Z_3 = \frac{1}{ceSp} \tag{20}$$

Les impédances Z_1 et Z_2 sont équivalentes à une résistance pure alors que l'impédance Z_3 est équivalente à une capacité pure traduisant le stockage de l'eau par le sol.

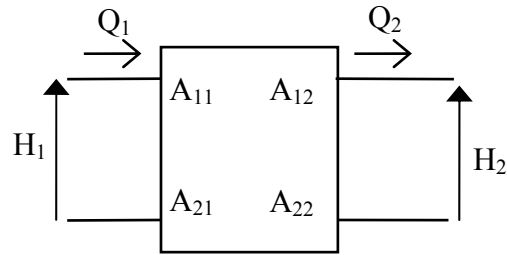


Figure 3.2a : Quadripôle passif d'une couche de sol

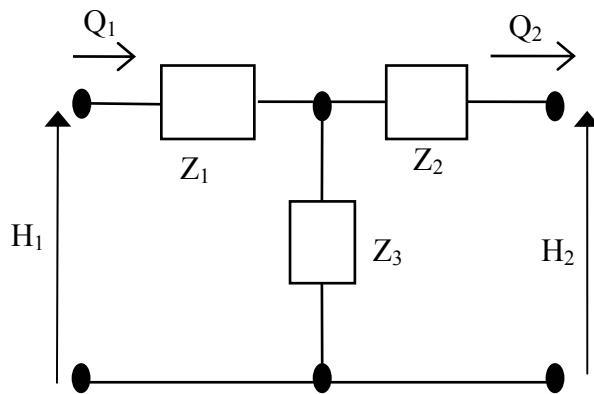


Figure 3.2b: Représentation impédance

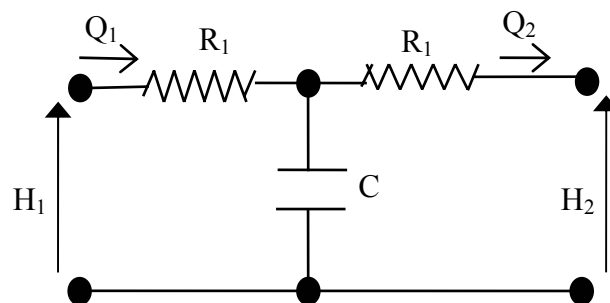


Figure 3.2c : Approximation du quadripôle pour des temps longs

2.2 - Quadripôle associé à une géométrie cylindrique :

Pour une géométrie cylindrique ($n=1$), et dans le cas monodimensionnel, la solution de l'équation différentielle dans ce cas s'écrit :

$$\bar{H}(p, z) = G_1 I_0(\beta z) + G_2 K_0(\beta z) \quad (21)$$

En remplaçant z par la variable radiale r :

$$\bar{H}(p, r) = G_1 I_0(\beta r) + G_2 K_0(\beta r) \quad (22)$$

L'expression du flux est donnée par :

$$\bar{Q}(p, r) = -kS \frac{\partial \bar{H}}{\partial r} = -kS [G_1 I_1 \beta(\beta r) - G_2 K_1 \beta(\beta r)] \quad (23)$$

avec : $\beta^2 = p/D$;

G_1, G_2 sont les coefficients calculés à partir des conditions aux limites ; ils sont fonction de la variable de Laplace p .

I_0, K_0, I_1 et K_1 sont les fonctions modifiées de Bessel de première et deuxième espèce d'ordre 0 et 1.

La même démarche est appliquée pour établir le quadripôle associé à la géométrie cylindrique où r_1 et r_2 sont les rayons intérieur et extérieur du domaine considéré et L la longueur de la couche cylindrique figure 3.1b. Les éléments de la matrice de transfert inverse du quadripôle associé au cylindre sont :

$$\begin{aligned} A_{11} &= \beta r_2 [I_0(\beta r_1) K_1(\beta r_1) + I_1(\beta r_2) K_0(\beta r_1)] \\ A_{12} &= \frac{1}{2\pi L k} [I_0(\beta r_2) K_0(\beta r_1) - I_0(\beta r_1) K_0(\beta r_2)] \\ A_{21} &= 2\pi L c r_1 r_2 p [I_1(\beta r_2) K_1(\beta r_1) - I_1(\beta r_1) K_0(\beta r_2)] \\ A_{22} &= \beta r_1 [I_0(\beta r_2) K_1(\beta r_1) + I_1(\beta r_1) K_0(\beta r_2)] \end{aligned} \quad (24)$$

Les impédances correspondantes sont :

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \frac{\beta r_2 [I_0(\beta r_1) K_1(\beta r_2) + I_1(\beta r_2) K_0(\beta r_1)] - 1}{2\pi L c r_1 r_2 p [I_1(\beta r_2) K_1(\beta r_1) - I_1(\beta r_1) K_1(\beta r_2)]} \\
 Z_2 &= \frac{\beta r_1 [I_0(\beta r_2) K_1(\beta r_1) + I_1(\beta r_1) K_0(\beta r_2)] - 1}{2\pi L c r_1 r_2 p [I_1(\beta r_2) K_1(\beta r_1) - I_1(\beta r_1) K_1(\beta r_2)]} \\
 Z_3 &= \frac{1}{2\pi L c r_1 r_2 p [I_1(\beta r_2) K_1(\beta r_1) - I_1(\beta r_1) K_1(\beta r_2)]}
 \end{aligned} \tag{25}$$

L'approximation du quadripôle pour les temps longs est donnée par :

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \frac{\ln(z_2) - \ln(z_1)}{4\pi K \ell} \frac{z_2^2}{z_2^2 - z_1^2} \\
 Z_2 &= \frac{\ln(z_2) - \ln(z_1)}{4\pi K \ell} \frac{z_1^2}{z_2^2 - z_1^2} \\
 Z_3 &= \frac{1}{c\pi K \ell (z_2^2 - z_1^2)}
 \end{aligned} \tag{26}$$

Où les impédances Z_1 et Z_2 ont les dimensions d'une résistance pure alors que l'impédance Z_3 a la dimension d'une capacitance.

2.3 - Quadripôle associé a une couche de sol en présence de source ou puits :

Nous allons expliciter maintenant le cas du transfert hydrique dans une couche en géométrie quelconque, d'épaisseur e , en régime transitoire et présentant une source interne.

Cette source interne $s(z, t)$ est le flux d'eau volumique, fonction du temps et de l'espace, prélevé par unité de volume de sol. On suppose que le sol n'est pas en équilibre hydrostatique à l'instant initial, soit $H^i(z)$ la répartition initiale du potentiel hydrique.

L'équation de transport écrite sous la forme d'une équation de diffusion comprenant un terme puits qui, dans notre cas traduit l'extraction locale par les racines s'écrit :

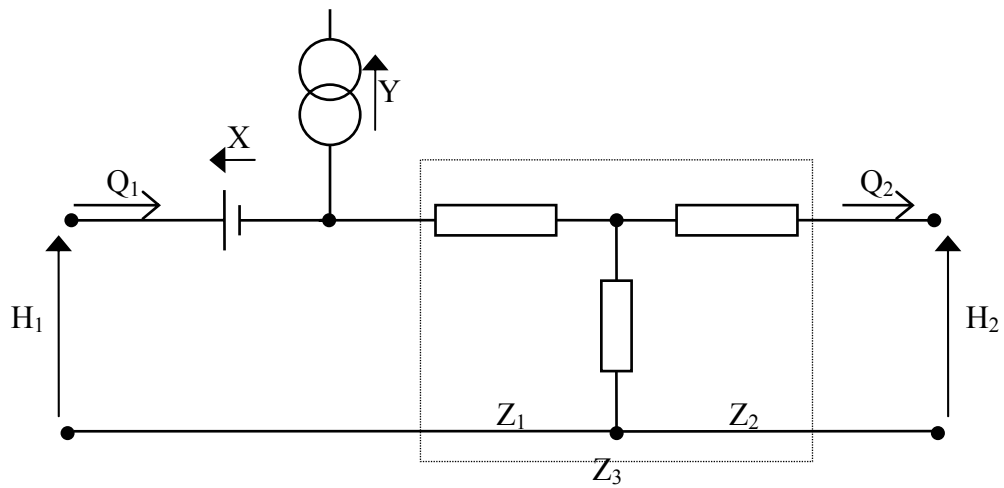


Figure 3.3: Quadripôle représentant une couche de sol avec source ou puits, cas de l'extraction racinaire

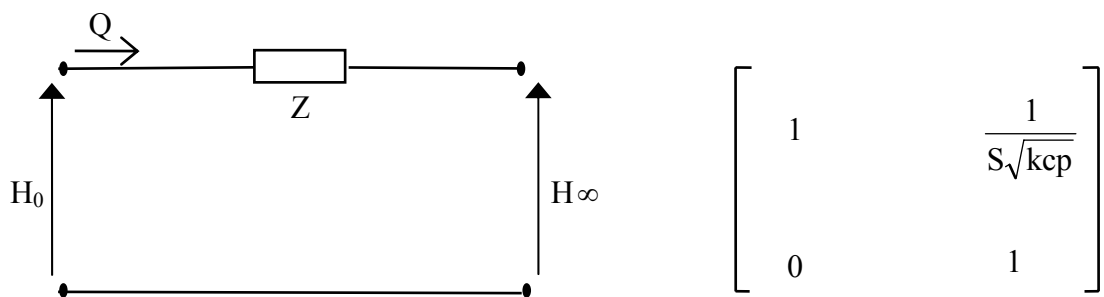


Figure 3.4 : Quadripôle associée à un milieu semi-infini

$$\frac{1}{D} \frac{\partial H(z, t)}{\partial t} = \frac{1}{z^n} \frac{\partial}{\partial z} \left[z^n \frac{\partial H(z, t)}{\partial z} \right] + \frac{1}{k} S(z, t) \quad (27)$$

$$H(z) = H^i(z) \quad \text{à } t=0$$

L'application de la transformée de Laplace à l'équation (27) donne :

$$\frac{1}{z^n} \frac{d}{dz} \left[z^n \frac{d\bar{H}}{dz} \right] + \frac{1}{k} \bar{S}(z, p) + \frac{H^i(z)}{D} = \frac{p}{D} \bar{H} \quad (28)$$

$$\text{Où : } \quad \bar{S}(z, p) = \mathcal{L} [S(z, t)]$$

Dans le cas d'une géométrie plane ($n = 0$), la solution de cette équation différentielle s'écrit :

$$\bar{H}(p, z) = K_1 \text{ch}(\beta z) + K_2 \text{sh}(\beta z) + y(p, z) \quad (29)$$

Dans le cas d'une géométrie cylindriques ($n = 1$), la solution de l'équation différentielle s'écrit :

$$\bar{H}(p, z) = G_1 I_0(\beta z) + G_2 K_0(\beta z) + y(p, z) \quad (30)$$

Où $y(p, z)$ est une solution particulière qui peut être obtenue par un développement de type (DEGIOVANNI, 1988) :

$$y(p, Z) = \frac{1}{cp} \left[\bar{H}(p, Z) + \frac{D}{p} \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial Z^2} + \frac{D^2}{p^2} \frac{\partial^4 \bar{S}}{\partial Z^4} + \dots \right] + \frac{1}{P} \left[H^i(Z) + \frac{D}{p} \frac{\partial^2 H^i}{\partial Z^2} + \frac{D^2}{p^2} \frac{\partial^4 H^i}{\partial Z^4} + \dots \right] \quad (31)$$

L'expression des grandeurs d'entrée (\bar{H}_1, \bar{Q}_1) en fonction des grandeurs de sortie (\bar{H}_2, \bar{Q}_2) s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \bar{H}_1 \\ \bar{Q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_2 \\ \bar{Q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (32)$$

avec : A_{11} , A_{12} , A_{21} , A_{22} représentant les mêmes expressions que dans le cas du transport hydrique dans la couche de sol passive c'est-à-dire que les expressions des éléments de la matrice ne dépendent pas des sources. Dans la représentation électrique équivalente figure 3.3, X est une source de tension et Y une source de courant ; ils sont donnés par :

$$X = y(p, z_1) - A_{11}y(p, z_2) + kS_2A_{12} \frac{dy(p, z_2)}{dz} \quad (33)$$

$$Y = -kS_1 \frac{dy(p, z_1)}{dz} - A_{21}Y(p, z_2) + kS_2A_{22} \frac{dy(p, z_1)}{d}$$

Où S_1 et S_2 sont les surfaces calculées respectivement en $z = z_1$ et en $z = z_2$.

2.4-Quadripôle associé à un milieu semi-infini :

Considérons une couche de sol d'épaisseur infini en régime transitoire, sans source interne et à l'équilibre hydrostatique à l'instant initial. L'équation différentielle à résoudre est celle-ci :

$$\frac{1}{z^n} \frac{d}{dz} \left(z^n \frac{d\bar{H}^*}{dz} \right) = \frac{P}{D} \bar{H}^*$$

Où H^* représente la différence entre le potentiel de l'eau du sol dans la couche à l'abscisse z , à l'instant initial t et le potentiel à l'équilibre à l'instant initial ($H^* = H - H_\infty$) et $\bar{H}^* = \mathcal{L}(H - H_\infty)$

La résolution de cette équation dans le cas d'une géométrie plane ($n=0$) donne :

$$\bar{H}^*(z, p) = \bar{H}(z, p) - \bar{H}_\infty = k_1 \exp(-\beta z) + k_2 \exp(\beta z) \quad (34)$$

Le potentiel hydrique ne pouvant tendre vers l'infini, la constante k_2 est nulle. La condition de potentiel en $z = z_1$ ($\bar{H} = \bar{H}_1$) impose :

$$k_1 = (\bar{H}_1 - \bar{H}_\infty) \exp(\beta z_1)$$

Par conséquent :

$$\bar{H}(z,p) - \bar{H}_\infty = (\bar{H}_1 - \bar{H}_\infty) \exp(\beta z_1) \exp(-\beta z) \quad (35)$$

et :

$$\bar{q}_0 = -kS \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial z} \right)_{z=0} = kS\beta (\bar{H}_0 - \bar{H}_\infty) \quad (36)$$

D'où le quadripôle de la figure 3.4 représentant le milieu sol semi-infini ; les impédances sont alors données par :

$$Z_\infty = Z_1 = \frac{1}{S\sqrt{ckp}}$$

et (37)

$$Z_2 \rightarrow 0$$

$$Z_3 \rightarrow 0$$

Dans le cas de la symétrie cylindrique ($n = 1$) on obtient le quadripôle correspondant en faisant tendre z_2 vers l'infini dans les impédances données par (26). Les impédances obtenues sont :

$$Z_\infty = Z_1 = \frac{1}{2\pi K_1} \frac{K_0(\beta z_1)}{\beta z_1 K_1(\beta z_1)}$$

et (38)

$$Z_2 \rightarrow 0$$

$$Z_3 \rightarrow 0$$

Le dipôle est une relation entre la transformée de Laplace du potentiel et la transformée de Laplace du flux en $z = z_1$, soit :

$$(\bar{H}_1 - \bar{H}_\infty) = z_\infty \bar{Q}_1 \quad (39)$$

2.5 - Quadripôle associé à un système multicouche :

Il arrive souvent que la plante, grâce à ces racines, soit en interaction avec un sol stratifié et composé donc de plusieurs horizons différents. Dans ces conditions nous pouvons appliquer les résultats précédents à chaque horizon composant le système multicouche. En

notation simplifiée, appelons $[E_n]$ le vecteur des grandeurs d'entrée, $[M_n]$ la matrice de transfert inverse, $[S_n]$ le vecteur des grandeurs de sortie et $[P_n]$ le vecteur de sources, soit :

$$[E_n] = [M_n][S_n] + [P_n]$$

En supposant qu'aux différentes interfaces, il y a égalité des potentiels et des flux (condition de continuité de ces deux grandeurs raisonnable) soit :

$$[S_n] = [E_{n+1}]$$

d'où le résultat pour N couches :

$$[E_1] = [M][S_n] + [P] \tag{40}$$

avec
$$[M] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} A_N & B_N \\ C_N & D_N \end{bmatrix}$$

et
$$+ [P] = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{bmatrix} + \dots$$

$$+ \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} A_{N-1} & B_{N-1} \\ C_{N-1} & D_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_N \\ Y_N \end{bmatrix}$$

3 – Dynamique de l'eau dans la plante :

3.1 - Introduction :

La plante est caractérisée par des surfaces d'échange, racines et feuilles, et des résistances sol-racines et stomatiques reliées essentiellement aux facteurs extérieures. Plus rarement, le modèle est amélioré par la prise en compte du rôle de réservoir joué par la plante (COWAN, 1965; JONES, 1978; KATERJI, 1983 ; SAIGHI, 1998). Par ailleurs, les études fines concernant les mécanismes physiologiques régissant les transferts hydriques dans le végétal sont rarement intégrées dans le contexte général du continuum et sont le plus souvent

réduites à la modélisation du fonctionnement stomatique (DELWICHE et COOKE, 1977; UPADHYAYA et al., 1988).

3.2 - Transfert hydrique en régime de flux conservatif :

Les premiers travaux sur la circulation de l'eau dans la plante étaient basés sur une analogie électrique proposée par GRADMAN (1928), reprise en 1948 par VAN DEN HONERT. C'est une relation qui a été abondamment utilisée et a permis de structurer la description des flux d'eau dans la plante. A l'instar de la loi d'Ohm en électricité, cette relation exprime que la chute de potentiel de l'eau du sol H_S à la feuille H_F est proportionnelle au flux liquide (assimilé à la transpiration E) et à une résistance totale R constante caractérisant les milieux traversés (sol, racine, tige) :

$$H_S - H_F = R E \quad (41)$$

Les vérifications expérimentales entreprises au champ montrent qu'une telle relation linéaire est le plus souvent mise en défaut figure 3.5a. Cette relation est vérifiée généralement aux premières heures d'une journée ensoleillée tant que la transpiration E est faible ou bien tout au long d'une journée durant laquelle le temps est couvert où la transpiration reste faible.

En revanche, au cours d'une journée ensoleillée, et à partir de la fin de la matinée, la transpiration devenant plus élevée, la relation (41) n'est plus vérifiée. Ce type de résultat a été observé par RITCHIE (1973) sur maïs, JONES (1983) sur blé, REICOSKY et al. (1982) sur soja, SHARRAT et al. (1983) et KATERJI et al. (1983, 1986) respectivement sur luzerne et pomme de terre.

Plusieurs hypothèses ont été avancées pour rendre compte de ces non linéarités entre H_S et H_F . L'hypothèse de flux non conservatif retient de plus en plus l'attention des chercheurs, car elle concorde avec un ensemble d'observations (KLEPPER et al. 1971; CRUIZIAT, 1974) concernant la variation au cours des journées ensoleillées de la teneur en eau des différents organes de la plante (racines, tiges, feuilles). Cette hypothèse a donc été retenue dans plusieurs modèles testés sur des couverts végétaux.

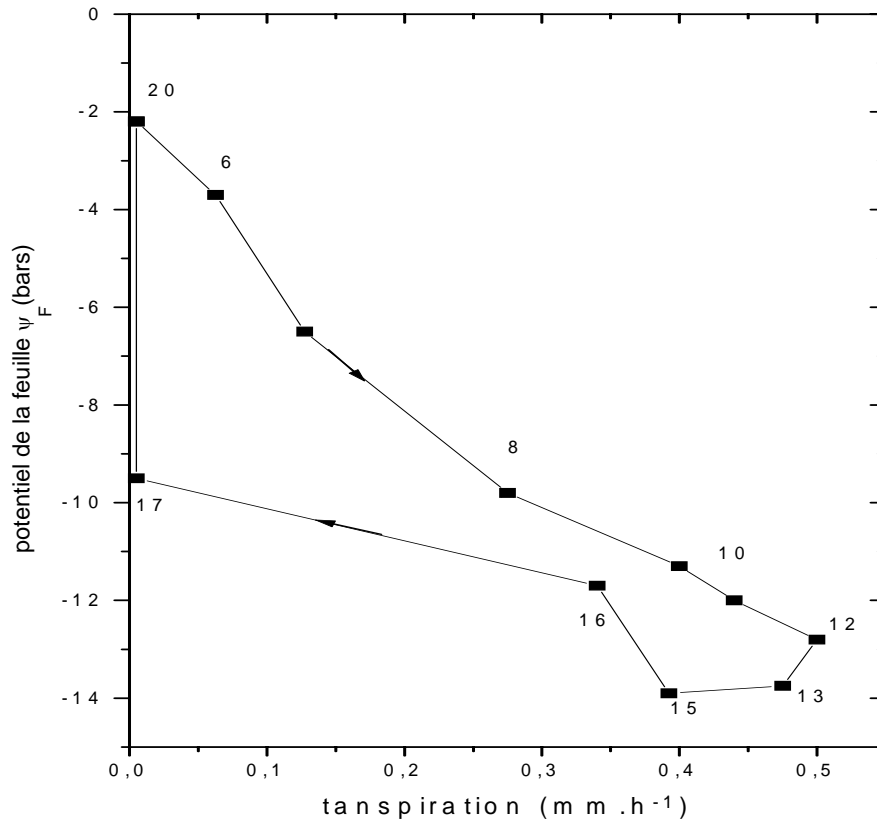


Figure 3.5a : Exemple de relation expérimentale entre le potentiel foliaire ψ_F et la transpiration E durant une journée ensoleillée

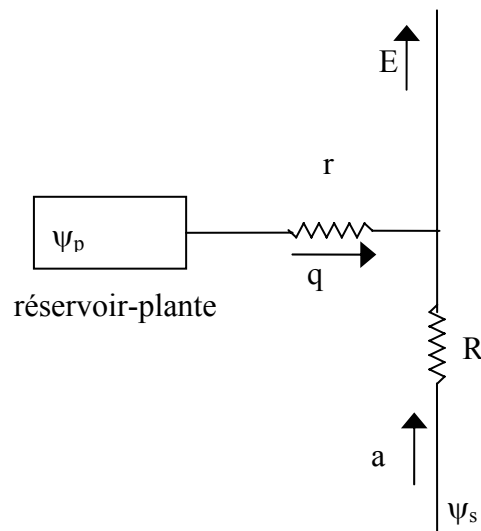


Figure 3.5b : Modèle de Katerji

3.3 -Transfert hydrique en régime de flux non conservatif, quadripôle associé à une plante :

Deux types d'approches fondées sur un schéma de circulation de l'eau en régime de flux non conservatif ont été mises en oeuvre pour prévoir la cinétique du potentiel hydrique foliaire d'un couvert végétal :

3.3.1 - Les modèles à réservoir :

Cette approche consiste à compléter le modèle de VAN DEN HONERT et l'étendre aux conditions de flux non conservatif en introduisant un ou plusieurs réservoirs qui subissent des variations de teneur en eau. Il y a quelques années, KATERJI, reprenant les modèles de JONES, proposait de tenir compte de l'existence de réservoirs permettant l'alternance de périodes de dessèchement et de réhydratation de la plante figure 3.5b. Un modèle semblable a été également utilisé par TACONET et al. (1986) et LYNN et CARLSON (1990) pour décrire les différentes composantes de la plante.

Notre modèle ressemble beaucoup à ceux étudiés par KATERJI (1983) et CARLSON et LYNN (1991). Nous reprenons presque le même modèle mais sous forme de quadripôle. Du point de vue de l'analogie électrique, cela revient à introduire un terme capacitif pouvant stocker de l'eau en parallèle des termes résistifs habituels.

La plante peut stocker de l'eau aussi bien dans les tiges que dans les feuilles et les racines. Pour simplifier nous représentons ces trois organes par un seul réservoir de volume V variable situé entre les racines et les feuilles.

L'une des caractéristiques hydriques importante d'une cellule, d'un tissu ou d'un organe c'est la relation qui lie le potentiel hydrique au volume d'eau stockée. Si nous admettons, qu'il existe une relation linéaire entre le volume d'eau stockée V dans la plante et le potentiel de l'eau de la plante ψ_p figure 3.6a alors :

$$V = V_{\max} \left(1 - \frac{\psi_p}{\psi_M}\right) \quad (42)$$

où V_{\max} est la quantité d'eau maximum stockée par la plante quand elle est gorgée d'eau; dans ce cas le potentiel de la plante est nul ($\psi_p = 0$) et ψ_M le potentiel correspondant au flétrissement permanent de la plante. Par conséquent, le flux d'eau Q provenant du réservoir-plante est donné par :

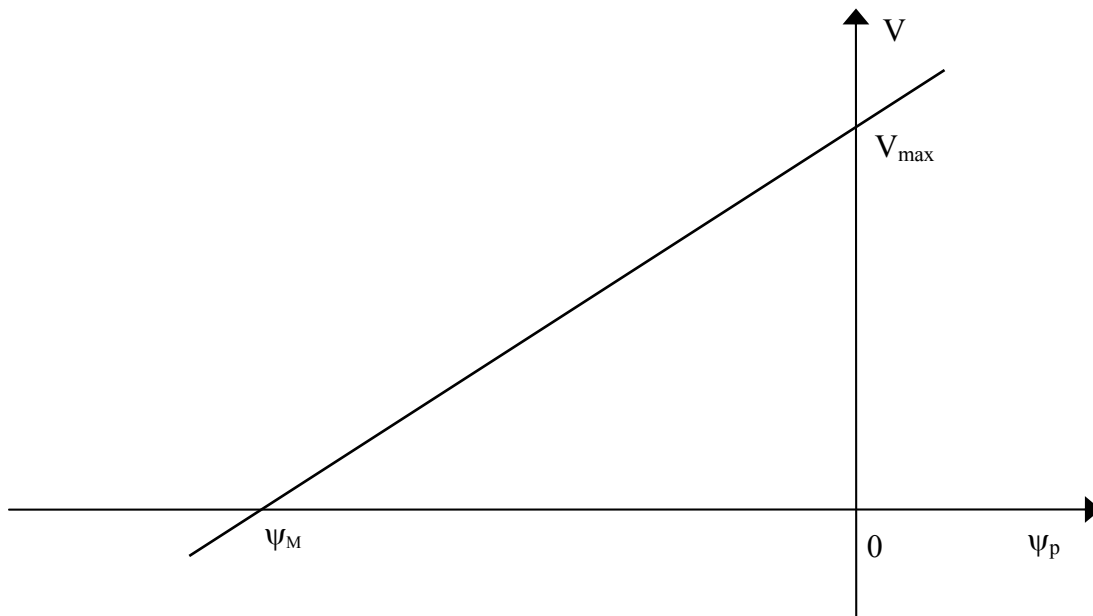


Figure 3.6a : Volume d'eau stockée dans la plante en fonction du potentiel de la plante

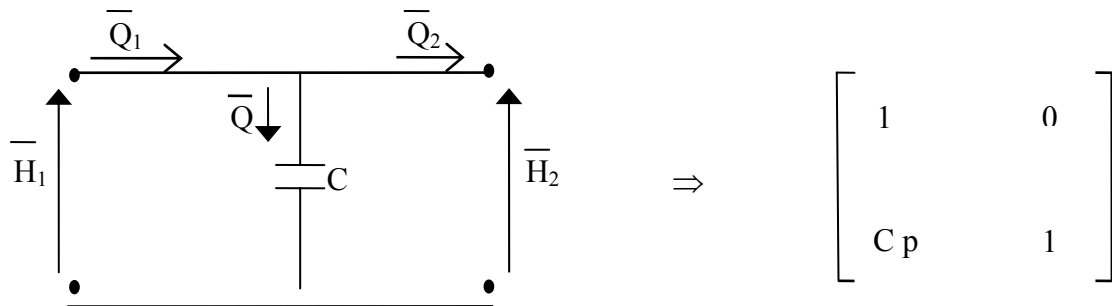


Figure 3.6b : Quadripôle capacité

$$Q = -\frac{dV}{dt} = \frac{V_{\max}}{-\psi_M} \left(-\frac{d\psi_p}{dt}\right) = -C \left(\frac{d\psi_p}{dt}\right) \quad (43)$$

avec : $C = \frac{V_{\max}}{-\psi_M}$

En passant à l'expression du flux surfacique q et après transformation dans l'espace de Laplace il vient :

$$\bar{q} = C(\psi_p^i - p\bar{\psi}_p) = -Cp\bar{H}_p = -\frac{\bar{H}_p}{Z} \quad (44)$$

Avec l'impédance Z qui s'exprime : $Z = 1/Cp$

ψ_p^i étant la valeur initiale de ψ_p . Pour simplifier nous supposons ici que le système est initialement à l'équilibre hydrostatique.

Dans l'espace de Laplace, la plante se comporte donc comme un réservoir de capacité

$C = \frac{V_{\max}}{-\psi_M}$ qui est reliée au circuit principal par une résistance r .

Le réservoir-plante est par conséquent schématisé par un quadripôle du type "capacité" figure 3.6b. Les voies de transport sont schématisées, quant à elles, par des quadripôles du type "résistance" figure 3.7a; il s'agit en particulier de la résistance racinaire, des résistances des parties aériennes ainsi que la résistance stomatique appelée parfois résistance foliaire.

On donne sur la figure 3.7b la représentation du schéma électrique équivalent global de la plante.

Ce modèle permettra de mettre en évidence l'influence du réservoir-plante sur l'évolution du flux de transpiration notamment durant les périodes de stress hydrique.

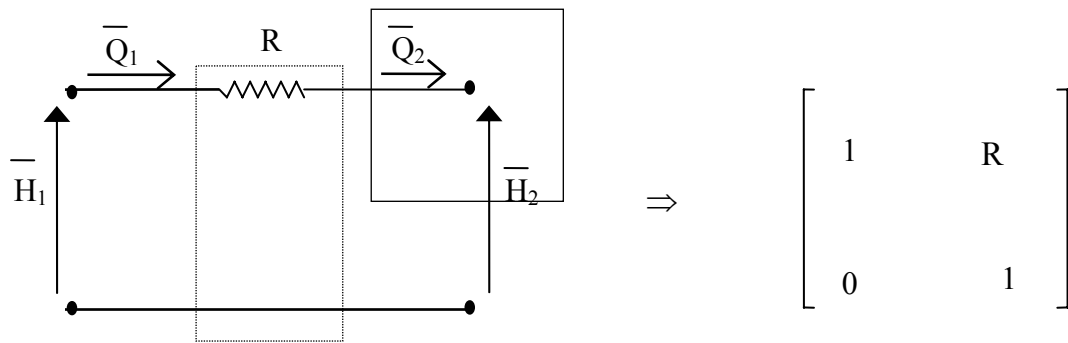


Figure 3.7a : quadripôle résistance

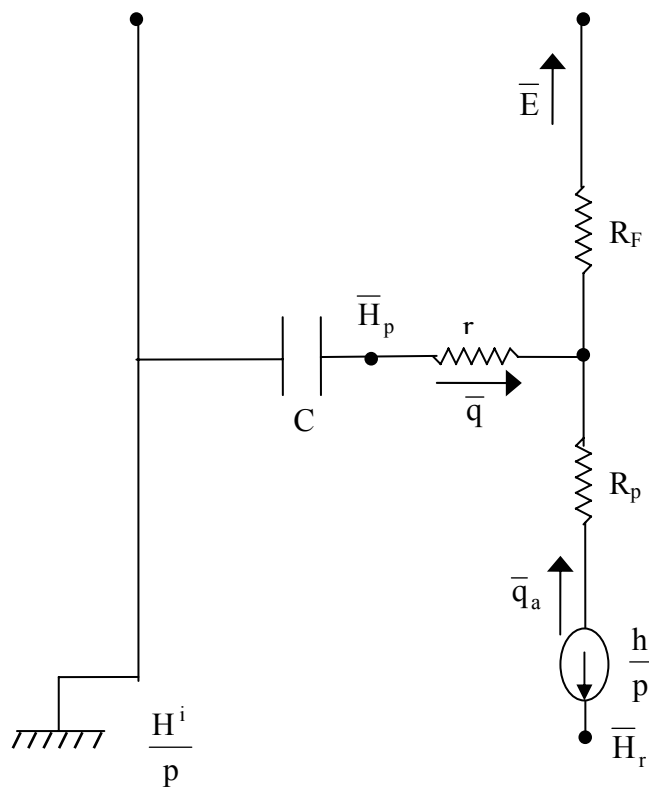


Figure3.7b : représentation électrique équivalent de la plante

Conclusion :

Le principal intérêt de la méthode des quadripôles est sa simplicité d'application aux systèmes à plusieurs couches. Une fois que la définition des différents quadripôles est faite, la mise en série de divers milieux revient à une mise en cascade de quadripôles, c'est à dire à une simple multiplication de matrices dans l'espace de Laplace.

L'analogie électrique utilisant la méthode des quadripôles a permis de structurer de façon simple et efficace la description des flux d'eau. Dans ce cadre, l'introduction d'éléments de stockage, appelés capacitances, a permis de modéliser les situations de flux non conservatifs. Elle permet d'analyser la liaison entre certaines grandeurs telles que les potentiels hydriques et les flux.

La seule difficulté se situe dans le calcul de la solution originale à partir de la solution transformée de Laplace; nous l'avons surmonté par un retour numérique dit méthode de Stehfest.

Chapitre IV

MODÉLISATION DES TRANSFERTS DANS LE SYSTÈME SOL-PLANTE-ATMOSPHERE

Introduction

La modélisation des transferts couplés de chaleur et de masse à l'interface sol-plante-atmosphère continuum (SPAC) est basée d'une part, sur les équations qui décrivent les transferts de chaleur, d'eau en phase liquide et gazeuse dans les sols ; d'autre part sur l'expression du bilan radiatif à la surface du sol. La résolution de ces équations se fait numériquement.

Cette modélisation du transfert de chaleur et de masse dans le système sol-plante-atmosphère, est développée à l'aide d'une analogie électrique utilisant la méthode des quadripôles, à partir d'un schéma électrique équivalent, les équations du bilan sont résolues.

L'étude du régime transitoire dans l'espace de Laplace permet d'obtenir l'évolution des valeurs moyennes des flux et des potentiels à des temps longs, à l'échelle du mois ou de la saison, par contre le régime périodique donne une description fine des principales grandeurs physique pour une période (d'une journée ou bien une année). Le régime variable suppose une combinaison du régime transitoire et du régime périodique.

1. Modèle de transport dans le SPAC :

L'étude des transferts dans le système sol-plante-atmosphère avec fond imperméable correspond au cas de la plante en pot ; plante d'intérieur, pépinière..... , il peut également correspondre au cas de la plante dans un milieu avec un fond argileux.

Considérons une plante en pot qui est représentée sur la figure 4.1 Oz est l'axe vertical ascendant, $z = 0$ correspond à la surface du sol. Le fond du pot, les feuilles et les racines sont à des hauteurs moyennes respectives z_L , z_F et z_r . La plante perd une densité surfacique d'eau $E(t)$ par évaporation, c'est la transpiration résultant de l'échange de chaleur et de masse entre les feuilles et l'environnement, elle dépend du rayonnement net en grande partie et de l'humidité relative, de la température et de la vitesse du vent.

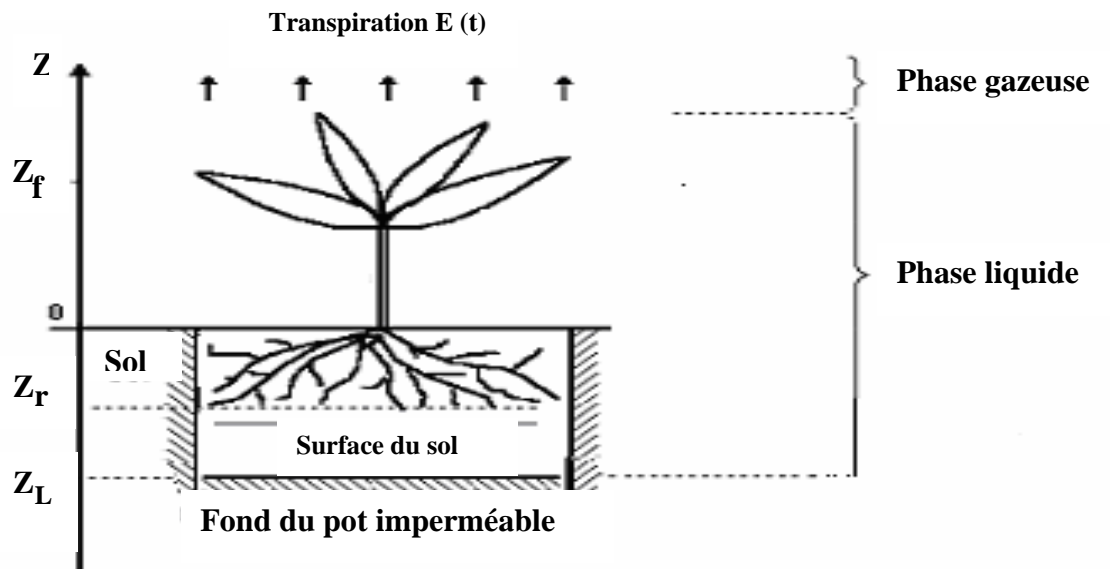


Figure 4.1 : Représentation du système sol-plante-atmosphère

2- Rappels des équations de transport dans le système sol - plante

2.1- Equation de transport dans le sol :

L'équation différentielle régissant le transport de l'eau dans le milieu non saturé s'écrit sous la forme de l'équation de diffusion de la masse (équation de Richards) établie dans le chapitre précédent :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = D_h \frac{\partial^2 H}{\partial Z^2} \tag{1}$$

Dans l'espace de Laplace cette équation s'écrit : $\frac{d^2 \bar{H}}{dz^2} = \frac{p}{D} \bar{H}$

La solution de cette équation différentielle dans l'espace de Laplace s'écrit sous la forme :

$$\bar{H} = K_1 \text{ch}(\beta z) + K_2 \text{sh}(\beta z) \tag{2}$$

L'expression de la densité surfacique de flux est :

$$\bar{q} = -k \frac{\partial \bar{H}}{\partial z} = -kK_1 \text{sh}(\beta z) - kK_2 \text{ch}(\beta z) \tag{3}$$

La relation linéaire entre les grandeurs d'entrée (\bar{H}_i, \bar{q}_i) et les grandeurs de sortie (\bar{H}_j, \bar{q}_j) s'écrit sous la forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} \bar{H}_1 \\ \bar{Q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_2 \\ \bar{Q}_2 \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} \bar{H}_2 \\ \bar{Q}_2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$A_{11} = A_{22} = \text{ch}(\beta e)$$

$$A_{12} = \text{sh}(\beta e)/k\beta$$

$$A_{21} = k\beta \text{sh}(\beta e)$$

2.2 – Equation de transport dans La plante :

Dans le modèle proposé il existe plusieurs résistances au mouvement de l'eau à l'intérieur de la plante. Les plus importantes sont la résistance racinaire R_r entre le sol et les racines et la résistance stomatique R_f des feuilles. La plante a la particularité de pouvoir stocker l'eau dans ses

Chapitre IV- Modélisation des transferts dans le système sol-plante-atmosphère

différents organes : feuilles, tiges et racines. Le stockage de l'eau se fait dans un réservoir de

capacité $C = \frac{V_{\max}}{-\Psi_m}$; appelé réservoir-plante, c'est l'hypothèse du flux non conservatif.

L'expression du flux surfacique q provenant du réservoir plante dans l'espace de Laplace établi précédemment est donnée par :

$$\bar{q} = C \left(\Psi_p^i - p \bar{\Psi}_p \right) = -Cp\bar{H}_p \quad (5)$$

2.3 - L'atmosphère :

Il existe plusieurs caractéristiques de l'atmosphère qui influent sur le transfert hydrique et thermique de la plante. Nous citons :

- Le rayonnement solaire net
- L'humidité et la température de l'air
- Les précipitations
- La vitesse du vent.

3 – Equation du bilan

3.1 - Equation du bilan radiatif :

Le rayonnement net par unité de surface R_n du couvert végétal est le bilan des énergies radiatives reçues par le couvert végétal établi précédemment dans le chapitre (II) :

$$R_n = (1 - \alpha)R_g + \varepsilon_f \sigma (T_a - 6)^4 - \varepsilon_f \sigma T_f^4 \quad (6)$$

Tel que R_g est le rayonnement global par unité de surface exprimée w/m^2 , son expression est de la forme suivante :

$$R_g = 0,271 I_0 \lambda \sin h + 0,706 I_0 \lambda A_1 \sin h \exp \left(\frac{-A_2}{\sinh} \right) \quad (7)$$

3.2 - Bilan énergétique:

Ce bilan concerne, en grande partie, le rayonnement net (R_n) issu du bilan de rayonnement solaire parvenant à la surface de la terre, une partie de ce rayonnement sert à vaporiser l'eau disponible à la surface du couvert végétal et donne naissance à un flux de chaleur latente LE , ou E est la transpiration à la surface du couvert végétal et L la chaleur latente de vaporisation de l'eau

($2.6 \cdot 10^6 \text{ j.kg}^{-1}$). Le reste est dissipé en chaleur dans l'air par convection (H_c flux de chaleur sensible) ou emmagasiné dans le sol (G flux de chaleur essentiellement conductif), l'équation du bilan d'énergie s'écrit alors :

$$R_n = LE + H_c + G \quad (8)$$

Cette égalité valable à l'instant t , peut se simplifier à l'échelle de la journée, car en effet, le sol restitue la nuit à l'atmosphère la chaleur qu'il a absorbée le jour et donc G devient pratiquement nul, l'expression du bilan se réduit alors à l'équation suivante :

$$R_n = LE + H_c \quad (9)$$

3.3- Echange de vapeur d'eau :

La quantité d'eau évaporée en surface, appelée transpiration, est déduite de la loi de FICK intégrée sur l'épaisseur de la couche limite supposée stagnante (modèle du film) et est donnée par :

$$E = k_f C M \ln \left[\frac{1 - X_{va}}{1 - X_{vs}} \right] \quad (10)$$

Cette expression logarithmique est due à la prise en compte simultané des mouvements diffusif et convectif de la vapeur.

Où : C : est la concentration molaire volumique, en mole.m^{-3} .

k_f : est le coefficient de transfert de masse convectif, en m/s .

M : est la masse molaire de la vapeur, en kg/mole .

X_{va} : est la fraction molaire de la vapeur d'eau au sein de l'écoulement.

X_{vs} : est la fraction molaire de la vapeur à la surface de la feuille.

Avec
$$X_v = \frac{p_v}{p}$$

p_v est la pression de vapeur et p la pression totale, en pascal.

En exprimant la fraction molaire de la vapeur en fonction de la pression de vapeur et de la pression totale on obtient la forme classique de la loi de Stefan :

$$E = k_f C M \ln \left[\frac{p - p_{va}}{p - p_{vs}} \right] \quad (11)$$

Lorsque p_{vs} et p_{va} sont négligeables devant p , ce qui est le cas par exemple quand la température de l'eau est inférieure à 30°C environ, l'équation précédente peut être linéarisée et prendre une forme plus simple :

$$E = \frac{k_f M}{RT_a} [p_{vs}(T_f) - p_{v}(T_a)] \quad (12)$$

avec : $C = \frac{p}{RT_a}$

Ainsi le transfert vers l'atmosphère de la vapeur d'eau produite dans les cavités stomatales des végétaux s'effectue en réponse à un gradient de pression partielle de vapeur d'eau existant entre l'air de la zone d'évaporation (très proche de la pression de vapeur saturante) et l'air atmosphérique.

Le mode de transfert diffusif s'accompagne d'effets convectifs dus à la vitesse du vent. La résistance au transfert de vapeur d'eau entre un point A situé dans la cavité sous stomatique, où l'air est saturée en vapeur d'eau, et un point B situé juste à la surface de la feuille est la résistance stomatique et désignée par R_s . La résistance au transfert entre le point B et un point C situé dans l'air extérieur à la feuille est constituée essentiellement de la résistance de couche limite pour la vapeur d'eau R_E . Le coefficient de transfert de masse convectif k_f est donné alors par :

$$k_f = \frac{1}{(R_s + R_E)} = \frac{1}{R_F} \quad (13)$$

Où $R_F = R_s + R_E$ est la somme de la résistance stomatique et de la résistance de la couche limite massique pour la vapeur d'eau. Pour simplifier, nous appellerons $R_F = R_s + R_E$ la résistance de la feuille. LYNN et CARLSON (1990) donnent une revue des principales formulations de la résistance stomatique qui met en évidence une grande diversité sur le choix des facteurs qui l'affectent. Saugier (1974) donne les valeurs moyennes de ces deux résistances dans le cas d'un couvert végétal ; il montre que R_E est négligeable devant R_s . Pour les gammes de température considérées, la pression de vapeur saturante (exprimée en p_a) à la température T (°K) est donnée par :

$$P_{vs}(T) = \exp\left(25.5058 - \frac{5204.9}{T}\right) \quad (14)$$

D'autre part :

$$P_v(T_a) = h_r \cdot P_{vs}(T_a) \quad (15)$$

3.4 - Echange de chaleur, résistance de la couche limite :

Le transfert de chaleur s'effectue sur toute la surface de contact entre la feuille et l'air. La seule résistance au transfert de chaleur est la résistance de la couche limite. Le flux de chaleur sensible H_c est donné par la loi de Newton sous la forme :

$$H_c = \rho c_p \frac{(T_f - T_a)}{R_H} = h_c (T_f - T_a) \quad (16)$$

Où T_a la température de l'air au sein de l'écoulement, T_f est la température de surface des feuilles dite température humide, R_H est la résistance de couche limite au transport de chaleur et h_c le coefficient de transfert de chaleur convectif.

La résistance au flux de quantité de mouvement dans le cas d'un écoulement laminaire parallèle à une plaque plane a été établie par Blasius. Ce résultat a été étendu par Polhausen pour le transport de chaleur H et de matière E sous la forme :

$$R_H = 3.26(1/u)^{1/2} \quad (17)$$

$$R_E = 2.96(1/u)^{1/2}$$

Où u est la vitesse en cm/s.

Les calculs de Blasius et de Polhausen reposent sur l'existence d'une couche limite laminaire. L'attaque de la feuille par un écoulement turbulent sur le terrain ne change pas la nature des relations ci-dessus, excepté pour les vitesses élevées, mais réduit la valeur de la résistance par un facteur 2,5 (Monteith 1965, PARLANGÉ et WAGGONER 1972). Si on néglige la faible différence entre R_H et R_E , on obtient pour une face d'une feuille sur le terrain :

$$R_H = R_E \approx 1,3(1/u)^{1/2}$$

Ces formules ont une précision limitée, au mieux 20%.

Dans notre calcul du coefficient de transfert de chaleur convectif h_c ($w.m^{-1}.k^{-1}$) d'une surface plane exposée à un vent de vitesse V (m/s), nous avons utilisé les formules données par Mac Adams cité par Dufy [23]:

- Pour une vitesse inférieure à 5 m/s

$$h_c = 5,7 + 3,8 V \quad (18)$$

- Pour une vitesse comprise entre 5 et 30 m/s

$$h_c = 7,6 V^{0,78} \quad (19)$$

Le bilan énergétique s'écrit finalement :

$$(1-\alpha)R_G + \varepsilon_s \sigma (T_a - 6)^4 - \varepsilon_s \sigma T_f^4 - hc (T_f - T_a) = \frac{k_f LM}{RT_a} [p_{vs}(T_f) - p_v(T_a)] \quad (20)$$

Cette équation permet de calculer la température foliaire T_f à chaque instant de la journée en fonction des données horaires tabulées des grandeurs suivantes : le rayonnement net par unité de surface, la température T_a , l'humidité relative moyenne de l'air et la vitesse du vent.

La valeur de la température foliaire T_f calculée à chaque instant nous permet d'accéder à la densité surfacique de flux d'eau évaporé par la plante (ou couvert végétal), c'est la transpiration $E(t)$.

$$E(t) = \frac{R_N - H_C}{L} = \frac{k_f LM}{RT_a} [p_{vs}(T_f) - p_v(T_a)] \quad (21)$$

3.5 - Transpiration :

La transpiration est définie comme l'émission d'eau à l'état de vapeur par le végétal dans l'atmosphère non saturée en humidité. La transpiration des plantes extrait l'eau de la zone non saturée du sol, parfois même de la zone saturée. Cette extraction est possible jusqu'à une certaine valeur limite de la teneur en eau du sol ; les racines doivent vaincre le potentiel matriciel qui retient l'eau et qui augmente avec le départ de l'eau ; au-delà d'une certaine valeur, la plante ne peut plus vaincre le potentiel matriciel et satisfaire son besoin en eau. C'est le mécanisme essentiel qui permet le maintien de l'équilibre hydrique des végétaux car il est responsable de la circulation de l'eau à l'intérieur de la plante et des échanges entre le sol, la plante et l'atmosphère. La transpiration $E(t)$ représente une donnée de grande importance dans notre étude, sur une période de temps d'une journée ($T_p = 24$ heures). Elle peut être développée en série de Fourier sous la forme suivante :

$$E(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n \cos\left(\frac{n\pi}{T_p} t\right) + b_n \left(\frac{n\pi}{T_p} t\right) \right\} \quad (22)$$

Un algorithme mathématique nous a permis de calculer les coefficients de Fourier a_0 , a_n et b_n correspondant à ce développement. La figure 4.2 montre qu'il suffit de quatre harmoniques pour

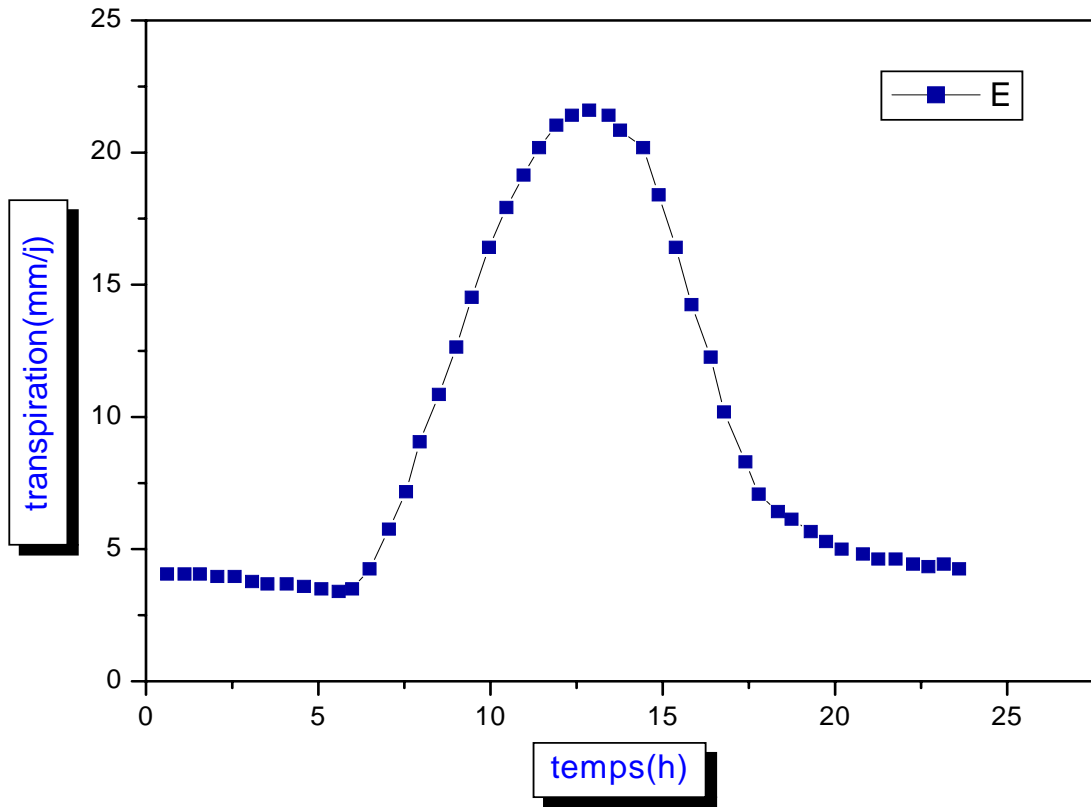


Figure 4.2 : Décomposition de la transpiration en série de Fourier à l'ordre 4.

obtenir une approximation tout à fait satisfaisante de la transpiration. Cette dernière s'exprime comme la somme d'une partie moyenne $a_0/2$ qui sera utilisée en régime transitoire, et d'une partie fluctuante correspondant aux différentes harmoniques utilisés en régime périodique où chaque grandeur peut être écrite sous la forme :

$$f = f_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (23)$$

4 – Etude d'une plante en pot avec fond imperméable en régime transitoire

4.1 - Schéma électrique équivalent :

Le schéma électrique équivalent du système sol-plante-atmosphère représenté dans l'espace de Laplace d'une plante en pot est donné sur la figure 4.3. Il est composé de l'association de trois quadripôles en série. Le premier représente la tranche du sol allant de la surface jusqu'aux racines de la plante, le deuxième correspond à la tranche du sol allant des extrémités des racines jusqu'au fond du système; et le troisième représente le schéma électrique de la plante allant des extrémités des racines jusqu'au couvert végétale.

4.1.1- Système surface du sol-racines :

En supposant que les extrémités des racines sont à une profondeur moyenne e_1 de la surface de notre système étudié, le quadripôle associé à ce système permet d'écrire les grandeurs d'entrée, en fonction des grandeurs de sortie sous la forme suivante :

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{q}_0 = \text{ch}(\beta e_1) \bar{q}_r + k\beta \text{sh}(\beta e_1) \bar{H}_r \\ \bar{H}_0 = (\text{sh}(\beta e_1) / k\beta) \bar{q}_r + \text{ch}(\beta e_1) \bar{H}_r \end{cases} \quad (24)$$

La relation linéaire entre les grandeurs d'entrée (\bar{H}_0, \bar{q}_0) et les grandeurs de sortie (\bar{H}_r, \bar{q}_r) , permet d'écrire le système d'équations sous la forme matricielle avec les éléments (a_{ij}) suivants :

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_0 \\ \bar{H}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch}(\beta e_1) & k\beta \text{sh}(\beta e_1) \\ \text{sh}(\beta e_1) / k\beta & \text{ch}(\beta e_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{q}_r \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} \bar{q}_r \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} \quad (25)$$

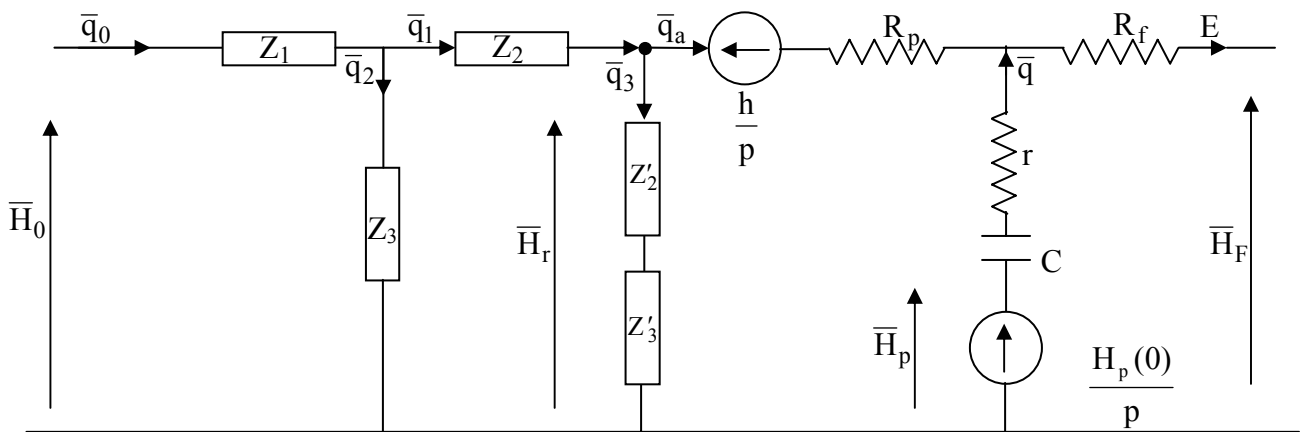


Figure 4.3 : Schéma électrique équivalent du système sol-plante-atmosphère

avec : $[A]$ est la matrice de transfert inverse du quadripôle associé à ce système.

a_{ij} : sont les éléments de la matrice $[A]$.

Soit :

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_0 \\ \bar{H}_0 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} \bar{q}_r \\ \bar{H}_r \end{bmatrix}$$

4.1.2 - Système racines-fond:

On suppose que le fond se trouve à une distance e_2 des extrémités des racines, le quadripôle représentant le système racines –fond permet d’écrire le système d’équations suivant :

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{q}_r = \bar{q}_a - k\beta \text{th}(\beta e_2) \bar{H}_r \\ \bar{H}_r = \bar{H}_r \end{cases} \quad (26)$$

Du système linéaire on peut écrire les grandeurs (\bar{H}_r, \bar{q}_r) et les grandeurs (\bar{H}_r, \bar{q}_a) sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_r \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & k\beta \text{th}(\beta e_2) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{q}_a \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} = [B] \begin{bmatrix} \bar{q}_a \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} \quad (27)$$

avec : $[B]$ est la matrice de transfert inverse du quadripôle associé à ce système.

b_{ij} : sont les éléments de la matrice $[B]$.

Soit :

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_r \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} = [B] \begin{bmatrix} \bar{q}_a \\ \bar{H}_r \end{bmatrix}$$

4.1.3 - Système racines-plante:

On peut représenter la plante sous la forme d’un quadripôle en écrivant les expressions des grandeurs d’entrée : la densité de flux cédée par le sol à la plante q_a et le potentiel du sol au niveau

des racines H_r , en fonction des grandeurs de sortie : la transpiration foliaire E et le potentiel de la feuille H_f . A partir du schéma électrique de la figure 4.3 on établit les équations suivantes :

$$\begin{cases} \bar{H}_f = \frac{Hp(0)}{p} - \left(\frac{1}{Cp} + r\right)(E - \bar{q}_a) \\ \bar{H}_r = \bar{H}_f + R_p \bar{q}_a + \frac{h}{p} \\ \bar{H}_p - \bar{H}_f = r\bar{q} + R_f E \end{cases} \quad (28)$$

Après arrangement des équations du système (28) on trouve :

$$\begin{cases} \bar{q}_a = E + \frac{Cp}{1+rCp} \bar{H}_f - \frac{Cp}{1+rCp} \frac{Hp(0)}{p} \\ \bar{H}_r = R_p E + \frac{1+rCp+R_p Cp}{1+rCp} \bar{H}_f + \frac{h}{p} - \frac{R_p Cp}{1+rCp} \frac{Hp(0)}{p} \end{cases} \quad (29)$$

Le système (29) s'écrit finalement sous la forme matricielle suivant :

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_a \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{Cp}{1+rCp} \\ R_p & \frac{1+Cp(r+R_p)}{1+rCp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{H}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{CpHp(0)}{(1+rCp)p} \\ \frac{h}{p} - \frac{R_p CpHp(0)}{(1+rCp)p} \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{H}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

avec :

$$\begin{aligned} \beta &= \sqrt{\frac{p}{D}} \\ V_1 &= -\frac{CpHp(0)}{(1+rCp)p} \\ V_2 &= \frac{h}{p} - \frac{R_p CpHp(0)}{(1+rCp)p} \end{aligned} \quad (31)$$

L'inversion de la matrice du premier système (25); système surface du sol-racines permet de déterminer l'expression de flux (\bar{q}_a) et celle du potentiel (\bar{H}_r) en fonction des éléments d'entrée ; on obtient alors les équations suivantes :

$$\bar{H}_r = k\beta \text{sh}(\beta e_1) \bar{q}_0 + \text{ch}(\beta e_1) \bar{H}_0 \quad (32)$$

$$\bar{q}_a = \text{ch}(\beta e_1) \bar{q}_0 - \frac{\text{sh}(\beta e_1)}{k\beta} \bar{H}_0 \quad (33)$$

Si $\bar{q}_0 = 0$ (flux nul a la surface) les équations (32) et (33) deviennent :

$$\begin{aligned} \bar{H}_r &= \text{ch}(\beta e_1) \bar{H}_0 = a_{11} \bar{H}_0 \\ \bar{q}_a &= -\frac{\text{sh}(\beta e_1)}{k\beta} \bar{H}_0 \end{aligned} \quad (34)$$

Les deux premiers systèmes (25) et (27) permettent d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_0 \\ \bar{H}_0 \end{bmatrix} = [A][B] \begin{bmatrix} \bar{q}_r \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} = [AB] \begin{bmatrix} \bar{q}_r \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} \quad (35)$$

En associant cette relation matricielle (35) au système racines–plante (30), il vient :

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_0 \\ \bar{H}_0 \end{bmatrix} = [AB][C] \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{H}_f \end{bmatrix} + [AB] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [ABC] \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{H}_f \end{bmatrix} + [AB] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Le développement du calcul du système (36) nous a permis d'accéder aux différentes expressions suivantes :

- $\bar{H}_f = -\left(\frac{abc_{11}}{abc_{12}} \bar{E} + \frac{ab_{11}}{abc_{12}} V_1 + \frac{ab_{12}}{abc_{12}} V_2 \right)$
- $\bar{H}_p = \bar{H}_f + \bar{q}r$
- $\bar{q} = -C_p \left(\bar{H}_p - \frac{H_p(0)}{p} \right)$

tels que : $H_p(0) = 0$ ($H_p(0)$ = potentiel du réservoir à : $t = 0$)

(37)

- $\bar{q} = -C_p \bar{H}_p = \frac{C_p \bar{H}_f}{1 + r C_p}$

- $H_0 = a_{21} b_{11} (c_{11} E + c_{12} \bar{H}_f + V_1) / (1 - (a_{21} b_{11} + a_{22}) a_{11})$

- $\bar{q}_a = \bar{E} + \frac{C_p}{1 + r C_p} \bar{H}_f + V_1$

- $\bar{H}_r = \text{ch}(\beta e_1) \bar{H}_0$

avec:

$$a_{11} = a_{22} = \text{ch}(\beta e_1);$$

$$b_{11} = 1;$$

$$c_{11} = 1;$$

$$c_{12} = \frac{C_p}{1 + r C_p};$$

$$c_{21} = R_p;$$

$$ab_{11} = \text{ch}(\beta e_1);$$

$$ab_{12} = k\beta(\text{ch}(\beta e_1) \text{th}(\beta e_2) + \text{sh}(\beta e_1));$$

$$ab_{21} = \text{sh}(\beta e_1) / k\beta;$$

$$ab_{22} = \text{sh}(\beta e_1) \text{th}(\beta e_2) + \text{ch}(\beta e_1);$$

$$abc_{11} = \text{ch}(\beta e_1) + k\beta(\text{ch}(\beta e_1) \text{th}(\beta e_2) + \text{sh}(\beta e_1)) R_p;$$

$$abc_{12} = \text{ch}(\beta e_1) C_p / (1 + r C_p) + A\beta(\text{ch}(\beta e_1) \text{th}(\beta e_2) + \text{sh}(\beta e_1)) (1 + C_p(r + R_p)) / (1 + r C_p)$$

$$abc_{21} = \text{sh}(\beta e_1) / k\beta + (\text{sh}(\beta e_1) \text{th}(\beta e_2) + \text{ch}(\beta e_1)) R_p;$$

$$abc_{22} = (\text{sh}(\beta e_1) / k\beta) (C_p / (1 + r C_p) + (\text{sh}(\beta e_1) \text{th}(\beta e_2) + \text{ch}(\beta e_1)) (1 + C_p(r + R_p)) / (1 + r C_p))$$

Tels que :

\bar{H}_0 = potentiel du sol

\bar{H}_f = potentiel de la feuille

\bar{H}_p = potentiel du réservoir de la plante

\bar{H}_r = potentiel au niveau des racines

\bar{q} = flux du réservoir de la plante

\bar{q}_a = flux provenant des racines

\bar{E} = la transpiration

p = la variable de Laplace

C = la capacité hydrique du réservoir plante

4.2 - Résolution du système d'équation :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \bar{H}_f = - \left(\frac{abc_{11}}{abc_{12}} \bar{E} + \frac{ab_{11}}{abc_{12}} v_1 + \frac{ab_{12}}{abc_{12}} v_2 \right) \\
 \bar{H}_p = \bar{H}_f + \bar{q}r \\
 \bar{q} = -Cp\bar{H}_p = - \frac{Cp\bar{H}_f}{1+rCp} \\
 \bar{q}_a = \bar{E} + \frac{Cp}{1+rCp} \bar{H}_f + V_1 \\
 \bar{H}_0 = \frac{a_{21} b_{11} (c_{11} \bar{E} + c_{12} \bar{H}_f + v_1)}{1 - (a_{21} b_{12} + a_{22}) a_{11}} \\
 \bar{H}_r = ch(\beta e_1) \bar{H}_0
 \end{array} \right. \quad (38)$$

La résolution du système d'équations (38) obtenu dans l'espace de Laplace se fait numériquement; ainsi nous avons pu déterminer les différents potentiels foliaires, racinaires du sol et celui de la plante, les densités de flux des racines et de réservoir de la plante. Le retour à l'espace des réels s'effectue par la méthode numérique de Stehfest donnée en annexe (A₁).

4.3 - Interprétation des résultats :

Nous présentons les courbes d'évolution des potentiels et des densités de flux en fonction du temps d'un sol avec fond imperméable pour les différents paramètres qui caractérisent le système sol-plante : les propriétés physique du sol (humidité relative, diffusivité et conductivité Hydraulique du sol). Les courbes présentées sur les figures représentent les différentes formes des potentiels du système étudié avec fond imperméable à une profondeur de 30cm à 50cm au maximum ; et à des teneurs volumique en eau (θ) différentes.

Les variations des résistances r et R_p sont relativement constantes pour une grande gamme de variation des flux et des potentiels. Les courbes présentées sur les figures (1a, 2a,...,1b, 2b....) ont été tracées pour un flux surfacique à la surface du sol $q_0(t)$ nul car il s'agit d'une irrigation non pas d'une précipitation et d'une transpiration moyenne par unité de surface $E = 8.52$ mm/j. Profondeur limitée et l'imperméabilité du système implique l'absence de nappe d'eau.

4.3.1- Influence de la profondeur du sol :

Nous avons représenté sur la figure 4.1a les évolutions des potentiels pour une teneur en eau du sol de 35% et une profondeur du sol de 50cm. On constate que le potentiel du sol et celui de la plante chutent de façon très prononcée. Au bout de trois jours, le potentiel de la plante ainsi que celui du sol atteignent une valeur d'environ -15 bars ; cet ordre de grandeur du potentiel correspond au potentiel de flétrissement de la plupart des plantes. Au delà de cette valeur, la plante se dessèche et meurt.

Pour une profondeur du sol plus faible $e_2=30\text{cm}$; le potentiel de flétrissement est atteint pour une durée plus courte : de l'ordre de un à deux jours. Cela paraît cohérent parce que l'épaisseur du sol humide est plus faible dans le deuxième cas ($e_2=30\text{cm}$), la plante extrait très rapidement l'eau disponible contenue dans cette épaisseur de sol.

Les figures (4.1a et 4.2a) montrent que le potentiel du réservoir plante chute plus rapidement, ce qui se traduit par un flux provenant du réservoir plante qui diminue de façon très marquée et devient nul au bout de quelques heures (10 heures environs). Le réservoir plante se vide rapidement car la plante est de petite dimension par conséquent la quantité d'eau qu'elle est susceptible de stocker reste faible. Le sol environnant assure l'alimentation en eau de la plante et deviendra la principale source d'eau pour satisfaire la demande climatique. Ceci est sans doute dû aux temps de réponse du sol qui sont beaucoup plus long que ceux de la plante.

Nous présentons sur les figures 4.1a' et 4.1b' les évolutions des potentiels et des flux pour un sol assez humide ($\theta = 35\%$) et pour deux profondeurs différentes $e_2 = 50\text{cm}$ et 30cm . On constate que les écarts entre les potentiels des racines et des feuilles sont de l'ordre de 20 % dans les deux premiers jours et augmentent rapidement au-delà du deuxième jour et atteignent 50 % le huitième jour. Les courbes relatives aux différents flux ne mettent pas en évidence de façon significative ces écarts, car les flux mis en jeu pour ces potentiels sont très faibles pour permettre un calcul d'écart précis.

4.3.2- Influence de la teneur en eau du sol :

En revanche pour un sol moins humide ($\theta = 25\%$) figures 4.3a et 4.4a, le potentiel correspondant au flétrissement de la plante apparaît dans les toutes premières heures (une dizaine d'heures), ce qui est logique ; cette chute de potentiel du sol qui atteint une valeur de l'ordre de -20 bars dans les premiers jours fait que la plante a plus de difficulté à extraire l'eau du sol et par conséquent met à contribution les cellules de ses organes internes, d'où le flux provenant de la plante qui apparaît plus important figures 4.3b et 4.4b que celui du cas précédent figures 4.1b et 4.2b. Dans ce cas la

rétenion de l'eau par le sol est plus importante et on tend vers le cas de l'eau liée (ou absorbée) du sol.

Pour un sol beaucoup moins humide ($\theta = 25 \%$), on constate que pour les trois premiers jours, les écarts entre les différents potentiels sont insignifiants, en revanche au-delà du troisième jour les écarts augmentent de façon très prononcée et atteignent un ordre de grandeurs de 50 % le huitième jour figures 4.2a'. Courbes donnant les évolutions des flux au niveau de la plante et au niveau du réservoir plante figure 4.2.b' ne permet de déceler qu'une très faible différence entre les deux cas étudiés.

4.3.4 - Influence de la résistance foliaire :

La résistance foliaire R_f joue un rôle important dans le régime de transpiration de la plante. Cette résistance regroupe la résistance au transfert de masse R_E et la résistance stomatique R_S . Le nombre de stomates et leurs positions sur une feuille (vers le bas et vers le haut) donc plus au moins exposés au rayonnement solaire et au vent changent d'une plante à une autre.

Les plantes des régions arides, exposés à un flux radiatif solaire élevé, présentent d'une part une surface d'échange très faible (exemple des feuilles de palmier) et d'autre part un nombre de stomates réduit sur les faces supérieures des feuilles dans ces cas, la résistance au transfert de masse ou de chaleur est plus grande que celle relative aux plantes des régions où la pluviométrie est abondante.

Il existe également des plantes en pot d'intérieur, appelées plantes grasses ; leurs feuilles sont relativement larges, mais recouvertes d'une cuticule assez épaisse limitant de façon importante les échanges de chaleur et de masse.

Le troisième facteur qui affecte la résistance foliaire est l'activité naturelle des stomates. En effet, la résistance stomatale, qui est relative à la taille et aux caractéristiques géométriques des pores est susceptible de varier en fonction du degré d'ouverture des stomates, dont les fluctuations constituent ainsi un mécanisme de régulation des transferts d'eau à l'atmosphère.

Les stomates peuvent obturer leur ostiole (ouverture stomate) lorsque la demande atmosphérique en eau dépasse les possibilités d'approvisionnement de la plante et supprimer ainsi le contact direct entre l'air extérieur et l'atmosphère interne de la feuille. Les facteurs qui influent sur le degré d'ouverture des stomates, donc sur la résistance foliaire sont : le degré hygrométrique, le vent, le rayonnement et la température.

Aussi, nous avons étudié l'influence de la résistance foliaire R_f sur les potentiels et les flux mis en jeu dans le système sol-plante.

Chapitre IV- Modélisation des transferts dans le système sol-plante-atmosphère

L'examen des courbes des figures 4.3a' et 4.4b' respectivement pour des teneurs en eau du sol 35 % et 25 % met en évidence des écarts relativement importants dans les premières heures.

En revanche, pour des temps supérieurs à une dizaine d'heures, les écarts sont très peu perceptible. Cette constatation traduit le fait qu'aussi bien pour les teneurs en eau du sol faibles qu'élevées, l'influence est négligeable pour des temps supérieurs à 10 heures.

Les résistances r du réservoir et R_p des autres éléments de la plante (tige, tronc,...) doivent avoir une contribution non négligeable lors des demandes climatiques importantes et en particulier durant les stress hydriques.

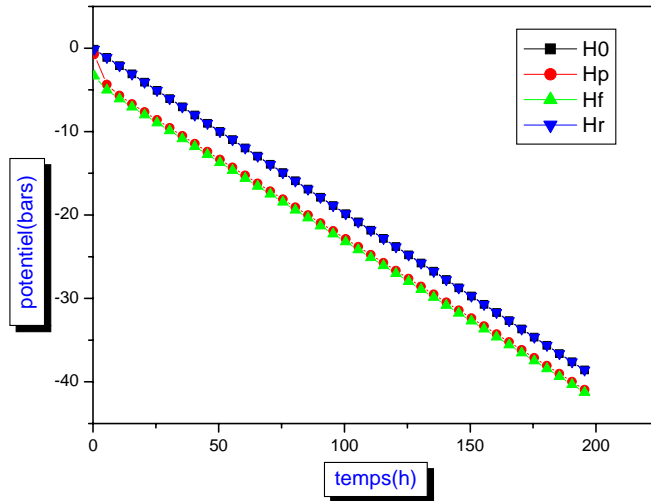


Figure 4.1a : Courbes d'évolution des potentiels au niveau de la surface du sol H_0 , des feuilles H_f des racines et du réservoir-plante pour $\theta=35\%$, $e_2=50\text{cm}$.

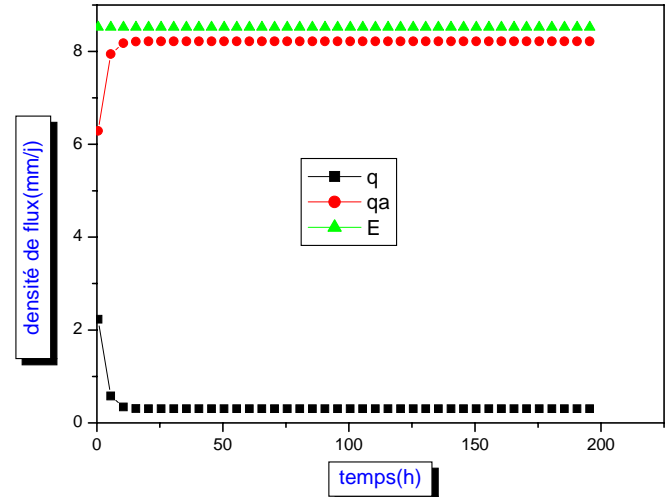


Figure 4.1b : Courbes d'évolution des densités de flux au niveau des racines q_a , du réservoir-plante q et de la transpiration E pour $\theta=35\%$, $e_2=50\text{cm}$

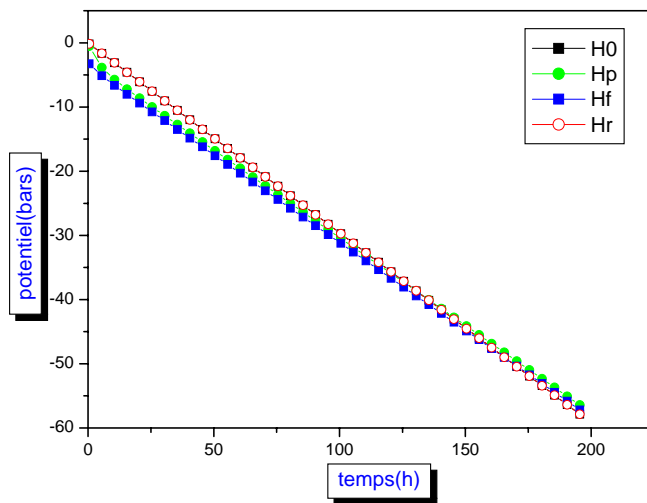


Figure 4.2a : Courbes d'évolution des potentiels au niveau de la surface du sol H_0 , des feuilles H_f des racines et du réservoir-plante pour $\theta=35\%$, $e_2=30\text{cm}$.

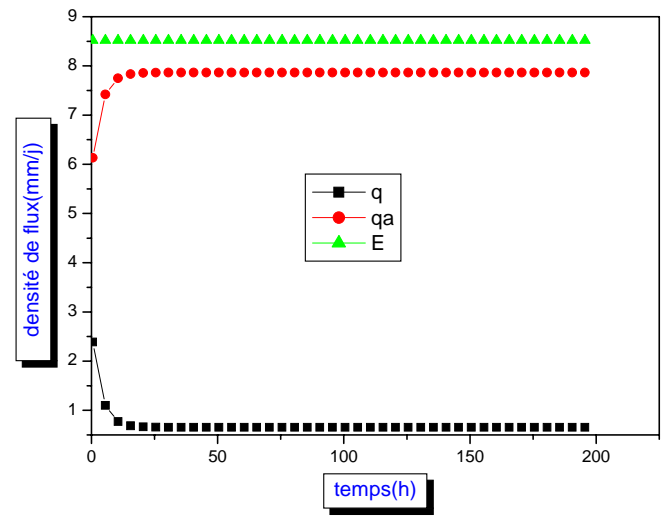


Figure 4.2b : Courbes d'évolution des densités flux de au niveau des racines q_a , du réservoir-plante q et de la transpiration E pour $\theta=35\%$, $e_2=30\text{cm}$.

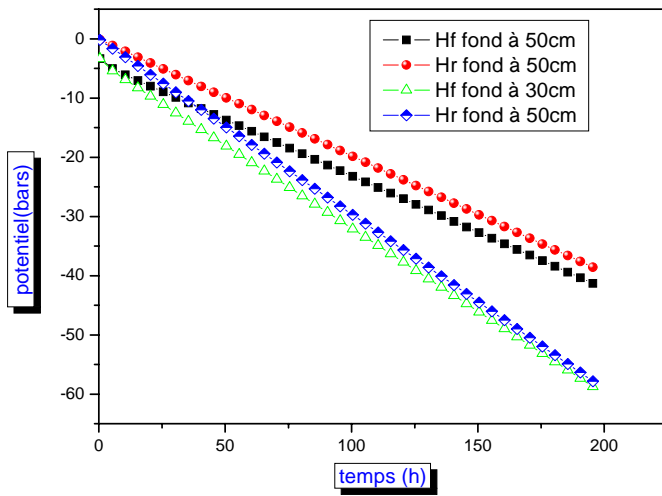


Figure 4.1a' : Comparaison des potentiels pour deux profondeurs différentes avec $E = 8.52\text{mm/j}$, $\theta=35\%$

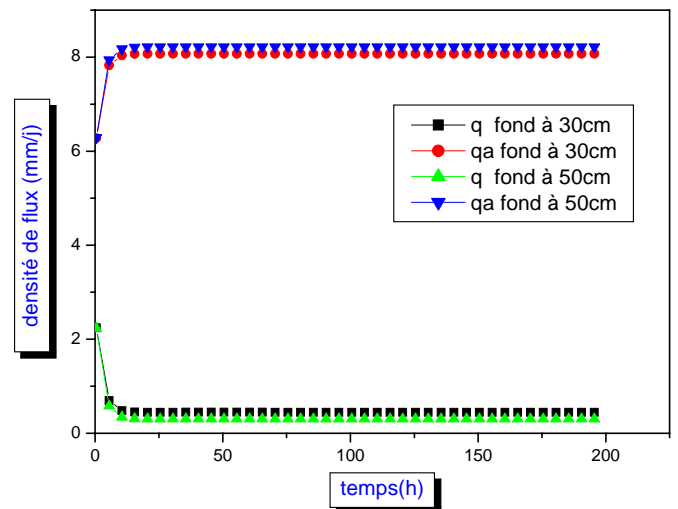


Figure 4.1b': Comparaison des densités de flux pour deux profondeurs différentes avec $E = 8.52\text{mm/j}$, $\theta=35\%$

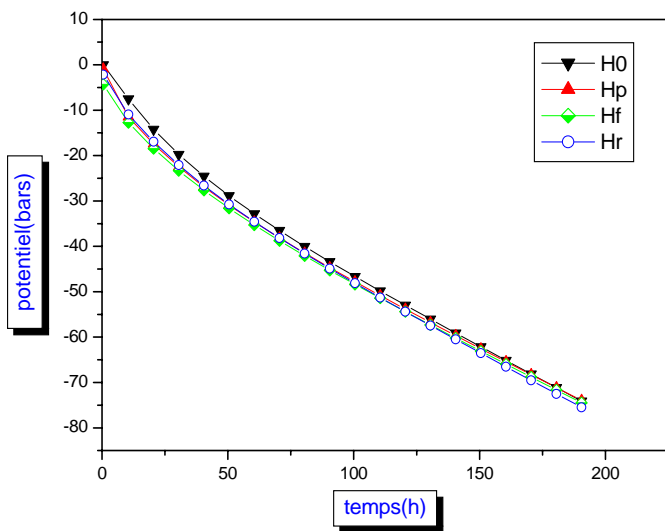


Figure 4.3a : Variations des potentiels au niveau de la surface du sol H_0 , des feuilles H_f , des racines et du réservoir-plante pour $\theta=25\%$, $e_2=50\text{cm}$.

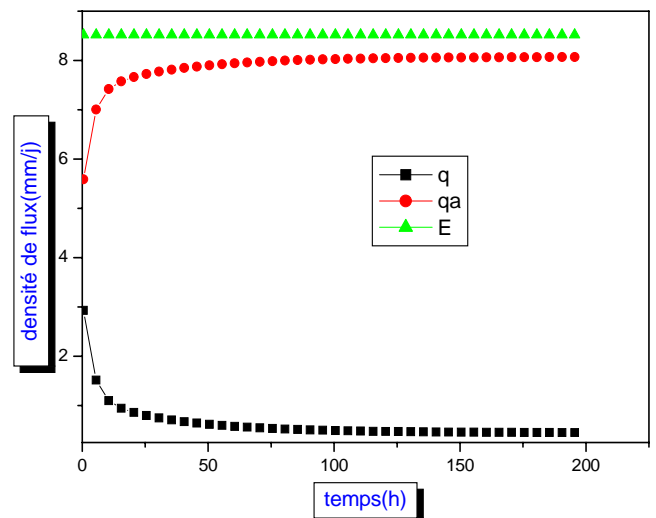


Figure 4.3b : Courbes d'évolution des densités de flux au niveau des racines q_a , du réservoir-plante q et de la transpiration E pour $\theta=25\%$ et $e_2=50\text{cm}$.

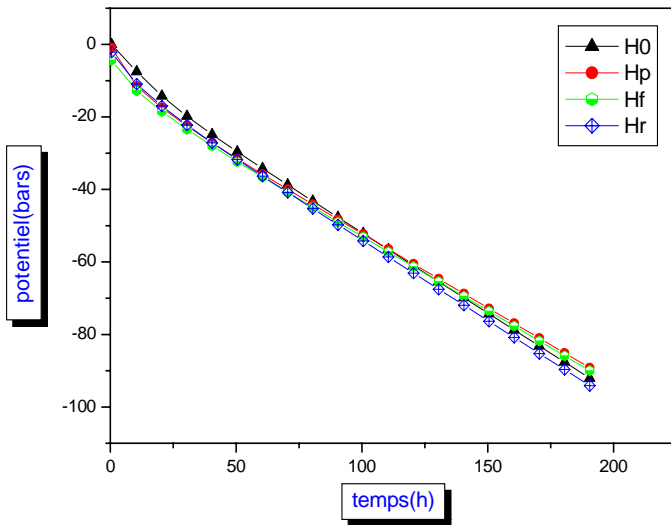


Figure 4.4a : Courbes d'évolution des potentiels au niveau de la surface du sol H_0 , des feuilles H_f , des racines et du réservoir-plante pour $\theta=25\%$, $e_2=30\text{cm}$

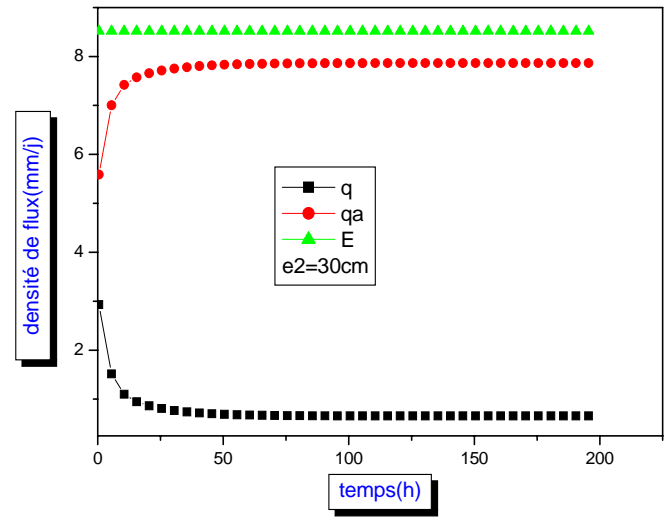


Figure 4.4b : Courbes d'évolution des densités de flux au niveau des racines q_a , du réservoir-plante q et de la transpiration E pour $\theta=25\%$ et $e_2=30\text{cm}$

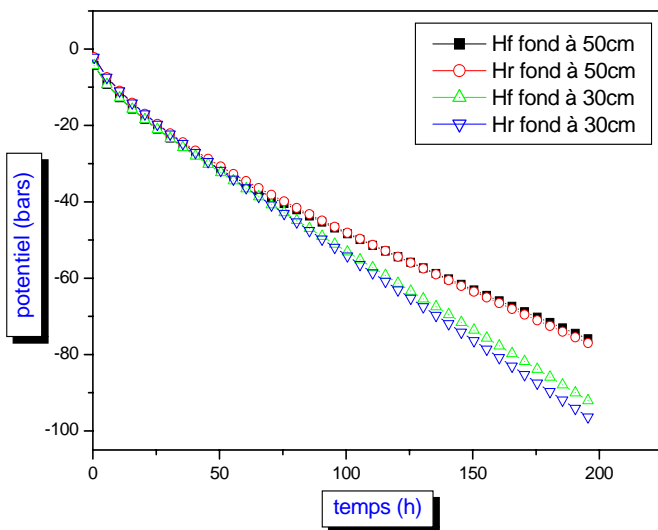


Figure 4.2a': Comparaison des potentiels pour deux profondeurs différentes avec $E = 8.52\text{mm/j}$, $\theta=25\%$

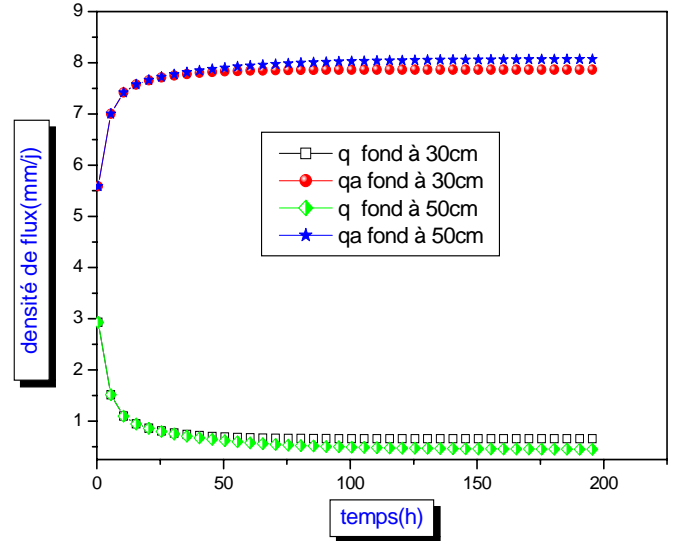


Figure 4.2b': Comparaison des densités de flux pour deux profondeurs différentes avec $E = 8.52\text{mm/j}$, $\theta=25\%$

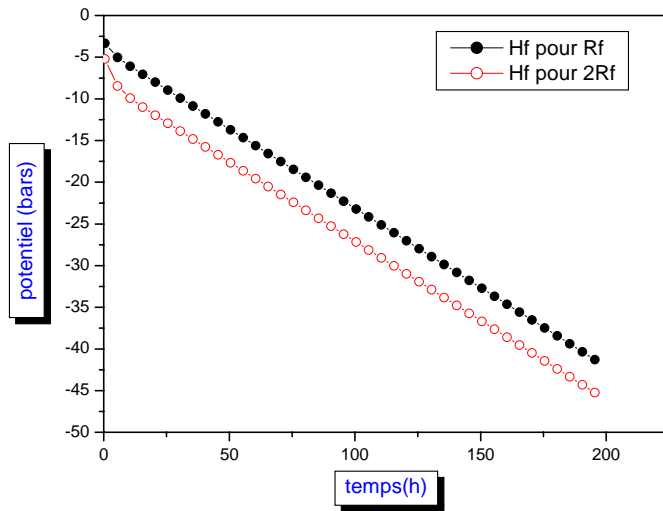


Figure 4.3a' : Comparaison de potentiel H_f à deux résistances différentes : $e_2 = 50\text{cm}$; avec $E = 8.52\text{mm/j}$, $\theta=35\%$

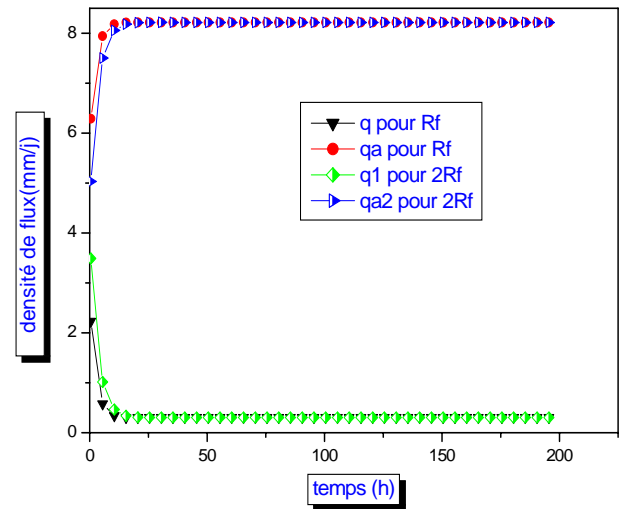


Figure 4.3b' : Comparaison des flux à deux résistances différentes $e_2 = 50\text{cm}$; avec $E = 8.52\text{mm/j}$, $\theta=35\%$

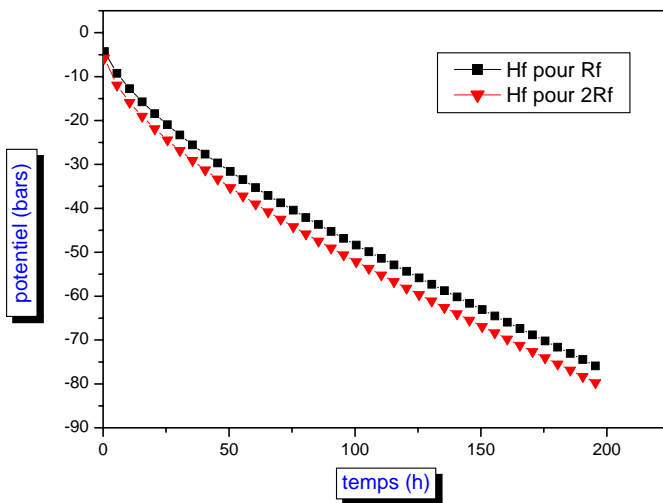


Figure 4.4a' : Comparaison de potentiel de la feuille (H_f) à deux résistances différentes : $e_2=50\text{cm}$, $\theta = 25\%$ et $E = 8.52\text{mm/j}$.

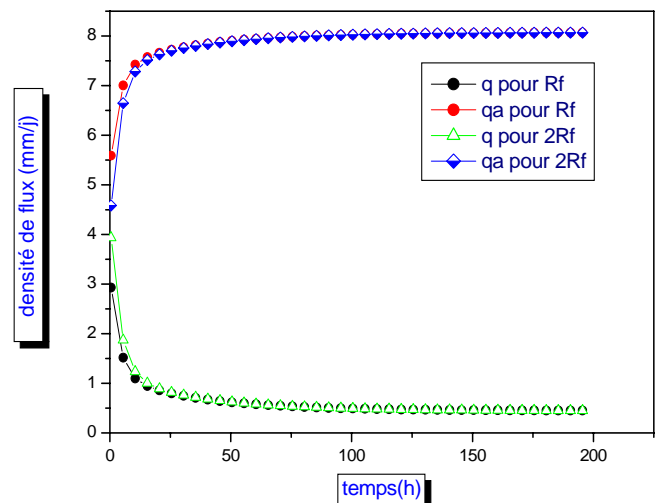


Figure 4.4b' : Comparaison des densités de flux à deux résistances différentes : $e_2=50\text{cm}$, $\theta = 25\%$ et $E = 8.52\text{mm/j}$.

5 – Etude d’une plante en pot avec fond perméable

Introduction :

Nous nous intéressons dans cette deuxième étape à l’étude du cas d’une plante en pot mais dans ce cas le fond est perméable aux flux, le schéma électrique équivalent est représenté sur la figure (4.4). Oz est l’axe vertical ascendant, $z = 0$ correspond à la surface du sol. Le fond du pot, les feuilles et les racines sont à des hauteurs moyennes respectives z_L , z_F et z_r . La plante perd une densité surfacique de l’eau $E(t)$ par évaporation c’est la transpiration résultant de l’échange de chaleur et de masse entre les feuilles et l’environnement. Elle dépend du rayonnement net en grande partie, de l’humidité relative, de température et de la vitesse du vent. Quant à la densité surfacique de flux d’eau net $q_0(t)$ à la surface du sol, elle est nulle car il s’agit d’une irrigation.

5.1 - Schéma électrique équivalent :

Le schéma électrique est équivalent à celui étudié précédemment, mais dans ce cas le fond est perméable aux flux d’eau. Il est représenté comme l’association de trois quadripôles figure (4.4). Le premier représente la tranche du sol allant de la surface jusqu’aux racines de la plante, le deuxième correspond à la tranche du sol allant des extrémités des racines jusqu’aux fond de système ; et le troisième représente le schéma électrique de la plante allant des extrémités des racines jusqu’au couvert végétal.

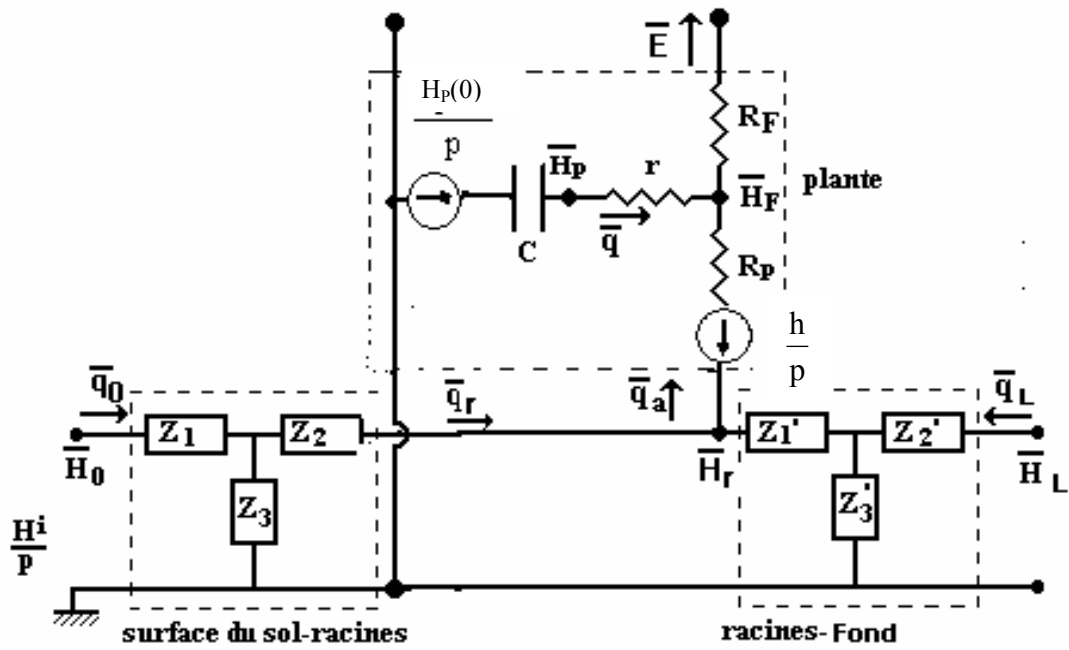


Figure 4.4 : Schéma électrique équivalent du système sol-plante- atmosphère

5.2 - Système surface du sol-racines :

En supposant que les extrémités des racines sont à une profondeur moyenne e_1 de la surface de notre système étudié, le quadripôle associé à ce système permet d'écrire les éléments d'entrée, en fonction d'éléments de sortie sous la forme suivante :

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{q}_0 = \text{ch}(\beta e_1) \bar{q}_a + k\beta \text{sh}(\beta e_1) \bar{H}_r \\ \bar{H}_0 = (\text{sh}(\beta e_1) / k\beta) \bar{q}_a + \text{ch}(\beta e_1) \bar{H}_r \end{cases} \quad (39)$$

La relation linéaire entre les grandeurs d'entrée (\bar{H}_0, \bar{q}_0) et les grandeurs de sortie (\bar{H}_r, \bar{q}_a) , permet d'écrire le système d'équations sous la forme matricielle suivante ;

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_0 \\ \bar{H}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch}(\beta e_1) & k\beta \text{sh}(\beta e_1) \\ \text{sh}(\beta e_1) / k\beta & \text{ch}(\beta e_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{q}_a \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} = [A'] \begin{bmatrix} \bar{q}_a \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} \quad (40)$$

où $[A']$ est la matrice de transfert inverse du quadripôle associée à ce système.

5.3 - Système racines-fond:

Le fond se trouve à une distance e_2 des extrémités des racines, le quadripôle représentant le système racines –fond permet d'écrire le système d'équations suivantes :

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{q}_L = \text{ch}(\beta e_2) (\bar{q}_a - \bar{q}_r) + k\beta \text{sh}(\beta e_2) \bar{H}_r \\ \bar{H}_L = \text{sh}(\beta e_2) (\bar{q}_a - \bar{q}_r) / k\beta + \text{ch}(\beta e_2) \bar{H}_r \end{cases} \quad (41)$$

A partir du système d'équations (41) on peut écrire les grandeurs (\bar{H}_L, \bar{q}_L) en fonction des grandeurs de sortie $(\bar{H}_r, \bar{q}_a - \bar{q}_r)$, sous la forme matricielle avec les éléments (b_{ij}) suivants :

$$\begin{bmatrix} \bar{q}_L \\ \bar{H}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch}(\beta e_2) & k\beta \text{sh}(\beta e_2) \\ \text{sh}(\beta e_2)/k\beta & \text{ch}(\beta e_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{q}_a - \bar{q}_r \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} = [B'] \begin{bmatrix} \bar{q}_a - \bar{q}_r \\ \bar{H}_r \end{bmatrix} \quad (42)$$

tels que [B'] est la matrice de transfert inverse du quadripôle associé à ce système.

\bar{q}_L et \bar{H}_L sont respectivement la densité de flux provenant du fond du système et son potentiel.

5.4 - Système racines-plante:

On peut représenter la plante sous la forme d'un quadripôle en écrivant les expressions des grandeurs d'entrée : la densité de flux cédée par le sol à la plante q_a et le potentiel du sol au niveau des racines H_r , en fonction des grandeurs de sortie : la transpiration foliaire (E) et le potentiel de la feuille H_f . A partir du schéma électrique de la figure 4.5 on établit les équations suivantes :

$$\begin{cases} \bar{H}_f = \frac{Hp(0)}{p} - \left(\frac{1}{Cp} + r\right)(\bar{E} - \bar{q}_a) \\ \bar{H}_r = \bar{H}_f + R_p \bar{q}_a + \frac{h}{p} \end{cases} \quad (43)$$

Après arrangement des équations du système (43) on trouve :

$$\begin{cases} \bar{q}_a = \bar{E} + \frac{Cp}{1+rCp} \bar{H}_f - \frac{Cp}{1+rCp} \frac{Hp(0)}{p} \\ \bar{H}_r = R_p \bar{E} + \frac{1+rCp+R_p Cp}{1+rCp} \bar{H}_f + \frac{h}{p} - \frac{R_p Cp}{1+rCp} \frac{Hp(0)}{p} \end{cases} \quad (44)$$

Le développement des équations des systèmes (39), (41) et du système (44) permet d'accéder aux différentes expressions des flux et des potentiels du système étudié.

5.5 - Résolution du système d'équation :

L'écriture des équations des différents quadripôles correspondant aux différentes parties du système et le développement de ces équations, nous a permis d'avoir l'ensemble d'équations qui donne les différentes formes des potentiels foliaires (H_f), racinaires (H_r), sol (H_0) et du réservoir de plante

(H_p), ainsi les densités des flux des racines (q_a) et du réservoir de la plante (q). On obtient l'ensemble des équations qui s'écrivent comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{q}_a = \left(c_{11} - \frac{c_{11}c_{21}}{c_{22}} \bar{E} - \frac{c_{12}}{c_{22}} V_2 \right) x \\ x = \frac{c_{22} (b_{22} a_{11} + b_{21} a_{12})}{c + (b_{22} a_{11} + b_{21} a_{12}) + c_{12} b_{21} a_{11}} \\ \bar{H}_f = -\frac{1}{c_{12}} \left[\frac{a_{12}}{a_{11}} + \frac{b_{22}}{b_{21}} \right] \bar{q}_a - \frac{c_{21}}{c_{22}} \bar{E} - \frac{V_2}{c_{22}} \\ \bar{q} = -\frac{C_p}{1+rC_p} \bar{H}_f \\ \bar{H}_r = -\frac{b_{21} a_{11}}{a_{12} b_{22} + b_{21} a_{12}} \bar{q}_a \\ \bar{H}_0 = \frac{1}{a_{11}} \bar{H}_r = \frac{\bar{H}_r}{\text{ch}(\beta e_1)} \\ \bar{H}_p = \frac{1}{1+rC_p} \bar{H}_f \end{array} \right. \quad (45)$$

avec:

$$a_{11} = a_{22} = \text{ch}(\beta e_1);$$

$$a_{12} = k\beta \text{sh}(\beta e_1);$$

$$b_{11} = b_{11} = \text{ch}(\beta e_2);$$

$$b_{21} = k\beta / \text{sh}(\beta e_2);$$

$$b_{12} = k\beta \text{sh}(\beta e_2);$$

$$c_{11} = 1;$$

$$c_{12} = \frac{C_p}{1+rC_p};$$

$$c_{21} = R_p;$$

$$c_{22} = \frac{1 + C_p(r + R_p)}{1 + rC_p};$$

$$V_2 = \frac{h}{p}$$

La résolution du système d'équation (45) dans l'espace de Laplace se fait numériquement.

5.6 - Interprétation des résultats :

Nous présentons les courbes d'évolution des potentiels et des densités de flux en fonction du temps dans un sol avec fond perméable pour les différents paramètres qui caractérisent le système sol-plante. Les courbes présentées sur les figures représentent les évolutions des potentiels et des densités des flux, à des profondeurs et à des teneurs volumique en eau (θ) différentes, nous avons étudié différents cas, en particulier des volumes d'eau stocké dans la plante différents, résistances hydriques de la plante différentes (plante "normale" ou plante "grasse").

5-6.1 - Influence de la profondeur :

Nous présentons sur les figures 4.5a et 4.5b les variations de potentiels et du flux surfacique à différents niveaux de la plante pour une humidité du sol de 35% et deux profondeurs de sol $e_2 = 50\text{cm}$ et $e_2 = 30\text{cm}$.

Nous remarquons que les potentiels du sol H_0 et celui de réservoir de la plante H_r ne subissent aucune variation au cours du temps. Par contre pour les autres potentiels des feuilles H_f et des racines H_p subissent une chute brutale dès les premières heures, cela s'explique par le fait que l'eau se trouvant au niveau des racines est consommé rapidement après 20 heures ces potentiels deviennent constants. Le flux surfacique du réservoir-plante (q) diminue à l'instant où le flux des racines (q_a) augmente. Dans les premiers instants le flux provenant du réservoir-plante assure seul la demande climatique. Le réservoir-plante se vidant rapidement, le flux issu de la nappe prend le relais, pour satisfaire seul la demande climatique. La profondeur ne semble avoir aucun effet sur les évolutions des flux.

On remarque que dans ce cas le potentiel de l'eau du sol n'atteint pas la valeur correspondant au potentiel de flétrissement de la plante car un flux provenant d'une nappe phréatique peu satisfaire la demande climatique. Pour les mêmes raisons que précédemment, le flux provenant de la plante chute de façon très prononcée dans les premières heures à cause du temps de réponse de la plante qui le plus court que celui du sol.

5.6.2- Influence de la teneur en eau :

Pour un sol moins humide (25 %), les potentiels au niveau de la surface du sol et au niveau des racines chutent brutalement. Le potentiel au niveau des racines atteint le potentiel de flétrissement (≈ -16 bars) pour $\theta = 25$ % au bout de quatre jours. Les potentiels de la plante, H_p ou H_f peuvent atteindre des valeurs encore plus basse de l'ordre -20 bars ou bout d'une semaine. Cette ordre de grandeur de potentiel peut provoquer la meurt définitive de la plante.

Pour des teneurs en eau du sol de $\theta = 35\%$ les potentiels chutent de façon régulière, presque linéairement. En revanche pour des teneurs en eau plus faible $\theta = 25$ %, donc un sol relativement sec, on remarque une variation importante les trois premiers jours, et variation beaucoup moins marquée au-delà du quatrième jour ; cela traduit par des flux constants. La nappe phréatique alimente la plante et satisfait la demande climatique.

Les courbes des évolutions des flux ne semblent donner aucune indication susceptible d'être exploitée.

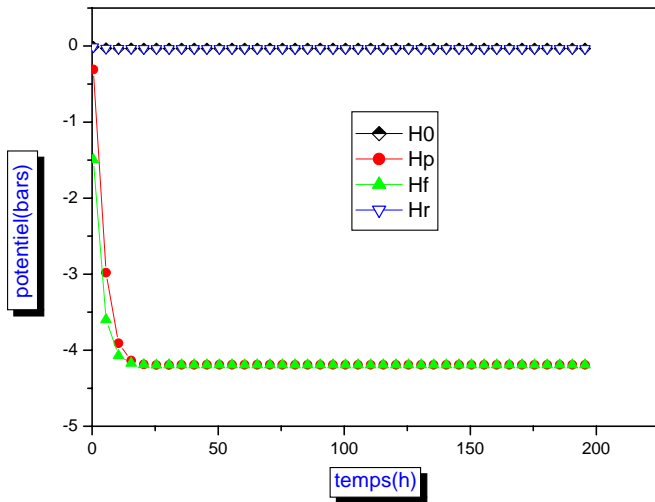


Figure 4.5a : Variations des potentiels au niveau de la surface du sol H_0 , des feuilles H_f , des racines et du réservoir-plante pour $\theta = 35\%$, $e_2 = 50\text{cm}$

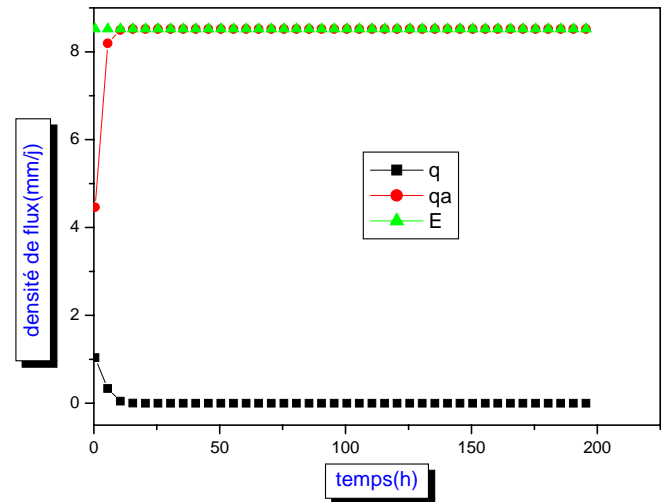


Figure 4.5b : Variations des densités de flux au niveau des racines q_a , du réservoir-plante q et de la transpiration E pour $\theta = 35\%$, $e_2 = 50\text{cm}$

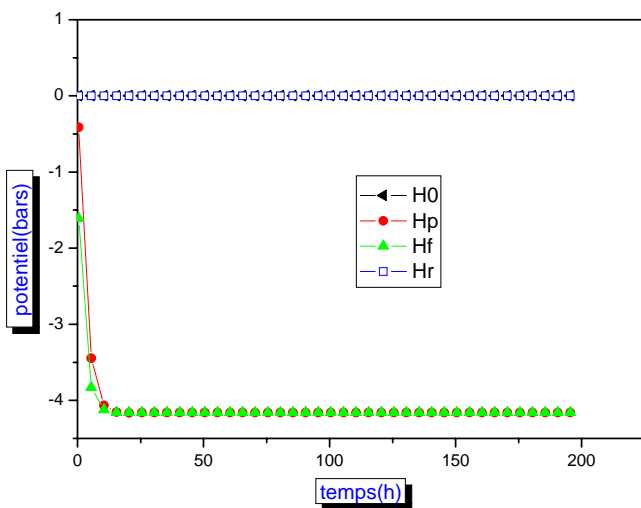


Figure 4.6a : Variations des potentiels au niveau de la surface du sol H_0 , des feuilles H_f , des racines et du réservoir-plante pour $\theta = 35\%$, $e_2 = 30\text{cm}$

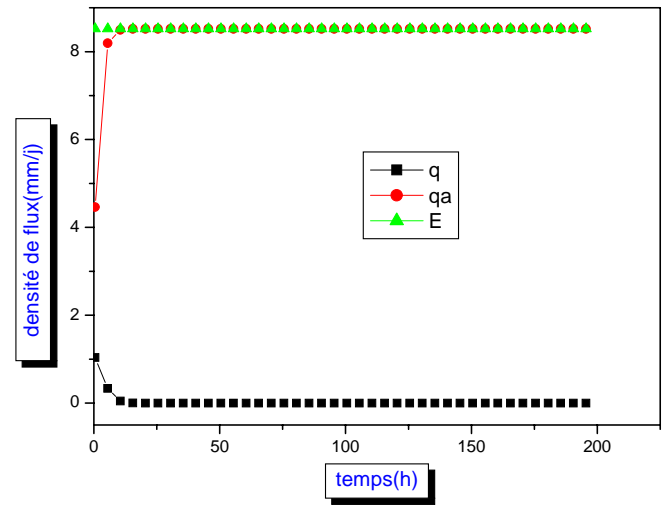


Figure 4.6b : Variations des densités de flux au niveau des racines q_a , du réservoir-plante q et de la transpiration E pour $\theta = 35\%$, $e_2 = 30\text{cm}$

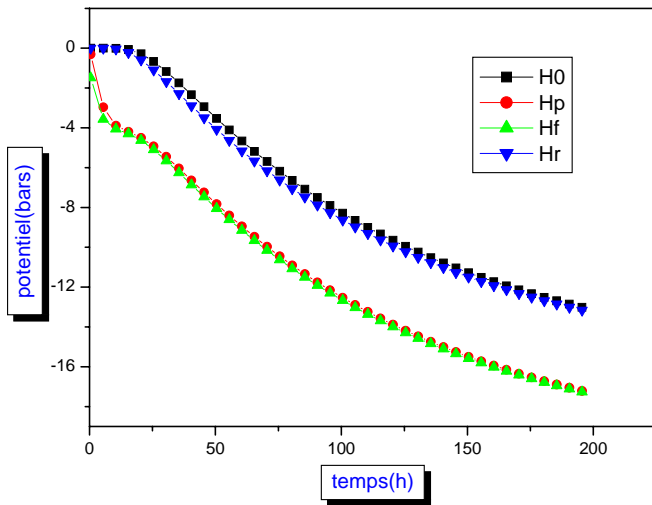


Figure 4.7a: Variations des potentiels au niveau de la surface du sol H_0 , des feuilles H_f , des racines et du réservoir-plante pour $\theta=25\%$, $e_2=50\text{cm}$

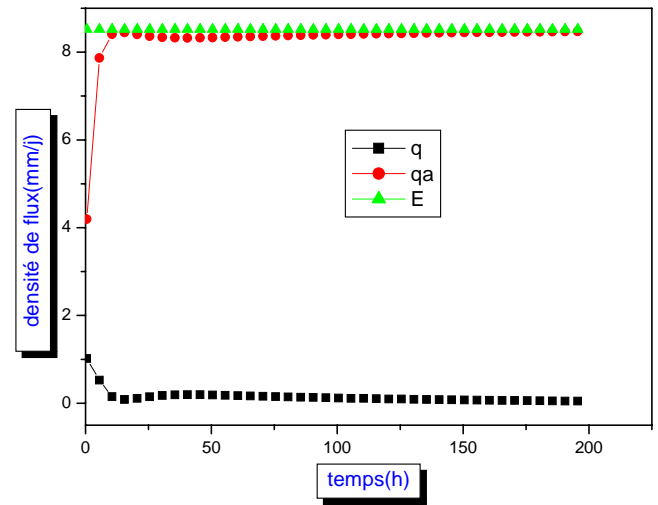


Figure 4.7b : Variations des densités de flux au niveau des racines q_a , du réservoir-plante q et de la transpiration E pour $\theta=25\%$, $e_2 = 50\text{cm}$

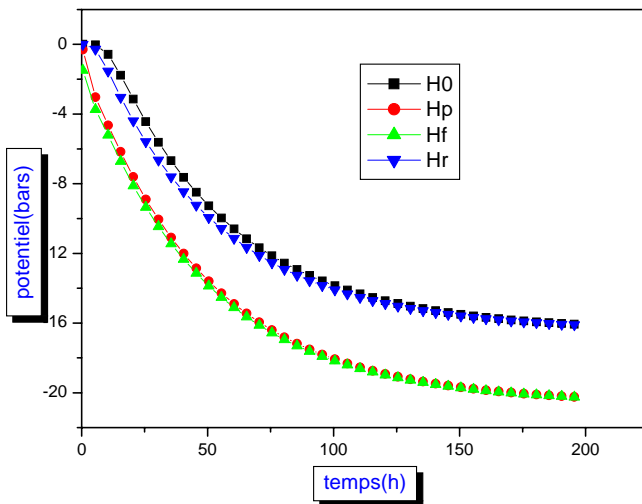


Figure 4.8a: Variations des potentiels au niveau de la surface du sol H_0 , des feuilles H_f , des racines et du réservoir-plante pour $\theta=25\%$, $e_2=30\text{cm}$.

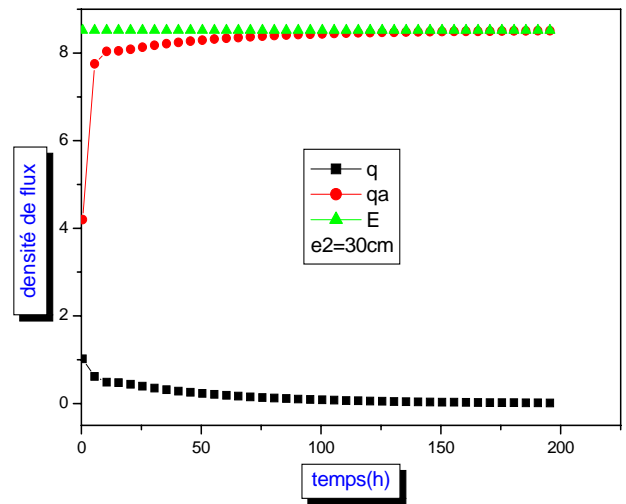


Figure 4. 8b : Variations des densités flux au niveau des racines q_a , du réservoir-plante q et de la transpiration E pour $\theta=25\%$, $e_2=30\text{cm}$.

6 - Etude diurne du régime variable pour le cas imperméable:

L'étude du régime variable suppose une combinaison entre le régime transitoire et le régime périodique dans le cas d'un fond imperméable.

Les figures 4.9a et 4.9b montrent les variations des différents potentiels et densités des flux à une profondeur de 30cm et une teneur en eau $\theta = 35\%$ durant une période ($T_p = 24h$).

Nous remarquons que le potentiel au niveau du sol (H_0) et celui des racines (H_r) subissent une variation similaire. Les deux courbes sont confondues le long de la journée, par contre pour les potentiels foliaires (H_f) et celui du réservoir-plante (H_p) connaissent une variation similaire et un léger écart entre eux, ce qui explique la faible valeur du flux provenant du réservoir-plante.

Le flux d'eau dans la plante est maximal lorsque les potentiels sont minimaux. Ces variations mettent en évidence les différentes phases de la journée :

La première phase : avant 6h ; les potentiels H_0 et H_r sont presque nuls, aux premiers heures de la journée. En revanche, les potentiels H_f et H_p subissent une légère variation par rapport à leur valeur initiale. Les flux ne varient quasiment pas.

La deuxième phase de 6h \rightarrow 13h : est caractérisée par une chute très prononcée des potentiels de la feuille et de la plante qui atteignent un minimum vers 13h. Le potentiel de la plante H_p est toujours supérieurs à celui de la feuille H_f , ce qui se traduit sur la courbe 4.9 b par un flux provenant de la plante q positif. Ce flux présente un maximum quand la demande est maximum (13h).

Si on augmente la profondeur ($e_2 = 50cm$), on constate que les potentiels au niveau de la plante ne sont pas affectés et restent quasi inchangés. Par contre, les potentiels au niveau du sol (potentiel à la surface du sol H_0 et potentiel racinaires H_r) sont plus élevés même quand la demande climatique est importante (13h). Le volume de sol étant plus grand, les potentiels du sol ne sont pas très affectés et varient modérément. Cette constatation est bien mise en évidence par les courbes de la figure 4.11a et 4.11b pour $e_2 = 1m$, où on remarque également que le flux provenant du réservoir-plante encore plus faible c'est le sol qui assure la demande climatique.

La troisième phase de 13h \rightarrow 20h : tous les potentiels croissent rapidement et les flux connaissent une chute également rapide.

Pour une humidité du sol plus faible $\theta = 25\%$ les valeurs des potentiels aussi bien au niveau de la plante qu'au niveau du sol sont beaucoup plus bas que pour une humidité du sol de 35 %. Les potentiels diminuent de moitié ; la variation est de 100 % figures 4.13a et 4.13b. Le flux provenant du réservoir-plante est nettement plus important sa contribution à satisfaire la demande climatique est non négligeable. Même pour un volume de sol plus grand ($e_2 = 50cm$), sa contribution reste identique figure 4.13a et 4.13b. Les potentiels très peu.

Conclusion

L'étude diurne, plus proche de la réalité ; donne des indications plus précises sur les différentes variations des flux et des potentiels à différents niveaux du système. Cette étude met en évidence le rôle du réservoir-plante dans des situations variées : humidité du sol et profondeurs du sol variables.

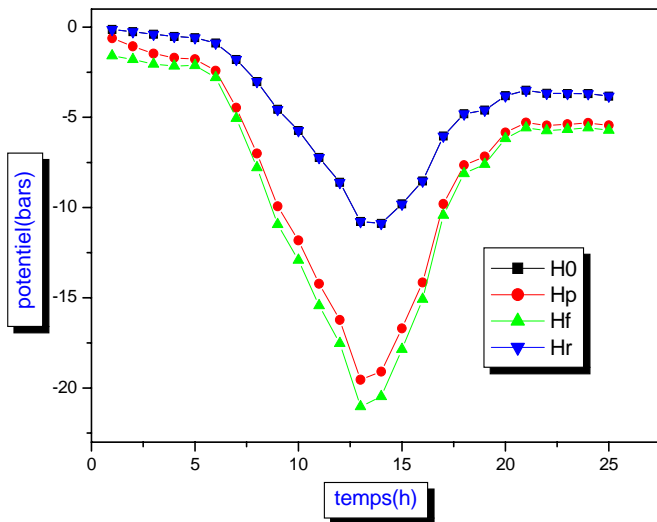


Figure 4.9a: Variations des potentiels pour $\theta=35\%$, $e_2=30\text{cm}$.

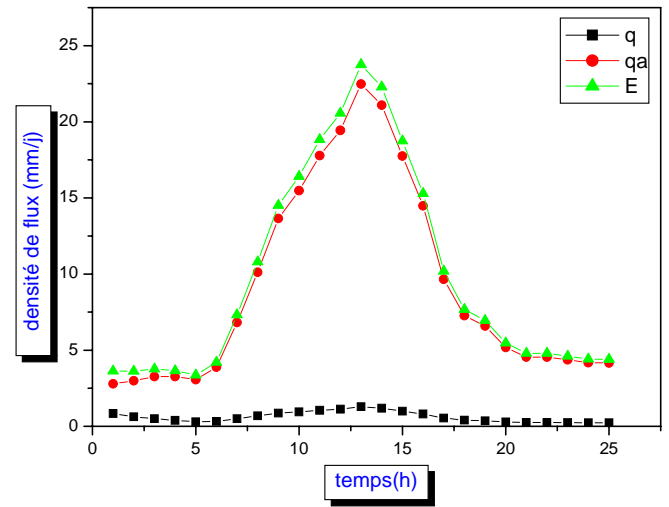


Figure 4.9b : Variations des densités de flux pour $\theta=35\%$, $e_2=30\text{cm}$.

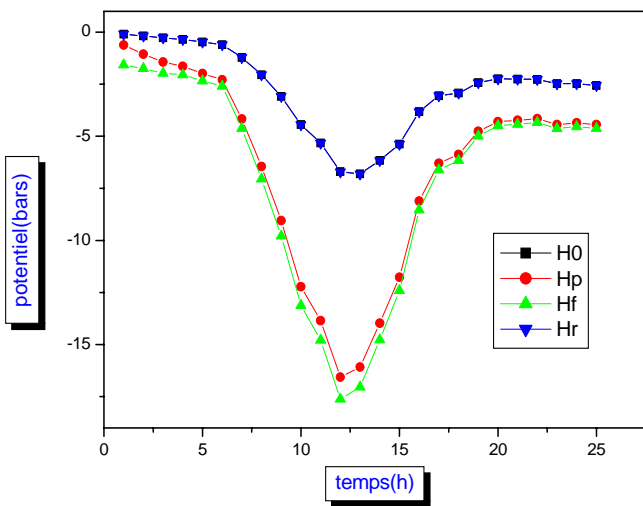


Figure 4.10a: Variations des potentiels pour $\theta=35\%$, $e_2=50\text{cm}$

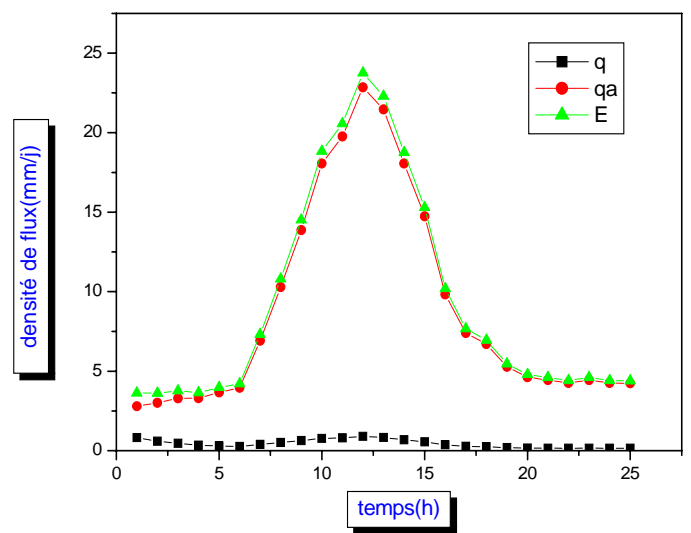


Figure 4.10b : Variations des densités de flux pour $\theta=35\%$, $e_2=50\text{cm}$

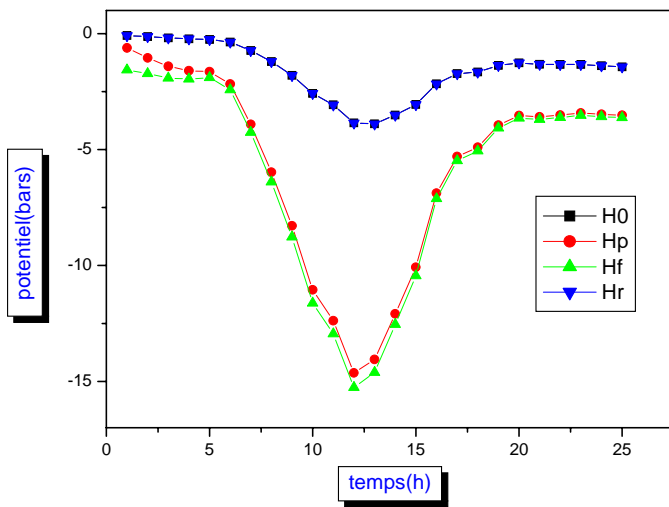


Figure 4.11a: Variations des potentiels pour $\theta=35\%$, $e_2=1m$

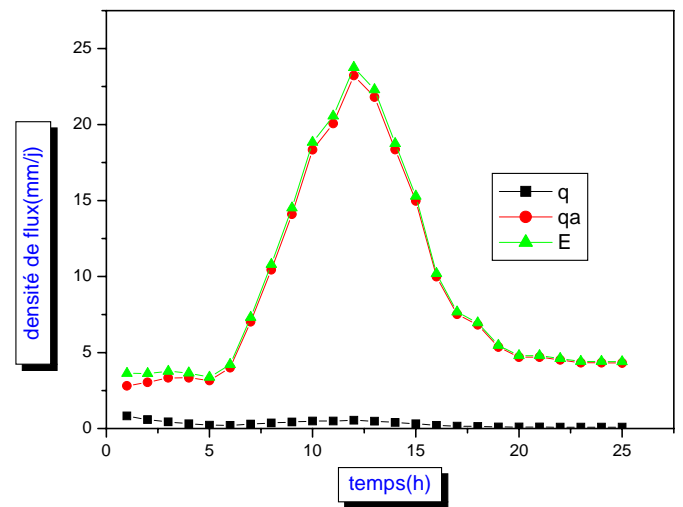


Figure 4.11b : Variations des densités de flux pour $\theta=35\%$, $e_2=1m$

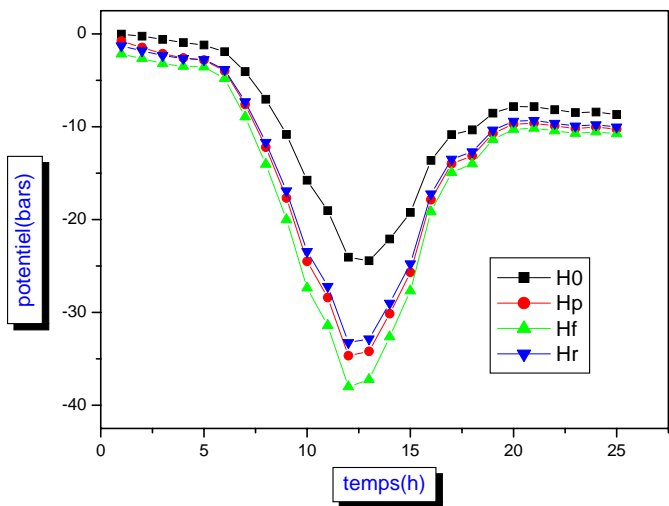


Figure 4.12a: Variations des potentiels pour $\theta=25\%$, $e_2=30cm$

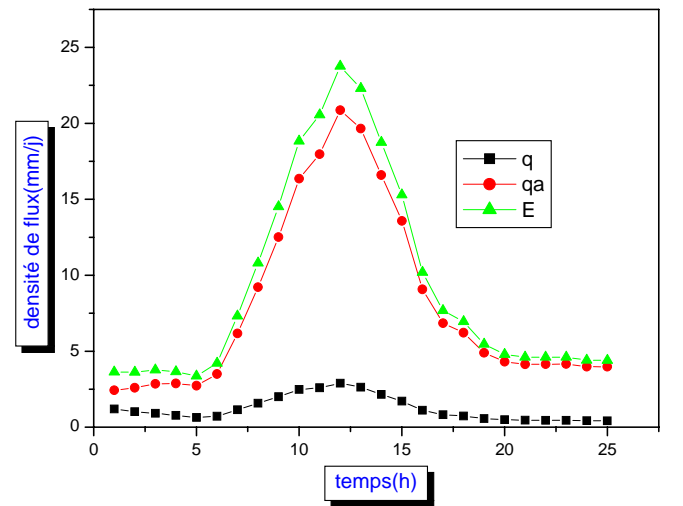


Figure 4.12b : Variations des densités de flux pour $\theta=25\%$, $e_2=30cm$

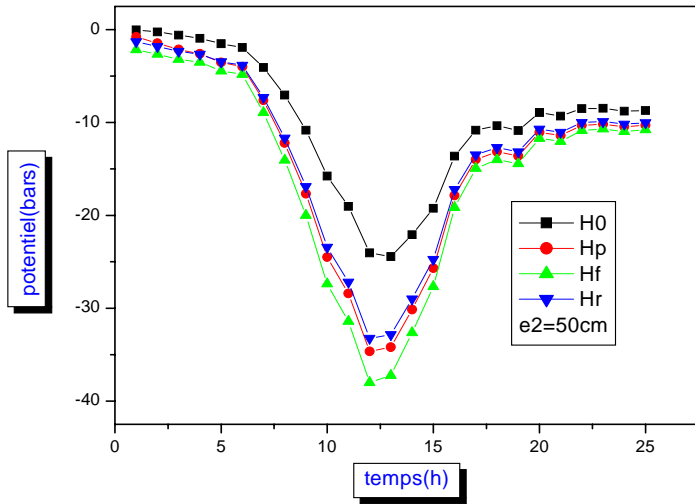


Figure 4.13a: Variations des potentiels pour $\theta=25\%$, $e_2=50\text{cm}$

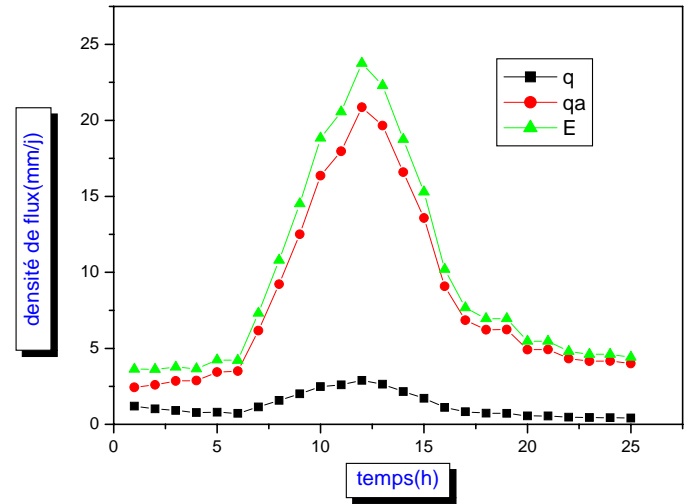


Figure 4.13b : Variations des densités de flux pour $\theta=25\%$, $e_2=50\text{cm}$

CONCLUSION GENERALE :

Nous avons développé dans cette étude un modèle mathématique simplifié pour décrire les transferts dans le système sol-plante-atmosphère continuum dans le cas d'un régime variable (transitoire et périodique).

Nous avons étudié le comportement d'une plante en pot soumise à des conditions cycliques et on a pu déterminer les différents potentiels et flux pour deux cas de figures différents fond imperméable et fond perméable.

Les principales hypothèses reposent sur la linéarisation des équations de transport (la diffusivité et la conductivité hydrauliques sont constantes) les équations de transport sont écrites en valeur moyenne à l'échelle du volume élémentaire représentatif (VER). Les différentes grandeurs en un point donné sont les valeurs moyennes dans ce volume. Elle permet de passer du milieu réel à un milieu continu homogène équivalent.

A partir du schéma électrique équivalent qui résulte de l'association de trois quadripôles, nous avons écrit les équations de transport hydriques avec des conditions aux limites imposées par les conditions atmosphériques à savoir : rayonnement solaire, humidité relative de l'air, température ambiante, vitesse du vent

Ces conditions ont permis de calculer la transpiration réelles ; qui a été ensuite développée en en série de Fourier. La résolution des équations de transport a été faite dans l'espace de Laplace.

L'intérêt des transformées de Laplace est, d'une part de ramener les équations aux dérivées partielles à des équations différentielles simples, qui rendent leurs résolutions faciles, d'autre part de "compartimenter" le continuum sol-plante-atmosphère en quadripôles.

L'étude du régime transitoire avec condition initiale donne des renseignements sur les valeurs moyennes des flux et des potentiels pour des temps longs (saison). Cette solution permet d'étudier le système soumis à des conditions climatiques extrêmes : le stress hydrique, elle utilise la valeur moyenne de la transpiration dans la décomposition en série de Fourier de cette dernière.

Conclusion générale

Deux cas de figures ont été étudiés de façon similaire : la plante en pot avec fond imperméable et la plante avec fond perméable. Cette étude a permis de mettre en évidence la différence de comportement du système et en particulier l'élément essentiel qu'est la plante dans les cas étudiés.

L'influence d'un certain nombre de paramètres tels que : la teneur en eau du sol, la profondeur du sol, le volume d'eau maximum stocker dans la plante, la résistance foliaire sur l'apparition du stress hydrique a été étudié. Cette étude a permis d'analyser la sensibilité de chaque paramètre sur les évolutions des potentiels et des flux à différents niveaux du sol et de la plante. Il apparaît que dans le cas du fond imperméable les potentiels de la plante et du sol sont très sensibles à la variation de la teneur en eau et à la profondeur du sol. La résistance foliaire n'affecte que très peu les potentiels et les flux dans le système aux temps longs. En revanche pour les temps courts la résistance foliaire devient un paramètre sensible et son influence sur les flux et les potentiels est notable les premières heures.

L'étude diurne, plus proche de la réalité ; donne des indications plus précises sur les différentes variations des flux et des potentiels à différents niveau du système. Cette étude met en évidence le rôle du réservoir-plante dans des situations variées : humidité du sol et profondeurs du sol variables.

Il apparaît, au vu des résultats que nous avons présenté que le modèle mis au point reproduit convenablement l'évolution des flux et des potentiels pour les différents paramètres qui caractérisent le sol. Nous avons constaté que le meilleur cas c'est le cas perméable où la plante résiste mieux (plus) à la demande climatique.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. **A. Daniel. Devries**, Heat transfer in soils. Heat and mass transfer, Scripta Book, Washington D.C. 1975, pp. 5-28
2. **A. Degiovanni**, Conduction dans un "mur" multicouche avec sources: extension de la notion de quadripôle. Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 31, No.3, pp. 553-557, 1988.
3. **A. Degiovanni**. "Conduction". Technique de l'ingénieur. Traité Généralités.A 1530, pp. 1-6. (1989)
4. **A. Mermoud**, Régime thermique du sol, cours de physique du sol. (Novembre 2001) École polytechnique fédérale de lausanne.
5. **A. Perrier**, Echanges thermiques sol-atmosphère : Influence de la couverture végétale. Colloque "*Environnement microclimatique et habitat.*" S.F.T. Reims (1979).
6. **A. Perrier**, Bilan hydrique et énergétique : consommation en eau des cultures. Chaire de Bioclimatologique – INRA Grignon.
7. **C.Virginie**, Influence de haie de ceinture de fond de vallée sur les transferts d'eau et de nitrate (thèse INRA).
8. **C.Moyne, J.Christophe Batsale et A. Degiovanni**, Approche expérimentale et théorique de la Conductivité thermique des milieux poreux humides-II. Théorie. Heat Mass Transfer. Vol. 31, No. 1 I, pp. 2319-2330, 1988
9. **Chouard, Michel H., Simon M.F**, Bilan thermique d'une maison solaire, méthode de calcul rapide. EDF (1977), Editions Eyrolles.
10. **Daniel. Bavet**, Thermique des nappes sous terrines.
11. **Daniel. Hillel**, L'eau et le sol. Principes et processus physiques. *Vander, Louvain*. (1984)
12. **E. Personne, A. Perrier, A.Tuzet**, Simulating water uptake in the root zone with a microscopic-scale model of root extraction environnement and grand cultures, *Agronomie* 23 153–168 (2003) INRA- Grignon, France.
13. **F.A.Daudet.**, Fonctionnement hydrique des plantes relation avec la physiologie (INRA, Département de Bioclimatologie (1992)).
14. **H .Barry. Lynn and Toby N. Carlson**, A stomatal resistance model illustrating plant vs. external control of transpiration .*Department of Meteorology, the Pennsylvania State University, University Park, PA 16802 (U.S.A.)*
15. **H. Stehfest.**, "Remark on algorithm 368". Numerical inversion of Laplace transforms, A.C.M. (1970), Vol.53

16. **J. C. Batsale, D. Maillet et A. Deiovanni**, Extension de la méthode des quadripôles thermiques a l'aide de transformations intégrales calcul du transfert thermique au travers d'un défaut plan bidimensionnel. *J. Heat mass transfer*. Vol 37 No.1.pp111.127.1994.
17. **J.F.Castell, A.Tuzet**, Mesure et modélisation du bilan hydrique de la plante de la station bioclimatologie (INRA de grignon).
18. **J.I. Montero, A. Anton , P. Munoz, P. Lorenzo b**, Transpiration from geranium grown under high temperatures and low humidities in greenhouses.
19. **J.p.Lhomme, N.katerji**, Analyse et formulation de l'évapotranspiration à partir d'un modèle multicouche. Station de bioclimatologie INRA.
20. **J.Ross and T.Nilson**, Radiation Exchange in plant canopies.climatologie (INRA de grignon).
21. **Lafolie**, Fonctionnement global du système sol-paillis-plante-atmosphère (thèse INRA. 1991)
22. **L.Bruckler, P.Bertuzzi, J.C.Gaudu**, Transfert de masse et de chaleur entre le sol et l'atmosphère comparaison entre modélisation et expérience in situ.
23. **MAC ADAMS H. W**, La transmission de la chaleur. *Dunod, Paris*, (1964)
24. **Michel .Hug**, Mécanique des fluides appliquée. Editions Eyrolles (1975)
25. **M.SAIGHI, C.MOYNE**, Un modèle simplifié de transfert de chaleur et de masse dans le système sol-plante-atmosphère. *Int. J. Heat Mass Transfer*. **41**: N° 11, 1459-1471 (1998).
26. **M. SAIGHI, C. MOYNE, A. BOUABDALLAH**, Modélisation des transferts de chaleur et de masse dans le système sol-plante-atmosphère en régime variable. Le premier congrée Maghrébin de mécanique. CMM 96 (Ghardaïa Algérie -23-26 mars 1996- volume 1.)
27. **M. SAIGHI**, Nouveau model de transfert hydrique dans le système sol-plante-atmosphère continuum. Thèse de doctorat (soutenue le 27 février 2002)
28. **M. John. Norman**, Radiative transfer in vegetation. *Ecology*: Vol. 63, No. 3, pp. 875–876.
29. **M. SAMAALI** .Évolution d'un modèle de couche limite atmosphérique 3D dans un cas homogène: application à une parcelle agricole de soja. Thèse de doctorat (décembre 2002).
30. **N. Aouattou, M. Saighi**, Modélisation de transfert de chaleur et de masse dans le système sol-plante-atmosphère en régime transitoire. (JSP9'2005) faculté de physique (USTHB).
31. **N. Aouattou, M. Saighi, A. Benzaoui**, MODELLING OF HEAT AND MASS TRANSFER IN SOIL-PLANT-ATMOSPHERE SYSTEM IN TRANSENT STATE REGIME. International conference on modelling and simulation, **ICMS '2005** (22- 24 November 2005) Marrakech-Morocco.
32. **N.katerji**, Modélisation de circulation de l'eau a l'échelle du couvert végétal. (INRA)

- 33. N.katerji**, Etude et modélisation des transferts hydriques dans le système sol-plante-atmosphère (thèse INRA).
- 34. N. Katerji, A. Perrier**, Détermination de la résistance globale d'un couvert végétal a la diffusion de vapeur d'eau et de ses différents composants. Approche théorique et vérification expérimentale sur une culture de luzerne. *Agricultural and Forest Meteorology*, 34 (1985) 105-120
- 35. N. Katerji**, Use of simulation methods for determining critical leaf water potential for stomatal closure in field conditions. *Ecol. Modelling*, 50: 133-144 (1990).
- 36. N. Katerji, N. Hallaire, M. Menoux-Boyer, A. Perrier**, Transfert hydrique dans le végétal. *Acta Oecologica Plantarium*, 4: 171-181 (1983).
- 37. N. Katerji et al**, Modèle dynamique de circulation de l'eau dans la plante. INRA- Station de Bioclimatologie
- 38. Nicole Vartanian et M. Jorge Bravo, Vieira Da Silva**, Evolution du potentiel hydrique dans la plante en relation avec le potentiel du sol et l'humidité atmosphérique. C. R. Acad. Sc. Paris. t. 266, u. 2341-2344 (17 juin 1968)
- 39. N .Toby. Carlson and Barry Lynn**, The effects of plant water storage on transpiration and radiometric surface temperature. *Agricultural and Forest Meteorology*, 57 (1991) 171-186
- 40. N. Toby. Carlson and Barry Lynn**, The effects of plant water storage on transpiration and radiometric surface temperature. *Department of Meteorology, The Pennsylvania State University, University Park, PA 16802, USA*
- 41. Philippe Maison**, Un modèle hydrologique de suivi de la pollution diffuse en bassin versant Approche mécaniste simplifiée de la zone non saturée. Thèse de doctorat l'institut national polytechnique de Toulouse en Sciences de la Terre et Environnement
- 42. R. Calvet**. Etude sur les transferts d'eau dans le système sol-plante-atmosphère. (INRA)
- 43. S. AZIZI, C. Moyne et A. Degiovanni**, Approche expérimentale et théorique de la conductivité thermique des milieux poreux humides. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 31, No.11, pp. 2305-2317, 1988.
- 44. Yves. Jannot**, Transformée de Laplace inverse. Transferts et échangeurs de chaleur.

ANNEXE : Méthode numérique de Stehfest

Le retour dans l'espace des réels se fait par une méthode numérique. Connaissant l'expression analytique de la transformée de Laplace $F(p)$ d'une fonction inconnue $f(t)$ on en déduit la valeur numérique $f(t)$ pour chaque instant t par la relation :

$$f(t) = \frac{\text{Log}2}{t} \sum_{i=1}^{10} V_i F_i \left(\frac{i \text{Log}2}{t} \right)$$

V_i = étant les coefficients connus suivants :

$V_1 = 0,0833333333$	$V_2 = -32,08333333$	$V_3 = 1279,000076$
$V_4 = -15623,66689$	$V_5 = 84244,16946$	$V_6 = -236957,5129$
$V_7 = 375911,6923$	$V_8 = -340071,6923$	$V_9 = 164062,5128$
$V_{10} = -32812,50256$		

La méthode de Stehfest est plus simple à mettre en oeuvre car elle ne nécessite pas de choisir certains paramètres.