

N° d'ordre : 09/2015-D/PH

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
HOUARI BOUMEDIENNE  
FACULTÉ DE PHYSIQUE**



**THESE**

**présentée pour l'obtention du grade de DOCTEUR EN SCIENCES  
EN PHYSIQUE**

**Spécialité : Physique Théorique**

**par: Smain YOUNSI**

**Sujet**

**Contribution à l'étude des modes de Bernstein,  
Greene et Kruskal (BGK) dans les plasmas complexes**

Soutenue publiquement le, 25/04/2015, devant le jury composé de :

M. N. BELDJOUDI	Professeur	à l'USTHB	Président
M. M. TRIBECHÉ	Professeur	à l'USTHB	Directeur de thèse
M. A. TAHRAOUI	Professeur	à l'USTHB	Examineur
M. B. MEZIANI	Professeur	à l'UAM, Bejaia	Examineur
M. E. H. AMARA	Directeur de recherche	au CDTA	Examineur
M. A. MEZEGHRANE	MC/A	à l'UMM, T. Ouzou	Examineur

# *Remerciements*

Le travail présenté dans cette thèse a été entièrement réalisé au sein de l'équipe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté des Sciences- Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB) d'Alger.

Je remercie vivement le Professeur **Mouloud TRIBECHE**, mon directeur de thèse, avec qui j'ai pris grand plaisir à travailler, dans la rigueur et la bonne humeur. Outre la confiance qu'il m'a témoignée, il a constamment suivi la progression de mon travail pour le mener à bien et à terme. Qu'il trouve ici à travers ces quelques lignes l'expression de mon profond respect et de ma très haute considération.

Je remercie vivement le Professeur **Nadir BELDJOUDI** qui nous a honorés en acceptant de présider le jury de la présente thèse.

Mes remerciements les plus vifs vont également au Professeur **Abdellatif TAHRAOUI** du laboratoire d'Electronique Quantique (USTHB), au Docteur **Amara EL-HACHEMI**, Directeur de recherche au CDTA, au Docteur **Abdelaziz MEZEGHRANE**, de l'université Mouloud MAMMARI, Tizi Ouzou, et au Professeur **Bachir MEZIANI**, de l'université UAM, BEJAIA, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury de la présente thèse.

Je remercie, K. AOUTOU, R. AMOUR, M. BENZEKKA, S. MAYOUT, et M. BACHA pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues et surtout pour leur aide précieuse dans les calculs analytiques et l'intégration numérique des équations de base de notre modèle.

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de notre groupe de recherche ( Boubakour, Ghebache, Hadjaz, Meriche, Ourabeh, Omar, Kheir-eddine....) et à ceux de l'équipe de Physique du Solide avec lesquels nous avons beaucoup interagi.

Que tous mes amis et mes collègues de la Faculté de Physique soient remerciés pour leur amitié et disponibilité.

---

Finalemant, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon père, ma mère AL-LAH YARHAMHA, ma Femme, mes sœurs, mes frères et à tous mes proches pour leur inestimable affection, leur soutien et leurs encouragements sans cesse renouvelés. A tous ces derniers, j'exprime ma reconnaissance et ma profonde gratitude.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>1 Physique des Plasmas Complexes ou Poussiéreux</b>	<b>8</b>
1.1 Propriétés des plasmas . . . . .	8
1.2 Eléments de la théorie fluide . . . . .	9
1.3 Propriétés des plasmas poussiéreux . . . . .	10
1.4 Charge des grains de poussière . . . . .	13
1.4.1 Collection des particules . . . . .	13
1.4.2 Emission photo-électrique . . . . .	13
1.4.3 Emission secondaire des électrons . . . . .	14
1.5 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux . .	15
1.5.1 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) . . . . .	16
1.5.2 Mode acoustique poussiéreux (DA) . . . . .	17
1.6 Equation de Korteweg de Vries . . . . .	17
1.7 Equation cinétique de Vlasov . . . . .	20
1.8 Revue des ondes électroniques BGK . . . . .	21
<b>2 Ondes acoustiques poussiéreuses non linéaires dans un plasma à charge variable en présence d'ions piégés</b>	<b>24</b>
2.1 Introduction . . . . .	24
2.2 Modèle théorique et équations de base . . . . .	25
2.2.1 Passage aux équations adimensionnelles . . . . .	26
2.2.2 Equation de la charge du grain de poussière . . . . .	28
2.2.3 Analyse du Potentiel de Sagdeev et conditions d'existence des solitons	30
2.2.4 Résultats numériques et discussion . . . . .	31

2.2.5	Effet de la variation non adiabatique de charge des grains de poussière (cas $I_e + I_i \neq 0$ ) . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Ondes acoustiques poussiéreuses non linéaires dans un plasma énergétique non thermique</b>	<b>39</b>
3.1	Introduction . . . . .	39
3.2	Analyse faiblement non linéaire . . . . .	40
3.3	Analyse du cas amplitude arbitraire avec grains de poussière à charge variable	45
<b>4</b>	<b>Double- couches dans un plasma poussiéreux en présence d'électrons suprathermique et d'ions à deux températures</b>	<b>56</b>
4.1	Equations de base . . . . .	57
4.2	Résultats numériques et discussion . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Ondes acoustiques électroniques solitaires d'amplitude arbitraire en présence d'une population électronique suprathermique</b>	<b>64</b>
5.1	Présentation physique du problème . . . . .	64
5.2	Equations de base du modèle . . . . .	65
<b>6</b>	<b>Amortissement non linéaire induit par le mécanisme de variation de la charge dans un plasma poussiéreux non thermique</b>	<b>74</b>
6.1	Présentation physique du problème . . . . .	74
6.2	Equations de base du modèle . . . . .	76
	<b>Conclusion générale</b>	<b>88</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>99</b>

# Introduction

La majeure partie de la matière de notre univers se trouve à l'état plasma, milieu composé de particules neutres, d'ions et d'électrons. Un plasma se définit donc comme étant un gaz électrolyté dont les atomes sont dissociés en ions à charge positive et en électrons à charge négative. Les étoiles, le milieu interstellaire et les nébuleuses sont à l'état plasma. L'ionosphère, cette couche élevée de l'atmosphère terrestre, bien que froide, subit de manière continue un intense bombardement ionisant de particules venant du soleil et se trouve donc à l'état plasma. Cette couche facilite d'ailleurs les communications radio. Dans le voisinage immédiat de notre planète, les ceintures de Van Allen et le vent solaire sont autant d'autres exemples de l'abondance du plasma. A notre échelle, le nombre d'exemples d'états plasma est quelque peu limité et restreint. Nous citerons, à titre d'exemples, les tubes fluorescents (improprement appelés néons), les propulseurs spatiaux et les plasmas couramment utilisés dans l'industrie notamment en micro-électronique. Notons que n'importe quel gaz ionisé ne représente pas forcément un état plasma. Un gaz présente toujours un certain degré d'ionisation. Ce n'est qu'au moment où la concentration des particules chargées provoque une charge d'espace capable de limiter le libre parcours moyen des ions et des électrons que les caractéristiques du gaz changent de manière notable. Un plasma se définit donc comme étant un gaz quasi-neutre, composé de particules chargées et de particules neutres qui exhibent un comportement collectif. Lorsque ces particules chargées se meuvent dans un plasma, des concentrations locales de charge positive et de charge négative peuvent être générées au sein de ce plasma. Ces concentrations, et donc ces charges d'espace, donnent naissance à des champs électriques. En outre, le mouvement des particules chargées génère des courants et crée, par conséquent, des champs électromagnétiques. Ces champs électromagnétiques affectent et perturbent le mouvement d'autres particules chargées qui à leur tour peuvent influencer le reste des particules du plasma. En fait, toute perturbation affectant la neutralité d'un plasma provoque de forts champs électromagnétiques qui tendent à la restaurer.

Cependant, la définition d'un plasma telle que énoncée ci-dessus peut s'avérer, à bien des égards, incomplète et restrictive. En effet, un plasma réel contient toujours des impuretés chargées appelées poussières. La présence de ces extra particules, dont les dimensions peuvent aller au-delà du micron, rend la nature du système plasma beaucoup plus complexe. Un plasma poussiéreux (dusty ou complex plasmas) est un gaz de basse température, complètement ou partiellement ionisé, comprenant des électrons, des ions et une composante additionnelle de grains de poussière chargés et extrêmement massifs. Au cours de ces dernières années, les plasmas poussiéreux ont suscité un large et profond regain d'intérêt à cause de leur rôle, parfois prépondérant, dans certaines applications technologiques, spatiales et astrophysiques. Les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, le milieu interplanétaire, les nuages interstellaires, les queues et chevelures des comètes, les anneaux planétaires, les boucles solaires et les nuages moléculaires interstellaires (nébuleuses Orion, Coalsack, Horsehead, Eagle). Ils sont aussi présents dans les dispositifs de laboratoires et les procédés industriels. La lumière zodiacale, la troposphère arctique, la mésosphère polaire, les gaz d'échappement d'une fusée, la flamme d'une chandelle, ...etc sont autant d'autres exemples de plasmas poussiéreux. La présence de grains de poussière d'origine météoritique a d'ailleurs été détectée dans la mésosphère terrestre à des altitudes allant de 80 à 100 km grâce à des mesures directes de sonde. Au vu des nouveaux phénomènes qu'ils introduisent et font intervenir, tels que la fluctuation de la charge électrique, l'appauvrissement électronique et la dissipation anormale de l'énergie, ces grains de poussière massifs et hautement chargés peuvent modifier les propriétés intrinsèques du plasma traditionnel à deux composantes. De nouveaux modes et de nouvelles instabilités peuvent alors apparaître. En réalité, la physique des plasmas poussiéreux n'a connu son essor que grâce à la découverte de l'onde acoustique poussiéreuse (un nouveau mode), de l'onde acoustique ionique (mode acoustique ionique habituel modifié par la présence des grains de poussière ou impuretés) et à la cristallisation coulombienne des grains de poussière dans les plasmas fortement couplés (lorsque le rapport entre l'interaction de Coulomb et l'énergie thermique des grains excède une valeur critique de l'ordre de 170). Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut équivaloir plusieurs milliers de fois celle de l'électron. La charge du grain de poussière provient généralement d'un concours de plusieurs processus physiques tels que la collection des électrons et des ions du plasma ambiant, l'émission photo-électronique dans les milieux radiatifs, l'émission électronique secondaire, l'émission par ions énergétiques,...etc. Dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la collection des électrons et des ions semble être le mécanisme de

charge le plus dominant. Récemment, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas poussiéreux ont porté sur la variation de la charge des grains de poussière et les modifications que ce nouveau phénomène peut apporter. Pour cela, un formidable arsenal expérimental a été mis sur pied pour l'étude des ondes, des instabilités et du processus de charge dans les plasmas poussiéreux. Le phénomène de variation de la charge du grain modifie considérablement les conditions d'existence et de réalisation de ces deux "nouveaux" modes. De nos jours, la physique des plasmas complexes ou poussiéreux connaît une activité intense et particulière. Cet intérêt toujours croissant a donné lieu depuis le début des années 90 à une littérature considérable, riche et variée. Beaucoup de livres sont apparus au cours de ces dix dernières années traitant soit d'un aspect particulier soit donnant une vue d'ensemble. L'importance et l'impact d'une telle discipline en rapide évolution est à rechercher certainement dans les domaines de l'astrophysique et des décharges de basses températures utilisées dans les procédés industriels de traitement et de fabrication.

Le but de notre thèse consiste à investir certains aspects non linéaires inhérents aux plasmas poussiéreux à charge variable (phénomènes cohérents et dissipatifs), et en même temps de proposer des modèles à même d'expliquer certaines observations spatiales. Pour cela, nous revisiterons le calcul des courants de charge dans le cas où les porteurs sont piégés ou loin de leur équilibre thermodynamique. Nous généraliserons certaines solutions de type Bernstein- Greene- Kruskal (BGK) et examinerons les effets d'une telle généralisation sur les oscillations non linéaires d'un plasma à charge variable. La présente thèse est composée des chapitres suivants.

- Dans le premier chapitre de cette thèse, nous définirons les concepts de base d'un plasma et introduirons les équations du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser dans différentes parties de cette thèse. Nous décrirons ensuite les plasmas poussiéreux, rapporterons leurs propriétés et insisterons sur les phénomènes qui les caractérisent tels les processus de charge, l'appauvrissement électronique et l'apparition de nouveaux modes d'onde.

- Le but du deuxième chapitre de cette thèse est de revisiter les ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma complexe à charge variable contenant des ions piégés et, par la même occasion, établir l'expression appropriée du courant de charge des ions piégés. Nous montrerons alors que la variation de la charge peut causer une dispersion et une dissipation, dites anormales, qui de concert avec les non linéarités du système, contribuent à la formation de structures cohérentes hautement localisées (Solitons) et dissipatives (Ondes de choc).

- Dans le troisième chapitre de cette thèse, nous présenterons un modèle théorique pour montrer l'existence de potentiels solitaires dans un plasma complexe avec des électrons non thermiques et suprathermiques. Une nouvelle  $\kappa$ -fonction de distribution électronique qui diffère de celles déjà utilisées, est proposée. Nous étudierons alors l'effet combiné de la suprathermalité et de la non thermalité des électrons sur les ondes électrostatiques solitaires dans un plasma poussiéreux à charge variable.

- L'objet du quatrième chapitre est l'investigation des double-couches acoustiques poussiéreuses dans un plasma suprathermique contenant des ions à deux températures et des grains de poussière possédant une vitesse de dérive.

- Le but du cinquième chapitre est de montrer l'existence possible de potentiels acoustiques électroniques solitaires dans un plasma composé d'ions stationnaires, d'électrons froids inertiels et d'électrons chauds suprathermiques.

- Le sixième chapitre de la présente thèse portera sur l'amortissement non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse induit par le processus de variation de la charge dans un plasma poussiéreux non thermique.

Nous terminerons notre manuscrit par une conclusion et une présentation succincte de nos perspectives.

# 1

## Physique des Plasmas Complexes ou Poussiéreux

### 1.1 Propriétés des plasmas

Un plasma peut être caractérisé par sa température électronique, notée  $T_e$ , et sa densité notée  $n_e$ .  $T_e$  et  $n_e$  peuvent varier respectivement de 0.1 à  $10^6$ eV et de 1 à  $10^{18}$  cm $^{-3}$  selon la nature (astrophysique ou de laboratoire) et les différentes applications du plasma. Dans un plasma, la plus petite distance au delà de laquelle le champ électrique produit par une charge est écranté de façon significative s'appelle longueur de Debye  $\lambda_D$ . Cette distance est généralement déduite à partir de l'équation de Poisson

$$\nabla^2\phi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{e}{\varepsilon_0}(n_e - n_i) \quad (1.1)$$

en supposant des électrons ayant une distribution de Maxwell- Boltzmann [ $n_e = n_{e0} \exp(\frac{e\phi}{k_B T_e})$ ] et des ions immobiles ( $n_i = n_{i0}$ ), où  $\phi$  représente le potentiel électrostatique et  $k_B$  la constante de Boltzmann. Cette distance vaut (dans l'approximation  $|e\phi/k_B T_e| \ll 1$ )

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_0 e^2}} \quad (1.2)$$

Par conséquent, si  $L$  est une grandeur caractéristique de la dimension du plasma, celle-ci devra satisfaire la condition triviale suivante

$$\lambda_D \ll L \quad (1.3)$$

Le nombre de particules chargées  $N_D$  que comporte une sphère de Debye

$$N_D = n_0 \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \gg 1 \quad (1.4)$$

devra alors être très grand pour que le caractère collectif des particules du plasma soit important. Le second critère auquel doit satisfaire un gaz à l'état plasma a trait aux collisions des particules chargées avec les particules neutres : les effets dus à l'interaction électromagnétique doivent prédominer devant ceux dus aux collisions binaires entre particules chargées et neutres. En d'autres termes, cela veut dire que le mouvement d'une particule chargée dans un plasma est déterminé, en premier lieu, par la présence d'une charge d'espace. Par conséquent, la fréquence caractéristique des oscillations plasma  $\nu$  et le temps de vol d'une particule chargée entre deux collisions avec les particules neutres  $\tau$ , doivent vérifier la condition suivante

$$\nu\tau \succ 1 \quad (1.5)$$

Il est aisé de montrer que le potentiel  $\phi$  s'écrit comme

$$\phi = \phi_0 \exp(-r/\lambda_D) \quad (1.6)$$

Il apparaît alors que la décroissance du potentiel électrostatique créé par une charge est plus rapide dans un plasma que dans le vide ( $\sim 1/r$ ): c'est le phénomène d'écrantage de Debye (*Debye shielding*) propre aux plasmas.

## 1.2 Eléments de la théorie fluide

Il existe une théorie dite "théorie fluide" qui considère le plasma comme un fluide se mouvant avec vitesse  $\mathbf{u}$ . La masse totale et la quantité de mouvement d'un volume  $V$  d'un plasma de densité  $\rho$  sont données par

$$M = \int_V \rho dV \quad (1.7)$$

$$\mathbf{P} = \int_V \rho \mathbf{u} dV \quad (1.8)$$

Les équations du modèle fluide peuvent être déduites en explicitant les lois de conservation de la masse et de l'impulsion

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad (1.9)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV = \mathbf{F} \quad (1.10)$$

$\mathbf{F}$  représente la résultante de l'ensemble des forces externes (pesanteur, pression, forces électriques...etc) qui s'exercent sur l'élément de volume  $V$ . L'application du théorème de la divergence et de celui du gradient permet d'obtenir les deux équations fluides suivantes

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{u}) = 0 \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{u}_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) - \frac{\nabla p_\alpha}{m_\alpha n_\alpha} + \mathbf{g} \quad (1.12)$$

$\alpha = i, e$  dénote l'espèce de particules considéré et  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{g}$  et  $p$  représentent respectivement le champ électrique, le champ magnétique, l'accélération de la pesanteur et la pression. La première équation, dite équation de continuité pour un fluide, représente la conservation du nombre de particules d'espèce  $\alpha$ . La seconde, dite équation de mouvement, rend compte de l'ensemble des forces externes auxquelles est assujettie l'élément. Dans le but d'avoir autant d'équations que d'inconnues, nous complétons le système précédent à l'aide d'une équation d'état qui relie la pression et la densité.

### 1.3 Propriétés des plasmas poussiéreux

Un plasma poussiéreux est composé de molécules de gaz neutres, d'électrons, d'ions et de grains de poussières hautement chargés et massifs (en comparaison avec les ions). Une telle mixture de plasma et de poussière possède trois échelles de longueur caractéristiques. Ce sont le rayon du grain de poussière  $r_d$ , la longueur de Debye poussiéreuse  $\lambda_D$ , et la distance moyenne inter-granulaire  $d$ . Cette dernière est reliée à la densité numérique  $n_d$  des grains par la relation  $n_\alpha d^3 \sim 1$ . La longueur de Debye  $\lambda_D$  d'un plasma poussiéreux est donnée par [1]

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \quad (1.13)$$

où  $\lambda_{De,i} = (T_{e,i}/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$  représente la longueur de Debye électronique (ionique),  $T_e(T_i)$  la température électronique (ionique) exprimée en unité d'énergie,  $n_{e0}(n_{i0})$  la densité électronique (ionique) à l'équilibre et  $e$  la charge élémentaire. Dans le cas où  $T_e \sim T_i$  et  $n_{e0} \sim n_{i0}$ ,  $\lambda_{De}$  est de l'ordre de  $\lambda_{Di}$  tandis que pour  $T_e \gg T_i$  et  $n_{i0} \succ n_{e0}$ , nous avons  $\lambda_D \sim \lambda_{Di} \gg \lambda_{De}$ . Dans un plasma poussiéreux typique,  $r_d$  est généralement très petit devant  $\lambda_D$ . Lorsque  $r_d \ll \lambda_D < d$ , le grain de poussière peut être traité d'un point de vue dynamique de la particule, et dans ce cas nous parlons de plasma poussiéreux contenant des grains de poussière

isolés. D'un autre côté, les effets collectifs entre grains chargés deviennent importants et significatifs lorsque  $r_d \ll d < \lambda_D$ . La condition de quasi-neutralité de la charge électrique dans un plasma poussiéreux dont les grains portent une charge négative s'écrit sous la forme

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0}n_{d0} \quad (1.14)$$

$n_{j0}$  est la densité numérique des particules d'espèce  $j(e, i, d)$  et  $Z_{d0}$  le nombre de charges résidant sur la surface du grain. Lorsque la majeure partie des électrons du plasma ambiant est collectée par les grains de poussière, la condition de quasi neutralité précédente (1.14) peut être réécrite sous la forme  $n_{i0} \approx Z_{d0}n_{d0} \gg n_{e0}$ . Cependant, Il est important de noter que l'appauvrissement électronique ( $n_{e0} \rightarrow 0$ ) ne peut être complet [2] étant donné que la valeur minimale du rapport entre les densités électronique et ionique est égal à  $(m_e/m_i)^{1/2}$  lorsque le potentiel de la surface du gain tend vers zéro. Dans ce cas, le plasma poussiéreux peut être approximativement considéré comme un plasma à deux composantes comprenant des grains de poussière chargés négativement entourés d'ions à charge positive. Une telle situation est aussi bien commune dans les anneaux de Saturne que dans les décharges de laboratoire. D'un autre côté, dans les plasmas poussiéreux thermiques ou irradiés à l'aide de rayons ultraviolets, les grains émettent des électrons et, par conséquent, peuvent acquérir une charge positive. Dans ce cas, l'écrantage des grains positifs sera assuré par les électrons et à l'équilibre nous aurons  $n_{e0} \approx Z_{d0}n_{d0}$ . Dans le cas d'une géométrie sphérique, la solution de l'équation de Poisson linéarisée

$$\nabla^2 \phi_d - \frac{1}{\lambda_d^2} \phi_d = 0 \quad (1.15)$$

est donnée par [3]

$$\phi_d(r) = \phi_g(r_0) \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r-r_0}{\lambda_d}\right) \quad (1.16)$$

$\phi_d$  est dit potentiel de Debye- Hückel ou potentiel de Yukawa,  $\phi_g(r_0)$  est le potentiel du grain à  $r = r_0$  et la longueur de Debye effective du plasma poussiéreux est donnée par [4] (incluant les effets de la fluctuation de la charge du grain)

$$\lambda_d = \frac{\lambda_D}{(1 + f_d \nu_2 / \nu_1)^{1/2}} \quad (1.17)$$

où

$$f_d = 4\pi n_{d0} \lambda_D^2 r_d \quad (1.18)$$

$$\nu_1 = (r_d / \sqrt{2\pi}) [(\omega_{pi} / \lambda_{Di}) + (\omega_{pe} / \lambda_{De}) \exp(e\phi_s / T_e)] \quad (1.19)$$

est la fréquence de relaxation de la charge du grain due aux variations du potentiel  $\phi_s$  de la surface du grain

$$\nu_2 = (r_d/\sqrt{2\pi})[(\omega_{pi}/\lambda_{Di})(1 - e\phi_s/T_i) + (\omega_{pe}/\lambda_{De}) \exp(e\phi_s/T_e)] \quad (1.20)$$

est la fréquence associée aux variations des courants de charge dues à l'existence du potentiel oscillant et  $\omega_{pi}$  ( $\omega_{pe}$ ) représente la fréquence plasma ionique (électronique). Le terme  $f_d\nu_2/\nu_1$  est dû à la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière [5]. Dans un plasma poussiéreux, les grains de poussière peuvent être soit faiblement ou fortement corrélés. Ceci dépendra essentiellement de la valeur du rapport

$$\Gamma = \frac{(Z_{d0}e)^2}{dT_d} \exp(-k) \quad (1.21)$$

où  $T_d$  représente la température des grains de poussière et  $k = d/\lambda_d$ . Un plasma poussiéreux peut alors être considéré faiblement corrélé aussi longtemps que  $\Gamma \leq 1$ . Toutefois, lorsque  $\Gamma \gg 1$ , les micro- sphères de poussière chargées interagissent fortement et la formation de réseaux dits de Coulomb devient alors possible. Les plasmas poussiéreux fortement couplés sont créés dans les décharges dans les plasmas de laboratoire à basse températures pour l'étude de la formation et de la dynamique des cristaux poussiéreux. On peut aussi les trouver dans les expériences d'implosion par laser et dans les systèmes colloïdaux. Il arrive souvent que des arguments selon lesquels un plasma poussiéreux est similaire à un plasma à plusieurs espèces d'ions soient présentés. Cependant, cette assertion doit être réfutée car la présence, dans un plasma, de grains de poussière chargés et massifs produit de nouveaux phénomènes collectifs sur des échelles de temps et de longueur complètement différentes de celles du plasma habituel à deux composantes (électrons + ions). A titre d'exemple, citons le cas de l'onde acoustique poussiéreuse (DAW) [6] pour laquelle la masse du grain fournit l'inertie alors que les forces de rappel proviennent de la pression des électrons et des ions considérés, pour la circonstance, de masse négligeable. Ceci est dû au fait que la fréquence de l'onde DA est extrêmement basse. Dans les décharges de laboratoire, la fréquence de la DWA varie typiquement de 10 à 20 Hz et des images vidéo du front d'onde de la DWA sont visibles à l'oeil nu [7]. En outre, la dynamique de la fluctuation de la charge du grain [8], [5] ainsi que les interactions entre grains peuvent donner lieu à de nouveaux effets collectifs [9]. Les distributions de masse et de forme du grain peuvent également introduire de nouveaux effets [10]. Par ailleurs, il existe dans les plasmas poussiéreux une onde dite de réseau [11] dont la contrepartie n'existe que dans les solides [12]. De plus, les plasmas poussiéreux peuvent supporter une grande variété de structures non linéaires telles que les ondes de

choc acoustiques poussiéreuses [13], les ondes de choc acoustiques ioniques poussiéreuses [14], les cônes de Mach [15], et les structures en vortex [16]. Notons enfin que dans un plasma poussiéreux fortement couplé, il est possible d'avoir de nouvelles forces d'attraction (Wakefield [17], interaction dipolaire [18]) et des phénomènes de transition de phase relatifs aux cristaux poussiéreux [19]. Ces derniers, à l'inverse de ceux de l'état solide, peuvent avoir des propriétés inhabituelles: la charge du grain peut atteindre des milliers de fois la charge élémentaire, des énergies d'interaction de l'ordre de 900 eV et des épaisseurs de couche de l'ordre du millimètre.

## 1.4 Charge des grains de poussière

La charge d'un grain de poussière trouve son origine dans une variété de processus. Ces derniers, jouent un rôle très important dans la physique des plasmas. Parmi ces processus, nous citerons le bombardement de la surface du grain à l'aide des électrons et des ions du plasma de base, l'émission photo-électrique, l'émission thermoélectronique, l'émission électronique secondaire [20]-[23]...etc.

### 1.4.1 Collection des particules

Dans ce cas, les électrons atteignent la surface du grain de poussière avant les ions (l'énergie thermique des électrons est supérieure à celle des ions). Le grain acquiert une charge négative à laquelle correspond un potentiel de surface négatif. Dès que ce dernier atteint une valeur seuil critique, les électrons sont repoussés à la faveur de l'attachement des ions positifs. Ceci se traduit par une diminution du courant de charge électronique et un accroissement du courant ionique. Le phénomène inverse se produit lorsque le potentiel à la surface du grain est positif.

### 1.4.2 Émission photo-électrique

Quand un flux de photons d'énergie  $h\nu$  (plus grande que la fonction de travail photoélectrique du grain de poussière) atteint la surface du grain, cette dernière émet des photoélectrons. Ces derniers peuvent alors être capturés par un autre grain. La photo-émission dépend de la longueur d'onde des photons incidents, de l'importance de la surface du grain de poussière et de sa nature.

### 1.4.3 Emission secondaire des électrons

Lorsqu'une particule énergétique du plasma (électron ou ion) entre en collision avec un grain de poussière, celle-ci perd de l'énergie de manière totale ou partielle. Cette énergie permet à certains électrons de quitter la surface du grain. La libération de ces électrons secondaires peut contribuer à rendre positive la charge du grain. Ce processus est connu sous le nom d'émission secondaire des électrons.

Notons que chaque processus de charge n'est significatif que dans certaines circonstances particulières. A titre d'exemple, dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la charge des grains est généralement négative car la collection des électrons (et à un degré moindre des ions) du plasma de base représente le processus de charge dominant. Ce processus dépend des sections efficaces de charge qui elles mêmes sont déterminées à partir du paramètre d'impact. Leurs expressions, dans le cas des électrons et des ions, sont données respectivement par

$$\sigma_e(q_d, v) = \pi r_d^2 \left( 1 + \frac{2eq_d}{r_d m_e v^2} \right) \quad (1.22)$$

$$\sigma_i(q_d, v) = \pi r_d^2 \left( 1 - \frac{2eq_d}{r_d m_i v^2} \right) \quad (1.23)$$

pour  $v^2 \succ 2e|q_d|/r_d m_e = v_*^2$ , alors que pour  $v^2 \prec v_*^2$ ,  $\sigma_e(q_d, v)$  est simplement nulle. Ici  $v = |\mathbf{v}|$  et  $q_d$  représente la charge du grain de poussière. Les électrons, eu égard à la charge négative du grain de poussière, doivent acquérir une vitesse minimale pour pouvoir atteindre la surface du grain. L'équation d'évolution de la charge du grain de poussière est alors donné par

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_d \cdot \nabla \right) q_d = I_e + I_i = I_d(q_d) \quad (1.24)$$

où

$$I_d(q_d) = \sum_{s=e,i} q_s \int v \sigma_s(q_d, v) f_s(\mathbf{v}) d^3 \mathbf{v} \quad (1.25)$$

est le courant plasma de charge,  $\mathbf{v}$  le vecteur vitesse du grain,  $q_{e(i)} = -e(e)$  et  $f_s(\mathbf{v})$  représente la fonction de distribution des vitesses de la particule d'espèce  $s$ . Lorsque le plasma est en équilibre thermodynamique, la fonction de distribution des vitesses  $f_s$  est dite de Maxwell-Boltzmann et est donnée par

$$f_{s0} = n_{s0} \left( \frac{1}{2\pi v_{ts}^2} \right)^{3/2} \exp \left[ -\frac{1}{2v_{ts}^2} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)^2 \right] \quad (1.26)$$

où  $\mathbf{v}_0$  représente la vitesse de dérive entre le plasma de base et les grains de poussière,  $n_{s0}$  la densité à l'équilibre des particules d'espèce  $s$  et  $v_{ts} = (T_s/m_s)^{1/2}$  leur vitesse thermique

correspondante. En supposant les vitesses de dérive des électrons et des ions beaucoup plus petites que leurs vitesses thermiques respectives, les expressions des courants électronique et ionique à l'équilibre sont données par [3]

$$I_{e0} = -\pi r_d^2 e \left( \frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp \left( \frac{eq_{d0}}{r_d T_e} \right) \quad (1.27)$$

$$I_{i0} = \pi r_d^2 e \left( \frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} n_{i0} \left( 1 - \frac{eq_{d0}}{r_d T_i} \right) \quad (1.28)$$

D'un autre coté, si la vitesse de dérive  $v_0$  des ions est plus grande que leur vitesse thermique, l'expression du courant ionique est donnée par

$$I_{i0} \simeq \pi r_d^2 e n_{i0} v_0 \left( 1 - \frac{2e\phi_g}{m_i v_{i0}^2} \right) \quad (1.29)$$

Pour des valeurs quelconques et arbitraires de  $v_0$ , l'expression de  $I_{i0}$  est quelque peu compliquée. A l'équilibre

$$I_{e0} + I_{i0} = 0 \quad (1.30)$$

et il devient alors possible d'obtenir la relation

$$v_{te} \exp \left( \frac{e\phi_g}{T_e} \right) = \frac{n_{i0}}{n_{e0}} v_{ti} \left( 1 - \frac{e\phi_g}{T_i} \right) \quad (1.31)$$

à partir de laquelle il devient aisé de déterminer le potentiel  $\phi_g$  de la surface d'un grain de poussière isolé. Initialement, les électrons animés de vitesses thermiques nettement plus grandes que celles des ions sont les premiers à être collectés par le grain. Ce dernier étant électriquement flottant, sa surface acquiert un potentiel  $\phi_g$  négatif qui repoussera les électrons et accentuera la collection des ions. Notons que la charge moyenne d'un grain de poussière,  $q_d$ , est reliée à son potentiel de surface  $\phi_g$  par

$$q_d = C\phi_g \quad (1.32)$$

$C$  est la capacité du grain. Cette dernière, dans le cas d'un grain isolé et de forme sphérique, est simplement égale au rayon  $r_d$  du grain et donc  $q_d = r_d\phi_g$ . Ce modèle est applicable à des grains suffisamment éloignés l'un de l'autre (en comparaison avec la longueur de Debye  $\lambda_D$  du plasma poussiéreux).

## 1.5 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux

Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut équivaloir plusieurs milliers de fois la charge élémentaire. Sa présence dans le plasma peut

altérer et modifier les modes normaux habituels de ce dernier et/ou donner naissance à de nouveaux modes. Dans cette section, nous rapporterons de manière succincte l'essentiel des travaux d'un groupe de chercheurs de l'université de l'Iowa [24] sur les modes susceptibles de se propager dans un tel plasma. On se limitera aux deux modes acoustiques qui ont fait l'objet d'une intense investigation : le mode acoustique poussiéreux (DA, un nouveau mode identifié au début des années 90) et le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA, mode acoustique ionique habituel modifié par la présence dans le plasma de grains de poussière). La relation de dispersion linéaire des ondes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux magnétisé a été obtenue à l'aide du modèle fluide que D'Angelo a introduit au début des années 90 [25]. Le terme "basses fréquences" désigne des fréquences de l'ordre de, ou plus petites que  $f_{ci}$  et  $f_{pi}$  la gyrofréquence et la fréquence plasma de l'ion.

### 1.5.1 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA)

C'est le mode acoustique ionique habituel avec, cependant, quelques modifications introduites par la présence de grains de poussière chargés négativement [25], [26]. Ce mode est caractérisé par la bande de fréquence  $kV_{td}$ ,  $kV_{ti} \ll \omega \ll kV_{te}$  (où  $V_{tj} = \sqrt{k_B T_j / m_j}$  représente la vitesse thermique de l'espèce  $j$ ) dans laquelle les électrons suivent une distribution de Maxwell-Boltzmann alors que les ions et les grains de poussière sont respectivement inertiels et immobiles ( $m_d \rightarrow \infty$ ). Les grains de poussière, dans ce cas de figure, jouent le rôle d'un fond neutralisant (participent à la quasi-neutralité du plasma). Sa relation de dispersion est alors donnée par

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[ \frac{T_i}{m_i} + \frac{T_e}{m_i(1 - \varepsilon Z_d)} \right]^{1/2} = C_{s,d} \quad (1.33)$$

$C_{s,d}$  est la vitesse acoustique ionique modifiée. La vitesse de phase de l'onde augmente à mesure que la concentration relative des grains,  $\varepsilon = n_{d0}/n_{i0}$ , augmente. Pour s'en rendre compte, il suffit de linéariser l'équation de mouvement des ions et de l'écrire sous la forme

$$m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t} = - \left( T_i + \frac{T_e}{1 - \varepsilon Z_d} \right) \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \quad (1.34)$$

où la relation de Boltzmann a été utilisée pour exprimer le champ électrique de l'onde  $E_1$  en termes de  $\frac{\partial n_{e1}}{\partial t}$ . Le terme  $m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t}$  est la force par unité de volume agissant sur un élément fluide ionique en présence de la perturbation de l'onde. Le terme de droite est la force acoustique de rappel par unité de volume. Cette dernière augmente à mesure que la valeur de  $\varepsilon$  augmente. Un accroissement de la force de rappel donne alors lieu à une augmentation

de la vitesse de phase de l'onde. Physiquement, comme le nombre d'électrons collectés par la surface des grains va en augmentant, il y en aura de moins en moins de "disponibles" pour contrecarrer et neutraliser les perturbations de la charge d'espace ionique. D'ailleurs, le terme  $T_e/(1 - \varepsilon Z_d)$ , comme relevé par certains auteurs, peut être perçu comme étant une température électronique effective. Ce mode a été observé expérimentalement dans la gamme de fréquence 3-5 KHz.

### 1.5.2 Mode acoustique poussiéreux (DA)

C'est un nouveau mode acoustique de très basse fréquence. Dans ce cas, la vitesse de phase est beaucoup plus petite que la vitesse thermique des électrons et des ions  $kV_{td} \ll \omega \ll kV_{te}$ ,  $kV_{ti}$ . Dans cette gamme de fréquences les électrons et les ions suivent une distribution de Maxwell Boltzmann. Par conséquent, la dynamique du grain de poussière doit être prise en compte et les inerties de l'électron et de l'ion peuvent alors être négligées. Sa relation de dispersion est alors donnée par [6]

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[ \frac{T_d}{m_d} + \varepsilon Z_d^2 \frac{T_i}{m_d} + \frac{1}{1 + (1 - \varepsilon Z_d) T_i / T_e} \right]^{1/2} = C_{DA} \quad (1.35)$$

$C_{DA}$  représente la vitesse acoustique poussiéreuse. Pour le maintien et l'entretien de ce mode, l'inertie est fournie par les grains de poussière alors que la force de rappel est due aux pressions électronique et ionique. Un tel résultat peut être aisément obtenu en linéarisant l'équation de mouvement du grain (avec  $T_d = 0$ )

$$m_d n_{d0} \frac{\partial v_{d1}}{\partial t} = - \left( T_e \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} + T_i \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \right) \quad (1.36)$$

Les fréquences de ce mode observées sont de l'ordre 10-20 Hz. En résumé, les deux relations de dispersion précédentes peuvent être réécrites sous la forme suivante

**Mode DIA**

$$\omega^2 = k^2 C_{s,d}^2 \quad (1.37)$$

**Mode DA**

$$\omega^2 = k^2 C_{DA}^2 \quad (1.38)$$

## 1.6 Equation de Korteweg de Vries

La non linéarité et la dispersion sont les propriétés caractéristiques les plus importantes d'un plasma. C'est pourquoi, nous allons introduire et discuter une équation différentielle

partielle (EDP) non linéaire classique, connue sous le nom d'équation de Korteweg- de Vries (KdV). Celle-ci apparaît dans une variété de situations physiques et est donnée par [27]

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + aU \frac{\partial U}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.39)$$

où  $\xi$  et  $\tau$  sont des variables indépendantes,  $a$  et  $b$  des constantes réelles non nulles et  $U$  une grandeur caractéristique du plasma (densité, potentiel, vitesse fluide...etc). L'équation (1.39) est à la fois non linéaire et dispersive, le terme convectif  $U\partial U/\partial \xi$  traduit la non linéarité tandis que  $\partial^3 U/\partial \xi^3$  reflète la dispersion. Historiquement, l'équation (1.39) fut établie par Korteweg et de Vries en relation avec un problème d'ondes de surface dans un canal d'eau à profondeur finie. Plus tard, Gardner et Morikawa [28] établirent une équation analogue à partir d'un modèle hydro- magnétique de plasma froid pour décrire le comportement de perturbations se propageant perpendiculairement à un champ magnétique avec une vitesse proche de celle d'Alfven. D'autres auteurs montrèrent que (1.39) pouvait aussi bien décrire la propagation unidimensionnelle d'ondes acoustiques dans les cristaux que fournir une description faiblement non linéaire de perturbations sonores se propageant à une vitesse voisine de celle du son [29]. Et c'est à partir de là et dans un effort de généralisation que Su et Gardner [30] montrèrent que (1.39) pouvait s'appliquer à une large classe de systèmes dispersifs et faiblement non linéaires à l'instar de l'équation de Burgers dans les milieux dissipatifs et faiblement non linéaires. L'équation (1.39) peut être réécrite sous la forme généralement rencontrée dans la littérature

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.40)$$

moyennant les changements de variables  $\xi \rightarrow \xi b^{1/3}$  et  $U \rightarrow U/ab^{-1/3}$ . Notons que pour des ondes acoustiques ioniques se propageant avec une vitesse proche de celle du son, le terme  $U\partial U/\partial \xi$  de l'équation (1.40) provient du terme non linéaire convectif  $\mathbf{v}_i \cdot \nabla v_i$  de l'équation de mouvement des ions. Remarquons que si le terme dispersif  $\partial^3 U/\partial \xi^3$  est omis dans l'équation (1.40), alors l'équation  $\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0$  admettra comme solution

$$U(\xi, \tau) = U(\xi - U(\xi, \tau), 0) \quad (1.41)$$

Celle- ci indique que toute perturbation initiale se déformera de manière continue dans les régions où  $\partial U(\xi, 0)/\partial \xi < 0$  et éventuellement deviendra physiquement inacceptable. En réalité, le terme dispersif de l'équation (1.40) limite et prévient cette déformation illimitée. Avant d'aller plus loin, il convient de discuter les solutions solitaires de l'équation (1.40).

A ce propos, moyennant le changement de variable  $\chi = \xi - c\tau$  où  $c$  est une constante, l'équation (1.40) peut être deux fois intégrée pour obtenir

$$\left[ \frac{dU(\chi)}{d\chi} \right]^2 = \frac{1}{3} U^2(\chi) [3c - U(\chi)] \quad (1.42)$$

où les conditions aux limites  $U(\chi) \rightarrow 0$ ,  $dU(\chi)/d\chi \rightarrow 0$  et  $d^2U(\chi)/d\chi^2 \rightarrow 0$  lorsque  $|\chi| \rightarrow 0$  ont été utilisées. L'équation (1.42) peut alors être intégrée pour donner

$$U(\xi - c\tau) = 3c \operatorname{Sech}^2 \left[ \sqrt{c/2} (\xi - c\tau) \right] \quad (1.43)$$

Dans l'équation (1.43), la hauteur, la largeur et la vitesse du pulse sont proportionnelles à  $c$ ,  $c^{-1/2}$  et  $c$  respectivement. De nombreuses études numériques [31], [32] de l'équation (1.40) indiquent que les solutions en ondes solitaires (soliton) données par (1.43) jouent un rôle intrinsèque dans l'évolution temporelle du système pour une variété de conditions initiales. Pour des données initiales localisées, un nombre fini de solitons émergent avec différentes hauteurs  $3c_1, 3c_2 \dots$  etc., chaque soliton se propageant vers la droite. Ces solitons interagissent en préservant leurs identités. Lorsque  $\tau \rightarrow \infty$ , les solitons se réarrangent dans l'ordre des hauteurs croissantes (le plus grand soliton se trouvant alors à l'extrême droite). L'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation (1.40) a été réalisée par Ikezi et al. [33], [34]. Ils ont alors rapporté l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur une image simplifiée du soliton de Korteweg de Vries. Plus tard, certains auteurs ont tenté de réduire cet écart en prospectant l'effet d'une température ionique finie [35] et l'effet des grandes amplitudes [36]. Un soliton résulte de l'équilibre de deux effets : la non linéarité et la dispersion [37]. La non linéarité en couplant différents modes  $(\omega_1, k_1), (\omega_2, k_2)$  donne naissance à d'autres modes d'ordre supérieur  $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$ . Ce processus donne lieu au phénomène bien connu de la déformation de l'onde (wave steepening) : le bord d'attaque de l'onde se déforme à mesure que la perturbation se déplace. Au cas où elle ne serait pas stoppée par un quelconque autre phénomène physique, cette déformation donne lieu au déferlement de l'onde : en une position  $x$  donnée, l'amplitude de l'onde prend différentes valeurs, une situation qui est non physique. La dispersion est justement l'un des phénomènes qui préviennent le déferlement et l'empêchent de se produire. Considérons deux modes normaux quelconques du plasma,  $(\omega_1, k_1), (\omega_2, k_2)$ . Ces deux modes, par définition, satisfont la relation de dispersion  $D(\omega_{1,2}, K_{1,2}) = 0$ . A cause de la dispersion, l'onde de battement (the beat wave)  $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$  peut ne pas satisfaire la relation de dispersion  $D(\omega_{1,2}, K_{1,2}) \neq 0$  et donc ne constituera pas un mode normal du système. Le couplage non linéaire à des

ordres supérieurs est alors stoppé. La non linéarité et la dispersion sont donc les ingrédients nécessaires pour l'obtention de solutions en soliton dans le cas d'une onde non linéaire. Cependant, quoique la plupart des ondes dans les plasmas présentent de la dispersion et que le plasma lui-même se comporte comme un milieu non linéaire, seulement un nombre restreint d'ondes est connu pour admettre des solutions en soliton. Les ondes acoustiques ioniques exhibent de telles solutions localisées et ont été largement investies tant sur le plan théorique qu'expérimentale. D'ailleurs la redécouverte de l'équation de Korteweg de Vries pour ce type d'onde dans les plasmas a été sans nul doute le premier pas pour démêler quelque peu le domaine très ardu des phénomènes non linéaires [38].

## 1.7 Equation cinétique de Vlasov

La description fluide des ondes et des oscillations plasma ne convient pas toujours et peut même parfois s'avérer incorrecte. Elle suppose en effet que toutes les particules chargées du plasma interagissent de manière identique avec les champs électromagnétiques self-consistants présents dans le plasma. En fait, le modèle fluide n'est valable que si les vitesses de phase des ondes sont bien plus grandes que les vitesses d'agitations thermiques des particules. Les ondes électrostatiques étant des ondes lentes, leur vitesse de phase peut être voisine de celle d'un nombre significatif de particules. Pour celles-ci, dites particules « résonantes », l'interaction onde-particule est très différente de celle décrite par les équations hydrodynamiques du modèle fluide. Une description correcte de l'interaction doit donc reposer sur l'analyse de l'évolution des fonctions de distribution des vitesses des particules. On doit donc utiliser l'équation cinétique des plasmas. Ces équations contiennent en général des effets de corrélation (ou de collisions). Mais ceux-ci peuvent être séparés de l'effet principal collectif d'interaction des particules avec les champs électromagnétiques self-consistants. Les interactions discrètes entre particules chargées, i.e., les collisions, ne sont pas incluses dans notre analyse, et les interactions collectives sont supposées dominer durant les échelles de temps des phénomènes qui nous intéressent. Il nous est alors possible de décrire notre plasma dans le cadre des équations de Vlassov-Maxwell. Pour cela, chaque composante  $j$  du plasma est caractérisée par une fonction de distribution  $f_j(x, v, t)$  définie telle que  $f_j(x, v, t) dx dv$  représente le nombre de particules d'espèce  $j$  localisées dans l'élément de volume de l'espace des phases  $dx dv$  centré en  $(x, v)$  à l'instant  $t$ . Dans la mesure où les corrélations discrètes de la particule sont négligeables, l'évolution de  $f_j(x, v, t)$  est régie par l'équation de Vlassov, qui, dans le cas non relativiste, s'écrit sous la forme [27]

$$\frac{\partial f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_x f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \frac{\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)}{m_j} \nabla_v f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = 0 \quad (1.44)$$

où  $m_j$  représente la masse de la particule d'espèce  $j$ . L'équation (1.44) décrit l'évolution incompressible de  $f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$  dans l'espace des phases  $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  en présence d'une force  $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$  agissant sur les particules. Cette force est la somme des forces externes et de la force due au champ électrique collectif produit par toutes les particules du plasma. En l'absence de champs externes, la force  $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$  qui s'exerce sur une particule d'espèce  $j$  et de charge  $q_j$  est donnée par

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = -q_s \nabla_s \phi(\mathbf{x}, t) \quad (1.45)$$

où  $\phi$  est le potentiel du champ moyen donné par

$$-\nabla^2 \phi = \sum_j q_j \int f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (1.46)$$

La sommation porte sur toutes les espèces de particules présentes dans le plasma. Cette description qui consiste à traiter les particules du plasma comme interagissant seulement à travers leur potentiel de champ moyen n'est correcte qu'en présence d'un nombre suffisant de particules. Dans le cas inverse, le potentiel individuel de chaque particule devra être considéré (cas d'un problème à plusieurs corps). Le caractère non linéaire du troisième terme de l'équation de Vlassov (1.44) est manifeste. Il fait intervenir la force électrostatique, elle-même fonction de  $f_j$ . La manière avec laquelle cette non linéarité procède peut être illustrée en notant que la distribution des particules est tributaire du potentiel du champ moyen. Cependant, ce dernier est déterminé par la distribution des particules du plasma. Cet effet « feed-back » va redistribuer les particules du plasma jusqu'à ce qu'une distribution stationnaire (une distribution qui n'évolue pas au cours du temps) soit atteinte. La distribution des vitesses de Maxwell-Boltzmann est un exemple d'état stationnaire par excellence. Les ondes non linéaires à l'image des ondes périodiques (trains d'ondes) est un exemple courant d'état stationnaire avec des distributions de densité de charge non uniformes.

## 1.8 Revue des ondes électroniques BGK

En 1957, Bernstein, Greene et Kruskal [39] ont résolu le problème unidimensionnel des ondes électrostatiques électroniques non linéaires et stationnaires dans un plasma non collisionnel. Des solutions générales ont alors été établies. Celles-ci prennent en compte le phénomène de piégeage des particules dans les puits de l'onde électrostatique. Dans le repère de l'onde,

toutes les quantités sont indépendantes du temps. Pour des raisons de simplicité, la densité des ions a été supposée uniforme étant donné le fait que le rapport de masse entre les électrons et les ions empêche ces derniers de contribuer de manière significative à la dynamique des électrons. Dans le cas des électrons, l'équation de Vlasov prend la forme suivante

$$v \frac{\partial f(v, x)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial f(v, x)}{\partial v} = 0 \quad (1.47)$$

où  $f$  désigne la fonction de distribution électronique. L'énergie, la distance  $x$ , la vitesse  $v$  et le potentiel  $\phi$  sont respectivement normalisés par l'énergie thermique des électrons  $T_e$ , la longueur de Debye électronique  $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$ , la vitesse thermique des électrons  $v_{Te} = (2T_e/m)^{1/2}$  et  $T_e/m_e$ . En terme d'énergie  $w$ , la solution générale de l'équation (1.47) peut être écrite sous la forme[40]

$$f(v, x) = f(w) = f(w = v^2 - \phi) \quad (1.48)$$

Lorsque le potentiel  $\phi$  est positif, deux populations électroniques peuvent alors coexister : des électrons avec énergie totale  $w \succ 0$ , appelés électrons passants (nous utiliserons également le mots libres) et des électrons avec  $w \preceq 0$ , appelés électrons piégés. Ces derniers exécutent des allées et venues à l'intérieur du potentiel électronique. La vitesse des particules passantes, constante à l'extérieur du potentiel, augmente à mesure que  $\phi$  augmente. La fonction de distribution électronique  $f(w)$  peut alors être réécrite sous la forme d'une somme d'une distribution électronique piégée  $f_{tr}(w \prec 0)$  et d'une distribution électronique passante  $f_p(w \succ 0)$

$$f(w) = f_{tr}(w \prec 0) + f_p(w \succ 0) \quad (1.49)$$

Compte tenu de ce qui précède, l'équation de Poisson est alors donnée par

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = n_{tr} + n_p - 1 \quad (1.50)$$

où

$$n_{tr} = \int_{-\sqrt{\phi}}^{+\sqrt{\phi}} f_{tr}(x, v_x) dv \quad (1.51)$$

et

$$n_p = \int_{-\infty}^{-\sqrt{\phi}} f_p(x, v_x) dv + \int_{\sqrt{\phi}}^{\infty} f_p(x, v_x) dv \quad (1.52)$$

représentent respectivement la densité des électrons piégés et celle des électrons libres. En utilisant les expressions intégrales précédentes et en changeant les variables d'intégration de la vitesse à l'énergie, l'équation de Poisson(1.50) devient

$$\int_{-\psi}^0 dw \frac{f_{tr}(w)}{2\sqrt{w+\phi}} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \int_0^\infty dw \frac{f_p(w)}{2\sqrt{w+\phi}} + 1 \quad (1.53)$$

L'équation intégrale précédente peut être résolue pour trouver  $f_{tr}$  pour peu que  $\psi$  et  $f_p$  soient connus. Dans ce cas, la solution sera donnée par

$$f_{tr}(w) = \frac{2}{\pi} \int_0^{-w} \frac{dn_{tr}(\psi)}{d\psi} \frac{d\phi}{\sqrt{-w-\phi}} \quad (1.54)$$

et dans laquelle  $n_{tr} = n_{rt}$  devra être remplacé par le membre de droite de l'équation (1.53).

## 2

# Ondes acoustiques poussiéreuses non linéaires dans un plasma à charge variable en présence d'ions piégés

## 2.1 Introduction

Les oscillations associées aux plasmas poussiéreux ont suscité un grand intérêt durant ces dernières années. De nouveaux modes acoustiques (mode acoustique poussiéreux et mode acoustique ionique poussiéreux) ont alors été mis en évidence. Rao et ses collaborateurs [41] ont été les premiers à avoir rapporté théoriquement l'existence de l'onde acoustique poussiéreuse de faible vitesse de phase dans un plasma poussiéreux non magnétisé, constitué de grains de poussière fluides, d'électrons et d'ions distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann. Ces oscillations, de faible longueur d'onde, apparaissent sur une échelle de temps suffisamment petite. Sous certaines conditions, elles peuvent devenir hautement non linéaires [42]. Le mode acoustique poussiéreux a été observé au cours d'expériences de laboratoire par Barkan et ses collaborateurs [42]. D'un autre côté, Shukla et Silin [43] ont étudié le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) qui représente en fait le mode acoustique ionique habituel (IA) modifié par la présence de grains de poussière massifs et immobiles. En régime non linéaire ou faiblement non linéaire, il a été démontré par plusieurs auteurs que ces ondes peuvent apparaître sous forme de structures localisées solitaires associées à des potentiels électrostatiques positifs ou négatifs [41], [44]-[45]. Dans leur analyse, certains de ces auteurs ont considéré constante la charge du grain de poussière (les gains sont

pratiquement traités comme une composante additionnelle massive). Cependant, la charge d'un grain de poussière est tributaire des variations des courants locaux du plasma et, par conséquent, peut varier. Celle-ci devient alors une nouvelle variable dynamique que l'on doit déterminer de manière self-consistante. Rappelons que Melandso *et al.* [46] ont été parmi les premiers à avoir proposé une analyse linéaire prenant en compte la fluctuation de la charge du grain de poussière. Ils ont alors montré que cette fluctuation donne naissance à un amortissement additionnel (en plus de l'amortissement Landau) de l'onde acoustique poussiéreuse. D'autre part, Ma et Liu [47] ont établi l'un des tous premiers modèles non linéaires de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma à charge variable. Ces derniers, en négligeant le terme convectif de l'équation de la charge, ont considéré le cas (dit adiabatique) où la somme des courants de charge (électronique et ionique) est égale à zéro ( $I_e + I_i = 0$ ). Par la suite, plusieurs études [48]-[49] ont été faites dans le cas où les grains de poussière exhibent des variations de charge self-consistantes, non adiabatiques ( $I_e + I_i \neq 0$ ) dans le but de rechercher dans quelle mesure et sous quelles conditions la variation de la charge peut elle modifier les résultats concernant le mode acoustique poussiéreux.

Dans ce chapitre, nous allons analyser les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse d'amplitude arbitraire dans un plasma complexe en présence d'ions piégés en tenant compte de la variation adiabatique et non adiabatique de la charge des grains de poussière[48].

## 2.2 Modèle théorique et équations de base

L'objectif de ce chapitre est de revisiter les ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma complexe à charge variable contenant des ions piégés[50]- [51]et, par la même occasion, établir l'expression appropriée du courant de charge des ions piégés[52]. Nous considérons un plasma complexe à trois composantes composé d'électrons, d'ions positifs et de grains de poussière de densités, respectives,  $n_e$ ,  $n_i$  et  $n_d$ . Bien que les dimensions (et donc la charge) des grains varient d'un grain à un autre, tous les grains sont supposés être de forme sphérique, de rayon  $r_d$ , de masse  $m_d$  et ayant la même charge  $q_d = -eZ_d$ , où  $Z_d$  représente le nombre de charge du grain. La densité des électrons distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann, est donnée par

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (2.1)$$

Ici et dans ce qui suit,  $\phi$  représente le potentiel électrostatique,  $q_{j=i,e} = \pm e$  la charge électrique et  $T_{j=i,e}$  la température des particules d'espèce  $j$ . A l'équilibre ( $\phi = 0$ ), la condition de

quasi- neutralité requiert  $f = n_{i0}/n_{e0} = Z_d n_{d0}/n_{e0} + 1$ , où l'indice "0" désigne des quantités non perturbées. La dynamique des oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase est alors gouvernée par les équations fluides suivantes :

- Equation de conservation du nombre de particules (appelée aussi équation de continuité)

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial(n_d v_d)}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

- Equation du mouvement, qui traduit la conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} = \frac{q_d}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.3)$$

Ces deux équations sont complétées par l'équation de Poisson suivante

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi \left( \sum_j q_j n_j + q_d n_d \right) \quad (2.4)$$

### 2.2.1 Passage aux équations adimensionnelles

L'étude physique d'un système et la détermination des phénomènes dominants est la première étape, nécessaire, de la modélisation. Cependant, elle est rarement suffisante car les équations auxquelles on arrive ne sont en général pas solubles sous leur forme primitive. Pour pouvoir leur appliquer des méthodes d'approximation, il faut évaluer correctement le poids des différents termes. Pour cela la meilleure méthode est de passer à des équations sans dimensions en introduisant des échelles adaptées au problème. En l'absence de champ magnétique, un plasma est caractérisé par une seule échelle de longueur, la longueur de Debye  $\lambda_D$  qui est une longueur d'écrantage : à l'équilibre un ion est entouré d'un nuage électronique dont la densité décroît en fonction de la distance  $r$  à l'ion en  $exp(-r/\lambda_D)$ . Le plasma peut être caractérisé par deux échelles de temps,  $\tau_{i,e} = 1/\omega_{pi,e}$  l'inverse de la fréquence plasma ionique et l'inverse de la fréquence plasma électronique. Par exemple, pour l'étude des ondes acoustiques ioniques c'est l'échelle de temps ionique  $\tau_i$  qui est pertinente. Ces deux échelles (longueur et temps) définissent une échelle naturelle de vitesse  $C_s = \lambda_D/\tau_i$  qui correspond à la vitesse du son dans le plasma. Enfin, l'échelle d'énergie peut être définie par  $T_e$ , la température électronique que nous exprimons en unité d'énergie. Cela fixe une échelle naturelle pour le potentiel électrique,  $T_e/e$ . Rappelons que le plasma que nous nous proposons d'étudier contient des grains de poussière (plasma poussiéreux). En effet, les échelles souvent utilisées sont :  $\lambda_{Dm}$  pour la longueur,  $\omega_{pd}^{-1}$ ,  $C_{ds}$  et  $T_i/e$  caractérisant, respectivement, les échelles de temps, de vitesse et du potentiel électrostatique. Les équations (2.2)-(2.4) peuvent alors être réécrites sous la forme adimensionnelle suivante

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -Q_d \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_e - f N_i + (f - 1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (2.7)$$

$N_d$  représente la densité des grains de poussière normalisée par  $n_{d0}$ ,  $N_{i(e)}$  est la densité des ions (électrons) normalisée par  $n_{i(e)0}$ ,  $V_d$  est la vitesse fluide des grains de poussière normalisée par la vitesse acoustique poussiéreuse  $C_d = ((Z_d T_{if}/m_d)^{1/2}$ ,  $\Psi$  est le potentiel électrostatique normalisé par  $T_{if}/e$  et  $Q_d$  est la charge d'un grain de poussière normalisée par  $r_d T_e/e$ . Le temps  $T$  et la variable d'espace  $X$  sont normalisés, respectivement, par  $\omega_{pd}^{-1} = (m_d/4\pi n_{e0} Z_{d0} e^2)^{1/2}$  et  $\lambda_{Dm} = (T_{if}/4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$ .

Pour tenir compte des ions dont une partie est piégée dans le potentiel de l'onde de large amplitude, nous utilisons la fonction de distribution des vitesses ionique tridimensionnelle de type vortex établie par Schamel[53]

$$F_i(v_i) = F_{if}(v_i) + F_{it}(v_i) \quad (2.8)$$

où

$$F_{if}(v_i) = n_{i0} \left( \frac{m_i}{2\pi T_{if}} \right)^{3/2} \exp \left\{ - \left( \frac{m_i v_i^2/2 + e\phi}{T_{if}} \right) \right\} \text{ pour } |v_x| > \sqrt{\frac{-2e\phi}{m_i}} \quad (2.9)$$

et

$$F_{it}(v_i) = n_{i0} \left( \frac{m_i}{2\pi T_{if}} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\beta \left( \frac{m_i v_i^2/2 + e\phi}{T_{if}} \right) \right\} \text{ pour } |v_x| \leq \sqrt{\frac{-2e\phi}{m_i}} \quad (2.10)$$

Les indices  $f$  et  $t$  désignent, respectivement, les ions libres et piégés. Le paramètre  $\beta$  détermine la proportion relative des ions piégés et est défini comme étant  $|\beta| = T_{if}/T_{it}$ , où  $T_{if}$  et  $T_{it}$  désignent, respectivement, la température des ions libres et celle des ions piégés. En intégrant la fonction de distribution  $F_i$  sur tout l'espace des vitesses

$$n_i(\phi) = \int F_i(v_i) d^3 v_i \quad (2.11)$$

nous obtenons pour  $\beta > 0$

$$N_i = n_i/n_{i0} = \exp(-\Psi) \operatorname{erf} c\left(\sqrt{-\Psi}\right) + \frac{1}{\beta^{3/2}} \exp(-\beta\Psi) \operatorname{erf}\left(\sqrt{-\beta\Psi}\right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{-\Psi} \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \quad (2.12)$$

où

$$\operatorname{erf} c(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt \quad (2.13)$$

Dans le but d'analyser les ondes acoustiques poussiéreuses d'amplitude arbitraire que peut propager notre modèle de plasma, les équations (2.5)-(2.7) sont réécrites en introduisant le changement de variable  $\xi = X - MT$ , où  $M$  (Vitesse du soliton /  $C_d$ ) représente le nombre de Mach. Nous obtenons alors

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d(V_d N_d)}{d\xi} = 0 \quad (2.14)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = -Q_d \frac{d\Psi}{d\xi} \quad (2.15)$$

$$\frac{d^2\Psi}{d\xi^2} = N_e - fN_i + \frac{Q_d}{Q_{d0}} (f-1)N_d \quad (2.16)$$

En imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0$ ,  $V_d \rightarrow 0$ ,  $N_d \rightarrow 1$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous déduisons à partir des équations (2.14) et (2.15) l'expression de la densité normalisée des grains de poussière

$$N_d = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\chi/M^2}} \quad (2.17)$$

où

$$\chi = \int_0^\Psi Q_d d\Psi \quad (2.18)$$

représente l'énergie potentielle d'un grain de poussière à charge variable.

### 2.2.2 Equation de la charge du grain de poussière

Dans la théorie standard de la sonde électrostatique[54]-[56], la charge du grain de poussière (assimilé donc à une sonde immergée dans un plasma) provient essentiellement de la collecte des électrons et des ions présents dans le plasma. Ces derniers viennent se greffer sur la surface du grain. Par conséquent, la charge électrique du grain de poussière  $q_d$  est calculée de manière self-consistante à partir de l'équation

$$\tilde{v}_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i \quad (2.19)$$

$I_e$  et  $I_i$  représentent les courants microscopiques électronique et ionique, respectivement. Leurs expressions sont obtenues en moyennant la section efficace de collision  $\sigma_j = \pi r_d^2 (1 - 2q_j q_d / r_d m_j v_j^2)$  sur la fonction de distribution des vitesses  $F_j$

$$I_j = q_j \int_{R_j} v_j \sigma_j(q_d, v_j) F_j(v_j) d^3 v_j \quad (2.20)$$

où  $j = e, i$  désignent, respectivement, les électrons et les ions.  $R_j$  représente le domaine d'intégration dans l'espace des vitesses et  $v_j$  la vitesse de la particule d'espèce  $j$ . Les électrons étant supposés Maxwelliens, leur courant de charge, déduit à partir de (2.20), est donné par

$$I_e = -\pi r_d^2 e \left( \frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_e(\phi) \exp(eq_d / r T_e) \quad (2.21)$$

De manière similaire, en substituant (2.8) dans (2.20), nous obtenons l'expression du courant

$$I_i = e \int \int \int F_i(v_i) d^3 v_i = 4\pi e \left\{ \int_0^{\sqrt{-2e\phi/m_i}} v_i^3 \sigma_i F_{it} dv_i + \int_{\sqrt{-2e\phi/m_i}}^{+\infty} v_i^3 \sigma_i F_{if} dv_i \right\} \quad (2.22)$$

Notons que l'intégrale précédente a été effectuée en coordonnées sphériques ( $d^3 v = v^2 dv \sin \theta d\theta d\varphi$ ).

En procédant de la même manière que précédemment, nous obtenons l'expression du courant ionique

$$I_i = e n_{i0} \pi r_d^2 \left( \frac{8T_{if}}{\pi m_i} \right)^{1/2} \left\{ \exp(\beta \Psi) \frac{1}{\beta} \left( \frac{1}{\beta} - \frac{Q_d}{\sigma} \right) + \left( \frac{1}{\beta} - 1 \right) \left( \frac{Q_d}{\sigma} + \Psi - \frac{1}{\beta} - 1 \right) \right\} \quad (2.23)$$

où  $\sigma = T_{if}/T_e$  représente le rapport entre la température ionique et électronique.

Avant d'aller plus loin, notons d'abord que le temps caractéristique du mouvement d'un grain, dont les dimensions sont de l'ordre du micron, est de l'ordre de quelques dizaines de milli-secondes alors que son temps de charge est typiquement de l'ordre de  $10^{-8}$ s. Le déplacement du grain, durant le temps de charge du grain, est par conséquent négligeable devant l'échelle spatiale de notre problème. Il s'en suit que le processus de charge peut être traité comme un phénomène local et le terme convectif de l'équation (2.19) peut être négligé pour obtenir

$$I_e + I_i = 0 \quad (2.24)$$

En substituant (2.21) et (2.22) dans (2.24), nous obtenons la relation suivante exprimée en termes de la fonction de Lambert

$$Q_d = -W \left\{ \frac{\sqrt{\sigma/\mu\beta}}{fg(\Psi)} \exp\left[ \frac{\sigma \exp(-\beta\Psi)(\beta\Psi + 1) + \beta^2 - 1}{\beta g(\Psi)} \right] \right\} + \frac{h(\Psi)}{\beta g(\Psi)} \quad (2.25)$$

où

$$g(\Psi) = \exp(-\beta\Psi) + \beta - 1 \quad (2.26)$$

$$h(\Psi) = \sigma \{ \exp(-\beta\Psi) + (\beta - 1)(\beta\Psi + \beta + 1) \} \quad (2.27)$$

et  $\mu = m_e/m_i$ . Rappelons que  $W(x)$  désigne la fonction de Lambert [57] et que celle-ci n'est réelle que pour  $x \succeq -1/e$ . Notons qu'il est aisé de vérifier que l'argument de la fonction de Lambert dans l'équation (2.25) est positif. A l'équilibre ( $\Psi = 0$ ), la relation (2.25) requiert la condition suivante

$$f = \frac{\sqrt{\sigma/\mu} \exp(Q_{d0})}{\sigma - Q_{d0}} \quad (2.28)$$

où  $Q_{d0}$  est la charge des grains de poussière à l'équilibre. Dans la simulation numérique qui va suivre, la valeur de  $f$  sera déduite à partir de l'équation précédente (2.28) alors que les autres paramètres sont supposés à priori connus.

### 2.2.3 Analyse du Potentiel de Sagdeev et conditions d'existence des solitons

En portant la relation (2.17) dans l'équation de poisson (2.16), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par  $(d\Psi/d\xi)$ , en intégrant une fois et en imposant des conditions aux limites propres aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0$ ,  $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (2.29)$$

où

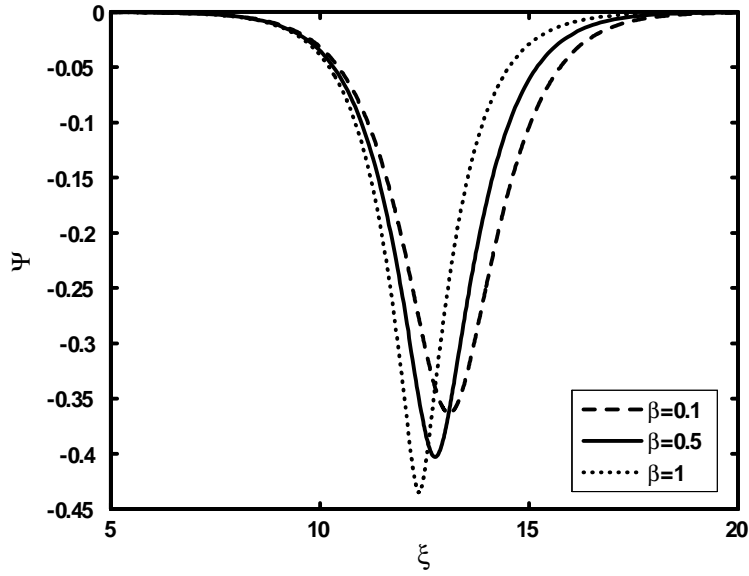
$$V(\Psi) = \frac{1 - \exp(\sigma\Psi)}{\sigma} + \frac{(f-1)}{Q_{d0}} M^2 \left\{ \left( 1 - \frac{2\chi}{M^2} \right)^{1/2} - 1 \right\} + f \left\{ 1 - \exp(-\Psi) \operatorname{erf} c(\sqrt{-\Psi}) - \frac{1}{\beta^{3/2}} \left[ \exp(-\beta\Psi) \operatorname{erf} \left( \sqrt{-\beta\Psi} \right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{-\Psi} \left( 1 - \frac{1}{\beta} \right) \right] \right\} \quad (2.30)$$

représente le pseudo-potentiel ou potentiel de Sagdeev [58]. Rappelons que l'équation (2.29) peut être perçue comme étant l'équation du mouvement d'une pseudo-particule de masse unité, de position  $\Psi$  et de vitesse  $(d\Psi/d\xi)$ , oscillant dans un potentiel  $V(\Psi)$ . Il est aisé de vérifier à partir de l'équation (2.30) que

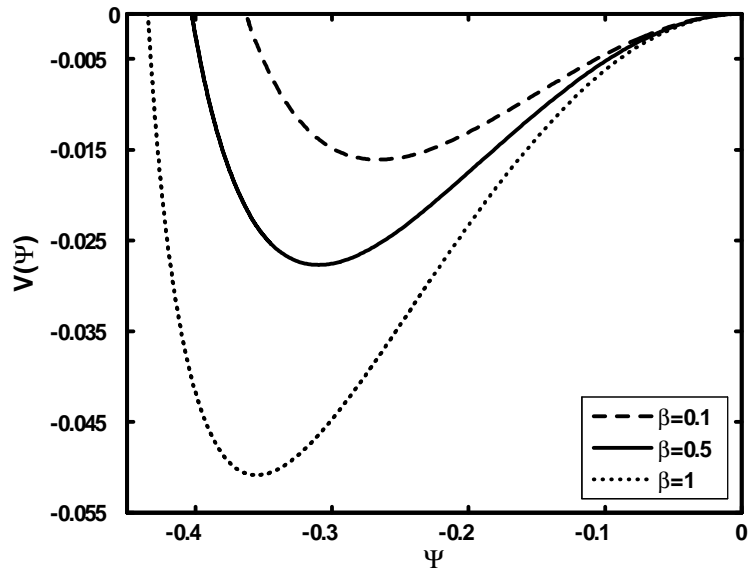
$$V(\Psi = 0) = \left[ \frac{dV(\Psi)}{d\Psi} \right]_{\Psi=0} = 0 \quad (2.31)$$

### 2.2.4 Résultats numériques et discussion

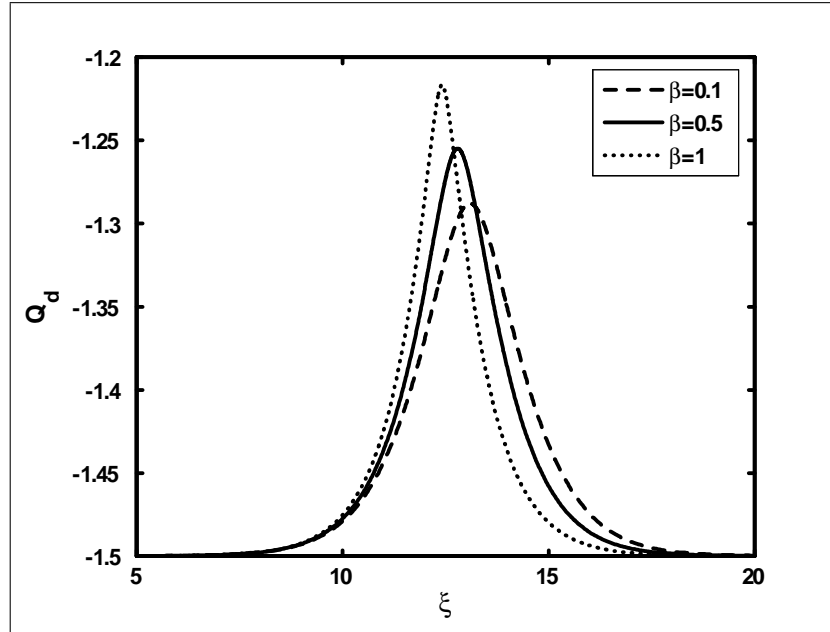
L'équation est résolue numériquement en faisant appel à un schéma d'intégration numérique adéquat pour les problèmes hautement non linéaires dits problèmes "raides". Le plasma de base est supposé être composé d'électrons et d'ions d'hydrogène. Pour amorcer l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes  $\Psi(\xi = 0) = 0$  et  $E_0 = -(d\Psi/d\xi)(\xi = 0) = 10^{-4}$  ont été choisies. La figure 1 montre la variation spatiale de  $\Psi$  pour différentes valeurs du paramètre de piégeage  $\beta$ . Le potentiel électrostatique exhibe un profil spatialement localisé comme l'atteste d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev qui lui est associé (Figure 2). Chaque pic de  $\Psi$  correspond à une valeur nulle de  $V(\Psi)$ . Les paramètres suivants  $Q_{d0} = -1.5$ ,  $\sigma = 0.1$ , et  $M = 1.1$  ont été choisis de telle manière à ce que les conditions d'existence des structures solitaires soient satisfaites. Les résultats révèlent que les propriétés de ces structures solitaires dépendent fortement de la fraction d'ions piégés présents dans notre modèle de plasma. Une augmentation de  $\beta$  entraîne une diminution de l'amplitude du soliton alors que leur largeur reste insensible au nombre d'ions piégés présents dans le plasma. La charge des grains de poussière  $Q_d$  (Fig. 3) adopte un profil localisé et devient moins négative à mesure que les ions tendent à restaurer leur équilibre thermodynamique. Cette restauration s'accompagne d'une forte localisation (accumulation) des grains de poussière (Fig. 4), résultat d'un équilibre entre les forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière, et d'un dépeuplement (appauvrissement) des électrons dans la région de localisation du soliton. La figure 5 montre la formation et l'existence de structures acoustiques solitaires de raréfaction dont l'amplitude augmente à mesure que le nombre de Mach  $M$  augmente.



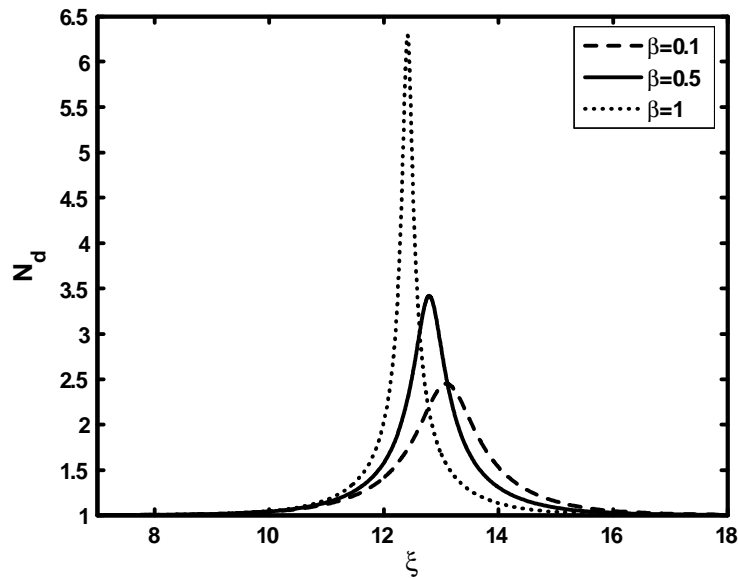
**Figure 1:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre de piégeage  $\beta$ , avec  $Q_{d0} = -1.5$ ,  $M = 1.1$ , et  $\sigma = 0.1$  ( $f = 1.88$ ).



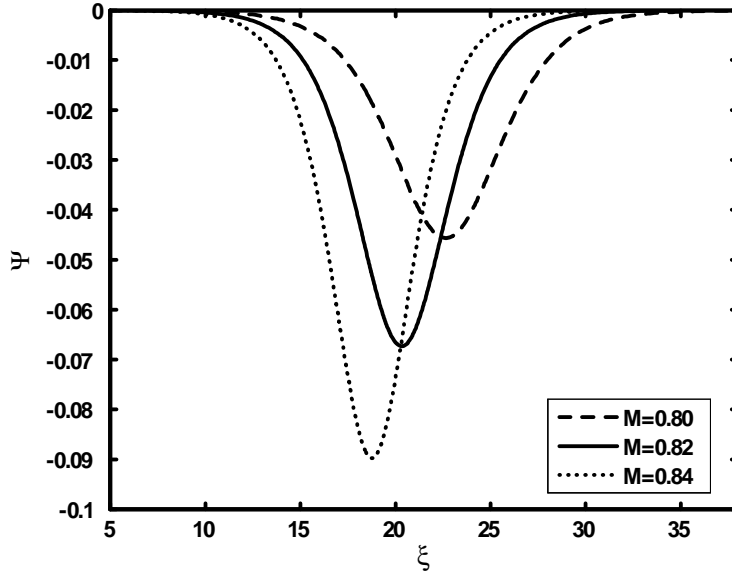
**Figure 2:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé au soliton de la figure 1 pour différentes valeurs du paramètre de piégeage  $\beta$



**Figure 3:** Profil spatial de la charge du grain de poussière  $Q_d$  pour différentes valeurs de paramètre de piégeage  $\beta$ . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1.



**Figure 4:** Profil spatial de la densité des grains de poussière  $N_d$  pour différentes valeurs du paramètre de piégeage  $\beta$ . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1.



**Figure 5:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du nombre de Mach  $M$  avec  $\beta = 0.5$ .

### 2.2.5 Effet de la variation non adiabatique de charge des grains de poussière (cas $I_e + I_i \neq 0$ )

Nous allons maintenant reprendre l'analyse de la section précédente en tenant compte du terme convectif de l'équation (2.19). Le but est de voir dans quelle mesure la variation non adiabatique ( $I_e + I_i \neq 0$ ) de la charge peut-elle affecter le soliton acoustique poussiéreux de la section précédente. Rappelons qu'il est maintenant admis que la variation non adiabatique de la charge des grains introduit un nouveau mécanisme de dissipation de l'énergie dit mécanisme de la dissipation anormale ou non collisionnelle. Pour cela, considérons le cas d'un faisceau froid de grains de poussière que l'on peut décrire grâce à la fonction de distribution suivante[59]

$$f_d(x, v_d) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} \delta(v_{d0} - \tilde{v}_d) \quad (2.32)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left( 1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\phi q_d d\phi \right) \quad (2.33)$$

représente la vitesse perturbée du grain. En intégrant la fonction de distribution précédente sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$N_d = \frac{n_d}{n_{d0}} = \frac{v_{d0}}{\widehat{v}_d} = \frac{1}{(1 - \gamma\chi)^{1/2}} \quad (2.34)$$

où

$$\gamma = \frac{2r_d\sigma T_e^2}{m_d e^2 v_{d0}^2} \quad (2.35)$$

et

$$\chi = \int_0^\Phi Q_d d\Psi \quad (2.36)$$

représente l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable. Les équations de Poisson et de la charge du grain sont alors données respectivement par

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = N_e - fN_i + (f - 1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{dQ_d}{dX} = kN_d \left\{ - \left( \frac{1}{\sigma\mu} \right)^{1/2} \exp(\sigma\Psi) \exp(Q_d) + f \left[ \exp(-\beta\Psi) \frac{1}{\beta} \left( \frac{1}{\beta} - \frac{Q_d}{\sigma} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \frac{1}{\beta} - 1 \right) \left( \Psi + \frac{Q_d}{\sigma} - \frac{1}{\beta} - 1 \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.38)$$

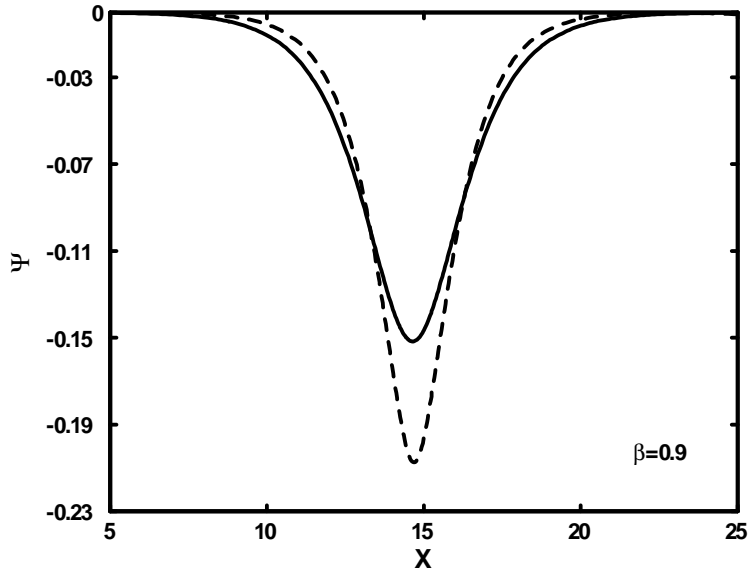
où

$$k = \left( \frac{2n_{e0}e^2 r_d^2 \sigma^2}{m_i v_{d0}^2} \right)^{1/2} \quad (2.39)$$

et  $X = x/\lambda_{Dm} = x/(T_{if}/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$ . A l'équilibre ( $\Psi = 0$ ), l'équation (2.38) requiert

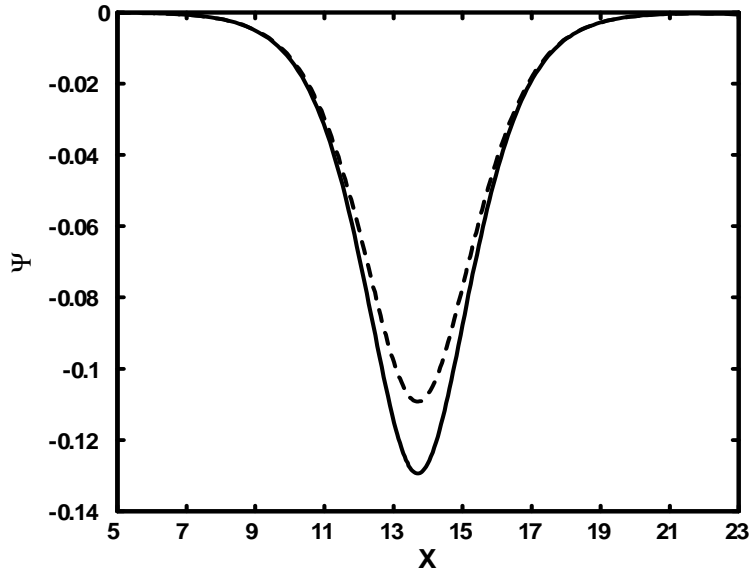
$$f = \frac{\sqrt{\sigma/\mu} \exp(Q_{d0})}{\sigma - Q_{d0}} \quad (2.40)$$

Les équations (2.36), (2.37) et (2.38) sont une nouvelle fois intégrées numériquement. La figure 6 montre que lorsque la charge des grains de poussière est variable, la profondeur du potentiel solitaire augmente alors que sa largeur est légèrement réduite.



**Figure 6:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  de l'onde acoustique poussiéreuse dans le cas de la charge constante du grain (trait plein) et de la charge variable (tirets), avec  $Q_{d0} = -1.8$ ,  $T_e = 1.5\text{eV}$ ,  $\sigma = 0.2$ ,  $n_{i0} = 8 \times 10^{12}\text{cm}^{-3}$ ,  $m_d/m_i = 10^{12}$ ,  $v_{d0} = 40\text{cm/s}$ ,  $r_d = 6\mu\text{m}$ , et  $\beta = 0.9$ . Les valeurs de  $k$  et de  $f$  sont données, respectivement, par  $3.56 \times 10^3$  et  $1.56$ .

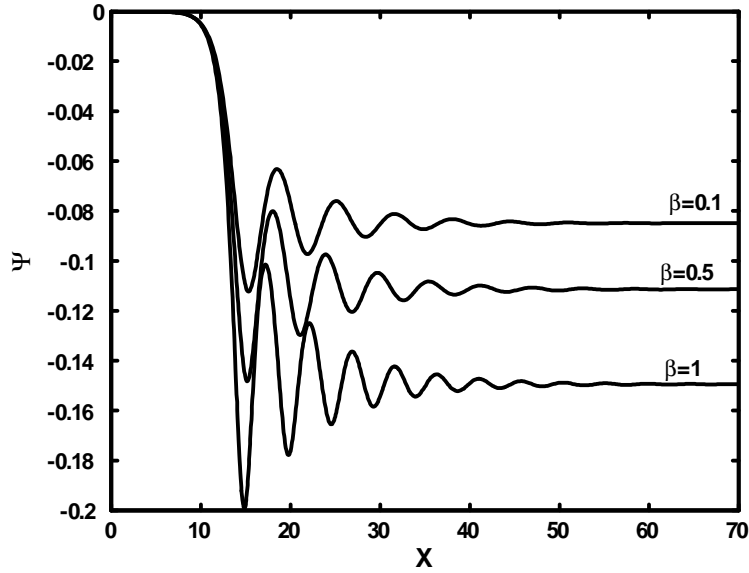
Voyons maintenant quelle est la différence entre le courant de charge  $I_i$  que nous avons établi [Eq. (2.23)] et celui qui a toujours été utilisé  $I_i^p = \pi r_d^2 e (8T_{if}/\pi m_i)^{1/2} n_i(\phi) (1 - eq_d/rT_{if})$ . Pour cela, nous traçons sur la figure 7 la solution solitaire  $\Psi$  pour les deux courants  $I_i$  (trait plein) and  $I_i^p$  (tiret). Nos résultats montrent que l'utilisation de  $I_i$  (au lieu de  $I_i^p$ ) donne lieu à une solution solitaire de plus grande amplitude. Cette différence est plus significative pour les petites valeurs du paramètre de piégeage  $\beta$  (c'est à dire une plus grande déviation de l'équilibre thermodynamique).



**Figure 7:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  de l'onde acoustique poussiéreuse dans le cas de la charge variable, avec  $Q_{d0} = -1.4$ ,  $T_e = 1.5\text{eV}$ ,  $\sigma = 0.2$ ,  $n_{i0} = 8 \times 10^{12}\text{cm}^{-3}$ ,  $m_d/m_i = 10^{12}$ ,  $v_{d0} = 40\text{cm/s}$ ,  $r_d = 6\mu\text{m}$ , et  $\beta = 0.1$  ( $k = 2.60 \times 10^3$  et  $f = 2.95$ ). Trait plein:  $I_i$  est utilisé. Tirets:  $I_i^p$  est utilisé.

La figure 8 montre que sous certaines conditions, l'effet de la variation de la charge du grain de poussière devient assez important : la variation de la charge donne lieu à une dissipation alternative (autre que celle due aux collisions ou à l'interaction onde-particule) de l'énergie qui se traduit par une diminution de l'amplitude du front de l'onde et un transfert vers ce que l'on appelle une queue de bruit. Un effet similaire a été rapporté récemment par Gupta *et al.*[60]. Cette structure représente en réalité une onde de choc dite non collisionnelle car, à l'opposé de l'onde de choc classique, son apparition ne requiert ni collisions entre particules, ni interaction onde-particule (amortissement de Landau non linéaire). Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. Dans notre cas, la dissipation, dite anormale (car elle ne correspond à aucun mécanisme de dissipation classique déjà connue), trouve son origine dans le phénomène de la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière et a déjà été mise en évidence[60], [61]. Notons le phénomène de séparation de la charge électrique qui se manifeste par l'apparition de quelques oscillations dans le profil de l'onde de choc. Ces oscillations tendent à disparaître pour des valeurs élevées du paramètre de piégeage  $\beta$  (Fig. 8) (cas de dissipation anormale dominante). Nous avons alors mené une investigation numérique sur un large spectre des paramètres du plasma dans le but d'établir le critère d'apparition des ondes de choc ou des ondes solitaires. Nous avons noté que l'amortissement

anormal est intimement relié à la valeur de la constante  $k$  [Eq. (2.39)]: les grandes valeurs de  $k$  favorisent le développement de structures cohérentes (solitons) alors que les plus petites d'entre elles sont associées à l'existence de structures dissipatives (ondes de choc).



**Figure 8:** Potentiel électrostatique  $\Psi$  de l'onde de choc non collisionnelle pour différentes valeurs du paramètre de piégeage  $\beta$ , avec  $n_{i0} = 10^4 \text{cm}^{-3}$  ( $f = 1.1514$ ,  $k = 0.5595$ ). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 7.

# 3

## Ondes acoustiques poussiéreuses non linéaires dans un plasma énergétique non thermique

### 3.1 Introduction

Récemment[62], nous avons présenté un modèle théorique pour montrer l'existence de potentiels solitaires dans un plasma complexe avec des électrons non thermiques et suprathermiques. Une nouvelle fonction de distribution électronique qui diffère de celles jusque là utilisées, a été établie. Cette dernière, au delà du fait qu'elle reproduit de manière adéquate les observations d'*Ulysses*[63] et de *Wind*[64] relatives au vent solaire, fournit une explication des formes fortement cornues relatives aux champs électriques aurorales observées par *Viking* et *Fast*[65]. Nous avons montré qu'à cause de la supra-thermalité électronique, notre modèle de plasma poussiéreux peut admettre des structures électrostatiques solitaires subsoniques et supersoniques. Une augmentation de l'indice spectral  $\kappa$  réduit et restreint le domaine des nombres de Mach admissibles, alors qu'une augmentation du paramètre non thermique donne lieu à un décalage de ce domaine et une restriction drastique des valeurs de  $\kappa$  pour lesquelles les solitons raréfactifs et compressifs co-existent. Le but de ce chapitre est d'étendre notre analyse au cas où la charge des grains de poussière exhibe une fluctuation self-consistante[66].

## 3.2 Analyse faiblement non linéaire

Pour cela, nous considérons des ions distribués selon la loi de Maxwell- Boltzmann, dont la densité est donnée par

$$n_i = n_{i0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_i}\right) \quad (3.1)$$

Pour pouvoir inclure l'effet simultané des électrons non thermiques et des électrons suprathermiques, nous proposons une fonction de distribution des vitesses [62] de type BGK, solution de l'équation de Vlasov, suivante

$$f_e(x, v_x) = C_e \left[ 1 + \alpha \left( \frac{v_x^2 - 2e\phi(x)/m_e}{\theta_{the}^2} \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{e\phi}{\kappa m_e \theta_{the}^2} + \frac{v_x^2}{2\kappa \theta_{the}^2} \right)^{-1-\kappa} \quad (3.2)$$

La constante de normalisation  $C_e$  est déterminée à partir de la condition

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_x) dv_x = n_{e0} \quad (3.3)$$

Elle est donnée par

$$C_e = \frac{n_{e0}}{(2\pi\kappa\theta_{the}^2)^{1/2}} \frac{\Gamma(\kappa+1)}{\Gamma(\kappa+\frac{1}{2})} \frac{1}{1 + 3\alpha \frac{\kappa^2}{(\kappa-\frac{1}{2})(\kappa-\frac{3}{2})}} \quad (3.4)$$

$q_{j=e,i} = \mp e$ ,  $m_j$  et  $n_{e0}$  représentent la charge, la masse et la densité à l'équilibre, respectivement.  $\theta_{the} = \left( \frac{\kappa-\frac{1}{2}}{\kappa} \frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2}$  est la vitesse d'agitation thermique modifiée,  $\phi$  le potentiel électrostatique et  $\Gamma$  la fonction Gamma. En intégrant la fonction de distribution précédente, nous obtenons la densité électronique suivante

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left[ 1 - \beta_1 \frac{e\phi}{T_e} + \beta_2 \left( \frac{e\phi}{T_e} \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{\kappa - \frac{1}{2}} \frac{e\phi}{T_e} \right)^{(-\kappa-1/2)} \quad (3.5)$$

avec

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{4\alpha \frac{\kappa^3}{(\kappa-\frac{1}{2})^2 (\kappa-\frac{3}{2})}}{1 + 3\alpha \frac{\kappa^2}{(\kappa-\frac{1}{2})(\kappa-\frac{3}{2})}} \\ \beta_2 &= \beta_1 \frac{\kappa-1}{\kappa-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Notons que lorsque  $\kappa \rightarrow \infty$ , nous retrouvons l'expression de la densité bien connue de Cairns[67]  $n_e(\phi) = n_{e0} \left[ 1 - \beta_1 \frac{e\phi}{T_e} + \beta_2 \left( \frac{e\phi}{T_e} \right)^2 \right] \exp(-e\phi/T_e)$ .

Les oscillations acoustiques poussiéreuses associées à un tel modèle de plasma peuvent alors être décrites grâce au système d'équations adimensionnelles suivant

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_e - f N_i + (f - 1) N_d \quad (3.9)$$

La condition de quasi-neutralité requiert  $f = n_{i0}/n_{e0} = n_{d0} Z_0/n_{e0} + 1$ . La densité  $N_d$  des grains de poussière, leur vitesse fluide  $V_d$ , la densité des ions (électrons), le potentiel électrostatique  $\Psi$ , le temps  $T$  et la variable d'espace  $X$  sont normalisés respectivement par  $n_{d0}$ ,  $C_d = \sqrt{Z_d T_e / m_d n_{i(e)0}}$ ,  $T_e/e$ ,  $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{e0} Z_d e^2)^{1/2}$  et  $\lambda_{De} = (T_e / 4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ .

Nous allons maintenant établir à partir des équations (3.7)-(3.9) une équation de type Korteweg-de Vries (K-dV) en utilisant la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti[68] ainsi que les variables qu'ils ont introduites  $\zeta = \varepsilon^{1/2}(X - v_0 T)$  et  $\tau = \varepsilon^{3/2} T$ , où  $\varepsilon$  représente un paramètre de mesure de la faiblesse de l'amplitude, de la non linéarité ou de la dispersion et  $v_0$  la vitesse de propagation du soliton. Les variables  $N_d$ ,  $V_d$  et  $\Psi$  sont alors développées en séries de puissances de  $\varepsilon$  autour de leurs valeurs d'équilibre

$$\begin{aligned} N_d &= 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \dots \\ V_d &= 0 + \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^2 V_d^{(2)} + \dots \\ \Psi &= 0 + \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \dots \end{aligned} \quad (3.10)$$

De même, les densités numériques  $N_i$  et  $N_e$  peut être développées sous la forme

$$\begin{aligned} N_e &= 1 + \left[ -\frac{2(-\kappa - \frac{1}{2})}{2\kappa - 1} - \beta_1 \right] \Psi + \left[ \frac{2(-\kappa - \frac{1}{2})(-\kappa - \frac{3}{2})}{(2\kappa - 1)^2} + \beta_2 + \frac{2\beta_1(-\kappa - \frac{1}{2})}{2\kappa - 1} \right] \Psi^2 \\ N_i &= 1 - \sigma \Psi + \frac{\sigma^2}{2} \Psi^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

A l'ordre le plus petit en  $\varepsilon$ , les équations (3.7) - (3.9) donnent

$$\begin{aligned} N_d^{(1)} &= -\frac{\Psi^{(1)}}{v_0^2} \\ V_d^{(1)} &= -\frac{\Psi^{(1)}}{v_0} \end{aligned} \quad (3.12)$$

La vitesse  $v_0$  est donnée par

$$v_0 = \sqrt{\frac{f-1}{A_1}} \quad (3.13)$$

$$A_1 = \frac{2\left(\kappa + \frac{1}{2}\right)}{2\kappa - 1} - \beta_1 + f\sigma \quad (3.14)$$

où  $\sigma = T_e/T_i$ . A l'ordre suivant en  $\varepsilon$ , nous obtenons le système d'équations suivant

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( N_d^{(1)} V_d^{(1)} \right) &= 0 \\ \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \xi} + V_d^{(1)} \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \xi} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^2} - (f-1) N_d^{(2)} - A_1 \Psi^{(2)} - A_2 \left( \Psi^{(1)} \right)^2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

à partir duquel nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + a \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (3.16)$$

où

$$\begin{aligned} a &= -\frac{3}{2} \left( \frac{A_1}{f-1} \right)^{1/2} - A_2 \left( \frac{f-1}{A_1^3} \right)^{1/2} \\ b &= \left( \frac{f-1}{4A_1^3} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (3.17)$$

et

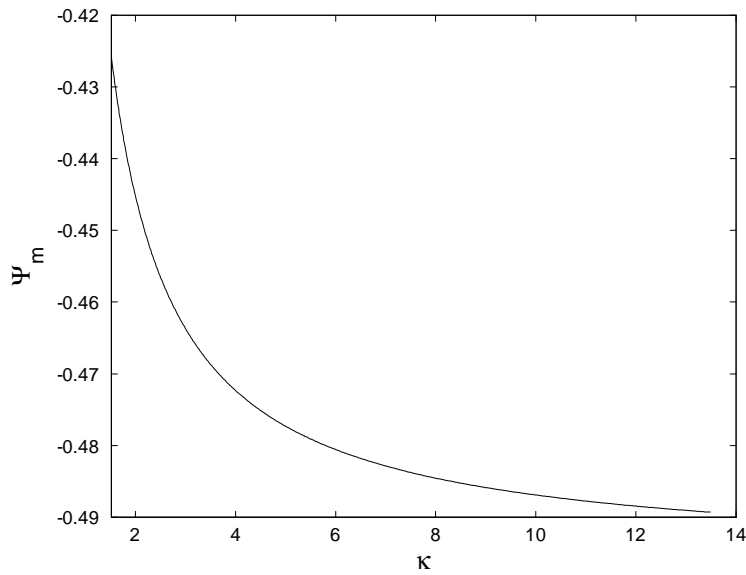
$$A_2 = \frac{2\left(\kappa + \frac{1}{2}\right)\left(\kappa + \frac{3}{2}\right)}{(2\kappa - 1)^2} - \frac{3\beta_1}{2\kappa - 1} - \frac{f\sigma^2}{2} \quad (3.18)$$

et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par

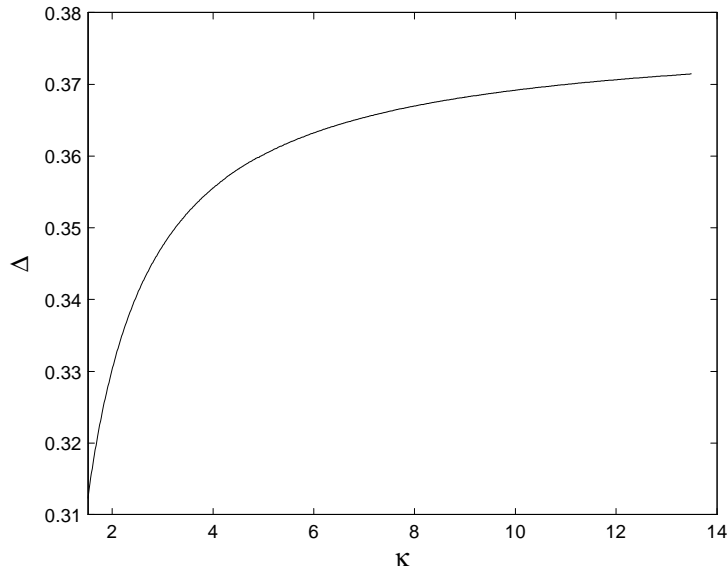
$$\Psi^{(1)} = \Psi_m \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{\xi - U_0 \tau}{\Delta} \right] \quad (3.19)$$

$\Psi_m = 3u_0/a_1$  et  $\Delta = \sqrt{4b/U_0}$  représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton. La solution précédente représente un soliton stationnaire de faible amplitude mais finie à condition que  $A_1 > 0$  (cette contrainte trouve son origine dans la définition de  $a$  et  $b$  étant donné que  $f > 1$ ). D'après (3.19), les ondes solitaires de compression (de raréfaction) existent pour  $a > 0$  ( $a < 0$ ). La dépendance des caractéristiques de l'onde acoustique poussiéreuse en fonction du paramètre spectral  $\kappa$  pour différentes valeurs du paramètre non thermique  $\beta$  est alors tracée. Les figures 1 et 2 (avec  $\alpha = 0$ ) indiquent qu'à mesure que

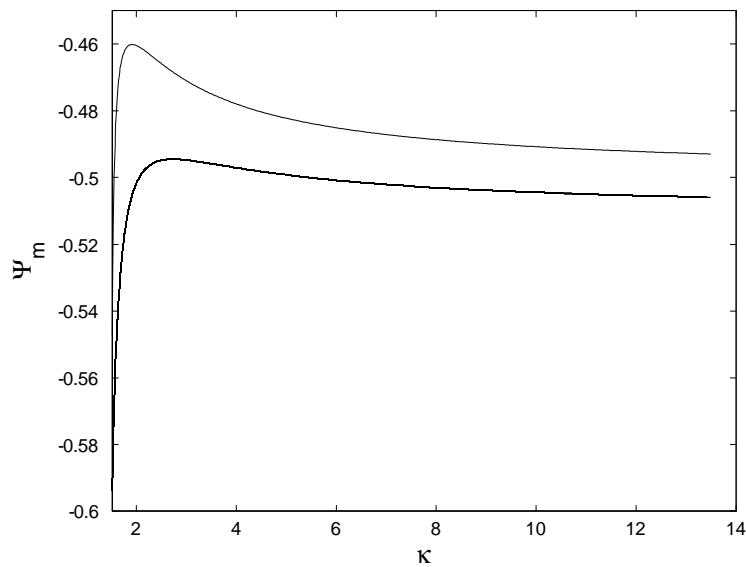
le caractère suprathermique du plasma devient important, l'amplitude du pulse solitaire diminue et sa largeur s'amenuise. Lorsque  $\kappa$  augmente et au delà d'une certaine valeur,  $\Psi_m$  et  $\Delta$  seaturent devenant insensibles à  $\kappa$ . En ajoutant une petite fraction d'électrons non thermiques, l'amplitude  $\Psi_m$  (Fig. 3) et la largeur (Fig. 4) du soliton exhibent un extremum local qui est décalé vers les grandes valeurs du paramètre spectral  $\kappa$  à mesure que le nombre des électrons non thermiques augmente: pour  $\alpha = 0.01, 0.06, 0.11, 0.16, 0.21, 0.26$  et  $0.31$ , les extremums de  $\Psi_m$  et  $\Delta$  sont autour de  $\kappa = 1.91, 2.93, 4.02, 5.45, 7.51, 10.76$  et  $16.62$ , respectivement.



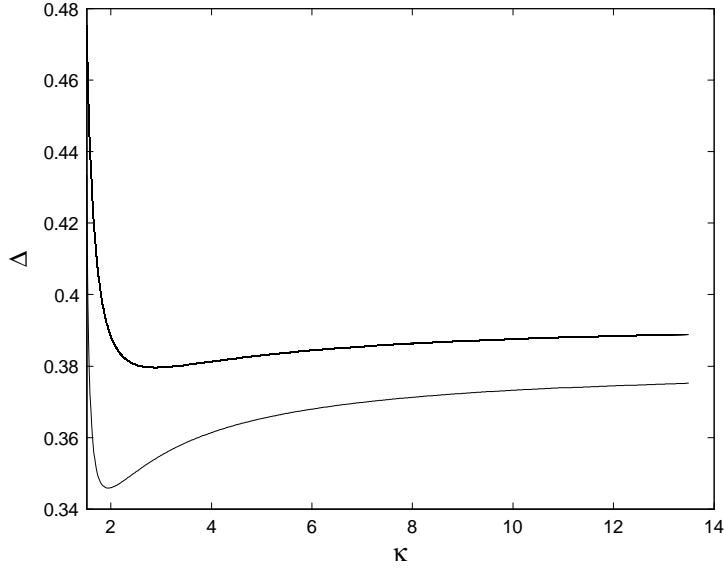
**Figure 1:** Variation de l'amplitude de l'onde solitaire  $\Psi_m$  en fonction du paramètre spectral  $\kappa$  (allant de 1.52 à 13.5) avec  $\alpha = 0$ ,  $f = 1.2$ ,  $\sigma = 2$  et  $U_0 = 1$ .



**Figure 2:** Variation de la largeur de l'onde solitaire  $\Delta$  en fonction du paramètre spectral  $\kappa$  (allant de 1.52 à 13.5) avec  $\alpha = 0$ ,  $f = 1.2$ ,  $\sigma = 2$  et  $U_0 = 1$ .



**Figure 3:** Variation de l'amplitude de l'onde solitaire  $\Psi_m$  en fonction du paramètre spectral  $\kappa$  (allant de 1.52 à 13.5) pour différentes valeurs du paramètre non thermique  $\alpha = 0.01$  (graphe du dessus) et  $0.05$  (graphe du dessous) avec  $f = 1.2$ ,  $\sigma = 2$  et  $U_0 = 1$ .



**Figure 4:** Variation de la largeur de l'onde solitaire  $\Delta$  en fonction du paramètre spectral  $\kappa$  (allant de 1.52 à 13.5) pour deux valeurs du paramètre non thermique  $\alpha = 0.01$  (graphe du dessous) et 0.05 (graphe du dessus) avec  $f = 1.2$ ,  $\sigma = 2$  et  $U_0 = 1$ .

### 3.3 Analyse du cas amplitude arbitraire avec grains de poussière à charge variable

Intéressons nous maintenant aux ondes acoustiques poussiéreuses d'amplitude arbitraire dans le cas où la charge du grain de poussière est variable. Les grains de poussière sont supposés être un faisceau de particules froides, toutes les particules ayant la même vitesse à une position donnée. Les grains peuvent alors être décrits grâce à la fonction de distribution suivante[59]

$$f_d(x, v_d) = n_{d0} v_{d0} \frac{\delta(v_d - \tilde{v}_d)}{\tilde{v}_d} \quad (3.20)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left( 1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\phi q_d d\phi \right)^{1/2} \quad (3.21)$$

représente la vitesse perturbée du grain. En intégrant la fonction de distribution (3.20) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$N_d = \frac{n_d}{n_{d0}} = \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} = \frac{1}{(1 - \gamma\chi)^{1/2}} \quad (3.22)$$

où

$$\chi = \int_0^\Psi Q_d d\Psi \quad (3.23)$$

et

$$\gamma = \frac{2rT_e^2}{m_d v_{d0}^2 e^2} \quad (3.24)$$

La charge du grain de poussière  $Q_d$  est normalisée par  $rT_e/e$ . Pour modéliser la distribution des électrons non thermiques et suprathermiques, nous nous référons à la fonction de distribution des vitesses électroniques tridimensionnelle suivante

$$F_e(v_e) = C_e \left\{ 1 + \left[ \frac{v_x^2 - 2e\phi/m_e}{\theta_{the}^2} \right]^2 \right\} \left( 1 - \frac{e\phi}{\kappa m_e \theta_{the}^2} + \frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{2\kappa \theta_{the}^2} \right)^{-1-k} \quad (3.25)$$

où

$$C_e = \frac{n_{e0}}{(2\pi\kappa\theta_{the}^2)^{3/2}} \frac{\Gamma(\kappa+1)}{\Gamma(\kappa-1/2)} \frac{1}{1 + 3\alpha \frac{\kappa^2}{(\kappa-3/2)(\kappa-5/2)}} \quad (3.26)$$

est la constante de normalisation. L'indice spectral  $\kappa > 3/2$  confère à la queue suprathermique de la distribution sa forme principale. La quantité  $\Gamma$  représente la fonction gamma standard et  $\theta_{the}$  est donnée par

$$\theta_{the} = \left( \frac{\kappa - 3/2}{\kappa} \frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2} \quad (3.27)$$

Après intégration de la fonction de distribution (3.25) sur tout l'espace des vitesses, l'expression de la densité des électrons est donnée par

$$N_e = \left( 1 - \frac{\Psi}{\kappa - 3/2} \right)^{-\kappa + \frac{1}{2}} \left\{ 1 + \frac{4\alpha\kappa}{(\kappa - 3/2)} \frac{\frac{\kappa(\kappa-1)(\kappa-2)}{(\kappa-3/2)} \Psi^2 + \kappa(1-\kappa)\Psi}{(\kappa - 3/2)(\kappa - 5/2) + 3\alpha\kappa^2} \right\} \quad (3.28)$$

Notons que lorsque  $\kappa \rightarrow \infty$ , nous retrouvons l'expression de la densité bien connue de

Cairns[67]

$$N_e = (1 - \beta\Psi + \beta\Psi^2) \exp(\Psi) \quad (3.29)$$

avec

$$\beta = \frac{4\alpha}{1 + 3\alpha} \quad (3.30)$$

L'équation de Poisson normalisée peut alors s'écrire sous la forme

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_e - fN_i + (f - 1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (3.31)$$

Dans la théorie standard de la sonde électrostatique (Orbit Limited Motion Theory)[69],[70], la charge du grain de poussière provient essentiellement de la collecte des électrons et des ions du plasma de base. Ces derniers viennent se greffer sur la surface du grain. Par conséquent, la charge du grain de poussière  $q_d = -eZ_d$  peut être calculée de manière self-consistante à partir de l'équation d'évolution suivante

$$\tilde{v}_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i, \quad (3.32)$$

En réalité, l'équation (3.32) traduit le principe de conservation de la charge électrique.

$I_e$  représente le courant de charge électronique et  $I_i$  le courant de charge ionique. Leurs expressions (voir chapitre précédent) sont données par

$$I_j = q_j \int_{R_j} f_j(v_j) v_j \sigma_j(v_j, q_d) d^3 v_j, \quad (3.33)$$

où  $R_j$  représente le domaine d'intégration dans l'espace des vitesses de la particule d'espèce  $j$ . En effectuant les intégrales (3.33), nous obtenons les expressions des courants de charge suivantes (rappelons que les ions sont Maxwelliens)

$$I_i = \pi r^2 e n_{i0} \left( \frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \exp(-\sigma\Psi)(1 - \sigma Q_d) \quad (3.34)$$

et

$$\begin{aligned} I_e = & -e \int_{v_{\min}}^{+\infty} F_e(v_e) v_e \sigma_e(v_e, q_d) d^3 v_e = \\ & - \pi r^2 e n_{e0} \left( \frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \frac{4}{5} \frac{\Gamma(1 + \kappa)}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \frac{1}{(\kappa - 3/2)^{3/2}} A_1(\Psi) \{A_2(\Psi) + A_3\} \end{aligned} \quad (3.35)$$

où

$$A_1(\Psi) = \left\{ \frac{1}{1 + 3\alpha \frac{\kappa^2}{(\kappa-3/2)(\kappa-5/2)}} \right\} \frac{\left[ \frac{(\kappa-3/2)-\Psi-Q_d}{(\kappa-3/2)} \right]^{-\kappa+1}}{\kappa(\kappa-1)(\kappa-2)(\kappa-3)} \quad (3.36)$$

$$A_2(\Psi) = \kappa^2 \alpha \left( 5\kappa^2 - \frac{55}{3}\kappa + 16 \right) \Psi^2 - \kappa \alpha \left[ \left( 18\kappa^2 - 12\kappa + \frac{20\kappa^3}{3} \right) + \kappa^2 Q_d \left( \frac{10}{3}\kappa - 6 \right) \right] \Psi \quad (3.37)$$

et

$$A_3 = \kappa^2 \alpha Q_d [-4\kappa^2 + 6\kappa + \kappa Q_d (\kappa - 1)] + \kappa^4 \left( \frac{5}{4} + 6\alpha \right) - \kappa^3 (10 + 18\alpha) + \kappa^2 \left( \frac{465}{16} + \frac{27}{2}\alpha \right) + \frac{585}{16}\kappa + \frac{135}{8} \quad (3.38)$$

$v_{\min} = (-2eq_d/m_e C)^{1/2}$  est la vitesse minimale que doit avoir un électron afin de pouvoir atteindre la surface, portée à un potentiel négatif, du grain de poussière. Pour  $\kappa \rightarrow \infty$ , nous retrouvons l'expression du courant de charge des électrons non thermiques[71].

$$I_e = -\pi r^2 e n_{e0} \left( \frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \frac{1}{1+3\alpha} \left\{ 1 + \frac{24}{5}\alpha + \frac{4}{5}\alpha Q_d^2 - \frac{16}{5}\alpha Q_d + \frac{8}{3}\alpha Q_d \Psi - \frac{16}{3}\alpha \Psi + 4\alpha \Psi^2 \right\} \exp(\Psi + Q_d) \quad (3.39)$$

En réarrangeant les termes de l'équation (3.32), nous obtenons l'équation adimensionnelle de charge suivante

$$\frac{dQ_d}{dX} = k N_d \left\{ f \sqrt{\frac{\mu}{\sigma}} \exp(-\sigma \Psi) (1 - \sigma Q_d) - \frac{4}{5} \frac{\Gamma(1+\kappa)}{\Gamma(\kappa-1/2)} \frac{1}{(\kappa-3/2)^{3/2}} A_1(\Psi) [A_2(\Psi) + A_3] \right\} \quad (3.40)$$

où

$$k = \sqrt{\frac{2e^2 r^2 n_{e0}}{m_e v_{d0}^2}} \quad (3.41)$$

et  $\mu = m_e/m_i$ . L'équation de la charge (3.40) est une équation additionnelle dont il est impératif de tenir compte. La charge électrique des grains devient alors une nouvelle variable dynamique couplée de manière self-consistante aux autres variables du plasma tels que la densité numérique et le potentiel électrostatique. Initialement et en l'absence de toute perturbation ( $\Psi = 0$ ), l'équation de la charge (3.40) doit satisfaire

$$f = -\frac{4}{5} \frac{\Gamma(\kappa-3)}{\Gamma(\kappa-5/2)} \left( \frac{2\kappa-3-2Q_{d0}}{2\kappa-3} \right)^{-\kappa+1} \frac{a_1 + a_2 + 3\kappa^2 (72\alpha + 155) + 585\kappa + 270}{\sqrt{\mu/\sigma} \sqrt{4\kappa-6} a_3} \quad (3.42)$$

où

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 4\kappa^4 (4\alpha Q_{d0}^2 - 16\alpha Q_{d0} + 24\alpha + 5) \\
 a_2 &= -16\kappa^3 (\alpha Q_{d0}^2 - 6\alpha Q_{d0} + 18\alpha + 10) \\
 a_3 &= (2\kappa - 3) (4\kappa^2 - 16\kappa + 15 + 12\alpha\kappa^2) (Q_{d0}\sigma - 1)
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

Au cours de la simulation qui va suivre, la valeur de  $f$  est déduite à partir de la relation ci-dessus lorsque les autres paramètres sont à priori connus. En multipliant les deux membres de l'équation de Poisson (3.31) par  $d\Psi/dX$  et en intégrant une fois, nous obtenons la quadrature

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Psi}{dX} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \tag{3.44}$$

où

$$\begin{aligned}
 V(\Psi) &= - \left( \frac{2k - 3 - 2\Psi}{2k - 3} \right)^{(-\kappa + \frac{3}{2})} \left\{ \frac{A(\Psi) + B}{C} \right\} - \frac{f}{\sigma} [\exp(-\sigma\Psi) - 1] \\
 &+ \frac{2(f-1)}{\gamma Q_{d0}} \left[ \sqrt{1 - \gamma\chi} - 1 \right] + \frac{B}{C}
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

$$A(\Psi) = (64\alpha\kappa^2(\kappa - 1)\Psi \left[ (\kappa - 2)\Psi - 3\kappa + \frac{9}{2} \right]) \tag{3.46}$$

$$B = 16\kappa^4 (1 + 15\alpha) - 144\kappa^3 (1 + 5\alpha) + 4\kappa^2 (116 + 135\alpha) - 636\kappa + 315 \tag{3.47}$$

$$C = (2\kappa - 3)(2\kappa - 7) [(2\kappa - 3)(2\kappa - 5) + 12\alpha\kappa^2] \tag{3.48}$$

est dit potentiel de Sagdeev [58] ou pseudo-potentiel. L'équation (3.45) peut être interprétée comme étant l'équation du mouvement d'une pseudo-particule de masse unité, de position  $\Psi$  et de vitesse  $d\Psi/dX$ , oscillant dans un potentiel  $V(\Psi)$ .

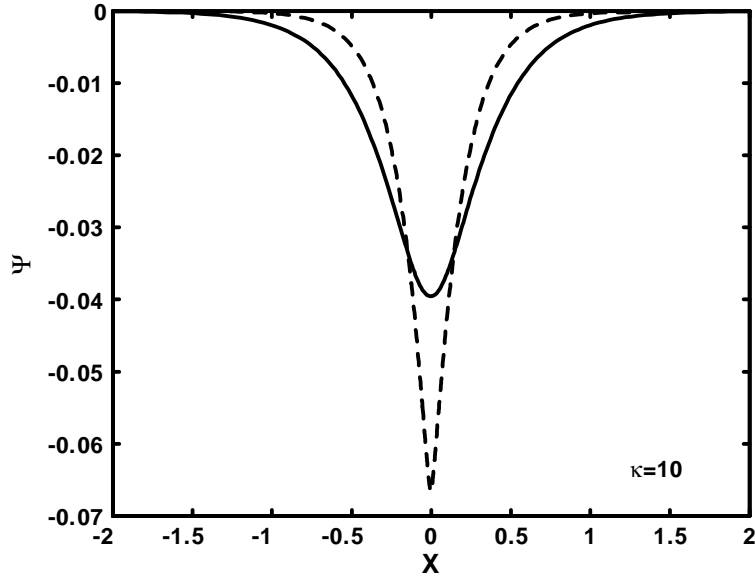
Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. L'équation (2.29) est résolue numériquement en faisant appel à un schéma d'intégration numérique adéquat pour les problèmes hautement non linéaires dits problèmes "raides". Le plasma de base est supposé être composé d'électrons et d'ions d'hydrogène. Pour amorcer l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes  $\Psi(X=0) = 0$  et  $E_0 = -\left(\frac{d\Psi}{dX}\right)(X=0) = -10^{-6}$  ont été choisies. Nous considérons d'abord le cas où la charge du grain de poussière

est constante et discutons plus tard le cas où la variation de la charge est incluse de manière self-consistante. Le potentiel électrostatique non linéaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse, tracé sur la figure 5, exhibe le profil d'une structure spatialement localisée (onde solitaire). La largeur de celle-ci est réduite et son amplitude augmente lorsque la fluctuation de la charge du grain est prise en compte de manière self-consistante, i.e, le phénomène de la variation de la charge peut donner naissance à des structures solitaires de type cornu (plus pointu). Ce résultat est confirmé par le pseudo-potentiel (Fig.6) associé à la structure solitaire. Les paramètres suivants  $Q_{d0} = -1.6$ ,  $T_e = 1.5\text{eV}$ ,  $\sigma = 10$ ,  $n_{i0} = 8 \cdot 10^{12}\text{cm}^{-3}$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\kappa = 10$ ,  $v_{d0} = 40\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $m_d = 10^{12}m_i$ , et  $r = 6\mu\text{m}$  ont été choisis de telle manière à ce que les conditions d'existence des structures solitaires soient satisfaites. Cet accroissement d'amplitude causé par la fluctuation de la charge est plus prononcé pour de plus faibles valeurs de  $\kappa$  comme l'indiquent la figure 7 et le potentiel de Sagdeev associé (Fig. 8). La figure 9 montre la variation spatiale de  $\Psi$  pour deux valeurs différentes de l'indice spectral  $\kappa = 5$  (trait plein), 10 (tiret) et  $\alpha = 0$ . A mesure que  $\kappa$  diminue (le caractère suprathermique des électrons devient important),  $\Psi$  rétrécit (son amplitude et sa largeur deviennent plus petits). Cet effet est moins significatif à mesure que  $\alpha$  augmente (Fig.10,  $\alpha = 0.1$ ), i.e., un nombre relativement petit d'électrons non thermiques peut agir concurremment avec les électrons suprathermiques. La charge électrique du grain de poussière  $Q_d$  adopte le même profil localisé (Fig.11) et reste négative. Figure 11 indique qu'à mesure que la fraction des électrons rapides et énergétiques diminue, le grain de poussière collecte plus d'ions positifs réduisant ainsi la charge négative nette résidant sur la surface du grain de poussière ( $Q_d$  devient moins négative pour les grandes valeurs de  $\kappa$ ). La figure 12 montre que les grains de poussière sont fortement localisés. Cette localisation (accumulation) due à un équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière, devient plus effective et plus prononcée à mesure que les électrons tendent vers leur équilibre thermodynamique. La figure 13 montre que sous certaines conditions, l'effet de la variation de la charge du grain de poussière devient assez important: la variation de la charge fournit un mécanisme physique alternatif qui donne lieu à un phénomène de dissipation. L'amplitude de l'onde décroît alors de manière algébrique et la conservation de la masse totale du soliton donne lieu à la formation et au développement d'une queue. Des effets similaires ont d'ailleurs été rapportés dans des publications récentes traitant des effets non adiabatiques de la variation de la charge sur la génération d'ondes de choc acoustiques poussiéreuses[72], [60], acoustiques ioniques[73] et modes de Bernstein–Greene–Kruskal (DBGK)[74]. C'est une onde de choc non collisionnelle dans la mesure où elle ne requiert ni amortissement Landau, ni viscosité

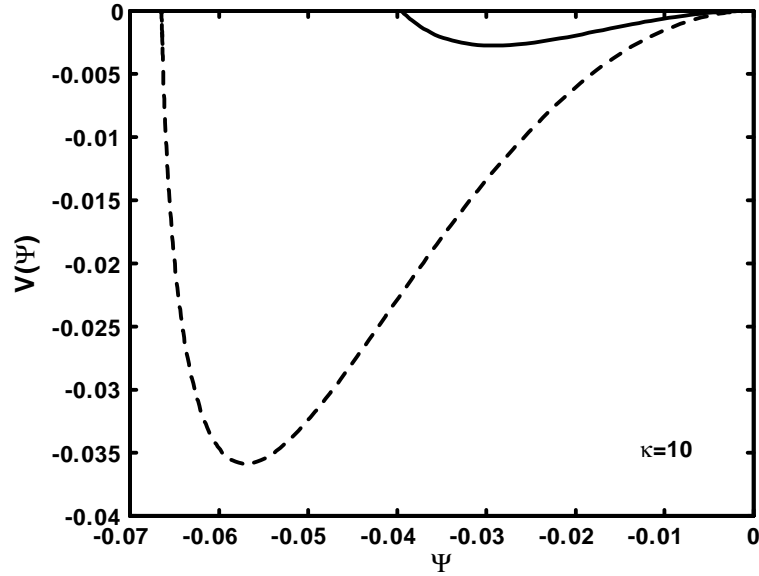
résultant de collisions entre les grains et le reste des particules[75]. Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. L'influence des électrons suprathérmiques sur la structure de l'onde de choc est illustrée sur la figure 13. Notons le phénomène de séparation de charge qui se manifeste par l'apparition d'oscillations dans le profil de l'onde de choc. Cet effet diminue quand la valeur de l'indice spectral  $\kappa$  diminue (cas de dissipation anormale dominante). Nous avons alors mené une investigation numérique sur un large éventail de paramètres du plasma et noté que l'amortissement anormal est intimement lié à la valeur de la constante  $k$  [voir Eq. (3.41)] : les grandes valeurs de  $k$  favorisent le développement des structures cohérentes (solitons) alors que les plus petites d'entre elles sont associées à l'existence des structures dissipatives (ondes de choc). En réalité, la constante adimensionnelle  $k$  (3.41) peut être perçue comme le rapport de l'énergie potentielle électrostatique  $E_{pe}$  d'un électron sur la surface du grain de poussière sur l'énergie cinétique du grain et peut être réécrite sous la forme

$$k = \sqrt{3 \frac{m_d n_{e0}}{m_e \rho}} \left( \frac{E_{pe}}{m_d v_{d0}^2 / 2} \right)^{1/2}$$

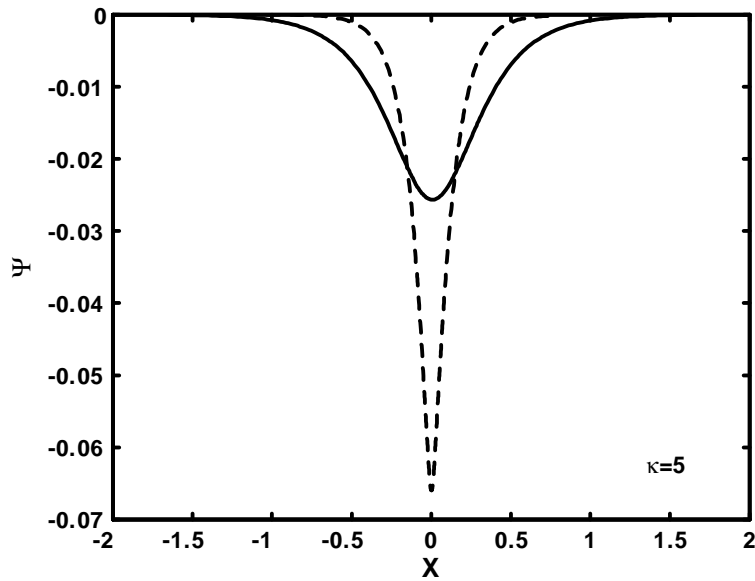
où  $\rho = Z_{d0} / (4\pi r_d^3 / 3)$ .



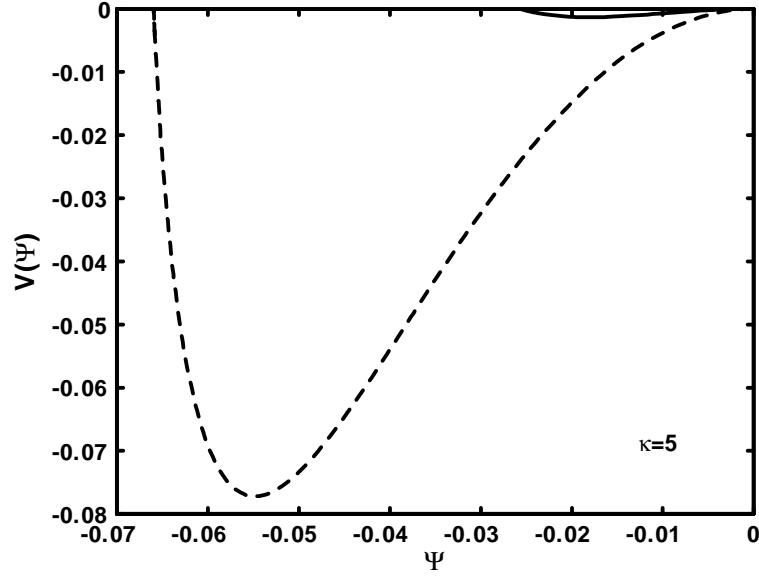
**Figure 5:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  de l'onde acoustique poussiéreuse, avec  $Q_{d0} = -1.6$ ,  $T_e = 1.5\text{eV}$ ,  $\sigma = 10$ ,  $n_{i0} = 8 \cdot 10^{12}\text{cm}^{-3}$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\kappa = 10$ ,  $v_{d0} = 40\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $m_d = 10^{12}m_i$ , et  $r_d = 6\mu\text{m}$ . Les valeurs de  $f$ ,  $\gamma$  et de  $K$  sont données, respectivement, par  $3.99$ ,  $11.34$  et  $4.80 \cdot 10^5$ . Trait plein: charge du grain constante. Tirets: charge du grain variable.



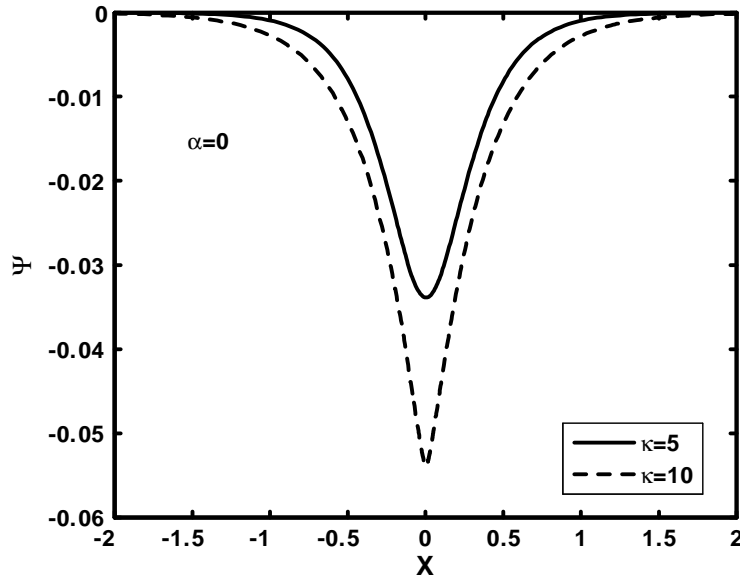
**Figure 6:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé au soliton de la figure 5.



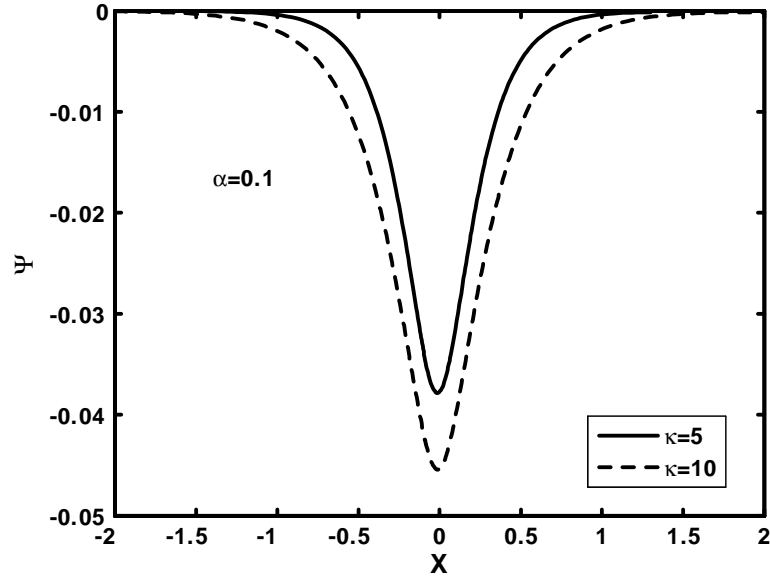
**Figure 7:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  de l'onde acoustique poussiéreuse dans de la charge constante du grain (trait plein) et charge variable (tirets), avec  $\kappa = 5$  ( $f = 10.49$ ,  $\gamma = 11.34$ , et  $K = 2.96 \cdot 10^5$ ). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 5.



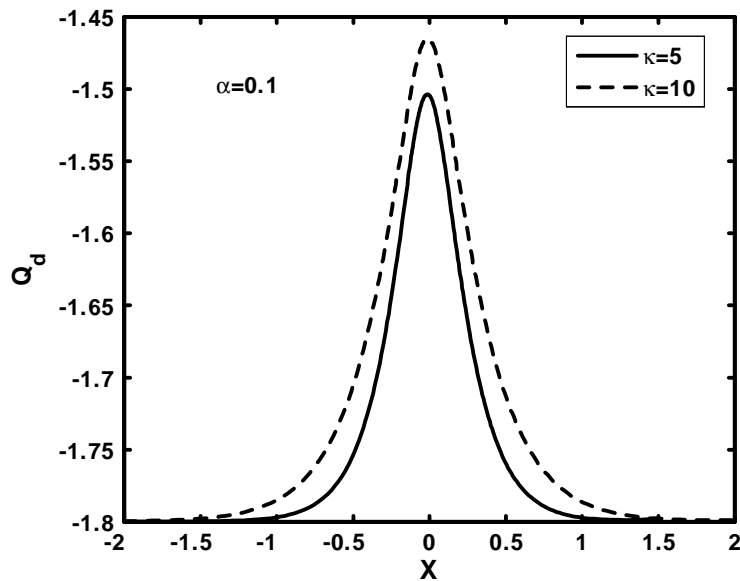
**Figure 8:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé au soliton de la figure 7.



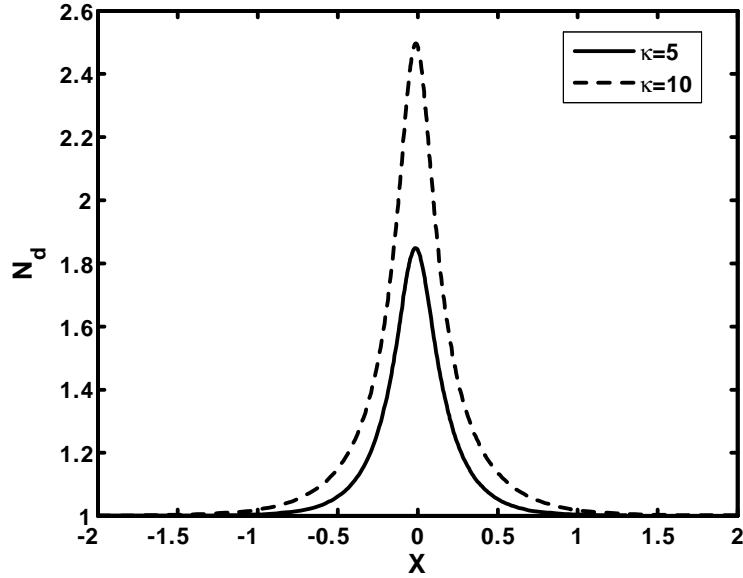
**Figure 9:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  (dans le cas de la charge variable) pour deux valeurs différentes du paramètre spectral  $\kappa = 5$  (trait plein,  $f = 7.19$ ,  $\gamma = 11.34$ ,  $K = 3.57 \cdot 10^5$ ) et 10 (tirets,  $f = 1.57$ ,  $\gamma = 11.34$ ,  $K = 7.64 \cdot 10^5$ ), avec  $Q_{d0} = -1.8$ ,  $T_e = 1.5\text{eV}$ ,  $\sigma = 8$ ,  $n_{i0} = 8 \cdot 10^{12}\text{cm}^{-3}$ ,  $\alpha = 0$ ,  $v_{d0} = 40\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $m_d = 10^{12}m_i$ , et  $r = 6\mu\text{m}$ .



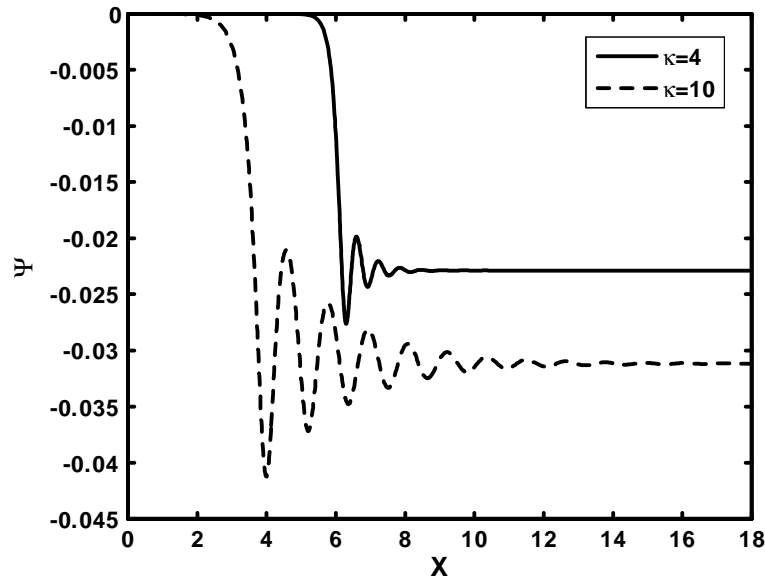
**Figure 10:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  pour deux valeurs différentes du paramètre spectral  $\kappa = 5$  (trait plein,  $f = 9.46$ ,  $\gamma = 11.34$ ,  $K = 3.12 \cdot 10^5$ ) et  $10$  (tirets,  $f = 3.54$ ,  $\gamma = 11.34$ ,  $K = 5.09 \cdot 10^5$ ). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 9 avec  $\alpha = 0.1$ .



**Figure 11:** Profil spatial de la charge du grain de poussière  $Q_d$  pour deux valeurs différentes de  $\kappa = 5$  (trait plein) et  $10$  (tirets). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 10.



**Figure 12:** Profil spatial de la densité des grains de poussière  $N_d$  pour deux valeurs différentes du paramètre  $\kappa = 5$  (trait plein) et 10 (tirets). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 10.



**Figure 13:** Potentiel électrostatique  $\Psi$  de l'onde de choc non collisionnelle pour deux valeurs différentes de  $\kappa = 4$  (trait plein,  $f = 22.53$ ,  $\gamma = 11.34$ ,  $K = 7.14$ ) et 10 (tirets,  $f = 3.54$ ,  $\gamma = 11.34$ ,  $K = 18.02$ ). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 10, avec  $n_{i0} = 10^4 \text{cm}^{-3}$ .

## 4

# Double- couches dans un plasma poussiéreux en présence d'électrons suprathermique et d'ions à deux températures

De nombreuses observations des plasmas de l'espace indiquent clairement la présence d'électrons suprathermiques (voir le récent état de l'art [76]). Les populations suprathermiques sont décrites par les fonctions de distribution des vitesses dites distributions- $\kappa$  (kappa). L'apparition de telles distributions peut être due à l'effet de forces externes agissant sur le plasma ou à l'interaction onde- particule. Comme conséquence, une queue dite suprathermique de grande énergie apparait dans fonction de distribution des vitesses des particules. Ce type de distribution a été observé dans une variété de plasmas de l'espace tels que la magnéto-gaine terrestre[77], la magnétosphère terrestre[78], le vent solaire...etc. Notons que par défaut de dérivation formelle, une approche non extensive[79] aux distributions de type-kappa a été suggérée[80]. Il a été montré que des distributions très proches des  $\kappa$ -distributions pouvaient être la conséquence de l'entropie généralisée de Tsallis. D'un autre côté, la formation des double- couches dans les plasmas a fait l'objet d'un très grand intérêt[81]-[85]. Les double-couches peuvent exister naturellement dans une variété de plasmas de l'espace (aurore, vent solaire, jets extragalactiques...etc). Le saut de potentiel qu'elles peuvent maintenir sur une région relativement petite peut énergiser et accélérer les particules chargées. Le but du présent chapitre est d'étudier les double- couches acoustiques poussiéreuses dans un plasma contenant des grains de poussière chauds en mouvement de dérive, des électrons suprathermiques et des ions à deux températures[86]. Notons que récemment certains travaux se

sont intéressés aux effets des particules suprathermiques sur différents types de processus collectifs dans les plasmas [87]-[89].

## 4.1 Equations de base

Nous allons maintenant introduire les équations de base de notre modèle. Pour cela, nous considérons un plasma poussiéreux non collisionnel et non magnétisé, composé d'ions à deux températures, d'électrons supra-thermiques et de grains de poussière massifs et négativement chargés de densités, respectives,  $n_{ih}(n_{ic})$ ,  $n_e$  et  $n_d$ . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon  $r_d$ , de même masse  $m_d$  et de charge  $q_d = -eZ_d$ . A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité de la charge électrique requiert  $Z_d n_{d0} + n_{e0} = n_{ic0} + n_{ih0} = n_0$ . Les vitesses des ions sont distribuées selon la loi de Boltzmann et leurs densités sont données par

$$\begin{aligned} n_{ih}(\phi) &= n_{ih0} \exp\left(-\frac{e\phi}{T_{ih}}\right) \\ n_{ic}(\phi) &= n_{ic0} \exp\left(-\frac{e\phi}{T_{ic}}\right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

où l'indice  $j = ih, ic$  désigne, respectivement, les ions "chauds" et "froids",  $T_j$  leurs températures et  $\phi$  le potentiel électrostatique. L'indice "0" dénote des quantités à l'équilibre, en l'absence de toute perturbation ( $\phi = 0$ ). Les électrons ont une fonction de distribution des vitesses de type  $\kappa$  donnée par [90],[91]

$$f_e(v_x) = \frac{n_{e0}}{(2\pi\kappa\theta_{the}^2)^{1/2}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \left(1 - \frac{e\phi}{\kappa m_e \theta_{the}^2} + \frac{v_x^2}{2\kappa\theta_{the}^2}\right)^{-\kappa-1} \quad (4.2)$$

$\theta_{the} = ((\kappa - 1/2) / \kappa (T_e/m_e))^{1/2}$  est la vitesse d'agitation thermique modifiée et la quantité  $\Gamma$  représente la fonction gamma standard. La densité des électrons est alors donnée par (4.2)

$$\begin{aligned} n_e(\phi) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_x) dv_x \\ &= n_{e0} \left(1 - \frac{1}{\kappa - 1/2} + \frac{e\phi}{T_e}\right)^{-\kappa-1} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Les oscillations acoustiques poussiéreuses peuvent alors être décrites par les équations de base du modèle fluide suivantes

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \nabla \cdot (n_d u_d) = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + (u_d \cdot \nabla) u_d = -\frac{q_d}{m_d} \nabla \phi - \frac{1}{m_d n_d} \nabla P \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + u_d \cdot \nabla p + \gamma p \cdot \nabla u_d = 0 \quad (4.6)$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi e (Z_d n_d + n_e - n_{ic} - n_{ih}) \quad (4.7)$$

Ces dernières peuvent s'écrire sous la forme adimensionnelle suivante

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial (N_d U_d)}{\partial X} = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial U_d}{\partial T} + U_d \frac{\partial U_d}{\partial X} + \frac{\sigma}{N_d} \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial T} + U_d \frac{\partial P}{\partial X} + 3P \frac{\partial U_d}{\partial X} = 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_d + \frac{1}{\mu + v - \delta} N_e - \frac{1}{\mu + v - \delta} N_{ic} - \frac{1}{\mu + v - \delta} N_{ih} \quad (4.11)$$

où  $U_d$  et  $P = n_d T_d$  représentent, respectivement, la vitesse fluide et la pression cinétique des grains de poussière de température  $T_d$ . Les densités numériques des particules peuvent être réécrites sous la forme

$$\begin{aligned} N_{ih}(\Psi) &= v \exp(-\beta \lambda \Psi) \\ N_{ic}(\Psi) &= \mu \exp(-\lambda \Psi) \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$N_e(\Psi) = \delta \left( 1 - \frac{a \Psi}{\kappa - 1/2} \right)^{-\kappa - 1/2} \quad (4.13)$$

où  $\sigma = Z_d T_d / T_{eff}$ ,  $T_{eff} = \left[ \frac{1}{Z_d n_{d0}} \left( \frac{n_{e0}}{T_e} + \frac{n_{ic0}}{T_{ic}} + \frac{n_{ih0}}{T_{ih}} \right) \right]^{-1}$ ,  $\mu = n_{ic0} / n_0$ ,  $v = n_{ih0} / n_0$  ( $\mu + v = 1$ ),  $\delta = n_{e0} / n_0$ ,  $a = T_{eff} / T_e$ ,  $\lambda = T_{eff} / T_{ic}$  et  $\beta = T_{ic} / T_{ih}$ . La densité des ions  $N_j$ , la vitesse  $U_d$ , la pression  $P$ , le potentiel électrostatique  $\Psi$ , le temps  $T$  et la variable d'espace  $X$  sont normalisés par  $n_0 = n_{ic0} + n_{ih0}$  (valeur à l'équilibre),  $C_d = \sqrt{Z_d T_{eff} / m_d}$  (la vitesse acoustique poussiéreuse),  $Z_d n_{d0} T_d$ ,  $T_{eff} / e$ ,  $\omega_{pd}^{-1} = \sqrt{m_d / 4\pi N_0 Z_d^2 e^2}$  (la période

plasma poussiéreuse) et  $\lambda_{De} = \sqrt{T_{eff}/4\pi N_0 Z_d e^2}$  (la longueur de Debye), respectivement. A l'instar du chapitre précédent, les équations (4.8)-(4.11) sont réécrites en faisant appel à la variable  $\xi = X - MT$ , où  $M$  représente le nombre de Mach (Vitesse du soliton /  $C_d$ ). En procédant de la même manière que précédemment, l'équation de Poisson peut être réécrite sous la forme

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (4.14)$$

Le potentiel de Sagdeev ou pseudo-potentiel[58] est donné par

$$\begin{aligned} V(\Psi) = & -(M - u_{d0})^2 \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}} \left[ \left( 1 + \frac{2\Psi}{\sigma_1^2 (M - u_{d0})^2} \right) + \sqrt{\left( 1 + \frac{2\Psi}{\sigma_1^2 (M - u_{d0})^2} \right)^2 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{1/2} \\ & - \frac{2\sqrt{2}\sigma}{\sigma_1^3} \left[ \left( 1 + \frac{2\Psi}{\sigma_1^2 (M - u_{d0})^2} \right) + \sqrt{\left( 1 + \frac{2\Psi}{\sigma_1^2 (M - u_{d0})^2} \right)^2 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{-3/2} \\ & - \frac{\delta}{\beta_1 \lambda (\mu + v - \delta)} \left( 1 - \frac{\beta_1 \lambda}{\kappa - \frac{1}{2}} \Psi \right)^{-\kappa + \frac{1}{2}} - \frac{\mu}{\lambda (\mu + v - \delta)} \exp(-\lambda \Psi) \\ & - \frac{v}{\beta \lambda (\mu + v - \delta)} \exp(-\beta \lambda \Psi) + (M - u_{d0})^2 \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}} \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{1/2} + \\ & + \frac{2\sqrt{2}\sigma}{\sigma_1^3} \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{4\sigma_0^2}{\sigma_1^4}} \right]^{-3/2} + \frac{\mu}{\lambda (\mu + v - \delta)} + \frac{v}{\beta (\mu + v - \delta)} \end{aligned} \quad (4.15)$$

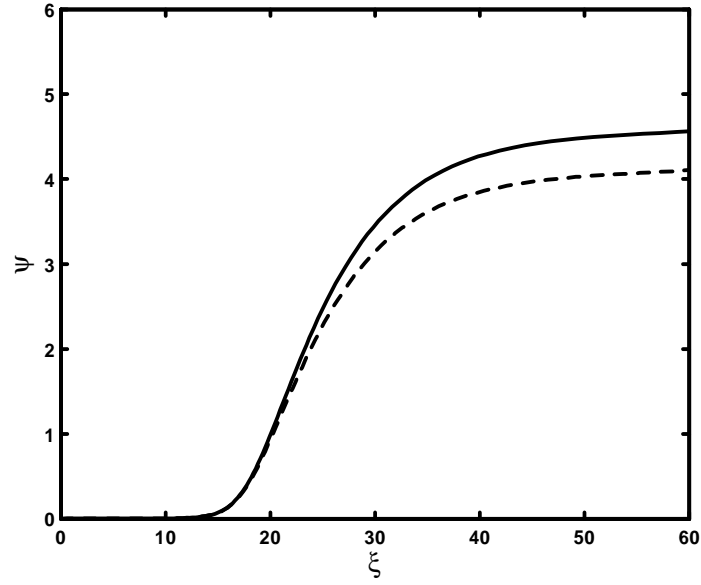
avec  $\sigma_0 = \sqrt{3\sigma/(M - U_{d0})^2}$ ,  $\sigma_1 = \sqrt{1 + \sigma_0^2}$  et  $\beta_1 = T_{ic}/T_e$ . L'équation (4.14) peut être interprétée comme étant l'équation de mouvement d'une pseudo-particule de masse unité, de position  $\Psi$  et de vitesse  $d\Psi/d\xi$  oscillant dans un potentiel  $V(\Psi)$ . Il est aisé de vérifier que  $V(\Psi)$  et  $dV(\Psi)/d\Psi$  sont nuls en  $\Psi = 0$ . Les conditions d'existence de solutions en double-couches de l'équation (4.14) peuvent alors être résumées comme suit [92]

$$\begin{aligned} (i) \quad & V(\Psi) = \frac{dV}{d\Psi} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^2V}{d\Psi^2} < 0 \quad \text{en} \quad \Psi = 0 \\ (ii) \quad & V(\Psi) = \frac{dV}{d\Psi} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^2V}{d\Psi^2} < 0 \quad \text{en} \quad \Psi = \Psi_m \end{aligned} \quad (4.16)$$

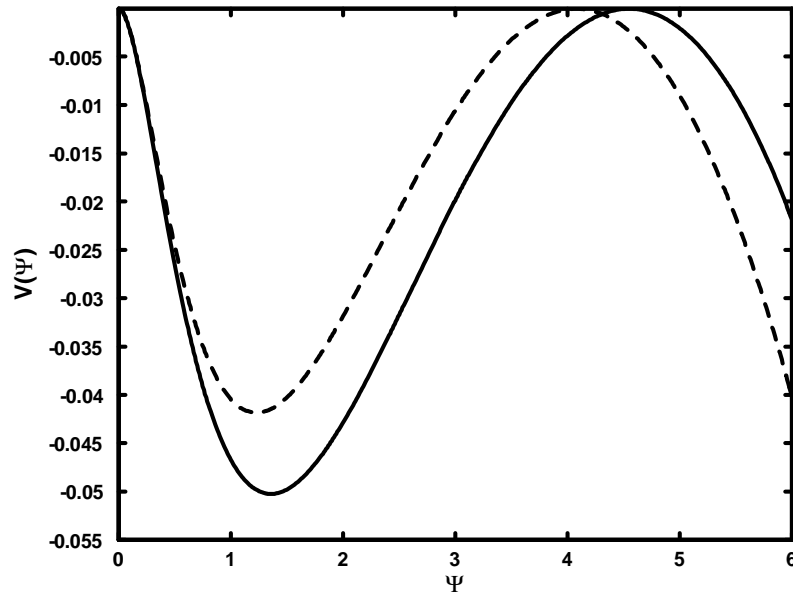
où  $\Psi_m$  est une valeur extrême du pseudo-potentiel représentant l'amplitude de la double-couches.

## 4.2 Résultats numériques et discussion

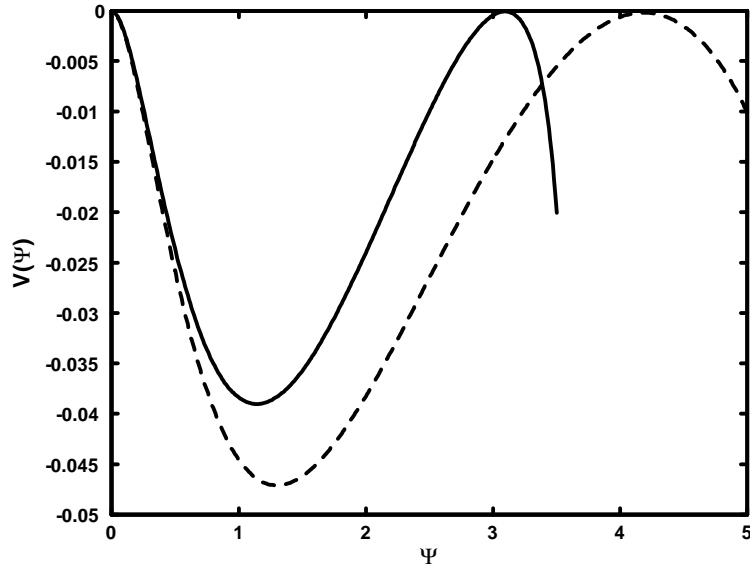
L'équation (4.14) est résolue numériquement sous environnement MATLAB grâce à la méthode de Range-Kutta. Par commodité, nous définissons le rapport  $\beta_2 = T_{ih}/T_e$  et donc  $\beta = \beta_1/\beta_2$ . Le potentiel électrostatique tracé sur la figure 1 exhibe le profil d'une structure en double-couches spatialement localisée, comme le confirme d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev qui lui est associé (Fig. 2). Les paramètres suivants  $M = 1.5$ ,  $U_{d0} = 0$ ,  $\beta_1 = 0.01275$ ,  $\beta_2 = 0.45$ ,  $\sigma = 0.019$  et  $\delta = 0.004$  ont été choisis. A des fins de comparaison, nous avons tracé  $\Psi$  pour deux valeurs différentes de l'indice spectral  $\kappa = 1.25$  (trait plein) et 3 (tirets). Nos résultats révèlent que les propriétés des double-couches acoustiques poussiéreuses sont affectées par la supra-thermalité électronique. Une augmentation de l'indice spectral  $\kappa$  entraîne une diminution de l'amplitude de la double-couches. De plus, la thermalisation électronique ( $\kappa$  augmente) requiert une diminution de la densité des ions froids  $n_{ic0}$  pour l'existence des double-couches:  $\kappa = 1.25 \rightarrow \mu = 0.2025$ ,  $\kappa = 3 \rightarrow \mu = 0.1836$ . Par ailleurs, une augmentation de la vitesse de dérive à l'équilibre du grain de poussière  $U_{d0}$  nécessite une diminution  $\kappa$  (le caractère suprathermique des électrons devient plus important) pour l'apparition des double-couches (Fig. 3):  $U_{d0} = 0.01 \rightarrow \kappa = 0.88$ ,  $U_{d0} = 0.05 \rightarrow \kappa = 0.707$ . Ce résultat nous rappelle les travaux de Ghosh *et al.*[93] dans lesquels des grains de poussière en dérive ont été introduits. En maintenant fixes les valeurs de  $\mu$  et de  $U_{d0}$ , l'effet du nombre de Mach  $M$  sur l'indice spectral  $\kappa$  pour l'apparition des double-couches est étudié. En plus d'augmenter l'amplitude de la double-couches (voir Fig. 4), l'effet d'augmenter  $M$  est de décaler l'indice spectral  $\kappa$  requis vers les grandes valeurs:  $M = 1.3 \rightarrow \kappa = 0.5904$ ,  $M = 1.4 \rightarrow \kappa = 0.6477$ ,  $M = 1.5 \rightarrow \kappa = 1.25$ ). Notons que nous avons procédé à une investigation numérique sur une large gamme des paramètres plasma et nous avons conclu que notre modèle de plasma ne peut pas admettre des double-couches raréfactives (à potentiel négatif).



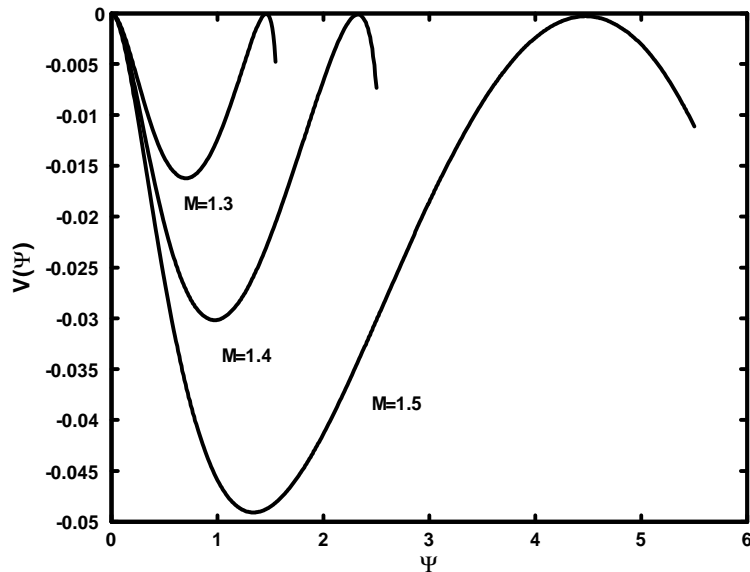
**Figure 1:** Double- couches acoustiques poussiéreuses  $\Psi$  pour deux valeurs différentes de l'indice spectral  $\kappa = 1.25$  ( $\mu = 0.2025$ , trait plein) et  $3$  ( $\mu = 0.1836$ , tirets), avec  $M = 1.5$ ,  $U_{d0} = 0$ ,  $\beta_1 = 0.01275$ ,  $\beta_2 = 0.45$ ,  $\sigma = 0.019$  et  $\delta = 0.004$ .



**Figure 2:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à la structure en double- couches de la figure 1.



**Figure 3:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  pour deux valeurs différentes de la vitesse de dérive des grains de poussière  $U_{d0} = 0.01$  ( $\kappa = 0.88$ , tirets) et  $0.05$  ( $\mu = 0.707$ , trait plein). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 2 avec  $\mu = 0.2$ .



**Figure 4:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  pour différentes valeurs du nombre de Mach  $M = 1.3$  ( $\kappa = 0.5904$ ),  $1.4$  ( $\kappa = 0.6477$ ) et  $1.5$  ( $\kappa = 1.25$ ). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 3 avec  $U_{d0} = 0$ .

Pour conclure, nous avons étudié des double-couches d'amplitude arbitraire dans un plasma poussiéreux avec des électrons supra-thermiques et des ions à deux températures. Nos résultats ont montré que la supra-thermalité électronique peut profondément influencer

l'apparition de ces double- couches. En particulier, il y a lieu de noter que la thermalisation électronique doit s'accompagner d'une diminution de la densité des ions froids pour que les double- couches puissent se développer dans le plasma. De plus, une augmentation de la vitesse de dérive des grains de poussière requiert une diminution de l'indice spectral des électrons pour l'existence des double- couches. Par conséquent, une plus grande vitesse de dérive des grains de poussière nécessite une déviation plus importante des électrons de leur équilibre thermodynamique pour l'apparition de ces structures localisées. Le rapport de la chute de potentiel (potential drop) sur l'énergie thermique du plasma étant supérieur à 1 (voir Fig. 1), ces double- couches sont dites "fortes". Ce type de double- couches a été détecté, à titre d'exemple, dans la région de l'accélération aurorale par la navette spatiale américaine FAST[94]. Les résultats du présent chapitre peuvent aider à comprendre les doubles- couches qui pourraient apparaître dans la magnétosphère de Saturne où la présence des électrons suprathermiques[95] et des grains de poussière[96] a été détectée. Les champs électriques associés à ces double- couches sont responsables, en grande partie, de l'accélération des particules chargées.

# 5

## Ondes acoustiques électroniques solitaires d'amplitude arbitraire en présence d'une population électronique suprathermique

### 5.1 Présentation physique du problème

L'onde acoustique électronique est l'un des processus collectifs de base des plasmas. C'est une onde de haute fréquence (en comparaison avec la fréquence plasma ionique) qui peut se développer dans un plasma ayant, en plus des ions chargés positivement, deux composantes électroniques avec des températures largement disparates[97],[98],[99]. Les électrons inertiels relativement froids oscillent en présence d'un fond thermalisé d'électrons chauds sans inertie produisant la force de rappel nécessaire. Les ondes acoustiques électroniques peuvent aussi exister dans un plasma à deux composantes avec des ions plus chauds que les électrons[100]. Durant la dernière décennie, beaucoup de travaux ont été consacrés aux ondes acoustiques électroniques pour expliquer les observations spatiales d'ondes solitaires avec un potentiel négatif[101],[102] ou un potentiel positif[103],[104],[105]. Des tentatives ont même été faites pour expliquer le phénomène BEN (broadband electrostatic noise, une activité commune du plasma de la magnétosphère terrestre) comme étant des structures solitaires acoustiques électroniques à potentiel négatif dans un plasma à deux températures électroniques[106]. Plus tard, Verheest *et al.*[107],[108] ont démontré que l'inclusion de l'inertie des électrons chauds pouvait donner lieu à des solitons acoustiques- électroniques de compression. Il

existe beaucoup de travaux sur les ondes acoustiques- électroniques[109],[110],[111],[112]. Les observations spatiales[113],[114] indiquent clairement la présence d'électrons et d'ions suprathermiques dans une variété de plasmas spatiaux et astrophysiques. Ces particules apparaissent comme conséquence de forces externes agissant sur les plasmas ou peuvent être dues à l'interaction onde- particule. La plupart des modèles plasma utilisés actuellement sont basés sur des équations hydrodynamiques simplifiées supposant implicitement que les distributions des vitesses des particules sont quasi-Maxwelliennes. Mais à la différence des atmosphères neutres, les plasmas sont soumis au champ électromagnétique et la section efficace des particules (régie par l'interaction coulombienne de potentiel en  $1/r$ ) varie comme l'inverse du carré de l'énergie. Même quand les collisions ne sont pas négligeables aux énergies thermiques, elles deviennent très rares pour les particules de grande vitesse. Ces particules ne sont pas ramenées à l'équilibre en présence des perturbations, et on s'attend donc à ce que les fonctions de distribution ne soient pas Maxwelliennes aux énergies suprathermiques. On peut donc négliger les collisions mais on doit tenir compte des distributions non Maxwelliennes. Cela a deux conséquences: la température des particules augmente et leur densité décroît plus lentement que dans le cas d'une Gaussienne. La forme de la fonction de distribution des vitesses de ces particules décroît avec la vitesse plus lentement qu'une Maxwellienne. Le but du présent chapitre est d'étudier l'effet de la suprathermalité électronique sur les ondes acoustiques électroniques solitaires[89].

## 5.2 Equations de base du modèle

Nous considérons un plasma composé d'ions stationnaires, d'électrons froids inertiels et d'électrons chauds suprathermiques de densités, respectives,  $n_i$ ,  $n_c$ , et  $n_h$ . A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité de la charge électrique requiert  $n_{c0} + n_{h0} = n_{i0}$  ou  $\alpha = n_{h0}/n_{c0} = n_{i0}/n_{c0} - 1$ . Les oscillations acoustiques électroniques peuvent alors être décrites grâce aux équations de continuité, de mouvement et de Poisson suivantes

$$\frac{\partial N_c}{\partial T} + \frac{\partial(N_c U_c)}{\partial X} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial U_c}{\partial X} + U_c \frac{\partial U_c}{\partial X} = \alpha \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = \frac{N_c}{\alpha} + N_h - \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \quad (5.3)$$

les indices  $j = c, h, i$  désignent les électrons froids, les électrons chauds et les ions, respectivement.  $m_j$  représente la masse et  $T_j$  la température des particules d'espèce  $j$ . Le potentiel électrostatique  $\Psi$ , la vitesse fluide des électrons froids  $U_c$  et les densités des particules  $N_j$  sont normalisés, respectivement, par  $T_h/e$ ,  $C_e = (T_h/\alpha m_e)^{1/2}$  et  $n_{j0}$ , respectivement. Les variables de temps et de l'espace sont en unités de la période plasma des électrons froids  $\omega_{pc}^{-1} = (m_e/4\pi n_{c0}e^2)^{1/2}$  et la longueur de Debye des électrons chauds  $\lambda_{Dh} = (T_h/4\pi n_{h0}e^2)^{1/2}$ . Pour décrire les électrons chauds suprathermiques, nous utilisons la fonction de distribution de type kappa- ( $\kappa$ ) suivante[115]

$$f_h(v_x) = C_h \left( 1 - \frac{e\phi}{\kappa m_e \theta_{the}^2} + \frac{v_x^2}{2\kappa \theta_{the}^2} \right)^{-\kappa-1} \quad (5.4)$$

où  $\kappa > \frac{1}{2}$  représente l'indice spectral et la constante de normalisation est donnée par

$$C_h = \frac{n_{e0}}{(2\pi\kappa\theta_{the}^2)^{1/2}} \frac{\Gamma(\kappa+1)}{\Gamma(\kappa+1/2)} \quad (5.5)$$

L'indice spectral  $\kappa$  confère à la queue suprathermique de la distribution sa forme principale. La quantité  $\Gamma$  représente la fonction gamma standard et  $\theta_{the}$  est donnée par

$$\theta_{the} = \left( \frac{\kappa - 1/2}{\kappa} \frac{T_h}{m_e} \right)^{1/2} \quad (5.6)$$

Après intégration de la fonction de distribution  $f_h(v_x)$  sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$N_h = \frac{n_h}{n_{h0}} = \left( 1 - \frac{\Psi}{\kappa - 1/2} \right)^{-\kappa-1/2} \quad (5.7)$$

Pour étudier les ondes acoustiques électroniques solitaires d'amplitude arbitraire, les équations (5.1)-(5.3) sont réécrites en faisant appel à la variable  $\xi = X - MT$ , où  $M$  représente le nombre de Mach (vitesse du soliton  $/C_e$ ). En imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0$ ,  $U_c \rightarrow 0$  et  $N_c \rightarrow 1$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous obtenons à partir des équations (5.1) et (5.2) l'expression de la densité normalisée

$$N_c = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\alpha\Psi/M^2}} \quad (5.8)$$

En portant la relation (5.8) dans l'équation de Poisson (5.3), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par  $d\Psi/d\xi$ , en intégrant une fois et en imposant les conditions aux

limites appropriées aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0$  and  $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous obtenons

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (5.9)$$

où

$$V(\Psi) = -\frac{M^2}{\alpha^2} \left\{ \left( 1 + \frac{2\alpha\Psi}{M^2} \right)^{1/2} - 1 \right\} - \left( 1 - \frac{\Psi}{\kappa - \frac{1}{2}} \right)^{-\kappa+1/2} + \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) \Psi + 1 \quad (5.10)$$

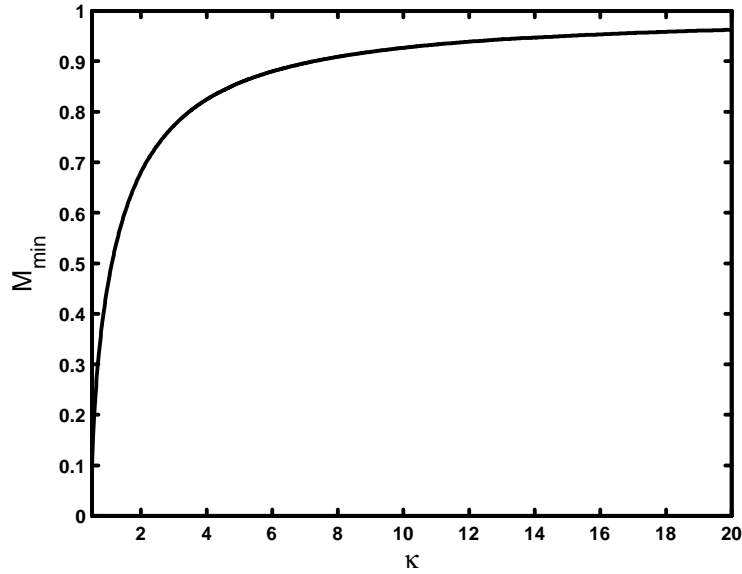
représente le potentiel de Sagdeev ou pseudo-potentiel[58]. Avant toute simulation numérique, il est instructif de discuter les conditions à requérir pour que (5.9) admette des solutions localisées. Il est clair que  $V(\Psi) = dV(\Psi)/d\Psi = 0$  en  $\Psi = 0$ . L'équation (5.9) admet des solutions solitaires si[44]: **(i)**  $(d^2V/d\Psi^2)_{\Psi=0} < 0$ , **(ii)** il existe une valeur maximale ou minimale  $\Psi_m$  de  $\Psi$  pour laquelle  $V(\Psi_m) \geq 0$  et **(iii)**  $V(\Psi_m) < 0$  pour tout  $\Psi$  compris entre 0 et  $\Psi_m$ . La seconde condition traduit le fait qu'une quasi-particule d'énergie totale nulle va être réfléchi au point  $\Psi = \Psi_m$ . La troisième condition indique que  $V$  doit être un puits de potentiel dans lequel la quasi-particule est piégée et subit des oscillations. La condition (i) pour l'existence des structures solitaires indique que le nombre de Mach doit satisfaire la condition (rappelons que  $\kappa > 1/2$ )

$$M^2 > \frac{\kappa - 1/2}{\kappa + 1/2} \quad (5.11)$$

Il est clair que la limite inférieure de  $M$

$$M_{\min} = \left( \frac{\kappa - 1/2}{\kappa + 1/2} \right)^{1/2} \quad (5.12)$$

est plus petite que la limite inférieure dans un plasma sans suprathermalité ( $\kappa \rightarrow \infty$ ),  $M_{\min} = 1$  (voir Fig. 1).



**Figure 1:** Variation de la limite inférieure  $M_{\min}$  des valeurs permises du nombre de Mach  $M$  en fonction de l'indice spectral  $\kappa$  [voir (5.12)].

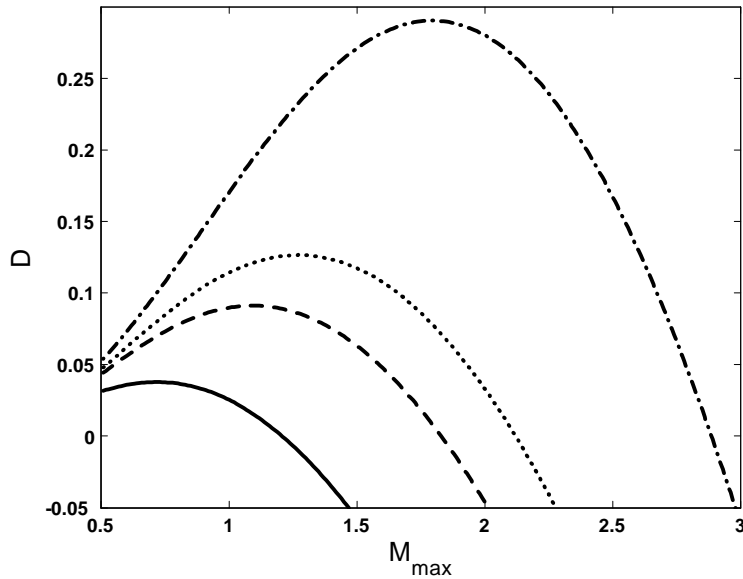
De plus, la figure 1 montre que la présence des électrons suprathermiques ( $\kappa$  diminue) réduit la limite inférieure  $M_{\min}$  de notre modèle de plasma. Il serait alors souhaitable de voir s'il existe une limite supérieure de  $M$  au delà de laquelle les structures solitaires n'existent plus. Cette limite supérieure peut être trouvée à partir de la condition  $V(\Psi_c) \geq 0$ , où  $\Psi_c = -M^2/2\alpha$  est la valeur minimale de  $\Psi$  pour laquelle la densité (5.8) est réelle. Nous avons alors [voir (5.10)]

$$D(M_{\max}, \alpha, \kappa) = 1 + M_{\max}^2 \left( \frac{1 - \alpha}{2\alpha^2} \right) - \left( 1 + \frac{M_{\max}^2/2\alpha}{\kappa - 1/2} \right)^{-\kappa+1/2} \geq 0 \quad (5.13)$$

Pour des électrons chauds Maxwelliens ( $\kappa \rightarrow \infty$ ), la condition (5.13) se réduit à la relation transcendante bien connue suivante

$$1 + M_{\max}^2 \left( \frac{1 - \alpha}{2\alpha^2} \right) - \exp\left(-\frac{M_{\max}^2}{2\alpha}\right) \geq 0 \quad (5.14)$$

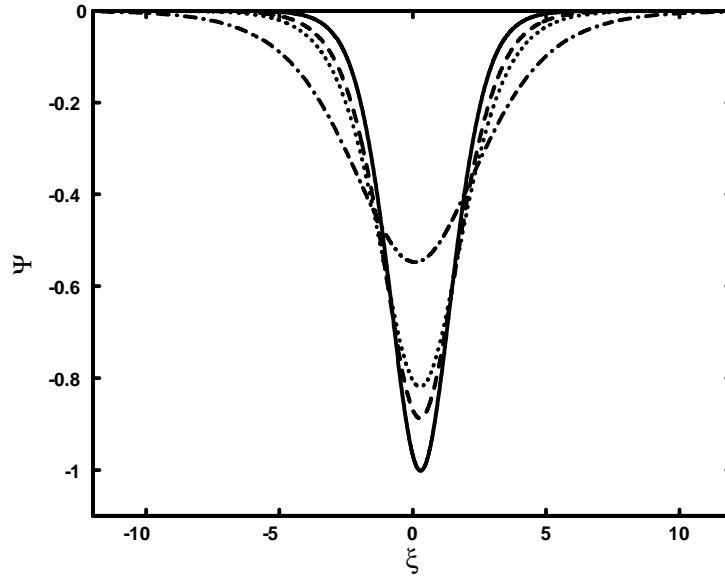
En maintenant fixe la valeur de  $\alpha$ , l'effet des électrons chauds suprathermiques sur les nombres de Mach  $M$  permis est alors analysé. Nos résultats montrent que l'effet d'augmenter l'indice spectral  $\kappa$  se traduit par un décalage de la valeur supérieure de  $M$  vers les grandes valeurs, élargissant ainsi le domaine des nombres de Mach permis ( $\Delta M$  dans ce qui suit) comme on peut le constater sur la figure 2.



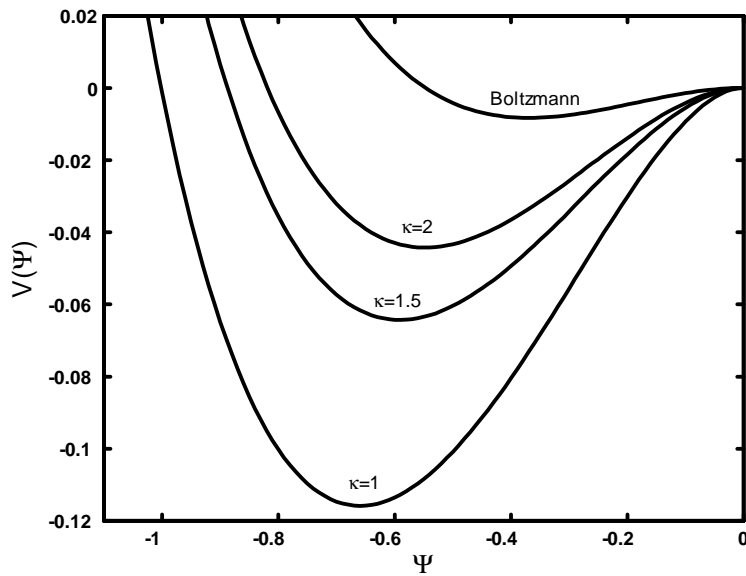
**Figure 2:** Variation de  $D$  en fonction de  $M_{\max}$  pour différentes valeurs du paramètre spectral  $\kappa = 0.6$  (trait plein),  $0.8$  (tirets), et  $1$  (pointillés) [voir Eq.(5.13)] avec  $\alpha = 1.5$ . Le cas Maxwellien ( $\kappa \rightarrow \infty$ ) est représenté par des tirets-pointillés.

Ce domaine passe de  $0.301 < M < 1.207$  ( $\Delta M = 0.906$ ) pour  $\kappa = 0.6$ , à  $0.480 < M < 1.803$  ( $\Delta M = 1.323$ ) pour  $\kappa = 0.8$ , à  $0.577 < M < 2.121$  ( $\Delta M = 1.544$ ) pour  $\kappa = 1$ , et à  $1 < M < 2.909$  ( $\Delta M = 1.909$ ) pour des électrons Maxwelliens. Par conséquent, on peut conclure que le processus de thermalisation de la composante chaude suprathermique[116] favorise la propagation des ondes acoustiques électroniques solitaires.

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats de l'intégration numériques de l'équation (5.9). Celle-ci est résolue numériquement grâce à la méthode de Runge- Kutta d'ordre 4. Pour amorcer l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes  $\Psi_0 = \Psi(\xi = 0) = 0$  et  $E_0 = -(d\Psi/d\xi)(\xi = 0) = -10^{-12}$  ont été choisies. A des fins de comparaison, nous avons tracé, sur la figure 3, la variation spatiale de  $\Psi$  pour différentes valeurs de  $\kappa = 1, 1.5$  et  $2$ . La figure 3 montre que le potentiel électrostatique  $\Psi$  exhibe le profil d'une structure spatialement localisée (onde acoustique électronique solitaire) comme le confirme d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev qui lui est associé (Fig. 4). Les paramètres suivants  $\alpha = 0.5$  et  $M = 1.2$  ont été choisis. Les résultats révèlent que les effets supra-thermiques affectent de manière significative le profil de l'onde acoustique électronique. Une diminution de l'indice spectral  $\kappa$  (c'est à dire que le caractère suprathermique du plasma augmente) entraîne une augmentation de l'amplitude du pulse solitaire et une diminution de sa largeur, c'est-à-dire que la suprathermalité rend le profil de l'onde acoustique électronique solitaire plus pointu.



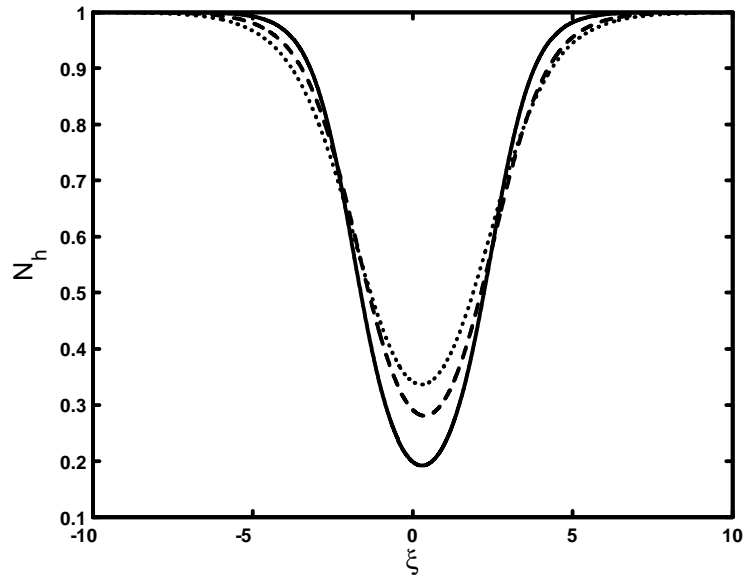
**Figure 3:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  de l'onde acoustique électronique solitaire pour différentes valeurs du paramètre spectral  $\kappa = 1$  (trait plein), 1.5 (tirets) et 2 (pointillés), avec  $\alpha = 0.5$  et  $M = 1.2$ . Le cas Maxwellien ( $\kappa \rightarrow \infty$ ) est représenté par des tirets- pointillés.



**Figure 4:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé au soliton de la figure 3 pour différentes valeurs de l'indice spectral  $\kappa$ .

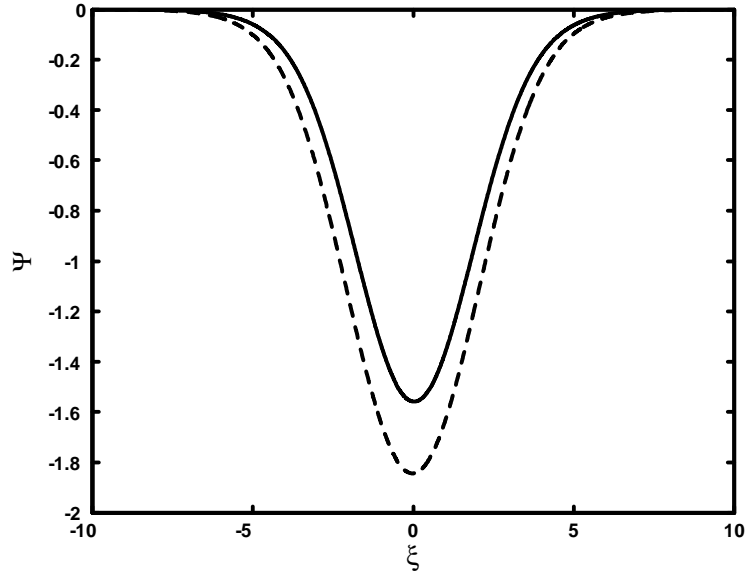
Par conséquent, des solitons acoustiques électroniques cornus (cusped) peuvent apparaître lorsque les électrons s'éloignent de leur équilibre thermodynamique. Ce phénomène peut être attribué au fait que lorsque l'indice spectral  $\kappa$  décroît, les électrons chauds sont localement

expulsés (voir Fig. 5) et repoussés hors de la région de localisation du soliton, un phénomène qui peut générer d'intenses champs électriques dans le milieu.



**Figure 5:** Profil spatial de la densité des électrons chauds pour différentes valeurs de l'indice spectral  $\kappa = 1$  (trait plein), 1.5 (tirets) et 2 (pointillés), avec  $\alpha = 0.5$  et  $M = 1.2$ .

La figure 6 indique qu'une diminution (à  $M$  et  $\kappa$  constants) de la fraction relative des électrons chauds par rapport aux électrons froids ( $\alpha = n_{h0}/n_{c0}$  diminue) entraîne une augmentation de la profondeur et de la largeur de l'onde acoustique électronique solitaire. Nos résultats sont en bon accord avec ceux de la littérature[117]-[120], en ce sens qu'une déviation de l'équilibre thermodynamique non seulement affecte les propriétés des structures solitaires mais modifie aussi le domaine de leurs nombres de Mach permis.



**Figure 6:** Potentiel électrostatique solitaire  $\Psi$  de l'onde acoustique électronique pour deux valeurs différentes du rapport de densités  $\alpha = n_{h0}/n_{c0} = 0.01$  (tirets) et  $0.1$  (trait plein), avec  $\kappa = 1.5$  et  $M = 1.2$ .

Dans la limite des faibles amplitudes,  $|\Psi| \ll 1$ , la forme de l'onde acoustique électronique solitaire peut être obtenue explicitement. En développant en séries de Taylor le pseudo-potentiel (5.10), nous obtenons[121],[122]

$$V(\Psi) = A_1\Psi + A_2\Psi^2 + A_3\Psi^3 + O(\Psi^4) \quad (5.15)$$

où

$$\begin{aligned} A_1 &= 0 \\ A_2 &= \frac{2\kappa + 1}{2(2\kappa - 1)M^2} - \frac{2\kappa + 1}{2(2\kappa - 1)} \\ A_3 &= \frac{12\alpha\kappa - 12\alpha\kappa^2 - 3\alpha}{6(2\kappa - 1)^2M^4} - \frac{4\kappa^2 + 8\kappa + 3}{6(2\kappa - 1)^2} \end{aligned} \quad (5.16)$$

La solution stationnaire de l'équation de Poisson est alors donnée par

$$\Psi(\xi) = \Psi_m \operatorname{Sech}^2\left(\frac{\xi - \xi_0}{\Delta}\right) \quad (5.17)$$

où  $\Psi_m = -A_2/A_3$  et  $\Delta = (-2/A_2)^{1/2}$  représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton. La solution (5.17) Solution représente une onde acoustique électronique station-

naire de faible amplitude à condition que  $A_2 < 0$  ou  $M > 1$ . Si maintenant nous retenons

les termes jusqu'à l'ordre quatre, nous obtenons

$$V(\Psi) = A_1\Psi + A_2\Psi^2 + A_3\Psi^3 + A_4\Psi^4 + O(\Psi^5) \quad (5.18)$$

où

$$A_4 = \frac{120\alpha^2\kappa^3 - 180\alpha^2\kappa^2 + 90\alpha^2\kappa - 15\alpha^2}{24M^6(2\kappa - 1)^3} - \frac{8\kappa^3 + 36\kappa^2 + 46\kappa + 15}{24(2\kappa - 1)^3} \quad (5.19)$$

Dans ce cas, les solutions en double-couches existent si: (i)  $V(0) = V(\Psi_m) = 0$ ; (ii)  $(dV/d\Psi)_{\Psi=0} = (dV/d\Psi)_{\Psi=\Psi_m} = 0$ ; et  $(d^2V/d\Psi^2)_{\Psi=0, \Psi_m} < 0$ , où 0 et  $\Psi_m$  sont deux points

extrêmes du potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$ . En appliquant les deux premières conditions aux limites, nous obtenons  $2\Psi_m = -A_3/A_4$  et  $V(\Psi)$  peut être réécrit sous la forme  $V(\Psi) = A_4\Psi^2(\Psi_m - \Psi)^2$ . La solution en double-couches est alors donnée par

$$\Psi(X) = \frac{\Psi_m}{2} \left[ 1 - \tanh\left(\frac{2\xi}{\Delta}\right) \right] \quad (5.20)$$

où  $\Delta = \sqrt{-8/A_4}/|\Psi_m|$  représente la largeur du double layer à condition que  $A_4 < 0$ . Cette dernière condition requiert

$$\frac{15(8\alpha^2\kappa^3 - 12\alpha^2\kappa^2 + 6\alpha^2\kappa - \alpha^2)}{8\kappa^3 + 36\kappa^2 + 46\kappa + 15} < M^6 \quad (5.21)$$

Pour conclure, nous avons étudié le problème des ondes acoustiques électroniques solitaires, dans un plasma composé d'électrons froids fluides, d'électrons chauds suprathermiques et d'ions stationnaires. Nos résultats montrent que dans un tel plasma, des structures solitaires acoustiques électroniques existent. Le domaine de leurs nombres de Mach permis s'élargit à mesure que l'indice spectral  $\kappa$  augmente indiquant que le processus de thermalisation de la composante chaude favorise la propagation de ce type d'ondes solitaires. Les propriétés intrinsèques de ces dernières (amplitude et largeur) sont influencées par le caractère suprathermique des électrons. Nos résultats peuvent être mis à profit pour comprendre les propriétés saillantes des structures localisées que peut propager le plasma de la magnétosphère terrestre[123]. Ils peuvent aussi fournir une explication des formes d'ondes fortement cornues observées dans les champs électriques de la zone aurorale[65].

## 6

# Amortissement non linéaire induit par le mécanisme de variation de la charge dans un plasma poussiéreux non thermique

### 6.1 Présentation physique du problème

Les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, le milieu interplanétaire, les nuages interstellaires, la mésosphère et la magnétosphère terrestre,...etc. Il a été démontré que la dynamique des grains de poussière introduit de nouveaux modes tels le mode acoustique poussiéreux (DA), le mode de Bernstein, Greene et Kruskal poussiéreux (DBGK),...etc. Par ailleurs, de nombreuses observations spatiales indiquent clairement la présence de particules énergétiques dans une variété de plasmas astrophysiques et les mesures effectuées sur leur fonction de distribution ont mis en évidence leur caractère hautement non thermique [124]. Les observations faites par la navette spatiale Viking [125] et le satellite Freja [126] ont révélé l'existence, dans la magnétosphère, de structures solitaires associées à des dépressions de densité. Cairns *et al.* [67]; [127]; [128] ont alors montré qu'une distribution d'électrons non thermiques peut changer la nature de l'onde acoustique ionique solitaire et permettre l'existence de structures solitaires de raréfaction similaires à celles déjà observées par Freja et Viking. De nombreux travaux théoriques ont alors porté sur l'influence des particules non thermiques sur les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse. Ghosh *et al.*[129] ont étudié l'effet des ions non thermiques

sur la propagation des ondes acoustiques poussiéreuses linéaires en incluant la fluctuation de la charge du grain de poussière. Ils ont alors établi, pour la première fois, l'expression appropriée du courant de charge ionique non thermique. Ils ont démontré que le mode acoustique poussiéreux peut devenir instable si le paramètre non thermique ionique dépasse une certaine limite. En adoptant la méthode de la perturbation reductive, Zhang and Xue [130] ont analysé l'onde de choc acoustique poussiéreuse tri-dimensionnelle dans un plasma magnétisé à charge variable. Ils ont établi une équation de type Korteweg- de Vries Burger (K-dVB) et ont montré que le champ magnétique externe, la non thermalité des ions ainsi que la variation non adiabatique de la charge du grain peuvent affecter de manière significative la structure de l'onde de choc. El-Taibany et Sabry[131] ont établi une équation de type Zakharov–Kuznetsov (ZK) et ont montré qu'une distribution d'ions non thermiques peut modifier de manière significative la nature de l'onde acoustique solitaire poussiéreuse ainsi que celle des double-couches (double- layers). Zhang et Wang[132] et El-Taibany et Kourakis [133] ont examiné l'instabilité de modulation de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux à charge variable. Ils ont montré que la non thermalité ionique peut altérer et affecter le domaine d'existence de cette instabilité. Tribeche et Amour[134] ont étudié l'influence des ions non thermiques sur la propagation de l'onde acoustique solitaire dans un plasma à charge variable et ont établi un modèle semi-analytique. Tribeche et Berbri[135] ont établi une équation de type K-dVB pour l'onde acoustique ionique poussiéreuse en y incluant les effets conjugués de la fluctuation de la charge, d'une température ionique finie et de la non thermalité électronique.

Dans un plasma poussiéreux, il est maintenant admis que les ondes linéaires et non linéaires subissent le phénomène d'amortissement anormal[136] dont l'importance dépend de la dynamique des grains de poussière et d'autres paramètres du plasma. Cette dissipation, due uniquement au processus de la fluctuation de la charge des grains, peut amortir l'onde solitaire et contribuer avec les non linéarités du plasma à l'apparition d'ondes de choc non collisionnelles. Dans ce chapitre, on se propose d'étudier l'amortissement non linéaire des ondes acoustiques poussiéreuses induit par le phénomène de la variation de la charge des grains, dans un plasma contenant des électrons non thermiques. Contrairement à ce qui a été déjà rapporté sur ce problème[137], l'amortissement anormal est plus important pour les ondes rapides que pour les ondes lentes. Ceci peut être dû au fait que les auteurs de la référence[137] n'ont pas utilisé une forme correcte du courant de charge non thermique. Au cours de ce chapitre nous utiliserons le courant de charge électronique approprié faisant appel au modèle bien connu de la sonde électrostatique[71].

## 6.2 Equations de base du modèle

Considérons un plasma poussiéreux non magnétisé composé d'électrons non thermiques, d'ions froids et de grains de poussière négatifs de densités, respectives,  $n_e$ ,  $n_i$  et  $n_d$ . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, avoir la même charge  $q_d = -eZ$  et le même rayon  $r_d$ . La dynamique des oscillations électrostatiques unidimensionnelles est alors gouvernées par les équations fluides normalisées suivantes[137],[138]

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -\mu_d(\Delta Q_d - 1) \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0 \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} - \frac{\sigma}{N_i} \frac{\partial N_i}{\partial X} \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = \delta N_e - N_i - (\Delta Q_d - 1)(1 - \delta)N_d \quad (6.5)$$

où  $\mu_d = Z_{d0}m_i/m_d$ ,  $\delta = n_{e0}/n_{i0}$  et  $\sigma = T_i/T_e$ . L'indice  $j = e, i, d$  représente, respectivement, les électrons, les ions et les grains de poussière. Le potentiel électrostatique  $\Psi$ , la vitesse fluide  $V_j$ , la densité numérique  $N_j$  et la fluctuation de la charge du grain  $\Delta Q_d = 1 + Q_d$  sont normalisés, respectivement, par  $T_e/e$ ,  $T_e/e$ ,  $C_i = (T_e/m_i)^{1/2}$  (la vitesse acoustique ionique),  $n_{j0}$  (la densité à l'équilibre) et  $Z_{d0}e$  ( $Z_{d0}$  est le nombre d'électrons se trouvant à la surface du grain à l'équilibre). Le temps  $T$  et la variable d'espace  $X$  sont normalisés, respectivement, par la période plasma ionique  $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{i0}e^2)^{1/2}$  et la longueur de Debye ionique  $\lambda_{Di} = (T_e/4\pi n_{i0}e^2)^{1/2}$ .  $q_{j=e,i} = \mp e$  sont les charges électriques,  $m_j$  les masses et  $T_j$  les températures. Notons que nos équations de base (6.1)-(6.5) ont été délibérément écrites dans une forme aussi générale que possible pour pouvoir étudier simultanément le mode acoustique poussiéreux (DA) et le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA). Ces deux modes sont caractérisés par des échelles de temps différentes.

Pour modéliser la distribution des électrons rapides et non thermiques, nous nous référons à la fonction de distribution des vitesses électronique tridimensionnelle suivante [67]

$$F_e(v_e) = F_e(v_x, v_y, v_z) = \frac{n_{e0}}{(1+3\alpha)} \left( \frac{1}{2\pi v_{te}^2} \right)^{3/2} \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{v_x^2}{v_{te}^2} - 2 \frac{e\phi}{T_e} \right)^2 \right\} \exp \left( -\frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{2v_{te}^2} + \frac{e\phi}{T_e} \right) \quad (6.6)$$

où  $\alpha$  est un paramètre désignant la fraction d'électrons non thermiques présents dans notre modèle de plasma et  $v_{te} = \sqrt{T_e/m_e}$  représente la vitesse thermique électronique. En intégrant la distribution (6.6) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité des électrons non thermiques normalisée suivante

$$N_e = \{1 + \beta (\Psi^2 - \Psi)\} \exp(\Psi) \quad (6.7)$$

avec  $\beta = 4\alpha/(1+3\alpha)$ . La quasi-neutralité de la charge à l'équilibre requiert  $\delta = n_{e0}/n_{i0} = 1/(1+n_{d0}Z_{d0}/n_{e0})$ .

Le grain de poussière est assimilé à une sonde immergée dans un plasma (la théorie standard de la sonde électrostatique)[69]. Sa charge provient de la collecte des électrons et des ions présents dans le plasma qui viennent alors se greffer sur la surface du grain. Par conséquent, la charge du grain normalisée  $\Delta Q_d$  est déterminée de manière self-consistante par[137]

$$\frac{\partial(\Delta Q_d)}{\partial T} + V_d \frac{\partial(\Delta Q_d)}{\partial X} = \frac{1}{\omega_{pi} \tau_{ch}} \frac{(I_e + I_i)}{v_{ch} Z_{d0} e} \quad (6.8)$$

où  $\tau_{ch} = v_{ch}^{-1}$ ,  $I_e$  et  $I_i$  sont, respectivement, la fréquence de charge du grain de poussière, le courant électronique et le courant ionique. Les expressions normalisées du courant de charge électronique non thermique[71] et du courant de charge ionique Maxwellien[70] sont données, respectivement, par

$$I_e = -\pi r_d^2 e n_{e0} \left( \frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \frac{1}{1+3\alpha} \left\{ 1 + \frac{24}{5}\alpha + \frac{4}{5}\alpha [z(\Delta Q_d - 1)]^2 - \frac{16}{5}\alpha [z(\Delta Q_d - 1)] + \frac{8}{3}\alpha [z(\Delta Q_d - 1)] \Psi - \frac{16}{3}\alpha \Psi + 4\alpha \Psi^2 \right\} \exp(\Psi) \exp [z(\Delta Q_d - 1)] \quad (6.9)$$

$$I_i = \pi r_d^2 e n_{i0} \left( \frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} N_i \left\{ \left( 1 + \frac{z}{\sigma} \right) - \frac{z}{\sigma} \Delta Q \right\} \quad (6.10)$$

avec  $z = Z_{d0} e^2 / r_d T_e$ . Notons que nous retrouvons l'expression bien connue du courant de charge Maxwellien dans la limite  $\alpha \rightarrow 0$ .

Pour étudier l'onde acoustique ionique poussiéreuse de faible amplitude, introduisons d'abord les variables, dites étirées, suivantes

$$\xi = \varepsilon^{1/2}(X - \lambda T) \text{ et } \tau = \varepsilon^{3/2}T \quad (6.11)$$

où  $\lambda$  est la vitesse de phase normalisée de l'onde acoustique ionique poussiéreuse linéaire et  $\varepsilon$  un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde. En substituant les développements en séries de puissances des variables  $N_d$ ,  $N_i$ ,  $V_d$ ,  $V_i$ ,  $\Psi$  et  $\Delta Q$

$$\begin{aligned} N_d &= 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \varepsilon^3 N_d^{(3)} + \dots \\ N_i &= 1 + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^2 N_i^{(2)} + \varepsilon^3 N_i^{(3)} + \dots \\ V_d &= \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^2 V_d^{(2)} + \varepsilon^3 V_d^{(3)} + \dots \\ V_i &= \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} + \varepsilon^3 V_i^{(3)} + \dots \\ \Psi &= \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \varepsilon^3 \Psi^{(3)} + \dots \\ \Delta Q_d &= \varepsilon \Delta Q_d^{(1)} + \varepsilon^2 \Delta Q_d^{(2)} + \varepsilon^3 \Delta Q_d^{(3)} + \dots \end{aligned} \quad (6.12)$$

dans le système d'équations (6.1)-(6.5) et en tenant compte de l'approximation suivante [voir Ref. ([137])]

$$1/\omega_{pi}\tau_{ch} \sim \varepsilon^{3/2} \quad (6.13)$$

nous obtenons, à l'ordre le plus petit en  $\varepsilon$ , les relations suivantes

$$N_d^{(1)} = -\frac{\mu_d}{\lambda^2} \Psi^{(1)}, \quad N_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda^2 - \sigma} \Psi^{(1)} \quad (6.14)$$

En substituant (6.7) dans l'équation de Poisson (6.5), nous obtenons à l'ordre  $O(\varepsilon^2)$

$$N_i^{(1)} = (1 - \delta)(N_d^{(1)} - \Delta Q_d^{(1)}) + \delta(1 - \beta)\Psi^{(1)} \quad (6.15)$$

En utilisant (6.11), (6.12) et (6.13), nous obtenons à partir de l'équation de la charge (6.8)

$$\left[ \left( -\lambda \varepsilon^{1/2} + \varepsilon^{3/2} V_d^{(1)} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \left( \varepsilon \Delta Q_d^{(1)} + \varepsilon^2 \Delta Q_d^{(2)} \right) = \varepsilon^{3/2} \frac{(I_e + I_i)}{\nu_{ch} Z_{d0} e} \quad (6.16)$$

En égalisant les termes d'ordre  $O(\varepsilon^{3/2})$  dans (6.9) et (6.10) et sachant que  $Q_d(\Psi = 0) = -Z_{d0}e$ , nous obtenons

$$\frac{\partial (\Delta Q^{(1)})}{\partial \tau} = 0 \Rightarrow \Delta Q^{(1)}(\tau) = 0 \quad (6.17)$$

Notons au passage que pour établir (6.17), nous avons supposé que toutes les perturbations

s'annulent à  $\xi \rightarrow \infty$ . En éliminant  $N_i^{(1)}$ ,  $N_d^{(1)}$ ,  $\Psi^{(1)}$  et  $\Delta Q_d^{(1)}$  des équations (6.14), (6.15) et (6.17), nous obtenons l'expression de la vitesse de phase normalisée suivante

$$\lambda^2 = \lambda_{\pm}^2 = \frac{\lambda_0 \pm \sqrt{\lambda_0^2 - 4\sigma\mu_d\delta(1-\beta)(1-\delta)}}{2\delta(1-\beta)} \quad (6.18)$$

où  $\lambda_0 = 1 + \delta\sigma(1-\beta) + \mu_d(1-\delta)$  et  $\lambda_+$ ,  $\lambda_-$  sont, respectivement, les vitesses de phase de l'onde rapide (onde acoustique ionique poussièreuse, DIAW, dans la limite  $\mu_d = Z_{d0}m_i/m_d \rightarrow 0$ ) et de l'onde lente (onde acoustique poussièreuse, DAW). En substituant (6.12) dans (6.1)-(6.5) et en égalisant les termes d'ordre  $O(\varepsilon^{3/2})$ , nous obtenons le système d'équations suivant

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{\partial (N_d^{(1)} V_d^{(1)})}{\partial \xi} = \lambda \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} \quad (6.19)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} + V_d^{(1)} \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \xi} + \mu_d \Delta Q_d^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} = \lambda \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} + \mu_d \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \xi} \quad (6.20)$$

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{\partial (N_i^{(1)} V_i^{(1)})}{\partial \xi} = \lambda \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} \quad (6.21)$$

$$\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda N_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} + V_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} + N_i^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} = \lambda \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \xi} - \sigma \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} \quad (6.22)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^2} = -N_i^{(2)} + (1-\delta) \left( N_d^{(2)} - \Delta Q_d^{(2)} - N_d^{(1)} \Delta Q_d^{(1)} \right) + \delta(1-\beta) \Psi^{(2)} + \frac{\delta}{2} \Psi^{(1)2} \quad (6.23)$$

De même, en remplaçant les développements de  $N_i$ ,  $\Psi$  et  $\Delta Q_d$  dans le second membre de l'équation (??), en utilisant (6.14) et (6.17) et en égalisant les termes d'ordre  $O(\varepsilon^{5/2})$ , nous obtenons

$$\frac{\partial (\Delta Q_d^{(2)})}{\partial \xi} = \frac{1}{\lambda z(1+z+\sigma)} \left\{ -\frac{\sigma+z}{\lambda^2-\sigma} + \delta \sqrt{\sigma \frac{m_i}{m_e}} \left[ A - zB + z^2 \frac{D}{2} \right] \right\} \Psi^{(1)} \quad (6.24)$$

où

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{1+3\alpha} \left( 1 - \frac{8\alpha}{15} \right) \\ B &= \frac{1}{1+3\alpha} \left( 1 - \frac{16\alpha}{15} \right) \\ D &= \frac{1}{1+3\alpha} \end{aligned} \quad (6.25)$$

En dérivant (6.23) par rapport à  $\xi$  et en utilisant l'équation (6.17), nous obtenons

$$\frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^3} = -\frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + (1-\delta) \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \xi} - (1-\delta) \frac{\partial (\Delta Q_d^{(2)})}{\partial \xi} + \delta(1-\beta) \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \xi} + \delta \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} \quad (6.26)$$

Finalement, en utilisant (6.19), (6.22) et (6.24) pour éliminer  $\partial (\Delta Q^{(2)}) / \partial \xi$  et  $\partial / \partial \xi [(1-\delta)N_d^{(2)} - N_i^{(2)} \dots]$ , nous obtenons l'équation de Korteweg-de Vries amortie suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + a_1 \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} + a_2 \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^3} + a_3 \Psi^{(1)} = 0 \quad (6.27)$$

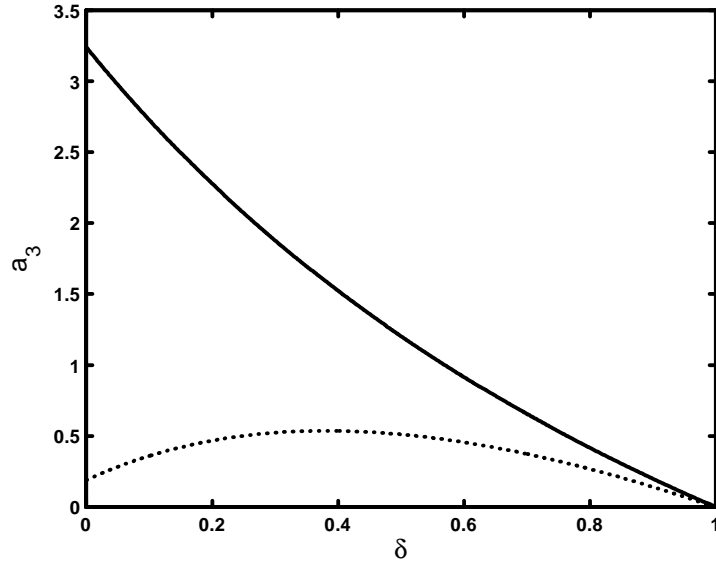
où les coefficients

$$a_1 = a_2 \left[ \frac{3\lambda^2 - \sigma}{(\lambda^2 - \sigma)^3} - \frac{3(1-\delta)\mu_d^2}{\lambda^4} - \delta \right] \quad (6.28)$$

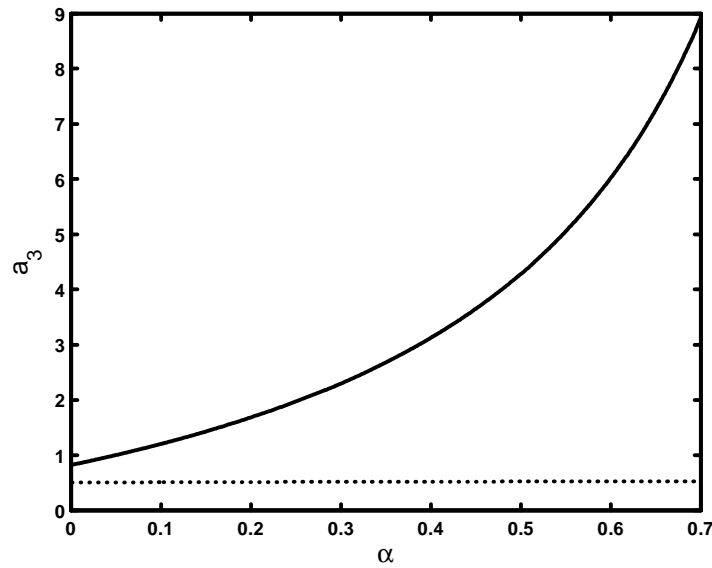
$$a_2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{(1-\delta)\mu_d}{\lambda^3} - \frac{\lambda}{(\lambda^2 - \sigma)^2} \right]^{-1} \quad (6.29)$$

$$a_3 = a_2 \frac{1-\delta}{\lambda z(1+z+\sigma)} \left\{ -\frac{\sigma+z}{\lambda^2-\sigma} + \delta \sqrt{\sigma \frac{m_i}{m_e}} (A - zB + z^2D) \right\} \quad (6.30)$$

traduisent, respectivement, la non linéarité, la dispersion et la dissipation (amortissement). Rappelons qu'une équation similaire a déjà été obtenue pour l'onde acoustique poussiéreuse (DA) par Rao et Shukla [139]. A l'exception du terme d'amortissement  $a_3$  qui dépend sensiblement du paramètre non thermique, les coefficients  $a_1$  et  $a_2$  sont similaires à ceux obtenus par Ghosh *et al.*[137].



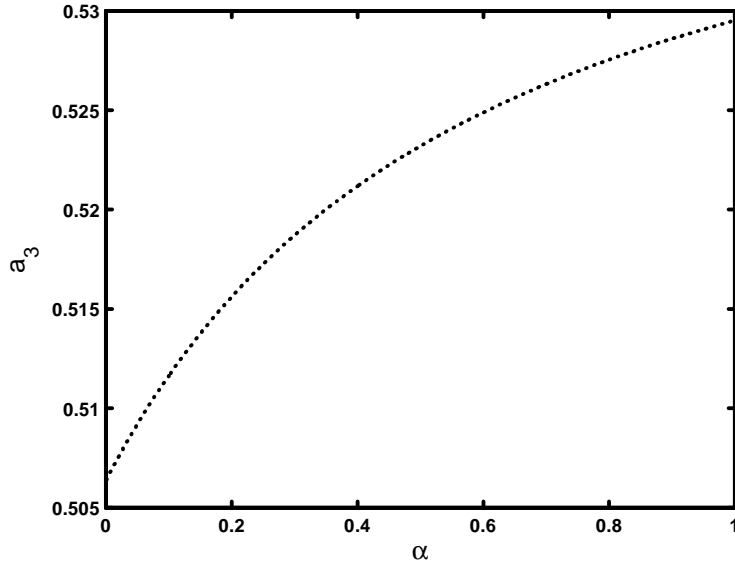
**Figure 1:** Variation du coefficient d'amortissement  $a_3$  en fonction du rapport de densité  $\delta = n_{e0}/n_{i0}$ , avec  $\sigma = 1$ ,  $\mu_d = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\alpha = 0.1$  et  $z = 1.97$ . Trait plein: onde acoustique ionique poussiéreuse ( $\lambda_+$ ). Pointillés: onde acoustique poussiéreuse ( $\lambda_-$ ).



**Figure 2:** Variation du coefficient d'amortissement  $a_3$  en fonction du paramètre non thermique  $\alpha$ , avec  $\sigma = 1$ ,  $\mu_d = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\delta = 0.5$  et  $z = 1.97$ . Trait plein: onde acoustique ionique poussiéreuse ( $\lambda_+$ ). Pointillés: onde acoustique poussiéreuse ( $\lambda_-$ ).

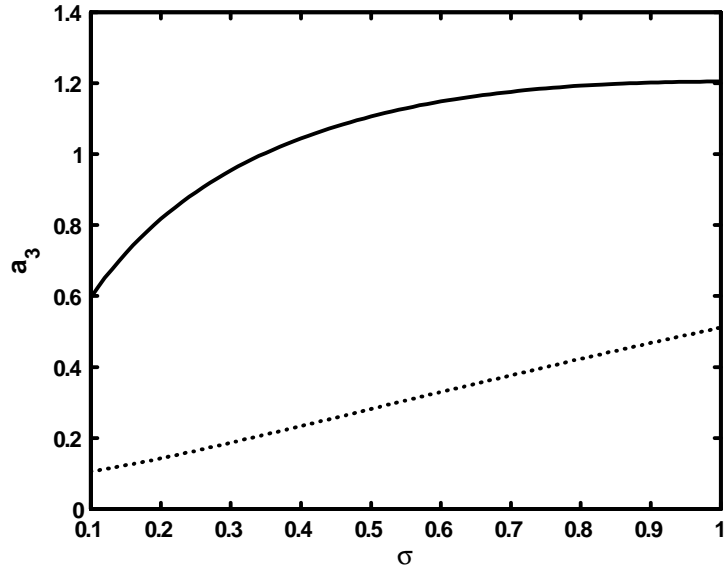
La figure 1 indique que  $a_3$  décroît à mesure que le rapport de densités  $\delta = n_{e0}/n_{i0}$  augmente ( $n_{d0} \rightarrow 0$ ) pour finalement s'annuler à  $\delta = 1$  ( $n_{d0} = 0$ ). Par conséquent, l'amortissement n'est dû qu'au phénomène de la variation de la charge du grain de poussière. La figure 2

montre la variation du terme d'amortissement  $a_3$  en fonction du paramètre non thermique  $\alpha$ . A des fins de comparaison, les paramètres choisis sont les mêmes que ceux de la figure 3 de la référence [137], c'est à dire,  $\sigma = 1$ ,  $\mu_d = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\delta = 0.5$  et  $z = 1.97$ . Contrairement à ce qui a été rapporté dans la référence [137], nous trouvons que le terme d'amortissement est plus important dans le cas de l'onde rapide ( $\lambda_+$ ) que dans le cas de l'onde lente ( $\lambda_-$ ). Dans ce dernier cas,  $a_3$  est insensible au paramètre non thermique des électrons, comme on peut le voir sur la figure 3.

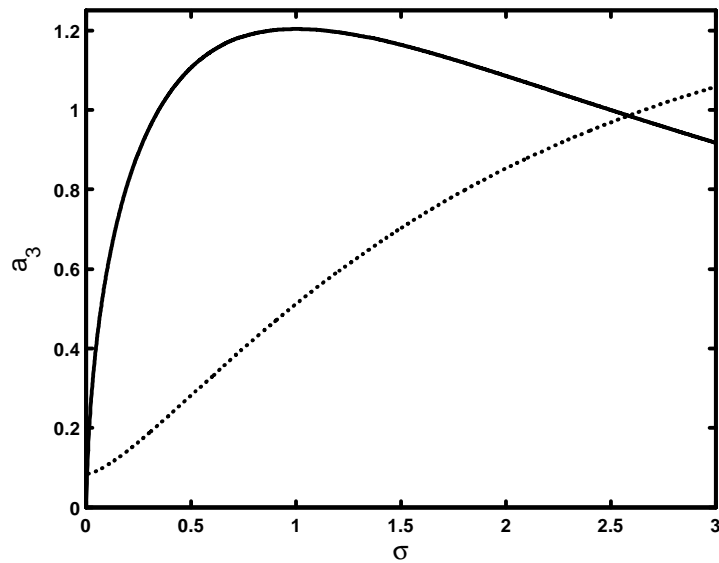


**Figure 3:** Tracé de  $a_3$  sur une plus grande échelle dans le cas de l'onde acoustique poussiéreuse ( $\lambda_-$ ). Les valeurs utilisées sont celles de la figure 2.

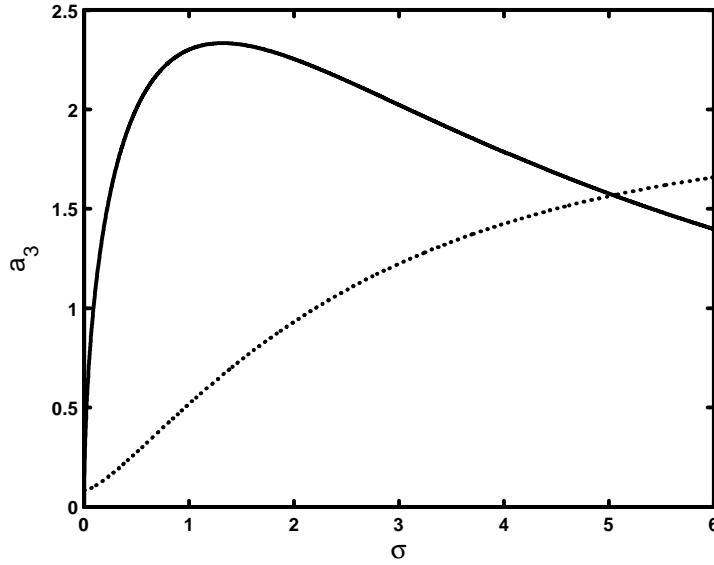
Ceci peut être attribué au fait que Ghosh *et al.*[137] ont utilisé un courant de charge établi dans le cas des électrons thermiques pour décrire un processus de charge avec des électrons hors équilibre thermodynamique. A mesure que le paramètre non thermique augmente, la dissipation anormale devient importante et peut même prévaloir sur la dispersion comme l'ont démontré Tribeche et Boumezoued[71]. La figure 4a montre l'influence du rapport de température  $\sigma = T_i/T_e$  sur le coefficient d'amortissement  $a_3$ . Encore une fois et à l'inverse de ce qui a été rapporté dans la référence[137], l'onde rapide ( $\lambda_+$ ) subit une plus grande dissipation que l'onde lente ( $\lambda_-$ ). Dans les deux cas de figures ( $\lambda_+$  et  $\lambda_-$ ), le terme d'amortissement  $a_3$  augmente avec le rapport de température  $\sigma = T_i/T_e$ . Cependant, au delà de  $\sigma \sim 1$  ( $T_i > T_e$ ), le terme d'amortissement pour  $\lambda_+$  décroît jusqu'à devenir inférieur au terme d'amortissement associé à  $\lambda_-$  à une certaine valeur critique  $\sigma \sim 2.58$  (Fig. 4b), une situation qui s'applique aussi pour  $\sigma \ll 1$ . Cette valeur critique de  $\sigma$  devient plus grande pour une plus grande valeur du paramètre non thermique  $\alpha$  (Fig. 5 avec  $\alpha = 0.3$ ).



**Figure 4a:** Variation du terme d'amortissement  $a_3$  en fonction du rapport de température  $\sigma = T_i/T_e$ , avec  $\alpha = 0.1$ ,  $\mu_d = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\delta = 0.5$  et  $z = 1.97$ . Trait plein: onde acoustique ionique poussiéreuse ( $\lambda_+$ ). Pointillés: onde acoustique poussiéreuse ( $\lambda_-$ ).



**Figure 4b:** Variation du terme d'amortissement  $a_3$  en fonction du rapport de température  $\sigma = T_i/T_e$ , avec  $\alpha = 0.1$ ,  $\mu_d = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\delta = 0.5$  et  $z = 1.97$ . Trait plein: onde acoustique ionique poussiéreuse ( $\lambda_+$ ). Pointillés: onde acoustique poussiéreuse ( $\lambda_-$ ).

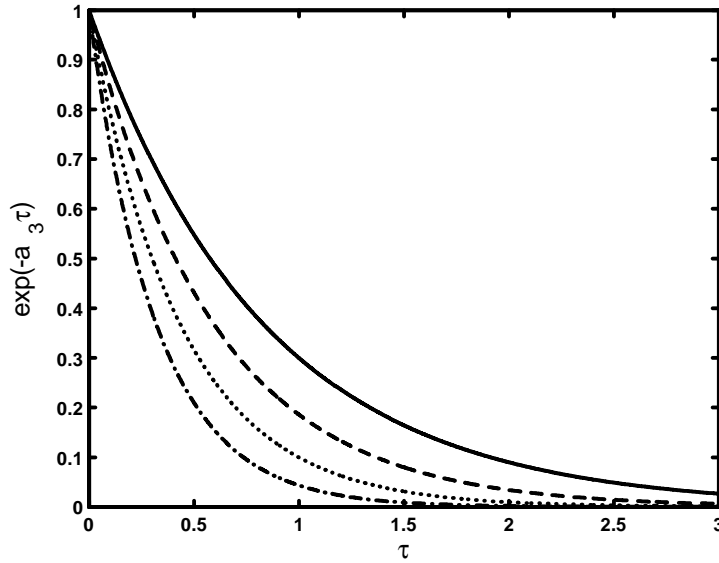


**Figure 5:** Variation du terme d'amortissement  $a_3$  en fonction du rapport de température  $\sigma = T_i/T_e$ , avec  $\alpha = 0.3$ ,  $\mu_d = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\delta = 0.5$  et  $z = 1.97$ . Trait plein: onde acoustique ionique poussiéreuse ( $\lambda_+$ ). Pointillés: onde acoustique poussiéreuse ( $\lambda_-$ ).

Considérons maintenant la solution en onde solitaire de l'équation K- dV amortie (6.27). Cette dernière admet la solution approchée dépendante du temps suivante [137]

$$\Psi^{(1)} = \Psi_m^{(1)}(\tau) \text{Sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{a_1 \Psi_m^{(1)}(\tau)}{12a_2}} (\xi - U\tau) \right] \quad (6.31)$$

où  $\Psi_m^{(1)} = \Psi_0^{(1)} \exp(-a_3\tau)$  est l'amplitude du soliton et  $U = a_1 \Psi_0^{(1)} \exp(-a_3\tau)/6$ . La figure 6 représente l'évolution temporelle de l'amplitude de l'onde solitaire rapide  $\Psi_m^{(1)}/\Psi_0^{(1)}$  pour différentes valeurs du paramètre non thermique  $\alpha$ . L'augmentation de  $\alpha$  entraîne une décroissance rapide de l'amplitude de l'onde solitaire confirmant ainsi nos résultats précédents.

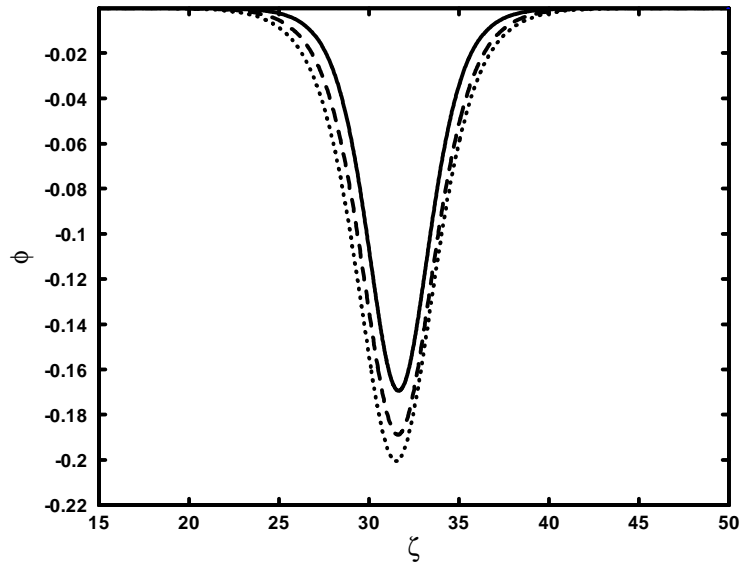


**Figure 6:** Variation de l'amplitude de l'onde solitaire rapide  $\Psi_m^{(1)}/\Psi_0^{(1)}$  avec  $\tau$  pour différentes valeurs de  $\alpha = 0.1$  (trait plein),  $0.2$  (tirets),  $0.3$  (pointillés) et  $0.4$  (tirets-pointillés), avec  $\sigma = 1$ ,  $\mu_d = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\delta = 0.5$  and  $z = 1.97$ .

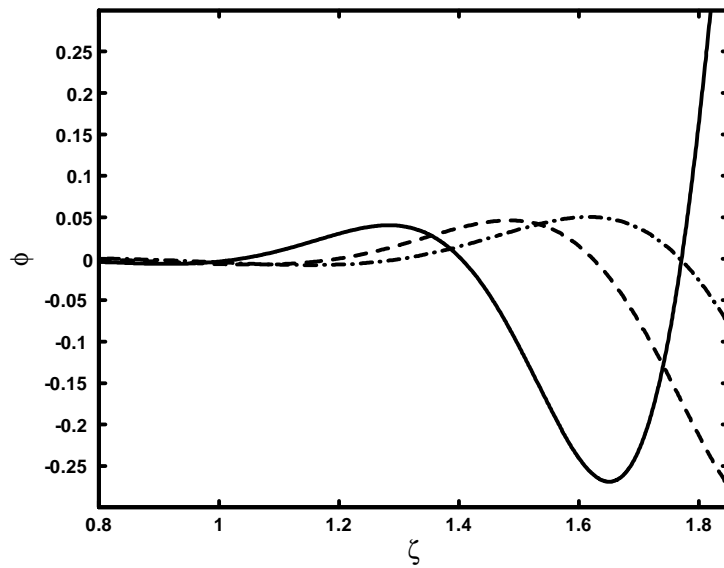
Nous allons présenter, dans ce qui suit, une brève analyse numérique de l'équation (6.27). Nous allons chercher, au lieu d'une solution d'évolution spatio-temporelle, simplement une solution stationnaire dans un repère se déplaçant à une certaine vitesse  $U_0$ . En utilisant le changement de variable  $\zeta = \xi - U_0\tau$ , nous obtenons une équation différentielle ordinaire d'ordre 3 pour  $\phi = \Psi^{(1)}(\zeta)$

$$a_2 \frac{d^3 \phi}{d\zeta^3} + a_1 \phi \frac{d\phi}{d\zeta} - U_0 \frac{d\phi}{d\zeta} + a_3 \phi = 0 \quad (6.32)$$

Pour  $a_3 = 0$  (cas non dissipatif), l'équation (6.32) est complètement intégrable et sa solution (à condition que  $a_3 < 0$ ) est tracée sur la figure 7. On peut voir que l'amplitude et la largeur du soliton augmentent à mesure que  $\alpha$  augmente. Pour  $a_3 \neq 0$ , l'intégration numérique de l'équation (6.32) montre que le profil de l'onde (Fig. 8) entreprend de faire des oscillations et subit la dissipation anormale dont l'importance est proportionnelle au paramètre non thermique  $\alpha$ . Cette dissipation peut donner lieu au développement d'une onde de choc non collisionnelle. Des effets similaires ont déjà été observés et rapportés dans des articles traitant des effets non adiabatiques de la variation de la charge des grains[72],[74]. Nos résultats concordent avec les travaux pionniers de Rao et Shukla[139], où des solutions localisées sont amorties à cause des fluctuations de la charge des grains.



**Figure 7:** Solution solitaire de l'équation (6.32) (avec  $a_3 = 0$ ) pour différentes valeurs de  $\alpha = 0$  (trait plein), 0.2 (tirets) et 0.4 (pointillés), avec  $\sigma = 1$ ,  $\mu_d = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\delta = 0.5$ ,  $U_0 = 0.001$  and  $z = 1.97$ .



**Figure 8:** Profil de l'onde pour différentes valeurs de  $\alpha = 0$  (trait plein), 0.2 (tirets) et 0.4 (tirets-pointillés), avec  $\sigma = 1$ ,  $\mu_d = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\delta = 0.5$ ,  $U_0 = 0.01$  et  $z = 1.97$ .

Pour conclure, nous avons revisité l'amortissement non linéaire des ondes dans un plasma poussiéreux à charge variable, contenant des électrons non thermiques. Cet amortissement anormal (autre que celui dû au phénomène Landau ou aux collisions) est induit par le phénomène de la variation de la charge des grains. Sous certaines conditions, la fluctuation de la charge peut constituer un mécanisme physique alternatif de dissipation. Ce dernier a pour conséquence d'amortir les ondes solitaires et de générer des ondes de choc non collisionnelles dans la mesure où elles ne requièrent aucune collision. A l'inverse de ce qui a été rapporté dans la littérature sur ce problème, cette dissipation anormale est plus importante dans le cas des ondes rapides (DIA). A mesure que le paramètre non thermique augmente, la dissipation anormale devient plus importante et peut prévaloir sur la dispersion.

# Conclusion générale

Les travaux présentés dans la présente thèse ont porté sur l'analyse de certains aspects non linéaires inhérents au mécanisme de la fluctuation de la charge (phénomènes cohérents et dissipatifs), et en même temps sur des modèles à même d'expliquer certaines observations spatiales. Pour cela, nous avons revisité le calcul des courants de charge dans le cas où les porteurs sont piégés ou loin de leur équilibre thermodynamique. Nous avons généralisé certaines solutions de type BGK et avons examiné les effets d'une telle généralisation sur les oscillations non linéaires d'un plasma à charge variable.

Le premier chapitre de cette thèse a d'abord porté sur la définition des concepts de base du plasma habituel à deux composantes. Nous avons alors introduit les plasmas poussiéreux, décrit leurs propriétés intrinsèques et énuméré les différents processus physiques qui les caractérisent. Nous avons insisté sur les différents mécanismes de charge d'un grain de poussière et mis l'accent sur certains modes électrostatiques susceptibles d'exister dans un plasma poussiéreux.

Au cours du deuxième chapitre nous avons revisité les ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma complexe à charge variable, contenant des ions piégées. En faisant appel à la théorie OLM (orbit limited motion), l'expression appropriée du courant de charge dû à ce type d'ions a été établie. Nous avons alors montré que la variation de la charge peut causer une dissipation, dite anormale, qui de concert avec les non linéarités du système, contribue à la formation de structures cohérentes hautement localisées (Solitons) et dissipatives (Ondes de choc).

Dans le troisième chapitre de cette thèse, nous avons présenté un modèle théorique pour montrer l'existence de potentiels solitaires dans un plasma complexe avec des électrons non thermiques et suprathermiques. Une nouvelle  $\kappa$ -fonction de distribution électronique qui diffère de celles jusque là utilisées, a été établie. Le but de ce chapitre a été d'étendre une analyse antérieure au cas où la charge des grains de poussière exhibe une fluctuation self-

consistante pour analyser l'effet simultané de la suprathermalité et de la non thermalité des électrons sur les ondes électrostatiques solitaires dans un plasma poussiéreux.

Le quatrième chapitre a été consacré à l'étude des double-couches d'amplitude arbitraire dans un plasma poussiéreux avec des électrons supra-thermiques et des ions à deux températures. Nos résultats ont montré que la suprathermalité électronique peut profondément influencer l'apparition de ces double-couches. En particulier, il y a lieu de noter que la thermalisation électronique doit s'accompagner d'une diminution de la densité des ions froids pour que les double-couches puissent se développer dans le plasma. De plus, une augmentation de la vitesse de dérive des grains de poussière requiert une diminution de l'indice spectral des électrons pour l'existence des double-couches. Par conséquent, une plus grande vitesse de dérive des grains de poussière nécessite une déviation plus importante des électrons de leur équilibre thermodynamique pour l'apparition de ces structures localisées. Ce type de double-couches a été détecté, à titre d'exemple, dans la région de l'accélération aurorale par la navette spatiale américaine FAST. Les résultats du présent chapitre peuvent aider à comprendre les doubles-couches qui pourraient apparaître dans la magnétosphère de Saturne où la présence des électrons suprathermiques et des grains de poussière a été détectée. Les champs électriques associés à ces double-couches sont responsables, en grande partie, de l'accélération des particules chargées.

Dans le cinquième chapitre, nous avons abordé le problème des ondes acoustiques électroniques solitaires dans un plasma composé d'électrons froids fluides, d'électrons chauds suprathermiques et d'ions stationnaires. Nos résultats ont montré que dans un tel plasma, des structures solitaires acoustiques électroniques peuvent exister. Le domaine de leurs nombres de Mach admissibles s'élargit à mesure que l'indice spectral  $\kappa$  augmente indiquant que le processus de thermalisation de la composante chaude favorise la propagation de ce type d'ondes solitaires. Les propriétés intrinsèques de ces dernières (amplitude et largeur) sont influencées par le caractère suprathermique des électrons. Nos résultats peuvent être mis à profit pour comprendre les propriétés saillantes des structures localisées que peut propager le plasma de la magnétosphère terrestre. Ils peuvent aussi fournir une explication des formes d'ondes fortement cornues observées dans les champs électriques de la zone aurorale.

Au cours du sixième et dernier chapitre, nous avons revisité l'amortissement non linéaire des ondes dans un plasma poussiéreux à charge variable, contenant des électrons non ther-miques. Cet amortissement anormal (autre que celui dû au phénomène Landau ou aux collisions) est induit par le phénomène de la variation de la charge des grains. Sous certaines conditions, la fluctuation de la charge peut constituer un mécanisme physique alternatif de

dissipation. Ce dernier a pour conséquence d'amortir les ondes solitaires et de générer des ondes de choc non collisionnelles dans la mesure où elles ne requièrent aucune collision. A l'inverse de ce qui a été rapporté dans la littérature sur ce problème, cette dissipation anormale est plus importante dans le cas des ondes rapides (DIA). A mesure que le paramètre non thermique augmente, la dissipation anormale devient plus importante et peut prévaloir sur la dispersion.

Nous estimons atteints les objectifs que nous nous sommes fixés au début de ce travail de recherche. Les perspectives de la présente thèse sont nombreuses. Nous nous proposons à l'avenir de reconsidérer notre analyse dans le contexte des statistiques généralisées[79],[162]-[166] et de prendre en compte d'autres effets tels les effets de corrélation et d'échange[167],[168] pour espérer réduire l'écart entre la théorie et l'expérience.

# Bibliographie

- [1] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **1**, 1362 (1994).
- [2] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**, 7405 (1985).
- [3] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **8**, 1791 (2001).
- [4] L. Stenflo, P. K. Shukla et M. Y. Yu, *Phys. Plasmas* **7**, 2731 (2000).
- [5] M. R. Jana, A. Sen et P. K. Kaw, *Phys. Rev. E* **48**, 3930 (1993).
- [6] N. N. Rao, P. K. Shukla et M.Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [7] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995).
- [8] R. K. Varma, P. K. Shukla et V. Krishan, *Phys. Rev. E* **47**, 3612 (1993).
- [9] P. K. Kaw et A. Sen, *Phys. Plasmas* **5**, 3552 (1998).
- [10] A. Brattli, O. Havnes et F. Melandso, *J. Plasma Phys.* **58**, 691 (1997).
- [11] B. Farokhi, P. K. Shukla, N. L. Tsintsadze et D. D. Tskhakaya, *Phys. Plasmas* **7**, 814 (2000).
- [12] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics* (Wiley, New York, 1956), Chap. 11.
- [13] F. Melandso et P. K. Shukla, *Planet. Space Sci.* **43**, 635 (1995).
- [14] Q. Z. Luo, N. D'Angelo et R. L. Merlino, *Phys. Plasmas* **6**, 3455 (1999).
- [15] D. H. Dubin, *Phys. Plasmas* **7**, 3895 (2000).
- [16] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1598 (1999).
- [17] P. K. Shukla et N. N. Rao, *Phys. Plasmas* **3**, 1760 (1996).

- 
- [18] G. Lapenta, Phys. Plasmas **6**, 1442 (1999).
- [19] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka *et al.*, Phys. Plasmas **6**, 1769 (1999).
- [20] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, Phys. Rev. Lett. **84**, 6034 (2000).
- [21] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, J. Geophys. Res. **106**, 8343 (2001).
- [22] G. Sorasio, D. A. Mendis et M. Rosenberg, Planet. Space sci. **49**, 1257 (2001).
- [23] V. N. Tsytovitch, A. P. Nefedov, V. N. Fortov, O. F. Petrov et G. E. Morfill, Phys. Plasmas **10**, 2633 (2003).
- [24] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson et N. D'Angelo, Phys. Plasmas **5**, 1607. (1998).
- [25] N. D'Angelo, Planet. Space Sci. **38**, 1143 (1990).
- [26] P. K. Shukla et V. P. Silin, Phys. Scr. **45**, 508 (1992).
- [27] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear plasma Theory* (Academic press, New York, 1972), p. 15.
- [28] C. S. Gardner et G. K. Morikawa, *Similarity in the asymptotic behavior of collision-free hydromagnetic waves and water waves*, New York Univ., Courant Inst. Math. Sci. Res. Rep. NYO-9082 (1960).
- [29] H. Washimi et T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. **17**, 996(1966).
- [30] C. H. Su et C. S. Gardner, J. Math. Phys. **10**, 536 (1969).
- [31] N. J. Zabusky et M.D. Kruskal, Phys. Rev. Lett. **15**, 240 (1965).
- [32] N. J. Zabusky, Phys. Rev. Lett. **168**, 124 (1968).
- [33] H. Ikezi, R. J. Taylor et R. D. Baker, Phys. Rev. Lett. **25**, 11 (1970).
- [34] H. Ikezi, Phys. Fluids **16**, 1668 (1973).
- [35] Y. Kato, M. Tajiri et T. Taniuti, Phys. Fluids **15**, 865 (1972).

- 
- [36] H. Schamel, J. Plasma Phys. **9**, 377 (1973).
- [37] M. Q. Tran, Phys. Scr. **20**, 317 (1979).
- [38] Y. H. Ichikawa, Phys. Scr. **20**, 296 (1979).
- [39] I. B. Bernstein, J. M. Greene et M. D. Kruskal, Phys. Rev. **108**, 546 (1957).
- [40] L. J. Chen et G. K. Parks, Nonlinear Process. Geophys. **9**, 11(2002).
- [41] N. N. Rao, P. K. Shukla et M.Y. Yu, Planet. Space Sci. **38**, 543 (1990).
- [42] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, Phys. Plasmas **2**, 3563 (1995).
- [43] P. K. Shukla et V. P. Silin, Phys. Scr. **45**, 508 (1992).
- [44] A. A. Mamun, R. A. Cairns et P. K. Shukla, Phys. Plasma **3**, 702 (1996).
- [45] C. Yinhu et M. Y. Yu. Phys. Plasma **1**, 1868 (1994).
- [46] Y. Nakamura, H. Bailung et K. E. Lonngren, Phys. Plasmas **6**, 3466 (1999).
- [47] J. X . Ma et J. Liu, Phys. Plasmas **4**, 253 (1997).
- [48] M. Tribeche et R. Amour, Phys. Plasmas **14**, 1 (2007).
- [49] M. Tribeche et M. Benzekka, Phys. Plasmas **16**, 083702 (2009).
- [50] M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, Can. J. Phys. **86**, 975 (2008).
- [51] M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, Chaos, Solitons & Fractals **41**,1277 (2009).
- [52] S. Younsi et M. Tribeche, Phys. Lett. A **372**, 5181 (2008).
- [53] H. Schamel, Phys. Rep. **140**, 161 (1986).
- [54] F. F. Chen, in: R.H. Huddleston, S.L. Leonard (Eds.), *Plasma Diagnostic Techniques*, Academic Press, New York, 1965 (Chapter 4).
- [55] E. C. Whipple, Rep. Prog. Phys. **44** , 1198 (1981).
- [56] M. S. Barnes, J.H. Keller, J.C. Forster, J.A. O'Neill et D. K. Coultas, Phys. Rev. Lett. **68** 313 (1992).
- [57] B. Hayes, Am. Sci. **93**, 104 (2005).

- [58] R. Z. Sagdeev, in: M.A. Leontovich (Ed.), *Reviews of Plasma Physics*, vol. 4, Consultants Bureau, New York, 1966, p. 23.
- [59] M. Tribeche, H. Houili et T.H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **9**, 419 (2002).
- [60] M. R. Gupta, S. Sarkar, S. Ghosh, M. Debnath et M. Khan, *Phys. Rev. E* **63**, 046406 (2001).
- [61] S. I. Popel, M.Y. Yu et V.N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **3** 4313, (1996).
- [62] K. Aoutou, M. Tribeche et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **15**, 013702(2008).
- [63] M. Maksimovic, V. Pierrard et P. Riley, *Geophys. Res. Lett.* **24**, 1151 (1997).
- [64] V. Pierrard et J. Lemaire, *J. Geophys. Res.* **104**, 17021 (1999).
- [65] R. Ergun, B. Carlson et M. McFadden, *Geophys. Res. Lett.* **25**, 2025 (1998).
- [66] S. Younsi et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **15**, 073706 (2008).
- [67] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Boström, R. O. Dendy, C. M.C. Nairn et P. K. Shukla, *Geophys. Res. Lett.* **22**, 2709 (1995).
- [68] H. Washimi et T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 996 (1966).
- [69] J. E. Allen, *Phys. Scr.* **45**, 497 (1992).
- [70] P. K. Shukla et A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* Institute of Physics, Bristol, 2002.
- [71] M. Tribeche et G. Boumezoued, *Phys. Plasmas* **15**, 053702 (2008).
- [72] S. Ghosh, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **9**, 1150 (2002).
- [73] A. A. Mamun et P. K. Shukla, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **30**, 720 (2002).
- [74] M. Tribeche, T. H. Zerguini et H. Houili, *Phys. Plasmas* **9**, 4879 (2002).
- [75] S. I. Popel, M. Y. Yu et V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **3**, 4313 (1996).
- [76] V. Pierrard et M. Lazar, *Sol. Phys.* **267**, 153 (2010).
- [77] V. Formisano, G. Moreno, F. Palmiotto et P. C. Hedgecock, *J. Geophys. Res.* **78**, 3714 (1973).

- 
- [78] G. Gloeckler et D. C. Hamilton, *Phys. Scr. T* **18**, 73 (1987).
- [79] C. Tsallis, *J. Stat. Phys.* **52**, 479 (1988).
- [80] M. P. Leubner, *Astrophys. Space Sci.* **282**, 573 (2002).
- [81] M. A. Raadu, *Phys. Rep.* **178**, 25 (1989).
- [82] T. H. Kim et K. Y. Kim, *Phys. Lett. A* **286**, 180 (2001).
- [83] T. Cattaert, F. Verheest et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **12**, 042901 (2005).
- [84] F. Verheest, T. Cattaert, M. A. Hellberg et R. L. Mace, *Phys. Plasmas* **13**, 042301 (2006).
- [85] L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **331**, 181 (2011).
- [86] M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, *Astrophys. Space Sci.* **339**, 243 (2012).
- [87] T. K. Baluku et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **15**, 123705 (2008).
- [88] M. Tribeche, S. Mayout et R. Amour, *Phys. Plasmas* **16**, 043706 (2009).
- [89] S. Younsi et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **330**, 295 (2010).
- [90] P. H. Yoon, T. Rhee et C. M. Ryu, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 215003 (2005).
- [91] P. H. Yoon, T. Rhee et C. M. Ryu, *J. Geophys. Res.* **111**, A09106 (2006).
- [92] R. Bharuthram et P. K. Shukla, *Phys. Fluids* **29**, 3214 (1986).
- [93] S. Ghosh, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta *Planet. Space Sci.* **48**, 609 (2000).
- [94] R. E. Ergun, L. Andersson, D. Main *et al.*, *Phys. Plasmas* **9**, 3695 (2002).
- [95] S. M. Krimigis, J. F. Carbary, E. P. Keath, T. P. Armstrong, L. J. Lanzerotti et G. Gloeckler, *J. Geophys. Res.* **88**, 8871 (1983).
- [96] G. H. Jones, E. Roussos, N. Krupp *et al.*, *Science* **319**, 1380 (2008).
- [97] K. Watanabe et T. Taniuti, *J. Phys. Soc. Jpn.* **43**, 1819 (1977).
- [98] R. L. Tokar et S. P. Gary, *Geophys. Res. Lett.* **11**, 1180 (1984).
- [99] S. P. Gary et R. L. Tokar, *Phys. Fluids* **28**, 2439 (1985).

- 
- [100] B. D. Fried et R. W. Gould, *Phys. Fluids* **4**, 139 (1961).
- [101] S. V. Singh et G. S. Lakhina, *Nonlinear Process. Geophys.* **11**, 275 (2004).
- [102] S. G. Tagare, S. V. Singh, R. V. Reddy et G. S. Lakhina, *Nonlinear Process. Geophys.* **11**, 215 (2004).
- [103] M. Berthomier, R. Pottelette, M. Malingre et Y. Khotyaintsev, *Phys. Plasmas* **7**, 2987 (2000).
- [104] R. L. Mace et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **8**, 2649 (2001).
- [105] M. Berthomier, R. Pottelette, L. Muschietti, I. Roth et C. Carlson, *Geophys. Res. Lett.* **30**, 2148 (2003).
- [106] R. L. Mace, S. Baboolal, R. Bharuthram et M. A. Hellberg, *J. Plasma Phys.* **45**, 323 (1991).
- [107] F. Verheest, T. Cattaert et M. A. Hellberg, *Space Sci. Rev.* **121**, 299 (2005).
- [108] F. Verheest, M. A. Hellberg et G. S. Lakhina, *Astrophys. Space Sci. Trans.* **3**, 15 (2007).
- [109] R. Bharuthram et P. K. Shukla, *Astrophys. Space Sci.* **149**, 127 (1988).
- [110] R. Bharuthram, *Astrophys. Space Sci.* **202**, 337 (1993).
- [111] S. V. Singh et G. S. Lakhina, *Planet. Space Sci.* **49**, 107 (2001).
- [112] H. R. Pakzad et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **330**, 95 (2010).
- [113] J. D. Scudder, E. C. Sittler et H. S. Bridge, *J. Geophys. Res.* **86**, 8157(1981).
- [114] E. Marsch, K. H. Muhlhauser, R. Schwenn, H. Rosenbauer, W. Pillip et F. M. Neubauer, *J. Geophys. Res.* **87**, 52 (1982).
- [115] R. M. Thorne et D. Summers, *Phys. Fluids B* **3**, 2117 (1991).
- [116] Y. Brodsky, S. I. Nechuev, Y. Z. Slutsker et G. M. Fraiman, *Fiz. Plazmy* **14**, 582 (1988).
- [117] H. R. Pakzad, *Astrophys. Space Sci.* **323**, 345 (2009).

- 
- [118] H. R. Pakzad, *Astrophys. Space Sci.* **324**, 41 (2009).
- [119] H. Alinejad, *Astrophys. Space Sci.* **325**, 209 (2010).
- [120] H. Alinejad, *Astrophys. Space Sci.* **327**, 131 (2010).
- [121] A. A. Mamun, *Astrophys. Space Sci.* **268**, 443 (1999).
- [122] P. K Shukla et A. A Mamun, *New J. Phys.* **5**, 1 (2003).
- [123] D. V. Sarafopoulos, E. T. Sarris, V. Angelopoulos, T. Yamamoto et S. Kokubun, *Ann. Geophys.* **15**, 1246 (1997).
- [124] M. V. Goldman, M. M. Oppenheim et D. L. Newman, *Nonlinear Process. Geophys.* **6**, 221 (1999).
- [125] R. Boström, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **20**, 756 (1992).
- [126] P.O. Dovner, A.I. Eriksson, R. Boström et B. Holback, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 1827 (1994).
- [127] R. A. Cairns, R. Bingham, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn, P. K. Shukla et A. A. Mamun, *J. de Physique* **5 C6**, 43 (1995).
- [128] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham et P. K. Shukla, *Phys. Scr.* **T63**, 80 (1996).
- [129] S. Ghosh, R. Bharuthram, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **11**, 3602 (2004).
- [130] L. P. Zhang et J. K. Xue, *Phys. Plasmas* **12**, 042304 (2005).
- [131] W. F. El-Taibany et R. Sabry, *Phys. Plasmas* **12**, 082302 (2005).
- [132] J. F. Zhang et Y. Y. Wang, *Phys. Plasmas* **13**, 022304 (2006).
- [133] W. F. El-Taibany et I. Kourakis, *Phys. Plasmas* **13**, 062302 (2006).
- [134] M. Tribeche et R. Amour, *Phys. Plasmas* **14**, 103707 (2007).
- [135] M. Tribeche et A. Berbri, *J. Plasma Phys.* **74**, 245 (2008).
- [136] M. Tribeche et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **8**, 394 (2001).
- [137] S. Ghosh, T. K. Chaudhuri, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Rev. E* **65**, 037401 (2002).

- 
- [138] S. Ghosh, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, Phys. Lett. A **274**, 162 (2000).
- [139] N. N. Rao et P. K. Shukla, Planet. Space Sci. **42**, 221 (1994).
- [140] M. Tribeche, R. Hamdi et T. H. Zerguini, Phys. Plasmas **7**, 4013 (2000).
- [141] M. Tribeche, H. Houili et T. H. Zerguini, Phys. Plasmas **9**, 419 (2002).
- [142] M. Tribeche, T. H. Zerguini et H. Houili, Phys. Plasmas **9**, 4879 (2002).
- [143] H. Houili, M. Tribeche et K. Aoutou, Phys. Plasmas **9**, 4385 (2002).
- [144] M. Tribeche, T. H. Zerguini et K. Aoutou, Phys. Plasmas **10**, 631 (2003).
- [145] M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, Chaos, Solitons and Fractals **41**, 1277 (2009).
- [146] A.A. Mamun, Phys. Plasma **5**, 322 (1998).
- [147] A.A. Mamun et M. N. Alam, Phys. Plasma **5**, 1212 (1998).
- [148] M. Kakati et K. S. Goswami, Phys. Plasmas **5**, 4508 (1998).
- [149] M. Lamp, G. Joyce, G. Ganguli et V. Gavrishchaka, Phys. Plasmas **7**, 3851 (2000).
- [150] M. Lamp, V. Gavrishchaka, G. Ganguli et G. Joyce, Phys. Rev. Lett. **86**, 5278 (2001).
- [151] D. D Tskhakaya, P. K. Shukla et L. Stenflo, Phys. Plasmas **8**, 5333 (2001).
- [152] H. Schamel, N. Das et N. N. Rao, Phys. Plasmas **8**, 671 (2001).
- [153] N. N. Rao, Phys. Plasmas **6**, 4414 (1999).
- [154] S. Ghosh, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, Phys. Plasmas **9**, 1150 (2002).
- [155] A. A. Mamun et P. K. Shukla, Phys. Plasmas **9**, 1474 (2002).
- [156] M. Tribeche, L. Ait Gougam et T. H. Zerguini, Phys. Scr. **75**, 354 (2007).
- [157] L. Ait Gougam, M. Tribeche et F. Chafa, J. Plasma Phys. **73**, 331 (2007).
- [158] N. A. Krall et A. W. Trivelpiece, *Principles of Plasma Physics* (McGraw-Hill, New York, 1973), p. 432.
- [159] H. Schamel, Plasma Phys. **14**, 905 (1972).

- [160] M. R. Gupta, S. Sarkar, S. Ghosh, M. Debnath et M. Khan, *Phys. Rev. E* **63**, 046406 (2001).
- [161] S. I. Popel, M. Y. Yu et V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **3**, 4313 (1996).
- [162] M. Tribeche, R. Amour et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **85**, 037401 (2012).
- [163] M. Bacha, M. Tribeche et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **85**, 056413 (2012).
- [164] K. Ourabah et M. Tribeche, *Phys. Rev. E* **89**, 062130 (2014).
- [165] K. Ourabah, L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Phys. Rev. E* **91**, 012133 (2015).
- [166] K. Ourabah, A. H. Bendimerad-Hamici et M. Tribeche, *Phys. Scr.* (2015, sous presse).
- [167] K. Ourabah et M. Tribeche, *Phys. Rev. E* **88**, 045101 (2013).
- [168] K. Mebrouk et M. Tribeche, *Phys. Lett. A* **378**, 3523 (2014). .