

**République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene**



**Faculté de Physique**

**THESE**

**Présentée pour l'obtention du Grade de Docteur**

**En : PHYSIQUE**

**Spécialité : Physique Théorique de la Matière et des Hautes Energies.**

**Par : ANNOU Karima**

**Sujet :**

***Sur les structures cohérentes multidimensionnelles  
dans un plasma poussiéreux***

Soutenue publiquement le 17/10/2012, devant le jury composé de :

<b>Mr. H. Djellouah</b>	<b>Professeur à l'USTHB</b>	<b>Président</b>
<b>Mr. R. Annou</b>	<b>Professeur à l'USTHB</b>	<b>Directeur de thèse</b>
<b>Mr. S. Sahli</b>	<b>Professeur à l'U. CONSTANTINE</b>	<b>Examinateur</b>
<b>Mme S. Rebiai</b>	<b>Maître de Conférences/A à l'U. CONSTANTINE</b>	<b>Examinatrice</b>
<b>Mr. H. Ammi</b>	<b>Directeur de Recherche au CRNA</b>	<b>Examinateur</b>
<b>Mr. A. Tahraoui</b>	<b>Maître de Conférences/A à l'USTHB</b>	<b>Examinateur</b>
<b>Mme D. Doumaz</b>	<b>Maître de Recherche/A au CDTA</b>	<b>Invitée</b>

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene**



**THESE**

**Présentée pour l'obtention du grade de Doctorat**

**EN : PHYSIQUE**

**Spécialité : Physique Théorique de la matière et des hautes énergies.**

**Par : ANNOU Karima**

**Sujet :**

*Sur les structures cohérentes Multidimensionnelles  
dans les Plasmas poussiéreux*

Soutenue publiquement le 17-10-2012, devant le jury composé de :

<b>Mr. H. Djellouah</b>	<b>Professeur (USTHB)</b>	<b>Président</b>
<b>Mr. R. ANNOU</b>	<b>Professeur (USTHB)</b>	<b>Directeur de thèse</b>
<b>Mr. S. Sahli</b>	<b>Professeur (Constantine)</b>	<b>Examinateur</b>
<b>Mme S. Rebiai</b>	<b>Maitre de conférences (Constantine)</b>	<b>Examinatri</b>
<b>Mr. H. Ammi</b>	<b>Directeur de recherche (CRNA)</b>	<b>Examinateur</b>
<b>Mr. A. Tahraoui</b>	<b>Maitre de conférences (USTHB)</b>	<b>Examinateur</b>
<b>Mme D. Doumaz</b>	<b>Maitre de recherche (CDTA)</b>	<b>Invitée</b>

# TABLE DES MATIERES

Remerciements.

Liste des publications.

Liste des figures.

**Introduction** **1**

## **1. Introduction à la physique des plasmas.11**

<b>1.1</b>	Introduction.....	<b>11</b>
<b>1.2</b>	Un brin d'histoire.....	<b>11</b>
<b>1.3</b>	Caractéristiques des plasmas poussiéreux.....	<b>11</b>
1.3.1	Quasi-neutralité.....	<b>13</b>
1.3.2	Longueur de Debye.....	<b>13</b>
1.3.3	Fréquence caractéristique .....	<b>14</b>
1.3.4	Paramètre de couplage.....	<b>14</b>
<b>1.4</b>	Les grains de poussière.....	<b>15</b>
1.4.1	Formation des grains.....	<b>16</b>
1.4.2	Forces agissants sur les grains.....	<b>17</b>
<b>1.5</b>	Les ondes dans le plasma poussiéreux.....	<b>19</b>
1.5.1	Ondes acoustiques de poussière.....	<b>19</b>
1.5.2	Ondes acoustiques ioniques de poussière.....	<b>20</b>
<b>1.6</b>	Mathématiques des plasmas poussiéreux.....	<b>20</b>
1.6.1	Equation fluides.....	<b>20</b>
1.6.2	Equation de Korteweg de Vries (KdV).....	<b>22</b>
1.6.3	Equation de Kadomtsev-Petviashvili (KP).....	<b>23</b>
1.6.4	Equation Fermi-Pasta-Ulam (FPU).....	<b>23</b>
1.6.5	Equation Sine-Gordon (SG).....	<b>24</b>
1.6.6	Equation non linéaire de Schrödinger (NSE).....	<b>24</b>

1.6.7	Equation de Davey-Stewartson (DS).....	25
1.7	Références.....	26
<b>2.</b>	<b>Effet de la température des grains et des ions nonthermiques sur les solitons.</b>	<b>28</b>
2.1	Introduction.....	28
2.2	Formulation mathématique.....	31
2.3	Analyse mathématique des ondes solitaires.....	33
2.4	Potentiel de Sagdeev.....	34
2.4.2	Structures solitaires de grandes amplitudes	
2.4.2	Conditions d'existence des solitons.	
2.5	Résultats et discussion.....	36
2.6	Conclusion.....	40
2.7	Références.....	41
<b>3.</b>	<b>Effet de la taille des grains de poussière, des ions négatifs, de la géométrie sphérique et des perturbations transversales sur les solitons.</b>	<b>43</b>
3.1	Introduction.....	43
3.2	Equations de base.....	45
3.3	Etablissement et solution de l'équation K-dV.....	47
3.4	Résultats et discussion.....	50
3.5	Conclusion.....	53
3.6	Références.....	55
<b>4.</b>	<b>Effet de la charge variable des grains de poussière et des ions à deux températures sur les solitons.</b>	<b>58</b>
4.1	Introduction.....	58
4.2	Equations gouvernantes.....	60
4.3	Etablissement et solution de l'équation SKP.....	64
4.4	Résultats et discussion.....	66

4.5	Conclusion.....	73
4.6	Références.....	74
<b>5. Effet de la géométrie sphérique et de la température des électrons sur les OAP.</b>		<b>75</b>
5.1	Introduction.....	75
5.2	Formulation mathématique.....	76
5.3	Structures solitaires de grandes amplitudes.....	77
5.4	Résultats et discussion.....	80
5.5	Conclusion.....	86
5.6	Références.....	87
<b>6. Dromions dans les plasmas poussiéreux d'espace et de laboratoire.88</b>		
6.1	Introduction.....	88
6.2	Traitement mathématique.....	90
6.3	Technique des perturbations réductrice.....	92
6.3.1	Développement au 1 <sup>er</sup> ordre	
6.3.2	Développement au 2 <sup>nd</sup> ordre	
6.3.3	Développement au 3 <sup>ème</sup> ordre	
6.4	L'équation de Davey-Stewartson.....	97
6.5	Solution Dromion.....	98
6.6	Résultats et discussion.....	99
6.7	Conclusion.....	105
6.8	Références.....	107
<b>Conclusion.</b>		<b>109</b>

# REMERCIEMENTS

**A Monsieur H. Djellouah,**

Professeur à l'U. S. T. H. B.,

*Qui m'a fait l'honneur de présider le jury d'évaluation de cette thèse.*

*Qu'il trouve ici l'assurance de mon plus profond respect.*

**A Mesdames :**

**S. REBAI**

Maître de conférences à l'université Mentouri de Constantine.

**D. DOUMAZ**

Maître de recherches au CDTA.

**A Messieurs :**

**S. SAHLI**

Professeur à l'université Mentouri de Constantine.

**H. AMMI**

Directeur de recherches au CRNA,

**A. Tahraoui,**

Maître de conférences à l'U. S. T. H. B.

*Qui m'ont fait l'honneur d'accepter de participer à mon jury de thèse.*

*Je tiens à leur témoigner ici, ma profonde reconnaissance et ma grande déférence pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.*

**A Monsieur R. ANNOU,**

Professeur à l'U. S. T. H. B.

*Qu'il reçoive ici, mes remerciements les plus vifs ainsi que ma profonde gratitude.*

*Je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance d'avoir proposé et dirigé ce travail, et de m'avoir initiée à la recherche.*

**A mes parents**

Ma source et mes ressources

*Sans qui je ne serais et n'en serais pas là. Pour la confiance qu'ils m'ont accordée, le soutien qu'ils ont su me donner. Pour leur patience souvent mise à rude épreuve  
Et pour tous les sacrifices qu'ils ont su accorder tout au long de leur vie.  
Qu'ils trouvent dans ce travail le témoignage de ma gratitude et de tout mon amour.*

**A ma fratrie**

Nadjet, Mohamed, Réda, Lotfi, Mimi et Hicham

Ma fierté et mon trésor

*Pour leur soutien incontestable ainsi que leurs encouragements.  
Je leur adresse mes remerciements les plus ardents  
Qu'ils trouvent ici tout simplement, l'expression de mon amour.*

**A N. Acheli,**

Mon époux.

*Qui a fait preuve de beaucoup de patience et de compréhension. Qu'il trouve ici ma profonde reconnaissance de n'avoir cessé de m'encourager à persévérer dans mon travail.  
Je lui adresse mes remerciements les plus distingués.  
Que Dieu le garde In'cha Allah.*

**A tous les membres de ma famille et mes amis.**

*Qu'ils trouvent ici l'expression de ma plus profonde reconnaissance.*

*Allah vous bénisse tous.*

*A la mémoire de ma très chère grand-mère Fatima.*

*A mon grand père Messaoud*

*Et*

*A mes chers parents.*

*Merci à tous.*

# Liste des publications

## Articles publiés:

1. **K. Annou** et R. Annou.  
« Dromion in dusty plasma » ICPDP5, American Institute of Physics, Conf. Proc. **1041**, 155 (2008).
2. **K. Annou** et R. Annou.  
« Effect Of Nonthermal Negative Ion Distribution On Nonlinear Dust Acoustic Solitary Waves » ICPDP5, American Institute of Physics, Conf. Proc. **1041**, 158 (2008).
3. **K. Annou**, S. Bahamida et R. Annou.  
« Spherical KP equation for dust acoustic waves with dust size distribution and two charges-ions. » *Pramana – J. Phys.*, Vol. **76**, No. 3, March (2011).
4. **K. Annou** et R. Annou.  
« Effect of Spherical Geometry and Two Temperature Electrons On Dust Acoustic Waves » ICPDP6, American Institute of Physics, Conf. Proc. , **B.49** (2011).
5. **K. Annou** et R. Annou  
« Effect of nonthermal ion distribution and dust temperature on nonlinear dust acoustic solitary waves. » *Pramana – J. Phys.*, Vol. **78**, No. 1, January (2012).
6. **K. Annou** et R. Annou  
« Dromion solution for dust acoustic waves in space and laboratory dusty plasma » *Phys. Plasmas* **19**, 043705 (2012).

### Articles soumis :

1. **K. Annou** et R. Annou.  
«Effect of spherical geometry and two temperature electrons on dust acoustic waves.»Pramana Jour. of Phys. September (2011).
2. **K. Annou** et R. Annou.  
«Effect of variable dust charge and two temperature ions on spherical soliton. »Pramana Jour. of Phys. Mars (2012).

### Communications Internationales :

1. S. Bahamida, **K. Annou** et R. Annou.  
Formation of Voids In Lorentzian Multi-Component Dusty Plasma. ICPDP5, AIP, CP1041, 315 (2008).
2. **K. Annou**, S. Bahamida et R. Annou.  
« Spherical KP equation for dust acoustic waves with dust size distribution and two charges-ions. »36th EPS Conference on Plasma Physics P5.143 (2009).
3. **K. Annou**, S. Bahamida et R. Annou.  
«Coherent structures in multiply-charged dusty plasma»37th EPS Conference on Plasma Physics P1.330(2010).
4. **K. Annou** et R. Annou.  
«Spherical KP equation for dust acoustic waves with variables dust charge and two temperature ions. » ICOPS Conf. Pro.(2010).
5. **K. Annou** et R. Annou.  
«Effect of dust size distribution and two temperature electrons on dust acoustic waves».38th EPS Conference on Plasma Physics P4.039(2011).

## Liste des figures

1.1	Bref historique sur l'étude des plasmas poussiéreux.	
1.2	Caractéristiques des plasmas poussiéreux.	
1.3	Milieux où évoluent les plasmas poussiéreux.	
1.4	Méthode des perturbations réductrices : « L'équation de Kortweg-De-Vries ».	
1.5	Méthode des perturbations réductrices : « L'équation de Kadomtsev-Petviashvili Sphérique »	
1.6	Méthode du pseudo-potentiel de Sagdeev.	
2.1	$V(\Phi)$ Vs $\Phi$ . $\alpha = 0.20$ , $\mu = 0.1$ et $\sigma = 0.02$ .....	<b>37</b>
2.2	$V(\Phi)$ Vs $\Phi$ . pour $\alpha = 0.20$ , $\mu = 0.1$ et $M = 1.35$ .....	<b>37</b>
2.3	$V(\Phi)$ Vs $\Phi$ . pour $\alpha = 0.20$ , $\sigma = 0.02$ et $M = 1.30$ .....	<b>38</b>
2.4	$V(\Phi)$ Vs $\Phi$ . pour $\alpha = 0.20$ et $M = 1.30$ . Les courbes supérieures sont pour $\mu = 0.02$ tandis que les courbes inférieures sont pour $\mu = 0.2$ .....	<b>38</b>
2.5	$V(\Phi)$ Vs $\Phi$ . pour $\sigma = 0.01$ , $\mu = 0.2$ et $M = 1.25$ .....	<b>39</b>
3.1	Potentiel électrostatique $\Phi$ vs. $\xi$ pour $\sigma_e = 0.2$ et $\mu = 1.50$ .....	<b>51</b>
3.2	Potentiel électrostatique $\Phi$ vs. $\xi$ pour $\sigma_e = 0.1$ et $\mu = 1.50$ .....	<b>51</b>
3.3	Potentiel électrostatique $\Phi$ vs. $\xi$ pour $\sigma_e = 0.35$ .....	<b>52</b>
3.4	Potentiel électrostatique $\Phi$ vs. $\xi$ pour $\sigma_e = 0.1$ .....	<b>52</b>

4.1. Le paramètre « A » en fonction de $\beta$ et $\beta_1$ pour $\delta_1 = 1$ et $\delta_2 = 4$ .....	68
4.2. Le paramètre « A » en fonction de $\delta_1$ et $\delta_2$ pour $\beta = 0.01$ et $\beta_1 = 0.1$ .	69
4.3. Amplitude et largeur des OAP pour $\beta_2 = 0.50, \beta_1 = 0.01$ et $\beta = 0.1$ .....	70
4.4. Amplitude et largeur des OAP pour $\delta_1 = 0.1$ .	71
4.5 Solution sphérique de SKP pour $\beta_2 = 0.50, \beta_1 = 0.01$ et $U_0 = 1$ .....	72
5.1 Potentiel électrostatique $\Phi$ vs. $\xi$ avec $\delta_1 = 1$ et $\delta_2 = 4$ .....	81
5.2 Largeur et amplitude des OAP pour $\delta_1 = 1$ , et $\delta_2 = 4$ .....	82
5.3 Potentiel électrostatique $\Phi$ vs. $\xi$ avec $\delta_1 = 1$ , et $\delta_2 = 4$ .....	83
5.4 Potentiel électrostatique $\Phi$ vs. $\xi$ avec $\beta_1 = 0.1$ et $v_0 = 1$ ...	84
5.5 Solution sphérique de SKP avec $\beta_1 = \beta = 0.1$ et $v_0 = 1$ ....	85
6.1 Dromion dans l'anneau F de saturne ( $p = 1$ ) $T_i \cong 10$ , $Z_d \cong 10^2$ , $n_d \cong 1 \text{ cm}^{-3}$ , $m_d \cong 10^{-12} \text{ g}$ , $M = 0.46$ et $B_0 \cong 0.02 \text{ G}$ .....	102
6.2 Dromion dans la comète de Halley ( $p = 2$ ), $T_i \cong 1 \text{ eV}$ , $Z_d \cong 10^3$ , $n_d \cong 10^{-7} \text{ cm}^{-3}$ , $m_d \cong 1.2 \times 10^{-11} \text{ g}$ , $M = 0.43$ et $B_0 \cong 2 \times 10^{-4} \text{ G}$ .....	103
6.3 Dromion dans le laboratoire ( $p = 10$ ). $T_i \cong 0.2 \text{ eV}$ , $Z_d \cong 4 \times 10^4$ , $n_d \cong 10^8 \text{ cm}^{-3}$ , $m_d \cong 10^{-9} \text{ g}$ , $M = 0.5$ et $B_0 \cong 0.4 \text{ G}$ .....	104

## INTRODUCTION

Depuis quelques années, la physique des plasmas poussiéreux reçoit un intérêt grandissant, à cause de l'omniprésence des particules de poussières non seulement dans les plasmas d'espace [1,3] mais aussi dans les plasmas de laboratoire [4-6]. Ces particules, ou grains de poussière, introduisent une grande variété de nouveaux phénomènes associés aux ondes et aux instabilités [7-9] et jouent un rôle primordial dans la compréhension de différents phénomènes en astrophysique, notamment dans les environnements tels que, l'espace interstellaire composé d'atomes d'hydrogène (H) de molécules d'hydrogène (H<sub>2</sub>) et d'atomes d'hélium (He), les anneaux des planètes, et les comètes [10,11]. Dans ces environnements, les grains de poussière sont la source de rayonnement thermique émis dans le domaine infrarouge du spectre électromagnétique. En effet, une fraction du rayonnement stellaire est absorbée par les grains, ce qui contribue à les chauffer jusqu'à des températures d'équilibre de l'ordre de 300K. L'observation dans les années soixante de ce rayonnement infrarouge (longueurs d'onde comprises entre 5 et 100 micromètres) a permis de déterminer les propriétés de ces grains : leur taille varie de quelques dizaines à plusieurs centaines de nanomètres, leur masse peut atteindre la valeur de  $m_d/m_i \approx 10^{12}$ , et sont capables d'acquérir des charges très élevées de l'ordre de  $|Q/e| \approx 10^4$ . Les

grains de poussière dans les milieux interstellaires sont de nature diélectrique (glaces, silicate, etc.) ou conductrice (graphite, magnétite, etc.). Au cœur d'un grain de poussière (interstellaire), on trouve les grains de silicates enrobés d'un manteau de matière carbonée alors que dans les nuages moléculaires elles sont entourées d'un manteau de glace [Philippe Carrez 2002]. Ces grains ne représenteraient que 0.5 à 1% de la masse du milieu interstellaire, cependant, ils jouent un rôle fondamental dans l'évolution des différents objets astrophysiques. Selon la magnitude des forces électromagnétique et gravitationnelle exercées par les grains les uns sur les autres, il apparaît trois cas de figures distincts, à savoir, *i*/la force électromagnétique est supérieure à la force de gravité, *ii*/les deux forces s'équilibrent et *iii*/ la force de gravité prédomine. En pratique, le premier cas correspond aux plasmas de laboratoire alors que le second cas est relatif aux milieux interstellaires et aux atmosphères planétaires, e.g. anneaux de Jupiter, de Saturne, de Neptune et d'Uranus. Par ailleurs, le dernier cas correspond aux plasmas astrophysiques, lesquels se manifestent lors de la formation des structures de larges échelles [12]. La formation des grains a fait l'objet de nombreux travaux. D'après ces études, trois phases sont dénombrées et à travers lesquelles s'effectue la formation d'un grain, à savoir, la nucléation, l'agglomération et enfin l'accrétion. Le grain une fois formé, va acquérir une certaine charge via des processus bien définis. A titre d'exemple, l'émission secondaire, la photoémission ou l'émission thermoionique sont des processus par lesquels le grain acquiert une charge positive. En outre, la collection des particules à la surface du grain conduit ce dernier à se charger négativement à cause de l'inertie des ions [13].

Il est à souligner que la présence des grains de poussière chargés dans le plasma ne modifie pas seulement le spectre des ondes du plasma [Bliokh et al. 1985 ; de Angelis et al. 1988], mais en introduit de nouvelles, telles que les ondes acoustiques de poussière (DAW : dust acoustic waves), [Rao et al. 1990 ; Barkan et al. 1995 ; Thomson et al. 1999], et les ondes de réseau de poussière (DL), [Melandsø 1996 ; Hoffmann et al. 1997 ; Morfill et al. 1997 ; Farokhi et al. 1999] etc.

Les propriétés linéaires des ondes ioniques acoustiques de poussière (**DIAW** : dust ion acoustic waves), des ondes acoustiques de poussière (**DAW**) et des ondes de réseau de poussière (**DL**), dans le plasma poussiéreux sont désormais connues et rapportées dans plusieurs revues et articles [Rao et al. 1990 ; Varma et al. 1993 ; Rosenberg 1996]. Toutefois, cette théorie linéaire n'est valide que pour des ondes de basses amplitudes. Cependant, il existe plusieurs processus par lesquels les modes atteignent de grandes amplitudes. Quand les amplitudes des ondes sont suffisamment grandes, les nonlinéarités ne peuvent aucunement être ignorées. La nonlinéarité dans le plasma contribue à la localisation des ondes, menant ainsi à différents types de structures cohérentes nonlinéaires (viz. Structure solitaires, les ondes de choc, les couche-doubles, les vortex, les dromions...etc.), lesquels sont importants aussi bien du point de vue théorique qu'expérimental. De plus, il est à signaler que la présence de la poussière dans le plasma modifie fortement la forme et les conditions d'existence des structures cohérentes [19,20]. A titre d'exemple, il a été prouvé que la distribution en taille des grains provoquait une transition dans le domaine des solutions oscillatoires bornées, ainsi, les ondes cnoidales succèdent aux solitons [21]. De surcroît,

les contraintes quand les grains sont considérés imperméables [22], sont remarquablement rehaussées [21].

Par ailleurs, il est opportun de souligner que le choix de la distribution des ions (dans le plasma poussiéreux) a un effet non négligeable sur les structures cohérentes. En effet, il a été montré que les distributions des ions modifiaient considérablement les ondes acoustiques de poussière et introduisaient de nouveaux comportements [23-25]

Dans cette thèse, nous étudierons le caractère non-linéaire des ondes acoustiques de poussière et montrerons comment les grains de poussières influencent-ils les structures cohérentes dans un plasma poussiéreux. Aussi, nous allons considérer quelques paramètres pour différentes espèces immergées dans différents plasma poussiéreux et sous l'effet de divers facteurs (les effets combinés de plusieurs de ces paramètres sont étudiés dans chacun des chapitres). Les considérations sont les suivantes :

**Pour les plasmas poussiéreux :**

- Plasma à deux composantes.
- Plasma à trois composantes.
- Plasma à quatre composantes.
- Plasma Magnétisé.
- Plasma Non-magnétisé.

**Pour les grains de poussière :**

- Grains mono-taille.
- La distribution en taille des grains.
- La température.
- La fluctuation de la charge.

**Pour les ions :**

- La distribution de Boltzmann.
- La distribution nonthermique,

- La coexistence d'ions de charge positive et négative.
- La coexistence d'ions de différentes températures.

**Pour les électrons :**

- La distribution de Boltzmann
- La coexistence d'électrons de différentes températures.

**Pour les milieux :**

- L'anneau F de Saturne.
- La queue de la Comète de Halley.
- L'ionosphère terrestre.
- Les plasmas de laboratoire.

**Pour les autres facteurs :**

- Etude à plusieurs dimensions (1D, 2D et 3D).
- Configuration à géométrie sphérique.
- Perturbation transverse.

Une succincte description du travail est présentée ci-après.

**a-** En premier lieu nous donnerons un bref récit sur la physique des plasmas poussiéreux ainsi que sur les différents outils mathématiques nécessaires à leur étude.

**b-** Depuis la découverte des ondes acoustiques de poussière par Rao *et al.* [26], l'étude des processus collectifs dans un plasma poussiéreux a reçu un grand intérêt. Dans leur article, Rao *et al.* ont introduit une théorie pour les OAP dans un plasma poussiéreux à trois composantes : des grains inertiels et des électrons et des ions Boltzmanniens. Dans la présente étude, la distribution Boltzmannienne des ions a été délaissée en faveur d'une autre distribution plus réaliste (elle prend en compte une plus grande population d'ions) viz., la *distribution non-thermique* [17]. De plus la température des grains de poussière a été prise en compte. La méthode du pseudo potentiel de Sagdeev [27] a été

adoptée pour l'analyse des amplitudes arbitraires des ondes solitaires. Il a été trouvé que pour de telles considérations, l'existence des ondes acoustiques raréfactives était possible, mais sous certaines conditions.

**c-** Pour des raisons de calcul, les grains de poussière ont été considérés de même taille, dans de nombreux travaux. Toutefois, dans les situations réelles les grains exhibent une distribution en taille [22,23] et n'ont pas de rayon constant. Il a été montré que la distribution en taille des grains affectait les modes soutenus par le plasma et le taux d'accroissement de certaines instabilités paramétriques. De plus si les ions sont chauffés adiabatiquement, il a été trouvé que les conditions d'existence de solution oscillatoires bornées étaient plus sévères [21]. Nous avons, dans cette partie, délaissé l'approximation sur la taille constante des grains, en prenant comme modèle un plasma poussiéreux avec une distribution en taille des grains et deux espèces d'ions (positif et négatif). Il a été trouvé que le modèle adopté rendait possible la coexistence des deux types de solitons, viz., compressifs et raréfactifs.

Cette étude peut être utile dans la compréhension de plusieurs situations astrophysiques, et notamment *l'ionosphère terrestre*.

**d-** Le trait saillant des grains de poussière demeure leur charge électrique, qui peut être négative ou positive selon le processus de charge considéré [28]. En effet, un grain dans le plasma peut être chargé par les courants ionique et électronique qui atteignent sa surface, ou par le biais de rayonnement. Par voie de conséquence, la charge du grain est en réalité une variable dynamique, régie par une équation dite :« Equation de charge ». Dans cette partie, nous avons considéré un modèle où le plasma

est constitué d'ions de deux températures différentes, d'électrons et de grains de poussière dont la charge est variable. L'ensemble dans une configuration à géométrie sphérique et sous l'influence de la perturbation transverse. Pour étudier les caractéristiques nonlinéaires des ondes acoustiques de poussière se propageant dans notre milieu, nous avons considéré des électrons et des ions suivants la distribution de Boltzmann. Les grains sont quant à eux gouvernés par les équations fluides. A cela, nous avons ajouté l'équation de la fluctuation de charge régissant l'évolution de la charge lors des échanges à la surface du grain.

Nous montrerons, que le modèle ainsi considéré permet l'obtention de l'équation Kadomtsev-Petviashvili sphérique, décrivant l'évolution nonlinéaire des ondes acoustiques de poussière. En outre, une solution analytique exacte sera donnée et discutée. Nous pensons que ces résultats peuvent être forts intéressants pour l'identification des structures cohérentes dans *la mésosphère terrestre*.

**e-** La température est probablement l'un des effets les plus importants affectant la propagation des ondes dans le plasma. Comme nous avons pu le voir dans les parties précédentes, la température des grains et des ions ont déjà fait l'objet d'une très large investigation. Dans cette partie, ce sont les électrons qui seront à l'honneur. En effet, nous allons voir comment l'introduction d'électrons de deux températures différentes affectera-t-elle sur les ondes acoustiques de poussière.

**f-**En 1988, Boiti *et al.*[29] ont utilisé les équations de Davey-Stewartson [30], décrivant l'évolution d'un paquet d'onde à trois dimensions, et ont découvert une nouvelle classe de structures localisées, appelée ultérieurement Dromion[31]. Le

dernier chapitre de la thèse sera consacré à l'étude des structures cohérentes tridimensionnelles dans un plasma poussiéreux. Nous avons pris pour modèle un plasma à deux composantes, des ions suivants la distribution de Boltzmann et des grains régis par les équations fluides. Notre étude a été réalisée avec les hypothèses suivantes, *i*/ Le plasma est immergé dans un champ magnétique externe uniforme **B**. *ii*/le plasma n'est pas collisionnel et est décrit par un modèle fluide. *iii*/et la taille des grains de poussière est inférieure à la longueur de Debye. Le traitement mathématique se fera en adoptant la technique des perturbations réductrices [32]. Nous verrons que l'évolution nonlinéaire multidimensionnelle des « OAP » peut être modulée par l'équation de Davey-Stewartson I, et que des dromions se propagent dans le plasma poussiéreux. En l'occurrence, nous démontrerons pour la première fois l'existence d'une solution nouvelle qu'est de Dromion de poussière.

## References

- [1] C. K. Goertz. *Rev. Geophys.* **27**,271(1989).
- [2] D.A.Mendis, *Astrophys.Space.Sci.* **176**, 163(1991).
- [3]U.de Angelis, V.Formisano and M.Giordano, *J.Plasma Phys.***40**, 399 (1988)
- [4] P. K. Shukla. A. A. Mamun Introduction to Dusty Plasma Physics (Published by IoP Publishing Ltd, London) ISBN 0 7503 0653X(2002).
- [5] P. K. Shukla, *Dusty Plasma Interaction in Space* (New York: Nova)(2002)
- [6] J.Winter, *Plasma Phys. Control. fusion* **40** R1201(1998)
- [7] R.Annou and V.K.Tripathi, *Phys.Lett.A* **234**, 131 (1997)
- [8] R. Annou and V. K. Tripathi, *Phys. Plasmas* **5**, 1 (1998)
- [9a]R.L.Merlino, *IEEE, Trans.Plasma.Sci.* **25**, 60(1997);
- [9b]R.Annou, *Phys.Plasmas*,**5**, 2813(1998)
- [10]P. V.Bliokh, and V.N.Yaroshenko,*Sov Astron. (Engl. Trans.)* 29,330,(1985).
- [11]U.Angelis, de,R.Bingham, and J. Tsytovich,*J.Plasmas Phys.* 42, 445, (1989)
- [12] L.Mahanta, B.J.Saikia, B.P. Pandey and S.Bujarbarua, *J. Plasma Phys.* **55**, 401 (1996)
- [13] J.M.Geenberg, *Physica. Scripta*, T11, 14 (1985)
- [14] B. Ameya. *Charging of Particles in a Plasma*, ME 8362 *Advanced Plasma Technology* (2002)
- [15] A. A. Samarian, O. S. Vaulina, A. P. Nefedov, V. E. Fortov, B. W. James and O. F. Petrov. *Phys. Rev.E.* 056407-1-7.64 (2001)
- [16] M.Ishak-Boushaki, R.Annou and B.Ferhat, *Phys. Plasmas.* **8**, 5040 (2001).

- [17] K. Annou and R. Annou. URL: *Solitary Waves in Dusty Plasmas with Nonthermal Ions* <http://Arxiv.org/physics/0610265>.
- [18] M. Amroun and R. Annou, Phys. Plasmas 8, 5331(2001)
- [19] P.K.Shukla, L.Stenflo, and G.Morfill, IEEE Trans.Plasma Sci.(2002)
- [20] K. Annou and R. Annou, AIP CP,1041,155Fifth ICPDP (2008).
- [21] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo. Phys. Plasma 2, 3563 (1995)
- [22] M.Rosenberg,J.Vac.Sci.Technol.A 14 631(1996).
- [23] M.Ishak-Boushaki, S. Bahamida and R.Annou, Phys. Plasmas. 8, 3418(2003).
- [24] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis. J. Geophys. Res. 90, 7450(1985).
- [25]R. Annou and V.K. Tripathi, Phys. Lett. A 234, 131 (1997).
- [26] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, Planet. Space Sci. 38.
- [27]R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma Physics*, edited by M. A. Leontovich . Consultants Bureau, New York, Vol. 4, p. 23. (1966).
- [28] P. H. Sakanaka and I. Spassovska, Brazilian Journal of Physics, 33, 158(2003).
- [29]M.Boiti, J.P.Leon,L. Martina and F. Pempinelli, Phys. Lett. 132 A, 432.(1988).
- [30]A Davey and K Stewartson Proc. Res. Soc. London. A 338, 101 (1974).
- [31]A S Fokas and P M Santini Phys.Rev.Lett. 63, 1329.(1989).
- [32] H. Washimi and T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. 17, 966 (1966).

# CHAPITRE 1

## INTRODUCTION A LA PHYSIQUE DES PLASMAS POUSSIEREUX

### Sommaire

---

- 1.1 Introduction.**
  - 1.2 Un brin d'histoire.**
  - 1.3 Caractéristiques des plasmas poussiéreux.**
    - 1.3.1 Quasi-neutralité
    - 1.3.2 Longueur de Debye.
    - 1.3.3 Fréquence.
    - 1.3.4 Paramètre de couplage
  - 1.4 Les grains de poussière.**
    - 1.4.1 Formation.
    - 1.4.2 Forces agissants sur les grains.
  - 1.5 Les ondes dans le plasma poussiéreux.**
    - 1.5.1 Ondes acoustiques de poussière.
    - 1.5.2 Ondes acoustiques ioniques de poussière.
  - 1.6 Mathématiques des plasmas poussiéreux.**
    - 1.6.1 Equations fluides.
    - 1.6.2 Equation de Korteweg de Vries (KdV).
    - 1.6.3 Equation de Kadomtsev-Petviashvili (KP).
    - 1.6.4 Equation Fermi-Pasta-Ulam (FPU)
    - 1.6.5 Equation Sine-Gordon (SG)
    - 1.6.6 Equation non linéaire de Schrödinger (NSE)
    - 1.6.7 Equation de Davey-Stewartson (DS).
-

## **1.1 Introduction**

Les plasmas poussiéreux, aussi appelés « plasmas poudreux ou plasmas complexes, sont des gaz partiellement ou totalement ionisés contenant des grains de poussière chargés présentant des tailles allant de la fraction du micromètre à une centaine de micromètres. Ces milieux sont communément rencontrés dans l'espace, e.g., nébuleuses, anneaux planétaires, les hautes atmosphères et dans les plasmas créés par l'homme, e.g., décharges, fusion etc.

Dans ce chapitre nous donnerons un bref récit sur la physique des plasmas poussiéreux ainsi que sur les différents outils mathématiques nécessaires à leur étude.

## **1.2 Un brin d'histoire**

Une chronologie relatant les plus importantes dates et découvertes relatives à l'étude des plasmas poussiéreux est illustrée sur la **figure1.1**.

## **1.3 Caractéristiques**

La présence des grains (poudres) dans le plasma induit la modification des paramètres définissant un plasma en général. La condition de neutralité, la longueur de Debye ainsi que la fréquence caractéristique vont être examinés dans ce qui suit.

Notons qu'une fiche récapitulative de ces caractéristiques est donnée sur la **figure1.2**.

## Bref historique sur l'étude des plasmas poussiéreux



<i>K. Annou et al.</i>	2008	- <i>Prédiction de l'existence des Dromion dans le plasma poussiéreux.</i> [24]
<i>Pigarov et al.</i>	2007	-Etude du transport des grains dans les décharges. [23]
<i>Cheung et al.</i>	2003	-Etude de la dynamique des clusters. [22]
<i>Shukla et al.</i>	2002	-Etudes des ondes de chocs dans les plasmas poussiéreux. [21]
<i>Shukla et al.</i>	2001	-Etudes des réseaux de poussière. [20]
<i>Goree et al.</i>	1999	-Observation de structure singulière « Le Void ». [19]
<i>Barkan et al.</i>	{ 1996	-Confirmation expérimentale de l'existence des OIAP. [18]
	{ 1995	-Confirmation expérimentale de l'existence des OAP. [17]
<i>Thomas</i>	1994	-Observation des structures cristallines de poussière. [16]
<i>Shukla et al.</i>	1992	-Prédiction de l'existence des Ondes ioniques acoustiques de poussière. [15]
<i>N.N. Rao</i>	1990	-Prédiction de l'existence des Ondes acoustiques de poussière. [14]
<i>Ikezi</i>	1986	-Prédiction théorique de structures cristallines électronique [13]
<i>Whipple et al.</i>	1985	-Processus de charge des grains de poussière [12].
<i>Gortz et al.</i>	1983	-Interprétation des stries sur Saturne: Les grains sont responsables de cette apparition. [11]
<i>Mendis et al.</i>	1982	-Effet des grains sur le plasma. [10]
<i>Voyager 1</i>	1980	- <i>Découverte des stries radiales sur l'anneau B de Saturne.</i>
<i>Spitzer</i>	1978	-Considération des grains comme une espèce à part entière. [9]
<i>Mathis et al.</i>	1977	-Distribution en taille des grains [8].
<i>Breslin et al.</i>	1971	-Effet du plasma sur les grains [7].
<i>Emeleus et al.</i>	1968	-Etude des effets des grains dans les plasmas à combustion. [6]
<i>Gibson</i>	1966	-Etude des effets des grains sur les colonnes positives. [5]
<i>Ghorain</i>	1950	-Etude de l'impact des grains sur les plasmas. [4]
<i>Alfven</i>	1942	-Première supposition de la présence des grains dans le système solaire. [3]
<i>I. Langmuir</i>	1928	-Appellation : <b>PLASMA(πλασμα)</b> = Substance modelable. [2]
<i>Langmuir</i>	1924	-Observation des poudres dans une décharge électrique. [1]
<i>Thomson</i>	1897	-Interprétation de ces rayons d'ombres comme étant des particules négatives.
	1885	-Observation des poussières dans les nuages noctiluents.
<i>Crook</i>	1879	-Etude des rayons d'ombres.
<i>Hittrof</i>	1860	-Observation des rayons de cathode projetant des ombres dans les décharge.
<i>Faraday</i>	1838	-Réalisation du premier tube à décharge.

Figure 1.1

# Caractéristiques des Plasmas Poussiéreux

Longueur caractéristique

E. C. Whipple *et al* 1985

Plasma poussière

Grains de poussière dans le plasma

$$a \ll d \ll \lambda_D$$

$$a \ll \lambda_D \ll d$$

Paramètre de couplage

H. Ikezi 1986

Faiblement couplé

fortement couplé

$$\Gamma \ll \Gamma_c$$

$$\Gamma_c \ll \Gamma$$

Modes

Acoustique de poussière (DA)

$$\omega \ll \omega_{pd}$$

Prédiction

N.N. Rao 1990



Paramètre de fugacité

N.N. Rao 1999

$$f = 4\pi a \lambda_D^2 n_d$$

Ténu

$$f \ll 1$$

Dilué

$$f \approx 1$$

Dense

$$f \gg 1$$

fréquence d'oscillation

$$\omega_{pd} = \left[ 4\pi n_d Z_d^2 e^2 / m_d \right]^{1/2}$$

Quasi-neutralité

Grains imperméables

Grains perméables

$$\varepsilon = 4\pi a^3 / 3n_d$$

$$\varepsilon = 0$$

$$q_e n_e + q_i n_i + (1 - \varepsilon) Q_d n_d = 0$$

Acoustique de poussière (DA)

$$\omega \ll \omega_{pd}$$

Confirmation

A. Barkan 1995



Acoustique ionique de poussière (DiA)

$$\omega \ll \omega_{pd}$$

Modification

P. Shukla 1992



Acoustique de poussière (DiA)

$$\omega \ll \omega_{pd}$$

Confirmation

A. Barkan 1996

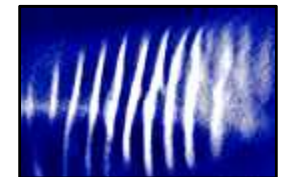


Figure 1.2

### 1.3.1 Quasi-neutralité

A cause de leur charge, les grains de poussière doivent être pris en compte dans la condition de neutralité. Ainsi, en présence de grains de poussière chargés, l'équation de quasi-neutralité s'écrit :

$$n_e q_e + n_i q_i + N_d Q_d = 0 \quad (1.1)$$

$N_d$  et  $Q_d$  sont la densité et la charge des grains, respectivement.

### 1.3.2 Longueur de Debye

L'une des caractéristiques fondamentales des plasmas poussiéreux est l'effet d'écran du champ électrique créé par les particules chargées, viz., ions, électrons, grains de poussière. Cet effet se caractérise par une longueur dite Longueur de Debye. C'est la longueur au-delà de laquelle le champ électrique des particules chargées cesse d'influencer les autres particules. Pour un plasma poussiéreux, la longueur de Debye linéarisée est donnée comme suit :

$$\lambda_D = \frac{\lambda_{De} + \lambda_{Di}}{\sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2}}, \quad (1.2)$$

où  $\lambda_{Di(e)}$  est la longueur de Debye des ions (électrons) définie par,

$$\lambda_{Di(e)} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_{i(e)}}{n_{i(e)0} e^2}}, \quad (1.3)$$

avec  $\varepsilon_0$  la permittivité du vide,  $T_{i(e)}$  la température des ions (électrons),  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $n_{i(e)0}$  la densité des ions (électrons) et  $e$  la charge élémentaire.

Pour un plasma poussiéreux avec :  $T_i \cong 0.03eV, T_e \cong 0.3eV, n_{i0} \cong n_{e0} \cong 10^5 m^{-3}$ , la longueur de Debye  $\lambda_D \sim 40\mu m$ .

À présent nous pouvons donner une définition plus spécifique au terme de « plasma poussiéreux ». Pour se faire, considérons des grains de rayon  $r_d$  séparés par une distance  $a$ , nous distinguerons alors, deux situations ;

- 1-  $r_d \ll \lambda_D < a$  : dans ce cas on parle de « *grains dans le plasma* » ; les grains sont considérés comme une collection de particules isolées et écrantées, et là, les inhomogénéités locales du plasma doivent être prises en compte.
- 2-  $r_d \ll a < \lambda_D$  : les grains doivent être traités comme étant des particules chargées interagissant entre elles et les constituants du plasma. C'est cette situation qui correspond à un véritable « *Plasma poussiéreux* ».

### 1.3.3 Fréquence caractéristique

Les grains de poussière étant une nouvelle composante chargée du plasma, elles répondent à des perturbations dont la fréquence est bien plus faible que celles des électrons ou des ions en raison d'une masse très importante. Cette fréquence est notée comme suit;

$$\omega_{pd}^2 = \frac{n_d Z_d^2 e^2}{m_d \epsilon_0}. \quad (1.4)$$

Pour des grains de masse  $m_d \cong 10^{-16} kg$ , de charge  $Z_d \cong 1000$ , et de densité  $n_d \cong 2.10^5 cm^{-3}$ , la fréquence plasma est  $\omega_{pd} \sim 2 kHz$ .

### 1.3.4 Paramètre de couplage

La composante additionnelle de poussière chargée dans les plasmas donne l'opportunité unique d'étudier les systèmes fortement couplés en raison du paramètre de couplage  $\Gamma_c$  (qui représente le rapport entre l'énergie potentielle électrostatique des grains et leur énergie d'agitation thermique) pouvant être très

grand. Il a en effet été rapporté que la densité de poussières dans un plasma peut être extrêmement élevée et que la charge globale portée par celles-ci peut donc excéder celle portée par les électrons. Le paramètre de couplage  $\Gamma_c$  peut être alors largement supérieur à un et le nuage de poudres considéré comme un liquide coulombien, voire même un cristal coulombien.

#### **1.4 Les grains de poussière.**

Les grains introduits dans le plasma peuvent être constitués de divers matériaux, e.g., Silicium, carbone, glace, etc., tout en étant de formes variées, e.g., sphérique, chou-fleur, structure fractale...etc.). La présence même de ces grains peut être aussi bien bénéfique que néfaste pour les applications pratiques. En effet, ces impuretés sont responsables de nombreux défauts, dans les réacteurs radiofréquences (RF) utilisés pour la microélectronique, ou dans les Tokamaks.

Dans le premier cas, la formation de grains dans les réacteurs industriels constitue un problème à surmonter, car les particules tombant sur les substrats peuvent réduire la performance des circuits intégrés car la qualité des couches minces se trouve diminuée.

Dans le second, les poussières créées lors des interactions du plasma avec les parois des tokamaks pour la fusion nucléaire peuvent être extrêmement nuisibles dans la mesure où elles provoquent la réduction de la température du plasma et affectent la sécurité à travers la radioactivité induite, et entraînent par conséquent un dysfonctionnement du réacteur. D'un autre côté, ces grains de poussière peuvent aussi avoir des propriétés très intéressantes, e.g., pour la préparation des nanotubes des feuille

par exemple de graphite etc. Par conséquent, il est vital de comprendre comment les grains se forment dans les plasmas et comment inhiber leur formation.

### 1.4.1 Formation des grains

Les grains immergés dans le plasma, peuvent s'y former naturellement ou y être introduits artificiellement.

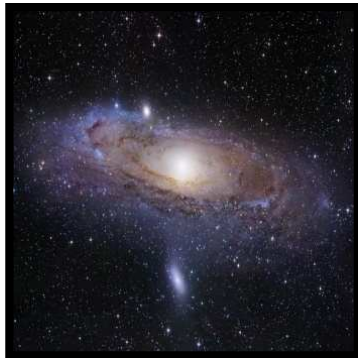
#### 1.4.1.1. Grains de poussière dans la nature

Des hautes atmosphères aux nébuleuses, en passant par les anneaux planétaires, les grains de poussière sont omniprésents dans l'espace (voir **Figure (1.3)**).

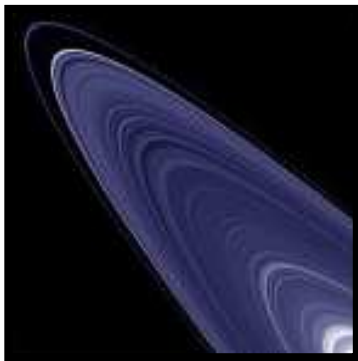
- a- **Atmosphère** : Des nuages de grains chargés sont observés pendant l'été polaire dans la mésopause à des altitudes variant entre 80 et 90 km et latitudes de 50° et 70° au nord et au sud de l'équateur. Ces nuages sont appelés « Nuage noctiluents ». C'est en 1885, après l'éruption du volcan Krakatoa, qu'ils ont été rapportés pour la première fois.
- b- **Anneaux planétaires** : Les grains de poussière de taille du micron et sous-micron sont les constituants essentiels des anneaux autour des planètes géantes de notre système solaire, e.g., Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune.
- c- **Comètes** : Ceux sont des corps célestes de forme irrégulière composés d'un mélange de gaz (gelé) et de particules de poussières. Ces corps ont une orbite elliptique autour du soleil. En s'approchant de l'étoile, les comètes développent un nuage de gaz et de poussière, résultant de la sublimation de la glace.

# Milieux où évoluent les plasmas poussiéreux

## Espace interstellaire



Uranus



Jupiter



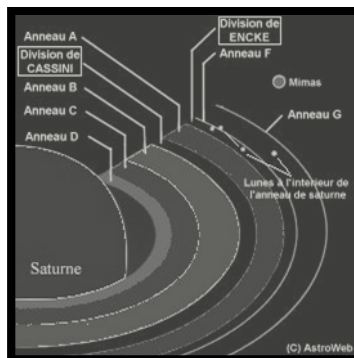
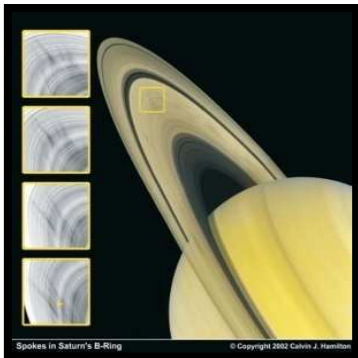
## West



Halley



## Image de Saturne prise par Voyager 2, 1981



## Aurores boréales



## Tokamaks



## Nuages noctiluques



Figure 1.3

#### **1.4.1.2. Grains de poussière dans le laboratoire**

La formation des grains de poussière est un phénomène avéré dans de nombreux gaz réactifs comme le Silane ou les hydrocarbures. Toutefois, les mécanismes menant à cette formation ne sont pas encore totalement compris. En effet, le comportement des « gros grains » dont le rayon est supérieur à quelques nanomètres est relativement bien compris, tandis que la formation et la chimie des premières proto-particules sont toujours mal connues.

La croissance des grains dans un plasma de gaz réactif débute par la formation de proto-particules qui vont former les premiers clusters d'atomes pendant la « *phase de nucléation* » aussi appelée « *phase de polymérisation* ». Ces clusters s'accumulent ensuite jusqu'à atteindre une concentration critique durant la « phase d'accumulation », suivie de la « *phase d'agglomération* », laquelle phase consiste en une agglomération ou coagulation rapide des clusters, menant à des grains d'une cinquantaine de nanomètres. Finalement ces grains grossissent par « accréation en surface des radicaux du plasma pendant la « *phase de croissance par dépôt de surface* ».

#### **1.4.2 Les forces agissant sur le grain de poussière**

Lorsqu'un grain de poussière est immergé dans un plasma, il se comporte comme une petite sonde, collectant les espèces chargées (électrons et ions) du plasma. Le grain tend ainsi à se charger négativement ou positivement selon les processus de charges prédominants. Ce même grain subit différentes forces qui tentent de le maintenir dans le plasma ou au contraire de l'en expulser. Parmi ces forces, nous citerons :

**a- Force électrostatique  $\vec{F}_e$  :**

Elle est due à la charge que porte le grain dans le champ électrique de la décharge. Elle s'exprime en général de la manière suivante :

$$\vec{F}_e = Q_d \vec{E}_0 \quad (1.5)$$

C'est dans la majorité des cas la force la plus importante que subit le grain.

**b- Force gravitationnelle  $\vec{F}_g$  :**

Cette force est proportionnelle à la masse du grain. Pour les grains submicroniques, elle est en générale très faible comparée aux autres forces :

$$\vec{F}_g = m_d \vec{g} \quad (1.6)$$

**c- Force de thermo phorétique  $\vec{F}_{th}$  :**

Le grain y est soumis, lorsque la température du gaz n'est pas uniforme ; cette force tend à le faire migré vers les zones les plus froides.

**d- Force de poussée  $\vec{F}_n$  :**

Elle est due aux atomes et aux molécules neutres du plasma.

**e- Force  $\vec{F}_i$  :**

Cette force est due aux échanges de quantité de mouvement avec les ions.

**Ordre de grandeur des forces :**

$$\vec{F}_e \approx 2.6 \cdot 10^{-6} r_d ; \vec{F}_g \approx 9.6 \cdot 10^4 r_d^3 ;$$

$$\vec{F}_{th} \approx 9 \cdot 10^{-2} r_d^2 ; \vec{F}_n \approx 5.3 \cdot 10^{-2} r_d^2 ;$$

$$\vec{F}_i \approx 1.8 \cdot 10^{-3} r_d^2 \ln(1 + 10^{-12} r_d^{-2}).$$

## **1.5 Les ondes dans le plasma poussiéreux**

Le mouvement cohérent des constituants du plasma donne lieu à de nombreux phénomènes d'onde. Dans un plasma non magnétisé, les ondes transversales sont purement électromagnétiques, alors que les ondes longitudinales sont électrostatiques. En vérité, toute onde réelle est une combinaison des deux modes. Dans le plasma poussiéreux, on distingue majoritairement deux classes d'ondes :

- 1- Les ondes générées par le mouvement des constituants du plasma (ions ou électrons) et affectées par les grains de poussière.
- 2- Les ondes dues au mouvement collectif des grains dans différentes structures, i.e., nuages de poussière, cristaux de poussière, etc.

### **1.5.1 Onde acoustique de poussière(OAP)**

Les microparticules(ou grains de poussière) contenues dans le plasma influencent les modes habituels supportés par celui-ci, e.g., le mode acoustique ionique, qui est transformé en mode acoustique ionique de poussière par réduction de la densité des électrons. Ces particules introduisent aussi de nouveaux modes : les modes électrostatiques à basses fréquences, cyclotroniques de poussière et acoustiques de poussière.

Rao et Shukla [13] ont été les premiers théoriciens à avoir prédit l'existence de ces ondes avec une vitesse de phase très petite devant les vitesses thermiques des électrons et des ions, dans un plasma poussiéreux non magnétisé.

## 1.5.2 Onde acoustique ionique de poussière

Shukla et Silin [14] ont été les premiers à avoir prédit l'existence des ondes ioniques de poussière. Lesquelles ondes ont été observées expérimentalement dans une gamme de fréquence (3-5 kHz) où la vitesse de phase de l'onde augmente quand la densité des électrons diminue.

## 1.6 Mathématiques des plasmas poussiéreux

Dans ce qui suit nous nous attèlerons à revisiter les différents outils mathématiques utilisés pour l'analyse théorique des plasmas poussiéreux. Quelques fiches résumant les différentes méthodes de calcul théorique utilisées dans cette thèse, sont représentées sur les **figures [(1.4)-(1.6)]**.

### 1.6.1 Equations fluides

Comme nous venons de le voir, l'introduction des grains chargés dans le plasma modifie inévitablement la propagation des ondes dans celui-ci, et introduit de nouveaux modes d'oscillation à basses fréquences (qui n'existaient pas dans le plasma classique). Ces modes sont usuellement associés au mouvement fluide des grains (Onde acoustique de poussière ; OAP), et leur étude peut être faite via deux approches :

*La première est l'approche cinétique*, pour laquelle il est nécessaire de résoudre l'équation de Vlassov afin de déterminer la fonction de distribution, qui une fois déterminée, nous permettra le calcul de toutes les grandeurs mesurables de notre système.

*La seconde approche* (celle utilisée dans cette thèse), implique une description hydrodynamique où le plasma poussiéreux est

considéré être un mélange de différents fluides, viz., électrons, différents espèces d'ions ainsi que différents types de grains chargés. Toutes ces particules sont caractérisées par :

- Une densité numérique  $n_j$  (ou densité massique  $\rho_j = n_j m_j$ ),
- La vitesse fluide  $\vec{v}_j$ ,
- Une charge  $q_j$  de la composante  $j$  du plasma,
- La température du fluide  $T_j$  à l'équilibre avec ( $j = i, e, d$ ).

Pour chacune des composantes, l'équation de continuité représentant la conservation du nombre de particules s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \vec{v}_j) = 0. \quad (1.7)$$

et l'équation du mouvement représentant la conservation de la quantité de mouvement s'écrit comme suit :

$$m_j \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_j \cdot \nabla \right) \vec{v}_j = \vec{F}_j. \quad (1.8)$$

Le terme  $\vec{F}_j$  représente la force agissant sur la composante  $j$  du plasma, et est causée par les interactions entre le plasma et les autres espèces en plus des forces imposées telle que la gravité.

Comme toutes les particules du plasma sont chargées, l'équation de Poisson, sera ajoutée aux équations de continuité et du mouvement, pour fermer le système.

# la méthode du quasi-potentiel de Sagdeev

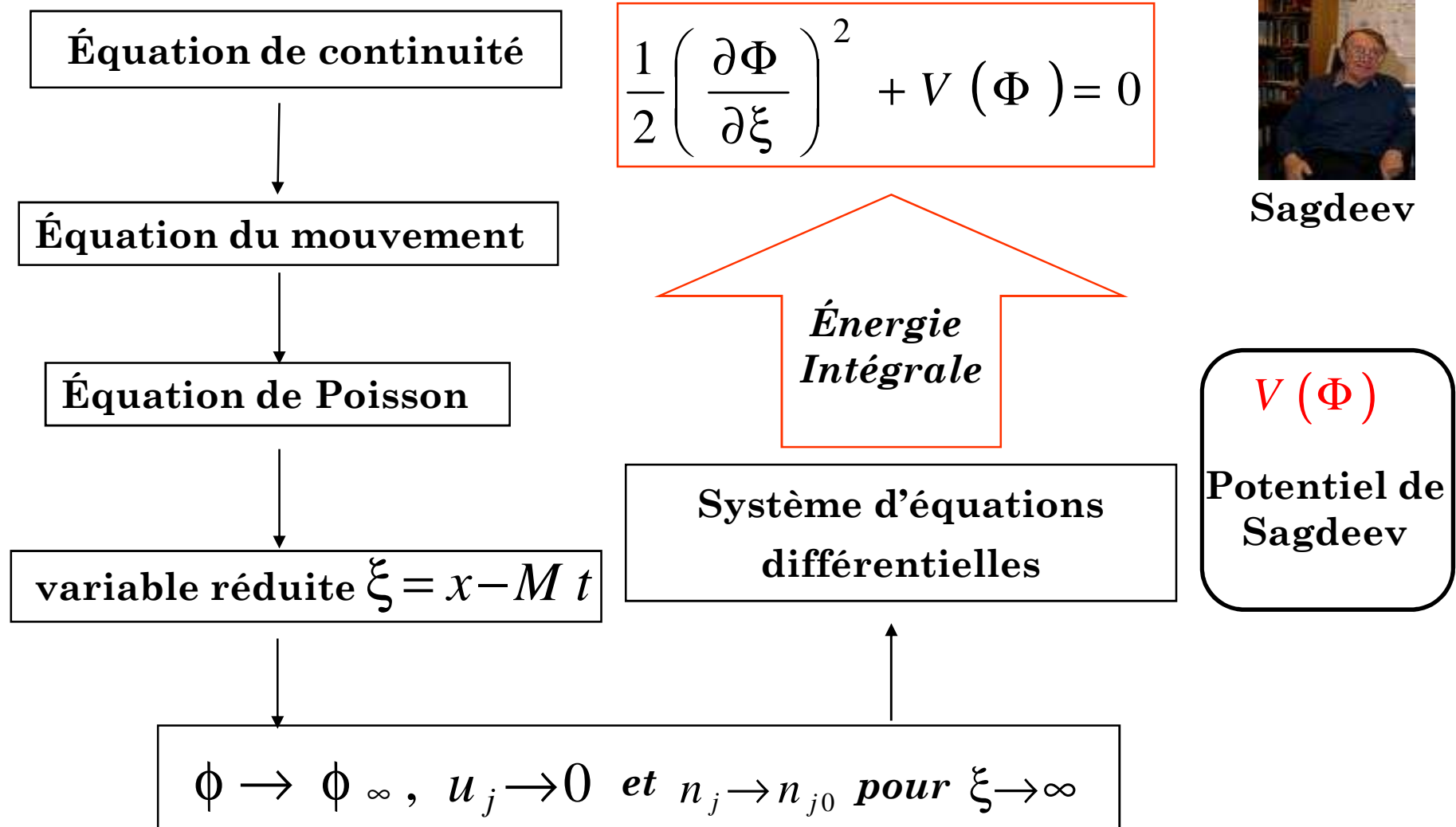


Figure 1.6

### 1.6.2 Equation de Korteweg de-Vrie (K-dV)

En 1895, Kortweg et de-Vries dérivèrent l'équation portant leurs noms et décrivant la propagation d'ondes dans les eaux peu profondes (shallow water), cette équation s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{g}{l}} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{2}{3} \alpha \eta + \frac{1}{2} \eta^2 + \frac{1}{3} \sigma \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right). \quad (1.9)$$

Où  $l$  est la profondeur de l'eau et  $l+b$  est l'élévation de la surface par rapport au fond,  $x$  et  $t$  sont les variables spatio-temporelles. Notons pour l'histoire, que Diderick Johannes Korteweg fût le directeur de thèse de Gustave de Vries (thèse soutenue le 1 décembre 1894). L'équation de K-dV est à la base de plusieurs applications en physique. Elle intervient dans une large gamme de systèmes dispersifs faiblement nonlinéaires. En vérité, on dit que les équations non linéaires dispersives ne montrent un comportement soliton exacte quoique possédant des solutions d'ondes solitaires localisées, que si elles possèdent une transformation de Backlund. Pour clore, notons que l'équation KdV peut se mettre sous la forme générale,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} = 0 \quad (1.10)$$

La solution solitaire est donnée par la forme,

$$\phi(x - ut) = 3u \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{1}{2} \sqrt{u} (x - ut) \right] \quad (1.11)$$

C'est une impulsion d'amplitude  $3u$  avec  $u$  la vitesse du soliton, et de largeur  $\frac{1}{2} \sqrt{u}$ . L'équation KdV décrit entre autres phénomènes les ondes acoustiques non-linéaires dans les plasmas.

# La méthode de la perturbation réductrice

## L'équation de Kortweg-De-Vries

### Système d'équations

- Continuité
- Mouvement
- Poisson



### Développement en puissance

$$n_d = 1 + \varepsilon n_{d1} + \varepsilon^2 n_{d2} + \varepsilon^3 n_{d3} +$$

$$u_d = \varepsilon u_{d1} + \varepsilon^2 u_{d2} + \varepsilon^3 u_{d3} +$$

$$\Phi = \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \varepsilon^3 \Phi_3 +$$



### Changement de variables

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - v_0 t), \quad t = \varepsilon^{3/2} \tau$$

$$\omega/k = v / \sqrt{1 + \lambda_{Dd}^2 k^2}$$



Traitement ordre par ordre



$$\Phi_1(\xi) = \frac{\Phi_{11}}{2} [1 - \tanh(\omega \xi)]$$



### L'équation de K-dV modifié

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau} + \frac{\eta}{2} \Phi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} + \kappa \frac{\partial \Phi_1^3}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \xi^3} = 0$$

$$\Phi_1 = \Phi_{1m} \operatorname{sech}^2(\xi / \delta)$$



### L'équation de K-dV

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau} + A \Phi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \xi^3} = 0$$



G. De-Vries  
(1889)



J. D. Kortweg

Figure 1.4

### 1.6.3 Equation de Kadomtsev-Petviashvili(KP)

En 1970, deux physiciens soviétiques Boris Borisovich Kadomtsev (1928-1998) et Vladimir Iosifovich Petviashvili (1936-1993) obtinrent pour la première fois l'équation qui portera leurs noms. En Mathématique, l'équation Kadomtsev–Petviashvili est une équation différentielle à dérivées partielles s'écrivant comme suit:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0. \quad (1.12)$$

L'équation ci-dessus montre que l'équation KP est en fait une généralisation à deux dimensions ( $xety$ ) de l'équation unidimensionnelle K-dV. De plus, elles sont complètement intégrables, et peuvent être résolues par la méthode de la transformée de diffusion inverse (the inverse scattering transform : IST).

### 1.6.4 Fermi – Pasta – Ulam ( FPU )

En 1955 à Los Alamos, Fermi et ses collaborateurs en voulant étudier le comportement de certains systèmes qui sont essentiellement linéaires et dans lesquelles la non-linéarité est à introduire en tant que perturbation, ont fait une découverte qui a stimulé un travail important dans le domaine. En effet, l'énergie dans chaque mode normal est constante pour le système linéaire. Ils ont pensé qu'en introduisant la non-linéarité, l'interaction distribuerait l'énergie entre tous les modes. En fait, il n'en fût rien ! L'énergie ne diffuse pas, mais reste localisée dans le mode initial et ceux qui sont les plus proches ; il n'y a pas de perte d'énergie au profit des modes les plus élevés. En ce qui concerne l'équipe de

1970



B. Kadomtsev

# La méthode de la perturbation réductrice

## L'équation de Kadomtsev-Petviashvili Sphérique

### Systeme d'équations sphériques

- Continuité
- Mouvement
- Poisson

### Développement en puissance

$$\begin{aligned}
 n_d &= 1 + \varepsilon n_{d1} + \varepsilon^2 n_{d2} + \varepsilon^3 n_{d3} + \\
 u_d &= \varepsilon u_{d1} + \varepsilon^2 u_{d2} + \varepsilon^3 u_{d3} + \\
 v_d &= \varepsilon v_{d1} + \varepsilon^2 v_{d2} + \varepsilon^3 v_{d3} + \\
 \Phi &= \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \varepsilon^3 \Phi_3 +
 \end{aligned}$$

### Changement de variables

$$\begin{aligned}
 \xi &= \varepsilon^{1/2} (x - v_0 t), & t &= \varepsilon^{3/2} \tau \\
 \eta &= \varepsilon^{-1/2} \theta \text{ et } \zeta &= \xi - \frac{v_0^2}{2} \eta^2 \tau.
 \end{aligned}$$

$$\Phi_1 = \Phi_0 \operatorname{sech}^2 \left[ \left( \zeta - (U_0 - v_0 \eta^2) \tau \right) / W \right]$$

Solution

### L'équation KP sphérique

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left[ \frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau} + A \Phi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \zeta} + B \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \zeta^3} + \frac{1}{\tau} \Phi_1 \right] + C \left[ \frac{\partial^2 \Phi_1}{\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \eta} \right] = 0$$

Traitement ordre par ordre

Figure 1.5

Fermi, le système fit une collection de 64 particules de masse unitaire placées sur une ligne à bouts fixes. Il a été montré que le déplacement des particules pouvait être décrit par une équation K-dV.

### 1.6.5 Equation de Sine-Gordon

L'un des premiers modèles de la théorie des champs est l'équation linéaire de Klein Gordon,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = m^2 \phi. \quad (1.13)$$

En 1958, Skyrme proposa une théorie des champs non linéaire et pris comme équation,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = m^2 \sin \phi. \quad (1.14)$$

Elle fût appelée équation de Sine-Gordon.

Nous pouvons montrer qu'elle possède en effet, une solution représentant une onde de profil permanent de la forme :

$$\phi = 4 \tan^{-1} \exp[m\gamma(x - ut) + \delta]. \quad (1.15)$$

où,  $\gamma^2 = \frac{1}{1-\nu^2}$ . Cette solution reçut le nom de Kink. De surcroît,

il a été montré que cette équation exhibait un comportement soliton ou un kink et son anti-kink (se déplace en sens inverse) se comporteraient comme des particules lors d'une collision. L'équation Sine-Gordon est la seule équation Klein-Gordon non linéaire à posséder une transformation de Backlund.

### 1.6.6 Equation non linéaire de Schrödinger (NSE)

L'équation s'écrit comme suit,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \beta |\phi|^2 \phi = -i \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (1.16)$$

Une solution correspondant à une onde se déplaçant vers la droite et s'annulant à l'infini serait,

$$\phi = \frac{a}{\sqrt{2/\beta}} \left[ i \left( \frac{1}{2} bx - \left( \frac{1}{4} b^2 - a^2 \right) \right) \right] \operatorname{sech}^2[ha(x - b)] \quad (1.17)$$

C'est une onde enveloppe de forme « sécante hyperbolique ». L'équation NSE est fondamentale pour décrire l'évolution des trains d'ondes variant lentement, dans les milieux stables faiblement non-linéaire que l'on rencontre en physique des plasmas et en optique non-linéaire.

### 1.6.7 Equation de Davey-Stewartson (DS)

L'équation de Davey-Stewartson (DS) a été exposée la première fois en 1974, dans les travaux de Davey et Stewartson. Elle été utilisée pour décrire l'évolution d'un paquet d'onde tridimensionnel sur l'eau de la profondeur finie. Elle s'écrit comme un système d'équations différentielles à dérivées partielles sous la forme ;

$$\begin{cases} iA_{\tau\tau} + A_{xx} + A_{yy} - 2|A|^2A + 2Q_xA = 0 \\ Q_{xx} - Q_{yy} = 2(|A|^2)_x = 0 \end{cases} \quad (1.18)$$

où  $A$  est un champ complexe alors que  $Q$  est un champ réel.

Notons que pour le cas à (1+1), ce système se réduit à l'équation de Schrödinger non-linéaire. L'équation de Davey-Stewartson (DS) est un exemple d'équation solitonique multidimensionnelle.

## 1.7 References

- [1] I. Langmuir, G. Found, A.F. Dittmer, *A new type of electric discharge: the streamer discharge*, Science **60** 392. (1924)
- [2] I. Langmuir, Proceeding of the National Academy of Science **14**, 627, (1928)
- [3] H. Alfvén, Nature (London) **150**, 405. (1942)
- [4] R. V. M. D. Ghorain and A. Ltjyckx, J. Electrochem. Soc., **97**, 159. (1950)
- [5] E. G. Gibson, Phys. Fluids, **9**, 2389. (1966).
- [6] K. G. Emeleus, E. W. Gray, J. R. M. Coulter, *et al.*, Int. J. Electron., **25**, 367. (1968).
- [7] A. C. Breslin and K. G. Emeleus, Phys. Lett. A, **31**, 23 (1970).
- [8] J. S Mathis, W. Rimpl, K. H. Nordsieck, Astrophysical Journal, Part 1, **217**, 425 (1977).
- [9] L Spitzer, *Physical processes in the interstellar medium*, Wiley and sons, New York, (1978).
- [10] D.A Mendis, H.L.F. Houppis, J.R. Hill, J. Geophys. Res. **87**, 3449 (1982).
- [11] C. K. Goertz, G. Morfill, Icarus, **53**, 219 (1983).
- [12] E.C. Whipple, T. G. Nothrop, and D. A. Mendis, J. Geophys. Sci. Instrum. **61**, 3871, (1990).
- [13] H. Ikezi, Phys. Fluids, **29**, 1764 (1986).
- [14] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, Planet. Space Sci. **38**, 543 (1990).
- [15] P. K. Shukla, and V. P Silin Phys. Scripta **45**, 508 (1992).

- [16] H. Thomas, G. E. Morfill, V. Demmel, *et al.*, Phys. Rev. Lett., **73**, 652.(1994).
- [17] A. Barkan, R.L. Merlino, N.D'Angelo Phys Plasma, **2**,3563 (1995).
- [18]A. Barkan, N. D'Angelo, R.L. Merlino, Planet. Space Sci. **44** 239.(1996).
- [19] J. Goree, G. E. Morfill, V. N. Tsytovich, *et al.*, Phys. Rev. E,**59**, 7055.(1999).
- [20] P. K. Shukla, Phys. Plasmas, **8**, 1791 (2001).
- [21] P. K. Shukla, A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*(IOP PublishingLtd., Bristol, Philadelphia, 2002).
- [22] F. Cheung, A. Samarian, and B. James, "The rotation of planar-2 to planar-12 dustclusters in an axial magnetic field", New J. Phys., **5**, 75.(2003).
- [23] A. Pigarov, R. Smirnov, S. Krasheninnikov, *et al.*, J. Nucl.Mater.,**363**, 216. (2007).
- [24] K. Annou and R. Annou ICPDP 6, AIPCP 1041,**155** (2008).

# CHAPITRE 2

## EFFETS DE LA TEMPERATURE DES GRAINS ET DES IONS NONTHERMIQUES SUR LES SOLITONS

### Sommaire

---

- 2.1 Introduction
  - 2.2 Formulation mathématique
  - 2.3 Analyse mathématique des ondes solitaires
  - 2.4 Potentiel de Sagdeev
    - 2.4.1 *Structures solitaires de grandes amplitudes*
    - 2.4.2 *Conditions d'existence des solitons*
  - 2.5 Résultats et discussions
  - 2.6 Conclusions
  - 2.7 Références
- 

### 2.1 Introduction

Lorsqu'un paquet d'ondes se déplace dans un milieu dispersif, il s'étale car ses composantes se déplacent à des vitesses de phase différentes. Cependant, si le milieu offre une non-linéarité, le paquet ou l'impulsion se déplace alors sans changer de forme: c'est le soliton. Les solitons ont été découverts en août 1834 par un ingénieur écossais, John Scott-Russell alors qu'il montait à cheval le long de l'Union Canal à Edimbourg. Il remarqua qu'une

barge en s'arrêtant soudainement produisit une vague importante qui continua à se propager en aval du canal, sans atténuation remarquable de sa forme, ni variation de sa vitesse. Il la suivit sur une certaine distance jusqu'à ce qu'elle se perde dans les tourbillons et les méandres du canal. J. S. Russell nota aussi, que les vagues d'amplitudes plus grandes se déplaçaient plus vite que celles de tailles moindres. Il se trouvait en face d'un phénomène de propagation non-linéaire. Mais ce qu'il n'observa pas, c'est qu'après une collision entre deux vagues isolées d'amplitudes différentes, celles-ci reprenaient leurs formes d'origine. Il appela cette onde "onde de translation". Théoriquement, l'onde solitaire a été mentionnée dans les travaux de Stokes et Boussinesq, cependant il a fallu patienter 60 ans pour que l'onde de Russel trouve le cadre théorique approprié. En effet, en 1895, Korteweg et de-Vries obtinrent l'équation portant leurs noms et décrivant la propagation d'ondes dans une direction sur la surface de l'eau peu profonde (shallow water) du canal. L'équation de K-dV est à la base de plusieurs applications en physique. Elle intervient dans une large gamme de systèmes dispersifs faiblement nonlinéaires. Il se trouve justement, que le plasma possède plusieurs branches de modes d'oscillation qui ont des caractéristiques de dispersion variées ; le plasma est par conséquent, l'un des milieux les mieux adaptés pour étudier les propriétés des solitons. C'est pourquoi, la physique des plasmas a connu un véritable rush ces dernières années. Ainsi donc, plusieurs investigations théoriques ont été menées afin d'étudier le soliton et ses propriétés. A juste titre, il a été trouvé que dans un plasma où les ions sont considérés froids et stationnaires, l'étude du développement et de l'évolution des oscillations plasma électroniques, i.e., les ondes Langmuir, montre que des solitons peuvent être générés [1-3]. Par

ailleurs, il faut savoir que les microparticules (appelées aussi grains de poussière) contenues dans le plasma (qui du fait de la présence de ces grains prend l'appellation de plasma poussiéreux) influencent les modes habituels supportés par ce dernier, e.g., le mode acoustique ionique, qui est transformé en mode acoustique ionique de poussière par réduction de la densité des électrons. Ces particules introduisent aussi de nouveaux modes : les modes électrostatiques à basses fréquences, cyclotroniques de poussière et acoustiques de poussière [5, 6, 17]. En effet, Rao *et al.* [18] ont étudié les oscillations collectives à basses fréquences dans le plasma poussiéreux, et ont prédit théoriquement l'existence d'un nouveau mode appelé l'onde acoustique de poussière (*DAW : dust acoustic wave*), dont la fréquence est de quelques dizaines d'Hertz. Pour cette onde, la force de rappel est due aux ions et aux électrons dont la distribution est celle de Boltzmann, alors que l'inertie est assurée par les grains de poussière. Cette onde acoustique de poussière a été mise en évidence expérimentalement par Barkan *et al.* [19]. Par ailleurs, l'existence de solitons acoustiques de poussière compressifs a été rapportée dans le cas d'un plasma contenant des grains de poussière, des électrons et des ions Boltzmanniens [17]. D'autre part, il a été trouvé que la considération d'ions non-thermiques dans le plasma modifiait le comportement non-linéaire des ondes acoustiques de poussière, en affectant aussi bien leur forme que leurs conditions d'existence [20-24]. Néanmoins, dans les travaux antérieurs, la température du fluide des grains a été négligée, nonobstant son importance.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de combler cette lacune, en étudiant l'influence de la température des grains sur les ondes acoustiques de poussière. Nous traiterons un plasma à trois

composantes à savoir; des grains très massifs et chargés négativement, des électrons Boltzmanniens et des ions nonthermiques. L'étude des caractéristiques non-linéaires de cette onde acoustique de poussière a été réalisée dans le cadre de la méthode du quasi-potentiel de Sagdeev. Nous verrons plus loin, que pour les considérations susmentionnées, les conditions d'existence des solitons sont drastiques.

## 2.2 Formulation mathématique

Considérons un plasma à plusieurs composants, à savoir, des électrons Boltzmanniens, des ions non-thermiques et des grains de poussières massifs et hautement chargés. A l'équilibre, nous avons l'équation de quasi-neutralité donnée par :  $N_{i0} = Z_d N_{d0} + N_{e0}$ , où  $N_{i0}$ ,  $N_{e0}$  et  $N_{d0}$  sont respectivement les densités à l'équilibre des ions, des électrons et des grains de poussière et  $Z_d$  le nombre de charge des grains.

Les distributions des électrons et des ions sont formulées ci-dessous, viz;

### a) La distribution de Boltzmann pour les électrons

$$N_e = N_{e0} \exp\left\{\frac{e\phi}{T_e}\right\}, \quad (2.1)$$

### b) La distribution non thermique pour les ions

En suivant le modèle de Cairns *et al.* [20], la distribution de la vitesse non thermique pour les ions s'écrit comme suit :

$$f_{i0} = \frac{N_{i0}}{\sqrt{2\pi v_i^2}} \frac{1 + \alpha v^4 / v_{thi}^4}{1 + 3\alpha} \exp\left\{-\frac{v^2}{2v_{thi}^2}\right\}, \quad (2.2)$$

où  $\phi$  est le potentiel électrostatique,  $T_e$  la température des électrons  $N_{i0}$  et  $v_{thi} = (T_i/m_i)^{1/2}$  sont la densité à l'équilibre, et la vitesse thermique à l'équilibre des ions non-thermiques,  $T_i$  étant leur température. Le paramètre réel  $\alpha$  exprime la déviation par rapport à la distribution de Maxwell, un paramètre représentant la population des ions nonthermiques. L'intégrale de la fonction de distribution  $f_{i0}$  par rapport à la vitesse entre  $v^2$  et  $v^2 - 2\phi$  nous mène à l'expression de la densité des ions non-thermique suivante :

$$N_i = N_{i0} \left( 1 + \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right) + \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right) \exp \left\{ -\frac{e\phi}{T_i} \right\}, \quad (2.3)$$

$$\text{où, } \beta = \frac{4\alpha}{1+3\alpha}.$$

Les équations correspondant aux lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement couplées à l'équation de Poisson, décrivent l'évolution de notre système ; elles sont écrites comme suit :

$$\frac{\partial N_d}{\partial t} + \nabla \cdot (N_d \vec{V}_d) = 0, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial t} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial x} = \frac{Z_d e}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{m_d n_d} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (2.5)$$

où,  $m_d, N_d, V_d$ , et  $\phi$  sont respectivement la masse, la densité, la vitesse et le potentiel électrostatique du grain.

Le système est fermé par l'équation de Poisson :

$$\Delta \phi = 4\pi e (Z_d N_d - N_i + N_e). \quad (2.6)$$

«  $e$  » étant la charge élémentaire.

### 2.3 Analyse mathématique des ondes solitaires

Nous adoptons pour notre analyse la méthode du *pseudo potentiel de Sagdeev* [25] pour les ondes d'amplitudes arbitraires, donnant les conditions d'existence des solutions oscillatoires bornées.

Après la normalisation des **Eqs. [(2.4)-(2.6)]**, nous aboutissons au système suivant :

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_d u_d) = 0, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial x} + 3\sigma \frac{\partial n_d}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \mu_e n_e - \mu_i n_i + n_d. \quad (2.9)$$

Les densités électronique et ionique normalisées sont données respectivement comme :

$$n_e = n_{e0} \exp(\sigma_i \Phi),$$

$$n_i = n_{i0} (1 + \beta \Phi + \beta \Phi^2) \exp(-\Phi)$$

Nous avons pris l'équation d'état comme  $P = n_d^\gamma P_0$ , où  $\gamma$  est le rapport des chaleurs spécifiques à pression et volume constants, et  $\gamma = 3$ . Les variables  $t, x, n_d, u_d$  et  $\Phi$  sont normalisées par la fréquence plasma  $\omega_p^{-1} = \sqrt{4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2 / m_d}$ , la longueur de Debye  $\lambda_D = \sqrt{k_B T_i / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2}$ , la densité des grains de poussière  $N_{d0}$ , la vitesse acoustique des grains  $C_D = \sqrt{Z_d k_B T_i / m_d}$  et  $k_B T_i / e$ , respectivement,  $k_B$  étant la constante de Boltzmann.

Les paramètres  $\mu, \mu_i, \mu_e, \sigma_e$  et  $\sigma$  sont respectivement donnés par:

$$\mu = n_{e0}/n_{i0}, \quad \mu_i = 1/(1-\mu), \quad \mu_e = \mu/(1-\mu), \quad \sigma_e = T_e/T_i \quad \text{et} \quad \sigma = T_d/T_i.$$

où  $T_e, T_i$ , et  $T_d$  étant les températures des électrons, des ions et des grains de poussière, respectivement.

## 2.4 Potentiel de Sagdeev

### 2.4.1 Structures solitaires d'amplitudes arbitraires

Afin de déterminer les conditions d'existence des ondes solitoniques acoustiques de poussière, nous adoptons la méthode du pseudo-potentiel de Sagdeev [25]. Pour ce faire, nous considérons que toutes les quantités physiques dépendent uniquement d'une variable  $\xi = x - Mt$ , où  $M$  est le nombre de Mach, qu'est le rapport de la vitesse de déplacement du soliton et de la vitesse acoustique de poussière.

Les équations [(2.7)-(2.9)] se réduisent alors à,

$$(u_d - M) \frac{\partial n_d}{\partial \xi} = -n_d \frac{\partial u_d}{\partial \xi}, \quad (2.10)$$

$$(u_d - M) \frac{\partial u_d}{\partial \xi} + 3\sigma \frac{\partial n_d}{\partial \xi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = n_d - n_i + n_e. \quad (2.12)$$

On résout le système [(2.10)-(2.12)] en tenant compte des conditions :  $\Phi \rightarrow 0, u_d \rightarrow 0$  et  $n_d \rightarrow 1$  pour  $\xi \rightarrow \infty$ .

Ainsi la densité des grains se détermine par la combinaison des équations (1.10) et (1.11),

$$n_d = \frac{\sqrt{2M}}{\sqrt{M^2 + 2\Phi + 3\sigma + \sqrt{(M^2 + 2\Phi + 3\sigma) - 12M^2\sigma}}} \quad (2.13)$$

L'intégration de l'équation de Poisson **(2.12)** sous les conditions  $\Phi \rightarrow 0$ ,  $d\Phi/d\xi \rightarrow 0$  pour  $\xi \rightarrow \infty$ , permet d'aboutir à l'équation différentielle du deuxième ordre (énergie intégrale) suivante :

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0, \quad (2.14)$$

où le pseudo-potential de Sagdeev est donné par :

$$\begin{aligned} V(\Phi) = & -\mu_i \left( (1+3\beta+3\beta\Phi+\Phi^2) \exp(-\Phi) - (1+\beta) \right) + \frac{\mu_e}{\sigma_e} (1 - \exp(\sigma_e \Phi)) + \\ & + \frac{M(12\sigma M^2)^{1/4}}{\sqrt{2}} \left[ \exp \frac{1}{2} \cosh^{-1}(a/\sqrt{b}) + \frac{1}{3} \exp\left(-\frac{3}{2}\right) \cosh^{-1}(a/\sqrt{b}) \right] \\ & - \frac{M(12\sigma M^2)^{1/4}}{\sqrt{2}} \left[ \exp \frac{1}{2} \cosh^{-1}(c/\sqrt{b}) + \frac{1}{3} \exp\left(-\frac{3}{2}\right) \cosh^{-1}(c/\sqrt{b}) \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

avec  $a = M^2 + 3\sigma$ ,  $b = 12\sigma M^2$ ,  $c = M^2 + 2\Phi + 3\sigma$ .

#### 2.4.2 Conditions d'existence des solitons

Les solutions oscillatoires de type "soliton" existent si les conditions suivantes :

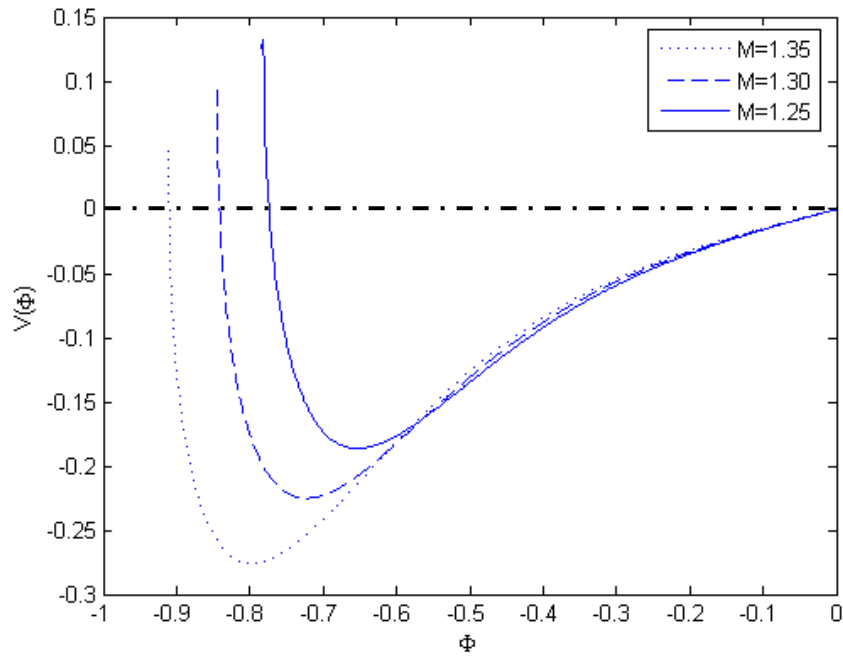
$$V(\Phi) = dV(\Phi)/d\Phi = 0 \text{ à } \Phi = 0$$

et  $V(\Phi) < 0$  pour  $0 < |\Phi| < |\Phi_0|$ ,

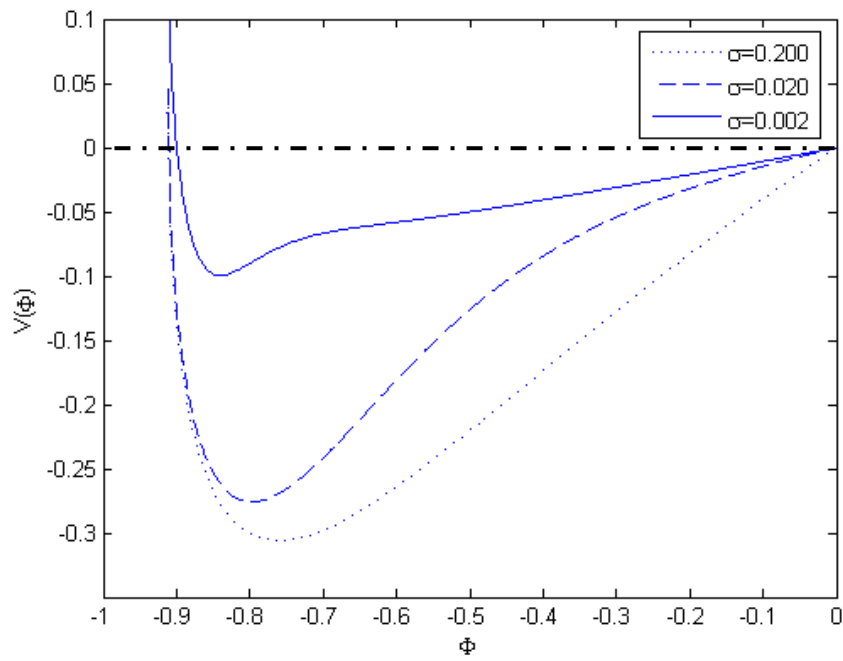
où  $\Phi_0$  est l'amplitude maximale du soliton, sont vérifiées.

## 2.5 Résultats et discussions

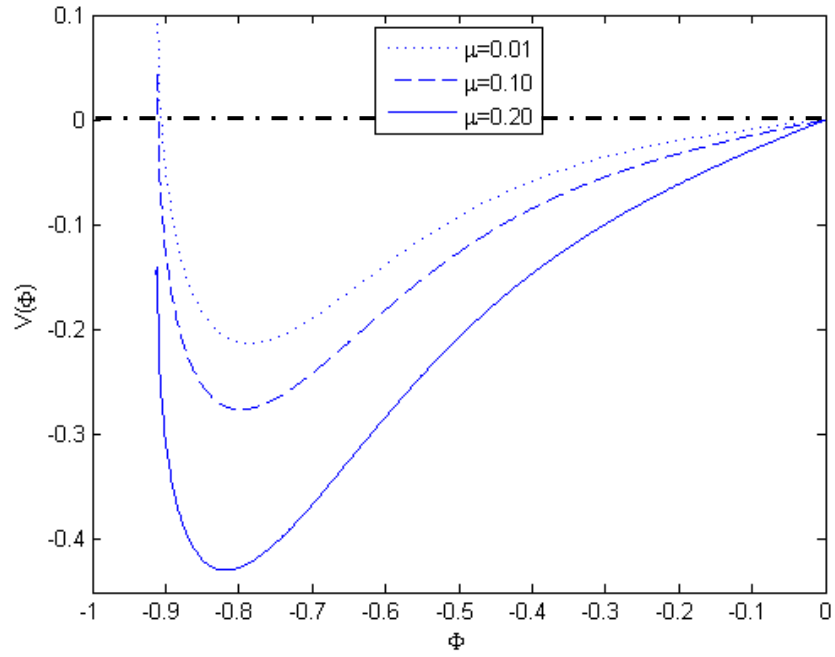
Nous avons tracé le pseudo-potentiel de Sagdeev en fonction du potentiel électrostatique  $\Phi$  et ce pour différents paramètres. Les **figures [(2.1)-(2.5)]** montrent clairement que nous avons un puits de potentiel sur la partie négative de l'axe  $\Phi$ , ce qui correspond à des solitons raréfactifs. Les courbes de la **figure 2.1** sont tracées pour  $\alpha = 0.20$ ,  $\mu = 0.1$ ,  $\sigma = 0.02$ . Il est clair que ces solitons n'existent que pour des nombres de Mach bien définis, à savoir,  $M \geq 1.25$ . D'autre part, il est révélé dans la **figure 2.2**, que le puits de potentiel est plus profond pour les grains les plus chauds. (i.e.,  $\sigma$  grand). A juste titre, les grains les plus froids ont l'énergie la plus petite. Par ailleurs, quand ( $\mu = n_{e0}/n_{i0}$ ) dépasse un certain seuil, viz., 0.10, les solitons ne se propagent pas. C'est ce qui est indiqué dans la **figure 2.3**. Ce qui notamment confirme que la densité des particules joue un rôle essentiel dans l'existence des solitons. La **figure 2.4** montre les effets combinés de la température des grains et de la densité des particules. Les courbes en trait plein sont pour  $\sigma = \frac{T_d}{T_i} = 0.2$  et ceux en pointillés sont pour  $\sigma = 0.02$ . Il est visible que le puits de potentiel est le plus profond pour un plasma dont les grains sont les plus chauds, et la densité électronique est la plus grand. Ainsi donc, ces deux paramètres ( $\sigma$  et  $\mu$ ) influencent considérablement l'amplitude des solitons. En outre, un résultat fort intéressant ressort de la dernière figure. En effet, il semblerait, d'après la **figure 2.5** que la population d'ion nonthermique a également une grande influence sur l'existence des solitons. En conséquence, pour  $\sigma = 0.01$ ,  $\mu = 0.2$  and  $M = 1.25$ . les solitons ne se propagent que si  $\alpha \geq 0.20$ .



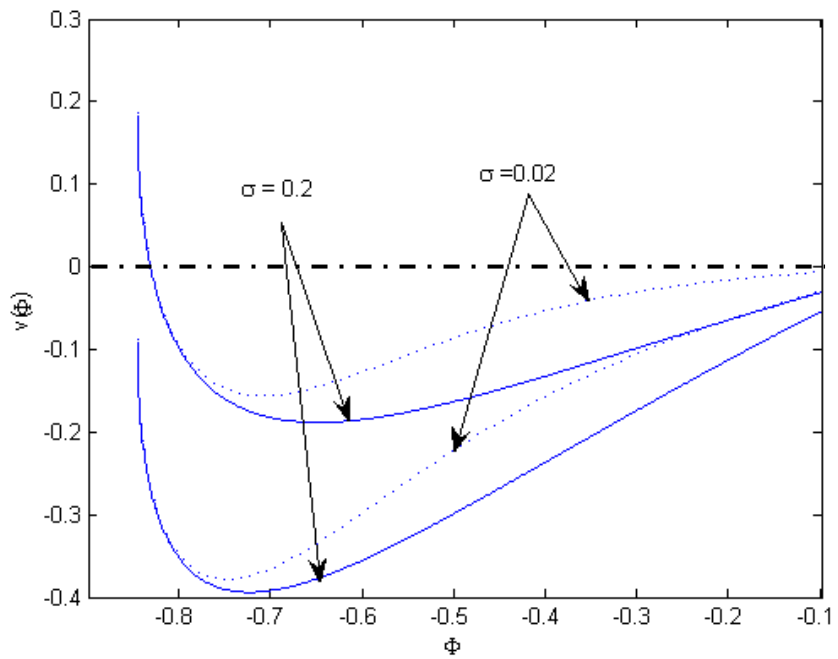
**Figure 2.1.**  $V(\Phi)$  Vs  $\Phi$ .  
 $\alpha = 0.20$ ,  $\mu = 0.1$  et  $\sigma = 0.02$ .



**Figure 2.2**  $V(\Phi)$  Vs  $\Phi$ .  
 pour  $\alpha = 0.20$ ,  $\mu = 0.1$  et  $M = 1.35$ .

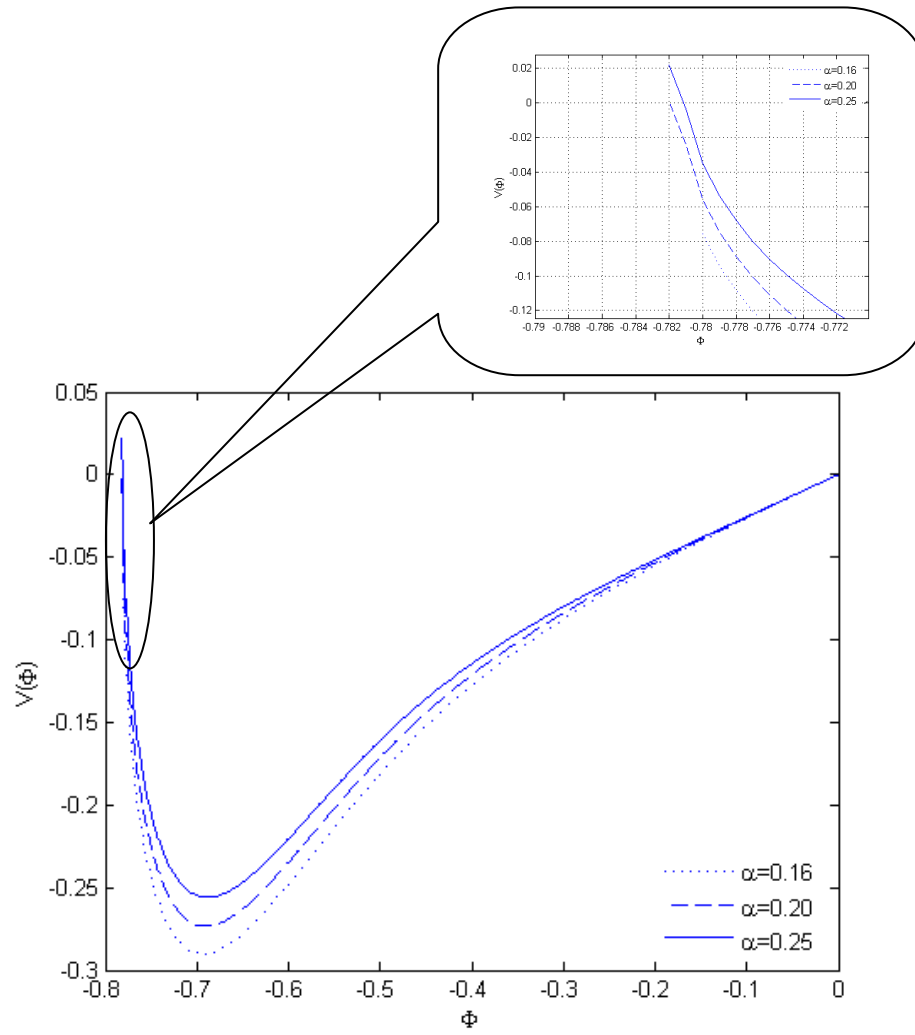


**Figure 2.3**  $V(\Phi)$  Vs  $\Phi$ .  
pour  $\alpha = 0.20$ ,  $\sigma = 0.02$  et  $M = 1.30$ .



**Figure 2.4.**  $V(\Phi)$  Vs  $\Phi$ . pour  $\alpha = 0.20$  et  $M = 1.30$ .

Les courbes supérieures sont pour  $\mu = 0.02$  tandis que les inférieures sont pour  $\mu = 0.2$ .



**Figure 2. 5.**  $V(\Phi)$  Vs  $\Phi$ .  
 pour  $\sigma=0.01$ ,  $\mu=0.2$  et  $M=1.25$ .

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons examiné la présence d'ondes solitaires dans un plasma à trois composantes, en remplaçant la distribution de Boltzmann des ions par la distribution non-thermiques, et en tenant compte de la température des grains de poussière. Pour ce faire, la méthode du pseudo-potentiel de Sagdeev a été adoptée.

- ✓ L'étude a montré, que les solutions oscillatoires bornées étaient des solitons raréfactifs, existant à partir d'une certaine valeur du nombre de Mach, à savoir,  $M \geq 1.25$ .
- ✓ Par surcroît, les contraintes sur l'existence de solutions oscillatoires bornées sont rehaussées, lorsque la température des grains est prise en compte. Ces contraintes sont encore plus sévères lorsque la densité des électrons est élevée. Effectivement, nous avons pu constater que pour un  $\mu$  excédant la valeur de 0.10, *les solitons ne peuvent exister*.
- ✓ De même, il a été trouvé que la considération d'ions non-thermiques dans le plasma modifiait le comportement non-linéaire des ondes acoustiques de poussière, en affectant leurs conditions d'existence. Ainsi, pour  $\alpha$  inférieur à 0.20, *les solitons ne se propagent pas*.
- ✓ De plus, il s'avère que la température des grains a un effet notoire sur les solitons. Il a été trouvé que plus on augmente la température, plus le puits de potentiel est profond (l'énergie des grains augmente).

## 2.7 Références

- [1] M. Horanyi and D. A. Mendis, *Astrophys. J.* **294**, 357 (1985)
- [2] M. Horanyi, and D. A. Mendis; *Astrophys. J.* **307**, 800 (1986).
- [3] C. K. Goertz, *Rev. Geophys.* **27**, 271 (1989).
- [4] T. G. Northrop, *Phys. Scripta* **45**, 475 (1992).
- [5] D. A. Mendis, and M. Rosenberg, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **20**, 929 (1992).
- [6] D. A. Mendis, and M. Rosenberg. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, **32**. 419 (1994).
- [7] F. Verheest, *Space Sci. Rev.* **77**, 2C7 (1999).
- [8] B. Feuerbacher, R. T. Willis, and B. Fitton, *Astrophys. J.* **181**, 101 (1973).
- [9] L. L. Fechting, E. Grim, and G. E. Morfill, *Planet. Space Sci.* **27**, 511 (1979).
- [10] O. Havnes, C. K. Goertz, G. E. Morfill, and E. Grim, *J. Geophys. Res.* **92**, 2281 (1987).
- [11] M. S. Barnes, T. H. Keller, T. C. Forster, J. A. O'Keil, and D. K. Coultas, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 313 (1992).
- [12] B. Walch, M. Horanyi, and S. Robertson, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 88 (1995).
- [13] P. V. Bliokh. and V. V. Yaroshenko, *Sov. Ast. ron. (Engl. Transl.)* **29**, 330 (1985).
- [14] F. Melandso, T. K. Aslaksen, and O. Havnes.; *Planet. Space Sci.* **41**, 321 (1993).
- [15] M. Rosenberg, *Planet Space Sci.* **41**, 229 (1993).
- [16] N. D'Angelo, *J. Phys. D* **28**, 1009 (1995).
- [17] P. K. Shukla, and V. P. Silin, *Physica Scripta* **45**, 508 (1992).

- [18] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [19] A. Barkan, R. L. Merlino, N. D'Angelo *Phys Plasmas*, **2**, 3563 (1995).
- [20] R. A. Cairns, A. A. Mamun and R. Bingham, *Geophys. Rev. Lett.* **22**, 2709, (1995)
- [21] A. Mamun, R. A. Cairns, and P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **3**, 2610. (1996)
- [22] A. A. Mamun, R. A. Cairns, and P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **3**, 702, (1996)
- [23] M. Ishak-Boushaki, S. Bahamida and R. Annou, *Phys. Plasmas*. **8**, 3418 (2003).
- [24] K. Annou, and R. Annou. *Solitary Waves in Dusty Plasmas with Nonthermal Ions*. URL: <http://arxiv.org/abs/physics/0607115>
- [25] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma Physics*, edited by M. A. Leontovich~Consultants Bureau, New York, **4**, 23. (1966).

# CHAPITRE 3

## **EFFETS DE LA TAILLE DES GRAINS DE POUSSIERE ET DES IONS NEGATIFS SUR LES OAP (DAW).**

### **Sommaire**

---

- 3.1** Introduction.
  - 3.2** Equations de base.
  - 3.3** Etablissement et solution de l'équation K-dV.
  - 3.4** Résultats et discussions.
  - 3.5** Conclusions.
  - 3.6** Références.
- 

### **3.1 Introduction**

Les plasmas poussiéreux sont des plasmas contenant des grains de poussière, dont la présence modifie incontestablement les modes d'oscillations que peut supporter ce plasma et en introduit de nouveaux [1-7]. Cette influence, se manifeste à travers la dynamique et la charge des grains de poussière. La dynamique du grain introduit un mode nouveau du type acoustique [8-19]. Dû à leur grande importance, ces ondes ont été largement étudiées et décrites par l'équation Kortweg-de Vries (*K-dV equation*) à une dimension ou l'équation Kadomtsev-Petviashvili (*KP equation*) à deux dimensions [20-22]. Néanmoins, ces études ont été menées

sans tenir compte des effets de la géométrie et de la dissipation. Pourtant, de récentes investigations théoriques indiquent que les propriétés des ondes solitaires dans la géométrie sphérique diffèrent de celle de la géométrie plane [23]. En outre, il est bien connu que la perturbation transversale (qui existe toujours dans le système à dimensions élevées) peut non seulement introduire une anisotropie dans le système mais en modifie aussi la structure et la stabilité. C'est pourquoi, les effets combinés de la géométrie non plane et de la perturbation transversale sur les ondes acoustiques de poussière "**OAP**"(DAW) ont été considérés par plusieurs auteurs. Cependant, leur attention ne fut portée que sur le cas des grains de taille constante (ce cas étant facile à traiter) [24-27]. Toutefois, que ce soit dans les plasmas d'espace ou de laboratoires, les grains sont de tailles différentes [28]. En effet, il a été montré que les grains de poussière exhibaient une distribution en taille [29], laquelle affecte les modes soutenus par le plasma, ainsi que le taux d'accroissement de certaines instabilités paramétriques [30-32]. Les effets de la distribution en taille des grains ont été étudiés [33-34], et en considérant les ions chauffés adiabatiquement, l'étude a montré, que les solitons ne se propageaient pas, et que les solutions oscillatoires bornées étaient des ondes « *cnoidales* » [35]. Par ailleurs, l'existence de solitons acoustiques de poussière compressifs a été rapportée dans le cas d'un plasma contenant des grains de poussières, des électrons et des ions Boltzmanniens [36]. D'autre part, il a été trouvé que la considération d'ions non-thermiques dans le plasma modifiait le comportement non-linéaire des ondes "**OAP**", en affectant aussi bien leurs formes que leurs conditions d'existence [37]. Par surcroît, il a été révélé que la présence des ions négatifs dans un plasma (cas rencontré dans la mésosphère terrestre),

donnait lieu à l'existence d'ondes solitaires de poussière raréfactives [38-39].

Motivés par tous les travaux précédents, et essayant d'étudier le plasma poussiéreux le plus réaliste possible, dans ce chapitre, nous nous proposons d'étudier l'influence, sur les ondes acoustique de poussières, de plusieurs effets combinés à savoir : *i* / la géométrie sphérique, *ii* / la perturbation transversale, *iii* / distribution en taille des grains de poussière (la distribution en loi de puissance, *Power Law*) et *iv* / les ions négatifs. L'étude des caractéristiques non-linéaires des ondes "*OAP*" a été réalisée dans le cadre de la méthode des perturbations réductrices [40].

Nous montrerons ci-après, que le modèle ainsi considéré a permis l'obtention de l'équation Kadomtsev-Petviashvili sphérique, décrivant l'évolution nonlinéaire des ondes acoustiques de poussière. De plus, une solution analytique exacte est donnée et discutée dans ce qui suit.

### 3.2 Equations de base

Considérons un plasma à quatre composants, viz., ions de deux charges différentes (positive et négative) suivant une distribution de Boltzmann, des électrons suivant une distribution de Boltzmann et  $N$  différents grains de poussières chargés négativement, et dont la taille suit une distribution en taille déterminée (distribution en loi de puissance); la masse étant donnée par  $m_j (j = 1, 2, \dots, N)$ .

A l'équilibre, nous avons l'équation de quasi-neutralité donnée par

$$n_{io+} = n_{io-} + n_{e0} + \sum_{j=1}^N Z_{dj0} n_{dj0} \quad (3.1)$$

où  $n_{io+}$ ,  $n_{io-}$ ,  $n_{e0}$  et  $n_{dj0}$  sont respectivement les densités à l'équilibre des ions positifs, des ions négatifs, des électrons et des grains de poussière,  $Z_{dj}$  le nombre de charge des grains. L'échelle de temps qui correspond aux ondes acoustiques de poussière de faibles vitesses de phase, est longue par rapport au temps de charge, i.e., la charge atteint sa valeur d'équilibre quasi-instantanément. Les équations correspondant aux lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, couplées à l'équation de Poisson, décrivent l'évolution de notre système dans une géométrie sphérique, et sont écrites comme:

$$\frac{\partial n_{dj}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 n_{dj} u_d) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (n_{dj} v_d) + \frac{n_{dj} v_d}{r} \cot \theta = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial r} + \frac{v_d}{r} \frac{\partial u_d}{\partial \theta} - \frac{v_d^2}{r} = \frac{Z_{dj}}{m_{dj}} \frac{\partial \phi}{\partial r}, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial v_d}{\partial r} + \frac{v_d}{r} \frac{\partial v_d}{\partial \theta} - \frac{u_d v_d}{r} = \frac{1}{r} \frac{Z_{dj}}{m_{dj}} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}, \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \\ = \sum_{j=1}^N Z_d n_{dj} - \mu_e \exp(\sigma_e \phi) - \mu_{i+} \exp(-\phi) \\ + \mu_{i-} \exp(\sigma_- \phi). \end{aligned} \quad (3.5)$$

où  $r$  et  $\theta$  sont les coordonnées radiale et angulaire,  $u_d$ ,  $v_d$  les vitesses des grains dans les directions  $\vec{u}_r$  et  $\vec{u}_\theta$ , respectivement.  $n_d$ ,  $\phi$  représentent la densité du grain et le potentiel électrostatique.

Les variables  $t$ ,  $r$ ,  $n_{dj}$ ,  $v_d$  et  $\phi$  sont normalisées par la fréquence

Plasma  $\omega_p^{-1} = \sqrt{4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2 / m_d}$ , la longueur de Debye

$\lambda_D = \sqrt{k_B T_i / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2}$ , la densité des grains de poussière  $n_{dj}$ , la

vitesse acoustique des grains  $C_D = \sqrt{Z_d k_B T_i / m_d}$  , et  $k_B T / e$  , respectivement.

Les autres variables sont notées comme suit :

$$\mu_e = n_{e0} / Z_d n_{d0} = 1 / (\mu_+ - \mu_- - 1)$$

$$\mu_{i+} = n_{+0} / Z_d n_{d0} = \mu_+ / (\mu_+ - \mu_- - 1),$$

$$\mu = \frac{\mu_{i+}}{\mu_{i-}} \cdot \mu_{i-} = n_{-0} / Z_d n_{d0} = \mu_- / (\mu_+ - \mu_- - 1),$$

$$\mu_- = \frac{n_{i0-}}{n_{e0}}, \quad \mu_+ = \frac{n_{i0+}}{n_{e0}},$$

$$\sigma_e = \frac{T_e}{T_{i+}} \text{ et } \sigma_- = \frac{T_{i-}}{T_{i+}}$$

### 3.3 Etablissement et solution de l'équation K-dV

L'étude de la dynamique des ondes acoustiques de poussière de faibles amplitudes nécessite l'utilisation de la méthode de la perturbation réductrice [30]. L'équation de Kadomtsev-Petviashvili sphérique (*SKP equation*) est obtenue et résolue. Nous développons, ainsi, les grandeurs physiques  $n_d, u_d$  et  $\phi$  autour de leurs positions d'équilibre en séries de puissance de  $\varepsilon$ , et obtenons :

$$n_{dj} = 1 + \varepsilon n_{dj1} + \varepsilon^2 n_{dj2} + \varepsilon^3 n_{dj3} + \dots, \quad (3.6)$$

$$u_{dj} = \varepsilon u_{dj1} + \varepsilon^2 u_{dj2} + \varepsilon^3 u_{dj3} + \dots, \quad (3.7)$$

$$v_{dj} = \varepsilon v_{dj1} + \varepsilon^2 v_{dj2} + \varepsilon^3 v_{dj3} + \dots, \quad (3.8)$$

$$\phi = \varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \varepsilon^3 \phi_3 + \dots \quad (3.9)$$

A présent, on suggère l'introduction de nouvelles variables, à savoir,  $\xi, \tau$  et  $\eta$  définies par  $\xi = \varepsilon^{1/2}(r - v_0 t)$ ,  $\tau = \varepsilon^{3/2} t$ ,  $\eta = \varepsilon^{-1/2} \theta$ , où  $v_0$  est la vitesse de l'onde solitaire, laquelle sera définie plus loin.

En injectant **Eqs. [(3.6)-(3.9)]** dans **Eqs. [(3.2)-(3.5)]** et en utilisant le changement de variable susmentionné, nous parvenons à un système d'équations dont l'analyse ordre par ordre, donne :

*i/ à l'ordre le plus bas de  $\varepsilon$  :*

$$n_{d1} = -\frac{Z_{dj}}{v_0^2 m_{dj}} \phi_1, \quad \frac{\partial v_{dj}}{\partial \xi} = -\frac{1}{v_0^2 \tau} \frac{Z_{dj}}{m_{dj}} \frac{\partial \phi_1}{\partial \eta}, \quad u_{d1} = -\frac{Z_{dj}}{v_0 m_{dj}} \phi_1, \quad (3.10)$$

$$v_0^2 = \left( 1 / (\mu_e \sigma_e + \mu_{i-} \sigma_{i-} + \mu_{i+}) \right) \left( \sum_{j=1}^N n_{d0} Z_{dj}^2 / m_{dj} \right) \quad (3.11)$$

*ii/ à l'ordre suivant de  $\varepsilon$*

$$\frac{\partial n_{d1}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial n_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial (n_{d1} u_{d1})}{\partial \xi} + \frac{1}{v_0 \tau} \frac{\partial v_{d1}}{\partial \eta} + \frac{1}{v_0 \tau} \left( 2v_{d1} + \frac{1}{\eta} v_{d1} \right) = 0, \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial u_{d1}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + u_{d1} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} - \sum_{j=1}^N \frac{Z_{dj}}{m_{dj}} \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} = 0, \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \xi^2} - \frac{1}{2} (\mu_e \sigma_e^2 + \mu_{i-} \sigma_{i-}^2 - \mu_{i+}) \phi_1^2 - (\mu_e \sigma_e + \mu_{i-} \sigma_{i-} + \mu_{i+}) \phi_2 - \sum_{j=1}^N Z_{dj} n_{d2} = 0. \quad (3.14)$$

En utilisant **Eqs. [(3.6)-(3.9)]**, **Eqs. [(3.10-3.11)]** et en éliminant les termes  $n_2, u_2$  et  $\phi$  des **Eqs [(3.12)-(3.14)]** nous aboutissons à l'équation SKP ;

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + A \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} + \frac{1}{\tau} \phi_1 \right] + C \left[ \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \phi_1}{\partial \eta} \right] = 0. \quad (3.15)$$

$$A = -\frac{1}{2} \left[ \frac{3}{v_0} + v_0^3 (\mu_e \sigma_e^2 + \mu_{i-} \sigma_{i-}^2 - \mu_{i+}) \right], \quad B = \frac{v_0^3}{2}, \quad C = \frac{1}{2v_0 \tau^2},$$

Etant donné que B et C sont de même signe, la solution de type onde solitaire de notre système est stable [44]. Soulignons que si l'onde se propageait sans perturbation transversale, le dernier terme du côté gauche de l'équation (3.15) disparaîtrait et l'équation de Kadomtsev-Petviashvili sphérique serait réduite à

celle de Korteweg de-Vries sphérique (*SK-dV equation*). Bien qu'une solution exacte de SK-dV n'a pas pu être obtenue, nous avons, néanmoins, été capable d'aboutir à une solution exacte pour SKP et ceci, en utilisant un changement de variable approprié. En effet, en faisant appel aux nouvelles variables :

$$\zeta = \xi - \frac{v_0}{2}\eta^2\tau, \quad \phi_1 = \Phi(\zeta, \tau), \quad (3.16)$$

L'équation(14) *{SKP}* se réduirait simplement à l'équation de K-dV standard

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\tau} + A\frac{\partial\Phi}{\partial\xi} + B\frac{\partial^3\Phi}{\partial\xi^3} = 0. \quad (3.17)$$

et dont la solution de type onde solitaire est connue comme :

$$\Phi(\zeta) = \Phi_0 \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{(\xi - U_0\tau)}{W} \right]. \quad (3.18)$$

où  $\Phi_0 = \frac{3U_0}{A}$  est l'amplitude  $W = \sqrt{\frac{4B}{U_0}}$  la largeur de l'impulsion "*OAP*" et  $U_0$  est une constant représentant la vitesse.

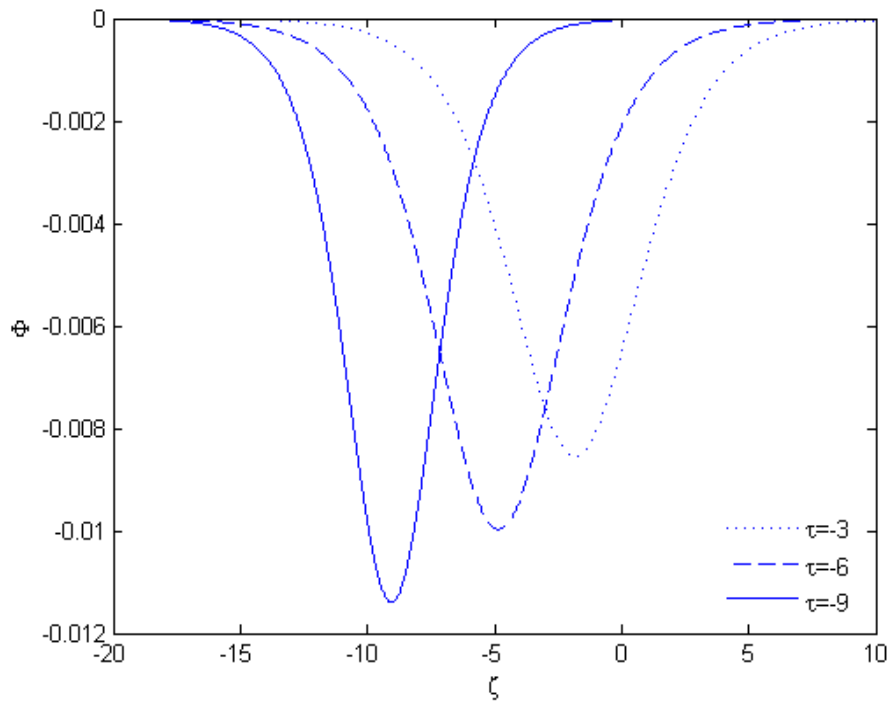
En conséquence, nous acquérons une solution de l'équation KP sphérique **Eq.(15)** qui s'écrit comme suit :

$$\Phi(\zeta) = \frac{3U_0}{A} \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{U_0}{4B}} \left( \zeta - \left( U_0 + \frac{v_0\eta^2}{2} \right) \tau \right) \right]. \quad (3.19)$$

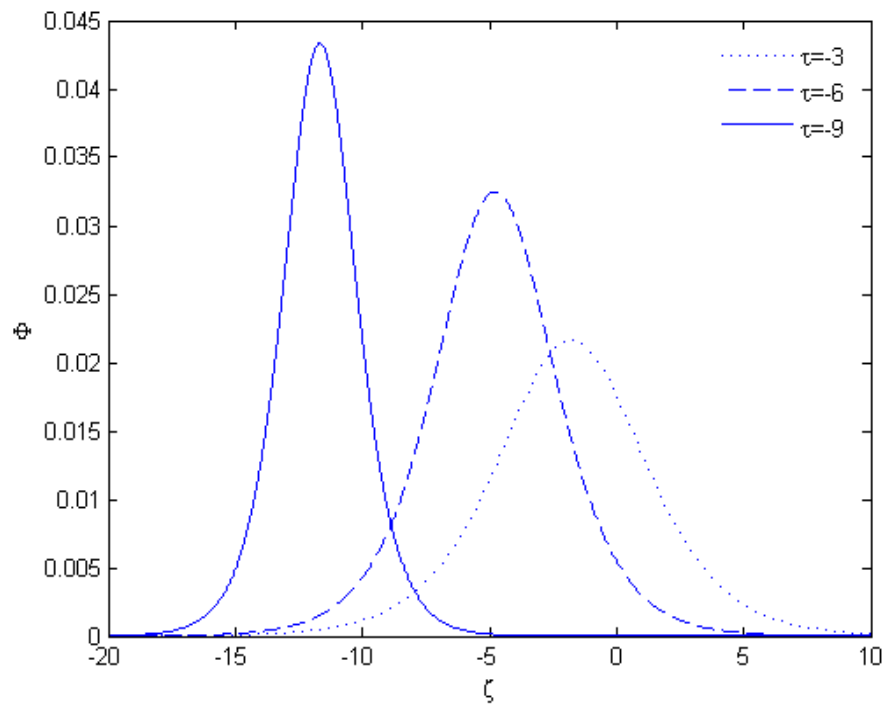
L'amplitude  $\Phi_0$  a le signe de A, lequel peut être aussi bien positif (soliton compressif) que négatif (soliton raréfactif) selon les paramètres choisis. Le profil du soliton est représenté sur les Figures [(3-8)-(3-14)] pour différents paramètres du plasma poussiéreux. Les résultats sont revus dans la discussion.

### 3.4 Résultats et discussions

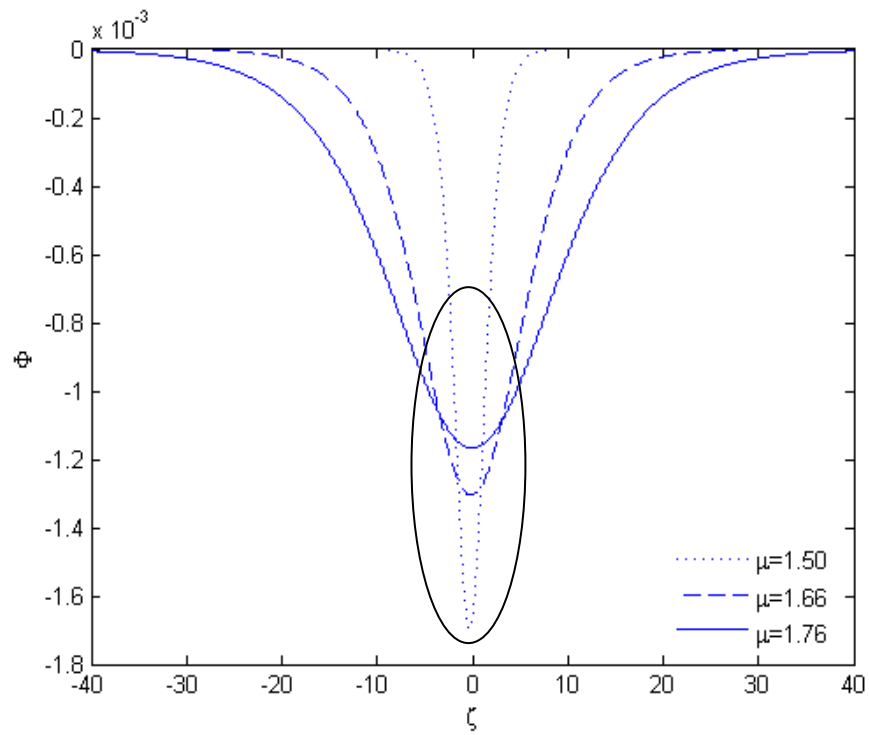
Nous avons résolu l'équation SKP. L'équation obtenue est une solution oscillatoire bornée du type onde solitaire, ou ce que nous appellerons par la suite « *soliton sphérique* ». L'amplitude et la vitesse de cette onde solitaire sont exclusivement déterminées par les paramètres du système, et ne dépendent que des conditions initiales. Le profil des solitons sphériques est représenté sur les **figures [(3.1)-(3.4)]**, et ce pour différents paramètres. La **figure 3.1** démontre l'existence de solitons raréfactifs (pic d'amplitude négatif) et leurs variations dans le temps  $\tau$  pour  $\sigma_e = 0.2$  et  $\mu = 1.50$ . Nous observons que l'amplitude est inversement proportionnelle à  $\tau$ , contrairement à la largeur. Cela signifie que l'onde voit son potentiel décroître avec le temps. La **Figure 3.2** exhibe le profil d'un soliton compressif (correspondant à l'amplitude de crête positive) pour les valeurs  $\sigma_e = 0.1$  et  $\mu = 1.50$ , cela nous prouve que la température des ions positifs joue un rôle décisif dans la nature du soliton. Pour rappel, il faut savoir que  $\mu = \frac{\mu_{i+}}{\mu_{i-}}$ , i.e., plus nous avons d'ions négatifs moins  $\mu$  est grand. Il est montré sur la **Figure 3.3** où nous avons pris  $\sigma_e = 0.35$  et  $\mu = 1.50$  que la largeur et l'amplitude des solitons sont inversement proportionnelles. En effet, lorsque l'on augmente  $\mu$  (*rapport de densité*) la largeur du soliton augmente, tandis que son amplitude diminue. Effectivement, hormis la petite région centrale (région cernée), la magnitude du potentiel  $|\Phi(\xi)|$  connaît généralement une réduction pour les valeurs de  $\mu$  les plus élevées. Il s'agit là, d'une conséquence directe de l'introduction des ions négatifs. Ceci est notamment plus visible sur la **Figure 3.4**, où le changement du potentiel par rapport à la variation de densité  $\mu$  est illustré.



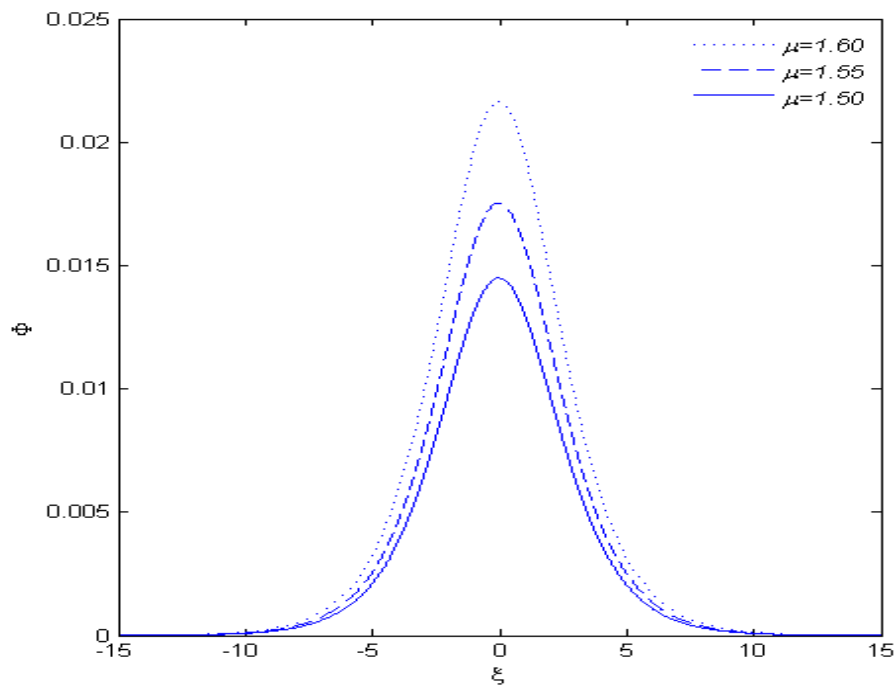
**Figure 3.1.** Potentiel  $\Phi$  vs.  $\xi$  pour  $\sigma_e = 0.2$  et  $\mu=1.50$ .



**Figure 3.2.** Potentiel électrostatique  $\Phi$  vs.  $\xi$  pour  $\sigma_e = 0.1$  et  $\mu=1.50$ .



**Figure 3.3.** Potentiel électrostatique  $\Phi$  vs.  $\xi$  pour  $\sigma_e = 0.35$ .



**Figure 3.4.** Potentiel électrostatique  $\Phi$  vs.  $\xi$  pour  $\sigma_e = 0.1$ .

### 3.5 Conclusion

En conclusion, rappelons que dans ce chapitre, nous avons étudié les effets des ions négatifs et de la distribution en taille des grains de poussière sur les solitons, dans un plasma poussiéreux à plusieurs composantes. Au-delà de ces deux effets, nous avons joint ceux de la géométrie sphérique et de la perturbation transversale. La technique de la perturbation réductive a été adoptée pour établir l'équation de Kadomtsev-Petviashvili sphériques (SKP) décrivant les ondes acoustiques de poussière. Les résultats trouvés sont énoncé succinctement comme suit :

- ✓ Lorsque la perturbation transversale est considérée, un soliton sphérique avec une amplitude constante peut exister. Les propriétés de celui-ci, différent de celles rapportées dans les références [42,43], dans lesquelles, la perturbation transversale n'est pas considérée et le soliton sphérique n'existe pas.
  
- ✓ Lorsqu'une onde solitaire existe dans le système, les vitesses des particules de poussière sont différentes, elles sont inversement proportionnelles au carré de la taille de la poussière. Ce résultat est identique à celui rapporté dans Réf. [41]. Ceci suggère que les particules de poussière de différentes tailles auront des vitesses et des distances de propagation différentes. Ainsi donc, l'approximation relaxée sur la taille constante des grains, offre un nouveau résultat, qu'est la possibilité de l'existence des deux types de solitons (compressifs et raréfactifs). Rappelons, qu'avec des grains de poussière de mono-taille l'équation SKP n'admet qu'un seul type de solitons [29].

- ✓ L'inclusion des ions négatifs dans notre plasma conduit à l'occurrence des deux types de solitons, dépendamment de la valeur de la température.
- ✓ La présence des ions négatifs induit une diminution des électrons (à cause de la condition de quasi-neutralité) ce qui conduit à une réduction du potentiel de surface des grains de poussière.
- ✓ la vérification expérimentale de nos résultats devient possible. Le fait est que les nombres de Mach critiques (minimum est maximum) sont réduits par les ions négatifs. Cela pourra servir, à l'avenir, comme une méthode pour diagnostiquer les nuages noctiluents, où les ions de différentes charges coexistent.

Par conséquent, l'étude des ondes solitaires multidimensionnelles dans un plasma poussiéreux avec des grains de poussière de tailles différentes et des ions négatifs, conduit à la possibilité d'existence des deux types de solitons ainsi qu'à la réduction du potentiel de surface des grains de poussière, ce qui rend l'étude de notre modèle de plasma poussiéreux vérifiable expérimentalement. En outre, les résultats trouvés peuvent être utilisés dans la compréhension des OAP dans divers situations astrophysiques où les ions de charges différentes coexistent. Enfin, il est important de souligner que la solution trouvée n'est qu'une solution analytique spéciale et que SKP doit avoir une multitude d'autres solutions nécessitant une résolution numérique.

### 3.6 Références

- [1]M. Horanyi, and D.A. Mendis. *Astrophys. J.* **294**, 357 (1985).
- [2]M. Horanyi, and D.A Mendis; *Astrophys.* **307**, 800 (1985).
- [3] C. K.Goertz, *Rev. Geophys.* **27**, 271 (1989).
- [4]T. G.Northrop, *Phys. Scripta* **45**, 475 (1992).
- [5]D. A. Mendis, and M.Rosenberg, *IEEE Trans. Plasma Sri.* **20**, 929 (1992).
- [6]D.A.Mendis, and M.Rosenberg. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **32**. 419 (1994).
- [7]F.Verheest, *Space Sci. Rev.* **77**, 2C7 (1999).
- [8]B.Feuerbacher; R. T. Willis, and B.Fitton, *Astrophys. J.* **181**, 101 (1973).
- [9]L.L Fechting, E.Grim, and G. E.Morfill, *Planet. Space Sci.* **27**, 511 (1979).
- [10]O.Havnes, C. K.Goertz, , G. E. Morfill and E.Grim, *geophys. Res.* **92**, 2281(1987).
- [11]M. S. Barnes, T. H. Keller,T. C. Forster,J. A. O'Keil, and D. K..Coulta, *Phys. Rev.Lett.* **68**, 313 (1992).
- [12]B. Walch, M. Horanyi, and S. Robertson, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 88 (1995).
- [13]P. V. Bliokh. and V. V. Yaroshenko, *Sov. Astron. (Engl. Transl.)* **29**, 330 (1985).
- [14]F. Melandso, T. K.Asllaksen, and O. Havnes, *Planet. Space Sci.* **41**, 321 (1993).
- [15]M. Rosenberg, *Planet Space Sci.* **41**, 229 (1993).
- [16]N. D'Angelo, *J. Phys. D* **28**, 1009 (1995).
- [17]P.K.Shukla, and V. P.Silin, *Phys. Scripta* **45**, 508 (1992).
- [18] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).

- [19] A. Barkan, R.L.Merlino and N.D'Angelo Phys Plasmas, **2**, 3563 (1995).
- [20] S. Maxon, J.Viecelli, Phys. Rev. Lett. **32**, 4(1974).
- [21] Y.Hase, S.Watanabe and H. Tanaca J. Phys. Soc. Jpn. **54** 4115(1985).
- [22] S.K. El-Labany, S.A. El-Warraki, W.M. Moslem, J. Plasma Phys. **63** 343(2000).
- [23] J.R. Franz, P.M. Kintner, J.S. Pickett, Geophys. Res. Lett. **25** 2041(1998).
- [24] A.A.Mamun A.R.Cairns and P.K. Shukla, Phys. Plasmas, **3**, 2610(1996)
- [25] Y.N.Nejoh Phys. Plasmas, **4**, 2013 (1997).
- [26] J.X. Ma and J. Liu, Phys. Plasmas, **4**, 253 (1997)
- [27] B.S.Xie, K.F. He and Z.Q.Huang Phys Lett A, **247**, 403. (1998).
- [28] K. Annou and R. Annou, Fourth ICPDP, AIP CP **799**, 303 (2005)
- [29] R. Annou and V. K. Tripathi, Phys. Lett. A **234**, 131(1997).
- [30] R.Annou, *Sur les instabilités des ondes de choc très intenses*. Thèse de Magistère, 05/95- M/PH, USTHB (Algeria) (1995)
- [31] R. Annou and B.Ferhat, J. Plasma Phys. **58**, 385(1997).
- [32] V. K. Tripathi and S.K.Sharma Phys. Lett.A **3**, 4380(1996).
- [33] A.Yu. Shechekinov, Phys. Lett. A **225**, 117 (1997).
- [34] M. Ishak-Boushaki, R. Annou, and B. Ferhat, Phys. Plasmas **8**, 5040(2001).
- [35] M.Ishak-Boushaki, S. Bahamida and R.Annou, Phys. Plasmas **8**, 3418,(2002).
- [36] P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol), p. 195; E. Infeld and G. Rowlands, *Nonlinear Waves, Solitons, and*

---

*Chaos* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002),  
268.(2002)

[37] K. Annou, and R. Annou. URL: *Solitary Waves in Dusty Plasmas with Nonthermal Ions*  
<http://ArXiv.org/physics/0607115>,(2006)

[38] J.K. Xue, Phys. Lett.A **314** , 479(2003).

[39] Z.X.Wang, X. Wang, L. Ren, J. Liu and Y. Liu, Phys. Lett. A **339**, 96 (2005)

[40] H. Washimi and T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. **17**, 966 (1966).

[41] W.S. Duan and Y.R. Shi *Chaos, Solitons & Fractal*, **4**,  
321(2003).

[42] A.A.Mamun and P.K. Shukla, Phys. Plasmas, **9**, 1468 (2002).

[43] A.A Mamun and P.K. Shukla; Phys let. A, **290**, 173(2001).

[44] E. Infeld, G. Rowlands, M. Hen. Acta. Phys. Pol. A **54**, 131,  
(1978).

# CHAPITRE 4

## EFFETS DE LA CHARGE VARIABLE DES GRAINS DE POUSSIÈRE ET DES IONS A DEUX TEMPERATURES SUR LES SOLITONS ACOUSTIQUES DE POUSSIÈRE

### Sommaire

---

- 4.1 Introduction
  - 4.2 Equations gouvernantes
  - 4.3 Etablissement et solution de l'équation SKP
  - 4.4 Solution de l'équation SKP
  - 4.5 Conclusions
  - 4.6 Références
- 

### 4.1 Introduction

Le trait saillant des grains de poussière demeure leur charge électrique. Les grains de poussière dans l'espace peuvent acquérir des charges par l'interaction avec les particules du plasma et/ou les radiations électromagnétiques. Pour un grain de poussière immergé dans le plasma, la charge s'établit par le biais de divers processus. L'attachement des ions et des électrons à la surface du grain conduit ce dernier à se charger négativement. Ceci est dû au fait que l'inertie des électrons est très petite devant celle des ions. Ce processus, à savoir la capture de particules, est le plus

rencontré dans les plasmas poussiéreux de laboratoire. En outre, le grain peut être chargé positivement par l'émission secondaire et la photoémission qui sont les plus dominants dans les plasmas de l'espace. Ces processus permettent aux grains d'acquérir une charge négative ou positive. Plus encore, le traitement de cette charge comme étant une variable dynamique a été suggéré dans de nombreux travaux [2]. Il a été montré que lorsque l'on considère la charge des grains variable, l'existence des deux types de solitons (compressifs et raréfactifs) dans le plasma devient possible [6]. L'étude des effets combinés de la charge variable des grains et de la nature des ions, sur les ondes acoustiques de poussière a été entreprise [7]. Ainsi, l'implication des ions de différentes distribution, charges et températures a été discutée. Cependant, tous ces travaux ont été établis à une dimension, bien qu'une image unidimensionnelle ne puisse expliquer les phénomènes naturels, tels que, les ondes observées dans les régions aurorales (à haute et basse altitudes). Les ondes dans les systèmes à grandes dimensions seront modifiées à cause des anisotropies présentes dans ce dernier. En outre, les perturbations transverses introduisent non seulement des anisotropies dans le système mais modifient également les structures (et leur stabilité) soutenues par celui-ci. Il est utile de noter, que ce soit dans l'espace ou les laboratoires, la description d'une géométrie plane ne peut certainement pas être crédible (la déformation des ondes existerait toujours). Il se trouve que l'équation KP prend en compte toutes les perturbations transversales. Mieux encore, l'équation KP sphérique semble être le palliatif approprié au traitement unidimensionnel. C'est pourquoi, son utilisation a connu un véritable rush, ces dernières années. A la lumière de ce qui vient d'être exposé, nous avons,

dans ce chapitre, tenté de privilégier l'approche la plus réaliste possible. Pour ce faire, nous traiterons les ondes acoustiques de poussières, en considérant différents effets combinés à savoir ; *i* / la perturbation transversale, *ii* / la géométrie sphérique non plane, *iii* / la charge variable des grains de poussière, et *iv* / des ions de deux températures différentes ( $T_{ih}$  haute, et  $T_{il}$  basse). L'étude des caractéristiques non-linéaires des ondes "OAP" se fera dans ce qui suit, en adoptant la même méthode que celle du chapitre précédent.

## 4.2 Equations gouvernantes

Considérons un plasma à plusieurs composants, à savoir, des électrons Boltzmanniens, des ions de différentes températures, ainsi que des grains de poussière massifs et hautement chargés. A l'équilibre, nous avons l'équation de quasi-neutralité donnée par  $n_{il0} + n_{ih0} = n_{e0} + Z_{d0}n_d$  où  $n_{il0}$ ,  $n_{ih0}$ ,  $n_{e0}$  et  $n_d$  sont les densités à l'équilibre des ions de basse température, des ions de haute température, des électrons et des grains de poussière et  $Z_d$  le nombre de charge des grains, respectivement. Les équations correspondant aux lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, couplées à l'équation de Poisson, décrivent l'évolution de notre système dans une géométrie sphérique, et sont écrites comme suit:

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 n_d u_d) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (n_d v_d) + \frac{n_d v_d}{r} \cot \theta = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial r} + \frac{v_d}{r} \frac{\partial u_d}{\partial \theta} - \frac{v_d^2}{r} = \frac{Q_d}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial r}, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial v_d}{\partial r} + \frac{v_d}{r} \frac{\partial v_d}{\partial \theta} - \frac{u_d v_d}{r} = \frac{1}{r} \frac{Q_d}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial r}, \quad (4.3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\cot g \theta}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = Z_d n_d + n_e - n_{il} - n_{ih}, \quad (4.4)$$

où  $r, \theta$  sont les coordonnées radiale et angulaire,  $u_d, v_d$  les vitesses des grains dans les directions  $\vec{u}_r$  et  $\vec{u}_\theta$ , respectivement. Les grandeurs  $n_d, \phi$  et  $Q_d$  représentent la densité du grain, son potentiel électrostatique et sa charge variable. Les variables  $t, r, n_{dj}, u_d, v_d$  et  $\phi$  sont normalisées par la fréquence plasma  $\omega_p^{-1} = \sqrt{4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2 / m_d}$ , la longueur de Debye  $\lambda_D = \sqrt{k_B T_i / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2}$ , la densité des grains de poussière  $n_{d0}$  la vitesse acoustique des grains  $C_D = \sqrt{Z_d k_B T_i / m_d}$  et  $k_B T / e$ , respectivement.

**La température effective est notée :**

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{Z_d n_{d0}} \left( \frac{n_{e0}}{T_e} + \frac{n_{il0}}{T_{il}} + \frac{n_{ih0}}{T_{ih}} \right) \quad (4.5)$$

**Les densités normalisées sont donnée par:**

$$n_e = \frac{n_{e0}}{Z_d n_d} \exp(\beta_1 s \phi), \quad (4.6)$$

$$n_{il} = \frac{n_{il0}}{Z_d n_{d0}} \exp(-s \phi), \quad (4.7)$$

$$n_{ih} = \frac{n_{ih0}}{Z_d n_{d0}} \exp(-\beta s \phi). \quad (4.8)$$

**Les autres variables sont notées comme suit ;**

$$\beta_1 = \frac{T_{il}}{T_e}, \beta_2 = \frac{T_{ih}}{T_e}, \beta = \frac{\beta_1}{\beta_2}, \quad (4.9)$$

$$s = \frac{(\delta_1 + \delta_2 - 1)}{\delta_1 + \delta_2 \beta + \beta_1}, \delta_1 = \frac{n_{il0}}{n_{e0}}, \delta_2 = \frac{n_{ih0}}{n_{e0}}.$$

Les définitions la relation (4.9) que  $\beta_1, \beta < 1$ .

**Charge des grains**

La charge variable des grains  $Q_d$  est gouvernée par l'équation de charge [10]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla\right) Q_d = I_e + I_{il} + I_{ih}. \quad (4.10)$$

où  $V = (u_d, v_d)$ .

La charge des grains atteint rapidement l'équilibre local, pour lequel le courant des électrons et celui des ions s'équilibrent à la surface des grains.

À l'équilibre, l'équation de charge du grain [11] s'écrit :

$$I_e + I_{il} + I_{ih} \approx 0 \quad (4.11)$$

Les courants de charge électronique et ionique étant donnés respectivement par [9] ;

$$I_e = -e\pi r^2 \left(\frac{8T_e}{\pi m_e}\right)^{1/2} n_e \exp\left(\frac{e\Phi}{T_e}\right) \quad (4.12)$$

$$I_{il} = -e\pi r^2 \left(\frac{8T_{il}}{\pi m_i}\right)^{1/2} n_{il} \exp\left(1 - \frac{e\Phi}{T_{il}}\right) \quad (4.13)$$

$$I_{ih} = -e\pi r^2 \left(\frac{8T_{ih}}{\pi m_h}\right)^{1/2} n_{ih} \exp\left(1 - \frac{e\Phi}{T_{ih}}\right) \quad (4.14)$$

où  $\Phi$  dénote le potentiel à la surface du grain par rapport au plasma. De la sorte, nous obtenons de l'équation de charge :

$$\alpha_1 \delta_1 \exp(-s\phi) (1 - s\psi) + \alpha_2 \delta_2 \exp(-\beta s\phi) (1 - \beta s\psi) - \exp(\beta_1 s(\phi + \psi)) = 0. \quad (4.15)$$

où  $\psi = e\phi/T_{eff}$ ,  $\alpha_1 = \sqrt{\beta_1/\mu_i}$ ,  $\alpha_2 = \sqrt{\beta_2/\mu_i}$ , et  $\mu_i = m_i/m_e \approx 1840$ .

### Calcul de la charge des grains :

La charge peut être calculée en utilisant **Eq.(4.11)**, sachant que

$$Z_d = \frac{\Psi}{\Psi_0} \cdot \Psi = \frac{e\Phi}{T_{eff}} \text{ étant le potentiel flottant des grains}$$

$$\Psi = \Psi_0 \text{ pour } \phi=0$$

$$Q_d = C\Phi ; C \text{ étant la capacité des grains de poussière,}$$

- *Détermination de  $\Psi_0$*

Le potentiel à l'équilibre sera déterminé en considérant  $\phi = 0$  dans

**Eq. (15).** Soit,

$$\alpha_1 \delta_1 (1 - s\psi_0) + \alpha_2 \delta_2 (1 - \beta s\psi_0) - \exp(\beta_1 s\Psi_0) = 0$$

- *Détermination de  $Z_{d1}$  et  $Z_{d2}$*

Le développement de  $Z_d$  s'écrivant comme

$$Z_d = 1 + \gamma_1 \phi + \gamma_2 \phi^2 + \gamma_3 \phi^3 + \dots$$

$$\text{où } \gamma_1 = \left. \frac{1}{\Psi_0} \frac{d\Psi(\phi)}{d\phi} \right|_{\phi=0}, \gamma_2 = \left. \frac{1}{2} \frac{1}{\Psi_0} \frac{d^2\Psi(\phi)}{d\phi^2} \right|_{\phi=0} \text{ et } \gamma_3 = \left. \frac{1}{6} \frac{1}{\Psi_0} \frac{d^3\Psi(\phi)}{d\phi^3} \right|_{\phi=0}.$$

Nous aboutissons, ipso facto, à :

$$Z_{d1} = \gamma_1 \phi, \quad Z_{d2} = \gamma_1 \phi_2 + \gamma_2 \phi_1^2,$$

$$\text{avec } \gamma_1 = \frac{\gamma_b}{\gamma_a \Psi_0}, \quad \gamma_2 = \frac{\gamma_c}{\gamma_a \Psi_0}$$

où

$$\gamma_a = \alpha_1 \delta_1 + \alpha_2 \delta_2 + \beta_1 [\alpha_1 \delta_1 (1 - s\psi_0) + \alpha_2 \delta_2 (1 - \beta s\psi_0)]$$

$$\gamma_b = -[\alpha_1 \delta_1 (1 + \beta_1) (1 - s\psi_0) + \alpha_2 \delta_2 (\beta + \beta_1) (1 - \beta s\psi_0)],$$

$$\text{avec } \gamma_c = \gamma_{c1} + \gamma_{c2} + \gamma_{c3}.$$

$$\text{où } \gamma_{c1} = \frac{s}{2} [\alpha_1 \delta_1 (1 - s\psi_0) + \beta^2 \alpha_2 \delta_2 (1 - \beta s\psi_0) - \beta_1^2 \exp(\beta_1 s\Psi_0)]$$

$$\gamma_{c2} = s\Psi_0\gamma_1[\alpha_1\delta_1 + \beta^2\alpha_2\delta_2 - \beta_1^2 \exp(\beta_1 s\Psi_0)],$$

$$\gamma_{c1} = \frac{s}{2}(\psi_0\gamma_1\beta_1^2) \exp(\beta_1 s\Psi_0)$$

Comme  $n_{e_0}$  est toujours positif, tandis que  $\Psi_0$  est toujours négative pour des grains de charge négative, il en résulte que les conditions

$$\delta_1 + \delta_2 \geq 1, \quad 1 \geq \alpha_1\delta_1 + \alpha_2\delta_2 \text{ doivent être satisfaites.}$$

### 4.3 Etablissement et solution de l'équation SKP

L'étude de la dynamique des ondes acoustiques de poussières de faibles amplitudes nécessite l'utilisation de la méthode de la perturbation réductrice [11]. Nous développons, ainsi, les grandeurs physiques  $n_d, u_d$  et  $\phi$  autour de leurs positions d'équilibre en séries de puissance de  $\varepsilon$ , et obtenons :

$$n_d = 1 + \varepsilon n_{d1} + \varepsilon^2 n_{d2} + \dots, \quad (4.16)$$

$$u_d = \varepsilon u_{d1} + \varepsilon^2 u_{d2} + \dots, \quad (4.17)$$

$$v_d = \varepsilon v_{d1} + \varepsilon^2 v_{d2} + \varepsilon^3 v_{d3} + \dots, \quad (4.18)$$

$$\phi = \varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \dots \quad (4.19)$$

$$Z_d = 1 + \varepsilon Z_{d1} + \varepsilon^2 Z_{d2} + \dots \quad (4.20)$$

A présent, on suggère l'introduction de nouvelles variables, à savoir,  $\xi, \tau$  et  $\eta$  définies par  $\xi = \varepsilon^{1/2}(r - v_0 t)$ ,  $\tau = \varepsilon^{3/2} t$ ,  $\eta = \varepsilon^{-1/2} \theta$ , où  $v_0$  est la vitesse de l'onde solitaire, laquelle sera définie plus loin.

En injectant Eqs. [(4.16)-(4.20)] dans Eqs. [(4.1)-(4.5)] et en utilisant le changement de variable susmentionné, nous

parvenons à un système d'équations dont l'analyse ordre par ordre, donne :

*i/ à l'ordre le plus bas de  $\varepsilon$  :*

$$n_{d1} = \frac{u_{d1}}{v_0} \phi_1, \quad (4.21)$$

$$u_{d1} = -\frac{\phi_1}{v_0}, \quad (4.22)$$

$$v_0 = 1/\sqrt{1+\gamma_1}, \quad \frac{\partial v_{d1}}{\partial \xi} = -\frac{1}{v_0} \frac{\partial \phi}{\partial \eta}. \quad (4.23)$$

*ii/ à l'ordre suivant de  $\varepsilon$*

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \xi^2} = n_2 + Z_{d1} n_1 + Z_{d2} + \phi_2 + \frac{s^2 (\beta_1^2 - \delta_2 \beta^2 - \delta_1)}{(\delta_1 + \delta_2 - 1)} \left[ \frac{\phi_1^2}{2} \right]. \quad (4.24)$$

En utilisant **Eqs. (4.12)-(4.23)**, et en éliminant les termes  $n_2, u_2$  et  $\phi$  dans **Eq. (4.24)** nous aboutissons à l'équation SKP ;

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + A \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} + \frac{1}{\tau} \phi_1 \right] + C \left[ \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \phi_1}{\partial \eta} \right] = 0. \quad (4.25)$$

$$A = \frac{v_0^3}{2} \left[ \frac{s^2 (\beta_1^2 - \delta_2 \beta^2 - \delta_1)}{(\delta_1 + \delta_2 - 1)} - 2\gamma_2 \right] + \frac{3}{2} v_0 \gamma_1 - \frac{3}{2v_0}, \quad B = \frac{v_0^3}{2} \quad \text{et} \quad C = \frac{1}{2v_0 \tau^2}. \quad (4.26)$$

Si on pose  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$  dans l'expression de A, alors elle se réduira aux résultats de **Réf. [14]** pour un plasma avec une seule espèce d'ion.

#### 4.4 Résultats et discussions

Comme nous l'avons déjà vu dans le chapitre précédent, l'équation KP sphérique a pour solution :

$$\Phi(\zeta) = \frac{3U_0}{A} \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{U_0}{4B}} \left( \zeta - \left( U_0 + \frac{v_0 \eta^2}{2} \right) \tau \right) \right]. \quad (4.27)$$

où  $\Phi_0 = \frac{3U_0}{A}$  est l'amplitude et  $W = \sqrt{\frac{4B}{U_0}}$  la largeur de l'onde.

$U_0$  étant une constante représentant la vitesse. Comme  $\gamma_1 \geq 0$  il en découle que  $0 < v_0 \leq 1$  et  $A, C > 1$  et par conséquent,  $U_0 > 0$ , ce qui prouve que la solution obtenue a une largeur et une vitesse de phase moins importantes que celles obtenues dans le cas d'un plasma poussiéreux avec des grains de poussière de charge constante. Le signe de « A » détermine la nature de l'onde solitaire. En effet, dans l'Eq. (4.26) « A » atteint son maximum quand le premier terme devient maximum ( $\gamma_2 = 0$ ) et le second minimum, ce qui permet l'étude paramétrique suivante :

- 1- Pour  $\delta_2 < \frac{1+\beta_1}{\beta}$  : A est négatif et par conséquent des ondes raréfactives existent dans le milieu.
- 2- Pour  $\delta_2 > \frac{1+\beta_1}{\beta}$  : A peut être aussi bien positif que négatif et de ce fait, le milieu admettrait l'occurrence d'ondes raréfactives et compressives.

Les figures [(4.1)-(4.2)] montrent la variation de « A » pour différentes valeurs de  $\beta, \beta_1, \delta_1$  et  $\delta_2$ . Sur la **figure 4.1** « A » est tracé en fonction de  $\beta$  et  $\beta_1$  avec  $\delta_1 = 1, \delta_2 = 4$  et  $v_0 = 1$ . La **figure 4.2** présente « A » en fonction de  $\delta_1$  et  $\delta_2$  avec  $\beta = 0.01$ ,  $\beta_1 = 0.5$  et  $v_0 = 1$ . On peut aisément voir que pour des valeurs fixes de  $\delta_1$  et  $\delta_2$ , « A » atteint son maximum quand  $\beta$  et  $\beta_1$  atteignent leurs valeurs minimales. Ces figures illustrent clairement que

nonobstant le fait que « A » puisse être aussi bien positif que négatif, ce paramètre est généralement négatif ce qui implique l'occurrence d'une onde raréfactif. Nous avons tracé l'amplitude et la largeur de l'onde solitaire en fonction de la vitesse sur les figures [(4.3)-(4.4)], et ce pour différentes valeurs des températures  $\beta_2$  (0.05, 0.10, 0.50) et densités  $\delta_1$ (0.1,0.2,0.3) relatives. Ces figures illustrent clairement que l'amplitude et la largeur des OAPs sont inversement proportionnelles (ce qui est spécifique aux solitons). Le **tableau 4.1** récapitule les valeurs maximales et minimales de l'amplitude et de la largeur des ondes. Il apparait sur la **figure4.3** que l'onde atteint son amplitude maximale, pour la plus grande valeur de  $\beta_2$  (*idest*,  $\beta_2 = 0.50$ ). On en conclut alors, que plus la température des ions est élevée ( $\beta_2$  *grand*), plus l'amplitude est grande. La proportionnalité entre la largeur des ondes et la densité est montrée sur la **figure4.2**. En effet, plus la population d'ions  $n_{il}$  est grande plus la largeur le devient aussi. C'est-à-dire que l'onde aura tendance à s'étaler pour des densités élevées d'ions  $n_{il}$ . En résumé, après avoir résolu l'équation KP sphérique pour un plasma poussiéreux à quatre composantes avec des grains de charge variable, nous avons obtenu une solution de type soliton sphérique, lequel est raréfactif ce qui indique que son amplitude est plus petite comparée à celle existante dans le cas unidimensionnel. Une solution spéciale de l'équation SKP est donnée sur la **figure 4.5** et ce pour  $\beta_2 = 0.50, \beta_1 = 0.01$  et  $U_0 = 1$ .

	$\Phi_{0max}$	$\Phi_{0min}$	$W_{max}$	$W_{min}$
$\gamma_1 = 0.1$	16.2	2.2	3.2	1.8
$\beta_2=0.5$	16.2	5.8	2.8	1.8

**Tableau 4.1**

Les valeurs maximales et minimales de l'amplitude et largeur des ondes.

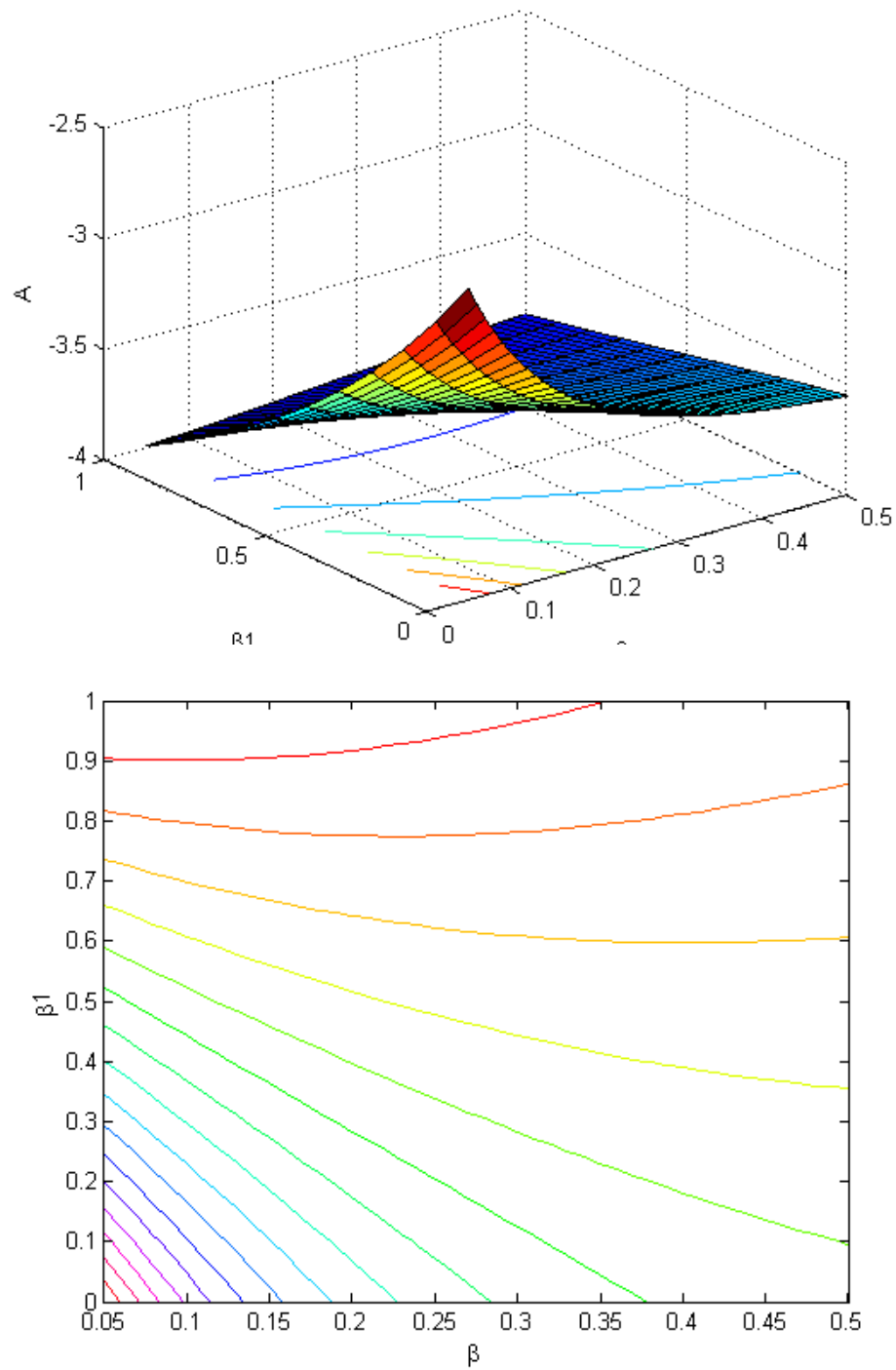
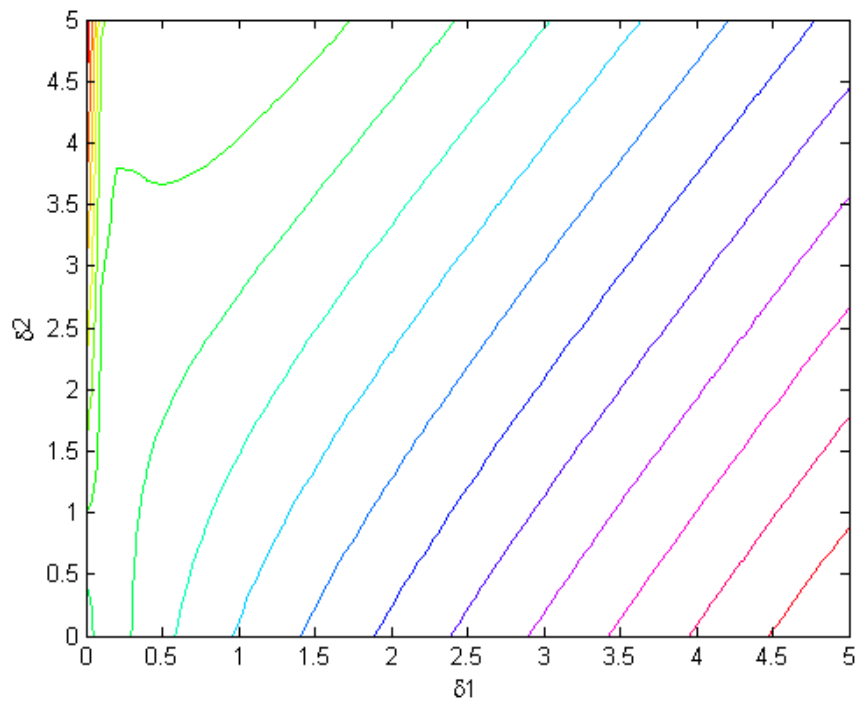
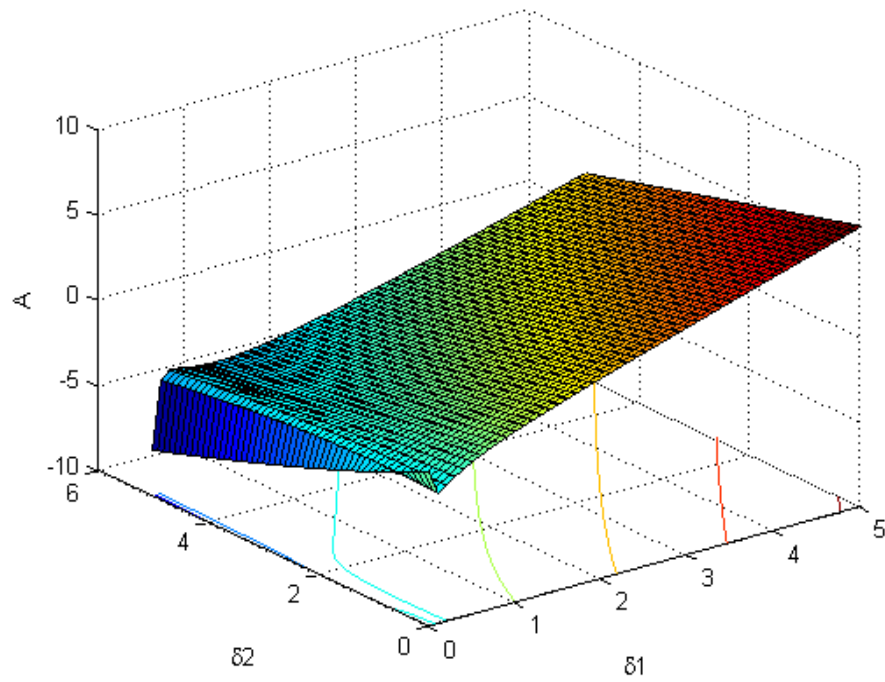


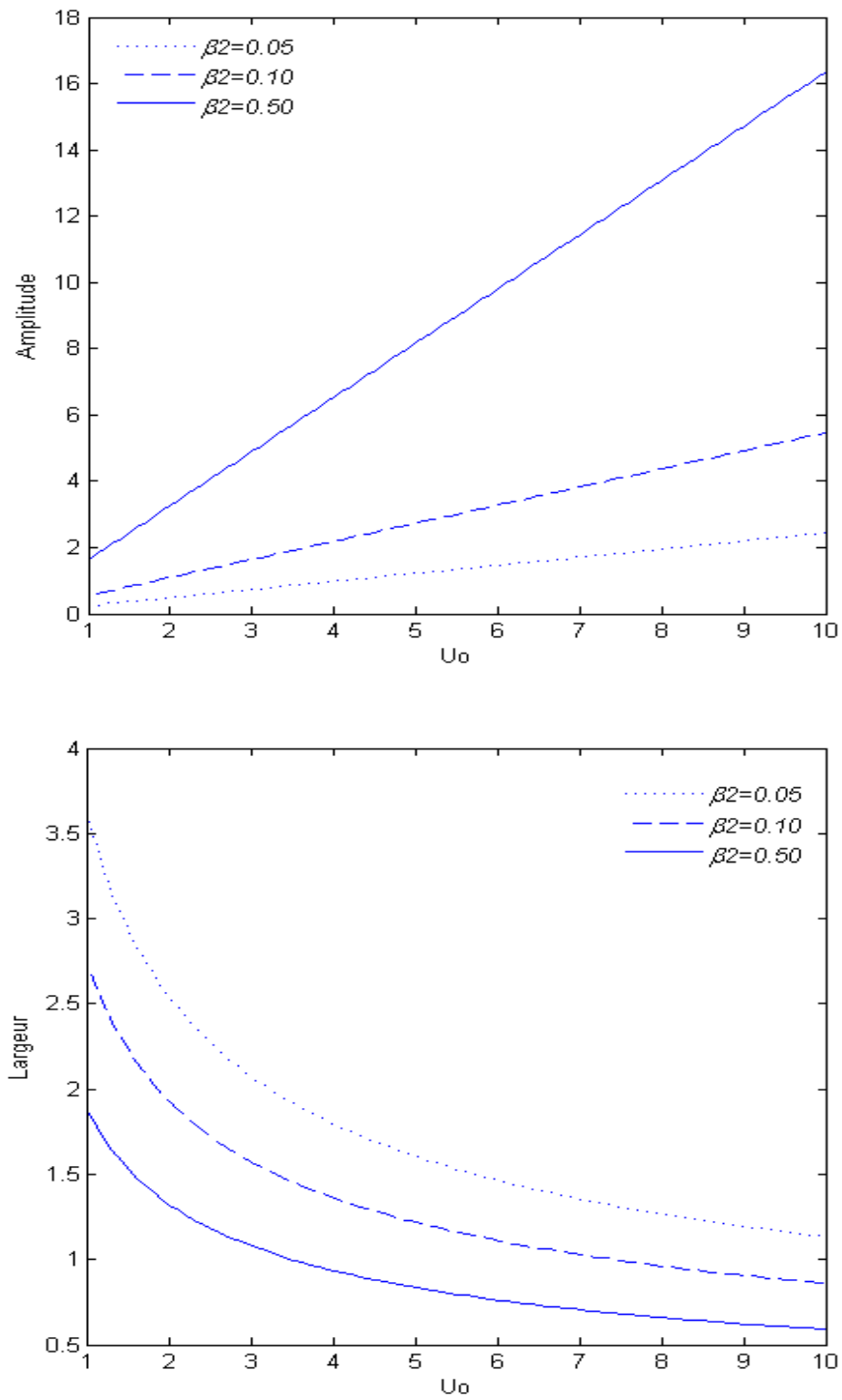
Figure 4.1.

Le paramètre « A » en fonction de  $\beta$  et  $\beta_1$  pour  $\delta_1 = 1$  et  $\delta_2 = 4$ .



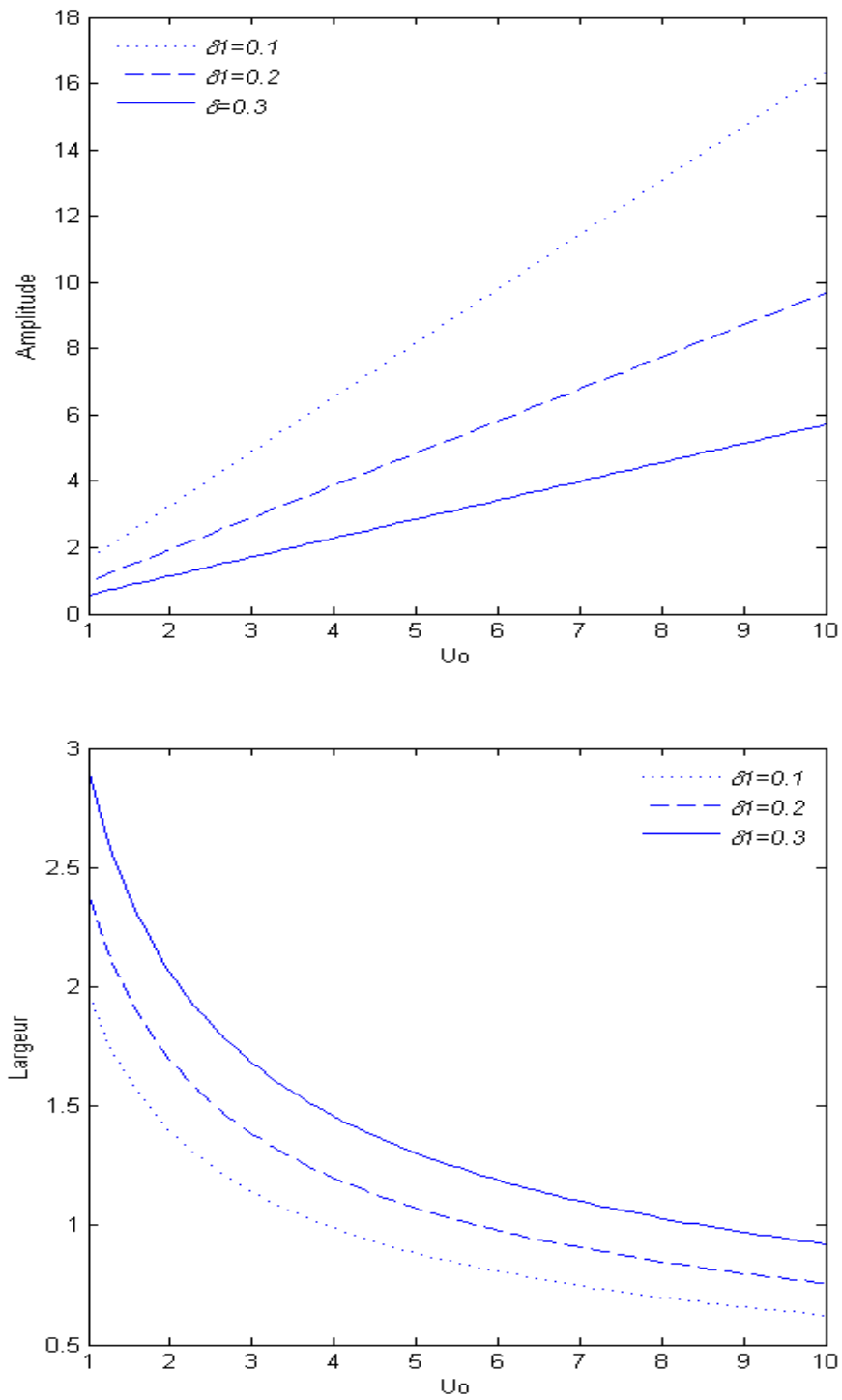
**Figure 4.2.**

Le paramètre « A » en fonction de  $\delta_1$  et  $\delta_2$  pour  $\beta = 0.01$  et  $\beta_1=0.1$ .



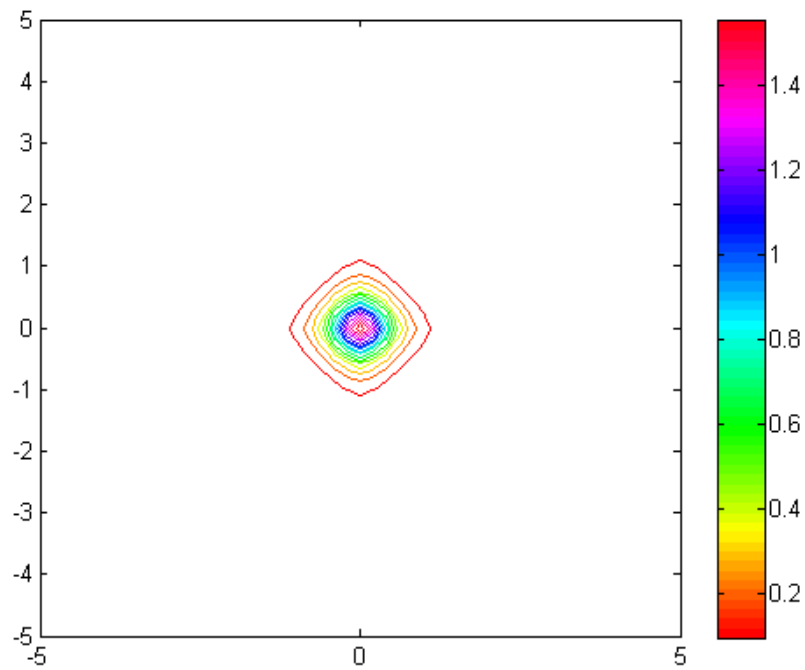
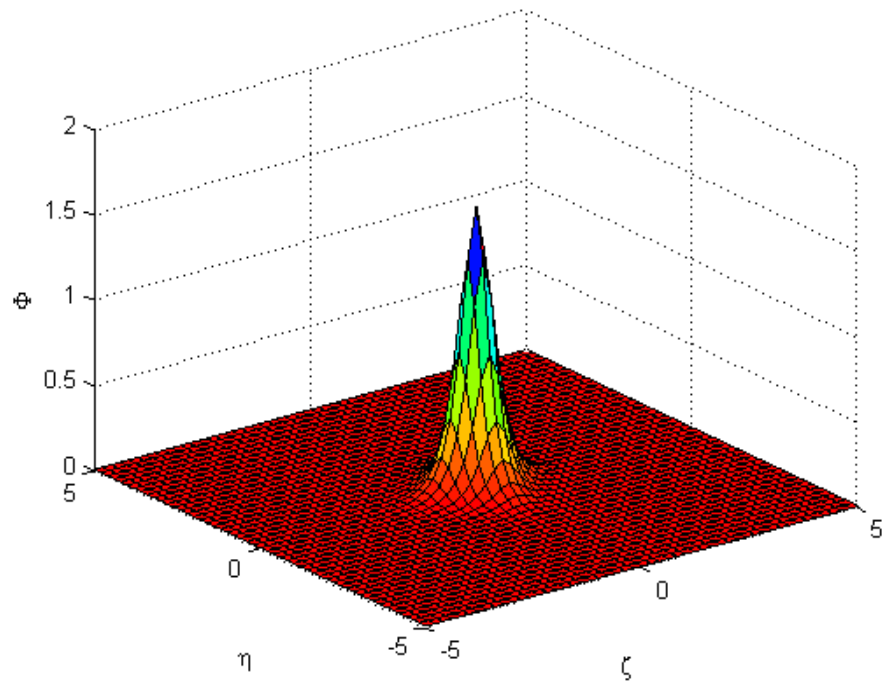
**Figure 4.3.**

Amplitude et largeur des OAP pour  $\delta_1 = 0.1$ .



**Figure 4.4.**

Amplitude et largeur des OAP pour  $\beta_2 = 0.50, \beta_1 = 0.01$  et  $\beta = 0.1$ .



**Figure 4.5.**

Soliton sphérique pour  $\beta_2 = 0.50, \beta_1 = 0.01$  et  $U_0 = 1$ .

## 4.5 Conclusion

Pour conclure rappelons que dans cette partie nous avons adopté la méthode des perturbations réductrices pour étudier les caractéristiques non-linéaires des ondes acoustiques de poussières "**OAP**". Ces ondes ont été traitées, dans un plasma poussiéreux dans une configuration sphérique, en considérant différents effets combinés à savoir ;

- *la perturbation transversale,*
- *la géométrie sphérique (viz., non plane),*
- *la charge variable des grains de poussière,*
- *des ions de deux températures différentes, viz., haute ( $T_{ih}$ ) et basse ( $T_{il}$ ).*

L'étude ainsi faite nous a permis d'aboutir à plusieurs résultats :

La présence de deux types d'ions modifie la nature des ondes acoustiques. En effet, dans un plasma à trois composantes, les solitons peuvent être soit compressifs, soit compressifs et raréfactifs, dépendamment des paramètres. Dans notre cas, les solitons sont généralement « **raréfactifs** », en l'occurrence, l'amplitude de l'onde solitaire est plus petite comparée à celle du cas unidimensionnel.

Le potentiel électrostatique est sensible à la température des ions, viz., plus celle-ci est élevée plus le potentiel est grand, et vis-versa.

L'amplitude de l'onde est inversement proportionnelle à la densité des ions de basse température, viz., plus la population d'ions  $n_{il}$  est grande, moins l'amplitude est importante (l'inclusion des ions  $n_{ih}$  réduit le potentiel).

## **4.6 Références**

- [1]M. Horanyi and D.A. Mendis.Astrophys. T. **294**, 357 (1985).
- [2]M. Horanyi and D.A. Mendis.Astrophys.**307**, 800 (1985).
- [3] C. K. Goertz. Rev. Geophys. **27**, 271(1989).
- [4]T. G.Northrop, Phys. Scripta.**45**, 475(1992).
- [5] J.K. Xue, Phys. Lett.A **314**, 479(2003).
- [6]S.G. Tarsem, S.S. Nareshpal, and K. Harvinder. Chaos, Solitons and Fractals,**28**, 1106(2006).
- [8]F. Melandso, T.K. Aslaksen and O. Havnes, Planet. Space Sci..  
**41**, 321(1993).
- [9]F. Melandso, Phys Plasmas, **3**, 3890(1996).
- [10]Y.N. Nejoh Phys Plasmas, **4**, 2013(1997).
- [11]H. Washimi and T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. **17**, 966(1966).

# CHAPITRE 5

## EFFETS DE LA GEOMETRIE SPHERIQUE ET DE LA TEMPERATURE DES ELECTRONS SUR LES OAPS.

### Sommaire

---

- 5.1 Introduction
  - 5.2 Formulation mathématique
  - 5.3 Structures solitaires de grandes amplitudes
  - 5.4 Résultats et discussions
  - 5.5 Conclusions
  - 5.6 Références
- 

### 5.1 Introduction

Que se soit celle des grains de poussière[1-3], des ions[4-5] ou même celle des électrons[6], la température a une influence certaine sur la propagation des solitons dans un le plasma.. Dans un plasma poussiéreux à quatre composantes, viz., des grains massifs hautement chargés, des ions suivant la distribution de Boltzmann et des électrons de différentes températures, nous nous proposons d'étudier l'effet de la température des électrons, de la géométrie sphérique et de la perturbation transversale

[7], sur les ondes acoustiques de poussière. Pour ce faire, nous procéderons exactement comme dans les chapitres précédents.

## 5.2 Formulation mathématique

Considérons un plasma à plusieurs composants, à savoir, des ions Boltzmanniens, des électrons avec deux températures différentes et des grains de poussières massifs et hautement chargés. A l'équilibre, nous avons l'équation de quasi-neutralité donnée par :  $n_{i0} - Z_d n_{d0} = n_{he0} + n_{le0}$ , où  $n_{i0}$ ,  $n_{d0}$ ,  $n_{he0}$  et  $n_{le0}$  sont respectivement les densités à l'équilibre des électrons de basse température ( $T_{el}$ ), des électrons de haute température ( $T_{eh}$ ), des ions et des grains de poussière et  $Z_d$  le nombre de charge des grains. Les équations correspondant aux lois de conservations de la masse et de la quantité de mouvement, couplées à l'équation de Poisson, décrivent l'évolution de notre système dans une configuration à géométrie sphérique, et sont écrites comme suit :

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 n_d u_d) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (n_d v_d) + \frac{n_d v_d}{r} \cot \theta = 0, \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial r} + \frac{v_d}{r} \frac{\partial u_d}{\partial \theta} - \frac{v_d^2}{r} = \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}, \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial v_d}{\partial r} + \frac{v_d}{r} \frac{\partial v_d}{\partial \theta} - \frac{u_d v_d}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}, \quad (5.3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = Z_d n_d - n_i + n_{le} + n_{he}. \quad (5.4)$$

où  $r$ ,  $\theta$  sont les coordonnées radiale et angulaire,  $u_d$ ,  $v_d$  les vitesses des grains dans les directions  $\vec{u}_r$  et  $\vec{u}_\theta$ , respectivement, alors que  $n_d$ ,  $\Phi$  représentent la densité du grain et le potentiel électrostatique. Les variables  $t, r, n_d, u_d, v_d$ , et  $\Phi$  sont normalisées par la fréquence plasma  $\omega_p^{-1} = \sqrt{4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2 / m_d}$ , la longueur de Debye

$\lambda_D = \sqrt{k_B T_{eff} / 4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2}$  , la densité des grains de poussière à l'équilibre  $n_{d0}$  , la vitesse acoustique des grains  $C_D = \sqrt{Z_d k_B T_{eff} / m_d}$  , et  $k_B T_{eff} / e$  , respectivement.

**La température effective est donnée par :**

$$1/T_{eff} = Z_d n_{d0} / \left( \frac{n_{i0}}{T_i} + \frac{n_{eh0}}{T_{eh}} + \frac{n_{el0}}{T_{el}} \right). \quad (5.5)$$

**Les densités normalisées sont données par:**

$$n_{el} = \delta_1 \exp(s\Phi), \quad (5.6)$$

$$n_{eh} = \delta_2 \exp(s\beta\Phi), \quad (5.7)$$

$$n_i = \delta_3 \exp(-s\beta_1\Phi). \quad (5.8)$$

où

$$\beta_1 = \frac{T_{el}}{T_i}, \beta_2 = \frac{T_{eh}}{T_i}, \beta = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{T_{el}}{T_{eh}}, \delta_1 = \frac{n_{el0}}{n_{i0}}, \delta_2 = \frac{n_{eh0}}{n_{i0}}, \delta_3 = \frac{n_{i0}}{Z_d n_{d0}} \quad (5.9)$$

$$\text{et, } s = \frac{T_{eff}}{T_{el}} = \frac{1 - \delta_1 - \delta_2}{\beta_1 + \delta_1 + \beta \delta_2}. \quad (5.10)$$

### 5.3 Structures solitaires de faibles amplitudes

L'étude de la dynamique des ondes acoustiques de poussière de faibles amplitudes nécessite l'utilisation de la méthode de la perturbation réductrice [8]. L'équation de Kadomtsev-Petviashvili sphérique (*SKP equation, c.f. Ref.[9]*) est obtenue et résolue. A juste titre, nous développons les grandeurs physiques  $n_d, u_d$  et  $\Phi$  autour de leurs positions d'équilibre en séries de puissance de  $\varepsilon$ , et obtenons :

$$n_d = 1 + \varepsilon n_{d1} + \varepsilon^2 n_{d2} + \dots, \quad (5.11)$$

$$u_d = \varepsilon u_{d1} + \varepsilon^2 u_{d2} + \dots, \quad (5.12)$$

$$v_d = \varepsilon v_{d1} + \varepsilon^2 v_{d2} + \varepsilon^3 v_{d3} + \dots, \quad (5.13)$$

$$\Phi = \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \dots \quad (5.14)$$

$$Z_d = 1 + \varepsilon Z_{d1} + \varepsilon^2 Z_{d2} + \dots \quad (5.15)$$

A présent, on suggère l'introduction de nouvelles variables, à savoir,  $\xi, \tau$  et  $\eta$  définies par  $\xi = \varepsilon^{1/2}(r - v_0 t)$ ,  $\tau = \varepsilon^{3/2} t$ ,  $\eta = \varepsilon^{-1/2} \theta$ , où  $v_0$  est la vitesse de l'onde solitaire, laquelle sera définie plus loin.

En injectant **Eqs. [(5.11)-(5.15)]** dans **Eqs. [(5.1)-(5.4)]** et en utilisant le changement de variable sus-cité, nous parvenons à un système d'équations dont l'analyse ordre par ordre, donne :

*i/ à l'ordre le plus bas de  $\varepsilon$  :*

$$\left\{ \begin{array}{l} n_{d1} = \frac{u_{d1}}{v_0} \Phi_1, \\ u_{d1} = -\frac{\Phi_1}{v_0}, \\ \frac{\partial v_{d1}}{\partial \xi} = -\frac{1}{v_0} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}. \\ v_0^2 = \left( \frac{1}{\mu_i s \beta_1 + \mu_l s + \mu_h s \beta} \right). \end{array} \right. \quad (5.16)$$

*ii/ à l'ordre suivant de  $\varepsilon$  :*

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi^2} = n_2 + \Phi_2 \left( \frac{\mu_3}{\beta_2} + \mu_{1s} + \mu_2 \beta_{1s} \right) + \Phi_1^2 \left( -\frac{\mu_3}{2\beta_2^2} + \mu_1 \frac{s^2}{2} + \mu_2 \frac{s^2 \beta_1^2}{2} \right). \quad (5.17)$$

Après un peu d'algèbre nous obtenons l'équation SKP,

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau} + A \Phi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \xi^3} + \frac{1}{\tau} \Phi_1 \right] + C \left[ \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \eta} \right] = 0, \quad (5.18)$$

où

$$A = -\frac{v_0^2}{2} \left( \frac{3}{v_0^4} - \delta_3 s^2 \beta_1^2 + \delta_1 s^2 + \delta_2 s^2 \beta^2 \right), \quad B = \frac{v_0^3}{2} \quad \text{et} \quad C = \frac{1}{2v_0 \tau^2},$$

Comme il a été souligné dans les chapitres précédent, pour un changement de variable approprié, viz.,  $\zeta = \xi - \frac{v_0}{2} \eta^2 \tau$  et  $\phi_1 = \Phi(\zeta, \tau)$ .

l'**Eq.(5.17)(SKP)** se réduirait simplement à l'équation de K-dV standard

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + A \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \xi^3} = 0, \quad (5.19)$$

et dont la solution de type onde solitaire est connue, à savoir,

$$\Phi(\zeta) = \Phi_0 \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{(\zeta - U_0 \tau)}{W} \right], \quad (5.20)$$

où  $\Phi_0 = \frac{3U_0}{A}$  est l'amplitude et  $W = \sqrt{\frac{4B}{U_0}}$  la largeur de l'onde "**OAP**".

$U_0$  est une constante représentant la vitesse de phase.

En conséquence, la solution de l'équation KP sphérique **Eq.(5.18)** qui s'écrit comme suit :

$$\Phi(\zeta) = \frac{3U_0}{A} \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{U_0}{4B}} \left( \zeta - \left( U_0 + \frac{v_0 \eta^2}{2} \right) \tau \right) \right]. \quad (5.21)$$

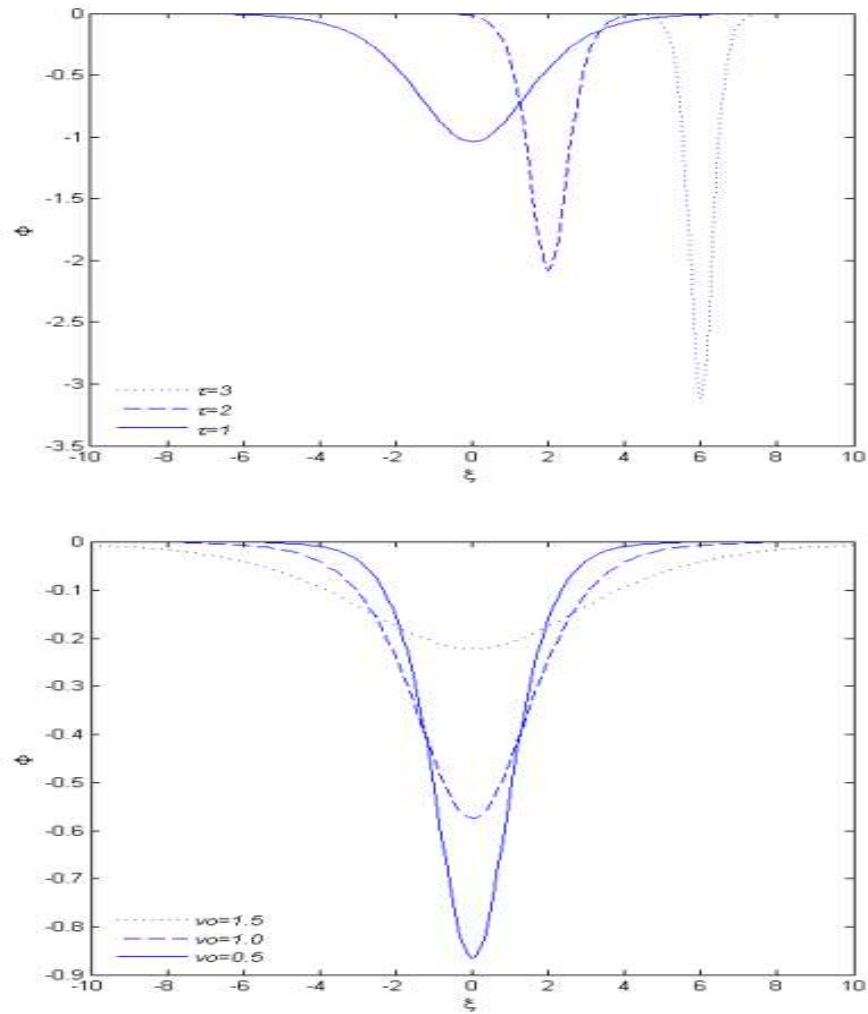
L'amplitude  $\Phi_0$  a le signe de A, lequel ne peut être que négatif (soliton raréfactive) selon les paramètres choisis.

Le profil de l'onde acoustique de poussière est représenté sur les **figures [(5-1)-(5-5)]** pour différents paramètres du plasma poussiéreux. Les résultats sont revus dans la discussion.

## 5.4 Résultats et discussions

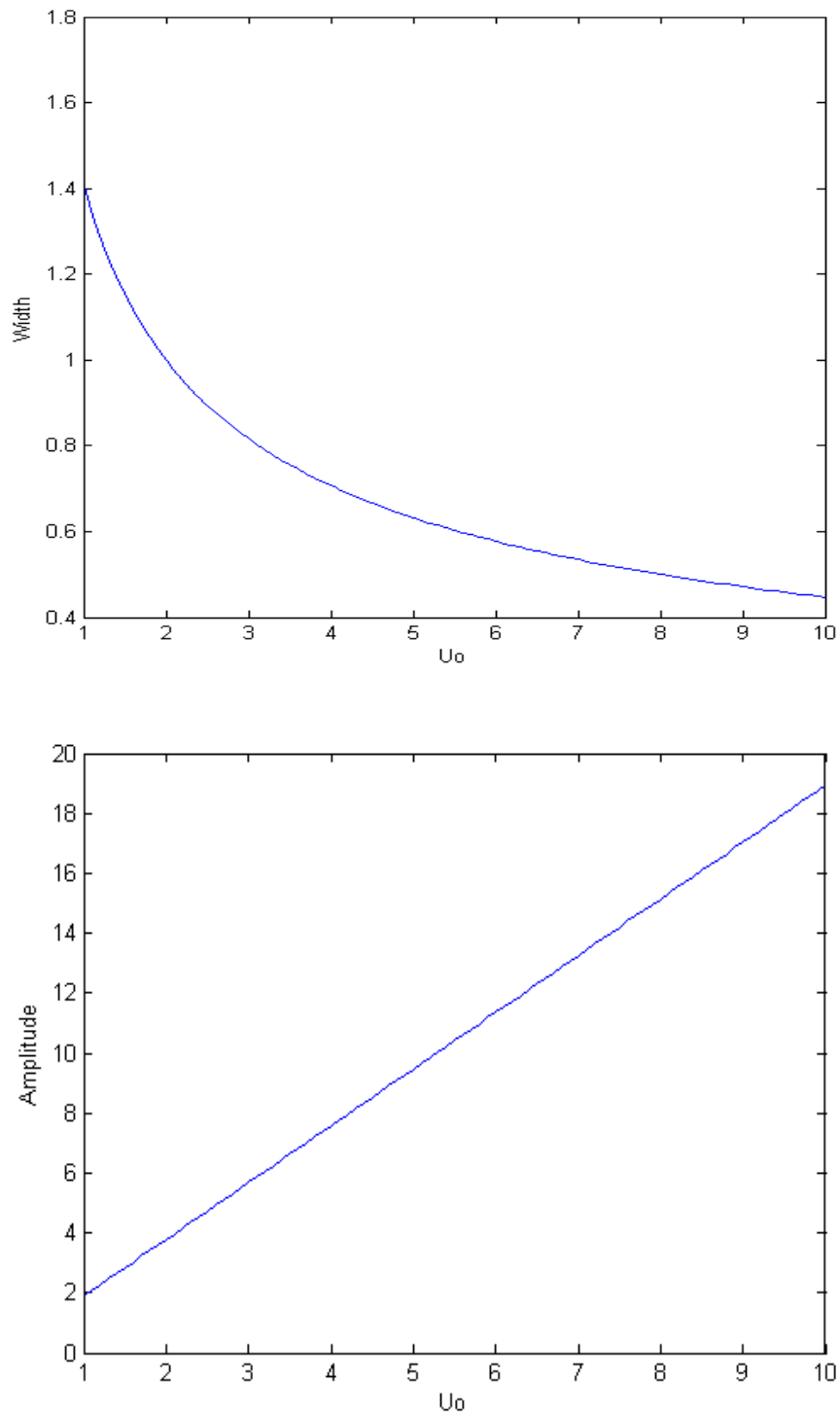
Dans cette partie, nous avons étudié, dans une configuration à géométrie sphérique, les ondes acoustiques de poussière dans un plasma non magnétisé contenant des grains de poussière de charge négative, des ions Boltzmanniens et des électrons de deux différentes températures. La méthode des perturbations réductives a été adoptée et l'équation Kadomtsev-Petviashvili sphérique a été déduite. L'allure du potentiel électrostatique des OAPs est représentée sur les **figures [(5.1)-(5.4)]**. L'analyse des courbes montre clairement que notre plasma admet uniquement des ondes raréfactives.

La **figure 5.1** est tracée pour  $\delta_1 = 1$  et  $\delta_2 = 4$ , et indique qu'avec le temps l'onde se déforme (son amplitude augmente) et sa vitesse de phase  $v_0$  diminue. La **figure 5.2** révèle que la vitesse  $U_0$  joue un rôle significatif dans la stabilité de l'onde. En effet, on note une proportionnalité entre le potentiel et la vitesse, en l'occurrence, plus la vitesse est grande, plus le potentiel est grand. D'autre part, la considération de deux différentes températures électroniques modifie notablement l'allure des ondes solitaires. C'est justement ce qui est illustré sur la **figure 5.3**, où le potentiel est tracé pour  $\delta_1 = 1, \delta_2 = 4$  et  $v_0 = 1$  et où l'amplitude et la largeur de l'OAP sont proportionnelles à  $\beta_1$  et  $\beta = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{T_{e1}}{T_{e2}}$ . Il a été révélé en outre, que le profil du potentiel est sensible à la valeur de la densité ( $\delta_1 = \frac{n_{e10}}{n_{i0}}, \delta_2 = \frac{n_{e20}}{n_{i0}}$ ). La **figure 5.4** montre la variation de l'amplitude pour différentes valeurs de  $\delta_1$  (densité des électrons moins chauds) et  $\delta_2$  (densité des électrons chauds).

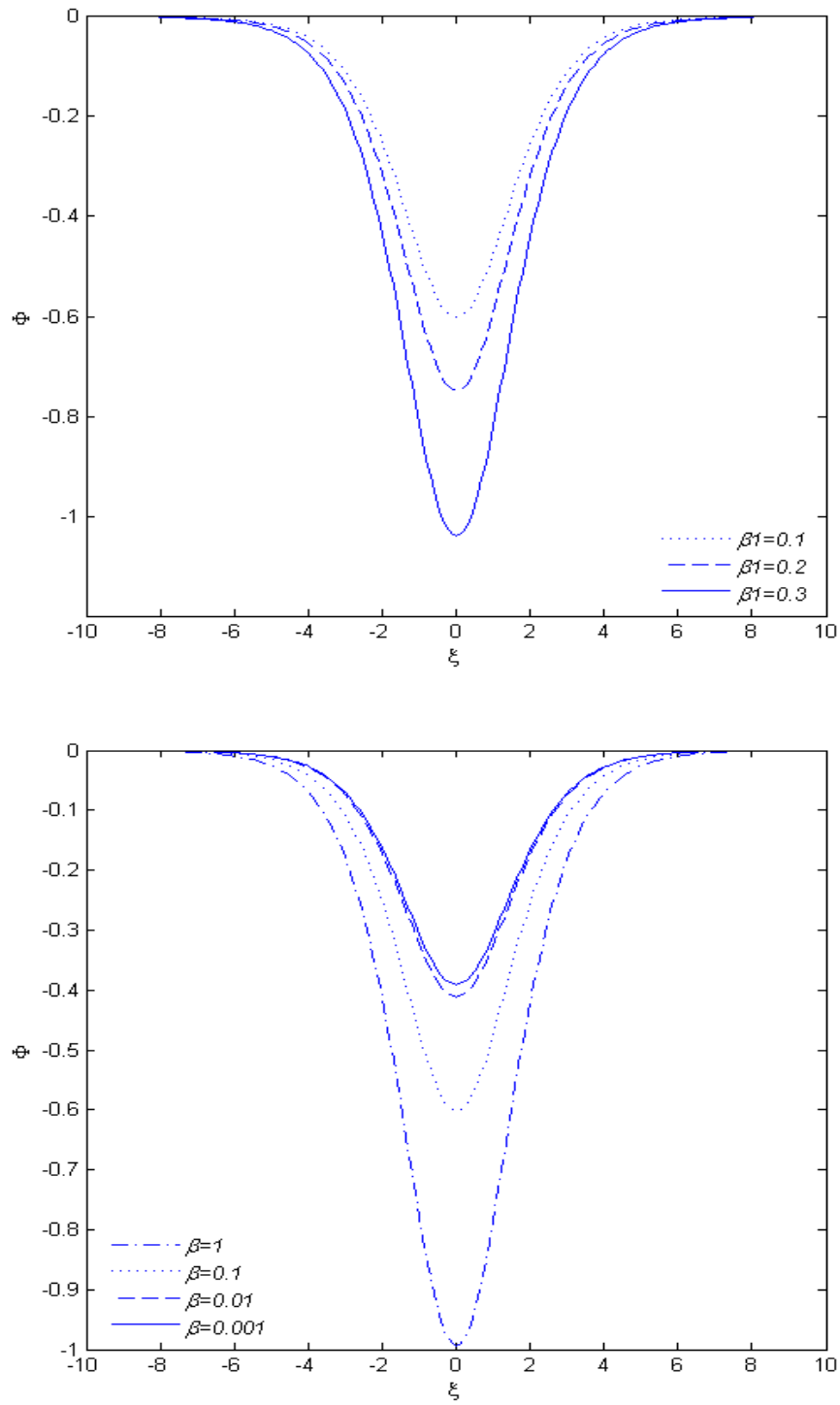


**Figure 5.1** Potentiel électrostatique  $\Phi$  vs.  $\xi$  avec  $\delta_1 = 1$  et  $\delta_2 = 4$ .

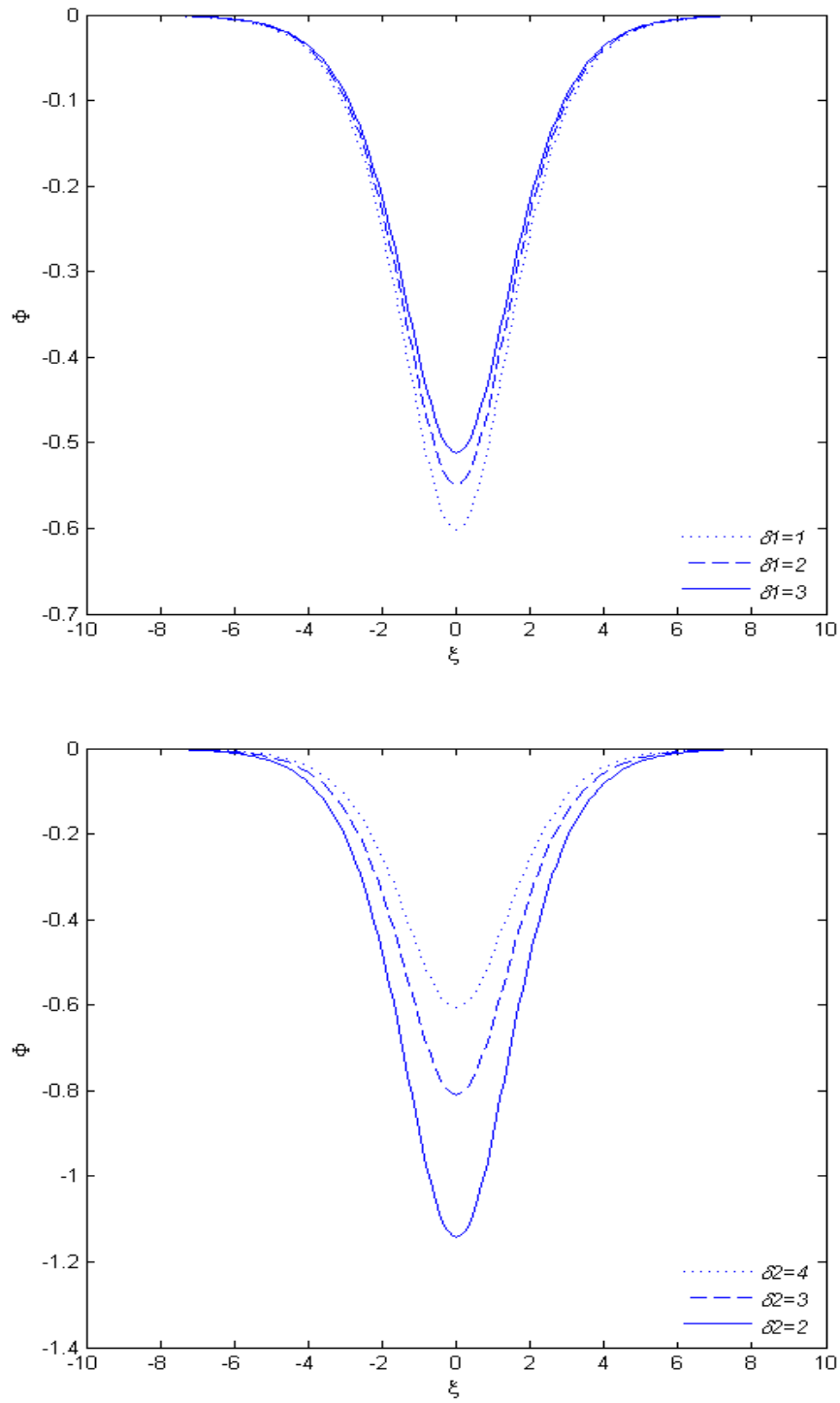
Il est clair que l'amplitude est proportionnelle à  $\delta_1$ , alors qu'elle est inversement proportionnelle à  $\delta_2$ . Cela veut dire que pour une plus grande population d'électrons chauds (moins chauds) l'amplitude des ondes solitaires est plus petite (grande). Ce résultat est le même que celui obtenu dans la référence [10]. Une solution spéciale de l'équation SKP est donnée sur la **figure 5.5** et ce pour  $\beta_1 = \beta = 0.1$  et  $v_0 = 1$ .



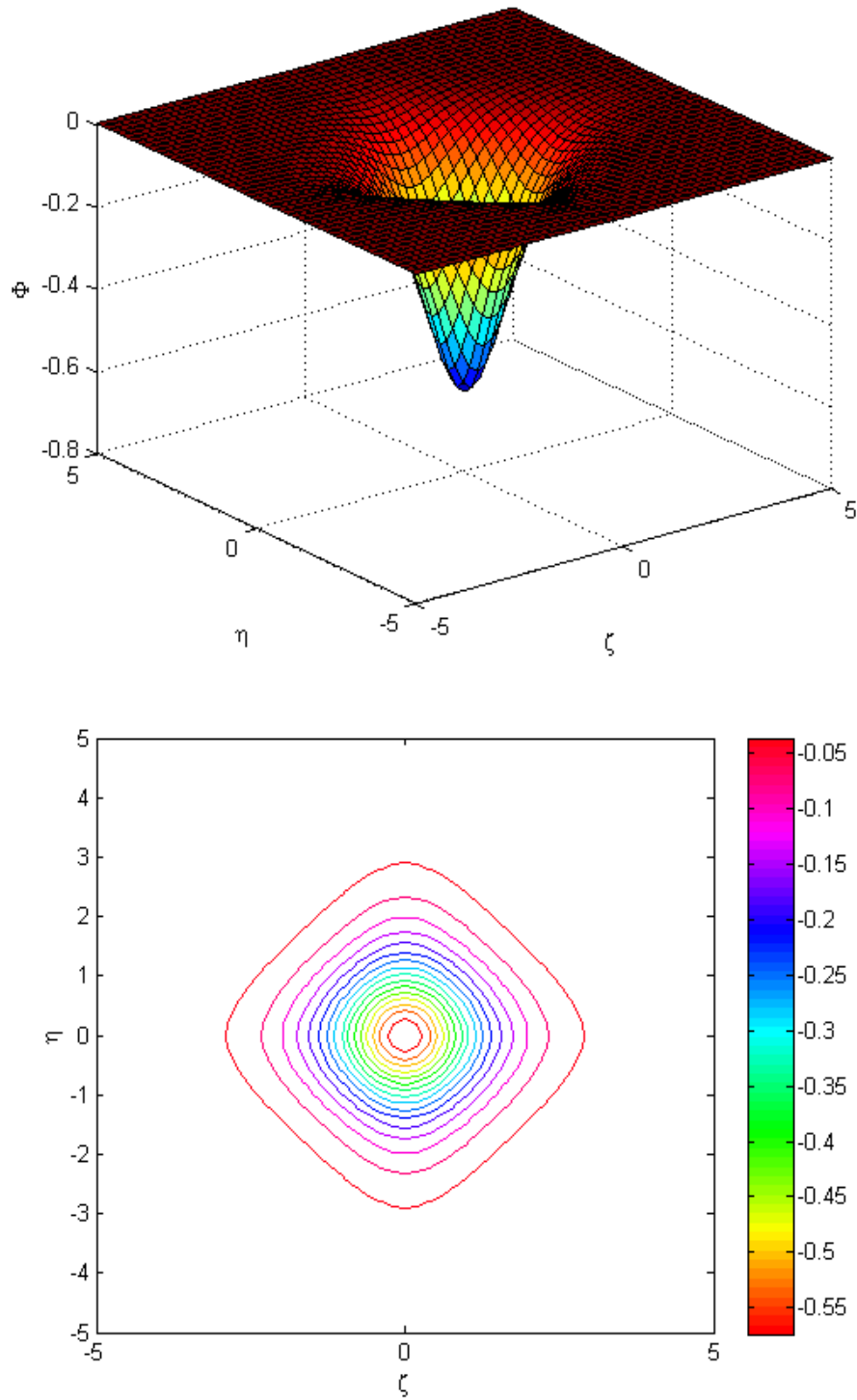
**Figure 5.2** Largeur et amplitude des OAP pour  $\delta_1 = 1, \delta_2 = 4$  et  $v_0 = 1$ .



**Figure 5.3** Potentiel électrostatique  $\Phi$  vs.  $\xi$  avec  $\delta_1 = 1, \delta_2 = 4$  et  $v_0 = 1$ .



**Figure 5.4** Potentiel électrostatique  $\Phi$  vs.  $\xi$  avec  $\beta_1 = \beta = 0.1$  et  $v_0 = 1$ .



**Figure 5.5** Solution sphérique de SKP avec  $\beta_1 = \beta = 0.1$  et  $v_0 = 1$ .

## 5.5 Conclusion

En conclusion, rappelons que dans cette partie, nous avons amélioré nos modèles précédents en tenant compte de la température des électrons. Pour une configuration à géométrie sphérique, notre plasma est constitué de grains de forme sphérique, d'ions et d'électrons de deux températures différentes. La technique de perturbation réductrice a été adoptée pour établir l'équation de Kadomtsev-Petviashvili sphériques (SKP) décrivant les ondes acoustiques de poussière. Les résultats trouvés sont énoncés succinctement dans ce qui suit :

- ✓ Lorsque la perturbation transversale est considérée, un soliton sphérique avec une amplitude constante peut exister. Les propriétés de celui-ci, différentes de celles rapportées dans **Réfs. [11,12]**. Dans ces références, la perturbation transversale n'est pas considérée et le soliton sphérique n'existe pas.
- ✓ Dans un plasma poussiéreux, l'introduction d'électrons avec deux températures différentes ne permet l'occurrence que de solitons de potentiel négatif.
- ✓ La forme de l'onde acoustique de poussière se déforme avec le temps.
- ✓ L'augmentation de la densité des électrons chauds conduit à la diminution du potentiel électrostatique.
- ✓ Plus la température des électrons est élevée, moins le potentiel est grand.

## 5.6 Référence

- [1] P. K. Shukla, and V. P. Silin, *Phys. Scripta* **45**, 508 (1992).
- [2] W.S. Duan, Y.R. Shi *Chaos, Solitons & Fractal*, **2**, 321, (2003).
- [3] K. Annou *et al 34th EPS Conference on Plasma Phys. Warsaw, 2 - 6 July 2007 ECA Vol. 31F, P-5.024 (2007)*.
- [4] S. G Tarsem, S.S. Nareshpal, and K. Harvinder, *Chaos, Solitons and Fractals*, **28**, 1106 (2006).
- [5] K. Annou, R. Annou. *ICOPS (2010)*.
- [6] S.K. El-Labany, E.F. El-Shamy, S.A. El-Warraki, *Astrophys. Space Sci.* **315**, 287 (2008).
- [7] K. Annou and R. Annou *Pramana – J. Phys.*, **76**, 513 (2011).
- [8] H. Washimi and T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 966 (1966).
- [9] J.K. Xue, *Phys. Lett. A* **314**, 479 (2003).
- [10] S.K. El-Labany, S.A. El-Warraki, W.M. Moslem, *J. Plasma Phys.* **63** 343 (2000).
- [11] J.X. Ma, J. Liu. *Phys. Plasmas*, **4**, 253. (1997).
- [12] B.S. Xie, K.F. Heand Z.Q. Huang. *Phys. Lett. A* **247**, 403, (1998).

# CHAPITRE 6

## **DROMIONS DANS LES PLASMAS POUSSIÉREUX D'ESPACE ET DE LABORATOIRE**

### **Sommaire**

---

- 6.1** Introduction
  - 6.2** Traitement mathématique
  - 6.3** Technique des perturbations réductrices
    - 6.3.1 Développement au 1<sup>er</sup> ordre
    - 6.3.2 Développement au 2<sup>nd</sup> ordre
    - 6.3.3 Développement au 3<sup>ème</sup> ordre
  - 6.4** L'équation de Davey-Stewartson
  - 6.5** Solution Dromion
  - 6.6** Résultats et discussions
  - 6.7** Conclusions
  - 6.8** Références
- 

### **6.1. Introduction**

En 1965, Norman Zabusky et Martin Kruskal [1] ont été les premiers à avoir employé le terme « Soliton » dans leur investigation numérique des ondes nonlinéaires. Ce terme est utilisé pour décrire des structures localisées, stables après collision entre elles. Rapidement, le concept de soliton est devenu

l'un des plus fertiles et actifs domaines de recherche [2-4]. Toutefois, l'intérêt des chercheurs ne portait principalement que sur les cas unidimensionnels. La preuve en est donnée par le nombre de nouvelles équations proposées, i.e., les équations K-dV, Burgers, Boussinesq, etc[5-8]. Récemment, d'immenses progrès ont été accomplis dans la compréhension des solitons multidimensionnels. Le plus grand de ces progrès est probablement l'équation de Davey-Stewartson (DS-I, DS-II), établie par A. Davey and K. Stewartson en 1974 [9], laquelle équation décrit l'évolution d'un paquet d'ondes à trois-dimensions. Mais il a fallu attendre jusqu'en 1988, pour que l'équation DS connaisse son développement majeur. En effet, c'est Boiti *et al.* [10], qui en utilisant cette équation, ont découvert une nouvelle classe de structures localisées, laquelle s'est vue attribuée l'appellation "Dromion" (dérivé du Grecque : dromos = piste ; *Track en anglais*) par Fokas et Santini[11]. Par la suite, les propriétés mathématiques des dromions ont été largement étudiées et leurs applications dans différents domaines et branches furent suggérées. De l'optique nonlinéaire à l'hydrodynamique, en passant par la physique des plasmas, les domaines d'application des dromions sont aussi riches que variés. Pourtant, en physique des plasmas où durant plusieurs décennies les solitons ont été mis sous les feux de la rampe, les dromions quant à eux n'ont reçu que peu d'attention. Les rares exceptions, sont essentiellement deux travaux, viz., le premier étant celui de Nishinari *et al.*[12], dans lequel travail il a été montré que l'évolution nonlinéaire d'une onde ionique acoustique pouvait être décrite par l'équation DS-I, alors que le second est celui de Ghosh *et al.* [13] où une solution "dromion" pour les ondes électroniques acoustiques a été trouvée. A notre connaissance, jusqu'en 2008,

l'année où nous avons exposé nos premiers résultats à la conférence internationale sur la physique des plasmas poussiéreux, aucun travail sur les dromions dans un plasma poussiéreux n'a été réalisé. C'est exactement, la raison pour laquelle dans ce chapitre, nous nous sommes attelés à combler cette lacune. Ainsi donc, dans ce qui suit, nous étudierons l'évolution à trois dimensions d'une onde acoustique de poussière dans un plasma à deux composantes, viz., des grains de poussière chargés négativement et des ions. Le modèle ainsi considéré est relatif aux plasmas présents dans les anneaux de certaines planètes, en l'occurrence, l'anneau F de saturne [15-16], les comètes, e.g., comète de Halley [17-18], et les plasmas de laboratoire [19]. Nous démontrerons ci-après, que notre modèle, permet l'émergence d'une solution « Dromion ».

## 6.2. Traitement mathématique

Considérons un plasma à deux composantes avec des ions et des grains de poussières chargés négativement et gouvernés par les équations fluides. Les ions suivent la distribution de Boltzmann, alors que les électrons, quant à eux, sont supposés complètement capturés par les grains et par conséquent leur effet sur les structures non-linéaires acoustiques de poussière est négligé. Ce modèle correspond à la situation suivante : quand tous les électrons du plasma sont attachés à la surface du grain, nous aurons alors  $n_{e0} \ll Z_d n_{d0}$ ,  $n_{e0}$  et  $n_{d0}$  étant respectivement, les densités des électrons et des grains de poussière ;  $Z_d$  étant le nombre d'électrons résidant à la surface des grains ; c'est le modèle correspondant aux plasmas d'espace. Avant de procéder à notre analyse, il est opportun d'énoncer les hypothèses suivantes :

- 1- Le plasma est immergé dans un champ magnétique externe uniforme  $\mathbf{B}$ .
- 2- Le plasma n'est pas collisionnel et est décrit par l'approche fluide.
- 3- La taille des grains de poussière est inférieure à la longueur de Debye.

Les équations correspondant aux lois de conservations de la masse et de la quantité de mouvement, couplées à l'équation de Poisson, décrivent l'évolution de notre système et sont écrites comme suit :

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \nabla \cdot (n_d \mathbf{v}_d) = 0 \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_d}{\partial t} + (\mathbf{v}_d \cdot \nabla) \mathbf{v}_d = \frac{Z_d e}{m_d} \nabla \phi - \omega_{cd} (\mathbf{v}_d \times \mathbf{b}), \quad (6.2)$$

$$\nabla^2 \phi = -4\pi e (n_i - Z_d n_d), \quad (6.3)$$

$$n_i = n_{i0} \exp\left(-\frac{e\phi}{k_B T_i}\right). \quad (6.4)$$

$n_d, v_d$  et  $\phi$  étant la densité, la vitesse et le potentiel électrostatique des grains de poussière, respectivement. Le vecteur  $\mathbf{b} = (1, 0, 0)$  représente la direction du champ magnétique,  $\omega_{cd} = eZ_d B_0 / m_d c$  est la fréquence cyclotronique des grains,  $e$  est la charge élémentaire,  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide,  $n_i$  est la densité des ions et  $T_i$  leurs température,  $k_B$  est la constante de Boltzmann,  $\phi$  le potentiel électrostatique, et  $\vec{\mathbf{b}} = \frac{\vec{B}_0}{B_0}$ , où  $B_0$  est le champ magnétique appliqué. A l'équilibre, nous avons l'équation de quasi-neutralité donnée par,  $Z_d n_{d0} \approx n_{i0}$ .

Après la normalisation des **Eqs. [(6.1)-(6.4)]**, nous aboutissons au système suivant :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(nv_x) + \frac{\partial}{\partial y}(nv_y) = 0, \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (6.6)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} + av_z, \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = -av_y. \quad (6.8)$$

Les variables sont normalisées comme suit :

$$n \rightarrow \frac{n_d}{n_{d0}}, v \rightarrow \frac{v_d}{c_d}, \Phi \rightarrow \frac{e\phi}{k_B T_i}, t \rightarrow \omega_{dc} t, \rho_d = c_d / \omega_{dc} \text{ (girorayon)}, a = \omega_{dc} / \Omega_d, c_d = \left( \frac{Z_d k_B T_i}{m_d} \right)^{1/2} \text{ et } \Omega_d^2 = \frac{4\pi n_{d0} Z_d e^2}{m_d}, n_{d0} \text{ et } m_d \text{ étant la densité initiale et la masse des grains.}$$

### 6.3. Technique des perturbations réductrices

Considérons à présent, les grandeurs perturbées proportionnelles à  $\exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$  où  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, 0)$  est le vecteur d'onde, puis adoptons la technique des perturbations réductrices [12].

Nous développons, alors, les grandeurs physiques  $n, \Phi$  et  $v$  autour de leurs positions d'équilibre en séries de puissance de  $\epsilon$ , et obtenons :

$$n = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \sum_{l=-\infty}^{\infty} n_l^{(n)} \exp[il(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)], \quad (6.9)$$

$$\Phi = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \sum_{l=-\infty}^{\infty} \Phi_l^{(n)} \exp[il(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)], \quad (6.10)$$

$$v = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \sum_{l=-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} v_{xl}^{(n)} \\ v_{yl}^{(n)} \\ v_{zl}^{(n)} \end{pmatrix} \exp[il(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]. \quad (6.11)$$

Pour que nos variables aient un sens physique, la relation suivante :

$$n_l^{(m)*} = n_{-l}^{(m)}, \Phi_l^{(m)*} = \Phi_{-l}^{(m)}, v_l^{(m)*} = v_{-l}^{(m)}.$$

doit être impérativement satisfaite.

A présent, on suggère l'introduction de nouvelles variables [12], à savoir :

$$\xi = \epsilon(x - V_{gx}t), \eta = \epsilon(y - V_{gy}t), \zeta = \epsilon z, \tau = \epsilon^2 t.$$

où  $V_{gx}$  et  $V_{gy}$  sont les vitesses de groupe respective, dans les directions perpendiculaire et parallèle au champ.

En injectant **Eqs.(9-11)** dans **Eqs.(5-8)** et en utilisant le changement de variables susmentionnés, nous parvenons à un système d'équations dont l'analyse ordre par ordre, donne :

### 6.3.1. Développement au premier ordre

à l'ordre le plus bas de  $\epsilon$  nous avons pour  $l = 1$ :

$$-\omega n_1^{(1)} + k_x v_{x1}^{(1)} + k_y v_{y1}^{(1)} = 0, \quad (6.12)$$

$$-\omega v_{x1}^{(1)} = k_x \Phi_1^{(1)}, \quad (6.13)$$

$$\omega v_{y1}^{(1)} = -k_y \Phi_1^{(1)} + i a v_{z1}^{(1)}, \quad (6.14)$$

$$\omega v_{z1}^{(1)} = -i a v_{y1}^{(1)}. \quad (6.15)$$

De l'équation de Poisson découle

$$-n_1^{(1)} + \Phi_1^{(1)} + k_x^2 \Phi_1^{(1)} + k_y^2 \Phi_1^{(1)} = 0. \quad (6.16)$$

Par conséquent, la relation de dispersion est donnée comme suit :

$$\omega^4 + \left(a^2 + \frac{|k|^2}{1+|k|^2}\right) \omega^2 + a^2 (\mathbf{b} \cdot \mathbf{k})^2 \left(\frac{|k|^2}{1+|k|^2}\right) = 0. \quad (6.17)$$

avec

$$\Phi_1^{(1)} = \frac{1}{1 + |\mathbf{k}|^2} n_1^{(1)} = K n_1^{(1)}, \quad (6.18)$$

$$v_{x1}^{(1)} = \theta_{x11} n_1^{(1)}; v_{y1}^{(1)} = \alpha \theta_{y11} n_1^{(1)}; v_{z1}^{(1)} = \theta_{z11} n_1^{(1)}. \quad (6.19)$$

$$\text{où, } \theta_{x11} = -i \left( \frac{a}{\omega^2 - a^2} \right) k_x K, \theta_{y11} = \left( \frac{\omega}{\omega^2 - a^2} \right) k_x K, \theta_{z11} = \omega^{-1} k_y K.$$

La résolution de l'équation quadratique (6.17) mène à

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[ - \left( a^2 + \frac{|\mathbf{k}|^2}{1 + |\mathbf{k}|^2} \right) \pm \sqrt{\left( a^2 + \frac{|\mathbf{k}|^2}{1 + |\mathbf{k}|^2} - 4a^2 (\mathbf{b} \cdot \mathbf{k})^2 \right)} \right]$$

La branche  $\omega_-$  décrit des ondes acoustiques de poussière, tandis que la branche  $\omega_+$  décrit la propagation des ondes cyclotroniques.

Pour un plasma fortement magnétisé, ou pour le cas d'une faible dispersion, les expressions des relations de dispersion se réduisent à :

$$\omega_-^2 \approx k_y^2 \left[ 1 + \frac{k_x^2}{a^2} \right]^{-1}, \text{ et } \omega_+^2 \approx a^2 + k_x^2.$$

### 6.3.2. Développement au second ordre

au second ordre de  $\epsilon$  et pour  $l = 0$

$$\Phi_0^{(2)} = n_0^{(2)} - K^2 |n_1^{(1)}|^2, \quad (6.20)$$

$$v_{z0}^{(2)} = 0, \quad (6.21)$$

$$v_{y0}^{(1)} = \theta_{y20} |n_1^{(1)}|^2. \quad (6.22)$$

$$\text{avec, } \theta_{y20} = 2 \left( \frac{\omega}{\omega^2 - a^2} \right) k_x K.$$

### 6.3.3 Développement au troisième ordre

Finalement, au troisième ordre nous obtenons les équations couplées :

$$\begin{aligned} (1 + V_{gx}) \frac{\partial^2 n_0^{(2)}}{\partial \xi^2} - 2V_{gx}V_{gy} \frac{\partial^2 n_0^{(2)}}{\partial \xi \partial \eta} - V_{gy}^2 \frac{\partial^2 n_0^{(2)}}{\partial \eta^2} + \beta_1 \frac{\partial^2 |n_1^{(1)}|^2}{\partial \xi^2} \\ + \beta_2 \frac{\partial^2 |n_1^{(1)}|^2}{\partial \xi \partial \eta} + \beta_3 \frac{\partial^2 |n_1^{(1)}|^2}{\partial \eta^2} = 0, \end{aligned} \quad (6.23)$$

et

$$\begin{aligned} (1 + V_{gx}) \frac{\partial^2 v_{x0}^{(2)}}{\partial \xi^2} - 2V_{gx}V_{gy} \frac{\partial^2 v_{x0}^{(2)}}{\partial \xi \partial \eta} - V_{gy}^2 \frac{\partial^2 v_{x0}^{(2)}}{\partial \eta^2} + \beta_4 \frac{\partial^2 |n_1^{(1)}|^2}{\partial \xi^2} \\ + \beta_5 \frac{\partial^2 |n_1^{(1)}|^2}{\partial \xi \partial \eta} + \beta_6 \frac{\partial^2 |n_1^{(1)}|^2}{\partial \eta^2} = 0, \end{aligned} \quad (6.24)$$

avec,

$$\beta_1 = 2V_{gx}K \frac{k_y}{\omega} \left( 1 + \left( \frac{a}{\omega^2 - a^2} \right)^2 k_x^2 K \right) + K - K^2,$$

$$\beta_2 = 2V_{gy}K \frac{k_y}{\omega} \left( 1 + \left( \frac{a}{\omega^2 - a^2} \right)^2 k_x^2 K \right),$$

$$\beta_3 = 0.$$

$$\beta_4 = 2 \frac{k_y}{\omega} \left[ \left( \left( \frac{a}{\omega^2 - a^2} \right) k_x^2 K \right)^2 V_{gx}^2 + K \right] + V_{gx}(K - K^2),$$

$$\beta_6 = 2 \frac{k_y}{\omega} \left( \left( \frac{a}{\omega^2 - a^2} \right) k_x^2 K \right)^2 V_{gy}^2.$$

$$\beta_5 = 4 \frac{k_y}{\omega} \left( \left( \frac{a}{\omega^2 - a^2} \right) k_x^2 K \right)^2 V_{gx}V_{gy} + V_{gy}(K - K^2),$$

Pour  $l = 0$ :

$$i \frac{\partial^2 n_1^{(1)}}{\partial \tau} + \gamma_1 \frac{\partial^2 |n_1^{(1)}|^2}{\partial \xi^2} + \gamma_2 \frac{\partial^2 n_1^{(1)}}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma_3 \frac{\partial^2 n_1^{(1)}}{\partial \eta^2} + \gamma_4 \frac{\partial^2 n_1^{(1)}}{\partial \zeta^2} + \gamma_5 |n_1^{(1)}|^2 n_1^{(1)} + \gamma_6 (n_0^{(2)} + k_x v_{x0}^{(2)}) n_1^{(1)} = 0, \quad (6.25)$$

avec,

$$n_1 = \left( \frac{\omega}{\omega^2 - a^2} \right), n_2 = \left( \frac{a}{\omega^2 - a^2} \right), n_3 = \left( \frac{\omega^2 + a^2}{\omega^2 - a^2} a^2 \right)$$

$$n_{12} = n_1 + n_2,$$

$$n_4 = n_1^2 + 3n_2^2.$$

$$m_1 = n_1 k_x^2 + \frac{k_y^2}{\omega},$$

$$m_2 = n_1 k_x K,$$

$$m_3 = n_{12}^2 k_x^2 + \frac{k_y^2}{\omega^2},$$

$$m_4 = n_1 n_4 k_x^2 + \frac{k_y^2}{\omega^2}.$$

$$\gamma_1 = \frac{n_1 K - m_1 K^2}{1 + m_3 K}, \gamma_5 = \frac{m_1 f_k}{1 + m_3 K} - 2m_2 k_x, \gamma_6 = \frac{m_1 (K - K^2)}{1 + m_3 K}$$

$$\gamma_2 = \frac{2}{1 + m_3 K} \left[ m_4 K V_{gx} V_{gy} + m_3 K^2 (k_x V_{gx} + k_y V_{gy}) - K \left( n_{12}^2 k_x V_{gx} + \frac{1}{\omega^2} k_y V_{gy} \right) - 2k_x k_y K^2 \left( n_1 + \frac{1}{\omega} - 2m_1 K \right) \right]$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{1 + m_3 K} \left[ m_4 K V_{gx}^2 + 2k_x V_{gy} (m_3 K^2 - n_{12}^2 K) + 4k_x K^2 (n_1 K - n_1) + (n_1 K - m_1 K^2) \right]$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{1 + m_3 K} \left[ m_4 K V_{gy}^2 + 2k_y V_{gx} \left( m_3 K^2 - \frac{K}{\omega^2} \right) + 4k_y K^2 \left( n_1 K - \frac{1}{\omega} \right) + \left( \frac{K}{\omega} - m_1 K^2 \right) \right].$$

Les équations **(6.22)-(6.23)** fournissent une description générale de l'évolution nonlinéaire d'un paquet d'ondes à trois dimensions.

Pour  $l = 1$ :

Nous introduisons de nouvelles variables  $A$  et  $Q$  telles que,  $A = n_1^{(1)}$ , et  $Q = n_0^{(2)} + \gamma_7 v_{x0}^{(2)}$  [12] ces équations se réécrivent sous la forme suivante :

$$(1 - V_{gx}^2)Q_{\xi\xi} - 2V_{gx}V_{gy}Q_{\xi\eta} - V_{gy}^2Q_{\eta\eta} + \gamma_7(|A|^2)_{\xi\xi} + \gamma_8(|A|^2)_{\xi\eta} + \gamma_9(|A|^2)_{\eta\eta} = 0. \quad (6.26)$$

$$iA_\tau + \gamma_1 A_{\xi\xi} + \gamma_2 A_{\xi\eta} + \gamma_3 A_{\eta\eta} + \gamma_4 A_{\zeta\zeta} + \gamma_5 |A|^2 A + \gamma_6 QA = 0. \quad (6.27)$$

#### 6.4. L'équation de Davey-Stewartson

Nous reconnaissons dans le système [(6.26)-(6.27)] les équations de Davey-Stewartson, exception faite des dérivées croisées. Cependant, les Eqs. [(6.27)-(6.28)] peuvent être simplifiées, pour des situations spéciales.

Par conséquence, pour une propagation d'onde purement perpendiculaire, nous prenons  $k_x \rightarrow 0$  et supposons  $\partial_\zeta \rightarrow 0$  (à cause de la symétrie du système). Subséquemment, notre précédent couple d'équations se réduit à :

$$\begin{cases} iA_\tau + \gamma_1 A_{\xi\xi} + \gamma_3 A_{\eta\eta} + \gamma_5 |A|^2 A + \gamma_6 QA = 0 \\ Q_{\xi\xi} - V_{gy}^2 Q_{\eta\eta} + (K - K^2)(|A|^2)_{\xi\xi} = 0 \end{cases} \quad (6.28)$$

où  $A = n_1^{(1)}$ , et  $Q = n_0^{(2)}$ .

Les équations **(6.28)** sont les équations Davey-Stewartson (DS), la première peut être hyperbolique ou elliptique dépendamment du signe de  $\gamma_1\gamma_3$ , alors que la seconde est hyperbolique.

Celles-ci deviennent les équations DSI si,

$$\gamma_1 \gamma_3 > 0. \quad (6.29)$$

En outre, il est à noter que pour une propagation d'onde purement parallèle, **Eqs.(6.26)-(6.27)** se réduiraient à l'équation nonlinéaire de Schrödinger (NLSE).

### 6.5. Solution dromion

La région où la condition sur les paramètres où l'équation (DSI) est satisfaite est donnée dans [12]. Le couple d'équations (6.28) est résolu par la méthode bilinéaire de Hirota [20]. Une solution analytique simple est réduite à un ensemble de paramètres très limités aboutissant à une solution de type dromion s'écrivant comme (**c.f. Réfs.[13,21]**):

$$Q' = 2p \operatorname{sech}^2(\zeta') \operatorname{sech}^2(p\eta' + \tanh(\zeta') - 2\ln 2p). \quad (6.30)$$

où  $(')$  denote la variable transformée et  $p$  est un réel constant.

## 6. 6. Discussion et résultats

Nous supposons dans ce qui suit, que la forme du dromion est sphérique (il a la même largeur dans toutes les directions) ; une solution type est obtenue. En utilisant un ensemble approprié de paramètres réels, nous avons obtenu la solution analytique dromion, comme il est montré dans les **figures 6.1-6.3**

Pour notre cas (propagation perpendiculaire), les paramètres d'espace sont représentés par "a" et "ω" (ω est calculée à partir de la relation de dispersion **(6.17)**), ainsi nous avons déduit pour chaque cas.

- ✓ **p = 1** pour l'anneau F de Saturne : ( $T_i \cong 10$ ,  $Z_d \cong 10^2$ ,  $n_d \cong 1 \text{ cm}^{-3}$ ,  $m_d \cong 10^{-12} \text{ g}$ ,  $M = 0.46$  et  $B_0 \cong 0.02 \text{ G}$ ),
- ✓ **p = 2** pour la Comète de Halley, ( $T_i \cong 1 \text{ eV}$ ,  $Z_d \cong 10^3$ ,  $n_d \cong 10^{-7} \text{ cm}^{-3}$ ,  $m_d \cong 1.2 \times 10^{-11} \text{ g}$ ,  $M = 0.43$  et  $B_0 \cong 2 \times 10^{-4} \text{ G}$ ),
- ✓ **p = 10** pour les plasmas de laboratoire, ( $T_i \cong 0.2 \text{ eV}$ ,  $Z_d \cong 4 \times 10^4$ ,  $n_d \cong 10^8 \text{ cm}^{-3}$ ,  $m_d \cong 10^{-9} \text{ g}$ ,  $M = 0.5$ ,  $B_0 \cong 0.4 \text{ G}$ )

Les profils des dromions sont représentés sur les **figures [6.1-6.3]** pour chaque cas. L'amplitude et la largeur des dromions sont récapitulées dans le **tableau 6.1**. Une comparaison entre nos résultats et ceux obtenus au laboratoire est présentée dans le **tableau 6.2**. Il est clair que notre étude analytique concorde parfaitement avec l'expérience. Par conséquent, ces résultats encouragent à mener une investigation expérimentale approfondie des dromions de laboratoire. Il est montré sur les **tableaux 6.3-6.4**, que nos estimations théoriques des largeurs et amplitudes concordent avec ceux des observations. Effectivement,

nos résultats sont en parfait accord aussi bien avec les mesures faites sur la queue de la comète de Halley (Vega and Giotto probes), que celles enregistrées pour l'anneau F de Saturne. Ces résultats démontrent que les dromions sont un modèle paradigmatique pour l'observation des structures multidimensionnelles et nous encourageant à étendre nos études à d'autres modèles.

	<b>Amplitude(V)</b>	<b>Largeur(km)</b>
Anneau F de Saturne	5	$1.2.10^2$
Comète Halley	1	$8.4.10^3$
Laboratoire	2	$0.5.10^{-6}$

**Tableau 6.1**

*Estimation de l'amplitude et de la largeur des dromions.*

	<b>Laboratoire</b>	
	<b>Amplitude(V)</b>	<b>Largeur (<math>10^{-6}km</math>)</b>
<b>Annou et al.[23]</b>	2	0.5
Quinn et al.[24]	1	1.3
Pieper et al.[25]	1.05-2.20	0.28-0.58

**Tableau 6.2**

*Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux.*

	<b>Anneau F de Saturne</b>	
	<b>Amplitude(V)</b>	<b>Largeur (<math>10^{-6}km</math>)</b>
<b>Annou et al.[23]</b>	5	$1.2.10^2$
Mendis et al.[26]	6	$2.10^2$

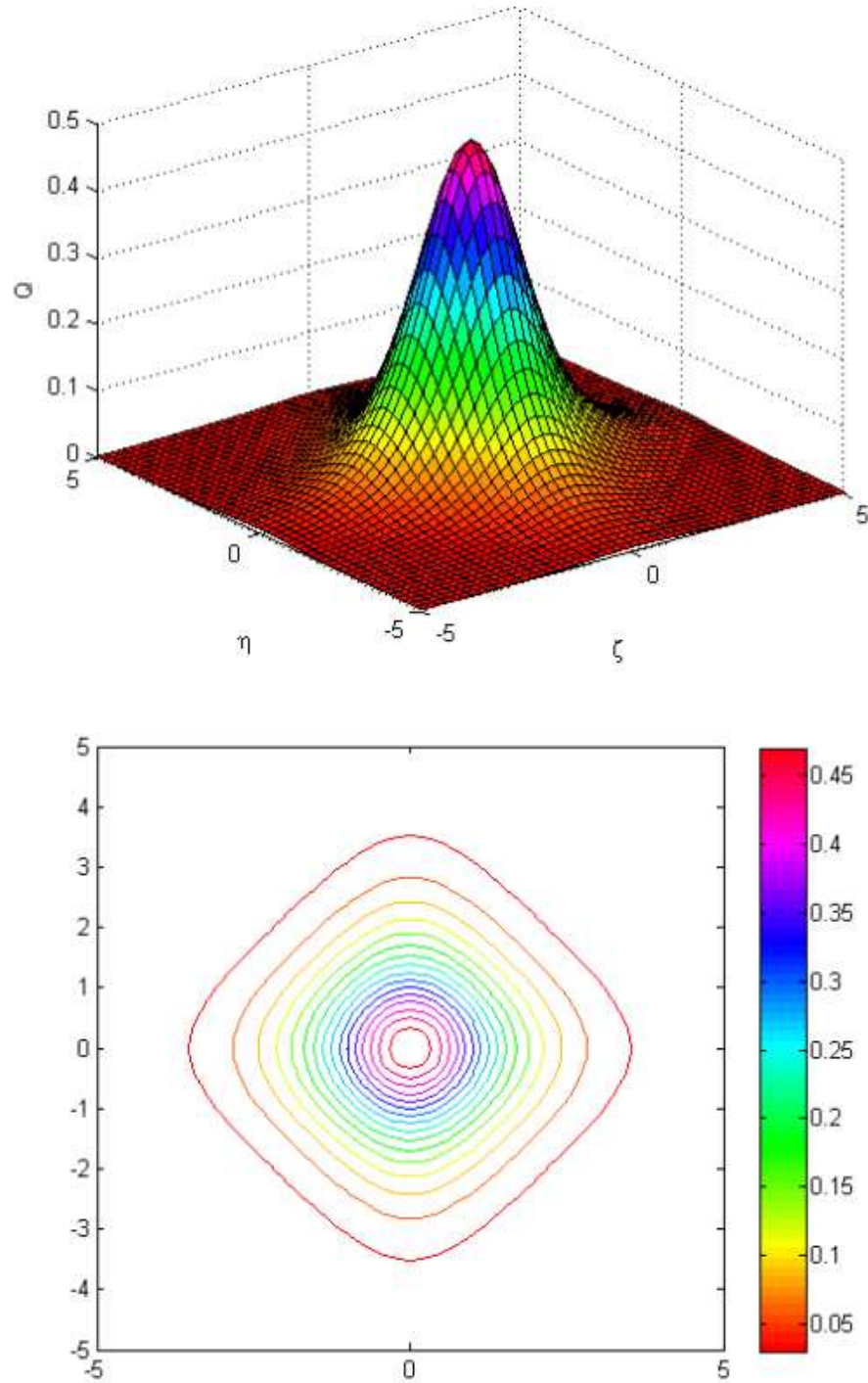
**Tableau 6.3.**

*Estimations de l'amplitude et de la largeur des « OAP » dans l'Anneau F de Saturne.*

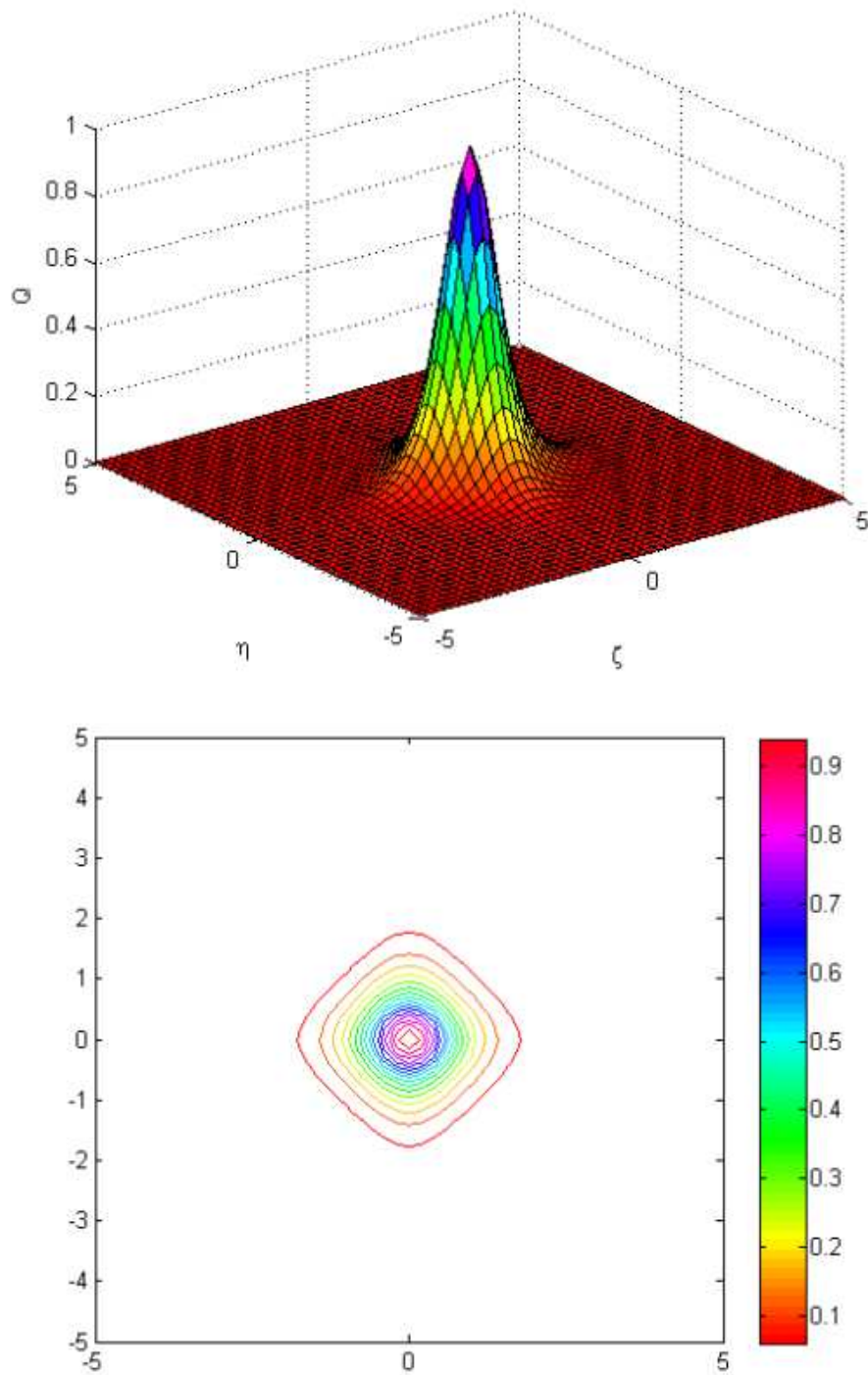
	<b>Comète Halley</b>	
	<b>Amplitude(V)</b>	<b>Largeur (km)</b>
<b>Annou et al.[23]</b>	1	$8.4.10^4$
Kotsarenko et al.[18]	0.6	$4.2.10^4$

**Tableau 6.4**

*Estimations de l'amplitude et de la largeur des « OAP » dans la queue de la Comète Halley.*

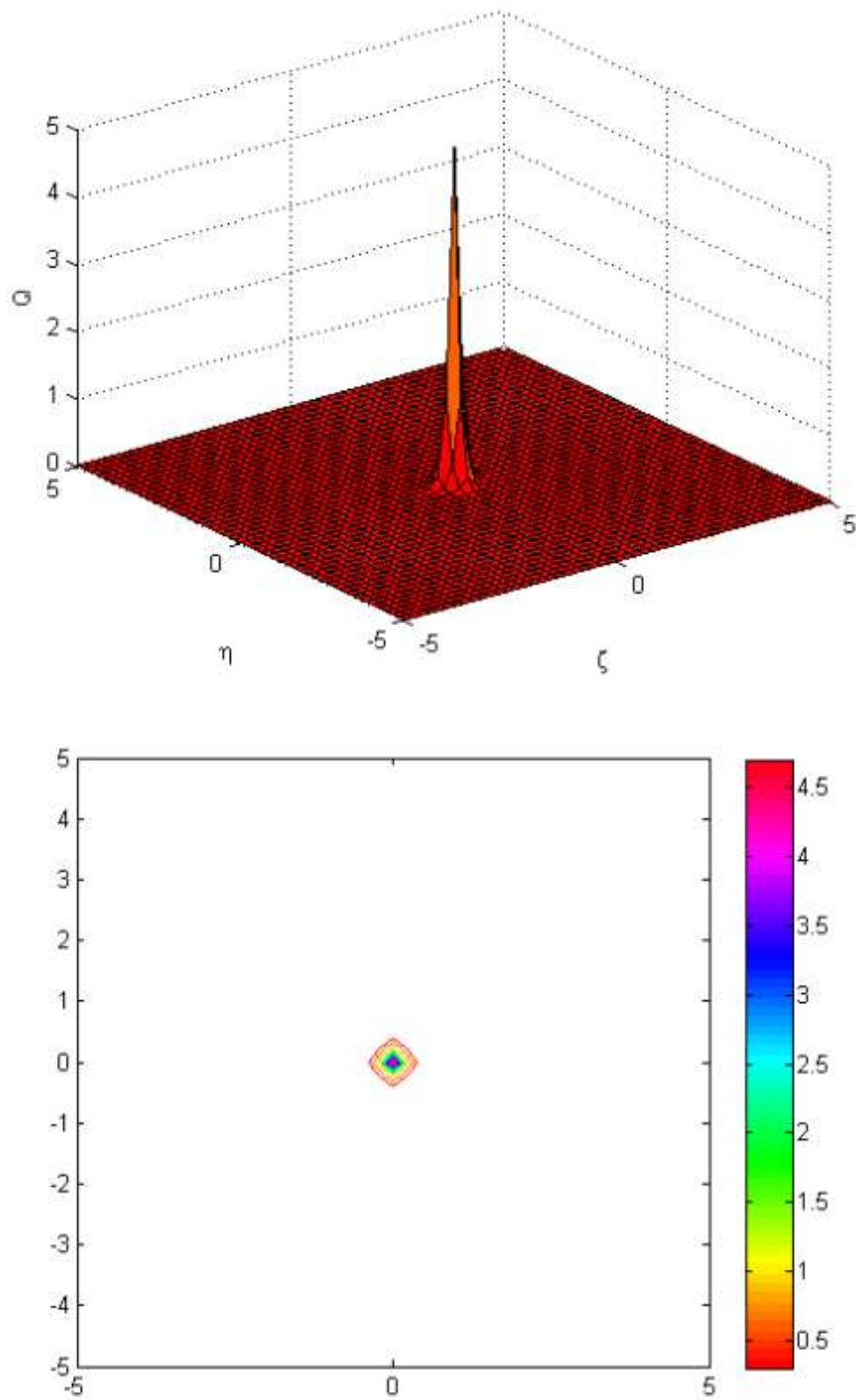


**Figure 6.1** Dromion dans l'anneau F de saturne( $p = 1$ )  
 $T_i \cong 10, Z_d \cong 10^2, n_d \cong 1 \text{ cm}^{-3}, m_d \cong 10^{-12} \text{g}, M = 0.46$  et  $B_0 \cong 0.02 \text{G}$ .



**Figure 6.2** Dromion dans la comète de Halley ( $p = 2$ )

$T_i \cong 1\text{eV}$ ,  $Z_d \cong 10^3$ ,  $n_d \cong 10^{-7}\text{cm}^{-3}$ ,  $m_d \cong 1.2 \times 10^{-11}\text{g}$ ,  $M = 0.43$  et  $B_0 \cong 2 \times 10^{-4}\text{G}$ .



**Figure 6.3** Dromion dans le laboratoire ( $p = 10$ ).

$T_i \cong 0.2\text{eV}$ ,  $Z_d \cong 4 \times 10^4$ ,  $n_d \cong 10^8\text{cm}^{-3}$ ,  $m_d \cong 10^{-9}\text{g}$ ,  $M = 0.5$  et  $B_0 \cong 0.4\text{G}$ .

## 6.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons adopté la technique des perturbations réductrices (TPR), dans le but d'étudier les ondes acoustiques de poussière dans un plasma magnétisé à deux composantes. En supposant  $n_{e0} \ll Z_d n_{d0}$ , nous avons obtenu une solution "dromionique" analytique, et ce, pour un ensemble de paramètres bien précis.

En effet, pour des valeurs spéciales des coefficients, le couple d'équations [(6.26)-(6.27)] devient analytiquement intégrable et une fois résolu par la méthode bilinéaire de Hirota pour un ensemble adéquat de conditions initiales, donne des dromions [12]. Ces solutions ont été illustrées pour différents cas, viz., l'anneau F de Saturne, la queue de la comète de Halley, ainsi que dans le laboratoire. L'amplitude ainsi que la largeur de chaque dromion ont été également données.

Les remarques majeures sont résumées succinctement :

- ✓ L'évolution nonlinéaire multidimensionnelle des « OAP » peut être modélisée par l'équation de Davey-Stewartson, laquelle équation admet une solution « dromion ». Par conséquent, les dromions vérifient les conditions d'existence et de propagation dans le plasma poussiéreux, à savoir, une solution dromion ne peut exister que si la condition sur l'équation DS I est satisfaite.
- ✓ Les estimations théoriques des largeurs et amplitudes sont en accord parfait avec les observations.
- ✓ L'applicabilité des dromions comme modèle pour les structures multidimensionnelles observées est confortée.

- ✓ D'après de récentes observations, il s'avère que le potentiel dans la région PCBL (polar cap boundary layer region) [22] possède une structure multidimensionnelle, il serait alors, opportun de les assimiler à des dromions et d'en faire l'étude.
- ✓ Les résultats trouvés encouragent l'extension de ce travail à d'autres milieux astrophysiques, tels que les plasmas auroraux, où des potentiels dont la structure est à deux dimensions, ont été observés.

## 6.8. References

- [1] N.J.Zabusky and M.D. Kruskal Phys. Rev. Lett. **15**, 240(1965).
- [2] A. A. Mamun and P. K.Shukla, Phys. Plasmas.**7**, 4412 (2000).
- [3] K. Annou and R. Annou, Fourth ICPDP,AIP CP**799**, 303 (2005).
- [4] K. Annou and R. Annou *Pramana – J. Phys.*, **76**, 513(2011)
- [5] H. Washimi and T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. **17**, 996 (1966).
- [6] D.J. Korteweg and G. de Vries Philos. Mag. **39** 422(1895).
- [7] C.S. Gardner, J.M.Green, M.D. Kruskal and R.M.Miura Phys.Rev.Lett. **19** 1095, (1967).
- [8] K. Annou, and R. Annou. URL: *Solitary Waves in Dusty Plasmas with Nonthermal Ions*  
[\(http://ArXiv.org/physics/0607115\)](http://ArXiv.org/physics/0607115),(2006).
- [9] A. Davey and K. Stewartson Proc. Res. Soc. London Ser A **338**, 101, (1974).
- [10] M.Boiti, J.J. Leon, L.Martina and F.Pempinelli Phys.Lett. **132A**, 432, (1988).
- [11] A. S.Fokas and P. M.Santini Phys.Rev.Lett. **63**, 1329.(1989).
- [12] K.Nishinari, K.Abe and J.Satsuma.Phys. Plasmas.**1**, 2559 (1994).
- [13] S.S. Ghosh, A. Sen and G.S. Lakhina. *Pramana Journal of Physics*, **55**, 690(2000).
- [14] K. Annou and R. Annou, Fifth ICPDP,AIP CP **1041**,155(2008).
- [15] C. K.Goertz, Rev. Geophys. **27**, 271 (1989).
- [16] P. K. Shukla and V. P. Silin, Phys. Scr. **45**, 508 (1992).
- [17] U. de Angelis, V. Formisano, and M. J. Giordano, Plasma Phys. Controlled Fusion,**40**, 399 (1988).

- [18] N.Ya. Kotsarenko, S. V.Koshevaya, G. A. Stewart, and D. Maravilla, *Planet. Space Sci.* **46**, 429 (1998).
- [19] A.Barkan, R. L.Merlino, and N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563(1995).
- [20] S.S. Ghosh, A.Sen and G.S.Lakhina *Nonlinear Processes in Geophysics* **9**, 463 (2000).
- [21] R. Radha and M. Lakshmanan, *J. Phys.* **A30**, 3229 (1997).
- [22] R. Pottelette, R. A. Treumann and M. Berhomier *J. Geophys. Res.*, **106**, 8465 (2001).
- [23] K. Annou and R. Annou, communicated at the 6th ICPDP, Garmisch-Partenkirchen, Germany, May 16-20,(2011).
- [24] R. A. Quinn and J. Goree. *Phys. Plasmas*, **7**, 110(2000)
- [25] J. B. Pieper and J. Goree. *Phys. Res. Lett.* **77**, 15 (1996)
- [26] D. A. Mendis and M. Rosenberg. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **32**, 419(1994).

## CONCLUSION

La physique des plasmas poussiéreux qui sont des plasmas contenant des grains de poussière, reçoit depuis quelques années un intérêt grandissant. Ceci étant dû au fait que ces plasmas complexes sont omniprésents. A juste titre, on les rencontre dans l'espace et dans les laboratoires. Les grains de poussières introduisent une large variété de nouveaux phénomènes associés aux ondes et aux instabilités. Par surcroît, la prise en compte de ces grains dans les modèles théoriques, permet la compréhension de différents phénomènes en astrophysique notamment relatifs à l'espace interstellaire, aux anneaux des planètes, aux comètes, etc., ainsi que ceux liés à l'industrie. Les grains de poussière chargés, de par leur dynamique et leur charge, ne modifie pas seulement le spectre des ondes supportées par le plasma, mais en introduisent de nouvelles, telles que l'onde acoustique de poussière (DAW), et l'onde de réseau de poussière (DL). L'importance de ces ondes est indiscutable, aussi bien du point de vue théorique qu'expérimental, comme l'indique la multitude de travaux théoriques entrepris afin d'étudier par exemple les propriétés des DAW [Rao et al. 1990 ; Mamun et al. 1996 ; Mamun 1998,1999 ; Mai and Liu 1997]. Dans cette thèse nous avons étudié la propagation nonlinéaire des ondes acoustiques de poussière et avons montré comment les grains de poussières influençaient-ils les structures cohérentes dans un plasma

poussiéreux. Utilisant la technique des perturbations réductrices, nous avons établi différentes équations nonlinéaires intégrables. Conjointement, nous avons tenu compte de certains faits expérimentaux, en introduisant des éléments nouveaux sur des modèles déjà existants, tels que, la distribution non-thermique des ions, la distribution en taille des grains et la coexistence des ions de charge positive et négative. Il en découle des résultats nouveaux. En outre, nous avons traité un plasma poussiéreux dans un système multidimensionnel, et avons ainsi obtenu une solution dromion, et ce pour la première fois.

Dans le premier chapitre, nous avons donné un bref récit sur la physique des plasmas poussiéreux ainsi que sur les différents outils mathématiques nécessaires à leur étude.

Dans le second chapitre, nous avons examiné la présence d'ondes solitaires dans un plasma à trois composantes, en remplaçant la distribution de Boltzmann classique des ions par la distribution non-thermique. A cela nous avons également ajouté l'influence de la température des grains sur ces ondes. L'étude des caractéristiques non-linéaires de cette onde acoustique de poussière a été réalisée dans le cadre de la méthode du quasi-potentiel de Sagdeev. Nous avons vu, que pour les considérations susmentionnées, les conditions d'existence de solitons étaient drastiques. L'étude a montré, que les solutions oscillatoires bornées étaient des solitons raréfactifs, existant à partir d'une certaine valeur du nombre de Mach, à savoir,  $M \geq 1.25$ . Par surcroît, les contraintes sur l'existence de solutions oscillatoires bornées sont rehaussées, lorsque la température des grains est prise en compte.

Dans le troisième chapitre, nous avons considéré que les grains n'étaient pas de même taille, en l'occurrence, ils suivaient

une distribution en taille, alors que les ions suivaient quant à eux, une distribution Boltzmannienne et étaient de charges différentes, à savoir, des ions positifs et des ions négatifs. Ce cas de figure est très rencontré dans les plasmas de l'ionosphère terrestre. D'autres éléments ont été inclus, à savoir, la géométrie sphérique et la perturbation transversale. La technique de perturbation réductrice a été adoptée pour établir l'équation de Kadomtsev-Petviashvili sphérique (SKP) décrivant les ondes acoustiques de poussière. L'étude a permis l'obtention d'un soliton sphérique. De plus, le modèle considéré supporte l'existence des deux types de solitons, viz., compressif et raréfactifs.

Dans le quatrième chapitre, nous avons traité analytiquement la propagation des ondes acoustiques de poussières (OAP). Ces ondes ont été analysées, dans un plasma poussiéreux dans une configuration sphérique, en considérant différents effets combinés à savoir, *i*/ la perturbation transversale, *ii*/ la géométrie sphérique, *iii*/ la charge variable des grains de poussière, et *iv*/ des ions de deux températures différentes, i.e.,  $T_{ih}$  (haute) et  $T_{il}$  (basse). Nous avons considéré un modèle selon lequel les électrons et les ions sont en équilibre thermodynamique. Les grains quant à eux, sont gouvernés par les équations fluides. L'évolution de la charge des grains est régie par l'équation de charge où nous avons introduit les courants électronique et ionique de haute et basse températures. La charge des grains a été calculée en imposant la condition d'un courant total qui atteint la surface du grain égal à zéro (situation d'équilibre). Dans de telles circonstances, il a été trouvé que la présence de deux espèces d'ions modifiait, la nature des ondes acoustiques. L'amplitude de l'onde solitaire était plus petite

comparée à celle existante dans le cas unidimensionnel. De plus, il a été noté que la variation de la charge des grains de poussière avait un effet sur la forme des solitons.

Dans la cinquième partie de la thèse nous avons étudié analytiquement et graphiquement la dynamique des ondes acoustiques de poussière en tenant compte de la température des électrons. La technique des perturbations réductrices a été adoptée pour établir l'équation de Kadomtsev-Petviashvili sphérique (SKP) décrivant ces ondes. L'inclusion de deux différentes températures électroniques modifie notablement l'allure des ondes solitaires. En effet, il a été observé que l'introduction d'électrons avec deux températures différentes ne permettait l'occurrence que de solitons de potentiel négatif (raréfactifs). Nous avons aussi remarqué que l'augmentation de la densité des électrons chauds conduisait à la diminution du potentiel électrostatique (amplitude). En outre, il a été constaté que plus la température des électrons est élevée, moins le potentiel est grand. D'autre part, la proportionnalité entre le potentiel et la vitesse de l'onde acoustique a été révélée. Ainsi, plus la vitesse est grande, plus le potentiel est grand.

Dans le dernier chapitre, et probablement le plus important, nous avons, encore fait appel à la technique des perturbations réductrices, dans le but d'étudier les ondes acoustiques de poussière dans un plasma magnétisé à deux composantes. Cette fois l'étude a été réalisée dans un système multidimensionnel, en supposant  $n_{e0} \ll Z_d n_{d0}$ . Le traitement analytique du système nous a permis d'aboutir aux équations de Davey-Stewartson, qui une fois résolues par la méthode bilinéaire de Hirota pour un ensemble adéquat de conditions initiales, ont donné une solution DROMION.

Ces solutions ont été illustrées pour différents plasmas poussiéreux : l'anneau F de Saturne, la queue de la comète de Halley ainsi que dans le laboratoire. Il est souligné que nos estimations théoriques des largeurs et amplitudes sont en accord parfait avec les observations.

De ce fait, les résultats trouvés encouragent l'extension de ce travail à d'autres milieux astrophysiques, tels que les plasmas auroraux, où des potentiels dont la structure est à deux dimensions, ont été observés.

Pour clore, rappelons que les propriétés linéaires et non-linéaires des ondes acoustiques de poussière ont été étudiées dans cette thèse, où l'étude de leurs caractéristiques a été réalisée dans le cadre de la méthode du quasi-potentiel de Sagdeev pour les ondes de fortes amplitudes, et de la méthode des perturbations réductrices pour les ondes de faibles amplitudes. Nous pensons que les résultats trouvés peuvent être forts intéressants. En particulier, ces résultats peuvent être importants pour la compréhension des comportements non-linéaires des ondes électrostatiques dans les anneaux de Saturne et la comète de Halley proposés dans les travaux de Blioch et Yaroshenko (1985) et Angelis *et al.* (1989).