Soit X un espace topologique séparé. $C(X)$, l'espace vectoriel des fonctions réelles définies sur X, muni la multiplication et de l'ordre usuels, est une algèbre de Riesz (i.e., $C(X)$ est réticulé et le produit de deux fonctions positives est positive) ; de plus, nous avons la propriété additionnelle suivante : si $\inf(f, g)=0$ et si $h \geq 0$ alors $\inf(hf,g)=\inf(fh,g)=0$. Toute algèbre de Riesz (abstraite) avec cette propriété additionnelle est appelée f-algèbre. Il est bien connu que $C(X)$ est une f-algèbre Archimédienne uniformément complète et que la fonction e, définie par $e(t)=1$ pour tout $t \in X$, est une unité d'algèbre de $C(X)$.

L'objet de ce travail est l'étude de certains aspects de la théorie générale des f-algèbres Archimédiennes.

Le chapitre I est consacré à la généralisation de deux célèbres théorèmes concernant les projections positives et contractantes dus resp. à Seever et Kelley dans le cas de $C_0(X)$ et à Huijsmans et de Pagter dans le cas plus général d'une f-algèbre Archimédienne semipremière et vérifiant la "condition de Stone". Les théorèmes en question sont les suivants : Si A est une sous algèbre cofinale d'une f-algèbre Archimédienne et semipremière E, alors toute projection positive et contractante T de A dans A vérifie l'identité $T(aTb) = T(TaTb)$ pour tous $a, b \in A$ (Seever) ; de plus, T est un opérateur de moyenne (i.e., $T(aTb) = TaTb$ pour tous $a,b \in A$) si et seulement si $T(A)$ est une sous algèbre de A (Kelley). Si de plus on a une norme de Riesz sur A les deux théorèmes restent vrai sans l'hypothèse "A est cofinal dans E". La démonstration de ces deux théorèmes a été rendu possible par la démonstration d'un théorème, d'un intérêt encore plus général et qui stipule que si T est une projection positive définie sur un sous espace vectoriel cofinal d'une espace de Riesz Dédékind complet E, alors T se prolonge en une projection positive définie sur E tout entier.

L'analogie entre la structure d'algèbre et la structure d'espace de Riesz a été souvent soulignée, les idéaux d'ordre remplaçant ici les idéaux d'algèbre, c'est pourquoi la structure de f-algèbre est particulièrement riche compte tenu du rapport qui lie l'ordre et le produit dans de telles algèbres. Gillman et Henriksen (resp. Dashiell, Hager et Henriksen) ont montré que dans A = C(X) les propriétés suivantes sont équivalentes :

(i) Tout idéal d'algèbre (resp. idéal d'algèbre régulier) engendré par un nombre fin d'éléments est un idéal d'algèbre principal.

(ii) Tout idéal d'algèbre (resp. idéal d'algèbre régulier) est un idéal d'ordre.

(iii) A est un espace de Riesz normal (resp. complet pour l'ordre).

Huijsmans et de Pagter ont généralisé ce résultat aux f-algèbres uniformément complètes unité. Par ailleurs ils ont donné l'exemple d'une f-algèbre uniformément complète et normal mais sans unité d'algèbre dans laquelle la propriété (ii) n'est pas satisfaite. Comme il exist des exemples de f-algèbres uniformément complètes et sans unité d'algèbre dans lesquelle (i), (ii) et (iii) sont équivalentes , il est tout à fait naturel de se poser la question suivante Si A ne possède pas d'unité d'algèbre, existe-t-il des conditions nécessaires et suffisante sur A pour que (i), (ii) et (iii) soient équivalentes?

La première partie du chapitre II est consacrée à apporter une réponse positive à cett question ; il est notamment prouvé qu'une certaine forme de "stabilité" de l'algèbre A est condition nécessaire et suffisante adéquate.

La deuxième partie du chapitre II est quant à elle, consacrée à l'étude du radical d Jacobson d'une f-algèbre Arichimédienne. Il y est montré que si A est uniformément complè le radical de Jacobson de A n'est autre que l'ensemble des éléments nilpotents de A. De plu le lien entre les idéaux d'algèbre maximaux et les idéaux d'ordre est considéré. Un de principaux résultats établis, dans cette direction, est que dans une f-algèbre uniformémen complète A, tout idéal d'algèbre modulaire maximal est un idéal d'ordre maximal si e seulement si A est une f-algèbre d'éléments bornés.