

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumedienne



MEMOIRE

Pour l'obtention du diplôme
De MAGISTER EN PHYSIQUE
Spécialité : Sciences Nucléaires

Présenté par Mr : FOUKA Mourad

Sujet :

**Analyse par la théorie de la matrice R des sections efficaces
des réactions de fusion ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$ d'intérêt
astrophysique**

Soutenu publiquement le Lundi 26/04/2004, devant le jury composé de :

Mr. M. DRIR	Professeur (USTHB)	Président
Mr. S. OUICHAOUI	Professeur (USTHB)	Directeur de thèse
Mr. J. P. THIBAUD	Directeur de recherche au CNRS (Orsay)	Examineur
Mr. M. DJEBARA	Maître de conférence (USTHB)	Examineur
Mr. Y. BOUDOUMA	Maître de conférence (USTHB)	Examineur

Dédicaces

A la mémoire de mes grands parents

A mon père et à ma mère

A mes frères et mes sœurs

Aux membres des familles Fouka et Banat

A tout mes amis, en particulier : Hassan, M. Mehdene, M. Mechacha, K. Rebbouh

A tout membre du laboratoire des sciences nucléaires-USTHB.

Remerciements

Je tiens à remercier mon professeur et mon directeur de thèse Mr Saâd Ouichaoui, qui m'a recueilli dans son groupe et qui m'a très bien intégré en physique nucléaire et en astrophysique nucléaire. Je le remercie d'avoir toujours été disponible pour l'avancement de mon travail et pour répondre à mes questions qui, j'en suis persuadé me serviront tout au long de ma carrière en physique nucléaire.

Je tiens à remercier d'une façon aussi particulière, Mlle Amel Belhout, maitre assistante à l'USTHB, qui m'a mis dans le bain des analyses matrice R, et qui m'a éclairci le chemin tout au long de mon travail, et qui grâce à elle ainsi que Mr S. Ouichaoui cette thèse a été menée.

Je tiens à exprimer mes considérations et mes remerciements distingués à mon professeur Mr M. Drir, professeur à l'USTHB de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance, et de m'avoir facilité les procédures administratives.

J'aimerais remercier Mr Jean Pierre Thibaud, directeur de recherche au CNRS, d'avoir accepté de juger ce travail de près et de loin. Je le remercie ainsi que Mr Jurgen Kiener qui nous ont honoré de leur présence et de leurs discussions sur notre sujet de travail.

Je tiens aussi à remercier tout particulièrement Mr M. Djebara et Mr Y. Boudouma maîtres de conférence à l'USTHB, d'avoir accepté de juger ce travail. Je les remercie eux, aussi, particulièrement pour leurs discussions et leurs critiques très constructives sur le plan physique, numérique et didactique.

Enfin, je remercie tout ceux qui ont participé de près ou de loin pour pouvoir mener mon travail à terme, particulièrement Mlle L. Messahel qui m'a aidé pour les corrections finales.

Table des matières

1	Introduction et motivations
4	Chapitre 1 : Réactions nucléaires sous coulombiennes, facteur astrophysique et taux de réaction thermonucléaire
4	1.1. Introduction
5	1.2. Mécanismes de réactions nucléaires aux énergies stellaires
6	1.3. Modèle du noyau composé selon Niels Bohr
8	1.4. Facteur de pénétration de la barrière coulombienne
12	1.5. Effet d'écran électronique
12	1.5.1. Définition
13	1.5.2. Les Modèles atomiques
14	1.6. Facteur astrophysique $S(E)$ et facteur $R(E)$
15	1.7. Taux de réaction aux énergies stellaires
15	1.7.1. Définition du taux de réaction
16	1.7.2. Zone de Gamow
17	Chapitre 2 : Mesures et analyses antérieures, présentation, et discussions
17	2.1. Introduction
18	2.2. Mesures et analyse de Sierk et Tombrello
18	2.2.1. Mesures expérimentales
19	2.2.2. Données des sections efficaces
20	2.2.3. Analyse théorique
22	2.2.4. Procédure d'ajustement
22	2.2.5. Discussions
24	2.3. Mesures et analyse de Zahnnow et al.
24	2.3.1. Mesures expérimentales
24	2.3.2. Données des fonctions d'excitation et des distributions angulaires
24	2.3.3. Analyse théorique et discussions
29	2.4. Autres Analyses récentes des données ($p+{}^9\text{Be}$)
29	2.4.1. Analyse de Barker et Kondo
32	2.4.2. Analyses de la réaction ${}^9\text{Be}(p,\gamma){}^{10}\text{B}$

33 2.4.3. Autres considérations

34 **Chapitre 3 : Analyse en matrice R, résultats et discussions**

34 3.1. Introduction

35 3.2. Calcul des pénétrabilités coulombiennes et des facteurs de déplacement

35 3.2.1. Calcul des pénétrabilités

38 3.2.2. Calcul des facteurs de déplacements D_l

42 3.3. Propriétés des états excités du noyau ^{10}B

42 3.4. Conservation du spin et de parité

46 3.5. Hypothèses de notre analyse

46 3.6. Procédures et méthodes d'ajustement

47 3.6.1. Ajustement du facteur astrophysique $S(E)$

47 3.6.1.1. Analyse en moindres carrés

48 3.6.1.2. Méthodes d'optimisation

49 3.6.1.2.1. Méthode de Newton

49 3.6.1.2.2. Méthode de partage en pas égaux

50 3.6.1.2.3. Méthode du gradient

50 3.6.2. Ajustement des distributions angulaires et $S(E)$

52 **Structure de notre code de calcul matrice R**

53 3.7. Résultats et discussions

53 3.7.1. Caractéristiques des voies et des niveaux

56 3.7.2. Fonctions d'excitation

56 3.7.3. Distributions angulaires

60 3.7.4. Etude de l'effet d'écran électronique

63 3.8. Calcul des taux de réaction aux énergies stellaires

73 **Conclusion générale**

75 **Appendice A: Formalisme de la matrice R dans le calcul de Lane et Thomas**

75 A.1. La Matrice R

77 A.2. La Matrice de collision U

75 A.2.1. Définition

78 A.2.2. Relation entre la matrice de collision et la matrice R

79 A.3. Amplitude totale de diffusion dans le calcul de Lane et Thomas

80 A.4. Section efficace différentielle

81 A.5. Section efficace totale

82	Appendice B : Détermination des caractéristiques des résonances à partir des fonctions d'excitation expérimentales
82	B.1. Cas d'une résonance isolée
82	B.1.1. Spin et parité J^π fixées
84	B.1.1.1. Détermination du spin J
84	B.1.1.2. Détermination de la parité π
85	B.2. Cas de deux résonances de mêmes spin et parité J^π
87	B.3. Calcul exact des éléments de la matrice de collision U
89	Références

Introduction et motivations

Les nucléosynthèses primordiale et stellaire conduisent à la production de presque tous les éléments de la table périodique. Cependant, les éléments légers Lithium, Béryllium, Bore sont produits par ces mécanismes avec de très faibles abondances : observation d'un gap de stabilité dans la région de masse $A=5-10$ aussi bien sur la courbe des abondances solaires que sur celle relative aux abondances dans l'univers (cf. figure In.1). En effet, par exemple, la combustion de l'hydrogène dans les sites stellaires à travers la chaîne $p-p$ ne produit principalement que l'hélium-4, dont la transformation en ^{12}C se fait par le processus triple-alpha $3(^4\text{He}) \rightarrow ^{12}\text{C}$.

Déjà, dans leur papier classique de 1957, Burbidge, Burbidge, Fowler et Hoyle (B^2FH)^[34] ont postulé l'existence d'un processus non défini pour la formation des éléments légers, dénommé alors processus ℓ ^[34] (ℓ pour light). Par la suite, pour expliquer^[34] les observations, l'on a supposé la formation des éléments légers LiBeB dans le milieu interstellaire par des réactions de spallation induites par le rayonnement cosmique galactique composé principalement de protons.

Mais dans les sites stellaires eux-mêmes, les éléments LiBeB, une fois produits dans les conditions de température et de pression très élevées des étoiles, sont détruits très rapidement par des réactions nucléaires, principalement de type $\text{Li}, \text{Be}, \text{B}(p, \alpha)$. Dans les conditions caractérisant le milieu interstellaire (environnement très froid et de très faible densité^[23]), la production des éléments légers n'est généralement pas suivie par leur destruction via des réactions $X(p, \alpha)$. Les observations ultérieures ont permis d'établir l'existence de ces éléments dans le milieu interstellaire et dans le rayonnement cosmique galactique avec un facteur $\sim 10^6$ par rapport à leurs abondances dans les sites stellaires. Les constituants primaires de ce rayonnement (\sim des protons) sont accélérés par le champ magnétique galactique à de très hautes énergies et induisent les réactions nucléaires sur les constituants du milieu interstellaire (réactions dites de «spallation» ou de cassure des noyaux cibles ^{12}C , ^{14}N et ^{16}O , les éléments les plus abondants dans ces sites), produisant ainsi un rayonnement cosmique secondaire riche en éléments LiBeB.

On présente comme exemple, les réactions de spallation produites par des protons sur ^{12}C , qui se casse en des noyaux moins lourds tels que les éléments LiBeB :

$p+^{12}\text{C} \rightarrow$	$^{11}\text{B}+2p$	$Q = -16.0 \text{ MeV}$
	$^{10}\text{B}+2p+n$	$Q = -27.4 \text{ MeV}$
	$^{10}\text{B}+^3\text{He}$	$Q = -19.7 \text{ MeV}$
	$^9\text{Be}+3p+n$	$Q = -34.4 \text{ MeV}$
	$^9\text{Be}+^3\text{He}+p$	$Q = -26.3 \text{ MeV}$
	$^7\text{Li}+4p+2n$	$Q = -52.9 \text{ MeV}$
	$^7\text{Li}+^4\text{He}+2p$	$Q = -24.6 \text{ MeV}$
	$^6\text{Li}+4p+3n$	$Q = -60.2 \text{ MeV}$
	$^6\text{Li}+^4\text{He}+2p+n$	$Q = -31.9 \text{ MeV}$
	$^6\text{Li}+^4\text{He}+^3\text{He}$	$Q = -24.2 \text{ MeV}$

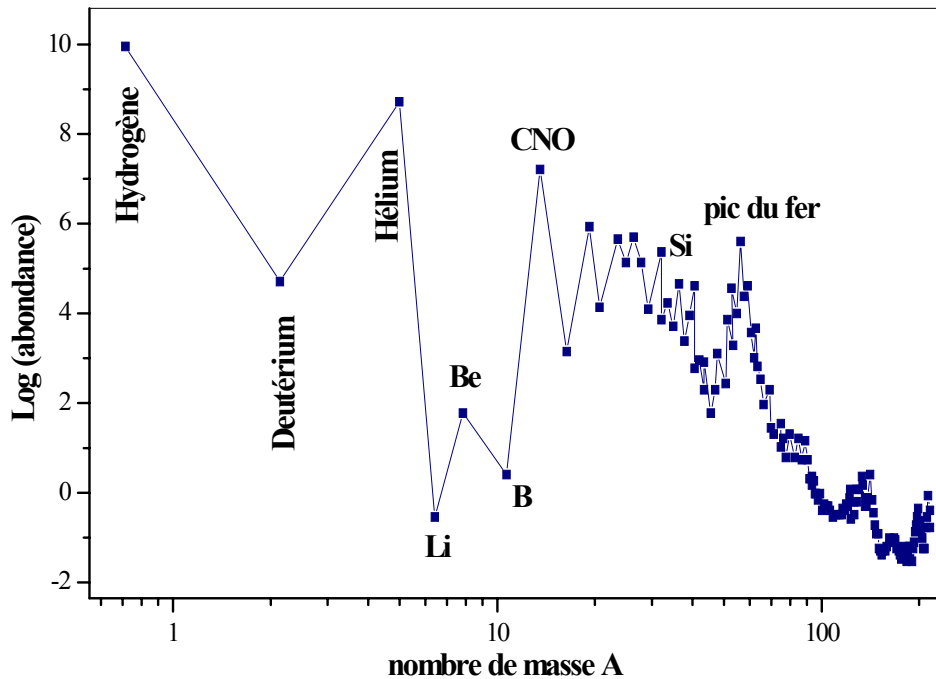


Fig In.1. Abondances des éléments chimiques dans le système solaire (cf, Cam82^[40]), normalisées en attribuant au Silicium une abondance arbitraire égale à 10^6 .

Ces réactions, ayant des bilans d'énergie $Q < 0$ importants, sont toutes finalement ouvertes à cause des énergies très élevées des particules incidentes du rayonnement cosmique.

Les réactions de fusion $^9\text{Be}(p,d)^8\text{Be}$ et $^9\text{Be}(p,\alpha)^6\text{Li}$ présentent donc un grand intérêt tant du point de vue de l'astrophysique nucléaire que pour la production d'énergie sur Terre

dans les futurs réacteurs de fusion. Sous le 1^{er} aspect, la connaissance des sections efficaces de ces réactions est importante pour la détermination des abondances des éléments légers LiBeB au cœur des étoiles (nucléosynthèse stellaire) et pour la nucléosynthèse primordiale (big-bang). En effet, ces réactions ont fait l'objet de plusieurs investigations expérimentales, les sections efficaces correspondantes ayant été mesurées par plusieurs groupes d'auteurs dans le domaine des énergies des protons $E_p \leq 700$ keV. Les premières expériences (1973), dues à Sierk et Tombrello^[1], couvrent le domaine d'énergie ($28 \leq E_p \leq 697$) keV et furent analysées par ces mêmes auteurs par la théorie de la Matrice R. Zahnnow et al.^[2] en 1999, ont également rapporté des mesures de sections efficaces intégrées et des distributions angulaires pour ces réactions à ($16 \leq E_p \leq 330$) keV, accompagnées d'une analyse basée sur l'interférence du fond potentiel continu (décrit par un terme d'interaction directe) avec des formes résonnantes du type Breit et Wigner. Enfin, Barker et Kondo^[3], ont rapporté une analyse en matrice R de l'ensemble des données précédentes sans faire appel au mécanisme d'interaction directe.

Cependant, les analyses théoriques antérieures^[1, 2, 3], basées sur des hypothèses différentes concernant les mécanismes de réaction impliqués, conduisent à des résultats contradictoires comportant de nombreuses incertitudes sur les paramètres des niveaux excités du noyau composé ^{10}B produit dans ces réactions. Pour comprendre ces désaccords et lever les indéterminations précédentes sur ces paramètres, nous avons entrepris une ré-analyse minutieuse de l'ensemble des données des réactions $p+^9\text{Be}$; compte tenu des informations sur les niveaux du noyau ^{10}B rapportées dans les compilations^[4] des niveaux d'énergie nucléaires. Une étude subséquente de l'effet d'écran électronique dans ces réactions nous a conduit à une valeur du potentiel d'écran $U_e = (296 \pm 43)$ eV plus cohérente avec les valeurs prédites par les modèles atomiques^[9, 10, 11], contrairement aux valeurs excessives déduites des analyses antérieures^[2, 3]. Des ajustements simultanés très satisfaisants ont ainsi été obtenus pour les facteurs astrophysiques $S(E)$ et les distributions angulaires $W(E, \theta)$ des deux réactions étudiées. Enfin, les taux de réaction astrophysiques ont été calculés. Les résultats obtenus seront discutés en comparaison avec ceux rapportés précédemment dans la littérature.

Chapitre 1

Réactions nucléaires sous coulombiennes, facteur astrophysique et taux de réaction thermonucléaire

1.1. Introduction :

Souvent, toute étude des réactions de fusion thermonucléaires se solde par le calcul du taux de réaction qui constitue une tâche importante de l'astrophysique nucléaire. Des codes de calcul disponibles destinés à l'étude de l'évolution stellaire font intervenir les taux de réaction, afin de déterminer les abondances des éléments chimiques dans ces sites en fonction du temps. Ils permettent de tester les modèles solaires et de rechercher des explications de plusieurs autres énigmes de notre univers, telles que le problème des très faibles abondances des éléments légers LiBeB dans les sites stellaires. Ainsi, les données des fonctions d'excitation des réactions de fusion sont indispensables pour la détermination des taux de réaction. Les très faibles pénétrabilités de la barrière coulombienne des voies de réactions entre particules chargées aux énergies stellaires sont responsables de la chute brutale des sections efficaces qui deviennent très incertaines ou inaccessibles à la mesure en laboratoire. Pour contourner cette difficulté, on définit les grandeurs suivantes qui conservent les propriétés nucléaires contenues dans la section efficace : le facteur astrophysique $S(E)$, et le facteur $R(E)$ (cf, éqs 1.7a et 1.7b), dont la variation avec l'énergie est plus lente et l'extrapolation à l'énergie zéro est plus évidente. La réaction nucléaire considérée est étudiée aux énergies stellaires en faisant appel aux mécanismes de réaction connus en physique nucléaire, qui sont appliqués pour reproduire les sections efficaces expérimentales, compte tenu même de l'effet d'écran électronique introduit par les cibles atomiques. Cela permet

d'ajuster les facteurs S et R aux données expérimentales disponibles et de les extrapoler par la suite aux températures stellaires non converties par les mesures expérimentales.

1.2. Mécanismes de réactions nucléaires aux énergies stellaires:

Deux mécanismes principaux de réactions nucléaires sont adoptés pour analyser les données expérimentales aux énergies stellaires :

1. le mécanisme du noyau composé.
2. le mécanisme d'interaction directe.

La contribution de chaque mécanisme d'interaction dépend essentiellement de l'énergie de la particule incidente qui permet de définir le temps de vol libre. Lorsque le projectile s'approche suffisamment du noyau cible à une distance de l'ordre de quelques fermi, la fusion nucléaire s'amorce et procède selon l'un des deux mécanismes ou les deux à mesure que l'énergie varie. Les paramètres permettant d'apprécier la compétition entre ces deux mécanismes de réaction sont :

- S_c : l'énergie de séparation de la particule transférée c (arrachée par le projectile au noyau cible ou inversement). Dans une réaction nucléaire du type $X(a,b)Y$ procédant par mécanisme direct, une particule $c = |b - a|$ est transférée, ce processus est d'autant probable que l'énergie disponible est supérieure à S_c .

- t_{int} : le temps d'interaction entre le projectile et la cible.

- t_0 : le temps nucléaire caractéristique, ou temps moyen séparant les collisions entre les nucléons dans un noyau, estimé à une valeur de l'ordre de 10^{-23} - 10^{-21} s. Le temps d'interaction t_{int} est à comparé à t_0 . Si $t_{int} \sim t_0$ les réactions directes seront plus favorisées ; par contre, si $t_{int} \gg t_0$, la particule incidente sera absorbée par ce noyau cible, ce qui conduit à la formation d'un noyau composé. Cela se produit si l'énergie de la particule incidente est suffisamment faible. L'énergie apportée par le projectile sera distribuée sur l'ensemble des nucléons de ce noyau composé, dont chaque nucléon 'oublie' l'origine de sa provenance. Le noyau composé ainsi formé est hautement excité, sa durée de vie est très grande (beaucoup plus grande que t_0 , de l'ordre de $(10^5-10^6) \times t_0$). Après sa formation et l'établissement de l'équilibre thermodynamique, le noyau composé peut ensuite se désexciter suivant plusieurs voies :

- par émission γ (processus plus ou moins lent, de refroidissement du noyau composé).

- par émission de particules après un temps considérable (suffisant pour que la particule éjectée effectue plusieurs collisions à l'intérieur du noyau avant de le quitter).

Par contre, si l'énergie de la particule incidente est suffisamment élevée pour que le temps d'interaction soit inférieur au temps t_0 caractéristique ($t_{int} \ll t_0$), la particule incidente entre en collision prompte avec un ou plusieurs constituants du noyau cible. Pour ce mode d'interaction, la distribution d'énergie sur tous les degrés de liberté nucléoniques n'est pas uniforme. Elle est locale, de sorte que le projectile n'interagisse qu'avec quelques nucléons seulement. Pour ce mécanisme d'interaction, la réaction nucléaire ne passe pas par la formation du noyau composé ; elle est directe et se fait par transfert de nucléons, suivant deux types :

- le projectile prend un ou plusieurs nucléons à la cible ; le transfert est dit : pick-up, comme par exemple, les réactions $(p, d), (p, t), (n, \alpha)$, etc...

- Si, par contre, la cible absorbe un ou plusieurs nucléons du projectile, le transfert est dit : stripping, comme par exemple, les réactions $(d, p), (t, p), (\alpha, n)$, etc...

Notons que les deux mécanismes précédents ne sont que des modes d'interaction extrêmes. Le mécanisme du noyau composé domine les réactions nucléaires aux basses énergies. Les réactions directes de transfert et les réactions nucléaires procédant par noyau composé statistique (modèle de Hauser-Feshbach) interviennent dans le domaine des hautes énergies, où le noyau composé ainsi que le noyau résiduel sont produits dans une région d'excitation où leurs niveaux d'énergie sont faiblement séparés. Ils sont décrits par des densités d'état dépendant de leurs spins et de leurs énergies d'excitation.

Enfin, d'autres modes d'interaction nucléaire peuvent aussi intervenir dans une réaction ; comme les processus élastiques et inélastiques caractérisés respectivement par la conservation et la non conservation de l'énergie cinétique totale des partenaires qui gardent leurs identités après la collision.

1.3. Le modèle du noyau composé selon Niels Bohr :

Comme il a été déjà mentionné, le mécanisme d'interaction par formation du noyau composé est le mode le plus probable aux basses énergies. Proposé la première fois par Niels Bohr en 1926 (Niels Henrik David Bohr, physicien danois(1885-1962), atomiste et nucléaire, lauréat au prix Nobel de physique en 1922), ce mécanisme consiste d'abord en la fusion complète des deux noyaux en interaction donnant naissance à un système composé de l'ensemble de nucléons de la voie d'entrée, formé dans un état de déformation et d'excitation

pouvant être élevé, et de longue durée de vie $\sim (10^{-16}-10^{-14})$ s. Il se fragmente ensuite dans l'une des voies possibles (énergétiquement ouverte, et possible du point de vue : conservation des spins et parités) ; la voie γ ou les voies de particules. L'état composé excité est caractérisé par son énergie d'excitation E_{ex} , son spin et parité J^π , ses largeurs partielles $\Gamma_{\lambda c}$ et sa largeur totale $\Gamma_{\lambda, tot}$. Dans le cadre des hypothèses de Niels Bohr, la section efficace totale $\sigma_{(a,b)}$ du processus $X(a,b)Y$ s'écrit comme le produit de 2 termes, soit :

$$\sigma_{(a,b)} = \sigma_{(a,C)} \times P_{(C,b)}(E_{ex}), \quad (1.1a)$$

où $\sigma_{(a,C)}$ est la section efficace de formation du noyau composé dans l'état C à partir de la voie d'entrée $a + X$, et $P_{(C,b)}(E_{ex})$ est la probabilité partielle de décroissance de l'état C du noyau composé vers la voie de sortie $b + Y$, soit :

$$P_{(b,C)} = \Gamma_c / \Gamma_{tot}, \quad (1.1b)$$

où Γ_{tot} et Γ_c signifient respectivement, la largeur totale et la largeur partielle du niveau excité impliqué du noyau composé.

L'énergie d'excitation E_{ex} du noyau composé est donnée par :

$$E_{ex} = E_{cm} + Q_{fond}, \quad (1.1c)$$

où Q_{fond} est le bilan d'énergie de formation du noyau composé dans son état fondamental à partir de la voie d'entrée $a + X$ et E_{cm} est l'énergie cinétique de la paire $a + X$ dans le système du centre de masse.

Les hypothèses de base dans ce modèle sont les suivantes :

- La dynamique du processus est décrite dans le cadre de la mécanique quantique non relativiste. Cette hypothèse est justifiée par le fait que les énergies cinétiques des degrés de liberté internes (nucléons) du noyau sont négligeables devant les énergies aux repos des particules.
- Ne sont considérées que les voies de réaction binaires mettant en jeu la décroissance du noyau composé. Les voies γ , décrites par le formalisme des transitions électromagnétiques, possèdent des largeurs Γ_γ de l'ordre de l'eV, soit un rapport d'embranchement négligeable devant ceux des voies de particules. Les voies de fragmentation à plus de deux corps ne sont présentes que pour des énergies très élevées (comme par exemple, les réactions de spallation) ; une voie à plus de deux corps peut d'ailleurs être décomposée (dans des conditions particulières) en plusieurs voies à deux corps, produites en cascades.

- On ne tient pas compte des processus de création et d'annihilation dans la région extérieure, caractérisée par l'indépendance des voies deux à deux. Autrement dit, dans la région extérieure, les paires de particules des voies indépendantes, n'interagissent entre elles que par le biais des forces coulombiennes.

Dans le cadre du modèle du noyau composé, plusieurs formalismes ont été développés pour analyser des sections efficaces ; ils ne diffèrent que par la façon dont on relie les paramètres de collision de la région extérieure (région des voies) aux paramètres nucléaires de la région intérieure (du noyau composé), et ce au niveau de la surface S délimitant le volume V où intervient l'interaction forte . Le formalisme le plus couramment utilisé est celui de la matrice R développé par Lane et Thomas^[13]. Les formules de base de ce formalisme sont rapportées explicitement dans l'appendice A.

1.4. Facteur de pénétration de la barrière coulombienne :

Du fait de leurs charges nucléaires respectives $+Z_1 e$ et $+Z_2 e$, le projectile et le noyau cible sont soumis à l'action d'une force de répulsion coulombienne, dérivant de l'énergie potentielle :

$$V_C(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, \quad (1.2a)$$

Z_1 et Z_2 étant les numéros atomiques des deux noyaux, séparés par une distance r . Pour des valeurs de celle-ci inférieures au rayon nucléaire R_N , la force nucléaire attractive (de courte portée) entre en jeu et anéantit la répulsion coulombienne. Ainsi, en s'approchant du noyau cible, le projectile rencontre une barrière coulombienne, de hauteur :

$$B_C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_N}, \quad (1.2b)$$

qui s'oppose à son interaction nucléaire avec le noyau cible.

Classiquement, une particule incidente d'énergie $E \prec B_C$ ne peut pas induire une réaction nucléaire sur le noyau cible, car elle rebrousserait chemin au point tournant R_C (voir figure 1.1). Toutefois, Gamow^[35] et indépendamment Condon et Gurney^[36] ont montré que du point de vue de la mécanique quantique, il existe une probabilité faible (mais finie) pour que le projectile d'énergie $E \prec B_C$ pénètre la barrière coulombienne (pénétration par effet tunnel).

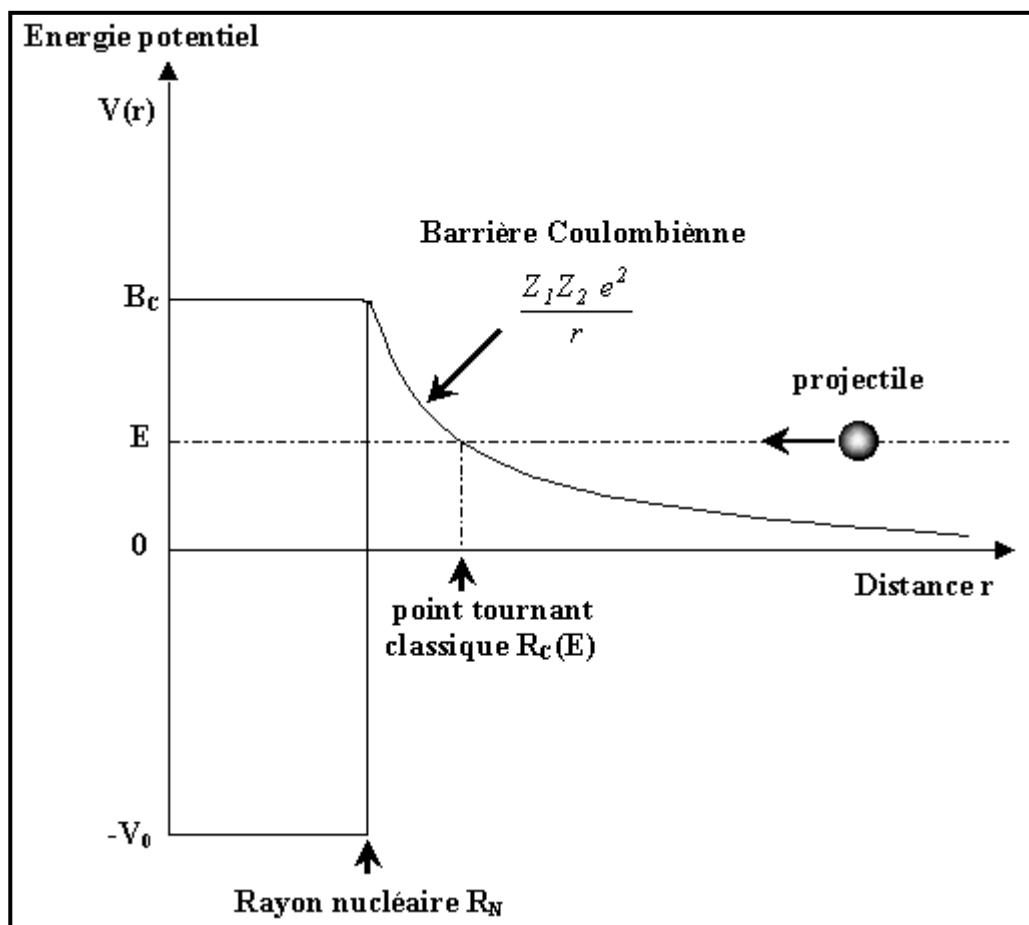


Fig 1.1. Représentation schématique de l'énergie potentielle d'interaction (termes, coulombien et nucléaire combinés).

Cette probabilité de pénétration dépend de l'énergie incidente E , du rayon d'interaction R_N et du moment angulaire orbital ℓ associé à la voie d'entrée constituée par le projectile et le noyau cible. D'après le schéma représenté sur la figure 1.2, le moment angulaire ℓ de l'onde entrante est proportionnel au paramètre d'impact b caractérisant la collision projectile-noyau cible.

Aux basses énergies, une réaction nucléaire est d'autant plus probable que le paramètre d'impact b est faible. Les ondes entrantes susceptibles de produire la réaction sont donc celles qui correspondent aux moments angulaires les plus faibles, en particulier les ondes s ($\ell = 0$). La pénétrabilité $P_0(E, R_N)$ de ces ondes influence très fortement les sections efficaces des réactions sous coulombiennes ($E \prec B_C$). Le calcul détaillé des pénétrabilités de la barrière coulombienne (calcul exact par la résolution de l'équation de Schrödinger et calcul

approché par la méthode WKB) a été rapporté dans les travaux précédents menés au sein du groupe Bou 93^[37] et Boug 98^[38]. Aussi, nous limiterons-nous ci-dessous au rappel des expressions finales de la pénétrabilité relatives aux ondes s et p .

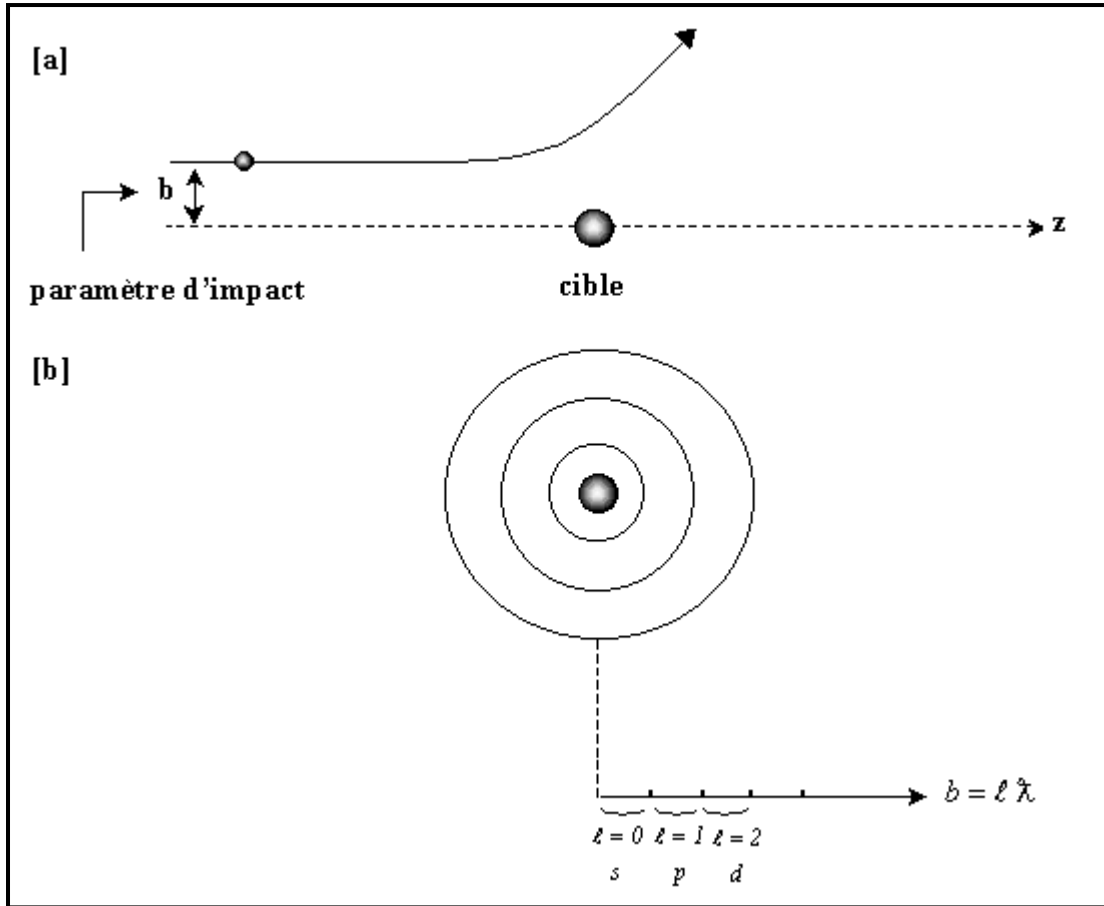


Fig 1.2. [a] : Représentation schématique de la collision d'un projectile avec un noyau cible sous un paramètre d'impact b . [b] : Représentation de la décomposition en ondes partielles $\ell = 0, 1, 2, \dots$, ℓ étant le nombre quantique de moment angulaire orbital dans la voie d'entrée.

La fonction d'onde radiale $U_\ell(r)$ décrivant le mouvement relatif du système projectile-noyau cible, est solution de l'équation d'onde radiale suivante :

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \left\{ k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r) \right\} \right] U_\ell(r) = 0, \quad (1.3a)$$

avec :

$$k^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2}, \quad (1.3b)$$

μ : étant la masse réduite du système projectile-noyau cible.

L'énergie potentielle d'interaction, $V(r)$, est donnée pour les deux régions, interne et externe, comme suit :

$$\begin{cases} V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, & \text{pour } r \geq r_c, \\ V(r) \approx -V_0, & \text{pour } r \leq r_c \end{cases} \quad (1.3c)$$

où r_c est le rayon relatif à la voie c (pris en général $r_c = r_{\alpha_1} + r_{\alpha_2}$) et V_0 est la profondeur du puits de potentiel de l'interaction forte.

La résolution de l'équation (1.3a) et les conditions de continuité de la fonction d'onde $U_\ell(r)$ et de sa dérivée en $r = R_N$ conduisent à la relation suivante entre l'amplitude A_ℓ des ondes incidentes et l'amplitude C des ondes transmises :

$$A_\ell = \frac{C}{2ik} \left[kG'_\ell - KF_\ell + i(kF'_\ell + KG_\ell) \right] e^{-i(KR_N + \omega_\ell)}, \quad (1.3d)$$

avec :

$$K^2 = \left[\frac{2\mu}{\hbar^2} (E + V_0) \right] = k^2 + \frac{2\mu}{\hbar^2} V_0, \quad (1.3e)$$

F_ℓ et G_ℓ étant respectivement la fonction de Coulomb régulière et irrégulière.

Le coefficient de transmission T_ℓ de la barrière de potentiel est donné par le rapport entre le flux émergent et le flux incident, soit :

$$T_\ell = \frac{K}{k} \left| \frac{C}{A_\ell} \right|^2. \quad (1.3f)$$

Pour des énergies incidentes très faibles devant le potentiel nucléaire V_0 et compte tenu de la relation (1.3f), le coefficient de transmission s'écrit comme suit :

$$T_\ell = \frac{4}{KR_N} P_\ell(E, R_N), \quad (1.3g)$$

où la pénétrabilité $P_\ell(E, R_N)$ est donnée par l'équation A.6b comme suit :

$$P_\ell(E, R_N) = \left[\frac{\rho}{F_\ell^2 + G_\ell^2} \right]_{r=R_N},$$

avec $\rho = kR_N$.

L'évaluation exacte des fonctions de Coulomb F_ℓ et G_ℓ est très complexe et nécessite l'utilisation du code de calcul FCB. Toutefois, il est possible d'approcher ces fonctions, dans la gamme des très basses énergies, en utilisant la méthode WKB (Wentzel, Kramers et

Brillouin)^[12]. Dans cette méthode, des approximations valables pour des énergies $E \ll B_C$, conduisent aux expressions suivantes des pénétrabilités relatives aux ondes s et p ($\ell = 0$ et $\ell = 1$) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_0(E, R_N)}{\exp(-2\pi\eta)} = \frac{\pi}{4K_1^2(x)} \left[1 - \left\{ \frac{R_N}{2Z_1Z_2e^2} + \frac{4}{3} \left(\frac{\mu R_N^3}{2Z_1Z_2e^2\hbar^2} \right)^{1/2} \right\} E \right] \\ \frac{P_1(E, R_N)}{\exp(-2\pi\eta)} = \frac{\pi}{4K_3^2(x)} \left[1 + \left\{ \frac{2\hbar^2}{\mu Z_1^2 Z_2^2 e^4} - \frac{R_N}{2Z_1Z_2e^2} - \frac{4}{3} \left(\frac{\mu R_N^3}{2Z_1Z_2e^2\hbar^2} \right)^{1/2} \right\} E \right] \end{array} \right\}, \quad (1.4a)$$

avec :

$$x = 2(2\eta\rho)^{1/2}, \quad (1.4b)$$

et K_1 et K_3 sont les fonctions de Bessel modifiées d'ordre 1 et 3 respectivement et η le paramètre de Sommerfeld donné par :

$$\eta = \frac{Z_1Z_2e^2}{\hbar v}. \quad (1.4c)$$

avec v la vitesse relative de la paire de particules dans la voie d'entrée.

1.5. Effet d'écran électronique :

1.5.1. Définition :

L'interaction entre les noyaux de charges respectives $+Z_1e$ et $+Z_2e$ dans la région extérieure pour des énergies E suffisamment élevées est décrite par un potentiel coulombien pur ; la section efficace correspondante calculée, impliquant les noyaux nus σ_{BN} (bare nuclei). Mais aux très basses énergies, les sections efficaces σ_S (shielded) mesurées, présentent une remontée comparées à celles des noyaux nus, en raison du fait que le nuage électronique entourant la cible agisse comme un potentiel d'écran sur sa charge protonique. Cet effet dénommé effet d'écran électronique, conduit à prendre pour le noyau cible un potentiel écranté de la forme :

$$U(r) = \frac{Z_1e}{r} \varphi_e(r/a_e), \quad (1.5a)$$

où $\varphi_e(r/a_e)$ est la fonction d'écran électronique, qui satisfait dans un milieu continu, aux conditions aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_e(0) = 1 \\ \varphi_e(\infty) = 0 \end{array} \right\}, \quad (1.5b)$$

et a_e représente la distance d'écran électronique.

Cet effet se traduit par un accroissement de la section efficace expérimentale par rapport à celle des noyaux nus, d'un facteur :

$$f_e(E) = \frac{\sigma_S(E)}{\sigma_{BN}(E)}, \quad (1.5c)$$

qu'on peut aussi exprimer en terme des facteurs astrophysiques $S_S(E)$ et $S_{BN}(E)$, soit :

$$f_e(E) = \frac{S_S(E)}{S_{BN}(E)}. \quad (1.5d)$$

Ce dernier est donné approximativement par l'expression suivante :

$$f_e(E) = \exp\left(\pi\eta\frac{U_e}{E}\right). \quad (1.5e)$$

L'expression (1.5e) de ce facteur est donnée approximativement en résolvant l'équation de Schrödinger pour un potentiel écrané, dont l'énergie potentielle correspondante est donnée par :

$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} - U_e. \quad (1.5f)$$

1.5.2. Les Modèles atomiques :

Dans tous les modèles atomiques, la contribution de l'effet d'écran est décrite par un potentiel U_e constant, appelé : énergie potentielle d'écran. La différence entre les diverses approches réside dans la manière de considérer la distribution des électrons. On expose ici les 3 modèles théoriques, les plus souvent utilisés :

1. Lindhard et al.^[9] : Dans ce modèle les électrons sont supposés distribués sur une surface de rayon a_e , idée proposée pour la 1^{ère} fois par le groupe de Munster de C. E. Rolfs^[23] et dont l'énergie potentielle est donnée par :

$$\begin{cases} U_e = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{a_e} \\ a_e = 0.8853 a_0 (Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{-1/2} \end{cases}, \quad (1.6a)$$

où $a_0 = 0.52918 \text{ \AA}$ est le rayon de Bohr, il en résulte :

$$U_e = 30.7 Z_1 Z_2 (Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{1/2} eV. \quad (1.6b)$$

2. Bencze^[10] : Dans cette description qui semble plus réaliste, les électrons sont considérés distribués dans le volume compris entre le rayon nucléaire et la distance d'écran. Ainsi l'énergie potentielle d'écran est donnée par :

$$U_e = \frac{3}{2} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{a_e} = 46.12 Z_1 Z_2 (Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{1/2} eV. \quad (1.6c)$$

3. Assenbaum et al.^[11] : dans cette approche, Assenbaum et al.^[11] suggèrent que le gain en énergie d'écran U_e résulte de la différence entre les énergies de liaison des électrons atomiques de la voie d'entrée (U_p, U_t) et de ceux du système composé U_c , soit :

$$U_e = U_c - U_p - U_t, \quad (1.6d)$$

où l'énergie de liaison atomique, généralement adoptée est celle donnée dans le modèle de Thomas-Fermi, par la relation :

$$U_{atom} = 15.7 Z^{7/3} eV. \quad (1.6e)$$

1.6. Facteur astrophysique $S(E)$ et facteur $R(E)$:

Le facteur astrophysique $S(E)$ a été introduit par les astrophysiciens nucléaires (réf. Clayton^[40]) pour réduire la forte dépendance en énergie de la section efficace $\sigma(E)$ et n'en conserver que les propriétés nucléaires. Il varie donc, lentement avec l'énergie. Son expression est donnée par :

$$S(E) = E \sigma(E) \exp(2\pi\eta). \quad (1.7a)$$

Pour mieux visualiser la partie nucléaire de la section efficace de réaction, un facteur $R(E)$, a été introduit par H. Beaufevieille et al.^[39]. Il est défini comme suit :

$$R_\ell(E) = \frac{\sigma(E)}{\pi \lambda^2 P_\ell(E)}, \quad (1.7b)$$

où $P_\ell(E)$ est le facteur de pénétration de la barrière coulombienne pour les ondes partielles incidentes de moment angulaire orbital ℓ . Ainsi, la division de $\sigma(E)$ à la fois par le facteur géométrique $\pi \lambda^2 \sim E^{-1}$ et par la pénétrabilité $P_\ell(E)$ sans toucher à ses propriétés nucléaires, rend très lente la dépendance en énergie de ce facteur, particulièrement aux basses énergies.

En général, seul les facteurs de pénétration P_0 ou P_1 correspondant aux ondes partielles dominantes $\ell = 0$ ou $\ell = 1$ aux énergies stellaires sont à considérer.

1.7. Taux de réaction aux énergies stellaires :

1.7.1. Définition du taux de réaction :

Le suivi de l'évolution d'une étoile et le test des modèles stellaires nécessitent la connaissance de plusieurs données décisives, telles que la masse, le volume total du site stellaire, les abondances initiales des éléments principaux de la nucléosynthèse primordiale, les températures centrale et surfacique, la pression centrale, et enfin, les taux de réaction thermonucléaires responsables de la production d'énergie. Ainsi, le calcul des taux de réaction aux énergies stellaires fait l'objet de toute étude des réactions nucléaires aux énergies stellaires. Considérons au cœur de l'étoile une paire de particules (a, X) avec les densités respectives N_a, N_X (en particules par cm^3). La cinématique des particules a et X étant relative, on prend arbitrairement a comme étant un projectile animé d'une vitesse relative $\vec{v} = \vec{v}_a - \vec{v}_X$ par rapport à X qu'on considère comme une cible au repos. La surface d'interaction vue par a est $F = \sigma(v)N_X$, et son flux (en nombre de particules affluant sur X par seconde et par cm^3) est $J = N_a v$, soit, un taux de réaction $\mathfrak{R}(v)$ donné par^[23] :

$$\mathfrak{R}(v) = F \times J = N_a N_X \sigma(v) v, \quad (1.8a)$$

$\mathfrak{R}(v)$: est le nombre de réactions par cm^3 et par seconde calculé pour une vitesse relative v .

Le site stellaire est assimilé à un gaz en équilibre hydrostatique (gouverné par les deux forces : d'attraction gravitationnelle et de pression), décrit dans les conditions d'un gaz non dégénéré et non relativiste par la distribution de vitesse de Maxwell-Boltzmann, donnée pour une espèce i avec (m_i, v_i) par :

$$\phi(v_i) = 4\pi v_i^2 \left(\frac{m_i}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_i v_i^2}{2k_B T} \right). \quad (1.8b)$$

Le taux de réaction stellaire à une température donnée se calcule par une moyenne de $\mathfrak{R}(v)$ sur la distribution de Maxwell-Boltzmann, soit^[23] :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}(T) &= \int \mathfrak{R}(v) dn_a dn_X \\ &= N_a N_X \langle \sigma v \rangle, \end{aligned} \quad (1.9a)$$

avec :

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty \int_0^\infty \phi(v) \phi(V) \sigma(v) v dv dV, \quad (1.9b)$$

où V est la vitesse de l'espèce X dans le site stellaire, régie elle aussi par la même distribution.

Si μ est la masse réduite de la paire (a, X) , on obtient^[23] :

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty \sigma(E) E \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dE, \quad (1.9c)$$

écrite en fonction de $S(E)$, l'expression (1.9c) devient^[23] :

$$N_A \langle \sigma v \rangle = N_A \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty S(E) \exp\left(-\frac{b}{\sqrt{E}} - \frac{E}{k_B T}\right) dE. \quad (1.9d)$$

Notons bien que pour les étoiles dégénérées ou relativistes (les trous noirs, les naines blanches et les étoiles à neutrons dont les densités sont très importantes $> 10^{14} \text{ g/cm}^3$), d'autres distributions de vitesse, décrivant l'état statistique du site stellaire seront utilisées et adoptées dans le calcul des taux de réaction. Ainsi, les expressions qu'on vient de détailler se restreindront aux étoiles non relativistes et non dégénérées.

1.7.2. Zone de Gamow :

L'exponentielle sous l'intégrand de l'expression (1.9d) prend ses valeurs les plus importantes dans une gamme d'énergie dite de Gamow et son maximum est situé à : « l'énergie de Gamow » : E_0 , donnée par^[23] :

$$E_0 = \left(\frac{1}{2} b k_B T \right)^{2/3} = 1.22 \left(Z_1^2 Z_2^2 \mu T_6^2 \right)^{1/3} \text{ keV}. \quad (1.10a)$$

En la comparant à une gaussienne, on attribue à cette exponentielle une largeur Δ donnée par^[23] :

$$\Delta = \frac{4}{\sqrt{3}} (E_0 k_B T)^{1/2} = 0.749 \left(Z_1 Z_2 \mu T_6^5 \right)^{1/6} \text{ keV}. \quad (1.10b)$$

Les énergies pour lesquelles le taux de réaction prend des valeurs dominantes à une température donnée, sont en général incluses dans l'intervalle $E_0 - \Delta/2 < E < E_0 + \Delta/2$.

Chapitre 2

Mesures et analyses antérieures, présentation et discussions

2.1. Introduction :

Les réactions exothermiques, ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be} : Q = 0.5591 \text{ MeV}$ et ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li} : Q = 2.1261 \text{ MeV}$, ont exceptionnellement de grandes sections efficaces aux basses énergies, et montrent une forte résonance dans la section efficace totale à environ 330 keV, et qui correspond à un niveau 1^- situé à l'énergie d'excitation $E_{ex} = 6.883 \text{ MeV}$ dans le noyau composé impliqué ${}^{10}\text{B}$. Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction générale, la connaissance des sections efficaces de ces réactions est importante pour le calcul des abondances des éléments légers LiBeB dans les nucléosynthèses primordiale (big bang) et stellaire. Les abondances élémentaires résultant de ces processus sont très sensibles aux valeurs des sections efficaces. Cependant, ces dernières aux énergies stellaires sont méconnues (mesures expérimentales difficiles voire impossibles), si bien que le calcul des abondances devienne incertain. Pour ces raisons, ces réactions ont fait l'objet de plusieurs investigations expérimentales, et la mesure de leurs sections efficaces totales et des distributions angulaires a été effectuée par plusieurs groupes. Dans le domaine des énergies de protons $E_p \leq 700 \text{ keV}$, deux ensembles de résultats sont disponibles dans la littérature : celui de Sierk et Tombrello^[1] et, plus récemment celui du groupe de Munster (Zahnow et al.^[2]). Chacun de ces deux groupes d'auteurs a affecté d'une analyse théorique ses mesures. Mais les deux approches étaient différentes pour en ce qui concerne les mécanismes de réaction. Sierk et Tombrello^[1] ont fait une analyse en matrice R, tandis que le groupe de Zahnow et al.^[2]

l'ont faite, en supposant l'interférence d'une seule résonance décrite par une forme de type Breit et Wigner avec un fond constant d'interaction directe. D'autre part, une analyse des mêmes données expérimentales a été publiée plus récemment (2001) par Barker et Kondo^[3] ; c'est une analyse par la théorie de la matrice R qui ne fait pas appel aux réactions de transfert direct.

2.2. Mesures et analyse de Sierk et Tombrello :

2.2.1. Mesures expérimentales :

Un accélérateur électrostatique du type **Van de Graff** de 700 KV (du Kellogg Radiation Laboratory, USA) a été utilisé pour produire des faisceaux d'ions d'hydrogène H^+ , H_2^+ , H_3^+ . La calibration de la machine a été assurée par l'observation des résonances dans les réactions suivantes :

1. la résonance à 163 keV dans la réaction $^{11}B(p,\gamma)^{12}C$ avec les faisceaux de H^+ , H_2^+ ,
2. les résonances à 227, 340 et 484 keV dans la réaction $^{19}F(p,\alpha\gamma)^{16}O$ avec le faisceau de H_3^+ . Pour l'étude des réactions $p+^9Be$, trois espèces d'ions ont été utilisées : H_3^+ pour des énergies de protons dans une gamme allant de 30 à 70 keV, H_2^+ dans une gamme de 60 à 220 keV, et H^+ dans une gamme allant de 140 à 700 keV. Deux détecteurs à barrière de surface en Si étaient placés à l'intérieur d'une chambre de diffusion sous vide avec un angle solide de **10^{-2} sr** chacun. La pression dans la chambre constamment contrôlée, était moins de 1×10^{-5} Torr pendant toute la durée de l'expérience. Deux types de cibles ont été utilisées :
 - Pour les énergies de 30 à 200 keV, une cible solide de 9Be d'épaisseur $6 \mu g/cm^2$ évaporé sous vide sur une feuille de Tantale de 0.25 mm d'épaisseur. Avec cette cible, les détecteurs ont été protégés des protons diffusés élastiquement par des feuilles de Nickel commerciales de $0.625 \mu m$, qui arrêtaient complètement les protons d'énergie inférieure à 150 keV.
 - Pour des énergies plus élevées, des cibles de 9Be de $15 \mu g/cm^2$ évaporé sous vide sur des feuilles minces commerciales de ^{12}C . Elles ont été montées sur des cadres de Tantale avec des ouvertures de 1 cm de diamètre.

Toutes les fonctions d'excitation mesurées ont été normalisées à une énergie choisie. Une normalisation absolue a été faite en comparant le taux de comptage de la réaction à celui de la diffusion de Rutherford des particules α dans les mêmes conditions expérimentales.

2.2.2. Données des sections efficaces :

Les sections efficaces totales des deux voies de réaction ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$ mesurées par ces auteurs, sont données dans les figures 2.1, 2.4 et 2.5 en terme des facteurs astrophysiques correspondants.

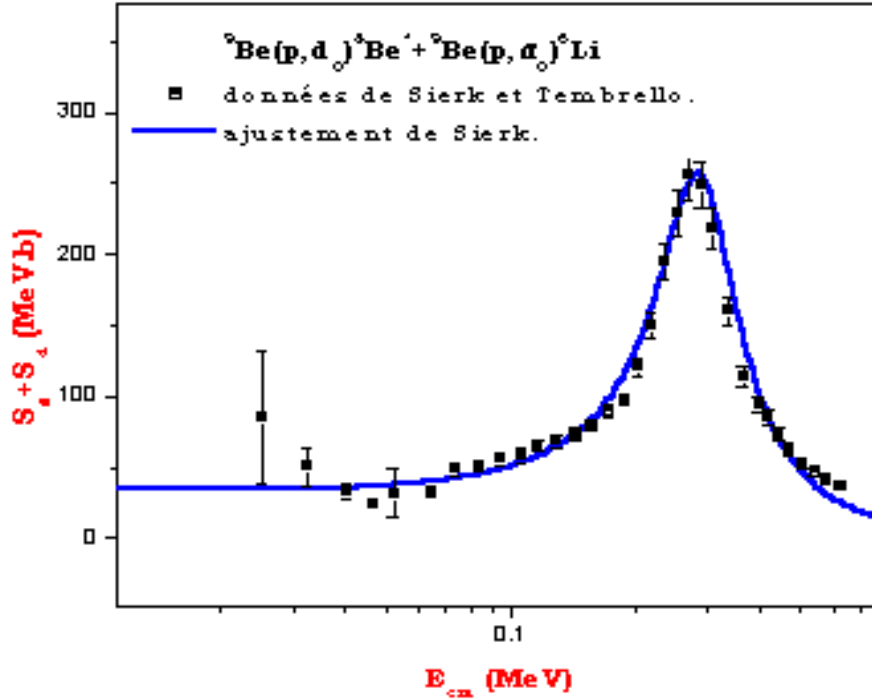


Fig 2.1. Ajustement de Sierk et Tombrello^[1] du facteur astrophysique de destruction du ${}^9\text{Be}$ par des protons, donné par la somme ${}^9\text{Be}(p,d) + {}^9\text{Be}(p,\alpha)$.

Les distributions angulaires ont été également mesurées^[1] pour les deux voies et normalisées par rapport à $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{cm} = 90^\circ)$ (voir les figures 2.2 et 2.3), elles ont été ajustées par des développements en polynômes de Legendre, comme suit :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)(\theta) / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)(90^\circ) = 1 + a_1 P_1(\cos\theta) + a_2 P_2(\cos\theta) \quad (2.1)$$

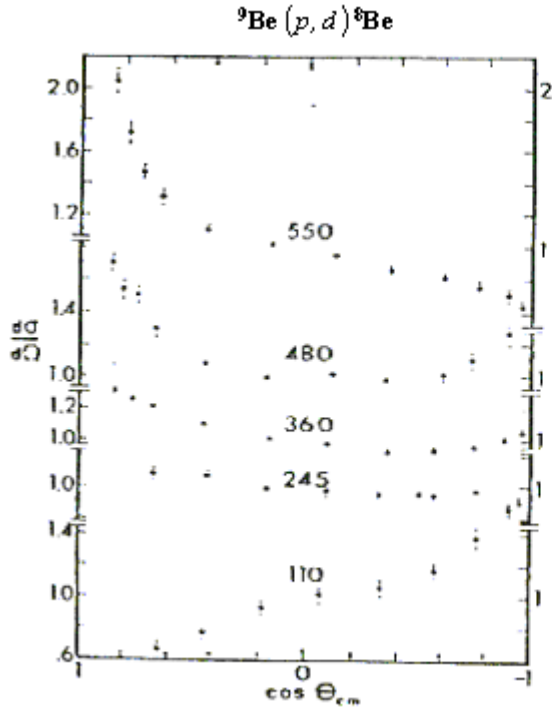


Fig 2.2. Distributions angulaires de Sierk et Tombrello^[1] de la voie de réaction ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$ normalisées à $\theta_{cm} = 90^\circ$ pour les énergies protons 550, 480, 360, 245 et 110 keV.

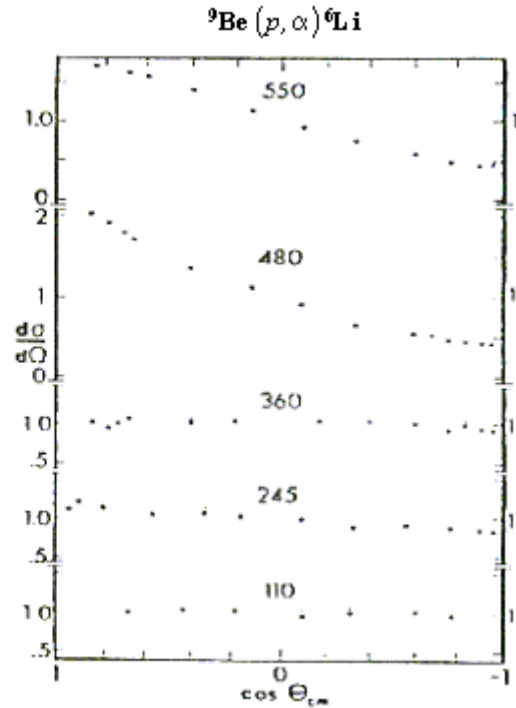


Fig 2.3. Idem, mais pour la voie de réaction ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$.

Pour des réactions nucléaires à basse énergie où l'anisotropie n'est pas forte, ces développements s'étendent en général jusqu'à l'ordre 2, avec des coefficients : $a_0 = 1$, $a_L \ll 1$ pour $L \geq 3$. Ainsi, les sections efficaces totales peuvent être données par:

$$\sigma(E) = 4\pi \left(1 - \frac{a_2}{2a_1} \right)^{-1} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\theta_{cm}=90^\circ} \quad (2.2)$$

2.2.3. Analyse théorique :

Les sections efficaces différentielles ont été calculées en utilisant la matrice T (tirée de la théorie de la matrice R) et des théories des réactions directes. D'abord, pour les réactions directes, Sierk et Tombrello^[1] calculent la section efficace pour un pick-up coulombien dans le cas de la voie ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$. Ils trouvent $\sigma_{th} \leq \frac{1}{1000} \sigma_{exp}$ au voisinage de la résonance à $E_p = 300$ keV. La section efficace σ_{th} calculée, chute avec l'énergie comme σ_{exp} . Par

conséquent l'interférence d'une composante de l'interaction directe avec une celle du noyau composé n'est pas fiable pour expliquer les fonctions d'excitations^[1] (voir les figures 2.4 et 2.5). Pour la voie (p, α) , la section efficace de pick-up coulombien est encore plus petite que celle calculée pour la voie (p, d) , ce qui rend l'hypothèse d'interaction directe inopérante. C'est pour ces raisons, que Sierk et Tombrello^[1] ont adopté la démarche d'une analyse en matrice R en considérant 3 niveaux du noyau composé ^{10}B . Les paramètres des voies et des niveaux déduits de cette analyse sont rassemblés dans le tableau 2.1 ci-dessous.

Tableau 2.1. [Paramètres de l'ajustement de Sierk et Tombrello^[1]].

E_R (MeV)	J^π	voie	R_c (fm)	ℓ	s	$\gamma_{\lambda c}$ (MeV ^{1/2})	$\theta_{\lambda c}^2$
0.310	1^-	p	7.4	0	1	0.65	0.34
		p	7.4	2	1	0.50	0.26
		p	7.4	2	2	0.51	0.26
		d	8.0	1	1	0.28	0.15
		α	8.4	1	1	0.15	0.055
		p	7.4	1	1	0.10	0.01
-0.020	2^+	p	7.4	3	1	0.10	0.01
		p	7.4	1	2	0.11	0.01
		p	7.4	3	2	0.11	0.01
		d	8.0	2	1	0.50	0.60
		α	8.4	2	1	-0.50	0.006
0.410	1^+	p	7.4	1	1	0.60	0.3
		p	7.4	1	2	-0.61	0.3
		p	7.4	3	2	0.20	0.1
		d	8.0	0	1	0.40	0.3
		d	8.0	2	1	1.00	0.75
		α	8.4	0	1	0.20	0.1
		α	8.4	2	1	0.01	0.005

Les ajustements de $S_{BN}(E)$ avec les paramètres du tableau 2.1, des voies $^9\text{Be}(p, d)$, $^9\text{Be}(p, \alpha)$ et leur somme $(p, d) + (p, \alpha)$, sont présentés sur les figures 2.4, 2.5 et 2.1 respectivement. La dernière figure représente le facteur astrophysique de destruction du ^9Be par des protons.

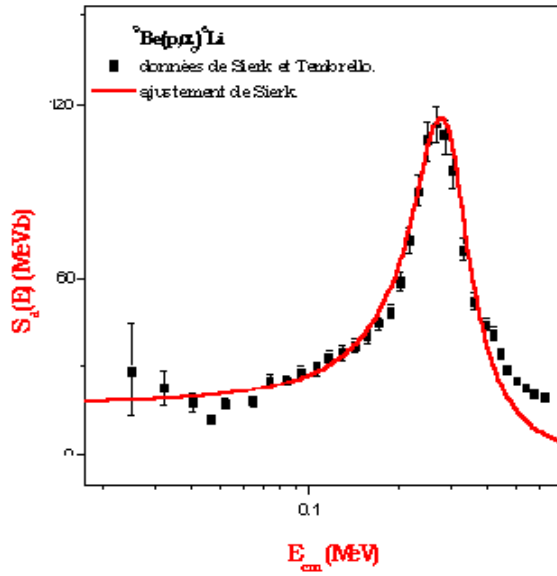


Fig 2.4. Ajustement de Sierk et Tombrello^[1] de la voie de réaction ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ à partir des paramètres du tableau 2.1. d'une analyse en matrice R.

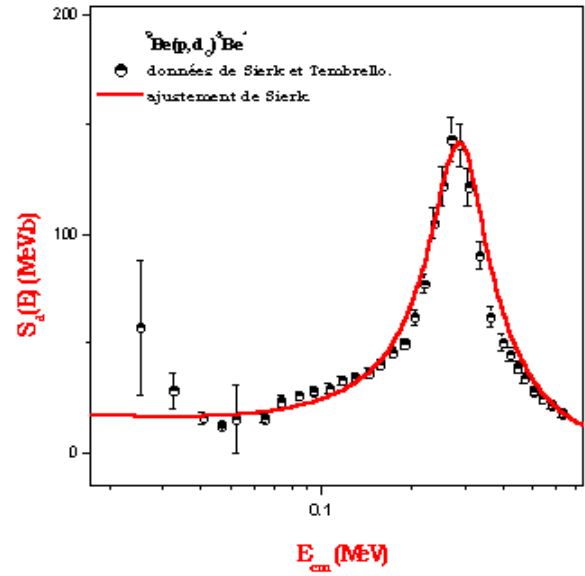


Fig 2.5. Idem, mais pour la voie de réaction ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$.

2.2.4. Procédure d'ajustement :

Les paramètres de cet ajustement^[1] ont été déterminés en 3 étapes :

1. Introduction de la 1^{ère} résonance à $E_R = 310$ keV, $J^\pi = 1^-$ pour ajuster approximativement la section efficace totale dans le domaine de 50 à 400 keV.
2. Introduction de la 2^{ème} résonance à $E_R = -20$ keV du niveau sous le seuil $J^\pi = 2^+$ pour affiner l'ajustement vers les basses énergies $E_p \leq 50$ keV.
3. Introduction de la 3^{ème} résonance à $E_R = 410$ keV, $J^\pi = 1^+$ pour terminer l'ajustement dans le domaine restant de 400 à 700 keV.

2.2.5. Discussions :

A cause du nombre élevé des paramètres de résonance et du nombre des résonances elles-mêmes, un ajustement adéquat de $S_{BN}(E)$ n'est pas atteint par ces auteurs, qui tentaient de rendre compte qualitativement des caractéristiques de résonance du noyau composé ${}^{10}\text{B}$. La résonance à $E_p = 330$ keV a été identifiée antérieurement sans doute pour ces caractéristiques $J^\pi = 1^-$ très concordantes à partir de plusieurs analyses anciennes^[27] ou plus

récentes^[2, 3], la parité négative résultant de sa formation par des ondes s ($\ell = 0$). En maintenant cette parité, une autre valeur de spin $J = 2$ a été proposée^[1], mais elle produit des sections efficaces très en dessous des points expérimentaux. La difficulté majeure pour ces deux réactions est de reproduire les sections efficaces totales dans le domaine d'énergie $E_p = 50$ à 100 keV. Ainsi, Sierk et Tombrello^[1] ont adopté des valeurs des rayons de voies, $r_0 = 2$ à 3 fm, plus grandes que celles calculées par le modèle nucléaire standard ($r_0 = 1.20$ à 1.80 fm), postulant que le neutron de ${}^9\text{Be}$ gravite plus loin sur sa propre orbite autour du cœur ${}^8\text{Be}$. Cette hypothèse est très grossière. D'autre part, il n'y a pas de raison particulière de prendre les rayons des autres voies $d+{}^8\text{Be}$ et $\alpha+{}^6\text{Li}$ (indépendantes de la voie proton), aussi grands^[0]. Le niveau sous le seuil à $E_R = -20$ keV a été observé dans les réactions ${}^9\text{Be}({}^3\text{He}, d){}^{10}\text{B}$ ^[28, 5] et ${}^9\text{Be}(d, n){}^{10}\text{B}$ ^[28] et dans la diffusion élastique des α sur ${}^6\text{Li}$ ^[28]. Une parité positive a été attribuée par Forsyth et al. ^[29] à ce niveau de ${}^{10}\text{B}$ à $E_{ex} = 6.56$ MeV, en étudiant la réaction ${}^9\text{Be}({}^3\text{He}, d){}^{10}\text{B}$ avec $J = 1, 2, 3$. Toujours pour ce niveau, une analyse par Meyer et al. ^[30] de la diffusion élastique ${}^6\text{Li}(\alpha, \alpha)$ a permis d'assigner à ce niveau une parité négative avec $J=2$ ou 4 . Concernant le niveau à $E_R = 410$ keV, plusieurs caractéristiques J^π ont été proposées ($1^+, 2^+$ et 3^+) supposant une parité positive, la valeur $J^\pi = 1^+$ étant préférée. Enfin les caractéristiques $J^\pi = 3^+$ ont été proposées dans le travail de Connors et al. ^[27] (pour le niveau à $E_R = 410$ keV).

Avec les hypothèses de cette analyse^[1], les ajustements du facteur astrophysique rapportés sur les figures 2.4 et 2.5 ont été obtenus. On remarque qu'ils ne reproduisent pas les données de façon satisfaisante. Les deux voies n'ont pas été bien ajustées séparément, par contre leur somme présentée sur la figure 2.1 paraît bien reproduite. L'effet d'écran électronique n'a pas été étudié^[1], et le facteur astrophysique, $S_{BN}(0)$, à l'énergie zéro a été estimé égal à 35^{+45}_{-15} MeV.b pour la somme des deux voies. Mais cette valeur est incertaine. Pour chaque voie ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$ ou ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ prise séparément, nous avons évalué la quantité $S_{BN}(0)$ au moyen de notre programme de la matrice R en y introduisant les paramètres de niveaux obtenus par ces auteurs (voir tableau 3.10) plus loin.

2.3. Mesures et analyse de Zahnow et al.^[21] :

2.3.1. Mesures expérimentales :

Les accélérateurs de 100 KV et 400 KV du laboratoire Dynamitron Tandem de l'université de Bochum délivraient des faisceaux d'ions d'hydrogène H^+ , H_2^+ et H_3^+ d'énergie $E_p = 25$ keV à 400 keV. Le courant du faisceau d'ion H_3^+ était environ $600 \mu\text{A}$ aux basses énergies et $\sim 1 \mu\text{A}$ aux plus hautes énergies. Des détecteurs PIPS (Passivated implanted Silicon detector) en Silicium de 600 mm^2 de surface active et $100 \mu\text{m}$ d'épaisseur efficace étaient placés dans une chambre à diffusion ORTEC (sous une pression $\leq 7 \times 10^{-7}$ mbar), aux angles $\theta = 60^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 135^\circ$, et 150° par rapport à la direction du faisceau incident, à une distance de 155 mm du centre de la chambre. Pour arrêter le flux de protons diffusés élastiquement, les détecteurs ont été couverts de feuilles de mylar de 1.2, 2.4 et 3.6 mm d'épaisseur à $E_p = 25$ à 190, 170 à 320 et 320 à 398 keV, respectivement. Les angles solides ont été déterminées en se servant de la réaction ${}^7\text{Li}(p, \alpha){}^4\text{He}$ dont les distributions angulaires sont connues^[26].

2.3.2. Données des fonctions d'excitation et des distributions angulaires :

Les fonctions d'excitation mesurées^[21] sont données sur la figure 2.9 en terme du facteur astrophysique. Les distributions angulaires $W(E, \theta)$ (cf. équation 3.11) ont également été mesurées^[21] et données sur la figures 2.8. **Les ajustements présentés sur cette figure ont été faits par des développements en séries de polynômes de Legendre d'ordre 1**, excepté à l'énergie $E_p = 390$ keV pour la voie (p, d) où $L_{max} = 2$. Ces développements permettent d'estimer la valeur du moment angulaire maximal contribuant à la formation des résonances.

2.3.3. Analyse théorique et discussions :

Les fonctions d'excitation des réactions ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$, ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ ont été paramétrisées en utilisant l'expression suivante pour calculer le facteur astrophysique $S_{BN}(E)$ des noyaux nus (**bare nuclie**) :

$$S_{BN}(E) = S_R(E) + S_D(E) + 2(\text{signe}) [S_R(E) X_D S_D(E)]^{1/2} \cos(\delta_R) \quad (2.3)$$

où S_R représente le facteur astrophysique calculé à partir de la résonance à $E_R = 319$ keV ($J^\pi = 1^-$) par une simple formule de Breit et Wigner^[13], δ_R est le déphasage résonnant, défini par la relation :

$$\delta_R = \arctan\left(\frac{\Gamma_R}{2(E - E_R)}\right) \quad (2.4)$$

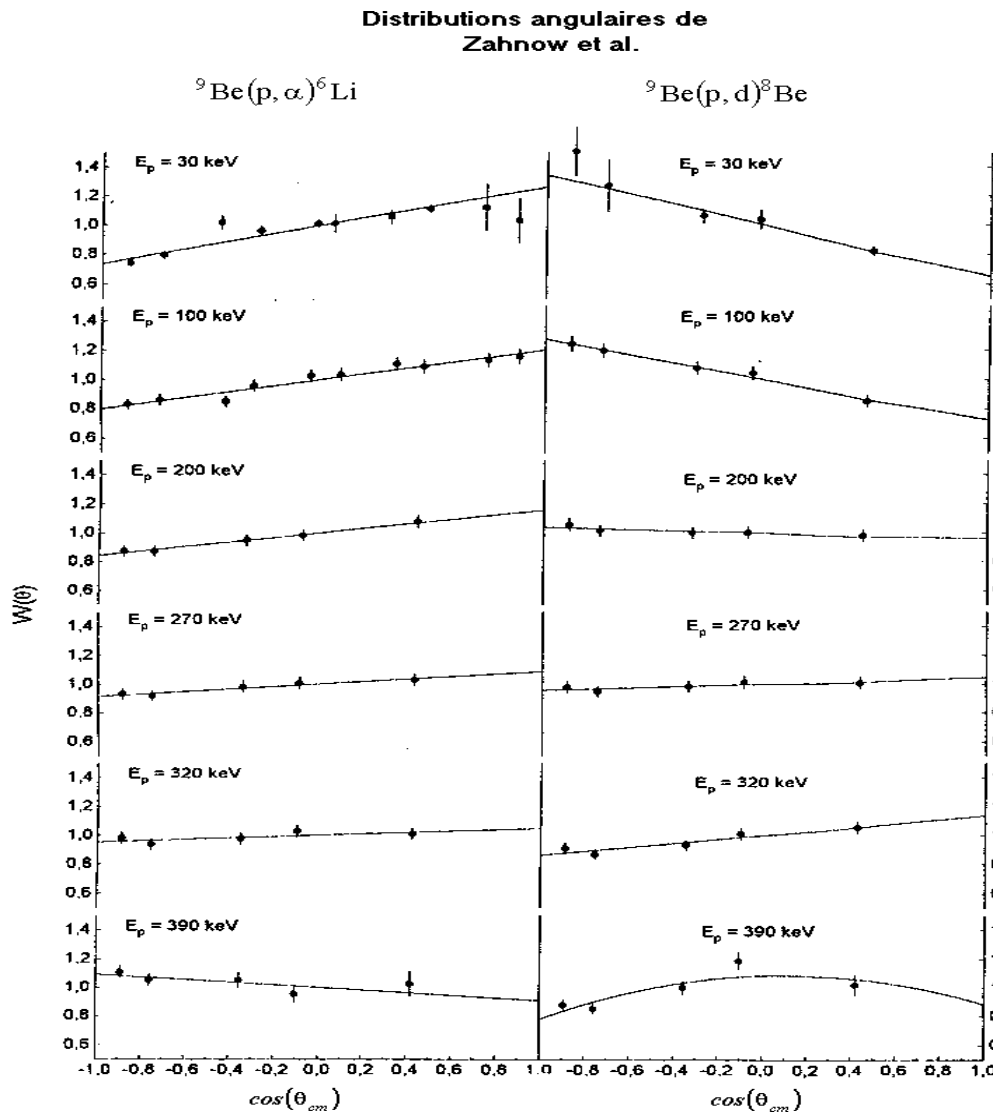


Fig 2.8. Distributions angulaires de Zahnw et al.^[2], des deux voies : (p, α) à gauche et la (p, d) à droite, ajustées par des développements en séries de polynômes de Legendre d'ordre 1, excepté à l'énergie $E_p = 390$ keV pour la voie (p, d) où $L_{max} = 2$.

X_D : représente la fraction de la section efficace (non résonnante) du processus direct, qui interfère avec la résonance précédente. S_D : représente la composante d'interaction directe supposée^[2] indépendante de l'énergie dans tout le domaine d'analyse $E_p \leq 700$ keV. Cette hypothèse est avancée sans réelle justification physique, à notre avis. Toutefois, l'introduction d'une telle composante facilite l'analyse des données expérimentales. Finalement, pour tenir compte du facteur d'écran électronique aux très basses énergies, l'expression suivante a été utilisée :

$$S_s(E) = \exp(\pi\eta U_e / E) S_{BN}(E) \quad (2.5)$$

Avec ces hypothèses, les paramètres libres dans cette analyse^[2] étaient : E_R , $\Gamma_{\alpha R}$, Γ_{dR} , S_D , X_D , *signe* et U_e . Sur la figure 2.9 sont présentés les ajustements de Zahnow et al.^[2] du facteur astrophysique. Les données expérimentales (points) sur ces figures correspondent au choix de Zahnow et al.^[2] de sorte que les points de Sierk et Tombrello^[1] en dessous de 345 keV aient été omis ; seuls sont gardés les 10 points de ces auteurs de $E_p = 345$ à 700 keV, en plus des 33 points de Zahnow et al.^[2] entre 15 à 330 keV. La question de la normalisation entre ces deux ensembles de points ne se pose plus.

La même procédure de paramétrisation a été adoptée pour les distributions angulaires, utilisant, cette fois, une formule approximative donnant les coefficients du développement en séries de polynômes de Legendre des distributions angulaires :

$$\frac{a_1(E)}{a_0(E)} = \left\{ Y_{D1} S_D(E) + 2[S_R(E)Y_{D2} S_D(E)]^{1/2} \times \cos(\delta_R + \Phi) \right\} / S_{BN}(E) \quad (2.6)$$

où Y_{D1} représente la fraction du processus direct menant à une asymétrie arrière-avant (i.e ; causée par les ondes partielles s et p dans la voie d'entrée), et Y_{D2} représente la fraction de $S_D(E)$ interférant avec la résonance. La phase Φ décrivant le fond (supposée indépendante de l'énergie) pourrait résulter des résonances éloignées.

Les ajustements obtenus dans cette analyse semblent être meilleurs (figures 2.9, 2.10 et 2.11). Suivant les hypothèses de Zahnow et al.^[2], le fond continu d'interaction directe S_D , X_D , Y_{D1} , Y_{D2} et la phase Φ ont été pris constants sans justification physique particulière. Le rayon moyen $r_{0c} = 1.45$ fm a été fixé le même pour les 3 voies ; p, d et α . Les paramètres de la résonance considérée seront convertis en rapports d'embranchement et discutés au chapitre 3. L'effet d'écran électronique a été étudié et une valeur $U_e = (900 \pm 50)$ eV de l'énergie potentielle d'écran a été obtenue. Cette valeur est très élevée par rapport aux valeurs

prédites par les modèles atomiques (voir le tableau 3.12). Ce problème n'est pas nouveau^[2, 19]. Toutes les réactions de fusion étudiées révèlent que la valeur expérimentale estimée de U_e est toujours significativement plus élevée que la valeur prédite par les modèles. Ces différences ne sont pas comprises, à présent. Aussi, au vu de cette situation, une analyse améliorée des données expérimentales (par la matrice R) est-elle fortement souhaitable^[2].

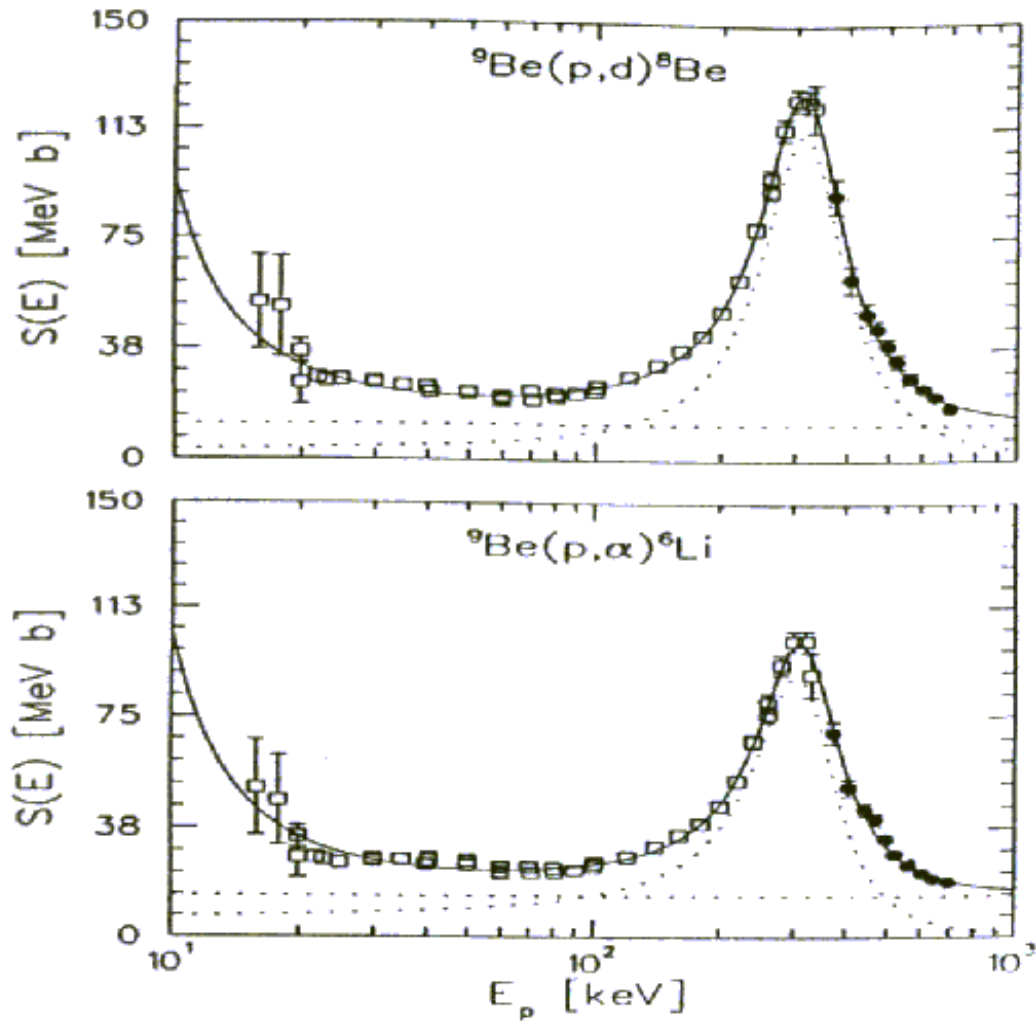


Fig 2.9. La courbe solide représente l'ajustement de Zahnov et al.^[2] pour les deux voies (p,d) et (p,α) avec la paramétrisation précédente (équation 2.6). Les courbes en traits pointillés représentent les contributions séparées : un pic de la résonance à $E_p = 319$ keV et un fond continu d'interaction directe, supposé constant.

Les paramètres correspondant aux meilleurs ajustements des fonctions d'excitation (en terme de facteur astrophysique) et des distributions angulaires (en termes des coefficients a_1/a_0) sont rassemblés dans le tableau 2.4 ci dessous.

Tableau 2.2. [Paramètres de Zahnow et al.^[2] comparés à ceux de la référence [4]].

Paramètres	Analyse de Zahnow et al. ^[2]	Réf [4]
	Fonctions d'excitation	
E_R (MeV)	336 ± 3	319 ± 6
Γ_R (MeV)	205 ± 6	133 ± 6
$\Gamma_{\alpha R}$ (MeV)	68 ± 2	≈ 50
Γ_{dR} (MeV)	90 ± 4	≈ 43
S_D (MeV.b)	$14.2 \pm 0.5^{(a)}$	
	$12.2 \pm 0.5^{(b)}$	
X_D (%)	$2.7 \pm 0.5^{(a)}$	
	$0.4 \pm 0.3^{(b)}$	
Signe	$(-)^{(a)}$	
	$(+)^{(b)}$	
U_e (eV)	900 ± 50	
	Distributions angulaires	
Y_{D1} (%)	$-7.8 \pm 9.0^{(a)}$	
	$-36 \pm 4^{(b)}$	
Y_{D2} (%)	$5.5 \pm 1.3^{(a)}$	
	$11 \pm 1^{(b)}$	
Φ (degré)	$46 \pm 6^{(a)}$	
	$-57 \pm 3^{(b)}$	

^(a): pour la voie ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$.

^(b): pour la voie ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}^*$.

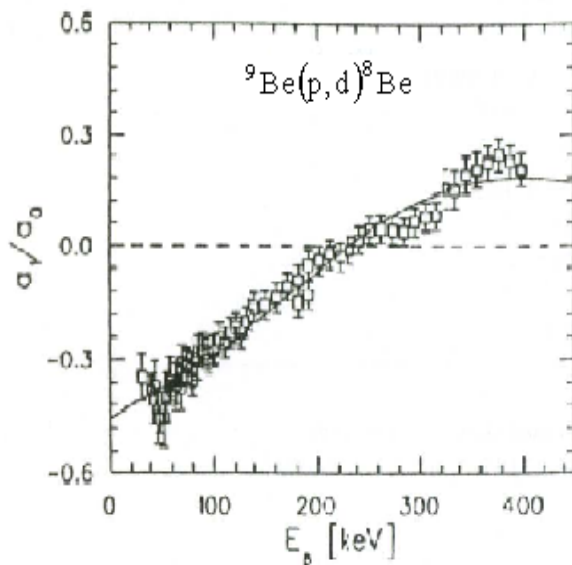


Fig 2.10. Ajustement de Zahnw et al. du rapport a_1 / a_0 pour la réaction ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$ en utilisant les paramètres du tableau 2.4.

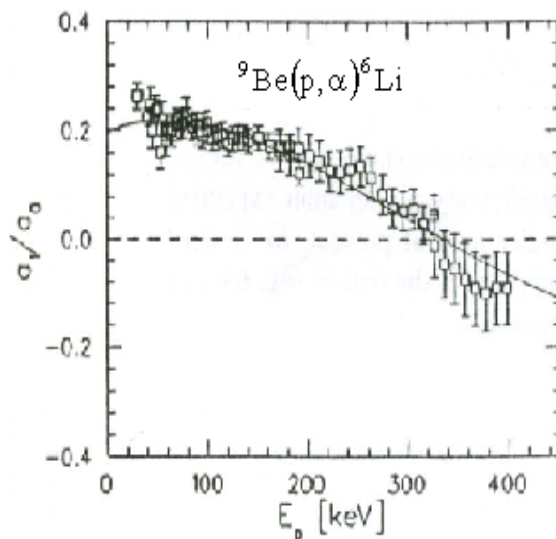


Fig 2.11. Idem, mais pour la voie de réaction ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$.

2.4. Autres Analyses récentes des données ($p+{}^9\text{Be}$):

2.4.1. Analyse de Barker et Kondo^[3] :

Ces deux auteurs ont tenté dans cette analyse^[3] d'adapter presque toutes les données antérieures^[1, 2, 31], en termes de niveaux du noyau composé ${}^{10}\text{B}$ dans le formalisme de la matrice R. D'après ces auteurs, les caractéristiques J^π attribuées précédemment^[4] aux niveaux correspondant au domaine des énergies protons $E_p \geq 700$ keV, ne favorisent pas leur contribution systématique aux sections efficaces de ces réactions. Pour cette raison, ils supposent des caractéristiques différentes pour certains niveaux : 1^- pour le niveau à $E_{ex} = 7.44$ MeV au lieu de 1^+ , et 2^- à $E_{ex} = 7.82$ MeV au lieu de 1^- .

L'ensemble des niveaux^[3] considérés par ces auteurs est rapporté dans le tableau 2.3. Les ajustements du facteur astrophysique avec ces paramètres sont présentés dans les figures 2.12a et 2.12b.

Tableau 2.3. [Paramètres correspondant au meilleur ajustement de Barker et Kondo^[3]].

J^π	λ	E_λ (MeV)*	$\gamma_{\lambda ps}$ (MeV ^{1/2})		$\gamma_{\lambda \alpha s}$ (MeV ^{1/2})			$\gamma_{\lambda ds}$ (MeV ^{1/2})		
			$s=1$	$s=2$	$l'=0$	$l'=1$	$l'=2$	$l'=0$	$l'=1$	$l'=2$
1 ⁻	1	0.311	1.375			0.294			0.623	
	2	0.938	0.675			-0.612			<u>2.155</u>	
2 ⁻	1	-0.032		0.124		0.214			0.713	
1 ⁺	1	-10.000	<u>3.459</u>	-0.266	0.627		-0.046	<u>3.143</u>		1.234
2 ⁺	1	0.363	-0.322	0.002			0.280			1.059
	2	10.000	<u>9.024</u>	<u>-13.985</u>			0.162			<u>-2.07</u>
3 ⁺	1	10.000		<u>2.566</u>			0.098			0.507

*: Energie caractéristique des niveaux exprimée en énergie de résonance.

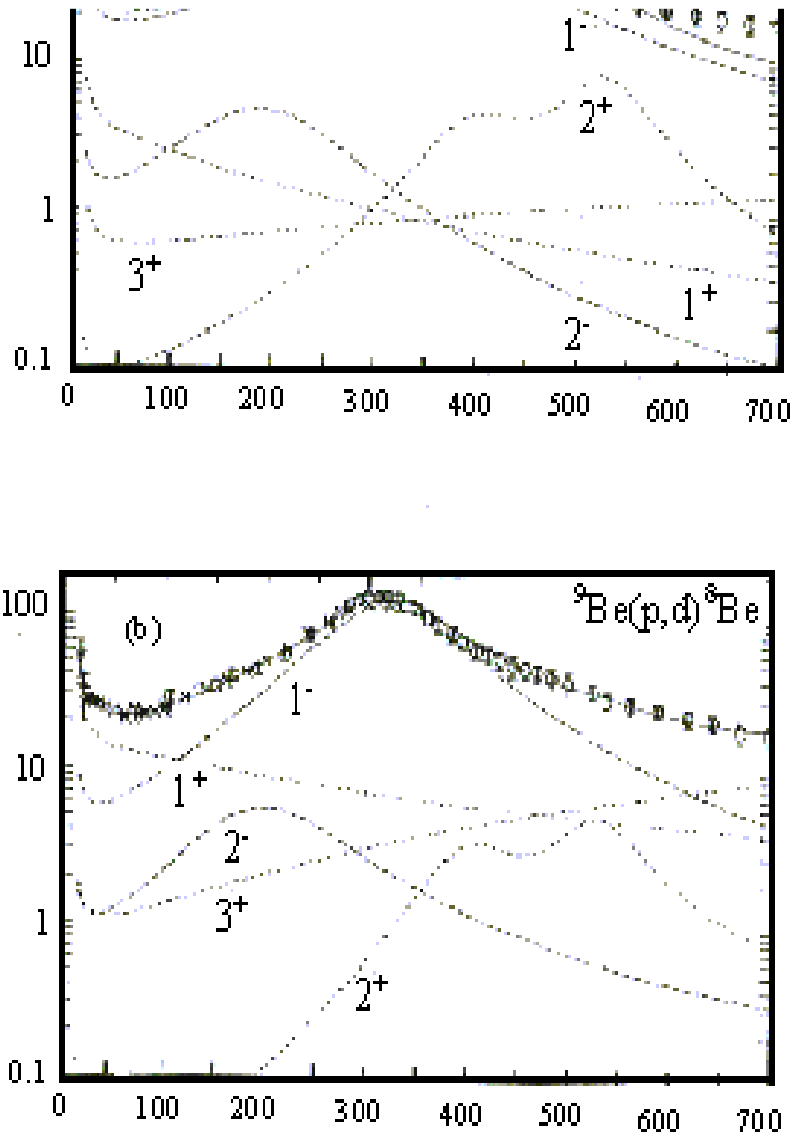
Les largeurs réduites soulignées, ne respectent pas la limite de Wigner comme signalé par Barker^[3].

Cette analyse^[3] implique donc deux niveaux 1⁻, deux niveaux 2⁺, un niveau 2⁻, un niveau 1⁺ et un niveau 3⁺. Parmi ces niveaux, le niveau 1⁺ à $E_R = -10$ MeV (en dessous du seuil, $E_{ex} = -3.41$ MeV) et les deux niveaux (2⁺, 3⁺) pris à $E_R = +10$ MeV ($E_{ex} = 16.58$ MeV) ont été traités comme des niveaux de fond avec des énergies d'excitation prises arbitrairement à 10 MeV^[3] au dessus ou en dessous du seuil. Les deux niveaux dominants dans le domaine d'analyse adopté ($E_p < 1.1$ MeV), sont :

- le niveau 1⁻ à $E_{ex} = 6.897$ MeV, avec une largeur observée $\Gamma_{tot}^0 = 178$ keV et les largeurs partielles: $\Gamma_p^0 = 55$ keV ($\Gamma_p^0 / \Gamma_{tot}^0 = 0.309$), $\Gamma_d^0 = 75$ keV ($\Gamma_d^0 / \Gamma_{tot}^0 = 0.421$), $\Gamma_\alpha^0 = 48$ keV ($\Gamma_\alpha^0 / \Gamma_{tot}^0 = 0.270$).
- le niveau 2⁺ à $E_{ex} = 6.949$ MeV, avec une largeur observée $\Gamma_{tot}^0 = 107$ keV et les largeurs partielles : $\Gamma_p^0 = 1$ keV ($\Gamma_p^0 / \Gamma_{tot}^0 = 0.009$), $\Gamma_d^0 = 42$ keV ($\Gamma_d^0 / \Gamma_{tot}^0 = 0.393$), $\Gamma_\alpha^0 = 64$ keV ($\Gamma_\alpha^0 / \Gamma_{tot}^0 = 0.598$).

Cette analyse^[3] comporte 7 valeurs des amplitudes de largeurs réduites $\gamma_{\lambda c}$ (considérées comme des paramètres libres) excédant les limites de Wigner (cf équ A.1c).

Fig 2.12. Ajustements de Barker et Kondo^[4] du facteur astrophysique des deux voies (avec les paramètres du tableau 2.4) : (a) pour la voie ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$, (b) pour la voie ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$. La contribution de chaque niveau individuel (J^π) est aussi indiquée.



Toutefois, des valeurs raisonnables des rayons de voies ont été adoptées dans cette analyse : $r_{0c} = 1.45$ fm pour les 3 voies (p, d, α). Elles sont similaires de celles prises par Zahnow et al.^[2] mais très différentes de celles adoptées par Sierk et Tombrello^[1] ($r_{0c} \sim 2.4 - 2.52$ fm). Les distributions angulaires ont été développées en séries de polynômes de Legendre, sans inclure des points de Sierk et Tombrello^[1] (valeurs trop élevées des rapports a_1/a_0 incohérentes avec celles de Zahnow et al.^[2], et de Brune^[31]). L'effet d'écran électronique a aussi été évalué, et une valeur de l'énergie potentielle d'écran $U_e = 806$ eV, très élevée par rapport aux prédictions théoriques^[9, 10, 11] (voir le tableau 3.11) en a été déduite. Le facteur astrophysique à l'énergie zéro a été estimé à $S(0) = 16.9$ MeV.b pour la voie ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$, et à 15.1 MeV.b pour la voie ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}^*$.

2.4.2. Analyses de la réaction ${}^9\text{Be}(p, \gamma){}^{10}\text{B}$:

Les données de la capture radiative ${}^9\text{Be}(p, \gamma){}^{10}\text{B}$ ont aussi fait l'objet de 2 analyses récentes^[6, 7] visant à préciser les caractéristiques des niveaux excités situés au-dessus du seuil $p+{}^9\text{Be}$ selon deux approches différentes :

i). Analyse de Zahnow et al.^[6] :

Ces auteurs utilisent la même procédure d'ajustement^[2] que pour les deux voies (p, d) et (p, α) : interférence d'une composante d'interaction directe avec 3 résonances. Le fond direct S_D , les fractions X_{D1}, X_{D2}, X_{D3} de l'interaction directe avec les 3 résonances respectivement, et la phase Φ décrivant le fond nucléaire, ont tous été pris indépendants de l'énergie, pour ajuster le facteur astrophysique de la voie de réaction considérée. Les résultats^[6] sur les 3 résonances incluses, sont rapportés dans le tableau 2.4 ci-dessous :

Tableau 2.4.[Caractéristiques des 3 résonances d'après Zahnow et al.^[6]]

J^π	E_R (keV)	Γ_R (keV)
1^-	380 ± 30	330 ± 30
$2^{-(*)}$	989 ± 2	90 ± 2
$1^{-(*)}$	1450 ± 20	430 ± 30

* : Ces deux niveaux ne sont pas inclus dans notre analyse^[10].

ii). Analyse de Barker^[7] :

Cette analyse, faite en terme de niveaux du noyau composé, en utilisant l'approximation de Breit et Wigner, a conduit aux résultats suivants (tableau 2.5) :

Tableau 2.5.[Caractéristiques des 6 résonances d'après Barker^[7]].

J^π	λ	E_λ (MeV)	Γ^0 (keV)	Γ_p^0 / Γ^0
1 ⁻	1	0.284	144	0.264
	2	1.024	394	0.316
2 ⁻	1	0.824	70	0.275
	2	1.242	360	0.152
0 ⁺ (*)	1	0.974	3.1	1.000
2 ⁺	1	0.892	73	1.000

(*) : ce niveau n'est pas inclus dans notre analyse^[0], car il ne se décroît ni vers la voie d, ni vers la voie α (voir le tableau 3.5).

Les résultats de ces deux analyses (tableau 2.4, 2.5) vont être reportés au chapitre 3, afin de les comparer avec ceux trouvés dans ce travail^[0], et les autres tirés des différentes références.

2.4.3. Autres considérations :

Certains auteurs ont suggéré l'introduction de niveaux supplémentaires en plus de ceux rapportés dans la compilation de F. Ajzenberg-Selove^[4] (tableau 3.3). Ainsi, Balakrishnan et al.^[32] indiquent que des structures larges seraient à la base des deux niveaux à $E_{ex} = 6.56$ MeV ($E_R = -0.0257$ MeV) et $E_{ex} = 7.00$ MeV ($E_R = 0.414$ MeV). Neuendorffer et al.^[33] suggèrent une autre résonance large correspondant à $E_p = 680$ MeV, possible avec une parité positive. Dans leur analyse, Connors et al.^[27] incluent un niveau 2⁻ large à $E_p = 650$ keV et un autre niveau 1⁺ à $E_p = 375$ keV.

Chapitre 3

Analyse en matrice R, résultats et discussions

3.1. Introduction :

Les analyses antérieures ^[1, 2, 3] des réactions (p+⁹Be) ont été faites suivant des approches et des hypothèses différentes concernant les mécanismes de réaction et les caractéristiques des niveaux excités du noyau composé ¹⁰B. Pour tenter de lever les nombreux désaccords entre ces analyses, nous avons entrepris une ré-analyse en matrice R des données des réactions ⁹Be(p,α)⁶Li et ⁹Be(p,d)⁸Be dans le domaine d'énergie $E_p < 1.1$ MeV où le mécanisme du noyau composé nous semble plus favorisé par rapport à l'interaction directe. Cette analyse a été menée, compte tenu des résultats rapportés dans la compilation de F. Ajzenberg-Selove^[4] concernant les niveaux du noyau ¹⁰B, et en recherchant une valeur du potentiel d'écran électronique compatible avec les prédictions des modèles atomiques ($U_e \approx 230$ ^[9] eV, 346 ^[10] eV, 257 ^[11] eV), contrairement aux valeurs (expérimentales) excessives adoptées dans les analyses précédentes (900 ± 50 ^[2] eV, $U_e \sim 806$ ^[3] eV). Aussi, avons-nous cherché à obtenir des ajustements théoriques satisfaisants, à la fois des données des fonctions d'excitation de ces réactions (en terme du facteur astrophysique $S(E)$ et du facteur $R(E)$) et de celles des distributions angulaires $W(E, \theta)$ correspondantes en utilisant les mêmes paramètres physiques. Comme préliminaire à notre analyse, un calcul exact de la pénétrabilité $P_l(E, R)$ de la barrière coulombienne (cf, éq A.6b) et des facteurs de déplacement $D_l(E, R)$ (cf, éq A.6c) a été effectué. Pour mieux visualiser la partie nucléaire des sections efficaces, celles-ci ont été transformées en facteur astrophysique $S(E)$ et en facteur $R(E)$.

3.2. Calcul des pénétrabilités coulombiennes et des facteurs de déplacement :

3.2.1. Calcul des pénétrabilités :

La chute brutale de la section efficace $\sigma(E)$ aux très basses énergies et sa forte dépendance en énergie sont dues, pour les particules chargées, à la barrière coulombienne, dont le facteur $P_l(E, R)$ mesure la probabilité de pénétration pour une onde partielle de moment angulaire orbital l . L'expression de la pénétrabilité $P_l(E, R)$ est donnée en (A.6b) en termes des fonctions de Coulomb régulière et irrégulière $F_\ell(E, R)$ et $G_\ell(E, R)$ qui sont générées numériquement par le code FCB. Cette dernière peut aussi s'écrire, dans la représentation intégrale des fonctions de Coulomb^[12], sous la forme :

$$P_l(E, R) = \exp(-2\pi\eta)Q_l(E, R), \quad (3.1a)$$

$$\begin{cases} 2\pi\eta = \frac{b}{\sqrt{E}} \\ b = 0.989510 Z_1 Z_2 \sqrt{\mu} \end{cases}, \quad (3.1b)$$

avec $b = 3.768 \text{ MeV}^{1/2}$, pour les réactions $p+{}^9\text{Be}$.

L'expression (3.1a) montre la forte dépendance en E de P_l aux très basses énergies, soit :

$$\lim_{E \rightarrow 0^+} P_l(E, R) = \exp(-\infty) = 0. \quad (3.1c)$$

La fonction $Q_l(E, R)$, qui traduit la variation lente de P_l en énergie, peut être ajustée par un développement polynomial, soit :

$$Q_l(E, R) = \sum_{k=0}^K a_k^l(R) E^k + O(E^K), \quad (3.1d)$$

où les coefficients $a_k^l(R)$ dépendent du moment angulaire orbital l , de la valeur du rayon de voie (rayon nucléaire $R \equiv R_N$), de l'ordre K du développement et du domaine d'énergie choisi.

En association avec ce développement, on définit la fonction χ^2 :

$$\chi^2(K) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{i=N_p} [Q_l(E_i, R) - Q_{l,K}^{poly}(E_i, R)]^2, \quad (3.1e)$$

où N_p est le nombre de points pour lesquels le calcul de Q_l est effectué et

$Q_{l,K}^{poly} = \sum_{k=1}^K a_k^l(R) E^k$ est le développement polynomial correspondant.

Ainsi, pour les réactions $p+{}^9\text{Be}$ dans le domaine d'énergie $[10, 500]$ keV, pour des ondes $s(l=0)$, $r_0 = 1.40$ fm et $N_p = 30$ nous obtenons les résultats consignés dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1. [Ajustements polynomiaux de la fonction Q_0].

K	$a_k^0(R)$	$\chi^2(K)$
1	$a_0 = 51.23778$ $a_1 = -48.99084$	0.98312
2	$a_0 = 53.17687$ $a_1 = -71.2229$ $a_2 = 43.49132$	0.18784
3	$a_0 = 53.67317$ $a_1 = -82.22107$ $a_2 = 96.64097$ $a_3 = -69.31578$	0.13837
4	$a_0 = 54.36289$ $a_1 = -106.60574$ $a_2 = 305.40432$ $a_3 = -699.465$ $a_4 = 616.36282$	0.08169

On constate que plus l'ordre K du développement augmente plus la fonction χ^2 diminue reflétant un meilleur ajustement, voir la figure 3.1.

Pour ces réactions, nous avons également étudié la variation de la fonction Q_l avec le rayon de voie, donné par :

$$R = r_0 \left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right), \quad (3.1f)$$

en faisant varier le paramètre r_0 et pour une valeur fixée du moment angulaire orbital ($l=0$). On constate, d'après la figure 3.2 que plus le rayon de voie augmente plus la pénétrabilité exprimée en terme de Q_l diminue.

De même, la figure 3.3 rapporte la variation de Q_l pour différentes valeurs du moment angulaire orbital ($l=0, 1, 2, 3$) et pour une valeur fixée du rayon de voie ($r_0 = 1.40$ fm), dans le cas de ces réactions. Ainsi, les ondes de moment angulaire les plus faibles sont les plus pénétrantes de la barrière coulombienne et dominant donc la section

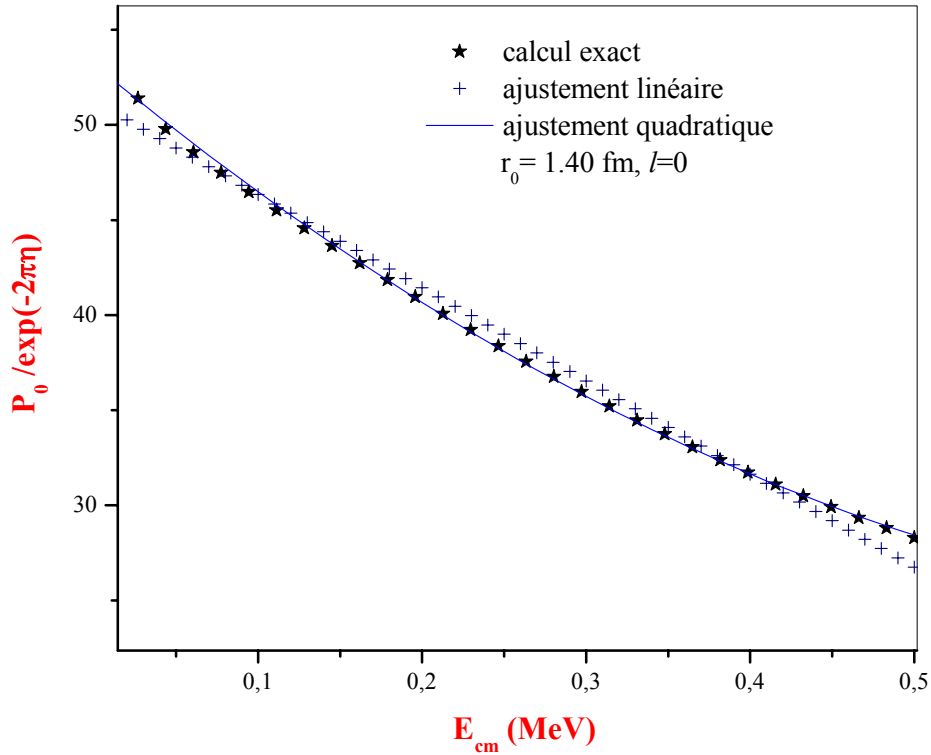


Fig. 3.1. Ajustements polynomiaux d'ordre 1 et 2, du rapport $Q_0 = P_0(E) / \exp(-2\pi\eta)$, avec $r_0=1.40$ fm pour la voie $p+{}^9\text{Be}$.

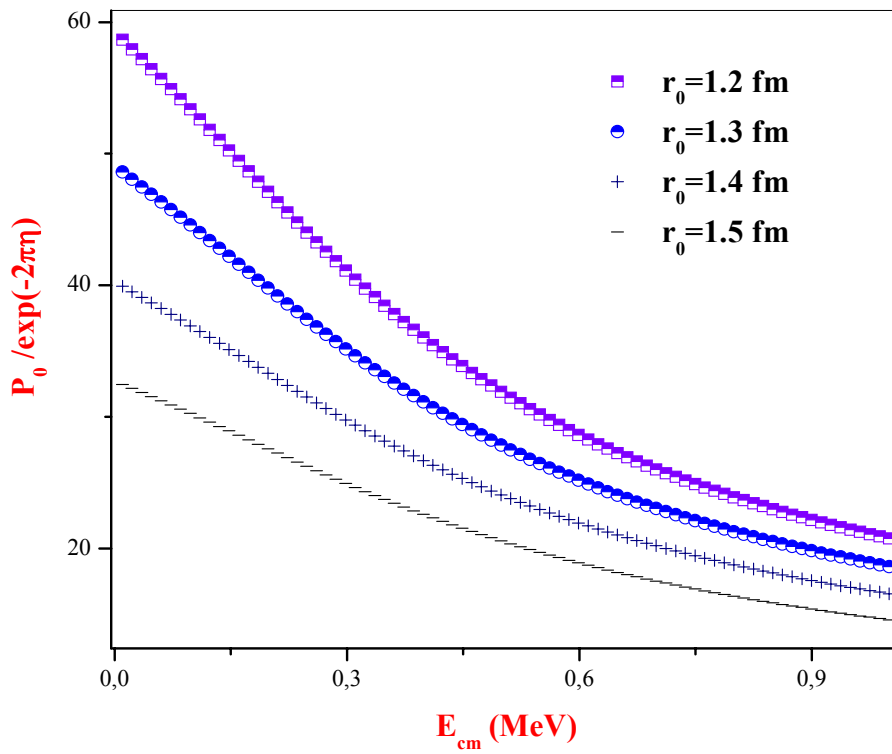


Fig. 3.2. Représentation en fonction de l'énergie et du paramètre r_0 , du rapport $Q_0 = P_0(E) / \exp(-2\pi\eta)$ pour des ondes s ($l=0$), pour la voie $p+{}^9\text{Be}$. Plus r_0 augmente la pénétrabilité diminue.

efficace de réaction. En conséquence, pour une résonance de caractéristiques de spin et parité J^π données, on doit retenir la valeur la plus faible du moment angulaire orbital l .

3.2.2. Calcul des facteurs de déplacement D_l :

Une résonance correspondant à un niveau excité d'énergie E_{ex} du noyau composé apparaît dans la fonction d'excitation à une énergie :

$$E_R = E_{ex} - E_{seuil}, \quad (3.2a)$$

où E_{seuil} est le seuil de la réaction dans le centre de masse ($E_{seuil} = M_a c^2 + M_X c^2 - M_{NC} c^2$ pour une voie de réaction $a + X \rightarrow NC$).

Mais la répulsion coulombienne à la surface nucléaire influe sur la position des pics de résonance à travers le déplacement de niveaux Δ , relié au facteur de déplacement D_l (cf, éqs. A.7d et A.6c de l'appendice A). En effet, l'énergie E_m , correspondant à un pic de résonance, diffère de l'énergie de résonance, soit :

$$E_R = E_m + \Delta_m, \quad (3.2b)$$

où Δ_m mesure la différence entre ces deux positions en énergie, et E_m (maximum de la fonction d'excitation, ici S(E)) est telle que :

$$\left[\frac{\partial S}{\partial E} \right]_{E=E_m} = 0. \quad (3.2c)$$

Les paramètres influençant Δ_m sont donc l'énergie de résonance E_R , la largeur de niveau Γ et les rapports d'embranchement $\frac{\Gamma_c}{\Gamma}$.

En illustration, nous présentons dans le tableau 3.2 les résultats d'un calcul effectué pour un niveau $J^\pi = 1^-$, obtenus en faisant varier E_R et Γ , et pour une valeur fixée des

rapports d'embranchement $\frac{\Gamma_p}{\Gamma_R} = \frac{\Gamma_d}{\Gamma_R} = \frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_R} = \frac{1}{3}$.

La variation du facteur de déplacement D_l en fonction de l'énergie, du rayon de la voie $p+^9\text{Be}$ et du moment angulaire orbital a été étudiée en adoptant $b_c = 0$ dans l'éq A.5c. Les résultats sont rapportés dans les figures 3.5 et 3.6.

Tableau 3.2. [Calcul de Δ_m (en keV) en fonction de E_R et Γ_{tot}].

		Γ_{tot} (MeV)			
		0.100	0.300	0.500	0.700
E_R (MeV)	0.300	4.47	14.11	19.48	22.66
	0.500	3.73	22.23	41.92	58.18
	0.700	2.65	19.66	44.39	70.52
	1.000	1.73	14.31	36.28	64.41

L'extrapolation du facteur de déplacement D_l (ou du déplacement de niveau Δ_λ) aux énergies négatives est indispensable dans le cas de notre analyse faisant intervenir un niveau sous le seuil de réaction ($E_R \approx -20$ keV).

L'énergie caractéristique E_λ , l'énergie de résonance E_R et le déplacement de niveau Δ_λ sont reliées par :

$$E_\lambda + \Delta_\lambda(E_R) - E_R = 0, \quad (3.3a)$$

où E_R est prise négative dans le cas d'un niveau sous le seuil.

Le calcul de E_λ nécessite donc celui de $\Delta_\lambda(E_R)$ pour un ensemble de paramètres de raccordement fixés, soit :

$$\Delta_\lambda(E_R) = -\sum_c D_c(E_R) \gamma_{\lambda c}^2. \quad (3.3b)$$

Ainsi, on peut déterminer la valeur de E_λ par deux approches différentes. La 1^{ère} consiste à évaluer les facteurs de déplacement D_c à des énergies positives, puis à les extrapoler jusqu'à l'énergie négative E_R de la résonance étudiée, en sommant comme dans l'éq 3.3b. Alternativement, on peut évaluer directement $\Delta_\lambda(E)$ à des énergies positives, que l'on peut ensuite extrapoler à l'énergie E_R négative de la résonance sous le seuil.

Le choix des paramètres de raccordement b_c étant arbitraire (dans l'approximation de Breit et Wigner), nous avons adopté, pour ce choix, l'expression:

$$\begin{cases} b_{\alpha l s}^{J^\pi} = \sum_\lambda f_\lambda^{J^\pi} S_{\alpha l s}(E_{R,\lambda}) \\ \sum_\lambda f_\lambda^{J^\pi} = I \end{cases}, \quad (3.3c)$$

pour un J^π fixé.

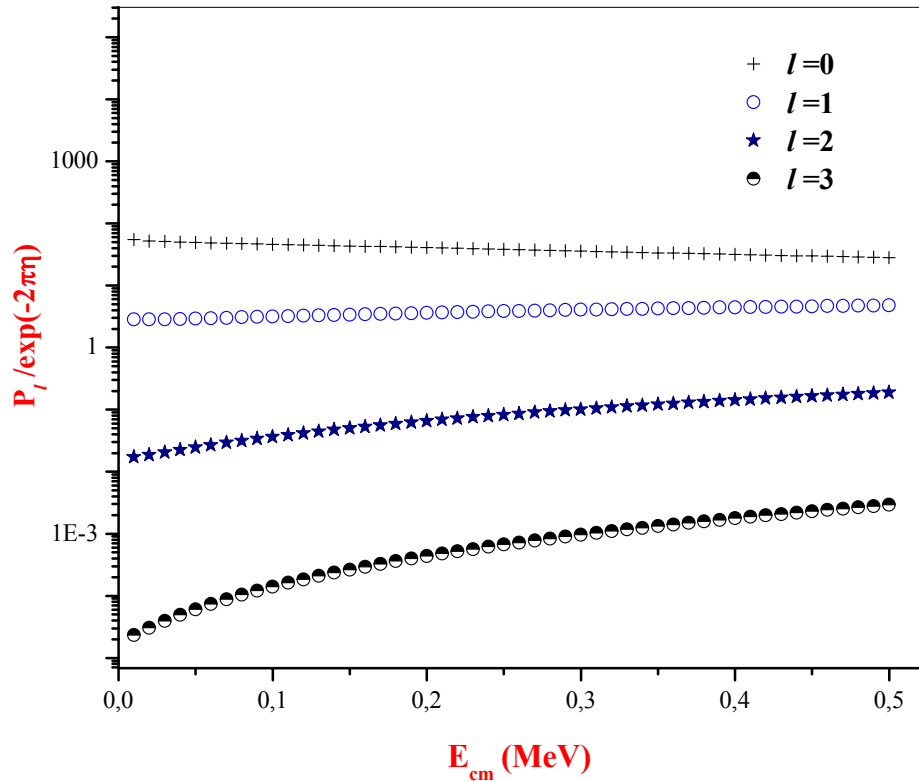


Fig 3.3. Représentation du rapport $Q_l = P_l / \exp(-2\pi\eta)$ à des valeurs différentes du moment angulaire orbital ($l=0, 1, 2, 3$) pour la voie $p+{}^9\text{Be}$ avec $r_0 = 1.40$ fm. Plus l augmente, la pénétrabilité diminue.

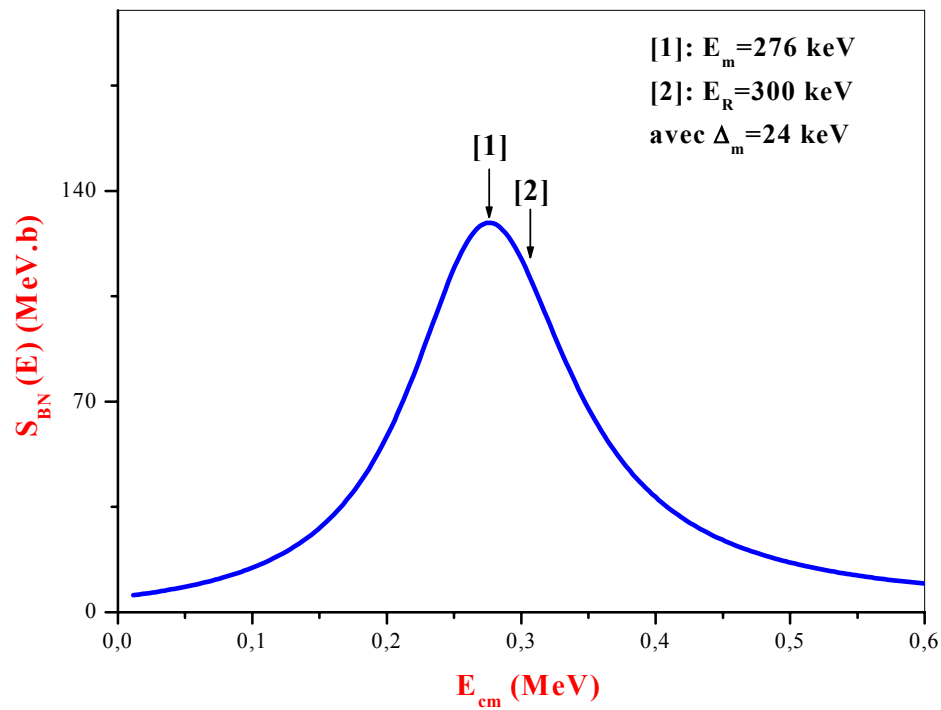


Fig 3.4. Une simple résonance de Breit et Wigner, pour la voie de réaction ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$, pour illustration du déplacement de niveau.

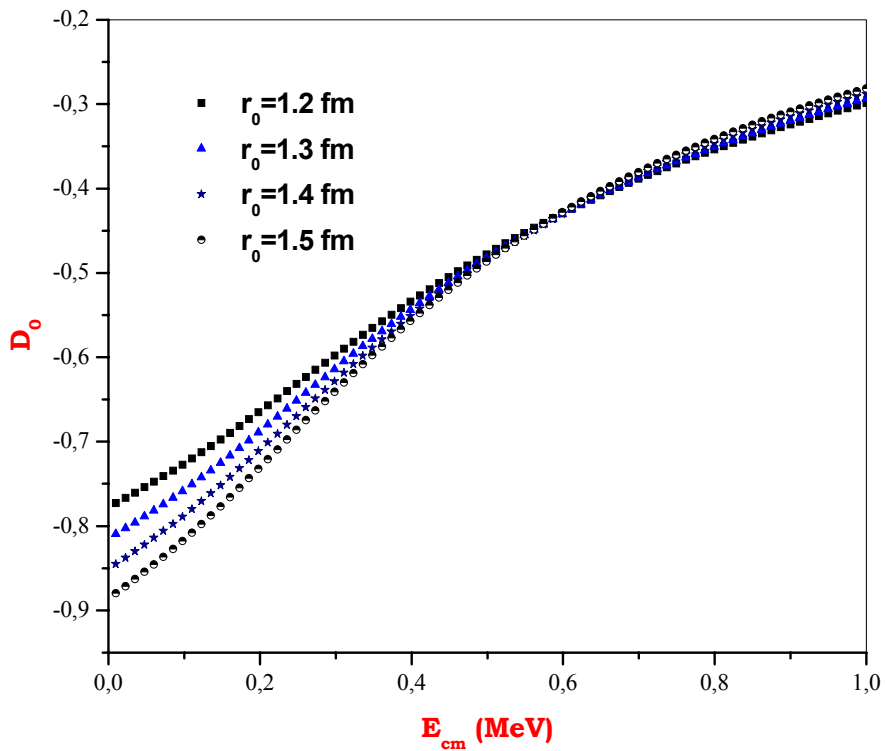


Fig 3.5. Calcul exact du facteur de déplacement D_0 ($l=0$) en fonction du paramètre r_0 , pour la voie $p+{}^9\text{Be}$.

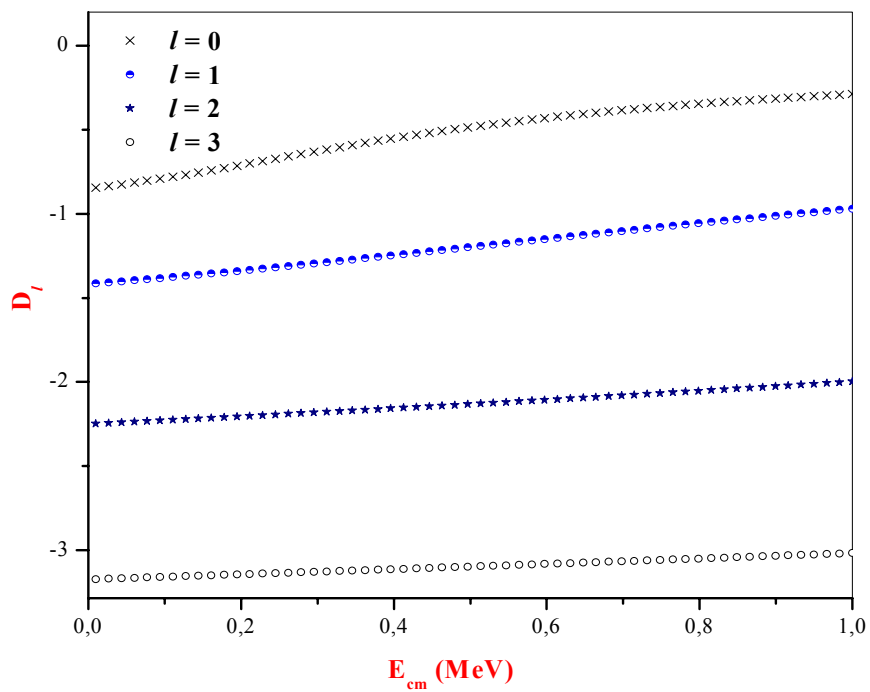


Fig 3.6. Calcul du facteur de déplacement D_l en fonction du moment angulaire orbital ($l= 0, 1, 2, 3$), pour la voie $p+{}^9\text{Be}$, avec $r_0 = 1.40$ fm.

Dans notre analyse nous avons adopté le choix $f_{\lambda}^{J^{\pi}} = \delta_{\lambda,1}$, pour avoir $E_{\lambda,1} = E_{R,1}$. Notons bien qu'avec ce choix, le calcul exact des éléments $A_{\lambda\lambda}$ de la matrice de niveaux (cf. appendice A), et dans le cas des deux voies de réactions ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ étudiées dans le domaine d'énergie $E_p \leq 1.1$ MeV, est très proche du calcul fait dans l'approximation de Breit et Wigner (cf, § B.3 de l'appendice B).

3.3. Propriétés des états excités du noyau ${}^{10}\text{B}$:

On présente dans le tableau 3.3 et dans la figure 3.7, le spectre des états excités du ${}^{10}\text{B}$ au voisinage du seuil de la voie d'entrée $p+{}^9\text{Be}$ ($E_{\text{seuil}} = 6.5857$ MeV) tiré de la compilation de F. Ajzenberg-Selove^[4].

Tableau 3.3. [Référence^[4]]

E_{ex} (MeV \pm keV)	E_R (MeV)	J^{π}	Γ_{cm}^0 (keV)
6.56 ± 1.9	-0.0257	(4) ⁻	25.1 ± 1.1
6.873 ± 5	0.2873	1 ⁻	120 ± 5
7.002 ± 6	0.4163	(1,2) ⁺	100 ± 10
7.430 ± 10	0.8443	2 ⁽⁻⁾	100 ± 10
7.467 ± 10	0.8813	1 ⁺	65 ± 10
7.478 ± 2	0.8923	2 ⁺	74 ± 4
7.5599 ± 0.6	0.9742	0 ⁺	2.65 ± 0.18
(7.67 \pm 30)	1.0843	(1 ⁺)	250 ± 20
7.819 ± 20	1.2333	1 ⁻	260 ± 30
8.07	1.4843	2 ⁺	800 ± 200

3.4. Conservation du spin et de parité :

Les quantités spin et parité J^{π} se conservent dans une réaction nucléaire. Dans le cas d'une réaction procédant en deux étapes (formation et désexcitation d'un noyau composé $\alpha_1 + \alpha_2 \rightarrow (N.C)^* \rightarrow \alpha_1' + \alpha_2'$) :

$$\begin{cases} \vec{s} + \vec{l} = \vec{J} = \vec{s}' + \vec{l}' \\ \pi_1 \times \pi_2 \times (-1)^l = \pi = \pi_1' \times \pi_2' \times (-1)^{l'} \end{cases} \quad (3.4)$$

où : $\vec{s} = (\vec{I}_1 + \vec{I}_2)$, \vec{l} sont, respectivement, le spin et le moment angulaire orbital dans la voie d'entrée (avec I_1, I_2 désignant les spins des deux noyaux dans cette voie, de parités π_1, π_2),

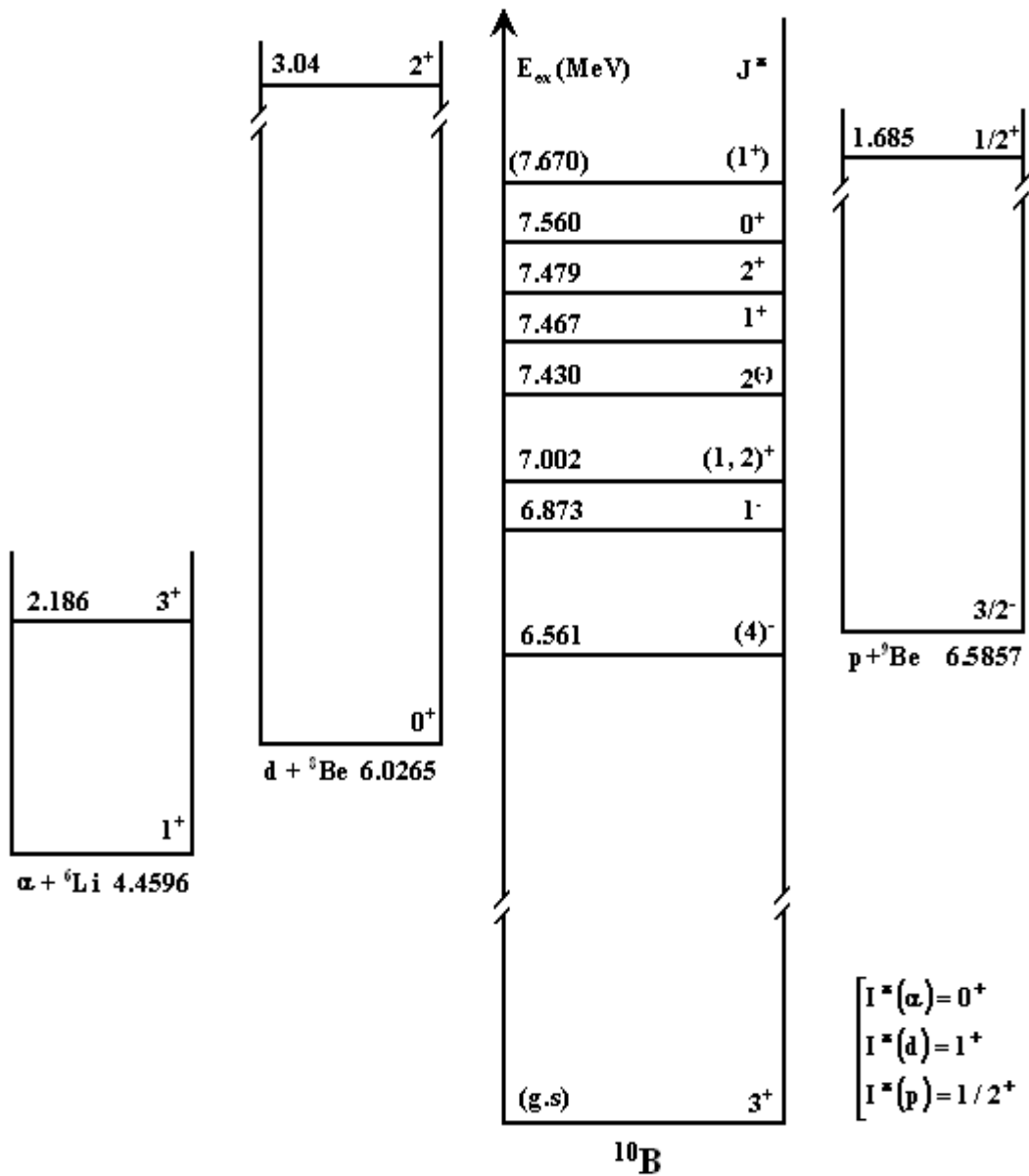


Fig 3. Schéma de niveau du noyau ${}^{10}\text{B}$ dans le voisinage du seuil $p+{}^9\text{Be}$, à partir de la référence [4]. Les 3 voies de particules : $p+{}^9\text{Be}$, $d+{}^8\text{Be}$ et $\alpha+{}^6\text{Li}$ sont aussi indiquées.

$\vec{s}' = (\vec{l}'_1 + \vec{l}'_2)$, \vec{l}' , π_1' , π_2' sont les quantités similaires (primées) dans la voie de sortie. \vec{J} , π , sont le moment angulaire total et la parité de l'état composé.

Dans le cas des réactions $p+{}^9\text{Be}$, aux énergies proton $E_p \leq 1.1$ MeV, les voies énergiquement ouvertes sont les voies (p, d, α , γ), les voies (n , t , ...) étant fermées, comme indiqué dans le tableau 3.4. En effet la limite $E_p = 1.1$ MeV correspond à une énergie d'excitation $E_{ex} = 7.4851$ MeV dans le noyau composé ${}^{10}\text{B}$, au delà de laquelle les voies de particules ne sont pas ouvertes.

Tableau 3.4. [Voies de particules ouvertes et fermées].

voies	Référence [4]. E_{seuil} (MeV)	voie ouverte ou fermée pour $E_p \leq 1.1$ MeV
$\alpha_0+{}^6\text{Li}$	4.4596	oui
$\alpha_1+{}^6\text{Li}^*$	6.6456 ^(a)	non ^(a)
$d_0+{}^8\text{Be}$	6.0265	oui
$d_1+{}^8\text{Be}^*$	9.0665	non
$p_0+{}^9\text{Be}$	6.5857	oui
$p_1+{}^9\text{Be}^*$	8.2757	non
$n_0+{}^9\text{B}$	8.4360	non
${}^3\text{He}_0+{}^7\text{Li}$	17.7873	non
$t_0+{}^7\text{Be}$	18.6678	non

^(a): Le bilan de la voie de réaction ${}^9\text{Be}(p, \alpha_1){}^6\text{Li}^*$ est $Q = -0.0599$ MeV, ouverte à partir de l'énergie seuil $E_{s,cm} = 0.0599$ MeV. Les pénétrabilités relatives à la voie $\alpha_1+{}^6\text{Li}^*$ calculées à l'énergie $E'_{cm} = (E_{cm} - 0.0599)$ MeV et correspondant à des moments angulaires $\ell \geq 1$ ($\ell = 3$ pour $J^\pi = 1^-$), sont très faibles dans le domaine des énergies stellaires. En conséquence, $\Gamma_{\alpha_1} \ll 1$ (et négligeable devant les autres largeurs de particules), cette voie n'est donc pas considérée dans cette analyse.

Ainsi, dans la présente analyse des données, ne seront considérées que les voies de réaction ouvertes (p, d, α), la voie γ ($\Gamma_\gamma \sim \text{eV}$) nécessitant un formalisme spécifique aux transitions électromagnétiques.

Le tableau 3.5 résume les résultats de la conservation du spin et de la parité pour un ensemble de cas pouvant servir dans l'analyse suivante^[0].

Tableau 3.5. [Les J^π et les couples (l,s) correspondants]

J^π	$p+{}^9\text{Be}$		$d+{}^8\text{Be}$		$\alpha+{}^6\text{Li}$	
	l	s	l	s	l	s
0^+	2	2	*	*	*	*
0^-	1	1	1	1	1	1
1^+	1	1	0	1	0	1
	1	2	2	1	2	1
	3	2				
1^-	0	1	1	1	1	1
	2	1				
	2	2				
2^+	1	1	2	1	2	1
	1	2				
	3	1				
	3	2				
2^-	2	1	1	1	1	1
	2	2	3	1	3	1
	4	2				
3^+	2	1	2	1	2	1
	3	1	4	1	4	1
	3	2				
	5	2				
3^-	2	1	3	1	3	1
	2	2				
	4	1				
	4	2				
4^+	3	1	4	1	4	1
	3	2				
	5	1				
	5	2				
4^-	2	2	3	1	3	1

4	1	5	1	5	1
4	2				

*: le 0^+ n'a pas de couples (l,s) résonants pour les voies d_0 et α_0 .

Ainsi, les niveaux 0^+ dans le noyau ^{10}B sont interdits vers les voies $d_0+^8\text{Be}$ et $\alpha_0+^6\text{Li}$, mais pas forcément vers les voies d_i et α_i (avec $i \geq 1$) où on doit vérifier la conservation des J^π .

3.5. Hypothèses de notre analyse :

Notre analyse des données des deux voies de réactions $^9\text{Be}(p,d)^8\text{Be}$ et $^9\text{Be}(p,\alpha)^6\text{Li}$ dans le domaine d'énergie $E_p \leq 1.1$ MeV, sera fondée sur les hypothèses suivantes :

1. Les réactions $p+^9\text{Be}$ aux énergies stellaires procèdent par noyau composé.
2. Considération d'un niveau $J^\pi = 1^-$ sous le seuil de réaction correspondant à une résonance $E_R \approx -21$ keV^[0], en interférence constructive avec le niveau de mêmes caractéristiques J^π associé à la résonance $E_R \approx 318$ keV^[0]. Dans la compilation de F. Ajzenberg-Selove^[4], ce niveau sous le seuil est rapporté à une énergie de résonance $E_R \approx -26$ keV avec une largeur $\Gamma_{cm}^0 \approx 25$ keV, une parité $\pi = -1$ et un spin incertain $J = 4$ (voir tableau 3.3). En effet, dans un ancien papier portant sur l'étude expérimentale de la réaction de transfert $^9\text{Be}(^3\text{He},d)^{10}\text{B}$ à $E(^3\text{He})=18$. MeV (mesure des distributions angulaires) et sur son analyse par la théorie DWBA, Blande et Fortune^[5] attribuent les caractéristiques $J^\pi = 4^-$ au niveau sous le seuil situé à $E_{ex} = 6.56$ MeV. Notons qu'un niveau sous le seuil contribue généralement à la section efficace de réaction $\sigma(E)$ par sa queue haute énergie. De plus, l'interférence de celui-ci avec un niveau de même spin et de même parité d'énergie positive accroît cette contribution, de sorte que le fond potentiel de la réaction soit reproduit sans faire appel, de façon artificielle, à un effet d'écran électronique exagéré comme dans les analyses précédentes^[2,3].
3. Pour les niveaux de caractéristiques J^π incertaines^[4] situés à 700 keV $\leq E_R \leq 1$ MeV, tous les cas possibles seront essayés.

3.6. Procédures et méthodes d'ajustement :

On désigne par \vec{P} le vecteur des paramètres libres pour cette analyse et comportant ;

1. Les rayons de voies en termes de $r_{0\alpha}$.

2. Les énergies de résonance E_R .
3. Les largeurs totales $\Gamma_{\lambda,tot}$.
4. Les paramètres de niveaux qui peuvent être donnés sous forme de ;
 - amplitude de largeur réduite $\gamma_{\lambda c}$ en $\text{MeV}^{1/2}$,
 - rapport $\theta_{\lambda c} = \frac{\gamma_{\lambda c}}{\gamma_{wc}}$,
 - rapport d'embranchement $\frac{\Gamma_{\lambda c}}{\Gamma_{\lambda,tot}}$.
5. Les coefficients multiplicatifs de phase $F_{\alpha\ell}$ indépendants de l'énergie, définis par :

$$\phi'_{\alpha\ell}(E) = F_{\alpha\ell} \times \phi_{\alpha\ell}(E), \quad (3.5)$$

où $\phi_{\alpha\ell}$ est la phase potentielle prise en général égale à la phase de sphère dure, $\phi'_{\alpha\ell}$ est la phase modifiée. Ceci augmente le nombre de paramètres libres, rendant l'analyse plus souple en particulier pour les distributions angulaires. Ainsi, on peut ajuster simultanément, avec le même vecteur \vec{P} , les fonctions d'excitation et les distributions angulaires pour toutes les voies de réaction à l'exception de la diffusion élastique qui dépend des phases.

3.6.1. Ajustement du facteur astrophysique S(E) :

3.6.1.1. Analyse en moindres carrés :

Compte tenu des hypothèses précédentes, une analyse en moindres carrés par minimisation du χ^2 comparant les valeurs expérimentales S^{exp} et les valeurs calculées S^{th} du facteur astrophysique pour chaque voie de réaction est effectuée. Pour une voie donnée, nous définissons la fonction χ^2 par :

$$\chi_i^2(\vec{P}) = \sum_{k=1}^{k=N_p} w_{ik} \left(\frac{S_{i,k}^{th} - S_{i,k}^{exp}}{\Delta S_{i,k}^{exp}} \right)^2 \quad (3.6a)$$

où $i = p, d, \alpha$ se rapporte aux voies de réaction, k étant l'indice sur l'énergie et w_{ik} un poids relatif au point expérimental pour tenir compte de la distribution des points (linéaire ; i.e sur l'axe des abscisses, ou curviligne ; i.e sur la courbe elle même). Nous avons adopté dans ce travail la définition de la fonction poids comme suit :

$$\begin{cases} w_{ik} = |E_{i,k+1} - E_{i,k-1}| \times F_{i,k} \times N_i \\ w_{i,1} = w_{i,2} \text{ et } w_{i,n} = w_{i,n-1} \end{cases}, \quad (3.6b)$$

où $F_{i,k}$ est un coefficient multiplicatif pour une modification éventuelle du poids du $k^{\text{ème}}$ point expérimental (pour rendre sa contribution, plus ou moins importante), pris généralement égal à 1, N_i est un facteur de normalisation, pour avoir $\sum_k w_{i,k} = 1$.

Chaque paramètre dans \vec{P} est ajusté pour un ensemble de voies considérées, de sorte que :

$$\chi_{total}^2(\vec{P}) = \sum_i' \chi_i^2(\vec{P}), \quad (3.6b)$$

où le prime (') signifie que la sommation porte sur les voies pour lesquelles les données expérimentales sont disponibles (ici $i = d, \alpha$, la diffusion élastique (p,p) étant omise).

Le même choix des données expérimentales dans le domaine d'énergie $E_p \leq 700$ keV que celui de Zahnow et al^[2] et de Barker et Kondo^[3] a été adopté dans la présente analyse^[0]. De plus, nous avons considérés les données expérimentales rapportées dans la littérature (compilation NACRE99^[8]).

Ainsi que nous l'avons indiqué (cf, chapitre 1), la forte dépendance en énergie de la section efficace de réaction $\sigma(E)$ est plus réduite dans la représentation de celle-ci en terme du facteur $R(E)$ par rapport au facteur astrophysique $S(E) = E \exp(2\pi\eta) \sigma(E)$. La fonction χ^2 définie en 3.6b est propre à ce dernier facteur où la fonction multiplicative de $\sigma(E)$ est indépendante de tout paramètre ajustable. De façon similaire, une fonction χ^2 peut aussi être définie pour le facteur $R(E)$. Mais, celui-ci dépend du choix (ici problématique, cf, chapitre 2) du paramètre de rayon de la voie d'entrée $r_{0,p}$, de sorte que la fonction χ^2 correspondante perde son caractère significatif. Aussi, avons-nous choisi d'ajuster en priorité le facteur astrophysique, considérant les rayons de voies comme des paramètres libres.

Pour la fonction $\chi^2(\vec{P})$ ainsi définie pour le facteur astrophysique $S(E)$, la recherche des valeurs optimum des paramètres du vecteur \vec{P} se réduit finalement à un problème d'optimisation d'une fonction mathématique. Si la forme analytique de cette fonction n'est pas simple, on peut recourir aux méthodes numériques d'optimisation.

3.6.1.2. Méthodes d'optimisation :

On expose ici trois méthodes différentes que nous avons utilisé dans notre analyse.

Posons:

$$f(\vec{P}) = \chi_{tot}^2(S). \quad (3.7a)$$

3.6.1.2.1. Méthode de Newton :

La recherche des minimums de f est traduite par l'équation :

$$[df]_{\vec{P}=\vec{P}_0} = 0 \quad (3.7b)$$

$$\Rightarrow \sum_i \left[\frac{\partial f}{\partial p_i} \right]_{\vec{P}_0} \times \delta p_i = 0 \quad (3.7c)$$

$$\Rightarrow \left[\frac{\partial f}{\partial p_i} \right]_{\vec{P}_0} = 0, i=1, n \quad (3.7d)$$

\vec{P}_0 : est le vecteur des paramètres résultant de l'optimisation.

n : est le nombre de paramètres que comporte le vecteur \vec{P} .

Posons aussi :

$$F_i = \left[\frac{\partial f}{\partial p_i} \right]_{\vec{P}_0} . \quad (3.7e)$$

En appliquant la méthode de Newton pour chaque indice i , il vient :

$$\begin{aligned} F_i(\vec{P}_0 + \delta\vec{P}) &= 0 \\ \Rightarrow F_i(\vec{P}_0) + \delta F_i &= 0 \\ \Rightarrow F_i(\vec{P}_0) + \sum_j \left[\frac{\partial F_i}{\partial p_j} \right]_{\vec{P}_0} \times \delta p_j &= 0 \end{aligned} \quad (3.7f)$$

On aboutit ainsi à la forme matricielle suivante :

$$\delta\vec{P} = A^{-1} \times B, \quad (3.7g)$$

$$\begin{cases} A_{ij} = \left[\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial p_i \partial p_j} \right]_{\vec{P}_0} \\ B_i = - \left[\frac{\partial \chi^2}{\partial p_i} \right]_{\vec{P}_0} \end{cases} . \quad (3.7h)$$

Plus le nombre de paramètres libres augmente, plus le nombre d'itérations est élevé entraînant une divergence selon le choix du vecteur initial \vec{P}_0 .

3.6.1.2.2. Méthode de partage en pas égaux :

Cette méthode n'est pas très astucieuse mais elle est efficace pour un nombre de paramètres réduit $n = 1, 2, 3$. On prend pour chaque paramètre p_i un domaine approximatif

$[p_i^{min}, p_i^{max}]$, que l'on partage en N_i intervalles à pas égaux :

$$h_i = (p_i^{max} - p_i^{min}) / N_i. \quad (3.8a)$$

On effectue un balayage itératif :

$$p_i(k_i) = p_i^{min} + h_i \times k_i, \quad k_i = 1, N_i \text{ pour } i = 1, n \quad (3.8b)$$

Soit iT l'indice d'une itération complète pour un vecteur d'indices (k_1, k_2, \dots, k_n) , on doit avoir :

$$iT = k_n + (k_{n-1} - 1)N_n + (k_{n-2} - 1)N_n N_{n-1} + \dots + (k_1 - 1)N_n N_{n-1} \times \dots \times N_2 \quad (3.8c)$$

Pour chaque iT on calcule le $\chi_{tot}^2(S) = V(iT)$ correspondant. On aura ainsi un vecteur V à N_{tot} composantes, tel que :

$$N_{tot} = N_1 \times N_2 \times \dots \times N_n \quad (3.8d)$$

Parmi ces N_{tot} itérations, on prend celle correspondant à l'élément le plus petit du vecteur V , avec $V_{min} = \chi_{min}^2$. A cette itération correspond un vecteur unique d'indices (k_1, k_2, \dots, k_n) , on remonte ensuite au vecteur des paramètres \vec{P} . Plus le nombre n des paramètres libres augmente pour $N_i \geq 100$, plus la méthode est lente, ce qui la limite.

3.6.1.2.3. Méthode du gradient :

Cette méthode est très efficace en analyse numérique comparativement aux autres méthodes d'optimisation. La recherche du minimum de la fonction $f(\vec{P}) = \chi_{tot}^2(S)$ se fait par itération telle que :

$$\vec{P}^{(k+1)} = \vec{P}^{(k)} - \alpha^{(k)} \vec{\nabla} f \quad (3.9a)$$

$$\Rightarrow p_i^{(k+1)} = p_i^{(k)} - \alpha^{(k)} \frac{\partial f}{\partial p_i^{(k)}}, \quad i = 1, n \quad (3.9b)$$

Reste à déterminer pour chaque itération la bonne valeur de la constante $\alpha^{(k)}$ en résolvant l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial \alpha^{(k)}} f(\vec{P}^{(k)} - \alpha^{(k)} \vec{\nabla} f) = 0. \quad (3.9c)$$

On continue ces itérations jusqu'à obtenir la convergence de f .

3.6.2. Ajustement des distributions angulaires et S(E) :

Après avoir obtenu un ajustement satisfaisant des données expérimentales de $S(E)$ des réactions étudiées, on procède à celui des distributions angulaires $W(E, \theta)$. Comme

indiqué précédemment, seules les deux voies de réaction (p,d) et (p,α) pour lesquelles $W(E,θ)$ sont indépendantes des phases ont été considérées, ignorant la diffusion élastique : les paramètres de niveaux de ^{10}B déduits de l'ajustement des données expérimentales de $S(E)$ sont donc conservés dans une 1^{ère} phase où nous n'avons fait varier que les facteurs multiplicatifs de phases $F_{\alpha\ell}$ et les signes des amplitudes de largeurs réduites $\gamma_{\lambda c}$.

On définit la fonction $\chi_{tot}^2(W)$ suivante :

$$\chi_{tot}^2(W) = \sum_i \sum_{j,k} \left(\frac{W_{th}(E_j, \theta_k) - W_{exp}(E_j, \theta_k)}{\Delta W_{exp}(E_j, \theta_k)} \right)^2, \quad (3.10a)$$

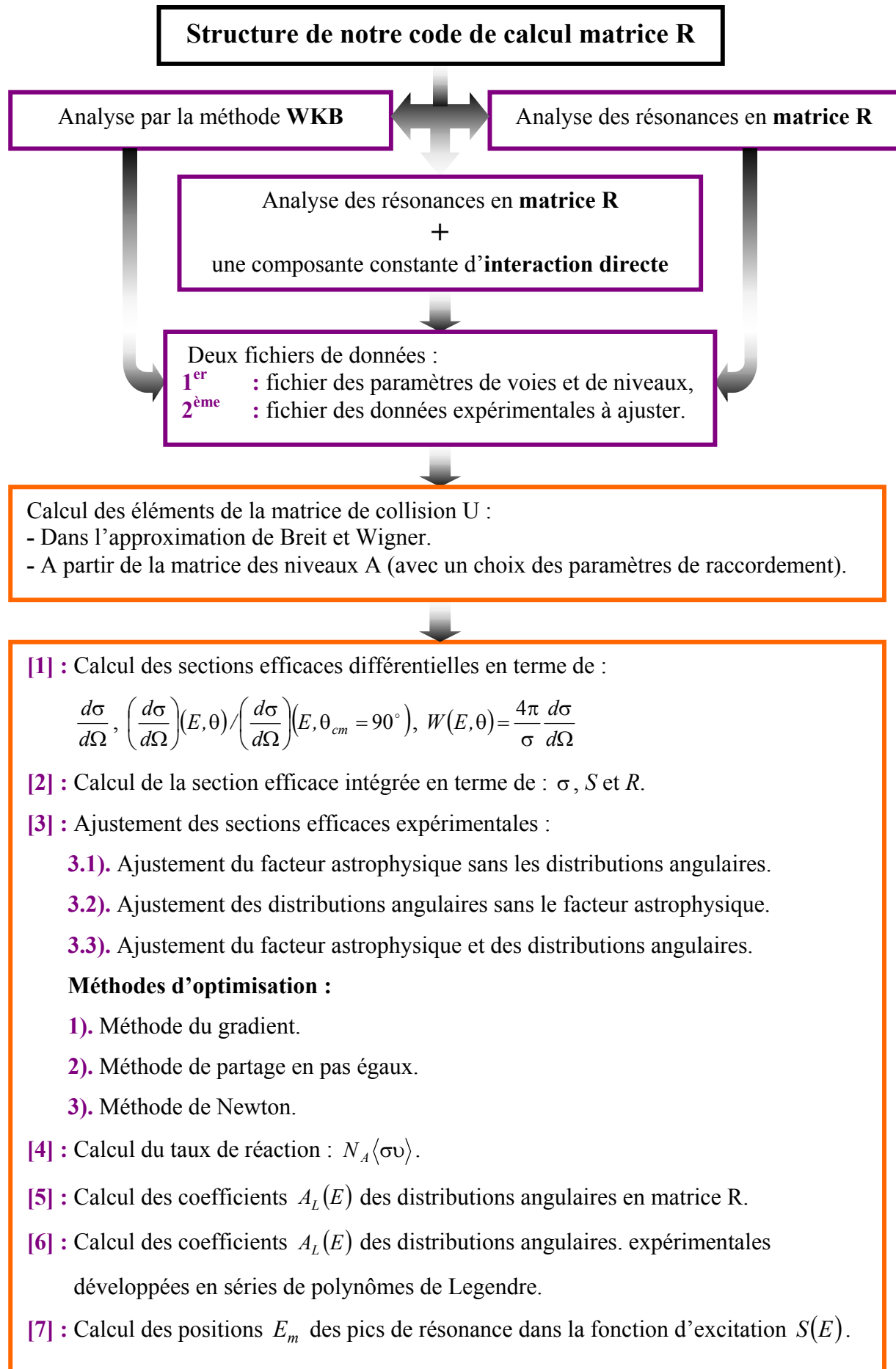
où i, j, k signifient respectivement, l'indice de la voie de réaction (ici $i = d, \alpha$), l'indice des énergies expérimentales et l'indice des angles expérimentaux, où les données des distributions angulaires sont disponibles.

Cette fonction est optimisée en appliquant les mêmes méthodes décrites dans le paragraphe précédent. Dans une seconde phase, on considère la variation des paramètres communs (rayons de voies et les paramètres de niveaux) pour l'ajustement théorique des données de $S(E)$ et de $W(E,θ)$ pour une fonction χ^2 définie par :

$$\chi_{tot}^2(S, W) = \chi_{tot}^2(S) + \chi_{tot}^2(W), \quad (3.10b)$$

qu'on optimise en appliquant les méthodes décrites précédemment.

Nous avons élaboré, pour une analyse complète par la théorie de la matrice R, un code de calcul avec une nouvelle version, dont la structure globale est présentée sur le schéma ci-après.



3.7. Résultats et discussion :

3.7.1. Caractéristiques des voies et des niveaux :

Les paramètres des voies de particules correspondant à nos meilleurs ajustements des données expérimentales sont rapportés dans le tableau 3.6. Ceux relatifs aux niveaux du noyau ^{10}B sont rapportés dans les tableaux 3.7 et 3.8.

Tableau 3.6. [Paramètres relatifs aux voies de particules].

voies	r_{0c} (fm)	γ_{wc} ($\text{MeV}^{1/2}$)	F_{c0}	F_{c1}	F_{c2}
$p+^9\text{Be}$	1.367 ^[0]	1.969 ^[0]	-1.005 ^[0]	1.000 ^[0]	1.000 ^[0]
	2.40 ^[1]	1.124 ^[1]			
	1.45 ^[2,3]	1.860 ^[2,3]			
$d+^8\text{Be}$	1.745 ^[0]	1.096 ^[0]	9.121 ^[0]	-0.842 ^[0]	-1.020 ^[0]
	2.45 ^[1]	0.780 ^[1]			
	1.45 ^[2,3]	1.319 ^[2,3]			
$\alpha + ^6\text{Li}$	1.300 ^[0]	1.153 ^[0]	3.226 ^[0]	0.742 ^[0]	-1.173 ^[0]
	2.52 ^[1]	0.594 ^[1]			
	1.45 ^[2,3]	1.034 ^[2,3]			

Dans notre analyse, les rayons de voies, exprimés en r_{0c} , ont été considérés comme des paramètres libres, ajustables, contrairement au choix de Zahnnow et al.^[2] et de Barker et Kondo^[3], qui fixent $r_{0c} = 1.45$ fm pour les 3 voies de particules (p , d , α) et à celui de Sierk et Tombrello^[1] qui adoptent des valeurs élevées du paramètre r_{0c} . (voir aussi § 2.3.5)

Suivant les hypothèses précédentes supportant notre analyse, on introduit un niveau 1^- de ^{10}B sous le seuil de réaction à $E_R \approx -21$ keV, les niveaux 1^- et 1^+ à $E_R \approx 318$ keV et $E_R \approx 430$ keV déjà considérés dans l'analyse de Sierk et Tombrello^[1], ainsi que 3 autres niveaux supplémentaires : un niveau 2^- à $E_R \approx 843$ keV, un niveau 1^+ à $E_R \approx 899$ keV et un niveau 2^+ à $E_R \approx 919$ keV.

Tableau 3.7 : [Paramètres de niveaux de ^{10}B (Les énergies et les largeurs sont exprimées dans le système du centre de masse)].

J^π	λ	E_λ (MeV)*	E_R (MeV)	E_{ex} (MeV)	Γ_λ (keV)	Γ_λ^0 (keV)
1^-	1	0.318	0.318	6.9037	700.3	218.2

	2	-0.059	-0.021	6.5643	26.7	26.6
1 ⁺	1	0.431	0.431	7.0167	887.7	374.4
	2	0.937	0.899	7.4847	318.3	297.5
2 ⁻	1	0.843	0.843	7.4287	126.8	92.7
2 ⁺	1	0.919	0.919	7.5047	181.0	156.2

* : les énergies caractéristiques ont été calculées avec des paramètres de raccordement choisis égaux aux facteurs de déplacement à la 1^{ère} énergie de résonance correspondant aux mêmes caractéristiques J^π (cf, § 3.2.2).

 Tableau 3.8 : [Caractéristiques des 6 niveaux excités du ¹⁰B].

E_R (MeV)	J^π	voies	ℓ	s	b_c	$\gamma_{\lambda c}$ (MeV ^{1/2})	$\theta_{\lambda c}$	$\Gamma_{\lambda c} / \Gamma_\lambda$
0.318	1 ⁻	p	0	1	-0.609	1.529	0.777	0.276
		d	1	1	-0.924	-0.661	-0.603	0.428
		α	1	1	-0.638	0.322	0.279	0.296
-0.021	1 ⁻	p	0	1	-0.609	0.159	0.081	0.000
		d	1	1	-0.924	0.300	0.274	0.625
		α	1	1	-0.638	-0.081	-0.070	0.375
0.431	1 ⁺	p	1	1	-1.230	1.139	0.578	0.039
		p	1	2	-1.230	1.195	0.607	0.043
		d	0	1	-0.343	0.437	0.399	0.346
		α	0	1	-2.974	0.420	0.364	0.572
0.899	1 ⁺	p	1	1	-1.230	0.200	0.102	0.025
		p	1	2	-1.230	0.304	0.154	0.058
		d	0	1	-0.343	-0.243	-0.222	0.467
		α	0	1	-2.974	-0.204	-0.176	0.450
0.843	2 ⁻	p	2	1	-2.046	1.135	0.576	0.116
		p	2	2	-2.046	0.177	0.090	0.003
		d	1	1	-0.603	0.208	0.190	0.552
		α	1	1	-0.499	0.125	0.109	0.330
0.919	2 ⁺	p	1	1	-1.010	0.444	0.225	0.229
		p	1	2	-1.010	-0.012	-0.006	2.E-4
		d	2	1	-1.441	-0.274	-0.250	0.269
		α	2	1	-1.133	0.245	0.212	0.502

Les caractéristiques des niveaux de ¹⁰B déduites de notre analyse sont comparées aux résultats antérieurs dans le tableau 3.9.

Tableau 3.9. [Caractéristiques des niveaux de ^{10}B : comparaison aux résultats antérieurs].

niveaux	référence	$E_R(\text{keV})$	$\Gamma_R^0(\text{keV})^{(*)}$	J^π	$\frac{\Gamma_p}{\Gamma_R}$	$\frac{\Gamma_d}{\Gamma_R}$	$\frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_R}$
1 ^{er}	[4]	-25.7	25.1 ± 1.1	(4) ⁻			
	[1]	-20.0	56.3	2 ⁺	0.000	0.825	0.175
	[3]	-32.0		2 ⁺			
2 ^{ème}	[0]	-21.0	26.6	1 ⁻	0.000	0.625	0.375
	[4]	287	120 ± 5	1 ⁻			
	[1]	310	183	1 ⁻	0.306	0.372	0.322
	[2]	336 ± 3	205 ± 6	1 ⁻	0.229	0.439	0.332
	[3]	311	178	1 ⁻	0.309	0.421	0.270
3 ^{ème}	[0]	318	218.2	1 ⁻	0.276	0.428	0.296
	[4]	416.3	100 ± 10	(1,2) ⁺			
	[1]	410	487	1 ⁺	0.095	0.691	0.241
	[3]	363	107	2 ⁺	0.009	0.393	0.598
4 ^{ème}	[0]	431	374	1 ⁺	0.082	0.346	0.572
	[4]	844.3	100 ± 10	2 ⁽⁻⁾			
	[0]	843	92.7	2 ⁻	0.119	0.552	0.330
5 ^{ème}	[4]	881.3	65 ± 10	1 ⁺			
	[0]	899	297.5	1 ⁺	0.083	0.467	0.450
	[3]	937	100	1 ⁻			
6 ^{ème}	[4]	892.3	74 ± 4	2 ⁺			
	[0]	919	156.2	2 ⁺	0.229	0.269	0.502

(*) : Γ^0 est la largeur observée donnée par l'équation A.7e, de l'appendice A.

L'ensemble des paramètres de niveaux du ^{10}B est globalement en bon accord avec ceux rapportés dans la compilation de F. Ajzenberg-Selove^[4]. Les caractéristiques de spin et parité placées entre parenthèses^[4] étant incertaines, nous avons cherché à les déterminer en testant différentes combinaisons et avons retenu celles qui correspondent aux meilleurs ajustements des fonctions d'excitation théoriques aux fonction d'excitation $S_{exp}(E)$ et des distributions angulaires théoriques à leur partenaires expérimentales $W_{exp}(E, \theta)$.

3.7.2. Fonctions d'excitation :

Les fonctions d'excitation $S(E)$, $R(E)$ pour les deux voies de réaction étudiées sont présentées dans les figures 3.9-3.12 où sont également indiquées les courbes relatives aux meilleurs ajustements théoriques, compte tenu de l'effet d'écran électronique (voir paragraphe 3.6.4 plus loin) et pour les noyaux nus. Les contributions des niveaux individuels (en terme de J^π) à l'ajustement global sont aussi indiquées sur la figure 3.8, pour la voie de réaction ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$.

Les valeurs extrapolées à l'énergie zéro $S_{BN}(0)$ et $R_{BN}(0)$ du facteur astrophysique et du facteur $R(E)$ pour les deux voies sont rapportées dans le tableau 3.10 où elles sont comparées à celles déduites des analyses antérieures.

Tableau 3.10. [Valeurs de $S_{BN}(0)$ et $R_{BN}(0)$].

Voies de réaction	$S_{BN}(0)$ (MeV.b)	$R_{BN}(0)$
${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}^*$	$(42.2 \pm 6.1)^{[0]}$	$(1.26 \pm 0.18)^{[0]}$
	22.4 ^[1]	0.125 ^[1]
	15.1 ^[3]	
${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$	$(36.6 \pm 5.3)^{[0]}$	$(1.09 \pm 0.16)^{[0]}$
	17.6 ^[1]	0.10 ^[1]
	16.9 ^[3]	

3.7.3. Distributions angulaires :

Les données expérimentales des distributions angulaires $\frac{d\sigma}{d\Omega}(E,\theta)$ rapportées dans la référence [2] sont données sur les figure 3.13(a,b) pour les deux voies de réaction. Elles ont été mesurées à des énergies $E_p \geq 30$ keV, celles prises à la plus basse énergie pouvant être affectées par l'effet d'écran électronique. Cependant, elles ont été normalisées aux sections efficaces intégrées $\sigma(E)$ et à $\Omega_{tot} = 4\pi$ sr, de sorte que cette dépendance soit éliminée, à savoir :

$$W(E,\theta) = \frac{4\pi}{\sigma(E)} \times \frac{d\sigma}{d\Omega}(E,\theta) \quad (3.11)$$

Après l'ajustement du facteur astrophysique des noyaux nus, $S_{BN}(E)$, la recherche des combinaisons adéquates des signes des amplitudes $\gamma_{\lambda c}$ constitue une étape décisive pour le choix définitif des caractéristiques de spin et parité J^π des niveaux. A cet effet, nous avons

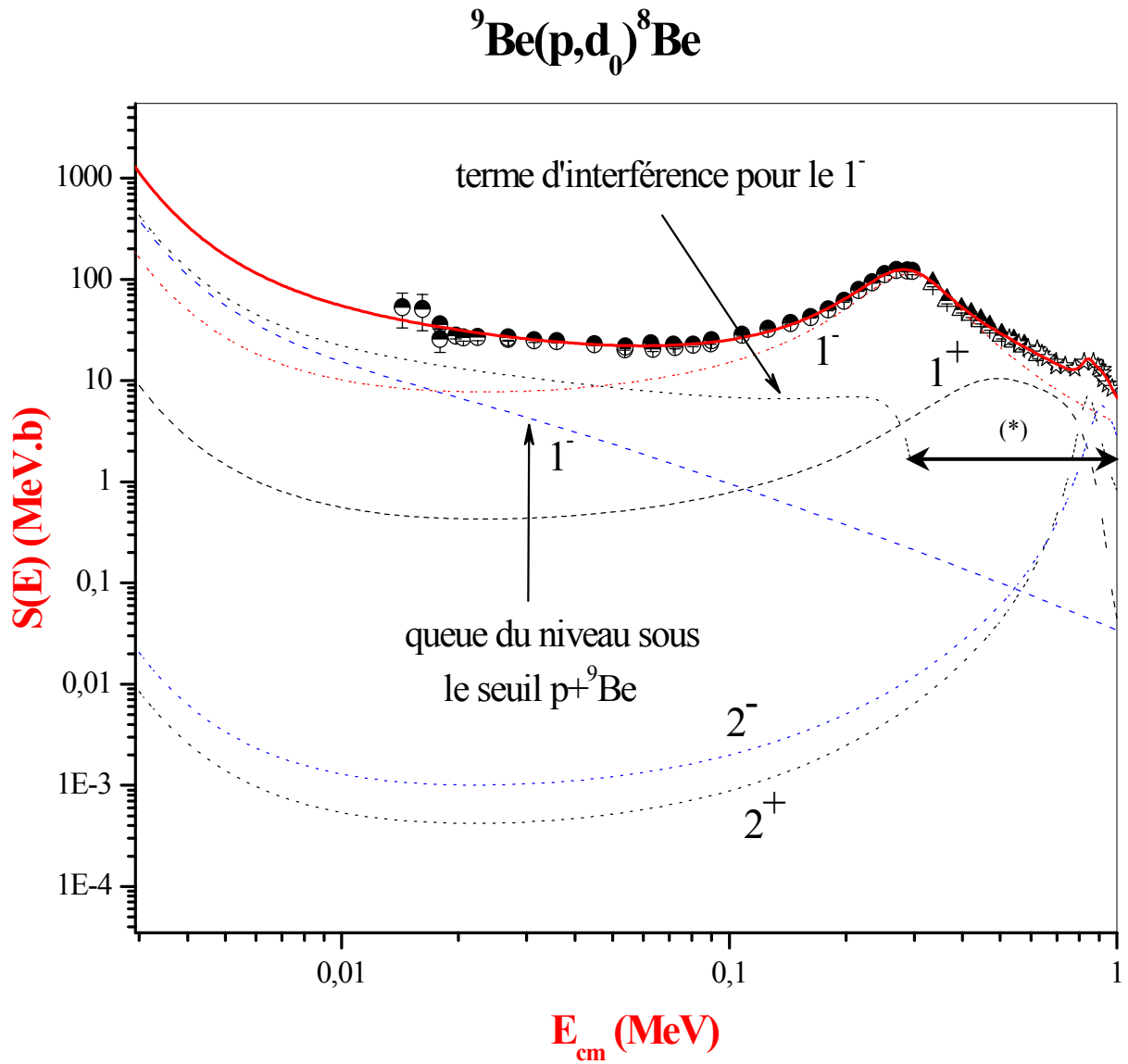


Fig 3.8. Représentation de notre ajustement matrice R des données du facteur astrophysique $S_{\text{exp}}(E)$ de la voie de réaction ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$, où sont également indiquées les contributions des niveaux individuels. (*): domaine d'énergie où l'interférence entre les deux niveaux 1^- ($E_{R1}=-21$ keV et $E_{R2}=318$ keV) est destructive (terme négatif pour $E_{\text{cm}} > 302$ keV), qui est coupée sur une échelle logarithmique.

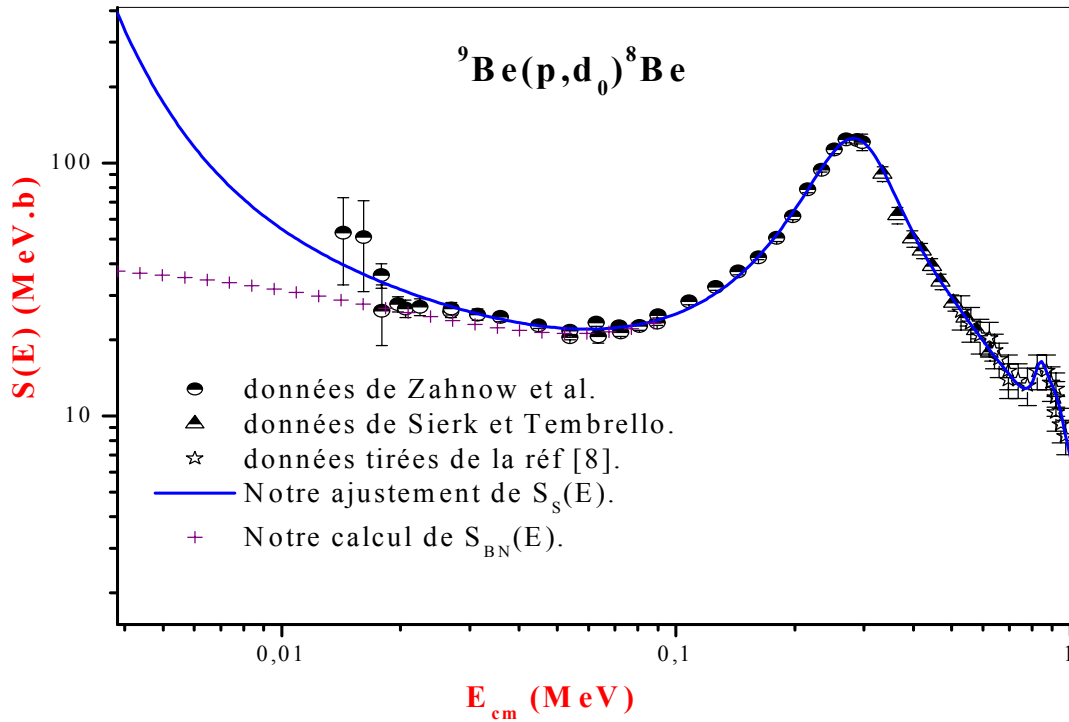


Fig 3.9. Ajustement du facteur astrophysique $S(E)$ pour la voie ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$. Les courbes en traits pleins et en croix représentent respectivement, l'ajustements obtenu compte tenu de l'effet d'écran électronique et celui obtenu pour les noyaux nus.

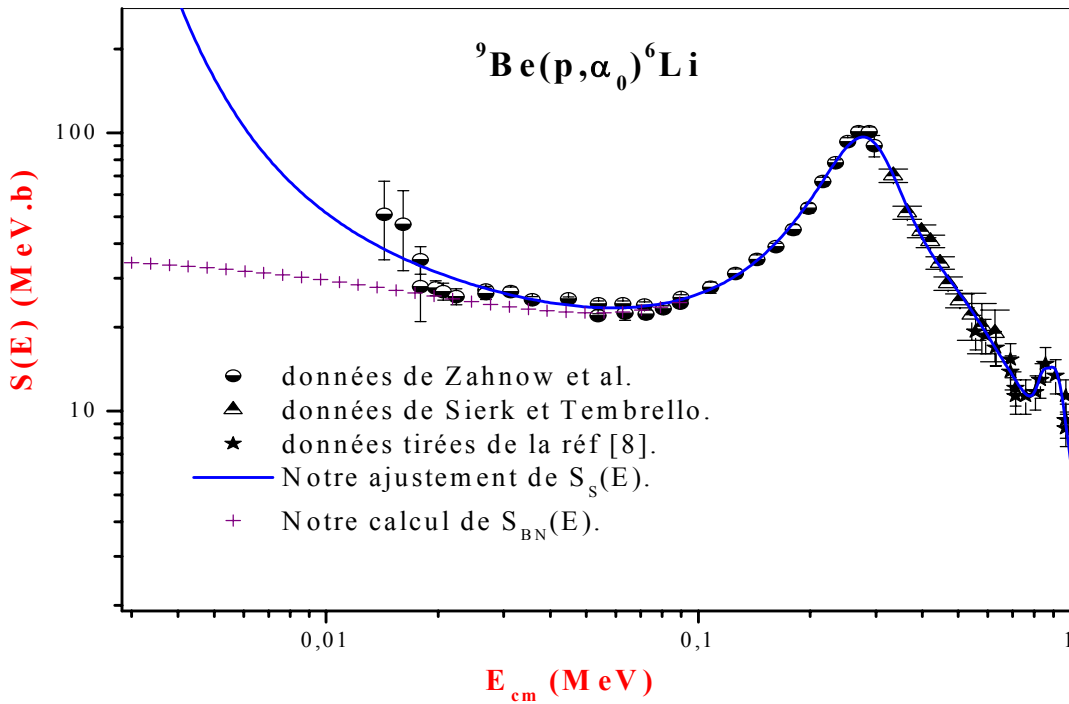


Fig 3.10 : Idem, mais pour la voie ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$.

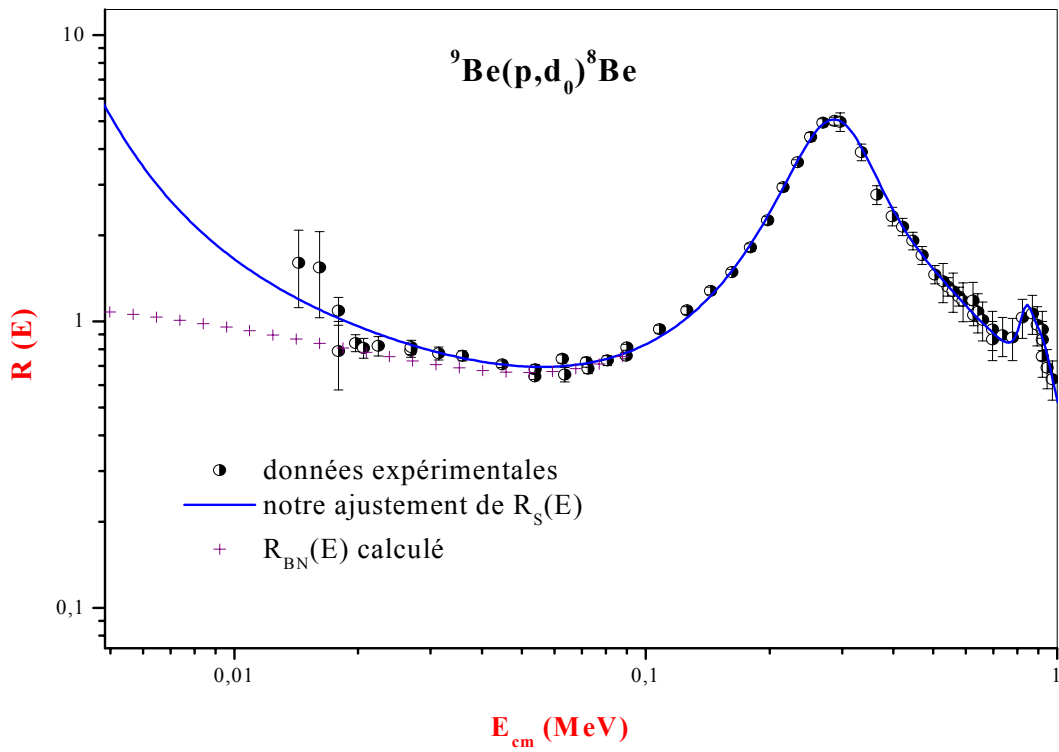


Fig 3.11. Ajustement du facteur $R(E)$ pour la voie ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$. Les courbes en traits pleins et en croix représentent respectivement, l'ajustements obtenu compte tenu de l'effet d'écran électronique et celui obtenu pour les noyaux nus.

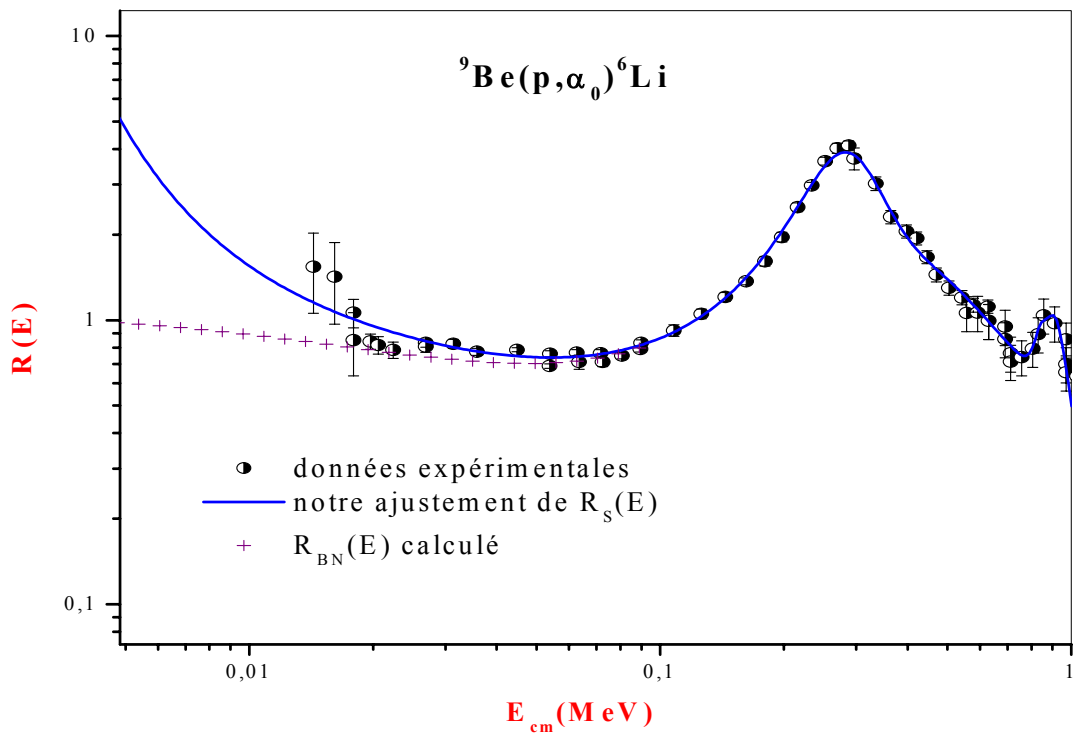


Fig 3.12. Idem, mais pour la voie ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$.

développé une subroutine adaptée (FITSIGN) conduisant à des résultats satisfaisants. De plus un vecteur plus général $\vec{P}(\gamma_{\lambda c}, F_{al})$ à été considéré comme permettant de jouer sur les combinaisons des signes F_{al} en des $\gamma_{\lambda c}$. Les meilleurs ajustements de ces données obtenus à partir de la théorie de la matrice R en utilisant les mêmes paramètres retenus des ajustements des facteurs astrophysiques sont aussi montrés dans les figures 3.13(a,b).

3.7.4. Etude de l'effet d'écran électronique :

L'ajustement du facteur astrophysique pour les noyaux nus $S_{BN}(E)$ a été effectué en excluant les points expérimentaux dans le domaine d'énergie $E_p \leq 40$ keV. Par contre, pour évaluer le facteur d'écran électronique $f_e(E)$ (cf. éq. 1.5e, chap. 1) et extraire le potentiel d'écran U_e correspondant, toutes les données expérimentales contenues dans le domaine d'énergie $E_p \leq 100$ keV ont été sélectionnées. L'ajustement de ces données par la fonction exponentielle :

$$f_e(E) = \exp\left(\pi\eta \frac{U_e}{E}\right),$$

est représenté sur les figures 3.14 et 3.15 pour les voies (p, d) et (p, α) , respectivement.

Dans le tableau 3.11, sont présentées les valeurs obtenues pour l'énergie potentielle d'écran (en eV) à partir des deux voies.

Tableau 3.11. [Valeurs de U_e en eV].

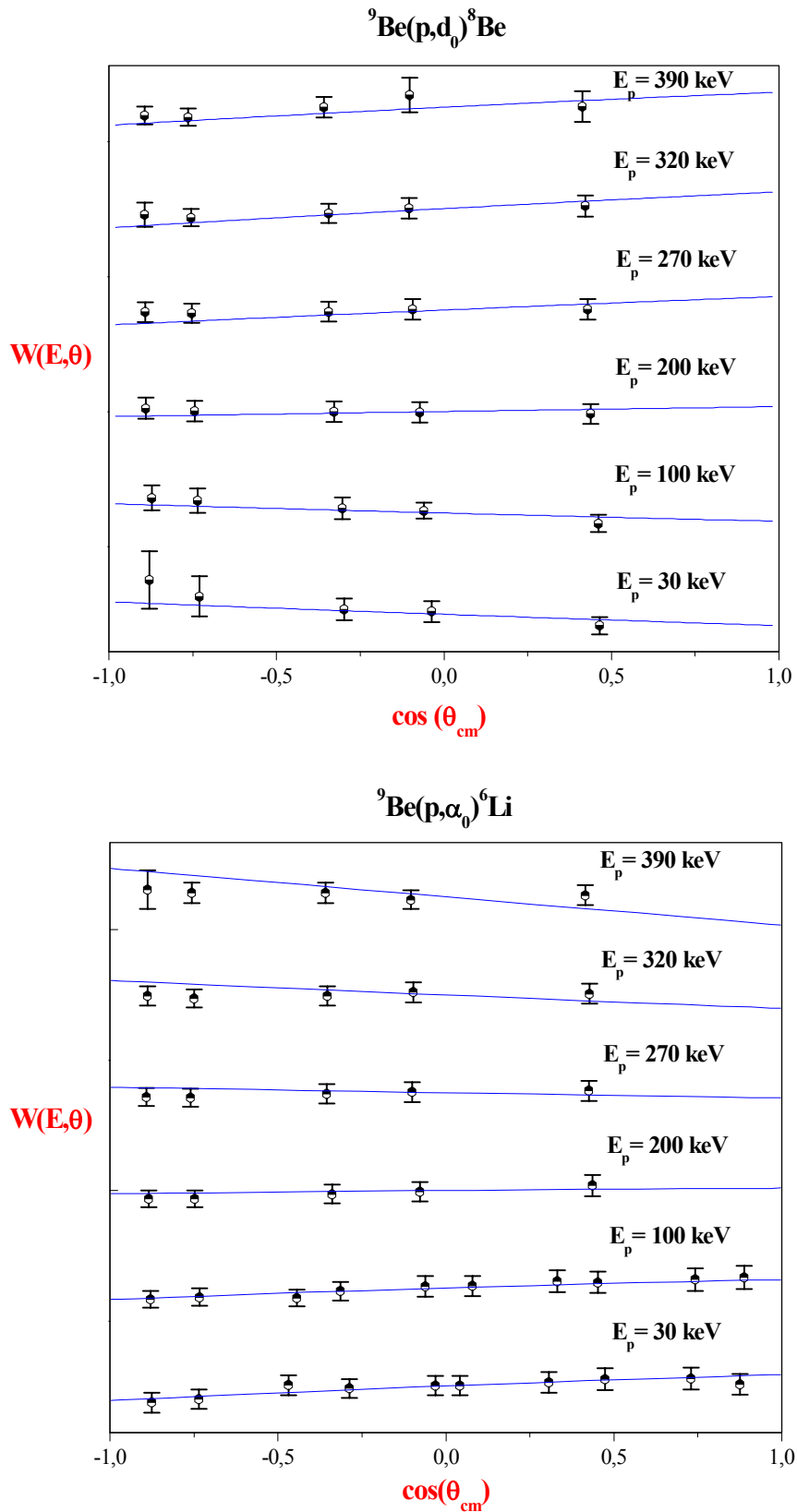
${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}^*$	${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$	$p+{}^9\text{Be}$
386 ^(a)	382 ^(a)	384 ± 23 ^(a)
173 ^(b)	229 ^(b)	201 ± 28 ^(b)
		296 ± 43 ^(c)

^(a) résultat trouvé sans tenir compte des barres d'erreurs.

^(b) résultat trouvé en tenant compte des barres d'erreurs.

^(c) résultat final adopté, moyenne des résultats ^(a) et ^(b).

La valeur finale retenue pour les réactions $p+{}^9\text{Be}$ est donc $U_e = (296 \pm 43)$ eV. Elle est comparée dans le tableau 3.12 ci-dessous aux valeurs déduites des analyses antérieures et à celles calculées par les modèles théoriques.



Figs 3.13(a,b). Représentation de nos ajustements des distributions angulaires de la référence [2], par la théorie de la matrice R, avec les paramètres des tableaux 3.6 et 3.8.

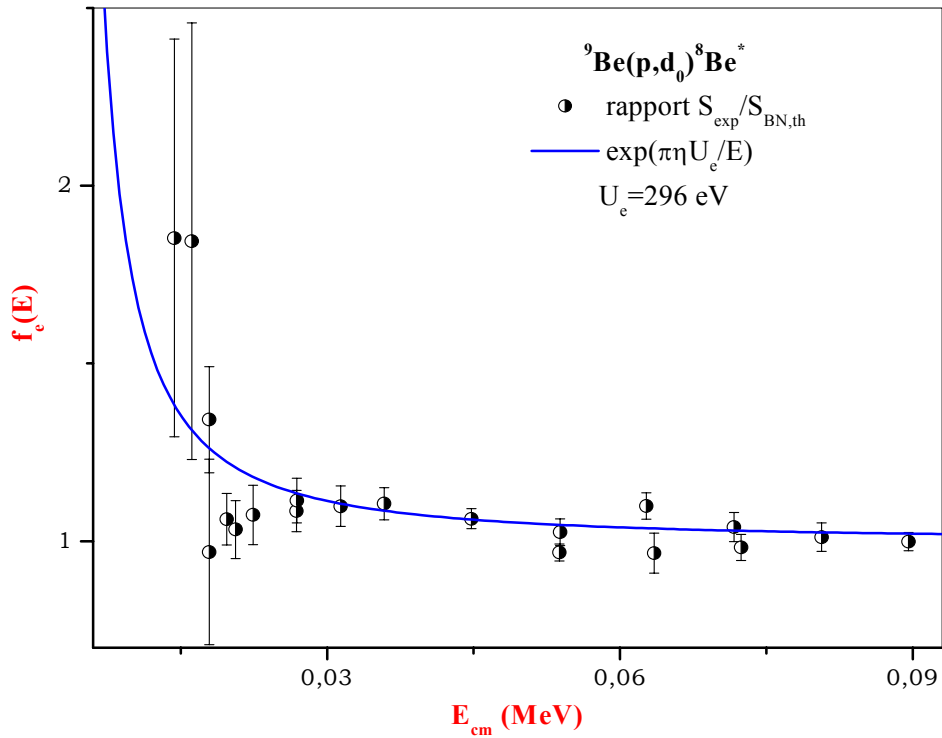


Fig 3. 14. Facteur d'écran électronique de la voie ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$, ajusté par l'exponentielle 1.5e pour la valeur $U_e=296 \text{ eV}$ du potentiel d'écran électronique.

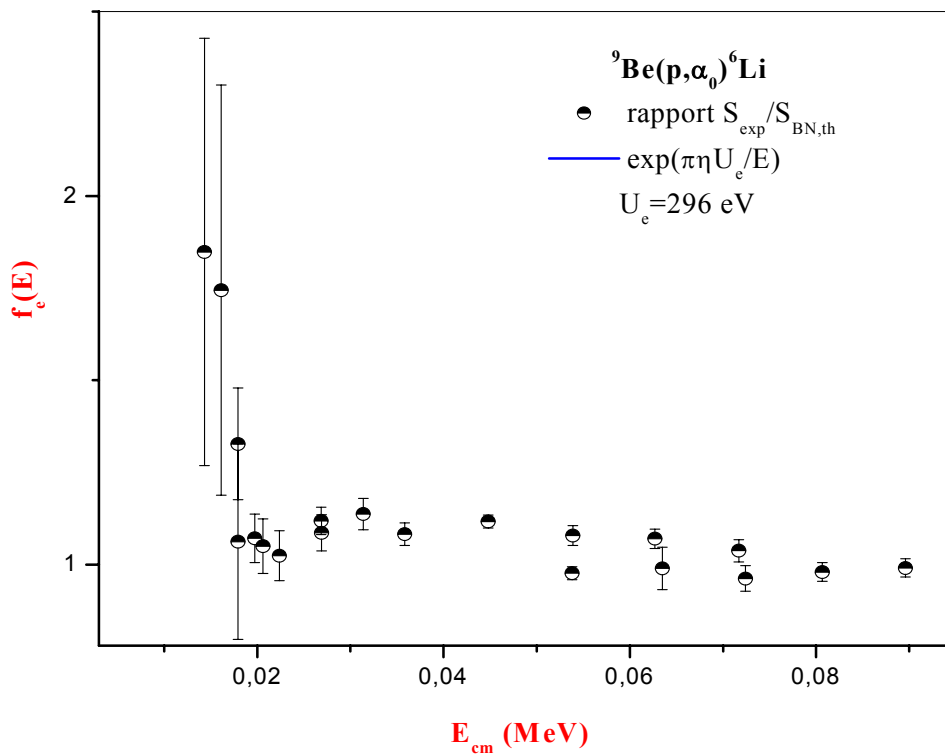


Fig 3. 15. Idem, mais pour la voie ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$.

Tableau 3.12. [Valeurs de l'énergie potentielle d'écran électronique en eV].

Théorie			expérience			
[9]	[10]	[11]	[1]	[2]	[3]	Ce travail
230	346	257	(*)	900 ± 50	806	296 ± 43

(*) : Sierk et Tombrello^[1] n'ont pas étudié l'effet d'écran électronique.

3.8. Calcul des taux de réaction aux énergies stellaires :

Le calcul des taux de réaction, conduisant aux abondances des éléments chimiques dans les sites astrophysiques et dans l'univers, est une étape importante dans toute étude de l'astrophysique nucléaire. Ainsi, nous avons calculé les taux, $N_A \langle \sigma v \rangle$, des réactions ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ dans le domaine des températures stellaires $0.002 \leq T_9 \leq 10$, que nous avons comparé à ceux rapportés dans la compilation NACRE99^[8]. A cet effet, nous avons utilisé l'expression 1.9d que nous avons décomposé de la façon suivante :

- La distribution des vitesses de Maxwell Boltzmann $\phi(v)$ a été remplacée par une nouvelle distribution pour le facteur astrophysique $S(E)$:

$$\Phi(E, T) = \frac{1}{N(T)} \exp\left(-\frac{b}{\sqrt{E}} - \frac{E}{k_B T}\right), \quad (3.12a)$$

où $1/N(T)$ est un facteur de normalisation (voir plus loin).

Posant :

$$x = \frac{E}{E_0}, \quad (3.12b)$$

où E_0 est l'énergie du pic de Gamow, $\Phi(E, T)$ s'écrit :

$$\Phi(x, T) = \frac{1}{N(T)} \exp\left(-\frac{\alpha_T}{\sqrt{x}} - \beta_T x\right), \quad (3.12c)$$

avec :

$$\begin{cases} \alpha_T = b / \sqrt{E_0} = \sqrt{E_G / E_0} \\ \beta_T = E_0 / k_B T \end{cases} \quad (3.12d)$$

où E_G est dite énergie de Gamow (avec $E_G = b^2$), et la fonction $N(T)$ du facteur de normalisation est donnée par :

$$N(T) = \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\alpha_T}{\sqrt{x}} - \beta_T x\right) dx. \quad (3.12e)$$

Ainsi :

$$\int_0^{\infty} \Phi(x, T) dx = 1. \quad (3.12f)$$

Si, de plus, on pose :

$$f(x, T) = \frac{S(xE_0)}{S(E_0)} = 1 + \delta(x, T), \quad (3.12g)$$

l'expression (1.9d) de $N_A \langle \sigma v \rangle$ devient :

$$\begin{aligned} N_A \langle \sigma v \rangle &= N_A \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^{\infty} E_0 S(E_0) f(x, T) \Phi(x, T) dx \\ &= N_A \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} E_0 S(E_0) N(T) \int_0^{\infty} f(x, T) \Phi(x, T) dx, \end{aligned} \quad (3.12h)$$

qu'on peut factoriser sous la forme :

$$N_A \langle \sigma v \rangle = \Lambda(T) \langle f \rangle_{\Phi} = \Lambda(T) \{1 + \langle \delta \rangle_{\Phi}\}, \quad (3.12i)$$

avec, ($S \equiv S_{BN}$) :

$$\begin{cases} \Lambda(T) = N_A \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} E_0 S_{BN}(E_0) N(T) \\ \langle f \rangle_{\Phi} = \int_0^{\infty} f(x, T) \Phi(x, T) dx = 1 + \langle \delta \rangle_{\Phi} \end{cases}. \quad (3.12j)$$

Dans l'expression 3.12i la fonction $\Lambda(T)$ décide de l'ordre de grandeur du taux de réaction pour une température donnée, et le facteur $\langle f \rangle_{\Phi}$ est une fonction lentement variable de la température qui prend ses valeurs au voisinage de l'unité : dans un intervalle d'énergie où $S_{BN}(E)$ varie lentement, $\langle f \rangle_{\Phi} \approx 1$.

Notons que la limite supérieure de l'intégrale dans l'expression de $\langle f \rangle_{\Phi}$ ne doit pas dépasser $E_{cm} = 1$ MeV correspondant à la borne supérieure de notre domaine d'ajustement des données expérimentales de $S_{BN}(E)$. Sinon la valeur calculée de $N_A \langle \sigma v \rangle$ sera inférieure à la valeur attendue à partir des données expérimentales. Comme on peut le voir, la valeur finale de $N_A \langle \sigma v \rangle$ à une température T donnée dépend essentiellement de $S(E_0)$ et de $\langle f \rangle_{\Phi}$. Ainsi, le calcul de $\langle f \rangle_{\Phi}$ nécessite un domaine d'intégration $E_{min}(T) \leq E \leq E_{max}(T)$, qui doit être inclus entièrement dans l'intervalle d'énergie $[0, 1]$ MeV comportant les données

analysées. La fenêtre d'intégration est prise, en général, égale à la largeur du pic de Gamow $[E_0 - \Delta/2, E_0 + \Delta/2]$, où la distribution $\Phi(x, T)$ est dominante. Cette dernière fonction n'étant pas symétrique (par rapport à $x=1$), nous choisissons un domaine d'intégration $[x_{min}, x_{max}]$ non symétrique, également, en résolvant l'équation :

$$\frac{\Phi(x, T)}{\Phi_{max}(T)} = \exp\left(-\frac{\alpha_T}{\sqrt{x}} - \beta_T x\right) = \varepsilon, \quad (3.13a)$$

avec $\varepsilon \ll 1$. Nous avons pris dans ce travail, la valeur $\varepsilon = 0.01$ correspondant à un bon calcul.

L'équation (3.13a) admet deux solutions $x_{min}(T)$, $x_{max}(T)$ telles que :

$$\begin{cases} E_{min}(T) = x_{min} \times E_0 \\ E_{max}(T) = x_{max} \times E_0 \end{cases} \quad (3.13b)$$

On présente dans le tableau 3.13 ci-dessous quelques résultats de calculs impliquant les grandeurs définies précédemment, en précisant leur validité.

Tableau 3.13. [Test de la validité du calcul du taux de réaction].

T_9	$E_0(keV)$	$E_{min}(keV)$	$E_{max}(keV)$	$\langle f \rangle_\Phi : (p, d)$	$\langle f \rangle_\Phi : (p, \alpha)$	validité
0.002	4.72	2.89	7.43	0.996325	0.997284	oui
0.005	8.70	4.90	14.70	0.993446	0.995153	oui
0.010	13.81	7.23	24.78	0.991639	0.993863	oui
0.100	64.12	24.47	147.5	1.051848	1.040825	oui
1.000	297.6	71.0	957.9	0.550847 ^(a)	0.586160 ^(a)	oui
3.000	619.1	109.9	2422	1.193725	1.079327	non ^(b)

^(a): A cette température, où $S(E)$ n'a pas une variation lente (résonance à $E_p = 310 keV$), $\langle f \rangle_\Phi \approx 0.6$ pour les deux voies, contrairement aux autres températures où $S(E)$ varie lentement avec E , $\langle f \rangle_\Phi \approx 1$.

^(b): Pour cette température correspondant à $E_{max} > 1 MeV$, $N_A \langle \sigma v \rangle$ ainsi que $S(E_0)$ calculées (calcul non valide) seront inférieurs aux valeurs attendues à partir des données expérimentales.

Le facteur astrophysique peut être calculé à l'énergie du pic de Gamow, E_0 , par l'expression analytique suivante en fonction de la température^[23] :

$$S_{BN}(E_0) = S_{BN}(0) \left(1 + \alpha_1 T^{1/3} + \alpha_2 T^{2/3} + \alpha_3 T + \alpha_4 T^{4/3} + \alpha_5 T^{5/3}\right), \quad (3.14a)$$

où $\alpha_0 = 1$, α_1 , α_2 , α_n sont des coefficients constants, déterminés à partir du taux de réaction, qui, à son tour, peut être exprimé uniquement en fonction de la température^[23] :

$$\langle \sigma v \rangle = AT^{-2/3} \exp(-BT^{-1/3}) \times \sum_{n=0}^5 \alpha_n T^{n/3}. \quad (3.14b)$$

Notons qu'à chaque réaction nucléaire est associé un ensemble propre de constantes A , B , et les $(\alpha_n, \alpha_0=1)$ qui peuvent être utilisés dans les compilations [Fowler^[41] et NACRE99^[8]] et les codes d'astrophysique nucléaire. Pour les réactions ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$, nous proposons les valeurs rapportées dans le tableau 3.14.

Tableau 3.14.

Constantes*	${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$	${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$
A	2.577×10^{-12}	2.0176×10^{-12}
B	10.361	10.361
α_0	1	1
α_1	-6.666	-6.255
α_2	17.433	16.616
α_3	-17.659	-17.060
α_4	7.611	7.426
α_5	-1.183	-1.163

Les constantes utilisables dans 3.16b pour des températures exprimées en T_9 .

Les valeurs calculées des taux de réaction $N_A \langle \sigma v \rangle$ en $\text{cm}^3 \text{mole}^{-1} \text{s}^{-1}$ pour les deux voies de réaction ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$ sont données dans le tableau 3.15 et représentées sur les figures 3.16 à 3.19, où elles sont comparées à celles de la compilation NACRE99^[8].

 Tableau 3.15. [Taux des réaction ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$].

T_9	${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$		${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$	
	[Ce travail]	$R_{\text{taux}}^{(a)}$	[Ce travail]	$R_{\text{taux}}^{(a)}$
0.002	5.65E-23	2.12	5.11E-23	2.00
0.003	1.35E-18	2.03	1.24E-18	1.93
0.004	7.66E-16	1.95	7.08E-16	1.88
0.005	6.88E-14	1.89	6.42E-14	1.84
0.006	2.11E-12	1.85	1.98E-12	1.80
0.007	3.23E-11	1.79	3.06E-11	1.77

0.008	3.05E-10	1.76	2.91E-10	1.74
0.009	2.03E-9	1.72	1.95E-9	1.71
0.01	1.04E-8	1.69	9.99E-9	1.69
0.011	4.23E-8	1.67	4.17E-8	1.67
0.012	1.51E-7	1.64	1.47E-7	1.65
0.013	4.65E-7	1.61	4.55E-7	1.63
0.014	1.28E-6	1.59	1.26E-6	1.61
0.015	3.20E-6	1.57	3.16E-6	1.60
0.016	7.41E-6	1.55	7.34E-6	1.58
0.018	3.26E-5	1.52	3.25E-5	1.56
0.02	1.17E-4	1.49	1.17E-4	1.54
0.025	0.0015	1.42	0.00151	1.48
0.03	0.0104	1.37	0.01062	1.45
0.04	0.173	1.28	0.18021	1.38
0.05	1.28	1.22	1.35	1.32
0.06	5.90	1.17	6.23	1.26
0.07	20.1	1.13	21.23	1.22
0.08	55.23	1.09	58.46	1.18
0.09	130.5	1.06	138	1.14
0.1	274.7	1.04	290	1.11
0.11	529	1.02	556	1.08
0.12	948.	1.00	993	1.05
0.13	1606	0.98	1673	1.03
0.14	2593	0.97	2687	1.01
0.15	4024	0.96	4144	0.99
0.16	6039	0.95	6177	0.98
0.18	12533	0.94	12630	0.95
0.2	23843	0.94	23636	0.94
0.25	90365	0.94	85784	0.92
0.3	256727	0.95	234301	0.91
0.35	590819	0.95	522388	0.91
0.4	1.16E6	0.95	1.00E6	0.91
0.45	2.01E6	0.95	1.70E6	0.91
0.5	3.18E6	0.95	2.66E6	0.91
0.6	6.47E6	0.95	5.31E6	0.91
0.7	1.09E7	0.95	8.84E6	0.91

0.8	1.61E7	0.96	1.30E7	0.91
0.9	2.19E7	0.96	1.77E7	0.92
1	2.80E7	0.96	2.26E7	0.92
1.25	4.34E7	0.97	3.52E7	0.92
1.5	5.77E7	0.97	4.72E7	0.92
1.75	7.03E7	0.97	5.80E7	0.91
2	8.12E7	0.97	6.75E7	0.90
2.5	9.79E7	0.96	8.24E7	0.87
3	1.09E8	0.95	9.27E7	0.84
3.5	1.17E8	0.93	9.94E7	0.81
4	1.22E8	0.91	1.03E8	0.78
5	1.25E8	0.87	1.06E8	0.73
6	1.25E8	0.82	1.05E8	0.68
7	1.23E8	0.78	1.02E8	0.63
8	1.20E8	0.74	9.77E7	0.59
9	1.16E8	0.71	9.35E7	0.56
10	1.13E8	0.68	8.93E7	0.53

^(a): R_{taux} : Rapport du taux calculé dans ce travail à celui de la référence [8].

Les valeurs moyennes respectives des deux rapports présentés dans le tableau 3.15 (colonnes 3 et 5) sont 1.198 pour la voie ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}^*$ et 1.177 pour la voie ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$.

Les rapports présentés sur les figures 3.18 et 3.19 peuvent être décomposés en 2 parties. La 1^{ère} correspondant au domaine d'énergie $0 \leq k_B T \leq 70$ keV où intervient l'effet d'écran électronique. Dans cette zone, nos calculs des taux de réaction ont été effectués sur la base des valeurs de $S_{BN}(0)$ rapportées dans le tableau 3.10 (42.2 et 36.6 MeV.b pour les voies (p,d) et (p, α), respectivement). Nos valeurs de $N_A \langle \sigma v \rangle$ dans cette zone sont donc supérieures à celles de la compilation NACRE99^[8], d'un facteur compris entre 1 et 2, où les taux rapportés ont été établis en prenant une valeur constante de $S_{BN}(E)$ égale à celle déduite de l'analyse de Sierk et Tombrello^[11] ($\bar{S}_{BN}(0) = 17_{-7}^{25}$ MeV.b, moyenne sur les deux voies de réaction). Au delà de 70 keV, nos valeurs de $N_A \langle \sigma v \rangle$ s'accordent bien avec ceux de la compilation NACRE99^[8] (le rapport R_{taux} est égal ~ 1). Toutefois, d'un point de vue calcul, cette 2^{ème} zone d'énergie peut être scindée en 2 régions, compte tenu des limites d'intégration dans l'éq (3.12j) de $\langle f \rangle_{\Phi}$:

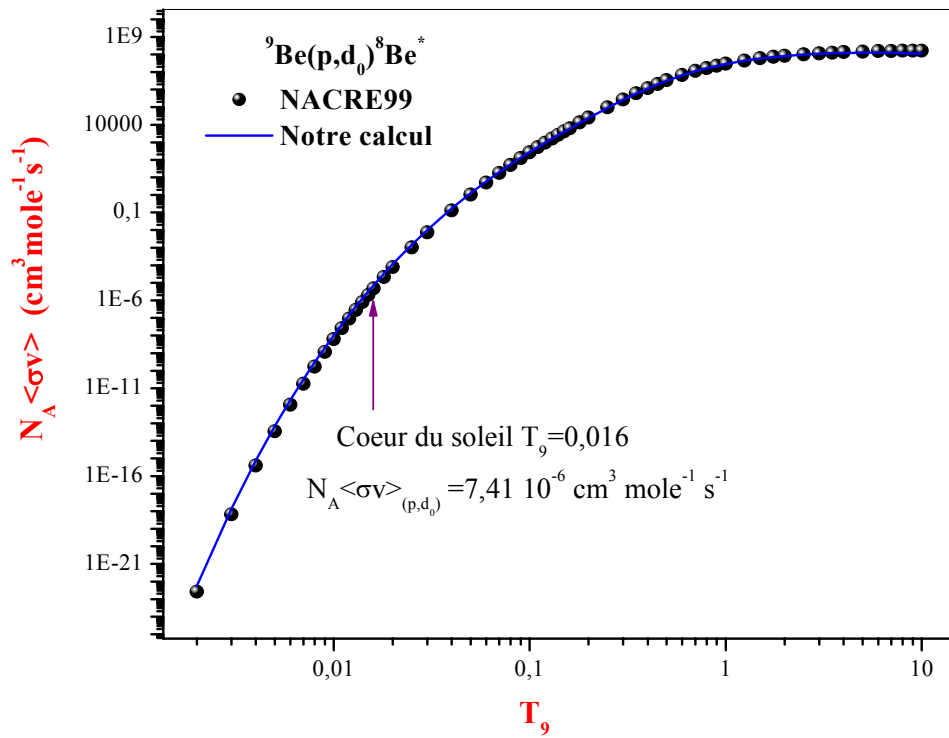


Fig. 3.16. Taux de réaction calculé (courbe solide) pour la voie ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$ comparé à celui de la compilation NACRE99^[8] (cercles).

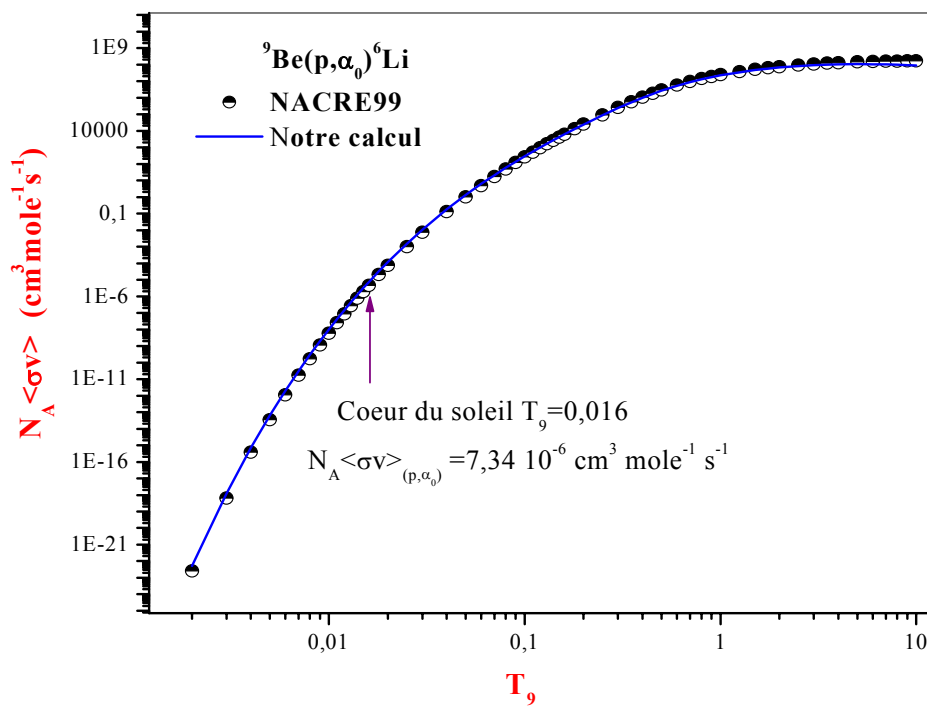
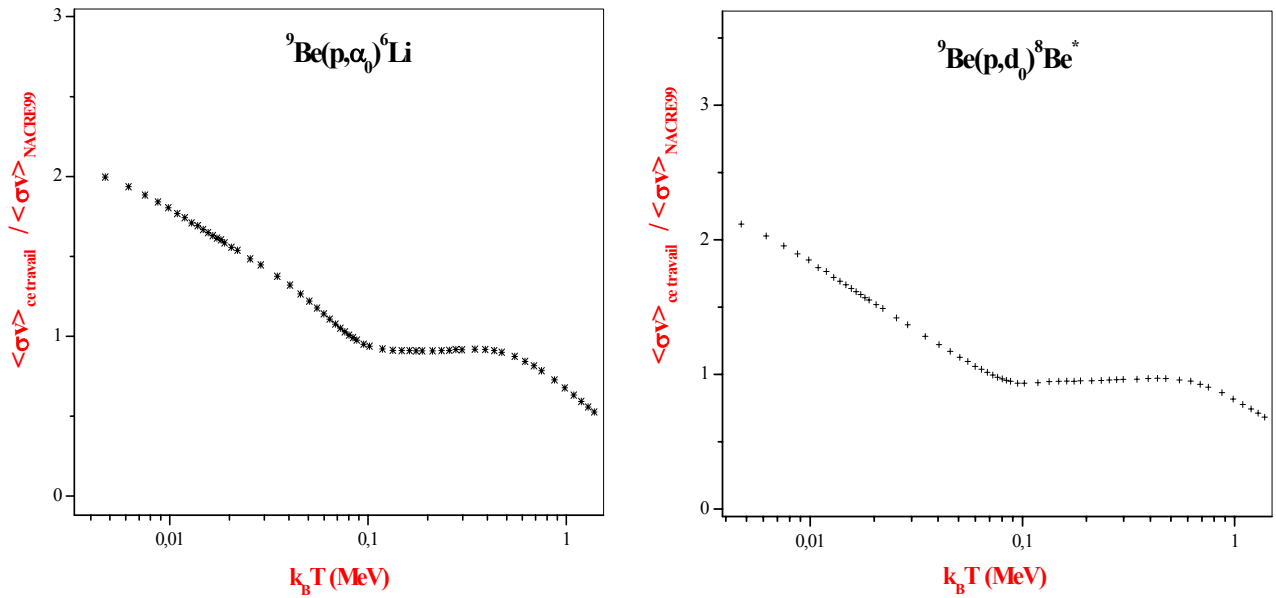


Fig. 3.17. Idem, mais pour la voie de réaction ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$.



Figs. 3.18, 3.19. Rapport du taux calculé à celui de la compilation NACRE99^[8] pour les deux voies de réaction : ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ à gauche et ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$ à droite.

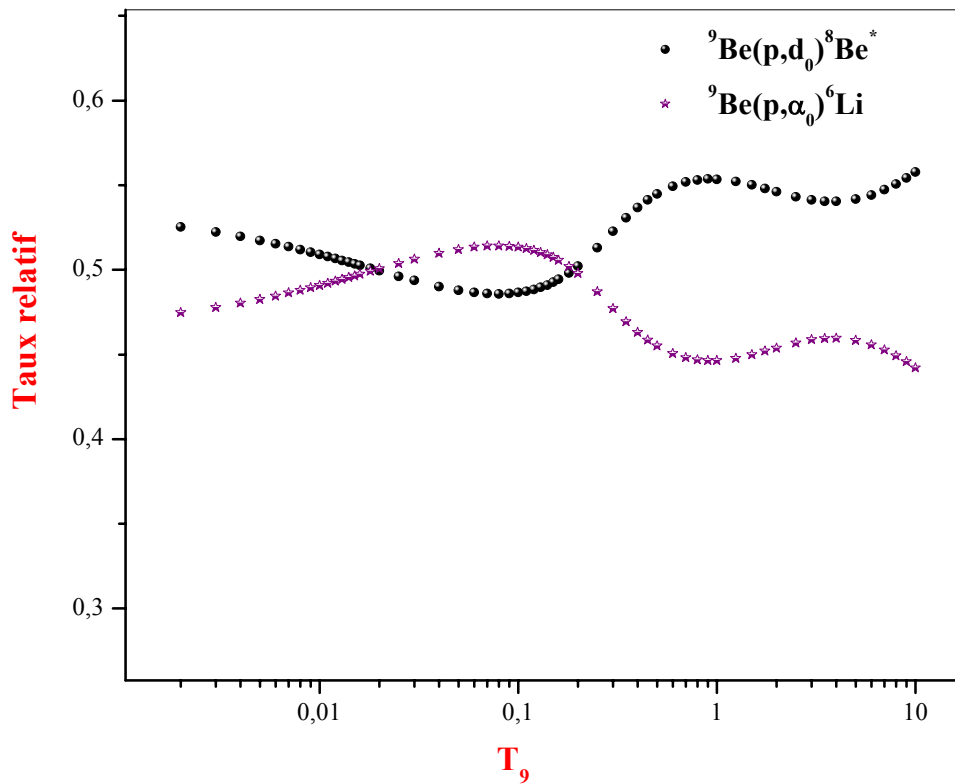


Fig. 3.20. Taux relatifs, en fonction de la température, des deux voies de réaction ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ par rapport à la destruction du ${}^9\text{Be}$ par des protons dans les sites stellaires.

- la région $70 \leq k_B T \leq 470$ keV où $R_{\text{taux}} \sim 1$, et où le domaine d'intégration $[E_{\min}, E_{\max}]$ est entièrement inclus dans notre domaine d'énergie $[0, 1]$ MeV d'ajustement des données expérimentales (calcul valide, cf. tableau 3.13).
- la région $0.470 \leq k_B T \leq 1.40$ MeV, où la borne supérieure d'intégration (cf, éq. 3.12j) $E_{\max}(T) > 1$ MeV est située à l'extérieur de notre domaine d'ajustement des données expérimentales ($S_{\text{calculé}} < S_{\text{exp}}$ donnant $N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{calculé}} < N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{attendu}}$ (obtenu à partir des données S_{exp}), cf. réf [8]).

Sur la [figure 3.20](#) sont représentés les taux relatifs des deux voies de réaction ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ (taux de réaction pour la voie i considérée, rapporté au taux de réaction total de destruction de ${}^9\text{Be}$ par des protons) :

$$R_i = \frac{\langle \sigma v \rangle_i}{\sum_j \langle \sigma v \rangle_j} \quad (3.15)$$

On remarque que ces deux taux relatifs, qui fluctuent autour de la valeur 0.5, sont tout à fait comparables, comme l'on pouvait s'y attendre à partir des valeurs voisines des facteurs astrophysiques des deux voies de réaction. Celles-ci participent donc de façon similaire à la destruction du noyau ${}^9\text{Be}$ dans les sites stellaires.

Conclusion générale :

L'analyse des réactions de fusion ${}^9\text{Be}(p,d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p,\alpha){}^6\text{Li}$ a été entreprise dans ce travail^[0] dans le but de lever les désaccords entre les différentes analyses antérieures^[1, 2, 3] concernant :

- Les mécanismes de réaction impliqués.
- Les propriétés du noyau ${}^{10}\text{B}$ produit comme noyau composé dans ces réactions.
- La valeur expérimentale de l'énergie potentielle associée à l'effet d'écran électronique, U_e , trouvée^[2, 3] supérieure d'un facteur 2 à 3 aux prédictions des modèles atomiques^[9, 10, 11].

L'approche adoptée suppose le mécanisme du noyau composé selon la théorie de la matrice R aux énergies stellaires $E_p < 1.1$ MeV, en raison du caractère résonnant des fonctions d'excitation $S(E)$ et des valeurs élevées des énergies de séparation ($S_n = 1.67$ MeV et $S_t = 17.8$ MeV) des particules de la cible pouvant être arrachées par les protons incidents au cours d'éventuels processus d'interaction directe supposés par Zahnow et al.^[2].

En outre, estimant l'accroissement des sections efficaces expérimentales aux très basses énergies comme n'étant pas causé uniquement par l'effet d'écran électronique (cf. éq. 1.5c, 1.5d et 1.5e), nous avons supposé la contribution d'un niveau résonnant sous le seuil $p+{}^9\text{Be}$ ($E_{\text{seuil}} = 6.5857$ MeV) à $E_{\text{ex}} = 6.5647$ MeV (correspondant à une résonance à $E_R = -21$ keV), de caractéristiques $J^\pi = 1^-$ (contribution des ondes s ($\ell=0$)), $\Gamma^0 = 26$ keV. En effet, l'interférence constructive de ce niveau avec le niveau 1^- à $E_{\text{ex}} = 6.9037$ MeV (résonance à $E_R = 318$ keV) rend compte de façon très satisfaisante des données expérimentales, pour un effet d'écran électronique réduit auquel nous associons une valeur de l'énergie potentielle d'écran $U_e = (296 \pm 43)$ eV tout à fait cohérente avec les prédictions théoriques ($U_e \approx 230$ ^[9] eV, 346 ^[10] eV, 257 ^[11] eV).

Avec les hypothèses précédentes, la reconstruction du fond potentiel des fonctions d'excitation dans le domaine d'énergie $E_p < 100$ keV se trouve aussi facilitée par rapport aux analyses par la matrice R faites par Sierk et Tombrello^[1] et par Barker et Kondo^[3] qui, pour

reproduire les données expérimentales, ont dû introduire soit des rayons d'interaction trop élevés, soit un effet d'écran surestimé.

En plus des niveaux généralement considérés dans les analyses antérieures^[1, 3] (le niveau 1^- sous le seuil, le niveau 1^- à $E_R = 318$ keV et le niveau 1^+ à $E_R = 431$ keV), nous avons introduit 3 autres niveaux^[4] dont les paramètres ont été ajustés pour décrire les données expérimentales $S(E)$ dans le domaine d'énergie $0.5 < E_{cm} < 1$ MeV : le niveau 2^- à $E_{ex} = 7.4287$ MeV ($E_R = 843$ keV, $\Gamma^0 = 92.7$ keV), le niveau 1^- à $E_{ex} = 7.4847$ MeV ($E_R = 899$ keV, $\Gamma^0 = 297.5$ keV) et le niveau 2^+ à $E_{ex} = 7.5047$ MeV ($E_R = 919$ keV, $\Gamma^0 = 156.2$ keV).

L'ensemble de nos hypothèses a conduit à des ajustements très satisfaisants, à la fois des fonctions d'excitation (facteurs S et R) et des distributions angulaires $W(E, \theta)$ pour les deux voies de réaction étudiées ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$. A partir des fonctions d'excitation calculées pour les noyaux nus, $S_{BN}(E)$ et $R_{BN}(E)$, les valeurs suivantes du facteur astrophysique à l'énergie zéro ont été déduites : $S_{BN}(0) = 42.2$ MeV.b, 36.6 MeV.b, respectivement pour les deux voies (p, d) et (p, α) . Ces valeurs sont d'un facteur ~ 2 plus élevées par rapport à celles proposées antérieurement^[2, 3], à cause des différentes valeurs adoptées des énergies potentielles d'écran. Comme conséquence prévisible, nos valeurs des taux de réaction $N_A \langle \sigma v \rangle$ dans la zone d'énergie $k_B T \leq 70$ keV sont supérieures d'un facteur compris entre 2 et 1 (à mesure que l'énergie augmente) à celles rapportées dans la compilation européenne NACRE99^[8], où les taux ont été établis en adoptant les valeurs $\bar{S}_{BN}(0) = 17_{-7}^{25}$ MeV.b de Sierk et Tombrello^[1] pour les deux voies de réaction ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$. Au delà de 70 keV, nos valeurs des taux de réaction sont en bon accord avec ceux de la compilation NACRE99^[8] (le rapport $R_{\text{taux}} \sim 1$).

Finalement, la présente analyse en matrice R des données expérimentales des réactions ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$ et ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ conduit, en supposant les caractéristiques 1^- pour le niveau sous le seuil, à une révision importante des abondances stellaires des noyaux ${}^6\text{Li}$ et ${}^9\text{Be}$ pour le domaine de température $T_9 < 0.1$.

Appendice A

Formalisme de la matrice R dans le calcul de Lane et Thomas

A.1. La Matrice R :

Dans le formalisme de la matrice R ^[13] décrivant le noyau composé, on associe à chaque voie c , une surface S_c dans l'espace de configuration. Ce dernier est séparé, par la superposition de toutes les surfaces, en deux régions : la région interne et la région externe, chacune caractérisée par sa fonction d'onde :

$$\begin{cases} \Psi_{int} = \sum_{\lambda} C_{\lambda} \chi_{\lambda} \\ \Psi_{ext} = \sum_c \Phi_c \Psi_c \end{cases}, \quad (\text{A.1a})$$

avec :

C_{λ} : un coefficient de développement dans la région intérieure.

χ_{λ} : la fonction d'onde propre de l'hamiltonien H_{int} dans la région interne, définie à partir de l'équation aux valeurs propres par :

$$H_{int} \chi_{\lambda} = E_{\lambda} \chi_{\lambda}, \quad (\text{A.1b})$$

où E_{λ} est l'énergie caractéristique propre, de l'hamiltonien H_{int} .

Φ_c : la fonction d'onde décrivant le mouvement relatif de la paire de particule dans la voie c .

Ψ_c : fonction d'onde du spins s et du moment angulaire orbital ℓ , donnée pour l'indice de voie $c = \alpha s \ell \nu m$, par^[13] :

$$\Psi_{\alpha s \ell \nu m} = \frac{1}{r_{\alpha}} \psi_{\alpha s \nu} \left(\hat{i}^{\ell} Y_{\ell}^m \right), \quad (\text{A.1c})$$

où $\psi_{\alpha s \nu}$ est une fonction du spin s , et Y_{ℓ}^m est l'harmonique sphérique.

La continuité de la fonction d'onde totale à la surface de séparation est exprimée par :

$$\sum_{\lambda} C_{\lambda} \chi_{\lambda} = \sum_c \Phi_c \Psi_c, \quad (\text{A.2a})$$

à partir de laquelle le coefficient C_{λ} est donné par :

$$C_{\lambda} = (E_{\lambda} - E)^{-1} \sum_c \gamma_{\lambda c} \left(\frac{\hbar^2}{2\mu_c r_c} \right)^{1/2} \left[\Phi'_c - b_c \Phi_c \right]_{S_c}, \quad (\text{A.2b})$$

où b_c : est un paramètre de raccordement entre la fonction d'onde χ_{λ} et sa dérivée à la surface nucléaire (cf, § B.3, appendice B) donné par^[13] :

$$b_c = \left[\frac{r}{\chi_{\lambda}} \left(\frac{d\chi_{\lambda}}{dr} \right) \right]_{r=r_c}, \quad (\text{A.2c})$$

$\gamma_{\lambda c}$: est l'amplitude de largeur réduite (en $\text{MeV}^{1/2}$), du niveau λ dans la voie c définie par^[13] :

$$\gamma_{\lambda c} = \left(\frac{\hbar^2}{2\mu_c r_c} \right)^{1/2} \int_{S_c} \chi_{\lambda}^* \Psi_c dS_c, \quad (\text{A.2d})$$

où μ_c est la masse réduite du système des deux noyaux dans la voie c .

Les largeurs réduites $\gamma_{\lambda c}^2$ ne dépassent pas la limite de Wigner, et subissent la contrainte :

$$\gamma_{\lambda c}^2 \leq \gamma_{wc}^2 = \frac{3\hbar^2}{2\mu_c R_c^2}. \quad (\text{A.2e})$$

De (A.2a) et (A.2b) nous obtenons :

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu_c r_c} \right)^{1/2} \Phi_c = \sum_{\lambda} (E_{\lambda} - E)^{-1} \sum_{c'} \gamma_{\lambda c} \gamma_{\lambda c'} \left(\frac{\hbar^2}{2\mu_{c'} r_{c'}} \right)^{1/2} \left[\Phi'_{c'} - b_{c'} \Phi_{c'} \right]_{S_{c'}}. \quad (\text{A.3a})$$

Introduisons maintenant la matrice R dont l'élément $R_{cc'}$ est donné par :

$$R_{cc'} = \sum_{\lambda} \frac{\gamma_{\lambda c} \gamma_{\lambda c'}}{(E_{\lambda} - E)}. \quad (\text{A.3b})$$

L'équation (A.3a) devient alors :

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu_c r_c} \right)^{1/2} \Phi_c = \sum_{c'} R_{cc'} \left(\frac{\hbar^2}{2\mu_{c'} r_{c'}} \right)^{1/2} \left[\Phi'_{c'} - b_{c'} \Phi_{c'} \right]_{S_{c'}}. \quad (\text{A.3c})$$

La matrice R ainsi définie, fait le raccordement sur la surface S entre les composantes de la fonction d'onde radiale et ses dérivées. C'est la matrice intermédiaire reliant l'espace des voies à l'espace des niveaux.

Si de plus, on définit les fonctions suivantes^[0] :

$$\begin{cases} \widehat{\Phi}_c = \left(\frac{\hbar^2}{2\mu_c r_c} \right)^{1/2} \Phi_c \\ \widehat{\Phi}'_c = \left(\frac{\hbar^2}{2\mu_c r_c} \right)^{1/2} \Phi'_c \end{cases}, \quad (\text{A.4a})$$

l'équation (A.3c) peut être réécrite sous la forme matérielle suivante :

$$\widehat{\Phi}' = (R^{-1} + B) \widehat{\Phi}, \quad (\text{A.4b})$$

où B est une matrice diagonale d'éléments, $B_{cc'} = b_c \delta_{cc'}$.

A.2. La Matrice de collision U :

A.2.1. Définition :

Dans une réaction nucléaire la voie d'entrée notée C , est caractérisée par un ensemble de nombres quantiques $C = \{\alpha l s m v J^\pi M\}$ et à laquelle on associe une amplitude A_C . Les voies de sortie C' (voies de désexcitation du noyau composé) sont caractérisées par des amplitudes $B_{C'}$. La voie d'entrée étant également une voie de sortie, on lui associe, en plus de l'amplitude A_C , l'amplitude de diffusion B_C qui est la superposition des amplitudes des diffusions coulombienne, potentiel et résonante.

La fonction d'onde dans la région extérieur est donnée par :

$$\begin{aligned} \Psi_{ext} &= \sum_c \Phi_c \Psi_c \\ &= \sum_c \frac{1}{v_c^{1/2}} (A_c I_c - B_c O_c) \end{aligned} \quad (\text{A.5a})$$

avec I_c et O_c sont les fonctions d'onde du flux entrant (onde entrante) et sortant (onde sortante), respectivement. L'amplitude A_C est calculée à partir des données relatives au faisceau incident (prise en générale $A_C = 1$) et permettent de déduire les amplitudes B_C en introduisant la matrice dite 'matrice de collision' notée U^{J^π} , tel que :

$$B_{c'} = \sum_c U_{c'c}^{J^\pi} A_c. \quad (\text{A.5b})$$

Ou encore en notation matricielle :

$$B = U^{J^\pi} A. \quad (\text{A.5c})$$

La matrice U^{J^π} ainsi définie est unitaire et symétrique. L'expression (A.5a) s'écrit alors :

$$\Psi_{ext} = \sum_c \frac{1}{\rho_c^{1/2}} \left(A_c I_c - \left[\sum_{c'} U_{c'c}^{J^\pi} A_{c'} \right] O_c \right) \Psi_c. \quad (\text{A.5d})$$

A.2.2. Relation entre la matrice de collision et la matrice R :

En substituant l'expression de Ψ_{ext} donnée en (A.5d) dans l'expression (A.3c), nous obtenons en notation matricielle :

$$U^{J^\pi} = \rho^{1/2} O^{-1} \left[(1 - RL)^{-1} (1 - RL^*) \right] \rho^{-1/2} I, \quad (\text{A.5e})$$

où L est une matrice diagonale dans l'espace des voies d'éléments :

$$L_c = \rho_c \left[\frac{O'_c}{O_c} \right]_{R_c} = D_c + iP_c. \quad (\text{A.6a})$$

Les quantités D_c et P_c représentent, respectivement, les facteurs de déplacement et de pénétration de la barrière coulombienne à la surface de séparation ($r = R_c$ ou $\rho_c = k_c r_c$, k_c étant le nombre d'onde). Ils sont données par :

$$P_c = \left[\frac{\rho_c}{F_c^2 + G_c^2} \right]_{R_c}, \quad (\text{A.6b})$$

$$D_c = \left[\rho_c \frac{F_c F'_c + G_c G'_c}{F_c^2 + G_c^2} - b_c \right]_{R_c}. \quad (\text{A.6c})$$

En raison de la difficulté d'inverser la matrice $(1 - RL)$ figurant dans l'expression (A.5e) de U^{J^π} , J. E. Wigner a introduit dans l'espace des niveaux les matrices A et ξ telles que :

$$\left[(1 - RL)^{-1} \right]_{c''c'} = \delta_{c''c'} + \sum_{\lambda\lambda'} \gamma_{\lambda c''}^{J^\pi} \gamma_{\lambda c'}^{J^\pi} L_c A_{\lambda\lambda'}. \quad (\text{A.7a})$$

La matrice A étant définie à partir des éléments de sa matrice inverse (A^{-1}) données par :

$$(A^{-1})_{\lambda\lambda'} = (E_\lambda - E) \delta_{\lambda\lambda'} + \Delta_{\lambda\lambda'} - i \frac{\Gamma_{\lambda\lambda'}}{2}, \quad (\text{A.7b})$$

et la matrice ξ est introduite comme suit :

$$\xi_{\lambda\lambda'} = \sum_{c''} \gamma_{\lambda c''} \gamma_{\lambda' c''} L_{c''}, \quad (\text{A.7c})$$

où $\Delta_{\lambda\lambda'}$ et $\Gamma_{\lambda\lambda'}$ sont deux fonctions de l'énergie données par :

$$\begin{cases} \Delta_{\lambda\lambda'} = -\sum_c \gamma_{\lambda c} \gamma_{\lambda' c} S_c \\ \Gamma_{\lambda\lambda'} = 2 \sum_c \gamma_{\lambda c} \gamma_{\lambda' c} P_c \end{cases}, \quad (\text{A.7d})$$

de même, est définie la largeur observée Γ_λ^0 pour quelle soit comparable à la largeur $\Gamma_{1/2}$ à mis hauteur d'une résonance dans les fonctions d'excitation, soit :

$$\Gamma_\lambda^0 = \frac{\Gamma_\lambda}{1 - \left[\frac{d\Delta_\lambda}{dE} \right]_{E=E_R}} \quad (\text{A.7e})$$

En injectant la matrice A dans (A.5e), il vient :

$$\left[(1 - RL)^{-1} (1 - RL^*) \right]_{cc'} = \delta_{cc'} + 2i \sum_{\lambda\lambda'} \gamma_{\lambda c} \gamma_{\lambda' c'} P_c^{1/2} P_{c'}^{1/2} A_{\lambda\lambda'}, \quad (\text{A.7f})$$

d'où l'expression finale de l'élément de la matrice de collision :

$$U_{cc'}^{J^\pi} = e^{i(\Omega_c + \Omega_{c'})} \left[\delta_{cc'} + 2i \sum_{\lambda\lambda'} \gamma_{\lambda c} \gamma_{\lambda' c'} P_c^{1/2} P_{c'}^{1/2} A_{\lambda\lambda'} \right] \quad (\text{A.7g})$$

Ω_c est le déphasage totale de la diffusion élastique, donné par :

$$\Omega_c = \omega_c - \varphi_c \quad (\text{A.7h})$$

où ω_c , φ_c sont les déphasages coulombien et potentiel respectivement, données par :

$$\begin{cases} \varphi_c = \text{arctg} \left(\frac{F_c}{G_c} \right) \\ \omega_{\alpha\ell} = (1 - \delta_{\ell 0}) \sum_{n=1}^{n=\ell} \text{arctg} \left(\frac{\eta_c}{n} \right) \end{cases} \quad (\text{A.7i})$$

A.3. Amplitude totale de diffusion dans le calcul de Lane et Thomas^[13] :

Lane et Thomas^[13] utilisent la représentation spin avec l'indice $C = \alpha(I_1 I_2)_{sv}$, dans leur calculs des amplitudes de diffusion, alors que pour les éléments de la matrice de collision U^{J^π} ils utilisent la représentation spin-moment angulaire par son indice $C = \alpha(I_1 I_2)_{\ell s}$. L'étude du comportement asymptotique des fonctions d'ondes particulières avant et après la diffusion peut être établie par la relation qui existe entre ces deux fonctions à l'infinie, soit :

$$\left[\Psi_{\alpha's'v'} \right]_{r_{\alpha'} \rightarrow \infty} \sim \Psi_{\alpha sv} + \frac{A_{\alpha's'v', \alpha sv}}{r_{\alpha'}} e^{ik_{\alpha'} r_{\alpha'}}, \quad (\text{A.8a})$$

où $A_{\alpha's'v', \alpha sv}$ représente l'amplitude de diffusion d'une voie de sortie $\alpha's'v'$ issue d'une voie d'entrée αsv , donnée par :

$$A_{\alpha's'v', \alpha sv} = \lim_{r_{\alpha'} \rightarrow \infty} \left[r_{\alpha'} v_{\alpha'}^{1/2} \exp i \left(\rho_{\alpha'} - \eta_{\alpha'} \log(2\rho_{\alpha'}) + \sigma_{\alpha'} \right) \times \int \Psi_{\alpha's'v'}^* \Psi_{\alpha sv} d\tau_{\alpha'} \right], \quad (\text{A.8b})$$

dont l'expression finale calculée par Lane et Thomas^[13] est donnée par :

$$A_{\alpha's'v',\alpha sv}(\Omega_{\alpha'}) = \sqrt{\pi}\lambda \left[-C_{\alpha'}(\theta_{\alpha'}) \delta_{\alpha's'v',\alpha sv} + i \sum_{JM\ell\ell'} (2\ell+1)^{1/2} \langle s\ell v 0 | JM \rangle \langle s'\ell'v'm' | JM \rangle T_{\alpha'\ell's',\alpha\ell s}^{J\pi} Y_{\ell'}^{m'}(\Omega_{\alpha'}) \right], \quad (\text{A.8c})$$

où $C_{\alpha'}(\theta_{\alpha'})$ est l'amplitude de diffusion purement coulombienne donnée par :

$$C_{\alpha'}(\theta_{\alpha'}) = \frac{\eta_{\alpha'}}{\sqrt{4\pi} \sin^2\left(\frac{\theta_{\alpha'}}{2}\right)} \exp \left\{ -2i \eta_{\alpha'} \log \sin\left(\frac{\theta_{\alpha'}}{2}\right) \right\}. \quad (\text{A.8d})$$

L'expression (A.8c) donne l'amplitude totale de diffusion comportant les trois contributions qui s'additionnent directement en vue de l'indépendance de leurs interactions. Ces termes sont données séparément comme suit :

▪ *Terme d'interaction coulombienne :*

$$A_{\alpha's'v',\alpha sv}^c = -\sqrt{\pi}\lambda C_{\alpha'}(\theta_{\alpha'}) \delta_{\alpha's'v',\alpha sv}. \quad (\text{A.9a})$$

▪ *Terme d'interaction potentiel :*

$$A_{\alpha's'v',\alpha sv}^p = i\sqrt{\pi}\lambda \sum_{JM\ell\ell'} (2\ell+1)^{1/2} \langle s\ell v 0 | JM \rangle \langle s'\ell'v'm' | JM \rangle \delta_{\alpha'\ell's',\alpha\ell s} (e^{2i\omega_{\alpha\ell}} - e^{2i\omega_{\alpha\ell'}}) Y_{\ell'}^{m'}(\Omega_{\alpha'}). \quad (\text{A.9b})$$

▪ *Terme d'interaction résonante (nucléaire) :*

$$A_{\alpha's'v',\alpha sv}^R = i\sqrt{\pi}\lambda \sum_{JM\ell\ell'} (2\ell+1)^{1/2} \langle s\ell v 0 | JM \rangle \langle s'\ell'v'm' | JM \rangle Y_{\ell'}^{m'}(\Omega_{\alpha'}) \sum_{\lambda} 2 \frac{(\Gamma_{\lambda\alpha'\ell's'}^{J\pi} \Gamma_{\lambda\alpha\ell s}^{J\pi})}{\Gamma_{\lambda}^{J\pi}} \cos(\beta_{\lambda}^{J\pi}) e^{i\Phi_R}, \quad (\text{A.9c})$$

où $\beta_{\lambda}^{J\pi}$: est le déphasage résonant définie par :

$$\beta_{\lambda}^{J\pi} = \text{arctg} \left(\frac{E - \Delta_{\lambda} - E_{\lambda}}{\Gamma_{\lambda} / 2} \right), \quad (\text{A.10a})$$

et Φ_R : est le déphasage totale donné par :

$$\Phi_R = \beta_{\lambda}^{J\pi} + \Omega_{\alpha\ell} + \Omega_{\alpha'\ell'} + \pi, \quad (\text{A.10b})$$

ainsi, l'amplitude totale de diffusion s'écrit :

$$A_{\alpha's'v',\alpha sv}^{tot} = A_{\alpha's'v',\alpha sv}^c + A_{\alpha's'v',\alpha sv}^p + A_{\alpha's'v',\alpha sv}^R. \quad (\text{A.11})$$

A.4. Section efficace différentielle :

La section efficace différentielle pour le processus $\alpha sv \rightarrow \alpha's'v'$ des particules (projectile et cible) no polarisées, s'écrit:

$$d\sigma_{\alpha's'v',\alpha sv} = |A_{\alpha's'v',\alpha sv}|^2 d\Omega_{\alpha'} \quad (\text{A.12a})$$

en sommant sur les sv , $s'v'$ et moyennant sur le spin s de la voie d'entrée, on obtient l'expression finale :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha'}}\right)(\alpha, \alpha') = \frac{1}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)} \sum_{ss',vv'} |A_{\alpha's'v',\alpha sv}|^2 \quad (\text{A.12b})$$

on peut à partir de la formule (A.11) de $A_{\alpha's'v',\alpha sv}^{tot}$ expliciter les différents termes représentant les différentes contributions, soit :

$$\begin{aligned} |A|^2 &= AA^* \\ &= (A^c + A^p + A^R) \times (A^c + A^p + A^R)^* \\ &= |A^c|^2 + |A^p|^2 + |A^R|^2 + 2 \operatorname{Re}(A^c A^{p*}) + 2 \operatorname{Re}(A^c A^{R*}) + 2 \operatorname{Re}(A^p A^{R*}), \end{aligned} \quad (\text{A.12c})$$

de même pour $\frac{d\sigma_{\alpha,\alpha'}}{d\Omega_{\alpha'}}$, on obtient :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha'}}\right)_{tot} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha'}}\right)_C + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha'}}\right)_P + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha'}}\right)_R + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha'}}\right)_{CP} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha'}}\right)_{CR} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha'}}\right)_{PR} \quad (\text{A.12d})$$

A.5. Section efficace totale :

La section efficace totale de la réaction $\alpha \rightarrow \alpha'$ est obtenue en intégrant la section efficace différentielle sur l'angle solide $\Omega_{\alpha'}$, soit :

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\alpha'}(E) &= \int \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha'}}\right) d\Omega_{\alpha'} \\ &= \pi \tilde{\lambda}^2 \sum_{J^\pi} g_J \sum_{\ell s, \ell' s'} |T_{\alpha' \ell' s', \alpha \ell s}^{J^\pi}|^2, \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

où g_J est un facteur statistique de spin défini par :

$$g_J = \frac{2J + 1}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)}, \quad (\text{A.14})$$

où I_1 , I_2 sont respectivement, les spins intrinsèques du projectile et de la cible.

Dans cette dernière expression de $\sigma_{\alpha\alpha'}$ la contribution infinie de la diffusion élastique coulombienne a été omise.

Appendice B

Détermination des caractéristiques des résonances à partir des fonctions d'excitation expérimentales

Nous exposons dans cet appendice, des méthodes appliquées que nous avons utilisé pour la recherche automatique des paramètres (amplitude de largeur réduite $\gamma_{\lambda c}$) de résonance ainsi que les caractéristiques J^π . On peut à partir des fonctions d'excitation, exprimées ici en terme du facteur astrophysique $S(E)$, tirer les énergies de résonance E_R , les valeurs $S_{exp}(E_R)$ et estimer les largeurs observées, approximativement, pour toutes les voies de réaction de données expérimentales disponibles.

B.1. Cas d'une résonance isolé :

B.1.1. Spin et parité J^π fixées :

Le facteur astrophysique $S(E)$ est donné pour une résonance isolé et pour une voie de réaction de type $I \rightarrow k$ (k ; indice de la voie de paire de particule, $k = I$ pour la paire d'entrée) par une simple formule de type Breit et Wigner, comme suit :

$$S_{BN}(E)_{I \rightarrow k} = \frac{a}{\mu_1} \exp(2\pi\eta_1) g_J \frac{\Gamma_1(E) \times \Gamma_k(E)}{(E_\lambda + \Delta_\lambda - E_R)^2 + \frac{\Gamma_\lambda^2(E)}{4}}, \quad (\text{B.1})$$

où $a = \frac{\pi(\hbar c)^2}{2 \times 1 \text{ u} m a c^2} = 0.65661809 \text{ MeV.b}$, $g_J = \frac{(2J+1)}{(2I_1+1)(2I_1+1)}$ est un facteur statistique de

spin et η_l est le paramètre de Sommerfeld relatif à la voie d'entrée, $2\pi\eta_1 = b_1 / \sqrt{E}$.

On définit les fonctions $G_{1,J}(E)$ et $F_{1k}(E)$ comme suit :

$$G_{1,J}(E) = 4 \frac{a}{\mu_1} \exp\left(\frac{b_1}{\sqrt{E}}\right) g_J, \quad (\text{B.2a})$$

$$F_{1k}(E) = \frac{\Gamma_1(E) \times \Gamma_k(E)}{4(E_\lambda + \Delta_\lambda - E_R)^2 + \Gamma_\lambda^2(E)}, \quad (\text{B.2b})$$

ainsi, le facteur astrophysique $S_{BN}(E)$ peut être factoriser comme suit :

$$S_{BN}(E)_{1 \rightarrow k} = G_{1,J}(E) \times F_{1k}(E). \quad (\text{B.3})$$

Calculée à l'énergie de résonance, la fonction F_{1k} devient :

$$F_{1k} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_\lambda} \times \frac{\Gamma_k}{\Gamma_\lambda} = p_1 \times p_k, \quad (\text{B.4})$$

avec ; $p_k = \frac{\Gamma_k}{\Gamma_\lambda}$, pour $k = 1, N_{Voie}$, est le rapport d'embranchement de la $k^{\text{ème}}$ voie, où N_{Voie}

est le nombre de voie de paire de particule considérées dans l'analyse (n'est considéré que le 1^{er} moment angulaire résonant pour chaque paire, la contribution des autres est non significative dans les sections efficaces), alimentant le niveau λ dans le noyau composé.

A partir de B.3 et B.4, nous obtenons :

$$p_1 \times p_k = F_{1k} = \frac{S_{BN}(E_R)_{1 \rightarrow k}}{G_{1,J}(E_R)} = \frac{T_{1k}}{(2J+1)}, \quad (\text{B.5a})$$

où T_{1k} , contrairement à F_{1k} est indépendant de la valeur du spin J .

Pour $k = 2, N_{Voie}$, on aura, $(N_{voie} - 1)$ équations de type B.5a, avec N_{voie} paramètres d'embranchement à déterminer. La $N_{voie}^{\text{ème}}$ équation est telle que :

$$\sum_{k=1}^{N_{voie}} p_k = 1. \quad (\text{B.5b})$$

Les valeurs de $S_{BN}(E_R)$ étant déterminées à partir des pic de résonance, avec une 1^{ère} approximation de la valeur de l'énergie de résonance $E_R \approx E_m$ (cf. §. 3.2.2 du chap 3), le facteur F_{1k} est évalué, en remplaçant les rapports d'embranchement $p_k = \frac{F_{1k}}{p_1}$ dans B.5c, il

vient :

$$p_1 + \frac{1}{p_1} \sum_{k=2}^{N_{voie}} F_{1k} = 1, \quad (\text{B.6a})$$

qui donne l'équation de second ordre suivante :

$$\begin{cases} p_1^2 - p_1 + c = 0 \\ c = \sum_{k=2}^{N_{Voie}} F_{1k} \end{cases}, \quad (\text{B.6b})$$

de discriminant Δ donné par :

$$\Delta = 1 - 4c \quad (\text{B.6c})$$

B.1.1.1 Détermination du spin J :

Le signe du discriminant Δ décide la validité de la valeur du spin J . On distingue, donc, deux cas de figures :

- si $\Delta < 0$, l'équation B.6b n'admet pas de solutions réelles, et la valeur du spin J proposée doit être omise. Dans ce cas elle est inférieure à la valeur réelle.

- si $\Delta \geq 0$, l'équation B.6b admet deux solutions pour p_1 (une solution double $p_1 = \frac{1}{2}$, si $\Delta = 0$), données par :

$$p_1^\pm = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - c}, \quad (\text{B.7a})$$

de sorte que chacune des solutions p_1^+ , p_1^- engendre un ensemble de solutions, tel que :

$$p_k^\pm = F_{1k} / p_1^\pm, \quad (\text{B.7b})$$

avec $k = 2, N_{Voie}$.

Si une voie de particule k possible (énergétiquement et de point de vue conservation du spin et de la parité) ne possède pas de données expérimentales de $S_{BN}(E)$ (inaccessible à la mesure, généralement), on pose $S_{BN}(E_R)_{1 \rightarrow k} = 0$, $p_k \ll 1$.

L'inégalité $\Delta \geq 0$ peut être traduite par :

$$J \geq 2 \sum_{k=2}^{N_{Voie}} T_{1k} - \frac{1}{2}, \quad (\text{B.8})$$

qui donne une limite minimale J_{min} du spin J recherché.

B.1.1.1 Détermination de la parité π :

Après la détermination du domaine $J \geq J_{min}$, on passe à la parité $\pi = \pm$. On tire pour chaque choix J^π le 1^{er} moment angulaire résonant pour chaque paire de particule. Pour chaque J on calcul les rapports d'embranchement p_k correspondants données par les

équations B.7a et B.7b. Il reste, par suite, à chercher la valeur optimale de la largeur Γ_λ en optimisant la fonction χ^2 (cf, § 3.6.1, éq 3.6a). Les amplitudes de largeurs réduites sont, par suite, données par :

$$\gamma_{\lambda k} = \theta_{\lambda k} \times \gamma_{wk} = \sqrt{\frac{p_k \times \Gamma_\lambda}{2P_{k,\ell_k}(E_R + Q_{1 \rightarrow k})}}, \quad (\text{B.9})$$

où $P_{k,\ell_k}(E_R + Q_{1 \rightarrow k})$ est le facteur de pénétration relatif à la paire k de moment angulaire orbital ℓ_k à l'énergie de résonance correspondante.

Les amplitude de largeur réduites $\gamma_{\lambda k}$ ne doivent pas excéder les limites de Wigner γ_{wk} , i.e $-1 \leq \theta_{\lambda k} \leq +1$. Si cette condition est vérifiée pour un choix J^π pris, il sera maintenu, et on passe à l'affinement des paramètres E_R , Γ_λ et les p_k de cette résonance. Pour ce fait, les deux ensembles de rapports d'embranchement sont à tester, et que meilleur est maintenu. Dans le cas contraire, on teste l'autre parité. Les mêmes démarches, sont à suivre pour les autres choix des J^π , avec $J \geq J_{min}$.

B.2. Cas de deux résonances de mêmes spin et parité J^π :

Le facteur astrophysique $S_{12}(E)$, pour deux résonances proches (d'indice $\lambda = 1$ et $\lambda = 2$) de mêmes J^π , est donnée dans l'approximation de Breit et Wigner, par l'expression suivante :

$$S(E)_{1 \rightarrow k} = S_1(E)_{1k} + S_2(E)_{1k} + 2 \times \text{signe}_{1k} \times \sqrt{S_1(E)_{1k} \times S_2(E)_{1k}} \cos(\delta_2 - \delta_1), \quad (\text{B.10a})$$

où δ_λ , $\lambda = 1, 2$ est le déphasage résonant donné par :

$$\delta_\lambda(E) = \text{arctg}\left(\frac{E - E_\lambda - \Delta_\lambda}{\Gamma_\lambda / 2}\right), \quad (\text{B.10b})$$

et signe_{1k} est un signe relatif à la voie de réaction $1 \rightarrow k$, donné par :

$$\text{signe}_{1k} = (s_{1,1} \times s_{2,1}) \times (s_{1,k} \times s_{2,k}), \quad (\text{B.10c})$$

où $s_{\lambda,k}$ est le signe de $\gamma_{\lambda k}$, i.e : $\gamma_{\lambda k} = s_{\lambda,k} \times |\gamma_{\lambda k}|$.

En utilisant les équations B.3 et B.10a, on obtient :

$$S_{12}(E)_{1 \rightarrow k} = G_{1,J}(E) \left\{ F_{1k}^{(1)} + F_{1k}^{(2)} + 2 \times \text{signe}_{1k} \times \sqrt{F_{1k}^{(1)} \times F_{1k}^{(2)}} \cos(\delta_2 - \delta_1) \right\}. \quad (\text{B.11a})$$

On définit la fonction $\Omega_{1k}(E)$, comme suit :

$$\begin{aligned}\Omega_{1k}(E) &= \frac{S_{12}(E)_{1 \rightarrow k}}{G_{1,J}(E)} - F_{1k}^{(1)}(E). \\ &= F_{1k}^{(2)} + 2 \times \text{signe}_{1k} \times \sqrt{F_{1k}^{(1)} \times F_{1k}^{(2)}} \cos(\delta_2 - \delta_1)\end{aligned}\quad (\text{B.11b})$$

Mais dans ce cas, contrairement au cas d'une seule résonance, nous avons deux énergies de résonances et un terme d'interférence dans le facteur astrophysique $S_{12}(E)$ résultant. Pour ces raisons, on procède comme suit :

On commence par introduire la résonance la plus dominante, soit celle pour $\lambda = 1$, et on tire la valeur de $S_1(E_{R1})$ approximativement à partir des données expérimentales de $S(E)$, et on tire tous les paramètres correspondants en suivant les étapes cités dans le paragraphe B.1 précédent (cas d'une seule résonance). En second étape, l'estimation des $S_2(E_{R2})$ et par conséquent des facteurs $F_{1k}^{(2)}(E_{R2})$, à la 2^{ème} résonance, à partir des courbes de $S_{exp}(E)$, n'est en générale pas évidente à cause du terme d'interférence. Pour cette raison, nous essayons d'extraire les facteurs $F_{1k}^{(2)}(E_{R2})$ pour rendre le problème à une seule résonance, en procédant comme suit :

Les paramètres de la 1^{ère} résonance étant déterminés approximativement, la fonction $F_{1k}^{(1)}(E)$ est calculable à toutes les énergies, ainsi que la fonction $\Omega_{1k}(E)$ qui peut être évaluée à partir des points expérimentaux, soit :

$$\Omega_{1k}(E_{R2}) - F_{1k}^{(2)} = 2 \times \text{signe}_{1k} \times \cos(\delta_2 - \delta_1) \sqrt{F_{1k}^{(1)}(E_{R2}) \times F_{1k}^{(2)}}, \quad (\text{B.12a})$$

où $\delta_2(E_{R2}) = 0$ et $\delta_1(E_{R2})$ est calculée à partir de l'équation B.10b.

En élevant au carré les deux membre de l'équation B.12a, il vient, après des simplifications:

$$\left(F_{1k}^{(2)}\right)^2 - 2 F_{1k}^{(2)} \left(\Omega_{1k}(E_{R2}) + 2 F_{1k}^{(1)}(E_{R2}) \cos^2(\delta_1)\right) + \Omega_{1k}^2(E_{R2}) = 0, \quad (\text{B.12b})$$

de discriminant Δ'_k donné par :

$$\begin{cases} \Delta'_k = 4 \alpha_k^2 (1 + \alpha_k^2) \\ \alpha_k = \sqrt{F_{1k}^{(1)}(E_{R2})} |\cos(\delta_1)| \end{cases}, \quad (\text{B.12c})$$

ce discriminant étant toujours positif, les solutions peuvent être données comme suit :

$$F_{1k}^{(2),\pm} = x_k^\pm F_{1k}^{(1)}(E_{R2}), \quad (\text{B.12d})$$

où les coefficients x_k^\pm sont donnés par :

$$x_k^\pm = \frac{F_{1k}^{(12)}(E_{R2})}{F_{1k}^{(1)}(E_{R2})} - 1 \pm 2 \cos^2(\delta_1) \sqrt{1 + \frac{1}{F_{1k}^{(1)} \cos^2(\delta_1)}}, \quad (\text{B.12e})$$

où la fonction $F_{1k}^{(12)}(E) = \frac{S_{12}(E)_{1 \rightarrow k}}{G_{1,J}(E)}$ définie de la même façon que les fonctions $F_{1k}^{(\lambda)}(E)$.

Les signes $signe_{1k}$ sont déterminés, par suite, à partir de l'équation B.12a.

Après la détermination des facteurs $F_{1k}^{(2)}(E_{R2})$, et des $signe_{1k}$ le problème revient à traiter une résonance isolée, on applique, donc, les mêmes démarches du paragraphe B.1.

B.3. Calcul exact des éléments de la matrice de collision U :

Dans l'approximation de Breit et Wigner utilisée en § B.1 et § B.2, pour 1 et 2 niveaux respectivement, le calcul des fonctions d'excitation est indépendant des paramètres de raccordement b_c . Mais dans le cas d'un calcul exact des éléments de la matrice de collision donnée par l'équation A.6f (en appendice A), dépendent de l'ensemble de paramètres de raccordement b_c choisi. Dans ce cas, les éléments $(A^{-1})_{\lambda\lambda'}$ d'indices croisés ($\lambda \neq \lambda'$), de la matrice de niveaux inverse, ne doivent pas être omis. Nous avons :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial b_c} [(A^{-1})_{\lambda\lambda}] = 0 \\ \frac{\partial}{\partial b_c} [(A^{-1})_{\lambda\lambda'}] \neq 0, \lambda \neq \lambda' \end{cases} \quad (\text{B.13a})$$

Dans le cas de l'approximation de Breit et Wigner, les éléments à $\lambda \neq \lambda'$ de la matrice A^{-1} ne sont pas considérés, elle se réduit à une matrice diagonale, dont l'inversion est immédiate et donne une matrice A diagonale d'élément :

$$A_{\lambda\lambda'} = \left[\frac{1}{E_\lambda + \Delta_\lambda - E - i \frac{\Gamma_\lambda}{2}} \right] \times \delta_{\lambda\lambda'}, \quad (\text{B.13b})$$

qui sont indépendants du choix des paramètres de raccordement b_c d'après B.13a. Dans ce cas, l'élément de matrice $U_{cc'}^{J\pi}$ est donné en A.6g, en omettant les termes $\lambda \neq \lambda'$ de la matrice de niveau, par :

$$U_{cc'}^{J\pi} = e^{i(\Omega_c + \Omega_{c'})} \left[\delta_{cc'} + 2i \sum_{\lambda} \gamma_{\lambda c}^2 P_c^{1/2} P_{c'}^{1/2} A_{\lambda\lambda} \right].$$

Le choix des paramètres de raccordement b_c dans ce cas n'étant pas important, plusieurs choix sont proposés dans la littérature ; $b_c = D_c(E_{R,1})$, $b_c = -\ell_c$ pour le cas d'une seule

résonance isolé, et pour le cas de plusieurs résonances de mêmes J^π d'indices λ ; $b_c = D_c(\langle E_{R,\lambda} \rangle)$, où $\langle E_{R,\lambda} \rangle$ est une énergie de résonance moyenne, $b_c = \sum_{\lambda} f_{\lambda} D_c(E_{\lambda})$ donné par une moyenne des facteur de déplacement.

Dans le cas contraire, le calcul des éléments de matrice $U_{cc}^{J^\pi}$ contient des termes en plus en tenant compte des termes $A_{\lambda\lambda'}$ avec $\lambda \neq \lambda'$, dépendant du choix des paramètres b_c , qui ne doivent pas être, dans ce cas, considérés comme des paramètres arbitraires. Un choix physique optimal n'est toujours pas proposé.

Références :

- [0] : M. Fouka. Ce travail.
- [1] : A. J. Sierk et T. A. Tombrello. Nucl. Phys. A210 (1973) 341-354.
- [2] : D. Zahnow, C. Rolfs, S. Schmidt, H.P. Trautvetter. Z. Phys. A 359 (1997) 211-218.
- [3] : F.C. Barker, Y. Kondo. Nucl. Phys. A688 (2001) 959-974.
- [4] : F. Ajzenberg-Selove. Nucl. Phys. A490 (1988) 1.
- [5] : L. Bland et H.T. Fortune. Phys. Rev. C (1980).
- [6] : D. Zahnow, C. Angulo, M. Junker, C. Rolfs, S. Schmidt, W.H. Schulte, E. Somorjai. Nucl. Phys. A589 (1995) 95-105.
- [7] : F.C. Barker. Nucl. Phys. A697 (2002) 915-934.
- [8] : C. Angulo et al. Nuclear Physics. A656 (1999) 3-183.
- [9] : J. Lindhard, V. Nielsen et M. Scharff. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 36 (1968) no. 10.
- [10] : G. Bencze. Nucl. Phys. A 492, 459 (1989)
- [11] : H. J. Assenbaum, K. Langanke et C. Rolfs. Z. Phys. A237 (1987) 461.
- [12] : M. Abramovitz, Handbook of mathematical tables (Dover, New york) (1972).
- [13] : A. M. Lane et R. G. Thomas. Rev. Mod. 30 (1958) 257.
- [14] : J. A. Neuendorffer, D. R. Inglis et S. S. Hanna. Phys. Rev. 82 (1951) 75. be9pd, be9pa.
- [15] : H. R. Bleiden, G. M. Temmer et K. L. Warsh. Nucl. Phys. 49 (1963) 209. be9pa.
- [16] : T. Yanabu, S. Yamashita, S. Kakigi, D.-C. Nguyen, K. Takimoto, Y. Yamada et K. Orino. J. Phys. Soc. Japan 19 (1964) 1818. be9pa.
- [17] : S. Morita, T. Tohei, T. Nakagawa, T. Hasegawa, H. Ueno et H. Chu-Chung. Nucl. Phys. 66 (1965) 17. be9pa.
- [18] : E. P. Wigner et L. Eisenbud. Phys. Rev. 72 (1947) 29.
- [19] : G. Fiorentini., R. W. Kavanagh et C. Rolfs. Z. Phys. A350 (1995) 289.
- [20] : A. Belhout. Thèse de magister. (1999)
- [21] : H. A. Bethe. Rev. Mod. Phys. 9 (1937) 462.
- [22] : H. A. Bethe et G. Placzek. Rev. Mod. Phys. 51 (1937) 248 et 862.
- [23] : C. E. Rolfs et W. S. Rodney. Cauldrons in the cosmos. Nuclear astrophysics. (1988) 293.

- [24] : W. E. Lamb. Phys. Rev. 55 (1984) 675.
- [25] : F. Besenbacher, J. U. Andersen et E. Bonderup. Nucl. Instr. Meth. 168 (1980) 1.
- [26] : S. Engstler, G. Raimann, C. Angulo, U. Greife, C. Rolfs, U. Schoder, E. Somorjai, B. Kirch et K. Langanke. Z. Phys. A342 (1992) 471.
- [27] : P. Connors, M. Cooper, T. Mo, M. Roush, H. Tu, F. Young et W. Hornyak, Contributions, Int. Conf. on properties of nuclear states, Montreal (1969) 328.
- [28] : R. G. Thomas, S. Rubin, W. A. Fowler et C. C. Lauritsen. Phys. Rev. 75 (1949) 1692.
- [29] : P. D. Forsyth, A. R. Knudson et F. C. Young. Nucl. Phys. 85 (1966) 153.
- [30] : V. Meyer, R. E. Pixley et P. Truol. Nucl. Phys. A101 (1967) 321.
- [31] : C. R. Brune, W. H. Geist, H. J. Karwowski, E. J. Ludwig, K. D. Veal. Phys. Rev. C 57 (1998) 3437.
- [32] : M. Balakrishnan, M. K. Mehta, A. S. Divatia, Nuovo Cimento A 1 (1971) 205.
- [33] : J. A. Neuendorffer, D. R. Inglis, S. S. Hanna. Phys. Rev. 82 (1951) 75.
- [34] : E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, W. A. Fowler et F. Hoyle. Rev. Mod. Phys. 29 (1957) 547.
- [35] : G. Gamow, Z. Phys. 51 (1928) 204.
- [36] : E. U. Condon et R. W. Gurney. Phys. Rev. C33 (1929) 127.
- [37] : A. Bouchemha, Thèse de Magister, USTHB (1993).
- [38] : A. Boughrara, Thèse de Magister, USTHB (1998).
- [39] : H. Beaumevieille et al.
- [40] : Cameron, A. G. W., in Essays in Nuclear Astrophysics, ed. C. A. Barnes, D. D. Clayton, and D. N. Schramm (Cambridge: Cambridge University Press, 1982), p. 23.
- [40] : D. D. Clayton, Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis (Chicago Press, Chicago, 1983)
- [41] : W. A. Fowler, G. R. Caughlan and B. A. Zimmerman, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 5 (1988).