

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENNE

**FACULTE DE GENIE MECANIQUE ET GENIE CIVIL
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL**

THESE DE MAGISTER

Présentée par

M^{elle} BENMILOUD Meriam

Ingénieur d'Etat en Génie Civil du C.U de LAGHOUAT.

Option : Construction

Thème

**APPLICATION DE LA MECANIQUE DE LA RUPTURE
SUR LE COMPORTEMENT DES POUTRES EN BETON
ARME RENFORCEES PAR COLLAGE DES PLAQUES D'ACIER.**

Soutenu le : 15 / 10 / 2001

Devant le jury composé de :

Président : M^r A. BALI
D^{teur} de thèse : M^r M. BOUHICHA
Examinatrice : M^{me} F. KHARCHI
Examineur : M^r K. KHENFER
Examineur : M^r M. CHEMROUK

Professeur à l'E.N.P
Maître de Conférences à C.U LAGHOUAT.
Maître de conférence à l'U.S.T.H.B.
Maître de Conférences à C.U LAGHOUAT.
Maître de conférence à l'U.S.T.H.B

Remerciement

Mes reconnaissances sincères, et profonde gratitude ainsi que mon grand respect à M^r Bouhicha M^{ed} pour ses conseils sa compréhension et sa patience pour l'attention soutenue et la disponibilité permanente avec lesquelles il a dirigé ce travail.

Les mêmes considérations de gratitude et de reconnaissance à M^r Lakhdari M.F pour ses conseils sa disponibilité à la réalisation de ce travail.

J'adresse ma profonde gratitude aux :

- M^r A. BALI
- M^{me} F. KHARCHI
- M^r M. CHEMROUK
- M^r K. KHENFER

d'avoir accepté d'être membres du jury de soutenance de ce mémoire.

Je remercie aussi tous les enseignants de génie civil du C.U de Laghouat et de l'U.S.T.H.B.

Et à tous mes fidèles amis qui m'ont aidé et encouragé à réaliser ce travail au C.U de Laghouat et à USTHB.

Sommaire

Introduction

Chapitre I : Recherche bibliographique

- 1. 1 Introduction
- 1. 2 Techniques de réparation
- 1. 3 Techniques de réparation par collage de plaques (acier, FRP)
 - 1. 3. 1 Etude expérimentale
 - 1. 3. 2 Etude analytique et numérique

Chapitre II : Généralité sur la mécanique de la rupture

- 2. 1 Introduction
- 2. 2 Aperçu sur la mécanique de la rupture
 - 2. 2. 1 Modes d'ouvertures des fissures
 - 2. 2. 2 Critères de ruptures
 - 2. 2. 3 Mécanique linéaire de la rupture
- 2. 3 Facteur d'intensité de contraintes
 - 2. 3. 1 Analyse de la singularité au voisinage de la fissure
 - 2. 3. 2 Evaluation des facteurs d'intensité de contraintes
- 2. 4 Intégrale de contour
- 2. 5 Equivalence entre K et G

Chapitre III : La méthode des éléments finis

- 3. 1 Introduction
- 3. 2 Principales étapes d'analyse de la méthode
- 3. 3 Elément (2D) isoparamétrique à 8 nœuds

- 3. 4 Modélisations à l'aide des éléments Q.P.E
 - 3. 4. 1 Analyse de la singularité au voisinage de la fissure
 - 3. 4. 2 Formulation des éléments singuliers

Chapitre IV : Elaboration et validation du modèle numérique

- 4. 1 Introduction
- 4. 2 Montage expérimental
- 4. 3 Résultats expérimentaux
- 4. 4 Modèle numérique
 - 4. 4. 1 Description des fissures
 - 4. 4. 2 Maillage des poutres
- 4. 5 Validation du modèle
 - 4. 5. 1 Modèle analytique
- 4. 6 Comparaisons des résultats

Chapitre V : Comportement à la fissuration

- 5. 1 Introduction
- 5. 2 Effets du renforcement sur les paramètres de la fissuration
- 5. 3 Effet de l'épaisseur de la plaque
- 5. 4 Effet de l'épaisseur de la colle
- 5. 5 Zone d'ancrage

Conclusion générale et perspective

Liste des figures

- Figure 2-1 : Mode d'ouverture des fissures.
- Figure 2-2 : Dispositif d'essai pour mesurer la ténacité..
- Figure 2-3 : Zone au voisinage de la fissure.
- Figure 2-4 : Elément singulier rectangulaire.
- Figure 2-5 : Elément singulier de brique.
- Figure 2-6 : Schéma de contour.
- Figure 2-7 : Symétrie du contour.
- Figure 3-1 : Elément fini à 8 nœuds.
- Figure 3-2 : Présentation des points de Gauss.
- Figure 3-3 : Présentation de l'élément Q.P.E au voisinage de la fissure.
- Figure 3-4 : Elément Q.P.E.
- Figure 4-1 : Montage expérimental.
- Figure 4-2 : Courbes charge-flèche.
- Figure 4-3 : Courbes charge-rotation.
- Figure 4-4 : Courbes charge-déformation du béton comprimé.
- Figure 4-5 : Courbes charge-ouvertures des fissures.
- Figure 4-6 : L'organigramme.
- Figure 4-7 : Poutre fissurée F_{12} .
- Figure 4-8 : Poutre non renforcée non fissurée.
- Figure 4-9 : Poutre renforcée non fissurée.
- Figure 4-10: Poutre non renforcée fissurée.
- Figure 4-11: Poutre renforcée fissurée.
- Figure 4-12: Section non fissurée.
- Figure 5-1 : Positions de fissure.
- Figure 5-2 : Effet de renforcement sur le facteur d'intensité de contrainte K_I .

Figure 5-3: Effet de renforcement sur le facteur K_{II} .

Figure 5-4 : Effet de renforcement sur le taux de restitution d'énergie .

Figure 5-5 : Effet de renforcement sur l'ouverture de fissure .

Figure 5-6 : Variation du taux de restitution d'énergie pour la fissure f_2 en fonction de l'épaisseur de la plaque.

Figure 5-7 : Variation du Facteur d'intensité de contrainte K_I pour la fissure f_2 en fonction de l'épaisseur de la plaque.

Figure 5-8 : Variation du Facteur d'intensité de contrainte K_{II} pour la fissure f_2 en fonction de l'épaisseur de la plaque.

Figure 5-9 : Effet de l'épaisseur de plaque sur le facteur d'intensité de contrainte K_I calculé par D.C.T.

Figure 5-10 : Variation de taux d'énergie sur la longueur de la poutre .

Figure 5-11 : Variation de l'ouverture de fissure sur la longueur de la poutre avec l'épaisseur de la poutre.

Figure 5-12 : L'effet de l'épaisseur de la colle sur le facteur d'intensité de contrainte K_I calculé par D.C.T.

Figure 5-13 : Variation du taux d'énergie sur la longueur de la poutre.

Figure 5-14 : Variation de l'ouverture de fissure sur la longueur de la poutre avec l'épaisseur de la colle.

Figure 5-15 : Variation de la contrainte de cisaillement sur la longueur du joint.

Figure 5-16 : Contrainte tangentielle dans le béton d'enrobage de l'ancrage vers la 8^{ème} fissure.

Figure 5-17 : Variation de déplacement relatif entre le béton et plaque, béton et acier sur la longueur de la poutre pour $e_p = 1,5$ mm.

Figure 5-18 : Déplacement relatif béton/plaque en % sur la longueur de la poutre (mi-travée vers l'ancrage) pour différentes épaisseurs de plaque .

Figure 5-19 : Déplacement relatif acier/plaque en % sur la longueur de la poutre (mi-travée vers l'ancrage) pour différentes épaisseurs de plaque .

Liste des tableaux :

- Tableau 2-1 : Les critères de rupture en élasticité linéaire.
- Tableau 2-2 : Les critères de rupture en élasticité non linéaire.
- Tableau 3-1 : Coordonnées locales des nœuds.
- Tableau 4-1 : Propriétés des matériaux.
- Tableau 4-2 : Rigidités expérimentales .
- Tableau 4-3 : Charges et déformations des poutres F_{01} , F_{11} et F_{12} .
- Tableau 4-4 : Dimensions des fissures.
- Tableau 4-5 : Topologie des mailles.
- Tableau 4-6 : Valeurs de la flèche (mm) à mi-travée.
- Tableau 4-7 : Profondeur de l'axe neutre (mm) à mi-travée.
- Tableau 4-8 : Déformation (10^{-3}) du béton comprimé à mi-travée.
- Tableau 4-9 : Déformation (10^{-3}) de l'acier tendu à mi-travée.
- Tableau 4-10: Déformation (10^{-3}) de la plaque d'acier à mi-travée.
- Tableau 5-1 : Valeurs de K_I , K_{II} et G pour les différentes fissures.
- Tableau 5-2 : L'effet de l'épaisseur de la plaque pour la fissure f_2 .
- Tableau 5-3 : L'effet de l'épaisseur de la colle pour la fissure f_2 .

Abstract

In the present study we applied the linear elastic fracture mechanics and the finite element method, to study the structural behaviour of reinforced Concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates. We have developed a numerical model which is capable of simulating the behaviour of the beams including the stress singularity in the crack tip by means of a special finite element (QPE). This model gives more accurate results and is economical in studying the various parameters that may affect the beams behaviour.

The comparative study between numerical, analytical and experimental results found in the literature validated the model developed. The model confirmed in general the experimental observations in that the strengthening of beams with epoxy bonded plates improves the behaviour of reinforced concrete beams by reducing displacements and crack widths and increasing the cracking and collapse loads. A parametric study has been carried out to investigate the effect of epoxy end plate thickness on the cracking behaviour by means of evaluating the stress intensity factors and the strain energy release rate. It is found that the joint thickness does not seem to have a great influence on the behaviour whereas the increase in the plate thickness improves this behaviour. However, it seems that stress concentration effect develops near the plates ends when the plates become thick. This highlights the risk of the failure of the mechanism of reinforcing the beams by plate debonding or concrete cover delamination when thick plates are used.

RESUME

La réparation et le renforcement des ouvrages en béton armé endommagés constituent assurément l'un des problèmes les plus délicats, que rencontre actuellement le domaine de la construction. L'une des techniques les plus importantes dans ce domaine, est constituée par la réparation et le renforcement des structures en béton armé par collage de plaques d'acier. Cette technique, déjà consacrée par l'usage à travers le monde, a fait le sujet de plusieurs travaux expérimentaux, analytiques et numériques. Le présent travail se propose d'étudier moyennant la méthode des éléments finis le comportement à la fissuration des poutres renforcées par collage de plaques d'acier. A cet effet, un modèle numérique, basé sur la mécanique de la rupture a été développé et validé en utilisant des résultats issus de la littérature. Le champ de singularité des déplacements et contraintes a été correctement reproduit grâce à l'élément QPE . Les coefficients d'intensité de contraintes ainsi que le taux de restitution d'énergie ont été calculés en utilisant les techniques QPDT et DCT. La comparaison des résultats donnés par le modèle utilisé, a confirmé dans l'ensemble les observations expérimentales. Le renforcement des poutres améliore d'une manière très nette le comportement des poutres en réduisant l'ouverture des fissures et les déformations et en augmentant les charges de fissuration et de rupture. L'augmentation de l'épaisseur du joint de colle ne semble pas avoir un effet important sur le comportement des poutres. L'augmentation de l'épaisseur des plaques a un effet bénéfique sur le comportement à la fissuration des poutres. Toutefois, un effet de concentration de contraintes au niveau des zones d'ancrage des plaques est constaté pour le cas des plaques épaisses soulignant le risque de perte du mécanisme de renforcement par décollement du joint de colle ou par cisaillement de l'enrobage de béton pour ces cas.

ملخص

إنه من الطبيعي أن تتعرض عناصر البناء المصنوعة من الخرسانة المسلحة مثل العوارض و الأعمدة و الصفائح و غيرها إلى تشققات أو إلى درجة متقدمة من التكسير ، و ذلك ناتج عن العديد من العوامل الخارجية مثل الحمولة التي تفوق درجة الحمولة المقدره لهذا العنصر ، و العوامل الداخلية التي تتمثل في طبيعة المادة المكونة له ، فالخرسانة تتميز ببنية هشة و قابلية للتكسير .

لذا فإنه من الضروري صيانة المادة قبل أن تصل إلى درجة التحطيم ، لمنحها مقاومة إضافية تمكنها من الأستمرار ، و يكمن ذلك في البحث عن تقنيات أكثر حداثة و ملائمة للمواد المتوفرة و سهولة التركيب و أكثر مقاومة ، فمن بين هذه التقنيات هناك التثبيت بمواد خارجية مثل الصفائح الحديدية ، موضوع بحثنا ، و الألياف البلاستيكية و تقنيات ترميم أخرى مثل غلق التشققات بمواد كيميائية أو خياطة مباشرة بقضيب من الحديد ، و غيرها من التقنيات المدروسة من طرف عدة باحثين عبر العالم أو التي لازالت في طور البحث .

فقد قمنا بدراسة الموضوع و ذلك بإيجاد الصورة العددية الملائمة التي تمثل جملة من العوارض تختلف فيما بينها بوجود الصفائح أو التشققات أو عدم وجودهما، أحسن تمثيل و تعطي نتائج مقارنة لنتائج التجارب الميدانية ، من خلال إستعمال طريقة العناصر المنتهية و تطبيق مبدأ ميكانيك التكسير . وقد أحطنا بالموضوع من عدة جوانب تتضمن مقارنة مع النتائج التجريبية و دراسة التشققات و تأثيرها بعد تثبيت الصفائح الحديدية و مع تغير سمك هذه الأخيرة و سمك الطبقة التي تثبتها (اللصاق).

هذه النتائج مكنتنا من معرفة مدى قدرة الجملة على التحمل و إستجابة التشققات لتغير سمك الصفائح الحديدية و عدم إستجابتها لتغير سمك اللصاق

Le béton s'est imposé depuis plusieurs décennies comme le matériau de construction le plus performant à tous les points de vue. Pour se convaincre de cela, il suffit de penser en terme de coûts, facilité de mise en oeuvre, résistance ...etc. Les innombrables ouvrages à travers le monde témoignent de la confiance accordée à ce matériau.

Cependant au cours de ces dernières années cette belle image commence à être ternie par de nombreux problèmes dont ceux liés à la durabilité ne sont pas les moindres. Sans remettre entièrement en cause le matériau, les problèmes en question sont en majeure parties dus à des facteurs tels que le non respect des règles de l'art de la construction, des études incomplètes, les imperfections dans l'exécution favorisées dans le cas de notre pays par un dysfonctionnement du domaine.

Plus généralement et à travers le monde, l'industrie de la construction doit relever le défi de la sauvegarde à des coûts acceptables du parc immobilier. A titre d'exemple et pour fixer les idées, il suffit de citer que pour le seul pays des USA, sur un total de 590000 ponts, 40% sont dans un état nécessitant soit une réparation soit un remplacement pur et simple [1]. Ceci souligne qu'il est d'une importance primordiale de disposer d'un moyen permettant de juger l'opportunité de la réparation d'un ouvrage donné à partir de la connaissance de son degré de détérioration compte tenu du fait que la réussite systématique de l'opération de réparation ne sera pas toujours garantie. En effet de nombreux échecs dans ces opération ont conduit à une suite interminable de réparation d'ouvrage auparavant réparés [2 – 3].

Pour se prémunir contre ces situations, plusieurs chercheurs à travers le monde se sont attachés à étudier, en vue de développer des techniques de réparation économiques et fiables. Le comportement des structures en béton

armé renforcées par divers systèmes dont celui du collage de plaques (acier ou FRP : fiber reinforced plastic). Le présent travail se fixe pour objectif l'étude, moyennant un modèle numérique basé sur la mécanique de la rupture, du comportement à la fissuration des poutres en béton armé.

L'étude s'articule sur les points suivants :

- Dans le premier chapitre un tour d'horizon a été effectué sur les nombreuses techniques de réparation existantes. Bien que la recherche bibliographique effectuée n'est pas exhaustive, elle permet d'introduire le lecteur aux problèmes liés à la réparation des ouvrages. Enfin les travaux analytiques et expérimentaux liés à la réparation par collage sont énumérés.
- Dans le deuxième chapitre, les notions essentielles de la mécanique de la rupture sont présentées. Les critères de rupture utilisés dans le cadre de la mécanique de la rupture linéaire sont détaillés. Les techniques d'évaluation des coefficients d'intensité de contraintes sont aussi présentées.
- Le troisième chapitre est consacré à la méthode des éléments finis où un exposé succinct a été donné. La modélisation numérique de la singularité au voisinage des fissures a fait l'objet d'une étude détaillée moyennant l'élément QPE (quarter point element).
- L'objectif du quatrième chapitre est de valider le modèle numérique développé en le confrontant aux essais expérimentaux puisés de la littérature. A cet effet, quatre types de poutres ont été considérés et les écarts trouvés entre le modèle numérique et les résultats expérimentaux ont été discutés.

- Dans le cinquième chapitre, le comportement à la fissuration des poutres renforcées par collage de plaque d'acier a été appréhendé. Une étude paramétrique portant sur la variation de l'épaisseur de la plaque ainsi que la variation du joint de colle a été présentée.

1. 1 Introduction :

L'un des défis les plus importants que rencontre le domaine de la construction est celui posé par la gestion du patrimoine immobilier étant donné le nombre impressionnant d'ouvrages en état de détérioration plus ou moins avancé. L'importance du sujet a suscité l'intérêt d'un nombre important de recherches à travers le monde, ce qui s'est traduit par une bibliographie relativement fournie. Le présent Chapitre se propose de faire une tentative d'évaluation de l'état de l'art. Les techniques de réparation englobant les matériaux sont d'abord présentées. Dans une deuxième étape, les travaux de réparation par collage sont énumérés englobant les études expérimentales, analytiques et numériques.

1. 2 Techniques de réparation :[4]

Le choix judicieux d'une technique de réparation dépend de la connaissance d'un certain nombre d'éléments tels que l'origine et la nature de la dégradation, l'état de surface de la structure, le matériau et le matériel utilisés, la durabilité de la réparation et les problèmes de compatibilité ...etc. Plusieurs procédés de réparation ont été mis au point et pour assurer une bonne durabilité, des ouvrages ont été consacrés aux problèmes de compatibilité entre matériaux et systèmes afin de guider dans le choix et la conception. Des essais de durabilité ont également permis d'éprouver le nombre de techniques et de matériaux. Sans prétendre être exhaustive, la suite de ce chapitre fait le point sur ce qu'il a été possible de connaître sur les techniques de réparation qui comportent :

Chapitre I : Recherche bibliographique

1)- Réparation par couture directe de barres d'acier :

Le principe consistant à couder de manière appropriée simplement les surface des fissures avec des dispositions permettant leur blocage.

2)- Réparation par colmatage :

Mécanisme naturel (fissures passives) utilisant le CO₂ de l'atmosphère pour la carbonatation de l'hydroxyde calcique de la pâte de ciment.

3)- Technique de blocage et de fermeture de fissure dite Crack Arrest :

Technique consistant à couler le long de la fissure un tube en béton armé.

4)- Technique de restauration par le forage :

Par l'intérieur et tout le long de la fissure un trou est foré puis comblé à l'aide d'un matériau à base d'asphalte ou de polyuréthane.

5)- Dry Pack :

Remplissage de la fissure par un mortier de ciment à faible rapport E/C.

6)- Utilisation du béton à base de fibre d'acier, de plastique, de verre... etc. :

7)- Colmatage par joint élastomère souple 'flexible scaling'.

8)- Imprégnation par gravitation des molécules de haute densité qui en se répandant dans les cavités restaurent l'adhérence béton acier (HMWM)

9)- Injection (grouting) :

Il est effectué soit en utilisant le ciment soit par utilisation de deux ou plusieurs produits chimiques en solution donnant par réaction physico-chimique un gel ou un précipité solide colmatant la brèche.

10)- Technique du chemisage : [5]

Procédé très riche et offre des opportunités d'utilisation dans de nombreux cas. Des succès ont été enregistrés grâce à la simplicité du principe qui consiste, à envelopper la structure dégradée par plusieurs procédés allant du coulage d'un simple béton armé à celui un béton de résine, BHP : Béton à Haute performance, mortier etc. Plusieurs recherches ont permis de mettre au point les techniques de mise en œuvre..

11)- Auto-réparation (judicious neglect) :

Technique passive consistant à laisser, quand les conditions hygrothermiques le permettent, des réactions naturelles au sein de la pâte de ciment faire leur œuvre et colmater les fissures avec le temps.

12)- Réparation par multicouches : [6-7]

La réparation est réalisée soit par des barres FRP collées sur la face extérieure soit par du béton à base de polymères (latex-époxy- fibres de carbones....etc.) ou plus simplement du béton conventionnel. Cette technique en plein essor depuis 1993 connaît un développement fulgurant grâce notamment aux faibles coûts de production alliés à la facilité de mise en œuvre remarquable. Cette technique qui semble remplacer avantageusement celle utilisant l'acier est promise à un avenir prometteur compte tenu des perspectives de marché inestimables.

13)- Peinture de résine (contre la corrosion) : [8]

Cette technique connaît une large utilisation et rencontre des succès encourageants mais exige néanmoins l'utilisation des résines suffisamment souples pour éviter les fissurations dues à la déformation du support acier.

14)- Béton et mortier polymères :

Plusieurs procédés combinant l'utilisation de granulats résineux ou l'ajout d'émulsion résineuse ont fait l'objet de nombreuses applications.

1. 3 Technique de réparation par collage de plaques (acier, FRP) :

La technique de réparation des structures en béton armé par collage de plaques d'aciers est depuis plusieurs années déjà consacrée par l'usage à travers le monde. De nombreux exemples illustrent les succès rencontrés par cette technique [9]. De nombreuses études se sont attachées à définir le nombre et l'influence des paramètres sur le comportement des structures ainsi renforcées. Ainsi la caractérisation de la colle utilisée et ses propriétés d'adhésivité à l'acier et au béton, les problèmes d'ancrage, la durabilité et plusieurs autres points ont fait l'objet de publications renommées. Malgré les avantages certains qu'elle offre, cette technique est depuis quelques années (1993) confrontée à la concurrence d'une technique basée également sur le principe du collage mais utilisant au lieu de l'acier des matériaux dits FRP ou CFRP (carbon fiber reinforced plastic) ou plus généralement des composites (à base parfois de plaques en béton).

Des études expérimentales et analytiques se sont intéressées au comportement de ce nouveau mode de renforcement. Parmi les renseignements qui peuvent être tirés pour l'étude de renforcement par des plaques d'acier ou par les plaques composites il faut citer :

1. 3. 1 Etude expérimentale :

Le principe de base de la réparation par collage réside dans les caractéristiques d'adhérence au béton et à la plaque (acier, composite) du

collant (résine époxyde). Il est donc naturel qu'une importance vitale soit attachée à l'analyse du comportement des joints de résine époxyde. Parmi les travaux ayant fait autorité sur le domaine du collage de plaque d'acier, il faut citer ceux de **Swammy** [10]; **Charif** [11], **Souleimani**[12]. Les résultats obtenus s'accordent tous sur le mode de comportement des joints conditionné par l'excellente adhérence entre la colle et l'acier et la colle et le béton. Plus récemment et pour les composites une multitude de publications rapportent des informations précieuses concernant le comportement et le mode de rupture. Dans ce qui suit un essai de synthèse des principaux résultats est proposé.

1. 3. 1. 1 Renforcement par collage des plaques d'acier [10-11-13] :

Les principales observations expérimentales sont les suivantes :

- Les joints travaillent principalement en cisaillement, bien que des contraintes normales ont été constatées ou relevées [10-11].
- L'épaisseur du joint n'influe pas de façon notable sur le comportement.
- La ruine se fait non par rupture du joint mais plutôt par la ruine du béton tendu. Certains auteurs ont même relevé un phénomène de délamination de la croûte d'enrobage du béton tendu [13].
- L'existence d'une épaisseur limite de la plaque au-delà de laquelle la rupture a lieu soit par décollement des plaques (perte d'adhérence) ou par défaut de ductilité de l'ensemble [14]

Sur la base de ces résultats, des recommandations ont été proposées pour la conception et le choix tant des joints que des plaques.

1. 3. 1. 2 Renforcement par collage des plaques FRP ou composites :

Bien que la technique de réparation par collage de plaques d'acier s'est imposée grâce aux multiples commodités qu'elle offre, un certain nombre de problèmes liés surtout à la durabilité du composite acier-béton tels que la corrosion des aciers, le poids relativement élevé...etc. constituent une sérieuse limitation au développement de la technique. Pour palier à cette carence, des recherches se sont récemment orientées vers le remplacement de l'acier par un matériau offrant les mêmes qualités que l'acier et contournant les imperfections de l'acier. Parmi les procédés mis au point, celui utilisant les composites (FRP : Fiber Reinforced Plastic « plastique renforcé par les fibres », CFRP : Carbon Fiber Reinforced Plastic « plastique renforcé par les fibres de carbone ») semble promis à un brillant avenir compte tenu des nombreux succès rencontrés dans les applications notamment dans la réhabilitation des infrastructures[1]. En effet la méthode met en évidence l'accroissement de la capacité portante ainsi que la restauration des caractéristiques de résistance des structures endommagées par diverses causes.

Plusieurs travaux et recherches font état et confirment les affirmations précédentes, parmi eux nous citons :

- Contrairement au cas de l'acier [11] l'épaisseur du joint de colle influence la déformation locale [15].
- La rigidité du CFRP a un effet prédominant sur la rigidité de l'ensemble[15].
- L'augmentation de la rigidité des FRP par le choix d'un FRP à module d'élasticité élevé ou par l'augmentation de l'épaisseur des plaques externes a un effet prédominant sur la rigidité du composite béton/FRP. Cet effet devenant plus remarquable au niveau du béton fissuré[15].

Chapitre I : Recherche bibliographique

- Le renforcement par CFRP augmente la capacité flexionnelle (résistance) de 30 à 60% [16-17]
- Lors de l'étude des joints de colle, plusieurs auteurs[16-17-18-19] ont relevé que :
 1. La ruine survient soit à l'interface béton-colle soit par délimitation de la couche de béton d'enrobage.
 2. La fissure se propage horizontalement sous l'effet de concentration de contraintes τ et σ .
 3. La longueur du joint n'affecte pas la charge ultime dans les essais pull out dénotant ainsi la notion de longueur utile du joint.
 4. L'état de la surface du béton influence de manière significative la résistance moyenne du joint de colle. [1-20-21]

Les avantages les plus remarquables du renforcement par CFRP tiennent à la grande facilité de mise en œuvre, la légèreté, l'absence de corrosion, le moindre coût [22]. La disposition des plaques CFRP a un effet direct sur la résistance des poutres. En effet des travaux sur le renforcement des poutres développant des carences en cisaillement ont montré que l'utilisation des plaques alignées collées sur les deux faces parallèles de l'âme de la poutre donnent des meilleurs résultats que ceux donnés par des plaques non alignées[1-12-22].

1. 3. 2 Etude analytique et numérique :

Bien que les réussites des techniques de renforcement par collage de plaques externes (acier, FRP) sur des cas concrets ont permis de conquérir un large public, plusieurs zones d'ombres cachent les aspects liés tant au comportement des systèmes de renforcement qu'à celui des structures

renforcées. D'où la nécessité du recours à l'analyse du comportement des modèles numériques ou analytiques.

Un nombre important des études analytiques et numériques ont permis d'apprécier l'influence de divers paramètres. D'autre part les modèles analytiques en plus des résultats expérimentaux ont permis de valider les modèles numériques utilisés par ailleurs pour explorer dans les domaines non touchés par les expériences des paramètres conditionnant le comportement des structures renforcées. Les résultats les plus remarquables auxquels ont abouti les recherches analytiques et numériques sont :

- La MEF en permettant l'élaboration des modèles numériques est un bon moyen pour prédire le comportement des structures renforcées[21-23].
- L'étude de l'adhérence des plaques FRP au béton [17-18-24] a permis de tirer les conclusions suivantes :
 1. L'existence d'une longueur effective du joint au delà de laquelle la capacité du transfert du joint n'augmente pas.
 2. La ruine survient au niveau de l'interface colle-béton avec des signes limités de dommage à la surface du béton.
 3. L'état de surface du béton influence de manière significative la résistance moyenne du joint de colle. En conséquence la préparation de la surface du béton avant collage revêt une importance capitale pour l'adhésivité de l'ensemble.

Enfin plusieurs travaux proposent à partir des modèle analytiques et parfois numériques, des méthodes de conception des dispositifs de renforcement (par le choix des dimensions du nombre et des caractéristiques des FRP) qui prennent en compte les effets constatés expérimentalement notamment ceux liés

Chapitre I : Recherche bibliographique

au décollement des plaques et de la délamination de l'enrobage du béton [9-18-25-26-27].

L'étude proposée dans le travail présent se veut une modeste contribution à l'étude du comportement à la fissuration par la mécanique de la rupture des poutres fissurées et renforcées.

2. 1 Introduction :

La mécanique de la rupture est une science visant à développer un critère de ruine qui prend en considération les fissures existantes, ainsi que leur évolution au sein d'un matériau. A cet effet, il importe de pouvoir comparer un facteur exprimé en fonction de la configuration géométrique du matériau et du chargement appliqué à un paramètre caractéristique du matériau. Ce facteur s'obtient par considération des contraintes et des déformations au voisinage du front de la fissure, pour les trois modes de fissuration élémentaires.

Dans ce chapitre, un aperçu sur la mécanique de la rupture englobant les différents modes d'ouverture de fissure, ainsi que les critères de rupture généralement utilisés est présenté. Dans une deuxième étape, le calcul des facteurs d'intensité de contraintes ainsi que celui du taux de restitution d'énergie sont développés étant donné qu'ils sont utilisés dans la présente étude (chapitre 5).

2. 2 Aperçu sur la mécanique de la rupture :

2. 2. 1 Modes d'ouverture des fissures :

Selon la direction de la sollicitation, trois modes de rupture principaux sont considérés (figure 2. 1) :

- Mode I : mode de traction : c'est le cas le plus étudié car c'est le plus dangereux. Les deux lèvres de la fissure se déplacent l'une par rapport à l'autre perpendiculairement à leur plan.

- Mode II : mode de cisaillement plan : où les déplacements des deux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation de la fissure.

- Mode III : mode de cisaillement anti-plan : où les déplacements des deux lèvres de la fissure sont parallèles au fond de la fissure.

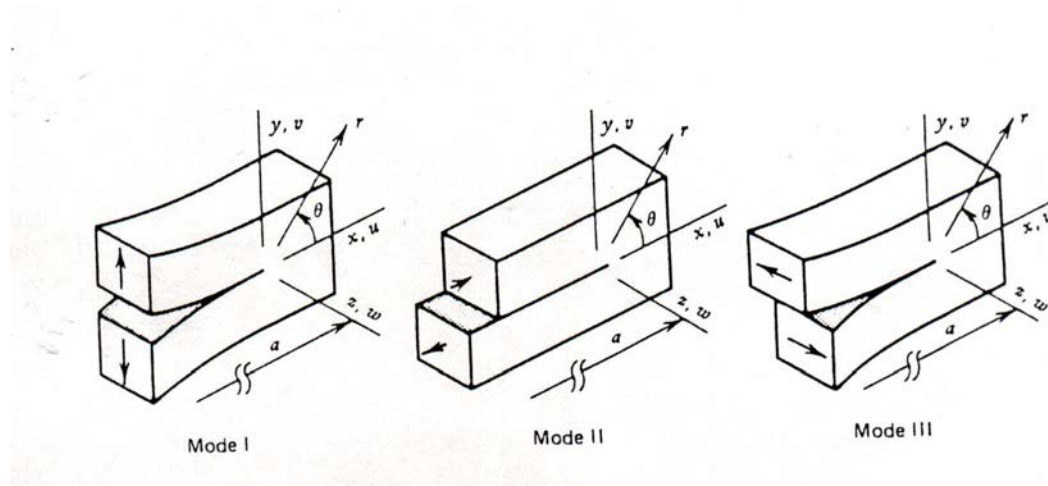


Figure 2-1 Mode d'ouverture des fissures

Le mode I est physiquement le plus important car il est lié à la rupture par traction qui dans le cas des matériaux fragiles, une ouverture de fissure peut conduire facilement à la rupture. Les modes II et III sont liés aux contraintes de cisaillement dont le mode de rupture n'est pas facile à contrôler. Autour de la pointe de la fissure, le champ de contraintes est généralement triaxial, ce qui conduit à une propagation de la fissure en mode mixte. Cependant, à une échelle macroscopique, le calcul est réduit généralement à un seul mode.

2. 2. 2 Critères de rupture :

Afin de prévoir l'évolution d'une fissure existante dans un matériau, il est nécessaire de définir un critère de rupture pour le matériau en considération. Deux approches sont généralement suivies pour établir ces critères de rupture :

- ◆ Approche statique basée sur l'analyse des contraintes au voisinage du fond de la fissure
- ◆ Approche basée sur le principe de conservation d'énergie.

Chapitre II : Généralité sur la mécanique de la rupture

Dans la première approche une analyse de contraintes autour de la pointe de la fissure est effectuée moyennant la théorie d'élasticité pour déterminer l'intensité des contraintes dans cette région. Dans la mécanique de rupture linéaire élastique, qui est utilisée avec succès pour les matériaux fragiles tels que le béton, le comportement du matériau est supposé élastique linéaire. La contrainte est proportionnelle à la déformation et toutes les déformations sont recouvrables. La deuxième approche, très utile pour le cas d'un comportement élasto-plastique du matériau (mécanique de la rupture non linéaire), est basée sur l'établissement du bilan énergétique dans la région de la pointe de fissure lors de l'ouverture ou l'extension de la fissure.

Loin d'être exhaustif, les tableaux 2-1 et 2-2 passent en revue quelques critères de ruptures classés suivant leurs champs d'application [28] :

Critère	Approche	Domaine de validité	Etudes réalisées
Facteur K	Statique	Elastique linéaire	Nombreuses tous matériaux
Contrainte circonférentielle	Statique	Elastique linéaire	Isotrope
Courbe de MANDEL	Statique	Elastique linéaire	Isotrope
Critère de HARAKOVICH	Statique	Elastique linéaire	Anisotrope
Taux de restitution d'énergie G	Energétique	Elastique linéaire	Nombreuses tous matériaux
Critère de SIH	Energétique	Elastique linéaire	Nombreuses tous matériaux
Critère de RADAJ	Energétique	Elastique linéaire	Isotrope

Tableau 2-1 Les critères de rupture en élasticité lineaire

Critère	Approche	Domaine de validité	Etudes réalisées
Critère de RICE	Energétique	Elastique non linéaire	Nombreuses tous matériaux
Energie équivalente	Energétique	Elastique non linéaire	Isotrope
Courbe R	Energétique	Elastique non linéaire	Isotrope

Tableau 2-2 Les critères de rupture en élasticité non linéaire

Dans ce qui suit dans ce chapitre, nous allons limiter notre exposé à la mécanique de la rupture élastique linéaire.

2. 2. 3 Mécanique linéaire de la rupture :

Depuis longtemps il a été établi que les corps solides peuvent comprendre dans certaines conditions des micro-fissures, et que la rupture brutale résultait de l'instabilité soudaine de ces dernières.

La mécanique linéaire de la rupture considère le matériau comme continu au sens macroscopique du terme, mais admet l'existence de fissures. Le seuil d'instabilité d'une fissure est calculé en écrivant que pour un petit accroissement virtuel, l'énergie potentielle totale, somme de l'énergie potentielle du solide et de l'énergie de formation de la fissure, est stationnaire en passant par un minimum. Au-delà de ce seuil, une extension libre plus d'énergie qu'elle n'en absorbe et la fissure est instable.

Vers 1920, **Griffith** [29] en étudiant la rupture des verres posa les fondements de la mécanique de la rupture linéaire. L'idée principale est de déterminer l'énergie nécessaire pour créer la nouvelle surface qui apparaîtra lorsque la fissure, de longueur $2a$, initialement existante dans le matériau commence à se propager. l'énergie disponible pour former cette nouvelle surface est la différence entre le travail effectué par le matériau dW et la

variation dans l'énergie élastique dU emmagasinée par celui ci. La condition pour qu'une fissure augmente en longueur par da qui est associée à une augmentation de la surface de la fissure dA est alors :

$$\frac{dW}{da} - \frac{dU}{da} \geq \gamma_s \frac{dA}{da} \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

Avec γ_s = énergie dissipée pour la création de nouvelles surfaces .

En utilisant ce modèle, **Griffith** [29] calcula la contrainte nécessaire pour initier la rupture :

$$\sigma = \left(\frac{2\gamma_s E^*}{\pi a} \right) \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

Avec $E^* = E/1-\nu^2$

Pour une plaque mince soumise à des contraintes planes, le taux de restitution d'énergie est définie par :

$$G = \frac{dW}{dA} - \frac{dU}{dA} = \frac{1}{t} \left[\frac{dW}{da} - \frac{dU}{da} \right] \geq 2\gamma_s \quad \dots\dots (2.3)$$

Avec t = épaisseur de l'éprouvette.

Pour l'amorçage de la rupture, il faut que G soit supérieur à une valeur critique G_c (énergie unitaire de propagation critique). Pour prendre en considération la totalité de l'énergie dissipée au front de la fissure notamment celle due aux déformations plastiques qui se développent autour de la pointe de la fissure, la valeur de 2γ dans l'équation 2.2 est remplacée par G_c . le critère de rupture s'établit donc par :

A l'amorçage :

$$G = G_c = 2\gamma_s \quad \text{ou} \quad \sigma = \left(\frac{2G_c E^*}{\pi a} \right)^{1/2} = \sigma_c = \left(\frac{2G_c E^*}{\pi a} \right)^{1/2} \quad \dots\dots (2.4)$$

Lors de la propagation $G \geq G_c$, $\sigma \geq \sigma_c$

Chapitre II : Généralité sur la mécanique de la rupture

Dans le cas où $G > G_c$, une partie de l'énergie disponible sera utilisée pour la séparation (propagation et ouverture de la fissure) qui peut devenir instable. Par contre si $G=G_c$, on assiste à une prorogation stable de la fissure.

Par considération et analyse de la singularité du champ de contraintes au voisinage de la pointe de la fissure, **Irwin** [30] développa une autre approche pour l'analyse de la rupture d'un matériau. L'avantage de cette méthode est que les intensités des contraintes, pour une configuration géométrique de la fissure et pour une contrainte appliquée donnée, agissantes au niveau de la pointe de la fissure sont déterminées en considérant uniquement les facteurs d'intensité de contraintes K_M où M indique le mode de rupture ou d'ouverture de fissure considéré. Ce coefficient d'intensité de contrainte, pour le cas d'une plaque infinie contenant une fissure de longueur $2a$ et soumise à une traction σ , est donnée par :

$$K_I = \sigma (\Pi a)^{1/2} \dots\dots\dots (2.5)$$

Pour le cas d'un milieu fini, les coefficients d'intensité de contraintes peuvent s'écrire sous la forme :

$$K_M = Y_M(a) \sigma (\Pi a)^{1/2} \dots\dots\dots (2.6)$$

avec :

K_M = coefficient d'intensité de contrainte pour le mode $M=1,2,3$

σ = contrainte appliquée correspondant au mode étudié :

σ = traction en mode I , $\sigma = \tau$ = cisaillement en mode II

$Y_M(a)$ = facteur correcteur tenant compte de la géométrie de la fissure et des propriétés élastiques du matériau .

Le critère de rupture associé au calcul des K_M est celui de la tenacité qui se resume en :

Pour $K_M < K_{MC}$ pas de propagation de la fissure

Pour $K_M = K_{MC}$ propagation stable de la fissure

Chapitre II : Généralité sur la mécanique de la rupture

Pour $K_M > K_{MC}$ si K_M augmente avec l'augmentation de la longueur de la fissure, on est en présence d'une configuration géométrique instable de fissuration qui peut éventuellement conduire à des ruptures catastrophiques. il faut donc diminuer ou changer le chargement appliqué

Pour $K_M > K_{MC}$ si K_M diminue avec l'augmentation de la longueur de la fissure, on est en présence d'une configuration géométrique stable de fissuration. Pour augmenter la longueur des fissures, le chargement appliqué doit donc être augmenté.

Avec :

$$K_M = K_I, K_{II} \text{ ou } K_{III} \quad , \quad K_{MC} = K_{IC} , K_{IIC} \text{ ou } K_{IIIC}$$

K_{MC} = coefficient d'intensité de contraintes critique ou tenacité de matériau déterminée expérimentalement

Pour des sollicitations engendrant un mode mixte de fissuration, il semble qu'il se développe un couplage mutuel entre le mode I, K_I , et le mode III, K_{III} , qui entraîne une augmentation dans la capacité portante du matériau en mode I (augmentation K_{IC}). En effet, les travaux récents de **Zhao** [31] ont mis en évidence qu'en mode mixte I et III, le coefficient d'intensité de contrainte à la rupture K_{IR} , dépasse K_{IC} (le rapport K_{IR} / K_{IC} peut atteindre 1.85). Cependant, cet effet de couplage n'a pas été constaté dans les modes mixte II-III et I-II .

L'état de contraintes au fond de la fissure est en essence triaxial [31] et une analyse élastique des contraintes au voisinage de la pointe de la fissure conduit à des contraintes, et par conséquent des coefficients d'intensité de contraintes, qui croissent d'une manière asymptotique vers l'infini. Ceci signifie que des déformations plastiques auront lieu au niveau du fond de la fissure dissipant ainsi plus d'énergie que celle nécessaire pour la création de nouvelles surfaces.

Irwin [30] et **Dugdale** [32] proposèrent des corrections pour tenir compte de cette zone plastique en se basant soit sur l'augmentation de la longueur de la fissure (**Irwin**) soit sur l'augmentation du facteur d'intensité de contrainte (**Dugdale**).

Pour garantir une application adéquate de la mécanique de la rupture linéaire la zone plastifiée doit être, relativement aux dimensions de la pièce étudiée, aussi petite que possible. Cette condition est d'une importance primordiale lors de la détermination expérimentale de la ténacité du matériau K_{MC} . A titre d'exemple, pour déterminer la ténacité K_{Ic} des matériaux métalliques dans le cas des déformations planes, toutes les dimensions planes et l'épaisseur de l'éprouvette ainsi que la longueur de la fissure figure 2.2, doivent dépasser 15 fois la zone plastique critique donnée par [33] :

$$r_p = \frac{1}{2II} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e} \right)^2 \dots\dots\dots (2.7)$$

donc :

$$t, a, h, \text{ et } (w - a) \geq \frac{15}{2II} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_e} \right)^2 \dots\dots\dots (2.8)$$

Où σ_e = limite de l'élasticité de l'acier considéré.

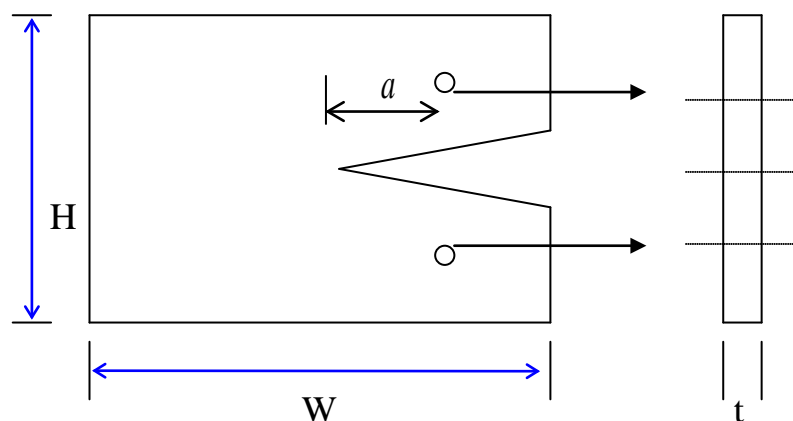


Figure 2-2 Dispositif d'essai pour mesurer la ténacité

2. 3 Facteurs d'intensité de contraintes :

Pour déterminer le comportement à la rupture des matériaux élastiques contenant une fissure, on devrait être capable d'évaluer correctement les facteurs d'intensité des contraintes qui vont nous servir comme base pour développer un critère de rupture du matériau. Dans ce qui suit nous exposerons d'une manière succincte les techniques généralement utilisées pour calculer ces coefficients.

2. 3. 1 Analyse de la singularité au voisinage de la fissure :

On peut distinguer dans un milieu fissuré trois zones successives (figure 2.3) :

- 1) Une zone d'élaboration qui se trouve à la pointe de la fissure, sa taille est généralement très faible.
- 2) Une zone singulière, où les composantes du champ de contraintes tendent vers l'infini lorsqu'on se rapproche du fond de la fissure. La singularité est en $1/\sqrt{r}$ en milieu élastique linéaire.
- 3) Une zone externe, qui constitue le reste de la pièce.

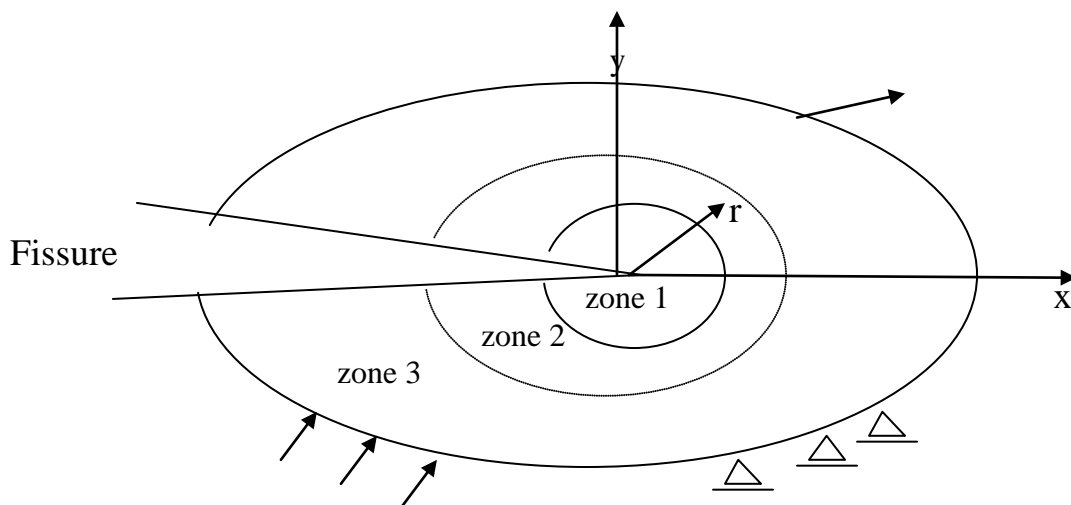


Figure 2-3 : zone au voisinage de la fissure

Les expressions des déplacements et des contraintes au voisinage du fond de la fissure pour un matériau élastique, homogène et isotrope dans un état plan sont données par les formules en coordonnées polaires suivantes:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{1}{G} \left[\frac{r}{2\Pi} \right]^{1/2} \left\{ K_{Ic} \cos \frac{\theta}{2} (1-2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2}) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (2-2\nu + \cos^2 \frac{\theta}{2}) \right\} \\
 v &= \frac{1}{G} \left[\frac{r}{2\Pi} \right]^{1/2} \left\{ K_{Ic} \sin \frac{\theta}{2} (2-2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2}) + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} (-1+2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2}) \right\} \\
 \sigma_x &= \left[\frac{1}{2\Pi r} \right]^{1/2} \left\{ K_{Ic} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin^3 \frac{\theta}{2}) - K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos^3 \frac{\theta}{2}) \right\} \dots (2.9) \\
 \sigma_y &= \left[\frac{1}{2\Pi r} \right]^{1/2} \left\{ K_{Ic} \cos \frac{\theta}{2} (1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin^3 \frac{\theta}{2}) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos^3 \frac{\theta}{2} \right\} \\
 \tau_{xy} &= \left[\frac{1}{2\Pi r} \right]^{1/2} \left\{ K_{Ic} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos^3 \frac{\theta}{2} + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin^3 \frac{\theta}{2}) \right\}
 \end{aligned}$$

Dont : $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ module d'élasticité de cisaillement

ν : Coefficient de poisson.

K_M : facteur d'intensité de contrainte au mode M.

On constate que lorsque r tend vers zéro (0), les contraintes tendent vers l'infini. Cette zone singulière rencontrée dans les deux cas de la mécanique de la rupture : linéaire et non linéaire, semble occuper une zone infiniment petite; intersection de la pointe de la fissure avec les surfaces non fissurées du matériau, ce qui permet d'étendre le champ d'application du critère de rupture basé sur le calcul de K_M à la rupture en trois dimensions [34].

2. 3. 2 Evaluation des facteurs d'intensité de contraintes :

Le facteur d'intensité de contrainte K , qui décrit l'ensemble de la singularité spatial du champ de contrainte au voisinage du front de la fissure, dépend de la géométrie du corps fissuré, de ces dimensions et du mode de

sollicitation. Il s'exprimera dans une unité qui sera le $[Mpa.mm^{1/2}]$ pour représenter un ordre de grandeur physique. Actuellement, plusieurs méthodes existent pour évaluer les facteurs d'intensité de contraintes à partir des solutions données par la méthode des éléments finis; on distingue principalement:

1) Les méthodes basées sur l'analyse des champs de contraintes et de déplacements au voisinage de la pointe de la fissure, les coefficients d'intensité de contrainte sont obtenus moyennant des fonctions d'extrapolation de déplacements, de contraintes ou de déplacements et de contraintes en même temps [35]. On peut citer dans cette catégorie :

- Technique DCT (displacement correlation technique) [36]
- Technique QPDT (quarter point displacement technique) [37]
- Méthode CTSM (crack tip stress method) [35].

2) Les méthodes basées sur le calcul d'une quantité énergétique (énergie élastique, travail ...) sur des contours fermés entourant la fissure moyennant une intégrale (J,H,G...) qui ne depend pas du chemin suivi [38,39,40,41].

A ce stade, il est à signaler que l'évaluation des facteurs d'intensité des contraintes par les premières méthodes à partir des résultats des éléments finis depend du maillage utilisé au voisinage de la fissure. Cependant, l'utilisation des éléments classiques de la MEF en conjonction avec les techniques d'extrapolation citées supra, résulte, parfois, à des facteurs d'intensité de contraintes qui ne convergent pas vers les valeurs exactes lorsqu'un affinement du maillage autour de la fissure est adopté [35]. Il est préférable dans ces conditions d'utiliser des éléments plus performants. D'autre part, l'évaluation de ces facteurs d'intensité à partir des intégrales depend généralement du contour choisi. L'utilisation des contours très rapprochés de la pointe de la fissure ne conduise pas, malheureusement, à des valeurs correctes de ces facteurs. Des techniques récemment développées telles que la méthode de superposition de maillage [39] permettent de surmonter les problèmes rencontrés. Dans ce qui

suit nous allons exposer les techniques d'évaluation utilisées lors de cette étude (chapitre 5) à savoir ; les techniques QPDT, DCT et l'évaluation du taux de restitution d'énergie.

A- Technique du D.C.T: (the displacement correlation technique)

Le calcul peut être obtenu à l'aide des formules suivantes (figure 2-4) :

$$\begin{cases} K_I = \frac{2G}{k+1} \sqrt{\frac{\Pi}{2l}} (4v_{B2} - v_{C2} - 4v_{B1} + v_{C1}) \\ K_{II} = \frac{2G}{k+1} \sqrt{\frac{\Pi}{2l}} (4u_{B2} - u_{C2} - 4u_{B1} + u_{C1}) \end{cases} \dots\dots (2.10)$$

Où: G : module de cisaillement.

L : longueur de l'élément de pointe.

u, v : les composantes de déplacement

$$k = \frac{3-\nu}{1+\nu} \text{ en contraintes planes}$$

$$k = 3-4\nu \text{ en déformation planes}$$

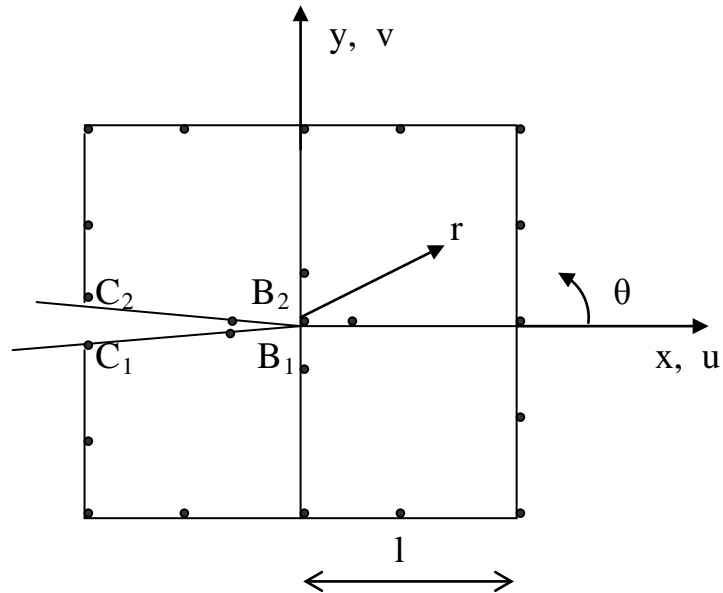


Figure 2-4: Element singulier rectangulaire.

B- Technique de Q.P.D.T : (quarter-point displacement technique)

Cette technique propose les expressions suivantes:

$$\begin{cases} K_I = \frac{2G}{k+1} \sqrt{\frac{8\Pi}{1}} \left(\frac{v_{B2} + v_{B1}}{2} \right) \\ K_{II} = \frac{2G}{k+1} \sqrt{\frac{8\Pi}{1}} \left(\frac{u_{B2} + u_{B1}}{2} \right) \end{cases} \dots\dots\dots (2.11)$$

Pour les problèmes tridimensionnels, le facteur d'intensité de contrainte peut être calculé grâce à la formule suivante (figure 2-5) :

$$K(\eta) = \frac{2G}{k+1} \sqrt{\frac{2\Pi}{1}} F(\eta) \dots\dots (2.12)$$

$$\begin{aligned} \text{Où : } F(\eta) = & 2v_B - v_C + 2v_E - v_F + v_D - 3/2 v_A - 3/2 v_G \\ & + 1/2 \eta (-4v_B + v_C + 4v_E - v_F + 3v_A - 3v_G) \dots\dots\dots (2.13) \\ & + 1/2 \eta^2 (v_F + v_C - 2v_D - v_A - v_G + 2v_H) \end{aligned}$$

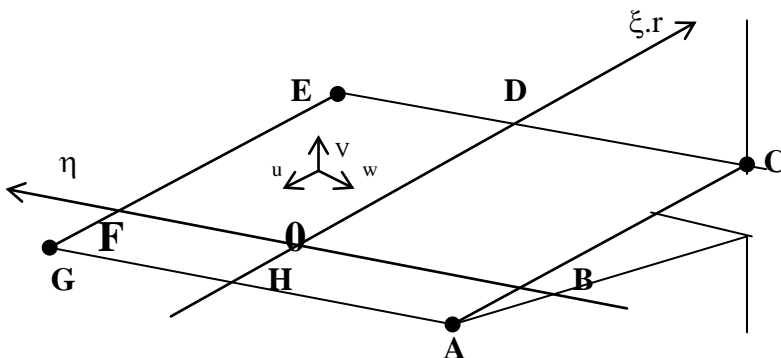


Figure 2-5 Élément singulier de brique.

2.4 Intégrale de contour :

Il est possible de déterminer K par d'autres voies semi-analytiques et en particulier d'utiliser les équations d'intégrales. La résolution fournit directement les déplacements et les tensions inconnus sur le contour, et par une relation simple, ces informations en tous points à l'intérieur de la structure. Le taux de libération d'énergie peut s'écrire sous la forme d'une intégrale de contour.

Supposant un milieu bidimensionnel d'épaisseur unité, on écrit :

$$G = \frac{\partial W_{\text{pot}}(\mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = \frac{\partial W(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \mathbf{a}} - \frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial \mathbf{a}} \quad \dots (2.14)$$

Où : $W(\boldsymbol{\varepsilon})$ est l'énergie de déformation.

W_{ext} est le travail extérieur.

G s'écrit alors sous la forme d'intégrale de contour appelé J sous S_F par :

$$G = J = \int_{S_F} W(\boldsymbol{\varepsilon}) d\mathbf{y} - \mathbf{T}_i^d \frac{\partial U_i}{\partial \mathbf{x}} d\mathbf{s} \quad \dots (2.15)$$

\vec{t} : vecteur traction en un point de contour.

\vec{U} : vecteur déplacement en un point de contour $t = \sigma_{ij} \cdot \eta_j$.

Soit Γ un contour continu partant de la lèvres inférieure à la lèvres supérieure de la fissure, et S_F est la trace de ce contour pour tous x, y (figure 2-6) :

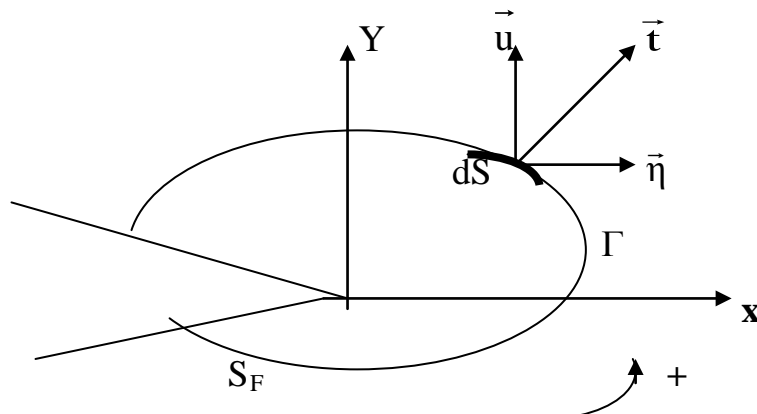


Figure 2-6 : Schéma de contour

$$W(\boldsymbol{\varepsilon}) = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \quad \text{en élasticité linéaire.}$$

Afin de présenter un exemple spécifique considérons le contour symétrique porté sur la figure 2-7, l'intégral J s'écrit alors :

$$J = 2 \int_A^B \left[W - \sigma_{11} \frac{\partial u}{\partial X} - \sigma_{12} \frac{\partial v}{\partial X} \right] dy + 2 \int_B^C \left[\sigma_{22} \frac{\partial v}{\partial X} + \sigma_{12} \frac{\partial u}{\partial X} \right] dx + 2 \int_C^D \left[W - \sigma_{11} \frac{\partial u}{\partial X} - \sigma_{12} \frac{\partial v}{\partial X} \right] dy \quad \dots (2.16)$$

Avec : $2W = (\sigma_{11} \cdot \varepsilon_{11} + \sigma_{22} \cdot \varepsilon_{22} + \sigma_{12} \cdot \varepsilon_{12})$

Rice [38] montre que cette intégrale J est indépendante du contour choisi. Si le comportement du matériau est élastique $J=G$ (le taux de restitution d'énergie)

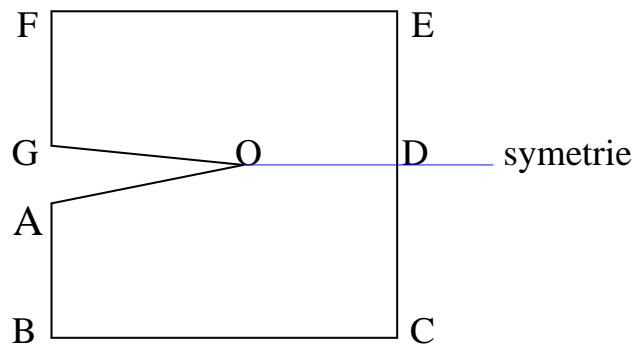


Figure 2-7 Contour symétrique

2. 5 Equivalence entre K et G :

Il est possible de déterminer le taux de restitution d'énergie G à l'aide des facteurs d'intensité de contrainte, en établissant une équivalence entre les deux méthodes. Ceci permettra la comparaison entre les valeurs trouvées par les techniques d'évaluation (DCT et QPDT) et celle du contour J . Pour un matériau isotrope, la relation entre K et G est donnée pour le mode I par :

$$G = K_I^2 / E \dots \dots \dots (2.17) \text{ Contrainte plane.}$$

$$G = K_I^2 (1-\nu) / E \dots \dots \dots (2.18) \text{ Déformation plane.}$$

Et pour un mode mixte (I-II-III)

$$G = \frac{K_I^2 + K_{II}^2 + (1+\nu)K_{III}^2}{E} \dots \dots \dots (2.19) \text{ Contrainte plane.}$$

$$G = \frac{(K_I^2 + K_{II}^2)(1-\nu^2) + (1+\nu)K_{III}^2}{E} \dots \dots \dots (2.20) \text{ Déformation plane.}$$

3.1 Introduction :

La méthode des éléments finis consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Elle fait appel aux trois domaines suivants :

- ◆ Sciences de l'ingénieur pour construire les équations aux dérivées partielles.
- ◆ Méthodes numériques pour construire et résoudre les équations algébriques.
- ◆ Programmation pour exécuter efficacement les calculs sur l'ordinateur.

Des développements considérables ont été effectués dans l'utilisation de la méthode pour traiter avec succès des problèmes liés à des domaines complexes et diversifiés [42-43-44], tels que ceux relevant de la mécanique des milieux continus ou la mécanique de la rupture. Dans ce chapitre, un exposé succinct de la méthode faisant ressortir les différentes étapes de l'analyse par la méthode des éléments finis est présenté. Les éléments utilisés dans l'élaboration du modèle numérique du chapitre 5 sont aussi présentés.

3.2 Principales étapes d'analyse de la méthode :

Dans la méthode des éléments finis, un système continu ayant un nombre infini de d.d.l est remplacé par un système discret (discrétisation) ayant un nombre fini de d.d.l dont l'analyse conduit à un système d'équations algébriques facile à résoudre. L'analyse par la M.E.F d'un système continu donné comprend six étapes essentielles :

- 1) Discrétisation du milieu continu par des éléments finis liés aux nœuds.
- 2) Sélection d'une approximation nodale des variables : ceci revient à approcher, d'une manière aussi exacte que possible, les variables à l'intérieur de chaque élément en fonction des variables aux nœuds. Les

fonctions utilisées sont généralement des polynômes (facile à intégrer et à dériver) qui doivent respecter les règles de convergence qui se résument à la continuité sur et entre les éléments.

- 3) La formulation de la matrice de rigidité de chaque élément en utilisant un principe variationnel. Aussi dans cette étape les charges qui ne sont pas situées sur les nœuds sont exprimées sous la forme d'un système de charges équivalentes aux nœuds pour former un vecteur de chargement pour chaque élément.
- 4) Assemblage des équations algébriques pour la totalité du système discret. Ceci comprend l'assemblage des matrices de rigidité élémentaires pour former la matrice de rigidité globale et l'assemblage des vecteurs de chargement élémentaires pour former le vecteur global des charges de la structure entière.
- 5) Solution des équations algébriques pour obtenir les déplacements inconnus.
- 6) Evaluation des contraintes dans chaque élément à partir des déplacements.

3.3 Élément (2D) isoparamétrique à 8 nœuds :

Les régions éloignées des zones fissurées sont représentées par l'élément serendipe à 8 nœuds de la figure 3-1 :

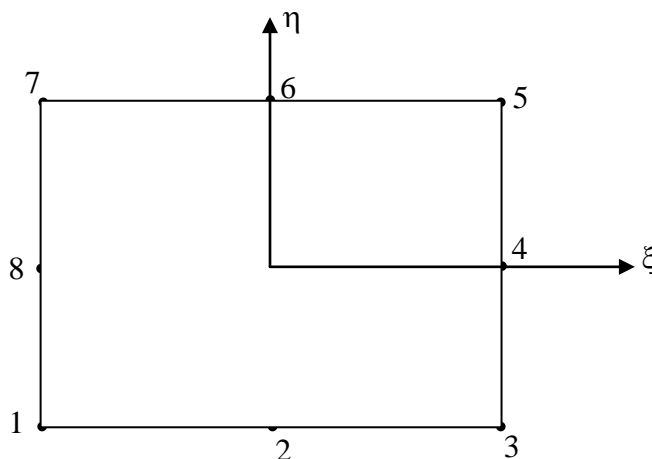


Figure 3-1 Élément fini à 8 nœuds

Chapitre III : La méthode des éléments finis

Les fonctions d'interpolation de cet élément sont de la forme :

$$\begin{aligned}
 N_i &= (1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(\xi_0 + \eta_0 - 1)/4 && \text{pour } i = 1,3,5,7 \\
 N_i &= (1 - \xi_0^2)(1 + \eta_0)/2 && \text{pour } i = 2,6 \quad \dots\dots\dots (3.1) \\
 N_i &= (1 + \xi_0)(1 - \eta_0^2)/2 && \text{pour } i = 4,8
 \end{aligned}$$

Avec $\xi_0 = \xi_i \xi$; $\eta_0 = \eta_i \eta$

Où (ξ_i, η_i) représente les coordonnées locales du nœud i données dans le tableau 3-1

i	1	2	3	4	5	6	7	8
ξ_i	-1	0	1	1	1	0	-1	-1
η_i	-1	-1	-1	0	1	1	1	0

Tableau 3-1 Coordonnées locales des nœuds

Remplaçons ξ_i et η_i par ses valeurs dans l'équation 3.1, on obtient les fonctions d'interpolation suivantes :

$$\begin{aligned}
 N_1 &= -\frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 + \xi + \eta) \\
 N_2 &= \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 - \eta) \\
 N_3 &= -\frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 - \xi + \eta) \\
 N_4 &= \frac{1}{2}(1 + \xi)(1 - \eta^2) \\
 N_5 &= -\frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 - \xi - \eta) \quad \dots\dots\dots (3.2) \\
 N_6 &= \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta) \\
 N_7 &= -\frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 + \xi - \eta) \\
 N_8 &= \frac{1}{2}(1 - \xi)(1 - \eta^2)
 \end{aligned}$$

Chapitre III : La méthode des éléments finis

Puisque l'élément est isoparamétrique, les coordonnées d'un point (x, y) à l'intérieur d'un élément peuvent être aussi exprimées en fonction des coordonnées des nœuds de l'élément :

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) x_i \\ y &= \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) y_i \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

La matrice de rigidité élémentaire est obtenue en appliquant le principe des travaux virtuels :

$$[K]_e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det J d\xi d\eta \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

Cette expression est évaluée en utilisant l'intégration numérique (quadrature de Gauss). Les stations d'intégration et leurs poids sont donnés par (figure 3-2) :

$$\xi_1 = \xi_8 = \xi_7 = \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = -\sqrt{3/5}$$

$$\xi_3 = \xi_4 = \xi_5 = \eta_7 = \eta_6 = \eta_5 = \sqrt{3/5}$$

$$\xi_2 = \xi_9 = \xi_6 = \eta_8 = \eta_9 = \eta_4 = 0$$

$$W_i = 5/9 \quad \text{pour } \xi_i \text{ ou } \eta_i = \pm \sqrt{3/5}$$

$$W_i = 8/9 \quad \text{pour } \xi_i \text{ ou } \eta_i = 0$$

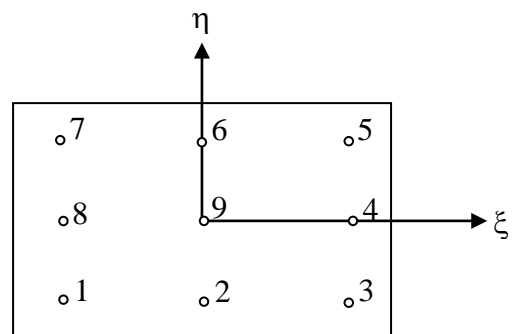


Figure 3-2 Présentation des points de Gauss

$[B]^T$ est la matrice transposée de la matrice de déformation $[B]$:

$$[B_i] = \begin{pmatrix} \partial N_i / \partial x & 0 \\ 0 & \partial N_i / \partial y \\ \partial N_i / \partial y & \partial N_i / \partial x \end{pmatrix} \quad i=1 \text{ à } 8 \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

$$\text{Avec : } \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial \xi \\ \partial N_i / \partial \eta \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (3.6)$$

[J] est la matrice Jacobienne, elle a pour expression :

$$[J] = \begin{Bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial x / \partial \xi & \partial y / \partial \xi \\ \partial x / \partial \eta & \partial y / \partial \eta \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (3.7)$$

[D] est la matrice caractéristique du matériau, qui pour le cas d'un matériau isotrope, est donnée par :

- En contraintes planes :

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{Bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{Bmatrix} \dots (3.8)$$

- En déformation planes :

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{Bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{Bmatrix} \dots (3.9)$$

Le vecteur des forces élémentaires peut être évalué d'une manière similaire à la matrice de rigidité :

$$[F]_e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N]^T \{b\} \cdot \det J \cdot d\xi \cdot d\eta \dots (3.10)$$

{b}: Chargement extérieur.

Les matrices globales de la structure $[K]_g$ et $[F]_g$ sont obtenues par assemblage des matrices élémentaires $[K]_e$ et $[F]_e$ par :

$$\begin{aligned} [K]_g &= \sum_{i=1}^n [K]_{ei} \\ [F]_g &= \sum_{i=1}^n [F]_{ei} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.11)$$

Où n est le nombre total des éléments de la structure.

Après l'introduction des conditions aux limites, le système des équations à résoudre est le suivant :

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

Le vecteur de déformation dans un point donné de l'élément est obtenu à partir des déplacements par :

$$\{\epsilon\} = [B] \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.13)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad \dots\dots (3.14)$$

Les contraintes sont liées aux déformations par la loi de Hooke comme suit :

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = [D][B]\{u\} \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

3.4 Modélisation à l'aide des éléments Q.P.E. :

3.4.1 Analyse de la singularité au voisinage de la fissure :

Dans le chapitre 2, il a été indiqué que du point de vue mécanique, un milieu fissuré peut être globalement subdivisé en deux zones : la zone externe et la

zone singulière. Si pour la première zone la modélisation ne pose pas des problèmes, il n'en est pas de même pour la zone de fissuration. En effet la singularité physique due à la fissure nécessite l'utilisation d'éléments capables de reproduire la discontinuité.

Dans un état plan, pour un matériau élastique, homogène et isotrope, la repartition des déplacements et des contraintes au voisinage du fond de la fissure est donnée par les formules suivantes [44] :

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{1}{G} \left[\frac{r}{2\Pi} \right]^{\frac{1}{2}} \left\{ K_I \cos \frac{\theta}{2} (1-2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2}) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (2-2\nu + \cos^2 \frac{\theta}{2}) \right\} \\
 v &= \frac{1}{G} \left[\frac{r}{2\Pi} \right]^{\frac{1}{2}} \left\{ K_I \sin \frac{\theta}{2} (2-2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2}) + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} (-1 + 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2}) \right\} \\
 \sigma_x &= \left[\frac{1}{2\Pi r} \right]^{\frac{1}{2}} \left\{ K_I \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin^3 \frac{\theta}{2}) - K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos^3 \frac{\theta}{2}) \right\} \dots (3.16) \\
 \sigma_y &= \left[\frac{1}{2\Pi r} \right]^{\frac{1}{2}} \left\{ K_I \cos \frac{\theta}{2} (1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin^3 \frac{\theta}{2}) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos^3 \frac{\theta}{2} \right\} \\
 \tau_{xy} &= \left[\frac{1}{2\Pi r} \right]^{\frac{1}{2}} \left\{ K_I \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos^3 \frac{\theta}{2} + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin^3 \frac{\theta}{2}) \right\}
 \end{aligned}$$

On note que les contraintes montrent une singularité en $\frac{1}{\sqrt{r}}$ et tendent vers ∞ (l'infini) à la pointe de la fissure. Les techniques de discretisation de la fissure généralement utilisées sont les suivantes :

- Discretisation à l'aide des éléments finis classiques basée sur un maillage adopté au contour de la fissure.
- Discretisation à l'aide des éléments finis enrichis [45] dans lesquelles la modélisation se fait à l'aide des éléments enrichis par l'introduction des fonctions particulières capables de prendre en considération le champ de déplacements local au voisinage de la fissure.
- Discretisation à l'aide des éléments finis classiques dégénérés. cette méthode est basée sur l'adaptation d'élément fini isoparamétrique

classique par le choix des positions des nœuds de manière à reproduire la singularité en $\frac{1}{\sqrt{r}}$ au front de la fissure [46] .

Compte tenu de la difficulté présentée par la première technique résidant dans l'affinage poussé du maillage susceptible de générer un nombre très grand d'éléments et celle présentée par la seconde technique qui réside dans la complexité de la formulation, l'élément Q.P.E grâce à la simplicité d'utilisation impose le recours à la technique d'utilisation des éléments dégénérés. L'élément Q.P.E a été introduit de façon presque simultanée par **Henshelle** et **Shaw** et **Barsonun**[47] pour un quadrilatère. Ils procèdent par une simple translation des points du milieu des cotés d'un élément isoparamétrique de degré deux vers des points situés au quart de l'arête (figure 3-3) :

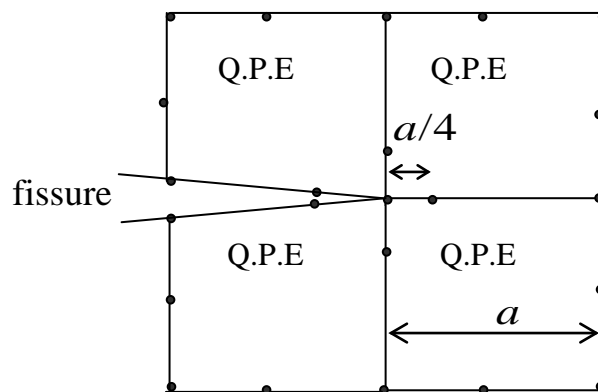


Figure 3-3 : Présentation de l'élément Q.P.E
au voisinage de la fissure

La technique employée consistait simplement à superposer deux nœuds en traitant séparément leurs déplacements. **Barsoun**[47] a montré que les éléments triangulaires obtenus à partir des éléments quadrilatéraux à huit nœuds, en confondant les trois nœuds d'un côté en un nœud unique, donnent des résultats meilleurs que ceux des éléments rectangulaires. L'effet du rapport a/l (longueur de l'élément singulier sur la longueur totale de la fissure) a fait aussi l'objet de

plusieurs études, des bons résultats semblent être obtenus pour un rapport a/l égale à $1/10$.

3. 4. 2 Formulation des éléments singuliers :

Il est possible de montrer que le long des côtés des éléments, les dérivées $\frac{\partial U}{\partial x}$ (ou déformations) varient en $\frac{1}{\sqrt{r}}$. La forme de $N_i(\xi, \eta)$ dans tous les éléments isoparamétriques est polynomiale. Par conséquent, les polynômes $\frac{\partial N_i}{\partial \xi}$ et $\frac{\partial N_i}{\partial \eta}$ ne sont pas singuliers. D'autre part, le vecteur de déformation (équation 3.13) peut être écrit sous la forme suivante :

$$\{\varepsilon\} = [J]^{-1} [B(\xi, \eta)] \{u\} \dots\dots (3.17)$$

C'est pour quoi la singularité peut être obtenue, une fois le Jacobien $[J]$ est singulier sur le front de la fissure, en d'autres termes le déterminant du Jacobien doit être nul.

$$\det [J] = \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)} \dots\dots (3.18)$$

A titre d'exemple, on cherche la singularité effective sur la ligne 1-3 ($\eta = -1$) (figure 3-4). Les fonctions de forme le long de cette ligne sont :

$$N_1 = -\frac{1}{2} \xi (1 - \xi)$$

$$N_2 = 1 - \xi^2$$

$$N_3 = \frac{1}{2} \xi (1 + \xi)$$

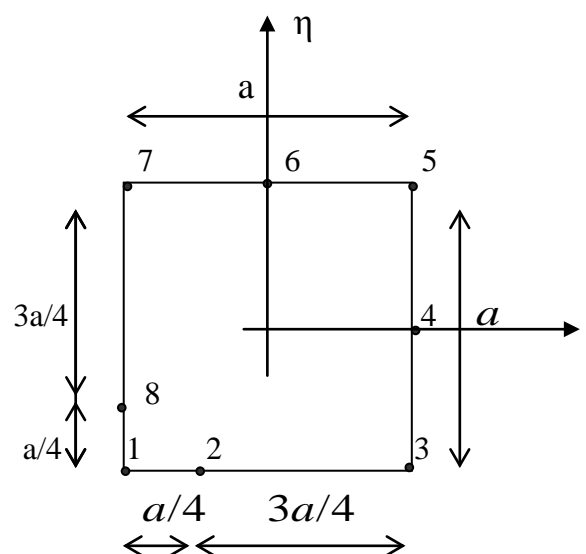


Figure 3-4 Elément Q.P.E

D'où :

$$x = -\frac{1}{2}\xi(1-\xi)x_1 + (1-\xi^2)x_2 + \frac{1}{2}\xi(1+\xi)x_3$$

Choisissons $x_1=0$, $x_2 = \frac{a}{4}$, $x_3=a$

Alors $x = (1-\xi^2) a/4 + \frac{1}{2}\xi(1+\xi) a$

Ce qui donne $\xi = 2\sqrt{\frac{x}{a}} - 1$

Le terme $\frac{\partial x}{\partial \xi}$ du Jacobien est donné par :

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{a(1+\xi)}{2} \quad \text{qui rend le Jacobien singulier à } (x=0, \xi=-1)$$

Considérons maintenant le déplacement u le long de la ligne (1-3) qui est donné par :

$$u = -\frac{1}{2} \left[-1 + 2\sqrt{\frac{x}{a}} \right] \cdot \left[2 - 2\sqrt{\frac{x}{a}} \right] \cdot u_1 + \left(4\sqrt{\frac{x}{a}} - 4\frac{x}{a} \right) \cdot u_2 + \frac{1}{2} \left(-1 + 2\sqrt{\frac{x}{a}} \right) \left(2\sqrt{\frac{x}{a}} \right) \cdot u_3$$

La déformation dans la direction des X est alors .

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial \xi}$$

$$\varepsilon_x = -\frac{1}{2} \left(\frac{3}{\sqrt{xa}} - \frac{4}{a} \right) \cdot u_1 + \left(\frac{2}{\sqrt{xa}} - \frac{4}{a} \right) \cdot u_2 + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{xa}} + \frac{4}{a} \right) \cdot u_3$$

La singularité de la déformation le long 1-3 est donc en $\frac{1}{\sqrt{r}}$, ce qui présente la singularité exigée pour l'analyse des structures élastiques.

4. 1 Introduction :

La méthode des éléments finis présentée dans le chapitre 3 a été utilisée pour élaborer un modèle numérique capable de simuler le comportement des poutres en béton armé renforcées par des plaques collées. Afin de simuler avec une bonne approximation les poutres fissurées qui font l'objet de notre analyse, il est utile de rappeler (voir chapitre 2) que du point de vue modélisation, une structure endommagée peut être subdivisée en deux zones.

- Zone non fissurée pour laquelle les éléments finis traditionnels donnent une représentation satisfaisante
- Zone fissurée ou zone singulière qui nécessite l'utilisation des éléments particuliers capables de représenter de façon correcte la singularité.

Le modèle ainsi développé sera d'abord validé dans ce chapitre par les résultats expérimentaux. Dans une deuxième étape, il servira dans une investigation paramétrique sur le comportement à la fissuration des poutres présentée dans le chapitre suivant.

4. 2 Montage expérimental :

Le principe expérimental suivi par **Charif** [11] consiste à soumettre une série de poutres isostatiques en béton armé, à un essai de flexion à quatre points. Les caractéristiques des poutres sont les suivantes (figure 4-1) :

1- poutre :

largeur = 155 mm

hauteur = 255 mm

portée = 2500 mm

armature tendues $A_s = 3HA20 = 942 \text{ mm}^2$

2- colle : largeur = 125 mm épaisseur = 1.5 mm

3- plaque d'acier : largeur = 125 mm épaisseur = 1.5 mm

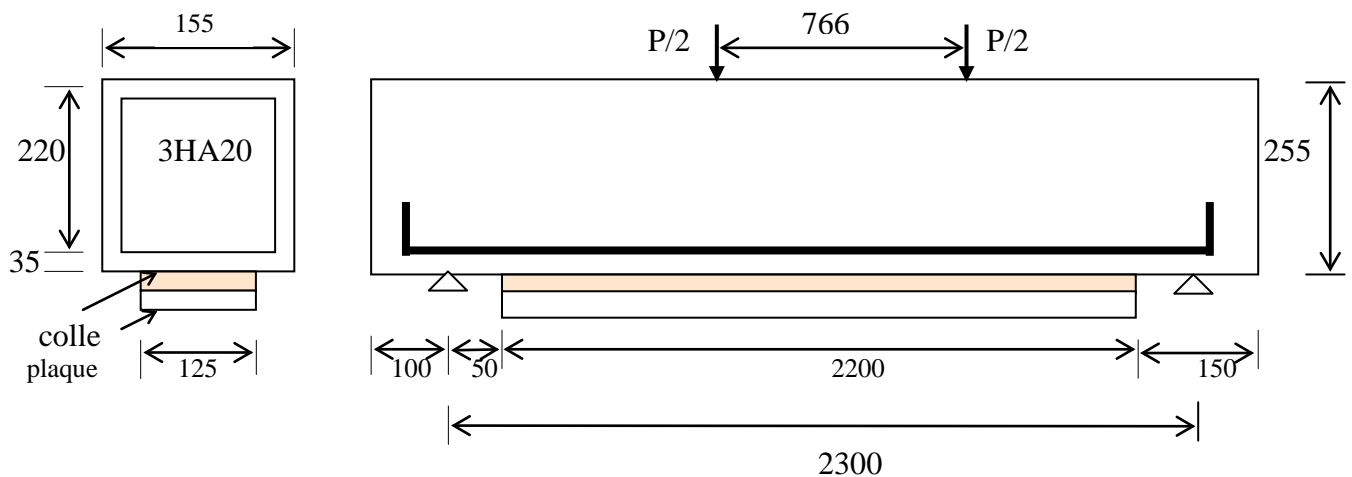


Figure 4 -1 Montage expérimental

Les poutres expérimentales choisies sont :

- F_{01} : poutre non renforcée testée à 42 jours d'âge.
- F_{11} : poutre renforcée par une plaque d'acier de 1,5 mm d'épaisseur, avec un joint de colle de 1,5 mm d'épaisseur à l'âge de 28 jours, puis testée à 42 jours.
- F_{12} : poutre préchargée à 31% de sa capacité flexionnelle ultime, puis déchargée, et renforcée par une plaque d'acier de 1,5 mm d'épaisseur par l'intermédiaire d'une couche de résine de 1,5 mm d'épaisseur à l'âge de 28 jours. Deux semaines après la poutre a été testée jusqu'à la rupture.

Les propriétés des matériaux sont données dans le tableau 4-1

Matériaux	E(Mpa)	ν
béton	32050	0,16
colle	1200	0,499
acier	200000	0,30

Tableau 4-1 Propriétés des matériaux

Pour toutes les poutres, la charge de la première fissure, la flèche, les rotations des appuis, les déformations du béton et de l'acier, les ouvertures des fissures et la charge ultime ont été enregistrées.

4. 3 Résultats expérimentaux :

Les principaux résultats présentés par **Charif** [11] sont les suivants :

Les figures 4.2, 4.3 et 4.4 représentant successivement la variation des flèches, des rotations et des déformation dans le béton comprimé sous diverses charges et pour chaque poutre montrent clairement l'effet bénéfique du renforcement sur le comportement des poutres qui se traduit notamment par la réduction des flèches, des rotations et des déformations, et l'augmentation des charges de rupture et de fissuration.

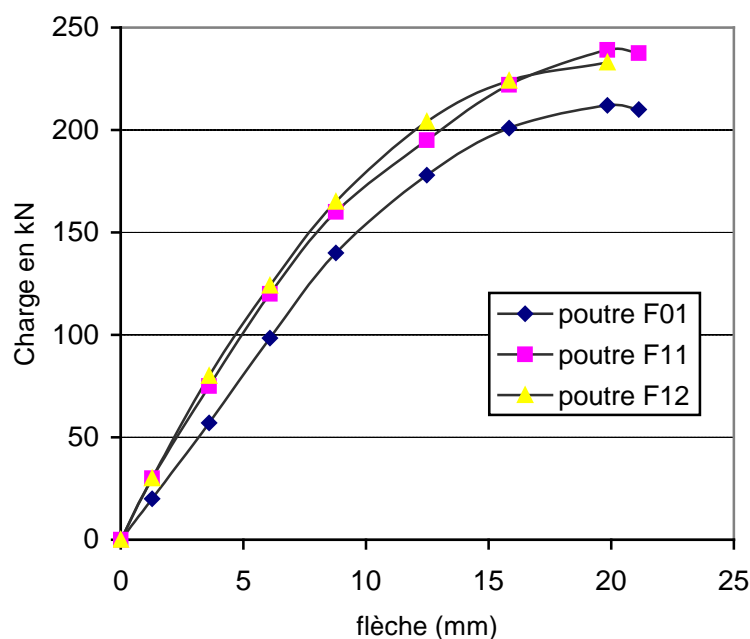


Figure 4-2 courbes charge-flèche

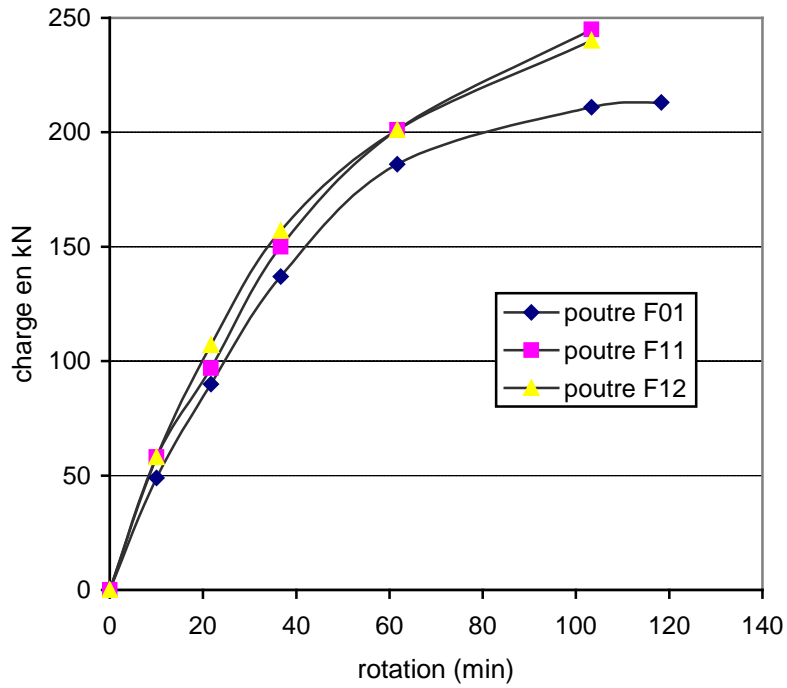


Figure 4-3 courbes charge-rotation

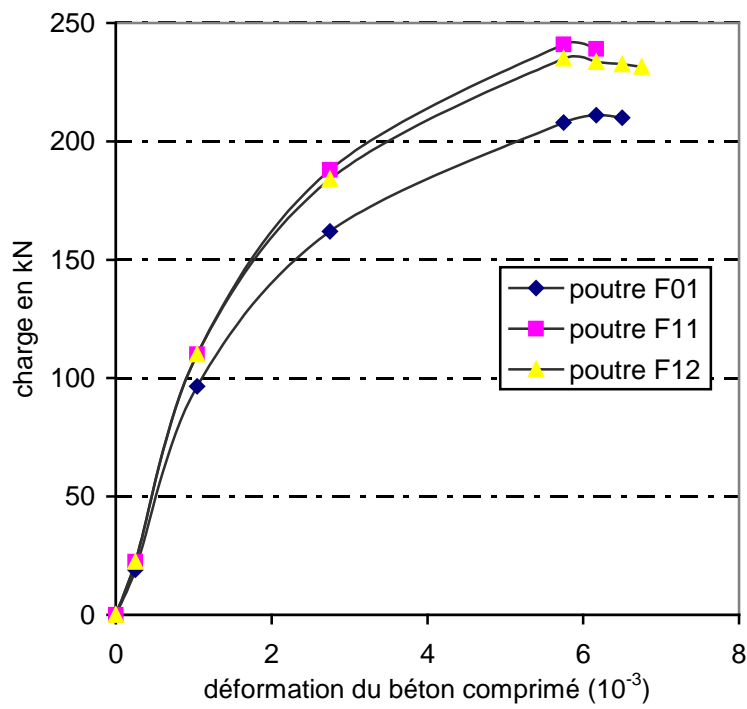


Figure 4-4 courbes charge-déformation du béton comprimé

- Rigidité :

Les rigidités flexionnelles des poutres ont été déterminées moyennant les diagrammes de déformations obtenus expérimentalement. La courbure d'une poutre est définie par :

$$\rho = \frac{1}{R} = \frac{M}{E_b I} = \frac{\varepsilon_c}{x} \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

$$E_b I = \frac{M \cdot x}{\varepsilon_c} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

Avec : M : moment appliqué x : profondeur de l'axe neutre

$E_b I$: rigidité flexionnelle

ε_c : déformation du béton comprimé.

Les rigidités déterminées expérimentalement sont résumés dans le tableau 4-2 suivant :

Poutre	Charge	
	20 KN	100 KN
F ₀₁	533,6. 10 ¹⁰	398,8.10 ¹⁰
F ₁₁	648,8.10 ¹⁰	502,8.10 ¹⁰
différence	17,75 %	20,68 %

Tableau 4-2 Rigidités expérimentales en (N.mm²)

On remarque que le renforcement des poutres augmente la rigidité, cet effet bénéfique devenant plus remarquable avec l'augmentation de la charge.

- Initiation et évolution de la fissuration :

L'apparition des premières fissures et leurs propagations sont détectées visuellement et marquées après chaque incrément de charge. Le tableau 4.3 présente la charge de première fissuration, la charge de rupture et la déformation dans le béton enregistrée lors de l'ouverture de la première fissure pour les poutres F₀₁, F₁₁ et F₁₂.

Poutre	Charge de première fissuration (KN)	Charge de rupture (KN)	Déformation dans le béton tendu à la 1 ^{ère} fissuration (10^{-6})
F ₀₁	30	210	162
F ₁₁	40	239	178
F ₁₂	30	232	100

Tableau 4-3 : charges et déformations des poutres F₀₁, F₁₁ et F₁₂.

Le premier point à relever est l'effet de retardement dans l'apparition de la première fissure dû au renforcement. Ce fait est souligné par l'augmentation très nette de la charge de première fissuration de la poutre F₁₁. Le deuxième point est que le renforcement semble augmenter la capacité de déformation de la poutre qui est mise en relief par l'augmentation de la déformation à la première fissuration, ce qui autorise à supposer que le renforcement agit favorablement sur la ductilité de la poutre. Enfin, on constate, comme prévu, une augmentation de la charge de rupture des poutres F₁₁ et F₁₂ suite à l'ajout des plaques.

La figure 4-5 montrant l'évolution de l'ouverture des fissures en fonction de la charge appliquée permet de remarquer que :

- La présence des plaques semble augmenter la capacité résistante de la zone tendue du béton après fissuration ce qui permet de prédire une augmentation de la rigidité.
- Le renforcement par collage de plaque limite l'ouverture des fissures primaires permettant ainsi le retardement et la répartition des fissures le long de la poutre. Les fissures secondaires prennent source dans les fissures primaires et se propagent vers les plaques de façons à épouser des formes triangulaires (Δ).

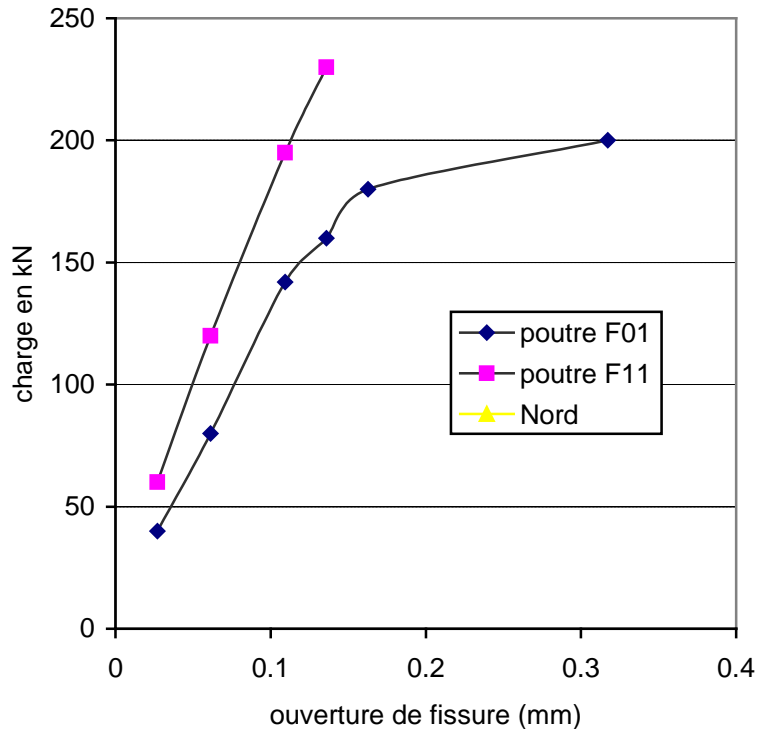


Figure 4-5 courbes charge-ouverture de fissure

4. 4 Modèle numérique :

Afin de pouvoir modéliser les poutres en béton armé renforcées et non renforcées, fissurées et non fissurées, il a été nécessaire d'élaborer deux types de programme de calcul :

- Un programme d'éléments finis utilisant l'élément isoparamétrique à 8 nœuds dont l'organigramme est présenté dans la figure 4-6
- Un programme servant à la génération automatique des mailles et qui a été à chaque fois modifié de façon à pouvoir représenter les quatre cas de poutres étudiées et préparer les fichiers de données nécessaires pour l'exécution du programme principal d'éléments finis.

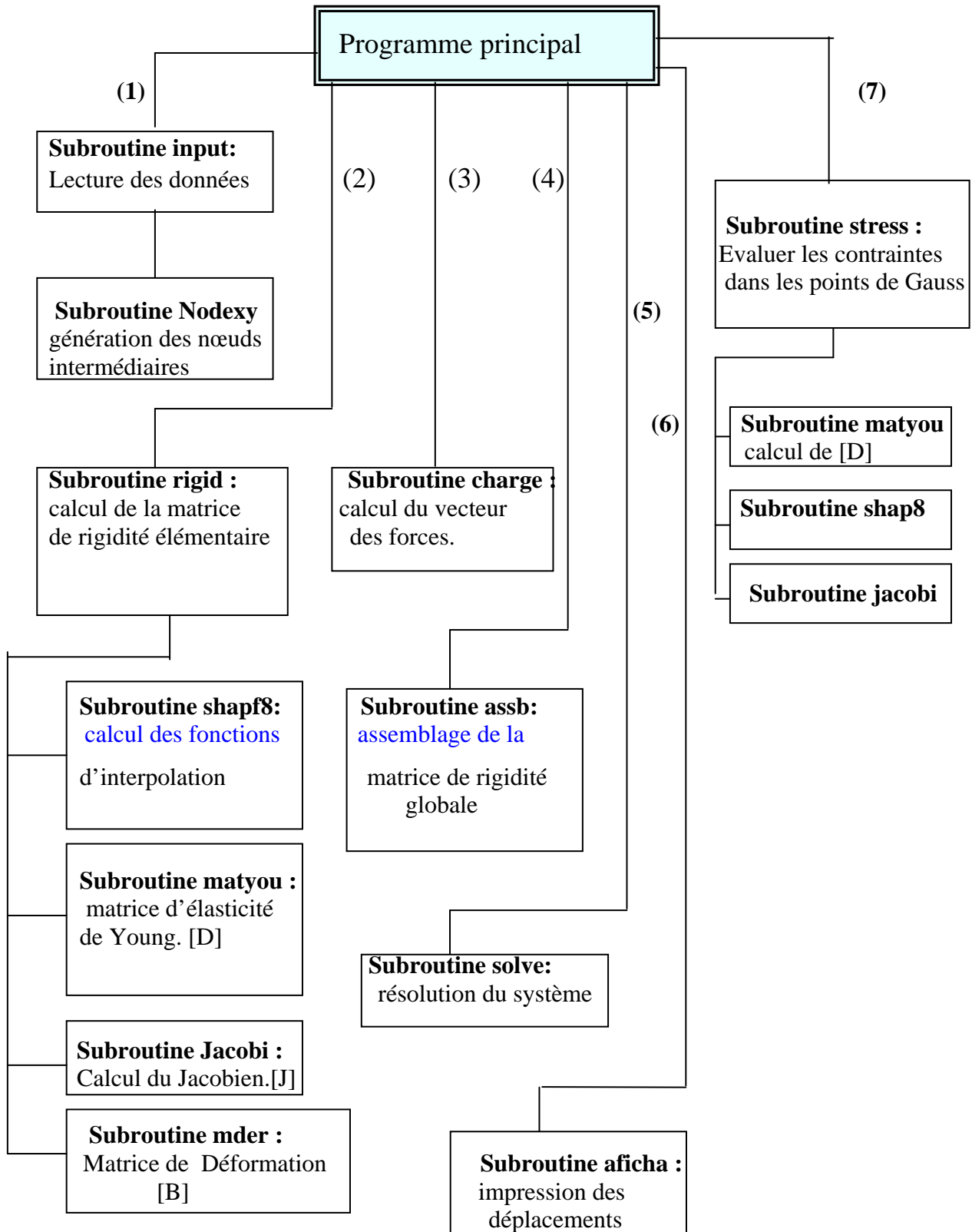


Figure 4-6 Organigramme du programme en éléments finis

4. 4. 1 Description des fissures :

Les fissures sont prises de la poutre F_{12} décrite dans le montage expérimental, les longueurs des fissures varient selon leurs positions par rapport à la mi-travée de la poutre (figure 4-7).

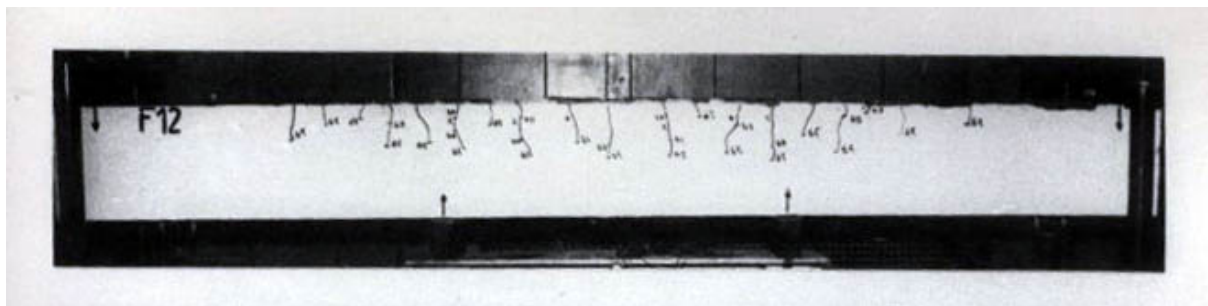


Figure 4-7 poutre fissurée F_{12}

Le tableau 4-4 donne les différentes fissures avec leurs positions et leurs longueurs :

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}
X	0,00	83,28	189,87	266,49	336,45	428,05	486,35	572,96	659,57	726,19
L	99,94	83,28	116,59	49,97	108,26	91,61	88,28	33,31	44,97	74,95

Tableau 4-4 Positions et longueurs des fissures en (mm).

4-4-2 Maillage des poutres :

Les résultats expérimentaux obtenus par **Charif** [11] ont servi de base de comparaison aux résultats obtenus par le programme. A ce titre, quatre types de poutre ont été analysés, en tenant compte de la symétrie de la structure . La section des aciers tendus est représentée par une section fictive équivalente des aciers de largeur égale à la largeur de la poutre, figures 4-8 à 4-11

- Poutre non renforcée non fissurée P_{11} :

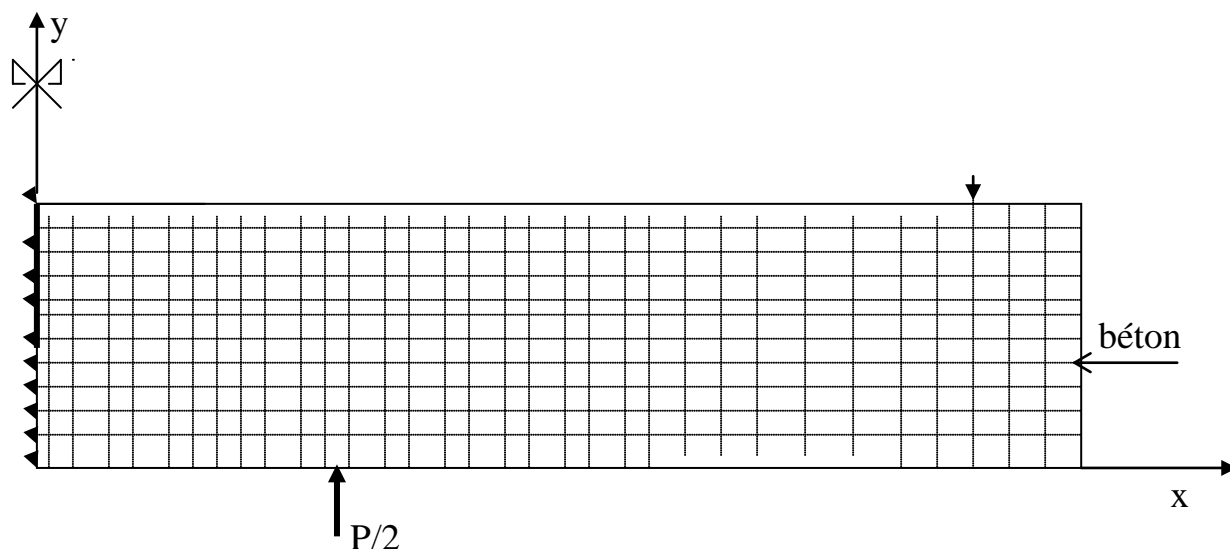


Figure 4-8 poutre non renforcée non fissurée

Elle est comparée avec la poutre F_{01} décrite dans le montage expérimental. Le générateur utilisé dans ce cas est simple, il fait la numérotation à partir de la face tendue vers la face comprimée, et de mi-travée vers l'about de la poutre.

- Poutre renforcée non fissurée P_{21} :

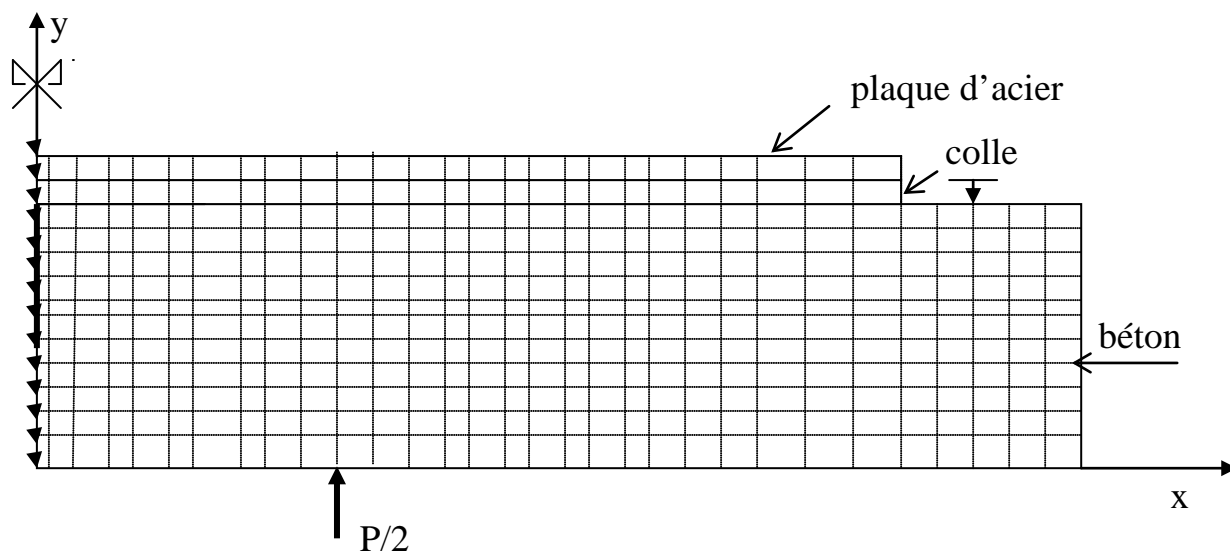


Figure 4-9 Poutre renforcée non fissurée

Elle est comparée avec F_{11} . Le générateur précédant est aménagé de façon à pouvoir intégrer les deux lignes supplémentaires des éléments représentant la colle et la plaque et qui s'arrêtent au niveau de la zone d'ancrage.

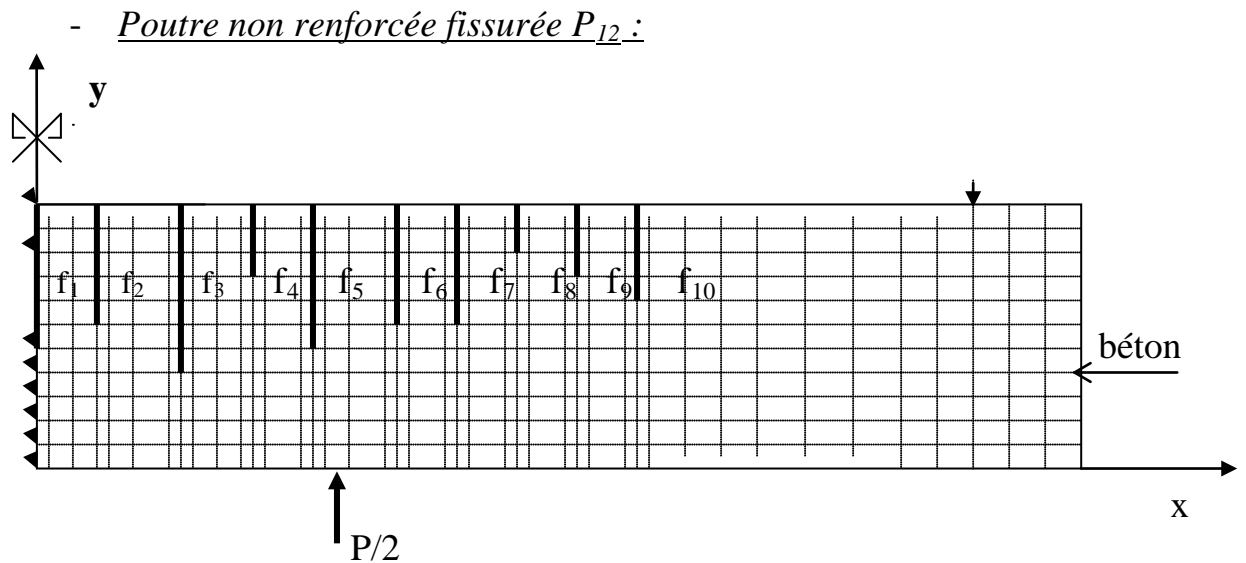


Figure 4-10 Poutre non renforcée fissurée

Elle est comparée avec la poutre F_{12} avant le collage de la plaque et après le préchargement. Le générateur utilisé dans ce cas est un peu compliqué, à cause de l'existence d'un nombre considérable de fissures présentant des longueurs variables selon leurs positions. Chaque fissure est représentée par le biais de deux lignes nodales capables de prendre en compte la discontinuité du champ de déplacement. Ces fissures qui s'initient dans la face tendue et se prolongent vers la pointe sont traversées par les barres d'acier.

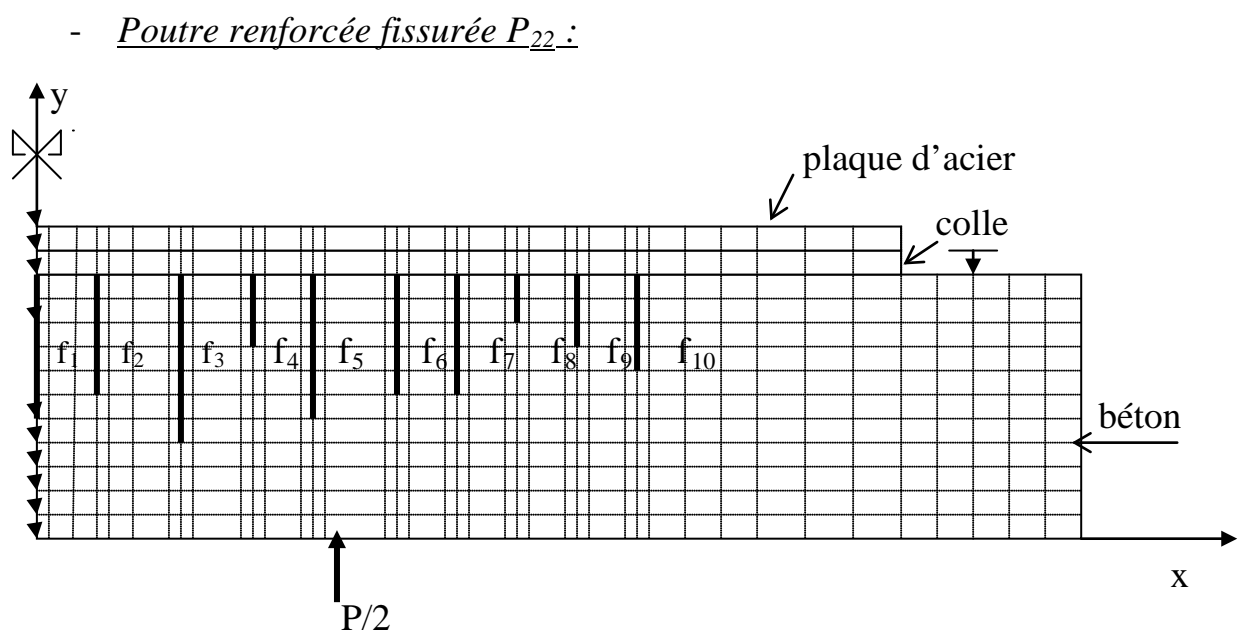


Figure 4-11 Poutre renforcée fissurée

Elle est comparée avec la poutre F_{12} après le collage de la plaque. Le générateur utilisé est similaire à celui de la poutre F_{21} , du moment que les fissures sont identiques mais il se distingue par l'ajout des éléments de la plaque d'acier et de la colle.

Pour assurer une bonne convergence des résultats numérique le maillage adopté a été suffisamment affiné. Le tableau 4-5 résume la topologie des mailles utilisées.

Poutres	P ₁₁	P ₂₁	P ₁₂	P ₂₂
Nombre total des nœuds	14599	15941	12572	13292
Nombre total des éléments	4760	5186	3999	4237
Nombre total des nœuds bloqués	82	68	35	40

Tableau 4-5 Topologie des mailles

Le nombre relativement élevé d'éléments et de nœuds est justifié d'une part par le souci de respecter la condition du rapport largeur/longueur d'éléments limité à 1/5, et d'autre part au fait que les épaisseurs respectives de la colle et de la plaque sont faibles devant les dimensions de la poutre.

4. 5 Validation du modèle :

Les résultats du modèle numérique sont comparés aux résultats expérimentaux ainsi qu'aux résultats analytiques du modèle présenté ci-dessous.

4. 5. 1 Modèle analytique :

Le calcul des sections en béton armé s'effectue dans le domaine élastique et se base sur les hypothèses suivantes :

- 1- Sections planes avant chargement restent planes après chargement.
- 2- Tous les matériaux (béton, époxyde, armatures et plaque) ont un comportement élastique.
- 3- Le béton tendu est négligé dans les sections fissurées.

Section non fissurée (figure 4.12) :

soient :

A_a, A_p, A_s : sections respectives d'armatures tendues, plaque d'acier et de la colle

d : hauteur du béton.

b : largeur de la section du béton.

b_1 : largeur de la plaque et de la colle.

d_a : distance du centre de gravité des armatures à la fibre la plus comprimée.

d_c : distance du centre de gravité de la colle à la fibre la plus comprimée.

d_p : distance du centre de gravité de la plaque à la fibre la plus comprimée.

ε_c : déformation de compression dans le béton.

ε_a : déformation de traction dans les barres d'acier.

ε_{co} : déformation de traction dans la colle.

ε_p : déformation de traction dans la plaque d'acier.

ε_t : déformation de traction dans le béton.

E_b, E_a, E_c les modules de Young respectifs du béton, d'aciers et de la colle

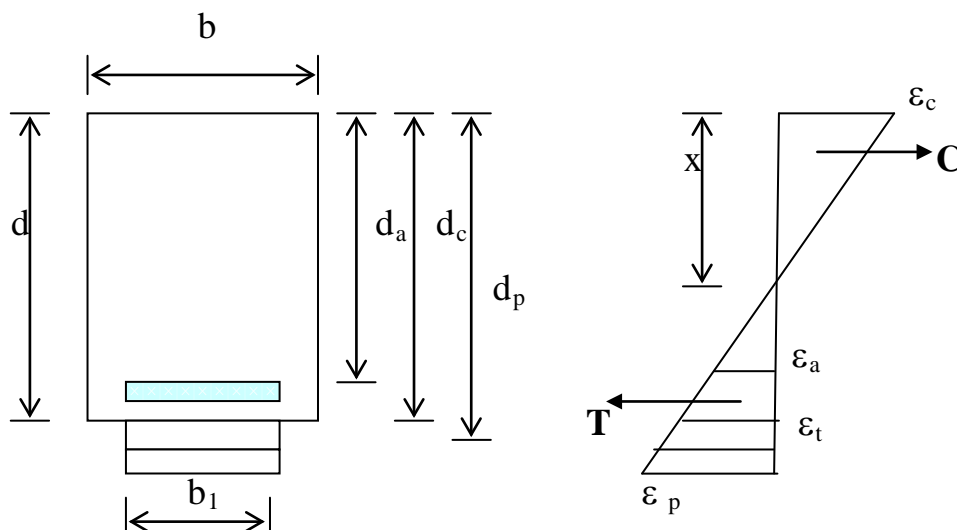


Figure 4-12 section non fissurée

La force de traction dans la section est :

$$T = A_a \varepsilon_a E_a + E_b \left[\varepsilon_t \frac{b(d-x)}{2} - \varepsilon_a A_a \right] + A_p \varepsilon_p E_a + A_c \varepsilon_{co} E_c \quad \dots (4.3)$$

La force de compression dans la section:

$$C = \frac{b x \varepsilon_c E_b}{2} \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

L'équilibre T=C nous donne la position de l'axe neutre x :

$$x = \frac{A_a (E_a - E_b) d_a + A_c E_c d_c + A_p E_p d_p + E_b b d^2 / 2}{A_a (E_a - E_b) + A_c E_c + A_p E_p + E_b b d} \quad \dots\dots(4.5)$$

Le moment d'inertie de la section est:

$$I_{nf} = \frac{b(x^3 + (d-x)^3)}{3} + [A_a (E_a - E_b) (d_a - x)^2 + A_c E_c (d_c - x)^2 + A_p E_p (d_p - x)^2] / E_b \dots(4.6)$$

Compte tenu du chargement et des appuis, la flèche centrale est obtenue par:

$$\Delta = \frac{23ML^2}{216E I_{nf}} \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

Dans la section fissurée, la contribution du béton tendu est négligée. A cet effet les équations précédentes, de la section non fissurée, deviennent:

$$T = A_a \varepsilon_a E_a + A_p \varepsilon_p E_a + A_c \varepsilon_{co} E_c \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

$$C = \frac{b x \varepsilon_c E_b}{2} \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

$$\varepsilon_a = \frac{d_a - x}{x} \varepsilon_c, \quad \varepsilon_{co} = \frac{d_c - x}{x} \varepsilon_c, \quad \varepsilon_p = \frac{d_p - x}{x} \varepsilon_c \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

En écrivant l'équilibre de forces et en éliminant ε_c on trouve:

$$b x^2 / 2 = \frac{A_a E_a (d_a - x) + A_c E_c (d_c - x) + A_p E_p (d_p - x)}{E_b} \quad \dots\dots\dots (4.11)$$

Le moment d'inertie de la section fissurée est donnée par:

$$I_f = \frac{b_x^3}{3} + \left[A_a E_a (d_a - x)^2 + A_c E_c (d_c - x)^2 + A_p E_p (d_p - x)^2 \right] / E_b \dots (4.12)$$

La flèche Δ est donnée par :

$$\Delta = \frac{23ML^2}{216E_b I_f} \dots\dots\dots (4.13)$$

4. 6 Comparaison des résultats :

La charge considérée pendant l’analyse est égale à 20 KN. Toutefois, afin de comparer les déformations dans les plaques d’aciers avec les résultats expérimentaux, une charge de 50KN a été prise vue l’indisponibilité de ces résultats expérimentaux à 20KN.

Poutre	Numérique	Analytique	Expérimentale	% Erreur
P ₁₁	0,552	0,535	1,14	46%
P ₂₁	0,527	0,523	0,92	37%
P ₁₂	0,736	0,99	0,97	19%
P ₂₂	0,644	0,817	0,87	21%

Tableau 4-6 Valeurs de la flèche (mm) à mi-travée.

Poutre	Numérique	Analytique	Expérimentale	% Erreur
P ₁₁	137,807	137,774	119	15%
P ₂₁	140,503	140,506	138, 2	2%
P ₁₂	126,491	141,5	139	9%
P ₂₂	121,145	138	118,2	2%

Tableau 4-7 Profondeur de l’axe neutre (mm) à mi-travée.

Poutre	Numérique	Analytique	Expérimentale	% Erreur
P ₁₁	0,1308	0,131	0,17105	18%
P ₂₁	0,12577	0,12547	0,16383	18%
P ₁₂	0,15314	0,133106	0,17105	8%
P ₂₂	0,13948	0,1271	0,164	11%

Tableau 4-8 Déformation (10^{-3}) du béton comprimé à mi-travée.

Chapitre IV : Elaboration et validation du modèle numérique

Poutre	Numérique	Analytique	Expérimentale	% Erreur
P ₁₁	0,07888	0,078167	0,14503	46%
P ₂₁	0,078	0,07121	0,09697	26%
P ₁₂	0,468	0,537	0,48	2%
P ₂₂	0,385	0,413	0,34	-13%

Tableau 4-9 Déformation(10^{-3}) de l'acier tendu à mi-travée.

Poutre	Numérique	Analytique	Expérimentale	% Erreur
P ₂₁	0,10483	0,10457	0,14113	26%
P ₂₂	0,469	0,548	0,45	-4%

Tableau 4-10 Déformation(10^{-3}) de la plaque d'acier à mi-travée.

Poutre	Numérique	Analytique	Expérimentale	% Erreur
P ₁₁	8,2255	8,06827	5,336	28%
P ₂₁	8,5682	8,58866	6,47	19%
P ₁₂	6,0676	7,952	5,30	-14%
P ₂₂	6,955	8,539	6,50	-7%

Tableau 4-11 Rigidité (10^{12} N.mm²) de la poutre à mi-travée.

Les tableaux (4-6 à 4-11) présentent l'ensemble des résultats numériques, analytiques et expérimentaux ainsi que les pourcentages d'erreur. La confrontation des différentes valeurs permet de faire les remarques principales suivantes :

1- Globalement, les résultats numériques confirment l'observation expérimentale de l'effet bénéfique sur la capacité portante du renforcement. Cet effet bénéfique ressort de manière plus nette pour les poutres fissurées.

2- L'écart relativement important obtenu pour les résultats des poutres non fissurées peut s'expliquer par le fait que les modèles numériques et analytiques sont basés sur un modèle linéaire idéal, alors qu'en réalité le comportement de la poutre n'est ni idéal et ni linéaire.

3- Toutefois, les écarts entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux sont plus faibles que ceux entre les résultats analytiques et expérimentaux, ce qui permet de conclure que le phénomène de fissuration est représenté numériquement mieux qu'analytiquement.

4- Abstraction faite des erreurs de mesure, les résultats numériques relatifs aux modèles fissurés sont dans l'ensemble assez proches des résultats expérimentaux. Cette observation autorise à penser que le modèle numérique utilisé semble plus adapté à simuler le comportement des poutres fissurées. Cependant, des écarts plus marqués ont été relevés pour les modèles non fissurés. Ceci peut s'expliquer par le fait que le modèle non fissuré ne représente pas de façon correcte la poutre non fissurée. Ceci souligne la nécessité de faire recours à un modèle non linéaire.

5.1 Introduction :

Le comportement à la fissuration des poutres renforcées par les plaques d'acier a été cerné à l'aide du calcul des coefficients d'intensité de contraintes. Pour cela une étude paramétrique portant sur l'effet de la variation des épaisseurs de la colle et de la plaque a été menée. D'autres parts, il est à signaler que le calcul des coefficients d'intensité de contraintes a été conduit en utilisant les techniques DCT et QPDT. Pour pouvoir déterminer l'effet de la combinaison des deux modes de rupture (I et II) sur le comportement des poutres, le taux de restitution d'énergie G a été aussi calculé numériquement, moyennant un programme de calcul qui procède premièrement par un lissage des points de Gauss situés sur le contour avant d'intégrer les fonctions obtenues. Etant donné que le domaine considéré lors de cette étude est l'élasticité linéaire, une seule charge, égale à 50KN, a été prise lors de l'étude de la fissuration des poutres.

5.2 Effets du renforcement sur les paramètres de la fissuration :

Dans le souci de clarté du manuscrit, la figure 5-1 reproduit le schéma de la poutre, objet de l'étude, portant les positions des fissures.

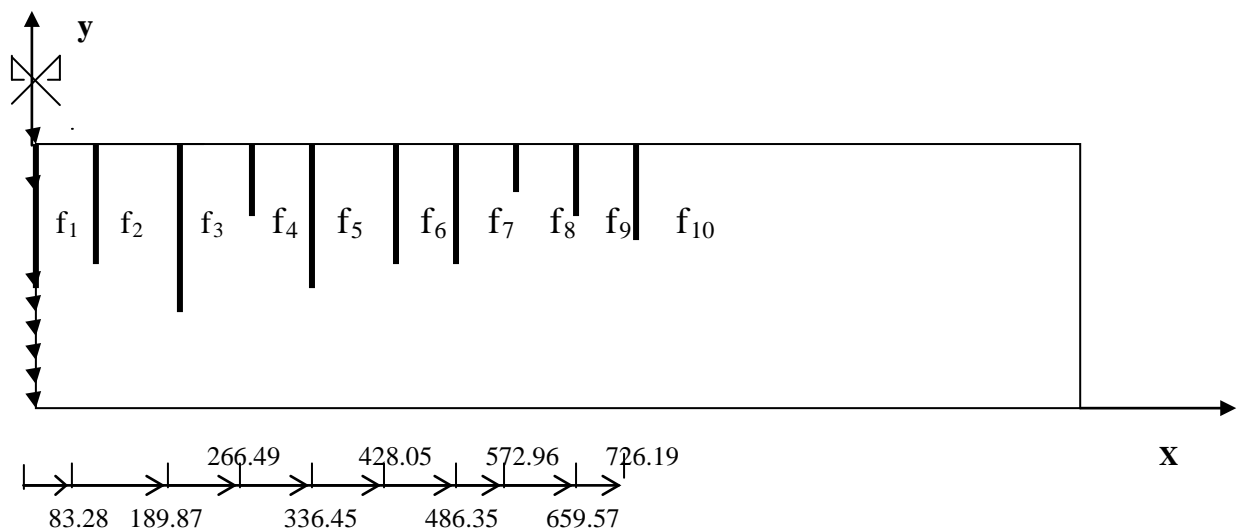


Figure 5-1 positions de fissures

Chapitre V : Comportement à la fissuration

En plus pour convenance, le point de mi-travée a été choisi comme origine des abscisses dans les graphes présentés dans le reste du chapitre. Les discussions et commentaires qui suivent porteront sur les valeurs des coefficients d'intensité de contraintes, le taux de restitution d'énergie et l'ouverture des fissures.

Les figures 5.2, 5.3, 5.4 et 5.5 montrent respectivement les variations du coefficient K_I , du coefficient K_{II} , du taux de restitution de l'énergie et de l'ouverture des fissures le long de la poutre non renforcée et de la poutre renforcée avec une plaque d'acier d'épaisseur 1,5mm, l'épaisseur du joint de colle étant égale à 1,5 mm. Les propriétés des matériaux utilisées ainsi que la topologie du maillage considérée sont identiques à celles du chapitre précédent (chap. 4). Les techniques QPDT et DCT ont été utilisées pour déterminer les coefficients K_I et K_{II} tandis que le taux de restitution d'énergie a été évalué en utilisant les techniques QPDT et DCT ainsi que l'intégrale du contour J.

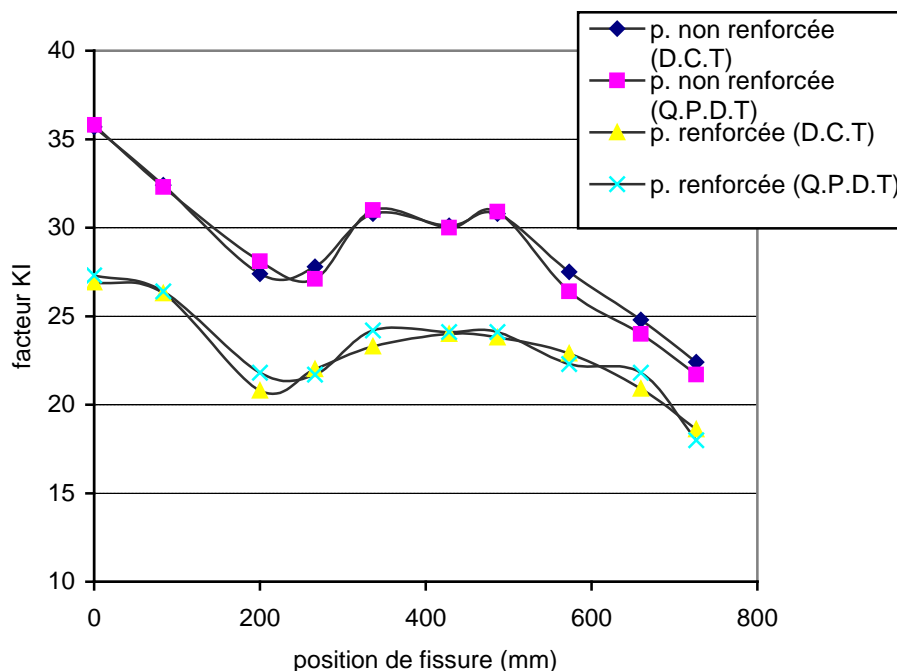


Figure 5-2 Effet de renforcement sur le facteur d'intensité de contrainte K_I

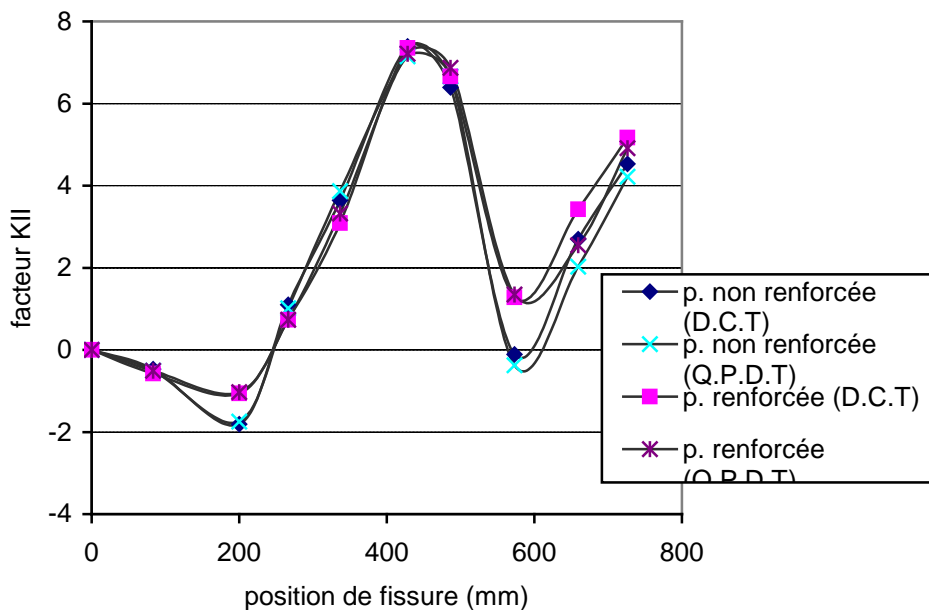


Figure 5-3 Effet de renforcement sur le facteur d'intensité de contrainte K_{II}

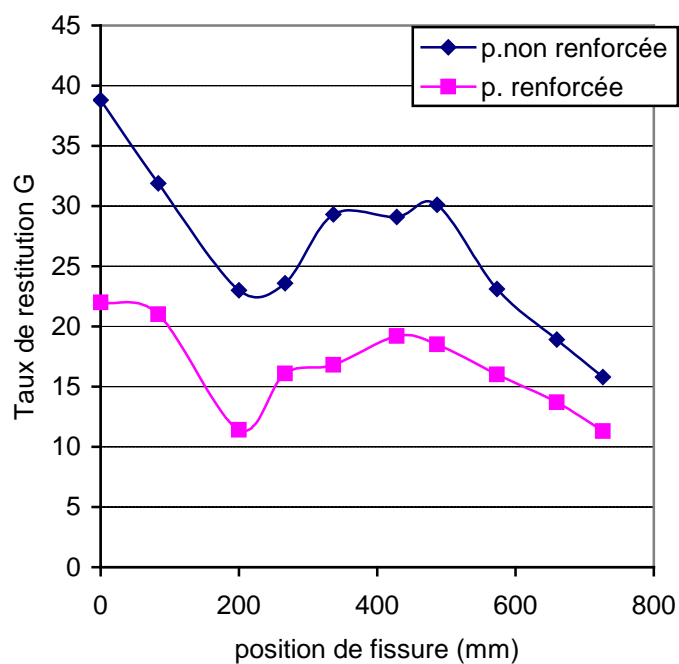


figure 5-4 Effet de renforcement sur le taux de restitution d'énergie

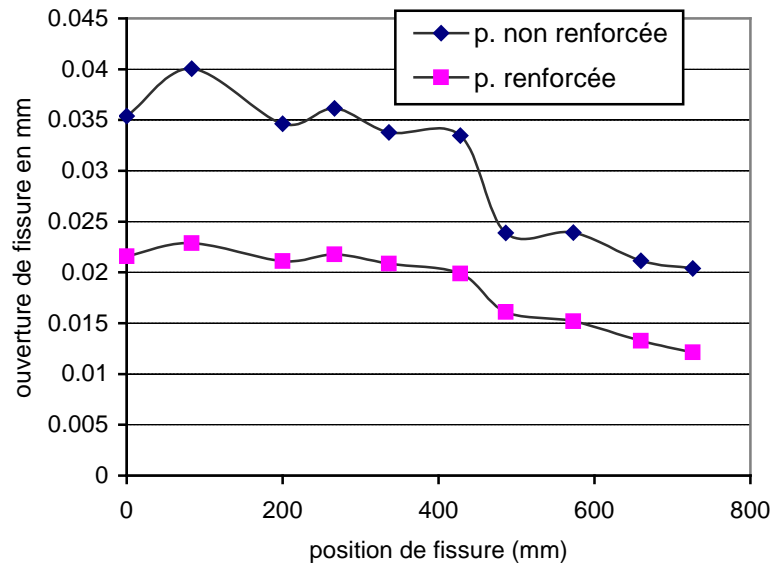


figure 5-5 Effet de renforcement sur l'ouverture de fissure

La première remarque à faire est que les techniques DCT et QPDT donnent pratiquement les mêmes courbes pour K_I et K_{II} respectivement (figures 5.2 et 5.3 et le tableau 5.1).

fissure	Technique D.C.T			Technique Q.P.D.T		
	K_I [N.mm ^{-3/2}]	K_{II} [N.mm ^{-3/2}]	$G \cdot 10^{-3}$ [N/mm]	K_I [N.mm ^{-3/2}]	K_{II} [N.mm ^{-3/2}]	$G \cdot 10^{-3}$ [N/mm]
f ₁	26.90	0	22.00	27.30	0	22.60
f ₂	26.30	-0.616	21.00	26.40	-0.507	21.10
f ₃	19.30	-1.06	11.40	21.80	-0.966	14.50
f ₄	23.00	.782	16.10	20.70	0.736	13.10
f ₅	23.30	3.13	16.80	25.20	3.32	19.60
f ₆	24.00	7.42	19.20	24.10	7.28	19.30
f ₇	23.80	6.63	18.50	24.10	6.87	19.10
f ₈	22.90	1.39	16.00	22.30	1.50	13.09
f ₉	20.90	3.42	13.70	21.80	2.55	12.63
f ₁₀	18.60	5.23	11.30	18.00	4.97	10.60

Tableau 5-1 : valeurs de K_I , K_{II} et G pour les différentes fissures (poutre renforcée).

Chapitre V : Comportement à la fissuration

Ceci est plus nettement montré pour K_I par la figure 5.7 qui donne la variation de K_I en fonction de l'épaisseur de la plaque, pour la fissure 2 sur laquelle les deux courbes sont confondues. La figure 5.8 donne pour sa part, la variation de K_{II} en fonction de l'épaisseur de la plaque pour la même fissure f_2 . Le léger écart constaté entre les deux techniques DCT et QPDT, peut être attribué au facteur d'échelle si on prend en compte les valeurs très faibles de K_{II} . La même observation peut être faite pour le taux de restitution d'énergie donné par la figure 5.6 et qui met en évidence la similitude des courbes données par les méthodes DCT, QPDT et l'intégral J. Ce qui précède autorise à opter, pour la suite de l'analyse, aux résultats donnés par l'une quelconque des techniques DCT ou QPDT.

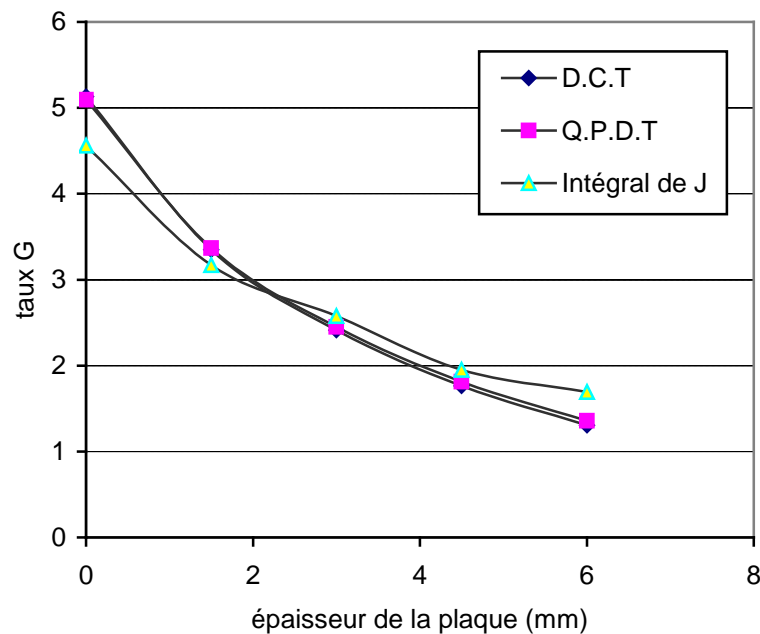


Figure 5-6 : Variation du taux de restitution d'énergie pour la fissure f_2 en fonction de l'épaisseur de la plaque

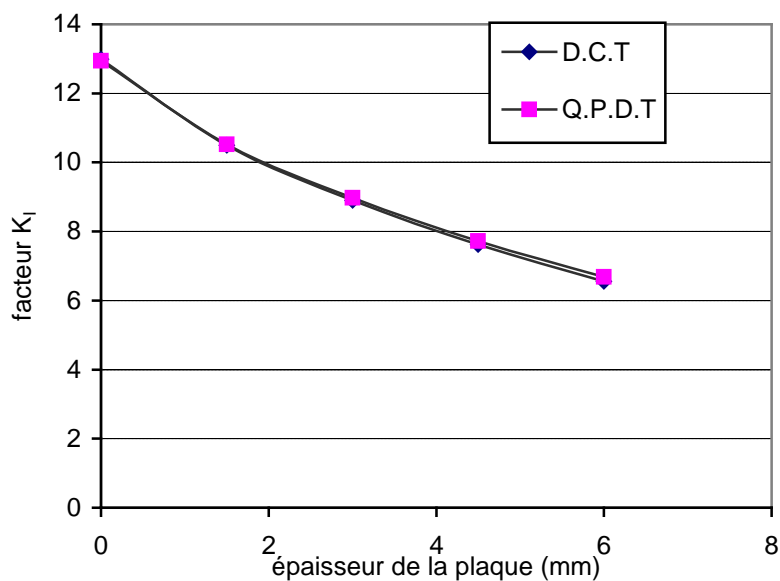


Figure 5-7 : Variation du facteur K_I pour la fissure f_2 en fonction de l'épaisseur de la plaque

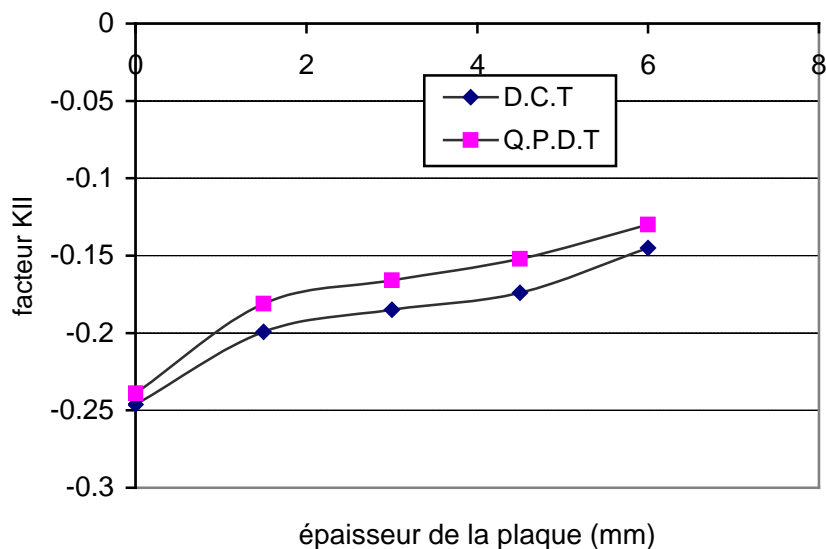


Figure 5-8 : Variation du Facteur K_{II} pour la fissure f_2 en fonction de l'épaisseur de la plaque

Les figures 5.2 et 5.4 mettent en évidence l'effet bénéfique du renforcement sur le comportement à la fissuration de la poutre. En effet, les valeurs du facteur d'intensité K_I et du taux de restitution d'énergie G pour la

Chapitre V : Comportement à la fissuration

poutre renforcée sont plus faibles que celles relatives à la poutre non renforcée, une réduction de 15 à 28,5% pour K_I et de 26 à 50% pour G .

L'une des observations les plus intéressantes tient à l'allure plus ou moins uniforme de la courbe représentative de la poutre renforcée sur la figure 5.2, ce qui peut être le résultat d'une redistribution de fissures plus fines, étant donné les écarts plus faibles entre les valeurs successives de K_I et G . Ceci est une preuve indiscutable d'un meilleur comportement en service de la poutre renforcée. Ce fait devient d'autant plus remarquable au niveau des fissures f_1 et f_2 pour lesquelles les valeurs de K_I et de G se rapprochent après renforcement, ce qui peut témoigner d'une mise à contribution plus marquée du béton tendu à la résistance d'ensemble du composite béton-colle-acier confirmant ainsi l'observation expérimentale de **Charif** [11].

La figure 5.3 montre que le renforcement est pratiquement sans effet sur la variation de K_{II} en fonction de la longueur de la poutre. Ce fait était prévisible du moment que le renforcement par collage de plaque au niveau de la face tendue contribue plus efficacement à la résistance en flexion qu'au cisaillement de la poutre.

Le tableau 5.1 montre que les valeurs de K_I sont largement supérieures à celles de K_{II} soulignant ainsi la prédominance du mode de rupture par traction dans les poutres étudiées. En effet les valeurs maximales de K_{II} (entre 5 et 7) correspondent justement aux fissures f_6 , f_7 et f_{10} qui, pour les deux premières du fait de leur proximité à la charge ont tendance à bifurquer vers sa direction, tandis que pour la dernière le mode de cisaillement est traduit clairement par l'allure diagonale propre aux fissures proches de l'appui des poutres fléchies.

Chapitre V : Comportement à la fissuration

La figure 5.5 montrant la variation de l'ouverture des fissures confirme l'effet bénéfique du renforcement mis en relief par la réduction notable des ouvertures des fissures (de 30 à 40%) et par l'uniformisation de ces ouvertures surtout pour ce qui est des fissures situées entre les deux (02) charges. De ce qui précède et d'une manière globale, il est possible de considérer que le modèle numérique utilisé dans la présente étude permet de confirmer les résultats expérimentaux en reproduisant l'amélioration très nette de résistance procurée par le renforcement et mise en évidence par la diminution de K_I qui de la valeur de 35, correspondant à la valeur généralement admise de la ténacité d'un béton courant, passe à 26 pour la poutre renforcée.

5.3 Effet de l'épaisseur de la plaque :

Les figures 5.9 et 5.10 montrent la variation du coefficient K_I et du taux de restitution d'énergie G en fonction de la longueur de la poutre pour les épaisseurs de plaques considérées. Les valeurs de K_I et G diminuent notablement avec l'épaisseur de la plaque ce qui met en relief de façon assez nette l'amélioration apportée par les plaques du point de vue comportement à la fissuration (figures 5.6 et 5.7 et le tableau 5.2).

ep (mm)	Technique D.C.T			Technique Q.P.D.T		
	K_I [N.mm ^{-3/2}]	K_{II} [N.mm ^{-3/2}]	$G \cdot 10^{-3}$ [N/mm]	K_I [N.mm ^{-3/2}]	K_{II} [N.mm ^{-3/2}]	$G \cdot 10^{-3}$ [N/mm]
0	32.40	-0.471	31.90	32.30	-0.507	31.70
1.5	26.30	-0.616	21.00	26.40	-0.507	21.10
3	22.30	-0.362	15.10	22.50	-0.362	15.30
4.5	19.10	-0.398	11.10	19.30	-0.362	11.30
6	16.40	-0.290	8.18	16.70	-0.290	8.50
8	13.50	-0.362	5.50	13.90	-0.290	5.90

Tableau 5-2 Effet de l'épaisseur de la plaque pour la fissure f_2

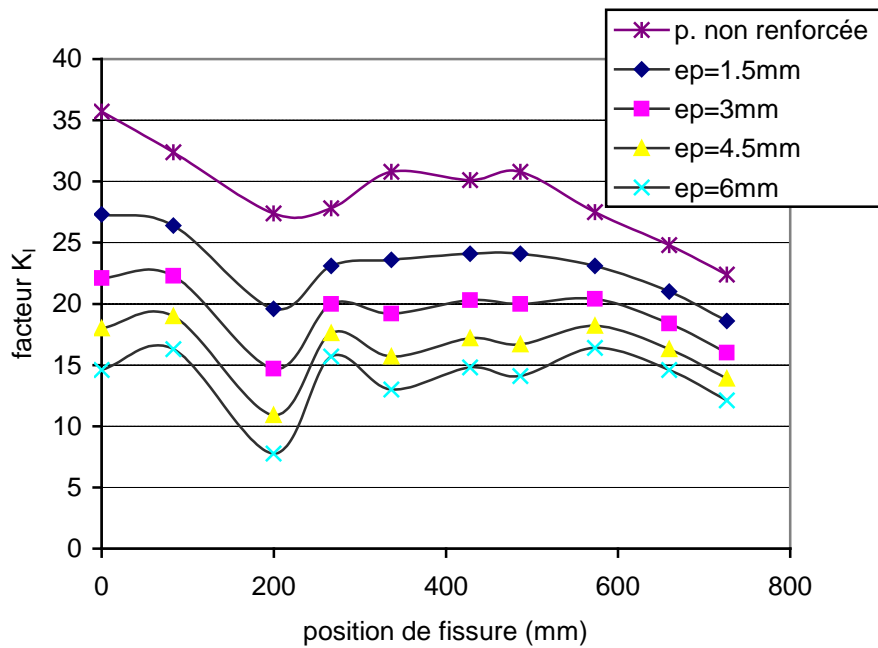


Figure 5-9 Effet de l'épaisseur de plaque sur le facteur d'intensité de contrainte K_I calculé par D.C.T

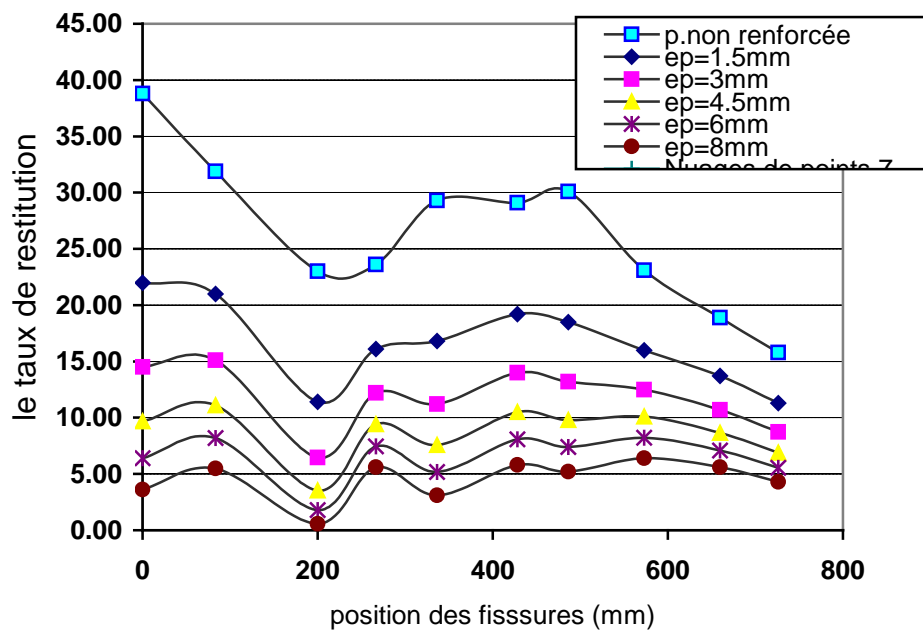


Figure 5-10 : Effet de l'épaisseur de plaque sur le taux de restitution d'énergie calculé par D.C.T

En plus, l'allure de variation change au niveau de la fissure centrale notamment par le déplacement du maximum de G et de K_I vers la deuxième

fissure. L'écart entre les valeurs de K_I et de G notamment pour les fissures 1,2,4,5,6,7, et 8 diminue avec l'augmentation de l'épaisseur de la plaque soulignant ainsi une redistribution de la fissuration le long de la poutre qui entraîne une contribution de plus en plus marquée du béton tendu à la résistance de la poutre.

L'augmentation de l'épaisseur de la plaque réduit également les ouvertures des fissures (figure 5.11) qui tendent à s'uniformiser pour les deux régions situées entre les deux (02) charges appliquées et entre la charge et l'appui.

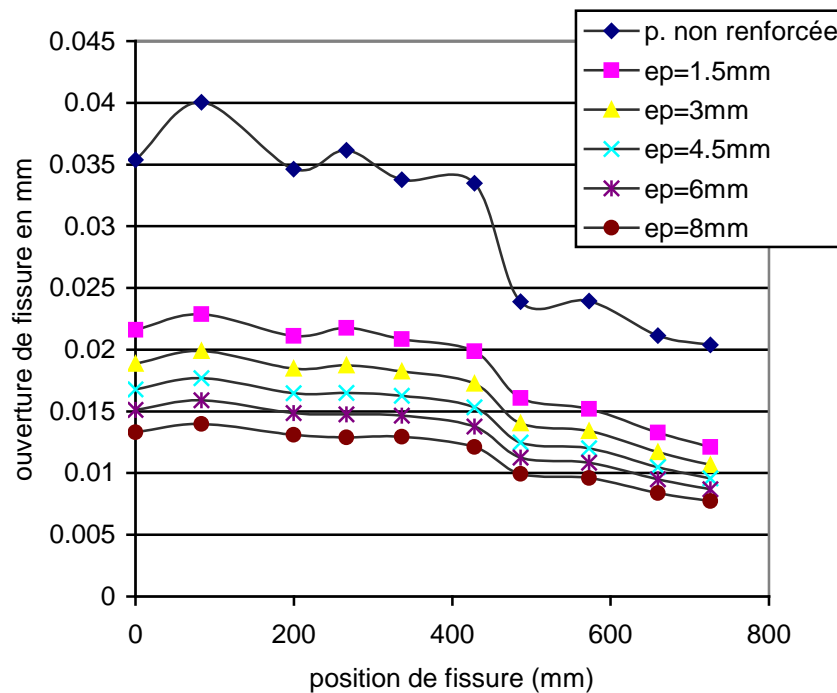


Figure 5-11 : Effet de l'épaisseur de plaque sur l'ouverture des fissures

5.4 Effet de l'épaisseur de la colle :

Pour une épaisseur de plaque égale à 1,5 mm, les figures 5.12 et 5.13 montrant la variation du coefficient K_I et du taux G en fonction de la longueur de la poutre confirment les constatations effectuées par d'autres chercheurs [48,49] sur l'effet négligeable de l'épaisseur du joint de colle sur le

Chapitre V : Comportement à la fissuration

comportement de la poutre (tableau 5.2). Une légère variation de l'ouverture de fissure a été également enregistrée (figure 5.14) lorsqu'on fait varier l'épaisseur de la colle.

ec (mm)	Technique D.C.T			Technique Q.P.D.T		
	K_I [N.mm ^{-3/2}]	K_{II} [N.mm ^{-3/2}]	$G \cdot 10^{-3}$ [N/mm]	K_I [N.mm ^{-3/2}]	K_{II} [N.mm ^{-3/2}]	$G \cdot 10^{-3}$ [N/mm]
0	32.40	-0.471	31.90	32.30	-0.507	31.70
1.5	22.30	-0.362	15.10	22.50	-0.362	15.30
3	22.30	-0.507	15.10	22.40	-0.435	15.30
6	22.00	-0.362	14.70	22.20	-0.362	14.90
8	21.80	-0.362	14.50	22.00	-0.362	14.70

Tableau 5-3 Effet de l'épaisseur de la colle pour la fissure f_2

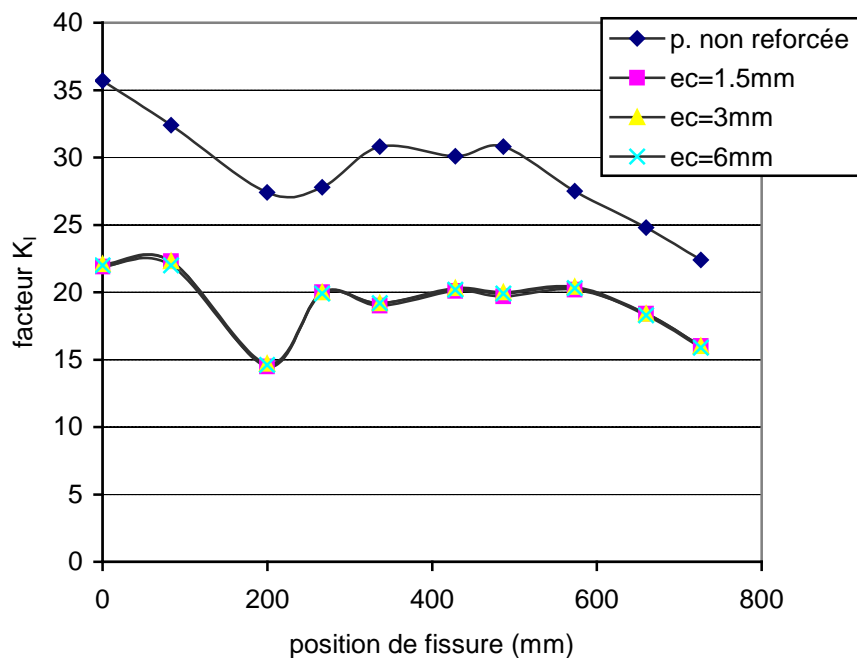


Figure 5-12 Effet de l'épaisseur de la colle sur le facteur d'intensité de contrainte K_I calculé par D.C.T

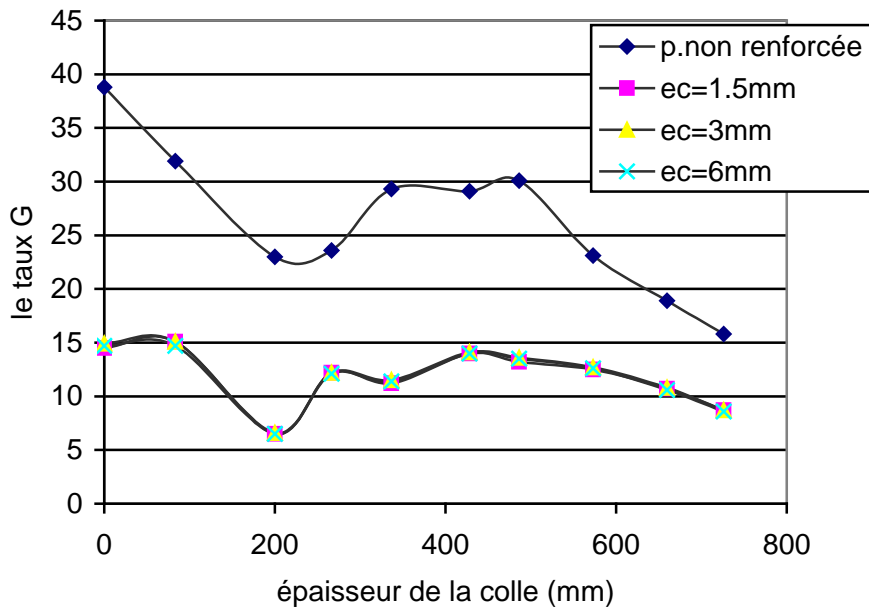


Figure 5-13 : Effet de l'épaisseur de la colle sur le taux de restitution d'énergie calculé par DCT

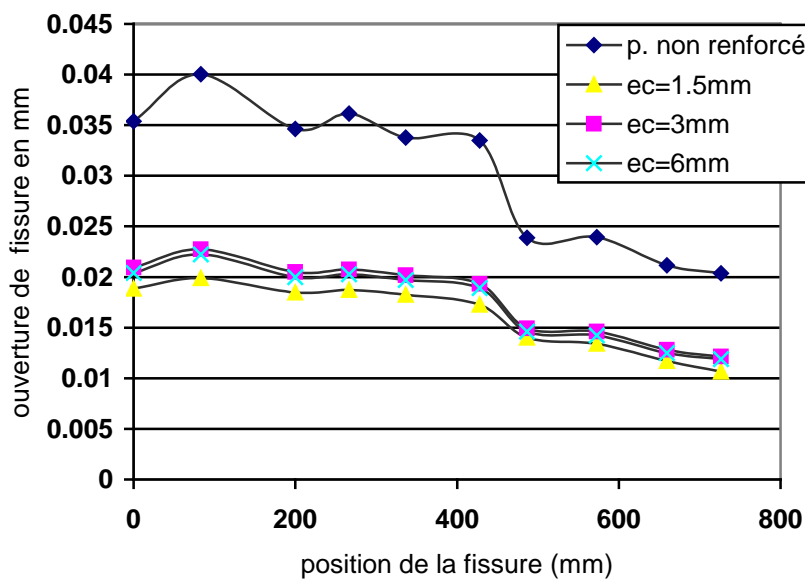


Figure 5-14 : Effet de l'épaisseur de la colle sur l'ouverture des fissures

5. 5 Zone d'ancrage :

Des travaux expérimentaux [11, 13] ont mis en évidence la rupture par décollement des plaques épaisses ou par délamination de l'enrobage du béton

Chapitre V : Comportement à la fissuration

des poutres renforcées par collage de plaques d'acier. Ce mode de rupture tend à s'initier à proximité des zones d'arrêt des plaques et se propage vers les points de chargement.

La figures 5.15 montrant l'allure des contraintes de cisaillement dans la colle en fonction de la longueur de la poutre confirme les constatations expérimentales du risque de la ruine des joints par décollement de plaques épaisses. D'une manière identique, les contraintes de cisaillement du béton dans la zone d'ancrage tendent à augmente lorsque l'épaisseur de la plaque augmente (figure 5.16). Il est à signaler que seulement dans ces deux figures 5.15 et 5.16 l'origine des abscisses est confondue avec l'about de la plaque d'acier. Ainsi, l'effet de la plaque dans cette zone est d'autant plus efficace que son épaisseur est réduite.

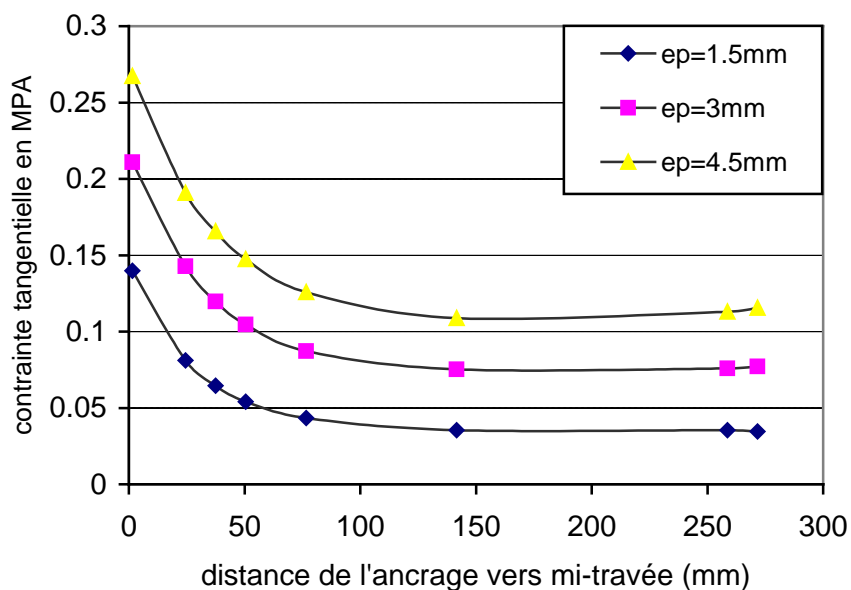


Figure 5-15 : Variation de la contrainte de cisaillement dans la colle suivant la longueur du joint

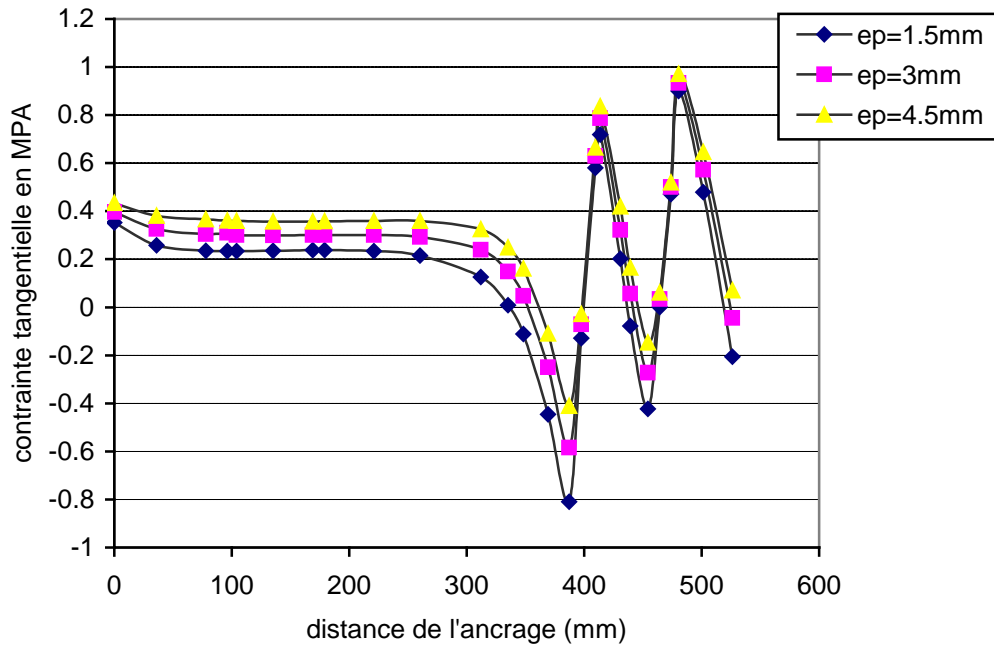


Figure 5-16 : contrainte tangentielle dans le béton d'enrobage de l'ancrage vers la 8^{ème} fissure

Pour mieux cerner ce phénomène de décollement ou délamination, il est, peut être, plus intéressant de calculer les déplacements relatifs entre les trois matériaux : béton, acier ordinaire et plaques d'acier. En effet, un gradient de déplacement important entraîne des contraintes de cisaillement plus grandes au niveau de joint de colle et au niveau du béton d'enrobage. La variation du déplacement relatif entre le béton et l'acier de renforcement est montrée dans la figure 5.17 où on peut constater que ce déplacement relatif devient maximal au niveau de la zone d'ancrage. Par conséquent, c'est à ce niveau que le risque de décollement ou de délamination est plus grand. Les déplacements relatif augmentent en même temps que l'épaisseur de la plaque (figure 5.18 et 5.19). Ceci laisse à supposer que le décollement des plaques et la délamination du béton sont d'autant plus critique que l'épaisseur de la plaque augmente.

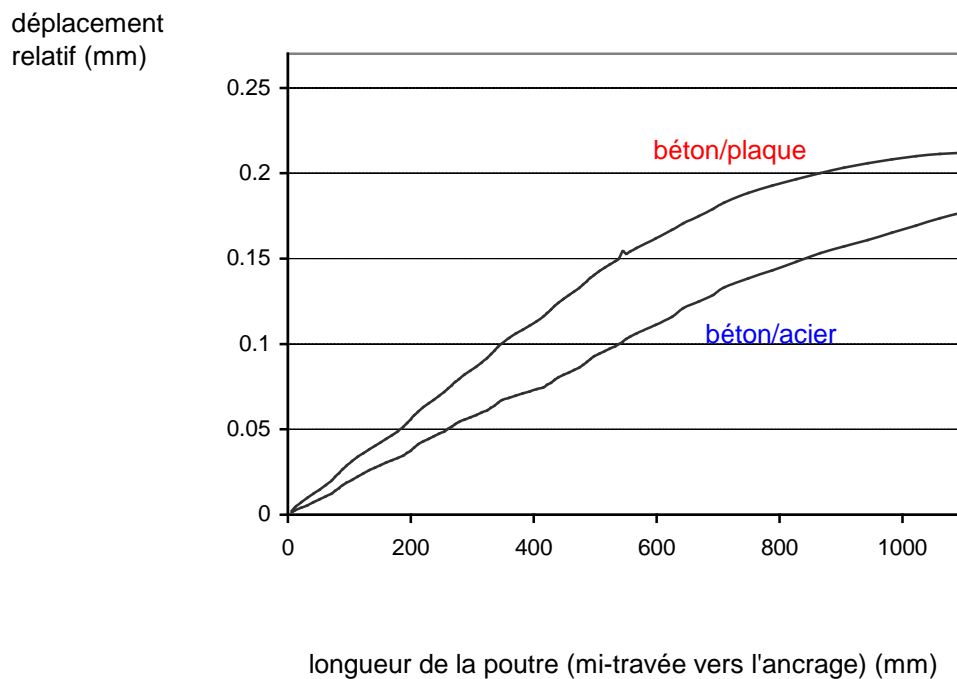


Figure 5-17 : variation de déplacement relatif entre béton et plaque, béton et acier sur la longueur de la poutre pour $ep=1.5mm$

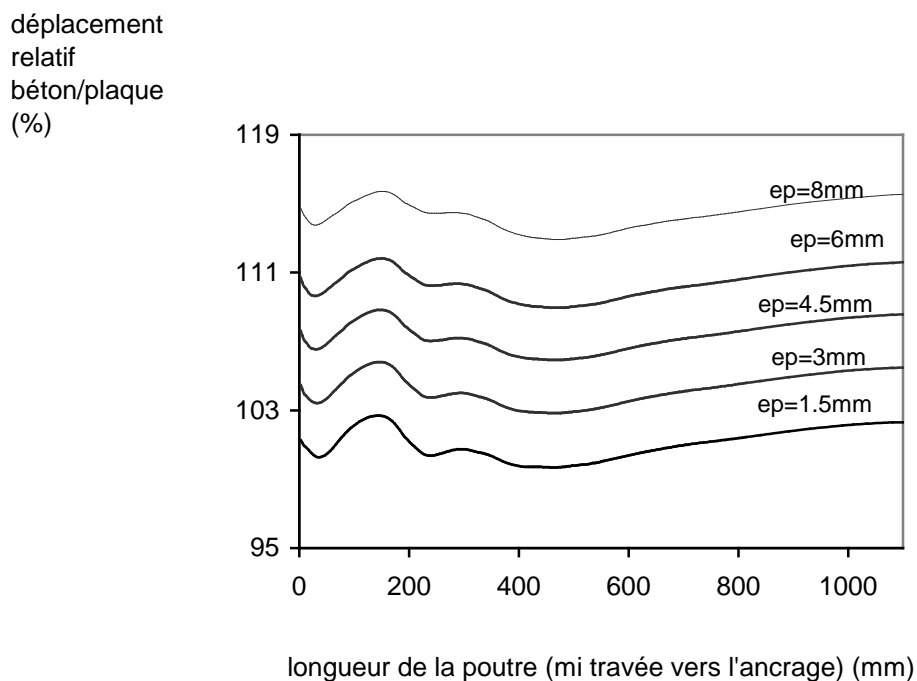


Figure 5-18 : Déplacement relatif béton/plaque en % sur la longueur de la poutre (mi-travée vers l'ancrage) pour différentes épaisseurs de plaque

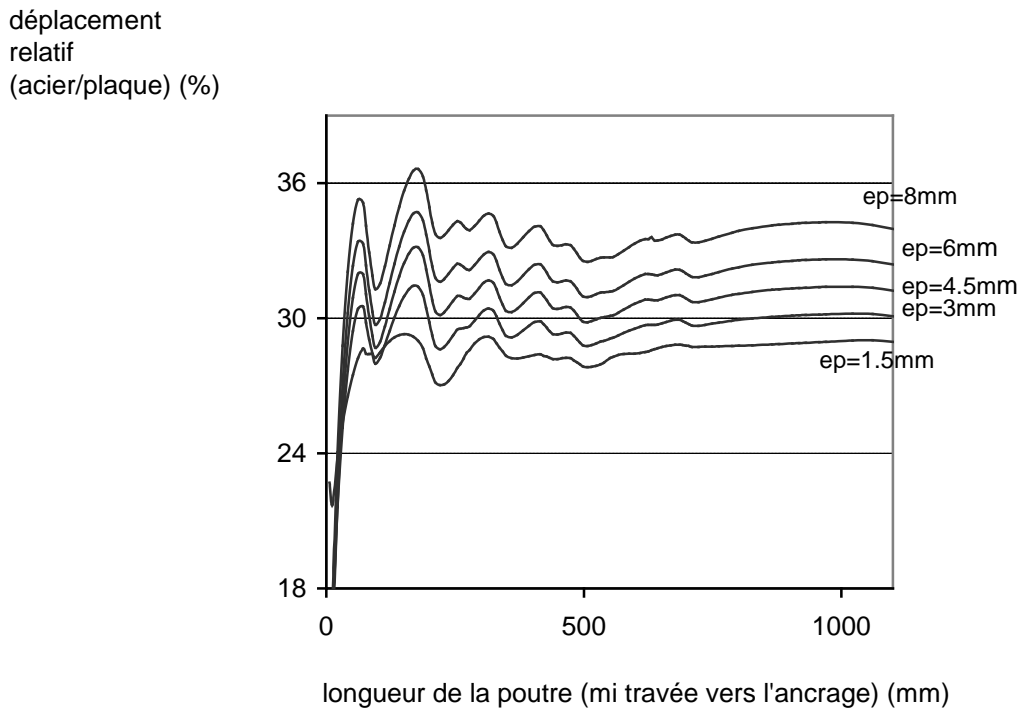


Figure 5-19 : Déplacement relatif acier/plaque en % sur la longueur de la poutre (mi-travée vers l'ancrage) pour différentes épaisseurs de plaque

Une tentative de quantifier et de cerner le problème de décollement par le calcul des coefficients d'intensité de contraintes au niveau de l'interface colle-béton à proximité de la zone d'ancrage des plaques a échoué, vue la non représentativité des coefficients (très grand) obtenus. Ceci revient principalement au caractère de la fissure, située à l'interface de deux matériaux différents, qui fait perdre la symétrie du coefficient K par rapport à la bissectrice de la fissure. Le champ des contraintes autour de l'extrémité de l'interface entre deux matériaux est généralement singulier [50]. Une étude plus approfondie sur le champ de contraintes à l'extrémité du joint de colle est, peut être, très intéressante et nécessaire afin d'appréhender le phénomène de décollement. Les méthodes analytiques et numériques développées pour étudier le collage des composantes électroniques et le collage des matériaux de réparation du fuselage des avions [50,51,52,53,54] peuvent être d'un grand apport pour cette étude.

La modélisation du comportement mécanique des poutres en béton armé renforcées par collage de plaques d'acier, sous chargement statique a été l'objet de cette étude. L'étude bibliographique a mis en évidence la nécessité d'élaborer un modèle capable de bien simuler le comportement des poutres en question afin de mieux exploiter les données expérimentales et de cerner les différents aspects de ce comportement.

Après avoir présenté un aperçu sur la mécanique de la rupture linéaire englobant les notions essentielles sur le calcul des coefficients d'intensité de contraintes, un modèle numérique basé sur les éléments membranaires simples a été développé pour modéliser l'essai de flexion des poutres en béton armé renforcées par collage de plaques d'acier. La singularité des champs de contraintes au voisinage des fissures a été correctement reproduite moyennant l'élément QPE qui est non seulement un élément efficace mais aussi économique car il peut être intégré sans difficulté majeure dans les programmes courants des éléments finis.

Un programme en informatique a été élaboré pour permettre une application rapide et automatique du modèle. La validation expérimentale a permis d'éprouver le modèle sous ses différents aspects. Elle a été faite au moyen d'essais issus de la littérature. Le modèle s'est révélé fiable dans son ensemble avec une assez bonne concordance entre les prévisions du modèle et la réponse expérimentale. L'écart entre les prévisions pour les poutres renforcées a, pour plusieurs cas, été inférieur à 15%, en outre, le modèle a su prévoir le comportement de ces poutres en confirmant dans l'ensemble les observations expérimentales.

Conclusion générale et perspectives

Bien que limité au domaine linéaire, le modèle développé a permis de mettre en évidence les faits suivants :

- La comparaison entre les différentes techniques d'évaluation des facteurs d'intensité de contraintes (DCT, QPDT et l'intégrale J) indique que les valeurs sont très proches.
- Le renforcement des poutres par collage de plaques améliore le comportement de la poutre en réduisant les déformations et les ouvertures des fissures existantes, et retarde la fissuration en diminuant nettement les coefficients d'intensité de contraintes.
- Le renforcement augmente la rigidité de la poutre en mobilisant le béton tendu qui semble supporter des contraintes plus élevées.
- L'augmentation de l'épaisseur du joint de colle a un effet négligeable sur le comportement à la fissuration des poutres étudiées.
- L'augmentation de l'épaisseur des plaques a un effet favorable sur le comportement à la fissuration des poutres. Toutefois, l'étude de la distribution des contraintes ainsi que les déplacements relatifs entre béton-plaque et acier-plaque, a montré un effet de concentration de ces contraintes et de ces déplacements relatifs croissant avec l'épaisseur des plaques, soulignant ainsi le risque de rupture du joint par décollement des plaques épaisses ou par délamination du béton d'enrobage.

Conclusion générale et perspectives

Afin d'accroître la potentialité de la modélisation des poutres renforcées par collage de plaques et pour réussir à tirer des conclusions quantitatives sur leurs comportement, il pourrait s'avérer intéressant :

- d'envisager le développement d'un modèle non linéaire simulant le comportement des poutres qui permet de prédire les risques de rupture par le suivi de l'évolution de l'état de contraintes dans le composite (acier-colle-béton) notamment au niveau des interfaces acier-béton et colle-béton. Dans ce cadre, l'utilisation des éléments d'interface avec des lois d'évolution appropriées contribuera d'avantage dans la réalisation de cet objectif.
- d'entreprendre des développement théoriques et expérimentaux complémentaires traitant la zone d'ancrage des plaques pour permettre l'extraction des propriétés de la zone interfaciale (colle-béton, acier-béton) : les coefficients K_I , contraintes - déformation...etc.

- [1] **Mayo R., Nanni A., Gold W., Baker M.** « strengthening of bridge G270 with externally-bonded CFRP reinforcement » ACI SP-188, Proc., 4th international symposium on FRP for reinforcement of concrete structures (CFPRCS 4), Baltimore, MD, Nov.1999, pp.429-440.
- [2] **Vaysburd A., et Emmons P.** « Visible and invisible problems of concrete repair » Indian concrete journal, Jan 2001.
- [3] **Czarnecki L., Vaysburd A.M., Mailvaganam N.P., Emmons P.H. et McDonald J.E.** « Repair and rehabilitation of structures, some random thoughts » Indian concrete journal, Jan 2000.
- [4] **US Army corps of engineers** «Evaluation and repair of concrete structures »Engineering manual EM1110-2-2002, 1995
- [5] **Cheong H.K. et Mac Alevey N.** « Experimental behaviour of jacked RC beams ». ASCE journal of structural Engineering Jun. 2000, pp 692-701.
- [6] **Delorenzis, L., A. Nanni, Lategola .** « Flexural and shear strengthening of R.C structures with near surface Mounted FRP rods » Proc., 3rd int. conf. on A.C.T in Bridges and structures, Ottawa, Canada, 2000, pp.521-528.
- [7] **DeLorenzis L., A.Nanni ,** « Shear strengthening of RC beams with near - surface mounted fiber- reinforced polymer rods » ACI structural journal , Vol. 98, No.1, 2001.,pp. 60-68
- [8] **Sergi G., Page C.L. ,** « Performance characteristics of surface coatings applied for control of reinforcement corrosion » Construction and building materials, Vol 14., 2000, pp.55-
- [9] **McKenna J.K., Erki M.A.**« Strengthening of R.C. flexural members using externally applied steel plates and fibre composite sheets » Canadian journal of civil engineering, feb.1994, pp.16-23
- [10] **R.N.Swamy.** “ Structural behaviour of reinforced concete beams strengthened by epoxy bonded steel plates”. Struc. Engineer, 1987, pp 59-68

- [11]- **Charif A.** “ Structural behaviour of reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates”.P.h.D thesis. Sheffield Univ. (1983).
- [12] **Al-Sulaimani G.J., Sharif A., Basunbul I.A., Baluch M.H., Ghaleb B.N.**
« Shear repair for R.C by fibre glass plate bonding » ACI structural journal, July- Aug. 1994 pp. 458-461.
- [13] **Raouf M., El-Rimaoui J.A., Hassanen M.A.H.** « Theoretical and experimental study on externally plated R.C. beams », Engineering structures, Vol. 22, 2000, pp.85-101
- [14] **Hussain M., Sharif A., Basunbul I.A., Baluch M.H., Al-Sulaimani G.J.**
« Flexural behaviour of precracked RC beams strengthened externally by steel plates » ACI structural journal, 1995, pp.14-22
- [15] **Tripi J.M., Bakis C.E., Roothby T.E., Nanni A.** « Deformation in concrete with external CFRP sheet reinforcement » ASCE, J.Comp. for constr., Vol. 4 No.2, 2000, pp85-94
- [16] **Tumiclan,G., Serra,P., Nanni,A. et Benlarbi,Ai** « concrete cover delamination in RC beams strengthened with FRP sheets » ACI SP 188, international symposium on FRP for reinforcement of concrete structures (CFPRCS 4), Baltimore, MD, Nov.1999, pp. 725-735.
- [17] **Miller B., Nanni A.**, « Bond between CFRP sheets and concrete » Proceeding, ASCE 5th materials congress, Cincinnati, 1999, pp.240-247.
- [18] **Delorenzis L., B.Miller and A.Nanni**, « Bond of FRP laminates to concrete » ACI, structural Journal, July 2000.
- [19] **Austin S., Robins P., Pan Y.** « Shear bond testing of concrete repairs » Cement and concrete research, Jul. 1999 pp 1067-1076.
- [20] **Nanni.A**, « composites coming on strong » Concrete construction, vol.44, (1999) p.120-127
- [21] **Mosallam A., kreirer J. , Haroun M., Elsanadedey M.** « Experimental and numerical analytics of two way concrete slabs repaired with polymes composites » ACUN-2 International Composites Conference, Sydney, Australia, February14-18, 2000

- [22] **Xinbao Y., Antonio N.** « Concrete beams strengthened with misaligned CFRP laminates » Accepted for publication in proceedings of FRPRS5, non metallic reinforcement of concrete structures, Cambridge UK, July, 16–18, 2001
- [23] **Vecchio F. J., Bucci F.** « Analysis of repaired RC structures » ASCE journal of Struc. Eng., Jun 1999, pp 644-651.
- [24] **Miller.B, Nanni.A, Bakis.CE** « Analytical model for CFRP sheets bonded to concrete » Proc. 8th inti. Structural faults and repair conf., Edinburgh, Scotland, 1999, 10p.
- [25] **El Mihiling M.T., Tedesco J.W.** « Analysis of R.C beams strengthened with FRP laminates » ASCE Jrnl. of struc. engi. (USA) Jun 2000. pp.684-690.
- [26] **Saadatwonesh H., Malek AM.,**« Design guidelines for flexural strengthening of RC beams with FRP plates » ASCE journal of composites for construction, Nov. 1998., pp 158-164.
- [27] **Malek A.M., Saadatwonesh H. and Ehserin M.R** « Prediction of failure load of R/C beams strengthened with FRP plates due to stress-concentration at the plate end » ACI Structural journal, Mar.-Apr., 1998, pp 142-152.
- [28]- **Y. Abdelaziz.** “ Contribution à l’étude numérique de la résistance à la fissuration : modélisation et évaluation des facteurs d’intensité de contraintes (application aux ciments renforcés de fibres cellulosiques)
Mémoire du magistère, C.U. LAGHOUAT (2000).
- [29] **Griffith, A.A.,** « The phenomenon of rupture and flow in solids » Phil. Trans. Of the royal society, London, vol 221, (1920), pp 163-168.
- [30] **Irwin, G.R.,** « structural aspects of brittle fracture », Applied materials research, (1964), pp 65-81.
- [31] **Zhao Y.S.** « Effect of mutual coupling action between K_I and K_{III} on fracture toughness of materials in a mixed mode fracture » Fracture and strength of solids, vol 145-149, (1998), pp 65-81.
- [32] **Dugdale,** « The mechanical theory of equilibrium cracks in brittle fraction » Advanced applied mechanics, vol 7, pp 55.

[33] **ASTM E 399-90,**

« Stand test method for plane strain fracture toughness of metallic materials », 1997.

[34] **Guo, W.,** « Recent advances in three dimensional fracture mechanics »

Fracture and strength of solids, vol 83-187, 2000, pp193-198.

[35] **Pu, S.L., Hussein, M.A.,** « The collapsed cubic isoparametric element as a singular element for crack problems » ,

Int.J.num.Meth.Eng., vol 12, (1978), pp 1727-1742.

[36] **Chan, S.K., Tuba, I.S., Wilson, W.K.,** « On the finite element method in linear fracture mechanics » Eng.Fract.Mech vol 2, (1970), pp 1-17.

[37] **Shih, C.F., Delorenzi, H.G.,** « Crack extension modelling with singular quadratic isoparametric elements » Int.J.fract. vol 12, (1976),pp647-651.

[38] **Nisitani T., Teranishi T., Seimoto, A., Fukuyama, K.** « The versatility of the method of K_I , K_{II} analysis by FEM based on the stress value at a crack tip », Fracture and strength of solids, vol 183-187, (2000), pp 553-558.

[39] **Rice, J.R.,** « A path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks »,

Trans.ASME, J.Appl.Mech, vol35, (1968), pp379-386.

[40] **Kpegba, K.W., Ottavy,N., Souchet, R.,** « The dependence between contour choice and numerical values of stress intensity factors computed from path independent integral »,

Eur.J.Mech., A/solids, vol 18, 1999, pp 115-133.

[41] **Mchida, K.,** « Stress intensity factors of three dimensioned interface crack under mixed loading by finite element analysis »,

Fract.Streng.Solids, vol 145-149,(1998), pp 589-594.

[42] **Zienkiewicz, O.C** “ The finite element in engineering science”

Mc Graw-Hill, London (1971).

[43] **G. Dhatt –G. Touzot.** “Une présentation de la méthode des éléments finis”

Maloine S.A Editeur Paris.

[44]- **B. Barthelemy**. “Notion pratique de mécanique de la rupture”.

Edition Eyrolles 1980.

[45] **Byran, Y.B. et Nied, H.F.**, « Enriched finite element-penalty function method for modelling interface cracks with contact »,

Engineering fracture mechanics, V 65, N°5, 2000, pp541-557.

[46]- **F. Dominique**. “ Comportement mécanique des matériaux ”

Edition Hermes, Paris (1995).

[47]- **Naman Recho**. “Rupture par fissuration des structures ”.

Edition Hermes, Paris (1995).

[48]- **M.F Lakhdari**. “Analyse linéaire par simulation numérique du comportement des joints structuraux en résine époxyde”,

Mémoire de magistère, Ecole National Polytechnique (1998).

[49]-**S.A. Hamoush**. And **S.H. Ahmad**. “Debonding of steel plate-strengthened concrete beams” . Journal of structural engineering (1990). pp 356-371.

[50] **Lam Y.C., Zhu C.S.**, « Analytical techniques for bonded repair»
fracture and strength of solids Vol 145-149, 1998, pp 543-552.

[51] **Zoo Z.Z., Wong X.Y., Wong D.**, « On the modelling of interface zone containing a Griffith crack », fracture and strength of solids,

Vol 145-149, 1998, pp 489-494.

[52] **Laboussiere, E.W., Dunn M.L.**, « Stress intensities at interface corners in anisotropic bimetals », Eng. Fract. Mech. Vol 62, (1999), pp 555-575.

[53] **Chung K.H., Young W.H., Cho M.R.**, « Fracture mechanics analysis of cracked plate repaired by composite patch », Vol 183-187, 2000, pp 43-48.