

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE Houari BOUMEDIENE USTHB / ALGER

FACULTE DE PHYSIQUE



Mémoire

Pour l'obtention du diplôme de: **MAGISTER**

En PHYSIQUE

Spécialité Mécanique des Fluides et Energétique
Présenté et soutenu publiquement par

Mr. : BABBOU Allal

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE NUMÉRIQUE D'UN JET PARIÉTAL ABORDANT UNE MARCHE DESCENDANTE

Soutenu publiquement le **05 mai 2013** devant le jury composé de :

M. A. SALEM	Professeur A L'USTHB	Président
Mlle. N. NAIT BOUDA	Maître de Conférences A L'USTHB	Directrice de Mémoire
M. F. SOUIDI	Professeur A L'USTHB	Examineur
M. A. GHEZAL	Maître de Conférences A L'USTHB	Examineur
Mme. Y. ZIARI	Maître de Conférences A L'USTHB	Examinatrice

DEDICACES

A mes parents CHADELIYA & AHMED;

A mes sœurs FATNA, NORA, AICHA, NADJET & KHADIDJA et mes frères MUSTAPHA, KHALED, MOHAMMED, LAMINE, ZINE-EL-ABIDINE & FALEH;

A toute la famille;

A tous les proches et les amis.

REMERCIEMENTS

Je remercie ALLAH, pour m'avoir donné le courage et la volonté pour reprendre mes études en post graduation.

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au Laboratoire de Mécanique des Fluides Théorique et Appliquée de la faculté de physique de l'USTHB.

Je voudrais témoigner ma profonde gratitude, au docteur N.NAIT BOUDA, Maître de Conférences A à l'USTHB, pour avoir accepté de diriger ce mémoire, avec un encadrement scientifique, des encouragements et une disponibilité qui ont constitué des avantages sans lesquels je n'aurais pu réaliser ce travail. Qu'elle trouve ici l'expression de ma profonde gratitude et mon profond respect.

Je tiens à exprimer tous mes remerciements et ma très vive gratitude à Monsieur A. SALEM professeur à l'USTHB de m'avoir fait l'honneur de présider le jury.

J'exprime tous mes remerciements à Monsieur F. SOUIDI, professeur à l'USTHB, qui a bien voulu juger ce travail.

Je remercie Monsieur A. GHEZAL d'avoir accepté de juger ce travail et de faire partie du jury.

Je tiens à remercier Madame Y. ZIARI KERBOUA, Maître de Conférences A à l'USTHB, pour sa précieuse participation à ce jury.

Je remercie enfin toutes personnes ayant contribués, de près ou de loin, à la réalisation de ce travail.

Je remercie mes amis CHERGUI Toufik, KERKOUB Youcef, BOUREKBA Fateh & BOULANOUAR Mabrouk, pour l'aide qu'ils m'ont apportée.

Enfin, je tiens à exprimer mes sincères gratitudes à toute l'équipe du LMFTA de l'USTHB pour l'aide qu'ils m'ont apportée.

TABLE DES MATIERES

Nomenclature

Introduction générale	1
-----------------------------	---

CHAPITRE I REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Introduction	5
1.1 Écoulement turbulent en aval d'une marche descendante.....	5
1.2 Travaux antérieurs sur le champ dynamique.....	8
1.2.1 Travaux expérimentaux.....	8
1.3.2 Travaux numériques.....	13
1.4 Travaux antérieurs sur le champ thermique.....	16
1.4.1 Études expérimentales.....	17
1.4.2 Études numériques.....	21

CHAPITRE II MODÉLISATION DE LA TURBULENCE

Introduction	
2.1 Simulation numérique des écoulements turbulents.....	29
2.1.1 Simulation numérique directe DNS, Direct Numerical Simulation.....	30
2.1.2 Simulation des grandes échelles LES, Large Eddy Simulation.....	30
2.1.3 Simulation moyennée RANS, Reynolds-Averaged Navier-Stokes.....	31
2.1.4 L'approche hybride <i>URANS/LES</i>	32
2.2. Equations de base de l'approche statistique en un point.....	32
2.2.1 Equations de conservation.....	32
2.2.2 Moyenne de Reynolds.....	33
2.2.3 Équations de conservation moyennées.....	34
2.3 Méthodes de fermeture en dynamique.....	35
2.3.1 La modélisation au premier ordre.....	35
2.3.2 Modèles au second ordre	38
2.3.2.1 Les équations du mouvement fluctuant.....	38
2.3.2.2 Les équations de transport des tensions de Reynolds.....	38
2.3.2.3 Modélisation des termes supplémentaires.....	40
2.4 Modélisation bas-Reynolds.....	44
2.5 Méthodes de fermeture de l'équation de l'énergie.....	44
2.5.1 Modèle à gradient de diffusion simple SGDH.....	45
2.5.2 Modèle à gradient de diffusion généralisé GGDH.....	46
2.6 Les équations de conservation adimensionnées	47
2.7 Nombres sans dimension.....	49

CHAPITRE III PROCEDURE NUMÉRIQUE

Introduction.....	53
3.1 Méthodes numériques.....	53
3.1.1 Les différences finies.....	53
3.1.2 Les éléments finis.....	54
3.1.3 Méthodes spectrales.....	54
3.1.4 Méthodes des volumes finis.....	54
3.2 Description de la méthode.....	55
3.2.1 Maillage.....	56
3.2.2 Maillage décalé.....	56
3.2.3 Test et choix de maillage.....	57
3.2.4 Discrétisation des équations de transport.....	60
3.2.5 Schémas d'interpolation.....	64
3.2.6 Linéarisation des termes sources.....	65
3.2.7 Résolution du couplage vitesse-pression.....	65
3.2.8 Conditions aux limites.....	66
3.2.8.1 Jet pariétal.....	66
3.2.8.2 Couche limite.....	68
3.3 Résolution numérique.....	71
3.4 Sous relaxation.....	71
3.5 Contrôle de la convergence.....	72
3.6 Convergence, stabilité et consistance.....	72
3.7 Présentation générale de calcul TEAM.....	74
3.7.1 Structure du code de calcul.....	75
Organigramme du programme.....	75

CHAPITRE VI RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS

4.1 Validation du code de calcul.....	77
4.1.1 Validation des résultats du champ dynamique.....	77
4.1.2 Validation des résultats du champ thermique.....	79
4.2 Résultats de discussions.....	83
4.2.1 Champ dynamique.....	83
4.2.1.1 Caractéristiques globales de l'écoulement.....	85
4.2.1.1.a Coefficient de pression C_p	85
4.2.1.1.b Coefficient de frottement C_f	86
4.2.1.1.c Point de rattachement X_r	87
4.2.2 Analyse du champ moyen.....	87
4.2.2.1 Profils de vitesse moyenne	87
4.2.2.2 Contours des composantes de la vitesse moyenne.....	89
4.2.3 Analyse du champ fluctuant.....	90
4.3 Champ thermique.....	90
4.3.1 Profils de température.....	91
4.3.2 L'évolution des isothermes.....	91
4.3.3 Nombre de Nusselt.....	91
4.2.3 Effet du nombre de Reynolds sur le transfert thermique.....	101
Conclusion générale	104
RÉFÉRENCE.....	104
ANNEXES.....	108

NOMENCLATURE

SYMBOLES

DEFINITIONS

NOTATIONS LATINES

A : Paramètre d'anisotropie

$$A = 1 - \frac{9}{8}(II - III)$$

II : Le second invariant

$$II = a_{ij}a_{ji}$$

III : Le troisième invariant

$$III = a_{ij}a_{jk}a_{ki}$$

a : Tenseur d'anisotropie des tensions de Reynolds

$$a_{ij} = \frac{R_{ij}}{2k} - \frac{1}{3}\delta_{ij}$$

b : Hauteur de la buse de sortie du jet.

C_f : Coefficient de frottement local

$$C_f = 2 \frac{\tau_w}{\rho U_{max}^2}$$

C_p : Coefficient de pression locale.

$$C_p = 2 \frac{P - P_0}{\rho U_{max}^2}$$

E_r : Taux d'expansion

$$E_r = \frac{y_{aval}}{y_{amant}}$$

h : Hauteur de la marche.

k : Energie cinétique de la turbulence.

l : Longueur de mélange.

P : Pression statique.

p : Fluctuation de pression.

P_0 : Pression statique de référence.

Re : Nombre de Reynolds

$$Re = \frac{U_0 L}{\nu}$$

Re_h : Nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la marche $Re_h = \frac{U_0 h}{\nu}$

R_{ij} : Tenseur des tensions de Reynolds

$$R_{ij} = \overline{u_i u_j}$$

$\tilde{U}$: Composantes instantanées de la vitesse transversale.

$\tilde{V}$: Composantes instantanées de la vitesse longitudinale.

U : Composantes moyenne de la vitesse transversale.

V : Composantes moyenne de la vitesse longitudinale.

(u, v) : Composantes fluctuantes de la vitesse.

U_0 : Vitesse de référence de l'écoulement entrant.

u_τ : Vitesse de frottement

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

Nu : Nombre de Nusselt

$$Nu = \frac{q_w h}{\lambda(T_w - T_b)}$$

Pr : Nombre de Prandtl

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$$

q_w : Flux de chaleur à la paroi.

T_w : Température de la paroi chauffée.

T_b : Température moyenne.

t : Fluctuation de température.

NOTATIONS GRECQUES

ε : Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente k.

φ : Variable généralisée.

Γ : Coefficient d'échange.

κ : Constante de Von Kàrmàn.

ν : Viscosité cinématique du fluide.

ν_t : Viscosité cinématique turbulente de l'écoulement.

ρ : Masse volumique du fluide.

τ_w : Contrainte à la paroi.

δ : Epaisseur de la couche limite.

δ_θ : Epaisseur de quantité de mouvement. δ_{ij} : Symbole de Kronecker.

ϑ : Volume de contrôle.

λ_f : Conductivité thermique du fluide.

ABREVIATIONS

ASM : Algebraic Stress Model.

CFD : Computational Fluid Dynamics.

DNS : Direct Numerical Simulation.

EVM : Eddy-Viscosity Model.

EARSM : Explicit Algebraic Reynolds Stress Model.

LDA : Laser Doppler Anemometry.

LES : Large Eddy Simulation.

NLEVM : Non-Linear Eddy-Viscosity Model.

PDE : Partial Differential Equations.

PIV : Particle Image Velocimetry.

PLDS : Power Law Differencing Scheme.

QUICK : Quadratic Upwind Interpolation for Convection Kinematics.

RANS : Reynolds-Averaged Navier-Stokes.

RSM : Reynolds Stress Model.

SIMPLE : Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations.

TEAM : Turbulent Elliptic Algorithm –Manchester.

TDMA : Tri-Diagonal Matrix Algorithm.

LDV : Laser Doppler Velocimetry.

RSMKF: Reynolds Stress Multiple scale energy (K) /Flux Model.

URANS : Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes .

GGDH: Generalized Gradient Diffusion Hypothesis.

SGDH: Simple Gradient Diffusion Hypothesis.

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'étude des écoulements turbulents présentant des zones de décollement et de rattachement joue un rôle important dans l'optimisation d'une grande variété d'applications industrielles, requérant le chauffage ou le refroidissement d'une ou plusieurs parois. Ces transferts de chaleur apparaissent entre autre dans les systèmes électroniques, les chambres de combustion ou en génie des procédés.

Plusieurs types de géométries ont été utilisées en laboratoire afin d'étudier le transfert thermique notamment dans des zones présentant une zone de recirculation et recollement. La configuration d'écoulement sur une marche descendante a été étudiée de manière intensive depuis plusieurs décennies et reste d'actualité. Outre la simplicité de réalisation de la maquette expérimentale pour cette configuration, le point de décollement est fixe ; ce qui facilite l'étude du processus de recollement en évitant l'effet d'oscillation du point de décollement. Même si la géométrie peut paraître simple, elle génère plusieurs types d'écoulements en forte interaction ; caractérisés par la forte anisotropie due au cisaillement prédominant. Pour ces raisons, son étude constitue un excellent cas de test de validation pour les modèles de turbulence.

Par ailleurs, si le problème de l'écoulement en aval d'une marche descendante associé au transfert de chaleur en convection naturelle, mixte et forcée a été largement étudié en régime stationnaire dans la configuration d'un écoulement de canal présentant un élargissement brusque, très peu de travaux existent en configuration d'écoulement externe, notamment celui d'un jet pariétal (Kanna et al. (2009)).

C'est dans le prolongement de l'étude menée par Nait Bouda (2008) que s'inscrit notre travail. Par étude conjointe expérimentale et numérique qui s'intéresse à l'analyse de la structure d'un jet pariétal turbulent abordant une marche descendante. L'auteure a effectué des mesures par vélocimétrie laser Doppler à deux composantes qui lui a permis d'explorer le champ tridimensionnel de l'écoulement. Sa formulation numérique est basée sur une modélisation statistique du second ordre couplée au concept multi-échelles prenant en compte l'état hors équilibre de l'écoulement. Elle a montré ainsi l'influence de la région externe de l'écoulement sur le processus du recollement. L'écoulement entrant étant de type jet pariétal, la couche cisailée libre avec l'entraînement du fluide est caractérisée par des structures de grandes échelles. Le rôle de ces structures s'est avéré très important dans le processus de recollement ; la longueur de recollement s'est trouvée fortement réduite par rapport au cas classique dans un canal.

L'objectif de cette étude est d'analyser numériquement le transfert thermique derrière la marche descendante sous un écoulement entrant de type jet pariétal. Notons que nous avons aussi considéré le cas d'un écoulement entrant confiné afin de valider les résultats de calculs à ceux obtenu par Vogel et Eaton (1985).

L'approche numérique que nous avons adoptée est basée sur une modélisation statistique du second ordre (RSM : Reynolds Stress Model). Aussi, pour décrire précisément la région de proche paroi, nous avons considéré une version à faible nombre de Reynolds de Launder et Tselepidakis (1991). Quant à la modélisation du flux thermique turbulent, nous avons considéré deux modèles : SGDH (Simple Gradient Diffusion Hypothesis) qui repose sur un schéma de type viscosité tourbillonnaire EVM (Eddy Viscosity Model) dans lequel le flux de chaleur est relié directement au gradient moyen de la température en faisant intervenir une diffusivité turbulente. Le deuxième modèle qui s'avère plus adéquat et donne une meilleure représentation du flux thermique est le GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis) de Daly & Harlow (1970).

Le mémoire se structure en quatre chapitres :

Le **chapitre I** comporte une revue des travaux expérimentaux et numériques antérieurs sur l'écoulement derrière une marche descendante associés ou non aux transferts thermiques.

La recherche bibliographique a permis de faire un état des lieux sur la physique complexe des écoulements décollés recollés avec transfert thermique.

Nous exposons, dans le **chapitre II**, la modélisation de la turbulence où nous présentons les trois grandes approches utilisées pour simuler les écoulements turbulents en un point. Nous détaillons notamment le modèle statistique en un point du second ordre adopté de notre étude. Ensuite, nous présentons la modélisation du champ thermique pour les deux modèles considérés : SGDH (Simple Gradient Diffusion Hypothesis) et GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis).

Le **chapitre III**, présente la méthode des volumes finis pour la discrétisation des équations de transport. Le choix du schéma d'interpolation et l'algorithme de résolution du couplage vitesse –pression ainsi que les conditions aux limites sont présentés dans ce chapitre.

Dans le **chapitre IV**, nous présentons les différents résultats obtenus. Dans la première partie, nous avons validé les résultats numériques pour le cas d'un écoulement de canal étudié par Vogel et Eaton (1985). Nous avons comparé les résultats des deux modèles du flux thermique utilisé : SGDH et GGDH avec deux conditions aux limites de type Neumann et de Dirichlet.

A la deuxième partie, nous présentons les résultats relatifs au cas d'un écoulement entrant de type jet pariétal. Ces résultats ont concerné le champ moyen de vitesse et les moments d'ordre deux, ainsi que l'évolution du nombre de Nusselt local. L'effet du nombre de Reynolds sur le transfert thermique a aussi été considéré.

En conclusion générale, nous donnerons une synthèse des principaux résultats de cette étude numérique.

CHAPITRE I

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Introduction

Nous nous intéressons à l'écoulement turbulent associé au transfert thermique derrière une marche descendante. Cette géométrie d'apparence simple est pourtant représentative des configurations qui donnent naissance à des écoulements relativement complexes avec des situations de décollement, de recirculation ou d'impact sur une paroi.

Les écoulements turbulents présentant des zones de décollement et de recollement ont fait l'objet de nombreuses études et continuent de susciter encore l'intérêt des chercheurs au vu des diverses situations pratiques dans lesquelles on les rencontre.

Cette étude bibliographique représente une synthèse de quelques différents travaux effectués jusqu'à nos jours sur les mécanismes physiques mis en jeu lors du passage de l'écoulement au-dessus d'une marche, en décrivant principalement l'effet du décollement et du recollement sur l'hydrodynamique et le transfert de chaleur. Aussi, l'influence des paramètres géométriques ainsi que les caractéristiques de l'écoulement entrant ont été considérés.

1.1 Écoulement turbulent en aval d'une marche descendante

L'écoulement turbulent en aval d'une marche descendante constitue le cas le plus simple des écoulements 2D décollés et recollés. En effet, dans ce type d'écoulement, il y a qu'une seule zone de recirculation, contrairement au cas d'une marche montante ou marche montante-descendante, ... (Présence de deux zones de recirculation). La couche limite amont décolle au sommet de la marche pour donner naissance à la couche cisailée libre, du fait de la présence d'un fort gradient de pression inverse qui est dû au brusque élargissement de la section. A l'impact de celle-ci sur la paroi, une partie de l'écoulement est déviée vers la marche pour former une zone de recirculation. Plus loin, dans l'écoulement, on observe le développement d'une couche limite interne.

La figure (1.1) décrit la géométrie et le champ aérodynamique de l'écoulement moyen au passage de la marche.

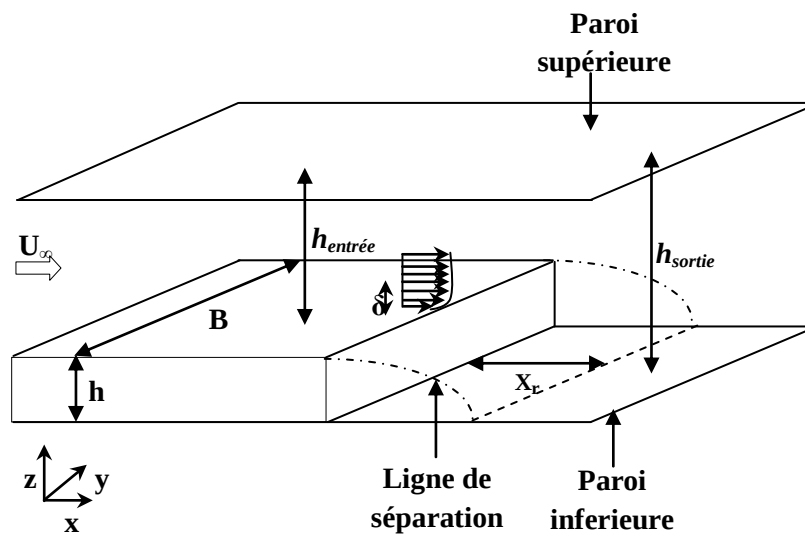


Figure 1.1 : Écoulement au passage d'une marche descendante.

L'écoulement turbulent sur une marche pour le cas d'un écoulement entrant de type couche limite est séparé en cinq régions:

- **Région 1** : couche interne.
- **Région 2** : couche cisailée libre.
- **Région 3** : zone de recirculation.
- **Région 4** : zone de recollement.
- **Région 5** : zone de relaxation ou redéveloppement de l'écoulement.

La figure (1.2), illustre la structure de l'écoulement pour le cas d'un écoulement entrant de type jet pariétal.

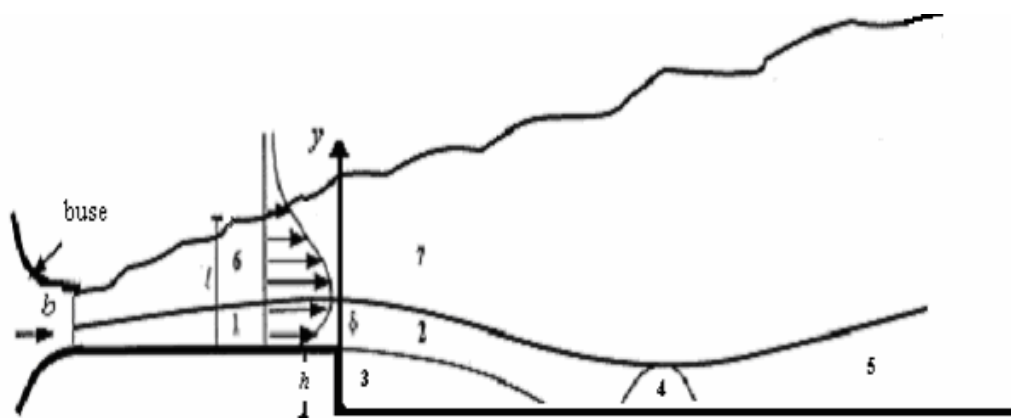


Figure 1.2 : Structure de l'écoulement résultant de l'interaction d'un jet pariétal avec une marche (Nait Bouda 2008).

En plus des cinq zones, apparaît deux couches cisailées (6) et (7). Ce découpage ne signifie pas que chacune des zones est indépendante, au contraire, il existe de fortes interactions entre ces zones.

Plusieurs auteurs ont étudié la géométrie axisymétrique de la marche descendante, figure (1.3), comme par exemple: Gould et al. (1990), Furuichi et al. (2003), Y. Li et A. Naguib (2005), Tinney et al. (2006) et Aditjandra et al. (2009).

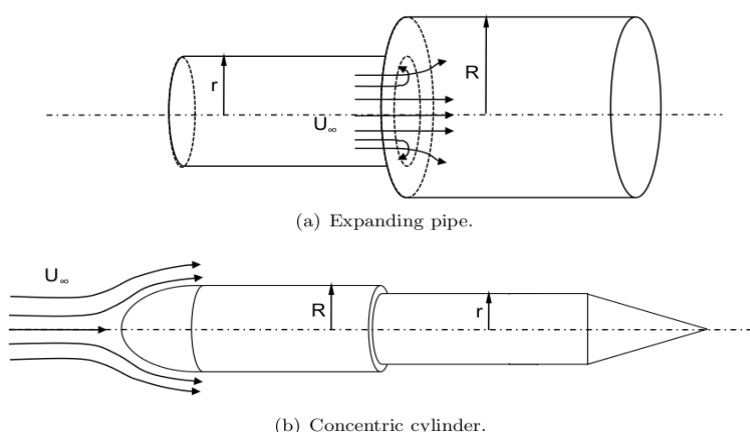


Figure 1.3: Géométries axisymétriques de la marche descendante.

Nous présenterons dans ce qui suit les résultats des principaux travaux expérimentaux et études numériques.

1.2 Travaux antérieurs sur le champ dynamique

1.2.1 Travaux expérimentaux

Lors de la conférence sur les écoulements complexes (1980-81 AFOSR-HTTM-Stanford Conference on Complex Turbulent Flows), l'écoulement sur une marche descendante a été choisi comme thème principal. Eaton & Johnston (1981) ont proposé certains critères aux travaux expérimentaux, pour augmenter la fiabilité des mesures et pour être des cas tests pour les modélisations numériques à savoir :

- une métrologie adaptée : Anémométrie Laser Doppler (ALD) ou l'anémomètre à fil chaud dans la zone de recirculation.
- les mesures doivent fournir la vitesse moyenne, la pression statique, les tensions de Reynolds et le coefficient de frottement.
- l'écoulement est bidimensionnel $B/h > 10$ (avec B et h la largeur et la hauteur de la marche respectivement (figure 1.1)).

La configuration de la marche descendante a été largement étudiée expérimentalement. La majorité des expériences conduites avant cette conférence ne satisfaisant pas ces caractéristiques sont inutilisables, (Lasher et Taulbee (1992)), en effet à cause de l'utilisation de fils chauds dans la zone de recirculation, son temps de réponse n'est pas adapté à de tels niveaux de turbulence et n'est pas sensible à la direction de la vitesse.

Selon les expériences menées par Eaton & Johnston (1981), les auteurs ont cité cinq paramètres principaux: l'état de la couche limite (laminaire/turbulent) et l'épaisseur (δ) à la séparation, l'intensité de la turbulence d'entrée, le gradient de pression longitudinal et les coefficients de blocage (le rapport d'aspect de la géométrie (rapport de forme du canal (B/h), le rapport d'expansion ($E_r = \frac{h_{sortie}}{h_{entrée}}$) figure (1.1)).

La caractéristique la plus importante dans un écoulement derrière une marche descendante est la longueur moyenne de rattachement X_r , qui est très sensible aux paramètres de l'écoulement et aux spécifications de la géométrie considérée.

Nous allons dans ce qui suit présenter, des travaux expérimentaux qui considèrent l'influence des différents paramètres sur le décollement de l'écoulement derrière la marche et son recollement:

➤ Nature de la couche limite amont

L'effet de la nature de la couche limite (laminaire ou turbulente) à la séparation joue un rôle important dans la caractérisation de l'écoulement derrière la marche, en particulier sur la longueur de rattachement Adams et al. (1984). Dans l'étude de Eaton et Johnston (1981), en écoulement laminaire, ont étudié les changements d'état de la couche limite au niveau de la séparation et indiquent que la transition (laminaire/turbulente) apparaît juste après la séparation de la couche limite (laminaire) et trouvent, que la longueur de rattachement X_R varie entre $4.9h$ et $8.2h$.

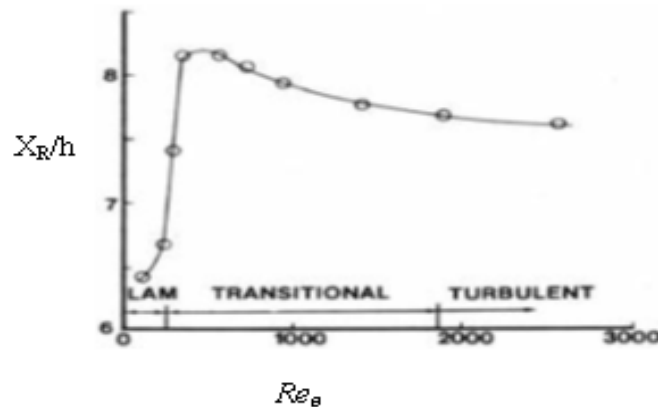


Figure 1.4 : Evolution de la longueur de rattachement avec Re_θ (Eaton et Johnston, 1981). Du régime laminaire jusqu'au turbulent.

Les auteurs ont montré en particulier que les variations de la longueur de rattachement dépend du nombre de Reynolds Re_θ basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement, aussi pour des valeurs élevées de Re_θ , en effet, elle augmente linéairement avec le nombre de Reynolds jusqu'au régime transitoire où elle décroît légèrement, et la longueur de rattachement devient indépendante du nombre Reynolds figure (1.4).

➤ Epaisseur de la couche limite amont

Adams et Johnston (1988) ont travaillé dans une gamme de nombres de Reynolds Re entre 8 000 et 40 000, et pour le même nombre de Reynolds, ils trouvent que X_r croît avec δ/h si l'écoulement est laminaire à la séparation. Et lors de la transition de la couche limite amont vers l'état turbulent. Cependant lorsque la couche limite est turbulente, X_r décroît légèrement quand δ/h croît, figure (1.5).

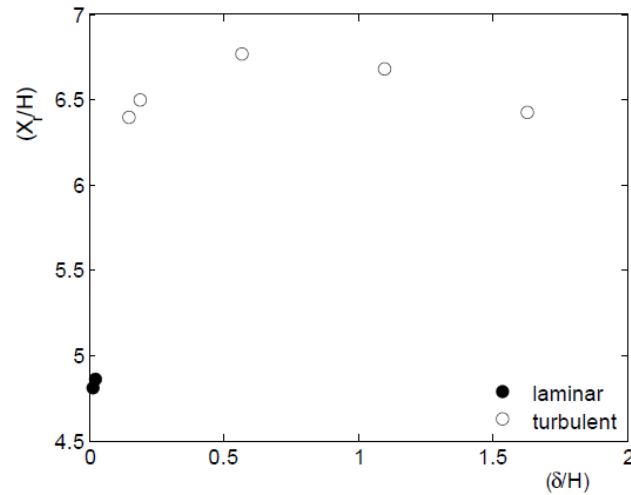


Figure 1.5 : Effet de l'épaisseur de la couche limite à la séparation; $Re_h=26,000$, (Adams et ohnston,1988).

➤ Intensité de la turbulence de l'écoulement entrant

Eaton & Johnston (1981), constatent, que le niveau de turbulence élevé dans l'écoulement extérieur, diminue la longueur de rattachement. Isomoto & Honami (1989), quant à eux, ont trouvé que la longueur de rattachement diminue de façon monotone lorsque le maximum d'intensité de la turbulence près de la paroi augmente.

➤ Gradient de pression

Les effets du gradient de pression sur la longueur de rattachement n'ont pas été étudiés de manière systématique. Le gradient de pression n'est important que si le coefficient d'expansion est élevé. Kuehn (1980) a trouvé que la longueur de rattachement pouvait être fortement influencée par le gradient de pression adverse, dû à l'agrandissement soudain de la hauteur de la veine d'essai. Driver & Seegmiller (1985) ont fait varier l'angle d'inclinaison du plafond de la veine d'essais. Les auteurs ont montré notamment que l'écartement de la paroi supérieure de la veine augmente le taux d'expansion de la couche cisailée.

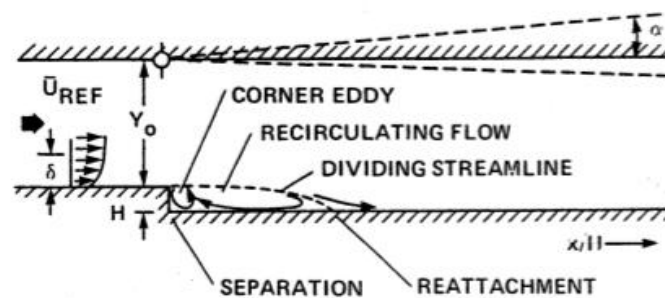


Figure 1.6: Marche descendante étudiée par Driver et Seegmiller (1985).

➤ Rapport d'expansion

Le rapport d'expansion est un paramètre géométrique défini par: $E_r = \frac{h_{\text{sortie}}}{h_{\text{entrée}}}$, figure (1.1) où

h_{sortie} et $h_{\text{entrée}}$ désignent respectivement la hauteur du canal en sortie et la hauteur du canal en entrée. L'effet de ce rapport sur la longueur de rattachement a été étudié par plusieurs auteurs. Kuehn (1980) a conclu que la longueur de rattachement augmente linéairement avec l'augmentation du rapport d'expansion. Durst et Tropea, en 1981, indiquent que les changements les plus significatifs se font pour $1.1 < E_r < 1.3$ où le point de rattachement évolue de $5h$ à $7h$. Un faible rapport d'expansion minimise les effets du gradient de pression dus à l'expansion.

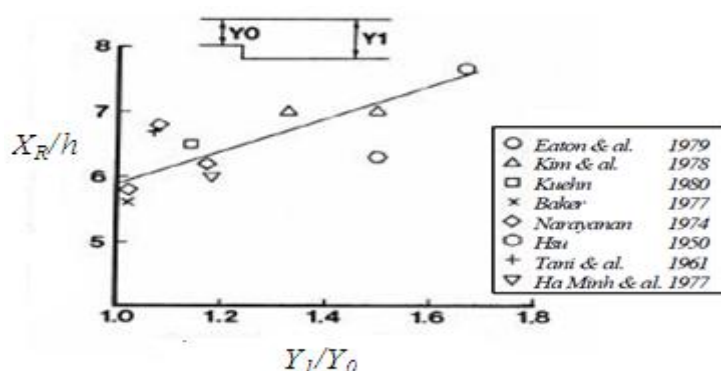


Figure 1.7 : Effet du rapport d'expansion sur la longueur de rattachement (Eaton & Johnston, 1981).

➤ Rapport d'aspect

Le rapport d'aspect se définit par le rapport de la largeur à la hauteur de la marche descendante B/h (figure 1.4). Une étude approfondie a été menée par Brederode et Bradshaw en 1972, pour comprendre l'effet de rapport d'aspect sur la tridimensionnalité de l'écoulement. Leurs résultats montrent que pour un rapport d'aspect supérieur ou égal à 10:1 il n'y a plus d'effets tridimensionnels et l'écoulement est bidimensionnel.

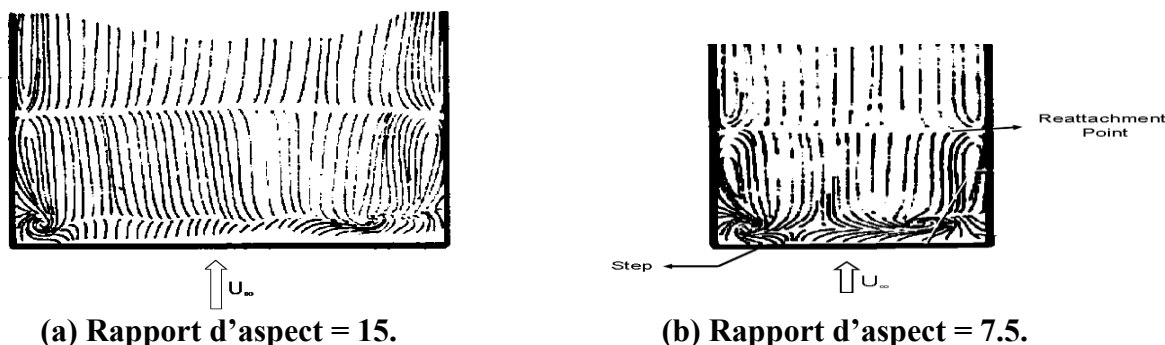


Figure 1.8 : Motif de film d'huile sur la paroi derrière la marche.

➤ Nombre de Reynolds

Les effets du nombre de Reynolds sur la longueur de recollement ont été étudiés par plusieurs auteurs. Goldstein et al. (1970) ont constaté que dans le cas d'un écoulement laminaire ($100 < Re < 480$), la longueur de recollement augmente linéairement avec le nombre de Reynolds.

Durst & Tropea (1981) quant à eux, ont montré que X_R dépend du nombre de Reynolds aux faibles valeurs ($Re_h < 4500$) alors que pour $5000 < Re_h < 5100$, X_R varie peu.

L'étude expérimentale menée par Armaly & al. (1983) a montré en détail, l'effet du nombre de Reynolds sur la longueur de recollement. Ils ont remarqué que celle-ci, augmente linéairement avec le nombre de Reynolds jusqu'à $Re \approx 1200$ puis décroît dans l'intervalle $1200 < Re < 6600$, et devient constante lorsque Re est supérieur à 6600.

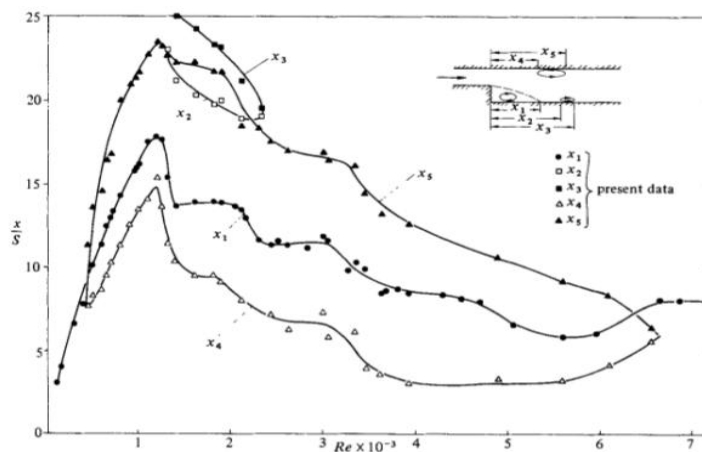


Figure 1.9 : Variation de décollement et rattachement de l'écoulement avec le nombre de Reynolds tiré de Armaly et al.(1983).

➤ Effet de la rugosité

Dans sa thèse de doctorat, Badri Kusuma (1993) a mis en évidence les effets de la rugosité de la paroi pour un écoulement de type jet pariétal à travers une marche descendante. Il conclut que les rugosités ont une influence importante sur le développement de l'écoulement dans les deux cas où $\delta/h < 1$ et $\delta/h > 1$. Cet effet est aussi très important sur l'évolution des grandes structures pour le cas où $\delta/h > 1$ et devient négligeable quand $\delta/h < 1$.

➤ Effet de la structure de l'écoulement entrant

Dans sa thèse, Nait Bouda (2008) a mené une étude conjointe expérimentale et numérique afin d'analyser la structure d'un jet pariétal turbulent abordant une marche descendante. Elle a montré l'influence de la région externe de l'écoulement sur le recollement, elle trouve que la longueur de recollement est réduite de 40% par rapport au cas classique d'écoulement entrant de couche limite.

Bien que ces écoulements soient similaires dans la région interne, le recollement et la relaxation diffèrent. En effet, Nait Bouda et al. (2009), ont montré que le recollement est plus court et la restructuration plus rapide dans le cas du jet pariétal

1.2.2 Travaux numériques

Beaucoup de chercheurs se sont intéressés à la modélisation de l'écoulement turbulent à travers la marche descendante. Nous présentons dans ce qui suit certaines études.

Driver & Seegmiller (1985) comparent leurs résultats expérimentaux en utilisant les modèles k- ϵ et ASM (Algebraic Stress Model). Ils ont constaté que le modèle ASM modifié a donné de bons résultats comparés aux autres modèles ASM et k- ϵ , et s'approchent davantage des valeurs expérimentales.

En 1994, Zhang a réalisé une simulation numérique de l'écoulement turbulent sur la marche descendante en utilisant le modèle k- ϵ modifié. Les résultats obtenus ont été comparés à l'expérience de Moss et Baker (1980) ; il a présenté une longueur de recollement $X_R = 4.93h$ tandis que la valeur expérimentale est de $X_R = 5.5h$. Il a constaté aussi que l'énergie cinétique de la turbulence obtenue numériquement au voisinage du point de rattachement est inférieure à la valeur expérimentale.

Une étude assez complète par simulation numérique directe a été menée par Le & al.(1997) par l'examen de la longueur moyen de recollement dans la direction transversale. Les résultats statistiques ont montré un bon accord avec les résultats expérimentaux de Jovic & Driver (1994). Néanmoins dans la région de redéveloppement, les profils de vitesses moyennes s'écartent de la loi universelle logarithmique. Les auteurs attribuent cet écart aux effets combinés du faible nombre de Reynolds et du gradient inverse de pression.

Hanjalic & Jacirlic (1998) ont considéré les résultats des travaux de Jovic & Driver (1994) et Le & al. (1997) pour tester une nouvelle variante de modèles de fermeture au second ordre. C'est une version à faibles nombres de Reynolds avec des modifications introduites dans le terme de pression déformation et dans l'équation de la dissipation. Un nouveau terme source sous une forme invariante a été introduit dans l'équation de dissipation ϵ . Ce terme fait augmenter localement ϵ dans la zone où l'échelle de longueur de

turbulence $l = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon}$ devient excessive. Les auteurs trouvent que cette approche reproduit les résultats de Jovic & Driver (1994) aussi correctement que la simulation numérique directe de Le & al. (1997) ; cependant elle fait défaut dans l'évolution du coefficient de frottement dans la zone de recirculation. Plus loin dans la région de redéveloppement, les auteurs trouvent que le coefficient de frottement ainsi que les profils de

vitesse moyenne sont bien prédits par le modèle tandis que l'intensité de la fluctuation longitudinale est légèrement sous-estimée.

Neumann & Wengle (2003) ont considéré l'effet d'un obstacle avant la marche sur le contrôle du recollement. Ils ont mené leur étude numérique conjointement avec DNS et LES en prenant un nombre de Reynolds Re_h de 3000. Les auteurs ont obtenu un bon accord entre les résultats des deux approches. L'analyse spectrale et statistique du champ instantané a par ailleurs montré que la structure de l'écoulement est très perturbée par la condition en amont. Un accroissement dans les fluctuations de vitesse longitudinale et transversale est remarqué particulièrement dans la zone de la première recirculation. La dimension de la deuxième recirculation est considérablement réduite à cause de l'accroissement de l'entraînement dans la couche cisailée. Ces auteurs ont montré aussi qu'il existe une distance optimale entre l'obstacle et la marche pour assurer une réduction maximale de la longueur de recollement.

Quant à Dejoan & Leschziner (2004), ils ont utilisé la simulation des grandes échelles afin d'étudier les effets d'une perturbation périodique introduite dans la couche cisailée. Cette perturbation est générée par un jet à travers une fente le long de l'arête transversale de la marche. En particulier, le calcul a correctement prédit la réduction de la longueur de recollement. Cette réduction est associée à une nette augmentation de l'intensité normale de la turbulence. L'analyse des auteurs a révélé que l'accroissement des tensions de Reynolds reflète la génération de grandes structures dans la région de recirculation au-dessous de la couche cisailée. Les grosses structures sont entraînées avec une vitesse de convection approchant 40% de la vitesse de l'écoulement avant le décollement.

Aider & Danet (2006) ont étudié par simulation des grandes échelles l'influence des conditions aux limites amont sur l'écoulement derrière une marche descendante. La première condition concerne l'ajout d'un bruit blanc à un profil de vitesse de couche limite turbulente. La seconde est basée sur un calcul précurseur où un développement d'une couche limite quasi turbulente est simulé à l'entrée. Dans ce dernier cas, les auteurs ont montré que les tourbillons quasi longitudinaux de la couche limite amont provoquent une déstabilisation précoce de la couche de mélange en aval de la marche. Ceci a conduit principalement à une réduction de la longueur de recollement et une modification des fréquences caractéristiques.

F. Ghotbi & al. (2008) ont utilisé une version instationnaire de la modélisation au second ordre (URANS) afin d'étudier les fréquences caractéristiques ainsi que la dimension des structures derrière une marche. Avec cette nouvelle approche à faibles nombres de Reynolds (Elliptic Blending Reynolds Stress Model), les auteurs ont remarqué que la solution convergée du cas instationnaire est une solution stationnaire; l'instabilité primaire de l'écoulement n'est pas reproduite par URANS. Les auteurs font remarquer que les dimensions des structures sont fortement dépendantes de la méthode numérique et par conséquent leur prédiction par URANS n'est pas appropriée

Les auteurs ont quand même obtenu une évolution du coefficient de frottement dans la zone de recirculation et une longueur de recollement améliorés par rapport aux résultats du modèle $k - \varepsilon$ et le modèle du second ordre de Launder Reece et Rodi (LRR) avec des fonctions de paroi.

En 2012, Wenquan et al. ont utilisé la simulation à grandes échelles (LES) pour un écoulement turbulent sur une marche descendante avec un nombre de Reynolds $R_h = 28000$ avec un rapport d'expansion $Er = 1.25$. Ils ont montré dans ces calculs que le coefficient de frottement et la longueur moyenne recollement est en bon accord avec les données expérimentales. Leurs résultats de calculs s'accordent avec ceux de Adams et al. et Akselvoll et Moin.

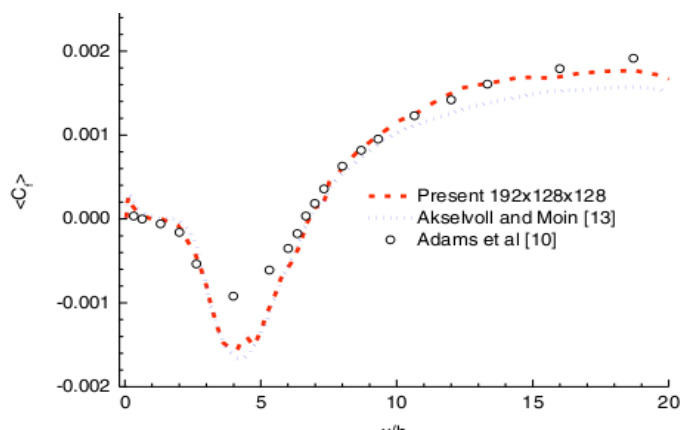


Figure 1.10: L'évolution du coefficient de frottement en aval d'une marche descendante (Wenquan et al. (2012)).

<i>Auteur</i>	<i>Type d'étude</i>	<i>H (mm)</i>	<i>Re_h</i>	<i>X_R/h</i>
Eaton & Johnston (1981).	Expérience	50.8	$Re_{\theta} = 240$	7
Driver <i>et al.</i> (1987).	Expérience	12.7	40000	6,1
Troutt <i>et al.</i> (1984).	Expérience	56	45000	6
Adams & Johnston (1988).	Expérience	38,1	800...40000	4,9...6,7
Chun & Sung (1996).	Expérience	50	13000...33000	6,75...7,8
Le, Moin & Kim (1997).	Numérique	ER = 1,2	5000	6,28
Silveira Neto <i>et al.</i> (1993).	Numérique	/	38000	8.1
Huang & Fieldler (1997).	Expérience	20	4300	5
Heenan & Morrison (1998).	Expérience	75	190000	5,5
Tihon <i>et al.</i> (2001).	Expérience	20	4800	5,1
Spazzini <i>et al.</i> (2001)	Expérience	22	3500...16000	5...6,5
Lee & Sung (2001).	Expérience	50	33000	7,4

Tableau 1.1 – Longueurs de recollement observées dans la littérature pour la marche descendante (P. Weiss, 2010).

1.3 Travaux antérieurs sur le champ thermique

Le transfert de chaleur turbulent à travers la marche descendante intervient dans de nombreuses applications industrielles, telles que les échangeurs de chaleur, les moteurs aéronautiques, le refroidissement des parois de la chambre de combustion dans les turbines à gaz, et pour le refroidissement des composants électroniques.

La prédiction du nombre de Nusselt, le long de la marche est très importante pour le design thermique, ou pour estimer des niveaux de sécurité, etc. Le calcul du nombre de Nusselt repose sur le gradient pariétal de température adimensionné. Ce nombre traduit le rapport de la quantité de chaleur échangée par convection à la quantité de chaleur échangée par conduction.

$$Nu = \frac{q_w(\text{convection})}{q_w(\text{conduction})} = \frac{h_c(T_w - T_\infty)}{\lambda_f(T_w - T_\infty)/L} = \frac{h_c L}{\lambda}$$

Où, L est la longueur caractéristique, prise égale à h dans le cas de la marche descendante, h_c est le coefficient d'échange thermique et λ_f représente la conductivité du fluide.

1.3.1 Études expérimentales

De nombreuses expériences fournissent des données sur l'influence des différents paramètres de l'écoulement sur le transfert thermique en aval d'une marche descendante.

En 1959 déjà, Seban & al. ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur dans les régions de séparation, de recollement et de développement de l'écoulement en aval de la marche. Ils ont constaté que le coefficient de transfert de chaleur atteint une valeur maximale au niveau du point de rattachement, et après ce point il diminue comme représenté sur la figure (1.13).

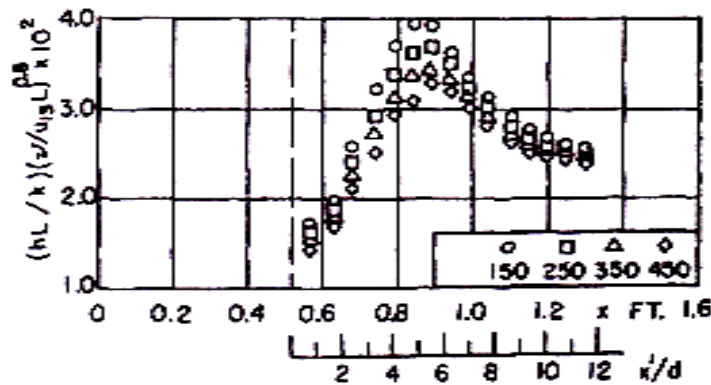


Figure 1.11: L'évolution du coefficient de transfert de chaleur (Seban et al. (1959)).

Aung et Goldstein (1972) ont utilisé un interféromètre de Mach-Zehnder pour mesurer les distributions de température de l'air circulant en aval d'une marche descendante. Les auteurs ont constaté que la position du maximum de transfert thermique X_{max} coïncide avec le point de recollement X_r .

Vogel et Eaton (1985) ont procédé à une analyse détaillée à la fois du champ thermique et champ dynamique dans un canal dont le rapport d'expansion est de 1,25. Les expériences ont été menées à des nombres de Reynolds compris entre 13 000 et 42 000; et le flux thermique constant imposé à la paroi inférieure, en aval de la marche est de 270 W. Ils ont analysé la distribution du nombre de Nusselt le long de la paroi pour des différentes conditions d'entrée. Ils ont trouvé que la position du nombre de Nusselt maximum est situé légèrement en amont du point rattachement de $X_{\max} = 0.9X_r$. Ceci étant valable pour différentes épaisseurs de la couche limite amont. Par ailleurs, ils ont remarqué que le nombre de Stanton diminue quand δ/h augmente.

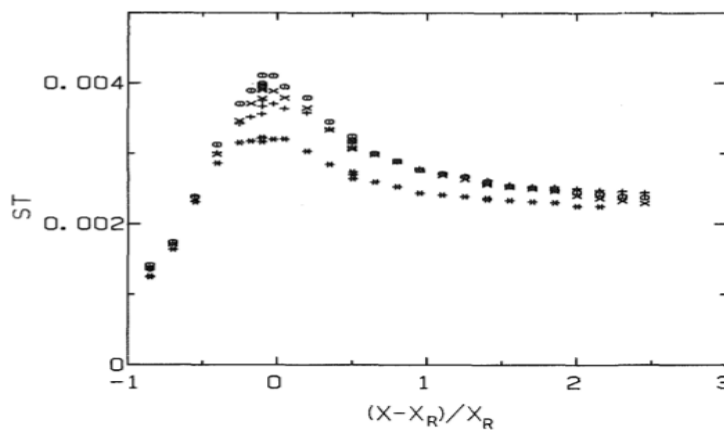


Figure 1.12 : Profils du nombre de Stanton pour des épaisseurs de la couche limite à l'entrée $Re = 28,000$: o $\delta/h = 0.15$; x $\delta/h = 0.19$; $+$ $\delta/h = 0.7$; $*$ $\delta/h = 1.1$.

Une année plus tard, dans une étude expérimentale similaire, mais avec un rapport d'expansion de 1.667, Mori & al. (1986) ont trouvé que la position du maximum d'échange thermique moyen $X_{\max}$ est décalé vers l'amont par rapport au point de recollement moyen X_r .

Les travaux expérimentaux de Dumoulin (1993), ont montré que pour des nombres de Reynolds Re compris entre 20000 et 70000, $X_{\max}$ est plus petit que X_r ; cette dernière valeur diminuant de façon linéaire avec l'augmentation de Reynolds. Par contre, au-delà de $Re = 80000$, $X_{\max}$ est plus grand que X_r .

Le même problème a été abordé par Boizumault & al.(2000) en considérant trois conditions d'écoulement à l'amont de la marche: écoulement uniforme en dehors d'une couche limite laminaire, celui d'une couche limite turbulente ou le cas d'un écoulement en régime établi.

Ils ont conclu que :

- l'abscisse du point de transfert maximum présente des variations importantes pour la gamme de nombres de Reynolds étudiée.
- le transfert de chaleur dans la zone de recirculation, $X < X_{max}$ ne dépend que du régime d'écoulement en amont de l'élargissement: laminaire ou turbulent.
- Le transfert de chaleur dans la zone de recollement est régi par l'épaisseur de la couche limite d'une part et par la vitesse d'autre part.

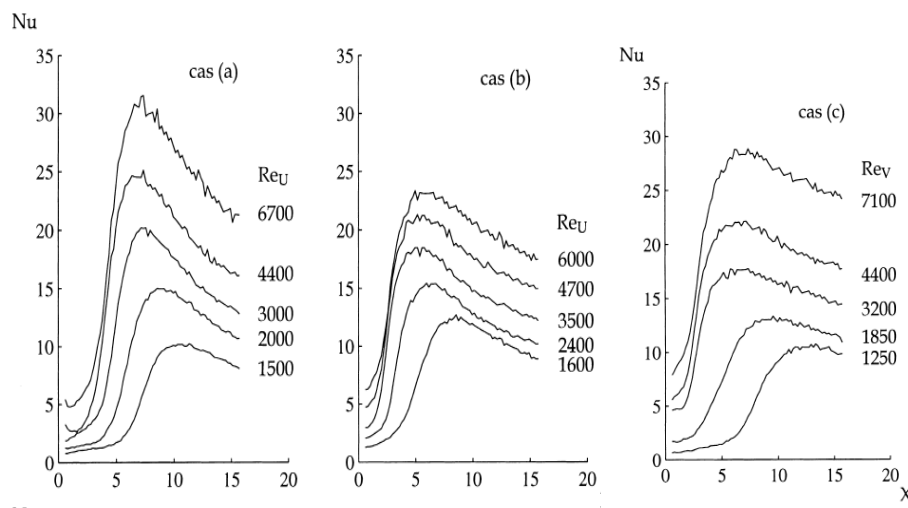


Figure 1.13 : l'évolution longitudinale du nombre de Nusselt (Boizumault et al. (2000)). (a): $Re_U = \frac{Uh}{\nu}$ écoulement uniforme en dehors de la couche limite laminaire, (b): $Re_U = \frac{Uh}{\nu}$ écoulement uniforme en dehors de couche limite turbulent, cas (c): $Re_v = \frac{Vh}{\nu}$ écoulement en régime établi à l'entrée du canal.

Sano Masatoshi & al. (2009) ont présenté des résultats expérimentaux pour un écoulement turbulent dans un canal en aval d'une marche descendante contrôlé par une aspiration tangentielle ou verticale à la paroi chauffée. Le forçage utilisé était un dispositif d'aspiration à travers une ouverture dans le coin inférieur de la marche. Ils ont mesuré le coefficient de transfert thermique local et la pression statique à la paroi derrière la marche. Leurs résultats ont montré l'amélioration du transfert de chaleur dans la région de recirculation par le forçage et à la réduction de la chute de pression. Aussi, l'amélioration du coefficient de transfert de chaleur produit avec l'augmentation de l'énergie turbulente.

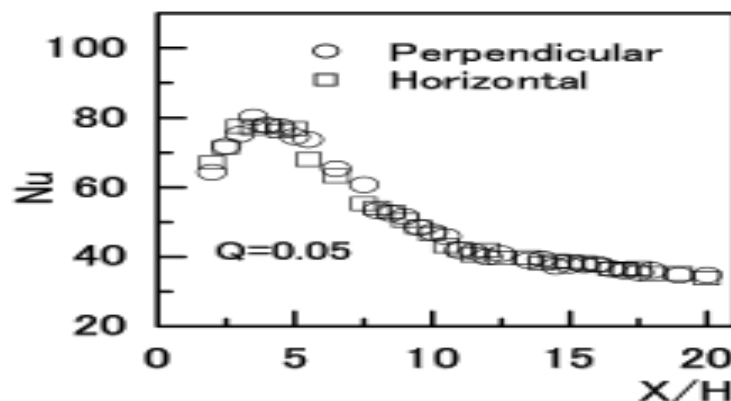


Figure 1.14 : Nombre de Nusselt local pour les cas d'aspiration horizontale et verticale.

Le montage expérimental de Boizimault a été utilisé bien plus tard par Ouedd Rebai (2011), dans son mémoire de master, pour le cas où l'écoulement amont est de type jet pariétal, il a analysé l'effet du nombre de Reynolds ainsi que la hauteur de la marche sur le transfert de chaleur. L'auteur a montré que l'augmentation de la hauteur de la marche est traduite par une diminution de l'intensité d'échange convectif (valeur de Nu plus faible) qui peut être expliquée par l'augmentation de la taille de la zone de recirculation quand la hauteur de marche augmente. Aussi, l'augmentation de nombre de Reynolds augmente le coefficient de transfert.

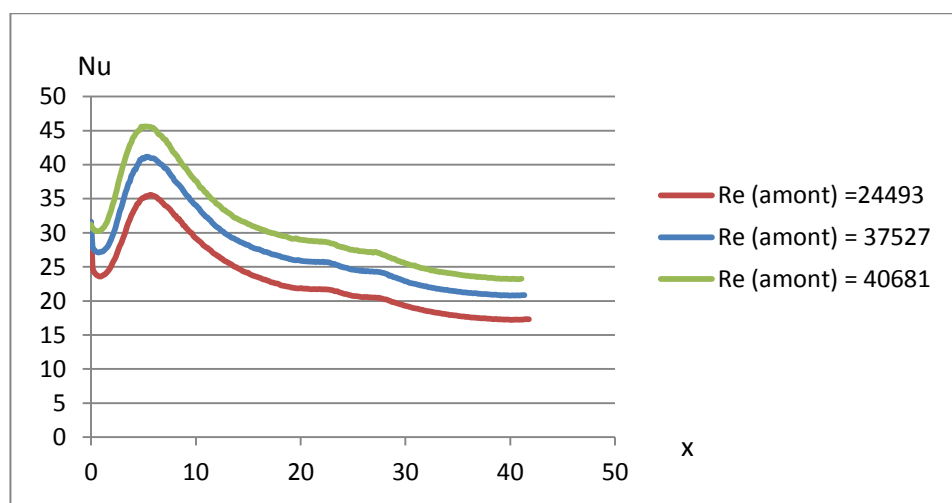


Figure 1.19 : Profils de l'évolution du nombre de Nusselt.

1.3.2 Études numériques

Comparé à la multitude des modèles proposés dans la littérature de turbulence pour le champ dynamique, il existe seulement peu de modèles de transfert de chaleur. Les modèles thermiques s'avèrent plus délicats à mettre en œuvre, d'autant que les mesures précises sont difficiles à réaliser. Plusieurs chercheurs se sont intéressés à la simulation numérique du transfert thermique pour le cas d'une marche descendante :

Horstman et al. 1997, ont étudié numériquement le transfert thermique à l'aval d'une marche descendante pour un écoulement turbulent incompressible, de rapport d'expansion de 1.667, en utilisant le modèle standard $k-\varepsilon$ avec le modèle thermique SGDH (Simple Gradient Diffusion Hypothesis). Les auteurs ont utilisé quatre différents cas des conditions à l'entrée : deux différentes profils de vitesses à l'entrée d'épaisseur de couche limite ($\delta/h = 0.2$ et $\delta/h = 0.75$), combinées avec deux différents profils de température (uniforme et pleinement développée). Un flux thermique constant de 5000 W/m^2 est imposé à la paroi en aval de la marche. Ils ont conclu que la position du maximum du nombre de Nusselt correspond bien à celle obtenue expérimentalement par Mori et al. 1986 pour le premier cas de température uniforme et épaisseur de couche limite à l'entrée $\delta/h = 0.2$.

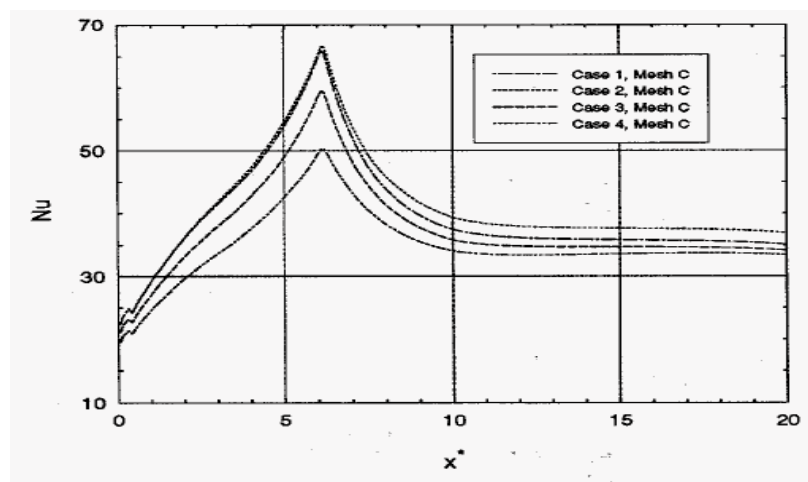


Figure 1.15 : Profils de l'évolution du nombre de Nusselt, pour les quatre cas (Hostman et al. 1997).

Par ailleurs, les auteurs ont montré que le maillage du domaine influe sur le nombre de Nusselt considéré et les valeurs du nombre de Nusselt maximum.

Le tableau 1.2 illustre les trois cas de maillage prédits et les résultats correspondants aux nombres de Nusselt maximum.

Grille	Nombre de cellules	1 ^{er} cas	2 ^{ème} cas	3 ^{ème} cas	4 ^{ème} cas
A	1023	66.05	69.84	61.1	53.67
B	3593	66.10	67.46	59.81	51.3
C	13383	64.86	65.33	58.56	49.94

Tableau 1.2 : Valeurs maximales de nombre de Nusselt pour différents maillages.

Giovannini et al. (1997) ont utilisé le code de calcul *Cuteflows*, pour simuler un écoulement incompressible instationnaire en aval de la marche descendante avec un flux thermique de 270 W/m^2 imposé à la paroi, dans les conditions d'un rapport d'expansion 1.25 et de nombre de Reynolds basé sur la marche de $Re_h = 2.10^4$. Les auteurs ont trouvé que la position de X_R ne s'accorde pas à la position $Nu_{\max}$; ils attribuent cela à deux mécanismes induits par la dynamique tourbillonnaire : l'effet d'impact de l'écoulement extérieur avec une composante normale à la paroi $V < 0$, et l'effet de balayage avec une composante longitudinale à la paroi $U > 0$. Ils ont constaté que lorsque le balayage est le mécanisme dominant, les zones de recirculation sont longues et le point d'échange de chaleur maximal est décalé vers l'amont. Lorsque l'impact est le mécanisme dominant, les zones recirculées sont courtes et le point d'échange de chaleur maximal est décalé vers l'aval. Le rôle des structures tourbillonnaires dans ce mécanisme est mis en évidence par l'analyse de corrélations vitesses températures.

Valencia et al (1997) ont étudié l'effet pulsatile d'un écoulement incompressible stationnaire sur les caractéristiques du transfert de la chaleur derrière une marche descendante. Pour Reynolds de 52400, ils ont constaté que le flux pulsatile amont n'a pas d'effet sur le transfert thermique dans la zone de séparation.

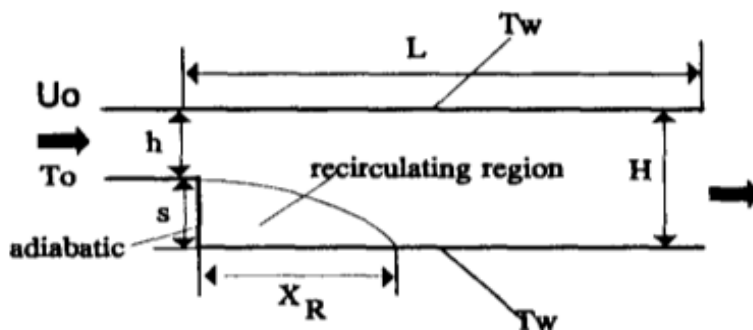


Figure 1.16 : Configuration de la marche descendante, Valencia et al (1997).

En formulation d'écoulement compressible, Ravikanth & al. (2002), ont étudié le transfert thermique derrière une marche descendante ayant un rapport d'expansion de 1.5. Les auteurs ont montré que la sous-couche visqueuse joue un rôle primordial dans le transfert de chaleur. Et le maximum de transfert se produit juste en amont de la zone de recollement. La courbe suivante, figure (1.17) montre l'évolution du nombre de Stanton moyen en fonction du flux thermique.

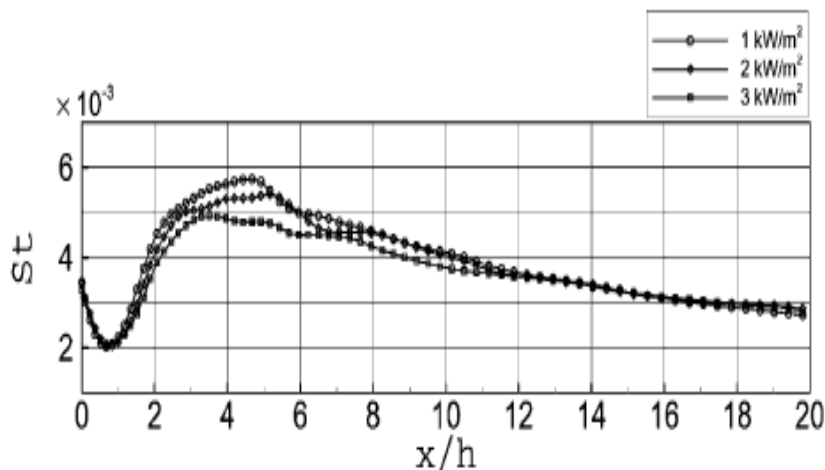


Figure 1.17 : Evolution longitudinale du nombre de Stanton moyen Ravikanth & al. (2002). On remarque que dans la zone de recollement, le nombre de Stanton diminue avec l'augmentation flux imposé à la paroi, sans que la position de son maximum soit affectée.

Armaly et Nie (2002) ont étudié numériquement l'effet de la hauteur de la marche sur le transfert de chaleur derrière une marche descendante. Dans le cas d'un écoulement laminaire et tridimensionnel ils ont montré notamment que le nombre de Nusselt et la longueur de rattachement augmente quand la hauteur de la marche s , augmente.

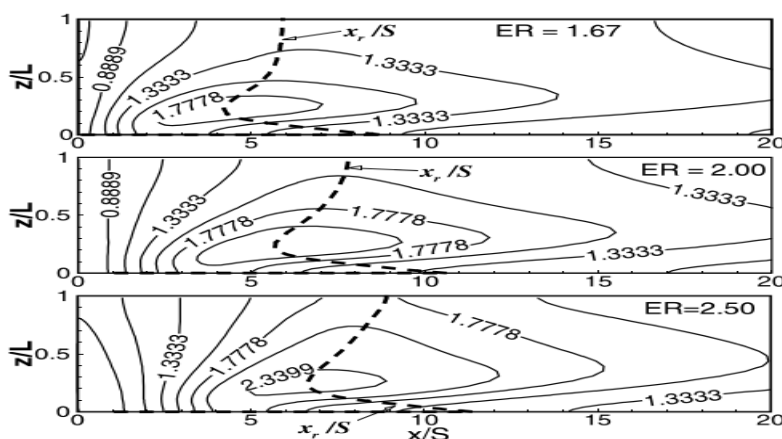


Figure 1.18 : Distribution du nombre de Nusselt pour différentes hauteurs de la marche : $s=0.008, 0.01$ et $0.012m$. Armaly & Nie (2002).

Dans l'étude entreprise par Keating & al. (2004), le problème du transfert de chaleur en aval d'une marche descendante est abordé avec la simulation des grandes échelles. Dans la configuration du rapport d'aspect 1.25 et pour un nombre de Reynolds $Re = 28000$, ils ont essayé deux modèles ; le modèle sous maille nommé le modèle à échelle visqueuse, (échelle diffusive dynamique) et le modèle dynamique mixte. Les auteurs ont montré que le coefficient de chaleur est maximal en amont de la zone de rattachement.

Chen et al. (2006) ont utilisé une modélisation à faible nombre de Reynolds à deux équations pour étudier l'effet de la hauteur de la marche S , sur le transfert de chaleur. Un Flux de chaleur constant et uniforme de 270 W/m^2 est imposé à la paroi en aval de la marche, tandis que les autres parois sont traités comme adiabatiques. Les auteurs ont montré que le maximum du nombre de Stanton diminue quand la hauteur de la marche augmente. La figure (1.23), montre l'évolution de la longueur de rattachement et du nombre de Stanton pour trois rapports d'expansion ER : 1.11, 1.25 et 1.67. On remarque particulièrement que le maximum du nombre de Stanton diminue et sa position est décalée vers l'aval quand le rapport ER augmente.

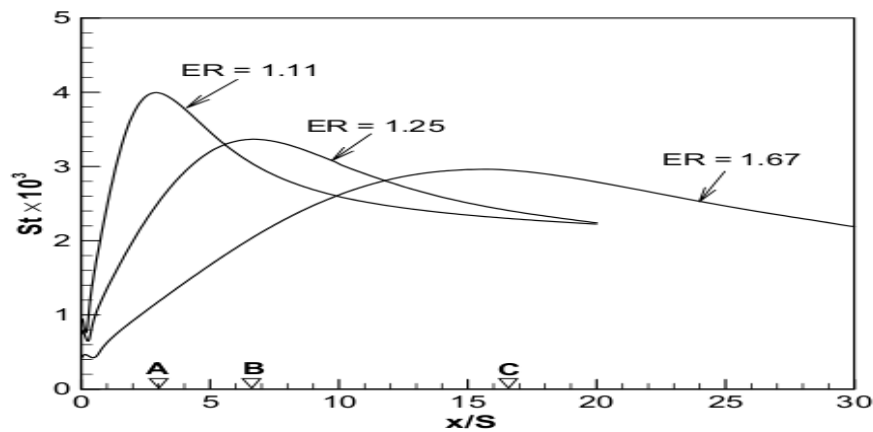


Figure 1.19 : Distribution du nombre de Stanton. ▽ Point de rattachement Chen & al. (2006).

L'étude de transfert de chaleur conjugué a attiré l'attention de plusieurs chercheurs. Rajesh & Manab (2006), ont étudié l'effet de quatre paramètres sur le nombre de Nusselt: le nombre de Reynolds, le nombre de Prandtl, le rapport de conductivité « K » ($K = k_f / k_s$, rapport entre la conductivité thermique du fluide et du solide) et la hauteur du bloc poreux « b », les résultats essentiels sont présentés sur la figure (1.21).

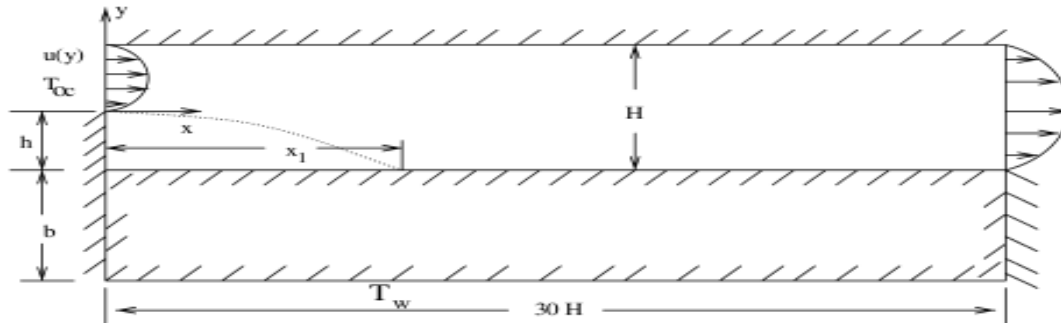


Figure 1.20 : Configuration de la marche descendante (Rajesh & Manab (2006).

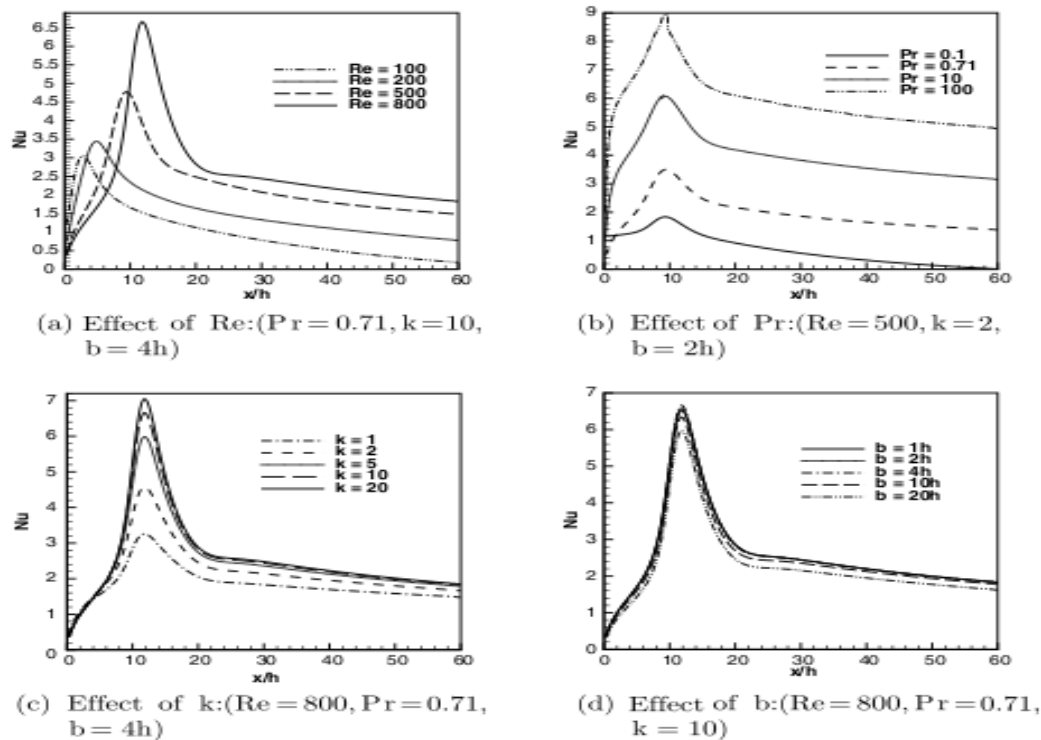


Figure 1.21 : L'effet de quatre paramètres : Re , Pr , $K = k_f / k_s$ et b , sur le nombre de Nusselt.

Sur la figure (1.21-a), on remarque que, le nombre de Nusselt croît et la position de Nusselt maximum se déplace vers l'aval de la marche descendante avec l'augmentation du nombre de Reynolds Re . du nombre de Prandtl et du rapport de la conductivité K . Et décroît avec l'augmentation de la hauteur du block poreux b . alors que lorsque le nombre de Prandtl augmente, le transfert de chaleur augmente sans que la position du maximum soit affectée : les auteurs montrent par ailleurs en figure (1.21-c) que le rapport de conductivité influe sur le maximum de Nusselt ; le transfert est d'autant important que k augmente. L'effet de l'épaisseur du block poreux est par contre négligeable figure (1.21-d).

Récemment, Kanna et al. (2009), ont étudié le transfert de chaleur conjugué dans le cas où l'écoulement entrant est de type jet pariétal laminaire, incompressible et bidimensionnel en aval d'une marche descendante. L'étude est réalisée pour déterminer l'effet des paramètres:

La longueur de la marche l , la hauteur de la marche s et l'épaisseur de paroi chauffée w sur la température de l'interface conjugué, le nombre de Nusselt local et le nombre de Nusselt moyen.

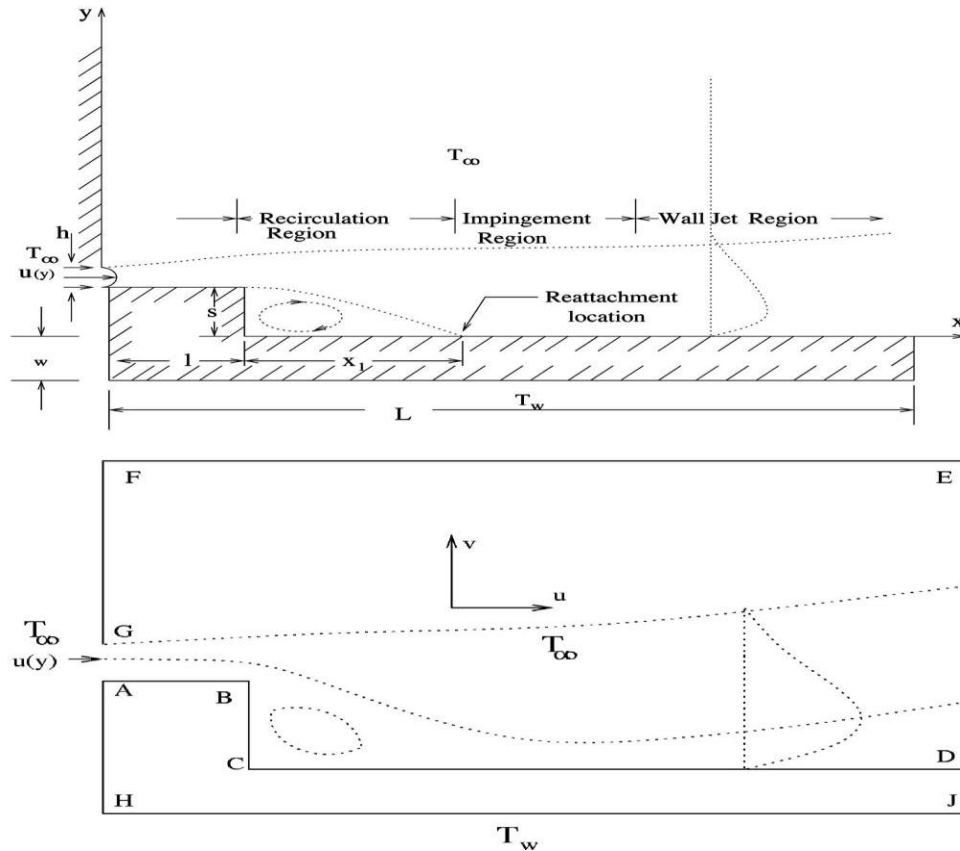


Figure 1.26: Géométrie et conditions aux limites

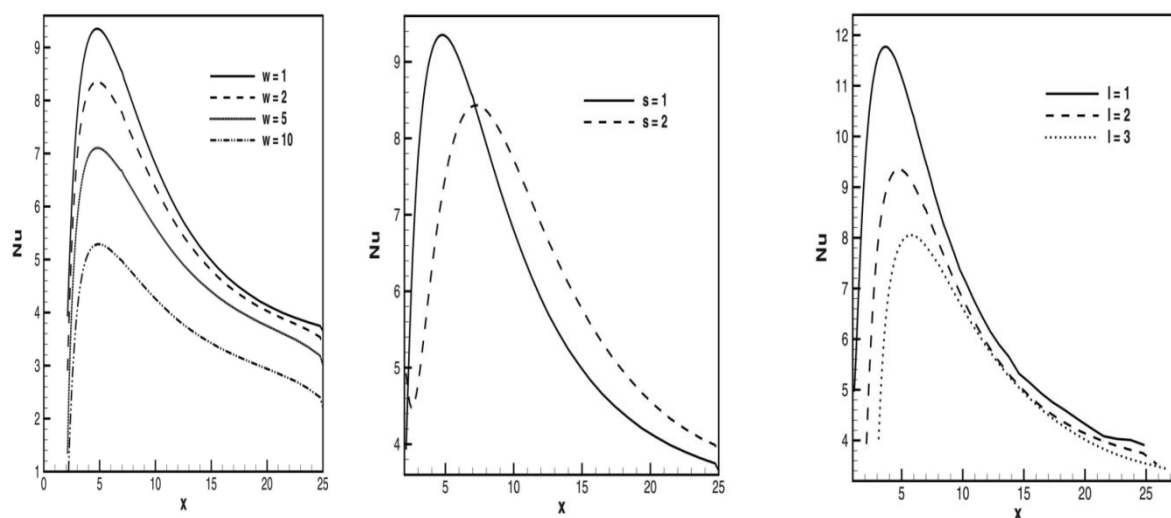


Figure 1.27: Effet des paramètres : w , s et l sur le nombre de Nusselt local.

Les auteurs ont montré que le nombre de Nusselt local décroît avec l'augmentation de l'épaisseur de la paroi chauffée w et de la longueur de la marche l . Ainsi il décroît avec l'augmentation de la hauteur de la marche avec un déplacement de son point maximum en aval de la marche. Et lorsque la hauteur de la marche augmente, le maximum du nombre de Nusselt diminue et sa position s'éloigne de la marche.

CHAPITRE II

MODELISATION DE LA TURBULENCE

Introduction

Nous rappellerons, dans ce chapitre, quelques éléments de la modélisation de la turbulence que nous détaillerons pour le cas de l'approche statistique en un point *RANS* (*RANS*, Reynolds-Averaged Navier-Stokes), adoptée dans le cadre de ce travail.

2.1 Simulation numérique des écoulements turbulents

La simulation numérique des écoulements turbulents résout, au moyen d'un ordinateur, les équations de Navier-Stokes préalablement discrétisées avec un schéma numérique. Différentes approches de simulation se dégagent dans la littérature ; à savoir la simulation numérique directe (*DNS*, Direct Numerical Simulation), la simulation purement statistique *RANS* (*RANS*, Reynolds-Averaged Navier-Stokes), et la simulation des grandes échelles (*LES*, Large Eddy Simulation).

La figure (2.1) résume ces différentes approches utilisées pour la modélisation de la turbulence dans les équations de Navier-Stokes. Elles sont décrites brièvement par la suite.

Modélisation de la turbulence.

Équations de Navier-Stokes.

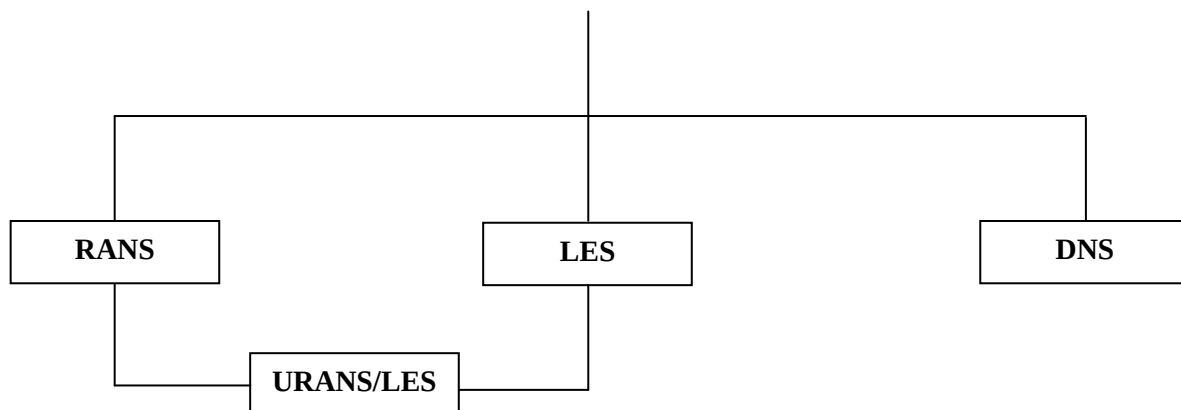


Figure 2.1 : les trois principaux axes de modélisation de la turbulence.

2.1.1 Simulation numérique directe (DNS, Direct Numerical Simulation)

La simulation numérique directe, consiste à résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes, sans aucune modélisation. Les résultats *DNS* sont valables comme pour les données des mesures expérimentales. La simulation numérique directe se révèle donc un outil très puissant, mais elle possède cependant de fortes limitations, car le nombre de mailles nécessaire pour la discrétisation est de l'ordre de: $Re^{9/4}$ en turbulence homogène (avec $Re = \frac{U_\infty L}{\nu}$, le nombre de Reynolds turbulent, U_∞ est la vitesse, L est l'échelle de longueur et ν la viscosité du fluide). Ce qui la limite à des configurations d'écoulement très simples à faible nombre de Reynolds.

2.1.2 Simulation des grandes échelles (LES, Large Eddy Simulation)

La simulation des grandes échelles est une approche intermédiaire entre la *DNS* et la modélisation *RANS*. Les grandes structures de l'écoulement contenant et transportant l'énergie sont résolues explicitement, alors que l'effet des petites structures de la turbulence (les petites échelles) est modélisé. Elle consiste à résoudre les équations filtrées de Navier-Stokes. Le champ obtenu est également tridimensionnel et instationnaire, mais il caractérise uniquement les structures tourbillonnaires aux grandes échelles. Les petites échelles, qui ont un comportement plus universel, sont modélisées.

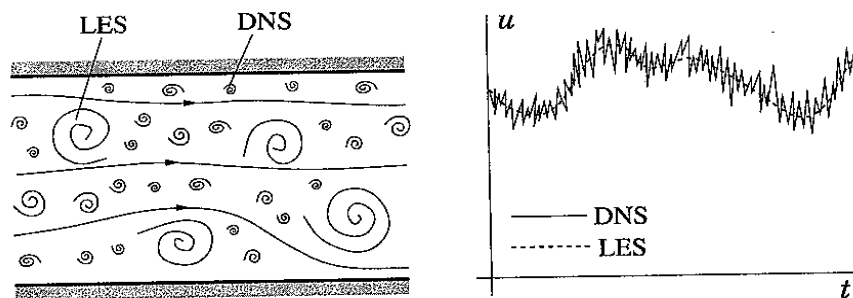


Figure 2.2 : Visualisation de l'approche LES (Ferziger 2002).

2.1.3 Simulation moyennée des équations de Navier-Stokes (RANS, Reynolds-Averaged Navier-Stokes)

Initialement proposée par Reynolds en 1895, cette consiste à distinguer dans le mouvement instantané d'un écoulement une composante moyenne définie à partir des moyennes statistiques, et une composante fluctuante constituant le mouvement turbulent. Cette décomposition, appliquée à toute grandeur instantanée, conduit à un traitement statistique des équations de Navier Stokes. Cette décomposition, a une contrepartie qui est l'apparition de termes inconnus sous forme de corrélations doubles de vitesse fluctuante. Il en résulte alors un problème ouvert pour lequel il est nécessaire d'introduire de nouvelles équations (ou relations) afin de le fermer et de pouvoir le résoudre. Elle a été conçue pour produire des solutions numériques du mouvement moyen du fluide au sens de la moyenne d'ensemble de ces équations. Toutes les échelles de la turbulence sont modélisées. Cette approche est aussi utilisée en version instationnaire, communément appelée *URANS* (Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes) consiste à résoudre les équations *RANS* tout en conservant le terme instationnaire $\partial/\partial t$

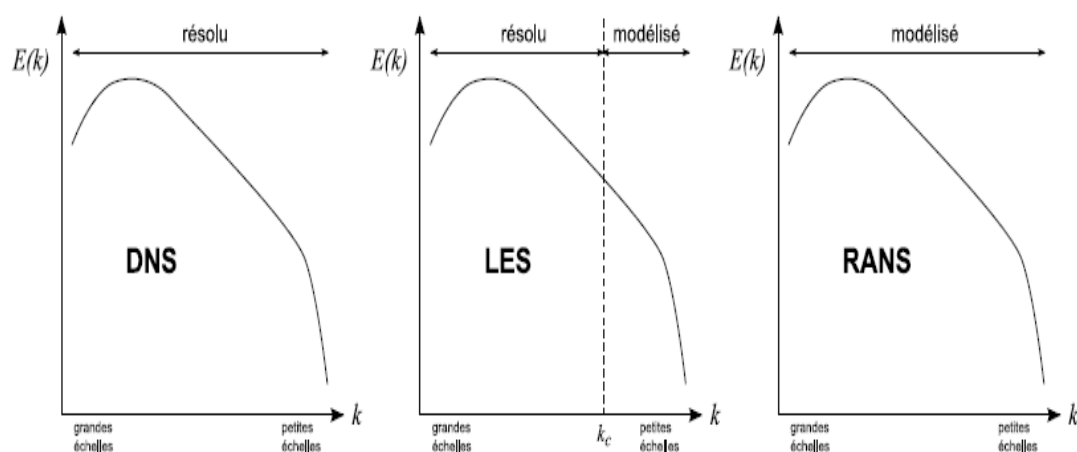


Figure 2.3: Comparaison des différentes approches pour la simulation numérique de la turbulence. (O. Cabrit, 2009).

L'exemple du spectre d'énergie cinétique turbulente permet de dissocier schématiquement les échelles résolues par la méthode numérique, de celles modélisées

2.1.4 L'approche hybride *URANS/LES*

L'idée des modèles hybrides est de coupler les avantages des deux types de simulation des grandes échelles et le modèle statistique. L'approche *RANS* est effectuée pour le calcul en proche paroi, ainsi que *URANS* (Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes) est utilisée et la simulation *LES* est effectuée loin des parois.

2.2 Equations de base de l'approche statistique en un point

Les écoulements de fluides sont gouvernés par les équations de Navier Stokes. Notre travail repose sur l'application de la modélisation en un point. Nous exposons la méthodologie. Ces équations, qui expriment des lois physiques de conservation, se déduisent des lois de Newton du mouvement. Ce système d'équations comporte l'équation de conservation de la masse, l'équation de conservation de quantité de mouvement et de l'équation de conservation de l'énergie totale.

2.2.1 Equations de conservation

Dans cette étude on considère un écoulement bidimensionnel et incompressible d'un fluide newtonien dont les propriétés thermo physiques sont supposées constantes. Les forces de volume sont par ailleurs négligées. Les équations de base, en formulation indicielle s'écrivent sous la forme suivante:

Conservation de la masse : Cette équation est appelée équation de la continuité.

$$\frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1)$$

Conservation de la quantité de mouvement:

$$\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.2)$$

Équation de conservation d'énergie thermique:

L'équation de conservation de l'énergie thermique est obtenue de l'équation de conservation de l'énergie interne, qui est à son tour déduite de l'équation fondamentale de la conservation de l'énergie totale. L'équation de l'énergie totale est déterminée par l'application du premier principe de la thermodynamique. Elle est rappelée en détail, en annexe B

$$\tilde{U}_j \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) \quad (2.3)$$

Dans ces équations, ρ représente la masse volumique supposée constante, C_p la chaleur massique, λ la conductivité thermique, Pr est le nombre de Prandtl du fluide, $\tilde{U}_j$ les composantes de la vitesse, $\tilde{T}$ la température et ν la viscosité cinématique.

2.2.2. Moyenne de Reynolds

Dans le cadre de l'approche moyennée proposée par Reynolds (1883), les grandeurs instantanées (vitesse, pression, température, etc.) sont décomposées en une partie moyenne et une partie fluctuante. Les variables intervenant dans le système s'écrivent alors :

$$\tilde{U}_i = U_i + u_i ; \quad \tilde{P} = P + p \quad \text{et} \quad \tilde{T} = T + t$$

Cet opérateur de moyenne vérifie les propriétés suivantes:

- $\overline{\tilde{u}} = \overline{\tilde{v}} = 0$
- $\overline{\tilde{U} + \tilde{V}} = U + V$
- $\overline{\alpha \tilde{U}} = \alpha U$, α est une constante.
- $\overline{\tilde{U} \tilde{V}} = UV$
- $\overline{\frac{\partial \tilde{U}}{\partial t}} = \frac{\partial U}{\partial t}$
- $\overline{\frac{\partial \tilde{U}}{\partial x_i}} = \frac{\partial U}{\partial x_i}$
- $\overline{\tilde{U} \tilde{V}} = UV + \overline{uv}$

Le symbole « $\sim$ » se réfère aux valeurs instantanées des variables. L'introduction de cette décomposition et l'application de l'opérateur moyenne statistique aux équations instantanées de Navier-Stokes permettent d'obtenir les équations RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes).

2.2.3 Équations de conservation moyennées

En remplaçant les variables instantanées $\tilde{U}_i, \tilde{P}, \dots$ par leurs décompositions respectives dans les équations de conservations de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, puis en prenant la moyenne statistique de ces équations, on aboutit aux équations de Reynolds (RANS : Reynolds Averaged Navier Stokes), sous la forme indicielle:

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.4)$$

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (2.5)$$

$$U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{u_j t} \right) \quad (2.6)$$

Les termes $\overline{u_i u_j}$ dans l'équation (2.5) donnent naissance aux tensions de Reynolds et proviennent de la non-linéarité des équations de Navier-Stokes. Ils traduisent l'interaction entre mouvement moyen et mouvement fluctuant. On définit alors le tenseur de Reynolds par:

$$R_{ij} = -\overline{u_i u_j} \quad (2.7)$$

Le tenseur de Reynolds est un tenseur symétrique :

$$R_{ij} = \begin{pmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Ce tenseur introduit six inconnues supplémentaires. Le système ci-dessus est un système ouvert: Il comporte plus d'inconnues que d'équations. Le problème de fermeture est résolu en introduisant, des « modèles de

turbulence ». Si les fluctuations turbulentes sont complètement isotropiques, le tenseur de Reynolds contiendra seulement les éléments de la diagonale où i et j sont égaux et: $\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2}$; la turbulence dans ce cas est isotrope, ce qui n'est pas le cas dans les écoulements complexes (Cohen 2004).

L'équation de la température moyennée, équation (2.6) contient le terme $\overline{u_j t}$ qui représente le flux de chaleur turbulent. Ces termes proviennent de la non-linéarité des équations de l'énergie. Ils traduisent l'influence du champ dynamique sur le champ thermique fluctuant.

2.3 Méthodes de fermeture en dynamique

On peut faire une classification des modèles selon un ordre de complexité. On distingue deux points de vue : Le premier est basé sur le concept de viscosité turbulente (hypothèse de Boussinesq), et le second consiste à résoudre tous les termes du tenseur de Reynolds explicitement.

2.3.1 La modélisation au premier ordre

La modélisation au premier ordre consiste à relier les corrélations d'ordre deux $\overline{u_i u_j}$ aux corrélations d'ordre un, ces modèles expriment linéairement les tensions de Reynolds en fonction des taux moyens de déformations:

$$\overline{u_i u_j} = -2\nu_t S_{ij} + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2.9)$$

Où : $k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}$ est l'énergie cinétique turbulente et $S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$ est le tenseur des taux moyen de déformations. Le coefficient de proportionnalité est un scalaire ayant les dimensions d'une viscosité, et est appelée viscosité turbulente ν_t . ν_t est déduite de la formule de Prandtl-Kolmogorov :

$$\nu_t = C_\mu L \sqrt{k} \quad (2.10)$$

où $\sqrt{k}$ et L sont les échelles de vitesse et de longueur caractéristiques des tourbillons les plus énergétiques.

En utilisant l'hypothèse d'équilibre spectral pour évaluer le temps de vie de ces tourbillons:

$$T = k/\varepsilon .$$

On obtient:

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.11)$$

Dans la formulation des modèles à deux équations, v_t est évaluée en utilisant deux équations de transport, l'une pour k et l'autre pour ε . :

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (2.12)$$

$$U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_t}{Pr_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{k}{\varepsilon} v_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon}{k} \quad (2.13)$$

Avec : C_μ , C_1 , C_2 , Pr_k , Pr_ε sont des constantes empiriques de modélisations (tableau 2.1).

Tableau 2.1 : Constantes de modélisation utilisées dans le modèle $k - \varepsilon$

C_μ	C_1	C_2	Pr_k	Pr_ε
0.09	1.44	1.92	1	1.3

Ce modèle est très utilisé pour les principales raisons suivantes: facilité de mise en œuvre, robustesse numérique, faible coût CPU, prédit correctement les écoulements cisailés simples. En revanche, ce modèle est peu adapté aux écoulements avec anisotropie, sous-estime la production, en raison de l'alignement des tensions de Reynolds avec le tenseur des taux de déformation. Le modèle $k-\varepsilon$ standard n'est pas valable en proche paroi contrairement au modèle $k-\omega$.

Dans la modèle $k-\omega$, de Wilcox D. (1988), qui est basé sur les équations modélisées du transport de l'énergie cinétique turbulente k et le taux spécifique de la dissipation ω , qui est calculée comme une fréquence caractéristique des gros tourbillons :

$$\omega = \varepsilon / C_\mu k \quad (2.14)$$

La formulation du modèle $k-\omega$ s'écrit :

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (2.15)$$

$$U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (2.16)$$

Avec : G_k représente la production de l'énergie cinétique de turbulence due aux gradients moyens de vitesse, G_ω représente la production de ω ; Y_k et Y_ω représente la dissipation de k et de ω respectivement due à la turbulence et S_k et S_ω sont les termes sources correspondantes.

Γ_k et Γ_ω représentent la diffusivité effective de k et de ω respectivement :

$$\Gamma_k = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \quad (2.17)$$

$$\Gamma_\omega = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \quad (2.18)$$

Où σ_k et σ_ω sont le nombre de Prandtl turbulent pour k et ω respectivement.

Notre description de la modélisation du second ordre sera un peu plus détaillée vu que notre travail se base sur cette approche.

2.3.2 Modèles au second ordre :

Dans la modélisation au second ordre RSM (Reynolds Stress Model), dits modèles au second ordre, ou modèles aux tensions de Reynolds, les tensions du tenseur de Reynolds sont obtenues directement à partir de leurs équations de transport. Les modèles RSM ont montré une supériorité par rapport aux modèles EVM, et surtout pour la prédiction de l'anisotropie. En particulier le terme de production est un terme exact dans les modèles RSM et ne nécessite donc pas de modélisation. Les modèles de turbulence du second ordre de Reynolds sont de plus en plus utilisés à mesure du développement de la puissance des ordinateurs. Rotta (1959) a été l'un des premiers à proposer une fermeture des équations de transport de la tension de Reynolds. D'autres auteurs ont contribué ensuite au développement de ce modèle, Donaldson (1969), Daly & Harlow (1970), Hanjalic & Launder (1972), Launder, Reece and Rodi (LRR 1975). Malgré la robustesse prouvée par ces modèles, des difficultés numériques sont rencontrées lors de leur utilisation. Dans l'approche de modélisation au second ordre, les tensions de Reynolds sont obtenues directement à partir de leurs équations de transport. L'échelle de longueur est déterminée par la résolution de l'équation de transport du taux de dissipation de l'énergie cinétique de la turbulence. Ces équations sont obtenues à partir des équations de vitesse fluctuantes.

2.3.2.1 Les équations du mouvement fluctuant

En soustrayant aux équations de quantité de mouvement instantanées les équations de quantité de mouvement moyen on obtient les équations de transports pour les fluctuations.

$$U_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -u_j \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \overline{u_i u_j} \right) \quad (2.19)$$

2.3.2.2 Les équations de transport des tensions de Reynolds

En multipliant scalairement chaque équation de transport des fluctuations par les fluctuations et en prenant la moyenne que l'on a définie précédemment, on obtient les équations de transport des contraintes ou tensions de Reynolds.

L'équation de transport des tensions de Reynolds s'écrit :

$$U_k \underbrace{\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k}}_{C_{ij}} = - \underbrace{\left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right)}_{P_{ij}} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \left(\overline{u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}} + \overline{u_j \frac{\partial p}{\partial x_i}} \right)}_{\phi_{ij}^*} - \underbrace{2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k}}_{\varepsilon_{ij}} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_i \partial x_i}}_{D_{ij}^\nu} - \underbrace{\frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k}}_{D_{ij}^t} \quad (2.20)$$

Les différents termes de l'équation (2.20) sont définis dans le tableau (2.2).

Tableau (2.2). Termes de l'équation de transport des tensions de Reynolds.

C_{ij}	$U_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k}$	Représente le terme de la convection.
P_{ij}	$\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$	Représente la production de la turbulence. Ce terme ne nécessite pas de modélisation.
ϕ_{ij}^*	$\frac{1}{\rho} \left(\overline{u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}} + \overline{u_j \frac{\partial p}{\partial x_i}} \right)$	Représente la corrélation pression-déformation, de trace nulle. Ce terme nécessite des hypothèses de fermeture.
ε_{ij}	$2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k}$	Représente la dissipation due à la viscosité du fluide, est un terme de destruction. Ce terme nécessite des hypothèses de fermeture.
D_{ij}^ν	$\nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_i \partial x_i}$	Représente la diffusion liée à la viscosité (diffusion moléculaire).
D_{ij}^t	$\frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k}$	Représente le transport de l'énergie turbulente par le mouvement turbulent (diffusion turbulente). Ce terme nécessite des hypothèses de fermeture.

En utilisant la notation tensorielle, l'équation de transport des tensions de Reynolds peut être écrite sous cette forme:

$$U_k \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k} = -P_{ij} + D_{ij}^\nu - \varepsilon_{ij} + \phi_{ij}^* - D_{ij}^t \quad (2.21)$$

Par définition les termes P_{ij} et D_{ij}^ν sont exactes et les termes ϕ_{ij}^* ε_{ij} D_{ij}^t exige des hypothèses de fermeture.

2.3.2.3 Modélisation des termes supplémentaires

➤ **Le terme de pression-déformation ϕ_{ij}^***

La pression est reliée au champ de vitesse par l'équation de Poisson.

De manière à la rendre plus explicite, ce terme est décomposé en terme corrélation pression déformation ϕ_{ij} de trace nulle et en diffusion par pression D_{ij}^p :

$$\phi_{ij}^* = \phi_{ij} + D_{ij}^p = \frac{1}{\rho} \overline{p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{p (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j)} \quad (2.22)$$

La modélisation de ϕ_{ij} repose sur l'équation de Poisson. La divergence de l'équation de la vitesse fluctuante donne lieu à l'équation de Poisson de la fluctuation de pression :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = -2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (u_i U_j) - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (u_i u_j - \overline{u_i u_j}) \quad (2.23)$$

L'intégration de cette équation, donne la corrélation pression déformation qui peut être exprimée par:

$$\begin{aligned} \overline{\frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)} &= \underbrace{\frac{1}{4\pi} \iiint_g \left(\frac{\partial^2 u_l u_m}{\partial x_l \partial x_m} \right)^B \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^A \frac{d\mathcal{G}}{r}}_{\phi_{ij}^{(1)}} + \underbrace{\frac{1}{2\pi} \iiint_g \left(\frac{\partial U_l}{\partial x_m} \right)^B \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_l} \right)^B \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^A \frac{d\mathcal{G}}{r}}_{\phi_{ij}^{(2)}} + \\ &\underbrace{\frac{1}{4\pi\rho} \iint_s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right)^B \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^A dS}_{\phi_{ij}^{(w)}} \quad (2.24) \end{aligned}$$

Dans cette équation, B désigne le point courant d'intégration, r étant la distance entre les points A et B et $\partial/\partial n$ étant la dérivée normale à la frontière. La contribution $\phi_{ij}^{(1)}$ est due uniquement aux interactions purement turbulentes, on l'appelle terme lent. La contribution $\phi_{ij}^{(2)}$ est engendrée par des interactions entre turbulence et gradient de vitesse moyenne, on l'appelle terme rapide. Le terme $\phi_{ij}^{(w)}$ est une intégrale de surface qui n'intervient qu'en présence de parois.

➤ **Modélisation de ϕ_{ij}^1 (partie linéaire, terme lent)**

Lumley et Newman (1977) proposent une modélisation et font introduire les invariants d'ordre deux II et trois III dans l'expression du terme de retour à l'isotropie.

$$\phi_{ij}^1 = \left[C_1'(II, III) a_{ij} + C_1''(II, III) \left(a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} II \delta_{ij} \right) \right] \varepsilon \quad (2.25)$$

où $II = a_{ij} a_{ji}$ $III = a_{ij} a_{in} a_{jn}$ sont les invariants d'ordre deux et trois du tenseur d'anisotropie $a_{ij} = \frac{R_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}}{k}$.

Les constantes C_1' et C_1'' sont ajustées par rapport à des données expérimentales.

➤ **Modélisation de $\phi_{ij}^{(2)}$ (partie linéaire, terme rapide)**

$$\phi_{ij}^{(2)} = (a_{ij}^{mi} + a_{li}^{mj}) U_{l,m} \quad (2.26)$$

$$\text{où } a_{ij}^{mi} = -\frac{1}{2\pi} \iiint_v \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_l} \right)^B \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^A \frac{dv}{r}. \quad \text{Et} \quad U_{l,m} = \frac{\partial U_l}{\partial x_m} \quad (2.27)$$

Le tenseur du quatrième ordre a_{ij}^{mi} est supposé être une fonction tensorielle isotrope de a_{ij}

Rotta (1951) a par ailleurs précisé que le tenseur du 4^{ème} ordre a_{ij}^{mi} devait satisfaire trois conditions cinématiques:

- condition de symétrie : $a_{ij}^{mi} = a_{ji}^{mi} = a_{ij}^{im}$
- continuité : $a_{li}^{mi} = 0$, c'est la conséquence de la nullité de la divergence des fluctuations de vitesse.
- la conséquence du théorème de Green : $a_{jj}^{mi} = 2R_{mi}$

Launder et al. (1975) supposent, que a_{ij}^{mi} est une fonction linéaire des tensions de Reynolds.

Dans ce cas, $\varphi_{ij}^{(2)}$ peut s'écrire sous la forme :

$$\varphi_{ij}^2 = -\left(\frac{\gamma+8}{11}\right)\left(P_{ij} - \frac{1}{3}P_{kk}\delta_{ij}\right) - \left(\frac{30\gamma-2}{55}\right)k(U_{i,j} + U_{j,i}) - \left(\frac{8\gamma-2}{11}\right)\left(D_{ij} - \frac{1}{3}D_{kk}\delta_{ij}\right)$$

Avec :

$$D_{ij} = -(R_{ki}U_{k,j} + R_{kj}U_{k,i}). \quad (2.28)$$

Launder et al. (1975) font remarquer que le premier terme de cette modélisation est dominant et proposent alors la formulation simplifiée suivante:

$$\varphi_{ij}^{(2)} = -c_2\left(P_{ij} - \frac{1}{3}P_{kk}\delta_{ij}\right) \quad (2.29)$$

c_2 est pris différent de γ .

➤ Modélisation de $\varphi_{ij}^{(w)}$

Daly et Harlow (1970) ont proposé l'approximation suivante :

$$\varphi_{ij}^{(w)} = c_w \frac{\varepsilon}{k} \left(W_{il}R_{lj} + W_{jl}R_{li} - \frac{2}{3}W_{lm}R_{lm}\delta_{ij} \right) \quad (2.30)$$

où $W_{il}(\vec{r})$ est un tenseur d'effet de paroi donné par (Cf. Schiestel (2006)):

$$W_{il}(\vec{r}) = \iint n_i(\vec{z})n_l(\vec{z})F\left(\frac{s(\vec{r})}{\|\vec{r}-\vec{z}\|}\right)\frac{ds(\vec{z})}{\|\vec{r}-\vec{z}\|^2}, \quad (2.31)$$

où $s(\vec{r})$ représente une micro échelle de turbulence, $\vec{r}$ la position du point considéré et $n_i(\vec{z})$ le vecteur unitaire normal à la paroi à la position $\vec{z}$.

Shir (1973) a remplacé le tenseur $W_{il}(\vec{r})$ par une fonction scalaire de la distance r à la paroi rapportée à l'échelle caractéristique des tourbillons porteurs d'énergie l :

$$W_{pl} = n_p n_l f(l/y) \quad (2.32)$$

Lauder et al. (1975) supposent que $f(l/y)$ est directement proportionnel à l/y , soit :

$$f\left(\frac{l}{y}\right) = C \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \frac{1}{y} \quad (2.33)$$

La constante C est choisie de manière à ce que $f(l/y)$ prenne la valeur 1 dans la zone logarithmique. Gibson et Launder (1978) se sont basés sur les hypothèses de Shir (1973) pour proposer une autre formulation.

$$\begin{aligned} \phi_{ij}^{(w)} = & C_{w1} \frac{\varepsilon}{k} \left(R_{km} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} R_{ki} n_k n_j - \frac{3}{2} R_{kj} n_k n_i \right) f\left(\frac{l}{y}\right) \\ & + C_{w2} \left(\Pi_{km} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Pi_{ki} n_k n_j - \frac{3}{2} \Pi_{kj} n_k n_i \right) f\left(\frac{l}{y}\right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Où

$$\Pi_{ij} = -0.6 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right), C_{w1} = 0.5, C_{w2} = 0.3 \text{ et } f\left(\frac{l}{y}\right) = c \frac{k^{3/2}}{\varepsilon y}, n_i \text{ vecteur unitaire normal à la paroi.}$$

➤ Diffusion turbulente D_{ij}^t

Le modèle le plus répandu pour les corrélations triples, est le modèle à gradient généralisé ou modèle de Daly-Harlow (1970):

$$D_{ij}^t = -\frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k} = -C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right) \quad (2.35)$$

$$C_s = 0.22.$$

➤ Dissipation visqueuses ε_{ij}

Dans la formulation à faibles nombres de Reynolds utilisé dans ce travail, Launder et Tselepidakis (1991) proposent l'équation de transport, de ε , suivante :

$$U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{P\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon \varepsilon}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(C_{\varepsilon} \frac{k R_{pl}}{\varepsilon} + \nu \delta_{pl} \right) \varepsilon_{,p} \right] + 2C_{\varepsilon 3} \nu \frac{k}{\varepsilon} R_{pl} U_{i,pj} U_{i,lj} \quad (2.36)$$

$$C_{\varepsilon} = 0.18, \quad C_{\varepsilon l} = 1.0, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92 / (1 + 0.63(AII)^{1/2}), \quad C_{\varepsilon 3} = 0.43$$

2.4 Modélisation bas-Reynolds

En comparaison avec les modèles haut-Reynolds utilisant les lois de paroi, les modèles bas-Reynolds représentent une alternative intéressante aux lois de paroi. La modélisation haut-Reynolds, (modélisation non valable à la paroi), est incapable de reproduire les phénomènes de paroi, plus particulièrement, la composante v^2 qui, se comporte asymptotiquement en y^4 .

Cette approche présente l'avantage de mieux être adapté à des écoulements complexes, surtout pour les écoulements décollés (Y. Perrot, 2009). Cette modélisation consiste à introduire des termes sources supplémentaires et des fonctions d'amortissements dans les équations des modèles classiques. En revanche, elle nécessite un nombre important de mailles près de la paroi et par conséquent, un coût de calcul plus important.

Plusieurs modèles ont été développés, sur la modélisation bas-Reynolds. Parmi les modèles du premier ordre, on cite, le modèle de Launder et Sharma (1974) et celle de Chien (1982).

Dans la fermeture au deuxième ordre, nous pouvons citer, les travaux Launder & Shima (1989), dont les principales hypothèses de fermeture à considérer sont celles pour ϕ_{ij}^1 et ε_{ij} le modèle de Launder & Tselepidakis (1991) et celui de N. Shima (1998). Nous avons utilisé dans ce travail la formulation à faibles nombres de Reynolds de Launder et Tselepidakis (1991), qui est rappelée en détail en annexe A.

2.5 Méthodes de fermeture de l'équation de l'énergie

On a vu, que dans l'équation de l'énergie moyennée, équation (2.6) une nouvelle inconnue apparaît : la corrélation vitesse-température $\overline{u_j t}$, qui représente le flux de chaleur turbulent. Ces termes proviennent de

la non-linéarité des équations de l'énergie. Ils traduisent l'influence du champ dynamique sur le champ thermique fluctuant. Ce terme ne peut être calculé directement et doit donc être modéliser.

Parmi les modèles proposés dans la littérature on peut distinguer: le modèle SGDH (Simple Eddy Diffusivity) qui est un modèle basé sur une loi de gradient simple, un modèle basé sur une loi de gradient généralisée de Daly et Harlow (1970) appelé modèle GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis), ou un troisième modèle qui s'appelle le modèle WET (Wealth $\propto$ Earning $\times$ Time) proposé par Launder (1988).

On tient à signaler l'absence totale dans la littérature d'articles pour un écoulement turbulent de type jet pariétal en présence d'une marche descendante avec convection forcée.

Dans ce qui suit, nous, décrivons deux modèles utilisés dans notre travail ; le modèle basé sur une loi de gradient de diffusion simple, SGDH (Simple Gradient Diffusion Hypothesis) et le modèle basé sur l'hypothèse de gradient de diffusion généralisé, GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis). La formulation de ces deux modèles est donnée ci-dessous :

2.5.1 Modèle à gradient de diffusion simple SGDH

Les modèles du premier ordre basé sur une formulation fickienne, de la même façon que l'hypothèse de Boussinesq est utilisée pour l'approximation de R_{ij} en employant l'hypothèse de diffusivité turbulente. Cette modélisation simple, cohérente avec le modèle $k - \varepsilon$, est appelée modèle à gradient simple SGDH (Simple Gradient Diffusion Hypothesis), ce modèle est le plus couramment utilisé:

$$-\overline{u_j t} = \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2.37)$$

Avec: $\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$: la viscosité turbulente, k est l'énergie cinétique turbulente et ε , sa dissipation, $C_\mu = 0.09$

une constante de modélisation et Pr_t une constante empirique appelée nombre de Prandtl turbulent, la valeur du Pr_t est 0.9 pour l'air.

Après substitution du flux de chaleur turbulent $-\overline{u_j t}$ dans l'équation de la température moyennée (2.6) on obtient :

$$U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (2.38)$$

La projection de cette équation donne:

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (2.39)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.40)$$

2.5.2 Modèle à gradient de diffusion généralisé GGDH

Ce modèle est mieux adapté lorsqu'on utilise la modélisation du second ordre. La formulation de Daly-Harlow (1970), GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis), permet une modélisation plus fine des flux thermiques et une interaction plus réaliste entre la turbulence et la thermique.

Dans ce modèle, on trouve un non-alignement pour le vecteur flux de chaleur turbulent et le gradient de température:

$$-\overline{u_j t} = C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad C_t = 0.3 \quad (2.41)$$

L'équation (2.6) devient :

$$U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} + C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (2.42)$$

La décomposition du flux de chaleur turbulent $-\overline{u_j t}$ nous donne:

$$\begin{cases} -ut = C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{u^2} \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial x} + C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{uv} \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial y} \\ -vt = C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{uv} \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial x} + C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial y} \end{cases} \quad (2.43)$$

Après substitution des composantes du vecteur (2.43) dans l'équation (2.42) on aboutit à :

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x} - ut \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} - vt \right) \quad (2.44)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x} + C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{u^2} \frac{\partial T}{\partial x} + C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} + C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} + C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{uv} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (2.45)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu}{Pr} + C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{u^2} \right) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu}{Pr} + C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} \right) \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{uv} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (2.46)$$

$$\text{On pose : } S_r = \frac{\partial}{\partial x} \left(C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{uv} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (2.47)$$

L'équation (2.46) devient :

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu}{Pr} + C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{u^2} \right) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu}{Pr} + C_t \frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} \right) \frac{\partial T}{\partial y} + S_r \quad (2.48)$$

2.6 Les équations de conservation adimensionnées

Nous donnons à titre d'exemples quelques grandeurs adimensionnées :

$$[X_i] = \frac{x_i}{h} ; [\theta] = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} ; [\overline{u_i}] = [U_i] = \frac{U_i}{U_0} ; [k] = \frac{k}{U_0^2} ; [\varepsilon] = \frac{\varepsilon h}{U_0^3} ; [p] = \frac{p}{\rho U_0^2} ; [\overline{u_i u_j}] = \frac{\overline{u_i u_j}}{U_0^2} ; [\nu] = \frac{1}{\text{Re}_h} .$$

Dans la suite nous abandonnons l'écriture entre crochets, la forme des équations (2.4 , 2.5 et 2.6) reste inchangée :

$$\frac{\partial U_j}{\partial X_j} = 0 \quad (2.49)$$

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial X_j} - R_{ij} \right) \quad (2.50)$$

$$U_j \frac{\partial T}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\frac{1}{\text{Re}_h \text{Pr}} \cdot \frac{\partial T}{\partial X_j} - \overline{u_j t} \right) \quad (2.51)$$

Notre contribution dans ce travail concerne la modélisation du flux thermique turbulent. Nous développons ici les étapes. L'introduction de l'adimensionnement permet d'écrire les équations de conservation de l'énergie comme suit :

- **Modèle à simple gradient SGDH:**

L'équation de la conservation de l'énergie (2.51) devient :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{\text{Pr Re}_h} + \frac{\nu_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{1}{\text{Pr Re}_h} + \frac{\nu_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad (2.52)$$

- **Modèle à gradient généralisé GGDH**

L'équation de la conservation de l'énergie (2.51) devient :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{\text{Pr Re}_h} + C_t \frac{k}{\varepsilon} u^2 \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{1}{\text{Pr Re}_h} + C_t \frac{k}{\varepsilon} v^2 \right) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad (2.53)$$

$$+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial X} C_t \frac{k}{\varepsilon} uv \frac{\partial \theta}{\partial Y} + \frac{\partial}{\partial Y} C_t \frac{k}{\varepsilon} uv \frac{\partial \theta}{\partial X}}_{S_T}$$

L'équation (2.53) devient:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{Pr Re_h} + C_t \frac{k^{-2}}{\varepsilon} u \right) \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{1}{Pr Re_h} + C_t \frac{k^{-2}}{\varepsilon} v \right) \frac{\partial \theta}{\partial Y} + S_T \quad (2.54)$$

2.7 Nombres sans dimension

Dans bien des cas, les principales caractéristiques d'un écoulement peuvent être déterminées

à l'aide de nombres sans dimension. Dans cette section, on présente les nombres sans dimension qui sont utilisés dans ce document.

➤ Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds caractérise un écoulement, en particulier la nature de son régime (laminaire, transitoire, turbulent). Le nombre de Reynolds compare les forces d'inertie (termes convectifs) aux forces de viscosité. On le définit de la manière suivante :

$$Re = \frac{U_\infty L}{\nu}$$

Avec : U_∞ la vitesse caractéristique de l'écoulement, ν la viscosité moléculaire du fluide et L la longueur caractéristique imposée par la géométrie.

➤ Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl représente le rapport entre les transferts de quantité de mouvement par les forces visqueuses sur le transfert de chaleur par conductivité thermique. On le définit de la manière suivante:

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$$

Ce nombre caractérise la distribution des vitesses par rapport à la distribution de la température. Pour un gaz, il est de l'ordre de 1 et pour un métal liquide, $Pr \ll 1$. Un Prandtl élevé indique que le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse. Un Prandtl faible (exemple: métaux liquides) indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse a peu d'effet sur le profil de température.

➤ Nombre de Peclet

Le nombre de Peclet représente le rapport entre le transfert d'énergie thermique par convection et le transfert d'énergie par diffusion. Il est équivalent au produit du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl dans le cas du transfert. On le définit de la manière suivante:

$$Pe = Re.Pr = \frac{\rho C_p U_{\infty} L}{\lambda}$$

Ce nombre est souvent employé pour établir une condition locale de stabilité lors de la discrétisation de l'équation de l'énergie avec des méthodes de volumes finis, d'éléments finis ou de différences finies (chapitre III).

➤ Le nombre de Nusselt

En convection forcée la quantité de chaleur échangée par convection à une quantité de chaleur échangée par conduction peut être traduite le nombre de Nusselt.

$$Nu = \frac{q_w(\text{convection})}{q_w(\text{conduction})} = \frac{h_c(T_w - T_{\infty})}{\lambda_f(T_w - T_{\infty})/L} = \frac{h_c L}{\lambda}$$

L est une longueur caractéristique dans notre cas $L=h$ (hauteur de la marche) et h_c le coefficient d'échange thermique $h_c = \frac{q_w}{T_w - T_{\infty}} = -\lambda_f \frac{(\partial T / \partial y)_{y=0}}{(T_w - T_{\infty})}$ et λ_f représente la conductivité du fluide.

➤ Le nombre de Stanton local

Le nombre de Stanton local représente le rapport entre le flux pariétal réellement transféré par le fluide, et le flux théorique maximal pouvant être transféré :

$$S_t = \frac{h_c}{\rho C_p u} = \frac{q_w}{\rho C_p u (T_w - T_0)}$$

Il peut être représenté en fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl

$$S_t = \frac{Nu}{Re Pr} = \frac{Nu}{Pe}$$

CHAPITRE III

METHODES NUMERIQUES

Introduction

La Mécanique des Fluides Numérique appelée CFD, pour Computational Fluid Dynamics en Anglais, se situe à l'interface entre les mathématiques (analyse numérique), la physique (mécanique des fluides) et l'informatique (programmation, utilisation), dans laquelle s'expriment différentes compétences, en permanente interaction.

Étant donné le caractère non linéaire du système d'équations Navier-Stokes, ces équations sont impossibles à résoudre analytiquement dans le cas général. La solution de ce système ne peut être que numérique. Et c'est pourquoi l'on fait appel aux simulations numériques où la solution du problème est approximée.

Dans ce chapitre nous décrivons les méthodes numériques utilisées pour la résolution du système d'équations aux dérivées partielles non-linéaires et couplées, développées dans le chapitre précédent.

La méthode de discrétisation utilisée dans le cadre de ce travail est celle des volumes finis.

Nous rappelons ici les principes sur lesquels elle repose, et nous présentons le code de calcul, dérivé du code TEAM Turbulent Elliptic Axisymmetric Manchester (Huang 2000). Nous détaillons plus particulièrement les méthodes de traitement des conditions aux limites, le maillage et les méthodes de résolution du couplage vitesse-pressure.

3.1 Méthodes numériques

En vue du passage d'un problème exact (continu) au problème approché (discret), on dispose de plusieurs méthodes numériques disponibles dans la littérature:

- Méthode des différences finies.
- Méthode des volumes finis.
- Méthode des éléments finis.
- Méthodes spectrales.

3.1.1 Les différences finies

La méthode des différences finies consiste en une discrétisation des opérateurs différentiels sur une grille de pas d'espace fixe. Ces opérateurs sont approximés à l'aide de développements par série de Taylor ou bien

par la dérivation d'un polynôme d'approximation, le maillage est généralement structuré, orthogonal et le pas d'espace constant pour une direction donnée. Avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul. Inconvénients : limitation à des géométries simples, difficultés de prise en compte des conditions aux limites de type Neumann. De nombreux codes de calculs reposent sur les différences finies : TEACH, CADDs, CATIA...

3.1.2 Les éléments finis

La méthode des éléments finis consiste à approcher, dans un sous-espace de dimension finie, un problème écrit sous forme variationnelle dans un espace de dimension infinie. Cette forme variationnelle est équivalente à une forme de minimisation de l'énergie en général (principe des travaux virtuels). L'approche repose sur la méthode de Galerkin qui permet d'écrire le système différentiel sous forme variationnelle dans un espace de dimension finie. Avantages : traitement possible de géométries complexes, détermination plus naturelle des conditions aux limites, possibilité de démonstrations mathématiques de convergence. Inconvénients : complexité de mise en œuvre et coût en temps de calcul et en mémoire, la conservation des flux n'est pas assurée localement. De nombreux codes de calculs de structure reposent sur les éléments finis : ANSYS, CADDs, CATIA...

3.1.3 Méthodes spectrales

L'inconnue est approchée par des séries Fourier tronquées ou par des séries de polynômes Chébishev. Par rapport aux méthodes des différences finies et des éléments finis l'approximation n'est pas locale mais elle est valide sur tout le domaine de calcul. On utilise également le concept du résidu pondéré comme dans la méthode des éléments finis où en imposant que l'approximation doit correspondre à la solution exacte pour les points du maillage.

3.1.4 Méthodes des volumes finis

La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles sur des volumes entourant chaque point du maillage. Elle fournit de manière naturelle des formulations discrètes conservatives et est donc particulièrement adaptée aux équations de la mécanique des fluides : équation de conservation de la masse, équation de conservation de la quantité de mouvement, équation de conservation de l'énergie. Cette méthode, même si elle ne fournit qu'une précision du premier ordre, possède des qualités qui en font l'une des plus adaptées à l'étude des écoulements turbulents. La méthode des volumes finis est très utilisée en mécanique des fluides. Elle possède des qualités qui en font l'une des plus favorisée :

- La méthode des volumes finis est très robuste. Elle traite des équations avec des termes complexes et non linéaires.

- Elle a une approche très physique : bilan des flux.
- Elle est conservative, par sa formulation, elle a l'avantage de satisfaire la conservation de la masse sur chaque volume de contrôle.
- Elle s'adapte à une géométrie quelconque, peut être utilisée avec des maillages relativement grossiers, ce qui permet un coût de calcul raisonnable.

La méthode a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar. Cette méthode est largement décrite dans la littérature (Patankar (1980), Versteeg et Malalasekera (1995)). Elle à la base de tous les codes généralistes en mécanique des fluides : Fluent et CFX (ANSYS), StarCCM+ et ProStar (CD-Adapco), Fire (AVL), OpenFoam (Libre), TEAM, Fluent, StarCD, FineTurbo, elsA, PHOENICS, CFX-F3D,...etc.

La méthode de discrétisation utilisée dans le cadre de ce travail étant celle des volumes finis, nous rappelons ici les principes sur lesquels elle repose.

3.2 Description de la méthode des volumes finis

Les équations décrites dans le chapitre précédent peuvent être écrites sous la forme d'équations aux dérivées partielles du type conservatif, pour une variable φ (Patankar, 1980):

$$\text{div}(\rho U \varphi) = \text{div}(\Gamma_{\varphi} \text{grad} \varphi) + S_{\varphi} \quad (3)$$

L'équation (3) peut être écrite comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U \varphi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V \varphi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + S_{\varphi} \quad (3.1)$$

Les deux termes du premier membre de l'équation (3.1) représentent le flux convectif de φ , tandis que les deux premiers termes du second membre représentent le flux de diffusion de la même quantité φ . φ représente l'une des variables dépendantes du problème $U, V, k, \varepsilon, T, R_{11}, \dots$ etc. Le coefficient de diffusion généralisé Γ_{φ} tel que la viscosité ou la conductivité thermique Γ_{φ} et S_{φ} est le terme source sont des termes spécifiques à chaque équation.

La conservation de la masse est formulée par l'équation de continuité jointe aux équations de transport. Dans le cas d'un écoulement bidimensionnel de fluide incompressible, l'équation est de forme:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (3.2)$$

3.2.1 Maillage

La méthode des volumes finis consiste à échantillonner le domaine de calcul en un nombre finis d'éléments appelés volumes de contrôle où chaque volume entoure un nœud.

Les termes des équations différentielles modélisantes sont intégrés sur chacun de ces volumes de contrôle donnant lieu à des équations algébriques.

3.2.2 Maillage décalé

Pour assurer la stabilité du couplage vitesse-pression, un maillage décalé est utilisé, afin d'éviter des problèmes d'oscillations numériques. L'idée est de calculer les variables scalaires, comme la pression, la température, etc., dans les nœuds ordinaires des volumes de contrôle, mais de calculer les composantes de la vitesse sur des volumes de contrôle décalés, centrés autour des interfaces des volumes de contrôle initiaux.

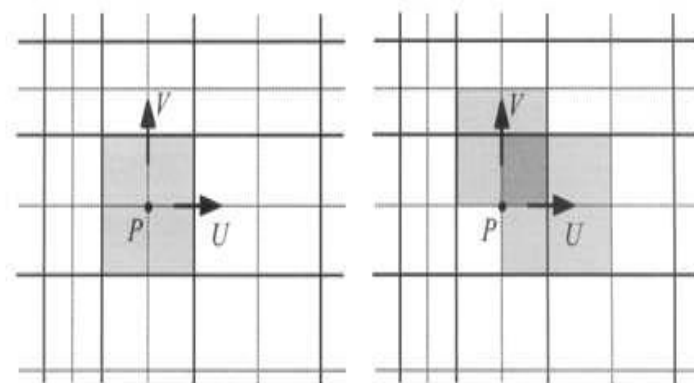


Figure 3.1 : Maillage décalé utilisé dans le code TEAM.

Aux frontières du domaine de calcul, les volumes de contrôle sont choisis de manière que chaque face coïncide avec la frontière physique du domaine. La disposition des cellules sur les parois de la marche est quelque peu différente de celle retenue sur les frontières libres du domaine. Aux frontières externes du domaine, on prend des demi cellules, tandis que sur les parois de la marche on conserve des cellules entières mais en introduisant des points fictifs.

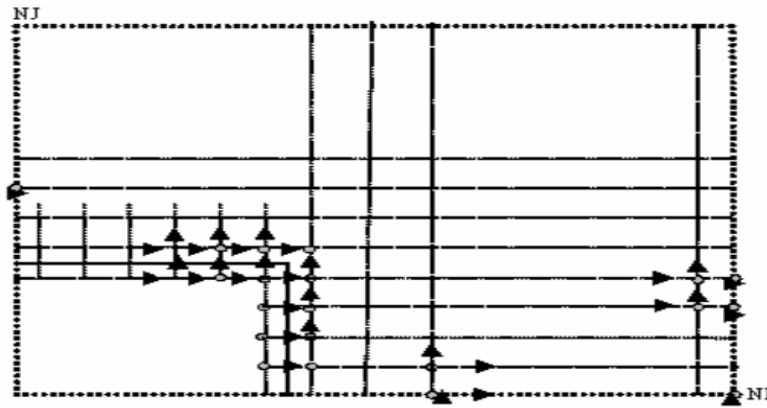


Figure 3.2: Localisation des points de calcul aux différentes frontières. o Point de calcul pour : $P, T, k, ..$
□ Point de calcul pour : U ; ▲ Point de calcul pour : V .

3.2.3 Test et choix de maillage

Dans notre cas, le domaine de calcul étant rectangulaire, un système de grille cartésien est utilisé. Les frontières du volume de contrôle sont d'abord définies ; les nœuds sont ensuite placés aux centres géométriques des cellules. Le modèle à faible nombre de Reynolds de la turbulence nécessite l'utilisation d'un maillage raffiné en proche paroi, afin de bien prendre en considération les variations rapides des différentes variables. Ainsi, le maillage est fortement resserre dans la zone de cisaillement. Le choix du maillage a de grand effet sur la précision des résultats obtenus et le temps de calcul.

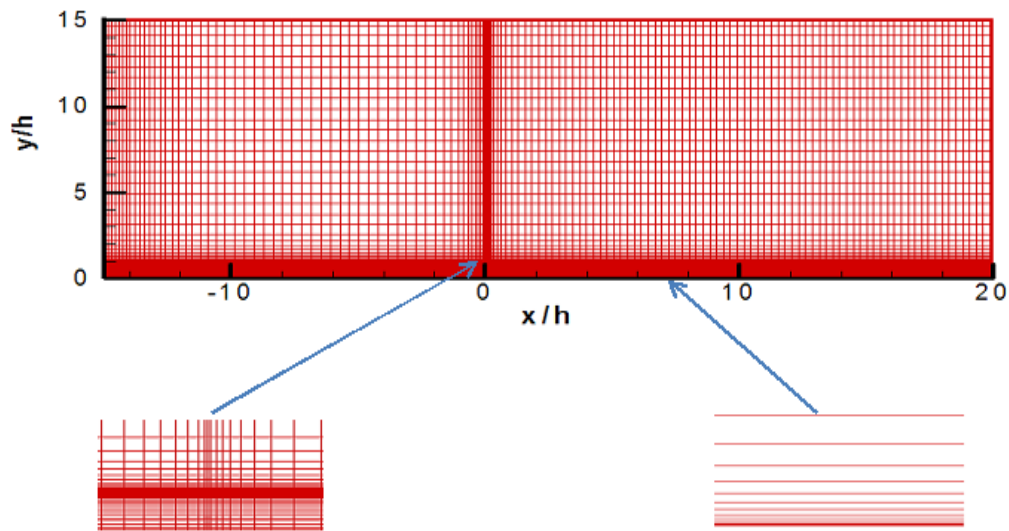


Figure 3.3 : Maillage utilisé (140X100)

Afin d'observer l'effet du maillage dans nos calculs numériques, nous avons réalisé un même calcul avec des nombres de mailles différents. Ce maillage est généré par une suite géométrique. Nous donnons sur les figures ci-dessous le résultat du test de maillage ((120x100), (140x100), (160x100) et (180x100)) sur les profils de la vitesse moyenne U , la tension de Reynolds R_{11} et le nombre de Nusselt. On observe sur la figure un écart léger entre les quatre courbes. Ces différences sont plus marquées au niveau des valeurs maximales du nombre de Nusselt. Cet écart n'est pas négligeable. On peut dire que le résultat varie en fonction du nombre de mailles. Afin d'optimiser le temps de calcul, nous avons choisi le maillage (140x100) qui assure un bon compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul. Néanmoins, pour le maillage considéré, les résultats restent proches.

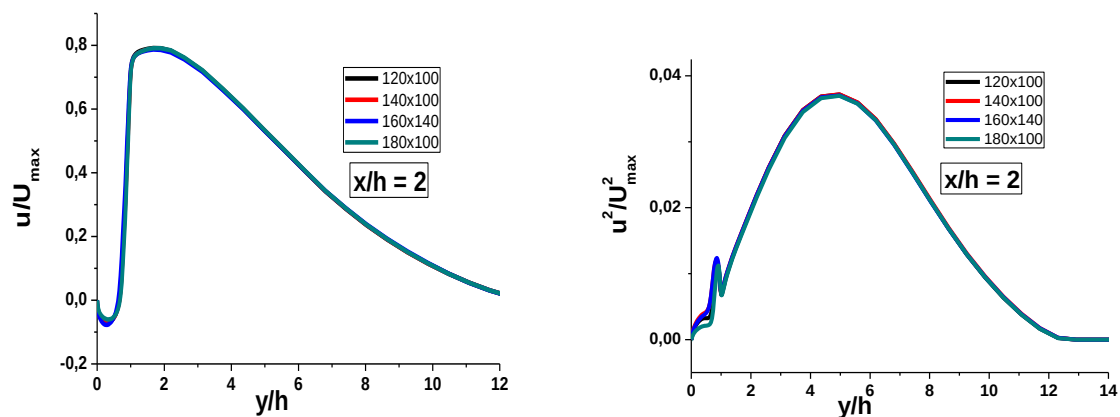


Figure 3.4: Test du maillage sur les profils de la vitesse moyenne U et la tension de Reynolds R_{11} à la section $x/h = 2$.

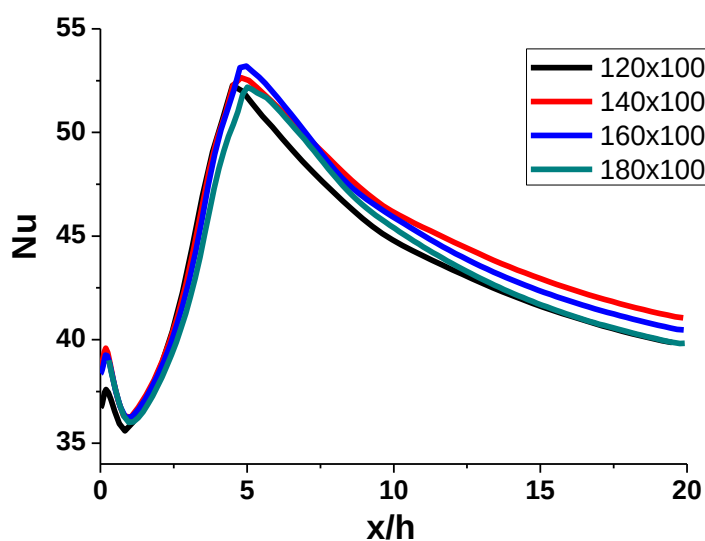


Figure 3.5: Test du maillage sur le nombre de Nusselt local.

Afin de faciliter les comparaisons avec des études antérieures, nous reprenons le maillage des travaux de N. Nait Bouda (2008), pour le cas jet pariétal, qui est une base de données expérimentale complète, le maillage comprend 140x101 nœuds non uniformes.

3.2.4 Discretisation des équations de transport

Considérons le volume de contrôle sur la figure (3.6). La surface limitée par les points (e, w, s, e) et représente un volume élémentaire d'intégration ϑ , les points (E, W, N, S) sont les nœuds du maillage entourant le point P de discrétisation et les points (e, w, s, e) sont les localisations des faces du volume de contrôle.

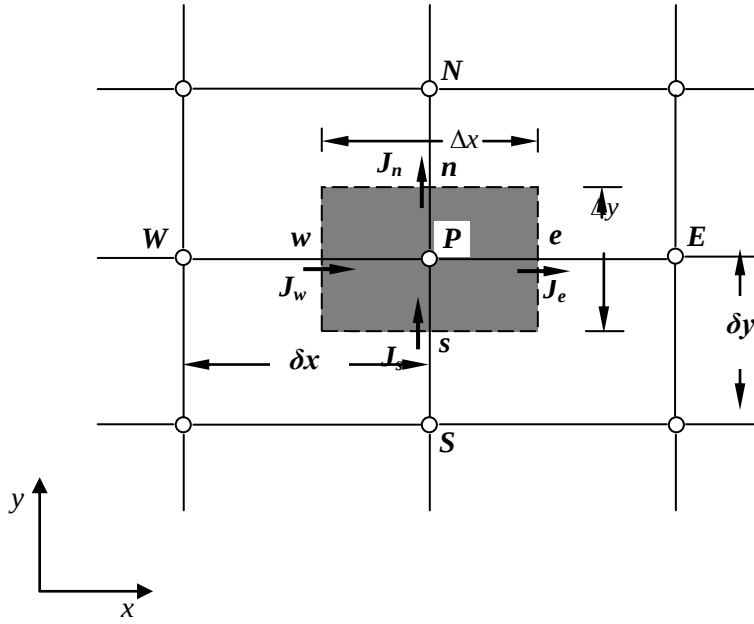


Figure 3.6: volume de contrôle pour un écoulement bidimensionnel.

L'équation (3.1) peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho U \varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho V \varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = S_{\varphi} \quad (3.3)$$

Les termes sources apparaissant dans les équations sont en général non linéaires et dépendent de la variable φ . Leur linéarisation consiste à mettre S_{φ} sous la forme : $S_{\varphi} = S_U + S_P \varphi_P$

L'intégration de l'équation (3.3) sur le volume de contrôle ϑ donne :

$$\left[\rho U \varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_w^e \Delta y + \left[\rho V \varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right]_s^n \Delta x = (S_U + S_P \varphi_P) \Delta x \Delta y \quad (3.3.1)$$

L'équation (3.3.1) peut se mettre finalement sous la forme discrétisée suivante:

$$J_e - J_w + J_n - J_s = (S_U + S_P \varphi_P) \Delta x \Delta y \quad (3.3.2)$$

les quantités J_e, J_w, J_s, J_n sont les flux totaux intégrés sur les faces du volume de contrôle dont les expressions sont comme suit:

$$J_e = \int_n^s \left(\rho U \varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_e dy = \left[(\rho U)_e \varphi_e - \frac{\Gamma_{\varphi e}}{\Delta x_{EP}} (\varphi_E - \varphi_P) \right] \Delta y_{ns} \quad (3.4.a)$$

$$J_w = \int_n^s \left(\rho U \varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_w dy = \left[(\rho U)_w \varphi_w - \frac{\Gamma_{\varphi w}}{\Delta x_{PW}} (\varphi_P - \varphi_W) \right] \Delta y_{ns} \quad (3.4.b)$$

$$J_n = \int_w^e \left(\rho V \varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_n dx = \left[(\rho V)_n \varphi_n - \frac{\Gamma_{\varphi n}}{\Delta x_{NP}} (\varphi_N - \varphi_P) \right] \Delta x_{ew} \quad (3.4.c)$$

$$J_s = \int_w^e \left(\rho V \varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_s dx = \left[(\rho V)_s \varphi_s - \frac{\Gamma_{\varphi s}}{\Delta x_{PS}} (\varphi_P - \varphi_N) \right] \Delta x_{ew} \quad (3.4.d)$$

L'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle (figure 3.7) conduit à :

$$\int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) dx dy = 0 \quad (3.5)$$

$$(U_e - U_w) \Delta y_{ns} + (V_n - V_s) \Delta x_{ew} = 0 \quad (3.5.1)$$

Ou simplement :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.5.2)$$

Avec: F_e, F_w, F_s, F_n sont les flux de masse de l'écoulement à travers les faces du volume de contrôle :

$$\begin{cases} F_e = (\rho U)_e \Delta y_{ns} \\ F_w = (\rho U)_w \Delta y_{ns} \\ F_n = (\rho V)_n \Delta x_{ew} \\ F_s = (\rho V)_s \Delta x_{ew} \end{cases} \quad (3.6)$$

Effectuons l'opération ($\text{éq.3.2} - \text{éq.3.6} \times \varphi_p$) on obtient :

$$[J_e - F_e \varphi_p] - [J_w - F_w \varphi_p] + [J_n - F_n \varphi_p] - [J_s - F_s \varphi_p] = S_u + S_p \varphi_p \quad (3.7)$$

$$\begin{cases} J_e - F_e \varphi_p = a_E (\varphi_E - \varphi_p) \\ J_w - F_w \varphi_p = a_W (\varphi_W - \varphi_p) \\ J_n - F_n \varphi_p = a_N (\varphi_p - \varphi_N) \\ J_s - F_s \varphi_p = a_S (\varphi_S - \varphi_p) \end{cases} \quad (3.8)$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = D_e A((P_e)) + [[-F_e, 0]] \\ a_W = D_w A((P_w)) + [[F_w, 0]] \\ a_N = D_n A((P_n)) + [[F_n, 0]] \\ a_S = D_s A((P_s)) + [[F_s, 0]] \end{cases} \quad (3.9)$$

On utilise de nouvelles notations D qui représente la diffusion définies par :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_e = \frac{\Gamma_{\varphi e}}{\delta x_e} \Delta y \\ D_w = \frac{\Gamma_{\varphi w}}{\delta x_w} \Delta y \\ D_n = \frac{\Gamma_{\varphi n}}{\delta x_n} \Delta x \\ D_s = \frac{\Gamma_{\varphi s}}{\delta x_s} \Delta x \end{array} \right. \quad (3.10)$$

Nous définissons un autre paramètre, $P_c = \frac{F}{D}$, appelé nombre de Peclet. Le nombre de Peclet représente le rapport des termes de convection et de diffusion et il est défini pour chaque face du maillage par:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_e = \frac{F_e}{D_e} \\ P_w = \frac{F_w}{D_w} \\ P_s = \frac{F_s}{D_s} \\ P_n = \frac{F_n}{D_n} \end{array} \right. \quad (3.11)$$

On obtient, finalement, la forme générale de l'équation discrétisée :

$$a_P \varphi_P = a_E \varphi_E + a_W \varphi_W + a_N \varphi_N + a_S \varphi_S + b \quad (3.12)$$

Avec :

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \quad \text{et} \quad b = S_U$$

Les valeurs de φ ne sont pas connues aux interfaces : n, s, e, w ; leurs détermination est assurée par une méthode d'interpolation.

3.2.5 Schémas d'interpolation

Il existe plusieurs schémas d'interpolation dans la littérature (Patankar (1980), Versteeg et Malalasekara (1995)): schéma amont, schéma hybride, schéma de puissance (PLDS) et schéma QUICK. Le schéma QUICK est le plus précis d'après Huang et al. (1985), particulièrement en ce qui concerne la fausse diffusion numérique, il reste plus couteux et beaucoup moins stable que le schéma PLDS.

Dans la présente étude nous avons choisi le schéma de puissance PLDS. Pour le schéma choisi les coefficients de l'équation. Pour le schéma choisi les coefficients de l'équation (3.12) sont donnés par (3.13):

$$\begin{cases} a_E = D_e \left[0, \left(1 - \frac{0,1|F_e|}{D_e} \right)^5 \right] + [0, -F_e] \\ a_W = D_w \left[0, \left(1 - \frac{0,1|F_w|}{D_w} \right)^5 \right] + [0, F_w] \\ a_N = D_n \left[0, \left(1 - \frac{0,1|F_n|}{D_n} \right)^5 \right] + [0, -F_n] \\ a_S = D_s \left[0, \left(1 - \frac{0,1|F_s|}{D_s} \right)^5 \right] + [0, F_s] \end{cases} \quad (3.13)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad \text{et} \quad b = (S_U + S_P \phi_P) \Delta x \Delta y$$

D'après Patankar(1980), pour assurer un comportement physiquement réaliste le schéma doit remplir les quatre conditions nécessaires suivantes :

- La consistance du flux aux interfaces des volumes de contrôle. à travers une face commune à deux volumes de contrôle doivent être représentés par la même expression dans les deux volumes.
- Les coefficients a_p et a_{vs} doivent être positifs.
- Un autre critère à considérer est la linéarisation du terme source (Patankar (1980)).
- Pente négative dans le terme source linéarisé. Lors de la linéarisation du terme source

$$S_\phi = S_U + S_P \phi_P, \text{ la pente } S_P \text{ doit être } \leq 0.$$

3.2.6 Linéarisation des termes sources

Les termes sources apparaissant dans les équations sont en général non linéaire et dépendent de la variable ϕ . Leur linéarisation consiste à mettre S_ϕ sous la forme : $S_\phi = S_U + S_P \phi_P$

Pour des raisons de stabilité numérique, S_P doit être négatif ou nul car une valeur positive peut mener à une différence $a_P - S_P$ négative donnant état à un comportement physiquement irréaliste.

En général, si S_P est négatif on le transforme à la partie gauche de l'équation discrétisée :

$$[a_P - \min(S_P, 0)]\phi_P = a_W + a_E + a_S + a_N + S_U + \max(S_P, 0)\phi_P \quad (3.14)$$

Ce qui améliore la dominance diagonale des coefficients de la matrice et donc la stabilité.

La décomposition classique de Patankar (1980) s'avère dans la plupart des cas satisfaisante, aussi on l'adopte dans notre cas.

$$S_\phi = \sum_i S_i \begin{cases} S_U = \sum \max(S_i, 0) \\ S_U = -\sum \max(-S_i, 0)/\phi_P \end{cases} \quad (3.15)$$

Les expressions de S_u et S_p sont indiquées dans le tableau (3.3).

3.2.7 Résolution du couplage vitesse-pression

Un des problèmes rencontrés lors de la résolution des équations de Navier–Stokes pour les écoulements incompressibles, concerne le traitement du couplage entre vitesse et pression, due à l'absence d'une équation qui gouverne explicitement la pression. La solution consiste à découpler les deux variables vitesse et pression, à l'aide d'un schéma de type prédicteur-correcteur qui consiste à résoudre un système approché puis à le corriger via l'équation de continuité. C'est sur ce principe que fonctionne l'algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations), développée dans les années 1970 et ses dérivées. Afin de traiter ce problème de couplage, des méthodes indirectes de traitement sont utilisées. Dans notre étude, nous avons utilisé l'algorithme SIMPLER qui est la version révisée de SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation) (Patankar (1972).), ces deux algorithmes sont décrit en annexe C.

3.2.8 Conditions aux limites

Les équations elliptiques nécessitent des conditions aux limites sur toutes les frontières du domaine de calcul, le plus souvent de type Dirichlet ou Neumann.

Notre choix des conditions aux limites a été basé sur des études antérieures de N. Nait Bouda (2008) et de Vogel & Eaton (1985).

Ayant considéré deux configurations d'écoulements, nous donnons distinctement les conditions associées à chaque cas :

3.2.8.1 Jet pariétal

- **Conditions d'entrée:** À l'entrée du domaine de calcul $x = -15h$, on impose des conditions aux limites de type Dirichlet. Les conditions expérimentales, de N. Nait Bouda (2008). Les valeurs des variables sont des profils expérimentaux de la vitesse moyenne longitudinale U ainsi que les moments d'ordre deux : $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$ et $\overline{uv}$. Les mesures sont effectuées par N. Nait Bouda (2008) à l'Anémomètre Laser Doppler. La vitesse moyenne normale V est déduite par intégration de l'équation de continuité. L'énergie cinétique de la turbulence k déduite des profils de $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$ et $\overline{w^2}$. Et le profil de la dissipation ε est donné par la relation classique $\varepsilon = C_\alpha \frac{k^{3/2}}{l_c}$, l_c étant la longueur caractéristique de l'écoulement, prise dans notre cas égale à la largeur à mi-hauteur du jet. Pour la température nous avons choisi la condition d'entrée expérimentale de Vogel & Eaton (1985): T_{in} .

$$\begin{cases} x = -15h \\ h \leq y \leq H \end{cases} \quad \phi = \phi_{in}; \quad \phi_{in} = T, U, \overline{u^2}, \overline{v^2} \text{ et } \overline{uv}$$

- **Conditions de sortie :** L'écoulement est en phase développée, à la sortie du domaine de calcul, alors

$$\begin{cases} x = 20h \\ 0 \leq y \leq L \end{cases} \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0; \quad \phi = U, V, T, \dots$$

- **Condition à la frontière supérieure libre:**

$$\begin{cases} y = 15h \\ 0 \leq x \leq L \end{cases} \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0; \quad \phi = U, V, T, \dots$$

- **Condition sur la paroi inférieure:** La vitesse normale et la vitesse longitudinale (tangentielle à la paroi) est nulle pour un fluide visqueux (conditions d'adhérence):

$$\begin{cases} y = h \\ -15h \leq x \leq 0 \end{cases} \quad \phi = 0; \quad \phi = U, V, u^2, v^2, \dots$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 \leq x \leq 20h \end{cases} \quad \varphi = 0; \quad \varphi = U, V, u^2, v^2, \dots$$

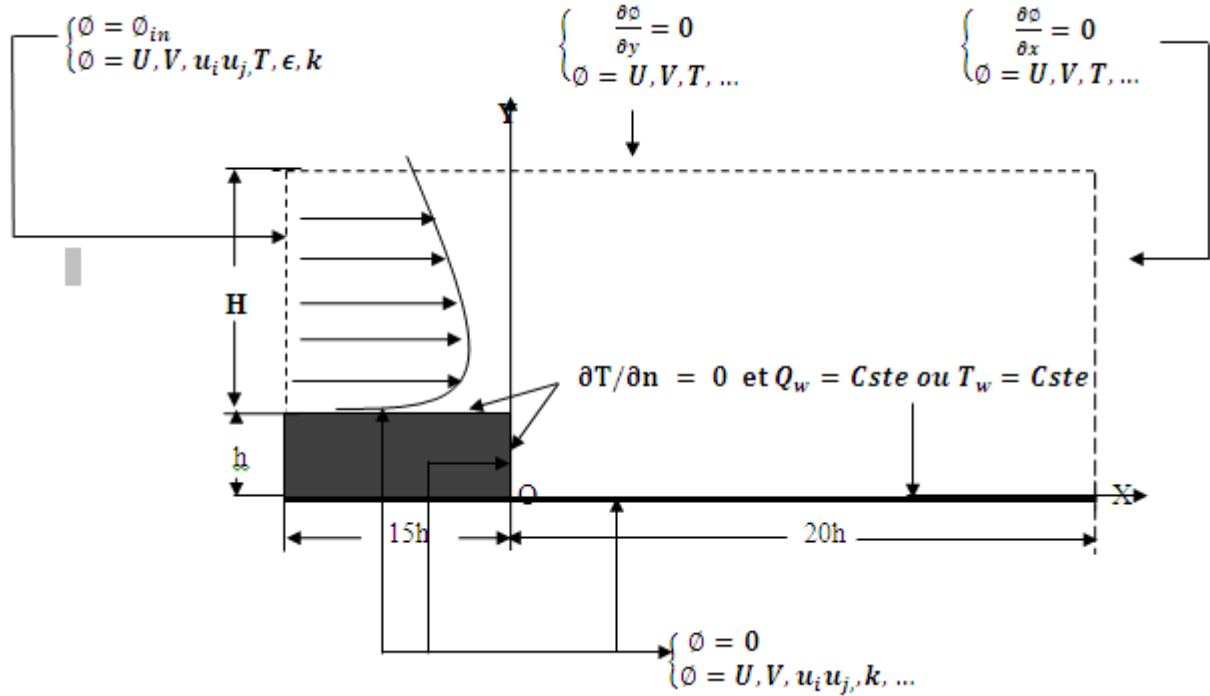


Figure 3.8 : Conditions aux limites (cas JP).

Pour la température, généralement, deux type de condition aux limites sont imposée à la paroi en aval de la marche: de type Neumann, flux constant imposé, ou de type Dirichlet, température constante imposée. Avant la marche il n'y a pas de transfert thermique à la paroi, la température à la paroi est appelée température adiabatique de la paroi. La condition aux limites d'une paroi adiabatique : $q_w = 0$ (un gradient de température nul : $(\frac{\partial T}{\partial y})_w = 0$).

$$\begin{cases} y = h \\ -15h \leq x \leq 0 \end{cases} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w = 0.$$

Après la marche, on a considéré deux cas :

- Cas où la température imposée à la paroi est fixe.
- Cas où un flux de chaleur est imposé

Alors la condition aux limites pour le fluide est fixée à T_w . Ce type de condition est appelé condition aux limites de type Dirichlet:

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 \leq x \leq 20h \end{cases} \quad T = T_w.$$

Cas où un flux de chaleur est imposé : cette condition s'avère plus réaliste et réalisable expérimentalement. Ce type de condition est appelé condition aux limites de type Neumann:

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 \leq x \leq 20h \end{cases} \quad q_w = -\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right)_w$$

3.2.8.2 Couche limite

Le domaine de calcul est de $L = 50h$ et $H = 5h$ ainsi que le rapport $B/h = 11.84$ (B étant la largeur de la marche, du dispositif expérimental utilisé dans l'expérience de Vogel et Eaton (1985)), il n'y a plus d'effets tridimensionnels pour $B/h > 10$, Brederode & Bradshaw (1972). Ce qui nous permet de comparé nos prédictions numériques avec les résultats de cette expérience.

Conditions cinématiques

Conditions d'entrée: À l'entrée du domaine de calcul $x = -25h$, pour la composante longitudinale U de la vitesse, on considère un profil analytique parabolique de couche limite. Il s'agit du profil de vitesse de la couche limite aplatie:

$$\frac{U}{U_0} = \left[1 - \left(\frac{2(y-y_{max})}{\delta} \right)^{2M} \right]$$

Tel que : $M=2$ et $\delta = y_2 - y_1$

Pour les moments d'ordre deux :

$$R_{12} = -v_t \frac{\partial U}{\partial y}$$

$$\text{Avec : } v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \text{ et } \varepsilon = C_\alpha \frac{k^{3/2}}{l}$$

$$R_{12} = \frac{4C_\mu}{\alpha} U_0 \sqrt{k}; \quad R_{11} = k \text{ et } R_{22} = R_{22} = 0.5k$$

L'énergie cinétique de la turbulence k déduite des profils de $\overline{u^2}$ et $\overline{v^2}$.

La condition d'entrée pour la vitesse V est ($V=0$).

Conditions de sortie : L'écoulement est en phase développée, à cette position, alors

$$\begin{cases} x = L \\ 0 \leq y \leq B \end{cases} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0; \quad \varphi = U, V, T, \dots$$

Condition à la frontière supérieure:

$$\begin{cases} y = H \\ 0 \leq x \leq L \end{cases} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ et } \varphi = 0, \quad \varphi = U, V, k, \dots$$

Condition sur la paroi inférieure :

La vitesse normale et la vitesse longitudinale tangentielle sont nulles pour un fluide visqueux (conditions d'adhérence):

$$\begin{cases} y = h \\ -15h \leq x \leq 0 \end{cases} \quad \varphi = 0; \quad \varphi = U, V, \overline{u^2}, \overline{v^2}, \dots$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 \leq x \leq 25h \end{cases} \quad \varphi = 0; \quad \varphi = U, V, \overline{u^2}, \overline{v^2}, \dots$$

➤ Conditions thermiques

Pour la température nous avons choisi la condition d'entrée expérimentale de Vogel & Eaton (1985): T_{in} .

Pour la condition à la paroi inférieure est une condition de type Nuemann:

Avant la marche il n'y a pas de transfert thermique à la paroi. La condition aux limites d'une paroi adiabatique est imposé: $q_w = 0$ (un gradient de température nul : $\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w = 0$).

$$\begin{cases} y = h \\ -15h \leq x \leq 0 \end{cases} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w = 0.$$

Après la marche, la température à la paroi est non connue, alors la loi de Fourier pour un flux diffusif constant imposé à la paroi, est pris comme une condition aux limites à la paroi:

$$\begin{cases} y = 0 \\ 0 \leq x \leq 20h \end{cases} \quad q_w = -\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right)_w$$

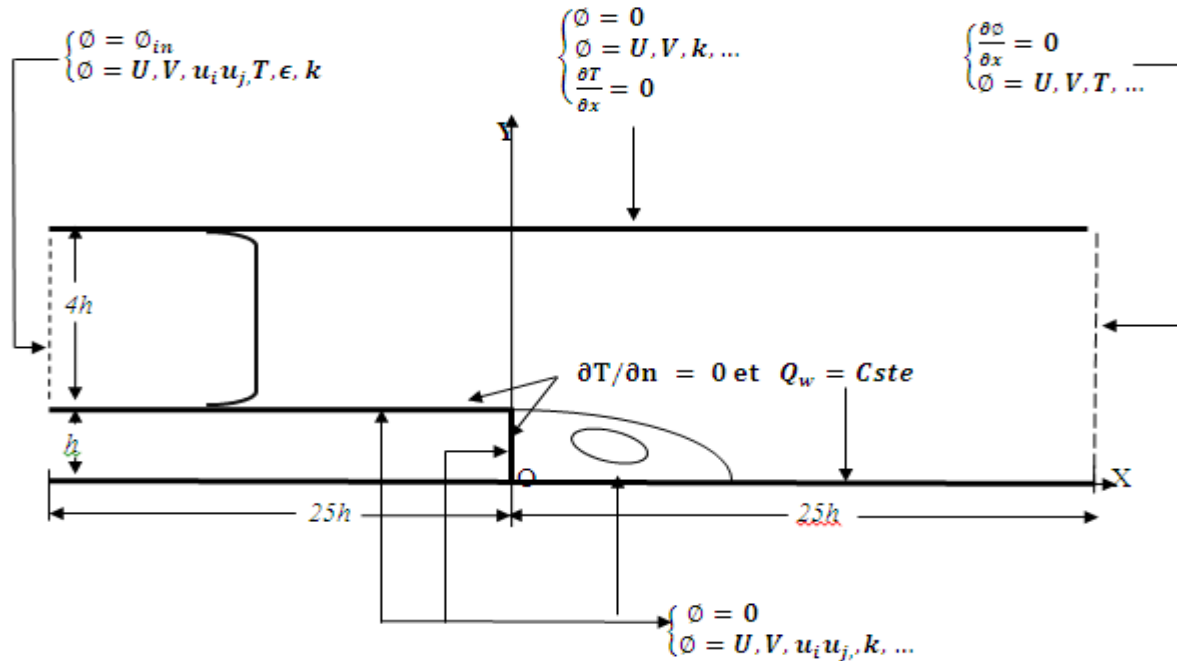


Figure 3.9 : Conditions aux limites (cas CL).

Le tableau suivant récapitule les conditions aux limites pour les deux cas (jet pariétal et couche limite) étudié dans ce travail.

Conditions aux Limites JP	U	V	T	k	ε	$u_i u_j$
$\varphi(1, J) = \varphi_{in}$	•	•	•	•	•	•
$\varphi(I, 1) = 0$	•	•		•	•	•
$\varphi(NI, J) = \varphi(NI - 1, J)$			•			
$\varphi(I, NJ) = \varphi(I, NJ - 1)$	•	•	•	•	•	•
$\varphi(I, NJ) = 0$	•	•		•	•	•
Conditions aux Limites CL	U	V	T	k	ε	$u_i u_j$
$\varphi(1, J) = \varphi_{in}$	•	•	•	•	•	•
$\varphi(I, 1) = 0$	•	•		•	•	•
$\varphi(NI, J) = \varphi(NI - 1, J)$			•			
$\varphi(I, NJ) = \varphi(I, NJ - 1)$	•	•	•	•	•	•
$\varphi(I, NJ) = 0$	•	•		•	•	•

3.3 Résolution numérique :

Après la discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement turbulent et le transfert thermique, avec la méthode des volumes finis, nous avons obtenu dans le chapitre précédent le système d'équation algébrique suivant:

$$a_P \varphi_P = a_E \varphi_E + a_W \varphi_W + a_N \varphi_N + a_S \varphi_S + b \quad (3.16)$$

Ce système d'équation, peut s'exprimer sous forme matricielle:

$$[A] \cdot [\varphi] = [b] \quad (3.17)$$

A : est une matrice de $(IN) \times (JN)$ équations, φ est le vecteur d'inconnues et b un vecteur des quantités connues. L'équation représente un ensemble non linéaire d'équations algébriques ne pouvant être résolues que par une méthode itérative (les coefficients sont des fonctions de la variable φ). La méthode itérative consiste à une application répétée d'un algorithme qui mènerait à la convergence après un certain nombre d'itérations vers une solution. En 1949, Thomas a développé un algorithme (Tri-Diagonal Matrix Algorithm: TDMA) qui permet de résoudre rapidement un système dont la matrice est tri-diagonalisée. Le processus d'itération se fait ligne par ligne et colonne par colonne. C'est l'algorithme utilisé dans le code TEAM et dans la majorité des codes commerciaux et libre en CFD.

L'algorithme TDMA est décrit en détail en annexe D.

3.4 Sous relaxation

Dans les situations où le processus itératif décrit précédemment est instable, ou la convergence est très lente; l'utilisation d'un facteur de sous-relaxation permet d'éviter les grandes variations des variables entre deux itérations successives, parce que les équations sont fortement couplées et non linéaire.

Comme nous l'avons vu précédemment, toutes les équations de transport, après avoir été discrétisées, peuvent être mises sous la forme générale suivante :

$$a_P \varphi_P = \sum_{i=W,E,S,N} a_i \varphi_i + b \quad (3.18)$$

φ_P^* représente la valeur de φ_P à l'itération précédente. En rajoutant et retranchant la valeur φ_P^* dans le membre droite de l'équation précédente l'équation (3.8) peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\varphi_P = \varphi_P^* + \left[\frac{\sum_{i=W,E,S,N} a_i \varphi_i + b}{a_P} - \varphi_P^* \right]. \quad (3.19)$$

Le terme entre crochets représente la variation de φ entre les deux itérations. Elle peut être atténuée en la multipliant par un facteur, dit de sous-relaxation, qui doit être compris entre 0 et 1 : $0 < \alpha < 1$ et l'équation (3.13) devient :

$$\varphi_P = \alpha \varphi_P + (1 - \alpha) \varphi_P^* \quad (3.20)$$

L'équation (3.12) devient :

$$\frac{\varphi_P}{\alpha} = \sum_{i=O,E,S,N} a_i \varphi_i + S_\varphi + (1 - \alpha) \frac{a_p}{\alpha} \varphi_P^* \quad (3.21)$$

En pratique la sous relaxation impose des modifications dans le coefficient a_p et le terme source S_φ :

$$a'_p = \frac{a_p}{\alpha}$$

$$S'_\varphi = S_\varphi + (1 - \alpha) a'_p \varphi_P^* \quad (3.22)$$

La valeur de α doit être adaptée à la variable considérée et au degré de convergence souhaité. Les valeurs prises dans notre cas sont données sur le tableau suivant :

Variable φ	U, V	T	P	k, ε	Production	R_{ij}	μ
α	0.1	0.5	0.5	0.2	0.2	0.4	0.2

3.5 Convergence, stabilité et consistance,

Il y a trois concepts mathématiques importants lors de la caractérisation des algorithmes numériques: *la convergence, la stabilité et la consistance*.

- **La convergence** : Un schéma est convergent, si la différence entre la solution exacte et la solution numérique tend vers zéro quand les pas de discrétisation tendent vers zéro.
- **La stabilité** : Un schéma est stable, si la solution du problème discret reste bornée.
- **La consistance** : Un schéma numérique est consistant, si l'erreur de troncature tend vers zéro lorsque tous les pas de discrétisation tendent vers zéro.

3.6 Contrôle de la convergence

La majorité des codes de calcul en CFD résolvent les équations de transport par les méthodes itératives, il est important de connaître quand la solution converge. Si les équations de transport discrétisées (3.12) sont résolues exactement, les deux membres de ces équations seront certainement égaux. Un critère doit être utilisé pour s'assurer que la solution est convergente (plutôt que oscillante ou même divergente) en surveillant les résidus et stopper le processus itératif lorsqu'il est satisfait. Le résidu pour la variable φ dans chaque volume de contrôle est défini comme suit :

$$RESOR \varphi = \sum_{i,j} R_{\varphi} \quad \text{et} \quad R_{\varphi} = \left| a_P \varphi_P - \sum_i a_i \varphi_i - S_{\varphi} \right|$$

$RESOR \varphi$ est la somme des résidus normalisés en valeurs absolue de l'équation pour φ associée à tous les volumes de contrôle du domaine. La convergence est atteinte si la condition suivante est satisfaite.

$$RESOR \varphi < SORMAX$$

SORMAX: Valeur maximale acceptable de SORCE pour la solution convergée. C'est un critère de convergence.

SORCE est le maximum de $RESOR \varphi$: (RESORM, RESORU, RESORU, RESORP, RESORT...).

RESORM est la somme des résidus de masse normalisé en valeurs absolues.

Si le nombre d'itérations (NITER) atteint la valeur maximale (MAXIT) est atteint (NITER = MAXIT) le calcul s'arrêtera. Le critère de convergence utilisé par notre code de calcul lorsque, pour chaque variable, le résidu décroît de façon régulière et que la variation de chaque variable au cours des 100 itérations ne dépasse pas 0.1 %.

Pour des raisons de stabilité numérique, l'équation de l'énergie cinétique k , quoique redondante, est par ailleurs résolue conjointement aux équations de tensions de Reynolds. A la convergence, la différence entre k et $\frac{R_{ii}}{2}$ est inférieure à 1% en chaque point du maillage.

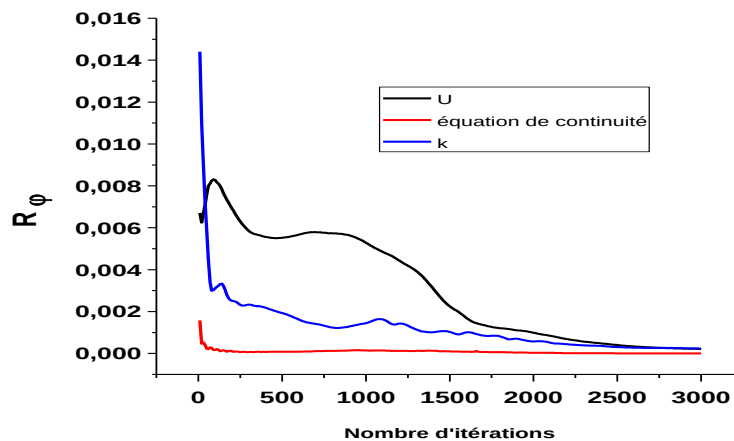


Figure 3.10: Evolution des résidus en fonction du nombre d'itérations

3.7 Présentation générale de calcul TEAM

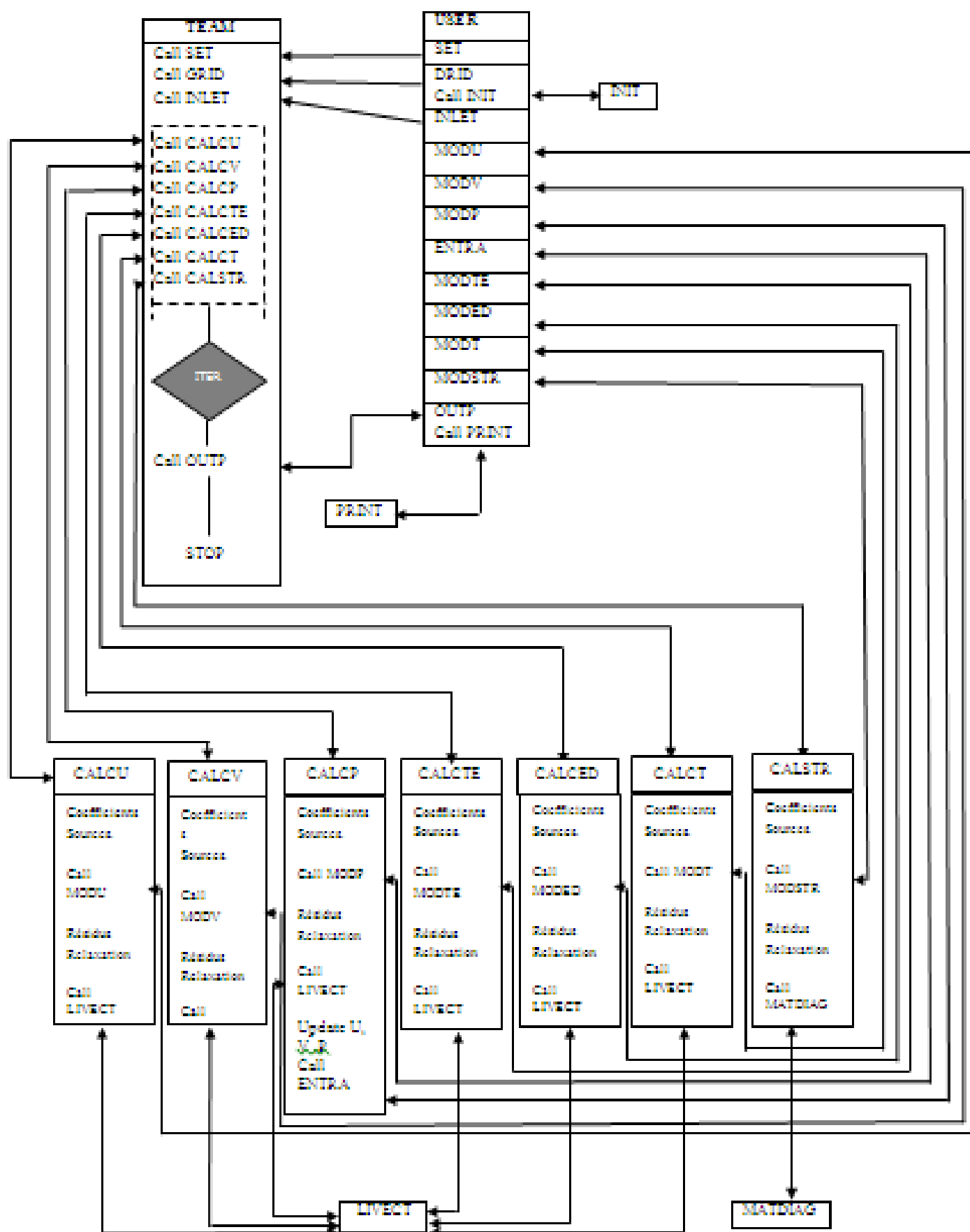
Dans la présente étude, le calcul est mené à l'aide d'un code dérivé du code TEAM (Huang et Leschziner 1983, UMIST, Manchester), pour Turbulent Elliptic Algorithm Manchester, qui a servi de base pour notre code.

Le code TEAM est un code fortran, permettant de résoudre les équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible en écoulement laminaire ou turbulent, 2D ou axisymétrique. Il utilise la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations aux dérivées partielles. Le couplage vitesse – pression est résolu grâce à l'algorithme SIMPLER. Et utilise un maillage cartésien décalé. Le modèle k-epsilon est implémenté par défaut. Pour les schémas de convection, il donne la possibilité d'utiliser le schéma d'interpolation quadratique (QUICK) ou en loi de puissance d'interpolation (PLDS).

3.7.1 Structure du code de calcul

Le code de calcul TEAM est constitué d'une partie principale (TEAM) et une partie (USER) faisant appel aux sous-programmes.

Organigramme du Programme



CHAPITRE IV

RESULTATS ET DISCUSSION

4.1 Validation du code de calcul

Les calculs sont effectués pour deux configurations d'écoulement entrant ; le premier cas est un écoulement interne et le second est un écoulement de jet pariétal. Ainsi, la validation des résultats numériques est effectuée en les comparant à ceux obtenus expérimentalement par Vogel et Eaton (1985) et Nait Bouda (2008). Les comparaisons ont porté essentiellement sur les profils de vitesses moyennes, les tensions de Reynolds et les nombres de Nusselt. Par la suite, nous présenterons et discuterons l'essentiel des résultats sur les champs dynamique et thermique.

4.1.1 Validation des résultats du champ dynamique

Pour la validation du champ dynamique, nous avons utilisé les résultats numériques et expérimentaux de N. Nait Bouda (2008) et B. Kusuma (1993).

La structure de la zone de recirculation prédite par le modèle RSM est représentée par la carte des lignes de courant figure (4.3). On distingue dans cette figure, le développement de deux structures turbulentes contrarotatives. La recirculation principale, dans le sens horaire, est délimitée par la ligne de séparation qui prend naissance sur le sommet de la marche et se rabat sur la paroi au point de recollement. La recirculation secondaire, beaucoup moins importante et dans le sens antihoraire, se trouve au pied de la marche. Les figures (4.3-a) et (4.3-b) montrent un très bon accord entre nos résultats et les résultats de calculs numériques de N. Nait Bouda (2008). On fait remarquer particulièrement que le modèle RSM capte bien cette seconde structure, contrairement aux modèles du premier ordre.

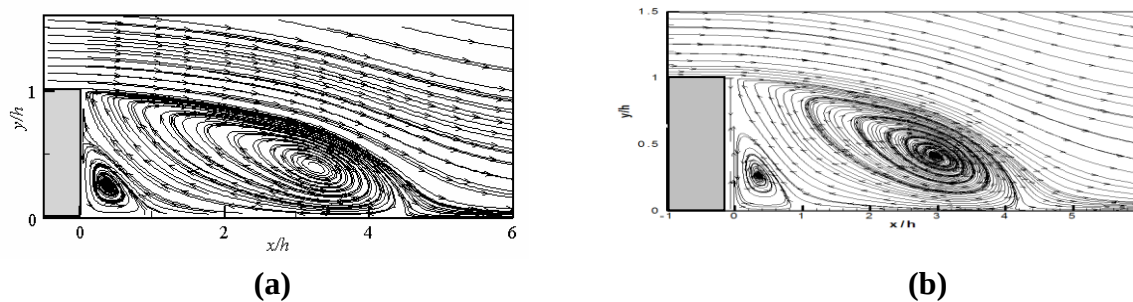


Figure 4.3: Carte de lignes de courant derrière la marche. Comparaison de nos résultats avec N. Nait bouda. (a) N. Nait Bouda, 2008 (RSM, deux échelles). (b) Présente étude.

Nous comparons, en figure (4.4), le coefficient de frottement à la paroi inférieure. C'est un critère pertinent, qui donne des informations sur l'intensité des recirculations et sur celle de la zone de recollement en aval de celle-ci. La figure montre la variation du coefficient de frottement C_f en fonction de la coordonnée réduite $X^* = \frac{X-X_r}{X_r}$, selon la normalisation de Roshko & Lau (1965)). La position du point de recollement est indiquée par le point où le coefficient de frottement est nul ; $C_f = 0$. La longueur de recollement, dans le cas de l'écoulement interne ; $X_r = 5h$ correspond bien à celle obtenue expérimentalement par Vogel et Eaton (1985) qui est de $5.33h$.

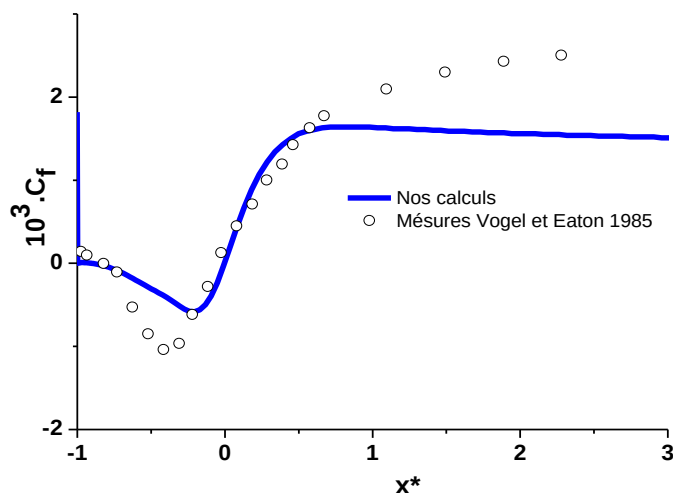


Figure 4.4 Évolution du coefficient de frottement derrière la marche, cas: écoulement interne.

Dans le cas du jet pariétal, nous avons regroupé, sur la figure suivante les résultats de mesures obtenues par Badri Kusuma (1993) et Nait Bouda (2008) ainsi que ceux prédits par notre code de calcul. Le profil de vitesse moyenne, est représenté dans cette figure à la section $x/h=1$, située après la marche. Globalement, on peut considérer que les résultats de calcul sont assez satisfaisants et montrent un bon accord avec les mesures de N. Nait Bouda (2008) et de B. Kusuma (1993).

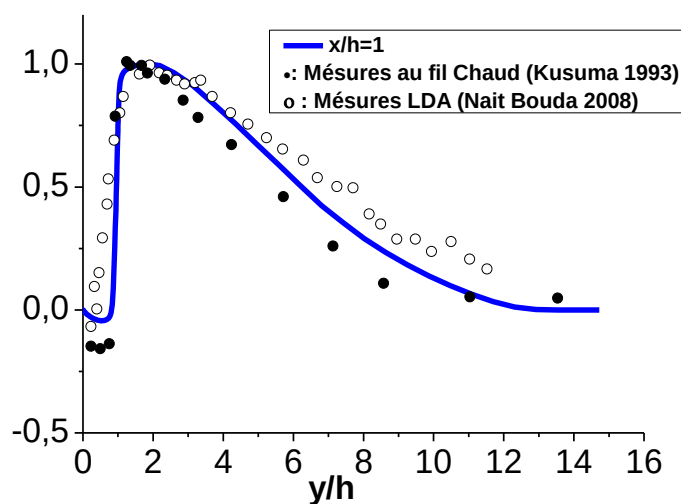


Figure 4.5: Évolution du profil de vitesse moyenne U/U_{max} en fonction de y/h

Pour le champ fluctuant, sur la figure (4.6), nous avons regroupé les résultats de mesures obtenus par Badri Kusuma (1993) et Nait Bouda (2008) ainsi que ceux prédits par notre code de calcul à la section $x/h=1$ pour l'évolution normale de la variance u^2/U_{max}^2 en fonction de y/h . On remarque une sous-estimation du pic pariétal pour cette section proche de la marche par le calcul.

Cette faiblesse a été remarquée dans le modèle (RSM- faibles nombres de Reynolds) de Speziale et al. (1991) appliqué par Dejoan et al. (2006) dans le cas d'un jet pariétal. Dans la zone extérieure, on remarque que les résultats de calcul se rapprochent et s'accordent mieux avec les résultats expérimentaux. Ainsi, nous pouvons considérer que l'accord entre les résultats expérimentaux et ceux prédits numériquement est globalement assez satisfaisant.

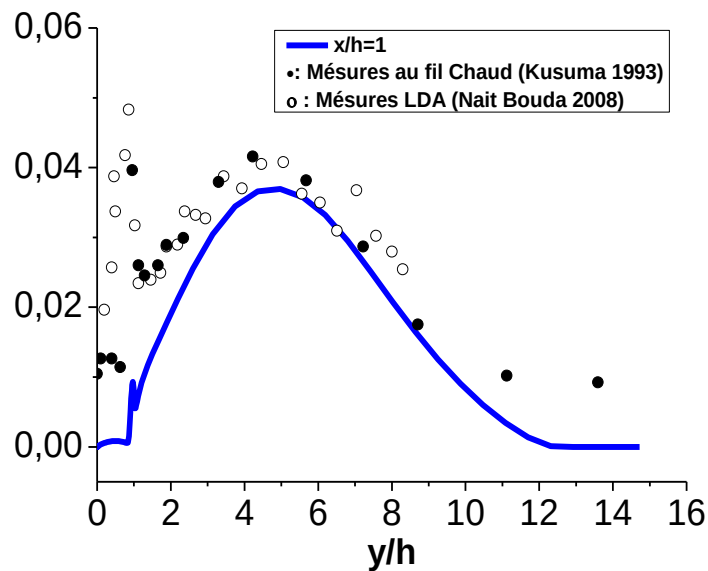


Figure 4.6 : Évolution longitudinale des profils des tensions normales de Reynolds u^2/U_{max}^2

4.1.2 Validation des résultats du champ thermique

En l'absence d'une étude antérieure du champ thermique de l'écoulement dans la configuration d'un jet pariétal abordant une marche descendante, nous avons repris la configuration d'un écoulement de canal effectué par Eaton et Vogel (1985) qui est une référence largement reprise par d'autres auteurs pour la validation des calculs.

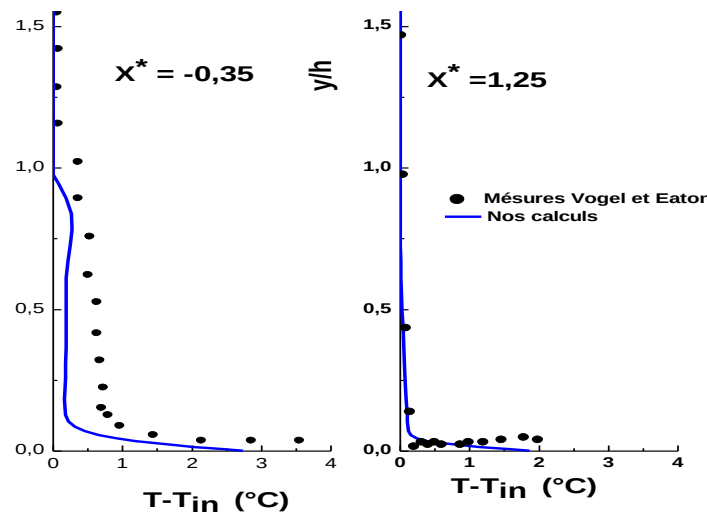


Figure 4.7 : Evolution de profil de la température.

La figure (4.7) représente les profils de la température en fonction de y/h , en deux sections en aval de la marche descendante. On observe essentiellement que les prédictions numériques sont sous-estimées à la section proche de la marche et se rapprochent et montrent un bon accord avec les résultats expérimentaux de Vogel & Eaton (1985) à la section loin de la marche.

Sur la figure 4.8, nous représentons l'évolution longitudinale du nombre de Nusselt local obtenue par les deux modèles utilisés. Les résultats sont comparés aux résultats expérimentaux obtenus par Vogel et Eaton (1985) pour le nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la marche $Re_h=28000$ et un flux thermique imposé à la paroi de 270 W. Globalement, on remarque que le calcul du modèle GGDH est plus satisfaisant.

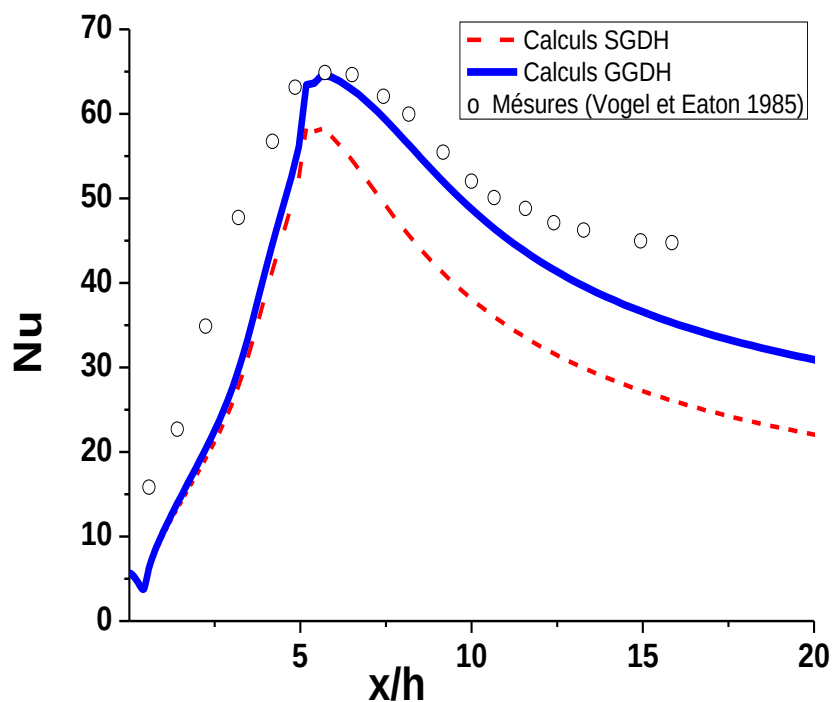


Figure 4.8: Comparaison du nombre de Nusselt pour les modèles GGDH et SGD sous la condition d'un flux imposé à la paroi.

Afin d'analyser l'effet de la condition aux limites sur les résultats des deux modèles, nous représentons sur la figure suivante (4.9), l'évolution du nombre du Nusselt dans le cas où l'on fixe la température à la paroi. Nous remarquons, dans ce cas que les résultats s'écartent plus de ceux obtenus expérimentalement.

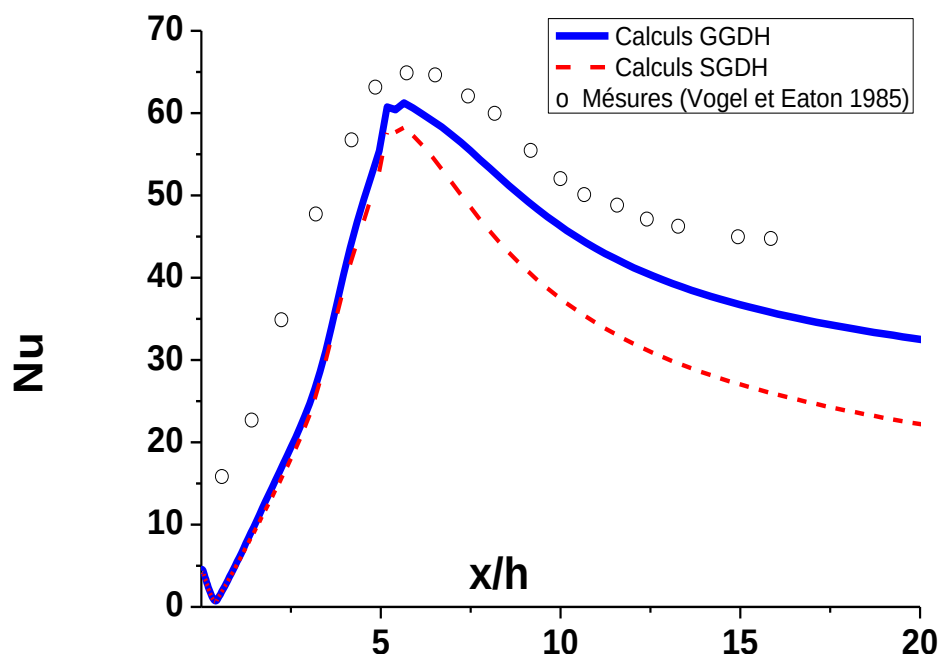


Figure 4.9: Comparaison du nombre de Nusselt pour les modèles GGDH et SGDH pour une température imposée à la paroi.

Dans la littérature traitant de l'analyse numérique du transfert thermique, la condition de température imposée à la paroi est souvent utilisée bien qu'elle soit difficilement réalisable expérimentalement. La condition aux limites thermique de flux imposé est plus proche de la réalité. Dans la suite de notre travail, nous ne considérerons que la condition aux limites de flux imposé à la paroi.

4.2 Résultats de discussions

4.2.1 Champ dynamique

Afin d'illustrer les caractéristiques du champ de vitesse moyenne dans ce cas, nous représentons sur les figures suivantes l'évolution de la vitesse moyenne longitudinale dans les trois zones spécifiques de l'écoulement :

- Zone d'entrée (en amont de la marche) : Avant d'aborder la marche, l'écoulement est bien développé, au vu de la similitude des profils.

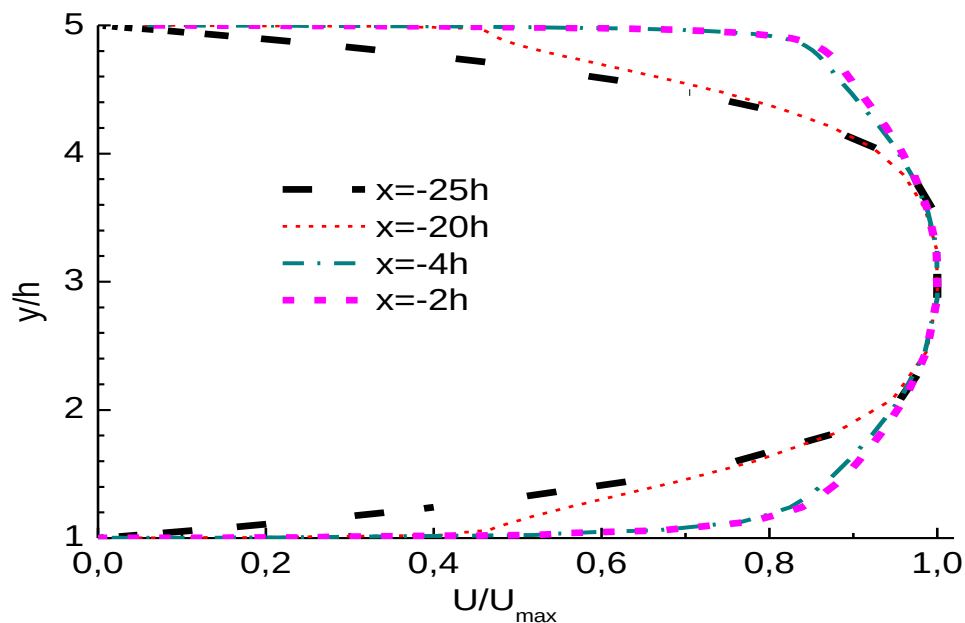


Figure 4.10 : Evolution des profils de vitesse longitudinale avant la marche

- Zone de recirculation et recollement. Où l'on observe le renversement de l'écoulement : Ceci correspond à l'écoulement de retour d'une partie du fluide dans le sens inverse de l'écoulement d'entrée.

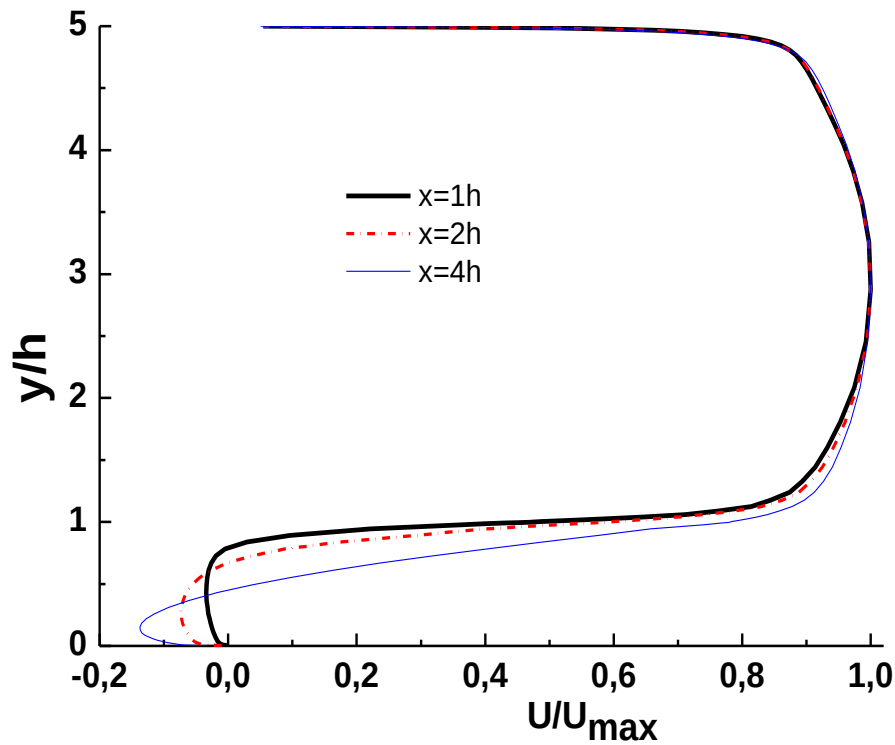


Figure 4.11 : Evolution des profils de vitesse longitudinale dans la zone de recirculation

- Zone de redéveloppement de l'écoulement : La couche limite tarde à se redévelopper ; cela est bien en accord avec les travaux de Le & al. (1997) qui indiquent que la couche limite turbulente n'est pas encore complètement reformée, leurs profils de vitesse comportent un point d'inflexion typique d'une couche limite non encore pleinement développée. Bradshaw et al. (1972) montrent que ce point d'inflexion demeure jusqu'à $50h$ en aval de la marche.

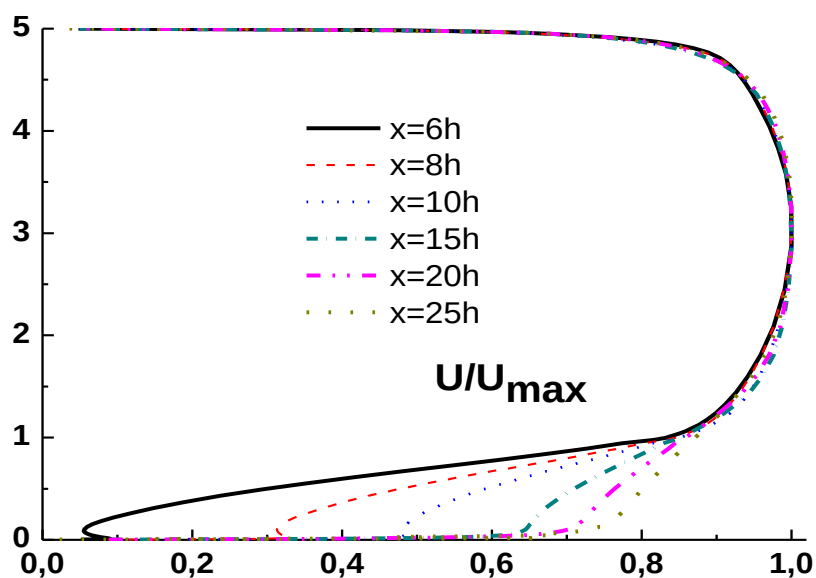


Figure 4.12 : Evolution des profils de vitesse longitudinale après le recollement

4.2.1.1 Caractéristiques globales de l'écoulement

Les caractéristiques les plus importantes de l'écoulement sont les coefficients locaux de pression et de frottement à la paroi.

4.2.1.1.a. Coefficient de pression C_p

Les pressions pariétales sont présentées sous forme d'un coefficient adimensionnel, appelé coefficient de pression :

$$C_p = 2 \frac{P - P_0}{\rho U_{max}^2}$$

Où P_0 est la pression statique de référence prise à la section $x = -5h$, l'écoulement à cette section est établie d'où le choix de la prise de la pression à cette section. La figure (4.10), présente l'évolution de ce coefficient. On constate que le minimum du coefficient de pression observé dans la zone de recirculation se situe à une position ($x/h \approx 3$) un peu plus avancé du point de recollement que celle trouvée dans le cas de couche limite ($x/h \approx 2.52$) (Jovic & Driver (1994)). Dans la zone de recollement, le coefficient de pression croît brutalement jusqu'à atteindre un maximum puis décroît pour évoluer asymptotiquement vers zéro.

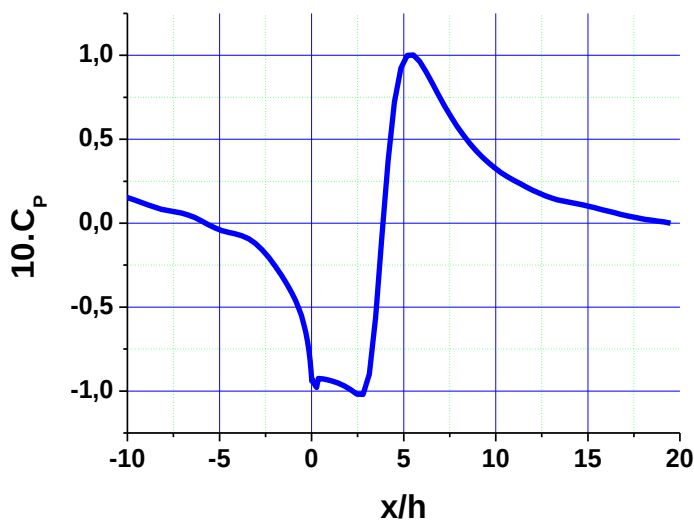


Figure 4.10 Évolution longitudinale du coefficient de pression obtenu par notre calcul.

La figure (4.11) présente la carte des isobares du champ de pression moyenne $\frac{P - P_0}{\rho U_{max}^2}$. On remarque qu'au voisinage de la marche, le gradient longitudinal de pression est négatif, puis au voisinage du point de recollement il décroît et devient positif. Le gradient de pression négatif est dû au changement brusque de la géométrie.

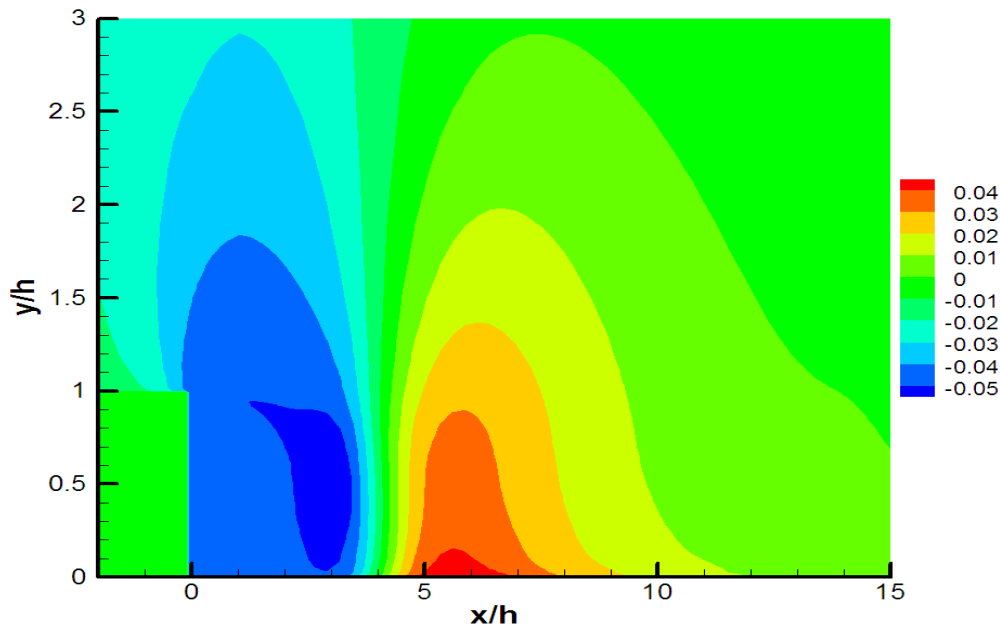


Figure 4.11 : Carte des isobares.

4.2.1.1. b. Coefficient de frottement C_f

L'évolution du coefficient de frottement pariétal le long de la paroi inférieure est représentée sur la figure (4.12). Le coefficient de frottement donne des informations sur la longueur des recirculations. En effet, dans cette zone le coefficient de frottement est négatif ; il décroît de 0 à l'arête de la marche jusqu'à une valeur minimale puis croît jusqu'à atteindre valeur nulle au point de recollement. Ce qui détermine la longueur de recollement ; la valeur X_r de $4.55h$ se rapproche bien de celle obtenue par Nait Bouda (2008) et qui est de $4.5h$.

Dans la zone de redéveloppement de l'écoulement, au-delà de la section $x = 8h$, on constate une légère diminution du coefficient de frottement qui pourrait être due à l'épanouissement du jet.

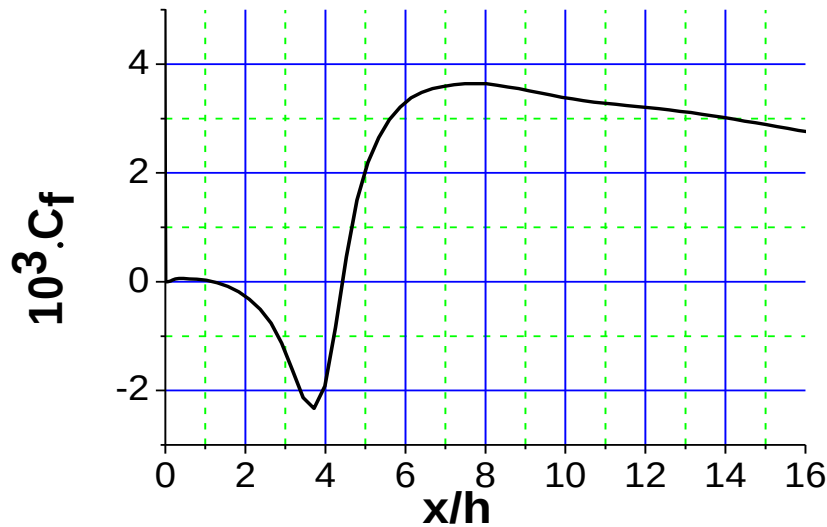


Figure 4.12 Évolution du coefficient de frottement derrière la marche.

4.2.1.1.c. Point de rattachement X_r

La caractéristique la plus significative d'un écoulement décollé et recolle est la longueur de rattachement moyen X_r . La position du point correspond à la position où la vitesse axiale moyenne change de signe ou celle où le coefficient de frottement est nul. La longueur de recollement déterminée ici, $X_r = 4.55h$, se rapproche bien de celle obtenue par calcul par Nait Bouda (2008) qui est de $4.5h$, et celle obtenue expérimentalement par Kusuma (1991) qui est estimée entre $3.5h$ et $4h$.

4.2.2 Analyse du champ moyen

4.2.2.1 Profils de vitesse moyenne

Les profils de vitesse moyenne, à différentes sections après la marche, sont représentés sur la figure (4.13). La vitesse est rapportée à la vitesse maximale locale U_{max} et la distance y est rapportée à la hauteur.

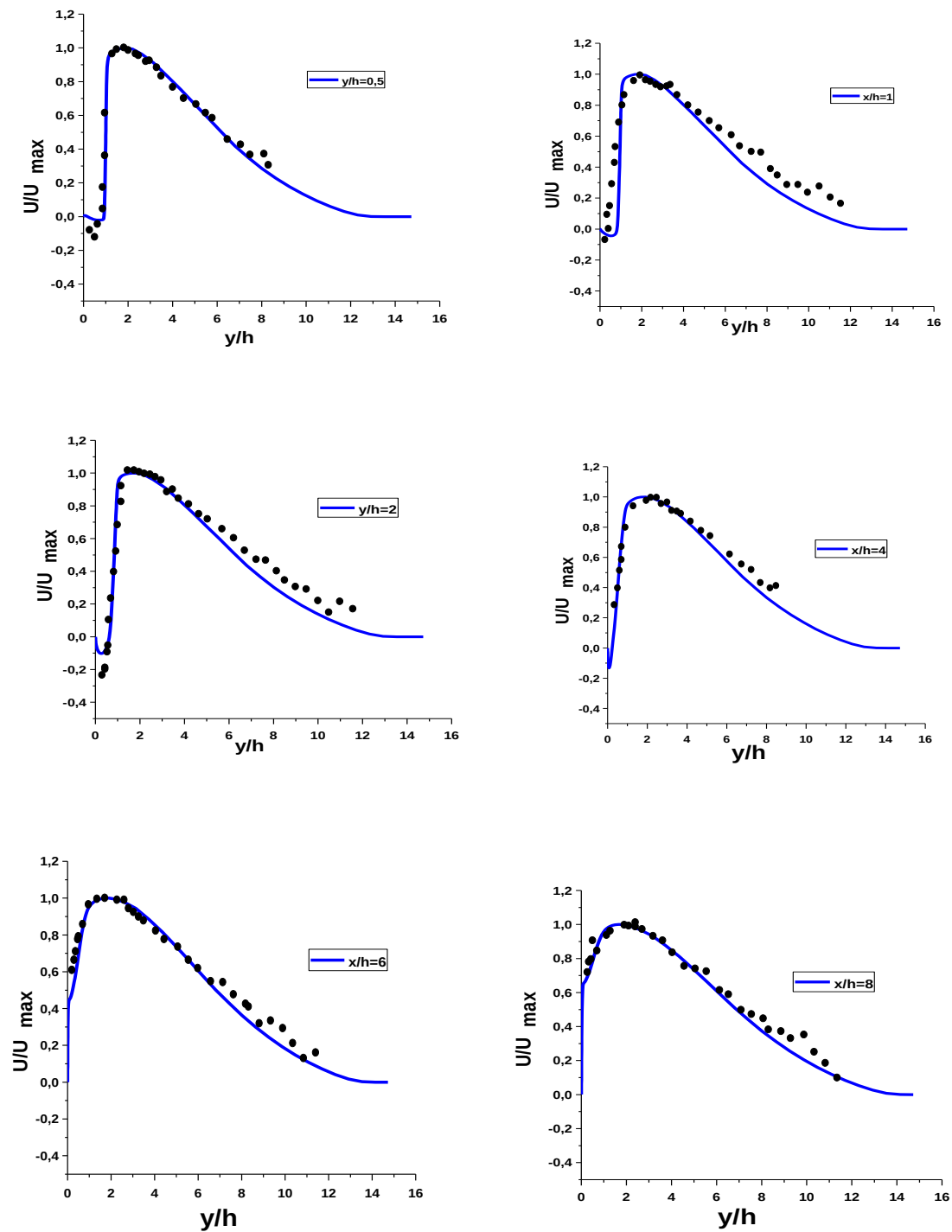


Figure 4.13 : Evolution des profils de vitesse moyenne U/U_{max} en fonction de y/h .

Sur la même figure, nous regroupons les résultats de mesures par anémométrie Doppler Laser (LDV) de Nait Bouda et ceux prédits numériquement dans la présente étude. Nous remarquons un bon accord entre les résultats obtenus numériquement avec le modèle de turbulence RSM à faibles nombres de Reynolds.

4.2.2.2. Contours des composantes de la vitesse moyenne

Les contours des composantes de la vitesse moyenne U et V , sont données respectivement sur les figures (4.14) et (4.15). Sur les contours de la vitesse moyenne longitudinale U (figure 4.14), nous distinguons la ligne de séparation issue de l'arête de la marche et impactant la paroi horizontale inférieure au point d'abscisse $x = 4.4h$ correspondant au point de recollement. Les contours négatifs de la vitesse moyenne normale V au-dessus de la zone de recirculation et au-delà du la zone de recollement montrent que l'écoulement se rabat sur la paroi figure (4.15).

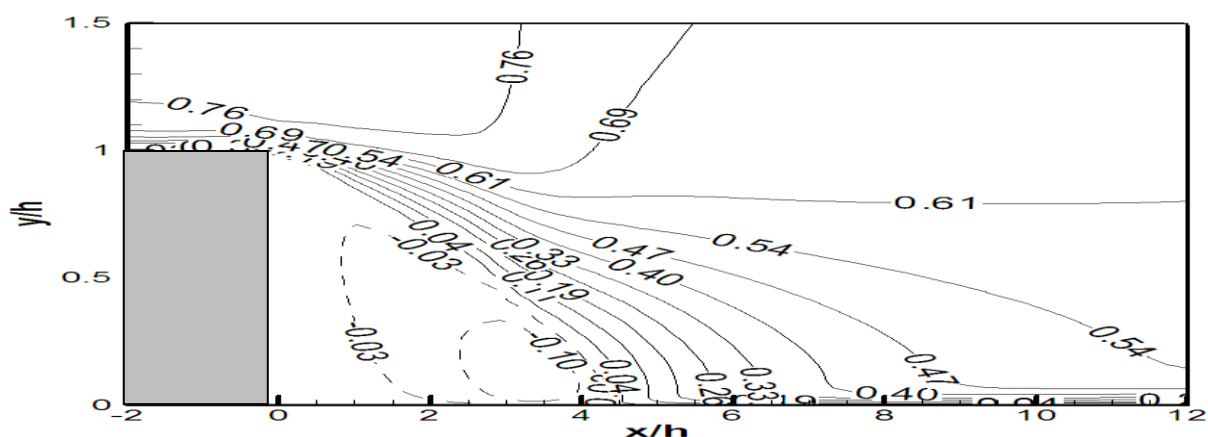
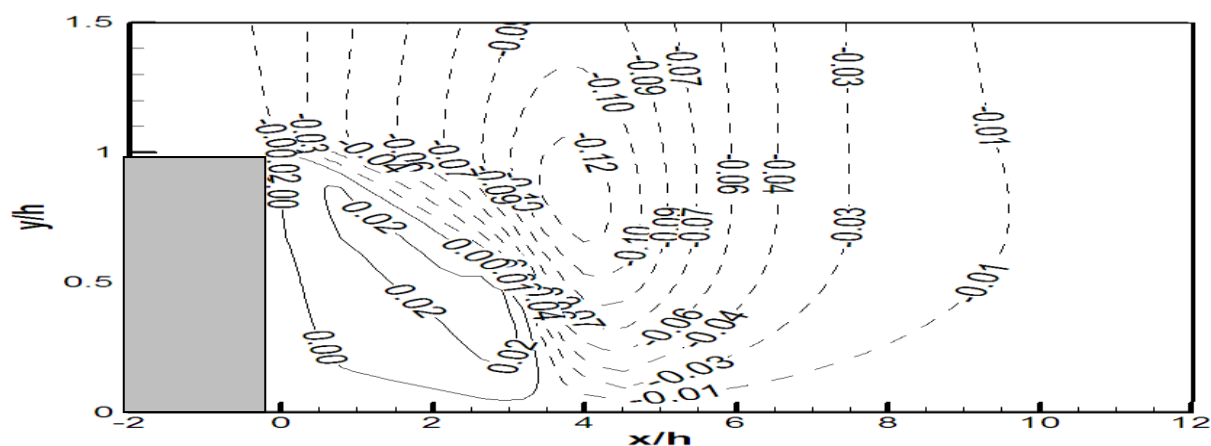


Figure 4.14. Contours de la vitesse moyenne longitudinale



4.2.3 Analyse du champ fluctuant

La figure (4.16) représente l'évolution normale de $\frac{\overline{u^2}}{U_{\max}^2}$ en fonction de y/h à différentes sections après la marche, selon la direction longitudinale. Sont regroupés sur la même figure, les résultats de mesures de Nait Bouda (2008) ainsi que ceux prédits par notre code de calcul.

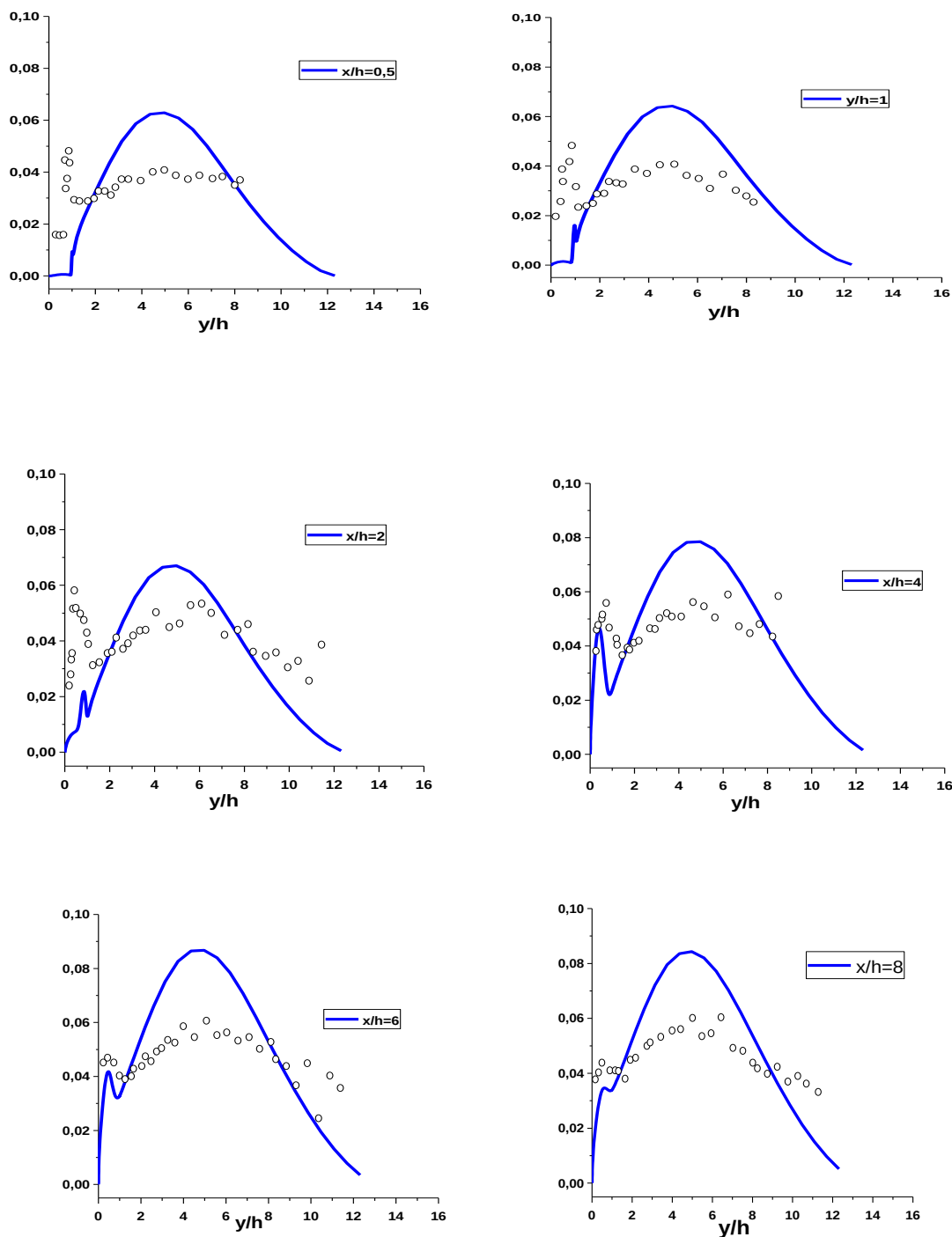


Figure 4.16: Evolution longitudinale des profils des fluctuations turbulentes $\frac{\overline{u^2}}{U_{\max}^2}$ en fonction de y/h .

4.3 Champ thermique

Nous rappelons que les calculs du champ thermique, dans la configuration d'un écoulement entrant de type jet pariétal sont effectués par le modèle GGDH (hypothèse de gradient de diffusion généralisé) sous la condition de flux de chaleur imposé à la paroi.

4.3.1 Profils de température

Sur la figure (4.17), nous représentons l'évolution des profils de la température adimensionnelle en fonction de y/h .

La même allure des profils est observée pour l'ensemble des profils. Néanmoins le gradient de la température reste moins important dans la zone de recirculation, pour $x=1h$ et $x=2h$ notamment, comparativement aux sections plus loin de la marche.

Au voisinage de la marche descendante, à $x/h = 1$ particulièrement, la température est plus élevée. Ceci peut être expliqué par la stagnation de l'air dans la zone de la recirculation secondaire ; ce qui correspond à un faible transfert de chaleur. A partir de $x/h = 4$, nous remarquons une diminution nette de la température, ceci s'explique par une augmentation du transfert de chaleur.

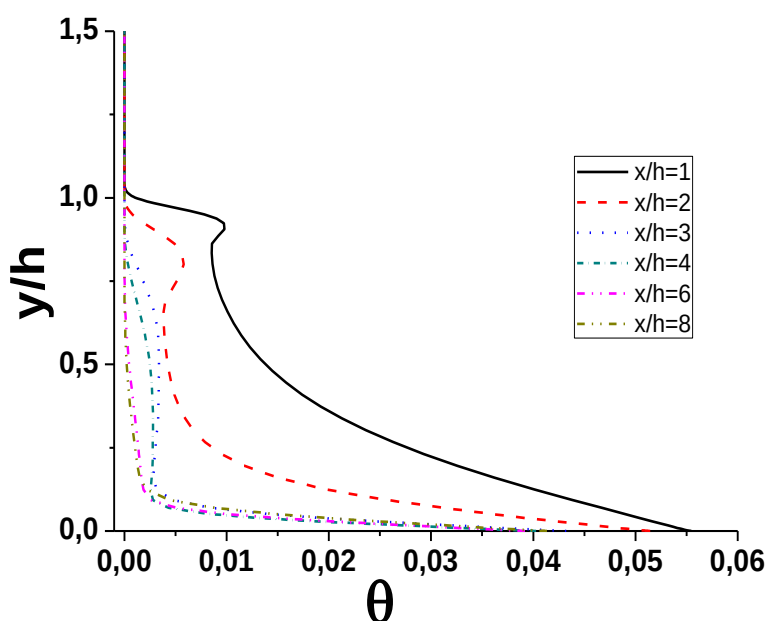


Figure 4.17 : Evolution des profils de température après la marche : Calcul avec le modèle GGDH sous la condition de flux thermique constant à la paroi.

4.3.2 L'évolution des isothermes

La carte des isothermes est représentée sur la figure (4.18). Ces contours mettent en évidence les régions où le transfert de chaleur est faible ou important. On constate ainsi que la température est importante dans la région de la recirculation secondaire. En se rapprochant de la région de recollement, au voisinage de la

section $x/h=5$, la température est faible sur une épaisseur ne dépassant pas le $1/10^{\text{ème}}$ de la hauteur de la marche; le transfert thermique. Est maximum dans cette région.

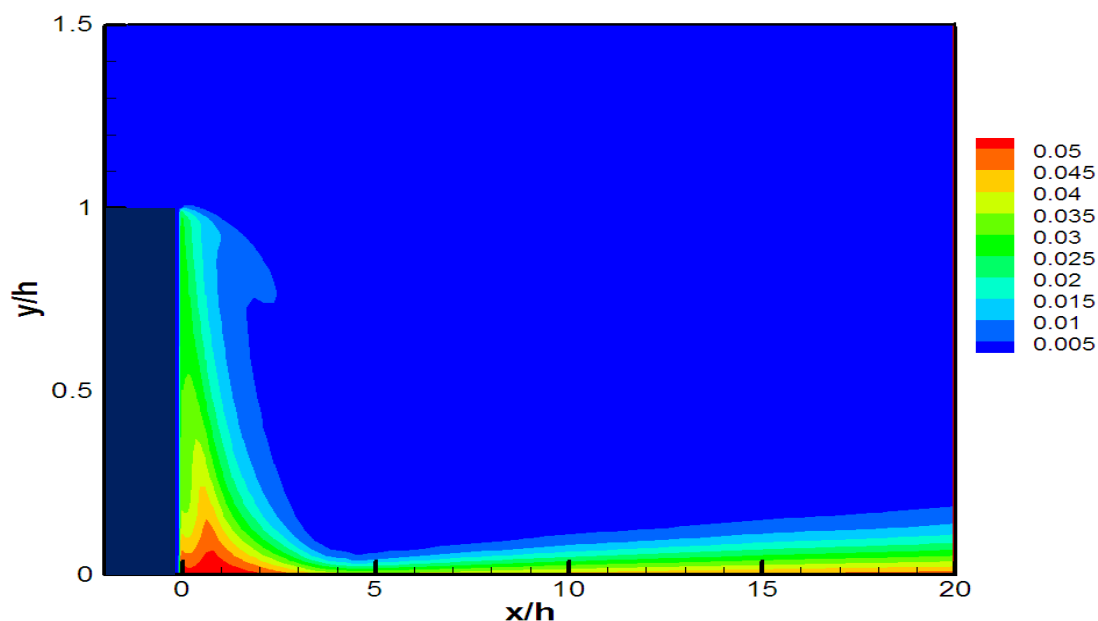


Figure 4.18 : Carte des isothermes en aval de la marche

Afin mieux quantifier les échanges thermiques entre la paroi et l'écoulement, nous représentons l'évolution longitudinale du nombre de Nusselt local.

4.3.3 Nombre de Nusselt local

La figure 4.19, représente l'évolution longitudinale, en aval de la marche, du nombre de Nusselt local obtenue par les deux modèles considérés.

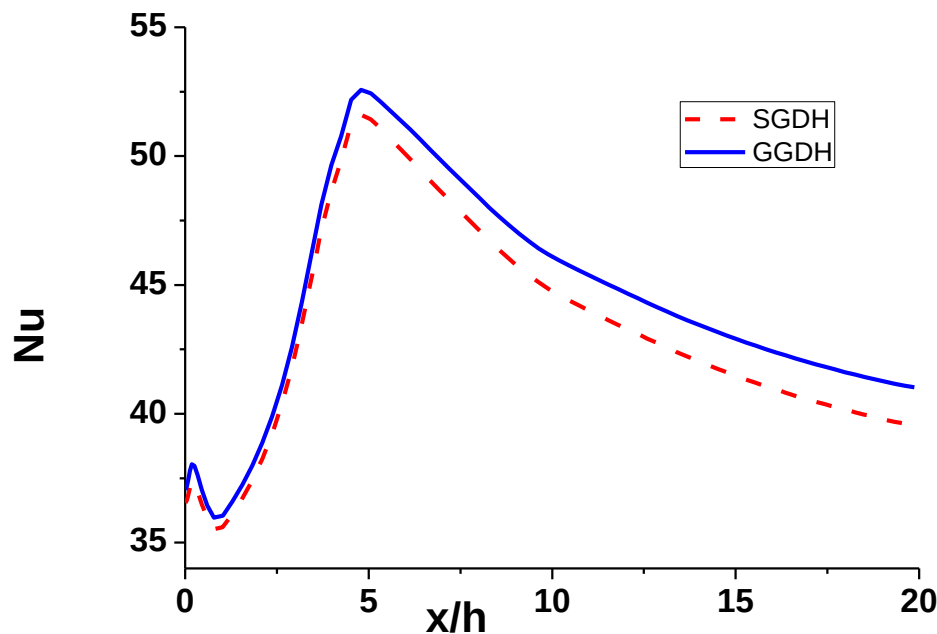


Figure 4.19 Evolution du nombre de Nusselt local : comparaison entre les deux modèles considérés sous la condition de flux constant imposé à la paroi.

L'allure du graphe prédite par les deux modèles est globalement la même, mais le transfert de chaleur à la paroi est sous-estimé par le modèle SGDh (Hypothèse de gradient de diffusion simple) ; ceci a été constaté même dans le cas d'un écoulement de canal.

De manière générale, le nombre de Nusselt est faible dans les sections proches de la marche correspondant à la zone de recirculation. En effet, l'écoulement de fluide est ralenti dans cette zone, ce qui ne permet pas la convection de la chaleur loin de la paroi.

En s'éloignant de la marche, le nombre du Nusselt augmente jusqu'à atteindre un maximum à la section $x_{\max} = 4.79h$ pour le cas jet pariétal et de $5.65h$ pour le cas de la couche limite. Dans la zone de recollement, l'échange convectif est maximal. Ceci peut s'expliquer par l'impact des masses de fluide à température ambiante venant de la région externe du jet.

Par ailleurs nous notons que la position du maximum de transfert se situe légèrement en aval de la position de point de recollement. Ce qui confirme les travaux antérieurs de Dumoulin (1993), qui a montré que $X_r <$

X_{max} pour des nombres de Reynolds Re compris entre 20000 et 70000. Par contre, au-delà de $Re = 80000$, $X_{max} > X_r$. Horstman et al. 1997 ont constaté que le maillage du domaine influe sur le nombre de Nusselt considéré et les valeurs du nombre de Nusselt maximum. Quant à Giovannini et al. (1997) ils attribuent cela à deux mécanismes induits par la dynamique tourbillonnaire : l'effet d'impact de l'écoulement extérieur avec une composante normale à la paroi $V < 0$, et l'effet de balayage avec une composante longitudinale à la paroi $U > 0$. Ils ont constaté que lorsque l'impact est le mécanisme dominant, les zones recirculées sont courtes et le point d'échange de chaleur maximal est décalé vers l'aval, (Chapitre I). Nous pouvons constater dans notre cas que ce décalage du point maximum de transfert de chaleur vers l'aval est dû principalement au choix du maillage.

La figure (4.20) illustre les distributions du coefficient de pression pour des nombres de Reynolds croissant allant de $Re_h = 7600$ à $Re_h = 20000$. Nous constatons que le point de recollement correspondant au $C_f = 0$ déplace très légèrement vers l'aval de la marche avec la croissance du nombre de Reynolds. On peut dire que le coefficient de pression est indépendant du nombre de Reynolds.

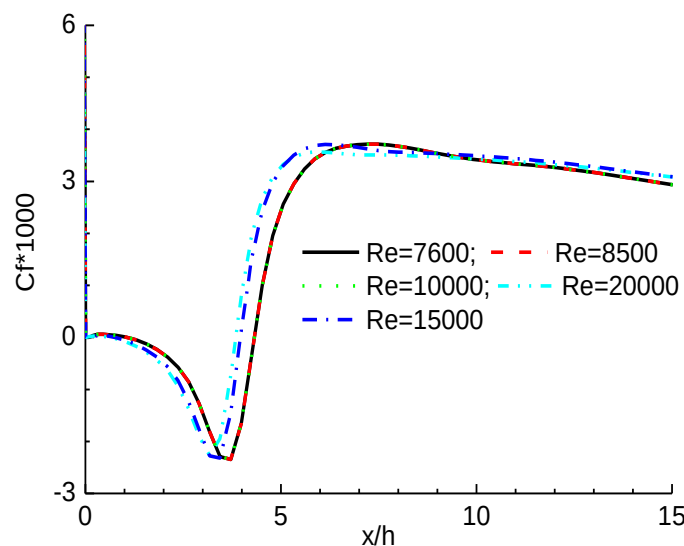


Figure 4.20: Variation du coefficient de frottement pour la gamme du nombre de Re_h de 7600 à 20000, pour le modèle GGDH.

4.3.4 Effet du nombre de Reynolds sur le transfert thermique

La figure (4.21) montre que le transfert convectif en aval de la marche descendante augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds, nous observons que le nombre de Nusselt augmente, où nous pouvons voir clairement que le nombre maximum de Nusselt pour $Re_h=10000$ et plus grand que celui de $Re_h=8500$ et de $Re_h=7600$, nous constatons alors, qu'avec l'augmentation de l'intensité de la turbulence, l'intensité de l'échange convectif augmente. Cette constatation est en accord avec les résultats de la littérature F. Boizimault (2000), Rajesh & Manab (2006),....

On remarque aussi, que la position du Nusselt maximum ne varie pas avec le nombre de Reynolds. Ce qui confirme les résultats de la littérature : Boizumault & al.(2000),

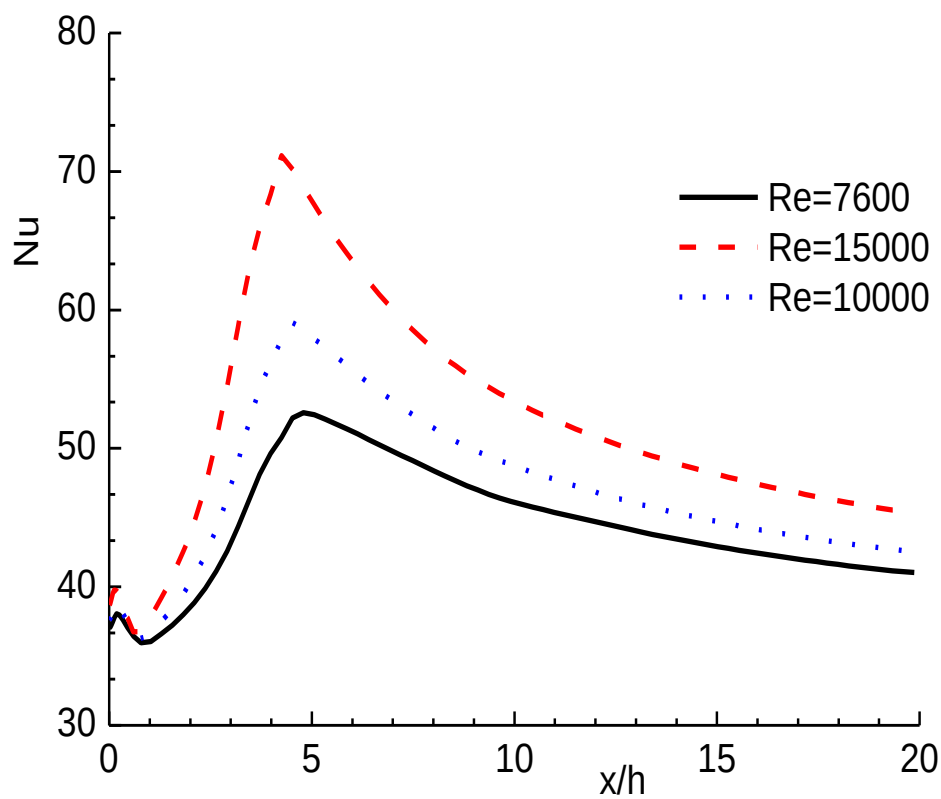


Figure 4.21: Variation du nombre de Nusselt pour la gamme du nombre de $Re_h=7600, 8500$ et 10000 , pour le modèle GGDH.

Les figure suivantes (4.22 et 4.23) illustrent les iso contours de l'énergie turbulente en aval de la marche pour deux nombres de Reynolds : $Re_h = 7600$ et $Re_h = 15000$.

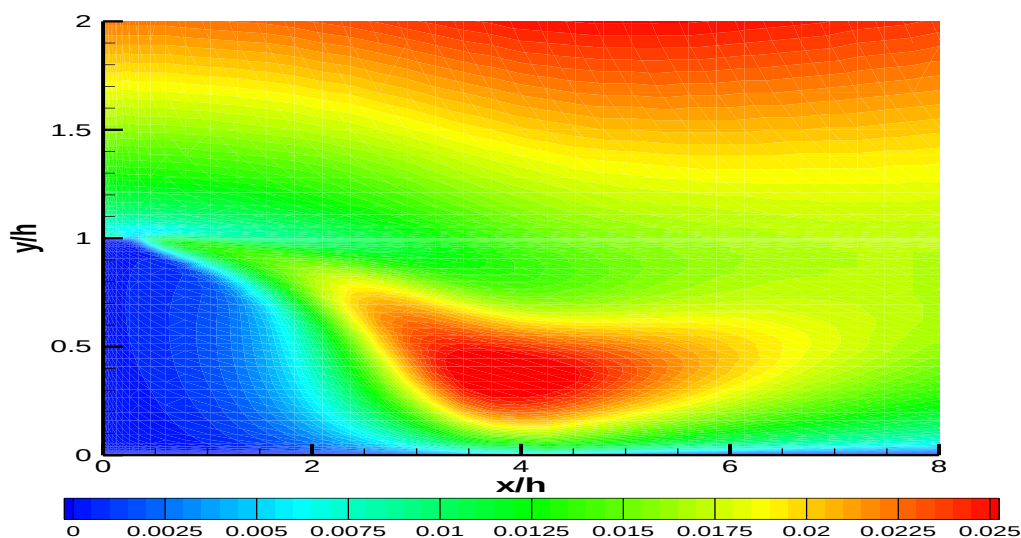


Figure 4.24: Carte des iso-valeurs de l'énergie cinétique de la turbulence. $Re_h=15000$, modèle GGDH.

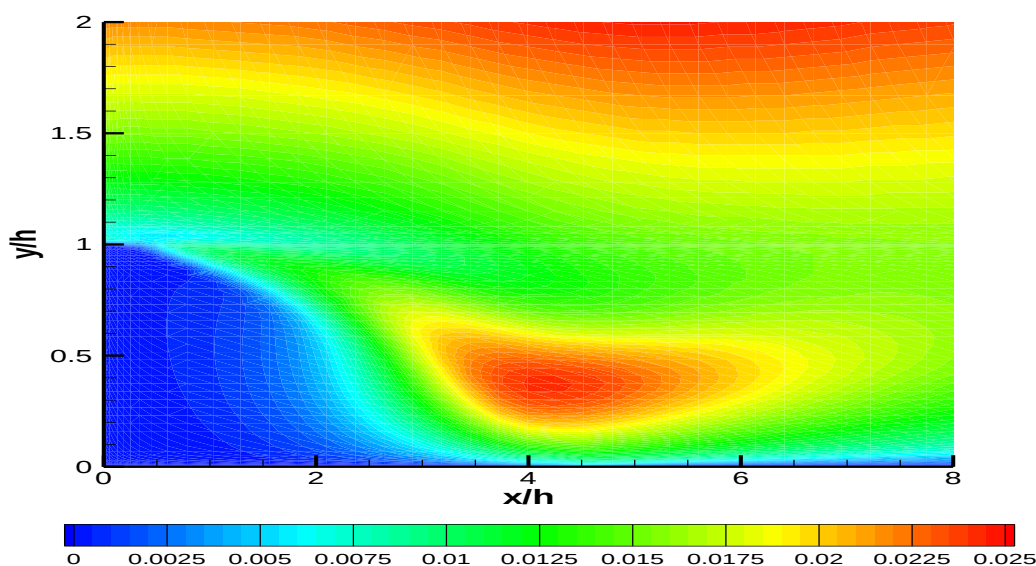


Figure 4.25: Carte des iso-valeurs de l'énergie cinétique de la turbulence. $Re_h=7600$, modèle GGDH.

Nous remarquons effectivement que l'intensité de turbulence est plus importante dans la zone de recollement pour le cas du nombre de Reynolds de 15000.

L'intensité de la turbulence favorise en effet l'échange convectif. Cette constatation est en accord avec les résultats de la littérature F. Boizimault (2000), Rajesh & Manab (2006),....

Par ailleurs, nous relevons sur la figure 4.23 que la position du Nusselt maximum, $X_{\max}$, est un peu décalé vers l'amont quand le Reynolds augmente. Cela va dans le sens des résultats expérimentaux de Dumoulin (1993).

Quant à Giovannini et al. (1997) ils attribuent cela à deux mécanismes induits par la dynamique tourbillonnaire : l'effet d'impact de l'écoulement extérieur avec une composante normale à la paroi $V < 0$, et l'effet de balayage avec une composante longitudinale à la paroi $U > 0$. Ils ont constaté que lorsque l'impact est le mécanisme dominant, comme dans le cas du jet pariétal, les zones recirculées sont courtes et le point d'échange de chaleur maximal est décalé vers l'aval.

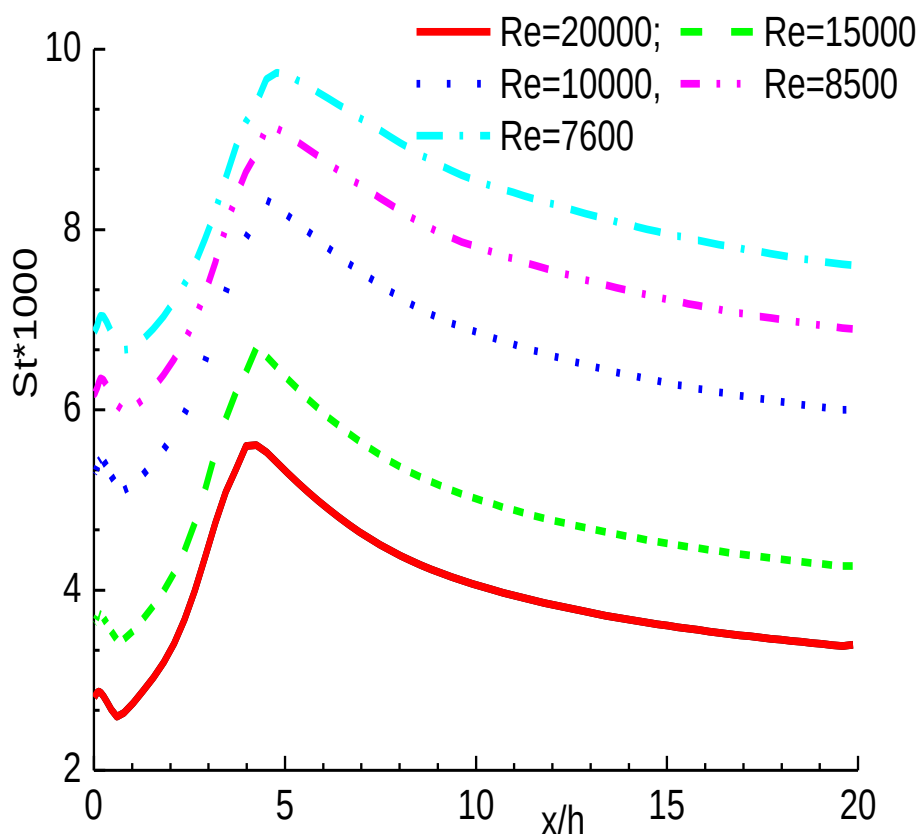


Figure 4.22: Variation du nombre de Stanton pour la gamme du nombre de Re_h de 7600 à 20000 pour le modèle GGDH.

Sur la figure qui suit (4.26), nous représentons l'évolution longitudinale du nombre de Stanton pour différents nombres Reynolds.

Pour des Reynolds inférieurs à 10000, la position du Stanton maximum est pratiquement fixe, mais au-delà de Reynolds de 10000, la position du maximum est décalée vers l'amont.

Afin de voir si le nombre de Reynolds influe sur la position du point de recollement, nous représentons sur la figure (4.27) l'évolution du coefficient de frottement aux nombres de Reynolds considérés.

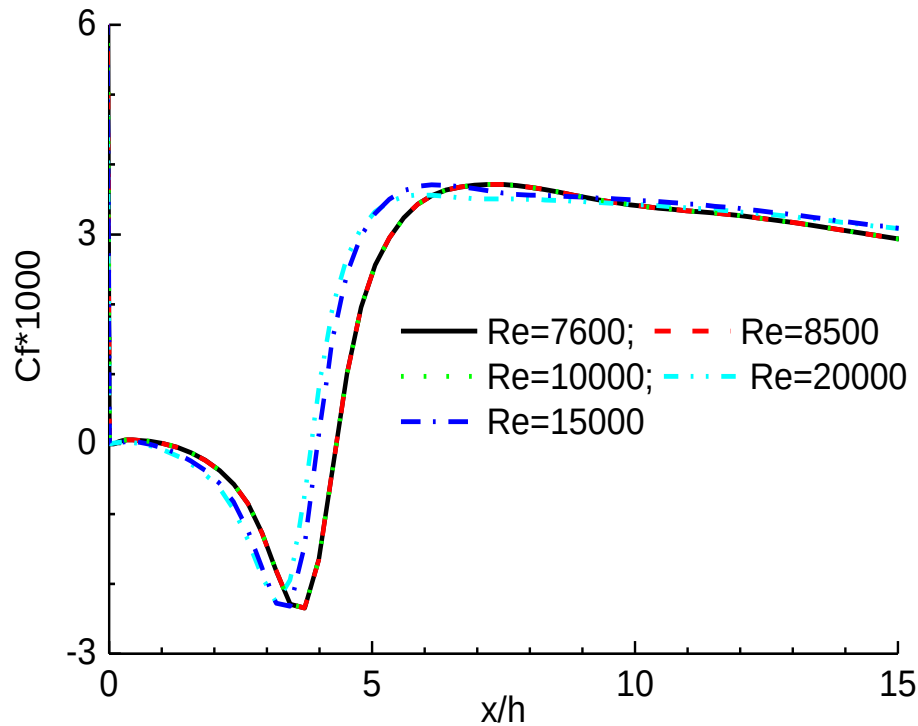


Figure 4.27: Influence de la variation du nombre de Reynolds sur le coefficient de pression pour la gamme du nombre allant de Re_h de 7600 à 20000, pour le modèle GGDH.

Sur cette figure, nous constatons que le décalage du point de recollement n'est de même constaté qu'au-delà du nombre de Reynolds de 10000, mais reste minime. Pour une augmentation du Reynolds de 7600 à 20000, la longueur de recollement diminue de 10%.

L'évolution de la valeur maximale du Stanton St_{max} en fonction du nombre de Reynolds est analysée.

L'évolution de ce paramètre est forme exponentielle avec le nombre de Reynolds (figure 4.28). Par la représentation de St_{max} en fonction du Logarithme népérien du nombre de Reynolds, on aboutit à une corrélation de la forme suivante : $St_{max} = -0.0044 \ln Re + 11.5$

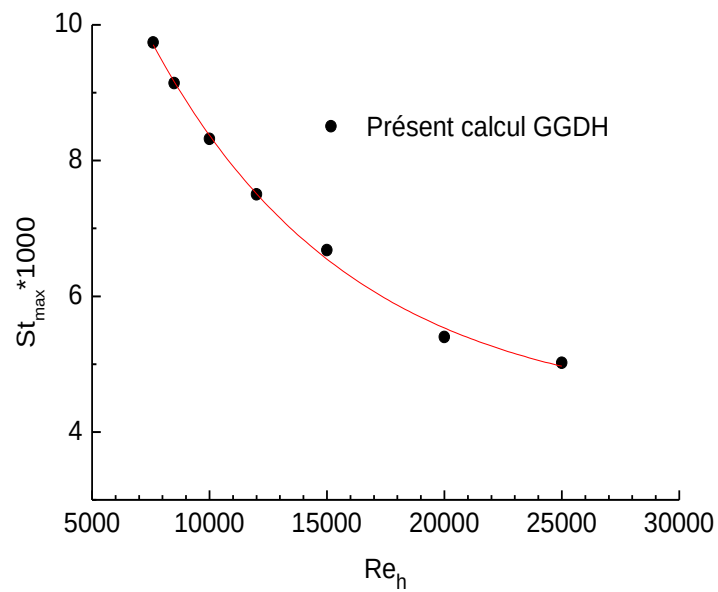


Figure 4.28: Variation du maximum de Stanton en fonction de Reynolds, modèle GGDH.

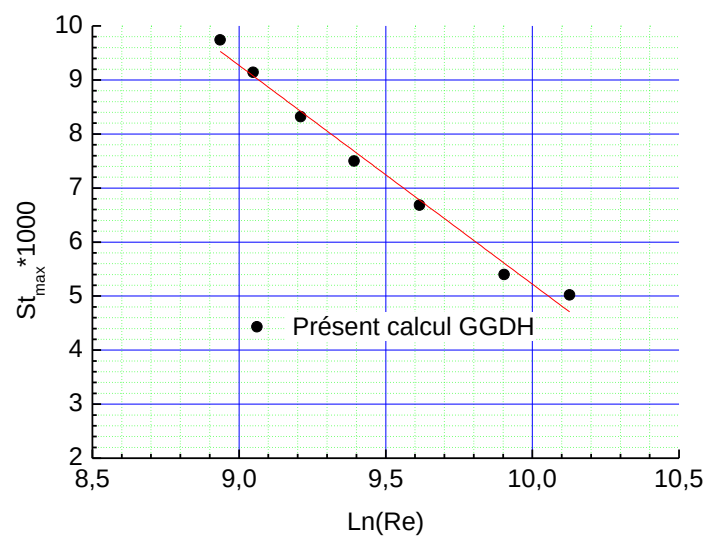


Figure 4.29: Variation du maximum de Stanton en fonction du $\ln(Re)$, modèle GGDH.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Nous avons étudié par simulation numérique un écoulement turbulent associé au transfert thermique par convection forcée derrière une marche descendante.

L'influence des conditions aux limites sur le champ dynamique et thermique est analysée. En effet, nous avons considéré deux types d'écoulement entrant:

- ✓ Un écoulement externe (non confiné) de type jet pariétal.
- ✓ Un écoulement interne (canal de rapport d'aspect 1,25).

Par ailleurs, nous avons considéré deux conditions sur le champ thermique:

- ✓ Température maintenue constante à la paroi.
- ✓ Flux de chaleur maintenu constant.

La simulation numérique que nous avons entreprise est basée sur le modèle statistique de fermeture en un point dans la version à faibles nombres de Reynolds proposé par Launder & Tselepidakis (1991). Pour la modélisation du flux thermique turbulent, nous avons considéré deux modèles : SGDh (simple gradient diffusion hypothesis) et GGDh (Generalized gradient diffusion hypothesis).

La procédure numérique que nous avons adoptée est basée sur la méthode des volumes finis. Notre code de calcul est un code en FORTRAN 77 basé sur le code TEAM dans lequel l'algorithme de Thomas (TDMA) est appliqué pour la résolution du système d'équations algébriques ; et le couplage vitesse-pression est réalisé par l'algorithme SIMPLER.

En l'absence de résultats expérimentaux sur le transfert thermique pour le cas d'écoulement de jet pariétal à travers une marche descendante, nous avons validé les résultats de calculs du champ thermique par les résultats expérimentaux de Vogel et Eaton (1985). La comparaison des résultats est globalement satisfaisante, notamment pour ceux obtenus par le modèle GGDh avec la condition de flux constant imposé à la paroi.

L'étude est par la suite étendue au cas d'écoulement de type jet pariétal. Les résultats de calcul sont comparés aux résultats expérimentaux de Nait Bouda (2008) et montrent une concordance satisfaisante. Notamment, la longueur de recollement $X_r = 4.4h$, est très proche de celle trouvée par Nait Bouda et al. (2008) qui est de $4.5h$. L'analyse de l'évolution du nombre de Nusselt local a montré que :

- Le transfert de chaleur est faible dans la zone de recirculation et maximal dans la zone de recollement.
- La position du maximum du nombre de Nusselt X_{max} se situe en aval du point de recollement ; un résultat qui est en accord avec les prédictions de Giovannini et al. (1997).

L'effet du nombre de Reynolds sur le transfert thermique est analysé et a montré que :

- le transfert de chaleur croît, notamment dans la zone de recollement, quand le nombre de Reynolds augmente.
- la position du Nusselt maximum, X_{max} , se déplace vers l'aval quand le Reynolds augmente.
- Pour des Reynolds inférieurs à 10000, la position du Stanton maximum est pratiquement fixe, mais au-delà de Reynolds de 10000, sa position du maximum est décalée vers l'aval.
- l'évolution du nombre de Stanton maximal St_{max} est de forme exponentielle avec le nombre de Reynolds.

Les perspectives de développement de ce travail pourraient être orientées vers l'analyse de l'effet du développement de l'écoulement entrant ainsi que celui du rapport d'aspect sur la structure de l'écoulement derrière la marche et son impact sur le transfert thermique dans cette région.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

RÉFÉRENCES

- Abe K., Kondoh T. & Nagano Y.** *"A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows II. Thermal field calculations"*. Int. J. Heat and Mass Transfer 38, 1467-1481. 1995.
- Abu-Mulaweh H.** *"Turbulent mixed convection flow over a forward-facing step—the effect of step heights"*. International Journal of Thermal Sciences 44, 155–162. 2005.
- Armaly B., Durst F., Pereira J. & Schonung B.**, *"Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow"*. J. Fluid Mechanics 127, 473-496. 1983.
- Badran O. et al.** *"The effect of inlet conditions on flow over backward facing step"*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 74—76 495—509. 1998.
- Bakhshan Y., Niazi S. & Mahmeli M.** *"Control of Turbulent Flow in a Stepped Duct with Using the Suction and Injection"*. J. Basic. Appl. Sci. Res., 2(4)3268-3275, 2012.
- Barbosa J.G. & Anand N.K.**, *"Forced convection over a three-dimensional horizontal backward facing step"*. International Journal of Computational Engineering Science, Texas A&M University 2004.
- Basara B.** *"Employment of the second-moment turbulence closure on arbitrary structured grids"*. Int. J. Num. Meth. Fluids, 44(4) :377–407, 91. 2004.
- Blin L.** *"Modélisation statistique et simulation des grandes échelles des écoulements turbulents application aux inverseurs de poussée"*. Thèse de Doctorat, université de Rouen. 1999.
- Bouhadji A. & Djilali N.** *"Forcing of unsteady separated flow and convective heat transfer via bulk upstream oscillations"*. International Journal of Heat and Fluid Flow 24 77–90. 2003.
- Bredberg J.** *"Turbulence Modelling for Internal Cooling of Gas-Turbine Blades."* PhD thesis, University of technology Goteborg, SWEDEN, 2002.
- Chen Y. et al.** *"Turbulent separated convection flow adjacent to backward-facing step—effects of step height"*, International Journal of Heat and Mass Transfer 49 3670–3680. 2006.
- Chen Y. T.** *"Three-dimensional convection flow adjacent to inclined backward-facing step"*. International Journal of Heat and Mass Transfer 49 4795–4803. 2006.

Daly B. & Harlow F., *"Transport equation in turbulence"*. Phys. of Fluids., Vol. 13, 2634. 1970.

Danet A., *"Influence des conditions d'amont sur l'écoulement derrière une marche par la simulation des grandes échelles"*. Thèse de Doctorat, institut national polytechnique de GRENOBLE, 2001.

Eaton J. & Johnston J., *"Turbulent flow reattachment: an experimental study of the flow and structure behind a backward-facing step"*. MD-39, Stanford University. 1980.

Eaton J.K. & Johnson J.P., *"A review of research on subsonic turbulent flow reattachment"*. AIAA J. 19 1093–1100. 1981.

Fadai-Ghotbi A., *"Modélisation de la turbulence en situation instationnaire par approches URAN et hybride RAN-LES, Prise en compte des effets de paroi par pondération elliptique"*. These de Doctorat, Universite de Poitiers, 2007.

Gant S., *"Development and Application of a New Wall Function for Complex Turbulent Flows "*, PhD thesis, University of Manchester Institute of Science and Technology, 2002.

Gartling D. K., *"A test problem for outflow boundary conditions flow over a backward-facing step"*. Int. J. Numer. Meth. Fluids 11 (7) 953–967. 1990.

Giovannini A. & Vicinius M., *"Transfert de chaleur au voisinage du point de recollement en aval d'une marche descendante"*. Rev G & J Therm Paris 37, 89-102. 1997.

Glockner S., *"Contribution à la modélisation de la pollution atmosphérique dans les villes."*, These de Doctorat, Université de Bordeaux I 2000.

Goldstein R., Ericson V., Olson R. & Eckert E., *"Laminar separation, reattachment, and transition of the flow over a downstream-facing step"*. J Basic Eng. 92, D(4), 732-741. 1970.

Hacker J. & Eaton J., *"Measurements of heat transfer in a separated and reattaching flow with spatially varying thermal boundary conditions"*, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, CA, 1997.

Ha Minh H., *"La modelisation statistique de la turbulence : ses capacites et ses limitations"*. C. R. Acad. Sci. Paris, 327(IIb) :343–358, 1999.

Hanjalic. K., *"Advanced turbulence closure models : a view of current status' and future prospects"*. Int. J. Heat & Fluid Flow, 15(3) :178–203, 1994.

Horstman R.H., *"Solutions of Turbulent Backward-Facing Step Flow with Heat Tran sfer Using the Finite Volume Method"*. Environmental Control Systems R & D Boeing Commercial Airplane Seattle, Washington. 1994.

Iwai H. & al. "Flow and heat transfer characteristics of backward-facing step laminar flow in a rectangular duct". International Journal of Heat and Mass Transfer 43, 457-471. 2000.

Jovic S. & Driver D.M. "Backward-facing step measurements at low Reynolds number, $Re_h = 5000$ ". NASA Technical Memorandum 108807, National Aeronautics and Space Administration, 1994.

Keshmiri A., "Modelling of Conjugate Heat Transfer in Near-Wall Turbulence", degree of Msc, University of Manchester, School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering 2006.

Kusuma B., "Etude expérimentale d'un écoulement turbulent en aval d'une marche descendante : cas d'un jet pariétal et de la couche limite." Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 1993.

Launder B., "Second moment closure : present and future? " Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 10, n° 4, pp.282-300, 1989.

Lecocq Y., "Contribution à l'analyse et la modélisation des écoulements turbulents en régime de convection mixte-Application à l'entreposage des déchets radioactifs.", Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 2008.

Lumley J. "Computational modelling of turbulent flows". , Advances in Applied Mechanics, 18, p.123-176., 1979.

Nait bouda N., Schiestel R., Amielh M., Rey C. & Benabid T. "Experimental approach and numerical prediction of a turbulent wall jet over a backward facing step", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 29, Issue 4, pp. 927-944, 2008.

Nait Bouda N. "Etude expérimentale et numérique d'un écoulement turbulent complexe - Jet pariétal abordant une marche descendante - ". Thèse de Doctorat, USTHB, Alger 2008.

Nie J. H., B.F. Armaly B.F. "Three-dimensional convective flow adjacent to backward-facing step effects of step height". International Journal of Heat and Mass Transfer 45 2431–2438. 2002.

Nie J. & Armaly B., "Reattachment of three-dimensional flow adjacent to backwardfacing step," International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 125, pp. 422-428, 2003.

Oceni A., "Modélisation algébrique explicite à pondération elliptique pour les écoulements turbulents en présence de paroi". These de Doctorat, Université de Poitiers, 2009.

Omranian A., "The Computation of Turbulent Natural Convection Flows", University of Manchester, School of Mechanical, Aerospace and Civil Engineering 2009.

Patankar S., "Numerical heat transfer and fluid flow", Series in computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, Hemisphere Publ.Corp., 1980.

Ravikanth V.R., Avancha and Pletcher R. "Large eddy simulation of the turbulent flow past a backward-facing step with heat transfer and property variations". International Journal of Heat and Fluid Flow 23 601–614. 2002.

Rhee G. & Hyung S. "A nonlinear low-Reynolds-number k -epsilon model for turbulent separated and reattaching flows-II". Thermal field computations , nl. J. Heat Mass Transfer. Pergamon Vol. 39, No. 16, pp. 346S3474, 89. 1996

Rhee G. & Hyung S. "A nonlinear low-Reynolds number heat transfer model for turbulent separated and reattaching flows". International Journal of Heat and Mass Transfer 43, 1439-1448. 2000.

Schiestel R., "Modeling and simulation of turbulent flows". Ed. ISTE Ltd and J. Wiley., 2008.

Valencia A. & Hinojosa L., "Numerical Solution of Pulsating Flow and Heat Transfer Characteristics in a Channel With Backward-facing Step, Heat and Mass Transfer" 32 143-148. 1997.

Valencia A. "Effect of pulsating inlet on the turbulent flow and heat transfer past a backward - facing step". Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 24, No. 7, pp. 1009-1018, 1997

Versteeg H. & Malalasekera W., "An introduction to Computational Fluid Dynamics – the finite volume method", Longman Scientific & Technical, 1995.

Vogel J. & Eaton J., "Combined heat and fluid dynamics measurements downstream of a backward-facing step. " Journal of Heat Transfer 107 (4), pp. 922–929, 1985.

Wilcox D. "Turbulence modeling for CFD". DWC Industries Inc., La, Canada, California, Second edition, 2000.

Yilmaz I. et al. "Turbulence forced convection heat transfer over double forward facing step flow". International Communications in Heat and Mass Transfer 33 508 – 517. 2006.

ANNEXE

ANNEXE

Le terme de production $P_{ij} = -(R_{ij}U_{j,p} + R_{jp}U_{i,p})$ A.1

La formulation pour la partie non linéaire du terme de la corrélation pression-déformation Π_{ij} est déduite de la forme (nouvelle génération à forts nombres de Reynolds proposée par Craft (1989, 1991 :

$$\varphi_{ij}^1 = \left[a_{ij} + c_1' \left(a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} \Pi \delta_{ij} \right) \right] \varepsilon - \varepsilon a_{ij} \quad , c_1' = 1.2 \quad \text{A.2}$$

Afin d'annuler cette partie à la paroi, Launder & Tselepidakis ont proposé la nouvelle

formulation suivante: $\varphi_{ij}^{(1)} = - \left[\tilde{c}_1 a_{ij} + c_1' \left(a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} \Pi \delta_{ij} \right) \right] \varepsilon$ A.3

Afin de forcer la tendance vers zéro à la paroi du terme $\varphi_{ij}^{(1)}$, $\tilde{c}_1$ et c_1' sont prises fonctions de f_s .

$$\tilde{c}_1 = (3.1\sqrt{A\Pi} + 1)(1 - f_s) \text{ et } c_1' = 3.72\sqrt{A\Pi}(1 - f_s) \text{ avec } f_s = e^{-Re_t^2/40}. \quad \text{A.4}$$

La partie linéaire du terme de corrélation pression-déformation est modélisée selon la formulation suivante :

$$\begin{aligned} \varphi_{ij}^{(2)} = & -c_2 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) + c_{2c} \varepsilon a_{ij} \frac{P}{\varepsilon} - 0.2 \left[\frac{R_{mj} R_{li}}{k} (U_{ml} + U_{lm}) - \frac{R_{lm}}{k} (R_{im} U_{jl} + R_{jm} U_{il}) \right] \\ & - \min(0.6, A) \left[\Pi (P_{ij} - D_{ij}) + 3a_{mi} a_{nj} (P_{mn} D_{mn}) \right] \end{aligned} \quad \text{A.5}$$

$$c_2 = c_{2c} = 0.6$$

Le terme de la correction de paroi est déduit de celle proposée par Gibson et Launder (1978 sans le deuxième terme en

c_{w2} (équation A.23. Par ailleurs, l'échelle caractéristique de longueur $\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}$ est remplacée par $\frac{k\sqrt{R_{pq}n_p n_q}}{\varepsilon y}$ qui est

l'échelle de longueur liée à la fluctuation normale à la paroi. y est la distance minimale à la paroi du point courant, et n_i est le vecteur unitaire normal à la paroi.


A.6

$$c_2' = 0.2$$

➤ Termes de diffusion :

Nous avons retenu le modèle de Daly et Harlow (1970) adopté pour les écoulements cisailés D_{ij}^T . Quant à la diffusion visqueuse, nous ne pouvons la négliger dans notre cas pour les régions à faible nombre de Reynolds de turbulence D_{ij}^v .

➤ Terme de dissipation :

À la paroi, le tenseur de Reynolds est très inhomogène. Le développement des fluctuations de vitesse en série de Taylor donne les limites des différentes composantes du tenseur à la paroi (Launder et Reynolds 1983):

$$\frac{\varepsilon_{11}}{R_{11}} = \frac{\varepsilon_{22}}{4R_{22}} = \frac{\varepsilon_{33}}{R_{33}} = \frac{\varepsilon_{12}}{2R_{12}} = \frac{\varepsilon_{23}}{2R_{23}} = \frac{\varepsilon_{13}}{R_{13}} = \frac{\varepsilon}{k} \quad A.7$$

Le présent modèle satisfait ces limites.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{R_{ij} + R_{im}n_jn_m + R_{jm}n_in_m + R_{ml}n_mn_ln_j}{1 + \frac{3}{2} \frac{R_{pq}}{k} n_p n_q} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \quad A.8$$

Aux parois Est et West (ouest : $n \begin{bmatrix} \pm 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; North (Nord et South (Sud : $n \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix}$

Nous supposons que cette limite de forte anisotropie donne une voie pour un comportement plus isotrope loin de la paroi quand le nombre de Reynolds croît et l'anisotropie du champ de tensions diminue :

$$\varepsilon_{ij} = f_A \varepsilon_{ij} + (1 - f_A) \left[f_s \frac{R_{ij}}{k} + \frac{2}{3} (1 - f_s) \delta_{ij} \right] \varepsilon \quad A.9$$

Avec $f_A = e^{-20A^2} e^{-Re_t^2/20}$ et $f_s = e^{Re_t^2/40}$

La contraction de l'équation A.45 conduit à l'équation de l'énergie cinétique de turbulence totale suivante :

$$\frac{dk}{dt} = P + C_s (\sigma_{ij} k_{,j})_{,i} - \varepsilon + \nu k_{,jj} \quad A.8$$

TITRE : CONTRIBUTION À L'ÉTUDE NUMÉRIQUE D'UN JET PARIÉTAL ABORDANT UNE MARCHE DESCENDANTE.

RÉSUMÉ.

L'objectif de cette étude est d'analyser numériquement un écoulement turbulent complexe. Il s'agit d'un écoulement décollé recollé, associé à un transfert de chaleur convectif, derrière une marche descendante. La géométrie peut paraître simple mais génère plusieurs types d'écoulements en forte interaction ; ce qui le caractérise par la forte anisotropie due au cisaillement prédominant. L'approche numérique que nous avons adopté est basée sur une modélisation statistique du second ordre (RSM : Reynolds Stress Model). Aussi, pour décrire précisément la région de proche paroi, nous avons considéré une version à faibles nombres de Reynolds de Launder et Tselepidakis (1991). Quant à la modélisation du flux thermique turbulent, nous avons considéré deux modèles : SGDH (Simple Gradient Diffusion Hypothesis) qui repose sur un schéma de type viscosité tourbillonnaire EVM (Eddy Viscosity Model) dans lequel le flux de chaleur est relié directement au gradient moyen de la température en faisant intervenir une diffusivité turbulente. Le deuxième modèle qui s'avère plus adéquat et donne une meilleure représentation du flux thermique est le GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis) de Daly & Harlow (1970).

La méthode numérique utilisée pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles en variables primitives est la méthode des volumes finis. Les termes de convection – diffusion sont approchés à l'aide d'un schéma d'interpolation de type loi de puissance et le couplage vitesse– pression est résolu grâce à l'algorithme SIMPLER. Notre code de calcul est un code en FORTRAN 77 basé sur le code TEAM.

La comparaison des résultats de la prévision numérique avec les résultats expérimentaux de Nait Bouda (2008) et de Vogel et Eaton (1985) est assez satisfaisante. Notamment, le transfert convectif est important dans la zone de recollement. La longueur de recollement se trouve en effet réduite de 35% par rapport au cas classique d'écoulement en couche limite ou dans un canal.

Mots clés : modélisation second ordre - simulation numérique - transfert de chaleur - jet pariétal - marche descendant.

TITLE: CONTRIBUTION TO NUMERICAL STUDIES OF TURBULENT WALL JET FLOW OVER A BACKWARD FACING STEP.

ABSTRACT

A FORTRAN code was developed to numerically simulate the forced convective flow over a two-dimensional horizontal backward-facing step (BFS). The formulation is based on statistical modeling of second order (RSM: Reynolds Stress Model), to describe the near wall region, we considered a low Reynolds number version, derived from the Launder and Tselepidakis model (1991). For incoming flow we considered two different cases, a wall jet (WJ) and a boundary layer (BL). Two different turbulent heat models are studied, a SGDH (Simple Gradient Diffusion Hypothesis) based on a schema type eddy viscosity EVM (Eddy Viscosity Model) wherein the heat flux is directly connected to the mean gradient of the temperature involving an eddy diffusivity and a GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis) which is an adaptation of the Daly-Harlow diffusion model (1972). A Neumann (Fixed Heat Flux) Boundary Condition and Dirichlet (Fixed Temperature) Boundary Condition are applied to the bottom wall over a step; the flow temperature at the upstream is colder than the wall.

The governing equations are discretized using a finite volume method on staggered meshes. The pressure–velocity coupling is achieved using the SIMPLER algorithm (Patankar, 1980). A power law interpolation scheme is used for the convection–diffusion terms. A tri-diagonal matrix algorithm (TDMA) allows the solution of the discretized equations. The solutions are done using in-house code in FORTRAN 77 based on the TEAM (Turbulent Elliptic Algorithm–Manchester) code.

In predictions of turbulent heat flux components when compared with more conventional proposals from the literature (including simple and generalized gradient diffusion hypotheses (SGDH, GGDH)). For all simulated cases (wall jet and boundary layer), good agreements with available experimental and numerical. Comparing the results of a wall jet case with experimental results of Nait Bouda (2008), is quite satisfactory, and for a boundary layer case with experimental results of Vogel et Eaton (1985).

Results showed that the GGDH, when a RSM is employed for the flow field is most appropriate and gives a better representation of the heat flux. Close to the step, in the recirculation region, a decrease in convective heat transfer is observed. The peak heat transfer rate occurs in the reattachment zone. And, the length of gluing is indeed reduced by 35% compared to the classic case of flow in boundary layer or in a channel.

Keywords: Backward facing step flow; Turbulence modelling; Wall jet flow; Second moment closure, Heat transfer.