

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
Faculté de Génie Civil



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de
MAGISTER

En GENIE CIVIL
Spécialité : **Construction**

Par

Mr. AYAS_ Hillal

Sujet

Contribution à l'étude de l'interaction de l'endommagement et de ses effets sur la propagation d'une macro fissure dans le cas des matériaux fragiles : Méthode des dislocations.

Soutenu publiquement le : 10 / 07 /2010 devant le jury composé de :

Président :	D. Benouar	Professeur	U.S.T.H.B.
Directeur de Mémoire :	M. Chabaat	Professeur	U.S.T.H.B.
Examineur :	M. Chemrouk	Professeur	U.S.T.H.B.
Examinatrice :	H. Hadjab	Maître de Conférences	U.S.T.H.B.
Examinatrice :	K. Ait Mokhtar	Maître de Conférences	U.S.T.H.B.
Examineur :	E. Djakab	Maître de Conférences	U.S.T.H.B.

Remerciements

J'adresse mes sincères remerciements à mon directeur de thèse Monsieur Chabaat, Professeur à la Faculté de Génie Civil de l'U.S.T.H.B. pour avoir dirigé ce travail et qui, malgré ses multiples obligations, n'a jamais ménagé aucun effort pour suivre de près cette thèse. Qu'il me soit permis de lui exprimer ma profonde reconnaissance pour avoir assuré la direction scientifique et surtout pour sa disponibilité permanente et amicale. Qu'il trouve ici mon profond respect.

Je tiens à remercier vivement Monsieur Benouar, Professeur à la Faculté de Génie Civil de l'U.S.T.H.B. pour avoir accepté de présider ce jury.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur Chemrouk, Professeur à la faculté de Génie Civil ainsi qu'à Mme Hadjab, Mme Ait Mokhtar et Mr. Djakab Maîtres de Conférence à la Faculté de Génie Civil qui me font l'honneur d'examiner ce travail. Qu'ils soient vivement remerciés.

Finalement, je remercie mes collègues de la Faculté de Génie Civil pour leur amitié et leur aide tout au long de l'élaboration de ce mémoire.

ملخص

الهدف من هذا البحث هو تقييم الحقول الإجهادات و خطوط تساوي الإجهادات خلال التجاذب بين الشق الرئيسي ومنطقة الضرر هذه المنطقة المتكونة من مجموعة من المكرو شق ذات اتجاهات عشوائية بالنسبة لشق الرئيسي. و خلال التجاذب بين الشق الرئيسي و المكرو شق نستعمل نظرية الكمون المركبة. خصائص المادة المستعملة في هذه الدراسة تتطابق مع قانون المرونة.

. خلال انتشار الشق الرئيسي بوجود المكرو شق يظهر هناك حالتين

ا- حالة التضخم الذي يؤدي إلى زيادة شدة معامل الإجهادات بجوار الشق الرئيسي

ب- حالة الانخفاض الذي يؤدي إلى نقص معامل شدة الإجهادات.

Résumé

La présente étude évalue les champs de contraintes et les iso-contraintes générées lors de l'interaction entre une fissure initiale et une zone d'endommagement formée principalement de microfissures. Ces dernières sont considérées comme étant un empilement et une distribution de dislocations pourvues d'une force-dipôle (force d'action). Ces microfissures s'initient au bout de la fissure principale et se confinent à l'intérieur de la zone de processus de rupture. Leur orientation est considérée arbitraire. Dans cette étude, le problème d'interactions entre une fissure et une dislocation-dipôle avoisinante est formulé en utilisant la théorie des potentiels complexes basée sur le formalisme de Muskhelishvili. Le matériau utilisé dans notre étude est un matériau dont les caractéristiques répondent aux lois de l'élasticité. Les champs de contraintes et de déplacements sont déterminés en fonction de la position et de l'orientation de la dislocation-dipôle. Les iso-contraintes représentants les fonctions de Green ainsi que les résultats obtenus font l'objet d'une comparaison avec ceux déterminés par d'autres chercheurs pour le cas d'un matériau fragile et homogène. Durant la propagation de la fissure initiale, la présence de la dislocation au voisinage de cette dernière a induit deux effets: a) un effet amplificateur induisant une augmentation de la contrainte au niveau de la singularité et accélérant la propagation de la fissure initiale et b) un effet réducteur (ou effet d'écran) entraînant une diminution de la contrainte provoquant une décélération de la propagation de la fissure. Sur la base de ces champs, le Facteur d'Intensité de Contrainte (FIC) a été défini pour les Modes I et II et à ce propos, ce paramètre crucial a fait l'objet d'une étude minutieuse quand à la résistance des matériaux fragiles en présence de défauts.

Abstract

The present study evaluates the stress field and the iso-stress generated during the interaction between a macro crack and a surrounding damage zone. This zone is mainly composed of arbitrarily oriented and located microcracks. These latest are considered as a lattice of emplaced dislocations having a certain force-power. Throughout this study, problems dealing with interactions are formulated in terms of complex potential functions based on Muskhelishvili's formalism. The material used in this study is a material whose characteristics respondent to the law of elasticity. Iso-stress fields representing the Green's functions are determined for different orientations and positions and micro crack. During the propagation of the main crack, the dislocation-dipôle induces two effects: a) an amplification's effect which leads to an increasing in intensity of stress field around the tip of the crack and b) a shielding's effect which reduces the intensity of stress field. On the other hand, Stress Intensity Factor (SIF) for Mode I and II during the propagation of the crack is also considered as being an essential parameter to determine the increase or the reduction of the intensity of the stress field.

NOTATIONS

z : Nombre complexe.

$\bar{z}$: Conjuguée du nombre z .

$Re\ Z$ Partie Imaginaire du nombre z .

$Im\ Z$: Partie Imaginaire du nombre z .

$\psi\ z, \phi\ z$: Fonctions de potentiels complexes .

$\phi'z$: La dérivée de la fonction potentielle $\phi(z)$ par rapport à z .

$\phi''(z)$: La dérivée seconde de la fonction potentielle ϕ par rapport à z

ϕ_d, ψ_d : Fonctions de potentiels complexes pour dislocation dipôle.

ϕ_s, ψ_s : Fonctions de potentiels complexes pour dislocation simple.

β : Angle d'orientation des dislocations par rapport à la fissure principale.

θ : Angle d'orientation des dislocations par rapport à l'axe horizontal.

a : longueur de la fissure principale.

σ_{xx} : Contraintes normal dans le sens XX.

σ_{yy} Contraintes normal dans le sens YY.

σ_{xy} Contraintes tangentiels.

u_x : Composante de déplacement dans le sens XX.

u_y : Composante de déplacement dans le sens YY.

ν : Coefficient de poisson.

μ : Module de cisaillement.

K_I^* : Facteur d'intensité de contraintes normalisé au bout de la fissure principale en mode I.

K_{II}^* : Facteur d'intensité de contraintes normalisé au bout de la fissure principale en mode II.

K_I : Facteur d'intensité de contraintes au bout de la fissure principale en mode I.

K_{II} : Facteur d'intensité de contraintes au bout de la fissure principale en mode II.

ε_{ij} : Déformation suivant la direction X_{ij} .

G : Module de cisaillement.

ξ : Distance entre la fissure principale et la dislocation avoisinante.

ζ : Ligne de direction de dislocation

b : Magnitude du vecteur de Burgers.

b_x, b_y : Composantes de vecteur de Burgers.

d : Opérateur différentiel.

σ_{ij} : Contrainte.

k : Coefficient.

$k=3-4\nu$ Pour une déformation plane.

$k = (1 - \nu)/(1 + 2\nu)$ Pour une contrainte plane.

U : Fonction d'Airy.

$Z(z)$: Fonction Analytique de Westergaard.

t : Vecteur de traction.

t_x, t_y : Composante de vecteur de traction.

V : L'énergie restituée au cours de la formation de la fissure

W : L'énergie consommée pour la formation de la fissure.

ϵ : L'énergie de surface du matériau par unité de la fissure.

A : Surface de la rupture.

Liste des Figures

Figure 1.1: Zones d'application de MMC autour d'une fissure.

Figure 1.2: Modes de Rupture (Mode I, II et III).

Figure 1.3 : Distribution des champs de contraintes au voisinage de la fissure en coordonnées cartésiennes.

Figure 1.4. Champs des contraintes au voisinage de la fissure coordonnées polaires

Figure 1.5. Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{xx}/σ /

(Vue en perspective)

Figure 1.6. Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{yy}/σ

Figure 1.7. Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{xy}/σ

(Vue en perspective)

Figure 1.8. Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{yy}/σ

Figure 1.9. Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{xy}/σ

(Vue en perspective)

Figure 1.10. Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{xy}/σ (I-2) Théorie de dislocations

Figure 1.11. Représentation d'une dislocation

Figure 1.12 : Déformation plastique par déplacement d'une dislocation coin

Figure 1.13: Dislocation coin: distorsion élastique et cœur de dislocation.

Figure 1.14: Déformation plastique par déplacement d'une dislocation vis

Figure 1.15: Dislocation vis: distorsion élastique

Figure 2.1: Cas d'une force ponctuelle.

Figure 2.2 : Schématisation du modèle proposé (dislocation simple).

Figure. 2.3 : Schématisation du modèle proposé (dislocation dipôle).

Figure 3.1: Schéma d'une fissure.

Figure 3.2: Diagramme bi-logarithmique de la distribution des contraintes au fond d'une fissure.

Figure 3.2: Schéma d'une entaille en V aigue dans le modèle de Williams.

Figure 4.1. Variation du facteur d'intensité de contrainte pour ($\theta = 0^\circ$)

Figure 4.2. Variation du facteur d'intensité de contrainte pour ($\theta = 45^\circ$)

Figure 4.3. Variation du facteur d'intensité de contrainte pour ($\theta = 90^\circ$)

Figure 4.4. Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_y ($\theta = 0^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.5 Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_y ($\theta = 0^\circ$)

Figure 4.6. Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 0^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.7. Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 0^\circ$)

Figure 4.8. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_x ($\theta = 0^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.9. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_x ($\theta = 0^\circ$)

Figure 4.10. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_y ($\theta = 0^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.11. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_y ($\theta = 0^\circ$)

Figure 4.12. Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_y ($\theta = 90^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.13. Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_y ($\theta = 90^\circ$)

Figure 4.14. Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 90^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.15. Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 90^\circ$)

Figure 4.16. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_y ($\theta = 90^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.17. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_y ($\theta = 90^\circ$)

Figure 4.18. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_x ($\theta = 90^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.19. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_x ($\theta = 90^\circ$)

Figure 4.20. Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_y ($\theta = 45^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.21. Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_y ($\theta = 45^\circ$)

Figure 4.22. Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 45^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.23. Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 45^\circ$)

Figure 4.24. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_y ($\theta = 45^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.25. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_y ($\theta = 45^\circ$)

Figure 4.26. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_x ($\theta = 45^\circ$)

(Vue en perspective)

Figure 4.27. Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_x ($\theta = 45^\circ$)

Liste des Photos et des Tableaux

Photo 1 : Découpes iso-chromes de franges observées dans une fissure en Mode I.

Tableau 3.1: Expressions de la distribution des contraintes élastiques en fond d'entaille.

Tableau 4.1 : Limitation des zones d'amplification et de réduction pour le Mode I.

Tableau 4.2 : Limitation des zones d'amplification et de réduction pour le Mode II.

Tableau 4.3 : Comparatif de valeurs de délimitation de zones (amplification et effet d'écran).

Sommaires

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Partie I

Bibliographie et Généralités

Chapitre I : Mécanique de la rupture et théorie de dislocations

I-1) Mécanique de la rupture.....	3
I-1-1) Introduction.....	3
I -1-2) Théorie de Griffith.....	5
I -1-2-1) Modification de la théorie de Griffith par Irwin et Arowan.....	6
I -1-3) Modes de ruptures.....	6
I -1-4) Etude d'une zone fissuré sans endommagement	8
I -1-4-1) Analyse des champs de contraintes.....	8
I -1-4-1-1) Approche de Westergaard.....	8
I -1-4-1-2) Approche de William.....	9
I -1-4-2) Analyse de facteurs d'intensité de contrainte.....	11
I-2) Théorie de dislocation.....	15
I-2-1) Introduction.....	15
I -2-2) Cas d'une dislocation coin.....	16
I -2-3) Cas d'une dislocation vis.....	18
I-2) Conclusion.....	19

Partie II

INTERACTION FISSURE PRINCIPALE– DISLOCATIONS

Chapitre II : Interaction fissure initiale – dislocations

II. 1) Introduction.....	20
II. 2) Analyse des champs de contraintes.....	20
II. 3) Interaction fissure initiale – dislocation.....	21
II. 4) Formulation mathématique du problème.....	22
II. 4.1) Interaction fissure pôle simple.....	23
- Cas 1 : Absence de dislocation.....	24
- Cas 2 : Présence de dislocation.....	24
II. 4.2) Interaction fissure dipôle.....	25

Chapitre III : Analyse du Facteur d'intensité de contrainte

III. 1) Introduction.....	27
III. 1. 1) Concept de Facteur d'Intensité de Contrainte(FIC).....	27
III. 2) Facteur d'Intensité de Contrainte (FIC).....	32

Partie III

Analyse des Fonctions de Green

Chapitre IV : Fonctions de Green

IV. 1) Introduction.....	35
IV. 2) Fonctions de Green pour le facteur d'intensité de contraintes (F.I.C.).....	36
IV. 3) Discussions et interprétation.....	52

Conclusion générale et Perspectives

- Conclusion générale.....	54
- Perspectives.....	56

Annexes

Annexe A.....	57
Annexe B.....	62
Annexe C.....	67

Références bibliographiques.....	69
---	-----------

Introduction générale

Introduction générale

L'interaction entre une macro fissure et une zone avoisinante formée de microfissures (une distribution de dislocations) dans un matériau fragile est l'objectif principal du présent travail. L'idée fondamentale de ce dernier repose sur la détermination des zones de concentration des contraintes qui peuvent être générées lors de l'interaction entre une fissure et une zone avoisinante composée de dislocations.

Les champs des contraintes et des déplacements d'une dislocation de bord près d'une fissure finie ou semi infinie, sont formulés en appliquant la théorie des potentiels complexes d'élasticité basée sur le formalisme de Muskhelishvili [31] traitant des problèmes plans des contraintes . Donc, l'utilisation de la mécanique linéaire de la rupture permet de prévoir le comportement d'un solide en prenant en considération ses défauts (fissures, vides, inclusions, microfissures, dislocations, etc....). Cette théorie s'appuie sur la notion du paramètre intrinsèque du matériau exprimé sous la forme, soit d'un facteur critique d'intensité de contraintes K_c , soit d'un taux de restitution d'énergie critique G_c . Cette dernière a été conçue au départ pour les matériaux fragiles mais a connu de nombreux développements dans le cadre de la mécanique non linéaire de la rupture pour être appliquée à d'autres matériaux, notamment les métaux, les céramiques et les polymères en particuliers. Parmi les plus importantes caractéristiques dans la conception d'un élément faisant partie d'une structure est la considération de la distribution des contraintes pouvant résulter lors de la formation des fissures sous l'action de charges externes, puisque le bout de la fissure est une singularité à forte concentration de contraintes.

L'objectif principal de ce travail est d'étudier l'influence des dislocations sur la fissure principale. Dans notre cas, la fissure principale est représentée comme une fissure semi-infinie soumise à un champ de contraintes sous le premier mode (I) de rupture. Donc, l'interaction entre la fissure principale et les dislocations est évaluée en termes du Facteur d'Intensité de Contraintes (FIC) amplifié ou réduit agissant au bout de la fissure. Le phénomène d'interaction est alors élucidé par l'utilisation des fonctions dites des potentiels complexes.

Le travail proposé est composé de trois parties :

- La première partie est consacrée à une étude détaillée des travaux de recherches récents (bibliographie) sur des thèmes similaires tels que les interactions entre fissure-microfissures ou fissures-dislocations dans les matériaux fragiles ou quasi fragiles.
- La deuxième partie consiste à formuler le problème d'interactions dans le cas de matériaux fragiles dont les caractéristiques répondent aux lois de l'élasticité. Les forces d'images situant et orientant la dislocation par rapport à la fissure principale sont déterminées. .
- La troisième partie consiste en l'étude de la distribution des dislocations au voisinage de la fissure principale et à l'analyse des fonctions de Green pour le Facteur d'Intensité de Contraintes (FIC). Ce dernier est considéré comme étant un paramètre intrinsèque et par conséquent, le phénomène d'amplification et de réduction durant les différentes phases d'interactions a été clairement élucidé.

Partie I

Bibliographie et généralités

Chapitre I
Mécanique de la Rupture et
Théorie de Dislocations

I-1) Mécanique de la rupture

I-1-1) Introduction

Les règles de calcul des pièces de mécaniques ou de constructions ont le plus souvent pour objet de prévenir les déformations importantes et sont en général fondées sur la théorie de l'élasticité et la résistance des matériaux. Celle-ci retient des solutions particulières de problème de l'élasticité qui résultent de conditions aux limites bien définies, dont le principe de Saint-Venant permet de s'affranchir en pratique. Par ce principe, on admet que, à une certaine distance des zones d'application des efforts, les champs de contraintes et de déplacements ne dépendent qu'assez peu des conditions d'application et qu'on peut remplacer les efforts appliqués par d'autres qui leurs sont statiquement équivalents. Dans ce cas, on ignore les singularités et les fortes concentrations qui pourraient se produire dans les régions d'applications des efforts réels.

On sait cependant que dans les zones de concentration de contraintes, les efforts peuvent plus ou moins rapidement provoquer des fissures. Les ruptures soudaines ou brutales sont assez anciennes. On a constaté que les ruptures brutales sont apparues avec les machines à vapeur et se sont développées en même temps qu'on augmentait les énergies mis en jeu: énergie potentielle dans les grands appareils à forte pression, les énergies élastiques dans les grandes constructions soudées surtout lorsqu'on a relevé les caractéristiques des tractions des matériaux employés et les contraintes de service.

Entre 1950 et 1955, des accidents se produisirent sur des avions et des réservoirs de fusées dont les matériaux tels les métaux légers ou les aciers ou les aciers à très hautes caractéristiques de traction ne présentaient pas de transition. Il devient alors nécessaire de trouver des règles de prévention.

Vers cette époque aussi, des chercheurs s'étaient intéressés aux problèmes singuliers de l'élasticité, tels que les angles rentrants dont la limite est une fissure. Donc, depuis longtemps on savait que les solides supportaient dans certaines conditions l'existence de fissures, et que la rupture brutale résultait de l'instabilité soudaine de celle-ci.

Vers 1920, Griffith [20] avait résolu certains problèmes simples en exprimant le principe général de physique qui admet que tout système évolue pour rendre son énergie potentielle totale minimale. Il avait écrit que l'instabilité se produisait lorsque l'énergie potentielle

mécanique libérée par l'extension d'une fissure dépassait l'énergie absorbée par cette extension.

En 1956, Irwin [26], qui pendant 20 ans avait étudié la rupture des blindages et d'autres matériaux, donna la forme du premier terme, singulier à partir du développement limité des contraintes au voisinage d'un front de fissure. Il montra ainsi que ces champs singuliers de contraintes étaient limités à trois types ou modes, que tous les champs d'un mode étaient semblables et définis par un paramètre unique qu'il appela "Facteur d'intensité de Contrainte". Ce dernier dépend de la géométrie et du chargement. Il put aussi généraliser le calcul énergétique de Griffith. Admettant l'existence d'une valeur critique du facteur d'intensité de contrainte, propriété mécanique du matériau, il ouvrit la porte à un calcul mécanique du seuil d'instabilité d'une fissure.

De ce qui précède, il résulte que, entre 1955 et 1960 les possibilités suivantes sont apparues :

- Calcul des paramètres mécaniques d'une fissure dans un solide continu, par la solution du problème singulier que pose la fissure en élasticité.
- Définition de propriétés de résistance à l'extension d'une fissure, ou de ténacité des matériaux, mesurables dans les mêmes unités que les paramètres mécaniques calculés.
- Recherche de critères d'instabilité, relations théoriques ou expérimentales entre les paramètres calculés et les caractéristiques de ténacité, qui déterminent la rupture.

Dés cette époque, Irwin a montré que la théorie purement élastique était insuffisante, et qu'il fallait admettre au moins une correction de la zone plastique près du fond de la fissure. Plutard, les calculs de plasticité se sont développés tout en restant difficiles.

La plupart des chercheurs ont été conduits à admettre que l'extension de fissure s'élabore dans une petite zone voisine du front de fissure, dans laquelle il existe des contraintes élevées et des séparations que la mécanique des milieux continus n'admet pas, et que, autour de cette petite zone le reste du corps, dont le comportement est élastique ou plastique, relève de la mécanique des milieux continus (MMC).

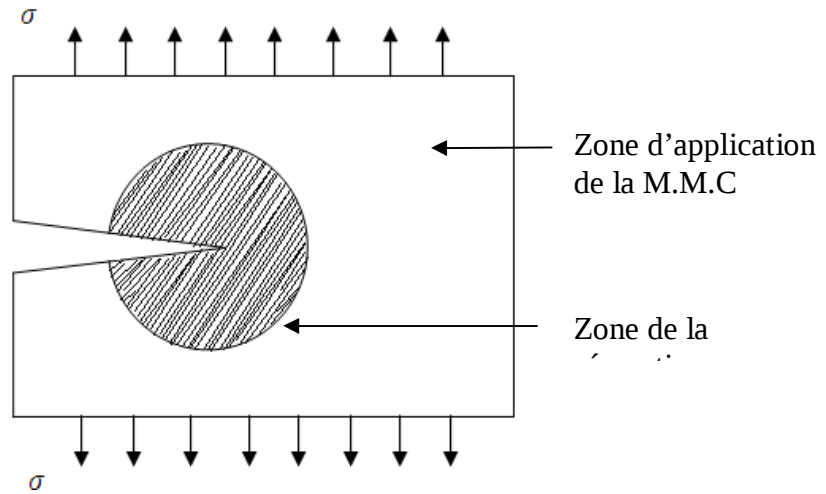


Figure 1.1: Zones d'application de MMC autour d'une fissure.

Ce qui se passe dans la petite zone relève d'une physique autre que celle des milieux continus. Si on connaissait bien cette physique, on pourrait calculer des propriétés de ténacité du matériau expérimentalement et ceci en grandeurs de la mécanique des milieux continus. Comme on la connaît mal, on fait certaines hypothèses vraisemblables, on traite par la M.M.C le reste du corps et les échanges d'énergie entre celui-ci et la petite zone, et on essaie de mesurer les propriétés de ténacité par rupture d'éprouvettes fissurées judicieusement choisies.

I -1-2) Théorie de Griffith

Griffith [19] suppose que la rupture d'un matériau fragile tel que le verre, est du à la présence de fissures qui sont préexistantes. Ces dernières sont formées sous l'effet de l'application de la charge.

La rupture peut ainsi se produire lorsqu'au moins l'une des fissures se propage, Griffith a abordé le problème d'un point de vue énergétique et a proposé ainsi une théorie sur la rupture basée sur la consommation d'énergie lors du processus de propagation de la fissure.

Pour une fissure elliptique de longueur a sur une plaque d'épaisseur mince, et chargée de telle façon que dans les zones éloignées de la fissure, le champs de contraintes σ est uniforme et normal au plan de la fissure, on a les relation suivantes :

$$\frac{dV}{dA} = \frac{d}{da} \left(\frac{\pi \sigma^2 a^2}{2 E} \right) = \frac{\pi \sigma^2 a}{E} \quad (1.1)$$

$$\frac{dW}{dA} = \frac{d}{da} (2 \epsilon a) = 2\epsilon \quad (1.2)$$

Griffith suppose que la fissure peut s'étendre rapidement, la matériau peut casser quant le taux de restitution d'énergie est au moins égale a l'énergie est au moins égal a l'énergie de surface libérée au cours de la formation de nouvelles aires de fissures, en d'autre termes :

$$\frac{dV}{dA} = \frac{dW}{dA} \quad (1.3)$$

D'où

$$\sigma = \sqrt{\frac{2 E \epsilon}{\pi a}} \quad (1.4)$$

I -1-2-1) Modification de la Théorie de Griffith par Irwin et Arowan

La théorie de Griffith a été au début applicable aux matériaux dont le comportement est fragile ou quasi-fragile. Irwin propose de remplacer, dans la formule précédente (1.4) le terme de l'énergie de surface par le travail total, où l'énergie absorbée dans le processus de rupture afin de pouvoir l'appliquer aux matériaux plastiques. Irwin a montré qu'au niveau du fond de déformation, l'intensité des contraintes au voisinage du front de la fissure est très grande. Dans le cas d'un point p proche d'une fissure située sur une surface infinie d'un matériau linéaire et isotrope, la contrainte de rupture est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{E G}{2\pi \rho}} \cos \frac{\beta}{2} \left(1 + \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\beta}{2} \right) \quad (1.5)$$

L'auteur considère pour qu'il y est instabilité lorsque le taux de restitution d'énergie (dV/dA) atteint une valeur critique $\sigma_{y \text{ critique}}$

I -1-3) Modes de ruptures

Dans la théorie, les fissures sont planes et se propagent dans leur plan. Il est ainsi possible de montrer que l'état général de propagation se limite à la superposition de trois modes définis comme suit ;

- **Mode I** (mode par ouverture)

Les surfaces de la fissure se déplacent dans des directions opposées et perpendiculairement au plan de fissure comme schématisé dans la Figure 2.a)

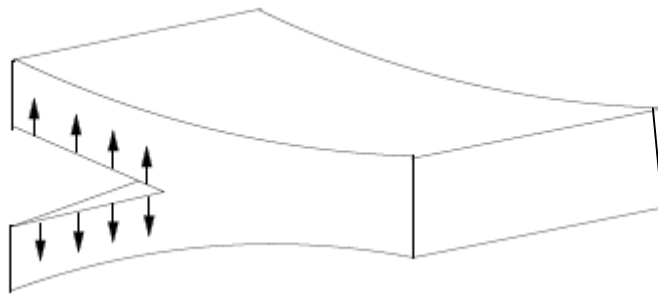
Le mode I est souvent le plus critique et les études théoriques sont ainsi souvent limitées à ce mode de propagation.

- **Mode II** (glissement de translation)

Les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction perpendiculaire au front de fissure comme schématisé dans la Figure 2.b)

- **Mode III** (glissement de rotation)

Les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au front de la fissure comme schématisé dans la Figure 2.c)



a) Mode I (Ouverture perpendiculaire au chargement).



b) Mode II (Glissement dans le plan)



c) Mode III (Glissement anti plan)

Figure 1.2: Modes de Rupture (Mode I, II et III).

I -1-4) Etude de la zone fissurée sans endommagement

C'est la zone dans laquelle les champs mécaniques sont continus et possèdent une certaine structure autonome. Cette zone est petite vis-à-vis du solide mais grande par rapport aux cristaux. La zone perturbée est constituée principalement de microfissures et elle est souvent appelée '*zone de processus de rupture*' ou parfois '*zone d'endommagement*'. Dans le cas où cette dernière est négligée alors le solide est considéré comme étant linéairement élastique, par conséquent; la structure du solide est caractérisée par un champ de contraintes singuliers représentés par le terme $\xi^{-1/2}$.

I -1-4-1) Analyse des champs de contraintes

Dans cette section, on étudie les propriétés des champs de contraintes au voisinage du front d'une fissure telles qu'elles ont été établis par les chercheurs Westergaad [45] et William [46] utilisant des approches différentes.

I -1-4-1-1) Approche de Westergaad

En 1939 Westergaad publie une méthode de solution aux problèmes d'élasticité plane comportant des singularités, valable sous certaines conditions de symétrie, de géométrie et du chargement et applicable à des problèmes de fissures. Pour ces types de problèmes comme montré sur la Figure 1.3, la fonction d'Airy est déterminée par une fonction analytique $Z(z)$ et une constante.

La fonction d'Airy peut s'exprimer sous la forme plus simplifiée comme suit :

$$U(x, y) = Re \bar{Z} + y Im \bar{Z} - \frac{A}{2}(x^2 - y^2) \quad (1.6)$$

Les champs de contraintes sont formulés comme suit (voir annexe A pour plus de détails) ;

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = Re \bar{Z} - y Im \bar{Z} + A \\ \sigma_{yy} &= \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = Re \bar{Z} + y Im \bar{Z} - A \\ \sigma_{xy} &= \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = -y Re \bar{Z} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Westergaard a introduit la fonction suivante qui répond aux lois de l'élasticité et aux conditions aux limites;

$$Z(z) = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{z^2}}} \quad (1.8)$$

En substituant cette fonction(1.8) dans les équations précédentes (1.7), les champs de contraintes deviennent comme suit ;

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi\xi}} \cos \frac{\beta}{2} \left(1 - \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{3\beta}{2} \right) \\ \sigma_{yy} &= \frac{\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi\xi}} \cos \frac{\beta}{2} \left(1 + \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{3\beta}{2} \right) \\ \sigma_{xy} &= \frac{\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi\xi}} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{3\beta}{2} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Les courbes des isocontraintes sont données par les figures 1.5 à 1.10

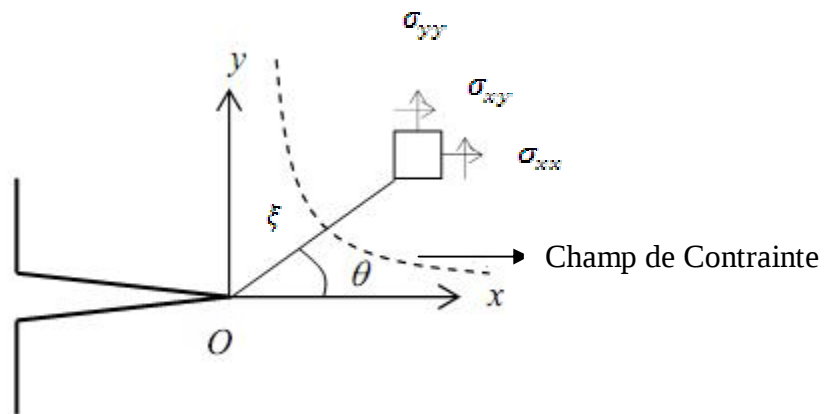


Figure 1.3 : Distribution des champs de contraintes au voisinage de la fissure en coordonnées cartésiennes.

I -1-4-1-1) Approche de Williams

En utilisant la méthode de séparation des variables (voir figure.1.4), William [46] proposa la solution suivantes :

$$\phi(r, \theta) = r^{\lambda+1} F(\theta, \lambda) \quad (1.10)$$

Où $F(\theta, \lambda) = e^{w(\lambda)\theta}$ et $w(\lambda)$ une fonction à déterminer.

Soit l'équation bi harmonique :

$$\nabla^2(\nabla^2\phi) = \left(\frac{\partial^2}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) = 0 \quad (1.11)$$

En substituant l'équation (1.10) dans l'équation (1.11) on obtient :

$$\frac{\partial^4 F(\theta, \lambda)}{\partial x^4} + 2(\lambda^2 + 1) \frac{\partial^2 F(\theta, \lambda)}{\partial x^2} + (\lambda^2 - 1)^2 F(\theta, \lambda) = 0 \quad (1.12)$$

Les champs des contraintes correspondants à ce type de problème sont donnée en coordonnées polaire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{-\theta}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Et substituant l'équation (1.10) dans les équations (1.13) on trouve les champs de contraintes ;

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{b_n}{\sqrt{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + \frac{a_n}{\sqrt{r}} \left(\frac{-5}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{b_n}{\sqrt{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + \frac{a_n}{\sqrt{r}} \left(\frac{-3}{4} \sin \frac{\theta}{2} - \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{b_n}{\sqrt{r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{a_n}{\sqrt{r}} \left(\frac{1}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.14)$$

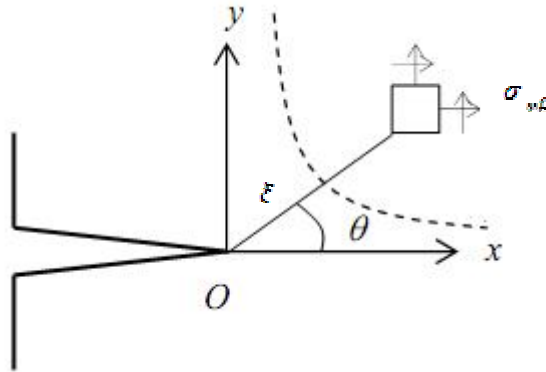


Figure1.4 : Champs des contraintes au voisinage de la fissure coordonnées polaires.

I -1-4-2) Analyse des facteurs d'intensités de contraintes

Introduits par G.R. Irwin en 1957, les facteurs d'intensité de contraintes correspondent à des cinématiques particulières du mouvement des fissures. Dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, les contraintes et les déformations au voisinage d'une fissure admettent un développement asymptotique dont le terme singulier s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \\ K_{III} \end{Bmatrix} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \begin{Bmatrix} \sigma_{yy} \\ \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.15)$$

Où σ_{ij} sont les contraintes au bout de la fissure.

Pour le mode le facteur d'intensité de contrainte s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} K_I &= \sqrt{2\pi r} \sigma_{yy} \\ &= \sqrt{2\pi r} \sigma_0 \sqrt{\frac{a}{2r}} = \sigma_0 \sqrt{2\pi a} \end{aligned} \quad (1.16)$$

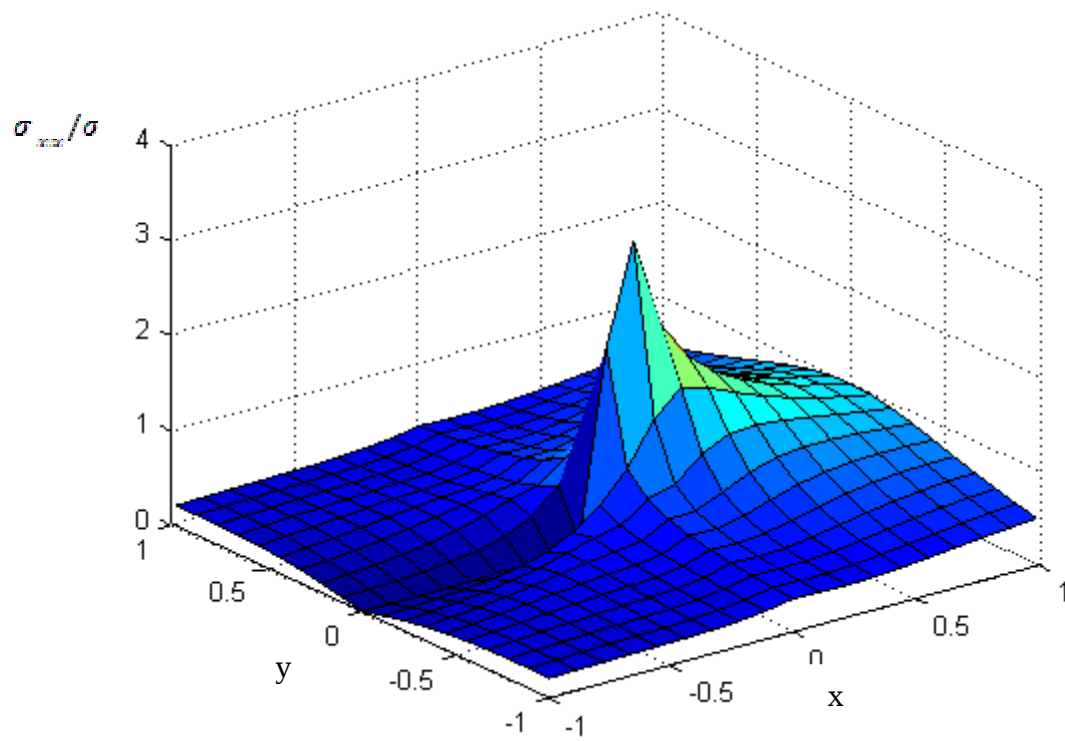


Figure 1.5: Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{xx}/σ_0
(Vue en perspective)

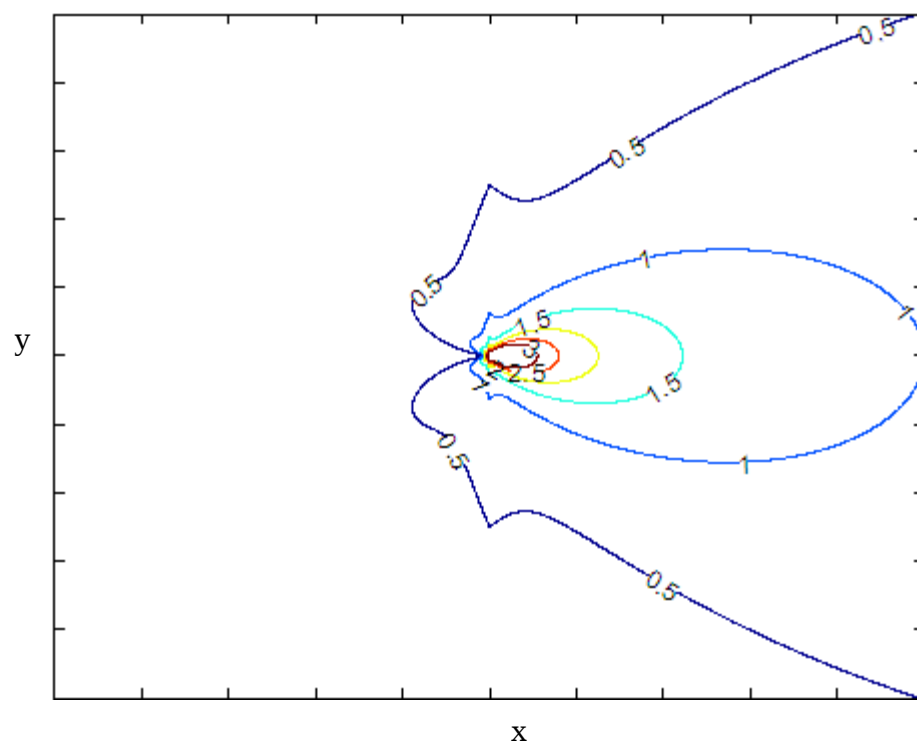


Figure 1.6 : Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{xx}/σ_0

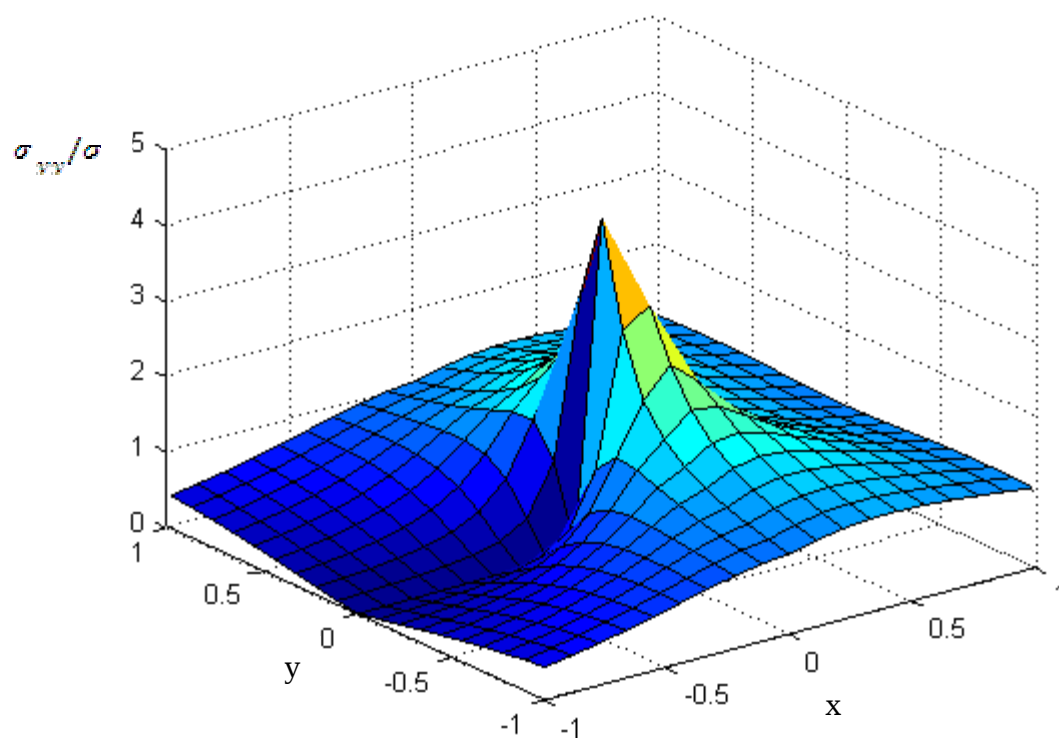


Figure 1.7: Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{xy}/σ
(Vue en perspective)

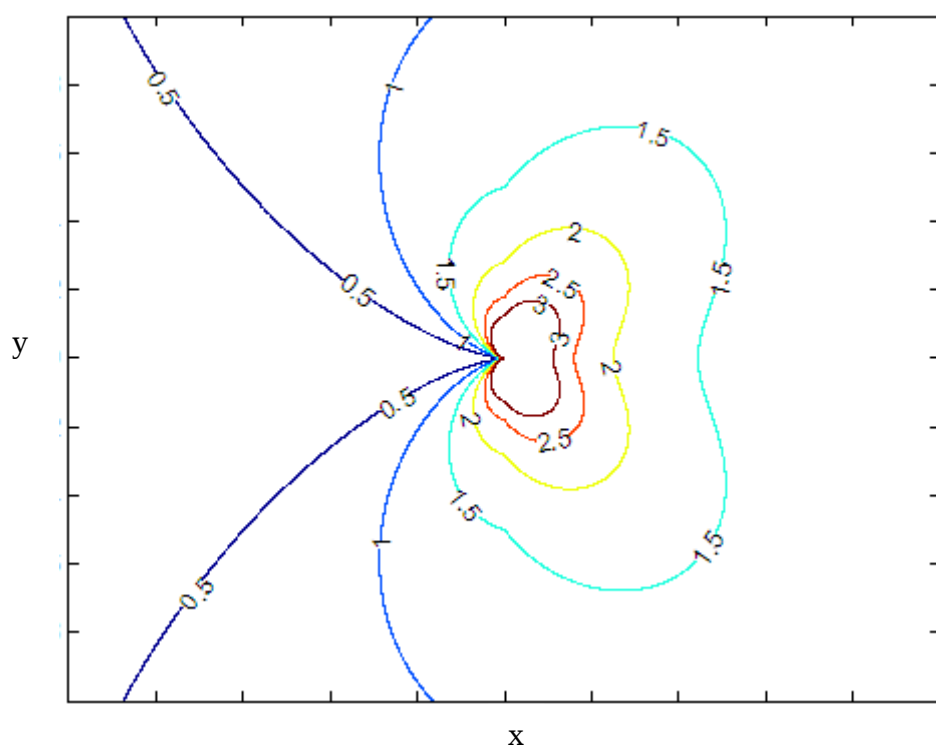


Figure 1.8: Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{xy}/σ

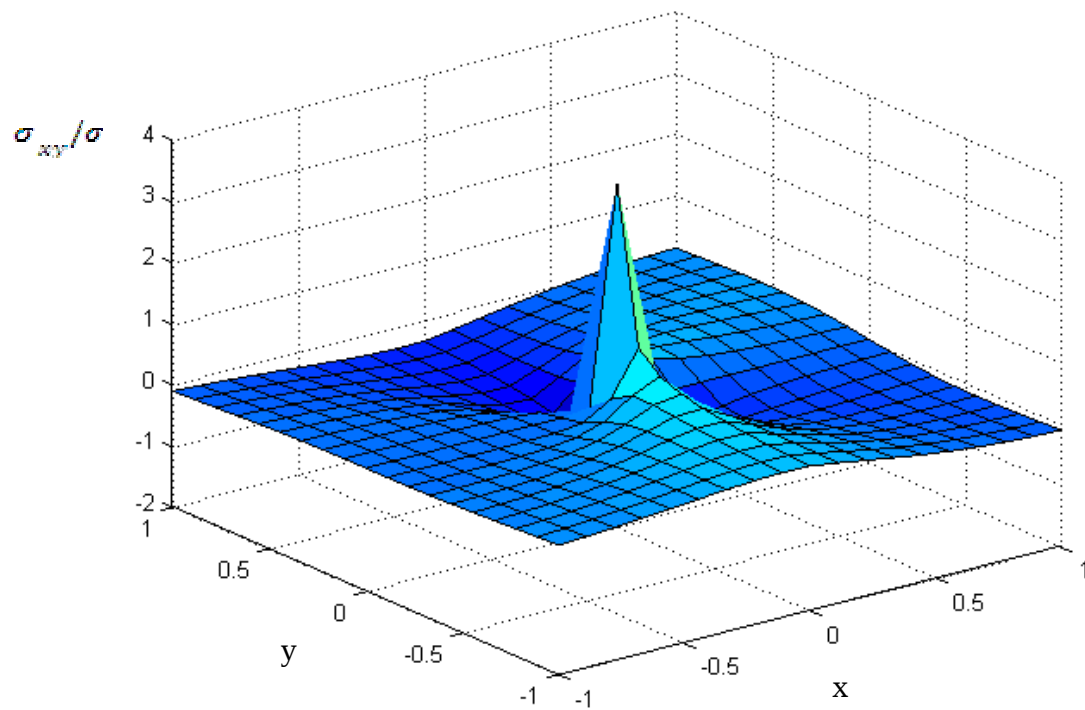


Figure 1.9: Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{xy}/σ
(Vue en perspective)

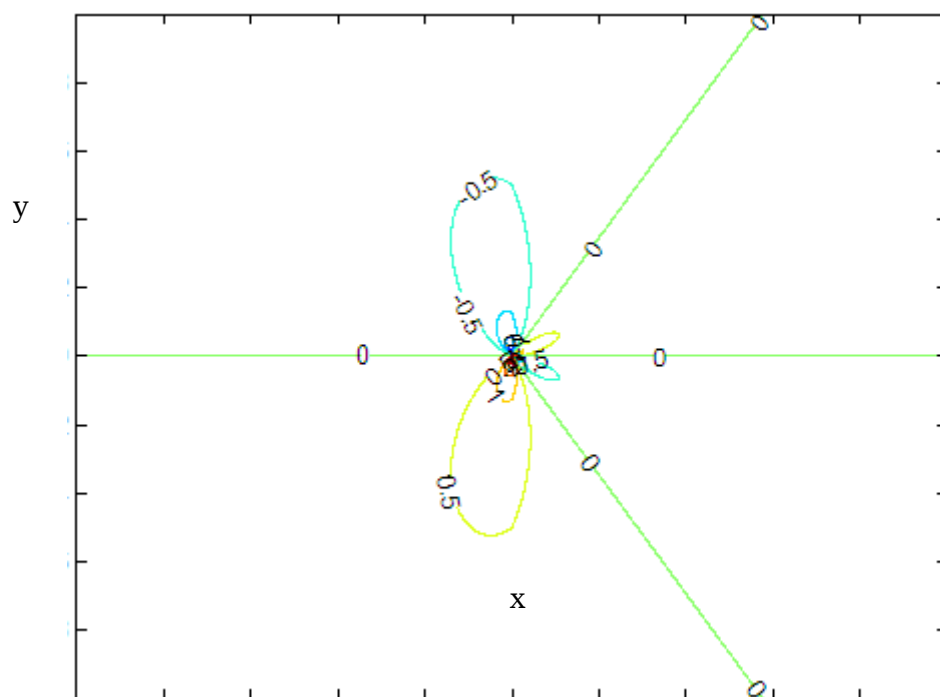


Figure 1.10: Courbes isocontraintes (zone sans endommagement) σ_{xy}/σ

Il est constaté que les isocontraintes représentées sur les Figures 1.5 à 1.10 correspondent aux différents champs de contraintes au voisinage du bout de la fissure. Ces isocontraintes sont déterminés en absence d'endommagement (microfissures, cavités, défauts, dislocations etc. ...). Elles sont obtenues au voisinage de la fissure principale pour des solides homogènes et répondant aux lois de l'élasticité.

Il est clair que la représentation en perspective de chaque contrainte nous renseigne sur la linéarité des contraintes et des déformations au bout de la fissure. Il est à noter que l'absence d'une zone d'endommagement au bout de la fissure principale n'affecte pas la propagation de cette dernière mais un amorçage de la fissure initiale est possible à cause de la singularité des contraintes.

I-2) Théorie de dislocations

I-2-1) Introduction

En science des matériaux, une dislocation est un défaut linéaire correspondant à une discontinuité dans l'organisation de la structure cristalline. Une dislocation peut être vue simplement comme un '*quantum*' de déformation élémentaire au sein d'un cristal possédant un champ de contrainte à longue distance. Une dislocation est caractérisée par (voir schématisation dans la Figure 1.11);

- La direction de sa ligne.
- Un vecteur appelé «*vecteur de Burgers*» dont la norme représente l'amplitude de la déformation qu'elle engendre.

Un milieu contenant une dislocation possède un déplacement à l'emplacement du défaut et mathématiquement il est défini comme suit ;

$$\oint_C \frac{\partial u}{\partial x} dx = b \quad (1.17)$$

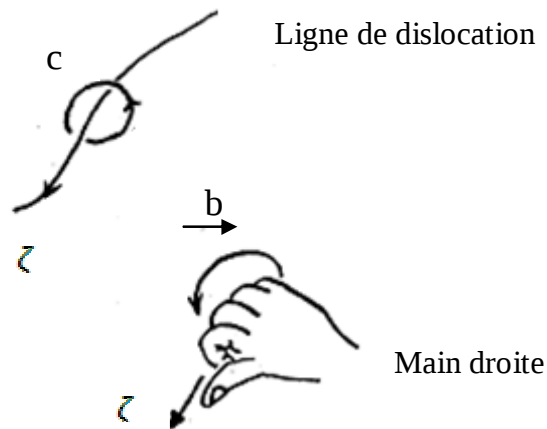


Figure 1.11 : Représentation d'une dislocation

où ;

b : Vecteur de burger

c: Circuit de burger

ζ : Ligne de direction de dislocation

Les dislocations ont une importance capitale pour les propriétés physiques des matériaux cristallins.

- Ce sont elles qui, en se déplaçant, propagent la déformation plastique. Elles permettent ainsi la mise en forme des pièces métalliques.
- Les déformations du réseau cristallin qu'elles induisent facilitent la diffusion des atomes. Elles peuvent ainsi piéger des défauts autour d'elles (nuage de Cottrell [27]).

I-2-2 Dislocation coin

Considérons un cristal soumis à du cisaillement. La déformation plastique commence sur une face libre, puis se propage jusqu'à l'autre face. Ce sont donc des rangées atomiques qui glissent l'une après l'autre, et non pas le plan cristallin en entier.

Sur l'image ci-dessous comme montrée sur la Figure 1.12, la zone de glissement est représentée en gris. La largeur de cette zone est faible devant les dimensions du cristal, on l'assimile donc à une ligne représentée en pointillés verts, c'est la «*ligne de dislocation*». Lorsque la direction du glissement est perpendiculaire à la ligne de dislocation, on parle de «*dislocation coin*» ou parfois de «*edge dislocation*» comme schématisé sur la Figure 1.13.

Pour se déplacer, la dislocation «saute» d'une rangée atomique à une autre. Le saut minimum correspond donc à la distance entre deux rangées. On comprend facilement que le glissement est plus facile sur les plans atomiques denses : le saut est plus petit.

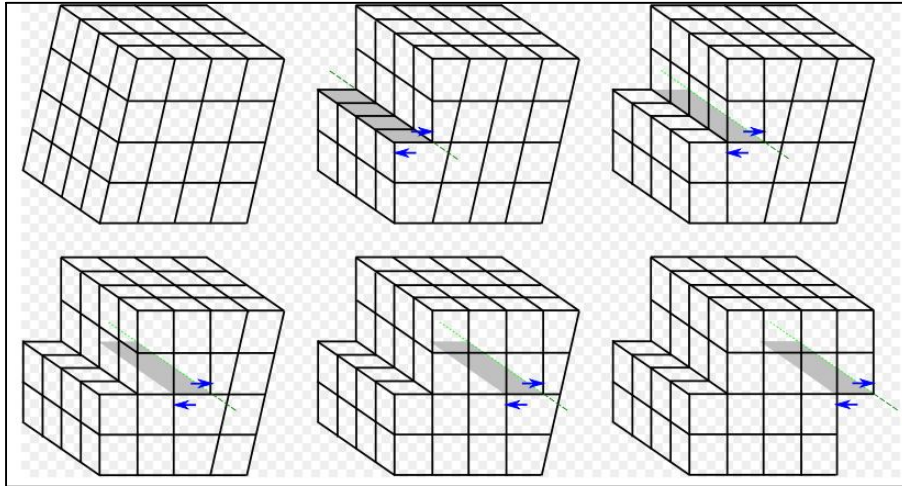


Figure 1.12: Déformation plastique par déplacement d'une dislocation coin.

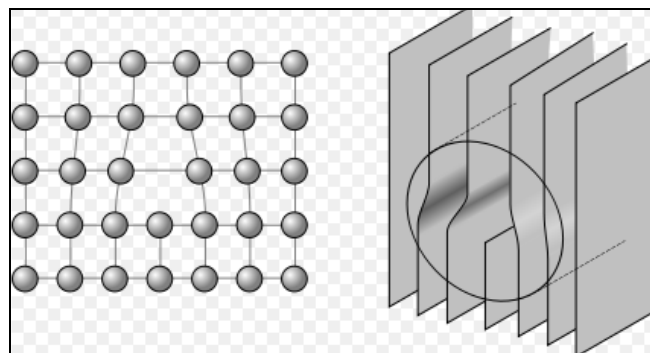


Figure 1.13: Dislocation coin: distorsion élastique et cœur de dislocation.

Le défaut créé peut être imaginé ainsi: on retire un demi-plan atomique (en fait, les demi-plans sont décalés d'un côté), et par conséquent; les plans se rapprochent pour combler le vide. La distorsion élastique engendrée est concentrée dans un cylindre appelé «*cœur de dislocation*», et par conséquent; le cristal est inchangé loin du cœur. En dehors de cette zone, le cristal est parfait.

I-2-3 Dislocation vis

La ligne de dislocation peut aussi être parallèle à la direction de glissement. On parle alors de «*dislocation vis* » ou parfois de «*screw dislocation*». De la même manière, le glissement est plus facile sur les plans atomiques denses comme montré sur les Figure 1.14 et 1.15.

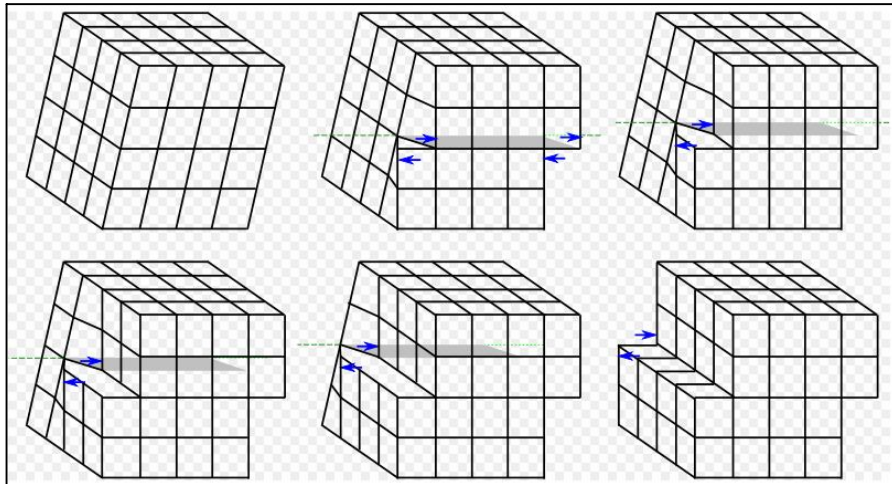


Figure 1.14: Déformation plastique par déplacement d'une dislocation vis

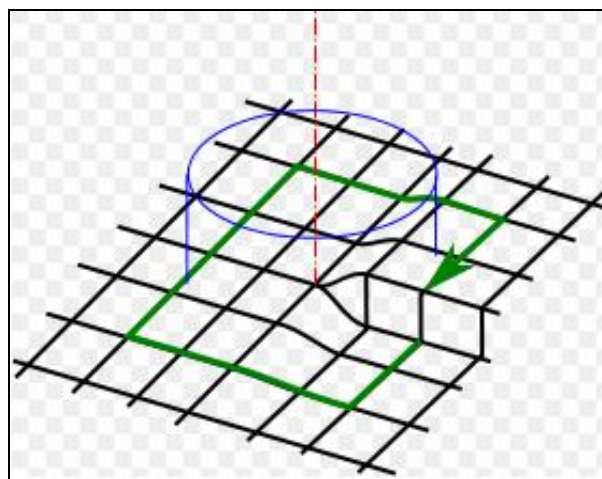


Figure 1.15: Dislocation vis: distorsion élastique

Conclusion

L'étude de ce chapitre traite des fissures en absence d'endommagement et des effets pouvant être engendrés lors de la propagation de la fissure. Il donne aussi un aperçu sur la théorie des dislocations et ses applications en mécanique de la rupture. Les différents paramètres tels les champs de contraintes, les déformations ainsi que les facteurs d'intensité de contraintes en mode I et en mode II ont fait l'objet d'une attention particulière concernant les interactions entre fissures. Ces paramètres sont considérés comme étant cruciaux dans la détermination des effets engendrés lors de la propagation de fissures et surtout lors de leurs interactions en présence de microfissures, défauts ou éventuellement des dislocations.

Partie II
Interaction
Fissure Principale-Dislocations

Chapitre II

Interaction fissure initiale – dislocations

II. 1) Introduction

Les champs d'efforts et de déplacements d'une dislocation près d'une fissure initiale semi infinie ou finie sont formulés en employant la théorie des potentiels complexes de l'élasticité de Muskhelishvili [31] qui traite des problèmes de contrainte plane dans les solides . La force de rupture des solides multi-phases peut dépendre des propriétés des fissures incorporées dans les interfaces. Le comportement élastique des fissures a fait l'objet d'études approfondies par un grand nombre de chercheurs [10, 12, 44]. Dans la majorité de ces travaux, le caractère oscillant de la dislocation dans le domaine des efforts et des déplacements au bout de la macro fissure a été abordé et clairement défini. Suo [49] est parmi les pionniers à étudier l'interaction des singularités avec les fissures. Hutchinson et Ballarini [4, 5] ont eu le privilège de formuler les champs de contraintes d'une dislocation au voisinage d'une fissure.

II. 2) Analyse des champs de contraintes

Il a été constaté que lors de la formation d'une fissure, une zone sombre entourant la fissure initiale prend place d'où la présence d'une forte concentration de contraintes. Cette zone est considérée comme étant une zone à fortes perturbations. Elle est communément appelée '*Zone d'Endommagement*' ou '*Zone de Processus de Rupture*'. Ce phénomène d'existence de cette dernière a été observé expérimentalement et a fait l'objet d'études par de nombreux chercheurs [7, 8, 11, 25, 27].

Il a été constaté que l'existence d'inclusions, de dislocations, de vides, etc.... influence la propagation de fissures. Ainsi dans ce travail, on propose de donner une évaluation quantitative de l'influence de cette zone de dislocations sur la fissure principale. Pour ce faire, l'analyse est basée sur une investigation de l'interaction élastique d'une macro fissure avec une microfissure avoisinante orientée d'une façon arbitraire. Dans ce cas, la fissure principale est présentée comme une fissure semi infinie, soumise à un champ de contraintes caractérisé par un facteur d'intensité de contraintes symbolisé par K_I . La microfissure est représentée par une distribution de dislocations-dipôles et l'interaction de cette dernière avec la fissure principale est évaluée en termes de facteur d'intensité de contraintes amplifié ou réduit agissant au bout de la fissure principale [10, 12, 16, 22, 37, 38, 39].

La plupart des chercheurs ont admis que l'extension de la fissure s'élabore dans une petite zone voisine du front de la fissure dans laquelle il existe des contraintes élevées et des séparations que la mécanique de milieux continus n'admet pas, et que autour de cette petite zone, le reste du corps, dont le comportement est élastique ou plastique, relève de la mécanique des milieux continus.



Photo. 1 : Découpes iso-chromes de franges observées dans une fissure en Mode I.

II. 3) Interaction fissure initiale – dislocation

Les champs d'efforts et de déplacements induits par la présence d'une dislocation près d'une fissure initiale semi infinie ou finie sont formulés en employant la théorie des potentiels complexes de l'élasticité de Muskhelishvili pour des problèmes de contrainte plane. Ce formalisme est appliqué aux solides obéissant aux lois de l'élasticité et remplissant les conditions aux limites y afférentes. Par conséquent, l'utilisation de potentiels complexes répond aux exigences telles la satisfaction aux équations de compatibilité et aux conditions aux limites. Le choix de ces fonctions sont principalement basés sur les conditions initiales,

les systèmes d'axes de référence utilisés (coordonnées cartésiennes, polaires, curvilinéaires, etc. ...), les propriétés des matériaux (isotropes, anisotropes, etc....) et éventuellement le type de chargement appliqué (statique, dynamique, changement de température, etc. ...).

II. 4) Formulation mathématique du problème

Le problème est formulé en termes de potentiels complexes, ces potentiels sont communément appelés « *Potentiels de Kolosov et Muskhelishvili* ». Pour une contrainte plane, le champ de contraintes et de déplacements peuvent généralement être exprimés par deux fonctions-potentiels analytiques complexes selon le formalisme de Muskhelishvili [31] comme suit :

$$\begin{aligned}\frac{(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})}{2} &= 2 \operatorname{Re} [\phi(z)] \\ \frac{(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})}{2} + i \sigma_{xy} &= [\bar{z}\phi'(z) + \psi(z)] \\ 2\mu (u_x + i u_y) &= k \phi(z) - z\phi'(z) - \psi(z)\end{aligned}\quad (2.1)$$

où

$$k = 3 - 4\nu \quad \text{Pour une déformation plane.}$$

$$k = (1 - \nu)/(1 + 2\nu) \quad \text{Pour une contrainte plane.}$$

ν : Coefficient de poisson

μ : Module de cisaillement

On note aussi que la barre superposée est le conjugué du nombre complexe $z = x + iy$ avec $i^2 = -1$.

Pour la convenance, les résultats sont exprimés en fonction des deux potentiels complexes.

La formule de traction est donnée par;

$$t = t_x + i t_y = 2ie^{i\theta} \operatorname{Re}[\phi'(z)] - ie^{-i\theta} \{z\phi''(z) + \psi'(z)\} \quad (2.2)$$

II. 4.1) Interaction fissure pôle simple

- Force ponctuelle

La force ponctuelle est définie par une force p par unité de longueur dont les composantes sont respectivement p_x , p_y selon les axes x et y . Pour une force agissant à l'origine $z = 0$ comme schématisée sur la Figure 1, la solution préconisée est donnée par les deux fonctions potentielles suivantes;

$$\begin{aligned}\phi(z) &= \gamma \log z \\ \psi(z) &= \bar{\delta} \log z\end{aligned}\tag{2.3}$$

où γ , $\bar{\delta}$ sont les constantes complexes

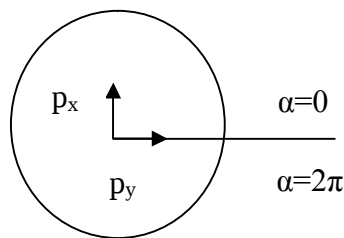


Figure 2.1: Cas d'une force ponctuelle.

Dans ce cas particulier, la force appliquée doit être équilibrée par la résultante de la force agissant sur le périmètre du disque. En d'autres termes, on doit avoir;

$$\begin{aligned}(f_x + if_y) + (p_x + ip_y) &= 0 \\ -i[\phi(z) + z\bar{\phi}'(\bar{z}) + \bar{\psi}(\bar{z})]_0^{2\pi} + p_x + ip_y &= 0 \\ \gamma 2\pi - \bar{\delta} 2\pi + p_x + ip_y &= 0\end{aligned}\tag{2.4}$$

- Cas 1 : Absence de dislocation

En absence de dislocation et autour du périmètre, le déplacement est continu, d'où

$$\left[k\phi(z) + z\phi'(z) + \psi(z) \right]_0^{2\pi} = 0$$

$$k\gamma 2\pi l + \delta 2\pi l = 0 \quad (2.5)$$

A partir de ces deux conditions, on en déduit que;

$$\delta = -k\gamma, \gamma = -\frac{p_x + ip_y}{2\pi(k+1)} \quad (2.6)$$

Pour une force ligne au point $z = \xi$ et en utilisant les coordonnées de transformation, on obtient la solution suivante;

$$\phi(z) = \gamma \log(z - \xi), \psi(z) = -k\bar{\gamma} \log(z - \xi) - \frac{\gamma \bar{\xi}}{z - \xi}, \gamma = -\frac{p_x + ip_y}{2\pi(k+1)} \quad (2.7)$$

- Cas 2 : Présence de dislocation

Dans le cas d'une dislocation simple comme schématisé sur la Figure 2.2, les potentiels complexes sont donnés en fonctions de leurs composantes b_x, b_y représentant respectivement le vecteur de Burgers dans la direction des axes x et y .

$$\phi^s(z, \xi) = -\gamma \{\log(z - \xi)\}$$

$$\psi^s(z, \xi) = -k\bar{\gamma} + \{\log(z - \xi)\} + \gamma \left\{ \frac{\bar{\xi}}{z - \xi} \right\} \quad (2.8)$$

Où,

$$\gamma = \frac{-i u(b_x + ib_y)}{\pi(k+1)}, \quad \bar{\gamma} = \frac{-i u(b_x - ib_y)}{\pi(k+1)} \quad (2.9)$$

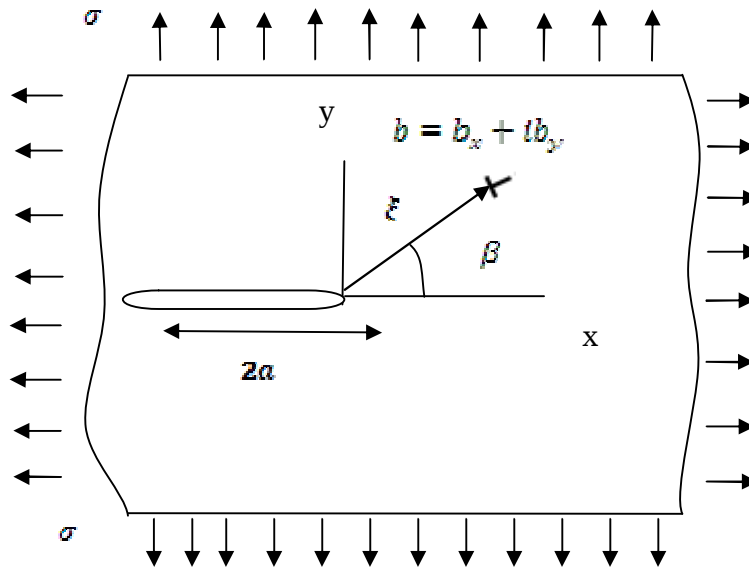


Figure 2.2 : Schématisation du modèle proposé (dislocation simple).

II. 4.2) Interaction fissure dipôle

Les fonctions de potentielles pour une dislocation dipôle sont obtenues par la superposition de deux dislocations simples ayant la même intensité mais agissant en sens opposé comme schématisé sur la Figure 2.3 ces potentiels sont tels suit;

$$\phi^d(z, \xi) = -\gamma d \{ \log(z - \xi) \} \quad (2.10)$$

$$\psi^d(z, \xi) = -k \bar{\gamma} + d \{ \log(z - \xi) \} + \gamma d \left\{ \frac{\bar{\xi}}{z - \xi} \right\}$$

où d est l'opérateur différentiel exprimé comme suit;

$$d(\dots) = \frac{\partial}{\partial \xi} (\dots) d\xi + \frac{\partial}{\partial \bar{\xi}} (\dots) d\bar{\xi} \quad (2.11)$$

En utilisant la différentiation des équations précédentes (2.10) (se référer à l'annexe B pour plus de détails), on a;

$$\phi^d(z, \xi) = \frac{\gamma}{z - \xi} \quad (2.12)$$

$$\psi^d(z, \xi) = \frac{k\bar{\gamma}}{z - \xi} + \frac{\gamma}{z - \xi}$$

et en substituant les fonctions potentielles données par les équations (2.12) dans l'équation (2.1), on obtient les champs de contraintes suivants;

$$\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} = -2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{i \mu b}{\pi (k+1)} \frac{d\xi}{(z - \xi)^2} \right\} \quad (2.13)$$

$$\frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2} + i \sigma_{xy} = \frac{i \mu}{\pi (k+1)} \left\{ b \left[\frac{-d\bar{\xi}}{(z - \xi)^2} + \frac{2 \overline{(z - \xi)} d\xi}{(z - \xi)^3} \right] + \bar{b} \frac{d\xi}{(z - \xi)^2} \right\}$$

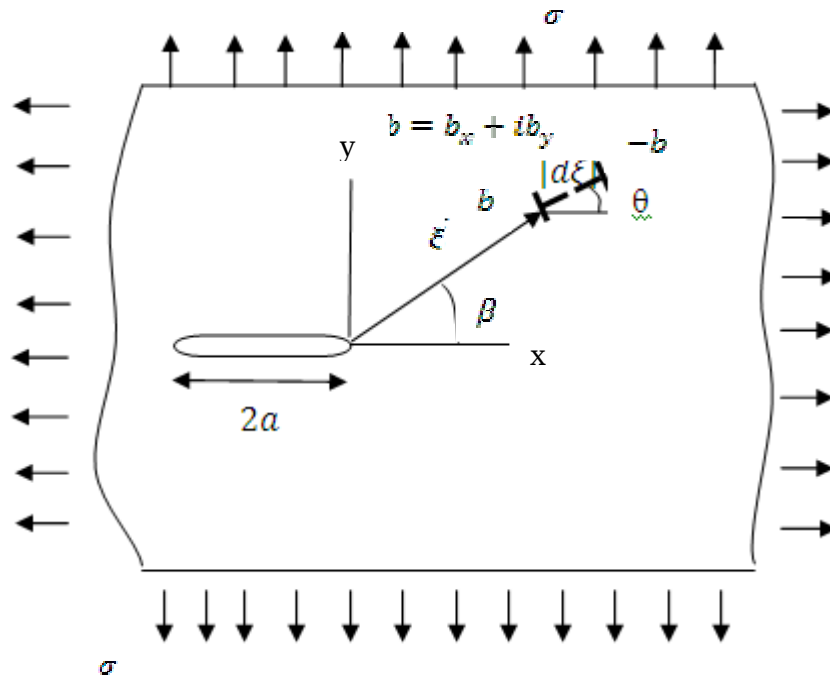


Figure. 2.3 : Schématisation du modèle proposé (dislocation dipôle).

Chapitre III

Analyse du Facteur d'Intensité de Contrainte (FIC)

III. 1) Introduction

Une fissure idéale est mathématiquement une coupure du plan. cette définition conduit à une acuité infinie et une singularité de contraintes. Pour un rayon d'entaille fini, la contrainte maximale a une valeur finie.

Irwin [26] a utilisé le fait que le produit d'une des composantes du tenseur des contraintes de la distribution singulière par la racine carrée de la distance au fond de fissure est une constante et s'écrit comme suit;

$$\sigma_{ij}\sqrt{r} = \text{Constante} \quad (3.1)$$

Similairement en mécanique probabiliste des ruptures, le produit de la contrainte de Weibull par le volume élémentaire élevé à la puissance $1/m_w$ est aussi une constante et s'écrit comme suit;

$$(\sigma_w)^{m_w} \cdot V_0 = \text{Constante} \quad (3.2)$$

où, σ_w est la constante de Weibull, m_w est le module de Weibull et V_0 correspond au volume élémentaire.

Il est à noter que les approches semi-locales sont largement utilisées en mécanique linéaire des ruptures.

III. 1. 1) Concept de facteur d'intensité de contrainte

Irwin proposa de décrire la distribution des contraintes admissibles au voisinage du front d'une fissure par la relation;

$$\sigma_{ij} = (K_I / \sqrt{2\pi r}) f_{ij}, i, j = 1, 2 \quad (3.3)$$

Le facteur d'intensité de contraintes K_I représente l'amplitude de la distribution de contraintes. Les paramètres r et θ définis dans la Figure 3.1 sont les coordonnées polaires de la zone mesurée à partir du fond d'entaille. Irwin montre que la seule connaissance du facteur d'intensité de contraintes permet de décrire la distribution au voisinage du fond de fissure.

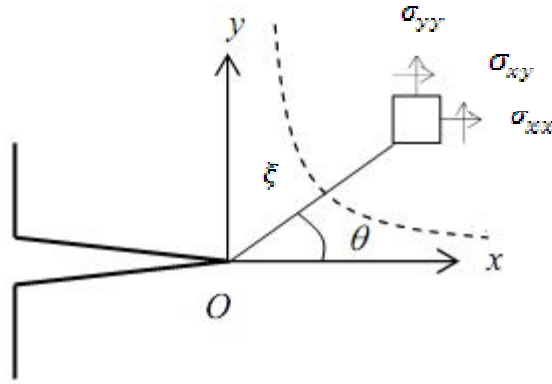


Figure 3.1: Schéma d'une fissure dans le plan.

La distribution des contraintes à la pointe de la fissure présente une singularité de la forme $r^{-1/2}$. Le facteur d'intensité de contraintes est défini en fonction de la distribution des contraintes σ_{xx} par la relation;

$$\sqrt{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0} \sigma(r, \theta) r^{-1/2} \quad (3.4)$$

Si l'on reporte dans un diagramme bi-logarithmique la contrainte d'ouverture de la fissure σ_{yy} , normalisée par la contrainte nominale σ_N en fonction de la distance au fond de fissure r normalisée par la taille du ligament b , on obtient une droite de pente $\alpha = 0.5$. Le coefficient α est égal à l'exposant du terme singulier de la distribution des contraintes.

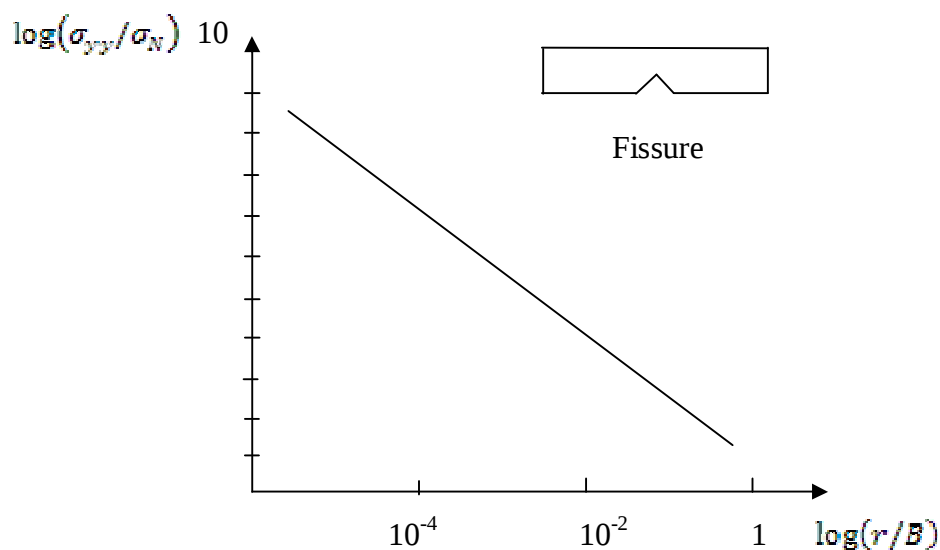


Figure 3.2: Diagramme bi-logarithmique de la distribution des contraintes au fond d'une fissure.

Williams [46] exprima la singularité des contraintes à la pointe d'une entaille infiniment aigüe sur une plaque de longueur infinie, sous la forme d'une série de fonctions complexes en utilisant la fonction d'Airy.

La Figure 3.3 représente la zone près de la pointe de l'entaille, possédant un angle d'ouverture définie par;

$$\{(r, \theta) \ 0 \leq r \leq \infty; \ -\gamma \leq \theta \leq +\gamma\} \text{ avec } \gamma = \pi - \Psi/2 \quad (3.5)$$

Le facteur d'intensité de contraintes pour une entaille aigüe $K_I^*(\rho = 0, \Psi^0)$ s'accorde avec la définition de Irwin pour l'analyse des fissures.

$$K_I^* = (2\pi)^{\alpha} \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{\theta\theta}(r, \theta = 0, \Psi) \cdot r^{\alpha} \quad (3.6)$$

Dans ce cas, la singularité des contraintes à la pointe de la fissure est de la forme $r^{-\alpha}$.

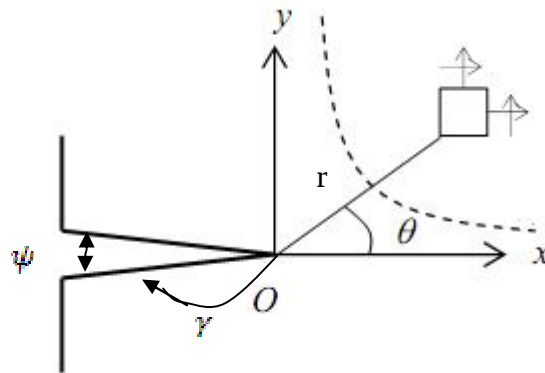


Figure 3.3: Schéma d'une entaille en V aigüe dans le modèle de Williams.

Gross et Mendelson [21] déterminèrent le facteur d'intensité de contraintes pour une plaque à entaille de bord sollicitée en mode I et II. Les facteurs d'intensité de contraintes en mode I et II s'expriment sous la forme;

$$K_I^*(\rho = 0, \Psi^0) = \sqrt{2} \pi \cdot \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{\theta\theta}(r, \theta = 0) \cdot r^{\alpha} \quad (3.7)$$

$$K_{II}^*(\rho = 0, \Psi^0) = \sqrt{2} \pi \cdot \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{r\theta}(r, \theta = 0) \cdot r^{\alpha} \quad (3.8)$$

Une étude de l'influence du rayon en fond d'entaille sur la distribution des contraintes dans le cadre de l'élasticité linéaire pour une fissure courte issue d'une entaille en V, est réalisée par Hasebe [23].

A partir de la relation de Williams, Hasebe développa un calcul théorique, et exprima la distribution des contraintes en fond d'entaille en fonction de la contrainte maximale $\sigma_{\theta\theta}^{max}$ et du rayon d'entaille par la relation;

$$\sigma_{\theta\theta}(\psi, \theta = 0) = C_0 \sigma_{\theta\theta}^{max}(\psi, \theta = 0) \cdot \rho^{-\alpha} \cdot r^{-\alpha/\sqrt{2}} \quad (3.9)$$

Pour des matériaux ayant un comportement linéaire élastique, la relation liant la contrainte maximale $\sigma_{\theta\theta}^{max}$ au facteur d'intensité de contrainte s'écrit comme suit;

$$K_I^*(\rho = 0, \psi^0) = (\sqrt{\pi}/2) \cdot \lim C_0 \sigma_{\theta\theta}^{max}(\psi, \theta = 0) \cdot \rho^{\alpha} \quad (3.10)$$

Le coefficient C_0 ne dépend que de l'angle d'entaille ψ . Dans ce cas, la singularité des contraintes à la pointe de la fissure est de la forme $r^{-\alpha}$.

En résumé, le problème des contraintes au voisinage du fond d'entaille infiniment aigue est résolu par les équations d'élasticité. Les principales formulations des champs de contraintes s'exprimant en fonction du facteur d'intensité de contraintes que l'on trouve dans la bibliographie, sont présentées dans le tableau 3.1. Dans ce tableau, K et K^* représentent successivement les fonctions d'intensité de contraintes dans le cas d'une fissure aigue. L'analyse élastique de la distribution des contraintes montre l'existence d'une singularité des contraintes à la pointe du défaut.

Tableau 3.1: Expressions de la distribution des contraintes élastiques en fond d'entaille.

Auteurs	Formules du Facteur d'Intensité de Contraintes	Singularité
Irwin [26]	Fissure $\sigma_{ij} = (K/\sqrt{2\pi r}) \cdot f_{ij}(\theta)$	$r^{-1/2}$
Williams [46]	Entaille infiniment aigue $\sigma_{ij} = (K^*/\sqrt{2\pi r})^\alpha \cdot f_{ij}(\theta, \Psi, \alpha)$	$r^{-\alpha}$
Gross et Mendelson [21]	Entaille infiniment aigue $\sigma_{ij} = (K^*/\sqrt{2\pi r \alpha}) \cdot f_{ij}(\theta, \Psi, \alpha)$	$r^{-\alpha}$
Hasebe [23]	Entaille infiniment aigue $\sigma_{ij} = K^*/\sqrt{2r\alpha}$	$r^{-\alpha}$

On note que;

$\alpha = 0,5$ pour une fissure.

$\alpha \leq 0,5$ pour une entaille aigue.

III. 2) Analyse de Facteur d'intensité de contrainte (FIC)

Les contraintes trouvées dans le chapitre précédent n'ont d'intérêt que si elles sont caractérisées par des facteurs d'intensité de contraintes. ces derniers sont considérés comme des paramètres essentiels pour l'étude de la résistance à la rupture des matériaux et surtout à comprendre le phénomène d'empilement des dislocations engendrant des effets d'amplification et de réduction des contraintes au voisinage du font de fissure [27, 28, 32, 33, 34, 42, 44, 47]. Le facteur d'intensité de contraintes K est considéré comme étant le pivot de la mécanique de rupture. Il ne devrait pas être confondu avec le facteur de concentration de contraintes indépendant K_I .

Les facteurs d'intensités de contraintes K_I et K_{II} correspondants respectivement au mode I et au mode II, peuvent être déterminés par un développement autour de $z = 0$ (en valeurs réelles). Généralement, les facteurs d'intensité de contraintes en mode I (K_I) et en mode II (K_{II}) sont reliés par la relation suivante;

$$K_I - iK_{II} = \lim_{\sqrt{z} \rightarrow 0} \sqrt{2\pi z} (\sigma_{yy} - i\sigma_{xy}) \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} K_I - iK_{II} &= \xi^{-3/2} d\xi \left[\bar{y} \cos(\theta - 3\beta/2) + 3i \frac{\bar{y}}{2} \sin \beta \cos(\theta - 5\beta/2) \right. \\ &\quad \left. - i \bar{y} \sin \theta e^{3i\beta/2} - \frac{3\bar{y}}{2} \sin \beta \sin(5\beta/2 - \theta) \right] \sqrt{2\pi} \\ &= \frac{\sqrt{2\pi} \xi^{-3/2} d\xi \mu}{\pi(k+1)} \left[b_y \cos(\theta - 3\beta/2) - i b_x \cos(\theta - 3\beta/2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{2} i b_y \sin \beta \cos(\theta - 5\beta/2) + \frac{3}{2} b_x \sin \beta \cos(\theta - 5\beta/2) \right. \\ &\quad \left. + i b_y \sin \theta (\cos 3\beta/2 + i \sin 3\beta/2) - b_x \sin \theta (\cos 3\beta/2 + i \sin 3\beta/2) \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{2} b_y \sin \beta \sin(5\beta/2 - \theta) + \frac{3}{2} i b_x \sin \beta \sin(5\beta/2 - \theta) \right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\frac{K_I - iK_{II}}{K_0} = b_y \left[\cos(\theta - 3\beta/2) - \sin \theta \sin 3\beta/2 + \frac{3}{2} \sin \beta \sin(5\beta/2 - \theta) \right] \quad (3.13)$$

$$+ b_x \left[\frac{3}{2} \sin \beta \cos(\theta - 5\beta/2) - \sin \theta \cos 3\beta/2 \right]$$

$$- i \left\{ b_y \left[\frac{3}{2} \sin \beta \cos(\theta - 5\beta/2) - \sin \theta \cos 3\beta/2 \right] \right.$$

$$\left. + b_x \left[\cos(\theta - 3\beta/2) + \sin \theta \sin 3\beta/2 + \frac{3}{2} \sin \beta \sin(5\beta/2 - \theta) \right] \right\}$$

Avec ;

$$K_0 = \frac{\sqrt{2\pi} \xi^{-3/2} d\xi \mu}{\pi(k+1)} \quad (3.14)$$

Par séparation de la partie réelle et de la partie imaginaire, on obtient :

$$\frac{K_I}{K_0} = b_y \left[\cos(\theta - 5\beta/2) - \sin \theta \sin 3\beta/2 + \frac{3}{2} \sin \beta \sin(5\beta/2 - \theta) \right] \quad (3.15)$$

$$+ b_x \left[\frac{3}{2} \sin \beta \cos(\theta - 5\beta/2) - \sin \theta \cos 3\beta/2 \right]$$

$$\frac{K_{II}}{K_0} = b_y \left[\frac{3}{2} \sin \beta \cos(\theta - 5\beta/2) - \sin \theta \cos 3\beta/2 \right] \quad (3.16)$$

$$+ b_x \left[\cos(\theta - 3\beta/2) + \sin \theta \sin 3\beta/2 + \frac{3}{2} \sin \beta \sin(5\beta/2 - \theta) \right]$$

Dans le cas où la microfissure (dislocation) est parallèle à la fissure principale, les facteurs d'intensité de contraintes normalisés par K_0 pour les modes I et II sont données par :

$$\frac{K_I}{K_0} = b_y \left[\cos(3\beta/2) + \frac{3}{2} \sin \beta \sin(5\beta/2) \right] + b_x \left[\frac{3}{2} \sin \beta \cos(5\beta/2) \right] \quad (3.17)$$

$$\frac{K_{II}}{K_0} = b_y \left[\frac{3}{2} \sin \beta \cos(5\beta/2) \right] + b_x \left[\cos(3\beta/2) - \frac{3}{2} \sin \beta \sin(5\beta/2) \right] \quad (3.18)$$

Dans le cas où la microfissure (dislocation) est perpendiculaire à la fissure principale, les facteurs d'intensité de contraintes normalisés par K_0 pour les modes I et II sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{K_I}{K_0} = & b_y \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3\beta/2\right) - \sin \theta \sin 3\beta/2 + \frac{3}{2} \sin \beta \sin\left(5\beta/2 - \frac{\pi}{2}\right) \right] \\ & + b_x \left[\frac{3}{2} \sin \beta \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5\beta/2\right) - \sin \theta \cos 3\beta/2 \right] \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{K_{II}}{K_0} = & b_y \left[\frac{3}{2} \sin \beta \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5\beta/2\right) - \cos 3\beta/2 \right] \\ & + b_x \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3\beta/2\right) + \sin 3\beta/2 + \frac{3}{2} \sin \beta \sin\left(5\beta/2 - \frac{\pi}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Partie III

Analyse des Fonctions de Green

Chapitre IV

Fonctions de Green

IV. 1) Introduction

La fonction de Green représente le facteur d'intensité de contrainte produit par une dislocation interagissant avec une fissure principale. La fonction de Green doit éventuellement satisfaire les conditions aux limites concernant la traction sur la surface de fissures.

La fonction de Green sert comme une étape cruciale pour l'évaluation des paramètres mécaniques de la rupture tels les facteurs d'intensité de contraintes, les taux de restitutions d'énergie et les ouvertures de fissures et microfissures pour des conditions de chargement quelconque.

La fonction est obtenue en combinant l'analyse dimensionnelle avec les études paramétriques basées sur la solution d'éléments finis. Le résultat final est une expression analytique de la fonction de Green pour le facteur d'intensité de contrainte due à une force dipôle unitaire appliquée sur la dislocation.

Plusieurs travaux récents de chercheurs [10, 12, 13, 15] ont montré que les études des fonctions de Green aboutissent à des résultats fiables concernant les effets générés lors des interactions entre fissures et microfissures (dislocations) avoisinants. La solution par l'utilisation des fonctions de Green est pratique en raison de la simplification d'un grand nombre d'équations intégrales dérivées par rapport au nombre faramineux de microfissures entourant la fissure principale. Cette densité de microfissures est intense au bout de la fissure. La fissure initiale et les microfissures avoisinantes composent une entité appelée «*zone de processus de rupture* » ou «*zone d'endommagement* ».

Il est évident que les fonctions de Green représentant les facteurs d'intensité de contraintes d'une fissure interagissant avec une dislocation, admettent une séparation des caractéristiques du matériau et des paramètres géométriques. Donc, ces fonctions permettent de mieux cerner l'étude des interactions entre fissures et éventuellement l'analyse des effets (amplification et réductions des champs de contraintes) pouvant générer au bout des fissures.

IV. 2) Fonctions de Green pour le facteur d'intensité de contraintes (F.I.C)

Les fonctions de Green pour les deux modes sont données par les expressions suivantes selon chaque mode de rupture :

En mode 1

$$K_I^* = \frac{K_I}{K_0|b|} \quad (4.1)$$

En mode 2

$$K_{II}^* = \frac{K_{II}}{K_0|b|} \quad (4.2)$$

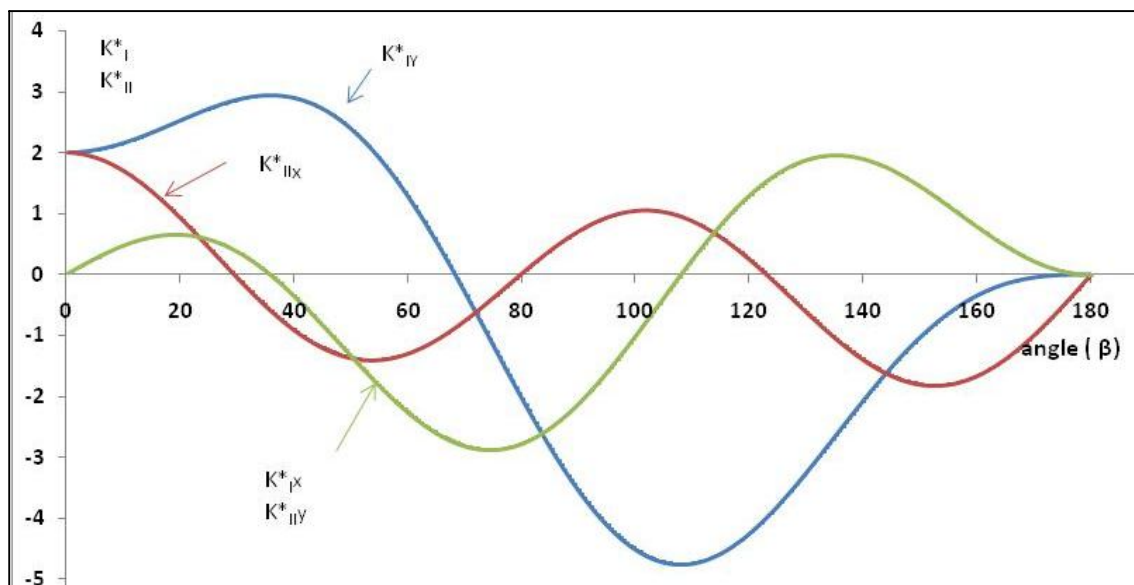


Figure 4.1 : Variation du facteur d'intensité de contrainte pour ($\theta = 0^\circ$)

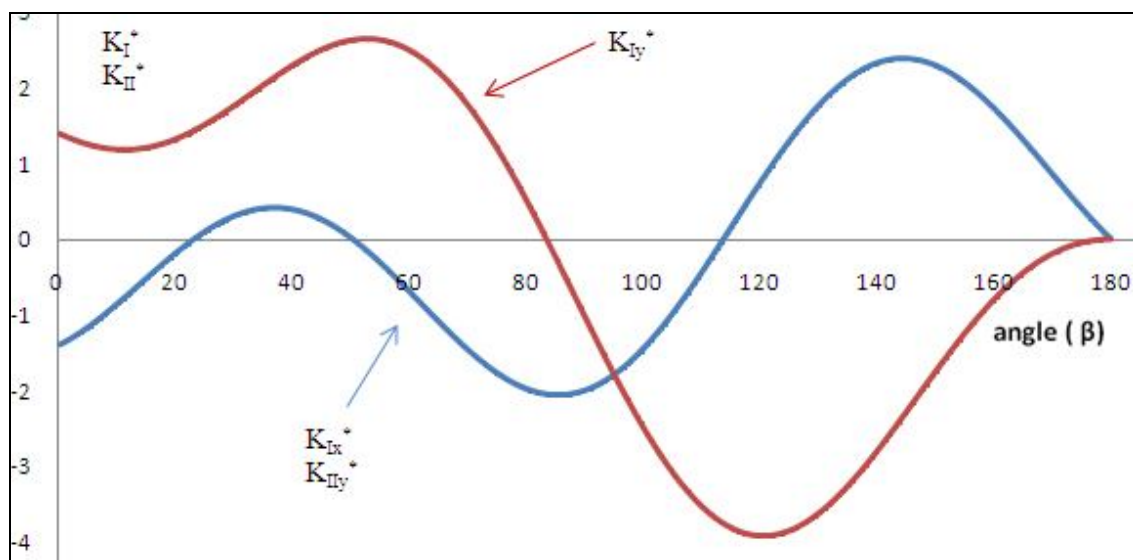


Figure 4.2 : Variation du facteur d'intensité de contrainte pour ($\theta = 45^\circ$)

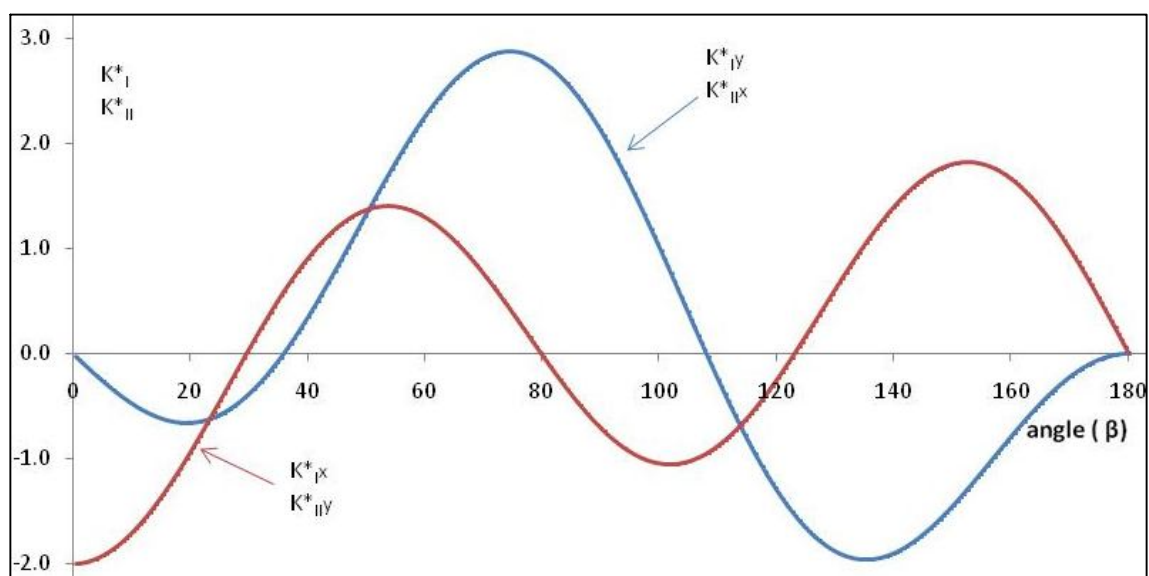


Figure 4.3 : Variation du facteur d'intensité de contrainte pour ($\theta = 90^\circ$)

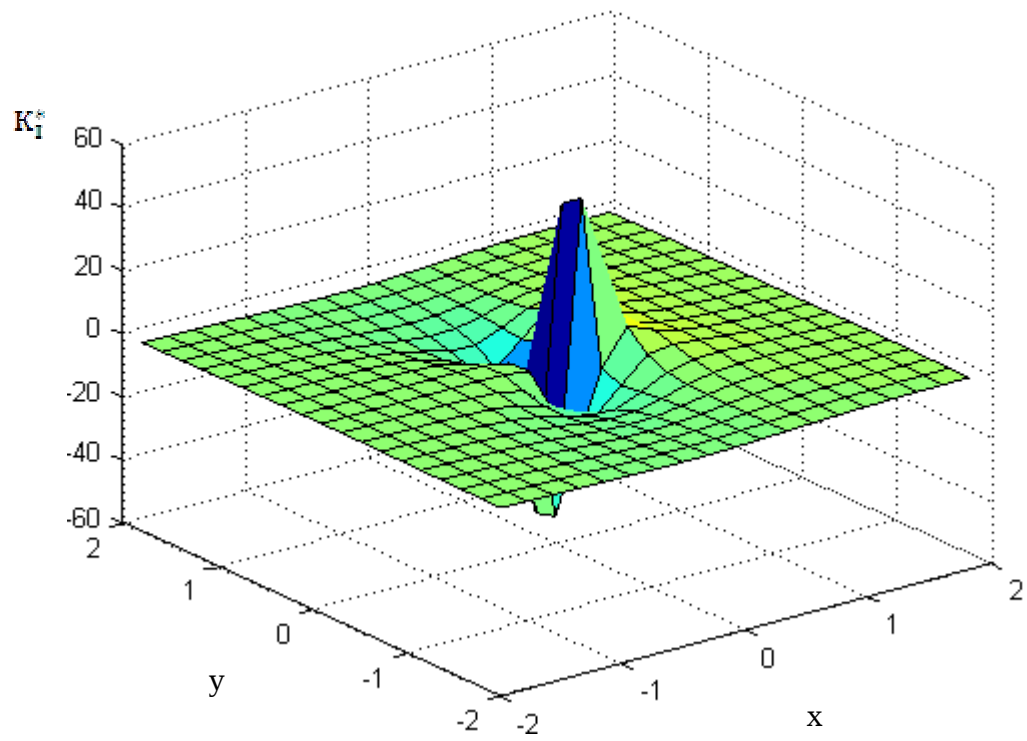


Figure 4.4 : Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_y ($\theta = 0^\circ$)
(Vue en perspective)

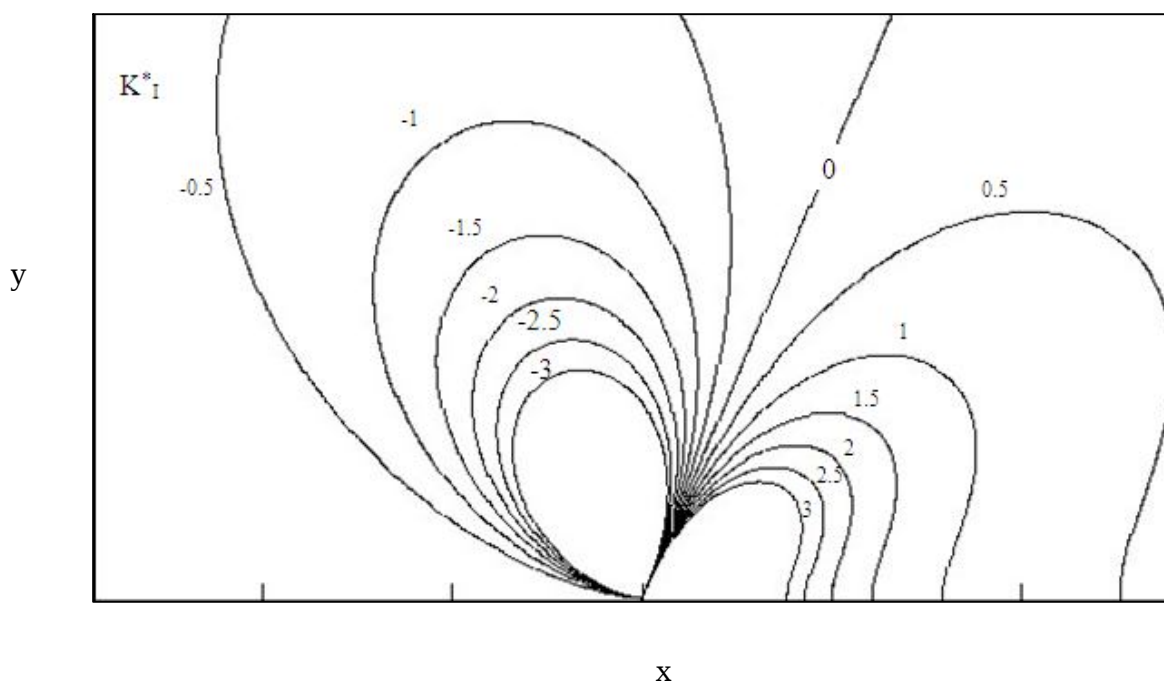


Figure 4.5 : Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_y ($\theta = 0^\circ$)

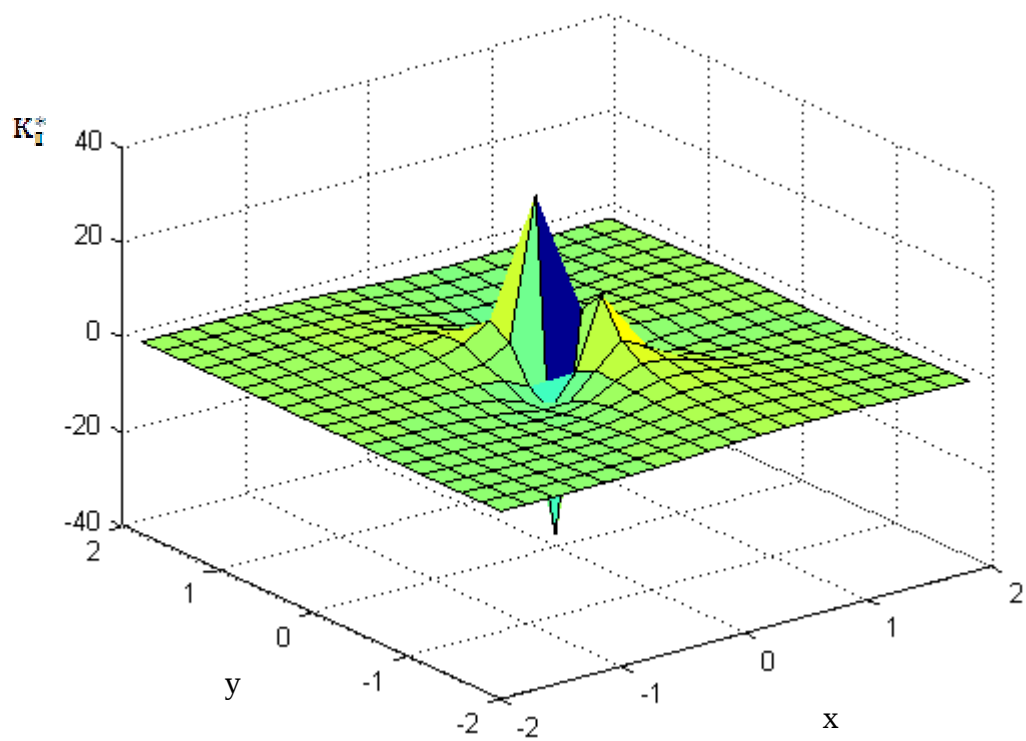


Figure 4.6 : Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 0^\circ$)
(Vue en perspective)

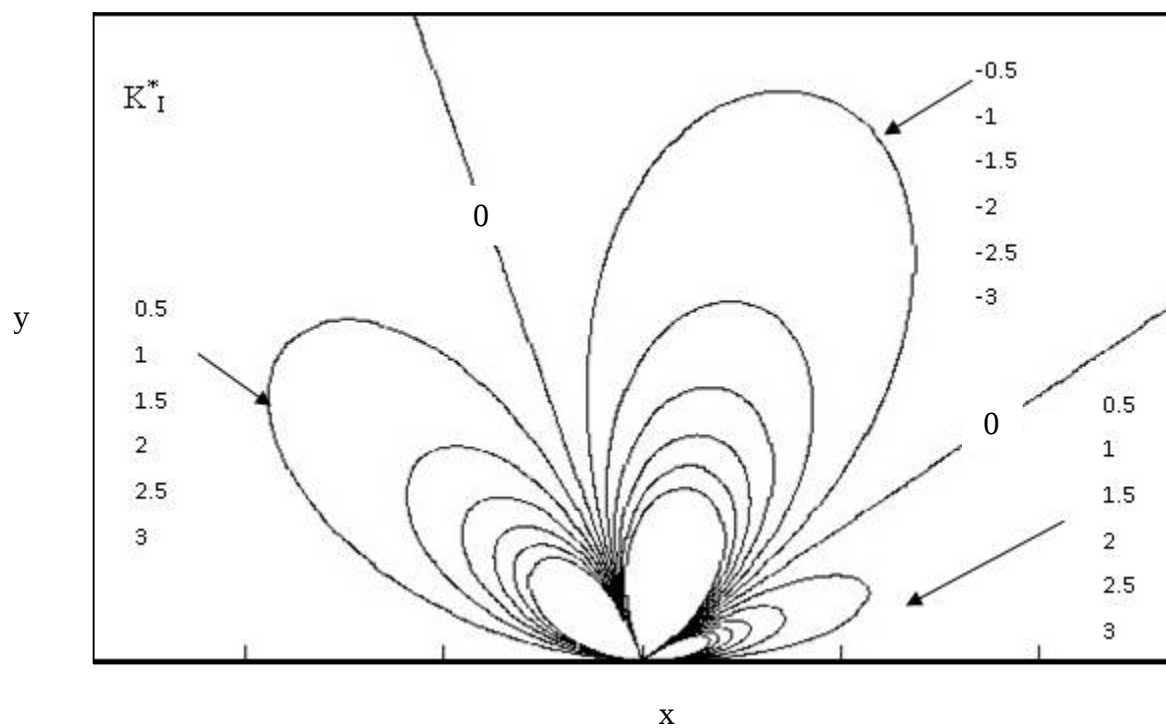


Figure 4.7 : Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 0^\circ$)

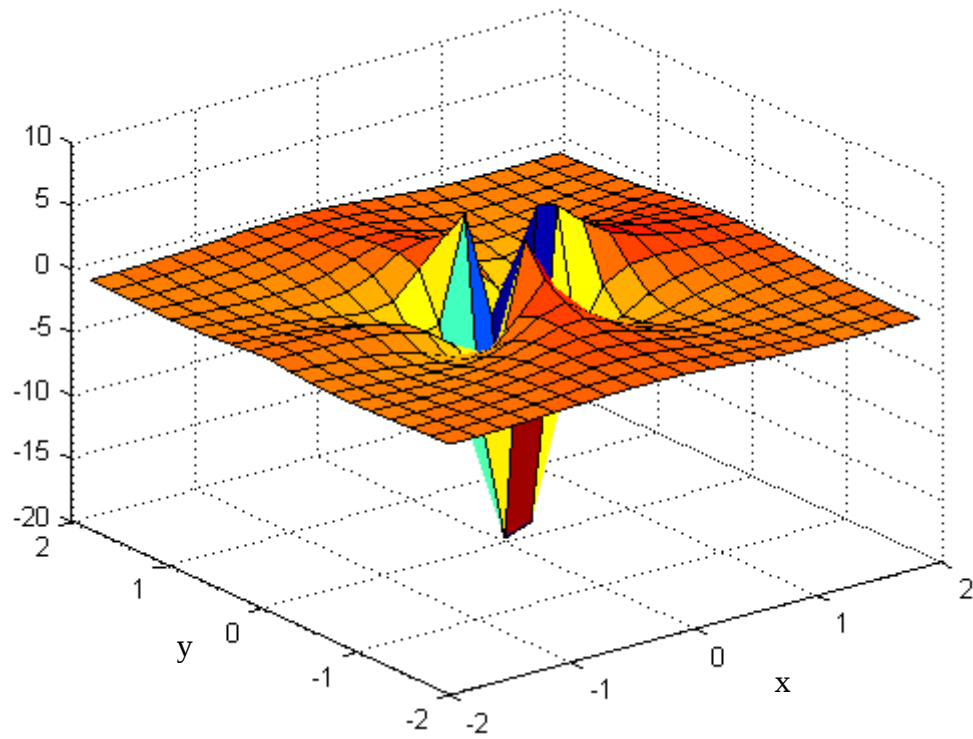


Figure 4.8 : Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_x ($\theta = 0^\circ$)
(Vue en perspective)

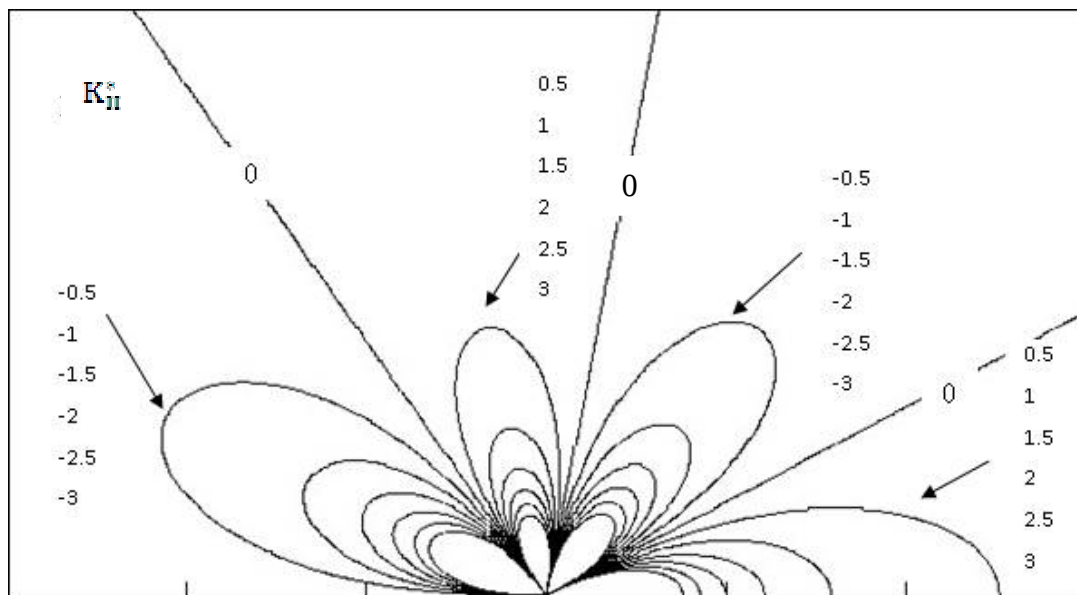


Figure 4.9 : Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_x ($\theta = 0^\circ$)

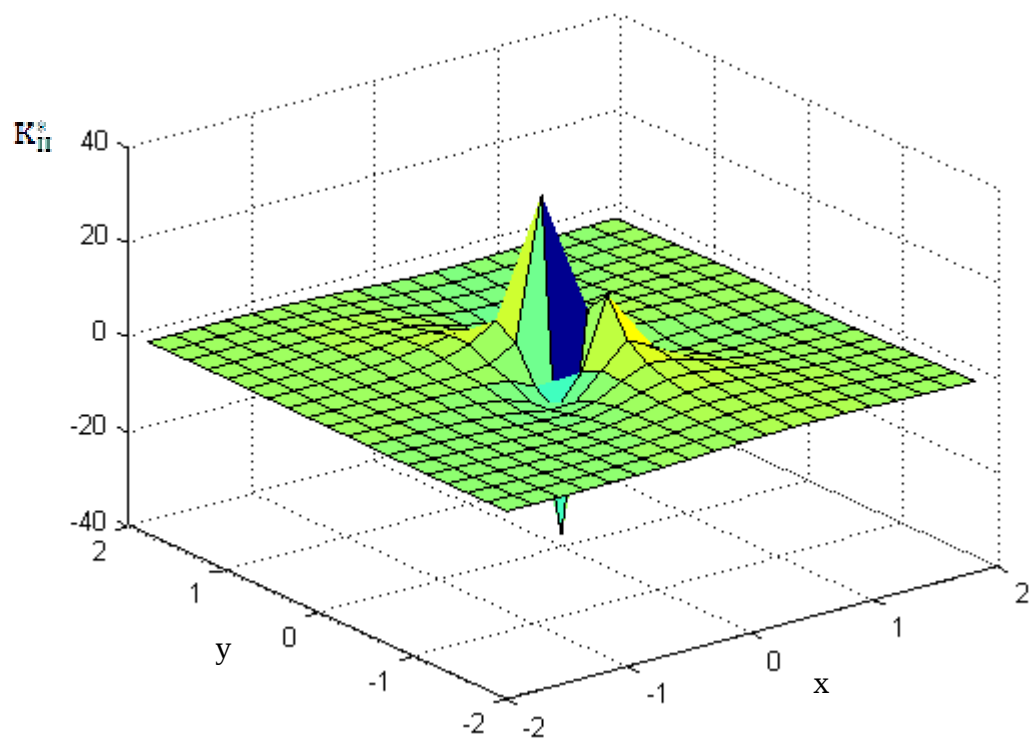


Figure 4.10 : Courbes d'isocontraintes pour mode II due à by ($\theta = 0^\circ$)
(Vue en perspective)

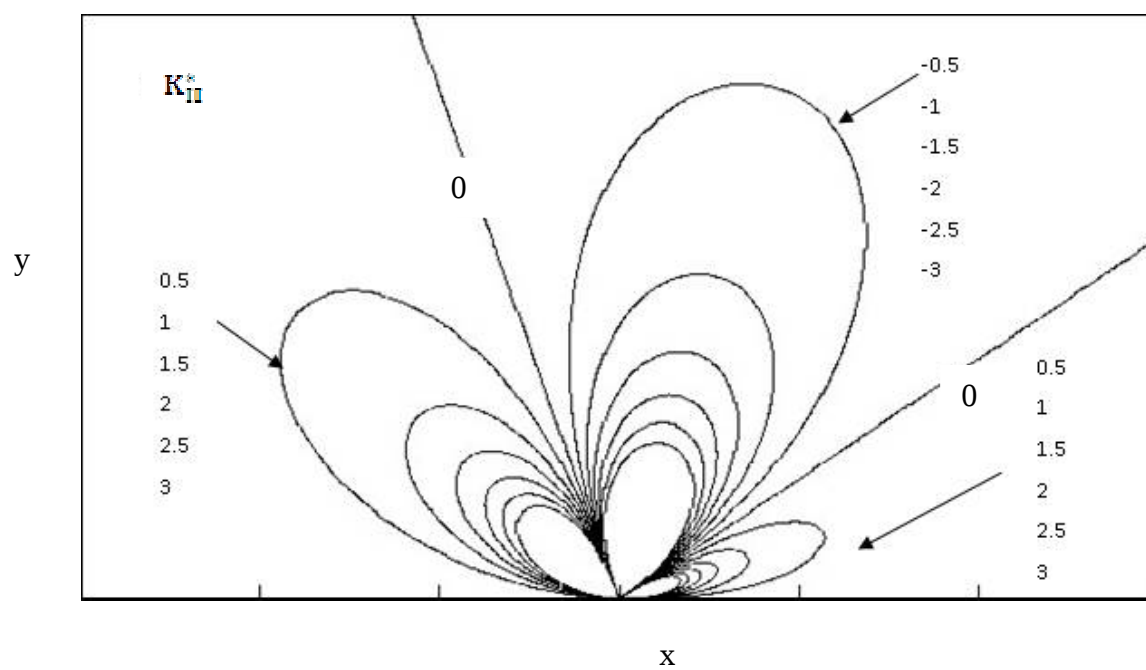


Figure 4.11: Courbes d'isocontraintes pour mode II due à by ($\theta = 0^\circ$)

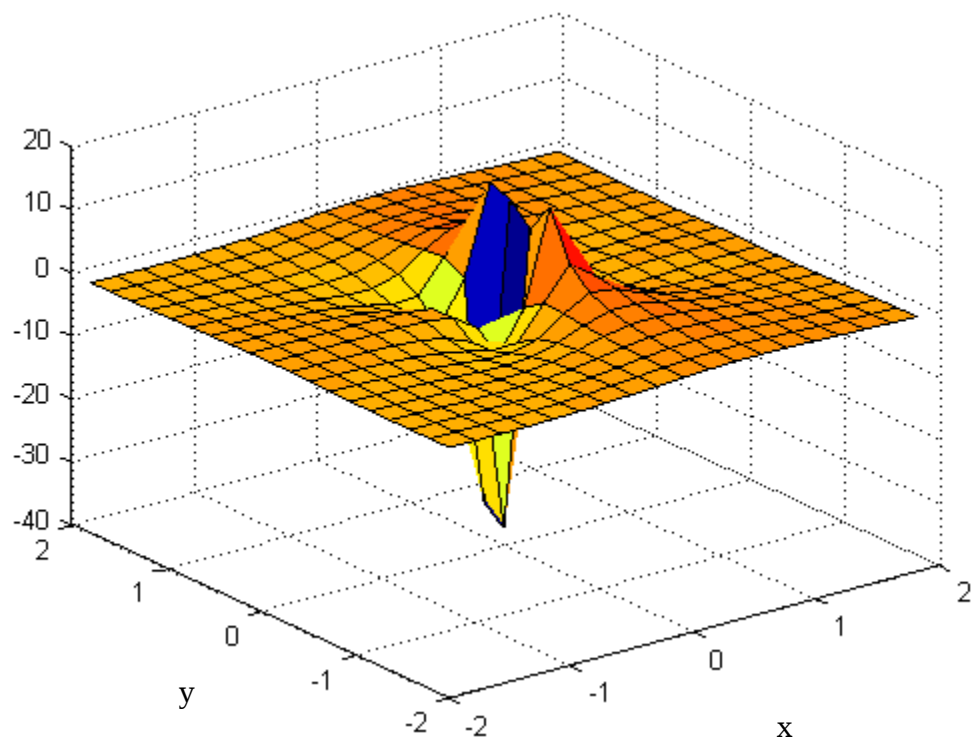


Figure 4.12 : Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_y ($\theta = 90^\circ$)
(Vue en perspective)

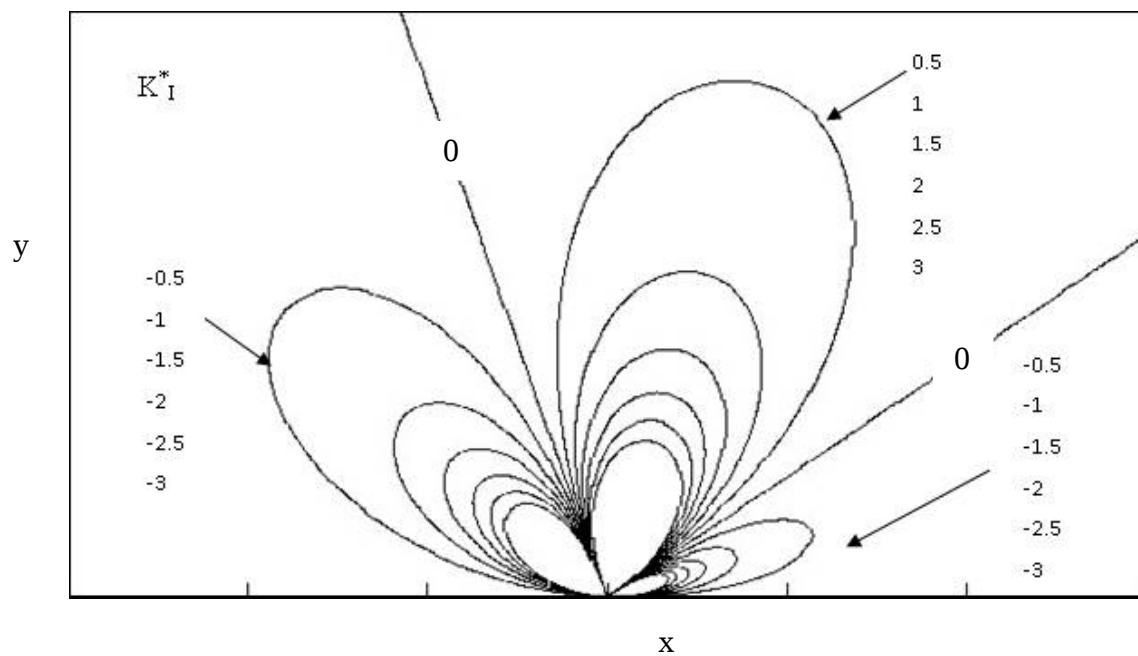


Figure 4.13 : Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_y ($\theta = 90^\circ$)

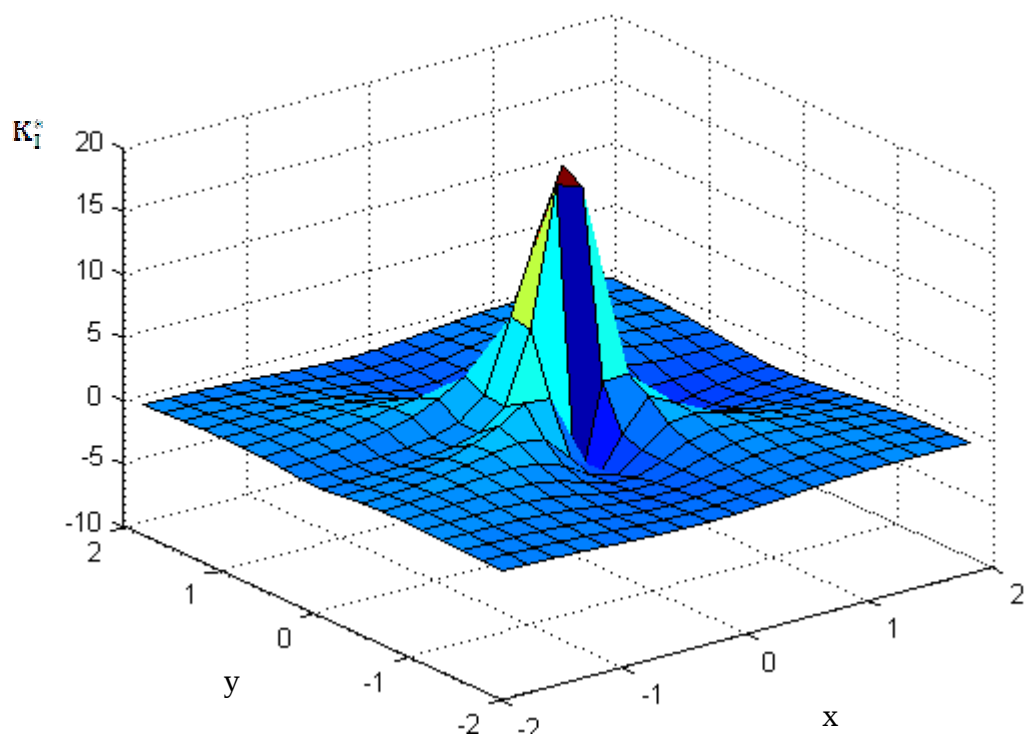


Figure 4.14 : Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 90^\circ$)
(Vue en perspective)

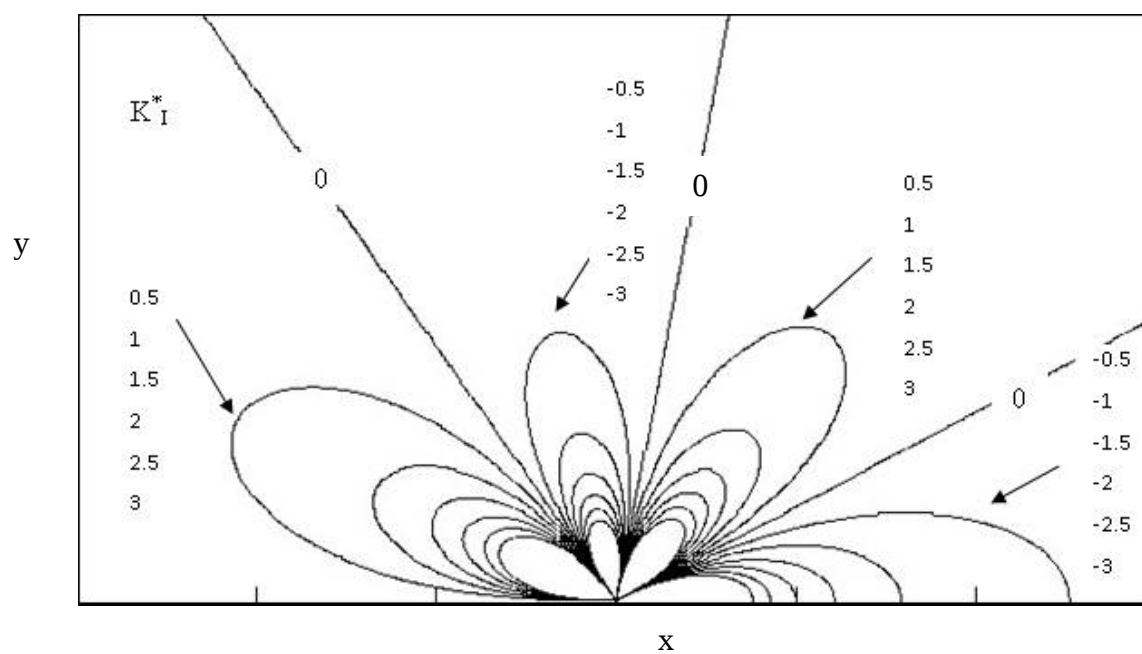


Figure 4.15 : Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 90^\circ$)

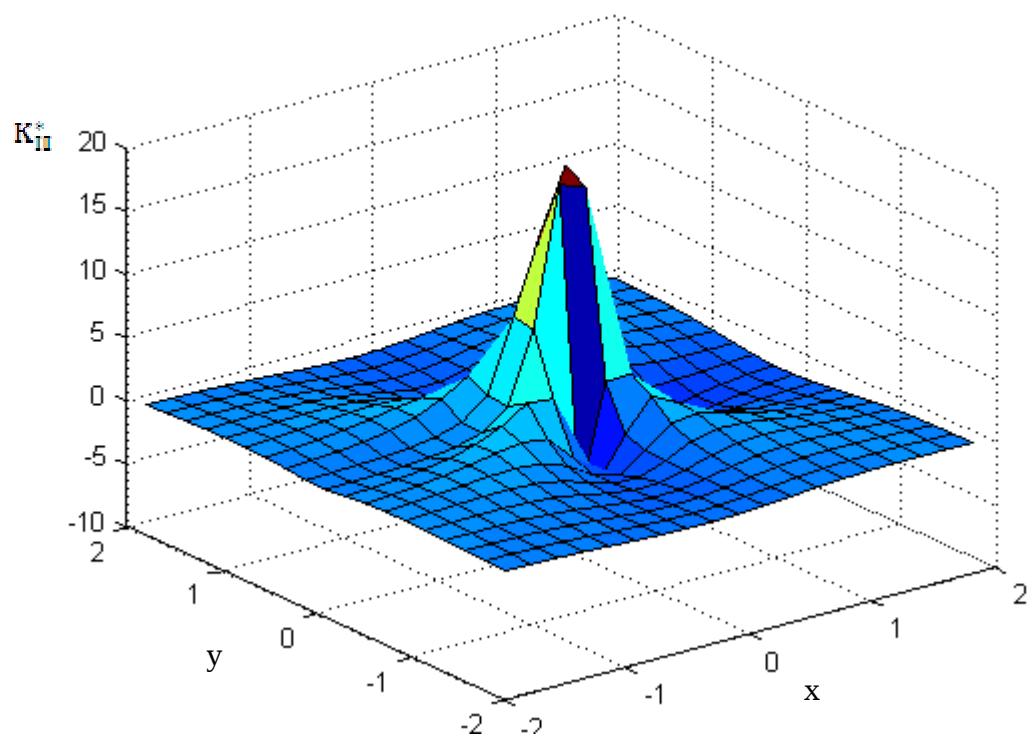


Figure 4.16 : Courbes d'iso contraintes pour mode II due à b_y ($\theta = 90^\circ$)
(Vue en perspective)

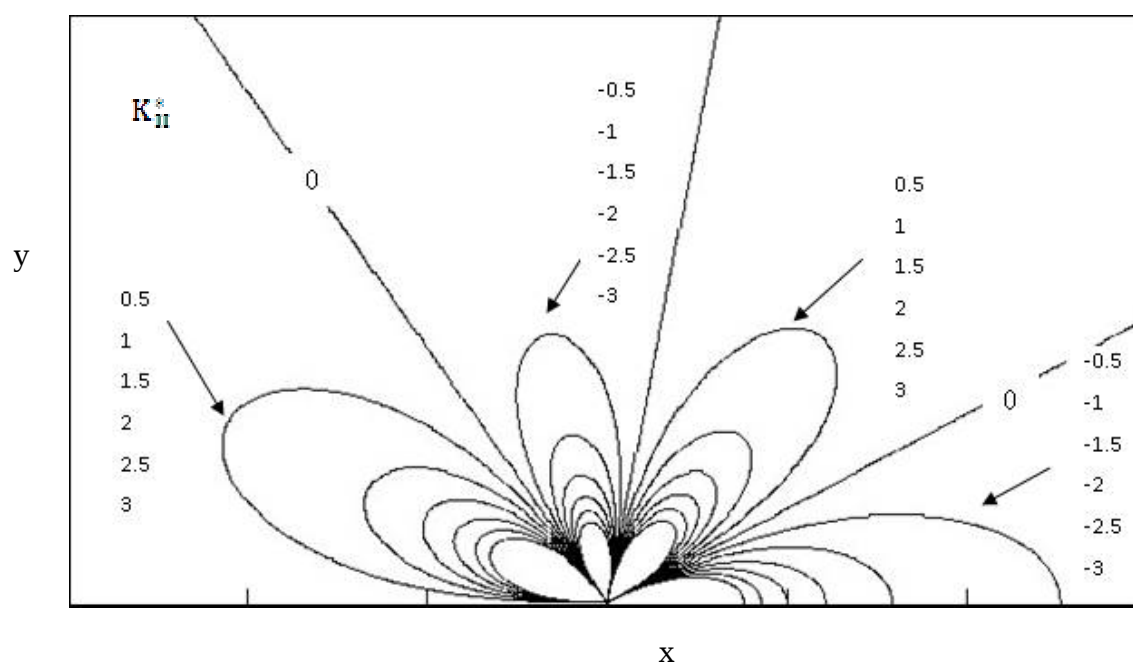


Figure 4.17 : Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_y ($\theta = 90^\circ$)

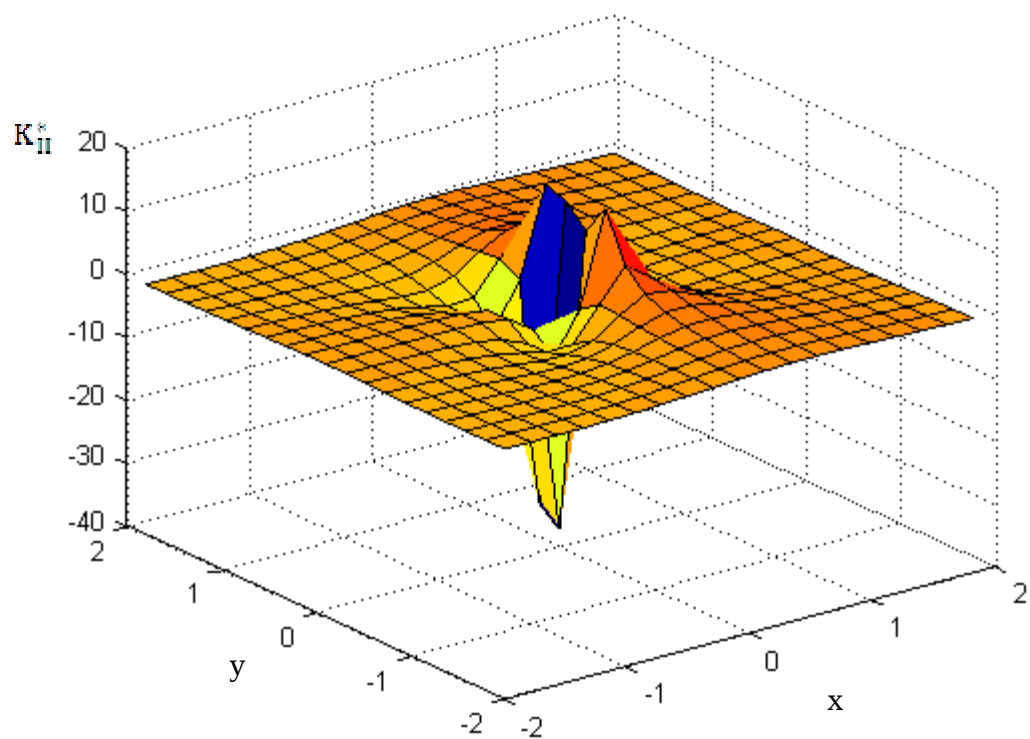


Figure 4.18 : Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_x ($\theta = 90^\circ$)
(Vue en perspective)

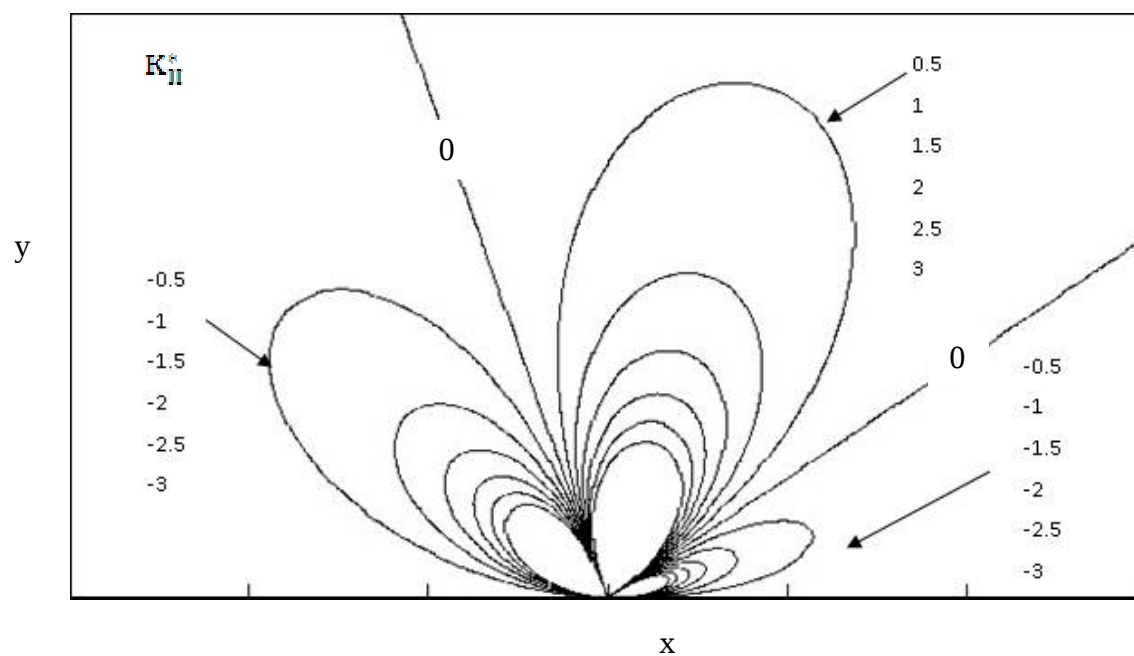


Figure 4.19 : Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_x ($\theta = 90^\circ$)

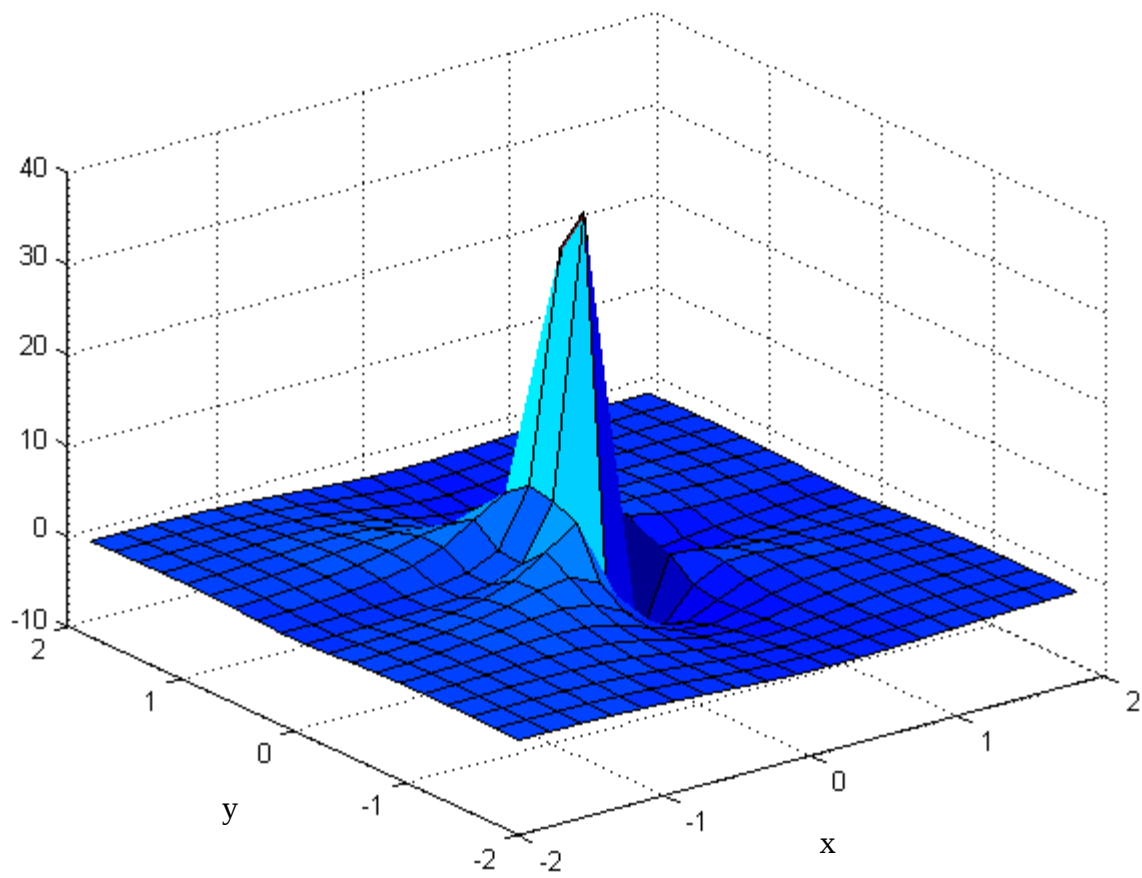


Figure 4.22 : Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 45^\circ$)
(Vue en perspective)

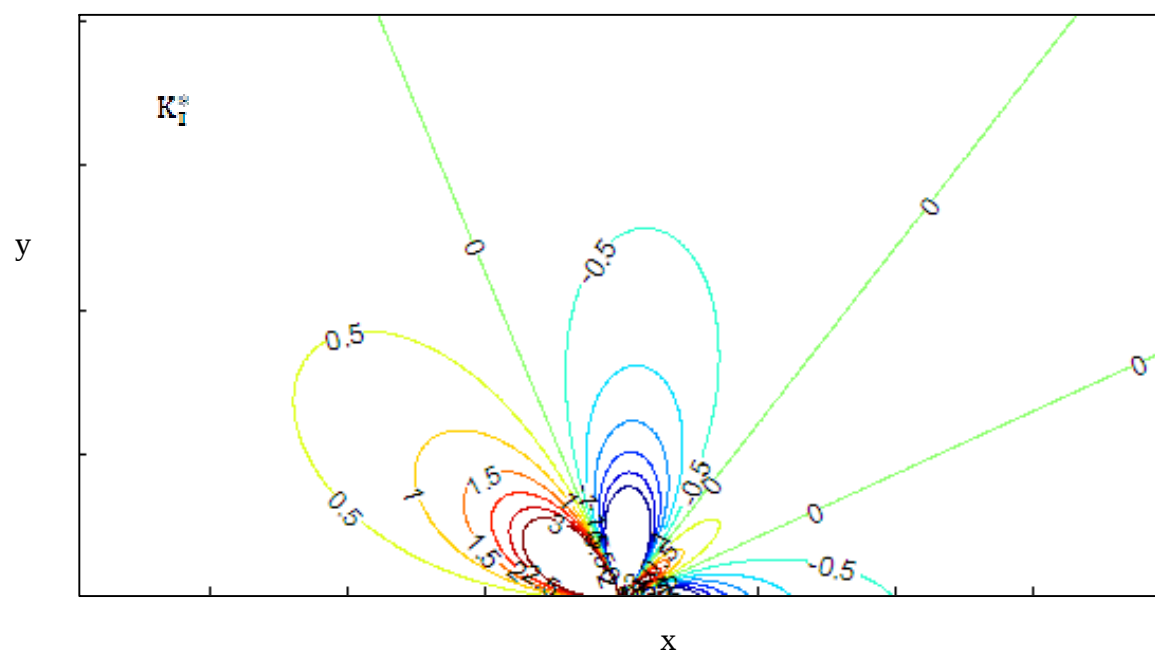


Figure 4.23 : Courbes d'isocontraintes pour mode I due à b_x ($\theta = 45^\circ$)

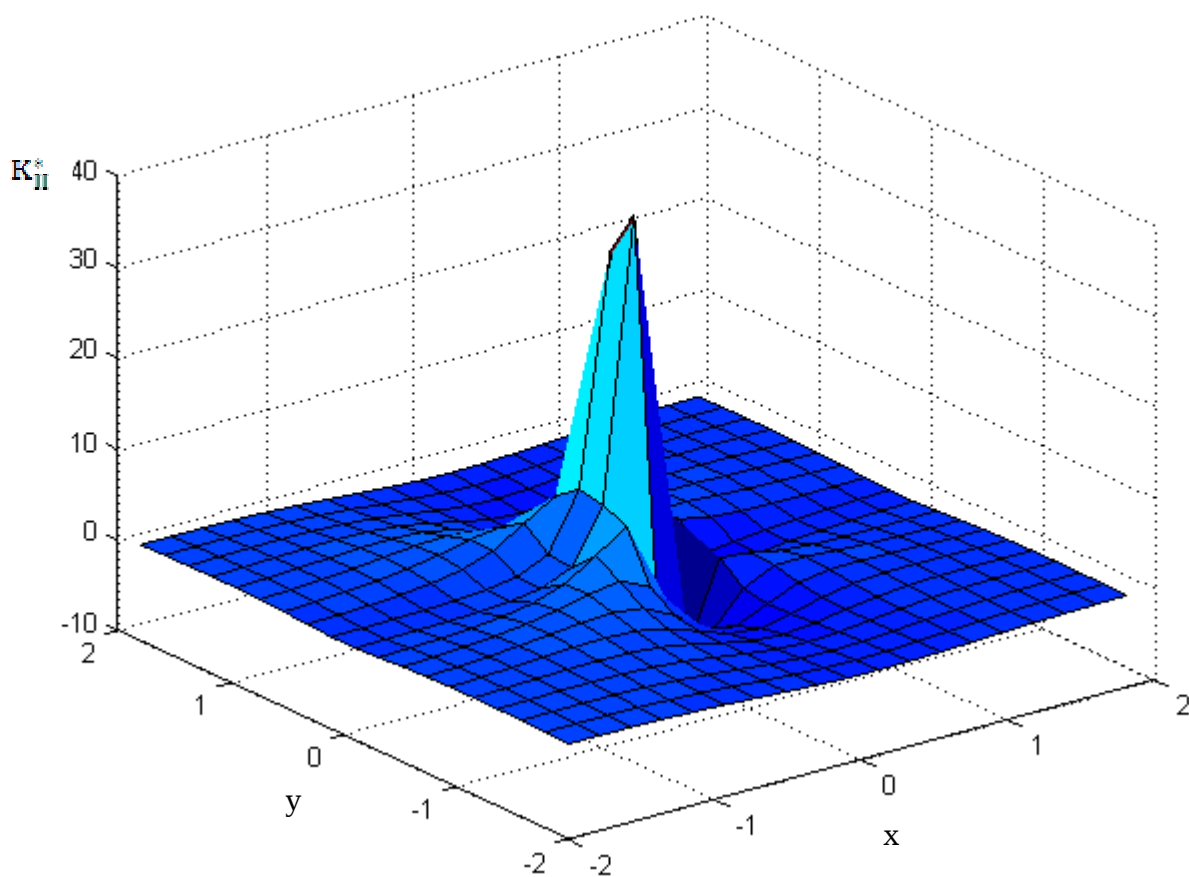


Figure 4.24 : Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_y ($\theta = 45^\circ$)
(Vue en perspective)

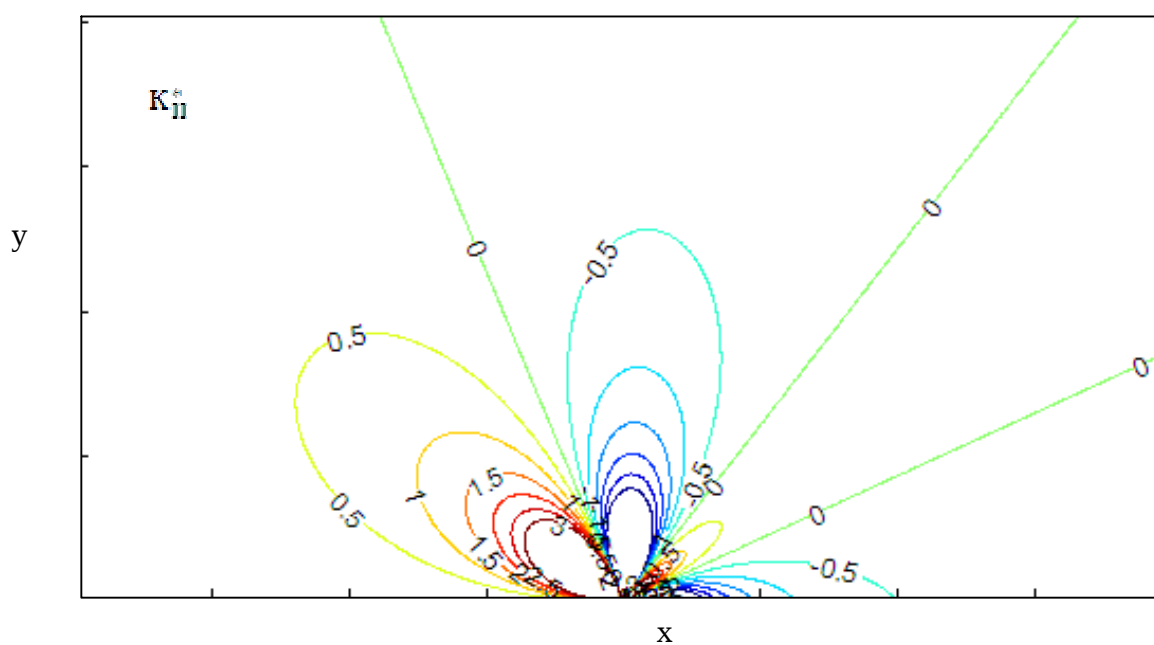


Figure 4.25 : Courbes d'isocontraintes pour mode II due à b_y ($\theta = 45^\circ$)

Tableau 4.1 : Limitation des zones d'amplification et de réduction pour le Mode I.

Position de la dislocation par rapport à la fissure principale. ($b_x = 0$)	Angle limitant les zones d'amplification et de réduction (en degrés)	
	Amplification	Réduction
$\theta = 0$	$\beta < 69$	$69 < \beta < 180$
$\theta = 90$	$\beta > 37$	$109 < \beta < 180$

Tableau 4.2 : Limitation des zones d'amplification et de réduction pour le Mode II.

Position de la dislocation par rapport à la fissure principale. ($b_x = 0$)	Angle limitant les zones d'amplification et de réduction (en degrés)	
	Amplification	Réduction
$\theta = 0$	$\beta < 37$ $109 < \beta < 180$	$37 < \beta < 109$
$\theta = 90$	$32 < \beta < 80$	$\beta < 32$ $80 < \beta < 124$

Tableau 4. 3 : Comparatif de valeurs de délimitation de zones (amplification et effet d'écran).

Auteurs	positionnement de la dislocation par rapport à la fissure principale.	Amplification en degrés	Réduction en degrés
R. Ballarini [7]	$\theta = 0^\circ$	$\beta < 70^\circ$	$70^\circ < \beta < 135^\circ$
L.R.F. Rose [8]	$\theta = 0^\circ$	$\beta < 70^\circ$	$70^\circ < \beta < 125^\circ$
A. Chudnovsky and S. Wu [15]	$\theta = 0^\circ$	$\beta < 68^\circ$	$68^\circ < \beta < 155^\circ$
Y. Lam. B and B. Cotterell [21]	$\theta = 0^\circ$	$\beta < 51^\circ$	$51^\circ < \beta < 124^\circ$
S. Gong and H. Horii [30]	$\theta = 0^\circ$	$\beta < 75^\circ$	$75^\circ < \beta < 155^\circ$
A. Chudnovsky and M. Chabaat [35]	$\theta = 0^\circ$	$\beta < 69^\circ$	$69^\circ < \beta < 138^\circ$
	$\theta = 90^\circ$	$\beta < 36^\circ$	$36^\circ < \beta < 138^\circ$
M. Chabaat and S. Djouder [38]	$\theta = 0^\circ$	$\beta < 55^\circ$	$55^\circ < \beta < 138^\circ$
	$\theta = 90^\circ$	$\beta < 25^\circ$	$25^\circ < \beta < 90^\circ$
M. Chabaat and H. Ayas	$\theta = 0^\circ$	$\beta < 69^\circ$	$69^\circ < \beta < 180^\circ$
	$\theta = 90^\circ$	$37 < \beta < 109$	$109 < \beta < 180$

IV. 3) Discussions et interprétation

La variation angulaire du facteur d'intensité de contraintes est montrée sur les Figures 4.1, 4.2 et 4.3. On constate qu'au cours de la propagation de la fissure principale, la microfissure induit deux effets :

- Un effet amplificateur provoquant une intensification des différents champs de contraintes au voisinage de la fissure initiale.
- Un effet d'écran provoquant une réduction des champs de contraintes au front de la fissure principale.

Ces effets sont considérés comme des précurseurs dans le processus de propagation de fissures. Leurs effets influencent grandement la propagation de fissures. Dans notre étude, la microfissure représentée par une dislocation dipôle joue un rôle intéressant dans le processus de propagation de fissures en présence de microfissures.

En effet, dans le cas où la dislocation est parallèle à la fissure principale, on constate que cet effet est principalement amplificateur pour des angles inférieurs à 69° et réducteur pour des angles inférieurs à 110° comme montré sur la Figure 4.1.

Dans le cas où la dislocation est perpendiculaire à la fissure principale, l'effet est amplificateur pour des angles supérieurs à 37° et réducteur pour des angles inférieurs à 124° comme montré sur la Figure 4.3.

Pour mieux élucider ce phénomène d'amplification et d'écran, les différents contours d'isocontraintes pour les différentes orientations et positions de la dislocation par rapport à la macro fissure sont montrées sur les Figures 4.4 à 4.27. On remarque que les valeurs positives obtenues correspondent à la zone d'amplification et inversement les valeurs négatives obtenues à celle de la réduction.

Les Tableaux 4.1 et 4.2 résument clairement ces deux effets en délimitant les zones d'amplification des zones de réduction. On en déduit qu'une amplification en intensité des

différents champs de contraintes au voisinage de la fissure principale provoque une accélération de la propagation de cette dernière. Une diminution en intensité est la

conséquence d'une décélération d'où l'effet du « crack arrest ». Cette augmentation ou éventuellement diminution en intensité de ces champs est dépendant des configurations de dislocations entre autres leurs positions et leurs orientations.

En guise de comparaisons, le Tableau 4.3 donne les différentes délimitations de zones de plusieurs chercheurs. Il est à remarquer que les valeurs obtenues par l'utilisation de la théorie de dislocations sont comparables avec ceux trouvés par ces chercheurs. Par conséquent, on en déduit que la théorie de dislocations nous a permis de mieux élucider le phénomène d'amplification ainsi que celui de l'effet d'écran.

Conclusion générale et Perspectives

1) Conclusion générale

La méthode utilisée dans cette étude a abouti à des résultats probants et est destinée principalement au matériau où la propagation de fissure est accompagnée par la formation d'une zone d'endommagement et où les dislocations sont orientées arbitrairement et positionnées non loin de la fissure principale. Donc, cette approche prend en considération les paramètres d'orientation et de positionnement de dislocations à l'intérieur de la zone.

Au cours de la propagation de la fissure principale, la zone endommagée induit deux effets :

- Un effet d'amplification (augmentation de la contrainte provoquant la propagation de la fissure principale).
- Un effet de réduction (diminution de la propagation de la fissure principale communément appelé effet d'écran).

En se propageant, la fissure initiale développe une zone sombre invisible à l'oeil nu. Cette dernière appelée « zone d'endommagement » ou « zone de processus de rupture » est à l'origine de ces deux effets: l'effet d'écran (diminution) et l'effet d'amplification des champs de contraintes générés au bout de la fissure.

Il a été constaté que la fissure principale se propage dès que l'effet d'amplification fait son apparition, en d'autres termes, c'est-à-dire que l'effet amplificateur est prédominant par rapport à l'effet réducteur. Cette dernière cette augmentation de contraintes en sus de la contrainte déjà existante au niveau de la singularité accélérera la propagation de la fissure. Par contre, cet effet peut être réduit d'une façon drastique permettant ainsi à l'effet d'écran de prendre le relais et par conséquent réduira l'intensité de la contrainte au bout de la fissure d'où une retardation dans la propagation de la fissure.

Il a été montré dans notre étude que l'utilisation de la théorie de dislocations en mécanique de la rupture a donné des résultats fiables. Ceci a été confirmé par les comparaisons de résultats obtenus par cette théorie avec ceux trouvés par d'autres chercheurs en utilisant des approches différentes telles la méthode semi-empirique où l'ouverture de la microfissure est une donnée

expérimentale, une approche basée sur des solutions asymptotique avec une superposition d'effets entre fissure principale et une microfissure avoisinante, ainsi qu'une approche numérique basée sur les éléments finies. Ces valeurs ont été comparées pour différentes orientations et positions de microfissures par rapport à la fissure principale.

Il a été constaté aussi que l'effet global de ces contraintes est identifié comme étant un effet amplificateur intensifiant les champs de contraintes au bout de la fissure principale d'où une accélération de la fissure initiale et surtout du changement dans la forme de la zone endommagée (translation, rotation, expansion et distorsion) et éventuellement un effet réducteur de ces champs de contraintes provoquant une décélération de la propagation de la fissure initiale.

2) Perspectives

Il a été constaté que la présence de microfissures (ou dislocations) au voisinage du bout de la macro fissure est considérée comme étant un mécanisme qui modifie la résistance mécanique des matériaux en général et les matériaux fragiles en particulier. L'étude des interactions entre fissure principale et microfissures est fastidieuse et par conséquent, nécessite une approche mathématique telle les équations intégrales en variables complexes et d'autres techniques telles les éléments finis et les intégrales de frontières. Dans un travail future, il est utile de faire progresser ce thème en développant en autres;

- Il est important d'étudier d'autres paramètres comme les différents taux de restitution d'énergie dus à la rotation, l'expansion, la distorsion de la zone d'endommagement ainsi que les effets pouvant générés lors des interactions entre la fissure initiale et la zone avoisinante et de voir l'influence de la répartition de ces dernières sur la propagation de la fissure initiale.
- Un autre point important est de tenir compte de l'aspect tridimensionnel du problème. En effet, la rigidité de la formulation 2D ne permet pas d'obtenir des résultats comparables à ceux trouvés expérimentalement.
- Bien que le progrès de l'informatique soit très rapide, le nombre de degrés de libertés nécessaires pour simuler un matériau fragile multi fissuré en 3D risque de rester encore inaccessible à moyen terme.
- Un aspect important dans l'analyse à la rupture impliquant la localisation de la déformation et la limitation du temps de calcul dans la discrétisation spatiale. Un axe futur est la discrétisation au processus de localisation de la déformation et la réduction du nombre d'éléments finis utilisés pour contourner le problème de singularité.

Annexe A

A)-Solution de Westergaad

Westergaad proposa une méthode de solution de problèmes d'élasticité plane comportant des singularités, valable sous conditions de symétrie, de géométrie, et de chargement. La fonction d'Airy est alors déterminée par la fonction analytique $z(z)$ telle suit;

$$z(z) = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{z^2}}} \quad (\text{A.1})$$

A partir de cette fonction de Airy, on trouve les contraintes comme suit;

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \text{Re } z - y \text{Im } z' \\ \sigma_{yy} &= \text{Re } z + y \text{Im } z' \\ \sigma_{xy} &= -y \text{Re } z' \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Les conditions aux limites suivantes doivent être satisfaites;

- A l'infini

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma \quad (\text{A.3})$$

$$\sigma_{xy} = 0 \quad (\text{pas de cisaillement}) \quad (\text{A.4})$$

En utilisant les équations précédentes, on obtient

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} + \sigma_{yy} &= 2\text{Re } z \\ 2\sigma &= 2\text{Re } z \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$y \text{Im } z' = 0 \quad \text{et} \quad y \text{Re } z' = 0$$

Par conséquent, on en déduit que; $\sigma_{xy} = 0$

- Sur la fissure

$$\sigma_{yy} = \sigma_{xy} = 0 \quad (\text{pas de contraintes à l'intérieur de la fissure}) \quad (\text{A.6})$$

Pour le cas étudié, il est évident que;

$$z \text{ est un réel pur, donc, } \left| \frac{a}{z} \right| > 1 \quad (\text{A.7})$$

Puisque $z(z)$ est imaginaires pur donc,

$$y \operatorname{Re} z' = y \operatorname{Im} z' = 0 \quad (\text{A.8})$$

On trouve pour les contraintes

$$\text{Donc, } \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = 0 \quad (\text{A.9})$$

On en conclut que les conditions aux limites sont bien satisfaites dans $z(z)$ et par conséquent la solution trouvée correspond à la solution exacte du problème dans le cas considéré.

- Champs singulier des contraintes

Au voisinage du bout de la fissure A, le développement limité de l'expression (A.1) est donné tel suit;

$$z(z) = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{z^2}}} = \frac{\sigma z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (\text{A.10})$$

Soit, $z = a + x_0$

On en déduit que;

$$z(z) = \frac{\sigma(\alpha + x_0)}{\sqrt{(\alpha + x_0)^2 - a^2}} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2x_0}} \frac{1 + \frac{x_0}{a}}{\sqrt{1 + \frac{x_0}{2a}}} \quad (\text{A.11})$$

$$z(z) = \sigma \sqrt{\frac{a}{2x_0}} . 0 \left[\sqrt{\frac{x_0}{2a}} \right] \quad (\text{A.12})$$

Si on pose $x_0 = \rho e^{-i\beta/2}$ (A.13)

alors, on obtient

$$z(z) = \sigma \sqrt{\frac{a}{2\rho}} e^{-i\beta/2} + 0 \left[\sqrt{\frac{\rho}{a}} \right] \quad (\text{A.14})$$

Et selon la formule de Moivre :

$$e^{-i\beta/2} = \cos \beta/2 - i \sin \beta/2 \quad (\text{A.15})$$

Et par conséquent, on a une fonction du type ;

$$z(z) = \sigma \sqrt{\frac{a}{2\rho}} x_0^{-2/2} + 0 \left[\sqrt{\frac{\rho}{a}} \right] \quad (\text{A.16})$$

En substituant l'équation (A.15) dans l'équation (A.16), on obtient la fonction sous la forme suivante;

$$z(z) = -\frac{\sigma}{2\rho} \sqrt{\frac{a}{2\rho}} (\cos 3\beta/2 - i \sin 3\beta/2) + 0 \left[\sqrt{\frac{\rho}{a}} \right] \quad (\text{A.17})$$

En développant l'équation (A.17) tout en séparant les parties réelles des parties imaginaires, on obtient ce qui suit;

$$\begin{aligned} \text{Re } z' &= -\frac{\sigma}{2\rho} \sqrt{\frac{a}{2\rho}} \cos 3\beta/2 + 0 \left[\sqrt{\frac{\rho}{a}} \right] \\ \text{Im } z' &= -\frac{\sigma}{2\rho} \sqrt{\frac{a}{2\rho}} \sin 3\beta/2 + 0 \left[\sqrt{\frac{\rho}{a}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Les expressions de contraintes données en (A.2) deviennent comme suit;

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma \sqrt{\frac{a}{2\rho}} \cos \beta/2 (1 - \sin \beta/2 \sin 3\beta/2) + 0 \left[\sqrt{\frac{\rho}{a}} \right] \\ \sigma_{yy} &= \sigma \sqrt{\frac{a}{2\rho}} \cos \beta/2 (1 + \sin \beta/2 \sin 3\beta/2) + 0 \left[\sqrt{\frac{\rho}{a}} \right] \\ \sigma_{xy} &= \sigma \sqrt{\frac{a}{2\rho}} (\cos \beta/2 \sin \beta/2 \cos 3\beta/2) + 0 \left[\sqrt{\frac{\rho}{a}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

En d'autres termes,

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\rho}} \cos \beta/2 (1 - \sin \beta/2 \sin 3\beta/2) \\
 \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\rho}} \cos \beta/2 (1 + \sin \beta/2 \sin 3\beta/2) \\
 \sigma_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\rho}} \cos \beta/2 \sin \beta/2 \cos 3\beta/2
 \end{aligned} \tag{A.20}$$

L'expression générale des champs de contraintes singuliers peut être réduite à la forme suivante;

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\rho}} \mathcal{F}_{ij}(\beta) \quad i = x, y \tag{A.21}$$

Annexe B

B) Lois d'élasticité

Pour un solide linéairement élastique, les relations contraintes déformations en coordonnées cartésiennes (déformations planes) sont données comme suit;

$$\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0, \quad \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

Les équations des déformations sont données par ;

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E} \sigma_{xx} - \frac{\nu}{E} \sigma_{yy} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E} \sigma_{yy} - \frac{\nu}{E} \sigma_{xx} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xy}\end{aligned}\tag{B.2}$$

Les équations des contraintes sont données par ;

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E}{1-\nu^2} \varepsilon_{xx} + \frac{\nu E}{1-\nu^2} \varepsilon_{yy} \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{1-\nu^2} \varepsilon_{yy} + \frac{\nu E}{1-\nu^2} \varepsilon_{xx} \\ \sigma_{xy} &= \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{xy}\end{aligned}\tag{B.3}$$

Pour les déformations planes ; $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0 \quad \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$ (B.4)

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{1-\nu^2}{E} \sigma_{xx} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \sigma_{yy} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1-\nu^2}{E} \sigma_{yy} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \sigma_{xx} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xy}\end{aligned}\tag{B.5}$$

Les équations des contraintes sont données par :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{xx} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{yy} \\ \sigma_{yy} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{yy} - \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{xx} \\ \sigma_{xy} &= \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{xy}\end{aligned}\tag{B.6}$$

Dans le cas général ;

$$\begin{aligned}E^* &= E && \text{Pour une contrainte plane} \\ \nu^* &= \nu \\ E^* &= \frac{E}{1-\nu^2} \\ \nu^* &= \frac{\nu}{1-\nu}\end{aligned}\tag{B.7}$$

Pour une déformation plane

alors ;

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E^*} \sigma_{xx} - \frac{\nu^*}{E^*} \sigma_{yy} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E^*} \sigma_{yy} - \frac{\nu^*}{E^*} \sigma_{xx} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1+\nu^*}{E^*} \sigma_{xy}\end{aligned}\tag{B.8}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E^*}{1-\nu^{*2}} \varepsilon_{xx} + \frac{\nu^* E^*}{1-\nu^{*2}} \varepsilon_{yy} \\ \sigma_{yy} &= \frac{E^*}{1-\nu^{*2}} \varepsilon_{yy} + \frac{\nu^* E^*}{1-\nu^{*2}} \varepsilon_{xx} \\ \sigma_{xy} &= \frac{E^*}{1+\nu^*} \varepsilon_{xy}\end{aligned}\tag{B.9}$$

Pour la déformation plane :

$$\frac{E^*}{1 + \nu^*} = \frac{E}{(1 + \nu^2) + \left(\frac{1 - \nu}{1 - \nu} + \frac{\nu}{1 - \nu}\right)} = \frac{E}{1 + \nu} \quad (\text{B.10})$$

Pour l'équilibre, les équations sont telles données suit;

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0$$

Les fonctions contraintes d'Airy sont déterminées à partir des relations suivantes;

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \\ \sigma_{yy} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \\ \sigma_{xy} &= -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Pour assurer l'élasticité du solide, il faut que les équations de comptabilité soient satisfaites.

Ces dernières sont données en utilisant les expressions suivantes;

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (\text{B.14})$$

Puisque les relations contraintes déformations peuvent s'écrire en fonction des potentiels complexes telles suit;

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E^*} \sigma_{xx} - \frac{\nu^*}{E^*} \sigma_{yy} = \frac{1}{E^*} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\nu^*}{E^*} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E^*} \sigma_{yy} - \frac{\nu^*}{E^*} \sigma_{xx} = \frac{1}{E^*} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\nu^*}{E^*} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1 + \nu^*}{E^*} \sigma_{xy} = - \left(\frac{1 + \nu^*}{E^*} \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

En utilisant la différentiation des équations précédentes et en les substituant dans les équations de compatibilité, on obtient l'équation bi-harmonique à satisfaire sous la forme suivante;

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^2 \partial x^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = 0 \quad (\text{B.16})$$

En d'autres termes, on peut l'écrire comme suit;

$$\nabla^2 (\nabla^2 \Phi) = 0$$

Où, ∇^2 est l'opérateur de Laplace et peut s'exprimer comme suit;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (\text{B.17})$$

En coordonnées cartésiennes, les champs de contraintes sont donnés;

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \\
\sigma_{yy} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \\
\sigma_{xy} &= -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}
\end{aligned}
\tag{B.18}$$

Les champs de contraintes deviennent telles suit;

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \\
\sigma_{\theta\theta} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \\
\sigma_{r\theta} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)
\end{aligned}
\tag{B.19}$$

Annexe C

C) Formalisme de Muskhelishvili

-Dislocation simple

Les fonctions potentielles pour une force ponctuelle (force-point) sont données par les expressions suivantes;

$$\Phi^s(z, \xi) = -\gamma \{\log(z - \xi)\} \quad (C.1)$$

$$\psi^s(z, \xi) = -k\bar{\gamma} \{\log(z - \xi)\} + \gamma \left\{ \frac{\bar{\xi}}{z - \xi} \right\} \quad (C.2)$$

avec;

$$\gamma = \frac{-l u(b_x + l b_y)}{\pi(k+1)}, \quad \bar{\gamma} = \frac{-l u(b_x - l b_y)}{\pi(k+1)} \quad (C.3)$$

-Dislocation dipôle

Pour le cas d'une force dipôle, les potentiels complexes sont formulées telles suit;

$$\Phi^d(z, \xi) = -\gamma d \{\log(z - \xi)\} \quad (C.4)$$

$$\psi^d(z, \xi) = -k\bar{\gamma} d \{\log(z - \xi)\} + \gamma d \left\{ \frac{\bar{\xi}}{z - \xi} \right\} \quad (C.6)$$

Où d est l'opérateur différentiel donné comme suit;

$$d(\dots) = \frac{\partial}{\partial \xi} (\dots) d\xi + \frac{\partial}{\partial \bar{\xi}} (\dots) d\bar{\xi} \quad (C.7)$$

on obtient;

$$\begin{aligned}\varnothing^{\alpha}(z, \xi) &= -\gamma d\{\log(z - \xi)\} = \frac{\gamma}{z - \xi} \\ \psi^{\alpha}(z, \xi) &= -k \bar{\gamma} d\{\log(z - \xi)\} + \gamma d\left\{\frac{\bar{\xi}}{z - \xi}\right\} \\ &= -k \bar{\gamma} \left\{\frac{-1}{z - \xi}\right\} + \gamma \left\{\frac{1}{z - \xi}\right\}\end{aligned}$$

Finalement, les potentiels complexes sont de la forme;

$$\begin{aligned}\varnothing^{\alpha}(z, \xi) &= \frac{\gamma}{z - \xi} \\ \psi^{\alpha}(z, \xi) &= \frac{k \bar{\gamma}}{z - \xi} + \frac{\gamma}{z - \xi}\end{aligned}$$

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] Anderson P. M and Rice J. R., *Thermodynamic and mechanical models*, Journal of Mechanics and Physics of Solids, Vol. **35**, Pages 743 (1987).
- [2] Ashby Michael F. and David R. H. Jones., *Engineering Materials 1: An Introduction to their Properties and Applications*, 2nd Edition, Butterworth-Heinemann (1996).
- [3] Ashby Michael F. and David R H. Jones., *Engineering Materials 2: An introduction to Microstructures, processing and Design*, Vol. 1, Elsevier Sciences and Technology (1980).
- [4] Ballarini R., *Semi-empirical analyses of micro cracking in concrete*, Engineering Fracture Mechanics, Vol. **20**, N° 3, Pages 433-445 (1989).
- [5] Ballarini R. and Denda M., *The interaction between a crack and microcrack*, Internat. Journal of Fracture Mechanics, Vol. **37**, Pages 61-71 (1988).
- [6] Berner R. and Kronmülle H., *Dislocation self –organization proecesses and crystal Plasticity*, Journal of Physic, Berlin–Heidelberg, New York (1965).
- [7] Chabaat M. and Djouder S., *Crack-microcracks interactions using a semi-empirical approach*, International Journal of Materials Science and Engineering A, **387-389**, Pages 361-366 (2004).
- [8] Chabaat M., *Comparison of minimal principal stress trajectories with crazes distribution in a brittle material*, International Journal of Fracture **37**, pp. 47-54 (1988).
- [10] Chudnovsky A. and Wu S., *Elastic interaction of crack with a random array of fracture*, International Journal of Fracture, Vol. **49**, Pages 123-140 (1991).
- [11] Chudnovsky .A., *The crack layer theory*. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Report NASA Ohio, USA (1984).

- [12] Denda M. and Quick P., *Numerical Green's function for line force and dislocation around multiple cracks*, Electronic Journal of Boundary Elements, Vol. 2, N° 1, Pages 22-68 (2004).
- [13] Djouder S., *Interaction fissure microfissure par une approche semi- empirique*, Thèse de Magistère, N° 11/002-M/GC, Faculté de Génie Civil USTHB (2002).
- [14] Dominick Rosato and Donald Rosato., *Plastics engineered product design*, Plastics Rubber Journal, Vol. 25, Pages 59, (2004).
- [15] Erdogan F. and Gupta G. D., *On the numerical solution of singular integral equations*, Journal of Applied Mathematics, Vol. 29, Pages 525-539 (1972).
- [16] Fazil W. and Erdogan F., *Stress distribution in a nonhomogeneous elastic plane with cracks*, Journal of Applied Mechanics (1963).
- [17] François Frey, *Analyse des structures et milieux continus*, Mécanique Des Solides, Traité de Génie Civil de L'école Polytechnique Fédérale de Lausanne, Publié sous La Direction de René Walther, Vol. 3. (1998).
- [18] Francis W. and Rose L. R., *Advances in the bonded composite repair of metallic aircraft structures*, Mechanical Engineering, Vol. 1, Department Monash University, Victoria, Australia. (1999).
- [19] Gong S. and Horii H., *General solution to the problem of microcracks near the tip of a main crack*, Journal of Mechanics and Physic of Solids, Vol. 37, N°1, Pages 27-46 (1989).
- [20] Griffith A., *The phenomena of rupture and flow in solid*, Philosophical translation, Royal Soc of London, Serie A, Vol. 221, (1920).
- [21] Gross B. and Mendelson A., *plane elastoplastic analysis of V-notched plates*, Internat. Journal of Fracture, Vol. 48, pages 79-83 (1971).

- [22] Hadjab H., *Interaction fissure microfissure par les potentiels*, Thèse de Magistère, N° 02/95/GC, Institut de Génie Civil USTHB, (1994).
- [23] Hasebe N. and Kuntado W., *Calculation of stress intensity factor from stress Concentrator Factor*, Engineering Fracture Mechanics, Vol. **10** N° 2 Page.215-221(1978).
- [24] Huajiad W. and Rice J. R., *Crack interaction with transformation strain and dislocations*, Journal of Mechanics and Physic of Solids, Vol. **37**, Pages 155 (1989).
- [25] Hull D., *Effect of crazes on the propagation of cracks in polystyrene*, Journal of Materials Science, Vol. **5**, Pages 357-363 (1970).
- [26] Irwin G. R., *Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate*, Journal of Applied Mechanics, Vol. **24**, Pages 361 - 364 (1957).
- [27] Lam Y. and Cotterell B., *Statics of flaw interaction brittle materials*, Department of Mechanical and Production Engineering, National university of Singapore, 0511 Republic of Singapore(2000).
- [28] Martin Jean Luc avec la participation de Joël Wagner., *Dislocations et plasticité des Cristaux*, Première Edition, ISBN, 2-88074-447-4, Presses polytechniques et Universitaires Remandes (2000).
- [29] Mukai W. and Ballarini R. and Miller G. R., *Analysis of branched interface cracks*, Journal of Applied of Mechanic, Vol. **57**, Pages 887- 893 (1990).
- [30] Muller E. W. and Song T., *Field-Lon microscopy an indroduction to principles experiments and applications*, American Elsevier, New York. (1969).
- [31] Mushkelishvili N., *Some basic problems of mathematical theory of elasticity*, International Journal of solids and Structure, Noordhoff, Holland, (1953).

- [32] Mustonen Ville and Kimmo Kaskiz Helsinki., *Molecular dynamic study of a single dislocation in a two-dimensional lennard Jones system*, International Journal of Modern Physics, Vol. **14**. Pages 407- 421 (2003).
- [33] Naswamy Ravi-Chandar., *Processes controlling fast fracture of brittle solids*, University of Houston, California Institute of technology (1999).
- [34] Recho Naman., *Rupture par fissuration des structures*, Éditions Hermès, Vol. **14**, Pages 384, Paris (1995).
- [35] Rice J. R., *A path-independent integral and the approximate analyses of strain concentration by notches and cracks*, Journal of Applied Mechanics, Vol. **35**, Pages 379-386 (1968).
- [36] Rice J. R and Rosengren G. F., *Plane Strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material*, Journal of Mechanics, Vol. **16** (1968).
- [37] Rose L.R., *Micro-crack interactions with a main crack*, International Journal of Fracture Mechanics, Vol. **31**, Pages 233-242 (1986).
- [38] Rubinstein A., *Macrocrack-microdefect interaction*, Journal of Applied Mechanics, Vol. **53** (1986).
- [39] Shih C. F. and Asaro R. J., *Interaction of semi-infinite interface crack and multiple Finite*, Journal of Applied Mechanics, Vol. **55**, Pages 299 (1988).
- [40] Shih G. C., *Handbook of stress intensity factors for researchers and engineers*, Institute of Fracture and Solid of Mechanics, Lehigh university, Bethlehem, USA (1973).
- [41] Smallman R. E. and Bishop R. J.: *Science, Process, Applications*, Modern Physical Metallurgy and Materials Engineering, Pages 207, 1991.

- [42] Starenchenko A, Yu., Solovieva V., Abzaev A. and Smirnov B., *Evolution of dislocation in Ni₃Ge*, Physic journal, Vol. **38**, Pages 3050–3058 (1996).
- [43] Tamate O. and Kurihara T., *An edge dislocation near a partially bonded circular Inclusions*, International Journal of Fracture Mechanics, Vol. **6**, Pages 341 (1970).
- [44] Tong-Yi Zhang and Li J. C. M., *Interaction of an edge dislocation with an interfacial Crack*, International Journal of Applied Mechanics, Vol. **72**, Pages 22-26, (1992).
- [45] Westergaard H. M., *Dependence on near stress and stress amplitude of the fatigue*, Journal of Applied Mechanics, Series A, Vol. **49** (1939).
- [46] Williams M., *Singularity resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension*, Journal of Applied Mechanics, Vol **19** N^o 4, Pages 526-528, (1952).
- [47] Yu L. and Abzaev A., *Evolution of distribution of dislocations in Ni₃Ge Single Crystals during deformation*, Russian Physics Journal, Vol. 46, N^o5, (2003).
- [48] Xin Yung-Bia and Hsia K. Jimmy., *Simulation of the brittle ductile transmission in silicon Single crystals using dislocation mechanics*, International Journal of Physics, Vol. 45, N^o 4, Pages 1747-1759 (1997).
- [49] Zhigang W. and Suo F., *Singularities interacting with interface and cracks*, International Journal of Solids and Structure, Vol. **25**, Pages 1133 (1989).