

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

HOUARI BOUMEDIENE

(USTHB)-ALGER

FACULTE DE PHYSIQUE



THESE

Présentée pour l'obtention du diplôme de

DOCTEUR D'ETAT

EN PHYSIQUE

Spécialité : PHYSIQUE DES MATERIAUX

Par : Nasreddine HAINE

SUJET

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DES PROPRIETES
DIELECTRIQUES EN HYPERFREQUENCE
DES EMULSIONS ENTRETENUES MECANIQUEMENT**

Soutenue publiquement le 18 Décembre 2003 devant le jury composé de :

Mlle. Naziha KESRI	Professeur U.S.T.H.B.	Président
Mr. André DESCHAMPS	Professeur honoraire Université de Rouen	Directeur de la thèse
Mr. Mohamed BENDAOU	Professeur U.S.T.H.B.	Examineur
Mr. Jean Louis GREFFE	Professeur Université de Nancy.	Examineur
Mr. Nadir BELDJOUDI	Maître de Conférence U.S.T.H.B.	Examineur
Mlle. Ammal TAZEROUTI	Maître de Conférence U.S.T.H.B.	Examineur

A mon père défunt, à ma mère et à ma belle-mère .

A ma femme et à mes enfants

A mes frères et sœurs

A tous ceux qui ont contribué à la réalisation de cette thèse

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire Physiques des Matériaux. Monsieur Mohamed BENDAOUD m'y a accueilli, je lui en suis très reconnaissant.

Que Monsieur V. CAGAN, Maître de Recherche au Laboratoire du C.N.R.S. de Bellevue, trouve ici l'expression de notre gratitude pour l'aide qui n'a cessé d'apporter à notre laboratoire.

Je remercie également Messieurs J.L. GREFFE, Professeur à l'E.N.S.I.C. de Nancy, et F. BROUERS, Professeur à l'Université de Liège, de m'y avoir accueilli chacun et aidé pour la documentation sur ce sujet.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur A. DESCHAMPS, Professeur à l'Université de Rouen, qui a assuré la direction de cette thèse.

Mes sincères remerciements à Mademoiselle N. KESRI, Professeur à l'U.S.T.H.B., d'avoir accepté la présidence de ce jury.

Mademoiselle A. TAZEROUTI, Maître de Conférence U.S.T.H.B., et Messieurs J.L. GREFFE, Professeur Université de Nancy, et N. BELDJOUDI, Maître de Conférence U.S.T.H.B., ont accepté de siéger dans mon jury. Je leur en suis très reconnaissant.

SOMMAIRE

SOMMAIRE

LISTE DES SYMBOLES.....	IV
-------------------------	----

INTRODUCTION.....	1
-------------------	---

CHAPITRE I : EMULSION EAU HUILE ENTRETENUE MECANIQUEMENT.

1. Grandeurs physiques.....	3
1.1. Masse volumique.....	3
1.2. Densité.....	4
1.3. Coefficients de dilatation et de compressibilité	4
1.4. Coefficient de viscosité.....	5
1.5. Tension superficielle et interfaciale	7
2. Généralités sur la notion d'écoulement de liquides newtoniens.....	8
3. Formation des émulsions entretenues mécaniquement.....	13
4. Formation des émulsions stabilisées par tensioactifs.....	19
4.1. Généralité.....	19
4.2. Tensioactifs.....	20
4.2.1. Classification.....	20
4.2.2. Propriétés générales	22
4.3. Emulsions et microémulsions.....	26
4.3.1. Stabilité.....	26
4.3.2. Structure et diagramme de phases.....	27

CHAPITRE II : PROPRIETES DIELECTRIQUES DES MILIEUX CONTINUS-DISPERSES.

1. Théories sur la Permittivité Diélectrique.....	31
1.1. Théories basées sur des modèles phénoménologiques.....	31
1.1.1. Théorie de Wiener.....	31
1.1.2. Théorie de Rayleigh.....	33
1.1.3. Théorie de Wagner.....	33
1.1.4. Théorie de Higuchi.....	34
1.1.5. Théorie de bruggeman-Hanai.....	35
1.1.6. Théorie de Kubo Nakamura.....	36
1.1.7. Théorie de Landau-Lifshitz.....	37
1.2. Théories basées sur des modèles de type moléculaire.....	38
1.2.1. Théorie de Clausius Mossoti.....	38
1.2.2. Théorie d'Onsager.....	40
1.2.3. Théorie de Greffe et Grosse.....	41
1.3. Théories Générales.....	43
1.3.1. Théorie de Lichtenecker-Rother.....	43
1.3.2. Théorie de Landau-Lifshitz.....	44
1.3.3. Théorie de Looyenga.....	44
2. Discussions et comparaisons.....	44

CHAPITRE III : RAPPELS SUR LES EQUATIONS DE PROPAGATIONS LIBRE ET GUIDEE.

1. Equations de Maxwell et relations de passage.....	53
2. Propagation d'ondes planes harmoniques.....	57
2.1. Diélectrique LHI non absorbant et de dimension infinie.....	57
2.2. Diélectrique LHI absorbant de dimension infinie.....	58
3. Propagation guidée dans le cas harmonique.....	60
3.1. Définition d'un guide d'ondes.....	60
3.2. Equations de propagation guidée.....	61
3.3. Conditions aux limites.....	64
4. Modes propres.....	65
5. Guide rectangulaire. Mode TE.....	67

CHAPITRE IV : DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET METHODE DE MESURE.

1. Ensemble hyperfréquence.....	74
1.1. Cellule.....	74
1.2. Sonde et détection.....	77
2. Ensemble mécanique.....	78
3. Ensemble d'agitation et température.....	80
3.1. Système d'agitation.....	80
3.2. Ensemble de régulation de température.....	81
4. Méthode de mesure.....	83
4.1. Coefficient de réflexion.....	83
4.2. Taux d'ondes stationnaires.....	84
5. Méthode du court-circuit variable.....	85
6. Organigramme du programme informatique.....	89

CHAPITRE V : RESULTATS ET PRECISION DES MESURES..

1. Etude de l'eau.....	91
2. Etude du décane.....	95
3. Etude de l'émulsion eau-décane.....	95
4. Etude du limonène.....	100
5. Etude de l'émulsion eau-limonène.....	100
6. Précision pour la détermination de ϵ' et ϵ''	104

CHAPITRE VI : DISCUSSION DES RESULTATS ET APPLICATION DE LA THEORIE DE CHAMP MOYEN AUX EMULSIONS HUILE-EAU.

1. Introduction.....	105
2. Modèle proposé.....	110
3. Résultats et interprétations.....	113

**CHAPITRE VII: DETERMINATION PAR MESURES DIELECTRIQUES EN
HYPERFREQUENCE DU POURCENTAGE D'HUILE CONTENU DANS UNE PHASE
DISPERSEE D'EAU D'UNE EMULSION DE TYPE EAU DANS L'HUILE ENTRETEENUE
MECANIQUEMENT.**

1. Introduction.....	121
2. Choix de l'expression de la permittivité diélectrique de l'émulsion....	122
3. Modèle proposé.....	123
4. Calculs.....	125
5. Résultats et discussion.....	126
6. Conclusion.....	131
CONCLUSION GENERALE.....	132
BIBLIOGRAPHIE.....	134
ANNEXE.....	137

LISTE DES SYMBOLES

Lettres latines majuscules

A	(dB)	: Atténuation
C	(Vm ⁻¹)	: Champ électrique dans la cavité
D	(C m ⁻²)	: Champ déplacement
E	(Vm ⁻¹)	: Champ électrique moyen appliqué
E _c	(Vm ⁻¹)	: Champ électrique moyen dans la phase continue
E _d	(Vm ⁻¹)	: Champ électrique moyen dans la phase dispersée
E _L	(Vm ⁻¹)	: Champ électrique local
I	(A)	: Courant électrique
K		: Constante de Higuchi
H	(A m ⁻¹)	: Champ magnétique
P	(W)	: Puissance hyperfréquence
R	(Vm ⁻¹)	: Champ électrique de réaction
R _c	(m)	: Rayon de la sphère constituant la phase continue
R _d	(m)	: Rayon de la sphère constituant la phase dispersée
R _e		: Nombre de Reynolds
S	(m ²)	: Surface
T	(°C)	: Température
TOS		: Taux d'ondes stationnaires
V	(m ³)	: Volume
V ₁	(m ³)	: Volume du continuum d'huile
V ₂	(m ³)	: Volume d'eau
V ₃	(m ³)	: Volume d'huile dispersée dans l'eau
V _t	(V)	: Tension électrique
W	(J)	: Travail

Lettres latines minuscules

a,b	(m)	: Dimensions du guide rectangulaire
d		: Densité
d'	(m)	: Diamètre
f	(Hz)	: Fréquence
f ₁ , f ₂		: Probabilités
g _{e1} , g _{e2}		: Facteur de dépolarisation
h	(m)	: Hauteur de diélectrique
k	(m ⁻¹)	: Module du vecteur d'onde
k _c	(m ⁻¹)	: Module du vecteur d'onde de coupure
k _g	(m ⁻¹)	: Module du vecteur d'onde dans le guide
v	(m s ⁻¹)	: Vitesse linéaire
v _t	(V)	: Tension électrique
x, y, z	(m)	: Coordonnées cartésiennes

Lettres grecques

α	(m^{-1})	: Coefficient d'amortissement
α_d	($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	: Coefficient de dilatation
α_{dm}	($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	: Coefficient de dilatation moyen
β	(m^{-1})	: Constante de propagation
β_g	(m^{-1})	: Constante de propagation guidée
ε_e		: Permittivité diélectrique relative de l'émulsion
ε'_e		: Partie réelle de la permittivité diélectrique relative de l'émulsion (permittivité diélectrique réelle)
ε''_e		: Partie imaginaire de la permittivité diélectrique relative de l'émulsion (facteur de perte)
ε_E		: Permittivité diélectrique relative de l'eau
ε_c		: Permittivité diélectrique relative de la phase continue
ε_d		: Permittivité diélectrique relative de la phase dispersée
ε_D		: Permittivité diélectrique relative de la phase dispersée formée d'eau et d'huile
ε_{ei}		: Permittivité diélectrique relative intermédiaire de l'émulsion
ε_H		: Permittivité diélectrique relative de l'huile
ε_M		: Permittivité diélectrique relative moyenne de l'émulsion
ε_0	(F m^{-1})	: Permittivité diélectrique absolue du vide
ϕ_d		: Fraction volumique de la phase dispersée
ϕ_D		: Fraction volumique de la phase dispersée formée d'eau et d'huile
ϕ'_D		: Fraction volumique de la phase dispersée de l'émulsion huile dans l'eau
ϕ_H		: Fraction d'huile contenue dans l'eau
ϕ_i		: Fraction volumique d'eau à l'inversion de phase
Γ		: Coefficient de réflexion
η	(Pa s)	: Coefficient de viscosité
χ_T	(Pa^{-1})	: Coefficient de compressibilité à température constante
μ_0	(H m^{-1})	: Perméabilité magnétique absolue du vide
ν	($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)	: Coefficient de viscosité cinématique
θ	(rd)	: Angle de perte
ρ	(kg m^3)	: Masse volumique
σ	(dynes cm^{-1})	: Tension superficielle ou interfaciale
τ	(N m^{-2})	: Contrainte de cisaillement
ω	(rd s^{-1})	: Pulsation

INTRODUCTION

L'étude de la structure et de la stabilité des mélanges non miscibles ont fait l'objet de plusieurs travaux en particulier dans le domaine biologique et physico-chimique.

Ces mélanges peuvent être caractérisés par une détermination expérimentale des variations de la permittivité diélectrique complexe, en fonction de la fraction volumique des différents constituants.

Le but de ce travail est donc d'étudier la permittivité d'un mélange eau-huile à 9460 GHz. La technique de mesure choisie est celle du guide court-circuité qui se prête à ce cas. Pour éviter la séparation de l'eau et de l'huile, une agitation peut être assurée facilement à l'aide d'une circulation du fluide.

On enregistre, à l'entrée de la cellule, les variations de la puissance hyperfréquence en fonction de la hauteur de diélectrique dans celle-ci. Des calculs à partir des relevés graphiques sur des enregistrements permettent d'obtenir les valeurs de la permittivité diélectrique réelle ϵ_r' et du facteur de perte ϵ_r'' . Ce procédé a été amélioré par une méthode informatisée.

Afin d'expliquer le comportement diélectrique de ces mélanges dans le cas statique plusieurs théories d'approche phénoménologique et moléculaire ont été établies. Nous avons essayé de vérifier leur validité à 9460 MHz.

Ces théories ne tiennent pas compte de la structure réelle des émulsions et ne prévoient pas les inversions de phase. En s'aidant de la théorie de champ moyen, nous avons essayé de raccorder les courbes théoriques de la permittivité diélectrique d'émulsion au moment de l'inversion de phase.

De plus nous proposerons un modèle permettant d'évaluer la quantité d'huile qui pénètre dans les gouttelettes d'eau de phase dispersée des émulsions de type eau dans l'huile.

Le premier chapitre est consacré aux généralités sur les mélanges entretenus mécaniquement, le second expose les différentes théories établies sur la permittivité diélectrique de ces mélanges.

Dans le troisième chapitre nous rappelons les équations de propagations libre et guidée des ondes électromagnétiques

Dans le quatrième chapitre nous décrivons le dispositif expérimental et la technique de mesure.

Les résultats expérimentaux sont regroupés dans le cinquième chapitre.

Dans l'avant dernier chapitre, une discussion des résultats et une tentative de raccordement des courbes théoriques sont exposées.

Et enfin dans le dernier chapitre, nous proposons un modèle permettant de déterminer la quantité d'huile présente dans les gouttelettes de phase dispersée.

CHAPITRE I

EMULSION EAU HUILE

Avant d'aborder la description des structures des émulsions entretenues mécaniquement, il est utile de définir quelques grandeurs physiques relatives aux liquides et de rappeler les notions fondamentales d'écoulement de liquides en mécanique des fluides appliquée. Dans ce bref rappel, on fera abstraction des théories basées sur des modèles mathématiques, plus ou moins complexes, permettant d'expliquer le comportement de ces écoulements.

Pour plus de détails il est vivement conseillé de s'y référer au cours de Joulié ^[1].

1. Grandeurs physiques.

Pour caractériser les fluides on est amené à définir plusieurs grandeurs physiques. Elles peuvent être subdivisées en plusieurs groupes selon leur spécificité. Par exemple, la masse volumique, la densité et la viscosité sont des grandeurs propres à la nature du liquide ; la température et la pression définissent l'état du liquide ; la masse et le volume déterminent la quantité de liquide ; la vitesse, le débit et les forces de frottement traduisent le comportement et les effets de liquide ; l'énergie cinétique, potentielle, thermique indiquent les énergies véhiculées par le liquide .

Parmi ces grandeurs, nous ne citerons que quelques unes que nous jugeons importantes à rappeler.

1.1. Masse volumique :

Elle est le rapport entre une masse m de matière homogène et le volume V occupé par cette masse, qui s'écrit :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (I.1)$$

A titre d'exemple: à 20 °C et sous 1013 mbars, la masse volumique de l'eau $\rho_{\text{eau}} = 998 \text{ kg/m}^3$.

Pour les liquides, le volume est pratiquement insensible aux variations de pressions et, dans la majorité des cas, il augmente fortement avec une élévation de température, excepté l'eau faisant défaut à cette règle en dessous de 4 °C.

1.2. Densité :

La densité d'un corps est le rapport entre la masse m d'un certain volume V du corps et la masse m_0 du même volume d'un corps de référence, ce volume V étant pris dans les mêmes conditions de température et de pression. Elle est donnée par la relation :

$$d = \frac{m}{m_0} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

En d'autre terme elle représente le rapport des deux masses volumiques mesurées dans les mêmes conditions de pression et de température.

Le corps de référence dans le cas des liquides est l'eau. En général, les densités sont données pour les conditions 4 °C et 1013 mbars.

1.3. Coefficients de dilatation et de compressibilité :

On peut définir deux coefficients, le coefficient de compressibilité isotherme χ_T et le coefficient de dilation isobare α_d .

* χ_T , nous informe sur l'aptitude du liquide à subir des variations de volume V lorsqu'on lui impose, à température T constante, des variations de pression P . Il est donnée par :

$$\chi_T = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T \quad (I.3)$$

Les liquides sont peu compressibles ; les valeurs de χ_T sont par conséquent très faibles et sont comprises entre 10^{-10} et $10^{-4} \text{ m}^2/\text{N}$.

Exemple : $\chi_{T \text{ eau}} = 5,04 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$ à 0°C .

χ_T augmente avec une élévation de température (sauf dans le cas de l'eau) mais très peu. En revanche, on peut considérer que ce coefficient est indépendant de la pression.

* α , nous informe sur les variations de volume V d'un liquide lorsqu'on fait varier sa température T en maintenant sa pression P constante. Il est donné par :

$$\alpha_d = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad (\text{I.4})$$

les valeurs du coefficient de dilation α des liquides sont toujours relativement faibles et ne sont pas indépendantes de la température , elles croissent généralement en fonction de celle-ci. A cet effet on définit alors un coefficient de dilatation moyen α_m sur de petits intervalles de température.

$$\alpha_{dm} = \left(\frac{\Delta V}{V} \frac{1}{T} \right)_p \quad (\text{I.5})$$

Exemple : eau $\alpha_{dm}(0 < T < 10^\circ\text{C}) = 14,0 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\alpha_{dm}(50 < T < 100^\circ\text{C}) = 620 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

1.4. Coefficient de viscosité :

De façon générale, le coefficient de viscosité (ou tout simplement viscosité) définit la mesure de la résistance de ce liquide à l'écoulement stable (relativement lent). En d'autres termes, il détermine la contrainte de cisaillement τ (force par unité

de surface) d'une couche de liquide à se mouvoir, sans à coups, sur une couche adjacente. Elle est exprimée par :

$$\eta = \frac{\tau}{\left(\frac{dv_x}{dy}\right)} \quad (I.6)$$

où v_x est la vitesse du liquide dans la direction x de l'écoulement et y la distance mesurée perpendiculairement à la direction x de l'écoulement.

Dans les écoulements de liquides, on distingue 2 types de liquides. Les liquides newtoniens, leur viscosité est indépendante de τ , ou, ce qui revient au même, indépendant du gradient de la vitesse. C'est le cas des liquides purs de faible masse molaire ; par exemple, l'eau ($\eta = 1,005 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, à 20 °C et sous 1 bar). Les autres liquides dont la viscosité dépend de τ , seront appelés fluides non-newtoniens. C'est le cas des solutions polymères, les gels,... Leur étude relève de la rhéologie, domaine particulier de la mécanique.

La viscosité est généralement très sensible à la température, elle diminue pour une élévation de température. En revanche, elle est insensible à la pression.

Lorsqu'un liquide est mis en mouvement, une partie de l'énergie mécanique fournie ne sert qu'à vaincre les forces de frottements, elle est donc convertie en chaleur. L'énergie dissipée par unité de temps et de volume est proportionnelle au coefficient de viscosité η et au carré du gradient de la vitesse.

$$\frac{dW}{V dt} = \eta \left(\frac{dv}{dy}\right)^2 \quad (I.7)$$

Assez souvent la viscosité apparaît dans les problèmes d'écoulement de fluide combinée avec la masse volumique, sous la forme :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (I.8)$$

ce rapport est appelé viscosité cinématique.

1.5. Tension superficielle et interfaciale :

Contrairement à une molécule située à l'intérieur d'un liquide, une molécule située à l'interface (avec l'air par exemple) est soumise à une résultante de force non nulle, perpendiculaire à l'interface et dirigée vers l'intérieur du liquide. En effet la somme des actions attractives de toutes les molécules du liquide ne peuvent être compensée par celle de l'air. Ces molécules de surface se comportent donc comme une membrane tendue sur les autres molécules, comme pour les retenir, membrane qui comprime le liquide dans certains cas. D'où le terme de tension superficielle. L'épaisseur de cette couche superficielle de molécules varie entre 1 et 100 nm.

Pour accroître la surface d'un liquide, il faut apporter de l'énergie et l'expérience montre qu'il y a proportionnalité entre le travail dW que l'on fournit et l'augmentation de l'aire dS ; on écrit simplement :

$$dW = \sigma dS \quad (I.9)$$

Le coefficient de proportionnalité σ est appelé coefficient de tension superficielle ou tout simplement tension superficielle.

Quand l'interface est constituée de deux liquides, on définit de la même façon un coefficient de proportionnalité que l'on désigne par le terme tension interfaciale.

Exemple :

Eau-décane : $\sigma = 46,8 \text{ dynes/cm}$ à $T = 20^\circ\text{C}$.

Eau-limonène : $\sigma = 20,5 \text{ dynes/cm}$ à $T = 20,5^\circ\text{C}$.

La tension superficielle σ dépend d'une part de la nature des deux fluides en contact, d'autre part de la température. En pratique σ varie peu avec la nature du gaz qui surmonte les liquides. En revanche, ce coefficient diminue quand la température augmente.

2. Généralités sur la notion d'écoulement de liquides newtoniens. ^{[1], [2], [3]}

Lorsqu'un liquide s'écoule doucement dans une conduite cylindrique, l'écoulement est laminaire, les couches de liquide glissent entre elles parallèlement et sans à coups. Les trajectoires de ces couches, appelées lignes de courant, sont représentées par des lignes droites parallèles orientées dans le sens de l'écoulement. Le profil de la vitesse v de ces couches le long d'un diamètre de la section droite de la conduite est parabolique. La vitesse moyenne sur une section droite de l'écoulement donc relative au débit, est égale à la moitié de la vitesse maximale vitesse de la couche située sur l'axe de la conduite.

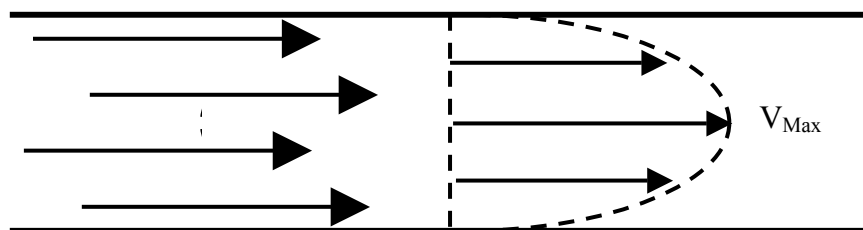


Figure I-1. Profil des vitesses en régime laminaire.

Quand la vitesse de l'écoulement croît, l'écoulement devient instable. Des mouvements chaotiques de parties de liquide de tailles différentes, appelées tourbillons, se produisent dans différentes directions de manière hasardeuse dans l'écoulement moyen. Le régime est dit turbulent.

Les filets de liquide, formés de quelques lignes de courant, se mélangent entre eux, ce qui favorise l'homogénéisation des vitesses et par suite des transferts de quantité de mouvement, de matière et de chaleur. Cependant au voisinage de la paroi la vitesse est faible, l'écoulement reste souvent laminaire sur une faible épaisseur appelée couche limite laminaire.

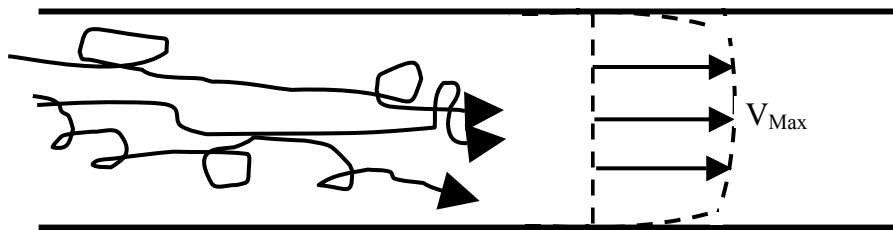


Figure I-2. Profil des vitesses en régime turbulent.

Les mesures expérimentales montrent que dans une section droite, le profil des vitesses moyennes dans le temps, le long d'un diamètre, est aplati et présente un fort gradient au voisinage de la paroi. Etant donné la complexité de ce type d'écoulement, à défaut de relations théoriques, de nombreuses relations semi-empiriques ont été établies sur la base de résultats expérimentaux, que nous résumons sur la figure suivante.

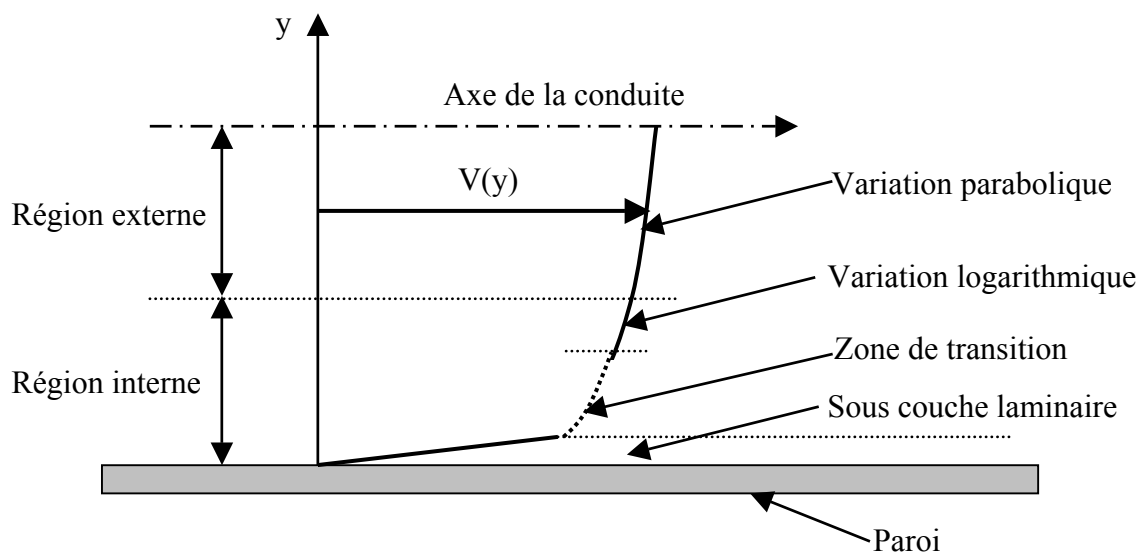


Figure I-3. Profil des vitesses en régime turbulent (Cas général).

On distingue habituellement deux régions : une région centrale, dite externe, qui correspond à plus de 90 % de l'écoulement et une région voisine de la paroi, dite interne. La région interne elle même est divisée en trois parties : la sous-couche laminaire, une zone transitoire et une région où l'écoulement est turbulent.

Dans la région centrale, très aplatie, la vitesse est indépendante des aspérités et dépend peu de la viscosité. L'écoulement est formé de tourbillons importants, allongés, contenant des tourbillons plus petits. L'intensité de la turbulence est à peu près constante dans ce domaine.

Dans la région interne, voisine de la paroi, le fort gradient de la vitesse impose au liquide des contraintes de cisaillement élevées et d'intenses frottements visqueux. L'intensité de la turbulence est très élevée. Il y a création de petits tourbillons. Certains de ces tourbillons immigrent vers le centre de la conduite où s'y trouve des tourbillons de plus grande taille.

L'écoulement turbulent remplace l'écoulement laminaire lorsque les effets d'inertie, caractérisés par ρv^2 sont élevés comparés aux effets visqueux caractérisés par $2\mu v/d'$ (d' diamètre de la conduite). Pour caractériser ce changement d'écoulement, Reynolds définit le rapport $\rho v^2/(\mu v/d')$ qui n'est d'autre que le rapport des effets d'inertie aux effets visqueux. Ce rapport noté R_e , est appelé nombre de Reynolds. Il s'exprime aussi, en fonction de la viscosité cinématique, par la relation :

$$R_e = \frac{v d'}{\nu} \quad (I.10)$$

Les mesures expérimentales des écoulements de liquide dans différentes conduites cylindriques lisses et droites confirment que le nombre de Reynolds R_e

caractérise vraiment le changement de régime. Pour R_e inférieur à 2000, l'écoulement est toujours laminaire. Entre 2000 et 4000, régime transitoire, le passage est progressif. Mais, généralement, pour les valeurs supérieures à 4000, la turbulence est complètement établie, l'écoulement est turbulent. Pour des conduites aux surfaces présentant des aspérités, la turbulence s'établit pour des R_e plus faibles.

Aussi faut-il remarquer, que l'écoulement ne s'établit pas nécessairement à l'entrée de la conduite. La longueur d'établissement L_e dépend de l'état de la surface de la paroi de la conduite. Le rapport L_e/d' (d' diamètre de la conduite) pour les surfaces lisses a pour valeur environ égale à 100, par contre pour les surfaces présentant des aspérités, sa valeur est plus petite.

Malgré le nombre important de petits tourbillons dans les écoulements turbulents de liquide, l'énergie cinétique est contenue entièrement dans les tourbillons de grandes tailles. Néanmoins ces petits tourbillons jouent un rôle très important dans l'écoulement turbulent ; la dissipation d'énergie transformée en chaleur leur est due essentiellement. A grande échelle, les tourbillons ne dissipent pas d'énergie, mais en se fracturant jusqu'à une échelle telle les forces visqueuses deviennent importantes, l'énergie cinétique se transforme en chaleur. En d'autre terme nous pourrions dire que les mouvements à petite échelle servent comme un "pont" à l'énergie cinétique pour être convertie en énergie thermique.

Un terme de perte de charge a été introduit pour exprimer de façon globale la chute de pression entre deux sections droites d'une même conduite. On considère deux types de perte de charge correspondant tous deux directement ou indirectement à une dissipation irréversible d'énergie, transformée en chaleur. Les pertes de charge linéaires (régulières) ont lieu dans les écoulements sans variation brusque de la vitesse ; elles sont dues uniquement aux frottements visqueux au sein du liquide et contre la paroi solide. Les pertes de charge singulières dues cette fois-ci aux variations brusques de la vitesse ; elles sont dues aux variations de la quantité de mouvement du liquide introduites par différents organes : coude, réduction, etc...

Enfin, pour assurer la circulation de l'émulsion nous avons choisi une pompe centrifuge. Elle est constituée d'une roue hélice qui tourne dans un corps. Le liquide arrive parallèlement à l'axe de rotation par aspiration. Il est projeté radialement dans la roue de la pompe qui contient des aubes d'entraînement. La rotation de pompe augmente la vitesse du liquide tandis que la force centrifuge qui le comprime sur la périphérie augmente sa pression. Le refoulement s'effectue par le haut.

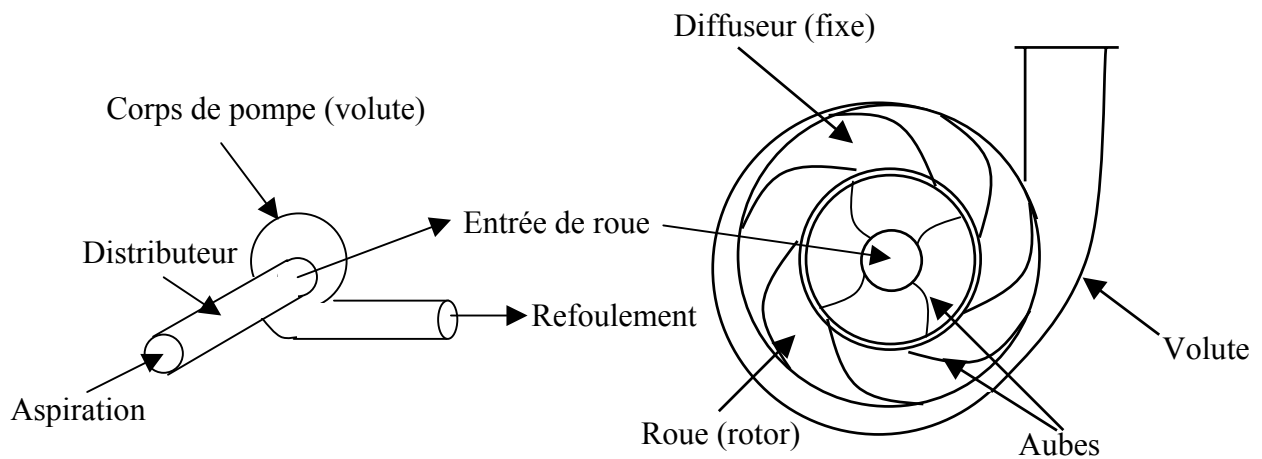


Figure I-4. Schéma d'une pompe centrifuge.

Parmi les avantages de ce type de pompe, nous citerons :

Un bon rendement 70 à 80%.

Construites en matière de plastique inaltérable, adaptée à toute sorte de liquide.

Le débit est continu (régulier).

Vitesse relativement élevée 750 à 3000tr/mn.

Si l'orifice de refoulement est obturé, la pompe ne subit aucun dommage, elle jouera le rôle d'un agitateur.

Et parmi les inconvénients :

Impossibilité de pomper des liquides trop visqueux ; la roue tourne dans le liquide sans l'entraîner.

Production d'une pression différentielle peu élevée, dont la valeur maximale est comprise entre 0,5 et 10 bars.

Ces pompes peuvent être branchées en série ou en parallèle. Le dernier cas n'est pas conseillé. Quand au premier cas, la pression différentielle est toujours inférieure à la somme des gains de charge de chaque pompe, mais par contre le débit, se trouve sensiblement augmenté par le fait de couplage.

3. Formation des émulsions entretenues mécaniquement.

Les émulsions sont des mélanges constitués de deux liquides non miscibles ou partiellement miscibles. Un des deux liquides, formant la phase dispersée, se trouve sous forme de fines gouttelettes dispersées dans le second, formant la phase continue.

La formation d'une émulsion liquide-liquide ^{[2], [3], [4]}, se produit en général en trois étapes. Quand un des deux liquides est injecté dans l'autre et que le processus d'agitation a commencé, des fragments sont présents en premier lieu. Ces derniers sont ensuite déformés en lamelles ou en forme de cigares ou ligaments longs qui ensuite se fragmenteront en gouttes de plus en plus petites jusqu'à ce que l'équilibre dynamique soit établi dans la phase continue, turbulente.

En théorie, cette troisième étape peut se produire en régime turbulent soit par l'action locale de cisaillement visqueux soit par les fluctuations des pressions dynamiques sur les distances correspondant aux diamètres des gouttes. En pratique, les régions des actions locales de cisaillement sont très petites comparées à celles des grosses gouttes de l'équilibre dynamique, et maintenant il est généralement accepté

que les fluctuations de pression de la phase continue turbulente déterminent à elle seule le spectre final de la taille des gouttes. Deux diamètres, vu leur importance, peuvent être définis, le diamètre moyen d'_m et le diamètre maximal d'_{max} .

Plusieurs études ont été réalisées pour les mesures des diamètres de ces gouttes formées dans les récipients munis d'agitateur à palettes^{[5], [6], [7]} et dans les tuyaux cylindriques^{[3], [7], [8], [9]}.

Dans les récipients, lorsque la vitesse de l'agitation augmente, un liquide se disperse dans l'autre. La forme, la taille et le nombre des palettes de l'hélice de l'agitateur sont très importants. La taille du récipient, la hauteur de liquide ainsi que l'immersion de l'agitateur le sont aussi. Un mauvais choix de l'un ou de l'autre laisse une petite quantité d'un liquide se mélanger avec le deuxième liquide, l'autre grande partie reste à la surface de séparation. Pendant la circulation, les gouttes de liquide se coalescent et se redispersent au voisinage des palettes ; un équilibre dynamique est atteint. Nous conseillerons au lecteur de se référer à l'étude faite par Nagata^[5] dans ce domaine.

Dans les tuyaux, le diamètre des gouttes dépend de l'intensité de la turbulence. Par conséquent, le diamètre maximal des gouttes est plus petit au niveau de la paroi et va en augmentant vers l'axe du tuyau ; l'étude détaillée est proposée par J.T.Davies (Chap. X)^[3].

Pacek et al^[10] ont étudié la structure des écoulements turbulents des liquides-liquides dispersés dans un récipient muni d'un agitateur. Les différents liquides utilisés sont l'eau, le chlorobenzène, le benzène, le toluène et le cyclohexane. Les caractéristiques physiques sont résumées dans le tableau suivant :

	Fraction volumique (kg/m ³)	Viscosité (mPas)	Tension interfaciale* (N/m)
Chlorobenzène	1106	0,75	0,0334
Benzène	879	0,65	0,0253
Toluène	867	0,59	0,0283
Cyclohexane	779	1,02	0,0442
Eau	998,2	1,00	

*Par rapport à l'eau.

Tableau I-1 Caractéristiques physiques des liquides utilisés par Pacek et al. ^[10]

Ils proposent deux manières de modifier la concentration du liquide dispersée soit en l'augmentant de façon continue ou soit par pas constant, depuis zéro jusqu'à la valeur où l'inversion de phase se produit ; les résultats expérimentaux obtenus sont identiques.

Une technique vidéoscopique élaborée a été utilisée, produisant des images (Figure I-5) qui montrent nettement, dans le cas d'une émulsion eau dans l'huile, une pénétration de gouttelettes d'huile dans les gouttes d'eau pour des fractions volumiques supérieures à 0,25. Pour une émulsion de type huile dans l'eau, la pénétration de l'eau dans l'huile n'a pas lieu. Ces auteurs remarquent aussi que la taille des gouttes dans les deux types d'émulsion, mesurée dans les mêmes conditions à savoir conditions hydrodynamiques équivalentes et fractions volumiques de phase dispersée égales, sont différentes et la taille est plus grande dans le cas où l'eau est la phase dispersée. De plus, dans ce cas ils constatent que l'inversion de phase se produit, à des fractions volumiques de phase dispersée plus faibles. Cette constatation confirme bien nos résultats obtenus sur les émulsions eau-décane et eau-limonène (chap.V).

Photographies prises par Pacek et al.

Eau dans chlorobenzène Chlorobenzène dans eau

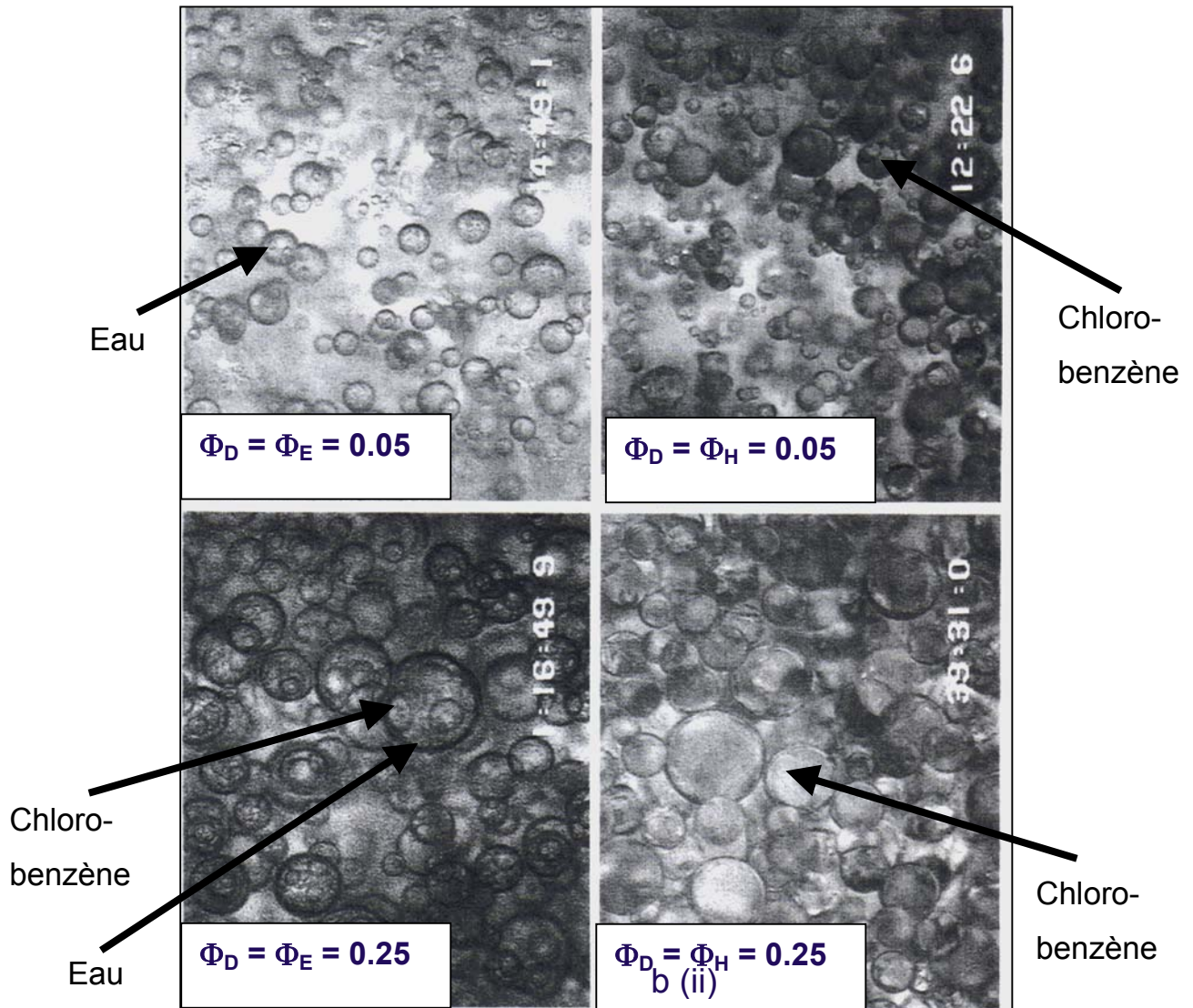


Figure I-5a. La variation des structures des écoulements turbulents du système eau- chlorobenzène pour une vitesse de l'agitateur de 400tr/mn.^[10]

Eau dans chlorobenzène Chlorobenzène dans eau

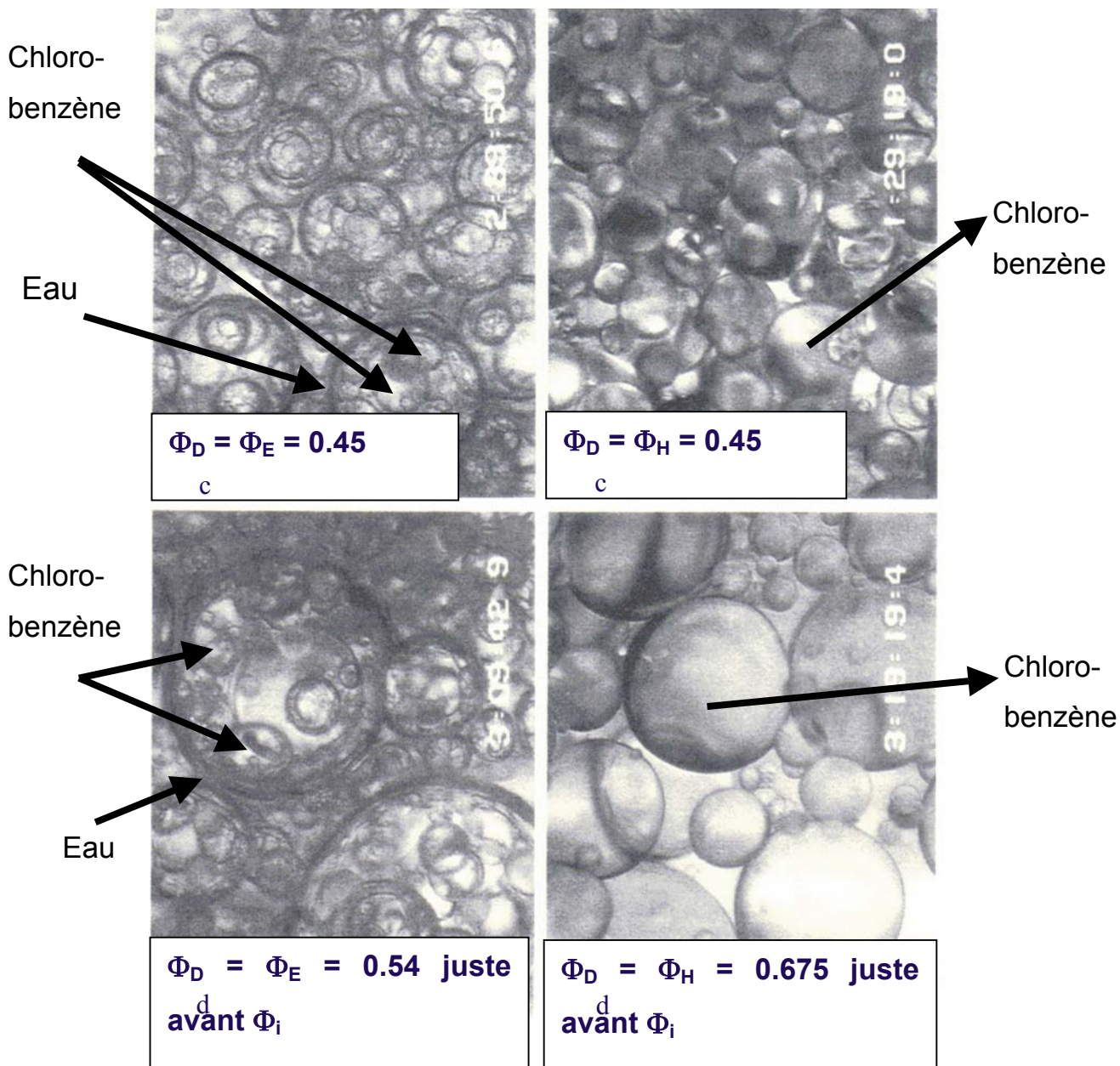


Figure I-5a.(Suite) La variation des structures des écoulements turbulents du système eau- chlorobenzène pour une vitesse de l'agitateur de 400tr/mn.^[10]

Φ_i fraction volumique de phase dispersée au moment de l'inversion de phase.

***Après l'inversion de phase
0,46 fraction volumique du
chlorobenzène dans l'eau.***

***Après l'inversion de phase
0,32 fraction volumique d'eau
dans le chlorobenzène.***

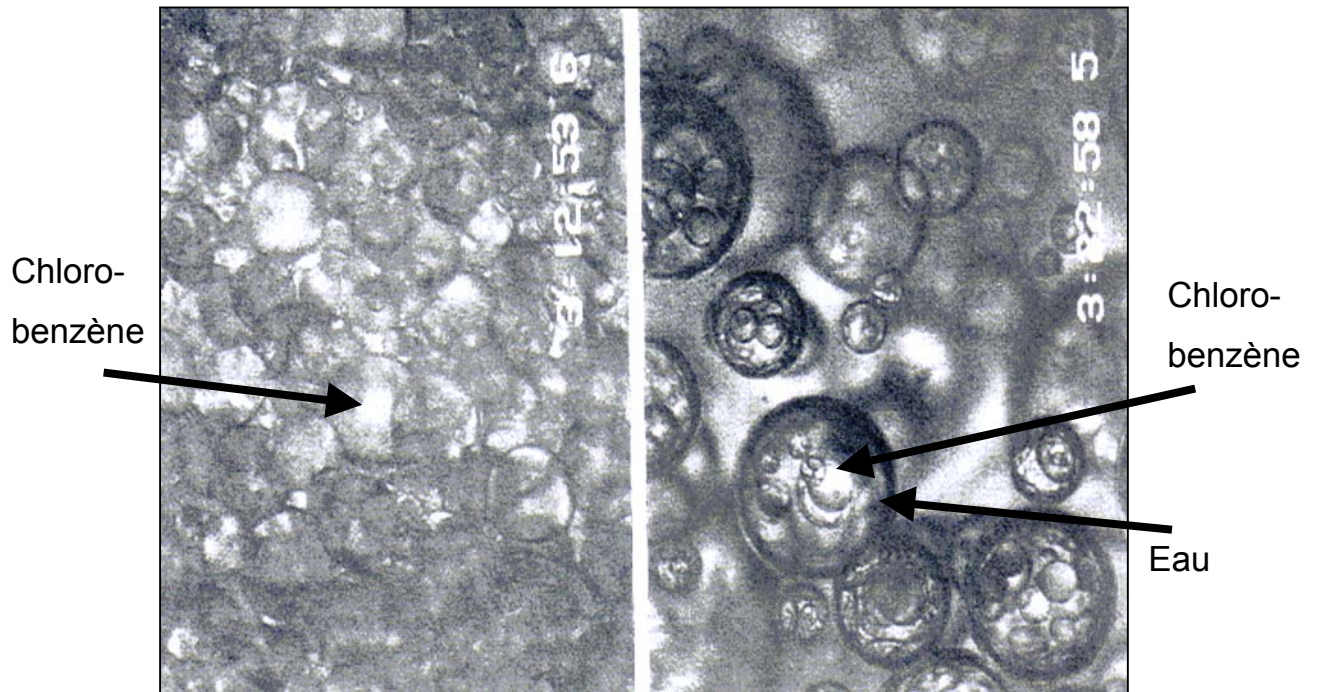


Figure I-5b. Structure de l'émulsion juste après l'inversion de phase.^[10]

4. Formation des émulsions stabilisées par tensioactifs. ^{[11], [12], [13]}

4.1. Généralité

Ces systèmes dispersifs-continus, biphasiques, sont très instables. L'interface, surface entre les deux liquides, est très importante, par conséquent l'énergie de surface est très élevée comparée à l'énergie de surface minimale lorsque les deux liquides sont séparés. Un apport continu d'énergie mécanique, par agitation par exemple, est nécessaire pour maintenir cet état dispersif-continu. Afin de remédier à cette instabilité, on abaisse la tension interfaciale, en ajoutant à ces milieux des molécules particulières appelées agents de surface, amphiphiles, tensioactifs ou surfactants. Après mélange, ces molécules se localisent aux interfaces. Elles empêchent ainsi la coalescence, recombinaison des gouttelettes, et par suite la séparation des deux liquides, pendant un temps plus ou moins long après l'arrêt de l'agitation.

Les microémulsions sont des émulsions thermodynamiquement stables. Le diamètre des gouttelettes de leur phase dispersée est de 10 à 50 nm. Elles sont translucides. Par contre, les émulsions ayant des diamètres plus importants de l'ordre de la longueur d'onde de la lumière du visible, diffusent fortement la lumière, en leur donnant ainsi un aspect laiteux très blanc pour des diamètres de l'ordre du micromètre et bleuté de l'ordre du dixième du micromètre.

On convient de noter toute émulsion dont la phase dispersée est une huile et la phase continue l'eau par H/E (ou O/W en terminologie anglo-saxonne) et se lit huile dans eau (oil in water). Dans le cas inverse, elles seront notées par E/H (ou W/O) et se lit eau dans huile (water in oil).

4.2. Tensioactifs.

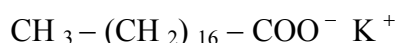
Afin de se localiser aux interfaces, le tensioactif doit être constitué de deux parties d'une partie hydrophile polaire soluble dans la phase aqueuse et pas dans l'huile, et d'une partie lipophile ou hydrophobe très peu polaire soluble dans l'huile et insoluble dans l'eau.

4.2.1. Classification

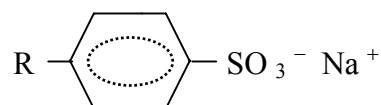
La classification d'agent de surface se base essentiellement sur la nature de leur partie hydrophile. Il existe trois genres de tensioactifs : anionique, cationique et nonionique.

les tensioactifs anioniques : ils possèdent au moins un groupe fonctionnel s'ionisant en phase aqueuse, pour donner des tensioactifs chargés négativement. La partie libérée, chargée positivement, sera appelée contre ion. On peut les subdiviser en trois groupes principaux : les savons, les composés sulfonés et les composés sulfatés.

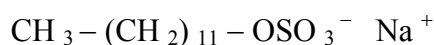
les savons , leur partie hydrophile est un sel de sodium ou de potassium d'acide organique. La partie lipophile est une chaîne alkyl de 11 à 21 atomes de carbone pouvant être saturée ou plus ou moins saturée. L'un des savons le plus utilisé est le stéarate de potassium dont la formule semi-développée est la suivante :



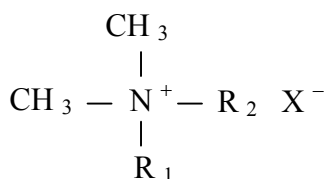
les composés sulfonés de formule générale $\text{R} - \text{SO}_3^-$, Na^+ sont utilisés dans les formulations détergentes. Les alkylbenzènes sulfonates linéaires sont un exemple. Leur formule semi développée est de la forme :



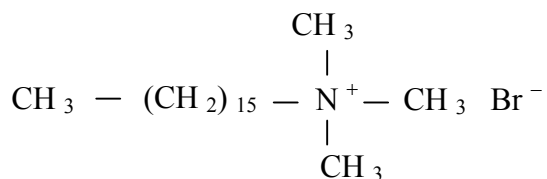
les composés sulfatés proviennent de la sulfatation d'un alcool. Ils ont un caractère très moussant. On les utilise dans la préparation des shampoings et des bains moussants. Leur formule générale est $R - \text{OSO}_3^-$, Na^+ . Un exemple connu de ces composés sulfatés pour la préparation des shampoings est le dodécyl sulfate de sodium dont la formule semi développée est :



les tensioactifs cationiques: ils possèdent un ou plusieurs groupements s'ionisant en solution aqueuse pour produire des ions tensioactifs chargés positivement. Le contre ion est chargé négativement. Les dérivés des amines quaternaires aliphatiques répondent à ces critères. Leur formule semi développée est de la forme :

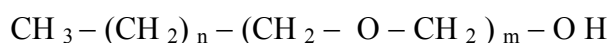


où R_1 et R_2 sont des alkyls, aryls ou H et X du Br ou du Cl. Ils sont utilisés dans la préparation des liquides adoucissants pour textiles. A titre d'exemple, on pourra citer le bromure de triméthyl hexadécyl ammonium



Les tensioactifs nonioniques : ces agents de surface ne produisent pas d'ion en solution aqueuse. Leur hydrophilie est due à leur groupement polaire de type ether $R - O - R$, ou alcool $R - OH$, ou cabonyl $R - \underset{\text{O}}{\underset{\parallel}{C}} - R$ ou amine $R - NH - R$.

L'exemple le plus classique des tensioactifs nonioniques est la série des polyéthylènes glycols qui sont utilisés en particulier dans les lessives. Leur formule semi développée est :



Les tensionactifs amphotères: Ils contiennent dans leur structure, les deux fonctions acide et base.

On citera parmi ces agents de surface le dodécyl-béta-alanine de formule :



4.2.2. Propriétés générales des tensioactifs.

La partie hydrophile des amphiphiles est schématisées par un cercle et la partie lypophile ou hydrophobe par un rectangle ou des lignes filiformes. On peut aussi bien représenter ces agents de surface par des cônes lorsqu'on veut mettre en évidence les interactions des parties polaires (hydrophiles) entre elles et des parties non polaires (lypophiles) entre elles. Le sommet des cônes se trouve à l'intérieur des gouttelettes. Le sommet schématise la partie polaire dans le cas d'une émulsion E/H et la partie non polaire pour une émulsion H/E.

a) Adsorption des tensioactifs aux interfaces.

A cause de leur structure, ces agents de surface se retrouvent principalement aux interfaces. Cette adsorption est responsable de la majorité des propriétés tensioactives.

- formation et stabilisation des émulsions et microémulsions (interface liquide-liquide).
- Utilisation comme agent mouillant et détergent (interface liquide-solide).
- Formation de bulles et de mousse (interface liquide-gaz).

b) Formation de micelles.

Si on rajoute progressivement dans une solution aqueuse un agent tensioactif, la tension superficielle diminue jusqu'à une valeur de concentration puis au delà elle reste constante. Cette valeur de concentration particulière est appelée concentration micellaire critique et notée par CMC.

Au départ, les molécules de tensioactif se dispersent dans la solution puis à la CMC un nouveau phénomène se produit : les molécules de tensioactifs se regroupent et forment des agrégats appelés micelles.

c) Balance hydrophile-hypophile (HLB).

C'est une échelle permettant de choisir le tensioactif le plus approprié à la formation d'une émulsion donnée. Plusieurs formules ont été proposées. Griffin affecte une valeur positive à chaque élément de la partie hydrophile de la molécule et une valeur négative à ceux de la partie lipophile. La somme algébrique de toutes les valeurs augmentée de 7 permet de calculer le HLB.

Une autre formule utilisée uniquement pour le tensioactif non ionique a été proposée. Elle consiste à comparer la masse moléculaire de la partie hydrophile (H) et de la partie lipophile (L) pour obtenir une échelle de HLB de 0 à 20.

$$HLB = 20 \frac{H}{H + L} \quad (I.11)$$

d) Facteur de forme.

A cause de l'empirisme des relations précédentes, le HLB a fait l'objet de plusieurs critiques. Une nouvelle approche a été proposée pour déterminer la structure de ces solutions micellaires, en calculant un facteur de forme relié aux paramètres géométriques du tensioactif comme le volume effectif v occupé par sa chaîne lipophile, la surface effective 'a' occupée par sa tête polaire et la longueur l_c de sa chaîne lipophile. Toutes les valeurs de ces paramètres géométriques sont mesurées par des techniques physico-chimiques. Il est défini comme le rapport $\frac{v}{a l_c}$

Sur la figure I-7. sont représentés les paramètres géométriques ainsi que les interactions existant entre les différentes parties des molécules de tensioactifs.

e) Structures des solutions micellaires

En augmentant progressivement la concentration du tensioactif dans l'eau, au départ la solution est isotrope, ensuite les molécules de tensioactif se regroupent en formant des micelles sphériques avec un facteur de forme n'excédant pas la valeur 1/3. Au delà et jusqu'à 1/2 des micelles cylindriques se forment d'abord puis s'associent ensuite en association hexagonale. Une structure bi-continue se forme juste après pour se transformer en une structure lamellaire aux environs de 1. Pour des valeurs supérieures du facteur de forme, on assiste à une inversion de structure micellaire : du bi-continu inversé à des micelles cylindriques inversées, formées d'eau, en association hexagonale puis sans aucune association particulière, pour se transformer ensuite en micelles sphériques inversées et disparaître à des concentrations élevées pour atteindre une solution isotrope d'eau dans du tensioactif. Ces différentes structures sont schématisées sur la figure I-7 ; les valeurs du HLB et du facteur de forme correspondant y sont indiquées.

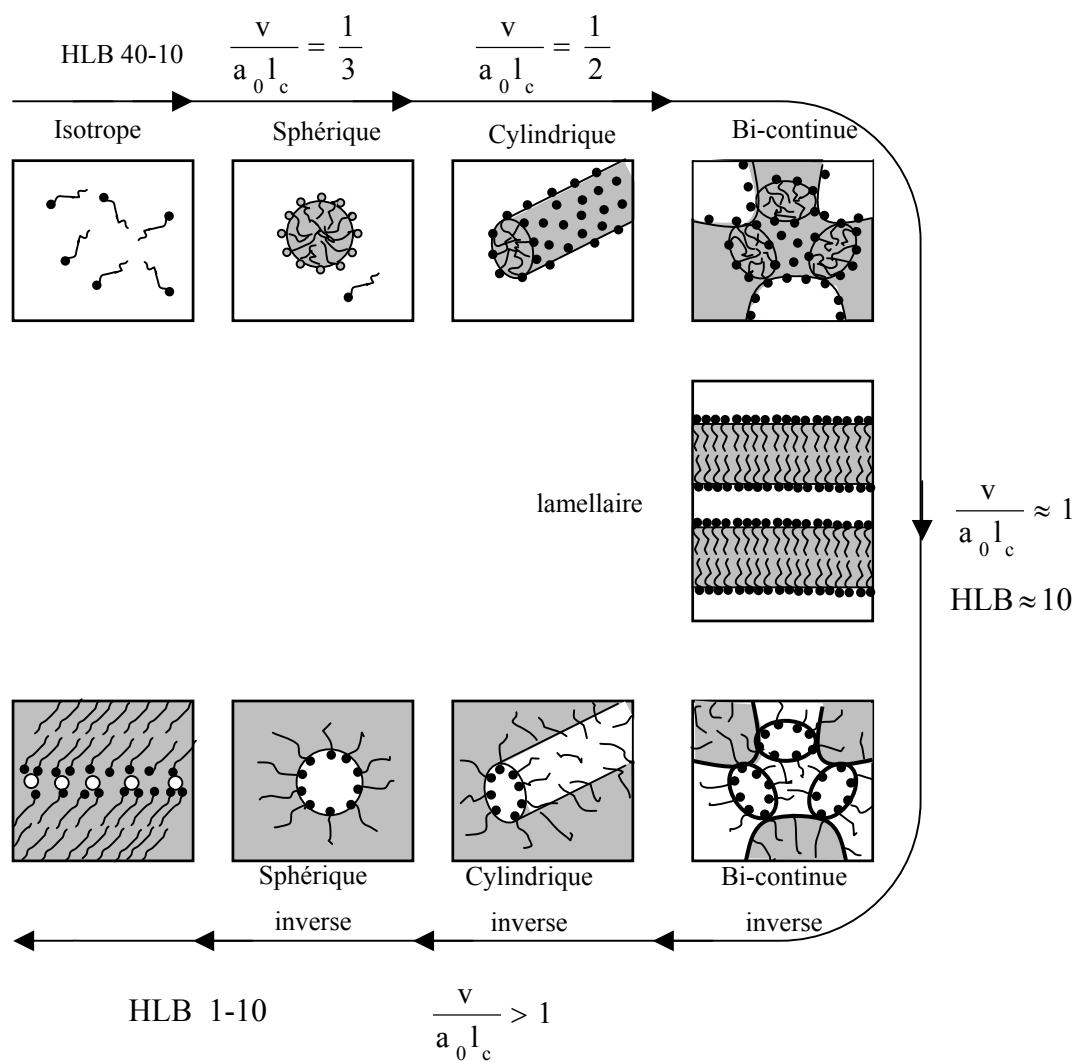


Figure I-7. Différentes structures des émulsions eau huile stabilisées par tensioactifs ^[20]

Eau en blanc

Tensioactif en gris.

4.3. Emulsions et microémulsions

4.3.1. Stabilité.

Généralement trois phénomènes peuvent diminuer le nombre de gouttelettes dans une émulsion :

- les mouvements dues aux forces gravitationnelles. Les gouttelettes de la phase dispersée se mettent en mouvement sous l'action de la résultante de la poussée d'Archimède due à la phase continue et de leurs poids. Cette résultante de force est proportionnelle à la différence des masses volumiques $\Delta\rho$ des deux liquides formant l'émulsion et au cube du rayon moyen R de la gouttelette.

$$F = \frac{4}{3} \pi R^3 g \Delta\rho \quad (\text{I.12})$$

où g est l'accélération de la pesanteur.

Il apparaît simultanément une force de frottement F' , appelée force de Stokes, proportionnelle à la vitesse U , à la viscosité η du liquide en phase continue et au rayon moyen R de la gouttelette.

$$F' = 6 \pi \eta R U \quad (\text{I.13})$$

Après un laps de temps, les deux forces F et F' s'égalisent. La vitesse U atteint alors une vitesse limite égale à :

$$U_{\text{limite}} = \frac{2 R^2 \Delta\rho g}{9 \eta} \quad (\text{I.14})$$

Ces mouvements de gouttelettes provoquent soit le crémage lorsque leur densité est plus faible que celle de la phase continue, soit la sédimentation dans le cas

contraire. Elles s'associent, dans le premier cas en surface et dans le second cas au fond du récipient, en gardant leur identité.

Comme le montre l'expression de la vitesse limite, cette dernière est proportionnelle au carré du rayon de la gouttelette, les gouttelettes de grosse taille vont se déplacer plus rapidement que celles de taille plus petite. Des collisions auront lieu et peuvent provoquer la floculation, association des gouttelettes sans recombinaison.

- Le mouvement Brownien Il est dû à l'agitation thermique. Les gouttelettes s'entrechoquent entre elles. Certaines collisions sont efficaces et provoquent la coalescence, recombinaison des deux gouttelettes en une seule, d'autres moins efficaces à cause de la présence des tensioactifs aux interfaces formant des films assez rigides et des forces électriques ou de Van der Waals entre gouttelettes ne pourront provoquer la coalescence.

- La diffusion moléculaire. Ce phénomène favorise la disparition des gouttelettes de petite taille. En effet Lord Kelvin a montré que la tension de vapeur des molécules de gouttelettes de taille inférieure à $1\mu\text{m}$ est d'autant plus grande que la taille est plus petite. Par conséquent les molécules des petites gouttelettes sont plus solubles que celles des grosses gouttelettes dans la phase continue, elles se dissolvent et diffusent pour rejoindre les gouttelettes de grande taille.

4.3.2. Structure et diagramme de phases

Les émulsions stabilisées par tensioactifs peuvent être représentées par des triangles équilatéraux.. Habituellement le côté gauche est gradué en pourcentage d'eau, le côté droit en pourcentage de tensioactif et la base en pourcentage d'huile. Les noms des différents constituants sont placés aux sommets du triangle comme indiqué sur la figure I-8.

Ainsi, tout point situé à l'intérieur du diagramme lui est associé trois valeurs. Elles sont obtenues en projetant ce point sur les côtés du triangle, parallèlement au côté droit pour la valeur du pourcentage d'eau, parallèlement au côté gauche pour la valeur du pourcentage d'huile et parallèlement à la base pour la valeur du pourcentage de tensioactif.

Lorsqu'un cotensioactif est rajouté, on remplace le nom du tensioactif par le nom du mélange actif (tensioactif + cotensioactif) en indiquant la proportion du cotensioactif. Dans le cas où c'est un électrolyte qui est rajouté, on inscrit à côté du mot eau le nom de l'électrolyte en précisant sa concentration.

A chaque proportion ou concentration constantes correspondra un diagramme de phases.

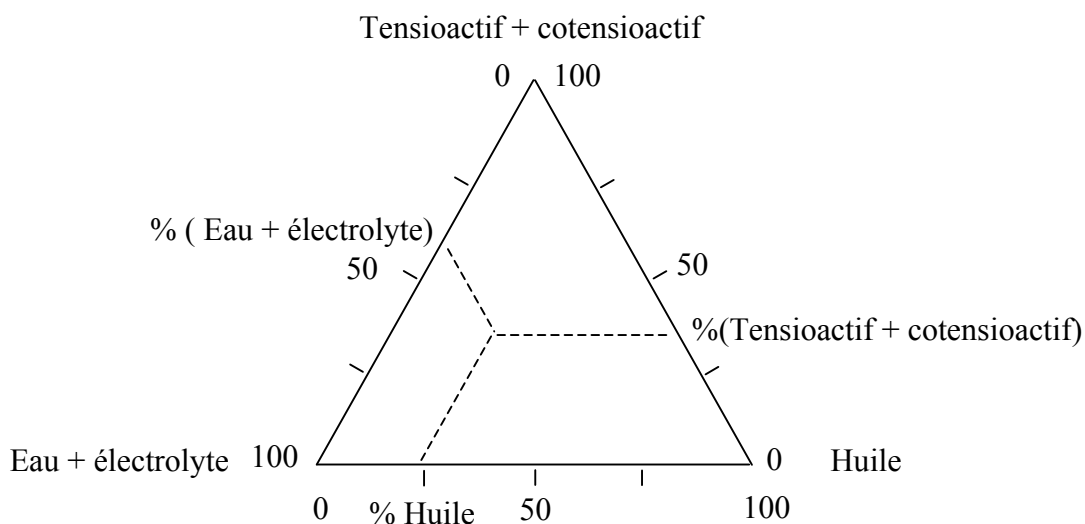


Figure I-8. Représentation d'un système à trois composants

On délimite sur ces diagrammes de phases généralement une zone où le tensioactif est en équilibre avec une ou des phases liquides, une zone pour les émulsions et plusieurs zones pour les microémulsions, notées par E, D, L_1 , L_2 et reliées aux différentes structures. E : cristaux liquides de structure hexagonale, D : structure lamellaire, L_1 : une microémulsion de type H/E formée de microgouttelettes d'huile dans une phase aqueuse et L_2 : une microémulsion de type E/H.

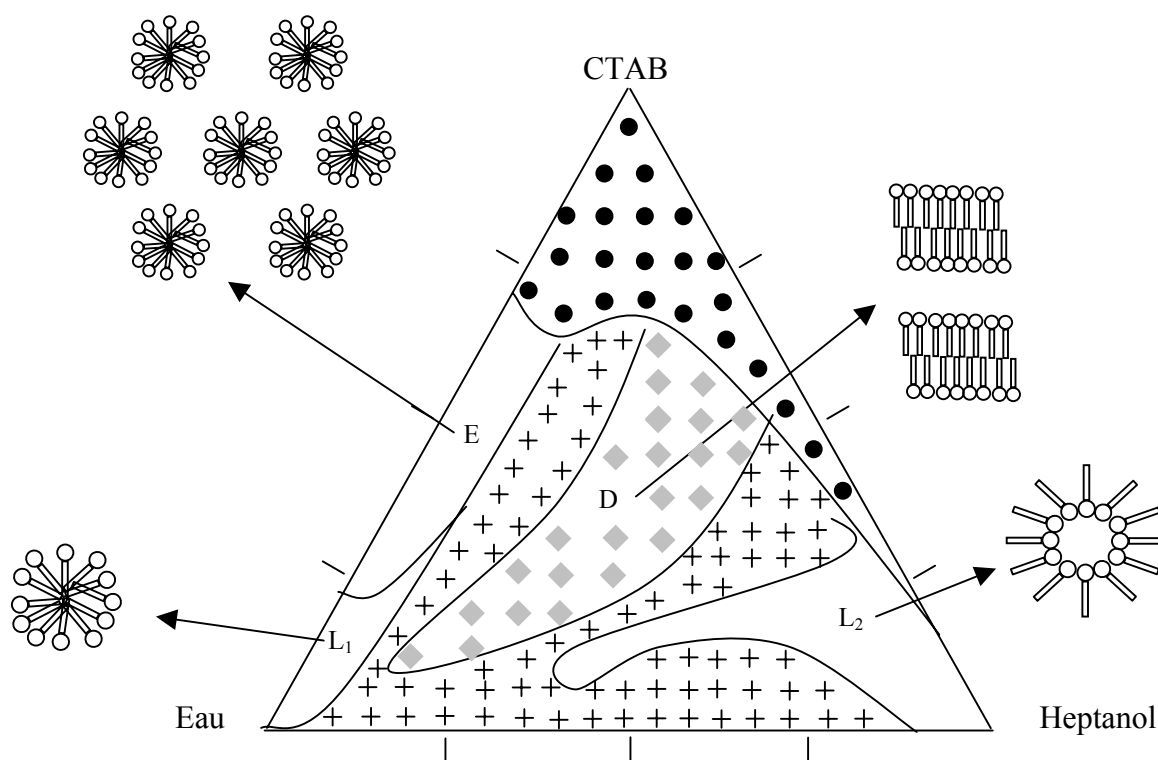


Figure I-9. Diagramme ternaire massique de phases du système eau, hexanol et bromure de cetyl triméthyl-ammonium (CTAB) à 25°C. ^[12]

Quant à Winsor, il propose une classification liée à la nature et au nombre de phases liquides après mélange des constituants et repos de la solution. Quatre grandes zones se dégagent :

- Winsor I formée de deux phases, une microémulsion H/E contenant la majorité des agents actifs, en équilibre avec une phase huileuse.
- Winsor II formée également de deux phases, une microémulsion E/H en équilibre avec une phase aqueuse.
- Winsor III, c'est une région triphasique, l'émulsion se trouve en équilibre avec les phases aqueuse et huileuse.
- Winsor IV, c'est la zone qui correspond aux microémulsions.

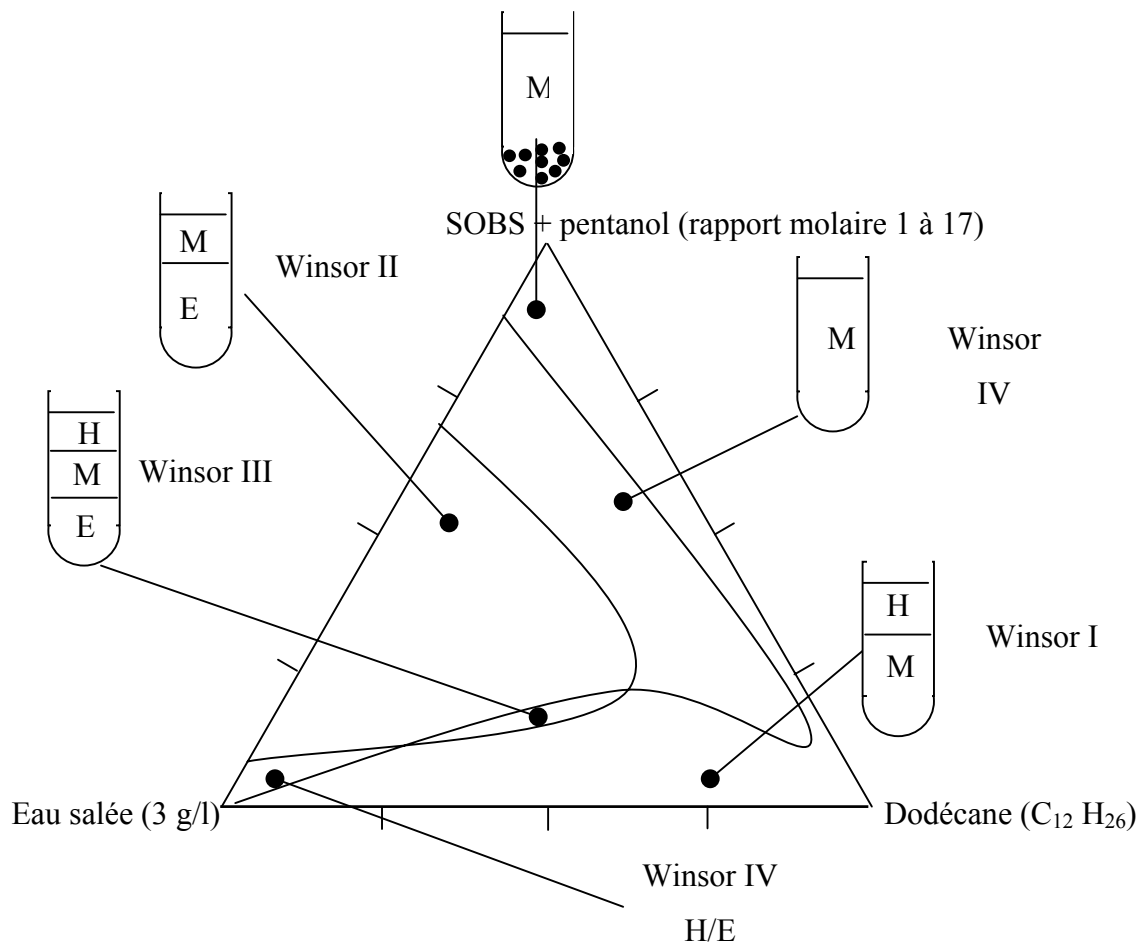


Figure I-7. Représentation des différentes zones de Winsor par le système (NaCl 3g/l), dodécane, paraocetylbenzène sulfanate de sodium (SOBS) et pentanol en rapport molaire de 1 à 17.^[12]

Microémulsion (M), phase aqueuse (E), phase huileuse (H)

CHAPITRE II

PROPRIETES DIELECTRIQUES DES MILIEUX CONTINUS-DISPERSES

1. Théories sur la Permittivité Diélectrique^[14]

Plusieurs théories ont été établies pour la détermination des permittivités de milieux continus-dispersés. Elles s'appuient sur trois types de modèles : les modèles phénoménologiques, les modèles moléculaires et les modèles plus généraux s'adaptant aux mélanges binaires voire continu-continu, continu-dispersé.

Les résultats expérimentaux montrent que la permittivité diélectrique est une fonction asymétrique des deux phases, varie fortement de la fraction volumique occupée par chaque phase et dépend faiblement de la forme de agrégats et de l'ordre spatial. Aussi toutes les théories sont basées sur ces considérations.

Dans ce qui suit nous noterons par :

ϕ_D : fraction volumique de la phase dispersée par rapport au volume total.

ϵ_D : permittivité diélectrique de la phase dispersée.

ϵ_C : permittivité diélectrique de la phase continue.

ϵ_e : permittivité diélectrique du mélange.

1.1. Théories basées sur des modèles phénoménologiques.

1.1.1. Théorie de Wiener.

Il considère le mélange constitué de couches parallèles et superposées alternativement de phase continue et dispersée à l'état pur (*Figure II-1*).

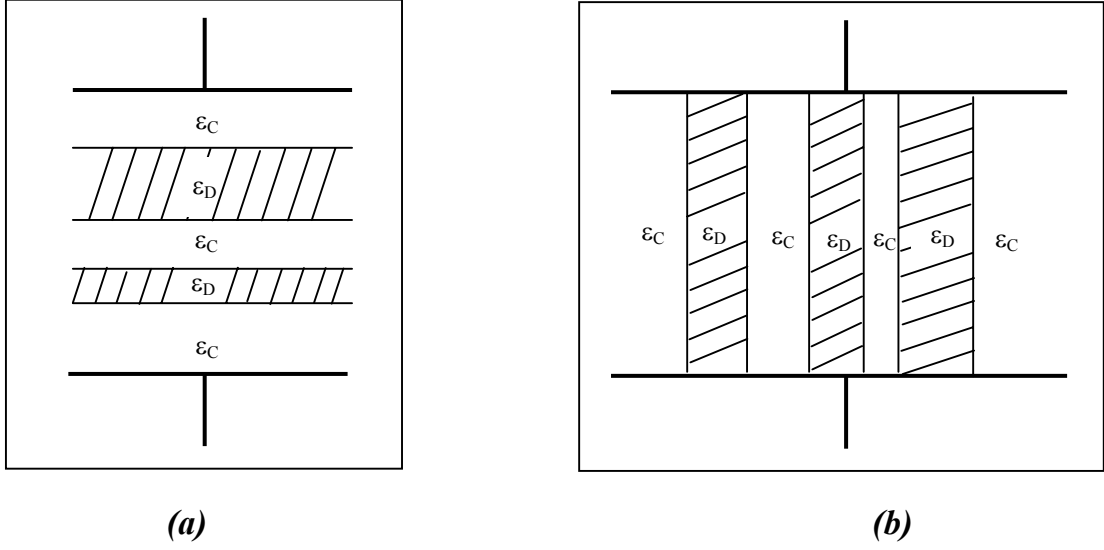


Figure II-1. Modèle de Wiener. Modèle en couches planes de phases dispersée et continue, parallèles ou perpendiculaires au champ.

Le modèle proposé est anisotrope. Par application d'un champ électrique de direction perpendiculaire à la stratification (*Figure II-1. (a)*), le système se comporte comme une association de condensateurs en série. La permittivité ϵ_e sera donnée :

$$\frac{1}{\epsilon_e} = \frac{\phi_D}{\epsilon_D} + \frac{1 - \phi_D}{\epsilon_C} \quad (\text{II.1})$$

Pour une direction du champ électrique parallèle aux couches (*Figure II-2. (b)*), le système se comporte comme une association de condensateurs en parallèles. La permittivité ϵ_e prend la forme :

$$\epsilon_e = \phi_D \epsilon_D + (1 - \phi_D) \epsilon_C \quad (\text{II.2})$$

Les deux relations précédentes sont symétriques et ne s'appliquent donc pas à ces mélanges. Wiener groupe ces deux cas en une seule relation :

$$\frac{\epsilon_e - \epsilon_C}{\epsilon_e + u \epsilon_C} = \phi_D \frac{\epsilon_D - \epsilon_C}{\epsilon_D + u \epsilon_C} \quad (\text{II.3})$$

Avec $u = 0$ pour la première relation et $u = 1$ pour la seconde. Avec u compris entre 0 et ∞ cette relation est asymétrique et s'applique donc mieux à ces mélanges.

1.1.2. Théorie de Rayleigh.

Il propose un modèle de micelles sphériques réparties sur un réseau cubique. En résolvant l'équation de Laplace, cette distribution lui permet d'obtenir une expression approchée de la permittivité diélectrique ϵ_e :

$$\epsilon_e = \epsilon_C \frac{\epsilon_D + 2\epsilon_C + 2\phi_D (\epsilon_D - \epsilon_C) - \phi_D^{10/3} \frac{\pi^2}{6} \frac{\epsilon_D - \epsilon_C}{\epsilon_D + \frac{4}{3}\epsilon_C}}{\epsilon_D + 2\epsilon_C - \phi_D (\epsilon_D - \epsilon_C) - \phi_D^{10/3} \frac{\pi^2}{6} \frac{\epsilon_D - \epsilon_C}{\epsilon_D + \frac{4}{3}\epsilon_C}} \quad (\text{II.4})$$

L'auteur étend cette relation à des distributions irrégulières et isotropes. Pour de faibles fractions volumiques ϕ_D , les interactions entre micelles sont négligeables l'expression de ϵ_e se réduit à :

$$\epsilon_e = \epsilon_C \frac{\epsilon_D + 2\epsilon_C + 2\phi_D (\epsilon_D - \epsilon_C)}{\epsilon_D + 2\epsilon_C - \phi_D (\epsilon_D - \epsilon_C)} \quad (\text{II.5})$$

Cette dernière expression est asymétrique et égale à celle de Wiener si u est pris égal à 2.

1.1.3. Théorie de Wagner. ^[15]

Le modèle proposé est formé de sphères noyées sous faibles concentrations dans un continuum. L'auteur identifie le moment apparent d'une grande sphère de liquide à celui d'une sphère homogène de même taille et de permittivité ϵ_e plongée dans le continuum (Figure II-2)

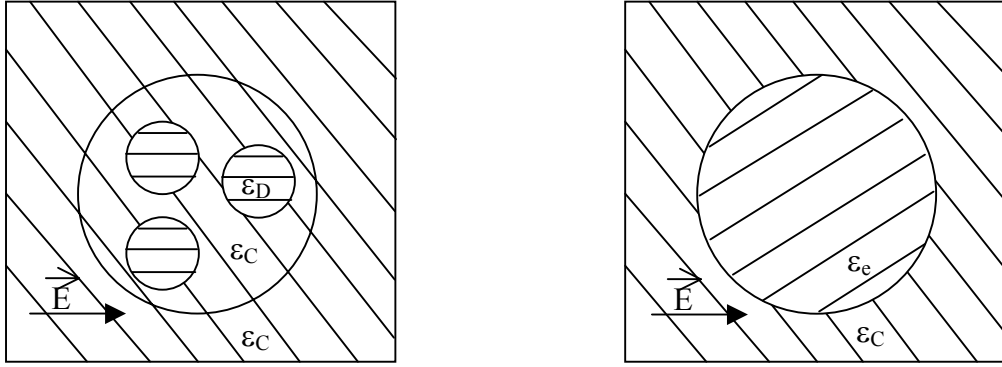


Figure II-2. Modèle de Wagner. Identification du moment apparent d'une grande sphère homogène ou hétérogène.

Il calcule alors le potentiel extérieur créé par cette dernière sphère et l'assimile à celui produit par un dipôle placé au centre de la première sphère. Le moment dipolaire sera pris égal à la somme des moments apparents de toutes les micelles se trouvant à l'intérieur de la première sphère. Cette dernière supposition est justifiée par le fait qu'on néglige les interactions entre micelles (faibles fractions volumiques). Wagner trouve pour ϵ_e une expression analogue à celle de Rayleigh établie aux faibles fractions volumiques ϕ_D .

1.1.4. Théorie de Higuchi ^[16]

C'est une extension de la théorie de Wagner pour de plus grandes fractions volumiques ϕ_D . Elle explicite les interactions entre micelles ; au premier ordre près, Higuchi décompose le champ électrique moyen agissant sur une micelle en deux :

$$\overline{E'} = \overline{E_C} + \overline{\Delta E_C}$$

$\overline{E_C}$: champ moyen existant dans la phase continue.

$\overline{\Delta E_C}$: champ de réaction moyen dû à toutes les micelles sur la micelle considérée.

Il calcule le champ de réaction moyen $\overline{\Delta E_C}$ au centre de la micelle considérée en représentant les autres micelles par des dipôles polarisables.

L'expression de ε_e est apparentée à celle de Rayleigh :

$$\varepsilon_e = \varepsilon_C \frac{\varepsilon_D + 2\varepsilon_C + 2\phi_D(\varepsilon_D - \varepsilon_C) - K \frac{(\varepsilon_D - \varepsilon_C)^2}{\varepsilon_D + 2\varepsilon_C} (1 - \phi_D)}{\varepsilon_D + 2\varepsilon_C - \phi_D(\varepsilon_D - \varepsilon_C) - K \frac{(\varepsilon_D - \varepsilon_C)^2}{\varepsilon_D + 2\varepsilon_C} (1 - \phi_D)} \quad (\text{II.6})$$

K représente les interactions entre micelles. Si K est pris nulle l'expression de ε_e se réduit à celle de Wagner. D'après Higuchi ce facteur dépend peu de la fraction volumique de la phase dispersée ϕ_D et vaut en général 0,78.

Les termes correctifs dans les expressions de Rayleigh ($\phi_D^{10/3}$) et de Higuchi ($1 - \phi_D$) sont très différents. Mais la formule de Higuchi a l'avantage de conduire à une expression de la permittivité diélectrique de l'émulsion ε_e se réduisant à celle de la phase dispersée ε_D si la fraction volumique ϕ_D est prise égale à 1.

1.1.5. Théorie de Bruggeman-Hanai. ^[17]

Bruggeman et Hanai supposent que le système de permittivité ε_e composé d'une phase dispersée de volume V_D et d'une phase continue de volume V_C , est le produit d'une succession d'états intermédiaires. Chaque état intermédiaire est représenté par un continuum de permittivité ε_{ei} dont le volume total est la somme de deux volumes V_C phase continue et V'_D phase dispersée, où l'on disperse, sous forme de gouttes, un faible volume dV'_D de permittivité ε_D . Les interactions entre ces gouttes peuvent être donc négligées. A ce titre, l'auteur propose d'utiliser la formule obtenue par Rayleigh dans le cas des faibles concentrations, pour déterminer l'incrément de permittivité $d\varepsilon_{ei}$ dû à une faible quantité de phase dispersée dV'_D ajoutée au système

qui au préalable avait une fraction volumique de phase dispersée $\phi_D' = \frac{V_D'}{V_C + V_D'}$. Le

rapport $\frac{dV_D'}{V_C + V_D'}$ qui n'est d'autre que la fraction volumique de phase dispersée rajoutée, peut être explicité en fonction de ϕ_D' , en différenciant tout simplement l'expression de ce dernier par rapport à V_D' :

$$d\phi_D' = \frac{V_C dV_D'}{(V_D' + V_C)^2} = (1 - \phi_D') \frac{dV_D'}{V_D' + V_C}$$

$$\frac{dV_D'}{V_D' + V_C} = \frac{d\phi_D'}{(1 - \phi_D')}$$

En remplaçant dans la formule de Rayleigh ε_c par ε_{ei} , ε_e par $\varepsilon_{ei} + d\varepsilon_{ei}$ et ϕ_D par

$\frac{d\phi_D'}{(1 - \phi_D')}$, on obtient :

$$\frac{(\varepsilon_D + 2\varepsilon_{ei})d\varepsilon_{ei}}{(\varepsilon_D - \varepsilon_{ei})^3 \varepsilon_{ei}} = \frac{d\phi_D'}{(1 - \phi_D')}$$

qui peut être intégrée sur tous les états, depuis ε_C à ε_e pour la variable ε_e' , et depuis 0 à

$\phi_D = \frac{V_D}{V_D + V_C}$. Ceci conduit :

$$\frac{\varepsilon_D - \varepsilon_e}{\varepsilon_D - \varepsilon_C} \left(\frac{\varepsilon_C}{\varepsilon_e} \right)^{1/3} = 1 - \phi_D \quad (\text{II.7})$$

Plus tard, cette expression a été généralisée par Hanai en régime dynamique, en partant de l'équation de Wagner et en utilisant une méthode analogue.

1.1.6. Théorie de Kubo Nakamura

Le raisonnement est le même que précédemment. Pour l'incrément de la permittivité on part d'un milieu dans un état intermédiaire de sa formation, caractérisé

par une permittivité ε_{ei} de sa formation. Ensuite on étudie la variation de son moment total quand une micelle de la phase dispersée est ajoutée (*Figure II-3*)

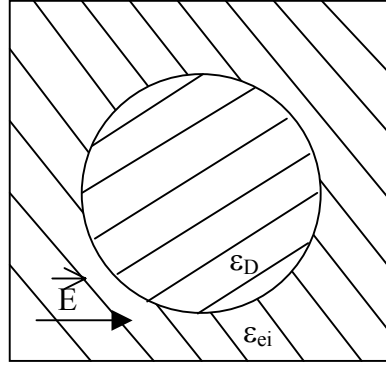


Figure II-3. Modèle de Kubo-Nakamura. Le milieu est dans un stade intermédiaire de sa formation.

Le résultat obtenu pour ε_e est :

$$\frac{\varepsilon_D - \varepsilon_e}{\varepsilon_D - \varepsilon_C} \left[\frac{\varepsilon_C + Q}{\varepsilon_D + Q} \right]^{\frac{1}{3} \left(1 - \frac{2Q}{\varepsilon_D} \right)} = (1 - \phi_D)^{\frac{1-Q}{1-Q}} \quad (\text{II.8})$$

avec $Q = 0,37$.

Cette dernière expression est plus asymétrique que celle Bruggeman. Ces deux théories considèrent le système en formation, ce qui le suppose non polarisé. L'évaluation des interactions entre micelles est alors difficilement estimable.

1.1.7. Théorie de Landau-Lifshitz.

L'expression proposée pour la permittivité ε_e est valable aux très faibles concentrations. Ils supposent que les micelles plongées dans un champ électrique moyen $\bar{E}$ n'interagissent pas entre elles. Le point de départ du calcul n'est autre que l'expression fondamentale suivante :

$$\frac{1}{V} \int_V (\mathbf{D} - \epsilon_c \mathbf{E}) dV = \bar{\mathbf{D}} - \epsilon_c \bar{\mathbf{E}}$$

où V est le volume de l'émulsion et où $\bar{\mathbf{D}}$ et $\bar{\mathbf{E}}$ sont des moyennes des champs déplacement et électrique prises sur le volume et reliées entre elles par $\bar{\mathbf{D}} = \epsilon_e \bar{\mathbf{E}}$.

La fonction à intégrer n'est différente de zéro qu'à l'intérieur des micelles. Par conséquent, elle doit être proportionnelle à la fraction volumique ϕ_D . De plus le champ dans les micelles peut être déduit en les supposant sphériques et plongées dans un champ de valeur $\bar{\mathbf{E}}$. Ceci conduit à :

$$\epsilon_e = \epsilon_c + \frac{3\epsilon_c}{\epsilon_D + 2\epsilon_c} (\epsilon_D - \epsilon_c) \phi_D \quad (\text{II.9})$$

1.2. Théories basées sur des modèles de type moléculaire.

1.2.1. Théorie de Clausius Mossotti

Le modèle proposé comprend une cavité sphérique creusée dans le diélectrique et centrée sur une molécule. Le rayon de cette sphère est assez grand devant les dimensions moléculaires (*Figure II-4*).

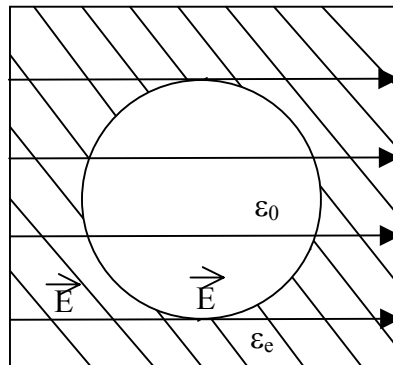


Figure II-4. Modèle de Clausius-Mossotti. $\mathbf{E}$ Champ de Maxwell

Le champ électrique local $\vec{E}_L$ au centre de cette cavité est égal à la somme de plusieurs champs.

$$\vec{E}_L = \vec{E} + \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

où

$\vec{E}$: Champ électrique macroscopique de Maxwell .

$\vec{E}_1$: Champ électrique dû aux molécules se trouvant à l'intérieur de la cavité.

$\vec{E}_2$: Champ électrique dû aux charges de polarisation à la surface de la cavité.

L'expression obtenue pour ϵ_e est :

$$\epsilon_e = \epsilon_C \frac{\epsilon_C (\epsilon_C + 2) + 2\phi_D (\epsilon_D - \epsilon_C)}{\epsilon_C + 2 - \phi_D (\epsilon_D - \epsilon_C)} \quad (\text{II.10})$$

Elle est en bon accord avec les résultats expérimentaux pour des mélanges apolaire-apolaire. Son application est limitée par le fait qu'il n'est fait aucune distinction entre les deux phases dispersée et continue. Cependant l'expression de ϵ_e devient asymétrique en posant la permittivité de la cavité égales à ϵ_D au lieu de ϵ_0 permittivité du vide (*Figure II-5*). L'expression de ϵ_e devient identique à celle de Wagner.

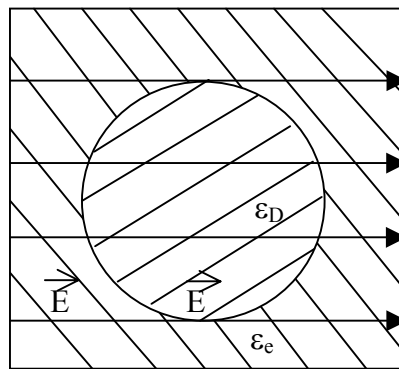


Figure II-5 Modèle de Clausius-Mossotti asymétrique.

1.2.2. Théorie d'Onsager

Dans cette théorie, pour un milieu homogène de permittivité ϵ_M (*Figure II-6*) le champ électrique à l'intérieur d'une cavité sphérique contenant une molécule et de la forme :

$$\vec{E}_L = \vec{C} + \vec{R}_j$$

où $\vec{C}$: Le champ dans la cavité indépendant de la molécule.

$\vec{R}_j$: Le champ de réaction indépendant du champ électrique extérieur appliqué.

L'indice j caractérise la molécule se trouvant dans la cavité.

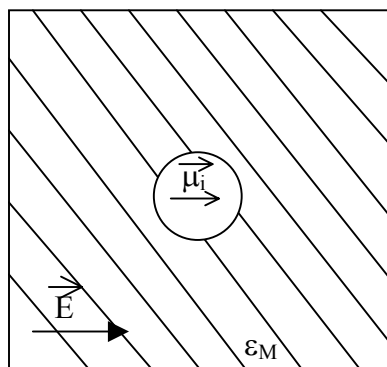


Figure II-6. Modèle de Onsager.

La différence avec la théorie précédente provient de ce que le champ $\vec{E}_L$ n'est plus une valeur moyenne dans la cavité, le champ de réaction $\vec{R}_j$ dépend du moment orbital total de chaque molécule.

Böttcher en appliquant cette théorie aux émulsions, trouve comme expression de la permittivité ϵ_E :

$$\frac{(\varepsilon_e - \varepsilon_c)(2\varepsilon_e + \varepsilon_D)}{3\varepsilon_e} = \phi_D (\varepsilon_D - \varepsilon_c) \quad (\text{II.11})$$

Cette expression est symétrique et se prête donc mal aux émulsions. Böttcher propose alors un modèle plus adapté aux émulsions. Ce modèle est constitué d'une goutte sphérique de phase dispersée, polarisable et centrée dans une sphère de phase continue, le tout plongé dans un milieu effectif de permittivité ε_e (Figure II-7).

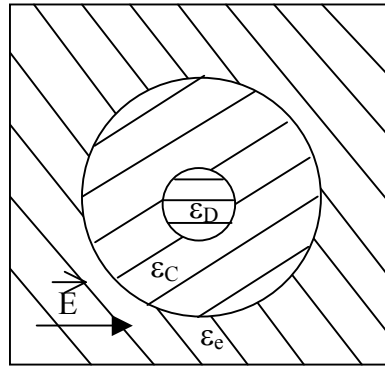


Figure II-7. Modèle de Onsager-Böttcher. Modèle avec couronne sphérique.

L'expression obtenue de ε_e est analogue à celle de Wagner.

1.2.3. Théorie de Greffe et Grosse.^[14]

Ils proposent deux situations extrêmes de modèles des milieux dispersés et continus, deux sphères concentriques des phases dispersée et continue ou bien totalement excentriques, plongées dans un milieu effectif de permittivité ε_e (Figure II-8).

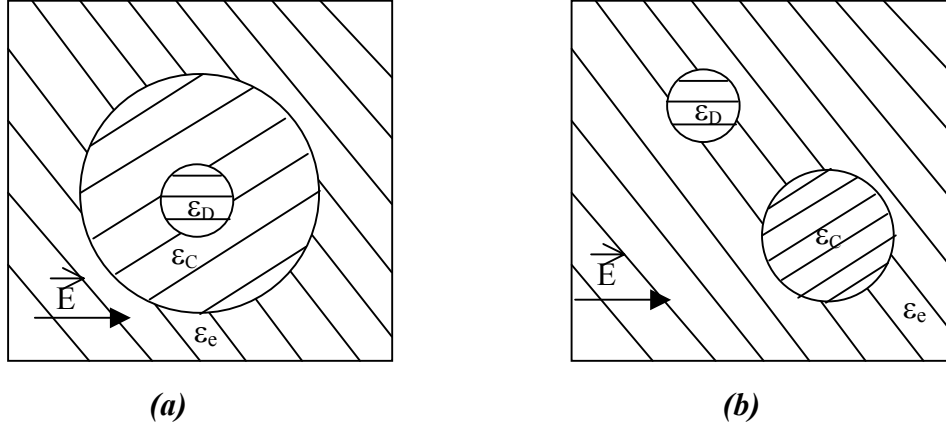


Figure II-8. Modèle de Greffe-Grosse. Deux situations extrêmes du modèle des milieux continus et dispersés.

La seconde situation identique à celle de Wagner établie pour les milieux dilués, permet de déterminer l'expression du champ moyen $\overline{E_D}$ dans la phase dispersée et la première, proche de Onsager, permet de déterminer l'expression du champ moyen $\overline{E_C}$ dans la phase continue. La combinaison de ces deux champs avec l'équation générale établie par Reynolds et Hugh :

$$\frac{\overline{E_D}}{E} (\epsilon_e - \epsilon_D) \phi_D + \frac{\overline{E_C}}{E} (\epsilon_e - \epsilon_C) (1 - \phi_D) = 0 \quad (\text{II.12})$$

où $\overline{E}$ est le champ moyen appliqué, permet de d'aboutir à l'expression de ϵ_e :

$$\frac{(\epsilon_e - \epsilon_C) (\epsilon_e + 2 \epsilon_D)}{3 \epsilon_e} = (\epsilon_D - \epsilon_C) \phi_D - \frac{2 (\epsilon_D - \epsilon_C) (\epsilon_e - \epsilon_C) (\epsilon_D - \epsilon_e)}{3 \epsilon_e (\epsilon_D + 2 \epsilon_C)} \phi_D^2 \quad (\text{II.13})$$

Cette dernière formule, établie dans le cas statique, peut être généralisée au cas fréquentiel sous réserve ^[15] que la longueur d'onde utilisée soit grande devant la taille de la dispersion.

1.3. Théories Générales.

1.3.1. Théorie de Lichtenecker-Rother.

Ils proposent une expression de ε_e déduite d'un modèle mathématique se basant sur les propriétés suivantes :

a) La fonction $\varepsilon_e = \varepsilon_e(\varepsilon_D, \varepsilon_C, \phi_D)$ est continue, monotone et dérivable par rapport à $\varepsilon_D, \varepsilon_C$ et ϕ_D .

b) La fonction est homogène et de degré un par rapport aux variables ε_D et ε_C .

$$\varepsilon_e(h\varepsilon_D, h\varepsilon_C, \phi_D) = h\varepsilon_e(\varepsilon_D, \varepsilon_C, \phi_D)$$

c) La formule du mélange est applicable à un mélange de deux émulsions.

Deux sortes de solution répondent à ces trois conditions :

$$\begin{aligned}\varepsilon_e^h &= \phi_D \varepsilon_D^h + (1 - \phi_D) \varepsilon_C^h && \text{avec } h \neq 0 \\ \text{Ln } \varepsilon_e &= \phi_D \text{Ln } \varepsilon_D + (1 - \phi_D) \text{Ln } \varepsilon_C\end{aligned}\tag{II.14}$$

où Ln est le logarithme népérien.

La première solution se prête mieux aux émulsions. Pour $h = \pm 1$ on retrouve les expressions limites de Wiener. Pour $h = 1/3$ on retrouve l'expression de Looyenga exposée ci-dessous.

1.3.2. Théorie de Landau-Lifshitz.

Ils proposent une expression valable pour des mélanges binaires formés de constituants ayant des permittivités voisines.

L'expression obtenue est :

$$\varepsilon_e = \varepsilon_C + \phi_D (\varepsilon_D - \varepsilon_C) - \frac{\phi_D (1 - \phi_D) (\varepsilon_D - \varepsilon_C)^2}{3 [\varepsilon_C + \phi_D (\varepsilon_D - \varepsilon_C)]} \quad (\text{II.15})$$

1.3.3. Théorie de Looyenga.

Ils considèrent l'émulsion formée de régions de concentrations légèrement différentes. Le calcul basé sur l'expression de Landau-Lifshitz aboutit à :

$$\varepsilon_e^{1/3} = \phi_D \varepsilon_D^{1/3} + (1 - \phi_D) \varepsilon_C^{1/3} \quad (\text{II.16})$$

2. Discussions et comparaisons.

Dans le cas général les agrégats ne sont pas sphériques. Leur forme peut être ellipsoïdale, cylindrique, plate, etc..., cependant les théories précédentes conservent en général leur validité. Une comparaison graphique entre valeurs théoriques calculées à partir des différentes théories et données expérimentales a été faite par Greffe et Grosse ^[14] sur le système eau-terpène, en régime statique *Figure II-9*. Les deux théories dont les courbes se rapprochent le plus aux données expérimentales, sur toute la gamme de concentration, sont celles de Greffe-Grosse et de Bruggeman-Hanai ^[17].

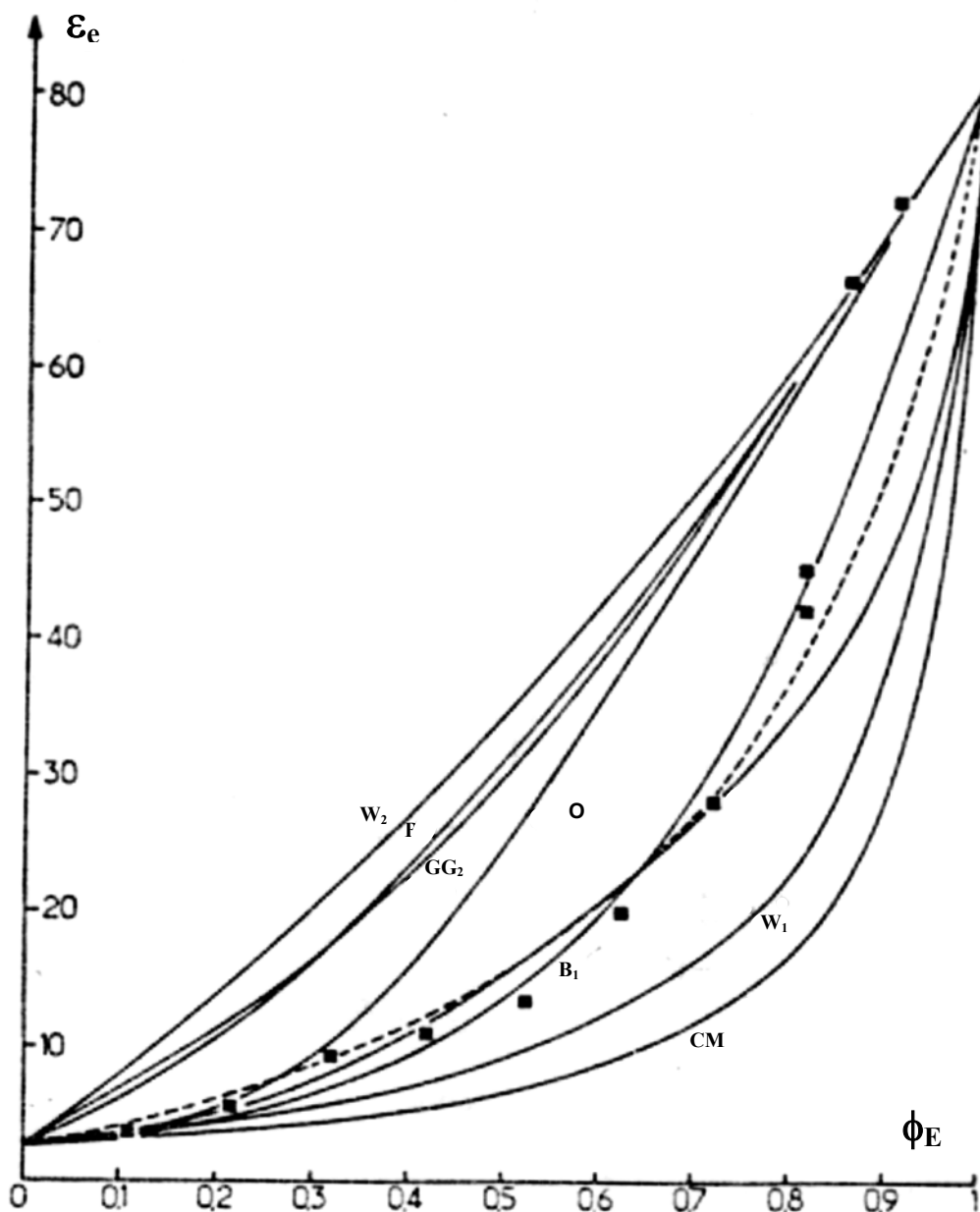


Figure II-9. Système eau-terpène. Permittivité statique de l'émulsion ϵ_e en fonction de la fraction volumique de l'eau ϕ_E . Confrontation des différentes théories (repérées par les initiales de leurs auteurs) avec les résultats expérimentaux. (Greffé et Grosse) ^[14]

$Br_{1,2}$: Bruggeman-Hanai, $W_{1,2}$: Wagner, O : Onsager, CM : Clausius- Mossotti, $GG_{1,2}$: Greffe et Grosse. (Indice 1 correspond à une émulsion E/H et 2 à une émulsion H/E).

En régime fréquentiel peu de données ont été enregistrées dans la littérature. Nous avons choisi les mesures faites à 23,45 GHz par Thomas et al.^[19] sur l'émulsion eau-paraffine stabilisée par tensionactif. Sur les figures II-10 (a) et (b) les données expérimentales de la permittivité diélectrique ϵ_e sont représentées par des triangles et les valeurs théoriques en traits continus pour Greffe-Grosse, et discontinus pour Hanai. Nous remarquons un écart important entre les valeurs théoriques et données expérimentales du facteur de perte ϵ_e'' de l'émulsion eau dans l'huile beaucoup moins important dans le modèle de Greffe-grosse.

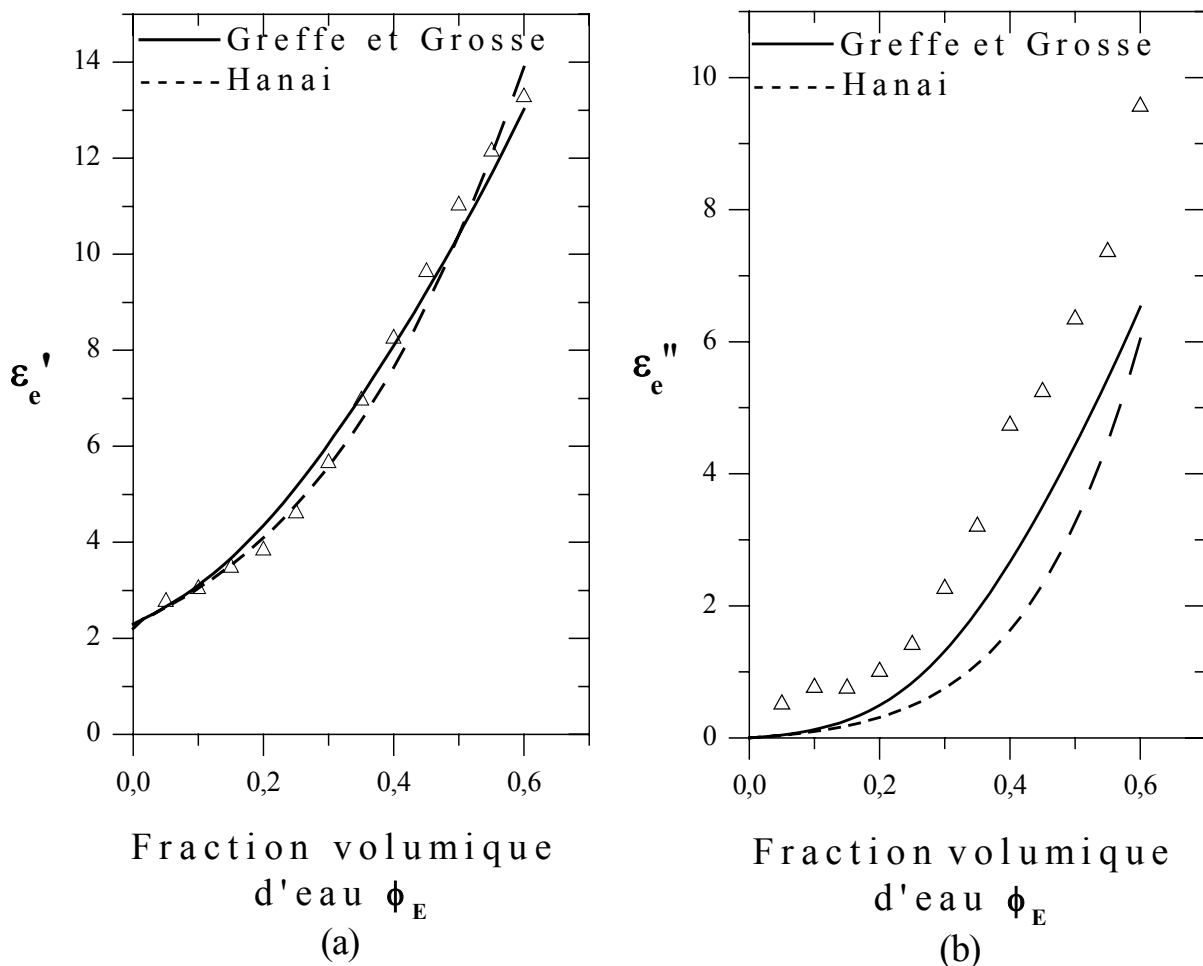
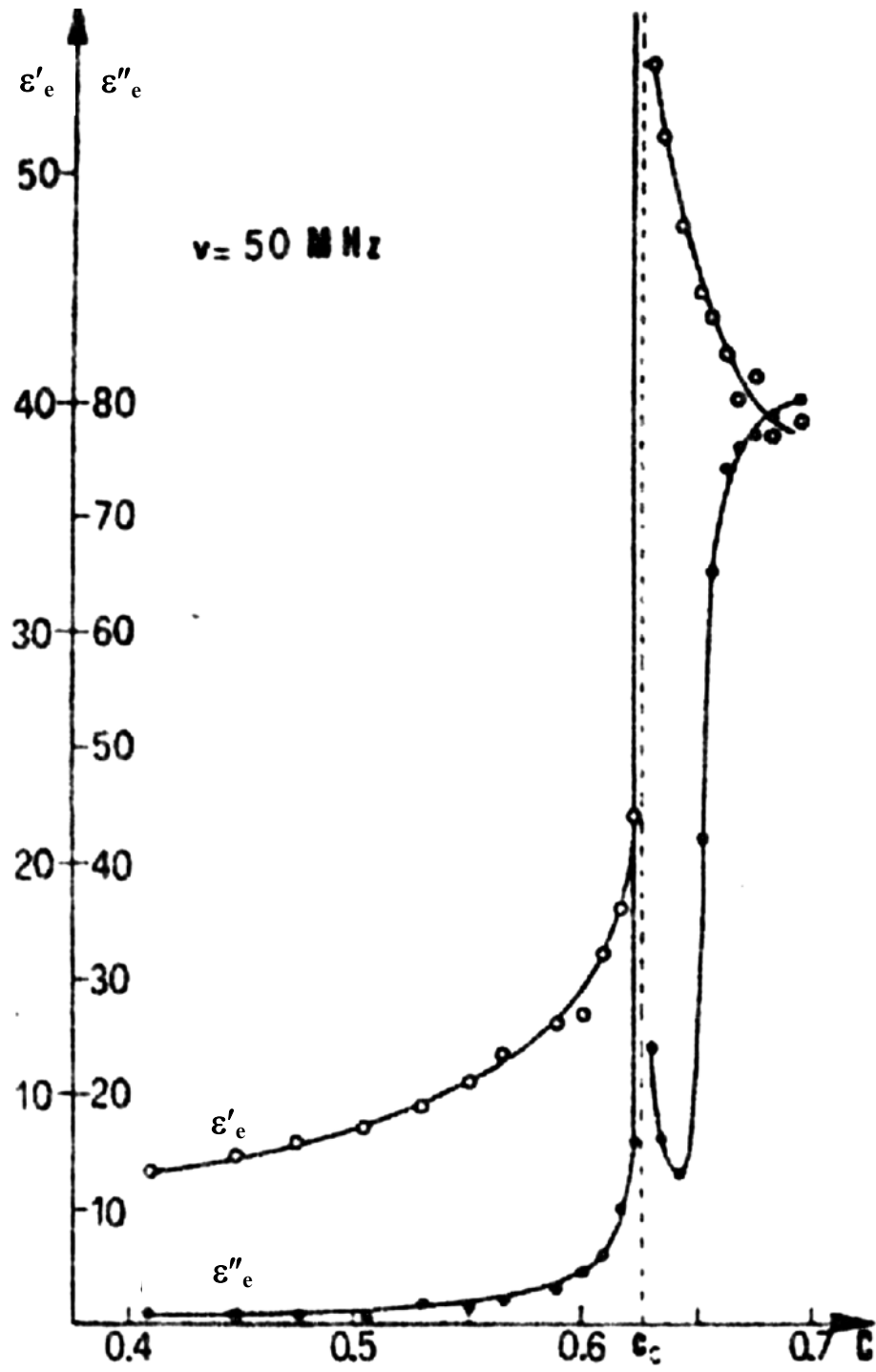


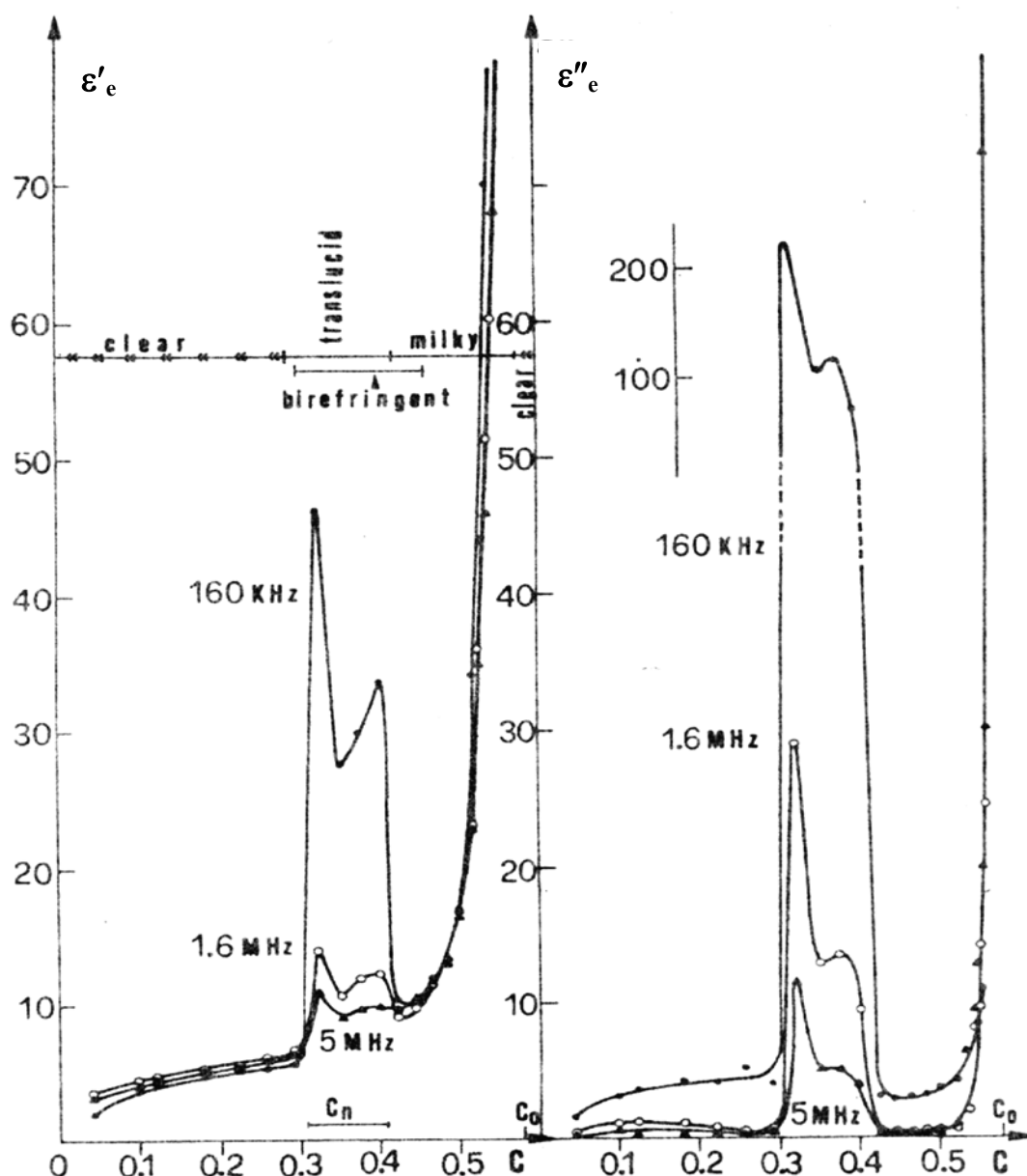
Figure II-10. . Variation de la permittivité diélectrique ϵ_e de l'émulsion eau-paraffine en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E à 23.45 GHz.

Les variations de la permittivité diélectrique réelle ε'_e et du facteur de perte ε''_e des microémulsions au voisinage de la concentration critique c_0 (correspondant au changement de phase) ne sont pas expliquées par ces théories. Senatra et Giubilaro^{[20][21]} ont montré que pour c_0 la permittivité diélectrique réelle ε'_e et le facteur de perte ε''_e divergeaient et présentaient des pics dans la région où l'eau est la phase dispersée, pics d'autant plus intenses que la fréquence de travail est faible (*Figure II-11*).



(a)

Figure II-11. Variations de ϵ'_e et ϵ''_e en fonction de la concentration d'eau à différentes fréquences : (a) 50MHz , (b) 160kHz , 1.6 MHz et 5MHz. (Senatra et Giubilaro) ^{[20], [21]}



(b)

Figure II-11. Variations de ϵ'_e et ϵ''_e en fonction de la concentration d'eau à différentes fréquences : (a) 50MHz , (b) 160kHz , 1.6 MHz et 5MHz. (Senatra et Giubilaro) ^{[20], [21]}

Les variations thermiques de la permittivité diélectrique ϵ_e ne sont pas non plus explicitées dans ces théories. En basse fréquence J. Peyrelasse ^[22] observe un maximum assez plat en fonction de la température. Lorsque la concentration en eau s'accroît ce maximum augmente d'amplitude et se déplace vers les basses températures (Figure II-12).

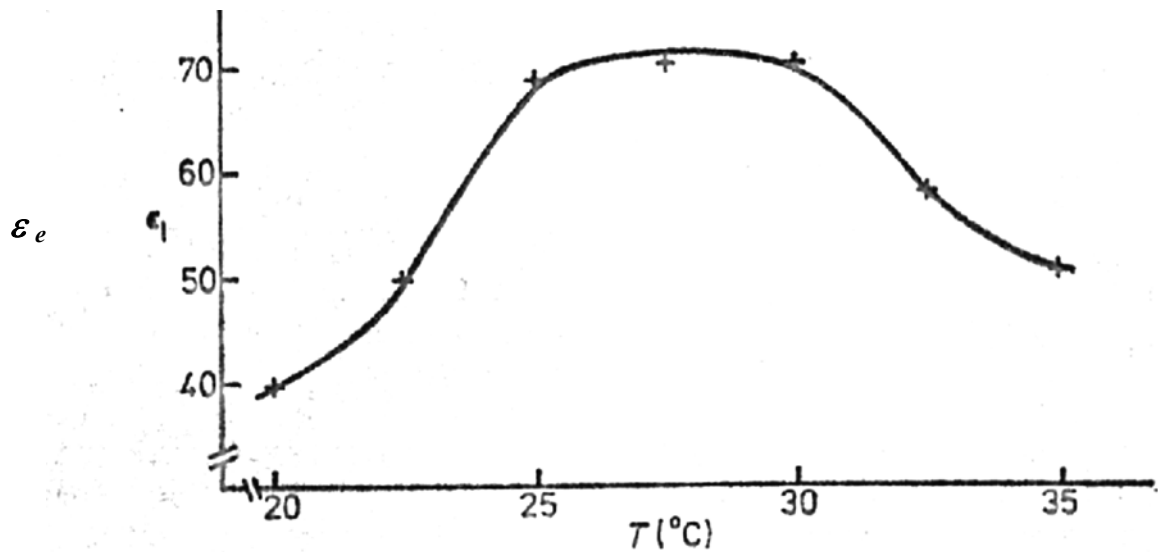


Figure II-12. Variations de la permittivité ϵ_e aux faibles fréquences en fonction de la température. Concentration en poids d'eau $c = 0.310$. (Peyrelasse) ^[22]

Pour une émulsion où l'eau est la phase dispersée deux phénomènes de dispersion apparaissent : l'un aux basses fréquences attribué à une polarisation d'électrodes (effet Maxwell-Wagner), l'autre aux fréquences plus élevées est dû à une polarisation interfaciale. Cette dernière polarisation n'apparaît pas pour une émulsion où l'huile est la phase dispersée ^[17].

La vitesse d'agitation n'est pas à négliger. Lorsque celle-ci augmente Hanai ^[17] remarque que pour une émulsion où l'eau est la phase dispersée le pic du facteur de perte ϵ_e'' se déplace vers de plus grandes fréquences et diminue en amplitude. Le palier de la permittivité diélectrique réelle ϵ_e' diminue également en valeur (Figure II-13).

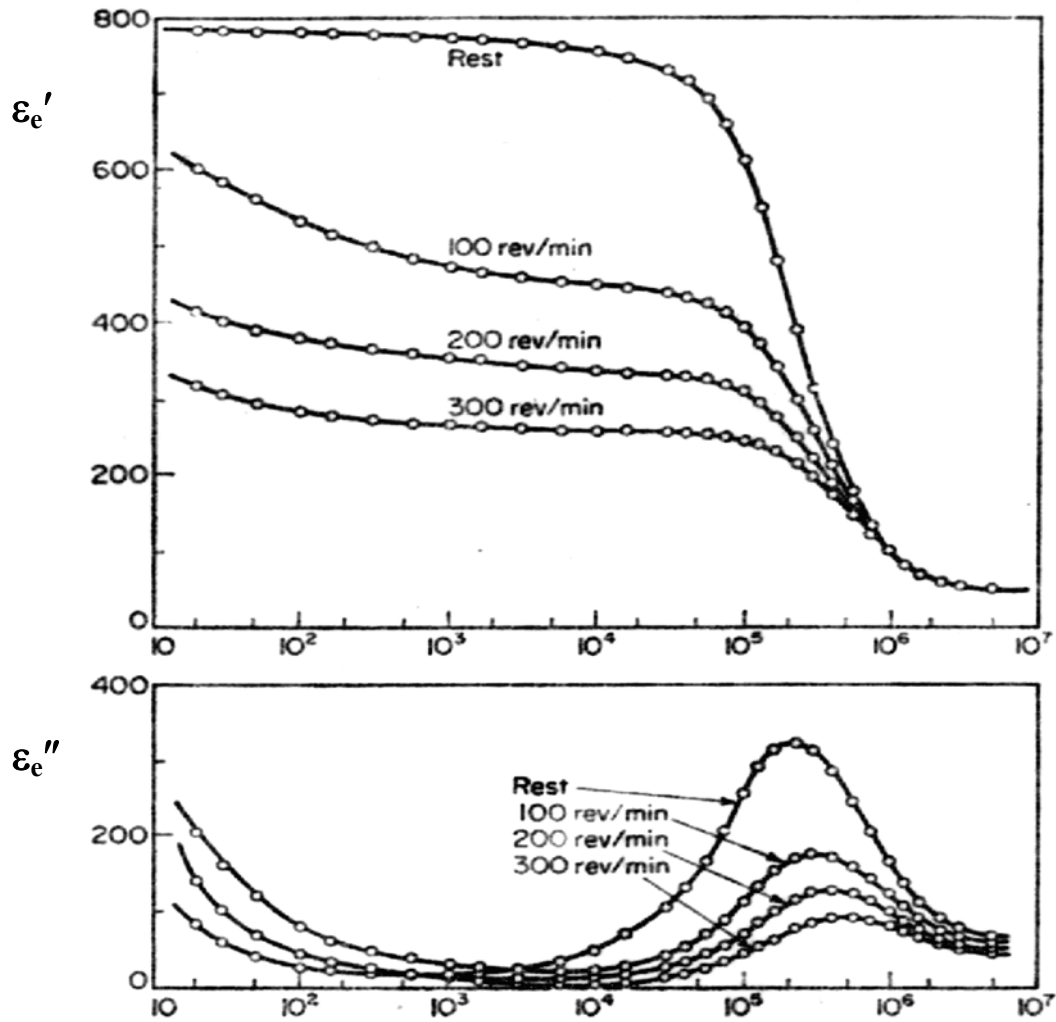


Figure II-13. Variations de ϵ'_e et ϵ''_e en fonction de la fréquence à différentes vitesses d'agitation (rev/mn) pour une émulsion eau dans l'huile de 80% de fraction volumique à 30°C. (Hanai 1961b) ^[17]

Sur le diagramme de Cole et Cole l'influence de la vitesse d'agitation est mise en évidence. Elle influe énormément en basses fréquences. En hautes fréquences, elle n'a aucun effet. (Figure II-14).

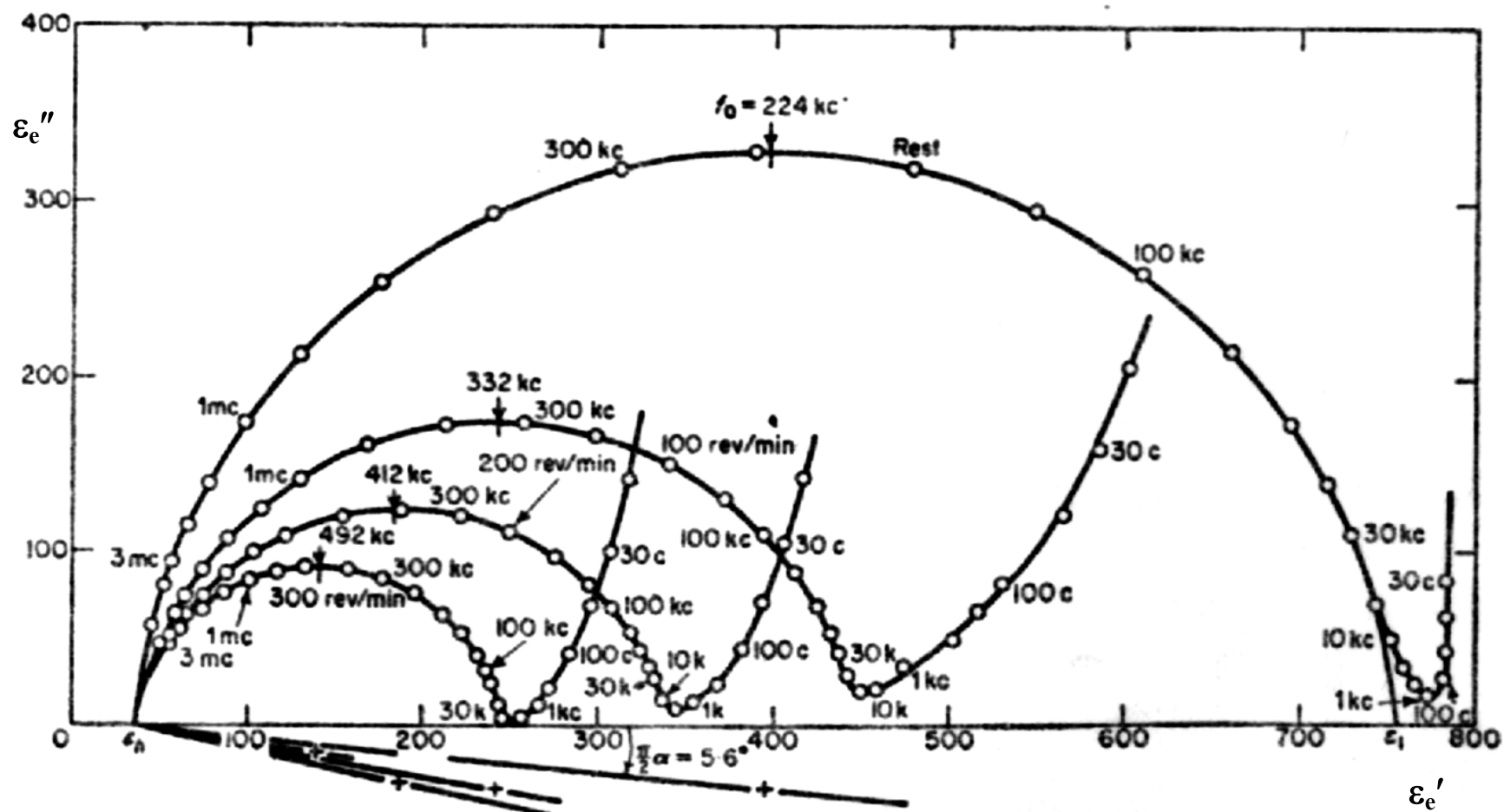


Figure II-14. Diagramme de ϵ_e'' en fonction ϵ_e' à différentes vitesses d'agitation (rev/mn) pour une émulsion eau dans l'huile de 80% de fraction volumique à 30°C. (Hanai 1961b) ^[17]

CHAPITRE III

RAPPELS SUR LES EQUATIONS DE PROPAGATIONS LIBRE ET GUIDEE

Pour la détermination des constantes diélectriques des corps solides ou liquides dans la bande des 10 GHz on utilise la technique des guides d'ondes ^{[22], [23], [24]} ou des cavités résonnantes. On préfère l'une ou l'autre suivant la nature des corps à étudier. La première nous a semblé plus adaptée à l'étude des émulsions, bien que dans tous les cas elle amène des expressions théoriques plus complexes.

1. Equations de Maxwell et relations de passage

Les équations de Maxwell, au nombre de quatre, relient les quatre champs des vecteurs électrique $\vec{E}$, magnétique $\vec{H}$, déplacement électrique $\vec{D}$ et induction magnétique $\vec{B}$, à la densité de charge électrique ρ et à la fonction vectorielle densité de courant $\vec{j}$. Elles sont valables à tout instant t et en tout point d'un milieu continu, c'est à dire en dehors de certaines surfaces-frontières (par exemple changement de milieu) dont le franchissement entraîne des changements brusques des propriétés de la matière.

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.1})$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{III.2})$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{III.3})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{III.4})$$

Dans le cas des milieux linéaires homogènes et isotropes, notés LHI, les expressions reliant $\vec{D}$ à $\vec{E}$ et $\vec{B}$ à $\vec{H}$ sont simples

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} \quad \text{et} \quad \vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad (\text{III.5})$$

dans laquelle ϵ_r est la permittivité diélectrique relative du milieu et μ_r sa perméabilité magnétique relative par rapport au vide. ϵ_0 et μ_0 sont respectivement la permittivité diélectrique absolue et la perméabilité magnétique absolue du vide.

Pour définir les sauts des divers composantes des champs lors des franchissements d'une surface-frontière entre deux milieux dits 1 et 2, on est amené à rajouter aux quatre équations de Maxwell quatre relations dites relations de passage :

$$\vec{n}_{12} \wedge (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = \vec{0} \quad (\text{III.6})$$

$$\vec{n}_{12} \wedge (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{j}_s \quad (\text{III.7})$$

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s \quad (\text{III.8})$$

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (\text{III.9})$$

dans lesquelles ρ_s et $\vec{j}_s$ représentent respectivement la densité de charge et la densité de courant superficielles existant sur la surface-frontière ; $\vec{n}_{12}$ est le vecteur unitaire de la normale à la surface-frontière dirigée du milieu 1 vers le milieu 2.

Ces quatre relations peuvent être réécrites en fonction des composantes tangentielles (indiquées par t) et composantes normales (indiquées par n) des quatre champs :

$$E_{t2} - E_{t1} = 0 \quad (\text{III.10})$$

$$H_{t2} - H_{t1} = j_s \quad (\text{III.11})$$

$$D_{n2} - D_{n1} = \rho_s \quad (\text{III.12})$$

$$B_{n2} - B_{n1} = 0 \quad (\text{III.13})$$

La première et dernière relations (III.10 et III.13) traduisent la continuité de la composante tangentielle du champ électrique $\vec{E}$ et de la composante normale du champ induction magnétique $\vec{B}$.

Par contre les deux relations (III.11 et III.12) montrent que la composante normale du champ déplacement $\vec{D}$ et la composante tangentielle du champ magnétique $\vec{H}$ sont discontinues dans le cas d'éventuelles charges et courants superficiels sur la surface-frontière.

Tout le mérite à Maxwell avait été de rajouter le fameux terme $-\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ dans l'équation (III.2) déjà existante sans ce terme sous une forme intégrale, connue sous le nom de théorème d'Ampère. Il faut remarquer quand même que le modèle qu'il adopta pour obtenir ces quatre équations était erroné, il supposa le vide comme étant semblable à un milieu élastique.

A partir de cette équation (III.2), il est aisé de montrer que le principe de la conservation de charge est respecté. Il suffit de calculer la divergence de cette équation et d'utiliser l'équation (III.3) pour aboutir à l'équation :

$$\text{div } \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{III.14})$$

qui, en d'autres termes, montre que le flux de courant sortant d'une surface fermée est égal à la diminution de la charge intérieure à cette surface.

Grâce aussi à ces quatre équations de Maxwell il a été possible de montrer que les quatre champs pouvaient se propager dans les milieux continus et même dans le vide.

Dans les milieux LHI ne contenant ni charge ni courant, les équations (III.11 et III.12) se simplifient et s'écrivent en fonction des deux champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{H}$ compte tenu des relations (III.5):

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu_r \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{III.15})$$

$$\text{rot } \vec{H} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{III.16})$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad (\text{III.17})$$

$$\text{div } \vec{H} = 0 \quad (\text{III.18})$$

On calcule le rotationnel de l'équation (III.15) :

$$\text{rot rot } \vec{E} = -\mu_r \mu_0 \text{rot } \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{III.19})$$

qui se transforme, en tenant compte de la relation mathématique :
 $\text{rot rot} = \Delta - \text{grad div}$ dans laquelle Δ est le laplacien, en :

$$\Delta \vec{E} - \text{grad div } \vec{E} = -\mu_r \mu_0 \text{rot } \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{III.20})$$

Le fait de pouvoir permuter les deux opérateurs mathématiques rot et $\frac{\partial}{\partial t}$, et du fait que $\text{div } \vec{E} = 0$, l'équation (III.20) peut se mettre sous une nouvelle forme :

$$\Delta \vec{E} = -\mu_r \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{H} \quad (\text{III.21})$$

qui peut se transformer à nouveau, compte tenu de l'équation (III.16), en :

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon_r \mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{III.21})$$

dans laquelle $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$.

l'équation obtenue est une équation d'onde, elle montre clairement que le champ se propage à la vitesse $\frac{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}{c}$ dans un milieu diélectrique LHI de permittivité diélectrique relative ϵ_r et de perméabilité magnétique relative μ_r et ne contenant ni charge ni courant. Dans le cas du vide ($\epsilon_r = 1$ et $\mu_r = 1$), la vitesse de propagation c connue sous le nom de la vitesse de la lumière, est égale à $9 \cdot 10^8$ m/s.

De la même manière, on peut établir les équations de propagation des autres champs. Ces champs se propagent tous à la même vitesse.

2. Propagation d'ondes planes harmoniques

2.1. Diélectrique LHI non absorbant et de dimension infinie

Dans le cas des diélectriques LHI non absorbants la permittivité diélectrique est un scalaire réel. Les amplitudes des champs sont constantes et réelles, l'expression générale du champ électrique pris comme exemple, à l'instant t et en un point du diélectrique positionné par le vecteur $\vec{r}$, est de la forme générale en notation complexe:

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{E}_0 \exp(-j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})) \quad (\text{III.23})$$

dans laquelle ω est la pulsation de l'onde, $\vec{k}$ le vecteur d'onde réel.

Le champ électrique réel $\vec{E}$ correspondra à la partie réelle du champ électrique complexe $\vec{\mathcal{E}}$.

On déduit à partir des équations de Maxwell, que les deux champs électriques $\vec{E}$ et magnétique $\vec{H}$ sont transverses c'est à dire que leurs composantes suivant la direction de propagation (donc celle du vecteur d'onde $\vec{k}$) sont nulles, ce type d'onde est appelé onde TEM et se lit transverse électrique magnétique. De plus les deux

directions de ces deux champs sont perpendiculaires. Par conséquent, ils forment un trièdre avec le vecteur $\vec{k}$. Ils sont reliés entre eux par la relation suivante :

$$\vec{H} = \frac{1}{\omega \mu_0 \mu_r} \vec{k} \wedge \vec{E} \quad (\text{III.24})$$

2.2. Diélectrique LHI absorbant de dimension infinie

Ces milieux sont caractérisés par une permittivité diélectrique relative complexe $\epsilon_r = \epsilon' + j \epsilon''$, elle tient compte des pertes d'énergie que cause ces milieux à l'onde électromagnétique lors de sa propagation.

On associe aux champs un vecteur d'onde complexe dont le module est :
 $k = j\alpha + \beta$

Ces champs en notation complexe conservent la même forme que dans les milieux non absorbants avec des amplitudes complexes ; par exemple pour le champ électrique :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(-j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})) \quad (\text{III.25})$$

Le champ électrique réel $\vec{E}$ correspondra à la partie réelle du champ électrique complexe $\vec{E}$.

Dans les équations de propagation, les symboles des champs réels sont remplacés par les symboles des champs complexes équivalents.

$$\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon_r \mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{III.26})$$

$$\Delta \vec{H} - \frac{\epsilon_r \mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{III.27})$$

En explicitant les champs complexes $\vec{E}$ et $\vec{H}$ par leurs expressions complexes dans l'une ou l'autre des équations précédentes, on en déduit une relation reliant le vecteur d'onde k à la permittivité diélectrique relative ϵ_r :

$$k^2 = \frac{\omega^2 \mu_r}{c^2} \epsilon_r \quad (\text{III.28})$$

Cette relation permet de calculer les constantes d'amortissement α et de propagation β .

Explicitons tout d'abord la permittivité diélectrique relative ϵ_r sous une forme appropriée:

$$\epsilon_r = \epsilon' + j \epsilon'' = \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2} \exp(j\theta) \quad \text{avec} \quad \text{tg}(\theta) = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \quad (\text{III.29})$$

la relation (III.28) se transforme en :

$$\alpha + j \beta = \frac{\omega \mu_r^{\frac{1}{2}}}{c} (\epsilon'^2 + \epsilon''^2)^{\frac{1}{4}} \exp\left(j \frac{\theta}{2}\right) = \frac{\omega \mu_r^{\frac{1}{2}}}{c} (\epsilon'^2 + \epsilon''^2)^{\frac{1}{4}} \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + j \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad (\text{III.30})$$

on en déduit :

$$\alpha = \frac{\omega \mu_r^{\frac{1}{2}}}{c} (\epsilon'^2 + \epsilon''^2)^{\frac{1}{4}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{III.31})$$

$$\beta = \frac{\omega \mu_r^{\frac{1}{2}}}{c} (\epsilon'^2 + \epsilon''^2)^{\frac{1}{4}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{III.32})$$

On peut aussi les exprimer en fonction de ϵ' et θ :

$$\alpha = \frac{\omega \mu_r^{\frac{1}{2}} \varepsilon_r^{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{c \sqrt{\cos(\theta)}} \quad (\text{III.33})$$

$$\beta = \frac{\omega \mu_r^{\frac{1}{2}} \varepsilon_r^{\frac{1}{2}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{c \sqrt{\cos(\theta)}} \quad (\text{III.34})$$

L'expression du champ électrique peut se mettre sous la forme :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(-\alpha \vec{u} \cdot \vec{r}) \exp(-j(\omega t - \beta \vec{u} \cdot \vec{r})) \quad (\text{III.35})$$

où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire de la direction de propagation.

On obtient des ondes évanescentes. Elles se propagent dans le diélectrique avec une constante de propagation β tout en diminuant en amplitude selon une loi exponentielle de coefficient d'amortissement α .

La relation (III.24) est encore valable, seulement il faut substituer les champs réels par leurs symboles complexes :

$$\vec{H} = \frac{1}{\omega \mu_0 \mu_r} \vec{k} \wedge \vec{E} \quad (\text{III.36})$$

les vecteurs sont transverses et orthogonaux. Seulement il faut bien remarquer que l'orthogonalité des champs complexes $\vec{E}$ et $\vec{H}$ n'implique pas nécessairement qu'en un point donné les vecteurs réels $\vec{E}$ et $\vec{H}$ soient à tout instant perpendiculaires comme dans le cas des milieux non absorbants.

3. Propagation guidée dans le cas harmonique

3.1. Définition d'un guide d'onde

On conviendra d'appeler guide d'onde toute surface engendrée par des droites (les génératrices) s'appuyant sur une courbe plane (la directrice) et parallèles à une

direction fixe, généralement l'axe Oz. Par exemple, le guide rectangulaire est formé d'une directrice rectangulaire.

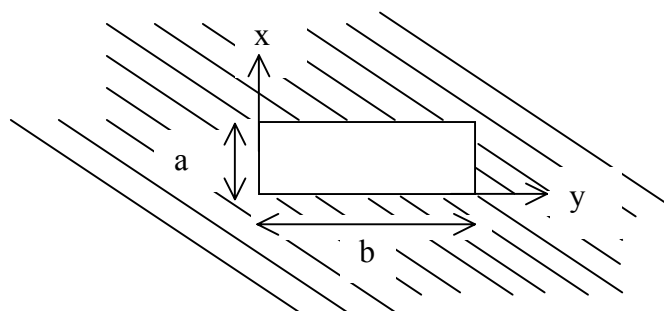


Figure III-1. Coupe transversale du guide rectangulaire.

La zone hachurée représente le métal. L'intérieur est rempli d'un matériau diélectrique, généralement l'air. La propagation des divers champs a lieu le long de l'axe Oz.

On convient de représenter, dans le cas du guide rectangulaire, le grand coté de dimension b sur l'axe Oy et le petit coté de dimension a sur l'axe Ox.

3.2. Equations de propagation guidée

Dans le cas des guides d'onde, on cherchera des solutions de la forme :

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}(x, y) \exp(j \vec{k}_g \cdot \vec{r}) \quad (\text{III.37})$$

$$\vec{H}(x, y, z) = \vec{H}(x, y) \exp(j \vec{k}_g \cdot \vec{r}) \quad (\text{III.38})$$

Dans lesquelles $\vec{k}_g$ est la composante du vecteur d'onde $\vec{k}$ suivant la direction Oz.

Les équation de propagation en régime harmonique ($k = \frac{\omega \sqrt{\epsilon_r \mu_r}}{c}$) s'écrivent :

$$\Delta \vec{\mathcal{E}} - k^2 \vec{\mathcal{E}} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta \vec{\mathcal{H}} - k^2 \vec{\mathcal{H}} = 0 \quad (\text{III.39})$$

En remplaçant les champs par leurs expressions dans les équations de propagation (III.39), on obtient de nouvelles formes :

$$\Delta \vec{E}(x,y) - (k^2 - k_g^2) \vec{E}(x,y) = 0 \quad (\text{III.40})$$

$$\Delta \vec{H}(x,y) - (k^2 - k_g^2) \vec{H}(x,y) = 0 \quad (\text{III.41})$$

Comme les champs $\vec{E}(x,y)$ et $\vec{H}(x,y)$ ne sont fonction que de x et y , le laplacien se réduira uniquement à ces deux coordonnées.

Explicitons quatre relations, habituellement utilisées dans le problème d'ondes guidées, reliant les composantes transversales aux composantes axiales.

En remplaçant les champs par leurs expressions dans les équations de Maxwell (III.15 et III.16) en l'absence de courant :

$$\text{rot}(\vec{E} \exp(j \vec{k}_g \cdot \vec{r})) = j\omega\mu_0\mu_r \vec{H} \exp(j \vec{k}_g \cdot \vec{r}) \quad (\text{III.42})$$

$$\text{rot}(\vec{H} \exp(j \vec{k}_g \cdot \vec{r})) = j\omega\epsilon_0\epsilon_r \vec{E} \exp(j \vec{k}_g \cdot \vec{r}) \quad (\text{III.43})$$

Compte tenu de la relation mathématique $\text{rot}(a\vec{A}) = a \text{rot}(\vec{A}) + \text{grad}(a) \wedge \vec{A}$ et de l'équation $\text{grad}(\exp(jk_g z)) = jk_g \exp(jk_g z) \vec{e}_z$, on en déduit après simplification des deux membres par le facteur non nul $\exp(jk_g z)$:

$$j k_g \vec{e}_z \wedge \vec{E} + \text{rot} \vec{E} = j\omega\mu_0\mu_r \vec{H} \quad (\text{III.44})$$

$$j k_g \vec{e}_z \wedge \vec{H} + \text{rot} \vec{H} = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r \vec{E} \quad (\text{III.45})$$

Décomposons les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ en une composante axiale ($E_z \vec{e}_z$ et $H_z \vec{e}_z$) parallèle à Oz et une composante transversale ($\vec{E}_T$ et $\vec{H}_T$) perpendiculaire à Oz donc parallèle au plan xoy.

$$\vec{E} = \vec{E}_T + E_z \vec{e}_z \quad \text{et} \quad \vec{H} = \vec{H}_T + H_z \vec{e}_z \quad (\text{III.46})$$

Les équations (III.44 et III.45) se transforment en :

$$j k_g \vec{e}_z \wedge \vec{E}_T + \text{rot} \vec{E}_T + \text{grad } E_z \wedge \vec{e}_z = j\omega\mu_0\mu_r (\vec{H}_T + H_z \vec{e}_z) \quad (\text{III.47})$$

$$j k_g \vec{e}_z \wedge \vec{H}_T + \text{rot} \vec{H}_T + \text{grad } H_z \wedge \vec{e}_z = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r (\vec{E}_T + E_z \vec{e}_z) \quad (\text{III.48})$$

Comme $\vec{E}_T$ et $\vec{H}_T$ sont indépendants de z, leurs rotationels sont alors portés par Oz. La projection des équations (III.47 et III.48) sur l'axe Oz et le plan xoy donne :

$$\text{rot} \vec{E}_T = j\omega\mu_0\mu_r H_z \vec{e}_z \quad (\text{III.49})$$

$$j k_g \vec{e}_z \wedge \vec{E}_T + \text{grad } E_z \wedge \vec{e}_z = j\omega\mu_0\mu_r \vec{H}_T \quad (\text{III.50})$$

$$\text{rot} \vec{H}_T = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r E_z \vec{e}_z \quad (\text{III.51})$$

$$j k_g \vec{e}_z \wedge \vec{H}_T + \text{grad } H_z \wedge \vec{e}_z = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r \vec{E}_T \quad (\text{III.52})$$

On peut aussi exprimer les composantes transversales à partir des composantes axiales, il suffit de reporter la valeur de $\vec{E}_T$ déduite de l'équation (III.52) dans l'équation (III.50), et celle de $\vec{H}_T$ déduite de l'équation (III.50) dans l'équation

(III.52), puis d'utiliser la règle du double produit vectoriel $\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = -(\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C} + (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B}$. On obtient:

$$\vec{H}_T (k^2 - k_g^2) = jk_g \text{grad } H_z + j\omega \epsilon_r \epsilon_0 \vec{e}_z \wedge \text{grad } E_z \quad (\text{III.53})$$

$$\vec{E}_T (k^2 - k_g^2) = jk_g \text{grad } E_z - j\omega \mu_r \mu_0 \vec{e}_z \wedge \text{grad } H_z \quad (\text{III.54})$$

3.3. Conditions aux limites

La composante tangentielle du champ électrique est nulle à la surface-frontière Γ métal-diélectrique, par conséquent :

$$\vec{n} \wedge (\vec{E}_T + E_z \vec{e}_z) = \vec{0} \text{ sur } \Gamma$$

ou encore

$$\vec{n} \wedge \vec{E}_T + E_z \vec{n} \wedge \vec{e}_z = \vec{0} \text{ sur } \Gamma \quad (\text{III.55})$$

Comme le vecteur normal $\vec{n}$ à la surface-frontière Γ et $\vec{E}_T$ sont parallèles au plan xoy, leur produit vectoriel est un vecteur colinéaire à Oz. Compte tenu que le vecteur unitaire $\vec{e}_z$ est perpendiculaire au plan xoy, le produit vectoriel $\vec{n} \wedge \vec{e}_z$ est alors parallèle à ce plan. Les directions des deux vecteurs $E_z \vec{n} \wedge \vec{e}_z$ et $\vec{n} \wedge \vec{E}_T$ sont par conséquent perpendiculaires, ceci implique que chaque terme du premier membre de l'équation (III.55) est nul :

$$E_z = 0 \quad \text{et} \quad \vec{n} \wedge \vec{E}_T = \vec{0} \quad \text{sur } \Gamma \quad (\text{III.56})$$

En explicitant l'expression de $\vec{E}_T$ à partir de l'équation (III.54) dans l'équation précédente, on obtient :

$$\vec{n} \wedge \left(j \frac{k_g}{k^2 - k_g^2} \text{grad } E_z - j \frac{\omega \mu_r \mu_0}{k^2 - k_g^2} \vec{e}_z \wedge \text{grad } H_z \right) = \vec{0} \quad (\text{III.57})$$

Or $E_z = 0$ sur Γ , l'équation précédente se simplifie :

$$\vec{n} \wedge \left(\vec{e}_z \wedge \text{grad } H_z \right) = \vec{0} \quad \text{sur } \Gamma \quad (\text{III.58})$$

Comme $\vec{n}$ et $\vec{e}_z$ sont perpendiculaires, le double produit vectoriel se réduit à :

$$\left(\vec{n} \cdot \text{grad } H_z \right) \vec{e}_z = \vec{0} \quad \text{sur } \Gamma \quad (\text{III.59})$$

où tout simplement :

$$\frac{d H_z}{d n} = 0 \quad \text{sur } \Gamma \quad (\text{III.60})$$

4. Modes propres

Le problème des guides d'ondes se résume donc à la résolution de quatre équations dont les variables à déterminer sont uniquement les composantes axiales des champs:

$$\Delta E_z - \left(k^2 - k_g^2 \right) E_z = 0 \quad \text{dans } \Omega \text{ (volume rempli de diélectrique)} \quad (\text{III.61})$$

$$E_z = 0 \quad \text{sur } \Gamma \quad (\text{III.62})$$

$$\Delta H_z - \left(k^2 - k_g^2 \right) H_z = 0 \quad \text{dans } \Omega \quad (\text{III.63})$$

$$\frac{d H_z}{d n} = 0 \quad \text{sur } \Gamma \quad (\text{III.64})$$

Les composantes transversales des deux champs sont déduites simplement des équations (III.53 et III.54).

La résolution de l'une ou l'autre des équations de propagation (III.61 et III.63) n'est pas simple pour des guides de forme complexes, on y arrive à les résoudre pour les guides rectangulaires et circulaires.

Les équations de propagation déterminent à elles seules un problème mathématique très classique dit problème aux valeurs propres. En posant $k_c^2 = k^2 - k_g^2$, il s'agira de déterminer les valeurs de k_c^2 pour lesquelles l'équation aux dérivées partielles (III.61) admet des solutions s'annulant sur Γ . Il en est de même pour les deux autres équations (III.63 et III.64) en H_z . A chaque valeur de k_c^2 correspond un ensemble de fonctions propres ayant une structure d'espace vectoriel. Un tel espace dit espace propre, est de dimension finie.

Les valeurs de k_c^2 sont réelles, positives (éventuellement nulles) et formant une suite discrète. Les spectres associés à la condition de Newman ($E_z = 0$ sur Γ) et à la condition de Dirichlet ($\frac{dH_z}{dn} = 0$ sur Γ) sont différents et les valeurs possibles se classent en deux catégories :

- certaines permettent de définir un champ décrit par III.61 et III.62 en posant $E_z(x,y) = 0$ et en identifiant $H_z(x,y)$ à une fonction propre associée déduite des équations III.63 et III.64. Un tel champ est dit appartenir à un mode H ($H_z(x,y) \neq 0$) aussi appelé TE (transverse électrique).
- D'autres permettent de définir un champ décrit par III.63 et III.64 en posant $H_z(x,y) = 0$ et en identifiant $E_z(x,y)$ à une fonction propre associée déduite des équations III.61 et III.62. Un tel champ est dit appartenir à un mode E ($E_z(x,y) \neq 0$) aussi appelé TH (transverse magnétique).

Pour qu'il y ait propagation sans atténuation dans les deux cas, il faut que k_g soit réel et le diélectrique non absorbant (k réel positif) ce qui suppose k_c réel (on le choisira positif) et :

(III.65)

$$k > k_c$$

ou ce qui revient à écrire :

$$\frac{\omega \sqrt{\epsilon_r \mu_r}}{c} > k_c \quad (III.66)$$

par conséquent :

$$\omega > \omega_c \quad \text{avec} \quad \omega_c = \frac{c k_c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad (III.67)$$

La pulsation ω_c est dite pulsation de coupure. Pour des pulsations inférieures à ω_c (bien que le diélectrique ne soit pas absorbant), il y aura une propagation avec atténuation de l'amplitude des champs. On parle dans ce cas de mode évanescent.

En introduisant la notion de longueur d'onde de coupure $\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c}$, la condition de propagation devient :

$$\lambda < \lambda_c \quad \text{avec} \quad \lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} \quad (III.68)$$

5. Guide rectangulaire. Mode TE

Pour les modes TE, il suffit de trouver les valeurs de k_c et les fonctions $H_z(x, y)$ associées en utilisant les deux équations (III.63 et III.64) :

$$\Delta H_z - (k^2 - k_g^2) H_z = 0 \quad \text{dans } \Omega$$

$$\frac{d H_z}{d n} = 0 \quad \text{sur } \Gamma$$

Il est établi mathématiquement que $H_z(x, y)$ est nécessairement le produit d'une fonction de x par une fonction de y .

$$H_z(x, y) = X(x) Y(y) \quad (\text{III.69})$$

L'équation aux dérivées partielles (III.63) devient :

$$X''Y + XY'' + k_c^2 XY = 0 \quad (\text{III.70})$$

écrite sous une autre forme équivalente :

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + k_c^2 = 0 \quad (\text{III.71})$$

comme les rapports $\frac{X''}{X}$ et $\frac{Y''}{Y}$ sont des fonctions d'une seule variable (respectivement en x et en y) , l'équation précédente peut être scindée en deux :

$$\frac{X''}{X} = -v^2 \quad \text{et} \quad \frac{Y''}{Y} = -w^2 \quad (\text{III.72})$$

dans lesquelles v et w sont des constantes reliées entre elles par :

$$v^2 + w^2 = k_c^2 \quad (\text{III.73})$$

Supposant v^2 positif, la solution de l'équation aura la forme :

$$X = A \cos(\vartheta x) + B \sin(\vartheta x) \quad (\text{III.74})$$

et sa dérivée par rapport à x :

$$X = -A\vartheta \sin(\vartheta x) + B \vartheta \cos(\vartheta x) \quad (\text{III.75})$$

Or la condition aux limites, impose en $x = 0$ et $x = b$ à la dérivée de $H_z(x, y)$ par rapport à x d'être nulle :

$$\left. \frac{d H_z}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{d H_z}{dx} \right|_{x=a} = 0 \quad \text{avec} \quad 0 \leq y \leq b \quad (\text{III.76})$$

donc :

$$Y(y)X'(0) = Y(y)X'(a) = 0 \quad (\text{III.77})$$

par conséquent :

$$X'(0) = X'(a) = 0 \quad (\text{III.78})$$

ce qui implique:

$$B = 0 \quad \text{et} \quad A \cos(\vartheta a) + B \sin(\vartheta a) = 0 \quad (\text{III.79})$$

comme A et B ne peuvent être nuls à la fois (sinon $H_z(x, y) = 0$), on retiendra uniquement :

$$B = 0 \quad \text{et} \quad \sin(\vartheta a) = 0 \quad (\text{III.80})$$

ce qui revient à choisir :

$$X = A \sin(\nu x) \quad \text{et} \quad \nu a = m\pi \quad (\text{III.81})$$

L'hypothèse ν^2 négatif ne peut être retenue car X sera représenté par des cosinus et des sinus hyperboliques, la condition aux limites ne peut être satisfaite.

De la même manière on montre que :

$$Y = C \sin(\omega y) \quad \text{et} \quad \omega b = n\pi \quad (\text{III.82})$$

L'expression finale de $H_z(x, y)$ est donnée par :

$$H_z(x, y) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \quad \text{avec } m \text{ et } n \text{ entiers} \quad (\text{III.83})$$

En remplaçant ν et ω par leurs expressions (III.81 et III.83) dans l'équation (III.73), k_c^2 peut être exprimé en fonction des dimensions du guide :

$$\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 = k_c^2 \quad (\text{III.84})$$

et aussi bien pour la longueur d'onde de coupure :

$$\left(\frac{m}{2b}\right)^2 + \left(\frac{n}{2a}\right)^2 = \frac{1}{\lambda_c^2} \quad (\text{III.85})$$

il est possible de déduire les expressions des composantes transversales des champs des équations (III.53 et III.54). Comme $E_z(x, y) = 0$, ces deux équations se simplifient :

$$\vec{H}_T = j \frac{k_g}{k_c^2} \text{grad } H_z \quad (\text{III.86})$$

$$\vec{E}_T = -j \frac{\omega \mu_r \mu_0}{k_c^2} \vec{e}_z \wedge \text{grad } H_z \quad (\text{III.87})$$

En exprimant le gradient en coordonnées cartésiennes dans les deux équations précédentes, celles-ci prennent la forme:

$$\vec{E}_T = j \frac{k_g}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \vec{e}_x + j \frac{k_g}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \vec{e}_y \quad (\text{III.88})$$

$$\vec{H}_T = j \frac{\omega \mu_r \mu_0}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \vec{e}_x + j \frac{\omega \mu_r \mu_0}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \vec{e}_y \quad (\text{III.89})$$

Dans le cas du mode TE₀₁ (m=0 et n=1), H_z (relation (III.83)) se réduit à une fonction dépendant uniquement de y :

$$H_z(y) = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{b} y\right) \quad (\text{III.90})$$

Il est constant le long d'une droite parallèle à Ox. Le vecteur d'onde de coupure est égale simplement à $\frac{\pi}{b}$ et la longueur d'onde de coupure à deux fois la longueur du plus grand côté ($\lambda_c = 2b$).

Ce mode particulier est le mode fondamental du guide rectangulaire, il correspond à la plus petite valeur de k_c .

Les guides utilisés sont des guides rectangulaires normalisés type C N E T 7 dans la bande de 10 GHz (Figure III-1). Ce type de guide propose le mode transversal

électrique TE 01 où les expressions des amplitudes du champ électrique et magnétique déduites des équations (III.88 et III.89), sont dans le cas du vide :

$$\mathcal{E}_x = j H_0 \omega \mu_0 \frac{b}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{b} y \right) e^{jk_{g0} z} e^{-j\omega t} \quad (\text{III.91})$$

$$\mathcal{E}_y = 0 \quad (\text{III.92})$$

$$\mathcal{E}_z = 0 \quad (\text{III.93})$$

$$\mathcal{H}_x = 0 \quad (\text{III.94})$$

$$\mathcal{H}_y = - H_0 \frac{b}{\pi} k_{g0} \sin \left(\frac{\pi}{b} y \right) e^{jk_{g0} z} e^{-j\omega t} \quad (\text{III.95})$$

$$\mathcal{H}_z = H_0 \cos \left(\frac{\pi}{b} y \right) e^{jk_{g0} z} e^{-j\omega t} \quad (\text{III.96})$$

où k_{g0} est la constante de propagation guidée dans le vide.

Ces constantes sont reliées par la relation :

$$k_{g0}^2 + k_c^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 \quad (\text{III.97})$$

qui dans notre cas ($m=0, n=1$) k_c vaut $\frac{\pi}{b}$.

Si le guide est rempli de diélectrique de permittivité complexe $\epsilon_r = \epsilon' + j \epsilon''$ ($\mu_r \approx 1$ dans le cas des diélectriques) la relation précédente devient :

$$k_g^2 + k_c^2 = \epsilon_r \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 \quad (\text{III.98})$$

où k_g prend la forme de $k_g = j\alpha + \beta_g$

β_g est le coefficient de propagation guidée et α le coefficient d'amortissement.

On en déduit :

$$-\alpha^2 + \beta_g^2 + k_c^2 + 2j\alpha\beta_g = \epsilon_0 \epsilon' \mu_0 \omega^2 + j\epsilon_0 \epsilon'' \mu_0 \omega^2 \quad (\text{III.99})$$

Sachant que dans le vide le vecteur d'onde k_{g0} se réduit à la constante de propagation β_{g0} , une simple soustraction entre les équations (III.99 et III.97) amène l'égalité suivante :

$$-\alpha^2 + \beta_g^2 - \beta_{g0}^2 + 2j\alpha\beta_g = \epsilon_0 (\epsilon' - 1) \mu_0 \omega^2 + j\epsilon_0 \epsilon'' \mu_0 \omega^2 \quad (\text{III.100})$$

En identifiant parties réelles et parties imaginaires on arrive aux expressions de la permittivité diélectrique réelle ϵ' et du facteur de perte ϵ'' :

$$\epsilon' = 1 + \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0 \omega^2} \left(\beta_g^2 - \alpha^2 - \beta_{g0}^2 \right) \quad (\text{III.101})$$

$$\epsilon'' = \frac{2}{\epsilon_0 \mu_0 \omega^2} \alpha \beta_g \quad (\text{III.102})$$

avec $\omega = 2\pi f$ (où f est la fréquence de l'onde) et $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$ (où $c = 3 \cdot 10^8$ m/s est la vitesse de la lumière) on obtient :

$$\epsilon' = 1 + \frac{2,28}{f^2} 10^{15} \left(\beta_g^2 - \alpha^2 - \beta_{g0}^2 \right) \quad (\text{III.103})$$

$$\epsilon'' = \frac{4,56}{f^2} 10^{15} \alpha \beta_g \quad (\text{III.104})$$

Pour la mesure des constantes d'amortissement α et de propagation β_g on a réalisé le dispositif expérimental exposé au chapitre suivant.

CHAPITRE IV

DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET METHODE DE MESURES

Le banc utilisé pour nos mesures se compose de trois ensembles (planche IV-1) :

Un ensemble hyperfréquence

Un ensemble mécanique

Un ensemble d'agitation et de température.

1. Ensemble hyperfréquence.

Comprend de gauche à droite sur la planche IV-1 :

Un klystron réflex et son alimentation

Une ligne à sens unique

Un ondemètre

Un atténuateur calibré

Une ligne de mesure reliée à une table traçante par l'intermédiaire du TOS-mètre (amplificateur)

Un bouclier thermique constitué d'une portion de guide

La cellule de mesure.

1.1. Cellule (planche IV-2)

La cellule utilisée est constituée d'un guide rectangulaire (1) en laiton dans lequel un piston mobile (2) se déplace en translation. Celui-ci est pourvu d'un piège à onde afin d'éviter les fuites électromagnétiques par le haut de la cellule. Pour assurer la circulation du liquide diélectrique une entrée a été prévue par le bas (3) et une sortie par le haut (4). L'ensemble est entouré d'une chemise étanche (5) permettant de thermostatier la cellule et aussi d'effectuer des séries de mesures à différentes températures, contrôlées par un lecteur AOIP.

PLANCHE IV-1.

BANC DE MESURE

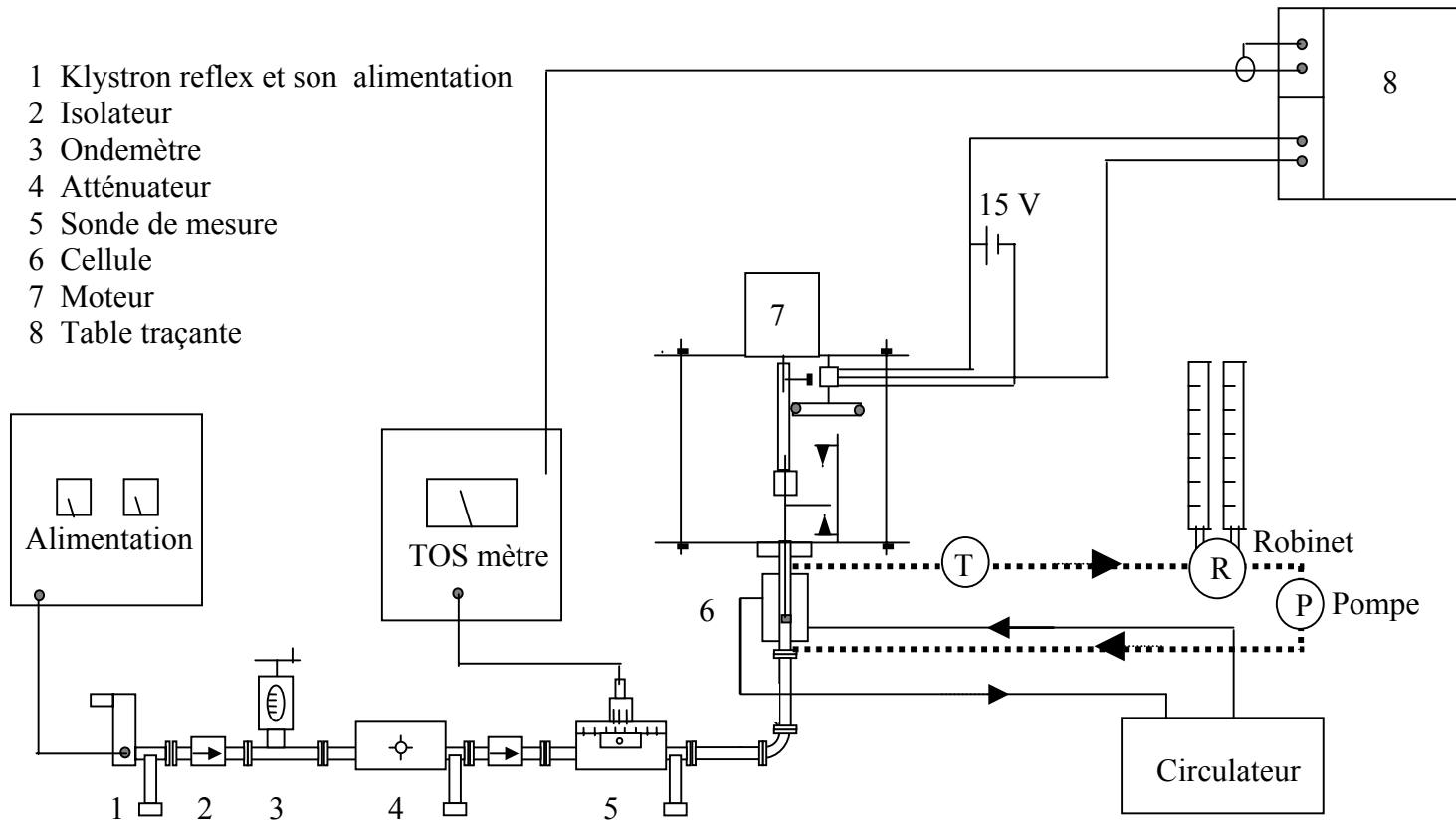
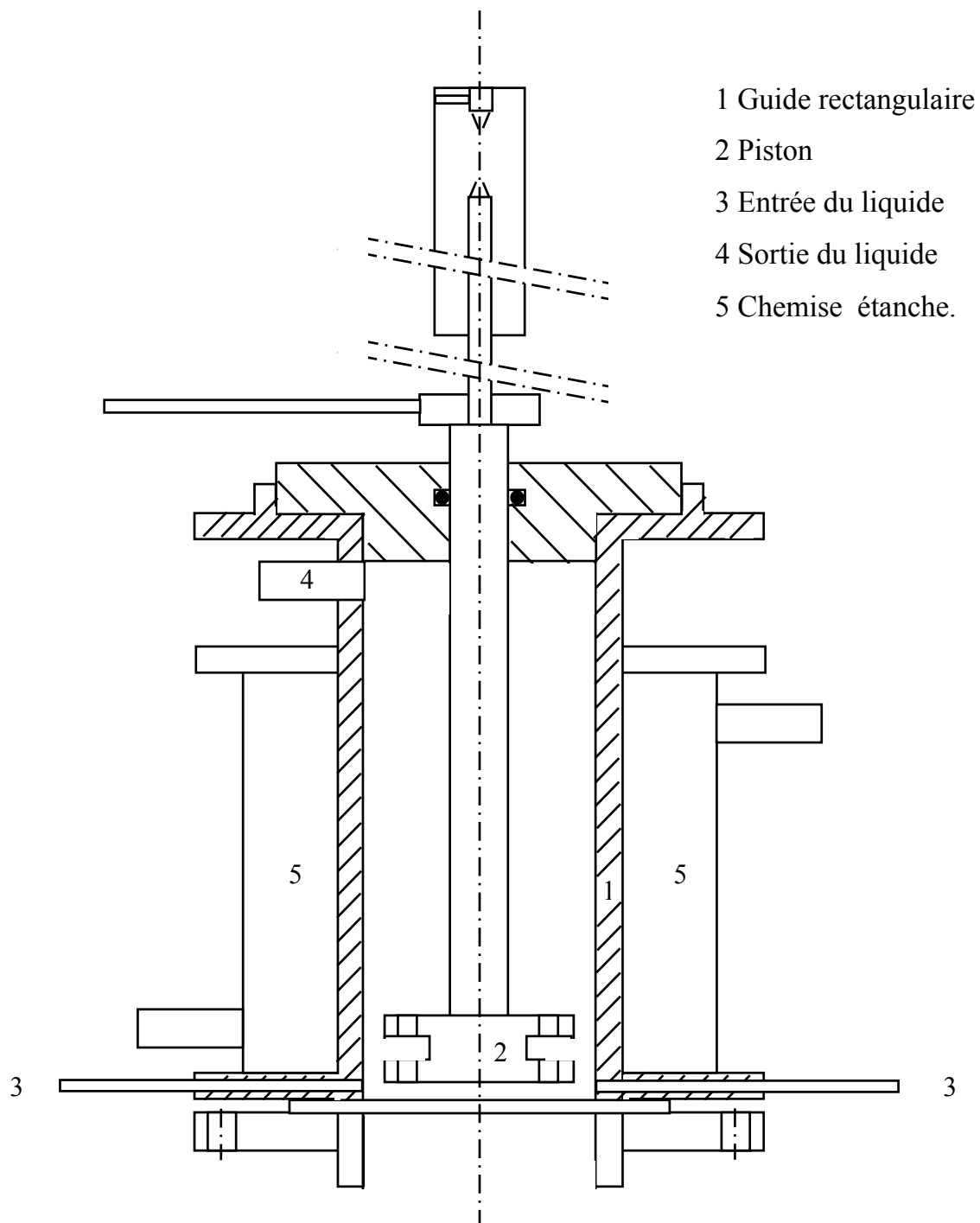


PLANCHE IV-2.

CELLULE DE MESURE



1.2. Sonde et détection ^[26]

Pour la détection des grandeurs électriques nous avons utilisé une ligne de mesure. Elle comporte une antenne solidaire d'un chariot pouvant se déplacer en translation sur un tronçon de guide où est aménagée une fente sur sa grande face. Cette antenne est couplée à un élément essentiel de mesure la diode à cristal. Ce cristal est constitué d'un semi-conducteur qui lorsqu'on lui applique une tension v se polarise et délivre un courant I :

$$I = I_0 \left(e^{\frac{v_t}{v_{to}}} - 1 \right) \quad (\text{IV.1})$$

où I_0 = quelques mV et $v_{to} = 25 \sim 50$ mV.

Pour les faibles tensions sinusoïdales :

$$v_t = v_{t1} \cos(\omega t) \text{ où } v_{t1} \ll v_{to} \quad (\text{IV.2})$$

Le développement en série entière de I montre que celui-ci est proportionnel au carré de la tension appliquée. La réponse est dite quadratique. Grâce à cette quadricité la tension V_t sur la table traçante, proportionnelle à I , sera proportionnelle à la puissance hyperfréquence P prélevée.

$$V_t = A_1 I = A_2 v_t^2 = A_3 P \quad (\text{IV.3})$$

Dans le cas des tensions un peu plus élevées la quadricité n'est plus respectée, néanmoins la relation reste simple et est donnée par :

$$V = A_2 v_t^{\eta_0} \quad (\text{IV.4})$$

L'exposant η_o est constant et proche de 2.

Pour les tensions très élevées ($v \geq 25$ mV) η_o varie en fonction de la puissance détectée. De plus l'antenne rayonne et perturbe le champ hyperfréquence.

En général, on procède à un réglage de l'enfoncement de l'antenne dans le guide de façon à éviter de détecter de grandes tensions. Pour la détermination de l'exposant η_o , on a utilisé un atténuateur variable. L'atténuation A_{dB} en décibel sur ce dernier est reliée aux tensions enregistrées V et V_o avec et sans atténuation par :

$$A_{dB} = 10 \eta_o \log \frac{V}{V_{to}} \quad (IV.5)$$

où $\log$ est le logarithme décimal.

De la pente de la droite représentée dans le repère cartésien A_{dB} , $\log \frac{V}{V_{to}}$, on déduit la valeur de η_o .

Si la valeur de η_o est différente de 2 on utilise la formule corrigée suivante :

$$V_t = (V_{t \text{ mesurée}})^{\frac{2}{\eta_o}} \propto P \quad (IV.6)$$

2. Ensemble mécanique

Il est composé de (planche IV-3) :

Un moteur à double sens de rotation

Deux interrupteurs

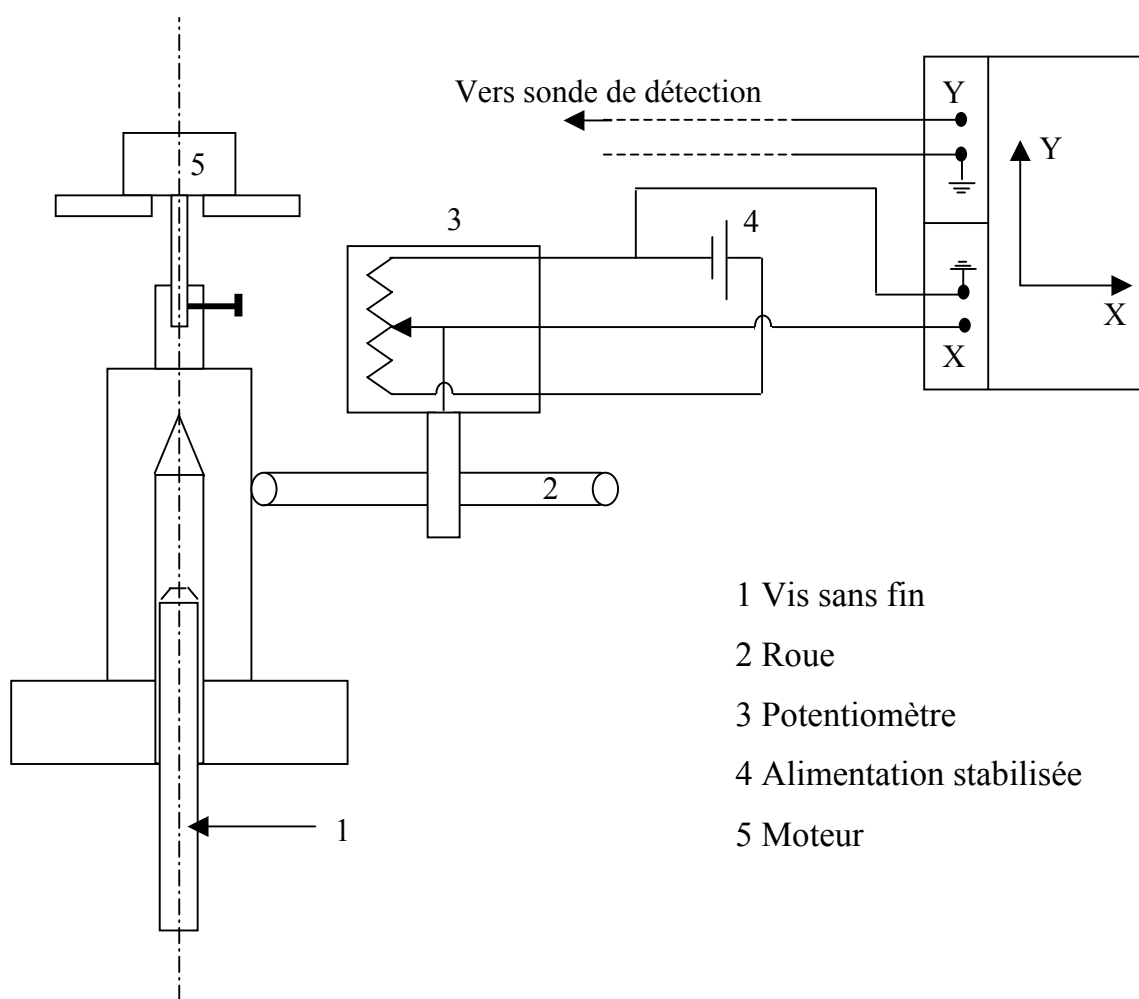
Une roue

Un potentiomètre

Une alimentation stabilisée

PLANCHE IV-3.

Système Asservi Délivrant une Tension Proportionnelle à une Hauteur.



On a utilisé un moteur M à 2 sens de rotation pour entraîner le piston B par l'intermédiaire d'une vis sans fin. Ce moteur est commandé par deux interrupteurs de fin de course. Un système asservi (planche IV-3) comprenant une roue A entraînant un potentiomètre P permet de délivrer une tension proportionnelle au déplacement du piston.

3. Ensemble d'agitation et température

3.1 Système d'agitation

Comprend :

Une pompe centrifuge

Un robinet

Une burette

L'agitation est assurée par une pompe centrifuge qui mélange les deux liquides et maintient un bon état d'émulsion par circulation. L'arrêt de la pompe est suivi d'une séparation rapide des deux liquides.

La circulation a fait apparaître des fuites en certains points de la cellule. Un joint d'étanchéité entre l'axe du piston et le haut de la cellule a été prévu et l'orifice de sortie (4) (planche IV-2) a été agrandi pour éliminer les surpressions. La séparation de la cellule avec le restant de l'appareillage se fait par l'intermédiaire d'une feuille de mica entourée par un ruban de téflon placé entre les deux brides de jonction comportant un piège à onde.

Pour éviter l'arrêt de la pompe au cours d'un changement de concentration nous avons conçu un robinet spécial (planche IV-4). Le principe du fonctionnement de ce

robinet est expliqué sur le schéma de la planche IV-4 où l'on indique les deux positions possibles : position en circuit ouvert, position en circuit fermé.

Le circuit ouvert permet le remplissage de la cellule avec l'un des constituants. Dans cette position il est possible de chasser les bulles d'air du circuit, on évite ainsi l'utilisation d'un vase d'expansion où l'on a pu éviter une décantation. De même cette position permet, au cours des mesures, de changer la concentration du mélange en maintenant le volume total constant sans arrêter la pompe.

En position circuit fermé, on effectue l'enregistrement.

3.2. Ensemble de régulation de température :

Comprend :

Un lecteur A O I P

Une sonde de platine.

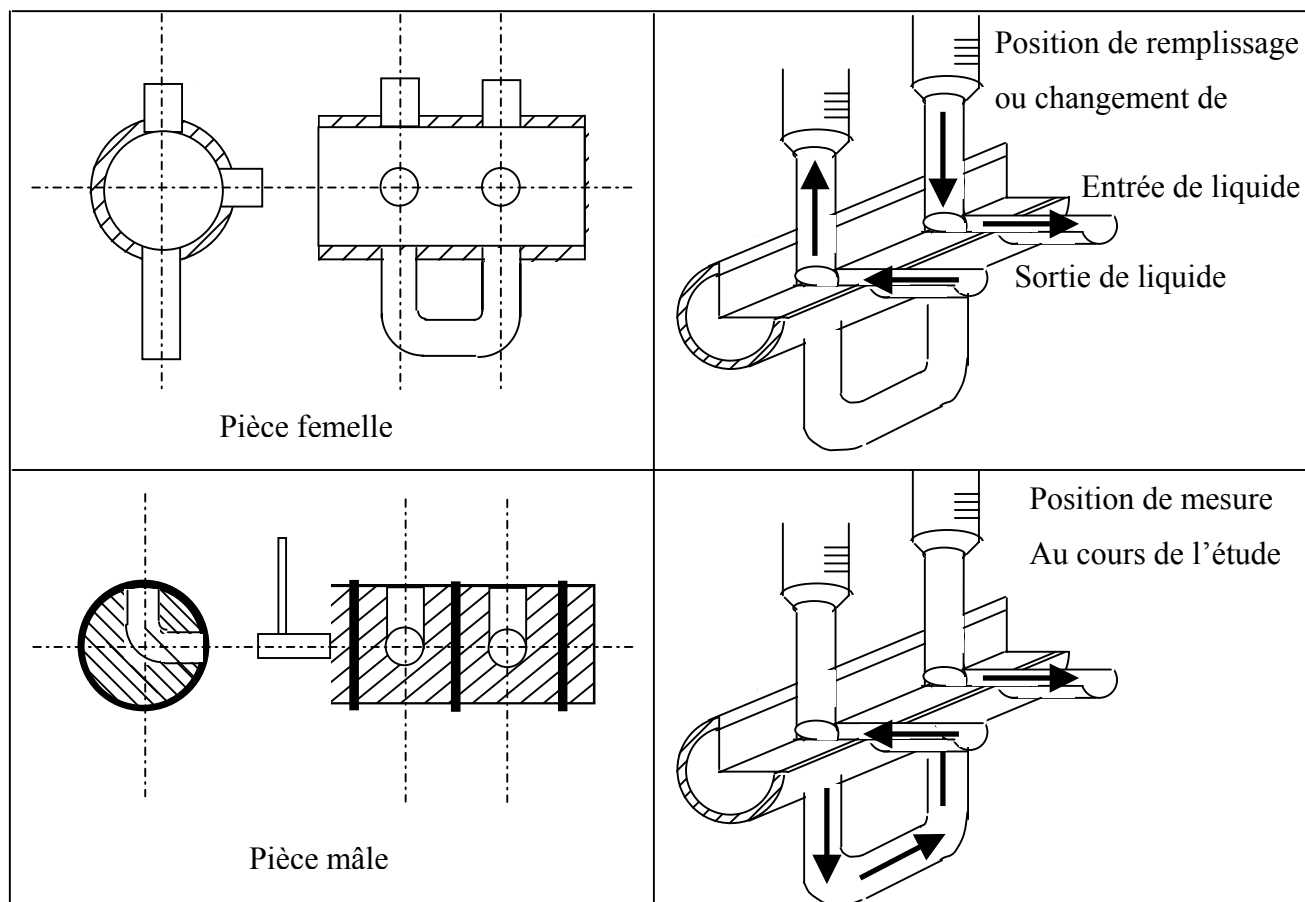
Un circulateur de liquide thermostaté de marque Prolabo

Le H A C permet de réguler en température un liquide, et le fait circuler dans la chemise de la cellule (5) (planche IV-2).

Une sonde de platine plongée entièrement dans l'émulsion indique la température. Nous avons remarqué que la température du liquide de chauffage et celle de l'émulsion présentaient une différence qui s'accroît avec une élévation de température. Ces déperditions proviennent d'un échange thermique avec l'extérieur dues à la longueur des tubes de jonction que nous avons raccourcis le plus possible.

PLANCHE IV-4.

Robinet



4. Méthode de mesure. [2.6], [27], [28]

Il existe plusieurs méthodes pour atteindre α et β_g . On a retenu celle du guide d'onde court-circuité. Le diélectrique liquide à étudier est introduit dans une portion de guide comprise entre un piston variable et une feuille de mica assurant l'étanchéité avec le restant de l'appareillage (Figure IV-1).

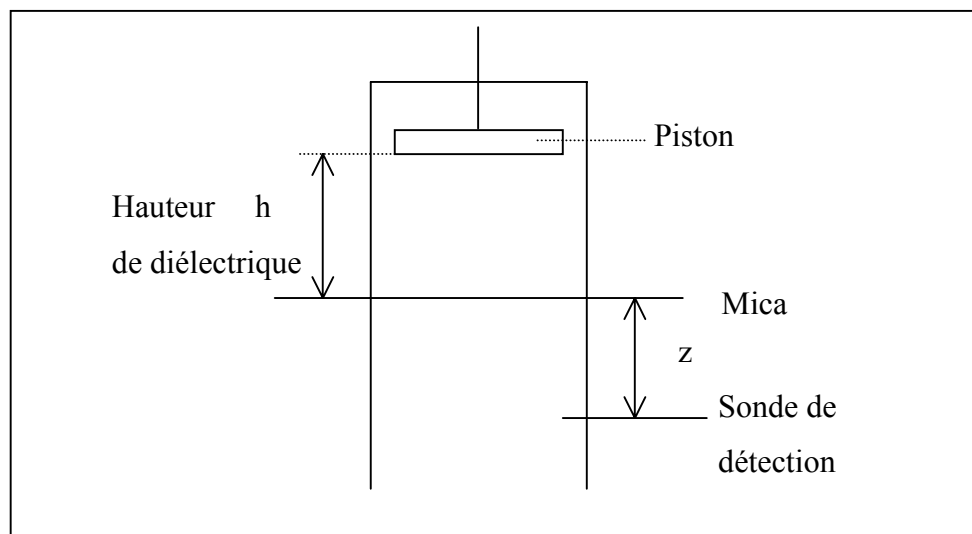


Figure IV-1. Guide court-circuité

Plusieurs paramètres mesurables reliés à α et β_g sont alors à définir.

4.1. Coefficient de réflexion.

L'onde incidente E_i tombant sur la face d'entrée se décompose en deux ondes, l'une est réfléchie E_r et l'autre transmise E_t . Cette dernière subit une multitude de réflexions dans le diélectrique de hauteur h , il en résulte une onde E_{tr} qui se propage dans le sens inverse de E_i s'ajoutant ainsi à l'onde réfléchie E_r . La somme notée par E_{RT} sera égale à :

$$E_{RT} = E_r + E_{tr} \quad (IV.7)$$

Il s'établit un système d'ondes stationnaires et à la distance z où est placée la sonde on peut mesurer le coefficient de réflexion comme le rapport de l'amplitude de l'onde réfléchie $E_{RT}(z,h)$ sur l'amplitude de l'onde incidente $E_i(z)$.

$$\Gamma(z,h) = \frac{E_{RT}(z,h)}{E_i(z)} \quad (IV.8)$$

On règle la sonde sur un maximum de puissance de l'onde stationnaire, situé à une distance $z = z_0$, pour une hauteur h nulle. La distance z_0 sera alors égale à $\lambda_{g0}/4 + n \lambda_{g0}/2$ (λ_{g0} est la longueur d'onde dans le vide et égale à $2\pi/\beta_{g0}$). Pour chaque hauteur h de diélectrique, le coefficient de réflexion au niveau de la sonde, a comme expression (annexe 0) :

$$\Gamma(z_0,h) = -\frac{k_{g0} - k_g - (k_{g0} + k_g) e^{j 2 k_g h}}{k_{g0} + k_g - (k_{g0} - k_g) e^{j 2 k_g h}} \quad (IV.9)$$

4.2. Taux d'ondes stationnaires.

Par définition :

$$S = \left(\frac{P_{\max}}{P_{\min}} \right) \quad (IV.10)$$

où $P_{\max}$ est la puissance maximale et $P_{\min}$ minimale détectées par la sonde de mesure.

A l'aide d'un atténuateur calibré placé entre le générateur d'onde et la cellule de mesure, on ramène la valeur de la puissance au même niveau de la puissance minimale. La variation d'atténuation ΔA sera reliée au taux d'ondes stationnaires par la relation :

$$S = 10^{-\frac{\Delta A}{10}} \quad (\text{IV.11})$$

Dans cette méthode la saturation de la diode cristal se trouvant dans la sonde est éliminée. La précision de S dépendra uniquement de précision de l'atténuateur.

5. Méthode du court-circuit variable.

En faisant varier la hauteur du diélectrique par déplacement du piston de façon continue, on enregistre à l'aide de la sonde une tension proportionnelle à la puissance de l'onde (voir description de l'appareillage).

Le champ en tout point est la somme du champ incident E_i et du champ réfléchi E_{RT} .

$$E = E_i e^{j k_{g0} z} + E_{RT} e^{-j k_{g0} z} = (1 + \Gamma(z, h)) E_i e^{j k_{g0} z} \quad (\text{IV.12})$$

La puissance est proportionnelle au carré du module de $1 + \Gamma(z, h)$ à niveau constant.

$$P \sim |1 + \Gamma(z, h)|^2 \quad (\text{IV.13})$$

Au niveau de la sonde ($z = z_0$) on a :

$$1 + \Gamma(z_0, h) = \frac{2 k_g (1 + e^{j 2 k_g h})}{k_{g0} + k_g - (k_{g0} - k_g) e^{j 2 k_g h}} \quad (\text{IV.14})$$

Comme la tension enregistrée $V(h)$ est proportionnelle à la puissance, elle aura par conséquent comme expression :

$$V(h) = B \frac{\left(1 + e^{-2\alpha h} \cos(2\beta_g h)\right)^2 + \sin^2(2\beta_g h) e^{-4\alpha h}}{\left(1 - X e^{-2\alpha h} \cos(2\beta_g h + \psi)\right)^2 + X^2 \sin^2(2\beta_g h + \psi) e^{-4\alpha h}} \quad (\text{IV.15})$$

où $X e^{j\psi} = \frac{k_{g0} - k_g}{k_{g0} + k_g}$

Le tracé $V(h)$ a l'allure suivante :

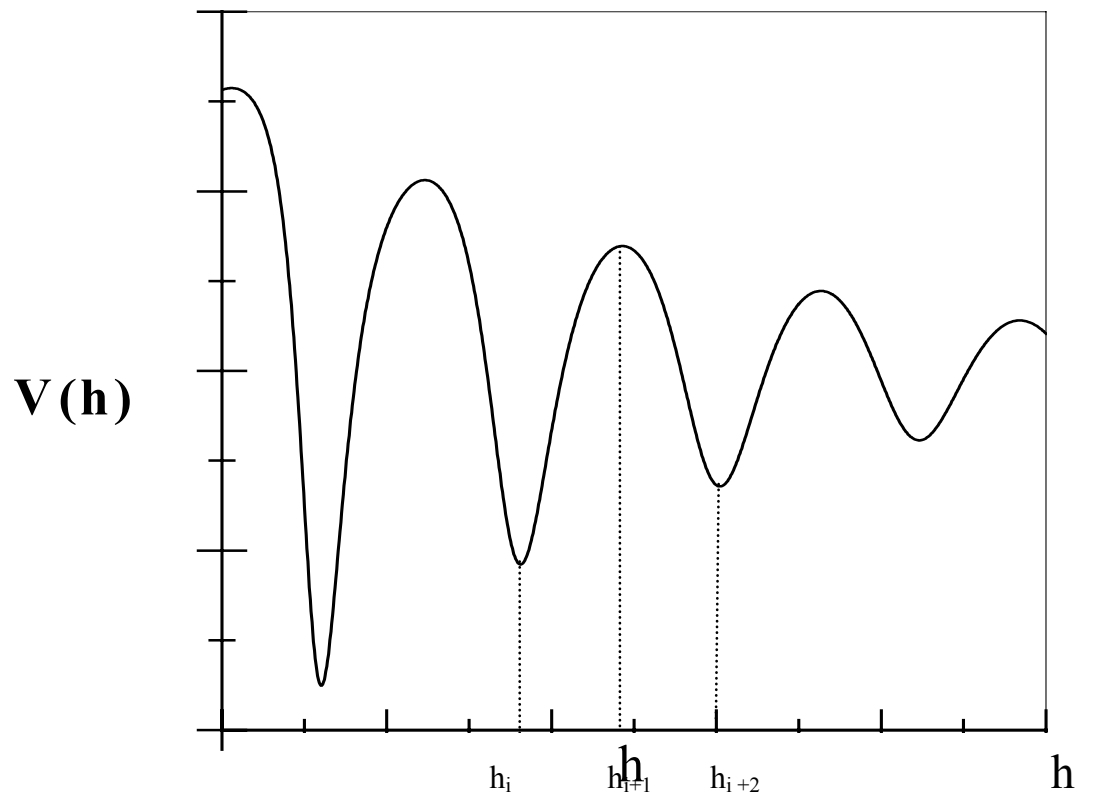


Figure IV-2. Allure de la tension détectée en fonction de la hauteur de diélectrique.

La distance entre un maximum et un minimum consécutifs est approximativement égale à :

$$\Delta h = h_{i+1} - h_i = \frac{\lambda_g}{4} \quad (\text{IV.16})$$

Ce résultat est d'autant plus valable que la hauteur h du diélectrique est importante.

Les deux paramètres α et β_g seront d'abord évalués par une méthode graphique puis corrigés par un traitement informatique.

La méthode graphique pour la détermination de β_g consiste à repérer dans un repère cartésien les valeurs h_i des extremums en fonction de leurs indice i . De la pente de la droite passant au plus près de tous les points, on déduit la valeur approchée de β_g

On relie la valeur de α à celle de β_g de la manière suivante : à des hauteurs de diélectrique assez grandes correspond une tension $V(h)$ qui peut être approximée par :

$$V(h) = V_0 + V_1 e^{-2\alpha h} \cos(2\beta_g h + \phi) \quad (\text{IV.17})$$

L'allure de cette fonction est une sinusoïde amortie enveloppée par deux exponentielles (Figure IV-3).

Les distance dq_i représentées sur la figure IV-3 sont reliées par la relation :

$$\frac{dq_{i+2}}{dq_i} = e^{-\left(2\pi\alpha/\beta_g\right)} \quad (\text{IV.18})$$

La valeur approchée du paramètre α sera donnée par :

$$\alpha = -\frac{\beta_g}{2\pi} \text{Ln} \left(\frac{dq_{i+2}}{dq_i} \right) \quad (\text{IV.19})$$

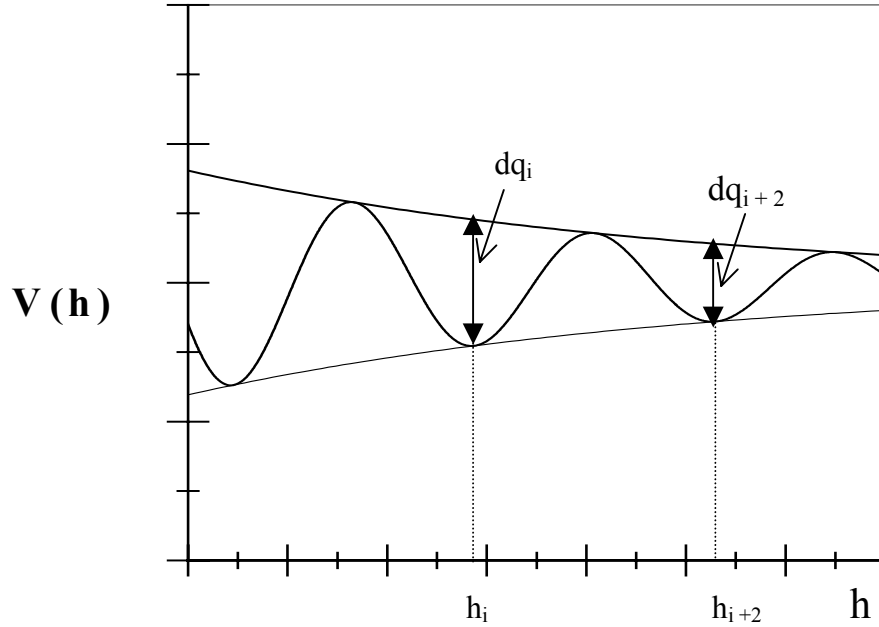


Figure IV-3. Variation de la tension détectée pour des grandes hauteurs de diélectriques .

En conclusion la détermination graphique des constantes d'amortissement α et de propagation guidée β_g s'effectue à partir des valeurs expérimentales h_i et dq_i déterminées sur les diagrammes (Figure IV-3).

On a élaboré un programme qui permet de comparer les valeurs théoriques h_i et $V(h_i)$ aux valeurs expérimentales par la méthodes de régression linéaire (annexe 1) tout en réajustant progressivement les valeurs des constantes d'amortissement α et de propagation guidée β_g .

On opère comme suit à partir des valeurs approchées des constantes d'amortissement α et de propagation guidée β_g déterminées graphiquement, on se fixe d'abord la constante de propagation guidée β_g et on fait varier la constante

d'amortissement α . Pour chaque valeur de α on calculera les valeurs de h_i , $V(h_i)$ et le coefficient de corrélation entre les valeurs théoriques et expérimentales $V(h)$.

Ces valeurs h_i positions des extremums correspondant aux zéros de la fonction dérivée de $V(h)$ sont recherchées par la méthode de Newton.(Annexe 2)

Le coefficient de corrélation en fonction des différentes valeurs de la constante d'amortissement α varie et passe par un maximum à une valeur de α optimale pour l'alignement des points.

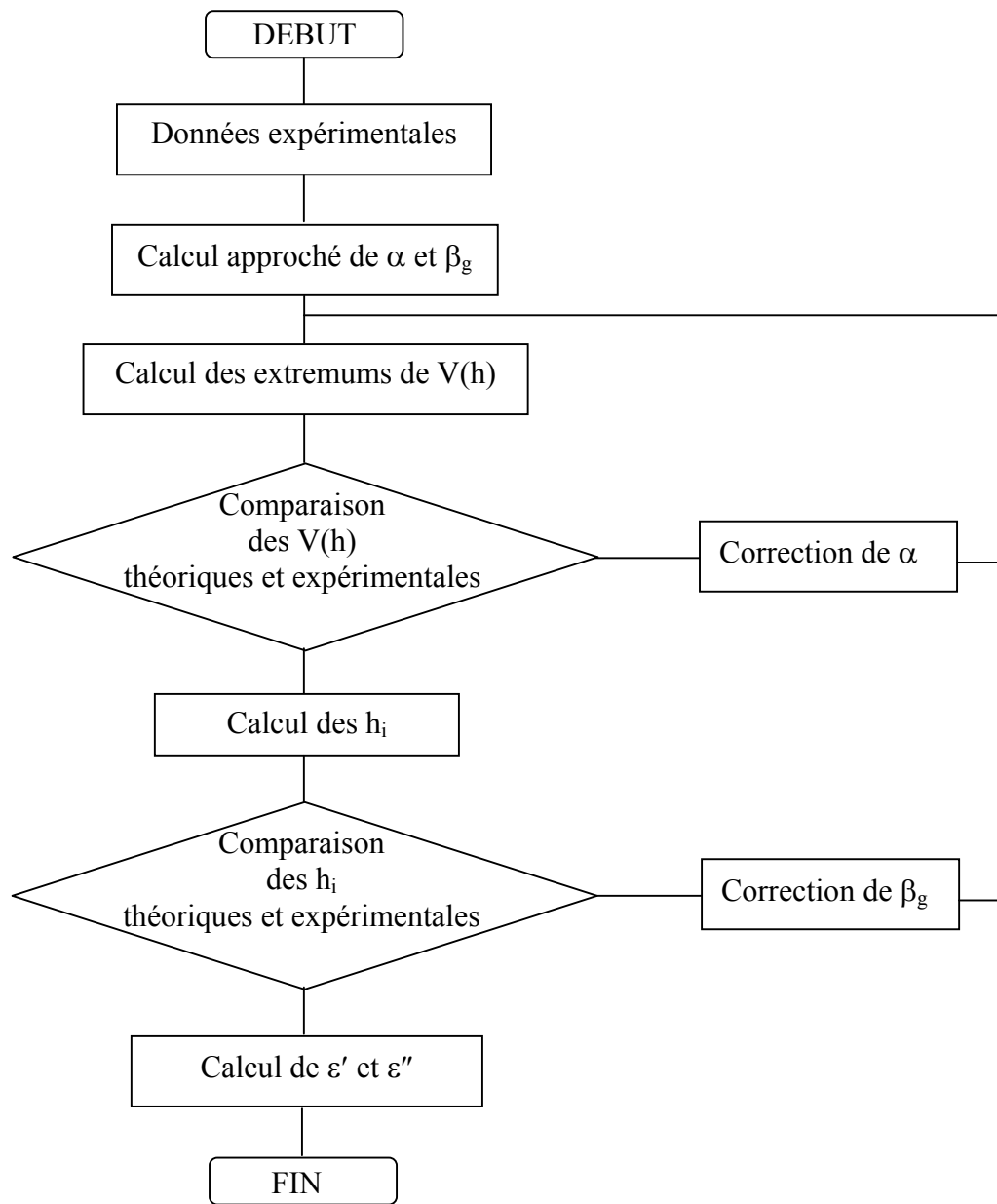
Pour la détermination optimale de la constante de propagation guidée β_g on calcule la pente de la droite dans le repère cartésien h_i théoriques, h_i expérimentaux pente que l'on fera tendre à 1 par la méthode de Newton. (Annexe 2)

6. Organigramme du programme informatique.

Nous avons conçu plusieurs programmes informatiques s'appuyant sur les formules des différents modèles théoriques et les formules théoriques des courbes enregistrées afin de déterminer les valeurs expérimentales et théoriques des permittivités diélectriques, et du pourcentage d'huile présente dans la phase dispersée l'eau.

Pour la détermination expérimentale de la permittivité diélectrique réelle ϵ'_e et du facteur de perte ϵ''_e , le principe de ce programme a été exposé au paragraphe précédent et permet de calculer leurs valeurs par la formule théorique à partir des extremums et de leurs valeurs déterminées expérimentalement.

L'organigramme de ce programme est représenté ci-après.



CHAPITRE V

RESULTATS ET PRECISION DES MESURES.

1. Etude de l'eau. ^{[29] [30]}

Pour nos émulsions, nous avons étudié des eaux différemment traitées : eau distillée, bidistillée et désionisée. Les deux premières présentaient un phénomène de conduction probablement ionique qui se manifestait par une dérive (Figure V-1.)

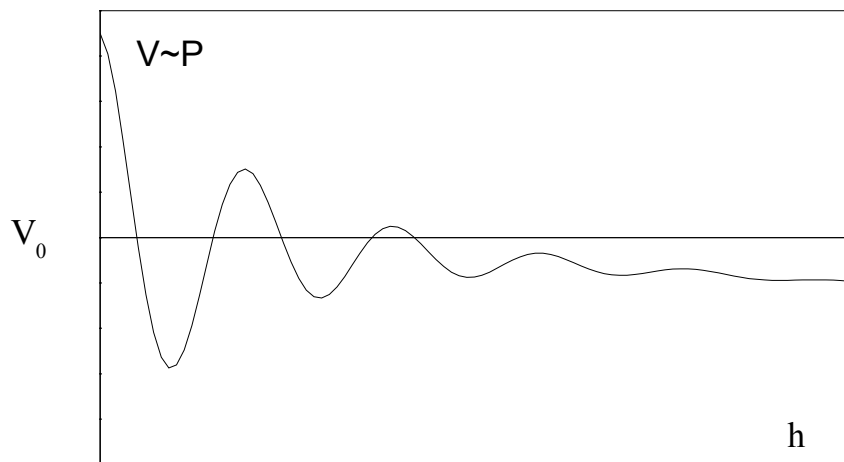


Figure V-1. Dérive due aux ions de l'eau

Ce phénomène de conduction disparaît avec une eau désionisée dont nous donnons à titre d'exemple le graphe à 33 °C (Figure V-2.). La résistivité de cette eau est de 0.3 MΩ.cm. Nous avons relevé des graphes à différentes températures. La figure V-3 indique que les variations de ϵ' présentent un maximum vers 40°C. Sur le même graphe on a reporté en trait continu les résultats de C. Demau ^[30] obtenus en cavité résonante. Ces derniers résultats sont comparables aux nôtres. Les courbes de la permittivité ϵ_E' coïncident, par contre les courbes de ϵ_E'' ayant même allure présentent un décalage. Ce décalage dépend de la pureté de l'eau. En effet nous avons remarqué que l'étude sur deux eaux désionisées provenant de deux désionisateurs de même marque, a donné deux courbes de ϵ'' décalées.

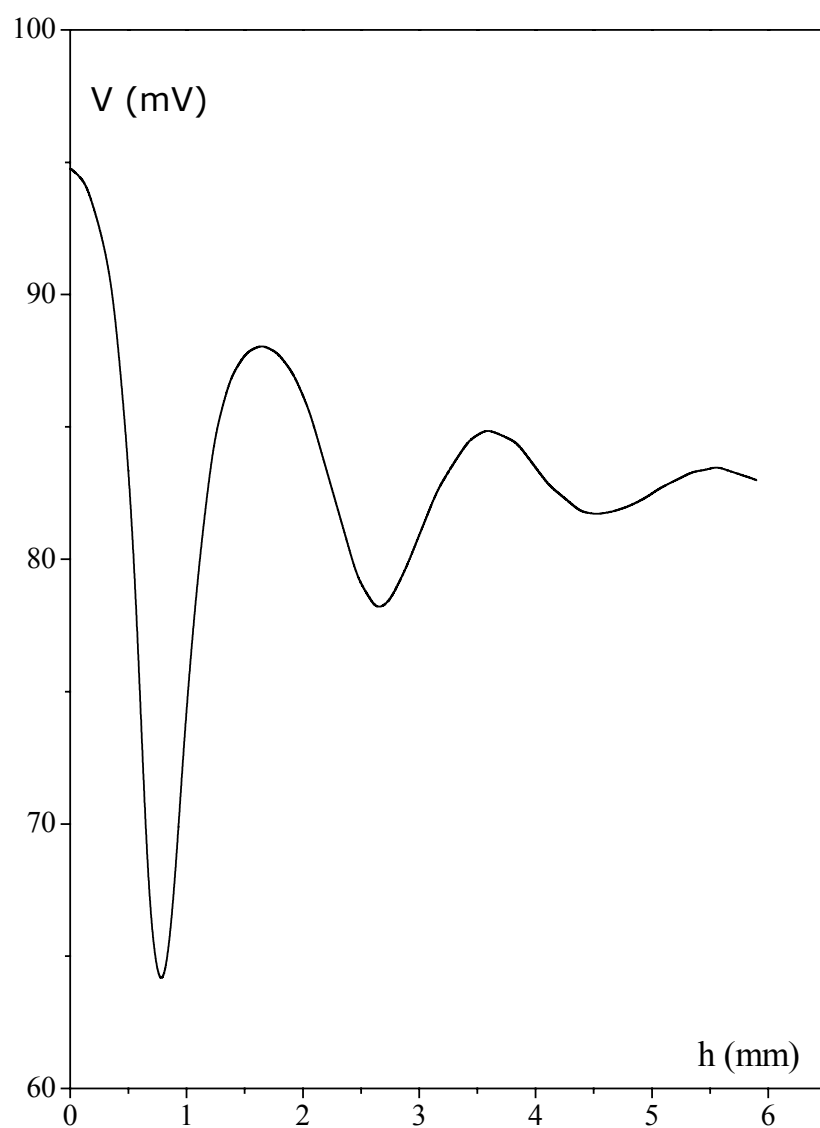


Figure V-2. Variation de la puissance hyperfréquence en fonction de la hauteur d'eau à $T=33^{\circ}\text{C}$ et à $f=9460\text{MHz}$.

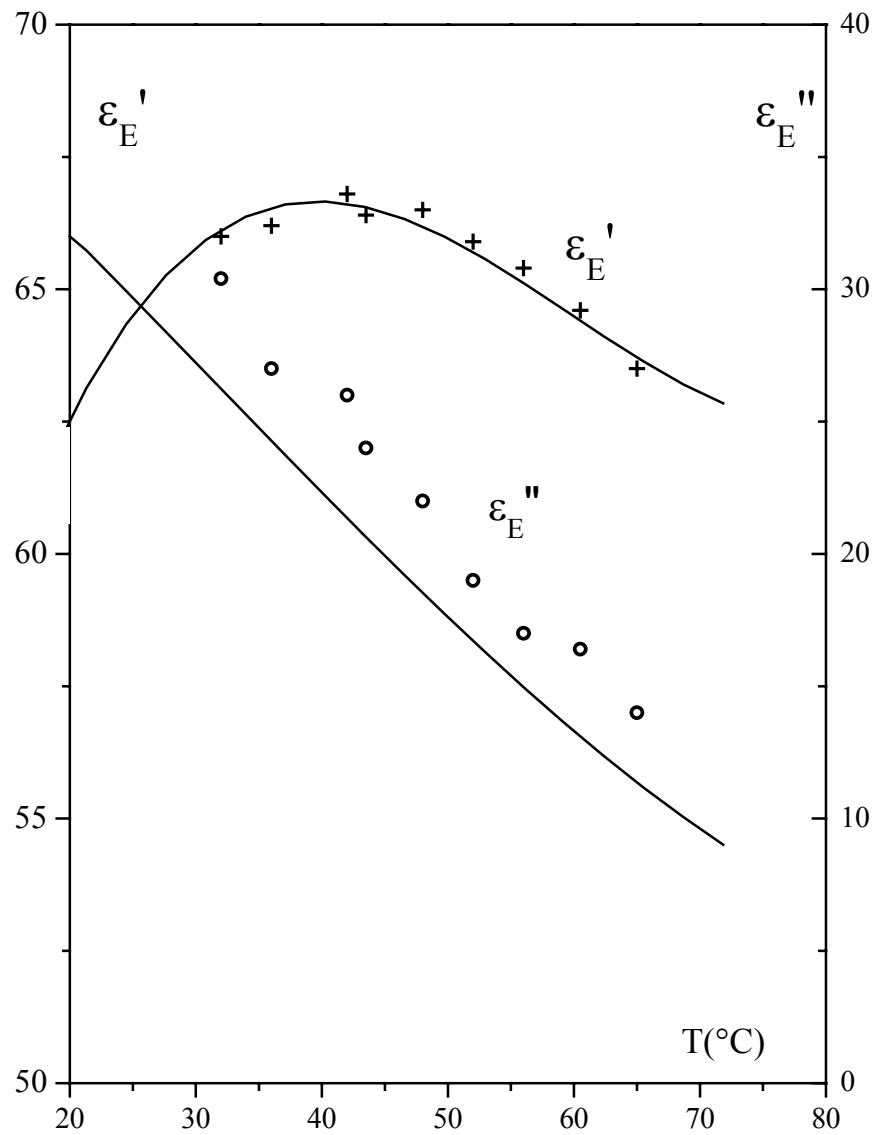


Figure V-3. : Variations de la permittivité diélectrique de l'eau en fonction de la température.

◦ et + Valeurs expérimentales
 ——— Courbes expérimentales de Demau^[30]

Tableau V-1.
Permittivités de l'eau à différentes températures.

T °C	32	36	42	43.5	48	52	56	60.5	65
ε'	66	66.2	66.8	66.4	65.5	65.9	65.4	65.6	63.5
ε''	30.4	27	26	24	22	19	17	16.4	14

2. Etude du décane.

Caractéristiques :

Formule	:	$C_{10}H_{22}$
T° d'ébullition	:	+174°C
T° de solidification	:	-29,7 °C
Densité	:	0,73
Masse molaire	:	142,29 g
Tension interfaciale par rapport à l'eau	:	46,8 dynes /cm à T = 20°C.

C'est une huile organique appartenant à la famille des alcanes et de haute pureté d'origine Prolabo. Elle est apolaire. Les graphes obtenus sont des arceaux reproductibles de largeur $\lambda_g/2$ sans atténuation décelable et identiques à toutes les températures comprises entre 10 et 45 °C. La permittivité ϵ_r' est alors constante fonction de la température.

3. Etude de l'émulsion eau-décane.

Notre étude diélectrique de l'émulsion eau-décane a montré que l'état structural dépend énormément de la manière de sa formation. En effet les résultats obtenus sur les mesures de la permittivités figures V-4a et b pour une concentration donnée des constituants eau et huile sont différents selon que cette concentration est atteinte à partir des faibles ou fortes concentrations d'eau (ou d'huile). Un pseudo-cycle est mis en évidence sur la figure V-4 . Deux discontinuités traduisant une inversion de phase se produisent à des pourcentages différents. Aux faibles concentrations d'eau, avant la première discontinuité au point B figure V-4 , la phase dispersée est l'eau et la phase continue l'huile. Dans la région comprise entre les deux discontinuités A et B l'état structural est soit une émulsion de type huile dans l'eau (courbe du haut) ou soit une émulsion de type eau dans l'huile (courbe du bas) ; néanmoins il faudrait remarquer que dans le dernier cas une quantité d'huile de phase continue pénètre dans la phase

dispersée l'eau, cela a été clairement mis en évidence par Pacek et al.^[10] Après la deuxième discontinuité A, aux fortes concentrations d'eau, la phase dispersée devient l'huile et la phase continue l'eau. Par conséquent une simple mesure de permittivité diélectrique permet de caractériser le type d'émulsion. Garis et al.^[31] ont eux aussi proposé, ultérieurement à notre étude, une méthode de mesure de la permittivité diélectrique par cavité résonnante pour caractériser le type des émulsions stabilisées par tensioactifs.

En comparant les fractions volumiques des phases dispersées juste avant les inversions de phase, nous remarquons une différence importante entre elles.

Au point B la fraction volumique de la phase dispersée l'huile atteint une valeur importante égale à 0,76, elle est supérieure à la valeur théorique 0.66 obtenue dans le cas où les gouttelettes d'huile sont supposées des sphères dures de même diamètre réparties de manière aléatoire. Les interactions entre les gouttelettes sont faibles car le décane est une huile apolaire. Par conséquent, les gouttelettes peuvent être considérées comme dures. L'agitation mécanique fractionne l'huile en de fines gouttelettes mais de tailles différentes. Ceci expliquerait l'écart entre valeurs théorique et expérimentale.

Au point A la fraction de phase dispersée l'eau est égale 0.37, valeur très en dessous de la valeur 0.66. L'eau est un liquide très polaire, les interactions sont très importantes entre gouttelettes, la phase dispersée ne peut être considérées comme un modèle de sphères dures.

Tableau V-2.

***Permittivité diélectrique de l'émulsion eau-décane.
pour différentes valeurs de la fraction volumique de phase dispersée.***

$\phi_D \%$	0	6.5	16.3	25.7	28	31	34.1	37.31	37.33	44.7	55	63	71.6	85	100
ε'_e	2	2.7	3.5	5.7	5.6	6.5	7.8	10.7	18.1	25	31.6	58	43.6	54.5	66
ε''_e	0	0.47	0.39	1.1	0.6	1.13	1.1	3.15	4.83	11.3	16.7	20.3	23.8	30	38

ϕ_D fraction volumique d'eau et varie dans le sens croissant

$\phi_D \%$	43.5	51.7	60.6	70	74.7	76.7	82
ε'_e	31.1	26.3	21.3	15.3	12	5.8	4.5
ε''_e	16.5	11	8.8	3.9	2.6	0.79	0.48

ϕ_D fraction volumique d'eau et varie dans le sens croissant

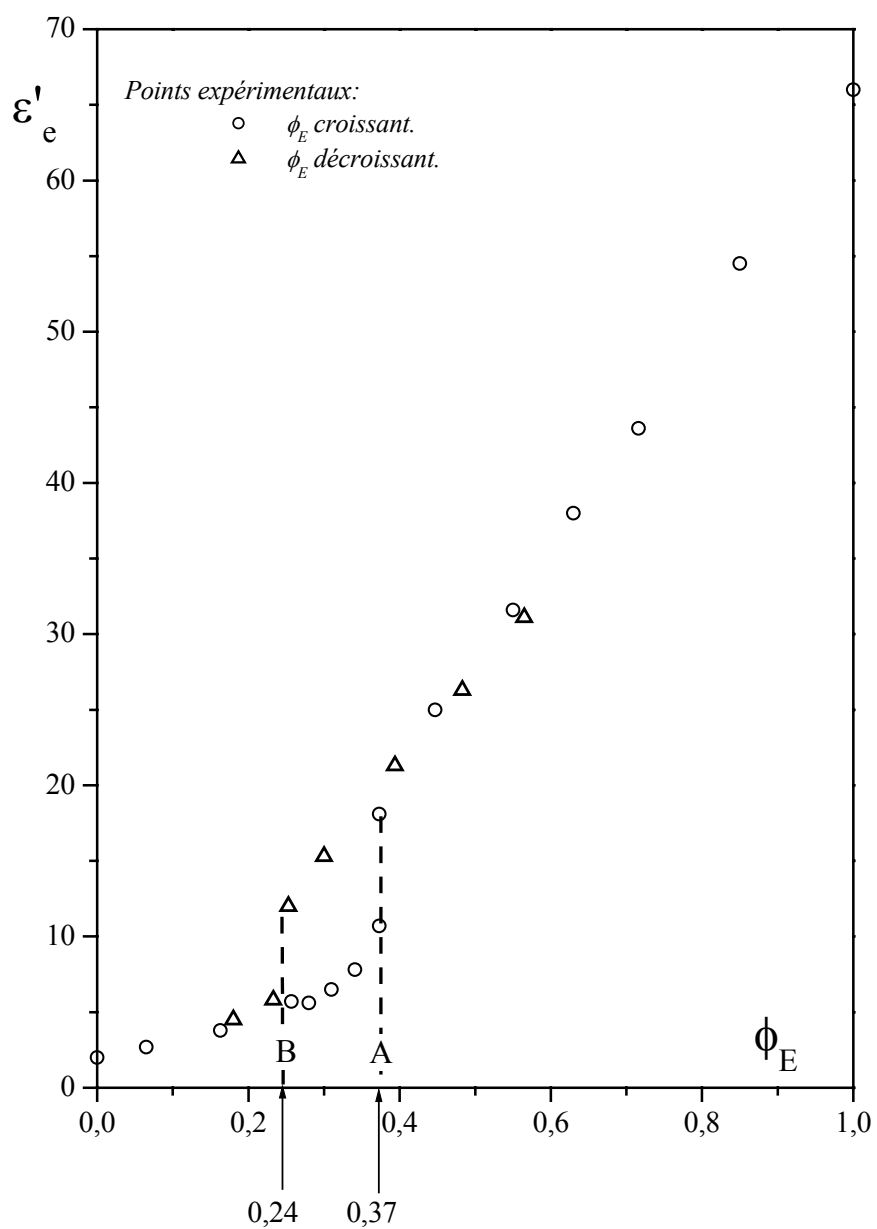


Figure V-4a. Variations de la permittivité diélectrique de l'émulsion eau-décane en fonction de la fraction volumique d'eau à $T=28^{\circ}\text{C}$ et $f=9460\text{ MHz}$.

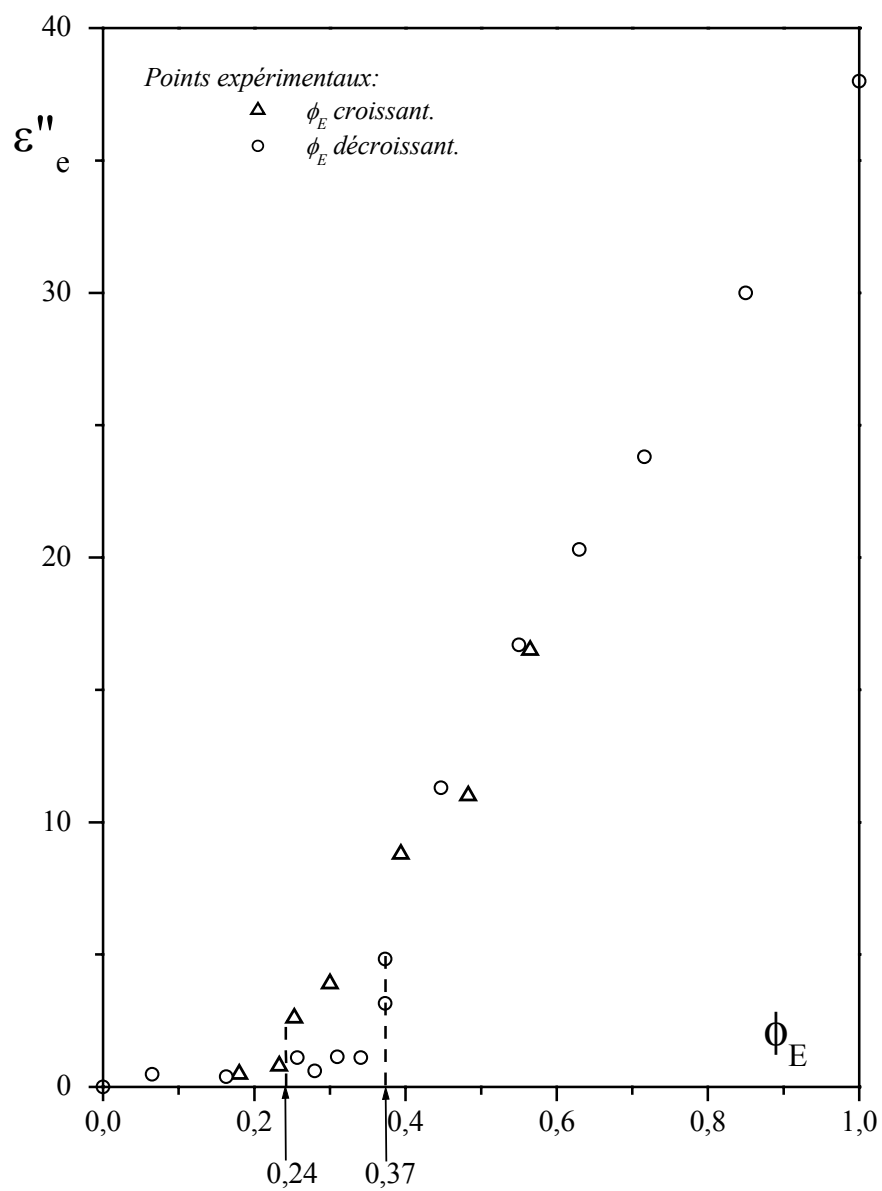


Figure V-4b. Variations de la permittivité diélectrique de l'émulsion eau-décane en fonction de la fraction volumique d'eau à $T=28^{\circ}\text{C}$ et $f=9460\text{ MHz}$.

4. Etude du limonène.

Caractéristiques :Formule	:	$C_{10} H_{16}$
T° d'ébullition	:	+178 °C
T° de solidification	:	-74,4 °C
Densité	:	0,84
Masse molaire	:	136,24 g
Tension interfaciale par rapport à l'eau	:	28,5 dynes/cm à T = 6,2°C 20,5 dynes /cm à T = 20,5°C.

Le limonène est un alcène qui se trouve à l'état naturel dans l'essence de citron. C'est un hydrocarbure de la famille des terpènes.

Ses doubles liaisons lui confèrent un caractère polaire. Les ondes hyperfréquences peu atténuées dans le limonène semble confirmer ce caractère polaire. Il présente un taux de miscibilité faible avec l'eau.

Les diagrammes thermiquement stables présentent des extremums très accentués et plus nombreux que pour l'eau.

5. Etude de l'émulsion eau-limonène.

On retrouve les mêmes phénomènes, figures V-5a et b, que dans les cas précédent. Toutefois les deux discontinuités se sont déplacées vers des pourcentages de phases dispersées plus grandes de 0.76 à 0.82 pour l'huile et de 0.37 à 0.64 pour l'eau. Ceci s'explique par le fait que la tension interfaciale du limonène par rapport à l'eau est pratiquement moitié de celle du décane par rapport à l'eau. Pour une même agitation mécanique le limonène se disperse plus facilement dans l'eau que le décane, et l'eau plus facilement dans du limonène que dans du décane. En effet, nous avons remarqué que dans le cas du décane une agitation plus puissante était nécessaire pour maintenir une émulsion homogène. Une mauvaise homogénéisation se traduit par des fluctuations sur les diagrammes

Tableau V-3.

***Permittivité diélectrique de l'émulsion eau-limonène
pour différentes valeurs de la fraction volumique de phase dispersée.***

$\phi_D \%$	1	6.7	13.1	18.8	22.1	28.3	31.2	34.2	37.6	40.1	42.5	48.7	51.2	53.1	55.6	60.2	63.6	74.7	91	100
ε'_e	2.4	3.1	3.7	4.9	5.5	7.1	8.0	9.0	9.7	10.5	11.8	13.6	14.7	16.1	17.9	21.6	35.9	46.7	56.9	66
ε''_e	0.15	0.22	0.34	0.57	0.74	1.41	1.88	1.76	2.27	2.24	2.73	3.57	3.95	4.37	5.47	7.17	16.5	22	31.4	38

ϕ_D fraction volumique d'eau et varie dans le sens croissant.

$\phi_D \%$	0	19.2	29.1	43.6	52.4	60	69	73	77	82	85	88.5
ε'_e	66	49.8	40.7	32.4	26.8	22.1	15.2	12.2	11.1	8.4	4.2	3.5
ε''_e	38	25.5	20.4	14.6	12.0	9.9	6.5	4.8	3.9	2.8	0.51	0.39

ϕ_D fraction volumique d'eau et varie dans le sens croissant

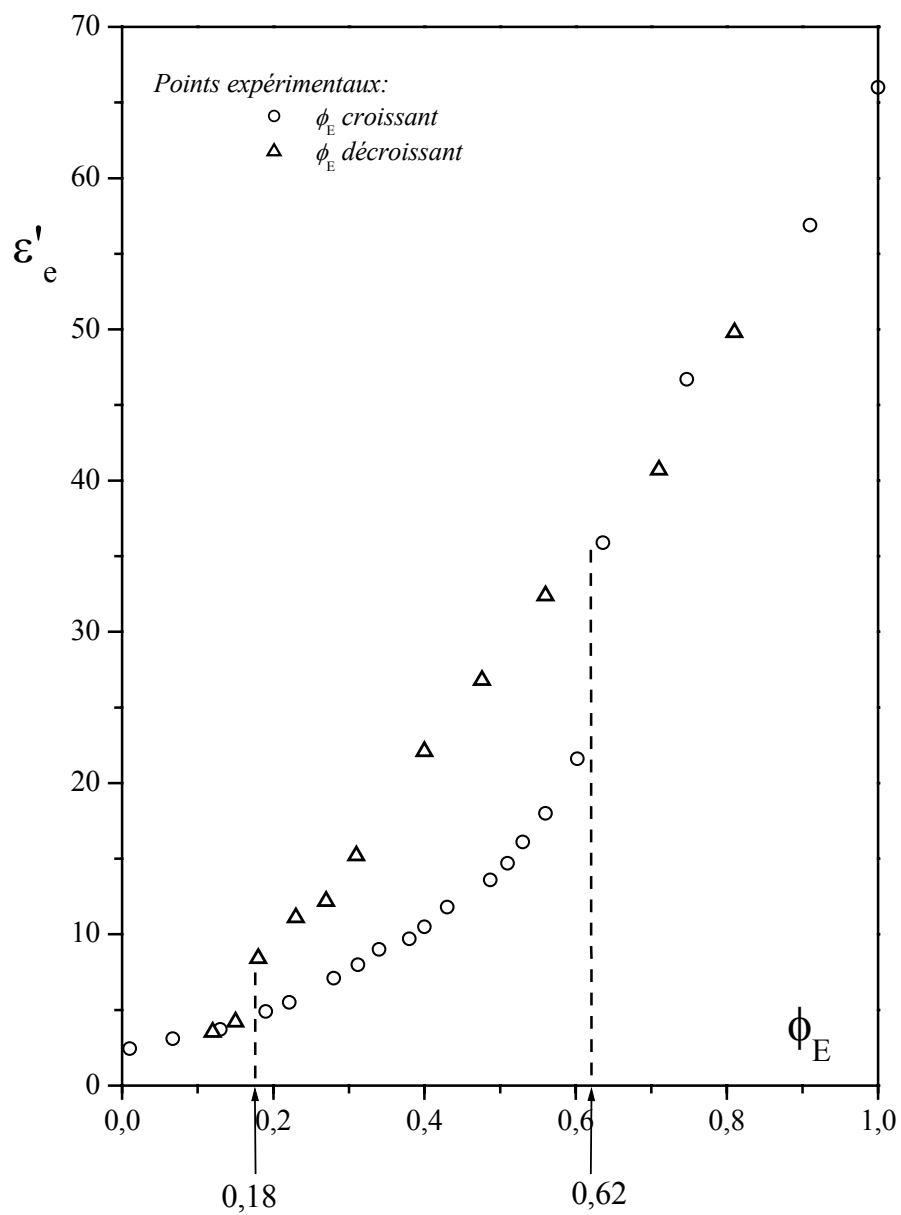


Figure V-5a. Variations de la permittivité diélectrique de l'émulsion eau-limonène en fonction de la fraction volumique d'eau à $T=28^\circ\text{C}$ et $f=9460\text{ MHz}$.

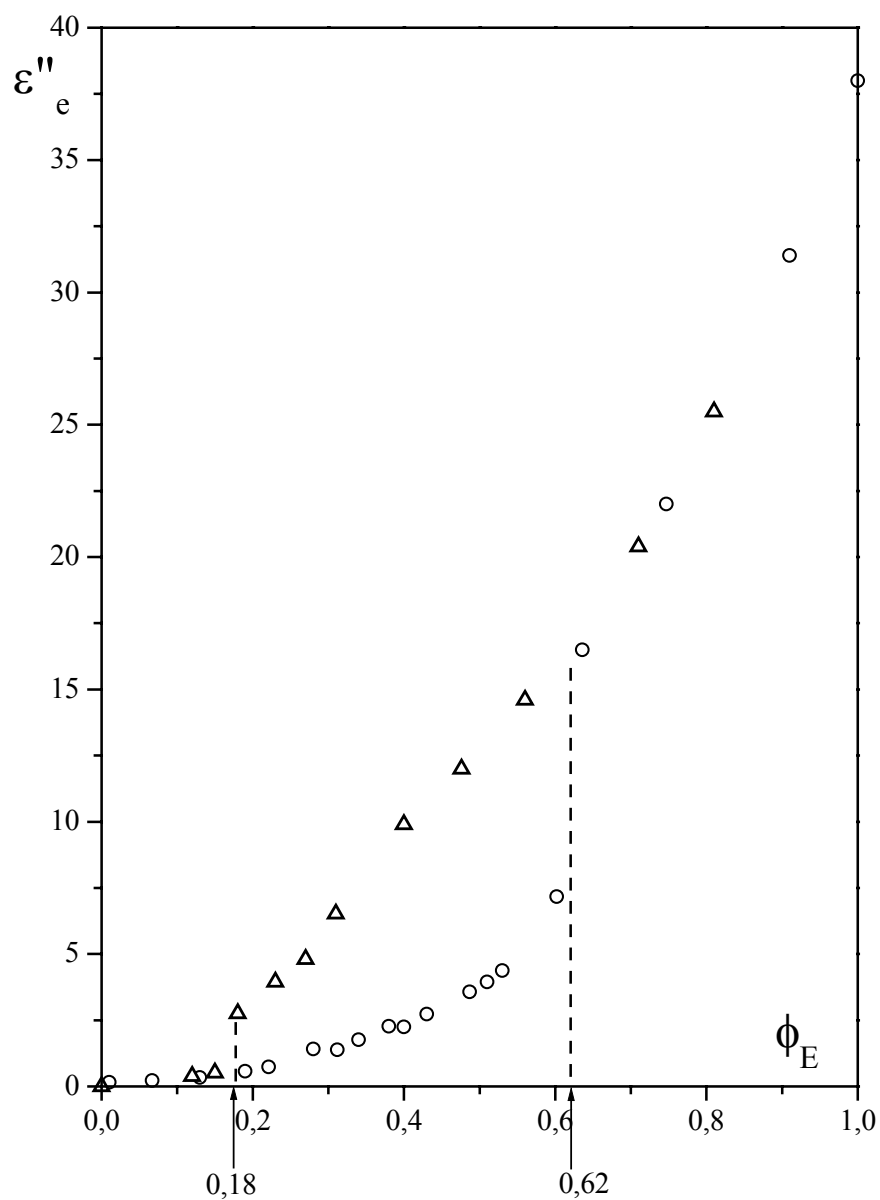


Figure V-5b. Variations de la permittivité diélectrique de l'émulsion eau-limonène en fonction de la fraction volumique d'eau à $T=28^{\circ}\text{C}$ et $f=9460\text{ MHz}$.

6. Précision pour la détermination de ϵ' et ϵ'' .

Les sources d'erreurs sur la permittivité diélectrique réelle ϵ' et sur le facteur de perte ϵ'' proviennent de la détermination expérimentales des extremums et de leurs positions sur le graphe, détermination effectuée par mesures de longueur. On admet une erreur de mesure de ± 0.5 mm qui inclut les instabilités du circuit électrique. Cette instabilité a été testée en reproduisant plusieurs fois le graphe.

En faisant varier les valeurs expérimentales des extremums et de leurs positions dans la fourchette ± 0.5 mm nous avons déterminé la fourchette de valeurs correspondantes pour la permittivité diélectrique réelle ϵ' et le facteur de perte ϵ'' . Les calculs ont montré que les erreurs relatives sur ϵ' et ϵ'' sont inférieures à 2% et 4%.

CHAPITRE VI

DISCUSSION DES RESULTATS

ET

APPLICATION DE LA THEORIE DE CHAMP MOYEN

AUX EMULSIONS HUILE-EAU

1. Introduction

Les mélanges binaires de liquides non miscibles forment par agitation des émulsions que l'on peut caractériser par la valeur de leurs permittivités complexes relatives $\varepsilon_e = \varepsilon'_e + j \varepsilon''_e$

Avec des émulsions d'eau et de décane, d'eau et de limonène, en faisant varier progressivement la concentration d'un des constituants on observe des discontinuités de la permittivité complexe résultant d'une inversion de phase douée d'hystérésis (Figures V-4 et 5).

En s'appuyant sur différents modèles, ε_e s'exprime en fonction des permittivités complexes des deux liquides et de leur concentration respective. Ces théories conduisent à des expressions asymétriques de ε_e mais elles sont basées sur un modèle simple (un seul type d'émulsion huile dans l'eau ou eau dans l'huile) et ne précisent donc pas la fraction volumique où se produit cette inversion de phase.

Parmi ces théories nous avons retenu une théorie mathématique celle de Bruggeman-Hanai ^[14], deux théories physiques celle de Greffe-Grosse ^[11] et celle de Wagner ^[12] et une théorie semi-empirique celle de Higuchi ^[16] faisant intervenir un paramètre K traduisant les interactions entre les gouttelettes de phase dispersée. L'étude comparative de ces quatre théories aux données expérimentales est reproduite sur les figures VI-1a et b, VIa et b.

Ces théories ont retenu notre attention. Celle de Wagner établie, aux faibles concentrations de phase dispersée se prête mal aux émulsions de type eau dans l'huile, les courbes théoriques s'écartent des données expérimentales de manière importante aux moyennes et fortes concentrations de phase dispersée. Celle de Greffe et Grosse présente une meilleure concordance.

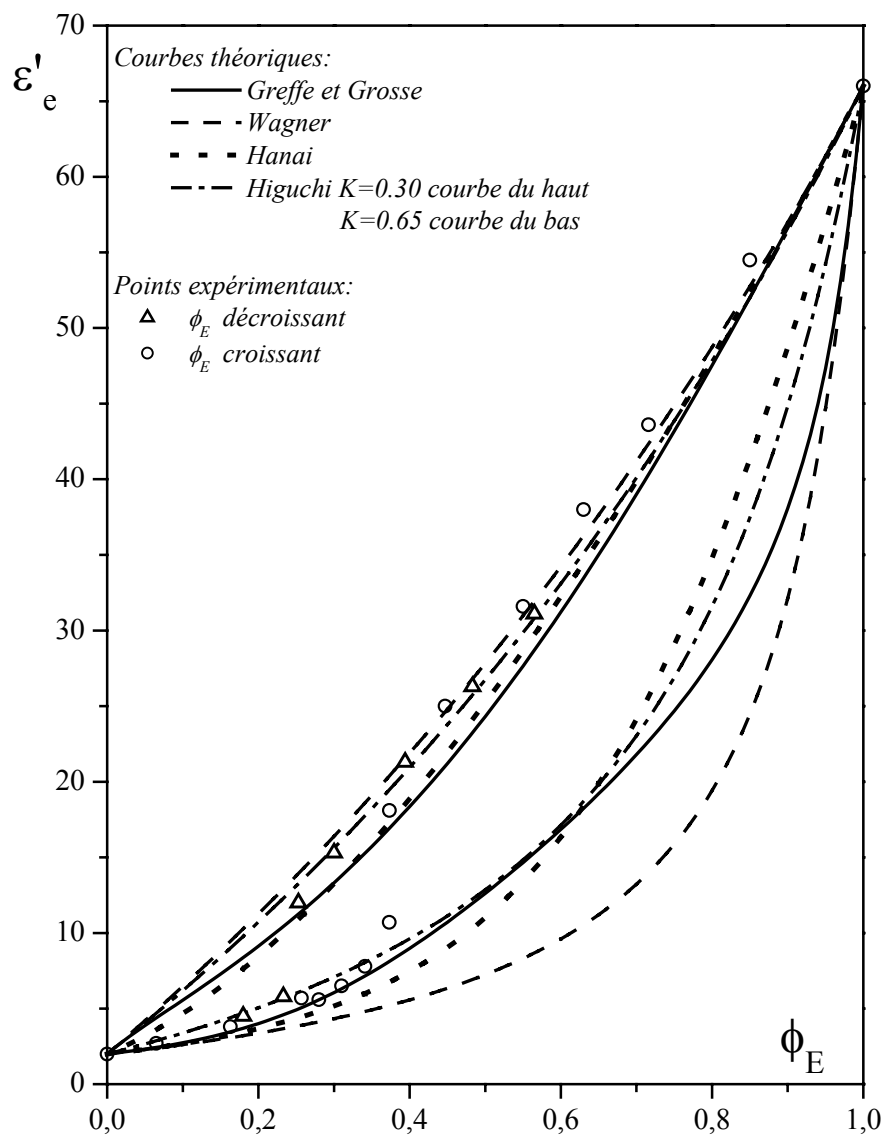


Figure VI-1a. Comparaison des résultats expérimentaux aux résultats théoriques dans le cas de l'émulsion eau-décane à $T=28^\circ\text{C}$ et à $f=9460\text{ MHz}$.

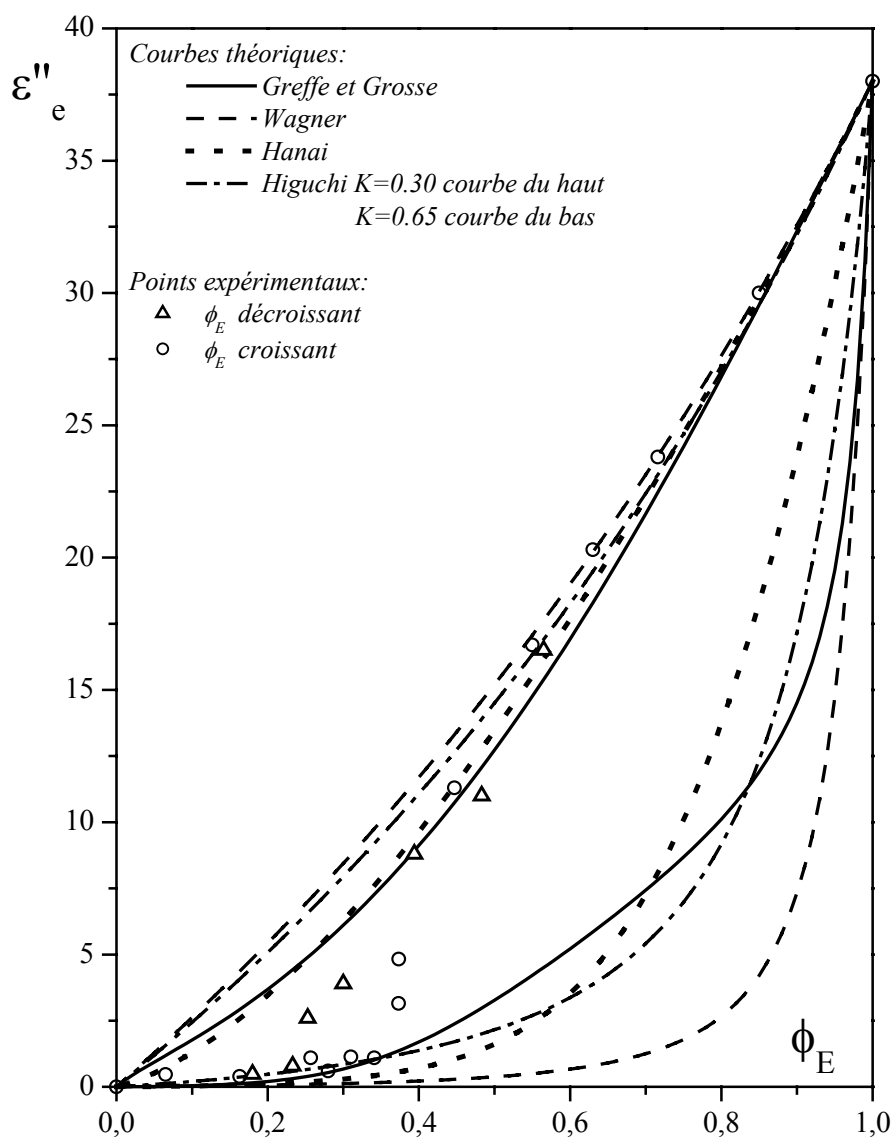


Figure VI-1b. Comparaison des résultats expérimentaux aux résultats théoriques dans le cas de l'émulsion eau-décane à $T=28^\circ\text{C}$ et à $f=9460\text{ MHz}$.

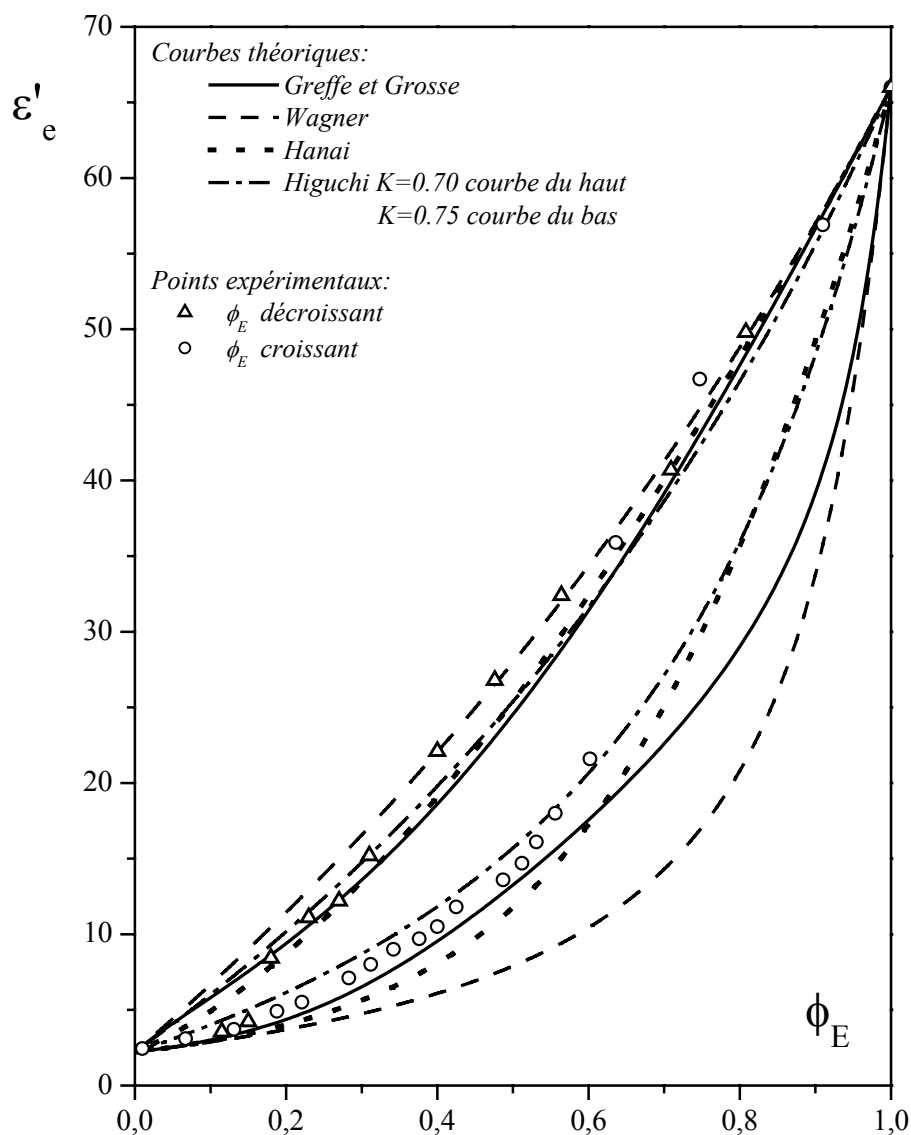


Figure VI-2a. Comparaison des résultats expérimentaux aux résultats théoriques dans le cas de l'émulsion eau-limonène à $T=28^\circ\text{C}$ et à $f=9460\text{ MHz}$.

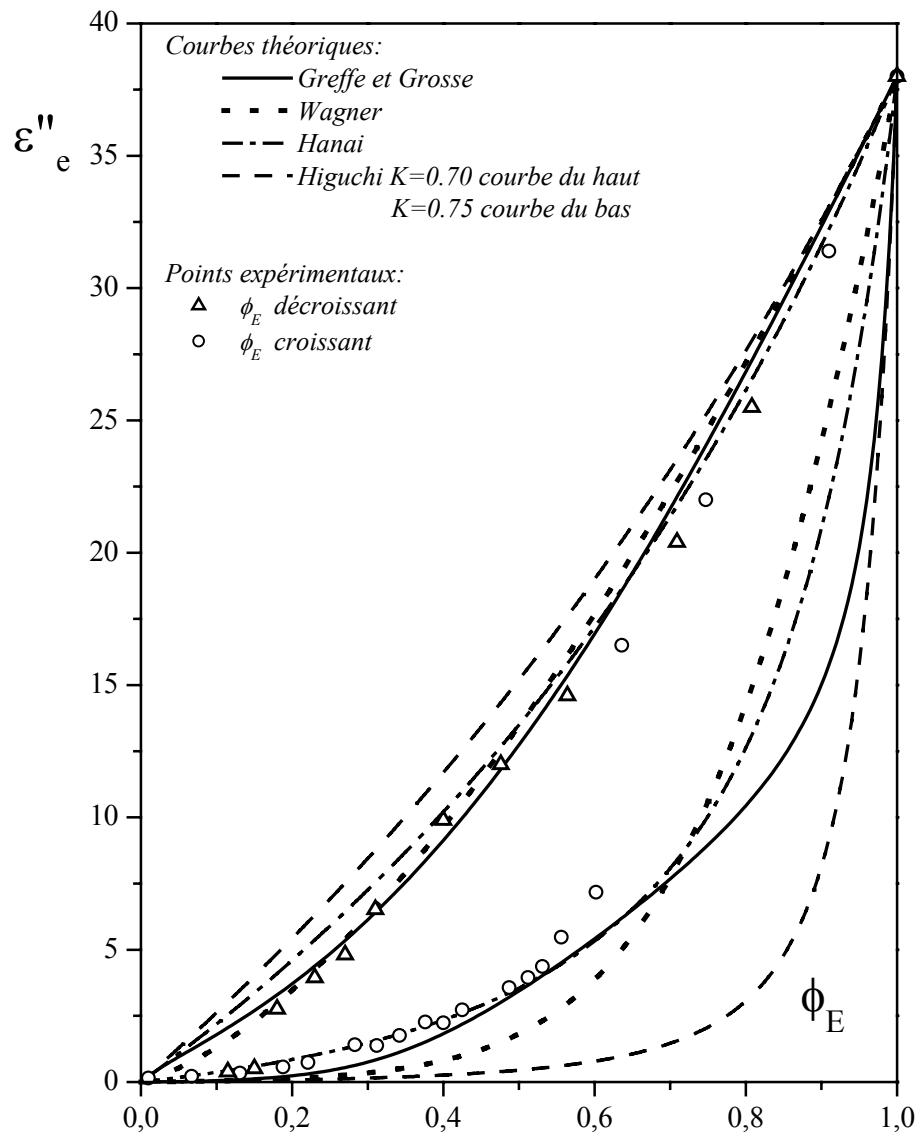


Figure VI-2b. Comparaison des résultats expérimentaux aux résultats théoriques dans le cas de l'émulsion eau-limonène à $T=28^\circ\text{C}$ et à $f=9460\text{ MHz}$.

2. Modèle proposé:

En admettant la présence simultanée des deux types d'émulsion avec des probabilités d'existence différentes et fonction de la fraction volumique d'eau, la théorie de champ moyen permet de raccorder les courbes théoriques obtenues pour les deux types d'émulsions eau dans l'huile et huile dans l'eau.

Ce modèle est identique à celui proposé par Ping Sheng ^[32] pour caractériser les variations de la conductivité dans les matériaux composites.

Une émulsion de permittivité ϵ_{e1} d'huile dispersée dans l'eau, est représentée par une sphère d'huile excentrée dans une plus grande sphère d'eau; de même une émulsion de permittivité ϵ_{e2} d'eau dispersée dans l'huile est représentée par une sphère d'eau excentrée dans une plus grande sphère d'huile. Dans les deux cas l'ensemble de ces sphères est plongé dans un milieu de permittivité ϵ_e où nous admettons la présence de ces deux types d'émulsion avec des probabilités d'existence f_1 et f_2 différentes et fonction des fractions volumiques.

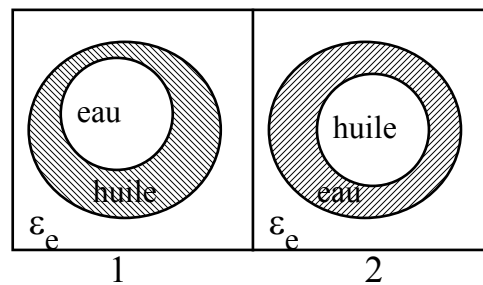


Figure VI-3. Représentation du modèle des deux types d'émulsion

On admet qu'à l'intérieur de chaque grande sphère la fraction volumique d'eau est la même. Dans les deux cas le rayon R_d de la phase dispersée est relié au rayon R_c de la grande sphère par :

$$\frac{\phi_d}{\phi_c + \phi_d} = \phi_d = \left[\frac{R_d}{R_c} \right]^3 \Rightarrow \frac{R_d}{R_c} = \left[\phi_d \right]^{\frac{1}{3}} \quad (\text{VI.1})$$

Entre les deux configurations extrêmes, sphères tangentes intérieurement et sphères concentriques, le volume libre où peut se trouver le centre de la sphère de rayon R_d est une sphère de rayon $R_c - R_d$.

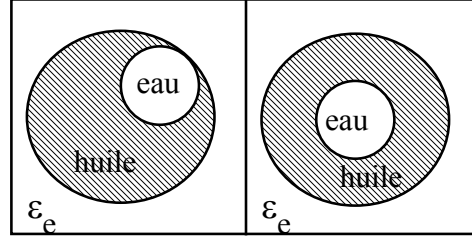


Figure VI-4. Représentation des positions extrêmes de la sphère de la phase dispersée

Le nombre de configurations possibles défini par la position relative des deux sphères est proportionnel au rapport des volumes des sphères de rayon $R_c - R_d$ et de rayon R_c . Ce rapport s'exprime en fonction de ϕ_d .

$$\frac{\left[R_c - R_d \right]^3}{R_c^3} = \left[1 - \frac{R_d}{R_c} \right]^3 = \left[1 - \phi_d^{\frac{1}{3}} \right]^3 \quad (\text{VI.2})$$

Pour l'eau dispersée dans l'huile $\phi_d = \phi_E$ fraction volumique d'eau, et pour l'huile dispersée dans l'eau $\phi_d = 1 - \phi_E$. Dans chaque cas le nombre de configuration est égal à

$$\xi_1 \left[1 - \phi_E^{\frac{1}{3}} \right]^3 \quad \text{et} \quad \xi_2 \left[1 - (1 - \phi_E)^{\frac{1}{3}} \right]^3$$

où ξ_1 et ξ_2 sont des facteurs de proportionnalité différents.

Les probabilités relatives et normalisées des deux types d'émulsion s'écriront en posant $\xi_2 / \xi_1 = \xi$:

$$f_1 = \frac{\left[1 - \phi_E^{\frac{1}{3}}\right]^3}{\left[1 - \phi_E^{\frac{1}{3}}\right]^3 + \xi \left[1 - (1 - \phi_E)^{\frac{1}{3}}\right]^3} \quad f_2 = \frac{\xi \left[1 - (1 - \phi_E)^{\frac{1}{3}}\right]^3}{\left[1 - \phi_E^{\frac{1}{3}}\right]^3 + \xi \left[1 - (1 - \phi_E)^{\frac{1}{3}}\right]^3} \quad (VI.3)$$

Au moment de l'inversion de phase $\phi_E = \phi_i$ on admet l'équiprobabilité d'existence des deux types d'émulsion ce qui détermine ξ

$$\xi = \frac{\left[1 - \phi_i^{\frac{1}{3}}\right]^3}{\left[1 - (1 - \phi_i)^{\frac{1}{3}}\right]^3} \quad (VI.4)$$

A titre d'exemple la figure (VI-5) indique les variations de f_1 et f_2 en fonction de ϕ pour $\phi_i = 0,17$

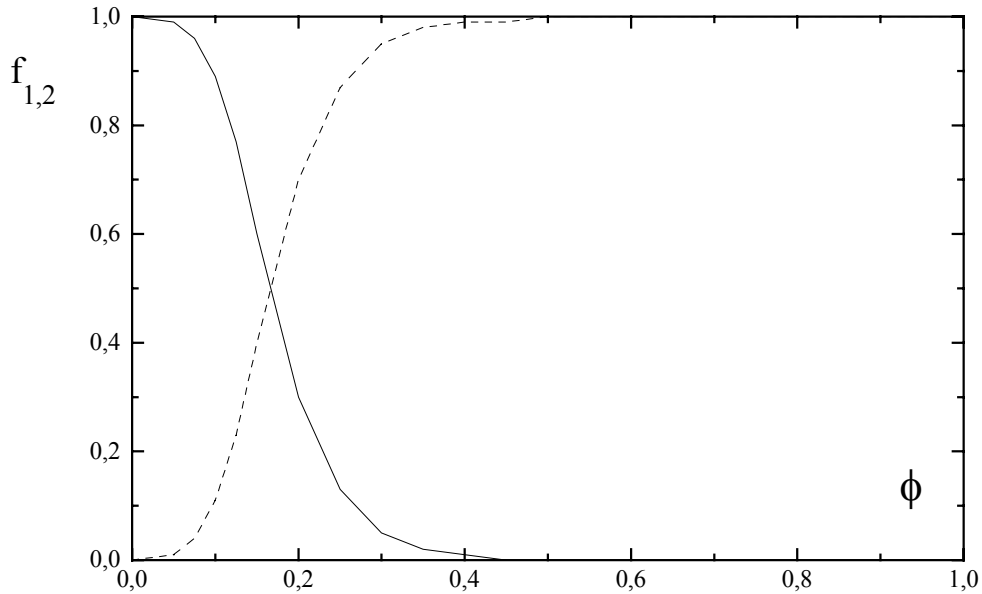


Figure VI-5. Variation des probabilités f_1 et f_2 en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ pour l'inversion de phase $\phi_i = 0.17$.

— Courbe de f_1 et - - - de f_2

La permittivité de l'émulsion ε_e est calculée par l'expression établie dans le cas des composites par Gibson et Buhrman ^[33] et reprise par Brouers ^[34] :

$$f_1 \frac{\varepsilon_{e1} - \varepsilon_e}{\varepsilon_e + g_{e1}(\varepsilon_{e1} - \varepsilon_e)} + f_2 \frac{\varepsilon_{e2} - \varepsilon_e}{\varepsilon_e + g_{e2}(\varepsilon_{e2} - \varepsilon_e)} = 0 \quad (\text{VI.5})$$

ε_{e1} et ε_{e2} sont calculées à partir des expressions théoriques établies par chaque théorie. g_{e1} et g_{e2} sont les facteurs de dépolarisation qui valent 1/3 dans le cas des sphères.

3. Résultats et interprétations.

Sur les figures (VI 6a, 6b, 6c) et les figures (VI 7a, 7b, 7c) les valeurs expérimentales des permittivités complexes en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E sont représentées par des petits cercles o pour ϕ_E croissant et par des croix + pour ϕ_E décroissant.

Par rapport à ces cercles et croix les courbes en pointillés représentent les valeurs théoriques de ε'_e et ε''_e en fonction de ϕ_E calculées à l'aide des formules des différentes théories.

Les valeurs théoriques déduites de notre modèle sont représentées en comparaison par des courbes en trait continu.

Pour les émulsions eau-limonène les valeurs de ϕ_E relevées à l'inversion de phase sont $\phi_i = 0.17$ et 0.62 .

Les valeurs théoriques obtenues par les formules de Hanai sont reportées en pointillé sur la figure (VI-6a) et celles par les formules de Higuchi sur la figure (VI-6b). K représentant les interactions, a été déterminé de façon à avoir une bonne

concordance entre les valeurs théoriques et expérimentales, $K = 0.75$ pour l'émulsion où l'eau est dispersée dans le limonène et $K = 0.70$ pour l'émulsion où le limonène est dispersé dans de l'eau.

Les courbes des valeurs théoriques de Greffe et Grosse sont représentées en pointillé sur la figure (VI-6c).

Pour les émulsions eau-décane les valeurs de la fraction volumique d'eau aux inversions de phase ont été relevées $\phi_i = 0.24$ et 0.37 .

Les courbes des valeurs théoriques en pointillé, obtenues par les formules de Hanai sont représentées sur la figure (VI-7a) celles par les formules de Higuchi sur la figure (VI-7b). $K = 0.30$ pour l'émulsion où l'eau est dispersée dans du décane et $K = 0.65$ pour l'émulsion où le décane est dispersé dans de l'eau. De même les courbes des valeurs théoriques de Greffe et Grosse sont représentées sur la figure (VI-7c).

On constate sur les figures (VI-6a, 6b, 6c) et sur les figures (7a- 7b-7c) que les courbes tracées en pointillés sont très proches des petits cercles et des croix. Cela signifie que les valeurs calculées par les formules élaborées par Hanai, Higuchi, et Grosse et Greffe sont proches des valeurs expérimentales. Cependant ces théories s'appliquent séparément à chaque type d'émulsion sans tenir compte des inversions de phases.

Les courbes en trait continu des valeurs calculées par notre théorie raccordent bien les résultats des deux types d'émulsions mais indiquent cependant que le domaine d'existence au voisinage des fractions volumiques des inversions de phase est plus large que celui relevé expérimentalement. Aussi envisageons nous une étude plus approfondie des interactions entre micelles.

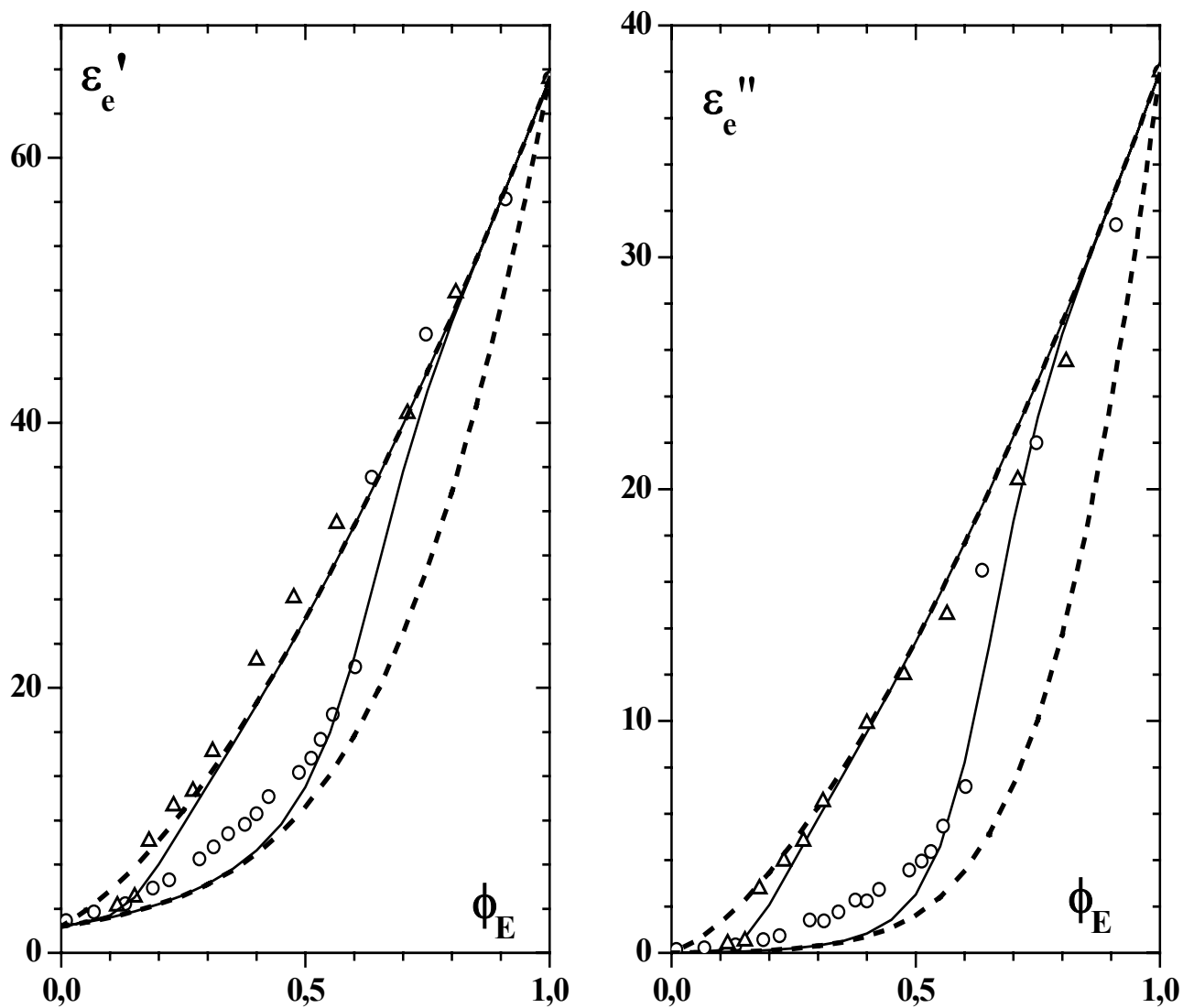


*Figure VI-6a. Variations de la permittivité complexe de l'émulsion d'eau et de limonène en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E à $T = 28^\circ\text{C}$, $f = 9460\text{ MHz}$
Valeurs expérimentales : o pour ϕ_E croissant et Δ pour ϕ_E décroissant
--- Courbes théoriques de Hanai
— Courbes du modèle proposé utilisant les valeurs théoriques de Hanai.*

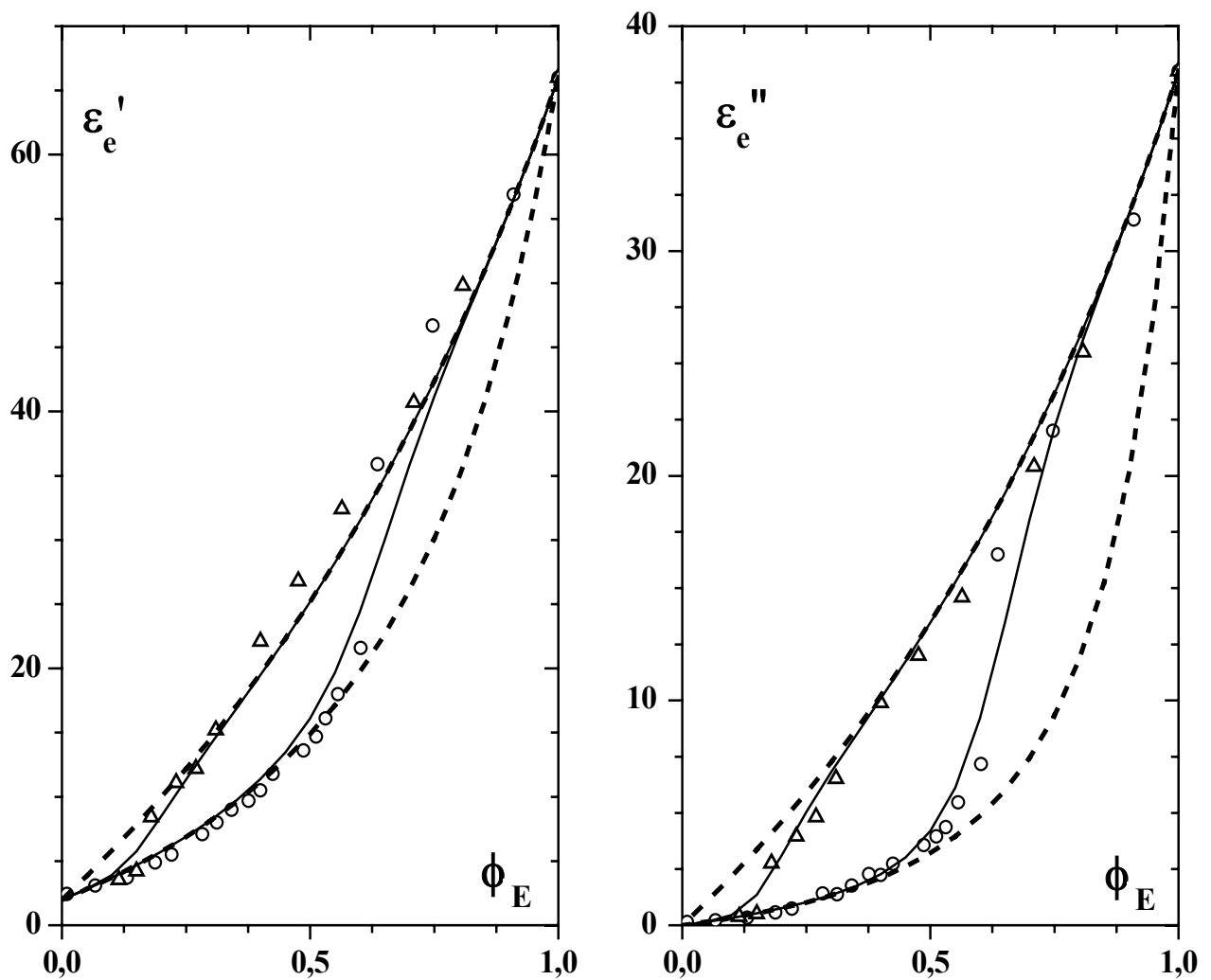


Figure VI-6b. Variations de la permittivité complexe de l'émulsion d'eau et de limonène en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E à $T = 28^\circ\text{C}$, $f = 9460\text{ MHz}$
Valeurs expérimentales : o pour ϕ_E croissant et Δ pour ϕ_E décroissant
----- Courbes théoriques de Higuchi $k = 0.70$ courbe du haut, 0.75 courbe du bas.
_____ Courbes du modèle proposé utilisant les valeurs théoriques de Higuchi.

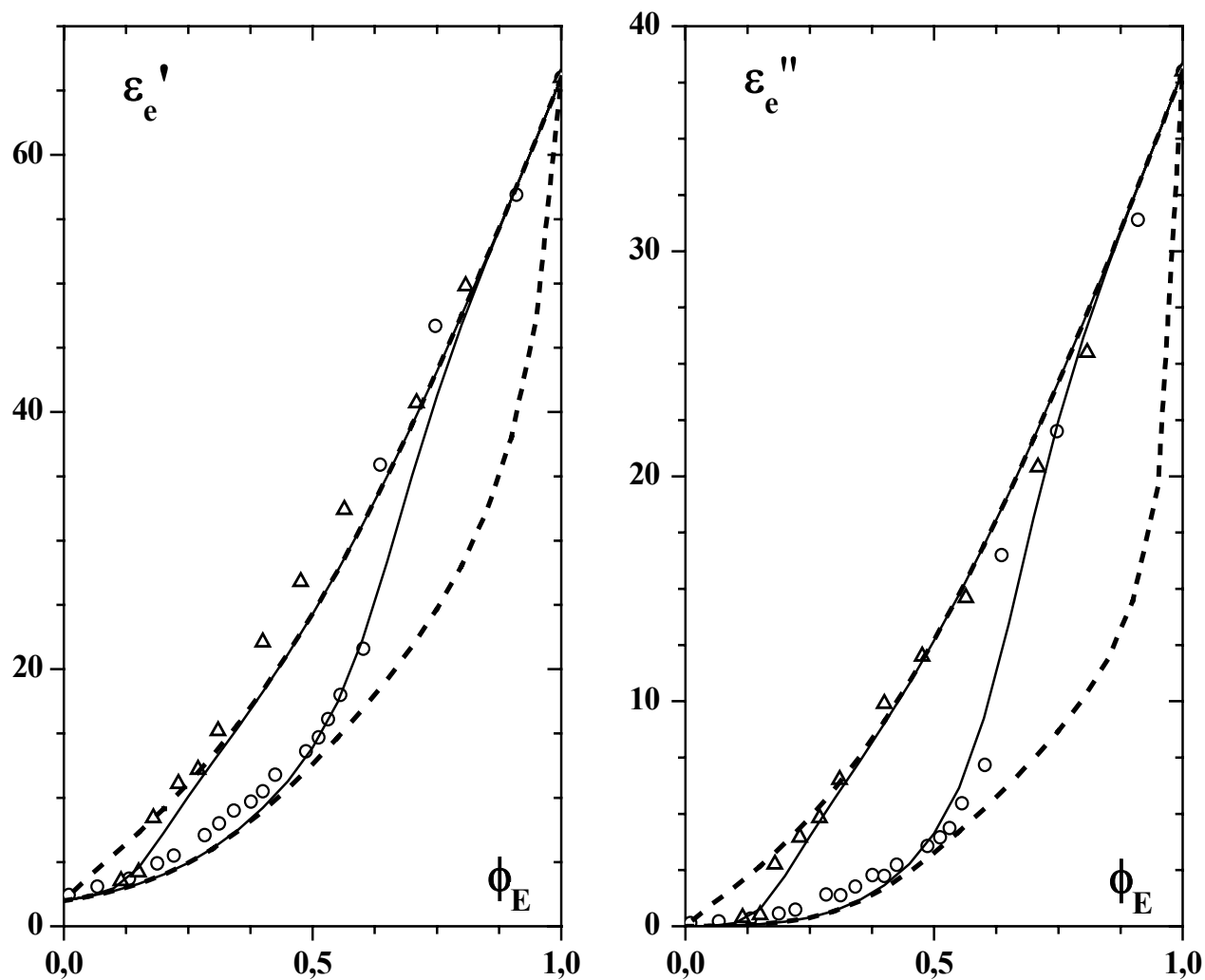


*Figure VI-6c. Variations de la permittivité complexe de l'émulsion d'eau et de limonène en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E à $T = 28^\circ\text{C}$, $f = 9460\text{ MHz}$
Valeurs expérimentales : o pour ϕ_E croissant et Δ pour ϕ_E décroissant
--- Courbes théoriques de Greffe et Grosse.
— Courbes du modèle proposé utilisant les valeurs théoriques de Greffe-Grosse.*

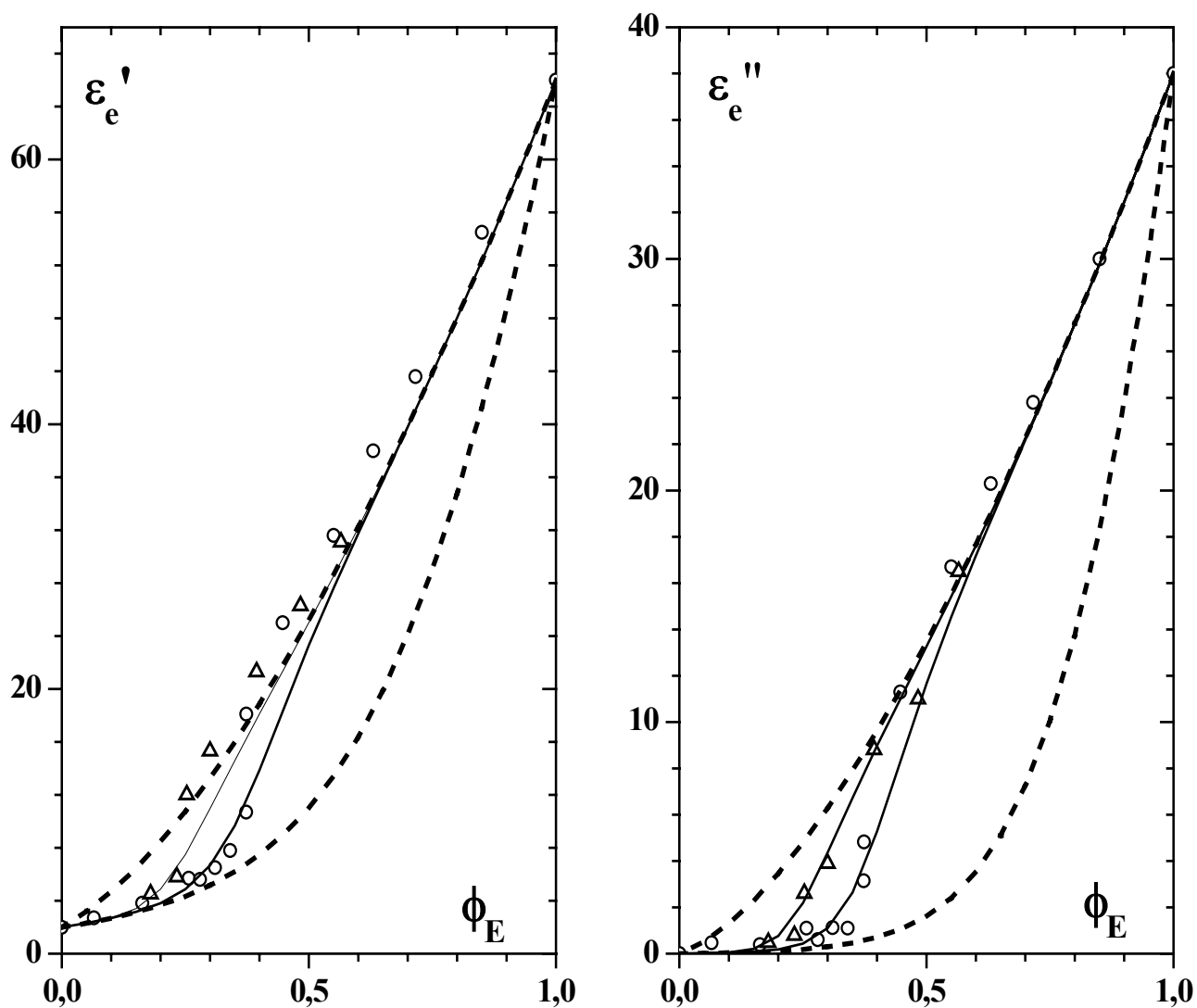


*Figure VI-7a. Variations de la permittivité complexe de l'émulsion d'eau et de décane fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E à $T = 28\text{ }^{\circ}\text{C}$, $f = 9460\text{ MHz}$.
Valeurs expérimentales : o pour ϕ_E croissant et Δ pour ϕ_E décroissant
--- Courbes théoriques de Hanai.
— Courbes du modèle proposé utilisant les valeurs théoriques de Hanai.*

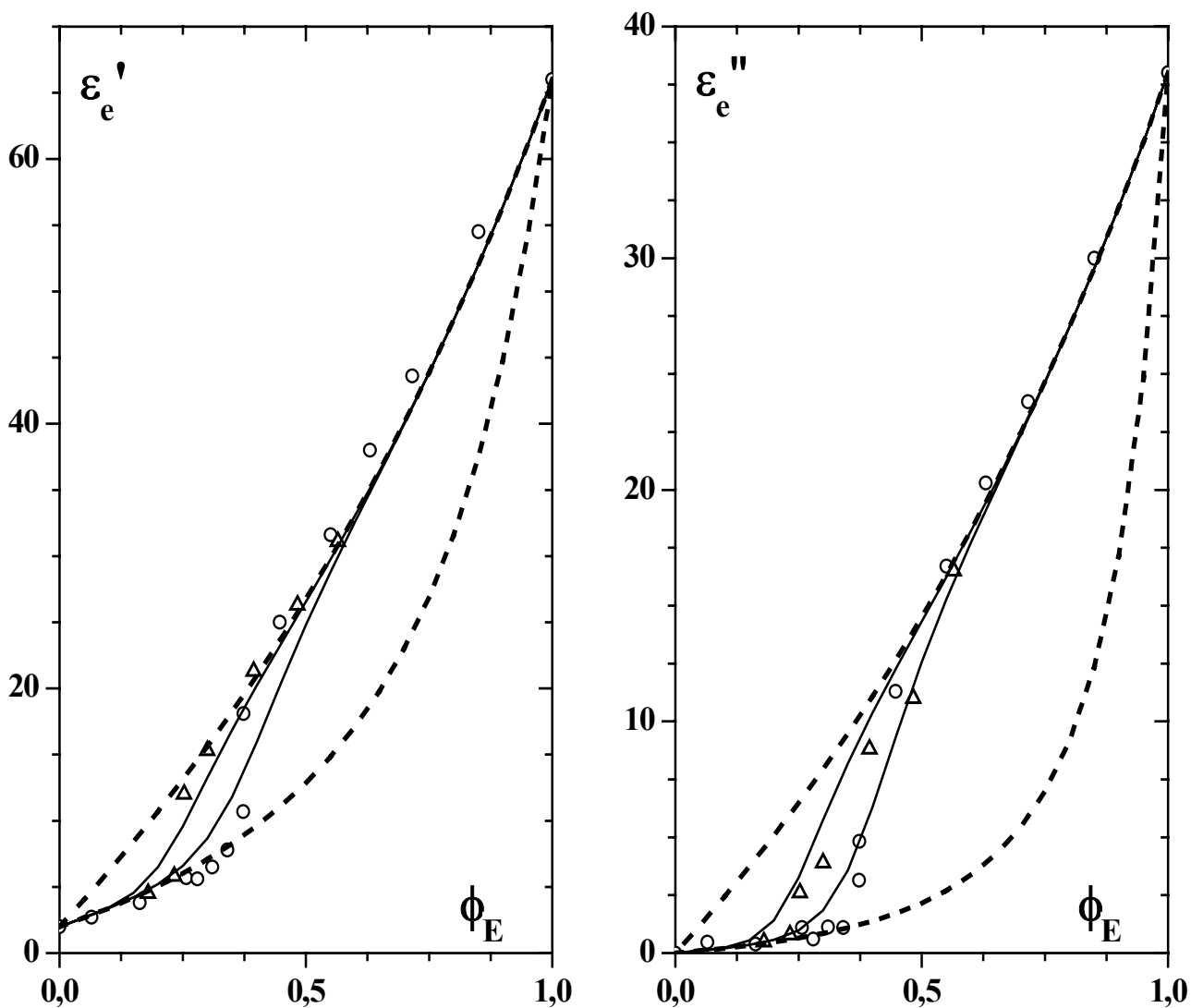


Figure VI-7b. Variations de la permittivité complexe de l'émulsion d'eau et de décano en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E à $T = 28^\circ\text{C}$, $f = 9460\text{ MHz}$
 Valeurs expérimentales : o pour ϕ_E croissant et Δ pour ϕ_E décroissant
 - - - Courbes théoriques de Higuchi $k = 0.30$ courbe du haut, 0.65 courbe du bas.
 — Courbes du modèle proposé utilisant les valeurs théoriques de Higuchi.

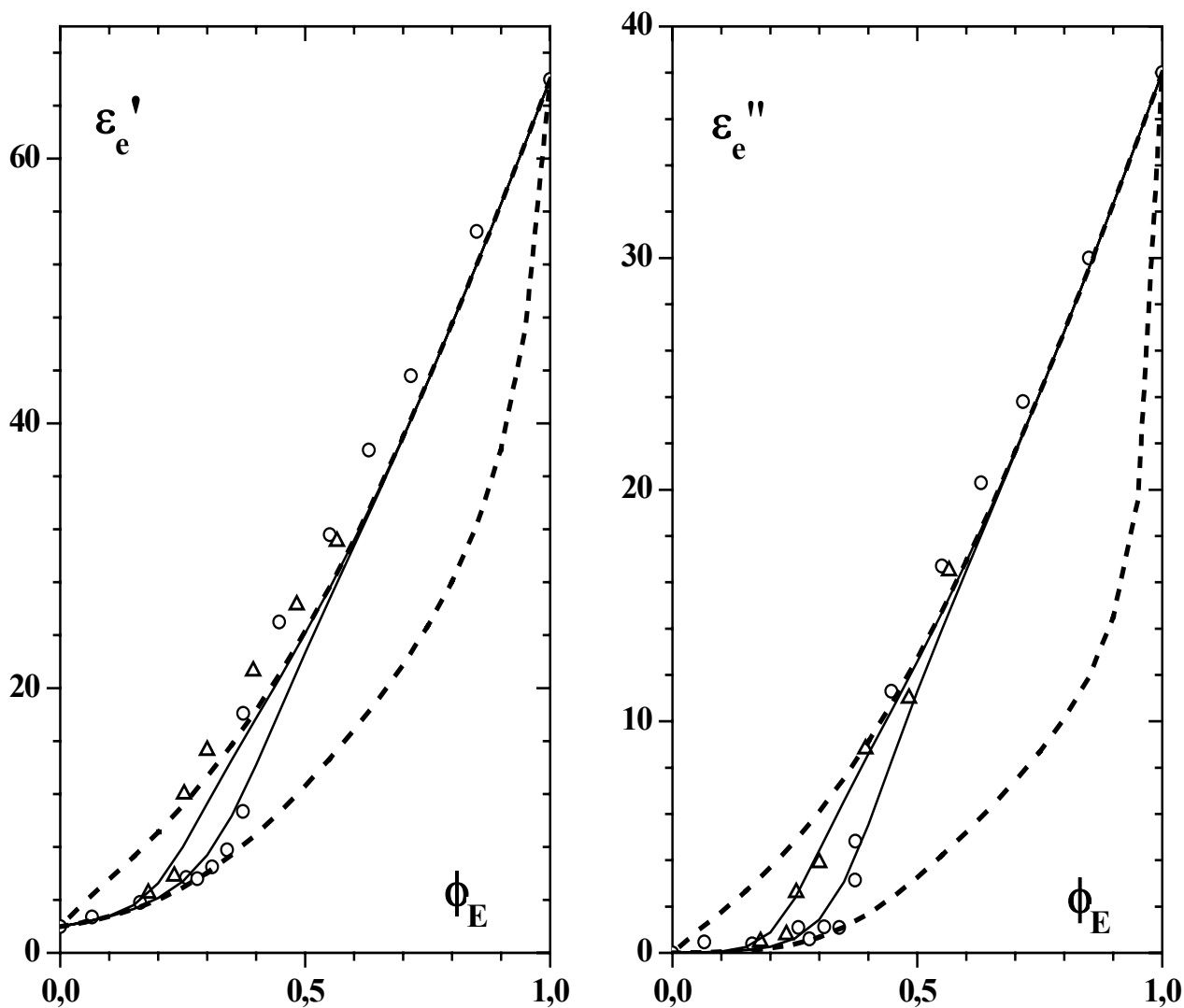


Figure VI-7c. Variations de la permittivité complexe de l'émulsion d'eau et de décane en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E à $T = 28^\circ\text{C}$, $f = 9460\text{ MHz}$

Valeurs expérimentales : o pour ϕ_E croissant et Δ pour ϕ_E décroissant

--- Courbes théoriques de Greffé et Grosse.

— Courbes du modèle proposé utilisant les valeurs théoriques de Greffé-Grosse.

CHAPITRE VII

***DETERMINATION PAR MESURES DIELECTRIQUES EN
HYPERFREQUENCE DU POURCENTAGE D'HUILE CONTENU DANS
UNE PHASE DISPERSEE D'EAU D'UNE EMULSION DE TYPE EAU
DANS L'HUILE ENTRETENUE MECANIQUEMENT***

1. Introduction.

Les mesures de la permittivité diélectrique ^{[19] [31] [35]} ou de la conductivité électrique ^[36] des émulsions eau huile permettent de déterminer le type d'émulsion, huile dans l'eau ou eau dans l'huile, et la fraction volumique ϕ_d de la phase dispersée.

Nos mesures ^[35] ont été effectuées en hyperfréquence à 9460 MHz, fréquence assez élevée pour ne considérer que les effets diélectriques, sur l'émulsion eau limonène. L'état dispersif à l'intérieur de la cellule de mesure, portion de guide court-circuité, est obtenu par circulation permanente et turbulente en circuit fermé de cette émulsion grâce à une pompe rotative; aucun émulsifiant n'a été rajouté.

Dans la littérature, on note un manque de données expérimentales sur les mesures diélectriques de ce type d'émulsions et par conséquent peu d'examens de modèles sur les prédictions ont été réalisés.

Les travaux de Pacek et al. ^[10] portant sur la structure des émulsions entretenues par agitation mécanique permanente et turbulente, ont montré que selon le type d'émulsion, la structure est différente. Dans le cas d'une émulsion de type eau dans l'huile pour une fraction volumique ϕ_d supérieure à 0.25, une certaine quantité d'huile de la phase continue pénètre sous forme de gouttelettes dans les gouttes d'eau, entraînant une modification de la permittivité ϵ_d de la phase dispersée ainsi qu'une augmentation de sa fraction volumique ϕ_d . Pour les émulsions de type huile dans l'eau, la pénétration de l'eau dans de l'huile n'a pas lieu.

La détermination de la permittivité diélectrique ϵ_e de l'émulsion fonction des permittivités diélectriques ϵ_c et ϵ_d des deux phases continue et dispersée respectivement et de la fraction volumique ϕ_d , a fait l'objet de plusieurs recherches théoriques ^{[14] [17]}. Ces théories sont basées généralement sur des modèles simples et ne tiennent pas compte de la structure réelle des émulsions de type eau dans l'huile ; ainsi pour les moyennes et grandes valeurs de fractions volumiques de phase dispersée

ϕ_d , les valeurs théoriques et expérimentales de la permittivité diélectrique ϵ_e ne concordent pas.

Afin d'y remédier, nous proposons un modèle^[37] où la phase dispersée est une émulsion de type huile dans l'eau, dispersée sous forme de gouttelettes dans un continuum d'huile.

Pour le calcul de la permittivité de la phase dispersée, nous avons retenu l'expression de Greffe-Grosse^[11], celle qui nous semble la plus appropriée au type d'émulsion huile dans l'eau.

2. Choix de l'expression de la permittivité diélectrique de l'émulsion.

Depuis longtemps, les milieux dispersés-continus ont fait l'objet de recherches portant sur leur structure et leur stabilité. Dans le cas des émulsions, la structure est complexe et rend leur modélisation difficile et par suite les calculs portant sur leurs caractéristiques intrinsèques très compliqués. Les deux modèles qui s'adaptent au mieux aux émulsions, systèmes polydispersifs, pour la détermination de leur permittivité diélectrique sur un large domaine de fraction volumique de phase dispersée sont ceux proposés par Hanai^[17] et Greffe-Grosse^[14].

Le choix de l'expression de la permittivité diélectrique ϵ_e est très important pour la détermination de la quantité d'huile contenue dans la phase dispersée d'eau. L'expression de Greffe et Grosse nous paraît beaucoup plus appropriée aux émulsions. Elle est déterminée à partir d'un modèle physique de l'émulsion. Par contre celle de Hanai est obtenue par une démarche purement mathématique.

En régime statique, la validité des deux expressions de la permittivité diélectrique ϵ_e a été mise en évidence par Greffe et Grosse sur le système eau-terpène. La comparaison graphique des résultats théoriques et des données expérimentales a été représentée dans le chapitre II.

En régime fréquentiel comme nous l'avons fait remarqué dans ce même chapitre, l'écart entre les valeurs théoriques et données expérimentales du facteur de perte ε_e'' de l'émulsion eau dans l'huile est beaucoup moins important dans le modèle de Greffe et Grosse.

Pour ces deux raisons modèle physique et valeurs théoriques proches des données expérimentales, nous avons choisi l'expression de la permittivité diélectrique ε_e établie par Greffe et Grosse pour le calcul du pourcentage de la quantité d'huile introduite dans l'eau.

3. Modèle proposé ^[37].

La structure de l'émulsion de type eau dans l'huile est beaucoup plus complexe que celle de l'huile dans l'eau. A partir d'une certaine fraction volumique d'eau ϕ_E , une quantité d'huile pénètre dans les gouttes d'eau dispersées. L'émulsion (Figure VII-1) est formée d'un continuum d'huile de volume V_1 où se trouve une phase dispersée constituée d'eau de volume V_2 contenant de l'huile de volume V_3 .

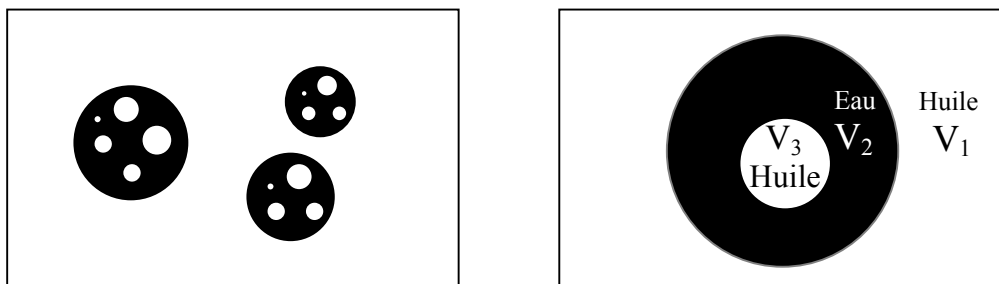


Figure VII-1. Représentation schématique de l'émulsion eau dans l'huile.

Eau en noir - Huile en blanc.

La fraction volumique ϕ_D de cette phase dispersée par rapport au volume total de l'émulsion $V_1 + V_2 + V_3$ s'écrit :

$$\phi_D = \frac{V_2 + V_3}{V_1 + V_2 + V_3} \quad (\text{VII.1})$$

et celle de l'eau qui est la variable utilisée dans les représentations graphiques devient:

$$\phi_E = \frac{V_2}{V_1 + V_2 + V_3} \quad (\text{VII.2})$$

Pour calculer la permittivité diélectrique ϵ_D de cette phase dispersée, on doit la considérer comme une émulsion de type huile dans l'eau de volume $V_2 + V_3$ de fraction volumique de phase d'huile dispersée :

$$\phi'_D = \frac{V_3}{V_2 + V_3} \quad (\text{VII.3})$$

puis s'exprime en fonction ϕ_D et ϕ_E par la relation :

$$\phi'_D = 1 - \frac{\phi_E}{\phi_D} = \frac{\phi_D - \phi_E}{\phi_D} \quad (\text{VII.4})$$

Pour étudier la fraction d'huile dispersée ϕ_H par rapport au volume d'huile $V_1 + V_3$ on peut envisager le rapport :

$$\phi_H = \frac{V_3}{V_1 + V_3} \quad (\text{VII.5})$$

qui s'exprime également en fonction de ϕ_D et ϕ_E , par :

$$\phi_H = \frac{\phi'_D \phi_D}{1 - \phi_D + \phi_D \phi'_D} = \frac{\phi_D - \phi_E}{1 - \phi_E} \quad (\text{VII.6})$$

A partir d'une fraction volumique ϕ_E donnée, un calcul informatique permet de calculer la fraction volumique ϕ_D et la permittivité ϵ_D de la phase dispersée ainsi que la fraction ϕ'_D d'huile dispersée en ajustant la valeur théorique de la permittivité diélectrique de l'émulsion ϵ_e déduite de la formule de Greffe et Grosse, à la valeur expérimentale.

4. Calculs

La formule de Greffe et Grosse de la permittivité diélectrique des émulsions peut s'écrire sous la forme d'un trinôme du second degré :

$$A \varepsilon_e^2 + B \varepsilon_e + C = 0$$

$$\begin{aligned} A &= 2 \left(1 - \frac{\varepsilon_d - \varepsilon_c}{2\varepsilon_c + \varepsilon_d} \phi_d^2 \right) & B &= (\varepsilon_d - 2\varepsilon_c) - 3(\varepsilon_d - \varepsilon_c)\phi_d + 2 \frac{(\varepsilon_d - \varepsilon_c)(\varepsilon_d + \varepsilon_c)}{2\varepsilon_c + \varepsilon_d} \phi_d^2 \\ C &= - \left(1 - 2 \frac{\varepsilon_d - \varepsilon_c}{2\varepsilon_c + \varepsilon_d} \phi_d^2 \right) \varepsilon_c \varepsilon_d \end{aligned} \quad (\text{VII.7})$$

La valeur de la fraction volumique ϕ_D de la phase dispersée formée d'eau et d'huile est d'abord choisie proche de la valeur expérimentale ϕ_E de l'eau.

La formule (VII-4) donne ϕ_D' .

Les valeurs de la permittivité ε_D de la phase dispersée formée d'huile et d'eau sont évaluées toutes les deux à partir de l'équation (VII-7) en remplaçant ε_e par ε_D , ε_c par ε_E , ε_d par ε_H et ϕ_d par ϕ_D' .

Les valeurs de la permittivité de l'émulsion ε_e sont évaluées en remplaçant ε_c par ε_H , ε_d par ε_D et ϕ_d par ϕ_D .

La méthode itérative de Newton a permis de déterminer, avec une précision de 1% la valeur de la fraction volumique de la phase dispersée ϕ_D pour laquelle la valeur théorique de la permittivité diélectrique réelle ε_e' coïncide avec la valeur expérimentale.

5. Résultats et discussions

La figure VII-2 montre la variation de la fraction d'huile ϕ_H introduit dans l'eau en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E . Une rapide variation de ϕ_H se produit aux alentours de $\phi_E = 0.12$, pour semble-t-il se stabiliser à 0.1, et varier à nouveau avec une importante croissance aux environs de $\phi_E = 0.5$ jusqu'à 0.62, moment de l'inversion de phase.

La fraction $\phi_E = 0.12$ à partir de laquelle l'huile pénètre dans l'eau est différente de 0.25, celle déduite de photographies d'émulsions prises par Pacek et al.^[10]; nous pensons que cette différence est due probablement au degré d'agitation mécanique des pompes.

Les valeurs expérimentales de la permittivité diélectrique de l'émulsion eau dans du limonène sont reportées en fonction de la fraction volumique d'eau, sur les figures VII-3a et VII-3b. Les courbes théoriques en trait continu sont déduites du modèle proposé; celles en pointillés sont déduites du modèle où la phase dispersée est formée uniquement d'eau; dans les deux cas la formule utilisée pour le calcul de la permittivité diélectrique ϵ_e est celle proposée par Greffe et Grosse.

La fraction volumique de la phase dispersée ϕ_D , déduite par calcul en réajustant valeurs théoriques de la permittivité diélectrique réelle ϵ_e' aux valeurs expérimentales, a permis de calculer les valeurs du facteur de perte ϵ_e'' théoriques.

La courbe théorique du facteur de perte ϵ_e'' , trait continu, se rapproche de manière remarquable des points expérimentaux. La loi de variation de la fraction volumique ϕ_D de la phase dispersée en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E représentée sur la figure VII-4, a été obtenue par interpolation polynomiale d'ordre 3 des valeurs calculées; son expression est donnée par :

$$\phi_D = -0.136 + 3.19 \phi_E - 7.38 \phi_E^2 + 7.56 \phi_E^3 \quad (\text{VII.8})$$

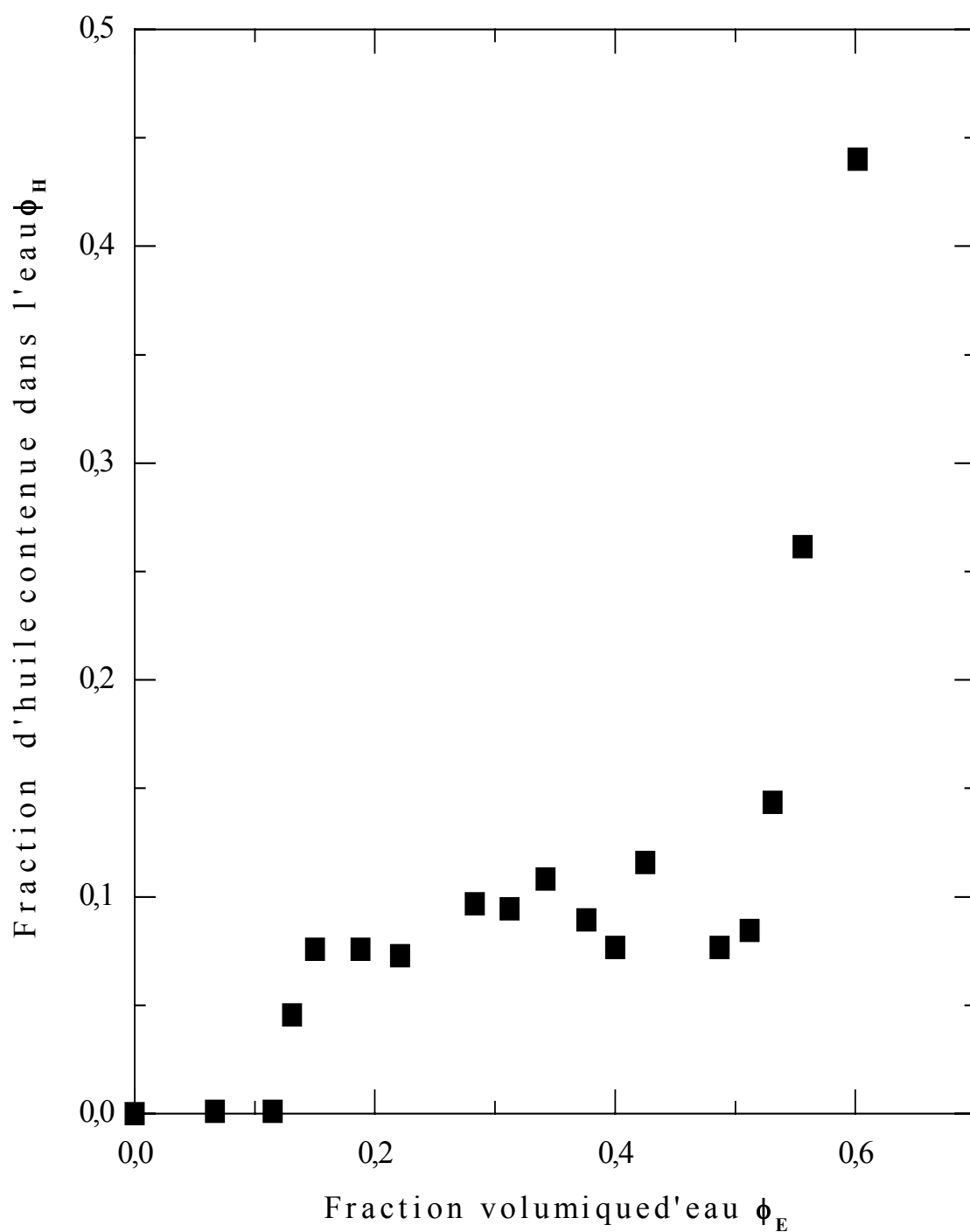


Figure VII-2. Variation de la fraction ϕ_H d'huile contenue dans l'eau en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E .

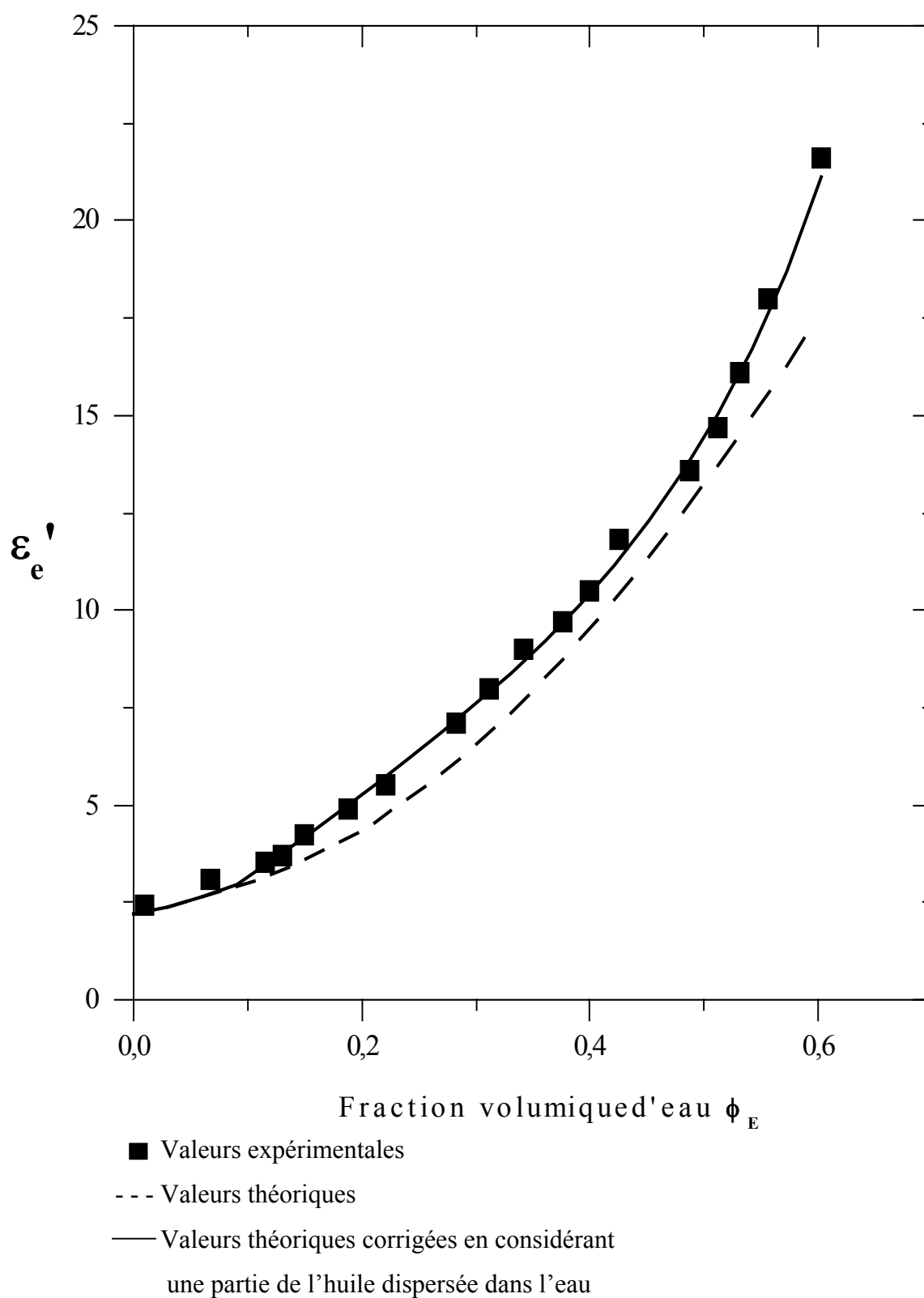


Figure VII-3a. Variation de la permittivité diélectrique ϵ'_e de l'émulsion eau dans du limonène en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E à 9460 MHz.

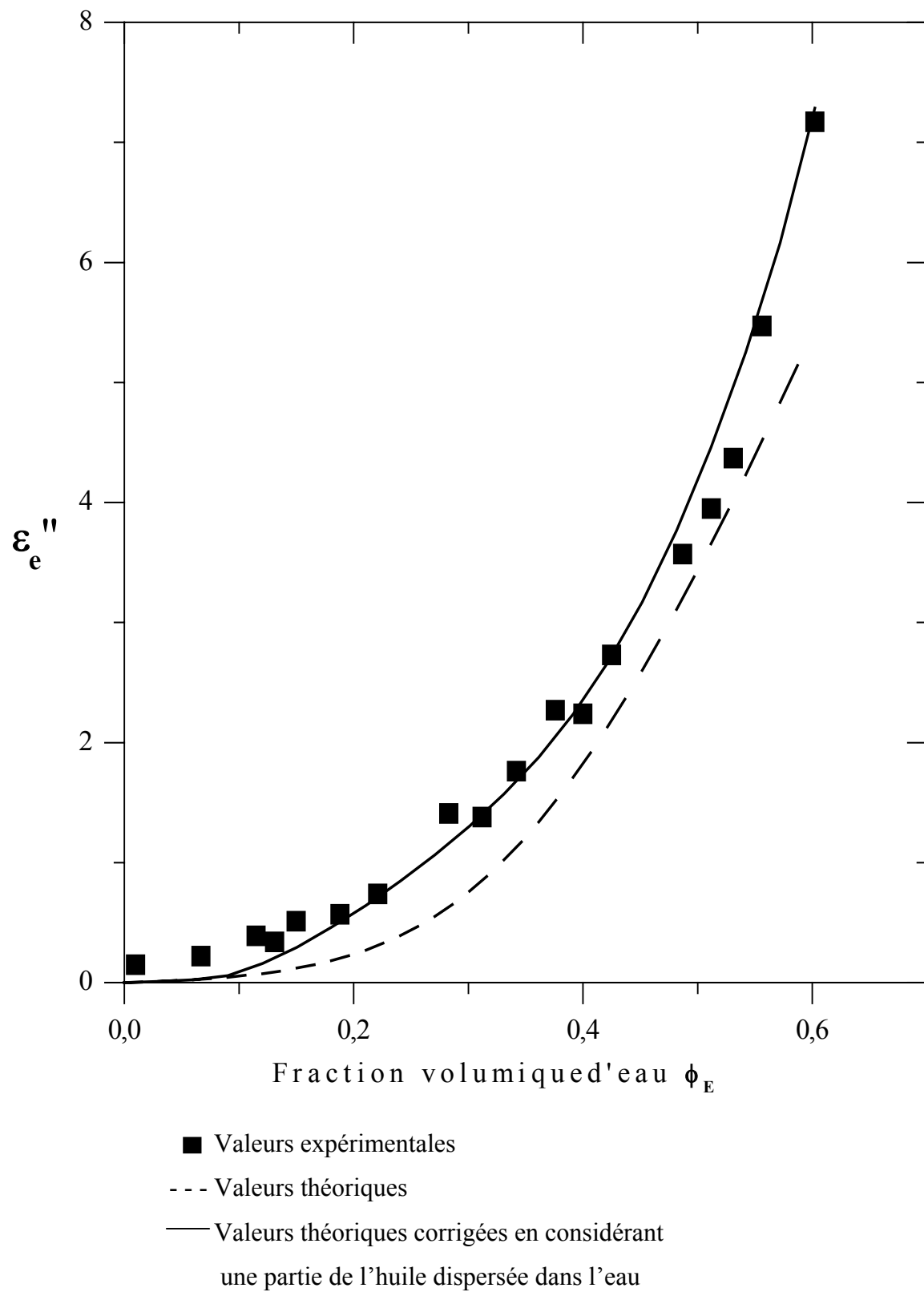


Figure VII-3b. Variation de la permittivité diélectrique ε'' de l'émulsion eau dans du limonène en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E à 9460 MHz.

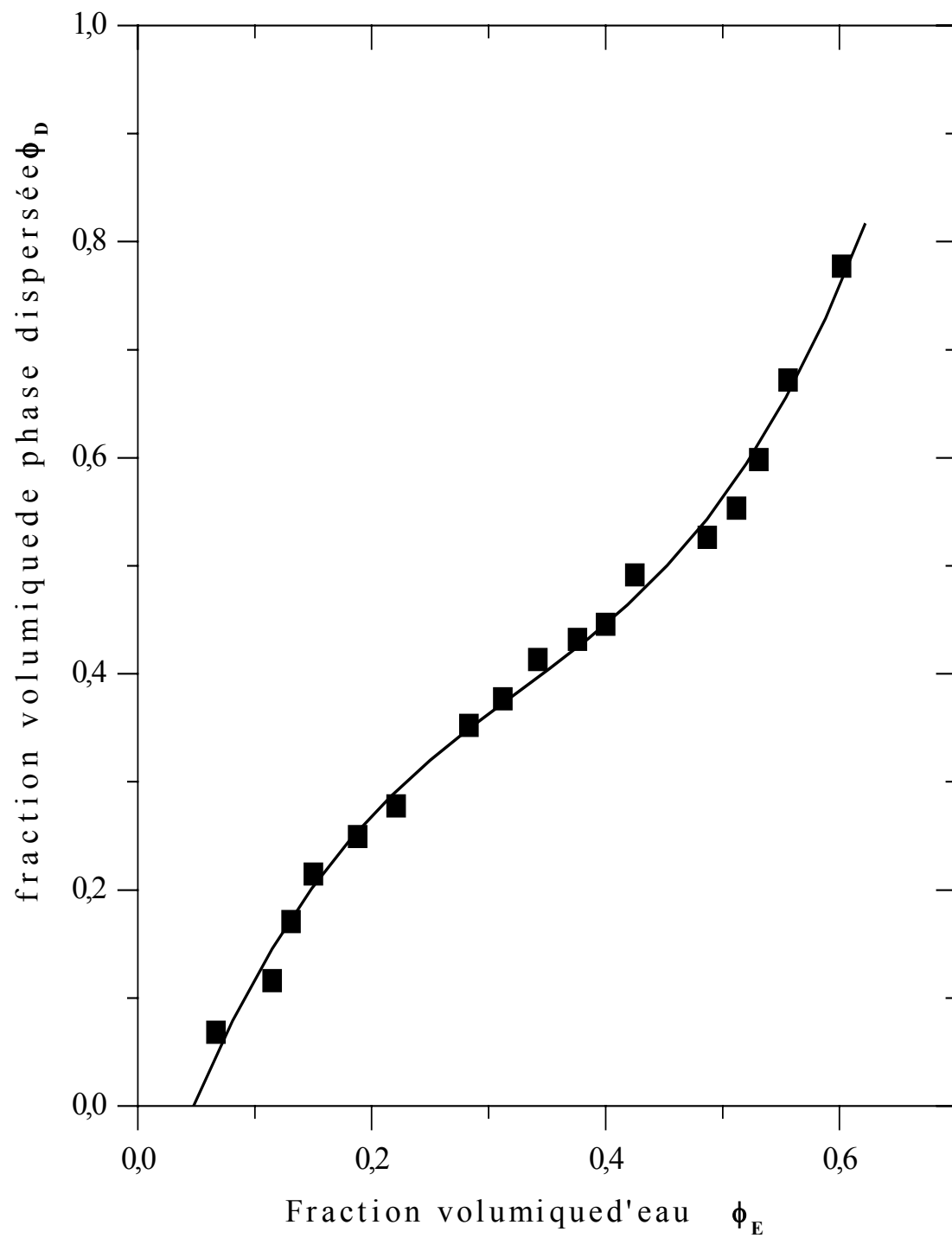


Figure VII-4. Variation de la fraction volumique de la phase dispersée ϕ_D en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E .

6. Conclusion

Les émulsions de type eau dans l'huile entretenues par une agitation mécanique permanente présentent des structures très complexes. La pénétration de l'huile dans l'eau ne peut s'expliquer par les traitements généraux de la mécanique des fluides. Une approche expérimentale est donc vivement conseillée. La modélisation de ces mélanges ne peut se faire que sous certaines hypothèses simplificatrices ; dans notre modèle, nous avons admis que les gouttelettes formant la phase dispersée sont homogènes et que l'émulsion formée d'huile et de ces gouttelettes l'est aussi.

L'ajustement des courbes théoriques de la permittivité diélectrique réelle ϵ_e' aux valeurs expérimentales de l'émulsion eau dans l'huile a permis de déduire l'évolution de la fraction ϕ_H d'huile introduite dans les gouttes d'eau en fonction de la fraction volumique d'eau ϕ_E . Ces derniers résultats ont permis à leur tour d'évaluer les valeurs théoriques du facteur de perte ϵ_e'' de l'émulsion. Ces valeurs se rapprochent beaucoup plus des points expérimentaux que celles déduites du modèle simple où la phase dispersée est formée uniquement d'eau. Cette nette amélioration, justifie le modèle proposé avec l'utilisation de la formule établie par Greffe et Grosse.

CONCLUSION GENERALE

Une fois le montage réalisé nous avons étudié les liquides utilisés dans les émulsions (décane, limonène, eau) liquides ayant des permittivités connues. Ceci a permis d'abord d'observer le fonctionnement de l'appareillage auquel divers perfectionnements ont été apportés : piston avec piège, problème d'étanchéité, problème d'agitation, étude de l'amplification et de la détection quadratique.

Cette mise au point minutieuse terminée nous avons caractérisé les liquides utilisés dans les émulsions. En particulier une étude complète a permis de choisir une eau désionisée à partir de laquelle nous avons éliminé sur les enregistrements de la puissance hyperfréquence détectée dues à des conductions ioniques.

Nous avons retrouvé des résultats connus tout en constatant que des mesures ponctuelles sur le pics des diagrammes ne permettaient pas d'obtenir des résultats avec une précision suffisante pour les constantes d'affaiblissement α et de propagation β_g de l'onde dans le diélectrique. Un programme informatique employant pour la puissance de l'onde une formule théorique ajustée sur de nombreux points de mesures a permis d'atteindre une excellente précision sur α et β_g . Cette précision qui apparaît par une dispersion pratiquement nulle sur nos courbes de mesure a permis de mettre en évidence les deux discontinuités au moment de l'inversion de phase. Cette dernière est d'autant plus retardée que l'émulsion est plus stable. Ceci se traduit par un élargissement du pseudo-cycle.

Les différentes théories ont été confrontées avec nos résultats. La théorie de Greffe et Grosse a retenu particulièrement notre attention. Cependant ces théories ne prévoient pas d'inversion de phase, le passage d'une courbe théorique à l'autre n'est pas mis en évidence. De plus elles ne tiennent pas compte de la structure réelle des émulsions de type eau dans l'huile, l'écart entre les courbes théoriques et les valeurs expérimentales croît en fonction de la fraction volumique de la phase dispersée.

Nous avons tenté de relier les courbes théoriques de chaque type d'émulsion en appliquant la théorie de champ moyen, le passage est graduel et ne traduit pas correctement la discontinuité au moment de l'inversion de phase. La supposition que les deux types d'émulsion coexistent dans l'émulsion n'est pas adaptée pour ce genre de milieu.

La difficulté d'évaluer la quantité d'huile présente dans la phase dispersée eau est certes grande. En effet dans ces milieux entretenus mécaniquement, la fragmentation d'un liquide dans un autre est réalisée grâce à la turbulence, phénomène très complexe existant au sein de ces mélanges. Notre modèle a permis de surmonter cette difficulté.

Cet appareillage bien utilisé permettra d'autres études fondamentales sur le sujet.

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

1. Joulié R., Mécanique des fluides appliquée, *Ellipse / édition marketing S. A.*, (1998).
2. Levich, Physicochemical hydrodynamics, *Practice Hall* (1962)
3. Davies J. T., Turbulence Phenomena, *Academic Press New York San Fransico London* (1972).
4. Clift R., Grace J. R., Weber M. E, Bubles, Drops and Particules, *Academic Press New York San Fransico London* (1978).
5. Shini Nagata, MIXING Principles and applications, *ed. by Kodansha LTD., John Wiley & Son* (1975).
6. A C Johansson, J C Godfrey, Dispersed phase distribution in liquid-liquid mixing in agitated tank, *ICHEME SYMPOSIUM SERIES NO. 140* (1996), 203-211.
7. R. A Mamleev, Modeling of te conditions of drop coalescence and dispersion in turbulent fliw, *Journal of applied chemistry USSR (Engli. Transl.)* , Vol. 54, Fasc. 02 (1981), 323-328.
8. Stanley Middleman, Drop size distributions produced by turbulent pipe flow of immiscible fluids through a static mixer, *Ind. Eng. Chem. Process Des. Develop.*, Vol.13, No. 1 (1974).
9. Rajinder Pal, on the flow characteristics of highly concentrates oil-in-water emulsions, *The Chemical Engineering Journal*, 43 (1990) 53-57.
10. Pacek A. W., Niewon A.W. and Moore I.P.T., *Chemical Engineering Science*, Vol.49, No. 20 (1994) 3485-3498.
11. Langevin D., Meunier J. et Cazabat A.M., Les micoémulsions, *LA RECHERCHE*, n° 167 (Juin 1965), 720-728 volume 16.
12. Berthod A., Mise au point. Structure physico-chimique des milieux dispersés, micelles, émulsions et microémulsions, *J. Chim. Phys.* 80, n° 5 (1983), 407-424.
13. Israelachvili J., The science and application of emulsions – An overview, *colloid and Surfaces A* 91 (1994), 1-8.

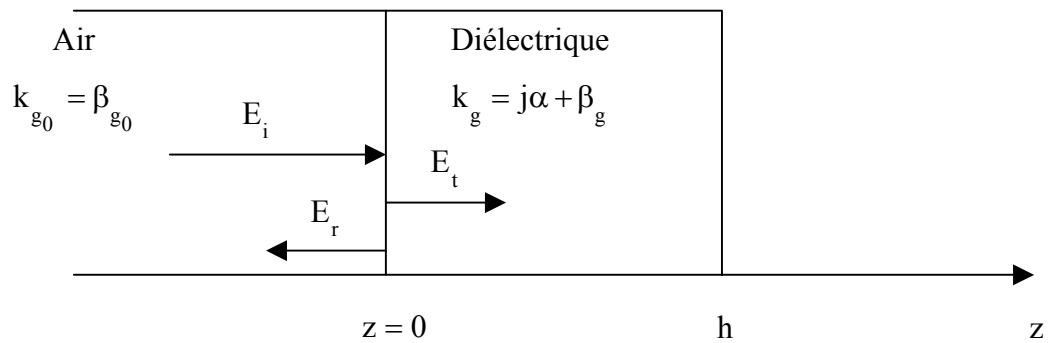
14. Grosse G. et Greffe J.L., Permittivité statique des émulsions, *J. Chim. Phys.* 76, n° 4 (1976), 305-327.
15. Wagner K. W., *Arch. Elektrotech.* 2 (1914), 371-387.
16. W.I.Higuchi, *J of Phy.chem.* (1958) vol. 62 , 643-649.
17. Hanai T., Electrical properties of emulsions, *ed by A. Sherman Academic Press* (1968), 353-478.
18. Wilkinson D. S., Langer J. S. and Sen P. N., *Phys. Rev. B* 28 (1983), 1081.
19. Thomas C., Perl J.P. and Wasan D.T., Complex dielectric properties of macroemulsions in the microwave region, *J. Colloid Interface Sci.*, Vol. 139, No. 1 (1990), 1-13.
20. Senatra D., Giubilaro G., Dielectric study, *J. Colloid Interface Sci.* ,Vol. 67, No. 3 (1978), 448-456.
21. Senatra D., Giubilaro G., Dielectric study, *J. Colloid Interface Sci.* ,Vol. 67, No. 3 (1978), 457-464.
22. Peyrelasse J., McClean VER, Boned C., Sheppard R. J., Clausse M, The influence of temperature upon the dielectric behaviour of water-in-hexadecame microemulsions, *Journal of applied physics D*, Vol. 11, No. 8 (1978) L117-L120.
23. Kahan M.T., Physique des guides d'ondes électromagnétiques, *Mémorial des Sciences Physiques, Edition Gautier-Villards Paris*, (1952).
24. Gabillard R., Onde et Propagation, *Dunod Press (Paris France)*,(1968).
25. R. Petit, Ondes électromagnétiques en radioélectricité et en optique, *Edition Masson*, (1993).
26. Montgomery, Techniques de mesures, *Edition Chiron (Paris France)*,(1961).
27. Sixou B., D.E.S. Orsay(France),(1962).
28. Barama D., Thèse Nice (France),(1980).
29. Lane J. A., Dielectric dispersion in pur polar liquids at very high frequencies I et II P. H. D. National Physical Laboratory.
30. Demau C., Thèse Bordeaux (France) (1969).
31. Garis E.J., Giordan L.A., Magallanes C., Daruich Y, Fornes A. and Catenaccio A., *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 45, n°4 (1996), 815-817.
32. Ping Sheng, *Phys, Rev. Lett.* ,Vol. 45, No. 1 (1980) 60-89.

33. U.J.Gibson and R.A. Buhrman Phys. Rev. B 27, (1983) 5046-5051.
34. F.Brouers, J.Phys.C solid state Phys. 19, (1986) 7183-7193.
35. Deschamps A., Haïne N., Etude des propriétés diélectriques des émulsions en hyperfréquence, *J. Chim. Phys.* 86, n° 11/12 (1989), 2225-2240.
36. Johnson J. K., Dadiburjor D. B. and Smith D.H., Cell for the Measurment of the Percentage of Polar Component in Polar-Nonpolar Emulsions, *J. Phys. Chem.* 98 (1994), 12097- 12102.
37. Haïne N, Deschamps A. Détermination par mesures diélectriques en hyperfréquence du pourcentage d'huile contenu dans une phase dispersée d'eau d'une émulsion de type eau dans l'huile entretenue mécaniquement, *Entropie*, No.243 (2002),

ANNEXE

ANNEXE 0

1. Coefficient de réflexion à l'entrée de la cellule



On note par r le coefficient de réflexion à l'entrée de la cellule.

- Du côté de l'air $z \leq 0$:

L'expression du champ électrique est :

$$E_{0x} = E_i e^{j k_{g0} z} + E_r e^{-j k_{g0} z}$$

où $k_{g0} = \beta_{g0}$ et E_i et E_r sont les amplitudes de la composante incidente et réfléchie du champ électrique.

On définit r comme le rapport entre E_i et E_r :

$$r = \frac{E_r}{E_i}$$

En faisant tendre z vers zéro on obtient la relation :

$$E_{0x} = E_i + E_r = E_i (1+r) \quad (A\ 01)$$

A partir de la relation de Maxwell (III.15) qui s'écrit pour les composantes E_x et H_y :

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

On obtient pour $z=0$ la relation :

$$j\omega\mu_0 H_{0y}(0) = E_i j k_{g_0} (1-r) \quad (A\ 02)$$

Des relations (A 01) et (A 02) on en déduit :

$$\frac{E_{0x}(0)}{H_{0y}(0)} = \frac{\omega\mu_0}{k_{g_0}} \frac{(1+r)}{(1-r)} \quad (A\ 03)$$

- Du coté du diélectrique ($\mu_r = 1$)

L'expression du champ électrique est donnée par :

$$E_x = E_t e^{j k_g z}$$

La continuité de la composante tangentielle du champ électrique (relation III.10) impose à E_t :

$$E_t = E_i (1+r)$$

On aura alors comme nouvelle expression :

$$E_x = E_i (1+r) e^{j k_{g0} z}$$

Par le même raisonnement que dans le cas du coté de l'air, on trouve :

$$\frac{E_x(0)}{H_y(0)} = \frac{\omega \mu_0}{k_g} \quad (A\ 04)$$

La continuité des composantes E_x et H_y du champ électrique et magnétique au niveau de la séparation ($z=0$) et les relations (A 03) et (A 04) permettent d'écrire la relation suivante :

$$\frac{(1-r)}{(1+r)} = \frac{k_g}{k_{g0}}$$

et déduire la valeur de r :

$$r = \frac{\left(k_{g0} - k_g \right)}{\left(k_{g0} + k_g \right)} \quad (A\ 05)$$

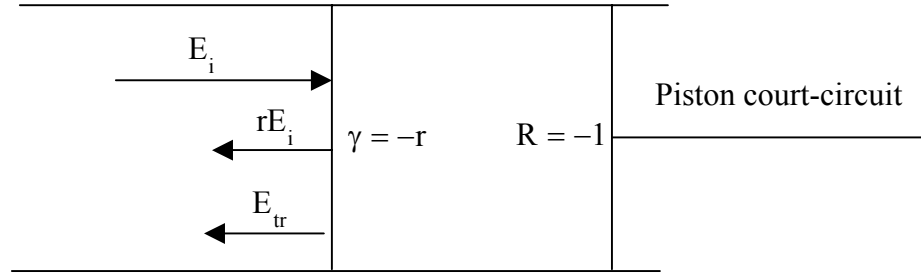
2. Coefficient de réflexion total à l'entrée de la cellule ($z=0$):

noté par $\Gamma(0, h)$ et défini comme le rapport de l'amplitude du champ réfléchi total sur l'amplitude du champ incident. L'onde réfléchie totale, à l'entrée de la cellule ($z=0$) et du côté de l'air, s'exprime comme la somme du champ réfléchi à l'entrée de la cellule et du champ se propageant dans le sens négatif et résultant d'une multitude de réflexions dans le diélectrique (E_{tr}).

$$E_{RT} = r E_i + E_{tr}$$

et

$$\Gamma(0, h) = \frac{E_{RT}}{E_i} \quad (A\ 06)$$



γ : coefficient de réflexion diélectrique / air = $-r$

R : coefficient de réflexion du court circuit = -1

L'onde (E_{tr}) est représentée par une série géométrique dont la somme est donnée par :

$$\begin{aligned} E_{tr} &= (1-r^2)R e^{j2k_g h} E_i + (1-r^2)R^2 (-r) e^{j4k_g h} E_i + \dots + (1-r^2)R^n (-r)^n e^{j2nk_g h} E_i + \dots \\ &= (1-r^2)R e^{j2k_g h} \left[1 + (-rR) e^{j2k_g h} + \dots + (-rR)^n e^{j2nk_g h} + \dots \right] \\ &= (1-r^2)R e^{j2k_g h} \frac{1}{1 - (-rR) e^{j2k_g h}} \\ &= \frac{r - e^{j2k_g h}}{1 - r e^{j2k_g h}} \end{aligned}$$

Tenant compte des deux relations (A 05) et (A 06), l'expression de Γ sera donnée par :

$$\Gamma(0,h) = \frac{k_{g0} - k_g - (k_{g0} + k_g) e^{j 2 k_g h}}{k_{g0} + k_g - (k_{g0} - k_g) e^{j 2 k_g h}} \quad (A 07)$$

3. Coefficient de réflexion total en un point d'abscisse $z < 0$ (côté de l'air)

L'amplitude du champ électrique en un point d'abscisse z , est la somme des amplitudes des champs incident et réfléchi. Son expression est donnée par :

$$E_{0x} = E_i e^{j k_{g0} z} + E_{RT} e^{-j k_{g0} z}$$

Le coefficient de réflexion totale $\Gamma(z,h)$, rapport de l'amplitude réfléchie sur l'amplitude incidente en ce point, a pour expression :

$$\Gamma(z,h) = \frac{E_{RT}}{E_i} e^{-j 2 k_{g0} z}$$

Tenant compte des deux relations (A 0) et (A 07), l'expression de Γ sera donnée par :

$$\Gamma(z,h) = \frac{k_{g0} - k_g - (k_{g0} + k_g) e^{j 2 k_g h}}{k_{g0} + k_g - (k_{g0} - k_g) e^{j 2 k_g h}} e^{j 2 k_{g0} z} \quad (A 08)$$

Lorsque la valeur de z est choisie égale à $z_0 = \lambda_{g0}/4 + n \lambda_{g0}/2$ (λ_{g0} est la longueur d'onde dans le vide et égale à $2\pi/\beta_{g0}$), ce coefficient se réduit à :

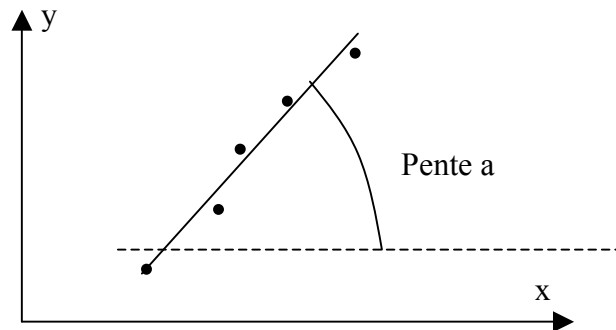
$$\Gamma(z_0,h) = - \frac{k_{g0} - k_g - (k_{g0} + k_g) e^{j 2 k_g h}}{k_{g0} + k_g - (k_{g0} - k_g) e^{j 2 k_g h}} \quad (A 09)$$

ANNEXE 1

METHODE DE LA REGRESSION LINEAIRE

Pour un ensemble de valeurs (x_i, y_i) reliées par une loi linéaire théorique $y = a x + b$, cette méthode statistique permet de déterminer la pente a et le coefficient de corrélation ρ .

La valeur de a est calculée de telle façon que dans un repère cartésien Ox, Oy , la droite passe au plus près de tous les points $M(x_i, y_i)$ figure ci-dessous.



Le coefficient de corrélation permet de vérifier si les valeurs de ces couples répondent à cette loi linéaire. Plus sa valeur est proche de 1, plus les points $M(x_i, y_i)$ sont alignés.

Les formules utilisées pour a et ρ sont les suivantes :

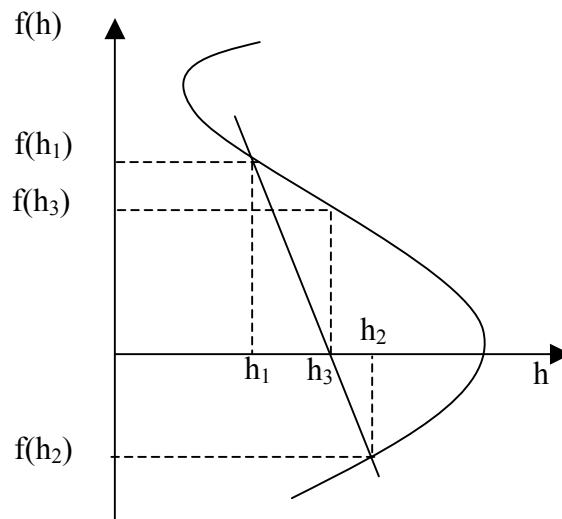
$$a = \frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i}{N} - \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \right)}{X} \quad \text{et} \quad \rho = \frac{a X^{\frac{1}{2}}}{Y^{\frac{1}{2}}}$$

$$X = \frac{\frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} - x_i}{N} \quad \text{et} \quad Y = \frac{\frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} - y_i}{N}$$

ANNEXE 2

METHODE DE NEWTON

Cette méthode permet de déterminer la zéro h d'une fonction $f(h)$ avec une grande précision ; la connaissance d'une valeur approchée h_1 du zéro recherché pour des fonctions ayant plusieurs zéros est nécessaire. On choisit une deuxième valeur h_2 arbitrairement. Pour ce couple on détermine la valeur h_3 intersection de la droite passant par les points de coordonnées $(h_1, f(h_1))$ et $(h_2, f(h_2))$ avec l'axe des abscisses dans un repère cartésien $h, f(h)$ figure ci-dessous.

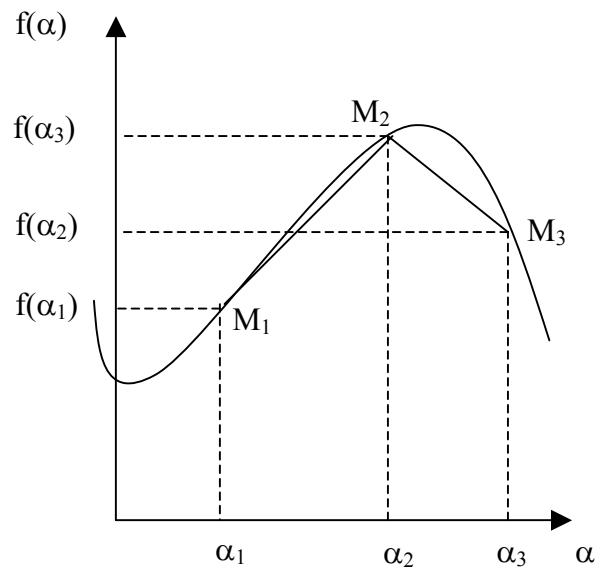


La valeurs h_2 est ensuite remplacée par la nouvelle valeur h_3 , de même h_3 par h_4 , ainsi de suite jusqu'à ce que $f(h_n)$ tende vers zéro à l'erreur admise près.

ANNEXE 3

METHODE DE LA DETERMINATION D'UN MAXIMUM

Un calcul de pente est utilisé pour déterminer le maximum d'une fonction $f(\alpha)$. Les valeurs α_1 , α_2 , α_3 , $f(\alpha_1)$, $f(\alpha_2)$ et $f(\alpha_3)$, permettent de calculer les pentes p_1 et p_2 des cordes M_1M_2 et M_2M_3 figure ci-dessous.



Les valeurs α_1 , α_2 , α_3 sont reliées entre elles par :

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \alpha_3 - \alpha_2 = \text{Pas}$$

Les valeurs des pentes $\alpha_1 = \alpha_2 - \frac{\text{Pas}}{2}$ sont alors données par :

$$p_1 = \frac{f(\alpha_2) - f(\alpha_1)}{\text{Pas}} \quad \text{et} \quad p_2 = \frac{f(\alpha_3) - f(\alpha_2)}{\text{Pas}}$$

On calcule le produit $p_1.p_2$. Si ce produit est négatif la valeur $\alpha_{\max}$ est comprise entre α_1 et α_3 . On remplace alors les valeurs de α_1 et α_3 par $\alpha_1 = \alpha_2 - \frac{\text{Pas}}{2}$ et $\alpha_3 = \alpha_2 + \frac{\text{Pas}}{2}$.

On recalcule les nouvelles valeurs du Pas et des pentes p_1 et p_2 . Ces calculs sont menés jusqu'à ce que la différence entre α_1 et α_3 soit inférieure à l'erreur désirée. Dans le cas où le produit $p_1.p_2$ est positif on testera le signe de p_1 . Si p_1 est positif, les valeurs de α_1 , α_2 et α_3 sont augmentées d'un Pas, sinon diminuées d'un Pas jusqu'à ce que le produit devienne négatif.