

N° d'ordre : 08/2007-M/EL

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

« HOUARI BOUMEDIENE »

FACULTE D'ELECTRONIQUE ET D'INFORMATIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

Filière : ELECTRONIQUE

Spécialité : Instrumentation Electronique

Par : Mr BOULARAK Chafik

Sujet

**Contribution à la caractérisation des dispositifs
planaires micro-ondes anisotropes à multi niveaux
de métallisation.**

Soutenu le: 07 /12/2007, devant le Jury composé de :

M ^r B. HADDAD :	Professeur,	(USTHB) Alger	Président
M ^{ème} R. TOUHAMI	Professeur,	(USTHB) Alger	Directeur de thèse
R. AKSAS	Professeur	(ENP) Alger	Examineur
M ^r . OUSSAID	Maître de conférences,	(USTHB) Alger	Examineur

REMERCIEMENTS

***T**out d'abord je remercie le bon Dieu tout puissant qui nous a donné le courage d'accomplir ce travail.*

***J**e tiens à remercier vivement ma promotrice, Madame **R.TOUHAMI**, qui m'a constamment dirigé, encouragé, aidé et conseillé pour la finalisation du présent mémoire dans de bonnes conditions.*

***J**e remercie également **Mr. M.L. Tounsi**, pour l'aide qu'il m'avait apporté.*

***M**es remerciements sont adressés également à **Mr. B. Haddad**, **Mr. R. Aksas**, et **Mr. R. Oussaid**, qui ont bien voulu participer au jury. Qu'ils soient assurés de mon respect et ma considération.*

***J**e tiens à remercier tous ceux qui ont contribué d'une manière ou d'une autre pour l'élaboration de ce travail, qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.*

dedicace

*Je dédie ce travail à mes parents pour leur soutien inlassable
durant mes années d'étude*

*A mon cher grand frère Mohamed, sa femme Dalila et ces
enfants Salah, Islam et Maroi*

A mon cher frère Khaled et sa femme Nassima

A ma chère sœur Aida

*A ma chère sœur, Naima, son mari Rachid et son fils
Abd Al mouman*

*A ma chère sœur, Ghania, son mari Omar et ces enfants
Cheyma et Chames edine*

A tous mes proches et mes amis

*Cet ouvrage est l'amour, la sympathie et la reconnaissance
que j'ai pour vous*

Chafik Boularak

SOMMAIRE

SOMMAIRE

Introduction Générale	1
------------------------------------	---

CHAPITRE 1 : substrats anisotropes dans les circuits planaires hyperfréquences

1.1 Introduction	4
1.2 Substrats anisotropes	4
1.3 Utilisation des matériaux anisotropes dans les circuits intégrés hyperfréquences	5
1.4 Utilisations des matériaux magnétiques anisotropes en hyperfréquences	8
1.5 Propagation des O.E.M dans les structures planaires anisotropes	9
1.6 Influence de l'anisotropie sur la propagation dans les structures planaires.....	11
1.6.1 Modèle de Owens – Edwards en quasi-statique.....	13
1.6.1.1 La permittivité effective.....	13
1.6.1.2 Notion de permittivité effective relative équivalente ' ϵ_{req} '	14
1.6.2 Modèle de Owens – Edwards en régime dispersif.....	15
1.6 Comportement dispersif des CIMs	16
1.7 Conclusion	17

CHAPITRE 2 : Modélisation des structures planaires micro-ondes sur substrats anisotropes à multi niveaux de métallisation

2.1 Introduction.....	19
2.2 Formulation de la M.A.D.S	19
2.2.1 Structure planaire anisotrope multicouche	19
2.2.2 Principe de la méthode	19
2.3.1 Equations de Maxwell	21
2.3.2 Résolution par la transformée de Fourier	22
2.3.3 Expressions des composantes tangentielles du champ EM en fonction de E_y et H_y ...	23
2.3.3.1 Equations des champs électriques et des champs magnétiques	23
2.3.3.2 Utilisation de la méthode dite " Immitance approach "	24
2.3.4 Détermination de l'équation de propagation des champs E_y et H_y	25
2.3.4 Résolution de l'équation d'onde.....	27
2.4 Matrice de passage entre les couches diélectriques	28
2.5 Etude d'une structure multicouche avec un seul plan de métallisation.....	31
2.5.1 Relation de passage entre la couche 1 et la couche m1.....	32
2.5.2 Relation de passage entre la couche N et la couche m1+1.....	32
2.5.3 Evaluation de la matrice Admittance de Green	33
2.5.3.1 Expression de $\tilde{H}_{u1}(\alpha,0), \tilde{H}_{v1}(\alpha,0)$ en fonction de $\tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}), \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1})$	33
2.5.3.2 Expression de $\tilde{H}_{um1}(\alpha, H_{m1}), \tilde{H}_{vm1}(\alpha, H_{m1})$ en fonction de $\tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1})$ et $\tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1})$	34
2.5.3.3 Expression de $\tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N), \tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N)$ en fonction de $\tilde{E}_{um+1}(\alpha, H_{m1}), \tilde{E}_{vm+1}(\alpha, H_{m1})$..	34
2.5.3.4 Expression de $\tilde{H}_{um+1}(\alpha, H_{m1}), \tilde{H}_{vm+1}(\alpha, H_{m1})$ en fonction de $\tilde{E}_{um+1}(\alpha, H_{m1}), \tilde{E}_{vm+1}(\alpha, H_{m1})$	35
2.5.3.5 Détermination de la matrice admittance Y de Green.....	36
2.5.3.5 Détermination de la matrice de Green Z dyadique	37

2.6 Etude d'une structure multicouche à deux plans de métallisation.....	38
2.6. 1 Principe du théorème de superposition.....	39
2.6. 2 Calcul des impédances propres à chaque interface métallisée $[Z]_{11}$ et $[Z]_{22}$	40
2.6. 2.1 Détermination des éléments du sou matrice $[Z]_{11}$	40
2.6. 2.2 Détermination des éléments du sou matrice $[Z]_{22}$	43
2.6. 3 Détermination des impédances de couplage entre les plans métallisés $[Z]_{12}$ et $[Z]_{21}$	45
2.7 Généralisation de la méthode à des structures comportant un nombre arbitraire d'interfaces métallisées.....	48
2.7. 1 Calcul des fonctions de Green.....	50
2.7. 1.1 Calcul de $[Z]_{ii}$	50
2.7. 1.2 Calcul de $[Z]_{ji}$ ($j \neq i$)	51
2.8 Résolution par la méthode des moments	53
2.9 Choix des fonctions de base	58
2.10 Conclusion.....	60

CHAPITRE 3 : Détermination de l'impédance caractéristique

3.1 Introduction.....	61
3.2 Caractère dispersif	61
3.3 Choix d'une définition de l'impédance caractéristique	61
3.4 Calcul de la puissance	63
3.4.1 Calcul de P_1^i	64
3.4.1.1 Calcul de P_{11}^i	65
3.4.1.2 Calcul de P_{12}^i	65
3.4.1.3 Calcul de P_{13}^i	65
3.4.1.4 Calcul de P_{14}^i	66
3.4.2 Calcul de P_2^i	66
3.4.2.1 Calcul de P_{21}^i	67
3.4.2.2 Calcul de P_{22}^i	67
3.4.2.3 Calcul de P_{23}^i	67
3.4.2.4 Calcul de P_{24}^i	68
3.4.3 Calcul de P_3^i	68
3.4.3.1 Calcul de P_{31}^i	68
3.4.3.2 Calcul de P_{32}^i	69
3.4.3.3 Calcul de P_{33}^i	69
3.4.3.4 Calcul de P_{34}^i	69
3.4.4 Calcul de P_4^i	70
3.4.4.1 Calcul de P_{41}^i	70
3.4.4.2 Calcul de P_{42}^i	71
3.4.4.3 Calcul de P_{43}^i	71
3.4.4.4 Calcul de P_{44}^i	71
3.5 Calcul des densités de courant et des tensions sur les interfaces métallisées	72

3.5.1 Calcul des coefficients $X_{l,i}, Z_{l,i}$	72
3.5.2 Calcul des courants et des tensions sur les interfaces métallisées	72
3.6 Conclusion	74

CHAPITRE 4 : Résultats et interprétations

4.1 Introduction.....	75
4.2 Bref aperçu sur le langage <i>MATLAB</i>	75
4.2 Description du programme principal.....	76
4.2.1 Lecture des données.....	76
4.2.2 Appel des sous programmes pour le calcul du diagramme de dispersion.....	77
4.2.3 Organigramme global.....	79
4.3 Résultats numériques obtenus.....	80
4.3.1 Structures à un seul plan métallisé	80
4.3.1.1 La ligne micro ruban	80
4.3.1.2 La ligne à fente (slot line).....	82
4.3.1.3 Coupleur microstrip à deux rubans	84
4.3.1.4 Coupleur microstrip à trois rubans conducteurs	86
4.3.2 Structures à deux plans métallisés	90
4.3.2.1 Structures symétriques	90
4.3.2.1.1 La ligne couplée bilatérale suspendue (LCBS).....	91
4.3.2.1.2 Le coupleur coplanaire bilatéral (CCB).....	91
4.3.2.2 Structures asymétriques	92
4.3.2.2.1 Structure microstrip / microstrip couplée	93
4.3.2.2.2 Structure micro strip couplée / slot line	95
4.3.2.2.1 Structure coplanaire/microstrip	97
4.3.3 Structures à trois plans métallisés	100
4.3.3.1 Coupleur microstrip à trois plans métallisés	100
4.3.3.1 Coupleur slot line à trois plans métallisés	102
4.4 Conclusion.....	103
Conclusion générale	104
Références Bibliographiques	106

ANNEXES

ANNEXE A : Transformée de Fourier	112
ANNEXE B : Expressions des composantes tangentielles du champ E.M en fonction de \tilde{E}_y, \tilde{H}_y	114
ANNEXE C : Calcul des éléments de la matrice M.....	117

LISTE DES ABREVIATIONS

C.I.Ms: Circuit Intégré Micro-Ondes

E.M : Electromagnétique

LCB : Ligne Couplée Bilatérale

LCBS : Ligne Couplée Bilatérale Suspendue

L.S.E : Longitudinal Section Electric

L.S.M : Longitudinal Section Magnetic

M.A.D.S : Méthode d'Approche dans le Domaine Spectral

O.E.M: Onde Electromagnétique

T.E : Transverse Electric

T.M : Transverse Magnétique

T.L.M : Transmission Line Matrix

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE :

Devant le développement sans cesse des technologies de l'information et des communications, le besoin en systèmes de communications toujours plus complexes est une réalité incontournable. De ce fait, la CAO aux fréquences RF et micro-ondes est devenue une étape indispensable du processus de mise sur le marché dont le but est de produire le plus rapidement possible des systèmes fiables à des rapports qualité/prix toujours plus compétitifs. Dans cette optique, le premier pas d'un processus de conception reste le choix délicat de modèles capable de traduire tous les effets physiques, électromagnétique (EM) présent à ces fréquences.

Pour répondre aux besoins actuels de développement des applications grand public et scientifiques du domaine des télécommunications, les concepteurs en hyperfréquences sont amenés à :

- élaborer des dispositifs fonctionnant à des fréquences élevées allant jusqu'aux THz.
- à faire des efforts de miniaturisation des dispositifs,
- à mettre en œuvre des technologies « faible coût », en vue d'applications commerciales.

Depuis quelques années, d'autres composants passifs moins connus, appelés composants non réciproques, ont fait une entrée très remarquée dans les puces micro-ondes intégrant des systèmes réalisant plusieurs fonctions électroniques. De tels composants exploitent le caractère d'anisotropie des substrats et sont ainsi très employés dans tous les systèmes nécessitant une séparation des voies d'émission et de réception : radar, téléphonie mobile.... D'autre part, le besoin de certaines fonctions électronique (directivité, isolation,...) en hyperfréquence nécessite l'exploitation des technologies multicouche et multi niveaux de métallisation.

La conception et le développement de ces circuits à ces fréquences se heurtent à une multitude de problèmes liés à la complexité de leurs structures ainsi qu'à la nature hybride du champ électromagnétique mis en jeu. Ceci nécessitera de trouver des solutions précises aux caractéristiques de ces circuits. Parmi ces problèmes, on cite l'influence de l'anisotropie, ainsi que celle causé par l'aspect multi niveaux de métallisation (couplage complexe entre les lignes des champs des différentes interfaces métallisées).

Un autre problème est lié à la détermination de l'impédance caractéristique en régime dispersif. De nombreuses approches vis-à-vis du problème de l'impédance caractéristique ont été préconisées et il a été établi des fonctions différentes de la fréquence. Aucune n'étant vraiment valable, les concepteurs des C.I.M préfèrent utiliser le calcul en mode TEM statique pour Z_c . L'impédance caractéristique peut être définie de trois manières différentes :

Puissance/courant, puissance/ tension ou bien courant/tension.

La puissance P est calculée en utilisant le théorème de Poynting. On obtient selon chacune d'elles, différentes fonctions de la fréquence. Ceci est dû aux différentes hypothèses qu'on doit faire à propos du couplage de mode au fur et à mesure de l'augmentation de la fréquence.

La méthode d'approche dans le domaine spectral constitue l'un des méthodes les plus largement utilisé pour l'analyse des circuits planaire en raison de ses performances qui allient un bon compromis entre la précision, le temps de calcul et l'encombrement mémoire. Cette technique fait l'usage de la transformer de FOURRIER, outil mathématique qui permet de ramener les problèmes complexes rencontré dans le domaine spatial à des formes simples et plus maniables dans le domaine spectral.

La formulation spectrale concernant les structures anisotropes en technologie multicouche et multi niveaux de métallisation, n'a pas encore généralisé. Cette analyse est très rare; la majorité des études a porté sur des circuits bilatéraux comportant deux plans métallisés. Ce travail présente une approche théorique basée sur la méthode spectrale pour l'analyse des structures planaires anisotropes en configuration multicouche à multi niveaux de métallisation.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté des généralités sur les matériaux anisotropes, ainsi que leurs applications dans le domaine des hyperfréquences.

Le second chapitre de ce volume est consacré au développement théorique de la méthode, dont le but est la détermination des fonctions de Green en régime dispersif des dispositifs planaires anisotropes multicouche comportant un nombre arbitraire d'interfaces métallisées .

Le calcul de l'impédance caractéristique de ses dispositifs planaire, fait l'objet du chapitre trois.

En fin, le chapitre quatre nous permettra de présenter les résultats de simulation permettant de valider notre travail. La validation se fera par comparaison de nos résultats avec ceux publiés dans la littérature spécialisée, et par un outil de simulation 'neuro modeler' qui exploite la technique des réseaux de neurones.

ARTICLES DANS DES CONFERENCES INTERNATIONALES :

1. **C. Boularak**, M.L. Tounsi, R. Touhami, M.C.E. Yagoub, "Analyse Des Coupleurs Planaires Anisotropes Multicouches à 3 Niveaux De Métallisation ", **OHD'07**, 5-8 Septembre, Valence FRANCE 2007.
2. **C. Boularak**, M.L. Tounsi, R. Touhami and M.C.E. Yagoub, "Hybrid-Mode Analysis Of Three-Level Microwave Couplers", IEEE-CAS **International Semiconductor Conference**, Sinaia, Romania, October 15-17, 2007

CHAPITRE 1:

SUBSTRATS ANISOTROPES DANS LES CIRCUITS PLANAIRES HYPERFREQUENCES

1.1. Introduction

L'utilisation des substrats à base de matériaux anisotropes dans les applications des circuits intégrés micro-ondes peut introduire un certain nombre d'erreurs de conception lors de la modélisation des caractéristiques de ces circuits. Ces erreurs deviennent plus importantes avec l'augmentation de la fréquence. Un certain nombre de méthodes quasi-statiques, dynamiques, et empiriques ont été présentées dans la littérature pour s'affranchir des caractéristiques de propagation de la ligne microruban, des guides coplanaires et des lignes à fentes sur substrats anisotropes. Parmi les méthodes quasi-statiques, on cite la méthode des différences finie [1]-[67], la méthode des moments [3]-[9], et le principe variationnel [10]-[19]. Parmi les solutions numériques proposées en mode hybride, l'on cite la méthode TLM [20]-[25], la technique spectrale de Fourier [26]-[31], et la méthode des lignes [32].

La plupart des matériaux employés comme substrats dans les circuits micro-ondes, présentent une anisotropie diélectrique qui est présente naturellement dans le matériau ou bien introduite pendant le processus de fabrication. Le développement des techniques précises d'optimisation et de conception des circuits intégrés micro-ondes, exige au préalable une connaissance précise de la constante diélectrique du substrat. La variation de la valeur du constant diélectrique dans un même lot de matériaux introduit des erreurs lors de la conception du circuit intégré ce qui réduit la possibilité de reproductibilité en série de ce circuit. Pour ces raisons et parce que dans certaines applications, l'anisotropie sert à améliorer la performance des circuits, elle doit être prise en compte de façon précise et efficace.

La quasi-totalité des matériaux employés dans les circuits intégrés micro-ondes appartiennent à la famille de l'alumine. Les variations de la permittivité se produisant d'un lot à un autre rendent nécessaire des mesures répétées pour la détermination précise du constant diélectrique [33]. En outre, ces matériaux sont légèrement anisotropes [34]. Les substrats de type Téflon sont habituellement imprégnés d'une fine couche de céramique, ce qui introduit un comportement anisotrope. Ainsi, par exemple, le téflon imprégné en céramique E-10 (généralement connu sous le nom d'Epsilam 10) est anisotrope, il présente une constante diélectrique relative $\epsilon_{yy}=10.3$ perpendiculairement à la surface du substrat et une constante $\epsilon_{xx}=\epsilon_{zz}=13$ parallèlement à cette surface. Des anisotropies similaires sont présentes dans une autre variété de substrats ainsi que dans d'autres substrats en téflon recouvert d'une fine couche de verre destinée à le protéger ou à améliorer ses propriétés mécaniques ou physiques [35].

Parmi les substrats cristallins, le saphir monocristallin ($\epsilon_{xx}=\epsilon_{zz}=9.4$, $\epsilon_{yy}=11.6$) a suscité une attention considérable [33]-[34]. Le saphir présente des propriétés très souhaitables: il est optiquement transparent, compatible avec le silicium de haute-résistivité, ses propriétés électriques sont reproductibles d'un lot à un autre, et présente une conductivité thermique

30% plus élevée que l'alumine [34]. D'autre part, il est produit sur des échantillons de faible surface (environ 22 mm²) mais sa fabrication revient plutôt chère. Le nitrure de bore pyrolitique est un autre matériau anisotrope ($\epsilon_{xx}=\epsilon_{zz}=5.12$ et $\epsilon_{yy}=3,4$) qui est conseillé pour les applications en micro-ondes [36], [37].

Dans certaines applications spécifiques, l'anisotropie magnétique est aussi utilisée (comme dans les dispositifs non réciproques). Pour de telles applications, on utilise ses matériaux en ferrite dont les propriétés magnétiques sont représentées par un tenseur de perméabilité μ du second-ordre. Les éléments du tenseur μ dépendent du champ magnétique statique extérieur, de la fréquence, ainsi que des propriétés physiques inhérentes au matériau de ferrite [38].

La ligne microruban [39], [32] et la ligne à ailettes [40] ont été analysées sur des couches à substrat de ferrite.

L'interaction entre les ondes électromagnétiques et les matériaux anisotropes a été déjà analysée, de nombreux résultats existent dans la littérature pour le cas de la propagation des ondes planes et des ondes guidées dans des structures chargés de plaques gyrotropes [41]-[52]. Les publications existantes font allusion, la plupart du temps, aux structures microruban, avec quelques publications sur l'analyse des lignes à fente couplée (ou pas).

1.2. Applications des matériaux anisotropes dans les circuits intégrés hyperfréquences

Le développement de méthodes analytiques sophistiquées pour la conception des circuits intégrés micro-ondes, sur des substrats où l'anisotropie est significative, est possible seulement lorsque les paramètres physiques décrivant l'anisotropie (ϵ ou μ) sont déterminés avec précision. Pour les cristaux uniaxiaux, les paramètres ($\epsilon_{\parallel} = \epsilon_{yy}$) et ($\epsilon_{\perp} = \epsilon_{xx}=\epsilon_{zz}$) sont définis comme étant les composantes parallèle et perpendiculaire de la constante diélectrique relative par rapport à l'axe optique du cristal.

Parmi les substrats à matériaux cristallins, le saphir a été mesuré aux basses fréquences [53], aux hyperfréquences [54], [55], aux infrarouges [56], ainsi qu'aux fréquences optiques [57]. À 1 KHz, les valeurs relatives de la permittivité sont données par $\epsilon_{\perp} = 9,395 \pm 0,005$ et $\epsilon_{\parallel} = 11,589 \pm 0,005$. Alors qu'à 3 GHz, $\epsilon_{\perp} = 9,39$ et $\epsilon_{\parallel} = 11,584$ [54]. Des résultats plus récents sur le saphir dans la gamme des fréquences micro-ondes (2 –12 GHz) indiquent que $\epsilon_{\perp} = 9,34$ et $\epsilon_{\parallel} = 11,49$ avec une erreur de ± 0.5 % [60]. Dans le dernier cas, les mesures ont été effectuées sur des substrats de saphir partiellement ou complètement métallisés dont la découpe dans l'axe optique a été faite dans une direction parallèle ou perpendiculaire à la surface de substrat. La formule suivante :

$$\epsilon_{yy} = \left(\frac{c}{2lf_{n,m}} \right)^2 (n^2 + m^2)$$

a été utilisée pour le calcul de la composante normale ϵ_{yy} par rapport aux larges parois de la cavité, où l est la longueur de chaque côté d'un échantillon carré de substrat, et $f_{n,m}$ la fréquence de résonance mesurée. On estime qu'avec ce type de procédé, la fréquence de résonance mesurée est inférieure à la fréquence réelle avec une erreur relative estimée à $\Delta f/f = 1/2Q$, où Q est le facteur de qualité du résonateur chargé du matériau anisotrope [58].

Ceci indique qu'en raison des pertes par rayonnement aux extrémités ouvertes de la cavité, la méthode prévoit une valeur de ϵ_{yy} plus élevée que la valeur réelle d'un facteur égal à $\Delta\epsilon/\epsilon_{yy} = 2\Delta f/f = 1/Q$. Les mesures du coefficient de qualité Q pour le mode $(n, 0)$ montrent que $Q > 200$, la correction apportée à la permittivité mesurée, en présence des pertes par rayonnement de la cavité, est alors inférieure à 1 %.

Lorsqu'une cavité complètement métallisée est utilisée, les mesures produisent (en raison des erreurs de couplage) un ϵ plus élevé que la valeur réelle. Les évaluations correctes de ce type d'erreurs ne sont pas disponibles, mais on estime que $\epsilon_{||} = 9,40 \pm 0,01$ et $\epsilon_{\perp} = 11,6 \pm 0,01$ devrait être considéré pour le substrat de saphir dans cette gamme de fréquences [34]. Cette erreur $\pm 0,01$ est recommandée par les mesures en basses fréquences [53] et dans l'infrarouge [56] (dans cette gamme, une dispersion de moins de 1% a été observée en-dessous de 300 GHz).

Le cristal de quartz est également un substrat utile pour des applications en micro-ondes et en ondes millimétriques, les éléments du tenseur ϵ mesurés à 1 KHz [53] donnent comme résultat : $\epsilon_{||} = 4,6368 \pm 0,001$ et $\epsilon_{\perp} = 4,5208 \pm 0,001$ Ces données ont été extrapolées dans la gamme des Infra-rouges ce qui a donné pour $\epsilon_{||}$ des valeurs: $\epsilon_{||} = 4,635 \pm 0,004$ [56], $\epsilon_{||} = 4,693 \pm 0,004$ [57], et $\epsilon_{||} = 4,635 \pm 0,01$ [58]. D'autre part, ϵ_{\perp} a été mesuré selon plusieurs techniques, $\epsilon_{\perp} = 4,436 \pm 0,004$ [56], $\epsilon_{\perp} = 4,46 \pm 0,004$ [57], et $\epsilon_{\perp} = 4,418 \pm 0,01$ [59]. D'autre part, les valeurs citées pour $\epsilon_{||}$ et ϵ_{\perp} d'après [53] sont de 4.6 et 4.5, respectivement.

A l'exception des substrats cristallins, tels que le saphir et le quartz, la majeure partie des matériaux utilisés comme substrats pour les applications des circuits intégrés micro-ondes et qui exhibent des degrés variables d'anisotropie, sont les substrats de forte permittivité diélectrique tels que Epsilam 10 (E-10), le RT/Duroid 6010, et le Dieclad 810. Une attention particulière a été accordée à l'Epsilam-10, qui est un matériau en téflon (PTFE) à faibles pertes, imprégné de céramique.

Lorsque des matériaux imprégnés sont introduits (afin d'obtenir une stabilité dimensionnelle du substrat) un degré variable d'anisotropie diélectrique est produit. Les éléments du tenseur de permittivité de l'Epsilam-10 ont les valeurs $\epsilon_{yy} = 10.2$ et $\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = 13.0$. Une valeur plus élevée de permittivité se produit dans le plan xz en raison du cisaillement introduit dans ce

plan durant le traitement. L'anisotropie des matériaux imprégnés de téflon PTFE peut être mesurée par la méthode du disque plat [58] (pour ϵ_{yy}) et par la méthode de la cavité TE₁₁₁ [35] (pour ϵ_{xx} et ϵ_{zz}). La précision de cette méthode est estimée entre 0,1 à 0,2 %. Une liste de données de telles mesures est indiquée dans le Tableau I.1 pour des matériaux PTFE.

Matériaux	Description	Epaisseur de l'échantillon (cm)	ϵ_{yy}	$\epsilon_{xx}, \epsilon_{zz}$
PTFE non chargé	2 Discs	0.522	2.08	2.09
PTFE verre	CuClad 217	0.051	2.15	2.34
PTFE tissé	Ancien CuClad 2.45	0.153	2.45	2.89/2.95
	Nouveau CuClad 2.45	0.153	2.43	2.88
PTFE chargé (verre tissé)	GL 606	0.153	6.24	2.64/5.56

Table I.1 Anisotropie diélectrique pour les substrats en PTFE

Dans les substrats PTFE à fibres de verre, les fibres stratifiées sont orientées parallèlement aux plans xz. Ces plans à fibres de verre sont entremêlés dans la direction y avec la matrice du polymère. Le substrat apparaît comme un réseau tridimensionnel avec des capacités de raccordements série dans la direction y et des raccordements parallèles dans la direction x-y. Cette représentation équivalente indique que $\epsilon_{xx} < \epsilon_{yy}$ et $\epsilon_{yy} < \epsilon_{zz}$.

Si on désire réduire au minimum l'anisotropie des matériaux composant les substrats, une solution (PTFE comme exemple) consiste à orienter aléatoirement les fibres de verre. L'efficacité de cette approche est indiquée dans la fig. 1.1 à travers le tracé du rapport d'anisotropie mesuré $AR = \epsilon_{xx} / \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} / \epsilon_{yy}$ en fonction de ϵ_{yy} pour les substrats PTFE en fibres de verre et le RT/Duroid à fibres aléatoirement stratifiées [60].

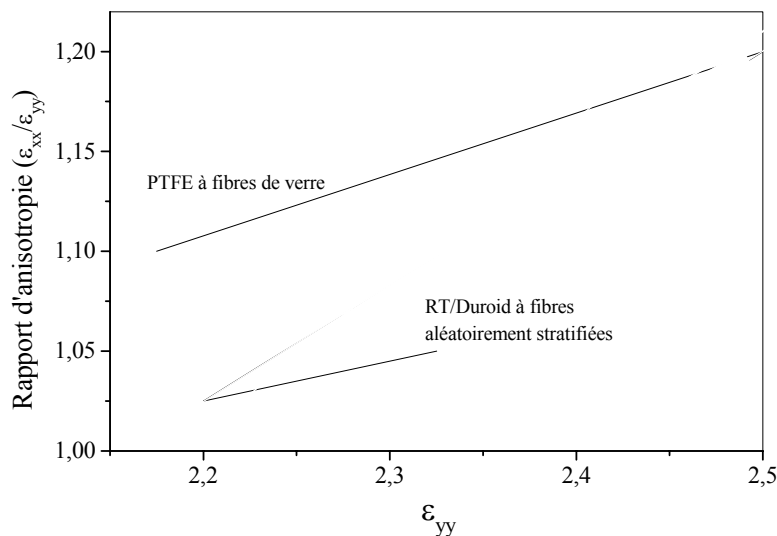


Fig. 1.1 Rapport d'anisotropie en fonction de ϵ_{yy}

On constate ainsi qu'il y a une réduction considérable de l'anisotropie lorsque les fibres de verre ont une orientation aléatoire dans la matière première du PTFE. Lorsque l'anisotropie n'est pas prise en compte analytiquement, les substrats composites à faible permittivité ϵ ayant un remplissage aléatoirement orienté (pour réduire l'anisotropie) devraient avoir comme conséquence une conception plus réussie pour les antennes imprimées micro-ondes.

D'autre part, les matériaux de permittivité élevée, qui sont utiles pour les circuits intégrés micro-ondes, peuvent présenter une anisotropie considérable même pour une orientation aléatoire de la substance qui charge le matériau.

Ceci est aisément observé par une extrapolation linéaire (quoique arbitraire), de la courbe représentant le substrat PTFE à fibres orientées aléatoirement. Une telle extrapolation indique, qu'avec $\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = 16$ et $\epsilon_{yy} = 10$, un rapport d'anisotropie de 1.6 est obtenu. L'exemple montre, cependant, que pour les substrats à forte permittivité imprégnés d'un autre matériau, l'anisotropie n'est pas négligeable et devrait être prise en compte dans le développement des procédures de conception de grande précision.

1.3. Applications des matériaux magnétiques anisotropes en hyperfréquences

L'aimantation spontanée dans les oxydes magnétiques a été principalement observée au cours du 19^{ème} siècle. Ce n'est qu'à partir de 1930 environ que des recherches systématiques sur les ferrites ont été menées. Ces milieux présentent des compositions chimiques diverses, conduisant à des propriétés magnétiques variées, allant de celles des matériaux magnétiques « doux » à celles des aimants permanents. Le caractère faiblement conducteur des substances ferrimagnétiques (Ferrites) permet une pénétration d'une onde haute fréquence (onde centimétrique ou millimétrique) dans le matériau et autorise une forte interaction entre l'onde et l'aimantation interne à la matière. La possibilité de contrôler la propagation de l'onde dans un tel milieu par l'application d'un champ magnétique statique ou alternatif, a permis la réalisation de plusieurs dispositifs hyperfréquences indispensables à la réalisation de fonctions de traitement du signal (radars, télécommunications par satellites, compatibilité électromagnétique, etc.). Selon la fonction visée, les dispositifs sont réciproques (filtre, déphaseur pour antennes à balayage, etc.) ou non réciproques (circulateur, isolateur, etc.). Ces derniers constituent la catégorie principale des circuits hyperfréquences à ferrites. Ils exploitent le fait que l'onde électromagnétique se propage différemment selon son sens de propagation dans la matière ferrimagnétique aimantée.

Les ferrites sont des céramiques à base d'oxydes métalliques dérivant de la magnétite (Fe_2O_3 , FeO), substance magnétique la plus anciennement connue. Leurs caractéristiques physiques spécifiques, en font d'excellents candidats pour la réalisation de multiples fonctions hyperfréquences ayant permis leur utilisation dans une gamme de fréquences étendue (typiquement entre 30 MHz et 100 GHz) [61]-[64]. (Circulateurs, isolateurs, déphaseurs, etc.)

Garantissant le bon fonctionnement d'applications « grand public » et plus spécifiques du secteur des télécommunications (applications militaires). Face au nécessaire évolution de ce secteur, des dispositifs aux performances toujours plus importantes (pertes minimisées, dispositif miniature et à coût de fabrication réduit, fréquence de fonctionnement du dispositif augmentée) doivent être développés. Cette réalisation implique la conception de matériaux magnétiques nouveaux, permettant de s'affranchir des limitations physiques et technologiques inhérentes aux milieux à ferrites. D'où l'idée d'utiliser des matériaux de substitution appelés matériaux composites. Bien que présentant encore des pertes magnétiques trop élevées, des matériaux composites ferromagnétiques ont été intégrés avec succès dans des structures de propagation réciproques. Par contre, un effort important reste à accomplir concernant la mise en œuvre de matériaux magnétiques n'ayant pas les contraintes de fabrication des ferrites et possédant, aux fréquences micro-ondes, des propriétés d'anisotropie induite sous champ magnétique. Alors seulement l'élaboration de dispositifs non réciproques « faibles coûts », aux performances comparables à celles des dispositifs à base de ferrites aimantés, sera envisageable.

1.4. Propagation des O.E.M dans les structures planaires anisotropes

Les substrats diélectriques peuvent être naturellement ou artificiellement anisotropes (résultant du processus de fabrication). Dans ce cas, la constante diélectrique de ces matériaux est un tenseur du second ordre (ou dyadique), elle s'exprime par:

$$\bar{\bar{\epsilon}} = [\epsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix}$$

Pour les cristaux sans pertes, le tenseur ϵ est symétrique et peut toujours être transformé en une forme diagonale :

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix}$$

où les éléments diagonaux $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ sont les valeurs propres de ϵ et leurs directions constituent les axes principaux du cristal. En outre, le tenseur ϵ est défini positif, ce qui garantit que la matrice inverse de ϵ existe. En général, les valeurs de $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ sont distinctes, dans ce cas le cristal est dit biaxial [65]. La plupart des substrats cristallins considérés sont caractérisés par un simple axe de symétrie (axe optique) ou d'une manière équivalente par un tenseur diagonal ayant deux de ces éléments égaux. Ces cristaux sont dits uniaxiaux.

La forme tensorielle de la permittivité la plus générale est:

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

Les éléments ϵ_{xy} et ϵ_{yx} représentent la déviation dans l'alignement du système de coordonnées du substrat par rapport à celui du circuit intégré.

Pour les substrats anisotropes magnétiques, le tenseur de perméabilité peut prendre la forme suivante lorsqu'un champ magnétique statique externe est appliqué dans la direction x,

$$\bar{\bar{\mu}} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & 0 \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix}$$

ou bien la forme :

$$\bar{\bar{\mu}} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & \mu_{xz} \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ \mu_{zx} & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix}$$

si le champ magnétique externe est appliqué dans direction y.

Les équations de Maxwell sous leur forme généralisée s'écrivent :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(r,t) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}(r,t)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(r,t) = \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}(r,t)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

avec les équations constitutives

$$\vec{D}(r,t) = \epsilon_0 \bar{\bar{\epsilon}} \vec{E}(r,t)$$

$$\vec{B}(r,t) = \mu_0 \bar{\bar{\mu}} \vec{H}(r,t)$$

et

$$\vec{j}(r,t) = \sigma \cdot \vec{E}(r,t)$$

À l'aide de ces relations, les équations de Maxwell peuvent être écrites dans le système de coordonnées cartésiennes :

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\mu_0 \left(\mu_{xx} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \mu_{xz} \frac{\partial H_z}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu_0 \mu_{yy} \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\mu_0 \left(\mu_{zx} \frac{\partial H_x}{\partial t} + \mu_{zz} \frac{\partial H_z}{\partial t} \right)\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= \varepsilon_0 \left(\varepsilon_{xx} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \varepsilon_{xy} \frac{\partial E_y}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \varepsilon_0 \left(\varepsilon_{yx} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \varepsilon_{yy} \frac{\partial E_y}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \varepsilon_0 \varepsilon_{zz} \frac{\partial E_z}{\partial t}\end{aligned}$$

La propagation étant supposée dans la direction longitudinal oz. Pour les champs variant de façon harmonique dans le temps, les solutions prendront la forme : $A(r,t) = A(r) e^{j\omega t}$.

1.5. Influence de l'anisotropie sur la propagation dans les structures planaires

Les matériaux utilisés habituellement pour la conception des circuits planaires micro-ondes, sont souvent considérés comme isotropes. Cependant, le caractère anisotrope peut être introduit involontairement lors du processus de fabrication ou de manière délibérée, dans le but d'améliorer les performances des circuits hyperfréquences, selon le type d'application comme la conception de circuits non réciproques.

Dans tous les cas de figures, on est amené soit à optimiser ces effets dans le cas où l'on souhaiterait exploiter l'anisotropie du substrat, soit à les corriger dans le cas où l'on chercherait à éviter ces effets. Négliger l'anisotropie de certains substrats, conduit à introduire des erreurs significatives dans la conception des circuits hyperfréquences. D'où la nécessité de décrire précisément les caractéristiques de ces structures en tenant compte de l'anisotropie, et ce, dans le but d'obtenir un modèle correct. Dans le tableau I.2., sont classés quelques substrats anisotropes les plus utilisés [66].

Type du substrat	Permittivité relative tensorielle ($\epsilon_{//} - \epsilon_{\perp}$)
Famille des cristaux optiques (matériaux cristallins)	
- Saphir	9.4 - 11.6
- Quartz	4.6 - 4.5
- Nitrure de bore	5.12 - 3.4
Famille des substrats de type Téflon	
- Epsilam 10	13 - 10.3

Tab. I. 2 Permittivité diélectrique de quelques substrats anisotropes

Comme le montre ce tableau, le degré d'anisotropie diffère d'un diélectrique à l'autre. Parmi ces diélectriques, on trouve le saphir qui s'est avéré être un substrat particulièrement intéressant à cause de la diversité des avantages qu'il présente:

- Le matériau est complètement transparent, de ce fait, l'implantation des composants dans ce substrat peut être effectuée avec précision.
- Pureté du matériau.
- Le tenseur de permittivité est connu avec précision. En supposant que l'axe principal du saphir est perpendiculaire à l'interface air-substrat, ce tenseur s'écrit comme suit : ($\epsilon_x = \epsilon_z = 9.4, \epsilon_y = 11.6$).
- Conductivité thermique élevée. D'où l'utilisation de ce matériau pour des montages de circuits de puissance.

1.5.1. Modèle de Owens-Edwards en quasi-statique [67]

On se propose d'étudier la propagation dans une ligne microbande constituée d'un substrat diélectrique anisotrope qui est le saphir, dont l'orientation est indiquée sur la figure 1.3. Le choix de ce substrat réside dans la diversité des avantages qu'il présente que ce soit pour la conception ou pour la propagation.

1.5.1.1. La permittivité effective

La relation donnant la permittivité effective " ϵ_{eff} " reste identique à celle établie pour un substrat isotrope, mais avec une dépendance différente du rapport de forme " w/h ". Pour illustrer cela, la figure 1.2 nous montre la configuration du champ électrique pour trois valeurs différentes de " w/h ".

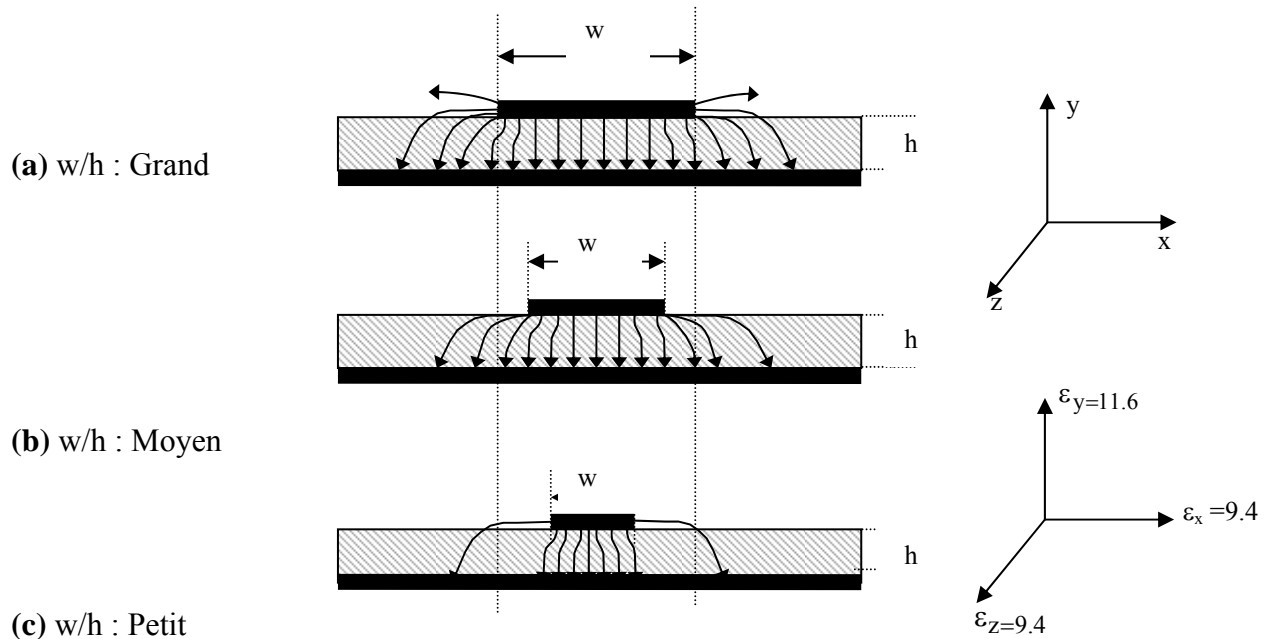


Fig. 1.2 Configuration des lignes de champ électrique en fonction de "w/h" dans une ligne microbande gravée sur un substrat anisotrope (saphir)

Nous remarquons dans le cas (a) la présence quasiment totale du champ électrique dans la direction ox , ce qui signifie que " ϵ_x " modifie le champ.

Par contre, dans le cas (c) le champ est influencé par " ϵ_y ".

1.5.1.2. Notion de permittivité relative équivalente isotrope " ϵ_{req} "

Dans le but de tenir compte de l'anisotropie du substrat (saphir) tout en gardant l'expression de synthèse établie dans le cas d'un substrat isotrope, un autre paramètre appelé, permittivité relative équivalente, a été défini. La permittivité relative équivalente est la permittivité d'un substrat fictif uniforme et isotrope d'une ligne microbande qui donnerait pour une même géométrie de la ligne sur saphir, des paramètres de conception identiques (fig. 1.3).

De ce fait, les formules d'analyse et de synthèse de la microbande dans le cas d'un substrat isotrope se généralisent aux substrats anisotropes par un simple changement qui consiste à substituer " ϵ_r " par " ϵ_{req} ".

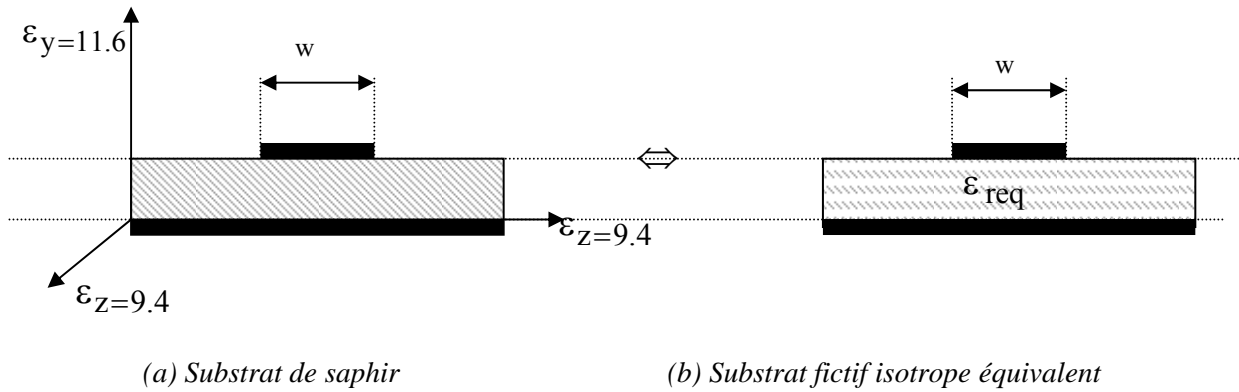


Fig. 1.3. Permittivité relative équivalente d'un substrat isotrope (ϵ_{req})

Cependant, après étude de la distribution du champ électrique sur le saphir, des chercheurs ont proposé une formule empirique donnant " ϵ_{req} " en fonction du rapport de forme " w/h " [69] :

$$\epsilon_{req} = 12.0 - \frac{1.21}{1 + 0.39 \left[\text{Log} \left(\frac{10 w}{h} \right) \right]^2}$$

L'erreur relative maximale étant de $\pm 0.5\%$ pour $0.1 \leq w/h \leq 10$. Ce qui correspond à une impédance caractéristique $10 < Z_c < 100$.

1.5.2. Modèle de Owens-Edwards en régime dispersif [66]

Getsinger [66] a proposé une formule plus précise pour l'analyse du phénomène de la dispersion pour des lignes microbande sur des substrats de types d'alumine :

$$\epsilon_{eff}(f) = \epsilon_r - \frac{\epsilon_r - \epsilon_{eff}}{1 + G \left(\frac{f}{f_p} \right)^2} \quad (1.1) \quad \text{avec :} \quad f_p = \frac{Z_c}{2\mu_0 h}$$

Le paramètre G est purement empirique, il dépend surtout de Z_c mais aussi à moindre échelle de h . Getsinger a déduit des mesures sur des résonateurs en anneaux à microbande sur alumine, que $G = 0.6 + 0.009Z_0$ quand $h = 0.635 \text{ mm}$.

Pour une grande variété de lignes à substrats de type alumine, G s'est avéré varier dans les limites suivantes $0.3 \leq G \leq 1.7$.

Les substrats pour lesquels s'applique cette formule, contiennent les saphirs monocristallins, ce qui présente des avantages pour beaucoup de C.I.Ms. Cette formule donne une bonne précision, mais elle nécessite une optimisation du facteur G pour un substrat donné.

Edwards et Owens [68] ont alors mené à bien des mesures approfondies sur des lignes à microbande, sur un substrat à saphir monocristallin ($\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = 11.6$, $\epsilon_{yy} = 9.4$), ils ont établi une expression pour G donné par :

$$G = \left(\frac{Z_c - 5}{60} \right)^{\frac{1}{2}} + 0.004Z_c$$

Ce travail concorde bien avec l'équation (1.1) pour des lignes ayant des impédances caractéristiques dans le domaine :

$$10 \leq Z_c \leq 100 \Omega \quad \text{Sur la bande de fréquence} \quad 2 \leq f \leq 18 \text{GHz}$$

On doit noter que les substrats de saphir avaient pour épaisseur nominale 0.5mm et que les permittivités relatives équivalentes étaient 10.7 et 11.6 .

1.6. Comportement dispersif des CIMs

Comme constaté sur la figure 1.4, l'effet dispersif se traduit par la non linéarité de la fréquence du signal existant le circuit en fonction de la constante de phase β . La relation entre la longueur d'onde guidée et la fréquence devient donc non linéaire et très compliquée.

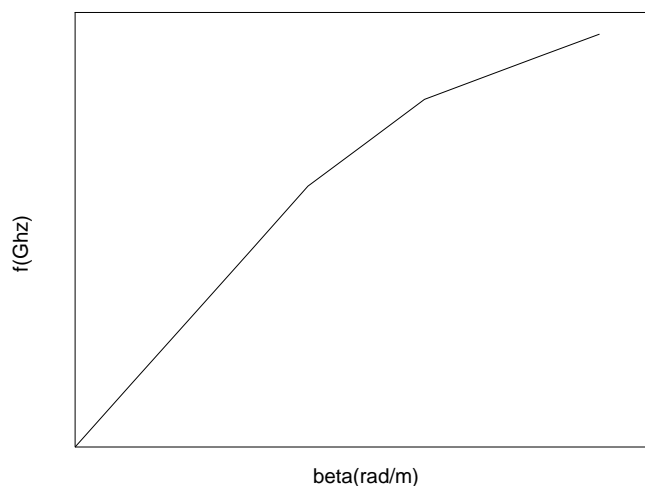


Fig. 1.4. Diagramme de dispersion d'une ligne micro ruban.

Par ailleurs, lorsque la fréquence augmente, les champs auront tendance à se concentrer essentiellement dans la région au-dessous de la bande conductrice, c'est-à-dire dans le substrat. La permittivité effective va croître en fonction de la fréquence.

$$\varepsilon_{eff}(f) = \left(\frac{c}{v_p(f)} \right)^2$$

Où c est la célérité de la lumière et $v_p(f)$ la vitesse de phase. A plus basse fréquence, $\varepsilon_{eff}(f)$ se réduit à celle du mode quasi-TEM statique. Lorsque la fréquence augmente à l'infini, $\varepsilon_{eff}(f)$ tend vers la permittivité relative du substrat (fig.1.5).

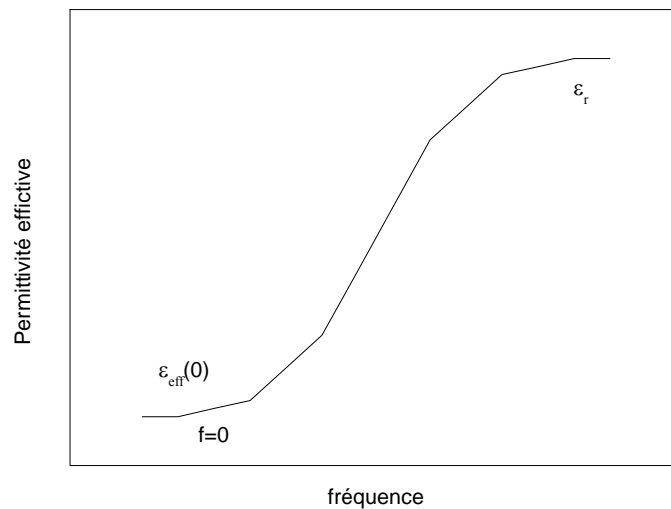


Fig. 1.5. Variation de la permittivité effective en fonction de la fréquence.

Entre ces deux limites $\varepsilon_{eff}(f)$ se situe donc à l'intérieur des limites de l'intervalle $[\varepsilon_{eff}(0), \varepsilon_r]$.

D'autre part, de nombreuses approches ont été préconisées vis-à-vis du problème dynamique de l'impédance caractéristique et il a été établi des fonctions (de la fréquence) très différentes. Aucune n'étant vraiment fiable, certains concepteurs des CIMs continuent à utiliser le calcul en mode statique pour Z_c .

En régime dynamique, l'impédance caractéristique peut être définie de trois manières différentes :

$$Z_c(f) = \frac{P_t}{I_t^2} \quad Z_c(f) = \frac{V_t^2}{P_t} \quad Z_c(f) = \frac{V_t}{I_t}$$

La puissance P est calculée en utilisant le théorème de Poynting. Nous obtenons selon chacune d'elles, différentes fonctions de la fréquence. Ceci est du aux différentes hypothèses faites à propos du couplage de mode au fur et à mesure de l'augmentation de la fréquence. Ce couplage de modes représente le mécanisme fondamental de la dispersion.

1.7. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons exposé les principales caractéristiques des matériaux anisotropes (électrique et magnétique), ainsi que leurs applications dans les circuits planaires micro-ondes. L'anisotropie de ces substrats peut être naturelle comme le cas du saphir, ou introduit d'une manière délibérée, pour réaliser certaines fonctions électroniques en hyperfréquences (les substrats PTFE). On a parlé aussi de la notion de la permittivité effective et le problème causé par le comportement dispersif des CIMs. Un autre problème est lié à la détermination de l'impédance caractéristique, elle peut être définie de trois manières différentes, aucune n'étant vraiment fiable.

CHAPITRE 2:

MODELISATION DES STRUCTURES PLANAIRES MICRO-ONDES SUR SUBSTRATS ANISOTROPES A MULTI- NIVEAUX DE METALISATION

1. Introduction

La méthode d'approche dans le domaine spectral (M.A.D.S) s'est distinguée parmi tant d'autres méthodes comme un outil simple, efficace et puissant pour l'étude des circuits planaires micro-ondes. Cette méthode permet de résoudre les équations de Maxwell en faisant usage de la transformée de Fourier qui simplifie les problèmes complexes rencontrés dans le domaine spatial et les rend plus maniables dans le domaine spectral et ce en exprimant les composantes du champ EM sous forme de spectre discret ou continu selon que l'on étudie des structures blindées ou ouvertes respectivement.

Introduite dans la littérature en 1973 par Itoh et Mittra [68] pour la ligne micro ruban, la M.A.D.S n'a cessé depuis de se développer et de se perfectionner et permet aujourd'hui d'analyser un grand nombre de structures planaires comportant un nombre arbitraire de couches isotropes et un ou deux plans de métallisations. À l'heure actuelle, la formulation spectrale des structures planaires multicouches n'est pas encore généralisée pour des tenseurs diagonaux. Cela avait été traité uniquement dans quelques cas particuliers de tenseurs.

Dans ce qui suit, l'application de la méthode M.A.D.S. pour l'analyse des circuits planaires ou le nombre de couches et de métallisations peut être arbitrairement choisi par les concepteurs sera présentée. Les fonctions de Green dyadiques sont déterminées par une approche basée sur l'établissement de matrices de passage reliant les composantes tangentielles du champ électromagnétique (EM) entre deux interfaces diélectriques successives.

2. Formulation de la M.A.D.S.

2.1. Structure planaire anisotrope multicouche

La figure 2.1 illustre le schéma d'une structure planaire blindé constitué de N couches diélectriques anisotropes et de n plans de métallisation. L'anisotropie est de type bi axiale (électrique et magnétique), le nombres des couches diélectriques et de plans de métallisations sont arbitraire avec $n < N$.

2.2. Principe de la méthode

La procédure d'analyse dans le domaine spectral peut être résumée par les étapes suivantes:

- Le champ électromagnétique hybride est exprimé, dans chaque couche diélectrique anisotrope, à partir des équations de Maxwell sous forme de séries discrètes de Fourier. Dans le cas des matériaux avec des paramètres ϵ et μ tensorielles diagonales, la décomposition du champ EM dans la couche considérée doit être étudiée avec

précaution. En effet, lorsqu'on substitue les tenseurs de permittivité et de perméabilité dans les équations de Maxwell, on obtient les modes suivants:

- les modes LES ($E_y=0$), LSM ($H_y=0$) ne peuvent se propager que si $\varepsilon_x \mu_z = \varepsilon_z \mu_x$
- les modes LES ($E_x=0$), LSM ($H_x=0$) ne peuvent se propager que si $\varepsilon_y \mu_z = \varepsilon_z \mu_y$
- les modes LES ($E_z=0$), LSM ($H_z=0$) ne peuvent se propager que si $\varepsilon_x \mu_y = \varepsilon_y \mu_x$
- des modes hybrides et couplés se propagent dans les autres cas.

Pour l'étude des structures planaires anisotropes multicouches, le mode hybride - couplé est retenu pour la formulation mathématique. Les hypothèses de formulations sont les suivantes:

1. Un changement de repère est adopté pour faciliter le calcul du champ EM, le plan xoz représente le plan tangentiel, voir Fig.2.1. La matrice de passage est donnée par le système suivant :

$$\begin{bmatrix} C_u \\ C_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_z \end{bmatrix} \quad \text{Avec le vecteur } C = E \text{ (ou } H \text{)}$$

2. Les relations de continuité sont exprimées sur toutes les interfaces (hormis sur les interfaces métallisées) sous forme matricielle. La matrice de passage M_i , relative à chaque couche i et dépendant des paramètres ($[\varepsilon]_i$, $[\mu]_i$ et h_i) et reliant les composantes tangentielles des champs aux interfaces H_i et H_{i+1} , est utilisée.

Alors, ceci permet d'exprimer les conditions de continuité des champs sous la forme suivante.

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{ui} \\ \tilde{E}_{vi} \\ \tilde{H}_{ui} \\ \tilde{H}_{vi} \end{bmatrix}_{Y=H_i} = [M]_i \begin{bmatrix} \tilde{E}_{ui} \\ \tilde{E}_{vi} \\ \tilde{H}_{ui} \\ \tilde{H}_{vi} \end{bmatrix}_{Y=H_{i-1}}$$

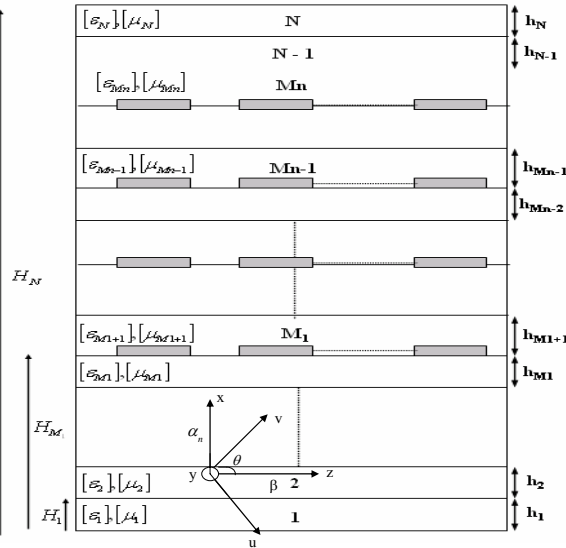


Fig. 2.1 Structure planaire anisotrope multicouche

3. L'application du théorème de superposition permet de calculer les impédances propres à chaque interface métallisée ainsi que les impédances de couplage entre les différents plans de métallisation.
4. Enfin, nous aboutissons à la résolution du système suivant par la méthode de Galerkin en mettant en évidence la matrice de Green dyadique:

$$\begin{bmatrix} E_{XM1} \\ E_{ZM1} \\ \dots \\ \dots \\ E_{XMn} \\ E_{ZMn} \end{bmatrix} = [G] \begin{bmatrix} J_{XM1} \\ J_{ZM1} \\ \dots \\ \dots \\ J_{XMn} \\ J_{ZMn} \end{bmatrix}$$

J_x et J_z désignent les densités de courant sur les différents niveaux métallisés. La matrice $[G]$ est de taille $2Mn \times 2Mn$ où Mn représente le nombre de plans métallisés.

5. Après avoir déterminé la constante de phase, la puissance propagée selon l'axe longitudinal peut être calculée dans chaque couche diélectrique en utilisant le théorème de Poynting :

$$\tilde{P} = \frac{1}{2} \text{Re} \oint (\tilde{E} \wedge \tilde{H}^*) \cdot dS$$

6. Enfin, l'impédance caractéristique peut être calculée de trois manières différentes :

$$Z_c = \frac{V}{I}; Z_c = \frac{P}{I^2}; Z_c = \frac{V^2}{P}$$

P présente la somme des puissances actives qui se propagent dans l'ensemble des couches diélectriques.

2.3.1-Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell décrivant la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique anisotrope, sont données par :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1.a)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.1.b)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (2.1.c)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.1.d)$$

avec : $\vec{B} = [\mu] \vec{H}$ et $\vec{D} = [\varepsilon] \vec{E}$.

$[\varepsilon]$ et $[\mu]$ étant des tenseurs d'ordre 2.

La décomposition des équations de Maxwell-Faraday (2.1.a) et Maxwell-Ampère (2.1.b) dans le repère cartésien donnent respectivement les équations suivantes:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu_{11} H_x \quad (2.2.a)$$

$$-\frac{\partial E_z}{\partial x} - j\beta E_x = -j\omega\mu_{22} H_y \quad (2.2.b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_{33} H_z \quad (2.2.c)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\varepsilon_{11} E_x \quad (2.3.a)$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} - j\beta H_x = j\omega\varepsilon_{22} E_y \quad (2.3.b)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon_{33} E_z \quad (2.3.c)$$

2.3.2 Résolution par la transformée de Fourier

Vue la difficulté de résoudre les systèmes d'équations (2.2) et (2.3) dans le domaine spatial, on introduit l'outil de la transformée de Fourier (T.F), Annexe A afin de transformer

le système d'équations à plusieurs variables en un système à une seule variable. La T.F se définit selon l'équation suivante:

$$\tilde{\phi}(\alpha_n, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x, y) \exp(j\alpha_n x) dx \quad (2.4)$$

Sachant que :

$$TF\left(\frac{\partial^m \phi(x, y)}{\partial x^m}\right) = (-j\alpha_n)^m \tilde{\phi}(\alpha_n, y) \quad (2.5)$$

L'indice \sim désignant la transformée de Fourier et α_n le paramètre de Fourier.

En appliquant la transformée de Fourier aux équations (2.2) et (2.3), on obtient respectivement:

$$\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} + j\beta \tilde{E}_y = -j\omega\mu_{11} \tilde{H}_x \quad (2.6.a)$$

$$j\alpha_n \tilde{E}_z - j\beta \tilde{E}_x = -j\omega\mu_{22} \tilde{H}_y \quad (2.6.b)$$

$$-j\alpha_n \tilde{E}_y - \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y} = -j\omega\mu_{33} \tilde{H}_z \quad (2.6.c)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} + j\beta \tilde{H}_y = j\omega\varepsilon_{11} \tilde{E}_x \quad (2.7.a)$$

$$j\alpha_n \tilde{H}_z - j\beta \tilde{H}_x = j\omega\varepsilon_{22} \tilde{E}_y \quad (2.7.b)$$

$$-j\alpha_n \tilde{H}_y - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon_{33} \tilde{E}_z \quad (2.7.c)$$

2.3.3 Expressions des composantes tangentielles du champ EM en fonction de \tilde{E}_y et \tilde{H}_y

2.3.3.1 Equations des champs électriques et des champs magnétiques

Le développement des systèmes précédents dans le domaine spectral donne respectivement les relations suivantes (Annexe B) :

$$\bullet \tilde{E}_x = -j\alpha_n \frac{\varepsilon_{22}}{(\alpha_n^2 \varepsilon_{11} + \beta^2 \varepsilon_{33})} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y} + \beta \frac{\omega\mu_{22}\varepsilon_{33}}{(\alpha_n^2 \varepsilon_{11} + \beta^2 \varepsilon_{33})} \tilde{H}_y \quad (2.8.a)$$

$$\bullet \tilde{E}_z = -j\beta \frac{\varepsilon_{22}}{(\varepsilon_{33}\beta^2 + \varepsilon_{11}\alpha_n^2)} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y} - \alpha_n \frac{\omega\mu_{22}\varepsilon_{11}}{(\varepsilon_{33}\beta^2 + \varepsilon_{11}\alpha_n^2)} \tilde{H}_y \quad (2.8.b)$$

$$\bullet \quad \tilde{H}_x = -\beta \frac{\omega \mu_{33} \varepsilon_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \tilde{E}_y - j \alpha_n \frac{\mu_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial y} \quad (2.8.c)$$

$$\bullet \quad \tilde{H}_z = -j \beta \frac{\mu_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial y} + \alpha_n \frac{\omega \mu_{11} \varepsilon_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \tilde{E}_y \quad (2.8.d)$$

2.3.3.2 Utilisation de la méthode dite " Immitance approach "(changement de repère)

Pour simplifier le calcul des fonctions de Green et donner une interprétation physique de certains phénomènes dans le domaine spectral, il est nécessaire d'effectuer un changement de repère proposé par Itoh [69]. Il s'agit d'écrire les conditions aux limites dans une base naturelle d'une onde plane du spectre du champ (qui ne se propage pas en général) suivant les axes du repère (x, y, z). Ceci s'explique par le fait que les ondes planes considérées ont une incidence variable par rapport au repère(x, y, z). Comme on peut le voir sur une composante quelconque f du champ :

$$f(x,y)e^{-j\beta z} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{f(\alpha,y) e^{j\alpha x} e^{-j\beta z}}_{\text{onde plane}} dx \quad (2.9)$$

Une telle onde se propage suivant l'axe \vec{ov} , on complète alors le repère par un axe \vec{ou} perpendiculaire à l'axe \vec{ov} . L'axe oy est commun aux deux repères. On passe du repère initial au repère d'Itoh par une simple rotation d'angle $\theta = \arccos \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 + \alpha^2}}$ autour de l'axe oy . Une

rotation d'angle opposé permet de revenir au repère initial.

Les composantes du champ peuvent être considérées comme la superposition d'ondes inhomogènes en y , se propageant dans la direction θ , par rapport à l'axe y . L'idée est maintenant d'exprimer les nouvelles composantes du champ et les conditions aux limites dans le nouveau repère d'Itoh.

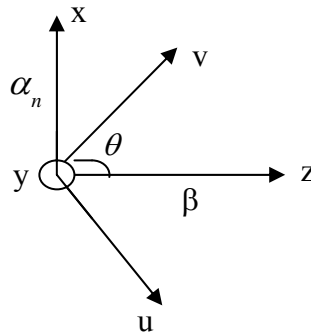


Fig.2.2 Repère d'Itoh

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad [P] = \begin{bmatrix} -\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

On obtient ainsi les composantes du champ EM dans le nouveau repère d'Itoh à partir de celles représentées dans le repère cartésien initial (x,y,z) via la matrice de passage P. Ainsi, après avoir substitué $(\tilde{E}_x, \tilde{E}_z, \tilde{H}_x, \tilde{H}_z)$ par leurs expressions en fonction de E_y et H_y d'après (2.8), il vient :

$$\tilde{E}_{ui} = \frac{-\omega\mu_{22}}{\rho^*} \tilde{H}_{yi} \quad (2.11.a)$$

$$\tilde{E}_{vi} = \frac{\omega\mu_{22}\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho^*\rho_\varepsilon} \tilde{H}_{yi} - j \frac{\varepsilon_{22}\rho^*}{\rho_\varepsilon} \frac{\partial \tilde{E}_{yi}}{\partial y} \quad (2.11.b)$$

$$\tilde{H}_{ui} = \frac{\omega\varepsilon_{22}}{\rho^*} \tilde{E}_{yi} \quad (2.11.c)$$

$$\tilde{H}_{vi} = \frac{-j\mu_{22}\rho^*}{\rho_\mu} \frac{\partial \tilde{H}_{yi}}{\partial y} + \frac{\omega\alpha_n\beta\varepsilon_{22}\delta\mu}{\rho^*\rho_\mu} \tilde{E}_{yi} \quad (2.11.d)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \rho^* &= \sqrt{(\alpha_n^2 + \beta^2)} \\ \rho_\mu &= (\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33}) \\ \rho_\varepsilon &= (\alpha_n^2 \varepsilon_{11} + \beta^2 \varepsilon_{33}) \\ \delta\mu &= (\mu_{11} - \mu_{33}) \\ \delta\varepsilon &= (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11}) \end{aligned}$$

2.3.4. Détermination de l'équation de propagation des champs E_y et H_y :

L'équation de Maxwell Gauss se présente sous formes d'écriture :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -j\omega[\mu]\vec{H} \quad (2.12.a)$$

Ou bien

$$[\mu]^{-1} \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -j\omega\vec{H}$$

L'équation de Maxwell Ampère donne alors :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = -j\omega[\varepsilon]\vec{E} \quad (2.12.b)$$

Ou encore

$$\vec{\nabla} \wedge ([\mu]^{-1} \vec{\nabla} \wedge \vec{E}) - \omega^2[\varepsilon]\vec{E} = 0 \quad (2.12.c)$$

Après avoir développé l'équation d'onde (2.12.c) du champ \vec{E} et en posant $K_y = \frac{\partial}{\partial y}$, il vient :

$$\begin{bmatrix} \frac{K_y^2 + \beta^2}{\mu_{33}} - \omega^2 \varepsilon_{11} & -j \frac{\alpha_n}{\mu_{33}} K_y & \frac{\alpha_n \beta}{\mu_{22}} \\ -j \frac{\alpha_n}{\mu_{33}} K_y & \frac{\alpha_n^2 + \beta^2}{\mu_{33}} - \omega^2 \varepsilon_{22} & -j \frac{\beta}{\mu_{11}} K_y \\ \frac{\alpha_n \beta}{\mu_{22}} & -j \frac{\beta}{\mu_{11}} K_y & \frac{K_y^2 + \alpha_n^2}{\mu_{11}} - \omega^2 \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Pour éviter des solutions triviales du système matriciel (2.13), il faut que $\det [A]=0$. La matrice $[A]$ prenant la forme :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{K_y^2 + \beta^2}{\mu_{33}} - \omega^2 \varepsilon_{11} & -j \frac{\alpha_n}{\mu_{33}} K_y & \frac{\alpha_n \beta}{\mu_{22}} \\ -j \frac{\alpha_n}{\mu_{33}} K_y & \frac{\alpha_n^2 + \beta^2}{\mu_{33}} - \omega^2 \varepsilon_{22} & -j \frac{\beta}{\mu_{11}} K_y \\ \frac{\alpha_n \beta}{\mu_{22}} & -j \frac{\beta}{\mu_{11}} K_y & \frac{K_y^2 + \alpha_n^2}{\mu_{11}} - \omega^2 \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$

L'annulation du déterminant de $[A]$ permet d'aboutir à une équation différentielle bicarrée qui constitue l'équation d'onde du champ \vec{E} :

$$B_1 K_y^4 + B_2 K_y^2 + B_3 = 0 \quad (2.14)$$

Où l'on définit

$$K_y^m = \frac{\partial^m}{\partial y^m}$$

avec :

$$B_1 = -\frac{\omega^2 \varepsilon_{22}}{\mu_{11} \mu_{33}}$$

$$B_2 = \omega^2 \left(\alpha_n^2 \left(\frac{\varepsilon_{22}}{\mu_{22} \mu_{33}} + \frac{\varepsilon_{11}}{\mu_{11} \mu_{33}} \right) + \beta^2 \left(\frac{\varepsilon_{33}}{\mu_{11} \mu_{33}} + \frac{\varepsilon_{22}}{\mu_{11} \mu_{22}} \right) - \omega^2 \left(\frac{\varepsilon_{22} \varepsilon_{11}}{\mu_{11}} + \frac{\varepsilon_{22} \varepsilon_{33}}{\mu_{33}} \right) \right)$$

$$B_3 = \omega^2 \left(\frac{\alpha_n^2}{\mu_{33}} + \frac{\beta^2}{\mu_{11}} - \omega^2 \varepsilon_{22} \right) \left(\omega^2 \varepsilon_{11} \varepsilon_{33} - \alpha_n^2 \frac{\varepsilon_{11}}{\mu_{22}} - \beta^2 \frac{\varepsilon_{33}}{\mu_{22}} \right)$$

L'équation d'onde de E_y devient alors:

$$\frac{\partial^4 \tilde{E}_y}{\partial y^4} + f_1^e \frac{\partial^2 \tilde{E}_y}{\partial y^2} + f_2^e = 0 \quad (2.15)$$

Sachant que :

$$f_1^e = K_0^2 (\varepsilon_{r11} \mu_{r33} + \varepsilon_{r33} \mu_{r11}) - \alpha_n^2 \left(\frac{\mu_{11}}{\mu_{22}} + \frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{22}} \right) - \beta^2 \left(\frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{22}} + \frac{\mu_{33}}{\mu_{22}} \right)$$

et

$$f_2^e = - \left(\alpha_n^2 + \beta^2 \frac{\mu_{33}}{\mu_{11}} - K_0^2 \varepsilon_{r22} \mu_{r33} \right) \left(K_0^2 \frac{\varepsilon_{r11} \varepsilon_{r33}}{\varepsilon_{r22}} \mu_{11} - \alpha_n^2 \frac{\varepsilon_{11} \mu_{11}}{\varepsilon_{22} \mu_{22}} - \beta^2 \frac{\varepsilon_{33} \mu_{11}}{\varepsilon_{22} \mu_{22}} \right)$$

où $K_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$

De la même façon, on tire l'équation de propagation de \tilde{H}_y à partir de l'équation de Maxwell-Gauss selon l'expression:

$$\vec{\nabla} \wedge ([\varepsilon]^{-1} \vec{\nabla} \wedge \vec{H}) - \omega [\mu] \vec{H} = 0 \quad (2.16)$$

En procédant de la même façon que pour le champ E, on obtient :

$$\frac{\partial^4 \tilde{H}_y}{\partial y^4} + f_1^h \frac{\partial^2 \tilde{H}_y}{\partial y^2} + f_2^h = 0 \quad (2.17)$$

Avec :

$$f_1^h = K_0^2 (\varepsilon_{r11} \mu_{r33} + \varepsilon_{r33} \mu_{r11}) - \alpha_n^2 \left(\frac{\mu_{11}}{\mu_{22}} + \frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{22}} \right) - \beta^2 \left(\frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{22}} + \frac{\mu_{33}}{\mu_{22}} \right)$$

et

$$f_2^h = - \left(\alpha_n^2 + \beta^2 \frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}} - K_0^2 \mu_{r22} \varepsilon_{r33} \right) \left(K_0^2 \frac{\mu_{r11} \mu_{r33}}{\mu_{r22}} \varepsilon_{11} - \alpha_n^2 \frac{\varepsilon_{11} \mu_{11}}{\varepsilon_{22} \mu_{22}} - \beta^2 \frac{\varepsilon_{33} \mu_{11}}{\varepsilon_{22} \mu_{22}} \right)$$

Les éléments des tenseurs $[\varepsilon]$ et $[\mu]$ sont relatifs à la couche d'indice i .

2.3.5. Résolution de l'équation d'onde :

Pour la Fig. 2.3, les solutions des équations d'onde se présentent, dans chaque couche diélectrique d'indice i avec $i=1..N$, sous la forme suivante :

Pour $i \leq m$:

$$\tilde{E}_{yi}(\alpha_n, y) = A_i^e \sinh(\gamma_{ei}^a(y - H_{i-1})) + B_i^e \cosh(\gamma_{ei}^b(y - H_{i-1})) \quad (2.18.a)$$

$$\tilde{H}_{yi}(\alpha_n, y) = A_i^h \sinh(\gamma_{hi}^a(y - H_{i-1})) + B_i^h \cosh(\gamma_{hi}^b(y - H_{i-1})) \quad (2.18.b)$$

Pour $i \geq m+1$:

$$\tilde{E}_{yi}(\alpha_n, y) = A_i^e \sinh(\gamma_{ei}^a(H_i - y)) + B_i^e \cosh(\gamma_{ei}^b(H_i - y)) \quad (2.19.a)$$

$$\tilde{H}_{yi}(\alpha_n, y) = A_i^h \sinh(\gamma_{hi}^a(H_i - y)) + B_i^h \cosh(\gamma_{hi}^b(H_i - y)) \quad (2.19.b)$$

avec m : l'interface métallisé.

$$\gamma_{ei}^a = \sqrt{\frac{-f_1^e - (f_1^{e2} - 4f_2^e)^{1/2}}{2}}, \gamma_{ei}^b = \sqrt{\frac{-f_1^e + (f_1^{e2} - 4f_2^e)^{1/2}}{2}}$$

$$\gamma_{hi}^a = \sqrt{\frac{-f_1^h - (f_1^{h2} - 4f_2^h)^{1/2}}{2}}, \gamma_{hi}^b = \sqrt{\frac{-f_1^h + (f_1^{h2} - 4f_2^h)^{1/2}}{2}}$$

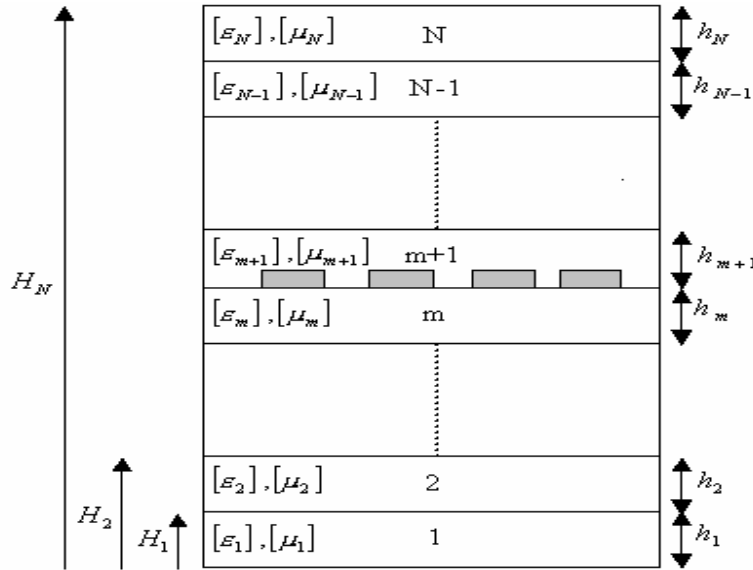


Fig.2.3 Structure planaire multicouche anisotrope.

2.4. Matrice de passage entre les couches diélectriques :

Une méthode efficace et rapide est proposée pour résoudre les problèmes liés à l'obtention des fonctions de Green pour des structures anisotropes complexes. Cette technique nécessite l'établissement d'une matrice de passage M_i (Annexe C) relative à chaque couche i

reliant dans le domaine spectral les spectres des composantes tangentielles du champ EM entre les interfaces diélectriques H_i et H_{i-1} via la relation suivante (Fig. 2.3) :

Pour $i \leq m$:

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{ui} \\ \tilde{E}_{vi} \\ \tilde{H}_{ui} \\ \tilde{H}_{vi} \end{bmatrix}_{Y=H_i} = [M]_i \begin{bmatrix} \tilde{E}_{ui} \\ \tilde{E}_{vi} \\ \tilde{H}_{ui} \\ \tilde{H}_{vi} \end{bmatrix}_{Y=H_{i-1}} \quad (2.20)$$

Avec :

$$\begin{aligned} M_{11} &= \cosh(\gamma_h^b h), \quad M_{12} = 0 \\ M_{13} &= j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \mu}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{14} &= -j \frac{\omega \rho_\mu}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{21} &= -\frac{\alpha_n \beta \delta \varepsilon}{\rho_\varepsilon} (\cosh(\gamma_h^b h) - \cosh(\gamma_e^a h)) \\ M_{22} &= \cosh(\gamma_e^a h) \\ M_{23} &= -j \frac{\rho}{\omega \rho_\varepsilon} \gamma_e^b \sinh(\gamma_e^b h) + j \frac{\omega \alpha_n^2 \beta^2 \delta \varepsilon \delta \mu}{\rho \rho_\varepsilon} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{24} &= j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \varepsilon \rho_\mu}{\rho \rho_\varepsilon} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{31} &= -j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \varepsilon}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\ M_{32} &= j \frac{\omega \rho_\varepsilon}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\ M_{33} &= \cosh(\gamma_e^b h), \quad M_{34} = 0 \\ M_{41} &= -j \frac{\rho}{\omega \rho_\mu} \gamma_h^b \sinh(\gamma_h^b h) - j \frac{\omega \alpha_n^2 \beta^2 \delta \varepsilon \delta \mu}{\rho \rho_\mu} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\ M_{42} &= j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \mu \rho_\varepsilon}{\rho \rho_\mu} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\ M_{43} &= \frac{\alpha_n \beta \delta \mu}{\rho_\mu} (\cosh(\gamma_e^b h) - \cosh(\gamma_h^a h)) \\ M_{44} &= \cosh(\gamma_h^a h) \end{aligned}$$

Pour $i \geq m+1$

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{ui} \\ \tilde{E}_{vi} \\ \tilde{H}_{ui} \\ \tilde{H}_{vi} \end{bmatrix}_{Y=H_{i-1}} = [M]_i^* \begin{bmatrix} \tilde{E}_{ui} \\ \tilde{E}_{vi} \\ \tilde{H}_{ui} \\ \tilde{H}_{vi} \end{bmatrix}_{Y=H_i} \quad (2.21)$$

Avec :

$$\begin{aligned} M_{11}^* &= \cosh(\gamma_h^b h), \quad M_{12} = 0 \\ M_{13}^* &= -j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \mu}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{14}^* &= j \frac{\omega \rho_\mu}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{21}^* &= -\frac{\alpha_n \beta \delta \varepsilon}{\rho_\varepsilon} (\cosh(\gamma_h^b h) - \cosh(\gamma_e^a h)) \\ M_{22}^* &= \cosh(\gamma_e^a h) \\ M_{23}^* &= j \frac{\rho}{\omega \rho_\varepsilon} \gamma_e^b \sinh(\gamma_e^b h) - j \frac{\omega \alpha_n^2 \beta^2 \delta \varepsilon \delta \mu}{\rho \rho_\varepsilon} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{24}^* &= -j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \varepsilon \rho_\mu}{\rho \rho_\varepsilon} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{31}^* &= j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \varepsilon}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\ M_{32}^* &= -j \frac{\omega \rho_\varepsilon}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\ M_{33}^* &= \cosh(\gamma_e^b h), \quad M_{34} = 0 \\ M_{41}^* &= j \frac{\rho}{\omega \rho_\mu} \gamma_h^b \sinh(\gamma_h^b h) + j \frac{\omega \alpha_n^2 \beta^2 \delta \varepsilon \delta \mu}{\rho \rho_\mu} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\ M_{42}^* &= -j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \mu \rho_\varepsilon}{\rho \rho_\mu} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\ M_{43}^* &= \frac{\alpha_n \beta \delta \mu}{\rho_\mu} (\cosh(\gamma_e^b h) - \cosh(\gamma_h^a h)) \\ M_{44}^* &= \cosh(\gamma_h^a h) \end{aligned}$$

3.1. Etude d'une structure multicouche avec un seul plan de métallisation :

La structure qu'on désire analyser est représentée par la figure 2.4. Il s'agit d'une structure planaire micro-onde avec un seul niveau de métallisation réalisée en technologie multicouche. Les couches diélectriques sont considérées comme étant à anisotropie bi axiale. Les rubans conducteurs sont considérés comme infiniment minces et infiniment conducteurs, leur nombre peut être arbitraire.

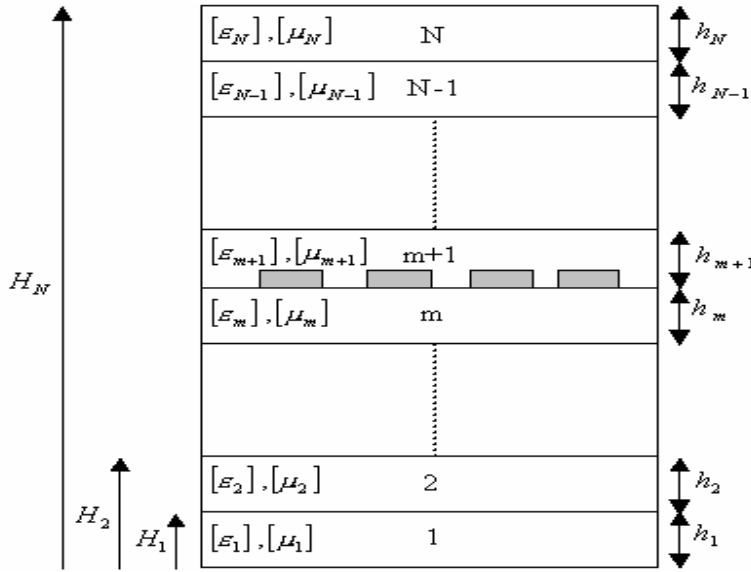


Fig.2.4 Structure planaire multicouche à anisotropie bi axiale à un seul plan de métallisation (m1)

L'utilisation du relation de passage entre deux couches diélectriques et l'application des condition de continuité permet de ramener l'étude de cette structure à une structure simple équivalente caractérisée par deux matrices de passage. L'une caractérise les couches diélectriques inférieures au plan métallisé et l'autre les couches supérieures à ce plan.

Pour simplifier les expressions de calcul, on suppose :

$$\vec{\mathfrak{R}}_i \Big|_{H_i} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_{ui} \\ \tilde{E}_{vi} \\ \tilde{H}_{ui} \\ \tilde{H}_{vi} \end{bmatrix} \Big|_{Y=H_i} \quad (2.22)$$

3.1.1. Relation de passage entre la couche 1 et la couche m1 :

Pour i=1:

Dans la couche 1, les composantes du champ EM à $y=0$ et à $y=H_1$ s'expriment selon la relation suivante :

$$\vec{\mathfrak{R}}_1 \Big|_{Y=H_1} = [M]_1 \vec{\mathfrak{R}}_1 \Big|_{Y=0} \quad (2.23.a)$$

Pour i=2:

De même, dans la couche 2, les composantes du champ EM à $y=H_2$ et à $y=H_1$ s'expriment selon la relation suivante :

$$\vec{\mathfrak{R}}_2 \Big|_{Y=H_2} = [M]_2 \vec{\mathfrak{R}}_2 \Big|_{Y=H_1} \quad (2.23.b)$$

Pour i=m1:

Finalement dans la couche m1 (l'interface métallisée), on a :

$$\vec{\mathfrak{R}}_{m1} \Big|_{Y=H_{m1}} = [M]_{m1} \vec{\mathfrak{R}}_{m1} \Big|_{Y=H_{m1-1}} \quad (2.23.c)$$

Les lois de continuité des composantes tangentielles du champ EM à $y = H_i$ ($i=1, 2, \dots, m1$) imposent que :

$$\begin{aligned} \vec{\mathfrak{R}}_2 \Big|_{Y=H_1} &= \vec{\mathfrak{R}}_1 \Big|_{Y=H_1}, & \vec{\mathfrak{R}}_3 \Big|_{Y=H_2} &= \vec{\mathfrak{R}}_2 \Big|_{Y=H_2} \\ \vec{\mathfrak{R}}_{m1} \Big|_{Y=H_{m1}} &= \vec{\mathfrak{R}}_{m1-1} \Big|_{Y=H_{m1}} \end{aligned} \quad (2.23.d)$$

Ceci implique :

$$\vec{\mathfrak{R}}_{m1} \Big|_{Y=H_{m1}} = [M]^{1,m1} \vec{\mathfrak{R}}_1 \Big|_{Y=0} \quad (2.23.e)$$

Avec :

$$[M]^{1,m1} = \prod_{i=1}^{i=m1} [M]_i$$

3.1.2. Relation de passage entre la couche N et la couche m1+1 :

De la même façon, on tire la relation de passage entre la couche N et la couche m1+1 :

$$\vec{\mathfrak{R}}_{m1+1} \Big|_{Y=H_{m1}} = [M]^{N, m1+1} \vec{\mathfrak{R}}_N \Big|_{Y=H_N} \quad (2.24)$$

Avec :
$$[M]^{N, m1+1} = \prod_{i=N}^{i=m1+1} [M]_i^*$$

3.1.3. Evaluation de la matrice Admittance de Green :

Il s'agit d'établir une relation matricielle qui relie dans le domaine spectral, les composantes tangentielles du courant à celles du champ électrique sur l'interface qui contient les métallisations. Cette relation tient compte de l'ensemble des conditions aux limites liées au passage d'une couche diélectrique à une autre. Elle rend compte de la géométrie de la structure suivant l'axe oy.

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_{xm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm1}(\alpha_n) \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} \tilde{E}_{xm1}(\alpha_n, H_m) \\ \tilde{E}_{zm1}(\alpha_n, H_m) \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad [Y] = \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{xx} & \tilde{Y}_{xz} \\ \tilde{Y}_{zx} & \tilde{Y}_{zz} \end{bmatrix}$$

Signalons que les fonctions de Green dyadiques peuvent alors être ensuite déduites par une simple inversion de la matrice admittance [Y].

3.1.3.1. Expression de $\tilde{H}_{u1}(\alpha, 0)$, $\tilde{H}_{v1}(\alpha, 0)$ en fonction de $\tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1})$, $\tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1})$:

L'application des conditions aux limites sur la paroi métallique inférieure (à $y = 0$) donne :

$$\vec{\mathfrak{R}}_1 \Big|_{Y=0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{H}_{u1} \\ \tilde{H}_{v1} \end{bmatrix} \Big|_{Y=0} \quad (\tilde{E}_{u1}(\alpha, 0) = 0 \text{ et } \tilde{E}_{v1}(\alpha, 0) = 0) \quad (2.25.a)$$

Ce qui implique :

$$\tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) = M_{13}^{1,m1} \tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) + M_{14}^{1,m1} \tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) \quad (2.25.a)$$

$$\tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) = M_{23}^{1,m1} \tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) + M_{24}^{1,m1} \tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) \quad (2.25.b)$$

$$\tilde{H}_{um1}(\alpha, H_{m1}) = M_{33}^{1,m1} \tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) + M_{34}^{1,m1} \tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) \quad (2.25.c)$$

$$\tilde{H}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) = M_{43}^{1,m1} \tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) + M_{44}^{1,m1} \tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) \quad (2.25.d)$$

D'où :

$$\tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{24}^{1,m1} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) - M_{14}^{1,m1} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \rangle \quad (2.25.e)$$

$$\tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle -M_{23}^{1,m1} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) + M_{13}^{1,m1} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \rangle \quad (2.25.f)$$

Avec : $\Delta M^{1,m1} = M_{13}^{1,m1} M_{24}^{1,m1} - M_{14}^{1,m1} M_{23}^{1,m1}$

3.1.3.2. Expression de $\tilde{H}_{um1}(\alpha, H_{m1})$, $\tilde{H}_{vm1}(\alpha, H_{m1})$ en fonction de $\tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1})$ et $\tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1})$:

En remplaçant les expressions de $\tilde{H}_{u1}(\alpha, 0)$, $\tilde{H}_{v1}(\alpha, 0)$ en fonction de $\tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1})$, $\tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1})$ dans l'expression de $\tilde{H}_{um1}(\alpha, H_{m1})$, $\tilde{H}_{vm1}(\alpha, H_{m1})$ en fonction de $\tilde{H}_{u1}(\alpha, 0)$, $\tilde{H}_{v1}(\alpha, 0)$ on aura :

$$\tilde{H}_{um1}(\alpha, H_{m1}) = \tilde{Y}_{11}^{inf,m1} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) + \tilde{Y}_{12}^{inf,m1} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \quad (2.26.a)$$

$$\tilde{H}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) = \tilde{Y}_{21}^{inf,m1} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) + \tilde{Y}_{22}^{inf,m1} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \quad (2.26.b)$$

Avec :

$$\tilde{Y}_{11}^{inf,m1} = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{33}^{1,m1} M_{24}^{1,m1} - M_{34}^{1,m1} M_{23}^{1,m1} \rangle$$

$$\tilde{Y}_{12}^{inf,m1} = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{34}^{1,m1} M_{13}^{1,m1} - M_{33}^{1,m1} M_{14}^{1,m1} \rangle$$

$$\tilde{Y}_{21}^{inf,m1} = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{43}^{1,m1} M_{24}^{1,m1} - M_{44}^{1,m1} M_{23}^{1,m1} \rangle$$

$$\tilde{Y}_{22}^{inf,m1} = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{44}^{1,m1} M_{13}^{1,m1} - M_{43}^{1,m1} M_{14}^{1,m1} \rangle$$

3.1.3.3. Expression de $\tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N)$, $\tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N)$ en fonction de $\tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1})$, $\tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1})$:

L'application des conditions aux limites sur la paroi métallique supérieures (à $y = H_N$) donne :

$$\vec{\mathfrak{R}}_N \Big|_{Y=H_N} = \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \tilde{H}_{uN} \\ \tilde{H}_{vN} \end{array} \right]_{Y=H_N} \quad (\tilde{E}_{uN}(\alpha, H_N) = 0 \text{ et } \tilde{E}_{vN}(\alpha, H_N) = 0)$$

Ce qui implique :

$$\tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) = M_{13}^{N,m1+1} \tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) + M_{14}^{N,m1+1} \tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) \quad (2.27.a)$$

$$\tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) = M_{23}^{N,m1+1} \tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) + M_{24}^{N,m1+1} \tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) \quad (2.27.b)$$

$$\tilde{H}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) = M_{33}^{N,m1+1} \tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) + M_{34}^{N,m1+1} \tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) \quad (2.27.c)$$

$$\tilde{H}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) = M_{43}^{N,m1+1} \tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) + M_{44}^{N,m1+1} \tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) \quad (2.27.d)$$

D'où :

$$\tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) = \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle M_{24}^{N,m1+1} \tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) - M_{14}^{N,m1+1} \tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) \rangle \quad (2.27.e)$$

$$\tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) = \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle -M_{23}^{N,m1+1} \tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) + M_{13}^{N,m1+1} \tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) \rangle \quad (2.27.f)$$

Avec : $\Delta M^{N,m1+1} = M_{13}^{N,m1+1} M_{24}^{N,m1+1} - M_{14}^{N,m1+1} M_{23}^{N,m1+1}$

3.1.3.4. Expression de $\tilde{H}_{um1+1}(\alpha, H_{m1})$, $\tilde{H}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1})$ en fonction de $\tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1})$, $\tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1})$:

En remplaçant les expressions de $\tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N)$, $\tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N)$ en fonction de $\tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1})$, $\tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1})$ dans l'expression de $\tilde{H}_{um1+1}(\alpha, H_{m1})$, $\tilde{H}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1})$ en fonction de $\tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N)$, $\tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N)$ on aura :

$$\tilde{H}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) = \tilde{Y}_{11}^{\text{sup},m1} \tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) + \tilde{Y}_{12}^{\text{sup},m1} \tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) \quad (2.28.a)$$

$$\tilde{H}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) = \tilde{Y}_{21}^{\text{sup},m1} \tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) + \tilde{Y}_{22}^{\text{sup},m1} \tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) \quad (2.28.b)$$

Avec :

$$\tilde{Y}_{11}^{\text{sup},m1} = \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle M_{33}^{N,m1+1} M_{24}^{N,m1+1} - M_{34}^{N,m1+1} M_{23}^{N,m1+1} \rangle$$

$$\tilde{Y}_{12}^{\text{sup},m1} = \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle M_{34}^{N,m1+1} M_{13}^{N,m1+1} - M_{33}^{N,m1+1} M_{14}^{N,m1+1} \rangle$$

$$\tilde{Y}_{21}^{\text{sup},m1} = \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle M_{43}^{N,m1+1} M_{24}^{N,m1+1} - M_{44}^{N,m1+1} M_{23}^{N,m1+1} \rangle$$

$$\tilde{Y}_{22}^{\text{sup},m1} = \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle M_{44}^{N,m1+1} M_{13}^{N,m1+1} - M_{43}^{N,m1+1} M_{14}^{N,m1+1} \rangle$$

3.1.3.5. Détermination de la matrice admittance Y de Green

Les conditions de continuité sur les interfaces métallisées (pour $y=H_{m1}$) s'expriment dans le domaine spectral comme suit:

$$\vec{\mathcal{R}}_{m1+1}\Big|_{Y=H_{mi}} - \vec{\mathcal{R}}_{m1}\Big|_{Y=H_{mi}} = \vec{\mathcal{S}}_{m1} \quad (2.29)$$

Avec :

$$\vec{\mathcal{S}}_{m1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{\mathcal{J}}_{vm1} \\ -\tilde{\mathcal{J}}_{um1} \end{bmatrix}$$

Et J_{uni} et J_{vmi} représentent les transformés de Fourier des courant reliés à J_x et J_z via la relation (2.10).

L'équation (2.29) implique :

$$\tilde{\mathcal{J}}_{vm1}(\alpha_n) = \tilde{H}_{u(m1+1)}(\alpha_n, H_m) - \tilde{H}_{um1}(\alpha_n, H_m) \quad (2.30.a)$$

$$\tilde{\mathcal{J}}_{um1}(\alpha_n) = -\tilde{H}_{v(m1+1)}(\alpha_n, H_m) + \tilde{H}_{vm1}(\alpha_n, H_m) \quad (2.30.b)$$

$$\tilde{E}_{u(m1+1)}(\alpha_n, H_m) = \tilde{E}_{um1}(\alpha_n, H_m) \quad (2.30.c)$$

$$\tilde{E}_{v(m1+1)}(\alpha_n, H_m) = \tilde{E}_{vm1}(\alpha_n, H_m) \quad (2.30.d)$$

L'utilisation des relations trouvées précédemment (2.26.a), (2.26.b) et (2.28.a), (2.28.b) permet d'écrire :

$$\tilde{\mathcal{J}}_{um1}(\alpha_n) = \tilde{Y}_{uu} \tilde{E}_{um1}(\alpha_n, H_{m1}) + \tilde{Y}_{uv} \tilde{E}_{vm1}(\alpha_n, H_{m1}) \quad (2.31.a)$$

$$\tilde{\mathcal{J}}_{vm1}(\alpha_n) = \tilde{Y}_{vu} \tilde{E}_{um1}(\alpha_n, H_{m1}) + \tilde{Y}_{vv} \tilde{E}_{vm1}(\alpha_n, H_{m1}) \quad (2.31.b)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{uu} &= \tilde{Y}_{21}^{\text{inf},m1} - \tilde{Y}_{21}^{\text{sup},m1}, \tilde{Y}_{uv} = \tilde{Y}_{22}^{\text{inf},m1} - \tilde{Y}_{22}^{\text{sup},m1} \\ \tilde{Y}_{vu} &= \tilde{Y}_{11}^{\text{sup},m1} - \tilde{Y}_{11}^{\text{inf},m1}, \tilde{Y}_{vv} = \tilde{Y}_{12}^{\text{sup},m1} - \tilde{Y}_{12}^{\text{inf},m1} \end{aligned}$$

D'où, la matrice d'admittance:

$$\tilde{Y} = \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{uu} & \tilde{Y}_{uv} \\ \tilde{Y}_{vu} & \tilde{Y}_{vv} \end{bmatrix}$$

Il ne reste plus qu'à revenir au repère initial (cartésien), en effectuant les transformations nécessaires. Pour cela on utilise la matrice de passage P :

$$P = P^{-1} = \begin{bmatrix} -\cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Ce qui nous permettons d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_{xm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm1}(\alpha_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{uu} & \tilde{Y}_{uv} \\ \tilde{Y}_{vu} & \tilde{Y}_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{xm1}(\alpha_n, H_m) \\ \tilde{E}_{zm1}(\alpha_n, H_m) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_{xm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm1}(\alpha_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{xx} & \tilde{Y}_{xz} \\ \tilde{Y}_{zx} & \tilde{Y}_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{xm1}(\alpha_n, H_m) \\ \tilde{E}_{zm1}(\alpha_n, H_m) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{xx} &= \tilde{Y}_{uu} \cos^2 \theta - (\tilde{Y}_{vu} + \tilde{Y}_{uv}) \sin \theta \cos \theta + \tilde{Y}_{vv} \sin^2 \theta \\ \tilde{Y}_{xz} &= -\tilde{Y}_{uv} \cos^2 \theta - (\tilde{Y}_{uu} - \tilde{Y}_{vv}) \sin \theta \cos \theta + \tilde{Y}_{vu} \sin^2 \theta \\ \tilde{Y}_{zx} &= -\tilde{Y}_{vu} \cos^2 \theta - (\tilde{Y}_{uu} - \tilde{Y}_{vv}) \sin \theta \cos \theta + \tilde{Y}_{uv} \sin^2 \theta \\ \tilde{Y}_{zz} &= \tilde{Y}_{vv} \cos^2 \theta + (\tilde{Y}_{vu} + \tilde{Y}_{uv}) \sin \theta \cos \theta + \tilde{Y}_{uu} \sin^2 \theta \end{aligned}$$

3.1.3.6. Détermination de la matrice de Green Z dyadique

Il s'agit de déterminer la relation qui relie le courant et le champ électrique à l'interface métallisée ($y=H_m$).

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{xm1}(\alpha_n, H_m) \\ \tilde{E}_{zm1}(\alpha_n, H_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{xx} & \tilde{Z}_{xz} \\ \tilde{Z}_{zx} & \tilde{Z}_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_{xm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm1}(\alpha_n) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Les éléments de la matrice $\tilde{Z}(\alpha_n)$ sont alors obtenus par une simple inversion de la matrice admittance Y.

3.2. Etude d'une structure multicouche à deux plans de métallisation :

Après l'application de notre approche pour l'étude des structures planaires unilatérales, nous allons nous intéresser à présent à l'extension de cette technique à l'étude de structures plus complexes. Les structures planaires couplées par proximité peuvent, dans certaines applications spécifiques, être remplacées par des structures où le couplage est réalisé entre deux lignes appartenant à des niveaux de métallisation différents. Ces structures connaissent une demande accrue en raison de la flexibilité offerte par cette configuration dans la conception des filtres et des coupleurs directifs.

La structure qu'on désire analyser est représentée sur la figure 2.5. Il s'agit d'une structure planaire multicouche couplée par niveaux de métallisation réalisée sur des substrats anisotropes bi axiale.

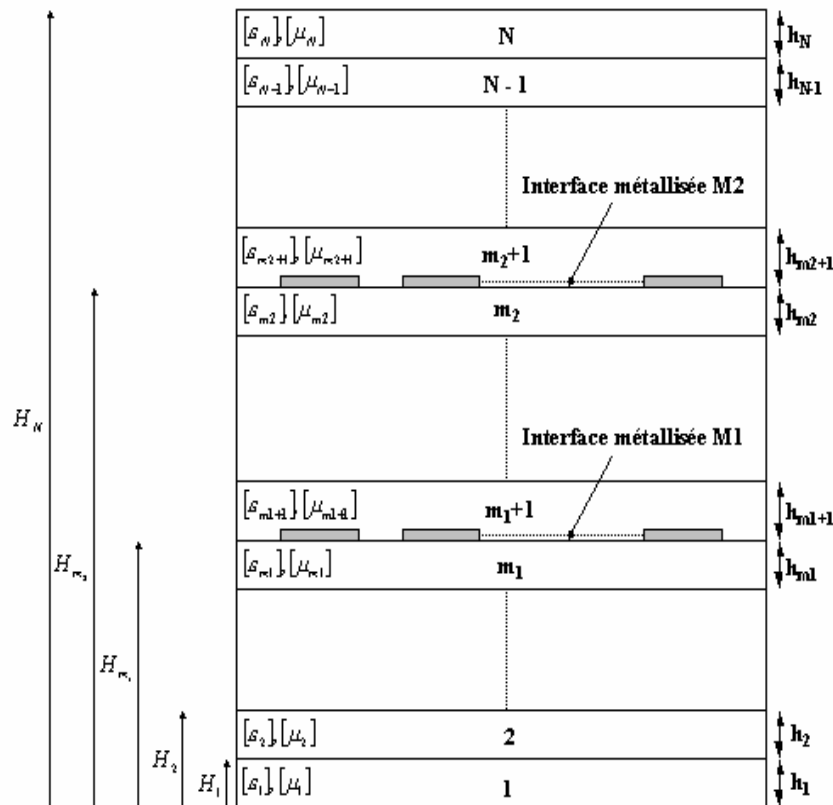


Fig.2.5 Structure planaire multicouche à anisotropie bi axiale couplée par niveaux de métallisation

Pour obtenir la matrice impédance de Green qui lie les composantes tangentielles du champ électrique à celles du courant sur les deux interfaces métallisées comme le montre le système suivant :

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{xm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{zm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{xm2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \tilde{E}_{zm2}(\alpha_n, H_{m2}) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{xx,1} & \tilde{Z}_{xz,1} & \tilde{Z}_{xx,12} & \tilde{Z}_{xz,12} \\ \tilde{Z}_{zx,1} & \tilde{Z}_{zz,1} & \tilde{Z}_{zx,12} & \tilde{Z}_{zz,12} \\ \tilde{Z}_{xx,21} & \tilde{Z}_{xz,21} & \tilde{Z}_{xx,2} & \tilde{Z}_{xz,2} \\ \tilde{Z}_{zx,21} & \tilde{Z}_{zz,21} & \tilde{Z}_{zx,2} & \tilde{Z}_{zz,2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_{xm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{xm2}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm2}(\alpha_n) \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Nous devons calculer les éléments constituant cette matrice. Ces derniers se présentent sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{xm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{zm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{xm2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \tilde{E}_{zm2}(\alpha_n, H_{m2}) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [Z]_{11} & [Z]_{12} \\ [Z]_{21} & [Z]_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_{xm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{xm2}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm2}(\alpha_n) \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Où $[Z]_{11}$, $[Z]_{22}$ désignent les sous matrices impédances ramenées aux interfaces métallisés m1 et m2 respectivement. Les sous matrices $[Z]_{12}$, $[Z]_{21}$ peuvent être interprétées comme étant les impédances mutuelles entre les niveaux de métallisations m1 et m2 (m2 et m1) respectivement. Il s'agit de la relation qui lie le champ observé à l'interface m1 (m2), au courant crée à l'interface m2 (m1).

Dans ce qui suit, nous allons calculer les éléments de la matrice Z en appliquant le théorème de superposition (Fig.2.6).

3.2.1. Principe du théorème de superposition :

- Pour un courant nul ($\tilde{J}_{um1} = 0$) sur l'interface m1 (absence de métallisations), il y a lieu de calculer les impédances $[Z]_{22}$ et $[Z]_{12}$. La configuration géométrique obtenue est celle d'une structure planaire multicouche à un seul plan de métallisation localisé à $y = H_{m2}$.
- Pour un courant nul ($\tilde{J}_{um2} = 0$) sur l'interface m2 (absence de métallisations), il y a lieu de déterminer les impédances $[Z]_{11}$ et $[Z]_{21}$. La configuration géométrique obtenue est celle d'une structure planaire multicouche à un seul plan de métallisation localisé à $y = H_{m1}$.

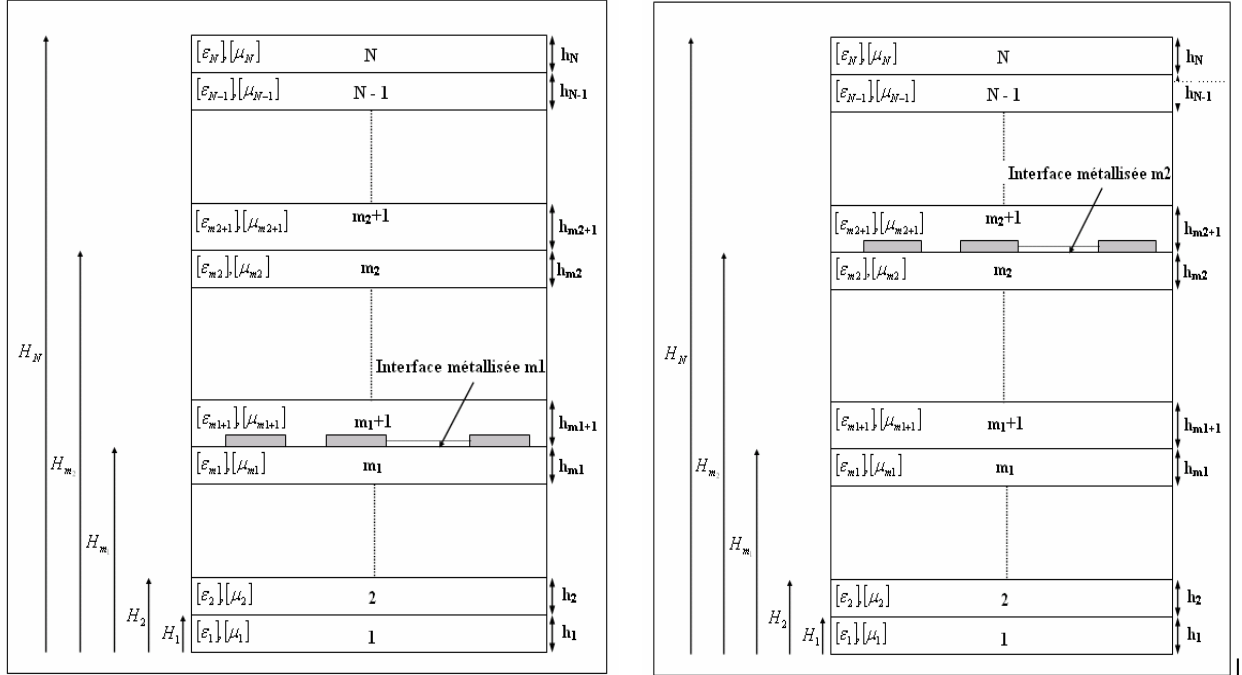


Fig.2.6. Application du théorème de superposition

3.2.2. Calcul des impédances propres à chaque interface métallisée $[Z]_{11}$ et $[Z]_{22}$:

Le mode de calcul de ces deux paramètres est identique à celui mentionné aux paragraphes précédents pour le cas d'un seul plan de métallisation. Il s'agit de déterminer les impédances ramenées aux plans de métallisation $y = H_{m1}$ (en absence de la métallisation m_2), et à $y = H_{m2}$ en absence de la métallisation m_1 , ces impédances sont désignées par $[Z]_{11}$ et $[Z]_{22}$ respectivement.

3.2.2.1. Détermination des éléments du sou matrice $[Z]_{11}$:

Le passage entre la couche 1 et la couche m_1 est caractérisée par la relation suivante :

$$\vec{\mathfrak{R}}_{m_1} \Big|_{Y=H_{m_1}} = [M]^{1,m_1} \vec{\mathfrak{R}}_1 \Big|_{Y=0} \quad (2.36.a)$$

Avec :

$$[M]^{i,m_1} = \prod_{i=1}^{i=m_1} [M]$$

De la même façon, le passage entre la couche N et la couche m_1+1 est caractérisé par :

$$\vec{\mathfrak{R}}_{m_1+1} \Big|_{Y=H_{m_1}} = [M]^{N,m_1+1} \vec{\mathfrak{R}}_N \Big|_{Y=H_N} \quad (2.36.b)$$

Avec :
$$[M]^{N, m1+1} = \prod_{i=N}^{i=m1+1} [M]_i$$

L'application des conditions aux limites sur les parois métalliques inférieures et supérieures (à $y = 0$ et $y=H_N$) donne :

$$\vec{\mathfrak{R}}_1 \Big|_{Y=0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{H}_{u1} \\ \tilde{H}_{v1} \end{bmatrix}_{Y=0} \quad \text{et} \quad \vec{\mathfrak{R}}_N \Big|_{Y=H_N} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{H}_{uN} \\ \tilde{H}_{vN} \end{bmatrix}_{Y=H_N}$$

En remplaçant ces expressions dans les équations (2.36.a) et (2.36.b), nous obtenons :

$$\tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) = M_{13}^{1,m1} \tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) + M_{14}^{1,m1} \tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) \quad (2.37.a)$$

$$\tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) = M_{23}^{1,m1} \tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) + M_{24}^{1,m1} \tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) \quad (2.37.b)$$

$$\tilde{H}_{um1}(\alpha, H_{m1}) = M_{33}^{1,m1} \tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) + M_{34}^{1,m1} \tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) \quad (2.37.c)$$

$$\tilde{H}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) = M_{43}^{1,m1} \tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) + M_{44}^{1,m1} \tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) \quad (2.37.d)$$

$$\tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) = M_{13}^{N,m1+1} \tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) + M_{14}^{N,m1+1} \tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) \quad (2.38.a)$$

$$\tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) = M_{23}^{N,m1+1} \tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) + M_{24}^{N,m1+1} \tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) \quad (2.38.b)$$

$$\tilde{H}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) = M_{33}^{N,m1+1} \tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) + M_{34}^{N,m1+1} \tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) \quad (2.38.c)$$

$$\tilde{H}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) = M_{43}^{N,m1+1} \tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) + M_{44}^{N,m1+1} \tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) \quad (2.38.d)$$

Après une simple manipulation algébrique des équations (2.37.a), (2.37.b), (2.38.a) et (2.38.b), nous obtenons les expressions du champ magnétique à l'interface métallisée m1 ($y=H_{m1}$) en fonctions de ceux au paroi inférieure ($y=0$) et au paroi supérieure ($y=H_N$) respectivement :

$$\tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{24}^{1,m1} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) - M_{14}^{1,m1} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \rangle \quad (2.39.a)$$

$$\tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle -M_{23}^{1,m1} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) + M_{13}^{1,m1} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \rangle \quad (2.39.b)$$

$$\tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) = \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle M_{24}^{N,m1+1} \tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) - M_{14}^{N,m1+1} \tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) \rangle \quad (2.39.c)$$

$$\tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) = \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle -M_{23}^{N,m1+1} \tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) + M_{13}^{N,m1+1} \tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) \rangle \quad (2.39.d)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \Delta M^{1,m1} &= M_{13}^{1,m1} M_{24}^{1,m1} - M_{14}^{1,m1} M_{23}^{1,m1} \\ \Delta M^{N,m1+1} &= M_{13}^{N,m1+1} M_{24}^{N,m1+1} - M_{14}^{N,m1+1} M_{23}^{N,m1+1} \end{aligned}$$

Après avoir remplacé ces expressions (les équations : (2.39.a), (2.39.b), (2.39.c) et (2.39.d)) dans les expressions du champ électrique à l'interface métallisée m1 (y=H_{m1}) en fonction du champ magnétique au paroi inférieure (y=0) et au paroi supérieure (y=H_N) (les équations : (2.37.c), (2.37.d) et (2.38.c), (2.38.d) respectivement), nous obtenons :

$$\tilde{H}_{um1}(\alpha, H_{m1}) = \tilde{Y}_{11}^{\text{inf},m1} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) + \tilde{Y}_{12}^{\text{inf},m1} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \quad (2.40.a)$$

$$\tilde{H}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) = \tilde{Y}_{21}^{\text{inf},m1} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) + \tilde{Y}_{22}^{\text{inf},m1} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \quad (2.40.b)$$

$$\tilde{H}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) = \tilde{Y}_{11}^{\text{sup},m1} \tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) + \tilde{Y}_{12}^{\text{sup},m1} \tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) \quad (2.40.c)$$

$$\tilde{H}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) = \tilde{Y}_{21}^{\text{sup},m1} \tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) + \tilde{Y}_{22}^{\text{sup},m1} \tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) \quad (2.40.d)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{11}^{\text{inf},m1} &= \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{33}^{1,m1} M_{24}^{1,m1} - M_{34}^{1,m1} M_{23}^{1,m1} \rangle \\ \tilde{Y}_{12}^{\text{inf},m1} &= \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{34}^{1,m1} M_{13}^{1,m1} - M_{33}^{1,m1} M_{14}^{1,m1} \rangle \\ \tilde{Y}_{21}^{\text{inf},m1} &= \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{43}^{1,m1} M_{24}^{1,m1} - M_{44}^{1,m1} M_{23}^{1,m1} \rangle \\ \tilde{Y}_{22}^{\text{inf},m1} &= \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{44}^{1,m1} M_{13}^{1,m1} - M_{43}^{1,m1} M_{14}^{1,m1} \rangle \\ \tilde{Y}_{11}^{\text{sup},m1} &= \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle M_{33}^{N,m1+1} M_{24}^{N,m1+1} - M_{34}^{N,m1+1} M_{23}^{N,m1+1} \rangle \\ \tilde{Y}_{12}^{\text{sup},m1} &= \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle M_{34}^{N,m1+1} M_{13}^{N,m1+1} - M_{33}^{N,m1+1} M_{14}^{N,m1+1} \rangle \\ \tilde{Y}_{21}^{\text{sup},m1} &= \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle M_{43}^{N,m1+1} M_{24}^{N,m1+1} - M_{44}^{N,m1+1} M_{23}^{N,m1+1} \rangle \\ \tilde{Y}_{22}^{\text{sup},m1} &= \frac{1}{\Delta M^{N,m1+1}} \langle M_{44}^{N,m1+1} M_{13}^{N,m1+1} - M_{43}^{N,m1+1} M_{14}^{N,m1+1} \rangle \end{aligned}$$

Les conditions de continuité sur l'interface métallisée m1 imposent :

$$\vec{\mathcal{R}}_{m1+1} \Big|_{Y=H_{mi}} - \vec{\mathcal{R}}_{m1} \Big|_{Y=H_{mi}} = \vec{\mathcal{S}}_{m1} \quad (2.41)$$

Avec :

$$\vec{\mathcal{S}}_{m1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{\mathcal{J}}_{vm1} \\ -\tilde{\mathcal{J}}_{um1} \end{bmatrix}$$

On en déduit alors l'admittance équivalente propre ramenée au plan $y=H_{m1}$ par :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathcal{J}}_{um1}(\alpha_n) \\ \tilde{\mathcal{J}}_{vm1}(\alpha_n) \end{bmatrix} = [\tilde{\mathcal{Y}}]_{11} \begin{bmatrix} \tilde{\mathcal{E}}_{um1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{\mathcal{E}}_{vm1}(\alpha_n, H_{m1}) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Avec :

$$[\tilde{\mathcal{Y}}]_{11} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathcal{Y}}_{uu,1} & \tilde{\mathcal{Y}}_{uv,1} \\ \tilde{\mathcal{Y}}_{vu,1} & \tilde{\mathcal{Y}}_{vv,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{Y}}_{uu,1} &= \tilde{\mathcal{Y}}_{21}^{\text{inf},m1} - \tilde{\mathcal{Y}}_{21}^{\text{sup},m1}, & \tilde{\mathcal{Y}}_{uv,1} &= \tilde{\mathcal{Y}}_{22}^{\text{inf},m1} - \tilde{\mathcal{Y}}_{22}^{\text{sup},m1} \\ \tilde{\mathcal{Y}}_{vu,1} &= \tilde{\mathcal{Y}}_{11}^{\text{sup},m1} - \tilde{\mathcal{Y}}_{11}^{\text{inf},m1}, & \tilde{\mathcal{Y}}_{vv,1} &= \tilde{\mathcal{Y}}_{12}^{\text{sup},m1} - \tilde{\mathcal{Y}}_{12}^{\text{inf},m1} \end{aligned}$$

Il ne reste plus qu'à revenir au repère initial (cartésien), en effectuant les transformations nécessaires (la matrice de passage P) :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathcal{J}}_{xm1}(\alpha_n) \\ \tilde{\mathcal{J}}_{zm1}(\alpha_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathcal{Y}}_{xx,1} & \tilde{\mathcal{Y}}_{xz,1} \\ \tilde{\mathcal{Y}}_{zx,1} & \tilde{\mathcal{Y}}_{zz,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathcal{E}}_{xm1}(\alpha_n, H_m) \\ \tilde{\mathcal{E}}_{zm1}(\alpha_n, H_m) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathcal{Y}}_{xx,1} & \tilde{\mathcal{Y}}_{xz,1} \\ \tilde{\mathcal{Y}}_{zx,1} & \tilde{\mathcal{Y}}_{zz,1} \end{bmatrix} = \mathbf{P}^{-1} [\tilde{\mathcal{Y}}]_{11} \mathbf{P}$$

Les éléments de la matrice $[Z]_{11}$ sont alors obtenus par une simple inversion de la matrice admittance $[Y]_{11}$.

3.2.2.2. Détermination des éléments du sou matrice $[Z]_{22}$:

Il s'agit de déterminer les éléments de la matrice de Green (impédance propre ramenée au plan $y=H_{m2}$) de la structure suivante (Fig.2.7):

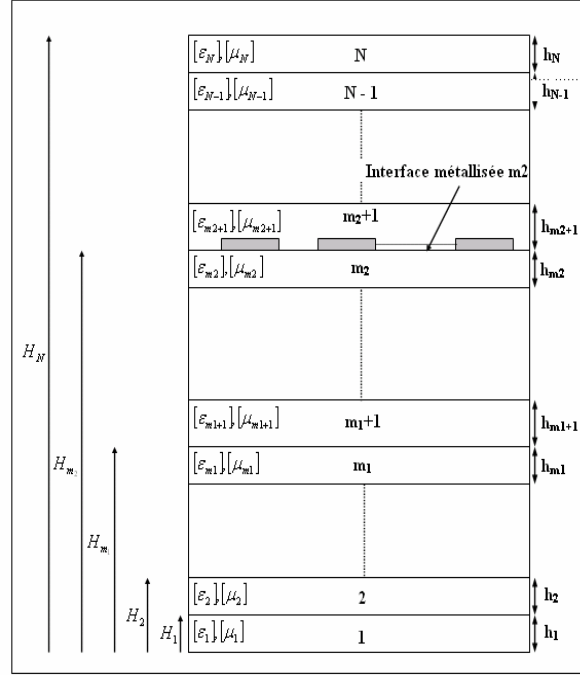


Fig.2.7 Structure planaire multicouche à anisotropie bi axiale à un seul plan de métallisation (m2)

Pour cela, en procédant de la même façon que pour le calcul de $[Z]_{11}$, en remplaçant le plan m1 par le plan m2. Et cela revient à remplacer l'indice m1 par l'indice m2 dans les expressions trouvées précédemment.

Le champ électrique à l'interface métallisée m2 ($y=H_{m2}$) est lié au champ magnétique à la paroi inférieure ($y=0$) et à la paroi supérieure ($y=H_N$) par les relations suivantes :

$$\tilde{H}_{um2}(\alpha, H_{m2}) = \tilde{Y}_{11}^{\text{inf},m2} \tilde{E}_{um2}(\alpha, H_{m2}) + \tilde{Y}_{12}^{\text{inf},m2} \tilde{E}_{vm2}(\alpha, H_{m2}) \quad (2.44.a)$$

$$\tilde{H}_{vm2}(\alpha, H_{m2}) = \tilde{Y}_{21}^{\text{inf},m2} \tilde{E}_{um2}(\alpha, H_{m2}) + \tilde{Y}_{22}^{\text{inf},m2} \tilde{E}_{vm2}(\alpha, H_{m2}) \quad (2.44.b)$$

$$\tilde{H}_{um2+1}(\alpha, H_{m2}) = \tilde{Y}_{11}^{\text{sup},m2} \tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m2}) + \tilde{Y}_{12}^{\text{sup},m2} \tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m2}) \quad (2.44.c)$$

$$\tilde{H}_{vm2+1}(\alpha, H_{m2}) = \tilde{Y}_{21}^{\text{sup},m2} \tilde{E}_{um2+1}(\alpha, H_{m2}) + \tilde{Y}_{22}^{\text{sup},m2} \tilde{E}_{vm2+1}(\alpha, H_{m2}) \quad (2.44.d)$$

Avec :

$$\tilde{Y}_{11}^{\text{inf},m2} = \frac{1}{\Delta M^{1,m2}} \langle M_{33}^{1,m2} M_{24}^{1,m2} - M_{34}^{1,m2} M_{23}^{1,m2} \rangle$$

$$\tilde{Y}_{12}^{\text{inf},m2} = \frac{1}{\Delta M^{1,m2}} \langle M_{34}^{1,m2} M_{13}^{1,m2} - M_{33}^{1,m2} M_{14}^{1,m2} \rangle$$

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_{21}^{\text{inf},m1} &= \frac{1}{\Delta M^{1,m2}} \langle M_{43}^{1,m2} M_{24}^{1,m2} - M_{44}^{1,m2} M_{23}^{1,m2} \rangle \\ \tilde{Y}_{22}^{\text{inf},m1} &= \frac{1}{\Delta M^{1,m2}} \langle M_{44}^{1,m2} M_{13}^{1,m2} - M_{43}^{1,m2} M_{14}^{1,m2} \rangle \\ \tilde{Y}_{11}^{\text{sup},m2} &= \frac{1}{\Delta M^{N,m2+1}} \langle M_{33}^{N,m2+1} M_{24}^{N,m2+1} - M_{34}^{N,m2+1} M_{23}^{N,m2+1} \rangle \\ \tilde{Y}_{12}^{\text{sup},m2} &= \frac{1}{\Delta M^{N,m2+1}} \langle M_{34}^{N,m2+1} M_{13}^{N,m2+1} - M_{33}^{N,m2+1} M_{14}^{N,m2+1} \rangle \\ \tilde{Y}_{21}^{\text{sup},m2} &= \frac{1}{\Delta M^{N,m2+1}} \langle M_{43}^{N,m2+1} M_{24}^{N,m2+1} - M_{44}^{N,m2+1} M_{23}^{N,m2+1} \rangle \\ \tilde{Y}_{22}^{\text{sup},m2} &= \frac{1}{\Delta M^{N,m2+1}} \langle M_{44}^{N,m2+1} M_{13}^{N,m2+1} - M_{43}^{N,m2+1} M_{14}^{N,m2+1} \rangle\end{aligned}$$

L'application des relations de continuité (2.41) à $y=H_{m2}$ conduit aux relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_{um2}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{vm2}(\alpha_n) \end{bmatrix} = [\tilde{Y}]_{22} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{um2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \tilde{E}_{vm2}(\alpha_n, H_{m2}) \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Avec :

$$\begin{aligned}[\tilde{Y}]_{22} &= \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{uu,2} & \tilde{Y}_{uv,2} \\ \tilde{Y}_{vu,2} & \tilde{Y}_{vv,2} \end{bmatrix} \\ \tilde{Y}_{uu,2} &= \tilde{Y}_{21}^{\text{inf},m2} - \tilde{Y}_{21}^{\text{sup},m2}, \quad \tilde{Y}_{uv,2} = \tilde{Y}_{22}^{\text{inf},m2} - \tilde{Y}_{22}^{\text{sup},m2} \\ \tilde{Y}_{vu,2} &= \tilde{Y}_{11}^{\text{sup},m2} - \tilde{Y}_{11}^{\text{inf},m2}, \quad \tilde{Y}_{vv,2} = \tilde{Y}_{12}^{\text{sup},m2} - \tilde{Y}_{12}^{\text{inf},m2}\end{aligned}$$

Les éléments de la matrice $[Z]_{22}$ sont obtenus après un retour au repaire cartésien et une simple inversion de la matrice admittance $[Y]_{22}$.

3.2.3. Détermination des impédances de couplage entre les plans métallisés $[Z]_{12}$ et $[Z]_{21}$:

Les éléments des matrices $[Z]_{12}$ et $[Z]_{21}$ peuvent être interprétés comme étant les impédances mutuelles entre les niveaux de métallisations $m1$ et $m2$. Il s'agit de la relation qui lie le champ observé à l'interface $m1$ (ou $m2$) au courant créé à l'interface $m2$ (ou $m1$).

Le couplage entre les plans métallisés $m1$ et $m2$ est caractérisé par les relations suivantes :

$$\vec{\mathfrak{R}}_{m2} \Big|_{Y=H_{m2}} = [M]^{m1,m2} \vec{\mathfrak{R}}_1 \Big|_{Y=H_{m1}} \quad (2.46.a)$$

$$\vec{\mathfrak{R}}_{m1} \Big|_{Y=H_{m1}} = [M]^{m2,m1} \vec{\mathfrak{R}}_1 \Big|_{Y=H_{m2}} \quad (2.46.b)$$

L'équation (2.46.a) caractérise l'influence du plan $m1$ sur le plan $m2$, et (2.46.b) caractérise l'influence du plan $m2$ sur le plan $m1$.

En exploitant les expressions trouvées précédemment, on a d'une part :

$$\tilde{E}_{um2}(\alpha, H_{m2}) = M_{13}^{1,m2} \tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) + M_{14}^{1,m2} \tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) \quad (2.47.a)$$

$$\tilde{E}_{vm2}(\alpha, H_{m2}) = M_{23}^{1,m2} \tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) + M_{24}^{1,m2} \tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) \quad (2.47.b)$$

$$\tilde{E}_{um1+1}(\alpha, H_{m1}) = M_{13}^{N,m1+1} \tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) + M_{14}^{N,m1+1} \tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) \quad (2.47.c)$$

$$\tilde{E}_{vm1+1}(\alpha, H_{m1}) = M_{23}^{N,m1+1} \tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) + M_{24}^{N,m1+1} \tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) \quad (2.47.d)$$

D'autre part :

$$\tilde{H}_{u1}(\alpha, 0) = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{24}^{1,m1} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) - M_{14}^{1,m1} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \rangle \quad (2.48.a)$$

$$\tilde{H}_{v1}(\alpha, 0) = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle -M_{23}^{1,m1} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) + M_{13}^{1,m1} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \rangle \quad (2.48.b)$$

$$\tilde{H}_{uN}(\alpha, H_N) = \frac{1}{\Delta M^{N,m2+1}} \langle M_{24}^{N,m2+1} \tilde{E}_{um2+1}(\alpha, H_{m2}) - M_{14}^{N,m2+1} \tilde{E}_{vm2+1}(\alpha, H_{m2}) \rangle \quad (2.48.c)$$

$$\tilde{H}_{vN}(\alpha, H_N) = \frac{1}{\Delta M^{N,m2+1}} \langle -M_{23}^{N,m2+1} \tilde{E}_{um2+1}(\alpha, H_{m2}) + M_{13}^{N,m2+1} \tilde{E}_{vm2+1}(\alpha, H_{m2}) \rangle \quad (2.48.d)$$

En combinant les équations (2.47.a), (2.47.b) avec les équations (2.48.a), (2.48.b), nous obtenons :

$$\tilde{E}_{um2}(\alpha, H_{m2}) = \delta M_{11}^{m1,m2} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) + \delta M_{12}^{m1,m2} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \quad (2.49.a)$$

$$\tilde{E}_{vm2}(\alpha, H_{m2}) = \delta M_{21}^{m1,m2} \tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) + \delta M_{22}^{m1,m2} \tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) \quad (2.49.b)$$

Avec :

$$\delta M_{11}^{m1,m2} = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{13}^{1,m2} M_{24}^{1,m1} - M_{14}^{1,m2} M_{23}^{1,m1} \rangle$$

$$\delta M_{12}^{m1,m2} = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{14}^{1,m2} M_{13}^{1,m1} - M_{13}^{1,m2} M_{14}^{1,m1} \rangle$$

$$\delta M_{21}^{m1,m2} = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{23}^{1,m2} M_{24}^{1,m1} - M_{24}^{1,m2} M_{23}^{1,m1} \rangle$$

$$\delta M_{22}^{m1,m2} = \frac{1}{\Delta M^{1,m1}} \langle M_{24}^{1,m2} M_{13}^{1,m1} - M_{23}^{1,m2} M_{14}^{1,m1} \rangle$$

De même, le développement des équations (2.47.c), (2.47.d) et (2.48.c), (2.48.d) implique :

$$\tilde{E}_{um1}(\alpha, H_{m1}) = \delta M_{11}^{m2,m1} \tilde{E}_{um2}(\alpha, H_{m2}) + \delta M_{12}^{m2,m1} \tilde{E}_{vm2}(\alpha, H_{m2}) \quad (2.50.a)$$

$$\tilde{E}_{vm1}(\alpha, H_{m1}) = \delta M_{21}^{m2,m1} \tilde{E}_{um2}(\alpha, H_{m2}) + \delta M_{22}^{m2,m1} \tilde{E}_{vm2}(\alpha, H_{m2}) \quad (2.50.b)$$

Avec :

$$\delta M_{11}^{m2,m1} = \frac{1}{\Delta M_{N,m2+1}} \langle M_{13}^{N,m1+1} M_{24}^{N,m2+1} - M_{14}^{N,m1+1} M_{23}^{N,m2+1} \rangle$$

$$\delta M_{12}^{m2,m1} = \frac{1}{\Delta M_{N,m2+1}} \langle M_{14}^{N,m1+1} M_{13}^{N,m2+1} - M_{13}^{N,m1+1} M_{14}^{N,m2+1} \rangle$$

$$\delta M_{21}^{m2,m1} = \frac{1}{\Delta M_{N,m2+1}} \langle M_{23}^{N,m1+1} M_{24}^{N,m2+1} - M_{24}^{N,m1+1} M_{23}^{N,m2+1} \rangle$$

$$\delta M_{22}^{m2,m1} = \frac{1}{\Delta M_{N,m2+1}} \langle M_{24}^{N,m1+1} M_{13}^{N,m2+1} - M_{23}^{N,m1+1} M_{14}^{N,m2+1} \rangle$$

On rappellera les formules des impédances propres aux interfaces métallisées m1 et m2 respectivement :

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{um1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{vm1}(\alpha_n, H_{m1}) \end{bmatrix} = [Z]_{11,uv} \begin{bmatrix} \tilde{J}_{um1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{vm1}(\alpha_n) \end{bmatrix} \quad (2.51.a)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{um2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \tilde{E}_{vm2}(\alpha_n, H_{m2}) \end{bmatrix} = [Z]_{22,uv} \begin{bmatrix} \tilde{J}_{um2}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{vm2}(\alpha_n) \end{bmatrix} \quad (2.51.b)$$

$$\text{Avec : } [Z]_{11,uv} = \text{inv}[\tilde{Y}]_{11,uv} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{uu,1} & \tilde{Z}_{uv,1} \\ \tilde{Z}_{vu,1} & \tilde{Z}_{vv,1} \end{bmatrix} ; \quad [Z]_{22,uv} = \text{inv}[\tilde{Y}]_{22,uv} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{uu,2} & \tilde{Z}_{uv,2} \\ \tilde{Z}_{vu,2} & \tilde{Z}_{vv,2} \end{bmatrix}$$

En associant les relations (2.50.a), (2.50.b) et (2.51.b), il vient:

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{um1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{vm1}(\alpha_n, H_{m1}) \end{bmatrix} = [Z]_{12,uv} \begin{bmatrix} \tilde{J}_{um2}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{vm2}(\alpha_n) \end{bmatrix} \quad (2.52.a)$$

Avec :

$$[Z]_{12} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{uu,12} & \tilde{Z}_{uv,12} \\ \tilde{Z}_{vu,12} & \tilde{Z}_{vv,12} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{Z}_{uu,12} = \delta M_{11}^{m2,m1} \tilde{Z}_{uu,2} + \delta M_{12}^{m2,m1} \tilde{Z}_{uv,2}$$

$$\tilde{Z}_{uv,12} = \delta M_{11}^{m2,m1} \tilde{Z}_{vu,2} + \delta M_{12}^{m2,m1} \tilde{Z}_{vv,2}$$

$$\tilde{Z}_{vu,12} = \delta M_{21}^{m2,m1} \tilde{Z}_{uu,2} + \delta M_{22}^{m2,m1} \tilde{Z}_{uv,2}$$

$$\tilde{Z}_{vv,12} = \delta M_{21}^{m2,m1} \tilde{Z}_{vu,2} + \delta M_{22}^{m2,m1} \tilde{Z}_{vv,2}$$

De même, pour les relations (2.49.a), (2.49.b) et (2.51.a), nous obtenons:

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{um2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \tilde{E}_{vm2}(\alpha_n, H_{m2}) \end{bmatrix} = [Z]_{21,uv} \begin{bmatrix} \tilde{J}_{um1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{vm1}(\alpha_n) \end{bmatrix} \quad (2.52.b)$$

Avec :

$$[Z]_{21,uv} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{uu,21} & \tilde{Z}_{uv,21} \\ \tilde{Z}_{vu,21} & \tilde{Z}_{vv,21} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_{uu,21} &= \delta M_{11}^{m1,m2} \tilde{Z}_{uu,1} + \delta M_{12}^{m1,m2} \tilde{Z}_{uv,1} \\ \tilde{Z}_{uv,21} &= \delta M_{11}^{m1,m2} \tilde{Z}_{vu,1} + \delta M_{12}^{m1,m2} \tilde{Z}_{vv,1} \\ \tilde{Z}_{vu,21} &= \delta M_{21}^{m1,m2} \tilde{Z}_{uu,1} + \delta M_{22}^{m1,m2} \tilde{Z}_{uv,1} \\ \tilde{Z}_{vv,21} &= \delta M_{21}^{m1,m2} \tilde{Z}_{vu,1} + \delta M_{22}^{m1,m2} \tilde{Z}_{vv,1} \end{aligned}$$

Ayant ainsi calculer les éléments des matrices impédances de couplage entre les plans métallisés m1 et m2, il ne reste qu'un retour au repère initial (x, y, z) via la matrice de passage P.

Finalement, La matrice impédance de Green étant une matrice d'ordre 4 :

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{xm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{zm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{xm2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \tilde{E}_{zm2}(\alpha_n, H_{m2}) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{xx,1} & \tilde{Z}_{xz,1} & \tilde{Z}_{xx,12} & \tilde{Z}_{xz,12} \\ \tilde{Z}_{zx,1} & \tilde{Z}_{zz,1} & \tilde{Z}_{zx,12} & \tilde{Z}_{zz,12} \\ \tilde{Z}_{xx,21} & \tilde{Z}_{xz,21} & \tilde{Z}_{xx,2} & \tilde{Z}_{xz,2} \\ \tilde{Z}_{zx,21} & \tilde{Z}_{zz,21} & \tilde{Z}_{zx,2} & \tilde{Z}_{zz,2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_{xm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{xm2}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm2}(\alpha_n) \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

2.3. Généralisation de la méthode à des structures comportant un nombre arbitraire d'interfaces métallisées :

Après l'application de notre méthode pour l'étude des structures planaires unilatérales et bilatérales, nous allons nous intéresser à présent à l'extension de cette technique à l'étude des structures plus complexes. Il s'agit des structures planaires anisotropes multicouches comportant un nombre arbitraire d'interfaces métallisées (Fig.2.8). Ces structures couplées peuvent, dans certaines applications spécifiques, être remplacées par des structures où le couplage est réalisé entre plusieurs lignes appartenant à des niveaux de métallisation différents. Ces structures connaissent une demande accrue en raison de la flexibilité offerte par cette configuration dans la conception des filtres et des coupleurs.

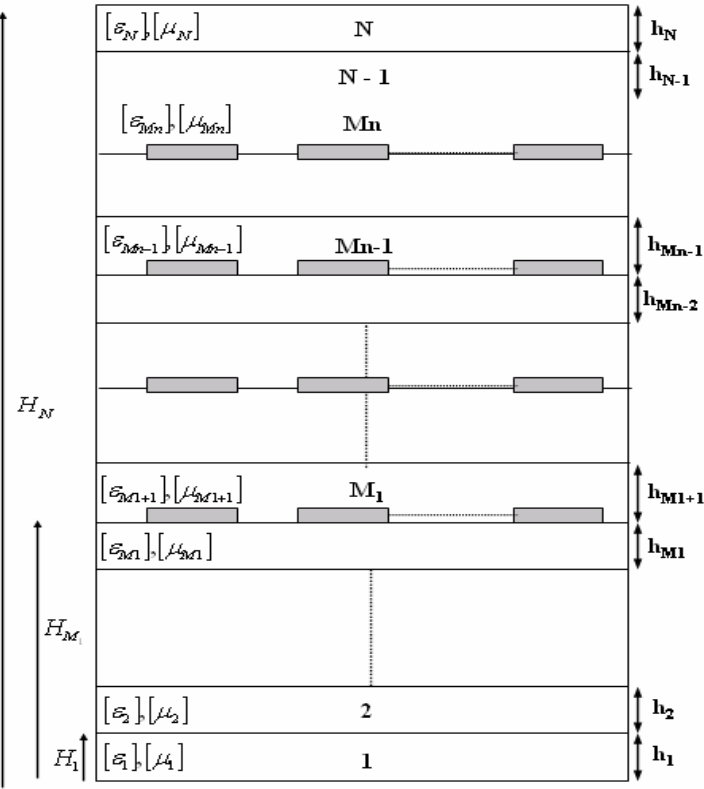


Fig.2.8. Structure planaire anisotrope multicouche comportant un nombre arbitraire d'interfaces métallisées

L'analyse de cette structure consiste dans un premier temps en la détermination des fonctions de Green par la technique proposée précédemment. Les fonctions de Green de cette structure se présentent sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{um1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{vm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{um2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \tilde{E}_{vm2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{E}_{umn}(\alpha_n, H_{mn}) \\ \tilde{E}_{vnm}(\alpha_n, H_{mn}) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [Z]_{11,uv} & [Z]_{12,uv} & \dots & \dots & \dots \\ [Z]_{21,uv} & [Z]_{22,uv} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & [Z]_{n-1n-1,uv} & [Z]_{n-1n,uv} \\ \dots & \dots & \dots & [Z]_{mn-1,uv} & [Z]_{mn,uv} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_{um1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{vm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{um2}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{vm2}(\alpha_n) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{J}_{umn}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{vnm}(\alpha_n) \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

Avec :

$[Z]_{ii,uv}$: représente la sous matrice impédance propre au plan mi.

$[Z]_{ij,uv}$: représente la sous matrice impédance de couplage entre les plans m_i et m_j .

2.3.1. Calcul des fonctions de Green :

L'application du théorème de superposition permet de calculer les impédances propres à chaque interface métallisée ainsi que les impédances de couplage entre les différents plans de métallisation :

- Pour un courant nul ($\tilde{J}_{umj} = 0$) sur l'interface m_j (absence de métallisations), il y a lieu de calculer les impédances $[Z]_{ii,uv}$ et $[Z]_{ij,uv}$. La configuration géométrique obtenue est celle d'une structure planaire multicouche à un seul plan de métallisation localisé à $y = H_{m_i}$.
- Pour un courant nul ($\tilde{J}_{umi} = 0$) sur l'interface m_i (absence de métallisations), il y a lieu de déterminer les impédances $[Z]_{jj,uv}$ et $[Z]_{ij,uv}$. La configuration géométrique obtenue est celle d'une structure planaire multicouche à un seul plan de métallisation localisé à $y = H_{m_j}$.

2.3.1.1. Calcul de $[Z]_{ii}$:

En tenant compte des modification des indices des interfaces métallisées (en remplaçant l'interface m_i par l'interface m_1); les étapes de calcul de $[Z]_{ij}$ seront identiques à ceux de $[Z]_{i1}$.

Les expressions du champ électrique à l'interface métallisée m_1 ($y=H_{m_1}$) en fonctions du champ magnétique au paroi inférieure ($y=0$) et au paroi supérieure ($y=H_N$) s'écrivent:

$$\tilde{H}_{umi}(\alpha, H_{mi}) = \tilde{Y}_{11}^{\text{inf},mi} \tilde{E}_{umi}(\alpha, H_{mi}) + \tilde{Y}_{12}^{\text{inf},mi} \tilde{E}_{vmi}(\alpha, H_{mi}) \quad (2.55.a)$$

$$\tilde{H}_{vmi}(\alpha, H_{mi}) = \tilde{Y}_{21}^{\text{inf},mi} \tilde{E}_{umi}(\alpha, H_{mi}) + \tilde{Y}_{22}^{\text{inf},mi} \tilde{E}_{vmi}(\alpha, H_{mi}) \quad (2.55.b)$$

$$\tilde{H}_{umi+1}(\alpha, H_{mi}) = \tilde{Y}_{11}^{\text{sup},mi} \tilde{E}_{umi+1}(\alpha, H_{mi}) + \tilde{Y}_{12}^{\text{sup},mi} \tilde{E}_{vmi+1}(\alpha, H_{mi}) \quad (2.55.c)$$

$$\tilde{H}_{vmi+1}(\alpha, H_{mi}) = \tilde{Y}_{21}^{\text{sup},mi} \tilde{E}_{umi+1}(\alpha, H_{mi}) + \tilde{Y}_{22}^{\text{sup},mi} \tilde{E}_{vmi+1}(\alpha, H_{mi}) \quad (2.55.d)$$

Avec :

$$\tilde{Y}_{11}^{\text{inf},mi} = \frac{1}{\Delta M^{1,mi}} \langle M_{33}^{1,mi} M_{24}^{1,mi} - M_{34}^{1,mi} M_{23}^{1,mi} \rangle$$

$$\tilde{Y}_{12}^{\text{inf},mi} = \frac{1}{\Delta M^{1,mi}} \langle M_{34}^{1,mi} M_{13}^{1,mi} - M_{33}^{1,mi} M_{14}^{1,mi} \rangle$$

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_{21}^{\text{inf},mi} &= \frac{1}{\Delta M^{1,mi}} \langle M_{43}^{1,mi} M_{24}^{1,mi} - M_{44}^{1,mi} M_{23}^{1,mi} \rangle \\ \tilde{Y}_{22}^{\text{inf},mi} &= \frac{1}{\Delta M^{1,mi}} \langle M_{44}^{1,mi} M_{13}^{1,mi} - M_{43}^{1,mi} M_{14}^{1,mi} \rangle \\ \tilde{Y}_{11}^{\text{sup},mi} &= \frac{1}{\Delta M^{N,mi+1}} \langle M_{33}^{N,mi+1} M_{24}^{N,mi+1} - M_{34}^{N,mi+1} M_{23}^{N,mi+1} \rangle \\ \tilde{Y}_{12}^{\text{sup},mi} &= \frac{1}{\Delta M^{N,mi+1}} \langle M_{34}^{N,mi+1} M_{13}^{N,mi+1} - M_{33}^{N,mi+1} M_{14}^{N,mi+1} \rangle \\ \tilde{Y}_{21}^{\text{sup},mi} &= \frac{1}{\Delta M^{N,mi+1}} \langle M_{43}^{N,mi+1} M_{24}^{N,mi+1} - M_{44}^{N,mi+1} M_{23}^{N,mi+1} \rangle \\ \tilde{Y}_{22}^{\text{sup},mi} &= \frac{1}{\Delta M^{N,mi+1}} \langle M_{44}^{N,mi+1} M_{13}^{N,mi+1} - M_{43}^{N,mi+1} M_{14}^{N,mi+1} \rangle\end{aligned}$$

L'application des relations de continuité (2.41) à $y=H_{mi}$ conduit aux relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} \tilde{J}_{umi}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{vmi}(\alpha_n) \end{bmatrix} = [\tilde{Y}]_{ii,uv} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{umi}(\alpha_n, H_{mi}) \\ \tilde{E}_{vmi}(\alpha_n, H_{mi}) \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Avec :

$$[\tilde{Y}]_{ii,uv} = \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{uu,i} & \tilde{Y}_{uv,i} \\ \tilde{Y}_{vu,i} & \tilde{Y}_{vv,i} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_{uu,i} &= \tilde{Y}_{21}^{\text{inf},m2} - \tilde{Y}_{21}^{\text{sup},m2}, \quad \tilde{Y}_{uv,i} = \tilde{Y}_{22}^{\text{inf},m2} - \tilde{Y}_{22}^{\text{sup},m2} \\ \tilde{Y}_{vu,i} &= \tilde{Y}_{11}^{\text{sup},m2} - \tilde{Y}_{11}^{\text{inf},m2}, \quad \tilde{Y}_{vv,i} = \tilde{Y}_{12}^{\text{sup},m2} - \tilde{Y}_{12}^{\text{inf},m2}\end{aligned}$$

Un retour au repaire initial, nous permet en suite de déterminer la sous matrice admittance propre au plan m_i . La sous matrice impédance $[Z]_{ji}$ est obtenue par une simple inversion de la sous matrice admittance.

2.3.1.2. Calcul de $[Z]_{ji}$ ($j \neq i$) :

De la même façon que pour le calcul de $[Z]_{ii}$, en tenant compte des modifications des indices des interfaces métallisées (en remplaçant l'interface m_1, m_2 par l'interface m_i, m_j). De même les étapes de calcul de $[Z]_{ji}$ seront identiques à ceux de $[Z]_{j2}$ ou $[Z]_{21}$.

L'influence de l'interface métallisée m_i , sur l'interface métallisée m_j est caractérisée par les relations suivantes :

Si $i < j$:

$$\tilde{E}_{umj}(\alpha, H_{mj}) = \delta M_{11}^{mi,mj} \tilde{E}_{umi}(\alpha, H_{mi}) + \delta M_{12}^{mi,mj} \tilde{E}_{vmi}(\alpha, H_{mi}) \quad (2.57.a)$$

$$\tilde{E}_{vmj}(\alpha, H_{mj}) = \delta M_{21}^{mi,mj} \tilde{E}_{umi}(\alpha, H_{mi}) + \delta M_{22}^{mi,mj} \tilde{E}_{vmi}(\alpha, H_{mi}) \quad (2.57.b)$$

Avec :

$$\delta M_{11}^{mi,mj} = \frac{1}{\Delta M^{1,mi}} \langle M_{13}^{1,mj} M_{24}^{1,mi} - M_{14}^{1,mj} M_{23}^{1,mi} \rangle$$

$$\delta M_{12}^{mi,mj} = \frac{1}{\Delta M^{1,mi}} \langle M_{14}^{1,mj} M_{13}^{1,mi} - M_{13}^{1,mj} M_{14}^{1,mi} \rangle$$

$$\delta M_{21}^{mi,mj} = \frac{1}{\Delta M^{1,mi}} \langle M_{23}^{1,mj} M_{24}^{1,mi} - M_{24}^{1,mj} M_{23}^{1,mi} \rangle$$

$$\delta M_{22}^{mi,mj} = \frac{1}{\Delta M^{1,mi}} \langle M_{24}^{1,mj} M_{13}^{1,mi} - M_{23}^{1,mj} M_{14}^{1,mi} \rangle$$

Si $i > j$:

$$\tilde{E}_{umj}(\alpha, H_{mj}) = \delta M_{11}^{mi,mj} \tilde{E}_{umi}(\alpha, H_{mi}) + \delta M_{12}^{mi,mj} \tilde{E}_{vmi}(\alpha, H_{mi}) \quad (2.58.a)$$

$$\tilde{E}_{vmj}(\alpha, H_{mj}) = \delta M_{21}^{mi,mj} \tilde{E}_{umi}(\alpha, H_{mi}) + \delta M_{22}^{mi,mj} \tilde{E}_{vmi}(\alpha, H_{mi}) \quad (2.58.b)$$

Avec :

$$\delta M_{11}^{mi,mj} = \frac{1}{\Delta M^{N,mi+1}} \langle M_{13}^{N,mj+1} M_{24}^{N,mi+1} - M_{14}^{N,mj+1} M_{23}^{N,mi+1} \rangle$$

$$\delta M_{12}^{mi,mj} = \frac{1}{\Delta M^{N,mi+1}} \langle M_{14}^{N,mj+1} M_{13}^{N,mi+1} - M_{13}^{N,mj+1} M_{14}^{N,mi+1} \rangle$$

$$\delta M_{21}^{mi,mj} = \frac{1}{\Delta M^{N,mi+1}} \langle M_{23}^{N,mj+1} M_{24}^{N,mi+1} - M_{24}^{N,mj+1} M_{23}^{N,mi+1} \rangle$$

$$\delta M_{22}^{mi,mj} = \frac{1}{\Delta M^{N,mi+1}} \langle M_{24}^{N,mj+1} M_{13}^{N,mi+1} - M_{23}^{N,mj+1} M_{14}^{N,mi+1} \rangle$$

On rappellera la formule de l'impédance propre à interface métallisée mi:

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{umi}(\alpha_n, H_{mi}) \\ \tilde{E}_{vmi}(\alpha_n, H_{mi}) \end{bmatrix} = [Z]_{ii,uv} \begin{bmatrix} \tilde{J}_{umi}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{vmi}(\alpha_n) \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

$$\text{Avec : } [Z]_{ii,uv} = \text{inv}[\tilde{Y}]_{ii,uv} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{uu,i} & \tilde{Z}_{uv,i} \\ \tilde{Z}_{vu,i} & \tilde{Z}_{vv,i} \end{bmatrix}$$

En associant les relations (2.57.a), (2.57.b) et (2.59), il vient:

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{umj}(\alpha_n, H_{mj}) \\ \tilde{E}_{vmj}(\alpha_n, H_{mj}) \end{bmatrix} = [Z]_{ji,uv} \begin{bmatrix} \tilde{J}_{umi}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{vmi}(\alpha_n) \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Avec :

$$[Z]_{ji,uv} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{uu,ji} & \tilde{Z}_{uv,ji} \\ \tilde{Z}_{vu,ji} & \tilde{Z}_{vv,ji} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_{uu,ji} &= \delta M_{11}^{mi,mj} \tilde{Z}_{uu,i} + \delta M_{12}^{mi,mj} \tilde{Z}_{vu,i} \\ \tilde{Z}_{uv,ji} &= \delta M_{11}^{mi,mj} \tilde{Z}_{uv,i} + \delta M_{12}^{mi,mj} \tilde{Z}_{vv,i} \\ \tilde{Z}_{vu,ji} &= \delta M_{21}^{mi,mj} \tilde{Z}_{uu,i} + \delta M_{22}^{mi,mj} \tilde{Z}_{vu,i} \\ \tilde{Z}_{vv,ji} &= \delta M_{21}^{mi,mj} \tilde{Z}_{uv,i} + \delta M_{22}^{mi,mj} \tilde{Z}_{vv,i} \end{aligned}$$

Ayant ainsi calculer les éléments des matrices impédances de couplage entre les plans métallisés m_i et m_j , il ne reste qu'un retour au repère initial (x, y, z) via la matrice de passage P .

3.3.2. Résolution par la méthode des moments

Le système à résoudre comprend $4*n$ inconnues (n : nombre d'interfaces métallisées) à savoir les composantes tangentielles du courant $(\tilde{J}_{xmi}(\alpha_n), \tilde{J}_{zmi}(\alpha_n))$ ainsi que celles du champ électrique $(\tilde{E}_{xmi}$ et $\tilde{E}_{zmi})$. On rappelle que la grandeur recherchée est la constante de phase β dont la connaissance permettrait la détermination de toutes les autres grandeurs restantes.

Le problème posé n'ayant pas de solution analytique, la résolution des équations ne peut se faire que par des techniques numériques. Il est donc souhaitable de transformer le système fonctionnel précédent (3.16) en un système numérique, en mettant en jeu les coefficients scalaires, facilement représentables sur ordinateur. Pour cela, on utilisera la méthode de Galerkin, qui est un cas particulier de la méthode des moments [Annexe E]. L'application de cette méthode s'effectue en deux étapes :

1. Dans une première étape, on décompose les densités de courant $\tilde{J}_{xmi}(\alpha_n)$ et $\tilde{J}_{zmi}(\alpha_n)$ suivant des fonctions de base appropriées, répondants autant que possible aux critères physiques et respectants la géométrie des courants sur la métallisation :

$$\begin{cases} J_{xmi}(x) = \sum_{p=1}^{\infty} X_{(p,i)} J_{x(p,i)}(x) \\ J_{zmi}(x) = \sum_{q=1}^{\infty} Z_{(q,i)} J_{z(q,i)}(x) \end{cases} \quad (2.61)$$

En appliquant la transformée de Fourier, il vient :

$$\begin{cases} \tilde{J}_{xmi}(\alpha_n) = \sum_{p=1}^{\infty} X_{(p,i)} \tilde{J}_{x(p,i)}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zmi}(\alpha_n) = \sum_{q=1}^{\infty} Z_{(q,i)} \tilde{J}_{z(q,i)}(\alpha_n) \end{cases} \quad (2.62)$$

Afin de rendre la résolution numérique plus aisée, il est souhaitable de choisir des fonctions de base qui respectent des critères physiques bien précis, et dont les transformées de Fourier soient connues analytiquement. On obtient alors le nouveau système fonctionnel :

$$\begin{bmatrix} [Z]_{11} & [Z]_{12} & \dots & \dots & \dots \\ [Z]_{21} & [Z]_{22} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & [Z]_{n-1n-1} & [Z]_{n-1n} \\ \dots & \dots & \dots & [Z]_{nn-1} & [Z]_{nn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sum_{p=1}^{\infty} X_{(p,1)} \tilde{J}_{x(p,1)}(\alpha_n) \\ \sum_{q=1}^{\infty} Z_{(q,1)} \tilde{J}_{z(q,1)}(\alpha_n) \\ \sum_{p=1}^{\infty} X_{(p,2)} \tilde{J}_{x(p,2)}(\alpha_n) \\ \sum_{q=1}^{\infty} Z_{(q,2)} \tilde{J}_{z(q,2)}(\alpha_n) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \sum_{p=1}^{\infty} X_{(p,n)} \tilde{J}_{x(p,n)}(\alpha_n) \\ \sum_{q=1}^{\infty} Z_{(q,n)} \tilde{J}_{z(q,n)}(\alpha_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_{xm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{zm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{xm2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \tilde{E}_{zm2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{E}_{xmn}(\alpha_n, H_{mn}) \\ \tilde{E}_{zmn}(\alpha_n, H_{mn}) \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

2. Dans une seconde étape, après avoir remplacé les densités de courant dans le domaine spectrale par leur développement, on va projeter le système fonctionnel sur les

fonctions de base des densités de courant à l'aide du produit hermitien défini sur les différentes fonctions de α_n .

$$\int_{\alpha} \begin{pmatrix} \tilde{E}_{xm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{zm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{xm2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \tilde{E}_{zm2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{E}_{xmn}(\alpha_n, H_{mn}) \\ \tilde{E}_{zmn}(\alpha_n, H_{mn}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_{xm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{xm2}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm2}(\alpha_n) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{J}_{xmn}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zmn}(\alpha_n) \end{pmatrix} = \int_{\alpha} \begin{bmatrix} [Z]_{11} & [Z]_{12} & \dots & \dots & \dots \\ [Z]_{21} & [Z]_{22} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & [Z]_{n-1n-1} & [Z]_{n-1n} \\ \dots & \dots & \dots & [Z]_{nn-1} & [Z]_{nn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sum_{p=1}^{\infty} X_{(p,1)} \tilde{J}_{x(p,1)}(\alpha_n) \\ \sum_{q=1}^{\infty} Z_{(q,1)} \tilde{J}_{z(q,1)}(\alpha_n) \\ \sum_{p=1}^{\infty} X_{(p,2)} \tilde{J}_{x(p,2)}(\alpha_n) \\ \sum_{q=1}^{\infty} Z_{(q,2)} \tilde{J}_{z(q,2)}(\alpha_n) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \sum_{p=1}^{\infty} X_{(p,n)} \tilde{J}_{x(p,n)}(\alpha_n) \\ \sum_{q=1}^{\infty} Z_{(q,n)} \tilde{J}_{z(q,n)}(\alpha_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_{xm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{xm2}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm2}(\alpha_n) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{J}_{xmn}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zmn}(\alpha_n) \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

Sur les conducteurs parfaits, le champ électrique tangentiel est nul et il en est de même pour la densité de courant sur le diélectrique.

Donc le courant et le champ électrique dans les plans de métallisations sont définis dans des espaces complémentaires.

Cette propriété permet d'écrire :

$$\int_{\alpha} \begin{pmatrix} \tilde{E}_{xm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{zm1}(\alpha_n, H_{m1}) \\ \tilde{E}_{xm2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \tilde{E}_{zm2}(\alpha_n, H_{m2}) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{E}_{xmn}(\alpha_n, H_{mn}) \\ \tilde{E}_{zmn}(\alpha_n, H_{mn}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_{xm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm1}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{xm2}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zm2}(\alpha_n) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \tilde{J}_{xmn}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zmn}(\alpha_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

On introduit les notations suivantes :

$$[K] = \begin{bmatrix} [K]_{11} & [K]_{12} & \dots & \dots & \dots \\ [K]_{21} & [K]_{22} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & [K]_{n-1n-1} & [K]_{n-1n} \\ \dots & \dots & \dots & [K]_{nn-1} & [K]_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Avec :

$$[K]_{ij} = \begin{bmatrix} K_{pl,ij}^{(1,1)} & K_{pl,ij}^{(1,2)} \\ K_{ql,ij}^{(2,1)} & K_{ql,ij}^{(2,2)} \end{bmatrix}$$

$$K_{pl,ij}^{(1,1)} = \int \tilde{J}_{x(p,j)}^*(\alpha_n) \tilde{Z}_{xx,ij} \tilde{J}_{x(l,j)}(\alpha_n) d\alpha_n$$

$$K_{pl,ij}^{(1,2)} = \int \tilde{J}_{x(p,j)}^*(\alpha_n) \tilde{Z}_{xz,ij} \tilde{J}_{z(l,j)}(\alpha_n) d\alpha_n$$

$$K_{ql,ij}^{(2,1)} = \int \tilde{J}_{z(q,j)}^*(\alpha_n) \tilde{Z}_{zx,ij} \tilde{J}_{x(l,j)}(\alpha_n) d\alpha_n$$

$$K_{ql,ij}^{(2,2)} = \int \tilde{J}_{z(q,j)}^*(\alpha_n) \tilde{Z}_{zz,ij} \tilde{J}_{z(l,j)}(\alpha_n) d\alpha_n$$

Où $K_{pl,ij}^{(1,1)}$, $K_{pl,ij}^{(1,2)}$, $K_{ql,ij}^{(2,1)}$ et $K_{ql,ij}^{(2,2)}$ sont des fonctions dépendantes de la constante de propagation β et de la fréquence.

Avec ces notations, la projection sur $\tilde{J}_{x(p,j)}^*(\alpha_n)$ et $\tilde{J}_{z(q,j)}^*(\alpha_n)$ a donc pour expression :

$$\begin{aligned}
 & \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,11}^{(1,1)} X_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,11}^{(1,2)} Z_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,12}^{(1,1)} X_{l,2} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,12}^{(1,2)} Z_{l,2} + \dots + \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,1n}^{(1,1)} X_{l,n} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,1n}^{(1,2)} Z_{l,n} = 0 \\
 & \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,11}^{(1,1)} X_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,11}^{(1,2)} Z_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,12}^{(1,1)} X_{l,2} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,12}^{(1,2)} Z_{l,2} + \dots + \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,1n}^{(1,1)} X_{l,n} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,1n}^{(1,2)} Z_{l,n} = 0 \\
 & \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,21}^{(1,1)} X_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,21}^{(1,2)} Z_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,22}^{(1,1)} X_{l,2} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,22}^{(1,2)} Z_{l,2} + \dots + \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,2n}^{(1,1)} X_{l,n} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,2n}^{(1,2)} Z_{l,n} = 0 \\
 & \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,21}^{(1,1)} X_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,21}^{(1,2)} Z_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,22}^{(1,1)} X_{l,2} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,22}^{(1,2)} Z_{l,2} + \dots + \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,2n}^{(1,1)} X_{l,n} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,2n}^{(1,2)} Z_{l,n} = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,n1}^{(1,1)} X_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,n1}^{(1,2)} Z_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,n2}^{(1,1)} X_{l,2} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,n2}^{(1,2)} Z_{l,2} + \dots + \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,nn}^{(1,1)} X_{l,n} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,nn}^{(1,2)} Z_{l,n} = 0 \\
 & \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,n1}^{(1,1)} X_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,n1}^{(1,2)} Z_{l,1} + \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,n2}^{(1,1)} X_{l,2} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,n2}^{(1,2)} Z_{l,2} + \dots + \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,nn}^{(1,1)} X_{l,n} + \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,nn}^{(1,2)} Z_{l,n} = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } \begin{aligned} & p = 1, 2, \dots, N_x \\ & q = 1, 2, \dots, N_z \end{aligned} \quad (2.67)$$

On obtient donc un système homogène carré d'ordre n^* ($N_x + N_z$), dont les coefficients ne sont plus que des fonctions de β et de la fréquence, de la forme :

$$\begin{bmatrix}
 \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,11}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,11}^{(1,2)} & \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,12}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,12}^{(1,2)} & \dots & \dots & \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,1n}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,1n}^{(1,2)} \\
 \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,11}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,11}^{(2,2)} & \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,12}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,12}^{(2,2)} & \dots & \dots & \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,1n}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,1n}^{(2,2)} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,n1}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,n1}^{(1,2)} & \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,n2}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,n2}^{(1,2)} & \dots & \dots & \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,nn}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,nn}^{(1,2)} \\
 \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,n1}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,n1}^{(2,2)} & \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,n2}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,n2}^{(2,2)} & \dots & \dots & \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,nn}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,nn}^{(2,2)}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 X_{l,1} \\
 Z_{l,1} \\
 \dots \\
 \dots \\
 X_{l,n} \\
 Z_{l,n}
 \end{bmatrix}
 = 0 \quad (2.68)$$

Pour que le problème posé admette une réponse, il est nécessaire que ce système linéaire homogène ait au moins une solution. Il en résulte que son déterminant doit être nul, soit :

$$\text{Det}[K(\beta)] = 0$$

Or, ce déterminant est uniquement fonction de β (à une fréquence donnée), la résolution de l'équation non linéaire fournit donc la valeur de la constante de propagation sur la ligne considérée.

2.3.3. Choix des fonctions de base

Pour obtenir une bonne précision sur la constante de propagation avec des valeurs peu élevées de N_x et N_z , il est intéressant de choisir des fonctions de base qui doivent remplir un certain nombre de critères :

1. Les fonctions de base choisies pour le courant (champs) doivent être non nulles sur la métallisation (fentes).
2. Ce choix doit tenir compte du comportement singulier du champ électromagnétique au voisinage des bords. Ceci permet d'éviter la convergence relative et améliore le conditionnement de la matrice finale $K(\omega, \beta)$.
3. Ces fonctions doivent modéliser convenablement le courant sur la métallisation et assurer une bonne convergence des résultats. Pour cela, l'expansion de la densité du courant doit se faire dans une base complète.
4. Un choix particulier de fonctions de base est obtenu avec les courants J_x et J_z comme étant dérivés l'un de l'autre ($J_x = \frac{\partial J_z}{\partial x}$). Ce choix astucieux permet de déterminer la TF de J_x (ou J_z) de façon automatique et rapide.
5. Critère de parité des modes de propagation.

Dans le but d'assurer une convergence optimale, nous avons utilisé les fonctions de base suivantes pour les structures microstrip, slot line, microstrip couplées, et lignes coplanaires respectivement. Ces fonctions ont été testées du point de vue précision et convergence.

Fonctions de base	Lignes microruban		Lignes à fentes	
	J_{xp}	J_{zq}	E_{xp}	E_{zq}
Mode pair	$\frac{\sin(p\pi x/w)}{\sqrt{1-(x/w)^2}}$	$\frac{\cos[(q-1)\pi x/w]}{\sqrt{1-(x/w)^2}}$	$\frac{\sin(p\pi x/s)}{\sqrt{1-(x/s)^2}}$	$\frac{\cos[(q-1)\pi x/s]}{\sqrt{1-(x/s)^2}}$
Mode impair	$\frac{\cos[(p-1)\pi x/w]}{\sqrt{1-(x/w)^2}}$	$\frac{\sin(q\pi x/w)}{\sqrt{1-(x/w)^2}}$	$\frac{\cos[(p-1)\pi x/s]}{\sqrt{1-(x/s)^2}}$	$\frac{\sin(q\pi x/s)}{\sqrt{1-(x/s)^2}}$

Fonctions de base			$-2w-s < x < -s$	$s < x < 2w+s$
Lignes microstrip couples	Mode pair	J_{xp}	$\frac{\sin[p\pi(x+w+s)/w]}{\sqrt{1-((x+w+s)/w)^2}}$ $p \neq 0$	$(-1)^p \frac{\sin[p\pi(x-w-s)/w]}{\sqrt{1-((x-w-s)/w)^2}}$ $p \neq 0$
		J_{zq}	$\frac{\cos[q\pi(x+w+s)/w]}{\sqrt{1-((x+w+s)/w)^2}}$ $q = 0, 1, 2$	$(-1)^{q+2} \frac{\cos[q\pi(x-w-s)/w]}{\sqrt{1-((x-w-s)/w)^2}}$ $q = 0, 1, 2$
	Mode impair	J_{xp}	$\frac{\sin[p\pi(x+w+s)/w]}{\sqrt{1-((x+w+s)/w)^2}}$ $p \neq 0$	$(-1)^p \frac{\sin[p\pi(x-w-s)/w]}{\sqrt{1-((x-w-s)/w)^2}}$ $p \neq 0$
		J_{zq}	$\frac{\cos[q\pi(x+w+s)/w]}{\sqrt{1-((x+w+s)/w)^2}}$ $q = 0, 1, 2$	$(-1)^{q+1} \frac{\cos[q\pi(x-w-s)/w]}{\sqrt{1-((x-w-s)/w)^2}}$ $q = 0, 1, 2$
Fonctions de base			$-w-2s < x < -w$	$w < x < w+2s$
Lignes coplanaires	Mode pair	E_{xq}	$\frac{\cos[q\pi(x+s+w)/s]}{\sqrt{1-((x+s+w)/s)^2}}$ $q = 0, 1, 2$	$(-1)^{q+1} \frac{\cos[q\pi(x-s-w)/s]}{\sqrt{1-((x-s-w)/s)^2}}$ $q = 0, 1, 2$
		E_{zp}	$\frac{\sin[p\pi(x+s+w)/s]}{\sqrt{1-((x+s+w)/s)^2}}$ $p \neq 0$	$(-1)^{p+1} \frac{\sin[p\pi(x-s-w)/s]}{\sqrt{1-((x-s-w)/s)^2}}$ $p \neq 0$
	Mode impair	E_{xq}	$\frac{\cos[q\pi(x+s+w)/s]}{\sqrt{1-((x+s+w)/s)^2}}$ $q = 0, 1, 2$	$(-1)^{q+2} \frac{\cos[q\pi(x-s-w)/s]}{\sqrt{1-((x-s-w)/s)^2}}$ $q = 0, 1, 2$
		E_{zp}	$\frac{\sin[p\pi(x+s+w)/s]}{\sqrt{1-((x+s+w)/s)^2}}$ $p \neq 0$	$(-1)^p \frac{\sin[p\pi(x-s-w)/s]}{\sqrt{1-((x-s-w)/s)^2}}$ $p \neq 0$

2.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons abordé l'aspect théorique lié à la détermination des fonctions de Green des circuits planaires anisotropes multi couches à multi niveaux de métallisation. Pour cela nous avons développé une approche originale d'extension de la méthode d'approche dans le domaine spectrale M.A.D.S, La formulation présentée est basée sur l'établissement de matrices de passage reliant les composantes tangentielles du champ électromagnétique (EM) entre deux interfaces diélectriques successives. L'anisotropie est de type bi axiale (ϵ et μ sont des tenseurs diagonaux).

CHAPITRE 3:

DETERMINATION DE L'IMPEDANCE CARACTERISTIQUE

3.1. Introduction :

Dans la conception des circuits micro-ondes, une ligne de transmission uniforme est essentiellement caractérisée par deux grandeurs : la constante de propagation du mode fondamental de la ligne et l'impédance caractéristique de celle-ci.

La première grandeur est physiquement claire, elle décrit simplement, les propriétés de propagation du mode dominant. La seconde, joue un rôle en s'ajoutant à la première dans la caractérisation des discontinuités possibles entre différentes lignes de transmission.

Bien qu'en basse fréquence et/ou dans les lignes de transmission Quasi-TEM, la définition de l'impédance caractéristique soit unique, en moyenne et haute fréquence. Nous trouvons plusieurs définitions possibles souvent spécifiques à des lignes de transmissions bien précises. Nous avons ainsi, la définition puissance - courant adoptée pour les lignes micro rubans [70], et la définition puissance - tension appliquées aux lignes slots, finlines [71] et aux lignes coplanaires [72], [73].

Ainsi l'objectif de ce chapitre, est la détermination de l'impédance caractéristique en régime dispersif pour des structures multicouches anisotropes comportant plusieurs interfaces métallisées.

3.2. Caractère dispersif :

Le caractère inhomogène (substrat diélectrique/air) des lignes de transmission planaires, tel que les lignes coplanaires, micro ruban, slot (à fentes), ...etc, fait que les modes qui s'y propagent soient une combinaison de modes hybrides. Les champs électriques et magnétiques ont alors une composante longitudinale (E_z , H_z) non nulle.

Ces composantes longitudinales non nulles interdisent une définition unique d'une tension et d'un courant. Cependant, comme l'impédance caractéristique représente un repère dans la conception des circuits micro-ondes, elle se doit être définie en moyenne et haute fréquence pour ce type de lignes de transmission planaires. D'où l'extension du concept d'impédance caractéristique qui consiste à considérer celle-ci en fonction de la fréquence.

3.3. Choix d'une définition de l'impédance caractéristique :

a) Ligne microbande :

La définition la mieux adaptée à ce type de lignes est la définition puissance - courant :

$$Z_c = \frac{2 P}{I^2} \quad (3.1)$$

P désigne la puissance transportée par la ligne, elle est définie par l'intégrale du vecteur de Poyting sur la section droite S de la structure.

$$P = \text{Re} \iint_S \vec{E} \wedge \vec{H}^* dS \quad (3.2)$$

Et I représente la densité de courant électrique longitudinal qui circule sur les rubans conducteurs de la structure.

La seule explication de ce choix vient du fait que dans les différentes études analysant la ligne micro ruban et notamment l'approche dans le domaine spectral (SDA), utilisent la densité de courant magnétique comme fonction d'essai (inconnue fondamentale). Cette densité de courant étant mieux décrite (dans les structures à rubans) que le champ électrique.

La préférence pour telle définition puissance - courant ne pourrait être attribuée que pour des raisons de commodité numérique. En effet le premier développement effectué étant celui de la densité de courant, l'évaluation ultérieure du champ électrique est plus coûteuse et entachée d'imprécision.

b) Ligne slot :

Concernant la ligne slot (à fente), et pour des raisons de commodité numérique (utilisation de la tension comme fonction d'essai pour la modélisation de ce type de lignes), nous constatons que la définition la mieux adaptée à ce type de lignes est la définition puissance - tension :

$$Z_c = \frac{V^2}{2 P} \quad (3.3)$$

P , représente la puissance propagée dans la ligne selon l'axe longitudinale

V , représente la différence de potentiel électrique dans la fente défini par la circulation du vecteur du champ électrique E d'un point quelconque à un autre point sur la surface S qui contient la fente :

$$V = \oint_C E dl \quad (3.4)$$

C , désignant le chemin arbitraire joignant les deux conducteurs de la fente.

En résumé, les différentes définitions envisageables sont :

- Puissance/ courant.

- Puissance/tension.
- Tension/courant.

Le choix doit être dicté par le type de la ligne et par la nécessité d'utiliser la tension(V) ou le courant(I) pour lequel la technique numérique soit commode (facilité de calcul des grandeurs V , I).

3.4. Calcul de la puissance :

Connaissant la constante de phase β à une fréquence donnée, on peut déterminer toutes les composantes du champ électromagnétique dans les différentes couches diélectriques. La puissance moyenne propagée à travers une section droite S de la ligne est déterminée à l'aide de théorème de Poyting :

$$\begin{aligned}
 P_t &= \iint_S \langle \vec{P} \rangle \vec{n} . dS \\
 \langle \vec{P} \rangle &= \vec{E} \wedge \vec{H}^* \\
 P_t &= \text{Re} \iint_S \vec{E} \wedge \vec{H}^* \cdot \hat{Z} . dx . dy \tag{3.5}
 \end{aligned}$$

Avec Z, le vecteur unitaire selon la direction de propagation.

On applique le théorème de Parseval sur l'expression précédente, on obtient :

$$\begin{aligned}
 P_t &= \text{Re} \iint_S \vec{E} \wedge \vec{H}^* \cdot \hat{Z} . dx . dy = \text{Re} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty - a/2}^{+\infty + a/2} \tilde{\vec{E}} \wedge \tilde{\vec{H}}^* . dy . d\alpha \right) \\
 P_t &= \text{Re} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^N E_{hi} . d\alpha \right) \tag{3.6}
 \end{aligned}$$

Le calcul de E_{hi} se fait analytiquement en utilisant les expressions du champ électromagnétique dans chaque couche diélectrique :

$$E_{hi} = \int_{Hi-1}^{Hi} (\tilde{E}_{xi} \tilde{H}_{yi}^* - \tilde{E}_{yi} \tilde{H}_{xi}^*) . dy \tag{3.7}$$

Sachant que :

$$\tilde{E}_{xi} = -j\alpha_n \frac{\epsilon_{22}}{\rho_\epsilon} \frac{\partial \tilde{E}_{yi}}{\partial y} + \beta \frac{\omega \mu_{22} \epsilon_{33}}{\rho_\epsilon} \tilde{H}_{yi} \tag{3.8}$$

$$\tilde{H}_{xi} = -\beta \frac{\omega \mu_{33} \epsilon_{22}}{\rho_\mu} \tilde{E}_{yi} - j\alpha_n \frac{\mu_{22}}{\rho_\mu} \frac{\partial \tilde{H}_{yi}}{\partial y} \tag{3.9}$$

Avec :

$$\begin{aligned}\rho_\mu &= (\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33}) \\ \rho_\varepsilon &= (\alpha_n^2 \varepsilon_{11} + \beta^2 \varepsilon_{33})\end{aligned}$$

On remplace ces expressions dans l'expression de E_{hi} , on aura :

$$\begin{aligned}E_{hi} &= \int_{Hi-1}^{Hi} \left((-j\alpha_n \frac{\varepsilon_{22}}{\rho_\varepsilon} \frac{\partial \tilde{E}_{yi}}{\partial y} + \beta \frac{\omega \mu_{22} \varepsilon_{33}}{\rho_\varepsilon} \tilde{H}_{yi}) \tilde{H}_{yi}^* - \tilde{E}_{yi} \left(-\beta \frac{\omega \mu_{33} \varepsilon_{22}}{\rho_\mu} \tilde{E}_{yi}^* + j\alpha_n \frac{\mu_{22}}{\rho_\mu} \frac{\partial \tilde{H}_{yi}^*}{\partial y} \right) \right) dy \\ E_{hi} &= -j\alpha_n \frac{\varepsilon_{22}}{\rho_\varepsilon} P_1^i + \beta \frac{\omega \mu_{22} \varepsilon_{33}}{\rho_\varepsilon} P_2^i + \beta \frac{\omega \mu_{33} \varepsilon_{22}}{\rho_\mu} P_3^i - j\alpha_n \frac{\mu_{22}}{\rho_\mu} P_4^i\end{aligned}\quad (3.10)$$

Avec :

$$\begin{aligned}P_1^i &= \int_{Hi-1}^{Hi} \frac{\partial \tilde{E}_{yi}}{\partial y} \tilde{H}_{yi}^* dy \\ P_2^i &= \int_{Hi-1}^{Hi} \tilde{H}_{yi} \tilde{H}_{yi}^* dy \\ P_3^i &= \int_{Hi-1}^{Hi} \tilde{E}_{yi} \tilde{E}_{yi}^* dy \\ P_4^i &= \int_{Hi-1}^{Hi} \tilde{E}_{yi} \frac{\partial \tilde{H}_{yi}^*}{\partial y} dy\end{aligned}$$

3.4.1. Calcul de P_1^i :

$$P_1^i = \int_{Hi-1}^{Hi} \frac{\partial \tilde{E}_{yi}}{\partial y} \tilde{H}_{yi}^* dy = \int_{Hi-1}^{Hi} (A_i^e \gamma_{ei}^a \cosh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) + B_i^e \gamma_{ei}^b \sinh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1}))) (A_i^{h*} \sinh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) + B_i^{h*} \cosh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1}))) dy$$

$$P_1^i = A_i^e A_i^{h*} \gamma_{ei}^a P_{11}^i + A_i^e B_i^{h*} \gamma_{ei}^a P_{12}^i + B_i^e A_i^{h*} \gamma_{ei}^b P_{13}^i + B_i^e B_i^{h*} \gamma_{ei}^b P_{14}^i\quad (3.11)$$

Avec :

$$\begin{aligned}P_{11}^i &= \int_{Hi-1}^{Hi} \cosh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) dy \\ P_{12}^i &= \int_{Hi-1}^{Hi} \cosh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) dy\end{aligned}$$

$$P_{13}^i = \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) dy$$

$$P_{14}^i = \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) dy$$

3.4.1.1. Calcul de P_{11}^i :

$$P_{11}^i = \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) dy$$

$$= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\sinh((\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1})) - \sinh((\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}))) dy$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{a*})} \left[\cosh(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}) \right] - \frac{1}{(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{a*})} \left[\cosh(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}) \right] \right]_{H_{i-1}}^{H_i}$$

$$P_{11}^i = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{a*})} \left[\cosh(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{a*}) h_i - 1 \right] - \frac{1}{(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{a*})} \left[\cosh(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{a*}) h_i - 1 \right] \right] \quad (3.12.a)$$

3.4.1.2. Calcul de P_{12}^i :

$$P_{12}^i = \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) dy$$

$$= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\cosh((\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1})) + \cosh((\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1}))) dy$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1}) + \frac{1}{(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1}) \right]_{H_{i-1}}^{H_i}$$

$$P_{12}^i = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{b*}) h_i + \frac{1}{(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{b*}) h_i \right] \quad (3.12.b)$$

3.4.1.3. Calcul de P_{13}^i :

$$P_{13}^i = \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) dy$$

$$= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\cosh((\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1})) - \cosh((\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}))) dy$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}) - \frac{1}{(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}) \right]_{H_{i-1}}^{Hi} \\
 P_{13}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{a*})h_i - \frac{1}{(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{a*})h_i \right] \quad (3.12.c)
 \end{aligned}$$

3.4.1.4. Calcul de P_{14}^i :

$$\begin{aligned}
 P_{14}^i &= \int_{H_{i-1}}^{Hi} \sinh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) dy \\
 &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{Hi} (\sinh((\gamma_{hi}^{b*} + \gamma_{ei}^b)(y - H_{i-1})) - \sinh((\gamma_{hi}^{b*} - \gamma_{ei}^b)(y - H_{i-1}))) dy \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^{b*} + \gamma_{ei}^b)} [\cosh(\gamma_{hi}^{b*} + \gamma_{ei}^b)(y - H_{i-1})] - \frac{1}{(\gamma_{hi}^{b*} - \gamma_{ei}^b)} [\cosh(\gamma_{hi}^{b*} - \gamma_{ei}^b)(y - H_{i-1})] \right]_{H_{i-1}}^{Hi} \\
 P_{14}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^{b*} + \gamma_{ei}^b)} [\cosh(\gamma_{hi}^{b*} + \gamma_{ei}^b)h_i - 1] - \frac{1}{(\gamma_{hi}^{b*} - \gamma_{ei}^b)} [\cosh(\gamma_{hi}^{b*} - \gamma_{ei}^b)h_i - 1] \right] \quad (3.12.d)
 \end{aligned}$$

3.4.2. Calcul de P_2^i :

$$\begin{aligned}
 P_2^i &= \int_{H_{i-1}}^{Hi} \tilde{H}_{yi} \tilde{H}_{yi}^* dy = \int_{H_{i-1}}^{Hi} (A_i^h \sinh(\gamma_{hi}^a (y - H_{i-1})) + B_i^h \cosh(\gamma_{hi}^b (y - H_{i-1}))) \\
 &\quad (A_i^{h*} \sinh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) + B_i^{h*} \cosh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1}))) dy \\
 P_2^i &= A_i^h A_i^{h*} P_{21}^i + A_i^h B_i^{h*} P_{22}^i + B_i^h A_i^{h*} P_{23}^i + B_i^h B_i^{h*} P_{24}^i \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 P_{21}^i &= \int_{H_{i-1}}^{Hi} \sinh(\gamma_{hi}^a (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) dy \\
 P_{22}^i &= \int_{H_{i-1}}^{Hi} \sinh(\gamma_{hi}^a (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) dy \\
 P_{23}^i &= \int_{H_{i-1}}^{Hi} \cosh(\gamma_{hi}^b (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) dy \\
 P_{24}^i &= \int_{H_{i-1}}^{Hi} \cosh(\gamma_{hi}^b (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) dy
 \end{aligned}$$

3.4.2.1. Calcul de P_{21}^i :

$$\begin{aligned}
 P_{21}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{hi}^a (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) dy \\
 &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\cosh((\gamma_{hi}^a + \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1})) - \cosh((\gamma_{hi}^a - \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}))) dy \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^a + \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{hi}^a + \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}) - \frac{1}{(\gamma_{hi}^a - \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{hi}^a - \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}) \right]_{H_{i-1}}^{H_i} \\
 P_{21}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^a + \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{hi}^a + \gamma_{hi}^{a*}) h_i - \frac{1}{(\gamma_{hi}^a - \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{hi}^a - \gamma_{hi}^{a*}) h_i \right] \quad (3.14.a)
 \end{aligned}$$

3.4.2.2. Calcul de P_{22}^i :

$$\begin{aligned}
 P_{22}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{hi}^a (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) dy \\
 &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\sinh((\gamma_{hi}^{b*} + \gamma_{hi}^a)(y - H_{i-1})) - \sinh((\gamma_{hi}^{b*} - \gamma_{hi}^a)(y - H_{i-1}))) dy \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^{b*} + \gamma_{hi}^a)} [\cosh(\gamma_{hi}^{b*} + \gamma_{hi}^a)(y - H_{i-1})] - \frac{1}{(\gamma_{hi}^{b*} - \gamma_{hi}^a)} [\cosh(\gamma_{hi}^{b*} - \gamma_{hi}^a)(y - H_{i-1})] \right]_{H_{i-1}}^{H_i} \\
 P_{22}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^{b*} + \gamma_{hi}^a)} [\cosh(\gamma_{hi}^{b*} + \gamma_{hi}^a) h_i - 1] - \frac{1}{(\gamma_{hi}^{b*} - \gamma_{hi}^a)} [\cosh(\gamma_{hi}^{b*} - \gamma_{hi}^a) h_i - 1] \right] \quad (3.14.b)
 \end{aligned}$$

3.4.2.3. Calcul de P_{23}^i :

$$\begin{aligned}
 P_{23}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{hi}^b (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) dy \\
 &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\sinh((\gamma_{hi}^b + \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1})) - \sinh((\gamma_{hi}^b - \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}))) dy \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^b + \gamma_{hi}^{a*})} [\cosh(\gamma_{hi}^b + \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1})] - \frac{1}{(\gamma_{hi}^b - \gamma_{hi}^{a*})} [\cosh(\gamma_{hi}^b - \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1})] \right]_{H_{i-1}}^{H_i} \\
 P_{23}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^b + \gamma_{hi}^{a*})} [\cosh(\gamma_{hi}^b + \gamma_{hi}^{a*}) h_i - 1] - \frac{1}{(\gamma_{hi}^b - \gamma_{hi}^{a*})} [\cosh(\gamma_{hi}^b - \gamma_{hi}^{a*}) h_i - 1] \right] \quad (3.14.c)
 \end{aligned}$$

3.4.2.4. Calcul de P_{24}^i :

$$\begin{aligned}
 P_{24}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{hi}^b (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) dy \\
 &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\cosh((\gamma_{hi}^b + \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1})) + \cosh((\gamma_{hi}^b - \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1}))) dy \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^b + \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{hi}^b + \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1}) + \frac{1}{(\gamma_{hi}^b - \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{hi}^b - \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1}) \right]_{H_{i-1}}^{H_i} \\
 P_{24}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^b + \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{hi}^b + \gamma_{hi}^{b*}) h_i + \frac{1}{(\gamma_{hi}^b - \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{hi}^b - \gamma_{hi}^{b*}) h_i \right] \tag{3.14.d}
 \end{aligned}$$

3.4.3. Calcul de P_3^i :

$$\begin{aligned}
 P_3^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \tilde{E}_{yi} \tilde{E}_{yi}^* .dy = \int_{H_{i-1}}^{H_i} (A_i^e \sinh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) + B_i^e \cosh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1}))) \\
 &\quad (A_i^{e*} \sinh(\gamma_{ei}^{a*} (y - H_{i-1})) + B_i^{e*} \cosh(\gamma_{ei}^{b*} (y - H_{i-1}))) .dy \\
 P_3^i &= A_i^e A_i^{e*} P_{31}^i + A_i^e B_i^{e*} P_{32}^i + B_i^e A_i^{e*} P_{33}^i + B_i^e B_i^{e*} P_{34}^i \tag{3.15}
 \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 P_{31}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{ei}^{a*} (y - H_{i-1})) dy \\
 P_{32}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{ei}^{b*} (y - H_{i-1})) dy \\
 P_{33}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{ei}^{a*} (y - H_{i-1})) dy \\
 P_{34}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{ei}^{b*} (y - H_{i-1})) dy
 \end{aligned}$$

3.4.3.1. Calcul de P_{31}^i :

$$P_{31}^i = \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{ei}^{a*} (y - H_{i-1})) dy$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\cosh((\gamma_{ei}^a + \gamma_{ei}^{a*})(y - H_{i-1})) - \cosh((\gamma_{ei}^a - \gamma_{ei}^{a*})(y - H_{i-1}))) dy \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^a + \gamma_{ei}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^a + \gamma_{ei}^{a*})(y - H_{i-1}) - \frac{1}{(\gamma_{ei}^a - \gamma_{ei}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^a - \gamma_{ei}^{a*})(y - H_{i-1}) \right]_{H_{i-1}}^{H_i} \\
 P_{31}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^a + \gamma_{ei}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^a + \gamma_{ei}^{a*}) h_i - \frac{1}{(\gamma_{ei}^a - \gamma_{ei}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^a - \gamma_{ei}^{a*}) h_i \right] \quad (3.16.a)
 \end{aligned}$$

3.4.3.2. Calcul de P_{32}^i :

$$\begin{aligned}
 P_{32}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{ei}^{b*} (y - H_{i-1})) dy \\
 &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\sinh((\gamma_{ei}^{b*} + \gamma_{ei}^a)(y - H_{i-1})) - \sinh((\gamma_{ei}^{b*} - \gamma_{ei}^a)(y - H_{i-1}))) dy \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^{b*} + \gamma_{ei}^a)} [\cosh(\gamma_{ei}^{b*} + \gamma_{ei}^a) h (y - H_{i-1})] - \frac{1}{(\gamma_{ei}^{b*} - \gamma_{ei}^a)} [\cosh(\gamma_{ei}^{b*} - \gamma_{ei}^a) (y - H_{i-1})] \right]_{H_{i-1}}^{H_i} \\
 P_{32}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^{b*} + \gamma_{ei}^a)} [\cosh(\gamma_{ei}^{b*} + \gamma_{ei}^a) h_i - 1] - \frac{1}{(\gamma_{ei}^{b*} - \gamma_{ei}^a)} [\cosh(\gamma_{ei}^{b*} - \gamma_{ei}^a) h_i - 1] \right] \quad (3.16.b)
 \end{aligned}$$

3.4.3.3. Calcul de P_{33}^i :

$$\begin{aligned}
 P_{33}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{ei}^{a*} (y - H_{i-1})) dy \\
 &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\sinh((\gamma_{ei}^b + \gamma_{ei}^{a*})(y - H_{i-1})) - \sinh((\gamma_{ei}^b - \gamma_{ei}^{a*})(y - H_{i-1}))) dy \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^b + \gamma_{ei}^{a*})} [\cosh(\gamma_{ei}^b + \gamma_{ei}^{a*})(y - H_{i-1})] - \frac{1}{(\gamma_{ei}^b - \gamma_{ei}^{a*})} [\cosh(\gamma_{ei}^b - \gamma_{ei}^{a*})(y - H_{i-1})] \right]_{H_{i-1}}^{H_i} \\
 P_{33}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^b + \gamma_{ei}^{a*})} [\cosh(\gamma_{ei}^b + \gamma_{ei}^{a*}) h_i - 1] - \frac{1}{(\gamma_{ei}^b - \gamma_{ei}^{a*})} [\cosh(\gamma_{ei}^b - \gamma_{ei}^{a*}) h_i - 1] \right] \quad (3.16.c)
 \end{aligned}$$

3.4.3.4. Calcul de P_{34}^i :

$$P_{34}^i = \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{ei}^{b*} (y - H_{i-1})) dy$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\cosh((\gamma_{ei}^b + \gamma_{ei}^{b*})(y - H_{i-1})) + \cosh((\gamma_{ei}^b - \gamma_{ei}^{b*})(y - H_{i-1}))) dy \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^b + \gamma_{ei}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^b + \gamma_{ei}^{b*})(y - H_{i-1}) + \frac{1}{(\gamma_{ei}^b - \gamma_{ei}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^b - \gamma_{ei}^{b*})(y - H_{i-1}) \right]_{H_{i-1}}^{H_i} \\
 P_{34}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^b + \gamma_{ei}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^b + \gamma_{ei}^{b*}) h_i + \frac{1}{(\gamma_{ei}^b - \gamma_{ei}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^b - \gamma_{ei}^{b*}) h_i \right] \quad (3.16.d)
 \end{aligned}$$

3.4.4. Calcul de P_4^i :

$$P_4^i = \int_{H_{i-1}}^{H_i} \tilde{E}_{yi} \frac{\partial \tilde{H}_{yi}^*}{\partial y} dy = \int_{H_{i-1}}^{H_i} (A_i^e \sinh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) + B_i^e \cosh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1}))) (A_i^{h*} \gamma_{hi}^{a*} \cosh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) + B_i^{h*} \gamma_{hi}^{b*} \sinh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1}))) dy$$

$$P_4^i = A_i^e A_i^{h*} \gamma_{hi}^{a*} P_{41}^i + A_i^e B_i^{h*} \gamma_{hi}^{b*} P_{42}^i + B_i^e A_i^{h*} \gamma_{hi}^{a*} P_{43}^i + B_i^e B_i^{h*} \gamma_{hi}^{b*} P_{44}^i \quad (3.17)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 P_{41}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) dy \\
 P_{42}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) dy \\
 P_{43}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) dy \\
 P_{44}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) dy
 \end{aligned}$$

3.4.4.1. Calcul de P_{41}^i :

$$\begin{aligned}
 P_{41}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) dy \\
 &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\sinh((\gamma_{hi}^{a*} + \gamma_{ei}^a)(y - H_{i-1})) - \sinh((\gamma_{hi}^{a*} - \gamma_{ei}^a)(y - H_{i-1}))) dy \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^{a*} + \gamma_{ei}^a)} [\cosh(\gamma_{hi}^{a*} + \gamma_{ei}^a)(y - H_{i-1})] - \frac{1}{(\gamma_{hi}^{a*} - \gamma_{ei}^a)} [\cosh(\gamma_{hi}^{a*} - \gamma_{ei}^a)(y - H_{i-1})] \right]_{H_{i-1}}^{H_i}
 \end{aligned}$$

$$P_{41}^i = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{hi}^{a*} + \gamma_{ei}^a)} [\cosh(\gamma_{hi}^{a*} + \gamma_{ei}^a)h_i - 1] - \frac{1}{(\gamma_{hi}^{a*} - \gamma_{ei}^a)} [\cosh(\gamma_{hi}^{a*} - \gamma_{ei}^a)h_i - 1] \right] \quad (3.18.a)$$

3.4.4.2. Calcul de P_{42}^i :

$$\begin{aligned} P_{42}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{ei}^a (y - H_{i-1})) \sinh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) dy \\ &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\cosh((\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1})) - \cosh((\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1}))) dy \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1}) - \frac{1}{(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1}) \right]_{H_{i-1}}^{H_i} \\ P_{42}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^a + \gamma_{hi}^{b*})h_i - \frac{1}{(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{b*})} \sinh(\gamma_{ei}^a - \gamma_{hi}^{b*})h_i \right] \quad (3.18.b) \end{aligned}$$

3.4.4.3. Calcul de P_{43}^i :

$$\begin{aligned} P_{43}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \cosh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{hi}^{a*} (y - H_{i-1})) dy \\ &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\cosh((\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1})) + \cosh((\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}))) dy \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}) + \frac{1}{(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{a*})(y - H_{i-1}) \right]_{H_{i-1}}^{H_i} \\ P_{43}^i &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{a*})h_i + \frac{1}{(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{a*})} \sinh(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{a*})h_i \right] \quad (3.18.c) \end{aligned}$$

3.4.4.4. Calcul de P_{44}^i :

$$\begin{aligned} P_{44}^i &= \int_{H_{i-1}}^{H_i} \sinh(\gamma_{hi}^{b*} (y - H_{i-1})) \cosh(\gamma_{ei}^b (y - H_{i-1})) dy \\ &= \frac{1}{2} \int_{H_{i-1}}^{H_i} (\sinh((\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1})) - \sinh((\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1}))) dy \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{b*})} [\cosh(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1})] - \frac{1}{(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{b*})} [\cosh(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{b*})(y - H_{i-1})] \right]_{H_{i-1}}^{H_i} \end{aligned}$$

$$P_{44}^i = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{b*})} [\cosh(\gamma_{ei}^b + \gamma_{hi}^{b*})h_i - 1] - \frac{1}{(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{b*})} [\cosh(\gamma_{ei}^b - \gamma_{hi}^{b*})h_i - 1] \right] \quad (3.18.d)$$

3.5. Calcul des densités de courant et des tensions sur les interfaces métallisées :

Le calcul des densités de courant et des tensions est décomposé en deux étapes :

- Détermination des coefficients $X_{l,i}, Z_{l,i}$.
- Détermination des courants et des tensions à partir des fonctions de base utiliser dans la modélisation.

3.5.1. Calcul des coefficients $X_{l,i}, Z_{l,i}$:

Les coefficients $X_{l,i}, Z_{l,i}$ sont les solutions de système suivant :

$$\begin{bmatrix} \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,11}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,11}^{(1,2)} & \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,12}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,12}^{(1,2)} & \dots & \dots & \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,1n}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,1n}^{(1,2)} \\ \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,11}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,11}^{(2,2)} & \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,12}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,12}^{(2,2)} & \dots & \dots & \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,1n}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,1n}^{(2,2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,n1}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,n1}^{(1,2)} & \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,n2}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,n2}^{(1,2)} & \dots & \dots & \sum_{l=1}^{N_x} K_{pl,nn}^{(1,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{pl,nn}^{(1,2)} \\ \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,n1}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,n1}^{(2,2)} & \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,n2}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,n2}^{(2,2)} & \dots & \dots & \sum_{l=1}^{N_x} K_{ql,nn}^{(2,1)} & \sum_{l=1}^{N_z} K_{ql,nn}^{(2,2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{l,1} \\ Z_{l,1} \\ \dots \\ \dots \\ X_{l,n} \\ Z_{l,n} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.19)$$

C'est un système d'ordre n^* ($N_x + N_z$). La résolution de ce système par la méthode de Gauss ordinaire est impossible car le déterminant $Det[K(\beta)]$ est nul et le système admet une infinité de solutions.

La solution désirée est obtenue par triangulation de la matrice K, ensuite en posant le premier coefficient $X_{l,1} = 1$, nous obtenons les autres coefficients par récurrence.

3.5.2. Calcul des courants et des tensions sur les interfaces métallisées :

Les densités de courant $\tilde{J}_{xmi}(\alpha)$ et $\tilde{J}_{zmi}(\alpha)$ sont calculées en remplaçant les coefficients $X_{l,i}, Z_{l,i}$ dans les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \tilde{J}_{xmi}(\alpha_n) = \sum_{p=1}^{Nx} X_{(p,i)} \tilde{J}_{x(p,i)}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_{zmi}(\alpha_n) = \sum_{q=1}^{Nz} Z_{(q,i)} \tilde{J}_{z(q,i)}(\alpha_n) \end{cases} \quad (3.20)$$

De la même façon, les tensions $\tilde{E}_{xmi}(\alpha)$ et $\tilde{E}_{zmi}(\alpha)$ sont calculées en remplaçant les coefficients $X_{l,i}, Z_{l,i}$ dans les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \tilde{E}_{xmi}(\alpha_n) = \sum_{p=-Nx}^{Nx} X_{(p,i)} \tilde{E}_{x(p,i)}(\alpha_n) \\ \tilde{E}_{zmi}(\alpha_n) = \sum_{q=-Nz}^{Nz} Z_{(q,i)} \tilde{E}_{z(q,i)}(\alpha_n) \end{cases} \quad (3.21)$$

Le courant total qui circule sur l'interface métallisée Mi et qui contient un ruban conducteur est calculé en utilisant le théorème de Parseval :

$$\begin{aligned} I_{mi} &= \int_{-w/2}^{w/2} J_{zmi}(x) dx \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \tilde{J}_{zmi}(\alpha) \delta(0) d\alpha \\ &= \frac{1}{2\pi} \tilde{J}_{zmi}(0) \\ I_{mi} &= \frac{1}{2\pi} \sum_{q=1}^{Nz} Z_{(q,i)} \tilde{J}_{z(q,i)}(0) \end{aligned} \quad (3.22)$$

De la même façon pour la tension aux bornes de la fente de l'interface Mi :

$$\begin{aligned} V_{mi} &= \int_{-w/2}^{w/2} E_{xmi}(x) dx \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \tilde{E}_{xmi}(\alpha) \delta(0) d\alpha \\ &= \frac{1}{2\pi} \tilde{E}_{xmi}(0) \\ V_{mi} &= \frac{1}{2\pi} \sum_{p=-Nx}^{Nx} X_{(p,i)} \tilde{E}_{x(p,i)}(0) \end{aligned} \quad (3.23)$$

3.6. Conclusion :

Ce chapitre est entièrement consacré au calcul théorique de l'impédance caractéristique. Cette grandeur peut être défini de trois manières différentes : puissance/courant, puissance/tension ou bien courant/tension ; chaque choix doit être dicté par le type de la ligne et par la nécessité d'utiliser une quantité tension (V) ou courant (I) dont on soit assuré de la commodité numérique (facilité de calcul des grandeurs V, I).

CHAPITRE 4:

RESULTATS ET INTERPRETATION

4.1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous présentons la mise en œuvre numérique de notre approche basée sur la méthode spectrale pour la modélisation, en mode hybride, de l'influence de l'anisotropie bi axiale et de l'aspect multi niveaux métallisé dans les structures planaires micro-ondes blindées.

Nous allons, pour cela définir les différentes étapes communes à tout programme qui traite la méthode d'approche dans le domaine spectrale. Le langage de programmation choisi est le *MATLAB*. L'objectif final du programme est le calcul du diagramme de dispersion, la permittivité effective et l'impédance caractéristique vis à vis de la fréquence et des dimensions, pour différents types de structures de transmission.

4.2. Bref aperçu sur le langage *MATLAB*

De nombreux logiciels interactifs de calcul scientifique existent et sont disponibles sur le marché. Parmi ceux-ci, *MATLAB* est un produit très intéressant pour développer des calculs numériques. Il intègre un environnement graphique et ses atouts principaux sont :

- La surprenante simplicité d'utilisation provenant de la vectorisation,
- La puissance de calcul,
- La précision des résultats.

MATLAB est un outil de base enrichi par ses nombreuses bibliothèques qui évitent, dans de nombreux cas, de programmer les techniques numériques les plus courantes. Cependant pour les développements spécifiques, il offre les mêmes possibilités de programmation structurée que les langages scientifiques courants (C, FORTRAN...). Écrit en langage C optimisé, le code de *MATLAB* comporte également des blocs spécifiques écrits en langage assembleur pour obtenir des performances améliorées.

La disponibilité de *MATLAB* est remarquable puisqu'il peut être exécuté sur n'importe quel type d'ordinateur utilisé par les scientifiques : PC, Macintosh, Station de travail, gros ordinateurs sous UNIX. Les possibilités de ce logiciel sont considérables. Une utilisation régulière et un approfondissement progressif de la connaissance du logiciel sont néanmoins nécessaires pour une utilisation professionnelle de ce produit.

4.2. Description du programme principal

Le programme conçu par nos soins, permet de calculer en mode hybride les paramètres caractéristiques des différentes structures planaires anisotropes en technologie multicouche. Ce programme doit accomplir les tâches suivantes :

1. Lecture des paramètres physiques et électriques de ligne planaire à analyser.
2. Appel des différents sous programmes dans le but de générer la matrice globale $C(\beta)$ et calculer son déterminant pour déduire ensuite la valeur de la constante de phase β .
3. Calcul de la permittivité effective et de la longueur d'onde guidée en fonction de la fréquence.
4. Calcul de l'impédance caractéristique ;
5. Affichage des résultats de simulation.

4.2.1 Lecture des données

Le programme principal lit les données relatives à la ligne dans l'ordre suivant :

- La nature de la structure à étudier.
- N_c : nombre de couches diélectriques.
- N_m : nombre d'interfaces métallisées.
- $[\varepsilon_r(i)]$: le tenseur de permittivité relative de la couche (i), avec $i = 1, 2, \dots, N_c$.
- $[\mu_r(i)]$: le tenseur de perméabilité relative de la couche (i), avec $i = 1, 2, \dots, N_c$.
- $h(i)$: l'épaisseur de la couche (i), avec $i = 1, 2, \dots, N_c$.
- N_{tf} : nombre de termes de Fourier.
- N_{bf} : nombre total de fonctions de base (R+M).
- N_{ech} : nombre d'échantillons sur lequel est défini la constante de phase β .
- $Type$: permet de choisir le type de fonctions de base (fonctions de Bessel, ou de Tchebychev).
- $Mode$: permet de choisir le type de mode propagé (pair ou impair).
- F : fréquence de travail.

Remarques importantes:

- Toutes les dimensions de la structure sont en millimètres.
- Le nombre de termes de Fourier Ntf ainsi que la taille de la matrice globale $C(\beta)$ jouent un rôle très important dans la précision de calcul ainsi que dans le temps mis par le PC pour exécuter le programme.
- Le paramètre de Fourier α_n est déterminé en examinant le comportement du champ électromagnétique vis à vis de la nature des murs de symétrie (électrique ou magnétique).

1. Pour les modes pairs [E_z pair, H_z impair] :
2. Pour les modes impairs [E_z impair, H_z pair] :

4.2.2 Appel des sous programmes pour le calcul du diagramme de dispersion

Dans le but de calculer la constante de propagation, le programme principal fait appel à certains sous programmes qui pour but de l'assister à accomplir les traitements suivants :

1. Appel du sous-programme Green (ou Green M) pour calculer les fonctions de Green du mode étudié.
2. Appel du sous-programme Matf pour la génération de la matrice globale $C(\beta)$.
3. Appel du sous-programme Dicho pour calculer les constantes de phases β à l'aide de la méthode de Dichotomie.
4. Appel du sous-programme Poyt pour le calcul de la puissance.

a. Sous programme Green

Ce sous-programme permet de calculer les valeurs fonctions de Green et les stocke ensuite dans des vecteurs de dimension Ntf.

b. Sous programme Matf

Ce sous programme permet de calculer les éléments de la matrice globale $C(\beta)$. Les paramètres d'entrées de ce sous programme sont les éléments des fonctions de Green générés par le sous programme précédent et les transformées de Fourier de fonctions de base \tilde{J}_x et \tilde{J}_z . L'ordre de cette matrice est égal au nombre total de fonctions de base (R+M).

c. Sous programme Dicho

Ce sous programme permet de calculer les constantes de phase à partir de la détermination des zéros du déterminant de la matrice $C(\beta)$ par la méthode de dichotomie.

d. Sous programme Poyt

Ce sous programme permet de calculer la puissance globale propagée dans la structure étudiée en utilisant le théorème de Poyting.

4.2.3 Organigramme global

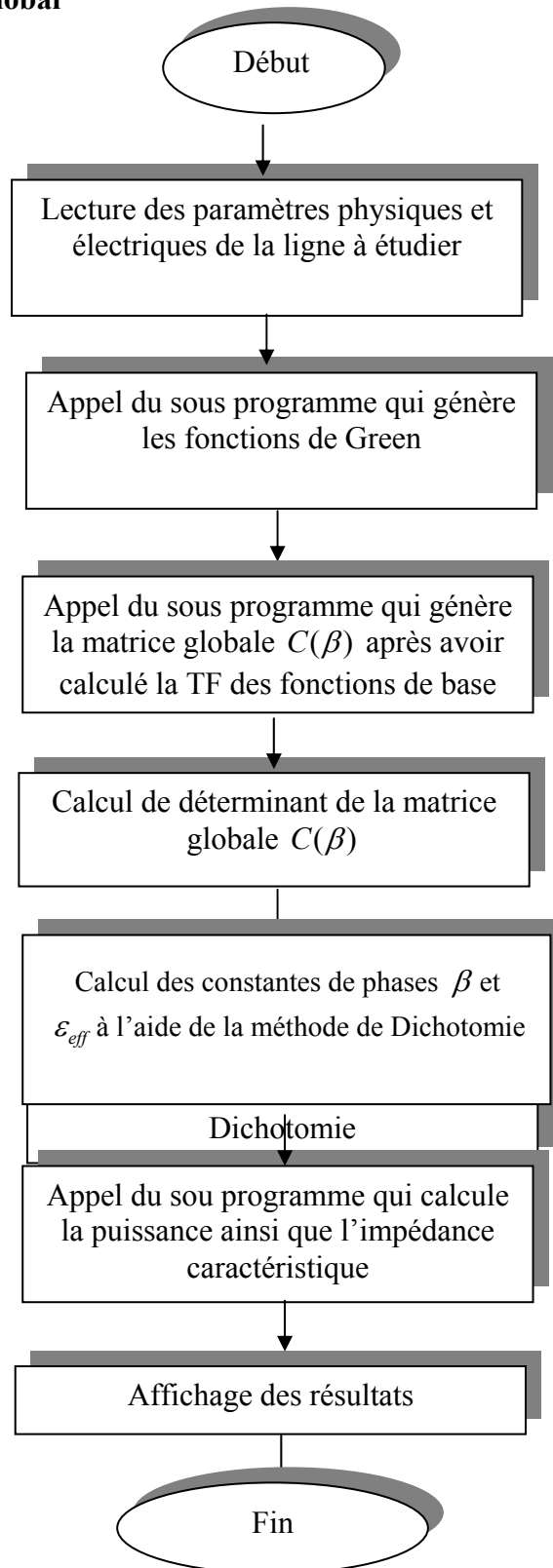


Fig. 4.1. Organigramme de calcul du diagramme de dispersion et de l'impédance caractéristique.

4.3. Résultats numériques obtenus

Pour illustrer la validité de la nouvelle approche développée dans ce mémoire, on se propose de simuler la permittivité effective et l'impédance caractéristique pour plusieurs échantillons de structures de transmission réalisées sur des substrats anisotropes électriques/magnétiques uni axiaux et bi axiaux. Les résultats obtenus seront comparés aux données publiées dans la littérature et à ceux obtenus par un outil de simulation basée sur les réseaux de neurones.

4.3.1. Structures à un seul plan métallisé :

4.3.1.1. La ligne micro ruban :

La figure 4.2 illustre le schéma d'une structure micro ruban blindée constituée d'une couche diélectrique anisotrope (saphir : $\epsilon_{yy}=11.6$ et $\epsilon_{xx}=\epsilon_{zz}=9.4$) de hauteur H et de largeur de ruban W . La hauteur H est supposée négligeable devant la hauteur du blindage B et la largeur de la structure $2a$.

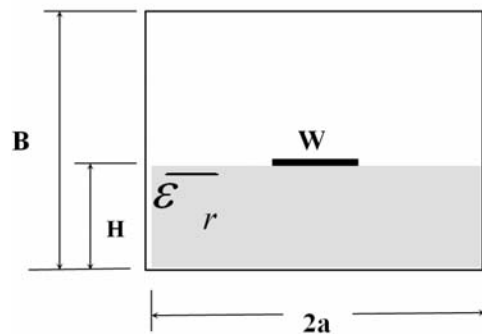


Fig. 4.2 structure micro ruban blindé gravé sur un substrat anisotrope (saphir)
($H=1\text{mm}$, $B/H=10$, $2a=50\text{mm}$).

La figure 4.3 montre le comportement dispersif de la permittivité effective ϵ_{eff} pour différents rapports de forme w/H pour des longueurs d'ondes normalisées $H/\lambda < 0.08$. On constate ainsi qu'au fur et à mesure que w/H augmente, la permittivité effective ϵ_{eff} augmente. Ce caractère dispersif de la ligne micro ruban présente une variation linéaire en fonction de H/λ . Cette variation devient importante pour la valeur $w/H=4$.

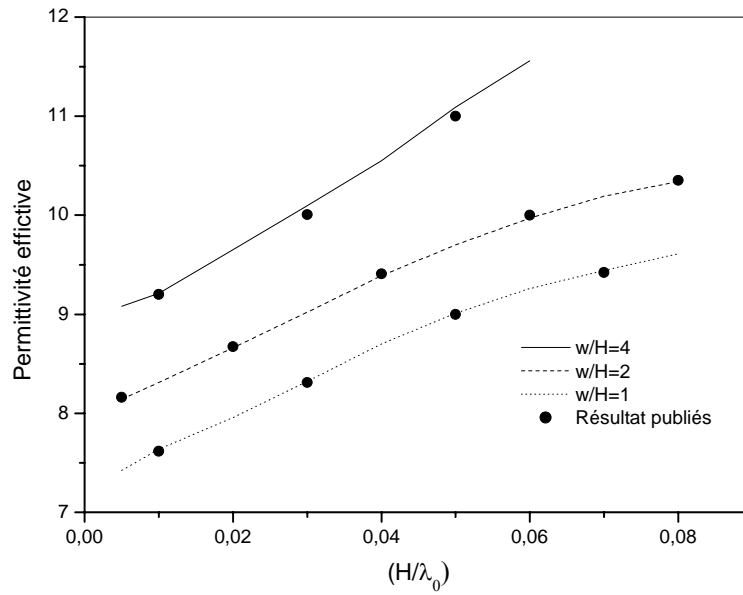


Fig. 4.3 le caractère dispersif de la ligne micro ruban blindé gravé sur un substrat anisotrope (saphir).

Contrairement à la permittivité effective, lorsque le rapport de forme w/H augmente, l'impédance caractéristique de la ligne micro ruban décroît, cette décroissance est linéaire en fonction de H/λ , voir Fig. 4.4. Les résultats obtenus sont conformes avec ceux publiés [31].

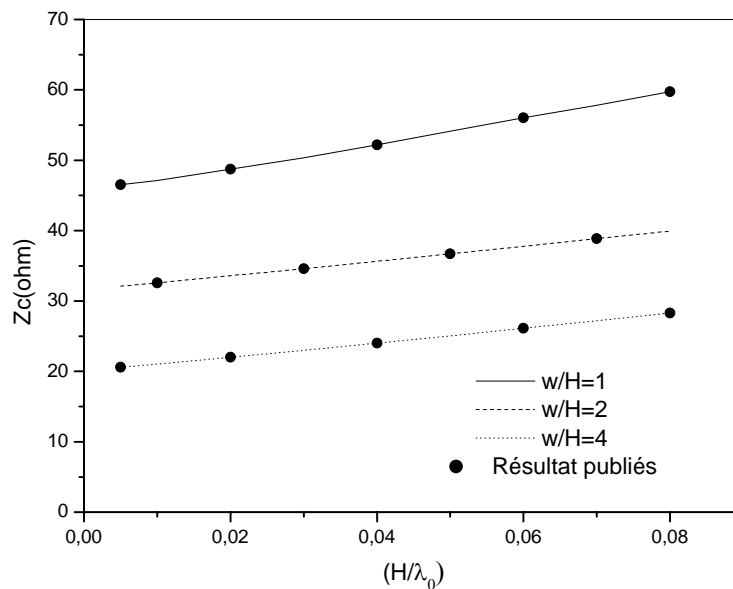


Fig. 4.4 Variation de l'impédance caractéristique en fonction de H/λ de la ligne micro ruban blindé gravé sur le saphir.

4.3.1.2. La ligne à fente (slot line) :

La technique développée dans ce travail pour l'analyse dans le domaine spectral des circuits planaires micro-ondes est aussi applicable pour l'analyse d'un guide d'onde rectangulaire ayant une plaque métallique sur le plan H; ce guide d'onde peut être considéré comme une ligne à fente (slot line) blindée gravée sur l'aire (un substrat isotrope $\epsilon_r = 1$).

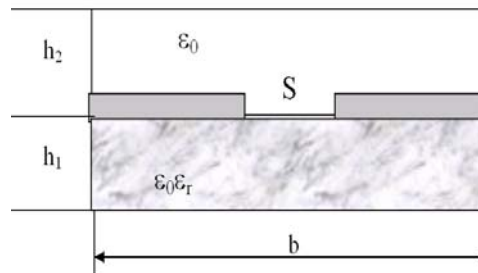


Fig. 4.5 Structure à fente blindée gravée sur l'aire (guide d'onde rectangulaire caractérisée par une plaque métallique sur le plan H).

La relation entre la constante de phase et la fréquence de travail de cette structure ressemble à celle du mode TE d'un guide d'onde rectangulaire. La plaque métallique placée sur le plan H, joue un rôle important dans le filtrage des modes d'ordre supérieurs (mode parasites).

Le rapport s/b influe considérablement sur la fréquence de coupure de cette structure (Fig. 4.6), cette variation peut être considérée linéaire. La valeur de F_c tend vers celle du mode TE d'un guide d'onde rectangulaire ayant les mêmes dimensions quand ce rapport (s/b) tend vers 1. Donc l'objectif de la fente est de commander la fréquence de coupure ainsi que le filtrage des modes parasites.

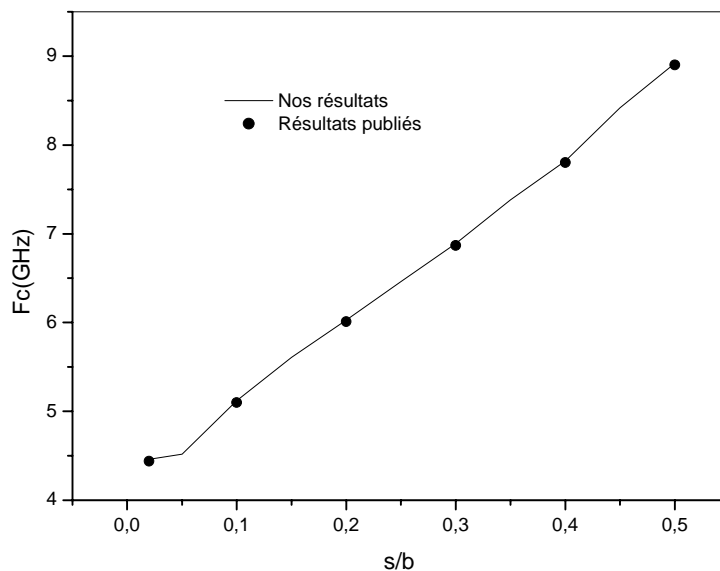


Fig. 4.5 Fréquence de coupure du mode dominant de la ligne à fente (guide d'onde rectangulaire avec une plaque métallique sur le plan H) en fonction du rapport s/b ($\epsilon_r = 1$, $h_1 = h_2 = 5$ mm, $b = 23$ mm)

Les figures 4.6 et 4.7 présentent l'influence du rapport h_2/h_1 sur la fréquence de coupure et de l'impédance caractéristique. On constate ainsi qu'au fur et à mesure que h_2/h_1 augmente, F_c augmente contrairement à l'impédance caractéristique où la décroissance est considérable. Notons aussi, la possibilité d'avoir la même valeurs de Z_c (130Ω) à $F=6.5$ GHz quelque soit la valeur du rapport h_2/h_1 . Nos résultats sont en accord avec ceux publiés [73].

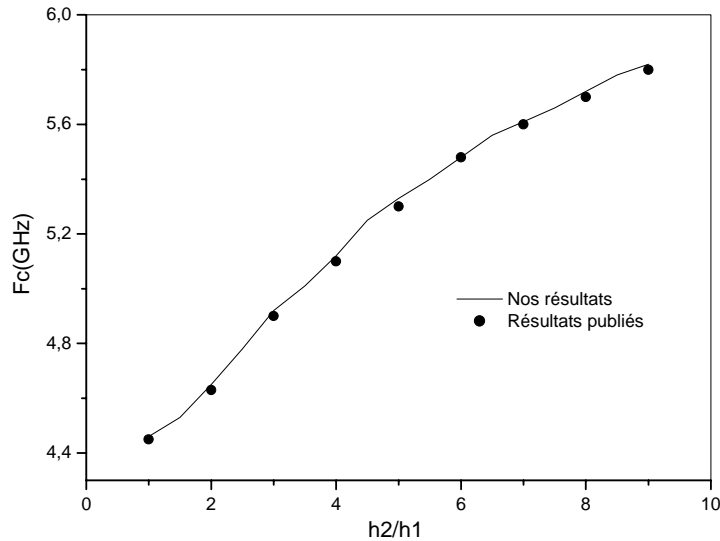


Fig.4.6. Fréquence de coupure du mode dominant de la ligne à fente (guide d'onde rectangulaire avec une plaque métallique sur le plan H) en fonction du rapport h_2/h_1 ($\epsilon_r = 1$, $s=1mm$, $h_1 + h_2 = 10$ mm, $b=23$ mm)

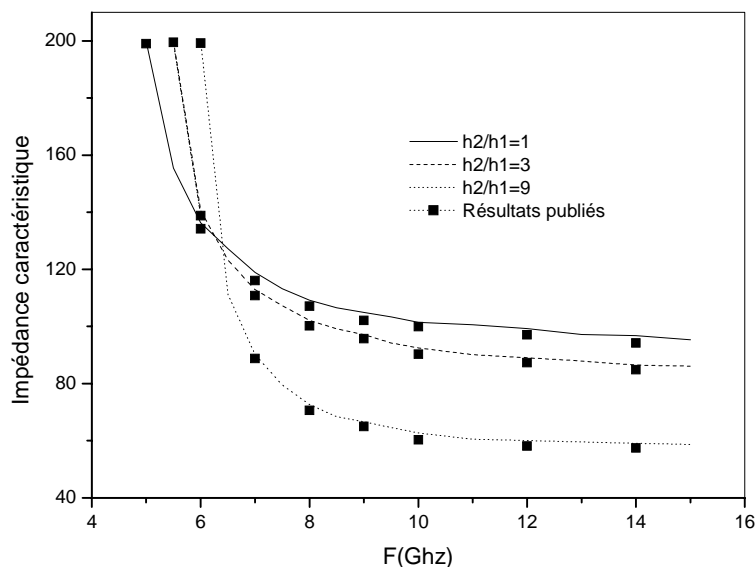


Fig.4.7. Variation de l'impédance caractéristique du mode dominant de la ligne à fente (guide d'onde rectangulaire avec une plaque métallique sur le plan H) en fonction de la fréquence pour différentes valeurs du rapport h_2/h_1 ($\epsilon_r = 1$, $s=1mm$, $h_1 + h_2 = 10$ mm, $2a = 23$ mm)

4.3.1.3. Coupleur microstrip à deux rubans :

Considérons le coupleur microstrip anisotrope à deux rubans conducteurs donné par la figure 4.8. Cette structure trouve des applications très variées dans la réalisation des circuits intégrés micro-ondes notamment les filtres et les coupleurs directs.

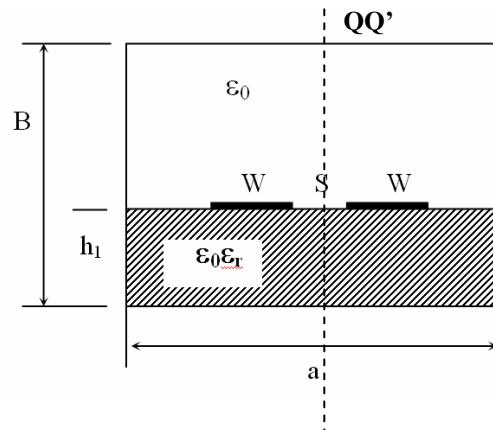


Fig. 4.8 Coupe transversale d'un coupleur microstrip anisotrope à deux rubans conducteurs.

Cette structure peut supporter 2 modes de propagation suivant l'emplacement des murs de symétrie électrique et magnétique dans le plan QQ' :

- Mode pair: QQ' mur magnétique.
- Mode impair: QQ' mur électrique.

L'uniformisation des vitesses de phase des modes pairs et impairs joue un grand rôle dans l'amélioration de la directivité des coupleurs. En théorie, les substrats anisotropes peuvent servir à rendre égales les vitesses des deux modes pour la ligne couplée ouverte, mais le rapport d'anisotropie AR ($AR = \epsilon_{xx} / \epsilon_{yy}$) nécessaire à cette uniformisation ($v_{\text{pair}} = v_{\text{impair}}$) n'est pas réalisable avec les matériaux connus. D'autre part, si une couverture est utilisée, la condition $v_{\text{pair}} = v_{\text{impair}}$ est possible sur le plan pratique, aussi bien pour le cas isotrope qu'anisotrope.

Les figures 4.9 et 4.10 illustrent le comportement de la permittivité effective et de l'impédance caractéristique pour les lignes couplées avec un $AR > 1$ ($AR = 1.26$ pour Epsilam-10), $AR = 1$ (substrat isotrope avec $\epsilon_r = 10,3$) et $AR < 1$ ($AR = 0.81$ pour le saphir) en fonction de B/h_1 . Comme il apparaît dans ces courbes, l'uniformisation des vitesses de phase est réalisée dans chacun des trois cas.

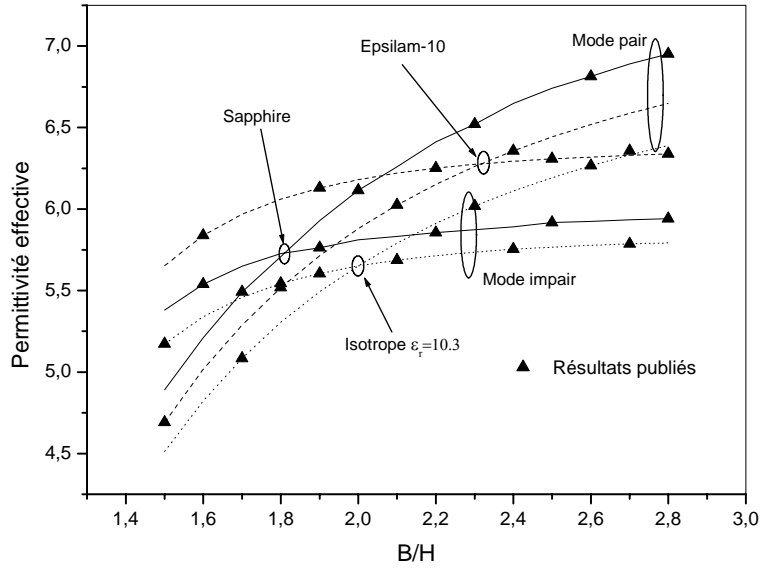


Fig. 4.9 Influence du rapport d’anisotropie (AR) sur la permittivité effective pour les coupleurs microstrip ($w/h=0.7, s/h=0.26, f=100\text{ MHz}$)

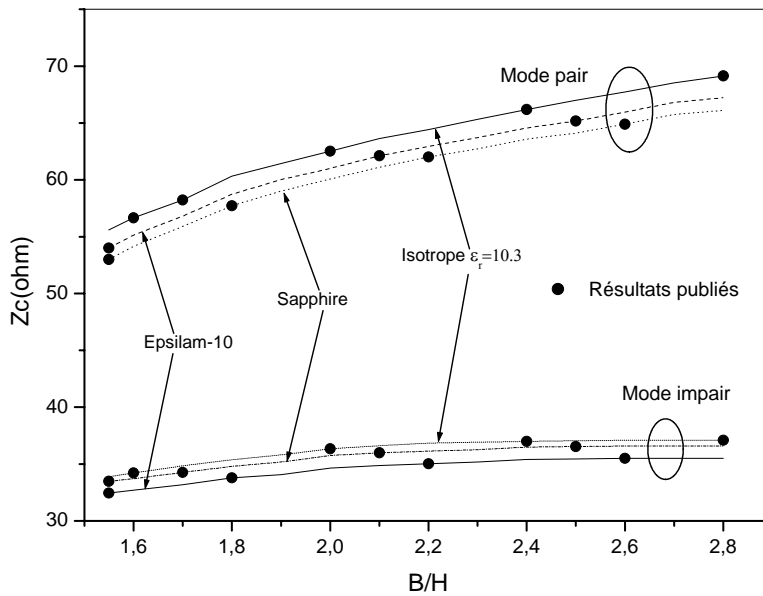


Fig. 4.10 Influence du rapport d’anisotropie (AR) sur l’impédance caractéristique pour les coupleurs microstrip ($w/h=0.7, s/h=0.26, f=100\text{ MHz}$)

Notons cependant que du point de vue pratique, une faible valeur de B/h_1 est plus sensible aux erreurs de tolérances de fabrication pour la conception des coupleurs. Par conséquent, les substrats pour lesquels $AR > 1$ devraient être utilisés pour minimiser cette sensibilité à ces erreurs. L’utilisation du substrat Epsilam 10 est alors plus appropriée ($AR=1.26$) pour une conception précise des coupleurs directs.

De même, pour l'impédance caractéristique, on voit que Z_c du mode pair est plus sensible aux variations du rapport B/h_1 que celle du mode impair pour les trois substrats. Pour les structures étudiées, les résultats obtenus sont conformes à ceux publiés [31].

4.3.1.4. Coupleur microstrip à trois rubans conducteurs :

Les coupleurs à trois rubans conducteurs sont particulièrement utiles dans les systèmes de communications pour combiner deux signaux en un sans aucune interaction entre les signaux sources. Par ailleurs, la conception des filtres par cette configuration possède deux avantages principaux par rapport à celle de la ligne couplée traditionnelle. En effet, la contrainte de l'utilisation de gaps serrés lors de la conception des filtres passe bande / large bande peut être considérablement allégée ; en outre les caractérisations des filtres stop bande peuvent être améliorées. Par ailleurs, l'utilisation d'un substrat anisotrope peut être exploitée pour améliorer l'isolation et la directivité des coupleurs en égalisant les vitesses de phase des modes pair impair et impair pair. Elle procure également une flexibilité de conception grâce à la possibilité de changer les caractéristiques des matériaux anisotropes, en changeant les éléments du tenseur permittivité (ϵ_x et ϵ_y).

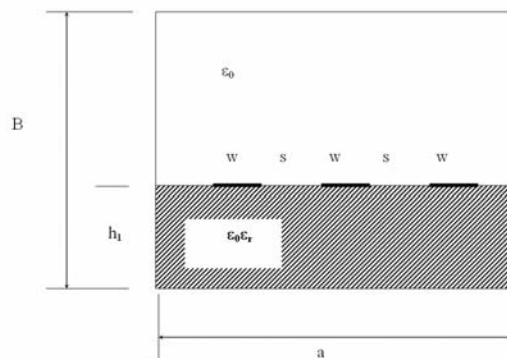


Fig. 4. 11 Coupe transversale d'un coupleur microstrip anisotrope à 3 rubans conducteurs.

Les impédances des modes, les vitesses des phases et les constantes de couplage du coupleur à trois lignes sont présentées pour des substrats isotropes et anisotropes. Les rubans conducteurs sont supposés parallèles à la direction de propagation z , espacés par la même distance S , de largeur égale à W . La configuration du champ électrique pour les trois modes de propagation indépendants (pair pair (EE), impair impair (OO), impair pair (OE)) est présentée sur la Figure 4.12.

La valeur de Z_{eo} est donnée par la racine carrée du produit $Z_{oo} \times Z_{ee}$ et est considérée équivalente à celle du mode pair de la ligne couplée. Cependant l'égalisation des vitesses de phase $v_{eo} = \sqrt{v_{oo} \cdot v_{ee}}$ et v_{oe} améliore considérablement la directivité du coupleur à trois lignes.

Les constantes de couplage du coupleur sont données par :

$$k_2 = \frac{Z_{ee} - Z_{oo}}{Z_{ee} + Z_{oo}} \quad k_{13} = \frac{\sqrt{Z_{ee} Z_{oo}} - Z_{oe}}{\sqrt{Z_{ee} Z_{oo}} + Z_{oe}}$$

Où k_2 représente le couplage des lignes des extrémités vers la ligne du milieu et k_{13} le couplage entre les lignes des extrémités à travers la ligne du milieu.

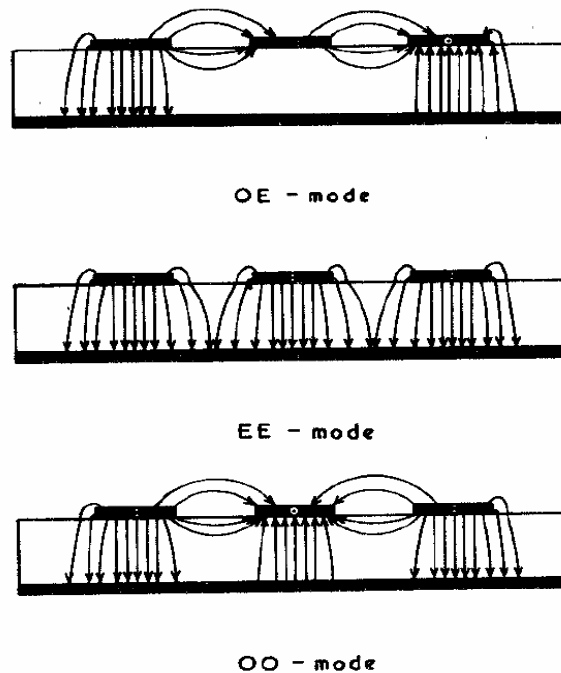


Fig.4.11. Configuration du champ électrique pour les trois modes dans un coupleur à 3 lignes.

Les figures 4.12 et 4.13 illustrent le comportement de l'impédance caractéristique des trois modes d'un coupleur à trois lignes pour différentes valeurs des rapports w/h et s/h (le coupleur est gravé sur un substrat isotrope avec $\epsilon_r = 9.8$). D'après ces courbes, on voit que Z_{oe} et Z_{ee} sont plus sensibles aux variations du rapport w/h , contrairement au Z_{oo} . Notons aussi qu'une variation du rapport w/h entre 0.2 et 1 provoque une diminution du Z_{oe} et Z_{ee} de l'ordre de 1/2.

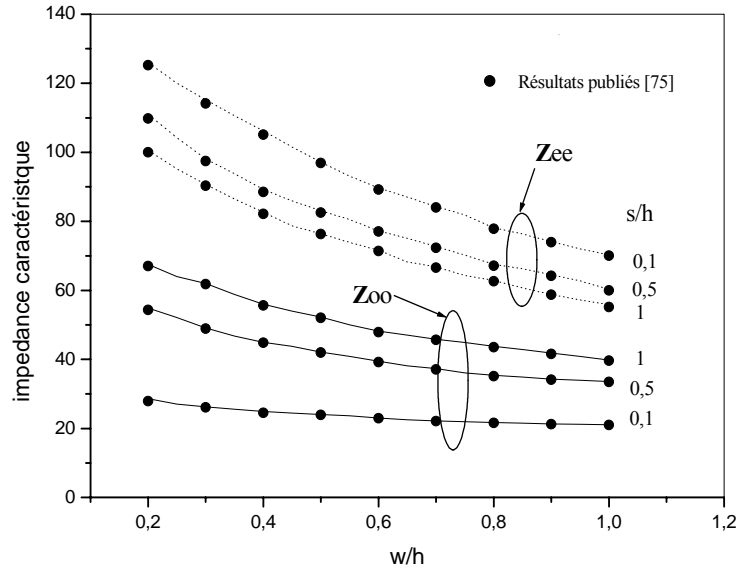


Fig.4.12. Variation de l'impédance caractéristique du mode pair- pair (Z_{ee}) et impaire-impair (Z_{oo}) en fonction des rapports w/h et s/h d'un coupleur à 3 rubans conducteurs gravés sur un substrat isotrope ($\epsilon_r = 9.8, h/H = 0.1, h/a = 0.1, f = 1 \text{ GHz}$)

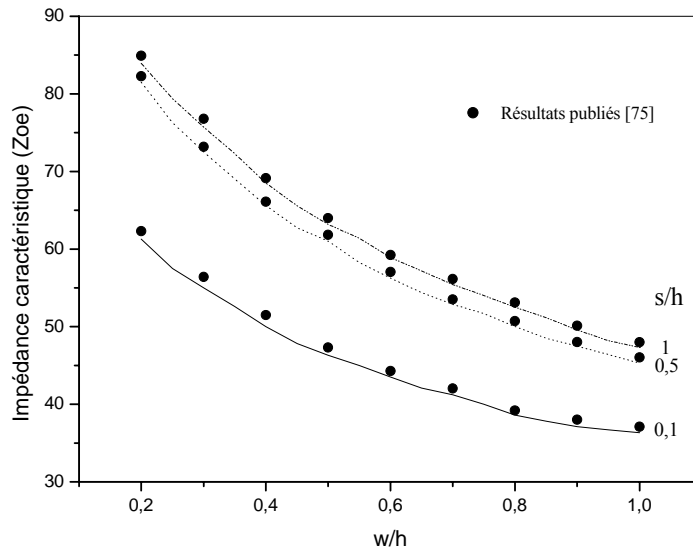


Fig.4.13. Variation de l'impédance caractéristique du mode impair- pair (Z_{oe}) en fonction des rapports w/h et s/h d'un coupleur à 3 rubans conducteurs gravés sur un substrat isotrope ($\epsilon_r = 9.8, h/H = 0.1, h/a = 0.1, f = 1 \text{ GHz}$)

Pour étudier l'influence de l'anisotropie sur ce type des coupleurs, nous avons analysé cette structure pour un substrat anisotrope uni axial dont le rapport d'anisotropie AR est ajustable. Pour cela nous avons tracé les variations des impédances des modes, constantes de couplages ainsi que les vitesses des phases en fonction du rapport $AR = \epsilon_{xx}/\epsilon_{yy}$, voir les figures 4.14, 4.15 et 4.16 respectivement.

A travers les courbes de la figure 4.14, on constate que les impédances des modes diminuent avec l'augmentation du rapport d'anisotropie AR , cette diminution est due au couplage des lignes du champ électrique qui devient important lorsque AR augmente, ce qui provoque une augmentation de la capacité du couplage, par conséquent une diminution de Z_c .

Pour le mode pair pair, l'onde EM se propage dans les rubans conducteurs sans aucun couplage entre les rubans d'où une faible capacité de couplage et par conséquent une valeur élevée de Z_{ee} par rapport à Z_{eo} et Z_{oo} , et par conséquent une constante de couplage K_{13} faible (figure.4.15).

Pour les autres modes impair impair et impair pair, les champs qui se propagent sur les rubans sont fortement liés entre eux, ce se traduit par des valeurs élevées de K_2 et des valeurs faibles de Z_{oo} et Z_{eo} .

En fin, la figure 4.16 montre la possibilité d'uniformiser les vitesses de phase des modes pair impair et impair pair en jouant sur le rapport d'anisotropie, cette uniformisation est obtenue pour un $AR=2.5$ et $v_{eo} = v_{oe} = 0.64$.

Les résultats obtenus par notre programme sont en accord avec ceux publiés [76], ce qui confirme la validité de notre approche pour le cas de ces coupleurs.

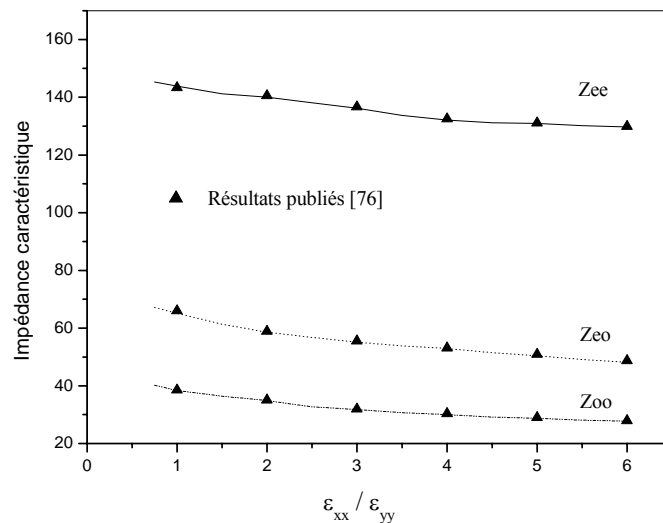


Fig.4.14. Variation de l'impédance caractéristique (Z_{ee} , Z_{eo} , Z_{oo}) en fonction de rapport $\epsilon_{xx} / \epsilon_{yy}$ d'un coupleur à 3 rubans conducteurs gravés sur un substrat anisotrope ($\epsilon_{yy}=2.55$, $w/h=0.8$, $s/h=0.2$, $h/H=0.1$, $h/a=0.1$, $f=1$ GHz).

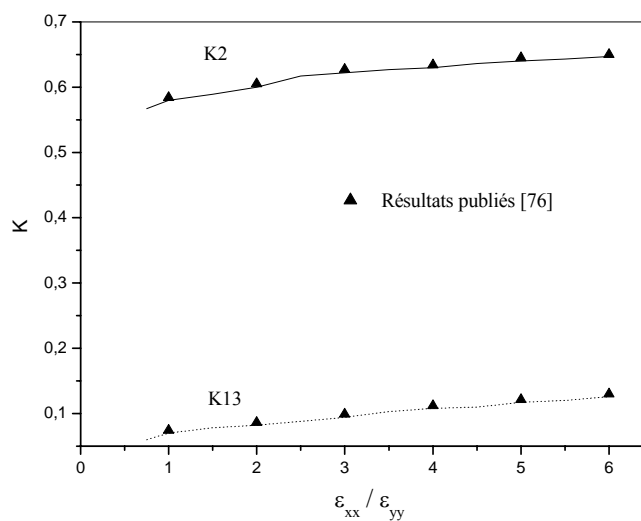


Fig.4.15. Variation des rapports de couplage K_2 et K_{13} en fonction de rapport $\epsilon_{xx} / \epsilon_{yy}$ d'un coupleur à 3 rubans conducteurs gravés sur un substrat anisotrope ($\epsilon_{yy}=2.55$, $w/h=0.8$, $s/h=0.2$, $h/H=0.1$, $h/a=0.1$, $f=1$ GHz)

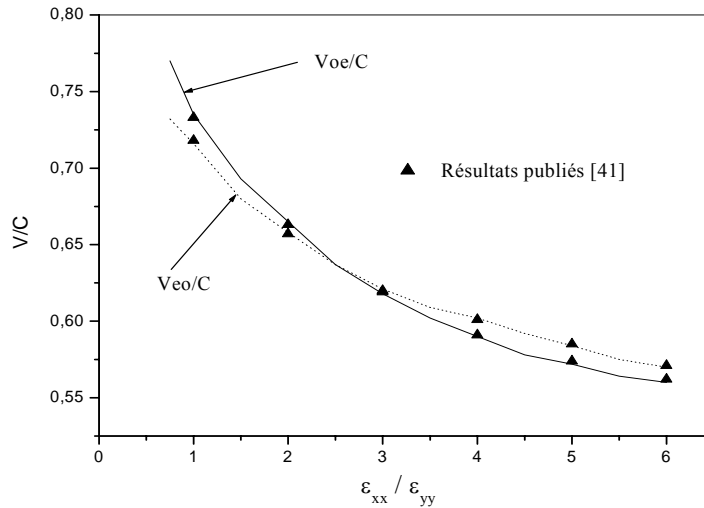


Fig.4.16. Variation de la vitesse de phase normalisée des modes impair pair (Voe/C) et pair impair (Veo/C) en fonction de rapport $\epsilon_{xx} / \epsilon_{yy}$ d'un coupleur à 3 rubans conducteurs gravés sur un substrat anisotrope ($\epsilon_{yy} = 2.55, w/h = 0.8, s/h = 0.2, h/H = 0.1, h/a = 0.1, f = 1 \text{ GHz}$)

4.3. 2.Structures à deux plans métallisés :

4.3.2.1. Structures symétriques :

Considérons la structure planaire anisotrope multicouche couplée bilatérale de la figure 4.17. Ces structures trouvent des applications très variées dans la réalisation des circuits intégrés micro-ondes notamment les filtres et les coupleurs directifs.

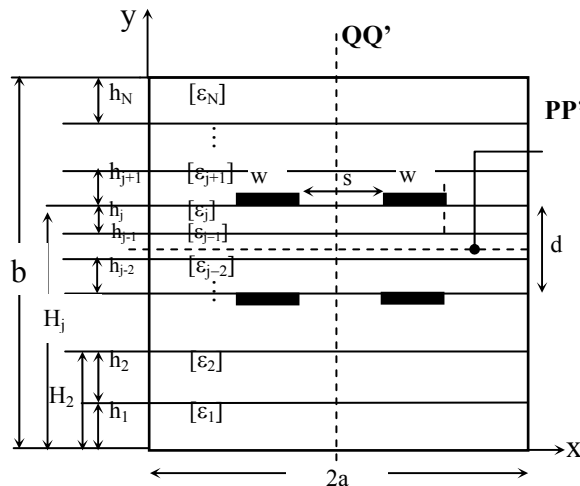


Fig. 4.17. Coupe transversale d'une structure planaire anisotrope multicouche couplée bilatérale.

Cette structure peut supporter 4 modes de propagation suivant l'emplacement des murs de symétrie électrique et magnétique dans les plans PP' et QQ' :

- Pair-pair: QQ' mur magnétique, PP' mur magnétique.
- Pair-impair: QQ' mur magnétique, PP' mur électrique.
- Impair-pair: QQ' mur électrique, PP' mur magnétique.
- Impair-impair: QQ' mur électrique, PP' mur électrique.

4.3.2.1.1. La ligne couplée bilatérale suspendue (LCBS):

La figure 4.19 indique la variation de Z_c en fonction de w/b pour deux modes de propagation dans le cas de la ligne couplée bilatérale suspendue LCBS, voir figure 4.18. Cette variation montre une diminution de Z_{oe} et Z_{oo} vis à vis de w/b . Notons que les valeurs de Z_{eo} sont considérablement plus élevées que celles de Z_{oo} . Notons aussi que ces résultats sont conformes à ceux publiés [77], [78].

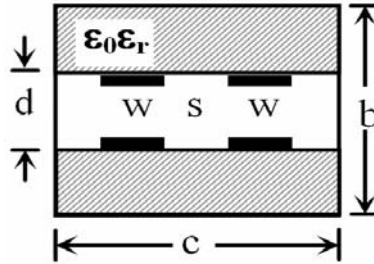


Fig. 4.18. Coupe transversale d'une structure LCBS.

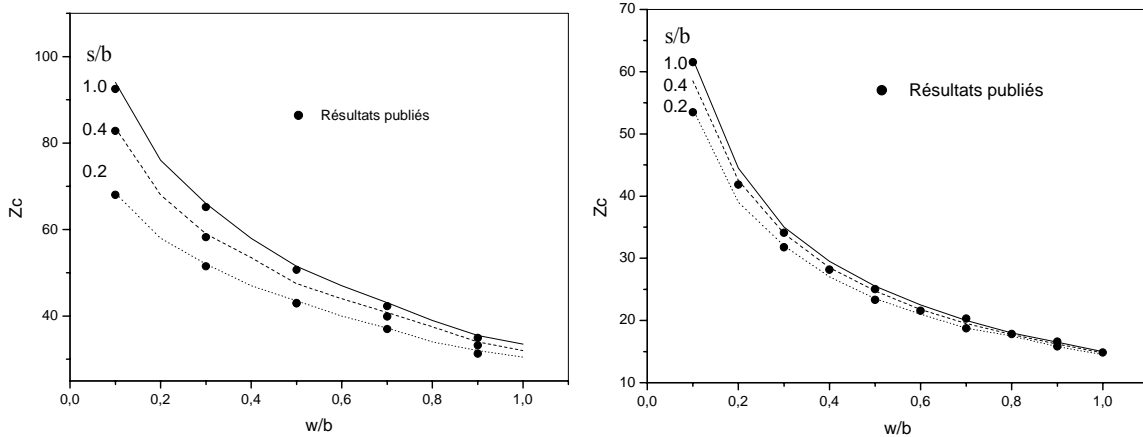


Fig. 4.19. Variation de Z_c du mode impair –paire et impair –impair en fonction du w/b pour différentes valeurs du s/b pour la ligne couplée bilatérale suspendue (LCBS) : $c/b=10$, $d/b=0.2$, $\epsilon=10$.

4.3.2.1.2. Le coupleur coplanaire bilatéral (CCB):

La figure 4.18 présente une coupe transversale d'un coupleur coplanaire bilatéral gravé sur un substrat isotrope, ce type de coupleur offre de nombreuses possibilités : facilité de convexion des composantes, élimination des trous métallisés et par conséquent les effets parasites associés, meilleur découplage entre les lignes et en fin, conception plus souple grâce à la possibilité de réaliser une même impédance caractéristique avec différents dimensionnement de la lignes.

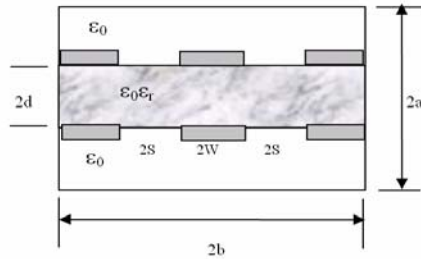


Fig. 4.18. Coupe transversale d'une structure CCB.

La figure 3.8 montre les variations du Z_{e0} et Z_{ee} en fonction de la fréquence normalisée a/λ_0 , pour différentes valeurs de la largeur de la fente normalisée w/b (coupleur coplanaire à deux interfaces métallisées). Nous remarquons que pour une valeur de $2s/d$ fixe, l'impédance caractéristique diminue pour le mode impaire (impaire impaire) et augmente pour le mode pair (impaire pair) jusqu'à la valeur $a/\lambda_0 = 0.5$. Au delà de cette valeur les variations de Z_c devient faible. On remarque aussi, d'après ces courbes la possibilité d'avoir la même valeur d'impédance caractéristique des modes paire et impaire pour les différentes valeurs du rapport w/b . Ces résultats sont en accord avec ceux publiés [79], [80].

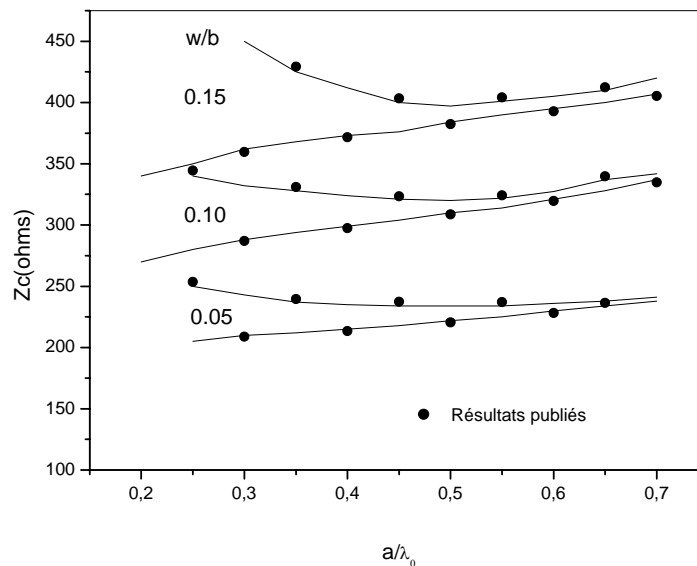


Fig.4.20. Variation de l'impédance caractéristique du mode pair impaire et impaire pair fonction de w/b pour le coupleur coplanaire bilatéral: $2s/d = 0.1$, $d/a = 0.03515$, $a = 3.556\text{mm}$, $b = 1.778\text{mm}$ et $\epsilon = 2.22$.

4.3.2.2. Structures asymétriques :

La figure 4.21 représente une coupe transversale d'une structure couplée asymétrique. Plusieurs types de couplage entre les deux interfaces métallisées peuvent être réalisés à base de cette structure asymétrique, comme c'est le cas du couplage mixte

CPW / slot line ou microstrip / slot line ou plus simplement microstrip / microstrip ou ligne fin line, il est important de choisir la forme adéquate des fonctions de Green (impédance, admittance ou hybride) afin d'exploiter efficacement les avantages de la M.A.D.S, qui constitue l'outil de modélisation, pour caractériser le couplage. La nature de ce couplage influe sur la grandeur à modéliser (champ ou courant) ainsi que sur le choix des fonctions de base.

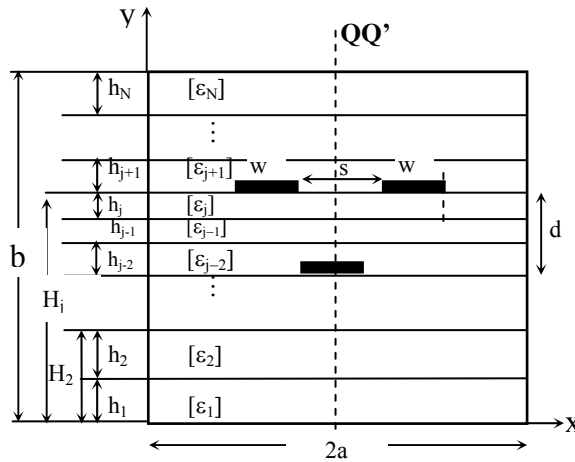


Fig. 4.21. Coupe transversale d'une structure planaire anisotrope multicouche couplée asymétrique.

Cette structure peut supporter 2 modes de propagation suivant l'emplacement des murs de symétrie électrique et magnétique dans le plan QQ' :

- Pair: QQ' mur magnétique.
- Impair: QQ' mur électrique.

4.3.2.2.1. Structure microstrip / microstrip couplée :

La figure 4.21 représente une structure microstrip / microstrip couplée, les trois rubans conducteurs sont gravés sur deux couches diélectriques anisotropes, ce qui permet une grande flexibilité avec cette configuration (deux couches diélectriques). Cette structure est généralement utilisée dans les filtres et les coupleurs directionnels.

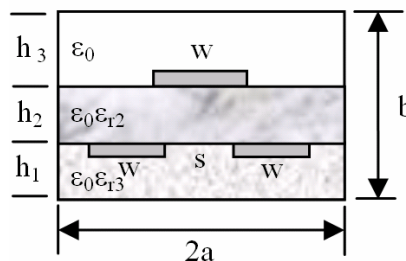


Fig. 4.21. Coupe transversale d'une structure microstrip / microstrip couplée.

A partir des résultats obtenus par le programme de simulation, nous avons tracé sur la figure 4.22 le diagramme de dispersion de la structure réalisée sur un substrat anisotrope qui est le saphir ($\epsilon_{x1} = \epsilon_{x2} = \epsilon_{z1} = \epsilon_{z2} = 9,4$, $\epsilon_{y1} = \epsilon_{y2} = 11,6$, $h_1 = h_2 = 1$ mm, $h_3 = 2$ cm, $w/h1 = 1$, $s/h1 = 0.5$). On remarque ainsi que cette structure a un caractère dispersif vis à vis de la fréquence (5 – 16 GHz) pour les deux modes pair et impair.

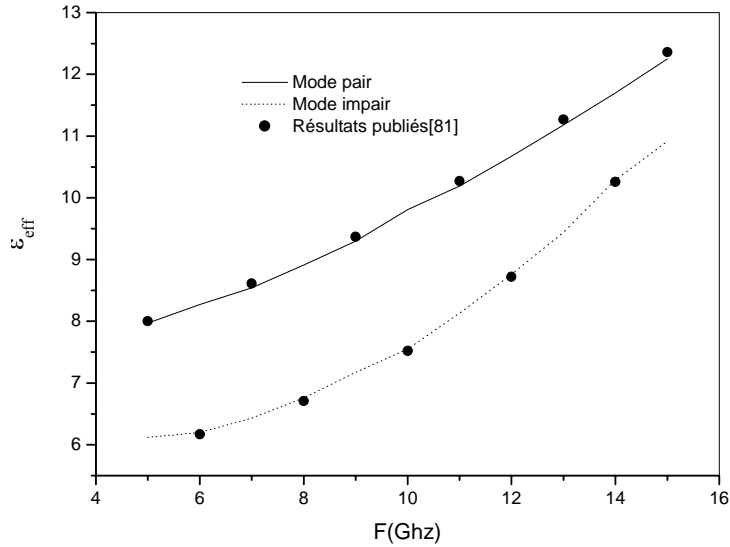


Fig.4.22. Diagramme de dispersion de la structure microstrip/microstrip couplée sur un substrat anisotrope ($\epsilon_{x1} = \epsilon_{x2} = \epsilon_{z1} = \epsilon_{z2} = 9,4$, $\epsilon_{y1} = \epsilon_{y2} = 11,6$, $2a = 20$ mm, $b = 6$ mm, $h_1 = h_2 = 1$ mm, $h_3 = 2$ cm, $w/h1 = 1$, $s/h1 = 0.5$)

De même pour l'impédance caractéristique, les courbes de la figure 4.23 montrent qu'une variation de la fréquence entre 5 et 16 GHz provoque un changement significatif de la valeur de Z_c pour les deux modes pair et impair ($w/h1 = 1.8$, $s/h1 = 1$).

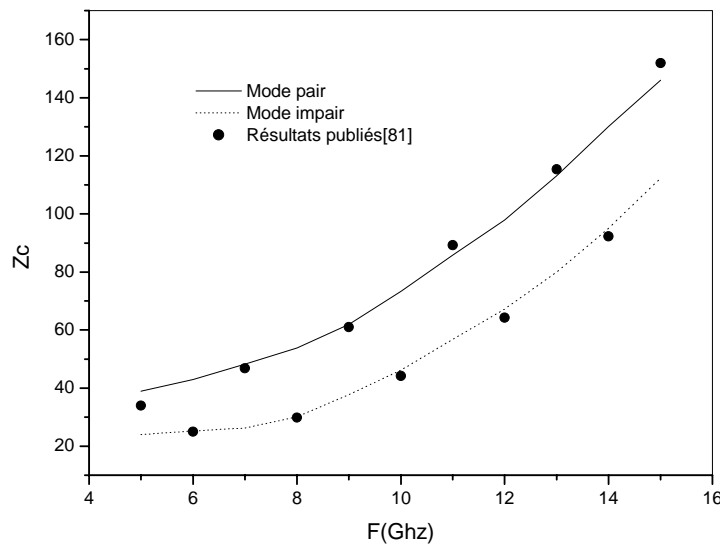


Fig.4.23. Variation de Z_c des 2 modes pair et impair de la structure microstrip/microstrip couplée sur un substrat anisotrope ($\epsilon_{x1} = \epsilon_{x2} = \epsilon_{z1} = \epsilon_{z2} = 9,4$, $\epsilon_{y1} = \epsilon_{y2} = 11,6$, $2a = 20$ mm, $b = 6$ mm, $h_1 = h_2 = 1$ mm, $h_3 = 2$ cm, $w/h1 = 1.8$, $s/h1 = 1$)

4.3.2.2.2. Structure micro strip couplée / slot line:

La figure 4.24 représente une coupe transversale d'une structure microstrip couplée / slot line, cette structure a été proposée par Aikawa [82], [83] afin de résoudre quelques difficultés partielles rencontrées dans la réalisation des structures couplées comme le cas des coupleurs hybride à -3db. La réalisation des coupleurs directionnelles nécessite généralement une égalisation des vitesses de phase des modes pair et impair, où la distance de séparation entre les deux rubans conducteurs $2s$ doit être suffisamment large, afin d'avoir une facilité de fabrication. Dans cette structure proposée par Aikawa, les vitesses de phases des modes pair et impair peuvent être facilement contrôlées en jouant sur la largeur de la fente.

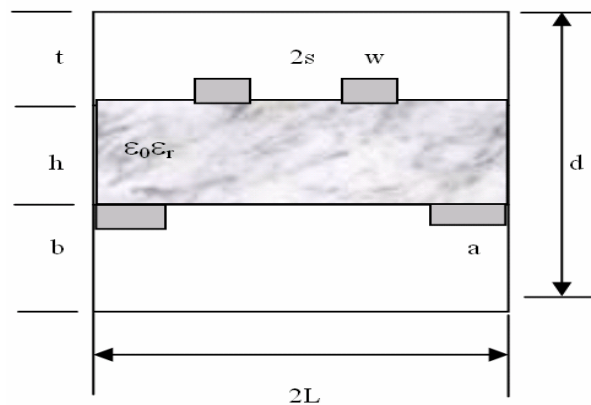


Fig. 4.24. Coupe transversale d'une structure microstrip couplée /slot line.

La figure 4.9 montre l'influence du changement des rapports $2(L-a)/h$ et s/h dans le cas du mode impair (appelé aussi 'strip mode') et du mode pair (appelé aussi 'slot mode') sur la variation de l'impédance caractéristique.

On constate ainsi qu'au fur et à mesure que s/h augmente, Z_c du mode impair augmente contrairement au mode pair ou Z_c décroît avec l'augmentation de s/h . Notons aussi que l'augmentation du rapport $2(L-a)/h$ entraîne l'augmentation de Z_c du mode pair contrairement au Z_c du mode impair qui reste pratiquement inchangé.

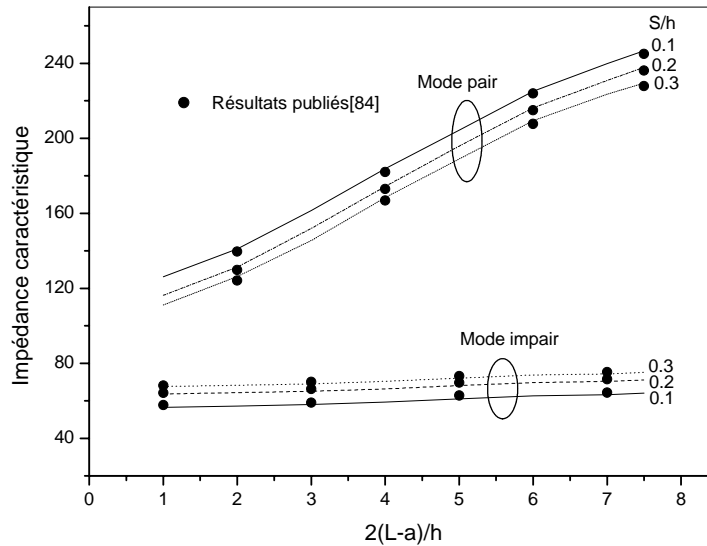


Fig.4.24. Variation de Z_c du modes pair et impair de la structure slot line/microstrip couplé en fonction du $2(L-a)/h$ et s/h ($w/h=1.2$, $L/h=b/h=t/h=10$, $\epsilon_r = 2.4$).

Afin d'étudier l'influence du rapport $2(L-a)/h$ sur la longueur d'onde normalisée, nous avons tracé les courbes de la figure 4.25. On constate à travers ces courbes que la longueur d'onde normalisée des deux modes croît au fur et à mesure que le rapport $2(L-a)/h$ augmente. Cette variation est plus accentuée pour le mode pair que pour le mode impair. Notons aussi que pour une certaine valeur du rapport $2(L-a)/h$ ($2(L-a)/h=2.8$), les courbes des modes pair et impair se croisent. Ce phénomène est très utile pour les applications des coupleurs directs.

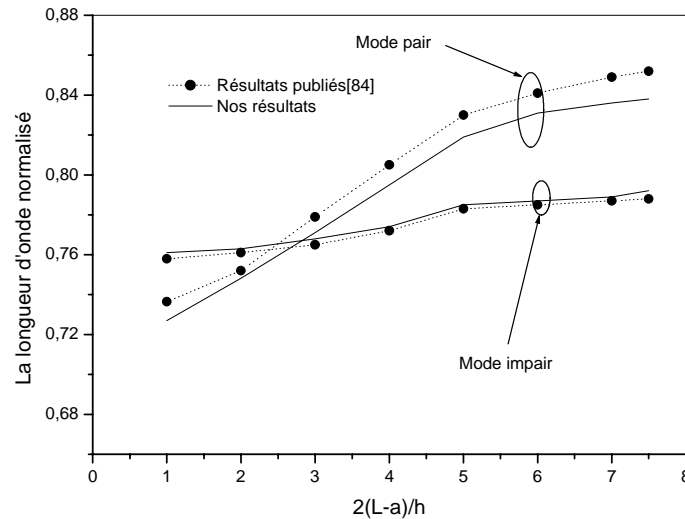


Fig.4.25. La longueur d'onde normalisée du mode pair et impair de la structure slot line/microstrip couplé en fonction du $2(L-a)/h$ et s/h ($w/h=1.2$, $L/h=b/h=t/h=10$, $\epsilon_r = 2.4$).

4.3.2.2.3. Structure coplanaire/microstrip :

Afin d'étudier l'effet du couplage causé par la largeur du ruban conducteur gravé sur la deuxième face d'une structure coplanaire suspendu (la figure 4.26) Sur la permittivité électrique et l'impédance caractéristique, nous avons analysé la structure coplanaire/microstrip sur un substrat isotrope ($\epsilon_r = 2.5$).

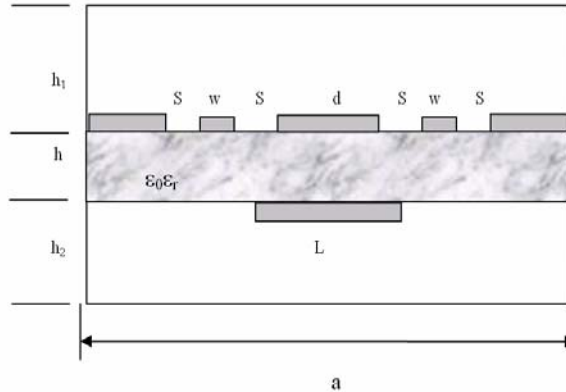


Fig. 4.26 : Coupe transversale d'une structure coplanaire / microstrip.

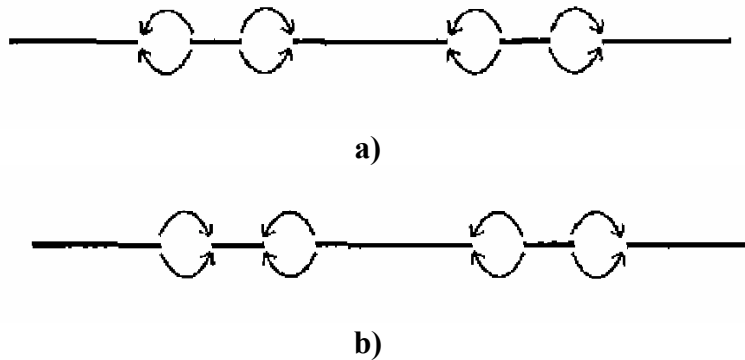


Fig.4.27. Configuration du champ électrique d'une ligne coplanaire suspendu a) mode impair b) mode pair.

D'après les courbes des figures 4.28 et 4.29 décrivant les variations de ϵ_{eff} et Z_c des deux modes (pair et impair) d'un guide d'onde coplanaire couplée (structure coplanaire couplé/microstrip avec $L=0$) en fonction de la largeur du ruban conducteur d , on constate que ϵ_{eff} et Z_c des modes pair et impair ont des valeurs identiques et cela pour $d > 5\text{mm}$. La configuration du champ électrique des modes pair et impair est présentée sur la figure 4.27. Cette configuration montre un très faible effet du couplage entre les deux lignes coplanaire constituant cette structure.

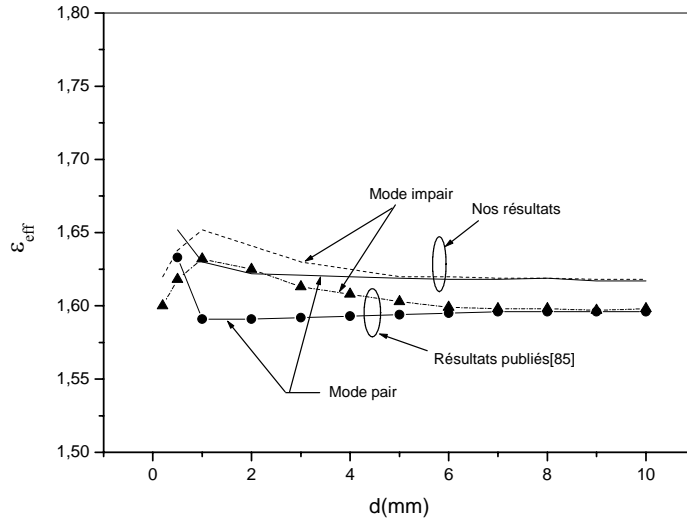


Fig.4.28 .Variation de la permittivité effective de la structure microstrip/coplanaire couplée pour les deux modes pair et impair en fonction de la largeur d ($\epsilon_r = 2,5, w=1mm, s=0.5mm, L=0, a = 100 mm, b = 10 mm, h_1 = h_3 = 60 mm, h_2= 0.635 mm$).

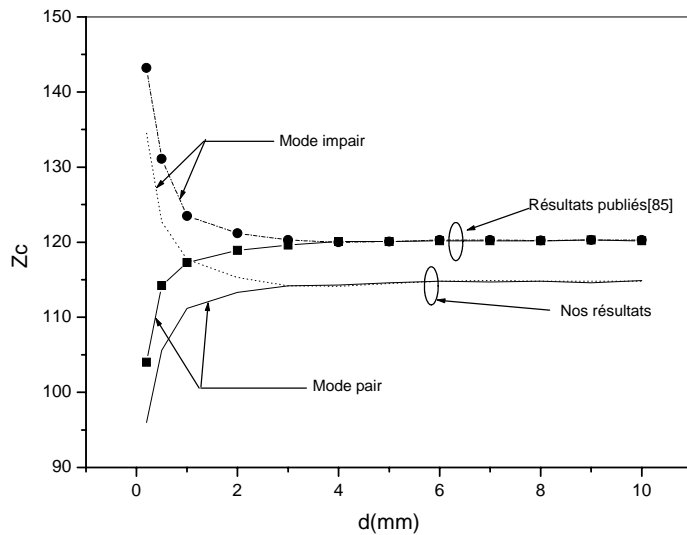


Fig.4.29 : Variation de l'impédance caractéristique de la structure microstrip /coplanaire couplée pour les deux modes pair et impair en fonction de la largeur d ($\epsilon_r = 2,5, w=1mm, s=0.5mm, L=0, a = 100 mm, b = 10 mm, h_1 = h_3 = 60 mm, h_2= 0.635 mm$).

D'après les courbes des figures 4.30 et 4.31, et pour des valeurs de $L > 5mm$, le ruban conducteur L devient suffisamment large pour pouvoir couvrir les deux lignes coplanaires. Cela entraîne pour ϵ_{eff} et Z_c une différence entre les modes pair et impair. La configuration de champ électrique dans ce cas est présentée sur la figure 4.32.

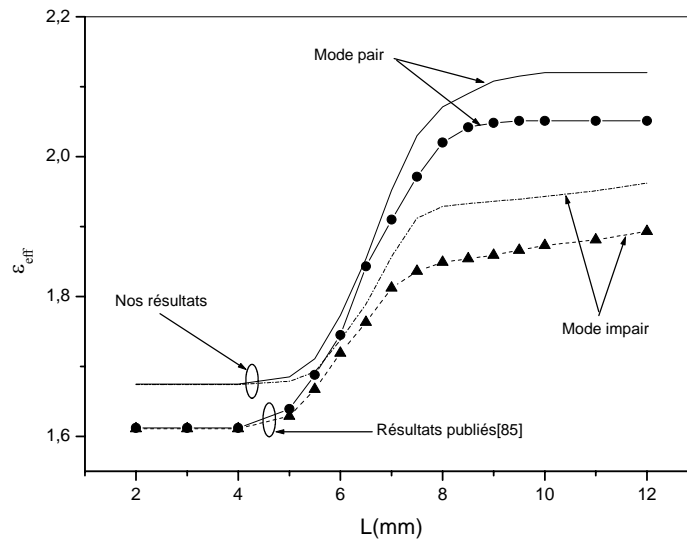


Fig.4.30 : Variation de la permittivité effective de la structure microstrip/coplanaire couplée pour les deux modes pair et impair en fonction de la largeur L ($\epsilon_r = 2,5$, $w=1mm$, $s=0.5mm$, $d =5mm$, $2a = 100 mm$, $b = 10 mm$, $h_1 = h_3 = 60 mm$, $h_2= 0.635 mm$),

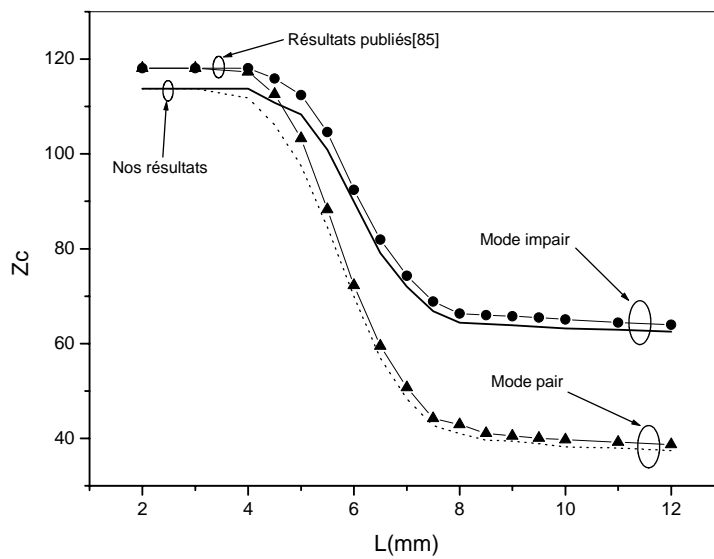


Fig.4.31 : Variation de l'impédance caractéristique de la structure microstrip/coplanaire couplée pour les deux modes pair et impair en fonction de la largeur L ($\epsilon_r = 2,5$, $w=1mm$, $s=0.5mm$, $d =5mm$, $2a = 100 mm$, $b = 10 mm$, $h_1 = h_3 = 60 mm$, $h_2= 0.635 mm$).

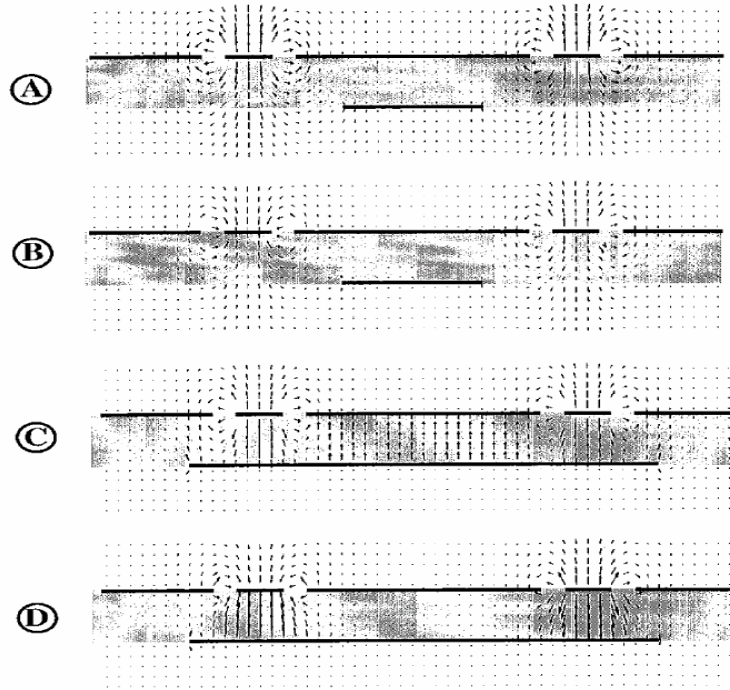


Fig.4.32 : Configuration des lignes du champ E pour la structure coplanaire couplée / microstrip A) mode pair avec $L=3\text{mm}$. B) mode impair avec $L=3\text{mm}$. C) mode pair avec $L=10\text{mm}$. D) mode impair.

4.3.3. Structures à trois plans métallisés :

4.3.3.1. Coupleur microstrip à trois plans métallisés :

Nous présentons dans ce qui suit les résultats numériques de la modélisation d'un coupleur à 3 niveaux métallisés (voir la figure 4.33). Le circuit analysé comporte 4 couches diélectriques dont les milieux 2 et 3 sont anisotropes ($\epsilon_{rx2}=6.64$, $\epsilon_{ry2}=6.24$, $\epsilon_{rz2}=5.56$; $\epsilon_{rx3}=2.35$, $\epsilon_{ry3}=2$, $\epsilon_{rz3}=3.5$, $\mu_{rx3}=2.75$, $\mu_{ry3}=2$, $\mu_{rz3}=3.5$). Les figures 4.34 et 4.35 illustrent la variation de la permittivité effective en fonction de la fréquence pour le mode pair.

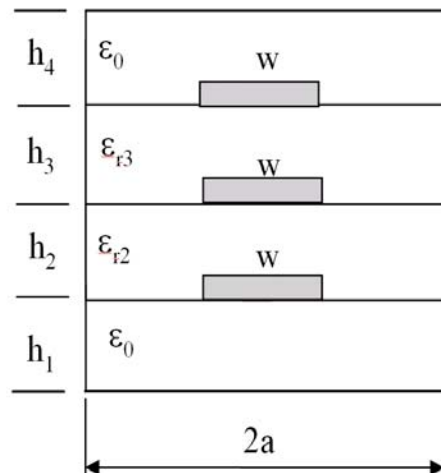


Fig.4.33 : Coupe transversale d'un coupleur microstrip à 3 plans métallisés.

A travers les courbes de la figure 4.34, nous observons que l'épaisseur h_2 influe considérablement sur la permittivité effective notamment pour les faibles valeurs où la dispersion est importante. Par contre pour des valeurs élevées pour h_2 , la dispersion devient faible. Nous constatons aussi que la permittivité effective augmente avec h_2 . La même constatation peut être faite à propos des courbes de la figure 4.35 où la permittivité effective croît avec l'épaisseur de h_3 , la dispersion étant plus importante pour $h_3=1\text{mm}$. D'autre part, il est intéressant de remarquer que l'influence de h_2 sur ϵ_{eff} est plus élevée que celle due à h_3 . En effet, on signale une augmentation de l'ordre de 20 % pour h_2 variant entre 1 et 1.5, contre 8 % environ pour h_3 pour des fréquences relativement faibles.

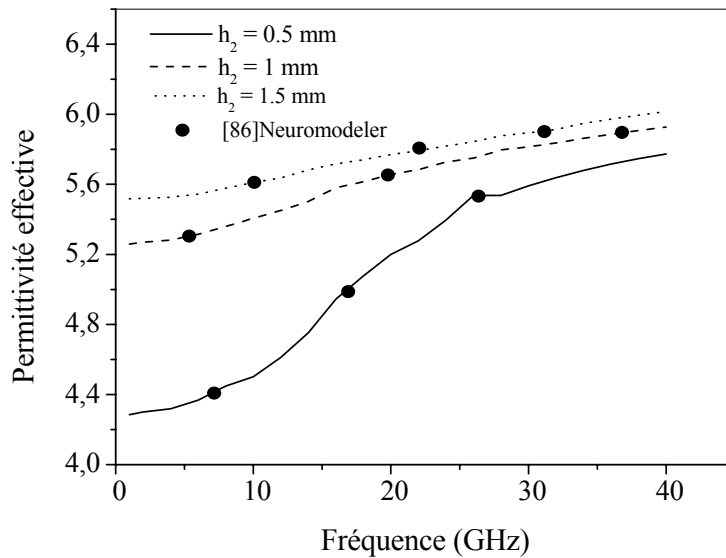


Fig.4.34 : Permittivité effective du mode pair fonction de la fréquence pour différentes valeurs de h_2 ($h_1 + h_2 = 4.5$ mm, $h_3 = 0.5$ mm, $h_4 = 4$ mm, $2a = 5$ mm).

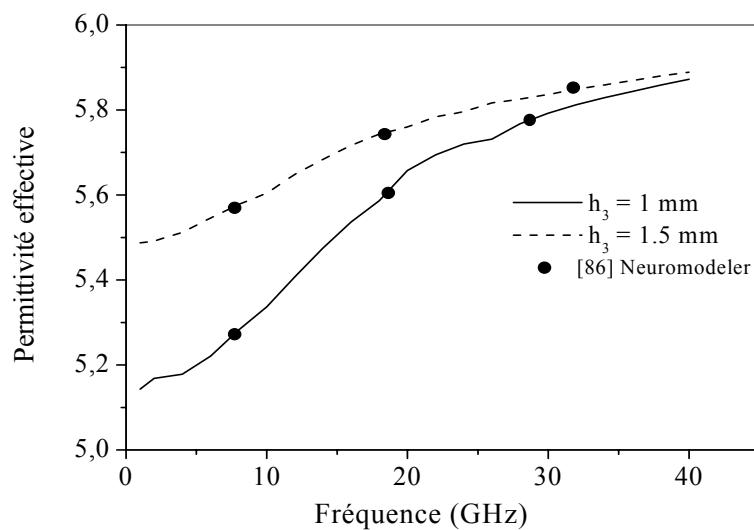


Fig.4.35 : Permittivité effective du mode pair fonction de la fréquence pour différentes valeurs de h_3 ($h_1 = 4$ mm, $h_2 = 0.5$ mm, $h_3 + h_4 = 4.5$ mm, $2a = 5$ mm).

4.3.3.2. Coupleur slot line à trois plans métallisés :

La figure 4.36 présente un coupleur à fentes qui comporte 4 couches diélectriques caractérisées par deux couches anisotropes identiques. ($\epsilon_{rx2}=\epsilon_{rz2}=3$, $\epsilon_{ry2}=3.5$, $\epsilon_{rx3}=\epsilon_{rz3}=3$, $\epsilon_{ry3}=3.5$).

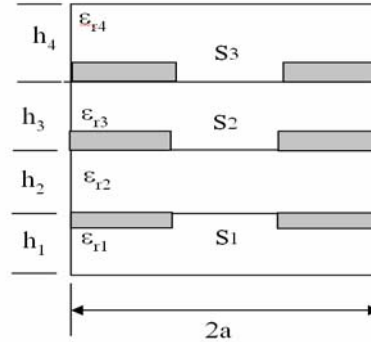


Fig.4.36 : Coupe transversale d'un coupleur Slot Line à 3 plans métallisés.

La figure 4.37 illustre les variations de la longueur d'onde normalisée du mode impair pour 3 valeurs différentes de S_2 ($S_2=0.1\text{mm}$, $S_2=0.5\text{mm}$ et $S_2=2.5\text{mm}$). On constate que pour une valeur donnée de la largeur de fente S_2 , le coupleur se comporte comme un filtre passe haut dont la fréquence de coupure augmente avec la valeur de S_2 . D'autre part on constate que la longueur d'onde normalisée diminue au fur à mesure que la fréquence augmente. Cette diminution est rapide jusqu'à 20GHz pour $S_2=0.1\text{mm}$, 30GHz pour $S_2=0.5\text{mm}$ et 40 GHz pour $S_2=2.5\text{mm}$. Au delà de ces fréquences, elle devient faible.

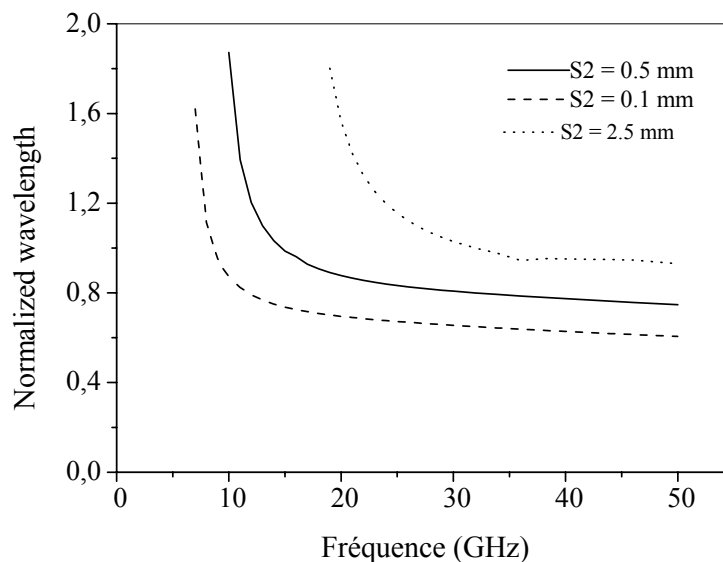


Fig. 4.37 : Le diagramme de dispersion du coupleur à fente à trois plans métallisés (mode impair) ($h_1 = h_4 = 3.5\text{ mm}$, $h_2 = h_3 = 0.25\text{ mm}$, $S_3 = S_1 = 0.5\text{ mm}$, $2a = 4\text{ mm}$).

A travers les courbes de la figure 4.37, on constate que la longueur d'onde normalisée de ce coupleur est très sensible aux variations du rapport $S_0=S_1/S_2$ avec $S_1=S_3$ et $S_2=0.5\text{mm}$, Contrairement au rapport $S_0=S_1/S_2$ avec $S_1=S_3=0.5\text{mm}$ ou cette variation est très faible.

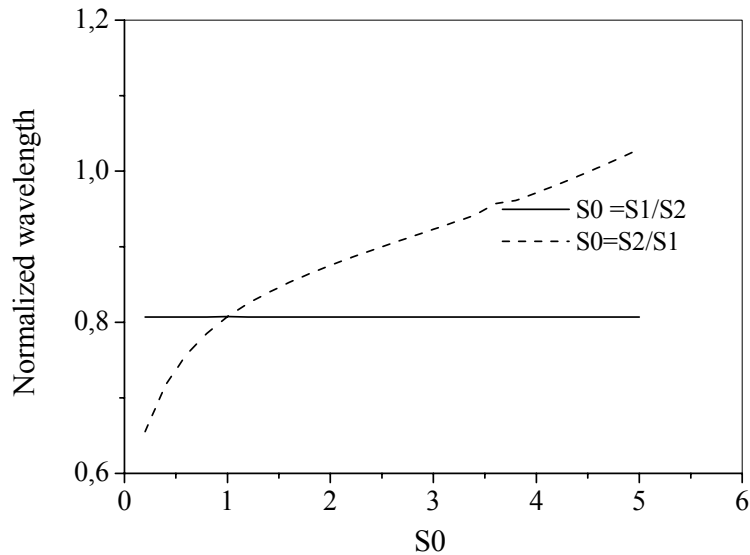


Fig.4.38 : Variation de la longueur d'onde normalisée en fonction des rapports $S_0=S_1/S_2$ et $S_0=S_2/S_1$ ($h_1=h_4=3.5\text{ mm}$, $h_2=h_3=0.25\text{ mm}$, le cas $S_0=S_1/S_2$, $S_2=0.5\text{ mm}$ et $S_1=S_3$, le cas $S_0=S_2/S_1$, $S_1=S_3=0.5\text{mm}$, $2a=4\text{mm}$)

4.4. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons mis en évidence l'efficacité de notre approche. Pour cela nous avons validé les résultats obtenus par notre programme par comparaison comparés avec ceux publiés dans des journaux de renommée internationale ainsi que par le logiciel neuromodeler [87] qui exploite la technique des réseaux de neurones.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

L'emploi des structures planaires miniaturisées est devenu le souci permanent du chercheur aussi bien que le constructeur des circuits hyperfréquences. Cependant, il y a nécessité de connaître à priori le comportement de telles structures. L'élément de base de leur réalisation est le substrat, puisque c'est de lui en grande partie dont dépend l'efficacité des circuits micro-électroniques. Dans ce cadre, la nature anisotrope doit absolument être intégrée dans le processus de modélisation des circuits qui utilisent ce type de substrats. En plus Le besoin de certaines fonctions électronique (directivité, isolation,...) en hyperfréquence nécessite l'exploitation des technologies multicouche et multi niveaux de métallisation. Pour cela, le chercheur a besoin de modèles qui lui permettent de comprendre le comportement des phénomènes physiques au moyen d'équations aux dérivées partielles (équations de *Maxwell*) tout en prenant en considération l'influence de l'anisotropie, ainsi que celle du technologie multicouche et multi niveaux métallisée .

Dans ce mémoire, nous avons présenté une approche originale, qui est en effet une extension de la méthode d'approche dans le domaine spectrale, pour l'analyse et la caractérisation des structures planaires anisotropes en configuration multicouche à plusieurs niveaux de métallisation. Cette analyse est très rare; la majorité des études a porté sur des circuits bilatéraux comportant deux plans métallisés. La formulation présentée est basée sur l'établissement de matrices de passage reliant les composantes tangentielles du champ électromagnétique (EM) entre deux interfaces diélectriques successives. L'anisotropie est de type bi axiale (ϵ et μ sont des tenseurs diagonaux). Cette méthode présente de nombreux avantages par rapport a la méthode spectrale originale ainsi qu'aux méthodes conventionnelles qui travaillent dans le domaine spatial, qui peuvent se résumer en:

1. Elle est numériquement plus efficace et plus souple du fait qu'on manipule des équations algébriques simples dans le domaine spectral au lieu d'équations intégrales couplées dans le domaine spatial qui nécessitent des temps de traitement plus longs.
2. Les fonctions de *Green* présentent des formes simples dans le domaine de *Fourier* contrairement au domaine spatial où leur forme est par fois impossible à identifier.
3. le nombre des couches diélectrique et des interfaces métallisées peut être arbitrairement choisi, par l'utilisateur.
4. La précision peut être systématiquement améliorée en augmentant la taille de la matrice associée au système d'équations linéaires.

L'approche originale développée dans ce mémoire a été largement validée par la comparaison des résultats numériques obtenus à ceux disponibles dans des journaux de renommée internationale ainsi que par le logiciel Neuromodeler qui exploite la technique des

réseaux de neurones. Les résultats présentés, portent sur l'étude des propriétés de propagation (constante de phase, longueur d'onde normalisée et la permittivité effective) et de l'impédance caractéristique de ces structures en fonction de leurs dimensions et des propriétés électriques/magnétiques des substrats.

Pour terminer, nous espérons que ce modeste travail servira de base pour les futurs travaux de recherche en général, pour analyser les structures planaires anisotropes à tenseurs de permittivité et (ou) perméabilité non diagonaux ainsi que la prise en compte de certains phénomènes perturbateurs qui risquent d'influencer la propagation des OEM tels que : les discontinuités ou les pertes.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] R. P. Owens, J. E. Aitken, and T. C. Edwards, "Quasi-static characteristics of microstrip on an anisotropic sapphire substrate," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-24, pp. 499-505, Aug. 1976.
- [2] T. C. Edwards and R. P. Owens, "2-18-GHz dispersion measurements on 10–100 Ω microstrip lines on sapphire," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-24, pp. 506-513, Aug. 1976.
- [3] N. G. Alexopoulos, S. R. Kemer, and C. M. Krowne, "Dispersion-less coupled microstrip over fused silica-like anisotropic substrates," *Electron. Lett.*, vol. 12, no. 22, pp. 579-580, Oct. 28, 1976.
- [4] N. G. Alexopoulos and C. M. Krowne, "Characteristics of single and coupled microstrips on anisotropic substrates," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-26, pp. 387–393, June 1978.
- [5] A. G. D'Assunção, A. J. Giarola, and D. A. Rogers, "Characteristics of broadside coupled microstrip lines with iso/anisotropic substrates," *Electron. Lett.*, vol. 17, no. 7, pp. 264-265, Apr. 2, 1981.
- [6] M. Kobayashi, "Analysis of the microstrip and the electrooptic light modulator," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-26, pp. 119-126, Feb. 1978.
- [7] "Green's function technique for solving anisotropic electrostatic field problems," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-26, pp. 510–512, July 1978.
- [8] H. Shibata, S. Minakawa, and R. Terakado, "Analysis of the shielded-strip transmission line with an anisotropic medium," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MT1-30, pp. 1264–1267, Aug. 1982.
- [9] E. Yamashita, K. Atsuki, and T. Mori, "Application of MIC formulas to a class of integrated-optics modulator analyses: A simple transformation," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-25, pp. 146-150, Feb. 1977.
- [10] N. G. Alexopoulos and N. K. Uzunoglu, "An efficient computation of thick microstrip properties on anisotropic substrates," *J. Franklin Inst.*, vol. 306, no. 1, pp. 9-22, July 1978.
- [11] N. G. Alexopoulos and N. K. Uzunoglu, "A simple analysis of thick microstrip anisotropic substrates," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-26, pp. 455-456, June 1978.
- [12] M. Horno, "Quasi-static characteristics of microstrip on arbitrary anisotropic substrates," *Proc. IEEE*, vol. 67, pp. 1033–1034, Aug. 1980.
- [13] M. Horno, "Upper and lower bounds on capacitances of coupled microstrip lines with anisotropic substrates," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 129, pt. H, no. 3, pp. 89–93, June 1982.

- [14] M. Horno and R. Marques, "Coupled microstrips on double anisotropic layers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-32, pp. 467-470, Apr. 1984.
- [15] S. K. Koul and B. Bhat, "Inverted microstrip and suspended microstrip with anisotropic substrates," *Proc. IEEE*, vol. 70, pp. 1230-1231, Oct. 1982.
- [16] S. K. Koul and B. Bhat, "Shielded edge-coupled microstrip mixture with anisotropic substrates," *Arch. Elek. Ubertragung*, vol. 37, pp. 269-274, July/Aug. 1983.
- [17] S. K. Koul and B. Bhat, "Transverse transmission line method for the analysis of broadside-coupled microstrip lines with anisotropic substrates," *Arch. Elek. Ubertragung*, vol. 37, pp. 59-64, Jan./Feb. 1983,
- [18] S. K. Koul and B. Bhat, "Generalized analysis of microstrip-like transmission lines and coplanar strips with anisotropic substrates for MIC, electrooptic modulator, and SAW applications," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-31, pp. 1051-1058, Dec. 1983.
- [19] T. Kitazawa and Y. Hayashi, "Quasi-static characteristics of coplanar waveguide on a sapphire substrate with its optical axrs inclined," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-30, pp. 920-922, June 1982.
- [20] G. E. Mariki, "Analysis of microstrip lines on inhomogeneous anisotropic substrates," *Ph.D. dissertation, Univ. of California, Los Angeles*, June 1978.
- [21] G. E. Mariki and C. Yeh. "Dynamic three-dimensional TLM analysis of microstrip lines on anisotropic substrates," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, pp. 789-799, Sept. 1985.
- [22] P. B. Johns and R. L. Beurle, " Numerical solution of two dimensional scattering problems using a transmission line matrix," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 118, pp. 1203-1208, Sept. 1971
- [23] P. B. Johns, "Application of the transmission line matrix method to homogeneous waveguides of arbitrary cross section," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 119, pp. 1086-1091, Aug. 1972.
- [24] S. Akhtarzad and P. B. Johns, "The solution of Maxwell's equations in three space dimensions and time by the TLM method," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 122, 1975.
- [25] S. Akhtarzad and P. B. Johns, 'Generalised elements for the TLM method of numerical analysis, *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol. 122, 1975.
- [26] A-M. A. El-Sherbiny, "Hybrid mode analysis of microstrip lines on anisotropic substrates," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-29, pp. 1261-1265, Dec. 1981.
- [27] Y. Hayashi and T. Kitazawa, "Analysis of microstrip transmission line on a sapphire substrate," *J. Inst. Electron. Commun. Eng. Jap.*, vol. 62-B, pp. 596-602, June 1979.

- [28] T. Kitazawa and Y. Hayashi, "Coupled slots on an anisotropic sapphire substrate," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-29, pp. 1035-1040. Oct. 1981.
- [29] T. Kitazawa and Y. Hayashi, "Propagation characteristics of striplines with multilayered anisotropic media," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-31, pp. 429-433, June 1983.
- [30] K. Shibata and K. Hatori, "Dispersion characteristics of coupled microstrip with overlay on anisotropic dielectric substrate," *Electron. Lett.*, Jan. 1984.
- [31] A. Nakatani and N. G. Alexopoulos, "A generalized algorithm for structures on anisotropic substrates," presented at *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp.*, St. Louis, June 1985.
- [32] R. Pregla and S. B. Worm, "The method of lines for the analysis of planar waveguides with magnetized ferrite substrate," in *IEEE MTT-S 1984 Int. Microwave Symp. Dig.*, May 28-June 1, 1984, pp. 348-350.
- [33] K. C. Gupta, R. Garg, and L. J. Bahl, *Microstrip Lines and Slotlines*. Dedham, MA: Artech House, 1979.
- [34] T. C. Edwards, *Foundations for Microstrip Circuit Design*. New York: Wiley, 1981.
- [35] M. Olyphant, Jr., "Measuring anisotropy in microwave substrates," in *IEEE MTT-S 1979 Int. Microwave Symp. Dig.*, Apr. 30-May 2, 1979, pp. 91-94.
- [36] C. M. Krowne, "Microstrip transmission lines on pyrolytic boron nitride," *Electron. Lett.*, vol. 12, no. 24, pp. 642-643, Nov. 25, 1976.
- [37] C. M. Krowne, "Pyrolytic boron nitride as a microstrip substrate material," in *Electrical Electronics Insulation Conf. Proc.*, Sept. 1977, pp. 35-38.
- [38] B. Lax and K. J. Button, *Microwave Ferrites and Ferromagnetics*. New York: McGraw-Hill, 1962
- [39] N. Krause, "Ein Verfahren zur Berechnung der Dispersion einer Mikrostreifenleitung auf gyrotropic Substrate" *Arch. Elek. Ubertragung.*, vol. 31, pp. 205-211, 1977.
- [40] A. Beyer and I. Wolff, "Power density distribution analysis of ferrite loaded finlines for the development of integrated nonreciprocal millimeter wave elements," in *IEEE MTT-S Int. Symp. Dig.*, May 28-June 1, 1984, pp. 342-344.
- [41] A. A. Th. M. van Trier, "Guided electromagnetic waves in anisotropic media," *Appl. Sci. Res.*, vol. B3, pp. 305-308, 1953.
- [42] M. L. Kales, "Modes in waveguides that contain ferrites," *J. Appl. Phys.*, vol. 24, pp. 604-608, May 1953.
- [43] R. F. Soohoo, *Theory and Application of Ferrites*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1960.

- [44] J. B. Davies, "An analysis of the m-port symmetrical H-plane waveguide junction with central ferrite post," *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-10, pp. 596–604, Nov. 1962.
- [45] J. B. Davies and P. Cohen, "Theoretical design of symmetrical junction stripline circulator," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-11, pp. 506–512, Nov. 1963.
- [46] H. Bosma, "On stripline Y-circulation at UHF," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-12, pp. 61-72, Jan. 1964.
- [47] W. J. Ince and E. Stern, "Nonreciprocal remanence phase shifters in rectangular waveguide," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-15, pp. 87–95, Feb. 1967.
- [48] J. B. Castillo, Jr., and L. E. Davis, "Computer-aided three-port waveguide junction circulator," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-18, pp. 25-34, Jan. 1970.
- [49] J. Helszajn, *Principles of Microwave Ferrite Engineering*. New York,: *Wiley*, 1970.
- [50] J. Helszajn, *Nonreciprocal Microwave Junctions and Circulators*. *New York: Wiley*, 1975.
- [51] R. F. Soohoo, *Microwave Magnetics*. New York: *Harper and Row*, 1985.
- [52] K. J. Button, "Microwave ferrite devices: The first ten years," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-32, pp. 1088-1096, Sept. 1984.
- [53] J. Fontanella, C. Andeen, and D. Schuele, "Low-frequency dielectric constants of a-quartz, sapphire, MgF₂ and MgO," *J. Appl. Phys.*, vol. 45, no. 7, pp. 2852–2854, July 1974.
- [54] W. B. Westphal and A. Sils, "Dielectric constant and ion data," Tech. Rep. AFML-TR-72-39, Apr. 1972,
- [55] P. H. Ladbrooke, M. H. N. Potok, and E. H. England, "Coupling errors in cavity-resonance measurements on MIC dielectrics," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-21, pp. 560-562, Aug. 1973.
- [56] E. V. Loewenstein, D. R. Smith, and R. L. Morgan, "Optical constants for infrared materials, 2: Crystalline solids," *Appl. Optics*, vol. 12, pp. 398–406, Feb. 1973.
- [57] E. E. Russell and E. E. Bell, "Optical constants of sapphire in the far infrared," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 57, pp. 543-544, Apr. 1967.
- [58] S. Roberts and D. D. Coon, "Far-infrared properties of quartz and sapphire," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 52, pp. 1023–1029, Sept. 1962.
- [59] M. Olyphant, Jr., "Microwave permittivity measurements using disk cavity specimens," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 20, no. 4, pp. 342-344, Nov 1971.
- [60] RT/Duroid ®, Rogers Corporation, TR 2692, July 1981.

- [61] J. Smit et P. J. Wijn, "Les ferrites - Les propriétés physiques des oxydes ferrimagnétiques en relation avec leurs applications techniques," Édition Dunod, 1961.
- [62] H. Pascard, "Matériaux ferrimagnétiques," Cours École Polytechnique, 1993.
- [63]] G. Forterre, "Les matériaux ferrites et leurs applications en hyperfréquence," *L'Onde Electrique*, vol. 71, no. 1, pp. 37-47, Janvier-Février 1991.
- [64] M. Pardavi-Orvath, "Microwave applications of soft ferrites," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 215-216, pp. 171-183, 2000.
- [65] N. J. Damaskos, R. B. Mack, A. L. Maffett, W. Parmon, and P, L.E. Uslenghi, "The inverse problem for biaxial materials," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-32, pp. 400-405, Apr. 1984.
- [66] T.C. Edwards, *Conception des circuits micro-ondes*, Editions Masson, 1984.
- [67] R.P. Owens, J.E. Aitken, T.C. Edwards, "Quasi-static characteristics of microstrip on anisotropic sapphire substrate ", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-24, pp. 499-505, August 1976.
- [68] T. Itoh, R. Mittra, "A technique for computing dispersion characteristics of shielded microstrip lines", *vol. MTT-21*, pp. 496-499, 1973.
- [69] T. Itoh, "Spectral domain immittance approach for dispersion characteristics of generalized printed transmission lines", *IEEE Trans. on MTT*, vol. 28, No 7, pp. 733-736, July 1980.
- [70] R.H. Jansen and M.Kirshning: "Arguments and An Accurate Model for The power-current f of Formulation of Micro strip Characteristic Impedance", *A.E.U.*, vol. 37, pp. 108-112, 1983.
- [71] L.P. Shmidt, T. Itoh and H. Hoffmann "Characteristics of unilaterl finline structure with arbitrary located slots", *IEEE Trans. on MTT*, vol. 29, No 10, pp. 352-359, October 1981
- [72] H. Aubert, "Étude des discontinuité uniaxiales dans les lignes de transmissions planaires ", *thèse de doctorat I.N.P. Toulouse*, 1993.
- [73] H. Aubert, D. Bajon, H. Baudrand, V. Fouad Hanna: "Influence of grounding lateral and back planes in transition between conductor backed coplanar waveguide and micro strip lines", *23rd European Microwave Conference in Madrid 6-9Setembre 1993*.
- [74] J. Zehentner, J. Machac, J. Mrkvice: "Dispersion Characteristics of the Dominant Mode on a Completely Shielded Conductor-Backed Slot line", *Czech Technical University in Prague, Technicka 2, 16627 Prague 6, Czech Republic*, 2004 IEEE MITS Digest.
- [75] D. Pavlidis, L. Hartnagle, "The Design and Performance of Three-Line Micro strip Couplers", *IEEE Trans. on MTT*, vol. 24, No 10, pp. 352-359, October 1976.

- [76] L. Yu , B. Rawat, “Quasi-Static Analysis of Three-Line Micro strip Symmetrical Coupler on Anisotropic Substrates” , *IEEE Trans. on MTT*, vol. 39, No 8, pp.1433-1437, August 1991.
- [77] L.-P. Schmidt and T. Itoh, “ Spectral domain anafysis of dominant and higher order modes in firdines,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* vol. MTT-28, pp. 981–985, Sept. 1980.
- [78] Shibani K.Koul and Bharathi Bahat, “ Broadside, edge-coupled, symmetric stripe transmission lines,” ” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* vol. MTT-30, pp. 1874–1880, Nov. 1980.
- [79] Arvind K.Charma.and Wolfgang J.R. Hofer., “Propagation in coupled unilateral and bilateral finlines,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 31, pp. 498 –502, June.1981.
- [80] J. B. fCnorr and p. M. Shayda, “Millimeter wave finfine characteristics,” *IEEE Trans. microwave Theory Tech.*, vol. 28, pp. 737-743, July 1980.
- [81] C. Seo, C. Woong Lee, ”Analysis of Two-Layer Three-Coupled Micro strip Lines on Anisotropic Substrates” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* vol. MTT-42, pp. 160–162, January. 1980.
- [82] M. Aikawa, “Wide-band strip-line reverse-phase hybrid ring in GHz band,” *Electronics and Communications in Japan*, vol. 58-B, no. 10, pp. 521–528, Oct. 1975.
- [83] M. Aikawa, “Micro strip line directional coupler with tight coupting and high directivity,” *Electronics and Communications in Japan*, vol. J60-B, no. 4, pp. 253-259, Apr. 1977.
- [84] T. Itoh, A. Sidney Hebert, “A Generalized Spectral Domain Analysis for Coupled Suspended Micro strip lines With Tuning Septum” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* vol. MTT-26, no. 10, pp. 820–826, October. 1978.
- [85] Chun-Lin Liao , Chun Hsiiing Chen, “A Novel Conductor-Backed Coplanar-Waveguide Coupled Structure” *Department of Electrical Engineering, National Taiwan University, Taipei 10617, Taiwan IEEE.*, pp. 299–302, 1999.
- [86] NeuroModeler v. 1.2, 2000, Q.J. Zhang, Carleton University, Ottawa, Canada.

ANNEXES

ANNEXE A

TRANSFORMEE DE FOURIER

C.1. Série de Fourier

Soit une f fonction périodique de période $2T$, on dit que $f(x)$ est décomposable en série de Fourier (c'est à dire qu'elle peut s'écrire comme une combinaison linéaire de fonction trigonométrique sinusoïdales) si et seulement si la série obtenue converge vers $f(x)$. pour cela la fonction périodique doit satisfaire aux conditions de Dirichlet.

Lorsque ces conditions sont remplies la fonction $f(x)$ s'écrit comme suite :

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \exp(-J\alpha_n x) \quad (C.1)$$

A_n étant le coefficient de Fourier donné par :

$$A_n = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f(x) \exp(J\alpha_n x) dx \quad \text{avec : } \alpha_n = \frac{n\pi}{T}$$

C.2. Transformée de Fourier discrète

Par définition, la transformée de Fourier discrète d'une fonction $f(x)$ (notée : $\tilde{f}(\alpha_n)$) s'exprime par :

$$\tilde{f}(\alpha_n) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f(x) \exp(J\alpha_n x) dx \quad (C.2)$$

La transformée inverse notée par $TF^{-1}[\tilde{f}(\alpha_n)]$ est donnée comme suit :

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(\alpha_n) \exp(-J\alpha_n x) \quad (C.3)$$

C.3. Transformée de Fourier d'une fonction

La transformée de Fourier d'une fonction f non périodique (T tend vers ∞) est définie par :

$$\tilde{f}(\alpha) = \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(J\alpha x) dx \quad (\text{C.4})$$

Sa transformée inverse s'exprime par :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(\alpha) \exp(-J\alpha x) dx \quad (\text{C.5})$$

En utilisant la notation (C.5), il est facile de montrer la propriété suivante :

$$TF \left[\frac{\partial f^m}{\partial x^m} \right] = (-J\alpha)^m \tilde{f}$$

Dans le cas de la TF discrète, on a :

$$TF \left[\frac{\partial f^m}{\partial x^m} \right] = (-J\alpha_n)^m \tilde{f}$$

C.4. Théorème de Parseval

Le théorème de Parseval s'exprime pour la TF discrète par :

$$\frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f(x) g(x) dx = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(\alpha_n) \tilde{g}^*(\alpha_n)$$

Et pour la TF continue :

$$\frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) g(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(\alpha) \tilde{g}^*(\alpha) d\alpha$$

ANNEXE B

EXPRESSIONS DES COMPOSANTES TANGENTIELLES DU CHAMP E.M EN FONCTION DE \tilde{E}_y et \tilde{H}_y

D.1 Expressions de $\frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y}$ et $\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial y}$ en fonction de \tilde{E}_z et \tilde{H}_z

L'équation (3.4.c) s'écrit dans le domaine spectral sous la forme :

$$-j\alpha_n \tilde{E}_y \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y} = -j\omega\mu_{33} \tilde{H}_z$$

En remplaçant \tilde{E}_x et \tilde{E}_y par leurs expressions d'après (3.6.a) et (3.6.b) respectivement, on obtient :

$$-j \frac{\beta}{K_{c21}^2} \frac{\partial^2 \tilde{H}_z}{\partial y^2} = \frac{\alpha_n \beta^2}{\omega\mu_{22}} \left(\frac{1}{K_{c21}^2} - \frac{1}{K_{c12}^2} \right) \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} + j \frac{\beta}{\mu_{22}} \left(\mu_{33} - \frac{\alpha_n^2 \mu_{11}}{K_{c12}^2} \right) \tilde{H}_z \quad (D.1)$$

On dérive l'équation (3.6.d) par rapport à y, on aura alors:

$$\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial y} = -\frac{\alpha_n}{\omega\mu_{22}} \left(1 + \frac{\beta^2}{K_{c21}^2} \right) \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} - \frac{j\beta}{K_{c21}^2} \frac{\partial^2 \tilde{H}_z}{\partial y^2}$$

Ce qui implique d'après l'équation (D.1):

$$\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial y} = -\frac{\alpha_n}{\omega\mu_{22}} \left(1 + \frac{\beta^2}{K_{c21}^2} \right) \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} + j \frac{\beta}{\mu_{22}} \left(\mu_{33} - \frac{\alpha_n^2 \mu_{11}}{K_{c12}^2} \right) \tilde{H}_z \quad (D.2)$$

D'autre part, l'équation (3.5.c) s'écrit dans le domaine spectral sous la forme :

$$-j\alpha_n \tilde{H}_y \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} = j\omega\epsilon_{33} \tilde{E}_z$$

En remplaçant ensuite \tilde{H}_x , \tilde{H}_y par leurs expressions d'après (3.6.c) et (3.6.d) respectivement, il vient :

$$-\frac{j}{\omega\mu_{11}} \left(1 + \frac{\beta^2}{K_{c12}^2} \right) \frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial y^2} = \alpha_n \beta \left(\frac{1}{K_{c21}^2} - \frac{1}{K_{c12}^2} \right) \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} + j \left(\omega\epsilon_{33} - \frac{\alpha_n^2}{\omega\mu_{22}} \left(1 + \frac{\beta^2}{K_{c21}^2} \right) \right) \tilde{E}_z \quad (D.3)$$

Après avoir dérivé l'équation (3.6.b) par rapport à y, on aura :

$$\frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y} = -j \frac{\beta}{K_{c12}^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial y^2} + \alpha_n \frac{\omega \mu_{11}}{K_{c12}^2} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y}$$

Ce qui implique d'après l'équation (D.3):

$$\frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y} = \frac{\alpha_n}{\omega \varepsilon_{22}} \left(\frac{\beta^2}{K_{c21}^2} + 1 \right) \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} + j \frac{\beta}{\varepsilon_{22}} \left(\varepsilon_{33} - \alpha_n^2 \frac{\varepsilon_{11}}{K_{c21}^2} \right) \tilde{E}_z \quad (\text{D.4})$$

D.2. Expressions de \tilde{E}_z et $\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y}$ en fonction de \tilde{H}_y et $\frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y}$

En combinant les équations (3.6.d) et (D.4), on obtient :

$$\tilde{E}_z = -j \beta \frac{\varepsilon_{22}}{(\varepsilon_{33} \beta^2 + \varepsilon_{11} \alpha_n^2)} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y} - \alpha_n \frac{\omega \mu_{22} \varepsilon_{11}}{(\varepsilon_{33} \beta^2 + \varepsilon_{11} \alpha_n^2)} \tilde{H}_y \quad (\text{D.5})$$

D'où l'on tire finalement, d'après l'équation (3.6.d) :

$$\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} = \alpha_n \frac{\omega \varepsilon_{11} \varepsilon_{22}}{(\alpha_n^2 \varepsilon_{11} + \beta^2 \varepsilon_{33})} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y} + j \beta \frac{(\varepsilon_{33} K_{c21}^2 - \varepsilon_{11} \alpha_n^2)}{(\alpha_n^2 \varepsilon_{11} + \beta^2 \varepsilon_{33})} \tilde{H}_y \quad (\text{D.6})$$

D.3. Expressions de \tilde{H}_z et $\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y}$ en fonction de \tilde{E}_y et $\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial y}$

En combinant l'équation (3.6.b) et (D.2), il vient:

$$\tilde{H}_z = -j \beta \frac{\mu_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial y} + \alpha_n \frac{\omega \mu_{11} \varepsilon_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \tilde{E}_y \quad (\text{D.7})$$

D'où l'on tire, d'après (3.6.b) et (D.7) :

$$\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} = j \beta \frac{(\mu_{33} K_{c12}^2 - \alpha_n^2 \mu_{11})}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \tilde{E}_y - \alpha_n \frac{\omega \mu_{11} \mu_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial y} \quad (\text{D.8})$$

En substituant ensuite les équations (D.5) et (D.6) dans (3.6.a), on déduit :

$$\tilde{E}_x = -j \alpha_n \frac{\varepsilon_{22}}{(\alpha_n^2 \varepsilon_{11} + \beta^2 \varepsilon_{33})} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y} + \beta \frac{\omega \mu_{22} \varepsilon_{33}}{(\alpha_n^2 \varepsilon_{11} + \beta^2 \varepsilon_{33})} \tilde{H}_y$$

De la même façon, si on substitue les équations (D.7) et (D.8) dans (3.6.c), on obtient :

$$\tilde{H}_x = -\beta \frac{\omega \mu_{33} \varepsilon_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \tilde{E}_y - j \alpha_n \frac{\mu_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial y}$$

Finalemment, en récapitulant, on obtient les expressions suivantes des composantes tangentielles du champ EM en fonction de E_y et H_y :

$$\bullet \quad \tilde{E}_x = -j \alpha_n \frac{\varepsilon_{22}}{(\alpha_n^2 \varepsilon_{11} + \beta^2 \varepsilon_{33})} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y} + \beta \frac{\omega \mu_{22} \varepsilon_{33}}{(\alpha_n^2 \varepsilon_{11} + \beta^2 \varepsilon_{33})} \tilde{H}_y \quad (\text{D.9.a})$$

$$\bullet \quad \tilde{E}_z = -j \beta \frac{\varepsilon_{22}}{(\varepsilon_{33} \beta^2 + \varepsilon_{11} \alpha_n^2)} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y} - \alpha_n \frac{\omega \mu_{22} \varepsilon_{11}}{(\varepsilon_{33} \beta^2 + \varepsilon_{11} \alpha_n^2)} \tilde{H}_y \quad (\text{D.9.b})$$

$$\bullet \quad \tilde{H}_x = -\beta \frac{\omega \mu_{33} \varepsilon_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \tilde{E}_y - j \alpha_n \frac{\mu_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial y} \quad (\text{D.9.c})$$

$$\bullet \quad \tilde{H}_z = -j \beta \frac{\mu_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial y} + \alpha_n \frac{\omega \mu_{11} \varepsilon_{22}}{(\alpha_n^2 \mu_{11} + \beta^2 \mu_{33})} \tilde{E}_y \quad (\text{D.9.d})$$

ANNEXE C

CALCULE DES ELEMENTS DE LA MATRICE M

L'expressions des composantes tangentielle du champ EM en fonction de \tilde{E}_y et \tilde{H}_y est donné par les relation suivantes :

$$\tilde{E}_{ui} = \frac{-\omega\mu_{22}}{\rho^*} \tilde{H}_{yi} \quad (C.1a)$$

$$\tilde{E}_{vi} = \frac{\omega\mu_{22}\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho^*\rho_\varepsilon} \tilde{H}_{yi} - j \frac{\varepsilon_{22}\rho^*}{\rho_\varepsilon} \frac{\partial\tilde{E}_{yi}}{\partial y} \quad (C.1b)$$

$$\tilde{H}_{ui} = \frac{\omega\varepsilon_{22}}{\rho^*} \tilde{E}_{yi} \quad (C.1c)$$

$$\tilde{H}_{vi} = \frac{-j\mu_{22}\rho^*}{\rho_\mu} \frac{\partial\tilde{H}_{yi}}{\partial y} + \frac{\omega\alpha_n\beta\varepsilon_{22}\delta\mu}{\rho^*\rho_\mu} \tilde{E}_{yi} \quad (C.1d)$$

L'expression des composantes longitudinales du champ EM s'exprime sous la forme :

Pour $i \leq m$:

$$\tilde{E}_{yi}(\alpha_n, y) = A_i^e \sinh(\gamma_{ei}^a(y - H_{i-1})) + B_i^e \cosh(\gamma_{ei}^b(y - H_{i-1})) \quad (C.2a)$$

$$\tilde{H}_{yi}(\alpha_n, y) = A_i^h \sinh(\gamma_{hi}^a(y - H_{i-1})) + B_i^h \cosh(\gamma_{hi}^b(y - H_{i-1})) \quad (C.2b)$$

Pour $i \geq m+1$:

$$\tilde{E}_{yi}(\alpha_n, y) = A_i^e \sinh(\gamma_{ei}^a(H_i - y)) + B_i^e \cosh(\gamma_{ei}^b(H_i - y)) \quad (C.2a)$$

$$\tilde{H}_{yi}(\alpha_n, y) = A_i^h \sinh(\gamma_{hi}^a(H_i - y)) + B_i^h \cosh(\gamma_{hi}^b(H_i - y)) \quad (C.2b)$$

En remplaçant les équations (C.2) dans les expressions des composantes tangentielle du champ EM en fonction de \tilde{E}_y et \tilde{H}_y , on trouve :

A $y=H_i$:

Pour $i \leq m$:

$$\tilde{E}_{ui} \Big|_{y=H_i} = \frac{-\omega\mu_{22}}{\rho^*} A_i^h (\sinh(\gamma_{hi}^a h_i) + B_i^h \cosh(\gamma_{hi}^b h_i)) \quad (C.3a)$$

$$\tilde{E}_{vi} \Big|_{y=H_i} = \frac{\omega\mu_{22}\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho^*\rho_\varepsilon} A_i^h (\sinh(\gamma_{hi}^a h_i) + B_i^h \cosh(\gamma_{hi}^b h_i)) - j \frac{\varepsilon_{22}\rho^*}{\rho_\varepsilon} (A_i^e \gamma_{ei}^a \cosh(\gamma_{ei}^a h_i) + B_i^e \gamma_{ei}^b \sinh(\gamma_{ei}^b h_i)) \quad (C.3b)$$

$$\tilde{H}_{ui} \Big|_{y=H_i} = \frac{\omega\varepsilon_{22}}{\rho^*} (A_i^e \sinh(\gamma_{ei}^a h_i) + B_i^e \cosh(\gamma_{ei}^b h_i)) \quad (C.3c)$$

$$\tilde{H}_{vi} \Big|_{y=H_i} = \frac{-j\mu_{22}\rho^*}{\rho_\mu} (A_i^h \gamma_{hi}^a \cosh(\gamma_{hi}^a h_i) + B_i^h \gamma_{hi}^b \sinh(\gamma_{hi}^b h_i)) + \frac{\omega\alpha_n\beta\varepsilon_{22}\delta\mu}{\rho^*\rho_\mu} (A_i^e \sinh(\gamma_{ei}^a h_i) + B_i^e \cosh(\gamma_{ei}^b h_i)) \quad (C.3d)$$

Pour $i \geq m+1$:

$$\tilde{E}_{ui} \Big|_{y=H_i} = \frac{-\omega\mu_{22}}{\rho^*} B_i^h \quad (\text{C.4a})$$

$$\tilde{E}_{vi} \Big|_{y=H_i} = \frac{\omega\mu_{22}\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho^*\rho_\varepsilon} B_i^h + j\frac{\varepsilon_{22}\rho^*}{\rho_\varepsilon} A_i^e \gamma_{ei}^a \quad (\text{C.4b})$$

$$\tilde{H}_{ui} \Big|_{y=H_i} = \frac{\omega\varepsilon_{22}}{\rho^*} B_i^e \quad (\text{C.4c})$$

$$\tilde{H}_{vi} \Big|_{y=H_i} = \frac{j\mu_{22}\rho^*}{\rho_\mu} A_i^h \gamma_{hi}^a + \frac{\omega\alpha_n\beta\varepsilon_{22}\delta\mu}{\rho^*\rho_\mu} B_i^e \quad (\text{C.4d})$$

A $y=H_{i-1}$:

Pour $i \leq m$:

$$\tilde{E}_{ui} \Big|_{y=H_{i-1}} = \frac{-\omega\mu_{22}}{\rho^*} B_i^h \quad (\text{C.5a})$$

$$\tilde{E}_{vi} \Big|_{y=H_{i-1}} = \frac{\omega\mu_{22}\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho^*\rho_\varepsilon} B_i^h - j\frac{\varepsilon_{22}\rho^*}{\rho_\varepsilon} A_i^e \gamma_{ei}^a \quad (\text{C.5b})$$

$$\tilde{H}_{ui} \Big|_{y=H_{i-1}} = \frac{\omega\varepsilon_{22}}{\rho^*} B_i^e \quad (\text{C.5c})$$

$$\tilde{H}_{vi} \Big|_{y=H_{i-1}} = \frac{-j\mu_{22}\rho^*}{\rho_\mu} A_i^h \gamma_{hi}^a + \frac{\omega\alpha_n\beta\varepsilon_{22}\delta\mu}{\rho^*\rho_\mu} B_i^e \quad (\text{C.5d})$$

Pour $i \geq m+1$:

$$\tilde{E}_{ui} \Big|_{y=H_{i-1}} = \frac{-\omega\mu_{22}}{\rho^*} A_i^h (\sinh(\gamma_{hi}^a h_i) + B_i^h \cosh(\gamma_{hi}^b h_i)) \quad (\text{C.6a})$$

$$\tilde{E}_{vi} \Big|_{y=H_{i-1}} = \frac{\omega\mu_{22}\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho^*\rho_\varepsilon} A_i^h (\sinh(\gamma_{hi}^a h_i) + B_i^h \cosh(\gamma_{hi}^b h_i)) + j\frac{\varepsilon_{22}\rho^*}{\rho_\varepsilon} (A_i^e \gamma_{ei}^a \cosh(\gamma_{ei}^a h_i) + B_i^e \gamma_{ei}^b \sinh(\gamma_{ei}^b h_i)) \quad (\text{C.6b})$$

$$\tilde{H}_{ui} \Big|_{y=H_{i-1}} = \frac{\omega\varepsilon_{22}}{\rho^*} (A_i^e \sinh(\gamma_{ei}^a h_i) + B_i^e \cosh(\gamma_{ei}^b h_i)) \quad (\text{C.6c})$$

$$\tilde{H}_{vi} \Big|_{y=H_{i-1}} = \frac{j\mu_{22}\rho^*}{\rho_\mu} (A_i^h \gamma_{hi}^a \cosh(\gamma_{hi}^a h_i) + B_i^h \gamma_{hi}^b \sinh(\gamma_{hi}^b h_i)) + \frac{\omega\alpha_n\beta\varepsilon_{22}\delta\mu}{\rho^*\rho_\mu} (A_i^e \sinh(\gamma_{ei}^a h_i) + B_i^e \cosh(\gamma_{ei}^b h_i)) \quad (\text{C.6d})$$

Calcul des éléments de la matrice M dans le cas $i \leq m$:

Les composantes du champs EM à $y=H_i$ et à $y=H_{i-1}$ sont liées par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{ui} \\ \tilde{E}_{vi} \\ \tilde{H}_{ui} \\ \tilde{H}_{vi} \end{bmatrix} \Big|_{Y=H_i} = [M]_i \begin{bmatrix} \tilde{E}_{ui} \\ \tilde{E}_{vi} \\ \tilde{H}_{ui} \\ \tilde{H}_{vi} \end{bmatrix} \Big|_{Y=H_{i-1}} \quad (\text{C.7})$$

Ou bien :

$$\tilde{E}_{ui} \Big|_{y=Hi} = M_{11} \tilde{E}_{ui} \Big|_{y=Hi-1} + M_{12} \tilde{E}_{vi} \Big|_{y=Hi-1} + M_{13} \tilde{H}_{ui} \Big|_{y=Hi-1} + M_{14} \tilde{H}_{vi} \Big|_{y=Hi-1} \quad (\text{C.8a})$$

$$\tilde{E}_{vi} \Big|_{y=Hi} = M_{21} \tilde{E}_{ui} \Big|_{y=Hi-1} + M_{22} \tilde{E}_{vi} \Big|_{y=Hi-1} + M_{23} \tilde{H}_{ui} \Big|_{y=Hi-1} + M_{24} \tilde{H}_{vi} \Big|_{y=Hi-1} \quad (\text{C.8b})$$

$$\tilde{H}_{ui} \Big|_{y=Hi} = M_{31} \tilde{E}_{ui} \Big|_{y=Hi-1} + M_{32} \tilde{E}_{vi} \Big|_{y=Hi-1} + M_{33} \tilde{H}_{ui} \Big|_{y=Hi-1} + M_{34} \tilde{H}_{vi} \Big|_{y=Hi-1} \quad (\text{C.8c})$$

$$\tilde{H}_{vi} \Big|_{y=Hi} = M_{41} \tilde{E}_{ui} \Big|_{y=Hi-1} + M_{42} \tilde{E}_{vi} \Big|_{y=Hi-1} + M_{43} \tilde{H}_{ui} \Big|_{y=Hi-1} + M_{44} \tilde{H}_{vi} \Big|_{y=Hi-1} \quad (\text{C.8d})$$

En remplaçant les équations (C.5) dans les équations (C.8), en aura :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{ui} \Big|_{y=Hi} &= M_{11} \left(\frac{-\omega\mu_{22}}{\rho^*} B_i^h \right) + M_{12} \left(\frac{\omega\mu_{22}\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho^*\rho_\varepsilon} B_i^h - j \frac{\varepsilon_{22}\rho^*}{\rho_\varepsilon} A_i^e \gamma_{ei}^a \right) + M_{13} \frac{\omega\varepsilon_{22}}{\rho^*} B_i^e + M_{14} \left(\frac{-j\mu_{22}\rho^*}{\rho_\mu} A_i^h \gamma_{hi}^a + \frac{\omega\alpha_n\beta\varepsilon_{22}\delta\mu}{\rho^*\rho_\mu} B_i^e \right) \\ \tilde{E}_{vi} \Big|_{y=Hi} &= M_{21} \left(\frac{-\omega\mu_{22}}{\rho^*} B_i^h \right) + M_{22} \left(\frac{\omega\mu_{22}\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho^*\rho_\varepsilon} B_i^h - j \frac{\varepsilon_{22}\rho^*}{\rho_\varepsilon} A_i^e \gamma_{ei}^a \right) + M_{23} \frac{\omega\varepsilon_{22}}{\rho^*} B_i^e + M_{24} \left(\frac{-j\mu_{22}\rho^*}{\rho_\mu} A_i^h \gamma_{hi}^a + \frac{\omega\alpha_n\beta\varepsilon_{22}\delta\mu}{\rho^*\rho_\mu} B_i^e \right) \\ \tilde{H}_{ui} \Big|_{y=Hi} &= M_{31} \left(\frac{-\omega\mu_{22}}{\rho^*} B_i^h \right) + M_{32} \left(\frac{\omega\mu_{22}\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho^*\rho_\varepsilon} B_i^h - j \frac{\varepsilon_{22}\rho^*}{\rho_\varepsilon} A_i^e \gamma_{ei}^a \right) + M_{33} \frac{\omega\varepsilon_{22}}{\rho^*} B_i^e + M_{34} \left(\frac{-j\mu_{22}\rho^*}{\rho_\mu} A_i^h \gamma_{hi}^a + \frac{\omega\alpha_n\beta\varepsilon_{22}\delta\mu}{\rho^*\rho_\mu} B_i^e \right) \\ \tilde{H}_{vi} \Big|_{y=Hi} &= M_{41} \left(\frac{-\omega\mu_{22}}{\rho^*} B_i^h \right) + M_{42} \left(\frac{\omega\mu_{22}\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho^*\rho_\varepsilon} B_i^h - j \frac{\varepsilon_{22}\rho^*}{\rho_\varepsilon} A_i^e \gamma_{ei}^a \right) + M_{43} \frac{\omega\varepsilon_{22}}{\rho^*} B_i^e + M_{44} \left(\frac{-j\mu_{22}\rho^*}{\rho_\mu} A_i^h \gamma_{hi}^a + \frac{\omega\alpha_n\beta\varepsilon_{22}\delta\mu}{\rho^*\rho_\mu} B_i^e \right) \end{aligned}$$

En comparons ces expressions avec les expressions des équations (C.3), en aura :

$$\begin{aligned} M_{11} &= \cosh(\gamma_h^b h), \quad M_{12} = 0 \\ M_{13} &= j \frac{\omega\alpha_n\beta\delta\mu}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{14} &= -j \frac{\omega\rho_\mu}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{21} &= -\frac{\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho_\varepsilon} (\cosh(\gamma_h^b h) - \cosh(\gamma_e^a h)) \\ M_{22} &= \cosh(\gamma_e^a h) \\ M_{23} &= -j \frac{\rho}{\omega\rho_\varepsilon} \gamma_e^b \sinh(\gamma_e^b h) + j \frac{\omega\alpha_n^2\beta^2\delta\varepsilon\delta\mu}{\rho\rho_\varepsilon} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{24} &= j \frac{\omega\alpha_n\beta\delta\varepsilon\rho_\mu}{\rho\rho_\varepsilon} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\ M_{31} &= -j \frac{\omega\alpha_n\beta\delta\varepsilon}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{32} &= j \frac{\omega \rho_\varepsilon \sinh(\gamma_e^a h)}{\rho \gamma_e^a} \\
M_{33} &= \cosh(\gamma_e^b h), M_{34} = 0 \\
M_{41} &= -j \frac{\rho}{\omega \rho_\mu} \gamma_h^b \sinh(\gamma_h^b h) - j \frac{\omega \alpha_n^2 \beta^2 \delta \varepsilon \delta \mu \sinh(\gamma_e^a h)}{\rho \rho_\mu \gamma_e^a} \\
M_{42} &= j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \mu \rho_\varepsilon \sinh(\gamma_e^a h)}{\rho \rho_\mu \gamma_e^a} \\
M_{43} &= \frac{\alpha_n \beta \delta \mu}{\rho_\mu} (\cosh(\gamma_e^b h) - \cosh(\gamma_h^a h)) \\
M_{44} &= \cosh(\gamma_h^a h)
\end{aligned}$$

Calcul des éléments de la matrice M dans le cas $i \geq m + 1$:

Les composantes du champs EM à $y=H_{i-1}$ et à $y=H_i$ sont liées par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{ui} \\ \tilde{E}_{vi} \\ \tilde{H}_{ui} \\ \tilde{H}_{vi} \end{bmatrix}_{Y=H_{i-1}} = [M]_i^* \begin{bmatrix} \tilde{E}_{ui} \\ \tilde{E}_{vi} \\ \tilde{H}_{ui} \\ \tilde{H}_{vi} \end{bmatrix}_{Y=H_i} \quad (C.9)$$

Ou bien :

$$\tilde{E}_{ui} \Big|_{y=H_{i-1}} = M_{11}^* \tilde{E}_{ui} \Big|_{y=H_i} + M_{12}^* \tilde{E}_{vi} \Big|_{y=H_i} + M_{13}^* \tilde{H}_{ui} \Big|_{y=H_i} + M_{14}^* \tilde{H}_{vi} \Big|_{y=H_i} \quad (C.8a)$$

$$\tilde{E}_{vi} \Big|_{y=H_{i-1}} = M_{21}^* \tilde{E}_{ui} \Big|_{y=H_i} + M_{22}^* \tilde{E}_{vi} \Big|_{y=H_i} + M_{23}^* \tilde{H}_{ui} \Big|_{y=H_i} + M_{24}^* \tilde{H}_{vi} \Big|_{y=H_i} \quad (C.8b)$$

$$\tilde{H}_{ui} \Big|_{y=H_{i-1}} = M_{31}^* \tilde{E}_{ui} \Big|_{y=H_i} + M_{32}^* \tilde{E}_{vi} \Big|_{y=H_i} + M_{33}^* \tilde{H}_{ui} \Big|_{y=H_i} + M_{34}^* \tilde{H}_{vi} \Big|_{y=H_i} \quad (C.8c)$$

$$\tilde{H}_{vi} \Big|_{y=H_{i-1}} = M_{41}^* \tilde{E}_{ui} \Big|_{y=H_i} + M_{42}^* \tilde{E}_{vi} \Big|_{y=H_i} + M_{43}^* \tilde{H}_{ui} \Big|_{y=H_i} + M_{44}^* \tilde{H}_{vi} \Big|_{y=H_i} \quad (C.8d)$$

En remplaçant les composantes du champ EM par leurs expressions (C.4) et (C.6) dans les équations (C.8), on trouve :

$$\begin{aligned}
M_{11}^* &= \cosh(\gamma_h^b h), M_{12} = 0 \\
M_{13}^* &= -j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \mu}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\
M_{14}^* &= j \frac{\omega \rho_\mu}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\
M_{21}^* &= -\frac{\alpha_n \beta \delta \varepsilon}{\rho_\varepsilon} (\cosh(\gamma_h^b h) - \cosh(\gamma_e^a h)) \\
M_{22}^* &= \cosh(\gamma_e^a h) \\
M_{23}^* &= j \frac{\rho}{\omega \rho_\varepsilon} \gamma_e^b \sinh(\gamma_e^b h) - j \frac{\omega \alpha_n^2 \beta^2 \delta \varepsilon \delta \mu}{\rho \rho_\varepsilon} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\
M_{24}^* &= -j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \varepsilon \rho_\mu}{\rho \rho_\varepsilon} \frac{\sinh(\gamma_h^a h)}{\gamma_h^a} \\
M_{31}^* &= j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \varepsilon}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\
M_{32}^* &= -j \frac{\omega \rho_\varepsilon}{\rho} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\
M_{33}^* &= \cosh(\gamma_e^b h), M_{34} = 0 \\
M_{41}^* &= j \frac{\rho}{\omega \rho_\mu} \gamma_h^b \sinh(\gamma_h^b h) + j \frac{\omega \alpha_n^2 \beta^2 \delta \varepsilon \delta \mu}{\rho \rho_\mu} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\
M_{42}^* &= -j \frac{\omega \alpha_n \beta \delta \mu \rho_\varepsilon}{\rho \rho_\mu} \frac{\sinh(\gamma_e^a h)}{\gamma_e^a} \\
M_{43}^* &= \frac{\alpha_n \beta \delta \mu}{\rho_\mu} (\cosh(\gamma_e^b h) - \cosh(\gamma_h^a h)) \\
M_{44}^* &= \cosh(\gamma_h^a h)
\end{aligned}$$