

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPLAIRE  
MINISTERE D'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE TECHNOLOGIE  
« HOUARI BOUMEDIEN »  
FACULTE DE Génie Mécanique et Génie des Procédés



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER :

EN: Génie Mécanique

Spécialité : Processus de Transport dans les Milieux Poreux

Par : NEDER Née DRICI Nassima

Sujet

**Contribution à l'étude de l'effet Soret sur les transferts convectifs dans une couche poreuse contenant un fluide binaire**

Soutenu le 18/06/2008, devant le jury composé de :

Mr	A. BOUMEDIEN	Professeur,	USTHB	Président
M <sup>me</sup>	K. BOUHADF	Professeur,	USTHB	Directrice de thèse
M <sup>elle</sup>	H. KAHALERRAS	Maître de Conférences,	USTHB	Examinatrice
Mr	Y. OULD-AMER	Maître de Conférences,	USTHB	Examineur

## Abstract

This work consists of a study of the simultaneous heat and mass transfer in an enclosure containing a porous medium saturated by a binary fluid. The taking into account of the Soret effect was considered in order to carry out the impact of this phenomenon on the convective exchanges and to quantify the consequences of its taking into account.

The purpose is mainly to analyze the behaviour of the heat and mass exchange which is generated in a cavity when this last is subjected to boundary conditions of the Dirichlet type in temperature and concentration, imposed on the left and right vertical walls as well as on the bottom of the cavity. The wall of the top is supposed to be impermeable and adiabatic.

The problem is mathematically formulated by using the various laws of conservation of mass, energy and the chemical species governing the phenomenon of the natural thermosolutal convection. The setting in the non dimensional form of these conservation equations, made it possible to obtain a group of parameters which controls the exchanges within the cavity, namely, the Rayleigh number, the Lewis number, the Darcy number, the buoyancy forces ratio, the thermal conductivity ratio and the Soret coefficient  $S_T$ .

In the first part of this work, the phenomenon is studied in the presence of the porous matrix without taking in account the thermo-diffusion effect. The main purpose is to determine the ranges of the characteristic dimensionless parameters which allow best optimizations of the rate of either thermal or mass exchanges.

In the second part, we were interested, still in the case of a completely porous cavity, with the coupled effect between the temperature and concentration gradients (Soret effect), in order to determine its influence on the thermal and mass transfers with a comparison with the case of the absence of this effect.

## Résumé

Le présent travail consiste en une étude des transferts simultanés de chaleur et de masse dans une enceinte fermée contenant un milieu poreux saturé par un fluide binaire. La prise en compte de l'effet Soret, a été considérée afin d'étudier la contribution de ce phénomène dans les transferts convectifs et de quantifier les effets de sa prise en compte.

Nous nous proposons d'analyser principalement le comportement des échanges thermique et massique qui se génèrent dans une cavité carré, qui est soumise à des conditions aux limites du type Dirichlet en température et en concentration, imposées sur les parois gauche et droite, ainsi qu'au bas de la cavité. La paroi supérieure de cette dernière est supposée imperméable et adiabatique.

Le problème est formulé mathématiquement à partir des différentes lois de conservation de masse, d'énergie et des espèces chimiques régissant le phénomène de la convection naturelle thermosolutale. La mise sous forme adimensionnelle de ces équations de conservation, a permis d'obtenir un groupe de paramètres qui contrôle les échanges au sein de la cavité, à savoir, le nombre de Rayleigh, le nombre de Lewis, le nombre de Darcy, le rapport des forces de poussée, le rapport des conductivités thermique et le coefficient de Soret  $S_T$ .

Dans la première partie de ce travail, le phénomène est étudié en présence de la matrice poreuse et en l'absence de thermo-diffusion. L'accent est mis sur la recherche des gammes des paramètres adimensionnels caractéristiques qui permettent les meilleures optimisations du taux de transfert qu'il soit thermique ou massique.

Dans la deuxième partie, nous nous sommes intéressés, toujours dans le cas d'une cavité totalement poreuse à l'effet couplé entre les gradients de température et de concentration (effet Soret), afin de déterminer son influence sur les transferts thermique et massique avec une comparaison avec le cas de l'absence de cet effet.

## Remerciements

La présente étude a été effectuée au Laboratoire de Transports Polyphasiques et Milieux Poreux de la faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés de l'USTHB, sous la direction de Madame **Khedidja Bouhade**f professeur à l'USTHB. Qu'elle trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour son soutien dans la réalisation de ce travail. Je la remercie pour sa grande patience, ses encouragements, sa disponibilité et pour la précieuse aide qu'elle m'a apportée pour la réalisation du travail et la rédaction du mémoire.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance aux enseignants, messieurs les Professeurs **K. Bouhade**f, **S. Chikh** et **R. Kibboua** et mademoiselle **H. Kahalerras**, pour avoir contribué à ma formation de Magister.

Mes remerciements vont également à **M. Boumedi**en, Professeur à l'USTHB, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail en acceptant de présider ce jury.

Je réitère mes vifs et sincères remerciements à M<sup>elle</sup> **H. Kahalerras**, Maître de Conférences, pour sa précieuse aide, pour sa disponibilité et pour avoir accepté de participer à ce jury.

Que monsieur **Y. Ould Amer**, Maître de Conférences à l'USTHB, trouve également, ici, l'expression de ma reconnaissance pour avoir accepté d'examiner et de critiquer ce travail.

Je tiens aussi à exprimer ma profonde gratitude à mon mari, monsieur **M. Neder**, pour sa patience, son aide précieuse et ces conseils pour la finalisation de ce travail.

Je remercie Monsieur **A. Lakhal**, Docteur à l'Université de Cergy-Pontoise, France, pour ces précieuses remarques et orientations.

J'adresse également mes remerciements à M<sup>elle</sup> **Boubendir** et Messieurs **Ait Saada**, **Rahli**, **Ameziani** et **Benzeghiba**, pour leur aide et leur disponibilité à mes côtés

Je ne peux oublier toute l'équipe du Laboratoire de Transports Polyphasiques et Milieux Poreux pour son soutien et ses encouragements et pour l'esprit de camaraderie qui a toujours régné entre nous.

J'adresse enfin, une pensée à l'ensemble de mes amies, en particulier **Houda**, **Houria**, **Lynda**, **Nouara**, **Hafsa** et **Hamida** pour leur présence et leur sollicitude.

## DEDICACES

A ma chère mère

A la mémoire de mon cher père

A mon cher mari et mon cher enfant

A mes chers frères et sœurs

A ma belle famille

A tous ceux qui me sont chers.

NOMENCLATURE.....	VI
INTRODUCTION GENERALE.....	1

---

CHAPITRE I :

---

<b>I- CARACTERISTIQUES DES MILIEUX POREUX.....</b>	<b>4</b>
Introduction.....	4
<b>I-1-Definitions.....</b>	<b>4</b>
<b>I-2- La notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R).....</b>	<b>6</b>
<b>I-3- Caractéristiques thermo-physiques du milieu poreux.....</b>	<b>7</b>
a- La porosité.....	7
b- La perméabilité.....	11
c- La Tortuosité.....	16
d- La viscosité dynamique effective.....	16
e- La conductivité thermique effective.....	18
<b>I-4- Le modèle d'écoulement dans les milieux poreux.....</b>	<b>19</b>
a- Modèle de Darcy.....	19
b- Modèle de Darcy-Brinkman.....	20
c- Modèle de Darcy-Forchheimer.....	20
d- Modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer.....	21
<b>I-5- Transfert de chaleur et de masse dans les milieux poreux.....</b>	<b>21</b>
a- Transfert de chaleur dans les milieux poreux.....	21
b- Transfert de masse dans les milieux poreux.....	22

Conclusion : .....	25
--------------------	----

---

## CHAPITRE II:

---

<b>II- INTRODUCTION A LA THERMODIFFUSION.....</b>	<b>26</b>
<b>II-1- Quelques définitions.....</b>	<b>27</b>
<b>II-2- Le coefficient de Soret.....</b>	<b>28</b>
<b>II-3- Méthodes de mesure du coefficient de Soret .....</b>	<b>29</b>
Conclusion.....	38

---

## CHAPITRE III:

---

<b>III- RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE.....</b>	<b>40</b>
Introduction.....	40
<b>III-1 Etudes ne prenant pas en compte l'effet Soret.....</b>	<b>40</b>
<b>III-2 Etudes prenant en compte l'effet Soret .....</b>	<b>44</b>
Conclusion.....	61

---

## CHAPITRE IV:

---

<b>IV- MODELISATION MATHEMATIQUE DU PROBLEME.....</b>	<b>63</b>
Introduction.....	63
<b>IV-1 Description du problème.....</b>	<b>63</b>
<b>IV-2 Formulation mathématique .....</b>	<b>65</b>
a- Sans l'effet Soret.....	65
b- Avec effet Soret.....	66

Conditions aux limites .....	67
<b>IV-3</b> Forme adimensionnelle des équations de conservation .....	68
a- Cas sans effet Soret.....	69
b- Cas avec effet Soret.....	70
<b>IV-4</b> Coefficients de transferts de chaleur et de masse .....	73
a- Nombre de Nusselt .....	73
b- Nombre de Sherwood .....	73
Conclusion.....	74

---

## CHAPITRE V :

---

<b>V- PROCEDURE NUMERIQUE.....</b>	<b>76</b>
Introduction .....	76
<b>V-1</b> Principe de la méthode des volumes finis .....	76
<b>V-2</b> Equation différentielle gouvernante.....	77
<b>V-3</b> Maillage .....	78
<b>V-4</b> Discrétisation des équations .....	80
<b>V-5</b> Schéma d'interpolation .....	83
<b>V-6</b> Linéarisation du terme source .....	84
<b>V-7</b> Discrétisation des équations de quantité de mouvement.....	85
<b>V-8</b> Equation de pression.....	86
<b>V-9</b> Equation de correction de pression.....	87
<b>V-10</b> Séquences des opérations de l'algorithme SIMPLER .....	89
<b>V-11</b> Méthode de résolution:.....	90
<b>V-12</b> Stabilité et convergence.....	91

Conclusion.....	94
-----------------	----

---

## CHAPITRE VI :

---

<b>VI- VALIDATION DU CODE DU CALCUL.....</b>	<b>95</b>
Introduction .....	95
Sensibilité au maillage.....	95
<b>VI-1 Validation du code de calcul .....</b>	<b>101</b>
<b>VI-1-1 Sans l'effet Soret.....</b>	<b>102</b>
<b>VI-1-2 Avec effet Soret.....</b>	<b>108</b>
Conclusion .....	110

---

## CHAPITRE VII :

---

<b>VII- INTERPRETATION DES RESULTATS .....</b>	<b>111</b>
Introduction .....	111
<b>VII-1: Sans effet Soret .....</b>	<b>112</b>
<b>VII-1-1 Effet du nombre de Darcy .....</b>	<b>112</b>
<b>VII-1-2 Effet du nombre de Rayleigh .....</b>	<b>116</b>
<b>VII-1-3 Effet du nombre de Lewis:.....</b>	<b>120</b>
<b>VII-1-4 Effet du rapport des conductivités thermiques.....</b>	<b>124</b>
<b>VII-1-5 Effet du rapport des poussées.....</b>	<b>129</b>
<b>VII-2: Avec effet Soret.....</b>	<b>132</b>
<b>VII-2-1 L'influence de l'effet Soret sur les variations en fonction du nombre                 de Rayleigh.....</b>	<b>132</b>

<b>VII-2-2</b> L'influence de l'effet Soret sur les variations en fonction de la perméabilité.....	137
<b>VII-2-3</b> L'influence de l'effet Soret sur les variations en fonction du rapport des conductivités thermiques .....	141
<b>VII-2-4</b> L'influence de l'effet Soret sur les variations en fonction du rapport des forces de poussée .....	145
Conclusion.....	150
<hr/>	
CONCLUSION GENERALE.....	151
<hr/>	
<hr/>	
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	155
<hr/>	

## NOMENCLATURE

A : Rapport de forme de la cavité.  $A=H/L$

C: Concentration dimensionnelle.

$C_p$ : Chaleur spécifique ( $J/Kg.K^{-1}$ ).

$D_f$  : Coefficient de la Diffusion massique. ' de Fick' ( $m^2/s$ )

$D_a$  : Nombre de Darcy.

$D_c$  : Coefficient de la Diffusion massique, effectif. ( $D_c= D_f.\varepsilon$ ) ( $m^2/s$ )

$D_p$  : Coefficient barométrique.

$D_T$  : Coefficient de la thermo-diffusion ( $m^2/s.K$ ).

$h$  : Coefficient d'échange par convection ( $W/m^2.K$ ).

H : Hauteur de la cavité (m).

J : Flux total (diffusion+convection) ( $W/m^2$ ).

K : Perméabilité du milieu poreux ( $m^2$ ).

$k$  : Conductivité thermique ( $w/m.K$ ).

L : Longueur de la cavité (m).

Le : Nombre de Lewis.  $Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{\alpha_f}{D_f}$

N : Rapport des forces de poussée.

Nu: Nombre de Nusselt.

Pr : Nombre de Prandtl.

q : Flux de chaleur ( $W/m^2$ ).

Ra : Nombre de Rayleigh thermique.

$R_k$  : Rapport des conductivités thermiques.

$R_v$  : Rapport de viscosité.

S : Concentration adimensionnelle.

$S^*$  : Terme source.

$S_T^*$  : Coefficient de Soret dimensionnel. ( $S_T^*=D_T/D_f$ ) ( $K^{-1}$ )

$S_T$ : Coefficient de Soret adimensionnel.  $S_T = S_T^* \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta C}$

Sh : Nombre de Sherwood.

T : Température (K).

u : Composante de la vitesse dans la direction longitudinale ( m/s).

U : Composante de la vitesse adimensionnelle dans la direction longitudinale.

v : Composante de la vitesse dans la direction transversale (m/s).

V : Composante de la vitesse adimensionnelle dans la direction transversale.

### ***Symboles Grecs***

$\alpha$  : Diffusivité thermique ( $m^2/s$ ).

$\beta_c$  : Coefficient d'expansion massique ( $K^{-1}$ ).

$\beta_t$  : Coefficient d'expansion thermique ( $K^{-1}$ ).

$\Delta C$  : Ecart de concentration de référence.

$\Delta T$  : Ecart de températures de référence.

$\Phi$  : Variable dépendante générale.

$\Gamma$  : Coefficient de diffusion numérique.

$\mu$  : Viscosité dynamique (Kg/m.s).

$\nu$  : Viscosité cinématique ( $m^2/s$ ).

$\psi$  : Fonction de courant.

$\theta$  : Température adimensionnelle.

$\rho$  : Masse volumique ( $Kg/m^3$ ).

$\varepsilon$  : Porosité du milieu poreux.

### ***Indices***

f : Fluide.

eff : Effective.

o : De référence.

s : Solutale.

T : Thermique.

## Introduction générale

Le phénomène de la convection naturelle d'origine thermique dans les milieux fluide et poreux a fait l'objet dans le passé de nombreuses publications à cause des applications potentielles possibles aussi bien dans la nature que dans l'industrie. On trouve dans la littérature beaucoup de travaux réalisés par des chercheurs, dans lesquels ils essayent de trouver des solutions aux divers phénomènes existant liant ainsi les différentes applications et méthodes (numérique, analytique et expérimentale) pour leurs résolutions.

Le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle, dans des espaces confinés ou semi confinés, est généralement dû à la présence de gradients de température et de concentration. Ces gradients causent une distribution non uniforme de la densité du mélange qui provoque à son tour un mouvement convectif sous l'effet de la gravité. Le contenu des espaces peut être un milieu fluide ou un milieu poreux saturé ou non par un fluide. Dans la plupart des situations, que ce soit dans la nature ou dans l'industrie, le fluide est constitué de deux ou plusieurs composants.

De ce fait, de nombreux auteurs se sont intéressés au phénomène où un gradient de concentration apporte une contribution à la variation de la masse volumique qui vient s'ajouter à celle induite par les effets thermiques. Ce type d'écoulement est appelé mouvement de convection double diffusive ou convection thermosolutale. Cette double action soulève des problèmes nouveaux dus à la compétition des forces volumiques d'origine thermique et solutale dont les propriétés de diffusion sont très différentes. L'étude de ce mode de convection s'est particulièrement développée ces dernières années vu son intérêt pour la résolution de certains problèmes.

En général, l'étude de la convection naturelle d'origine thermique et de la convection thermosolutale a prouvé son importance primordiale dans le domaine de la recherche scientifique où elle a permis la compréhension et l'explication de divers phénomènes

industriels et naturels. Elle concerne notamment le transport de polluants dans les sols, le stockage des déchets radioactifs, la migration d'humidité dans des fibres isolantes, bien dans d'autres différents systèmes industriels tels que les centrales thermiques, la production pétrolière,...etc."

Par la suite, dans un souci d'amélioration du rendement et de l'efficacité dans certaines applications telles que les échangeurs de chaleur ou le refroidissement de composants électroniques ou même de réacteurs chimiques ou nucléaires, le concept de milieu poreux a été mis en avant. En effet, l'utilisation de substrats poreux et leur introduction dans la conception des systèmes, notamment de refroidissement, permet l'optimisation des échanges et la maîtrise des énergies à dépenser qu'elles soient mécaniques, électriques, etc.

De même, les garnissages poreux peuvent jouer un rôle primordial dans la maîtrise de la pollution de l'air ou de l'eau et dans l'isolation thermique. Ils sont également présents dans le stockage agro-alimentaire, l'enfouissement de déchets radioactifs ou autres ainsi que dans le processus de dialyse et de séparation des espèces chimiques.

Dans ce sens, le travail présent est une contribution au traitement de la convection dans les fluides binaires s'écoulant à travers un substrat poreux confiné, sous l'effet conjugué de deux gradients thermique et massique. L'étude consiste à analyser les effets de diverses caractéristiques géométriques et propriétés physiques sur les échanges et les conditions optimales de fonctionnement

Notre travail concerne aussi l'étude du couplage qui existe entre un gradient de température et un gradient de concentration, la réunion de ces deux éléments permettant de faire apparaître un certain phénomène connu sous le nom de « l'effet Soret » (thermo-diffusion). Ce dernier exprime un transfert de masse (matière) induit par une application d'un gradient thermique. Ainsi, la contribution de cet effet peut être non négligeable dans certains processus industriels et naturels tels que le phénomène de séparation des espèces, le transport de polluants dans les sols, le stockage des déchets radioactifs, la migration d'humidité dans des fibres isolantes, etc., vu l'apport qu'elle peut amener, notamment dans la précision des résultats obtenus. En effet, dans certaines de ces applications, la non prise en compte du déplacement de matière supplémentaire dû à l'effet de la thermo-diffusion peut fausser les résultats trouvés. Dans la production pétrolière, par exemple, la maîtrise de l'effet Soret permet l'obtention de mesures efficaces de l'effet des gradients thermiques sur la composition des fluides et cela pour une évaluation plus fine de la répartition des hydrocarbures dans les gisements profonds. D'autres systèmes industriels tels que les centrales thermiques, où de forts gradients de température existent fréquemment sur des distances finies, peuvent faire que

la prise en compte de cet effet de thermo diffusion s'avère nécessaire et peut-être indispensable.

Nous nous proposons dans le travail présent de prendre en considération cet effet dans une cavité remplie par un milieu poreux saturé par un fluide binaire.

Une étude bibliographique est tout d'abord effectuée en vue d'explorer l'état de la question sur le problème.

Une modélisation mathématique est ensuite développée, permettant de dégager le système d'équations gouvernantes. Ces dernières, assorties des conditions aux limites choisies et imposées, et résolues par une méthode numérique, celle des volumes finis, en l'occurrence, vont permettre la description du phénomène considéré

Les résultats issus de cette approche sont discutés, commentés. Le cas de la même cavité poreuse avec et sans la considération de l'effet Soret est analysé. Une comparaison entre les deux cas est notamment effectuée afin de réaliser l'impact de cet effet sur les taux de transfert.

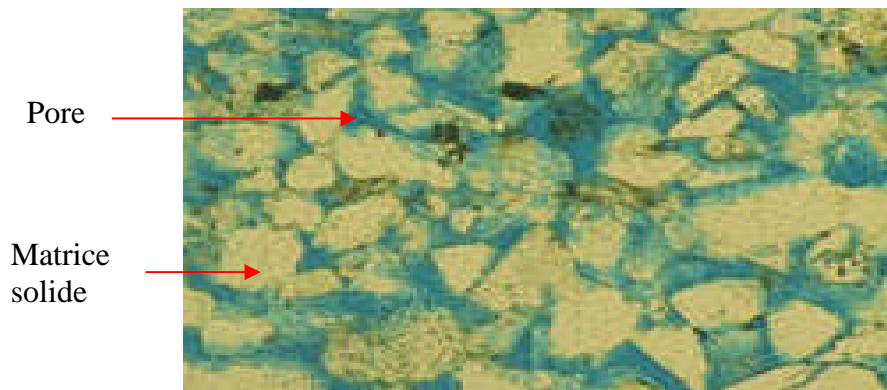
L'étude est enfin clôturée par une conclusion générale où sont résumés les différents résultats trouvés et les effets mis en évidence.

# Caractéristiques des milieux poreux

## Introduction

### I-1 Définition

Un milieu poreux est un matériau composé d'une matrice solide qui contient de nombreux espaces vides dits 'pores (**Fig.I.1**) distribués d'une façon désordonnée dans tout le milieu. Si la plupart de ces pores sont interconnectés, l'écoulement d'un fluide dans ce milieu poreux est possible.



**Fig.I.1** : Un milieu poreux

Nombreux sont les exemples de matériaux poreux rencontrés dans la nature ou l'industrie, il peut s'agir d'empilements de billes, de panneaux de fibres, de béton, du bois, de roches ou bien de structures géologiques comme les bassins sédimentaires, les gisements de pétrole ou les couches aquifères.

### Les pores

Les pores d'un milieu poreux peuvent être très grands ou trop petits. Ils se présentent sous forme de structures géométriques simples ou complexes de dimensions irrégulières. Leur distribution dans un milieu poreux est pratiquement toujours variable et désordonnée. Ils peuvent être connectés ou isolés, soudés (consolidés) (**Fig.I.2**) ou non (**Fig.I.3**).



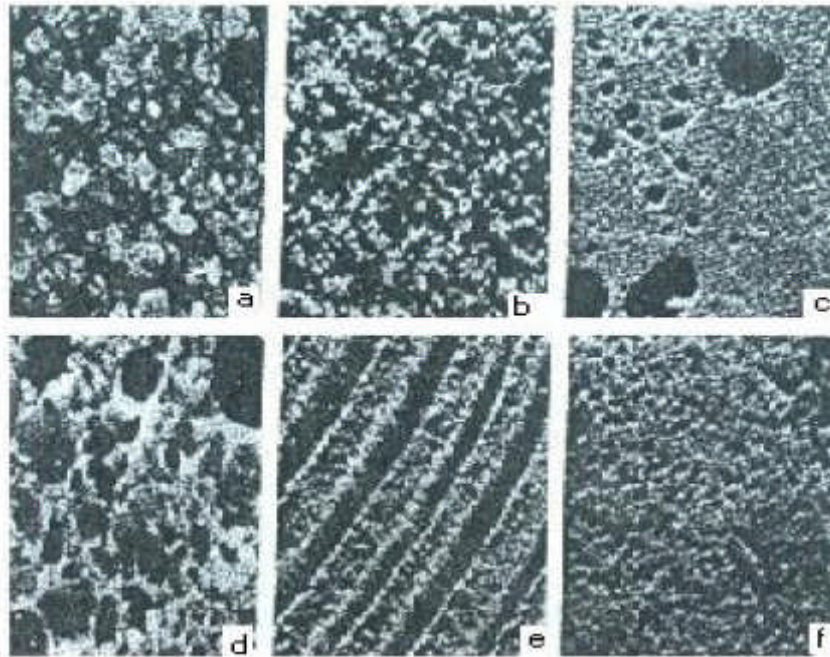
**Fig.I.2:** Milieu poreux consolidé



**Fig.I.3:** Milieu poreux non consolidé

La figure **I.4** représente quelques exemples de milieux poreux et les différentes formes et structures des pores existants.

(a): sable, (b): les sols (pierre), (c): matériau de construction (Roche calcaire), (d) : les aliments (pain de peigle), (e): papier ou bois, (f): poumon humain.



**Fig.I.4** : quelques exemples de milieux poreux

## I-2 Notion du volume élémentaire représentatif (V.E.R)

L'étude des écoulements dans un milieu poreux impose la description des phénomènes intervenant dans ce dernier. Pour cela deux échelles s'imposent pour leur analyse :

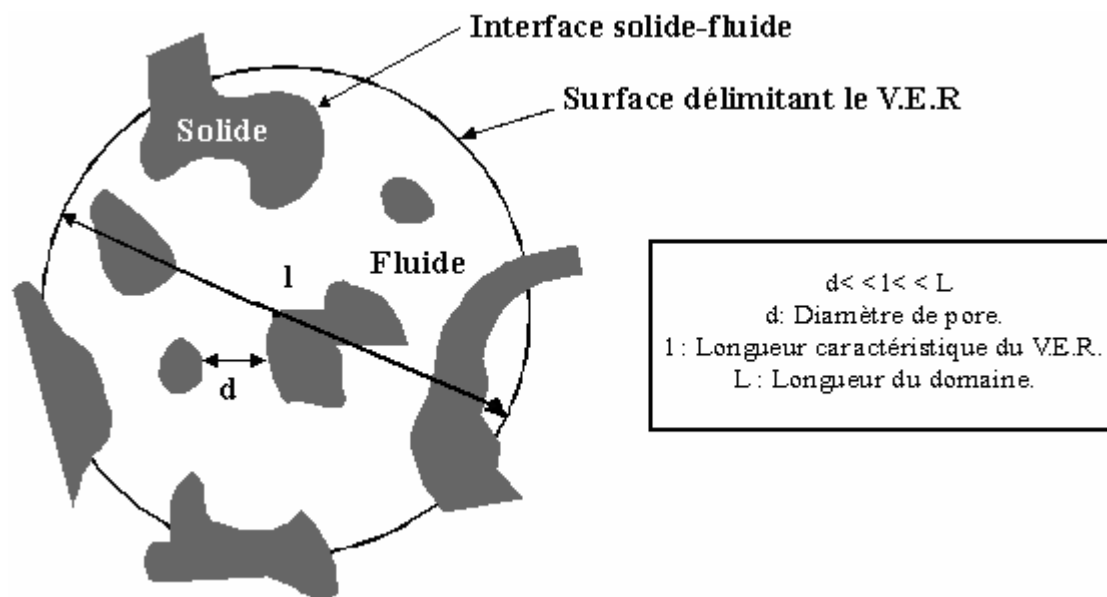
### ❖ Echelle des pores

L'échelle des pores, ou échelle microscopiques est associée au diamètre moyen des pores  $d$ . A l'intérieur de cette échelle les grandeurs locales peuvent très largement varier.

### ❖ Echelle du milieu poreux

A l'échelle du milieu poreux ou échelle macroscopique, la variation des grandeurs physiques est définie en moyenne sur un certain volume du milieu poreux, appelé Volume Elémentaire Représentatif et noté V.E.R. (**Fig.I.5**). Cette échelle est associée à une dimension géométrique du milieu  $L$ . Soit  $l$  la dimension caractéristique du V.E.R. Cette dimension doit satisfaire à la double inégalité suivante :  $d \ll l \ll L$ . En général la taille d'un V.E.R. doit satisfaire les points suivants

- ❖ Suffisamment grande pour renfermer un grand nombre de pores nécessaires à la définition d'une propriété moyenne globale, de manière à s'assurer que les fluctuations d'un pore à un autre se traduisent par des effets négligeables.
- ❖ Suffisamment petit par rapport à la longueur caractéristique de la matrice solide.



**Fig.I.5** : Représentation d'un volume élémentaire représentatif

### La méthode de prise de moyenne

La méthode de prise de moyenne consiste à passer de l'échelle microscopique du pore à l'échelle macroscopique du milieu continu fictif équivalent. Elle consiste à écrire l'équation d'écoulement de fluide interstitiel à l'échelle du pore puis à moyenner cette dernière sur un V.E.R. Cette technique a été décrite par **Marle** et **Slattery** pour un milieu poreux isotrope, puis reprise par **Whitaker** pour un milieu poreux anisotrope. Pour établir les lois macroscopiques locales par prise de moyenne sur les équations microscopiques, on utilise les relations entre les dérivées des grandeurs macroscopiques et les dérivées des grandeurs microscopiques correspondantes.

### I-3- Caractéristiques thermo-physiques d'un milieu poreux

#### A- Porosité $\varepsilon$

La porosité est un concept indépendant de la forme et des connexions entre les pores dont seuls les volumes sont considérés. Néanmoins, comme les concepts de pore, dont elle dérive et de milieu poreux, qu'elle caractérise, la porosité correspond aux interstices de petite taille (ordre millimétrique) par rapport aux fissures (la distinction entre milieu poreux et milieu fissuré). Ainsi le terme porosité est souvent accompagné de qualificatifs qui renforcent ce sens tels que matricielle, microscopique (**Houpeurt, 1956**), intergranulaire, ou encore de déterminants : porosité d'interstice (**Schoeller, 1955**).

Au sens quantitatif, différents synonymes sont utilisés : coefficient de porosité, porosité absolue (**Meyer, 1955**), porosité réelle (**Schoeller, 1955**), porosité totale (**Muller-Feuga, 1956**), porosité vraie (**Goguel, 1959**), pourcentage de vide. Toutefois ces dénominations ne prennent pas toutes en compte la taille des interstices (des espaces).

En général, la porosité est une propriété d'un milieu, d'un sol ou d'une roche de comporter des pores, c'est à dire des vides interstitiels interconnectés ou non, et elle est définie comme étant la fraction de volume des pores, et cela par le rapport entre le volume total occupé par les pores et le volume total formé par la matrice solide ainsi que les pores.

$$\varepsilon = \frac{V_P}{V_T}$$

$\varepsilon$  : Porosité (%).

$V_P$  : Volume des pores (vides) (m<sup>3</sup>)

$V_T$  : Volume total (matrice solide + les pores) (m<sup>3</sup>)

On distingue plusieurs types de porosité :

#### **A-1- La porosité absolue $\varepsilon_T$**

Quand le rapport du volume occupé par les pores au volume du milieu poreux prend en compte les pores fermés ; la porosité est définie comme étant la porosité absolue ou encore totale.

#### **A-2- La porosité effective $\varepsilon_{eff}$**

Lorsque la porosité tient compte seulement des pores interconnectés, elle est dite effective ou utile.

#### **A-3- La porosité résiduelle $\varepsilon_r$**

Lorsque le rapport volumique ne tient compte que des pores isolés la porosité est désignée par résiduelle.

En conséquence, on peut définir la porosité totale ( $\varepsilon_T$ ), comme étant la somme de la porosité effective et de la porosité résiduelle.

$$\varepsilon_T = \varepsilon_{eff} + \varepsilon_r$$

Pour les milieux poreux non consolidés, la porosité effective et la porosité totale sont égales. Par contre pour les milieux poreux consolidés, la différence entre elles peut être significative.

On trouve dans la nature ou dans l'industrie des matrices qui se caractérisent par leur nature déformable et leur structure non rigide. La porosité de ces matrices, en présence d'un gradient de pression, change et varie avec ce dernier, et cette variation dépend des propriétés structurales et des déformations élastiques de la matrice poreuse elle même. Par contre pour les matrices rigides, la porosité ne change pas en présence d'un gradient de pression.

On dit souvent que la porosité est :

<b>Faible</b>	<b><math>\varepsilon &lt; 5\%</math>.</b>
<b>Médiocre</b>	<b><math>5\% &lt; \varepsilon &lt; 10\%</math>.</b>
<b>Moyenne</b>	<b><math>10\% &lt; \varepsilon &lt; 20\%</math>.</b>
<b>Bonne</b>	<b><math>20\% &lt; \varepsilon &lt; 30\%</math>.</b>
<b>excellente</b>	<b><math>\varepsilon &gt; 30\%</math>.</b>

<b>Matériau</b>	<b>Porosité totale</b>
Mousse métallique	0.98
Fibre de verre	0.88-0.93
Fibre à tisser	0.68-0.76
Grains de silicate	0.65
Poudre d'ardoise noire	0.57-0.66
Cuir	0.56-0.59
Terre	0.43-0.54
Sable	0.37-0.5
Poudre de silicate	0.37-0.49
Empilement de sphères	0.36-0.43
Filtre de cigarette	0.17-0.49
Brique	0.12-0.34
Poudre de cuivre compactée	0.09-0.34
Grès	0.08-0.38
Calcaire	0.04-0.10
Charbon	0.02-0.12

**Tableau I.1** : Porosité de quelques matériaux d'après les mesures expérimentales faites par **Sheidegger (1974)**

## B- Perméabilité

La perméabilité **K** est une caractéristique physique qui représente la facilité qu'à un matériau à permettre l'écoulement d'un fluide au travers d'un réseau connecter. La loi de Darcy (Henry Darcy, 1856) permet de relier un débit à un gradient de pression appliqué au fluide grâce à un paramètre caractéristique du milieu traversé : la perméabilité **K**.

La loi de Darcy s'exprime par :

$$\frac{Q}{S} = -\frac{K}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x}$$

Où :

Q : représente le débit du fluide traversant un échantillon poreux (m<sup>3</sup>/s)

K : représente la perméabilité de l'échantillon poreux (m<sup>2</sup>)

μ : représente la viscosité dynamique du fluide (Kg/m.s), (Pa.s)

S : représente la section de l'échantillon poreux traversé par le fluide (m<sup>2</sup>)

Δ P : représente la variation de la pression (Pa)

Δx : représente la longueur de l'échantillon poreux (m)

Lorsque les unités suivantes sont utilisées : Q en cm.s<sup>-1</sup>, S en cm<sup>2</sup>, ΔP/Δx en atm.cm<sup>-1</sup> et μ en Poises, la perméabilité **K** s'exprime alors en Darcy. Ainsi :

$$1 \text{ Darcy} = 0,987 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$$

Un Darcy correspond à la perméabilité d'un corps assimilé à un milieu continu et isotrope au travers duquel un fluide homogène de viscosité égale à celle de l'eau à 20°C (une centpoise) se déplace à la vitesse de 1 cm/s sous l'influence d'un gradient de pression de 1 atm/cm.

Le Darcy est couramment utilisé par les hydrogéologues et par les pétroliers, tandis que le m<sup>2</sup> est plutôt utilisé par les physiciens des matériaux. En fait, si dans le système international, la perméabilité est exprimée en (m<sup>2</sup>), en pratique l'unité usuelle est le milli - Darcy.  $1 \text{ m D} = 0.987 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$

La perméabilité peut être considérée comme caractéristique de la surface utilisable pour l'écoulement et elle dépend de la géométrie du réseau poreux. La loi de Darcy et donc la perméabilité, est définie pour des conditions d'écoulement laminaire dans un milieu homogène, isotrope et continu, le fluide n'interagissant pas avec le milieu.

On peut distinguer deux types de perméabilité:

### **B-1- Perméabilité effective**

La perméabilité effective  $K_{eff}$  exprime la propriété d'un milieu poreux d'être traversé par un fluide en présence d'un ou plusieurs autres fluides. Cette perméabilité dépend non seulement du milieu poreux mais aussi des pourcentages de chaque fluide en présence, car la présence d'un autre fluide gêne l'écoulement du premier.

La loi de Darcy peut s'exprimer pour chaque fluide (i) comme suit:

$$Q_i = - S \frac{K_i}{\mu_i} \frac{\Delta P}{\Delta x}$$

Où  $K_i$  et  $\mu_i$  sont respectivement la perméabilité effective et la viscosité dynamique liées à chaque fluide (i).

### **B-2 Perméabilité relative**

La perméabilité relative  $K_r$  correspond au rapport de la perméabilité effective à la perméabilité absolue.

$$K_r = \frac{K_{eff}}{K}$$

Où :

- $K_r$  : perméabilité relative
- $K_{eff}$  : perméabilité effective
- $K$  : Perméabilité absolue

Le tableau I.2 donne les degrés d'intensité de la perméabilité

<b>Perméabilité</b>	<b>Milli-Darcy (mD)</b>
nulle à faible	<1 – 15
Modérée	15-50
Bonne	50-250
très bonne	250-1000
Excellente	>1000

**Tableau I.2 :** L'intensité de la perméabilité

Le tableau I.3 donne la perméabilité quelques matériaux usuels.

<b>Matériaux</b>	<b>Perméabilité K en (m<sup>2</sup>)</b>
Poudre de silice	$1.3 \cdot 10^{-14} - 5 \cdot 10^{-14}$
Brique	$4.8 \cdot 10^{-15} - 2.2 \cdot 10^{-13}$
Cuir	$9.5 \cdot 10^{-14} - 1.2 \cdot 10^{-13}$
Poudre d'ardoise	$8.9 \cdot 10^{-14} - 1.2 \cdot 10^{-13}$
Grès	$5 \cdot 10^{-16} - 3 \cdot 10^{-12}$
Liège (en plaque)	$2.4 \cdot 10^{-11} - 5.1 \cdot 10^{-11}$
Terre	$2.9 \cdot 10^{-13} - 1.4 \cdot 10^{-11}$
Fibre de verre	$2.4 \cdot 10^{-11} - 5.1 \cdot 10^{-11}$
Sable	$2.0 \cdot 10^{-11} - 1.8 \cdot 10^{-10}$
Fibre a tissé	$3.8 \cdot 10^{-9} - 1.0 \cdot 10^{-8}$
Filtre de cigarette	$1,1 \cdot 10^{-9}$

**Tableau I.3 : Valeurs moyennes de la perméabilité (Sheidegger, 1974)**

Puisque la perméabilité K est une caractéristique du matériau (milieu poreux), elle est fortement contrôlée par la porosité et par le diamètre des particules. Comme il n'existe pas de relations exactes liant la perméabilité à la porosité, beaucoup de chercheurs ont tenté de

proposer différentes relations empiriques ou semi empiriques pour exprimer la dépendance entre ces deux paramètres.

Ainsi, **Carman & Kozeny** (1937), à partir d'un modèle capillaire formé de conduites parallèles, ont proposé une formulation mathématique qui leur a permis d'établir l'expression suivante :

$$K = \frac{\varepsilon^3 d^2}{36 C (1 - \varepsilon)^2}$$

Où

d : est le diamètre caractéristique de pores et C : est un facteur de forme appelé coefficient de **Kozeny**, qui possède plusieurs expressions selon la disposition des particules solides.

**Cas de particules entassées**

$$C = 5$$

**Cas de particules entassées ( Rumpf Gupte, 1971)**

$$C = \frac{\varepsilon^{5.5} d^2}{5.6}$$

**Cas de fibres (Kayan et al. 1970)**

$$C = \frac{[62.3.Ne^2.(1 - \varepsilon) + 107.4]}{16.\varepsilon^3.(1 - \varepsilon)^4}$$

Ne ; étant le nombre de pores effectifs donné par :

$$Ne = \left( \frac{2\pi}{1 - \varepsilon} \right)^{1/2} - 2.5$$

D'autres chercheurs ont utilisé une formule analogue à celle de **Carman-Kozeny** pour un milieu formé de billes :

$$K = \frac{\varepsilon^3 d_p^2}{A.(1 - \varepsilon)^2}$$

Où A est une constante empirique dont la valeur diffère d'un auteur à un autre (cf. tableau ci-dessous)

	A
<b>Ergun (1952)</b>	150
<b>Carman et Kozney (1937)</b>	180
<b>Rohsenow et Hernet (1973)</b>	175
<b>Fand et al (1986)</b>	182
<b>Fand et al (1989)</b>	215

**Tableau I.4 :** Valeur de la constante A donnée par différents auteurs

### C- Tortuosité

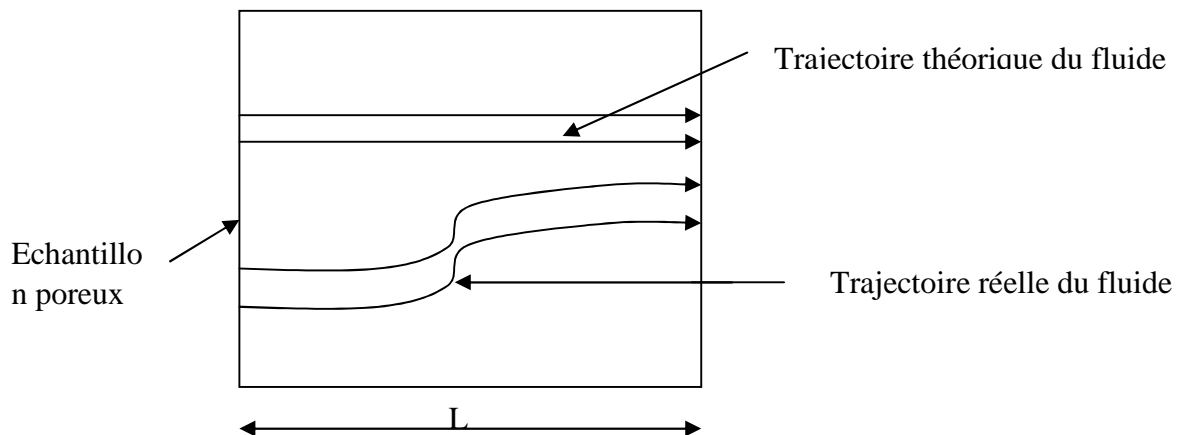
La tortuosité  $\tau$  est le rapport entre la longueur moyenne du chemin suivi par une particule fluide entre deux points d'un échantillon poreux et la longueur en ligne droite entre ces deux points **Fig.I.6**. Cette caractéristique est définie par :

$$\tau = \frac{L_r}{L}$$

Où :

$L_r$ : longueur parcourue par une particule fluide (m)

L: longueur de l'échantillon (m)



**Fig.I.6:** Définition schématique de la tortuosité

### D-Viscosité dynamique effective

Lors de la définition des propriétés thermo-physiques d'un milieu poreux évaluées sur un volume élémentaire représentatif il est nécessaire de les déterminer en incluant les deux phases fluide et solide. Ainsi, la viscosité effective  $\mu_e$  a été introduite par **Brinkman (1947)** afin de mettre en évidence la discontinuité des contraintes aux interfaces fluide-poreux et

d'obtenir une expression pour la perméabilité. En combinant l'écoulement de Stokes avec celui de Darcy, il a obtenu l'équation suivante :

$$\vec{\nabla} p = - \frac{\mu}{K} \vec{v} + \mu_e \nabla^2 \vec{v}$$

**Brinkman** a considéré la viscosité dynamique effective d'un milieu poreux égale à celle du fluide considéré.

En 1972, **Lundgren** a démontré que la viscosité effective  $\mu_{\text{eff}}$  est une fonction de la viscosité  $\mu_f$  du fluide et de la porosité  $\epsilon$ , c'est-à-dire que le rapport entre la viscosité dynamique et celle du fluide n'est pas toujours égal à l'unité, et il a confirmé l'hypothèse de l'équation de Brinkman pour des faibles concentrations de particules.

Le tableau I.5 regroupe quelques corrélations trouvées dans la littérature.

Modèle	Corrélation	Limite de validité
<b>Einstein</b>	$\frac{\mu_{\text{eff}}}{\mu} = 1 + 2.5 \epsilon$	Cas de sphères
<b>Neale &amp; Nader</b>	$\frac{\mu_{\text{eff}}}{\mu} = \alpha^2$	$\alpha$ déterminé expérimentalement
<b>Guth &amp; Simba</b>	$\frac{\mu_{\text{eff}}}{\mu} = \frac{1 + 0.5(1 - \epsilon)}{1 - 2(1 - \epsilon)}$	$\mu_{\text{eff}}$ pour $\epsilon = 0.766$
<b>Mooney</b>	$\frac{\mu_{\text{eff}}}{\mu} = \exp \left[ \frac{2.5(1 - \epsilon)}{1 - k(1 - \epsilon)} \right]$	$0.75 < K < 1.5$
<b>Frankel &amp; Akivos</b>	$\frac{\mu_{\text{eff}}}{\mu} = C \left[ 1 - \left( \frac{\epsilon}{1} \right) \right]$ $C = 9/8$ pour $(1$	Suspension concentrée
<b>Happel</b>	$\frac{\mu_{\text{eff}}}{\mu} = \exp[4.58 \epsilon]$	Particules sphériques $\epsilon \leq 0.5$

**Tableau I.5 :** Modèles de corrélation pour le rapport des viscosités donnés par différents auteurs

## E- Conductivité thermique effective

Le transfert par conduction à travers un milieu poreux nécessite la contribution des deux phases (fluide et solide) dans ce dernier qui ce fait généralement avec des proportions différentes. A cet effet l'introduction d'une conductivité qui tient compte de l'apport de chaque phase est importante dans la modélisation du transfert de chaleur dans un milieu poreux. Ainsi la notion de la conductivité thermique effective est apparue pour donner un sens à un milieu hétérogène poreux. Cette dernière est fortement dépendante de la porosité et des conductivités thermiques des phases solide et fluide.

En général, les modèles proposés pour la détermination de la conductivité effective sont tous des combinaisons pondérées des modèles en série et en parallèles basés sur l'analogie électrique.

### ❖ Modèle série

Dans le modèle série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide. La résistance thermique du fluide est alors égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases.

$$1/k_{\text{eff}} = \varepsilon/k_f + (1-\varepsilon)/k_s$$

### ❖ Modèle parallèle

Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse les deux phases fluide et solide en même temps. La conductivité thermique effective est alors une moyenne arithmétique des conductivités phasiques.

$$k_{\text{eff}} = \varepsilon k_f + (1 - \varepsilon).k_s$$

La conductivité thermique effective est toujours comprise entre celle du fluide et celle du solide

Plusieurs modèles pour le calcul de la conductivité effective ont été proposés à commencer par le modèle de **Maxwell (1904)** basé sur une analogie électrique. Ce modèle est développé pour des sphères solides dans le cas où la porosité est suffisamment élevée, dans des particules moins concentrées, ce qui réduit les interférences entre elles. Ce modèle est représenté par l'expression suivante:

$$\frac{k_{\text{eff}}}{k_f} = \frac{2\varepsilon + (3 - 2\varepsilon)\frac{k_s}{k_f}}{(3 - \varepsilon) + \varepsilon\frac{k_s}{k_f}}$$

En 1952 **Devries** propose une extension du modèle de **Maxwell** en introduisant l'effet des gradients de températures dans les phases continues et dispersées sous forme d'un rapport dépendant des facteurs de forme de chaque particule.

On trouve dans la littérature d'autres expressions de la conductivité thermique effectives qui utilisent des approches numériques et analytiques.

#### **I-4- Modèles d'écoulement dans les milieux poreux**

Il existe différents modèles pour décrire l'écoulement dans les milieux poreux, qui sont construits à partir du modèle de **Darcy** avec les différentes extensions tenant compte de certains effets existant dans ces milieux.

##### **A- Modèle de Darcy (1856)**

**Darcy** a établi en 1856 une loi fondamentale qui régit la dynamique des fluides homogènes dans les milieux poreux. Cette loi, mise en évidence à partir d'écoulements unidirectionnels sur des colonnes de sables, fait apparaître la proportionnalité entre le gradient de pression appliqué et le débit d'eau traversant la colonne de sable. Depuis, les sciences hydrogéologiques se sont basées, même pour les écoulements multidirectionnels, sur la loi de Darcy. Elle s'écrit sous la forme suivante:

$$\vec{\nabla}p = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \rho\vec{g}$$

Où

$\vec{V}$  : La vitesse de filtration (m/s)

$\rho$  : La masse volumique (kg/m<sup>3</sup>)

$K$ : La perméabilité du milieu poreux (m<sup>2</sup>)

$\nabla P$  : Le gradient de pression appliqué (Pas/m)

$\vec{g}$  : Le vecteur accélération de la pesanteur (m/s<sup>2</sup>)

$\mu$  : La viscosité dynamique (kg/ms)

La loi de Darcy généralisée est valable pour les écoulements à faible nombre de Reynolds basé sur le diamètre des pores. Cette loi, qui reste largement utilisée, se trouve cependant insuffisante. D'une part, elle ne peut pas traduire l'influence de la nature du fluide saturant sur l'écoulement, notamment dans les zones pariétales ; avec ce modèle, la condition de glissement du fluide sur les parois solides est retenue quelle que soit la nature du fluide. D'autre part, cette loi ne tient pas compte de l'effet des forces visqueuses dans le cas de milieux poreux fortement perméables et elle ne prend pas en compte, non plus, l'effet

d'inertie dans le cas où les vitesses sont importantes. Pour cela d'autres termes additionnels ont été donc apportés au modèle de Darcy pour remédier aux insuffisances de ce dernier.

### B- Modèle de Darcy-Brinkman (1947)

**Brinkman** en (1947) a introduit un terme supplémentaire dans l'équation de **Darcy** qui représente les forces visqueuses causées par le cisaillement macroscopique le long des frontières. Ce terme équivalent au terme de dissipation visqueuse dans la loi de Stokes, est très significatif dans les régions près des parois solides, soit :

$$\vec{\nabla} p = - \underbrace{\frac{\mu}{K} \vec{V}}_{\text{terme de Darcy}} + \underbrace{\mu_{\text{eff}} \vec{V}^2 \vec{V}}_{\text{terme de Brinkman}} + \rho \vec{g}$$

La difficulté dans l'utilisation de ce modèle réside dans l'évaluation de la viscosité équivalente  $\mu_{\text{eff}}$  du milieu.

Plusieurs auteurs tels que **Lundgren** (1972), **Rubinstein** (1986), **Durlofsky** et **Brady** (1987) ont montré que le terme de **Brinkman** n'a d'influence que pour de faibles valeurs de porosité.

### C- Modèle de Darcy – Forchheimer (1901)

La loi de Darcy n'est valable que pour des écoulements à faibles vitesses caractérisés par un nombre de Reynolds, basé sur le diamètre moyen des particules ( $Re_d=(U.d)/\nu$ ), ayant une valeur comprise entre 0 et 1. Pour des nombres de Reynolds supérieurs à l'unité, la loi de Darcy s'éloigne du comportement linéaire et elle devient insuffisante pour décrire l'écoulement. Une correction a été alors faite par l'ajout d'un terme inertiel non linéaire du second ordre qui tient compte des effets inertiels microscopiques.

**Forchheimer** (1901) fut le premier à proposer une relation non linéaire du second ordre pour les écoulements à grandes vitesses :

$$\vec{\nabla} P = -\left(A \vec{U} + B |\vec{U}| \vec{U}\right)$$

Où A et B sont des constantes et le terme  $B|\vec{U}|\vec{U}$  est introduit pour tenir compte des effets inertiels qui deviennent négligeables à faibles vitesses par rapport aux effets visqueux. Depuis, plusieurs équations non linéaires basées sur des résultats expérimentaux, ont été proposées avec différentes expressions pour A et B dépendant de la porosité, du diamètre moyen des particules solides et de la viscosité du fluide.

## D- Modèle général : modèle de Darcy–Brinkman–Forchheimer

Pour tenir compte de tous les effets cités auparavant, **Vafai** par exemple, a proposé un modèle général qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \underbrace{\frac{\rho}{\varepsilon} (\vec{U} \vec{\nabla}) \vec{U}}_1 = \underbrace{-\vec{\nabla} P}_2 - \underbrace{\frac{\mu}{K} \vec{U}}_3 + \underbrace{\mu_e \nabla^2 \vec{U}}_4 - \underbrace{\rho \frac{\varepsilon F}{\sqrt{K}} |\vec{U}| \vec{U}}_5 + \underbrace{\rho \vec{F} v}_6$$

Où

Le terme  $\rho (\vec{U} \vec{\nabla}) \vec{U}$  est généralement négligé sauf dans les régions d'entrée d'écoulement

1<sup>er</sup> terme : terme des forces macroscopiques d'inertie.

2<sup>eme</sup> terme : gradient de pression.

3<sup>eme</sup> terme : contrainte de viscosité microscopique : terme de Darcy.

4<sup>eme</sup> terme : terme de Brinkman ou contrainte visqueuses macroscopique (effet de paroi).

5<sup>eme</sup> terme : force d'inertie microscopique ou terme d'inertie d'Ergun

6<sup>eme</sup> terme : forces de volume.

## I-5. Transfert de chaleur et de masse dans les milieux poreux

### A- Transfert de chaleur dans les milieux poreux

La nature hétérogène des milieux poreux provoque parfois lors de la convection, une différence considérable entre l'écoulement macroscopique et le transfert réel. C'est pourquoi, la notion d'équilibre thermique local est introduite. Cette notion a été longuement étudiée par plusieurs chercheurs.

Tout comme l'équation décrivant l'écoulement du fluide dans un milieu poreux, l'équation de l'énergie, traduisant le transfert de chaleur dans ce même milieu, fait appel au concept de milieu continu fictif (V.E.R), équivalent au milieu poreux réel.

L'équation d'énergie macroscopique peut être obtenue par prise de moyenne de l'équation d'énergie dans chaque phase au sein du volume élémentaire représentatif. Elle s'écrit, dans le cas d'un équilibre thermique local, et dans le cas où les termes de dissipation visqueuse sont négligeables, sous la forme générale suivante

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\rho c_p)_{\text{eff}} T] + \nabla \cdot [(\rho c_p)_f T \vec{V}] = \nabla \cdot [k_{\text{eff}} \nabla T]$$

Si les caractéristiques thermiques des phases solide et fluide telles que les chaleurs volumiques et les conductivités thermiques sont supposées constantes et donc indépendantes

de la température, l'équation régissant le phénomène de transfert de chaleur dans les milieux poreux s'écrit :

$$(\rho c_p)_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_f \vec{V} \vec{\nabla} T = k_{\text{eff}} \nabla^2 T$$

Avec

$$(\rho C_p)_{\text{eff}} = \varepsilon (\rho C_p)_f + (1-\varepsilon) (\rho C_p)_s$$

Où

$\rho$  : masse volumique du fluide considéré

$\varepsilon$  : porosité du milieu poreux

$k_{\text{eff}}$  : Conductivité thermique effective

$(\rho C_p)_{\text{eff}}$  : Capacité calorifique effective

## B- Transfert de masse dans les milieux poreux

On appelle transfert de masse, le transport d'un constituant d'une solution fluide d'une région à une autre. Par analogie au transfert de chaleur, la masse est diffusée dans la direction où le gradient de concentration existant va en diminuant et cesse lorsque ce dernier s'annule.

Le transfert de masse peut s'effectuer en phase gazeuse ou en phase liquide, soit par diffusion moléculaire dans les fluides au repos, soit par convection solutale dans les fluides en mouvement.

Le mode de transfert par diffusion moléculaire est analogue au transfert de chaleur par conduction. Il peut avoir lieu dans un fluide au repos et également dans un fluide en écoulement.

En régime permanent, la concentration ne varie pas avec le temps et suit la loi de **Fick** qui relie la densité de flux massique échangée par diffusion solutale, au gradient de concentration et à la diffusivité massique du composant A dans B. Cette loi s'écrit comme suit :

$$\vec{m} = -D_{AB} \vec{\nabla} C_A$$

On remarque bien que cette loi de **Fick** est similaire à celle de **Fourier** qui détermine la densité du flux thermique transféré par conduction dans un milieu homogène de conductivité thermique k.

$$\vec{q} = -k \vec{\nabla} T$$

La mesure des diffusivités massiques est généralement évaluée expérimentalement ; le tableau 6 donne une sélection de valeurs du coefficient de diffusion massique D pour certains gaz et liquides.

<b>Gaz (25°, 1atm) Dilué dans l'air</b>	<b>D [m²/h]</b>	<b>Liquide (20°) dilué dans l'Eau</b>	<b>D x10<sup>-5</sup> [m²/h]</b>
Ammoniac	0.1	Ammoniac	0.63
Vapeur d'eau	0.092	Sucrose	0.17
Ethanol	0.043	Ethanol	0.35
Dioxyde de carbone	0.059	Dioxyde de carbone	0.64
Oxygène	0.074	Oxygène	0.65
Hydrogène	0.15	Hydrogène	1.86
Benzène	0.032	Clorure de sodium	0.49

**Tableau 6 :** Quelques valeurs de la diffusivité massique, **Bejan [1992]**

La mobilité moléculaire dans les liquides est plus petite que dans les gaz, c'est pourquoi les diffusivités en phase liquide sont bien inférieures à celles en phase gazeuse.

La diffusion de masse peut être influencée par des paramètres extérieurs tels que les gradients de température (effet Soret), les gradients de pression ou les réactions chimiques. En diffusion solutale, on travaille généralement sur le concept de concentration d'un élément 'e' dans un mélange. Cette concentration représente la masse de l'élément 'e' dans le mélange de volume  $V_d$  et elle est exprimée en kg de soluté par  $m^3$  de solution.

$$C_e = m_e / V_d = \rho$$

La densité de flux massique locale s'exprime par :

$$\vec{\dot{m}}_e = \rho_e \cdot \vec{V}_e$$

Où  $\vec{V}_e$  représente la vitesse des particules de la composante 'e'. La vitesse moyenne massique  $V_e$  est alors définie comme étant le rapport de la somme des flux massiques élémentaires à la densité totale du mélange.

$$\rho \cdot \vec{V} = \sum \dot{m}_e = \sum \rho_e \vec{V}_e$$

On définit alors le flux massique de l'élément e relativement à un repère se déplaçant à la vitesse massique moyenne, par :

$$\vec{M}_e = \rho_e \left( \vec{V}_e - \vec{V} \right)$$

Si  $\vec{m}_e$  est le flux absolu de l'élément e,  $\vec{M}_e$  est le flux diffus. Il représente le mouvement moyen du mélange et on peut écrire :

$$\vec{m}_e = \vec{M}_e + \rho_e \cdot \vec{V}$$

L'équation précédente nous montre qu'il y a deux contributions pour le flux absolu de l'élément e, l'une due à la diffusion (mouvement de l'élément e par rapport au mouvement moyen du mélange) et l'autre provoquée par le mouvement moyen du mélange.

### B-1- Equation de diffusion massique

L'équation de conservation de la masse globale du mélange s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \cdot \vec{V}) = 0$$

Soit, encore, en distinguant la contribution de chacun des éléments, l'équation relative à l'ensemble des éléments du mélange s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\sum \rho_e \cdot \vec{V}_e) = 0$$

L'équation de la conservation de la masse pour chaque élément e du mélange sur un volume de contrôle est :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_e \cdot \vec{V}_e) = 0$$

En tenant compte de l'équation  $\vec{M}_e = \rho_e \left( \vec{V}_e - \vec{V} \right)$ , l'équation précédente s'écrira :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\sum \rho_e \cdot \vec{V}_e) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}_e$$

En remplaçant le flux massique  $M'_e$  par son expression donnée par la loi de Fick et en introduisant le concept de la concentration définie par l'équation de diffusion de chaque constituant  $e$  du mélange, on trouve :

$$\frac{\partial C_e}{\partial t} + \bar{V} \cdot \bar{\nabla} \cdot C_e = D \bar{\nabla} C_e$$

Cette équation se transforme, dans le cas d'un seul élément, en :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{V} \cdot \bar{\nabla} \cdot C = D \bar{\nabla} C$$

La diffusivité massique  $D$ , qui caractérise la vitesse de diffusion d'un composant dans un mélange, est analogue à la diffusivité thermique  $\alpha$ , traduite par l'équation d'énergie dans un volume.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \Delta T$$

## **B-2- Equation de la diffusion massique dans les milieux poreux**

L'équation précédente est formulée pour le transfert de masse dans le cas purement fluide. Dans le cas d'une matrice poreuse saturée, il est évident qu'aucun écoulement n'est possible dans les parties solides ; pour obtenir la modélisation de l'écoulement du fluide dans le milieu poreux, on multiplie l'équation de conservation de la concentration du cas totalement fluide par la porosité, tout en introduisant l'expression de la vitesse par la relation de **Dupuit-Forchheimer** et on écrit l'équation de transport sous sa forme finale (**Donald et Bejan** (1992)). Il vient :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{V} \cdot \bar{\nabla} \cdot C = \nabla (D_{\text{eff}} \nabla C)$$

Où  $D_{\text{eff}} = \varepsilon \cdot D$  représente la diffusivité massique effective du soluté considéré dans le milieu poreux.

## **Conclusion**

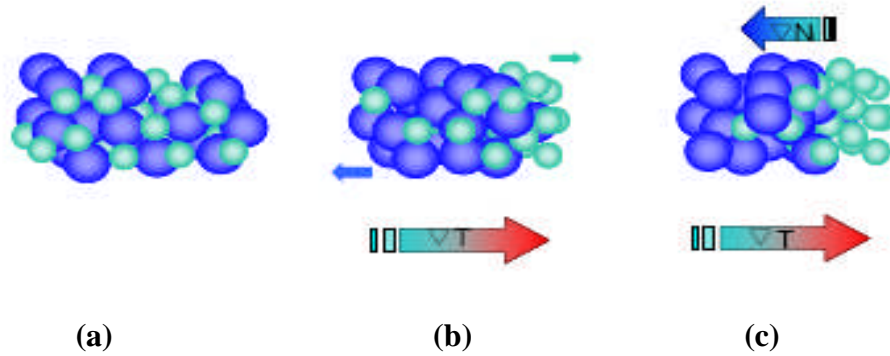
Dans ce chapitre les notions relatives aux milieux poreux ont été présentées, le prochain chapitre sera consacré au phénomène de la thermo-diffusion, l'effet de la présence simultanée et couplée des deux gradients thermique et massique, appelé aussi effet Soret.

## Introduction à la thermo-diffusion

Dans un milieu poreux, quand un fluide saturant à plusieurs composants est soumis à des gradients de densité causés par des variations locales de température et de concentration, les forces volumiques dues au champ de gravité induisent un mouvement convectif: c'est la convection naturelle thermosolutale. Dans le cas le plus fréquent ces deux agents (gradients thermique et de concentration) peuvent agir de manière coopérative ou bien en opposition. Des comportements dynamiques intéressants et compliqués peuvent en résulter, surtout quand les deux forces sont en opposition.

L'application d'un gradient de température dans un mélange fluide (binaire, ou à plusieurs composants), induit un gradient de concentration qui génère un transfert de masse au sein de ce fluide primitivement homogène. Ce phénomène couplé appelé thermo-diffusion, double diffusion ou encore effet Soret est très souvent masqué par la gravitation d'une part et la convection thermique d'autre part. Le paramètre qui permet d'estimer l'importance de ce couplage est le coefficient de Soret  $S_T$ . Cet effet qui s'avère être une source supplémentaire de comportements dynamiques, trouve son utilité dans plusieurs systèmes naturels ou industriels tels que, le transport de polluants dans le sol, la migration de l'humidité dans certains milieux, le traitement de déchets, etc. justifiant ainsi l'attention accrue des chercheurs concernant son étude.

La thermo-diffusion est le terme général désignant les phénomènes de migration diffusionnelle des éléments sous l'action d'un gradient de température, ce qui aboutit à un gradient de concentration en l'absence de convection. Selon les espèces, les conditions thermodynamiques et le signe du coefficient de Soret, cette migration s'effectue vers les zones chaudes ou froides. Nous pourrions expliquer brièvement ce phénomène par un exemple de mélange de deux constituants parfaitement miscibles. Le constituant le plus lourd du mélange est désigné comme le soluté et le plus léger comme le solvant. Le schéma de la Figure **II.1** illustre ce phénomène [11].



**Fig.II.1:** Mécanisme de l'effet Soret dans un fluide binaire.

**Etat initial (Fig.II.1.a) :** fluide homogène en équilibre en l'absence d'un quelconque gradient.

**Etat transitoire (Fig.II.1.b) :** migration des espèces sous l'action d'un gradient de température, une séparation partielle des constituants est produite dans ce cas là.

**Etat stationnaire (Fig.II.1.c) :** le cas où le fluide est inhomogène.

A l'état initial (**Fig.II.1.a**) en l'absence de gradient de température, les flux de molécules se déplaçant de la gauche vers la droite doivent être égaux à ceux des molécules se déplaçant de la droite vers la gauche. Ces flux sont dus à l'agitation continue des molécules, qui est directement liée à la température: plus celle-ci est importante plus ce mouvement est intense.

L'application d'une différence de température engendre une séparation des constituants qui n'est que partielle, car la diffusion chimique tend à s'opposer au gradient de concentration créé par la diffusion thermique (**Fig.II.1.b**). Après cette phase transitoire, le mélange atteint un état stationnaire (**Fig.II.1.c**).

## II-1- Quelques définitions

### La convection naturelle thermique

Le mouvement d'un fluide engendré par des inhomogénéités de température.

### La convection naturelle thermosolutale

Transfert simultané et couplé de chaleur et de matière

### Effet Soret " thermo-diffusion "

La thermo-diffusion (appelée effet Soret) est l'apparition d'un flux de matière dans un mélange " binaire " primitivement homogène sous l'influence d'une différence de température.

## 1- Le mécanisme de transfert de masse par la thermo-diffusion

Dans le cas de faibles variations de température et de concentration (ou titre massique) de soluté au sein du mélange de deux constituants (solvant et soluté) parfaitement miscibles, la masse volumique en un point du fluide binaire est alors une fonction linéaire des écarts de température et de concentration locales par rapport à celle de référence. Si on place le mélange dans un champ de gradients de température ou de concentration, des fluctuations de densité impliquent des variations de forces de poussée d'Archimède locales susceptibles d'engendrer un mouvement du fluide. Alors une contribution de la concentration dans la densité du mélange vient s'ajouter des effets de couplage entre flux thermique et solutal au sein de celui-ci. L'existence de ces couplages engendre les effets suivants:

- L'effet **Dufour** : la contribution du gradient de concentration au flux de chaleur.
- L'effet **Soret** : la contribution du gradient thermique au flux massique.

## II-2- Coefficient de Soret

La connaissance précise des coefficients de Soret du mélange en rapport avec certains domaines scientifiques ou techniques est primordiale. Elle concerne notamment le transport de polluants dans les sols, le stockage des déchets radioactifs, la migration d'humidité dans des fibres isolantes, dans la production pétrolière pour une évaluation plus fine de la répartition des hydrocarbures dans les gisements profonds. En effet, pour obtenir une mesure efficace de l'effet des gradients thermiques sur la composition des fluides, on a recours aussi au procédé de thermo-diffusion (effet Soret) dans le mécanisme de séparation dans les mélanges fluides soumis à des gradients thermiques, bien dans d'autres différents systèmes industriels tels que les centrales thermiques où des grands gradients de température existent fréquemment sur des distances finies ce qui entraîne de grandes variations de température qui ne peuvent plus être négligés...etc.". Du fait de ces applications diverses l'introduction de ce coefficient est devenue considérable afin d'assurer un bon usage industriel.

Bien que la découverte de l'effet Soret remonte à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle (**Lûdwig [1]** et **Soret [2]**) il n'existe aujourd'hui aucune théorie capable de prédire l'intensité, ni même le signe du coefficient de Soret. Ceci est dû aux grandes difficultés expérimentales. Les mesures fiables de ce coefficient sont rares et peu précises à cause, d'une part, de la faible intensité du gradient de concentration résultant et, d'autre part, de l'apparition fréquente des mouvements convectifs dans le mélange; parasites difficiles à éviter dans les cellules de mesure à effet Soret pur. C'est pour ces raisons qu'aucune théorie unifiée n'a permis encore de comprendre les comportements parfois surprenants de cet effet.

### II-3- Méthodes de mesure du coefficient de Soret en milieu poreux et en milieu libre

La plupart des études existantes traitent la convection naturelle thermosolutale soit en négligeant le phénomène de Soret, soit en choisissant une valeur de son coefficient arbitrairement sans se baser sur aucune loi analytique ou empirique. Ceci mène à des résultats qui peuvent être considérés comme des renseignements inexacts et ne peuvent donc être pris comme une base d'informations ou de données à des études ultérieures théoriques ou expérimentales. C'est pour cette raison que certains chercheurs ont tenté de trouver des valeurs plus réelles à ce coefficient en se basant sur des expériences faites en laboratoire.

De nombreuses mesures du coefficient de Soret ont été obtenues dès les années 1960. **Costesèque [3]** dans son étude a cité les différentes mesures et valeurs de ce coefficient fournies par plusieurs auteurs. Ces mesures ont montré que ce coefficient est généralement positif.

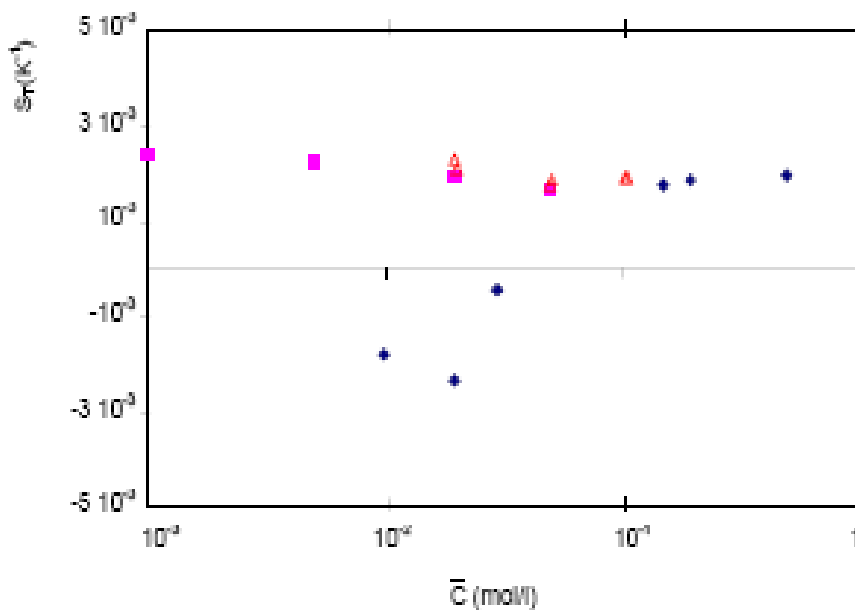
De nouvelles méthodes à technologie très élaborée ont été proposées par **Wiegand et al. [4]**. Des expériences en microgravité sont effectuées par **Van Vaerenbergh et al. [5]**. D'autres voies de mesures ont été considérées : la stabilisation du fluide par l'utilisation d'un milieu poreux contenu dans la cellule, la mesure indirecte du coefficient de Soret à partir de l'amplification des séparations par couplage thermoconvectif (colonnes thermogravitationnelles) en milieu libre ou en milieu poreux (**Costesèque et al. [6]**, **Bou-Ali et al. [7]** et **Lorenz et al. [8]**)

Un essai d'obtention de valeurs « étalon » pour le coefficient de Soret a été récemment réalisé sur trois mélanges binaires d'hydrocarbures de structure type dans les gisements pétroliers au moyen de différentes méthodes dont l'une est réalisée en milieu poreux (**Platten et al. [9]** et **Legros et al. [10]**)

**M. Paszkuta [11]** dans son étude a regroupé quelques résultats fournis par **Costesèque [3]** dans son mémoire sous forme de graphes représentés dans les figures, **II.2** et **II.3** où il a tracé les valeurs de  $S_T$  en fonction des deux paramètres : la concentration moyenne  $C_m$  et la température moyenne  $T_m$ . D'après ses résultats le coefficient de Soret  $S_T$  dépend légèrement de la concentration pour  $C_m < 10^{-1}$  mol/l, mais également de la température moyenne  $T_m$  et son signe est influencé par les valeurs de  $C_m$  et  $T_m$  (il peut devenir négatif).

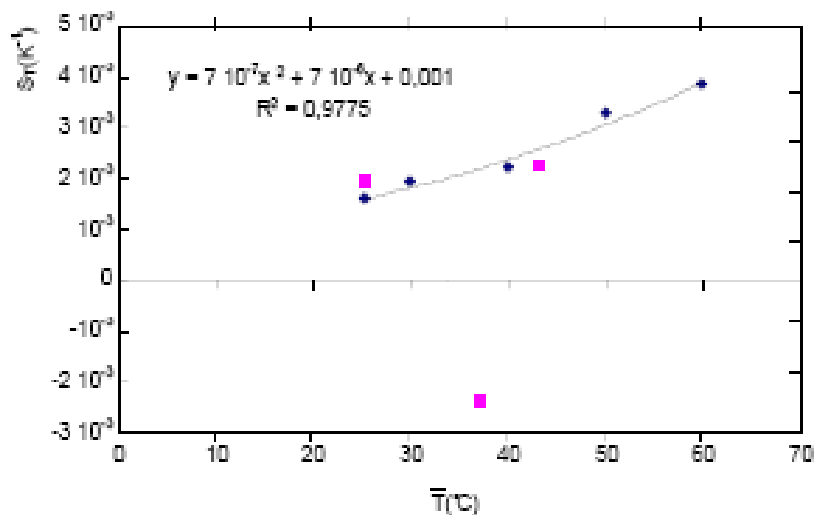
La première figure (**Fig.II.2**) représente les valeurs du coefficient de Soret  $S_T$  en fonction de la concentration pour trois valeurs données de la température moyenne (25.3°C, 37°C et 43.1°C). On remarque sur cette figure que les valeurs du coefficient de Soret sont très proches pour ces trois valeurs de la température moyenne mais pour la température moyenne  $T_m = 37^\circ\text{C}$ , le coefficient de Soret change de signe et prend une valeur négative et cela pour

des valeurs de la concentration moyenne inférieures à  $3 \cdot 10^{-2}$  mol/l et il marque sa valeur minimale pour une valeur de la concentration moyenne  $C_m = 2 \cdot 10^{-2}$  mol/l. Tandis que pour des valeurs de la concentration moyenne  $C_m > 3 \cdot 10^{-2}$  mol/l, on remarque un inversement de signe du coefficient de Soret qui prend alors des valeurs positives. Ce phénomène semble simplement se produire pour une température moyenne  $T_m = 37$  °C, pour les deux autres ( $T_m = 25.3$  °C et  $43.1$  °C), le coefficient de Soret  $S_T$  reste positif pour toute la gamme de variation de la concentration moyenne, il diminue seulement de 27% entre  $C_m = 10^{-3}$  mol/l et  $C_m = 5 \cdot 10^{-2}$  mol/l, puis il devient constant pour  $C_m > 5 \cdot 10^{-2}$  mol/l et de l'ordre de  $1.8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .



**Fig.II.2** : Evolution du coefficient de Soret du chlorure de sodium en milieu libre en fonction de la concentration moyen pour différentes températures moyennes :  
 $T = 25.3$  °C (■),  $37$  °C (◆) et  $43.1$  °C (△)

Sur la Figure **II.3** qui présente l'évolution de  $S_T$  avec la température moyenne pour différentes concentrations ( $2 \cdot 10^{-2}$  mol/l et  $5 \cdot 10^{-2}$  mol/l), on voit que pour une valeur de la concentration moyenne  $C_m = 5 \cdot 10^{-2}$  mol/l, l'évolution est monotone et croissante. Par contre pour l'autre valeur de la concentration,  $C_m = 2 \cdot 10^{-2}$  mol/l,  $S_T$  devient négatif pour  $T_m = 37$  °C et l'évolution n'est plus monotone.



**Fig.II.3** : Evolution du coefficient de Soret du chlorure de sodium en milieu libre en fonction de la température moyenne pour différentes concentrations :  
 $\bar{C} = 2 \cdot 10^{-2}$  mol/l (■) et  $5 \cdot 10^{-2}$  mol/l (◆)

Ces résultats issus de la littérature sont cités par **Costesèque [3]** et les valeurs associées à chaque température moyenne correspondent aux valeurs obtenues par un auteur donné.

Le but de l'étude de **Paszruta [11]** était de mettre en évidence le couplage qui existe entre les différents gradients de température, de concentration et de pression et principalement l'influence de la thermo-diffusion et de l'électro-Osmose sur le transport de soluté (plus particulièrement le chlorure de sodium). L'auteur a choisi deux matériaux modèles qui sont le mica muscovite et la poudre de verre, pour une éventuelle comparaison des résultats avec ceux de l'argile du site de Collovo–Oxford (site étudié). L'application simultanée de gradients de concentration et de température sur ces trois matériaux est alors étudiée pour une large gamme de données : une concentration moyenne entre  $10^{-3}$  mol/l et  $10^{-1}$  mol/l, des températures moyennes entre 25°C et 35°C et des écarts en température entre 4°C et 40°C. Concernant la valeur du coefficient de Soret et d'après les résultats trouvés, elle peut dépendre de ces trois paramètres selon la gamme considérée et cela comme suit : pour une température moyenne inférieure à 35°C et une concentration moyenne inférieure à  $5 \cdot 10^{-2}$  mol/l, l'amplitude du coefficient de Soret est faiblement influencée par ces deux paramètres. Par contre, l'écart de température imposé peut modifier de façon notable l'amplitude de ce coefficient. Pour de faibles écarts de température (inférieurs à 20K) et des concentrations moyennes inférieures ou égales à  $10^{-3}$  mol/l, la valeur du coefficients de Soret est de l'ordre de  $10^{-3}$  K<sup>-1</sup> pour les deux matériaux modèles et de l'ordre de  $4 \times 10^{-3}$  K<sup>-1</sup> pour l'argilite de site.

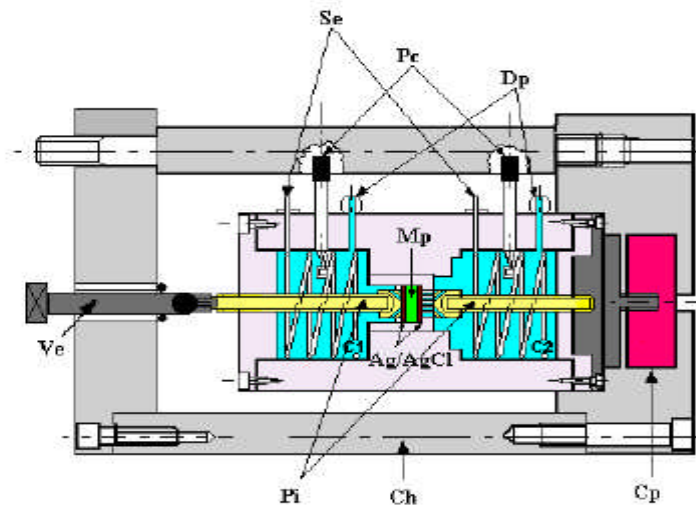
L'auteur désigne ces valeurs de  $S_T$  d'une part, comme de faibles amplitudes et cela signifie que la diffusion chimique est dominante par rapport à la diffusion thermique et d'autre part, quelles sont du même ordre de grandeur que celles du milieu libre et par conséquent, le milieu poreux a peu ou pas d'influence sur l'amplitude de la thermo-diffusion (valeur du coefficient de Soret). Pour des écarts de température supérieurs à 20K et des concentrations moyennes supérieures à  $10^{-3}$  mol/l, les coefficients de Soret peuvent atteindre une valeur de  $10^{-2}$  K<sup>-1</sup> ou légèrement supérieure à celle-ci. Dans ce cas l'auteur affirme que la diffusion thermique ne peut plus être négligée par rapport à la diffusion chimique et, dans certains cas, peut même devenir dominante.

Pour ce qui est du signe des coefficients de Soret trouvés pour les trois matériaux, l'auteur indique que le déplacement du soluté lié à la thermo-diffusion se fait principalement vers les régions froides; résultat trouvé et confirmé par d'autres chercheurs ([40], [42], .[55]).

L'auteur [11] dans son étude a calculé la valeur du coefficient de Soret par trois méthodes qui peuvent être résumées comme suit: dans la première méthode qui est purement expérimentale, il a utilisé une cellule d'essai (**Fig.II.4**) composée de deux cavités séparées par une partie centrale contenant l'échantillon maintenu entre deux membranes Ag/AgCl. Les serpentins autour des parois des cavités et dans lesquels circule l'eau, sont branchés à des thermostats qui servent à imposer les températures désirées dans chaque compartiment. Un piston coulisse dans l'axe de l'un des deux couvercles. Une pression de compaction est appliquée à l'échantillon poreux en agissant sur une vis. L'effort appliqué sur le milieu poreux est transmis à un capteur de force encastré dans le châssis à l'aide d'un deuxième piston solidaire du deuxième couvercle de la cellule. Les deux cavités de la cellule sont pourvues chacune de deux vannes; l'une reliée à l'arrivée du liquide, et l'autre à un capteur de pression permettant de mesurer les différences de pression induites par les variations de liquide. Les électrodes Ag/AgCl servent à mesurer le potentiel induit lorsque des variations de température sont imposées au système. Le but de cette expérience est de connaître l'influence de la température moyenne  $\bar{T}$ , de la concentration moyenne  $\bar{C}$  ainsi que du gradient thermique  $\Delta T$  sur la thermo-diffusion. Pour cela deux températures moyennes sont été essentiellement choisies et étudiées, à savoir  $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$  et  $\bar{T} = 35^\circ\text{C}$ . La première démarche est de faire varier  $\Delta T$  avec  $\bar{T}$  et  $\bar{C}$  constants puis prendre  $\Delta T$  constant et de faire varier  $\bar{T}$  et  $\bar{C}$ .



(a)



(b)

(a) Vue d'ensemble du système expérimental.

(b) Schéma de la cellule expérimentale

**M<sub>P</sub>**: pastille d'argilite; **P<sub>C</sub>**: sonde de conductivité et température; **S<sub>e</sub>**: serpentins servant à appliquer la température désirée; **D<sub>p</sub>**: connexions permettant la mesure de la pression différentielle ; **C<sub>1</sub>**, **C<sub>2</sub>** : Compartiments avec différentes concentrations ; **P<sub>i</sub>**: pistons servant à appliquer la compaction désirée; **V<sub>e</sub>**: système vis-écrou qui agit sur le piston; **C<sub>p</sub>**: capteur de force; **Ch**: châssis.

**Fig.II.4** : Dispositif expérimental pour le calcul du coefficient de Soret

La deuxième méthode est la mesure du coefficient de Soret à partir des différences de potentiels engendrées par le mouvement des ions de l'électrolyte. Il a trouvé des valeurs de  $S_T$  positives et dépendant de  $\bar{T}$  et  $\bar{C}$  comme on peut le voir sur **le tableau II.1**.

Avec  $\Delta E$  gradient de potentiel chimique

$\bar{C}$ (mole/m <sup>3</sup> )	$\bar{T}$ (°C)	$\frac{\Delta E}{\Delta T}$ (V / K)	$S_T (\Delta E)$ (K <sup>-1</sup> )	$S_T (\Delta C)$ (K <sup>-1</sup> )
1	25	-0.13 10 <sup>-3</sup>	6.3 10 <sup>-3</sup>	4.1 10 <sup>-3</sup>
73	25	-0.56 10 <sup>-3</sup>	2.7 10 <sup>-2</sup>	1.2 10 <sup>-2</sup>

**Tableau II.1** : Valeurs de  $S_T$  pour l'argilite obtenues à partir de la mesure du potentiel de membrane

La troisième méthode qui a été étudiée par l'auteur est la résolution numérique des équations couplées. Il a abouti à la conclusion que les valeurs du coefficient de Soret  $S_T$  pour les trois matériaux lorsque les conditions de détermination de ce coefficient sont indépendantes de  $\bar{T}$ ,  $\nabla T$  et  $\bar{C}$ , sont identiques à celles qu'il a obtenues expérimentalement et ceci lorsque  $\Delta T$  et  $\bar{C}$  sont élevés (**tableau II.2**) et correspondent aux valeurs obtenues en milieu libre avec NaCl. Le milieu poreux n'a pas d'effet important sur la thermo-diffusion.

Matériau	Poudre de verre	Mica	Argilite
$S_T$ (K <sup>-1</sup> )	$(3.1 \pm 0.8) 10^{-3}$	$(3.1 \pm 0.1) 10^{-3}$	$(4.1 \pm 1) 10^{-3}$

**Tableau II.2** : Valeur de  $S_T$  pour les trois matériaux lorsque  $\nabla T \ll 2 \cdot 10^3$  K/m et  $\frac{\nabla C}{\bar{C}} \leq 300 m^{-1}$ , lorsque  $S_T$  est indépendant de  $\bar{T}$ ,  $\nabla T$  et  $\bar{C}$ .

On peut citer également l'étude de **Colombani et al. [12]** qui ont déterminé le coefficient de Soret du chlorure de Lithium aqueux concentré (LiCl, RH<sub>2</sub>O) par holointerférométrie avec des températures comprises entre -100 et 40°C et des différences de températures entre 0 et 40°C pour différentes valeurs de Ra comprises entre 97 et 1110. Pour une cellule expérimentale ayant une hauteur de 30 mm, les gradients de température sont compris entre 0 et 1333 K/m. Ils ont montré que l'évolution de  $S_T$  en fonction de la température est monotone et croissante et qu'une forte concentration du mélange décale cette

évolution vers les valeurs négatives du coefficient de Soret et l'inversion de l'effet Soret est repoussée vers les hautes températures. Ce résultat est trouvé par plusieurs études faites par différents chercheurs sur les électrolytes aqueux et les valeurs des coefficients de Soret obtenues sont comprises entre  $-5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  et  $2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

D'autre part une étude sur le KBr a été faite par **Rondot et al. [13]**. Ils se sont intéressés à la valeur du coefficient de Soret de cette solution pour une concentration initiale de 0.5 mol/l, une différence de température de 10°C, une température moyenne de 30°C et un gradient de température égal à 1176 K/m. Ils ont obtenu une valeur du coefficient de Soret égale à  $6.8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Par contre Alexander (1954, travail cité dans l'étude de **Costèsque [3]**) pour la même solution KBr, a trouvé des valeurs du coefficient de Soret comprises entre  $3 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  et  $3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  pour des concentrations entre  $5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/l}$  et 1 mol/l et des températures comprises entre 25°C et 60°C. Ces valeurs du coefficient de Soret sont inférieures à celles données par l'étude précédente.

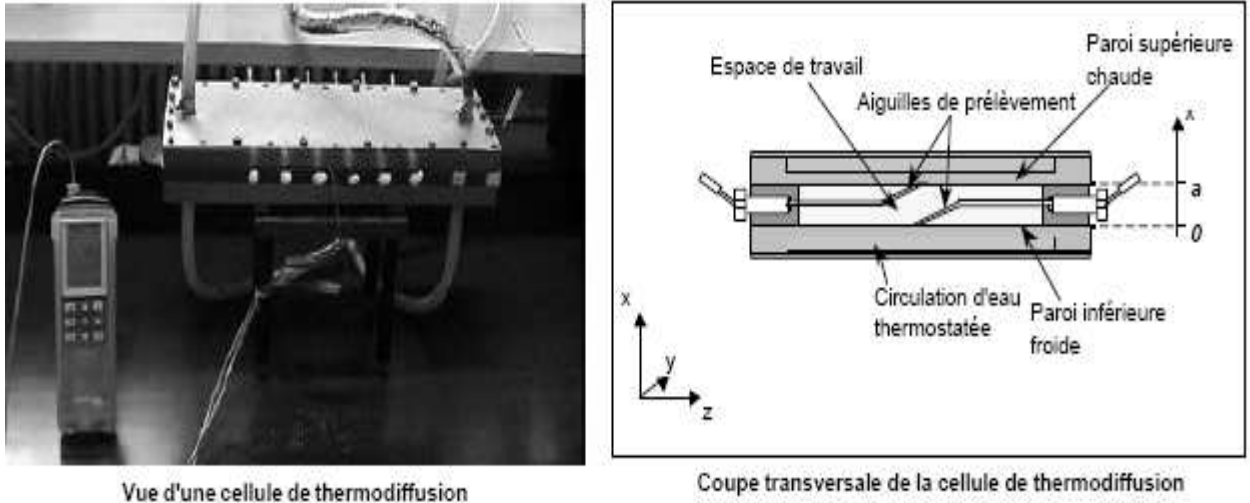
On peut citer aussi l'expérience de **Platten et al. [14]** qui se sont intéressés dans leurs travaux au phénomène de Soret. Leur expérience permet de déterminer la valeur de ce coefficient dans deux cas: milieu totalement fluide et milieu totalement poreux. Pour eux le point le plus intéressant est de savoir si le coefficient de Soret  $S_T$  d'un fluide imprégnant un milieu poreux est identique à celui du même fluide 'libre'. Sachant que le coefficient de Soret est défini comme le rapport entre le coefficient de thermo-diffusion  $D_T$  et le coefficient de diffusion de Fick  $D$ , ( $S_T = D_T / D$ ), la question serait alors : la présence d'un milieu poreux affecte-t-elle les valeurs du coefficient de Soret ?

C'est ainsi que des mesures du coefficient de Soret ont été effectuées par ces mêmes auteurs à partir d'une amplification thermogravitationnelle des séparations en milieu libre et en milieu poreux. Les résultats obtenus ne présentent pas une différence significative, mais la méthode de traitement s'appuie sur une phénoménologie issue d'hypothèses simplificatrices, ce qui augmente l'incertitude expérimentale. C'est pourquoi il est apparu nécessaire pour eux d'effectuer cette comparaison à partir de mesures réalisées dans des cellules à effet Soret pur dont la phénoménologie est plus simple à décrire :

#### **Principe de la méthode de Platten et al. [14] et résultats**

Il s'agit d'une cellule à parois planes en inox, horizontales, maintenues chacune à température constante pour créer un gradient thermique vertical. L'espace de travail, parallélépipédique, est défini par une entretoise en PVC dans laquelle sont ménagés et répartis sur la longueur de la cellule, six couples d'orifices munis d'aiguilles creuses fines permettant de prélever des échantillons au contact des parois et mesurer le gradient de concentration

apparu. La température des parois est quasiment identique à chaque abscisse de prélèvement longitudinal mais celle-ci y sera mesurée précisément. Les points de prélèvement sont suffisamment éloignés l'un de l'autre (4cm) pour que les concentrations au niveau des voisins ne soient pratiquement pas perturbées (**Fig.II.5**)



**Fig.II.5** : Appareil de mesure du coefficient de Soret

Les compositions des prélèvements successifs sont mesurées au moyen d'un réfractomètre de précision. La cinétique de la thermo-diffusion est évaluée au moyen de la différence de fraction massique  $\Delta C$  entre côté froid et côté chaud, rapportée à la différence de température  $\Delta T$  correspondant à l'abscisse des prélèvements. On utilise l'équation de la cinétique Soret proposée par **Bierlein [15]** en respectant au mieux, expérimentalement, les conditions aux limites et les hypothèses simplificatrices (gradients linéaires) utilisées pour son établissement :

$$\frac{\Delta C(t)}{\Delta T} = -S_T C_0 (1 - C_0) \left[ 1 - \frac{8}{\pi^2} \cdot \sum_n^p \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot \exp\left(- (2n-1)^2 \cdot \frac{t}{\theta}\right) \right]$$

Avec :

$C_0$ : fraction massique initiale

$S_T$ : coefficient de Soret

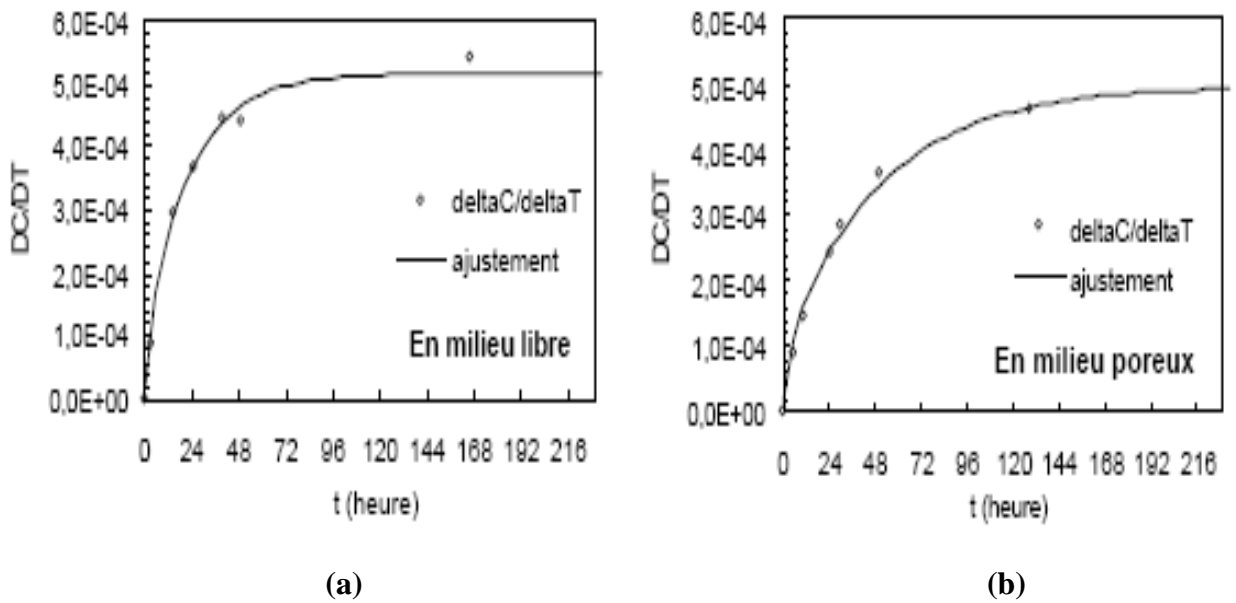
$\theta$ : temps caractéristique  $\theta = a^2/\pi^2 \cdot D$

$a$ : distance entre les deux plaques

Cette équation, développée jusqu'au 5<sup>ème</sup> terme de la série, est ajustée numériquement aux valeurs expérimentales (sous l'approximation des moindres carrés) pour obtenir des valeurs optimales des paramètres  $S_T$  et  $\theta$ .

De l'évaluation des temps caractéristiques respectifs en milieu libre et en milieu poreux on déduit ensuite les valeurs de  $D$  et de  $D^*$  (où le superscript \* indique la valeur en milieu poreux) et on en déduit aussi la tortuosité effective du garnissage poreux, avec  $D/D^* = \tau^2$  [14]

L'expérimentation a été menée sur une solution de sulfate de cuivre, sous les mêmes conditions thermiques, dans une même cellule dont l'espace de travail a été successivement rempli par la solution choisie, puis par la même solution imprégnant un garnissage poreux de microbilles inertes calibrées. Un exemple d'ajustement des paramètres  $S_T$  et  $\theta$  de l'équation de Bierlein à partir des résultats expérimentaux est indiqué au moyen des courbes (**Fig.II.6**).



**Fig.II.6** : Evolution du rapport ( $\Delta C / \Delta T$ ) avec le temps ( $t$ ) en milieu libre (a) et en milieu poreux (b).

Les valeurs issues de l'ajustement optimal des paramètres résultent de la prise en compte d'un ensemble d'expérimentations indépendantes regroupées. Elles sont résumées dans le **tableau II.3**

	<b>En milieu poreux</b>	<b>En milieu Libre</b>	<b>Rapport des coefficients de Soret ( <math>\frac{S_T}{S^*_T}</math> )</b>	<b>Rapport des coefficients de diffusion ( <math>\frac{D}{D^*}</math> )</b>
<b>Coefficient de Soret <math>S_T^*</math> ou <math>S_T</math> ( <math>K^{-1}</math> )</b>	13.3 $10^{-3}$	13.15 $10^{-3}$	0.99 $\approx$ 1	*****
<b>Coefficients de diffusion <math>D^*</math> ou <math>D</math> ( <math>m^2.s^{-1}</math> )</b>	1.322 $10^{-10}$	3.045 $10^{-10}$	*****	2.3

**Tableau II.3** : Valeurs des coefficients de Soret et de la diffusion dans un milieu poreux et un milieu libre.

Ces résultats indiquent que les coefficients de Soret mesurés en milieu libre et en milieu poreux sont des valeurs quasiment identiques et le coefficient de Soret n'est pas sensible à la présence du garnissage poreux.

### Conclusion

Malgré les grands efforts fournis par différents chercheurs à la fois sur le plan théorique ou de point de vue expérimental, pour l'obtention de valeurs fiables du coefficient de Soret, grandeur caractéristique du phénomène de la thermo-diffusion, néanmoins, ces valeurs restent loin des valeurs réelles du coefficient de Soret. En effet, cela est dû d'une part, à la difficulté de la réalisation des cellules de mesure à effet Soret pur et d'autre part, à l'absence d'une théorie fiable qui permet de déterminer la valeur de ce coefficient.

Néanmoins, les études réalisées jusqu'à présent ont fait apparaître plusieurs points importants qu'on peut citer comme suit:

- Le signe du coefficient de Soret  $S_T$  permet d'indiquer le sens de migration du soluté.
- L'intensité ainsi que le signe du  $S_T$  dépendent de plusieurs paramètres tels que: la température moyenne, la concentration moyenne [11] et le titre massique [41] des constituants du mélange

- La présence d'un milieu poreux n'influe pas sur la valeur du coefficient de Soret

$$(S_T)_{\text{poreux}} \approx (S_T)_{\text{fluide}}$$

- Le déplacement du soluté lié à la thermo-diffusion se fait principalement vers les régions froides, cela indique que le coefficient de Soret prend généralement des valeurs positives [11].

Néanmoins, une forte concentration du mélange décale cette évolution vers les valeurs négatives du coefficient de Soret [41].

# Recherche bibliographique

## Introduction

La plupart des travaux expérimentaux, analytiques et numériques trouvés dans la littérature et qui traitent les transferts de chaleur et de masse dans les milieux poreux ou libres (fluides) sont basés sur les différents cas suivants: la convection naturelle purement thermique et ces différents types ' naturelle, forcée et mixte' et les transferts thermiques couplés (thermo-solutale, thermo-diffusion, thermo-Osmose,...etc.). Concernant la géométrie utilisée, on trouve différentes configurations; des cavités horizontales ou verticales de forme rectangulaire, carrée, cubique et cylindrique, où le garnissage poreux est étalé horizontalement ou verticalement dans celles-ci. Ces différents cas permettent de s'approcher le plus possible des nombreux phénomènes trouvés dans la nature ou dans l'industrie.

## III-1 Etudes ne prenant pas en compte l'effet Soret

Dans les différents travaux rencontrés dans notre recherche bibliographique, beaucoup de configurations ont été étudiées, on trouve en premier lieu celles concernant les couches poreuses ou liquides horizontales où de très nombreuses études ont été menées en convection thermique et thermosolutale. Commençons par celles avec des gradients verticaux de température et de concentration imposés dans le cas isotrope. Elles remontent à **Nield [16]** et **Taunton et al. [17]**, dont les travaux sur la convection thermosolutale s'intéressent à la stabilité des écoulements convectifs en se basant sur l'analyse de la stabilité linéaire qui a abouti essentiellement aux critères d'existence de la convection thermosolutale stationnaire et oscillatoire. On trouve aussi les travaux de **Trevisan et Bejan [18]** qui ont étudié analytiquement et numériquement les transferts de chaleur et de masse dans le cas d'écoulements d'origine thermique à des nombres de Rayleigh élevés. D'autres études se sont intéressées à l'influence des différents paramètres comme celle de l'étude de **Rosenberg et al. [19]** qui a montré l'influence des nombres de Rayleigh, de Lewis et du rapport des forces de volume sur les transferts dans le cas d'écoulements stationnaires et instationnaires. Dans cette étude des corrélations pour les nombres de Nusselt et Sherwood basées sur des résultats numériques ont été établies, avec des forces de volume d'origine thermique et solutale ( $N$ ) opposées ayant un rapport variant de 0 à 0.4, le nombre de Rayleigh poreux thermique de 100 à 600 et le nombre de Lewis variant de 10 à 100; ces corrélations ont montré la forte dépendance du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood, avec les différents paramètres considérés.

La seconde configuration porte sur les milieux poreux verticaux où les fluides sont soumis à des gradients horizontaux. De nombreux travaux analytiques, numériques et même expérimentaux ont été menés en convection thermique et thermosolutale et traitent de la validité des modèles existants (Darcy, Darcy-Brinkman et Darcy-Brinkman-Forcheimer) ainsi que de la compréhension des phénomènes de transfert de chaleur et de masse dus à la convection thermosolutale (**Trevisan et Bejan [20]**).

Une attention particulière a également été portée au transfert de chaleur et de masse dans les cavités poreuses isotropes ou anisotropes en multicouches (couches homogènes ou hétérogènes). C'est le cas de l'étude de **Tobbal [21]** et d'autres études plus récentes s'intéressant de plus en plus aux phénomènes couplés (effet Soret surtout).

Ainsi, **Bouriche et al. [22]** ont fait une analyse de la convection naturelle double diffusive dans une enceinte carrée remplie par un milieu poreux saturé par un fluide binaire, chauffée par le bas et refroidie par la surface supérieure alors que les parois verticales sont sujettes à un gradient de concentration uniforme. Le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq est utilisé. Le but principal de ce travail est d'étudier l'effet des différents paramètres régissant la convection naturelle thermosolutale sur la structure de l'écoulement. Ils ont alors tracé quelques graphes sur lesquels il apparaît l'effet de chaque paramètres et ils ont ainsi montré la dépendance de la structure de l'écoulement des nombres de Rayleigh et de Lewis.

**Labrosse et al. [23]** ont effectué une leur étude dans une cavité remplie avec un fluide binaire et soumise à des flux de chaleur constants sur ses parois verticales alors que les parois horizontales sont adiabatiques. Cinq paramètres ont été choisis pour décrire le phénomène, à savoir le nombre de Rayleigh  $Ra$ , le nombre de Prandtl  $Pr$ , le nombre de Lewis  $Le$ , le rapport d'aspect de la cavité  $A$  et le paramètre de séparation  $N$ . Ils ont notamment montré que pour des valeurs positives de  $N$  l'écoulement est parallèle mais lorsque  $N$  devient négatif il y a apparition de deux structures tri cellulaires. Ceci a été expliqué par le fait qu'étant donné que les diffusivités sont différentes, les couches limites ne s'établissent pas sur la même échelle d'espace et ainsi près des parois le gradient solutal est plus important que le gradient thermique et donc le fluide tourne dans le sens imposé; par le soluté, par contre, au fond de la cavité, le fluide tourne dans le sens imposé par la température. Pour des valeurs négatives de  $N$ , cette structure disparaît laissant place à un écoulement unicellulaire tournant dans le sens imposé par le soluté.

Les problèmes de convection naturelle en cavité partiellement poreuse se rencontrent dans un certain nombres de situations pratiques (convection thermique dans l'isolation

pariétale, filtration...etc.) et les résultats acquis dans ce domaines montrent que la présence d'une couche poreuse sur les parois d'une cavité affecte d'une façon très significative l'intensité du transfert. Dans ce contexte, **Gobin et al. [24]** ont réalisé un travail qui consiste en une étude numérique de la convection thermosolutale dans une cavité verticale dont l'une des parois verticales est munie d'une couche poreuse. Des gradients horizontaux de température et de concentration sont imposés. Le problème posé comporte un grand nombre de paramètres et c'est pour cette raison que les auteurs ont choisi de faire varier seulement le rapport des forces de volumes  $N$  et le nombre de Lewis  $Le$ . Ils ont montré que l'influence de ces paramètres était comme suit:

- L'influence du nombre de Lewis n'apparaît que pour une valeur  $Le > 10$  où une présence d'un minimum dans l'allure de la courbe d'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Darcy est observée. Ce minimum n'existe pas pour des valeurs du nombre de Lewis inférieures à 10.
- Concernant l'influence de  $N$ , il apparaît que la courbe d'évolution du nombre de Nusselt ne présente des minima qu'à partir de  $N > 3$  et pour des nombres de Lewis élevés ( $Le=100$ ).

Ces minima ont été expliqués par les auteurs par des perturbations qui caractérisent l'effet de double diffusion.

On trouve aussi dans la bibliographique des travaux effectués pour des enceintes poreuses inclinées; c'est le cas de l'étude de **Rahli [25]** et de celle de **Hasnaoui et al. [26]**. Cette dernière est une étude analytique et numérique dans une cavité fluide rectangulaire inclinée d'un angle par rapport à l'horizontale et de grand rapport d'aspect  $A$ . La cavité est chauffée transversalement à l'aide d'une densité de flux uniforme. Les auteurs ont réalisé leur étude pour un grand nombre de Prandtl  $Pr$  (ce qui rend négligeable la contribution des termes convectifs dans l'équation adimensionnelle de la vorticité). Les résultats obtenus montrent que dans le cas où la cavité est inclinée, la convection se développe à la moindre petite valeur de  $Ra$ , tandis que dans le cas où la cavité est horizontale, la convection n'a lieu qu'à partir d'une valeur de  $Ra = 720$ . Ils ont alors conclu que l'influence de l'inclinaison de la cavité sur le début de la concentration est importante. Ils ont fait aussi une comparaison des résultats numériques avec ceux trouvés analytiquement pour des cas limites. La bonne concordance entre les résultats des deux méthodes valide l'existence d'une méthode analytique capable de résoudre ce genre de problème.

**Mamou et al. [27]** ont présenté une étude analytique dont les résultats sont comparés à des résultats numériques avec des conditions aux limites de seconde espèce sur les parois

horizontales. Ces auteurs ont montré que le nombre de Rayleigh poreux thermique critique obtenu, dépend du nombre de Lewis ainsi que du rapport des forces de volume d'origines solutale et thermique.

Nous citons aussi les travaux de **Lin et al. [28]** et **Lin [29]** dans lesquels, en plus de l'étude de l'effet des paramètres gouvernant le problème qui a été réalisé, ils ont noté aussi que l'accroissement du rapport des forces de volume thermique et solutale conduit à un temps plus court pour atteindre le régime permanent.

Une approche analytique et numérique dans une cavité rectangulaire avec des conditions aux limites de flux nuls sur les frontières horizontales a été conduite par **Trevisan et Bejan [30]**. L'étude analytique est basée sur la linéarisation d'Ossen pour l'écoulement de couche limite dans le cas  $Le = 1$  et sur l'étude de similarité dans le cas  $Le > 1$  (à  $N=0$ ). Une série de simulations numériques a été réalisée pour un nombre de Rayleigh poreux thermique variant de 20 à 105, avec  $N$  variant de -11 à 9 et  $Le$  de 0.03 à 40, pour un rapport de forme de la cavité variant de 1 à 4 et cela afin de conforter l'étude analytique.

**Alavyoon [31]** a réalisé un travail pour la même configuration et les mêmes conditions aux limites en étudiant les régimes instationnaire et stationnaire. En régime permanent et dans le cas d'un écoulement parallèle aux parois verticales pour des rapports de forme élevés, une solution analytique est présentée. L'analyse des ordres de grandeur est appliquée dans les deux cas de figure: forces de volume thermiques dominantes ou forces solutales dominantes. La comparaison des résultats analytiques et numériques a été présentée pour une large gamme de paramètres: Rayleigh poreux thermique de 0.1 à 500, nombre de Lewis de 2 à 100,  $N$  de  $10^{-4}$  à 100 et un rapport de forme de la cavité variant de 1 à 10. Une autre étude a été réalisée par le même auteur et ses collaborateurs **[32]** où ils ont repris le même problème mais avec des flux de température et de concentration, imposés sur les parois verticales, constants et opposés. Ils ont révélé, numériquement, l'existence d'un certain domaine de  $N$  où la convection doublement diffusive est oscillatoire. En dehors de ce domaine, la solution approche la solution du régime permanent.

**Mamou et al. [33]** ont mené une étude numérique où les flux de chaleur et de masse imposés sur les parois verticales de la même configuration agissent dans le même sens. Ils ont montré l'existence de solutions multiples du problème dans le cas où le rapport des forces de volume est négatif. Pour un rapport de forces volumiques donné, le nombre de Lewis et le nombre de Rayleigh poreux ont une influence sur ces solutions multiples.

**Rudraiah et al. [34]** pour leur part, ont présenté une analyse de stabilité non linéaire plus détaillée où ils ont déterminé le nombre de Nusselt ainsi que celui de Sherwood pour des nombres de Rayleigh poreux thermique et solutal allant respectivement jusqu'à 300 et 70. Ces auteurs ont également exposé l'influence du nombre de Prandtl, du rapport des diffusivités thermique et solutale et de la perméabilité, sur l'écoulement convectif.

Enfin, **Maharzi et al. [35]** ont étudié numériquement l'influence des principaux paramètres qui agissent sur la convection naturelle thermosolutale dans une cavité parallélépipédique allongée, remplie d'air et compartimentée par une cloison poreuse verticale. Ainsi lorsque  $N$  est négatif tout en restant proche de  $-1$ , ils ont remarqué qu'un écoulement multicellulaires peut apparaître si au moins une des grandeurs caractéristiques rapport des conductivités  $R_k$ , porosité  $\varepsilon$  et le nombre de Lewis  $Le$  est différente de 1. Ainsi, que pour  $N$  très proche de  $-1$ , les échanges thermique et massique se réduisent à leurs valeurs minimales et l'augmentation du nombre de Lewis induit une amélioration des échanges massiques avec une croissance très marquée au voisinage de  $Le = 1$  associée à une absence d'écoulement multicellulaires.

### III-2 Etudes prenant en compte l'effet Soret

Des études plus récentes tiennent en compte des phénomènes de couplage (effets de Soret, de Dufour, Barométrique, Osmose et Eléctro Osmose, etc.). Dans notre recherche bibliographique on s'intéresse seulement à l'effet de Soret, objet de l'étude présente.

Si une solution initialement homogène constituée d'au moins de deux composants, la présence d'un gradient thermique engendre des transferts de matières au sein cette solution (effet Soret) en plus de la naissance de l'écoulement convectif. Si cette solution est confinée dans une colonne étroite, cela peut conduire à une séparation des composants du mélange. Suite à ce résultat, **Joly et al. [36]** ont réalisé une étude sur la séparation des composants d'un mélange qui est due à la thermo-gravitation (couplage entre la convection et la thermo-diffusion) et l'influence de l'inclinaison ainsi que la présence d'un milieu poreux sur cette séparation. Dans une cavité rectangulaire de grande extension inclinée d'un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale et remplie par un fluide binaire initialement homogène, ces chercheurs ont montré que l'inclinaison de la colonne par rapport au plan vertical favorise la séparation et ils ont constaté le même effet lorsque la colonne contient un garnissage fin (milieu poreux).

On trouve aussi quelques études qui ont été réalisées pour le cas de températures très élevées comme dans l'étude de **Englhardt et al [37]**, où la diffusion thermique apporte une contribution substantielle au flux de masse total et ne peut plus être négligeable. Ces chercheurs ont traité de l'importance de la thermo-diffusion à haute température dans des

cellules électrochimiques avec ou sans réaction chimique à la surface des électrodes pour des solutions diluées d'électrolytes. Ils ont montré qu'un certain paramètre  $A = S_T \Delta T \frac{\delta_D}{\delta_T}$  (où  $\delta_D$  et  $\delta_T$  sont respectivement les épaisseurs de couche diffusive de Nernst et de couche limite thermique), détermine complètement les effets thermodiffusifs et que, dans le cas des conditions ambiantes où  $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\frac{\delta_D}{\delta_T} \approx 0.2$  et  $\Delta T \leq 50\text{K}$ , le coefficient de Soret est compris entre  $10^{-3}$  et  $5 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Dans ce cas correspond à  $A \leq 0.05$ , l'effet de la thermo-diffusion est faible. Pour des températures plus élevées et supérieures à  $250^\circ\text{C}$ , où le paramètre  $A$  peut atteindre des valeurs de l'ordre de 1 la situation change et l'effet de la thermo-diffusion ne peut plus être négligé et peut devenir du même ordre de grandeur que le flux diffusif. A titre indicatif, pour une valeur de température égale à  $350^\circ\text{C}$  la valeur du coefficient de Soret correspondante est de l'ordre de  $6 \times 10^{-2} \text{ K}^{-1}$ .

Dans le même contexte, on trouve les travaux de **Fargue et al. [38]** et **Jamet et al. [39]** qui montrent que le flux thermodiffusif peut dépasser le flux diffusif Fickien lorsque la différence de température dans un milieu poreux (exemple la bentonite) est grande:  $\Delta T > 70 \text{ K}$ .

Dans le travail de **Platten et al. [40]** une comparaison des résultats a été faite entre une colonne "deux tubes verticaux coaxiaux" et un parallélépipède "deux plaques parallèles" maintenus à des températures différentes. Ces auteurs s'attendent à ce que les résultats soient les mêmes du moins si la courbure des colonnes concentriques de tubes est petite. C'est en effet le cas si le coefficient de la thermo-diffusion  $D_T > 0$  ( $S_T = D_T/D$ ); ce qui correspond au cas d'une stratification verticale potentiellement stable : le composant le plus dense migre vers les parois froides et l'autre vers le fond. Pour le cas contraire, c'est-à-dire  $D_T < 0$ , l'élément le plus dense migre vers le côté chaud et le second vers le haut de la colonne créant une stratification verticale potentiellement instable.

Le résultat final est que la combinaison de l'effet horizontal de la thermo-diffusion et des courants convecteurs verticaux provoque une séparation partielle des composants du mélange aux extrémités de la colonne. Pour  $S_T > 0$ , les deux formes géométriques "parallélépipède et la colonne cylindrique" donnent les mêmes résultats qui sont d'ailleurs en accord avec ceux obtenus par des techniques optiques où l'accouplement avec la convection est soigneusement évité. Pour  $S_T < 0$ , seulement la colonne cylindrique présente une séparation des constituants, à condition que le nombre de Grashof dépasse une valeur critique. Au-dessous de celle-ci, la séparation verticale est détruite. L'écoulement de base a un effet stabilisateur. Par contre, aucune séparation ne manifeste dans la

cellule plate et cela pour n'importe quelle valeur du nombre de Grashof. En effet, l'état de base reste toujours instable. Ces résultats expérimentaux devraient être expliqués à un moment donné au temps réalisé et aux conditions d'instabilité qui sont différentes dans les coordonnées cartésiennes et cylindriques.

**Bonet et al. [41]** sont arrivés aux conclusions suivantes: lorsqu'un mélange fluide est placé dans un gradient de température assez élevé, une séparation de ces constituants est observée. L'amplitude de cette séparation est caractérisée par le facteur de thermo-diffusion  $S_T$  dont le signe indique le sens de séparation des constituants du mélange. Dans de nombreuses situations, le facteur de la thermo-diffusion est positif et peu sensible à la composition du mélange, mais un changement de signe avec la composition a été observé dans plusieurs systèmes, comme les mélange Eau-Alcool, ou plus récemment, des mélanges ternaires de polymères en solution. Dans ce travail les auteurs ont calculé le facteur de thermo-diffusion du mélange Eau- Ethanol et ils ont validé leur résultats avec trois méthodes expérimentales différentes: celles de **Bou-Ali**, de **Zhang** et de **Kolodner**. La comparaison est présentée sur la figure **III.1** sur laquelle on remarque un changement de signe du facteur de thermo-diffusion pour une fraction molaire d'Ethanol de 0.14 ce qui explique la conclusion faite plus haut.

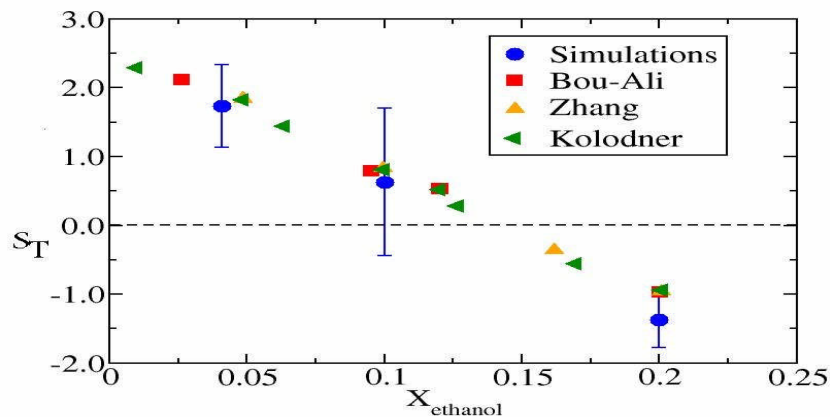


Fig.III.1 : Valeurs de coefficient de Soret en fonction de la fraction molaire d'Ethanol

**Platten et al. [42]** ont étudié la séparation verticale à l'état stationnaire des constituants dans les mélanges binaires puis la détermination du coefficient de thermo-diffusion  $D_T$  ( $S_T = D_T / D$ ) dans une cellule plane. Ils ont ensuite ils ont comparé ces résultats expérimentaux avec le cas d'une cellule cylindrique de courbure faible. Pour les mélanges binaires ils ont choisi deux couples de fluides, à savoir; le tétrahydronaphtalène (THN)-isobutylbenzene (IBB) à fraction massique de 50% et Eau-Ethanol à fraction massique de 22.04% d'éthanol. Ils ont mentionné dans leur travail que la composition du premier mélange présente un  $D_T > 0$  (situation potentiellement stable), tandis que la composition du

deuxième mélange donne  $D_T < 0$  (situation potentielle instable). La partie numérique consiste en l'étude du comportement d'un fluide binaire dans un milieu libre contenu entre deux parois verticales maintenues à des températures constantes. La séparation stationnaire est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{\Delta C}{C(1-C)} = \frac{63 L \eta D_T}{2 g d^4 \alpha \rho}$$

Où :

L : hauteur de la colonne

$D_T$  : coefficient de la thermo-diffusion

d : diamètre de la cellule cylindrique

$\alpha$  : diffusion thermique

$\rho$  : masse volumique.

Dans la partie expérimentale, ces auteurs ont travaillé avec un dispositif constitué de deux types de cellules différentes; cellule plane et cellule cylindrique. Pour le mélange THN-IBB, la détermination de  $D_T$  a été réalisée par la méthode de prélèvement avec l'utilisation de deux cellules de géométries différentes. Les résultats sont représentés dans le tableau suivant avec une comparaison avec les valeurs données par **Köhler** et **Wiegand (tableau III.1)**

	<b>Cellule plane</b>	<b>Cellule cylindrique</b>	<b>Köhler</b>	<b>Wiegand</b>
<b><math>D_T 10^{-12} (K^{-1} m^2/s)</math></b>	2.84	2.74	2.90	2.81

**Tableau III.1** : Comparaison des valeurs du coefficient de la thermo-diffusion pour différentes cellules pour le mélange THN-IBB

Pour le mélange Eau-éthanol, les auteurs ont trouvé un  $D_T$  négatif, ce qui signifie que le constituant le plus lourd se concentre dans la partie supérieure de la colonne créant une situation potentiellement instable. Ils ont, en outre trouvé qu'il est impossible de déterminer une séparation stationnaire stable dans le temps avec les deux cellules et que l'évolution de cette séparation avec le temps dépend du gradient thermique appliqué et aussi pour des temps supérieures au temps de mise à l'équilibre (état stationnaire), la séparation ne dépend plus du gradient thermique. Pour une cellule cylindrique et un nombre de Grashof supérieur à une valeur critique, le gradient de densité adverse redevient stable et, dans ce cas, la mesure de  $D_T$  pour le mélange Eau -Ethanol reste possible. Les différentes valeurs trouvées sont représentées dans le **tableau III.2**. Pour le cas d'une cellule plane, la séparation n'atteint pas un état stable pour ce mélange, d'où la difficulté de mesure de  $D_T$  qui persiste même avec un nombre de Grashof  $Gr$  supérieur à la valeur critique. En conclusion **Platten et al.** ont jugé qu'il y a une relation entre la stabilité de la séparation et la géométrie des cellules à laquelle ils n'arrivent pas à trouver encore une explication théorique.

	Nombre de Grashof $Gr_c$	Nombre de Rayleigh Ra	Platten et al $D_T 10^{-12} (K^{-1}m^2/s)$	Kolodner $D_T 10^{-12} (K^{-1}m^2/s)$
<b>Eau-Ethanol</b>	144	70	-2.09	-2.14

**Tableau III.2 :** Valeur du coefficient de thermo-diffusion pour le mélange Eau-éthanol

Une étude intéressante dans ce même contexte est celle de **Bennacer et al. [43]** qui ont fait un travail analytique et numérique de la convection naturelle au sein d'une cavité annulaire verticale remplie par un milieu poreux saturé par un fluide binaire avec l'application d'un flux de chaleur constant sur les parois verticales alors que les parois horizontales sont supposées adiabatiques. Ils ont considéré le cas où les forces d'origine solutale et thermique sont de même intensité et s'opposent ( $N = -1$ ). Dans leur article ces auteurs ont défini le flux de masse en l'absence d'écoulement comme suit :

$$\vec{J} = -\rho D \nabla S - \rho D_T S_0 (1 - S_0) \nabla T$$

Avec

$$\Delta S = \frac{D_T}{D S_0 (1 - S_0) \Delta T} \quad (\text{écart de concentration})$$

J : flux de masse total

$S_0$  : concentration initiale du mélange

D : coefficient de la diffusion massique (de Fick)

$D_T$  : coefficient de la thermo-diffusion

Pour l'évolution des nombres de Nusselt Nu et de Sherwood Sh qui caractérisent le transfert, les auteurs ont montré que l'augmentation de la courbure (R) entraîne une diminution de Sh qui présente un optimum pour des nombres de Lewis modérés. L'accroissement du nombre de Sherwood avec le nombre de Lewis Le vient de la sensibilité de l'espèce à l'écoulement, tandis que sa diminution avec le nombre de Lewis qui modifié la contribution de terme de Soret dans l'équation de conservation de l'espèce  $\left( \text{Pr} \frac{1}{Le} (\nabla^2 S - \nabla^2 T) \right)$ , affecte l'intensité de l'écoulement et retarde l'apparition du régime convectif et cela par l'accroissement de la courbure  $((Sh)_{cond} = \ln(R + 1) / R)$ . Les résultats obtenus analytiquement et numériquement sont en bonne concordance. Ainsi l'utilisation de la méthode analytique va permettre de simplifier certains résultats et de faire une analyse systématique des différents paramètres du problème. Cependant, cette approche analytique est limitée à certains cas particuliers. Un autre résultat important trouvé, concerne la prise en compte de l'effet Soret. En effet, ces auteurs ont fait une comparaison entre le cas d'une convection thermosolutale avec et sans la prise en compte de ce paramètre; il a été trouvé, alors, que la solution diffusive dans le cas d'une convection solutale sans effet Soret persiste jusqu'à un Rayleigh critique  $\left( Ra_c \approx \frac{1}{(Le - 1)} \right)$  au delà duquel s'installe une solution convective, tandis que pour la valeur du nombre de Lewis égale à l'unité (Le =1) la solution est diffusive et cela quelque soit la valeur de  $Ra_T$ . Dans le cas de la convection thermosolutale avec effet Soret, les auteurs ont constaté l'existence d'un  $Ra_C$  'transition diffusive-convectif " même pour un Le =1. Ce résultat a été expliqué par la différence qui existe entre les formes des équations de conservations d'énergie et d'espèce car une perturbation quelconque d'écoulement induira des effets sur les champs de température et de concentration et l'effet engendré sur le champ de concentration sera amplifié par le Laplacien de T (terme de Soret) et les forces de volumes donneront lieu à un écoulement pour des valeurs de Rayleigh élevées.

**Mojtabi et al. [44]** ont étudié une cavité rectangulaire complètement poreuse avec la prise en compte de l'effet Soret. Les principaux résultats trouvés pour cette étude montrent d'une part, que pour des faibles valeur du coefficient de Soret, la situation d'équilibre peut être modifiée pour donner naissance à un écoulement convectif, et d'autre part, que l'augmentation de ce coefficient conduit à une augmentation de taux de transfert de chaleur et une diminution de taux de transfert de masse.

Dans leur travail **Er-Raki et al. [45]** ont proposé d'étudier analytiquement et numériquement l'effet combiné de la thermo-diffusion et du chauffage latéral dans une couche poreuse horizontale et leur effet sur la multiplicité des solutions existantes et surtout dans le cas de solution de type écoulement parallèle.

L'effet du paramètre de Soret sur l'intensité de l'écoulement et le nombre de Nusselt et celui de Sherwood est obtenu dans les deux cas de présence ou non du chauffage latéral.

Dans le premier cas qui correspond à l'absence du chauffage latéral, le nombre ainsi que la nature des solutions obtenues dépendent de la valeur du paramètre de Soret, et l'augmentation de ce paramètre induit une légère diminution de la valeur du nombre de Nusselt. Il est observé aussi dans le cas de la présence du chauffage latéral, l'existence de cinq solutions possibles pour une certaine gamme du paramètre de Soret.

Concernant la valeur du nombre de Sherwood, celle ci reste pratiquement stable pour les deux cas, présence ou non du chauffage latéral et l'augmentation du paramètre de Soret, induit une augmentation de  $Sh$  jusqu'à une valeur de  $S_T$  où ce nombre tend vers l'infini

D'après les différentes constatations faites par ces auteurs, ils ont conclu, que l'existence d'une multiplicité de solutions a été prouvée pour ce problème et le nombre de Solutions obtenues peut atteindre cinq solutions dépendamment de la gamme de paramètres de Soret et l'intensité du chauffage latérale considérée.

**Charrier-Mojtabi et al. [46]** ont étudié numériquement le phénomène de la thermogravitation existant dans une colonne remplie par un milieu poreux saturé par un fluide binaire et soumis à un gradient horizontal de température. L'influence de différents paramètres adimensionnels caractéristiques, sur la séparation des constituants qui a été

exprimée par son facteur  $q$  ( $q = \frac{C_{bas}}{C_{haut}}$ ) ou aussi sous forme adimensionnelle 'écrit comme suit:

( $\ln q_{max} = \frac{S_T^* A \sqrt{30}}{12}$ ). Les auteurs ont écrit les différentes équations de conservations dont

celle de conservation de l'espèce chimique qui s'écrit comme suit :

$$\varepsilon^* \frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) C = \frac{1}{Le} (\nabla^2 C + S_T^* \nabla^2 T)$$

Avec :

$$S_T^* = \frac{D_T}{D} \Delta T : \text{nombre de Soret adimensionnel}$$

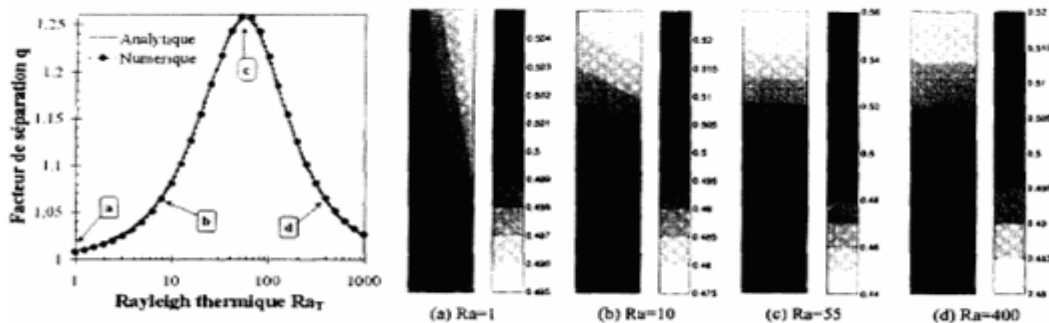
D : coefficient de la diffusion massique (de Fick)

$D_T$  : coefficient de la thermo-diffusion

Une remarque importante faite par ces auteurs est que dans le phénomène de la thermogravitation (la thermo-diffusion et la convection), les molécules séparées par la thermo-diffusion amplifient considérablement la séparation élémentaire, ce qui aboutit à l'enrichissement d'un des constituants du mélange en bas de la colonne et à son appauvrissement en haut de celle-ci. Cette séparation qui est due au couplage des deux phénomènes peut être remarquable et l'équilibre entre ces deux effets peut être caractérisé par

le nombre de Rayleigh  $Ra = \frac{\alpha g K L}{\nu a} \Delta T$ . En Tenant compte de ces remarques, les auteurs

ont étudié l'influence du nombre de Rayleigh sur la séparation à l'état stationnaire et il apparaît alors que l'influence de ce paramètre et de la perméabilité sur la séparation est remarquable et ils ont montré l'existence d'une valeur optimale du nombre de Rayleigh  $Ra_{opt}$  pour laquelle la séparation est maximale (**Fig.III.2 et Fig.III.3**). Pour leur étude ils ont trouvé  $Ra_{opt} = 55$  avec le constituant le plus lourd qui est pratiquement 1.6 fois plus concentré en bas de la cellule qu'en haut de celle-ci. En amont de cette valeur (**Fig.III.2 (a) et (b)**), la convection étant alors insuffisante pour atteindre ce maximum, tandis qu'en aval du  $Ra_{opt}$  (**Fig.III.2 (d)**) le régime de convection s'intensifie et tend à entraîner le mélange dans un mouvement d'ensemble réduisant ainsi la séparation.

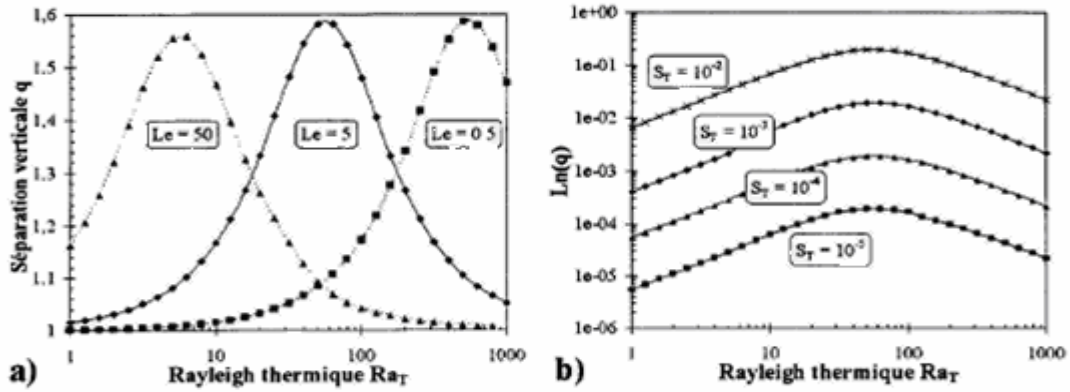


**Figure.III.2:** Influence du nombre de Rayleigh sur la séparation ( $A = 50$ ,  $Le=5$ ,

$$S_T^*=0.01, N=-0.5 \text{ et } \varepsilon^*=0.4)$$

Champ de concentration pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh

Les auteurs ont étudié aussi l'influence du nombre de Lewis  $Le$  et du coefficient de Soret adimensionnel sur la séparation. Les résultats ainsi obtenus sont représentés sur les figures **III.3 (a) et (b)**, où il apparaît aussi l'existence d'un nombre de Rayleigh optimal où la séparation est maximale ; ce qui confirme les conclusions faites précédemment, à savoir que la séparation augmente avec l'augmentation du coefficient de Soret.



**Figure.III.3** : Influence des nombres de Lewis (a) et de Soret (b) sur la séparation  
( $A=50$ ,  $Le=5$  (b),  $S_T^* = 0.02$  (a),  $N=-0.5$  et  $\varepsilon^*=0.4$ )

Le travail de **Mansour et al. [47]** est une étude analytique et numérique de l'influence de l'effet Soret sur la convection thermosolutale dans une cavité ainsi que sur les caractéristiques de l'écoulement et des transferts thermique et massique en présence d'une couche poreuse horizontale soumise à des flux de chaleurs  $q'$  et de masse  $j'$  sur les parois horizontales et à un flux de chaleur uniforme ( $aq$ ) sur les parois verticales de la cavité. Dans la résolution mathématique, les auteurs ont écrit l'équation de conservation d'espèce chimique comme suit:

$$\frac{1}{Le} (\nabla^2 S + M \nabla^2 T) = \varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (uS)}{\partial x} + \frac{\partial (vS)}{\partial y}$$

Où  $M$  est le paramètre de Soret désigné par:  $M = \frac{D'S_i' \Delta T}{D \Delta S'}$

$D'$ : coefficient de la thermo-diffusion

$D$ : coefficient de la diffusion massique (de Fick)

Le concept de l'écoulement parallèle a été utilisé afin de simplifier la résolution analytique pour laquelle le travail a été limité à la valeur  $N=-1$  ( $N$  étant le facteur de séparation, fonction du paramètre de Soret). Les auteurs ont montré que la convection stationnaire démarre à partir de l'équilibre et son existence est caractérisée par un nombre de Rayleigh supercritique  $Ra_{TC}^{sup}$ . Ils se sont intéressés à deux cas différents, le premier qui correspond à

une convection sous-critique dont l'existence dépend d'une seule valeur du nombre de Rayleigh au dessus de laquelle deux solutions convectives sont possibles. Le deuxième cas est caractérisé par deux valeurs du nombre de Rayleigh sous-critique et quatre solutions convectives.

Le travail proposé par **Azaiez et al. [48]** est une étude numérique 3D pour simuler les différentes structures convectives pouvant se développer dans une cavité cubique ou parallélépipédique chauffée par le bas, munie d'un milieu poreux saturé par un fluide binaire avec la prise en compte de l'effet Soret. Les auteurs ont voulu explorer d'une façon systématique les différentes branches de solutions, caractériser les différentes bifurcations existantes et chercher si la solution 2D est aussi solution du problème 3D au voisinage du point de bifurcation. Pour cela ils ont augmenté le nombre de Rayleigh progressivement pour étudier l'évolution des structures thermo-convectives. Alors pour une cavité cubique avec  $Le = 2$ ,  $N = 0.4$  et  $\varepsilon^* = 0.5$  ( $\varepsilon^*$  porosité normalisée), une solution 3D pour un  $Ra = 20$ , redevient 2D pour un  $Ra$  compris entre 30 et 60, puis redevient à nouveau 3D pour  $Ra > 60$ . Des cellules parallélépipédique (2x1x1) et (1x1x2) ont été également étudiées. Les structures obtenues sont analogues à celles trouvées en cavité cubique en 2D et 3D, comme pour le cas (10x1x1). Les auteurs ont trouvé une structure 2D avec 13 rouleaux contrarotatifs.

Dans le travail de **Piquer et al [49]** sur la convection mixte en canal rectangulaire chauffé par le bas, saturé par un fluide binaire avec la prise en compte de l'effet Soret, les auteurs se sont intéressés à la transition vers les rouleaux transversaux 2D qui apparaissent aux faibles nombres de Reynolds et de Rayleigh. Pour cela une analyse de stabilité linéaire de l'écoulement de Poiseuille qui est stratifié linéairement en T (température) et C (concentration), est entreprise. L'influence du facteur de séparation

$(\Psi = -\left(\frac{B_C}{B_T}\right)\left(\frac{D_T}{D}\right)Ci(1-Ci))$  sur le nombre de Rayleigh critique ( $Ra_C$ ) qui caractérise cette

transition est étudiée et, d'après les résultats trouvés, en fluide mono-constituants, l'écoulement de Poiseuille retarde la naissance des rouleaux convectifs et le nombre de Rayleigh critique ( $Ra_{0C}$ ) associé à la naissance des rouleaux augmente avec le nombre de Reynolds et dépend du nombre de Prandtl. Concernant la convection thermosolutale, avec la prise en compte de l'effet Soret., la première transition est stationnaire pour  $\Psi > 0$ , alors que pour  $\Psi < 0$  la première bifurcation est celle de Hopf avec des rouleaux propagatifs selon  $x > 0$ . En effet, pour  $\Psi > 0$ , c'est le cas d'équilibre instable ( $Ra_C < Ra_{0C} = 1707.76$ ) alors que la présence de l'écoulement de base suivant l'axe x ( $x > 0$ ) a un effet stabilisant. Ainsi plus  $\Psi$  augmente plus l'écoulement de Poiseuille est déstabilisé et cela à nombre de Reynolds fixé,

tandis qu'à un  $\Psi$  fixé  $Ra_C$  augmente avec  $Re$ . Les auteurs ont trouvé aussi qu'il existe pour chaque  $\Psi$  donné, une valeur du nombre de Reynolds au-delà duquel la thermo-diffusion n'a plus d'effet sur l'écoulement. Or pour  $\Psi < 0$ , cette situation assure une plus grande stabilité de la solution de base pour toutes les valeurs du nombre de Reynolds. Pour  $Re = 0$ , la solution de double diffusion perd sa stabilité pour un nombre du de  $Ra_C > Ra_{0C}$ .

Une autre étude intéressante a été menée par **Caltagirone et al. [50]** sur la dynamique moléculaire qui se base sur les expériences au laboratoire pour l'évaluation des propriétés thermodynamiques et de transports des fluides et des solides et aussi dans l'optique d'analyser les phénomènes de second ordre telle que la thermo-diffusion. Ainsi leur travail est un ensemble de simulations basées sur l'algorithme de dynamique moléculaire (DM) de mélanges binaires en fluide libre, afin de mesurer l'effet Soret. Ces auteurs ont basé leur démarche à partir des travaux d'**Onsager** et **Prigogine** dans le cadre formel de la thermodynamique des phénomènes irréversibles linéaires qui ont permis de généraliser les notions de flux de forces qui apparaissent dans les lois phénoménologiques de Fourier et Fick, de Newton ou encore de Darcy; sous une pression uniforme. En tenant compte de la thermo-diffusion, le flux de masse diffusif pour un mélange binaire, s'écrit:

$$J = -\rho w_1 w_2 D_T \nabla T - \rho D_{12} \nabla w_1$$

Avec:

$w_1$  et  $w_2$  : fractions massiques des deux éléments du mélange

$D_T$  : coefficient de thermo-diffusion et  $D_{12}$  : coefficient de diffusion de masse

La détermination du facteur de la thermo-diffusion  $\alpha_T$  se fait en l'absence de la convection et dans ce cas le flux thermo-diffusif et le flux de la diffusion de masse se compensent ; le flux de masse s'annule ce qui permet de trouver l'expression du facteur de

thermo-diffusion qui sera :

$$\alpha_T = T \frac{D_T}{D_{12}} = - \frac{T}{w_1 (1 - w_1)} \frac{\nabla w_1}{\nabla T}$$

Les mêmes chercheurs ont ensuite représenté les résultats trouvés par la méthode (DM) qui montrent l'influence des différents paramètres sur le facteur de la thermo-diffusion et la diffusion thermique. Le pas de temps et le flux de chaleur ont une influence relativement faible sur les propriétés de transports thermique et sur  $\alpha_T$ , par contre la taille des molécules utilisées modifie fortement ces propriétés de transport. Il a été trouvé une dépendance de  $\alpha_T$  de certaines paramètres tels que le rayon du courbure (paramètre fonction du diamètre moléculaire) et la dépendance de la thermo-diffusion du potentiel intramoléculaire (paramètre qui modélise les forces inter et intramoléculaires). Cette dépendance qui semble très importante est prouvée dans beaucoup de cas. Ces auteurs ont prouvé aussi que la proportion

des constituants a un effet non négligeable sur la thermo-diffusion de même que  $\alpha_T$  croît avec la proportion du composé le plus léger. Une corrélation a été ensuite proposée pour prédire la valeur de  $\alpha_T$  pour des mélanges binaires :

$$\alpha_T^{-1} = x_1 (\alpha_T^{-1})_{x_2=0} + x_2 (\alpha_T^{-1})_{x_1=0}, \quad (x : \text{est la fraction molaire du l'un des composants}),$$

$$\text{ou encore en fonction des masses molaires } M \text{ telle que : } \frac{(\alpha_T)_{x_1=0}}{(\alpha_T)_{x_2=0}} \approx \frac{M_1}{M_2}.$$

Ainsi à partir d'une seule valeur de  $\alpha_T$ , ils peuvent prédire la courbure complète des facteurs de thermo-diffusion en fonction de facteur molaire seulement. Les résultats trouvés par ces corrélations montrent une bonne concordance avec d'autres résultats trouvés par d'autres chercheurs et cela pour d'autres mélanges d'alcanes excepté pour des mélanges de forte proportion de méthane.

Une comparaison des résultats a été faite avec ceux de **Longree [51]** et de **Perronace et al. [52]** qui utilisent la même méthode DM mais avec un algorithme différent. Une bonne concordance apparaît entre ces différents résultats.

Conditions de simulation	Caltagirone et al. [50]	Perronace [52]	Longree [51]
$P = 1811.9 \text{ kg.m}^{-3}$ et $T = 95.2 \text{ k}$ , $x_{Ar} = 0.679$	$1.98 \pm 0.2$	$2.13 \pm 0.4$	$2.65 \pm 0.7$
$\rho = 1673.4 \text{ kg.m}^{-3}$ et $T = 93 \text{ k}$ , $x_{Ar} = 0.784$	$1.84 \pm 0.15$	$1.93 \pm 0.7$	$1.95 \pm 0.3$

**Tableau.III.3:** Facteurs de thermo-diffusion pour deux mélanges d'Argon / Krypton

Dans le travail de **Mamou et al [53]** qui est une étude à la fois numérique et analytique, les auteurs ont examiné l'instabilité de la convection double diffusive dans une couche poreuse horizontale chauffée par le bas. La paroi horizontale inférieure est sujette à un flux thermique  $q'$  et un flux massique  $j'$ . Une situation a été considérée quand cette couche est soumise à une perturbation latérale qui se présente sous forme d'un flux thermique  $aq'$  équilibré par un transfert de masse horizontal induit par l'effet Soret.

Dans cette étude un certain nombre de paramètres contrôlent les transferts thermique et massique; Ce sont le nombre de Rayleigh thermique  $R_T$ , le nombre de Lewis  $Le$ , le paramètre de séparation ou encore le rapport des forces thermique et massique  $N$ , le paramètre de Soret qui est désigné par  $M$ , le rapport des flux de chaleur vertical et horizontal  $a$  et le rapport de forme  $A$  de la couche poreuse. Dans cette étude les auteurs ont concentré leur travail sur le cas où le produit  $MN=1$  qui décrit un état d'équilibre entre le chauffage latéral (flux latéral imposé) et le flux massique induit par l'effet Soret.

L'ensemble des équations gouvernantes adoptées par ces auteurs pour décrire les phénomènes de transferts thermique et massiques sont présentées ci-dessous, où le paramètre de Soret " $M$ " apparaît explicitement dans l'équation de conservation des espèces chimiques.

$$\begin{aligned}\nabla^2 \psi &= -R_T \left( \frac{\partial T}{\partial x} + N \frac{\partial S}{\partial x} \right) \\ \nabla^2 T &= \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} \\ \frac{1}{Le} (\nabla^2 S + M \nabla^2 T) &= \varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (uS)}{\partial x} + \frac{\partial (vS)}{\partial y}\end{aligned}$$

Une analyse des effets du chauffage latéral ainsi que de l'effet Soret a été réalisée pour la détermination du nombre de Rayleigh critique, correspondant à la naissance de la convection au sein de la couche poreuse. Il a été trouvé que le paramètre ' $a$ ' (rapport des flux de chaleur vertical et horizontal) affecte considérablement l'écoulement ainsi que le transfert de chaleur, tandis que son effet sur le transfert de masse est négligeable. En effet, pour le couple de paramètres ( $M^*-Le$ ); ( $M^*=1/M$ ), la présence d'une multiplicité de solutions a été prouvée. Le nombre ainsi que le type de chaque solution dépend du paramètre  $a$ .

Dans le cas de l'absence du chauffage latéral, ces auteurs ont remarqué que les lignes de courant  $\Psi$  présentent un écoulement symétrique avec deux bifurcations sub-critiques qui débutent à la même valeur de  $M^*$  ( $M^* = -1.314$ ). Cette symétrie est détruite par la présence d'un chauffage latéral.

L'effet de  $M^*$  sur le nombre de Nusselt indique que ce dernier est considérablement réduit par l'écoulement qui tend à transporter la chaleur de la paroi latérale vers celle du bas. Tandis que pour le nombre de Sherwood  $Sh$ , les auteurs ont remarqué que pour une valeur donnée de  $M^*$ , toutes les solutions obtenues mènent presque à la même valeur et il existe une valeur de  $M^*$  où  $Sh$  tend vers l'infini. En effet, pour une section verticale donnée, la différence de concentration entre la parois supérieure et le bas de la couche poreuse est nulle. Pour s'assurer de ces résultats les auteurs ont observé ce comportement plus étroitement à partir du profil de concentration obtenu par plusieurs essais, ils ont alors conclu que, malgré le

fait que les parois horizontales ont la même concentration, cette dernière est élevée dans la partie inférieure de la couche poreuse, par rapport, à celle de la partie supérieure. Le transport de la matière (le soluté) par l'effet Soret vers le haut ou vers le bas de la cavité poreuse se fait selon le signe de  $M$ . L'évolution de  $Sh$  avec  $R_T$  est caractérisée par une augmentation ou une diminution avec  $R_T$  et cela en fonction des valeurs du couple  $(Le, M^*)$ . Enfin, aux valeurs élevées de  $R_T$  ( $R_T > 10^3$ ),  $Sh$  présente un comportement asymptotique.

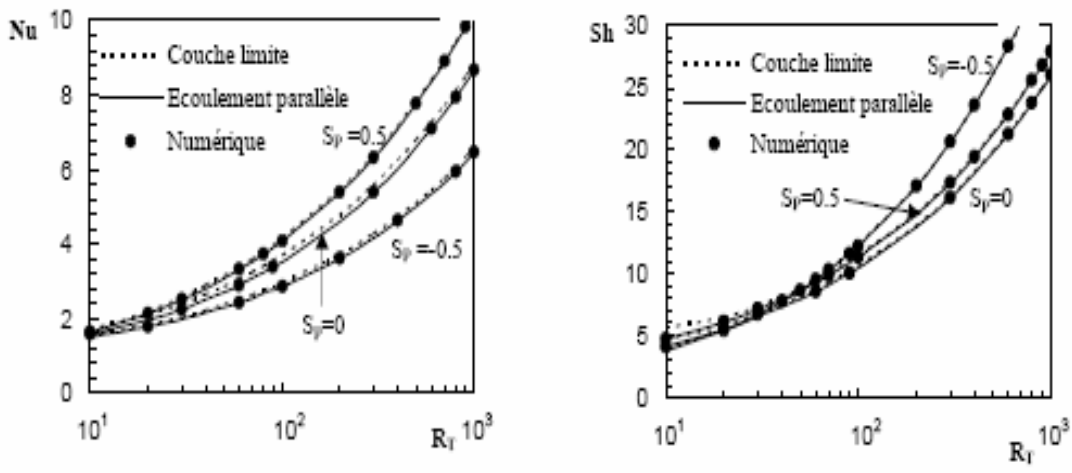
Le travail de **Hasnaoui et al. [54]** est une étude qui consiste à analyser numériquement et analytiquement le comportement, en régime de couche limite (solution analytique basée sur le concept de l'écoulement parallèle), de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité poreuse verticale à partir du modèle de Darcy, en présence de l'effet Soret dont le coefficient  $Sp$  s'ajoute aux autres paramètres de contrôle de l'étude, à savoir, le nombre de Lewis  $Le$ , le rapport des forces de volume  $N$  (rapport des forces solutale thermique) et le nombre de Rayleigh  $R_T$ .

Ces auteurs ont déduit l'existence de deux solutions différentes correspondant chacune à un comportement spécifique en régime de couche limite.

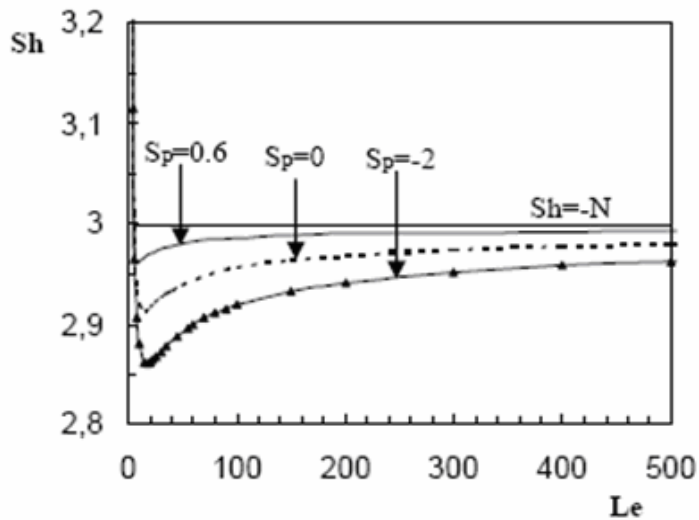
La première solution est spécifiée par la variation de l'épaisseur de la couche limite  $\delta$  en  $R_T^{-2/5}$ . Ainsi l'augmentation du nombre de Rayleigh conduit à une réduction de l'épaisseur de cette couche limite, tandis que l'effet de  $R_T$  sur le nombre de Nusselt et le nombre de Sherwood est caractérisé par une augmentation monotone de ces quantités pour des valeurs particulières du groupe de paramètres suivant  $(Le, N$  et  $Sp)$ . Dans la figure **III.4 (a)**, ces auteurs ont présenté l'effet du paramètre de Soret sur les transferts de masse et de chaleur en fonction de  $R_T$  pour une gamme de  $Sp$  comprise entre  $-0.5$  et  $0.5$ . Ils ont remarqué que l'évolution de nombre de Sherwood avec  $R_T$  est une augmentation monotone, et que la prise en considération de l'effet Soret présente une amélioration dans le transfert massique quelle que soient le valeur et le signe de coefficient de Soret et cela par rapport au cas sans effet Soret ( $Sp=0$ ) et aussi que le transfert massique pour des valeurs négatives de  $Sp$  ( $Sp=-0.5$ ) est plus important par rapport à celui des valeurs de  $Sp$  positives ( $Sp=+0.5$ ). Tandis que pour le transfert de chaleur, ces chercheurs ont montré que ce dernier augmente avec l'augmentation de paramètre de Soret.

En plus de ces résultats ces auteurs ont étudié aussi l'effet de  $Sp$  sur l'épaisseur de la couche limite  $\delta$ . Ils ont alors conclu que l'augmentation de  $S_T$  conduit à une augmentation de  $\delta$  dans le cas où les forces thermiques sont coopérantes ( $N > 0$ ), alors qu'il engendre une diminution de celle-ci lorsque ces forces ont des effets opposées ( $N < 0$ ).

Pour la deuxième solution où  $\delta$  varie en  $R_T^{-1/2}$ , Nu et Sh deviennent indépendants de  $R_T$ . Les auteurs ont trouvé qu'en présence ou non de l'effet Soret, le profil de température devient celui du régime diffusif à  $N=1$  et le nombre de Sherwood Sh tend vers la valeur  $-N$  (**Fig.III.4 (b)**). Ces auteurs ont trouvé aussi que ces valeurs asymptotiques de Nu et Sh sont pour des valeurs critiques du nombre de Lewis qui dépendent du signe du paramètre de Soret. En effet, une valeur positive/négative de  $S_p$  précipite/retarde l'atteinte du régime asymptotique par rapport au cas  $S_p=0$ , et en général le transfert de masse augmente avec l'augmentation de  $S_p$  pour un  $R_T$  fixé.



(a) première solution



(b) deuxième solution

**Fig.III.4 :** Effet du nombre de Lewis sur le nombres de Sherwood pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $S_p=S_T$ ) pour  $(R_T, N) = (500, -3)$

Pour leur part **Vasseur et al. [55]** ont étudié numériquement et analytiquement la convection naturelle thermosolutale avec effet Soret dans une cavité poreuse horizontale saturée par un fluide binaire, soumise à un gradient solutal vertical avec des parois verticales qui sont chauffées et refroidies par un flux de chaleur  $Q$ . Le coefficient de Soret  $N_s$  est introduit parmi les autres paramètres usuels gouvernants qui contribuent à régir le problème. La solution analytique trouvée, qui est basée sur le concept de l'écoulement parallèle s'avère en bonne concordance avec la solution numérique utilisée, et cela d'après les résultats trouvés par ces deux méthodes.

L'équation de conservation des espèces chimiques utilisée est la suivante:

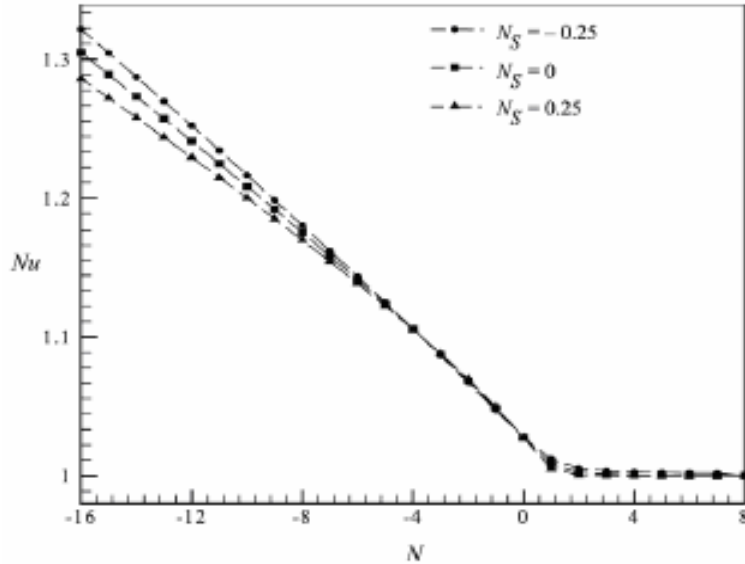
$$\varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + u \nabla \cdot S = \frac{1}{Le} (\nabla^2 S + N_s \nabla^2 T) \quad \text{avec } N_s \text{ qui est le coefficient de Soret.}$$

Les auteurs ont ainsi établi de nombreux résultats concernant l'effet du rapport des forces de volume  $N$  et  $N_s$  sur l'écoulement du fluide ainsi que sur les échanges thermique et massique. Parmi les résultats obtenus, le rapport des forces de volume ainsi que le coefficient de Soret affectent fortement l'intensité et la direction de rotation de l'écoulement convectif dans la couche poreuse. Cependant pour  $N=0$  où le gradient horizontal de température est le seul élément perturbant provoquant une circulation de l'écoulement dans le sens des aiguilles d'une montre, la force de circulation qui désigne les lignes de courant est indépendante de la valeur du coefficient de Soret. Pour des valeurs de  $N>0$ , ces auteurs ont observé que la force de la cellule de convection diminue progressivement en raison de l'imposition du gradient vertical de concentration d'intensité croissante. Tandis que pour des valeurs négatives de  $N<0$ , les deux gradients thermique et solutal se combinent pour faire augmenter la convection. Ainsi, une valeur positive/négative du  $N_s$ , améliore/réduit la convection pour des forces solutale et thermique coopérantes/en opposition. En effet, l'effet Soret contribue légèrement dans la diminution ou l'augmentation de la convection et cela selon son signe.

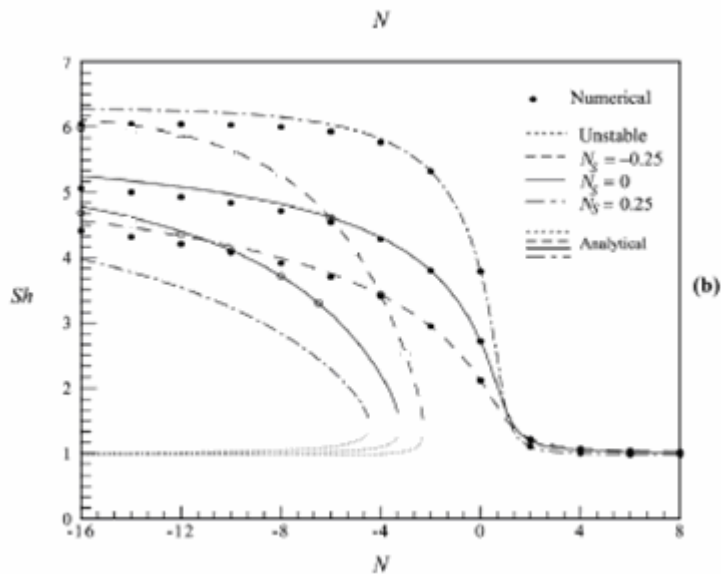
L'influence de l'effet Soret sur le nombre de Sherwood a également été étudiée, et il a été trouvé que cette dernière est importante. Pour  $N \gg 1$  où le mouvement convectif devient diffusif, le nombre de Sherwood tend vers l'unité quelle que soit la valeur de  $N_s$ , tandis que pour des valeurs négatives de  $N$  l'augmentation de Sherwood est asymptotique vers une valeur constante quand  $|N|$  devient assez élevée. Ceci a été expliqué par les conditions aux limites de types Newmann imposées à la cavité.

Concernant le nombre de Nusselt, les résultats trouvés par ces auteurs sont purement numériques et montrent que pour des valeurs de  $N > 0$ , la valeur de Nusselt tend vers l'unité indépendamment de  $N_s$ , tandis qu'une légère augmentation de  $Nu$  est observée avec

l'accroissement de  $|N|$ . Les auteurs ont enfin conclu, qu'en général, le transfert thermique diminue quand  $N_s$  augmente (**Fig.III.5**), tandis que le transfert massique augmente avec l'augmentation de  $N_s$  (**Fig.III.6**).



**Fig.III.5** : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le rapport des forces volumique  $N$  pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $N_S=S_T$ )



**Fig.III.6** : Evolution du nombre de Sherwood moyen avec le rapport des forces volumique  $N$  pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $N_S=S_T$ )

### Conclusion

La recherche bibliographique entreprise nous a fait ressortir plusieurs points concernant la thermo-diffusion (l'effet Soret). Nous avons conclu que la valeur ainsi que le signe du coefficient de Soret, qui contrôle le déplacement du soluté, ont un effet remarquable

sur les échanges thermique et massique. Nous avons constaté son rôle dans le procédé de séparation des constituants du mélange qui permet d'améliorer celle-ci et la dominance de la thermo-diffusion par rapport à la diffusion massique dans certains cas. Ainsi ce phénomène a prouvé son importance dans divers domaines où il ne peut plus être négligé.

Nous avons aussi remarqué d'après certains travaux, que l'influence de cet effet sur les échanges thermique et massique ne peut pas toujours être prévisible. En effet, l'évolution de ces échanges avec l'effet Soret peut être croissante ou décroissante selon la valeur et le signe de son coefficient. De même nous avons pu constater que les conditions aux limites sont influentes aussi sur cette évolution et cela même pour des valeurs fixes du coefficient de Soret. Ainsi, l'étude de l'influence de l'effet Soret sur les échanges thermique et massique qui a été entreprise par plusieurs auteurs montre que l'impact de cet effet reste très relatif. En effet, dans certaines études, pour des valeurs négatives du coefficient de Soret une amélioration de l'échange massique est notée (**Hasnaoui et al. [54] Fig.III.4 (a)**), tandis que, dans d'autres études, c'est plutôt une diminution de l'échange massique est constatée (**Vasseur et al. [55] (Fig.III.6)**). Pour l'échange thermique, l'étude de **Hasnaoui et al. [54] (Fig.III.4 (a))** montre que cet échange est croissant avec l'augmentation de la valeur du coefficient de Soret ( $Nu(Sp=+0.5) > Nu(Sp=0) > Nu(Sp=-0.5)$ ). Par contre, l'étude de **Vasseur et al. (Fig.III.5)** montre que l'échange thermique augmente avec la diminution de la valeur du coefficient de Soret ( $Nu(Ns=-0.25) > Nu(Ns=0) > Nu(Ns=0.25)$ ). Les différents résultats trouvés par ces diverses études montrent que l'effet de la thermo-diffusion sur les transferts thermique et massique est influencé d'une part, par les conditions aux limites imposées aux cavités étudiées et d'autre part, par les valeurs de certains paramètres gouvernants tels que le rapport des forces de volume, le nombre de Rayleigh et le nombre de Lewis.

Etant donné les différentes constatations et conclusions des résultats de la bibliographie et des nombreux points d'interrogation posés par ce phénomène de thermodiffusion, quant à son impact sur les champs thermique et massique, nous nous sommes proposés de traiter de ce problème en nous intéressant au cas d'une cavité poreuse soumise à des conditions aux limites particulières. Un travail de comparaison entre les deux cas de convection sans et avec prise en compte de l'effet Soret a ainsi été entrepris afin d'essayer de quantifier l'écart existant entre ces deux cas et d'estimer le taux d'importance de la thermo-diffusion par rapport aux conditions de fonctionnement en présence et aux paramètres gouvernants choisis.

# Modélisation mathématique

## Introduction

Nous nous intéressons à la convection thermosolutale générée dans un espace confiné contenant un garnissage poreux et soumis à des gradients de températures et de concentrations sur les parois de gauche et de droite et sur celle du bas.

Dans ce chapitre nous proposons la mise en équation du problème physique considéré, en se basant sur les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de l'espèce chimique. Ces équations et les conditions aux limites qui régissent le phénomène sont données sous leur forme générale, puis sous leur forme adimensionnelle après un traitement adéquat et cela dans les deux cas sans et avec la prise en compte de l'effet Soret. Enfin, nous définirons les coefficients d'échanges de chaleur et de masse en les traduisant respectivement sous forme de nombre de Nusselt et nombre de Sherwood.

## IV-1 Description du problème

Le problème auquel nous nous intéressons est l'étude de l'écoulement et des transferts dus à la convection thermosolutale dans une cavité carrée contenant un milieu poreux saturé par un fluide binaire, nous définissons un repère cartésien comme indiqué sur la figure **IV.1** où la largeur  $L$  est comptée suivant l'axe  $ox$ , et la hauteur  $H$  comptée suivant la coordonnée  $y$ . L'étude comporte deux parties : la première est l'étude des écoulements bidimensionnels dans une cavité carrée totalement poreuse saturée par mélange binaire homogène sans la considération de l'effet Soret, la deuxième est le cas où cet effet est pris en considération. Les conditions aux limites imposées sur chaque paroi de la cavité sont présentées dans la figure **IV.1**.

Pour rendre possible la résolution du problème physique et afin de simplifier la modélisation de ce dernier, un ensemble d'hypothèses simplificatrices a été adopté comme suit:

- ❖ La solution binaire est un fluide Newtonien et incompressible
- ❖ Le modèle de Darcy – Brinkmann est adopté

- ❖ Le milieu est supposé avoir une direction selon (oz) très grande de telle sorte que l'étude soit bidimensionnelle
- ❖ Le fluide est un mélange de deux constituants (solvant- soluté) parfaitement miscibles
- ❖ L'écoulement est supposé laminaire et permanent
- ❖ L'équilibre thermique entre le fluide et la matrice poreuse est réalisé
- ❖ La matrice poreuse est indéformable, homogène et isotrope
- ❖ Les couplages thermodynamiques dus aux effets Dufour et barométriques sont négligeables
- ❖ On suppose l'absence de réactions chimiques (aucune réaction ne pourra avoir lieu soit entre le solvant et le soluté ou bien entre ces deux éléments et le milieu poreux)
- ❖ On suppose aussi l'absence de sources internes de chaleur ou de masse dans l'écoulement
- ❖ Dans le cadre de l'approximation de Boussinesq où les variations de température sont prises comme suffisamment faibles pour que les propriétés physiques du fluide (telles que sa dilatabilité thermique, sa diffusivité thermique et sa viscosité cinématique) puissent être considérées comme constantes et que la masse volumique, dans le terme de poussée d'Archimède, puisse s'exprimer comme une fonction linéaire de la température et de la concentration comme il apparaît dans cette expression :

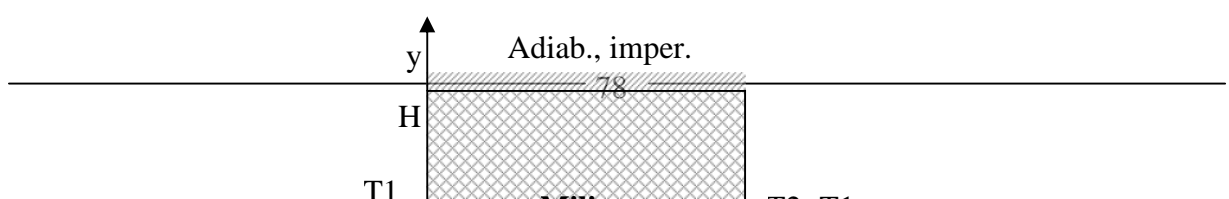
$$\rho (T,C) = \rho_0 [1 - \beta_T (T-T_0) - \beta_c (C-C_0)]$$

Où T et C représentent respectivement la température du fluide et la concentration du soluté en un point donné du système. T<sub>0</sub> et C<sub>0</sub> sont respectivement des grandeurs de référence qui représentent généralement les valeurs moyennes de la température et de la concentration dans le système.

Dans cette équation  $\beta_T$  et  $\beta_c$  sont les coefficients d'expansion volumiques thermique et solutale du fluide respectivement. Ils sont définis par:

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P,C} \quad \beta_c = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{P,T}$$

En général,  $\beta_T$  est positif pour tous les fluides, tandis que  $\beta_c$  peut être positif ou négatif selon le soluté considéré.



**Fig.IV.1** : Configuration étudiée

## IV-2-Formulation mathématique

Compte tenu des hypothèses citées précédemment, les équations mathématiques régissant le phénomène s'écrivent de la manière suivante :

### a- Sans effet Soret

*Equation de continuité*

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{IV.1})$$

*Equation de quantité de mouvement*

$$\frac{\rho_f}{\varepsilon^2} \vec{V} \vec{\nabla} \vec{V} = -\vec{\nabla} P + \rho_f \vec{g} - \frac{\mu_f}{K} \vec{V} + \mu_{eff} \nabla^2 \vec{V} \quad (\text{IV.2})$$

*Equation d'énergie*

$$(\rho c_P)_f \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T = k_{eff} \nabla^2 T \quad (\text{IV.3})$$

*Equation de concentration " conservation d'espèce chimique"*

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} C = \vec{\nabla} \cdot (D_c \vec{\nabla} C) \quad (\text{IV.4})$$

La projection des équations suivant les coordonnées cartésiennes (x,y) donne:

*Suivant la direction x*

$$\rho_f \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\varepsilon^2 \frac{\partial p}{\partial x} - \varepsilon^2 \frac{\mu_f}{K} u + \varepsilon^2 \cdot \mu_{eff} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (\text{IV.2.1})$$

*Suivant la direction y*

$$\rho_f \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\varepsilon^2 \frac{\partial p}{\partial y} - \varepsilon^2 \frac{\mu_f}{K} v + \varepsilon^2 \cdot \mu_{eff} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \varepsilon^2 [\beta_T (T - T_0) + \beta_C (C - C_0)] \rho_f \cdot g \quad (\text{IV.2.2})$$

*Equation d'énergie*

$$(\rho c_p)_f \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_{eff} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{IV.3.1})$$

*Equation de concentration " conservation d'espèce chimique "*

$$\left( u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} \right) = D_c \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (\text{IV.4.1})$$

### **b- Avec effet Soret**

Compte tenu des hypothèses citées précédemment, les équations régissant les phénomènes de transfert en tenant compte de l'effet Soret restent les mêmes sauf pour l'équation de conservation des espèces chimiques où le terme de Soret apparaît explicitement et qui se présente comme suit :

**Equation de concentration**

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{C} = \vec{\nabla} \cdot (D_c \cdot \vec{\nabla} C + D_T \cdot \vec{\nabla} T + D_P \cdot \vec{\nabla} P) \quad (\text{IV.5})$$

1. Le premier terme du deuxième membre de l'équation (IV.5) caractérise le transfert moléculaire de la masse sous l'action du gradient des concentrations " loi du diffusion de Fick".
2. Le deuxième terme de ce même membre détermine le transfert de la masse par thermodiffusion (effet Soret).
3. Le dernier terme du deuxième membre caractérise la diffusion barométrique (diffusion de la masse sous l'action d'un gradient de pression ; cas compressible).

Dans la plupart des travaux, le deuxième et le troisième terme du second membre sont négligés. Dans notre cas, on garde le terme qui caractérise le transfert de masse par thermodiffusion.

Les équations gouvernantes s'appliquent pour les deux milieux (milieu fluide et milieu poreux), avec :  $(Da \rightarrow \infty \text{ et } \varepsilon = 1 \text{ pour le milieu fluide})$ .

### Conditions aux limites

La configuration physique choisie pour la présentation des conditions aux limites est la configuration (**Fig.IV.1.a**) qui est une cavité totalement poreuse soumise aux conditions aux limites suivantes:

#### a- Conditions hydrodynamiques: voir tableau (IV.1)

Dans la mesure où les parois sont rigides ce cas est relatif à un modèle qui rend compte du fait que le fluide est confiné entre des plaques rigides et imperméables auxquelles il adhère. En conséquence, la vitesse du fluide doit s'annuler à ces parois.

	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>Condition</b>
	<b>0</b> <b>L</b>	<b>0</b> <b>H</b>	
<b>Paroi gauche</b>	0	$0 < y < H$	$u = v = 0$
<b>Paroi droite</b>	L	$0 < y < H$	$u = v = 0$
<b>Paroi horizontale du bas (plancher)</b>	$0 < x < L$	0	$u = v = 0$
<b>paroi horizontale haute (plafond)</b>	$0 < x < L$	H	$u = v = 0$

**Tableau IV.1 :** Les conditions aux limites hydrodynamiques imposées aux parois de la cavité

#### b- Conditions thermiques et massiques (solutales): voir tableaux, (IV.2) et (IV.3)

Les frontières verticales ainsi que le plancher sont soumises à des conditions aux limites du type Dirichlet en température et en concentration telles que ( $T_2 < T_1$  et  $C_2 < C_1$ ). La paroi horizontale supérieure est isolée (adiabatique et imperméable c.à.d qu'elle est sous des conditions du type Neumann).

	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Condition</b>
	<b>0</b> <b>L</b>	<b>0</b> <b>H</b>	

<b>Paroi gauche</b>	0	0 < y < H	T = T1
<b>Paroi droite</b>	L	0 < y < H	T = T2
<b>plancher</b>	0 < x < L	0	T = T1
<b>Plafond</b>	0 < x < L	H	$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right _{(x,H)} = 0$

**Tableau IV.2 :** Les conditions aux limites thermiques imposées aux parois de la cavité

	<b>X</b>		<b>Y</b>		<b>Condition</b>
	<b>0</b>	<b>L</b>	<b>0</b>	<b>H</b>	
<b>Paroi gauche</b>	0		0 < y < H		C = C1
<b>Paroi droite</b>		L	0 < y < H		C = C2
<b>Plancher</b>	0 < x < L		0		C = C1
<b>Plafond</b>	0 < x < L		H		$\left. \frac{\partial C}{\partial y} \right _{(x,H)} = 0$

**Tableau IV.3 :** les conditions aux limites solutales imposées aux parois de la cavité

### IV-3- Forme adimensionnelle des équations de conservation

Pour la mise du modèle mathématique sous forme d'un ensemble d'équations adimensionnelles afin de généraliser les résultats, on prend comme référence les paramètres suivants :

L : Longueur de la cavité

$\Delta T$  : Ecart de température de référence entre les parois

$\Delta C$  : Ecart de concentration de référence entre les parois

On aura alors les changements de variables suivants:

$$Y = \frac{y}{L}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad U = \frac{uL}{\alpha}, \quad V = \frac{vL}{\alpha} \quad \text{et} \quad P = p \frac{L^2}{\left( \frac{\rho_f \alpha^2}{\varepsilon^2} \right)}$$

Pour l'adimensionnement de la température et la concentration nous nous sommes basés sur les écarts de température  $\Delta T$  et de concentration  $\Delta C$  appliqués entre les parois verticales, les grandeurs correspondantes s'écrivent respectivement :

$$\Delta T = T_1 - T_2$$

$$\Delta C = C_1 - C_2$$

Avec:

$$S = \frac{C - C_0}{\Delta C} \quad \text{et} \quad \theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}$$

Avec:

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad \text{et} \quad C_0 = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

Les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et d'espèce chimique s'écrivent alors sous la forme adimensionnelle suivante.

## 1- Cas sans effet Soret

### a- Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{IV.6})$$

### b- Equation de quantité de mouvement

#### Suivant la direction X

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \varepsilon^2 \cdot \frac{\text{Pr}}{\text{Da}} \cdot U + \varepsilon^2 \cdot \text{Pr} \cdot \text{Rv} \cdot \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{IV.7})$$

#### Suivant la direction Y

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} - \varepsilon^2 \cdot \frac{\text{Pr}}{\text{Da}} \cdot V + \varepsilon^2 \cdot \text{Pr} \cdot \text{Rv} \cdot \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \varepsilon^2 \cdot \text{RaPr} (\theta + S.N) \quad (\text{IV.8})$$

### c- Equation d'énergie

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \text{Rk} \cdot \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{IV.9})$$

### d- Equation de concentration (conservation d'espèce chimique)

$$U \frac{\partial S}{\partial X} + V \frac{\partial S}{\partial Y} = \frac{\varepsilon}{\text{Le}} \cdot \left( \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{IV.10})$$

## 2- Cas avec effet Soret

L'adimensionnement de l'équation de conservation de l'espèce chimique avec la prise en compte de l'effet Soret est comme suit:

$$\begin{aligned}
U \frac{\partial S}{\partial X} + V \frac{\partial S}{\partial Y} &= \frac{\varepsilon}{\mathbf{Le}} \cdot \left[ \left( \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} \right) + \mathbf{S}_T^* \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta C} \cdot \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \right] \\
U \frac{\partial S}{\partial X} + V \frac{\partial S}{\partial Y} &= \frac{\varepsilon}{\mathbf{Le}} \cdot \left[ \left( \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} \right) + \mathbf{S}_T \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \right] \\
U \frac{\partial S}{\partial X} + V \frac{\partial S}{\partial Y} &= \frac{\varepsilon}{\mathbf{Le}} \cdot \left( \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} \right) + \frac{\varepsilon}{\mathbf{Le}} \cdot \mathbf{S}_T \cdot \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad \text{(IV.11)}
\end{aligned}$$

Avec

$$\mathbf{S}_T^* : \text{est le coefficient de Soret dimensionné : } S_T^* = \frac{D_T}{D_f}$$

$$S_T : \text{est le coefficient de Soret adimensionné : } S_T = \frac{D_T}{D_f} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta C} = S_T^* \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta C}$$

L'adimensionnement des équations de conservation nous a fait ressortir des grandeurs caractéristiques des transferts de chaleur et de masse, de ce fait le mouvement convectif dans l'enceinte poreuse est conditionné par les valeurs de ces paramètres caractéristiques qu'on définit comme suit:

**A:** Rapport de forme de la cavité qui caractérise l'allongement de la cavité:  $A = H/L$

**Da:** Nombre de Darcy  $Da = K/L^2$

**K:** la perméabilité du milieu poreux

**N:** Rapport des forces de poussées (rapport de forces d'origine solutale et thermique)

$$N = \frac{\beta_c \cdot \Delta C}{\beta_T \cdot \Delta T} = \frac{Ra_s}{Ra} = \frac{Gr_s}{Gr_T}$$

**Ra:** Nombre de Rayleigh thermique  $Ra = \frac{g\beta_T \Delta T L^3}{(v\alpha)_f} = Gr_T Pr$

**Ra<sub>s</sub>:** Nombre de Rayleigh solutal  $Ra_s = \frac{g\beta_s \Delta C L^3}{(v\alpha)_f} = Gr_s Pr$

Avec

**Gr<sub>T</sub>:** Nombre de Grashof thermique  $Gr_T = \frac{g\beta_T \Delta T L^3}{v_f^2}$

**Gr<sub>s</sub>:** Nombre de Grashof solutal  $Gr_s = \frac{g\beta_s \Delta C L^3}{v_f^2}$

**Le** : Nombre de Lewis

$$Le = Sc / Pr = \alpha_f / D_f$$

Avec

**Sc**: Nombre de Schmidt

$$Sc = \nu_f / D_f$$

**Pr**: Nombre de Prandtl

$$Pr = \nu_f / \alpha_f$$

**R<sub>k</sub>**; Rapport des conductivités

$$R_k = k_{eff} / k_f$$

**R<sub>v</sub>**: Rapport des viscosités

$$R_v = \mu_{eff} / \mu_f$$

Nous avons regroupé les différents nombres adimensionnels dans le tableau **IV.4**, pour faciliter leur désignation plus tard.

<b>Gr1</b>	<b>Gr2</b>	<b>Gr3</b>	<b>Gr4</b>	<b>Gr5</b>	<b>Gr6</b>
$\varepsilon^2 \cdot \frac{Pr}{Da}$	$\varepsilon^2 \cdot Pr \cdot R_v$	$\varepsilon^2 \cdot Ra \cdot Pr \cdot (\theta + S.N)$	<b>R<sub>k</sub></b>	$\frac{\varepsilon}{Le}$	$\frac{\varepsilon}{Le} \cdot S_T \cdot \nabla^2 \theta$

**Tableau IV.4** : Les différents groupes des nombres adimensionnels

### Conditions aux limites adimensionnelles

#### a- Conditions hydrodynamiques (voir Tableau IV.5)

	X		Y		Condition
	0	1	0	A	
Paroi gauche	0		$0 < Y < A$		$U = V = 0$
Paroi droite		1	$0 < Y < A$		$U = V = 0$
Plancher	$0 < X < 1$		0		$U = V = 0$
Plafond		$0 < X < 1$		A	$U = V = 0$



$$\begin{cases} Nu(x) = \frac{h(x) \cdot x}{k_f} \\ Nu(y) = \frac{h(y) \cdot y}{k_f} \end{cases} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} h(x) = \frac{q(x)}{\Delta T} \\ h(y) = \frac{q(y)}{\Delta T} \end{cases}$$

(IV.12)

$$\begin{cases} Sh(x) = \frac{h_s(x) \cdot x}{D_f} \\ Sh(y) = \frac{h_s(y) \cdot y}{D_f} \end{cases} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} h_s(x) = \frac{q_s(x)}{\Delta C} \\ h_s(y) = \frac{q_s(y)}{\Delta C} \end{cases}$$

Où :

h : Coefficient du transfert thermique convectif

q : Flux de chaleur

h<sub>s</sub> : Coefficient du transfert massique convectif

q<sub>s</sub> : Flux de masse

### Les nombres de Nusselt et de Sherwood

#### a- Le nombre de Nusselt

$$q(x) = h(x) \cdot \Delta T = -k_{eff} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_p \quad \text{et} \quad q(y) = h(y) \cdot \Delta T = -k_{eff} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_p$$

$$Nu(x) = \frac{\left( -k_{eff} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_p \right) \cdot x}{k_f \cdot \Delta T} \quad \text{et} \quad Nu(y) = \frac{\left( -k_{eff} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_p \right) \cdot y}{k_f \cdot \Delta T}$$

$$\begin{cases} Nu(Y) = -R_K \cdot \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=0,1} \\ Nu(X) = -R_K \cdot \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0,A} \end{cases} \quad (IV.13)$$

#### b- Le nombre de Sherwood

$$q_s(x) = h_s(x) \cdot \Delta C = -D_f \cdot \left. \frac{\partial C}{\partial x} \right|_p \quad \text{et} \quad q_s(y) = h_s(y) \cdot \Delta C = -D_f \cdot \left. \frac{\partial C}{\partial y} \right|_p$$

$$Sh(x) = \frac{\left(-D_f \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_P\right) \cdot x}{D_f \cdot \Delta C} \quad \text{et} \quad Sh(y) = \frac{\left(-D_f \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_P\right) \cdot y}{D_f \cdot \Delta C}$$

$$\begin{cases} Sh(Y) = -\frac{\partial S}{\partial X} \Big|_{X=0,1} \\ Sh(X) = -\frac{\partial S}{\partial Y} \Big|_{Y=0,A} \end{cases} \quad \text{(IV.14)}$$

### Les nombres de Nusselt et de Sherwood moyens

On définit aussi les nombres de Nusselt et de Sherwood moyens:

**Nusselt moyen:**  $\overline{Nu}$

$$\begin{cases} \overline{Nu}_{/X} = \int_0^1 Nu(X) \cdot dX \\ \overline{Nu}_{/Y} = \frac{1}{A} \int_0^A Nu(Y) \cdot dY \end{cases} \quad \text{(IV.15)}$$

**Sherwood moyen:**  $\overline{Sh}$

$$\begin{cases} \overline{Sh}_{/X} = \int_0^1 Sh(X) \cdot dX \\ \overline{Sh}_{/Y} = \frac{1}{A} \int_0^A Sh(Y) \cdot dY \end{cases} \quad \text{(IV.16)}$$

### Conclusion

Après avoir déterminé le système d'équations régissant le problème, ainsi que les conditions aux limites associées, et après leur mise sous forme adimensionnelle, il est à remarquer que les différentes équations de base se présentent sous forme d'équations aux dérivées partielles qui ne peuvent être résolues par une méthode analytique directe. Il est alors indispensable de choisir un mode de résolution qui s'adapte à ce type d'équations. Nous avons donc opté pour une approche numérique qui nous permettra de transformer ces dernières en équations algébriques plus simples à résoudre. Ceci fera l'objet du prochain chapitre.

## Procédure Numérique

### Introduction

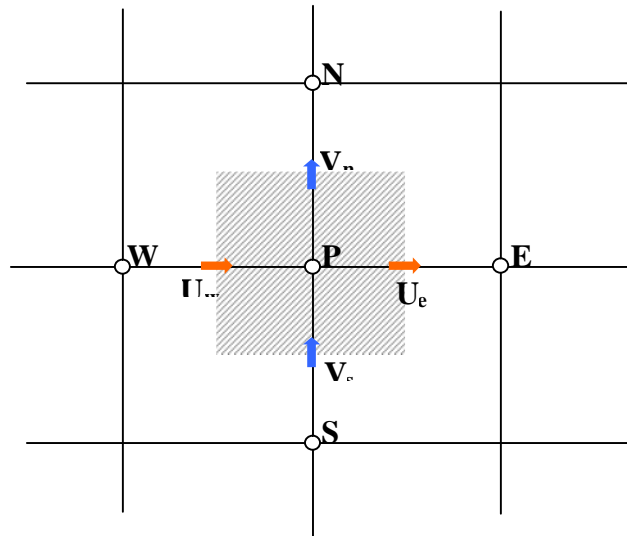
Nous avons vu dans le chapitre précédent que les équations de conservation régissant le phénomène de la convection naturelle thermosolutale sont des équations différentielles aux dérivées partielles non linéaires, et couplées. En raison de leur complexité, ces équations ne peuvent être résolues qu'à l'aide de techniques numériques et analytiques bien précises. On peut citer à titre d'exemples :

- ❖ **Méthodes numériques:** La méthode des différences finies, la méthode des volumes finis, la méthode des éléments finis...etc.
- ❖ **Méthodes analytiques :** Analyse de la stabilité linéaire qui se base sur le concept d'écoulement parallèle ...etc.

Parmi les différentes méthodes numériques citées ci-dessus, nous avons adopté pour la résolution de notre système d'équations couplées qui gouverne le phénomène de convection et qui satisfait les conditions aux limites retenues, la méthode des volumes finis présentée par **S.V. Patankar** (1980) et qui a été utilisée avec succès par plusieurs auteurs. Cette méthode basée sur une approche du type volume de contrôle est simple à comprendre et à interpréter physiquement, par contre les deux autres méthodes numériques présentent l'inconvénient de l'obligation d'utilisation d'un nombre de points de discrétion très élevé pour résoudre ce type d'équations différentielles surtout s'il s'agit des valeurs de nombres adimensionnels élevés ou/et l'écoulement est multicellulaires ou turbulent

### V-1 Principe de la méthode des volumes finis

Dans son ensemble la méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de point appelés nœuds, chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles (**Figure V.1**). Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un coté commun ; il s'ensuit que la réunion de tous les volumes de contrôle couvre l'ensemble du domaine de calcul. Cette propriété fondamentale va permettre la mise en évidence des propriétés de conservation des flux locaux et globaux.



**P**: est le nœud principal, **U** : vitesse dans la direction **X**, **V** : vitesse dans la direction **Y**  
**W, E, N et S** sont respectivement ; West, Est, Nord et Sud

**Figure V.1** : Volume de contrôle

## V-2 Equations différentielles gouvernantes

Les différents phénomènes physiques de l'écoulement d'un fluide, de transferts de chaleur et de soluté sont régis par les équations de conservation (masse, quantité de mouvement, énergie, espèces chimique,...). Elles peuvent être mises sous une forme générale du type transport-diffusion :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S^* \quad (\text{V.1})$$

Où :

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)$  : représente le terme de variation temporelle.

$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \phi)$  : représente le terme convectif.

$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)$  : représente le terme de diffusion.

$\phi$  : La variable dépendante, qui peut correspondre à une variété de quantités physiques telles que la vitesse, la température, la concentration...etc.

$\Gamma$  : Le coefficient de diffusion, il représente la propriété physique du fluide.

$S^*$  : Le terme source représentant la génération de chaleur dans un fluide, les forces de volumes ou encore la production de l'espèce chimique.

Le tableau suivant résume quelques exemples d'équations de conservation avec les quantités physiques correspondantes.

Equation de conservation	$\phi$	$\Gamma$	$S^*$
Masse	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
Mouvement	<b>V</b>	$\mu$	$-\nabla P + F_V$
Energie	<b>T</b>	$\alpha$	$S_t^*$
Soluté	<b>C</b>	<b>D</b>	$S_s^*$

**Tableau V.1** : Exemples d'équations de conservations.

Où

$F_V$  : Représente les forces de volume

$S_t^*$  : Terme source thermique; source de chaleur, effet Dufour, ou rayonnement thermique ...etc.

$S_s^*$  : Terme source solutal; production ou consommation d'espèce chimique dans les réactions chimiques, effet Soret...etc.

### V-3- Maillage

Le choix du maillage est très important pour assurer la convergence. Mis à part le maillage uniforme largement utilisé, il existe d'autres maillages et on citera :

#### A- Maillage à zones

Ce type de maillage consiste en un découpage du domaine d'étude en plusieurs zones en adoptant des maillages uniformes dans chacune d'elles. Les longueurs des zones près des parois sont prises faibles.

Ce type de maillage malgré sa simplicité présente des inconvénients parfois notables puisqu'il provoque des discontinuités au niveau des solutions. On peut néanmoins remédier à ce problème en posant des critères de convergence sévères.

### **B- Maillage géométrique**

En 1987, **Poulikakos** et **Penken** ont adopté un maillage géométrique, ce type de maillage a été largement utilisé par la suite, il présente tout de même un certain inconvénient dans la mesure où lorsque la raison de la suite géométrique augmente, ce type de maillage peut provoquer des instabilités dans les calculs.

### **C- Maillage exponentiel**

**P.L Breton** (1991) a proposé un maillage exponentiel où les distances suivant les deux directions s'écrivent :

$$x,y = D [\exp(C (p,q)) - 1 ] \quad (V-2)$$

$$x,y = 1- D [\exp(C (1-p,q)) - 1 ] \quad (V-3)$$

Avec :

$$P = (i-1) / I_{\max}$$

$$q = (j-1) / J_{\max}$$

C : facteur d'expansion du maillage qui gère le resserrement du maillage.

D : Une constante donnée par : 
$$D = \frac{0.5}{(e^{c/2} - 1)}$$

$I_{\max}$  et  $J_{\max}$  sont les nombres d'intervalles de discrétisation du maillage standard suivant les direction x et y.

Pour éviter les instabilités numériques, il est recommandé que le facteur C soit compris entre 0 et 2.

### **D- Maillage à variation en puissance**

Ce type de maillage est défini par l'expression :

$$\frac{x_i}{l} = \left( \frac{i-2}{i_{\max} - 2} \right)^n \quad (V.4)$$

Où :

$l$  : représente la longueur totale du domaine.

$i$  : l'incrément de la position des points.

$i_{\max}$  : Le nombre maximal des nœuds.

Lorsque  $n$  est supérieur à 1, le maillage progresse de plus en plus en allant vers la droite.

### Maillage choisi

Dans la présente étude, nous avons opté pour un maillage uniforme dans les deux directions X et Y. Alors un maillage régulier suffisamment fin de 180x180 nœuds a été adopté afin de mieux apprécier les résultats.

#### V-4- Discrétisation des équations

**Les équations de conservation de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration régissant notre problème peuvent être mises sous la forme générale suivante :**

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S^* \quad (V.5)$$

Avec :

$J_x$  et  $J_y$  : les flux de convection-diffusion dans les directions x et y respectivement

$$J_x = \left[ u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] \text{ et } J_y = \left[ v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] \quad (V.6)$$

En substituant les expressions des flux de convection-diffusion (V.6), l'équation générale de conservation (V.5) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] = S^* \quad (V.7)$$

Relativement à notre problème, le tableau V.2 nous donne les expressions propres à chacune des équations de conservation.

Equation	$\phi$	$J_x = U\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}$	$J_y = V\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}$	$S^*$
Continuité	1	U	V	0

<b>Mouvement - x</b>	U	UU-GR2 $\frac{\partial U}{\partial X}$	VU-GR2 $\frac{\partial U}{\partial Y}$	$-\frac{\partial P}{\partial X} + \text{GR1 } U$
<b>Mouvement - y</b>	V	UV-GR2 $\frac{\partial V}{\partial X}$	VV-GR2 $\frac{\partial V}{\partial Y}$	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{GR1 } V + \text{GR3}$
<b>Energie</b>	$\theta$	U $\theta$ -GR4 $\frac{\partial \theta}{\partial X}$	V $\theta$ -GR4 $\frac{\partial \theta}{\partial Y}$	0
<b>Concentration</b>	S	US-GR5 $\frac{\partial S}{\partial X}$	VS-GR5 $\frac{\partial S}{\partial Y}$	<b>GR6</b>

**Tableau V.2** : Formes générales des équations de conservation.

L'équation généralisée de conservation sur un volume de contrôle sous sa forme intégrale, s'écrit :

$$\int_{w_s}^e \int_{n_s}^n \left[ \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right] dx dy = \int_{w_n}^e \int_{n_n}^s s^* dx dy \quad (\text{V.8})$$

Ou encore :

$$J_e - J_w - J_n - J_s = \bar{S}^* \Delta x \Delta y \quad (\text{V.9})$$

$\bar{S}^*$  : représente la moyenne du terme source.

Les  $J_e$ ,  $J_w$ ,  $J_n$  et  $J_s$  représentent les flux totaux (convection + diffusion) passant à travers les faces d'un volume de contrôle. Ils s'écrivent respectivement :

$$J_w = \left[ u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_{x_w} \Delta y \quad (\text{V.10a})$$

$$J_e = \left[ u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_{x_e} \Delta y \quad (\text{V.10b})$$

$$J_s = \left[ v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_{y_s} \Delta x \quad (\text{V.10c})$$

$$J_n = \left[ v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_{y_n} \Delta x \quad (\text{V.10d})$$

L'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle des nœuds de la maille principale, est exprimée par :

$$\iint_{w s}^e \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] dx dy = 0 \quad (V.11)$$

On obtient alors :

$$(U_e - U_w) \Delta x + (V_n - V_s) \Delta y = 0 \quad (V.12)$$

En multipliant cette équation par  $\phi_p$  (variable dépendante au nœud principal P), elle devient :

$$[F_e - F_w + F_n - F_s] \phi_p = 0 \quad (V.13)$$

D'autre part, le terme source est exprimé sous la forme :

$$\bar{S}^* = S_c^* + S_p^* \phi \quad (V.14)$$

Avec:

En combinant l'équation (V-9) à l'équation (V-13) nous obtenons l'équation suivante :

$$[(J_e - F_e \phi_p) - (J_w - F_w \phi_p)] + [(J_n - F_n \phi_p) - (J_s - F_s \phi_p)] = (S_c^* + S_p^* \phi_p) \Delta V \quad (V.15)$$

L'équation finale discrétisée est une relation algébrique entre les valeurs de la variable  $\phi$  au centre de la maille, et celles sur les faces repérées. Elle s'écrit sous la forme générale suivante :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (V.16)$$

Ou :

$$a_p \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (V.17)$$

L'indice nb définit les nœuds voisins au nœud principal P et la sommation est faite à travers tous les nœuds voisins.

Avec :

$$a_E = D_e A (|P|) + [ - F_e, 0 ] \quad (V.18a)$$

$$a_W = D_w A (|P|) + [ + F_w, 0 ] \quad (V.18b)$$

$$a_S = D_s A (|P|) + [ + F_s, 0 ] \quad (V.18c)$$

$$a_N = D_n A (|P|) + [ - F_n, 0 ] \quad (V.18d)$$

$$a_p = \sum a_{nb} - S_p^* \Delta V \quad (V.18e)$$

$$D_e = \frac{F_e}{\delta x_e} \Delta y ; \quad F_e = u_e \Delta y \quad (\text{V.18f})$$

$$D_w = \frac{F_w}{\delta x_w} \Delta y ; \quad F_w = u_w \Delta y \quad (\text{V.18g})$$

$$D_s = \frac{F_s}{\delta y_s} \Delta y ; \quad F_s = v_s \Delta x \quad (\text{V.18h})$$

$$D_n = \frac{F_n}{\delta y_n} \Delta y ; \quad F_n = u_n \Delta x \quad (\text{V.18i})$$

$$P_i = F_i / D_i ; \quad (i = e, w, s, n) \quad (\text{V.18j})$$

$$b = S_c^* \Delta V$$

$F_i$  : sont les débits volumiques à travers les faces respectives du volume de contrôle

$D_i$  : sont les conductances de diffusion

$P_i$  : sont les rapports du transfert par convection au transfert par diffusion (le nombre de Peclet)

La fonction  $[|a, b|]$  représente le maximum entre a et b

## V-5- Schémas d'interpolation

Afin d'évaluer la variable  $\phi$  à une interface du volume de contrôle, une analyse des différents schémas d'approximation est nécessaire pour définir les expression de la fonction du nombre de **Peclet**  $A(|P|)$ . Le choix du schéma d'interpolation joue un rôle très important dans la précision de la solution d'un problème de convection-diffusion.

### 1-Schéma aux différences centrées

La fonction d'interpolation de ce schéma est donnée par :

$$A(|P|) = 1 - 0.5 |P| \quad (\text{V.19})$$

Etant donné que les coefficients  $a_e$ ,  $a_w$ ,  $a_n$  et  $a_s$  dépendent de la fonction du nombre de Peclet  $P$ , cette dernière doit être positive pour que la deuxième règle de base, qui exige que les coefficients  $a_i$  soient tous positifs, soit respectée. De cela on déduit, pour ce schéma, que :  $(|P|) \leq 2$  ce qui limite son utilisation.

## 2- Schéma décentré (Upwind)

La fonction d'interpolation de ce schéma est donnée par :

$$A(|P|) = 1 \quad (V.20)$$

Ce schéma ne présente aucune difficulté du fait que les quatre règles de bases sont respectées.

## 3- Schéma hybride

Ce schéma est une combinaison des deux schémas précédents ; il se réduit à l'approximation centrée lorsque  $(|P|) < 2$  et il devient identique au schéma Upwind lorsque  $(|P|) > 2$ . La fonction d'interpolation de ce schéma est donnée par :

$$A(|P|) = \max [ 0 , 1 - 0.5 |P| ] \quad (V.21)$$

## 4- Schéma exponentiel (Exact)

La fonction d'interpolation de ce schéma est donnée par :

$$A(|P|) = \frac{|P|}{\exp|P| - 1} \quad (V.22)$$

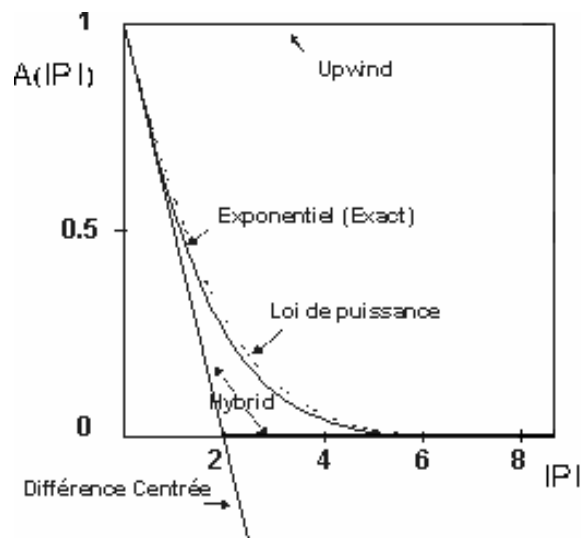
Ce schéma s'adapte mieux à un écoulement monodimensionnel. Par contre, son utilisation pour des écoulements bi et tridimensionnels n'est pas souhaitable, de plus la présence du terme exponentiel rend le temps de calcul élevé.

## 5- Schéma en loi puissance (Power-Law)

La fonction d'interpolation de ce schéma est donnée par :

$$A(|P|) = \max [ 0 , (1 - 0.1 |P|)^5 ] \quad (V.23)$$

Pour contourner les difficultés citées précédemment, on utilise le schéma d'approximation en loi puissance qui est le plus précis pour n'importe quelle valeur du nombre de Peclet. En effet, ce schéma s'avère très efficace puisqu'il approche mieux la solution exacte (Figure V.2). Il sera donc adopté dans la présente étude.



**Figure V.2 :** Variation de la fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas

### V-6- Linéarisation du terme source

L'équation discrétisée (V.17) a une forme algébrique linéaire. Pour la résoudre, on fait appel aux méthodes de résolution des équations algébriques linéaires.

Cependant on se heurte souvent à des situations de non-linéarités provenant du terme source

$\bar{S}_\phi^*$ . Pour ce faire, on linéarise  $\bar{S}_\phi^*$  sous la forme :

$$\bar{S}_\phi^* = S_C^* + S_P^* \phi_P \quad (\text{V.24})$$

$S_C^*$  et  $S_P^*$  peuvent être fonction de la variable dépendante  $\phi$ , dans des cas pareils, on recommande la méthode de linéarisation suivante :

$$\bar{S}^* = \bar{S}^{*'} + \left[ \frac{d\bar{S}^*}{d\phi} \right] (\phi_P - \phi_P') \quad (\text{V.25})$$

Avec :

$\bar{S}^{*'}$  Et  $\phi_P'$  indiquent les valeurs de  $\bar{S}^*$  et  $\phi$  à l'itération précédente.

Il est souhaitable, lors de la linéarisation du terme source, que  $S_P^*$  soit négatif pour ne pas causer de divergence lors de la résolution.

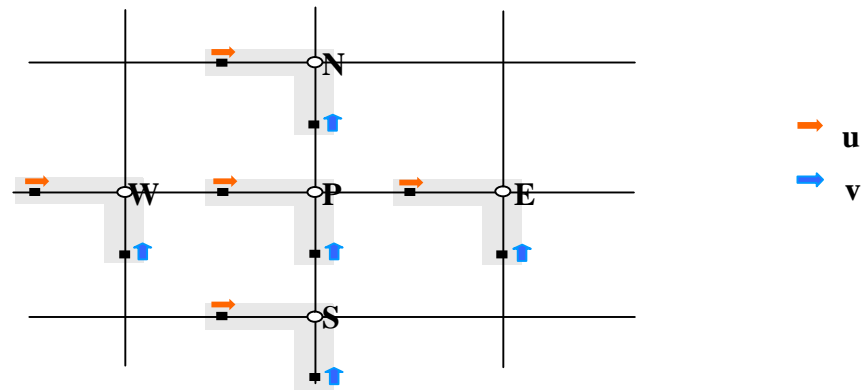
Le tableau V.3 résume les valeurs de  $S_C^*$  et de  $S_P^*$  pour les différentes équations.

Equation	$\phi$	$S_C^*$	$S_P^*$
Continuité	1	0	0
Mouvement – x	U	$-\frac{\partial P}{\partial X}$	GR1
Mouvement – y	V	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{GR3}$	GR1
Energie	T	0	0
Concentration	C	GR 6	0

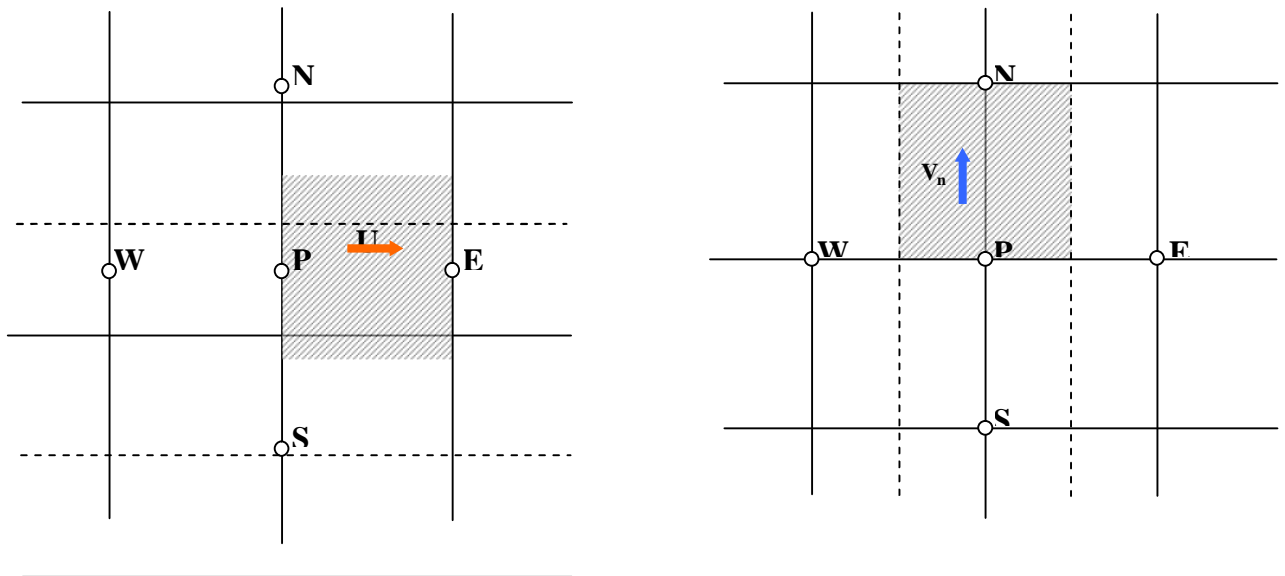
**Tableau V.3 :** Expression des termes sources linéarisés pour les différentes équations

#### V-7- discrétisation des équations de quantité de mouvement

Le traitement des équations de quantité de mouvement est similaire à celle de l'équation d'énergie, la seule différence réside dans le choix de la grille. On montre que si on calcule les variables u et v sur la même grille utilisée pour le calcul des variables T, C, P, on aboutira à une solution non réaliste. Pour remédier à ce problème, on adopte un maillage « décalé » afin d'évaluer le champ de vitesse dans les nœuds localisés sur les faces des volumes de contrôle de la grille principale (**Figure V.3**). Chaque composante de la vitesse est décalée suivant sa propre direction (**Figure V.4**).



**Figure V.3 :** Illustration d'une grille décalée pour  $u$  et  $v$ .



**Figure V.4 :** Volumes de contrôles relatifs aux deux composantes de vitesses

L'intégration des deux équations de quantité de mouvement suivant les axes  $X$  et  $Y$ , entraîne au système d'équations suivant :

$$a_e u_e = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \quad (\text{V.26a})$$

$$a_n v_n = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b + (P_P - P_N) A_n \quad (\text{V.26b})$$

Avec :

$b$  : terme source à l'exception de la pression

$(P_P - P_E) A_e$  : Force de pression agissant sur la face verticale (perpendiculaire à l'axe x) du volume de contrôle de la composante de vitesse  $u$

$(P_P - P_N) A_n$  : Force de pression agissant sur la face horizontale (perpendiculaire à l'axe y) du volume de contrôle de la composante de vitesse  $v$

$A_e$  et  $A_n$  : surfaces sur lesquelles agissent ces forces

### V-8- Equation de pression

On déduit du système d'équations (V.26) les expressions de  $u_e$  et  $v_n$  aux interfaces  $e$  et  $n$  du volume de contrôle.

$$\begin{cases} u_e = \frac{\sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e}{a_e} \\ v_n = \frac{\sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b + (P_P - P_N) A_n}{a_n} \end{cases} \quad (\text{V.27})$$

Les termes  $b$  sont les termes sources des équations du mouvement ne faisant pas intervenir les gradients de pression.

Définissons maintenant les pseudo-vitesses comme suit :

$$\begin{cases} \hat{u}_e = \frac{\sum_{nb} a_{nb} \hat{u}_{nb} + b}{a_e} \\ \hat{v}_n = \frac{\sum_{nb} a_{nb} \hat{v}_{nb} + b}{a_n} \end{cases} \quad (\text{V.28})$$

Ces vitesses ne dépendent pas du champ de pression mais elles sont définies à travers les vitesses avoisinantes  $\hat{u}_{nb}$ ,  $\hat{v}_{nb}$ . Le système (V.27) devient :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_e = \hat{\mathbf{u}}_e + \mathbf{d}_e (\mathbf{P}_p - \mathbf{P}_E) \\ \mathbf{v}_n = \hat{\mathbf{v}}_n + \mathbf{d}_n (\mathbf{P}_p - \mathbf{P}_N) \end{cases} \quad (\text{V.29})$$

En suivant le même raisonnement pour les vitesses  $\mathbf{u}_w$  et  $\mathbf{v}_s$ , on peut obtenir l'équation discrétisée de pression en reportant les expressions de  $\mathbf{u}_e$ ,  $\mathbf{u}_w$ ,  $\mathbf{v}_n$  et  $\mathbf{v}_s$  dans l'équation de continuité.

$$a_p \mathbf{P}_p = a_E \mathbf{P}_E + a_W \mathbf{P}_W + a_N \mathbf{P}_N + a_S \mathbf{P}_S + b \quad (\text{V.30})$$

Avec :

$$a_E = \mathbf{d}_e \Delta y \quad (\text{V.30a})$$

$$a_W = \mathbf{d}_w \Delta y \quad (\text{V.30b})$$

$$a_N = \mathbf{d}_n \Delta x \quad (\text{V.30c})$$

$$a_S = \mathbf{d}_s \Delta x \quad (\text{V.30d})$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{V.30e})$$

$$b = \left( \hat{\mathbf{u}}_e - \hat{\mathbf{u}}_w \right) \Delta y + \left( \hat{\mathbf{v}}_n - \hat{\mathbf{v}}_s \right) \Delta x \quad (\text{V.30f})$$

Le terme  $b$  est le résidu de masse, à travers chaque volume de contrôle, impliqué par les pseudo-vitesses.

### V-9- Equation de correction de pression

Les équations de quantité de mouvement sont couplées entre elles par l'intermédiaire du champ de pression. Cette difficulté de couplage vitesse-pression vient de l'absence d'équations explicites qui gouvernent le champ de pression. Ce problème de couplage est résolu en introduisant un champ de vitesse, supposé connu, permettant de déterminer le champ de pression à partir de l'équation de continuité. On utilise alors une procédure itérative de correction de pression et de vitesse jusqu'à ce que l'équation de continuité soit satisfaite. Pour cette raison on utilise des méthodes indirectes dont la plus répandue est l'algorithme **SIMPLER** (**S**emi **I**mplicit **M**ethod for **P**ressure **L**inked **E**quations **R**evised) développé par **S.V.Patankar** (1980) pour la simulation des problèmes posés.

Définissons  $P^*$ ,  $u^*$ ,  $v^*$ , comme étant le champ de pression estimé et les composantes de vitesses calculées à partir de  $P^*$ .

Soit  $P'$  la correction de pression ; d'où, les composantes de corrections des vitesses  $u$  et  $v$  sont  $u'$  et  $v'$ . Ainsi, les champs corrigés de pression et de vitesses peuvent s'écrire comme suit :

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^* + \mathbf{P}' \quad (\text{V.31})$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^* + \mathbf{u}' \quad (\text{V.32})$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^* + \mathbf{v}' \quad (\text{V.33})$$

Pour un champ de vitesse résultant d'un champ de pression  $\mathbf{P}^*$ , les équations (V.26a) et (V.26b) s'écrivent :

$$\mathbf{a}_e \mathbf{u}_e^* = \sum_{nb} \mathbf{a}_{nb} \mathbf{u}_{nb}^* + \mathbf{b} + (\mathbf{P}_P^* - \mathbf{P}_E^*) \mathbf{A}_e \quad (\text{V.34a})$$

$$\mathbf{a}_n \mathbf{v}_n^* = \sum_{nb} \mathbf{a}_{nb} \mathbf{v}_{nb}^* + \mathbf{b} + (\mathbf{P}_P^* - \mathbf{P}_N^*) \mathbf{A}_n \quad (\text{V.34b})$$

En soustrayant l'équation (V.34a) de l'équation (V.26a) on aboutit à

$$\mathbf{a}_e \mathbf{u}_e - \mathbf{a}_e \mathbf{u}_e^* = \sum_{nb} \mathbf{a}_{nb} \mathbf{u}_{nb} - \sum_{nb} \mathbf{a}_{nb} \mathbf{u}_{nb}^* + (\mathbf{P}_P - \mathbf{P}_E) \mathbf{A}_e - (\mathbf{P}_P^* - \mathbf{P}_E^*) \mathbf{A}_e \quad (\text{V.35})$$

En tenant compte de l'équation (V.32), l'équation précédente peut s'écrire :

$$\mathbf{a}_e \mathbf{u}_e' = \sum_{nb} \mathbf{a}_{nb} \mathbf{u}_{nb}' + (\mathbf{P}_P' - \mathbf{P}_E') \mathbf{A}_e \quad (\text{V.36})$$

L'une des hypothèses simplificatrices introduites dans **SIMPLER** est de supposer que le terme  $\sum_{nb} \mathbf{a}_{nb} \mathbf{u}_{nb}'$  est négligeable. Cette omission dans la procédure de calcul itératif n'influe guère sur la solution finale ; en revanche, cela permet d'avoir une matrice tridiagonale pour l'équation de correction de pression.

L'équation (V.36) se réduit à :

$$\mathbf{a}_e \mathbf{u}_e' = (\mathbf{P}_P' - \mathbf{P}_E') \mathbf{A}_e \quad (\text{V.37})$$

Ou encore :

$$\mathbf{u}_e' = (\mathbf{P}_P' - \mathbf{P}_E') \mathbf{d}_e \quad (\text{V.38})$$

Avec  $\mathbf{d}_e = \mathbf{A}_e / \mathbf{a}_e$

L'expression (V. 38) est appelée « formule de correction de la vitesse ».

De la même manière, et relativement à la composante v, on peut écrire :

$$\mathbf{v}_n' = (\mathbf{P}_P' - \mathbf{P}_N') \mathbf{d}_n \quad (\text{V.39})$$

Avec :  $\mathbf{d}_n = \mathbf{A}_n / \mathbf{a}_n$

Les équation de correction de u et v sur les faces e et n se réduisent à :

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{u}_e^* + \mathbf{d}_e (\mathbf{P}_P' - \mathbf{P}_E') \quad (\text{V.40a})$$

$$v_n = v_n^* + d_n (P'_p - P'_N) \quad (\text{V.40b})$$

En remplaçant dans l'équation de continuité, les vitesses  $u_e, u_w, v_n, v_s$  par leurs expressions correspondantes, on aboutit à l'équation de correction de pression suivante :

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (\text{V.41})$$

Avec :

$$a_E = d_e \Delta y \quad (\text{V.41a})$$

$$a_W = d_w \Delta y \quad (\text{V.41b})$$

$$a_N = d_n \Delta x \quad (\text{V.41c})$$

$$a_S = d_s \Delta x \quad (\text{V.41d})$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{V.41e})$$

$$b = \left( u_w^* - u_e^* \right) \Delta y + \left( v_s^* - v_n^* \right) \Delta x \quad (\text{V.41f})$$

On remarque que l'expression (V-.1f) n'est autre que l'équation de continuité discrétisée à un signe moins près. Ce terme représente la source massique produite par le champ de vitesse  $v^*$  et que les corrections successives de la pression doivent annuler. Ce qui nous permet de considérer le terme  $b$  de l'équation (V.41f) comme étant un indicateur de convergence.

## V-10- Séquence des opérations de l'algorithme SIMPLER

Après avoir exposé la méthode de discrétisation des différentes équations, nous présentons les grandes lignes de l'algorithme **SIMPLER** pour la résolution des champs couplés dynamique (vitesse-pression), thermique et solutale, alors les opérations séquentielles de cet algorithme sont les suivantes :

- 1- Estimer les champs de vitesse, de température et de concentration initiaux.
- 2- Calculer les coefficients des équations de mouvement et calculer les équations pour obtenir les pseudo-vitesses.
- 3- Calculer les coefficients de l'équation de pression et résoudre cette dernière pour obtenir le champ de pression  $P^*$ .

- 4- Utiliser le champ de pression  $P^*$  trouvé dans (3) et résoudre les équations de mouvement suivant  $x$  et  $y$  pour obtenir les champs de vitesses  $u^*$  et  $v^*$ .
- 5- Résoudre l'équation de correction de pression avec  $u^*$  et  $v^*$ , pour obtenir le champ de pression corrigé  $P'$ .
- 6- Corriger les champs de vitesses à partir des l'équations (V.32), (V.33) et ne pas corriger la pression.
- 7- Résoudre les équations discrétisées de toutes les variables  $\phi$  (T, C).
- 8- Retourner à l'étape (2) et refaire toute la procédure (2-7) jusqu'à convergence.

### Discussion du l'algorithmme de SIMPLER

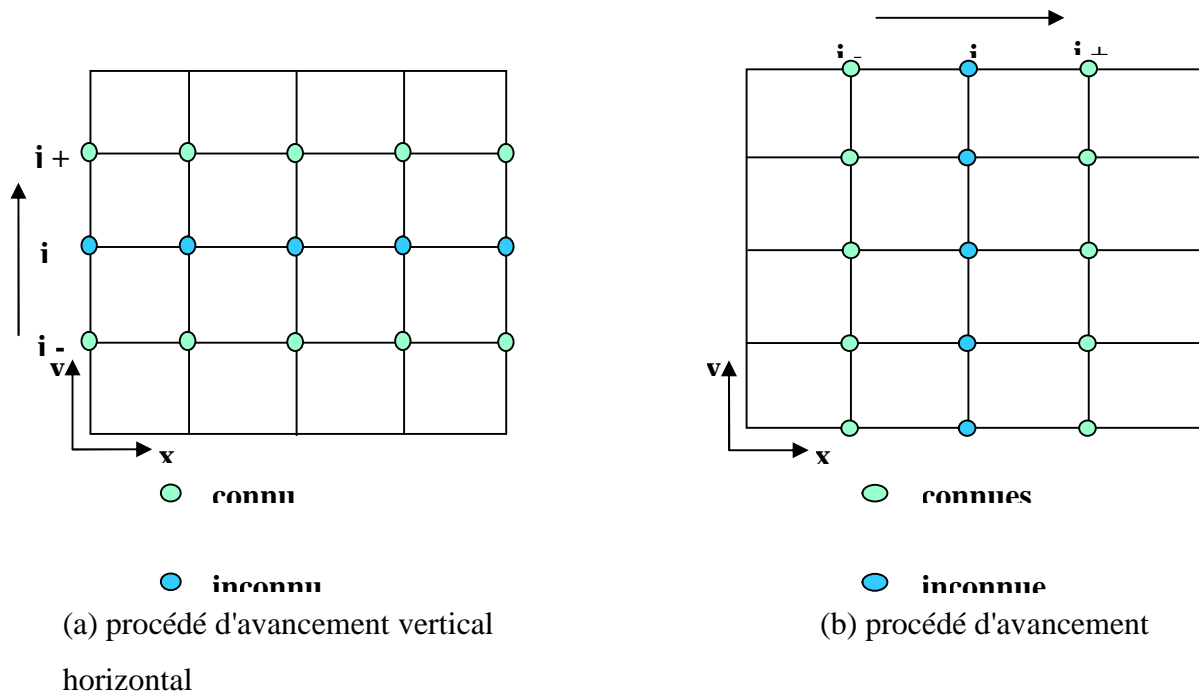
Contrairement à l'algorithmme **SIMPLE**, où le choix initial du champ de pression joue un rôle important, l'algorithmme **SIMPLER** se base sur une estimation d'un champ de vitesse (il est plus facile d'estimer un champs de vitesse raisonnable dans la majorité des problèmes), et le champ de pression est plus précis et ne subit aucune correction ; ce qui permet de réduire énormément le temps de calcul, malgré le nombre important d'opérations à exécuter.

La procédure du calcul de **SIMPLER**, permet de réduire le temps de calcul au détriment d'un nombre d'opération plus important dans une même étape. Par ailleurs, l'utilisation de sous relaxation est facultative particulièrement dans l'équation de pression, vu la précision du champ de pression obtenu par **SIMPLER**.

### V-11- Méthode de résolution

Pour résoudre les systèmes algébriques pentadiagonaux obtenus, on fait appel à des méthodes itératives, parmi lesquelles on distingue la méthode de résolution ligne par ligne qui est basée sur l'algorithmme **T.D.M.A** (**Tri Diagonal Matrix Algorithm**) de **Thomas**. Cette méthode dicte qu'une fois les valeurs de la variable dépendante  $\phi$ , sur une ligne de la direction  $X$ , sont déterminées, on passe à la ligne suivante en appliquant la même procédure, tout en considérant les variables suivant l'autre direction (direction  $Y$ ) constantes.

Le même cheminement est utilisé pour les autres variables dépendantes. Ainsi pour notre cas nous avons opté pour un balayage vertical, où la résolution en blocs concerne les lignes horizontales. (Figure V.5)



**Figure V.5 :** Mode d'avancement dans la méthode ligne par ligne

## V-12- Stabilité et convergence

### 1- Règles de base de convergence de la méthode

La forme algébrique finale des équations discrétisées est :

$$a_p \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (V.42)$$

En vue d'assurer la convergence, il est nécessaire de respecter les quatre règles de base suivantes :

#### 1- Compatibilité aux frontières des volumes de contrôle

Lorsqu'une face est commune à deux volumes de contrôle adjacents, le flux qui les traverse doit être représenté par la même expression dans les équations discrétisées pour chacun des deux volumes de contrôle.

#### 2- Coefficients positifs

La valeur de la variable  $\phi$  en un point donné est influencée par la valeurs de  $\phi$  aux nœuds voisins. Dans les mêmes conditions, l'augmentation de la valeur  $\phi$  en un point doit provoquer une augmentation de  $\phi$  aux nœuds voisins. Pour cela, les coefficients  $a_p$  et  $a_m$  doivent tous avoir le même signe (positif ou négatif).

#### 3- Linéarisation des termes sources

Dans l'équation (V.18e), les coefficients  $a_{nb}$  sont positifs, les coefficients  $a_p$  peuvent devenir négatifs à travers les termes  $S_p^*$  entraînant ainsi des instabilités numériques. Pour cette raison, les termes  $S_p^*$  doivent être négatifs ou nuls.

#### 4- Somme des coefficients voisins

Les équations différentielles gouvernantes contiennent uniquement les dérivées de la variable dépendante  $\phi$ . Si on considère une constante arbitraire  $c$ , alors la fonction  $\phi + c$  vérifie aussi les équations différentielles. Cette propriété est aussi valable pour les équations discrétisées.

Ceci conduit à :

$$a_p = \sum a_{nb} \quad (\text{V.43})$$

## 2- Techniques de relaxation

Parmi les méthodes de résolution des systèmes d'équations, on distingue les méthodes itératives. Ces dernières sont généralement plus utilisées pour :

- Des systèmes de grande taille.
- Des systèmes dont les équations algébriques sont à caractère non linéaire et couplé.

Dans cette dernière catégorie, on utilise la technique de relaxation pour contrôler la convergence du processus itératif (ralentir ou accélérer la convergence) et diminuer les résidus. Et on écrit :

$$\phi_P^{k+1} = \phi_P^k + \alpha_\phi \left[ \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb}^{k+1} + b}{a_p} - \phi_P^k \right] \quad (\text{V.44})$$

Avec :

$\phi_P^{k+1}$  : Valeur de  $\phi$  à l'itération (k+1)

$\phi_P^k$  : Valeur de  $\phi$  à l'itération (k)

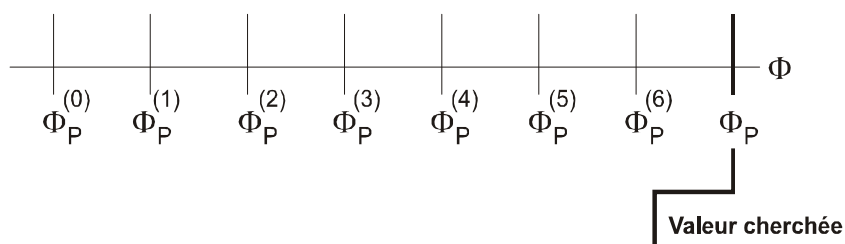
$\alpha_\phi$  : Facteur de relaxation.

En pratique,  $\alpha_\phi$  est défini tel que :  $0 < \alpha_\phi < 2$

Si  $\alpha_\phi > 2$ , le processus diverge souvent.

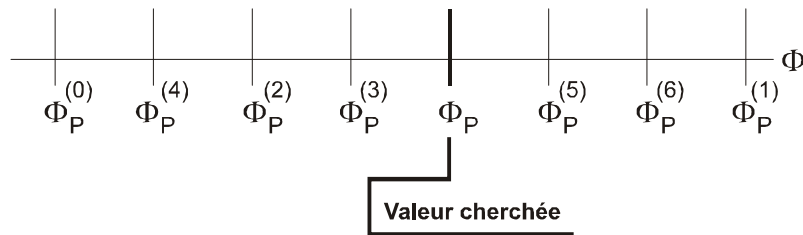
Deux cas sont généralement rencontrés :

1.  $1 < \alpha_\phi < 2$  : On est en présence d'une sur-relaxation. Cette valeur de  $\alpha_\phi$  est utilisée pour accélérer la convergence d'un processus itératif déjà convergent. (**Figure V-7**)



**Figure V.7** : Evolution possible des  $\phi_p^{(k)}$  dans un processus convergent ; nécessité d'une sur-relaxation.

2.  $0 < \alpha_\phi < 1$  : Il s'agit d'une sous-relaxation . Dans ce cas, la valeur de  $\alpha_\phi$  permet souvent de faire converger un processus divergent ou encore de diminuer les variations des variables dépendantes d'une itération à une autre (**Figure V-8**).



**Figure V.8** : Evolution possible des  $\phi_p^{(k)}$  dans un processus divergent ; nécessité d'une sous-relaxation.

En résumé, les facteurs de sous-relaxation favorisent la stabilité du schéma numérique et permettent d'atteindre l'état de convergence.

La valeur de  $\alpha_\phi$  apparaissant dans les différentes équations n'est pas nécessairement la même et elle peut varier d'un nœud à un autre et d'une itération à l'autre. En pratique,  $\alpha_\phi$  n'est pas connu à l'avance, il faut donc faire des essais multiples et voir comment évoluent les variables dépendantes.

Pour notre problème, étant donné que le système d'équations algébriques est à caractère non linéaire et couplé, une divergence peut avoir lieu lors de la résolution des systèmes d'équations algébriques. Pour éviter cette divergence, le processus de convergence est ralenti au moyen d'une sous-relaxation  $\alpha_\phi$ . Cette dernière a pour but d'éviter la divergence et de favoriser la convergence du schéma numérique adopté.

### 3- critère de convergence

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence, qui veut dire approcher au mieux la solution stable du système d'équations en un nombre optimal d'itérations, lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs des variables dépendantes  $\phi$ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé aussi critère de convergence qui dépend de la nature du problème et des objectifs du calcul.

Pour notre part, nous avons opté pour le critère approprié qui porte sur les résidus de quantité de mouvement, de la température, de la concentration et de la masse. Ces résidus sont définis par :

$$R_{\phi_p} = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p \quad (V.45)$$

Evidemment, quand l'équation discrétisée est satisfaite,  $R_{\phi_p}$  tendra vers zéro.

Mathématiquement, cela se traduit par l'inégalité suivante :

$$\sum_{\Omega} |R_{\phi_p}| < \xi \quad (V.46)$$

- Où  $\Omega$  représente le domaine de calcul et  $\xi$  est une valeur très faible caractérisant l'erreur sur la solution obtenue, prise dans notre cas inférieure à  $10^{-6}$
- La valeur absolue de l'erreur relative de la variable dépendante inférieure à  $10^{-6}$

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la procédure numérique choisie pour la modélisation de l'écoulement et des transferts de chaleur et de soluté. L'algorithme **SIMPLER** est adopté pour résoudre le système d'équations algébriques et traiter le couplage vitesse-pression.

Les chapitres suivants présentent la validation du code de calcul ainsi que les résultats obtenus avec leurs interprétations.

# Validation du code de calcul

## Introduction

Dans ce chapitre nous allons valider le code de calcul utilisé dans notre travail et qui est basé sur la méthode des volumes finis. Pour cela des cas de références sont considérés et une comparaison est faite entre les résultats de ces travaux et ceux obtenus avec notre code de calcul, et cela comme suit:

Les différents cas considérés sont:

### VI-1-1- Sans effet Soret

- a) convection naturelle thermique pour un cas totalement fluide
- b) convection thermosolutale dans un milieu totalement poreux
- c) convection thermosolutale dans un milieu totalement fluide
- d) convection thermosolutale dans un milieu partiellement poreux

### VI-1-2- Avec effet Soret

- a) cas d'une cavité totalement poreuse avec un allongement horizontal
- b) cas d'une cavité totalement poreuse avec un allongement vertical

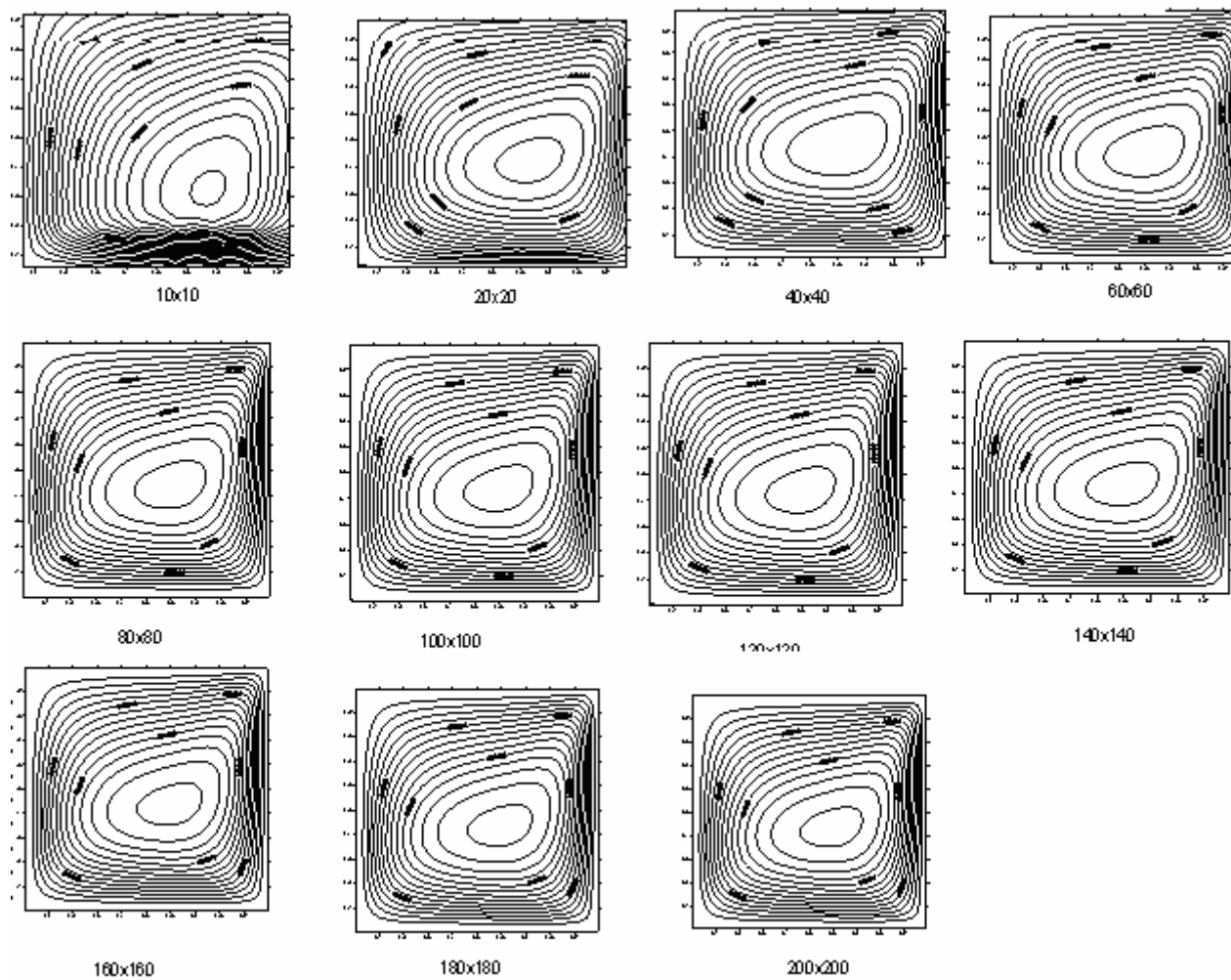
Ainsi une bonne prise en compte de différents cas permet d'aboutir à une meilleure validation du code de calcul.

## Sensibilité au maillage

Dans notre travail nous avons opté pour un maillage régulier uniforme assez fin dans les deux directions horizontale et verticale avec un nombre de nœuds qui nous permet de resserrer tout notre domaine de travail et de détecter toute variation qui peut faire surgir de gradients thermiques et massiques qui règnent entre les différentes surfaces délimitant le domaine d'étude.

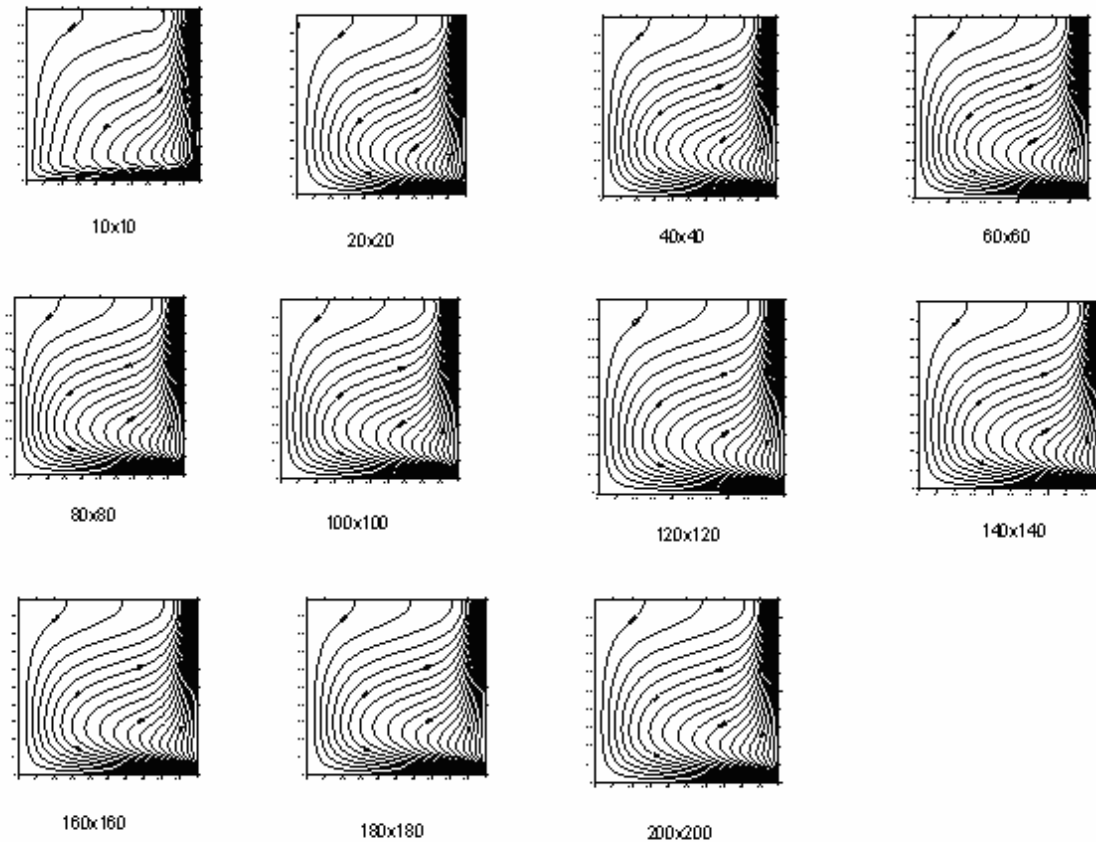
Pour déterminer le nombre de nœuds optimal où la structure de l'écoulement est définitive, nous avons réalisé un certain nombre d'essais dont les résultats sont présentés par des lignes de courant et des iso-concentrations avec une vérification sur l'erreur commise sur les coefficients de transfert de chaleur (nombre de Nusselt moyen **Num**) et de transfert de masse (nombre de Scherwood moyen **Shm**).

## Lignes de courant



**Fig.VI.1:** "Sensibilité de la forme des lignes de courant au maillage

$$R_k=R_v=Le=N=1, \varepsilon=0.98, Da=10^{-3} Pr=10 \text{ et } Ra=10^{+5}$$



**Fig.VI.2:** "Sensibilité de la forme des isoconcentrations au maillage

$$R_k=R_v=Le=N=1, \varepsilon=0.98, Da=10^{-3} Pr=10 \text{ et } Ra=10^{+5}$$

On remarque d'après les différentes formes des lignes de courants et des isoconcentrations présentées sur les figures **VI.1** et **VI.2** qu'à partir d'un maillage de 80x80, la structure de l'écoulement ne subit plus de changement. Cette condition n'est pas suffisante pour le choix du maillage, d'où la nécessité de vérifier l'erreur commise sur le calcul des coefficients de transfert massique et thermique.

Les tableaux **VI.1** et **VI.2** et les figures **VI.3**, **VI.4**, **VI.5** et **VI.6** représentent les valeurs des nombres de Sherwood moyen ( $Sh_m$ ) et de Nusselt moyen ( $Num$ ) en fonction du maillage utilisé ainsi que l'erreur relative (Err rel %) commise sur ces deux nombres entre deux maillages consécutifs. On constate d'après les valeurs des deux coefficients d'échange que l'erreur relative diminue de plus en plus lorsque le nombre de nœud augmente (**Fig.VI.5** et **Fig.VI.6**). Pour notre part, et par référence à la bibliographie, nous avons admis qu'une erreur de 1% est acceptable pour choisir le maillage qui correspond à notre travail. En effet,

un maillage avec un nombre de nœud supérieur à 160 est convenable, donc nous avons choisi pour notre présente étude un maillage de 180x180.

<b>Maillage</b>	<b>Shm</b>	<b>Erreur %</b>
<b>10x10</b>	6,1814916	* * * * *
<b>20x20</b>	6,5804092	6,453419754
<b>40x40</b>	6,5678781	0,190430407
<b>60x60</b>	6,8062975	3,630082599
<b>80x80</b>	6,9310128	1,832351583
<b>100x100</b>	7,0661808	1,950191176
<b>120x120</b>	7,1790346	1,597097544
<b>140x140</b>	7,2755154	1,343924432
<b>160x160</b>	7,3596227	1,15603219
<b>180x180</b>	7,4341007	1,011981226

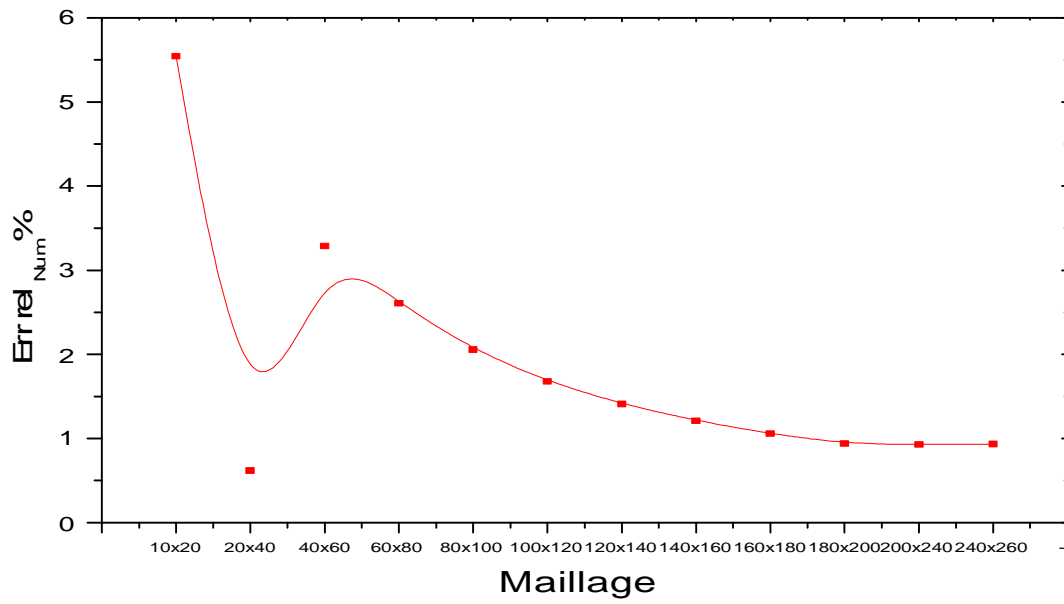
**Tableau VI.1:** Effet du maillage sur la valeur du nombre de Sherwood moyen (Shm)

$$R_k=R_v=Le=N=A=1, \varepsilon=0.98, Da=10^{-3} Pr=10 \text{ et } Ra=10^{+5}$$

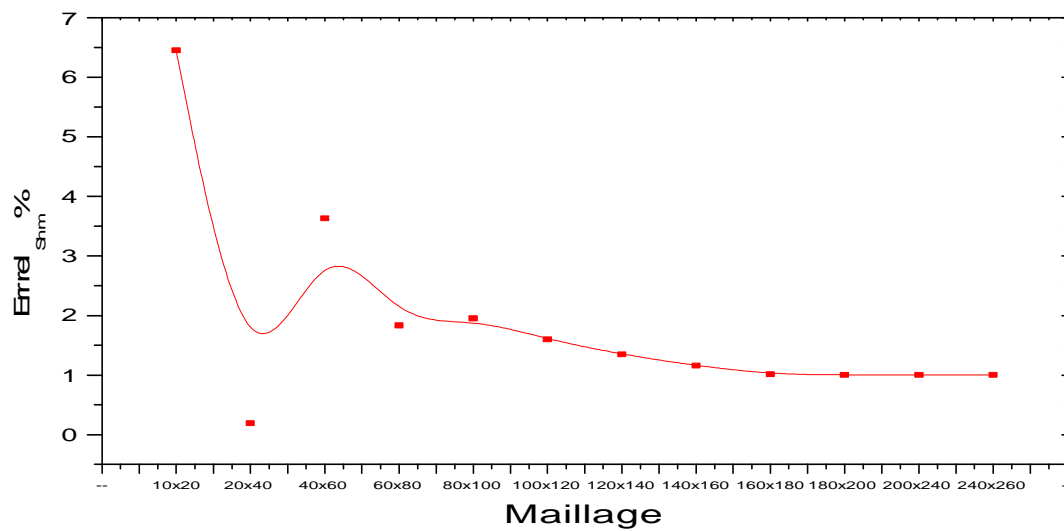
<b>Maillage</b>	<b>Num</b>	<b>Erreur %</b>
<b>10x10</b>	5,8867709	* * * * *
<b>20x20</b>	6,2131641	5,54452017
<b>40x40</b>	6,2516147	0,61885698
<b>60x60</b>	6,4570439	3,28601825
<b>80x80</b>	6,6253175	2,60604702
<b>100x100</b>	6,7616223	2,05733235
<b>120x120</b>	6,8750786	1,67794495
<b>140x140</b>	6,9719173	1,40854681
<b>160x160</b>	7,0562544	1,20966868
<b>180x180</b>	7,130889	1,05770846

**Tableau VI.2** : Effet du maillage sur la valeur du nombre de Nusselt moyen (Num)

$$R_k=R_v=Le=N=A=1, \varepsilon=0.98, Da=10^{-3} \text{ Pr}=10 \text{ et Ra}=10^{+5}$$

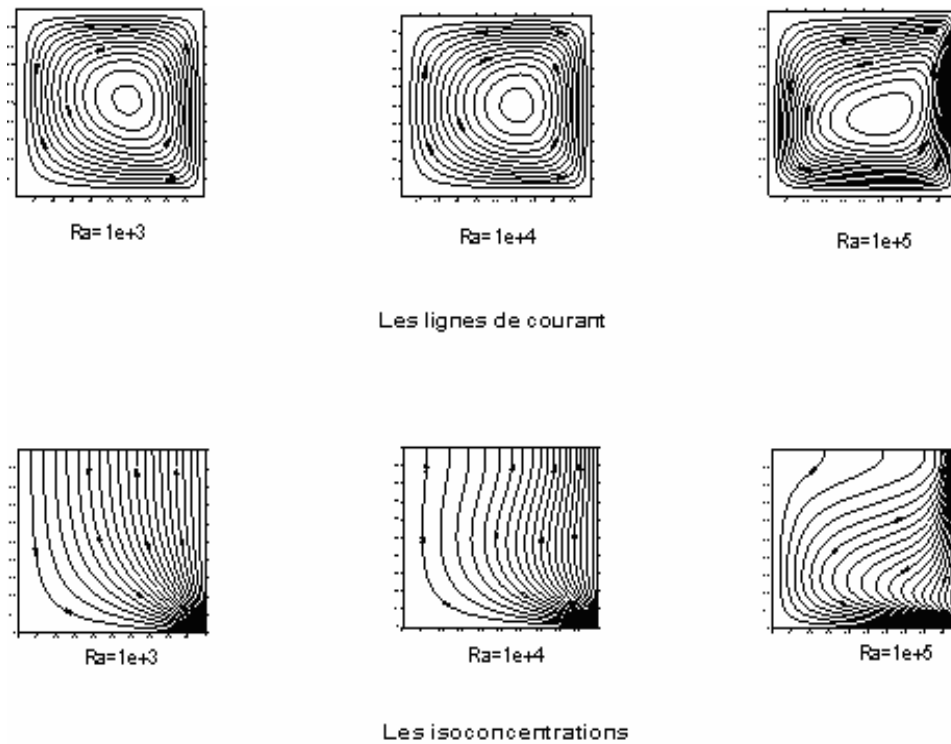


**Fig.VI.3:** L'erreur relative commise sur le nombre de Nusselt moyen dans chaque intervalle de nœud



**Fig.VI.4:** L'erreur relative commise sur le nombre de Sherwood moyen dans chaque intervalle de nœud

**Choix de nombre de Rayleigh**



**Fig.VI.5** : Variation des lignes de courant et des isoconcentrations avec le nombre de Rayleigh

$$R_k=R_v=Le=N=A=1, \varepsilon=0.98, Da=10^{-3} \text{ et } Pr=10$$

On voit d'après les différentes structures présentées sur la figure VI.5 que pour des valeurs du nombre de Rayleigh inférieures à  $10^4$  une stratification des isoconcentrations est bien apparente et qui commence à peine à disparaître pour une valeur de  $Ra=10^4$ , tandis que les lignes de courant présentent une structure monocellulaire bien ronde et stable qui persiste jusqu'à une valeur de  $Ra=10^4$ . Ces deux points marquent la limite du régime diffusif, mais au delà d'une valeur du nombre de Rayleigh égale à  $10^5$ , ( $Ra \geq 10^5$ ), on remarque une perturbation dans les lignes des isoconcentrations qui fait disparaître la stratification. D'autre part, pour les lignes de courant la symétrie des cellules disparaît et l'allure de celles ci tend à s'allonger. Ces nouvelles allures annoncent la naissance de la convection. Alors on peut dire que la convection commence à se développer pour certaines valeurs du couple  $(Ra, Da)$ .

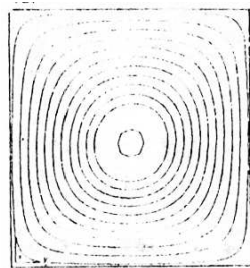
### VI-1 Validation du code de calcul

La performance de notre code de calcul est testée pour les différentes configurations considérées, et cela pour estimer le degré de précision de nos résultats en les comparant avec d'autres travaux antérieurs.

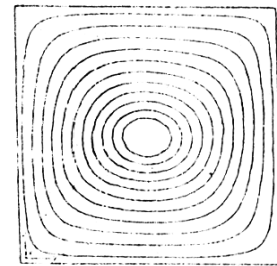
## VI-1-1 Sans effet Soret

### a- Convection naturelle thermique pour un cas totalement fluide

La comparaison est effectuée sur les lignes de courant obtenues lors du présent travail avec les résultats obtenus par **Markatos et Pericleous [56]** et **Outaleb [57]** en mode de convection naturelle thermique ( $N=0$ ), pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

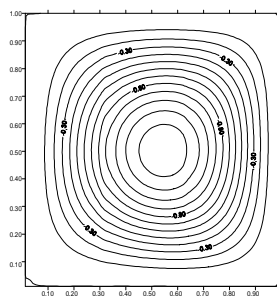


$Ra = 10^3$

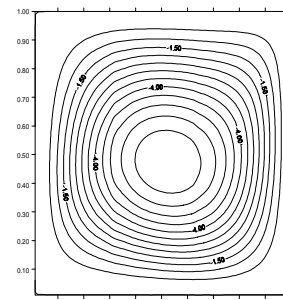


$Ra = 10^4$

(a):Markatos et Pericleous [56]

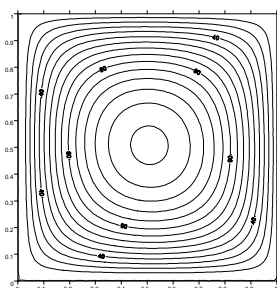


$Ra=10^3$

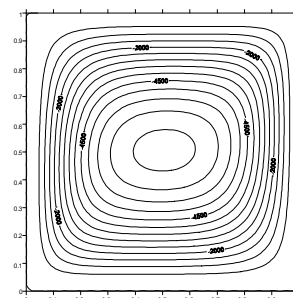


$Ra=10^4$

(b) Outaleb [57]



$Ra=10^3$



$Ra=10^4$

(c) Présent travail

**Fig.VI.6:** Comparaison des lignes de courant entre **Markatos et al.**, **Outaleb** et la présente étude pour  $Ra=10^3, Pr=0.7, A=1, N=0$  et  $Ra=10^4$

D'après la figure VI.6 les résultats obtenus par notre travail révèlent une bonne concordance avec les deux autres études.

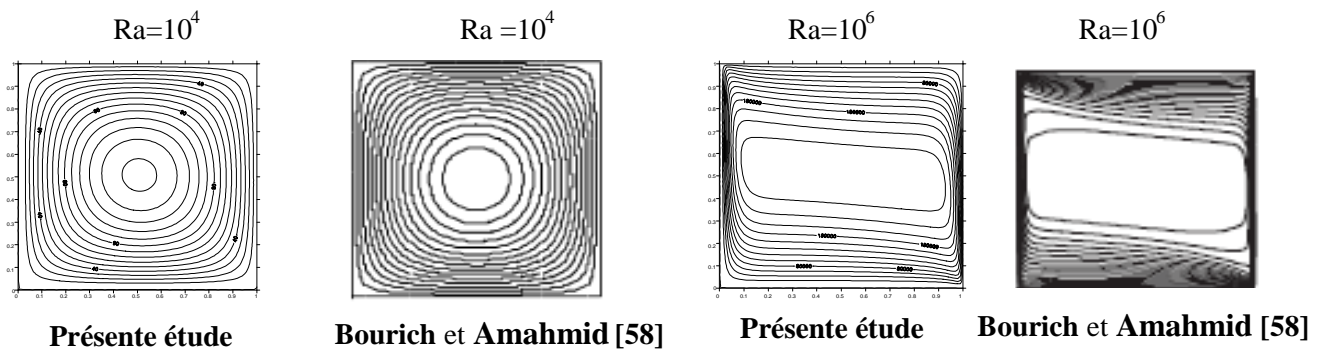
D'autre part une comparaison des valeurs du coefficient d'échange thermique Num a été effectuée, toujours avec le travail de **Markatos** et **Pericleous** [56], qui donnent le nombre de Nusselt moyen par la formule suivante :  $Num=0.143 Ra^{0.299}$  et cela pour une plage du nombre de Rayleigh :  $10^3 < Ra < 10^6$ . Les résultats de cette comparaison sont présentés sur le tableau VI.3 qui montre à son tour la concordance entre les deux valeurs du nombre de Nusselt trouvées par les deux travaux.

Ra	$10^3$			$10^5$			$10^6$		
	Markatos Pericleous	Présente étude	Erreur %	Markatos Pericleous	Présente Etude	Erreur %	Markatos Pericleous	Présente étude	Erreur %
	1.128	1.1146	1.1879	4.470	4.502	0.7158	8.898	8.8586	0.44

**Tableau VI.3** : Comparaison entre les valeurs du nombre du Nusselt obtenues par la présente étude et par **Markatos** et **Pericleous** [56]

**b- Cas de la convection thermosolutale dans un milieu totalement poreux**

Pour une cavité totalement poreuse, nos résultats (lignes de courant (a), isothermes (b) et isoconcentrations (c)), les figures VI.7 et VI.8 ont été comparés à ceux de **Bourich** et **Amahmid** [58]. D'après ces figures on peut conclure une bonne concordance entre les différents résultats.



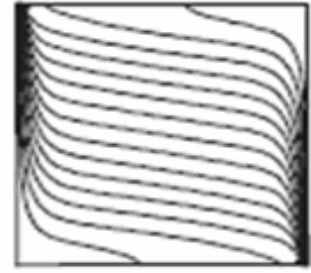
**Fig.VI.7**: Comparaison des lignes de courant ( $\psi$ )



(a)

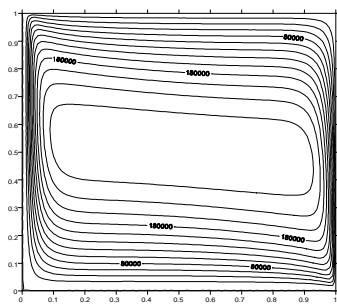


(b)

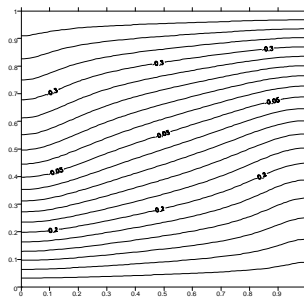


(c)

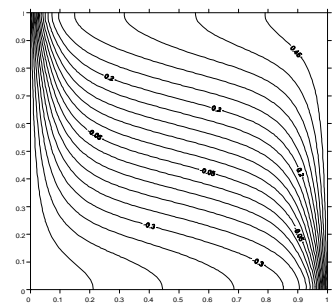
**Bourich et Amahmid [58]**



(a)



(b)



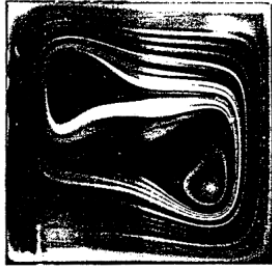
(c)

**Présente étude**

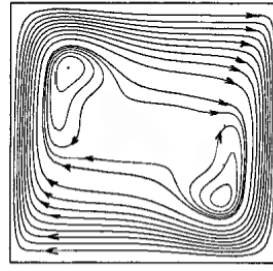
**Fig.VI.8** : Comparaison des lignes de courant (a), des isothermes (b) et des isoconcentrations (c) :  $Ra=10^{+5}$ ,  $Da=10^{-5}$ ,  $N=10$ ,  $Le=10$ ,  $\varepsilon=1$  et  $Pr=0.71$

### c- Cas de la convection thermosolutale dans un milieu totalement fluide

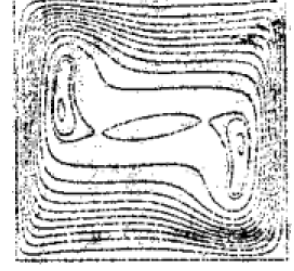
Pour le cas de la convection thermosolutale dans un milieu totalement fluide, nos résultats ont été comparés à ceux de **Weaver et Viskanta [59]** qui ont représenté des relevés expérimentaux et à ceux de **Bennacer [60]**, **Benzeghiba [61]** et **Outaleb [57]**.



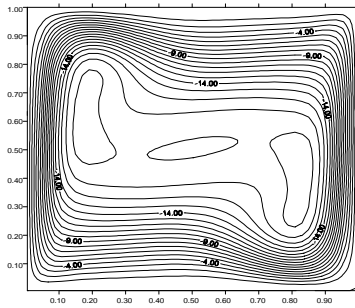
(a) Visualisation expérimentale  
Weaver et al. [59]



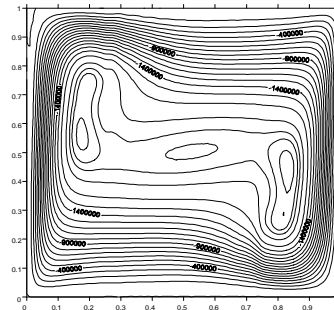
(b) Bennacer [60]



(c) Benzeghiba [61]



(d) : Outaleb [57]



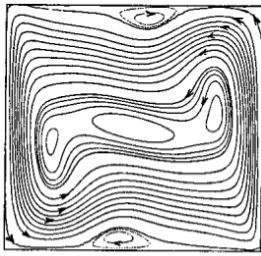
(e) : Présente étude

**Fig.VI.9:** Les lignes de courant dans le cas d'une convection naturelle thermosolutale dans un gaz binaire, cas coopérant.

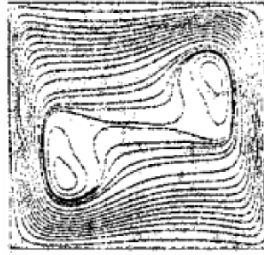
$$A = 1, Pr = 0.85, Le = 0.59, Ra = 5.02 \cdot 10^{+5} \text{ et } N = 0.55$$

On remarque également, sur la figure VI.9 une bonne similitude entre les résultats des différents travaux.

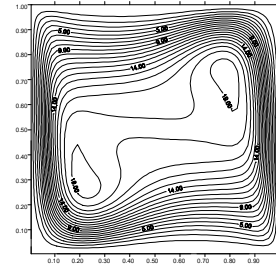
Toujours dans le cas de la convection naturelle thermosolutale, où les forces de poussées sont opposées, on a comparé nos résultats à ceux obtenus numériquement par **Bennacer [60]**, **Benzeghiba [61]**, **Rahli [25]** et **Outaleb [57]**, (voir figure VI.10). Une bonne concordance est également observée.



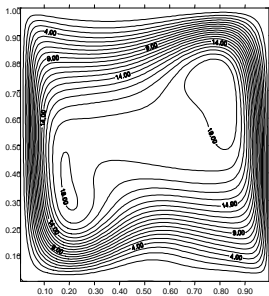
(a) Bennacer [60]



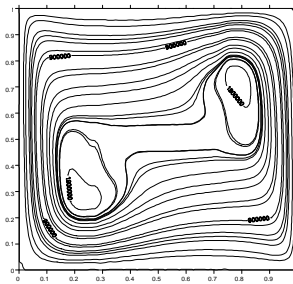
(b) Benzeghiba [61],



(c) Rahli [25]



(d) Outaleb [57]



(e) Présente étude

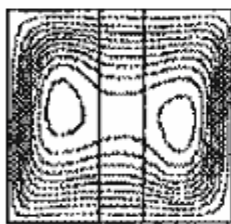
**Fig. VI.10:** Les lignes de courant dans le cas d'une convection naturelle thermosolutale dans un gaz binaire, cas opposé.

$$A = 1, Pr = 0.79, Le = 0.82, Ra = 7.35 \cdot 10^{+5} \text{ et } N = -1.85$$

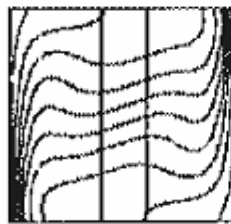
#### d- Cas de la convection thermosolutale dans un milieu partiellement poreux

Dans le cas d'un milieu partiellement poreux, nos résultats sont comparés à ceux de **Mharzi et al [35]**, dans le cas où la cloison est soumise uniquement à des gradients de température et de concentration horizontaux et à ceux de **Rahli [25]** et **Outaleb [57]** dans le cas d'un apport de chaleur et de matière au niveau de la base de la cavité.

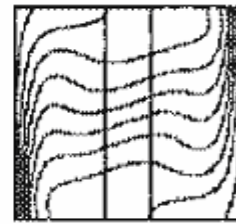
Les figures **VI.11**, **VI.12** et **VI.13** montrent clairement que les différents résultats concordent parfaitement.



(a)

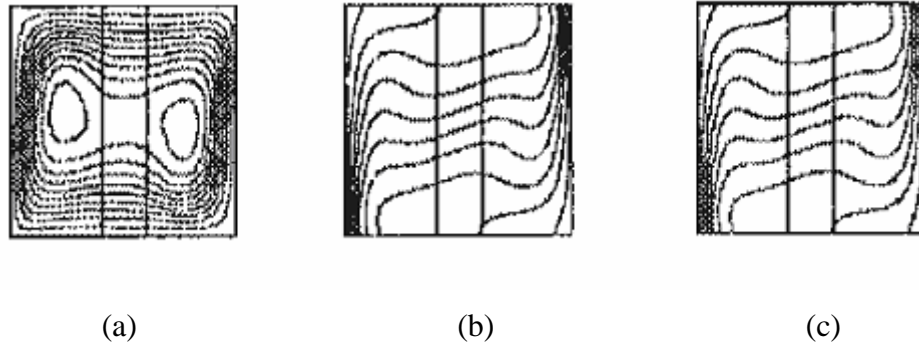


(b)

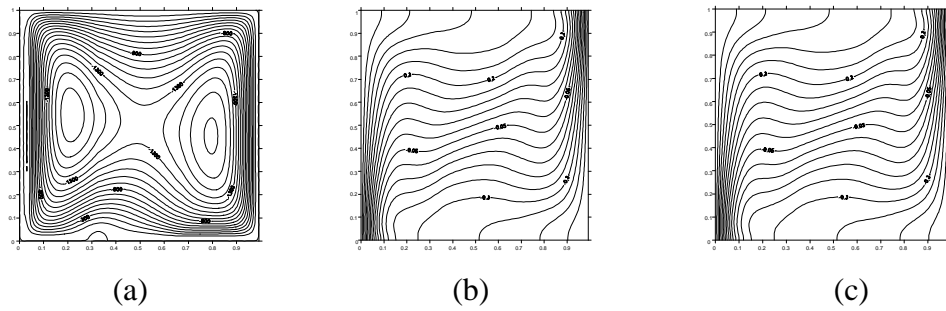


(c)

**Mharzi [35]**



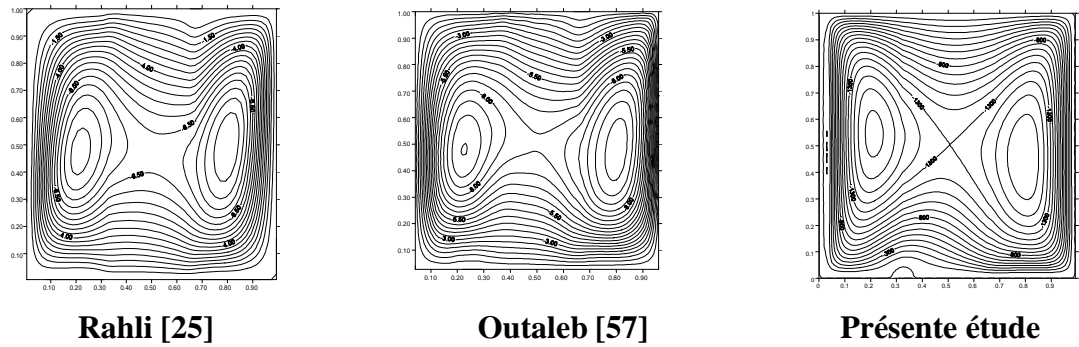
**Outaleb [57]**



**Présente étude**

**Fig.VI.11** : Comparaison des lignes de courant (a), des isothermes (b) et des isoconcentrations (c).

$$Ra=10^{+5}, Da=10^{-3}, R_k=1, \varepsilon=1, Le=1 \text{ et } N=1$$

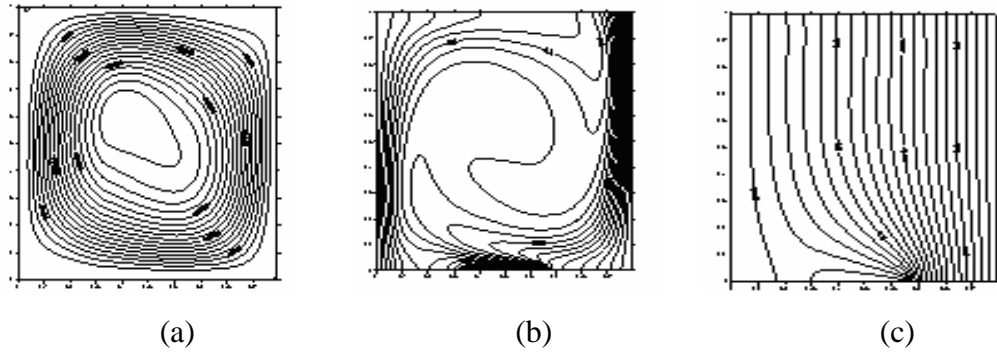


**Rahli [25]**

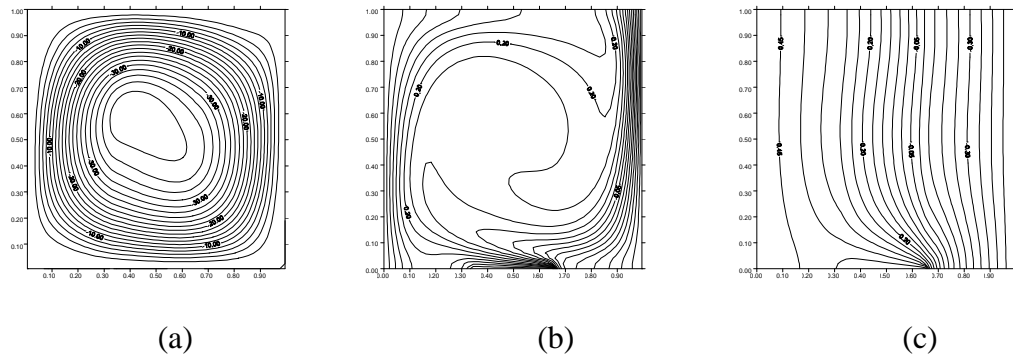
**Outaleb [57]**

**Présente étude**

**Fig.VI.12** : Comparaison des lignes de courant  
 $Ra=10^{+5}, Da=10^{-3}, R_k=1, \varepsilon=0.6, Le=1, N=1, Pr=0.71$  et  $e=0.33$



**Présente étude**



**Rahli [25]**

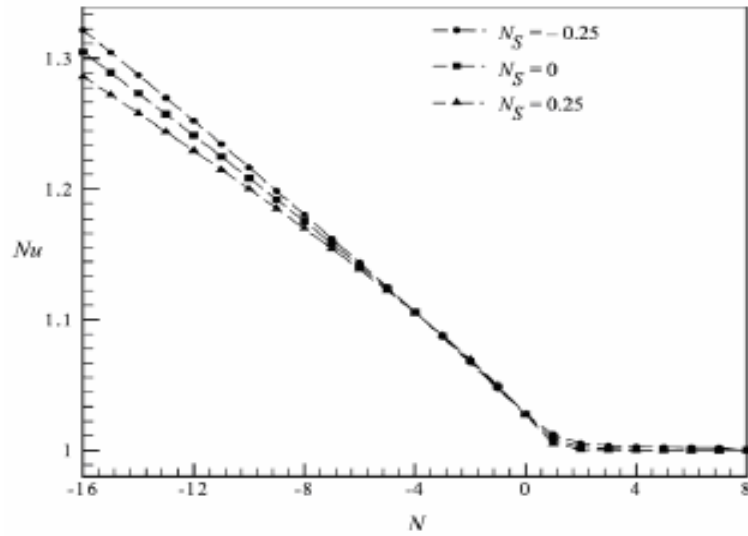
**Fig.VI.13:** Comparaison avec des lignes de courant (a), des isoconcentrations (b) et des isothermes (c):

$$Ra=10^{+5}, Da=10^{-3}, \varepsilon=0.6, Rv=Rk=N=1, e=0.33 \text{ et } Le=0.01$$

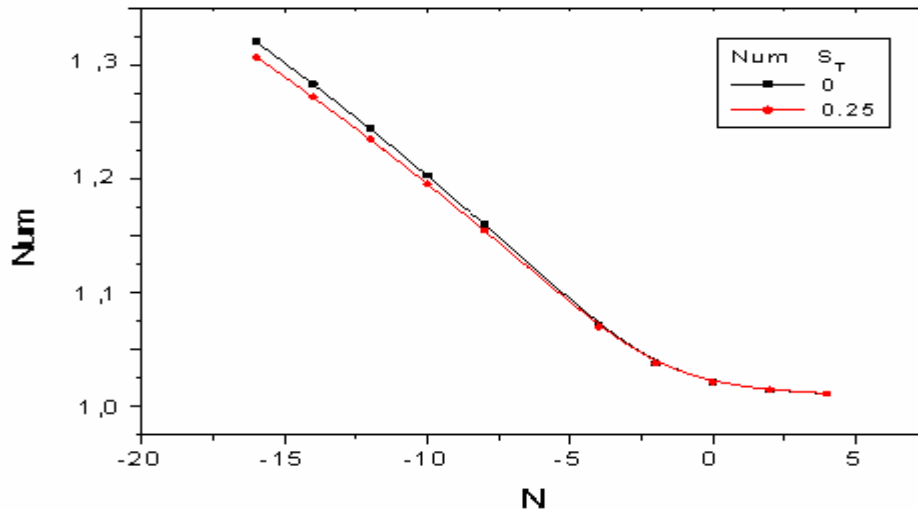
## VI-1-2 Avec effet Soret

### a- cas d'une cavité totalement poreuse avec un allongement horizontal

Pour valider notre code de calcul dans le cas où l'effet Soret est pris en considération, nous avons comparé nos résultats avec ceux de l'étude de **Vasseur et al. [55]**. Dans le cas d'une cavité poreuse soumise à des flux de chaleur horizontaux et des flux de masse verticaux. La figure **VI.16** montre clairement que les différents résultats concordent parfaitement.



Vasseur et al [55]

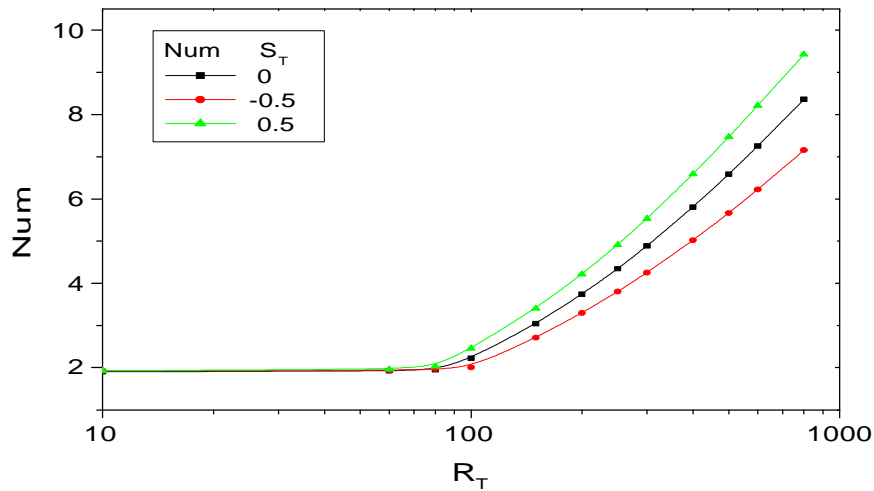


Présente étude

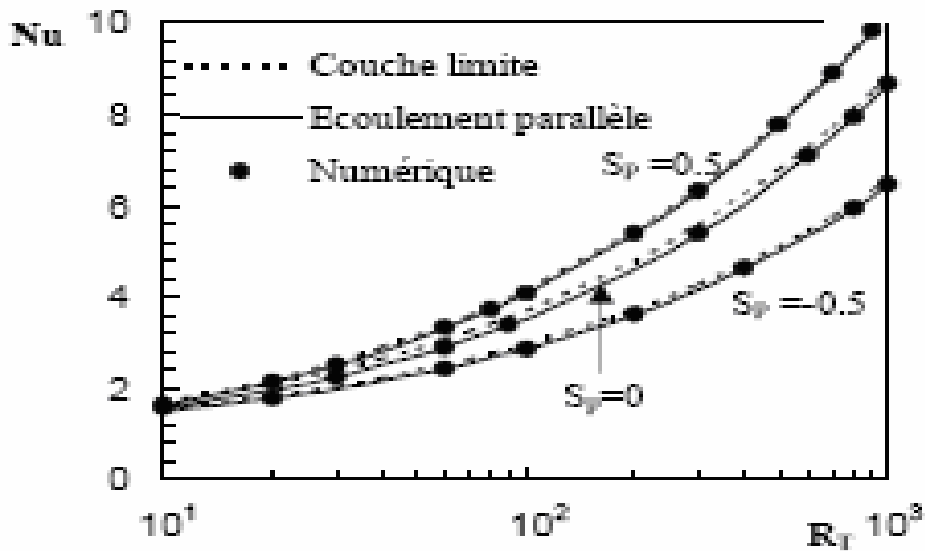
**Fig.VI.14** : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le rapport des forces de volume  $N$ , pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $S_T=N_s$ )

### b- cas d'une cavité totalement poreuse avec un allongement vertical

Nous avons comparé aussi nos résultats à ceux de l'étude de **Hasnaoui et al. [54]** pour une cavité verticale poreuse soumise à des flux de chaleur et de masse horizontaux (**Fig.VI.15**). Une bonne concordance est également observée dans ce cas.



**Présente étude**



**Hasnaoui et al. [54]**

**Fig.VI.15** : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $S_p=S_T$ )  
 $Le=3$  et  $N=3$

**Conclusion**

Après réalisation des différentes parties de notre code de calcul, nous avons effectué une série de simulations numériques permettant la validation de notre code de calcul. Ainsi, les résultats obtenus sont assez concluants pour les différents cas considérés. De ce fait, la fiabilité de notre code de calcul étant confirmée cela nous permet de procéder à la réalisation de notre travail avec l'utilisation de ce code dont les résultats sont exposés et commentés dans le prochain chapitre.

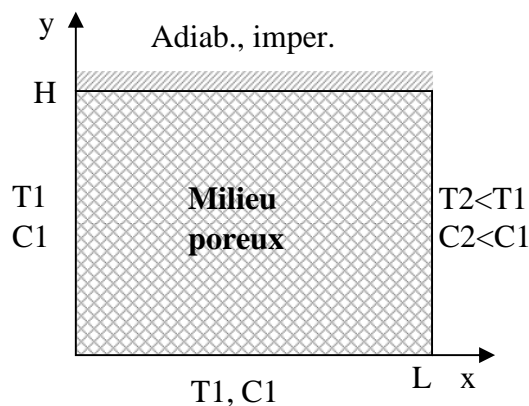
## Résultats et interprétations

### Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation et l'interprétation des résultats obtenus par la résolution numérique des équations adimensionnelles de conservation. Ces résultats présentés sous forme de graphes courbes et tableaux sont ainsi décrits et discutés afin de mettre en évidence les différentes évolutions et l'influence des différents paramètres adimensionnels caractéristiques en présence. L'impact sur la structure de l'écoulement et sur les quantités de transfert de chaleur et de masse est notamment analysé.

La présentation des résultats est divisée en deux parties. La première partie traite du problème sans effet Soret, avec la mise en évidence de l'influence des différentes propriétés physico-chimiques en présence. La seconde tient compte du couplage introduit par l'effet de thermodiffusion sur les différentes évolutions. Une comparaison et une discussion des résultats relatifs aux deux cas (avec et sans effet Soret) sont ensuite effectuées.

Il s'agit donc d'étudier la cavité totalement poreuse de section carrée ( $A=1$ ) (**Fig.VII.1**) et de déterminer l'effet des différents paramètres gouvernants qui peuvent avoir une influence sur l'état d'écoulement et les échanges thermique et massique dans le deux cas suivants: avec la présence de l'effet Soret et en absence de cet effet. La plage de variation des différents paramètres figure dans le tableau **VII.1**.



**Fig.VII.1** : Configurations étudiée

<b>Paramètre influent</b>	<b>Ra</b>	<b>Le</b>	<b>N</b>	<b>Da</b>	<b>Pr</b>	<b><math>\epsilon</math></b>	<b>S<sub>T</sub></b>
<b>Plages de variation</b>	10 <sup>+3</sup> -10 <sup>+7</sup>	0.1 - 100	-10 - +10	10 <sup>-6</sup> - 10	10	0.98	-0.9, -0.5, -0.1, 0, 0.01, 0.5 et 0.9

**Tableau.VII.1** : Plages de variation des paramètres caractéristiques.

## VII-1- Sans effet Soret

### VII-1-1- Effet du nombre de Darcy Da

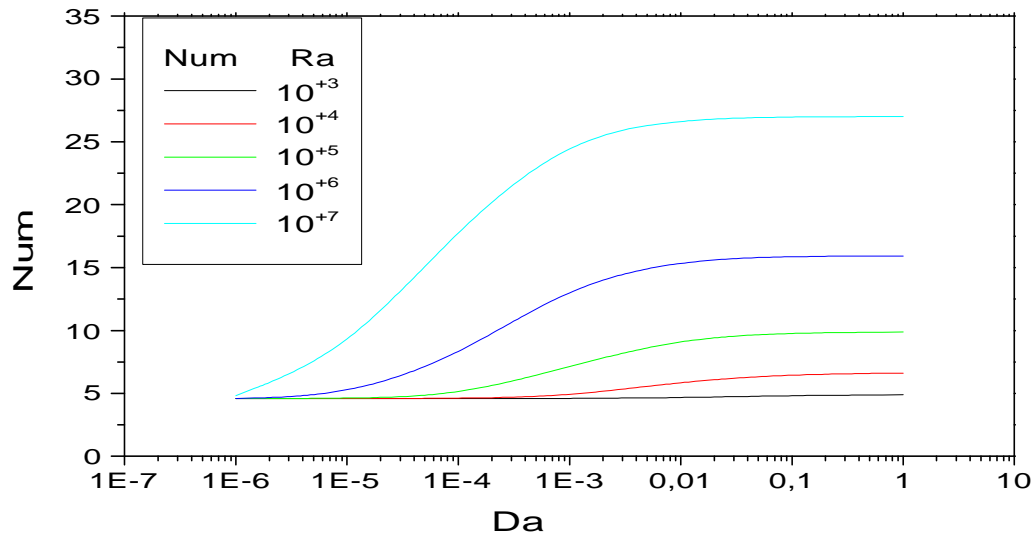
Commençons tout d'abord par l'influence de l'une des propriétés physiques du milieu poreux, qui est la perméabilité. Cette quantité est exprimée dans les équations adimensionnelles par le nombre de Darcy Da. Les figures **VII.2** et **VII.3** montrent l'influence de cette perméabilité sur les transferts de chaleur et de masse qui sont représentés par les deux nombres adimensionnels, nombre de Nusselt Nu et nombre de Sherwood Sh. Cette influence de la perméabilité pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh est illustrée sur les deux figures précédentes. Il apparaît ainsi que l'augmentation du nombre de Darcy favorise les échanges thermosolutaux, et cela quel que soit la valeur du nombre de Rayleigh. Pour des valeurs de plus en plus faibles du nombre de Darcy, les transferts s'affaiblissent jusqu'à ce qu'ils atteignent une valeur minimale identique pour n'importe quelle valeur du nombre de Rayleigh. Cette situation peut s'expliquer par le fait que la diminution du nombre de Darcy implique un affaiblissement de l'écoulement, ce qui entraîne un écoulement convectif de moins en moins important et mène à un régime de transfert purement diffusif à la limite.

On remarque aussi que l'évolution des échanges au cours de l'augmentation de nombre de Darcy ( $Da > 10^{-5}$ ) est d'autant plus importante que le nombre de Rayleigh augmente ( $Ra > 10^{+5}$ ). L'intensité de ces échanges devient de plus en plus importante pour tendre vers une limite asymptotique indépendante de la perméabilité du milieu, ce qui correspond à une situation d'évolution en couche limite.

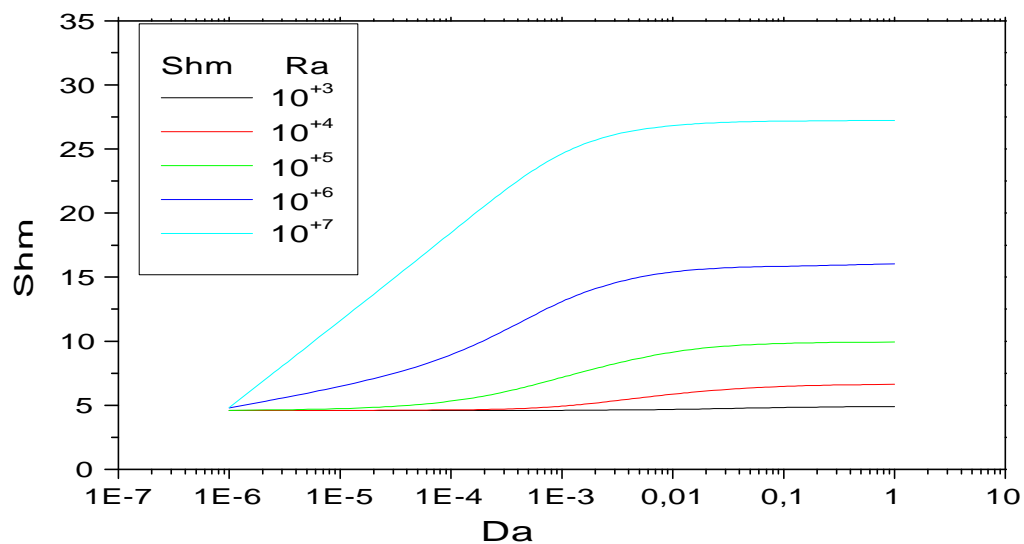
Ces figures montrent aussi que l'augmentation du nombre de Rayleigh favorise les transferts thermosolutaux, indépendamment du nombre de Darcy.

On peut déduire donc que, selon les gammes des nombres de Rayleigh et des perméabilités, l'évolution des échanges de chaleur et de masse considérés peut être caractérisée par trois types de régimes:

- ◆ Régime diffusif pur.
- ◆ Régime convectif intermédiaire.
- ◆ Régime convectif avancé, caractérisé par un écoulement en couche limite.



**Fig.VII.2** : Evolution du coefficient d'échange thermique (Num) en fonction du nombre de Darcy (Da)  
 $R_V=R_k=N=1$ ,  $Pr=10$ ,  $\varepsilon=0.98$  et  $Le=1$



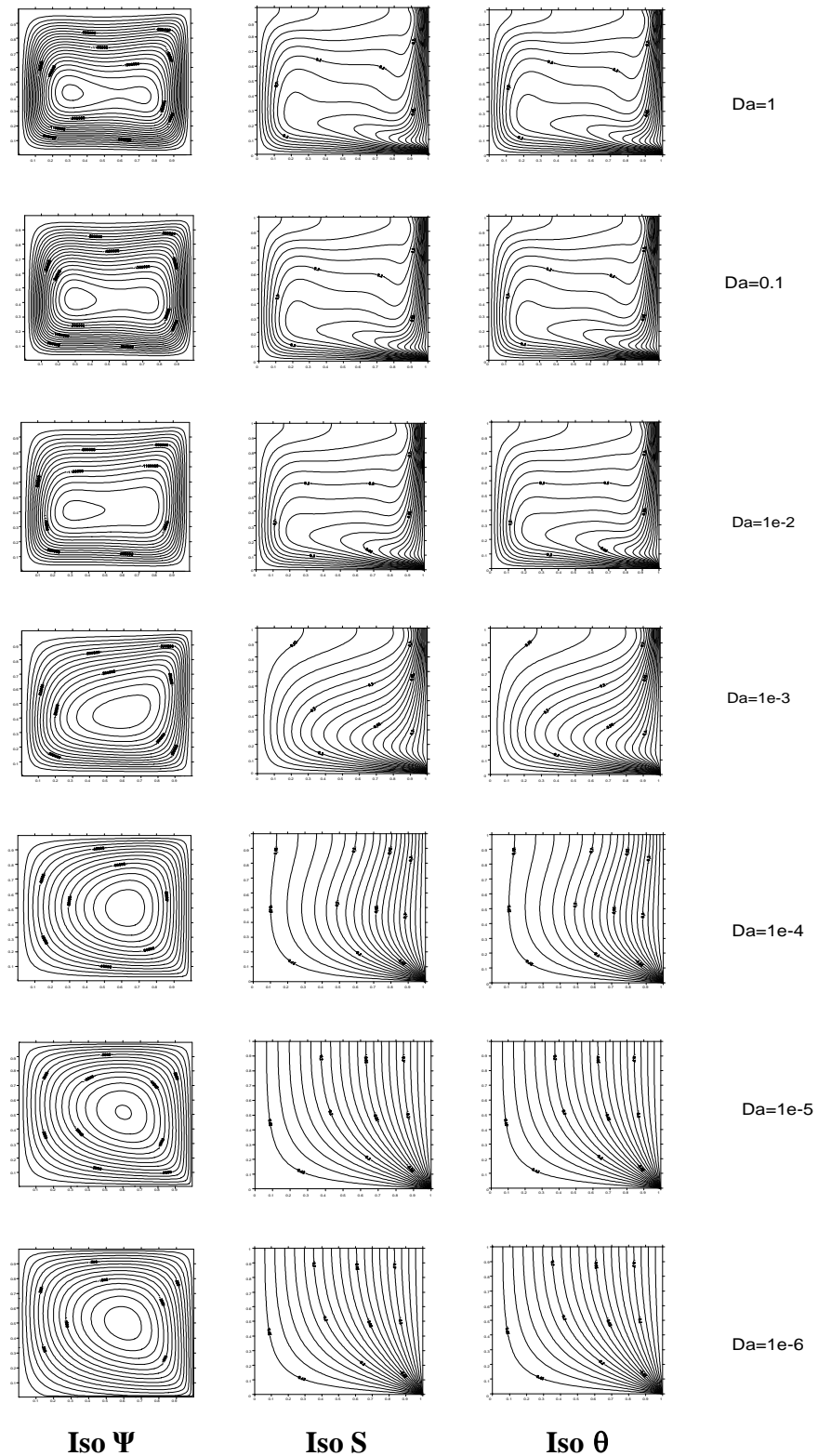
**Fig.VII.3** : Evolution du coefficient d'échange massique (Shm) en fonction du nombre de Darcy (Da)  
 $R_V=R_k=N=1$ ,  $Pr=10$ ,  $\varepsilon=0.98$  et  $Le=1$

On peut présenter aussi la dépendance des échanges thermique et massique du nombre de Darcy Da par les lignes de courant, les isoconcentrations et les isothermes, comme illustré à la figure **VII.4** où il apparaît clairement le lien entre les échanges et la valeur du nombre de Darcy.

Ainsi, à faibles valeurs du nombre de Darcy ( $Da \leq 10^{-4}$ ), les isothermes et les isoconcentrations tendent à devenir parallèles aux parois verticales ce qui donne une stratification des champs thermique et massique. Les lignes de courant marquent un régime unicellulaire ce qui confirme la caractérisation du régime diffusif. Dans ce cas la matrice poreuse se comporte comme un élément solide et crée une résistance à l'écoulement qui diminue l'évolution des échanges thermique et massique et cela confirme l'explication précédente faite sur la diminution des courbes des coefficients de transferts pour les faibles valeurs de  $Da$  (**Fig.VII.2** et **Fig.VII.3**).

Pour des valeurs de perméabilités intermédiaires ( $10^{-4} \leq Da < 10^{-2}$ ), la stratification des isoconcentrations et des isothermes disparaît et l'écoulement circule de plus en plus dans la matrice poreuse qui présente un espace libre aux transferts.

Enfin pour des valeurs de Darcy plus élevées ( $Da \geq 10^{-2}$ ), la matrice poreuse ne présente pratiquement aucune résistance à l'écoulement et le comportement de l'échange ressemble au cas fluide où les isoconcentrations et les isothermes se resserrent vers les parois formant ainsi des couches limites thermiques et massiques. Les lignes de courant montrent la présence d'une deuxième cellule, donnant naissance à une structure multicellulaires. Comme on peut le constater sur la figure **VII.4** les valeurs des transferts de chaleur et de matière sont identiques, et cela est dû à la valeur du nombre de Lewis prise égale à l'unité ( $Le=1$ ) pour une porosité également proche de l'unité ( $\epsilon=0.98$ ).



**Fig.VII.4** : Variation des lignes de courant, des isoconcentrations et des isothermes en fonction du nombre de Darcy Da  
 $R_k=R_v=Le=N=1$ ,  $Ra=10^{+5}$ ,  $\varepsilon=0.98$  et  $Pr=10$

### VII-1-2- Effet du nombre de Rayleigh

L'influence du nombre de Rayleigh  $Ra$  sur les coefficients d'échanges thermique et massique est illustrée par les figures **VII.5**, **VII.6** et **VII.7**. En premier lieu on remarque sur les différentes courbes, l'évolution croissante des deux coefficients d'échange avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et cela pour la gamme de variation de la perméabilité considérée.

Il est à remarquer que l'augmentation du nombre de Rayleigh et du nombre de Darcy provoque l'accroissement des mouvements convectifs, ce qui implique une augmentation des valeurs des coefficients d'échanges thermique et massique. On remarque aussi qu'il existe un couple critique ( $Ra$ ,  $Da$ ) qui permet de passer d'une zone conductive où les échanges sont à une amplitude faible, à une autre zone où les échanges thermique et massique augmentent pour provoquer la naissance d'un régime dit convectif. Pour des valeurs du nombre du Darcy très faibles, le régime conductif est dominant et cela par le fait que le milieu poreux tend vers un comportement en milieu solide.

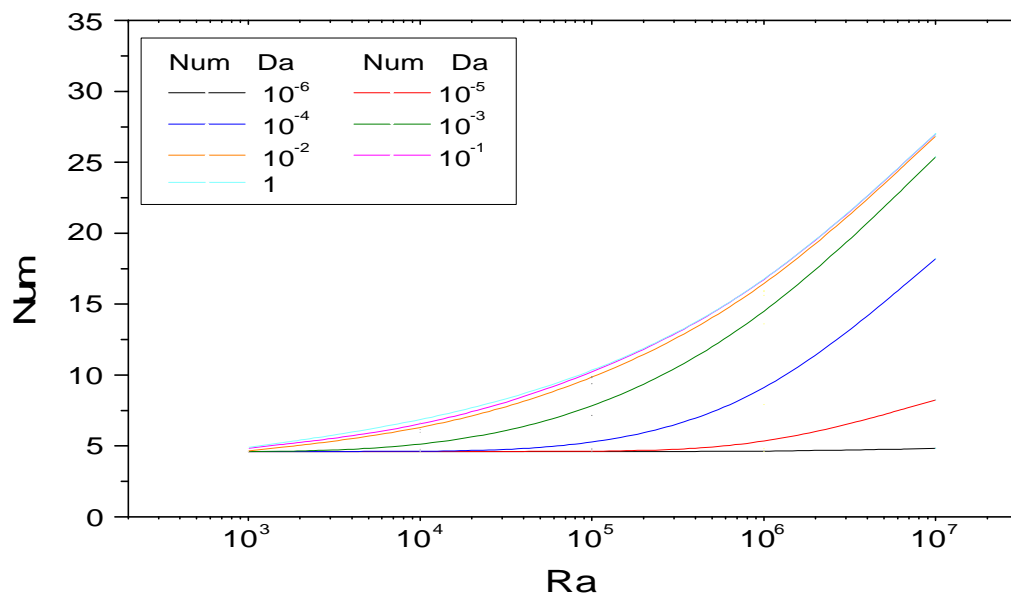
Un autre point qui semble intéressant et celui qui correspondant aux valeurs élevées des nombres de Rayleigh  $Ra \geq 10^6$  et de Darcy ( $Da \geq 10^{-3}$ ). En effet, dans ce cas, les branches limites des graphes se rapprochent entre elles de plus en plus et tendent vers une limite qui est celle du milieu totalement fluide où les échanges semblent plus accentués que dans le milieu poreux.

On peut retrouver les différentes constatations faites sur les figures **VII.5** et **VII.6** dans la figure **VII.7** qui présente les différentes configurations de l'écoulement présentées par les lignes de courant, les isoconcentrations et les isothermes, pour une gamme de nombres de Rayleigh qui s'étend de  $10^{+3}$  à  $10^{+7}$  et pour un nombre de Darcy fixé à  $10^{-4}$ . Ces dernières présentent différentes situations qui peuvent être expliquées comme suit:

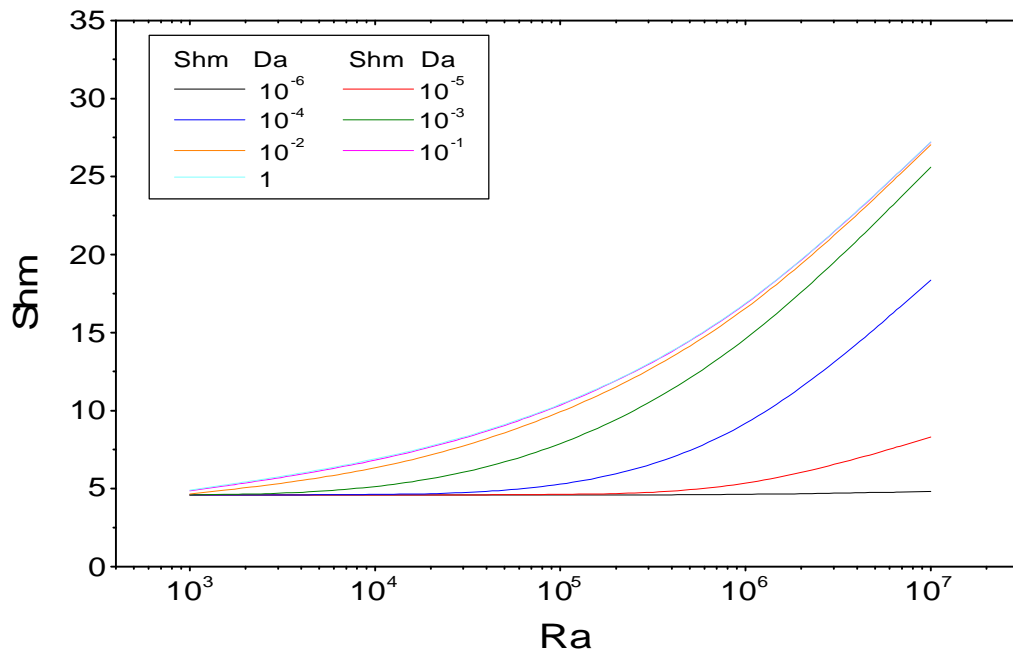
Pour des valeurs du nombre de Rayleigh  $Ra < 10^{+5}$ , les isothermes et les isoconcentrations présentent une stratification, et montrent un régime diffusif où les échanges sont très faibles. Cependant dès que le nombre de Rayleigh  $Ra$  dépasse la valeur  $10^{+5}$  cette stratification commence à disparaître et donne une apparence plus perturbée qui indique le début d'un régime convectif caractérisé par des échanges thermique et massique de plus en plus intenses. Cet écoulement tend de plus en plus vers une limite représentée par une densification des isoconcentrations et les isothermes au niveau des parois. Cet écoulement parallèle est de type couche limite. On peut voir aussi l'allure des lignes de courant qui présentent un resserrage des cellules de circulations de plus en plus vers les parois.

La figure **VII.8** représente la variation des lignes de courant et des isoconcentrations pour un nombre de Darcy fixé à  $10^{-3}$ . Une comparaison entre cette figure et la figure

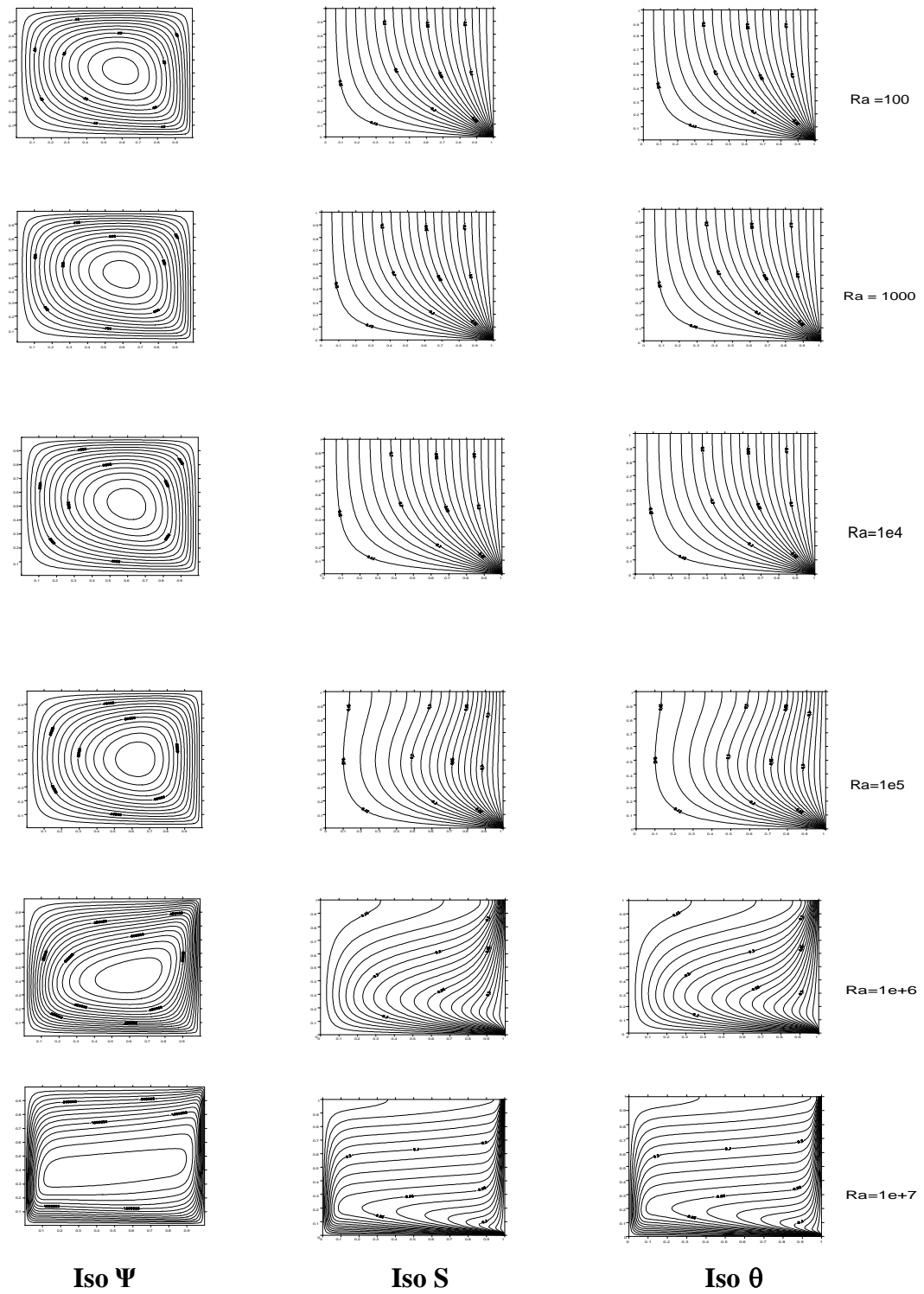
précédente (**Fig.VII.7**) où la valeur du nombre de Darcy est fixée à  $10^{-4}$ , montre bien dans la première (**Fig.VII.8**) que pour un nombre de Rayleigh  $Ra=10^{+5}$ , l'allure des isoconcentrations est loin de la stratification trouvée dans le régime diffusif. Cela signifie que la naissance de la convection a été déclenchée avant cette valeur du nombre de Rayleigh (dans l'intervalle  $10^{+4} < Ra < 10^{+5}$ ). Par contre, sur la figure **VII.7** l'allure des isoconcentrations pour la valeur  $Ra=10^5$  est proche de la stratification du régime diffusif et, dans ce cas, il est visible que la convection est déclenchée. Ainsi on confirme bien que le déclenchement de la convection est lié à des couples de valeurs de deux nombres de Darcy et de Rayleigh (couples critiques ( $Ra$ ,  $Da$ )).



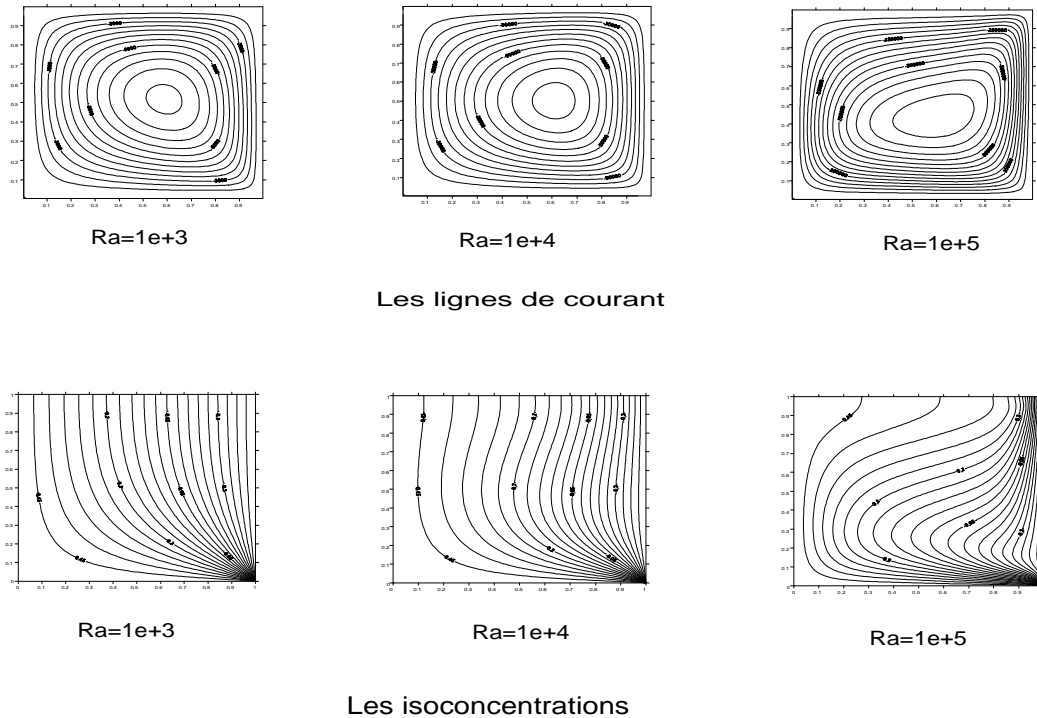
**Fig.VII.5** : Variation du coefficient d'échange thermique Num en fonction du nombre de Rayleigh Ra,  $R_v=R_k=N=Le=1$ ,  $\varepsilon=0.98$  et  $Pr=10$



**Fig.VII.6** : Variation du coefficient d'échange massique  $Sh_m$  en fonction du nombre de Rayleigh  $Ra$   
 $R_V=R_k=N=Le=1$ ,  $\epsilon=0.98$  et  $Pr=10$



**Fig.VII.7:** Variation des lignes de courant, des isoconcentrations et des isothermes en fonction du nombre de Rayleigh Ra  
 $R_V=R_k=N=Le=1$ ,  $\varepsilon=0.98$ ,  $Pr=10$  et  $Da=10^{-4}$



**Fig.VII.8:** Variation des lignes de courant et des isoconcentrations en fonction du nombre de Rayleigh  $Ra$ .

$$R_v=R_k=N=Le=1, \varepsilon=0.98, Pr=10 \text{ et } Da=10^{-3}$$

### VII-1-3- Effet du nombre de Lewis $Le$

Dans l'équation adimensionnelle de conservation de l'espèce chimique, le nombre de Lewis apparaît explicitement dans la partie diffusive. De ce fait, il semble important de tracer des graphes et figures qui expliquent l'effet de ce nombre adimensionnel sur les échanges thermique et massique. Ainsi, les figures **VII.9**, **VII.10** et **VII.11** montrent l'évolution des coefficients d'échanges thermique et massique en fonction du nombre de Lewis, qui sera expliquée comme suit:

Tout d'abord, en ce qui concerne le transfert massique, **Fig.VII.9**, il apparaît une évolution nettement croissante du coefficient d'échange, notamment pour le cas des perméabilités élevées. Les variations ont tendance à s'amoinrir pour les valeurs faibles du nombre de Darcy et la variation la plus importante en fonction de ce nombre de Lewis correspond au cas limite du milieu fluide. Ce qui s'explique parfaitement dans la mesure où d'une part, lorsque la perméabilité augmente, les échanges massiques sont meilleurs et d'autre part, le cas fluide présente une porosité élevée d'où un coefficient de diffusion massique maximal.

Concernant le transfert de chaleur (**Fig.VII.10**), on voit que les échanges sont très peu sensibles à la variation du nombre de Lewis. Ils diminuent très lentement avec l'augmentation de ce paramètre tout en présentant une variation croissante avec l'accroissement de la

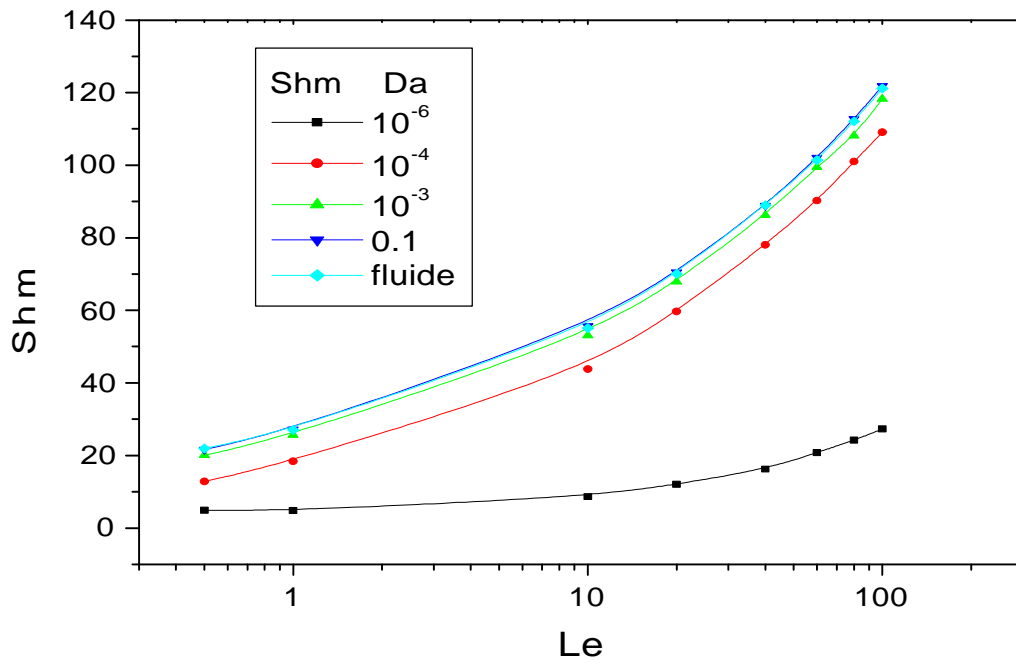
perméabilité, ce qui peut également s'expliquer par l'accroissement des effets convectifs avec la perméabilité. Néanmoins, il apparaît que, même à perméabilité élevée, les variations avec le nombre de Lewis deviennent quasi nulles à partir d'une certaine valeur de ce dernier ( $Le > 20$ ).

Enfin, la valeur unitaire du nombre de Lewis ( $Le=1$ ), illustrée par le point d'intersection des courbes des échanges thermique et massique, traduit bien la similitude entre le transfert de masse et celui de chaleur à cette valeur.

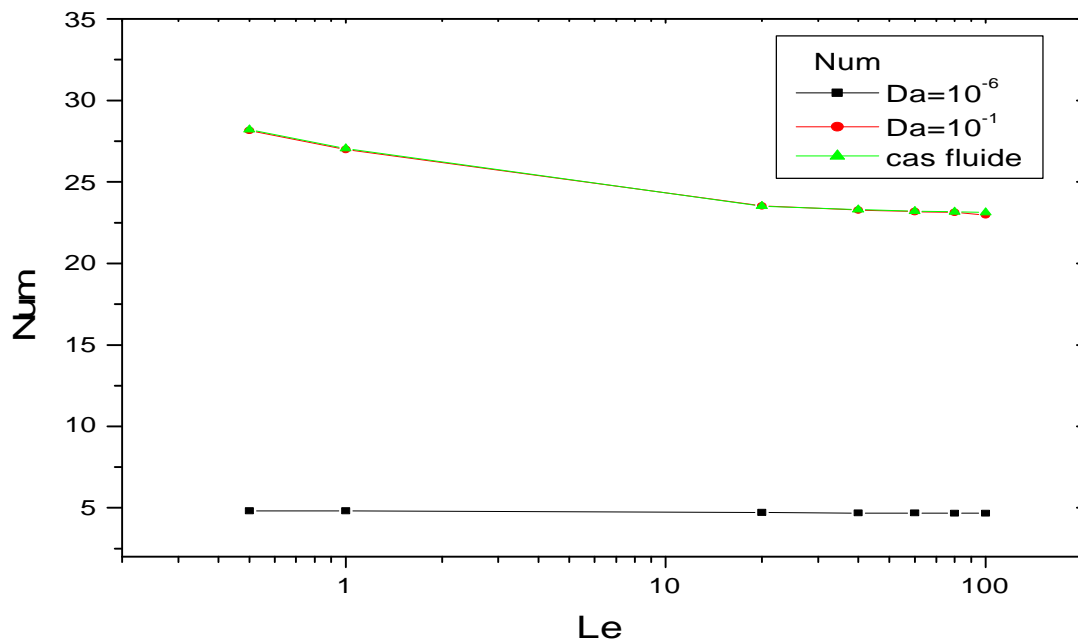
Les différentes constatations citées antérieurement sur les figures précédentes peuvent être expliquées comme suit:

- Pour le transfert massique, l'augmentation du nombre de Lewis provoque une augmentation dans les échanges massiques, cette augmentation est constatée même pour les faibles valeurs de la perméabilités lorsque les valeurs de  $Le$  sont élevées ( $Le > 10$ ). Cette augmentation des échanges massiques est due en fait à la présence explicite de ce paramètre dans l'équation de conservation de l'espèce chimique (**équation IV.10**). En effet, l'augmentation du nombre de Lewis amplifie le terme convectif par rapport au terme diffusif, ce qui, a priori, favorise les échanges massiques au sein de la cavité. On peut également expliquer l'accroissement du transfert massique avec l'augmentation du nombre de Lewis par l'augmentation du nombre de Schmidt, vu l'expression qui relie ces deux nombres ( $Le = \frac{Sc}{Pr}$ ), et puisque une augmentation du nombre de Schmidt exprime un accroissement des effets convectifs par rapport aux effets diffusifs, cela implique une augmentation des échanges massiques.

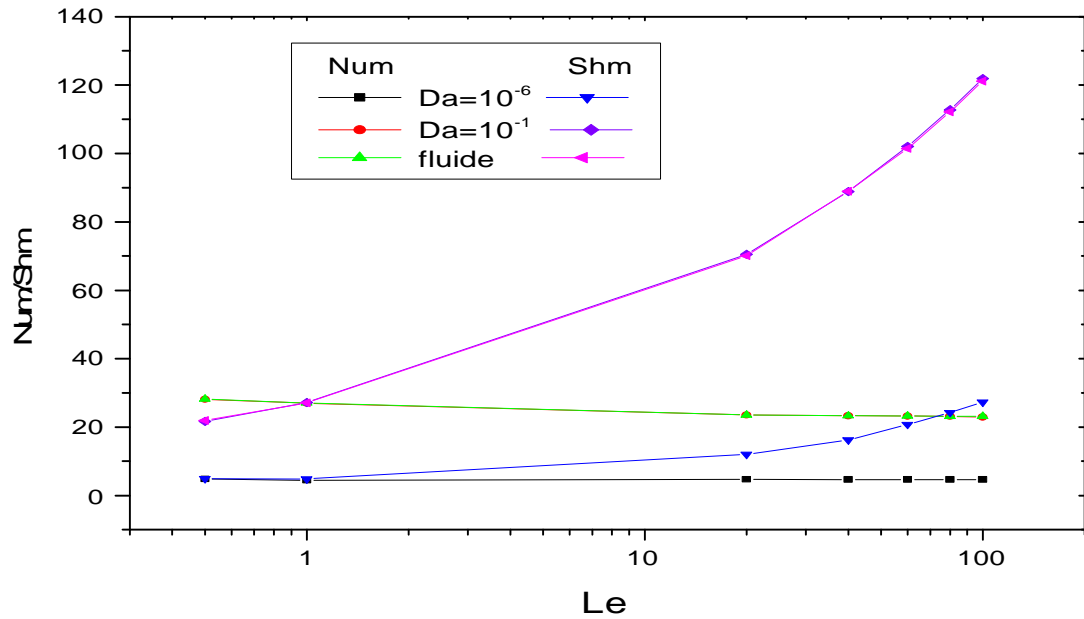
- Pour le transfert thermique, l'augmentation du nombre de Lewis équivaut à une diminution des effets de convection thermique, relativement à la conduction. Les effets de l'augmentation de  $Le$  sont équivalents aux effets d'une éventuelle diminution du nombre de Prandtl et par conséquent une décroissance des effets convectif. Néanmoins, le nombre de Lewis n'apparaît pas explicitement dans les bilans d'énergie thermique, l'impact de la variation reste donc très limité, voire négligeable, notamment pour les faibles perméabilités



**Fig. VII.9** : Evolution du nombre de Sherwood moyen en fonction du nombre de Lewis  $Le$   
 $R_V=R_k=N=1$ ,  $\varepsilon=0.98$  et  $Ra=10^{+7}$



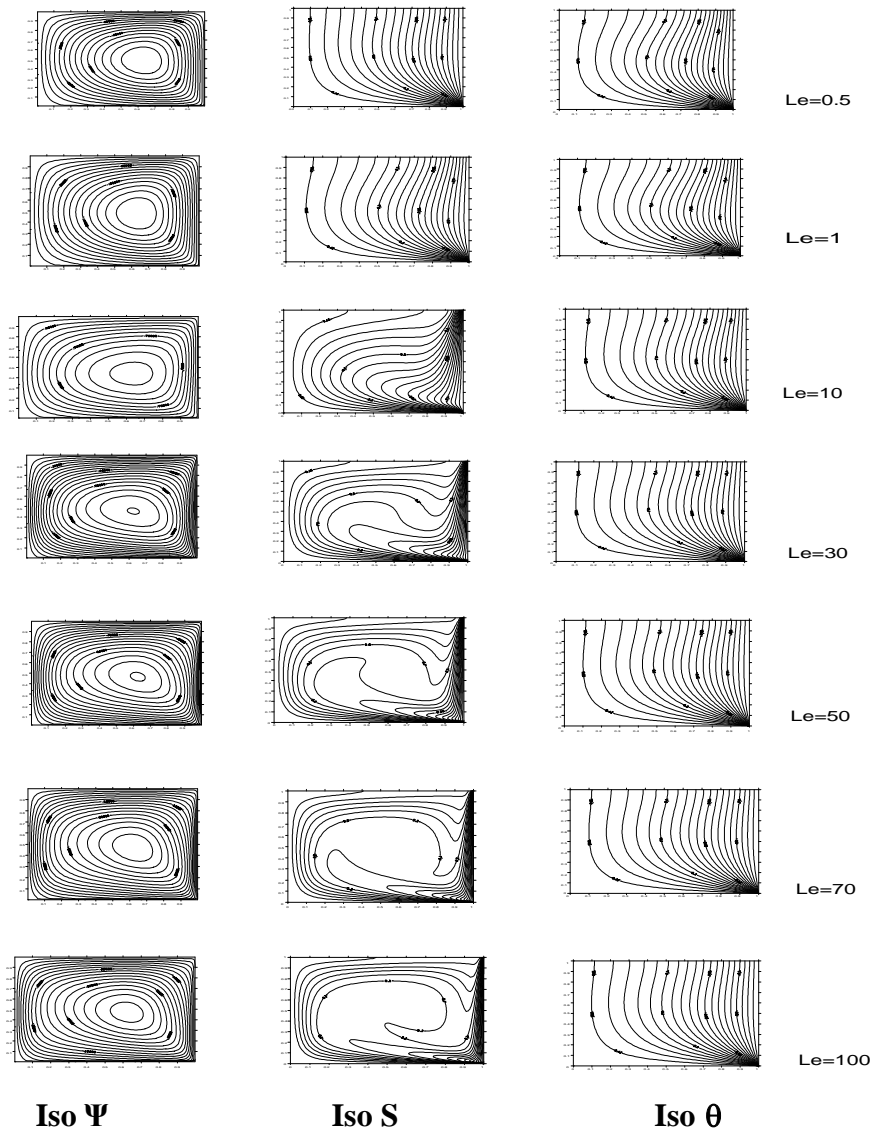
**Fig. VII.10** : Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Lewis  $Le$   
 $R_V=R_k=N=1$ ,  $\varepsilon=0.98$  et  $Ra=10^{+7}$



**Fig. VII.11** : Evolution des nombres de Sherwood et de Nusselt moyens en fonction du nombre de Lewis  $Le$   
 $R_v=R_k=N=1$ ,  $\varepsilon=0.98$  et  $Ra=10^{+7}$

La figure **VII.12**, montre l'allure des lignes de courant, des isoconcentrations et des isothermes en fonction du nombre de Lewis. Ces dernières confirment les différentes constatations faites sur les figures **VII.9**, **VII.10** et **VII.11**. C'est ainsi que :

- pour des valeurs du nombre de Lewis  $Le < 1$ , le transfert de masse s'effectue de plus en plus par diffusion plutôt que par convection, ce qui se retrouve dans la stratification des lignes des isoconcentrations, mais dès que  $Le$  augmente, cette stratification disparaît et les isoconcentrations sont de plus en plus perturbées donnant ainsi une augmentation de transfert de masse qui s'amplifie à chaque fois qu'une nouvelle cellule convective apparaît. Par contre, pour le transfert de chaleur, on remarque que les isothermes ne se déforment que légèrement avec la diminution du nombre de Lewis ( $Le < 1$ ) ce qui confirme la légère augmentation observée dans les transferts de chaleur.



**Fig.VII.12:** Variation des lignes de courant, des isoconcentrations et des isothermes en fonction du nombre de Lewis  $Le$ .  
 $R_V=R_k=N=1$ ,  $Pr=10$ ,  $Da=10^{-6}$ ,  $Ra=10^{+7}$  et  $\varepsilon=0.98$

#### VII-1-4- Effet du rapport des conductivités thermiques $R_k$

L'effet du rapport des conductivités thermiques  $R_k$  sur l'évolution des échanges thermique et massique est illustré par les courbes des figures **VII.13**, **VII.14**, **VII.15** et **VII.16**.

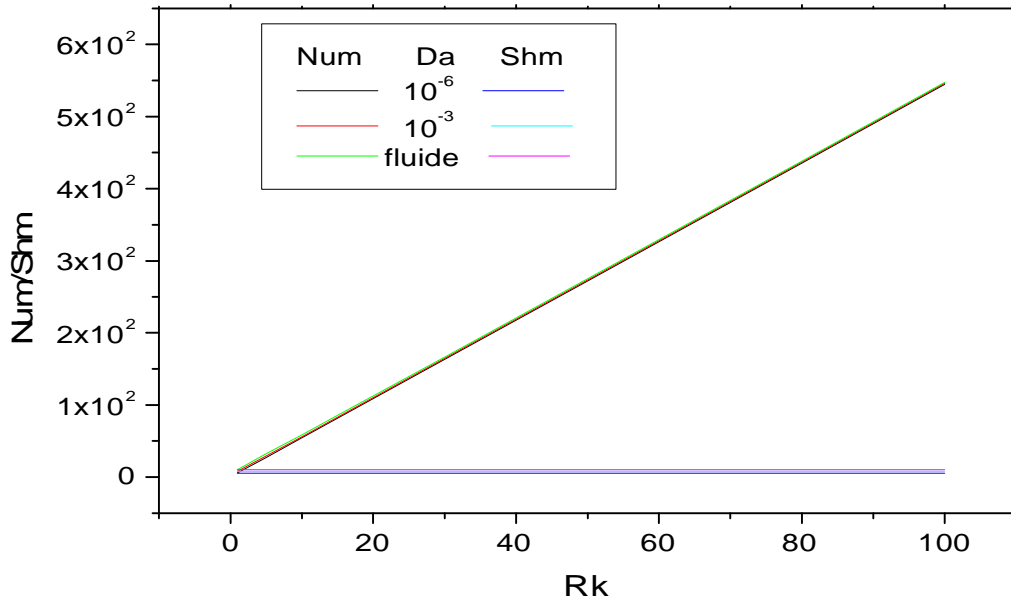
Le point le plus remarquable est celui pour lequel  $R_k=1$  où la valeur du nombre de Sherwood moyen est quasiment la même que celle du nombre de Nusselt moyen ( $Num \approx Shm$ ) (**Fig. VII.13**). En effet, les deux équations de conservation de l'énergie et de l'espèce chimique sont identiques, pour le groupe de paramètres considérés ( $N=Le=R_k=R_v=1$  et  $\varepsilon=0.98 \approx 1$ ), mais au-delà de cette valeur unitaire de  $R_k$  les courbes décrivant les deux paramètres s'éloignent de plus en plus.

Pour transfert massique, la figure **VII.14** illustre très clairement l'évolution du nombre de Sherwood en fonction de  $R_k$ . On remarque, notamment qu'il existe une valeur de ce rapport ( $R_k \approx 7$ ) où on a un maximum de transfert de masse, puis, avec l'augmentation de  $R_k$ , l'allure de la courbe de transfert reste de plus en plus droite et tend vers une valeur constante.

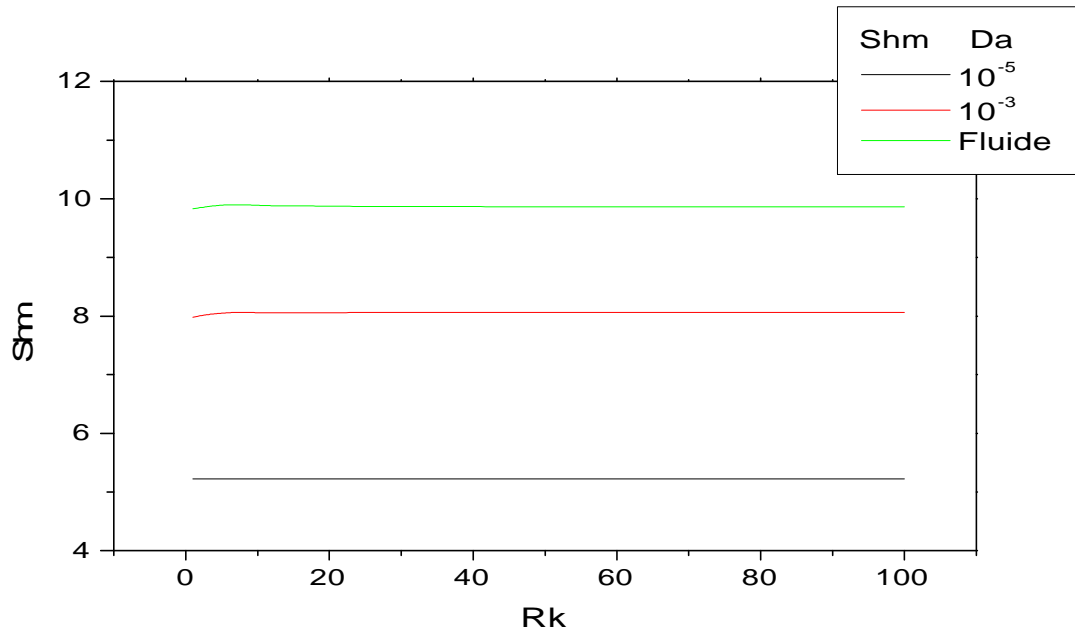
Concernant l'évolution du nombre de Nusselt avec  $R_k$  (**Fig.VII.15** et **Fig.VII.16**), il apparaît clairement un accroissement du transfert thermique avec l'augmentation de ce rapport.

Ce comportement est clairement confirmé par l'allure des lignes de courant, des isothermes et des isoconcentrations tracées pour différentes valeurs de  $R_k$  et représentées sur la figure **VII.17**. On remarque clairement que pour  $R_k > 10$  les isothermes tendent de plus en plus vers une ligne droite parallèle à la verticale. Cette stratification des lignes des isothermes fait penser au régime conductif. Par contre, pour  $R_k \leq 10$ , la stratification disparaît de plus en plus présentant la dominance du régime convectif par rapport au régime conductif. Ainsi, le transfert thermique pour des valeurs de  $R_k$  élevées se fait par conduction plus que par convection. En effet, la diminution de l'échange thermique par convection avec l'augmentation de  $R_k$  est due essentiellement à l'expression de  $R_k$  ( $R_k = \frac{k_{eff}}{k_f}$ ). Ainsi, une augmentation de la valeur de  $R_k$  implique une diminution de la valeur de la conductivité thermique du fluide  $k_f$ . De ce fait, une diminution de  $k_f$  conduit à une diminution des mouvements convectifs, d'où l'apparition de la stratification des lignes des isothermes aux valeurs élevées de  $R_k$  présentant un transfert thermique par conduction au sein de la cavité

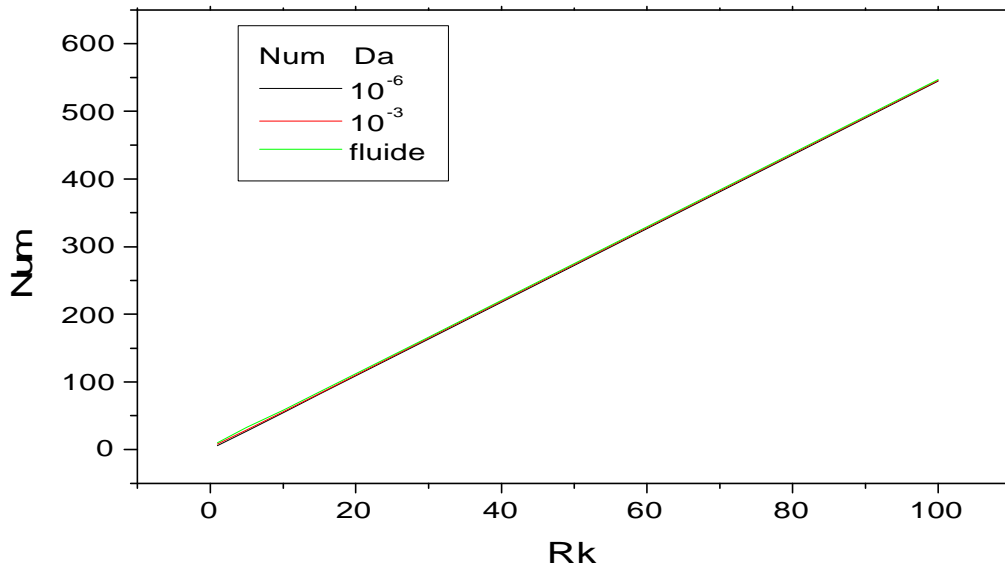
Concernant l'échange massique, ce dernier semble être très peu influencé par la variation de  $R_k$  dans la mesure où l'allure des lignes des isoconcentrations est pratiquement la même pour toutes les valeurs de ce rapport.



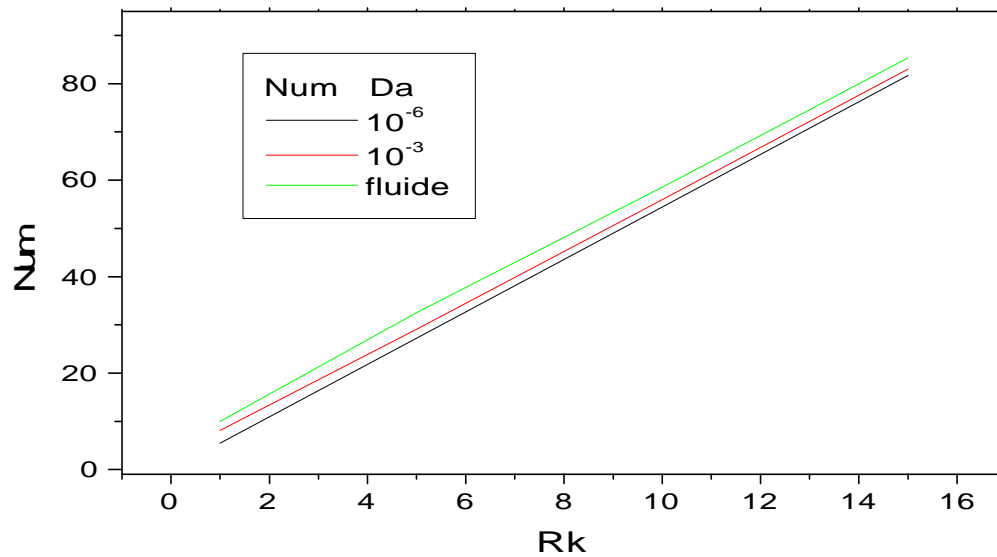
**Fig.VII.13** : Variation des nombres de Sherwood et de Nusselt moyens en fonction de Rapport des conductivités thermiques  $R_k$   
 $R_v=N=Le=1$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Ra=10^{+5}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$



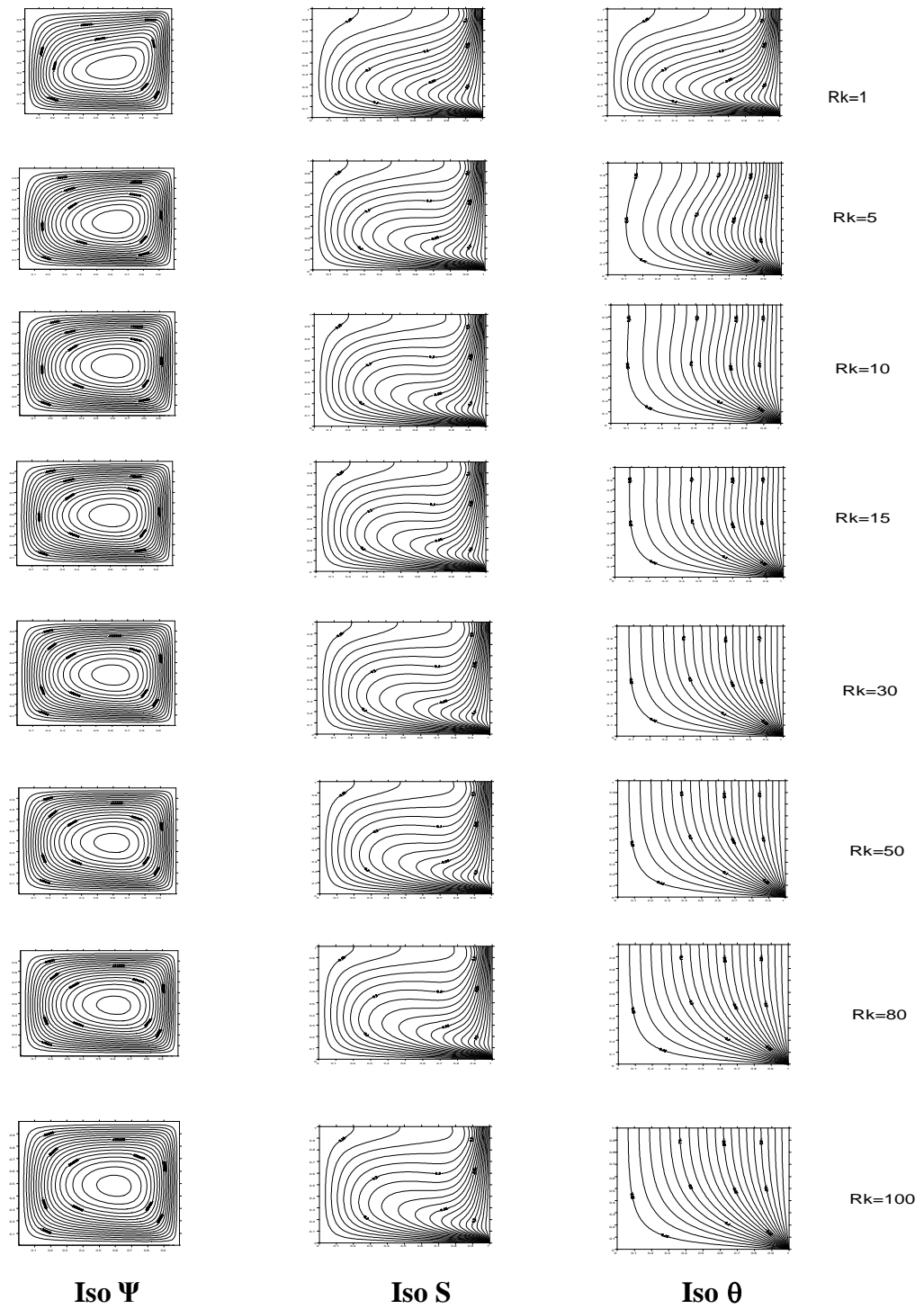
**Fig.VII.14** : Variation du nombre de Sherwood moyen en fonction de Rapport des conductivités thermiques  $R_k$   
 $R_v=N=Le=1$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Ra=10^{+5}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$



**Fig.VII.15** : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Rapport des conductivités thermiques  $R_k$   
 $R_v=N=Le=1$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Ra=10^{+5}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$



**Fig.VII.16** : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Rapport des conductivités thermiques  $R_k$   
 $R_v=N=Le=1$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Ra=10^{+5}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$



**Fig.VII.17** : Lignes de courant, isoconcentrations et isothermes, pour différentes valeurs de  $R_k$   
 $R_v=Le=N=1, Pr=10, Da=10^{-3}$  et  $Ra=10^{+5}$

### VII-1-5- Effet du rapport des forces de poussée N

L'évolution des coefficients d'échange de matière et de chaleur moyens avec le rapport des forces de poussée N qui exprime le rapport des forces thermiques et des forces solutales est traduite sur les figures **VII.18**, **VII.19** et **VII.20**. A première vue, il apparaît une valeur particulière de ce rapport ( $N=-1$ ) pour laquelle les différentes courbes présentent un minimum de transfert et cela pour toutes les valeurs du nombre de Darcy Da. Cette valeur critique est la même pour les deux types de transferts (chaleur et masse) et correspond à des forces de poussée thermique et massique égales et de sens opposé. Ce qui entraîne une annulation des effets convectifs pour les deux phénomènes. Seuls les effets diffusifs et de conduction persistent, d'où les valeurs minimales des échanges en ce point. Ceci se confirme bien sur ces mêmes figures lorsque la perméabilité diminue ( $Da=10^{-6}$ ), dans la mesure où les valeurs tendent, dans ce cas, vers cette limite qui correspond à la conduction thermique d'une part et à la diffusion massique d'autre part.

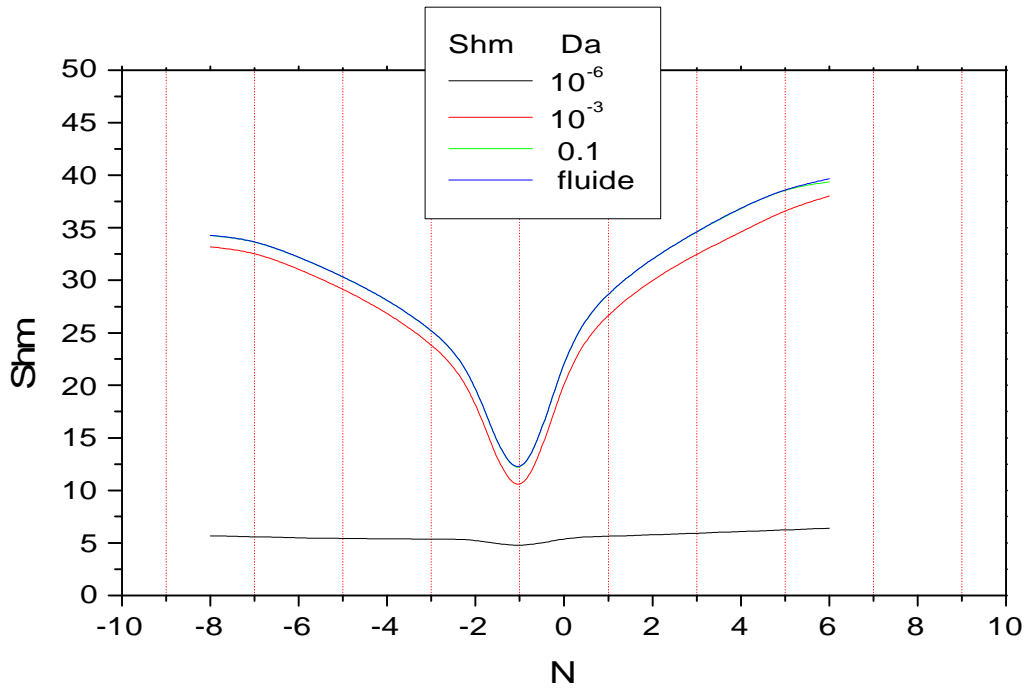
Par ailleurs, au fur et à mesure que l'on s'éloigne de cette valeur critique et lorsque la valeur absolue de N ( $|N|$ ) augmente, il apparaît également une augmentation des échanges, qu'ils soient thermiques ou massiques.

On peut dire, d'une façon générale, que les valeurs de  $|N| > 1$  favorisent les transferts de masse et de chaleur quelle que soit la valeur des nombres de Darcy et Rayleigh, et que l'allure des deux courbes traduisant l'évolution de Num et Shm se conserve quelles que soient les valeurs des perméabilités et des nombres de Rayleigh. L'effet du nombre de Darcy par exemple, se manifeste essentiellement sur les valeurs du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood, puisqu'une augmentation de la perméabilité engendre un accroissement des valeurs des coefficient de transfert et cela est expliqué par le fait que plus le milieu poreux est perméable plus l'écoulement du fluide est meilleur et plus les échanges convectifs sont favorisés.

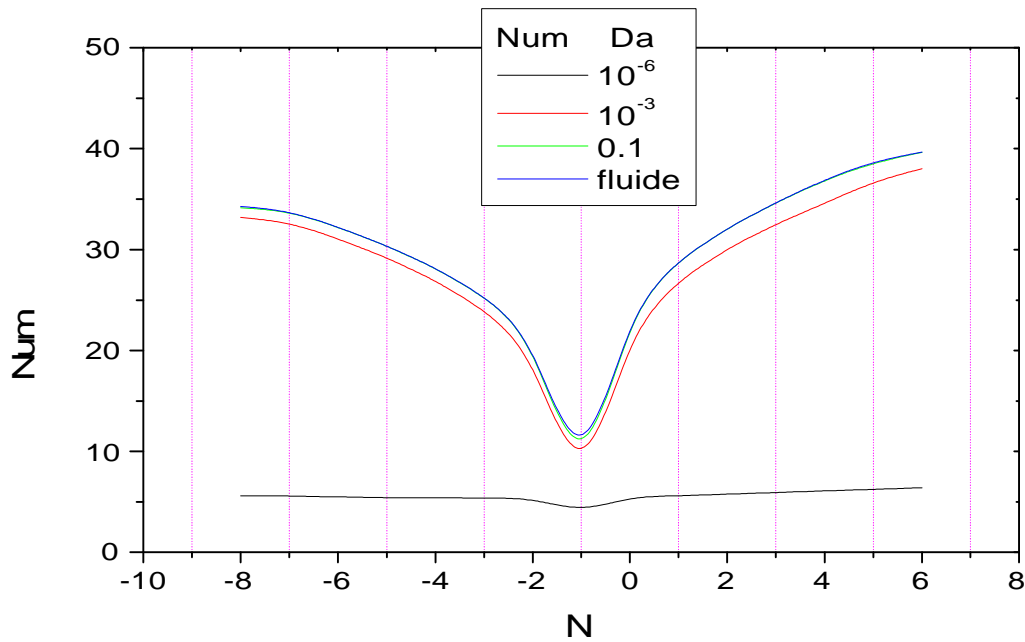
En outre, les valeurs positives de N présentent des valeurs des transferts plus élevées que celles relatives aux mêmes valeurs avec un signe négatives. En effet, lorsque le rapport des forces de poussée est positif, cela veut dire que ces dernières sont coopérantes. De ce fait, les effets combinés de convection thermique et massique sont amplifiés. A l'inverse, lorsque N est négatif, les forces sont en opposition et il s'ensuit une atténuation de la thermoconvection.

Les constatations précédentes sont confirmées par les allures des lignes isovaleurs représentées sur la figure **VII.20**. On y retrouve notamment la singularité que représente le cas  $N=-1$ , pour lequel les effets convectifs sont à leurs valeurs minimales, tandis que les valeurs plus élevées en valeurs absolue de N, montrent des effets de couche limites pariétales

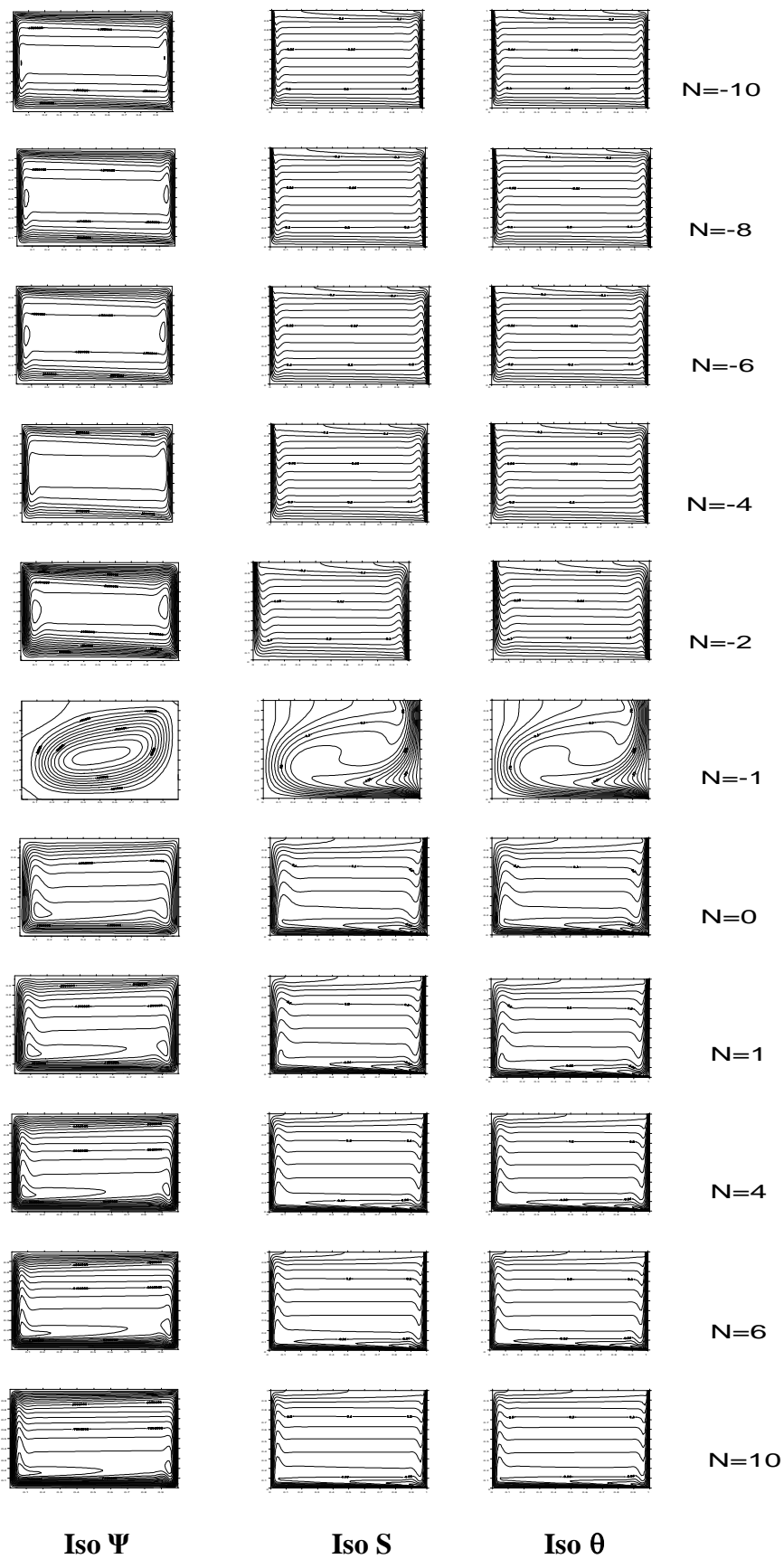
avec des lignes isovaleurs de plus en plus concentrées, indiquant des gradients de plus en plus élevés et par là des transferts plus importants.



**Fig. VII.18 :** Evolution du nombre de Sherwood moyen en fonction du rapport des forces de poussée  $N$   
 $R_v=R_k=Le=1, Pr=10, Ra= 10^{+7}$  et  $\varepsilon=0.98$



**Fig. VII.19 :** Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport des forces de poussée  $N$   
 $R_v=R_k=Le=1, Pr=10, Ra= 10^{+7}$  et  $\varepsilon=0.98$



**Fig.VII.20** : Lignes de courant, isoconcentrations et isothermes.

$R_v=Le=R_k=1, Pr=10, Da=10^{-1}, \epsilon = 0.98$  et  $Ra=10^{+7}$

**VII-2- Avec effet Soret**

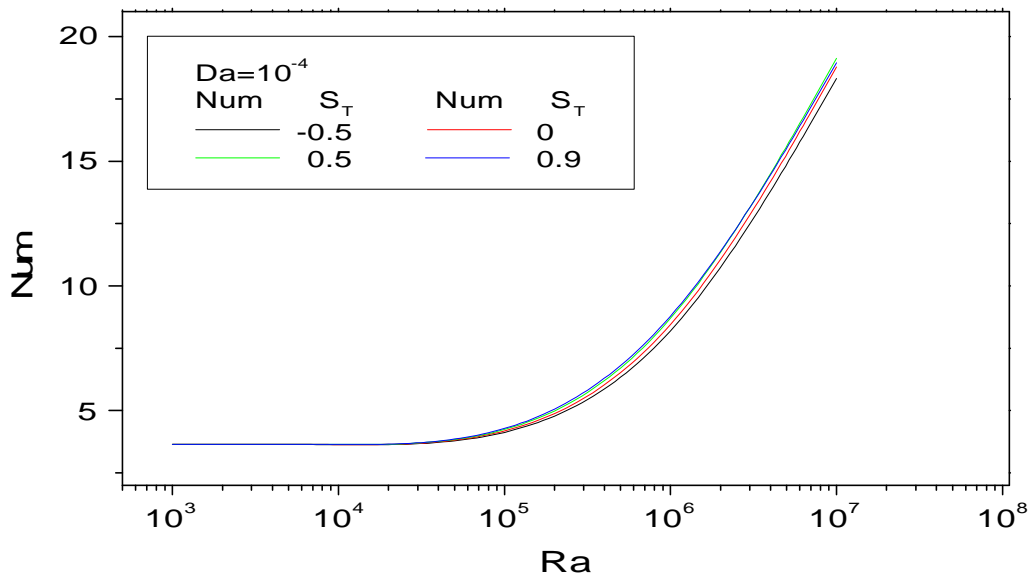
Dans ce qui suit nous allons prendre en considération l'effet Soret, et prédire son effet sur les transferts thermique et massique dans le cas d'une cavité totalement poreuse. On s'intéresse donc à l'influence de la thermo-diffusion et des différents paramètres thermophysiques sur les transferts de chaleur et de masse et sur les régimes d'écoulements qui peuvent apparaître.

La gamme considérée des différentes valeurs du coefficient de Soret ont été fixées en se basant sur les résultats des travaux théoriques et expérimentaux précédemment étudiés ([45] [50] [52] [54] [55]). De ce fait nous nous sommes intéressé, dans cette partie, à faire une comparaison entre le cas d'une cavité totalement poreuse sans et avec la prise en compte de cet effet et de faire ressortir le taux d'amélioration ou de diminution des échanges thermiques et massiques occasionnés par la contribution de cet effet.

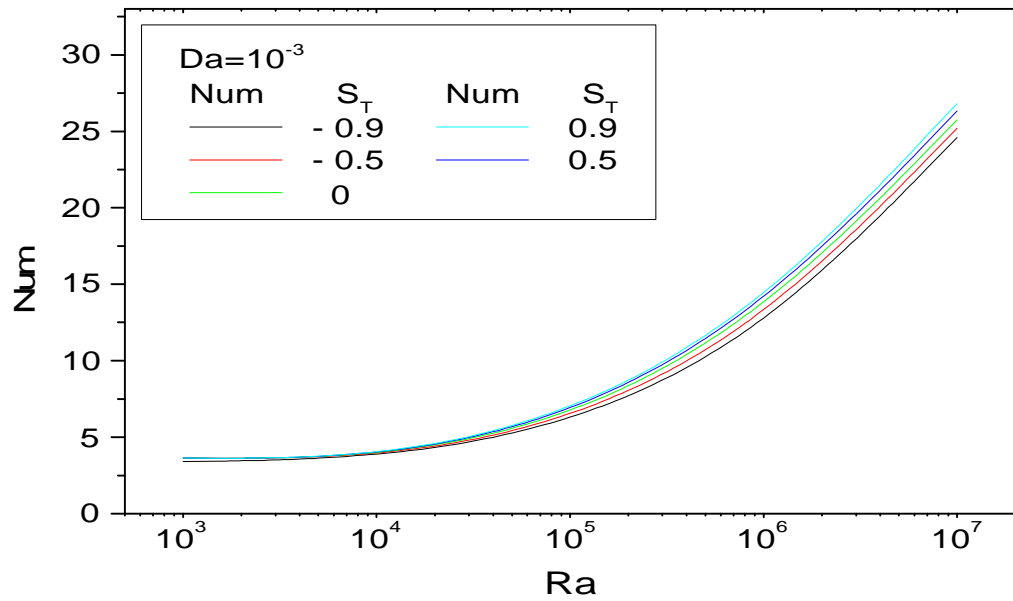
### **VII-2-1- Influence de l'effet Soret sur les variations en fonction du nombre de Rayleigh**

L'influence de l'effet Soret sur l'évolution du coefficient de transfert thermique (nombre de Nusselt) en fonction du nombre de Rayleigh est montrée sur les figures **VII.21**, **VII.22** et **VII.23** pour trois valeurs respectives de la perméabilité ( $Da=10^{-4}$ ,  $10^{-3}$  et 1). On remarque que l'allure générale des différentes courbes est semblable pour toutes les valeurs du coefficient de Soret. On remarque aussi que la valeur de ce coefficient ainsi que son signe influent sur la valeur du nombre de Nusselt de telle sorte que l'échange thermique augmente avec l'augmentation de ce paramètre. Il apparaît aussi l'existence de deux zones différentes dont les étendues dépendent conjointement des deux nombres de Rayleigh et de Darcy. La première zone ( $Ra < 10^5$ ) présente un régime quasi diffusif où le transfert thermique est minimal. Dans cette zone la thermo-diffusion n'a aucun effet sur le transfert thermique. Dans la deuxième zone, qui représente un régime convectif, l'effet Soret apparaît de plus en plus clairement au fur et à mesure que les valeurs du nombre de Rayleigh augmentent ( $Ra > 10^{+6}$ ) et que la perméabilité est élevée. Les courbes s'éloignent les unes des autres au fur et à mesure que  $Ra$  et  $Da$  augmentent. Comme on peut le constater, l'échange thermique est plus important pour des valeurs positives du coefficient de Soret par rapport au cas où cet effet est négligé ( $S_T=0$ ), lequel présente un meilleur transfert thermique par rapport au cas où  $S_T$  prend des valeurs négatives. Comme on peut aussi le constater sur ces mêmes figures, l'effet de la thermo-diffusion est plus important dans les milieux qui présentent une perméabilité élevée ( $Da=1$ ) (**Fig.VII.23**) et cela surtout pour des valeurs négatives du coefficient de Soret. Inversement, pour des valeurs faibles du nombre de Darcy ( $Da \leq 10^{-4}$ ) (**Fig.VII.21**), l'effet de la thermo-diffusion est négligeable même pour des nombres de Rayleigh élevés.

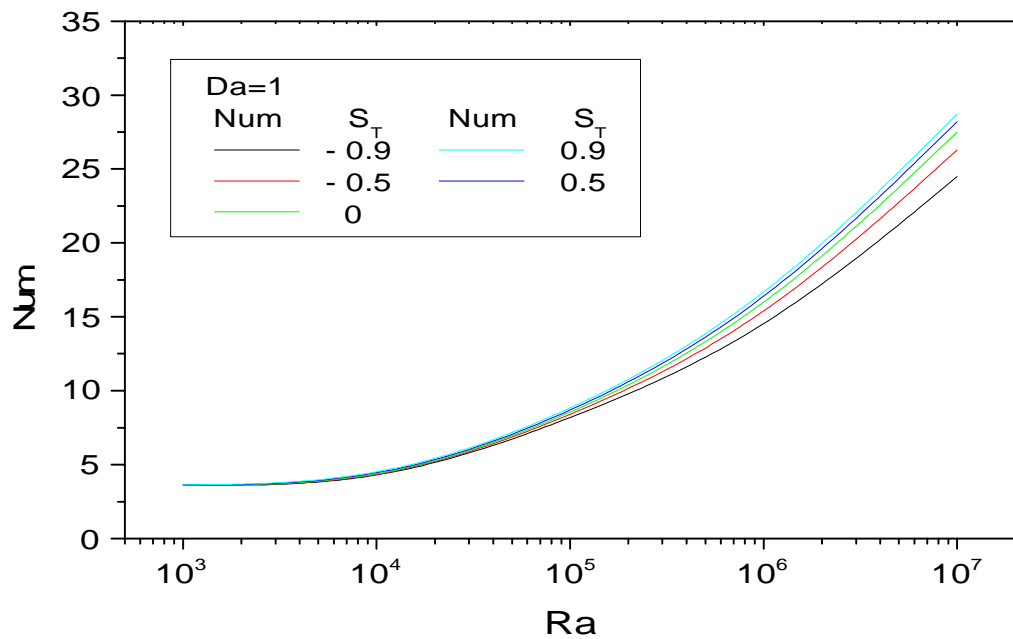
L'accroissement de l'échange thermique dans le cas où la thermo-diffusion est prise en compte avec des valeurs positives du coefficient de Soret est, à notre avis, dû à la contribution supplémentaire de cet effet dans l'échange thermique. En effet, le signe du coefficient de Soret permet, par convention (**Platten et al [40]** et **Mojtabi et al. [48]**), de prédire le sens de migration de la matière supplémentaire par l'effet de la thermo-diffusion. Si le coefficient de Soret prend des valeurs positives ( $S_T > 0$ ), le transport de cette matière supplémentaire (soluté, élément le plus dense) se fait des régions chaudes vers les régions froides. Ces quantités supplémentaires de masse transportent de l'énergie vers les régions froides, c'est le même sens de transport de la chaleur par convection thermique, et contribuent à l'augmentation de l'échange thermique au sein de la cavité. Tandis que pour des valeurs négatives du coefficient de Soret ( $S_T < 0$ ), le transport de la matière par la thermo-diffusion, se fait du côté froid vers le côté chaud, sens inverse de déplacement du flux thermique par convection. De ce fait, cette énergie supplémentaire transportée par le flux thermique causé par la thermo-diffusion, s'oppose aux flux thermiques convectifs et freine le mouvement de convection thermique au sein de la cavité poreuse, ce qui entraîne une diminution de l'échange thermique.



**Fig.VII.21** : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du coefficient de Soret  $S_T$   
 $R_V=R_k=N=1$ ,  $Pr=10$ ,  $\varepsilon=0.98$ ,  $Le=1$  et  $Da=10^{-4}$



**Fig.VII.22** : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du coefficient de Soret  $S_T$   
 $R_V=R_K=N=1$ ,  $Pr=10$ ,  $\varepsilon=0.98$ ,  $Le=1$  et  $Da=10^{-3}$



**Fig.VII.23** : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du coefficient de Soret  $S_T$   
 $R_V=R_K=N=1$ ,  $Pr=10$ ,  $\varepsilon=0.98$ ,  $Le=1$  et  $Da=1$

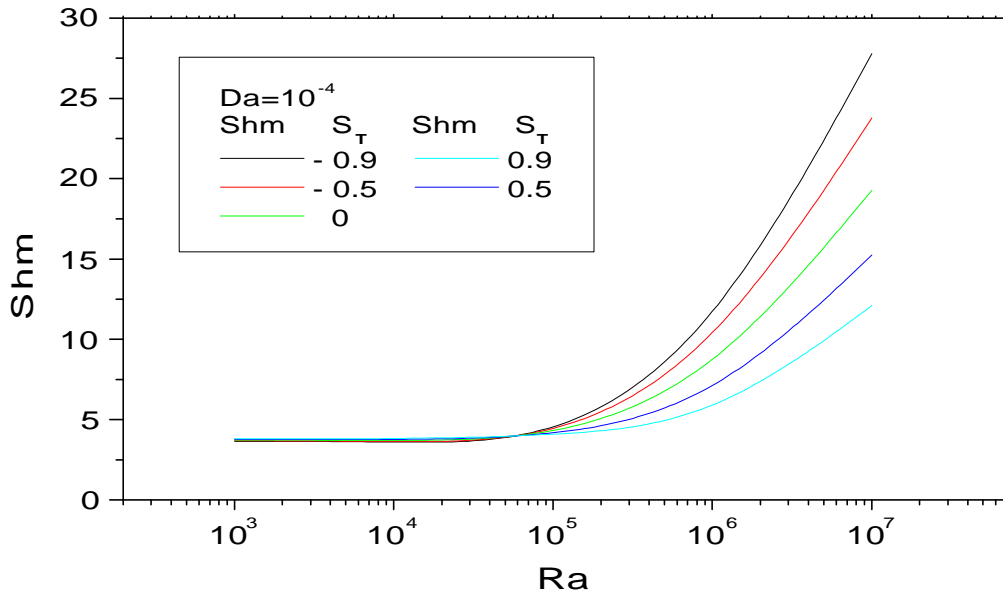
Pour mettre en évidence l'influence de la thermo-diffusion sur l'échange massique, nous avons représenté sur les figures **VII.24** et **VII.25** et **VII.26** l'évolution du nombre de Sherwood moyen avec le nombre de Rayleigh et cela pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $S_T = -0.9, -0.5, 0, 0.5$  et  $0.9$ ). Comme nous l'avons déjà vu précédemment, la thermo-diffusion n'influe pas sur l'allure globale des différentes courbes, mais la valeur du coefficient de transfert massique change avec la valeur ainsi que le signe du coefficient de Soret.

On remarque sur les figures **VII.24** et **VII.25** et **VII.26** que la thermo-diffusion n'influe pas de la même façon sur les échanges massiques et les échanges thermiques (comparaison avec les figures **VII.21**, **VII.22** et **VII.23**). Dans l'échange massique les valeurs négatives du coefficient de Soret présentent un meilleur transfert massique par rapport au cas sans effet Soret ( $S_T=0$ ), lequel occasionne un meilleur transfert massique par rapport au cas où le coefficient de Soret prend des valeurs positives. De ce fait, l'échange massique est amélioré seulement pour des valeurs négatives de ce coefficient. En fait, plus la valeur absolue du coefficient de Soret ( $|S_T| > 0$ ) est élevée, plus l'échange massique est amélioré.

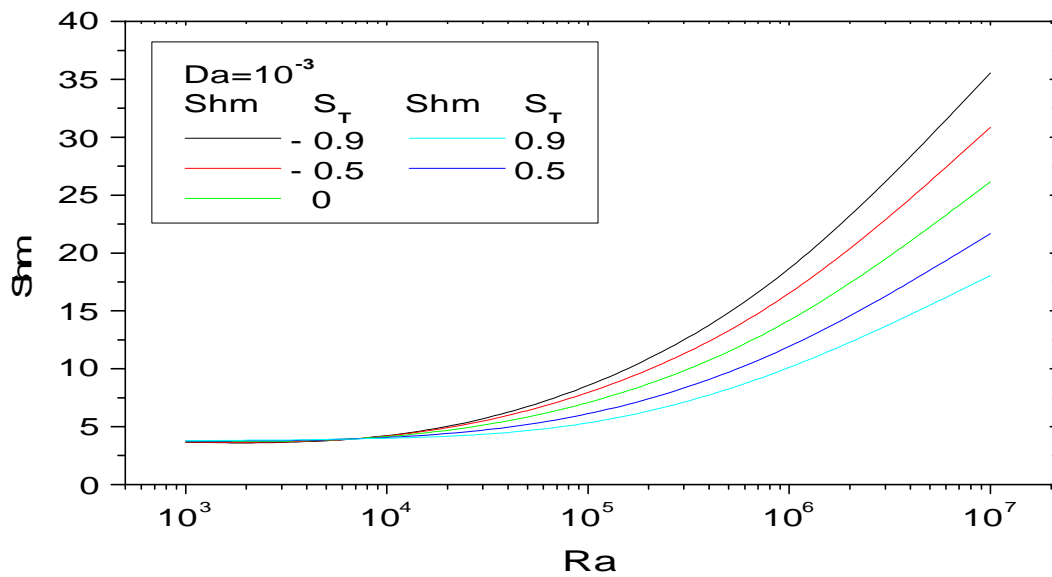
Ces évolutions avec la valeur et surtout le signe du coefficient de Soret ont également été mentionnées par **Platten et al. [40]** et **Mojtabi et al. [48]** Ainsi, le sens de migration du soluté dépend fortement de ce signe qui est qualifié de conventionnel par ces auteurs.

Dans notre cas cette convention et les conditions aux limites imposées nous permettent d'expliquer l'effet de la thermo-diffusion ainsi que les effets des gradient thermique et massique sur l'échange massique au sein de la cavité et cela comme suit : pour des valeurs positives du coefficient de Soret ( $S_T > 0$ ) le soluté migre vers les régions froides et c'est le même sens de déplacement de la matière par diffusion massique. Dès que ces quantités de masse se rapprochent du côté froid leur température diminue et elles ont tendance à se déplacer vers le bas de la cavité où elles rencontrent un flux massique ascendant venant du plancher de la cavité (flux dû aux conditions aux limites imposées à ce niveau). Ceci va provoquer un freinage dans le transport de la masse qui conduit à une diminution de l'échange massique au sein de la cavité. Par ailleurs, pour  $S_T < 0$ , le transport de la matière supplémentaire par la thermo-diffusion se fait vers les régions chaudes. Les quantités de masse froides venant de la paroi froide rencontrent le flux chaud venant des parois chaudes et avec l'échange thermique qui s'exerce lors de cette rencontre entre les quantités de masse chaudes et les quantités de masse froides, ces dernières subissent une augmentation de température puis elles remontent vers le haut de la cavité et vers la paroi froide de celle-ci. Ce mouvement ascendant de ces quantités de masse supplémentaires dû aux forts gradients massique qui règnent à ce niveau (entre la paroi chaude et la paroi froide) permet un déplacement de la masse vers la paroi la

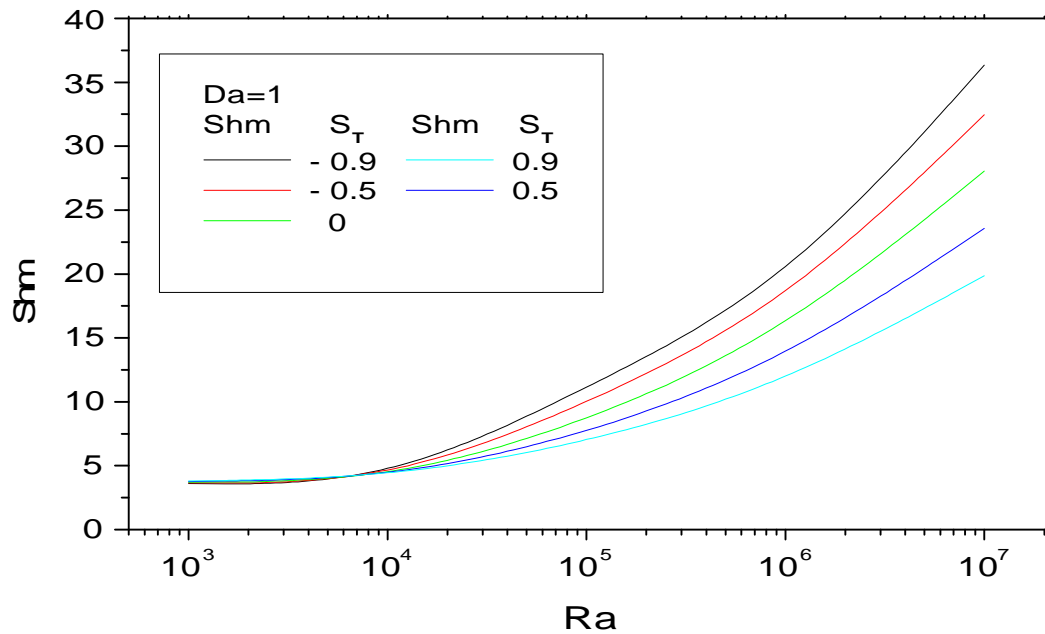
moins concentrée (paroi froide) se fait dans le même sens de déplacement des quantités de masse transportées par convection. Ceci explique la raison pour laquelle l'échange massique est plus important dans le cas où le coefficient de Soret prend des valeurs négatives ( $S_T < 0$ ) par rapport au cas où ce coefficient prend des valeurs positives ( $S_T > 0$ ).



**Fig.VII.24** : Evolution du nombre de Sherwood moyen avec le nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du coefficient de Soret  $S_T$   
 $R_V=R_k=N=1$ ,  $Pr=10$ ,  $\epsilon=0.98$ ,  $Le=1$  et  $Da=10^{-4}$



**Fig.VII.25** : Evolution du nombre de Sherwood moyen avec le nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $S_T$ )  
 $R_V=R_k=N=1$ ,  $Pr=10$ ,  $\epsilon=0.98$ ,  $Le=1$  et  $Da=10^{-3}$



**Fig.VII.26** : Evolution du nombre de Sherwood moyen avec le nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $S_T$ )  
 $R_V=R_k=N=1$ ,  $Pr=10$ ,  $\epsilon=0.98$ ,  $Le=1$  et  $Da=1$

### VII-2-2- Influence de l'effet Soret sur les variations en fonction de la perméabilité

L'effet de la perméabilité sur les échanges thermique et massique est décrit en termes de nombre de Darcy. Les figures **VII.27** et **VII.28** représentent l'évolution des coefficients d'échanges thermique et massique, avec le nombre de Darcy pour une valeur du nombre de Rayleigh fixée à  $10^{+6}$  et pour différentes valeurs du coefficient de Soret. L'allure globale des différentes courbes représentées sur les figures précédentes est identique et l'existence des deux zones présentant les deux régimes d'écoulement (régimes conductif et convectif) est bien apparente.

Sur ces figures on remarque bien l'influence de la valeur ainsi que du signe du coefficient de Soret sur les échanges thermique et massique.

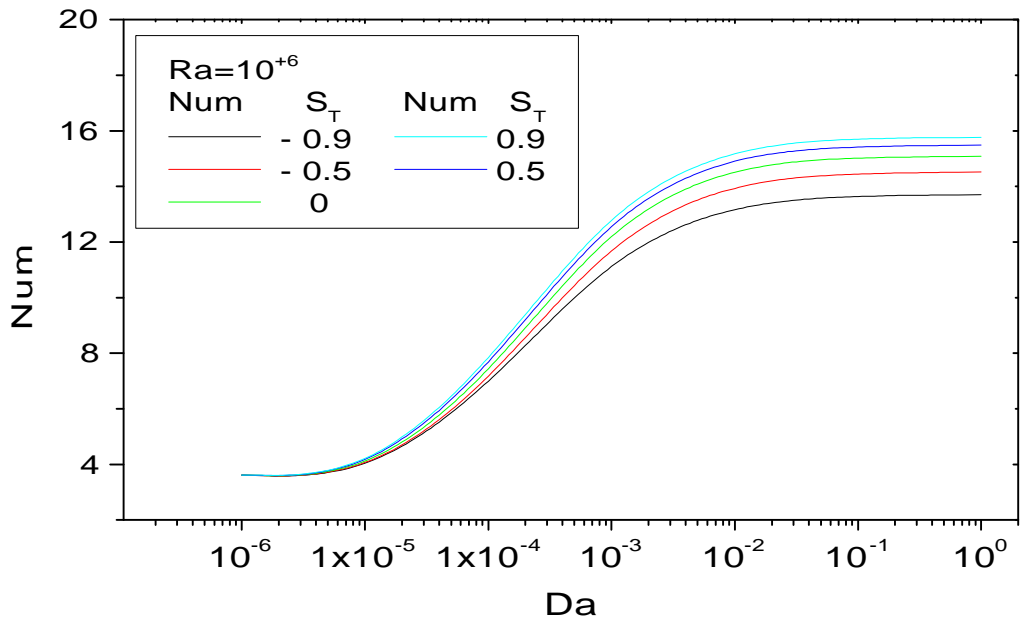
La figure **VII.27** présente l'effet de la thermo-diffusion pour l'échange thermique, lequel augmente avec l'augmentation de la valeur du coefficient de Soret. On constate ainsi que les valeurs négatives du coefficient de Soret sont celles qui présentent le moins de transfert thermique, les écarts étant les plus élevés pour des valeurs élevées du nombre de Darcy. On remarque, par ailleurs, que, pour les coefficients de Soret négatifs par rapport au cas sans effet Soret ( $S_T=0$ ), et pour des perméabilités élevées ( $Da>10^{-2}$ ), le transfert thermique diminue avec l'augmentation de  $|S_T|$  avec un taux plus important comparé à son taux relatif d'augmentation

pour les valeurs positives de ce coefficient. Tandis que pour les faibles valeurs du nombre de Darcy ( $Da < 10^{-3}$ ) les différentes courbes sont très proches les unes des autres, l'effet de la thermo-diffusion dans cette gamme du nombre de Darcy étant plus faible, du fait de la dominance de la conduction dans cette gamme de perméabilités. L'explication de cette augmentation du transfert thermique avec l'augmentation de la valeur  $S_T$  est la même que celle déjà avancée dans l'influence de l'effet Soret sur les variations en fonction du nombre de Rayleigh. En effet, l'augmentation de l'échange thermique avec l'augmentation de la valeur de  $S_T$  au sein de la cavité, dépend du sens de déplacement de la matière supplémentaire (Soluté) qui est contrôlé par le signe du coefficient de Soret (**Platten et al. [40]** et **Mojtabi et al. [48]**) qui transporte un flux énergétique supplémentaire que se soit en opposition ( $S_T < 0$ ) ou en accord ( $S_T > 0$ ) avec le flux thermique provoqué par la convection.

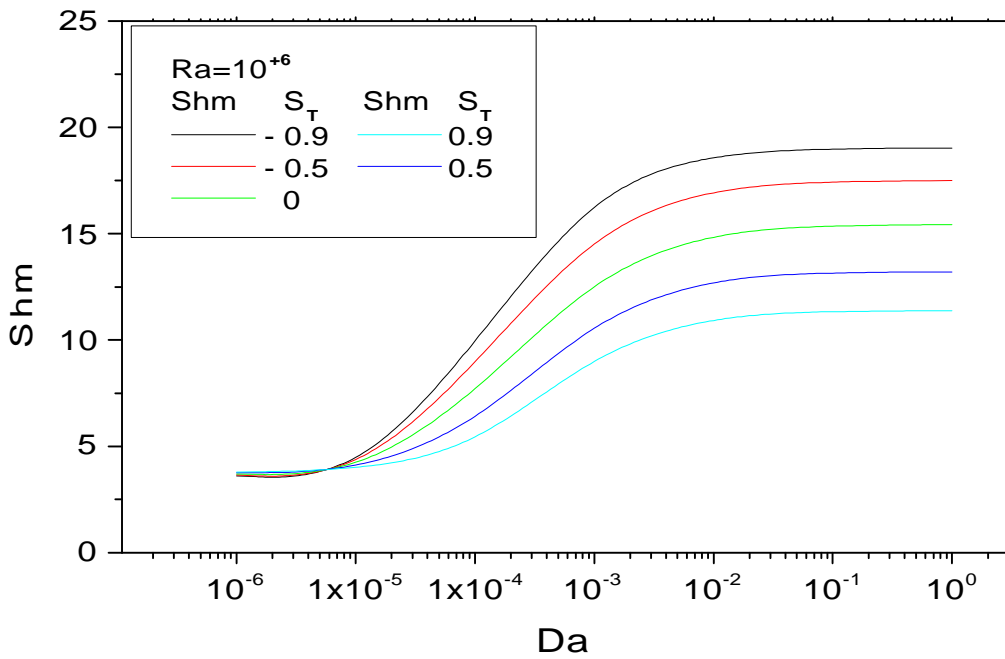
Concernant l'évolution des échanges massiques pour le cas où l'effet Soret est pris en considération, on remarque toujours que ce sont les valeurs négatives du coefficient  $S_T$  qui permettent d'accroître les échanges. Plus la valeur absolue de ce coefficient est élevée et plus les transferts sont accrus, par rapport au cas où ce coefficient prend la valeur nulle et des valeurs positives (**Fig.VII.28**).

La figure **VII.28** montre l'influence de la thermo-diffusion sur l'échange massique. Tandis que pour le transfert thermique (**Fig.VII.27**), l'effet de la thermo-diffusion apparaît à partir d'une valeur du nombre de Darcy de l'ordre de  $Da \geq 10^{-4}$ , et que l'écart entre les différentes courbes reste faible même avec l'augmentation de la perméabilité, pour le cas du transfert massique cet effet commence à apparaître plus rapidement, à partir de plus faibles valeurs du nombre de Darcy ( $Da \approx 10^{-5}$ ). L'influence de la thermo-diffusion est, de ce fait, plus forte sur les échanges massiques. Les écarts, dans ce cas, sont relativement plus importants et les courbes correspondant aux différentes valeurs du coefficient de Soret, s'éloignent les unes des autres au fur et à mesure que  $Da$  augmente, jusqu'à une valeur limite de ce nombre ( $Da \geq 10^{-2}$ ) à partir de laquelle la distance entre les courbes reste quasiment constante. Ce qui correspond au régime fluide pour lequel la convection est maximale.

L'explication concernant l'influence de la thermo-diffusion sur l'évolution de ces échanges avec la perméabilité peut rejoindre celle déjà avancée pour les variations en fonction du nombre de Rayleigh. Ainsi, le sens de migration de soluté et le déplacement de matière supplémentaire consécutif à la thermo-diffusion ajoutés aux conditions aux limites imposées aux parois de la cavité, influent conjointement sur le transport de la matière et sur les échanges thermiques au sein de l'enceinte.



**Fig. VII.27:** Evolution du coefficient de transfert thermique avec le nombre de Darcy pour différentes valeurs du coefficient du Soret ( $S_T$ )  
 $R_V=R_k=N=1$ ,  $Pr=10$ ,  $\varepsilon=0.98$ ,  $Le=1$  et  $Ra=10^{+6}$



**Fig. VII.28:** Evolution du coefficient de transfert massique avec le nombre de Darcy pour différentes valeurs du coefficient du Soret ( $S_T$ )  
 $R_V=R_k=N=1$ ,  $Pr=10$ ,  $\varepsilon=0.98$ ,  $Le=1$  et  $Ra=10^{+6}$

De ce fait, une étude comparative des différentes variations occasionnées par l'effet Soret sur les évolutions avec les nombres de Rayleigh et de Darcy à permis d'aboutir aux constatations et commentaires suivants:

- **Pour l'échange thermique :**

Les figures **VII.21**, **VII.22**, **VII.23** et **VII.27** montrent que l'influence de la thermo-diffusion est observée dans la deuxième zone ( $Ra \geq 10^{+5}$ ) de chaque figure. On a vu que l'échange thermique augmente avec l'augmentation de la valeur du coefficient de Soret et le taux d'augmentation d'échange thermique dépend de chaque valeur de ce coefficient. On constate aussi que le taux d'augmentation (pour  $S_T > 0$ ) ou de diminution (pour  $S_T < 0$ ) de l'échange thermique par rapport au cas où  $S_T = 0$  est influencé aussi bien par la perméabilité du milieu poreux que par le nombre de Rayleigh.

Pour une valeur élevée de la perméabilité ( $Da=1$ ) (**Fig.VII.23** et **Fig.VII.27**) et pour une valeur négative de  $S_T$  ( $S_T=-0.9$ ), le taux de diminution de l'échange thermique par rapport au cas où  $S_T=0$  est d'environ 11% à  $Ra = 10^{+7}$ , tandis qu'aux faibles valeurs du nombre de Darcy ( $10^{-4} \leq Da \leq 10^{-3}$ ), le taux de diminution est moins important. Il est d'environ 5%. Pour  $S_T = -0.5$ , le taux de diminution dépasse une valeur de 4% pour  $Da=1$  et  $Ra=10^{+7}$  et n'excède pas 3% pour des valeurs modérées du nombre de Darcy ( $10^{-4} \leq Da \leq 10^{-3}$ ). Les taux de diminution maximaux sont pour une perméabilité élevée ( $Da=1$ ) et une valeur du nombre de Rayleigh élevée ( $Ra=10^{+7}$ ). Dans le cas où  $S_T > 0$ , on observe une légère amélioration de l'échange thermique, pour une valeur du nombre de Darcy telle que  $10^{-3} \leq Da \leq 1$ . Ainsi, pour la valeur de  $S_T=0.5$ , une augmentation de l'échange thermique avec un taux d'environ 2.3% est observée, tandis que pour  $S_T=0.9$ , le taux d'augmentation est plus élevé (4%) et cela pour des valeurs du nombre de Rayleigh élevées ( $Ra \geq 10^{+6}$ ). Ce taux diminue pour les faibles valeurs de  $Ra$  et de  $Da$ . Enfin, pour des valeurs très faibles de la perméabilité ( $Da \leq 10^{-4}$ ) l'effet de la thermo-diffusion est négligeable même pour de grandes valeurs du nombre de Rayleigh.

- **Pour l'échange massique**

On remarque pour le transfert de masse (**Fig.VII.24**, **Fig.VII.26**, et **Fig.VII.28**), que l'effet de la thermo-diffusion est inversé par rapport à l'échange thermique. L'échange massique augmente avec la diminution de la valeur du coefficient de Soret et l'écart par rapport au cas sans effet Sorer ( $S_T=0$ ) est plus remarquable. On constate aussi que les courbes s'éloignent les unes des autres dès que la valeur du nombre de Rayleigh dépasse  $10^{+4}$ , marquant l'effet de la thermo-diffusion sur l'échange massique qui se manifeste à des valeurs plus modérées du nombre de Rayleigh que pour le transfert thermique, pour lequel l'effet de la thermo-diffusion se manifeste à des valeurs de  $Ra$  plus élevées ( $Ra > 10^{+5}$ ).

Le taux (d'augmentation **Ta** ou de diminution **Td**) de l'échange massique par rapport au cas sans effet Soret dépend de chaque valeur de  $S_T$ ,  $Da$  et  $Ra$ . Il évolue progressivement avec les nombres de Rayleigh et de Darcy comme suit: pour une valeur négative de  $S_T$  ( $S_T=-0.5$ ) le taux prend une valeur d'environ 5% pour une valeur de  $Ra=10^{+4}$  et atteint sa valeur maximale de 13.5% pour  $Ra = 10^{+6}$  et cela pour une perméabilité élevée ( $Da=1$ , **Fig.VII.26** et **Fig.VII.28**). Pour des valeurs élevées du nombre de Darcy ( $Da=1$ ) une augmentation importante du taux d'échange massique est observée pour  $S_T=-0.9$  où il atteint 23% à  $Ra=10^{+7}$ . Tandis que pour des valeurs positives de  $S_T$  la baisse du taux d'échange massique est aussi remarquable et elle peut atteindre 28% pour  $S_T=0.9$  à  $Ra=10^{+7}$  et  $Da=1$ , tandis que pour  $S_T=0.5$  il est de l'ordre de 16%.

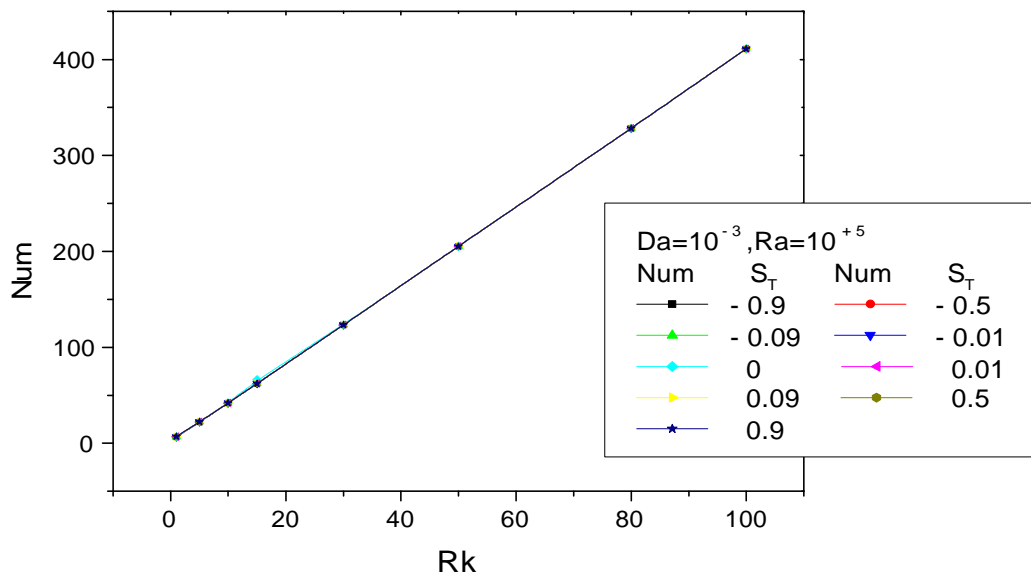
De même, une référence au signe conventionnel du coefficient de Soret (**Platten et al. [40]** et **Mojtabi et al. [48]**). Permet d'expliquer le sens de migration du soluté qui dépend fortement de ce signe. Ce qui permet d'émettre une éventuelle explication, à savoir que :

- Pour des valeurs positives du coefficient de Soret ( $S_T>0$ ) le soluté migre vers les régions froides dans le même sens de déplacement de la matière par diffusion massique. Ceci provoque un refroidissement du soluté qui devient plus lourd et se déplace, par conséquent, sous l'effet de la pesanteur, vers la paroi inférieure. Par la suite, la conjonction entre ce flux descendant et le flux massique ascendant dû aux conditions aux limites imposées sur la concentration, va mener à un ralentissement du transport massique au sein de la cavité.
- Pour  $S_T<0$ , on peut expliquer que l'échange massique soit plus élevé lorsque le coefficient de Soret est négatif ( $S_T< 0$ ) par rapport au cas où il prend des valeurs positives ( $S_T> 0$ ) par le fait que le transport de la matière supplémentaire occasionné par la thermo-diffusion va se faire des régions froides vers les régions chaudes. Ce flux massique va rencontrer le flux thermique en provenance des parois chaudes qui permet aux particules de solvant de devenir plus légères et d'amorcer un mouvement ascendant qui se fait dans le même sens de déplacement des quantités de masse transportées par convection. D'où un accroissement du flux massique.

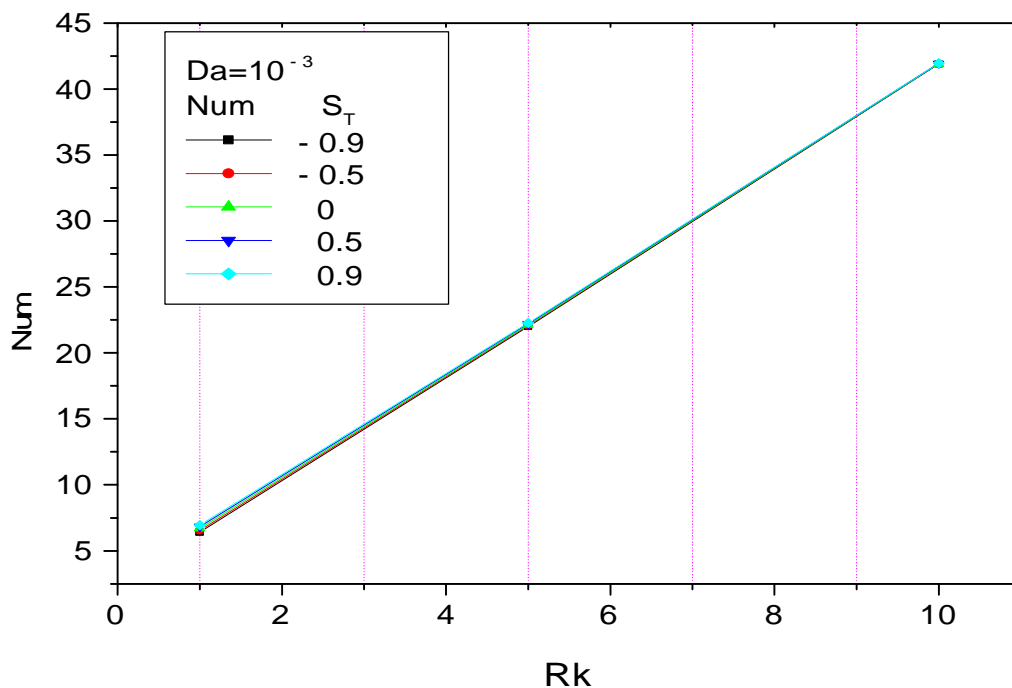
### **VII-2-3- Influence de l'effet Soret sur les variations en fonction du rapport des conductivités thermiques**

L'effet de la conductivité thermique  $R_k$  allié à celui de la thermo-diffusion est montré sur les figures **VII.29**, **VII.30**, **VII.31** et **VII.32**.

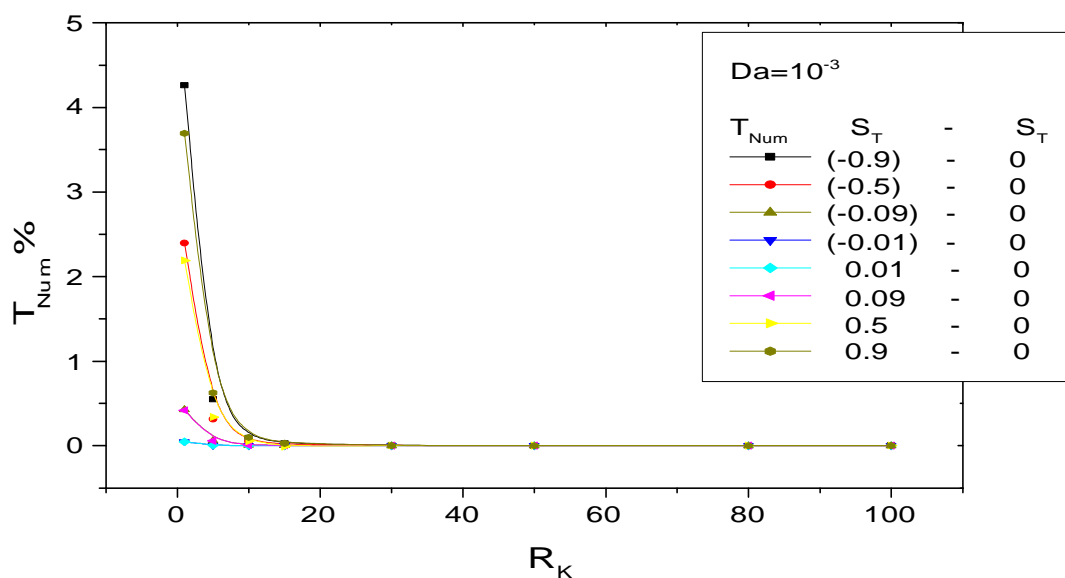
Pour le transfert thermique, on remarque dans les figures VII.29 et VII.30 que l'allure des courbes d'évolution de Num avec  $R_k$ , pour chaque valeur de  $S_T$ , ne subit aucun changement remarquable. Cette allure est croissante présentant une augmentation du transfert thermique provoquée par la dominance du mode de transfert par conduction dans la matrice solide aux grandes valeurs de  $R_k$ . Pour l'influence de l'effet Soret sur le transfert thermique, elle est visible seulement pour les valeurs modérées de  $R_k$  ( $R_k < 10$ ) (Fig.VII.31). Lorsque ce rapport augmente ( $R_k \geq 10$ ) les différentes courbes représentant le coefficient de transfert Num ont tendance à se confondre quelle que soit la valeur de  $S_T$ . En effet, c'est pour les valeurs modérées de  $R_k$  que les effets thermiques dans le fluide sont prédominants, d'où une meilleure sensibilité, même si elle reste minime, aux variations dans le mouvement du soluté qui est véhiculé par la phase fluide.



**Fig.VII.29:** Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du Rapport des conductivités thermiques pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $S_T$ )  
 $R_v=N=Le=1$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Ra=10^{+5}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$

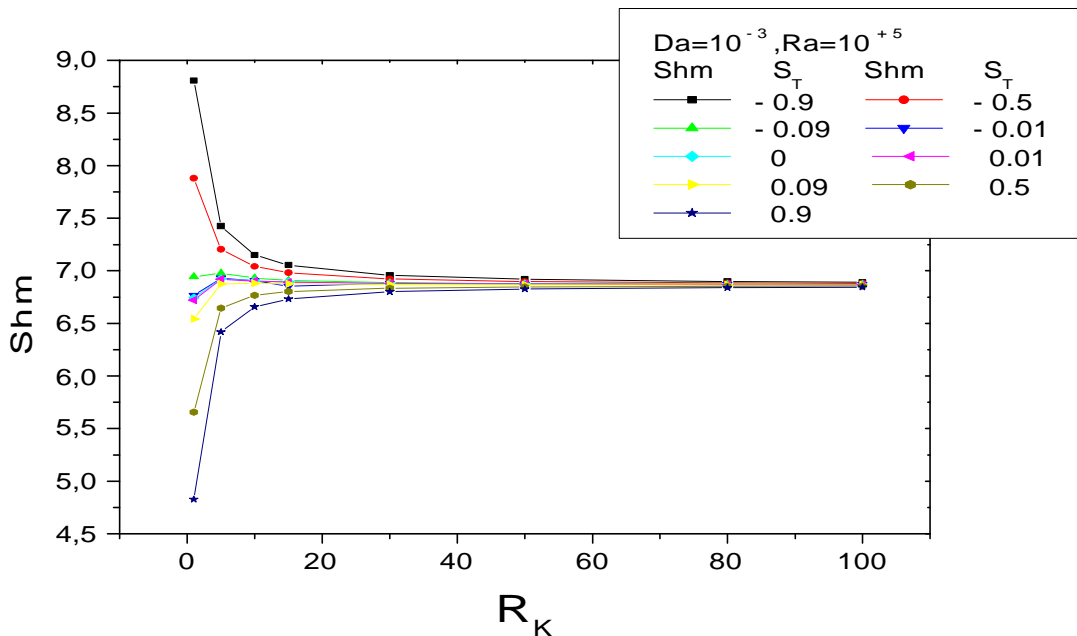


**Fig.VII.30:** Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du Rapport des conductivités thermiques pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $S_T$ )  
 $Rv=N=Le=1$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Ra=10^{+5}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$

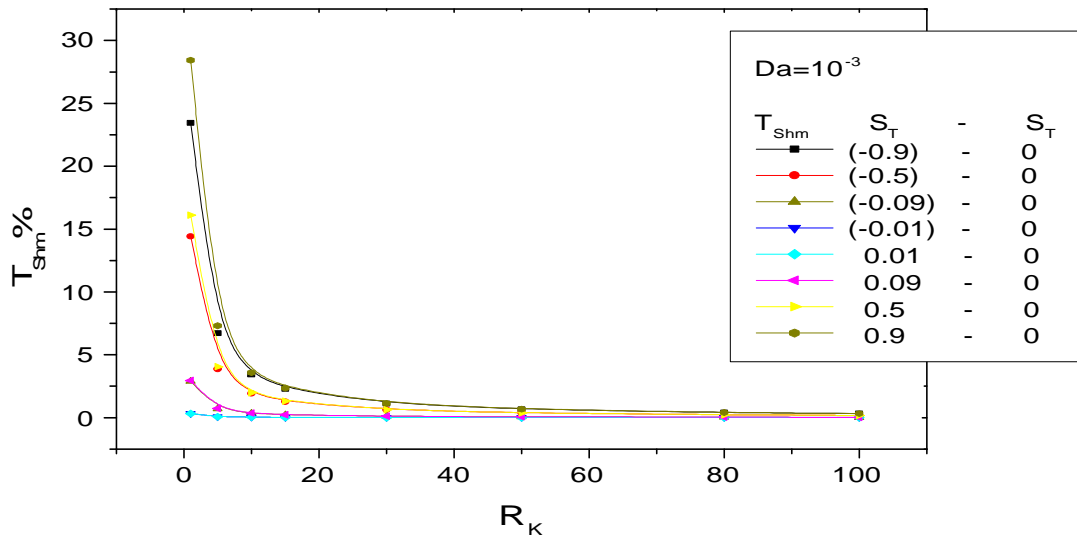


**Fig.VII.31** Variation du taux d'échange thermique en fonction du Rapport des conductivités thermiques pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $S_T$ )  
 $Rv=N=Le=1$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Ra=10^{+5}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$

Pour ce qui est des échanges massiques, d'après l'allure des différentes courbes de  $Sh_m$  représentées sur la figure **VII.32**, on remarque que pour la gamme de valeurs négatives de  $S_T$ , le transfert massique qui affiche les taux d'échange les plus élevés à perméabilités modérées, a tendance à diminuer au fur et à mesure que  $R_k$  augmente jusqu'à atteindre une valeur minimale correspondant à un rapport des conductivités de l'ordre  $R_k=80$  pour lequel le transfert ne subit plus de changement remarquable. Inversement, pour  $S_T>0$  le transfert de masse, initialement plus faible, pour les faibles valeurs du rapport des conductivités, augmente avec l'augmentation de  $R_k$  pour tendre vers la même valeur limite constante correspondant, en fait à celle obtenue dans le cas sans effet Soret. Ainsi, l'effet de la thermo-diffusion semble plus remarquable pour la plage de valeurs modérées de  $R_k$  ( $R_k \leq 30$ ). En effet, ces courbes décrivant le transfert de soluté s'éloignent de plus en plus les unes des autres au fur et à mesure que  $R_k$  diminue définissant ainsi un taux de variation du transfert de plus en plus élevé, notamment pour les grandes valeurs absolues de  $S_T$ . La figure **VII.33** illustre bien ces tendances et montre un taux de variation dû à l'effet de la thermo-diffusion qui tend vers zéro, quelle que soit la valeur du coefficient  $S_T$ , lorsque  $R_k$  devient trop élevé ( $R_k \geq 50$ ). Cette diminution des échanges massiques, peut être imputable à la dominance du mode de transfert par conduction par rapport au mode de transfert par convection, lorsque le rapport  $R_k$  est élevé.



**Fig.VII.32:** Variation du nombre de Sherwood moyen en fonction du Rapport des conductivités thermiques pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $S_T$ )  
 $R_v=N=Le=1, Da=10^{-3}, Ra=10^{+5}, Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$



**Fig.VII.33:** Variation du taux d'échange massique en fonction du rapport des conductivités thermiques pour différentes valeurs du coefficient de Soret ( $S_T$ )  
 $R_v=N=Le=1$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Ra=10^{+5}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$

Ainsi, quantitativement, les taux d'échange thermique, se situent dans la gamme de variations suivante : pour la valeur de  $S_T=0.9$  il est de 3.7% à  $R_k=1$ , puis il diminue au fur et à mesure que  $R_k$  augmente jusqu'à une valeur de 0.0035% à  $R_k=100$ , pour  $S_T=0.5$   $T_{Shm}=2.2\%$  à  $R_k=1$ . Pour des valeurs négatives de  $S_T$ , la variation de taux d'échange thermique est comme suit: pour  $S_T=-0.9$ ,  $T_{Shm}=4.26\%$  à  $R_k=1$  puis il diminue au fur et à mesure que  $R_k$  augmente et il prend une valeur de 2.4% à  $S_T=-0.5$ .

Par ailleurs, pour le transfert de masse, le taux d'échange est plus important, pour  $S_T=0.9$  puisqu'il est de l'ordre de 28% à  $R_k=1$ , puis il diminue avec l'augmentation de  $R_k$  jusqu'à atteindre une valeur quasi nulle ( $\approx 0.33\%$ ) à  $R_k=100$ . A  $S_T=0.5$ , ce taux est de l'ordre 16% à  $R_k=1$ . Pour des valeurs de  $S_T$  de plus en plus petites ( $|S_T| \approx 0$ ) ce taux tend vers zéro, les transferts sont minimaux et l'effet de la thermo-diffusion est négligeable, notamment pour  $R_k \geq 50$ .

#### VII-2-4- Influence de l'effet Soret sur les variations en fonction du rapport des forces de poussée

L'effet du rapport des forces de poussée  $N$  sur les échanges thermique et massique a été précédemment discuté dans la partie précédente (§VII-2-6). Dans ce qui suit nous allons introduire l'effet de la thermo-diffusion et son influence sur ces échanges pour différentes valeurs de  $N$ . Les figures VII.34, VII.35 VII.36 et VII.37 représentent l'évolution des nombres de Nusselt et de Sherwood avec  $N$  pour différentes valeurs de  $S_T$ .

Ainsi, la variation des nombres de Nusselt et de Sherwood avec  $N$  montre, d'une part, que les échanges thermique et massique augmentent pour des valeurs positives de  $N$  quels que soient la valeur et le signe du coefficient de Soret. Tandis que, pour des valeurs négatives de  $N$ , les échanges thermique et massique sont décroissants avec l'augmentation de  $N$  jusqu'à atteindre un minimum à une valeur critique de  $N$  ( $N_c$ ), qui dépend de la valeur de  $S_T$ . Pour l'échange massique (**Fig.VII.35** et **VII.37**), l'effet de la thermo-diffusion est globalement intéressant pour des valeurs positives élevées de  $N$ , pour lesquelles le taux de l'échange massique est élevé. On remarque aussi que la valeur la plus basse que peut atteindre le transfert qu'il soit thermique ou massique, est celle qui correspond toujours à  $S_T=0$  pour une valeur critique de  $N=-1$ , traduisant le fait que les forces de poussées s'annulent (égales et opposées). Par suite, cette valeur critique reste quasiment la même lorsque  $S_T$  est positif, tandis que l'effet de thermodiffusion semble décaler les minimas vers des valeurs plus faibles de  $N$ , lorsque  $S_T$  est négatif.

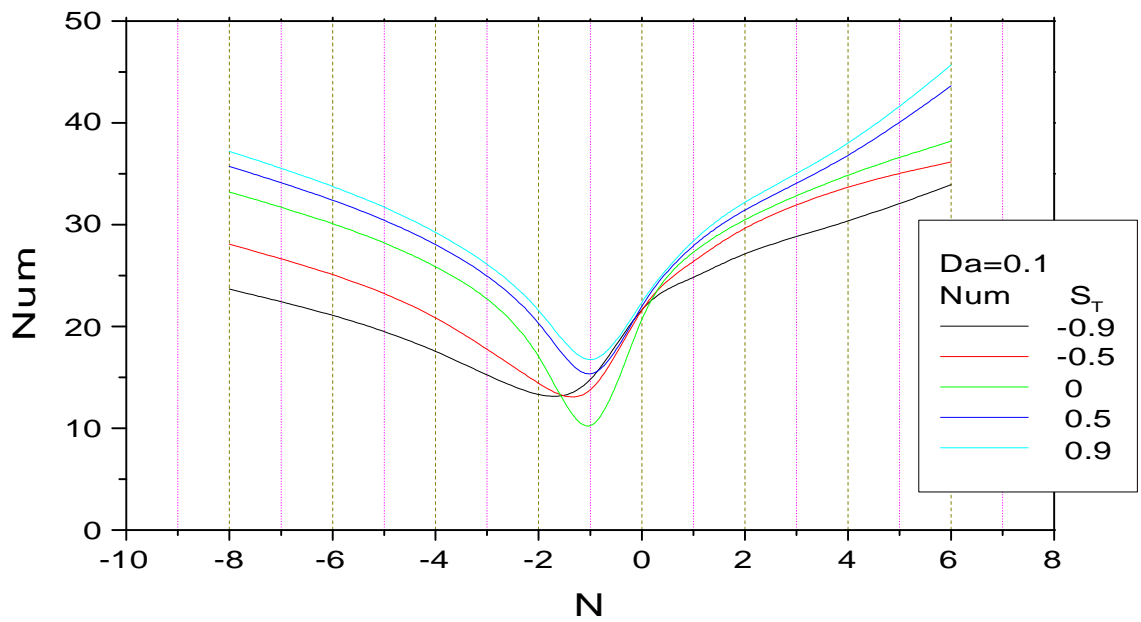
En effet, pour  $S_T$  positif, les mouvements de soluté sont ralentis alors que les échanges thermiques sont accrus, ce que devrait accroître également l'échange massique. Ceci va créer des effets qui vont, avoir tendance à se neutraliser. Par contre, lorsque  $S_T$  est négatif, le transfert de soluté est relativement plus important que pour  $S_T=0$ . De ce fait, à la valeur  $N=-1$  qui correspond au minimum de transfert pour  $S_T=0$ , il existera un transfert additionnel dû à l'apport de l'effet Soret. Le minimum de transfert se trouve ainsi décalé vers des valeurs critiques de  $N$  plus faibles ( $N_c \approx -1.5$ ). Ce qui veut dire que pour créer des conditions d'échange minimal, il faudra augmenter les forces de déséquilibre d'origine massique ou, au contraire, diminuer le déséquilibre d'origine thermique.

Ainsi, pour un groupe de variables considérées ( $Ra$ ,  $Da$ ,  $R_k$ ,  $R_v$ ,  $Le$ , et  $\epsilon$ ) fixé, les deux coefficients d'échange ne sont pas les mêmes à cause du terme supplémentaire (terme de Soret) qui apparaît dans l'équation de conservation des espèces chimiques. En effet, les deux équations de conservation de l'énergie et de la matière ne sont plus identiques et le terme qui désigne le rapport des poussées d'Archimède dans l'équation de quantité de mouvement ne tend pas vers zéro pour la valeur de  $N=-1$ . Par conséquent le minimum de transfert, pour le cas avec effet Soret, n'est plus le même pour les valeurs du groupe de variables considérées. Et puisque, dans le cas où l'effet Soret est pris en considération, les taux de transferts massique, pour des valeurs négatives de  $S_T$ , sont plus importants que pour  $S_T > 0$  (**Fig.VII.34** et **Fig.VII.35**), le minimum de transfert thermique est moins influencé par rapport au minimum de transfert massique. De ce fait, pour des valeurs de  $S_T$  négatives le minimum de transfert est plus visible.

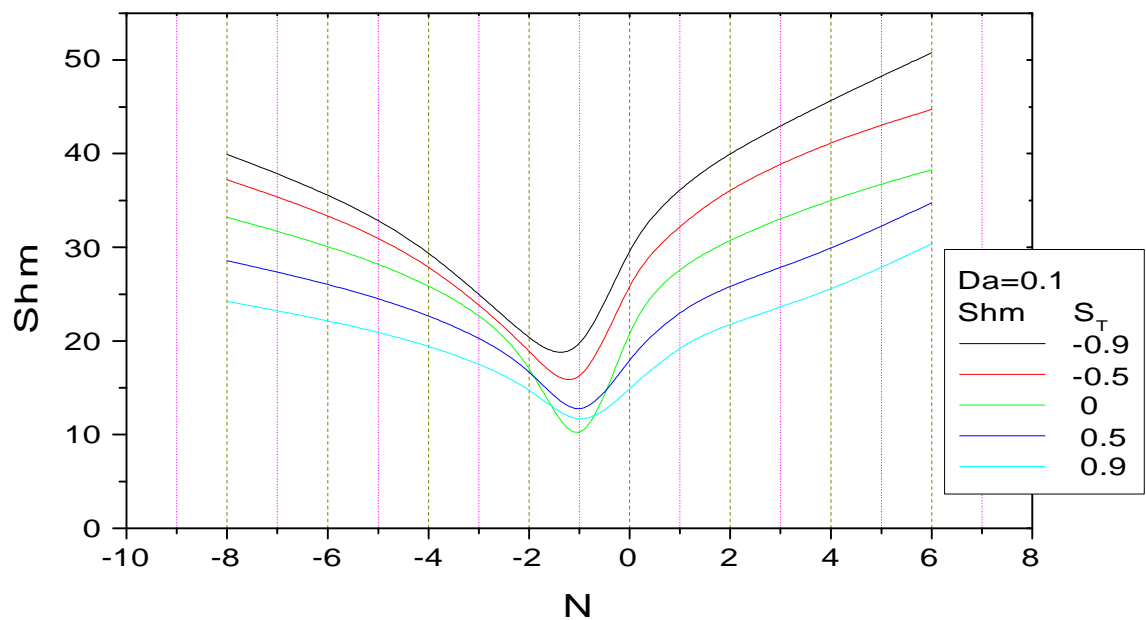
Pour l'échange thermique (**Fig.VII.34**), le taux de variation du transfert est élevé pour des valeurs de  $N < N_c$  et il atteint son maximum pour des valeurs négatives de  $S_T$ . Ainsi, pour  $S_T = -0.9$ , ce taux commence à augmenter avec la diminution de  $N$  puis il atteint une valeur de l'ordre de 30% pour  $N \leq -4$ . Pour  $S_T = -0.5$ , le taux augmente rapidement avec la diminution de  $N$  pour atteindre une valeur de l'ordre de 16% à la valeur  $N = -4$  à partir de laquelle il reste pratiquement constant au cours de la diminution de  $N$ . Pour des valeurs positives du coefficient de Soret ( $S_T = 0.5$  et  $S_T = 0.9$ ), le taux d'augmentation de l'échange thermique avec  $|N|$  est faible. En effet, pour  $S_T = +0.9$ , le taux est de l'ordre 13% à  $N = 6$  et pour  $S_T = +0.5$ , il est de l'ordre de 10% à  $N = 6$ .

En ce qui concerne l'échange massique (**Fig.VII.35**), les taux de variation du transfert, pour des valeurs de  $N > 0$ , sont relativement plus importants que pour les échanges thermiques. Néanmoins, à l'instar de ces derniers, ils sont croissants avec l'augmentation de  $N$ , avec une tendance à atteindre une valeur limite quasiment constante à partir d'une certaine valeur de  $N$ . Ainsi, lorsque  $S_T = -0.9$ , le taux est de l'ordre de 17% pour  $N < -4$ . Pour  $S_T = -0.5$ , le taux augmente rapidement avec la diminution de  $N$  pour atteindre une valeur limite de l'ordre de 10% pour  $N < -4$ .

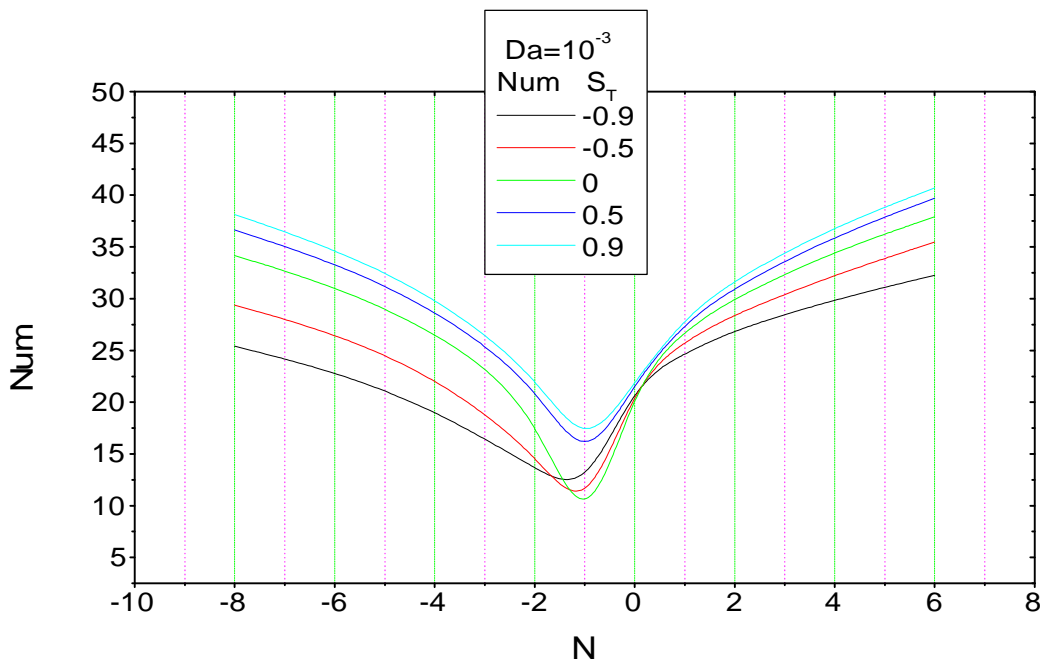
Pour des valeurs positives de  $S_T$ , le taux de diminution de l'échange massique pour  $N < -2$  est plus important que le taux de d'augmentation de l'échange massique pour des valeurs négatives de  $S_T$ . pour  $N < -4$ , par exemple, le taux de variation est de l'ordre de 27% avec  $S_T = 0.9$ , et de l'ordre de 14% lorsque  $S_T = 0.5$ . Pour  $N > 0$ , c'est le taux d'augmentation relatif aux valeurs négatives du coefficient de Soret qui est le plus important pour toutes les valeurs de  $S_T$  dans tous les cas.



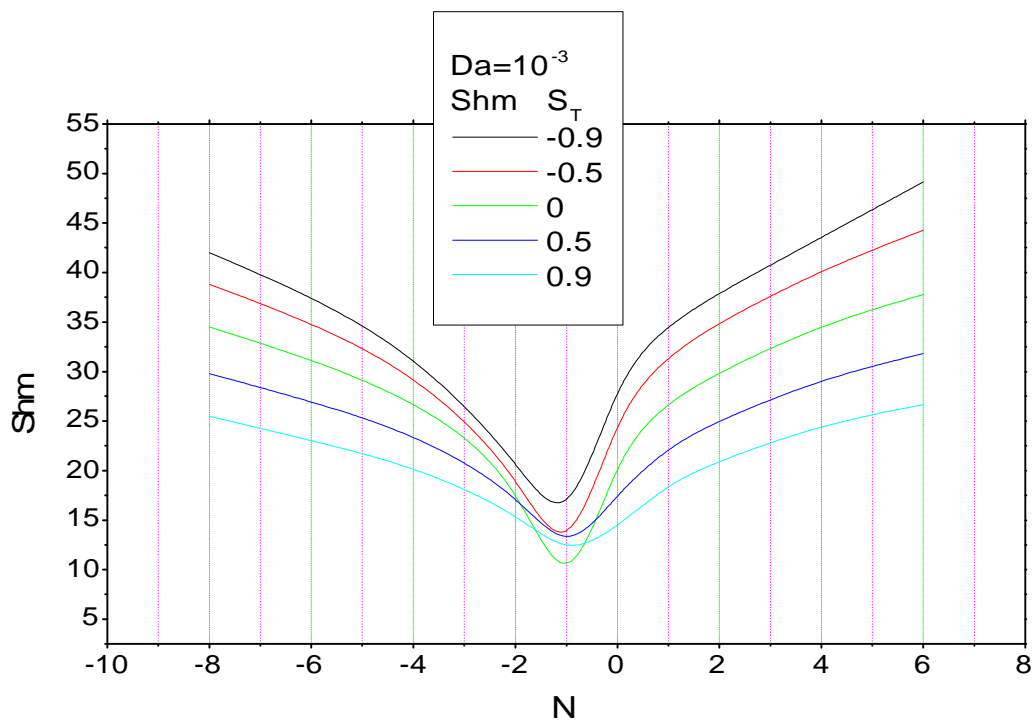
**Fig.VII.34** : Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport des forces de poussée pour différentes valeurs du coefficient de Soret  
 $R_k=R_v=Le=1$ ,  $Da=10^{-1}$ ,  $Ra=10^{+7}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$



**Fig.VII.35** : Evolution du nombre de Sherwood moyen en fonction du rapport des forces de poussée pour différentes valeurs du coefficient de Soret  
 $R_k=R_v=Le=1$ ,  $Da=10^{-1}$ ,  $Ra=10^{+7}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$



**Fig.VII.36** : Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport des forces de poussée pour différentes valeurs du coefficient de Soret  
 $R_k=R_v=Le=1$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Ra=10^{+7}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$



**Fig.VII.37** : Evolution du nombre de Sherwood moyen en fonction du rapport des forces de poussée pour différentes valeurs du coefficient de Soret  
 $R_k=R_v=Le=1$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $Ra=10^{+7}$ ,  $Pr=10$  et  $\varepsilon=0.98$

**Conclusion**

Les résultats issus de cette étude ainsi que ceux des autres travaux concernant l'influence de la thermo-diffusion sur les échanges thermique et massique ont été discutés sur la base des principaux éléments suivants:

- L'effet des différents paramètres thermodynamiques.
- les conditions aux limites imposées sur chaque paroi de la cavité
- l'effet de la thermo-diffusion (valeurs et signe du coefficient de Soret) sur les transferts thermiques et le transport de masse (de soluté).

Il apparaît, de ce fait que :

- ❖ La valeur ainsi que le signe du coefficient de Soret ont une influence sur les échanges thermique et massique. Pour des valeurs positives du coefficient de Soret ( $S_T > 0$ ), l'échange thermique est légèrement plus élevé que dans le cas où cet effet n'est pas pris en considération ( $S_T = 0$ ), tandis que l'échange massique est plus important dans le cas où  $S_T = 0$ . Un effet inverse est remarqué dans le cas où le coefficient de Soret prend des valeurs négatives ( $S_T < 0$ ). En effet, l'échange massique est, dans ce cas, plus important par rapport au cas où cet effet est négligé ( $S_T = 0$ ) tandis que le transfert thermique présente une diminution de la valeur de son coefficient d'échange par rapport au cas sans effet Soret, pour  $S_T < 0$ .
- ❖ L'influence des nombres de Darcy et de Rayleigh et du rapport des conductivités thermiques peut être résumée comme suit :
  1. l'augmentation de ces deux nombres favorise l'échange thermique dans le cas où l'effet Soret est pris en considération avec un signe positif de son coefficient. Dans le cas contraire (valeurs négatives de  $S_T$ ), la diminution de l'échange est observée avec un taux de diminution d'autant plus élevé que  $|S_T|$  est élevée.
  2. pour le transfert massique, c'est l'inverse qui se produit, dans la mesure où les échanges sont favorisés lorsque le coefficient de Soret est négatif.
  3. l'augmentation de l'échange thermique avec l'augmentation de  $R_k$  est due essentiellement à la dominance du mode de transfert par conduction par rapport au mode de transfert par convection, avec l'augmentation de  $R_k$ .
  4. pour l'échange massique, l'effet du rapport des conductivités thermiques est pratiquement négligeable.

## Conclusion générale

L'importance des milieux poreux dans les phénomènes et processus industriels et technologiques est aujourd'hui bien démontrée. Cependant et malgré la montée en puissance des moyens d'étude, des lacunes subsistent encore sur le plan des connaissances fondamentales, principalement la compréhension des phénomènes de transfert de chaleur et de masse souvent en convection naturelle dans des applications telles que la migration des fluides dans les gisements pétroliers, le stockage des déchets chimiques, alimentaires et radioactifs ou le transfert des polluants dans les nappes aquifères, entre autres.

La contribution apportée par le présent travail consiste à analyser les effets des caractéristiques d'une matrice poreuse et du fluide binaire qu'elle contient, ainsi que l'influence de la thermo-diffusion (effet Soret) sur les échanges thermiques et massiques se produisant dans une enceinte soumise à des conditions aux limites particulières de température et de concentration en soluté.

Des résultats sont présentés en mettant en évidence l'influence des différents paramètres déterminants traduits sous forme de groupements adimensionnels gouvernant le système, et qui sont : les nombres de Rayleigh, de Lewis et de Darcy, le rapport des forces de poussée et le coefficient de Soret  $S_T$ . Les différents résultats sont traduits sous forme de courbes de variation des coefficients de transfert thermique (nombre de Nusselt moyen) et de transfert massique (nombre de Sherwood moyen), qui sont commentés et discutés en fonction de ces différents paramètres. Ils sont, par ailleurs, appuyés par une représentation des allures des lignes isovaleurs relatives aux champs dynamique, thermique et de concentration. Les lignes de courant, isothermes et isoconcentrations et sont ainsi tracées et présentées afin de donner une image plus précise sur l'évolution, dans la cavité, des différents champs en présence.

L'influence des nombres de Rayleigh et de Darcy sur les transferts thermique et solutal a ainsi été étudiée. Il apparaît que l'augmentation du nombre de Rayleigh favorise l'accroissement des transferts massique et thermique. Il est de ce fait remarqué que les transferts sont importants et convectifs à des nombres de Rayleigh élevées, et diffusifs et conductifs, notamment à faible perméabilité, pour les faibles nombres de Rayleigh. Lorsque la perméabilité est suffisamment importante,  $Da > 10^{-2}$  dans le cas présent, les échanges tendent vers une valeur limite supérieure constante quelle que soit la valeur du nombre de Rayleigh; celle-ci correspond au cas où les caractéristiques du milieu poreux s'approchent de celles d'un fluide, d'où un comportement et une réponse proches de ceux du régime fluide. Au contraire,

lorsque la perméabilité diminue, les valeurs des nombres de Nusselt et de Sherwood deviennent décroissantes, les effets convectifs, qu'ils soient thermiques ou massiques, devenant, dans ce cas, de plus en plus réduits.

L'évolution des échanges en fonction du nombre de Lewis, montre que le transfert massique augmente avec l'augmentation de ce paramètre, notamment pour le cas des perméabilités élevées. Néanmoins, les variations ont tendance à s'amoinrir pour les valeurs faibles du nombre de Darcy et la variation la plus importante en fonction de ce nombre de Lewis correspond au cas limite du milieu fluide. Par contre, pour le transfert de chaleur, les échanges semblent très peu sensibles à la variation du nombre de Lewis, tout en présentant une variation plus ou moins croissante avec l'augmentation de la perméabilité qui favorise dans ce cas les effets convectifs. En fait, à partir d'une certaine valeur du nombre de Lewis ( $Le=20$ , pour ce cas), les variations deviennent quasi nulles, même à perméabilité élevée. Enfin, on peut observer que la valeur unitaire du nombre de Lewis ( $Le=1$ ), marque bien la similitude entre le transfert de masse et celui de chaleur à cette valeur.

L'étude des évolutions en fonction du rapport des conductivités thermiques  $R_k$  montre que les échanges massiques sont très peu sensible à la variation de  $R_k$ , On remarque l'existence d'un léger maximum de transfert massique à  $R_k \approx 7$ , puis, avec l'augmentation de  $R_k$ , l'allure de la courbe de transfert reste de plus en plus invariante et tend vers une valeur constante. Par contre, l'augmentation du transfert thermique avec  $R_k$  apparaît clairement sur l'allure croissante des différentes courbes présentant l'effet de ce rapport sur l'échange thermique. Chose qui peut s'expliquer par le fait qu'un accroissement de  $R_k = \frac{k_{eff}}{k_f}$  équivaut à un accroissement relatif de conductivité de la matrice solide par rapport au fluide. D'où une dominance et une importance relative des effets conductifs par rapport aux effets convectifs aux grandes valeurs de  $R_k$ .

Pour la valeur unitaire de  $R_k$  ( $R_k=1$ ), la valeur du nombre de Sherwood moyen est quasiment la même que celle du nombre de Nusselt moyen ( $Num \approx Shm$ ). Vu l'affinité des deux équations de conservation de l'énergie et de l'espèce chimique, pour le groupe de paramètres considérés ( $N=Le=Rv=1$  et  $\varepsilon = 0.98 \approx 1$ ), qui traduit bien la similitude entre les deux types de transfert à cette valeur de  $R_k$ .

Dans l'évolution des transferts thermique et massique avec le rapport des forces de poussée  $N$  qui exprime le rapport des forces thermiques et des forces solutales, il apparaît que les valeurs de  $|N| > 1$  favorisent les transferts de masse et de chaleur, et les transferts sont plus importants pour des valeurs positives de  $N$  (cas coopérant où les deux forces d'origine

thermique et solutale agissent dans le même sens et où les effets combinés de convection thermique et massique sont amplifiés). Inversement, pour des valeurs négatives de  $N$  (cas où les deux forces thermique et solutale sont en opposition) il apparaît une atténuation de la thermoconvection. Néanmoins, les différentes valeurs obtenues confirment clairement que l'augmentation des valeurs des nombres de Darcy et Rayleigh favorise l'évolution des transferts thermique et massique.

Une observation de l'allure des évolutions montre l'existence d'une valeur particulière de ce rapport ( $N=-1$ ) pour laquelle les différentes courbes présentent un minimum de transfert. Cette limite correspond au cas où les forces de poussée thermique et massique sont égales et de sens opposé et pour lequel les échanges s'effectuent essentiellement par la diffusion.

Il apparaît également que les conditions aux limites imposées sur chaque paroi de la cavité influencent considérablement l'évolution des transferts thermique et massique. En effet, le déséquilibre créé par les gradients thermique et massique supplémentaires imposés sur la paroi inférieure, joue un rôle non négligeable, d'autant qu'il n'est pas symétrique (valeurs imposées en bas égales à celles d'une des parois verticales, et supérieures à celles imposées sur l'autre paroi). Ceci concentre les forts gradients plutôt du côté de la jonction paroi horizontale chaude/paroi verticale froide.

L'influence du coefficient de Soret sur l'évolution des échanges thermique et massique, a également permis de dégager certaines conclusions qui ne manquent pas d'intérêt. Il apparaît d'après les résultats, dans le cas de cette cavité totalement poreuse, que l'allure globale des courbes d'évolution ne change pas par rapport au cas sans effet Soret. Néanmoins, si aux faibles valeurs du coefficient de Soret, l'influence de la thermo-diffusion est négligeable, pour des valeurs plus élevées, l'effet de cette dernière est bien visible. Le signe conventionnel du coefficient de Soret (**Platten et al. [40]** et **Mojtabi et al. [48]**) semble aussi avoir un impact sur les transferts thermique et massique. D'une manière globale, l'étude a permis les constatations et les conclusions suivantes :

Pour le transfert massique, il a été mis en évidence le fait que la prise en compte de l'effet Soret conduit à une augmentation des échanges lorsque le signe du coefficient de Soret est négatif. L'effet est inversé pour des valeurs positives de ce coefficient. En fait, comme cela a été développé lors de l'étude, il apparaît clairement que c'est à la fois ce signe et les conditions aux limites imposées qui permettent d'expliquer l'effet de la thermo-diffusion sur l'échange massique au sein de la cavité.

Pour le transfert de chaleur, il apparaît que l'augmentation de la valeur du coefficient de Soret  $S_T$  favorise les échanges thermiques, mais contrairement aux échanges massiques, ses

transferts sont améliorés pour des valeurs positives de  $S_T$ , chose qui est également expliquée, dans les commentaires développés lors de l'étude, par l'effet combiné du signe du coefficient et des conditions aux limites choisies.

Pour conclure, on peut dire que la prise en compte de l'effet Soret, ou effet de thermodiffusion, peut s'avérer avantageuse dans certains cas de fonctionnement et, pour obtenir une bonne amélioration des transferts de chaleur et notamment de masse, il faudra faire un choix judicieux à la fois des conditions aux limites à imposer et de la combinaison des plages de variations des différents paramètres gouvernant le système.

Comme perspective, nous pensons qu'il serait judicieux, entre autres, d'explorer le régime instationnaire, notamment pour les applications telles que la filtration ou la séparation d'espèces. Une variation des conditions aux limites sur les parois de la cavité pourrait également être envisagée, puisqu'il apparaît que ces dernières peuvent jouer un rôle déterminant dans le sens et l'intensité des transferts thermoconvectifs.

## Références Bibliographiques

- [1] Lûdwig, C.: "Diffusion zwischen ungleich erwärmten Orten gleich Zusammengesetz Losungen", Akad. Wiss. Wein, Math Naturwiss, 20, p. 359 (1856) (reprise dans la référence [23]).
- [2] Soret, Ch.: "Sur l'état d'équilibre que prend, du point de vue de sa concentration, une dissolution saline primitivement homogène, dont deux parties sont portées à des températures différentes", Arch. Sci. Phys. Nat. Genève 2, p. 48-61 (1879).
- [3] Costesèque, P.: "Sur la migration sélective des isotopes et des éléments par thermodiffusion dans les solutions. Application de l'effet thermogravitationnel en milieu poreux; observation expérimentale et conséquences géochimiques", Thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier, Toulouse, France (1982).
- [4] Wiegand, S. and Köhler, W.: "Thermal Non-Equil. Phenom. in Fluid Mixtures", LNP584, Springer, pp. 181-210 (2001).
- [5] Van Vaerenbergh and al.: Adv. Space Res., 16, n°8, pp. 69-81, 1995 (reprise dans la référence [14]).
- [6] Costesèque, P. et Rivière, E.: " Sur la diffusion thermo-gravitationnelle en milieu poreux dans une huile naturelle", C. R. Acad. Sci. Paris, 315, p. 179-185 (199)
- [7] Bou-Ali, M.M., Ecenarro, O., Madariaga, J.A., Santamaria, C.M. and Valencia, J.J., J. Phys.: Condens. Matter, 10, p. 3321 (1998) (reprise dans la référence [14]).
- [8] Lorenz, M. and Emery, A.H., Chem. Eng. Science, 11, p. 16-23 (1959) (reprise dans la référence [14]).
- [9] Platten, J.K. et al., Phil. Mag, (2003) (reprise dans la référence [14]).
- [10] Legros, J.C. and Van Vaerenbergh, S.: "Soret coefficients of organic solutions measured in microgravity SCM (Soret Coefficient Measurement) experiment and by the flow and Bénard cells", J. Phys. Chem. B, Vol. 102, American Chemical Society (1998).
- [11] Paszkuta, M.: " Phénomènes de transport couplés dans les argiles du Callovo-Oxfordien", Thèse de Doctorat, Laboratoire des Milieux Poreux et Fracturés, Institut de Physique du Globe de Paris, France (17 juin 2005).
- [12] Colombani J., Dez, H., Bert, J. and Dupuy-Philon, J.: "Hydrodynamic instabilities and Soret effect in an aqueous electrolyte", Physical Review E, 58, p.3202-3208 (1998).
- [13] Rondot, S., Abouti, O., Baudart, P., Erre, D. Mérienne, E. and Patat, J.M.: "Determination of Soret coefficient and heat of transport in a binary liquid mixture using X-ray microscopy", Eur. Phys. J. Applied Physics, 17, p.75-80 (2002).

- [14] Platten, J.K., Costesèque, P. et Pollak, T.: "Méthode de mesure comparée des coefficients de diffusion et de Soret en milieu poreux et en milieu libre à partir des cinétiques respectives de thermo-diffusion à l'état transitoire. Evaluation du coefficient de tortuosité effectif du garnissage poreux", 6<sup>ème</sup> Journées Milieu poreux, Toulouse (12-13 Novembre 2003).
- [15] Bierlein, J.A. and Chem, J. Physics, 23, p. 10-14, 1955 (reprise dans la référence [14]).
- [16] Nield, D. A.: "Onset of thermohaline convection in a porous medium", Water Resour, Res. 4, pp. 553-560 (1968).
- [17] Taunton, J. W., Lightfoot, E.N. and green, T. F.: "Thermohaline instability and salt fingers in porous medium", Phys. Fluids, Vol. 15 pp. 748-753 (1972).
- [18] Trevisan, O. and Bejan, A.: "Heat and mass transfer by high Rayleigh number convection in a porous medium heated from below", Int. J. Heat mass transfer", Vol. 30, pp. 2341-2356 (1987).
- [19] Rosenberg, N. D. and Spera, J. F.: "Thermohaline convection in a porous medium heated from below", Int. J Heat mass transfer, Vol. 35, pp. 1261-1273 (1992).
- [20] Travisant, O. and A. Bejan, A.: "Natural convection with combined heat and mass transfer buoyancy effects in a porous medium", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, pp. 1597-1611 (1985).
- [21] Tobbal, A.: "Contribution à l'étude de la convection thermosolutale dans les milieux anisotropes et multicouches", Thèse de Doctorat, Int. Génie Civil, Université Cergy-Pontoise, France (1999).
- [22] Bourich, M., Hasnaoui, M. and Amahmid, A.: "A scale analysis of thermosolutal convection in saturated porous enclosure submitted to vertical temperature and horizontal concentration gradients", Energy conversion and Management 45 (2004) 2795-2811.
- [23] Joly, F., Labrosse, G. et Vasseur, P.: "Solution multiples en convection thermique de fluide binaire", Ecole Polytechnique de Montreal, (2002)
- [24] Nuculae, A., Goyeau, B. et Gobin, D.: "Ecoulements et transferts par convection thermosolutale dans une couche partiellement poreuse", 6<sup>o</sup> Journées d'Etude sur les Milieux Poreux. Toulouse, (12-13 Novembre 2003).
- [25] Rahli, O.: "Convection naturelle thermosolutale dans une cavité divisée par une cloison poreuse", Thèse de Magister, USTHB, Alger (2003.)
- [26] Hasnaoui, M. Lamsaad, M. Naimi, M. et Elbouadili, A.: "Convection naturelle au sein d'une couche fluide inclinée, cas des fluides a grand nombre de Prandtl", (2003)
- [27] Mamou, M., Vasseur, P., Bilgen, E. and Gobin, D.: "Double diffusion convection in a shallow porous layer", Proc. 10<sup>th</sup> Heat Transfer Conference (1994).

- [28] Lin, T.F., Huang, C.C. and Chang, T. S.: "Transient binary mixture natural convection in square enclosures", *Inst. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33 pp. 287-299 (1990).
- [29] Lin, T. F.: "Unsteady natural convection heat and mass transfer in saturated porous enclosure", *Warme-und Stoffubertragung*, Vol. 28, pp. 49-56 (1993).
- [30] Travisan, O. and Bejan, A.: "Combined with heat and mass transfer by natural convection in a vertical enclosure", *Inst. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 109 pp. 104-112 (1992).
- [31] Alavyoon, F.: "On natural convection in vertical porous enclosures due to prescribed of heat and mass at the vertical boundaries", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36 pp.2479-2498 (1993).
- [32] Alavyoon, F., Masuda, Y. and Kipuiria, S.: "On natural convection in vertical porous enclosure due to opposing flues of heat and mass at the vertical walls", *Inst. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37 pp. 195-06 (1994).
- [33] M. Mamou, M., Vasseur, P. and Bilgen, E.: "Multiple solutions for double–diffusive convection in a vertical porous enclosure", *Int. J. Heat Mass transfer*, Vol. 32, pp. 115-1798 (1995).
- [34] Rudraiah, N., Srimani, P. K. and Freidrich, R.: "Finite amplitude convection in a two-components fluid-porous layer", *Inst. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 25 pp.715-722 (1982).  
1998.
- [35] Mharzi, M., Dagenet, M. and Daoudi, S.: "Thermosolutal natural convection in a vertically layered fluid-porous medium heated from the side", *Energy Conversion and Management* vol. 41 p.1065-1090 (2000).
- [36] Joly, F., Labrosse, G. et Vasseur, P.: "Etude analytique et numérique de l'influence de l'effet Soret sur la convection thermique en cavité allongée", *Rapport; Ecole Polytechnique de Montréal* (2000).
- [37] Englhardt, G. R., Lvov, S. N. and Macdonald, D. D.: "Importance of thermal diffusion in high temperature electrochemical cells", *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 429, p. 193-201 (1997).
- [38] Fargue D., Goblet, P., et Jamet, P.: "Etude sous l'angle thermodynamique des processus de transfert potentiels non dominants des radio-nucléides dans la géosphère", *Ecole Nationale Supérieure des mines de Paris, Centre d'Informatique Géologique. Final Rept. LHM/RD/89/5* (1989).
- [39] Jamet, Ph., Fargue, D., Costesèque, P., De Marsily, G. and Cernes, A.: "The thermogravitational effect in porous media: a modeling approach", *Transport in Porous Media*, 9, p. 223-240 (1992).

- [40] Bou Ali, M.M., Platten, J.K., Madariaga, J.M and Santamaria, C.M.: "Soret effect convective coupling and instabilities in thermogravitational columns", 4<sup>th</sup> International Conference on Heat transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, Cairo, Egypt, P.N. BMI (2005).
- [41] Bonet, J et Nieto, C.: "Thermo-diffusion en phase condensée", lcp. u-psud 22/ 05/ 2005.
- [42] Bou-ali, M.M. et Platten, J.K.: "Effet Soret, couplage convectif et instabilités", 6<sup>ème</sup> Congrès de Mécanique, FST Tanger, Maroc (15-18 Avril 2003).
- [43] Lakhali, A., Bennacer.R. et Beji, H.: "Influence de l'effet de Soret sur la séparation des constituants un espace annulaire" 12<sup>ème</sup> Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc (15-17 Novembre 2005).
- [44] Traoré, PH. And Mojtabi, A.: "Analyse de l'effet Soret en convection thermosolutale", Entropie, N° 184/185, pp. 32-37 (1994).
- [45] Er-Raki, M. Hasnaoui, M. et Amahmid, A.: "Etude de la convection thermosolutale en régime de couche limite dans une cavité poreuse verticale en présence de l'effet Soret", 12<sup>èmes</sup> Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc, (15-17 Novembre 2005).
- [46] Marcoux, M. et Charrier-Mojtab, M. C.: "Etude paramétrique de la thermogravitation en milieu poreux", Mécanique des fluides, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 326, Série II b, p. 539-546 (1998).
- [47] Mansour, A., Amahmid, A. et Hasnaoui, M.: "Effet Soret sur la convection thermosolutale dans une couche poreuse soumise à des flux de chaleur et de masse" 7<sup>ème</sup> Congrès de Mécanique, Casablanca (Avril 2005).
- [48] Piquer, E., Charrier-Mojtabi, M. C., Azaiez, M. et Mojtabi, A.: "Simulation numérique 3D de la convection thermosolutale en milieu poreux avec prise en compte de l'effet Soret", 6<sup>ème</sup> Congrès de Mécanique, FST Tanger, Maroc, (15-18 Avril 2003).
- [49] Piquer, E., Charrier-Mojtabi, M. C., Azaiez, M. et Mojtabi, A.: "Convection mixte en fluide binaire avec effet Soret : étude analytique de la transition vers les rouleaux transversaux 2D", C. R. Mécanique, CRAS2B (2004).
- [50] Gallièro, G., Caltagirone, J.P., Duguay, B. et Montel, F.: "Etude de la thermo-diffusion par dynamique moléculaire", Congrès Français de Thermique, Grenoble, France (3-6 Juin 2003).
- [51] Longree : "De la thermodynamique irréversible à la mécanique statistique des propriétés de transport : le calcul des coefficients de thermo-diffusion dans les mélanges binaires liés à la dynamique moléculaire", thèse de doctorat N°01 PA112048, Université d'Orsay, Paris France.

- [52] Perronace, A., Leppla, C., Leroy, F., Rousseau, B. and Weigand S. "Soret and mass measurements and molecular dynamic simulations of n-pentane-n-decane mixtures", *Int. Phys.* Vol.116 pp. 3718-3729 (2002).
- [53] Mansour, A., Amahmid, A., Hasnaoui, M. and Mamou, M.: "Onset of thermosolutal convection in a shallow porous layer heated and salted from and subject to horizontal heat flux balanced by a Soret mass flux", *International Journal of Heat and Mass transfer* (2007).
- [54] Hasnaoui, M., Mansour, A., et Amahmid, A.: "Etude de l'effet du chauffage latéral couplé avec l'effet Soret sur la convection thermosolutale développée dans une couche poreuse horizontale", 12èmes Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc, (15-17 Novembre 2005).
- [55] Vasseur, P., Bennacer, R. Mahidjiba, A., Beji, H. and Duval, R.:" The Soret effect on convection in a horizontal porous domain under cross temperature and concentration gradients", *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow* Vol. 13 N°.2, pp. 199-215 (2003).
- [56] Markatos, N.C. and Pericleous, K.A.: "Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity", vol. 27 N°5 PP. 755-772, 1984.
- [57] Outaleb. Y.: "Contribution à l'étude de l'écoulement et des transferts dans une enceinte partiellement ou totalement poreuse soumise à une injection ou extraction de matière", Thèse de Magister, USTHB, Alger (2005).
- [58] Bourich, M. et Amahmid, A.: "Convection thermosolutale dans un milieu totalement poreux", (2004)
- [59] Weaver, J. A. and Viskanta, R.: "Natural convection in binary gases due to horizontal thermal and solutal gradient", *ASM. J. Heat transfer*, Vol. 113, pp. 141-147 (1991)
- [60] Bennacer, R.: "Convection naturelle thermosolutale: simulation numérique des transferts et des structures d'écoulement ", Thèse de Doctorat, Université de Pierre et Marie Curie, Paris VI, (1993).
- [61] Benzeghiba, M.: "Etude du transfert de chaleur et de masse dans une enceinte annulaire tournante et partiellement poreuse", Thèse de Magister, USTHB, Alger (1999).