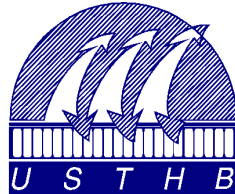


N° d'ordre : 61/2012-M/PM

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENE
USTHB/ ALGER
FACULTE DE PHYSIQUE**



MEMOIRE

Présentée pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

En physique

Spécialité : Energétique et Mécanique des Fluides

Par

LAOUAR Salima

SUJET

***INFLUENCE D'UN CHAMP MAGNETIQUE SUR
LE TRANSFERT DE CHALEUR DANS LES
ECOULEMENTS ROTATIFS***

Soutenu publiquement le 11/07/2012 Devant le jury composé de :

M	F. SOUIDI	Professeur	à l'USTHB	Président
M	A. GHEZAL	Maître de conférences /A	à l'USTHB	Directeur de mémoire
Mme	A. MATAOUI	Professeur	à l'USTHB	Examinatrice
M	M. TRIBECHE	Professeur	à l'USTHB	Examineur
M ^r	M. DEBIANE	Professeur	à l'USTHB	Examineur

REMERCIEMENTS

Je remercie en premier lieu, ﷻ tout puissant de m'avoir aidée. Ce travail n'aurait pas abouti sans sa miséricorde et sa bénédiction.

Je tiens d'abord à exprimer ma gratitude et mes remerciements à Monsieur GHEZAL Abderrahmane, maître de conférences à l'USTHB, de la confiance qu'il m'a témoignée en acceptant de diriger ce travail tout en me laissant une grande liberté d'action.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Monsieur SOUIDI Ferhat, professeur à l'USTHB, de m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence du jury et pour ses conseils judicieux. Qu'il trouve ici le témoignage de ma profonde estime.

J'exprime mes respectueux remerciements à Madame MATAOUI CHABANE Amina, Professeur à l'U.S.T.H.B, pour sa participation au jury d'examen.

Je tiens à remercier Monsieur TRIBECHE Mouloud Professeur à l'U.S.T.H.B, qui a eu l'amabilité d'accepter de faire partie du jury.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur DEBIANE Mohamed Professeur à l'U.S.T.H.B, pour avoir accepté de participer au jury de ce mémoire.

Je voudrai ensuite remercier mes deux collègues BENMOUHOUB Dahbia et BOUGHAZI Dalila qui m'ont beaucoup aidée dans la réalisation de ce travail.

Merci aux chercheurs du laboratoire qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail et à tous mes amies pour leur soutien.

Et un grand merci à ma famille d'avoir accepté mon éloignement et pour ses prières.

*TABLE DES
MATIERES*

INTRODUCTION GÉNÉRALE 1**Chapitre I : revue bibliographique**

I. 1. Introduction	3
I. 2. Stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette - Critère de Rayleigh	3
I. 3. Effet du champ magnétique sur les instabilités des écoulements de type Taylor couette	4
I. 3. 1. Stabilisation de l'écoulement de Taylor-Couette par un champ magnétique imposé	5
I. 3. 2. Déstabilisation de l'écoulement par un champ magnétique imposé	7
I. 4. Effet d'un gradient de température radial sur l'écoulement Taylor-Couette	9
I. 5. Effet du champ magnétique sur le transfert de chaleur dans les écoulements rotatifs	14

Chapitre II : Modèle mathématique

II. 1. Introduction	16
II. 2. Equations de Maxwell	16
II. 3. Force de Lorentz (Laplace)	17
II. 4. Equation d'induction magnétique	17
II. 5. Équations du mouvement et de la chaleur de fluide conducteur	17

Chapitre III : Modélisation numérique

III. 1. Introduction	19
III. 2. Principe général de la méthode des volumes finis	19
III. 3. Description du problème physique	20

III. 4. Modélisation CFD des écoulements	21
III. 4.1. Discrétisation des domaines de calcul (le maillage)	21
III. 4.2. Modèle Magnétohydrodynamique	22
III. 4. 3. Résolution du couplage vitesse-pression	22
III. 4. 4. Schémas de discrétisation	22
III. 4. 4. 1. Discrétisation spatiale	22
III. 4. 4. 2. Discrétisation temporelle	23
III. 4. 5. Choix du schéma d'interpolation de la pression	23
III. 4. 6. Détermination du pas de temps	23
III. 4. 7. Conditions aux limites	24
III. 4. 8. Facteurs de relaxation	25
III. 4. 9. Stabilité du schéma	25
III. 4. 10. Validation des modèles numériques	27

Chapitre IV : Résultats et interprétations

IV. 1. Introduction	28
IV. 1. 1. Paramètres du contrôle physiques de système	28
IV. 1. 2. La couche d'Ekman-Hartmann dans un écoulement MHD de Taylor-Couette	29
Partie I	30
IV.2. Ecoulement Taylor couette sans champ magnétique	30
IV. 3. Stabilité des écoulements de couette avec un champ magnétique axial appliqué	30

Partie II	38
Instabilité des écoulements de couette avec un champ magnétique axial appliqué	38
Partie III	44
IV. 3. Ecoulement de Couette circulaire avec un gradient radial de température	44
IV.3.1. Régime d'écoulement de Convection naturelle pure	44
IV. 3.2. Stabilité de l'écoulement Taylor couette hydro-dynamiquement instable par un gradient radial de température	46
IV. 3.3. Différents régimes d'écoulement	49
IV.3.3.1. Régime d'écoulement Spiral modulé de vortex co-rotatif	49
IV. 3.3.2. Régime d'écoulement primaire	51
IV. 3.3.3. Régime d'écoulement Spiral avec dislocation	54
IV. 3.3.4. Régime spiral ondulé	56
IV.3.3.5. Régime spiral ondulé et rouleaux ondulés	58
IV.3.3.6. Régime ondulé ou régime de couche limite thermique	60
IV. 3.4. Evolution du coefficient du transfert thermique moyen	64
IV. 3.5. Evolution du coefficient de frottement moyen	65
Partie IV	66
IV. 4. Effet du champ magnétique sur le transfert de chaleur	66
<i>Conclusion générale</i>	72
Références bibliographiques	75

NOMENCLATURE

Nomenclature

Lettres latines

R_1	Rayon du cylindre intérieur	[m]
R_2	Rayon du cylindre intérieur	[m]
d	Espace annulaire entre les deux cylindres	[m]
H	Hauteur des cylindres	[m]
r, z, θ	Coordonnées cylindriques	[m]
U, W, V	Composantes de la vitesse radiale, axiale, azimutale	[m/s]
P	Pression statique	[Pascal]
t	Temps	[s]
T_1	température du cylindre intérieur	[k]
T_2	température du cylindre extérieur	[k]
ΔT	Gradient thermique	[k]
g	Accélération de pesanteur ou gravité	$m^2.s^{-1}$
k	conductivité thermique	$w(mK)^{-1}$
C_p	Chaleur spécifique	$J (kg K)^{-1}$
\vec{B}	le champ magnétique	tesla
\vec{E}	le champ électrique	V/m^2
q	la densité volumique de charges	C^B
\vec{j}	la densité volumique de courant électrique	A/m^2
\vec{F}_m	Force de Lorentz (Laplace)	N/m^3
m	Nombre d'ondes azimutales	[-]
Ta	Nombre de Taylor	[-]
Re	Nombre de Reynolds	[-]
Pr	Nombre de Prandtl	[-]
Pm	Nombre de Prandtl magnétique	[-]
Gr	Nombre de Grashof	[-]
C_{fz}	Le coefficient de frottement local	[-]
$C_{f moy}$	Le coefficient de frottement moyen	[-]
Nu_z	Le nombre de Nusselt local	[-]
\overline{Nu}	Le nombre de Nusselt moyen	[-]

Notation grecque

$\tilde{\eta}$	Rapport des rayons	[-]
Γ	Rapport d'aspect	[-]
Ω_1	Vitesse angulaire du cylindre intérieur	[rad/s]
Ω_2	Vitesse angulaire du cylindre extérieur	[rad/s]
ρ	la masse volumique	[Kg/m.s]
ν	viscosité cinématique	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
μ	Viscosité dynamique	[kg/ms]
σ	Conductivité électrique	$(\text{m}\Omega)^{-1}$
η	Diffusivité magnétique	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
β	Coefficient d'expansion	K^{-1}
μ_0	Perméabilité du vide	[-]

***INTRODUCTION
GENERALE***

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le système de Taylor-Couette, composé de deux cylindres coaxiaux en rotation, est depuis longtemps considéré comme un système modèle pour l'étude des effets centrifuges et de la transition vers la turbulence dans les écoulements fermés. Sa compréhension est également importante pour un grand nombre d'applications et une telle configuration est rencontrée dans diverses situations industrielles, notamment dans les domaines de l'équipement de malaxage mécanique ou chimique, des systèmes de refroidissement de machines tournantes ou de composants électroniques, et on la retrouve aussi dans les circuits d'isolation des réacteurs nucléaires ainsi que dans les forages d'hydrocarbures, le génie des procédés (mélangeurs, processus de filtration), les turbomachines, les viscosimètres, le pompage des métaux liquides à hautes températures de fusion, la production des cristaux par le procédé de tirage Czochralski, la rotation des disques durs d'ordinateurs.

L'étude des fluides en rotation est particulièrement importante pour la compréhension des écoulements astrophysiques, atmosphériques et océaniques. Les courants marins ou atmosphériques sont soumis à la force de Coriolis ainsi qu'à des effets de flottaison du fait de la stratification en densité. Le fer liquide constituant le noyau terrestre est également soumis à la même force de Coriolis ainsi qu'à la force de Lorentz résultant de l'existence du champ magnétique terrestre.

La stabilité de ces écoulements industriels et naturels est influencée par plusieurs paramètres, parmi eux : la température et le champ magnétique. Dans les milieux fluides considérés comme conducteurs du courant électrique, un champ magnétique peut se déplacer à travers le fluide suivant une loi de diffusion magnétique, où la constante de diffusion est la résistivité du fluide. D'autre part, les forces électromagnétiques (dites forces de Laplace) appliquées à la matière le long des lignes de courant, modifient le mouvement du fluide initial.

L'objectif du présent travail est de fournir certains renseignements sur l'effet du champ magnétique axial externe et d'un gradient de température radial sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette, par une simulation numériquement en trois dimensions, à l'aide du Logiciel Fluent. IL s'agit précisément de l'étude de l'écoulement du gallium liquide dans le système de Taylor-Couette cylindrique coaxial. Le cylindre interne est en rotation, le cylindre externe est au repos et ils sont isolés électriquement.

Ce mémoire se compose de quatre chapitres :

Le premier chapitre sera consacré à quelques rappels sur les principaux travaux cités dans la littérature sur les écoulements rotatifs contrôlés par un champ magnétique et un gradient de chaleur. Dans le deuxième chapitre, nous développerons la formulation mathématique du problème étudié. La technique numérique adoptée dans notre travail en précisant le schéma d'interpolation, le maillage et les conditions aux limites seront exposés dans le troisième chapitre.

Le quatrième chapitre sera consacré aux résultats de l'approche numérique. En premier, nous présenterons les résultats de l'étude sur la stabilité de l'écoulement Taylor-couette par un champ magnétique axial appliqué. Ensuite ceux de l'étude sur l'instabilité MHD. On présentera également les résultats de l'effet du gradient de chaleur radial sur la stabilité de l'écoulement en fonction du temps. L'effet combiné du champ magnétique avec le transfert de chaleur, sur l'écoulement généralisé, pour observer l'influence conjointe sur le taux de transfert de chaleur, sera approfondi dans une dernière partie.

Enfin, une synthèse des résultats obtenus est présentée en conclusion et sur cette base des perspectives sont proposées.

CHAPITRE I

REVUE

BIBLIOGRAPHIQUE

I. 1. Introduction

La dynamique de l'écoulement entre deux cylindres concentriques en rotation constitue un des problèmes les plus fondamentaux dans la dynamique des fluides classique, il a été au premier rang de la théorie hydrodynamique de stabilité pendant plusieurs années; dans toutes ses facettes, expérimentales, théoriques et numériques [1, 2, 3, 4].

Les premières études basées sur l'utilisation de cylindres coaxiaux en rotation furent l'œuvre de Maurice Couette en 1890, en tant que moyen de mesure de la viscosité d'un fluide à faibles vitesses angulaires imposées aux cylindres. C'est Taylor qui, en 1923 [5], fut le premier à caractériser expérimentalement et théoriquement la déstabilisation de l'écoulement de Couette circulaire en rouleaux stationnaires axisymétriques nommés rouleaux de Taylor. On lui attribue également les premières observations des complications engendrées par des effets thermiques, avec l'apparition d'un écoulement de type spiralé au lieu des rouleaux de Taylor, et ce phénomène non prédit par la théorie dans le cadre d'un fluide isotherme.

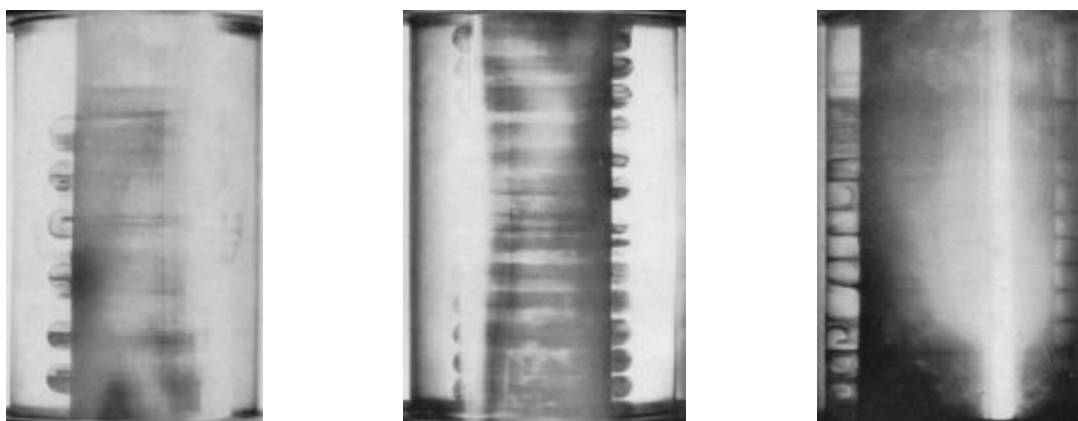


Figure I.1. les rouleaux de Taylor [5].

Soixante-dix ans après M. Couette, Chandrasekhara [6] a consacré une attention égale à l'hydrodynamique et les problèmes Taylor-Couette hydromagnétique, dans ce dernier cas le fluide est un conducteur électrique.

I. 2. Stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette - Critère de Rayleigh

Maurice Couette (1890) et Geoffrey Taylor (1923) ont considéré l'écoulement azimutal $V(r)$ d'un fluide dans l'espace annulaire entre deux cylindres co-axiaux de rayons R_1 et R_2 animés de vitesse angulaire respectivement Ω_1 et Ω_2 la courbure de la trajectoire d'une particule

fluide, correspond à une accélération centripète, $-\frac{V(r)^2}{r}$, créée par une force de pression radiale $-\partial_r P$ par unité de masse :

$$-\frac{V^2(r)}{r} = -\frac{\partial P}{\partial r}$$

Cette égalité indique que la pression doit nécessairement augmenter vers l'extérieur, selon une loi qui dépend du profil de vitesse $V(r)$. Selon le critère de Rayleigh [7], une rotation d'écoulement non visqueux est stable par rapport aux perturbations axisymétriques à condition que son moment angulaire augmente radialement $\frac{d(\Omega r^2)}{dr} > 0$.

En particulier, le fluide visqueux entre deux co-rotatives et co-axiales cylindres de longueurs infinies et de rayons R_1, R_2 est instable si et seulement si :

$$\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2 \geq 0$$

La question de la stabilité de l'écoulement non visqueux se pose en termes très simples : si la distribution de pression, $P(r)$, est telle qu'une particule fluide perturbée de sa trajectoire circulaire d'équilibre est soumise à une force de rappel, alors l'écoulement azimuthal est stable ; sinon, il est instable. Pour un écoulement non visqueux, cette condition d'instabilité reste nécessaire, mais elle n'est pas suffisante : l'instabilité requiert que la force déstabilisante soit supérieure à la force de freinage visqueux [8].

I. 3. Effet du champ magnétique sur les instabilités des écoulements de type Taylor Couette

Au début, la théorie magnétohydrodynamique (MHD) décrivait les propriétés dynamiques des liquides conducteurs ainsi que celle des plasmas (avec toutefois des approximations différentes) en présence du champ magnétique. La MHD a subi d'importants développements, initiée en particulier au cours des années 1930-1950 par Hannes Alfvén, à travers l'étude de problèmes astrophysiques. On assiste surtout à l'évènement de cette théorie à partir des années 1950, lorsque la MHD a bénéficié de l'intérêt de la communauté des physiciens pour la production d'énergie électrique par fusion nucléaire contrôlée dans les tokamaks.

En parallèle, depuis les années 1950, différents projets spatiaux puis des programmes d'observations ont établi l'omniprésence de la matière ionisée et du champ magnétique dans l'Univers.

La magnétohydrodynamique est aussi directement au cœur d'applications technologiques sous forme de machines électromagnétiques sans pièce mobile, appelées des convertisseurs MHD, qui agissent sur le fluide au moyen de la force de Laplace et qui peuvent être utilisées soit pour la génération d'électricité (générateur MHD), l'accélération de fluides (accélérateur MHD) ou encore leur freinage. Dans le cas particulier d'un plasma créé dans de l'air atmosphérique pour des applications aéronautiques, on parlera alors de magnéto-aérodynamique (MAD).

I. 3. 1. Stabilisation de l'écoulement de Taylor-Couette par un champ magnétique imposé

L'interaction des champs magnétiques et la rotation différentielle des écoulements fluides, ont été étudiées pour la première fois par Chandrasekhar en 1953. Il a examiné l'écoulement Taylor-Couette (T-C) d'un fluide conducteur d'électricité faiblement visqueux en présence d'un champ magnétique uniforme et parallèle à l'axe de rotation des cylindres [6]. Il a démontré que dans ce cas, et où le nombre de Prandtl magnétiques $P_m = \gamma\eta^{-1} \ll 1$, le champ magnétique stabilise l'écoulement T-C hydrodynamiquement instable [6]. Pour $P_m \ll 1$, pour un fluide, à basse conductivité électrique, le champ magnétique supprime seulement l'instabilité de sorte que tous les nombres critiques de Reynolds dépassent la valeur critique dans le cas hydrodynamique, et deviennent plus fort avec le champ magnétique (Figure I. 3). pour un fluide de nombre de Prandtl magnétique $P_m \geq 1$, pour un rapport de rayon moyen $\tilde{\eta}=0.5$, la conductivité électrique est tellement élevée que le champ magnétique déstabilise l'écoulement, avec un nombre de Reynolds critique inférieur à celui du cas hydrodynamique et l'excitation des cellules de Taylor devient plus facile que sans le champ magnétique. Un champ magnétique plus fort supprime l'instabilité de telle sorte que le nombre de Reynolds commence à se développer à l'infini (Figure I. 2), mais pour un espace annulaire petit ($\tilde{\eta}=0,95$) la caractéristique minimale pour $P_m = 1$ disparaît complètement, c.a.d que la suppression de l'instabilité par le champ magnétique peut être observée (Figure I. 4), c'est la raison pour laquelle Chandrasekhar [6] n'a trouvé aucune instabilité par ses simulations numériques détaillées pour les petits espaces et pour de très petits nombres de Prandtl

magnétiques. Pour un espace annulaire large entre les cylindres ($\tilde{\eta}=0,25$), le champ magnétique supprime encore l'instabilité pour les petits nombres de Prandtl magnétique. De toute évidence, l'instabilité par le champ magnétique ne fonctionne pas efficacement dans la limite des nombres de Prandtl magnétiques petits soit pour la conductivité électrique trop faible. Ainsi, la conductivité électrique est aussi petite soit-elle pour le sodium ou le gallium que la déstabilisation par le champ magnétique ne peut pas être observée par des expériences correspondantes avec les écoulements hydrodynamiques instables.

Le nombre de Reynolds critique est plus petit pour des parois isolées électriquement par rapport aux parois conductrices électriquement et le nombre de Hartmann critique est plus élevé, les vortex de Taylor sont plus longs dans la direction verticale pour les parois isolantes [9].

La valeur du nombre d'onde vertical diminue fortement lorsque le champ magnétique augmente. Le champ magnétique réduit fortement le nombre de vortex de Taylor [12]

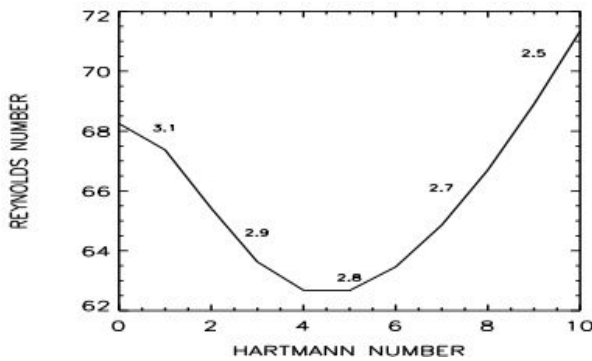


Figure I. 2. Ligne de stabilité deT-C pour $\tilde{\eta}=0.5$ et $Pm=1$

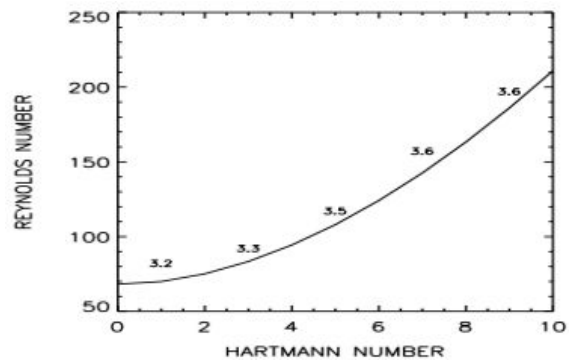


Figure I. 3. Ligne de stabilité deT-C pour $\tilde{\eta}=0.5$ et $Pm=10^{-5}$

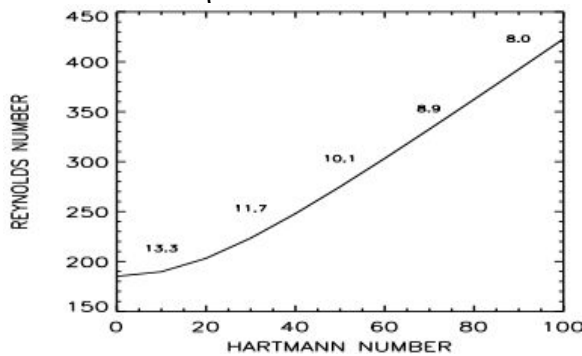


Figure I. 4. Ligne de stabilité deT-C pour $\tilde{\eta}=0.95$ et $Pm=1$ [8]

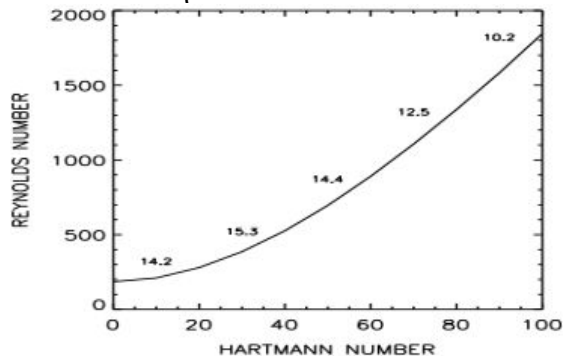


Figure I. 5. Ligne de stabilité deT-C pour $\tilde{\eta}=0.95$ et $Pm=10^{-5}$

Pour les nombres de Prandtl magnétiques qui ne sont pas trop élevés et pas trop bas, le mode non-axisymétrique avec $m = 1$ devient de plus en plus dominant. Il s'agit d'un résultat nouveau et intéressant contrairement aux attentes. L'instabilité linéaire de l'écoulement de Taylor-Couette, sans champ magnétique est formée par des rouleaux axisymétriques mais le champ magnétique favorise l'excitation des spirales bisymétriques. Pour $Ha > 20$ l'instabilité établit dans la forme d'un motif dérivant avec maximale et minimale séparés par 180° . Toutefois, pour les faibles nombres Reynolds critique le mode axisymétrique avec $m = 0$ qui domine [10]. Il y a une paire d'ondes progressives dans la direction z positif et négatif. Notez que le cylindre considéré ici n'a aucune limite dans le sens vertical. Si le cylindre est fini, la possibilité existe est que les ondes qui se propagent pourraient être combinées pour les ondes stationnaires [11].

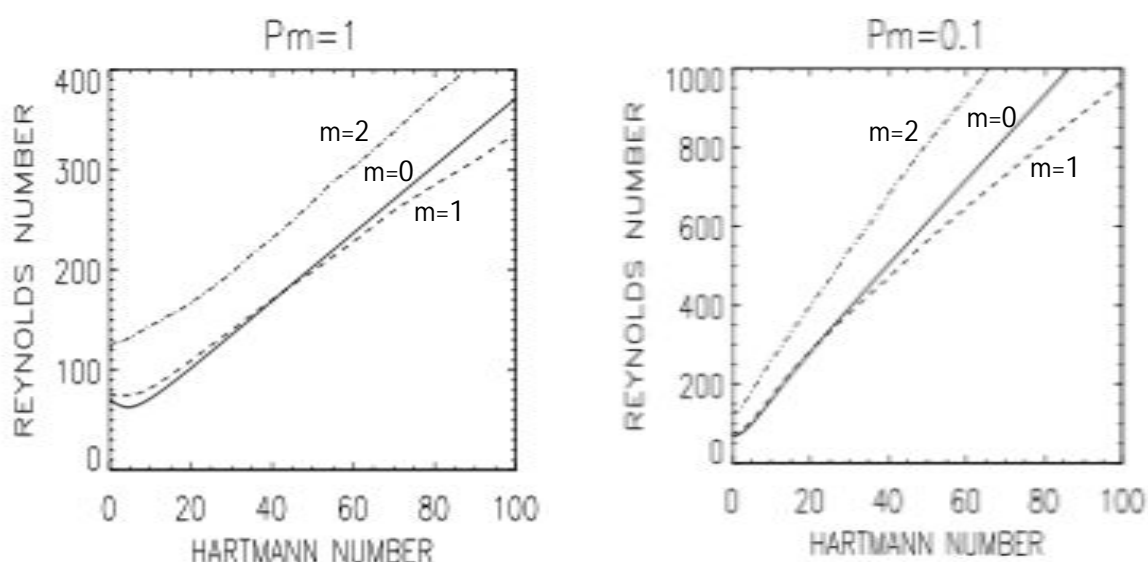


Figure I. 6. Lignes de stabilité axisymétrique et les modes d'instabilité non-axisymétrique
Les résultats sont donnés pour $Pm = 1, 0,1$. [10].

I. 3. 2. Déstabilisation de l'écoulement par un champ magnétique imposé

L'article de Chandrasekhar [6] a été porté à l'attention d'Evgeny Velikhov [13] qui a posé un problème sur l'influence du champ magnétique axial sur les écoulements de Taylor couette hydrodynamiquement stables, la question même qui n'avait pas été abordée dans [6]. Contrairement à Chandrasekhar, Velikhov En 1959, suppose que le liquide est à la fois visqueux et parfaitement conducteur, il a établi un nouveau critère de stabilité suffisante à l'égard des perturbations axisymétriques dans la forme

$$\frac{d\Omega^2}{dr} > 0$$

La présence d'un champ magnétique a un effet déstabilisateur sur un écoulement de rotation différentielle à condition que la vitesse angulaire diminue vers l'extérieur avec le rayon.

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} < 1$$

Ce résultat a été confirmé plus tard par Chandrasekhar 1961 [14]. Cette nouvelle instabilité s'appelle maintenant l'instabilité magnétorotationnelle ou l'instabilité Velikhov- Chandrasekhar, et n'a pas une analogie avec le problème purement hydrodynamique, et se pose en raison de la quantité de mouvement angulaire transmise via la tension magnétique dans les lignes de champ.

L'IRM permet de réduire le nombre de Reynolds critique pour de faibles intensités de champ magnétique pour un écoulement hydrodynamique instable et il déstabilise l'écoulement contraire hydrodynamiquement stable pour $\eta < \mu < 1$.

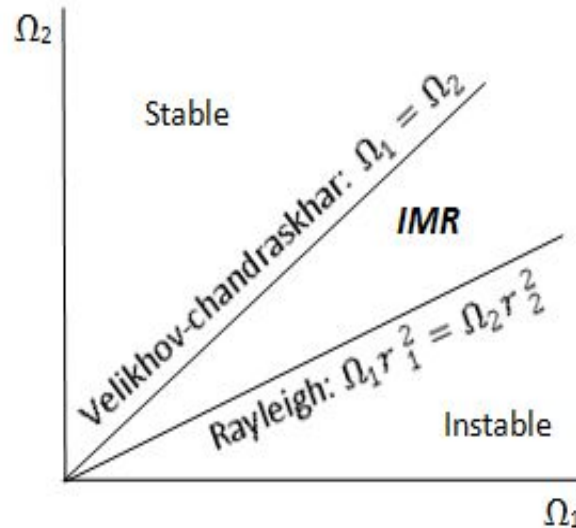


Figure I. 7. Diagramme de stabilité d'un écoulement T-C avec et sans champs magnétiques.

Quelques décennies plus tard, Balbus et Hawley 1991 [15], ont démontré le rôle récent de cette instabilité pour l'explication de la transition vers la turbulence dans les disques d'accrétion entourant les organes gravitants. Et donc l'IRM est un mécanisme essentiel pour le

transport de moment angulaire dans un large objet astrophysique. Les champs magnétiques peuvent accélérer considérablement la formation des étoiles et des trous noirs.

La reconnaissance de son importance en astrophysique a conduit à un grand intérêt croissant dans la possibilité de l'étudier en laboratoire [9, 10, 11, 12]. Toutefois, cette standard IMR (SMRI) présente un inconvénient considérable, à savoir le taux nécessaire de rotation est très grand pour les fluides de laboratoire (métaux liquides) qui sont caractérisés par de très petits nombres de Prandtl magnétiques (10^5 pour le sodium liquide, et 10^6 pour le gallium), qui nécessitent des vitesses de rotation très grandes. Donc la SMRI n'a pas été encore obtenue.

Une approche alternative de SMRI a été proposée par G. Rüdiger [16], ont montré que l'ajout d'un champ magnétique azimutale modifie en profondeur les résultats précédents pour les champs purement axiaux. Cette nouvelle instabilité fonctionne même à petits nombres de Prandtl magnétiques Pm , et en conséquence à des taux de rotation beaucoup plus faibles inférieurs à ce qui serait nécessaire pour la SMRI ($\sim 10^3$ métaux liquides). Le nombre de Reynolds critique Re_c pour HIMR devient indépendant de Pm . Cette nouvelle instabilité devrait être beaucoup plus facile à obtenir expérimentalement (PROMISE) (Potsdam ROssendorf Magnetic InStability Experiment) [17,18], et fait actuellement l'objet d'intenses discussions dans la littérature [19,20, 21, 22,23].

I. 4. Effet d'un gradient de température radial sur l'écoulement Taylor-Couette

L'étude de l'influence d'un gradient de température radial sur la stabilité de l'écoulement circulaire de Taylor-Couette est importante pour différentes applications. Il est très difficile de réaliser des conditions isothermes idéales en pratique. Il est donc important de savoir qu'un faible gradient de température appliqué à un écoulement peut modifier son état de stabilité, il induit une stratification radiale de masse volumique qui génère un écoulement axial ascendant près de la paroi chaude et descendant près de la paroi froide. Par ailleurs, il introduit une " poussée d'Archimède centrifuge " due à la modification de la force centrifuge. On réalise ainsi un écoulement de base avec deux composantes de vitesse (une composante azimutale due à la rotation et une composante verticale due au gradient radial de température : $V = V_\theta(r)\vec{e}_\theta + W(r)\vec{e}_z$ et une force centrifuge modifiée, le critère de Rayleigh peut être généralisé aux écoulements centrifuges avec un gradient radial de température en ajoutant une

partie thermique Φ_{th} au discriminant de Rayleigh $\Phi_0(r) = \frac{1}{r^3} \frac{d}{dr} [rV(r)]^2$ qui mesure la stratification du moment cinétique dans la direction radiale. Le discriminant thermique s'écrit sous la forme : $\Phi_{th} = -\alpha(T(r) - T_0)\Phi_0(r) - \alpha \frac{dT}{dr} \frac{v^2}{r}$ [24], On a donc un écoulement de vortex de Taylor soumis à un écoulement axial de débit nul [25]. La stabilité de cet écoulement dépend d'un grand nombre de paramètres de contrôle : la vitesse de rotation, l'écart de température, la nature du fluide, le rapport des rayons et le rapport d'aspect. De nombreuses études numériques, théoriques et expérimentales [25, 26, 27, 28, 29] existent sur effets induits par un gradient radial de température sur les modes d'instabilité du système de Taylor-Couette avec seul le cylindre intérieur en rotation.

Le couplage de rotation et de gradient de température radial induit une transition à écoulement oscillatoire de forme de spirale, puis à un écoulement de Taylor turbulent [28, 29, 32].

Un gradient radial de température est appliqué à l'écoulement circulaire de Couette, l'écoulement de base est déstabilisé. Des vortex spiralés réguliers apparaissent près du bord inférieur du dispositif via une bifurcation supercritique pour faible nombre de Grashof, sa taille augmente avec le nombre de Reynolds. Ce type de comportement est analogue au système de Couette-Taylor avec un écoulement axial.

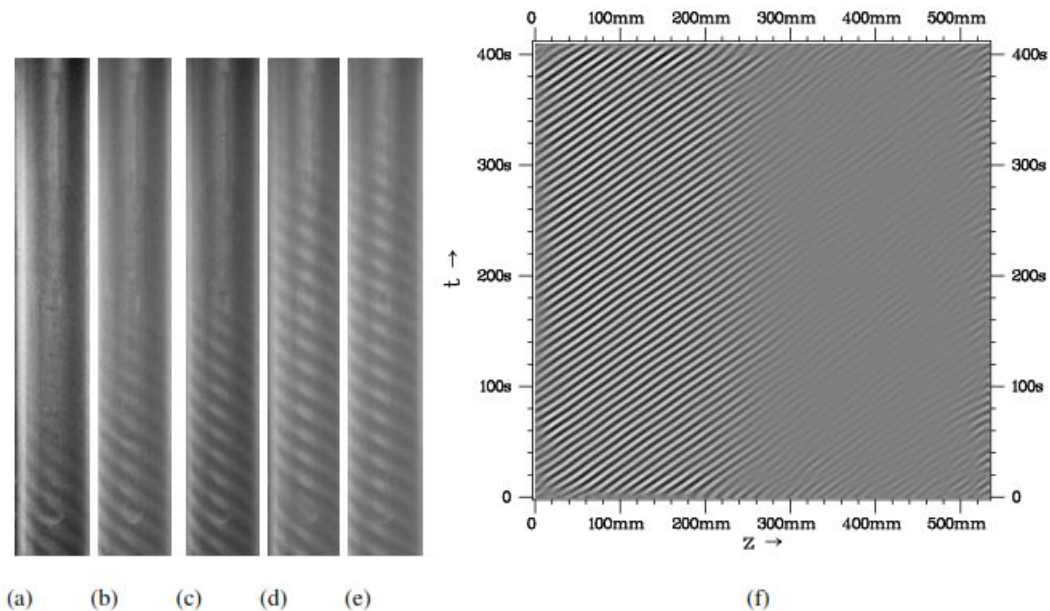


Figure I. 8. (a)-(e) : Photos représentant l'augmentation de la taille du motif pour $T_1=27^\circ\text{C}$ et (a) $Re = 33$, (b) $Re = 34$, (c) $Re = 36$, (d) $Re = 40$, (e) $Re = 41$; 5. Diagramme spatio-temporel du même motif pour (f) $Re = 33$ [30].

Pour de grandes valeurs du nombre de Grashof (Gr), les vortex apparaissent dans presque tout le dispositif via une bifurcation sous-critique. Le motif apparaissant au seuil présente une modulation de fréquence égale à la fréquence moyenne de l'écoulement. Pour les plus grands écarts de température, cette modulation apparaît dès le seuil d'apparition du motif qui se présente alors sous la forme de paquets de vortex propagatifs séparés par une zone laminaire qui devient plus importante quand l'écart de température augmente. Lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds, la zone laminaire se réduit, des dislocations apparaissent puis un nouveau mode d'instabilité intervient sous la forme d'une spirale ondulée [33] (le diagramme spatiotemporel de la figure 3 c) [27] avec des caractéristiques analogues à celles d'une onde solitaire [34].

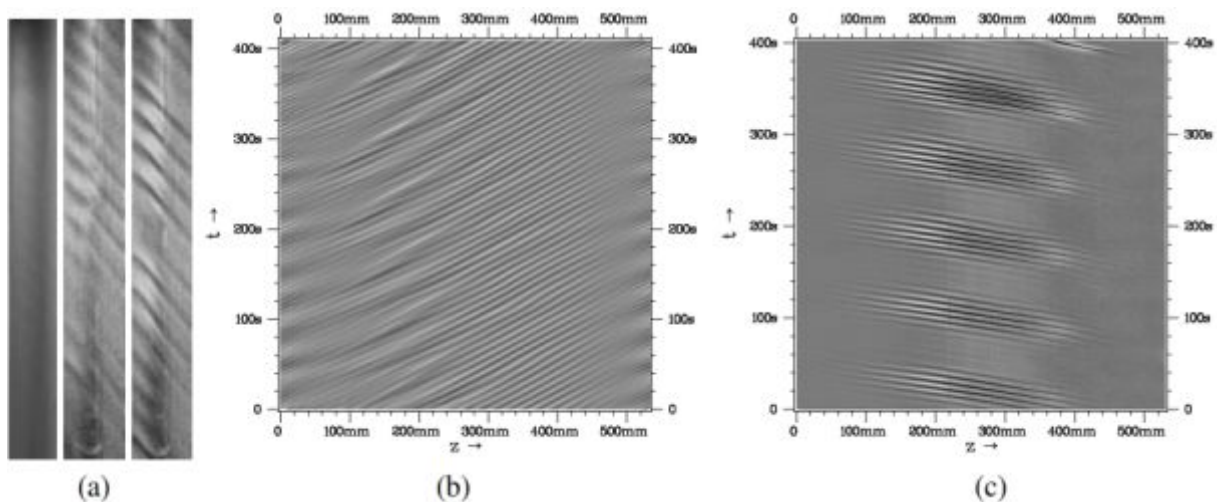


Figure I. 9. (a) Photographies du motif pour $Gr = -1330$ et $Ta = 12, 12.5, 13.5$. (b) Diagramme spatiotemporel du même motif pour $Ta = 12.5$. (c) Diagramme spatiotemporel du motif au seuil pour $Gr = 4175$ et $Ta = 12.5$. [31].

Le nombre d'onde axial diminue avec le nombre de Grashof $|Gr|$. Le chauffage radial augmente la taille des rouleaux. La présence de grands rouleaux et de petits rouleaux est observée respectivement pour de grands et de petits écarts de température. L'écart de température augmente, le motif devient alors désordonné avec la présence de nombreuses dislocations [25].

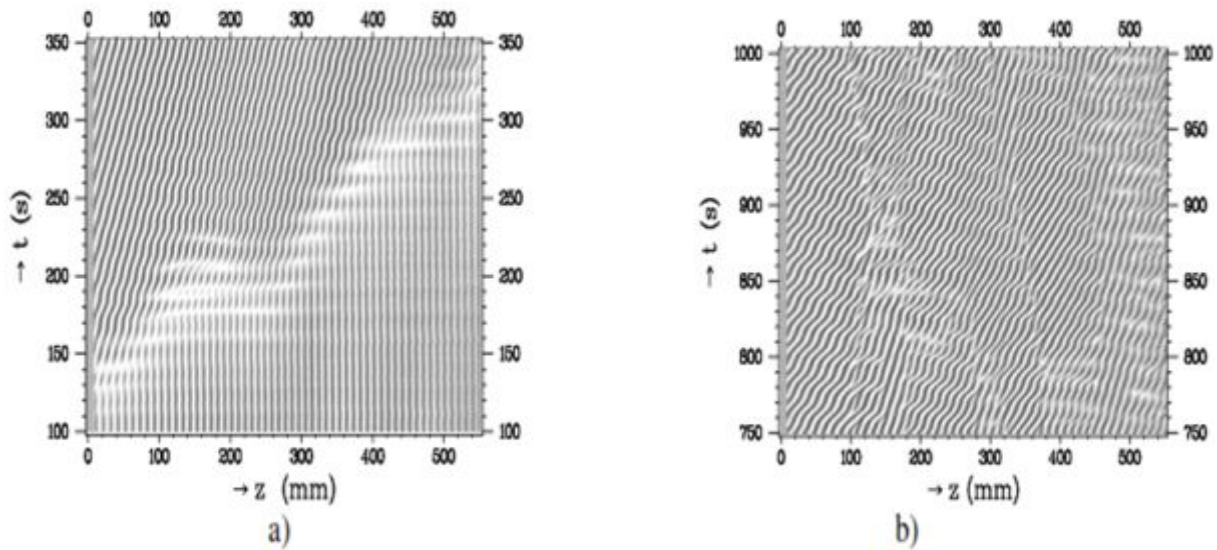


Figure I. 10. Diagrammes spatiotemporels obtenus pour $Ta = 50$ et a) $Gr = -330$, b) $Gr = -1200$ [25].

L'inclinaison des rouleaux par rapport à l'horizontale diminue avec le nombre de Reynolds. Le sens de l'inclinaison du motif par rapport à l'horizontale dépend du signe du produit entre le nombre de Grashof Gr et le nombre de Reynolds Re . Ainsi, quand la paroi du cylindre intérieur est chauffée, le motif se propage vers la partie supérieure du système. Par contre, quand celle du cylindre extérieur est chauffée, le motif se propage vers la partie inférieure. La figure I. 11 regroupe toutes les situations possibles du motif concernant son hélicité et son sens de propagation.

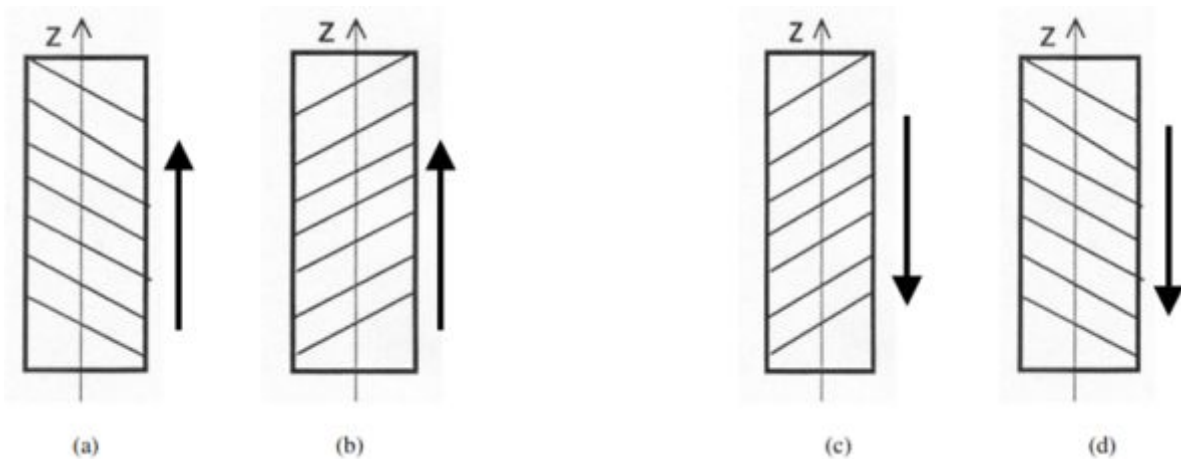
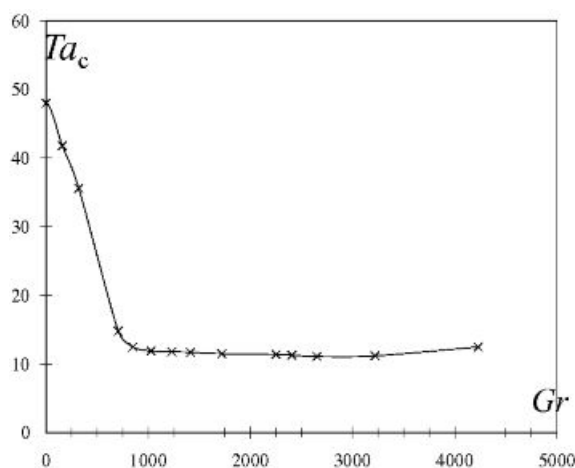


Figure I. 11. Hélicité des rouleaux propagatifs : pour $Gr < 0$ avec (a) $Re > 0$ et (b) $Re < 0$, pour $Gr > 0$ avec (c) $Re > 0$ et (d) $Re < 0$ [30].

Lorsque le gradient radial de température dépasse une valeur critique $\Delta T > \Delta T_c$, le nombre d'onde, la fréquence et l'angle d'inclinaison, atteignent une valeur limite [35].

Diagramme de stabilité $Ta_c=f(Gr)$ [33].

La deuxième question posée concerne l'effet d'un gradient de température radial sur les rouleaux stationnaires de Taylor, qui se transforment de vortex axisymétriques stationnaires en vortex hélicoïdaux (spirales de Taylor). Il introduit une dépendance temporelle et modifie la taille des vortex pour un fluide de nombre de Prandtl $Pr=5.5$ [25 et 35] et $Pr=0.7$. [38 et 39] Un gradient radial de température positif et négatif déstabilise et stabilise respectivement l'écoulement dans le cas de deux cylindres en rotation dans la même direction [36].

Les études citées précédemment, se sont concentrées sur les fluides de haut nombre de Prandtl (supérieur à 5), par exemple, l'eau, l'eau-glycérol ou l'eau déminéralisée. D'autres études ont utilisé des fluides avec un nombre de Prandtl proche de l'unité, comme l'air ($Pr > 0,7$) qui a été utilisé dans celles de [1 et 40]

Le rôle du nombre de Prandtl se fait cependant fortement ressentir et l'origine des instabilités montre que lorsque ce nombre tend vers une valeur unité (en partant des métaux liquides $Pr = 0.02$), les effets thermiques s'accroissent aux dépens des effets dynamiques. Une étude expérimentale de la convection thermique entre deux sphères en rotation rapide a été réalisée par [40]. Ils ont utilisé deux liquides avec de très différents nombres de Prandtl, l'eau ($Pr = 7$) et le gallium liquide ($Pr = 0,027$). Les vitesses mesurées dans le gallium liquide sont beaucoup plus élevées que dans l'eau. Une analyse d'échelle est formulée, ce qui montre que les vitesses plus convectives ont un effet au faible nombre de Prandtl dans le gallium liquide, les nombres de Reynolds dans le gallium ($Re = 250$ à 2000) sont plus élevés que ceux dans l'eau ($Re = 25-250$) [40].

I. 5. Effet du champ magnétique sur le transfert de chaleur dans les écoulements rotatifs

L'application d'un champ magnétique constant est reconnue pour la stabilité des écoulements convectifs. Plusieurs études numériques ont été faites pour l'évaluation de l'effet du champ magnétique sur les écoulements convectifs dans différentes conditions. [41] a étudié l'effet du champ magnétique appliqué sur un cylindre chauffé par le bas avec une surface supérieure libre, [42] a présenté une étude de la convection mixte dans l'espace annulaire entre deux cylindres horizontaux concentriques, supposés infinis, à différentes températures, pour deux types d'écoulements, un stable et un autre instable, en présence d'un champ magnétique radial, [43] a proposé l'étude d'un écoulement engendré par deux disques tournants en Co/contre-rotation d'un fluide à faible nombre de Prandtl ($Pr=0.015$), soumis à un gradient de température et à un champ magnétique orienté verticalement, [44] a décrit dans son travail l'effet d'un champ magnétique dans une cavité rectangulaire dans un régime de convection naturelle. L'effet d'un champ magnétique sur la convection naturelle dans un espace annulaire cylindrique vertical et horizontal a été étudié par [45] et [46] respectivement, le mouvement engendré par la rotation du cylindre extérieur du système de type Taylor couette et l'effet du champ magnétique sur le transfert de chaleur et de masse dans un espace annulaire vertical a été étudié par [47].

Les auteurs de [41] à [47] ont stipulé que l'application d'un champ magnétique engendre quelques changements intéressants sur le mouvement du fluide et sur le transfert thermique car il provoque un fort freinage du mouvement au sein du système. Cependant, une quantité plus importante d'induction magnétique est nécessaire pour retarder de manière significative le déclenchement de l'instabilité. En général le champ magnétique supprime le mouvement du liquide et réduit le taux de transfert thermique. Les écoulements en MHD subissent en général un amortissement dès qu'on applique un champ magnétique. Celui-ci est plus important au centre que sur les parois de l'écoulement. Cela provoque l'apparition de fines couches (couches limites d'Hartmann) où le gradient de vitesse est très élevé.

Lorsque le champ magnétique appliqué est perpendiculaire au gradient de température, il supprime les oscillations liées à l'instabilité de manière plus efficace que lorsqu'il est parallèle et le nombre de Grashof critique lié à l'instabilité, varie exponentiellement avec le nombre de Hartmann [48]. Les écoulements soumis au même gradient de température

horizontal, subissent en fonction de la direction imposée du champ magnétique une organisation cellulaire et des profils de vitesse spécifiques [49].

CHAPITRE II

MODELE

MATHEMATIQUE

II. 1. Introduction

Un milieu conducteur fluide sujet à un champ magnétique et à des courants induits voit, sa dynamique considérablement modifiée par rapport à un fluide non conducteur. Cependant, les équations sur lesquelles est fondée la théorie MHD sont les équations de l'hydrodynamique auxquelles il faut toutefois ajouter les équations d'évolution du champ électromagnétique (les équations de Maxwell). Mais la caractéristique majeure de la MHD a trait à l'importance du couplage entre le fluide et le champ, ce couplage est plus au moins fort à travers la loi d'Ohm et la force de Laplace. Pour la dynamique du système, on écrit classiquement les équations de Navier-Stokes auxquelles on ajoute la force f comme simple force volumique supplémentaire.

II. 2. Equations de Maxwell

Les équations qui régissent l'évolution des champs électromagnétiques E et B . Cette évolution se décrit naturellement par les quatre équations de Maxwell que nous exprimons dans le système MKSA :

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II. 1})$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (\text{II. 2})$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} \quad (\text{II. 3})$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II. 4})$$

Où \vec{E} est le champ électrique, \vec{B} le champ magnétique, μ la perméabilité magnétique du milieu considéré, q sa densité volumique de charges, \vec{J} la densité volumique de courant électrique et ϵ_0 est la permittivité électrique.

Nous considérons l'écoulement de métaux liquides conducteurs dont la perméabilité magnétique est celle du vide $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ en unités MKSA. Si la vitesse locale du fluide est \vec{V} , les lois de transformation classique des champs permettent d'exprimer la densité locale de courant dans un fluide conducteur par

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \quad (\text{II. 5})$$

Le terme $\sigma\vec{E}$ correspond à la loi d'Ohm pour un conducteur au repos, σ étant sa conductivité électrique. L'autre terme est proportionnel au champ électromoteur $\vec{V} \times \vec{B}$ induit par le mouvement du fluide à vitesse \vec{V} dans un champ magnétique \vec{B} . Cette loi est valable pour des champs magnétiques pas trop grands et de fréquence pas trop élevée. En effet, si l'intensité du champ magnétique est trop grande, ce dernier peut modifier la trajectoire des électrons et donc cet effet devra être pris en compte dans l'expression du courant (effet Hall).

II. 3. Force de Lorentz (Laplace)

Les phénomènes de couplage entre le champ de vitesse et le champ magnétique que rassemble la MHD peuvent être à caractère fort lorsque les deux champs s'influencent mutuellement ou faible si un champ influence l'autre sans contrepartie. Une formation d'un courant électrique qui va réagir avec le champ magnétique pour créer une force volumique de Laplace.

$$\vec{F}_m = \vec{J} \times \vec{B} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \times \vec{B} \quad (\text{II. 6})$$

II. 4. Equation d'induction magnétique

Si la vitesse caractéristique du milieu est très inférieure à celle de la lumière, il est possible de simplifier les équations précédentes. Si on combine les équations de Maxwell et l'équation d'Ohm à l'équation d'induction qui représente l'effet du champ de vitesse sur le champ magnétique :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{B} = \frac{1}{\sigma \mu_0} \nabla^2 \vec{B} + (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{V} \quad (\text{II. 7})$$

II. 5. Équations du mouvement et de la chaleur de fluide conducteur

L'écoulement peut être créé soit par un forçage volumique et il nous faut rajouter la densité volumique de cette force dans l'équation, soit par le mouvement des parois solides et c'est par les conditions aux limites que le champ de vitesse est forcé.

L'équation de conservation de la matière s'écrit

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{II. 8})$$

Les écoulements sont généralement considérés comme incompressibles car les vitesses du fluide sont faibles devant la vitesse des ondes sonores. Avec cette hypothèse, l'équation précédente prend la forme

$$\nabla \vec{V} = 0 \quad (\text{II. 9})$$

Dans le cas est le fluide newtonien. Les approximations usuelles en hydrodynamique anisotherme sont pour la plupart respectées, notamment l'approximation Boussinesq pour les petites fluctuations de température, en supposant que le fluide étudié est homogène et incompressible, sauf pour le terme de force d'Archimède. Les perturbations thermiques sont provoquées par un écart de température $T - T_0$.

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0)] \quad (\text{II. 10})$$

β_T est le coefficient d'expansion thermique

Les équations s'écrivent dans le champ de gravité g :

$$\rho(\partial_t \vec{v} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v}) = -\nabla P + \mu \Delta \vec{v} + \vec{J} \times \vec{B} + \rho \vec{g} \quad (\text{II. 11})$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \rho c_p (\vec{v} \cdot \nabla T) + k \Delta T \quad (\text{II. 2})$$

Où ρ , c_p , k et μ désignent respectivement la masse volumique du fluide conducteur, sa capacité calorifique, sa conductivité thermique et sa viscosité dynamique, grandeurs toutes supposées constantes en espace et en temps et P le champ de pression.

CHAPITRE III
MODELISATION
NUMERIQUE

III. 1. Introduction

L'étude du transfert de chaleur dans un écoulement magnétohydrodynamique (MHD) de type Taylor couette cylindrique est régit par les équations de transport non linéaires et couplées, faisant intervenir plusieurs variables. En général, c'est un problème très complexe et l'expression de la solution à partir d'une formule analytique est en général impossible à mettre en évidence.

La formulation mathématique des lois de conservation régissant les phénomènes physiques comme les transferts de chaleur ou les écoulements de fluides, est généralement écrite sous forme d'équations aux dérivées partielles du type conservatif (Patankar, 1980) :

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \phi) - (\Gamma_{\phi} \nabla_{\phi}) = S_{\phi}$$

Chacune de ces équations met en jeu une quantité physique et des variables associées. L'équation aux dérivées partielles traduit un équilibre dans lequel plusieurs phénomènes interviennent. Nous distinguons :

$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}$, le terme transitoire ou instationnaire ;

$\nabla \cdot (\rho u \phi)$, le terme convectif ;

$(\Gamma_{\phi} \nabla_{\phi})$, le terme diffusif ;

S_{ϕ} , le terme source.

Les équations du modèle mathématique doivent être résolues avec des méthodes numériques. La modélisation numérique est basée sur la reformulation des équations de conservation sur chaque élément du maillage, Il est nécessaire de passer par une approximation du problème, c'est-à-dire de le remplacer par plusieurs problèmes discrets représentant localement le problème continu de façon approchée. Cette procédure, appelée discrétisation ou approximation, permet notamment une résolution numérique discrète des équations continues. Il existe de nombreuses méthodes pour représenter les problèmes continus de façon discrète comme par exemple les approximations par différences finis, par éléments finis, par volumes finis, ou par des méthodes spectrales.

La méthode de discrétisation utilisée dans la présente étude est la méthode des volumes finis, nous rappelons dans ce qui suit les principes sur lesquels elle repose.

III. 2. Principe général de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis ([50], [51]) est basée sur la discrétisation du domaine de calcul à un nombre fini de cellules. Les inconnues sont approximées avec des fonctions constantes

par volume de contrôle et une position de référence est associée à chacun des volumes. Les équations discrètes sont obtenues en intégrant les équations de transport sur les volumes de contrôle, les flux entre les volumes étant approximés avec des formules aux différences, et sont localement conservés lorsque les équations de transport sont écrites sous forme conservative et il est possible de tenir compte des propriétés physiques discontinues.

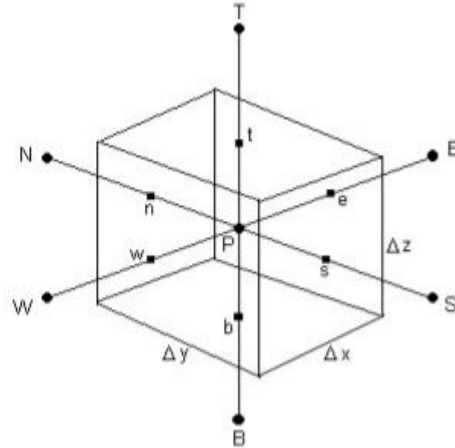


Figure III. 1. Volume de contrôle.

III. 3. Description du problème physique

L'écoulement est confiné dans l'entrefer, entre deux cylindres de commun axe vertical, dans le champ de la pesanteur. La largeur de l'entrefer est $d = R_2 - R_1 = 5$ mm et sa longueur $H = 200$ mm, Le cylindre intérieur à un rayon $R_1 = 50$ mm, le cylindre extérieur est de rayon $R_2 = 55$ mm, le rapport d'aspect $\Gamma = H/d = 40$ et le rapport des rayons est $\eta = 0.1$. L'écoulement est soumis à l'action d'un champ magnétique axial

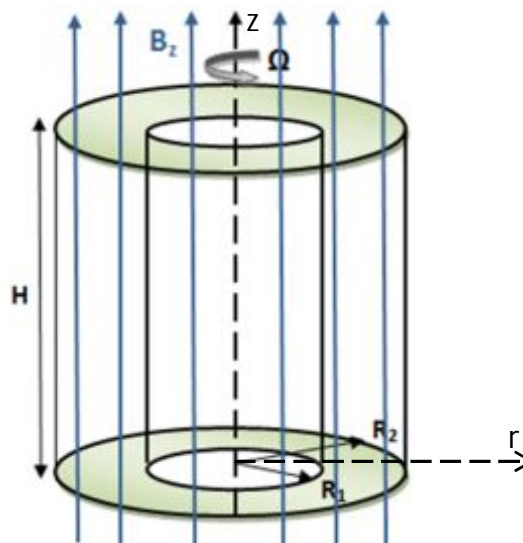


Figure III. 2. Modèle géométrique.

III. 4. Modélisation CFD des écoulements

La modélisation des écoulements fluides, utilisant les codes de simulation numérique CFD (Computational Fluid Dynamics), a connu un véritable succès ces dernières décennies. L'apparition de grands moyens de calcul a favorisé l'émergence des codes commerciaux, utilisant la méthode des volumes finis pour la résolution des écoulements 3D, à l'instar des codes comme Fluent, CFX, ANSYS, etc. Ils sont utilisés pour les calculs des phénomènes de mécanique des fluides simples et complexes. Les logiciels CFD sont destinés à faire une analyse numérique des écoulements de fluide, des transferts de chaleur, MHD et des phénomènes qui leurs sont liés.

Cet outil de calcul ne nécessite que la connaissance de la géométrie, l'étude des conditions aux limites. Il permet de représenter les écoulements tridimensionnels (champ de vitesse, vorticité,...). Dans la présente étude, nous avons utilisé le code CFD FLUENT.

III. 4.1. Discrétisation des domaines de calcul (le maillage)

Le choix du maillage est une étape essentielle de la simulation numérique. Il est donc important de bien choisir un maillage qui s'adapte au mieux aux problèmes considérés.

Dans cette étude, nous avons choisi un maillage structuré non uniforme, composé de cellules hexaédriques (3D ou maillage volumique). Ce maillage est constitué de 466.200 mailles (figure III. 3).

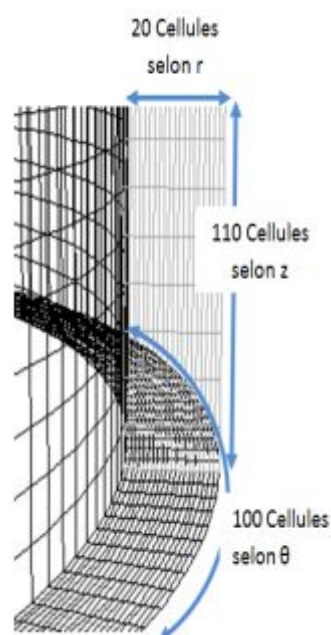


Figure III. 3. Maillage de la cavité d'espace annulaire.

III. 4.2. Modèle Magnétohydrodynamique

Le phénomène de la MHD, avec transfert de chaleur, se manifeste par un couplage entre le champ de l'écoulement du fluide, du transfert de chaleur et du champ magnétique. Trois effets fondamentaux se manifestent : induction du champ magnétique, en raison du mouvement du fluide conducteur dans un champ magnétique, l'effet de la force de Lorentz et le chauffage par effet Joule.

Sous FLUENT, la MHD est mise en œuvre en utilisant les fonctions utilisateur (UDF) en tant que module complémentaire.

III. 4. 3. Résolution du couplage vitesse-pression

Les équations de Navier-Stokes se composent de l'équation de conservation de la masse et des équations de conservation de la quantité de mouvement. Leur résolution nécessite l'obtention, à chaque instant, d'un champ de pression et d'un champ de vitesse cohérents. Sous la contrainte d'incompressibilité de l'écoulement, l'équation de continuité se réduit à l'obtention d'un champ de vitesse à divergence nulle. Le couplage vitesse-pression est délicat à traiter pour les écoulements incompressibles car la pression n'apparaît pas explicitement dans l'équation de conservation de la masse. Plusieurs voies sont utilisées pour aborder ce problème et correspondent à des classes de méthodes différentes.

FLUENT offre la possibilité de choisir parmi quatre algorithmes de couplage pression-vitesse: SIMPLE, SIMPLEC, PISO, COUPLE tous sont basés sur l'approche : prédiction-corrrection.

Le schéma de couplage pression-vitesse est réalisé dans notre étude par l'algorithme PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators). Cet algorithme est une extension de l'algorithme SIMPLE ayant une étape de correction de plus de la pression et de la vitesse. Il est recommandé pour les écoulements instationnaires et pour les maillages contenant des cellules très obliques "highly skewed" [52].

III. 4. 4. Schémas de discrétisation

III. 4. 4. 1. Discrétisation spatiale

Dans FLUENT, toutes les variables sont calculées au centre des mailles (colocate). Le calcul des flux sur les faces nécessite toutefois de connaître la valeur de la variable sur cette face. On doit donc interpoler entre les valeurs voisines connues. Dans la présente étude, nous avons utilisé le schéma MUSCL (Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation Laws)

qui est un schéma de discrétisation spatiale du troisième ordre. Ce schéma permet d'augmenter l'ordre de précision en espace, pour tous les types de mailles, en réduisant la diffusion numérique de manière significative pour des écoulements tridimensionnelles complexes [53].

III. 4. 4. 2. Discrétisation temporelle

Pour les écoulements instationnaires, la discrétisation en temps des équations qui régissent le mouvement des particules fluides peut se faire de manière implicite ou explicite. Dans le cadre de cette étude, les variables sont traitées implicitement et la discrétisation est du second ordre. La discrétisation en ordre supérieur dans le temps et dans l'espace est utilisée pour minimiser l'erreur de troncature (l'erreur de discrétisation).

III. 4. 5. Choix du schéma d'interpolation de la pression

Nous avons utilisé le schéma "Second Order" pour calculer les valeurs des pressions aux faces des cellules, nécessaires pour la résolution de l'équation de quantité de mouvement. Ce schéma semble être plus précis que les schémas "Standard" et "Linear" [53].

III. 4. 6. Détermination du pas de temps

Dans la simulation numérique des écoulements instationnaires, le calcul du pas de temps est basé sur un compromis entre la précision des calculs d'une part, et les ressources informatiques d'autre part. En d'autres termes, le choix d'un pas de temps trop grand risque de compromettre la précision des informations sur les phénomènes instationnaires, mais en revanche, un pas de temps trop petit risque de rendre les calculs plus gourmands en ressources informatiques et en temps de calcul sans autant apporter une meilleure précision.

Le pas de temps imposé au cours des calculs instationnaires doit au moins correspondre à celui que mettrait une particule fluide pour traverser une maille, afin de capturer les phénomènes physiques induits par le mouvement.

Dans le cas d'un écoulement Taylor couette avec cylindre interne tournant, ce pas de temps peut être calculé de la façon suivante :

Soit Δt la durée pour laquelle la particule fluide parcourt une distance Δx , Ω est la vitesse de rotation du cylindre interne de rayon R_1 on a alors :

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{R_1 \Omega}$$

Dans la présente étude, le Δx choisi est $2.5 \cdot 10^{-4}$ m

III. 4. 7. Conditions aux limites

En fonction du problème physique traité, les conditions aux limites sont différentes et leur compatibilité avec les modèles numériques associés, à un impact direct sur la convergence et le réalisme des résultats des simulations numériques. Plusieurs types de conditions aux limites sont proposés en CFD. Nous regroupons dans le tableau III.1 les conditions aux limites imposées dans cette étude.

Tableau III.1. Conditions aux limites de l'étude.

Paroi	Conditions aux limites dynamiques	Conditions aux limites thermiques	Conditions aux limites magnétiques
cylindre intérieur ($r=R_1$)	$\Omega > 0$	$T_1 > T_2$	électriquement isolé
cylindre extérieur ($r=R_2$)	$\Omega = 0$	$T_2 = 303\text{k}$	électriquement isolé
Parois supérieure et inférieure ($z=0, z=H$)	$\Omega = 0$	$T_2 = 303\text{k}$	électriquement isolées

Le fluide utilisé est le gallium liquide et ses propriétés thermo-physiques sont présentées dans le tableau III.2.

Tableau III.2. Propriétés thermo-physiques du Gallium liquide.

Propriété	Symbole	valeur	Unité	références
Densité volumique	ρ (302.78 K)	6.094×10^3	kg.m^{-3}	[56]
Viscosité cinématique	ν	3.1×10^{-7}	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$	[55]
perméabilité magnétique	$\mu = \mu_0 \mu_r$	$4\pi \times 10^{-7}$	H/m	
Conductivité électrique	σ	6.78×10^6	$(\text{m}\Omega)^{-1}$	[55]
Conductivité thermique	k (302.78 K)	28.68	$\text{w}(\text{mK})^{-1}$	[54]
Point de fusion	//	29.78	$^{\circ}\text{c}$	[54]
Point d'ébullition	//	2227	$^{\circ}\text{c}$	[2]
Chaleur spécifique	C_p	384.7	$\text{J}(\text{kg K})^{-1}$	[54]
Coefficient d'expansion thermique	β (373 K)	1.2×10^{-4}	K^{-1}	[54]
	//		//	
La chaleur latente de fusion	//	8.024×10^4	$\text{J}(\text{kg})^{-1}$	[57]

μ_0 est une constante universelle, la constante magnétique μ vaut $4\pi \times 10^{-7}$ H/m et μ_r est approximativement égal à 1.

III. 4. 8. Facteurs de relaxation

En raison de la non-linéarité des équations discrétisées, il est impératif de contrôler la variation de la quantité Φ , ceci est possible en introduisant un facteur de sous-relaxation qui limite les variations de Φ pendant chaque itération. En d'autres termes, la valeur de Φ_{n+1} correspondant à chaque centre de maille, calculée pendant une itération donnée, dépend de sa valeur calculée durant l'itération précédente Φ_n et du coefficient de sous-relaxation α , cela peut s'exprimer par la relation:

$$\Phi = \Phi + \Delta\Phi$$

$$\Phi_{n+1} = \Phi_n + \alpha(\Phi_{\text{cal}} - \Phi_n)$$

Où Φ_n valeur de la variable Φ à l'itération n.

Φ_{n+1} valeur de la variable Φ à l'itération (n+1).

Φ_{cal} valeur de la variable calculée au cours de l'itération (n+1).

α Facteur de sous relaxation, sa valeur est comprise entre 0 et 1. Les valeurs choisies dans notre cas sont indiquées par le tableau III. 3.

Tableau III. 3. Facteur de sous-relaxation.

Variables	Facteur de sous relaxation α
Pression	0.4
Densité	0.9
Force de volume	0.9
Quantité de mouvement	0.6
Energie	0.9
Induction magnétique	0.8

III. 4. 9. Stabilité du schéma

Un schéma est stable si la solution du problème discrète reste bornée.

On peut suivre graphiquement l'évolution des résidus au cours des itérations. Lorsque cette valeur se stabilise, on en déduit que le code de calcul ne peut pas donner de résultat plus précis pour la géométrie donnée.

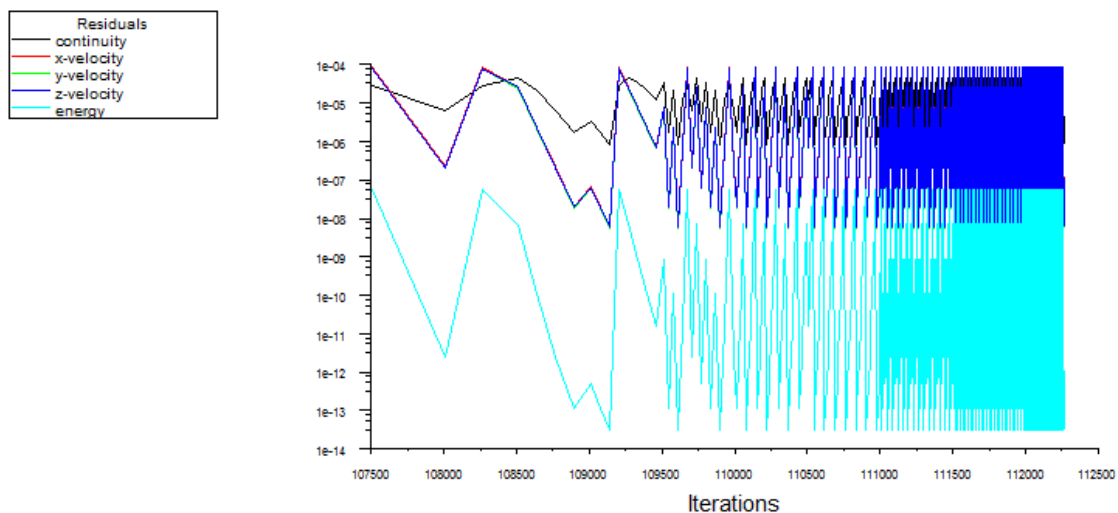


Figure III. 4. Evolution des résidus (calcul instationnaire) : $Re=483.87$, $Gr=3062.43$.

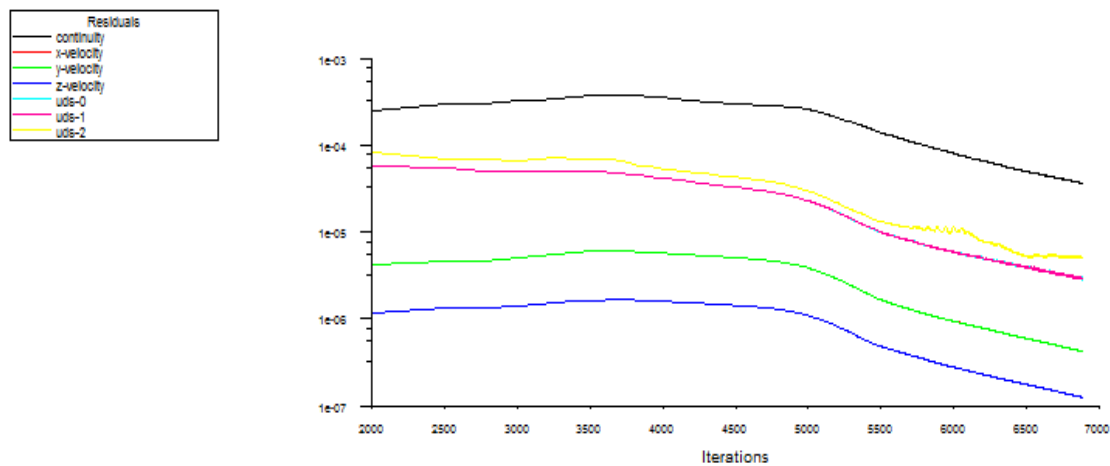


Figure III. 5. Evolution des résidus (calcul stationnaire) : $Re=273$, $Ha=50$

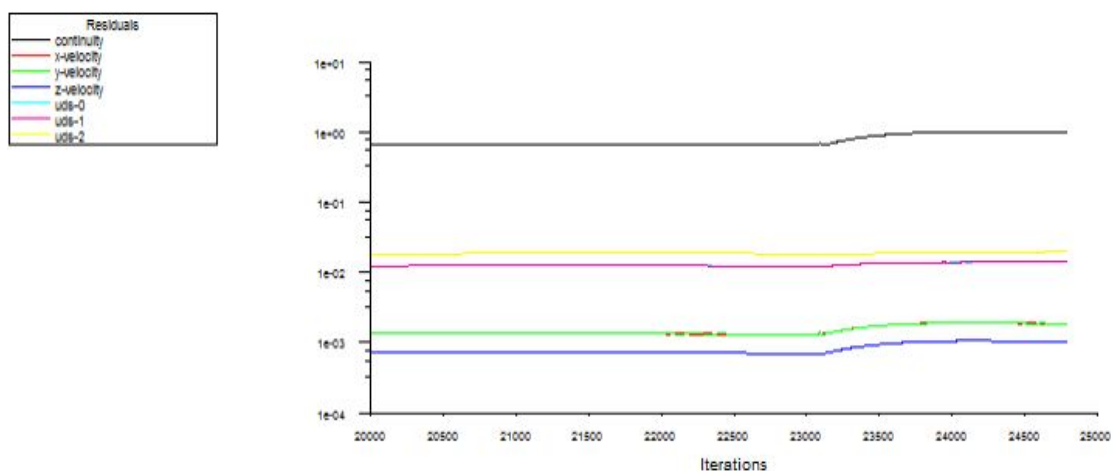


Figure III. 6. Evolution des résidus (calcul stationnaire) : $Re=330$ et $Ha=40$.

III. 4. 10. Validation des modèles numériques

Dans le but d'attribuer plus de confiance aux résultats de nos simulations numériques (la convergence), une comparaison quantitative a été faite avec les résultats expérimentaux obtenus par [58] pour le nombre de Taylor critique de la première instabilité ($Tc_1 = 41.2$) (figure III.7.a). Dans la présente étude, nous avons trouvé une valeur du nombre de Taylor critique de la première instabilité $Tc_1 = 41.81$ (figure III.7.b) proche de la valeur expérimentale (1.48% d'erreur).

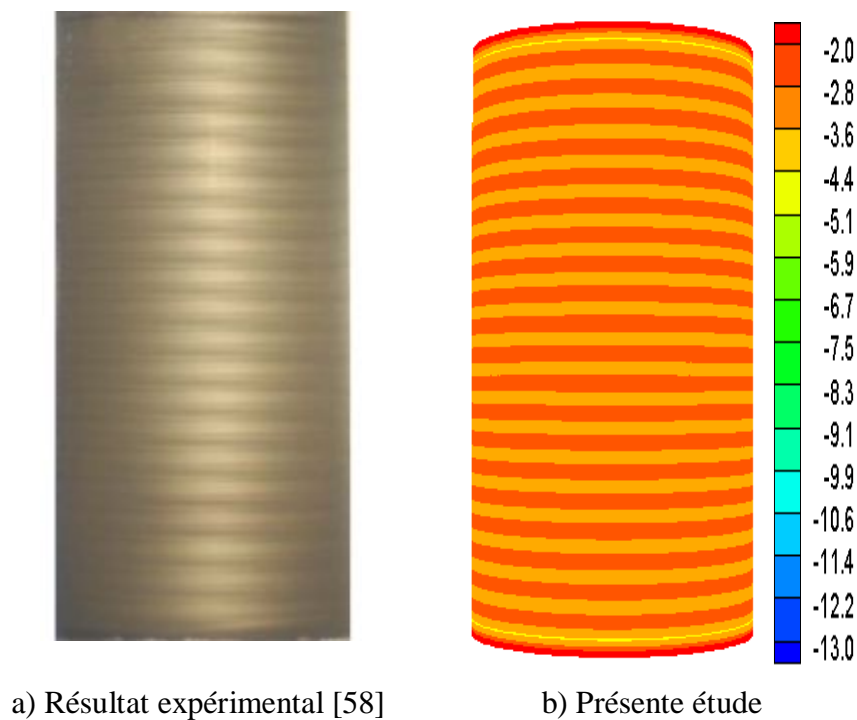


Figure III. 7. Configuration de l'écoulement de Taylor couette de la première instabilité.

CHAPITRE IV

*RESULTATS ET
INTERPRETATIONS*

IV. 1. Introduction

Les résultats présentés dans ce chapitre sont obtenus pour un écoulement tournant confiné dans une cavité annulaire, en convection mixte, en présence et en absence du champ magnétique. Le rapport des rayons du système est $\tilde{\eta}=0.91$, le rapport d'aspect $\Gamma=40$ et nous avons pris un nombre de Pr=0.025 (cas des métaux liquides). Nous avons appliqué un champ magnétique axial de diverses intensités.

IV. 1. 1. Paramètres du contrôle physiques de système

Le nombre de Reynolds $Re = \frac{\Omega R_1 d}{\nu}$ relié à la vitesse de rotation du cylindre intérieur.

Le nombre d'Hartmann $Ha = B_0 \sqrt{\frac{R_1 d \sigma}{\mu}}$ relié à l'intensité du champ magnétique.

Nombre de Grashof $Gr = \frac{\beta g d^3 (T_2 - T_1)}{\nu^2}$ relié au gradient radial de température.

Le coefficient de frottement est défini comme un rapport de contrainte de cisaillement à la paroi et de la pression dynamique et donné par la relation suivante :

$$C_{fz} = \frac{\tau_w}{\left(\frac{1}{2} \rho V^2\right)}$$

Avec τ_w Contrainte de cisaillement à la paroi du cylindre intérieure est défini par :

$$\tau_w = \mu \left[\frac{\partial V}{\partial r} \right]_{r=R_1}$$

Le coefficient de frottement moyen le long du cylindre interne déterminé à partir de

$$C_{f moy} = \frac{1}{2\pi R_1 H} \int_0^H C_{fz} dz$$

Le nombre de Nusselt local le long de la paroi de cylindre intérieur chaude ($r=R_1$) est déduit à partir de

$$Nu_z = -\frac{d}{T_1 - T_2} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R_1}$$

Le nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude est calculé à partir de :

$$\overline{Nu} = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_z(z) dz$$

IV. 1. 2. La couche d'Ekman-Hartmann dans un écoulement MHD de Taylor-Couette

Lors d'une interface entre un fluide incompressible à faible viscosité et une surface en rotation rapide rigides développe une couche d'Ekman avec une épaisseur $d_E \propto (\nu/\Omega)^{1/2}$, de même pour un écoulement de fluide conducteur incompressible au voisinage d'une frontière rigide non tournant, et sous l'influence d'un champ magnétique perpendiculaire à la surface externe, il existe une couche d'Hartman avec une épaisseur de : $d_H \propto d(Ha)^{-1}$. Lorsque ces deux effets sont combinés, la couche d'Ekman-Hartmann développe [59]. Il peut être vu soit comme une modification de la couche d'Ekman en introduisant le fluide conducteur et en imposant le champ magnétique externe ou comme une modification de la couche d'Hartmann en ajoutant la rotation uniforme de la surface de séparation.

Les résultats obtenus sont regroupés dans quatre parties principales :

- la première partie interprète les résultats d'une étude préliminaire effectuée dans le but d'examiner l'effet du champ magnétique sur la première instabilité hydrodynamique.
- Dans la deuxième partie, en passant par la variation du nombre d'Hartmann H_a , nous déterminerons les nombres de Reynolds critiques Re_{cr} .
- Dans la troisième partie, nous exposerons les résultats concernant l'étude du transfert de chaleur radial dans le système Taylor Couette.
- étude de l'effet d'un champ magnétique sur la stabilité thermique est présentée dans la quatrième partie.

Partie I

IV.2. Écoulement Taylor Couette sans champ magnétique

Lorsque la rotation du cylindre intérieur atteint une valeur critique ($Re_c = 137$), on observe un écoulement secondaire sous forme de rouleaux toroïdaux contra-rotatifs dans l'espace annulaire. En effet, en raison de la rotation du fluide et de la force centrifuge qu'elle crée, une dépression apparaît au voisinage de la paroi du cylindre intérieur à faible valeur de pression statique par contre au voisinage de la paroi du cylindre extérieur, une forte valeur de pression statique est obtenue. Cette dépression est due à la circulation contrarotative des particules pour chaque deux cellules voisines (figure IV.1).

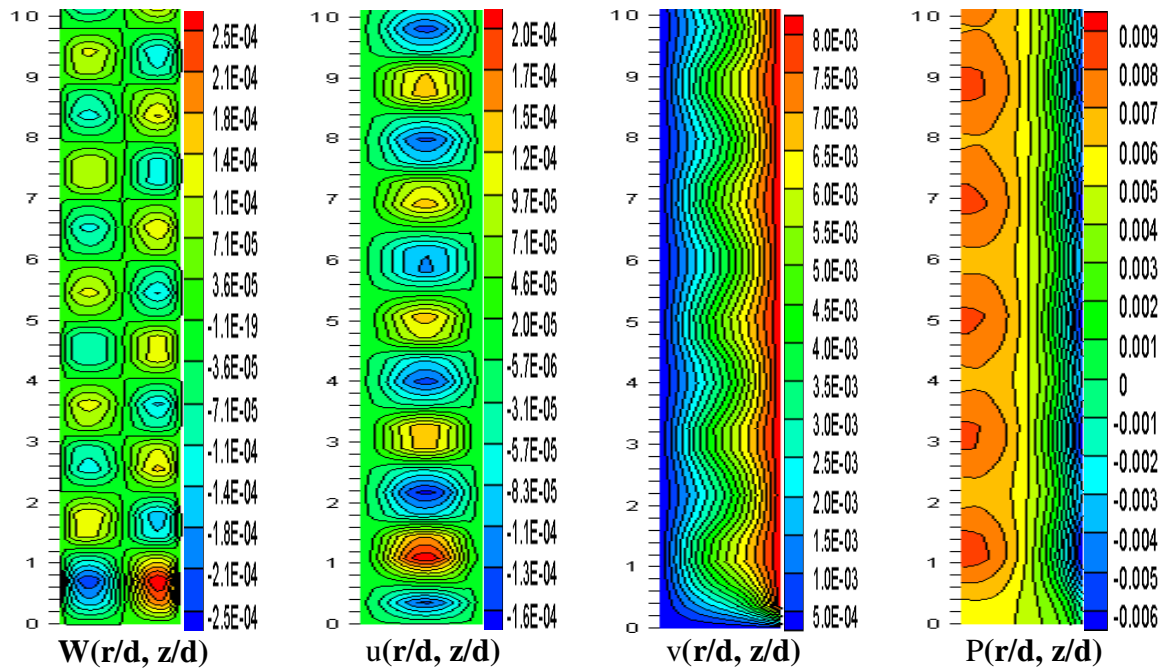


Figure IV. 1. Contours des vitesses axiale (m/s), radiale (m/s), azimutale (m/s) et de la pression (Pa) à $Ha = 0$.

IV. 3. Stabilité des écoulements de Couette avec un champ magnétique axial appliqué

L'application d'un champ magnétique constant dans la direction axiale du système permet d'agir sur la dynamique de l'écoulement entre les cylindres coaxiaux d'un fluide visqueux électriquement conducteur dans la limite du nombre de Prandtl petit.

Les Figures (IV. 2, IV. 3 et IV. 4) montrent la variation de la vitesse radiale U , azimutale V et axiale W en fonction de la distance z des cylindres, pour différents champs magnétiques appliqués.

Dans la partie moyenne, nous constatons que les vitesses diminuent lorsque le champ magnétique augmente. Ceci s'explique par le cisaillement vertical dans U et V produisant des courants qui conjointement avec le champ axial génèrent des forces de volume (force de Lorentz) agissant contre les cisaillements. Puisque l'écoulement radial et axial doit disparaître à la partie moyenne, cet effet réduit la vitesse radiale et axiale, et en raison de la conservation de la masse, la vitesse azimutale est également réduite et converge rapidement vers une valeur asymptotique le long de la direction du champ magnétique (Figures IV. 6). Le gradient de pression est dominant (Figure IV. 5 d) d'où la formation des tourbillons est diminuée (Figures IV. 7). Nous avons également représenté les profils des vitesses pour différents nombres d'Hartmann à $z/d=20$ (Figure IV.5. a,b,c).

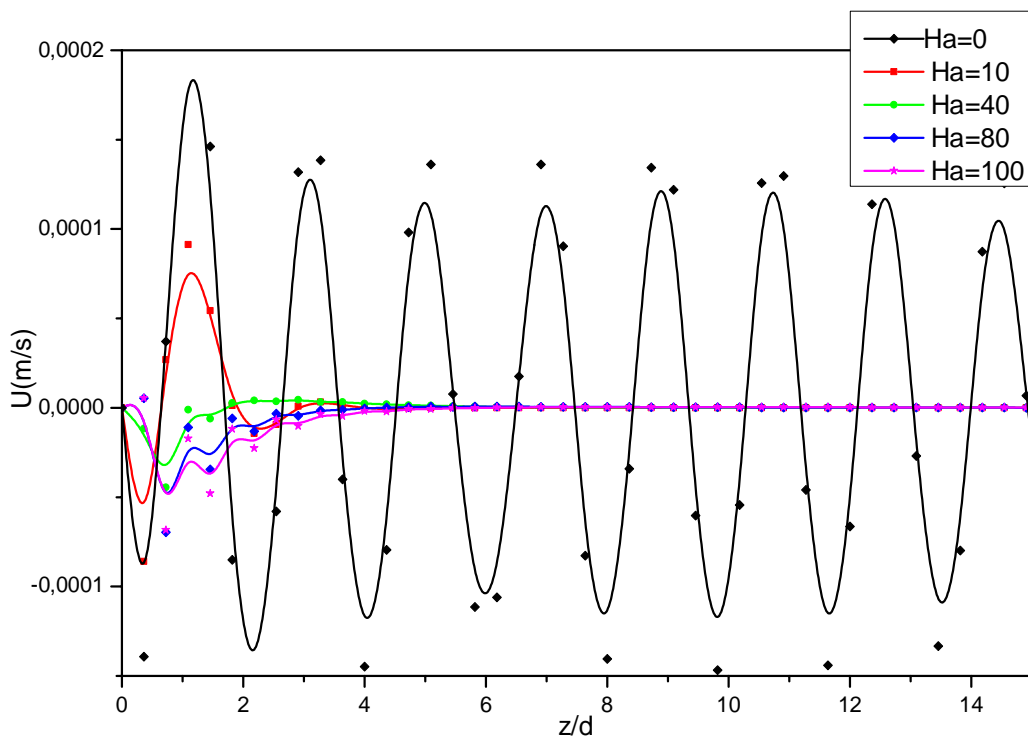


Figure IV.2. Profils de la vitesse radiale à différents nombres de Hartmann à $r = R_1 + d/2$.

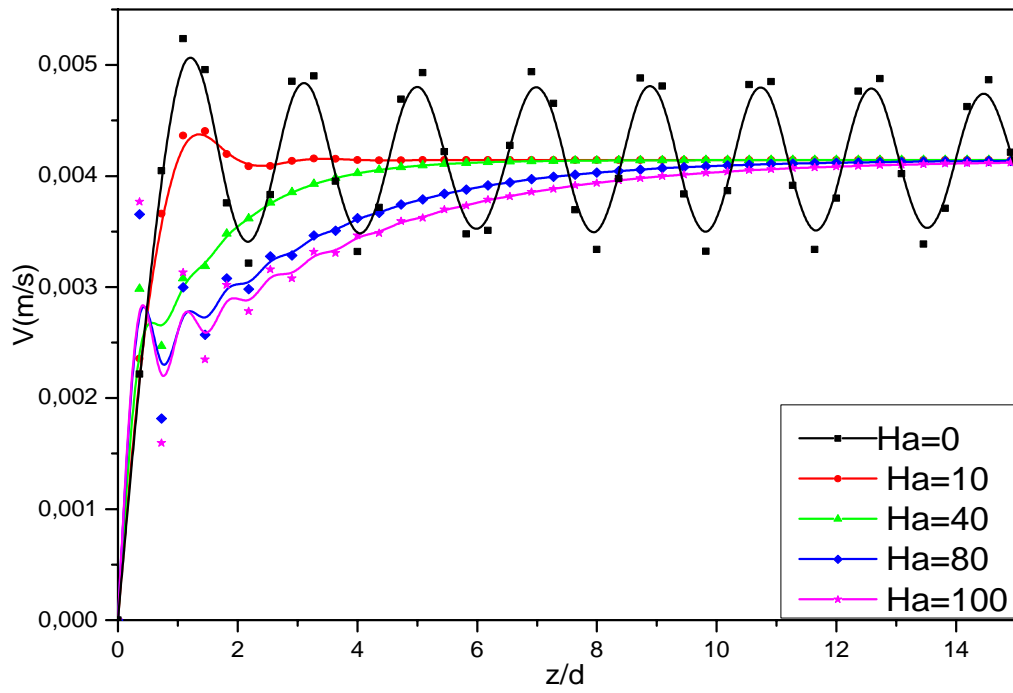


Figure IV.3. Profils de la vitesse azimutale à différents nombres de Hartmann à

$$r = R_1 + d / 2.$$

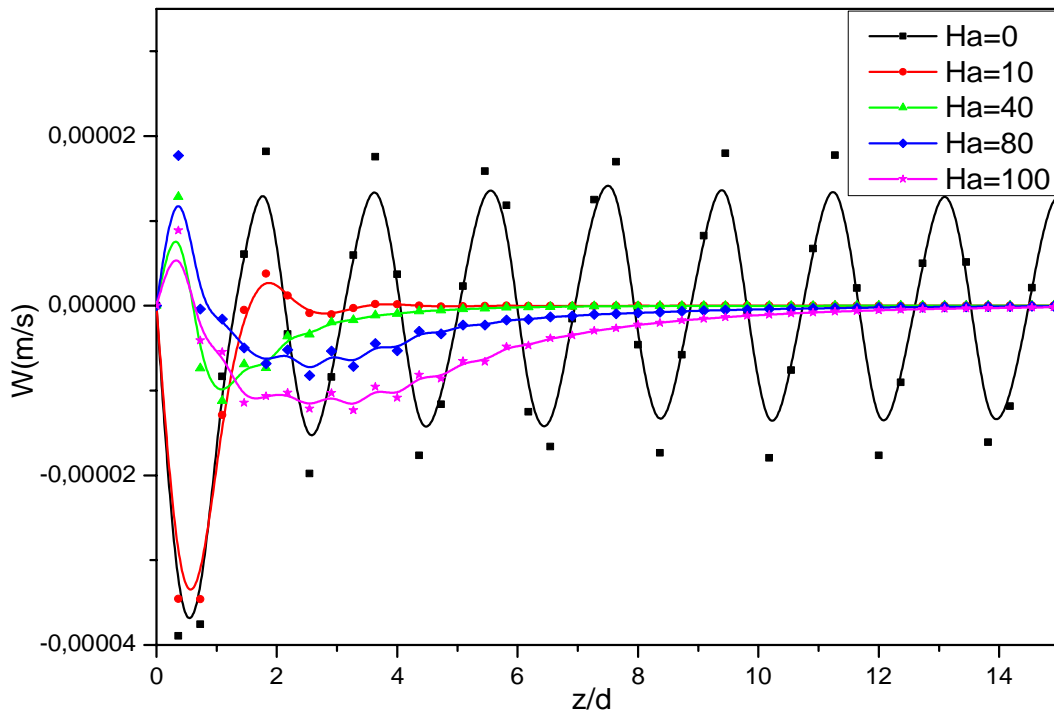


Figure IV.4. Profils de la vitesse axiale à différents nombres de Hartmann à $r = R_1 + d / 2$.

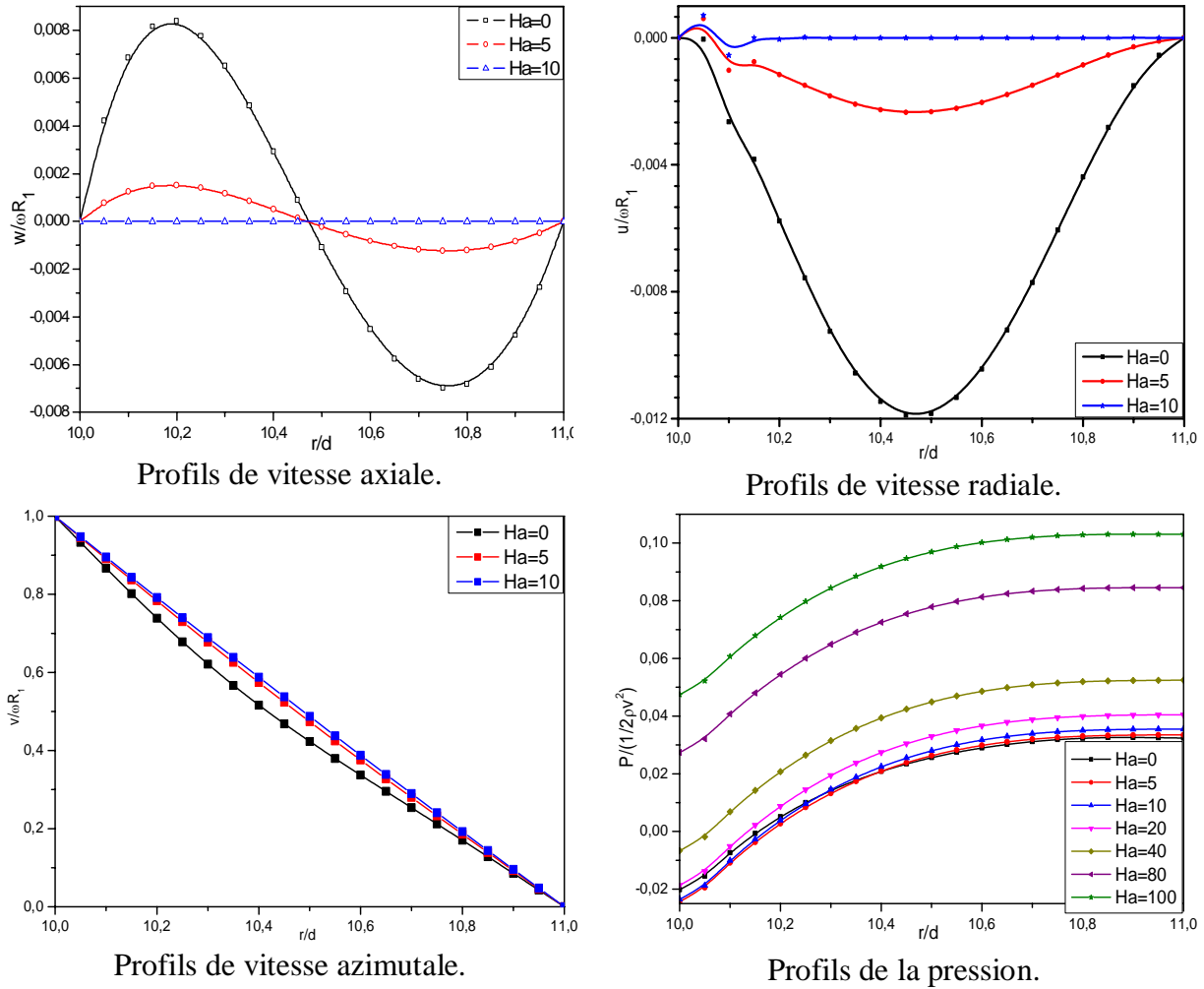


Figure IV.5. Profils des vitesses axiale, radiale, azimutale et de la pression à différents nombres de Hartmann à $z/d=20$.

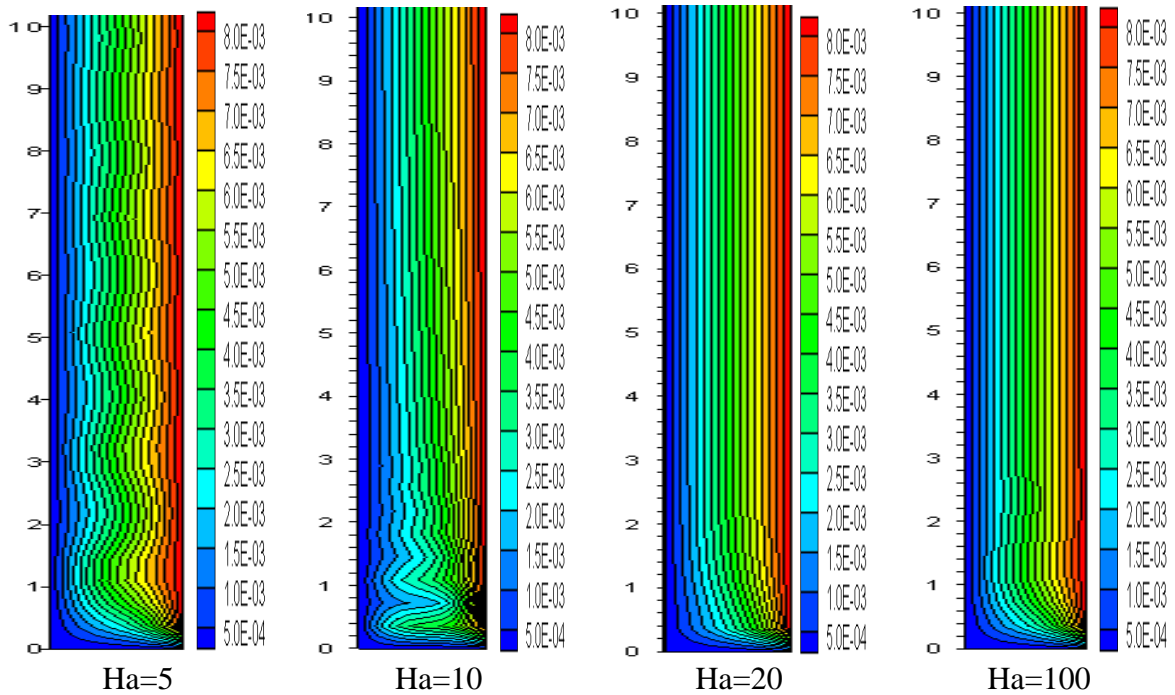


Figure IV. 6. Contours de vitesse azimutale (m/s) à différents nombres de Hartmann à

Re = 137.

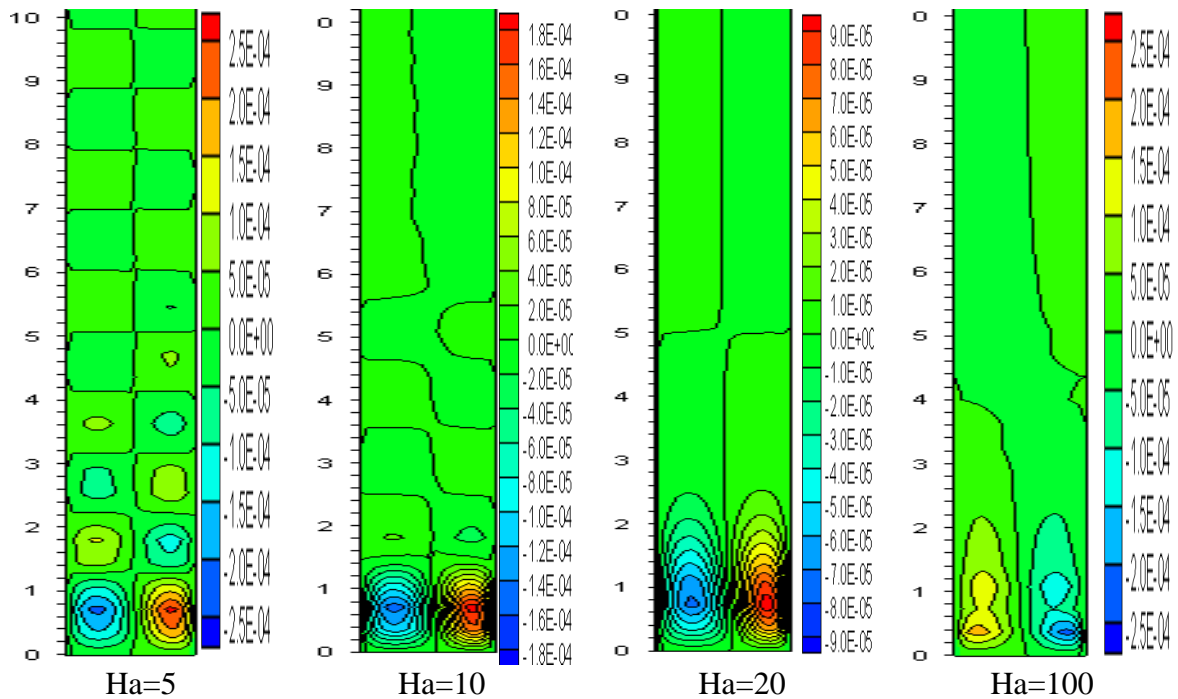


Figure IV. 7. Contours de la vitesse axiale (m/s) à différents nombres de Hartmann à Re =

137.

Dans l'écoulement entre deux cylindres fermés par des parois supérieure et inférieure isolantes et fixes, les courants induits J_z aux deux extrémités interagissent entre eux. Les courants J_z ont la même intensité mais de signes opposés, finissent par se rencontrer et tourner dans le sens radial. En conséquence $J_z = 0$ dans la partie moyenne. Dans ce type d'écoulement, on distingue trois différentes régions : la couche d'Ekman-Hartmann, une région de diffusion magnétique et une région sans courant [59] (Figure IV. 8).

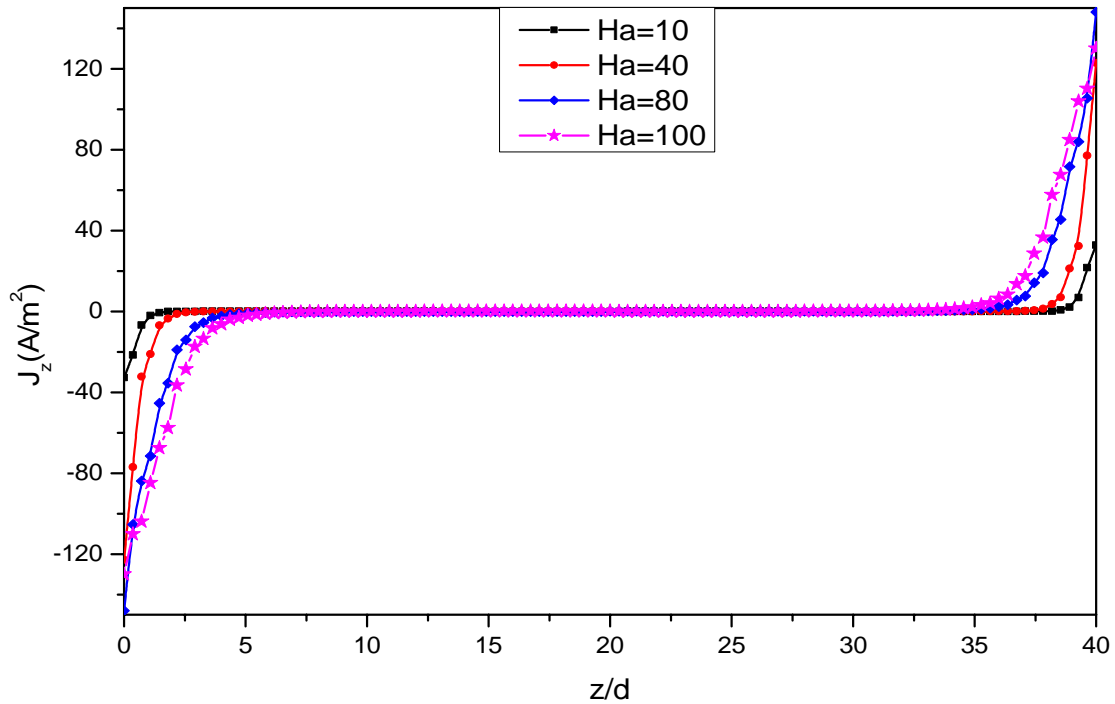


Figure IV. 8. Profil de la densité de courant électrique axiale à différents nombres de Hartmann à $r = R_1 + d/2$.

Les couches de Hartmann se développant au voisinage des parois, perpendiculaires au champ magnétique appliqué, jouent un rôle significatif. Tout le courant électrique généré dans la partie centrale doit passer dans les couches minces de Hartmann. Ce courant agit pour ralentir l'écoulement azimuthal. Dans le cas des métaux liquides ($Pm \rightarrow 0$), la couche Ekman-Hartmann est relativement épaisse près des parois.

Le fluide dans la majeure partie du récipient constitue la région sans courant.

La région de diffusion magnétique se situe entre la région sans courant et la couche d'Ekman-Hartmann. Dans la limite Pm petit et à faible champ magnétique, cette région de diffusion magnétique est presque inexistante [59], mais pour les grandes valeurs du champ magnétique elle devient repérable.

De plus dans la région de diffusion magnétique le courant axial de Hartmann doit être réduit à zéro avant d'atteindre la région sans courant et, par continuité, il est transformé en direction radiale. Cette perturbation de courant radial interagit avec le champ magnétique induit axial provoquant ainsi l'accélération (pour J_r négatif et B_z positif) ou la décélération (pour J_r positif) de la force de volume électromagnétique [59].

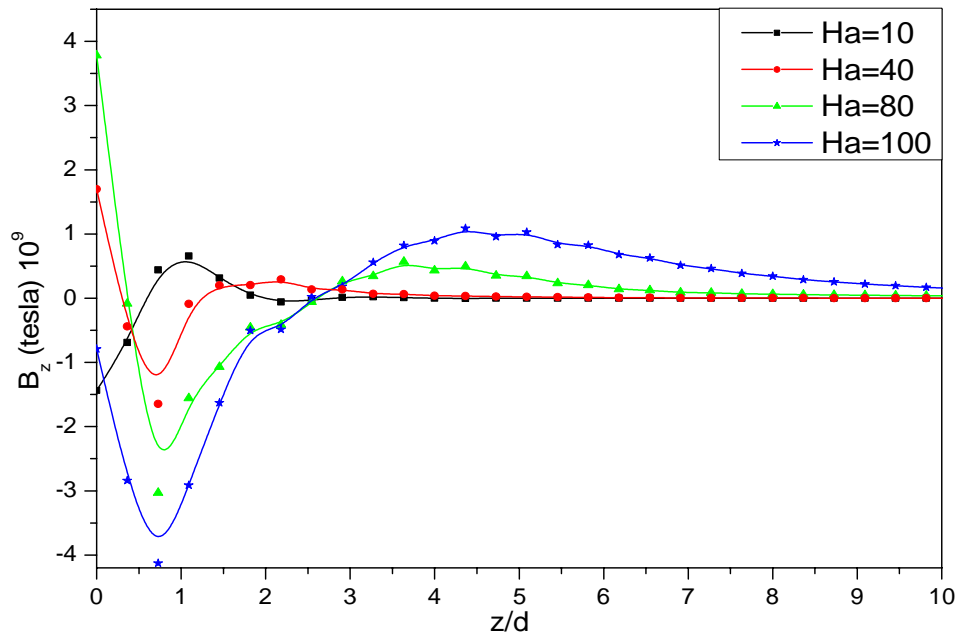


Figure IV. 9. Profil du champ magnétique axial induit à différents nombres de Hartmann à $r = R_1 + d/2$.

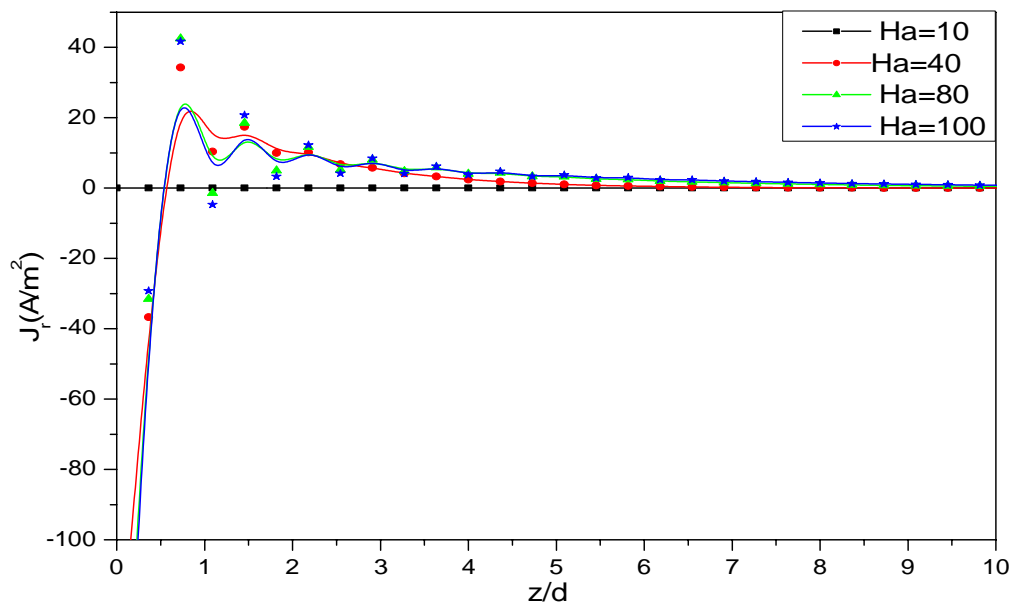


Figure IV. 10. Profil de la densité de courant électrique radiale à différents nombres de Hartmann à $r = R_1 + d/2$.

Le module du coefficient de frottement en fonction de l'intensité du champ magnétique, sur la paroi du cylindre intérieur, diminue dans la partie moyenne. On constate le même comportement dans la région proche des extrémités pour les faibles valeurs du champ magnétique ($Ha < 10$). Ceci s'explique par la diminution du cisaillement visqueux avec le champ magnétique. Pour $10 < Ha < 40$, dans la région proche des frontières, le module du coefficient de frottement prend une valeur constante, ceci dû à l'équilibre entre la force de Lorentz et la force visqueuse. Pour $Ha > 40$, le module de coefficient de frottement augmente car la variation de la vitesse augmente en présence de la région de diffusion magnétique. La figure (IV. 12) illustre le comportement du coefficient de frottement moyen en fonction du nombre de Hartmann appuyant ce qui précède.

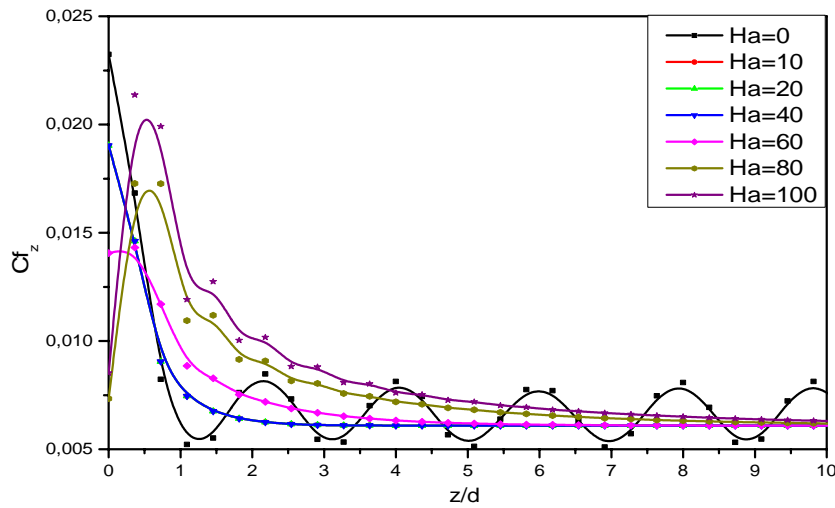


Figure IV. 11. Profils du module du coefficient de frottement à différents nombres de Hartmann à $r = R_1$

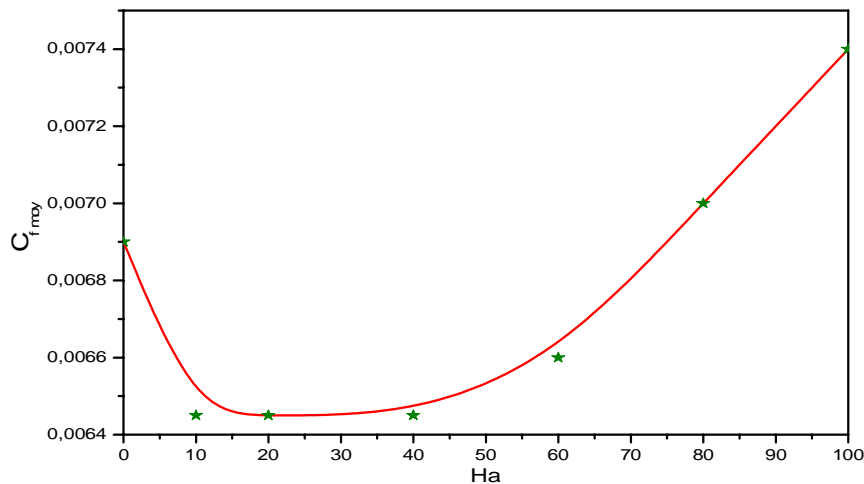


Figure IV. 12. Coefficient de frottement moyen en fonction du nombre de Hartmann à $r = R_1$

Partie II

Instabilité des écoulements de Couette avec un champ magnétique axial appliqué

L'écoulement Taylor-Couette hydrodynamiquement instable, dans la limite de petits nombres de Prandtl, d'un fluide électriquement conducteur, est stabilisé par l'application d'un champ magnétique externe, imposé dans la direction axiale. Pour trouver l'instabilité secondaire, on augmente la vitesse de rotation du cylindre intérieur du système jusqu'à atteindre la valeur critique, pour un champ magnétique donné. Pour des faibles valeurs du nombre d'Hartmann ($Ha \leq 20$), les modes d'instabilités observés sont les mêmes que pour un écoulement hydrodynamique, des rouleaux de Taylor-Couette axisymétrique. Pour des fortes valeurs du nombre d'Hartmann, l'écoulement de Couette circulaire bifurque vers un écoulement non axisymétrique, formé de deux spirales droite et gauche contre-propagatives axialement [60, 61] ou spirales bisymétriques [10], avec une périodicité spatiale et les deux spirales sont séparées par une source ou un puits (Figure IV. 13). La dissymétrie peut provoquer une distribution non uniforme, et devient progressivement plus grande, la différence du nombre d'ondes entre l'onde droite et gauche croît en fonction des paramètres de contrôle. En général, dans tous les systèmes hors équilibre, l'augmentation des paramètres de contrôle peut briser la symétrie totale entre les ondes droite et gauche, elle est considérée comme une force de guidage de la dynamique de la source. Ces instabilités sont proches de celles obtenues dans le système de Taylor-Couette viscoélastique [60] et le cas des deux cylindres sont en contre rotation [61] (Figure IV. 14).

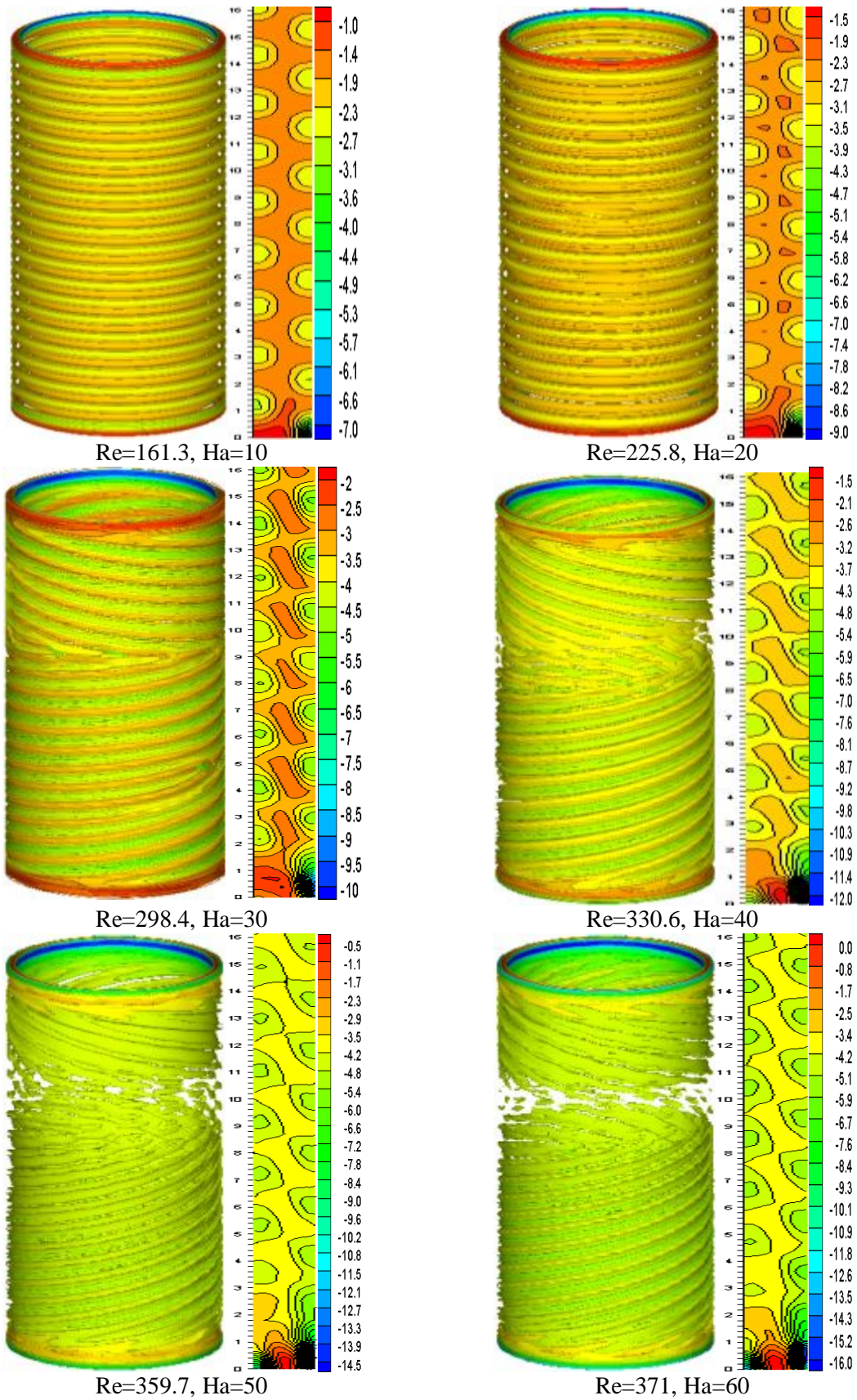


Figure IV. 13. Contour de la vorticité axiale (s^{-1}) pour les paramètres de contrôle (Re, Ha)

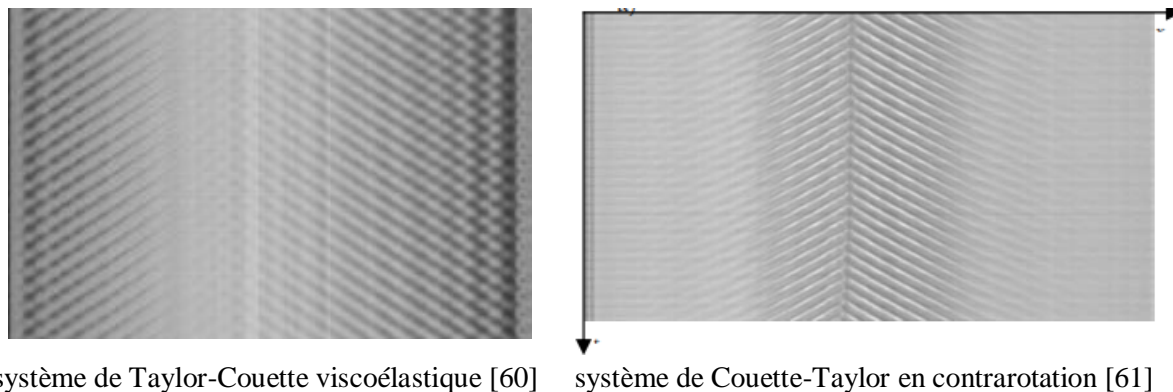


Figure IV. 14. Diagramme spatio-temporel des ondes spirales séparées par une source stationnaire.

Figure (IV. 15) représente le contour de la vitesse axiale pour différents nombres de Hartmann et de Reynolds critiques. A faible instabilité ($Ha \leq 20$), l'écoulement est constitué de cellules contrarotatives axisymétriques. Lorsque l'instabilité augmente, les cellules contrarotatives deviennent allongées et inclinées. Leur inclinaison augmente également, ce qui a pour effet la forme en « V » des spirales contra-propagatives (voir figure IV. 13). Elle se forme de la juxtaposition des spirales d'hélicités opposées.

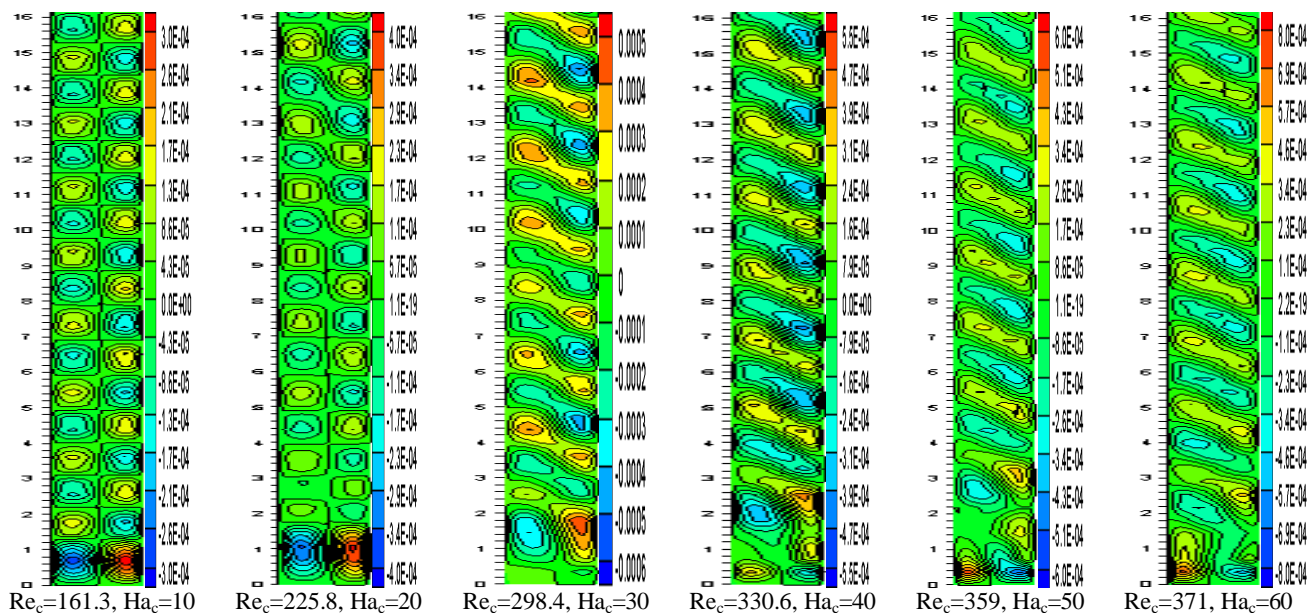


Figure IV. 15. Contour de la vitesse axiale (m/s) pour les paramètres de contrôle (Re , Ha).

Les courants induits par le déplacement du fluide conducteur traversé par un champ magnétique engendrent des forces magnétiques (pression magnétique) qui s'opposent au déplacement de celui-ci ; une force appliquée à un fluide donne lieu à une modification de la quantité de mouvement du fluide proportionnelle à l'amplitude de la force appliquée sur celui-ci dans la même direction [62].

Le couplage entre la perturbation de vitesse et la perturbation de champ magnétique traduisent des ondes magnétohydrodynamiques appelées les ondes d'Alfvén, qui se propagent parallèlement aux lignes de champ magnétique, et à une vitesse proportionnelle au champ magnétique extérieur $v_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 \rho}}$; ce sont des ondes transversales qui peuvent être considérées comme des oscillations le long d'une corde élastique.

Lors d'une réflexion d'une onde d'Alfvén sur une paroi, elle change de sens de propagation. On a pu montrer dans [63], que le coefficient de réflexion R (rapport de l'amplitude de l'onde incidente sur l'onde réfléchie) mesure la qualité de la réflexion s'écrit : $R = \frac{1 - \sqrt{P_M}}{1 + \sqrt{P_M}}$, dans le cas des métaux liquides qui ont des faibles viscosités $P_m \ll 1$, on déduit que le coefficient de réflexion est 1.

Donc il y a deux ondes se propageant en sens inverse. L'onde qui se propage dans la direction du champ magnétique présente un champ de vitesse et un champ magnétique de même signe. À la réflexion, le champ de vitesse change de signe pour permettre à l'onde de se propager dans l'autre sens. La superposition de deux ondes à différentes fréquences en résulte un amortissement des ondes au centre de l'espace annulaire (Figure IV. 16) donnant lieu à ce que l'on appelle "les instabilités paramétriques".

Lorsqu'une onde d'Alfvén se propage parallèlement au champ magnétique et coïncidant avec un gradient transversal de densité, la variation de la vitesse de propagation, suivant la densité, engendre une déformation du front de l'onde.

La figure IV. 17 montre schématiquement cette propagation. Cette propagation est comparable à une vibration se propageant sur une corde.

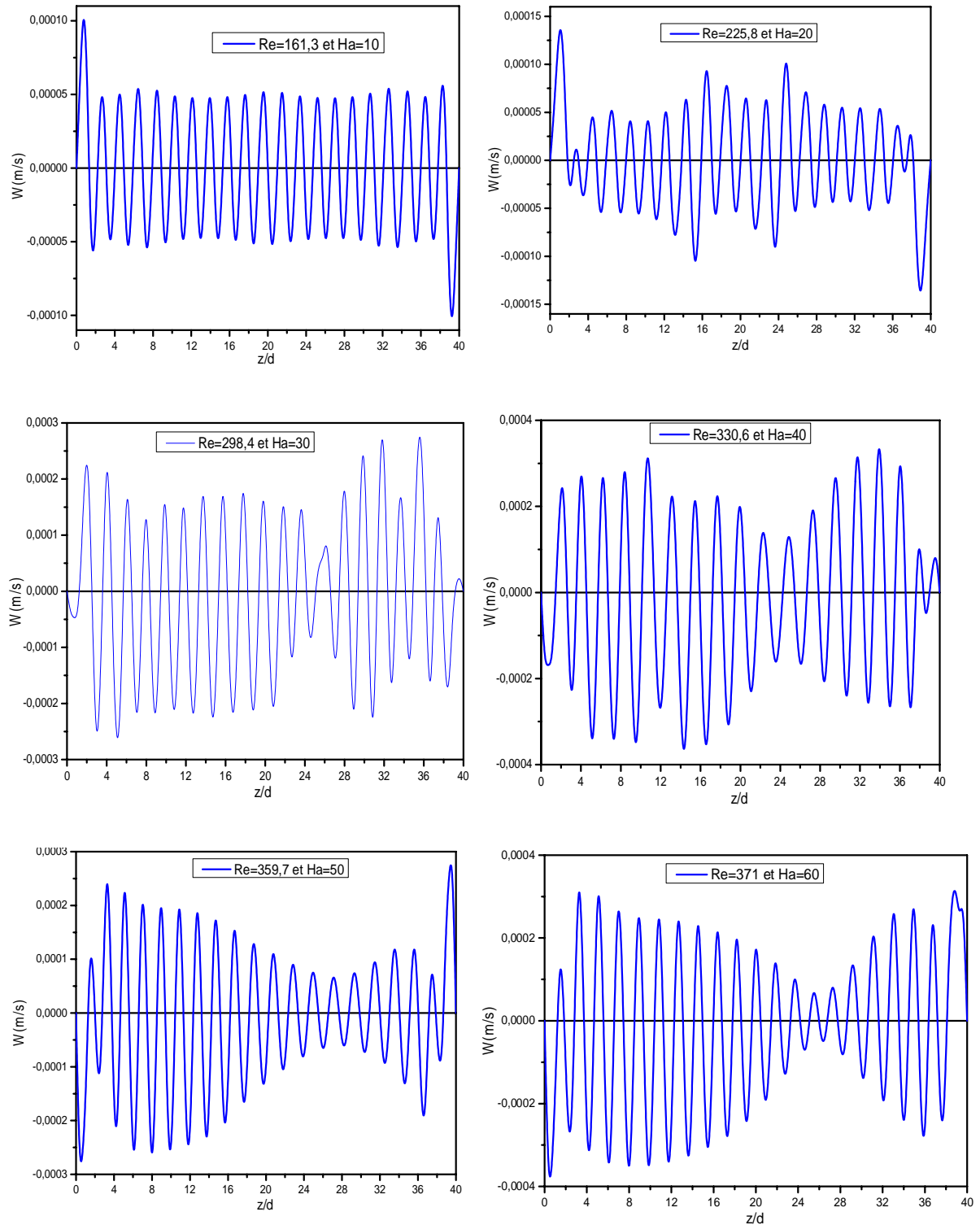


Figure IV. 16. Profil des vitesses axiales à $r=10,4$.

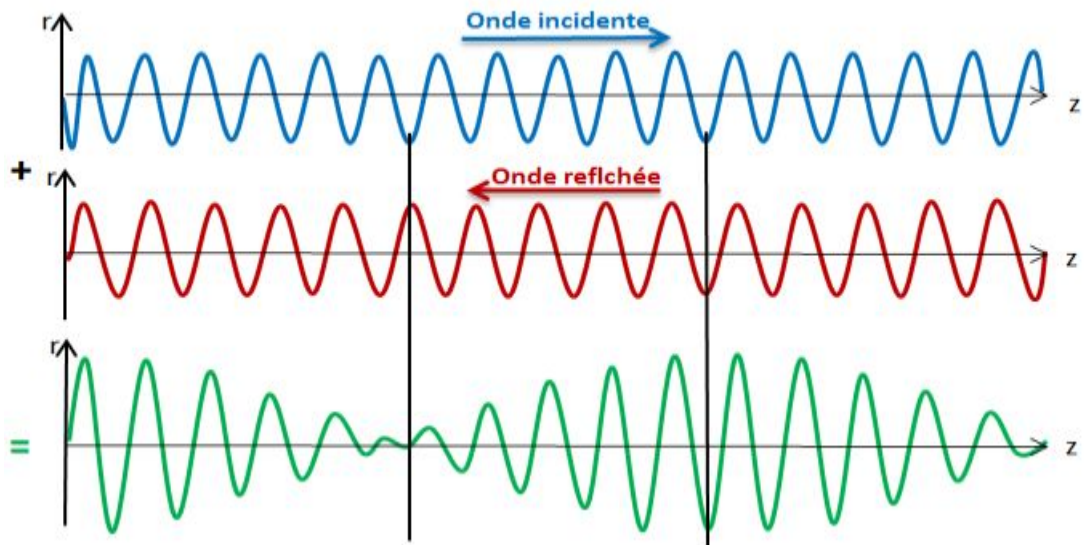


Figure IV. 17. Propagation des ondes d'Alfvén.

La figure IV.18 présente le diagramme de l'instabilité d'écoulement, pour chaque nombre de Hartmann il y a un nombre de Reynolds critique.

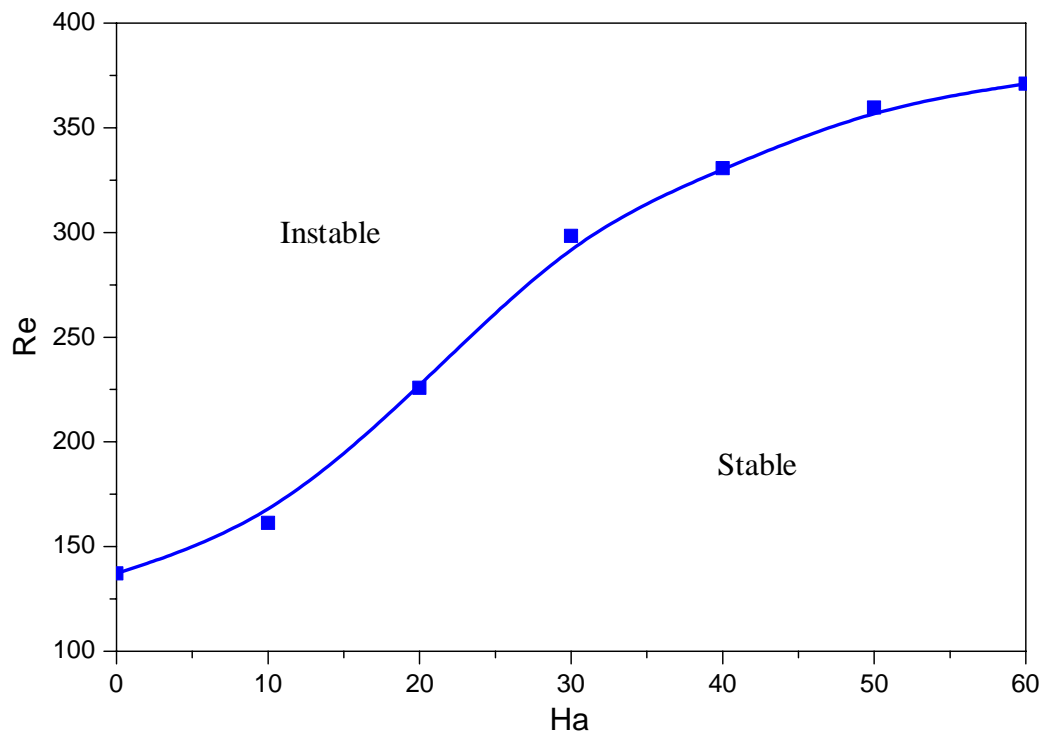


Figure IV. 18. Diagramme de stabilité.

Partie III

IV.3. Écoulement de Couette circulaire avec un gradient radial de température

Dans cette partie, on a étudié les mécanismes de déstabilisation induits par la force centrifuge de l'écoulement de base circulaire, faisant intervenir la stratification radiale de la masse volumique du fluide, traversant une série de transition non-axisymétrique à différents régimes d'écoulement qui apparaissent dans le système et dans le cas d'un nombre de Prandtl ($Pr = \frac{\mu C_p}{k} = 0.025$). Dans ce qui suit, on décrit différents motifs observés et on déduira les propriétés de l'écoulement en fonction des paramètres de contrôle physiques du système tels que les nombres de Reynolds Re et de Grashof Gr . Dans cette étude, l'espace des paramètres de contrôle est exploré en augmentant le nombre de Reynolds pour différentes valeurs du nombre de Grashof obtenues pour un gradient radial de température, créé en chauffant le cylindre intérieur tandis que le cylindre extérieur est maintenu à la température $T_2 = 303\text{K}$.

IV.3.1. Régime d'écoulement de Convection naturelle pure

En raison de l'existence du gradient de température, un courant de convection naturelle prend naissance. L'écoulement prend la forme d'une cellule convective. Les particules ont un mouvement ascendant le long de la paroi intérieure chaude et descendante le long de la paroi extérieure froide. La figure (IV. 19 a, b) présente les contours des vitesses axiales obtenus pour la cellule convective pour $Re=0$ et deux valeurs de $Gr = (3062, 7656)$. À partir d'un nombre de Grashof ($Gr = 12250$), l'écoulement devient désordonné (figure IV. 19 c).

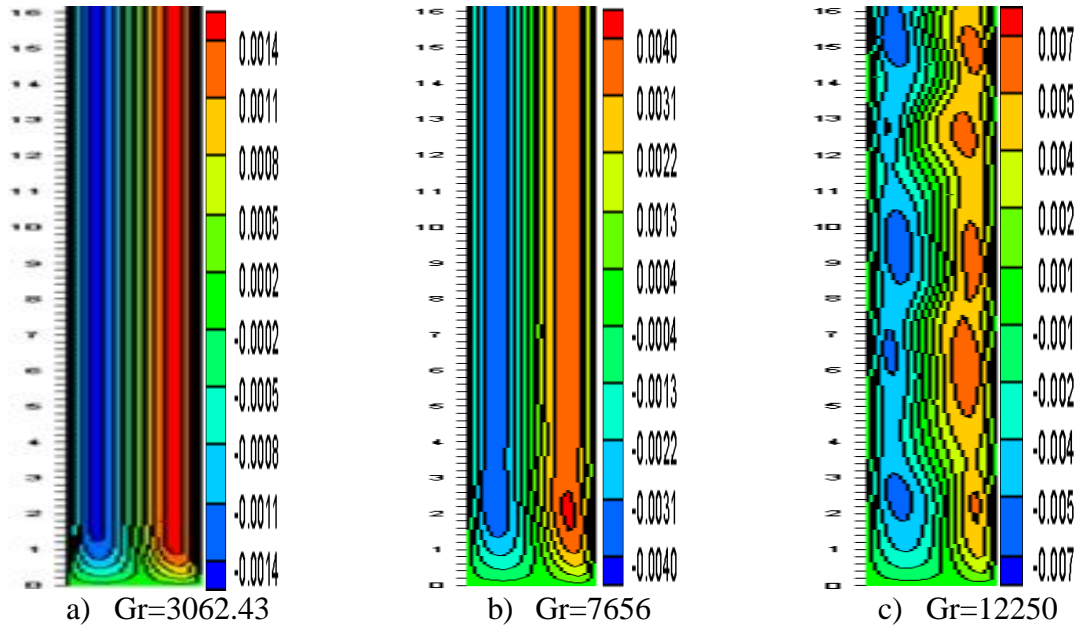


Figure IV. 19. Contours de vitesse axiale (m/s) pour différents Gr et $Re=0$.

Les profils des vitesses axiales aux différentes valeurs de Gr lorsque les cylindres concentriques sont stationnaires ($Re = 0$) sont présentés dans la figure (IV. 20a) pour la section horizontale $z/d=16$. Ces résultats ont montré que la vitesse axiale à proximité du cylindre interne ($r=R1$) est supérieure à celle à proximité du cylindre externe ($r =R2$). En outre, comme la valeur Gr augmente de 3062 à 12250, le flux de convection est devenu plus fort. Autrement dit, la vitesse axiale des particules augmente. Des résultats identiques ont également été décrits par [29].

Pour $Gr=3062$, $Gr=7656$, le flux de convection radial et azimuthal sont faibles, et augmentent pour $Gr=12250$ (Fig. IV. 20 b et c). La pression statique radiale augmente avec l'augmentation de la température (Fig. IV. 20 d).

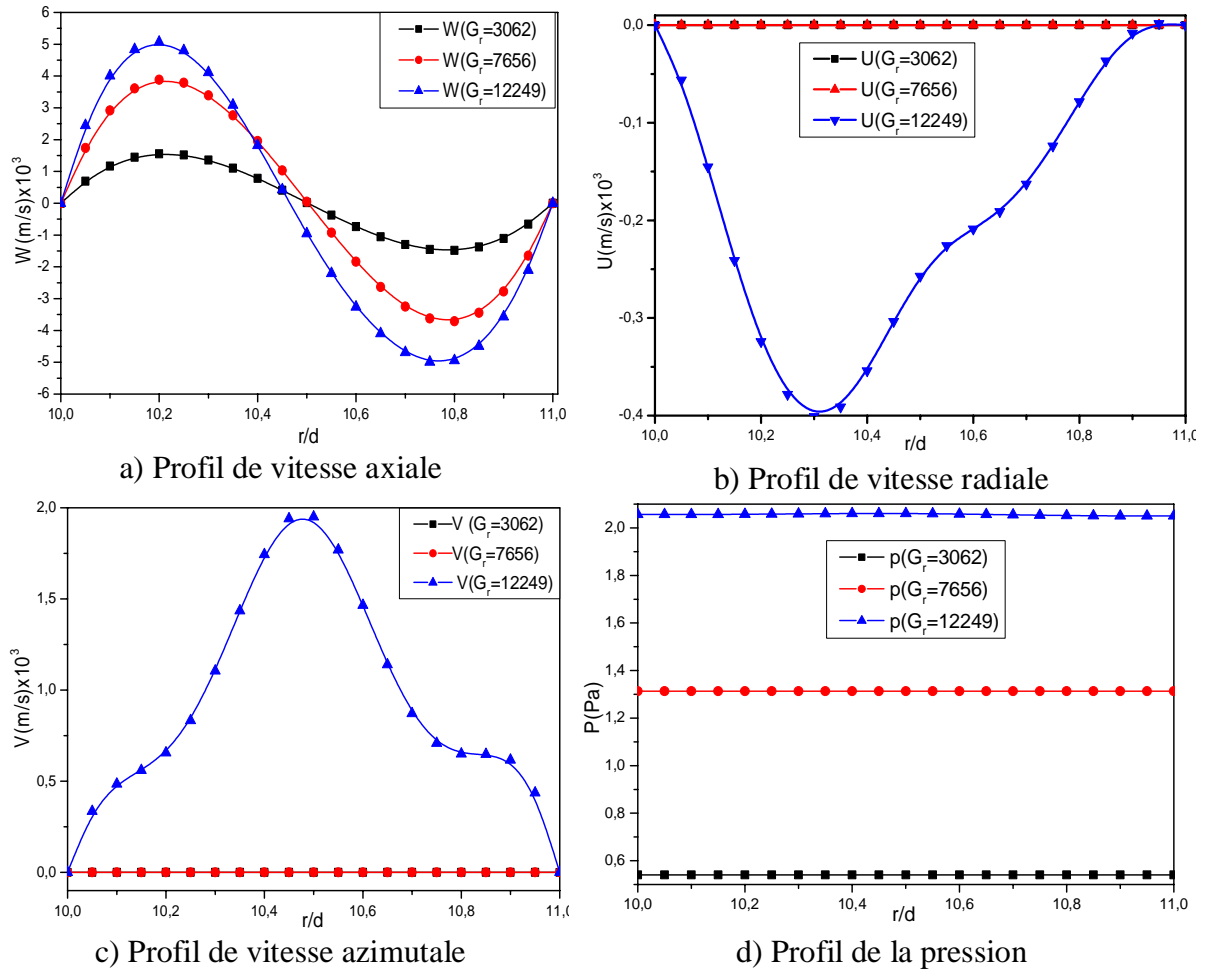


Figure IV. 20. Profils des vitesses axiale, radiale, azimutale et de la pression pour différents Gr et $Re=0$.

IV.3.2. Stabilité de l'écoulement Taylor Couette hydro-dynamiquement instable par un gradient radial de température

Avant d'imposer un gradient de température, le système se compose des rouleaux de Taylor: ce sont des rouleaux axisymétriques et stationnaires. En appliquant un gradient de température radial ($Gr=3062.43$, $Gr=7656.05$), l'écoulement circulaire de Taylor se forme dans tout le système (Fig. IV. 21 b et c, Fig. IV. 22 b et c), mais en même temps, il induit un écoulement axial ascendant près de la paroi chaude et descendant près de la paroi froide (Fig. IV. 23 a). Cette stabilité est due au déséquilibre entre la force centrifuge et le gradient radial de pression. La pression augmente avec l'augmentation du gradient de la température (Fig. IV. 23.). Cette croissance est due à la stratification radiale de la masse volumique qu'inhibe les mouvements radiaux parce que le temps caractéristique de la

diffusion des fluctuations de la température $\frac{d^2}{\alpha} = 2.04$ s est plus important par rapport au temps caractéristique de la diffusion visqueuse $\frac{d^2}{\nu} = 80.64$ s, en d'autres termes, le coefficient de viscosité cinématique est très faible par rapport à la diffusivité thermique ($Pr=\nu/\alpha=0.025$) ainsi qu'au temps caractéristique d'advection $\frac{R_1\Omega}{d} = 17$ s, et au temps caractéristique lié à la poussée d'Archimède $\tau_c = \sqrt{\frac{d}{g\beta\Delta T}}$ ($\tau_c = 4.56$ s ($Gr = 3062.43$), $\tau_c = 2.88$ s ($Gr = 7656.05$) qui est supérieur à celui de la diffusivité thermique. Pour un nombre de Grashof ($Gr=12250$) correspondant à une petite diminution de $\tau_c = 2.28$ s, cette valeur se rapproche du temps de la diffusion thermique, ce qui conduit à une perturbation de la stabilité par l'apparition des cellules convectives (Fig. IV. 21 d). Il est à noter qu'un faible gradient de température appliqué, à un écoulement, peut modifier son état de stabilité.

Pour les métaux liquides, c'est le transport de chaleur par les électrons de conduction qui domine; il conduit à une forte diffusivité thermique qui correspond à une faible valeur de nombre de Prandtl [64].

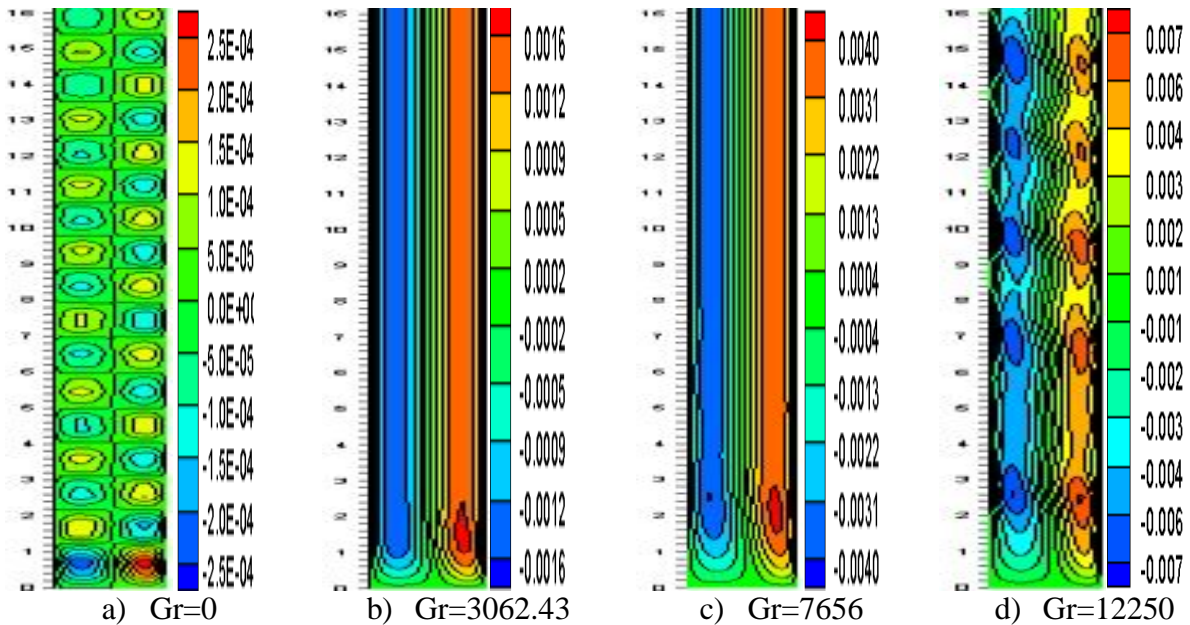


Figure IV. 21. Contours de vitesse axiale (m/s) pour différents nombres de Gr à $Re=137,1$.

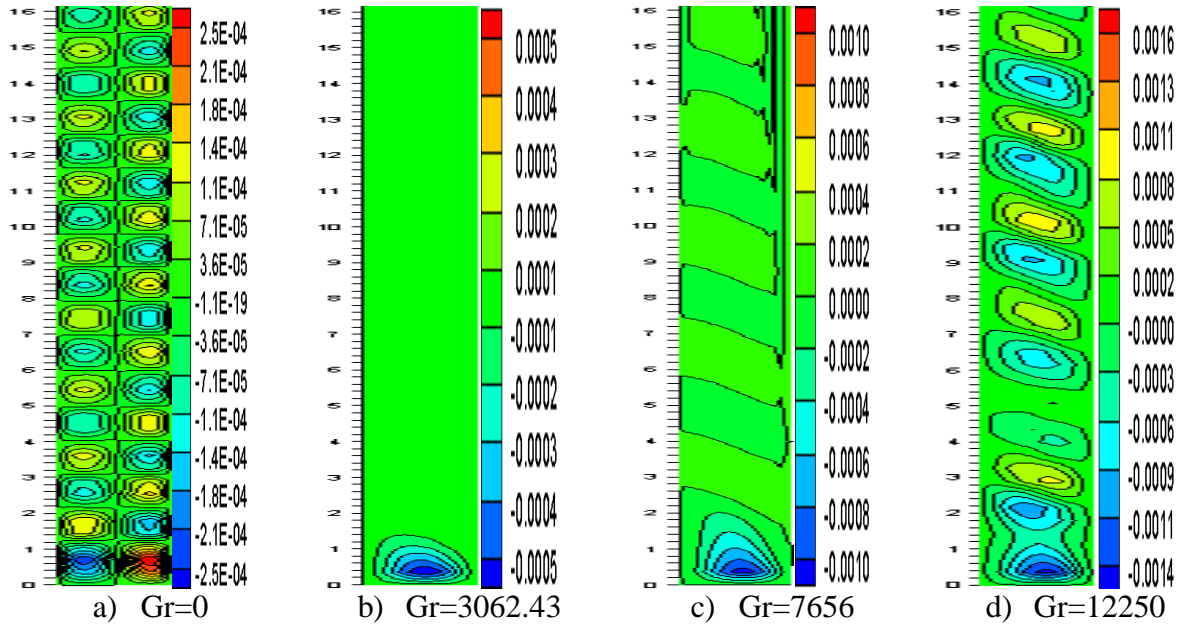


Figure IV. 22. Contours de vitesse radiale (m/s) pour différents nombres de Gr à $Re=137,1$.

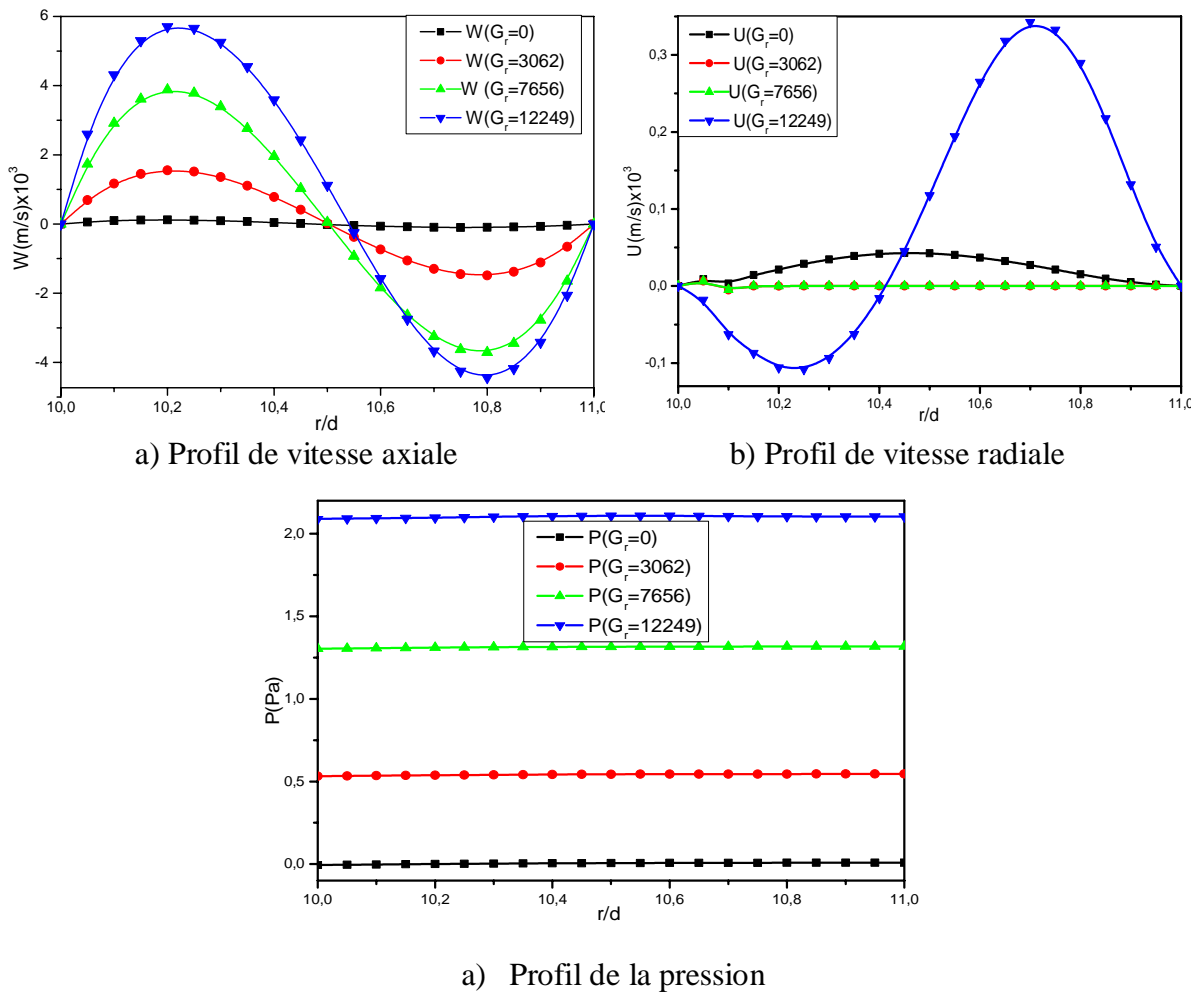


Figure IV. 23. Profils des vitesses axiale, radiale et de la pression pour différents Gr à $Re=137,1$.

IV.3.3. Différents régimes d'écoulement

Pour obtenir une nouvelle instabilité liée au couplage entre la rotation et le gradient de température radial, il faut faire un équilibre entre le gradient radial de pression et la force centrifuge par une augmentation de la vitesse de rotation du cylindre intérieur, induisant ainsi différents modes d'instabilité. Dans ce qui suit, on a classé ces différents régimes d'écoulement pour différentes valeurs du gradient de température radial et les propriétés de l'écoulement, en fonction de deux paramètres de contrôle, le nombre de Reynolds Re et le nombre de Grashof Gr , sont déduites.

IV.3.3.1. Régime d'écoulement Spiral modulé de vortex co-rotatif

Lorsqu'on applique un faible écart de température ($Gr = 3062.43$), et le cylindre intérieur est mis en rotation, la première instabilité ($Re=201.61$) apparaît sous la forme d'un motif spiral régulier dans l'espace annulaire (Figure IV. 24) et régulier dans le temps (Figure IV. 26). Le motif se déplace en hélice le long de la direction axiale, il apparaît dans la partie supérieure du système et envahit progressivement tout l'espace annulaire lorsque Re augmente ($Re=241.93$). Ce motif est constitué de rouleaux co-propagatifs parallèles et inclinés (Fig. IV. 25).

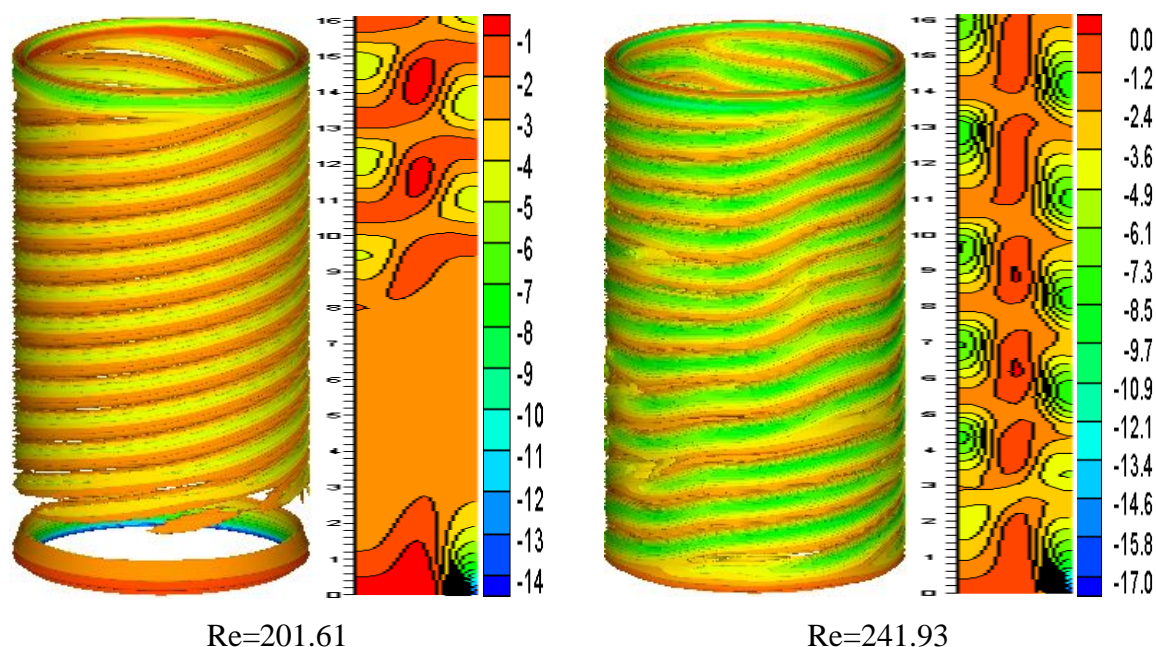


Figure IV. 24. Iso-valeurs de vorticité axiale (s^{-1}) pour $Gr=3062.43$ à différents nombres de Reynolds

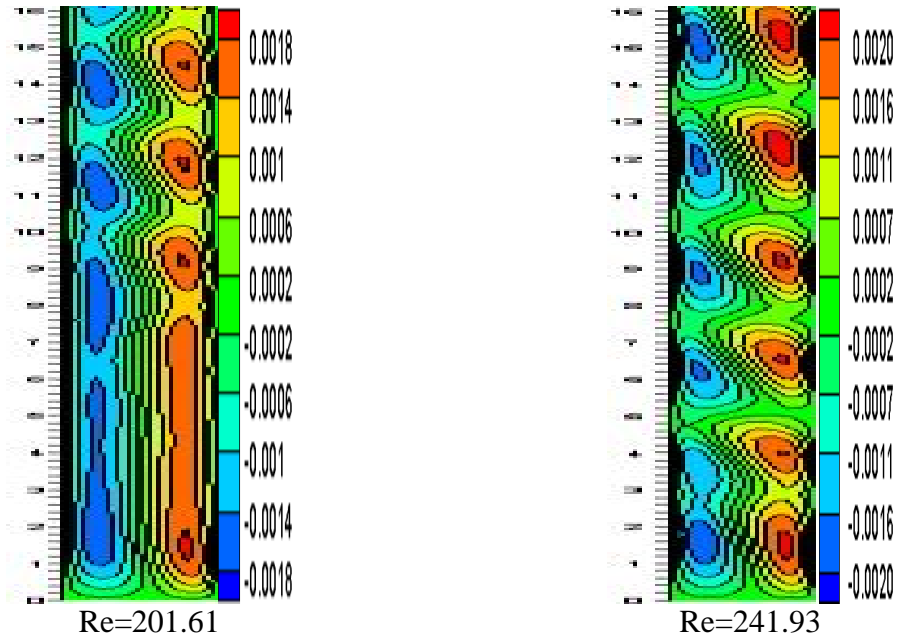


Figure IV. 25. Contours de la vitesse axiale (m/s) pour $Gr=3062.43$ à différents nombres de Reynolds.

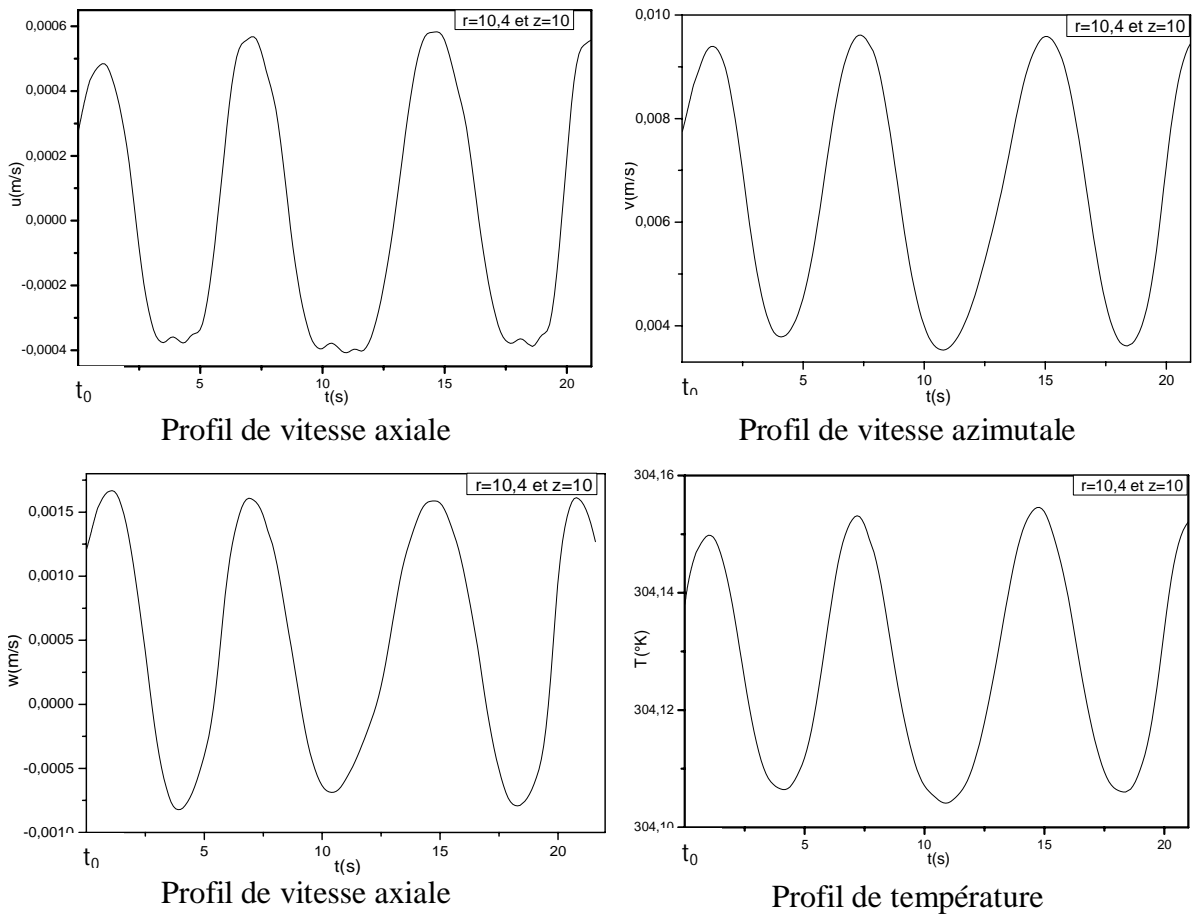


Figure IV. 26. Profils des vitesses radiale, azimuthale, axiale et de la température en fonction du temps à $Re=201.61$ et $Gr=3062.43$.

IV. 3.3.2. Régime d'écoulement primaire

Le passage de l'écoulement de Couette circulaire à un écoulement convectif de Taylor instable, pour un écart de température ($Gr=7656$), se fait à travers une situation intermédiaire correspondant à la présence d'un écoulement convectif des cellules co-rotatives parallèles et uniformes à $Re=241,93$ (Figure IV. 27). Avec l'augmentation du nombre de Reynolds, l'écoulement décrit précédemment est perturbé, les vortex deviennent co-rotatifs parallèles, non uniformes et aléatoire dans l'espace et dans le temps. On observe la même configuration pour un nombre de Grashof $Gr=12249$ et $Re < 403,22$ (Fig. IV. 28 et IV. 29).

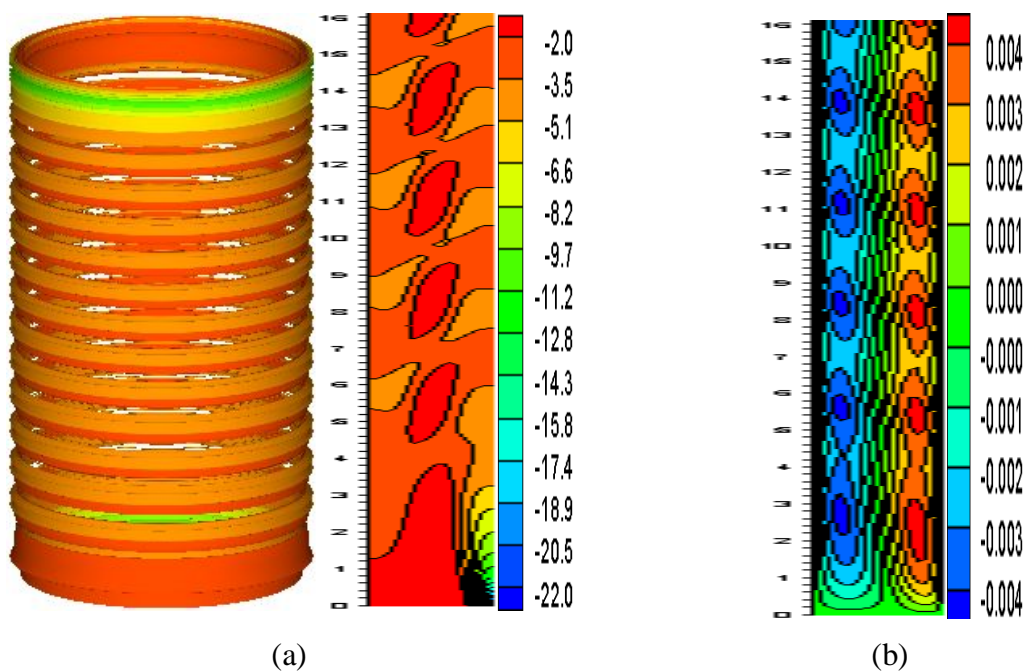


Figure IV. 27. Iso-valeurs : (a) vorticité (s^{-1}); (b) vitesse axiale (m/s)
pour $Gr=7656$ et $Re=241,93$.

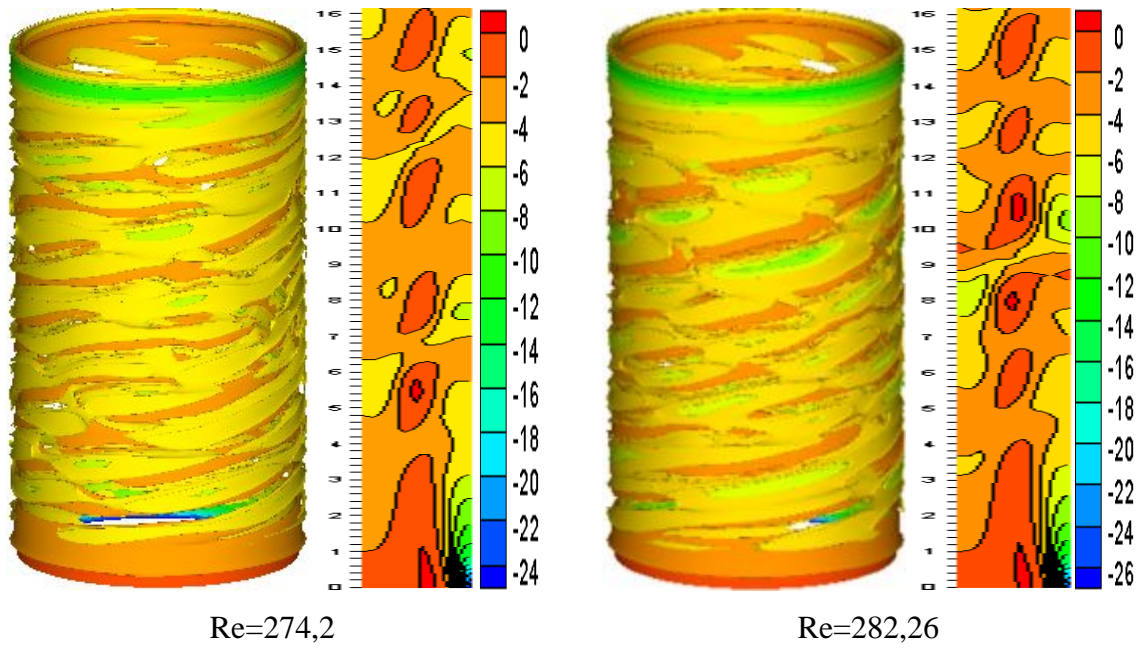


Figure IV. 28. Iso-valeurs de vorticité axiale (s^{-1}) pour différents Re à Gr=7656.

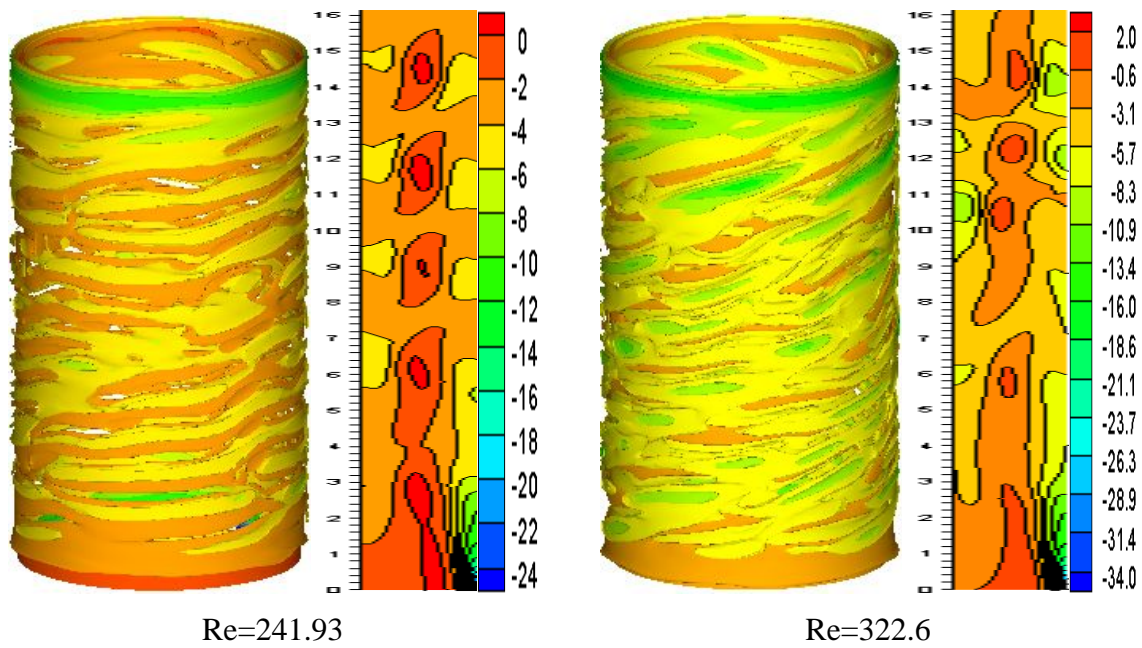


Figure IV. 29. Iso-valeurs de vorticité axiale (s^{-1}) pour différents Re à Gr=12250.

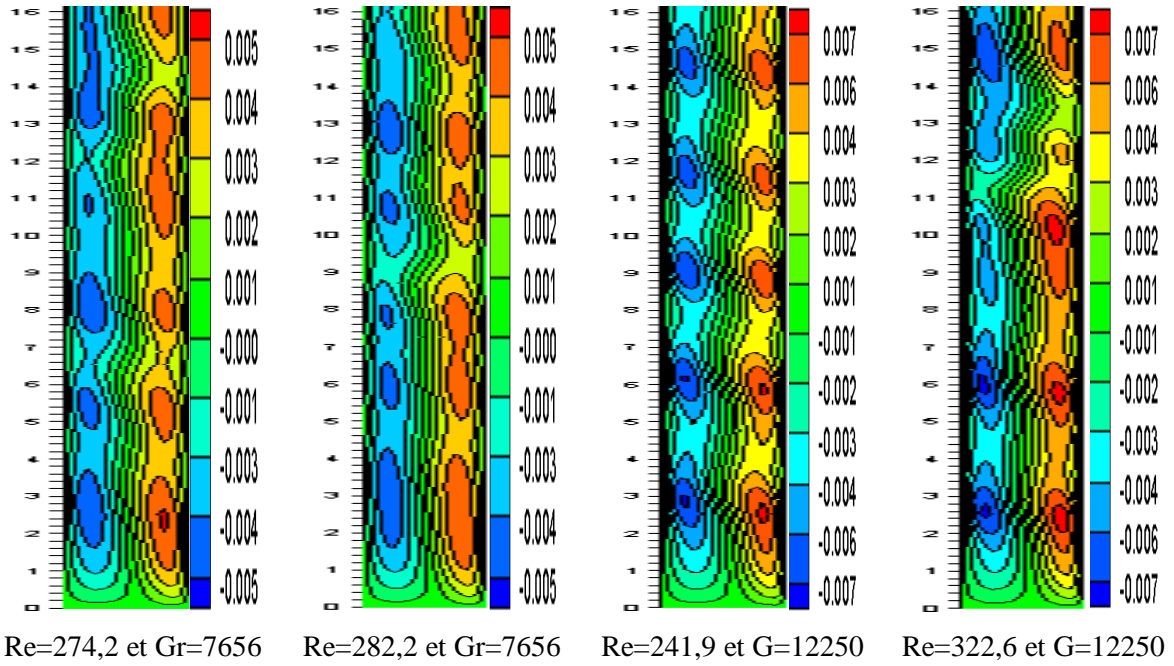


Figure IV. 30. Contours de vitesse axiale (m/s) pour différents Reynolds et Grashof.

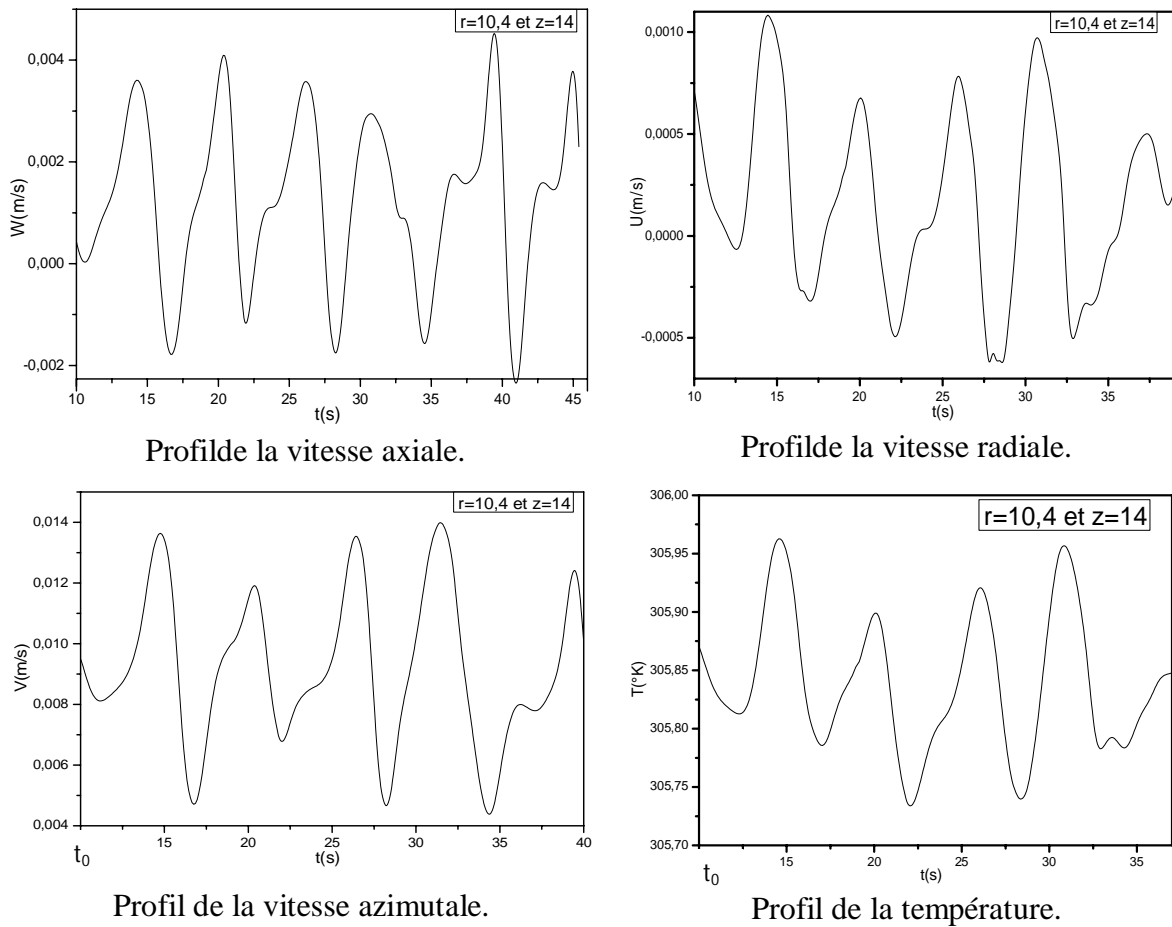


Figure IV. 31. Profils des vitesses axiale, radiale, azimuthale et de la température en fonction du temps à Re=274.2 et Gr=7656.

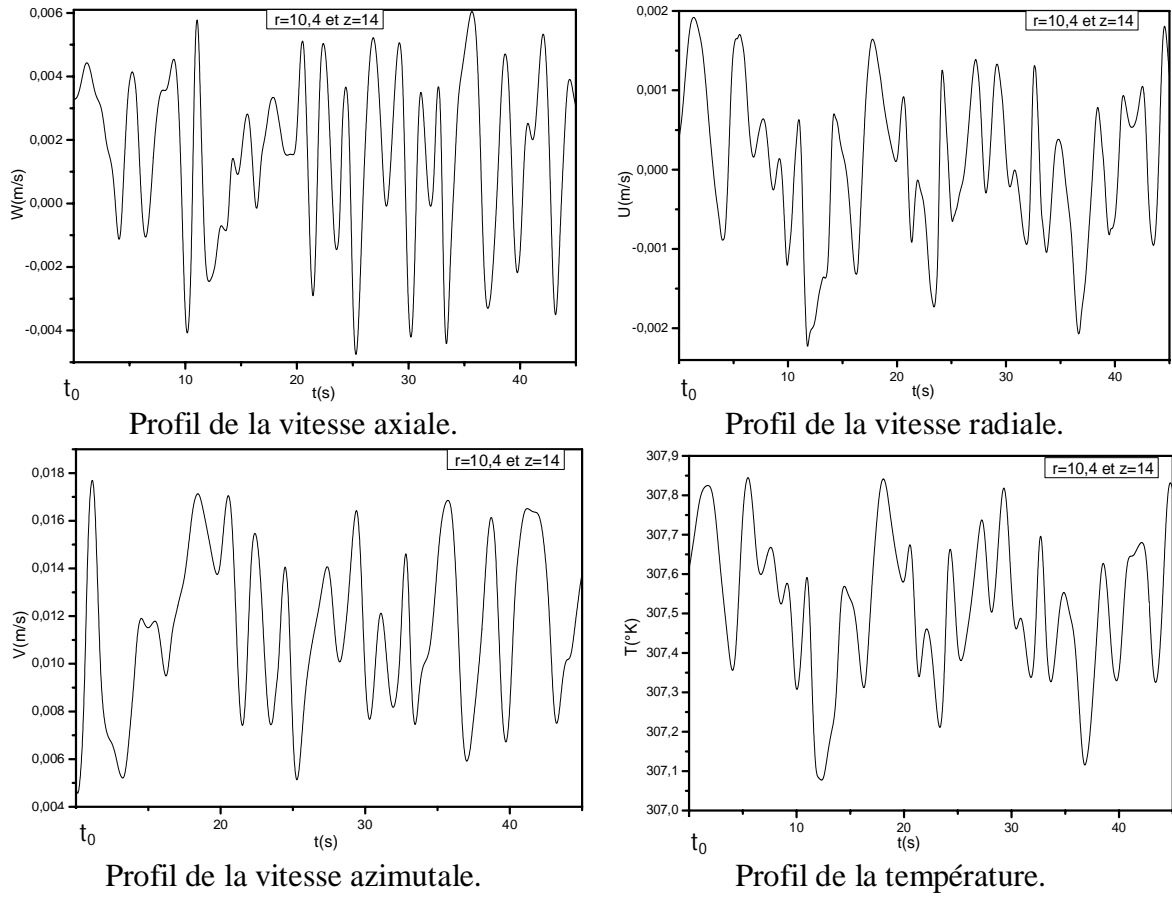


Figure IV. 26. Profils des vitesses axiale, radiale, azimuthale et température en fonction de temps à $Re=362,9$ et $Gr=12250$.

IV.3.3.3. Régime d'écoulement Spiral avec dislocation

Pour des valeurs données du nombre de Grashof ($Gr=7656$, $Gr=12250$), et lorsque le cylindre intérieur est mis en rotation, des cellules convectives co-rotatives spiralées inclinées avec dislocation sont présentes sur toute la longueur du système d'écoulement (Fig. IV.27, IV. 28 et IV. 29).

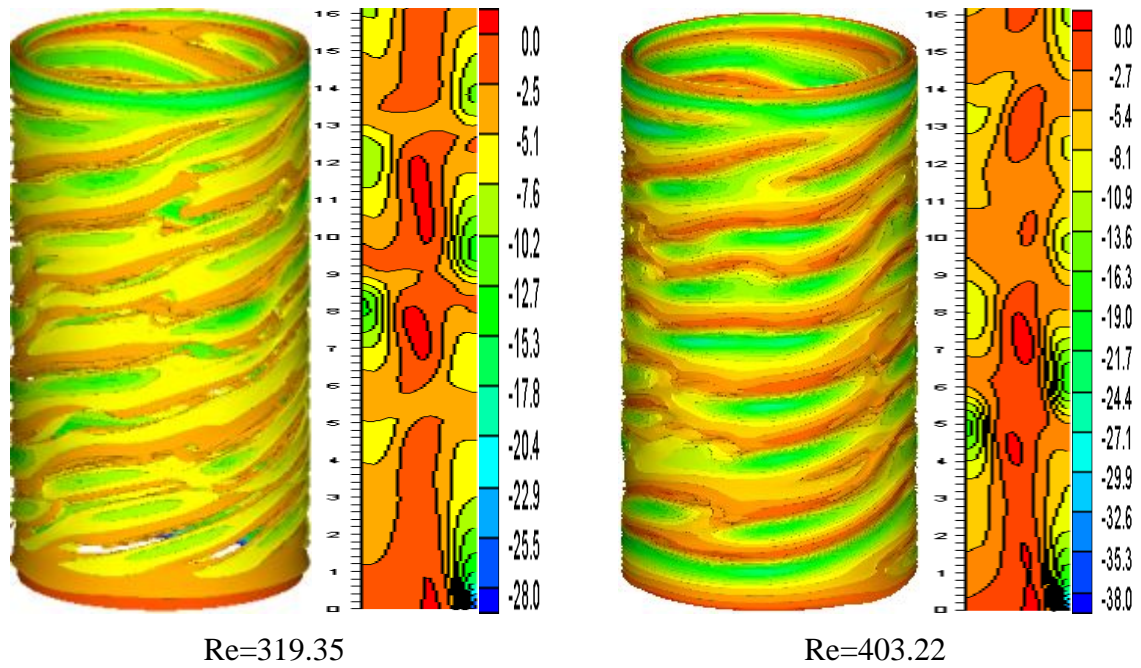


Figure. IV. 27. Iso valeurs de la vorticité axiale (s^{-1}) pour différents Re à Gr=7656.

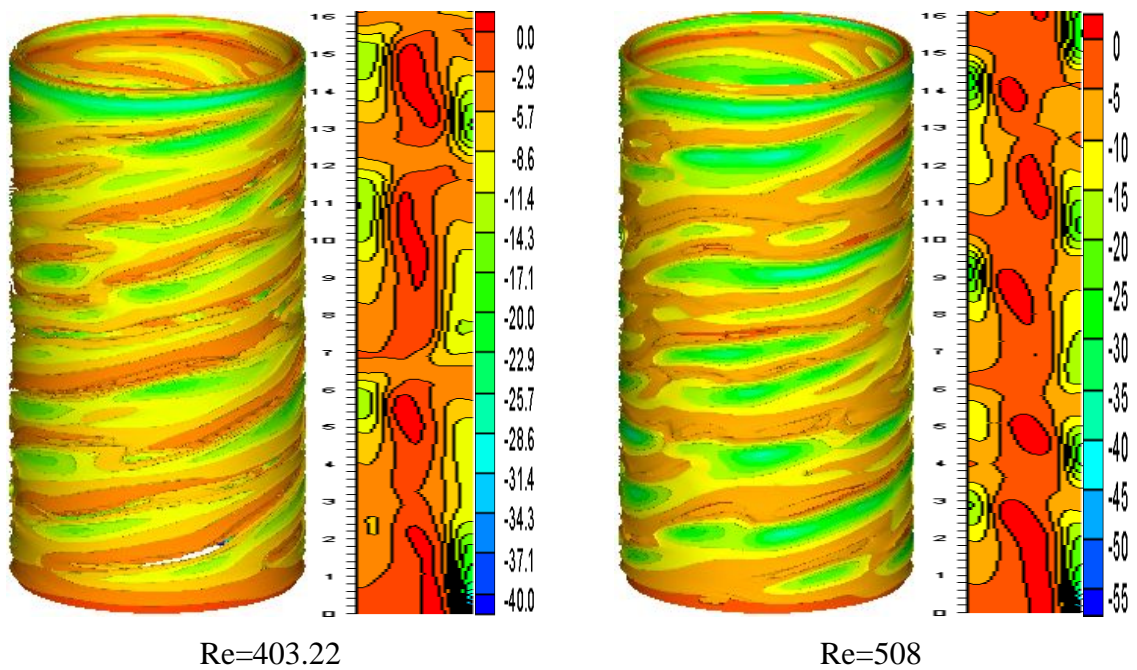


Figure IV. 28. Iso valeurs de la vorticité axiale (s^{-1}) pour différents Re à Gr=12250.

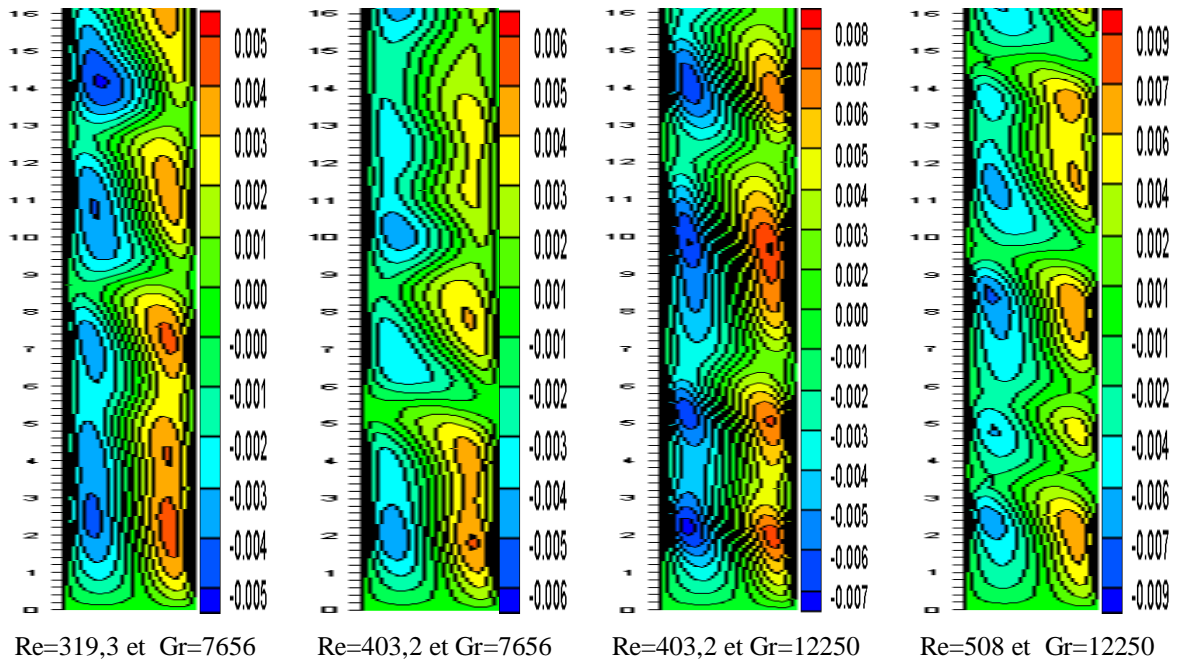


Figure IV. 29. Contour de la vitesse axiale (m/s) pour différents Grashof et Reynolds.

IV.3.3.4. Régime spiral ondulé

Avec une nouvelle augmentation du nombre de Reynolds, pour un Grashof donné, l'écoulement Spiral modulé ou l'écoulement Spiral avec dislocation obtenu transite vers un écoulement spiral ondulé non régulier dans l'espace et dans le temps. Le mode spiral ondulé est caractérisé par une alternance de cellules convectives et de zones laminaires (Fig. IV. 30, IV. 31, IV. 32 et IV. 33).

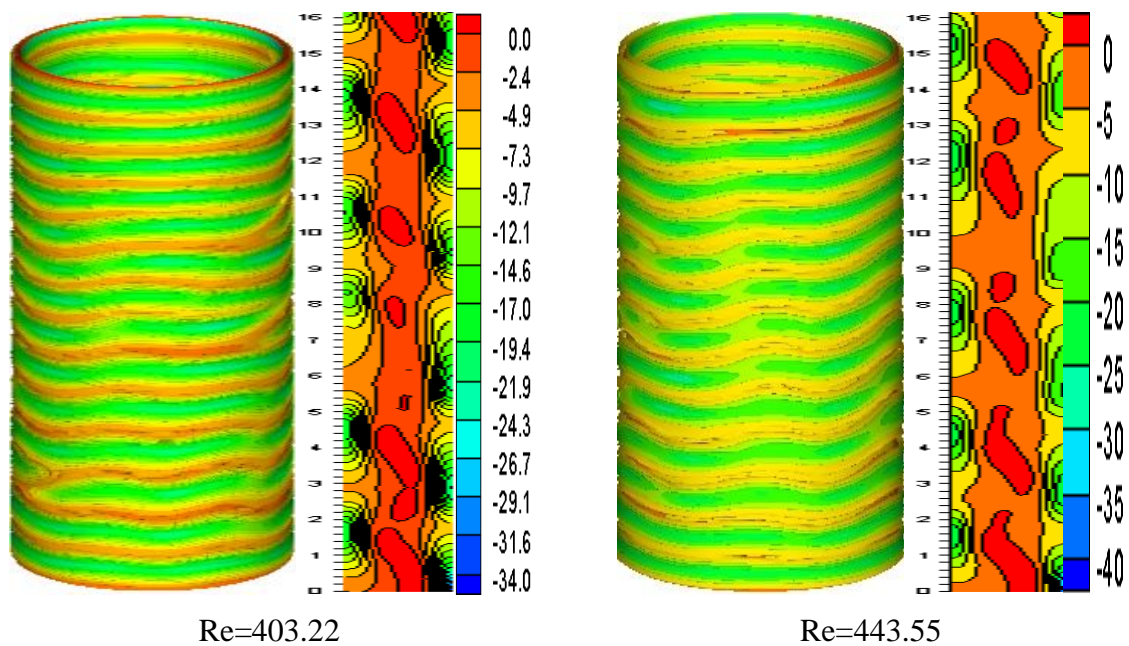
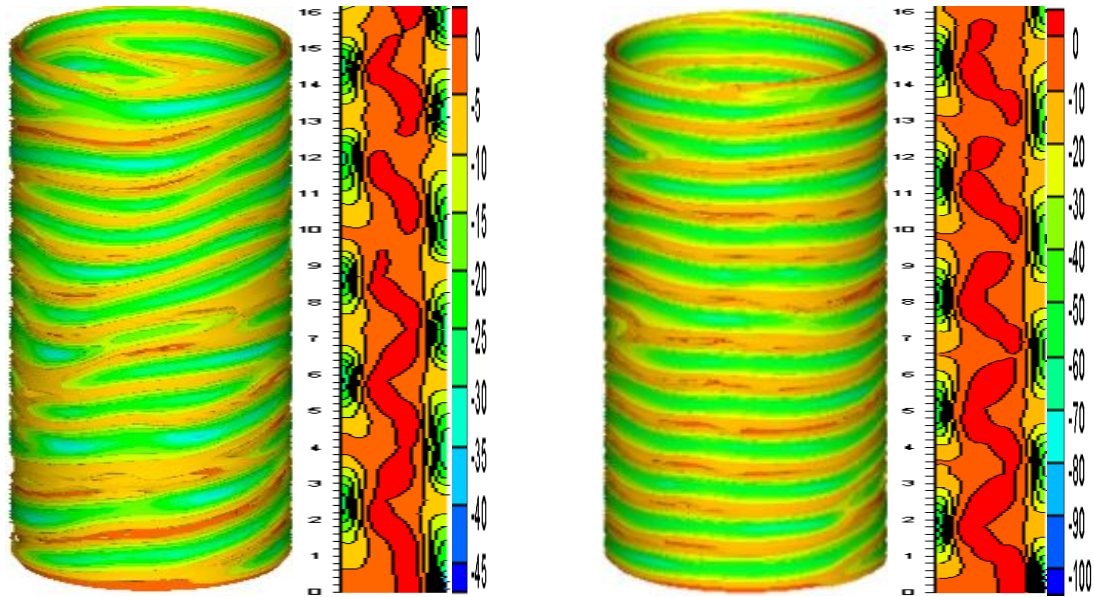


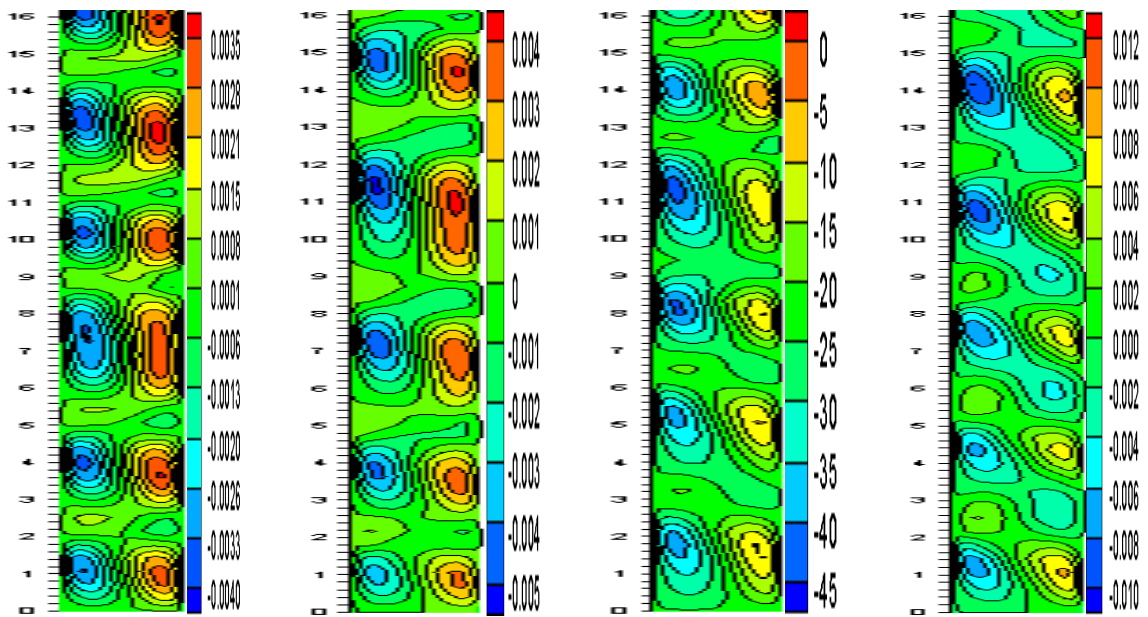
Figure IV. 30. Iso valeurs de la vorticité axiale (s^{-1}) pour différents Re à Gr=3062.43.



Re=483.87 et Gr=7656

Re=806.54 et Gr=12250

Figure IV. 31. Iso-valeurs de la vorticité axiale (s^{-1}) à différents Re et Gr.



Re=403.22, Gr=3062.43

Re=443.55, Gr=3062.43

Re=483.87, Gr=7656

Re=806.54, Gr=12250

Figure IV. 32. Contours de vitesse axiale (m/s) pour différents Grashof et Reynolds.

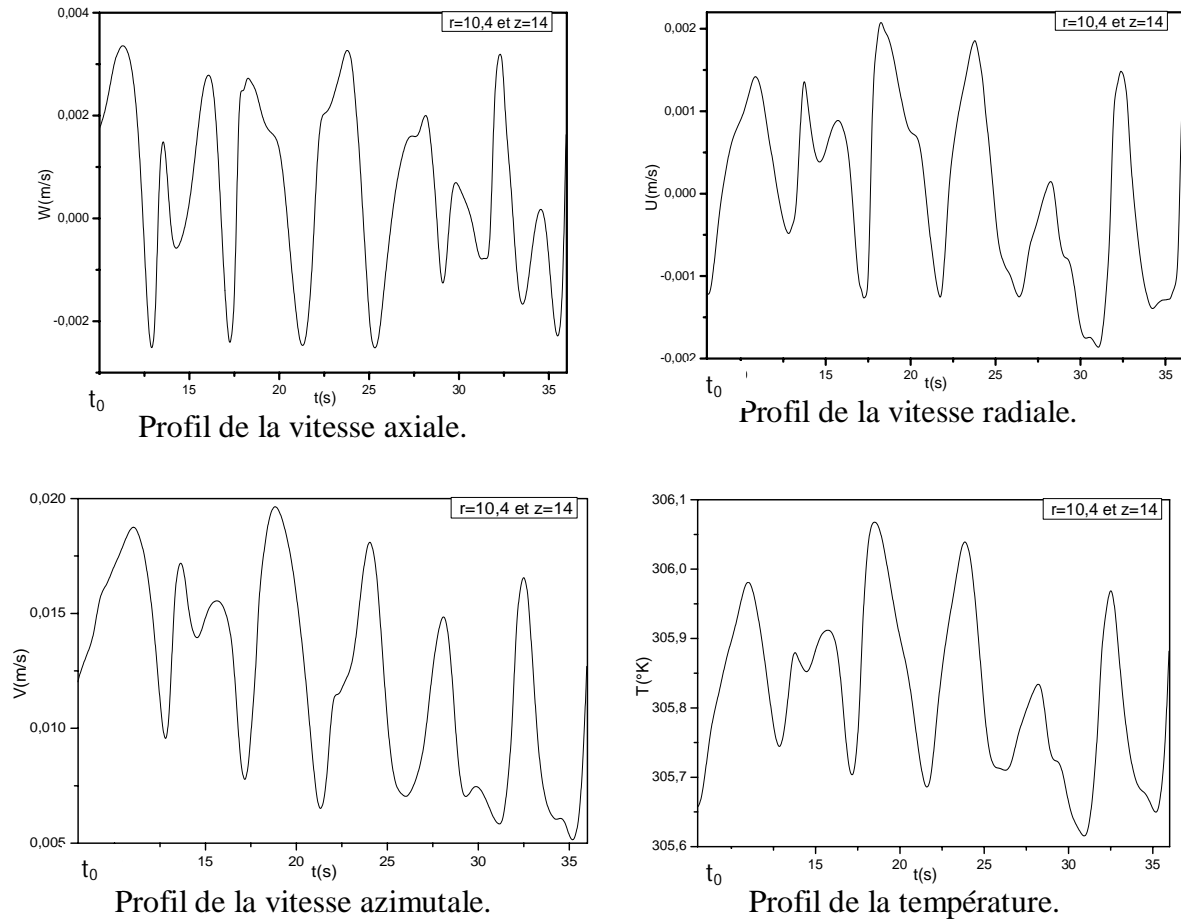


Figure IV. 33. Profils des vitesses radiale, azimuthale, axiale et de la température en fonction du temps à $Re=403.22$ $Gr=7656$

IV.3.3.5. Régime spiral ondulé et rouleaux ondulés

Lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds, le régime spiral ondulé transite vers le régime dit spiral ondulé avec des rouleaux ondulés. Dans la zone laminaire apparaît un nouveau rouleau de cellules co-rotatives, de tailles plus petites par rapport aux cellules précédentes. Il est, naturellement, contra-rotatif aux deux rouleaux l'encadrant (co-rotatifs) (Fig. IV. 34, IV. 35, IV. 36 et IV. 37).

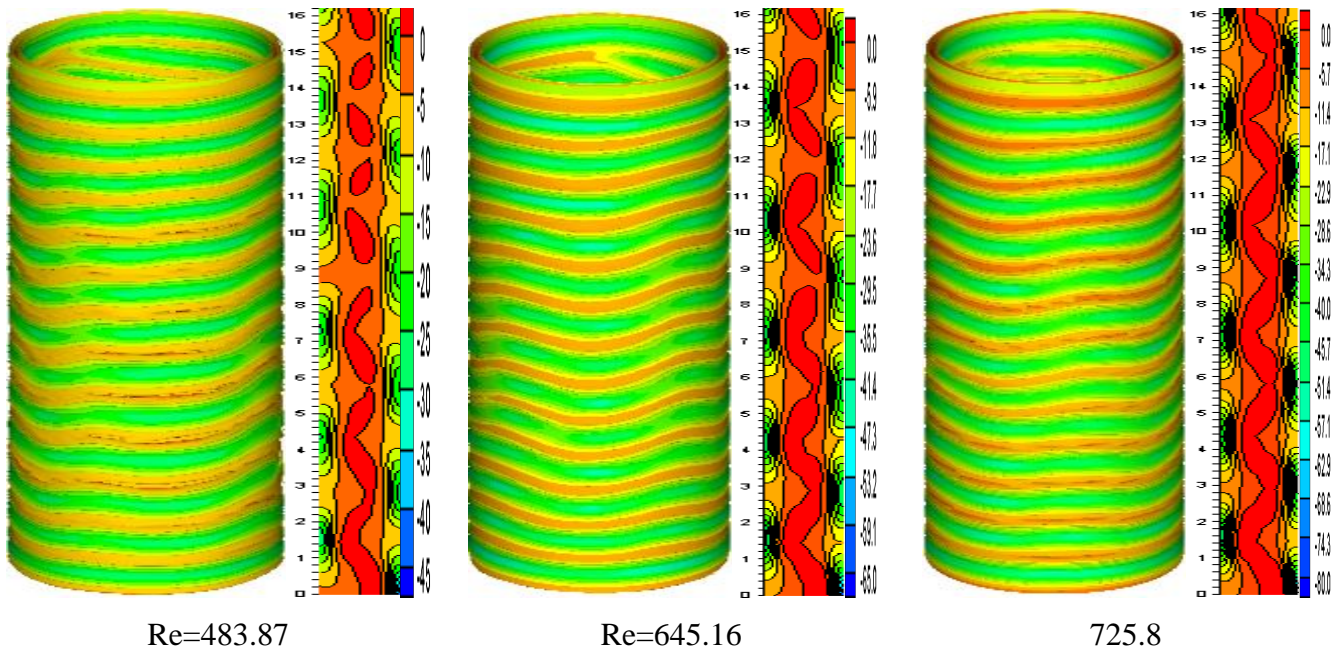


Figure IV. 34. Iso valeurs de vorticité axiale (s^{-1}) pour différents Re et Gr=3062.

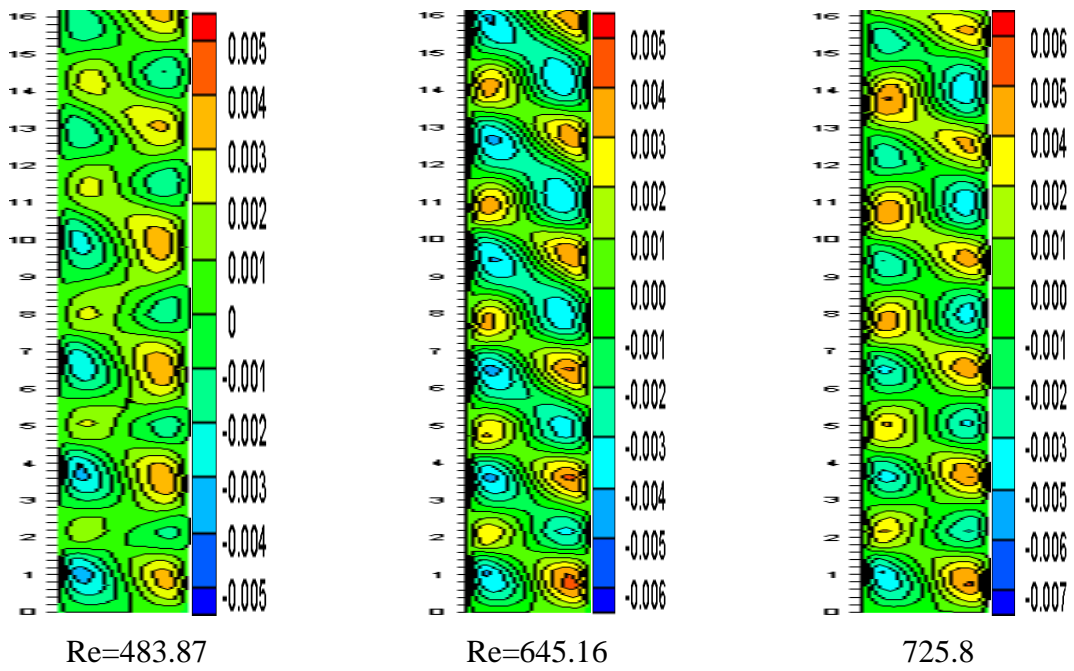


Figure IV. 35. Contours de la vitesse axiale (m/s) pour Gr=3062 et différents Re.

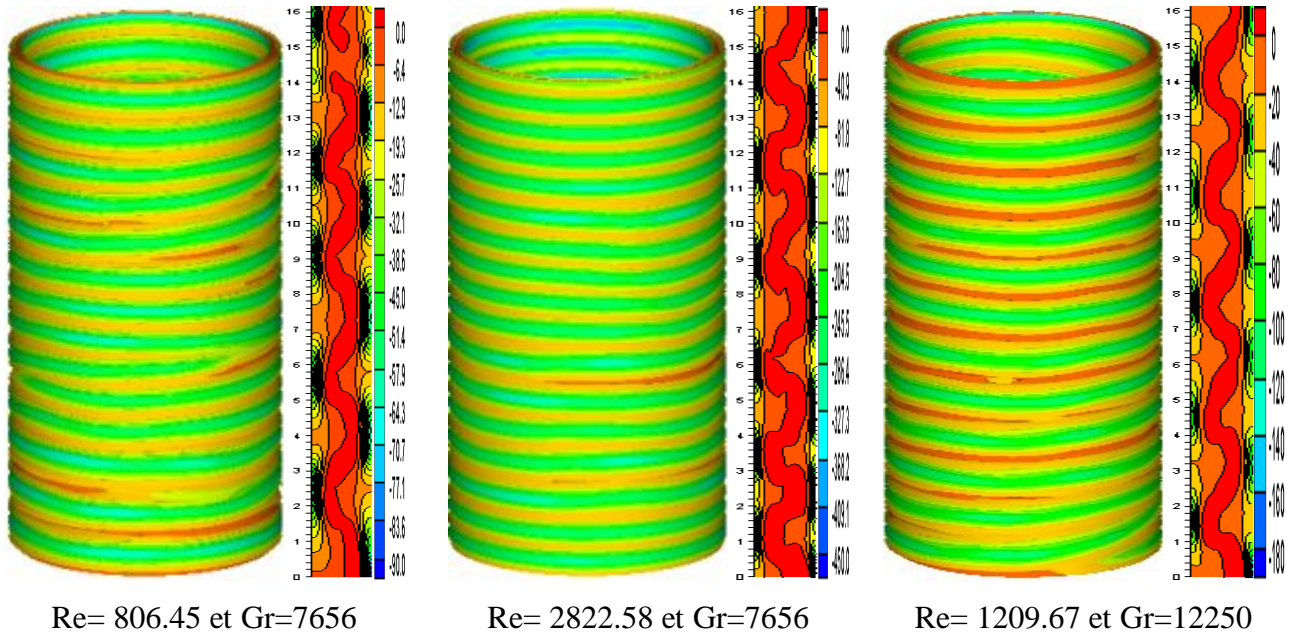


Figure IV. 36. Iso-valeurs de la vorticité axiale (s^{-1}) pour différents Re et Gr.

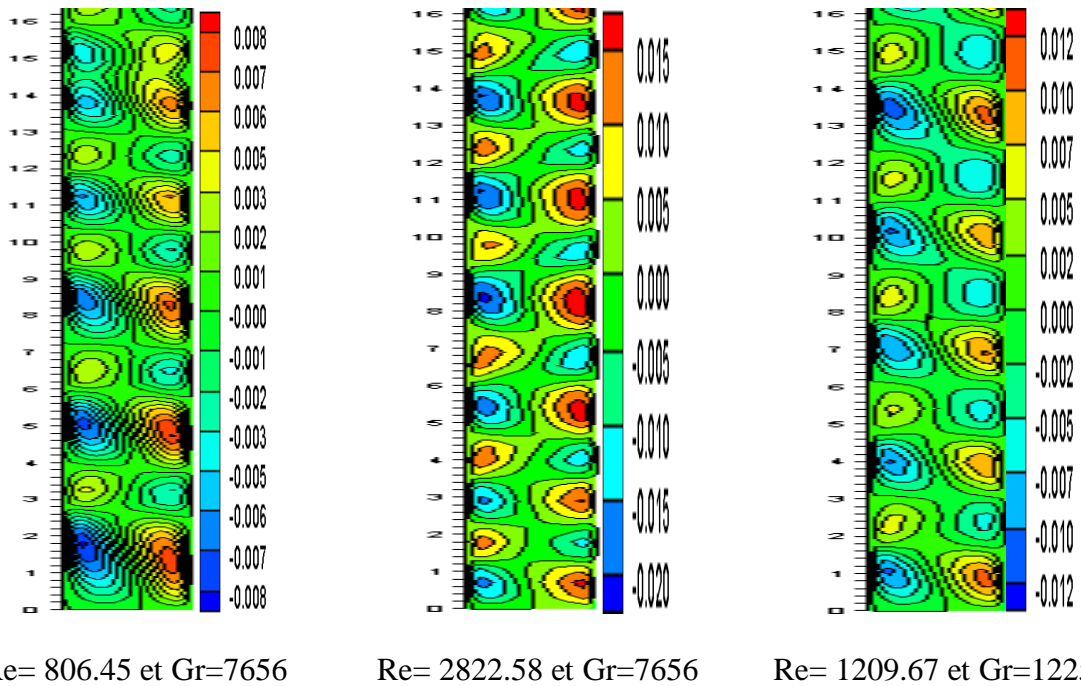


Figure IV. 37. Contours de la vitesse axiale (m/s) pour différents Re et Gr.

IV.3.3.6. Régime ondulé régime de couche limite thermique

En augmentant davantage le nombre de Reynolds, la taille des cellules déclenchées dans la zone laminaire augmente, se transformant en rouleaux axisymétriques ondulés contra-rotatifs, du même type que ceux observés dans le cas isotherme (voir figure IV. 1). Donc

les effets du gradient de température deviennent négligeables devant les effets centrifuges (Fig. IV. 38 et IV. 39).

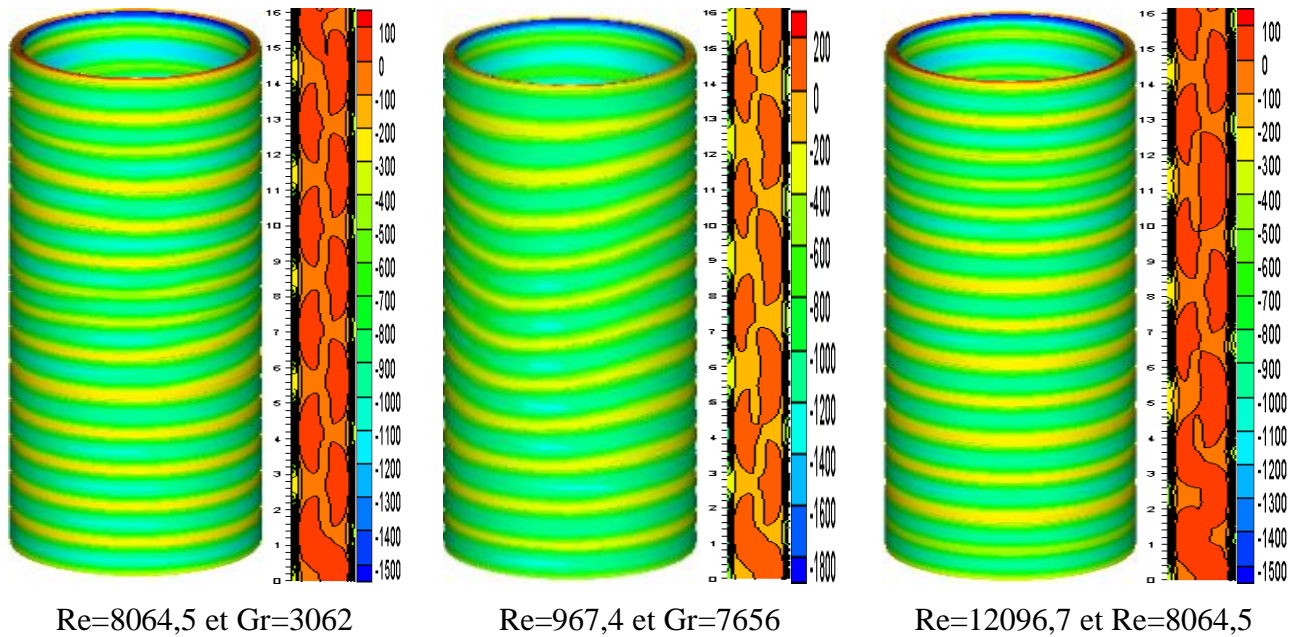


Figure. IV. 38. Iso-valeurs de la vorticité axiale (s^{-1}) pour différents Re et Gr.

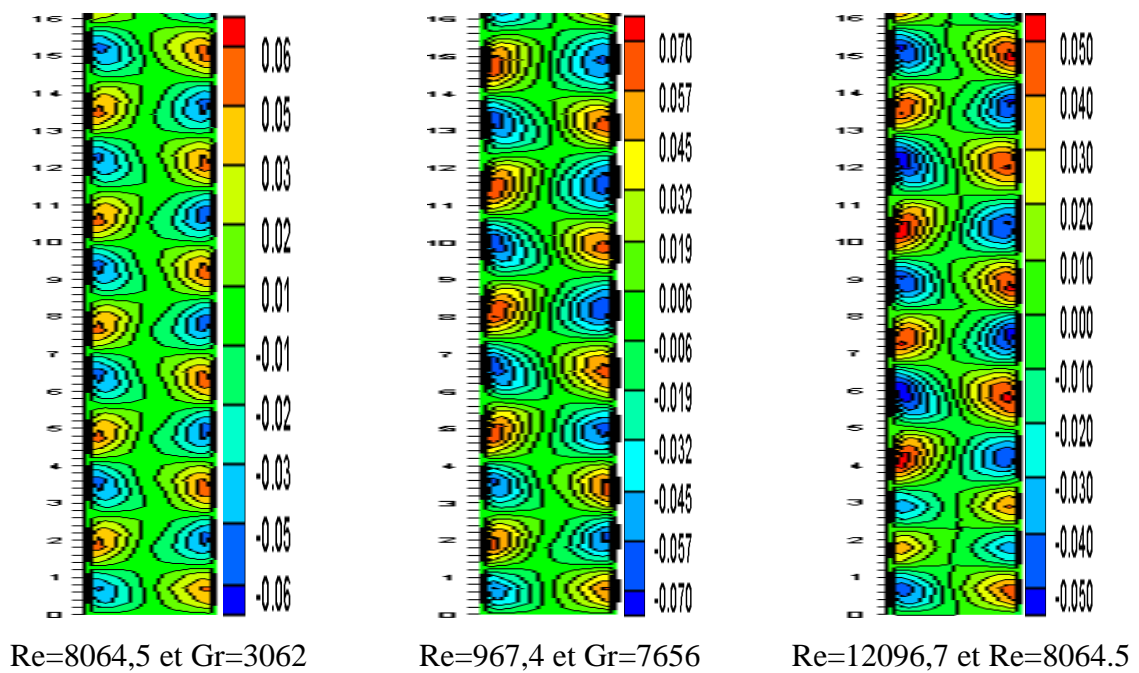


Figure IV. 39. Contours de la vitesse axiale (m/s) pour différents Re et Gr.

La figure (IV. 40) représente le diagramme de stabilité classant les différents régimes d'écoulement, en fonction des valeurs de Gr et Re. Les résultats montrent qu'un gradient de température plus large accélère le processus de transition.

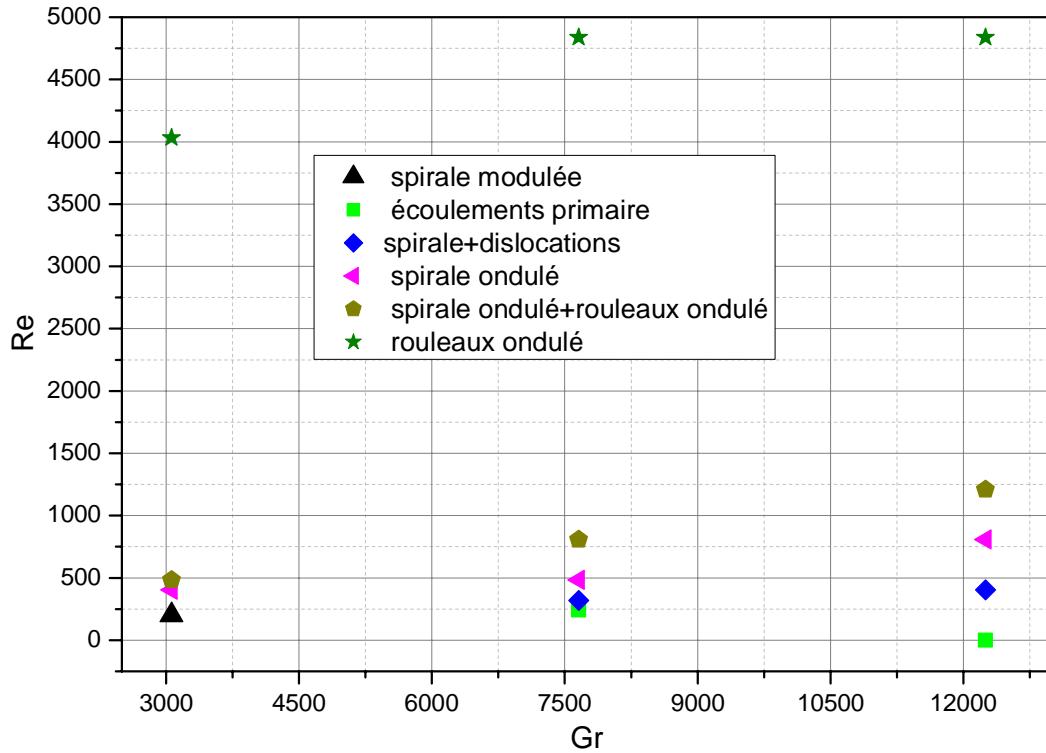


Figure IV. 40. Diagramme de stabilité.

Les figures (IV.41) montrent les distributions de la vitesse et de la température pour $Gr=7656$ à $r = R_1+0.4d$, en fonction de z et pour différents nombres de Reynolds. On constate que l'augmentation du nombre de Reynolds entraîne celle de la vitesse et de la température.

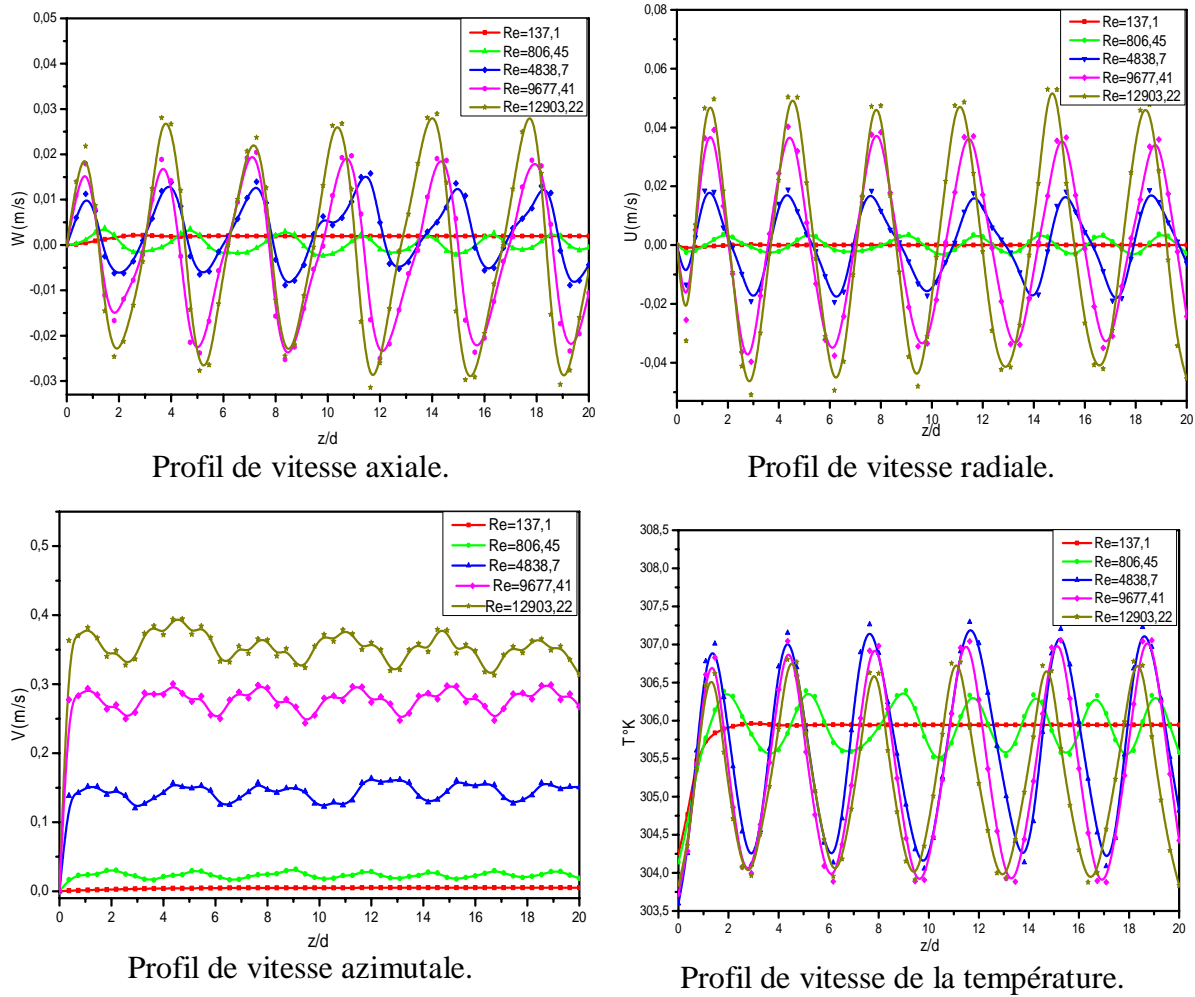


Figure IV. 41. Profils des vitesses axiale, radiale, azimutale et de la température à différents nombres de Reynolds pour $Gr=7656$ à $r = R_1+0.4d$.

Evolution spatiale des isothermes

La figure (IV. 42) décrit le champ de température obtenu pour différentes valeurs du nombre de Reynolds, pour un Grashof donné. La température varie linéairement, à faible nombre de Reynolds. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, le champ de température est marqué par l'apparition de structures en forme de champignons, dans cette structure, les variations de température ne s'effectuent qu'à proximité des cylindres intérieur et extérieur. Au cœur de l'entrefer, la température du fluide est presque constante, ce qui explique l'apparition des rouleaux ondulés caractérisant un écoulement isotherme. Nous avons identifié ce régime à un régime de couche limite thermique. Un régime identique est observé pour d'autres valeurs du nombre de Grashof à des nombres de Reynolds différents.

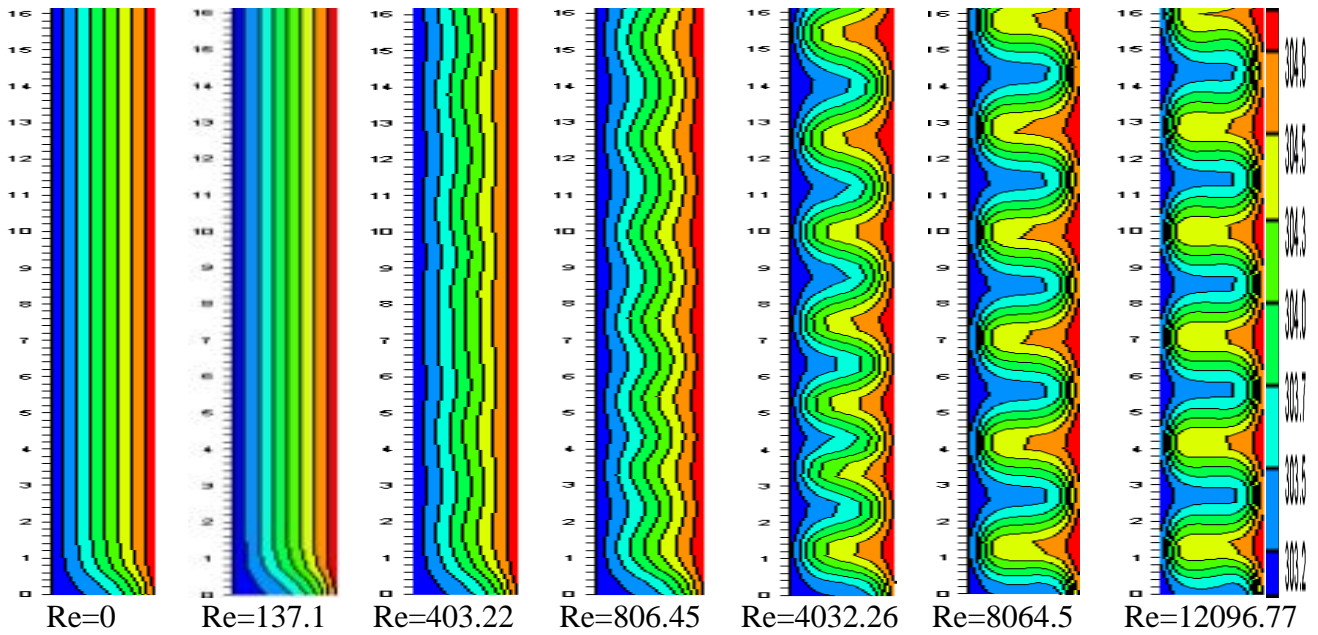


Figure IV. 42. Evolution des isothermes (K) pour différents Re à Gr=3062.43.

IV. 3.4. Evolution du coefficient du transfert thermique moyen

La figure (IV. 43) représente l'évolution du nombre de Nusselt moyen, à la paroi chaude de cylindre interne, en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes valeurs du nombre de Grashof. On remarque que le nombre de Nusselt moyen croît en fonction du nombre de Reynolds et avec l'augmentation du nombre de Grashof. A partir de Re=10000, le nombre de Nusselt moyen varie peu.

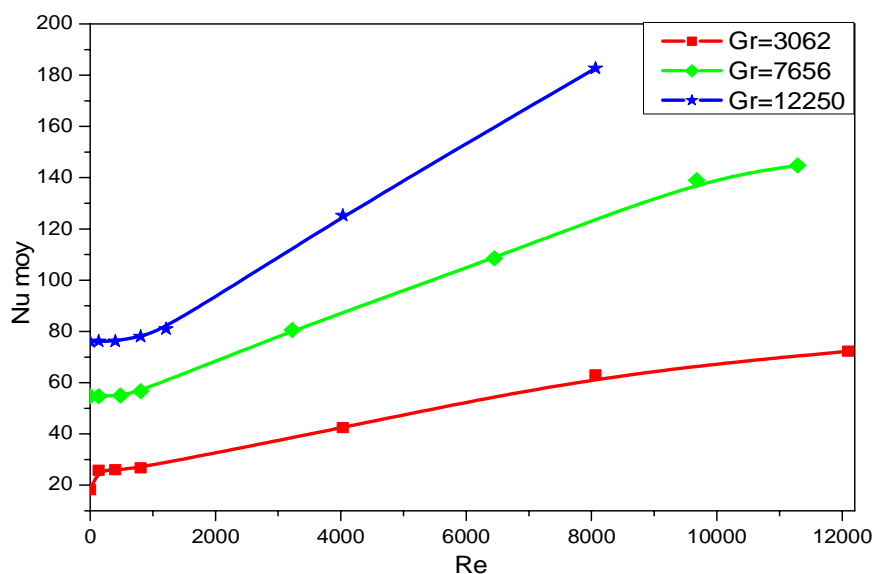


Figure IV.43. Évolution du nombre de Nusselt moyenne en fonction de nombre de Reynolds pour différentes valeurs du nombre de Grashof.

IV. 3.5. Evolution du coefficient de frottement moyen

L'évolution du coefficient de frottement moyen sur la paroi mobile du cylindre intérieur, est représentée dans la figure (IV. 44). L'analyse de cette figure montre que le coefficient de frottement moyen augmente avec le nombre de Reynolds, par contre son évolution est négligeable en fonction du nombre de Grashof. On déduit que le coefficient de frottement est indépendant de la température.

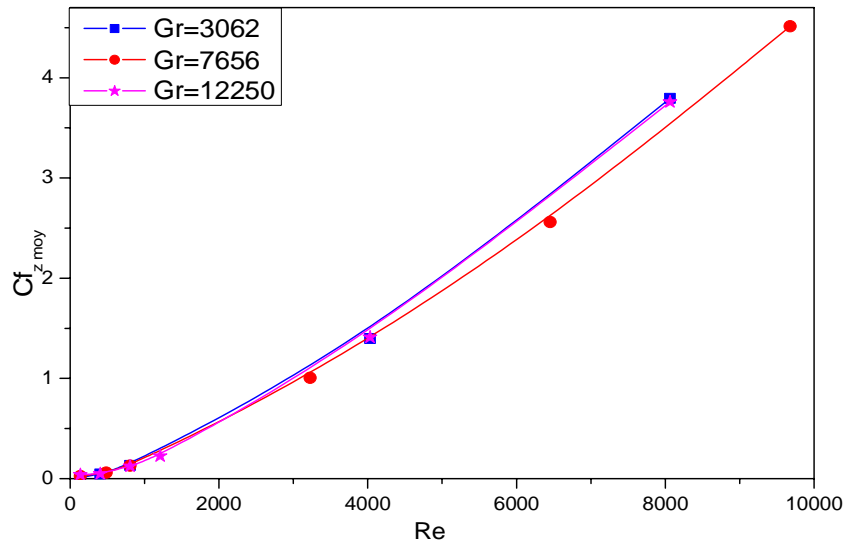


Figure IV. 44. Evolution du coefficient de frottement moyen.

Partie IV.**IV. 4. Effet du champ magnétique sur le transfert de chaleur**

Dans la dernière partie de ce travail, nous nous intéressons à l'influence de l'intensité du champ magnétique sur les structures d'écoulement et le transfert thermique.

L'application du champ magnétique B_z provoque un changement remarquable de la structure du champ d'écoulement et du champ de température et ralentit la transition, et par conséquent, stabilise l'écoulement convectif. Les forts ralentissements de l'écoulement se trouvent lorsque le champ magnétique augmente.

Un champ magnétique d'intensité $Ha=20$ permet le passage d'un régime à rouleaux ondulés en un régime spiral ondulé, et en spiral régulier lorsqu'elle est de 60 ($Ha=60$), pour un $Gr=3062.43$ et un $Re=806.45$ (Fig. IV. 45).

Pour un $Gr=12250$ et un $Re=806.45$, le régime spiral ondulé se transforme en un régime spiral avec dislocation pour $Ha=20$, et en un régime spiral régulier pour $Ha=100$ (Fig. IV. 46).

Le déplacement des particules fluides sous l'action du champ magnétique renforce l'effet de l'orientation du gradient thermique et réduit ainsi la convection, ce qui atténue les perturbations thermiques (les dislocations) et modifie de façon remarquable la structure de l'écoulement. La force magnétique permet une structure de l'écoulement plus régulière, plus allongée et plus homogène par un renforcement des échanges thermiques. Le champ magnétique supprime les oscillations liées à l'écoulement.

Lorsque le nombre de Hartmann augmente, l'ordre de grandeur des forces de Lorentz augmente et par conséquent la grandeur de la vitesse est réduite.

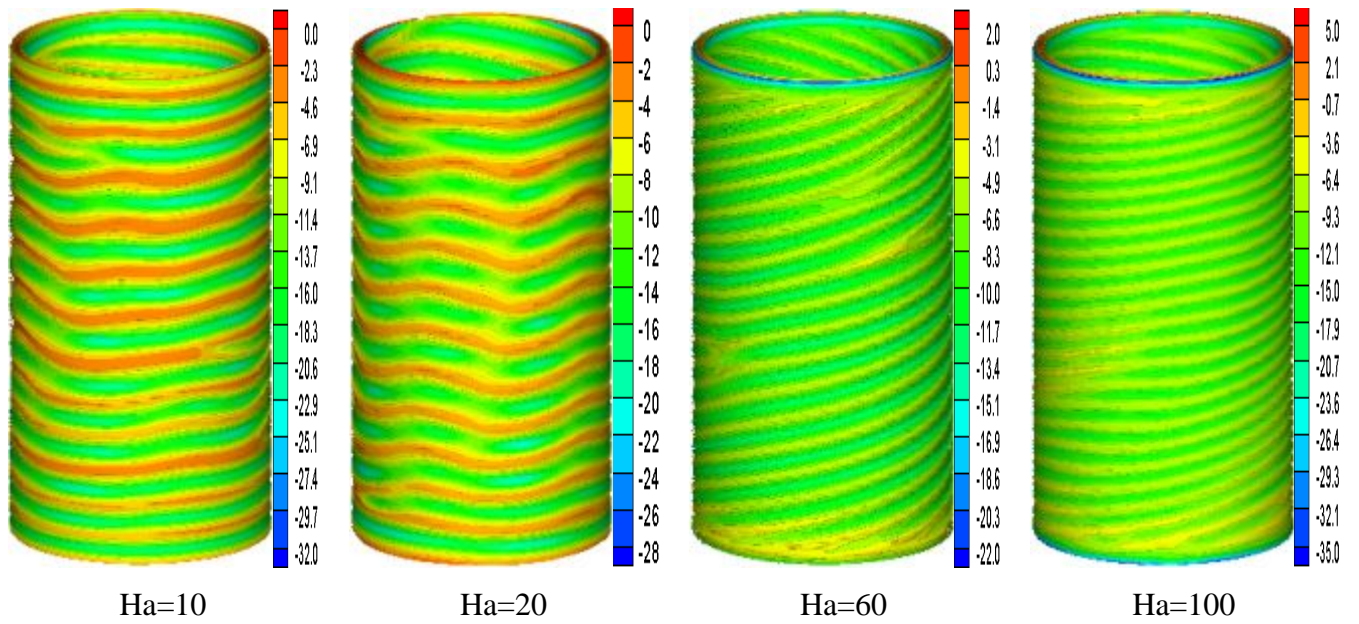


Figure. IV. 45. Iso-valeurs de vorticité axiale (s^{-1}) pour différents Ha pour

$Gr=3062.43$ et $Re=806.45$.

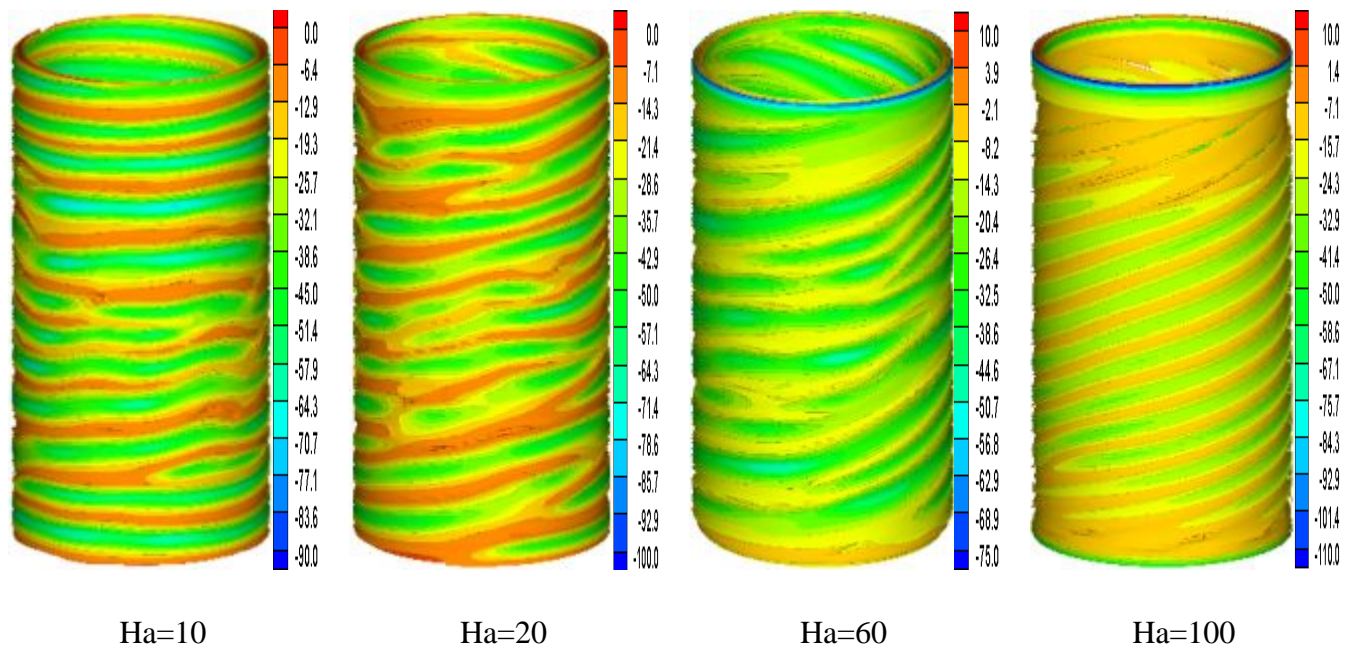


Figure IV. 46. Iso-valeurs de vorticité axiale (s^{-1}) pour différents Ha pour

$Gr=12250$ et $Re=806.45$

La transition à un écoulement circulaire de Taylor, à partir d'un écoulement secondaire (spiral régulier), caractérisé par des cellules co-rotatives parallèles inclinées, observé dans le cas de la partie III, passe par une étape où les cellules co-rotatives augmentent et leur l'inclinaison est renforcée dans la direction verticale. Si la zone laminaire disparaît, avec

l'augmentation du champ magnétique, les cellules co-rotatives se superposent dans la direction verticale entraînant l'augmentation de la vitesse (Fig. IV. 47).

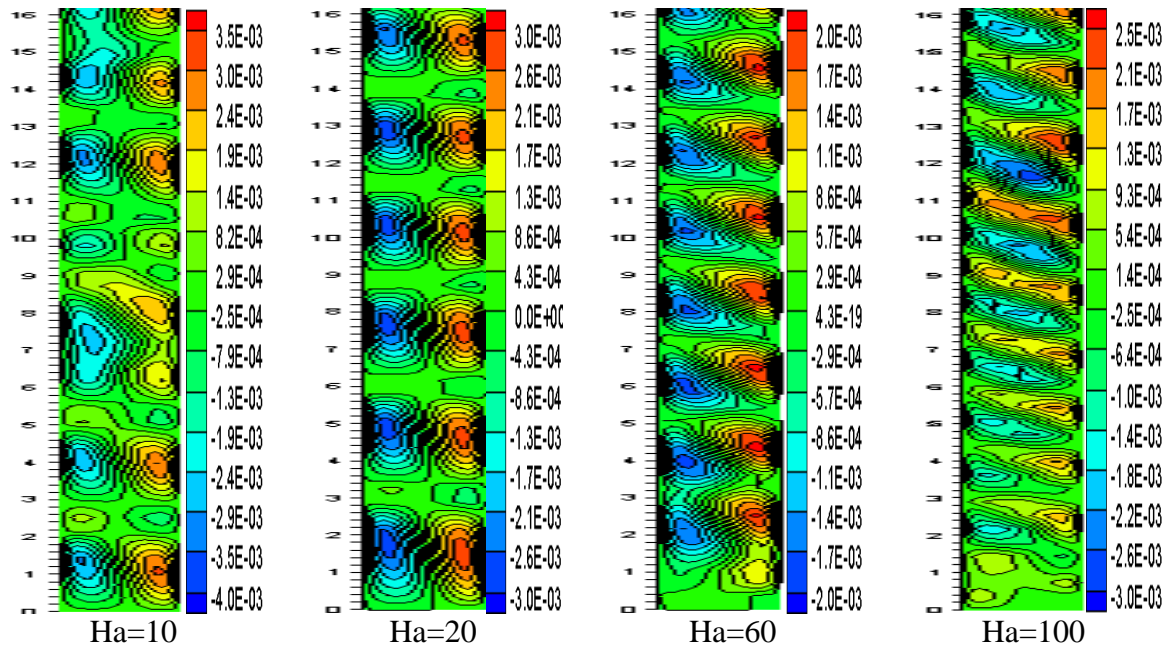


Figure IV. 47. Contours de la vitesse (m/s) axiale pour différents nombres de Hartmann pour $Gr=3062.43$ et $Re=806.45$

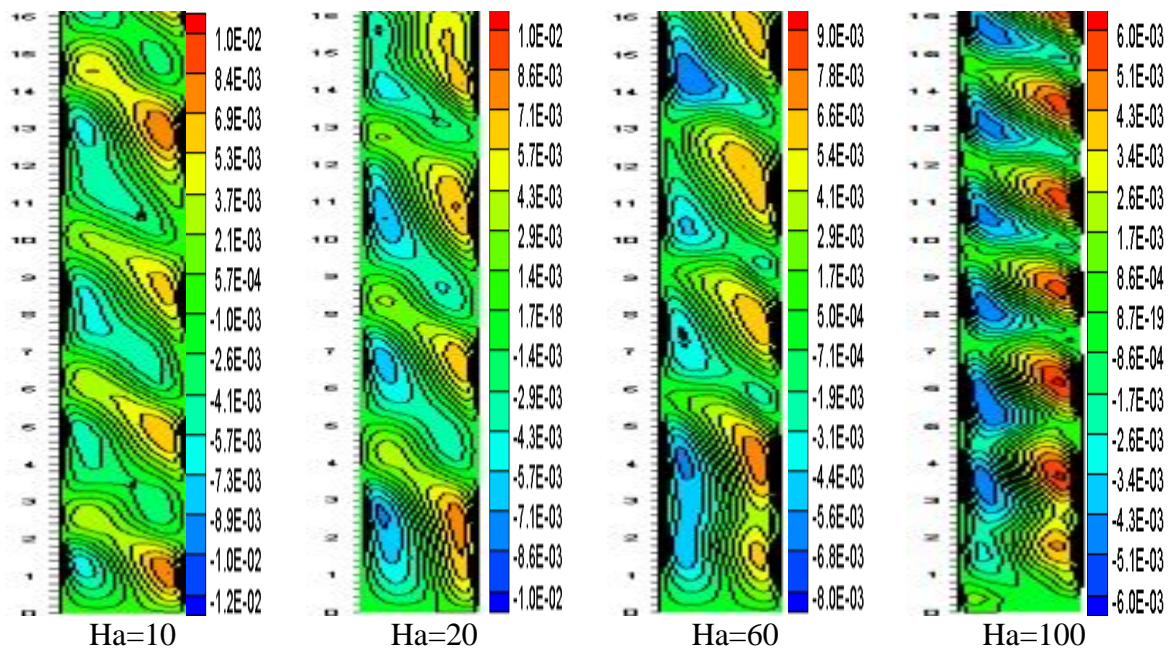


Figure IV. 48. Figure IV. 47. Contours de la vitesse axiale (m/s) pour différents nombres de Hartmann pour $Gr=12250$ et $Re=806.45$

La figure (IV. 49) montre la distribution des vitesses et de la température en fonction de z pour différents valeurs de Ha . Nous constatons la diminution importante de la vitesse et de la température lorsque le nombre de Hartmann augmente ceci jusqu'à $Ha=60$ puis on remarque que l'évolution des courbes s'amplifie de nouveau pour $Ha=100$, conséquence de la superposition des cellules.

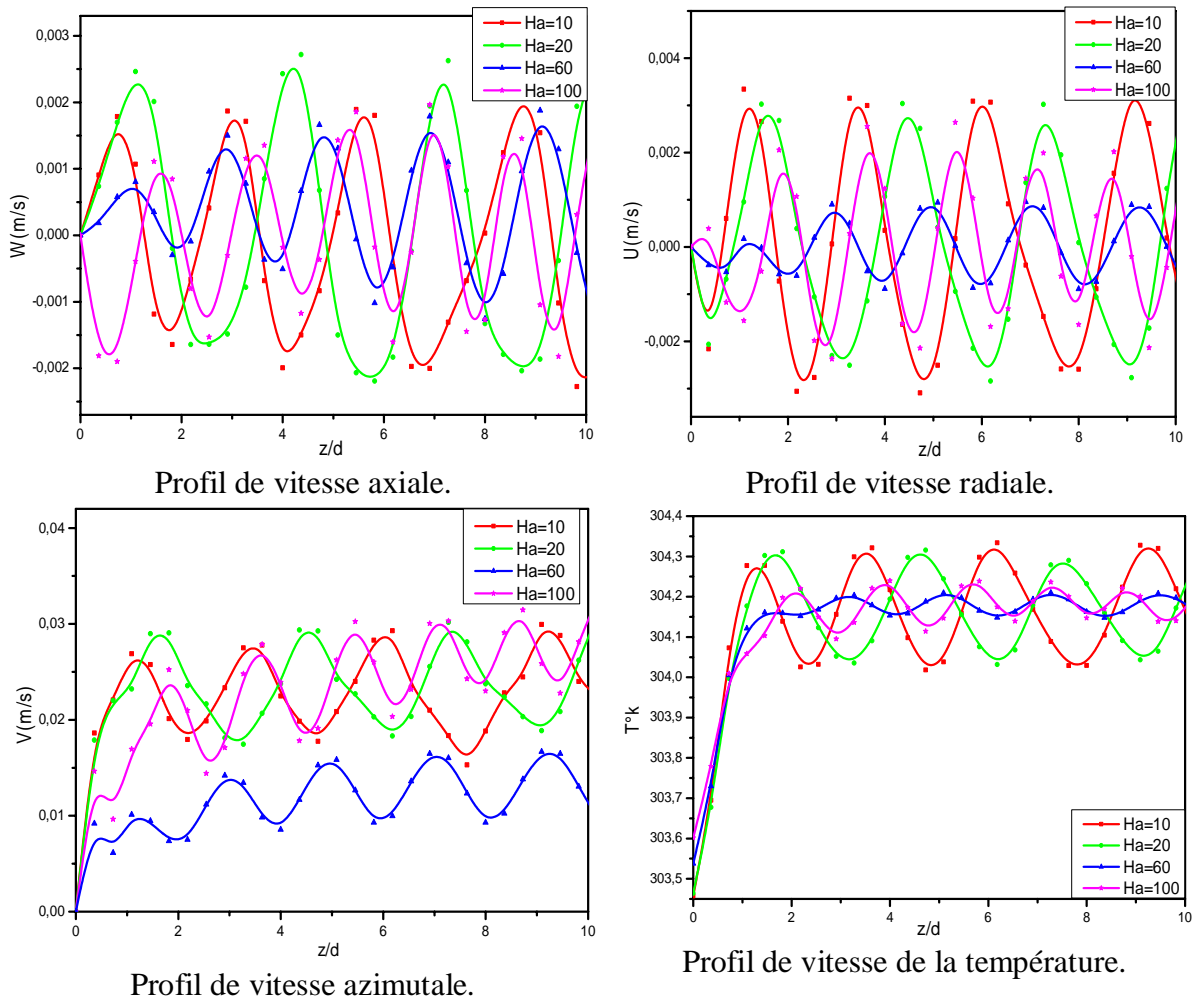


Figure IV. 49. Profils des vitesses axiale, radiale, azimutale et de la température à différents nombres de Hartmann pour $Gr=7656$ et $Re=806.45$ à $r = R_1+0.4d$.

La distribution du nombre de Nusselt sur la surface du cylindre intérieure est présentée pour différents nombre de Hartmann dans la figure (IV. 50). Une augmentation du nombre de Hartmann, qui entraîne une réduction de la force centrifuge, se traduit par une diminution progressive du nombre de Nusselt.

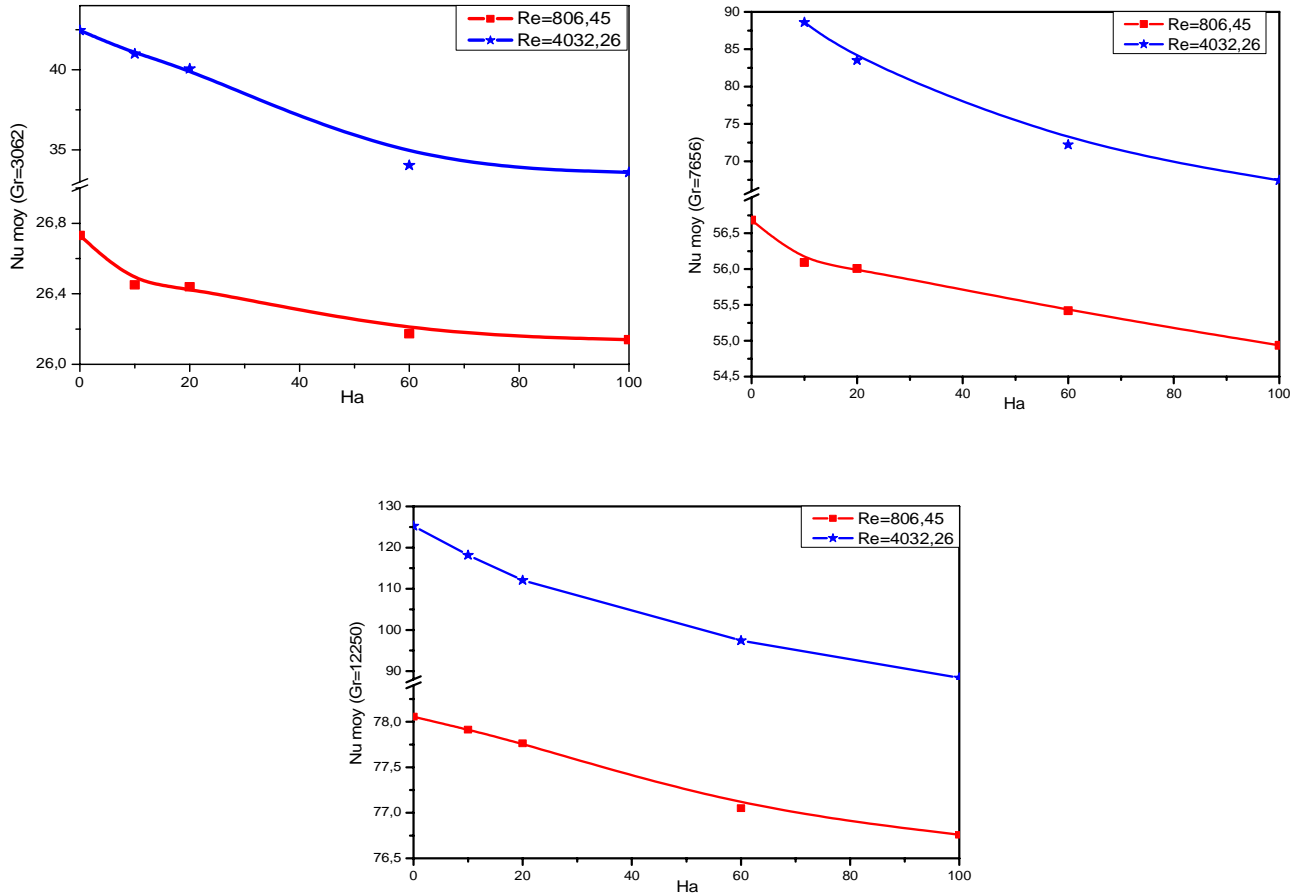


Figure IV. 50. Évolution du nombre de Nusselt moyenne en fonction du nombre de Hartmann pour différents nombres de Grashof et pour deux nombres de Reynolds.

La figure IV. 51 représente l'évolution du coefficient de frottement moyen en fonction du nombre de Hartmann pour différents nombres de Grashof et pour deux nombres de Reynolds. L'analyse de cette figure montre que le C_f moyen varie peu en fonction du nombre de Grashof, en revanche sa variation est plus importante relativement au nombre de Reynolds. le coefficient de frottement moyen diminue en fonction du nombre de Hartmann.

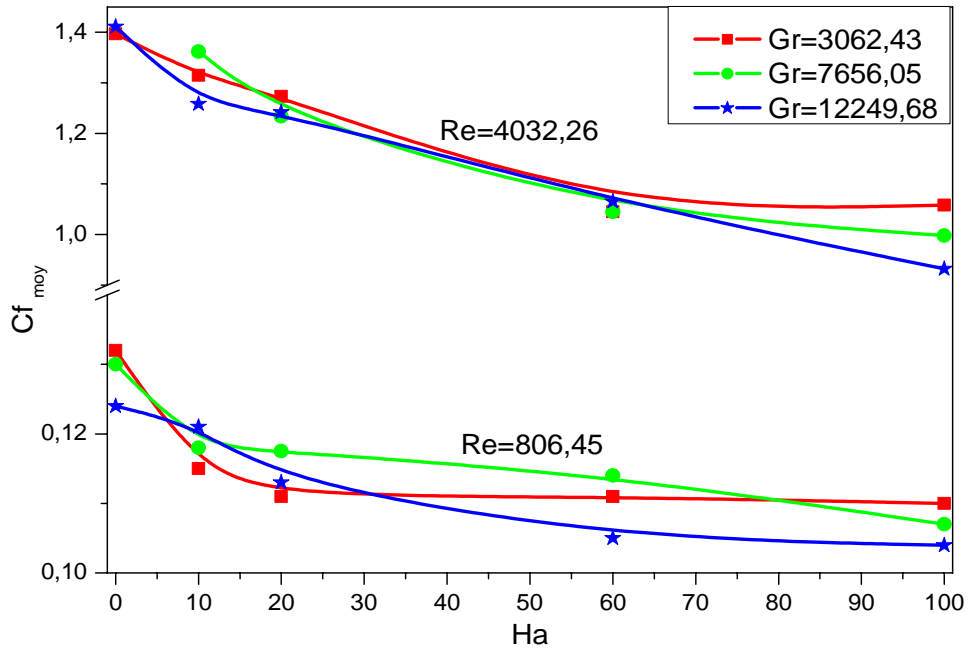


Figure IV. 51. Evolution du coefficient de frottement moyen en fonction du nombre de Hartmann pour différents nombres de Grashof et pour deux nombres de Reynolds.

*CONCLUSION
GENERALE*

CONCLUSION GÉNÉRALE

Par le biais du code CFD Fluent, une simulation numérique en trois dimensions a été menée pour étudier l'effet d'un champ magnétique axial et l'effet d'un gradient de température radial sur l'écoulement laminaire de Taylor-couette. La géométrie du système est composée de deux cylindres coaxiaux verticaux, électriquement isolants, ayant un rapport de rayons $\tilde{\eta}=0.91$ et un rapport d'aspect $\Gamma=40$. L'espace annulaire est rempli par le Gallium liquide qui est caractérisé par un faible nombre de Prandtl ($Pr=0.025$) et un faible nombre de Prandtl magnétique ($Pm=2.64 \cdot 10^6$). Le cylindre intérieur est mis en rotation et est porté à une température T_1 .

Une validation du modèle numérique a été faite pour le champ dynamique, ensuite généralisée pour le champ thermique et le modèle MHD.

L'intervention d'un champ magnétique engendre des changements importants sur le mouvement du fluide, notamment un fort freinage de tout le mouvement. La rotation du cylindre intérieur et le champ magnétique appliqué provoquent l'apparition de fines couches visco-magnétique au niveau des parois inférieure et supérieure (couche d'Ekman-Hartmann) où le gradient de vitesse est très élevé jouant un rôle significatif. A partir d'une valeur critique du champ magnétique ($Ha=40$), une zone de diffusion magnétique est créée. Dans cette zone, le courant axial de Hartmann change de direction et devient radial. Cette perturbation de courant radial interagit avec le champ magnétique induit axial provoquant ainsi la décélération de la force du volume électromagnétique, ceci conduit à l'augmentation du cisaillement alors que l'inverse a été constaté pour $Ha < 40$.

Pour trouver l'instabilité secondaire, on a augmenté la vitesse de rotation du cylindre intérieur du système jusqu'à atteindre la valeur critique, pour un champ magnétique donné. Les modes d'instabilités sont les mêmes que pour un écoulement hydrodynamique dans le cas $Ha \leq 20$, des rouleaux de Taylor couette axisymétrique sont observés. Pour des fortes valeurs du nombre d'Hartmann ($Ha > 20$), l'écoulement de couette circulaire bifurque vers un écoulement non axisymétrique, formé de deux spirales droite et gauche contra-propagatives axialement, avec une périodicité spatiale et les deux spirales sont séparées par un puits.

En raison de l'existence du gradient de température, dans le cas $Re=0$, un courant de convection naturelle prend naissance. L'écoulement prend la forme d'une cellule convective. À partir d'un nombre de Grashof critique ($Gr_c=12250$), l'écoulement devient désordonné.

L'application d'un gradient de température radial, sur les rouleaux axisymétriques de Taylor apparaissant pour un Reynolds $Re_c=137$, crée une stratification radiale de la masse volumique du fluide et stabilise l'écoulement.

En augmentant le nombre de Reynolds ($Re > Re_c$), une série de transitions non-axisymétriques, à différents régimes d'écoulement, apparaît dans le système. Pour les faibles nombres de Grashof, une instabilité de forme spirale régulière. À Gr moyen, l'écoulement bifurque vers un écoulement convectif avec des cellules co-rotatives parallèles et uniformes. A grand Gr , un écoulement avec des cellules co-rotatives parallèles non uniformes et aléatoire. Lorsqu'on augmente davantage Re , des spirales avec dislocations apparaissent puis un nouveau mode d'instabilité intervient sous la forme d'une spirale ondulée obtenue pour tous les nombres de Grashof. Ensuite, un motif de rouleaux axisymétriques ondulés se forme et coexiste d'abord avec la spirale ondulée. Pour de plus grandes valeurs de Re , la spirale ondulée disparaît et laisse place au motif de rouleaux axisymétriques ondulés, caractéristiques de l'écoulement isotherme, par conséquent les effets du gradient de température devenant négligeables devant les effets centrifuges.

Les propriétés des rouleaux dépendent du gradient radial de température. Nous avons constaté que le nombre de Reynolds, le nombre et la taille des rouleaux diminuent avec le nombre de Grashof.

Le transfert de chaleur augmente avec le nombre de Reynolds et de Grashof par contre le coefficient de frottement moyen augmente seulement avec le nombre de Reynolds.

L'application du champ magnétique B_z sur les structures d'écoulement convectif ralentit la transition et par conséquent stabilise l'écoulement. Comme il permet aussi de diminuer les dislocations dues aux fluctuations de la température.

La nouvelle instabilité, en mode double spirale, apparaissant lors du passage de l'écoulement spiral régulier à l'écoulement circulaire de Taylor, est caractérisée par des cellules co-rotatives inclinées, renforcées et superposées dans la direction verticale entraînant l'augmentation de la vitesse.

Notre étude a été effectuée pour un champ magnétique axial et dans la limite de Rayleigh. Il est souhaitable d'examiner l'effet d'un champ magnétique azimutal et hélicoïdal. On pourra également reprendre l'étude dans le cadre de la limite de Velikhov- Chandrasekhar.

REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] S. Chandrasekhar, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability* (Clarendon, Oxford), livre, 1961
- [2] A. Dnnane. M, Effet de la mise en régime des vitesses sur les conditions d'apparition des instabilités et de la turbulence entre deux cylindres coaxiaux, thèse magister, Boumerdes, 2007.
- [3] LEBBI MOHAMED, simulation numérique de l'influence des vibrations radiales sur les instabilités dans le système de Taylor-Couette, thèse magister, USTHB, 2008
- [4] MODERRES Mourad, Etude numérique du transfert de chaleur et de masse dans l'écoulement de taylor-couette-poiseuille, thèse magister, USTHB, 2009
- [5] G.I.TAYLOR, Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinder, mathematical or physical character, Vol. 223 (1923), Pp. 289-343
- [6] S. Chandrasekhar, The stability of viscous flow between rotating cylinders in the presence of a magnetic field, *Mathematical And Physical Sciences*, Vol. 216, No. 1126 (Feb. 10, 1953), Pp. 293-309
- [7] Lord Rayleigh, On the dynamics of revolving fluids, *Proc. R. Soc. Lond. A* 1917 93,148-154
- [8] François Charru, *Instabilités hydrodynamiques*, EDS Sciences 978-286883-985-5. Livre
- [9] Günther rüdiger, Stability of axisymmetric Taylor-Couette flow in hydromagnetics, *PHYSICAL REVIEW E* 66, 016307 ~2002
- [10] D.A. Shalybkov, G. Rüdiger, And M. Schultz, Nonaxisymmetric patterns in the linear theory of MHD Taylor-Couette instability, *Arxiv: Astro-Ph/0207331v1*, 16 Jul 2002
- [11] Güntherrüdiger, Manfred Schultz, and Dimashalybkov, linear magnetohydrodynamic Taylor-Couette instability for liquid sodium, *PHYSICAL REVIEW E* 67, 046312 ~2003
- [12] G. Rüdiger& Y. Zhang, MHD instability in differentially rotating cylindrical flows, *Arxiv: Astro-Ph/0104302v1*, 18 Apr 2001
- [13] E.P. Velikhov. Stability of an ideally conducting liquid fluid between cylinders rotating in a magnetic field. *Sov. Phys. JETP*, Vol. 9 (1959), Pp. 995–998.
- [14] S. CHANDRASEKHAR, F.R.S. AND DONNA D. ELBERT, The stability of viscous flow between rotating cylinders in the presence of a magnetic field, *Mathematical And Physical sciences*, Vol. 262, No. 1311 (Aug. 8, 1961), Pp. 443-454
- [15] S.A. Balbus and J.F. Hawley. A power ful local shear instability in weakly magnetized disks. linear analysis. *Astrophys. J.*, Vol. 376 (1991), Pp. 214–222.
- [16] Rainer Hollerbach And Günther rüdiger, New type of magneto-rotational instability in cylindrical Taylor-Couette flow, *Arxiv: Astro-Ph/0508041v1*, 1 Aug 2005

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [17] Frank Stefani, Thomas Gundrum, Gunter Gerbeth, Experimental evidence for magnetorotational instability in a helical magnetic field, *Phys. Rev. Lett.* 97 (2006) 184502
- [18] Frank Stefani, Thomas Gundrum, Gunter Gerbeth, Günther Rüdiger, Jacek Szklarski and Rainer Hollerbach, Experiments on the magnetorotational instability in helical magnetic fields, *New Journal of Physics* 9 (2007)
- [19] G. RÜDIGER, R. HOLLERBACH, M. SCHULTZ, And D.A. SHALYBKOV, The stability of mhd Taylor-Couette flow with current-free spiral magnetic fields between conducting cylinders, *Stron. Nachr. / AN326*, No. 6, 409–413 (2005)
- [20] J. Szklarski And G. Rüdiger, Nonlinear simulations of magnetic Taylor Couette flow with current-free helical magnetic fields, *Astron. Nachr./ AN 327*, No. 9, 844 – 849 (2006)
- [21] Wei Liu, Simulations of magnetorotational instability in a magnetized Couette flow, *Astrophys. J.* 643:306-317, 2006
- [22] Rainer Hollerbach, Vijayateeluck, and Gunther Rudiger, Nonaxisymmetric magnetorotational instabilities in cylindrical Taylor-Couette flow, *PHYSICAL REVIEW LETTERS* 104, 044502 (2010)
- [23] M. Gellert, G. Rudiger, R. Hollerbach, Helicity and Alpha-Effect By Current-Driven Instabilities of helical magnetic fields, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 000, 1– (2011)
- [24] V. Lepiller, R. Guillermin, A. Prigent, & I. Mutabazi, Influence d'un gradient de température dans le système de Couette-Taylor, *Rencontre Du Non-Linéaire 2007*
- [25] Valérie Lepiller, Arnaud Prigent & Innocent Mutabazi, Déstabilisation de l'écoulement des rouleaux de Taylor par un gradient radial de température, 18ème Congrès Français De Mécanique Grenoble, 27-31 Août 2007
- [26] T Deters and C Egbers, the Taylor-Couette system with radial temperature gradient, *Journal of Physics: Conference Series* 14 (2005) 138–142
- [27] Gustavo Urquiza Beltran, Etude de l'écoulement et du transfert de chaleur dans les cavités cylindriques en rotation, thèse de doctorat, Université De Montréal 1996
- [28] Dong Liu, Sang-Hyuk Lee and Hyoung-Bum Kim, Effect of a constant radial temperature gradient on a Taylor–Couette flow with axial wall slits, *Fluid Dyn. Res.* 42 (2010) 065501 (16pp)
- [29] Dong Liu, Sang-Hyuk Lee and Hyoung-Bum Kim, Experimental study on radial temperature gradient effect of a Taylor–Couette flow with axial wall slits, *Experimental Thermal and Fluid Science* 35, 7, October 2011, Pages 1282–1292

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [30] Valérie Lepiller, Arnaud Prigent, Fabien Dumouchel & Innocent Mutabazi, Instabilités thermo-centrifuges dans un anneau cylindrique vertical. 17^{ème} Congrès Français De Mécanique Troyes, – Septembre 2005
- [31] Valérie Lepiller, Raphael Guillerm, Arnaud Prigent & Innocent Mutabaz, Instabilités hydro-thermiques dans un anneau cylindrique vertical soumis a un fort gradient radial de température, 18^{ème} Congrès Français De Mécanique Grenoble, 27-31 Aout 2007
- [32] Dong Liu, Sang-Hyuk Leeand Hyoungh-Bum Kimm, Effect of a constant radial temperature gradient on a Taylor–Couette flow with axial wall slits, Fluid Dyn. Res. 42 (2010) 065501
- [33] Raphaël Guillerm, Valérie Lepiller, Arnaud Prigent, & Innocent Mutabazi, Modulation d'un motif de spirales due à une instabilité thermo-centrifuge dans un système de Couette-Taylor, Rencontre Du Non-Linéaire 2008
- [34] R. Guillerm, A. Prigent & I. Mutabazi, Modes d'instabilités thermo-centrifuges dans un système de Couette-Taylor soumis à un fort gradient radial de température, 19^{ème} Congrès Français De Mécanique, Marseille, 24-28 Août 2009.
- [35] A. Goharzadeh, F. Dumouchel Et I. Mutabazi, Influence d'un gradient radial de température sur l'instabilité de Couette-Taylor, Rencontre Du Non-Linéaire 2002
- [36] T.Walowit, S.Tsao, R.C. Diprima, Stability of flow between arbitrarily spaced concentric cylindrical surfaces including the effect of radial temperature gradient, RPI Mathlep. N. 61, August 14m 1963
- [37] Raphaël Guillerm, Arnaud Prigent& Innocent Mutabazi, Ondes modulées dans le système de Couette-Taylor soumis a un fort gradient radial de température, Rencontre Du Non-Linéaire 2010
- [38] Innocent Mutabazi, R. Guillerm, A. Prigent, V. Lepiller, S. Malik, Flow instabilities in a vertical differentially rotating cylindrical annulus with a radial temperature gradient, EUROMECH Colloquium 525 - Instabilities and transition in three-dimensional flows with rotation France (2011)
- [39] R. Kedia, M. L. Hunt, T. Colonius, Transition of chaotic flow in a radially heated taylor-couette system, journal of heat transfer, Vol. 121. 574-582, 1999
- [40] Ulienaubert, Daniel Brito, Henri-Claude Nataf, Philippe Cardin, Jean-Paul Masson, A systematic experimental study of rapidly rotating spherical convection in water and liquid gallium, physics of the earth and planetary interiors 128 (2001) 51–74
- [41] Anas EL GALLAF, Etude de la dynamique non-linéaire des écoulements chauffés et soumis à des champs magnétiques, ECOLE CENTRALE DE LYON, UNIVERSITE DE LYON Juillet 2010, Thèse De Doctorat

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [42] H.R. Mozayyeni, A.B. Rahimi, Mixed convection in cylindrical annulus with rotating outer cylinder and constant magnetic field with an effect in the radial direction, *ScientiaIranica*, Volume 19, Issue 1, February 2012, Pages 91–105
- [43] MAHFOUD Brahim, Etude numérique d'un écoulement tournant avec transfert de chaleur sous l'effet d'un champ magnétique, mémoire de magister, Université Mentouri-Constantine, 2009
- [44] R. Bessaih, M. Kadja, Ph. Marty, Effect of wall electrical conductivity and magnetic field orientation on liquid metal flow in geometry similar to the horizontal Bridgman configuration for crystal growth, *International Journal Of Heat And Mass Transfer* 42 (1999) 4345–4362
- [45] M. Sankar, M. Venkatachalappa, I.S. Shivakumara, Effect of magnetic field on natural convection in a vertical cylindrical annulus, *International Journal of Engineering Science* 44 (2006) 1556–1570
- [46] S.C. Kakarantzas, I.E. Sarris, N.S. Vlachos, Natural convection of liquid metal in a vertical annulus with lateral and volumetric heating in the presence of a horizontal magnetic field, *International Journal Of Heat And Mass Transfer* 54 (2011) 3347–3356
- [47] M. Venkatachalappa, Younghae Do, M. Sankar, Effect of magnetic field on the heat and mass transfer in a vertical annulus, *International Journal Of Engineering Science* 49 (2011) 262–278
- [48] D. Henry, A. Juel, H. Ben Hadid, & S. Kaddeche, Directionel effect of a magnetic field on oscillatory low-Prandtl-number convection. *Phys. Fluids* 20, 034104. 2008
- [49] H. Ben Hadid & D. Henry, Numerical simulation of convective three-dimensional flows in a horizontal cylinder under the action of a constant magnetic field. *J. Cryst. Growth* 166 (436-673), 1996.
- [50] Jayathi Y. Murthy, *Numerical methods in heat, mass, and momentum transfer*. Springer 2002
- [51] Sébastien Perron, *Résolution numérique d'écoulements en 3 dimensions avec une nouvelle méthode de volumes finis pour maillages Non Structurés*. Thèse Doctorat. 2001
- [52] Patankar S. V. (1980). "Numerical heat transfer and fluid flow", series in computational methods in mechanics and thermal sciences, Hemisphere Washington, 1980.
- [53] FLUENT User's Guide.
- [54] R. DEREBAIL and J.N. KOSTER. Numerical simulation of natural convection of gallium in a narrow gap. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 40, No. 5, Pp. 1169-1180, 1997.
- [55] B. Xu, B.Q. Li. Hot-Film measurement of temperature gradient induced natural convection in liquid Gallium. *Experimental Thermal and Fluid Science* 29 (2005) 697–704.
- [56] B. Xu, B.Q. Li, D.E. Stock. An experimental study of thermally induced convection of

- Molten Gallium in magnetic fields. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 (2006) 2009–2019.
- [57] G. Guillemot, Ch.-A.Gandin, M. Bellet. Interaction between single grain solidification and macrosegregation: Application of A Cellular Automaton—Finite Element Model. *Journal Of Crystal Growth* 303 (2007) 58–68.
- [58] A. Bouabdallah, Instabilités et turbulence dans l'écoulement de Taylor–Couette, thèse doctorat d'état, INP Lorraine (1980).
- [59] Jacekszkarskiand Güntherrüdiger, Ekman-Hartmann layer in a magnetohydrodynamic Taylor-Couette flow, *PHYSICAL REVIEW E* 76, 066308. 2007
- [60] N. Latrache, O. Crumeyrolle, M. Grisel, L. Picton, I. Mutabazi, domaines d'instabilités dans un écoulement de Couette-Taylor viscoélastique, *17ème Congrès Français De Mécanique Troyes,- Septembre 2005*
- [61] N. Latrache& I. Mutabazi, Transition des spirales de Couette-Taylor Vers le chaos spatio-temporel, *17ème Congrès Français de mécanique, Troyes,-Septembre 2005*
- [62] Adlofo RIBEIRO, Approche Spectrale/éléments finis pour des problèmes de magnétohydrodynamique non-linéaires, Université Pari Sud, 2010, Thèse De Doctorat.
- [63] N.Schaeffer, D.Jault, P. Cardin and M. Drouard, On the reflection of Alfvén waves and its implication for earth's core modeling soumis à JGI, 2011.
- [64] Pierre-Gilles De Gennes, *Hydrodynamique Physique*, SAVOIRS ACTUELS, EDP Sciences/ CNRS Editions. Livre