

N° d'ordre: 01/2006-M/G.C

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE
FACULTE DE GENIE CIVIL



MEMOIRE
Présenté pour l'obtention du diplôme de
MAGISTER

EN GENIE CIVIL
Spécialité: CONSTRUCTION

PAR
KOUBI NACERA

SUJET :

**LES SYSTEMES DE CONTROLE STRUCTURAL:
L'AMORTISSEUR GRANULAIRE**

Soutenu le: 12/04/2006, devant le jury composé de :

M. M. CHABAAT	Professeur, FCG/USTHB	Président
M. D. BENOUAR	Professeur, FGC/USTHB	Directeur de thèse
M. M. BELAZOUGUI	Directeur, CGS	Examineur
M. A. ZERZOUR	Chargé de Cours, FGC/USTHB	Examineur
M. N. LAOUAMI	Directeur de Recherche CGS	Examineur
M. E. DJAKAB	Chargé de Cours, FGC/USTHB	Invité

Remerciement

Tout d'abord je remercie le directeur de thèse Mr D.BENOUAR, Professeur à la FGC/USTHB, et, directeur de laboratoire bâti dans l'environnement, pour l'honneur qu'il m'a accordé de me permettre de travailler sous ses directives et pour tous ses conseils.

Je remercie Mr E.DJAKAB, chargé de cours à la FGC/USTHB, pour la documentation qu'il m'a fournie et qui a constitué le point de départ de ma recherche. Et je le remercie également pour tous les conseils qu'il m'a prodigués.

Je remercie Mr MESLEM pour sa précieuse aide dans la partie expérimentale, je le remercie également pour tous les conseils qu'il ma donné et pour tout son soutien.

Je remercie également :

M. M. CHABAAT, Professeur, FGC/USTHB

M. M. BELAZOUGUI, Directeur du CGS

M. A. ZERZOUR, Chargé de Cours, FGC/USTHB

M. N. LAOUAMI, Directeur de Recherche, CGS

Pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être membres du jury

Je remercie M. E. DJAKAB, Chargé de Cours, FGC/USTHB pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de faire partie du jury en tant qu'invité d'honneur.

Je remercie également Mr M.BADOUI maître assistant à la FGC/USTHB pour son aide et ses encouragements.

Et enfin, je remercie toutes mes amies: KARIMA, KHALIDA, SAIDA, MADIHA, FARIDA et LILA pour leurs encouragements et leur soutien.

Résumé

Les systèmes de contrôle structural représentent une nouvelle technique pour atténuer les vibrations causées principalement par les rafales de vent et les tremblements de terre. Ce mémoire de thèse fait le point sur ces dispositifs d'amortissement, en particulier l'amortisseur granulaire. Une application portant sur une poutre encastree dotée d'un amortisseur granulaire a été effectuée et ceci à travers une étude numérique, et des essais expérimentaux. Les résultats obtenus montrent l'efficacité de cet amortisseur ainsi que sa dépendance de différents paramètres liés aussi bien à la structure qu'à l'amortisseur lui-même.

Abstract

The structural control presents a new method to attenuate vibrations caused by wind and earthquakes. This thesis makes state of knowledge on these devices in general and particle damper in particular. An application relating to a cantilever beam equipped with a particle damper was carried out through a numerical study, and experimental tests. The obtained results show the effectiveness of this device, and its dependence on various parameters related to characteristics of the structure and the particle damper itself.

ملخص

المراقبة الهيكلية تمثل وسيلة جديدة لتخفيض الاهتزازات الناجمة أساسا عن الرياح و الزلازل. هذه الأطروحة تتطرق إلى مختلف الوسائل المستخدمة في المراقبة الهيكلية بالأخص مبدد الطاقة الحبيبي. من خلال دراسة نظرية و بعض التجارب التي أجريت على عارضة تم تقييم هذا المبدد في تخفيض الاهتزازات حيث لوحظ أن له فعالية معتبرة تتعلق أساسا بخصائص العارضة و المبدد.

Sommaire

Introduction	1
Chapitre I : L'amortissement	
I. Introduction	3
II. Mécanisme de l'amortissement	4
III. Types d'amortissement	5
III.1 L'amortissement visqueux	5
III.1.1 Définition	5
III.1.2 L'énergie dissipée sous l'effet d'un amortissement visqueux	6
III.1.3 Notion d'amortissement visqueux équivalent	7
III.1.4 Détermination du facteur d'amortissement	7
III.2 amortissement par frottement sec	12
III.2.1 Définition	12
III.2.2 Mécanisme de l'amortissement par frottement sec	13
III.2.3 Modélisation de la force de frottement	14
III.3 L'amortissement Hystérétique	17
III.3.1 Définition	17
III.3.2 Modélisation de l'amortissement hystérétique	17
III.3.3 Coefficient d'amortissement visqueux équivalent	19
IV. Conclusion	20
Chapitre II : Les amortisseurs	
I. Introduction	21
II Les systèmes de contrôle passif	22
II.1. L'isolation à la base	22
II.2. Les amortisseurs passifs	24
III. Les amortisseurs actifs	28
IV. Les amortisseurs semi- actifs	29
V. Conclusion	29

Chapitre III : L'amortissement granulaire	
I. Introduction	30
II. Travaux antérieurs	31
III. Détermination de la force de contact entre deux sphères	34
a) la force normale de contact	34
b) la force de frottement	38
IV. Les équations du mouvement	38
V. Conclusion	40
Chapitre IV : Applications	
I. Etude numérique	41
I.1 présentation de l'exemple étudié	41
I.2 Résultats	47
II. Etude expérimentale	52
II.1 Description du dispositif expérimental	52
II. 2 Résultats et discussions	53
III. Conclusion	59
Chapitre V : Conclusions et Recommandations	
I. Synthèse	60
II. Recommandations	61
III. Conclusion	62
Références	63
Annexe: Equation du mouvement d'une poutre continue	68

LISTE DES FIGURES

FIGURE	TITRE	PAGE
1.1	Réponse d'une structure soumise à une excitation harmonique	4
1.2	Mouvement de glissement entre deux corps séparés par un produit lubrifiant	6
1.3	Courbe force- déplacement dans le cas d'amortissement visqueux	6
1.4	Système à un degré de liberté en mouvement libre	8
1.5	Réponse libre d'un système à un degré de liberté	9
1.6	Réponse d'un système à un degré de liberté dans le domaine fréquentiel	10
1.7	Schémas représentant la force de frottement	13
1.8	Modèle de coulomb	15
1.9	Modèle général de la force de frottement	16
1.10	Le modèle de Ramberg Osgood	17
1.11	Le modèle bilinéaire	19
1.12	Le modèle élasto-plastique	19
2.1	Système d'isolation sismique	23
2.2	Modèle de structure avec une combinaison de l'isolation à la base et d'amortisseurs	23
2.3	Modèle d'un amortisseur par masse ajustée système à 1ddl	25
2.4	Phénomène d'anti-résonance	26
2.5	Réponse d'un système à 1ddl avec amortisseur par masse ajustée	27
2.6	Schéma représentatif du mécanisme des amortisseurs actifs	28
3.1	Schématisation de l'amortisseur granulaire	30
3.2	Modélisation de la force de contact entre deux particules parfaitement élastiques	35
3.3	Rayon du cercle de contact	36
3.4	Modélisation de la force normale de contact	37
4.1	Dispositif de calcul	41
4.2	Organigramme du calcul de la force de contact	46
4.3	Effet de la masse totale des billes	48
4.4	Effet de la variation du nombre des billes	49
4.5	Effet du facteur d'amortissement de la poutre	51
4.6	Réponse de la poutre dans le domaine temporel	51
4.7	Schéma de l'étude expérimentale	52
4.8	Effet de la bille A et la bille B sur la réponse de la poutre	54
4.9	Effet de la longueur de la cavité (bille A)	56

FIGURE	TITRE	PAGE
4.10	Effet de la longueur de la cavité (bille B)	57
4.11	Effet du nombre des billes	58
A.1	Poutre soumise à un chargement arbitraire	68
A.2	Equilibre d'un segment dx de la poutre	68
A.3	Poutre encastré avec masse concentrée à son extrémité libre	73

Introduction :

Le tremblement de terre est un phénomène naturel qui se produit fréquemment et touche de nombreux pays dans le monde. Il est causé par une libération brutale d'énergie au niveau de la croûte terrestre. Cette énergie se manifeste sous forme de vibrations à la surface. Ces dernières peuvent avoir des conséquences désastreuses sur les constructions, ce qui conduit à des pertes dans les vies humaines et des dégâts matériels considérables qui mettent à l'épreuve l'économie du pays touché. De ce fait et face à ces risques naturels la construction doit être en mesure de résister pour apporter la sécurité et le confort à ses occupants ainsi que la préservation de leurs biens.

L'emplacement géographique de l'Algérie fait d'elle un des pays assujettis aux tremblements de terre. Ces séismes ont causés durant des années de nombreuses victimes parmi la population et provoqués des dégâts matériels considérables. Et dans le but de prévenir ce genre de désastre un règlement parasismique a été élaboré. Ce règlement porte sur le choix de la qualité du matériau utilisé, et l'assemblage des différents éléments de la construction. Pour assurer une protection acceptable des vies humaines et des constructions vis-à-vis des effets des actions séismiques, le Règlement Parasismique Algérien (RPA 99) [37] stipule comme règle générale, qu'une construction courante doit être suffisamment rigide pour résister à un séisme modéré fréquent sans subir aucun dommage dans ses éléments structuraux; en même temps elle doit être dotée d'une certaine ductilité pour permettre la dissipation d'une partie de l'énergie séismique lors d'un séisme majeur plus rare, ce qui permet d'éviter la rupture brutale de la construction et sauvegarder les vies humaines. Pour les constructions de plus grande importance, des restrictions plus sévères sont appliquées ce qui signifie un coût supplémentaire. Bien que l'idéologie de la ductilité, constitue une solution préventive et économique, ceci va causer des dommages irréversibles à la construction ce qui remet en cause son utilisation ultérieure. Eviter les déformations plastiques à la structure constitue donc une alternative intéressante.

L'idée d'augmenter l'amortissement de la structure pour diminuer ses vibrations, peut être considéré comme une solution captivante. Cette idée est concrétisée par les systèmes de contrôle structural, où des dispositifs d'amortissement sont attachés en des points spécifiques de la structure. Ces éléments secondaires vont jouer le rôle d'amortisseurs. Avec cette procédure la structure ne devra faire face qu'à une partie de l'énergie à laquelle elle est soumise. Ainsi elle sera épargnée d'éventuels dommages irréversibles. En plus ces éléments peuvent être changés en cas de détérioration sans porter préjudice à la structure elle-même. Ces systèmes sont originaires des Etats-Unis [24]. Par la suite ils ont été adoptés par le Japon, et aujourd'hui d'autres pays dans le monde optent pour ce genre de dispositifs pour limiter les risques liés au vent et au séisme.

Parmi ces systèmes, on trouve les amortisseurs granulaires qui consistent en une cavité remplie de particules de faible diamètre attachée à la structure principale. Les études faites à ce sujet ont montré qu'ils ont une remarquable efficacité dans l'atténuation des vibrations. La présente étude est une sorte d'introduction au sujet des amortisseurs granulaires. Elle est réalisée en cinq chapitres, le premier est consacré à une étude de l'amortissement vu que les amortisseurs fonctionnent principalement en augmentant la quantité d'amortissement de la structure. Dans le deuxième chapitre les différents types d'amortisseurs et leur mode de fonctionnement sont passés en revue. Dans le troisième chapitre on va présenter l'amortissement granulaire et quelques études faites à ce sujet. Dans le quatrième chapitre une étude numérique sera établie au vu de ce qui a été exposé, en plus des résultats de quelques essais expérimentaux. Le cinquième et dernier chapitre sera une synthèse de tout le travail accompli durant cette étude clôturée par une conclusion et des recommandations pour les travaux de recherche à venir.

Chapitre I :

L'amortissement

I. Introduction :

Pour bien définir l'amortissement, on considère l'existence d'une structure démunie de tout amortissement soumise à une vibration libre. En théorie cette structure oscillera indéfiniment, et si elle est soumise à l'effet de la résonance, l'amplitude de sa réponse augmente progressivement à l'infini [fig-1.1a-]. En réalité l'existence de la force d'amortissement va, d'une part, atténuer progressivement l'amplitude du mouvement libre de la structure jusqu'à l'arrêt complet, D'autre part, elle limite l'amplitude de sa réponse lors de la résonance [fig-1.1b-] et ceci à travers une dissipation de son énergie mécanique. L'amortissement peut donc être simplement défini comme étant une dissipation de l'énergie mécanique emmagasinée par la structure lors du chargement.

La force d'amortissement, bien quelle soit faible comparé aux forces d'inertie et aux forces de rappel, tient un important rôle dans l'atténuation des vibrations. Mais, contrairement à la masse et à la rigidité, l'amortissement est un phénomène très complexe et ceci est dû aux différents paramètres qui entrent en jeu dans ce phénomène. Néanmoins les travaux de recherche effectués depuis plus de deux siècles[10] ont permis une certaine évaluation de ce phénomène. Ainsi des modèles mathématiques sont établis de sorte à avoir un certain compromis entre réalité physique et aisance de calcul.

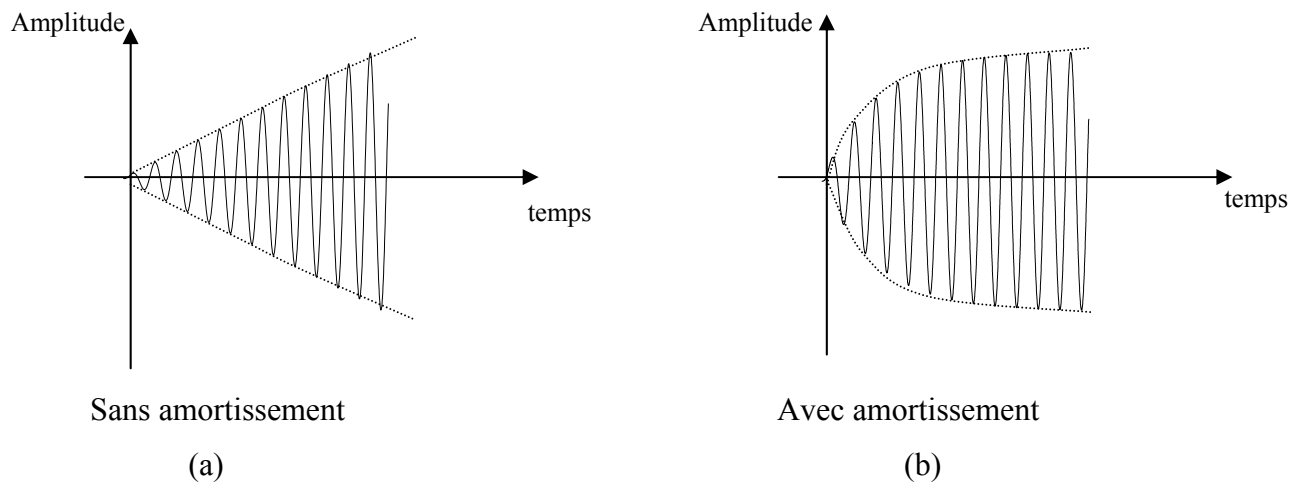


fig-1.1- : Réponse d'une structure soumise à une excitation harmonique

II. Mécanisme de l'amortissement :

L'amortissement est un phénomène très complexe, cette complexité est due essentiellement au nombre de paramètres auxquels il est étroitement lié. Ces paramètres dépendent, d'une part, de la composition moléculaire du matériau utilisé et de son mode de fabrication, et d'autre part elles dépendent du milieu environnant la structure en vibration et des différents systèmes extérieurs avec lesquelles elle est mise en contact. Mais, en attendant une meilleure évaluation de l'amortissement, différents modèles mathématiques sont établis afin de tenir compte de l'amortissement dans la réponse de la structure en vibration. Ces modèles sont basés sur les expérimentations et observations établies à travers des années d'études, et dans la section qui suit, certains de ces modèles sont examinés.

III. Types d'amortissement :

L'amortissement est une caractéristique inhérente à chaque structure et sa modélisation est très importante dans la prédiction de la réponse d'une structure donnée, et les modèles mathématiques les plus souvent utilisés sont :

- l'amortissement visqueux
- l'amortissement par frottement
- l'amortissement hystérétique

III.1 L'amortissement visqueux :

III.1.1 Définition :

Lors du mouvement d'un corps dans un milieu fluide ou lors d'un glissement entre deux surfaces séparées par une couche de produit lubrifiant [fig-1.2-], une force qui résiste au mouvement se développe. Cette force est ce qu'on appelle la force de frottement visqueux, elle dépend de la vitesse du mouvement, de l'épaisseur de la couche séparant les deux surfaces, de la viscosité du fluide ainsi que de la géométrie des surfaces des corps en mouvement. Pour une vitesse relativement faible, la force d'amortissement visqueux est donnée par [23]:

$$F_v = C_v \dot{x} \quad (I.1)$$

C_v : le coefficient d'amortissement visqueux

\dot{x} : la vitesse relative de déplacement

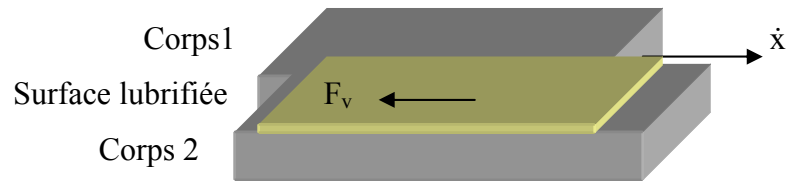


fig-1.2-: Mouvement de glissement entre deux corps séparés par un produit lubrifiant

III.1.2 L'énergie dissipée sous l'effet d'un amortissement visqueux :

En considérant un amortissement visqueux, le tracé de la courbe force-déplacement sous un chargement cyclique harmonique conduit à un diagramme de la forme d'une ellipse [fig-1.3-], où l'aire sous cette courbe représente l'énergie dissipée par cycle et elle est formulée [9] comme suit :

$$W_{\text{cycle}} = \int_0^T F_v dx = C_v \pi \omega X^2 \quad (1.2)$$

X : l'amplitude de vibration

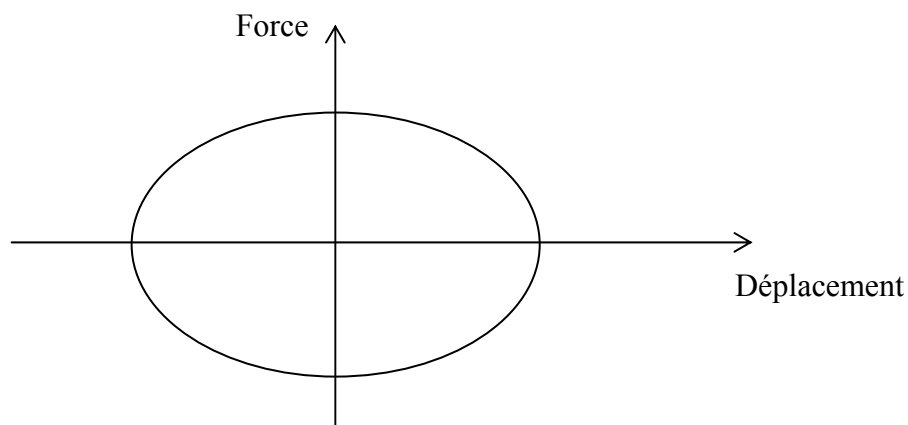


Fig-1.3-: Courbe force- déplacement dans le cas d'amortissement visqueux

III.1. 3 Notion d'amortissement visqueux équivalent :

La considération de l'amortissement visqueux dans l'élaboration du mouvement conduit à des équations du mouvement dont la résolution est assez simple, tandis que pour d'autres types d'amortissement la résolution de l'équation du mouvement devient plus compliquée. Dans le cas où la force d'excitation est sinusoïdale on peut assimiler cet amortissement à un amortissement visqueux dont l'énergie dissipée par cycle est égale à celle de l'amortissement considéré [9,20].

Soit :

F_a : la force d'amortissement d'une forme quelconque

L'énergie dissipée par cette force lors d'un cycle est :

$$W_a = \int_0^T F_a dx \quad (I.3)$$

L'énergie dissipée en considérant un amortissement visqueux équivalent dans le cas d'une excitation harmonique [20] est :

$$W_a = C_{eq} \pi \omega X^2 \quad (I.4)$$

D'où :

$$C_{eq} = \frac{W_a}{\pi \omega X^2} \quad (I.5)$$

III.1.4 Détermination du facteur d'amortissement :

L'amortissement visqueux est très largement utilisé même s'il ne représente pas toujours la réalité physique, et ceci, pour la simplicité des équations du mouvement auxquelles il conduit. Malheureusement il n'existe pas une formulation mathématique explicite pour la détermination de cet amortissement; en revanche il peut être déterminé

par des méthodes basées sur des résultats expérimentaux. Et on va citer deux des méthodes les plus souvent utilisées dans ce but.

Mais avant cela il est à noter que l'amortissement est déterminé à partir du facteur d'amortissement qui est une quantité adimensionnelle définie comme étant le rapport de l'amortissement de la structure à celui de son amortissement critique :

$$\xi = \frac{C}{C_c} \quad (I.6)$$

C : le coefficient d'amortissement de la structure

Le coefficient d'amortissement critique C_c est défini comme étant la valeur minimum de l'amortissement pour laquelle le système reprend sa position au repos sans aucune oscillation [4], cette quantité dépend exclusivement des caractéristiques de la structure :

$$C_c = 2M\omega \quad (I.7)$$

Et pour la détermination du facteur d'amortissement ξ deux méthodes sont souvent utilisées :

- La méthode du décrétement logarithmique :

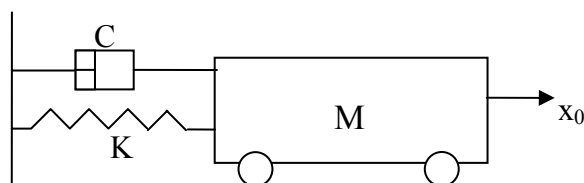


Fig-1.4-: Système à un degré de liberté en mouvement libre

Soit le système de la fig-1.4-, et dont la réponse est représenté en [fig-1.5-] :

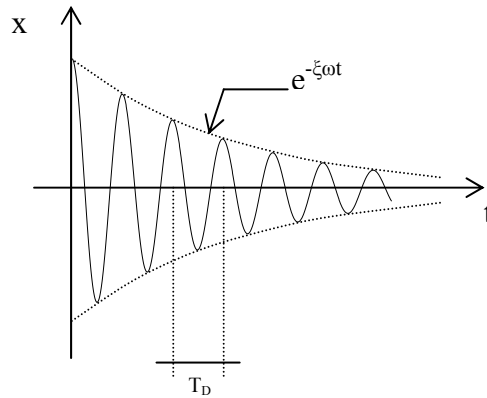


Fig-1.5-: Réponse libre d'un système à un degré de liberté

La réponse d'un tel système est formulée comme suit :

$$X(t) = e^{-\xi\omega t} (A_1 \sin(\omega_D t) + A_2 \cos(\omega_D t)) \quad (I.8)$$

A_1, A_2 : constantes qui dépendent des conditions initiales

ω : la pulsation naturelle

ω_D : la pulsation amortie

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad (I.9)$$

Soit :

$x_n(t)$: l'amplitude du $n^{\text{ième}}$ pic

$x_{n+1}(t)$: l'amplitude du $(n+1)^{\text{ième}}$ pic

Le décrément logarithmique qui détermine la chute de l'amplitude du mouvement entre deux pics successifs est donné par [9,4] :

$$\delta = \ln \frac{X_n(t)}{X_{n+1}(t)} \quad (\text{I.10})$$

En remplaçant x_n et x_{n+1} par leurs valeurs respectives on obtient :

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (\text{I.11})$$

D'où

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (\text{I.12})$$

- La méthode de la demi- puissance :

La méthode du décrétement logarithmique utilise la réponse de la structure dans le domaine temporel; une autre méthode qui utilise cette fois-ci la réponse dans le domaine fréquentiel [fig-1.6-] est la méthode de la demi- puissance :

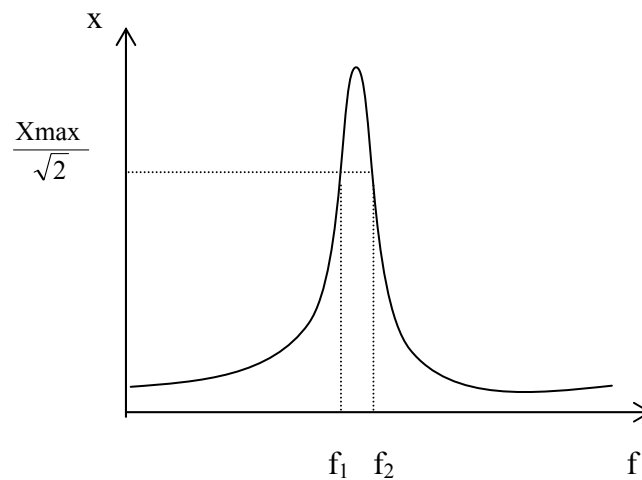


fig-1.6-: Réponse d'un système à un degré de liberté dans le domaine fréquentiel

Le facteur d'amortissement dans ce cas est donné par [3,4] :

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_0} \quad (\text{I.13})$$

où :

f_1, f_2 : représentent les fréquences pour lesquelles la puissance de la réponse est la moitié de celle à la résonance (où autrement dit l'amplitude du mouvement est $\frac{1}{\sqrt{2}}$

de celle à la résonance)

f_0 : la fréquence de résonance

Le coefficient d'amortissement est donc :

$$C = 2M\omega\xi \quad (\text{I.14})$$

Enfin il est à noter que lors de la résonance le facteur d'amortissement est égal à la moitié du facteur de déperdition d'énergie défini comme étant le rapport de l'énergie dissipée par un cycle et l'énergie potentielle maximum emmagasinée durant ce cycle [4,9,10]:

$$\eta = \frac{W_{\text{cycle}}}{2\pi V} \quad (\text{I.15})$$

$$V = \frac{1}{2}KX^2 \quad (\text{I.16})$$

$$\xi = \frac{\eta}{2} \quad (\text{I.17})$$

η : coefficient de déperdition d'énergie

V : l'énergie maximum emmagasinée

W_{cycle} : l'énergie dissipée durant un cycle

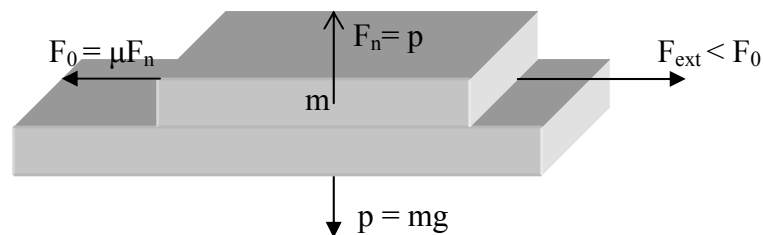
III.2 amortissement par frottement sec :

III.2.1 Définition :

Pour la définition de la force de frottement considérant les deux exemples suivants :

Soit l'exemple de la [fig-1.7a-][24], où deux corps solides sont superposés sans présence de fluide ou de produit lubrifiant. On tire le corps1 avec une force F . Si la force appliquée est inférieure à une certaine valeur F_0 , dite force de détachement [23]; dans ce cas, le corps1 ne va pas bouger; ceci s'explique par la présence d'une force qui résiste au développement du mouvement, et c'est ce qu'on appelle la force de frottement statique.

Soit l'exemple de la [fig-1.7b-], où un corps solide est posé sur une surface. Si on pousse ce corps avec une force F (position 1) suffisamment importante pour le mettre en mouvement (position2), le corps solide va se déplacer pour s'arrêter (position3), après un certain temps sans qu'aucune force extérieure ne lui soit appliquée. Cet arrêt est dû à la force de frottement dite dynamique du fait quelle coexiste avec le mouvement.



(a)

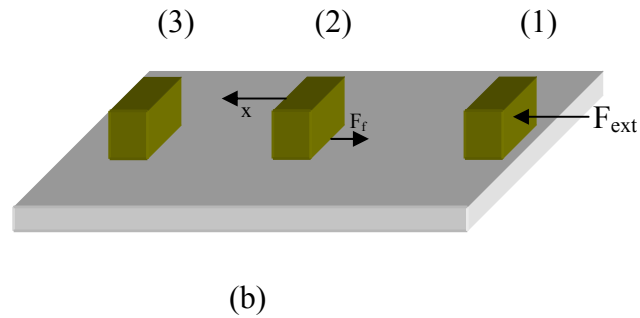


Fig-1.7-: Schémas représentant la force de frottement

Donc la force de frottement est une force tangentielle qui se développe à l'interface de deux corps solides pour résister à leur mouvement relatif. La force de frottement est présente dans la quasi-totalité des systèmes mécaniques. Dans certains cas cette force est considérée comme nuisible [23,24] du fait qu'elle diminue le rendement des machines par exemple. Dans la construction civile ce type de frottement peut être considéré comme un atout puisque c'est un moyen de dissipation d'énergie. Ainsi des études sont effectuées [24] pour incorporer ce type d'amortissement dans les constructions via des amortisseurs qui utilisent le principe du frottement à sec.

III.2.2 Mécanisme de l'amortissement par frottement sec :

Les surfaces des corps solides paraissent souvent lisses; ceci n'est pas tout à fait vrai [23,24]. Ces surfaces sont plutôt formées par des irrégularités géométriques dites des aspérités et dont les déformations élastiques ou inélastiques lors de l'application d'une force extérieure engendrent les forces de frottement. La nature des surfaces de contact est de ce fait un facteur primordial dans la détermination de la force de frottement. Ainsi le matériau utilisé, la géométrie, et l'usage, constituent tous des paramètres influençant la force de frottement. Et en tenir compte rigoureusement dans sa modélisation est tout simplement chose impossible. Cependant tous ces paramètres sont pris en considération dans ce qu'on appelle le coefficient de frottement, qui

représente le rapport entre la force de frottement et la force de pression plaquant les deux corps en contact.

III.2.3 Modélisation de la force de frottement :

La force de frottement dépend de paramètres atteignant un niveau microscopique des surfaces en contact; de ce fait sa modélisation n'est pas considérée comme chose facile. Toutefois des modèles mathématiques sont établis et ceci en se basant sur les expérimentations et observations effectuées.

Pour le cas statique la force de frottement doit s'opposer au mouvement, ainsi sa valeur doit être égale et de direction opposée à celles de la force extérieure. Ceci est le cas jusqu'à ce que l'intensité de la force extérieure dépasse celle de la force de détachement F_0 , déterminée par la formule ci-dessous [24] :

$$F_0 = \mu_0 F_n \quad (\text{I.18})$$

μ_0 : Le coefficient de frottement statique

Une fois le mouvement entamé la force de frottement est souvent représentée par le modèle de Coulomb [23,24] [fig-1.8-], où la force de frottement est considérée constante et donnée par :

$$F = -\mu F_n \operatorname{sgn}(v) \quad (\text{I.19})$$

μ : coefficient de frottement dynamique

$\operatorname{sgn}(\cdot)$: la fonction signe

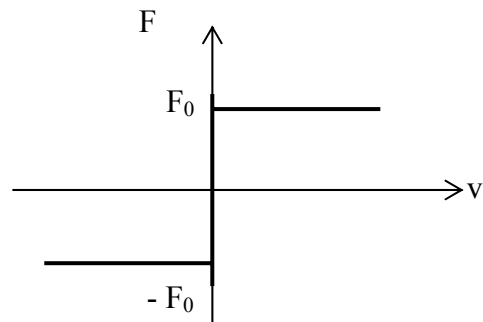


fig-1.8-: Modèle de coulomb

On remarque d'après la fig-1.8- que la force de frottement n'a pas une valeur spécifique pour le cas d'une vitesse nulle, mais elle peut prendre n'importe quelle valeur entre $-F_0$ et F_0 . Mais une fois le mouvement entamé il a été constaté expérimentalement que la force de frottement chute à une valeur légèrement inférieure à celle nécessaire pour provoquer le mouvement.

Dans la littérature la force de frottement sec et la force de frottement visqueux, sont souvent regroupées dans un même modèle [18, 23] :

$$F = C_\alpha |V|^\alpha \operatorname{sgn}(V) \quad (\text{I.20})$$

C_α : le coefficient de frottement

α : une constante qui détermine le type de frottement

Pour $\alpha = 1$ le frottement est visqueux

Pour $\alpha = 0$ le frottement est un frottement sec

Si une autre valeur est attribuée à α , on est face à un frottement visqueux non linéaire.

D'après le modèle de Coulomb, la force de frottement chute brutalement immédiatement après que le mouvement soit entamé. Hors, il a été constaté [23] que la force de frottement diminue d'une façon progressive; cette force de frottement est

appelée le frottement de Stribeck en se rapportant au chercheur qui l'a découvert; ainsi un modèle plus général est établi :

$$F = \begin{cases} F(v) & \text{si } v \neq 0 \\ F_c & \text{si } v = 0 \text{ et } |F_c| < F_0 \\ F_0 \text{sgn}(F_c) & \text{Ailleurs} \end{cases} \quad (\text{I.21})$$

$$F(v) = F_c + (F_0 - F_c)e^{-|v/v_s|^{\delta_s}} + C_v V \quad (\text{I.22})$$

F_c : la force de frottement de Coulomb

V_s : vitesse dite vitesse de Stribeck

Ainsi la représentation de la force de frottement est illustrée en fig-1.9-

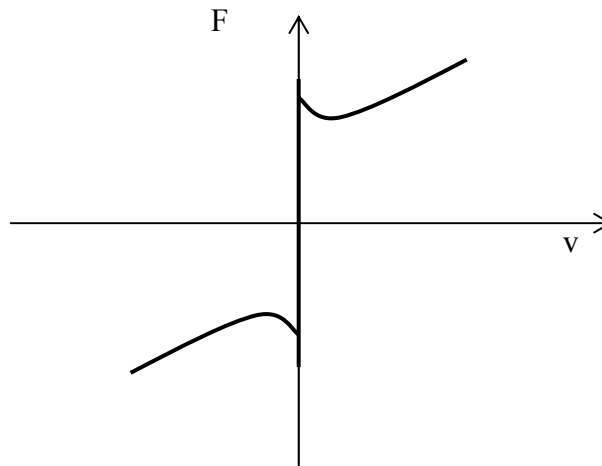


Fig-1.9-: Modèle général de la force de frottement

Les études concernant la force de frottement [23] ont permis l'établissement de modèles qui tiennent compte plus précisément des phénomènes régissant la force de frottement. Cependant ces modèles sont plus compliqués, ce qui justifie la large utilisation du modèle de Coulomb pour ce type de frottement.

III.3 L'amortissement Hystérétique :

III.3.1 Définition :

L'amortissement hystérétique connu aussi sous le nom d'amortissement structural ou amortissement solide, est le résultat d'un frottement interne entre les particules constituant le matériau durant un mouvement oscillatoire. Autrement dit lorsque un corps élasto-plastique se déforme durant un mouvement oscillatoire, des forces de frottement se développent au niveau des composants du matériau, ces forces vont dissiper de l'énergie, amortissant ainsi les vibrations [9,24].

III.3.2 Modélisation de l'amortissement hystérétique :

Les constatations expérimentales ont montré que ce type d'amortissement dépend essentiellement de l'amplitude du mouvement, et un des modèles utilisés pour sa représentation est le modèle de Ramberg Osgood fig-1.10-.

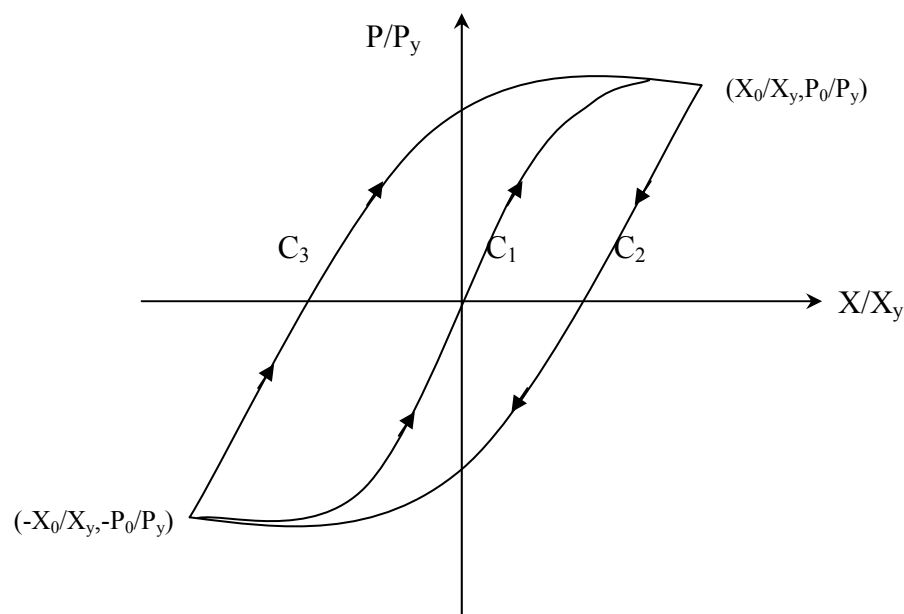


Fig-1.10-:le modèle de Ramberg Osgood

Cette courbe a les formulations [20] citées ci-dessous:

Pour la courbe C_1 on a:

$$\frac{x}{x_y} = \frac{p}{p_y} \left[1 + \alpha \left| \frac{p}{p_y} \right|^{r-1} \right] \quad (\text{I.23})$$

Pour la courbe C_2 on a:

$$\frac{x - x_0}{2x_y} = \frac{p - p_0}{2p_y} \left[1 + \alpha \left| \frac{p - p_0}{2p_y} \right|^{r-1} \right] \quad (\text{I.24})$$

Et enfin pour la courbe C_3 on a:

$$\frac{x + x_0}{2x_y} = \frac{p + p_0}{2p_y} \left[1 + \alpha \left| \frac{p + p_0}{2p_y} \right|^{r-1} \right] \quad (\text{I.25})$$

Avec:

x : déplacement de la structure

x_y : est la valeur limite du déplacement

p : force de rappel

p_y : représente la valeur limite de la force de restauration

α : une constante positive

r : nombre impair supérieur à 1

Les paramètres : x_y , p_y , α , r sont déterminés expérimentalement

Cependant le modèle qui est le plus souvent utilisé est le modèle bilinéaire fig-1.11- (ou le modèle élasto-plastique fig-1.12-) et ceci pour sa simplicité

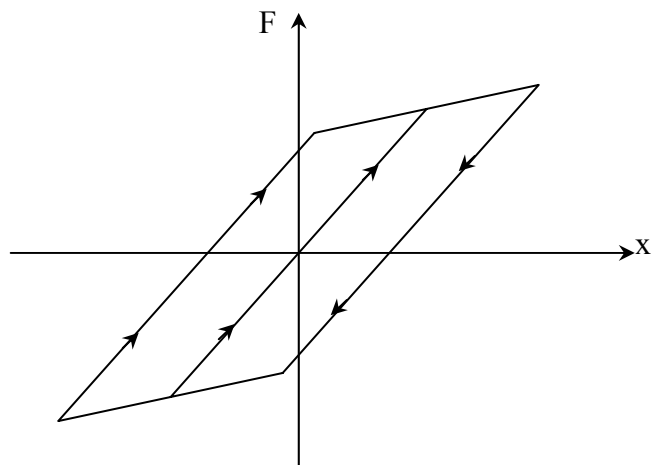


fig-1.11- le modèle bilinéaire

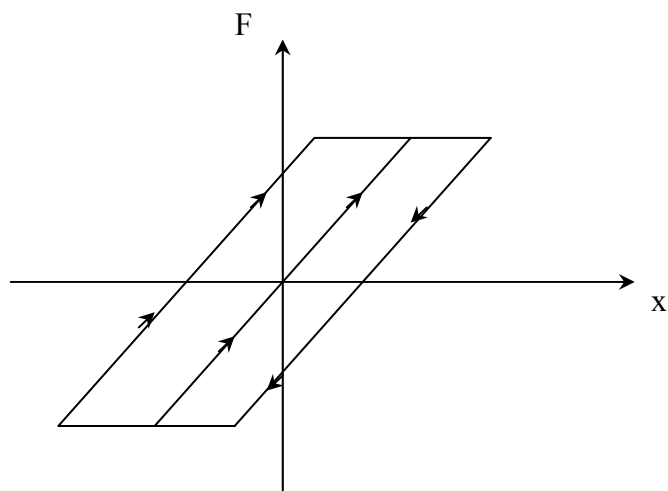


Fig-1.12-:le modèle élasto-plastique

III.3.3 Coefficient d'amortissement visqueux équivalent :

Les études expérimentales ont montré que l'énergie dissipée par cycle et qui représente l'aire sous la courbe hystérétique peut être déterminée à partir de la formule ci-dessous [9] :

$$W = K\pi\eta X^2 \quad (I.26)$$

X : l'amplitude du mouvement

Le décrément logarithmique qui décrit la perte d'amplitude le long d'un cycle est :

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{x_i}{x_{i+n}} \right) = \pi \eta \quad (\text{I.27})$$

de ce fait :

$$\eta = \frac{1}{n \pi} \ln \left(\frac{x_i}{x_{i+n}} \right) \quad (\text{I.28})$$

IV. Conclusion :

L'amortissement est une caractéristique inhérente à tous les systèmes mécaniques ou structuraux. C'est un phénomène compliqué qui dépend de plusieurs paramètres et se manifeste sous différentes formes, ce qui explique les différents modèles existant pour sa représentation. Et de nos jours le développement technologique permet et nécessite l'extension de nouvelles recherches pour une meilleure compréhension et estimation de ce phénomène.

Chapitre II :

Les amortisseurs

I. Introduction :

On appelle vibration un mouvement répétitif autour d'un point d'équilibre. Ces vibrations peuvent être périodiques, aléatoires ou transitoires. Elles sont présentes dans différents domaines scientifiques et techniques tels que la mécanique, le transport, l'aéronautique,.... Ces vibrations sont souvent considérées comme nuisibles. Dans la construction civile les vibrations sont causées principalement par les rafales de vent, et les séismes où ces derniers constituent un véritable risque pour la construction et par la même occasion à ses habitants.

Donc que se soit en mécanique, en aéronautique ou en génie civil, l'élimination des vibrations nuisibles constitue une tâche très importante pour la sécurité des appareils, des machines, des constructions ou des personnes. Dans le chapitre précédent le rôle de l'amortissement dans l'atténuation des vibrations a été établi. Donc l'idée d'augmenter l'amortissement de la structure pour diminuer ses vibrations, peut être considérée comme une solution captivante. Sur cette idée ont été inventés les amortisseurs qui sont des éléments secondaires attachés à la structure en des points spécifiques dans le but d'absorber une partie de l'énergie à laquelle la structure doit faire face. Ainsi elle sera épargnée d'éventuels dommages irréversibles. Ces éléments présentent en plus l'avantage qu'ils peuvent être changés en cas de détérioration sans porter préjudice à la structure. Lorsque les amortisseurs sont placés dans des structures, on les désigne souvent par le terme de contrôle structural.

Les systèmes d'absorption de vibrations ont été inventés il y a plus d'un siècle mais leur introduction dans le domaine de la construction civile ne s'est concrétisée que ces quarante dernières années [24,33]. Et, depuis ce temps, les systèmes d'amortissement n'ont cessé d'évoluer et à présent il existe différents types de

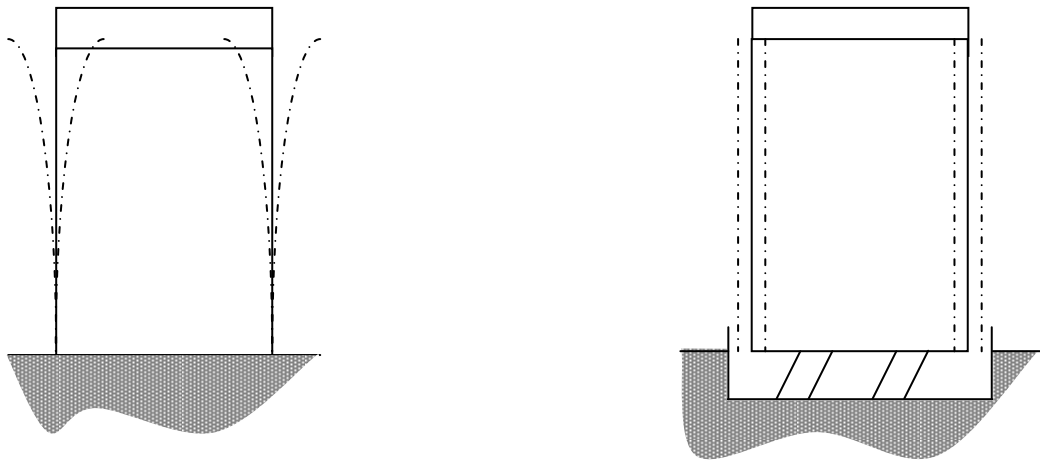
dispositifs; certains sont au stade expérimental, et d'autres placés dans des constructions réelles un peu partout dans le monde[33], tous classés en trois catégories principales à savoir : les amortisseurs passifs, actifs et semi- actifs.

II Les systèmes de contrôle passif :

La technique des amortisseurs passifs consiste à doter la structure de dispositifs qui diminuent l'énergie cinétique à laquelle la structure est confrontée, et ceci d'une façon purement mécanique ou, autrement dit, sans aucun apport d'énergie extérieure.

Dans ce type de contrôle on trouve deux mises en œuvre :

II.1. L'isolation à la base: ou l'isolation sismique (qui est le terme le plus approprié pour les structures de génie civil) consiste en un système placé à la base de la construction [fig-2.1-], où il va jouer le rôle d'un filtre qui diminue l'intensité du séisme avant qu'il n'atteigne la structure. Ce dispositif peut être assimilé à des ressorts dont le but principal est d'augmenter la flexibilité de la structure, et par conséquent sa période [3,15,24,33], pour la découpler du sol de sorte qu'elle ne subit l'effet que d'une partie de l'énergie sismique. Bien que le dispositif de l'isolation sismique est flexible, il doit montrer une rigidité suffisante vis-à-vis des autres types de chargements tel que le vent, les charges permanentes, les charges d'exploitation....[33,15]



a: Sans système d'isolation

b: Avec système d'isolation

Fig-2.1-: Système d'isolation sismique

Cependant, ce système conduit à un important déplacement de la base, ce qui peut dans certains cas poser un problème pratique et pour, y remédier, ce dispositif peut être combiné avec d'autres types d'amortisseurs [13,25] fig-2.2-.

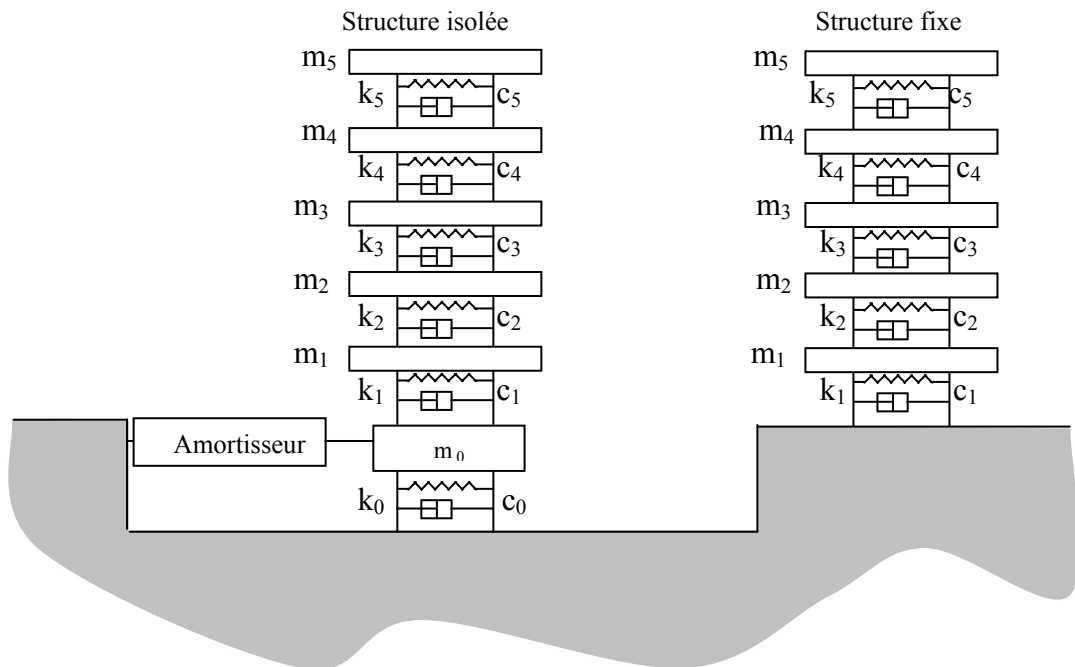


Fig-2.2-: Modèle de structure avec une combinaison de l'isolation à la base et d'amortisseurs

La procédure de l'isolation sismique est considérée comme un des dispositifs d'amortissement les plus utilisés [13,25]. Cependant une ultérieure restauration ou l'application d'un tel dispositif pour des constructions déjà réalisées peut s'avérer une tâche très compliquée.

II.2. Les amortisseurs passifs :

Le dispositif d'amortissement cette fois ci est placé au niveau de la structure dont les vibrations actionnent cet amortisseur, de ce fait les deux systèmes affrontent en parallèle le chargement extérieur. Le mécanisme de dissipation d'énergie s'effectue d'une manière purement mécanique comme déjà mentionné et ceci par la transformation de cette énergie soit en chaleur soit en vibration.

- Parmi les dissipateurs basés sur le premier mécanisme on trouve :
 1. les dissipateurs hystérétiques : sont des éléments métalliques (généralement l'acier) qui se déforment sous l'effet des vibrations de la structure [16,24, 20], et à travers ces déformations une partie de l'énergie cinétique est dissipée. Cependant ces éléments ont tendance à augmenter la rigidité de la structure bien que se ne soit pas leur rôle principal. Il est donc nécessaire de prendre en compte cette rigidité, du fait qu'elle peut affecter la fréquence naturelle de la structure.
 2. Les dissipateurs à frottement : sont basés sur le mouvement relatif entre deux surfaces métalliques mises sous l'effet d'une force de pression [24]. Et la dissipation d'énergie s'effectue grâce à la force de frottement entre les deux surfaces en contact.

- Dans le second mode de dissipation d'énergie, on trouve :

L'amortisseur par masse accordée [1,3,32] (TMD : Tuned Mass Damper) qui consiste en une masse secondaire attachée à la structure dont on veut atténuer les vibrations [fig-2.3-]. Les caractéristiques de cette masse secondaire sont choisies de sorte que sa fréquence naturelle corresponde à celle du mode dont on veut limiter les vibrations.

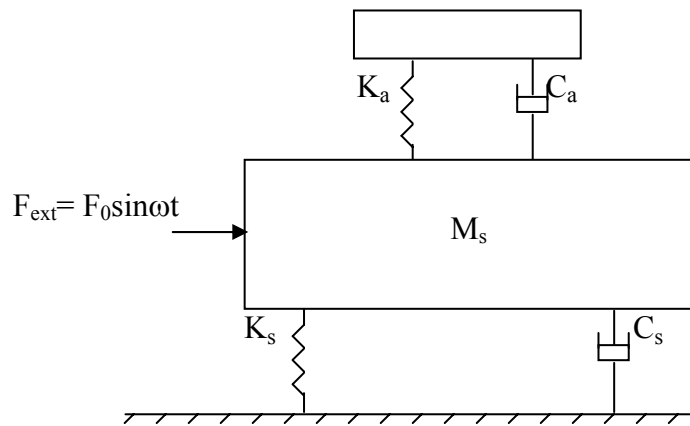


Fig-2.3-: Modèle d'un amortisseur par masse ajustée système à 1ddl

Les équations du mouvement pour un tel système s'écrivent [3]:

$$\begin{cases} M_s \ddot{x}_s + C_s \dot{x}_s + K_s x_s - c_a (\dot{x}_a - \dot{x}_s) - k_a (x_a - x_s) = F_{ext} \\ M_a \ddot{x}_a + c_a (\dot{x}_a - \dot{x}_s) + k_a (x_a - x_s) = 0 \end{cases} \quad (II.1)$$

Après quelques transformations on obtient la réponse de la masse primaire dans le domaine fréquentiel sous la forme :

$$X(\omega) = \frac{H(\omega)}{1 + H(\omega)Z(\omega)} F(\omega) \quad (II.2)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{-M_s \omega^2 + iC_s \omega + K_s} \quad (\text{II.3})$$

$$Z(\omega) = \frac{-M_a \omega^2 (iC_a \omega + K_a)}{-M_a \omega^2 + iC_a \omega + K_a} \quad (\text{II.4})$$

$X(\omega)$: la réponse de la structure dans le domaine fréquentiel

$H(\omega)$: la fonction de transfert du système primaire

$Z(\omega)$: l'impédance de l'amortisseur

Si l'amortissement du système de la fig-2.3- est nul [30,3] ($C_a = 0$, $C_s = 0$), dans ce cas il se produit ce qu'on appelle un phénomène d'anti-résonance illustré en fig-2.4-, où le pic de la réponse du système primaire s'annule à la fréquence de résonance et deux autres pics de part et d'autre apparaissent. En revanche, si l'amortissement du système secondaire est infini [30] l'amortisseur peut se déplacer avec la structure primaire ce qui peut augmenter ses vibrations. Cependant les cas réels sont situés entre ces deux extrémités fig-2.5-, où la réponse de la structure diminue à la fréquence naturelle du système primaire sans s'annuler, et deux autres pics apparaissent de part et d'autre, et l'amortissement optimum est obtenu lorsque ces deux pics sont égaux.

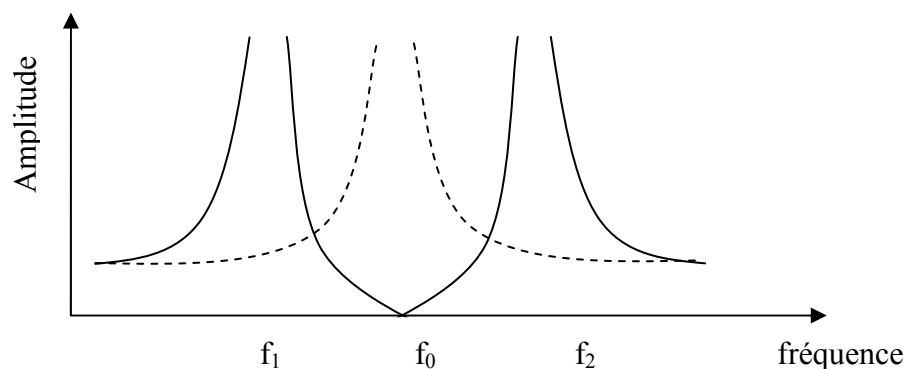


Fig-2.4-: Phénomène d'anti-résonance

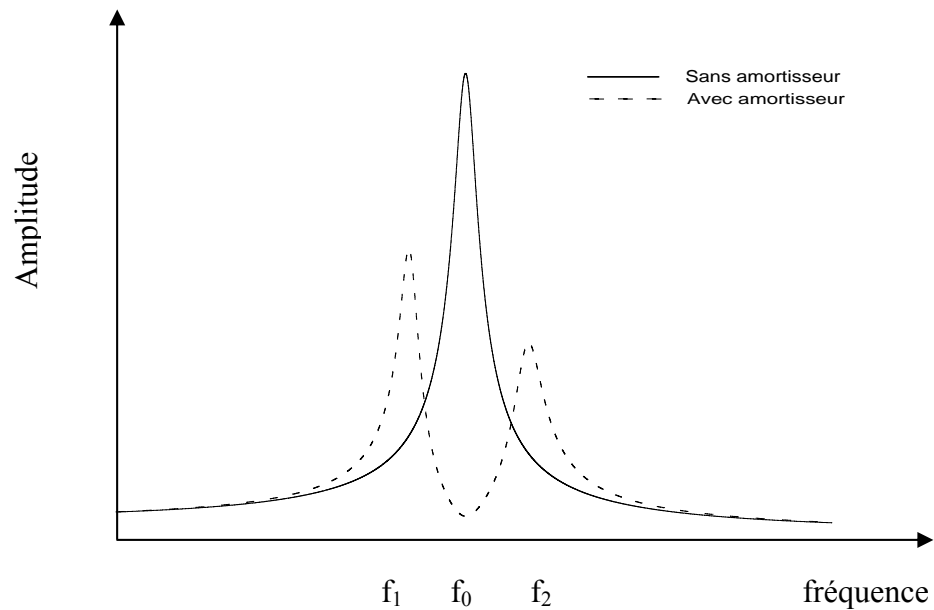


Fig-2.5-: Réponse d'un système à 1ddl avec amortisseur par masse ajustée

Dans cette catégorie d'amortisseurs on trouve également les amortisseurs par liquide accordé (TLD :Tuned Liquid Damper)[6] où un container rempli partiellement d'un liquide est attaché à la structure dont on veut limiter les vibrations.

Bien d'autres dispositifs d'amortissement passifs existent, et ils présentent presque tous les mêmes caractéristiques de simplicité et de coût relativement faible comparées à d'autres dispositifs d'amortissement. Cependant ces systèmes ne visent généralement que les vibrations d'un seul mode, ce qui limite leur efficacité surtout pour les constructions civiles qui sont des systèmes à plusieurs degrés de liberté. Toutefois l'utilisation de plusieurs dispositifs placés dans des endroits bien spécifiques peut remédier à ce problème [32].

III Les amortisseurs actifs :

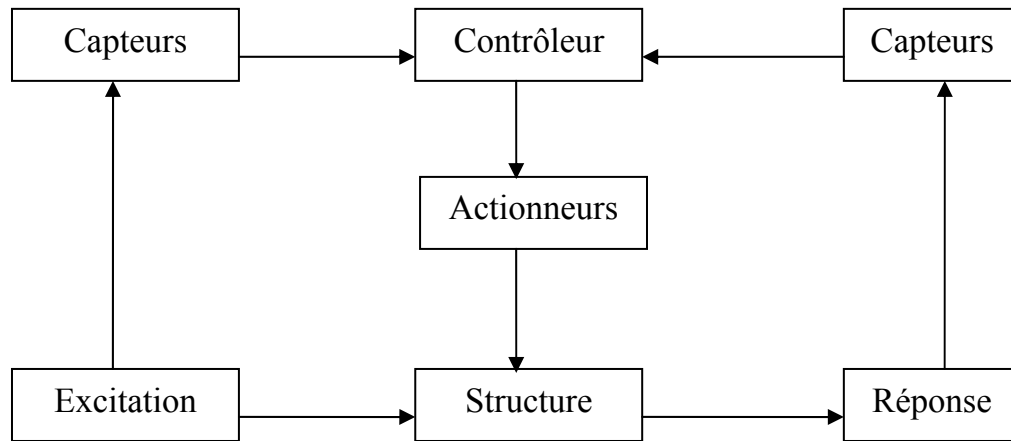


Fig-2.6-: Schéma représentatif du mécanisme des amortisseurs actifs

Le schéma de la [fig-2.6-] montre le mécanisme des amortisseurs actifs [7,24,33] : les caractéristiques de l'excitation sont détectées par des capteurs placés au niveau de la structure et/ou au niveau du sol. Ces caractéristiques sont analysées par un système de contrôle qui va déterminer la valeur de la force qui va être appliquée par les actionneurs, et tout ceci dépend d'une source d'énergie extérieure.

Ces amortisseurs présentent deux atouts très importants par rapport aux amortisseurs passifs. Le premier atout est leur adaptation au changement des caractéristiques de l'excitation. Le deuxième atout est leur performance au niveau de la diminution des vibrations qui est bien plus que celle apportée par le contrôle passif. Cependant ils présentent quelques désavantages à savoir leur coût lié à l'utilisation d'énergie extérieure; leur conception est plus complexe que celle des amortisseurs passifs. Ils ont un problème d'instabilité, de plus, en cas de rupture de la source d'énergie lors d'un séisme, le dispositif ne fonctionnera pas, ce qui mettra la construction en danger [33,24].

IV. Les amortisseurs semi- actifs :

De ce qui à précédé, on constate que la capacité des amortisseurs passifs est limitée comparée à celle des amortisseurs actifs. Cependant la demande d'énergie des amortisseurs actifs fait d'eux des dispositifs plus coûteux et moins fiables. D'où est venu l'idée des amortisseurs semi-actifs ou dits encore les amortisseurs passifs contrôlés; leur mécanisme est semblable à celui des amortisseurs actifs fig-2.6-, sauf qu'au lieu d'appliquer une force résistante des actionneurs directement à la structure, les amortisseurs semi-actifs sont conçus de sorte à modifier leurs propres caractéristiques (rigidité, amortissement, ...) ce qui nécessite nettement moins d'énergie [30].

V. Conclusion :

L'étude présentée sur les amortisseurs à travers ce chapitre est loin d'être complète du fait de la complexité et de la diversité de tels dispositifs et chacun d'entre eux nécessite une étude à part. Néanmoins cette étude permet d'avoir une certaine idée sur l'intérêt que présentent les amortisseurs dans la construction civile ainsi que leurs différentes catégories. Il est clair de tout ce qui a été cité qu'il n'est vraisemblablement pas possible de dire que l'un de ces dispositifs est meilleur que les autres puisque chacun d'entre eux présente ses propres avantages et inconvénients. Et en effet il n'est même pas possible de dire que ça présente une meilleure alternative que les procédés actuels. Mais ce qui peut être dit en revanche est que ces dispositifs représentent un moyen captivant pour la protection des structures vis-à-vis du vent et des séismes et que l'utilisation d'un dispositif ou d'un autre ou l'abstention de leur utilisation dépend essentiellement de la structure considérée, de l'enjeu économique ainsi que des conditions pratiques. Et il est à savoir que les recherches dans ce domaine sont toujours d'actualité dans le but d'améliorer les dispositifs existants ou trouver d'autres systèmes encore plus performants et plus économiques.

Chapitre III :

L'amortissement granulaire

I Introduction :

L'amortisseur granulaire est un des systèmes d'amortissement passif. Il consiste en une cavité attachée à/ou creusée dans une structure. Dans cette cavité sont placées plusieurs masses secondaires de petites tailles dites graines ou particules Fig-3.1-. Le mécanisme de dissipation d'énergie dans cet amortisseur est dû à l'impact inélastique et au frottement entre les particules ou entre les particules et les parois de la cavité. Les premières expérimentations sur ce type d'amortisseur ont débuté vers les années 90[36], où il a montré de nombreuses qualités comme la simplicité de sa construction, et son efficacité dans la réduction des vibrations [11,21,26,31,36], en plus cette efficacité est indépendante de la variation de la température, contrairement à certains amortisseurs passifs tels que les amortisseurs visco-élastique. De ce fait il constitue un moyen attractif pour la suppression des vibrations.

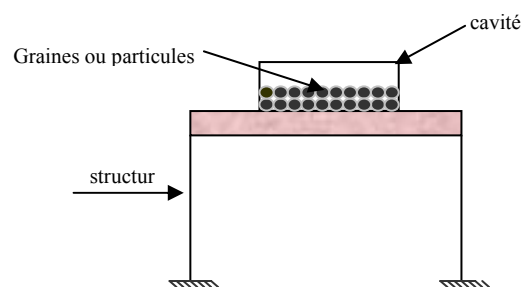


Fig-3.1- Schématisation de l'amortisseur granulaire

L'étude de ce type d'amortisseurs, revient essentiellement à l'étude d'un milieu granulaire qui montre simultanément des caractéristiques des solides et des liquides [14,27]. Par exemple il peut s'écouler et prendre la forme du container dans le quel il se trouve tout comme les liquides. Et comme les solides il peut supporter un poids. Cette bi-nature de ce milieu rend son étude très compliquée. Cependant pour étudier un tel milieu deux approches existent [14,34,21]. L'approche continue et l'approche discrète. La première considère le milieu granulaire comme continu. Elle ne s'intéresse pas au comportement particulier de chaque grain, mais au comportement du milieu dans son ensemble. La deuxième approche considère le milieu granulaire comme discontinu où chaque particule est considérée comme un élément à part entière. Et une des méthodes utilisée pour son étude est ce qu'on appelle la méthode des éléments distincts (DEM : Discret Element Method)[14,2,8,34], où chaque particule est considérée comme un élément à part entière régi par les lois de Newton.

II. Travaux antérieurs :

Les qualités que présente l'amortisseur granulaire, telles la simplicité et l'efficacité [27,34,21,35,36], ont fait de lui un moyen attractif pour atténuer les vibrations; de ce fait de nombreux chercheurs y sont intéressés et dans ce qui suit on va étudier quelques travaux effectués à se sujet:

Fowler, Flint, et Olsen [11,12], Olsen [22] ont étudié expérimentalement et numériquement une poutre en acier, encastrée à une extrémité, et à l'extrémité libre est attachée une cavité dans laquelle sont placées des billes en acier inoxydable. Il a été établi que placer plusieurs billes dans la cavité apporte une plus grande atténuation que celle apportée par une masse attachée ou par une seule bille d'une masse équivalente. La variation du nombre et du diamètre des billes (de sorte que la masse totale est conservée) montre qu'un amortissement optimum est obtenu pour un certain nombres de billes, ainsi si le nombre des billes est plus grand ou plus petit l'atténuation des vibrations est moindre. Il a été également établi que plus le

coefficient de frottement est important plus l'atténuation est élevée, notamment pour un amortisseur à une seule masse. Cependant pour un amortisseur à plusieurs billes il peut se produire un effet inverse si le coefficient de frottement est important. Une deuxième étude a été menée sur une boîte en acier encastrée à sa base et à l'intérieur est fixée une cavité en cuivre dans laquelle sont placées des billes en acier. Dans cette deuxième étude il a été constaté qu'un amortissement optimum peut être obtenu en fonction de l'amplitude de l'excitation, ainsi que de la masse et du nombre des billes. La comparaison entre l'étude numérique et les résultats expérimentaux a montré que globalement les prédictions numériques sont en accord avec les résultats obtenus expérimentalement. Cependant quelquefois sur le plan quantitatif l'atténuation des vibrations obtenue numériquement est plus importante que celle obtenue par les essais expérimentaux.

Saïki [26] a étudié l'effet d'un amortisseur granulaire sur un système à 1ddl expérimentalement et par la méthode de la DEM. A travers cette étude il a constaté que la masse et les dimensions de la cavité présentent tous deux un optimum pour lequel la performance de cet amortisseur est la plus importante. De plus l'utilisation de différents matériaux a montré que plus le matériau est dense plus l'atténuation des vibrations est importante. Enfin il est à noter que les résultats obtenus expérimentalement coïncident parfaitement avec ceux obtenus par l'analyse numérique.

En se basant sur la méthode de discrétisation Tianning, Kuanmin, Xieqing et Wang [29] ont étudié l'énergie dissipée dans un système à 1ddl qui consiste en une tige creuse de forme cylindrique remplie partiellement d'un matériau granulaire. Ils ont constaté que la variation de la fréquence de l'excitation a un faible effet sur l'efficacité de cet amortisseur. La variation du diamètre des particules a permis de constater que le frottement est le mécanisme de dissipation d'énergie qui domine si les particules sont de faible diamètre, et dans le cas contraire l'énergie dissipée est essentiellement due à la force d'impact, et enfin l'augmentation du taux de remplissage de la tige creuse par les particules diminue l'amplitude de la réponse.

Nayfeh, verdirame et Varanasi [21,31], ont étudié expérimentalement le comportement de poutres creuses remplies d'un matériau granulaire de très faible diamètre et de faible densité. Ils ont constaté qu'à des fréquences suffisamment importantes, un amortissement considérable est obtenu et ceci avec un matériau de faible densité (donc, une faible masse ajoutée à la masse de la poutre). En plus ils ont constaté que l'amplitude de l'excitation n'a pas grand effet sur l'efficacité de cet amortisseur. Par la suite, ils ont élaboré un modèle linéaire qui considère le milieu granulaire comme un milieu dissipatif où une onde de compression à deux dimensions se propage. Le modèle proposé, représente d'une manière qualitative assez bien le comportement de cet amortisseur.

Zhiwei , Wang, Chen [35] ont étudié une poutre forée sur sa longueur par trois trous dans sa section transversale. Ces trous sont remplis par la suite d'un matériau granulaire. L'effet du diamètre des particules, du taux de remplissage, de la densité du matériau et de l'amplitude des vibrations a été étudié expérimentalement. Cette étude a montré que l'augmentation du taux de remplissage de la poutre avec les particules augmente l'atténuation des vibrations quelque soit le diamètre de ces particules. Le diamètre des particules a un faible effet sauf pour le cas du remplissage complet où les particules de plus gros diamètre apportent une plus grande atténuation des vibrations. L'étude de l'effet de l'amplitude d'excitation a montré que plus l'amplitude de l'excitation est grande plus l'amortissement de la réponse est important. Ils ont constaté enfin que, plus le matériau est dense plus l'atténuation est importante. Dans une autre étude [36] mais pour le même dispositif, ils ont établi un modèle numérique où l'effort tranchant entre les couches du matériau granulaire est considéré cette fois-ci comme le mécanisme de dissipation d'énergie, et la comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux a montré que le modèle établi est assez représentatif du comportement de l'amortisseur dans le cas présent.

Ces différentes études, bien qu'elles soient de nature différente, que ce soit du point de vue matériaux ou dispositifs expérimentaux utilisés, ou du point de vue modèles numériques établis, ont montré que cet amortisseur a une efficacité remarquable.

III. Détermination de la force de contact entre deux sphères :

La nature mixte des milieux granulaires, fait que la prédiction de leur comportement constitue une tâche très compliquée. L'analyse d'un tel milieu peut s'effectuer, soit en considérant le milieu granulaire comme un ensemble continu. Soit en le considérant comme discret et une des méthodes utilisée dans cette dernière approche est la méthode de l'élément discret où chaque particule est traitée comme un élément à part entière, soumise aux différentes forces de son voisinage et régie par les lois de Newton. Dans cette dernière méthode deux modèles existent [2]. Dans le premier, les grains sont considérés comme des corps rigides indéformables. Le deuxième modèle considère les particules comme des corps déformables et c'est le modèle utilisé pour les amortisseurs granulaires.

a) la force normale de contact :

La formulation de la force de contact entre deux particules est essentiellement basée sur la loi de Hertz 1889, qui stipule que la force de contact entre deux sphères parfaitement élastiques peut être modélisée par un ressort non-linéaire comme suit [8,28] :

$$F = k\delta^{3/2} \quad (\text{III.1})$$

$$k = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{R_i R_j}{R_i + R_j}} \frac{E_i E_j}{(1 - \nu_i^2) E_j + (1 - \nu_j^2) E_i} \quad (\text{III.2})$$

$$\delta = R_i + R_j - |p_j - p_i| \quad (\text{III.3})$$

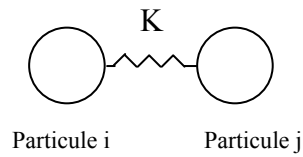


fig-3.2-: Modélisation de la force de contact entre deux particules parfaitement élastiques

k : la rigidité du contact, elle dépend des caractéristiques du matériau des deux sphères

δ : l'approche ou la somme des déformations normales des deux sphères

R_i, R_j : les rayons des particules i, j respectivement

E_i, E_j : le module de Young des particules i, j

ν_i, ν_j : coefficient de poisson des particules i, j

P_i, P_j : présente les positions des particules i et j , par rapport à un repère donné.

Le comportement des amortisseurs granulaires est considéré comme viscoélastique. Cette inélasticité est traduite par ce qu'on appelle le coefficient de restitution qui est un paramètre adimensionnel défini comme suit [5]:

$$e = \frac{v_{f1} - v_{f2}}{v_{i1} - v_{i2}} \quad (\text{III.4})$$

Le premier indice indique la phase (finale, initiale) du mouvement et le second indice le corps en contact. D'après la valeur de ce coefficient trois cas peuvent se présenter [6]:

$e = 1$: l'impact est parfaitement élastique.

$e = 0$: l'impact est complètement inélastique.

$0 < e < 1$: le contact est partiellement inélastique et c'est le cas de la majorité des cas d'impact

Cette dissipation d'énergie est prise en compte dans la formulation de la force de contact, soit d'une manière implicite comme le modèle utilisé par Fowler, Flint, et Olsen [11] et Olsen[22] qui ont adopté la formule proposée par Lee et Radock où le module de Young dans la formulation de Hertz est remplacé par le module de relaxation :

$$F^N(t) = \frac{2}{3R^*} \frac{1}{(1-\nu^2)} \int_0^t \Psi(t-\tau) \frac{d}{d\tau} a^3(\tau) d\tau \quad (\text{III.5})$$

R^* : la courbure de contact équivalent

ψ : module de relaxation des deux particules

ν : coefficients de Poisson du matériau composant les deux sphères

a : le rayon du cercle de contact fig-3.3-

$$R^* = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \quad (\text{III.6})$$

$$a = \sqrt{R\delta} \quad (\text{III.7})$$

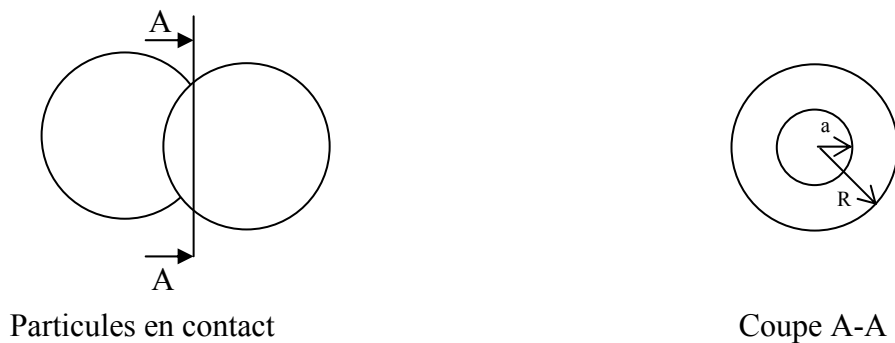


fig-3.3-: Rayon du cercle de contact

Ou d'une manière explicite comme le modèle utilisé par Saïki [26], Boyalakuntla [2]:

$$F_n = K_n \delta_n^{3/2} + D_n \quad (\text{III.8})$$

$$D_n = \alpha \sqrt{mk_n} \delta_n^{1/4} \dot{\delta}_n \quad (\text{III.9})$$

F_n : la force normale de contact

K_n : la constante du ressort

$\delta_n, \dot{\delta}_n$: déplacement et vitesse d'une particule i relatif à une particule j

m : masse de la particule

α : constante d'amortissement qui est fonction du coefficient de restitution

Ou sous une forme plus générale comme proposée par Shen et Shunying [28] :

$$F = k_e x^\alpha + c_e \dot{x}^\beta \quad (\text{III.10})$$

k_e : la constante du ressort définie comme précédemment

C_e : une constante d'amortissement définie comme suit :

$$C_e = 2\xi \sqrt{k_e m} \quad (\text{III.11})$$

m : la masse de la particule

ξ : le facteur d'amortissement, cette valeur dépend du coefficient de restitution

$$\xi = \frac{\ln(e)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(e))^2}} \quad (\text{III.12})$$

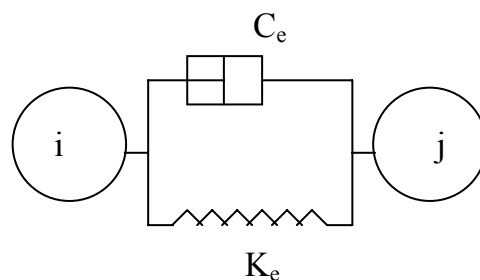


fig-3.4-: Modélisation de la force normale de contact

b) La force de frottement :

En plus de la force normale d'impact, il existe une force qui est la force de frottement, modélisée selon Tianning, Kuanmin, Xieqing et Wang [29] comme suit :

$$F_t = \mu F_n + K_s \delta_s + C_s \dot{\delta}_s \quad (\text{III.13})$$

μ : coefficient de frottement de coulomb

K_s, C_s : la constante de rigidité et le coefficient d'amortissement dans le sens tangential

$\delta_s, \dot{\delta}_s$: le déplacement et la vitesse relatifs dans le sens tangential

Saïki [26], Fowler, Flint et Olsen [11] considèrent que la force de frottement est simplement la force de Coulomb qui est donc :

$$F_t = -\text{sgn}(v_{\text{rel}}^t) \mu |F_n| \quad (\text{III.14})$$

μ : le coefficient de frottement dynamique

v_{rel}^t : la vitesse relative tangentielle

$\text{sgn}(\cdot)$: est la fonction signe

IV. Les équations du mouvement :

Comme cité précédemment chaque particule est considérée comme un élément à part entière régi par la deuxième loi de Newton; de ce fait le système d'équations pour chaque particule est donné par [26]:

$$\begin{cases} m_i \ddot{u}_i = F_i \\ T_i = I_i \dot{\theta}_i \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

F_i : la somme des forces en contact avec la particule i

$$F_i = \sum (F_n + F_t) \quad (\text{III.16})$$

$$F_n = K_n \delta^{3/2} + C_n \delta^{1/4} \dot{\delta} \quad (\text{III.17})$$

$$K_n = \begin{cases} \frac{4}{3} \sqrt{\frac{R_i R_j}{R_i + R_j}} \frac{E_i E_j}{(1 - \nu_i^2) E_j + (1 - \nu_j^2) E_i} & \text{pour un contact particule-particule} \\ \frac{4}{3} \sqrt{R_i} \frac{E_i E_0}{(1 - \nu_0^2) E_i + (1 - \nu_i^2) E_0} & \text{pour un contact particule-mur} \end{cases}$$

$$\delta = \begin{cases} (R_i + R_j) - |u_i - u_j| & \text{pour un contact particule-particule} \\ R_i - t & \text{pour un contact particule-mur} \end{cases}$$

t : la distance entre la paroi et le centre de la particule

Il est à noter que si $\delta < 0$, alors la force de contact est nulle.

$$F_t = -\text{sgn}(v_{\text{rel}}^t) \mu |F_n| \quad (\text{III.18})$$

T_i : le moment de torsion

$$T_i = \sum R F_t$$

$\dot{\theta}_i$: la vitesse de rotation

I_i : le moment d'inertie de la particule

Pour une sphère le moment d'inertie est donné par [2]:

$$I_i = \frac{2}{5} m_i R^2 \quad (\text{III.19})$$

m_i : la masse de la particule

\ddot{u}_i : le vecteur accélération de la particule

Pour la structure primaire l'équation du mouvement est donnée par [26] :

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F_{\text{ext}} + F \quad (\text{III.20})$$

M : la masse de la structure principale

C : l'amortissement de la structure principale supposé visqueux

K : la rigidité de la structure principale

F_{ext} : la force d'excitation extérieure

F : la somme des forces de contact des particules avec les parois de la structure.

Il est clair que ces équations sont non-linéaires, ce qui conduit à l'utilisation des méthodes numériques pour leur résolution.

V. CONCLUSION :

Ce chapitre a été consacré à l'étude d'un amortisseur granulaire, qui est un amortisseur, classé dans la catégorie des amortisseurs passifs. Les études établies à ce sujet ont montré que c'est un amortisseur d'une grande efficacité. Cependant la prédiction de cette efficacité reste un problème majeur et ceci est dû à la complexité des milieux granulaires dont il est principalement conçu.

Chapitre IV :

Applications

I. Etude numérique

I.1 présentation de l'exemple étudié :

Pour montrer l'efficacité de l'amortissement granulaire, considérons la poutre encadrée de la fig-4.1a-. A son extrémité libre est attachée une boîte [fig-4.1b-], dans laquelle seront placées des billes de rayon R .

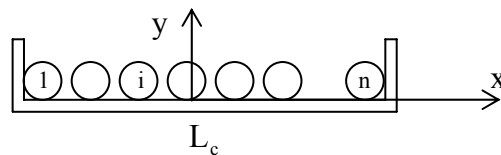
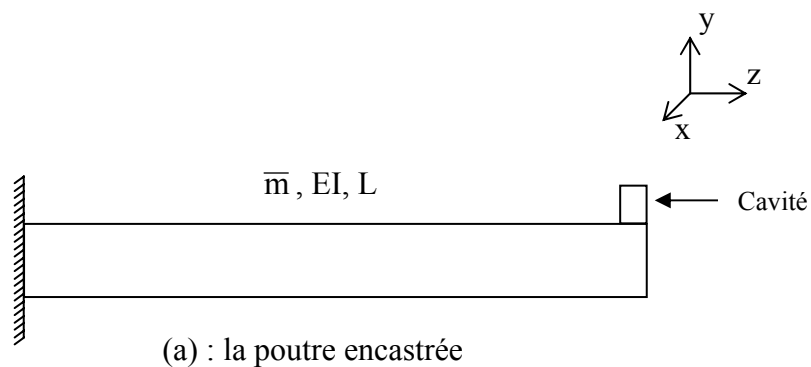


Fig-4.1-: dispositif de calcul

L'équation différentielle du mouvement de la poutre est donnée par [voir Annexe]:

$$EI \frac{\partial^4 x(z, t)}{\partial z^4} + c \frac{\partial x(z, t)}{\partial t} + \bar{m} \frac{\partial^2 x(z, t)}{\partial t^2} = F_{\text{ext}} + F \quad (\text{IV.1})$$

EI : la rigidité flexionnelle de la poutre

\bar{m} : la masse linéaire de la poutre

C : le coefficient d'amortissement

F : la force de contact des particules avec les parois de la cavité

F_{ext} : la force d'excitation.

La solution de cette équation est de la forme :

$$X(z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(z) \psi_i(t) \quad (\text{IV.2})$$

$$\varphi_i(z) = A_i \left[\sin(a_i z) - \sinh(a_i z) + \frac{\sin(\beta_i) + \sinh(\beta_i)}{\cos(\beta_i) + \cosh(\beta_i)} (\cosh(a_i z) - \cos(a_i z)) \right] \quad (\text{IV.3})$$

$$a_i = \frac{\beta_i}{L}$$

$\varphi_i(z)$: L'équation de forme

$\psi_i(t)$: L'équation temporelle pour le mode i

Pour une poutre encastree avec une masse attachee à l'extrémité libre, β_i représente la solution de l'équation (4) :

$$1 + \cos(\beta_i) \cosh(\beta_i) + \frac{m_c}{\bar{m}L} \beta_i [\cos(\beta_i) \sinh(\beta_i) - \sin(\beta_i) \cosh(\beta_i)] = 0 \quad (\text{IV.4})$$

m_c : la masse de la boîte

L'équation du mouvement pour un mode n est donnée par :

$$M_n \ddot{\psi}_n(t) + C_n \dot{\psi}_n(t) + K_n \psi_n(t) = P_n(t) \quad (\text{IV.5})$$

$$M_n = \bar{m} \int_0^L \varphi_n^2(z) dz$$

$$K_n = \omega_n^2 M_n$$

$$C_n = 2\xi_n M_n \omega_n$$

$$\omega_n = \beta_n^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$$

$$P_n(t) = \varphi_n(L)(F_{\text{ext}} + F)$$

Le mouvement des particules à l'intérieur de la cavité est régi par la deuxième loi de Newton :

$$\begin{cases} m_i \ddot{u}_i = F_i \\ T_i = I_i \dot{\theta}_i \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

F_i : la somme des forces en contact avec la particule i

$$F_i = \sum (F_n + F_t) \quad (\text{IV.7})$$

$$F_n = K_n \delta^{3/2} + C_n \delta^{1/4} \dot{\delta} \quad (\text{IV.8})$$

Pour le cas présent on considère que les billes sont identiques et que le mouvement s'effectue dans une seule direction. De ce fait on a :

$$K_n = \begin{cases} \frac{\sqrt{2R}}{3} \frac{E_i}{(1-\nu_i^2)} & \text{pour un contact particule-particule} \\ \frac{4}{3} \sqrt{R_i} \frac{E_i E_0}{(1-\nu_0^2)E_i + (1-\nu_i^2)E_0} & \text{pour un contact particule-mur} \end{cases}$$

$$\delta = \begin{cases} 2R - |u_{i+1} - u_i| & \text{pour un contact particule - particule} \\ |x - u_i| - \frac{L_c}{2} + R & \text{pour un contact particule - mur} \end{cases}$$

$$F_t = -\text{sgn}(v_{\text{rel}}^t) \mu |F_n| \quad (\text{IV.9})$$

En plus de la force de frottement de glissement il existe également la force de frottement dû au poids de la bille :

$$F_t = -\text{sgn}(v_{\text{rel}}^t) \mu m_0 g \quad (\text{IV.10})$$

Avec

g : est l'accélération de la gravité

La non linéarité de la force de contact nécessite une résolution numérique du système d'équations. Boyalakuntla [2], propose que la méthode numérique utilisée soit explicite et pour obtenir une stabilité de la solution, l'intervalle de temps soit inférieur au dixième du minimum entre la période d'oscillation de translation et de rotation des particules. Ces deux valeurs sont données par [2]:

$$\tau_{\text{trans}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2K_n}} \quad (\text{IV.11})$$

$$\tau_{\text{rot}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_i}{2K_n R^2}} \quad (\text{IV.12})$$

De ce fait on a:

$$\Delta t < \min\left(\frac{\tau_{\text{rot}}}{10}, \frac{\tau_{\text{trans}}}{10}\right)$$

Pour la détermination de la réponse de la poutre dans le premier mode d'oscillation on a utilisé la méthode de la différence centrale.

Dans cette méthode l'expression de l'accélération et de la vitesse sont données par :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{\Delta t^2} (x_{t+\Delta t} - 2x_t + x_{t-\Delta t}) \\ \dot{x} = \frac{1}{2\Delta t} (x_{t+\Delta t} - x_{t-\Delta t}) \end{cases} \quad (\text{IV.13})$$

En remplaçant dans l'équation (IV.1) on obtient :

$$x_{t+\Delta t} = \frac{\bar{F}}{\bar{K}} \quad (\text{IV.14})$$

avec:

$$\bar{F} = F + F_{\text{ext}} + (2 * a_0 - K) * x_t + (a_1 - a_0) * x_{t-\Delta t}$$

$$\bar{K} = a_0 + a_1$$

$$a_0 = \frac{M}{\Delta t^2}$$

$$a_1 = \frac{c}{2\Delta t}$$

La position de la bille à tout instant est déterminé par le système d'équations ci-dessous :

$$\begin{cases} \ddot{u} = \frac{F}{m_0} \\ \dot{u} = \dot{u}_0 + \ddot{u} * \Delta t \\ u = u_0 + \dot{u} * \Delta t \end{cases} \quad (\text{IV.15})$$

La détermination de la force de contact normale donc se fait selon l'algorithme ci-dessous :

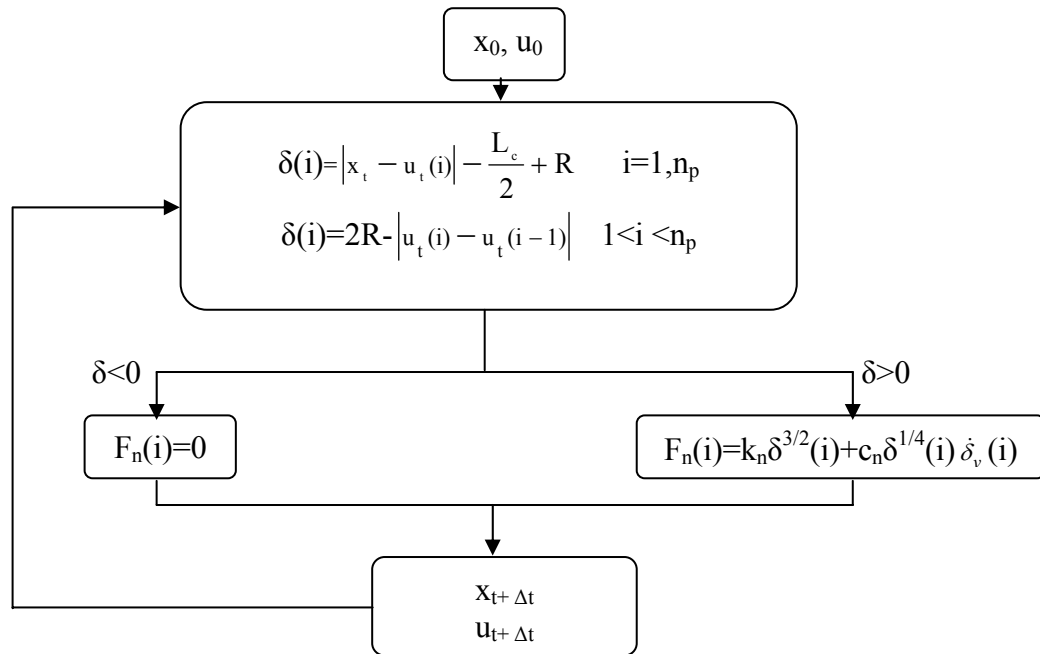


Fig-4.2-: organigramme du calcul de la force de contact

Les caractéristiques du système étudié sont :

❖ Caractéristique de la poutre :

Longueur : $L = 0.6 \text{ m}$

Masse linéaire : $\bar{m} = 0.607 \text{ kg/m}$

Le module de Young : $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

Section : $A = 3,3 \text{ mm} \times 24.75 \text{ mm}$

Le coefficient d'amortissement du premier mode : $\xi = 2 \%$

❖ Caractéristique de la boîte :

Longueur : $L_c = 0.05$ m

La masse volumique : $M_v = 2700$ Kg/m³

Module de Young : $E_0 = 7 \cdot 10^{10}$ N/m²

Le coefficient de Poisson: $\nu_0 = 0.33$

❖ Caractéristique des billes:

La masse volumique : $M_v = 7700$ kg/m³

Module de Young : $E_i = 2 \cdot 10^{11}$ N/m²

Le coefficient de Poisson : $\nu_i = 0.27$

Rayon $R = 3$ mm

Nombre $N_b = 4$ billes

❖ Le coefficient de frottement particule-particule et particule-cavité est: $\mu = 0.2$

❖ Le coefficient de restitution particule-particule et particule-cavité $e = 0.8$

❖ L'incrément de temps $\Delta t = 16 \cdot 10^{-8}$ s

❖ Le déplacement initial $x_0 = 2$ cm

I.2 Résultats :

a) Effet de la variation des caractéristiques des billes :

Dans cette section on va étudier l'effet de la variation des caractéristiques des particules sur l'efficacité de l'amortisseur:

En variant la masse volumique des particules tout en gardant leur nombre constant ($n_b=4$) on obtient les graphes de la fig-4.3-, où on remarque que plus la masse volumique (donc la masse totale) des particules augmente plus la réduction des vibrations est importante.

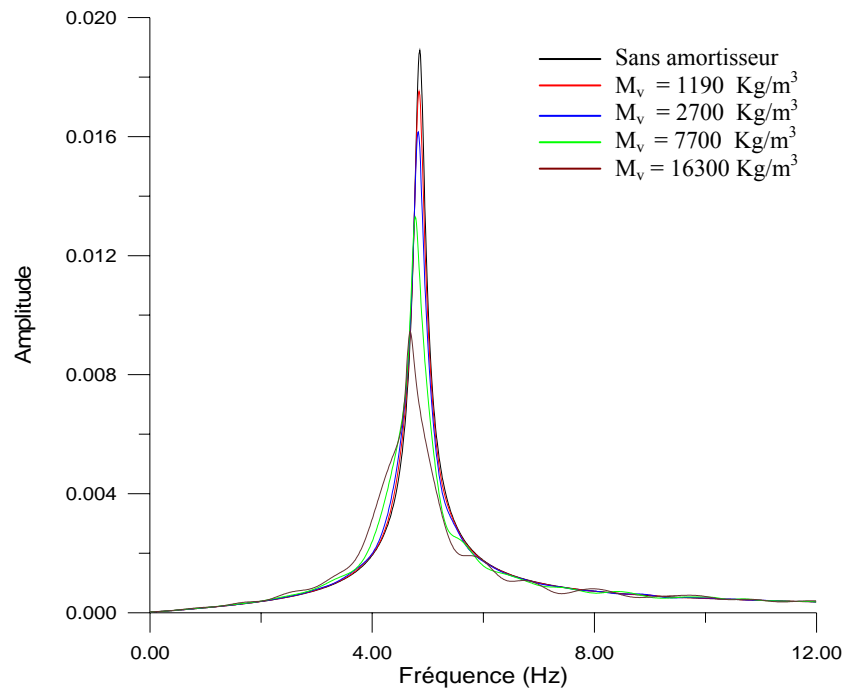


Fig-4.3-: Effet de la masse totale des billes (1^{er} mode de vibration)

En variant cette fois-ci le nombre des particules tout en gardant leur masse volumique constante ($M_v=7700 \text{ kg/m}^3$), on obtient les graphes de la Fig-4.4-. Ces graphes montrent que pour un nombre de billes $n_b=2$ et $n_b=7$ l'efficacité de l'amortisseur est moins importante que celle obtenue pour $n_b=5$ et ceci peut s'expliquer par le fait qu'un faible nombre de particules diminue la masse totale des particules dans la cavité. D'autre part l'augmentation du nombre des particules, bien qu'il augmente la masse totale des particules, il conduit à la restriction de l'espace du mouvement et par la même occasion à la diminution de l'élan de la force de contact.

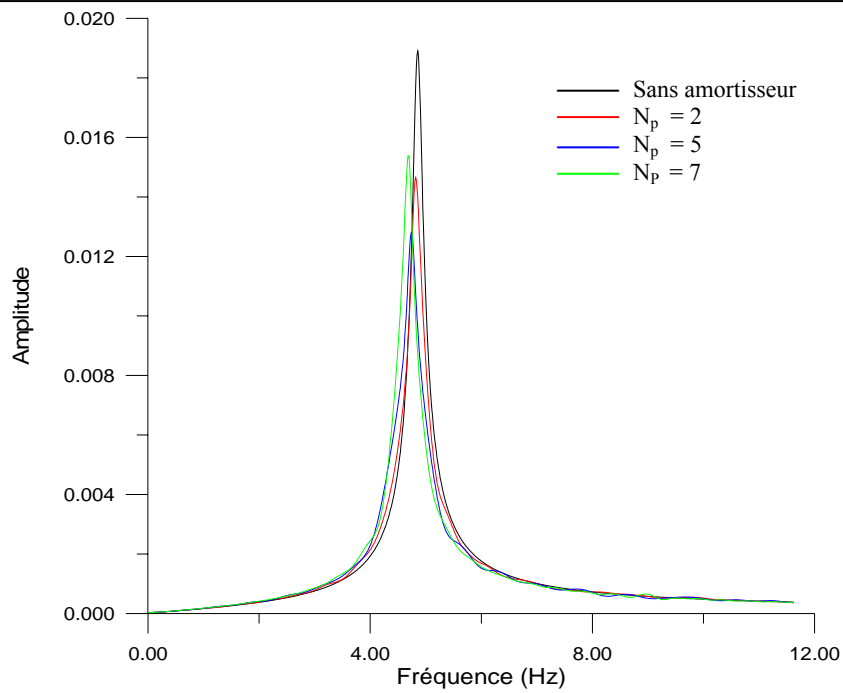
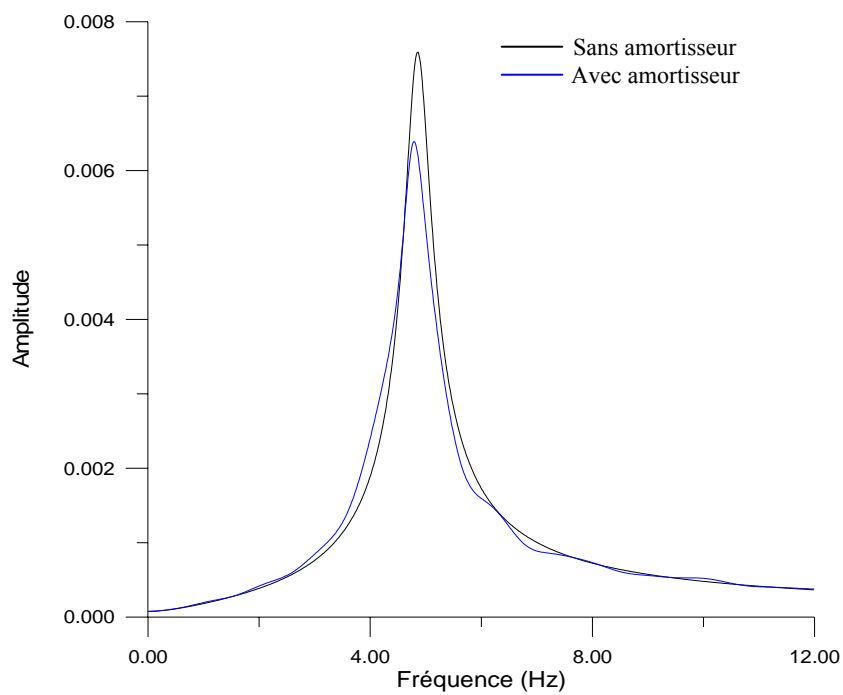


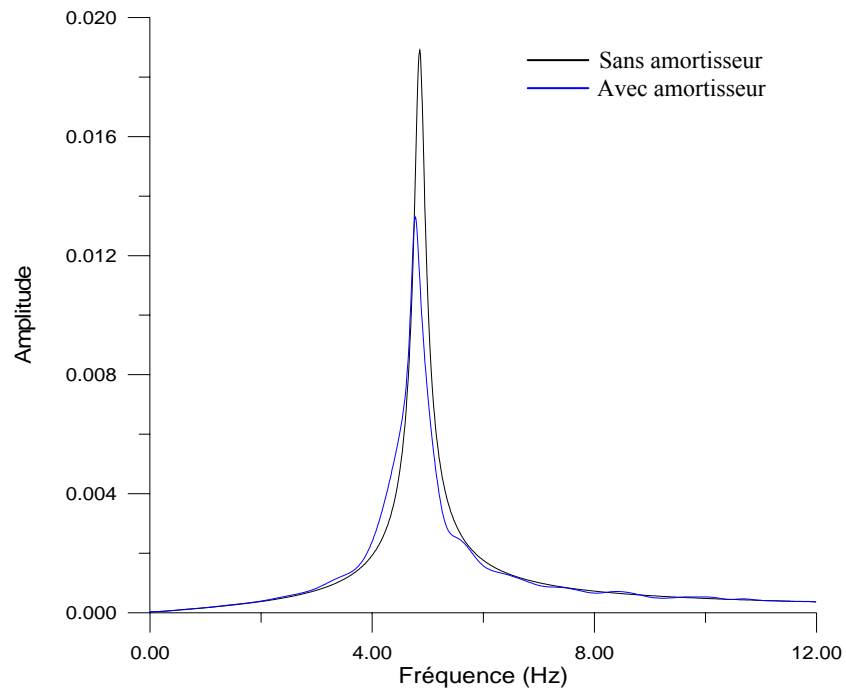
Fig-4.4-: Effet de la variation du nombre des billes

a) Effet de la variation de l'amortissement de la poutre :

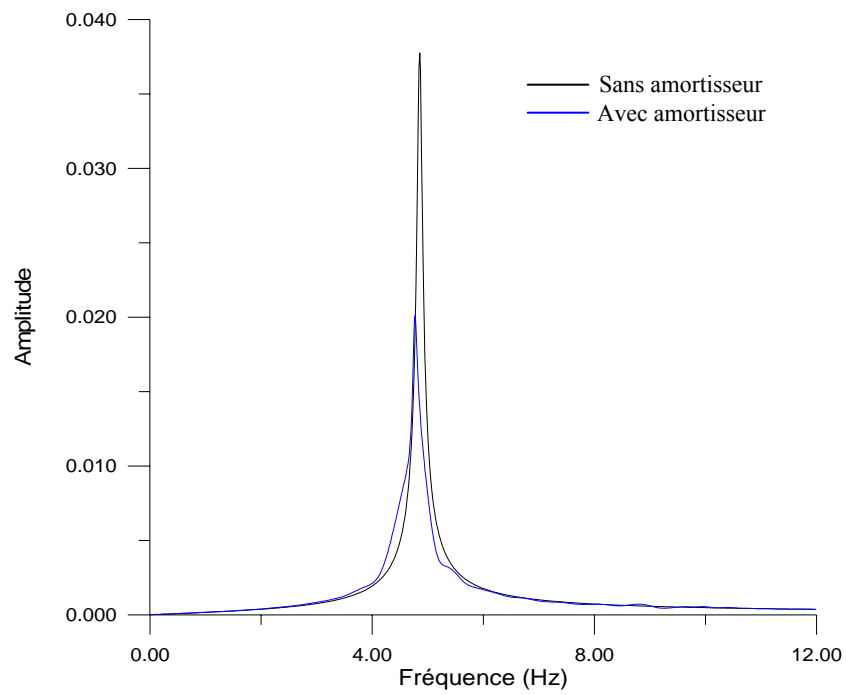
Pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre on obtient les graphes ci-dessous :



a : $\xi = 5\%$



b : $\xi = 2\%$



c : $\xi = 1\%$

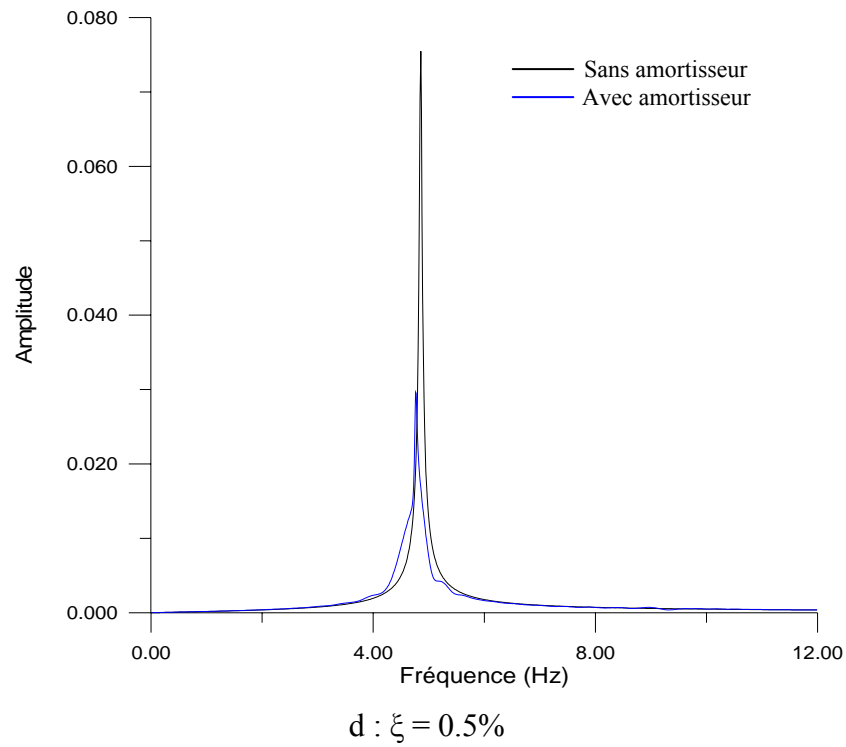


Fig-4.5-: Effet du facteur d'amortissement de la poutre

On remarque des graphes de la fig-4.5- que plus l'amortissement de la poutre est faible plus l'efficacité de cet amortisseur augmente.

c) La réponse dans le domaine temporel :

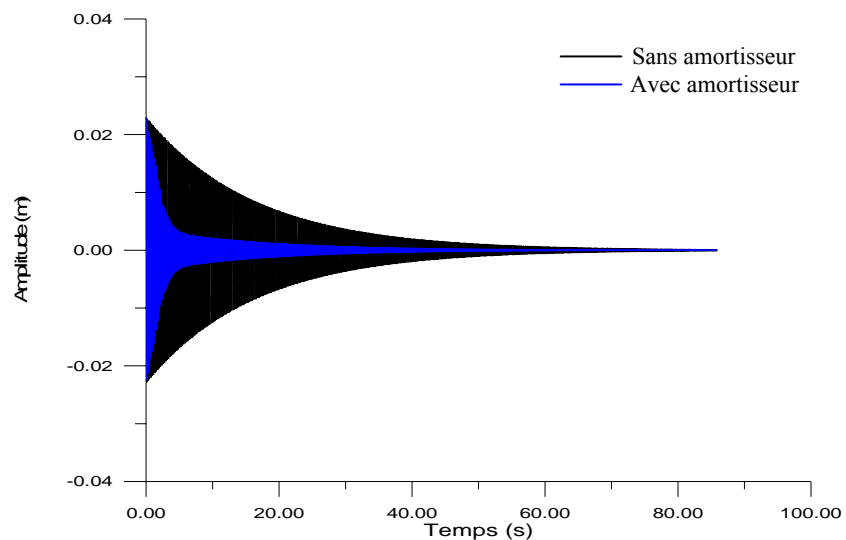


fig-4.6-: Réponse de la poutre dans le domaine temporel (1^{er} mode de vibration)

Dans le cas de l'utilisation de l'amortisseur, on constat que la réponse de la poutre diminue d'une manière linéaire et plus rapide que dans le cas où l'amortisseur n'est pas utilisé.

II. Etude expérimentale :

II.1 Description du dispositif expérimental :

Après l'étude théorique, on a réalisé quelques essais au laboratoire. Ces essais ont été effectués sur une poutre métallique encastree à une extrémité et à l'extrémité libre on a fixé une boite en plastique. Le schéma expérimental est celui présenté en fig-4.7-

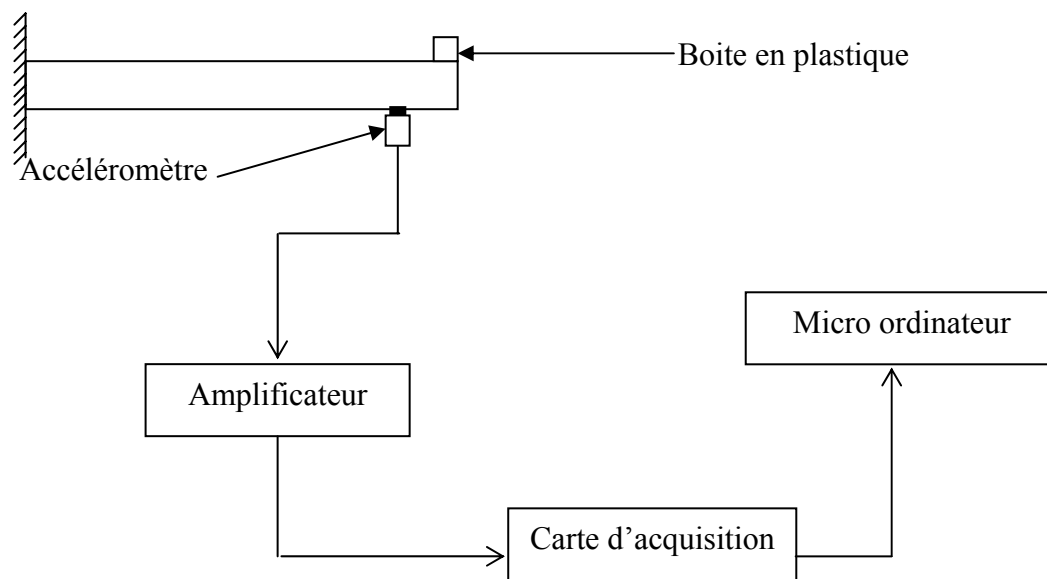


Fig-4.7-: Schéma de l'étude expérimentale

La poutre étudiée est une poutre métallique de longueur $L = 0.6\text{m}$ de section transversale $A = 3.3\text{ mm} \times 24.75\text{ mm}$ et d'une masse volumique $Mv = 7436.77\text{ kg/m}^3$. A l'extrémité libre est attachée un accéléromètre qui capte la réponse de la poutre. Les données sont récupérées et traitées grâce à une carte d'acquisition, reliée d'une part à l'accéléromètre par l'intermédiaire d'un amplificateur et d'autre part à un micro-ordinateur qui la contrôle par un programme d'acquisition en MATLAB[19].

II. 2 Résultats et discussions

La synthèse de ces essais est résumée ci-dessous :

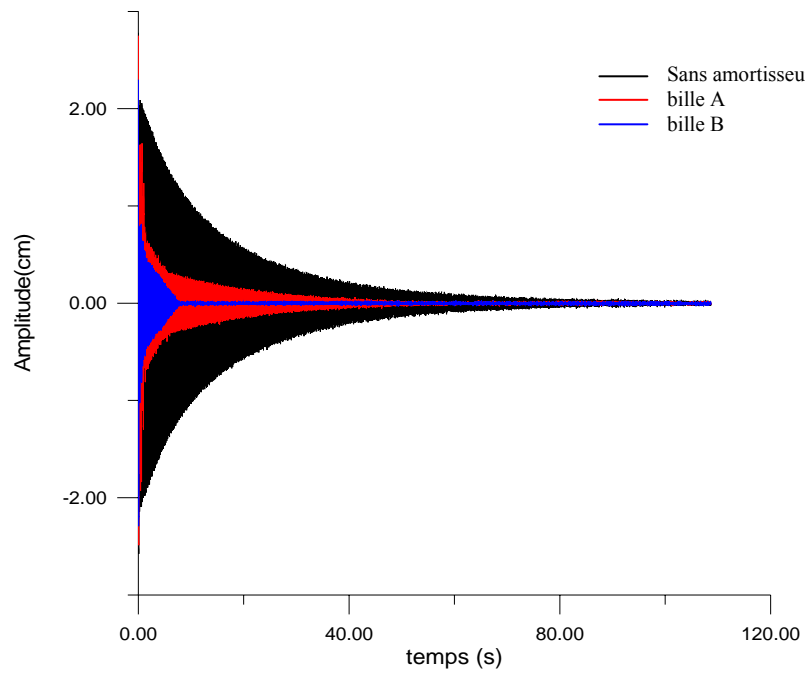
a) Effet de la masse :

Une boîte de longueur $L_1 = 5\text{cm}$ est attachée à l'extrémité libre de la poutre. En un premier lieu la poutre est déplacée de sa position d'équilibre d'une valeur $x_0=2\text{cm}$ puis relâchée en mouvement libre sans vitesse initiale. Après l'arrêt complet de la poutre on refait l'expérience en rajoutant cette fois-ci une bille A et par la suite une bille B dont les caractéristiques respectives sont :

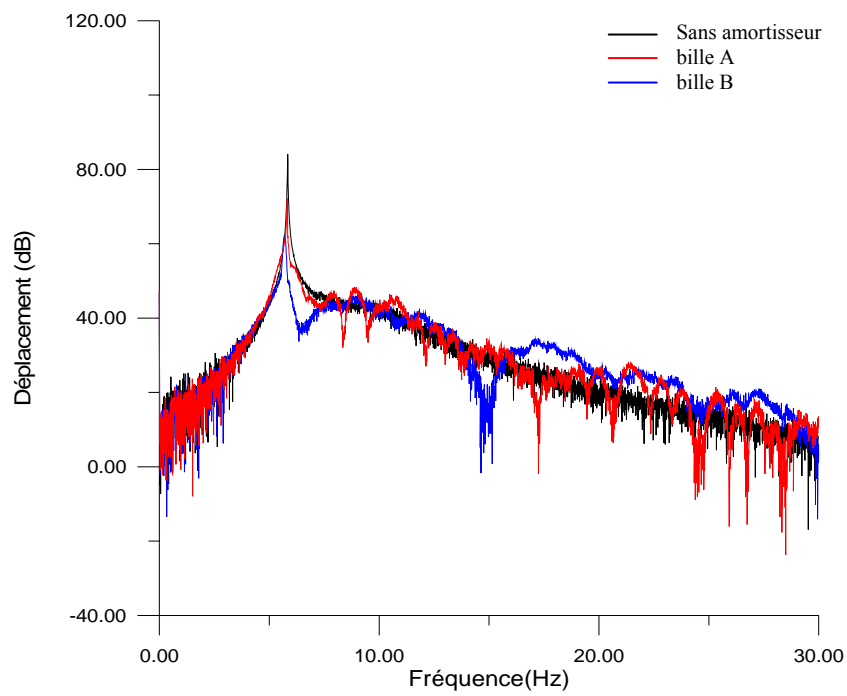
	Matériau	Masse (g)	Rayon (mm)
Bille A	Verre	5	8
Bille B	Métallique enrobé avec une couche de caoutchouc	31.2	11

Tableau 1: caractéristiques des billes

Les réponses obtenues dans les domaines temporel et fréquentiel pour chaque cas sont représentées en [fig-4.8-]



a : domaine temporel



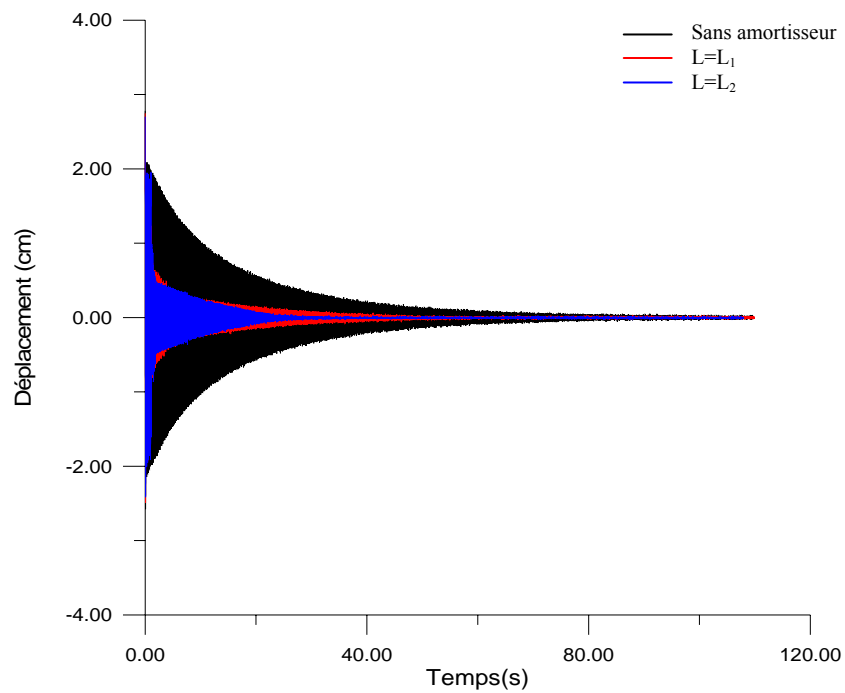
b : domaine fréquentiel (1^{er} mode)

Fig-4.8-: Effet de la bille A et la bille B sur la réponse de la poutre

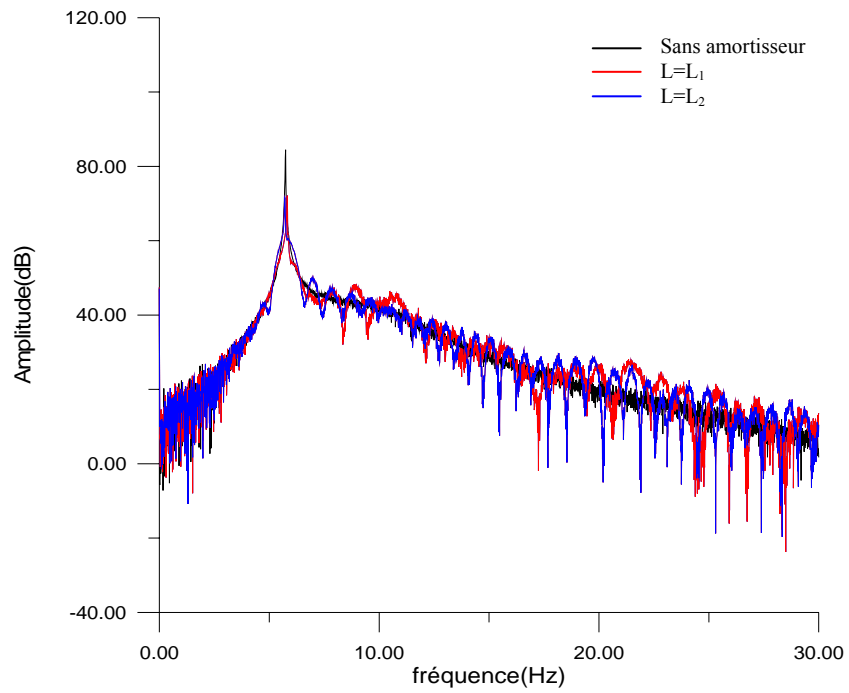
La réponse dans le cas de la bille A est moins amortie que celle du cas où la bille B est utilisée ce qui signifie que pour une masse plus grande l'amortissement est plus important.

b) Effet de la longueur de la boîte en plastique :

La même expérience est répétée en changeant la boîte en plastique par une autre dont la longueur est $L_2=8\text{cm}$. La comparaison entre les deux cas est résumée dans les fig-4.9- et fig-4.10 pour le cas de la bille A et la bille B respectivement :

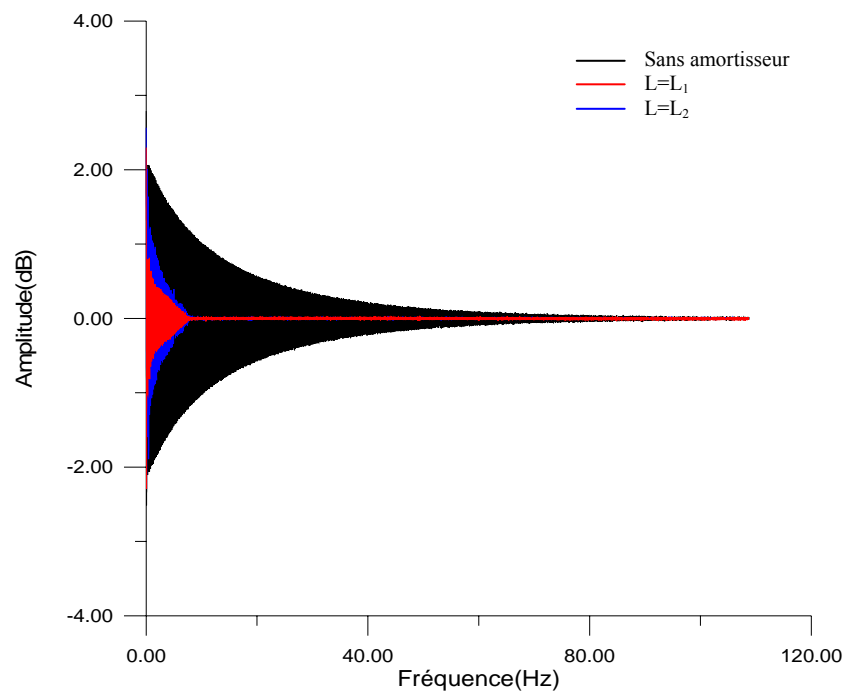


a : domaine temporel

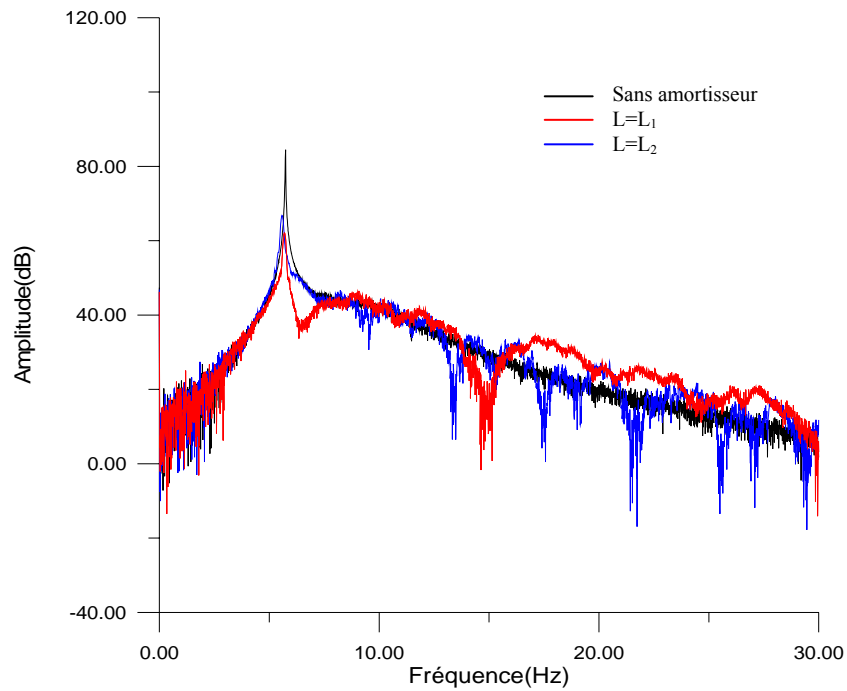


b : domaine fréquentiel

Fig-4.9-: Effet de la longueur de la cavité (bille A)



a : domaine temporel



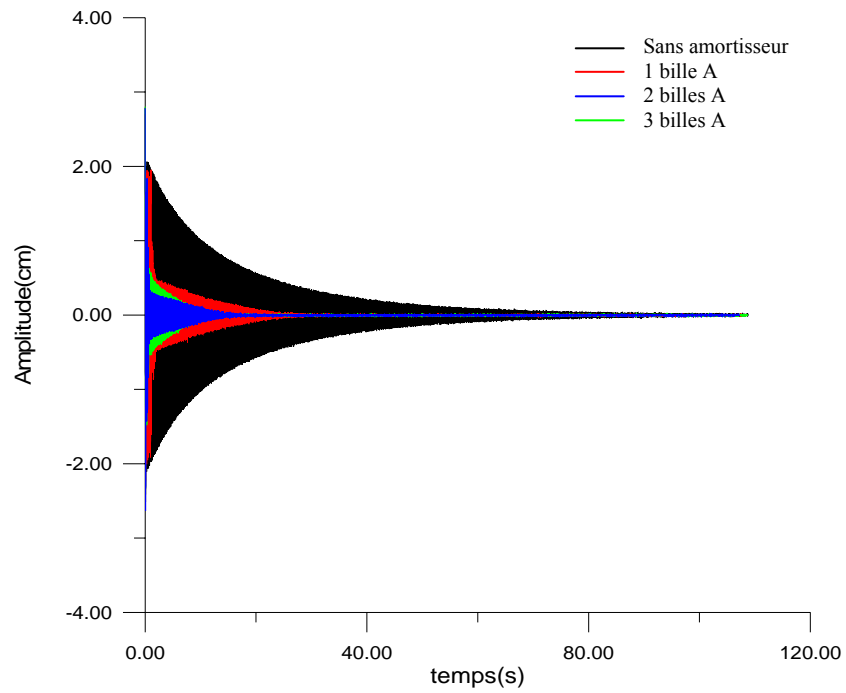
b : domaine fréquentiel

Fig-4.10-: Effet de la longueur de la cavité (bille B)

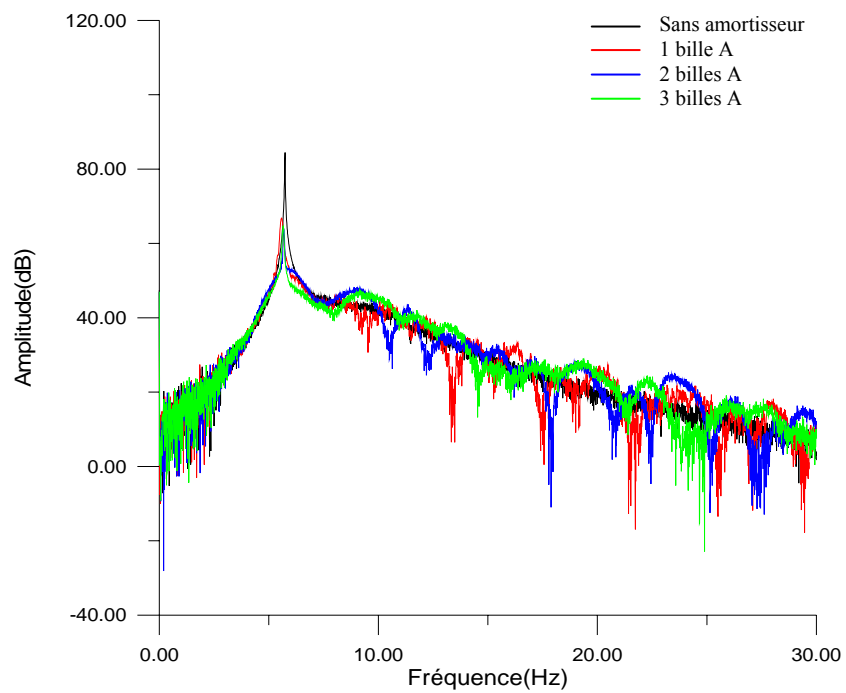
Dans le cas de la bille A la longueur de la cavité a un faible effet sur la réponse de la poutre, tandis que dans le cas de la bille B la réponse obtenue avec la boîte de longueur L_1 est inférieure à celle obtenue en utilisant la boîte de longueur L_2 .

c) Effet du nombre des billes :

Dans la cavité de longueur L_2 on a placé 1,2,3 bille A respectivement et les graphes obtenus sont représentés dans la fig-4.11-



a : domaine temporel



b : domaine fréquentiel

Fig-4.11-: Effet du nombre des billes

Le cas où on a utilisé 2 billes, on a obtenu l'atténuation la plus importante de la réponse. Ceci peut être dû au fait que le passage de deux à 3 billes diminue l'espace libre dans la cavité ce qui diminue l'élan de la force d'impact des particules. Donc il existe une valeur optimum pour le nombre des billes, comme établi précédemment dans l'étude numérique.

III. Conclusion :

A partir de ces deux études on peut constater ce qui suit:

1. les résultats établis à partir de l'étude numérique correspondent d'une manière qualitative à ceux obtenus par les essais expérimentaux.
2. l'efficacité de cet amortisseur dépend aussi bien des caractéristiques de la poutre que celles de l'amortisseur lui-même.

Chapitre V :

Conclusions et Recommandations

I. Synthèse :

Dans ce mémoire on s'est intéressé à l'amortissement granulaire et son rôle dans la réduction des vibrations. Tout d'abord une étude bibliographique a été établie à travers laquelle on a constaté les points suivants :

1. le milieu granulaire est un milieu complexe dont l'étude peut s'effectuer selon deux approches: l'approche continue et l'approche discrète.

L'approche continue considère le milieu granulaire comme continu. Elle ne s'intéresse pas au comportement particulier de chaque graine mais au comportement du milieu dans son ensemble.

L'approche discrète au contraire, considère que le milieu granulaire comme discontinu où chaque graine ou particule est modélisée comme un élément à part entière régi par les forces appliquées de son voisinage.

2. l'amortisseur granulaire est un amortisseur passif, qui présente deux qualités principales qui sont la simplicité et l'efficacité, cependant cette efficacité dépend de différents paramètres liés à l'excitation et à l'amortisseur lui-même.

Après l'étude bibliographique, on s'est proposé de traiter l'exemple d'une poutre encastrée à laquelle est attachée un amortisseur granulaire. Une étude numérique a été établie grâce à un programme écrit en FORTRAN. Cette étude a été menée en considérant le milieu granulaire comme discret, et les conclusions qui ont été faites sont :

1. la méthode de DEM est une méthode qui nécessite un important temps de calcul; donc si le nombre des particules est très important l'étude sera plus compliquée.
2. l'efficacité de ce dispositif dépend aussi bien des caractéristiques de l'amortisseur lui même que des conditions dans lesquelles il est utilisé.
3. son efficacité lorsque il est bien conçu est remarquable.

Après l'étude numérique on a réalisé quelques essais au laboratoire où on a constaté que l'efficacité de cet amortisseur est aussi réelle que théorique, en plus on a remarqué l'existence d'une similitude entre les résultats théoriques et expérimentaux.

II. Recommandations :

L'ensemble des résultats obtenus par les chercheurs et celles établies dans ce mémoire montrent, que c'est un amortisseur caractérisé par une simplicité et une efficacité remarquable, ce qui fait de lui un moyen intéressant pour la réduction des vibrations. Cependant la présente étude peut être considéré comme une étude préliminaire, ce qui nécessite d'effectuer d'autres travaux de recherche, d'où les recommandations suivantes:

- étudier l'effet de cet amortisseur sur une structure réelle, tel un bâtiment ou un pont soumis à une excitation sismique.
- traiter un cas où on utilise la méthode continue; par exemple on peut considérer le cas d'un bâtiment de plusieurs niveaux, et dans la terrasse on prévoit une cavité remplie partiellement de sable.
- Faire une étude pour évaluer le coût d'un tel dispositif.
- Etudier d'autres dispositifs d'amortissement.

III. Conclusion :

Pour conclure ce mémoire on peut dire que les systèmes d'amortissement structural représentent un véritable atout pour la réduction des vibrations. Toutefois, ils restent un choix optionnel en considérant l'aspect économique et pratique. Et concernant l'amortisseur cité dans cette étude, on peut dire qu'il représente un important potentiel d'amortissement; néanmoins il reste un important chemin à faire pour le rendre applicable pour les constructions réelles.

Références :

- [1] **Abe.M, Igusa.T** (1995), "Tuned mass dampers for structures with closely spaced natural frequencies". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.24, pp. 247 - 261
- [2] **Boyalakuntla.D.J** (2003), "Simulation of Granular and Gas-Solid Flows Using Discrete Element Method", *PhD THESIS, Carnegie Mellon University, Pennsylvania*,
- [3] **Broch.J.T** (1984), "Mechanical Vibration and Shock Measurements", 2^{ème} edition, *Brüel&Kjaer*
- [4] **Clough.R.W, Penzien.J** (1980) : " Dynamique des Structure Tome 1:Principes Fondamentaux",*edition pluralis*
- [5] **Coaplen.J.O** (2002), "Predicting Composite Coefficients of Restitution for Collisions between Disparate Bodies from Self-Similar Collision Data": *Master thesis, University of California*
- [6] **Coaplen.J, Stronge.W.J, Ravani.B** (2003), " Work equivalent composite coefficient of restitution", *International Journal of Impact Engineering*,30(6)
- [7] **Dyke.S. J., Spencer Jr .B.F, Quast.P, Sain.M.K.** (1995), "Role of Control-Structure Interaction in Protective System design", *Journal of Engineering Mechanics*, vol 121, No. 2, pp. 322-338
- [8] **Falcon.E, Laroche.C, Fauve.S, Coste.C** (1998), "Collision of 1-D Column of Beads with Wall", *The European physical journal B*, pp 111-131
- [9] **Fertis.D.G** (1995), "Mechanical and Structural Vibrations", *John Wiley and sons INC, Canada*

-
- [10] **Figini.A** (2001), “Influence de la Température sur le Facteur de Perte des Alliages à Fort Amortissement”, *Mémoire Présenté en vue de L'obtention du Diplôme de Maîtrise des Sciences Appliquées(Génie Mécanique), Ecole Polytechnique de Montréal, Canada*
- [11] **Fowler.B.L, Flint.E.M, Olson.S.E** (2000), “Effectiveness and Predictability of Particle Damping”, *Smart Structures and Materials: Damping and isolation, vol 3989, pp 356-367. Proceeding of SPIE conf on Damping and Isolation, Newport Beach, CA, USA, March.*
- [12] **Fowler.B.L, Flint.E.M, Olson.S.E** (2001), “Design Methodology for Particle Damping”, *Smart Structures and Materials: Damping and isolation, vol 4331 pp186-197. SPIE conference on Smart Structures and Materials, Newport Beach, CA, USA, March4-8*
- [13] **Johnson.E.A, Ramallo.J.C, SpencerJr .B.F, Sain.M.K** (1998), “intelligent base isolation systems”, *Proc 2nd world conf. on structural control, Kyoto, Japan vol.1, pp 367-376*
- [14] **Kadak.A** (2002), “Pebble Dynamics in PBMR Experiment and Modeling”, *Project Report, course 22.033/22.33, Department of Nuclear Engineering, Massachusetts Institute of Technology*
- [15] **Kelly.T.E** (2001), “Base isolation of structures”, *Design Guidelines, Holmes Consulting Group Ltd, Wellington, New Zealand*
- [16] **Kelly.T.E** (2001), “in-structures damping and energy dissipation”, *Design Guidelines, Holmes Consulting Group Ltd, Wellington, New Zealand*
- [17] **Koh.C.G, Mahatma.S, Wang.C.M** (1995), “Reduction of Structural Vibrations by Multiple-Mode Liquid Dampers “, *Engineering structure vol 17, n°. 2, pp 122-127*

-
- [18] **Lin.W.H,Chopra.A.K** (2002), “Earthquake Response of Elastic SDF Systems with Non-Linear Fluid Viscous Dampers”, *Earthquake engineering and structural dynamics*, volume 31, pp1623-1642
- [19] **Meslem.A** (2004), "Identification De L' Amortissement Des Structures Réelles Soumises A Des Excitations Forcées ", *Thèse de Magister, USTHB*
- [20] **Nacer.N** (1988), “Inelastic Response of Structures with Added Damping and Stiffness Subjected to Cyclic Loading”, : *Master thesis, Department of civil engineering, The University of Michigan College of engineering*
- [21] **Nayfeh S.A, Verdirame.J.M, Varanasi.K.K** (2003), “Damping of Flexural Vibration by Coupling to Low-Density Granular Materials”, *Smart Structures and Materials :Damping and Isolation*, vol 4697, pp 158-167
- [22] **Olsen.S.E** (2003), “An Analytical Particle Damping Model”, *Journal of Sound and Vibration* vol 264, pp 1155-1166
- [23] **Olsson.H, Aström.K.J, Canudas.C.W, Gäfvert.M, Lischinsk.P** (1997), “Friction Models and Friction compensation”, *European Journal of Control* 4(3), 176–195
- [24] **Ouakli .A** (2003), “Contrôle de la Réponse Sismique des Structures de Bâtiments par des Amortisseurs a Friction”, *Thèse de Magister, USTHB*
- [25] **Ramallo.J.C, Johnson.E.A, SpencerJr .B.F** (2002), “Smart Base Isolation Systems”, *Journal of Engineering Mechanics*, vol.128, n°10, pp1088-1100
- [26] **Saïki.M** (2002), “Impact Damping With Granular Materials in a Horizontally Vibrating System”, *Journal of sound and Vibration* vol 251, n°1, pp153-161

-
- [27] **Schafer.B.C, Quigley.S.F, Chan.A.H (2001)**, “Evaluation of a FPGA implementation of the Discrete Element Method”, *Proceedings of the 11th International Conference on Field-Programmable Logic and Applications*, pp306-314
- [28] **Shen.H.H, Ji.S**, (2004), “Contact Force Models for Granular Flows”, *Report No. 04-02, Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, New York*
- [29] **Tianning.C, Kuanmin.M, Xieqing.H, Wang.M.Y** (2001), “Dissipation Mechanisms of Non-Obstructive Particle Damping Using Discrete Element Method”, *Proceeding of SPIE, Smart Structures and Materials: Damping and Isolation*, vol 4331 , pp 294-301
- [30] **Ting-Kong.C** (1999), “Design of an Adaptive Dynamic Vibration Absorber”, *Master Thesis of engineering science, Department of Mechanical Engineering, University of Adelaide South Australia.*
- [31] **Varanasi.K.K, Nayfeh.S.A** (2003), “Damping of Flexural Vibration By Low-Density Foams and Granular Materials”, *ASME Design Engineering Technical Conferences, Chicago, Illinois, USA*
- [32] **Wu.J, Genda.C** (2001), “Seismic performance of multiple tuned mass dampers in suppressing multi-mode responses of building structures”, *Smart Structures and Materials 2001: Smart Systems for Bridges, Structures, and Highways, Proceedings of SPIE Vol. 4330 pp 460-470*
- [33] **Yang G.Q** (2001), “Large-Scale Magneto- Rheological Fluid Damper for Vibration Mitigation: Modeling, Testing and Control”, *PhD dissertation Department of Civil Engineering and Geological Sciences, Notre Dame, Indiana*

- [34] **Yang.M.Y** (2003), “Development of Master Design Curves for Particle Impact Dampers”, *PhD Thesis, The Pennsylvania State University*
- [35] **Zhiwei.X, Wang.M.Y, Chen.T** (2003), “Particle Damping For Passive Vibration Suppression: Numerical Modeling with Experimental Verification”, *ASME Design Engineering Technical conferences and computers and Information In Engineering Conference, Chicago, Illinois, USA*
- [36] **Zhiwei.X, Wang.M.Y, Chen.T** (2004): “An Experimental Study of Particle Damping for Beams and Plates”, *Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 126, pp 141-148*
- [37] **Règles Parasismiques Algériennes RPA 99**: *Document Technique Réglementaire D.T.R-B.C.-2.48*

ANNEXE

Equation du mouvement d'une poutre continue

Soit une poutre rectiligne fig-A.1- de longueur L , de masse linéaire $\bar{m}(x)$, et de rigidité flexionnelle $EI(x)$. Soumise à un chargement quelconque $p(x,t)$ et les conditions d'appui sont arbitraire.

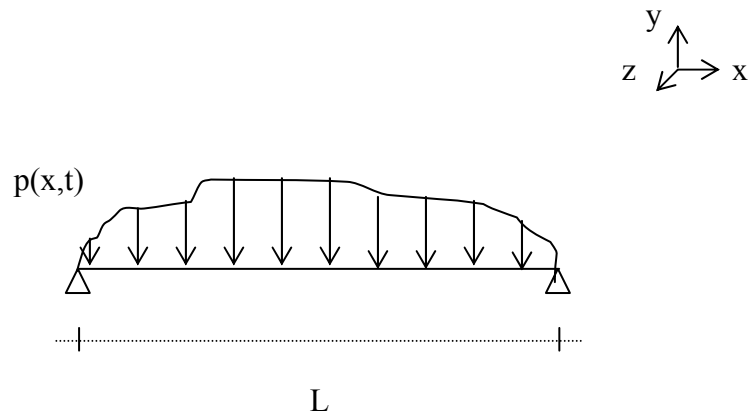


Fig-A.1-: Poutre soumise à un chargement arbitraire

En considérons l'équilibre d'un segment dx de cette poutre fig-A2- :

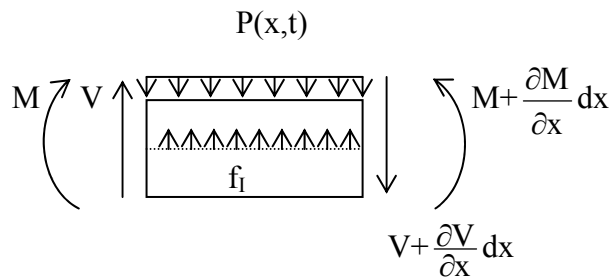


Fig-A2-:Equilibre d'un segment dx de la poutre

M : le moment de flexion

V : l'effort tranchant

f_I : la force d'inertie répartie de la poutre

a) Equilibre des forces :

$$V + f_l dx - V - \frac{\partial V}{\partial x} dx = p(x,t)dx \dots\dots\dots (1)$$

Sachant que : $f_l = \bar{m}(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$, (1) devient :

$$V + \bar{m}(x) dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - V - \frac{\partial V}{\partial x} dx = p(x,t)dx \dots\dots\dots (2)$$

d'où :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \bar{m}(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - p(x,t) \dots\dots\dots (3)$$

b) Equilibre des moments :

$$M + V dx - (M + \frac{\partial M}{\partial x} dx) = 0 \dots\dots\dots (4)$$

d'où :

$$V = \frac{\partial M}{\partial x} \dots\dots\dots (5)$$

En remplaçant V dans (3) :

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \bar{m}(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - p(x,t) \dots\dots\dots (6)$$

D'après la théorie des poutres on sait que la relation entre le moment et la flèche est donnée par:

$$M = -EI(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \dots\dots\dots (7)$$

D'où :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) + \bar{m}(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p(x,t) \dots\dots\dots (8)$$

Dans le cas particulier où :

$$EI(x) = EI$$

$$\bar{m}(x) = \bar{m}$$

$$p(x,t) = 0$$

L'équation (8) devient :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) + \bar{m} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots(9)$$

On considérant que la réponse est sous la forme :

$y(x,t) = \varphi(x)\psi(t)$ (9) devient :

$$EI \psi(t) \frac{\partial^4 \varphi(x)}{\partial x^4} + \bar{m} \varphi(x) \ddot{\psi}(t) = 0 \dots\dots\dots(10)$$

En divisant (10) par $EI \varphi(x)\psi(t)$ on obtient :

$$\frac{\varphi''''(x)}{\varphi(x)} + \frac{\bar{m}}{EI} \frac{\ddot{\psi}(t)}{\psi(t)} = 0 \dots\dots\dots(11)$$

Le premier terme de l'équation (11) est fonction de x seulement et le deuxième terme est fonction de t seulement. Donc l'équation ne peut être satisfaite quelque soit x et t que dans le cas où les deux termes sont égaux à la même constante :

$$\frac{\varphi''''(x)}{\varphi(x)} = a^4 = - \frac{\bar{m}}{EI} \frac{\ddot{\psi}(t)}{\psi(t)} \dots\dots\dots(12)$$

On obtient ainsi deux équations différentielles linéaires :

$$\frac{\bar{m}}{EI} \frac{\ddot{\psi}(t)}{\psi(t)} = - a^4 \dots\dots\dots(13)$$

$$\frac{\varphi''''(x)}{\varphi(x)} = a^4 \dots\dots\dots(14)$$

De l'équation (13) on a:

$$\ddot{\psi}(t) + \omega^2 \psi(t) = 0 \dots\dots\dots(15)$$

Avec :

$$\omega^2 = a^4 \frac{\bar{m}}{EI} \dots\dots\dots(16)$$

L'équation (13) est une équation différentielle linéaire du premier ordre dont la solution est :

$$\psi(t) = \psi(0)\cos(\omega t) + \frac{\dot{\psi}(0)}{\omega}\sin(\omega t) \dots\dots\dots(17)$$

Pour l'équation (14) la solution est de la forme :

$$\varphi(x) = ce^{sx} \dots\dots\dots(18)$$

On remplaçant dans (12) :

$$\begin{aligned} cs^4 e^{sx} - a^4 ce^{sx} &= 0 \dots\dots\dots(19) \\ \Rightarrow (s^4 - a^4) e^{sx} &= 0 \\ \Rightarrow s = \pm a \quad s = \pm ia \end{aligned}$$

La solution est donc:

$$\varphi(x) = c_1 e^{iax} + c_2 e^{-iax} + c_3 e^{ax} + c_4 e^{-ax} \dots\dots\dots(20)$$

D'où :

$$\varphi(x) = A_1 \sin(ax) + A_2 \cos(ax) + A_3 \sinh(ax) + A_4 \cosh(ax) \dots\dots\dots (21)$$

Les constantes A_i sont déterminé à partir des conditions aux limites

Annexe : Equation du mouvement d'une poutre continue

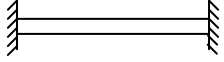
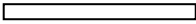
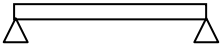
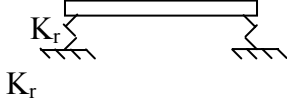
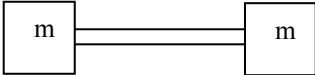
	Conditions à gauche	Poutre	Conditions à droite
Encastré	$y(0,t)=0 ; \frac{\partial y}{\partial x} \Big _{x=0} = 0$		$Y(L,t)=0 ; \frac{\partial y}{\partial x} \Big _{x=L} = 0$
Libre	$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big _{x=0} = 0$ $EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big _{x=0} = 0$		$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big _{x=L} = 0$ $EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big _{x=L} = 0$
Appuis simples	$y(0,t)=0 ; \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big _{x=0} = 0$		$Y(0,t)=0 ; \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big _{x=L} = 0$
Appuis Ressort	$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big _{x=0} = K_r \frac{\partial y}{\partial x}$ $EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big _{x=0} = -K_r y$		$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big _{x=L} = K_r \frac{\partial y}{\partial x}$ $EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big _{x=L} = -K_r y$
Masses fixées aux extrémités	$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big _{x=0} = 0$ $EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big _{x=0} = -m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$		$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big _{x=L} = 0$ $EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big _{x=L} = m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

Tableau-1- : Conditions aux limites pour des vibrations latéral dans une poutre

Pour une poutre console à laquelle une masse Fig-A.3-concentrée est attachée à l'autre extrémité on a les conditions initiales suivantes :

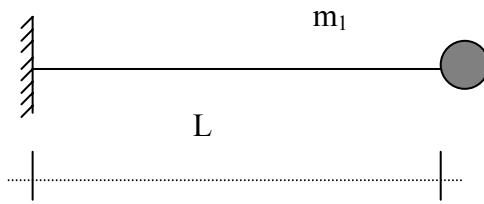


Fig-A.3- poutre encasté avec masse concentrée à son extrémité libre

- 1) $\varphi(0) = 0$
- 2) $\varphi'(0) = 0$
- 3) $EI\varphi''(L) = 0$
- 4) $EI\varphi'''(L) + \omega^2 m_1 \varphi(L) = 0$

Ces conditions aux limites ainsi que l'équation (21) nous mènent à :

$$1 + \cos(\beta)\cosh(\beta) + \frac{m_1}{mL} \beta [\cos(\beta)\sinh(\beta) - \sin(\beta)\cosh(\beta)] = 0 \dots\dots\dots (22)$$

avec : $\beta = aL$

La résolution de cette équation nous donne la pulsation propre du système sachant que :

$$\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \dots\dots\dots (23)$$

L'équation de forme est donc:

$$\varphi(x) = A_1 \left[\sin(ax) \sinh(ax) + \frac{\sin(\beta) + \sinh(\beta)}{\cos(\beta) + \cosh(\beta)} (\cosh(ax) - \cos(ax)) \right] \dots\dots\dots (24)$$

Propriété de l'orthogonalité :

D'après la loi de Betti, le travail fourni par les forces d'inertie du mode n agissant sur le déplacement du mode m est égal au travail fourni par les forces d'inertie du mode m agissant sur le déplacement du mode n :

$$\int_0^L y_m(t, x) f_{In}(x) dx = \int_0^L y_n(t, x) f_{Im}(x) dx \dots\dots\dots(25)$$

Comme :

$$y_n(t, x) = \psi_n(t) \varphi_n(x) \dots\dots\dots(26)$$

$$f_{In} = \bar{m} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \bar{m} \ddot{\psi}_n(t) \varphi_n(x) \dots\dots\dots(27)$$

En remplaçant dans (25) on obtient :

$$(\omega_n^2 - \omega_m^2) \int_0^L \varphi_m(x) \varphi_n(x) \bar{m}(x) dx = 0 \dots\dots\dots(28)$$

Pour $n \neq m$

$$\int_0^L \varphi_m(x) \varphi_n(x) \bar{m}(x) dx = 0 \dots\dots\dots(29)$$

Et c'est ce qu'on appelle la propriété d'orthogonalité pour les masses.

L'équation du mouvement est donnée par :

$$\bar{m} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (c_s I \frac{\partial^3 y}{\partial x^2 \partial t}) + c(x) \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}] = p(x, t) \dots\dots\dots (30)$$

En remplaçant $y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(x) \psi_i(t)$ dans (30) on obtient :

$$\sum_{i=1}^{\infty} \bar{m} \varphi_i(x) \ddot{\psi}_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d^2}{dx^2} \left[c_s I \frac{d^2 \varphi_i(x)}{dx^2} \right] \dot{\psi}_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} c(x) \varphi_i(x) \dot{\psi}_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 \varphi_i(x)}{dx^2} \right] \psi_i(t) = p(x, t) \dots \dots \dots (31)$$

En considérant un amortissement de Rayleigh de la forme:

$$c_s = a_1 E \dots \dots \dots (32)$$

$$c(x) = a_1 \bar{m} \dots \dots \dots (33)$$

Pour une poutre en mouvement libre non amorti on a :

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 \varphi_n}{dx^2} \right] = \bar{m} \omega_n^2 \varphi_n(x) \dots \dots \dots (34)$$

En remplaçant dans (31) on obtient :

$$\sum_{i=1}^{\infty} \bar{m} \varphi_i(x) \ddot{\psi}_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} a_1 \omega_i^2 \bar{m} \varphi_i(x) \dot{\psi}_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} a_0 \bar{m} \varphi_i(x) \dot{\psi}_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i^2 \bar{m} \varphi_i \psi_i = p(x, t) \dots (35)$$

En multipliant de part et d'autre par $\varphi_n(t)$ et en intégrant :

$$\sum_{i=1}^{\infty} \ddot{\psi}_i(t) \int_0^L \varphi_n(x) \bar{m} \varphi_i(x) dx + \sum_{i=1}^{\infty} (a_0 + a_1 \omega_i^2) \dot{\psi}_i(t) \int_0^L \varphi_n(x) \bar{m} \varphi_i(x) dx + \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i^2 \psi_i(t) \int_0^L \varphi_n(x) \bar{m} \varphi_i(x) dx = \int_0^L \varphi_n(x) p(x, t) dx \dots \dots \dots (36)$$

En appliquant la propriété de l'orthogonalité on a:

$$M_n \ddot{\psi}_n + (a_0 + a_1 \omega_n^2) M_n \dot{\psi}_n(t) + \omega_n^2 M_n \psi_n(t) = P_n(t) \dots \dots \dots (37)$$

En considérant le facteur d'amortissement du n^{ieme} mode comme étant :

$$\xi_n = \frac{a_0}{2\omega_n} + \frac{a_1\omega_n}{2} \dots\dots\dots(38)$$

Et en divisant par M_n on obtient :

$$\ddot{\psi}_n + 2\xi_n\omega_n\dot{\psi}_n(t) + \omega_n^2\psi_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n} \dots\dots\dots(39)$$

La résolution de cette équation nous donne $\psi_n(t)$

La réponse globale est donc :

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_n(x) \psi_n(t) \dots\dots\dots(40)$$

Bien sûr on ne calculera pas tous les modes de vibration puisque la réponse converge vers la réalité au bout de quelques modes seulement.