

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene



Faculté de Génie Civil

Mémoire de Magistère

Présenté par

M^{elle} BELHADJ FATMA ZOHRA

Option : Géotechnique.

THÈME

**Modélisation de l'interaction
Sol-structure sous l'action sismique**

Devant le Jury :

Pr.KERCHI .F.

Pr.CHELGHOUM.A.

Pr.BADARI.M

Pr.BOURAHLA.N

Dr.AFRA

Dr.DJELAB

Professeur à USTHB

Professeur à USTHB

Professeur à UMBB

Professeur à USDB

D.de recherche CNERB

Chargé de cours à USTHB

Présidente de jury.

Directeur de thèse.

Examineur.

Examineur.

Examineur.

Examineur.

REMERCIEMENTS

Un travail de recherche bénéficie du concours de nombreuses parties que je tiens à remercier.

Je remercie dieu de m'avoir donné la santé et la volonté d'entreprendre ce travail et surtout de le finir.

Je tiens ici à remercier tout d'abord le Professeur CHELGHOUM A. qui m'a accordé sa confiance et a dirigé cette thèse en suscitant des pistes de recherche en lui donnant la rigueur nécessaire.

Je pense aussi au Pr. Andrew J. DEEKS qui, lors de nos nombreux échanges, a su répondre à mes multiples interrogations.

Cette recherche a été rendue possible grâce au soutien de notre responsable de la bibliothèque Melle HIRED.F que Je remercie vivement pour son appui efficace et son professionnalisme.

De plus, j'aimerais associer toutes les personnes sollicitées pour l'obtention des différentes informations utilisées pour la rédaction de ce document Mr BELHADJ K et Mr SENOUR S'ajoute donc à ces remerciements L'administration et le service de la post graduation

Les membres du jury, chacun sollicité dans son domaine de compétence propre, ont effectué un travail essentiel. Leur lecture critique et leurs remarques ont contribué de manière décisive à la rédaction de cette thèse.

Je tiens ici à remercier chaleureusement mes collègues, particulièrement SARHIRA, SOUHILA, MOUHAMED et SOFIANE ainsi que mes frères AHMED ET MOURAD pour toute l'aide apportée. Un dernier remerciement s'adresse encore à toutes les autres personnes qui m'ont supportées et qu'il serait trop long d'énumérer ici.

Une pensée reconnaissante va enfin à ma famille et à mon entourage, qui ont su me soutenir et m'encourager durant cette période.

Fatma Zohra Belhadj

Dédicaces

Je dédie ce travail :

À ma mère mon père, en me demandant comment les remercier !

A mes frères et sœurs.

A la mémoire de ma grand mère que j'aurais tant aimé qu'elle y assiste.

A toute ma famille tantes oncles surtout YAMINA.

A mon premier maître d'école Mr LAUOUAD MOUHAMED EL ARBI qui a cru en moi.

A mon promoteur d'ingéniorat Mr BOUDCHICHA A.AZIZ.

A tous mes amis.

A mes amis et collègues Actuaires.

SOMMAIRE

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES	<i>i</i>
SYMBOLES ET NOTATIONS	<i>i</i>
<i>Résumé</i>	<i>ii</i>
<i>Abstract</i>	<i>ii</i>
<i>ملخص</i>	<i>ii</i>
Chapitre1	<i>1</i>
1 INTRODUCTION GENERALE	<i>1</i>
1.1. Problématique des Phénomènes D'interaction sol-structure	<i>1</i>
1.2. Présentation générale de la recherche	<i>3</i>
1.3. Bibliographie	<i>4</i>
Chapitre2	<i>6</i>
2 CHAMP PROCHE, CHAMP LOINTAIN INTERACTION SOL-STRUCTURE :	<i>6</i>
ETAT de L'ART	<i>6</i>
2.1. Méthode globale	<i>6</i>
2.2. Méthode des sous-structures (KAUSEL)	<i>7</i>
2.3. Modèle à un degré de liberté équivalent	<i>9</i>
2.4. Méthode hybride	<i>14</i>
2.5. Modélisation des conditions aux frontières	<i>18</i>
Discrétisation spatiale par éléments infinis	<i>30</i>
2.6. Conclusion	<i>32</i>
2.7. Bibliographie	<i>32</i>
Chapitre 3	<i>35</i>
3 FORMULATION DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE EN	<i>35</i>
STATIQUE:Modèle de Winkler	<i>35</i>
3.1. Introduction	<i>35</i>
3.2. Concept de base	<i>35</i>
3.3. Présentation du modèle de Winkler d'après les directives FEMA 273/274	<i>37</i>
3.4. Propriétés des courbes moment-rotation	<i>42</i>
3.5. Conclusion	<i>45</i>
3.6. Bibliographie	<i>45</i>
Chapitre 4	<i>48</i>
4 FORMULATION DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE PAR LES MODELES	<i>48</i>
PHYSIQUES SIMPLES	<i>48</i>
4.1. Introduction	<i>48</i>
4.2. Phénomènes fondamentaux de l'interaction Sol-Structure	<i>49</i>

4.3.	Formulation mathématique d'un modèle physique simple en dynamique « modèle du cône »	53
4.4.	Réflexion et réfraction d'ondes aux interfaces des couches	58
4.5.	Rigidité dynamique d'une fondation superficielle surmontant un demi espace	62
4.6.	Mouvement Effectif	65
4.7.	Mouvement en champ libre	66
4.8.	Equation totale du mouvement d'une base rigide	67
4.9.	Application du modèle du cône dans le domaine fréquentiel et temporel	68
4.10.	Bibliographie	69
<i>Chapitre 5</i>		<i>73</i>
5	<i>Etude Paramétrique</i>	<i>73</i>
5.1.	Introduction	73
5.2.	Etude paramétrique	73
5.3.	Conclusion	103
5.4.	Bibliographie	103
<i>Chapitre 6</i>		<i>106</i>
6	<i>Application Numérique et Validation</i>	<i>106</i>
6.1.	Validation	106
6.2.	Application Numérique	109
6.3.	Conclusion	113
6.4.	Bibliographie	114
<i>Chapitre 7</i>		<i>114</i>
7	<i>Conclusions et Recommandations</i>	<i>114</i>
a.	<i>Annexe A</i>	<i>I</i>
	Dérivation de l'équation fondamentale	I
	Méthode de résolution	IV
b.	<i>ANNEXE B</i>	<i>I</i>
	Propagation d'ondes dans une barre prismatique semi infinie	I
c.	<i>ANNEXE C</i>	<i>III</i>
	Exemple de Calcul du Basculement	III
d.	<i>Glossaire</i>	<i>I</i>

LISTE DES FIGURES

Figure 2-1:Schématisation d'un problème d'interaction sol-structure par la méthode globale	7
Figure 2-2: Schématisation de la méthode des sous structures	7
Figure 2-3:Modèle à un degré de liberté équivalent	10
Figure 2-4:Influence des paramètres adimensionnels sur différent type de structures :a)fréquence	12
Figure 2-5:Impédance dynamique dune fondation superficielle :	13
Figure 2-6:Principe du clonage	15
Figure 2-7: Principe d'algorithme du clonage [3]	15
Figure 2-8: Modélisation de la structure et du sol avoisinant selon la référence [3]	16
Figure 2-9:Différents modes de calcul de la cifecm	16
Figure 2-10: Principe de similarité	17
Figure 2-11:Algorithme d'extrapolation: a) onde non dispersive avec l'incidence normale,	20
Figure 2-12:a)Multiples réflexions pour les frontières de superposition	24
Figure 2-13:Modélisation par a) éléments fini, b) élément de frontière dans le domaine fréquentiel, c) élément de frontière dans le domaine temporel	25
Figure 2-14:Modèle avec frontières infinies :a) modèle original,b) modèle éléments de frontières	25
Figure 2-15:Région d'intégration pour les éléments de frontière dans le domaine temporel:	28
Figure 2-16:Fonction de forme pour éléments infinis	30
Figure 3-1.Poutre sur fondation élastique	36
Figure 3-2 : Poutre élastique sur Fondation rigide modèle de Winkler	38
Figure 3-3:a)Schéma des différents états moment rotation (FEMA 273/274) b)Rigidité d'une poutre selon FEMA 273/274	39
Figure 3-4:Contrainte et déplacement pour différents états de contrainte	42
Figure 3-5:Courbe moment rotation pour $\chi=0.2$, $\psi=1200$, $\psi=50$	43
Figure 3-6:Etat d'effort pour différentes valeurs de χ	44
Figure 3-7: Courbe moment rotation pour différents états	45
Figure 4-1 Modèles physiques simples pour modéliser le champ lointain	49
Figure 4-2:Système d'interaction de Sol Pieux Structure [modifié par Gazetas et al(1998)]	50
Figure 4-3: Evaluation d'une réponse de sol unidimensionnelle	51
Figure 4-4:Interaction cinématique avec des mouvements de champ libre (par des pointiez)	51
Figure 4-5: Interaction Cinématique D'Analyse De Réponse De Pile	52
Figure 4-6: Interaction Inertielle Sol Structure	52
Figure 4-7:position du problème	54
Figure 4-8: Modèle Tronqué Semi-infini du Cône	55
Figure 4-9:Propagation de onde aux interfaces d'un sol multicouche,	59
Figure 4-10:Propagation d'ondes dans les cônes de demi d'espace	59
Figure 4-11:Propagation des ondes dans les cônes a)onde incidente dans le cône initial b) onde incidente reflétée et réfractée à la première interface c) onde incidente et reflétée à la surface libre d) onde incidente, reflétée et réfractée à la surface libre	64
Figure 4-12:mouvement effectif d'une fondation [25].	66
Figure 4-13:Représentation d'un sous système avec degré de liberté et mouvement effectif de la fondation	67
Figure 5-1:Caractéristiques du bicouche objet de l'étude paramétrique	73

Figure 5-24 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion	85
Figure 5-25 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur substratum rigide pour un mouvement de torsion	86
Figure 5-26 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal	86
Figure 5-27 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical	87
Figure 5-28 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement	87
Figure 5-29 Effet l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion	88
Figure 5-30 Effet du coefficient de poisson sur la couche supérieure de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal	88
Figure 5-31 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal	89
Figure 5-32 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement horizontal	89
Figure 5-33 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical	90
Figure 5-34 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement vertical	90
Figure 5-35 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement	91
Figure 5-36 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement de balancement	91
Figure 5-37 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion	92
Figure 5-38 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur substratum rigide pour un mouvement de torsion	92
Figure 5-39 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal	93
Figure 5-40 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement horizontal	93
Figure 5-41 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical	94
Figure 5-42 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement vertical	94
Figure 5-43 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement	95
Figure 5-44 Effet l'amortissement de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement de balancement	95
Figure 5-45 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion	96
Figure 5-46 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur substratum rigide pour un mouvement de torsion	96
Figure 5-47 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal	97
Figure 5-48 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical	97
Figure 5-49 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement vertical	98
Figure 5-50 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement	98
Figure 5-51 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement de balancement	99
Figure 5-52 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion	99
Figure 5-53 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur substratum rigide pour un mouvement de torsion	100
Figure 5-54 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal	100
Figure 5-55 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement horizontal	101
Figure 5-56 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical	101
Figure 5-57 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement	102
Figure 5-58 Effet l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion	102
Figure 6-1 Dépôt du sol pour l'exemple de validation	106
Figure 6-2 Réponse de la structure dans le domaine temporel validée selon la réf [2] fig (a)	107
Figure 6-3 Accélérogramme de Newcastle 1989	108
Figure 6-4 Réponse réacteur sous l'action sismique de Newcastle 1989 Sans interaction (sap2000)	108
Figure 6-5 Réponse de la structure de l'exemple 1 par l'utilisation de l'accélérogramme de Boumerdès	109
Figure 6-6 Réponse du site de l'exemple 1 par l'utilisation de l'accélérogramme EW de Boumerdès	109
Figure 6-7 Réponse du site de l'exemple 1 par l'utilisation de l'accélérogramme NS de Boumerdès	109

Figure 6-8: Enregistrement du séisme de boumerdès (Keddara)	111
Figure 6-9: Transformée de Fourier de l'accélérogramme de keddra	111
Figure 6-10 Réponse des silos de grains de corso sous l'action sismique de Boumerdès 2003 (partie réelle)	112
Figure 6-11 Silos de corso a) maillage b) déplacement	112
Figure 6-12 Réponse des silos de grains de corso sous l'action sismique de Boumerdès 2003 Sans interaction (sap2000)	113
Figure b-1: a- Propagation d'onde dans une barre prismatique semi infinie	I
Figure c-1:Schéma simple d'un basculement	III

SYMBOLES ET NOTATIONS

ϕ Limite de l'instabilité

ν : coefficient de Poisson.

ω_n : pulsation propre.

ξ : pourcentage de l'amortissement critique.

ρ_i : densité de masse

ζ : constante d'amortissement matérielle hystérésis

$\underline{U}$: déplacement.

$\tilde{U}$: Transformé de fourrier.

$\underline{T}$: Matrice de transformation.

$\tilde{\underline{U}}_F$: Vecteur des déplacement et rotation du centre de la fondation.

$\underline{U}^*$: le déplacement d'interaction cinématique.

$\underline{U}^i$: le déplacement d'interaction.

$\tilde{\underline{P}}_F$: Forces nodales.

$\tilde{\underline{P}}_0$: Forces appliquée au centre de la fondation.

$\underline{M}$: matrice de masse du système.

$\underline{K}$: matrice de masse raideur du système.

$\underline{C}$: matrice d'amortissement du système

c_p : vitesse de l'onde de dilatation

c_s vitesse de l'onde de cisaillement

V_r vitesse qui correspond à l'énergie cinématique

r_0 : rayon de la fondation.

$k(a_0)$: coefficient de ressort adimensionnel

$c(a_0)$: coefficient d'atténuation adimensionnel.

$G(\omega)$: (fonction de Green) flexibilité dynamique.

b_0 rapport de masse adimensionnel

P_0 : Force harmonique d'interaction.

B rapport de masse modifié adimensionnel

d : profondeur de la couche de sol

G : module de cisaillement du sol

K coefficient de rigidité d'un demi espace homogène

m : masse

G : le module de cisaillement.

S : le coefficient de rigidité dynamique

Résumé

La modélisation de l'interaction sol-structure est une étape incontournable pour une conception rigoureuse d'un ouvrage en zone. Afin de surmonter les problèmes posés par la radiation des ondes dans le domaine infini, l'interface sol-structure et les non-linéarités imposées par la géométrie et le matériau l'utilisation de code de calcul complexe s'avère nécessaire.

Les modèles physiques simples notamment le modèle du cône, comme alternatif aux éléments de frontière, simulant l'infinité du sol par des barres conique de section croissante avec la profondeur en superposant les différents modes de ruptures (translation, rotation et torsion) permettent ainsi de réaliser une étude pratique en un temps et effort réduit ouvrant la perspective de la généralisation de ce model représentatif de l'influence de l'Interaction Sol-Structure.

Abstract

Modelling soil-structure interaction is a main step for a rigorous design of a building in a seismic zone in order to beyond different problems such as wave radiation toward infinities, soil-structure interfaces, non-linearity imposed by the geometry and material the use of computer code complexes proves to be necessary. Simple physical models especially cone models as an alternative of boundary elements, modeling the far field as a conic bars with an increasing section using mode superposition's (translating, rotation and torsion) thus makes it possible to carry out a practical study on timing and cheap effort opening expectation to generalize this model so representative of the influence sol-structure interaction.

ملخص

يعد تمثيل العلاقة بين البناية و التربة خطوة رئيسية للتصميم حازم لبناية في منطقة زلزالية بغرض تجاوز مختلف الصعوبات منها انعكاس في المجال لا نهائي , الفواصل بين التربة و البناية , الالخطية الناتجة عن المادة هندسة العناصر مما يتطلب استعمال برامج معقدة.. النماذج الفيزيائية المبسطة سيما النموذج المخروطي كبديل للعناصر الحديدية , الذي يمثل المجال البعيد بعنصر مخروطي متزايد المساحة في اتجاه العمق باستعمال مبدأ المطابقة بين مختلف أنماط الانكسار (الانسحاب , الدوران , الالتواء) مما يجعله تمثيلا عمليا من حيث الوقت والمجهود ومنه فتح الافاق لتعميم هذا النموذج الذي يمثل مفهوم العلاقة بين التربة و البناية أحسن تمثيل.

Chapitre1

INTRODUCTION GENERALE

- 1.1. Problématique des phénomènes d'interaction sol structure
- 1.2. Présentation générale de la recherche
- 1.3. Bibliographie

Chapitre1

1 INTRODUCTION GENERALE

1.1. *Problématique des Phénomènes D'interaction*

sol-structure

La déformation d'une structure soumise à un chargement tel que le séisme, le vent, l'explosion peut se référer à trois systèmes : le sol, la fondation et le milieu géologique. Dans le cas du séisme les efforts engendrent des forces d'inerties qui se transmettent à la structure soumise au mouvement de son support.

L'interaction sol-structure est l'ensemble des phénomènes qui impliquent l'analyse du rapport entre la structure et le sol. Comment le mouvement affecte la structure soumise à un chargement, pendant que les ondes atteignent celle-ci, produisant des mouvements dépendants des caractéristiques vibratoires de la structure et du dépôt du sol.

La structure doit surmonter sa propre inertie afin de réagir au mouvement, qui a pour conséquence une interaction entre la structure et le sol. Dès qu'il y a interaction plusieurs phénomènes surgissent par la suite:

La fondation suit le mouvement onduleux du sol, qui par sa rigidité en flexion fournit des moyens de résistance. Ceux-ci causent des ondes incidentes, pouvant être complexes de nature « ondes de volume, (P) et (S), et ondes de surface (Rayleigh, Love, Stoneley) », dont les caractéristiques sont dictées par la source sismique. Ces ondes sont réfléchies et dispersées à cause de la géométrie et la rigidité des couches du sol, pendant que les fondations se déforment, produisant des moments de flexion et des mouvements oscillants, même en l'absence de la structure, le mouvement de la fondation est différent du mouvement du champ libre. Ce phénomène est connu sous le nom **d'interaction cinématique**.

Par ailleurs le mouvement induit sur la fondation développe des oscillations de la superstructure et donne naissance à des forces d'inertie créant des forces dynamiques et des moments de renversement à la base se propageant initialement à la fondation puis au sol. C'est **l'interaction inertielle**.

De toute évidence la conception de la fondation doit tenir compte de ces deux composantes de l'interaction. Généralement à tort le terme interaction sol structure ne désigne dans l'esprit des ingénieurs que sa partie inertielle. Il convient de garder à l'esprit que l'interaction cinématique peut dans certaines configurations être significative, même si parfois elle peut être négligée.

La complexité et la diversité du phénomène fait que lors de l'établissement d'un modèle numérique, on doit tenir compte de *la nature infinie* et *des non linéarités* du sol et faire *la distinction* entre l'interaction dynamique sol structure et les autres systèmes structuraux dynamiques.

Afin de surmonter divers problèmes tel que : la radiation de l'énergie dynamique dans le sol infini, la nature hystérétique de l'amortissement du sol, l'interface sol-structure et la possibilité de liquéfaction sous l'action sismique, plusieurs codes de calcul introduisant diverses approches : telles que la méthode globale qui fait appel à la méthode des éléments finis [1] ou la méthode des différences finies souvent utilisée pour les problèmes géométriques [2] introduisant les éléments d'interfaces. C'est alors qu'apparaissent les méthodes hybrides [4]. Les méthodes à deux étapes dites de sous-structures passent par la notion d'impédance dynamique. Cette même notion est utilisée pour les modèles masse-ressort (les coefficients de ressort et d'amortisseur) liés à une base rigide sans masse [5], utilisant une méthode appropriée d'analyse dynamique.

Chacune de ces méthodes présente une approche et donc une méthodologie propre conduisant à un angle de vue différent du phénomène.

Néanmoins qu'en est-il de *la pratique* ou à chaque fois que l'on modélise un problème d'interaction sol-structure on a recours à des codes de calcul exigeant du temps et de l'effort. De plus une telle pratique est généralement limitée à la recherche et ne pourrait servir à l'ingénieur qui n'a accès qu'à un aspect du problème.

Au cours de la dernière décennie un certain nombre de modèles, tels que les modèles physiques linéaires simples, qui assurent une souplesse et une efficacité d'application quotidienne, aussi bien en statique qu'en dynamique dans les domaines fréquentiel et temporel, fait appel à la notion de superposition et à la théorie du demi-espace. L'une de ces applications est représentée par le **modèle du cône utilisant le concept physique de la propagation des ondes** [7]

Afin de comprendre le comportement sismique du système sol-structure il y a lieu de procéder à une analyse en trois parties inter dépendantes.

La première étape concerne l'analyse de la réponse du sol impliquant une évaluation de l'environnement sismique que le système éprouvera pendant le séisme.

Cette analyse dépend fortement de la qualité des données géotechniques et sismologiques employées dans l'analyse.

La structure est réduite à un modèle rigide de masse concentrée en porte-à-faux soutenue sur une base rigide.

Pour avoir la réponse dynamique d'un système, les diverses ondes d'excitation sismique sont supposées orientées vers le bas. La sismologie de la région déterminera la composition,

l'amplitude et la fréquence des ondes du mouvement du sol, qui sera affecté par un mouvement en champ libre composé de multiples réflexions et réfractions aux interfaces des couches et à la surface libre.

L'analyse de la réponse du sol doit décrire l'environnement sismique de la structure et du sol en termes d'histoires du temps, du champ libre ou spectres de réponse. En tenant compte des réponses cinématique et inertielle, la réponse du système est déterminée en superposant les deux réponses et en supposant leur simultanéité.

La deuxième étape concerne l'analyse cinématique de la réponse des fondations, qui doit déterminer la réponse à la base en ignorant les forces d'inertie de la superstructure. Cette méthode est employée pour isoler le mouvement oscillant de la base de la structure, elle est également capable de déterminer les efforts que subissent les fondations, qui sont superposés avec les moments et les forces créés sous les forces inertielles pour déterminer toute la réponse.

La troisième étape est l'analyse inertielle d'interaction sol-structure utilisée pour obtenir la réponse dynamique de la superstructure sous l'effet de la réponse de la base. Elle détermine les forces dynamiques internes de la structure, les déplacements ainsi que le mouvement.

1.2. Présentation générale de la recherche

Le présent travail a pour but de présenter une analyse de l'interaction sol-structure qui tient compte à la fois des différents aspects cités ci-dessus, de la simplification et la maniabilité du problème. Il comprend trois grandes parties :

La première partie consiste à faire une étude bibliographique (Up-to-Date) quantifiant les différents aspects de l'interaction sol-structure représentée dans le **chapitre 2**.

La seconde partie donne une application d'un modèle empirique « modèle de Winkler » basé sur la statique et qui fournit un moyen simple et efficace pour les problèmes de décollement, présentée dans **Le chapitre 3**

Le chapitre 4 développe le modèle physique simple « modèle du cône » basé sur la théorie d'une poutre semi-infinie en évoquant la réflexion et la réfraction d'ondes. Une formulation est faite pour les cas incompressibles ou presque incompressibles pour différents modes de rupture : translation (verticale et horizontale), rotation et torsion d'un dépôt de sol surmontant un demi-espace rigide

Les outils numériques et analytiques indispensables à l'élaboration du modèle (mouvement en champ libre, mouvement effectif et équation totale du mouvement pour une base rigide) sont également présentés

La troisième partie concerne la validation du modèle. Elle est présentée dans le **chapitre 5** par une étude paramétrique d'un exemple bicouches pour différents types de cônes, Le **chapitre 6** présente une validation et des exemples d'application sur des cas réels, enfin les conclusions et les recommandations sont présentées dans Le **chapitre 7**.

1.3. Bibliographie

- [1] John Lysmer ,Chan-Feng Tsai FLUSH 'a computer program for approximate 3D analysis of soil structure interaction problems' report No EERC 75-30 Earthquake Engineering Research Center , university of California ,1975
- [2]Laboratoire Central Des Ponts et Chaussées CESAR-LCPC Version Standard manuel théorique 4^e édition, décembre 1999.
- [3] Jacques Betherder-Matibet, Génie Parasismique Prévention parasismique VOL 3 Hermès science 2003 chap2.
- [4] Wolf JP, Song C. Finite-element modeling of unbounded media. New York: Wiley; 1996.
- [5] Wolf JP. Dynamic soil–structure interaction. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall; 1985.
- [6] John P. Wolf and Antonio Paronesso. Lumped-parameter model and recursive evaluation of interaction forces of semi-infinite uniform fluid channel for time-domain dam-reservoir analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 21:811–831, 1992.
- [7]John P. Wolf, Andrew J. Deeks 2004, foundation vibrations analysis a strength of materials approach Prentice-Hall, Englewood Cliffs,N.J.

Chapitre2

CHAMP PROCHE, CHAMP LOINTAIN INTERACTION SOL- STRUCTURE : ETAT de L'ART

- 2.1. Méthode globale
 - 2.2. Méthode des sous-structures (KAUSEL)
 - 2.3. Modèle à un degré de liberté équivalent
 - 2.4. Méthode hybride
 - 2.5. Modélisation des conditions aux frontières
 - 2.6. Conclusion
 - 2.7. Bibliographie
-

Chapitre2

2 CHAMP PROCHE, CHAMP LOINTAIN INTERACTION

SOL-STRUCTURE : ETAT de L'ART

Parmi les méthodes traitant l'interaction sol-structure on peut citer les méthodes globales et les méthodes des sous-structures.

2.1. Méthode globale

Cette méthode est obtenue par la résolution de l'équation globale du mouvement et ne fait intervenir aucune notion de superposition, donc techniquement adaptée aux problèmes non linéaires.

La résolution est généralement basée sur la méthode des éléments finis [12] qui présente une plus grande souplesse et permet en outre, la prise en compte des phénomènes non linéaires. La problématique de la résolution par la méthode globale est illustrée sur *la figur2-1* comme suit

La structure : modélisée en tranches de largeur unité à partir d'éléments poutres ou de volume (conservation de la masse). La combinaison entre ces éléments permet de respecter les raideurs en flexion et en cisaillement des différentes parties de l'ouvrage.

Le sol : la loi de comportement viscoélastique linéaire équivalente permettant l'approche de la non-linéarité du sol [12] directement par des modèles non linéaires [30]. Le sol adjacent est modélisé par la méthode des éléments finis. Le champ libre est appliqué à une surface fictive à l'interface du système sol structure et l'effet du sol contournant le champ lointain est pris en compte en imposant des frontières de transmissions le long de l'interface.

Il est nécessaire de valider toute modélisation afin de s'assurer de sa fiabilité de spécifier le mouvement sismique à la surface du sol, en champ libre, et d'imposer Le mouvement « déconvolué » uniformément à la base du système sol-structure. La réponse est déterminée par résolution de *l'équation.2-1*

$$\underline{M}\ddot{\underline{U}} + \underline{C}\dot{\underline{U}} + \underline{K}\underline{U} = -\underline{M}\underline{I}\ddot{\underline{U}}_g \quad 2-1$$

La difficulté de la résolution par la méthode des éléments finis des problèmes dynamiques d'interaction sol- structure, réside dans le traitement des conditions aux limites.

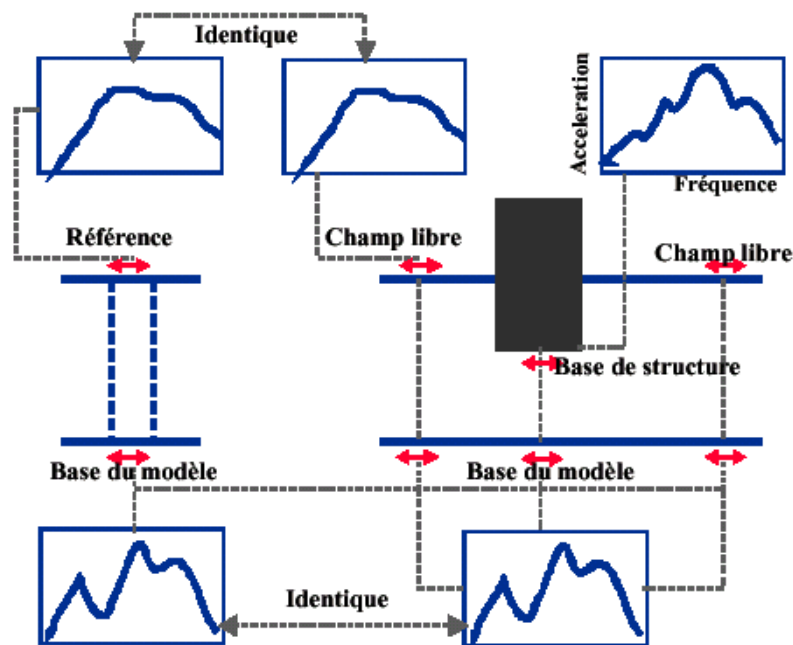


Figure 2-1: Schématisation d'un problème d'interaction sol-structure par la méthode globale

Lorsqu'une onde heurtant une surface libre est totalement réfléchiée, les limites du modèle sont introduites de manière artificielle. La réflexion des ondes à ces interfaces contribue à maintenir l'énergie qu'elles transportent à l'intérieur du modèle, alors qu'en réalité la réflexion se fait à l'infini (au moins partiellement) ce phénomène connu sous le nom « *amortissement géométrique* » [26]

2.2. Méthode des sous-structures (KAUSEL)

Cette méthode fait appel au principe de superposition. L'idée consiste à décomposer le problème en plusieurs étapes successives. Chacune des étapes étant considérée plus facile à résoudre que le problème global.

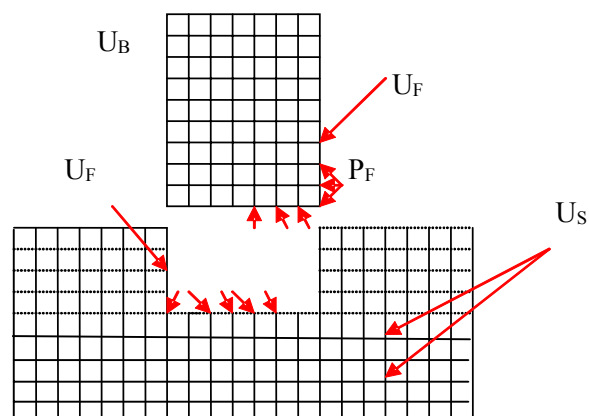


Figure 2-2: Schématisation de la méthode des sous structures

Pour des raisons évidentes les sous-structures envisagées sont constituées d'une part par le sol et d'autre part par la structure, comme indiqué sur *la figure 2.2*

Le principe est d'écrire les équations d'équilibre pour chaque sous-système, puis les conditions de compatibilité à l'interface : continuité du déplacement et du vecteur contrainte.

Ainsi l'hypothèse d'une **fondation rigide** réduit le problème global à trois étapes :

- Détermination du mouvement d'une fondation rigide sans masse soumise à la sollicitation sismique (*Equation 2-5*).
- Détermination de la matrice d'impédance de la fondation (*Equation 2-7*).
- Calcul de la réponse dynamique de la structure reliée à la matrice d'impédance et sujette à un mouvement de son support : mouvement d'interaction cinématique (*Equation 2-12*).

Pour des raisons qui apparaîtront naturelles, le problème ci-dessous est traité dans le domaine fréquentiel. Il s'ensuit que les grandeurs, par exemple le déplacement $\underline{U}$, s'expriment sous la forme de leur transformée de Fourier :

$$\underline{U} = \sum \tilde{\underline{U}}(\varpi_n) e^{i\varpi_n t} \quad 2-2$$

Dans ces conditions les équations des différents sous systèmes s'écrivent :

- Structure :

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} \underline{m}_B & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{m}_{FB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\underline{U}}_B \\ \tilde{\underline{U}}_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K}_{BB} & \underline{K}_{FB} \\ \underline{K}_{FB} & \underline{K}_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\underline{U}}_B \\ \tilde{\underline{U}}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \tilde{\underline{P}}_F \end{bmatrix} \quad 2-3$$

- sol :

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} \underline{M}_{FS} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{m}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\underline{U}}_F \\ \tilde{\underline{U}}_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K}_{FF} & \underline{K}_{FS} \\ \underline{K}_{FS} & \underline{K}_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\underline{U}}_F \\ \tilde{\underline{U}}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tilde{\underline{P}}_F \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad 2-4$$

Dans les équations l'indice **B** désigne les déplacements de la structure, l'indice **F** désigne ceux de l'interface sol-structure et l'indice **S** ceux du sol. De plus les équations ont été partitionnées de façon à isoler dans chaque sous-système les équations faisant intervenir les degrés de liberté communs repérées par les indices **FB** lorsqu'elles appartiennent au sous-système structure, et par les indices **FS** lorsqu'elles appartiennent au sous système sol. Enfin on a tenu compte des conditions de compatibilité exprimées ci dessus.

Considérons maintenant le cas du sous-système sol en l'absence de la structure; l'équation d'équilibre s'écrit :

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} \underline{M}_{FS} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{m}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\underline{U}}_F^* \\ \tilde{\underline{U}}_S^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K}_{FF} & \underline{K}_{FS} \\ \underline{K}_{FS} & \underline{K}_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\underline{U}}_F^* \\ \tilde{\underline{U}}_S^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad 2-5$$

Dans l'expression $\underline{U}^i = \underline{U} - \underline{U}^*$

Par soustraction des équations 2-4 et 2-5 on obtient :

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} \underline{M}_{FS} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{m}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\tilde{U}}_F^i \\ \underline{\tilde{U}}_S^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K}_{FF} & \underline{K}_{FS} \\ \underline{K}_{FS} & \underline{K}_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\tilde{U}}_F^i \\ \underline{\tilde{U}}_S^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{\tilde{P}}_F \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad 2-6$$

Le système d'équations 2-6 peut être utilisé pour éliminer tous les degrés de liberté qui n'appartiennent pas à l'interface sol-structure. Ce processus appelé « **condensation** » permet de relier les déplacements de l'interface aux réactions en ces noeuds :

$$\underline{\tilde{S}}_F(\varpi) \underline{\tilde{U}}_F^I(\varpi) = -\underline{\tilde{P}}_F(\varpi) \quad 2-7$$

Dans l'équation 2-7 la matrice **SF** est « **la matrice d'impédance** » de la fondation. Les quantités intervenant dépendent de la fréquence.

Jusqu'à ici, la réaction du sol est inconnue. On élimine cette grandeur en reportant

L'équation 2-7 Dans l'équation 2-3 en tenant compte de l'équation 2-6; l'équation d'équilibre de la structure devient :

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} \underline{M}_B & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{m}_{FB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\tilde{U}}_B \\ \underline{\tilde{U}}_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K}_{BB} & \underline{K}_{FB} \\ \underline{K}_{FB} & \underline{K}_{FF} + \underline{\tilde{S}}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\tilde{U}}_B \\ \underline{\tilde{U}}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{\tilde{S}}_F \underline{U}_F^* \end{bmatrix} \quad 2-8$$

Le déplacement de la fondation rigide défini à un point quelconque de celle-ci par exemple au centre :

$$\underline{\tilde{U}}_F = \underline{T} \underline{\tilde{U}}_0 \quad 2-9$$

Les forces nodales :

$$\underline{\tilde{P}}_0 = \underline{T}^T \underline{\tilde{P}}_F \quad 2-10$$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} \underline{M}_B & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{m}_{FB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\tilde{U}}_B \\ \underline{\tilde{U}}_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K}_{BB} & \underline{K}_{FB} \underline{T}^T \\ \underline{T}^T \underline{K}_{FB} & \underline{T}^T \underline{K}_{FF} + \underline{\tilde{S}}_F \underline{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\tilde{U}}_B \\ \underline{\tilde{U}}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{\tilde{S}}_F \underline{U}_F^* \end{bmatrix} \quad 2-11$$

2.3. Modèle à un degré de liberté équivalent

2.3.1 Concept et formulation

Les modèles physiques simples sont indissociables des modèles masse ressort.

Les plus courants sont les modèles à un degré de liberté équivalent, également utilisés dans le cas d'une couche de sol surmontant une roche dure où le sol est considéré comme un demi espace homogène.

L'influence de l'interaction sol-structure sur la réponse d'un ouvrage peut être faite à l'aide du modèle analogique comme l'indique la figure 2-3. La structure est assimilée à une masse et un ressort placés à une hauteur 'h' au-dessus de la fondation, la liaison entre la structure et la fondation est assurée par une barre rigide.

La fondation repose sur le sol et son interaction avec celui-ci est représentée par des fonctions d'impédance qui seront définies au paragraphe 2.3.2.

On admettra pour l'instant que les fonctions d'impédance peuvent être représentées par un ensemble de ressorts et d'amortisseurs (l'amortissement -radiatif et matériel [20]) indépendant de la fréquence)

Le système équivalent possède 3 degrés de liberté : *le déplacement horizontal* u de la masse m , *le déplacement horizontal* u_0 de la fondation et *la rotation* θ de la fondation autour d'un axe horizontal. Il est soumis à un déplacement horizontal du sol support, harmonique de pulsation ω et d'amplitude U_g .

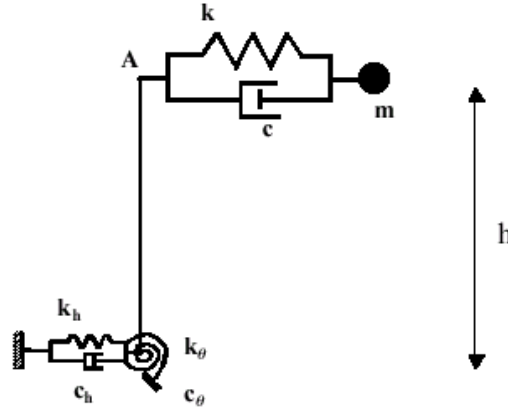


Figure 2-3: Modèle à un degré de liberté équivalent

Les équations d'équilibre dynamique du système s'obtiennent aisément à partir des équations de Lagrange en prenant comme variables généralisées q_i ; q_1, q_2, q_3 pour u, u_0, θ respectivement, la relation évidente entre le déplacement absolu U^T de la masse m et les variables précédentes :

$$U^T = U_g + U_0 + U + h\theta \quad 2-12$$

Les équations d'équilibres s'écrivent alors :

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{U}_g + \dot{U}_0 + \dot{U} + h\dot{\theta})^2 \quad 2-13$$

$$V = \frac{1}{2} (KU^2 + K_h U_0^2 + K_\theta \theta^2) \quad 2-14$$

$$\delta W = -C\dot{U}\Delta u + C_h \dot{U}_0 \delta U_0 + C_\theta \dot{\theta} \delta \theta \quad 2-15$$

Telle que T et V représentent l'énergie cinétique et l'énergie potentielles respectivement
Les équations de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right] - \left[\frac{\partial T}{\partial q_i} \right] + \left[\frac{\partial V}{\partial q_i} \right] = \delta w / \delta q_i. \quad 2-16$$

En tenant compte des relations entre vitesse déplacement et accélération on a :

$$\dot{X} = i\omega X, \quad \ddot{X} = -\omega^2 X$$

En introduisant le pourcentage d'amortissement critique

$$\zeta = \frac{i\omega c}{2k}, \quad \zeta_h = \frac{i\omega c_h}{2k_h}, \quad \zeta_\theta = \frac{i\omega c_\theta}{2k_\theta}$$

Les dérivations de l'équation de Lagrange donnent :

$$-m\omega^2(U + U_\theta + h_\theta + h\theta) + K(1 + 2i\zeta)U = m\omega^2 U_g \quad 2-17$$

$$-m\omega^2(U + U_\theta + h_\theta + h\theta) + K_h(1 + 2i\zeta_h)U_\theta = m\omega^2 U_g \quad 2-18$$

$$-m\omega^2(U + U_\theta + h_\theta + h\theta) + K_\theta(1 + 2i\zeta_\theta)\theta = mh\omega^2 U_g \quad 2-19$$

En introduisant les notations suivantes : $m\omega_s^2 = k$, $m\omega_h^2 = k_h$, $m\omega_\theta^2 = k_\theta$

En éliminant U_θ , θ entre les trois équations :

$$1 + 2i\zeta - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right) - \left(\frac{\omega}{\omega_h}\right)^2 \left(\frac{1 + 2i\zeta}{1 + 2i\zeta_h}\right) - \left(\frac{\omega}{\omega_\theta}\right)^2 \left(\frac{1 + 2i\zeta}{1 + 2i\zeta_\theta}\right) U = \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2 U_g \quad 2-20$$

Tenant compte de fait que $\xi, \xi_h, \xi_\theta \ll 1$, l'équation précédente devient :

$$\left[1 + 2i\zeta - \left(\frac{\omega^2}{\omega_s^2}\right) - \left(\frac{\omega^2}{\omega_h^2}\right)(1 + 2i\zeta - 2i\zeta_h) - \left(\frac{\omega^2}{\omega_\theta^2}\right)(1 + 2i\zeta - 2i\zeta_\theta)\right] U = \left(\frac{\omega^2}{\omega_s^2}\right) U_g \quad 2-21$$

Considérons maintenant un oscillateur simple à un seul degré de liberté de masse 'M', et de pulsation propre ' $\tilde{\omega}$ ' et d'amortissement ' $\tilde{\zeta}$ ' soumis à un déplacement harmonique ' $\bar{u}_g$ ' a

La fréquence à la base ' ω ' cas des structures encastrées à la base .L'oscillateur équivalent aura la même réponse que la structure :

$$\left(1 + 2i\tilde{\zeta} - \frac{\omega}{\tilde{\omega}^2}\right) = \left(\frac{\omega}{\tilde{\omega}}\right)^2 \bar{u}_g \quad 2-22$$

La figure 2-4 présente les caractéristiques suivantes :

$$1/\tilde{\omega}^2 = \frac{1}{\omega_s^2} + \frac{1}{\omega_h^2} + \frac{1}{\omega_\theta^2} \quad 2-23$$

$$\tilde{\zeta} = \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_s^2} \zeta + \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_h^2} \zeta_h + \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_\theta^2} \zeta_\theta \quad 2-24$$

$$\bar{u}_g = \frac{\tilde{\omega}}{\omega_s^2} u_g \quad 2-25$$

Les équations précédentes sont obtenues en égalant la partie réelle et la partie imaginaire des équations 2-21 et 2-22 et pour l'équation 2-25 en se plaçant à résonance ($\omega = \tilde{\omega}$). Il résulte des équations 23-24-25 que l'interaction sol-structure a pour effet :

- de diminuer la pulsation propre $\tilde{\omega}$ de la structure base encastrée ($\tilde{\omega} < \omega_s$).
- d'augmenter l'amortissement du système ($\tilde{\zeta} > \zeta$) par rapport à la structure base encastrée
- de diminuer la sollicitation incidente effective à la base de la structure ($\bar{u}_g < U_g$).

Les conclusions précédentes sont visualisées sur la figure 2-4 représentant une fondation circulaire surmontant un demi espace élastique homogène. Les variations relatives $\tilde{\omega}/\omega_s, \tilde{\zeta}, \bar{u}_g/U_g$ en fonction des paramètres adimensionnels : $\bar{h}=h/r$, $a=\omega_s h/v_s$ $\bar{m}=m/pr^3$.

La figure 2-4 met clairement en évidence que l'influence de l'interaction sol-structure qui est d'autant plus prononcée que le sol de fondation est mou (s croissant) où que la structure m (croissante).

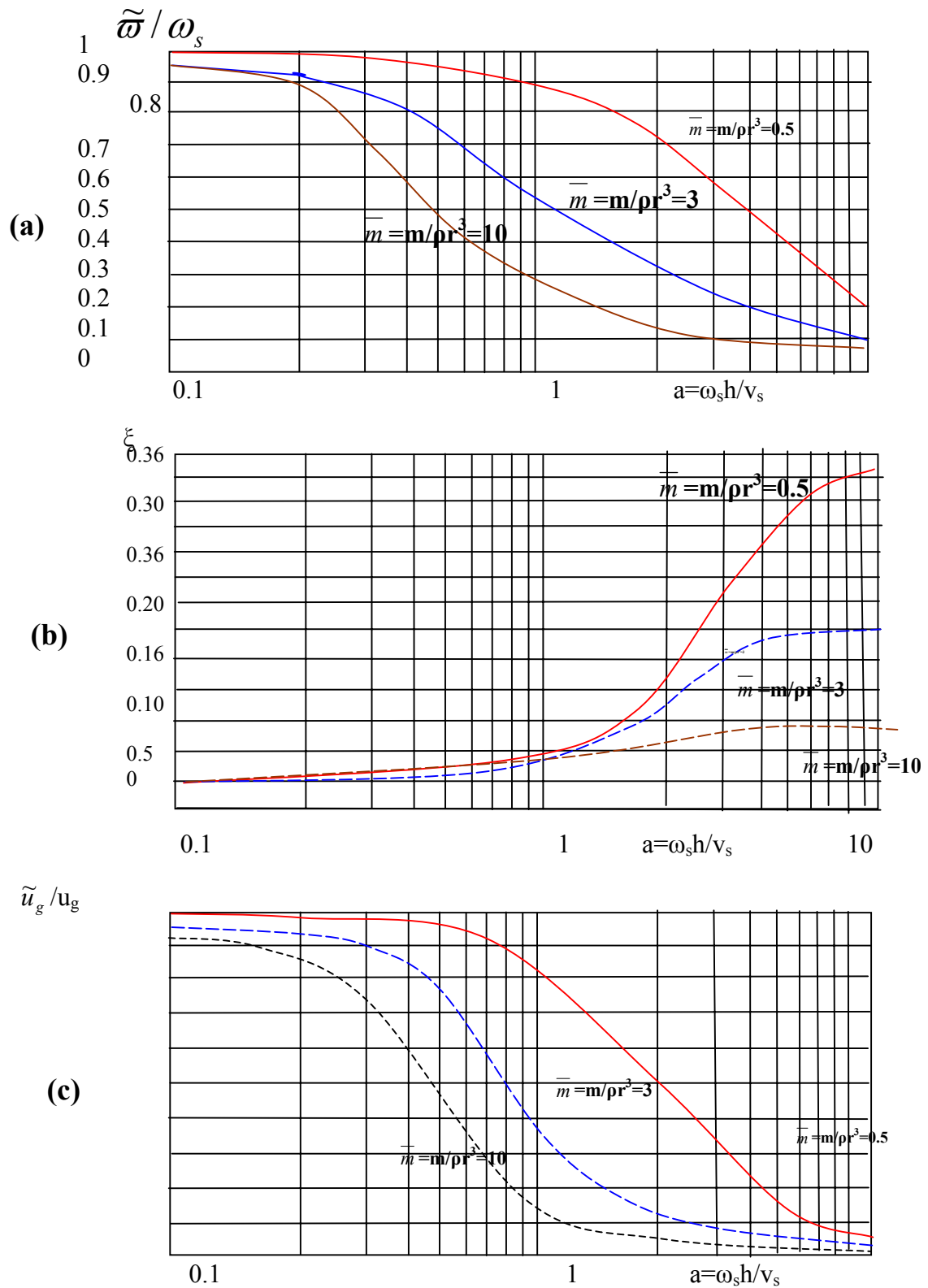


Figure 2-4: Influence des paramètres adimensionnels sur différents types de structures : a) fréquence

b) amortissement c) réponse en champ libre

2.3.2 Impédance d'une fondation superficielle

Pour illustrer la notion d'impédance d'une fondation, grandeur essentielle pour le calcul sismique d'une structure par une méthode de sous-structures, considérons le cas simple d'une fondation circulaire rigide reposant à la surface d'un semi espace élastique, homogène et isotrope.

Par définition l'impédance d'une fondation est égale à la réaction exercée sur la fondation sans masse lorsqu'elle est soumise à des déplacements harmoniques unitaires dirigés suivant l'un de ses degrés de liberté. La fondation étant sans masse, l'impédance représente également le quotient d'une force directement appliquée à la fondation (qui est égale à la réaction du sol) par le déplacement résultant. Une fondation rigide possédant six degrés de liberté, la matrice d'impédance a pour dimension 6x6. Si la fondation est de forme quelconque, les différents degrés de liberté sont couplés et la matrice d'impédance est pleine. Si la fondation possède des symétries, certains des termes de couplage (termes hors diagonale) disparaissent. Dans le cas de la fondation circulaire, il existe 4 degrés de liberté: les translations horizontales et verticales, la rotation autour d'un axe horizontal et la rotation autour d'un axe vertical. La translation verticale et la rotation autour d'un axe vertical sont totalement découplées des autres degrés de liberté. Par contre, en théorie, le déplacement horizontal et la rotation autour d'un axe horizontal sont couplés entre eux; cependant pour la fondation superficielle le terme de couplage est négligeable et il est licite de considérer que la matrice d'impédance est une matrice diagonale de dimension 4x4.

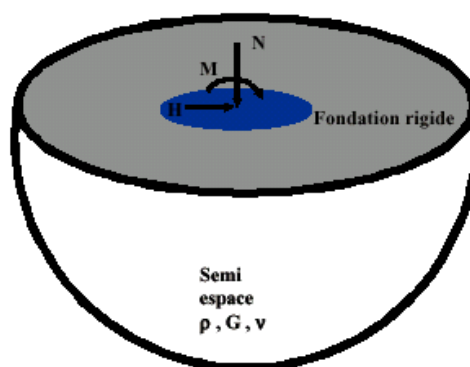


Figure 2-5: Impédance dynamique d'une fondation superficielle :

Afin d'étudier l'impédance de la fondation, il est utile de faire le parallèle avec l'oscillateur à un degré de liberté pour mieux comprendre la structure de l'impédance.

Considérons un tel oscillateur soumis à une force harmonique $P e^{i\omega t}$. Le déplacement résultant vaut :

$$Z(t) = \frac{Pe^{i\omega t}}{(k - m\omega^2)^2 + i\omega c} \quad 2-26$$

Par définition l'impédance de l'oscillateur :

$$Z(t) = \frac{Pe^{i\omega t}}{(k - m\omega^2)^2 + i\omega c} \quad 2-27$$

$$K = (k - m\omega^2)^2 + i\omega c \quad 2-28$$

$$= \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right) + 2i\omega\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \quad 2-29$$

La relation montre que l'impédance est le produit d'un terme correspondant à la raideur statique k et d'un terme qui représente la partie dynamique. Qui comporte une partie réelle et une partie imaginaire qui provient du fait que le déplacement est déphasé par rapport à la force appliquée. Ce déphasage est lié à la dissipation d'énergie du système.

On notera également que la partie réelle de l'impédance peut devenir négative à haute fréquence. Par analogie avec l'équation on montre que l'impédance de la fondation peut s'écrire sous la forme générale :

$$K = k_s(k(\omega)_1 + ia_0c_1(\omega)) \quad 2-30$$

Telle que :

$$a_0 = \frac{\omega r_0}{v_s} \quad 2-31$$

2.4. Méthode hybride

Afin de surmonter les problèmes liés aux conditions aux limites dans un calcul d'interaction dynamique sol structure, la combinaison des méthodes des éléments finis et des éléments de frontière [3] s'avère la méthode la plus efficace.

La méthode des éléments finis est performante pour modéliser les géométries complexes, l'hétérogénéité et la non linéarité [9] des domaines finis, cependant elle est mal adaptée aux calculs de la propagation d'ondes. En revanche, la méthode des éléments de frontière est préférable pour le calcul de la propagation d'ondes dans les domaines infinis.

C'est ainsi qu'on étudie par la méthode hybride ; éléments finis-éléments de frontière, les effets du comportement non linéaire et anélastique du sol situé dans la zone d'influence d'une structure sur la réponse de la structure. Une solution fondamentale pour les éléments de frontière, modélisant le comportement d'un milieu saturé semi infini sous l'effet d'un chargement,

On choisit ici une approche hybride approximative à analyser, basée sur l'algorithme de clonage. La méthode infinitésimale de cellules conformes des éléments finis [24] (CIFECM) et la méthode des éléments finis.

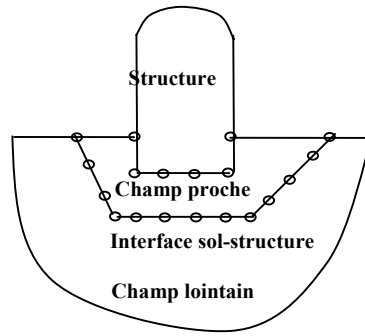


Figure 2-6: Principe du clonage

La méthode infinitésimale de cellules d'éléments finis conforme (CIFECM) est une nouvelle approche qui combine les avantages de la méthode des éléments aux frontières et de la méthode des éléments finis [5][3] n'ayant pas besoin de solution fondamentale, cette méthode donne des résultats exacts dans la direction radiale [9] et converge à la solution exacte des éléments finis dans la direction circulaire.

La structure est représentée par la méthode des éléments finis

Le champ proche, non linéaire, soutenant la structure est assimilé à une série de milieux liés dont les propriétés matérielles sont choisies assurant la compatibilité avec la totalité des contraintes moyennes du milieu du dessus pendant l'excitation.

La zone linéaire du sol, le champ lointain, est modélisée comme milieu illimité en utilisant La méthode infinitésimale de cellules conformes pour des milieux infinis.

2.4.1 Concept du clonage

Des éléments finis standard peuvent être employés en discrétisant un domaine fini dans le cas d'un problème donné dans un domaine infini, les éléments lointains du champ, sur la frontière du domaine fini [25], peuvent être employés pour décrire l'interaction entre le domaine fini et son environnement infini. La formulation basée sur le concept CIFECM à l'origine a été introduite par Wolf J.p [25]. Le concept principal de l'approche provient de l'algorithme de clonage [26]. (Figure 2-7).

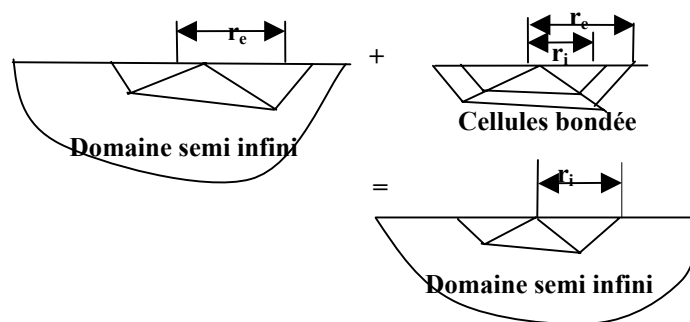


Figure 2-7: Principe d'algorithme du clonage [3]

Au sol semi-infini s'ajoutent des cellules bondées d'éléments finis, chaque zone non linéaire liée peut être représentée par un élément poutre non linéaire.

Les propriétés de chaque élément sont obtenues en utilisant le concept non linéaire de charge et de déformation et la matrice de rigidité de chaque élément poutre non linéaire est obtenue en utilisant la méthode directe de rigidité (voir figure 2-8).

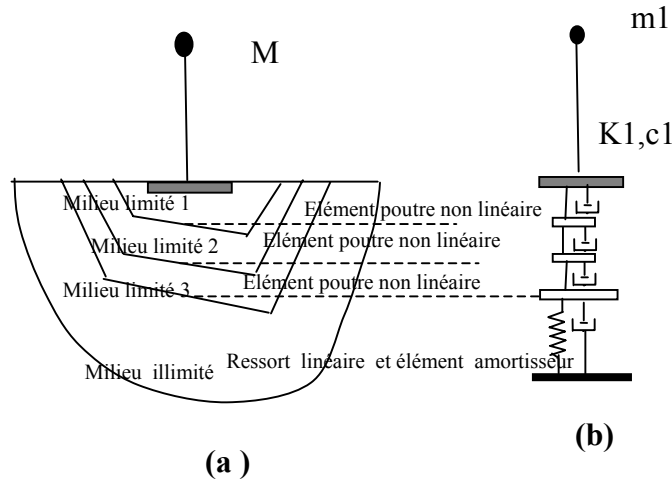


Figure 2-8: Modélisation de la structure et du sol avoisinant selon la référence [3]

Comme l'indique la figure 2-8. La méthode infinitésimale de cellules conformes des éléments finis est employée pour calculer la rigidité statique et les matrices de masse moyenne liée au mouvement du modèle.

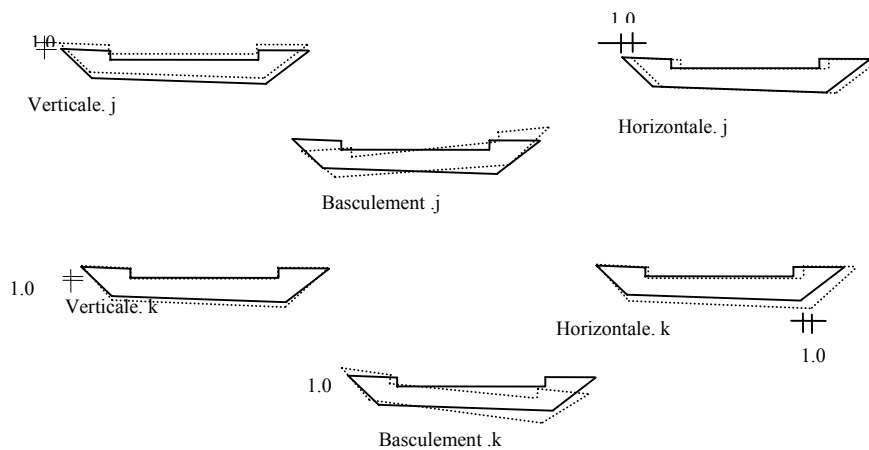


Figure 2-9: Différents modes de calcul de la cifecm

2.4.2 Formulation de la méthode des éléments finis conformes

Le but principal de cette formulation est de fournir un modèle informatique conforme de corps infinis contournant l'intérieur du domaine fini réduisant au minimum la taille du travail dans les cas géotechniques typiques.

La méthode est connue sous la méthode infinitésimale de cellules conformes d'Eléments Finis (CIFECM) basée sur le concept de similarité.

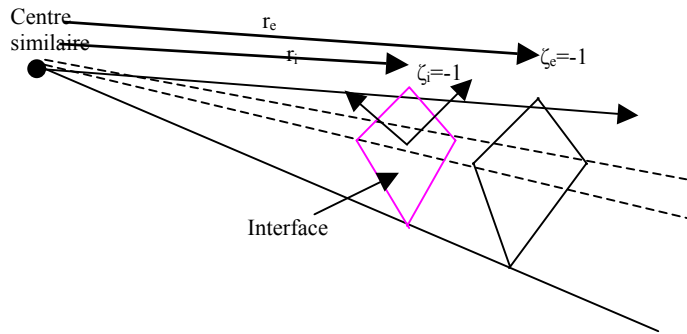


Figure 2-10: Principe de similarité

La relation entre la rigidité k^∞ et les rayons r des deux domaines infinis :

$$k_e^\infty = \left(r_e / r_i \right)^{s-2} k_i^\infty \quad 2-32$$

$s = 2$ en cas de contraintes planes dans le cas d'axisymétrique et tridimensionnel $s=3$. Le comportement statique mécanique de l'interface est considéré avec les degrés de liberté u_x, u_y, u_z en négligeant le reste des degrés de liberté.

Il existe deux classes d'éléments : *Les éléments simples de frontière*, l'élément infini est établi pour représenter le milieu environnant ceci en *Une collection* d'éléments de frontière avec un centre commun créant une infinité d'éléments dont la rigidité est évaluée selon la référence [25].

Les éléments discrétisant l'interface sont des éléments barre pour le cas bidimensionnel, triangle et quadratique pour le cas tridimensionnel employés comme sous matrices E_0, E_1, E_2 . Développés dans l'ANNEXE A, connaissant ces dernières l'équation fondamentale de la méthode d'éléments finis conformes peut être dérivée:

$$k^\infty E_0^{-1} + \left(E_1 E_0^{-1} - \frac{S-2}{2} I \right) k^\infty + k^\infty \left(E_1 E_0^{-1} - \frac{S-2}{2} I \right) E_1 E_0^{-1} E_1^T - E_2 = 0 \quad 2-33$$

C'est l'équation de *Riccati* (ANNEXE A) pour la matrice inconnue K^∞ pour tous les degrés de liberté.

2.5. Modélisation des conditions aux frontières

2.5.1 Introduction

Lors de la modélisation d'un problème d'interaction sol-structure plusieurs problèmes surgissent tel que la réflexion d'ondes [1].

Diverses frontières de transmission dans le domaine temporel [23] ont été développées, ayant pour but d'éviter d'une façon ou d'une autre l'intégrale classique de convolution [12] par la formulation directe d'une condition de frontière de transmission dans le domaine temporel, ou en employant la discrétisation complète particulièrement conçue pour des domaines infinis ou alors en transformant la solution du domaine fréquentiel ou temporel par des techniques autres que la convolution.

2.5.2 Les frontières locales non conformes

La frontière visqueuse est le cas typique d'une frontière *locale* dans l'espace et dans le temps.

Ces frontières sont modélisées par des amortisseurs qui constituent des absorbeurs le long du maillage. Les frontières locales et non conformes sont faciles à mettre en application pour n'importe quel élément, cependant elles ne sont pas appropriées pour une classe de problèmes incluant l'Interaction barrage-réservoir et l'interaction sol-structure pour des sols multicouches ainsi que pour les ondes inclinées.

A. Frontières d'Engquist-Majda

L'état de frontière exact dans le domaine de fréquence pour une poutre semi infinie [4] sur Fondation élastique, en introduisant une variable l'état de frontière exact peut être écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{i\omega}{c} \sqrt{1-\zeta^2} u = 0 \quad 2-34$$

Engquist et Majda [4] [28] ont suggéré de rapprocher $\sqrt{1-\zeta^2}$ par une fraction P

Pour $N = 1$, cet état de frontière devient la frontière visqueuse introduite plus tôt:

$$\begin{aligned} P1 &= 1 & P2 &= 1 - \frac{\zeta^2}{2} & pN &= 1 - \frac{\zeta^2}{1 - P_N} \\ \text{D'où } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{i\omega}{c} p_N \left(\frac{C\lambda}{\omega} \right) u &= 0 \end{aligned} \quad 2-35$$

Pour $N = 2$, l'état de frontière est

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{i\omega}{c} u = 0 \quad 2-36$$

Une formule alternative est trouvée en multipliant cette équation par $2I\omega/c$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{i\omega}{c} \left(1 - 1/2 \left(\frac{C\lambda}{\omega} \right)^2 \right) u = 0 \quad 2-37$$

Engquist et Majda ont montré également que cette frontière de transmission est stable et donnent une analyse mathématique d'erreurs. Ils donnent également des versions discrètes pour des applications de différences finies.

La solution comprend des ondes voyageant dans les deux directions.

$$u = \hat{u}_1 e^{i(\omega t - kx)} + \hat{u}_2 e^{i(\omega t + kx)} \quad 2-38$$

Le coefficient de réflexion est défini par : $R = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1}$

Le facteur $i\omega$ est interprété par $\frac{\partial}{\partial t}$ dans le domaine temporel

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right]^N u = 0 \quad 2-39$$

En appliquant la condition générale de frontière

$$R = - \frac{(i\omega / c - ik)^N}{(i\omega / c + ik)^N} e^{-2ikl} \quad 2-40$$

B. Cas général

Une généralisation des frontières (équation 2-39) d'Engquist-Majda est :

$$\prod_{n=1}^N \left(\frac{\partial}{\partial x} + a_n + b_n \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) u = 0 \quad 2-41$$

Le coefficient de réflexion de la frontière générale est

$$R = - \prod_{n=1}^N \left(\frac{a_n + b_n i\omega / c - ik}{a_n + b_n i\omega / c + k} \right) e^{-2ikl} \quad 2-42$$

C. Approximation asymptotique Double

Un cas particulier est l'approximation doublement asymptotique [14](DAA) avec $N=1$ et les coefficients

$$\mathbf{a1} = \lambda \text{ et } \mathbf{b0} = 1 \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} + \lambda u = 0 \quad 2-43$$

L'approximation asymptotique double est une combinaison des frontières visqueuses et des ressorts élastiques dans le cas statique, la vitesse est nulle pour les hautes fréquences, l'amortisseur visqueux est exact et le ressort n'a aucune influence.

D. Frontières paraxiales

Au lieu de formuler directement une condition aux limites aux frontières artificielles, les frontières paraxiales sont des frontières dérivées d'une équation d'ondes modifiée qui inclut seulement la propagation d'ondes dans une seule direction.

L'équation d'ondes modifiée est égale à l'équation différentielle ou semblable aux conditions de frontière d'Engquist-Majda. Clayton et Engquist] réf.[16] [6]. Ces frontières sont formulées de la manière suivante ;

- établir les conditions théoriques des frontières de transmission.
- l'approximation des conditions théoriques des frontières de transmission par des équations paraxiales.
- discrétiser ces méthodes par des méthodes numériques.

E. Frontière de Lindman

Une autre frontière, semblable à la formulation générale, est la frontière de Lindman

Malheureusement, la méthode est formulée dans un contexte de différences finies ce qui rend la comparaison difficile avec d'autres méthodes.

Lindman a proposé de rapprocher la racine carrée dans l'équation 2-34 par la somme :

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right]^N u = 0 \quad 2-44$$

La correction fonctionne comme suit:

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} + \frac{i\omega}{c} \sqrt{1 - \zeta^2} u = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{i\omega}{c} \left(1 + \sum_{n=1}^N h_n \right) u \right] = 0 \quad 2-45$$

Là où $\xi = c \lambda / \omega < 1$. Les fonctions de correction sont

$$h_n = \frac{\alpha_n \zeta^2}{1 - \beta_n \zeta^2} u \quad 2-46$$

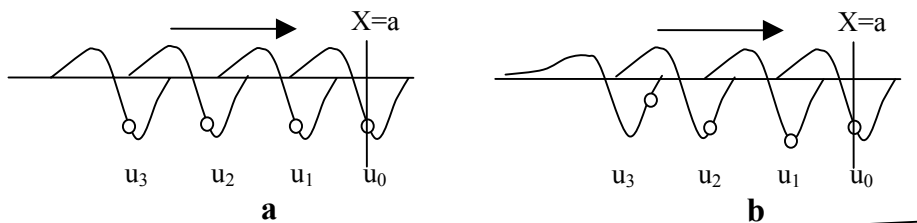


Figure 2-11: Algorithme d'extrapolation: a) onde non dispersive avec l'incidence normale,

b) dispersif onde avec l'incidence oblique

$\alpha_n \beta_n$ sont des coefficients optimisés numériquement pour des réflexions minimum.

L'équation 2-46 peut être écrite comme une équation différentielle [6] résolue en champ proche.

$$\frac{\partial^2 h_n}{c^2 \partial t^2} + \beta_n \lambda^2 h_n = -\alpha_n \lambda^2 u = 0 \quad 2-47$$

F. Algorithme d'extrapolation

Liao et Wang ont suggéré une version discrète de la frontière de transmission où une valeur $u(a, t) = u_0(t)$ est attribuée à la frontière artificielle $x=a$.

La valeur appropriée est trouvée par l'extrapolation des points échantillons choisis comme suit :

$$u_m = u(t - m\Delta t, a - m\Delta x) \quad m = 1, \dots, N \quad 2-48$$

t : l'incrément de temps.

X : l'incrément sur l'axe x .

L'idée de l'algorithme est de capturer une onde pendant qu'elle passe dans la direction x .

Considérons d'abord le cas idéal d'une onde incidente normale de forme $u = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ dans la direction x avec une vitesse de phase ' c ' comme la représente la figure 2-11-a.

Soit $X = ct$ égale à toutes les valeurs $u_m u_0$ car :

$$u_m = f\left(t - m\Delta t - (a - m\Delta x)/c\right) = f\left(t - \frac{a}{c}\right) u_0 \quad 2-49$$

Et par conséquent n'importe quelle valeur peut être employée.

Dans le cas général l'onde voyage avec une vitesse différente de c et est dispersée (figure 2.11-b). Dans ce cas-ci les valeurs de prélèvement ne peuvent être employées directement mais la valeur doit être extrapolées avec ces valeurs. Dans le domaine temporel [16] l'extrapolation est expliquée par l'arrangement suivant:

$$\begin{array}{ccccccc} u_0 & u_1 & u_2 & u_3 & \dots & u_N \\ \Delta u_0 & \Delta u_1 & \Delta u_2 & \Delta u_3 & \dots & \Delta u_{N-1} \\ \Delta^2 u_0 & \Delta^2 u_1 & \Delta^2 u_2 & \Delta^2 u_3 & \dots & \Delta^2 u_{N-2} \\ & & \dots & \Delta^{N-1} u_0 & \dots & \Delta^{N-1} u_1 \\ & & & \Delta^N u_0 & & \end{array}$$

Les différences sont définies comme suit

$$\Delta u_m = u_m - u_{m+1} \quad 2-50-a$$

$$\Delta^2 u_m = (u_m - u_{m+1}) - (u_{m+1} - u_{m+2}) = u_m - 2u_{m+1} + u_{m+2} \quad \dots$$

$$\Delta^N u_m = \sum_{k=0}^N (-1)^k \binom{N}{k} u_{m+k} \quad 2-51-b$$

$\binom{N}{k}$ Sont les coefficients binomiaux.

L'extrapolation est supposée effectuée en assumant l'ordre suprême $\Delta^N u_0 = 0$ ainsi l'équation 2-51-b s'écrit :

$$\Delta^N u_0 = u_0 + \sum_{k=1}^N (-1)^k \binom{N}{k} u_k = 0 \quad 2-51$$

Pour une valeur à la frontière

$$u_0 = \sum_{k=1}^N (-1)^m \binom{N}{m} u_m = 0 \quad 2-52$$

Avec cette équation la valeur de 'u₀' peut être extrapolée à chaque pas de temps des points précédents u_m. L'algorithme est maintenant analysé dans le domaine fréquentiel.

Considérant l'onde suivante :

$$u(x, t) = \hat{u}_1 e^{i(\omega t - kx)} \quad 2-53$$

$$u(\alpha, t) = \hat{u}_1 e^{i(\omega t - k\alpha)} \quad 2-54$$

Pour un point quelconque

$$u_m(t) = \hat{u}_1 e^{i\omega(t - m\Delta t) - ik(\alpha - \Delta\alpha)} \quad 2-55-a$$

$$= u_0(t) \left(e^{-i(\omega\Delta t - k\Delta x)} \right)^m \quad 2-55-b$$

Pour une onde non dispersive d'onde k^{ème} ordre s'écrit sous la forme k=ω/c Avec la vitesse X=ct, nous avons ωt = kX le dernier facteur de l'équation est égal à 1 or dans le cas général d'une onde dispersive ωΔt ≠ kΔX ce facteur est égal à 1.

$$\left(e^{-i(\omega\Delta t - k\Delta x)} - 1 \right)^m m = 1 \text{ Est une série infinie convergente vers zéro.}$$

Comme approximation de 'ω' la série est tronquée aux limites de N, menant à :

$$u_0 \left(e^{-i(\omega\Delta t - k\Delta x)} - 1 \right)^N = 0 \quad 2-55-c$$

Le coefficient réflexion est déterminé en substituant toute la solution comprenant

L'onde de réflexion équation 2-55-c dans l'équation d'état de frontière :

$$u_0 \left(e^{-i(\omega\Delta t - k\Delta x)} - 1 \right)^N = 0$$

$$\hat{u}_1 \left(e^{-i(\omega\Delta t - k\Delta x)} - 1 \right)^N e^{i(\omega t - kx)} + \hat{u}_2 \left(e^{-i(\omega\Delta t - k\Delta x)} - 1 \right)^N e^{i(\omega t - kx)} = 0 \quad 2-56$$

Le coefficient de réflexion est défini:

$$R = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} \quad 2-57$$

$$R = - \frac{\left(e^{-i(\omega\Delta t - k\Delta x)} - 1 \right)^N}{\left(e^{-i(\omega\Delta t - k\Delta x)} - 1 \right)^N} e^{-2ikl} \quad 2-58$$

Si x=a=l

Soit Δx = cΔt et Δt → 0

$$R = - \frac{(i\omega/c - ik)^N}{(i\omega/c - ik)^N} e^{-2ikl} \quad 2-59$$

Qui est la même expression que celle des frontières d'Engquist-Majda [28][5], ce qui fait de l'algorithme d'extrapolation une version discrète de cette dernière.

G. Frontières de superposition

Une autre idée de séparer les ondes entrantes et sortantes est d'employer les frontières de superposition.

Considérons une onde suivant l'équation 2-38, imposons à $x=a$ une fois une frontière fixe et une autre fois un état de frontière libre. Pour la frontière fixe :

$$\hat{u}_1 e^{i(\omega t - ka)} + \hat{u}_2 e^{i(\omega t - ka)} = 0 \quad 2-60-a$$

$$\hat{u}_2 = -\hat{u}_1 e^{-2ika} \quad 2-60-b$$

Pour la frontière libre :

$$-ik\hat{u}_1 e^{i(\omega t - ka)} + ik\hat{u}_2 e^{i(\omega t - ka)} = 0 \quad 2-61-a$$

$$\hat{u}_2 = \hat{u}_1 e^{-2ika} \quad 2-62-b$$

Dans le premier cas la réflexion de l'onde est négative tandis que dans le deuxième cas elle est positive. Smith [13] a proposé de calculer les deux solutions et de faire la moyenne entre elles (par superposition)[16]. La frontière de transmission (côté droit sur la figure 2-12-a). Les deux ondes positives sont réfléchies en arrière de la frontière de transmission avec des signes différentes ces ondes se réfléchissent et s'annulent par la moyenne.

Après la réflexion de la frontière gauche 'fixe' elles se propagent encore (vers la droite dans le troisième cas de la figure 2-12-a). Puisqu'elles ont maintenant des signes différents, leurs signes deviennent égaux après une deuxième réflexion à la frontière de transmission. Le problème multiple de réflexion est encore plus complexe en bi et tridimensionnel.

Si on analyse le phénomène plus soigneusement la marche à suivre consiste simplement à diviser le problème en de multitude petit problèmes, tirant profit de la symétrie et de l'anti-symétrie Kunar et Marti [29] ont proposé une méthode dépassant le problème de réflexions multiples en décommandant la réflexion : La région est prolongée en deux zones de recouvrement de frontière avec les deux conditions de frontières complémentaires (figure 2-12), après un certain intervalle de temps les solutions des deux zones de frontière sont ramenées à une moyenne.

L'incrément de temps doit être choisi suffisamment petit ; pour que les ondes réfléchies n'entrent pas dans la région principale.

Pour assurer l'équilibre des valeurs on doit également faire la moyenne, ainsi la *frontière libre* se transforme en *force constante de frontière* et la *frontière fixe* en une *vitesse constante de frontière*.

Quoique l'idée est tout à fait simple l'analyse, n'étant pas complète, devrait inclure l'intégration de temps et les divers paramètres utilisés dans la méthode.

La difficulté avec la méthode réside dans le choix de l'intervalle (pour faire la moyenne) qui doit être suffisamment large de sorte que les ondes puissent vraiment se développer dans la frontière [4].

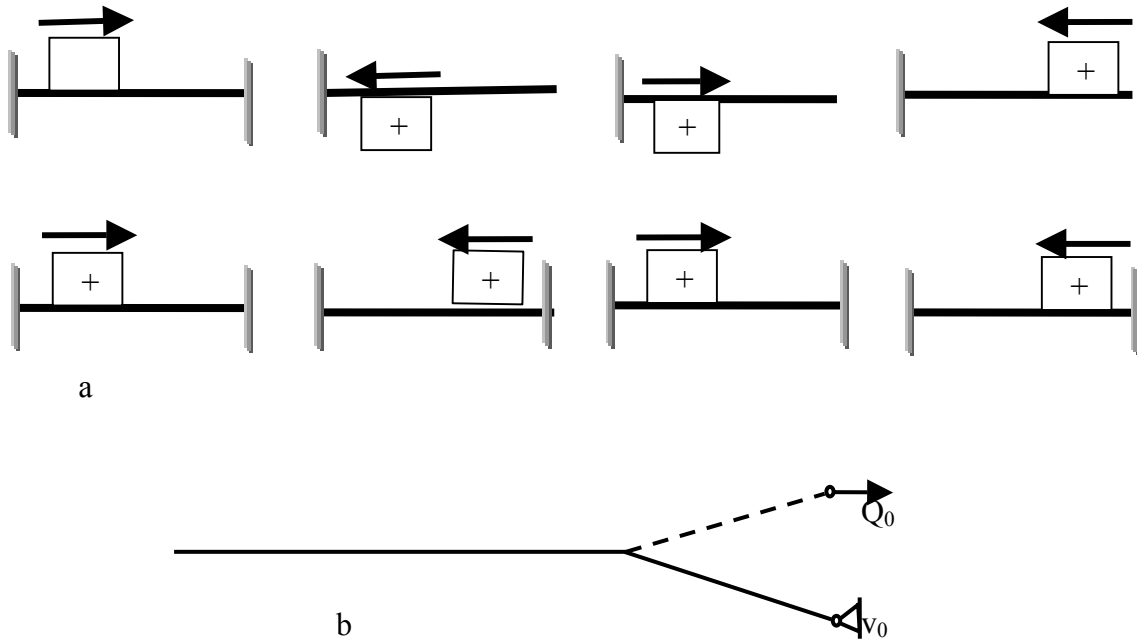


Figure 2-12:a) Multiples réflexions pour les frontières de superposition

2.5.3 Éléments de frontière

Une méthode qui semble être particulièrement appropriée aux problèmes avec des domaines infinis [1] est la méthode d'éléments de frontière. Dans ce cas l'équation différentielle est transformée en une intégrale de frontière. Au lieu de résoudre l'équation pour le domaine entier le problème se réduit à la région de la frontière. La dimension du problème est réduite.

La méthode des éléments aux frontières est bien adaptée aux problèmes de valeurs elliptiques tels que la charge statique et aux problèmes d'état d'équilibre.

Pour les problèmes hyperboliques, cependant la solution dépend de toutes les valeurs précédentes. La réduction à une dimension de l'espace est neutralisée par une dimension de temps supplémentaire (voir *figure 2-13*).

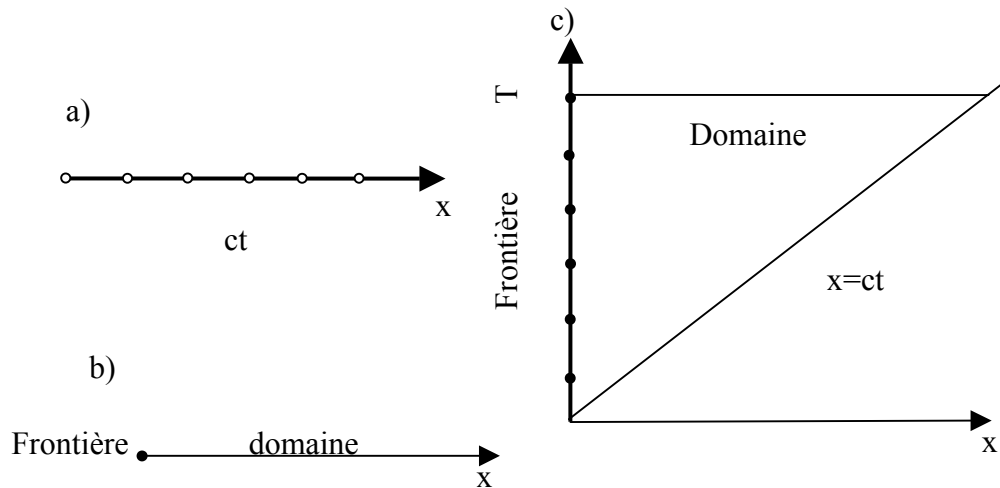


Figure 2-13: Modélisation par a) éléments fini, b) élément de frontière dans le domaine fréquentiel, c) élément de frontière dans le domaine temporel

Pour un domaine bidimensionnel il existe plusieurs différentes possibilités de traiter un domaine infini : *La première possibilité* est l'utilisation d'une grande maille d'éléments finis (voir *figure 2-13a*) puisque les ondes voyagent au plus avec la vitesse c l'ampleur de la région ne dépasse pas T pendant un temps t .

La deuxième possibilité doit employer des éléments de frontière dans le domaine fréquentiel ; le domaine original est réduit à la frontière (voir *figure 2-13-b*) cette solution doit être transformée dans le domaine temporel par l'intégrale de convolution.

la troisième possibilité est d'employer des éléments de frontière le domaine original d'espace-temps peut être réduit à une frontière de l'espace dans l'intervalle de temps 0- (voir *figure 2-13-c*).

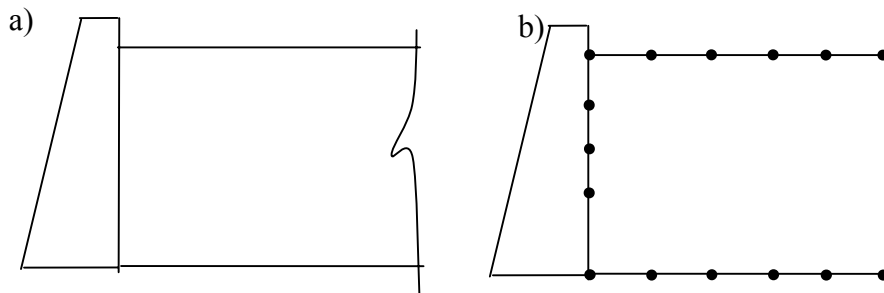


Figure 2-14: Modèle avec frontières infinies : a) modèle original, b) modèle éléments de frontières

Dans un modèle d'éléments de frontières (*figure 2-14-b*) les frontières doivent être tronquées le modèle de calcul diffère considérablement du problème original, à moins que le modèle soit très long, une autre possibilité doit employer les éléments de frontières seulement pour un champ proche avec une frontière de transmission [19] cependant l'avantage de la méthode des frontières serait perdu.

L'utilisation de la méthode des frontières dans les domaines fréquentiel et temporel est démontrée pour le modèle d'une poutre semi infinie sur une fondation élastique la dérivation devient complexe, même pour un exemple simple.

A. Éléments de frontière dans le domaine fréquentiel

Considérons d'abord le cas d'état d'équilibre. L'équation différentielle est donnée par :

$$\frac{\partial u}{\partial x^2} + k^2 u = 0 \quad 2-62$$

Pour $x > a$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \lambda^2 \quad 2-63$$

La condition de frontière à $x = a$ n'est pas spécifiée pour le moment mais la deuxième condition de frontière est l'état de radiation d'ondes :

$$\frac{\partial u}{\partial x^2} + ik^2 u = 0 \quad \text{Pour } x \rightarrow \infty \quad 2-64$$

En utilisant la méthode résiduelle l'équation intégrale suivante est obtenue en multipliant l'équation différentielle et la condition radiation par la fonction pesante W puis l'intégration sur le domaine correspondant.

$$\int_a^\infty \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} + k^2 u \right) \omega d\zeta = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + iku \right) \omega \right]_{\zeta \rightarrow \infty} \quad 2-65$$

Où la variable « x » a été remplacée par la variable ζ pour l'intégration, en deux fois, cette équation devient :

$$\int_a^\infty u \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} + k^2 \omega \right) d\zeta = \left[\frac{\partial u}{\partial \zeta} \omega - u \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=a} + \left[u \left(\frac{\partial \omega}{\partial \zeta} + ik\omega \right) \right]_{\zeta \rightarrow \infty} \quad 2-66$$

Pour la fonction W la *solution fondamentale* est choisie. La solution fondamentale est la solution ζ due à une source concentrée à « x » elle satisfait l'équation différentielle.

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} + k^2 \omega = \delta(x - \zeta) \quad 2-67$$

Avec la fonction $f\hat{A}$ de δ (*fonction de Dirac*) et la condition de radiation :

$$\frac{\partial \omega}{\partial \zeta} + ik\omega = 0 \quad \text{pour } \zeta \rightarrow \infty \quad 2-68$$

La condition de frontière à $x = a$ est donnée par :

$$\omega(x - \zeta) = -\frac{1}{2ik} e^{-ik|x-\zeta|} \quad 2-69$$

D'une façon générale, la solution fondamentale est beaucoup plus simple que la solution originale du problème.

Observant que la solution fondamentale satisfasse déjà l'équation de radiation 2-69 $u(\zeta \Delta(x \zeta d\zeta)) = u(x)$ l'équation 2-67 est réduite à :

$$u(x) = \left[\frac{\partial u}{\partial \zeta} \omega - u \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=a} \quad 2-70$$

D'une façon générale, la frontière est une ligne ou une surface. Cela doit être discrétisé par des éléments de frontière. Pour ce problème unidimensionnel, la frontière se limite seulement au point $X = a$ et aucune discrétisation n'est nécessaire. Pour réduire le problème entier à la frontière, le point *source* X est déplacé à a Notons que les limites :

$X \rightarrow a$ de ci-dessus ($x > \zeta = a$)

$$\omega = -\frac{1}{2ik} \text{ donc } \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} = -\frac{1}{2} \quad 2-71$$

$$u(a) = -\frac{1}{2ik} \frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{1}{2} u(a) \quad 2-72$$

Afin d'employer cette équation dans le domaine temporel on doit appliquer l'intégrale de convolution représentée par l'équation 2-73 :

$$Q_b = -EA \frac{\partial u}{\partial \zeta} = ikEAu \quad 2-73$$

B. Eléments de frontière dans le domaine temporel

Considérons maintenant le même problème dans le domaine temporel. L'équation différentielle s'écrit par:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \lambda^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad 2-74 -a$$

$$\dot{u} = u = 0 \text{ pour } t=0 \quad 2-74-b$$

Comme dans le cas d'état d'équilibre, une équation intégrale est formée le problème de la valeur initiale est considéré comme un problème de valeur limite dans le domaine d'espace-temps. Par conséquent, une intégration supplémentaire doit être faite sur tout l'intervalle de temps.

La limite supérieure des intégrales de temps est fixée à $t + e$ $e > 0$, pour s'assurer que la singularité de la fonction pesante à $\tau = t$ est incluse.

$$\int_0^{t+e} \int_a^\infty \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} - \lambda^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} \right) \omega d\zeta d\tau = 0 \quad 2-75$$

La fonction « W » dépend de l'espace et du temps. Intégration par partie des dérivées spatiales en fonction de « ζ » et les dérivés temporels en τ que nous obtenons

$$\int_0^{t+\varepsilon} \int_0^{\infty} u \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} - \lambda^2 \omega - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \tau^2} \right) d\zeta d\tau =$$

$$- \int_0^{t+\varepsilon} \left[\frac{\partial u}{\partial \zeta} \omega - u \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=a}^{\zeta \rightarrow \infty} d\tau + \frac{1}{c^2} \int_a^{\infty} \left[\frac{\partial u}{\partial \tau} \omega - u \frac{\partial \omega}{\partial \tau} \right]_{\tau=0}^{t+\varepsilon} d\zeta \quad 2-76$$

Notons par convention $\left[\right]_a^b = \left[\right]_b - \left[\right]_a$

La solution fondamentale est choisie en tant que poids de la fonction c'est la réponse au temps τ à l'emplacement « ζ » dû à une impulsion de temps t à l'emplacement X doit satisfaire l'équation différentielle

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} - \lambda^2 \omega - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \tau^2} = \delta(x - \zeta) \delta(t - \tau) \quad 2-77-a$$

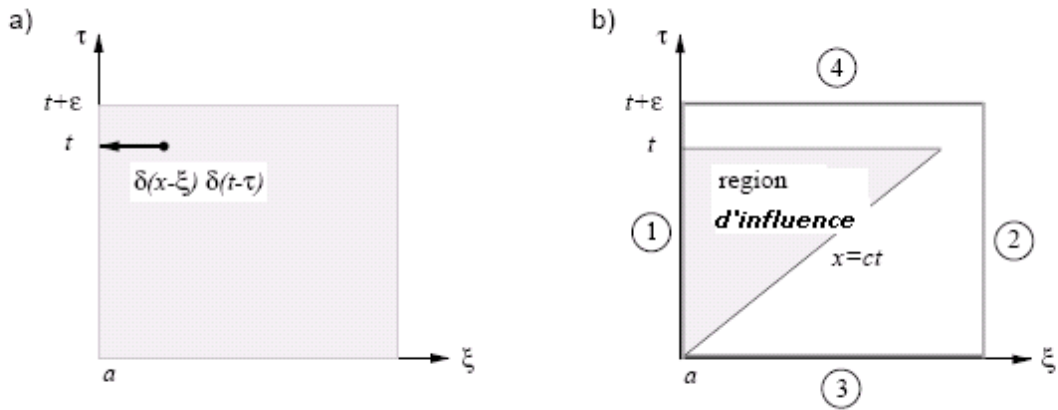


Figure 2-15: Région d'intégration pour les éléments de frontière dans le domaine temporel:

a) domaine intérieur, b) pas d'intégration 1-4

En Substituant cette équation dans l'équation intégrale 2-77, le côté à gauche devient :

$$\int_0^{t+\varepsilon} \int_a^{\infty} u(\zeta, \tau) \delta(x - \zeta) \delta(t - \tau) d\zeta d\tau = u(x, t) \quad 2-77-b$$

Le domaine d'intégration est représenté sur la figure (2-15-a). Puisque la limite supérieure du temps d'intégration est $\tau=t+\varepsilon$ la singularité $\delta(t-\tau)$ est entièrement incluse.

Pour le côté droit de l'équation 2-7 il y a quatre limites d'intégration voir figure (2-15-b).

La limite 1 le long de $\xi = a$ « la contribution principale ». La limite 2 le long de $\xi \rightarrow \infty$ et la limite 4 le long de $\tau=t+\varepsilon$ ne donne aucune contribution car elles sont au delà de région d'influence. L'intégrale le long de $\tau=0$, limite 3 disparaît à cause de la condition initiale zéro. L'équation (2-77-b) est réduite donc à :

$$u(x, t) = \int_0^{t+\varepsilon} \left[\frac{\partial u}{\partial \zeta} \omega - u \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} \right]_{\zeta=a} d\tau \quad 2-78$$

Dans le cas d'état d'équilibre, le déplacement $u(x, t)$ est exprimé en termes de valeur à la frontière qui comprend la ligne $\xi = a$ $0 < \tau < t + e$. Pour avoir la frontière le point de source X est déplacé à $x = a$.

La solution fondamentale est trouvée en appliquant la transformée de Fourier à la solution d'équation de l'état d'équilibre représentée par l'équation 2-7 :

$$\omega(x - \xi, t - \tau) = -\frac{c}{2} j_0 \lambda \sqrt{c^2(t - \tau)^2 - (x - \xi)^2} H\left((t - \tau) - \frac{|x - \xi|}{c}\right) \quad 2-79$$

H : la fonction de Heaviside.

Pour écrire l'équation 2-79 à la frontière « w » et « $\partial w / \partial \xi$ », le paramètre ξ doit être évalués à « $\xi = a$ » puis à la limite « $x \rightarrow a$ » ($x > a$). on doit prendre soin des limites quand la fonction de Heaviside est impliquée. Les résultats sont :

$$\omega = \frac{c}{2} j_0 (c \lambda (t - \tau)) H(t - \tau) \quad 2-80$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \xi} = -1/2 \delta(t - \tau) \quad 2-81$$

$$u(a, t) = -\frac{c}{2} \int_0^t j_0 (c \lambda (t - \tau)) \frac{\partial u}{\partial \xi} d\tau + \frac{1}{2} u(a, t) \quad 2-82$$

« e » a été omis car il n'y a plus de singularités dans la fonction à intégrer en introduisant $Q(t)$ tel que $Q(t) = 2c\mu \partial u / \partial \xi$ l'expression suivante est obtenue:

$$u(a, t) = \frac{1}{c\mu} \int_0^t j_0 (c \lambda (t - \tau)) Q d\tau \quad 2-83$$

Cette équation identique l'intégrale de convolution de la formulation dynamique flexible. L'exemple montre le comportement typique de la méthode d'éléments de frontière dans le domaine temporel, indiqué déjà au début de cette section. Bien que la dimension de l'espace du problème est réduite à une, une dimension supplémentaire de temps apparaît. La formulation n'est pas équivalente à l'intégrale de convolution et par conséquent n'offre aucun avantage de plus que les méthodes conventionnelles.

2.5.4 Éléments infinis

Afin d'éviter les problèmes posés lors de la modélisation, la discrétisation spatiale ne devrait pas être trop brute afin d'éviter une dispersion excessive, ainsi la technique de modélisation du champ lointain par les éléments de grande taille n'est pas applicable. Pour ces problèmes inspirés par la méthode des éléments finis, différents auteurs ont développé les éléments infinis.

Les éléments infinis peuvent être dérivés aussi en employant des fonctions de forme spéciales, généralement des fonctions pour de grandes distances telles que e^x ou $1/x$ ou en traçant un

domaine infini. Les éléments infinis fonctionnent bien pour des problèmes d'état d'équilibre statique

Un prérequis pour la formulation les éléments infinis est la connaissance de la solution : les fonctions de forme doivent être proches de la solution réelle du problème et les conditions de frontière à l'infini doivent être connues.

Olson et Bathe ont proposé des éléments infinis dans les cas de fluides, L'approche asymptotique double c'est à dire amortisseurs visqueux pour le comportement à haute fréquence est une solution statique d'éléments infinis pour le comportement à basse fréquence. Une telle approche n'est pas appropriée pour le problème de barrage-réservoir.

Discretisation spatiale par éléments infinis

La méthode des éléments infinis est démontrée par un exemple d'une poutre sur fondation élastique, l'exemple est employé comme introduction aux éléments infinis.

Considérons une poutre finie, l'équation différentielle est :

$$\frac{\partial u}{\partial x^2} + k^2 u = 0 \quad \text{Pour } a < x < b \quad \text{avec } k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \lambda^2 \quad 2-84$$

Les équations d'équilibre sont

$$Q_a = -EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{À } x=a \quad 2-85$$

$$\text{Et } Q_b = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{à } x=b \quad 2-86$$

Le point de départ est une équation d'intégrale obtenue par la méthode résiduelle. L'équation différentielle multipliée par EA , les conditions de frontière sont multipliés par une fonction W et intégrés sur le domaine.

$$\int_a^b EA \left(\frac{\partial u}{\partial x^2} + k^2 u \right) \omega dx = \left[\left(-EA \frac{\partial u}{\partial x} - Q \right) \omega \right]_{x=a}^b \quad 2-87$$

Le premier terme est intégré par partie ;

$$\int_a^b EA \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) dx - \int_a^b c^2 \mu k^2 u \omega dx = [Q \omega]_{x=a}^b \quad 2-88$$

$EA = c^2 \mu$ substitué dans la deuxième intégrale. Le domaine $a < x < b$ les fonctions u et W sont interpolées entre les valeurs nodales par une fonction de forme

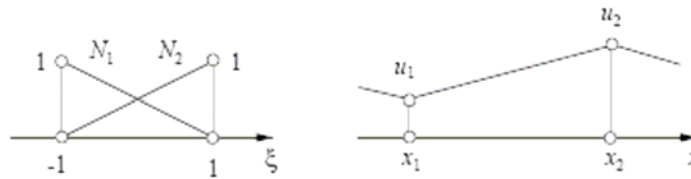


Figure 2-16: Fonction de forme pour éléments infinis

Considérons la fonction $u(x)$ (figure 2-16). Pour un élément il est décrit :

$$u(x) = N_1(\xi) u_1 + N_2(\xi) u_2 \quad -1 \leq \xi \leq 1 \quad 2-89$$

ξ : est la coordonnée adimensionnelle locale de l'élément

N_1 et N_2 sont les fonctions de forme données par :

$$N_1(\xi) = (1 - \xi)/2 \quad 2-90$$

$$N_2(\xi) = (1 + \xi)/2 \quad 2-91$$

$N_1(1)=1$ et $N_1(0)=0$ et de façon analogue pour N_2 .

$$N_1(\xi)u_1 + N_2(\xi)u_2 = 1 \quad 2-92$$

La discrétisation concerne seulement l'espace fini, alors que les valeurs nodales sont des fonctions de temps. Ceci est la semi discrétisation.

L'interpolation de la coordonnée x se fait en utilisant les mêmes fonctions de forme (éléments iso paramétriques)

$$u(\xi) = N_1(\xi)u_1 + N_2(\xi)u_2 \quad 2-93$$

Le développement des valeurs $\frac{\partial x}{\partial \xi}$ et $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ est indispensable

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{\partial N_1}{\partial \xi}x_1 + \frac{\partial N_2}{\partial \xi}x_2 = \frac{x_2 - x_1}{2} = l/2 \quad 2-94$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^{-1} = \frac{2}{l} \quad 2-95$$

La dérivée du déplacement u par rapport à x

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \left(\frac{\partial N_1}{\partial x}x_1 + \frac{\partial N_2}{\partial x}x_2 \right) = B_1(\xi)u_1 + B_2(\xi)u_2 \quad 2-96$$

$$\text{Tel que } B_1(\xi) = \frac{\partial N_1}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{1}{l} \quad 2-97$$

$$B_2(\xi) = \frac{\partial N_2}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{l} \quad 2-98$$

Le déplacement est la dérivée d'un élément à deux nœuds :

$$u(\xi) = \begin{bmatrix} N_1(\xi) & N_2(\xi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = N^e u^e \quad 2-99$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \begin{bmatrix} B_1(\xi) & B_2(\xi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = B^e u^e \quad 2-100$$

$$\text{Pour tous le domaine } u = Nu \text{ et } \frac{\partial u}{\partial x} = Bu \quad 2-101$$

L'intégrale sur tout le domaine donne :

$$W^t \int_a^b EAB^t B dx u - W^t \int_a^b k^2 c^2 \mu N^T N dx u = W^t Q \quad 2-102$$

$$(ku + \lambda^2 c^2 M - \omega^2 M)u = Q \quad 2-103$$

$$k = \int_a^b EAB^t B dx \quad 2-104$$

$$M = \int_a^b \mu N^t N dx$$

2-105

2.6. Conclusion

Une classification souvent utilisée dans la littérature est la distinction entre les frontières locales et les frontières de transmission qui sont une généralisation de la frontière visqueuse. Bien que améliorées, elles présentent toujours les inconvénients principaux d'une frontière visqueuse simple.

Une frontière visqueuse locale est le cas typique d'une frontière locale dans l'espace et dans le temps, car chaque amortisseur agit individuellement (*local dans l'espace*) et dépend seulement de la vitesse actuelle (*locale dans le temps*).

Elles peuvent être obtenues par des méthodes semi-analytiques dans le domaine fréquentiel. Puisque tous les degrés de liberté sont couplés, elles sont non locales dans l'espace.

Dans le domaine temporel elles conduisent aux intégrales de convolution en conséquence elles deviennent *non locales dans le temps*.

Les éléments de frontière semblent être prédestinés à la modélisation des domaines infinis, ils réduisent le domaine infini aux frontières finies.

Le troisième type est celui des éléments infinis dérivés de façon analogue aux éléments finis en introduisant différentes fonctions de forme dont le but est de rapprocher la solution des domaines infinis avec un nombre restreint de degrés de liberté.

Ceci exige l'utilisation des fonctions de forme qui se comportent de façon semblable à la solution exacte. Ceci est seulement possible si la solution est connue à l'avance.

Des éléments infinis ont été appliqués dans le cas de charge statique et aux problèmes d'équilibre. Cependant pour les problèmes dynamiques ils demeurent moins applicables car la solution se comporte différemment. La dernière famille introduite concerne les méthodes qui emploient parallèlement les domaines fréquentiel et temporel. Des gains relatifs à l'intégrale de convolution peuvent être réalisés seulement pour une classe restreinte des problèmes.

Une frontière consistante d'autre part est équivalente à une prolongation de la maille d'élément à l'infini et sont des amortisseurs parfaits pour des ondes d'incidence arbitraire.

2.7. Bibliographie

[1] A. Anandarajah. Time-domain radiation boundary for analysis of plane love wave propagation problem. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 29:1049–1063, 1990.

[2] T. Ahmadi and Yoshio Ozaka. A simple method for the full-scale 3-D dynamic analysis of arch dams. In *Proceedings of the Ninth World Conference on Earthquake Engineering*, volume VI, pages 373–378, Tokyo, 1988.

- [3] Amir M. Halabian, M. Hesham El Naggar *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* Effect of non-linear soil-structure interaction on seismic response of tall slender structures June 2002
- [4] Bjorn Engquist and Andrew Majda. Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves. *Mathematics of Computation*, 31(139):629–651, 1977.
- [5] Darbre GR. Application of the hybrid frequency-time-domain procedure to the soil-structure interaction analysis of a shear building with multiple nonlinearities. Proceedings of the 10th World Conference Earthquake Engineering, 1992, p. 442–54.
- [6] Eduardo Kausel. Physical interpretation and stability of paraxial boundary conditions. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 82(2):898–913, 1992.
- [7] George Mylonakis and George Gazetas (2002). “Kinematic Pile Response to Vertical P-wave Seismic Excitation”. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. pp. 860-867.
- [8] Halabian AM, El Naggar MH. Effect of foundation flexibility on seismic response of reinforced concrete TV-towers. *Can J Civil Engng* 2001;28(3):465–81.
- [9] Ibrahimbegovic A, Wilson EL. Simple numerical algorithms for the mode superposition analysis of linear structural systems with non-proportional damping. *Computat Struct* 1989;33:523–31.
- [10] Ibrahimbegovic A, Wilson EL. A methodology for dynamic analysis of linear structure-foundation systems with local non-linearities. *Earthquake Engng Struct Dyn* 1990;19:197–208.
- [11] Klaus Jürgen Bathe and Edward L. Wilson. *Numerical Methods in Finite Element Analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1976.
- [12] Lysmer, J., Tabatabaie, M., Tajirian, F., Vahdani, S., and Ostadan, F. (1981). “SASSI, a System for Analysis of Soil-Structure Interaction”. UCB/GT/81-02. University of California, Berkeley.
- [13] Martin Cohen and Paul C. Jennings. *Computational Methods for Transient Analysis*, chapter 7: Silent Boundary Methods for transient Analysis, pages 301–360. Elsevier Science Publishers, 1987.
- [14] Prakash, S. (Editor). (1999). “Seismic Analysis and Design for Soil-Pile-Structure Interactions.” Geotechnical Specifications Publication, ASCE, No. 70.
- [15] Peter Bettess and Jacqueline A. Bettess. Infinite elements for static problems. *Engineering Computations*, 1:4–16, 1984.
- [16] Rational transmitting boundaries for time-domain analysis of dam-reservoir interaction these de doctor of technological science. Benedict Weber Swiss federal institute of technology ZURICH 1994.
- [17] Steven L. Kramer (1996). “Geotechnical Earthquake Engineering”. Prentice-Hall, Inc. pp. 254-305.

- [18] Ross W. Boulanger, Christina J. Curras, Bruce L. Kutter, Daniel W. Wilson, and Abbas Abghari (1999). "Seismic Soil-Pile-Structure Interaction Experiments and Analysis". *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. pp.750-759.
- [19] Weber Benedikt. New method for time-domain analysis of dam-reservoir interaction. In *Proceedings of the Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, pages 4689–4694, Madrid, Spain, July 1992. A.A. Balkema, Rotterdam.
- [20] John P. Wolf and Pius Obernhuber. Non-linear soil-structure interaction analysis using dynamic stiffness or flexibility of soil in the time domain. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 13:195–212, 1985.
- [21] John P. Wolf. A comparison of time-domain transmitting boundaries. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 14:655–673, 1986.
- [22] John P. Wolf. *Soil-Structure-Interaction Analysis in Time-Domain*. Prentice- Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1988.
- [23] John P. Wolf. Consistent lumped-parameter models for unbounded soil: Physical representation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 20:11– 32, 1991.
- [24] John P. Wolf and Dario R. Somaini. Approximate dynamic model of embedded foundation in time domain. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 14:683–703, 1986.
- [25] Wolf JP, Song C. Finite-element modeling of unbounded media. New York: Wiley; 1996.
- [26] Wolf JP. Dynamic soil–structure interaction. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall; 1985.
- [27] John P. Wolf and Antonio Paronesso. Lumped-parameter model and recursive evaluation of interaction forces of semi-infinite uniform fluid channel for time-domain dam-reservoir analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 21:811–831, 1992.
- [28] Robert Clayton and Bjorn Engquist. Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equation. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 67(6):1529–1540, 1977.
- [29] R.Kunar and J.Marti A non-reflecting boundary for explicit calculations. I Computational methods for infinite domain media-structure interaction, volume AMD-64, pages 183–204. Applied Mechanics Division, ASME, November 1981.
- [30] Laboratoire Central Des Ponts et Chaussées CESAR-LCPC Version Standard manuel théorique 4e édition, décembre 1999.

Chapitre3

FORMULATION DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE EN STATIQUE:Modèle de Winkler

3.1. Introduction

3.2. Concept de base

3.3. Présentation du modèle de Winkler d'après les directives FEMA 273/274

3.4. Propriétés des courbes moment-rotation

3.5. Conclusion

3.6. Bibliographie

Chapitre 3

3 FORMULATION DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE EN STATIQUE:Modèle de Winkler

3.1. Introduction

Le mode basculant de la fondation contribue significativement à la réponse sismique d'une base. Il engendre le soulèvement sur un côté.

Plusieurs études de non linéarité d'action basculante sont utilisées, telle que les modèles d'éléments de frontière et d'éléments finis [11][4].Cependant ces études ne sont pas efficaces pour l'analyse dans le domaine temporel puisqu'elles exigent du temps et de l'effort, donc elles ne sont pratiques que pour une conception régulière.

Le modèle de Winkler est largement répandu dans l'analyse de d'interaction sol-structure pour sa simplicité et sa capacité d'introduire les différents aspects non linéaires du comportement à un effort réduit comparé à d'autres approches.

L'utilisation du modèle de Winkler a été prolongé aux applications dynamiques d'interaction sol-structure par le modèle de poutre sur fondation non linéaire de Winkler (*Beam on Nonlinear Winkler Foundation*)(BNWF)[14].

3.2. Concept de base

Considérons une base élastique de la fondation de Winkler [5], qui suppose une fondation résistante à un déplacement normal à sa surface. La force axiale agit sur la base et le moment agit suivant un axe longitudinal à cette dernière avec une pression verticale p agissant sur la surface pleine. La relation entre celle-ci et le déplacement vertical W est donnée par $Bw = p$

Une surface dA se comporte comme un appui élastique de rigidité K .

$$k = p \frac{dA}{w} \quad 3-1$$

$$= \beta w \frac{dA}{w} = B dA \quad 3-2$$

En introduisant l'énergie potentielle du ressort $\frac{1}{2} kx^2$ et en considérant un élément fini on obtient :

$$w = [N][ds] \quad 3-3$$

$$U = \frac{1}{2} \int k w^2 = \frac{1}{2} \int B w^2 dA \quad 3-4$$

$$U = \frac{1}{2} \int w' B w dA = \frac{1}{2} [d'] [k] [d] \quad 3-5$$

$$k = \int B [N'] [N] dA \quad 3-6$$

$$\text{Où } dA = b dx \quad 3-7$$

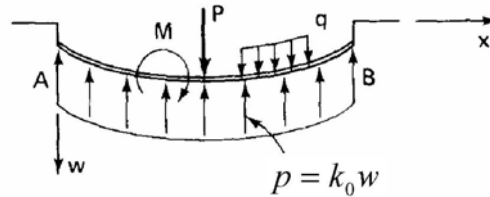


Figure 3-1. Poutre sur fondation élastique

En multipliant k_0 par la largeur de la poutre $k = k_0 b$

Avec les hypothèses habituelles concernant une poutre mince, on peut écrire :

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = pb \quad 3-8$$

Quand une charge telle que q agit sur la poutre, le côté droit est $(p-q) b$. En remplaçant p de (l'équation 3-1) et incluant la largeur de la poutre, l'équation devient :

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = kw \quad 3-9$$

$$\text{Comme } M = -EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad 3-10$$

$$\text{Pour un EI constant, l'équation 3-10 devient } EI \frac{d^2 w}{dx^2} + kw = 0 \quad 3-11$$

La solution générale de l'équation ci-dessus est :

$$w = (C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x) e^{\lambda x} + (C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x) e^{-\lambda x} \quad 3-12$$

$$\text{Avec } \lambda = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \quad 3-13$$

Les quatre constantes peuvent être déterminée par autant que les conditions aux limites .par exemple : La conception d'une fondation peut être faite après qu'une solution (des diagrammes de cisaillement et de moment) soit obtenue. Le seul paramètre nécessaire pour les calculs de charge sur le sol de base est le paramètre k .

Hetenyi [14] à développé les équations, moment-déplacement-effort tranchant ainsi que des courbes de force de cisaillement d'une poutre chargée en tout point sur sa longueur. Les équations ci-dessus concernent la partie de la poutre où $x < a$. les mêmes formules peuvent être employées pour la section où $x < b$, en mesurant x de l'extrémité et en remplaçant a par b et b par a .

Plusieurs hauteurs déterminent une approximation du module de réaction (k_0).

Il est habituellement évalué en réalisant un essai in situ pour observer le rapport charge de déflexion.

Soit 'q' la charge appliquée et δ la déflexion observée : $k = \frac{q}{\delta}$

- Terzaghi [14] propose :

Pour des fondations sur argile raide $k_0 = \frac{k_1}{B}$ 3-14

Pour des fondations sur sable $k_0 = k_1 \left(\frac{B_1 + 1}{2B} \right)^2$ 3-15

Pour une fondation rectangulaire $B \times mB$ où $m > 1$

$$k_0 = k_1 \left(\frac{m + 0.5}{1.5m} \right)$$
3-16

Plusieurs autres relations existent dont celle qui relie E et v à k_0 , il est recommandé de choisir les plus appropriées.

Classification des poutres selon leur rigidité :

Hetenyi.M.[14], Propose une classification pratique, offrant la possibilité d'employer des approximations et de négliger certains exemples particuliers. λ_1 caractérisent la rigidité relative d'une poutre sur une base élastique. Ces quantités déterminent l'importance de la courbure de la ligne élastique et définissent le taux auquel l'effet d'une force de chargement s'éteint sur la longueur de la poutre, sous forme d'une onde, selon ces quantités évaluées trois groupes ont été classés :

Groupe I. Poutre courte : $\lambda_1 < \pi/4$;

Groupe II. Poutre de longueur moyenne : $\pi/4 < \lambda_1 < \pi$

Groupe III. Poutre Longue : $\lambda_1 > \pi$

Pour le groupe dans la plupart des problèmes pratiques, la déformation de la barre sera si petite pour être négligeable comparée à la déformation produite à la base. Les poutres ayant $\lambda_1 < \pi/4$, peuvent être considérées comme absolument rigides. En conséquence, la position qu'elles prennent sur la base, une fois soumise au chargement, peut être déterminée à partir de la statique simple.

Les groupe II et III comportent les situations dans lesquelles le calcul précis est nécessaire.

3.3. Présentation du modèle de Winkler d'après les directives FEMA 273/274

Filiatrault et al.[10] et Ghlamallah [6] ont employé des modèles de Winkler à base flexible dans leurs analyses numériques d'étude des effets de l'interaction sol-structure sur les réponses linéaires et non linéaires de diverses structures. Un schéma pour une base rigide de Winkler est montré sur la figure 3-2.

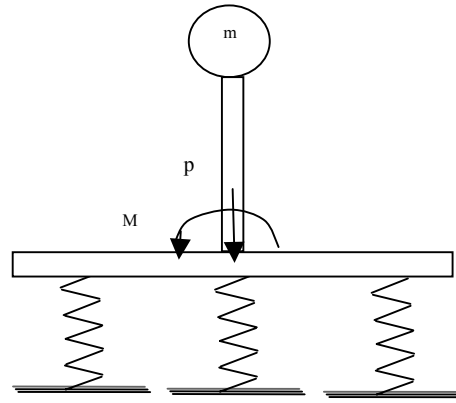


Figure 3-2 : Poutre élastique sur Fondation rigide modèle de Winkler

Bartlett [3] utilise cette approche pour modéliser la réponse cyclique des couches d'argile. Il a noté que le soulèvement de la base se produit avant la rupture du sol pour un facteur statique de sécurité $FS < 2$. Cependant, il a étudié la réponse en utilisant une approche numérique sans fournir toutes les équations générales pour prévoir la réponse sous différentes conditions, qui est la base des directives FEMA 273/274 [2] *figure 3-3*.

La figure montre les expressions de moment pour les deux conditions extrêmes du sol sous la fondation :

L'état idéal d'une fondation rigide soulevée et soutenue sur un sol élastique à un côté.

La condition de soulèvement de la fondation est soutenue par un bloc entièrement plastique résultant de la rupture du sol.

Les expressions du moment correspondant à ces deux conditions extrêmes sont facilement estimées à partir de la statique simple.

Les solutions analytiques de la relation moment rotation sont difficiles à dériver à cause du comportement non linéaire complexe de la base, par conséquent des techniques numériques sont employées pour l'analyse simplifiée.

Siddharthan et al.[12] présentent un ensemble d'équations afin d'évaluer la réponse moment-rotation en cas de soulèvement seulement, dans le contexte d'une base rigide sous un mur de soutènement, les états basés sur un modèle de sol de Winkler. Les équations dérivées tels qu'elles ne constituent pas toutes les équations nécessaires pour accomplir la réponse statique d'une base rigide.

Siddharthan et al.[12][13] ont supposé que le moment final se produit quand le soulèvement a lieu après la rupture du sol. Cette hypothèse mène à une approximation acceptable de la capacité finale de moment de la base sous certaines conditions mais elle ne peut être valide pour toutes les conditions.

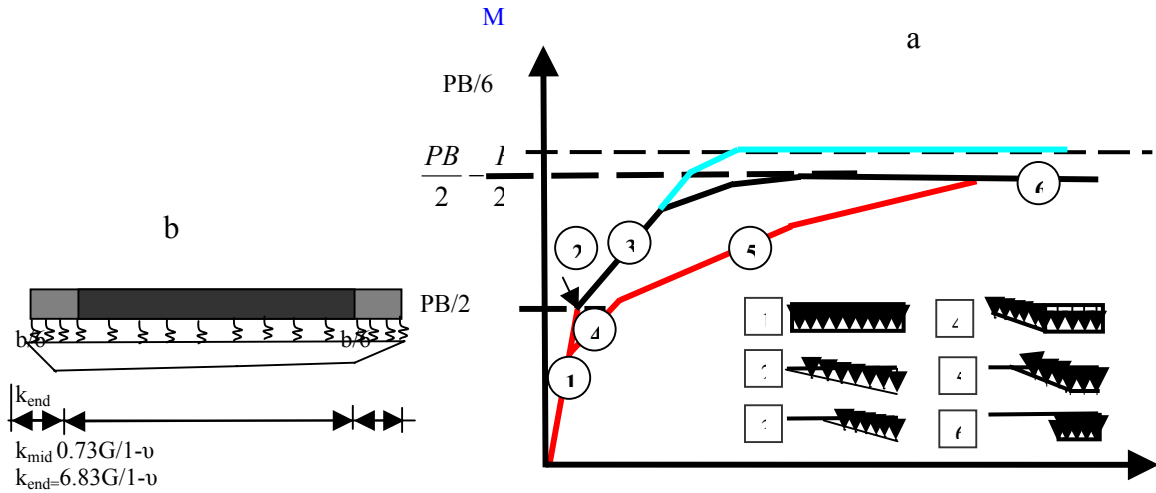


Figure 3-3:a)Schéma des différents états moment rotation (FEMA 273/274) b)Rigidité d'une poutre selon FEMA 273/274

La poutre de Winkler ainsi présenté peut être schématisé par la figure 3-3-b Ce modèle est présenté dans les directives FEMA 273/274, en quatre états tel que le présente la figure 3-3-a.

3.3.1 États 1 : Conditions élastiques.

Cet état, représenté par le segment (1)voir *figure(3-3)* utilisé dans la pratique pour la conception des fondations la représentation cinématique de cet état (*voir figure 3-4-a*)

$$\delta_0 = \delta_{1x} + \delta_{2x} \quad 3-17$$

$$q_x = q_p - k_v \theta (x - B/2) \quad 3-18$$

La somme des moments au centre de la fondation donne :

$$M = \frac{k_v B^3 \theta}{12} \quad 3-19$$

Le début du soulèvement de base sans le déclenchement de plastification du sol (le point 2 de la *figure 3-3*) se produit lorsque : $M_{12} = PB/6$ et $\theta_{12} + 2P/K_v B^2$

Si la plastification du sol se produit avant soulèvement de base, l'effort maximum à une extrémité de la fondation atteint la capacité statique de la fondation sous la charge verticale q_u Le début de cette situation se produit à l'équation 3-18

$$M_{2u} = \frac{q_u B^2}{6} - \frac{PB}{6} \quad 3-20$$

$$\text{Et } \theta_{2u} = \frac{2q_u}{k_v B} - \frac{2P}{k_v B^2} \quad 3-21$$

Il est facile de montrer que le sol cède avant le décollement de la fondation :

$$q_p \geq q_u / 2 \quad 3-22$$

3.3.2 État initial de soulèvement

Cet état d'effort est représenté par le segment (3) de la courbe moment rotation (*voir figure 3-3-a*) La limite inférieure de ce segment commence au point représenté par les équations 3-20 et 3-21. En référence à la *figure 3-5-b*, qui représente la cinématique de cette condition, l'équation 3-23 peut être obtenue

$$\delta_0 = \delta_{1x} + \delta_{2x} = \delta_{2v} \quad 3-23$$

$$\text{Ou } \delta_{2v} = B(1 - \eta - 0.5)\theta \quad 3-24$$

$$q_x = k_v \theta (B(1 - \eta) - X) \quad 3-25$$

Le moment au centre de la base :

$$M = M_{2L} (1 + 2\eta) \quad 3-26$$

La limite de la valeur du moment pour un sol infiniment rigide est $PB/2$, et l'équation de ce segment devient :

$$M = M_{21} \left[3 + 2\sqrt{\frac{2p}{k_v B^2 \theta}} \right] \quad 3-27 \quad \text{Ou} \quad M = M_{21} \left[3 + 2\sqrt{\frac{\theta_{12}}{\theta}} \right] \quad 3-28$$

Si le décollement de la fondation a lieu le premier, la plastification du sol commence avant que $M = 3M_{21}$ qui est la condition ultime pour un sol infiniment rigide qui elle-même aura lieu quand :

$$M_{31} = 3M_{21} - \frac{2P^2}{3q_u} \quad 3-29$$

$$\text{et } \theta_{31} = \frac{q_u^2}{2pk_k} \quad 3-30$$

$$\text{Ou } M_{31} = \frac{pB}{2} - \frac{2p^2}{3q_u} \quad 3-31$$

3.3.3 État initial de rupture du sol

L'équation (3-22) montre que la rupture du sol précède le soulèvement de la base si l'effort initial dépasse la moitié de la capacité de la fondation. Cette condition est représentée par le segment (4) de la courbe moment rotation (*figure 3-2*) et sa limite inférieure est définie par l'équation 3-32 basée sur la cinématique de cet état (*figure 3-2c*).

$$\delta_0 = \delta_{1x} + \delta_{2x} = \delta_{1u} + \delta_{2u} \quad 3-32$$

$$q_x = q_u + k_v \theta (B\zeta - X) \quad 3-33$$

$$M = M_{2U} (1 + 2\zeta) \quad 3-34$$

Le moment est une fonction linéaire de la longueur cédée (*équation 3-32*). L'expression pour ce segment de la courbe moment-rotation est :

$$M = M_{21} \left[3 - 4\sqrt{3M_{2U} / K_v} B^2 \theta \right] \quad 3-35$$

$$M = M_{21} \left[3 - 2\sqrt{\theta_{2U} / \theta} \right] \quad 3-36$$

La condition ultime pour un sol infiniment rigide précède $M = 3M_{21}$

$$M_{3u} = M_{2u} \left[3 - \frac{24M_{2u}}{q_u B^2 \theta} \right] \quad 3-37$$

$$\theta_{3u} = \frac{q_u^2 B}{12k_v M_{2u}} \quad 3-38$$

$$M_{3u} = \frac{5PB}{6} - \frac{2P^2}{3q_u} - \frac{q_u B^2}{6} \quad 3-39$$

3.3.4 Rupture du sol et état de soulèvement de la base

Naggar [1] combine l'état de contrainte de rupture au soulèvement de la base et le segment (5) de la courbe moment rotation (*figure 3-2*) qui représente la réponse de la base au delà des états définis par les équations (3-37), (3-38), (3-37 et (3-39) indépendamment, où s'est produit d'abord le soulèvement ou la plastification, la cinématique de cet effort l'état (*figure 3-4-d*) ;

$$\delta_0 = \delta_{1x} + \delta_{2x} = \delta_{1u} + \delta_{2u} = \delta_{2v} \quad 3-40$$

En substituant dans l'équation 5-40, les équations suivantes sont obtenues :

$$q_x = q_u + k_v \theta (B(1 - \eta) - x) = q_u + k_v \theta (B\zeta - x) \quad 3-41$$

$$(\eta + \zeta) = 1 - \frac{q_u}{k_v B \theta} \quad 3-42$$

Les forces et les moments calculés au centre de la base donnent :

$$p = q_x B \zeta + k_v \theta B^2 / 2 (1 - \eta + \zeta)^2 \quad 3-43$$

$$M = q_u B^2 / 2 \zeta (\zeta - 1) + k_v \theta B^2 / 12 (1 - (\eta - \zeta))^2 (-1 - 2\eta + 4\zeta) \quad 3-44$$

En Substituant l'équation 3-42 dans les équations 3-43 et 3-44 et en réarrangeant, l'équation pour la courbe de moment rotation pour cette condition peut être dérivée :

$$M = \frac{PB}{2} - \frac{p^2}{2q_u} - \frac{q_u^3}{24(k_v \theta^2)} \quad 3-45$$

$$\lim M = \frac{PB}{2} - \frac{p^2}{2q_u} \quad 3-46$$

$$\theta \rightarrow \infty$$

L'équation 3-46 donne la capacité maximale du moment de base, qui peut également être dérivée en considérant l'équilibre de base (statique) en présence d'un effort entièrement plastique.

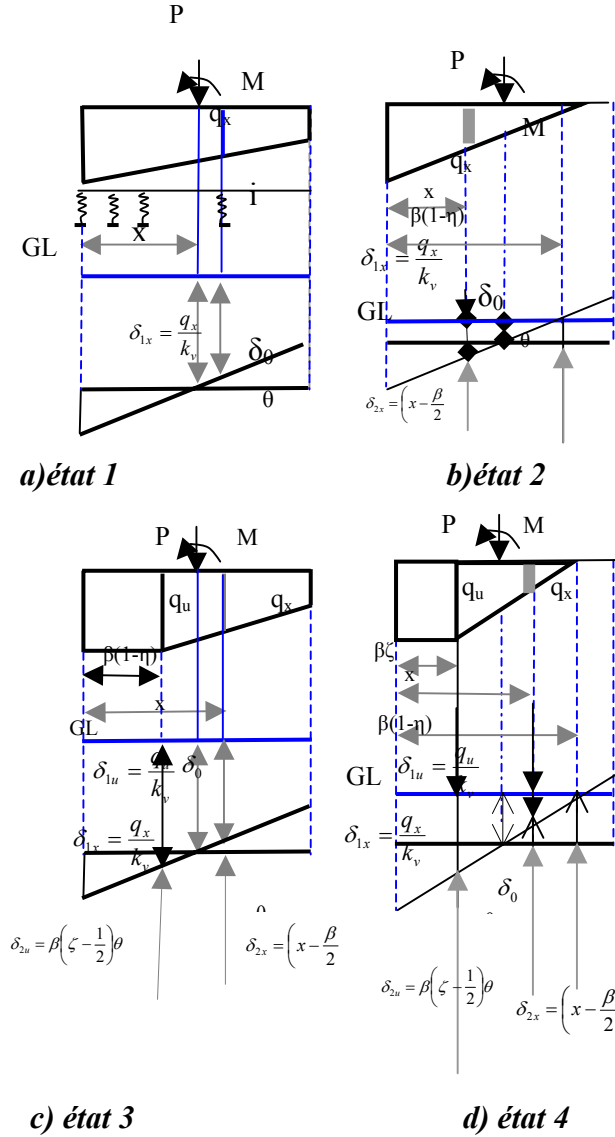


Figure 3-4: Contrainte et déplacement pour différents états de contrainte

3.4. Propriétés des courbes moment-rotation

Les équations dérivées ci dessus définissent la réponse du moment statique de rotation pour tout état de chargement. Elles sont employées pour évaluer la réponse des différentes bases sous différents chargements. Afin de permettre une comparaison entre les différents états de réponse Naggar [1] propose un modèle faisant appel à des paramètres adimensionnels (ψ, χ, M_{qB}) présentés comme suit

$$\psi = \frac{k_v B}{q_u}; \chi = \frac{P}{q_u B}; M_{qB} = \frac{M}{q_u B^2}$$

3-47

Ces dernières variables employées dans la relation complète de moment-rotation peuvent être exprimées comme suit :

$$\text{Pour } \chi \geq \frac{1}{2}$$

$$M_{qB} \begin{cases} \frac{\psi\theta}{12} \dots\dots\dots 0 \leq \theta \leq \frac{2\chi}{\psi} \\ \frac{\chi}{6} \left(3 - 2\sqrt{\frac{2\chi}{\theta\psi}} \right) \dots\dots\dots \frac{2\chi}{\psi} \leq \theta \leq \frac{1}{2\chi\psi} \\ \frac{1}{2}(\chi - \chi^2) - \frac{1}{24\psi^2\theta^2} \dots\dots\dots \theta \geq \frac{1}{2\chi\psi} \end{cases} \quad 3-48$$

$$\text{Pour } \chi \leq \frac{1}{2}$$

$$M_{qB} \begin{cases} \frac{\psi\theta}{12} \dots\dots\dots 0 \leq \theta \leq \frac{2(1-\chi)}{\psi} \\ \frac{(1-\chi)}{6} \left(3 - 2\sqrt{\frac{2(1-\chi)}{\theta\psi}} \right) \dots\dots\dots \frac{2(1-\chi)}{\psi} \leq \theta \leq \frac{1}{2\chi(1-\psi)} \\ \frac{1}{2}(\chi - \chi^2) - \frac{1}{24\psi^2\theta^2} \dots\dots\dots \theta \geq \frac{1}{2\chi(1-\psi)} \end{cases} \quad 3-49$$

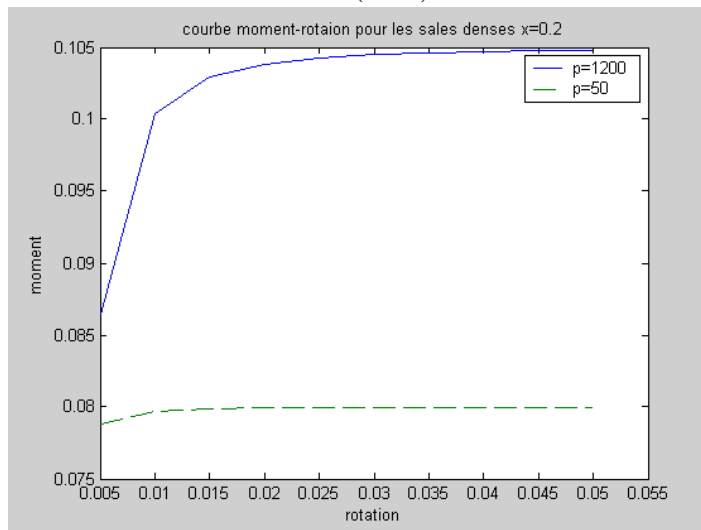


Figure 3-5: Courbe moment rotation pour $\chi=0.2$, $\psi=1200$, $\psi=50$

La figure (3.5) donne les courbes de moment rotation pour $\chi = 0.2$ dans une gamme des valeurs pratiques de ψ (50 – 1200). Les valeurs faibles représentent des fondations sur un sol rigide tels que les argiles raides et le sable dense où la contrainte du sol est élevée comparée à sa rigidité, cas des fondations de petite largeur. D'autre part les grandes valeurs de ψ représentent des bases de grande largeur soutenue sur une portance relativement basse : argile molle, sable lâche.

Notons que la rigidité de rotation à la base (manifestée par la pente de la courbe moment rotation) (figure 3-6) augmente avec ψ . La figure indique également que la rotation finale diminue au fur et à mesure que ψ augmente linéairement.

La figure (3-6) montre l'effet de ψ sur la réponse des bases avec $\psi=1200$: on peut clairement voir que le moment croît au fur et à mesure que ψ continue d'augmenter jusqu'à ce qu'elle atteigne 0.5, puis diminue quand χ continue à augmenter. La valeur maximale de (M_{qB}) qui ne

dépend pas de (ψ) atteint la valeur maximale de 0.125 à $\psi = 0.5$. Cette valeur représente une condition limite de la réponse d'une fondation rigide sur un sol Winkler.

Discussion

La courbe moment rotation présentée dans la référence [1]

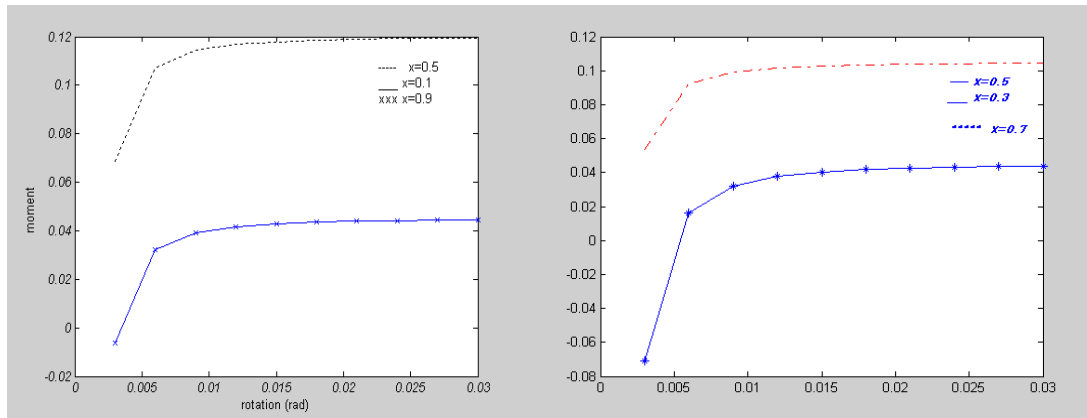


Figure 3-6:Etat d'effort pour différentes valeurs de χ

Siddharthan et al. [13] Et FEMA 273/274 [2] donnent une signification pour les valeurs de ψ au dessous de 0.5 qui indiquent quand le soulèvement à la base ou la rupture du sol se produirait d'abord. Cependant cette valeur constitue un maximum possible de la réponse moment rotation voir (figure 3-6) .Ceci est encore illustré par la *figure(3-8)*, montrant le déclenchement de différents états d'efforts pour différentes valeurs de χ .

Pour $\chi = 0.5$ la partie du segment de soulèvement suit immédiatement le segment élastique (point R). Pour ce cas $\chi = 0.5$ la condition de rupture seule ou soulèvement seul ne se produit pas. D'autre part, les conditions de soulèvement et de rupture seule se produisent après la condition élastique à $\theta = 1$ (point P) pour $\chi = 0.1$ (bases où conditions autre que la portance régissent la conception) et $\chi = 0.9$ (adaptation ultérieure de fondation des structures existantes en raison du changement d'usage et donc des charges).

Respectivement la condition rupture soulèvement se produit à une grande rotation $\theta = 25$ rad (non montrée sur graphique). Pour $\chi = 0.3$ (conception typique de base) $\chi = 0.7$ (la base a conçu pour mobiliser sa capacité finale dans des conditions sismiques) il y'a condition de soulèvement pour $\chi = 0.3$ et rupture pour $\chi = 0.7$ à $\theta = 3$ (point Q). Le début de la condition soulèvement rupture se produit $\theta = 8$ (point S).

On peut conclure ainsi que au fur et à mesure que χ approche de 0.5 de l'un ou l'autre côté ; la région soulèvement seul ou rupture seule rétrécit et la région de rupture soulèvement augmente. En se basant sur cette observation, trois régions de réponse de moment-rotation peuvent être construite :

- Région soulèvement dominant.
- La région de rupture et soulèvement.
- Région de rupture dominante.

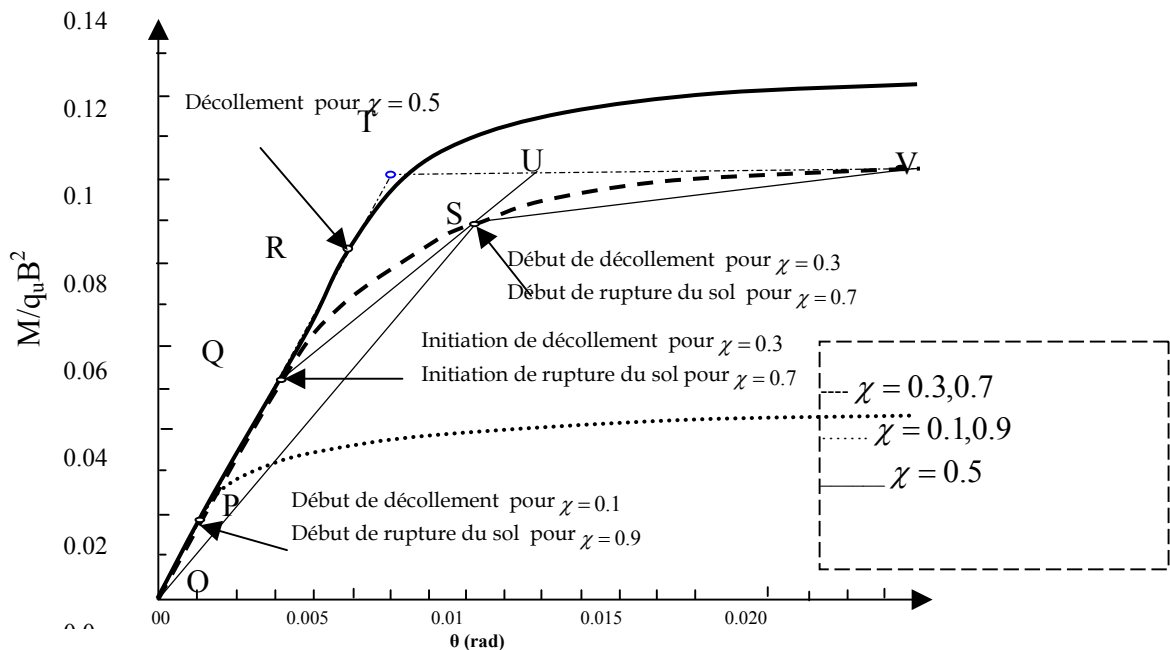


Figure 3-7: Courbe moment rotation pour différents états

3.5. Conclusion

En vue de la courbe moment-rotation (directives FEMA 273/274) représentée sur la figure(3-2),le soulèvement initial où les états initiaux de rupture sont représentés par deux courbes séparées (1-3-5-6) et (1-4-5-6) respectivement, la courbe de soulèvement initiale se trouvant au-dessus de celle de la rupture initiale .Ceci implique que pour la même valeur de ψ , une conception avec $\chi \leq 0.5$ (chargement initial de soulèvement) se produit pour une plus grande réponse de moment que le cas $\chi \leq 0.5$ (rupture initiale).

Cependant, la réponse est plutôt influencée par la différence χ et $\chi = 0.5$

Le segment (5) représente la condition de soulèvement avec rupture asymptotique à l'état élastique final $M = \frac{pB}{2}$, est une contradiction, étant donné qu'aucune rupture ne se produit par définition (sol infiniment rigide)

3.6. Bibliographie

- [1]Allotey N, Naggar M., "Analytical moment-rotation curves for rigid foundations based on a Winkler model", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 23 (2003) 367-381, 2003.

- [2] Building Seismic Safety Council (BSSC). FEMA 273/274, NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings; guidelines, commentary, Washington, DC; 1997.
- [3] Bartlett PE. Foundation rocking on a clay soil. ME Thesis. University of Auckland, School of Engineering Report No 154; 1979.
- [4] Cremer C, Pecker A, Davenne L. Cyclic macro-element for soil–structure interaction: material and geometrical nonlinearities. *Int J Numer Meth Geomech* 2001;25(13):1257–84.
- [5] Applied Technology Council, The seismic evaluation and retrofit of concrete buildings. ATC 40, Vols. I and II. Palo Alto, CA: Redwood;1996.
- [6] Chaallal O, Ghlamallah N. Seismic response of flexibly supported coupled shear walls. *J Struct Engng, ASCE* 1996;122(10):1187–97.
- [7] R.D.Cook, David.S.Malkus, Concept and Application of Finite Element Analysis, Hon Wiley & Sons 4th edition 2001.
- [8] Jaques Betberder-Matibet, Génie Parasismique *Prévention Parasismique*, VOL3 Hermès science 2003 chap02.
- [9] George Gazetas, Mario Apostolou, Nonlinear Soil–Structure Interaction: Foundation Uplifting and Soil Yielding *Proceedings Third UJNR Workshop on Soil-Structure Interaction, March 29-30, 2004, Menlo Park, California, USA*.
- [10] Filiatrault A, Anderson DL, DeVall RH. Effect of weak foundation on the seismic response of core wall type buildings. *Can J Civil Engng* 1992;19(3):530–9.
- [11] Karabalis DL, Beskos DE. Dynamic response of 3-D rigid surface foundations by time domain boundary element method. *Earthquake Engng Struct Dyn* 1984;12(1):73–93.
- [12] Siddharthan RV, Ara S, Norris GM. Simple rigid plastic model for seismic tilting of rigid walls. *J Struct Engng, ASCE* 1992;118(2):469–87.
- [13] Siddharthan RV, El Gamal M, Maragakis EA. Stiffnesses of abutments on spread footings with cohesionless backfill. *Can Geotech J* 1997;34(4):686–97.
- [14] Gazetas G, Mylonakis G. Seismic soil–structure interaction: new evidence and emerging issues. Dakoulas P, Yegian M, Holtz RD, editors. *Geotechnical Special Publication No. 75* 1998;1119–74.

CHAPITRE 4

FORMULATION DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE PAR LES MODELES PHYSIQUES SIMPLES

4.1. Introduction

4.2. Phénomènes fondamentaux dans l'interaction Sol-Structure

4.3. Formulation mathématique d'un modèle physique simple en
dynamique « modèle du cône »

4.4. Rigidité dynamique d'une fondation superficielle surmontant un
demi espace

4.5. Mouvement Effectif

4.6. Mouvement en champ libre

4.7. Equation totale du mouvement d'une base rigide

4.8. Application du modèle du cône dans le domaine fréquentiel et
temporel

Chapitre 4

4 FORMULATION DE L'INTERACTION SOL-STRUCTURE PAR LES MODELES PHYSIQUES SIMPLES

4.1. Introduction

Les structures sujettes à un chargement sismique sont affectées par le mouvement de sol. L'interaction Sol-Structure a plus d'effets sur la structure que sa base. Cependant, ses effets peuvent être significatifs si la structure est soutenue sur un sol mou. La résistance de la base, à la déformation du sol endommage la structure.

L'objectif de ces modèles est de fournir quelques aspects importants du mouvement au sol et de l'interaction entre le sol et la structure. La théorie de l'analyse des contraintes est basée sur les déplacements des segments équivalents au lieu d'une solution élastique, les modèles physiques simples sont représentés comme suit :

- *Modèle du cône* [32] : permet d'évaluer la rigidité dynamique et les données de l'équation du mouvement des fondations. Les modèles de translation et de rotation tronqués semi infinis sont basés sur la théorie des barres [41] (une section plane reste plane) avec un déplacement unidimensionnel. Le calcul se fait par plusieurs étapes *d'abord* le calcul des mouvements effectifs en fonction des profondeurs et des propriétés physiques du sol. la transformation des paramètres calculés en des mouvements effectifs au sommet de la fondation et *en fin* le calcul des fonctions d'impédance de la fondation par la méthode du cône et leur transformation au sommet de la fondation.
- *Spring-dashpot-masse model* [32] : avec des coefficients indépendants de la fréquence et quelques variables inertielles, le champ lointain est représenté par le même type de modèles dynamiques que la structure permettant une application du même programme dynamique.
- *Prescribed wave pattern horizontal plane* : ce sont des ondes de volume et de surface unidimensionnelle sur une surface libre et ondes cylindriques [32], comme extension la fonction dynamique simple de Green. Ce modèle peut être utilisée pour calculer le déplacement vertical w sur la surface libre du semi espace dû à la concentration des charges horizontales de vitesse v

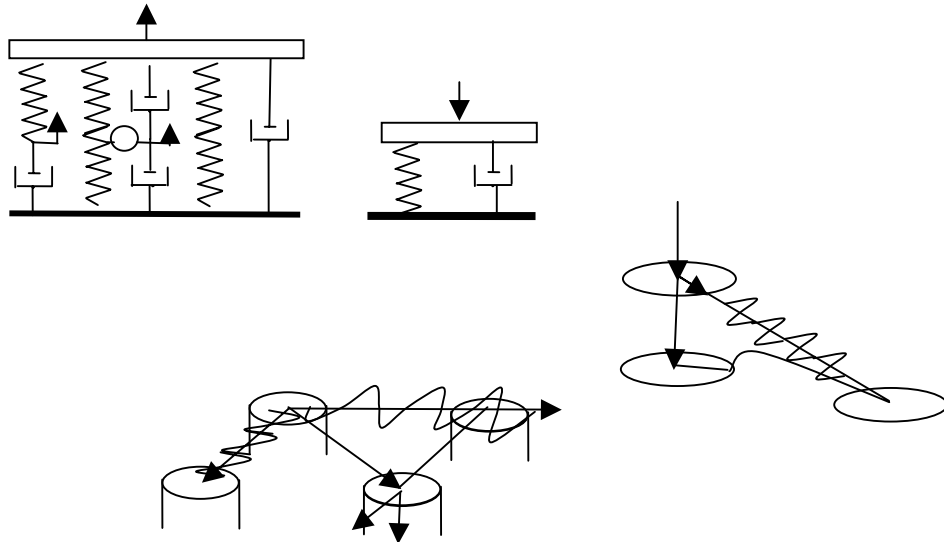


Figure 4-1 Modèles physiques simples pour modéliser le champ lointain

4.2. **Phénomènes fondamentaux de l'interaction Sol-Structure**

En considérant la réponse sismique de la base de la structure il est nécessaire de définir la terminologie de base de ce problème voir *figure (4-2)*.

Afin de comprendre la réponse dynamique du système on considère le dépôt de sol seul et la présence d'une base de structure empilée dans le sol. Les réponses cinématique et inertielle, considérées séparées, se produisent simultanément avec seulement un petit décalage.

Réponse de sol

La couche de sol recouvrant la roche est soumise à des ondes (P,S) et ondes de surface (R,L). Les caractéristiques géométriques et la rigidité du sol affectent son mouvement. L'analyse de la réponse est souvent simplifiée en supposant que les ondes sismiques sont exclusivement verticales (dans l'analyse unidimensionnelle linéaire).

L'exécution de l'analyse de la réponse de sol dépend des outils numériques aussi bien que sur la qualité des données considérées dans cette analyse. La figure (4-2) montre le processus de l'évaluation de la réponse unidimensionnelle linéaire de sol.

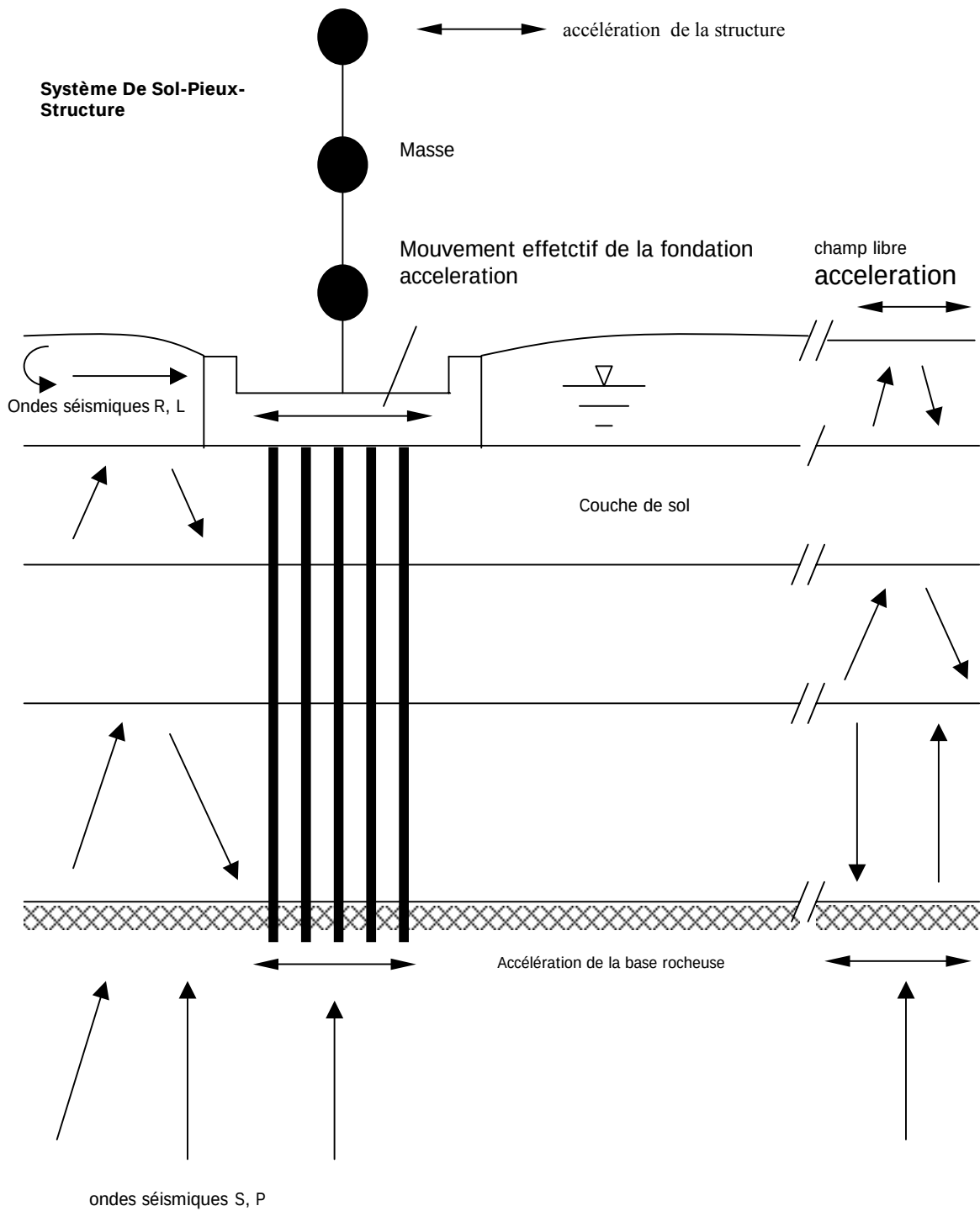


Figure 4-2: Système d'interaction de Sol Pieux Structure [modifié par Gazetas et al(1998)]

Les couches surmontant la roche influent sur le mouvement extérieur du sol. Le problème de l'analyse de la réponse de sol revient à la détermination de la réponse du dépôt de sol qui représente le mouvement en champ libre. Il est nécessaire de le définir ou de concevoir des spectres de réponse dus à la force sismique.

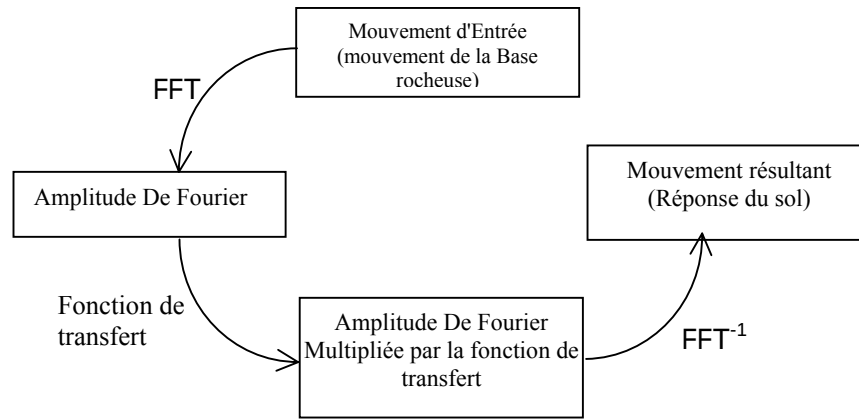


Figure 4-3: Evaluation d'une réponse de sol unidimensionnelle

4.2.1 Réponse cinématique

L'interaction cinématique se produit chaque fois où la rigidité du système de base constitue un moyen de résistance. Le développement des mouvements de champ libre [9][10] horizontal *figure 4-4a*, vertical *figure 4-4b* vertical pour la fondation sans masse *figure 4-4c*

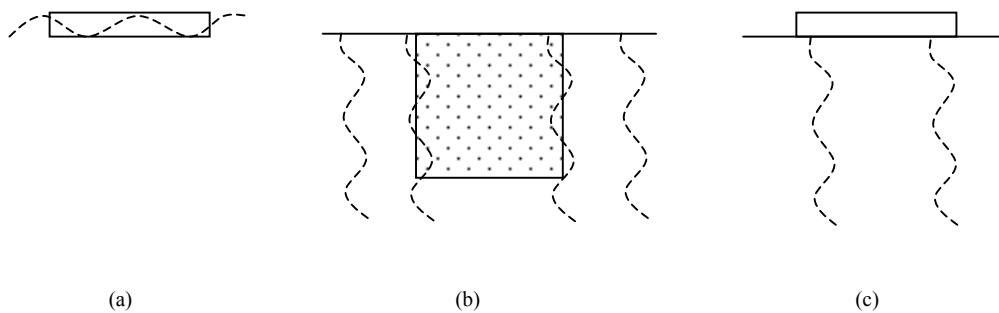


Figure 4-4: Interaction cinématique avec des mouvements de champ libre (par des pointiez)

Les fondations soumises à un chargement, tendent à fournir une résistance due à leur rigidité en flexion. Les ondes sont réfléchies et réfractées tandis que les fondations sont soumises à une contrainte due au chargement sismique induisant un mouvement oscillant qui peut différer du mouvement en champ libre. Le déplacement de sol dû à un chargement est affecté par l'interaction cinématique.

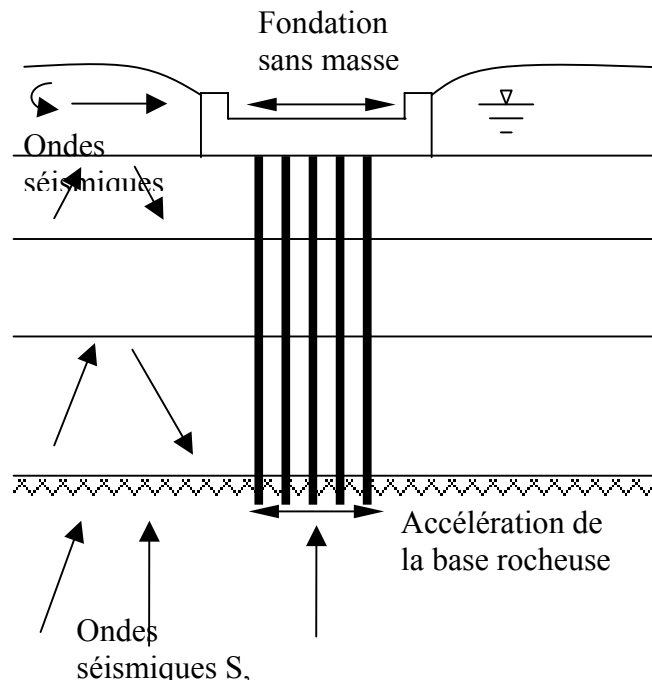


Figure 4-5: Interaction Cinématique D'Analyse De Réponse De Pile

4.2.2 Réponse inertielle

Le mouvement de base induit des oscillations dans la superstructure. Les forces d'inertie de la superstructure produisent des forces dynamiques et des moments de renversement transmis au sol. Par conséquent, les fondations sont soumises à de nouveaux mouvements, débattements et courbures dynamiques tandis que la base et la superstructure subissent encore d'autres déplacements dynamiques et des accélérations.

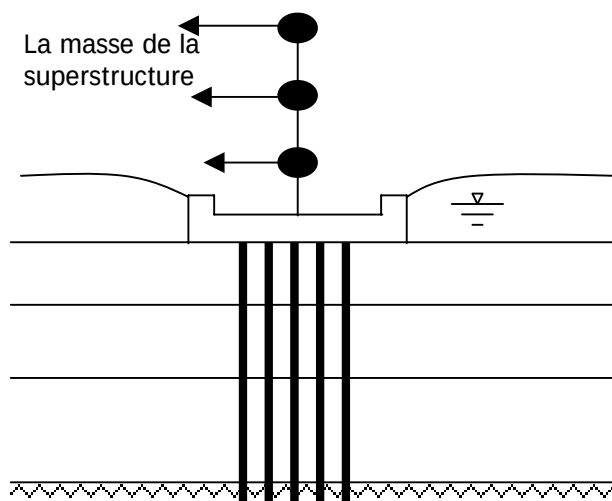


Figure 4-6: Interaction Inertielle Sol Structure

4.3. Formulation mathématique d'un modèle physique simple en dynamique « modèle du cône »

Introduction

Comme alternative aux éléments de frontière les modèles physiques simples sont utilisés pour déterminer les forces d'interaction. Les modèles du cône (translation, rotation etc...) et leur analogues de modèles de masse concentrée (ressort, masse, amortisseur) permettent de calculer les paramètres utiles en supportant une onde unidimensionnelle.

L'analyse pouvant être faite dans le domaine temporel, ces modèles constituent une application physique menant à des complexités mathématiques de solution rigoureuse, conduisant à une simplicité d'application et une économie de temps et d'effort pour la modélisation des différents ouvrages (barrage, centrale nucléaire...)

La solution du problème dynamique de Boussinesq [15] a fourni la base d'étude de l'oscillation des fondations sur un demi espace.

Reissner [23] a développé pour la première fois la solution analytique pour un disque cylindrique verticalement chargé avec une distribution uniforme d'effort de demi espace élastique plu-tard Quinlan [33] Luco [16] [17], Nagendra [34] ont étudié les différents modes de vibrations soumis à de multiples contraintes. En outre Gazetas [10] a présenté divers formules et diagrammes des fonctions d'impédance sous différents modes de vibration pour la surface et a inclut les bases qui peuvent être aisément employées par les ingénieurs en pratique.

Dans la plupart des études on a considéré que le milieu sol au-dessous de la fondation constitue un demi-espace élastique homogène.

L'inconvénient principal de la méthode des segments de cône développé par Wolf et Meek [32] *est que le coefficient d'atténuation peut devenir négatif à basses fréquences, ce qui est physiquement impossible*

Le développement de ce modèle peut être résumé en trois phases.

phase I : elle couvre l'analyse d'une fondation superficielle sur un demi-espace homogène [23] de propagation d'ondes réfléchies dans un cône semi infini tronqué.

phase II : la méthode proposée est pratique, sûre (bien que limitée), elle concerne les ondes réfléchies et réfractées dans un cône se produisant à une discontinuité matérielle [25], et présente une fondation enterrée [26] avec une pile de disques modélisés en doubles cônes. Ces concepts permettent l'analyse d'une fondation superficielle ou enterrée dans une couche recouvrant un demi espace flexible (où la couche peut également être fixe à la base) [25]. Il est difficile de justifier la précision de l'analyse de ce modèle, avec certains résultats physiquement impossibles tels que le rayonnement négatif [32] en basse fréquence.

Phase III : significative en 2001 et 2002, elle généralise les concepts mentionnés ci-dessus pour une couche recouvrant un demi espace multicouches [4][3] sans présenter aucune hypothèse additionnelle. Une évaluation complète démontre l'exactitude suffisante pour une gamme étendue des cas pratiques.

D'abord, la formulation du cône semi infini est rendue conforme, l'application se répand et le modèle est réévalué, **en second lieu** la réflexion et la réfraction d'ondes d'une discontinuité matérielle correspondante à une interface de couche et **en fin** la généralisation à une base enterrée dans un demi-espace homogène employant une pile de disques incorporés modelés avec de *doubles cônes*.

Très récemment, en 2001, le concept appliquant physiquement la propagation unidimensionnelle d'ondes dans des segments de cône avec des réflexions et des réfractions se produisant aux interfaces matérielles est généralisé à un demi-espace multicouche

Une formulation explicite n'est pas possible, Il est cependant possible de prendre la réflexion et la réfraction de chaque onde séquentiellement et de déterminer le modèle résultant jusqu'à une certaine étape par la *superposition*. [2].

4.3.1 Position du Problème

Soit une base circulaire rigide sans masse (disque) de rayon r_0 sur une surface de n couches de sol, pour le degré de liberté vertical (*figure 4-7*). La j^{eme} couche d'épaisseur d_j et un module G_j de cisaillement, le coefficient de Poisson ν_j , la densité de masse ρ_j et la constante d'amortissement matérielle hystérésis β_j . L'emplacement peut également être fixe à la base. La réponse dynamique de la base est exprimée par l'impédance dynamique

$$S(\omega) = K[k(\omega) + ia_0 c(\omega)] \quad 4-1$$

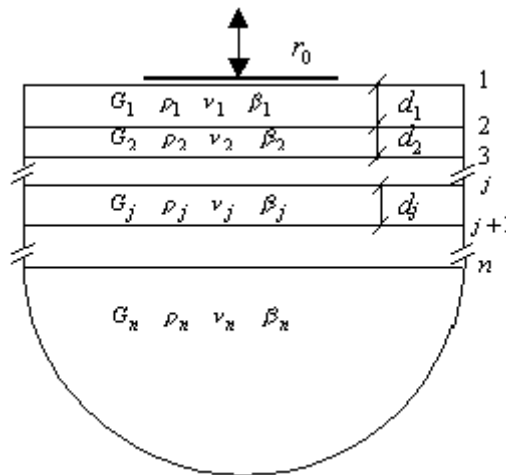


Figure 4-7: position du problème

La première étape de calcul de vibration d'une fondation enterrée consiste à modéliser le demi espace en un double cône dont chaque cône présente la propagation d'une onde réfléchie. *figure 4-9*. Un cas spécial où le disque est placé sur la surface du demi-espace, qui mène à un modèle recto de cône *figure 4-7*. On calcule le déplacement du disque U_0 , l'amplitude de l'onde $u(z)$ qui se propageant à partir du disque. Cette propagation se produit initialement, dans un cône homogène tronqué semi infini avec les propriétés matérielles de la couche adjacente du disque appelé le cône initial.

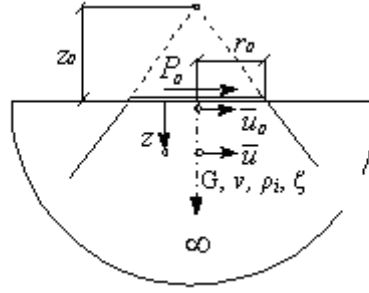


Figure 4-8: Modèle Tronqué Semi-infini du Cône

Cône en translation : Ce type concerne un degré de liberté verticale. Une fondation circulaire rigide sans masse (disque) de rayon r_0 sur la surface d'un demi espace homogène ayant les caractéristiques matérielles de la figure 4-8 est modélisée par un cône tronqué (recto) *en translation* semi infini avec les mêmes propriétés matérielles du demi-espace. Le module contrainte E_c , ν , ρ sont des caractéristiques sélectives car $\nu \rightarrow 1/2$ correspond au cas incompressible $E_c \rightarrow \infty$ la vitesse de l'onde détermine le type de cône à utiliser. La surface du cône augmente avec la profondeur :

$$A = \left(\frac{z}{z_0} \right) A_0 \quad 4-2$$

$$\text{Avec } A_0 = \pi r^2 \quad 4-3$$

Afin d'établir l'équation du mouvement l'équilibre d'un élément infinitésimal est formulé

Figure b-1 Ceci avec une force normale d'amplitude $N(z, \omega)$ et une inertie agissant dans la direction négative de z ,

$$-N(z, \omega) + N(z, \omega) + N(z, \omega)_{,z} dz - \omega^2 \rho A(\omega) dz u(z, \omega) = 0 \quad 4-4$$

$$N(z, \omega)_{,z} dz - \omega^2 \rho A(\omega) dz u(z, \omega) = 0 \quad 4-5$$

$$-N(z, \omega) = c^2 \rho A(z) u(z, \omega)_{,z} \quad 4-6$$

En substituant l'équation 4-4 dans l'équation 4-6 on a :

$$u(z, \omega)_{,zz} + \frac{2}{z} u(z, \omega)_{,z} + \frac{\omega^2}{c^2} u(z, \omega) = 0 \quad 4-7$$

Qui peut être écrite comme :

$$(zu(z, \omega))_{,zz} + \frac{\omega^2}{c^2}(zu(z, \omega)) = 0 \quad 4-8$$

Équation différentielle dont la solution s'écrit :

$$zu(z, \omega) = c_1 e^{i\frac{\omega}{c}z} + c_2 e^{-i\frac{\omega}{c}z} \quad 4-9$$

En appliquant une charge au disque l'onde se propagera à l'extérieur de la source de Perturbation (en bas dans la direction positif z) .Ainsi, seulement la constante

D'intégration C2 est présente : $zu(z, \omega) = c_2 e^{-i\frac{\omega}{c}z}$ 4-10
En appliquant les conditions aux limites

$$u(z = z_0, \omega) = u_0(\omega) \quad 4-11$$

$$u(z, \omega) = \frac{z_0}{z} e^{i\frac{\omega}{c}(z-z_0)} u_0(\omega) \quad 4-12$$

L'amplitude du déplacement est ainsi inversement proportionnelle à la distance du sommet du cône. L'équation 4-12 indique l'amplitude de déplacement à la distance z-z₀ à partir du disque d'amplitude de déplacement u₀(ω). Elle sert à calculer l'amplitude du déplacement et de l'onde incidente franchissant une discontinuité matérielle.

La force d'interaction du disque en équilibre est :

$$p_0(\omega) = -N(z = z_0, \omega) = -E_c \pi r^2 u_{,z}(z = z_0) \quad 4-13$$

$$p_0 = \frac{E_c \pi r^2}{z_0} u_0 \quad 4-14$$

Ce qui définit la rigidité statique comme : $k = \frac{E_c \pi r^2}{z_0}$ Or : $k_{exact} = \frac{4Gr_0}{1-\nu}$

$$p_0(\omega) = \left(\frac{\rho c^2 A_0}{z_0} + i\omega \rho A_0 \right) u_0(\omega) \quad 4-15$$

Avec $p_0(\omega) = S(\omega) u_0(\omega)$ 4-16

La rigidité dynamique est égale à: $S(\omega) = \frac{\rho c^2 A_0}{z_0} + i\omega \rho A_0$ 4-17

$k = \frac{\rho c^2 A_0}{z_0}$

Le coefficient d'appuis (matrice de rigidité) :

Le coefficient d'amortissement : $C = i\rho A_0$ et $\dot{u}_0(\omega) = i\omega u_0(\omega)$

Et donc : $p_0(\omega) = k u_0(\omega) + C \dot{u}_0(\omega)$ 4-18

Ceci correspond au rapport de déplacement à la force d'interaction dans le domaine temporel (avec c=c_p) pour le modèle ressort amortisseur.

En introduisant la fréquence adimensionnelle standard $a_0 = \omega \frac{r_0}{c_s}$

$$S(a_0) = K[k(a_0) + ia_0 c(a_0)] \quad 4-19$$

$$k(a_0) = 1 \quad c(a_0) = \frac{z_0}{r_0} \frac{c_s}{c} \quad 4-20$$

Le coefficient de rigidité statique du cône semi infini tronqué *équation 4-17* est associée à la solution exacte de la théorie d'élasticité tridimensionnelle pour un disque sur demi-espace en remplaçant G par ρc_s^2

Afin de déterminer l'allongement z_0/r_0 et par conséquent l'angle d'ouverture du cône Pour $c=C_p$:

$$k_{exact} = \frac{4\rho c_s^2 r_0}{1-\nu} \quad \text{Et ainsi} \quad \frac{z_0}{r_0} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{c_s}{c} \right)^2 \quad 4-21$$

Pour $c=c_s$ $c(a_0) = \frac{z_0}{r_0}$ La rigidité exacte d'un disque sur un demi espace est :

$$k_{exact} = \frac{8\rho c_s^2 r_0}{2-\nu} \quad 4-22$$

Le *tableau 4-1* résume un cône modélisé en un modèle masse **ressort** amortisseur

Pour un degré de liberté rotationnel on applique le Cône en rotation Un moment d'amplitude $M_0(\omega)$ est appliqué résultant d'une rotation tordionnaire $v_0(\omega)$.

L'onde à déterminer se propage avec une amplitude $v_0(z, \omega)$ et l'ouverture du cône est déterminée à partir de son allongement. Son inertie augmente avec la profondeur

$$I = \left(\frac{z}{z_0} \right)^4 I_0 \quad \text{Avec} \quad I_0 = \frac{\pi r_0^4}{4} \quad 4-23$$

Pour les degrés de liberté horizontaux et de torsion d'un disque sur un demi-espace homogène modélisé avec des cônes, l'onde S se produit. La vitesse de l'onde et donc c_s , qui reste finie pour toutes les valeurs de ν . L'allongement [27] z_0/r_0 calculé pour toutes les valeurs de ν pour les cas de translation et de torsion.

Pour les degrés de liberté verticaux et basculants, les déformations axiales se produisent pour des valeurs basses de ν , l'onde P se propage à la vitesse c_s . Pour $\nu \rightarrow 1/2$ le modèle du cône ne peut être construit de la manière habituelle. Ainsi, le procédé dépend du coefficient de poisson dans l'intervalle $0 < \nu < 1/3$

Dans l'intervalle $1/3 < \nu < 1/2$, appelé cas **presque incompressible** [32] et pour $\nu = 1/2$ (cas **compressible**), deux conditions sont imposés:

- La vitesse axial c est limité à $2c_s$;
- Une masse emprisonnée Δm pour le degré de liberté vertical et un moment de masse emprisonné pour le degré de liberté basculant est présentée :

mouvement		Horizontal	verticale		Rotation		torsion
Rayon équivalent r_0		$\sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$	$\sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$		$\sqrt[4]{\frac{4I_0}{\pi}}$		$\sqrt[4]{\frac{4I_0}{\pi}}$
Allongement du cône $\frac{z_0}{r_0}$	Demi espace	$\frac{\pi}{8}(2-\nu)$	$\frac{\pi}{4}(1-\nu)\left(\frac{c_s}{c}\right)^2$		$\frac{9\pi}{32}(1-\nu)\left(\frac{c_s}{c}\right)^2$		$\frac{9\pi}{32}$
	Double cône	$\frac{\pi}{32}\frac{(7-8\nu)}{(1-\nu)}$	$\frac{\pi}{16}\frac{(3-4\nu)}{(1-\nu)}\left(\frac{c_s}{c}\right)^2$		$\frac{9\pi}{128}\frac{(3-4\nu)}{(1-\nu)}\left(\frac{c_s}{c}\right)^2$		$\frac{9\pi}{32}$
Coefficient de poisson ν		Tous ν	$\nu \leq \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} \leq \nu \leq \frac{2}{3}$	$\nu \leq \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} \leq \nu \leq \frac{2}{3}$	Tous ν
Vitesse d'onde c		c_s	c_p	$2c_s$	c_p	$2c_s$	c_s
Masse enfermée ΔM ΔM_v		0	0	$2,4(\nu-1/3)\rho A_0 r_0$	0	$1,2(\nu-1/3)\rho I_0 r_0$	0
Rigidité statique		$\frac{8Gr_0}{(2-\nu)}$	$\frac{4Gr_0}{(1-\nu)}$		$\frac{8Gr_0^3}{3(1-\nu)}$		$\frac{16Gr_0^3}{3}$
Paramètres du modèle concentré	$k = \frac{\rho c_s^2 A_0}{z_0}$				$k_v = \frac{3\rho c_s^2 I_0}{z_0}$		
					$M_v = \rho I_0 z_0$		
	$C = \rho c A_0$				$C_v = \rho c I_0$		

Tableau4- 1 tableau résumant les différents paramètres de cône

4.4. Réflexion et réfraction d'ondes aux interfaces des couches

Les ondes se produisant à l'interface $j+1$ (figure 4-9) dans le domaine de fréquentiel l'onde incidente $f(\omega)$ se propageant ,en bas, dans le segment de cône de sommet 1 (propriétés matérielles d'une couche j), l'onde réfléchi $g(\omega)$ le segment de sommet 3 (propriétés matérielles de la couche j)et d'une onde réfractée $h(\omega)$,propageant en bas, sommet 2 (les propriétés matérielles d'une couche $j+1$)

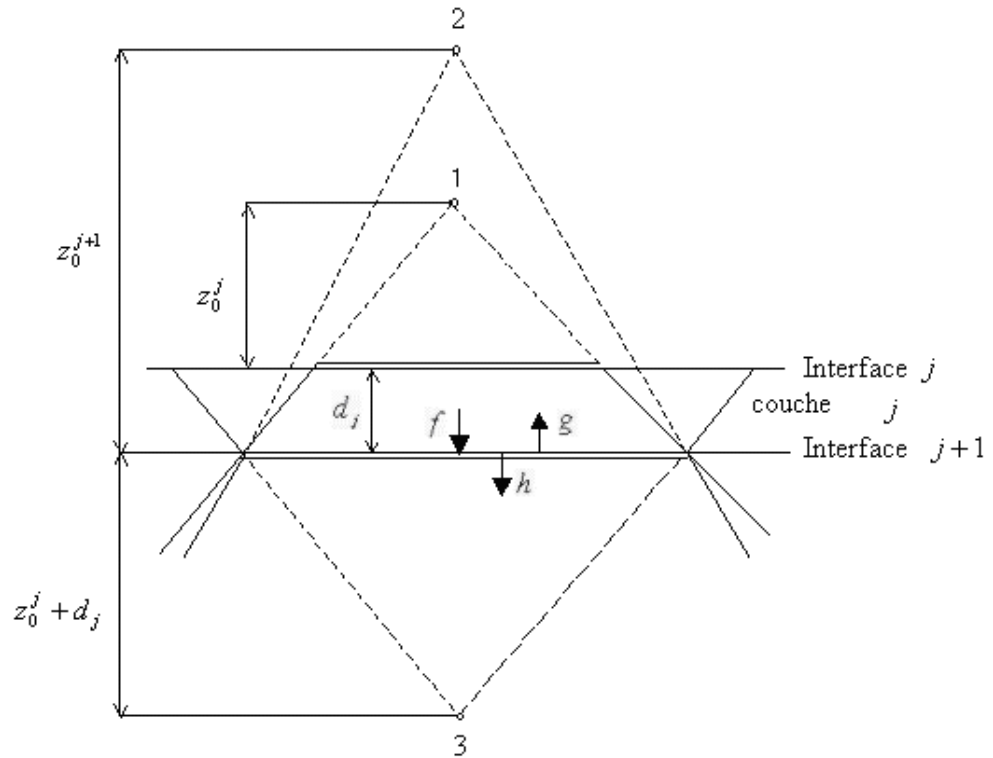


Figure 4-9: Propagation de onde aux interfaces d'un sol multicouche,

Pour un cône en translation :

À une distance « d » une discontinuité matérielle se produit avec les propriétés de la couche inférieure ayant pour caractéristiques (ρ, v, c) et (ρ', v', c') . L'amplitude de l'onde incident $f(u)$ suit

$$f(\omega) = \left(\frac{z_0}{z_0 + d} \right) e^{-i(\omega/c)d} u(\omega) \quad 4-24$$

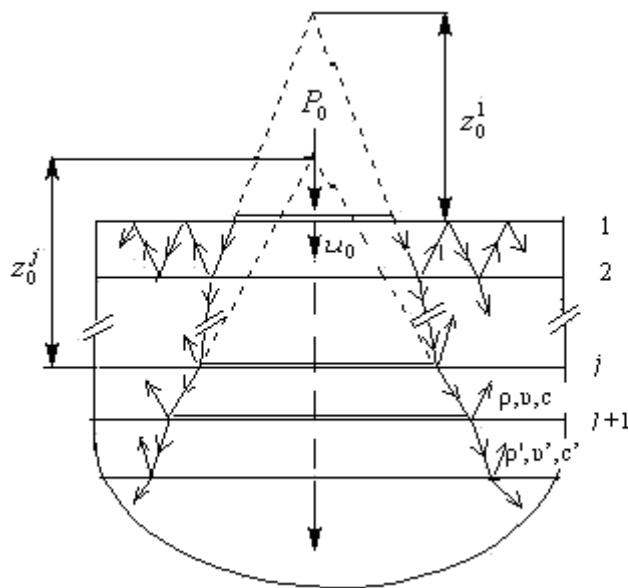


Figure 4-10: Propagation d'ondes dans les cônes de demi d'espace

L'interface d'une discontinuité matérielle représente une source de perturbation. Elle peut être modélisée par un disque de rayon R_0 en contact avec le premier matériau et située à une

distance « d » de l'interface. Satisfaisant la continuité de déplacement à l'équilibre, ce qui exige une onde réfléchie additionnelle d'amplitude $g(\omega)$ se propageant vers le haut de la première couche, et une onde réfractée additionnelle d'amplitude $h(\omega)$ se propageant en bas dans la deuxième couche. Les flèches de la *figure 4-10* indiquent la direction de la propagation d'ondes. L'amplitude du déplacement du disque $U_0(\omega)$ du cône initial est indiquée par le sommet « 1 » de hauteur z_0 . Si le disque est sur une surface libre soumise à une force p_0 le modèle est un cône recto, autrement ; cas des fondations enterrées, le modèle est un double cône.

L'amplitude de l'onde incidente est donnée par l'équation :

$$u(z, \omega) = \frac{z_0}{z} e^{i \frac{\omega}{c} z} u_0(\omega) \quad 4-25$$

À l'interface

$$f(\omega) = u(d, \omega) = \frac{z_0}{z_0 + z} e^{i \frac{\omega}{c} d} u_0(\omega) \quad 4-26$$

Le cône de l'interface est de rayon

$$r = \frac{z + d}{z_0} = r_0 + d \frac{r_0}{z_0} \quad 4-27$$

Substitué en

$$f(\omega) = u(d, \omega) = \frac{z_0}{z_0 + z} e^{i \frac{\omega}{c} d} u_0(\omega) \quad 4-28$$

$$\text{Donne } f(\omega) = \frac{r_0}{r} e^{i \frac{\omega}{c} d} u_0(\omega) \quad 4-29$$

$$\text{En éliminant } u_0 \quad u_f(z, \omega) = \frac{z_0 + d}{z_0 + z} e^{i \frac{\omega}{c} (z-d)} f(\omega) \quad 4-30$$

L'interface des couches est modélisée par un cône non chargé vérifiant l'équilibre et la compatibilité des déplacements ce qui requiert une onde réfléchie au dessus du premier matériaux sommet « 2 » et d'amplitude

$$u_h(z, \omega) = \frac{z_0'}{z_0' - d + z} e^{i \frac{\omega}{c'} (z-d)} h(\omega) \quad 4-31$$

Et une autre réfractée en dessous du deuxième sommet « 3 » d'amplitude

$$u_g(z, \omega) = \frac{z_0 + d}{z_0 + 2d - z} e^{i \frac{\omega}{c} (z-d)} g(\omega) \quad 4-32$$

Les deux ondes se propagent loin de la source de perturbation dans leurs propres cônes de radiation avec les sommets 3 et 2 comme de nouvelles ondes incidentes (*figure 4-9*). La section augmente dans la direction de la propagation. Et donc l'amplitude totale de l'onde est :

$$u_f(d, \omega) + u_g(d, \omega) = u_h(d, \omega) \quad 4-33$$

En substituant 4-31 et 4-32 dans 4-33 on a :

$$h(\omega) = f(\omega) + g(\omega) \quad 4-34$$

L'équilibre des forces internes à l'interface est

$$N_f(d, \omega) + N_g(d, \omega) = N_h(d, \omega) \quad 4-35$$

$$\text{Tel que : } N_f(d, \omega) = \rho c^2 \pi r^2 u_f(z, \omega)$$

$$N_g(d, \omega) = \rho c^2 \pi r^2 u_g(z, \omega)$$

$$N_h(d, \omega) = \rho c^2 \pi r^2 u_h(z, \omega) \quad 4-36$$

En substituant 4-35 dans 4-36

$$\left[\frac{\rho c^2}{z_0 + d} - \frac{\rho' c'}{z'_0} + i\omega(\rho c - \rho' c') \right] f(\omega) = \left[\frac{\rho c^2}{z_0 + d} + \frac{\rho' c'}{z'_0} + i\omega(\rho c - \rho' c') \right] g(\omega) \quad 4-37$$

Le coefficient de réflexion est donné par :

$$-\alpha = \frac{g(\omega)}{f(\omega)} \quad 4-38$$

$$\frac{\frac{\rho c^2 \pi r^2}{z_0 + d} \left(1 + i \frac{\omega(z_0 + d)}{c} \right) - \frac{\rho' c' \pi r'^2}{z'_0} \left(1 + i \frac{\omega z'_0}{c'} \right)}{\frac{\rho c^2 \pi r^2}{z_0 + d} \left(1 + i \frac{\omega(z_0 + d)}{c} \right) + \frac{\rho' c' \pi r'^2}{z'_0} \left(1 + i \frac{\omega z'_0}{c'} \right)} \quad 4-39$$

- Pour les frontières libres $\rho_2 c_2 = 0$ et $-\alpha = 1$ et pour $\omega = 0$ $f(\omega) = g(\omega)$
- Pour une frontière fixe $\rho' c' \rightarrow \infty$ ayant pour résultat $-\alpha = -1$ et ainsi $f(\omega) = -g(\omega)$

- Pour $v = \dot{u}$ $-\alpha(0) = \frac{\rho c^2 - \rho' c'^2}{\rho c^2 + \rho' c'^2} \quad 4-40$

- Pour $\omega \rightarrow \infty$ $-\alpha(\infty) = \frac{\rho c - \rho' c'}{\rho c + \rho' c'} \quad 4-41$

Ce qui revient à la réflexion d'onde dans le cas d'une barre prismatique (ANNEXE b)

Par analogie au cône de translation évidemment la différence surgie dans la nature du déplacement et les efforts engendrés, l'amplitude de rotation dans le cône initial sommet «1» est en fonction de $v_0(\omega)$

$$v(z, \omega) = \frac{\frac{z_0^3}{(z_0 + z)^3} + \frac{i\omega}{c} \frac{z_0^3}{(z_0 + z)^2}}{1 + i \frac{\omega}{c} z_0} e^{i \frac{\omega}{c} d} v_0(\omega) \quad 4-42$$

L'amplitude de l'onde incidente $f(\omega)$ à l'interface d :

$$f(\omega) = v(d, \omega) = \frac{\frac{z_0^3}{(z_0 + z)^3} + \frac{i\omega}{c} \frac{z_0^3}{(z_0 + z)^2}}{1 + i \frac{\omega}{c} z_0} e^{i \frac{\omega}{c} d} v_0(\omega) \quad 4-43$$

En éliminant $v_0(\omega)$ on à :

$$v_f(z, \omega) = \frac{\frac{z_0^3}{(z_0 + z)^3} + \frac{i\omega}{c} \frac{z_0^3}{(z_0 + z)^2}}{\frac{z_0^3}{(z_0 + d)^3} + i \frac{\omega}{c} \frac{z_0^3}{(z_0 + d)^2}} e^{i \frac{\omega}{c} (z-d)} f(\omega) \quad 4-44$$

L'onde réfractée est d'une amplitude sommet « 2 »

$$v_h(z, \omega) = \frac{\frac{z_0'^3}{(z_0' - d + z)^3} + \frac{i\omega}{c'} \frac{z_0'^3}{(z_0' - d + z)^2}}{1 + i \frac{\omega}{c} z_0'} e^{i \frac{\omega}{c'} (z-d)} h(\omega) \quad 4-45$$

L'onde réfléchie (sommet « 3 »)

$$v_g(z, \omega) = \frac{\frac{(z_0 + d)^3}{(z_0 + 2d - z)^3} + \frac{i\omega}{c'} \frac{(z_0 + d)^3}{(z_0 + 2d - z)^2}}{1 + i \frac{\omega}{c} (z_0 + d)} e^{i \frac{\omega}{c'} (z-d)} g(\omega) \quad 4-46$$

Le coefficient de réflexion est :

$$-\alpha = \frac{g(\omega)}{f(\omega)} = \frac{\beta' - \beta}{\beta' + \beta} \quad 4-47$$

$$\beta = \frac{3\rho c^2}{z_0 + d} \left[1 - 1/3 \frac{\frac{\omega^3}{c^2} (z_0 + d)^2}{1 + \frac{\omega^2}{c^2} (z_0 + d)^2} + i \frac{\omega(z_0 + d)}{3c} \frac{\frac{\omega^2}{c^2} (z_0 + d)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (z_0 + d)^2} \right]$$

$$\beta' = \frac{3\rho' c'^2}{z_0'} \left[1 - 1/3 \frac{\frac{\omega^3}{c'^2} z_0'^2}{1 + \frac{\omega^2}{c'^2} z_0'^2} + i \frac{\omega z_0'}{3c'} \frac{\frac{\omega^2}{c'^2} z_0'^2}{1 + \left(\frac{\omega}{c'}\right)^2 z_0'^2} \right] \quad 4-48$$

4.5. Rigidité dynamique d'une fondation superficielle surmontant un demi espace

Le calcul de la rigidité dynamique et du mouvement effectif d'une fondation rigide cylindrique est présenté comme suit :

Pour un degré de liberté vertical une région cylindrique de sol de rayon $R0$ se prolongeant à une profondeur dans un demi espace multi couches .Cette région de sol serait excavée est considérée comme un sandwich de disques rigides qui coïncident avec les interfaces du demi-espace séparés par des couches de sol. En plus d'autres disques choisis pour une représentation adéquate de la proportion du comportement dynamique, au moins dix noeuds (disques) par longueur d'onde sont recommandées. Sur les disques de la surface et ceux enterrés dans le demi espace, des forces verticales inconnues pi sont appliquées.

Le système primaire (indéterminé) considère les déplacements verticaux Uj des disques de surface enterrés dans le champ libre(Comme dans la méthode de force d'analyse des structures) le rapport déplacements des disques-forces agissants sur ces derniers est établi en se basent sur la propagation d'ondes comme pour un disque enterré.

Supposant une couche de sol ayant les caractéristiques suivantes ν, ρ, c et un demi espace de paramètres (ν', ρ', c') une force d'amplitude $p_0(\omega)$ agissant sur un disque de rayon r_0 de déplacement $u_0(\omega)$ (calculé dans le cône initial)

$$p_0(\omega) = S(\omega)u_0(\omega) \quad 4-49$$

$$\bar{u}_0(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega \frac{z_0}{c}} \frac{p_0(\omega)}{k}$$

Pour $\nu \leq \frac{1}{3}$ 4-50

➤ L'onde incidente se propage sous le cône initial sommet «1» de hauteur Z (figure 4-11-a)

$$u(z, \omega) = \frac{z_0}{z_0 + z} e^{-i\frac{\omega}{c}z} \bar{u}_0(\omega) \quad 4-51$$

À l'interface $Z=d$

$$f(\omega) = \frac{z_0}{z_0 + z} e^{-i\frac{\omega}{c}d} \bar{u}_0(\omega) \quad 4-52$$

➤ L'onde réfractée $h(\omega)$ se propage en dessous du cône sommet 2 $g(\omega) = -\alpha_1 f(\omega)$ Où $g(\omega) = u_0(\omega)$ Se propagent au dessus du cône de hauteur z_0+d désigné par le sommet «3»

$$u(z, \omega) = \frac{z_0 + d}{z_0 + 2d - z} e^{-i\frac{\omega}{c}(z-d)} g(\omega) \quad 4-53$$

$$u(z, \omega) = -\alpha(\omega) \frac{z_0 + d}{z_0 + 2d - z} e^{-i\frac{\omega}{c}(z-2d)} \bar{u}_0(\omega) \quad 4-54$$

$$\text{À l'interface } Z=0 \quad f(\omega) = -\alpha_1(\omega) \frac{z_0 + d}{z_0 + 2d} e^{-i\frac{\omega}{c}2d} \bar{u}_0(\omega) \quad 4-55$$

$$\text{L'onde réfractée } g(\omega) = f(\omega) = -\alpha_1(\omega) \frac{z_0 + d}{z_0 + 2d} e^{-i\frac{\omega}{c}2d} \bar{u}_0(\omega) \quad 4-56$$

➤ $g(\omega)$ Représente la propagation de $\bar{u}_0(\omega)$ au dessus d'un cône initial de hauteur z_0+2d désigné par le sommet « 4 »

$$u(z, \omega) = \frac{z_0 + 2d}{z_0 + 2d + z} e^{-i\frac{\omega}{c}z} g(\omega) \quad 4-57$$

$$= -\alpha_1(\omega) \frac{z_0}{z_0 + 2d + z} e^{-i\frac{\omega}{c}(z+2d)} \bar{u}_0(\omega) \quad 4-58$$

$$\text{À l'interface } z=d \quad f(\omega) = -\alpha_1(\omega) \frac{z_0}{z_0 + 3d} e^{-i\frac{\omega}{c}3d} \bar{u}_0(\omega) \quad 4-59$$

$$\text{L'onde réfractée } g(\omega) = -\alpha_2 f(\omega) \quad 4-60$$

$$f(\omega) = -\alpha_1(\omega)(-\alpha_2(\omega)) \frac{z_0}{z_0 + 3d} e^{-i\frac{\omega}{c}3d} \bar{u}_0(\omega) \quad 4-61$$

L'onde $g(\omega)$ considérée comme une onde initiale se propage dans un cône initial de hauteur $Z+3d$ désigné par le sommet « 6 ». L'onde incidente est formulée comme suit :

$$u(z, \omega) = \frac{z_0 + 3d}{z_0 + 4d - z} e^{-i\frac{\omega}{c}(z-d)} g(\omega)$$

4-62

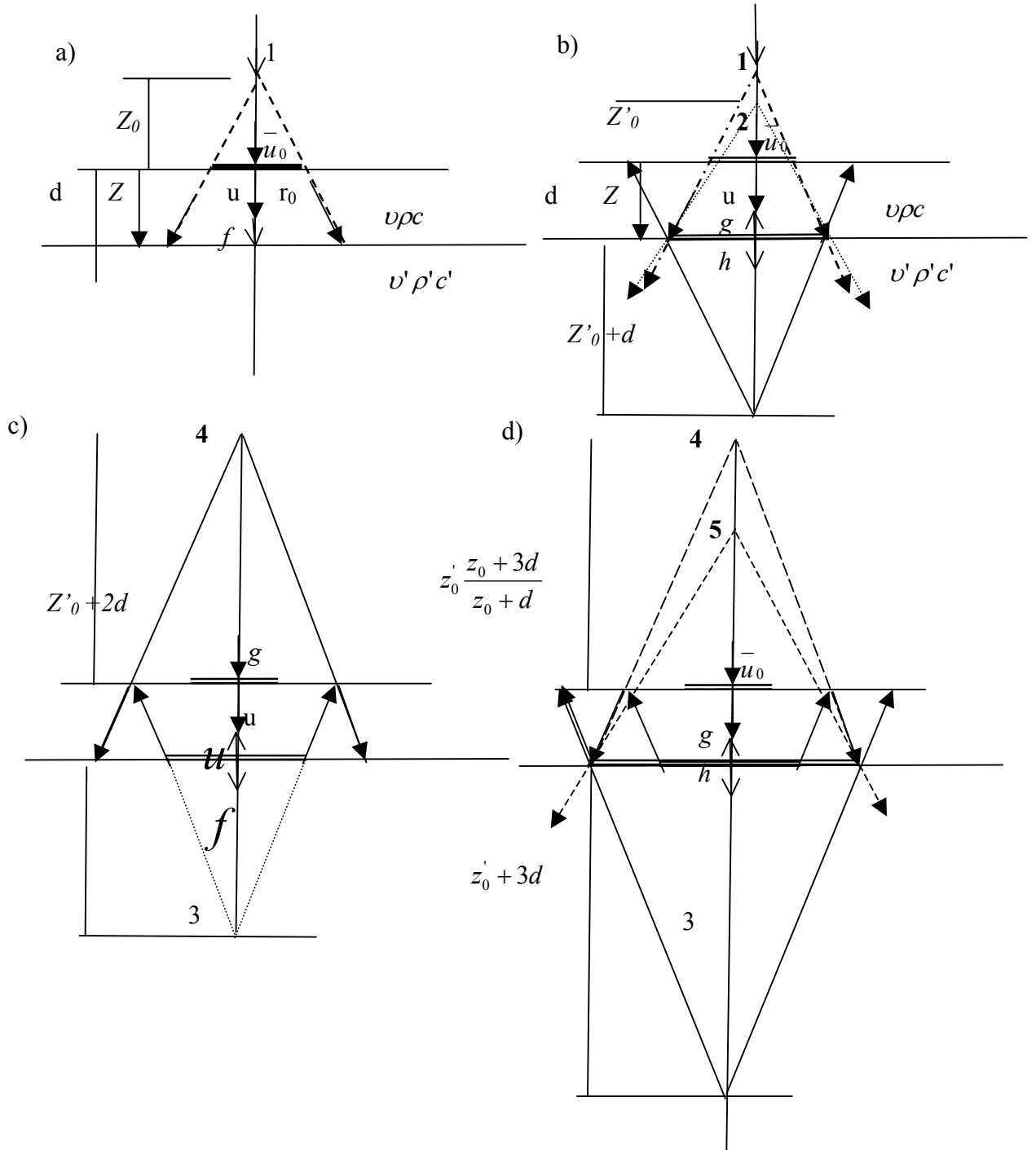


Figure 4-11: Propagation des ondes dans les cônes a) onde incidente dans le cône initial b) onde incidente réfléctée et réfractée à la première interface c) onde incidente et réfléctée à la surface libre d) onde incidente, réfléctée et réfractée à la surface libre

Le déplacement total de l'onde est la superposition de toutes les ondes :

Le premier terme correspond à l'onde incidente du cône initial, le second correspond à l'onde incidente au dessus de l'interface, le troisième concerne l'onde au dessus de l'interface

Si $\alpha_i(\omega) = \alpha(\omega) = cte$

$$u(z, \omega) = \left[\frac{z_0}{z_0 + z} e^{-i\frac{\omega}{c}z} + \sum_{j=1}^{\infty} -\alpha(\omega)^j \left[\frac{z_0}{z_0 + 2jd - z} e^{i\frac{\omega}{c}(z-2jd)} \right] \right] \bar{u}_0(\omega) + \left[\frac{z_0}{z_0 + 2jd - z} e^{-i\frac{\omega}{c}(z+2jd)} \right] \bar{u}_0(\omega) \quad 4-63$$

À $z=0$ la réponse sur le disque :

$$u_0(\omega) = \left(1 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} (-\alpha(\omega))^j \frac{z_0}{z_0 + 2jd} e^{-i\frac{\omega}{c}2jd} \right) \bar{u}_0(\omega) \quad 4-64$$

En introduisant le paramètre géométrique $\kappa = \frac{2d}{z_0}$, et celui de temps de propagation $T = \frac{2d}{c}$

En substituant l'équation κ et T dans 4-49 on a

$$p_0(\omega) = K \left(1 + i\omega \frac{T}{\kappa} \right) \bar{u}_0(\omega) \quad 4-65$$

$$S(\omega) = K \frac{1 + i\omega \frac{T}{\kappa}}{1 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} (-\alpha(\omega))^j \frac{e^{-i\omega j T}}{1 + j\kappa}} \quad 4-66$$

K est la matrice de rigidité statique du disque sur un demi espace homogène avec les propriétés de la couche (tableau 4-1)

Pour un degré de liberté en rotation :

$$S_v(\omega) = K_v \frac{1 - \frac{1}{3} \frac{(\omega T)^2}{\kappa^2 + (\omega T)^2} + i \frac{\omega T}{3\kappa} \frac{(\omega T)^2}{\kappa^2 + (\omega T)^2}}{1 + \frac{2}{1 + \frac{\omega T}{\kappa}} \left(\sum_{j=1}^{\infty} (-\alpha(\omega))^j \frac{e^{-i\omega j T}}{(1 + j\kappa)^3} + i \frac{\omega T}{\kappa} \sum_{j=1}^{\infty} (-\alpha(\omega))^j \frac{e^{-i\omega j T}}{(1 + j\kappa)^2} \right)} \quad 4-67$$

4.6. Mouvement Effectif

Le mouvement effectif est le déplacement qui annule la force d'interaction il exprimé par :

$$u_0^g(\omega) = S_{00}^g(\omega)^{-1} [A]^T [S^f(\omega)] \{u^f(\omega)\} \quad 4-68$$

Les force d'interaction (forces équivalentes) agissant sur le nœud « 0 » équilibré (interface rigide), et dépendent donc du mouvement effectif exprimée par :

$$P_0(\omega) = S_{00}^g(\omega) [u_0^t(\omega) - u_0^g(\omega)] \quad 4-69$$

En substituant équation 4-69 dans l'équation 4-1 on à

$$\begin{bmatrix} S_{ss}(\omega) & S_{s0}(\omega) \\ S_{0s}(\omega) & S_{00}^s(\omega) + S_{00}^g(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_s^t(\omega) \\ u_0^t(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_s(\omega) \\ S_{00}^g(\omega) u_0^g(\omega) \end{bmatrix} \quad 4-70$$

Qui donne l'équation de base d'un système sol structure d'interface rigide, l'amplitude du mouvement total $u_0^t(\omega) = 0$ implique que les forces équivalentes sont exprimées directement par la somme des produits des matrices dynamique du champ libre.

$$S_{00}^g(\omega)u_0^g(\omega) = [A]^t \begin{Bmatrix} S^f(\omega)u^f(\omega) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 4-71$$

L'équation de base peut être une bonne interprétation de la figure 4-11

La structure isolée est supportée par des ressorts (ressorts amortisseurs) caractérisés par $S_{00}^g(\omega)$. L'extrémité du ressort n'est pas connectée à la structure mais existe par un mouvement effectif $u_0^g(\omega)$ calculé à travers le champ libre (calculé par rapport à un point de contrôle).

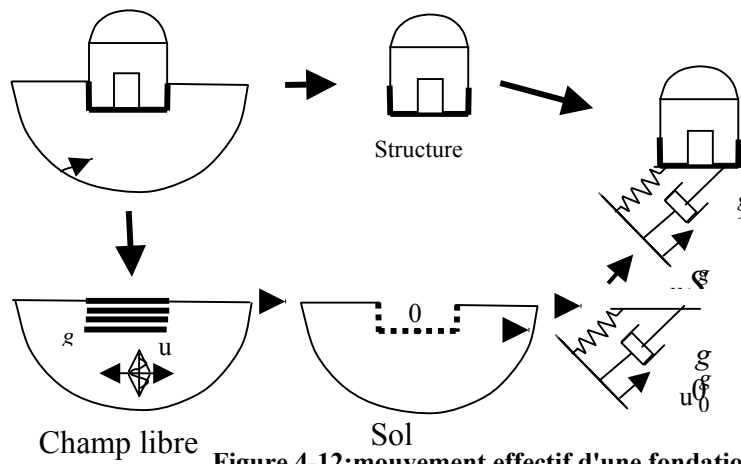


Figure 4-12: mouvement effectif d'une fondation [25].

4.7. Mouvement en champ libre

Il est important de noter dans les problèmes d'interaction sol structure que les forces ne sont pas directement appliquées à la structure, le calcul du mouvement en champ libre est donc un passage indispensable. La relation force-déplacement résultat du paragraphe 4-3 s'écrit comme suit :

$$U(\omega) = G(\omega)P(\omega) \quad 4-72$$

G désignée par la fonction de Green [27], Le calcul sera fait par rapport au point de contrôle, le champ libre est assumé à une barre prismatique semi infinie.

$$\text{Pour } z=0 \quad V_j(\omega) = -\tau_j(\omega) \text{ à } z = d_j \quad V_{j+1}(\omega) = \tau_{j+1}(\omega) \quad 4-73$$

La matrice dynamique d'une couche j pour une propagation verticale d'onde S est :

$$S_j(\omega) = \rho_j c_{sj} \frac{\omega}{\sin(\omega d_j / c_{sj})} \begin{bmatrix} \cos(\omega d_d / c_{sj}) & -1 \\ -1 & \cos(\omega d_j / c_{sj}) \end{bmatrix} \quad 4-74$$

4.8. Equation totale du mouvement d'une base rigide

L'étude de l'interaction dynamique sol structure se fait à l'aide d'un modèle où deux sous-structures définies, l'excitation sismique peut être appliquée à la structure en forme de propagation d'ondes introduite par le sol.

Afin d'établir le modèle complet la rigidité dynamique doit être introduite. Seul les nœuds d'interface sont chargés. Le nœud du centre est fixe une partie de l'interface sol structure aussi (structure «s» +sol et excavation «g») l'interface est supposée rigide notée par «0».

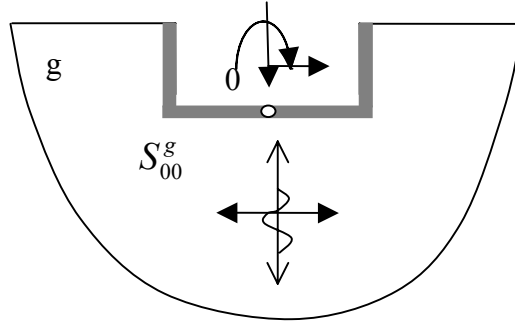


Figure 4-13: Représentation d'un sous système avec degré de liberté et mouvement effectif de la fondation

L'équation du mouvement pour une excitation harmonique dans le domaine fréquentiel est donnée par :

$$\begin{bmatrix} S_{ss}(\omega) & S_{s0}(\omega) \\ S_{0s}(\omega) & S_{00}^g(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_s^t(\omega) \\ u_0^t(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_s(\omega) \\ -p_0(\omega) \end{bmatrix} \quad 4-75$$

Afin de formuler la force d'interaction du sol infini le mouvement total de l'interface sol structure représente une frontière entre deux sous-systèmes ; $S_{00}^g(\omega)$ Représente la matrice dynamique du sol avec excavation pour une interface rigide, l'amplitude du mouvement effectif est nulle au point 0 ce qui donne :

$$U_0^g = S_{00}^{g-1}(\omega)[A]^T [S^f(\omega)] U^f(\omega) \quad 4-76$$

Pour un couplage de mouvement horizontal et rotation la force généralisée d'interaction

$$\begin{Bmatrix} p_0(\omega) \\ M_0(\omega) \end{Bmatrix} = S_{00}^g(\omega) \begin{Bmatrix} u_0(\omega) \\ V_0(\omega) \end{Bmatrix} \quad 4-77$$

La rigidité dynamique d'une fondation enterrée :

$$S_{00}^g(\omega) = [A]^T \begin{bmatrix} [S^f(\omega)] & 0 \\ 0 & [S_v^f(\omega)] \end{bmatrix} [A] + \omega^2 [M] \quad 4-78$$

Pour un mouvement horizontal un mouvement horizontal du champ libre d'amplitude $u_0^f(\omega)$ est calculé au niveau des disques.

Pour un mouvement vertical pas de mouvement de rotation du champ libre :

$$\begin{Bmatrix} u_0^g(\omega) \\ V_0^g(\omega) \end{Bmatrix} = S_{00}^g(\omega)^{-1} [A]^T \begin{Bmatrix} S^f(\omega) u^f(\omega) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 4-79$$

Dans le cas incompressible ou presque $1/3 \leq \nu < 1/2$ pour un mouvement vertical et rotation respectivement le terme ΔM surgit

$$S_{00}^g(\omega) = [A]^T [S^f(\omega)] [A] + (m - \Delta M)$$

$$S_{00}^g(\omega) = [A]^T \begin{bmatrix} [S^f(\omega)] & 0 \\ 0 & [S_v^f(\omega)] \end{bmatrix} [A] + \omega^2 \left[M - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta M_v \end{bmatrix} \right] \quad 4-80$$

La rigidité dynamique de l'excavation est :

$$S^e(\omega) = [K] - \omega^2 [M] \quad 4-81$$

La rigidité dynamique du système est la différence entre celle du champ libre et l'excavation

$$S^g(\omega) = \begin{bmatrix} [S^f(\omega)] & 0 \\ 0 & [S_v^f(\omega)] \end{bmatrix} - [K] + \omega^2 [M] \quad 4-82$$

4.9. Application du modèle du cône dans le domaine

fréquentiel et temporel

Plusieurs manières existent pour décrire un mouvement harmonique à une fréquence spécifique ω ; La fonction de fréquence complexe décrit la réponse d'un système dynamique linéaire à excitation harmonique de fréquence ω , appelé réponse en équilibre elle est facile à manipuler et permet de traiter le mouvement harmonique.

D'abord, le système de degré de liberté simple composé d'un ressort de constante K, un amortisseur de constant C et une masse M figure. b-1 (Annexe b).

On définit une fréquence adimensionnelle $a_0 = \omega \sqrt{\frac{M}{K}}$ 4-83

$$k(a_0) = 1 - a_0^2, \quad c(a_0) = 2i \frac{\zeta}{a_0} \quad 4-84$$

Le coefficient de rigidité dynamique $S(\omega)$ l'équation 4-21 revient à l'équation 4-81 En introduisant la flexibilité dynamique.

Une excitation périodique de période T peut être exprimée en termes de série de composants harmoniques appelés la série de Fourier utilisé aussi pour une *excitation arbitraire* ; Il suffit de prolonger la période T à l'infini. Ainsi, la série de Fourier Devient une intégrale de Fourier. Les intégrales sur l'infinie sont tronquées ; une excitation arbitraire est traitée comme périodique. Ceci mène à la transformée Fourier discrète, qui est évaluée efficacement par la transformée de Fourier rapide.. Chaque limite j de la série représente une excitation harmonique discrète d'une fréquence spécifique ω_j :

$$p(\omega) = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos \omega_j t + \sum_{j=1}^{\infty} b_j \sin \omega_j t \quad 4-85$$

Où $\omega_j = j\omega_1$ et $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ a_0, a_j, b_j sont les coefficients de la série de Fourier

En introduisant les termes exponentiels :

$$p(t) = \frac{1}{T} \sum_{j=-\infty}^{\infty} p(\omega_j) e^{i\omega_j t} \quad 4-86$$

$$p(\omega)_j = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) e^{-i\omega_j t} dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} p(t) e^{-i\omega_j t} dt \quad j=0, \pm 1, \pm 2 \quad 4-87$$

Le procédé est connu sous le nom d'analyse de réponse dans le domaine fréquentiel pour un système dynamique linéaire soumis à une charge périodique.

Le procédé peut être généralisé à une excitation non périodique et arbitraire.

$$p(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) e^{-i\omega t} dt \quad p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p(\omega) e^{i\omega_j t} dt \quad 4-88$$

Le présent chapitre a pour but d'exposer le bagage scientifique nécessaire à une modélisation par le modèle du cône

4.10. Bibliographie

- [1] Apsel, R. J. and Luco, J. E., 1987, "Impedance Functions for Foundations Embedded in a Layered Medium: An Integral Equation Approach," Earthquake Engng. and Struct. Dynamics, 15, 213-231.
- [2] Asik, M. Z. and Vallabhan, C. V. J., 2001, "A Simplified Model for the Analysis of Machine Foundations on a Nonsaturated, Elastic and Linear Soil Layer," Computers and Structures, 79, 2717-2726.
- [3] Baidya, D. K. and Muralikrishna, G., 2000, "Dynamic Response of Foundation on Finite Stratum- An Experimental Investigation," Indian Geotechnical Journal, Vol. 30(4), 327-350.
- [4] Baidya, D. K. and Muralikrishna, G., 2001, "Investigation of Resonant Frequency and Amplitude of Vibrating Footing Resting on a Layered Soil System," Geotechnical Testing Journal, ASTM, Vol. 24, No. 4, 409-417.
- [5] P.K. Pradhan, D.K. Baidya, D.P. Ghosh Dynamic response of foundations resting on layered soil by cone model Soil Dynamics and Earthquake Engineering 24 (2004) 425–434
- [6] Barros, F. C. P. and Luco, J. E., 1990, "Discrete Models for Vertical Vibration of Surface and Embedded Foundations," Earthquake Engng. and Struct. Dyn., 19 (2), 289-303.
- [7] Ehlers, G., 1942, "The Effect of Soil Flexibility on Vibrating Systems," Beton and Eisen, 41, 197-203 (in German).
- [8] Gazetas, G., 1991, "Formulas and Charts for Impedances of Surface and Embedded Foundations," J. Geotech. Engng., ASCE, 117(9), 1363-1381.

- [9]Gazetas, G. and Dobry, R., 1984, "Simple Radiation Damping Model for Piles and Footings," J. Geotech. Engng., ASCE, 110(6), 937-956.
- [10]Gazetas, G. and Rosset, J.M., 1979, "Vertical Vibration of Machine Foundations," J. Geotech. Engng., ASCE, 105(12), 1435-1454.
- [11]Gazetas, G. and Stokoe, K. H., II., 1991, "Vibration of Embedded Foundations: Theory versus experiment," J. Geotech. Engng., ASCE, 117(9), 1382-1401.
- [12]Jaya, K. P. and Prasad, A. M., 2002, "Embedded Foundation in Layered Soil under Dynamic Excitations," J. Soil Dynamics and Earthquake Engng., 22,485-498.
- [13]Kagawa, T. and Kraft, L. M., 1981, "Machine Foundations on Layered Soil Deposits," Proc. Tenth Int. Conf. Soil Mech. and foundation Engg., Stockholm, Vol. 3, 249-252.
- [14]Kausel, E., Rosset, J. M. and Wass, G., 1975, "Dynamic Analysis of Footings on Layered Media," J. of Engineering Mech., Proc. ASCE, Vol. 101, No. EM5, 679-693.
- [15]Lamb, H., 1904, "On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid," Philosophical Transactions of the Royal Society, London, A203, 1-42.
- [16]Luco, J. E., 1974, "Impedance Functions for a Rigid Foundations on a Layered Medium," Nuclear Engineering and Design, 31, 204-217.
- [17]Luco, J. E. and Westmann, R. A., 1971, " Dynamic Response of Circular Footings," J. Engng. Mech. Div., ASCE, 97, EM5, 1381.
- [18]Mandal, A. and Baidya, D. K., 2003, "The Influence of Rigid Boundary on the Dynamic Response of the Foundation - An Experimental Investigation," Electronic Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 8, Bundle B.
- [19]Meek, J.W., and Veletsos, A.S., 1974, "Simple Models for Foundations in Lateral an Rocking Motions," Proc. 5th World Congress on Earthquake Engineering, Rome, Vol. 2, 2610-2613.
- [20]Meek, J.W., and Wolf, J.P., 1992a, "Cone Models for Homogeneous Soil", J. Geotech. Engng. Div., ASCE, 118(5), 667-685.
- [21]Meek, J.W., and Wolf, J.P., 1992b, "Cone Models for Soil Layer on Rigid Rock," J. Geotech. Engng. Div., ASCE, 118(5), 686-703.
- [22]Meek, J.W., and Wolf, J.P., 1994, "Cone Models for An Embedded Foundation," J. Geotech. Engng. Div. ASCE, 120, 60-80.
- [23]Reissner, E., 1936, "Station are axialsymmetricle druch eine elastischen halb raues," Ingenieur Archiv, Vol. 7, part-6, 381-396.
- [24]Tassoulas, J. L. and Kausel, E., 1983, "Elements for the Numerical Analysis of Wave Motion in Layered Strata," Int. Jr. for Num. Meth. in Engng., Vol. 19,1005-1032.
- [25]Veletsos, A. S. and Nair, V. D., 1974, "Response of Torsionally Excited Foundations," J. of Geotech. Engng. Div., ASCE, Vol. 100, 476-482.

- [26]Wolf, J.P., 1985, "Dynamic Soil-Structure Interaction," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- [27]Wolf, J.P., 1994, "Foundation Vibration Analysis Using Simple Physical Models," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- [28]Wolf, J.P. and Meek, J.W., 1993 "Cone Models for a Soil Layer on Flexible Rock Half space," Earthquake Engng. and Struct. Dyn., 22, 185-193.
- [29]Wolf, J.P. and Meek, J.W., 1994, "Dynamic Stiffness of Foundation on or Embedded in Layered Soil Half-space using Cone Frustums," Earthquake Engng. Struct. Dyn., 23, 1079-1095.
- [30]Wolf, J.P. and Somaini, D. R., 1986, "Approximate Dynamic Model of Embedded Foundation in Time Domain," Earthquake Engng. and Struct. Dyn., 14(5), 683-703.
- [31]Wong, H. L and Luco, J. E., 1985, "Tables of Impedance Functions for Square Foundation on Layered Media," Soil Dynamics and Earthquake Engng., 4, 64-81.
- [32]John P. Wolf, Andrew J. Deeks Cones to model foundation vibrations: incompressible soil and axi-symmetric embedment of arbitrary shape Soil Dynamics and Earthquake Engineering 24 (2004) 963–978
- [33]Quinlan, P. M. (1953). "The Elastic Theory of Soil Dynamics," Symp. On Dyn. Test of Soils, ASTM-SPT No. 156, 3-34.
- [33]Sridharan, A., Gandhi, N. S. V. V. S. J., and Suresh, S., 1990, "Stiffness Coefficients of Layered Soil System," Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 4, pp. 604-624.

CHAPITRE 5

ETUDE PARAMETRIQUE

5.1. Introduction

5.2. Etude paramétrique

5.2.1 Effet de rigidité adimensionnelle

5.2.1.1 Coefficient de poisson

5.2.1.2 Effet de l'amortissement

5.2.1.3 Effet d/r_0

5.2.1.4 Effet de l'onde de cisaillement :

5.2.2 Effet de l'atténuation adimensionnelle

5.2.2.1 Coefficient de poisson

5.2.2.2 Effet de l'amortissement

5.2.2.3 Effet d/r_0

5.2.2.4 Effet de l'onde de cisaillement :

5.3. Conclusion

5.4. Bibliographie

Chapitre5

5 Etude Paramétrique

5.1. Introduction

Les résultats du modèle du cône sont très précis dans la gamme des plus basses fréquences (pour des valeurs inférieure de 0.5 de la fréquence adimensionnelle) Gazetas[1],Luco[4]qui est très importante dans les applications en pratiques Cependant une certaine déviation est observée au delà de ces valeurs Hadjian et Luco[3].

5.2. Etude paramétrique

Ce paragraphe consiste à faire une étude paramétrique d'un bicouche caractérisé par

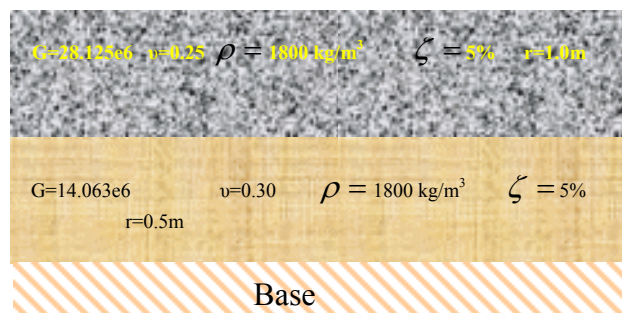


Figure 5-1:Caractéristiques du bicouche objet de l'étude paramétrique

On considère *en premier un demi espace* avec les caractéristiques dynamiques suivantes : $G=5.625e6 \text{ N/m}^2$, $\nu=0.33$, $\rho = 1600 \text{ Kg/m}^3$, $\zeta = 0.05$ et *le second cas sur un substratum rigide*, l'exemple est traité pour les différents modes de rupture : **horizontal, vertical, balancement et torsion**. En changeant à chaque fois les paramètres dynamiques .on trace les courbes de la rigidité adimensionnelle en fonction et de l'atténuation adimensionnelle de fréquence adimensionnelle. Cependant, cette étude ne concerne que la partie statique du modèle et les résultats obtenus ne sont affectés que par les caractéristiques des couches de sol.

La présente étude s'étend sur deux volés pour les différente valeurs de la fréquence adimensionnelle, on calcul à chaque coup les valeurs de la rigidité adimensionnelle et ce pour différentes valeurs du coefficient de Poisson, de l'amortissement et de la profondeur.

Les différents cas sont illustrés dans le tableau ci-dessous

variation de la 3ème couche	Substratum Rocheux						Demi Espace rigide					
Effet a testé	Rigidité Adimensionnelle (ka_0)			Atténuation adimensionnelle $C(a_0)$			Rigidité adimensionnelle (ka_0)			l'atténuation adimensionnelle $C(a_0)$		
Paramètres a varié	Coefficient de Poisson	coefficient d'atténuation	profondeur rapport des vitesses de l'onde de cisaillement des 2 couches supérieures	Coefficient de Poisson	coefficient d'atténuation	profondeur	Coefficient de Poisson	coefficient d'atténuation	profondeur rapport des vitesses de l'onde de cisaillement des 2 couches supérieures	Coefficient de Poisson	coefficient d'atténuation	profondeur
rupture a considéré	Horizontal			Horizontal			Horizontal			Horizontal		
	Vertical			Vertical			Vertical			Vertical		
	Balancement			Balancement			Balancement			Balancement		
	Torsion			Torsion			Torsion			Torsion		

Tableau 5-1 les différents cas des paramètres varié pour l'étude paramétrique

5.2.1 Effet de rigidité adimensionnelle

5.2.1.1 Coefficient de poisson

a) Mouvement horizontal

L'effet du coefficient de Poisson sera testé pour les valeurs de 0.0 0.3 0.45 . Étant un élément essentiel dans l'étude paramétrique sa variation est testé sur les deux couches (voir **figure 5-2**) .

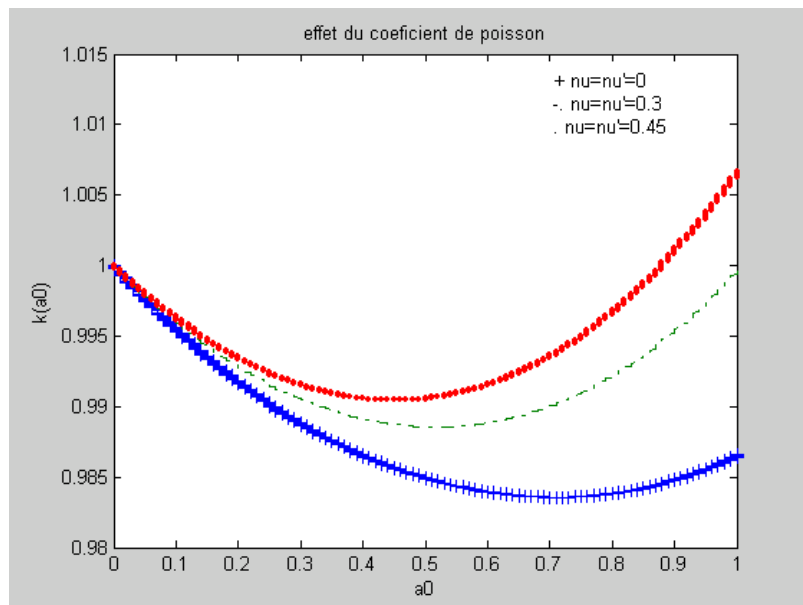


Figure 5-2

Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal

Dans le cas où la variation du coefficient de poisson est sur la couche supérieure, la rigidité adimensionnelle est une fonction décroissante en basse fréquence qui se stabilise vers la valeur de l'unité en haute fréquence, contrairement à sa variation entre les deux couches

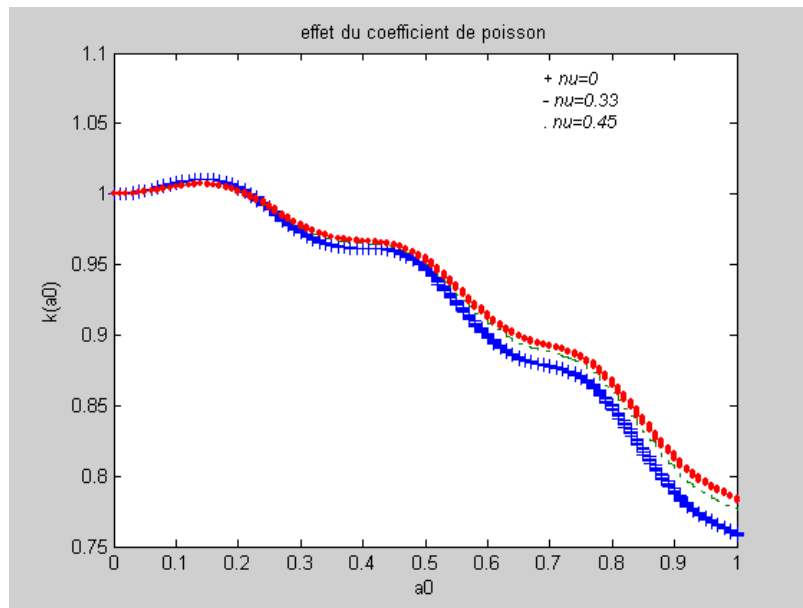


Figure 5-3

Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement horizontal

Cette fois ci les couches de sol sont supposées reposées sur un substratum rigide ; le coefficient de Poisson varie sur les deux couches de 0,0.33 et 0.45 . On remarque une décroissance plus au moins rapide allant de 1 jusqu'à 0.75 à haute fréquence, pour toutes valeurs de ν

b) Mouvement vertical

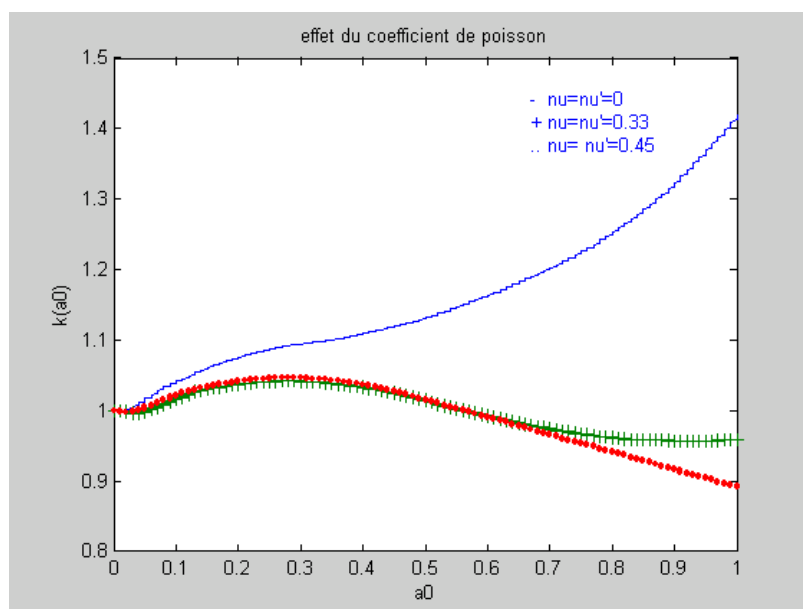


Figure 5-4

Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical

Le mouvement vertical est un mode important lors de la déformation d'une structure ; la rigidité est une fonction croissante à partir de '1' pour des valeurs incompressibles, et légèrement décroissante pour les cas de $\nu = 0.33$ et $\nu = 0.45$.

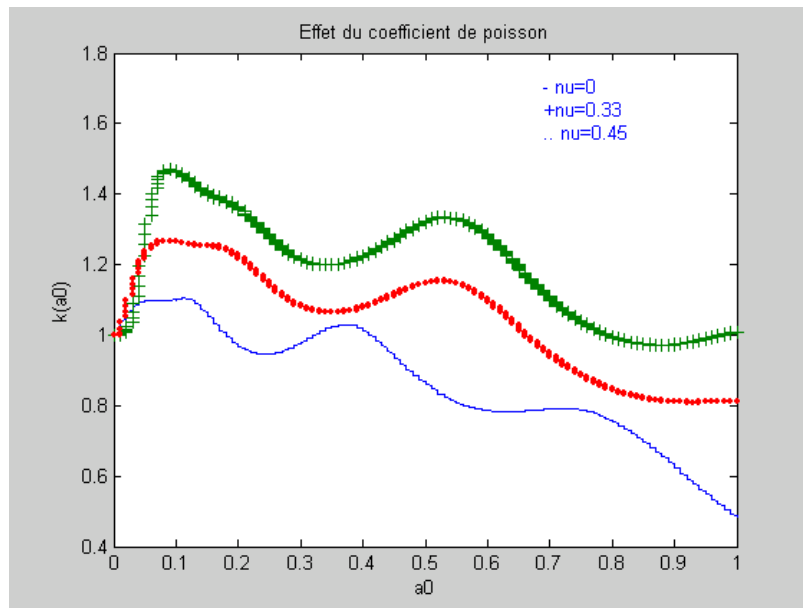


Figure 5-5

Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement vertical

A la différence du demi espace l'effet du coefficient de poisson sur la rigidité est une fluctuation autour de « 1 » majorée par 1.45 pour un coefficient de poisson 0.33 suivi par des valeurs du coefficient de poisson de 0 et 0.45 .

c) Mouvement balancement

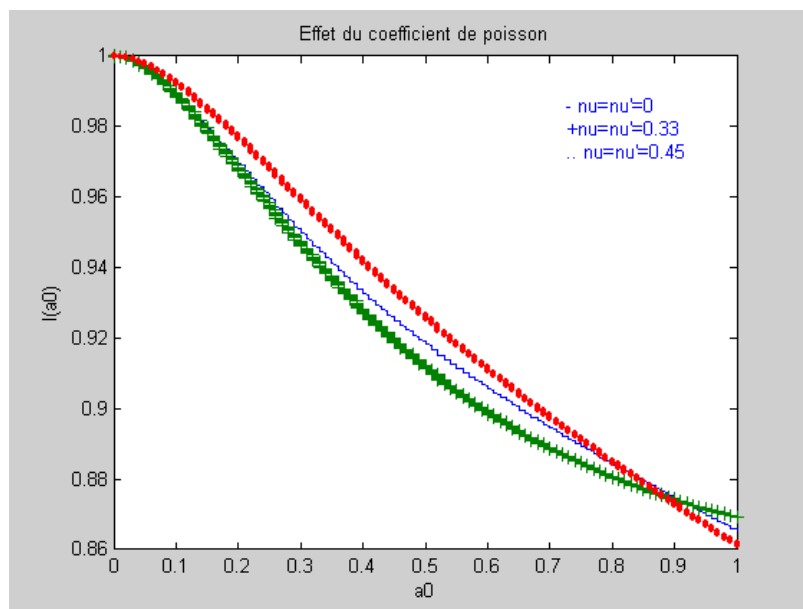


Figure 5-6

Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement

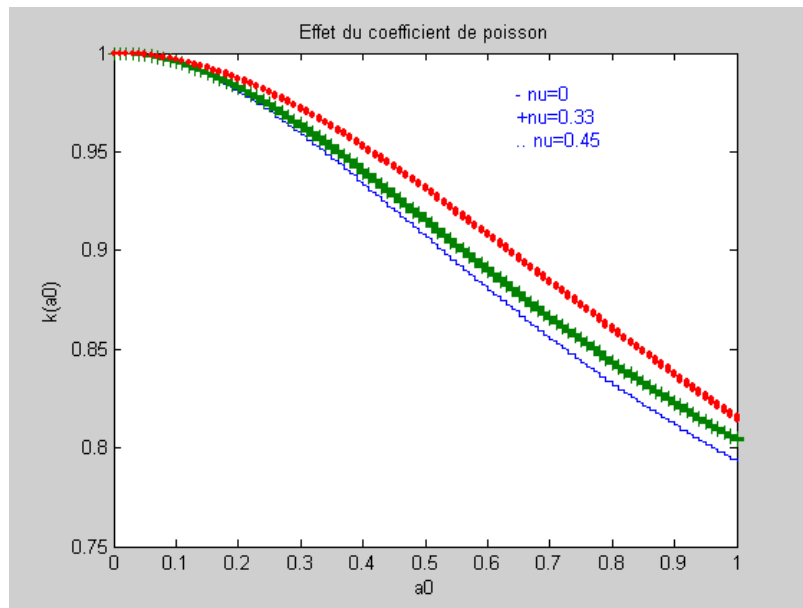


Figure 5-7

Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement de balancement

La rigidité décroît pour toutes valeurs de ν jusqu'à atteindre la valeur de 0.8 et 0.86 (pour un demi espace et un substratum rigide respectivement) à hautes fréquences.

d) Mouvement de torsion

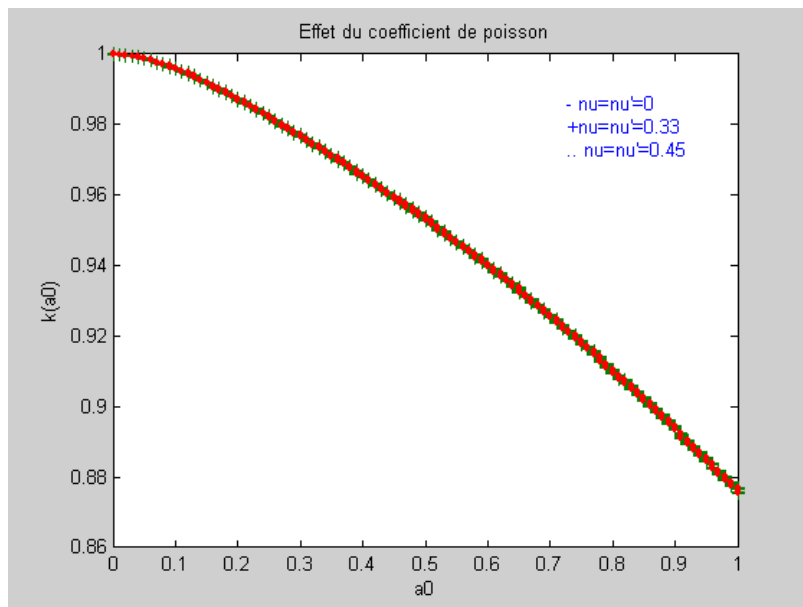


Figure 5-8

Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion

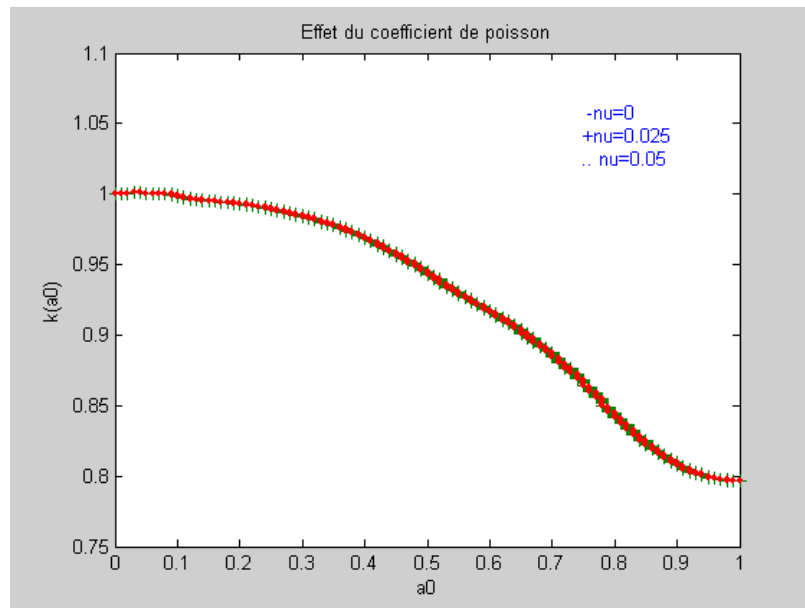


Figure 5-9

Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur substratum rigide pour un mouvement de torsion

La rigidité est une fonction décroissante commençant par 1 qui se stabilise vers 0.88 pour un demi espace et en 0.8 pour un substratum.

5.2.1.2 Effet de l'amortissement

a) Mouvement horizontal

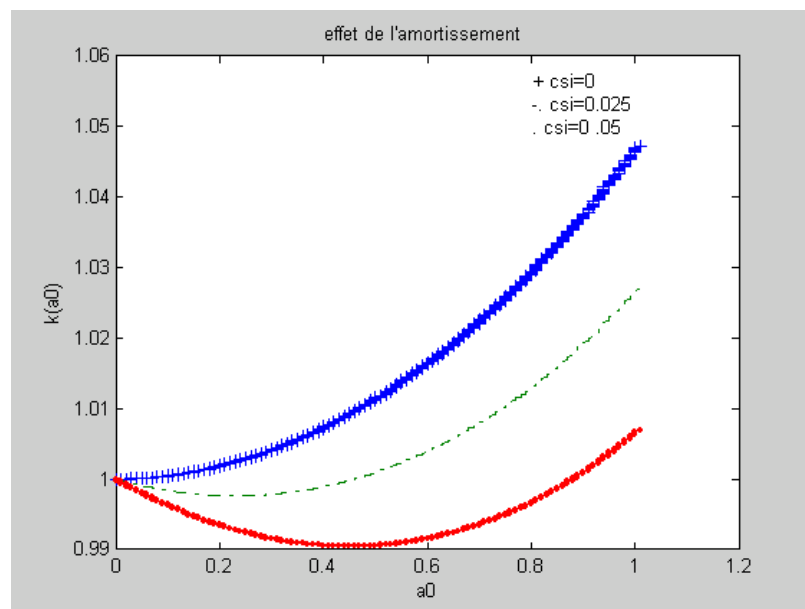


Figure 5-10

Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal

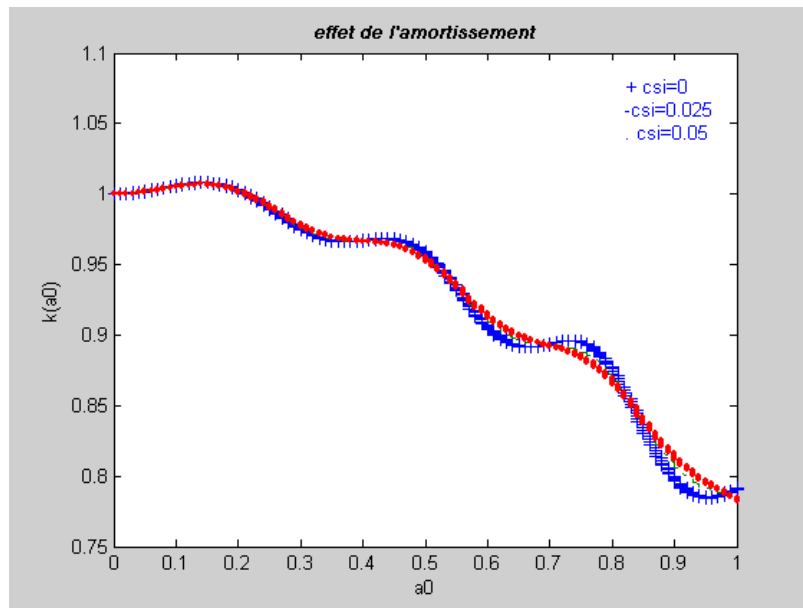


Figure 5-11

Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement horizontal
La rigidité dynamique fluctue en décroissance 1 jusqu'à atteindre des valeurs de 0.8 pour le cas de l'exemple surmontant un substratum rigide par contre elle est croissante dans le cas du demi espace.

b) Mouvement vertical

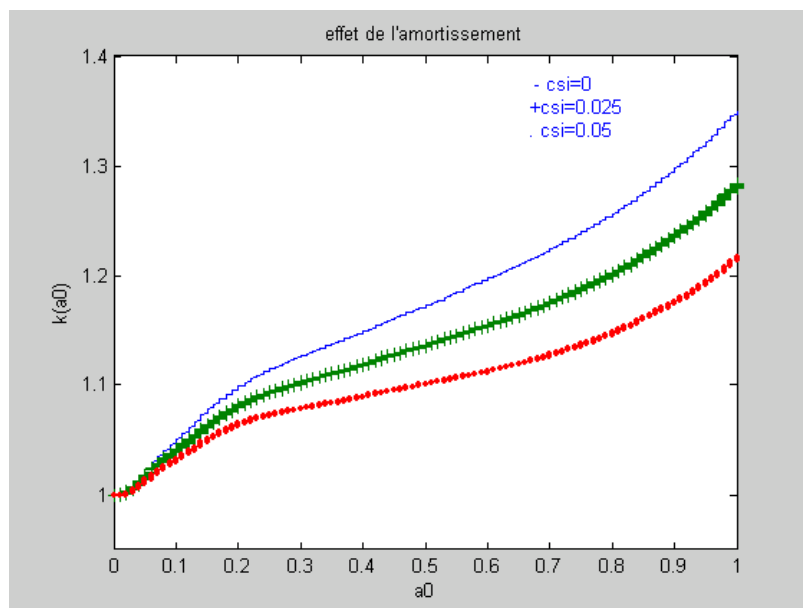


Figure 5-12

Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical
La rigidité dynamique est une fonction croissante qui prend des valeurs à partir de 1.

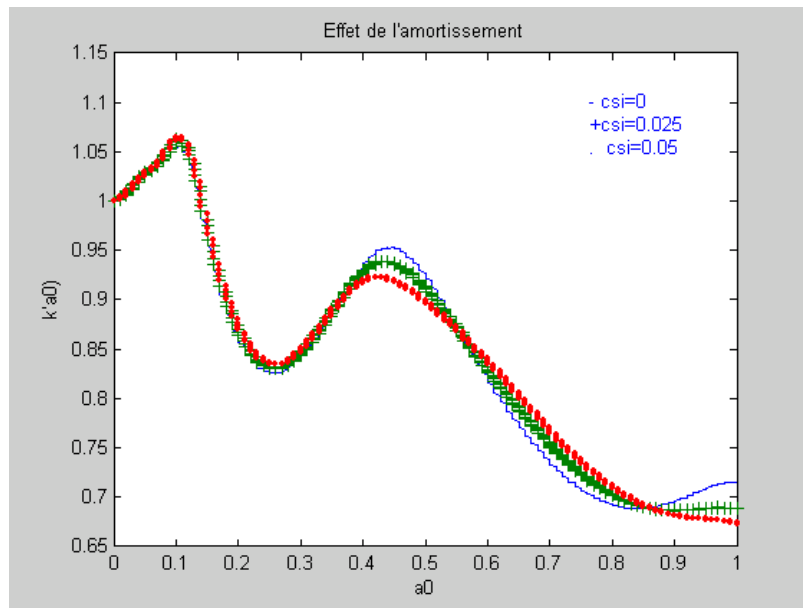


Figure 5-13

Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement vertical

Contrairement au demi-espace la rigidité d'un substratum rigide est une fluctuation décroissante à partir de « 1 » en basse fréquence, qui se stabilise à haute fréquence.

c) Mouvement de balancement

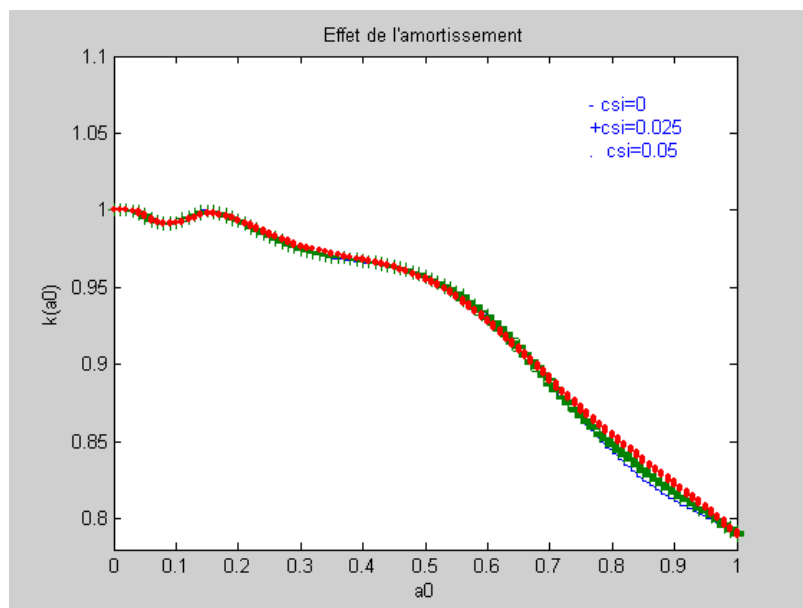


Figure 5-14

Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement

La rigidité décroît pour toutes valeur de ν jusqu'à atteindre la valeur de 0.86 à hautes fréquences.

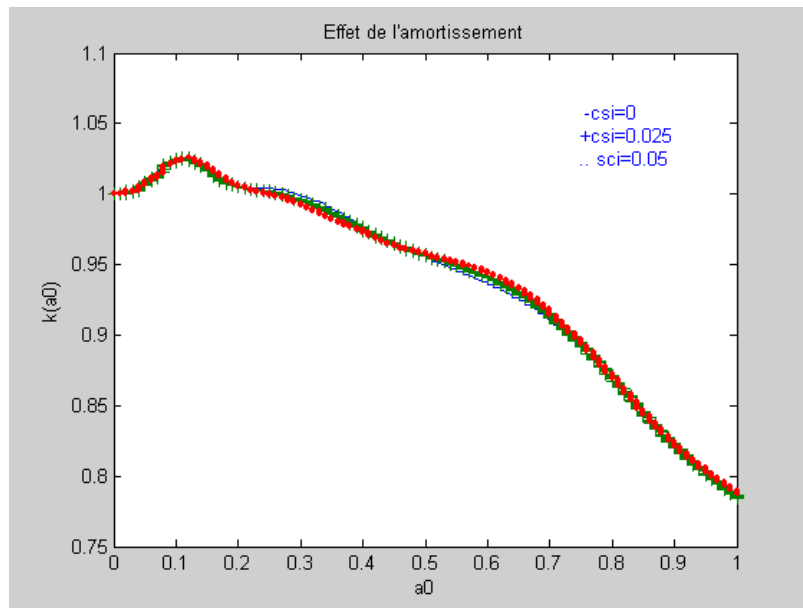


Figure 5-15

Effet l'amortissement de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement de balancement

La rigidité est décroissante avec des valeurs plus au moins proches des valeurs de ξ .

d) Mouvement de torsion

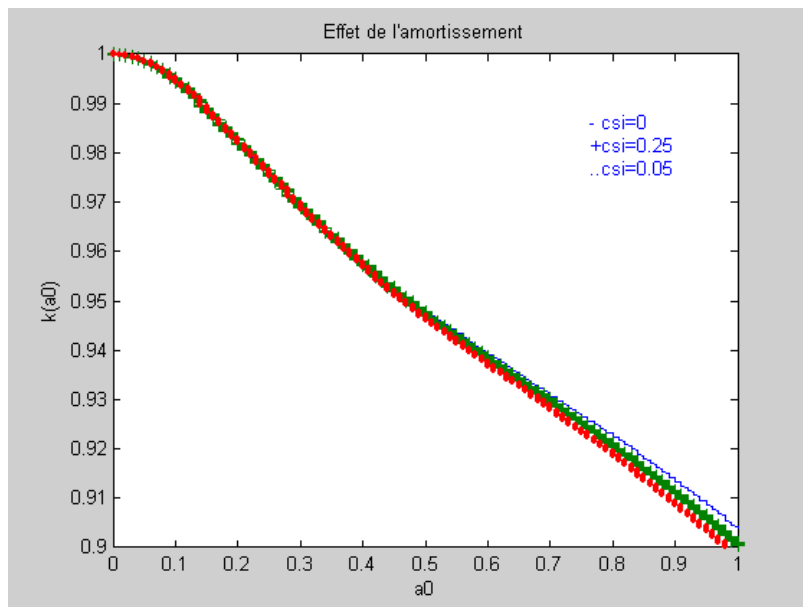


Figure 5-16

Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion

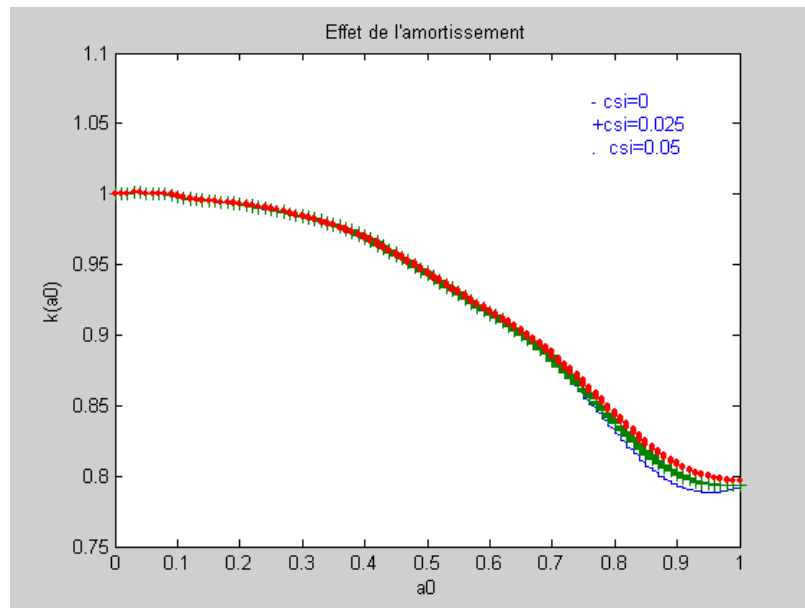


Figure 5-17

Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur substratum rigide pour un mouvement de torsion

5.2.1.3 Effet de la profondeur

a) Mouvement horizontal

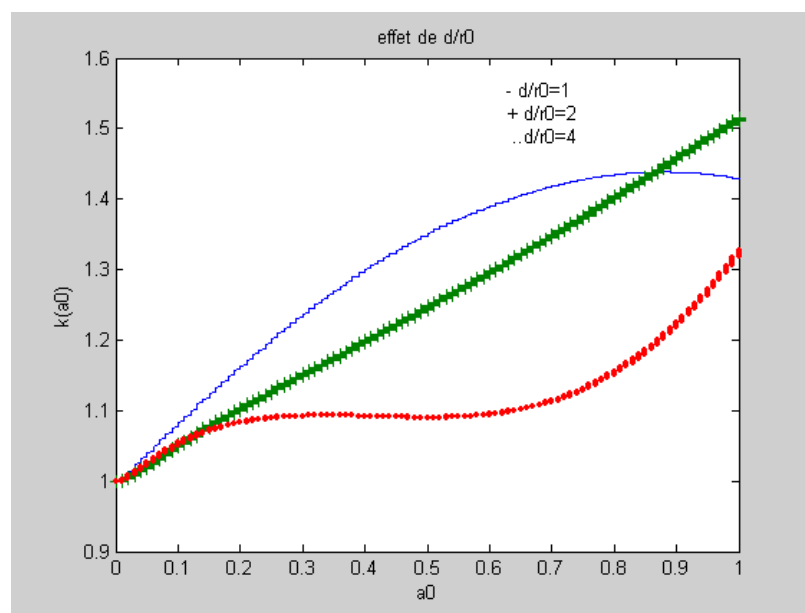


Figure 5-18

Effet de $d/r0$ de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal

Le rapport entre la profondeur et le rayon est testé afin de distinguer l'effet du type de fondation sur la réponse du sol ; la rigidité dynamique est presque linéaire pour des valeurs du rapport unitaire.

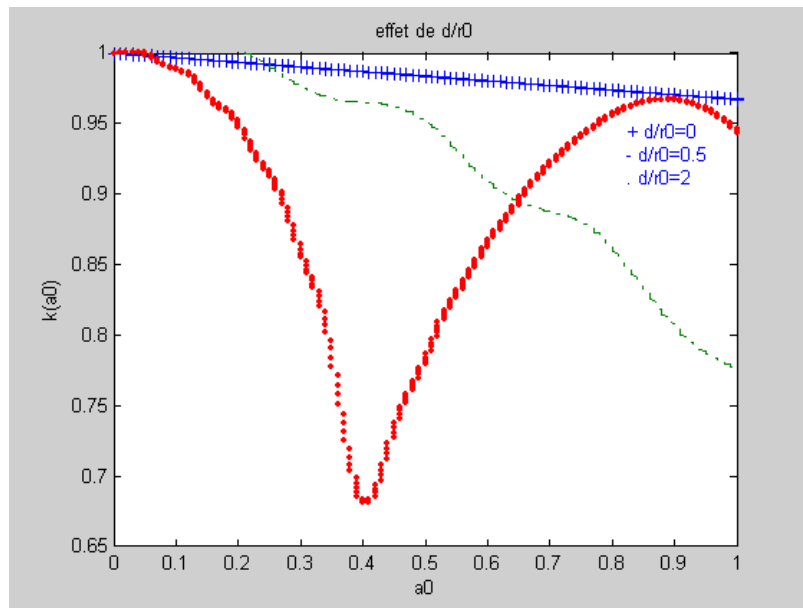


Figure 5-19

Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement horizontal

L'effet de la profondeur des fondations est bien clair pour la rigidité qui prend des valeurs presque stable en 1 pour une profondeur nul, décroît rapidement pour des valeur d'unité décroissante puis repart pour des valeur de haute fréquence..

b) Mouvement vertical

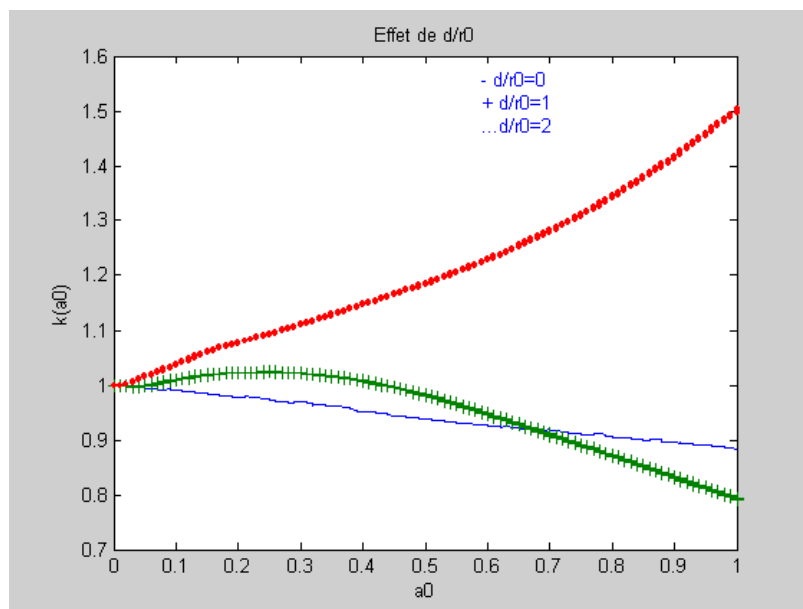


Figure 5-20

Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical

A une profondeur nulle la rigidité est linéaire, elle est croissante pour une valeur de 2, croissante puis décroissante pour à haute fréquence pour une valeur de « 1 ».

En réalité la rigidité n'est que croissante puisque les valeurs de 0 et 1 ne s'appliquent pas pour des cas réels.

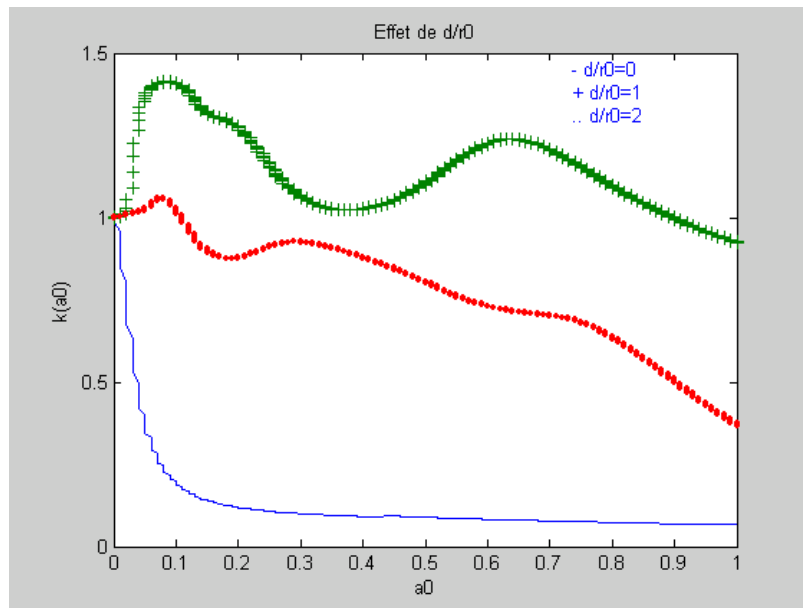


Figure 5-21

Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement vertical

La rigidité pour ce cas ci est plus importante pour une profondeur unitaire qui atteint la valeur de 1.5, et asymptotique à 0 pour une valeur nulle.

c) Mouvement de *balancement*

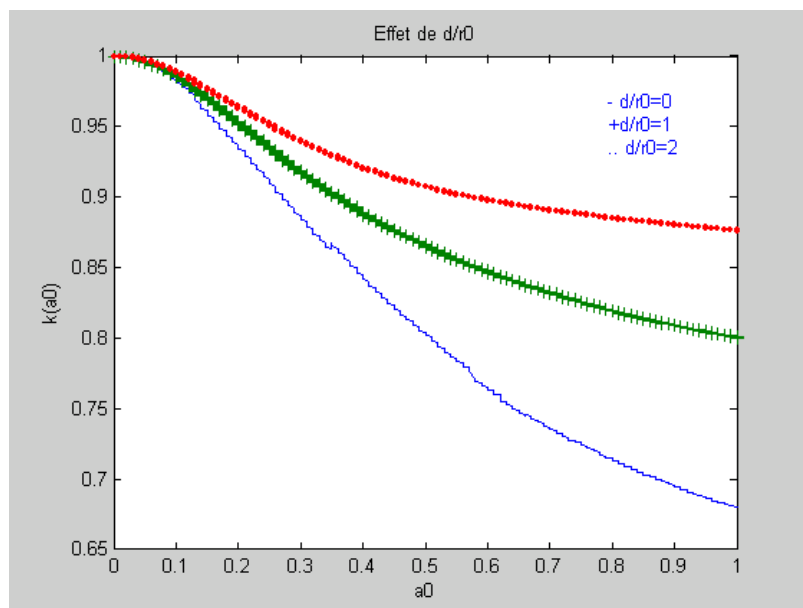


Figure 5-22

Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement

La profondeur de la fondation agit de façon à décroître la rigidité au fur et à mesure que la profondeur augmente.

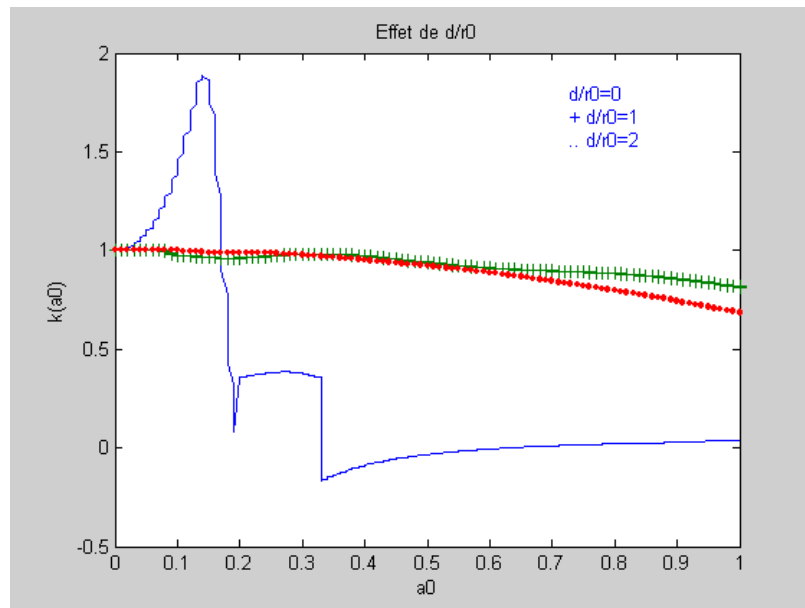
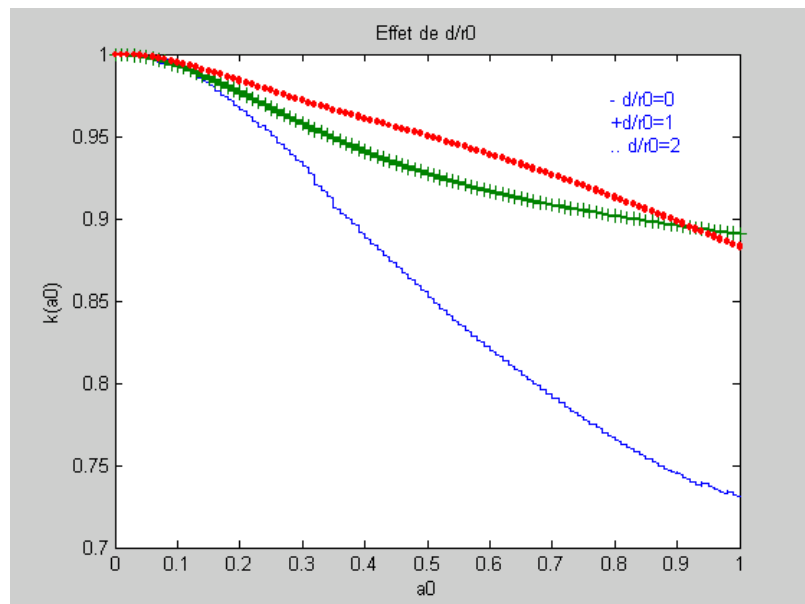


Figure 5-23

Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement de balancement

Le rapport de profondeur nul à un effet de perturbation par rapport aux autres résultats, qui sont stables en « 1 » pour.

d) Mouvement de torsion

Figure 5-24 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion

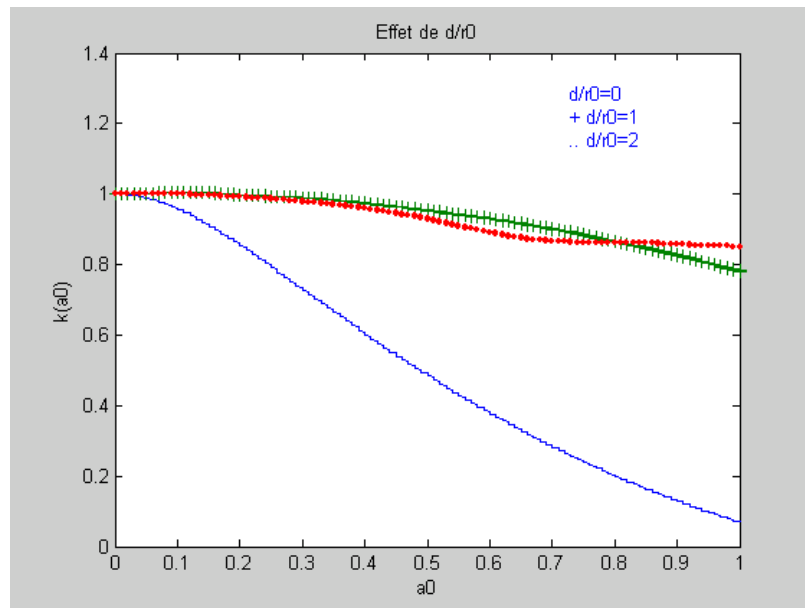


Figure 5-25 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur substratum rigide pour un mouvement de torsion

5.2.1.4 Effet de l'onde de cisaillement :

a) *Mouvement horizontal*

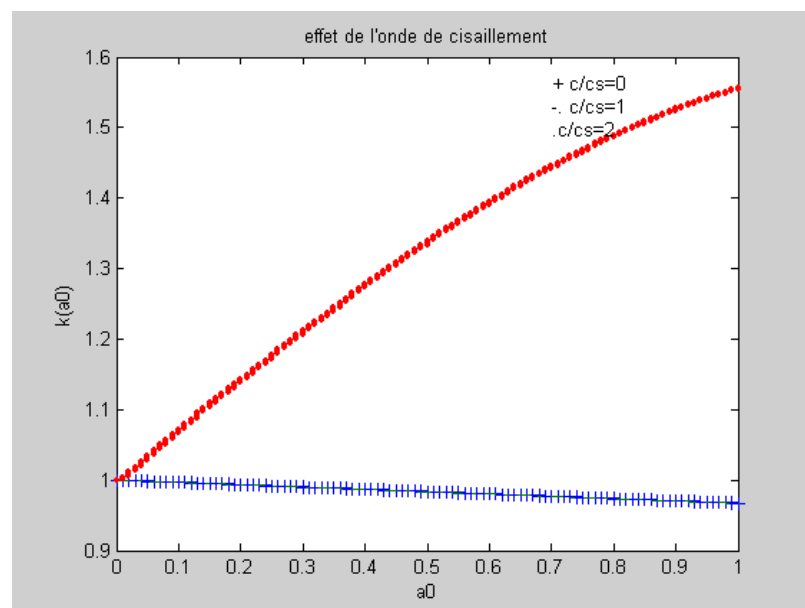


Figure 5-26 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal

Dans ce volet de l'étude de l'onde de cisaillement sera distingué par un rapport des deux vitesses de l'onde de cisaillement de la première et la deuxième couche pour un rapport variant de 0, 1 et 2 entre les deux couches ; la rigidité dynamique augmente de 1 jusqu'à 1.55 pour un rapport nul et commence de 1 en se stabilisant avec une légère déclinaison à haute fréquence pour des valeurs non nulle.

b) Mouvement Vertical

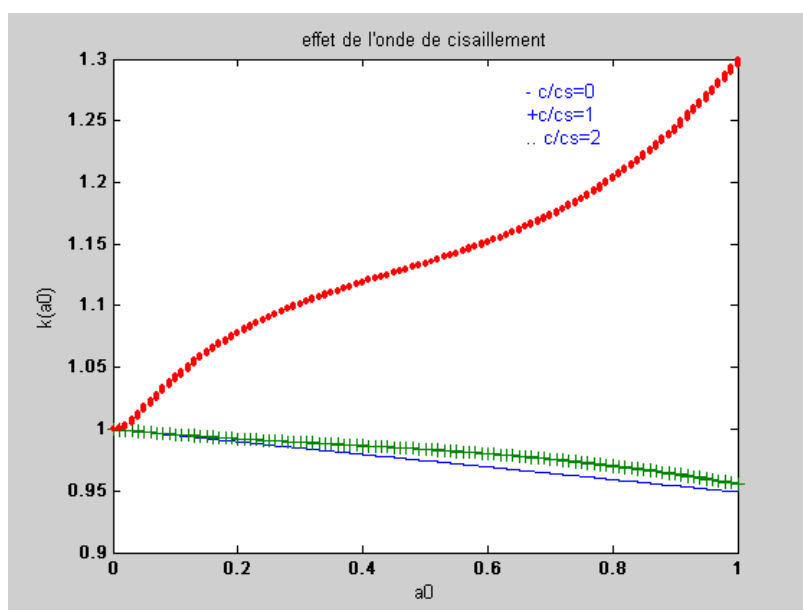


Figure 5-27 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical

Pour des valeurs de rapport de l'onde de cisaillement de « 1 » et « 2 » la rigidité est une fonction linéaire décroissante or pour des valeurs nulle la rigidité est croissante.

e) Mouvement de *balancement*

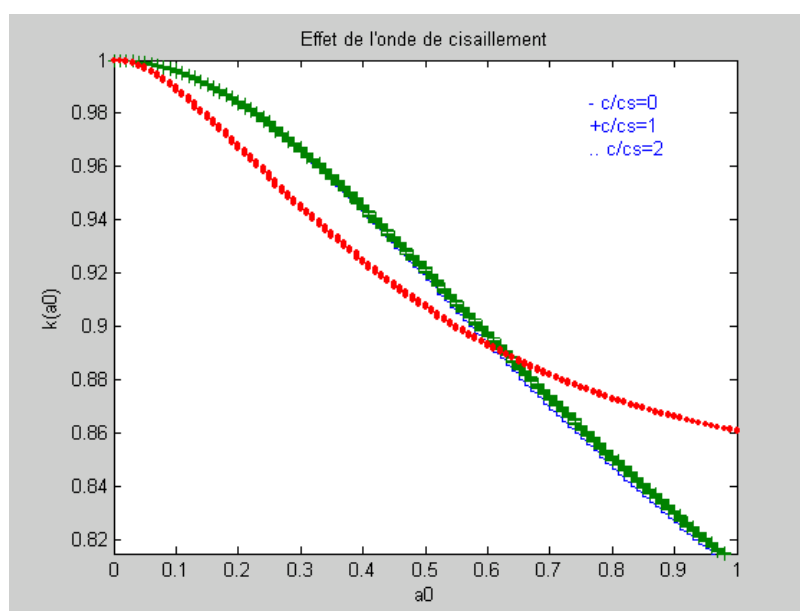


Figure 5-28 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement

La rigidité décroît et se stabilise à une valeur de 0.86 pour le plus grand rapport de cisaillement c'est-à-dire « 2 ».

f) Mouvement de torsion

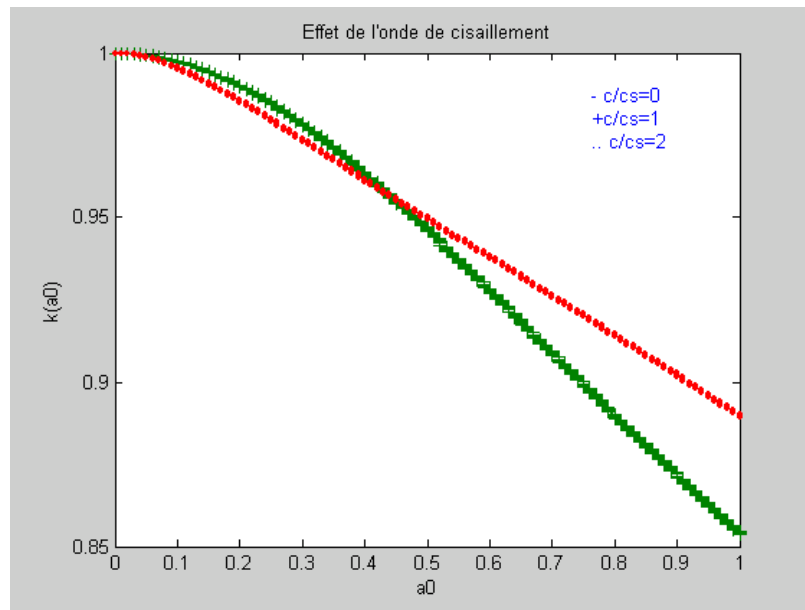


Figure 5-29 Effet l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion

5.2.2 Effet de l'atténuation adimensionnelle

5.2.2.1 Coefficient de poisson

a) Mouvement horizontal

Par la même logique du paragraphe précédent le coefficient de poisson et varie une fois dans la couche supérieure et une autre sur les deux couches

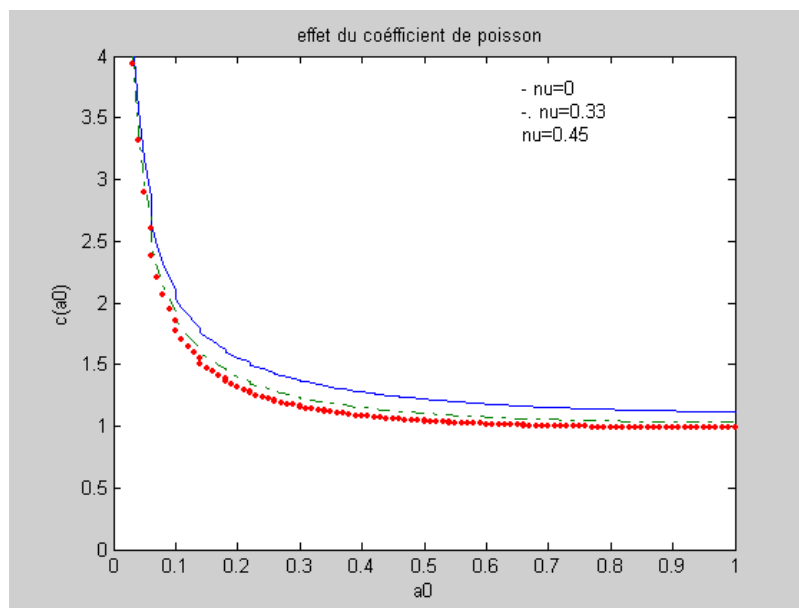


Figure 5-30 Effet du coefficient de poisson sur la couche supérieure de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal

Pour le cas où la variation du coefficient de poisson est sur la couche supérieure, l'amortissement adimensionnel, les paramètres adimensionnels se stabilisent en « 1 » pour les valeurs à hautes fréquences, et tendent vers l'infini à basses fréquences en basse fréquence.

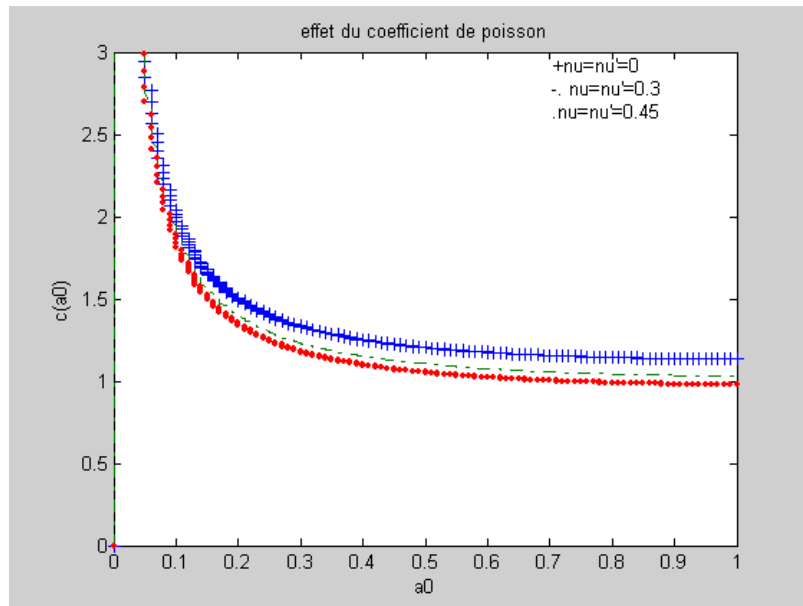


Figure 5-31 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal

Dans le cas où le coefficient de poisson varie entre les deux L'amortissement est aussi une fonction décroissante puis une stabilité autour de 1 pour les valeurs à haute fréquence.

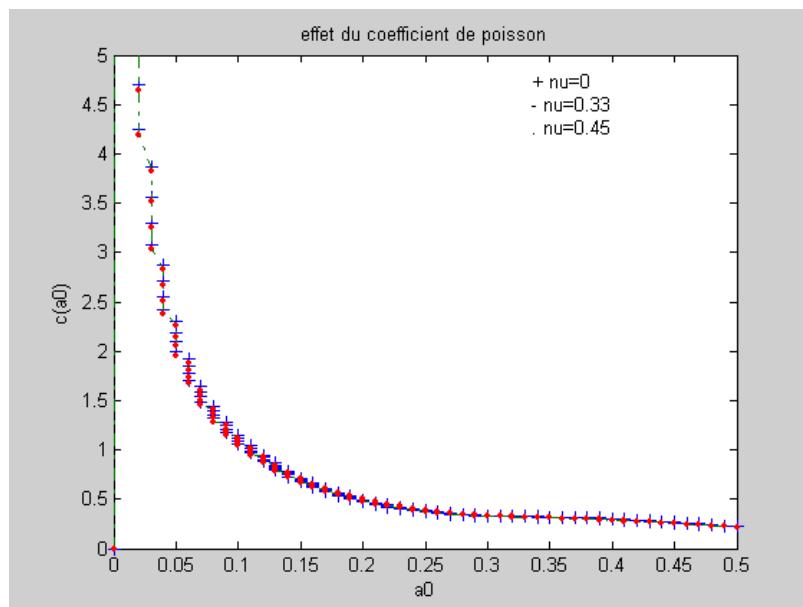


Figure 5-32 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement horizontal

Cette fois ci les couches de sol sont supposées reposé sur un substratum rigide ;le coefficient de poisson varie sur les deux couches de 0,0.33 et 0.45 . L'amortissement adimensionnel donne des résultats presque identiques pour toutes les valeurs de ν ; tend vers l'infini pour les basses fréquences et se stabilise en 0.5 pour des valeurs de fréquences proches de 0.25

b) Mouvement vertical

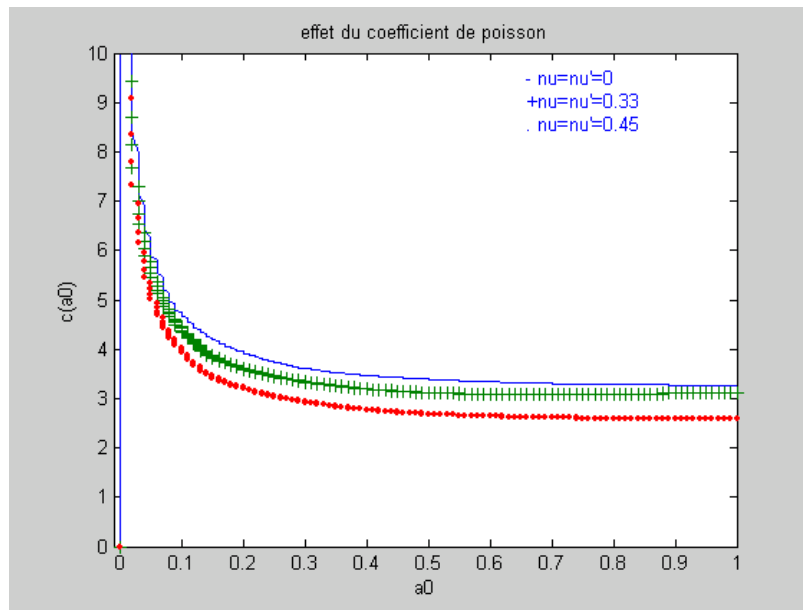


Figure 5-33 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical

Pour les cas de $\nu = 0.33$ et $\nu = 0.45$, l'amortissement décroît toujours pour se stabiliser à des valeurs proches de 2.5.

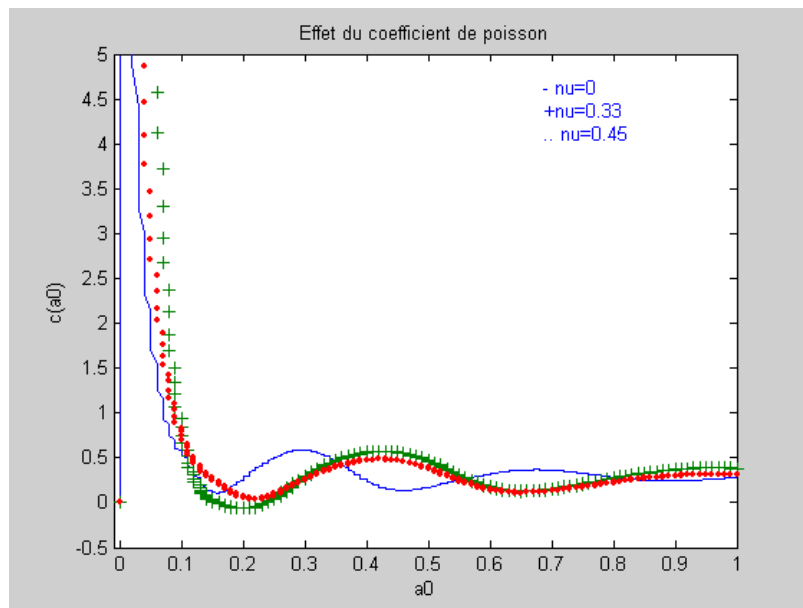


Figure 5-34 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement vertical

A la différence du demi espace l'effet du coefficient de poisson sur l'atténuation est une fluctuation autour de « 0 » majorée par 0.5 à haute fréquence.

c) Mouvement de *balancement*

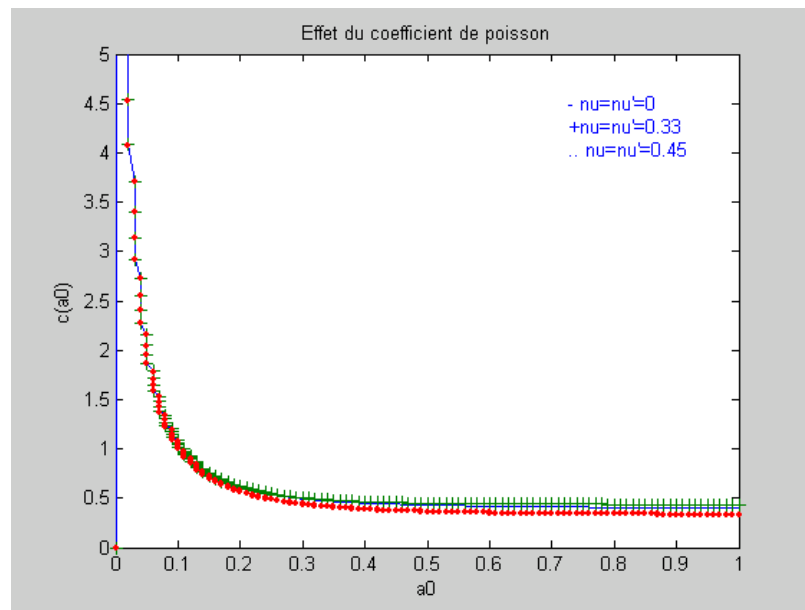


Figure 5-35 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement

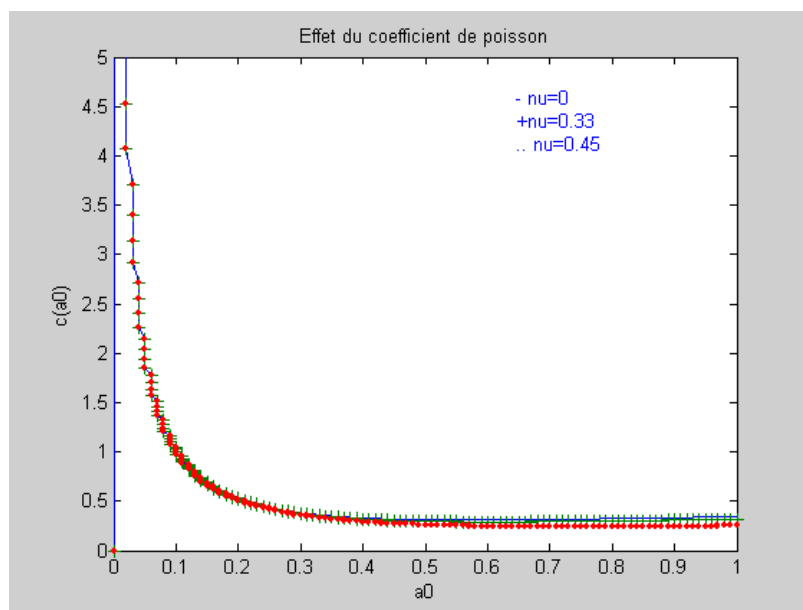


Figure 5-36 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement de balancement

L'amortissement décroît et se stabilise vers 0.3 et 0.5 pour le cas du substratum rigide et le demi espace respectivement pour toutes valeurs de ν

d) *Mouvement de torsion*

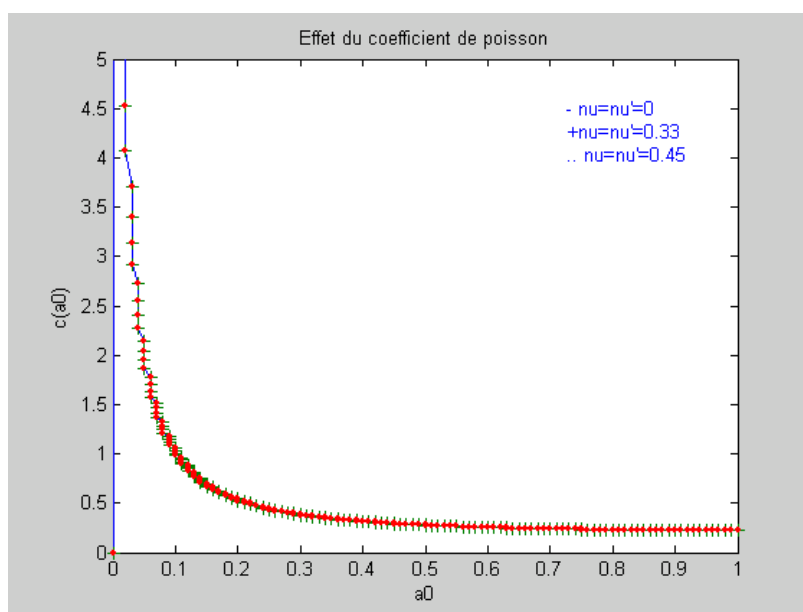


Figure 5-37 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion

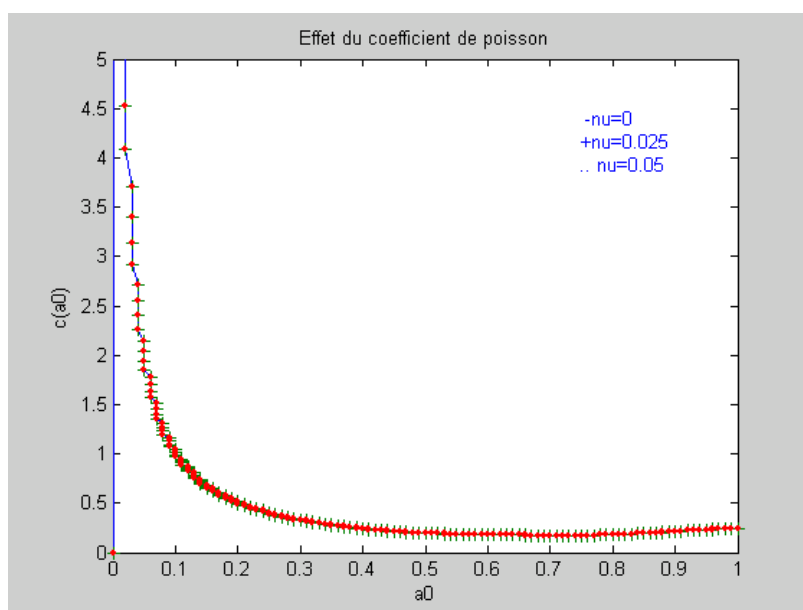


Figure 5-38 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur substratum rigide pour un mouvement de torsion

5.2.2.2 Effet de l'amortissement

a) Mouvement horizontal

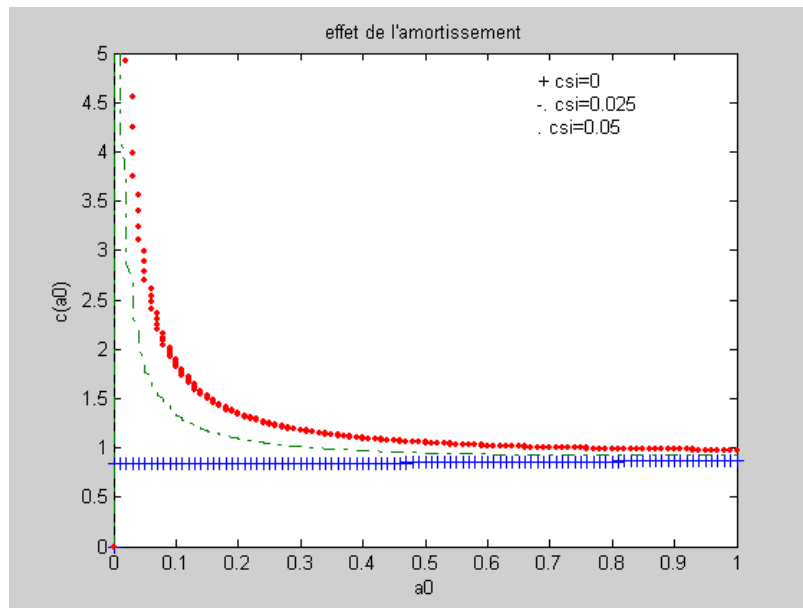


Figure 5-39 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal

L'amortissement varie de 0,0.025,0.05 pour les deux couches ainsi que pour le demi espace ,la L'amortissement adimensionnel est stable pour des valeur nul de ζ en 0.9 pour toute valeurs de fréquences, or ses valeurs tendent vers l'infini pour de basses fréquences et se stabilisent en 1 à haute fréquences.

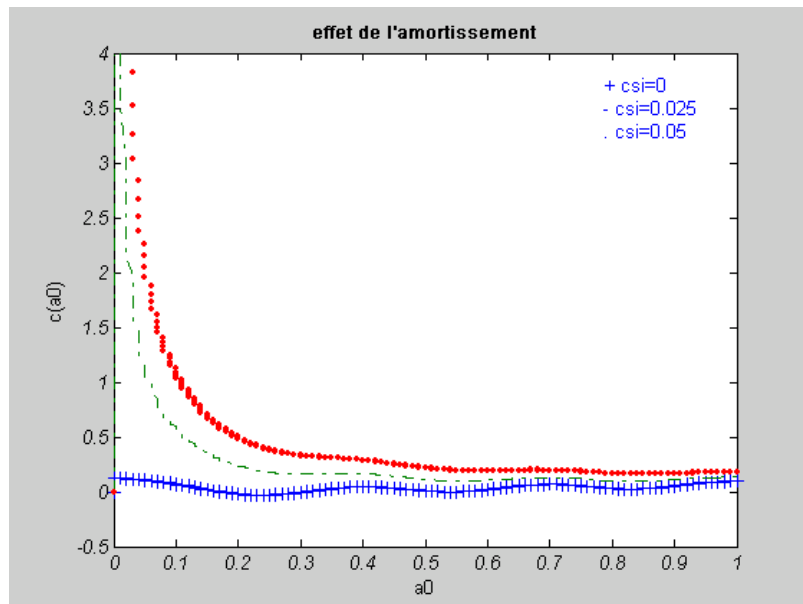


Figure 5-40 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement horizontal

L'amortissement est constant en 0 pour des valeurs nulles de ζ , décroît puis se stabilise à des valeurs nul pour $\zeta = 0.025$ $\zeta = 0.05$

b) Mouvement vertical

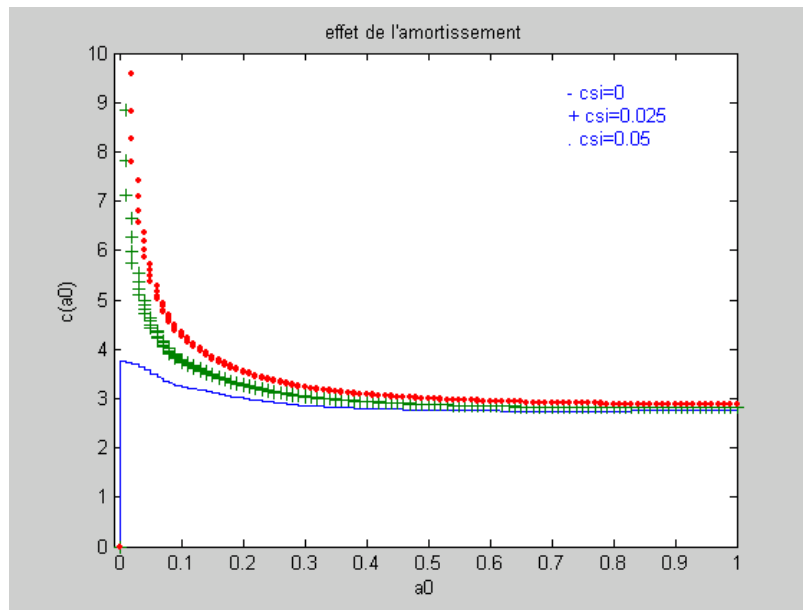


Figure 5-41 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical

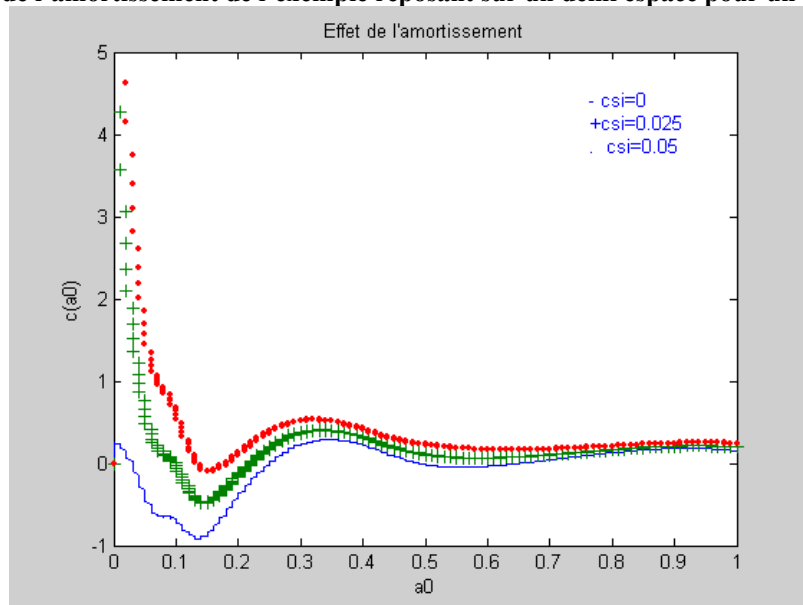


Figure 5-42 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement vertical

L'amortissement décroît pour se stabiliser à des valeurs proche de 3. Contrairement au demi-espace la rigidité d'un substratum rigide est décroissante à partir de « 1 » avec une fluctuation en basse fréquence, qui se stabilise à haute fréquence.

c) Mouvement de *balancement*

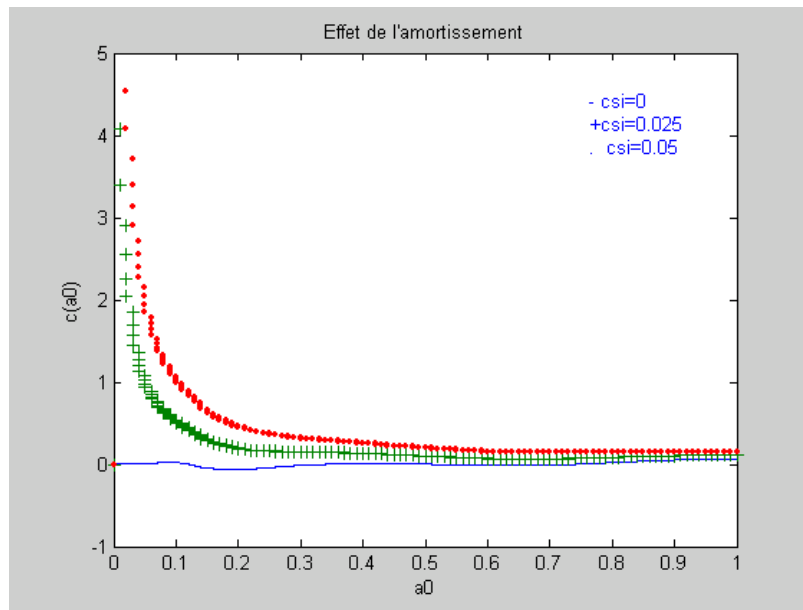


Figure 5-43 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement

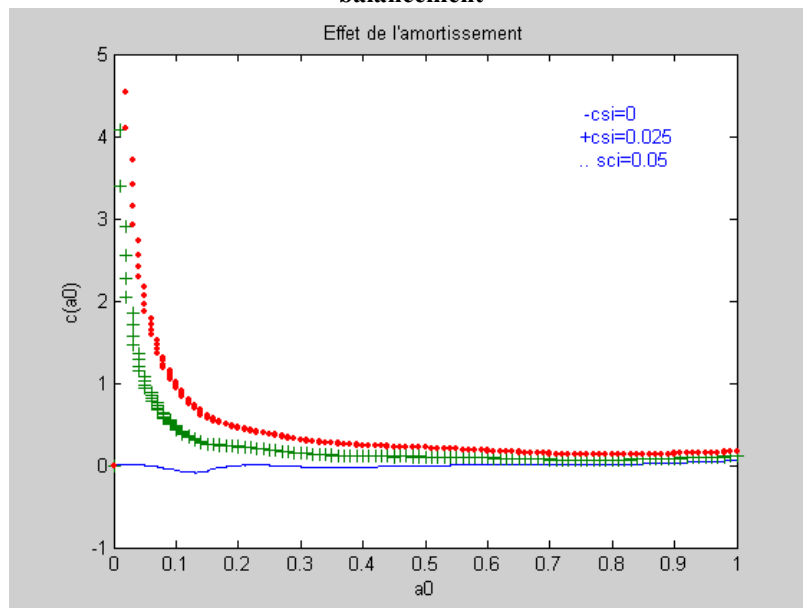


Figure 5-44 Effet l'amortissement de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement de balancement

L'amortissement est presque constant en « 0 » pour des valeurs nulle de ξ décroissant puis stable en « 0 » ailleurs.

d) Mouvement de torsion

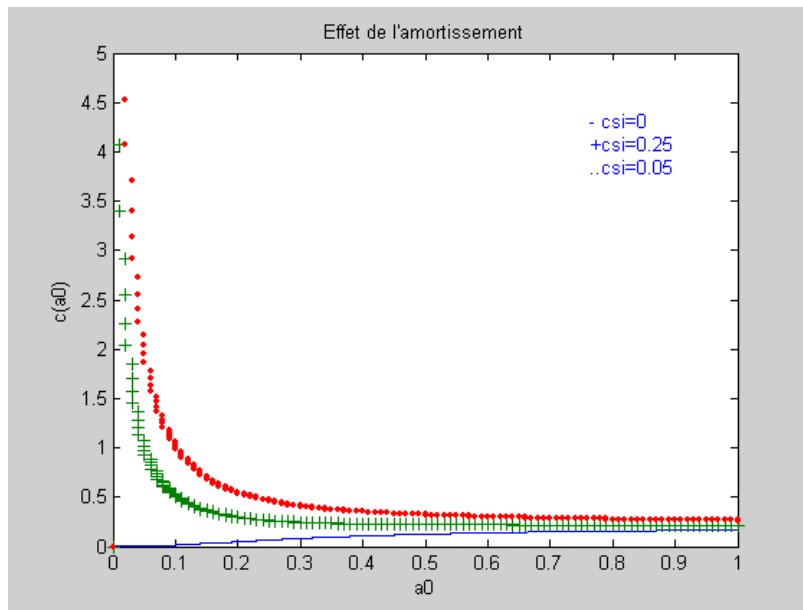


Figure 5-45 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion

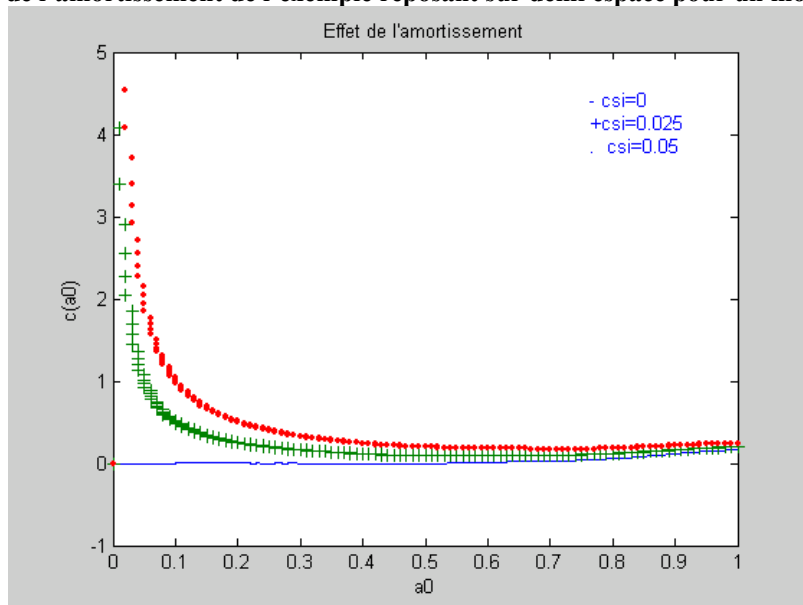


Figure 5-46 Effet de l'amortissement de l'exemple reposant sur substratum rigide pour un mouvement de torsion

5.2.2.3 Effet de la profondeur

a) Mouvement horizontal

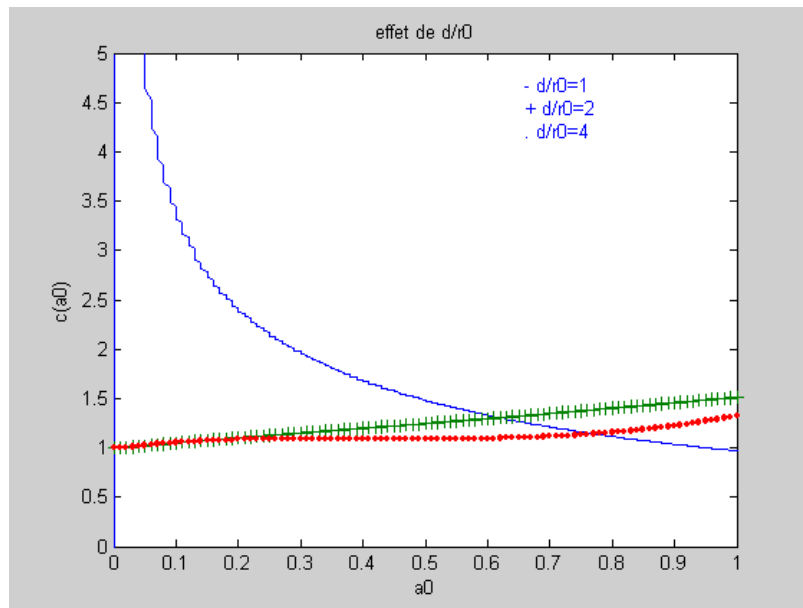


Figure 5-47 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal

L'amortissement tend vers l'infini pour se stabilisé en 1 à haute fréquence et presque stable en 1 pour des rapport de 2 ou 4

b) Mouvement vertical

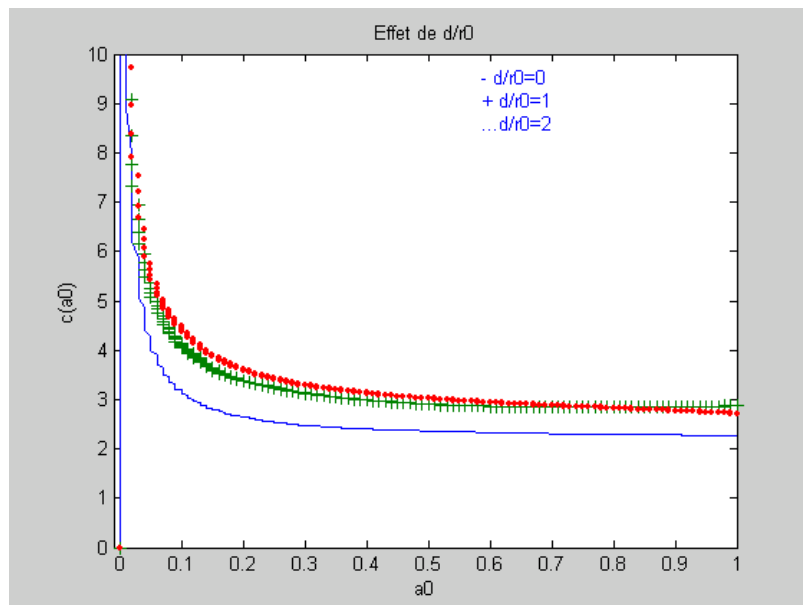


Figure 5-48 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical

L'amortissement est toujours une fonction décroissante l'importance de ses valeurs suit la croissance de la profondeur.

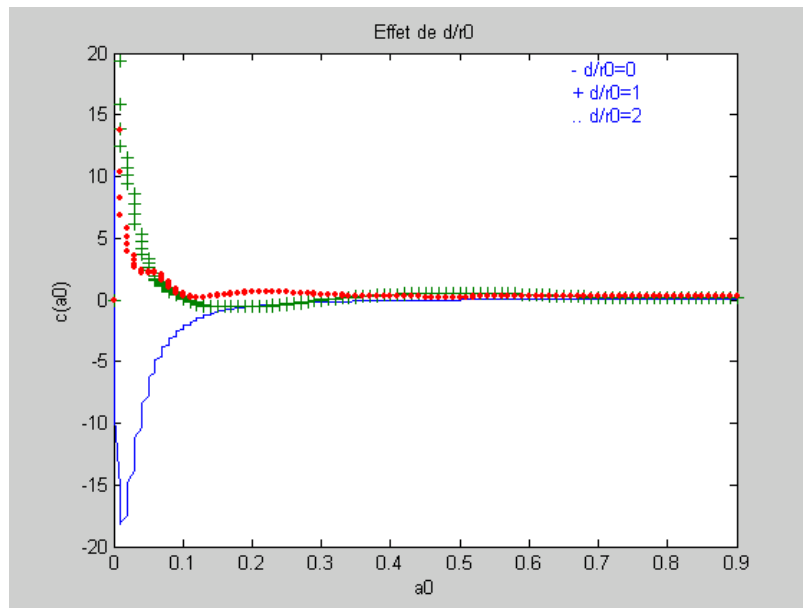


Figure 5-49 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement vertical

L'amortissement dans ce cas est plus importante pour une profondeur 1 et 2 qui atteint la valeur de 15 à haute fréquence, pour une profondeur nulle la figure des résultats négatifs contrairement aux autres cas qui se stabilisent pour des valeurs en hautes fréquences.

c) Mouvement de *balancement*

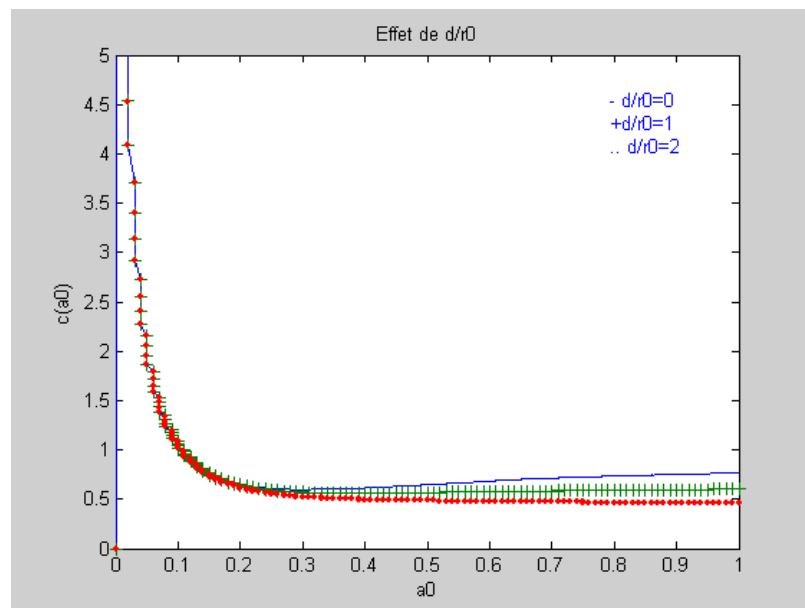


Figure 5-50 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement

La profondeur de la fondation agit de façon à décroître L'amortissement pour les valeurs à basses fréquences pour se stabiliser à de valeurs proches de 0.5 en haute fréquence avec une légère déviation.

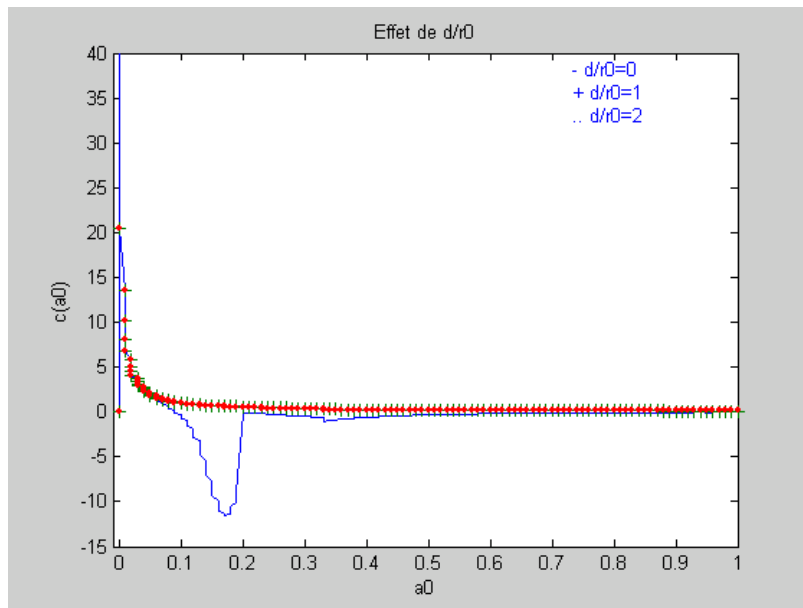


Figure 5-51 Effet du coefficient de poisson de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement de balancement

Le rapport de profondeur nul à un effet de perturbation par rapport aux autres résultats, qui sont stables en « 1 » pour, ce qui est de même pour l'amortissement sauf que la stabilisation se fait pour des valeurs nulles

d) Mouvement de torsion

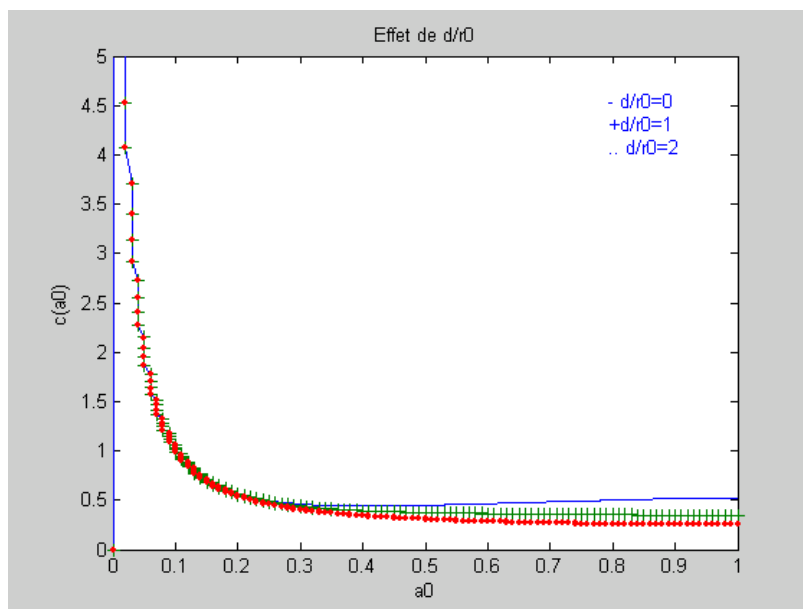


Figure 5-52 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion

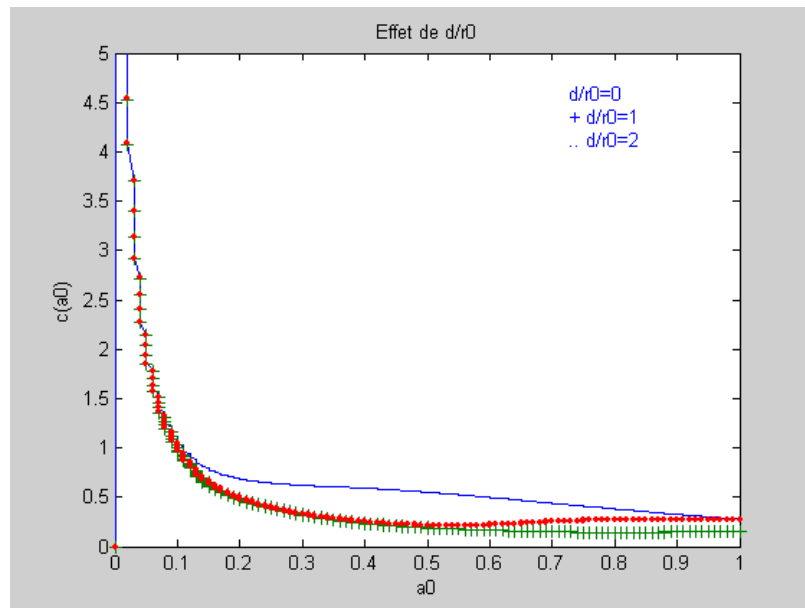


Figure 5-53 Effet de d/r_0 de l'exemple reposant sur substratum rigide pour un mouvement de torsion

5.2.2.4 Effet de l'onde de cisaillement :

c) Mouvement horizontal

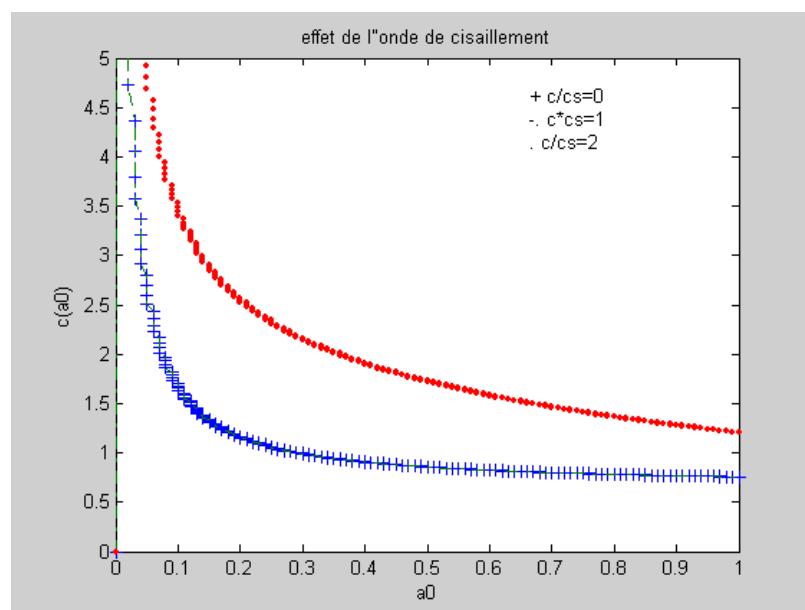


Figure 5-54 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement horizontal

L'onde de cisaillement sera distinguée par un rapport variant de 0, 1 et 2 entre les deux couches ; L'amortissement adimensionnel tend à l'infini pour les basses fréquences puis se stabilise vers des valeurs proches de 1 en hautes fréquences, les valeurs les plus importantes sont pour un rapport nul, autrement les résultats sont presque identiques.

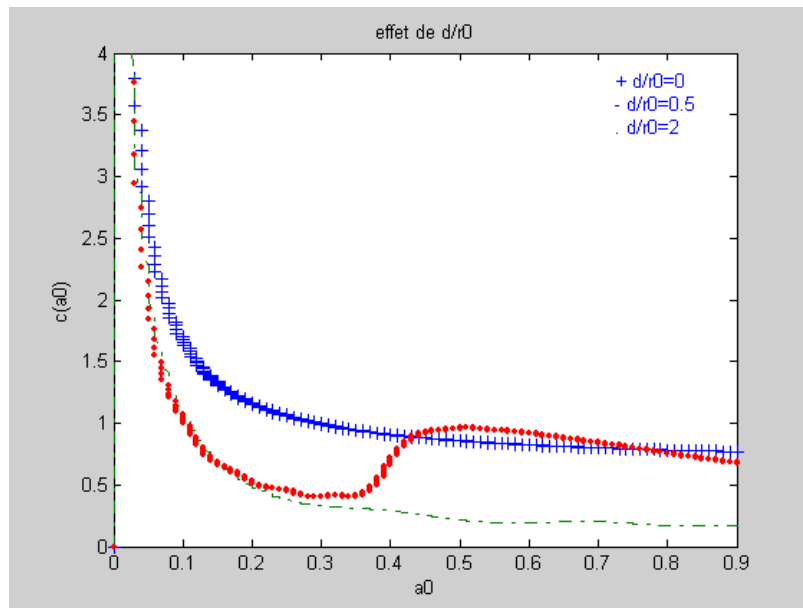


Figure 5-55 Effet de $d/r0$ de l'exemple reposant sur un substratum rigide pour un mouvement horizontal

L'effet de la profondeur des fondations est bien clair pour l'amortissement qui prend des valeurs presque stable en 1 pour une profondeur nul puis se stabilise pour des valeur de haute fréquence..

d) Mouvement Vertical

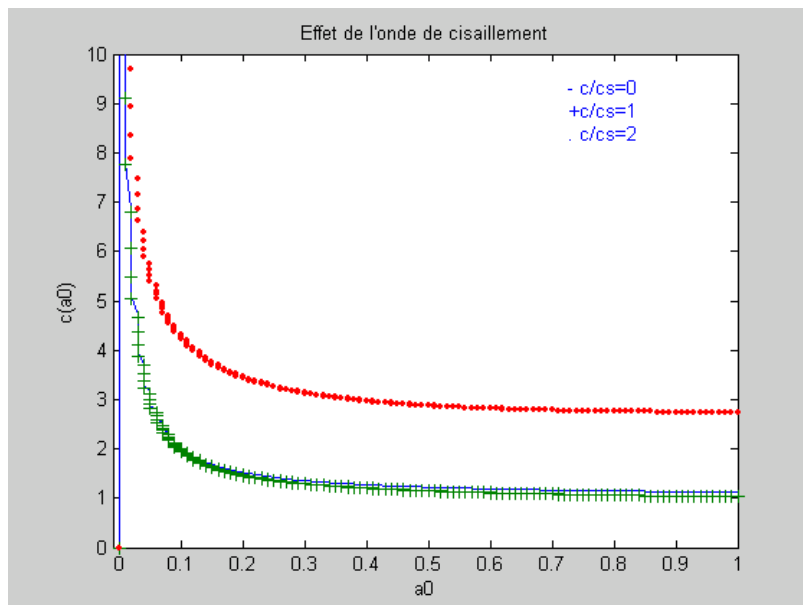


Figure 5-56 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement vertical

Pour des valeurs de rapport de l'onde de cisaillement de « 1 » et « 2 » l'atténuation est une fonction décroissante qui se stabilise pour des valeurs de 3 pour un rapport de 2 et se stabilise en 1 pour un rapport unitaire.

e) Mouvement de *balancement*

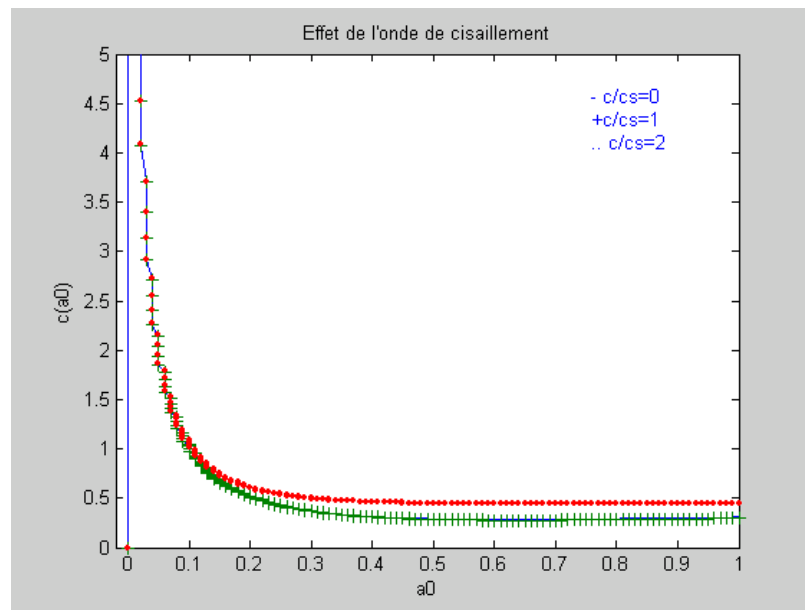


Figure 5-57 Effet de l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur un demi espace pour un mouvement de balancement

f) Mouvement de torsion

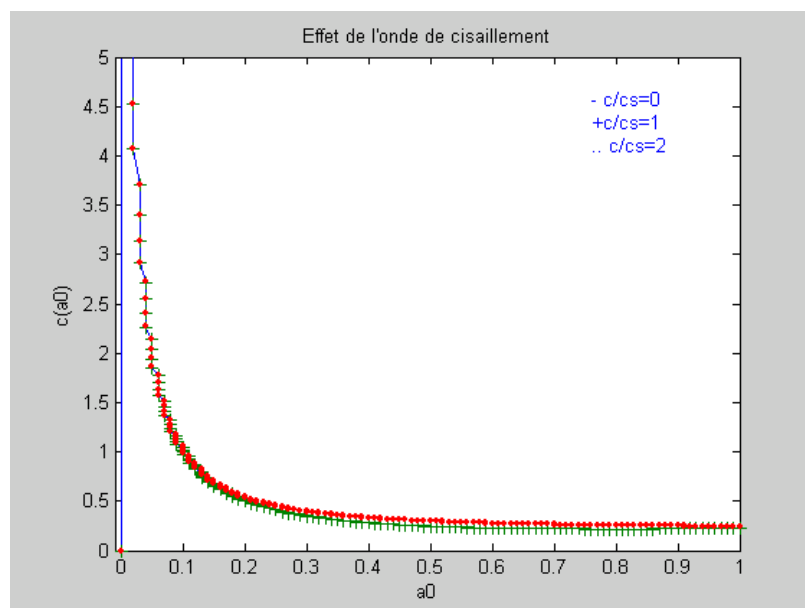


Figure 5-58 Effet l'onde de cisaillement de l'exemple reposant sur demi espace pour un mouvement de torsion

La variation de la rigidité est distinguée par Le coefficient de poisson qui, en cas de demi espace, à pour effet d'augmenter la rigidité dans le cas d'un mouvement horizontal et vertical contrairement au mouvement de balancement et de torsion qui diminue la rigidité. Dans le cas du substratum on remarque une fluctuation pour le mouvement vertical et horizontal et une décroissance pour les cas de torsion et de balancement.

Effet de l'amortissement : ce paramètre fait croître la rigidité dans le cas des mouvements horizontaux et verticaux, une fluctuation décroissante pour les mouvements de torsion et de balancement d'un exemple surmontant un demi espace

Effet de la profondeur la rigidité est croissante avec la profondeur dans le cas des mouvements horizontaux et verticaux à la différence aux cas des mouvements de torsion et balancement dans le cas d'un exemple surmontant un demi espace

Dans le cas du substratum rigide la rigidité est une fonction légèrement décroissent à partir de la valeur de 1 l'onde de cisaillement pour un mouvement horizontal la rigidité adimensionnelle est croissante pour un rapport nul de l'onde de cisaillement seulement en remarque une légère décroissance à partir de 1 pour un rapport différent de 0 pour le mouvement vertical cependant la rigidité est décroissante pour le cas balancement et torsionnel.

L'effet de l'atténuation à un effet moins important sur les différents modes de rupture car pour la variation de coefficient de poisson on remarque décroissance en basse fréquence et stabilité à haute fréquence en 1 pour un mouvement horizontal sur demi espace et en 0.5 pour les autres cas. L'effet de la compressibilité est peu détecté pour cet exemple.

L'effet de l'amortissement se traduit par une stabilisation en 0 pour les mouvements de torsion et de balancement à haute fréquence avec une petite perturbation à basse fréquence pour un substratum rigide.

5.3. Conclusion

L'étude paramétrique nous donne un aperçu sur l'effet des paramètres (coefficient de poisson, l'amortissement, la profondeur, et le rapport de l'onde de cisaillement sur les paramètres adimensionnels tel que la rigidité, l'atténuation pour les multiples modes de rupture, ces paramètres agissent de façon à augmenter la rigidité pour les modes verticaux et horizontaux et la décroître pour les modes de balancement et de torsion en un cas de demi espace, par contre en cas du substratum rigide on constate une fluctuation à basse fréquence puis une stabilité à haute fréquence. Cependant l'amortissement est peut sensible à la variation de ces paramètres : il prend de fortes valeurs pour les basses fréquences et suit une asymptote en hautes fréquences.

5.4. Bibliographie

[1]Gazetas, G., 1983, "Analysis of Machine Foundation Vibrations: state of the art," J. Soil Dynamics and Earthquake Engng., 2, 2-42.

[2]Gazetas, G., 1987, "Simple Physical Methods for Foundation Impedance, in Dynamic Behaviour of Foundations and Buried Structures," (Developments in soil mechanics and

foundation Engrg. Vol. 3,), edited by P.K.Banerjee and R.Butterfield, chapter-2,45-93, London: Elsevier Applied Science.

[3]Hadjian, A. H. and Luco, J. E., 1977, "On the Importance of Layering on Impedance Functions," Proc. 6th WCEE, New Delhi, pp. 1675-1680.

[4]Luco, J. E., 1974, "Impedance Functions for a Rigid Foundations on a Layered Medium," Nuclear Engineering and Design, 31, 204-217.

[5]Luco, J. E. and Westmann, R. A., 1971, " Dynamic Response of Circular Footings," J. Engng. Mech. Div., ASCE, 97, EM5, 1381.

[6]Sridharan, A., Gandhi, N. S. V. V. S. J., and Suresh, S., 1990, "Stiffness Coefficients of Layered Soil System," Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 4, pp. 604-624.

[7]Wolf, J.P., 1994, "Foundation Vibration Analysis Using Simple Physical Models," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

[8] <http://www.ejge.com/2003/Ppr0340.htm>

Chapitre6

Application Numérique et Validation

6.1. Validation

6.2. Application Numérique

6.3. Conclusion

6.4. Bibliographies

Chapitre 6

6 Application Numérique et Validation

6.1. Validation

L'exemple ci-dessous est validé par la référence [2] pour un réacteur ayant les caractéristiques du schéma suivant.

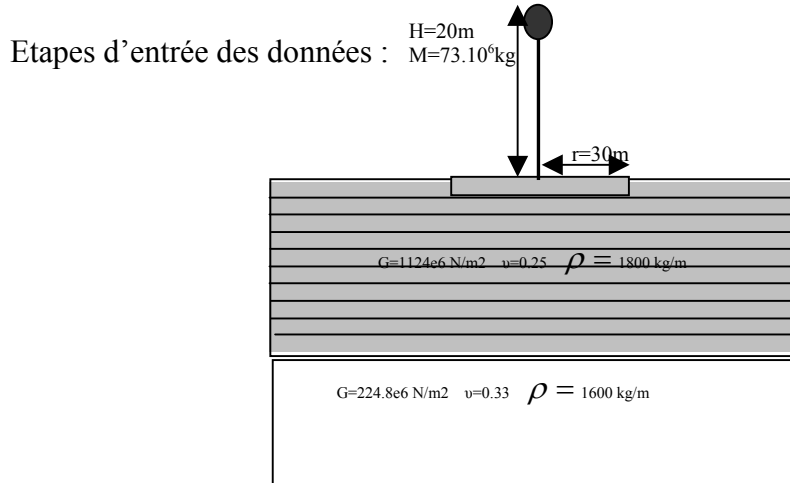


Figure 6-1 Dépôt du sol pour l'exemple de validation

Etape 0 :

La structure est de hauteur de 20m de masse $m=73.10^6\text{ kg}$, et de rigidité de $k=46.10^9\text{ N/m}$. l'amortissement de la structure est $\zeta=0.025$

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k}{m}} = 33.93\text{ s} \quad f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = 5.6 \quad \text{soit } 6\text{ s} \quad \omega = 2.\pi.5.f_s = 188.5\text{ s}$$

Etape 1:

L'accélérogramme « dans le temps » est transformé dans le domaine fréquentiel en utilisant la transformée de Fourier rapide ce qui donne une fonction périodique.

Le signal est de duré 20.48s le temps T est discrétisé en 1024 points d'un pas de 0.02s

$$\Delta\omega = 2.\pi / Ndt = 0.3068$$

$$\omega = 2.\pi.5.f_s = 125.7\text{ s} \quad n = \frac{\omega}{\Delta\omega} = 409.5 \quad \text{Soit } n=410$$

Cela veut dire que le calcul du mouvement sera fait pour toutes les couches de sol pour un nombre de fréquences de 410 de pas 0.3068s soit ($j=1,2,\dots,410$).

$$\Delta e = \frac{c_s}{10f_s} = 50\text{ cm}$$

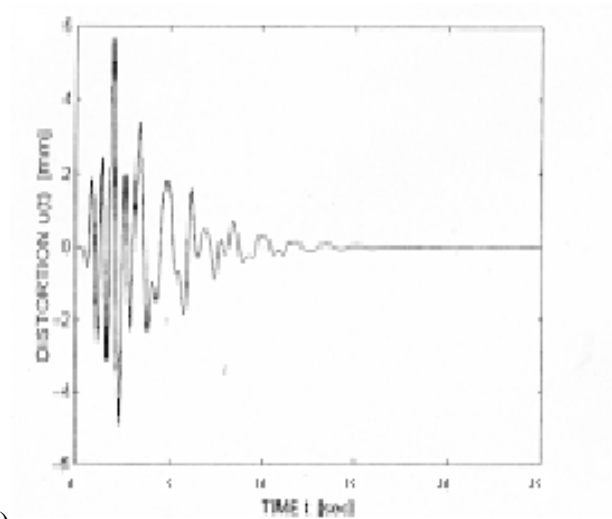
Le nombre de sous couches $\geq \frac{1.25d}{\Delta e} = 3.5$ soit 4 sous couches de 0.5m.

Etape 2 :

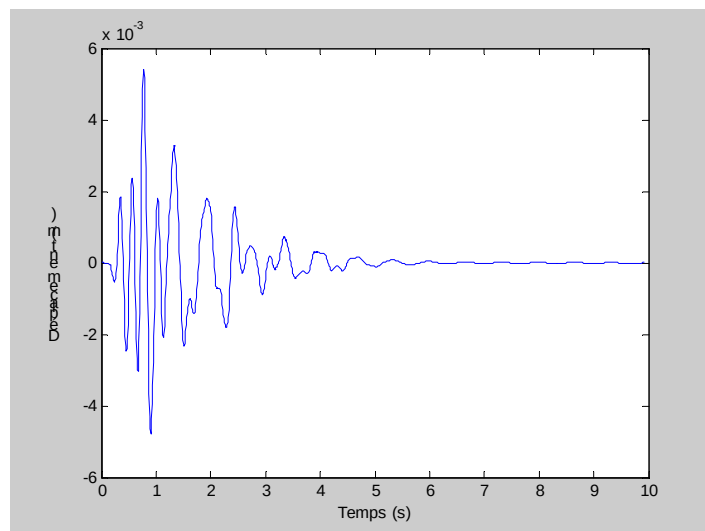
La matrice dynamique du champ libre est calculée relativement aux disques par l'équation (4-78)

Etape3 :

Calcul du mouvement effectif pour chaque valeur de la fréquence 4-79 puis la résolution de l'équation (4-75) j fois.



(a)



(b)

Figure 6-2 Réponse de la structure dans le domaine temporel validée selon la réf [2] fig (a)

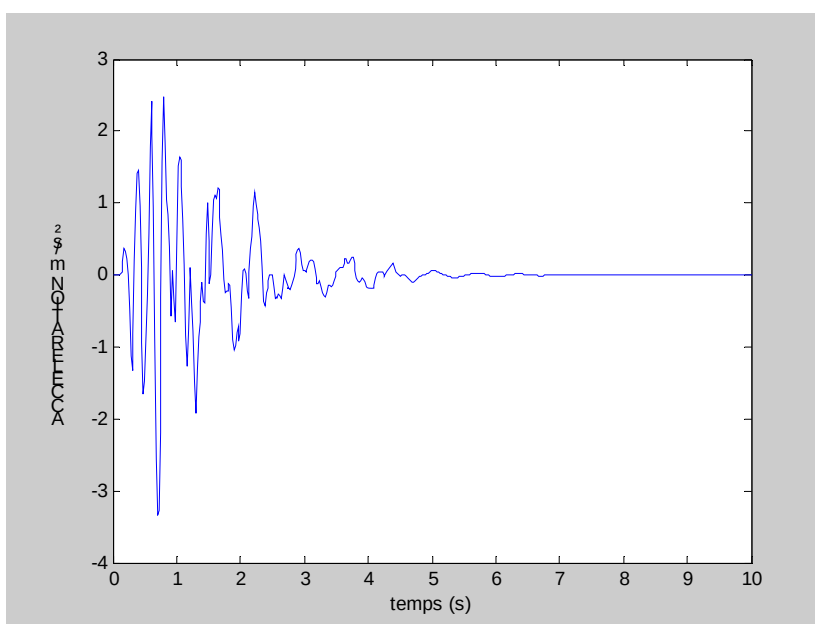


Figure 6-3 Accélérogramme de Newcastle 1989

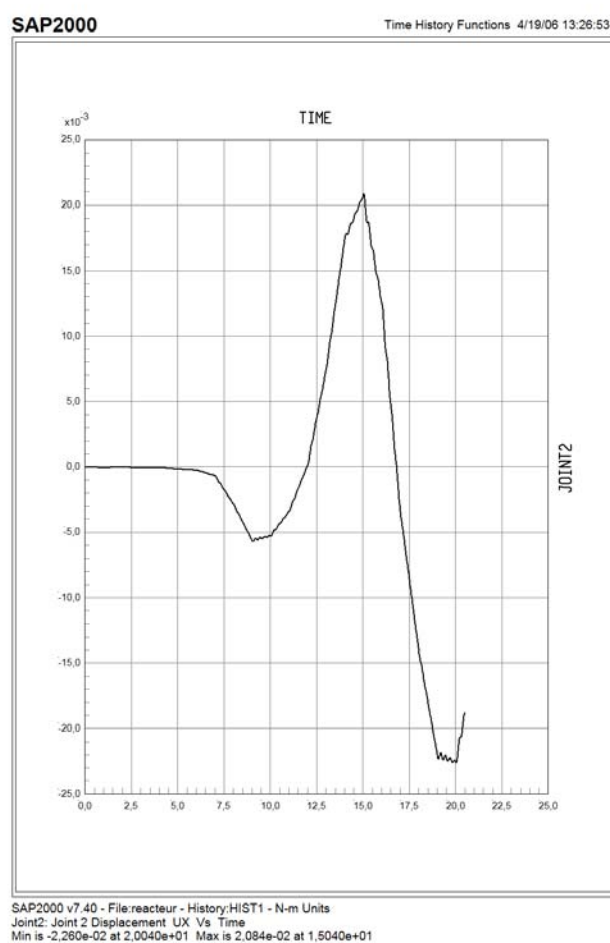


Figure 6-4 Réponse réacteur sous l'action sismique de Newcastle 1989 Sans interaction (sap2000)

6.2. Application Numérique

Exemple 1

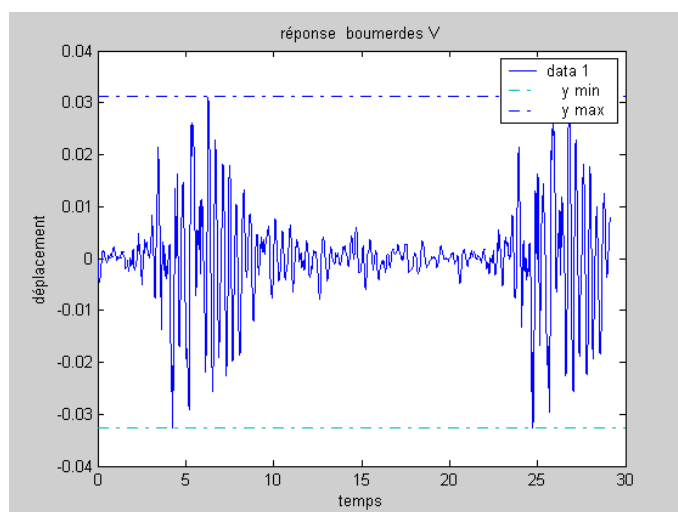


Figure 6-5 Réponse de la structure de l'exemple 1 par l'utilisation de l'accélérogramme de Boumerdès

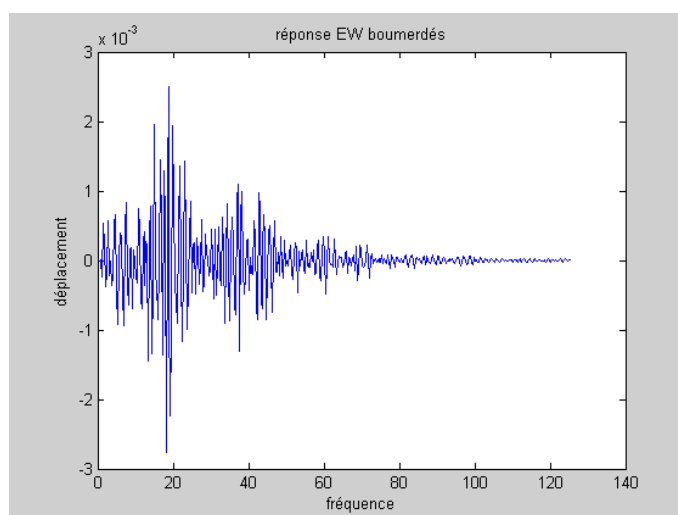


Figure 6-6 Réponse du site de l'exemple 1 par l'utilisation de l'accélérogramme EW de Boumerdès

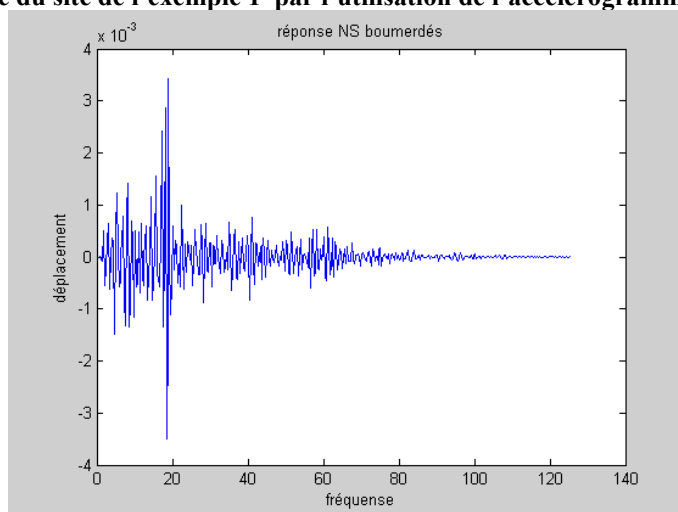
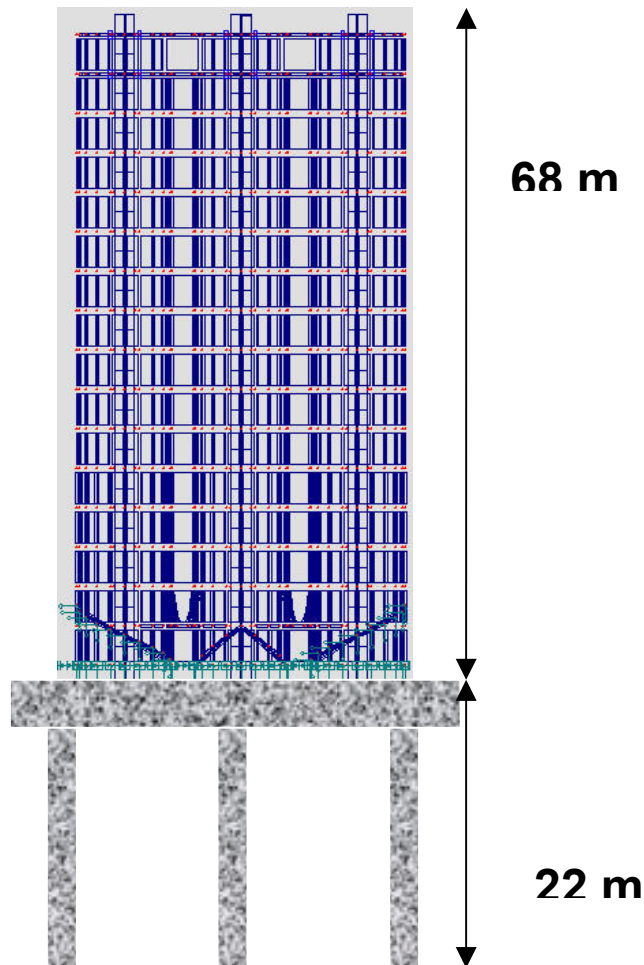


Figure 6-7 Réponse du site de l'exemple 1 par l'utilisation de l'accélérogramme NS de Boumerdès

Exemple2 :

Étapes d'entrée des données :

**Etape 0 :**

La structure est une batterie de neuf silos, de hauteur de 68 m de masse $m=8.98.10^6$ kg, et de rigidité de 10.3310^9 N/m. l'amortissement de la structure est $\zeta = 0.05$.

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k}{m}} = 33.93 \text{ s} \quad f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = 5.6 \text{ soit } 6 \text{ s} \quad \omega = 2\pi 5.6 = 188.5 \text{ s}$$

Etape 1:

L'accélérogramme « dans le temps » est transformé dans le domaine fréquentiel en utilisant la transformée de Fourier rapide ce qui donne une fonction périodique.

Le signal est de durée 20.48s le temps T est discrétisé en 4096 pas. Ce qui donne un pas de 0.05s

$$\Delta\omega = 2\pi / N\Delta t = 0.3068$$

$$\omega = 2\pi 5.6 = 188.5 \text{ s} \quad n = \frac{\omega}{\Delta\omega} = 614.4 \text{ Soit } n=615$$

Cela veut dire que le calcul du mouvement sera fait pour toutes les couches de sol pour un nombre de fréquences de 615 de pas 0.3068s soit (j=1,2,.....615).

$$G=3780, \rho = 2060 \quad c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = 428.36 \quad \Delta e = \frac{c_s}{10f_s} = 71.42 \text{ cm}$$

Le nombre de sous couches $\geq \frac{1.25d}{\Delta e} = 3.5$ soit 4 sous couches de 0.5m.

Etape 2 :

La matrice dynamique du champ libre est calculé relativement aux disques par l'équation (4-78)

Etape3 :

Calcul du mouvement effectif pour chaque valeur de la fréquence 4-79 puis la résolution de l'équation (4-75) j fois.

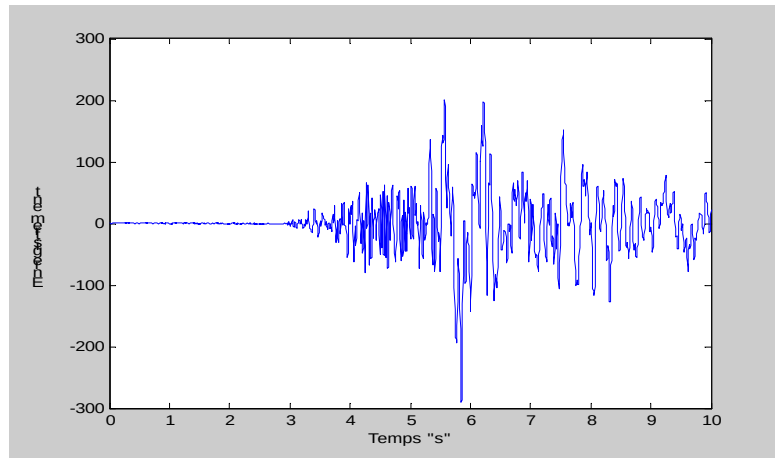


Figure 6-8: Enregistrement du séisme de boumerdès (Keddara)

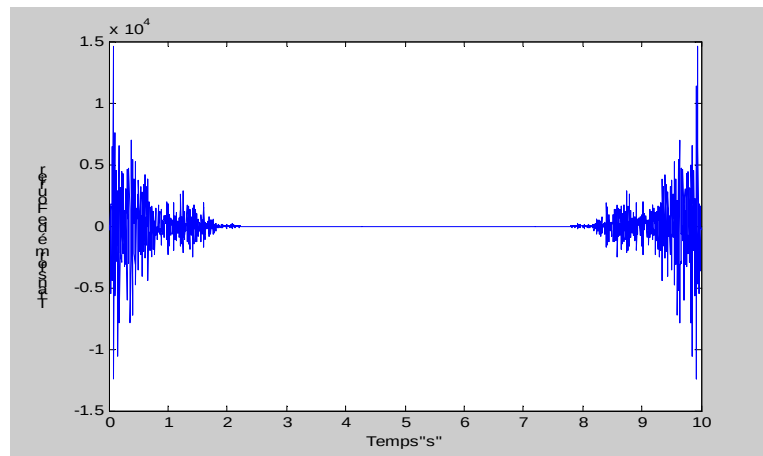


Figure 6-9: Transformée de Fourier de l'accélérogramme de keddra

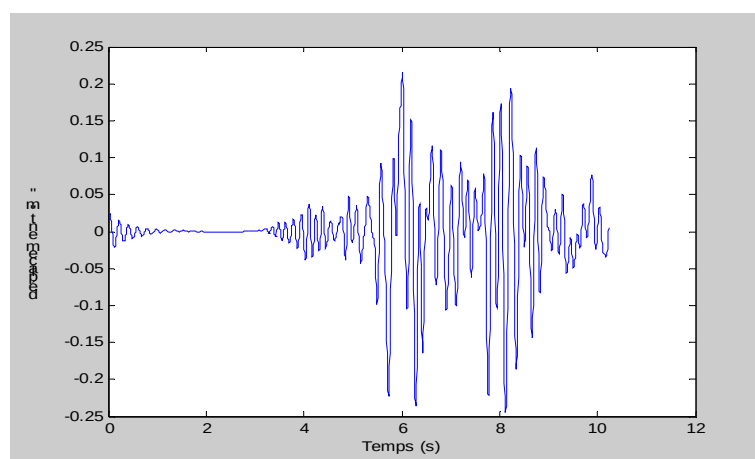


Figure 6-10 Réponse des silos de grains de corso sous l'action sismique de Boumerdès 2003 (partie réelle)

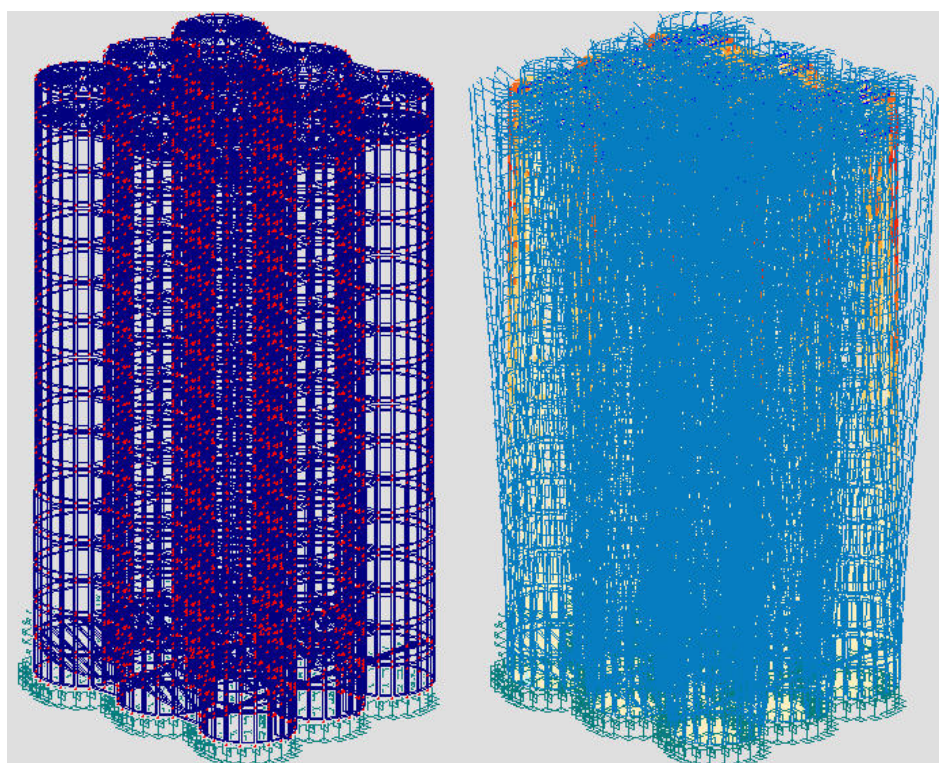


Figure 6-11 Silos de corso a) maillage b) déplacement

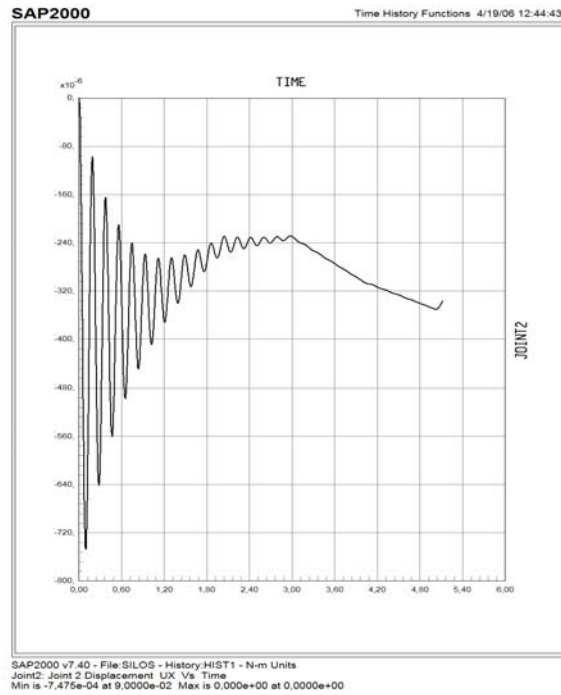


Figure 6-12 Réponse des silos de grains de corso sous l'action sismique de Boumerdès 2003 Sans interaction (sap2000)

6.3. Conclusion

L'application du modèle sur des cas réels donne des résultats acceptables et met en évidence l'intérêt de l'étude de l'interaction sol-structure. L'exemple des silos le modèle du cône donne un déplacement au sommet de 20,9cm (figure 6-4) contre 0,7mm sans interaction (sap2000)(figure 6-11) .dans le cas de l'exemple de validation on obtient 5,7cm (avec interaction) contre 22,6 cm (sans interaction)

Ceci démontre clairement l'influence de l'interaction sol-structure sur le comportement de la superstructure.

6.4. Bibliographie

[1] Mario paz ,William Leigh 'structural dynamics theory and computation 'kluwer academic publishers, 2004

[2] Computer and structure, Inc BERKELY California SAP2000 v7.40,

[3]John P. Wolf, Andrew J. Deeks 2004, foundation vibrations analysis a strength of materials approach Prentice-Hall, Englewood Cliffs,N.J.

Chapitre7

Conclusions et Recommandations

Chapitre 7

7 Conclusions et Recommandations

Contrairement aux méthodes rigoureuses qui appliquent la propagation d'ondes pour des modèles compliqués, le modèle appliqué basé sur la propagation d'ondes dans les cônes avec la réflexion et la réfraction à l'interface des couches permet de constater qu'aucune atténuation négative ne peut se produire et que la réflexion des ondes demeure complète.

En outre le modèle donne un bon résultat comparé aux solutions analytiques classiques. La section des cônes augmente dans la direction de la propagation des ondes aussi bien vers le bas que vers le haut, ce qui réduit le problème du champ lointain et l'introduction des frontières, et fournit le moyen de traduire par un modèle simple. L'effet de l'interaction sol-structure non seulement en dynamique mais aussi dans le domaine temporel pour les ouvrages superficiels (modèle recto du cône) et les ouvrages enterrés (double cône), en plus d'un dimensionnement qui tient compte de la profondeur des fondations. Ainsi le modèle fournit le moyen d'introduire des paramètres physiques souvent obscurcis par la complexité des solutions numériques et l'exactitude proportionnelle du problème, plus facile à utiliser, il offre un outil rentable pour les bases de conception sous chargement dynamique.

En conclusion les procédures décrites présentent les avantages suivants :

- Simplicité de la description physique (propagation unidimensionnelle des ondes).
- Application simple permettant une analyse de calcul manuel dans plusieurs cas.
- Possibilité d'application quelque soit la forme de fondation sur différents profil du sol et ancrage)
- Exactitude suffisante : l'utilisation directe de ces méthodes dans la pratique quotidienne, conception des fondations sujettes à des forces dynamiques.
- Possibilité de vérification des résultats d'analyse plus compliquée.
- Possibilité d'application du principe de superposition.

On considère que le milieu sol surmontant la fondation constitue un demi-espace élastique horizontal et homogène. Cependant, les sols sont hétérogènes et se composent de différentes couches avec différentes propriétés. Comme le modèle du cône est une alternative des méthodes de frontière, l'introduction de l'effet topographique et l'effet de site serait une bonne perspective. Ce qui conduit à l'utilisation d'un modèle bidimensionnel et tridimensionnel, pour les problèmes linéaires et non linéaires. L'application des modèles physiques conduit à la simplification et par conséquent à un oubli de la précision comparé aux éléments finis par exemple, compensé par l'économie du temps de l'effort et la souplesse dans l'application.

a. Annexe A

Dérivation de l'équation fondamentale

La dérivation de l'équation fondamentale de la méthode CIFECEM (cas 3d) est comme suit :

Considérons un secteur d'un domaine infini, limité par l'élément d'interface (coordonnées x_i et par la surface externe avec des coordonnées x_e . La similitude est basée sur la relation ;

$$x_e = (1 + \omega)x_i, \quad \omega = \frac{(r_e - r_i)}{r_i} \quad \mathbf{a-1}$$

La fonction d'interpolation de l'élément est ;

$$\hat{N}_j = 1/2(1 + \zeta_j \zeta) N_{j=i} \quad \mathbf{a-2}$$

Où N sont des fonctions de forme de l'élément d'interface.

En se basant sur les équations a-1, a-2 l'élément isoparamétrique peut être construit comme suit:

$$\hat{x} = (1 + \omega/2(1 + \zeta)) N_X^T \quad \mathbf{a-3}$$

La matrice jacobéenne peut être écrite

$$\hat{J} = \begin{bmatrix} \omega/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \omega/2(1 + \zeta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \omega/2(1 + \zeta) \end{bmatrix} J \quad \mathbf{a-4}$$

$$J = \begin{bmatrix} N_X^T & N_Y^T & N_Z^T \\ N_{,\eta X}^T & N_{,\eta Y}^T & N_{,\eta Z}^T \\ N_{,\zeta x}^T & N_{,\zeta y}^T & N_{,\zeta z}^T \end{bmatrix} \quad \mathbf{a-5}$$

Les fonctions de formes sont :

$$B = \begin{Bmatrix} \hat{N}_{jk',\hat{x}} \\ \hat{N}_{jk',\hat{y}} \\ \hat{N}_{jk',\hat{z}} \end{Bmatrix} = \hat{J}^{-1} \begin{Bmatrix} \hat{N}_{jk,\zeta} \\ \hat{N}_{jk,\eta} \\ \hat{N}_{jk,\xi} \end{Bmatrix} = \zeta_j / \omega \begin{Bmatrix} p_{xk} \\ p_{yk} \\ p_{zk} \end{Bmatrix} + \frac{1 + \zeta_j \zeta}{2(1 + \omega/2(1 + \zeta))} \begin{Bmatrix} q_{xk} \\ q_{yk} \\ q_{zk} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{a-6}$$

$$\begin{Bmatrix} p_{xk} \\ p_{yk} \\ p_{zk} \end{Bmatrix} = j^{-1} \begin{Bmatrix} N_K \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{a-7} \quad \begin{Bmatrix} q_{xk} \\ q_{yk} \\ q_{zk} \end{Bmatrix} = j^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ N_{k,\eta} \\ N_{K,\xi} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{a-8}$$

La matrice élémentaire de déformation déplacement s'écrit alors pour un élément de centre similaire

$$B_{JK} = \begin{bmatrix} \hat{N}_{jk'\hat{x}} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{N}_{jk'\hat{y}} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{N}_{jk'\hat{z}} \\ 0 & N_{jk'\hat{x}} & \hat{N}_{jk'\hat{y}} \\ \hat{N}_{jk'\hat{x}} & 0 & \hat{N}_{jk'\hat{z}} \\ N_{jk'\hat{y}} & N_{jk'\hat{z}} & 0 \end{bmatrix} = \zeta_j / \omega B_{pk} + \frac{1 + \zeta_j \zeta}{2 \left(\frac{1 + \omega}{2} (1 + \zeta) \right)} B_{qk} \quad \text{a-9}$$

$J = \text{I, e } k=1, n \text{ Et } B_J = [B_{jk}] \text{ } k=1, n \text{ et } B = [B_j], j = [B_I B_e]$

Les matrices B_{pk} et B_{qk} sont indépendantes de ζ

$$B_{pK} = \begin{bmatrix} p_{xk} & 0 & 0 \\ 0 & p_{yk} & 0 \\ 0 & 0 & p_{zk} \\ 0 & p_{xk} & p_{yk} \\ p_{xk} & 0 & p_{zk} \\ p_{yk} & p_{xk} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{a-10} \quad B_{qK} = \begin{bmatrix} q_{xk} & 0 & 0 \\ 0 & q_{yk} & 0 \\ 0 & 0 & q_{zk} \\ 0 & q_{xk} & q_{yk} \\ q_{xk} & 0 & q_{zk} \\ q_{yk} & q_{xk} & 0 \end{bmatrix} \quad ; k=\text{I, n}$$

La matrice de rigidité de l'élément

$$K_{jl} = \int_v B_j^T DB_l dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B_j^T DB_l \hat{J} d\zeta d\eta d\xi \quad j = \text{i, e } l = \text{j, e } \text{a-11}$$

Les

éléments de la matrice de rigidité formulés en décroissance par rapport à ω :

$$\hat{K}_{jl} = \frac{1}{\omega} \hat{K}_{0jl} + \hat{K}_{1jl} + \omega \hat{K}_{2jl} \quad \text{a-12}$$

Après un intégration analytique dans la direction ζ on a :

$$\begin{aligned} \hat{K}_{0jl} &= \zeta_j \zeta_l E_0 \\ \hat{K}_{1jl} &= \zeta_j \zeta_l \hat{E}_0 + \zeta_j / 2 E_1 + \zeta_l / 2 \hat{E}_1^T \\ \hat{K}_{2jl} &= \zeta_j \zeta_l / 3 \hat{E}_0 + (\zeta_l / 4 + \zeta_j \zeta_l / 12) \hat{E}_1 + (\zeta_j / 4 + \zeta_j \zeta_l / 12) \hat{E}_1^T \\ &\quad + (1/4 + \zeta_j \zeta_l / 12) \hat{E}_2 \end{aligned} \quad \text{a-13}$$

Avec les sous matrices évaluées à l'interface :

$$\hat{E}_0 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B_p^T DB_p |J| d\eta d\zeta \quad \text{a-15}$$

$$\hat{E}_1 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B_q^T DB_p |J| d\eta d\zeta \quad \text{a-16}$$

$$\hat{E}_2 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B_q^T DB_q |J| d\eta d\zeta \quad \text{a-17}$$

En remplaçant $\zeta_i = -1$ et $\zeta_e = 1$ Les équations précédentes deviennent

$$\hat{K}_{0ii} = -\hat{K}_{0ie} = -\hat{K}_{0ee} = -\hat{K}_{0ei} = \hat{E}_0 \quad \text{a-18}$$

$$\hat{K}_{1ie} + \hat{K}_{1ee} = -\hat{K}_{1ii} - \hat{K}_{1ei} = \hat{E}_1 \quad \text{a-19}$$

$$\hat{K}_{2ii} + \hat{K}_{2ie} + \hat{K}_{2ee} + \hat{K}_{0ei} = \hat{E}_2 \quad \text{a-20}$$

Assemblage de Rigidité et limites des transitions.

Toutes les matrices de rigidité K aussi bien que les sous matrices E sont considérées comme les matrices assemblées à partir des contributions d'éléments le long de l'interface entière et concernent tous les degrés de liberté de l'interface.

Les relations a-12 a-19, a-19 et a-20 s'appliquent également pour les matrices assemblées. Supposons un système se composant d'une couche fictive entre la frontière intérieure et extérieure et un domaine infinis comme représenté sur une *figure2-9*:

La relation qui donne le rapport entre la rigidité assemblée et les deux domaines infinis avec les caractéristiques de longueur r est l'équation 2-26 qui peut être écrite comme

$$k_e^\infty - K_i^\infty = ((\omega + 1)^{s-2} - 1) k_i^\infty \quad \text{a-21}$$

Les relations entre les vecteurs forces et les déplacements de frontières fictives des deux domaines infinis sont:

$$R_I = k_i^\infty u_i \quad \text{a-22} \quad R_e = k_e^\infty u_e \quad \text{a-23}$$

Ecrite sous forme matricielle

$$R_I = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ie} \\ k_{ei} & k_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_i \\ p_e \end{Bmatrix} \quad \text{a-24} \quad \text{avec } P_i = R_i \quad P_e = -R_e$$

$$\begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ie} \\ k_{ei} & k_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii} & 0 \\ 0 & k_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_e \end{Bmatrix} \quad \text{a-25}$$

Pour la triangularisation de l'équation a-24

$$(k_e^\infty + k_{ee}^\infty) k_{ie}^{-1} (k_i^\infty - k_{ii}) + k_{ei} = 0 \quad \text{a-26}$$

En se basant sur 2.40 l'inversion de k_{ie}^{-1} donne

$$k_{ie}^{-1} = -\omega_i E_0^{-1} \omega^2 A + \omega^3 B + O(\omega^4) \quad \text{a-27}$$

En substituant l'équation a-18 et a-27 dans la matrice identité $k_{ie} k_{ie}^{-1} = I$ Sachant que ses deux côtés ne dépendent pas de ω , deux matrices inconnues A, B sont évaluées comme suit:

$$A = -E_0^{-1} K_{1ie} E_0^{-1} \quad \text{a-28} \quad B = -E_0^{-1} (K_{1ie} E_0^{-1} K_{1ie} - K_{ie2}) E_0^{-1} \quad \text{a-29}$$

En utilisant les équations a-26 dans l'équation a-20, après le réarrangement et la division par ω^2

$$(k_e^\infty + E_1) E_0^{-1} (k_i^\infty + E_1^T) - \frac{k_e^\infty + k_i^\infty}{\omega} - E_2 = o(\omega^2) \quad \text{a-30}$$

La limite et l'épaisseur de la couche fictive $\omega \rightarrow 0$ est prise par l'équation a-30 en utilisant a-21

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{k_e^\infty - k_i^\infty}{\omega} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \left(\frac{(\omega + 1)^{s-2} - 1}{\omega} \right) k_i^\infty = (s - 2) k^\infty \quad \text{a-31}$$

Ceci mène à la formule finale de l'équation fondamentale de la rigidité du Domaine infini k1 donnée par l'équation de Riccati 2-28

Méthode de résolution

• la formulation est proche du problème des valeurs propres ,l'équation fondamentale 2-28 de la méthode de CIFECM est équivalente au problème de valeurs propres généralisées suivant:

$$\begin{bmatrix} -E_0^{-1}E_1^T + \frac{s-2}{2}I & -E_0^{-1} \\ -E_2 + E_1E_0^{-1}E_1^T & E_1E_0^{-1}\frac{s-2}{2}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & -\Lambda \end{bmatrix} \quad \text{a-32}$$

$$k^\infty = \phi_{21}\phi_{11}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & -\Lambda \end{bmatrix} \quad \text{a-33}$$

$$\begin{bmatrix} B^T & A \\ C & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Phi_{11}\Lambda & \Phi_{12}\Lambda \\ \Phi_{21}\Lambda & -\Phi_{22}\Lambda \end{bmatrix} \quad \text{a-34}$$

Par la multiplication sur le côté gauche et en la comparaison des sous matrices correspondantes on obtient :

$$B^T\Phi_{11} + A\Phi_{21} = -\Phi_{11}\Lambda \quad \text{a-35}$$

$$C\Phi_{11} + B\Phi_{21} = \Phi_{21}\Lambda \quad \text{a-36}$$

$$\Phi_{21}\Phi_{11}^{-1}B^T + \Phi_{21}\Phi_{11}^{-1}A\Phi_{21}\Phi_{11}^{-1} = -\Phi_{21}\Lambda\Phi_{11}^{-1} \quad \text{a-37}$$

$$C + B\Phi_{21}\Phi_{11}^{-1} = \Phi_{21}\Lambda\Phi_{11}^{-1} \quad \text{a-38}$$

b. ANNEXE B

Propagation d'ondes dans une barre prismatique semi infinie

Le concept de la propagation d'ondes dans un demi-espace multicouche est basé sur deux modules :

- Propagation extérieure d'une onde le long de l'axe d'un cône (segment) .
- Les réflexions et les réfractions à une discontinuité matérielle correspondant à une interface entre deux couches (*figure b-1*). Il est approprié d'énumérer les expressions analytiques de cette approche unidimensionnelle d'élasticité matérielle pour le cône de translation, adressant le degré de liberté vertical.

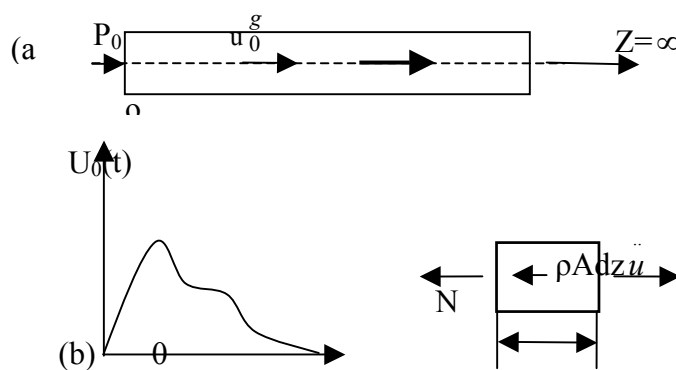
Afin d'illustrer le fondement d'une propagation d'ondes unidimensionnelles, il est intéressant d'étudier une barre prismatique semi infinie.

A l'origine « O » un déplacement axial selon la fonction du temps $u_0(t)$ est appliqué à une barre ayant les caractéristiques A, E et ρ appliqué à l'instant $t=0$ avec une variation jusqu'à $t=t_0$ $u_0(t) = 0$ pour tout $t < t_0$

La propagation le long de la barre cause un déplacement $u(z,t)$ appelé onde.

L'onde se propage de sa source à une autre position, transmise d'une coupe à la prochaine en position d'équilibre et non par un mouvement global de la barre.

Les forces élastiques internes sont activées ce qui mène à la contrainte et à l'énergie cinématique.



**Figure b-1: a- Propagation d'onde dans une barre prismatique semi infinie
b- Equilibre d'un élément infinitésimal**

La dérivée de l'équation d'équilibre du mouvement d'une barre infinitésimale sujette à des forces d'inerties et normales $N(z,t)$ est :

$$-N(z,t) + N(z,t) + N(z,t)_{,z} dz - \rho A dz \ddot{u}(z,t) = 0 \quad \text{b-1}$$

$$N(z,t) = EA u(z,t)_{,z} \quad \text{b-2}$$

$$N(z,t)_{,zz} - \frac{1}{c^2} \ddot{u}(z,t) = 0 \quad \text{b-3}$$

C'est la vitesse de l'onde donnée par $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ **b-4**

L'onde se propage le long de l'axe de la barre et le mouvement de la section et dans le même sens de cette dernière.

Afin de résoudre l'équation b-3 dans le domaine tempore les variables z et t sont remplacées par

$$\zeta = t - \frac{z}{c} \quad \text{b-5}$$

$$\eta = t + \frac{z}{c} \quad \text{b-6}$$

L'équation b-3 serait égale à : $u(\zeta, \eta)_{,\zeta\eta} = 0$ **b-7**

L'intégration donne : $u(\zeta, \eta) = f(\zeta) + g(\eta)$ **b-8**

$$u(z,t) = f\left(t - \frac{z}{c}\right) + g\left(t + \frac{z}{c}\right) \quad \text{b-9}$$

L'équation représente la solution générale d'une propagation d'ondes unidimensionnelles, la fonction 'f' représente la propagation d'ondes dans la direction positive de 'z' avec une vitesse constante 'c' par analogie 'g' représente la propagation d'ondes dans la direction négative de z avec une vitesse constante c

Les fonctions $f\left(t - \frac{z}{c}\right)$ et $g\left(t + \frac{z}{c}\right)$ sont déterminées à partir des conditions aux limites pour

un déplacement $u_0(t)$ figure b-1 est : $u(z=0,t) = u_0(t)$

Le déplacement de l'onde incidente dans la direction positive est donnée par :

$$u(z,t) = u_0\left(t - \frac{z}{c}\right) \quad \text{b-10}$$

La force de réaction à l'origine 'O' $P_0(t) = -N(z=0,t)$

Tel que $N(z,t)$ donnée dans l'équation b-2 substituée en b-10 donne

$$u_0\left(t - \frac{z}{c}\right)_{,z} \Big|_{z=0} = u'(t) \left(\frac{1}{c}\right) \quad \text{b-11}$$

En substituant b-12 dans b-2 et b-11 dans b-4 on a :

$$p_0 = \rho c A \dot{u}_0(t) \left(\frac{1}{c}\right) \quad \text{b-12}$$

Ce rapport représente un amortisseur visqueux avec le coefficient ρ, A, E

c. ANNEXE C

Exemple de Calcul du Basculement

Le décollement est un phénomène peu élaboré dans la littérature, vu sa complexité et le fait qu'il laisse peu de traces visibles après un séisme, son importance n'est flagrante que pour les bâtiments de grande importance.

Le basculement fait partie intégrante du processus de décollement. Néanmoins il n'est pas le seul obstacle lors des calculs de la non linéarité, il fait l'objet de plusieurs publications souvent comparées à des résultats de la table vibrante. l'exemple ci-dessous est établi pour un block prismatique selon la référence [8] du chapitre 3.

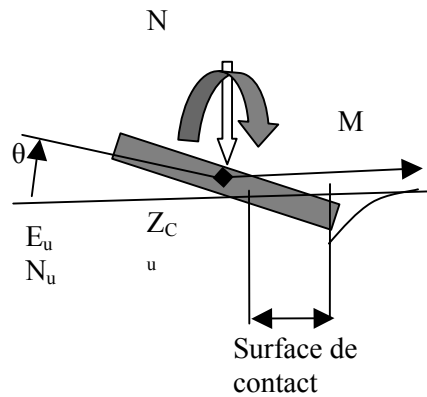


Figure c-1: Schéma simple d'un basculement

L'équation du mouvement est prise par rapport à l'origine :

$$I\ddot{\theta} = m\gamma r \cos(\alpha - \theta) - mgr \sin(\alpha - \theta) \quad \text{c-1}$$

Pour des angles (α, θ) infiniment petits :

$$\ddot{\theta} - \frac{3}{4r}(g - \gamma\alpha)\theta = \frac{3}{4r}(\gamma - \alpha g) \quad \text{c-2}$$

$$\text{Au repos } \theta = \ddot{\theta} = 0 \quad \text{c-3}$$

$\gamma > \alpha g$ Est la condition d'instabilité statique.

On montre à partir de la période T_0 (calculée comme le quadruple du temps nécessaire pour que le block retombe sur sa base quand on le lâche à partir d'une rotation initiale θ_0)

$$\text{Pour } T_0 = \frac{8}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{r}{g}} \text{Argch}\left(\frac{\alpha}{\alpha - \theta_0}\right) \quad \text{c-4}$$

$$\theta_0 / \alpha \ll 1$$

$$T_0 = 8 \sqrt{\frac{2r}{3g}} \sqrt{\frac{\theta_0}{\alpha}} \quad \text{c-5}$$

Est la solution de l'équation c-2 on considère les constantes

$$\omega^2 = \frac{3g}{4r} \quad \text{c-6}$$

$$\Omega^2 = 3/4r (g + \alpha\gamma) = \omega^2 \left(1 + \alpha \frac{\gamma}{g} \right) \quad \text{c-7}$$

$$\ddot{\theta} - \Omega^2 \theta = \Omega^2 \frac{\gamma - \alpha g}{g + \alpha\gamma} \quad \text{c-8}$$

Selon les valeurs dont il y'a deux phases :

$$\text{Pour } 0 < t < T \quad \theta = \frac{\gamma - \alpha g}{g + \alpha\gamma} (ch\Omega t - 1) \quad \text{c-9}$$

$$\dot{\theta} = \Omega \frac{\gamma - \alpha g}{g + \alpha\gamma} ch\Omega t \quad \text{c-10}$$

$$\text{Pour } > T \quad \ddot{\theta} - \Omega^2 \theta = -\omega^2 \alpha \quad \text{c-11}$$

$$\theta = \alpha - [\alpha - \theta(t)]ch\omega(t - T) + \frac{\dot{\theta}(T)}{\omega} sh\omega(t - T) \quad \text{c-12}$$

$$\dot{\theta} = -\omega[\alpha - \theta(t)]ch\omega(t - T) + \frac{\dot{\theta}(T)}{\omega} sh\omega(t - T) \quad \text{c-13}$$

$\theta(t), \dot{\theta}(t)$ sont données par c-12 et c-13

On supposant la deuxième phase du mouvement qui s'achève à la limite de l'instabilité

c'est à dire que la rotation atteint α

$$\frac{\theta(t)}{\alpha} = \frac{1}{\left[\phi + \sqrt{\phi^2 + \alpha^2 \phi} \right]} \quad \text{c-14}$$

$$\sigma = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\phi}{\sqrt{1 + \alpha^2 \phi}} \text{Arctg} \left[\frac{\sqrt{1 + \alpha^2 \phi}}{\phi - 1 + \sqrt{\phi^2 + \alpha^2 \theta}} \right] \quad \text{c-15}$$

$$\delta = \frac{\sigma^2}{2\phi} \quad \text{c-16} \quad \phi = \frac{\gamma}{\alpha g} \quad \text{c-17}$$

$$\sigma = \frac{\gamma}{\alpha \sqrt{gr}} \quad \text{c-18} \quad \delta = 1/2 - \frac{\gamma T^2}{\alpha - \sigma} \quad \text{c-19}$$

ϕ Limite de l'instabilité

σ Rapport des vitesses de la 1^{ère} phase γ et la deuxième phase

$$V_r = \alpha \sqrt{gr} \quad \text{c-20} \quad \text{Vr vitesse qui correspond à l'énergie cinématique}$$

$$\frac{1}{2} m V^2 + mgr(1 - \cos \alpha) \quad \text{c-21}$$

$$\text{Pour } \alpha \text{ infiniment petit} \quad \cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} \quad \text{c-22}$$

δ : Rapport des déplacement

$$\frac{\gamma^2}{2} \text{ et } \alpha r \quad \text{c-23}$$

d. Glossaire

Phénomènes non linéaires : comportement anélastique des matériaux, décollement ou glissement des fondations.

Déconvolution : Le mouvement est calculé à la base inférieure du modèle, choisi à une profondeur suffisante pour que la présence d'une structure en surface ne l'affecte pas; cette étape est connue sous le nom de déconvolution du mouvement sismique

Amortissement : L'amortisseur prend théoriquement compte à la fois de **l'amortissement radiatif**: c'est à dire de la dissipation d'énergie par les ondes s'éloignant de la fondation, et de l'amortissement propre du matériau "sol", appelé **amortissement matériel**.

Dans un souci de simplification de la présentation on supposera que l'amortissement matériel est négligeable devant l'amortissement radiatif (comportement élastique du sol), ce qui est valide pour un milieu homogène et des sollicitations sismiques d'amplitudes faibles à moyennes.

Amortisseurs se composent de frontières de transmissions simplifiées par frontière visqueuse. "frontière de Lysmer".

Impédance : fonction de Transfère exprimant les dérivés locaux variables du champ par les variables de champ. Rigidité dynamique

Frontière locale : chaque amortisseur agit individuellement par rapport aux autres (local dans l'espace) et dépend seulement de la vitesse actuelle (locales dans temps)

Champ lointain « Far Field » Domaine au delà du modèle d'élément fini, considéré comme domaine semi infini résolu Par les méthodes semi-analytiques. il n'est pas habituellement inclus dans un modèle d'élément fini.

Matrice de Hankel : matrice avec les éléments constants le long des anti-diagonales. Dans le système les entrées de la matrice de Hankel sont les Paramètres de Markov. La matrice de Hankel peut être employée par la décomposition pour déterminer l'ordre d'un système et construire l'équilibre.

Champ proche « Near field » : Domaine modélisé par les éléments finis. Habituellement une partie irrégulière de la base à proximité de la structure

Frontière de Radiation : condition pour des domaines illimités, excluant les ondes commençant à l'infini.

Frontière artificielle de transmission : des frontières spéciales évitant la réflexion des ondes des frontières.

Le champ libre : Le champ libre correspond au système primaire dans la méthode des forces c'est à dire des disques enterrés dans un semi espace sans excavation.

Le mouvement effectif : Constitue le mouvement de composante horizontal qui correspond à la somme des déplacements du champ libre dans la zone enterrée en d'autres termes : la force équivalente reprise par la fondation.

La base rigide est un cas pratique (centrale nucléaire). Cette hypothèse à une signification physique et son application engendre quelques modifications sur l'équation de base dans ce cas le mouvement total de la base peut être exprimé par la somme du mouvement totale du corps rigide au point 0.

La fonction de Green : le coefficient de flexibilité dynamique, une autre fonction de fréquence complexe, l'inverse de la rigidité dynamique.

Point de contrôle : Situé à la surface ou sur le substratum (*outcrop*) et rarement sur la couche concernée. On choisi généralement la surface là ou le mouvement donne le plus fort enregistrement.

Fréquence de coupure « Cut-off frequency » Fréquence qui sépare deux régimes de l'équation d'ondes. Au-dessous de la fréquence de coupure, aucune radiation n'a lieu. Au-dessus de la coupure la fréquence, la solution se compose des ondes de déplacement et de radiation de l'énergie. Pour des domaines prismatiques, la fréquence de coupure correspond à la fréquence fondamentale de la section transversale du domaine.