

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene

Faculté de PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

EN: PHYSIQUE

Spécialité : Physique Théorique

par Melle : BENLEMDJALDI DJAMILA

Sujet :

*L'effet de la masse des grains de poussière
sur les modes d'oscillations des plasmas
poussiéreux*

Soutenu publiquement le 20/04/ 2006, devant le jury composé de :

Mr. M. BENDAOU	Professeur (USTHB)	Président
Mr. R. ANNOU	Maître de Conférences (USTHB)	Directeur de thèse
Mr. M. HACHEMANE	Maître de Conférences (USTHB)	Examineur
Mr. M. BENGUERBA	Maître de Conférences (USTHB)	Examineur

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene

Faculté de PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

EN: PHYSIQUE

Spécialité : Physique Théorique

par Melle : BENLEMDJALDI DJAMILA

Sujet :

*L'effet de la masse des grains de poussière
sur les modes d'oscillations des plasmas
poussiéreux*

Soutenu publiquement le 20/04/ 2006, devant le jury composé de :

Mr. M. BENDAOU	Professeur (USTHB)	Président
Mr. R. ANNOU	Maître de Conférences (USTHB)	Directeur de thèse
Mr. M. HACHEMANE	Maître de Conférences (USTHB)	Examineur
Mr. M. BENGUERBA	Maître de Conférences (USTHB)	Examineur

Remerciements

Je remercie Allah le tout puissant de nous donner la volonté et le courage.

Je tiens à exprimer sincèrement mes remerciements à :

*Mr **R. ANNOU** mon directeur de thèse qui m'a beaucoup aidée pour la réalisation de ce travail. Il a su m'éclairer par ses précieux conseils et sa grande expérience dans ce domaine.*

*Mr. Le professeur **M. BENDAOU** qui m'a fait l'honneur de présider le jury.*

*Mr. **M. HACHMENE** et Mr. **M. BENGUERBA** qui me font l'honneur de juger ce travail.*

Tous mes enseignants qui par leur compréhension et encouragement ont contribué pour une part importante à ma formation pendant mes études.

Je dois aussi saluer et remercier tous mes amis qui sont malheureusement trop nombreux pour être nommés tous ici. Vous savez qui vous êtes et je désire vous dire à quel point je suis honorée de vous connaître.

Je n'oublie pas d'exprimer ma gratitude à tous mes collègues du laboratoire de Physique Théorique pour leur soutien morale et leur gentillesse.

Je n'omets pas de remercier mes parents pour leur aide inestimable, ils m'ont en effet, procurés toutes les conditions favorables pour parfaire ce travail.

*J'adresse également ma profonde reconnaissance envers mon cher frère **KAMEL** qui a su m'apporter tout le long de mes études beaucoup de réconforts et ces encouragements qui ont contribué à la réalisation du présent travail.*

A tous ceux qui d'une manière ou d'une autre ont contribué à la réalisation de ce travail.

A vous tous, du fonds du cœur Merci.

Glossaire

Dans cette thèse on va utiliser la nomenclature suivante :

c	Vitesse de la lumière.
c_s	Vitesse du son.
C_{DA}	Vitesse acoustique de poussière.
v_{ph}	Vitesse de phase de l'onde.
λ	Longueur d'onde.
\vec{k}	Vecteur d'onde.
$\lambda_{De,i} \lambda_D$	Longueur de Debye de l'électron, de l'ion et du grain de poussière.
$v_{the} v_{thi} v_{thd}$	Vitesse thermique des électrons, des ions et des grains de poussière.
k_B	Constante de Boltzmann.
γ	Le rapport des chaleurs spécifiques.
δE	Fluctuation du champ électrique.
δB	Fluctuation du champ magnétique.
B_0	Champ magnétique externe.
$\omega_{pe} \omega_{pi} \omega_{pd}$	Fréquence plasma électronique, ionique et de poussière.
I_e, I_i	Courant électronique et ionique.
β_e, β_i	Fréquence d'attachement d'électrons et d'ions.
η	Taux d'amortissement naturel de la fluctuation de la charge.
φ_f	Potentiel flottant de la surface du grain.
C	Capacité du grain de poussière.
ε	Concentration des grains par apport aux ions.
$\Omega_e \Omega_i \Omega_d$	Fréquence cyclotron électronique, ionique et du grain de poussière.
$\chi_e \chi_i \chi_d$	Susceptibilité électronique, ionique et de poussière.
U_0	L'énergie de liaison d'un atome au voisinage de la surface du grain.
Y_s	Rendement de la pulvérisation.
\Re	Taux de décroissance de la masse du grain.
$f(v)$	Fonction de distribution des vitesses.

SOMMAIRE

Introduction.....	1
-------------------	---

CHAPITRE I

LES ONDES DANS LES PLASMAS

I.1 Introduction.....	7
I.2 Généralités sur les ondes.....	7
I.2.1 Nature des ondes.....	8
I.2.2 Propriétés fondamentales de la propagation des ondes.....	9
I.2.3 Représentation des ondes.....	10
I.3 Onde plasma dans différents environnements.....	11
I.3.1 Onde plasma dans L'ionosphère.....	11
I.3.2 Onde plasma en milieu astrophysique.....	11
I.3.3 Onde plasma dans les plasmas magnétiques de fusion.....	11
I.4 Différents types d'ondes dans un plasma ordinaire.....	12
I.4.1 Equations fluides.....	12
I.4.2 Ondes dans un plasma non magnétisé.....	13
I.4.3 Ondes dans un plasma magnétisé.....	15
I.6 Conclusion.....	19
I.7 Références.....	20

CHAPITRE II

L'EFFET DE LA FLUCTUATION DE LA CHARGE DES GRAINS DE POUSSIÈRE SUR LES MODES D'OSCILLATIONS DANS LES PLASMAS POUSSIÈREUX

II.1 Introduction.....	21
II.2 Processus de charge des grains de poussière.....	22
II.2.1 Collection de particules.....	22
II.2.2 Emission secondaire des électrons.....	22
II.2.3 Emission photoélectrique.....	23

II.3 Ondes supportées par un plasma contenant des grains de poussière.....	24
II.3.1 Ondes électrostatiques de B-F dans un plasma non magnétisé	24
1. Modes acoustiques.....	25
II.3.2 Ondes électrostatiques de BF dans un plasma poussiéreux magnétisé.....	27
1. Modes acoustiques.....	29
2. Modes cyclotroniques.....	30
II.4 L'effet de la fluctuation de la charge des grains de poussière.....	31
II.4.1 Equation d'évolution de la charge du grain de poussière.....	31
II.4.2 Ondes électrostatiques de BF dans un plasma poussiéreux non magnétisé.....	32
II.4.3 Ondes électrostatiques de BF dans un plasma poussiéreux magnétisé.....	35
II.5 Conclusion.....	37
II.6 Références.....	38

CHAPITRE III

L'EFFET DE LA FLUCTUATION DE LA MASSE DES GRAINS DE POUSSIÈRE SUR LES MODES D'OSCILLATIONS DANS LES PLASMAS POUSSIÈREUX

III.1 Introduction.....	39
III.2 Destruction des grains par le processus de pulvérisation.....	40
III.3 Formulation.....	42
III.3.1 Equation de la masse.....	42
III.3.2 Equation de la charge.....	42
III.3.3 Equations hydrodynamiques	43
III.4 Linéarisation et écriture des équations de base dans l'espace de Fourier.....	44
III.5 Discussion.....	51
III.6 Conclusion.....	60
III.7 Références.....	61
Conclusion.....	62
Perspectives.....	63
Annexe.....	64

INTRODUCTION

INTRODUCTION

En 1928, Langmuir et son collègue Levy Tonks ont inventé le terme de plasma, représentant le quatrième état de la matière, pour décrire des phénomènes relatifs aux gaz ionisés. Les deux chercheurs américains réussirent ensuite à décrire le mouvement des électrons dans le plasma en combinant les lois de la dynamique des fluides et de l'électromagnétisme [1], le plasma étant un fluide fortement influencé par les interactions coulombiennes entre ions et électrons et par la présence de champs magnétiques externes ou auto-induits. Ce plasma compose plus de 99% de la matière de notre univers, e.g, il constitue le cœur de toutes les étoiles qui brillent dans le ciel et notamment de notre Soleil. Une des caractéristiques qui permet de distinguer le plasma d'un gaz neutre réside dans la propagation des ondes dans ces milieux [2]. Dans un gaz ordinaire, seules des ondes sonores correspondant à des variations longitudinales de densité peuvent s'y propager, alors que dans un plasma, les particules ont un comportement collectif et le nombre d'ondes susceptibles de s'y propager est beaucoup plus important. Les ondes dans les plasmas peuvent être de nature purement électrostatique, c'est-à-dire sans perturbation du champ magnétique, ou électromagnétique, possédant à la fois une composante perturbée des champs électrique et magnétique. Les ondes électrostatiques sont divisées en ondes à hautes fréquences n'impliquant pas de mouvement des ions, appelées ondes de Langmuir, et les ondes dites ondes ioniques de basses fréquences où il est tenu compte du mouvement des ions. Les ondes électromagnétiques, qui possèdent pour leur part une composante magnétique, se propagent seulement si leur fréquence est supérieure à la fréquence plasma. Si le plasma possède lui-même un champ magnétique, ses espèces chargées vont se déplacer le long de ce champ, en lui tournant autour à des fréquences de giration appelées gyrofréquences ou fréquences cyclotron. Les ondes peuvent se propager dans toutes les directions, en particulier, parallèlement ou perpendiculairement au champ magnétique ou au champ électrique. A titre d'exemple, on distingue les ondes électrostatiques de type hybride, acoustique ionique, cyclotronique ionique, cyclotronique électronique, et les ondes électromagnétiques, e.g., les ondes whistler, les ondes magnéto-soniques et les ondes

d'Alfven. On peut aussi voir se propager dans les plasmas des structures d'ondes encore plus particulières, dites solitons.

Dans la plupart des cas, les plasmas ne sont pas toujours formés d'ions et d'électrons accompagnés parfois d'atomes et de molécules, mais aussi d'impuretés chargées, communément appelées grains de poussières. Ces particules peuvent être de taille micrométrique ou sub-micrométrique, et sont chargées négativement ou positivement selon les conditions du plasma. Elles ont des caractéristiques qui permettent de les différencier des ions, telles que la température, la taille, la masse et la forme. Ces plasmas dits poussiéreux (dusty plasmas) [3], sont alors des plasmas constitués d'électrons, d'ions et de grains de poussière. Ils sont considérés complexes et se rencontrent dans plusieurs environnements, tels que, les comètes, le système solaire, l'atmosphère terrestre et les milieux interstellaires, ainsi que dans des environnements industriels, e.g., les réacteurs de fusion (tokamaks..), les décharges RF et DC, etc.

Le trait saillant des plasmas poussiéreux demeure la charge des grains. Elle est le résultat de plusieurs processus de charge, tels que, l'attachement de particules, qui est dû à des collisions avec les particules du plasma, la photo-émission causée par l'interaction des grains avec les photons et l'émission secondaire causée par la collision avec les particules énergétiques du plasma [3]. Dans les plasmas de laboratoires de basses températures, le processus d'attachement est le plus dominant, i.e., les particules de poussière acquièrent des charges négatives sur leurs surfaces par l'attachement des électrons, dans la mesure où la vitesse thermique des électrons est plus grande que celle des ions. Cependant, dans l'espace, les grains de poussière peuvent se charger positivement par l'émission secondaire et la photo-émission qui sont alors les plus dominantes. Mais alors, les grains de poussière dans le plasma se comportent comme des sondes qui captent des électrons et des ions. A cet effet la plupart des théories du chargement des grains sont basées sur la théorie des sondes électrostatiques [4]. Cette théorie a été établie par Mott-Smith et Langmuir en 1926, afin de déterminer les propriétés du plasma, à savoir, la densité et la température des électrons et des ions [4]. A juste titre, à l'état d'équilibre le flux du courant sur la surface du grain de poussière s'annule et la surface du grain acquiert un potentiel négatif dont la valeur est directement reliée à la charge collectée.

La présence des grains de poussière massifs et hautement chargés dans le plasma modifie considérablement ses caractéristiques, cette modification se manifestant par exemple par l'apparition de nouveaux modes de basses fréquences [3]. Signalons que la propagation des ondes dans un plasma poussiéreux est intensivement étudiée à cause des diverses applications dans l'environnement terrestre et les expériences de laboratoire. Due à leur inertie, les grains de poussière offrent une réponse assez lente aux oscillations de hautes fréquences. A cet effet, les ondes de hautes fréquences telles que les ondes Langmuir et les ondes upper-hybrides, ne sont pas affectées par la présence des grains de poussière [5], tandis que l'influence de ces grains se manifeste sur le spectre des ondes électrostatiques de basses fréquences d'un plasma électron-ion. Rao *et al.* ont examiné les oscillations collectives à basses fréquences dans le plasma poussiéreux et ont prouvé théoriquement l'existence d'un nouveau mode appelé l'onde acoustique de poussière (dust acoustic wave DAW). C'est un nouveau mode électrostatique de très basse fréquence qui a été mis en évidence expérimentalement par Chu *et al.* (1994), Barkan *et al.* (1995), et Pieper & Goree (1996), dans des plasmas poussiéreux non magnétisés [6]. Cependant, dans des nombreuses situations, en l'occurrence dans les laboratoires ou dans l'espace, les plasmas poussiéreux baignent dans un champ magnétique. La présence du champ magnétique dans un plasma est à l'origine de l'apparition d'une multitude d'ondes [7]. En particulier, pour un plasma poussiéreux, il a été mis en évidence le mode électrostatique cyclotronique de poussière (Electrostatic Dust Cyclotron Wave), un autre nouveau mode qui apparaît dans un plasma poussiéreux magnétisé où la dynamique des grains doit être prise en considération. A côté de ces modes nouveaux, d'autres modes habituels existent dans le plasma poussiéreux mais sont modifiés par la présence des grains tels que, le mode acoustique ionique de poussière (dust ion acoustic mode DIA) (c.f. Réf. [8]), et le mode électrostatique cyclotronique ionique de poussière (electrostatic dust ion cyclotron mode EDIC).

Pendant longtemps, dans de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas poussiéreux les grains de poussière ont été considérés évoluer dans le plasma comme une impureté de charge constante. Une bonne approximation à ce milieu étant le plasma NIP, i.e, plasma à ions négatifs où le rôle des ions négatifs est joué par les grains de poussières. Cependant, en réalité la charge du grain n'est guère constante. Toute perturbation des paramètres du plasma, i.e., densité électronique et ionique, occasionnée par la propagation d'une quelconque onde, affecte

inexorablement les courants de charge et donc la charge du grain. Par conséquent, la charge électrique du grain est une quantité dépendante du temps et doit être traitée comme une variable dynamique, laquelle est couplée aux autres variables dynamiques telles que la densité et le potentiel. Ce couplage conduit à un phénomène qui peut atténuer certains modes et peut même en exciter d'autres [9 ,10].

Dans la présente thèse, nous introduisons une nouvelle variable dynamique qu'est la masse des grains. La variation de cette dernière est due à la formation et la destruction des grains dans un environnement donné, par plusieurs mécanismes. En effet au cours de ces dernières années l'étude de la destruction des grains dans l'espace et dans les laboratoires a suscité un intérêt croissant, dans la mesure où elle influe sur plusieurs paramètres physiques à travers lesquels on peut diagnostiquer un milieu, par exemple, le milieu interstellaire. La variation de la masse des grains de poussières trouve son origine dans une variété de processus tels que, la pulvérisation, l'évaporation et la collision grain-grain [11]. Dans cette thèse on s'intéresse à la variation de la masse des grains occasionnée par la pulvérisation (sputtering). La pulvérisation est un processus par lequel le grain perd des atomes de sa surface sous l'effet du bombardement ionique. L'influence de cette nouvelle variable sur le spectre des ondes soutenues par le plasma poussiéreux est étudiée dans ce contexte. Il est prédit plusieurs modes nouveaux pouvant se propager dans le milieu suscité [12].

LA CONTRIBUTION DE LA PRESENTE THESE

L'essence de cette thèse est l'étude d'un nouvel effet dans les plasmas poussiéreux, à savoir, l'effet de la fluctuation de la masse des grains de poussière sur les modes d'oscillation. Nous considérons pour la première fois la masse du grain, comme une grandeur dynamique, en tenant compte du processus de désintégration, e.g, sputtering. De nouveaux modes ont été découverts. Cette thèse s'étale sur trois chapitres :

Le chapitre I. Dans ce chapitre, notre objectif est d'étudier et de classer les ondes dans les plasmas en présence et en absence d'un champ magnétique. A cette fin, nous introduirons d'une manière succincte le phénomène de la propagation des ondes. Nous introduisons alors les équations de base du modèle fluide que nous utiliserons dans certaines parties de cette thèse pour déterminer les relations de dispersion.

Le chapitre II. Dans le deuxième chapitre de cette thèse nous décrirons brièvement les plasmas poussiéreux, en insistant sur les phénomènes qui les caractérisent, à savoir, les processus de charge, l'apparition de nouveaux modes, etc. Nous passerons en revue les différents modes électrostatiques supportées par le plasma poussiéreux en présence et en l'absence d'un champ magnétique. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à l'étude de la conséquence de la fluctuation de la charge du grain sur les propriétés diélectriques d'un plasma poussiéreux. Pour cela, l'équation d'évolution de la charge du grain de poussière sera déterminée de manière self-consistante. La relation de dispersion sera aussi établie, et traitée dans différentes gammes de fréquences, telle qu'elle a été établie la première fois par Jana *et al.*

Le chapitre III. Il est réservé à une investigation de l'effet de la masse du grain de poussière sur les modes d'oscillations. Nous avons introduit une nouvelle variable dynamique qu'est la masse des grains. La variation de cette dernière est due à la formation et à la destruction des grains dans un environnement donné, par plusieurs mécanismes. On s'intéresse à la variation de la masse des grains occasionnée par la pulvérisation (sputtering). L'influence de cette nouvelle variable sur le spectre des ondes soutenues par le plasma poussiéreux est étudiée dans ce contexte. Il est prédit plusieurs modes nouveaux pouvant se propager dans le milieu suscité.

REFERENCES

- [1]. B. Pascal, *L' univers des plasmas*, Applied Mathematical Sciences, Springer, Paris, Chap.1 (1999).
- [2]. D.R. Nicholson, *Introduction to plasma theory*, Ed. John Wiley and Sons (1983).
- [3]. D.G Swanson, *Plasmas waves*, Academic Press, inc. (1989).
- [4]. P.K. Shukla, and A.A. Mamum, *Introduction to dusty plasma physics*, Institute of Physics, Bristol (2002).
- [5]. B. Ameya, *Charging of particles in a plasma*, Advanced Plasma Technology ME8362 (2002).
- [6]. P. K. Shukla, M. Salimullah, and I. Sandberg, *Phys. Plasma*, **10**, 558 (2003).
- [7]. A. Barkan, N. D'Angelo and R. L. Merlino. *Planet. Space Sci.* **44**, 239 (1996).
- [8]. R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson, and N. D' Angelo, *Phys. Plasma*, **5**, 1607 (1998).
- [9]. M. R. Jana, A. Sen, and P. K. Kaw, *Phys. Rev. E* **48**, 3930 (1993).
- [10]. J. R. Bhatt, and B. P. Pandey, *Phys. Rev. E* **50**, 3980 (1994).
- [11]. A. Evans, *The Dusty Universe*, Ed. Ellis Horwood, p95 (1994).
- [12]. D. Benlemdjaldi, R. Bharuthram, and R. Annou, *Effect of Grain Mass fluctuation on Collective Modes in a Dusty Plasma*, communicated by R. Baruthram to Ghent conference on dusty plasma (Belgium, sept. 2004); URL <http://arxiv.org/physics/0510037>.

CHAPITRE I

CHAPITRE I

LES ONDES DANS LES PLASMAS

I.1. INTRODUCTION

Depuis la naissance de la science des plasmas avec Irving Langmuir dans la deuxième décennie du vingtième siècle [1], de nombreux travaux ont été effectués dans le but de comprendre le comportement et les caractéristiques du milieu plasma. L'une de ces caractéristiques est la grande variété de modes d'oscillations que les plasmas peuvent supporter. Dans un gaz, peuvent se propager des ondes électromagnétiques (la lumière) et des ondes sonores, alors que dans le plasma, un large éventail d'ondes de natures différentes peut s'y propager. Elles se manifestent par des variations périodiques de la densité des particules chargées ou des champs électrique et magnétique [1]. Avant d'exposer l'ensemble des ondes que peut supporter un plasma, nous commençons par définir les ondes et leurs propriétés.

I. 2. GENERALITES SUR LES ONDES

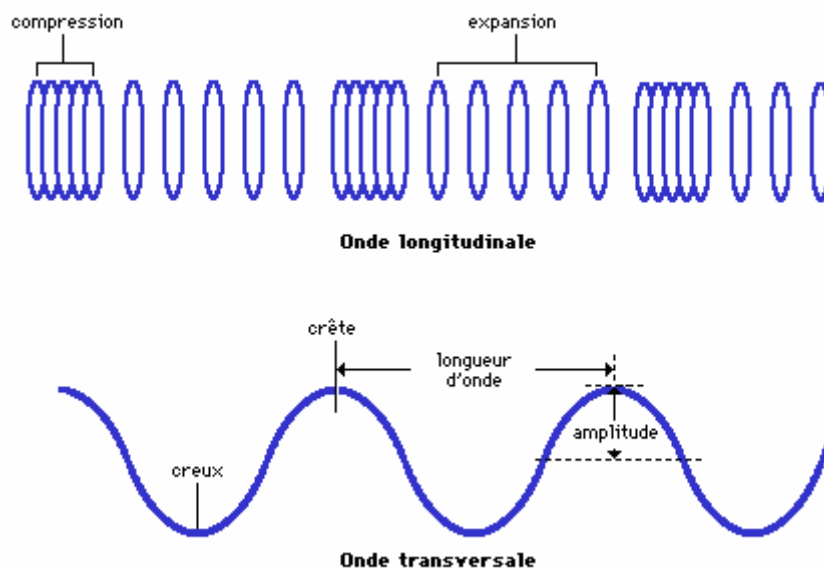
I. 2. 1. Nature des ondes

D'innombrables phénomènes physiques rencontrés dans la vie courante sont reliés aux ondes. On peut citer les ondes se propageant à la surface de l'eau à la suite de la chute d'un objet, les vagues se déplaçant à la surface de la mer, les ondes produites sur les cordes vibrantes, les ondes sonores, les ondes radio, les ondes optiques, etc. Du point de vue mathématique, le mouvement et les propriétés de ces ondes sont décrits, par une même équation, viz., l'équation de d'Alembert, ce qui confère à l'étude des ondes un aspect universel [2].

On peut distinguer deux catégories d'ondes : la première correspond aux ondes d'origine mécanique, élastique, thermodynamique, ou hydrodynamique, lesquelles, pour se manifester ont besoin d'un support matériel, tel que, système de ressorts couplés, corde, gaz, liquide, etc., alors que la seconde correspond aux ondes

électromagnétiques, e.g., ondes radio, ondes optiques, rayons X, qui peuvent se déplacer dans le vide indépendamment de tout milieu matériel. Les équations décrivant l'évolution des ondes électromagnétiques dans le vide, appelées équations de Maxwell, peuvent être considérées comme des équations fondamentales de la physique classique, alors que les équations des ondes de la première catégorie sont en général obtenues à partir d'approximations concernant le milieu considéré et l'amplitude des oscillations correspondantes, e.g., approximations des petites oscillations [2].

Du surcroît, les ondes sont aussi classées selon leur mode de vibration déterminé par rapport à leur direction de propagation. Lorsque la vibration est parallèle à la direction du mouvement, l'onde est dite longitudinale. C'est une onde, générant sur son passage des états alternatifs de compression (densité et pression maximales) et de raréfaction (densité et pression minimales). Les ondes sonores sont un bon exemple d'ondes longitudinales.



L'onde est transversale lorsque les vibrations se manifestent perpendiculairement par rapport à la direction de propagation. Une onde transversale peut être mécanique, comme celle qui fait vibrer une corde tendue, ou électromagnétique comme la lumière, où la vibration des champs électrique et magnétique s'effectue à angle droit par rapport à la direction de propagation de l'onde. De nombreux mouvements

ondulatoires, comme ceux que l'on observe à la surface d'un liquide, sont une combinaison de mouvements longitudinaux et transversaux [3].

Dans la majeure partie de ce chapitre nous considérerons les ondes de la première catégorie.

I. 2. 2. Propriété fondamentale de la propagation des ondes

Une onde est généralement produite par la perturbation localisée d'un milieu continu; celle-ci, après sa création se déplace dans le milieu. Ce phénomène de déplacement est appelé propagation. Les exemples les plus visibles d'ondes sont les vagues à la surface de la mer et les excitations créées sur une corde tendue. On peut caractériser une onde par son amplitude, qui représente la hauteur de la déformation par rapport au milieu, par sa position moyenne à l'instant d'observation, et par sa vitesse de propagation ou célérité.

Pour décrire avec précision les propriétés physiques d'une onde, il est nécessaire de la représenter par une fonction u décrivant la déformation du milieu en chacun de ses points [2]. u sera une fonction de plusieurs variables et paramètres permettant une description plus complète. Ainsi, comme l'onde évolue au cours du temps, u sera une fonction de la variable temps, représentée par le symbole t . Pour préciser la position de l'onde dans l'espace, u sera aussi une fonction des coordonnées x, y, z . Néanmoins, dans un mouvement unidimensionnel, une seule coordonnée, x par exemple, sera suffisante. Du point de vue mathématique, le mouvement et les propriétés de ces ondes sont décrits par une équation que doit vérifier la fonction d'onde et qui est appelée « équation d'onde ».

On dit qu'une fonction d'onde u vérifie l'équation d'onde à une dimension si l'on a :

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\zeta} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I-1})$$

où ζ est un nombre indépendant de l'espace x et du temps t .

I. 2. 3. Représentation des ondes

Pour une onde plane sinusoidale se propageant vers les x croissants, une représentation de la fonction u est donnée par l'expression suivante :

$$u(x,t) = A \cos(\omega t - k \cdot x + \varphi) \quad (\text{I-2})$$

où A , k , ω et φ sont des constantes, avec $k > 0$ et $\omega > 0$, A représentant l'amplitude de l'onde, k le nombre d'onde, ω la fréquence angulaire et φ est appelée constante de phase ou phase à l'origine.

La fonction cosinus étant périodique, la fonction u l'est aussi avec la période $T = 2\pi/\omega$, et $f \equiv \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ la fréquence. La distance parcourue par l'onde

pendant une période est appelée longueur d'onde λ ($\lambda = cT = \frac{2\pi}{k}$). A cause de la présence de la combinaison linéaire $(kx - \omega t)$ dans l'argument de la fonction cosinus, la fonction u vérifie ainsi les propriétés de périodicité suivantes :

$$u(t + T, x) = u(t, x), \quad (\text{I-3})$$

$$u(t, x + \lambda) = u(t, x), \quad (\text{I-4})$$

Les ondes planes ne sont pas concentrées ou localisées autour d'une abscisse particulière (à t fixé). Leur propriété de périodicité en x fait que ces ondes sont étalées, avec une répétition périodique de période égale à la longueur d'onde λ , sur tout l'axe des x . On peut aussi décrire les ondes planes par une représentation complexe. Les fonctions cosinus et sinus étant respectivement les parties réelle et imaginaire de la fonction exponentielle complexe de module unité : e^{ix} , avec x réel,

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x, \quad (\text{I-5})$$

on peut introduire une fonction complexe $\tilde{u}(t, x)$, telle que $u(t, x)$ en soit la partie réelle :

$$\tilde{u}(t, x) = A e^{i(kx - \omega t + \varphi)} \quad (\text{I-6})$$

La fonction **(I- 1)** vérifie ainsi la relation

$$u(t, x) = \Re(\tilde{u}(t, x)) \quad (\text{I-7})$$

L'intérêt d'utiliser pour ces ondes une représentation complexe vient du fait que les fonctions exponentielles ont des propriétés très simples par rapport aux opérations de dérivation et d'intégration qu'on peut rencontrer au cours des calculs. Tant que les fonctions u apparaissent linéairement dans les calculs, on peut les remplacer par leur

représentation complexe et à la fin des calculs revenir à la partie réelle du résultat final.

I. 3. LES ONDES DANS LES PLASMAS

L'étude des ondes dans les plasmas présente un intérêt particulier dans différents domaines et environnements [4], e. g. naturels et technologiques, tels que :

I. 3. 1. Ondes dans l'ionosphère

L'étude de la propagation des ondes dans l'ionosphère nous permet de comprendre comment une onde radio courte émise de Tokyo peut être reçue à Alger. En vérité, ceci est dû au fait que le plasma est vu par les ondes E.M comme un simple diélectrique doté d'un indice de réfraction, lequel devient imaginaire pour des fréquences en deçà de la fréquence plasma. Avec le même argument on peut expliquer le black-out sur les communications radio, lorsque les véhicules spatiaux rentrent dans l'atmosphère.

I.3.2. Ondes en astrophysique

Le chaos observé dans les étoiles a pu être ramené à un problème d'interaction d'ondes. En effet, la variabilité stellaire est considérée comme l'extinction des modes propres d'oscillation dans l'étoile. De même, le jet hautement colmaté se propageant du centre vers l'extérieur, et qui est à l'origine des sources radio extragalactiques, peut causer l'instabilité. Pour terminer ce paragraphe, rappelons que le mécanisme le plus probable à l'origine de la formation des étoiles, sont les ondes de chocs correspondant aux ondes de densité spirales.

I.3.3. Ondes dans les plasmas magnétisés de fusion

Dans le cas de la fusion thermonucléaire, notamment par confinement magnétique, l'on est amené à chauffer le plasma par des ondes pour augmenter la température afin d'atteindre l'ignition. Ainsi, les processus d'absorption des ondes, qui transfèrent l'énergie aux particules, doivent être compris profondément pour prévoir et éviter toute source d'instabilité capable de dissiper l'énergie nécessaire à la fusion contrôlée.

I. 4. DIFFERENTS TYPES D'ONDES DANS UN PLASMA ORDINAIRE

Pour étudier les différents types d'ondes linéaires que les plasmas peuvent supporter, on calcule le tenseur diélectrique du plasma afin de déterminer la relation de dispersion. L'étude des plasmas peut être abordée d'un point de vue hydrodynamique ou cinétique. Ce qui affecte inexorablement la relation de dispersion et les modes d'oscillation supportés par le milieu. Dans cette thèse, on considère le plasma comme un fluide, décrit par les équations de mouvement et de continuité. Donnons ci-après un aperçu de la méthode proposée [5, 6].

I.4.1. Equations fluides

Considérons un plasma composé d'ions (indice i) une fois chargés et d'électrons (indice e). Les équations de base de ce modèle sont alors données par :

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \vec{V}_\alpha) = 0 \quad (\text{I-8})$$

$$\frac{\partial \vec{V}_\alpha}{\partial t} + (\vec{V}_\alpha \cdot \nabla) \vec{V}_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\vec{E} + \vec{V}_\alpha \times \vec{B}) - \frac{\nabla P_\alpha}{m_\alpha n_\alpha} \quad (\text{I-9})$$

où $P_\alpha = n_\alpha k_B T_\alpha$, $\alpha = e, i$ dénote l'espèce de la particule considérée et \vec{E} , \vec{B} , P représentent respectivement le champ électrique, le champ magnétique et la pression, alors que n_α , T_α et V_α sont la densité, la température et la vitesse de l'espèce α . La première équation, dite équation de continuité pour un fluide, représente la conservation de la masse. La seconde dite équation de mouvement, rend compte de l'ensemble des forces externes auxquelles est soumis le fluide. Nous complétons le système précédant par des équations supplémentaires.

1. 4. 2. Equations de l'électromagnétisme

Les champs macroscopiques moyens électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} sont solutions des équations de Maxwell :

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (\text{I-10})$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c^2} \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (\text{I-11})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (\text{I-12})$$

L' équation de Poisson:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4 \pi e (n_i - n_e), \quad (\text{I-13})$$

avec \vec{j} est le vecteur densité de courant électrique, et est donné par :

$$\vec{j} = \sum_{\alpha} q_{\alpha} n_{\alpha} \vec{V}_{\alpha}, \quad (\text{I-14})$$

où $\alpha = e, i$. On linéarise les équations que nous venons d'exposer ci-dessus. On suppose que le plasma est décrit à l'équilibre par les grandeurs indexées par l'indice 0. Ces grandeurs sont constantes dans l'espace et dans le temps. A l'état perturbé les grandeurs sont indiquées par δ . On considère le cas où $\vec{V}_{0\alpha}$ et \vec{E}_0 sont nuls à l'équilibre d'où :

$$n_{\alpha}(x, t) = n_{\alpha 0} + \delta n_{\alpha}(x, t) \quad (\text{I-15})$$

$$\vec{V}_{\alpha}(x, t) = \delta \vec{V}_{\alpha}(x, t) \quad (\text{I-16})$$

$$\vec{E}(x, t) = \delta \vec{E}(x, t) \quad (\text{I-17})$$

$$\vec{B}(x, t) = \vec{B}_0 + \delta \vec{B}(x, t) \quad (\text{I-18})$$

Les grandeurs perturbées seront développées dans l'espace de Fourier, elles dépendent de (ω, \vec{k}) comme, $\exp \{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})\}$. A partir de toutes ces équations on peut déterminer pour chaque onde la relation entre la fréquence ω et le vecteur d'onde k , à savoir la relation de dispersion.

I.4.2. Les ondes dans un plasma non magnétisé ($\vec{B}_0 = \vec{0}$)

1. Ondes de Langmuir

Ce sont les ondes plasmas électroniques de hautes fréquences $\omega \geq \omega_e$. Les ions répondent très lentement au champ électrique en raison de leur masse. Ainsi leur contribution aux perturbations de densité de charge peut être négligée [5]. La relation de dispersion est alors donnée par:

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + \gamma_e k^2 v_{the}^2 \quad (\text{I-19})$$

k étant le nombre d'onde et $v_{the} = \sqrt{k_B T_e / m_e}$ la vitesse thermique des électrons, $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n_{e0} / m_e}$ la fréquence plasma électronique, et γ_e est le rapport des chaleurs spécifiques à pression et à volume constants des électrons.

2. Ondes ioniques

Ce sont des ondes électrostatiques de basses fréquences $\omega \leq \omega_i$, où il est tenu compte du mouvement des ions. La relation de dispersion est donnée comme suit :

$$\omega^2 = k^2 \frac{\gamma_i k_B T_i}{m_i} + k^2 \frac{\gamma_e k_B T_e / m_i}{1 + k^2 \gamma_e \lambda_{De}^2} \quad (\text{I-20})$$

où γ_e, γ_i représentent le rapport des chaleurs spécifiques des électrons et des ions respectivement à pression et volume constants, $\lambda_{De} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{4\pi e^2 n_{e0}}}$ étant la longueur de

Debye de l'électron. Pour de grandes longueurs d'ondes, viz., $k^2 \lambda_D^2 \ll 1$, la relation de dispersion donne lieu à :

$$\omega^2 \approx k^2 c_s^2 = k^2 \left(\sqrt{\frac{\gamma_e k_B T_e + \gamma_i k_B T_i}{m_i}} \right)^2 \quad (\text{I-21})$$

Les ondes ioniques se propagent alors à la vitesse du son c_s , et cette gamme correspond aux ondes acoustiques ioniques.

3. Ondes électromagnétiques

Dans un plasma homogène et non magnétisé peuvent se propager les ondes électromagnétiques lesquelles ondes sont transverses ($\vec{k} \cdot \delta \vec{E} = 0$), et sont caractérisées par une haute fréquence, ce qui nous permet d'ignorer le mouvement de l'ion. La relation de dispersion des ondes électromagnétique est donnée par,

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 c^2 \quad (\text{I-22})$$

c étant la vitesse de la lumière.

I.4. 3. Ondes dans un plasma magnétisé ($\vec{B}_0 \neq \vec{0}$)

La présence d'un champ magnétique dans un plasma introduit plusieurs types d'ondes. On peut les distinguer selon la direction de \vec{B}_0 , $\delta\vec{B}$, \vec{k} et $\delta\vec{E}$ comme suit :

$\vec{k} \cdot \vec{B}_0 = 1$	→	Onde parallèle.
$\vec{k} \cdot \vec{B}_0 = 0$	→	Onde perpendiculaire
$\vec{k} \cdot \delta\vec{E} = 1$	→	Onde longitudinale .
$\vec{k} \cdot \delta\vec{E} = 0$	→	Onde transverse .
$\delta\vec{B} = \vec{0}$	→	Onde électrostatique
$\delta\vec{B} \neq \vec{0}$	→	Onde électromagnétique

1. Ondes upper-hybrides

Ce sont des ondes électrostatiques longitudinales de hautes fréquences qui se propagent perpendiculairement au champ magnétique \vec{B}_0 . Elles sont définies par la relation de dispersion:

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + \Omega_e^2 \equiv \omega_{UH}^2 \quad (\text{I-23})$$

où $|\Omega_e| = eB_0/m_e$ est la fréquence cyclotron électronique.

2. Ondes ioniques

Ces ondes sont électrostatiques et de basses fréquences et ont la relation de dispersion suivante :

$$1 - \frac{k^2 c_s^2}{\omega^2} + \frac{\Omega_i}{\omega} \left\{ \frac{1}{\frac{\omega}{\Omega_e} - \frac{\Omega_e}{\omega} \frac{k_z^2}{k_x^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_e^2}\right)} - \frac{1}{\frac{\omega}{\Omega_i} - \frac{\Omega_i}{\omega} \frac{k_z^2}{k_x^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_i^2}\right)} \right\} = 0 \quad (\text{I-24})$$

avec $c_s = (\gamma_e k_B T_e + \gamma_i k_B T_i)/m_i$ est la vitesse du son et $\Omega_i = eB_0/m_i$ est la fréquence cyclotron ionique.

La relation de dispersion **(I-24)** se réduit dans différents cas, aux formes exposées ci-dessous :

-Onde acoustique ionique

Pour $\vec{k} // \vec{B}_0$ et $k_x \rightarrow 0$,

$$\omega^2 = k_z^2 c_s^2$$

-Onde électrostatique cyclotronique ionique

Pour $\left(\vec{k}, \vec{B}_0 \right) < \frac{\pi}{2}$ et $(m_e/m_i)^{1/2} \ll k_z/k_x \ll 1$,

$$\omega^2 = k^2 c_s^2 + \Omega_i^2$$

-Onde lower-hybride

Pour $\left(\vec{k}, \vec{B}_0 \right) = \frac{\pi}{2}$ et $k_z = 0$,

$$\omega^2 = k^2 c_s^2 + |\Omega_i \Omega_e|$$

Dans le cas ondes lower-hybrides (hybrides inférieures, les ions massifs se déplacent le long de $\delta \vec{E}$, alors que les électrons effectuent une dérive $\delta \vec{E} \times \vec{B}_0$ dans la direction de y, sachant $\delta \vec{E} // \vec{k} \perp \vec{B}_0$.

3. Ondes électromagnétiques

On considère la propagation des ondes électromagnétiques dans un plasma froid ($T_e = 0$) en présence d'un champ magnétique. On traite en premier lieu le cas de la propagation perpendiculaire ($\vec{k} \perp \vec{B}_0$). Dans le cas où les ondes sont transverses ($\vec{k} \perp \delta \vec{E}$), il y a encore deux possibilités (choix) : $\delta \vec{E}$ peut être parallèle à \vec{B}_0 ou perpendiculaire à \vec{B}_0 .

- Onde ordinaire ($\delta \vec{E} // \vec{B}_0$)

Si $\delta \vec{E}$ est parallèle à \vec{B}_0 , on peut prendre $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$, $\delta \vec{E} = \delta E \vec{e}_z$, et $\vec{k} = k \vec{e}_x$ la relation de dispersion est alors donnée par:

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 c^2 \quad \text{ou} \quad \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \quad (\text{I-25})$$

Cette onde se propage comme si il n'y avait aucun champ magnétique.

- Onde extraordinaire ($\delta \vec{E} \perp \vec{B}_0$)

Si $\delta \vec{E}$ est perpendiculaire à \vec{B}_0 , le mouvement de l'électron sera affecté par le champ magnétique \vec{B}_0 et la relation de dispersion sera alors donnée par :

$$\frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{UH}^2} \quad (\text{I-26})$$

où, ω_{UH} est la fréquence upper-hybride.

Pour une propagation parallèle $\vec{k} // \vec{B}_0$, la relation de dispersion est donnée par :

$$\frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2 / \omega^2}{1 \pm \Omega_e / \omega} \quad (\text{I-27})$$

Le signe \pm indique qu'il y a deux solutions possibles.

$$\frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2 / \omega^2}{1 - (\Omega_e / \omega)} \quad (\text{onde R})$$

$$\frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2 / \omega^2}{1 + (\Omega_e / \omega)} \quad (\text{onde L})$$

L'onde **R** signifie de polarisation circulaire à droite et l'onde **L** signifie de polarisation circulaire à gauche.

4. Ondes hydromagnétiques

Ce sont des oscillations ioniques de basses fréquences dans un plasma magnétisé où le mouvement des ions est pris en compte. Citons en quelques cas :

- Ondes d'Alfvén

Ces sont des ondes hydromagnétiques parallèles à \vec{B}_0 , de relation de dispersion

$$\omega^2 = \frac{k^2 V_A^2}{1 + (V_A/c)^2} \quad (\text{I-28})$$

où $V_A^2 = B_0^2 / (4\pi n_0 m_i)$ étant la vitesse **d'Alfven**.

- Ondes magnéto-soniques

Ce sont des ondes magnétiques perpendiculaires à \vec{B}_0 définies par :

$$\frac{\omega^2}{k^2} = c^2 \frac{c_s^2 + V_A^2}{c^2 + V_A^2} \quad \text{(I-29)}$$

C'est une onde acoustique dans laquelle les compressions et les raréfactions ne sont pas produites par des mouvements le long du champ $\delta \vec{E}$, mais par $\delta \vec{E} \times \vec{B}_0$.

I.5. CONCLUSION

Les ondes que on a présentées dans ce chapitre représentent un ensemble non exhaustif des ondes pouvant exister dans les plasmas. Par exemple, les ondes whistlers, les ondes de surface et les ondes solitaires n'ont pas été citées [6]. Dans le chapitre suivant on va exposer l'effet de l'introduction d'une troisième composante dans un plasma ordinaire électron-ion, telle que, les grains de poussière.

I.6. REFERENCE

- [1]. B. Pascal, *L'univers des plasmas*, Applied Mathematical Sciences,131, Springer, Chap.1, Paris (1999).
- [2]. A. Mouchet, *Apprendre les ondes*, CAPES de Physique et Chimie, Chap.1, Tour, (2000).
- [3]. H. Sazdjiam, *Ondes*, cours de Phys.272, InterEditions, XI Orsay (2005).
- [4]. D.G Swanson, *Plasmas waves*, Ed. Academic Press, Inc. (1989).
- [5]. F. Chen, *Introduction to plasma physics*, Plenum Press, New York Chap.4 (1977).
- [6]. D. R. Nicholson, *Introduction to plasma theory*, Ed. John Wiley and Sons Chap.7 (1983).

CHAPITRE II

CHAPITRE II

L'EFFET DE LA FLUCTUATION DE LA CHARGE DES GRAINS DE POUSSIÈRE SUR LES MODES D'OSCILLATION DANS UN PLASMA POUSSIÈREUX

II. 1. INTRODUCTION

Dans de nombreuses situations réelles rencontrées dans la nature ou dans l'industrie, le plasma électron-ion est contaminé par des impuretés [1]. Ces dernières peuvent être des grains de poussière très massifs dont la masse peut atteindre la valeur de $m_d/m_p = 10^{12}$, et sont capables d'acquérir des charges très élevées de l'ordre de $|Q/e| \approx 10^4$ [2]. Ces grains de poussière pouvant être de nature diélectrique ou métallique. Le plasma qui contient ces grains de poussière est appelé pour cette raison, plasma poussiéreux (dusty plasma) [2], et est présent et se manifeste dans d'innombrables environnements. En effet, l'espace interstellaire, ainsi que le système solaire à travers l'espace interplanétaire, les comètes, les anneaux planétaires (Jupiter, saturne,...) et l'atmosphère terrestre, sont des exemples de l'universalité de la poussière, dont l'origine peut-être les débris, les éjections lunaires, la pollution occasionnée par l'homme, etc. Quant aux environnements relatifs aux laboratoires et à l'industrie [Annexe], on peut citer les décharges DC et RF, les réacteurs à plasma de traitement des matériaux, les machines à fusion, etc. L'influence des grains de poussière massifs et hautement chargés sur les modes d'oscillation supportés par le plasma, revêt une importance certaine. En effet, la présence des grains de poussière modifie incontestablement ces modes d'oscillation et en introduit de nouveaux [3-6]. Rao et ses collaborateurs ont étudié les oscillations collectives de basses fréquences dans un plasma contenant des grains de poussière [6]. Ils ont prédit l'existence d'un mode d'oscillation nouveau du type sonore, qu'ils ont appelé "onde acoustique de poussière" (Dust acoustic wave DAW) dont la fréquence est de

l'ordre de quelques Hertz. Ces ondes acoustiques de poussière ont été en vérité détectées en laboratoire par Barkan et ses collaborateurs [7]. Le mode électrostatique cyclotronique poussiéreux est un autre nouveau mode qui apparaît dans un plasma de poussière magnétisé où la dynamique des grains de la poussière doit être prise en considération [8]. De plus, il existe d'autres modes ioniques habituels mais qui sont modifiés par la présence des grains de poussière. De surcroît, la charge du grain qui est le résultat de la collection d'électrons et d'ions du plasma, est désormais une grandeur dynamique couplée aux autres variables dynamiques [9]. Toute fluctuation des densités des particules du plasma occasionnée par la propagation d'ondes, génèrent des fluctuations de la charge du grain. Les fluctuations de la charge à leur tour, influencent la densité d'une manière auto-référente, à travers l'équation de Poisson et la relation fondamentale de la dynamique [10].

II. 2. PROCESSUS DE CHARGE DES GRAINS DE POUSSIERE

Un grain de poussière dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut valoir plusieurs milliers de fois celle de l'électron, cela dépend de la taille du grain et des grandeurs définissant le plasma. Cette charge des grains, est le résultat d'un concours de plusieurs processus physique tels que i/ l'interaction des grains de poussière avec les particules du plasma ambiant, ii/ l'émission photo-électrique iii/ l'émission thermoélectronique et iv/ l'émission électronique secondaire etc [2].

II. 2. 1. Collection de particules

Quand les grains de poussière sont immergés dans un plasma gazeux, les particules de ce plasma (électrons et ions) sont collectées par les grains qui jouent le rôle d'une sonde électrostatique. Initialement, les électrons animés de vitesses thermiques plus grandes que celles des ions, sont les premiers à être collectés par le grain de poussière. Ce dernier acquiert un potentiel négatif sur sa surface, qui lorsqu'il atteint sa valeur critique, les électrons sont repoussés et la collection des ions est accentuée. L'équilibre est atteint quand les courants électronique et ionique se compensent. Pour un grain de poussière de charge q_d , l'équation de charge est obtenue à partir du principe de la conservation de la charge globale par,

$$\frac{dq_d}{dt} = \sum_{\alpha} I_{\alpha} \quad (\text{II-1})$$

où α représente les espèces du plasma (électron, ion) et I_{α} est le courant associé à l'espèce α . Les courants de charge électronique et ionique sont donnés respectivement par [Whipple, 1985],

$$I_e = -4\pi a^2 n_e e \sqrt{\frac{k_B T_e}{2\pi m_e}} \exp\left[\frac{e}{k_B T_e} (\varphi_f - \varphi)\right], \quad (\text{II-2})$$

$$I_i = 4\pi a^2 n_i e \sqrt{\frac{k_B T_i}{2\pi m_i}} \left[1 - \frac{e}{k_B T_i} (\varphi_f - \varphi)\right], \quad (\text{II-3})$$

où a est le rayon du grain, $T_{e,i}$ et $n_{e,i}$ sont les températures et les densités des électrons et des ions respectivement, $(\varphi_f - \varphi)$ est la différence entre le potentiel φ_f de la surface du grain et le potentiel du plasma. A l'équilibre les courants électronique et ionique sont égaux ($I_e + I_i = 0$), mais alors la surface du grain acquiert un potentiel d'équilibre dit « potentiel flottant » φ_{f0} et une charge d'équilibre $Q_{d0} = C \varphi_{f0}$ où C représente la capacité du grain de poussière.

II. 2. 2. Emission secondaire des électrons

Lorsqu'une particule énergétique du plasma (électron ou ion) entre en collision avec la surface d'un grain de poussière, elle accuse une perte d'énergie d'une manière totale ou partielle. Cette énergie permet à certains électrons de quitter le grain. La libération de ces électrons secondaires du grain de la poussière rend la surface du grain positif. Ce processus est connu sous le nom d'émission secondaire d'électrons.

II. 2. 3. Emission photo-électrique

Quand un flux de photons avec une énergie $h\nu$ plus grande que la fonction du travail photoélectrique du grain de poussière atteint la surface du grain, cette dernière émet des photoélectrons. Les électrons émis peuvent être capturés par un autre grain. La photoémission dépend i/ de la longueur d'onde des photons incidents, ii/ de la superficie du grain de poussière et iii/ de la nature du grain.

Selon ce mécanisme, le grain acquiert une charge positive où la charge maximale serait donnée par,

$$Q_d = (h\nu - W_f) \frac{a}{e} \quad (\text{II-4})$$

Le courant photo-électrique pour un flux de photons unidirectionnel est donné par [Rosenberg *et al.* 1996],

$$I_p = \pi a^2 e J_p Q_{ab} Y_p \exp\left(-\frac{e\varphi_d}{k_B T_p}\right) \quad \text{pour } \varphi_d > 0$$

$$I_p = \pi a^2 e J_p Q_{ab} Y_p \quad \text{pour } \varphi_d < 0$$

Où $\varphi_d = \varphi_f - \varphi$, J_p est le flux de photons, Q_{ab} est l'efficacité de l'absorption pour les photons, Y_p est le rendement photo-électrique et T_p est leur température moyenne.

Il y a plusieurs autres processus de charge du grain, mais sont seulement significatifs dans des circonstances particulières [2].

II. 3. ONDES SUPPORTEES PAR UN PLASMA CONTENANT DES GRAINS DE POUSSIERE

II. 3. 1. Ondes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux non magnétisé

On considère les ondes dans un plasma poussiéreux en absence de champ magnétique externe. Pour un plasma à trois composants, viz., électrons, ions et grains de poussière chargés, nous pouvons utiliser les formules relatives à un plasma électron-ion en ajoutant des grains de poussières chargés identiques, de masse m_d et de charge q_d , en l'occurrence les équations relatives aux principes de conservations. L'équation de continuité des grains de poussière linéarisée étant la suivante [2] :

$$\frac{\partial \delta n_d}{\partial t} + n_{d0} \nabla \cdot \delta \vec{V}_d = 0 \quad (\text{II-5})$$

et l'équation de mouvement linéarisée étant donnée par :

$$\frac{d \delta \vec{V}_d}{d t} = \frac{q_{d0}}{m_d} \delta \vec{E} - \frac{3 k_B T_d \nabla \delta n_d}{m_d n_{d0}} \quad (\text{II-6})$$

L'équation de Poisson contenant les trois densités s'écrit :

$$\nabla \cdot \delta \vec{E} = 4 \pi (e \delta n_i + q_{d0} \delta n_d - e \delta n_e), \quad (\text{II-7})$$

où δn_d , $\delta \vec{V}_d$ sont la densité et la vitesse des grains de poussière perturbées, $q_{d0} = -e Z_d$ est la charge à l'équilibre du grain de poussière. L'effet de la fluctuation de la charge du grain sera considéré dans la section (II. 4).

• Modes Acoustiques

Il y a deux modes acoustiques dans un plasma poussiéreux uniforme non magnétisé et non collisionnel avec un faible couplage coulombien entre les grains de poussière chargés [2]. Ce sont les ondes acoustiques de poussière (DA) et les ondes acoustiques ioniques de poussière (DIA).

a) Ondes acoustiques de poussière (DA)

Ces ondes ont été prédites théoriquement la première fois par **Rao** et ses collaborateurs dans un plasma poussiéreux contenant trois composants: électrons, ions et grains de poussière négativement chargés. La vitesse de phase des ondes DA est beaucoup plus petite que la vitesse thermique des électrons et des ions $k v_{thd} \ll \omega \ll k v_{the,i}$. Dans cette gamme de fréquences, les électrons et les ions suivent une distribution de Boltzmann.

$$\delta n_e \approx n_{e0} e \phi / k_B T_e, \quad (\text{II-8})$$

$$\delta n_i \approx -n_{i0} e \phi / k_B T_i, \quad (\text{II-9})$$

On transforme les grandeurs perturbées décrites par les équations précédentes par la transformée de Fourier-Laplace. On combine les équations (II-5)- (II-7) en tenant compte de (II-8) et (II-9), on obtient la relation de la dispersion,

$$\omega^2 = 3k^2 v_{thd}^2 + \frac{k^2 \omega_{pd}^2 \lambda_D^2}{1 + k^2 \lambda_D^2} \quad (\text{II-10})$$

où $\lambda_D = \left(\frac{\lambda_{De}^2 \lambda_{Di}^2}{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2} \right)^{1/2}$, $v_{thd} = (k_B T_d / m_d)^{1/2}$ est la vitesse thermique des grains de poussière, λ_{De} , λ_{Di} est la longueur de Debye de l'électron et de l'ion respectivement, et $\omega_{pd} = (4\pi Z_{d0}^2 e^2 n_{d0} / m_d)^{1/2}$ est la fréquence plasma de poussière.

Pour $\omega \gg k v_{thd}$, nous obtenons alors la fréquence de l'onde acoustique de poussière sous la forme :

$$\omega = \frac{k \omega_{pd} \lambda_D}{\sqrt{1 + k^2 \lambda_D^2}}, \quad (\text{II-11})$$

laquelle, pour des modes à longueur d'onde très grande, c'est-à-dire, $k^2 \lambda_D \ll 1$, se réduit à, $\omega = k C_D$, où $C_D = Z_{d0} (n_{d0} / n_{i0})^{1/2} (k_B T_i / m_d)^{1/2} \left(1 + \frac{n_{e0} T_i}{n_{i0} T_e} \right)^{-1/2}$ est la vitesse acoustique de poussière. A l'aide de l'expression précédente, il devient alors possible d'estimer la vitesse de phase de l'onde $v_{ph} = \omega / k$, connaissant les paramètres du plasma. Pour ces ondes, la force de rappel provient des pressions électronique et ionique, alors que les grains fournissent l'inertie pour soutenir ces ondes acoustiques de poussière. Ces ondes ont été observées dans plusieurs expériences de laboratoire par Barkan *et al.*, (1995a), et Pieper et Goree (1996). Les fréquences des ondes DA observées sont de l'ordre de 10- 20 Hz [7].

b) Ondes acoustiques ioniques de poussière (DIA)

C'est l'onde acoustique ionique habituelle avec des modifications introduites par la présence des grains de poussière négativement chargés. Ce mode est caractérisé par la bande de fréquence $k v_{thd}, k v_{thi} \ll \omega \ll k v_{the}$ dans laquelle, les électrons suivent une distribution de Boltzmann alors que les ions et les grains de poussière sont respectivement inertiels et immobiles. Sa relation de dispersion est donnée par :

$$\omega^2 = \frac{k^2 \lambda_{De}^2 \omega_{pi}^2}{1 + k^2 \lambda_{De}^2}, \quad (\text{II-12})$$

laquelle, pour des modes à longueur d'onde très grande, c'est-à-dire, $k^2 \lambda_{De} \ll 1$, se réduit à ,

$$\omega^2 = k^2 C_s^2 \quad (\text{II-13})$$

où $C_s = \sqrt{k_B T_e n_{i0} / m_i n_{e0}}$ est la vitesse acoustique ionique, $\lambda_{De} = v_{the} / \omega_{pe}$ est la longueur de Debye des électrons. Ce mode a été observé expérimentalement dans la gamme de fréquence 3-5 kHz [4]. Par ailleurs, Resenberg [1993] a examiné la condition pour l'excitation des ondes DIA et DA dans un plasma poussiéreux non magnétisé.

II.3.2. Ondes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux magnétisé

On considère un plasma uniforme à trois composants (électrons, ions et grains de poussière de charge négative) immergés dans un champ magnétique uniforme \vec{B}_0 orienté suivant l'axe z d'un système de coordonnées cartésiennes. Chaque espèce $\alpha (e, i, d)$ est caractérisée par une masse m_α , une charge q_α , une densité n_α , une température T_α , une vitesse thermique $v_{th\alpha} = (k_B T_\alpha / m_\alpha)^{1/2}$, une fréquence cyclotron $\Omega_{c\alpha} = |q_\alpha| B_0 / m_\alpha$, et un girorayon $\rho_\alpha = v_{th\alpha} / \Omega_{c\alpha}$. Tous les grains sont supposés avoir la même masse et la même charge. Dans le modèle fluide, les trois composants du plasma sont décrits par leurs équations de continuité et de mouvement :

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + n_\alpha \nabla \cdot \vec{V}_\alpha = 0, \quad (\text{II-14})$$

$$n_\alpha m_\alpha \frac{\partial \vec{V}_\alpha}{\partial t} + n_\alpha m_\alpha (\vec{V}_\alpha \cdot \nabla) \vec{V}_\alpha + k_B T_\alpha \nabla n_\alpha - q_\alpha n_\alpha \vec{E} - q_\alpha n_\alpha \vec{V}_\alpha \times \vec{B}_0 = \vec{0} \quad (\text{II-15})$$

Pour les ondes de basses fréquences, l'inertie de l'électron peut être négligée et son mouvement est entièrement pris le long du champ magnétique ($\vec{V}_e \times \vec{B}_0 = \vec{0}$). Afin de déterminer la relation de dispersion linéaire des ondes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux magnétisé, on utilise aussi la condition de quasi-neutralité de la charge électrique dans un plasma poussiéreux $n_i = n_e + Z_d n_d$,

où $Z_d = -q_d/e$. Les équations (II-14) et (II-15) étant non linéaires, nous allons les linéariser autour d'un état d'équilibre (l'état de l'ordre 0) dans lequel $\partial/\partial t = \partial/\partial x = 0$, $V_{\alpha 0} = 0$ et avec un champ électrique $E_0 = -(\nabla\varphi)_0 = 0$ et des densités d'équilibre n_{i0} , $n_{d0} = \varepsilon n_{i0}$ et $n_{e0} = (1 - \varepsilon Z_d)n_{i0}$. En supposant que les quantités perturbées varient en $\exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)]$ où $\vec{k} = (k_x, 0, k_z)$ est le vecteur d'onde et ω la fréquence angulaire, on trouve les trois relations suivantes entre les densités $\delta n_e, \delta n_i$ et δn_d et le potentiel $\delta\varphi$;

$$\left(-\omega^2 + \frac{k_B T_i}{m_i} \left[\frac{\omega^2 k_x^2}{\omega^2 - \Omega_{ci}^2} + k_z^2 \right] \right) \delta n_i + \frac{e n_{i0}}{m_i} \left(\frac{\omega^2 k_x^2}{\omega^2 - \Omega_{ci}^2} + k_z^2 \right) \delta\varphi = 0 \quad (\text{II-16})$$

$$\delta n_e = \frac{e n_{e0}}{k_B T_e} \delta\varphi \quad (\text{II-17})$$

$$\left(-\omega^2 + \frac{k_B T_d}{m_d} \left[\frac{\omega^2 k_x^2}{\omega^2 - \Omega_{cd}^2} + k_z^2 \right] \right) \delta n_d + \frac{Z_d e n_{d0}}{m_d} \left(\frac{\omega^2 k_x^2}{\omega^2 - \Omega_{cd}^2} + k_z^2 \right) \delta\varphi = 0 \quad (\text{II-18})$$

En combinant les équations (II-16)- (II-18) avec,

$$\delta n_i - \delta n_e - Z_{d0} \delta n_d = 0, \quad (\text{II-19})$$

qui exprime la condition de la quasi-neutralité de charge à l'ordre (1), on trouve la relation de dispersion des ondes linéaires de basses fréquences [6],

$$\frac{G}{\xi_i^2 - G} + \varepsilon Z_d^2 \mu_{i/d} \frac{H}{\xi_i^2 - \tau_{d/i} \mu_{i/d} H} - \tau_{i/e} (1 - \varepsilon Z_d) = 0 \quad (\text{II-20})$$

$$\text{où } G = \left(\frac{\xi_i^2}{\xi_i^2 - 1} \right) k_x^2 \rho_i^2 + k_z^2 \rho_i^2 \quad \text{et} \quad H = \left(\frac{\xi_i^2}{\xi_i^2 - (\xi_i/\xi_d)^2} \right) k_x^2 \rho_i^2 + k_z^2 \rho_i^2$$

$$\xi_i = \omega / \Omega_{ci}, \xi_d = \omega / \Omega_{cd}, \mu_{i/d} = m_i / m_d, \tau_{d/i} = T_d / T_i \quad \text{et} \quad \tau_{i/e} = T_i / T_e.$$

Dans un plasma habituel (sans grains d'impureté), $\varepsilon = 0$ et la relation de dispersion (II -20) admet les deux racines habituelles qui correspondent à l'onde acoustique ionique et l'onde électrostatique cyclotronique ionique. En présence des grains de

poussière (plasma poussiéreux), $\varepsilon \neq 0$ et la relation de dispersion **(II-20)** admet quatre racines positives pour ξ . Celles-ci correspondent aux quatre modes : électrostatique cyclotronique ionique **(EIC)**, acoustique ionique **(IA)**, acoustique de poussière **(DA)** et électrostatique cyclotronique de poussière **(EDC)**.

• **Modes acoustiques ($k_x = 0$)**

On obtient en premier la relation de dispersion pour les modes acoustiques valable dans les limites de longueur d'onde $k\lambda_{De} \ll 1$ et $k\lambda_{Dd} \ll 1$ où $\lambda_{De(d)}$ est la longueur de Debye électronique (de poussière).

a) Mode acoustique ionique de poussière (DIA) $\omega \gg k_z v_{thd}$:

Dans ce cas, on peut considérer les grains statiques ($m_d \rightarrow \infty$) ; la relation de dispersion **(II-20)** devient alors,

$$\frac{\omega}{k_z} = \left[\frac{k_B T_i}{m_i} + \frac{k_B T_e}{m_i (1 - \varepsilon Z_{d0})} \right]^{1/2} = C_{s,d} \quad \text{(II-21)}$$

où $C_{s,d}$ est la vitesse acoustique ionique modifiée.

b) Mode acoustique de poussière (DA) $\omega \ll k_z v_{thi}$:

Pour ce mode, l'inertie des électrons et des ions peut être négligée et la force de rappel est fournie par les pressions de l'électron et de l'ion. Pour s'en rendre compte, on linéarise l'équation de mouvement des grains de poussière avec $T_d = 0$,

$$m_d n_{d0} \left(\partial \delta V_d / \partial t \right) = - \left[k_B T_e \frac{\partial \delta n_e}{\partial x} + k_B T_i \frac{\partial \delta n_i}{\partial x} \right] \quad \text{(II-22)}$$

La relation de dispersion est alors donnée par,

$$\frac{\omega}{k_z} = \left[\frac{k_B T_d}{m_d} + \varepsilon Z_d^2 \frac{k_B T_i}{m_d} \cdot \frac{1}{1 + (T_i/T_e)(1 - \varepsilon Z_d)} \right]^{1/2} = C_{DA}, \quad \text{(II-23)}$$

où C_{DA} est la vitesse acoustique de poussière.

- **Modes cyclotroniques** ($k_z \ll k_x$)

Ce sont des modes qui se propagent perpendiculairement au champ magnétique \vec{B}_0 avec une valeur finie de k .

a) Mode cyclotronique ionique de poussière électrostatique (EDIC)

C'est le mode cyclotronique ionique électrostatique habituel modifié par la présence des grains de poussière dans le plasma. Pour la fréquence $\omega \approx \Omega_{ci}$, les grains de poussière peuvent être considérés immobiles et la relation de dispersion devient alors,

$$\omega^2 = \Omega_{ci}^2 + k_x \left[\frac{k_B T_i}{m_i} + \frac{k_B T_e}{m_i (1 - \varepsilon Z_d)} \right] \quad (\text{II-24})$$

A partir de cette relation on peut noter que la fréquence de l'onde augmente à mesure que ε augmente. L'effet des grains chargés sur l'instabilité du mode **(EDIC)** a été examiné par Chow et Rosenberg [1995 ;1996a], ils ont montré qu'en présence des grains négativement chargés, la vitesse de dérive critique des électrons décroît à mesure que la concentration des grains augmente et par conséquent le mode **(EDIC)** est facilement déstabilisé.

b) Mode cyclotronique de poussière (EDC) $\omega \ll \omega_{ci}$

Pour ce mode, la dynamique des grains de poussière doit être prise en compte, tandis que les ions peuvent être considérés en équilibre thermodynamique le long du champ magnétique \vec{B}_0 . La relation de dispersion est alors,

$$\omega^2 = \Omega_{cd}^2 + k_x \left[\frac{k_B T_d}{m_d} + \varepsilon Z_d^2 \frac{k_B T_i}{m_d} \cdot \frac{1}{1 + (T_i/T_e)(1 - \varepsilon Z_d)} \right] \quad (\text{II-25})$$

II.4. L'EFFET DE LA FLUCTUATION DE LA CHARGE DES GRAINS DE POUSSIÈRE SUR LES ONDES ELECTROSTATIQUES

II. 4. 1. Equation d'évolution de la charge du grain de poussière

Dans la première partie de ce chapitre, la charge des grains de poussière dans le plasma a été prise constante. Une bonne approximation à ce milieu étant le plasma NIP, i.e, plasma à ions négatifs où dans notre cas le rôle des ions négatifs est joué par les grains de poussière. Cependant, en réalité la charge du grain n'est guère constante. Toute perturbation des paramètres du plasma, i.e., densité électronique et ionique occasionnée par la propagation d'une quelconque onde, affecte inexorablement les courants de charge et donc la charge du grain. Par conséquent, la charge électrique du grain est une quantité dépendante du temps et doit être traitée comme une variable dynamique, laquelle est couplée aux autres variables dynamiques telles que la densité et le potentiel. A cet effet, il nous sera alors nécessaire d'établir une autre équation qui tiendra compte du degré de liberté additionnel de la charge des grains [9, 10] ; la charge perturbée est gouvernée par l'équation suivante :

$$\frac{d \delta q_d}{d t} = \delta I_e + \delta I_i , \quad (\text{II-26})$$

δI_e et δI_i représentent les courants de charge électronique et ionique perturbés, et sont donnés par,

$$\delta I_e = I_{e0} \left(\frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \frac{e \delta \varphi_f}{k_B T_e} \right), \quad (\text{II-27})$$

$$\delta I_i = I_{i0} \left(\frac{\delta n_i}{n_{i0}} - \frac{e \delta \varphi_f}{w_0} \right), \quad (\text{II-28})$$

Où $w_0 = k_B T_i - e \varphi_{f0}$, φ_{f0} et $\delta \varphi_f$ étant le potentiel flottant d'équilibre et perturbé. Ce dernier peut être exprimé en terme de la variation de la charge par $\delta \varphi_f = \delta q_d / C$, où C est la capacité du grain de poussière. En substituant (II-27) et

(II- 28) dans l'équation (II-26) on obtient l'équation d'évolution de la charge q_d du grain sous forme :

$$\frac{d \delta q_d}{dt} + \eta \delta q_d = |I_{e0}| \left(\frac{\delta n_i}{n_{i0}} - \frac{\delta n_e}{n_{e0}} \right) \quad (\text{II-29})$$

où,

$$\eta = \left(\frac{e |I_{e0}|}{C} \right) \left[\frac{1}{k_B T_e} + \frac{1}{w_0} \right] \quad (\text{II-30})$$

étant le taux de désintégration naturelle.

Le processus de désintégration peut être assez rapide sachant, $\eta^{-1} = 10^2 \omega_p^{-1} (n_{i0}/n_{e0})(\lambda_D/a)$.

II. 4. 2. Ondes électrostatiques dans un plasma poussiéreux non magnétisé avec une charge variable

L'étude de la conséquence de la fluctuation de la charge du grain sur les propriétés diélectriques d'un plasma poussiéreux a suscité un large intérêt ces dernières années. Dans ce qui suit, nous rappelons l'effet de cette nouvelle variable dynamique sur la propagation linéaire des modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux non magnétisé [9]. Les équations de base décrivant le plasma sont aussi modifiées et de nouveaux termes de perte des particules dus à l'attachement des électrons (des ions) à la surface des grains de poussière sont introduits. Ces termes sont caractérisés par des coefficients $\beta_{e,i}$, pouvant être perçus comme des fréquences de capture des électrons et des ions par la surface du grain de poussière. On suppose que les grains de poussière sont froids, i.e., $T_d = 0$. Ces équations sont les suivantes [10],

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot n_e \vec{V}_e = -\beta_e n_e, \quad (\text{II-31})$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot n_i \vec{V}_i = -\beta_i n_i, \quad (\text{II-32})$$

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \nabla \cdot n_d \vec{V}_d = 0, \quad (\text{II-33})$$

$$m_e n_e \frac{d\vec{V}_e}{dt} = -\nabla p_e - e n_e \vec{E} - m_e n_e \beta_e (\vec{V}_e - \vec{V}_d), \quad (\text{II-34})$$

$$m_i n_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = -\nabla p_i + e n_i \vec{E} - m_i n_i \beta_i (\vec{V}_i - \vec{V}_d), \quad (\text{II-35})$$

$$m_d n_d \frac{d\vec{V}_d}{dt} = q_d n_d \vec{E} + m_e n_e \beta_e (\vec{V}_e - \vec{V}_d) + m_i n_i \beta_i (\vec{V}_i - \vec{V}_d), \quad (\text{II-36})$$

$$\beta_{e(i)} = \frac{I_{e(i)} n_d}{q_{e(i)} n_{e(i)}} \quad (\text{II-37})$$

L'équation de Poisson comporte alors un nouveau terme représentant la partie perturbée de la charge du grain,

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi (e n_{i1} + q_{d0} n_{d1} - e n_{e1}) + 4\pi n_{d0} q_{d1} \quad (\text{II-38})$$

Nous supposons que les grains de poussière sont froids ($T_d = 0$) et les températures des électrons et des ions sont égales ($T_e = T_i = T$). Les quantités perturbées sont supposées varier en $\exp i(kx - \omega t)$. On considère que les vitesses des fluides à l'équilibre \vec{V}_{e0} , \vec{V}_{i0} et \vec{V}_{d0} sont nulles. En l'occurrence il n'y a pas d'écoulement dans le plasma. La relation de dispersion générale pour les ondes électrostatiques qui inclue les effets de la fluctuation de la charge des grains de poussière est donnée par [9],

$$1 + \chi_e(\omega, k) \left(1 + \frac{i\beta_{e0}}{\omega + i\eta} \right) + \chi_i(\omega, k) \left(1 + \frac{i\beta_{e0}}{\omega + i\eta} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right) + \chi_d(\omega, k) = 0 \quad (\text{II-39})$$

où, $\chi_e(\omega, k)$, $\chi_i(\omega, k)$ et $\chi_d(\omega, k)$ sont les susceptibilités électronique, ionique et de poussière.

a) Mode acoustique poussiéreux

Pour les ondes acoustiques de poussière, viz., $k v_{thd} \ll \omega \ll k v_{thi}$, $k v_{the}$ la relation de dispersion (II-39) se réduit à la forme (c.f. Réf.[10]),

$$1 + \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} \left(1 + \frac{i \beta_{e0}}{\omega + i \eta} \right) + \frac{1}{k^2 \lambda_{Di}^2} \left(1 + \frac{i \beta_{e0} l}{\omega + i \eta} \right) - \frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2} = 0 \quad (\text{II-40})$$

avec,

$$\chi_{e,i} = 1 / (k^2 \lambda_{De,i}^2), \quad \chi_d = -\omega_{pd}^2 / \omega^2, \quad \beta_{e0} = |I_{e0}| n_{d0} / e n_{e0}, \quad \text{et} \quad l = n_{e0} / n_{i0}.$$

La relation de dispersion **(II-40)** peut être réécrite sous la forme **[9]**,

$$\left(\omega^2 - k^2 C_D^2 \right) (\omega + i \eta + i \beta_2) = -i \beta_2 k^2 C_D^2 \quad (\text{II-41})$$

$$\text{où} \quad C_D^2 = \frac{[(k_B T_e / m_d)(n_d / n_{e0})]}{[1 + (\lambda_{De}^2 / \lambda_{Di}^2)]} \quad \text{et} \quad \beta_2 = \frac{\beta_{e0} [1 + l (\lambda_{De}^2 / \lambda_{Di}^2)]}{[1 + (\lambda_{De}^2 / \lambda_{Di}^2)]}.$$

La relation de dispersion **(II-41)** est une équation cubique en ω . Elle a été écrite sous cette forme pour identifier l'origine physique des trois racines. La première parenthèse sur le côté gauche décrit l'onde acoustique de poussière. La deuxième parenthèse indique le mode de désintégration de la fluctuation de la poussière de basse fréquence. Le côté droit de l'équation peut être interprété comme un terme de couplage qui est proportionnel à la fluctuation de la charge de la poussière. Une solution perturbative de l'équation **(II-41)** donne les trois racines (c.f. Réf.[9]) suivantes,

$$\omega = \mp k C_D - i \frac{\beta_2}{2}, \quad (\text{II-42})$$

$$\omega = -i \eta \left(1 + \eta \frac{\beta_2}{k^2 C_D^2} \right). \quad (\text{II-43})$$

On remarque que les termes de la fluctuation de la charge conduisent à une dissipation des modes acoustiques de la poussière.

b). Mode acoustique ionique

On considère maintenant le mode acoustique ionique avec, $k v_{hd}, k v_{hi} \ll \omega \ll k v_{he}$.

La relation de dispersion dans ce cas s'écrit sous la forme **[10]** :

$$\left(\omega^2 - k^2 C_{ds}^2\right)(\omega + i\eta) = -\beta_3 k^2 C_{ds}^2 \quad (\text{II-44})$$

$$\text{où, } C_{ds}^2 = \lambda_{De}^2 \omega_{pi}^2 + \lambda_{De}^2 \omega_{pd}^2 \quad \text{et} \quad \beta_3 = \beta_{e0} \left[\omega_{pi}^2 (1-l) + \omega_{pd}^2 \right] / \left(\omega_{pi}^2 + \omega_{pd}^2 \right)$$

C_{ds} est la vitesse acoustique ionique modifié par la présence des particules de poussière. Cette relation de dispersion peut être examinée comme l'équation (II-41) et peut donner trois racines qui correspondent aux modes acoustiques ioniques amortis, et au mode de désintégration de la fluctuation de la poussière purement amorti.

II.4.3. Ondes ioniques électrostatiques dans un plasma poussiéreux magnétisé avec une charge variable

Il est bien connu que les variations de la charge de poussière dans un plasma poussiéreux non magnétisé induisent l'amortissement des ondes acoustiques de poussière et acoustiques ioniques de poussière. Cependant, dans l'espace et en laboratoire les plasmas poussiéreux sont habituellement confinés dans des champs magnétiques externes. Dans ce qui suit, on va étudier l'amortissement de l'onde **lower-hybride** (hybride inférieure) dans un plasma poussiéreux magnétisé avec une charge variable. Pour incorporer les effets de la fluctuation de la charge du grain de poussière dans la relation de dispersion pour les ondes lower-hybrides, on utilise la relation de dispersion générale pour les ondes électrostatiques contenant les effets de la variation de la charge des grains de poussière. Pour simplifier les calculs, on néglige l'effet de la dynamique des grains de poussière et on prend $\chi_d = 0$ dans (II-39). En général pour les ondes hybrides [11], $\chi_e = -\omega_{pe}^2 / \Omega_{ce}^2$ et $\chi_i = -\omega_{pi}^2 / \omega^2$. Il devrait être noté que dans ce modèle, les électrons sont fortement magnétisés, $\chi_e = -\omega_{pe}^2 / \Omega_{ce}^2 \rightarrow 0$. En utilisant ces susceptibilités, on peut obtenir la relation de dispersion suivante [11],

$$\left(\omega^2 - \omega_{lh}^2\right)(\omega + i\eta) = -i\beta_{e0} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \omega_{lh}^2 \quad (\text{II-45})$$

où ω_{lh} est la fréquence lower-hybride. Cette relation a été écrite sous cette forme pour identifier facilement l'origine physique des trois racines. La première parenthèse sur

le côté gauche décrit les modes lower-hybrides de poussière. La deuxième parenthèse indique le mode de désintégration de la fluctuation de la poussière de basse fréquence. Le côté droit de l'équation peut être interprété comme un terme de couplage entre les modes lower-hybrides et la fluctuation de la charge des grains de poussière.

La solution de cette relation de dispersion pour $\beta_{e0}/\omega_{lh} < \eta/\omega_{lh} \ll 1$, est donnée par [11],

$$\omega \approx \pm \omega_{lh} - i \frac{\beta_{e0}}{2} \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \quad (\text{II-46})$$

Par conséquent, le taux d'amortissement $\nu = \frac{\beta_{e0}}{2} \frac{n_{e0}}{n_{i0}}$ dépend directement du paramètre β_{e0} qui peut être interprété comme la fréquence efficace de la collision d'électrons avec les grains de poussière.

II. 5. CONCLUSION

Pour conclure, rappelons que la présence des grains de poussière massifs et hautement chargés dans le plasma électron-ion, modifie considérablement sa propriété diélectrique. Cette modification se manifeste par exemple, par l'apparition de nouveaux modes de basses fréquences et la modification d'autres modes déjà soutenus par le plasma en absence de poussière. Nous rappelons aussi que la charge du grain est une variable dynamique qui fluctue en réponse à toute perturbation de la densité qui est occasionnée par une quelconque déviation par rapport à l'équilibre. Dans le chapitre suivant nous allons introduire une nouvelle variable dynamique qui peut aussi affecter les modes d'oscillation du plasma poussiéreux.

I. 6. REFERENCE

- [1]. B. Pascal, *L'univers des plasmas*, Applied Mathematical sciences,131, Springer, Paris (1999).
- [2]. P.K. Shukla, A.A Mamum, *Introduction to dusty plasma physics*, Institute of Physics, Bristol, Chap.4 (2002).
- [3]. N. D'Angelo, Planet. Space Sci., **38**, 1143(1990).
- [4]. P.K. Shukla, and V. P. Silin, Phys. Scr. **45**, 508 (1992).
- [5]. N. D'Angelo, Planet. Space Sci., **42**, 507(1994).
- [6]. N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, Planet. Space Sci. **38**, 543. (1990).
- [7]. Barkan, N. D'Angelo and R. L. Merlino., Planet. Space Sci., **44**, 239(1996).
- [8]. R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson, and N. D'Angelo, Phys. Plasma, **5**, 1607 (1998).
- [9]. M. R. Jana, A. Sen, and P. K. Kaw, Phys. Rev. E **48**, 3930 (1993).
- [10]. J. R. Bhatt, and B. P. Pandey, Phys. Rev. E **50**, 3980 (1994).
- [11]. L. Mahanta, K. S. Goswami, and S. Bujarbarua. Phys. Plasmas, **3**, 694 (1996).

CHAPITRE III

CHAPITRE III

L'EFFET DE LA FLUCTUATION DE LA MASSE DES GRAINS DE POUSSIERE SUR LES MODES D'OSCILLATION DANS UN PLASMA POUSSIEREUX

III.1. INTRODUCTION

En raison de la dynamique de la charge électrique des grains de poussière, les plasmas poussiéreux qui contiennent des grains de poussière massifs et hautement chargés, possèdent de nouveaux et intéressants aspects par rapport aux plasmas ordinaires. En effet, un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut valoir plusieurs milliers de fois celle de l'électron. Cette charge provient d'un concours de plusieurs processus physiques tels que, l'effet photoélectrique, l'effet thermo-ionique, l'émission secondaire et la capture des particules du plasma par les grains [1]. Mais alors, la charge du grain est désormais une grandeur dynamique, en l'occurrence, toute fluctuation des densités numériques des particules du plasma occasionnée par le mouvement d'ondes, génèrent des fluctuations de la charge du grain. Ces fluctuations à leur tour, influencent la densité numérique d'une manière auto-référente et affecte inexorablement les modes d'oscillations du plasma. Jusqu'ici, la masse du grain a été considérée constante, bien que dans les environnements réalistes, par exemple, les situations astrophysiques, la masse du grain est variable. En effet, la masse du grain peut croître grâce à l'accrétion de particules ou à l'agglomération grain-grain, etc. Le grain peut être aussi érodé, sous l'effet de nombreux processus comme la pulvérisation, les collisions grain-grain et la pulvérisation chimique du grain [2]. La masse du grain est alors une variable dynamique couplée aux autres variables, telle que la densité de particules. Dans ce chapitre nous s'intéressons à la variation de la masse des grains occasionnée par la

pulvérisation (sputtering). L'influence de cette nouvelle variable sur les propriétés diélectriques du plasma poussiéreux et le spectre des ondes soutenues par le plasma poussiéreux, a été étudiée dans ce contexte.

III. 2. Destruction des grains par le processus de pulvérisation

Si un atome frappe la surface d'un solide avec une vitesse suffisante, les atomes de ce dernier peuvent être expulsés, ce qui induit une érosion du solide. Ce processus est connu sous le nom de « sputtering » et est courant dans d'innombrables environnements. Au niveau le plus simple on peut considérer la pulvérisation comme un simple processus transférant l'énergie d'une particule projectile à une particule de la cible, où l'énergie maximale transférée ΔE pour un projectile incident d'énergie E est [2] :

$$\Delta E = \Gamma E \quad \text{(III-1)}$$

où, $\Gamma = \frac{4m_p m_t}{(m_p + m_t)^2}$, m_p et m_t sont les masses atomiques du projectile et de l'atome

de la cible respectivement. On note que la pulvérisation physique ne peut avoir lieu pour toutes les valeurs de l'énergie, mais il existe une énergie cinétique minimale du projectile pour que l'érosion se produise. Cette énergie est appelée l'énergie de seuil et

est donnée par : $E_{seuil} = \frac{U_0}{\Gamma}$, où U_0 est l'énergie de liaison d'un atome au voisinage de la surface du grain.

Pour bien comprendre l'effet de ce processus sur les propriétés du grain de poussière, on définit une autre grandeur physique appelé le taux de pulvérisation. On suppose un flux d'ions avec une vitesse ν tombant sur la surface d'un grain de poussière. Le taux auquel les atomes de la surface du grain de poussière sphérique de rayon a sont arrachés est donné par :

$$\mathfrak{R} = -\pi a^2 n_i Y_s \int_{\nu_0}^{\infty} \nu f(\nu) d\nu, \quad \text{(III-2)}$$

où n_i est le nombre d'ions par unité de volume, $f(\nu)$ est la fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann, donnée par :

$$f(v) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{m_i}{k_B T_i}\right)^{3/2} v^2 \exp\left[-\frac{m_i v^2}{2k_B T_i}\right]$$

Y_s est le rendement de la pulvérisation, c'est à dire le nombre d'atomes du grain qui sont arrachés par un ion incident et v_0 est la vitesse qui correspond à l'énergie de seuil. L'intégrale est résolue facilement en faisant la substitution $x = m_i v^2 / 2k_B T_i$, le résultat étant :

$$\mathfrak{R} = -4\pi a^2 n_i Y_s \left(\frac{k_B T_i}{2\pi m_i}\right)^{1/2} (1 + x_0) \exp(-x_0) \quad \text{(III-3)}$$

où, $x_0 = U_0 / \eta k_B T_i$.

Par conséquent, la masse du grain peut diminuer à cause de la pulvérisation, et le taux de décroissance de la masse est donné par :

$$\dot{m}_d = m_i \mathfrak{R} = -4\pi a^2 n_i m_i Y_s \left(\frac{k_B T_i}{2\pi m_i}\right)^{1/2} (1 + x_0) \exp(-x_0), \quad \text{(III-4)}$$

où, m_i est la masse atomique ou moléculaire de la cible (grain).

Nous pouvons exprimer aussi le taux de la décroissance de la masse du grain comme :

$$\dot{m}_d = 4\pi a^2 \rho \dot{a}, \quad \text{(III-5)}$$

où, ρ est la masse volumique du grain.

Les expériences de laboratoire ont montré que les atomes les plus massifs sont plus efficaces à éroder les grains, et que les atomes projectiles ne sont pas nécessairement identiques à ceux des grains, i.e., $m_i \neq m_t$.

A côté du processus de la pulvérisation discuté précédemment, il existe un autre processus qui peut provoquer l'érosion du grain, à savoir, la pulvérisation chimique, qui est le résultat d'une série de réactions chimiques sur la surface du grain.

III. 3. Formulation

Considérons un plasma à trois composants, viz., les électrons, les ions et les grains de poussière, décrit par l'équation de continuité, l'équation de mouvement et l'équation de Poisson. Ces équations sont associées à l'équation de masse et de charge du grain.

III. 3. 1. Equation de masse

Lorsqu'un grain de poussière est immergé dans un plasma, il peut être érodé par les processus de désintégration, e.g, sputtering, comme il a été indiqué ci-dessus. L'équation de la variation de la masse des grains de poussière peut être obtenue à partir de l'équation (III-4) et est donnée par,

$$\frac{\partial m_d}{\partial t} + \vec{V}_d \cdot \nabla m_d = -\lambda n_i m_d^{2/3}, \quad (\text{III-6})$$

où,

$$\lambda = \sqrt{\frac{8\pi k_B T_i}{m_i}} \left(\frac{3}{4\pi\rho} \right)^{2/3} m_t Y_s (1 + x_0) \exp(-x_0)$$

n_i , m_i sont la densité et la masse des ions projectiles, m_t est la masse des atomes constituants le grain, et $-\lambda n_i m_d^{2/3}$ étant le terme source (représentant la perte dans notre cas) décrivant l'érosion du grain de poussière dans le plasma causée par le processus de sputtering.

III. 3. 2. Equation de charge

On suppose que les grains de poussière acquièrent exclusivement leur charge par l'attachement des électrons et des ions. L'équation d'évolution de la charge est donnée par,

$$\frac{\partial q_d}{\partial t} + \vec{V}_d \cdot \nabla q_d = I_e + I_i \quad (\text{III-7})$$

où, q_d est la charge du grain, I_e et I_i sont respectivement les courants des électrons et des ions collectés par le grain, et qui sont donnés par,

$$I_e = -4\pi a^2 n_e e \sqrt{\frac{k_B T_e}{2\pi m_e}} \exp\left(\frac{e q_d}{a k_B T_e}\right), \quad (\text{III-8})$$

$$I_i = 4\pi a^2 n_i e \sqrt{\frac{k_B T_i}{2\pi m_i}} \left(1 - \frac{e q_d}{a k_B T_i}\right), \quad (\text{III-9})$$

avec a le rayon du grain, n_e , T_e , m_e sont la densité, la température et la masse de l'électron, alors que n_i , T_i et m_i sont la densité, la température et la masse de l'ion.

III. 3. 3. Equations hydrodynamiques

L'équation de continuité s'écrit pour les différentes espèces en tenant compte de l'effet de perte, comme suit :

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot n_\alpha \vec{V}_\alpha = S_\alpha, \quad (\text{III-10})$$

où n_α et V_α sont la densité et la vitesse moyenne des particules du plasma respectivement, $S_\alpha = -\beta_\alpha \cdot n_\alpha$ étant le terme de perte décrivant la perte dans notre cas des particules du plasma causée par l'attachement de ces dernières à la surface du grain. Dans cette expression, β_α représente la fréquence d'attachement des particules du plasma, et peut s'écrire, $\beta_\alpha = \frac{I_\alpha n_d}{q_\alpha n_\alpha}$.

Pour les grains de poussière l'équation de continuité est donnée par ;

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \nabla \cdot n_d \vec{V}_d = 0, \quad (\text{III-11})$$

où n_d et V_d sont la densité et la vitesse moyenne des grains. Les (III-6) et (III-11) expriment la perte de la masse du grain due à la pulvérisation, et la conservation du nombre total des grains. D'autre part, nous écrivons les équations de la quantité de mouvement des particules du plasma,

$$\frac{d m_\alpha \vec{V}_\alpha}{d t} = -\frac{\nabla P_\alpha}{n_\alpha} + q_\alpha \vec{E} + \frac{m_\alpha S_\alpha}{n_\alpha} [\vec{V}_\alpha - \vec{V}_d], \quad (\text{III-12})$$

où q_α et m_α sont la charge et la masse des particules du plasma. Le terme apparaissant dans la partie gauche de l'équation (III-12) correspond à la dérivée convective de la vitesse. Dans le membre droit de l'équation, le premier terme décrit l'effet thermique (pression), le deuxième terme décrit la force électrique et le troisième terme indique la variation de la quantité de mouvement due à l'attachement.

De même, l'équation de conservation de la quantité de mouvement du grain de poussière est donnée par :

$$\frac{d m_d \vec{V}_d}{d t} = q_d \vec{E} - \frac{\nabla P_d}{n_d} - m_e \frac{S_e}{n_d} [\vec{V}_e - \vec{V}_d] - m_i \frac{S_i}{n_d} [\vec{V}_i - \vec{V}_d], \quad (\text{III-13})$$

où, $q_d = -Z_d e$ et m_d sont la charge et la masse du grain respectivement.

En outre, l'équation de Maxwell permettant de décrire l'évolution spatiale du champ électrique est celle de Poisson, elle s'écrit comme suit :

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi e(n_i - n_e) + 4\pi(n_d q_d) \quad (\text{III-14})$$

III.4. Linéarisation et écriture des équations de base dans l'espace de Fourier

Linéarisons les équations que nous venons d'exposer ci-dessus. Pour ce faire, nous supposons que le plasma poussiéreux est décrit à l'équilibre par les grandeurs hydrodynamiques suivantes: la densité $n_{\alpha 0}$ et la vitesse $\vec{V}_{\alpha 0}$ des particules du plasma, et aussi, par la densité $n_{d 0}$ et la vitesse $\vec{V}_{d 0}$ relatives aux grains de poussières; ces grandeurs sont constantes dans l'espace et dans le temps. Le développement des grandeurs hydrodynamiques autour de l'état d'équilibre est donné comme suit :

$$n_\alpha(x, t) = n_{\alpha 0} + \delta n_\alpha(x, t), \quad (\text{III-15})$$

$$n_d(x, t) = n_{d 0} + \delta n_d(x, t), \quad (\text{III-16})$$

$$\vec{V}_\alpha(x, t) = \vec{V}_{\alpha 0} + \delta \vec{V}_\alpha(x, t), \quad (\text{III-17})$$

$$\vec{V}_d(x, t) = \vec{V}_{d0} + \delta \vec{V}_d(x, t), \quad (\text{III-18})$$

$$\vec{E}(x, t) = \delta \vec{E}(x, t), \quad (\text{III-19})$$

$$q_d(x, t) = q_{d0} + \delta q_d(x, t), \quad (\text{III-20})$$

$$m_d(x, t) = m_{d0} + \delta m_d, \quad (\text{III-21})$$

où $\alpha = e, i$

Les courants I_e et I_i sont donnés par :

$$I_e(x, t) = I_{e0} + \delta I_e = I_{e0} + I_{e0} \left[\frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \frac{e \delta q_d}{a_0 k_B T_e} + \left(2 - \frac{e q_{d0}}{a_0 k_B T_e} \right) \frac{\delta a}{a_0} \right], \quad (\text{III-22})$$

$$I_i(x, t) = I_{i0} + \delta I_i = I_{i0} + I_{i0} \left[\frac{\delta n_i}{n_{i0}} - \frac{e \delta q_d / a_0 k_B T_i}{1 - e q_{d0} / a_0 k_B T_i} + \left(\frac{2 - e q_{d0} / a_0 k_B T_i}{1 - e q_{d0} / a_0 k_B T_i} \right) \frac{\delta a}{a_0} \right] \quad (\text{III-23})$$

L'équation de masse linéarisée est donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta m_d}{m_{d0}} + \vec{V}_{d0} \cdot \nabla \frac{\delta m_d}{m_{d0}} = -\omega^* \left(\frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \frac{2}{3} \frac{\delta m_d}{m_{d0}} \right) \quad (\text{III-24})$$

$$\text{où, } \omega^* = \lambda n_{i0} m_{d0}^{-1/3}$$

Quant à l'équation de charge linéarisée, elle est donnée par :

$$\frac{d \delta q}{dt} + \eta \delta q_d = \frac{\partial I_e}{\partial n_e} \delta n_e + \frac{\partial I_i}{\partial n_i} \delta n_i - \tilde{\eta} \delta a, \quad (\text{III-25})$$

$$\text{où le taux de désintégration naturelle est donné par, } \eta = - \left(\frac{\partial I_e}{\partial q_d} + \frac{\partial I_i}{\partial q_d} \right)_{a=cte}.$$

Nous introduisons pour la première fois une nouvelle fréquence,

$$\tilde{\eta} = - \left(\frac{\partial I_e}{\partial a} + \frac{\partial I_i}{\partial a} \right)_{q_d=cte}. \text{ Il a été tenu compte de } \delta m_d \propto \delta a.$$

Les équations fluides linéarisées s'écrivent comme suit:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \nabla \cdot \delta \vec{V}_e + \vec{V}_{e0} \cdot \nabla \frac{\delta n_e}{n_{e0}} = -\beta_{e0} \frac{\delta n_e}{n_{e0}} - \delta \beta_e, \quad (\text{III-26})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \nabla \cdot \delta \vec{V}_i + \vec{V}_{i0} \cdot \nabla \frac{\delta n_i}{n_{i0}} = -\beta_{i0} \frac{\delta n_i}{n_{i0}} - \delta \beta_i, \quad (\text{III-27})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta n_d}{n_{d0}} + \nabla \cdot \delta \vec{V}_d + \vec{V}_{d0} \cdot \nabla \frac{\delta n_d}{n_{d0}} = 0, \quad (\text{III-28})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \delta \vec{V}_e + \vec{V}_{e0} \cdot \nabla \delta \vec{V}_e = & -\nu_{the}^2 \nabla \frac{\delta n_e}{n_{e0}} - \frac{e}{m_e} \delta \vec{E} - \beta_{e0} (\delta \vec{V}_e - \delta \vec{V}_d) - \delta \beta_e (\vec{V}_{e0} - \vec{V}_{d0}) \\ & - \beta_{e0} (\vec{V}_{e0} - \vec{V}_{d0}) \frac{\delta n_e}{n_{e0}}, \end{aligned} \quad (\text{III-29})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \delta \vec{V}_i + \vec{V}_{i0} \cdot \nabla \delta \vec{V}_i = & -\nu_{thi}^2 \nabla \frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \frac{e}{m_i} \delta \vec{E} - \beta_{i0} (\delta \vec{V}_i - \delta \vec{V}_d) - \delta \beta_i (\vec{V}_{i0} - \vec{V}_{d0}) \\ & - \beta_{i0} (\vec{V}_{i0} - \vec{V}_{d0}) \frac{\delta n_i}{n_{i0}}, \end{aligned} \quad (\text{III-30})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \delta \vec{V}_d + \vec{V}_{d0} \cdot \nabla \delta \vec{V}_d + \vec{V}_{d0} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta m_d}{m_{d0}} = & -\nu_{thd}^2 \nabla \frac{\delta n_d}{n_{d0}} + \frac{q_{d0}}{m_{d0}} \delta \vec{E} + \beta_{e0} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{m_e}{m_{d0}} (\delta \vec{V}_e - \delta \vec{V}_d) + \\ & \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{m_e}{m_{d0}} \delta \beta_e (\vec{V}_{e0} - \vec{V}_{d0}) + \beta_{e0} \frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} (\vec{V}_{e0} - \vec{V}_{d0}) \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \beta_{i0} \frac{n_{i0}}{n_{d0}} \frac{m_i}{m_{d0}} (\delta \vec{V}_i - \delta \vec{V}_d) + \end{aligned}$$

$$\delta \beta_i \frac{n_{i0}}{n_{d0}} \frac{m_i}{m_{d0}} (\vec{V}_{i0} - \vec{V}_{d0}) + \beta_{i0} \frac{m_i}{m_{d0}} \frac{n_{i0}}{n_{d0}} (\vec{V}_{i0} - \vec{V}_{d0}) \frac{\delta n_i}{n_{i0}}, \quad (\text{III-31})$$

$$\nabla \cdot \delta \vec{E} = 4\pi e (\delta n_i - \delta n_e) + 4\pi (n_{d0} \delta q_d + q_{d0} \delta n_d) \quad (\text{III-32})$$

où, ν_{the} , ν_{thi} et ν_{thd} sont les vitesses thermiques de l'électron, de l'ion et du grain de poussière respectivement. Transformons les grandeurs perturbées décrites par les équations précédentes par la transformée de Fourier-Laplace, ce qui leur confère une dépendance en (ω, \vec{k}) sous la forme $\approx \exp -i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$, et le résultat est le suivant :

$$\frac{\delta m_d}{m_{d0}} = \psi \frac{\delta n_i}{n_{i0}} \quad (\text{III-33})$$

$$\delta q_d = \beta_1 \frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \beta_2 \frac{\delta n_e}{n_{e0}} \quad (\text{III-34})$$

$$\delta V_e = \gamma_1 \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \gamma_2 \frac{\delta n_d}{n_{d0}} + \gamma_3 \frac{\delta n_i}{n_{i0}} \quad (\text{III-35})$$

$$\delta V_i = \delta_1 \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \delta_2 \frac{\delta n_d}{n_{d0}} + \delta_3 \frac{\delta n_i}{n_{i0}} \quad (\text{III-36})$$

$$\frac{\delta V_d}{V_{d0}} = \alpha \frac{\delta n_d}{n_{d0}} \quad (\text{III-37})$$

$$\delta V_e = \bar{\gamma}_1 \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \bar{\gamma}_2 \frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \bar{\gamma}_3 \frac{\delta n_d}{n_{d0}} + \bar{\gamma}_4 \delta E + \bar{\gamma}_5 \delta V_d \quad (\text{III-38})$$

$$\delta V_i = \bar{\delta}_1 \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \bar{\delta}_2 \frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \bar{\delta}_3 \frac{\delta n_d}{n_{d0}} + \bar{\delta}_4 \delta E + \bar{\delta}_5 \delta V_d \quad (\text{III-39})$$

$$\delta V_d = \bar{\lambda}_1 \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \bar{\lambda}_2 \frac{\delta n_d}{n_{d0}} + \bar{\lambda}_3 \frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \bar{\lambda}_4 \delta E + \bar{\lambda}_5 \delta V_e + \bar{\lambda}_6 \delta V_i \quad (\text{III-40})$$

$$\delta E = \lambda_1 \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + \lambda_2 \frac{\delta n_i}{n_{i0}} + \lambda_3 \frac{\delta n_i}{n_{i0}} \quad (\text{III-41})$$

où,

$$\psi = -\frac{\omega^*}{\frac{2}{3}\omega^* + i(kV_{d0} - \omega)},$$

$$\omega^* = \lambda n_{i0} m_{d0}^{-1/3}$$

$$\beta_1 = \frac{|I_{e0}|}{\eta + i(kV_{d0} - \omega)} \left[1 + \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \Delta \right]$$

$$\beta_2 = -\frac{|I_{e0}|}{\eta + i(kV_{d0} - \omega)},$$

$$\alpha = 1 - \frac{\omega}{kV_{d0}},$$

$$\eta = \frac{|I_{e0}|}{q_{d0}} \frac{\varepsilon (2 - \varepsilon)}{1 - \varepsilon},$$

$$\gamma_1 = -\frac{1}{ik} \left\{ -i(kV_{e0} - \omega) + \beta_{e0} \left(1 - \frac{\varepsilon \beta_2}{q_{d0}} \right) \right\},$$

$$\gamma_2 = -\frac{\beta_{e0}}{ik},$$

$$\gamma_3 = -\frac{\beta_{e0}}{ik} \left(\Delta + \frac{\varepsilon \beta_1}{q_{d0}} \right),$$

$$\delta_1 = \frac{\beta_{i0}}{ik} \frac{\varepsilon \beta_2}{1 - \varepsilon q_{d0}},$$

$$\delta_2 = -\frac{\beta_{i0}}{ik},$$

$$\delta_3 = \frac{1}{ik} \left\{ \frac{\beta_{i0}}{1 - \varepsilon} \left(\frac{\varepsilon \beta_1}{q_{d0}} - \Delta \right) - (\beta_{i0} + i(kV_{i0} - \omega)) \right\},$$

$$\bar{\gamma}_1 = -\frac{1}{(\beta_{e0} - i\omega + ikV_{e0})} \left[(V_{e0} - V_{d0}) \beta_{e0} \left\{ \frac{\varepsilon \beta_2}{q_{d0}} + 1 \right\} + ik v_{the}^2 \right],$$

$$\bar{\gamma}_2 = -\frac{\beta_{e0} (V_{e0} - V_{d0})}{(\beta_{e0} - i\omega + ikV_{e0})} \left(\Delta + \frac{\varepsilon \beta_1}{q_{d0}} \right),$$

$$\bar{\gamma}_3 = -\frac{\beta_{e0} (V_{e0} - V_{d0})}{(\beta_{e0} - i\omega + ikV_{e0})},$$

$$\bar{\gamma}_4 = \frac{-e/m_e}{(\beta_{e0} - i\omega + ikV_{e0})},$$

$$\bar{\gamma}_5 = \frac{\beta_{e0}}{(\beta_{e0} - i\omega + ikV_{e0})},$$

$$\bar{\delta}_1 = \frac{\beta_{e0}(V_{i0} - V_{d0})}{(\beta_{i0} - i\omega + ikV_{i0})} \frac{\varepsilon \beta_2}{q_{d0}(1-\varepsilon)},$$

$$\bar{\delta}_2 = -\frac{1}{(\beta_{i0} - i\omega + ikV_{i0})} \left[ikv_{thi}^2 + \beta_{i0}(V_{i0} - V_{d0}) \left\{ 1 + \frac{\Delta}{1-\varepsilon} - \frac{\beta_1 \varepsilon}{q_{d0}(1-\varepsilon)} \right\} \right],$$

$$\bar{\delta}_3 = -\frac{\beta_{i0}(V_{i0} - V_{d0})}{(\beta_{i0} - i\omega + ikV_{i0})},$$

$$\bar{\delta}_4 = \frac{e/m_i}{(\beta_{i0} - i\omega + ikV_{i0})},$$

$$\bar{\delta}_5 = \frac{\beta_{i0}}{(\beta_{i0} - i\omega + ikV_{i0})},$$

$$\lambda_1 = \frac{4\pi}{ik} \{n_{d0} \beta_2 - e n_{e0}\},$$

$$\lambda_2 = \frac{4\pi q_0 n_0}{ik},$$

$$\lambda_3 = \frac{4\pi}{ik} \{e n_{i0} + n_{d0} \beta_1\},$$

$$\bar{\lambda}_1 = \left\{ \frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} (V_{e0} - V_{d0}) \beta_{e0} \left(1 + \frac{\beta_2 \varepsilon}{q_{d0}} \right) - \frac{m_i}{m_{d0}} (V_{i0} - V_{d0}) \frac{\beta_{i0} \varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{\beta_2}{q_{d0}} \right\} / D_4,$$

$$\bar{\lambda}_2 = \left\{ \frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} (V_{e0} - V_{d0}) \beta_{e0} + \frac{m_i}{m_{d0}} \frac{n_{i0}}{n_{d0}} (V_{i0} - V_{d0}) \beta_{i0} - ikv_{thd}^2 \right\} / D_4,$$

$$\bar{\lambda}_3 = \left[\frac{m_i}{m_0} \frac{n_{i0}}{n_{d0}} (V_{i0} - V_{d0}) \beta_{i0} \left\{ 1 + \frac{\Delta}{1-\varepsilon} - \frac{\varepsilon \beta_1}{q_{d0}(1-\varepsilon)} \right\} + \beta_{e0} \frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} (V_{e0} - V_{d0}) \left(\frac{\varepsilon \beta_1}{q_{d0}} + \Delta \right) \right] / D_4,$$

$$-i(kV_{d0} - \omega) V_{d0} \psi$$

$$\bar{\lambda}_4 = \frac{q_{d0}/m_{d0}}{D_4},$$

$$\bar{\lambda}_5 = \frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \beta_{e0} / D_4,$$

$$\bar{\lambda}_6 = \frac{m_i}{m_{d0}} \frac{n_{i0}}{n_{d0}} \beta_{i0} / D_4,$$

$$D_4 = i(kV_{d0} - \omega) + \frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \beta_{e0} + \frac{m_i}{m_{d0}} \frac{n_{i0}}{n_{d0}} \beta_{i0},$$

$$\varepsilon = \frac{e q_{d0}}{a_0 k_B T_e}$$

$$\Delta = \frac{\psi}{3} (2 - \varepsilon)$$

et

$$\beta = \beta_{e0} = \beta_{i0} \frac{n_{i0}}{n_{e0}}.$$

En substituant dans l'équation (III-40) les valeurs de δV_e , δV_i , δV_d et δE obtenues des équations (III-35), (III-36), (III-37) et (III-41), nous obtenons l'expression suivante :

$$\frac{\delta n_d}{n_{d0}} = A \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + B \frac{\delta n_i}{n_{i0}}, \quad \text{(III-42)}$$

où,

$$A = (\bar{\lambda}_1 + \lambda_1 \bar{\lambda}_4 + \gamma_1 \bar{\lambda}_5 + \delta_1 \bar{\lambda}_6) / D_1$$

$$B = (\bar{\lambda}_3 + \lambda_3 \bar{\lambda}_4 + \gamma_3 \bar{\lambda}_5 + \delta_3 \bar{\lambda}_6) / D_1$$

$$D_1 = \alpha V_0 - \bar{\lambda}_2 - \lambda_2 \bar{\lambda}_4 - \gamma_2 \bar{\lambda}_5 - \delta_2 \bar{\lambda}_6$$

Il est possible aussi de combiner les équations du système pour obtenir une seconde équation pour la densité perturbée des grains de poussière,

$$\frac{\delta n_d}{n_{d0}} = A' \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + B' \frac{\delta n_i}{n_{i0}}, \quad \text{(III-43)}$$

où,

$$A' = (\bar{\gamma}_1 - \gamma_1 - \bar{\gamma}_4 \lambda_2) / D_2$$

$$B' = (\bar{\gamma}_2 - \gamma_3 - \bar{\gamma}_4 \lambda_3) / D_2$$

$$D_2 = \gamma_2 - \bar{\gamma}_3 - \bar{\gamma}_4 \lambda_2 - \alpha V_{d0} \bar{\gamma}_5$$

De la même façon, on égalisant les équations **(III-36)** et **(III-39)** sachant les équations **(III-37)** et **(III-41)** nous obtenons l'expression suivante,

$$\frac{\delta n_d}{n_{d0}} = A'' \frac{\delta n_e}{n_{e0}} + B'' \frac{\delta n_i}{n_{i0}}, \quad \text{(III-44)}$$

où,

$$A'' = (\bar{\delta}_1 - \delta_1 + \lambda_1 \bar{\delta}_4) / D_3$$

$$B'' = (\bar{\delta}_2 - \delta_3 - \lambda_3 \bar{\delta}_4) / D_3$$

$$D_3 = \delta_2 - \bar{\delta}_3 - \lambda_2 \bar{\delta}_4 - \alpha V_{d0} \bar{\delta}_5$$

En combinant les équations **(III-42)**, **(III-43)** et **(III-44)**, nous obtenons la relation de dispersion suivante,

$$\boxed{\frac{B'' - B'}{A' - A''} = \frac{B' - B}{A - A'}} \quad \text{(III-45)}$$

III.5. DISCUSSION

Nous nous imposons dans ce chapitre la recherche des modes de très basses fréquences [3]. En première approximation, on considère le cas où les vitesses fluides

à l'équilibre, i.e., \vec{V}_{e0} , \vec{V}_{i0} et \vec{V}_{d0} sont nulles, en l'occurrence, il n'y a pas d'écoulement dans le plasma. Pour des fréquences ultra basses, la relation de dispersion peut être réduite en tenant compte des approximations suivantes à :

$$A = \alpha_0 \quad , \quad \text{(III-46)}$$

$$B = \alpha_1 \psi + \alpha_2 \quad , \quad \text{(III-47)}$$

$$A' = \alpha_3 k^2 + \alpha_4 \quad , \quad \text{(III-48)}$$

$$B' = \alpha_5 \psi + \alpha_6 \quad , \quad \text{(III-49)}$$

$$A'' = \alpha_7 \quad , \quad \text{(III-50)}$$

$$B'' = \alpha_8 k^2 + \alpha_9 \psi + \alpha_{10} \quad \text{(III-51)}$$

où,

$$\alpha_0 = \frac{\omega_d^2 \left(\frac{1}{Z} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)} \right) + \frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{\beta^2}{(2-\varepsilon)} \left[1 + l \frac{m_i}{m_e} \right]}{\frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \beta^2 \left(1 + l \frac{m_i}{m_e} \right) - \omega_d^2} \quad ,$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{3} \frac{\frac{\omega_d^2}{\beta^2} - 2 \frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left[l \frac{m_i}{m_e} + 1 \right]}{\frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left(1 + l \frac{m_i}{m_e} \right) - \frac{\omega_d^2}{\beta^2}} \quad ,$$

$$\alpha_2 = \frac{\frac{\omega_d^2}{\beta^2} \left[\frac{1}{Zl} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)} \right] - \frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left(1 + l \frac{m_i}{m_e} \right) \left(\frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon} \right)}{\frac{m_e}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left(1 + l \frac{m_i}{m_e} \right) - \frac{\omega_d^2}{\beta^2}} \quad ,$$

$$\alpha_3 = - \frac{\frac{v_{the}^2}{\beta^2}}{1 - \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{\omega_d}{\beta} \right)^2} \quad ,$$

$$\alpha_4 = - \frac{\frac{1}{2-\varepsilon} + \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2 \frac{m_{d0}}{m_e} \frac{e}{q_{d0}}}{1 - \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2},$$

$$\alpha_5 = - \frac{\frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2\right)}{1 - \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2},$$

$$\alpha_6 = - \frac{\frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon} - \frac{e}{q_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2 \left[\frac{1}{Zl} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)}\right]}{1 - \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2},$$

$$\alpha_7 = - \frac{\frac{1}{2-\varepsilon} - \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_i} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2 \left[\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)} + \frac{1}{Z}\right]}{1 + \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_i} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2},$$

$$\alpha_8 = - \frac{\left(\frac{v_{the}}{\beta l}\right)^2}{1 + \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_i} \left(\frac{\omega_d}{\beta l}\right)^2},$$

$$\alpha_9 = - \frac{\frac{2}{3} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_i} \left(\frac{\omega_d}{\beta l}\right)^2\right]}{1 + \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_i} \left(\frac{\omega_d}{\beta l}\right)^2},$$

$$\alpha_{10} = - \frac{\frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon} - \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_i} \left(\frac{\omega_d}{\beta l}\right)^2 \left[\frac{1}{Zl} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)}\right]}{1 + \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_i} \left(\frac{\omega_d}{\beta l}\right)^2}$$

En remplaçant les expressions (III-46)-(III-51) dans la relation de dispersion (III-45) et après développement, nous obtenons la relation de dispersion sous la forme apportée suivante :

$$\psi_1 k^4 + \psi_2(\omega)k^2 + \psi_3(\omega) = 0, \quad \text{(III-52)}$$

avec,

$$\psi_1 = -\alpha_3 \alpha_8,$$

$$\psi_2 = -\alpha_3(\alpha_9 - \alpha_1)\psi - \alpha_3(\alpha_{10} - \alpha_2) + \alpha_8(\alpha_0 - \alpha_4),$$

$$\psi_3 = [(\alpha_9 - \alpha_5)(\alpha_0 - \alpha_4) - (\alpha_4 - \alpha_7)(\alpha_5 - \alpha_1)]\psi + (\alpha_0 - \alpha_4)(\alpha_{10} - \alpha_6) - (\alpha_4 - \alpha_7)(\alpha_6 - \alpha_2)$$

Ce qui donne,

$$\psi_1 = \left(\frac{q_{d0}}{e}\right)^2 \frac{m_{d0}}{m_e} \frac{m_{d0}}{m_i} \left(\frac{v_{the}}{\omega_d}\right)^2 \left(\frac{v_{thi}}{\omega_d}\right)^2$$

$$\psi_2 = -\frac{q_{d0}}{e} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{v_{the}}{\omega_d}\right)^2 \left\{ \psi - 2\left(\frac{\ell-1}{\ell Z} - L\right) \right\}$$

$$\psi_3 = \left(\frac{5}{3}L - 1\right)\psi - 2(L-1) \left\{ \frac{\ell-1}{\ell Z} - L \right\}$$

$$L = \frac{1}{Z} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)}$$

$$Z = \frac{q_0}{e} \frac{n_0}{n_{e0}}$$

$$\ell = \frac{n_{e0}}{n_{i0}}$$

et

$$\omega_d^2 = \frac{4\pi q_0^2 n_{d0}}{m_{d0}}$$

III. 5.1. Sans fluctuation de la masse ($\psi = 0$)

Lorsque la variation de la masse est négligée, i.e., $\psi = 0$, les solutions de la relation de dispersion **(III-52)** qui est une équation biquadratique, sont données par:

$$k_1^2 = 2 \frac{e}{q_{d0}} \left(\frac{\omega_d}{v_{thi}} \right)^2 \frac{m_i}{m_{d0}} \left(L - \frac{\ell-1}{\ell Z} \right), \quad \text{(III-53)}$$

$$k_2^2 = i^2 \frac{m_e}{m_{d0}} \frac{e}{|q_{d0}|} \left(\frac{\omega_d}{v_{the}} \right)^2 (L-1) \left(L - \frac{\ell-1}{\ell Z} \right) \quad \text{(III-54)}$$

Ceci représente quatre modes (ω, k) , viz, deux modes oscillatoires, un mode atténué ainsi qu'un autre mode en croissance. Ce sont des profils quasi-homogènes du plasma de longueur d'onde correspondante très importante, par conséquent, aucun effet n'est perceptible à l'échelle de la longueur reliée aux situations de laboratoire. Les longueurs d'onde correspondantes étant données par,

$$\Lambda_1 = 2\pi / |k_1| = 2\pi \left[\frac{\frac{q_{d0}}{e} \frac{m_{d0}}{m_i} \left(\frac{v_{thi}}{\omega_d} \right)^2}{2 \left(L - \frac{\ell-1}{\ell Z} \right)} \right]^{1/2}, \quad \text{(III-55)}$$

$$\Lambda_2 = 2\pi / |k_2| = 2\pi \left[\frac{\frac{|q_{d0}|}{e} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{v_{thi}}{\omega_d} \right)^2}{(L-1) \left(L - \frac{\ell-1}{\ell Z} \right)} \right]^{1/2} \quad \text{(III-56)}$$

En effet, pour un plasma d'hydrogène de densité, $n_{i0} = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ (c.f. Réf.[7]);

$n_{d0}/n_{i0} \approx 10^{-4}$; $\varepsilon = -2.5$; $\frac{|q_{d0}|}{e} \approx 1736$; $T_i \approx T_e \approx 1 \text{ eV}$, et pour $\rho = 0.4 \text{ g/cm}^3$, on trouve

$\Lambda_1 \approx 3R_T$, alors que pour $\rho = 2.2 \text{ g/cm}^3$, on a $\Lambda_2 \approx 16.5R_T$. De même, $\Lambda_1 \approx 50 \text{ } \mathfrak{f}_{M-E}$ pour $\rho = 0.4 \text{ g/cm}^3$ et $\Lambda_2 \approx 0,7 \text{ } \mathfrak{f}_{S-E}$ pour $\rho = 2.2 \text{ g/cm}^3$, où R_T est le rayon de la terre, \mathfrak{f}_{M-E} est la distance lune-terre et \mathfrak{f}_{S-E} est la distance Soleil-Terre.

III. 5. 2. Fluctuation de la masse ($\psi \neq 0$)

a- $\omega^* \gg \omega$: Si nous avons considéré les fluctuations de la masse, nous aurions trouvé dans le cas des fréquences ultra-basses ($\omega^* \gg \omega$, viz, $\psi \approx -\frac{3}{2}$):

$\Lambda_{1,m} = 2.86R_T$ (pour $\rho=0.4g/cm^3$), telle que $\Lambda_{1,m} / \Lambda_1 \approx 96\%$. Les fluctuations de la masse dans cette gamme $\omega^* \gg \omega$, réduisent légèrement la longueur caractéristique.

b- $\omega^* \approx \omega$: Par ailleurs, dans la gamme de fréquences proches $\omega \approx \omega^*$, il est trouvé que,

$$\psi = \frac{-\psi_1 k^4 - \frac{q_0}{e} \frac{m_0}{m_e} \left(\frac{v_{the}}{\omega_d} \right)^2 \left[\frac{\ell-1}{\ell Z} - L \right] k^2 + 2(L-1) \left[\frac{\ell-1}{\ell Z} - L \right]}{- \left[\frac{q_0}{e} \frac{m_0}{m_e} \left(\frac{v_{the}}{\omega_d} \right)^2 k^2 + \frac{5L}{3} - 1 \right]} \quad (\text{III-57})$$

Mais alors, un mode de fréquence zéro $\omega_r=0$ et de décrément, $\omega_i = -\omega^* \left[\frac{2}{3} + \frac{1}{\psi} \right]$ est obtenu. Pour de grande longueurs d'onde, le décrément est donné par, $\omega_i(k=0) \approx -\frac{\omega^*}{2}$, alors que pour de courte longueurs d'onde on a $\omega_i(k=\infty) \approx -\frac{2}{3} \omega^*$.

c - $\omega > \omega^*$: Dans ce cas, on obtient $\omega_i(k=0) \approx 0.19 \omega^*$ et $\omega_i(k=\infty) \approx 0$.

Ecoulement des particules :

Si on considère l'écoulement des grains ($V_0 \neq 0$), aucun nouveau mode n'est à comptabiliser. Cependant, si on prend en considération la vitesse d'écoulement de l'ion ($V_{i0} \neq 0$), les termes de la relation de dispersion (III-45) peuvent être réduits à :

$$A = - \frac{\tilde{\alpha}_1 k + \tilde{\alpha}_2}{\tilde{\alpha}_3 k^2 + \tilde{\alpha}_4 k + \tilde{\alpha}_5}, \quad (\text{III-58})$$

$$B = -\frac{\tilde{\alpha}_6 k + \tilde{\alpha}_7}{\tilde{\alpha}_3 k^2 + \tilde{\alpha}_4 k + \tilde{\alpha}_5}, \quad (\text{III-59})$$

$$A' = -(\tilde{\alpha}_8 k^2 + \tilde{\alpha}_9), \quad (\text{III-60})$$

$$B' = \tilde{\alpha}_{10}, \quad (\text{III-61})$$

$$A'' = \frac{\tilde{\alpha}_{11} k + \tilde{\alpha}_{12}}{\tilde{\alpha}_{13} k + \tilde{\alpha}_{14}}, \quad (\text{III-62})$$

$$B'' = \frac{\tilde{\alpha}_{15} k^2 + \tilde{\alpha}_{16} k + \tilde{\alpha}_{17}}{\tilde{\alpha}_{13} k + \tilde{\alpha}_{14}}, \quad (\text{III-63})$$

où,

$$\tilde{\alpha}_1 = \frac{iV_{i0}}{\beta} \frac{m_i}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{1}{2-\varepsilon}$$

$$\tilde{\alpha}_2 = -l \frac{m_i}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{1}{(2-\varepsilon)} - \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2 \left(\frac{1}{Z} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)}\right)$$

$$\tilde{\alpha}_3 = \frac{v_{thd}^2}{\beta^2}$$

$$\tilde{\alpha}_4 = \frac{iV_{i0}}{\beta} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{m_i}{m_{d0}}$$

$$\tilde{\alpha}_6 = \frac{iV_{i0}}{\beta} \frac{m_i}{m_{d0}} \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \left[\frac{2}{3} \psi - \frac{1}{2-\varepsilon} \right],$$

$$\tilde{\alpha}_7 = -\left(\frac{m_e}{m_i} + l\right) \frac{n_{e0}}{n_{d0}} \frac{m_i}{m_{d0}} \left(\frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon} + \frac{2}{3} \psi\right) + \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2 \left[\frac{\psi}{3} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)} + \frac{1}{Zl} \right],$$

$$\tilde{\alpha}_8 = \alpha_3 = -\frac{\frac{v_{the}^2}{\beta^2}}{1 - \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2},$$

$$\tilde{\alpha}_9 = \alpha_4 = -\frac{\frac{1}{2-\varepsilon} + \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2 \frac{m_{d0}}{m_e} \frac{e}{q_{d0}}}{1 - \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2},$$

$$\tilde{\alpha}_{10} = -\frac{\frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon} + \frac{2}{3}\psi - \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2 \left[\frac{1}{Zl} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)} + \frac{\psi}{3}\right]}{1 - \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2}$$

$$\tilde{\alpha}_{11} = -\frac{iV_{i0}}{\beta l(2-\varepsilon)},$$

$$\tilde{\alpha}_{12} = \frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon} - \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_e} \left(\frac{\omega_d}{\beta}\right)^2 \left[\frac{1}{Z} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)}\right]$$

$$\tilde{\alpha}_{13} = -\frac{iV_{i0}}{\beta l},$$

$$\tilde{\alpha}_{14} = 1 + \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_i} \left(\frac{\omega_d}{\beta l}\right)^2$$

$$\tilde{\alpha}_{15} = -\frac{v_{thi}^2}{\beta^2 l^2}$$

$$\tilde{\alpha}_{16} = \frac{iV_{i0}}{\beta l} \left[\frac{2}{3}\psi - \frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon}\right],$$

$$\tilde{\alpha}_{17} = -\left(\frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon} + \frac{2}{3}\psi\right) + \frac{e}{q_{d0}} \frac{m_{d0}}{m_i} \left(\frac{\omega_d}{\beta l}\right)^2 \left[\frac{1}{Zl} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)} + \frac{\psi}{3}\right]$$

En introduisant les expressions **(III-58)**-**(III-63)** dans la relation de dispersion **(III-45)** et après développement, tout tenant compte des approximations spécifiques du plasma poussiéreux, nous réécrivons la relation de dispersion sous la forme approximée suivante :

$$k = \frac{i\beta l V_{i0}}{V_{thi}^2} \left[-\frac{1}{Zl} - \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)} - \frac{\psi}{3} \right] \quad \text{(III-64)}$$

Pour des longueurs d'onde courtes, nous avons montré l'existence d'un mode d'oscillation, de décrément donné par,

$$\omega_i / \omega^* \approx -\frac{1}{3} \left\{ \left[\frac{1}{Z\ell} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)} \right] \left(\frac{V_{i0}}{v_{thi}} \right)^2 \left(\frac{\beta_{e0}\ell}{v_{thi}k} \right)^2 + 2 \right\}, \quad \text{(III-65)}$$

à la fréquence,

$$\omega_r / \omega^* \approx \frac{1}{3} \left(\frac{\beta_{e0}\ell}{v_{thi}k} \right) \left(\frac{V_{i0}}{v_{thi}} \right). \quad \text{(III-66)}$$

III.6. CONCLUSION

Pour conclure, rappelons que la charge du grain est une variable dynamique qui fluctue en réponse à toute perturbation de la densité occasionnée par une onde en propagation. Beaucoup de phénomènes collectifs ont été attribués à cet effet. Dans ce chapitre, nous prouvons que la masse du grain est aussi une variable dynamique couplée aux autres variables. En effet, la masse du grain peut croître ou diminuer en fonction des processus physiques en jeu. Par conséquent, la fluctuation de la masse est à retenir dans les calculs. Nous avons choisi le processus de pulvérisation (sputtering) et nous avons étudié les propriétés diélectriques des plasmas poussiéreux. Nous avons montré que de nouveaux modes peuvent être soutenus par le plasma lorsque la masse du grain fluctue. Nous avons prouvé également, que de nouveaux modes statiques existent dans le plasma poussiéreux, nonobstant la constance de la masse du grain. C'est un champ du type wiggler (ondulé) d'une longueur caractéristique très grande (\sim rayon de la terre). Des modes atténués sur une échelle de longueurs d'onde de l'ordre de la distance Soleil-terre ont été obtenus.

III.8. REFERENCES

- [1]. P.K. Shukla, A.A. Mamum, *Introduction to dusty plasma physics*, (Institute of Physics, Bristol, 2002)
- [2]. A. Evans, *The Dusty Universe*, Ed. Ellis Horwood, p95 (1994).
- [3]. D. Benlmdjaldi, R. Bharuthram, and R. Annou, *Effect of Grain Mass Fluctuationon Collective Modes in a Dusty Plasma*, communicated by R. Baruthram to Ghent conference on dusty plasma (Belgium, sept. 2004), <http://arXiv.org/abs/physics/0510037>.

CONCLUSION

En conclusion, nous rappelons que la présente thèse porte sur l'étude des ondes dans les plasmas. La propagation des ondes dans ces milieux a été intensivement étudiée. Dans le premier chapitre de cette thèse nous avons introduit et classé les ondes dans les plasmas en présence et en absence d'un champ magnétique. A cette fin, nous avons introduit d'abord d'une manière succincte, les mouvements vibratoires et la propagation des ondes dans un milieu quelconque, et ensuite dans un plasma ordinaire électron/ion. Quant aux plasmas poussiéreux, il s'avert que la présence même des grains de poussière massifs et hautement chargés dans le plasma modifie considérablement ses caractéristiques. A cet effet, le deuxième chapitre a été consacré à l'exposé de l'étude de la conséquence de la fluctuation de la charge du grain sur les propriétés diélectrique d'un plasma poussiéreux, et ceci dans un cadre self-consistent. Pour cela l'équation de la charge du grain a été établie. La relation de dispersion a par la suite été déterminée et a été traitée dans différentes gammes de fréquences. Dans le troisième chapitre, on a introduit une nouvelle variable dynamique qu'est la masse des grains. Ceci étant l'essence de notre contribution. La variation de cette dernière est due à la formation et la destruction des grains dans un environnement donné, par plusieurs mécanismes. Dans cette thèse on s'intéresse à la variation de la masse des grains occasionnée par la pulvérisation (sputtering). L'influence de cette nouvelle variable sur le spectre des ondes soutenues par le plasma poussiéreux a été étudiée dans ce contexte. La relation de dispersion obtenue a été analysée dans la gamme des fréquences très basses. Plusieurs nouveaux modes ont été prédits.

PERSPECTIVES

Dans la présente thèse, nous nous sommes limités à l'étude de l'effet de la fluctuation de la masse sur les modes d'oscillation du plasma poussiéreux dans le cas des fréquences très basses. Les perspectives de la présente thèse sont nombreuses. Nous nous proposons à l'avenir d'établir notre relation de dispersion dans d'autres gammes de fréquences, à savoir, électronique, ionique et de poussière, en tenant compte des vitesses de l'écoulement des électrons, des ions et des grains de poussière.

ANNEXE

ANNEXE

FORMATION DES GRAINS DE POUSSIÈRE

La formation des grains de poussière étudiés dans ce qui précède n'est possible que dans des conditions particulières. Par exemple, en ce qui concerne les plasmas de laboratoire, l'observation du piégeage des poussières n'est pas nouvelle, puisqu'elle remonte aux premières expériences de Langmuir dans les années vingt. Il observa des nuages de poussière piégée dans des décharges d'argon à haute tension et basse pression, formée par la condensation du tungstène s'évaporant de la cathode métallique. En général, les grains de poussière dans un plasma de laboratoire peuvent être introduits artificiellement ou peuvent s'y former naturellement au bout d'une série de transformations. Trois phases sont dénombrées, à travers lesquelles s'effectue la formation d'un grain, à savoir, la nucléation, l'agglomération et enfin l'accrétion. En effet, dans la première phase ou nucléation, à partir d'atomes ils se forment des amas de quelques nanomètres ou protoparticules. Au-delà d'une densité critique, une croissance rapide s'ensuit : c'est la phase de l'agglomération où les particules ont désormais une taille de quelques dizaines de nanomètres ($\sim 50nm$). Dans la phase ultime, grâce à l'accrétion de monomères neutres ou ioniques, ces particules croissent davantage jusqu'à des tailles de quelques microns (Bouchoule 1999, Perrin et Hollenstein 1999, Gallagher 2000). La formation de ces grains de poussière est observée dans la plupart des réacteurs plasma qui sont utilisés pour des applications industrielles (Bouchoule 1999). Notons que la présence de la poussière dans les réacteurs plasma est la cause de la perte du rendement dans la fabrication des semi-conducteurs, qui sont à la base des puces et des transistors. Dans les réacteurs à fusion par contre, les grains de poussière sont le résultat de l'interaction plasma-matière, i.e., pulvérisation des murs. Le dépôt de hautes puissances peut occasionner l'éjection d'agglomérats de carbone, dans la mesure où les murs sont en graphite. La présence de ces grains peut affecter la stabilité du plasma confiné.

PUBLICATION

**EFFECT OF MASS FLUCTUATION ON COLLECTIVE
MODES IN A DUSTY PLASMA**

D. Benlemdjaldi¹, R. Bharuthram² and R. Annou^{2,3}

¹Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, USTHB, Algiers, ALGERIA

²School of Pure and Applied Physics, UKZN, Durban, SOUTH-AFRICA

³Permanent address: Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, USTHB, Algiers, ALGERIA

Abstract

The grains immersed in a plasma get eroded by the ions falling onto them. As a consequence, they exhibit self-consistent mass fluctuations due to perturbations in the plasma charging currents. The grain mass is then a dynamical variable. The modifications in the plasma dielectric properties are investigated and new ultra-low frequency modes are shown to exist in the plasma.

Due to the dynamical character of the dust grain electric charge, dusty plasmas that contain dust grains of high charge and mass, exhibit new and interesting aspects with respect to already known negative-ion plasmas. Indeed, dust grains when immersed in a plasma acquire their charge via numerous and competing processes, such as photoelectric effect, thermo-ionic effect, secondary emission and plasma particles capture by the grains. As a matter of fact, the electrons are captured by the grain, whereas the ions exchange charge with it, and hence the mass of the grain do not increase appreciably. Any wave motion in the plasma induces particle density perturbations, which in turn affect self-consistently the particle currents falling onto the grains. Consequently, as a response, the grain charge would fluctuate, giving rise to many collective effects^{1,2}. So far, the grain mass has been considered constant. Although, in realistic environments, e.g., astrophysical situations, the grain mass is variable. Indeed, the grain mass may grow due to particle accretion or grain-grain agglomeration. The grain may be eroded as well, under the effect of numerous processes such as, sputtering that is ejection of surface atoms of the grain due to striking ions, chemical sputtering, grain-grain collisions and grain disruption³. The grain mass is then a dynamical variable coupled to other variables such as particle density. The effect of grain sputtering on self-gravitating dusty plasmas dielectric properties has been investigated, and it has been shown that grain mass fluctuation is at the root of a new instability⁴. In this note we propose to investigate the effect of self-consistent grain mass fluctuations that are a response to perturbations in the plasma charging currents on wave propagation along with instability processes. New modes in the ultra-low frequency range are found.

We consider a dusty plasma consisting of electrons, ions and dust grains that acquire their charge by electrons and ions attachment. During this process, dust grains are being eroded by striking ions. The governing equations are cast as follows,

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot n_e \vec{V}_e = -\beta_e n_e \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot n_i \vec{V}_i = -\beta_i n_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot n \vec{V} = 0 \quad (3)$$

$$m_e n_e \frac{dV_e}{dt} = -\nabla p_e - en_e \vec{E} - m_e n_e \beta_e (\vec{V}_e - \vec{V}) \quad (4)$$

$$m_i n_i \frac{dV_i}{dt} = -\nabla p_i + en_i \vec{E} - m_i n_i \beta_i (\vec{V}_i - \vec{V}) \quad (5)$$

$$n \frac{dm \vec{V}}{dt} = qn \vec{E} - \nabla p + m_e n_e \beta_e (\vec{V}_e - \vec{V}) + m_i n_i \beta_i (\vec{V}_i - \vec{V}) \quad (6)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\lambda n_i m^{2/3} \quad (7)$$

$$\frac{dq}{dt} = I_e + I_i \quad (8)$$

$$\nabla^2 \phi = -4\pi e (n_i - n_e) - 4\pi (nq) \quad (9)$$

$$I_e = -4\pi a^2 n_e e \sqrt{\frac{T_e}{2\pi m_e}} \exp\left(\frac{eq}{aT_e}\right) \quad (10)$$

$$I_i = 4\pi a^2 n_i e \sqrt{\frac{T_i}{2\pi m_i}} \left(1 - \frac{eq}{aT_i}\right) \quad (11)$$

$$m = \frac{4\pi}{3} \rho a^3, \quad (12)$$

where, $\lambda = \sqrt{\frac{8\pi T_i}{m_i}} \left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^{\frac{2}{3}} m_t Y_s (1+x_0) \exp(-x_0)$, $\beta_\sigma = \frac{I_\sigma n}{q_\sigma n_\sigma}$, m_t being the mass of the target

atom constituting the grain, $\sigma = e, i$ and Y_s and x_0 are respectively, the sputtering yield and the ratio of the binding energy of atoms of the grain surface to the thermal energy of the plasma, per unit maximum energy transfer, per unit of incident projectile energy. **Eqs.(3)** and **Eqs.(7)** express the conservation of grains total number, and the loss of grain mass due to sputtering, where it is clear that the incident particle energy should be less than the necessary

energy for grain destruction, as in this case $-\lambda n_i m^{2/3}$ won't be the appropriate source term. All other quantities conserve their usual meaning. It is to be stressed that the contribution of the electrons is negligible since the maximum energy transfer (for the same incident projectile

energy) ratio for electrons and ions is given by $\left(\frac{m_i}{m_e} + 1\right)^2 \frac{m_e}{m_i} < 1$.

We linearize **Eqs. (1-12)**, and the most important equation showing the effect of mass fluctuations that is the new feature developed in this note, is given by

$$\frac{d \delta q}{d t} + \eta \delta q = \frac{\partial I_e}{\partial n_e} \delta n_e + \frac{\partial I_i}{\partial n_i} \delta n_i - \tilde{\eta} \delta a, \quad (13)$$

where, $\eta = -\left(\frac{\partial I_e}{\partial q} + \frac{\partial I_i}{\partial q}\right)_{a=cte}$, $\tilde{\eta} = -\left(\frac{\partial I_e}{\partial a} + \frac{\partial I_i}{\partial a}\right)_{q=cte}$ and $\delta m \propto \delta a$.

It is clear now that we have a multi-timescale problem. Indeed, around an equilibrium charge q_0 determined by the balance of the electronic and the ionic charging currents, the grain charge q fluctuates. In our work, we stress the fact that this equilibrium charge is no longer fixed, since the grain size is evolving. Consequently, the grain charge varies due to any modification of electron and ion densities, it decays also at a frequency η , and varies due to the grain radius variation as well. These causes intervene at different timescales.

Then, we assume the $\exp i(\omega t - kx)$ dependence and obtain the following dispersion relation,

$$(A - A')(B'' - B') = (A' - A'')(B' - B) \quad (14)$$

where, $A = (\bar{\lambda}_1 + \lambda_1 \bar{\lambda}_4 + \gamma_1 \bar{\lambda}_5 + \delta_1 \bar{\lambda}_6)/D_1$, $B = (\bar{\lambda}_3 + \lambda_3 \bar{\lambda}_4 + \gamma_3 \bar{\lambda}_5 + \delta_3 \bar{\lambda}_6)/D_1$,

$$D_1 = \alpha V_0 - \bar{\lambda}_2 - \lambda_2 \bar{\lambda}_4 - \gamma_2 \bar{\lambda}_5 - \delta_2 \bar{\lambda}_6, A' = (\bar{\gamma}_1 - \gamma_1 - \bar{\gamma}_4 \lambda_2)/D_2,$$

$$B' = (\bar{\gamma}_2 - \gamma_3 - \bar{\gamma}_4 \lambda_3)/D_2, D_2 = \gamma_2 - \bar{\gamma}_3 - \bar{\gamma}_4 \lambda_2 - \alpha V_0 \bar{\gamma}_5,$$

$$A'' = (\bar{\delta}_1 - \delta_1 + \lambda_1 \bar{\delta}_4)/D_3, B'' = (\bar{\delta}_2 - \delta_3 - \lambda_3 \bar{\delta}_4)/D_3,$$

$$D_3 = \delta_2 - \bar{\delta}_3 - \lambda_2 \bar{\delta}_4 - \alpha V_0 \bar{\delta}_5, \alpha = 1 - \frac{\omega}{kV_0}, \beta_{i0} n_{i0} = \beta_{e0} n_{e0},$$

$$\eta = \frac{|I_{e0}|}{q_0} \frac{\varepsilon(2-\varepsilon)}{1-\varepsilon}, \quad \varepsilon = \frac{eq_0}{a_0 T_e}, \quad \Delta = \frac{\psi}{3} (2-\varepsilon),$$

$$\psi = -\frac{\omega^*}{\frac{2}{3}\omega^* + i(kV_0 - \omega)}, \quad \omega^* = \lambda n_{i0} m_0^{-1/3},$$

$$\beta_1 = \frac{|I_{e0}|}{\eta + i(kV_0 - \omega)} \left[1 + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \Delta \right],$$

$$\beta_2 = -\frac{|I_{e0}|}{\eta + i(kV_0 - \omega)},$$

$$\gamma_1 = -\frac{1}{ik} \left\{ -i(kV_{e0} - \omega) + \beta_{e0} \left(1 - \frac{\varepsilon\beta_2}{q_0} \right) \right\},$$

$$\gamma_2 = -\frac{\beta_{e0}}{ik}, \quad \gamma_3 = -\frac{\beta_{e0}}{ik} \left(\Delta + \frac{\varepsilon\beta_1}{q_0} \right), \quad \delta_1 = \frac{\beta_{i0}}{ik} \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{\beta_2}{q_0}.$$

$$\delta_2 = -\beta_{i0}/ik, \quad \delta_3 = \frac{1}{ik} \left\{ \frac{\beta_{i0}}{1-\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon\beta_1}{q_0} - \Delta \right) - (\beta_{i0} + i(kV_{i0} - \omega)) \right\},$$

$$\bar{\gamma}_1 = -\frac{1}{(\beta_{e0} - i\omega + ikV_{e0})} \left[(V_{e0} - V_0) \beta_{e0} \left\{ \frac{\varepsilon\beta_2}{q_0} + 1 \right\} + ikv_{the}^2 \right],$$

$$\bar{\gamma}_2 = -\frac{\beta_{e0}(V_{e0} - V_0)}{(\beta_{e0} - i\omega + ikV_{e0})} \left(\Delta + \frac{\varepsilon\beta_1}{q_0} \right), \quad \bar{\gamma}_3 = -\frac{\beta_{e0}(V_{e0} - V_0)}{(\beta_{e0} - i\omega + ikV_{e0})},$$

$$\bar{\gamma}_4 = \frac{-e/m_e}{(\beta_{e0} - i\omega + ikV_{e0})},$$

$$\bar{\gamma}_5 = \frac{\beta_{e0}}{(\beta_{e0} - i\omega + ikV_{e0})}; \quad \bar{\delta}_1 = \frac{\beta_{e0}(V_{i0} - V_0)}{(\beta_{i0} - i\omega + ikV_{i0})} \frac{\varepsilon\beta_2}{q_0(1-\varepsilon)}$$

$$\bar{\delta}_2 = -\frac{1}{(\beta_{i0} - i\omega + ikV_{i0})} \left[ikv_{thi}^2 + \beta_{i0}(V_{i0} - V_0) \left\{ 1 + \frac{\Delta}{1-\varepsilon} - \frac{\beta_1\varepsilon}{q_0(1-\varepsilon)} \right\} \right],$$

$$\bar{\delta}_3 = -\frac{\beta_{i0}(V_{i0} - V_0)}{(\beta_{i0} - i\omega + ikV_{i0})}, \quad \bar{\delta}_4 = \frac{e/m_i}{(\beta_{i0} - i\omega + ikV_{i0})},$$

$$\bar{\delta}_5 = \frac{\beta_{i0}}{(\beta_{i0} - i\omega + ikV_{i0})}, \quad \lambda_1 = \frac{4\pi}{ik} \{n_0\beta_2 - en_{e0}\}, \quad \lambda_2 = \frac{4\pi q_0 n_0}{ik},$$

$$\lambda_3 = \frac{4\pi}{ik} \{en_{i0} + n_0\beta_1\}$$

$$\bar{\lambda}_1 = \left\{ \frac{m_e}{m_0} \frac{n_{e0}}{n_0} (V_{e0} - V_0) \beta_{e0} \left(1 + \frac{\beta_2 \varepsilon}{q_0} \right) - \frac{m_i}{m_0} (V_{i0} - V_0) \frac{\beta_{i0} \varepsilon \beta_2}{1 - \varepsilon q_0} \right\} / D_4$$

$$D_4 = i(kV_0 - \omega) + \frac{m_e}{m_0} \frac{n_{e0}}{n_0} \beta_{E0} + \frac{m_i}{m_0} \frac{n_{i0}}{n_0} \beta_{i0},$$

$$\bar{\lambda}_2 = \left\{ \frac{m_e}{m_0} \frac{n_{e0}}{n_0} (V_{e0} - V_0) \beta_{e0} + \frac{m_i}{m_0} \frac{n_{i0}}{n_0} (V_{i0} - V_0) \beta_{i0} - ikv_{th}^2 \right\} / D_4$$

$$\bar{\lambda}_3 = \left[\frac{m_i}{m_0} \frac{n_{i0}}{n_0} (V_{i0} - V_0) \beta_{i0} \left\{ 1 + \frac{\Delta}{1 - \varepsilon} - \frac{\varepsilon \beta_1}{q_0(1 - \varepsilon)} \right\} + \beta_{e0} \frac{m_e}{m_0} \frac{n_{e0}}{n_0} (V_{e0} - V_0) \left(\frac{\varepsilon \beta_1}{q_0} + \Delta \right) - \right] / D_4$$

$$\bar{\lambda}_4 = \frac{q_0/m_0}{D_4} \quad ; \quad \bar{\lambda}_5 = \frac{m_e}{m_0} \frac{n_{e0}}{n_0} \beta_{e0} / D_4 \quad ; \quad \bar{\lambda}_6 = \frac{m_i}{m_0} \frac{n_{i0}}{n_0} \beta_{i0} / D_4$$

We confine ourselves in this note to a quest of ultra-low frequency modes, as this range of frequencies, has not been investigated so far. Indeed, if one considers a non-streaming plasma ($V_{e0} = V_{i0} = V_0 = 0$), the dispersion relation **(14)** reduces to,

$$\psi_1 k^4 + \psi_2(\omega) k^2 + \psi_3(\omega) = 0 \quad (15)$$

$$\text{where, } \psi_1 = \left(\frac{q_0}{e} \right)^2 \frac{m_0}{m_e} \frac{m_0}{m_i} \left(\frac{v_{the}}{\omega_d} \right)^2 \left(\frac{v_{thi}}{\omega_d} \right)^2$$

$$\psi_2 = -\frac{q_0}{e} \frac{m_0}{m_e} \left(\frac{v_{the}}{\omega_d} \right)^2 \left\{ \psi - 2 \left(\frac{\ell - 1}{\ell Z} - L \right) \right\}$$

$$\psi_3 = \left(\frac{5}{3}L - 1 \right) \psi - 2(L-1) \left\{ \frac{\ell-1}{\ell Z} - L \right\}$$

$$L = \frac{1}{Z} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)} ; \quad Z = \frac{q_0}{e} \frac{n_0}{n_{e0}} ; \quad \ell = \frac{n_{e0}}{n_{i0}}$$

Distinct cases may be investigated for a constant grain mass; four modes at zero frequency are found, i.e. two oscillating modes as well as a pair of a damped and a growing mode.

$$k_1^2 = 2 \frac{e}{q_0} \left(\frac{\omega_d}{v_{thi}} \right)^2 \frac{m_i}{m_0} \left(L - \frac{\ell-1}{\ell Z} \right) \quad (16-a)$$

and

$$k_2^2 = i^2 \frac{m_e}{m_0} \frac{e}{|q_0|} \left(\frac{\omega_d}{v_{the}} \right)^2 (L-1) \left(L - \frac{\ell-1}{\ell Z} \right) \quad (16-b)$$

The corresponding wavelength is so important that no effect is seen on the length-scale related to laboratory situations, these are quasi-homogeneous profiles of the plasma. Indeed, for a hydrogen plasma of density, (c.f.Ref.[5] and references therein), $n_{i0} = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$;

$n_0/n_{i0} \approx 10^{-4}$; $\varepsilon = -2.5$; $\frac{|q_0|}{e} \approx 1736$; $T_i \approx T_e \approx 1 \text{ eV}$, one finds, $\Lambda_1 = 2\pi/k_1 \approx 3R_E$ for

$\rho = 0.4 \text{ g/cm}^3$ and $\Lambda_1 \approx 16.5R_E$ for $\rho = 2.2 \text{ g/cm}^3$; whereas $\Lambda_2 = 2\pi/k_2 \approx 50\mathfrak{L}_{M-E}$ for

$\rho = 0.4 \text{ g/cm}^3$ and $\Lambda_2 \approx 0.7\mathfrak{L}_{S-E}$ for $\rho = 2.2 \text{ g/cm}^3$ where, R_E is the earth radius, \mathfrak{L}_{M-E} is the

moon-earth distance and \mathfrak{L}_{S-E} is the Sun-earth distance. The dependence on temperature is

given by $\frac{(\Lambda_2)_2}{(\Lambda_2)_1} = \frac{T_{e2}}{T_{e1}}$. Had we considered the mass fluctuations we would have found in the

ultra-low frequency case ($\omega^* \gg \omega$ viz., $\psi \approx -\frac{3}{2}$) $\Lambda_{1,m} = 2.86R_E$, such as

$\Lambda_{1,m}/\Lambda_1 \approx 96\%$. The mass fluctuations in this range ($\omega^* \gg \omega$) reduces slightly the characteristic length. In an oxygen plasma one obtains $\Lambda_1 = 4.56 R_E (25 R_E)$.

In the range of frequencies close to ω^* , it is found that,

$$\Psi = \frac{-\Psi_1 k^4 - \frac{q_0 m_0}{e m_e} \left(\frac{v_{the}}{\omega_d} \right)^2 \left[\frac{\ell-1}{\ell Z} - L \right] k^2 + 2(L-1) \left[\frac{\ell-1}{\ell Z} - L \right]}{-\frac{q_0 m_0}{e m_e} \left(\frac{v_{the}}{\omega_d} \right)^2 k^2 + \frac{5L}{3} - 1} \quad (17)$$

Hence, we get a zero frequency mode such as, $\omega_r = 0$ and $\omega_i = -\omega^* \left[\frac{2}{3} + \frac{1}{\Psi} \right]$.

At long and short wavelengths, the decrement is given by, $\omega_i(k=0) \approx -\frac{\omega^*}{2}$ and $\omega_i(k=\infty) \approx -\frac{2}{3} \omega^*$. On the other hand, for ($\omega \gg \omega^*$) but less than all the other frequencies encountered in the above-mentioned equations, a purely growing mode is excited with a growth rate that evolves from $\omega_i(0) = 0$ to $\omega_i(k=\infty) \approx 0.19 \omega^*$.

Considering streaming grains ($V_0 \neq 0$) would not introduce anything interesting, i.e., no modes are excited. However, by taking into account the ion drift velocity ($V_{i0} \neq 0$), we show the existence of a mode of oscillation of a decrement at short wavelengths given by,

$$\omega_i / \omega^* \approx -\frac{1}{3} \left\{ \left[\frac{1}{Z\ell} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon(2-\varepsilon)} \right] \left(\frac{V_{i0}}{v_{thi}} \right)^2 \left(\frac{\beta_{e0}\ell}{v_{thi}k} \right)^2 + 2 \right\}, \text{ at a frequency,}$$

$$\omega_r / \omega^* \approx \frac{1}{3} \left(\frac{\beta_{e0}\ell}{v_{thi}k} \right) \left(\frac{V_{i0}}{v_{thi}} \right).$$

To conclude, we recall that the grain charge is a dynamical variable that fluctuates in response to any density perturbations arising due to wave motion. Many collective

phenomena have been indeed, attributed to this effect. In this note we show that the grain mass is a dynamical variable coupled self-consistently to other variables. We single out the sputtering effect and investigate the dielectric properties of dusty plasmas. It is shown that many new modes may be supported by the plasma that is solely due to grain mass fluctuations. It has been proved also, that new static modes are supported by a dusty plasma even though the grain mass is kept constant. It is a wiggler-type field of a characteristic length close to the earth radius as well as damped modes on a length scale of the order of the Sun-earth distance.

Acknowledgment:

RA acknowledges the joint financial supported of USTHB (Algeria) and UKZN (S. Africa).

REFERENCES

- [1]. M. R. Jana, A. Sen, and P. K. Kaw, Phys. Rev. E **48**, 3930 (1993);
- [2]. J. R. Bhatt, and B. P. Pandey, Phys. Rev. E **50**, 3980 (1994).
- [3]. A. Evans, *The Dusty Universe* (Ed. Ellis horwood, 1994), p95.
- [4]. R. Annou, R. Bharuthram, and P. K. Shukla, *Effect of Dust Sputtering on Self-Gravitational Dusty Plasmas*, *PRL*, (to be submitted, 2005).
- [5]. A. Barkan, N. D'Angelo and R. L. Merlino., Planet. Space Sci., **44**, 239(1996);
N. D'Angelo, Planet. Space Sci., **42**, 507(1994); N. D'Angelo, Planet. Space
Sci., **38**, 1143(1990).