



**UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENE
USTHB / ALGER
FACULTE DE GENIE MECANIQUE ET DE GENIE DES PROCEDES**

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de :

MAGISTER

EN : CHIMIE INDUSTRIELLE

Par :

Melle ALLOUACHE Nadia

Thème

**ANALYSE THERMODYNAMIQUE DANS
UN ECHANGEUR DE CHALEUR TUBULAIRE
AVEC UN DEPOT POREUX SUR LES PAROIS**

Soutenu publiquement le 06/ 07 / 2004 devant le jury composé de :

M.	S. Belaadi	Professeur, USTHB	Président
M.	S. Chikh	Professeur, USTHB	Directeur de thèse
Mme.	K. Bouhadeb	Professeur, USTHB	Examineur
M.	L. Oufar	Maître de conférences, USTHB	Examineur
M.	M. Masri	Maître de conférences, IAP	Examineur

Remerciements

Il m'est agréable de présenter ma profonde gratitude à toutes les personnes, qui, à divers titres, m'ont apporté leurs aide et conseils pour mener à bien ce travail.

J'adresse mes sincères remerciements à M. S. Chikh, professeur à l'USTHB, pour m'avoir proposé ce sujet et guidé tout au long de ce travail par ses précieux conseils et orientations.

Ce mémoire a été réalisé au laboratoire des transports polyphasiques et milieux poreux, LTPMP, je suis grée à son directrice Mme. Bouhadeb, pour avoir mis à ma disposition la documentation nécessaire. Je lui suis reconnaissante pour avoir accepté de participer au jury.

Je remercie M. S. Belaadi, professeur à l'USTHB, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury, M. L. Oufar, maître de conférences à l'USTHB, M. M. Masri, maître de conférences à l'IAP, pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Que M. T. Boushaki, étudiant en thèse de doctorat, France, trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour ces encouragements, ses conseils, et ce non sans gentillesse et sympathie.

Que toutes les personnes qui, de près ou de loin ont aidé à la réalisation de ce travail trouvent ici le témoignage de mon estime, en particulier: Professeur A. Bejan, Duke university, Durham USA, M. M. Ait Saada, USTHB, M. O. Rahli, polytechnique, Marseille.

Sommaire

Nomenclature

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre 1 : Généralités

1. 1- Echangeurs de chaleur.....	2
1. 1. 1- Définition.....	2
1. 1. 2- Types d'échangeurs.....	2
1. 1. 3- Performances d'un échangeur.....	5
1. 1. 4- Paramètres influant sur le transfert de chaleur.....	7
1. 2- Milieux poreux.....	10
1. 2. 1- Définition.....	10
1. 2. 2- Caractéristiques du milieu poreux	10
1. 2. 3- Modèles d'écoulement dans les milieux poreux.....	11
1. 3- Entropie.....	13
1. 3. 1- Génération d'entropie.....	13
1. 3. 2- Irréversibilité.....	14
1. 3. 3- Travail minimal et travail dégradé.....	14
1. 3. 4- Exergie.....	15
1. 3. 5- Génération d'entropie et échangeurs de chaleur	15
Conclusion.....	18

Chapitre 2 : Recherche Bibliographique

2. 1- Travaux sur les conduites poreuses.....	19
2. 2- Travaux sur la génération d'entropie.....	21
Conclusion	30

Chapitre 3 : Formulation Mathématique

3. 1- Domaine d'étude.....	31
3. 2- Formes générales des équations de conservation.....	32
3. 2. 1- Analyse hydrodynamique.....	32
3. 2. 2- Analyse thermique.....	33
3. 2. 3- Analyse de l'entropie.....	33
3. 3- Hypothèses.....	34
3. 4- Equations gouvernantes	34
3. 4. 1- Equation de continuité	34
3. 4. 2- Equation du mouvement.....	34
3. 4. 3- Equation de l'énergie.....	35
3. 4. 4- Equation de l'entropie.....	35
3. 5- Conditions aux limites	36
3. 6- Paramètres adimensionnels.....	37
3. 7- Forme adimensionnelle des équations.....	37
3. 8- Conditions aux limites adimensionnelles	39

3. 9- Coefficient de frottement moyen.....	40
3. 10- Température moyenne.....	40
3. 11- Nombre de Nusselt.....	41
Conclusion.....	41

Chapitre 4: Modélisation Numérique

4. 1- Principe de la méthode des volumes finis.....	42
4. 2- Maillage et volume de contrôle.....	42
4. 3- Forme générale des équations.....	43
4. 4- Discrétisation.....	44
4. 5- Méthode de résolution.....	54
4. 6- Algorithme de résolution.....	55
Conclusion.....	55

Chapitre 5 : Résultats et Discussions

5. 1- Validation du code de calcul.....	56
5. 2- Résultats et interprétations.....	58
5. 2. 1- Analyse dynamique.....	58
5. 2. 2- Analyse thermique.....	61
5. 2. 2. 1- Influence du nombre de Darcy.....	61
5. 2. 2. 2- Influence de l'épaisseur de la couche poreuse.....	64
5. 2. 2. 3- Influence de la conductivité thermique.....	66
5. 2. 2. 4- Influence du nombre de Reynolds.....	70
5. 2. 2. 5- Influence de la longueur.....	71
5. 2. 3- Analyse de la génération d'entropie.....	72
5. 2. 2. 1- Influence du nombre de Darcy.....	72
5. 2. 2. 2- Influence de l'épaisseur de la couche poreuse.....	74
5. 2. 2. 3- Influence de la conductivité thermique.....	75
5. 2. 2. 3- Influence de la longueur.....	79
5. 2. 4- Génération d'entropie totale.....	80
5. 2. 2. 1- Influence du nombre de Darcy.....	82
5. 2. 2. 2- Influence de l'épaisseur de la couche poreuse.....	84
5. 2. 2. 3- Influence de la conductivité thermique.....	87
5. 2. 2. 3- Influence du rapport des débits	89
5. 2. 2. 1- Influence du nombre de Reynolds.....	90
5. 2. 2. 3- Influence de la longueur.....	90
5. 2. 2. 3- Nombre de Bejan et rapport d'irréversibilité.....	91
Conclusion.....	95
5. 3- Exemples d'applications.....	96
Conclusion.....	101

Conclusion Générale	102
----------------------------------	------------

Bibliographie

Annexes

Nomenclature

A	surface d'échange (m^2)
Be	nombre de Bejan
C_p	chaleur spécifique ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
CF	coefficient d'inertie
d_e	diamètre externe (m)
d_i	diamètre interne (m)
D_h	diamètre hydraulique (m)
Da	nombre de Darcy
e	épaisseur adimensionnelle de la couche poreuse ($e = e^* / D_h$)
E	efficacité de l'échangeur
f	coefficient de frottement
F	coefficient de Forchheimer
h	coefficient de transfert convectif ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
H	enthalpie massique ($J.kg^{-1}$)
k	conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
K	perméabilité (m^2)
L	longueur adimensionnelle de l'écoulement
\dot{m}	débit massique ($kg.s^{-1}$)
Nu	nombre de Nusselt
P	pression adimensionnelle
Pr	nombre de Prandlt
r	position radiale adimensionnelle ($r = r^* / D_h$)
r_e	rayon externe adimensionnel ($r_e = r_e^* / D_h$)
r_i	rayon interne adimensionnel ($r_i = r_i^* / D_h$)
Re	nombre de Reynolds
\dot{S}_{gen}	generation d'entropie ($W K^{-1}$)
\dot{S}'_{gen}	generation d'entropie par unité de longueur ($W K^{-1} m^{-1}$)
\dot{S}'''_{gen}	generation d'entropie locale par unité de volume ($W K^{-1} m^3$)
S_{gen}	generation d'entropie locale adimensionnelle
S_{gm}	generation d'entropie totale adimensionnelle
T	température (K)
u	vitesse longitudinale ($m s^{-1}$)
U	vitesse longitudinale adimensionnelle
v	vitesse radiale ($m s^{-1}$)
V	vitesse radiale adimensionnelle
X	position axiale adimensionnelle ($X = x^* / D_h$)

Symboles Grecs

ε	porosité
θ	température adimensionnelle
μ	viscosité dynamique ($kg.m^{-1}.s^{-1}$)
ρ	masse volumique ($kg.m^{-3}$)
α	diffusivité thermique ($m^2 s^{-1}$)
ϕ	rapport de distribution d'irréversibilité

Indices

c	chaud
cr	critique
e	effective, externe ou entrée
f	froid
p	poreux ou paroi
m	moyenne
s	sortie
Δp	due aux frottements
ΔT	due au transfert de chaleur

Exposants

*	grandeur dimensionnée
---	-----------------------

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Introduction Générale

La demande constante des performances des systèmes thermiques a toujours suscité un intérêt considérable pour les techniques d'amélioration du transfert de chaleur. L'incorporation de ces techniques peut augmenter substantiellement les performances des échangeurs de chaleur conventionnels. Les méthodes d'augmentation qui n'exigent pas une puissance externe sont classées comme des techniques passives. Ces méthodes incluent des techniques telles que : le revêtement de surface et l'utilisation des obstacles, des surfaces rugueuses et des ailettes. L'insertion d'une substance poreuse peut être aussi parmi ces techniques d'amélioration du transfert thermique dans des conditions bien déterminées.

Les problèmes d'écoulement à travers les milieux poreux ont eu une grande attention récemment. Cette attention est motivée par plusieurs applications industrielles. Ces applications incluent les systèmes géothermiques, le refroidissement des composants électroniques, les échangeurs de chaleur, etc.

Les processus du transfert de chaleur sont fondamentalement irréversibles (producteurs d'entropie) ; en d'autres termes, les phénomènes de transfert de chaleur effectuent la destruction à sens unique de l'énergie utile (travail disponible, exergie).

Dans le monde d'aujourd'hui, où l'énergie utile est de plus en plus rare et chère, il est nécessaire de décrire avec des termes précis comment les phénomènes de transfert de chaleur gaspilleurs sont, afin que les décisions responsables puissent être prises pour limiter un tel gaspillage.

L'analyse du deuxième principe dans les systèmes thermiques a eu beaucoup d'attention ces dernières années et a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches dans le souci de présenter la performance de l'énergie totale dans un chemin unifié et l'identification des critères d'optimisation.

La génération d'entropie est causée principalement par l'irréversibilité due à la dynamique du fluide (frottements) et au phénomène du transfert de chaleur.

L'objectif de notre travail est de mener une analyse thermodynamique sur les performances d'un échangeur annulaire sur lequel est fixée une couche poreuse. Il s'agit donc de déterminer les meilleures conditions permettant l'amélioration du transfert thermique, la réduction des pertes de charge et la minimisation de la génération d'entropie.

Nous présenterons d'abord des généralités sur les échangeurs de chaleur, les milieux poreux et le deuxième principe de la thermodynamique ainsi que les travaux se rapprochant de notre étude. Nous passerons ensuite à la formulation mathématique et la modélisation numérique. Nous terminerons par l'interprétation des résultats trouvés avec une conclusion générale.

Chapitre 1

GÉNÉRALITÉS

Chapitre 1

Généralités

Dans ce chapitre, nous allons présenter certaines notions concernant les échangeurs de chaleur, les milieux poreux ainsi que le deuxième principe de la thermodynamique.

1. 1- Echangeurs de chaleur

1. 1. 1- Définition

Les échanges thermiques sont réalisés en pratique dans des appareils permettant le transfert de chaleur d'un fluide à un autre à travers une paroi solide qui les sépare. Ces appareils sont appelés échangeurs de chaleur.

Le transfert de chaleur, dû à la différence de température entre les deux fluides, se fait essentiellement par convection forcée et par conduction à travers la paroi.

Quand les deux fluides qui se déplacent le long de la surface d'échange ont le même sens, l'écoulement est à courants parallèles ou à co-courant.

Si par contre les deux fluides circulent dans des sens opposés, l'échangeur est dit à contre courant.

Dans le cas où l'écoulement des deux fluides se fait dans des directions qui se croisent, l'échangeur est dit à courants croisés.

1. 1. 2- Types d'échangeurs

Les échangeurs de chaleur sont généralement classés selon leurs conceptions technologiques. Nous pouvons distinguer deux grandes familles : les échangeurs tubulaires et les échangeurs à plaques.

1. 1. 2. 1- Echangeurs tubulaires

Ces échangeurs sont constitués de tubes ; nous pouvons les classer en trois catégories :

- Echangeurs monotube (échangeur en serpentin)
- Echangeurs bitubes coaxiaux
- Echangeurs multitubulaires (tube-calandre)

a- Echangeurs en serpentin

Ce sont de long tubes enroulés en hélice ou repliés dans un plan, plongés dans un liquide ou traversés par un fluide (Fig. 1-1). L'autre fluide caloporteur passe à l'intérieur des tubes. La simplicité de leur fabrication et leur bas prix de réalisation ont fait d'eux des appareils de large utilisation [1].

b- Echangeurs à tubes coaxiaux

Un échangeur à tubes coaxiaux est un assemblage d'un certain nombre d'éléments. Chacun de ces éléments est formé de deux tubes de diamètres différents ayant un même axe (Fig. 1-2). L'un des fluides circule dans le tube intérieur tandis que l'autre circule dans l'espace annulaire formé par les deux tubes [2].

Ces échangeurs présentent certains avantages :

- Un pouvoir d'échange élevé grâce à l'emploi de tubes à surface externe traitée
- A puissance égale, ils sont moins onéreux que les échangeurs à tubes et calandre

Leur utilisation est limitée aux produits sales, très chaud et de faible débit car les plus grandes surfaces réalisées sont d'environ 15 m² [3].

c- Echangeurs à tubes et calandre

Ces appareils sont essentiellement constitués par un ensemble de tubes de faibles diamètres rassemblés parallèlement en faisceau, logés dans une enveloppe appelée calandre. Les tubes sont fixés par leurs bouts à une plaque de manière à ce qu'ils débouchent les extrémités sur des enceintes appelées chambre de distribution (Fig. 1-3). Deux tubulures d'entrée et de sortie de l'un des fluides sont prévues sur la calandre. L'autre fluide circule à l'intérieur des tubes d'une chambre de distribution à l'autre.

Pour améliorer l'échange thermique, des chicanes sont utilisés au fluide circulant dans la calandre de manière à le faire passer perpendiculairement aux tubes et augmenter sa turbulence.

Ces échangeurs sont largement utilisés dans le domaine de raffinage [1, 3].

1. 1. 2. 2- Echangeurs à plaques

Ces échangeurs sont constitués par des empilements de plaques ménageant entre elles des espaces où circulent les fluides, sièges des échanges thermiques (Fig. 1-4). Les plaques sont généralement usinées de manière à présenter des ondulations, pour augmenter l'aire de contact et de créer du même coup des turbulences dans le fluide[1].

Ce type d'échangeur présente une grande surface d'échange par unité de volume, environ 700 à 1000 m²/m³, alors que l'échangeur tubulaire présente une capacité de l'ordre de 100 à 200 m²/m³. Pour des services équivalents, les échangeurs compacts offrent moins de volume et de poids, ont une plus grande efficacité thermique et sont moins chers [2].



Fig. 1-1: Echangeur en serpentif



Fig. 1-2: Echangeur à double tube



Fig. 1-3: Echangeur à tubes et calandre



Fig. 1-4: Echangeur à plaques

1. 1. 3- Performances d'un échangeur

L'étude des performances d'un échangeur de chaleur consiste à utiliser l'une des deux méthodes : la différence de température logarithmique moyenne (DTLM) et le nombre d'unités de transfert (NUT) [4].

1. 1. 3. 1- Méthode DTLM

Cette méthode est utilisée lorsque les températures d'entrée et de sortie sont connues.

Si le coefficient global de transfert de chaleur U et les chaleurs spécifiques des deux fluides sont constantes, et s'il n'y a pas de changement de phase et de pertes thermiques, et que par ailleurs, la surface d'échange croît linéairement en X depuis l'entrée jusqu'à la sortie de l'échangeur, nous pouvons écrire la quantité de chaleur échangée sous la forme:

$$q = \int_0^A U \Delta T dA \quad (1.1)$$

Pour alléger les calculs, nous utilisons une différence de température moyenne entre les deux fluides sur la distance L de l'échangeur telle que:

$$q = U A \Delta T_{LM} \quad (1.2)$$

Prenons l'exemple d'un échangeur simple à contre courant.

sachant que:
$$dq = - \dot{C}_C dT_C \quad (1.3)$$

$$dq = - \dot{C}_f dT_f \quad (1.4)$$

et en soustrayant membre à membre:

$$d(\Delta T) = -dq \left(\frac{1}{\dot{C}_c} - \frac{1}{\dot{C}_f} \right)$$

d'où:

$$\frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = - \left(\frac{1}{\dot{C}_c} - \frac{1}{\dot{C}_f} \right) U P_m dX$$

Si encore nous intégrons de $X = 0$ à $X = L$:

$$\text{Ln} \left(\frac{(\Delta T)_{X=0}}{(\Delta T)_{X=L}} \right) = -UA \left(\frac{1}{\dot{C}_c} - \frac{1}{\dot{C}_f} \right)$$

et comme par ailleurs:

$$q = \dot{C}_c (T_{ce} - T_{cs}) = -\dot{C}_f (T_{fe} - T_{fs}) \quad (1.5)$$

nous obtenons:

$$(\Delta T)_{X=0} - (\Delta T)_{X=L} = -q \left(\frac{1}{\dot{C}_c} - \frac{1}{\dot{C}_f} \right)$$

d'où l'expression de la différence de température logarithmique moyenne DTLM (ΔT_{LM}):

$$\text{DTLM} = \frac{(\Delta T)_{X=0} - (\Delta T)_{X=L}}{\text{Ln} \frac{(\Delta T)_{X=0}}{(\Delta T)_{X=L}}} \quad (1.6)$$

$X = 0$ et $X = L$ représentent respectivement l'entrée et la sortie de l'échangeur

ΔT : la différence de température des deux fluides

P_m : périmètre mouillé (m)

\dot{C} : débit de capacité thermique (W/K)

1. 1. 3. 2- Méthode NUT

Cette méthode fait intervenir l'efficacité de l'échangeur. Elle est utilisée lorsque les températures de sortie des deux fluides ne sont pas connues.

Le nombre d'unité de transfert est donné par:

$$\text{NUT} = \frac{UA}{\dot{C}_{\min}} \quad (1.7)$$

avec: $\dot{C}_{\min} = \min (\dot{C}_c , \dot{C}_f)$

L'efficacité d'un échangeur de chaleur (E) est le rapport de la chaleur réellement échangée à la chaleur maximale pouvant être échangée:

$$E = \frac{q}{\dot{C}_{\min} (T_{Ce} - T_{fe})} = \frac{q}{\dot{C}_{\min} \Delta T_{\text{entrée}}} \quad (1.8)$$

d'où:

$$q = E \dot{C}_{\min} \Delta T_{\text{entrée}} \quad (1.9)$$

avec:

$E = f (\text{NUT}, Z, \text{configuration d'écoulement})$

$$Z = \frac{\dot{C}_{\min}}{\dot{C}_{\max}} \quad (1.10)$$

Z: facteur de déséquilibre

Pour un échangeur à co-courant:

$$E = \frac{1 - \exp [- \text{NUT} (1 + Z)]}{1 + Z} \quad (1.11)$$

Pour un échangeur à contre courant:

$$E = \frac{1 - \exp [(1 - Z) \text{NUT}]}{1 - Z \cdot \exp [- (1 - Z) \text{NUT}]} \quad (1.12)$$

1. 1. 4- Paramètres influant sur le transfert de chaleur

La quantité de chaleur transférée par un échangeur de chaleur est proportionnelle au coefficient d'échange global, à la surface d'échange ainsi qu'à la DTLM:

$$q = U A F' \text{DTLM} \quad (1.13)$$

où: $F' = 1$ pour un échangeur à double tube

1. 1. 4. 1- Coefficient d'échange global (U)

La résistance thermique d'un échangeur de chaleur est proportionnelle à l'inverse du coefficient global de transfert. Elle peut être influencée par plusieurs paramètres.

Le coefficient d'échange global est donné par la relation:

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{h_c A_c} + \frac{R_{d,c}}{A_c} + \frac{e}{kA} + \frac{R_{d,f}}{A_f} + \frac{1}{h_f A_f} \quad (1.14)$$

avec:

c, f : désigne respectivement le côté chaud et froid

A : surface totale d'échange

e : épaisseur de la paroi séparant les deux fluides froid et chaud

R_d : résistance d'encrassement

a- Coefficient d'échange convectif (h)

Le coefficient d'échange convectif dépend du régime d'écoulement et du mode de transfert. Il est influencé par les caractéristiques géométriques de l'échangeur, les conditions opératoires et les caractéristiques du fluide. Il peut être amélioré par l'augmentation de la vitesse de circulation, permettant un écoulement turbulent. Ce qui n'est pas toujours possible pour les produits très visqueux ; par ailleurs les vitesses sont limitées par différentes contraintes : risques d'érosion et de vibration, pertes de charges admissibles ou économiques.

b- Conductivité thermique de la paroi (k)

Le coefficient global de transfert de chaleur peut être aussi augmenté en augmentant la conductivité thermique du matériau utilisé; mais la nature de ce dernier est souvent imposée.

c- Encrassement

Selon la nature des fluides et les conditions opératoires de vitesse de circulation et de température, des dépôts de matériaux ou de substances indésirables se produisent sur les parois de l'échangeur. Ces dépôts constituent des résistances au transfert et provoquent le plus souvent une augmentation des pertes de charges et des pertes de production. Les frais de nettoyage sont souvent assez élevés [1].

1. 1. 4. 2- La DTLM

Le transfert de chaleur peut être amélioré, en augmentant la différence de température logarithmique moyenne. Cette dernière croît pour de grandes valeurs du débit massique du fluide. Cette augmentation influe sur le produit (UA).

1. 1. 4. 3- Surface d'échange (A)

Parmi les techniques d'amélioration de la surface d'échange, nous citons les ailettes et les milieux poreux.

a- Ailettes

L'échange peut être amélioré en utilisant des surfaces étendues du côté du fluide contrôlant. Elles sont de formes différentes:

- ailettes longitudinales
- ailettes transversales
- ondes des échangeurs à plaques brassées ailetées.

L'utilisation de ces surfaces étendues qui contribuent à augmenter les flux thermiques est parfois impossible pour des raisons de tenue des matériaux à la température opératoire, du moins lorsque l'utilisation des matériaux n'est pas envisageable pour des raisons économiques [1].

Leur efficacité est aussi limitée par les facteurs de salissement ; en particulier taille et pas entre ailettes sont choisis en conséquence.

Leur utilisation peut également permettre de modifier la répartition de la température en favorisant l'échange d'un côté par rapport à l'autre.

b- Autres techniques

Le milieu poreux peut jouer le même rôle que les ailettes, il sert à augmenter la surface d'échange. Contrairement aux ailettes, le transfert thermique au sein d'un milieu poreux s'effectue aussi bien par conduction que par convection. Dans des conditions bien déterminées, un milieu poreux peut améliorer les échanges thermiques[18].

1. 2- Milieu poreux [5]

1. 2. 1- Définition

Un milieu poreux est un corps comportant un squelette englobant des cavités appelées pores (Fig. 1-5), interconnectées ou non, et susceptible de contenir une ou plusieurs phases fluides, capables ou non de s'écouler, et éventuellement d'échanger entre elles et/ou avec le solide de la matière et/ou de l'énergie. Il existe de nombreux exemples de matériaux poreux présents dans la vie de tous les jours ou rencontrés dans l'environnement; on peut citer par exemple : les textiles, les matériaux de construction, les mousses. Nous devons en outre distinguer deux types de milieux poreux:

- Les milieux constitués d'un empilement de particules élémentaires (anneaux de Raschig , grilles,...) ou solides quelconques (sable, granules, limaille, poudres,...).
- Les milieux constitués d'un bloc unique de matière solide, poreuse dans la masse, appelés milieux poreux consolidés (pierre ponce, mousse, éponge, catalyseurs contenant de très faibles dimensions).

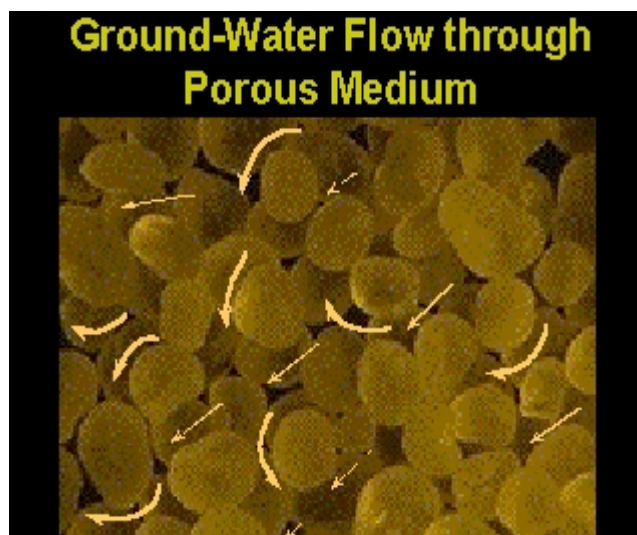


Fig. 1-5: Exemple d'un milieu poreux

1. 2. 2- Caractéristiques des milieux poreux

Les milieux poreux sont caractérisés par des paramètres géométriques (porosité, perméabilité) et des paramètres thermo-physiques (viscosité effective, conductivité thermique effective).

1. 2. 2. 1- Paramètres géométriques

a- Porosité (ϵ)

C'est le rapport entre le volume occupé par les pores (vides) et le volume total de la matrice solide.

$$\varepsilon = \frac{V_{\text{pores}}}{V_{\text{total}}} \quad (1.15)$$

b- Perméabilité (K)

Elle est définie comme étant l'aptitude de circulation qu'offre un milieu poreux à un fluide lors de son écoulement à travers les pores de ce milieu.

Selon la loi de Darcy, la perméabilité est la mesure de la conductance de l'écoulement dans la matrice:

$$K = \frac{-\mu U_D}{dP/dX} \quad (1.16)$$

μ : viscosité dynamique du fluide

U_D : vitesse Darcienne

dp/dx : gradient de pression

Plusieurs expressions sont données pour le calcul de la perméabilité pour certains milieux poreux non consolidés (empilement de particules) (Annexe A).

1. 2. 2- Paramètres thermo-physiques

a- Viscosité dynamique effective (μ_e)

La notion de la viscosité effective a été introduite dans le terme de Brinkman ($\mu_e \nabla^2 \vec{V}$). Elle dépend de la porosité et de la viscosité du fluide.

b- Conductivité thermique effective (k_e)

Elle est obtenue en combinant la conduction thermique stagnante due à la conduction moléculaire et qui dépend de la conductivité thermique du fluide et celle du solide ainsi que de la porosité de la matrice solide, et de la conductivité thermique de dispersion (dynamique):

$$k_e = k_T + k_d \quad (1.17)$$

k_e : conductivité thermique effective

k_d : conductivité thermique dynamique

k_T : conductivité thermique stagnante

Plusieurs formules sont données pour le calcul de la conductivité thermique effective pour les milieux poreux non consolidés et artificiels (Annexe B).

1. 2. 3- Modèle d'écoulement dans les milieux poreux

1. 2. 3. 1- Modèle de Darcy

La loi Darcy donnant le comportement hydrodynamique lors d'un écoulement de fluide dans un milieu poreux, lie le gradient de pression à la vitesse par la relation suivante [5]:

$$\vec{V} = \frac{-K}{\mu} (\vec{\nabla} p + \rho \vec{g}) \quad (1.18)$$

μ : viscosité dynamique du fluide
 K : perméabilité
 $\rho \vec{g}$: force de volume

Le modèle de Darcy est inadéquat pour les écoulements rapides où le nombre de Reynolds, basé sur la vitesse locale et le diamètre des pores, est supérieur à l'unité. Il ne satisfait pas la condition de non glissement sur les parois solides et ne tient pas compte de la variation de la porosité.

1. 2. 3. 2- Modèle de Forchheimer

Lorsque le nombre de Reynolds, basé sur le diamètre des particules, devient grand devant l'unité, la loi de Darcy s'éloigne du comportement linéaire de la vitesse ; elle doit être corrigée par un terme inertiel qui tient compte des effets inertiels à l'échelle des pores [5].

$$\vec{\nabla} P = \frac{-\mu}{K} \vec{V} - \frac{C}{\sqrt{K}} \rho_f |\vec{V}| \vec{V} \quad (1.19)$$

ρ_f : densité du fluide
 C : coefficient d'Ergun ou coefficient inertiel qui dépend de la nature du milieu.

1. 2. 3. 3- Modèle de Brinkman

Dans son modèle, Brinkman introduit le terme $\mu_e \nabla^2 \vec{V}$ qui représente les forces visqueuses causées par les forces de cisaillement macroscopiques le long des frontières solides ; d'où l'équation de Brinkman [5]:

$$\vec{\nabla} P = \frac{-\mu}{K} \vec{V} - \mu_e \nabla^2 \vec{V} \quad (1.20)$$

μ_e : viscosité dynamique effective

1. 2. 3. 4- Modèle général

En tenant compte de tous les effets cités précédemment, nous aboutissons au modèle générale appelé modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer:

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \text{div} \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{f}_v + \mu_e \nabla^2 \vec{v} - \frac{\mu_f}{K} \vec{v} - \frac{\rho C}{\sqrt{K}} |\vec{v}| \vec{v} \quad (1.21)$$

$\rho \vec{f}_v$: force de volume

1. 3- Entropie

1. 3. 1- Génération d'entropie

L'entropie est la fonction caractérisant le deuxième principe de la thermodynamique [6, 7]. C'est une grandeur d'état, extensive et caractéristique de l'énergie calorifique.

Lorsqu'un système n'échange que de la chaleur, son entropie augmente ou diminue proportionnellement à la quantité de chaleur reçue δq , avec un coefficient qui est l'inverse de la température absolue T :

$$dS = \delta q / T \quad (1.22)$$

Si le système n'échange pas de la chaleur mais échange de l'énergie d'une nature non calorifique, l'entropie du système peut croître ou rester constante mais ne peut jamais décroître. Cette variation d'entropie est souvent désignée par l'expression « entropie créée ».

$$dS = \delta S_{\text{créée}} \geq 0 \quad (1.23)$$

Si nous découpons le système en parties de température T définie, l'entropie créée dans une partie, peut être reliée à une énergie dégradée δW :

$$\delta S = \delta w_{\text{dég}} / T \quad (1.24)$$

Les phénomènes conduisant à une création d'entropie sont : le frottement mécanique, l'effet joule électrique, l'écoulement des fluides avec pertes de charge, le transfert de chaleur, la détente non contrôlée, la diffusion et la réaction chimique.

Quand le système échange de la chaleur ainsi que l'énergie sous d'autres formes, l'entropie du système varie pour les deux causes:

$$dS = \delta q / T + \delta S_{\text{créée}} \quad (1.25)$$

Le bilan entropique pour des systèmes ouverts en régime transitoire recevant des masses dm_i de constituants i et d'entropies massiques \bar{S}_i s'écrit:

$$dS = \delta q / T + \delta S_{\text{créée}} + \sum_i \bar{S}_i dm_i \quad (1.26)$$

En régime permanent, comme toutes les grandeurs d'états, $dS = 0$ d'où:

$$\delta q / T + \delta S_{\text{créée}} = - \sum_i \bar{S}_i dm_i \quad (1.27)$$

où \bar{S}_i représente les entropies massiques des produits qui rentrent ou sortent.

En totalisant les entropies reçues par les parois, le bilan devient:

$$\sum_{\text{Sort}} \bar{S}_s \, dm_s = \int_{\text{parois}} \left(\delta q / T + \delta S_{\text{créée}} \right) + \sum_{\text{entr}} \bar{S}_e \, dm_e \quad (1.28)$$

En introduisant les débits et les puissances, l'équation (1.28) devient:

$$\sum_{\text{Sort}} \dot{m}_s \bar{S}_s = \dot{S} + \dot{S}' + \sum_{\text{entr}} \dot{m}_e \bar{S}_e \quad (1.29)$$

avec:

- \dot{m} : débit massique de matière
- \dot{S} : puissance entropique reçue par les parois
- \dot{S}' : puissance entropique créée

1. 3. 2- Irréversibilité

Une transformation réelle, donc avec des pertes est dite irréversible. Elle s'accompagne d'une création d'entropie qui ne pourra ultérieurement jamais être compensée par une destruction d'entropie puisque cette destruction est impossible. On ne pourra donc jamais ramener l'univers à un état antérieur si l'on a effectué une transformation irréversible, ce qui justifie l'usage de l'expression « irréversible » pour désigner ce phénomène.

Frottement, irréversibilité, travail dégradé et création d'entropie sont quatre faces du même phénomène physique ; elles pourront être utilisées indifféremment.

1. 3. 3- Travail minimal et travail dégradé

A partir des bilans, enthalpique et entropique d'un système, nous pouvons séparer travail et chaleur reçus:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{\text{Sort}} \dot{m}_s \bar{H}_s = \dot{q} + \dot{w} + \sum_{\text{entr}} \dot{m}_e \bar{H}_e \\ \sum_{\text{Sort}} \dot{m}_s \bar{S}_s = \dot{S} + \dot{S}' + \sum_{\text{entr}} \dot{m}_e \bar{S}_e \end{array} \right. \quad (1.30)$$

Le lien entre la puissance calorifique reçue \dot{q} et la puissance entropique reçue \dot{S} est simple. Si la température de l'enveloppe du système étudié est uniforme, le système d'équations précédent (1.30), en \dot{w} et \dot{q} devient:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{q} = T_0 \dot{S} = T_0 \left[\sum_{\text{sort}} \dot{m}_s \bar{S}_s - \sum_{\text{entr}} \dot{m}_e \bar{S}_e \right] - T_0 \dot{S}' \\ \dot{w} = \sum_{\text{sort}} \dot{m}_s (\bar{H}_s - T_0 \bar{S}_s) - \sum_{\text{entr}} \dot{m}_e (\bar{H}_e - T_0 \bar{S}_e) + T_0 \dot{S}' \end{array} \right. \quad (1.31)$$

T_0 est la température ambiante.

donc la puissance mécanique réelle à fournir \dot{w} peut être décomposée en deux termes:

$$\dot{w} = \dot{w}_{\min} + \dot{w}_{\text{dég}} \quad (1.32)$$

avec:

$$\dot{w} = \sum_{\text{sort}} \dot{m}_s (\bar{H}_s - T_0 \bar{S}_s) - \sum_{\text{entr}} \dot{m}_e (\bar{H}_e - T_0 \bar{S}_e) \quad (1.33)$$

$$\dot{w}_{\text{dég}} = T_0 \dot{S}' \quad (1.34)$$

C'est donc lorsque l'entropie \dot{S}' est minimale que le travail dégradé est moindre et que le travail à fournir réellement est minimal.

1. 3. 4- Exergie

L'exergie est la fonction d'état Ex d'un système, liée aux fonctions enthalpie H et entropie S du système ainsi qu'à la température ambiante moyenne T_0 de notre atmosphère.

$$Ex = H - T_0 S \quad (1.35)$$

La plus grande application de la notion d'exergie provient du bilan de travail dégradé:

$$\dot{w}_{\text{réel}} = \dot{w}_{\min} + \dot{w}_{\text{dég}} \quad (1.36)$$

avec:

$$\dot{w}_{\min} = \sum_{\text{Sort}} \dot{m}_s \bar{Ex}_s - \sum_{\text{entr}} \dot{m}_e \bar{Ex}_e \quad (1.37)$$

$$\dot{w}_{\text{dég}} = T_0 \dot{S}' = \dot{Ex}_{\text{détruite}} \quad (1.38)$$

Donc l'exergie détruite dans le système est liée directement à une création d'entropie, caractéristique d'irréversibilité. Ces irréversibilités correspondent toujours à une perte économique.

1. 3. 5- Génération d'entropie et échangeurs de chaleur

Plusieurs chercheurs utilisent la génération d'entropie comme un paramètre d'évaluation des échangeurs de chaleur. Elle est exprimée sous différentes formes:

- génération d'entropie totale
- nombre de la génération d'entropie
- nombre d'augmentation de la génération d'entropie
- norme de réversibilité d'échange de chaleur (HERN)
- efficacité de Witte- Shamsundar
- génération d'entropie locale

a- Génération d'entropie totale

A partir du premier et du deuxième principe de la thermodynamique, Bejan [8] a exprimé la génération d'entropie sous la forme:

$$\dot{S}'_{gen} = \frac{d\dot{S}_{gen}}{dx} = \frac{q' \Delta T}{T^2 (1 + \tau)} + \frac{\dot{m}}{\rho T} \left(\frac{-dp}{dx} \right) \quad (1.39)$$

avec:

$\tau = \frac{\Delta T}{T}$: différence de température adimensionnelle

q' : quantité de chaleur par unité de longueur

\dot{S}_{gen} : génération d'entropie [W/K]

L'équation (1.39) peut être écrite sous la forme:

$$\dot{S}'_{gen} = \dot{S}'_{gen, \Delta T} + \dot{S}'_{gen, \Delta p} \quad (1.40)$$

avec:

$\dot{S}'_{gen, \Delta T}$: génération d'entropie due au transfert de chaleur

$\dot{S}'_{gen, \Delta p}$: génération d'entropie due aux pertes de pression

Il a défini aussi le rapport de distribution d'irréversibilité ϕ :

$$\phi = \frac{\dot{S}'_{gen, \Delta p}}{\dot{S}'_{gen, \Delta T}} \quad (1.41)$$

d'où l'équation (1.40) devient:

$$\dot{S}'_{gen} = (1 + \phi) \dot{S}'_{gen, \Delta T} \quad (1.42)$$

Un autre rapport introduit par Natalini et Sciubba [9] est appelé nombre de Bejan:

$$Be = \frac{\dot{S}'_{gen, \Delta T}}{(\dot{S}'_{gen, \Delta p} + \dot{S}'_{gen, \Delta T})} \quad (1.43)$$

b- Nombre de la génération d'entropie

Le nombre de la génération d'entropie ou la génération d'entropie adimensionnelle peut être obtenu par la division de la génération d'entropie par

$$\dot{m} C_p, \left(\frac{\dot{Q}}{T_1} \right), \left(\frac{\dot{Q}}{T_0} \right), \left(\frac{\dot{Q}^2 U}{k v T^2} \right), \dots \text{etc.}$$

avec:

\dot{Q} : quantité de chaleur

T_0 : température ambiante

T_1 : température d'entrée du fluide froid

Le nombre de la génération d'entropie le plus utilisé est:

$$N_s = \frac{\dot{S}_{gen}}{\dot{m} C_p} \quad (1.44)$$

c- Nombre d'augmentation de la génération d'entropie

Bejan et Pfister [10] ont proposé un nombre caractérisant l'augmentation de la génération d'entropie $N_{s,a}$. Ce nombre permet de comparer la génération d'entropie avant et après l'utilisation des techniques d'amélioration du transfert de chaleur.

$$N_{s,a} = \frac{\dot{S}'_{gen,a}}{\dot{S}'_{gen,o}} \quad (1.45)$$

Les techniques d'augmentation du transfert de chaleur avec $N_{s,a} < 1$ sont plus avantageuses car elles réduisent le degré d'irréversibilité.

d- Norme de réversibilité d'échange de chaleur (HERN)

Sekulic [11] suggère l'utilisation de la norme (HERN). Celle-ci mesure la qualité de transformation d'énergie.

Qualité de transformation d'énergie = $1 - (\text{génération d'entropie dans le cas réel}) / (\text{génération d'entropie dans le cas le plus désavantageux})^{-1}$.

e- Efficacité de Witte- Shamsundar

Un autre critère d'évaluation des performances des échangeurs de chaleur est suggéré par Witte et Shamsundar [12]:

$$\eta_{w-s} = 1 - \frac{T_0 \dot{S}_{gen}}{\dot{Q}} \quad (1.46)$$

η_{w-s} : efficacité de Witte-Shamsundar

$$\dot{Q} = \dot{m}_c (H_e - H_s)_c = \dot{m}_f (H_s - H_e)_f$$

H : enthalpie spécifique ($W \text{ kg}^{-1} \text{ s}$)

La plus grande valeur de η_{w-s} est égale à l'unité et correspond au cas réversible. η_{w-s} peut prendre des valeurs entre $-\infty$ et 1.

f- Nombre de la génération d'entropie locale

Une autre approche d'analyse des échangeurs de chaleur est l'utilisation de la génération d'entropie locale par unité de volume [7]. Elle est donnée par:

$$\dot{S}'''_{gen} = k \frac{(\nabla T)^2}{T^2} + \mu \frac{\phi}{T} \quad (1.47)$$

ϕ : rapport de distribution d'irréversibilité

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu certaines généralités concernant les échangeurs de chaleur ainsi que le deuxième principe de la thermodynamique. Il est à noter que l'insertion d'une substance poreuse est parmi les techniques intéressantes d'amélioration du transfert de chaleur et que l'optimisation des systèmes thermiques consiste à la minimisation de la génération d'entropie.

Dans le chapitre suivant, nous verrons certains travaux analysant ces points majeurs.

Chapitre 2

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

Chapitre 2

Recherche Bibliographique

Durant ces dernières années, l'étude des performances des échangeurs de chaleur a fait l'objet de nombreuses recherches.

Dans cette partie bibliographique, nous avons essayé de présenter certains travaux concernant les échangeurs de chaleur en présence d'un milieu poreux ainsi que les travaux analysant le deuxième principe de la thermodynamique.

2. 1- Travaux sur les conduites poreuses

V. Srivasan et al. [13] ont étudié numériquement et expérimentalement la zone d'établissement thermique d'un écoulement dans des tubes portant des stries hélicoïdales sur la face interne de la paroi. Les stries étant assimilées à un milieu poreux. La température des parois et la porosité de la matrice poreuse sont supposées constantes. La dispersion thermique et les effets de gravité sont négligés. La condition de non glissement a été supposée et le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer a été utilisé. Ils ont analysé les effets de la perméabilité ainsi que l'épaisseur de la couche poreuse. Un bon accord a été trouvé entre les résultats numériques, basés sur la méthode des éléments finis et les résultats expérimentaux.

M.K. Alkan et M.A. Al-Nimr [14] ont développé une solution analytique, basée sur la méthode de la fonction de Green, pour simuler l'hydrodynamique transitoire pour un écoulement non-Darcian d'un fluide dans un canal partiellement rempli d'un milieu poreux. Deux cas ont été supposés : dans le premier cas, la substance poreuse est insérée adjacente à la paroi du canal et dans le deuxième cas, un élément cylindrique du matériaux poreux est inséré au centre du canal. Les propriétés physiques du fluide et du milieu poreux sont supposées constantes. L'instabilité de l'écoulement est causée par l'application d'un changement brusque du gradient de pression imposé ou par l'application d'un changement brusque de la vitesse à la paroi.

Une solution analytique pour un régime établi de la convection forcée dans l'espace annulaire de deux cylindres concentriques a été présentée par **S. Chikh et al. [15]**. Le cylindre intérieur sur lequel une couche poreuse est déposée, est chauffé à flux constant et le cylindre extérieur est isolé. Le modèle de Darcy-Brinkman a été utilisé. Les effets de la perméabilité, de la conductivité thermique et de l'épaisseur de la couche poreuse ont été abordés et comparés aux résultats d'autres auteurs. Ils ont montré qu'il existe une épaisseur critique de la couche poreuse pour laquelle le nombre de Nusselt est minimum. Les résultats obtenus montrent aussi que l'augmentation de la perméabilité ou du rapport des conductivités thermiques k_e/k_f conduit à l'amélioration de transfert de chaleur. Pour une plus grande perméabilité ou une grande conductance effective, il n'est pas nécessaire de remplir tout l'espace annulaire pour obtenir le maximum du transfert de chaleur.

Les caractéristiques du transfert de chaleur pour un écoulement oscillatoire forcé dans un espace annulaire partiellement rempli par un milieu poreux ont été déterminées par **Z.Guo et al. [16]**. Le cylindre extérieur est isolé et le cylindre intérieur est soumis à un flux de chaleur constant. Les propriétés thermo-physiques du fluide et du milieu poreux sont supposées constantes. Le milieu poreux est considéré homogène, isotrope et en équilibre thermodynamique local avec le fluide. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer a été adopté pour l'écoulement du fluide à travers la région poreuse. La résolution numérique des équations a été basée sur la méthode des volumes finis. Les changements dans le transfert de chaleur par convection et dans la conduction axiale effective ont été examinés pour une gamme de paramètres tels que l'épaisseur de la couche poreuse, la fréquence et l'amplitude de la pulsation. Les résultats montrent que le transfert de chaleur est amélioré par l'augmentation de la conductivité thermique effective de la substance poreuse et qu'une augmentation importante du transfert de chaleur avec une réduction des pertes de pression est atteinte lorsque l'espace annulaire est partiellement rempli par un matériau poreux très conducteur et lorsque l'écoulement est oscillatoire.

Une solution numérique basée sur la méthode des volumes finis a été présentée aussi par **S. Chikh et al. [17]**, pour la convection forcée dans un espace annulaire partiellement rempli par un milieu poreux. Le cylindre intérieur est isotherme ou maintenue à un flux de chaleur constant, par contre le cylindre extérieur est adiabatique. Le modèle d'écoulement choisi est celui de Darcy-Brinkman-Forchheimer. La dépendance de l'écoulement du fluide et de transfert de chaleur des paramètres du problème a été discutée. La valeur critique du coefficient d'inertie, pour laquelle les effets inertiels réduisent la vitesse d'écoulement de 5 %, a été déterminée en fonction du nombre de Darcy pour différentes épaisseurs de la couche poreuse. Cette étude a montré que la valeur critique de la matrice poreuse pour laquelle le nombre de Nusselt tend vers le minimum n'existe pas lorsque la conductivité thermique du milieu poreux est beaucoup plus élevée que la conductivité du fluide.

Ces mêmes auteurs **[18]** ont étudié les transferts thermiques dans un échangeur annulaire partiellement ou totalement rempli par un milieu poreux. Le régime dynamique est supposé établi, le cylindre extérieur est isolé. Ils ont traité les deux cas d'un cylindre intérieur isotherme ou chauffé à flux constant. L'étude est menée depuis le début de la zone de chauffage jusqu'à l'établissement du régime thermique. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer a été retenu à ce sujet. Lorsque les effets inertiels sont négligeables, ils ont présenté une solution analytique complète. Cette solution sert à valider les simulations numériques basées sur la méthode des volumes finis. Ensuite ils ont étudié l'influence de la couche poreuse sur l'établissement du régime thermique et sur le transfert de chaleur. Ils ont montré qu'un choix judicieux de la matrice poreuse permet d'augmenter les échanges thermiques.

M.K. Alkan et M.A.Al-Nimr [19] ont étudié numériquement les performances thermiques d'un échangeur tubulaire dont une substance poreuse est déposée sur la paroi du tube interne. Des hypothèses ont été prises en considération : matrice poreuse homogène et isotrope, conduction axiale et dissipation visqueuse négligées, les propriétés physiques du fluide et du milieu poreux sont constantes et le fluide est en équilibre thermique local avec la matrice solide. Le modèle de Darcy-

Brinkman-Forchheimer a été utilisé. Les résultats trouvés, basés sur la méthode des différences finies, montrent que l'utilisation d'une substance poreuse peut améliorer l'efficacité d'un échangeur de chaleur considérablement pour les deux cas d'un écoulement laminaire à co-courant ou à contre courant, et augmenter aussi les pertes de pression. Cette substance améliore le coefficient de transfert de chaleur entre la paroi de tube et le fluide en augmentant le rapport des conductivités thermiques. L'efficacité de l'échangeur est plus grande en particulier pour de grandes valeurs du rapport des capacités de chaleur. Il existe une valeur critique de la couche poreuse au delà de laquelle l'efficacité est maximum.

Une étude numérique basée sur la méthode des volumes finis a été réalisée par **K. Bouhadeh et al. [20]** pour analyser les performances d'un échangeur de chaleur annulaire à contre courant. Le cylindre extérieur est isolé, pas de glissement aux parois, continuité de température et unicité des flux à l'interface fluide-poreux, les vitesses et les températures d'entrée sont données et la viscosité du milieu poreux est supposée égale à la viscosité du fluide. A cause du type d'échangeur à contre courant, la supposition d'établissement du régime thermique est exclue. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer a été choisi pour cette étude. Pour un nombre de Prandtl égal à 4 et un coefficient d'inertie CF égal à 0.35, ils ont étudié les effets de la perméabilité, de la longueur de l'échangeur, de la conductivité thermique et de l'épaisseur de la couche poreuse sur la température de sortie du fluide chauffé. Les résultats montrent que l'efficacité de l'échangeur est affectée par les propriétés physiques de la matrice poreuse et que l'utilisation d'une substance poreuse sur un échangeur de chaleur à contre courant permet d'améliorer l'efficacité de l'échangeur lorsque le rapport des conductivités thermiques est plus grand que 1 et lorsque l'épaisseur de la couche poreuse dépasse la valeur critique qui dépend de la perméabilité de la matrice.

2. 2- Travaux sur la génération d'entropie

J. Y. San et al. [21] ont étudié la création irréversible d'entropie pour les transferts couplés de chaleur et de masse par convection forcée, dans un canal bidimensionnel dont les deux parois sont à flux de chaleur et de masse uniformes. Dans le cas de l'écoulement laminaire, la création d'entropie est obtenue en fonction des gradients de vitesse, de température, de concentration et des propriétés du fluide. L'analogie entre le transfert de chaleur et de masse a été utilisée pour obtenir le profil de concentration des espèces qui diffusent. Ils ont déterminé l'espacement optimal des parois en considérant fixé le débit ou la longueur du canal. Pour le régime turbulent, ils ont développé l'approche par la méthode des volumes de contrôle qui utilise les formules de transfert de chaleur et de masse et ils ont évalué la création d'entropie et l'espacement optimal. La génération d'entropie diminue jusqu'à une valeur critique de l'espacement des parois au delà de laquelle la génération d'entropie augmente.

En introduisant la notion d'entropie, des échangeurs à plaques dont l'écoulement est à contre courant ont été optimisés par **E. M. Smith [22]** pour un minimum de volume et un minimum d'aire frontale. Donnant la puissance de l'échangeur, les débits massiques du fluide, les températures d'entrée et en tenant compte des pertes de pression, cette étude a démontré l'effet de la géométrie locale de la surface compacte sur la production optimale de l'entropie. Cette solution est

obtenue par la considération d'égalité des deux termes de pression et de température de l'équation de la génération d'entropie.

Une analyse de la génération d'entropie a été faite par **J. E. Hesselgreaves [23]** sur un échangeur de chaleur pour les deux cas où le rapport du facteur de frottement au facteur de transfert de chaleur est constant ou dépend du nombre de Reynolds. Il a démontré que la génération d'entropie optimale correspond à un nombre de Reynolds optimale. Elle dépend du diamètre hydraulique ainsi que de la différence de températures.

La génération d'entropie due au transfert de chaleur par convection naturelle d'un écoulement laminaire dans un cylindre isotherme, horizontal et en rotation a été calculée numériquement, en utilisant la méthode des différences finies, par **B. A. K. Abu-Hijleh et W. N. Heilen [24]**. Ils ont analysé trois cylindres de différents diamètres. Les résultats montrent que la génération d'entropie totale croît avec l'augmentation du nombre de Reynolds, basé sur le diamètre du cylindre, et du paramètre de gravité ; mais diminue avec l'augmentation du rayon du cylindre. La changement de la génération d'entropie totale avec le paramètre de gravité atteint une valeur au delà de laquelle la génération d'entropie n'augmente plus. Pour la même combinaison du nombre de Reynolds et de paramètre de gravité, elle est due principalement aux effets thermiques pour un petit rayon du cylindre, et aux effets visqueux pour un large cylindre.

V. Zimparov [25] a développé dans son étude des critères prolongés d'évaluation des performances (PEC), pour comprendre l'effet de la variation de la température le long du canal et d'évaluer les techniques d'amélioration des surfaces d'échanges, basés sur le théorème de la génération d'entropie. Ces critères d'évaluation générale ajoutent une nouvelle information à la méthode de Bejan (minimisation de la génération d'entropie, EGM). L'écoulement à travers les canaux dont les parois sont à température constante, est turbulent. L'analyse du transfert de chaleur et des caractéristiques de frottement du fluide pour 10 tubes en spirale rides est considérée pour illustrer l'application des équations PEC. Les résultats pour différentes contraintes de conception montre que la valeur optimale du rapport de l'épaisseur au diamètre de ces tubes est de 0,04. Ils ont prouvé aussi qu'il y a plus d'avantages en utilisant la condition de parois isothermes que celle de parois adiabatiques.

L'objectif de l'étude réalisée par **R. L. Cornelissen et G. G. Hirs [26]** est de montrer que l'analyse d'exergie et du cycle de vie doivent être combinés pour la conception optimale d'un système d'énergie où il y a compensation entre l'économie d'exergie lors de fonctionnement et l'utilisation d'exergie pendant la construction du système d'énergie. Cette combinaison donne les conditions d'optimisation des échangeurs de chaleur pour les quels de faible irréversibilités du cycle de vie sont obtenues. L'échangeur utilisé pour cette étude est un échangeur à contre courant, enroulé et à tubes séparés. L'un des fluides circule dans les tubes intérieurs et l'autre circule dans l'espace annulaire. Les débits massiques des deux fluides sont égaux, l'influence de l'enroulement de l'échangeur est négligé, et l'isolation thermique de l'échangeur est supposée être parfait. Les effets des paramètres géométriques et du nombre de tubes intérieur ont été analysés. Les résultats théoriques obtenus ont été comparés aux résultats expérimentaux d'autres auteurs.

A. Z. Sahin [27] a présenté une étude analytique de la génération d'entropie pour un écoulement turbulent en régime établi d'un fluide visqueux incompressible dans une conduite dont les parois sont isothermes. Il a analysé les deux cas où la viscosité est supposée constante ou varie en fonction de la température selon une variation linéaire ou exponentielle. Il a trouvé que la supposition de la viscosité constante conduit à de grandes valeurs de la génération d'entropie pour les fluides de grandes viscosités telle que le glycérol. Cette variation de la viscosité est petite dans le cas de l'eau. Il a montré que la génération d'entropie par unité de quantité de chaleur diminue initialement puis augmente le long de la conduite et croît aussi en augmentant la différence de températures adimensionnelle entre la température d'entrée du fluide et la température de la paroi. Le rapport de la puissance de pompage par le flux de chaleur total diminue considérablement lorsque le fluide est chauffé et lorsque la génération d'entropie par unité de flux de chaleur atteint le minimum le long de la conduite. La supposition de la viscosité constante conduit à une grande déviation de la génération d'entropie et de la puissance de pompage par rapport au cas où la viscosité est variable, en particulier pour les fluides très visqueux.

Les mêmes résultats ont été trouvés par le même auteur [28], en considérant un écoulement laminaire.

Le besoin de la conception systématique des échangeurs de chaleur en se basant sur la deuxième loi de la thermodynamique a été rappelé et discuté par **M. Yilmaz et al. [29]**. Tous les critères d'évaluation des performances des échangeurs de chaleur ont été présentés. Ces critères sont regroupés dans deux classes : les critères qui utilisent l'entropie comme un paramètre d'évaluation et ceux qui utilisent l'exergie. Les caractéristiques et les contraintes de ces deux classes ont été présentées. Ils ont montré combien ces critères sont reliés entre eux. L'importance de la deuxième loi ainsi que quelques propositions pour l'analyse thermoéconomiques des échangeurs de chaleur ont été aussi discutées brièvement.

L'étude numérique présentée par **J. V. C. Vargas et al. [30]** documente le processus de détermination de la configuration géométrique d'un échangeur de chaleur par l'optimisation des performances globales de l'installation qui utilise cet échangeur. L'exemple choisi pour cette étude est l'échangeur de chaleur à plaques parallèles et à courants croisés. Ce dernier est utilisé dans le système de contrôle d'avion. Cette optimisation est accomplie par la minimisation de la génération d'entropie totale de l'installation. Pour un écoulement en régime laminaire, les effets des rapports : hauteur par largeur, longueur par largeur, et des rapports entre les espacements des plaques ont été analysés. Ils ont montré qu'il existe des valeurs critiques de ces rapports pour lesquels la génération d'entropie atteint le minimum et que ces rapports sont peu sensibles aux paramètres extérieures. Ils ont montré aussi que la géométrie optimale de l'échangeur de chaleur est peu sensible à l'irréversibilité thermodynamique causée par le déchargement de l'air dynamique utilisé dans l'air ambiant.

Ce même système a été analysé par **A. Bejan et D. L. Siems [31]** en se basant sur la notion d'exergie.

La conception de cet échangeur peut influencer les performances globales de ce système de deux manières, à travers sa propre irréversibilité et à travers sa contribution à la puissance qu'il faut pour le système. L'effet combiné de ces deux contributions est exprimé par une fonction F . Cette dernière a été minimisée par **J.V.C.Vargas et A. Bejan [32]** pour obtenir la structure optimale de l'échangeur de chaleur.

Un échangeur tubulaire de même système et dont l'écoulement est à contre courant a été aussi étudié par **T. Shiba et A. Bejan [33]**. L'influence du rapport entre le diamètre et la longueur de l'échangeur sur la configuration optimale a été déterminée.

H. Khalkhali et al. [34] ont étudié un système de chaleur constitué de trois sections: un condenseur, un évaporateur et une section de transport qui relie le condenseur à l'évaporateur. Le but de ce travail est de minimiser la génération d'entropie du système. Certaines hypothèses ont été faites: un nombre de Reynolds petit pour l'évaporateur et pas de condensation ou d'évaporation dans la section de transport qui est parfaitement isolée. La température ambiante dans le condenseur et le coefficient de transfert de chaleur externe dans la section de transport sont ajustés pour minimiser la génération d'entropie due à la différence de températures entre le réservoir chaud et le réservoir froid. Les dimensions du système sont les principaux paramètres pour la minimisation de la génération d'entropie due aux frottements. Cette étude a montré que la température de la vapeur doit être plus grande qu'une certaine valeur pour que le système fonctionne. Il existe une valeur optimale de la température ambiante dans le condenseur qui correspond à un minimum d'entropie. La longueur de l'évaporateur doit être très petite par contre le diamètre hydraulique doit être très grand. La chute de la température dans l'écoulement de la vapeur conduit à l'augmentation de la génération d'entropie.

Une analyse de la génération d'entropie due à l'écoulement et aux pertes dues au transfert de chaleur dans des échangeurs de chaleur d'une machine thermoacoustique a été présentée par **H. Ishikawa et P. A. Hobson [35]**. Ce système est constitué d'un régénérateur placé entre deux échangeurs de chaleur à plaques. L'objectif de ce travail est de trouver l'aire optimale de ces échangeurs de chaleur qui correspond à la génération d'entropie minimale. Pour les propriétés du fluide et les conditions opératoires choisies, cette analyse a indiqué que l'aire optimale de l'échangeur de chaleur à la sortie côté chaud du régénérateur doit être plus petite que celle de l'échangeur de chaleur se trouvant à la sortie côté froid.

Un travail expérimental a été réalisé par **R. T. Ogulata et al. [36, 37]** pour analyser l'irréversibilité d'un échangeur de chaleur à plaques dont l'écoulement équilibré est à courants croisés. Cet échangeur a été développé et fabriqué dans les conditions de laboratoire. Les températures et les débits des fluides ainsi que les pertes dues aux frottements et au transfert de chaleur ont été mesurés pour déterminer l'efficacité de cet échangeur. Les effets de l'aire, de volume de transfert de chaleur adimensionnels, de la densité du flux massique adimensionnelle (G) et du rapport entre la longueur et le diamètre hydraulique ($4L/D_h$) ont été analysés pour minimiser le nombre de la génération d'entropie N_s et les pertes du système. Les résultats ont montré que le nombre de la génération d'entropie décroît en augmentant l'aire, le

volume ou la valeur optimale $(4L/D_h)_{opt}$. Par contre, il croît en augmentant la valeur optimale de la densité du flux massique G_{opt} .

Le nombre de la génération d'entropie N_s pour un générateur de vapeur par récupération d'énergie perdue (a waste heat recovery steam generator) a été évalué par **B. V. Reddy et al. [38]**. Ce système est constitué de trois composants : un économiseur, un évaporateur et un surchauffeur. Cette unité produit de la vapeur par l'absorption de la chaleur du gaz chaud. La génération d'entropie calculée englobe l'irréversibilité de tout le système. L'influence des paramètres opératoires, du rapport adimensionnel τ (défini comme étant la différence entre la température d'entrée du gaz chaud et la température ambiante) et des nombres d'unité de transfert des trois échangeurs sur la génération d'entropie a été étudiée. Pour une valeur particulière τ et d'autres paramètres fixés, le nombre de la génération d'entropie correspond à un nombre d'unité de transfert optimal de l'évaporateur pour lequel l'irréversibilité totale du système est minimale et les performances sont améliorées. Il ont démontré aussi que le nombre de la génération d'entropie croît avec l'augmentation du rapport des températures τ .

Un programme de simulation a été développé par **G. Grazzini et R. Rinaldi [39]** pour chercher le coefficient de performance (COP) maximal. Leur objectif principal est la détermination de la conception thermodynamique optimale des échangeurs de chaleur pour un réfrigérateur irréversible. Ce réfrigérateur considéré en état d'équilibre, fonctionne entre deux fluides comme un système ouvert. Les propriétés thermophysiques des fluides sont fonction de la température moyenne. Le COP est défini comme étant le rapport entre l'énergie nette prise à partir du fluide froid et le travail total, il est donc fonction de certaines paramètres tels que les débits massiques des fluides, les dimensions et la différence de température logarithmique dans les échangeurs de chaleur. Ces paramètres ont été optimisés pour trouver le COP maximal. Ce dernier augmente avec l'augmentation de la différence de température logarithmique de l'évaporateur et du condenseur. Le COP maximal est obtenu pour un produit UA_f (produit du coefficient de chaleur global et de la surface d'échange) du fluide froid plus grand que celui du fluide chaud.

Dans son étude, **J. E. Hesselgreaves [40]** a essayé de revoir les différentes approches d'analyse de la deuxième loi de la thermodynamique et de présenter une méthode rationnelle qui satisfait les conditions physiques et qui résoud quelques contradictions et paradoxes perçus. Pour un échangeur de chaleur à contre courant, il a analysé un écoulement unidirectionnel d'un gaz compressible en présence de frottements et de transfert de chaleur. Initialement, il a supposé que les pertes de pression sont nulles et l'écoulement est équilibré. Dans ce cas, il a trouvé une valeur critique de l'efficacité ε pour laquelle la génération d'entropie par unité de débit et de capacité de chaleur N_s atteint le maximum. Au delà de cette valeur, N_s tend vers zéro lorsque ε tend vers 1 et le nombre d'unité de transfert tend vers l'infinie. Ce maximum est plus important pour un plus grand rapport entre la température du fluide chaud et celle du fluide froid. Cette valeur critique n'existe pas en considérant la génération d'entropie par unité de flux de chaleur N_{s1} au lieu de N_s . Pour des échangeurs avec un écoulement déséquilibré et un rapport $\frac{(\dot{m}Cp)_{max}}{(\dot{m}Cp)_{min}}$ différent de 1, la génération d'entropie N_{s1} n'atteint pas la valeur zéro. En tenant compte des pertes de pression, il a démontré que la génération d'entropie est contrôlée par le

nombre de Mach et qu'un minimum d'entropie correspond à un nombre de Reynolds optimal et une différence de température $\Delta T/T$ optimale.

La génération d'entropie pour un échangeur de chaleur à courants croisés avec trois fluides a été le sujet du travail présenté par **P. Yuan et H. S. Kou [41]**. Les vitesses et les températures d'entrée sont constantes, les coefficients local et global de transfert de chaleur sont constants et uniformes, les effets de la dissipation visqueuse et de changement de phase sont négligés et les fluides sont des gaz idéals. Le transfert de chaleur se fait du fluide central 2 vers les deux autres fluides 1 et 3. L'effet de la conduction de la paroi longitudinale sur la génération d'entropie a été discuté. Cette étude numérique calcule les températures moyennes de sortie de chaque fluide et le nombre de la génération d'entropie N_s . Les résultats montrent que le nombre de la génération d'entropie croît avec le nombre d'unité de transfert Nut jusqu'à atteindre un maximum puis il diminue. L'augmentation de la conduction de la paroi longitudinale conduit à l'augmentation du nombre de la génération d'entropie.

L'irréversibilité des machines thermiques a été étudiée par **M. M. Salah El Din [42]** dans le but de développer les principes d'optimisation thermodynamique. Ces machines fonctionnent entre deux réservoirs de chaleur à températures différentes. Deux règles de conception pour les échangeurs de chaleur ont été considérées : la contrainte de la conductance thermique totale et la contrainte de la surface d'échange totale. Cette analyse a démontrée que la puissance maximale varie significativement avec E ou E' définis respectivement comme étant les rapports Nut/ϵ et $Nut/\epsilon U$. L'échangeur de chaleur où E' est petit doit avoir une surface d'échange plus petite que les autres échangeurs de chaleur. L'augmentation de rapport E_{max}/E_{min} ou E'_{max}/E'_{min} conduit à la diminution de la puissance. L'effet de paramètre d'irréversibilité I ($I = \Delta S_{max} / \Delta S_{min}$) sur la puissance devient petit lorsque le rapport E_{max}/E_{min} ou E'_{max}/E'_{min} est plus grand que 1.

Cette analyse a été refaite par le même auteur [43] sur des pompes à chaleur et des machines frigorifiques. L'effet de l'irréversibilité interne diminue lorsque le rapport E_{chaud}/E_{froid} est plus petit que 1 dans le cas des pompes et plus grand que 1 dans le cas des machines frigorifiques.

J. V. C. Vargas et Bejan [44] ont considéré dans leur étude le problème de reliage thermodynamique de deux courants (film), un chaud et un autre froid. L'irréversibilité générée par l'interaction de ces deux fluides est minimale. Ce problème est compliqué à cause de changement de phases des fluides. L'optimum thermique est déterminé par la maximisation de la puissance ou de la minimisation de la génération d'entropie. Il ont démontré par un calcul numérique que l'optimum thermique est marqué par un rapport optimal entre les débits massiques des deux fluides et un rapport optimal entre les tailles des deux échangeurs, lorsque la surface d'échange totale est fixée. Cet optimum est relatif à plusieurs paramètres tels que les coefficients globaux de transfert de chaleur et la température d'entrée de l'eau.

Une étude qui décrit l'irréversibilité interne dans un chauffe eau solaire à capteur plan (water heating solar flat plate collector) a été présentée par **D. K. Mahanta et S. K. Saha [45]**. Ce collecteur est visualisé comme un échangeur de chaleur. L'objectif de ce travail est d'examiner les résultats analytiques à travers les données expérimentales et de trouver la configuration optimale et les conditions

opérateurs pour lesquelles l'irréversibilité et les pertes sont minimales. Les paramètres thermophysiques sont fonction de la température. Les effets du diamètre hydraulique et des débits massiques sur la génération d'entropie locale par unité de longueur ont été analysés. Pour un écoulement turbulent et des conditions opératoires données, les résultats donnant le diamètre et le débit massique optimum correspondants à la génération d'entropie minimale ont été présentés graphiquement. Ces courbes montrent aussi la région dominée par les pertes dues aux transferts de chaleur et celle dominée par les pertes dues aux frottements.

La théorie d'exergoéconomie ou thermoéconomie a été appliquée par **M. Dentice d'Accalia et al. [46]** sur un échangeur de chaleur tubulaire utilisé comme un condenseur avec un fluide froid à une seule phase circulant dans le tube interne et un réfrigérant à deux phases s'écoulant dans l'espace annulaire. Le but de cette étude est la détermination de la configuration optimale de l'échangeur de chaleur en se basant sur la fonction des prix qui est définie comme étant la somme des prix d'amortissement du condenseur et des prix d'énergie électrique utilisée par la pompe à chaleur. Cette fonction est reliée à la destruction de l'exergie globale et à la surface d'échange de l'échangeur de chaleur. L'influence du diamètre du tube interne et de la température de saturation du réfrigérant sur l'irréversibilité et la configuration optimale de l'échangeur a été déterminée.

Pour la minimisation de la génération d'entropie, **L. Nummedal et S. Kjelstrup [47]** ont basé dans leur étude sur le principe d'équipartition des forces (EoF). Ce principe définit la force thermique comme étant la différence entre l'inverse des températures d'un côté de l'échangeur $\Delta(1/T)$. Pour réaliser ce travail, ils ont considéré un simple échangeur de chaleur avec deux fluides séparés par une plaque mince. Ces fluides s'écoulent à débits constants et l'écoulement est de type bouchon. Ils ont analysé deux cas, à co-courant et à contre courant. Pour une quantité de chaleur constante, un coefficient d'échange global constant et pour une même production d'entropie, ils ont trouvé que la surface d'échange de l'échangeur à contre courant est 19 % moins que celle de l'échangeur à co-courant et que les forces thermiques des deux côtés de l'échangeur sont différentes dans le premier cas et presque égales dans le deuxième cas. D'où ils ont conclu qu'il est plus avantageux de travailler avec un échangeur à contre courant. Pour trouver la génération d'entropie minimale, ils ont appliqué le principe EoF en posant la même force thermique aux deux côtés de l'échangeur. Le minimum d'entropie correspond à une force thermique optimale.

Dans une autre étude, ces mêmes auteurs avec **E. Johannessen [48]** ont essayé de supposer l'équipartition de la génération d'entropie (EoEP) plutôt que l'équipartition des forces. Les profils de températures qui donnent le minimum d'entropie correspondent à EoEP et non pas à EoF mais en pratique c'est la supposition EoF qui estime la solution réelle avec une erreur de moins de 1% . Cela dans des conditions optimales d'échange de chaleur telles que : un échangeur à contre courant et une différence de température approximativement constante entre les deux fluides.

Une étude théorique et expérimentale a été réalisée par **Z-Y. Guo et al [49]** pour confirmer le principe d'amélioration des performances des échangeurs de chaleur. Treize types d'échangeurs de chaleur ont été considérés dans cette analyse.

L'importance de l'uniformité du champ de température (TDF) a été démontrée. Pour un nombre d'unité de transfert et un rapport entre les capacités de chaleur Cr donnés, les résultats montrent que plus la TDF est uniforme, plus le transfert de chaleur est meilleur. La génération d'entropie d'un échangeur de chaleur à contre courant est trouvée plus petite comparée à celle des échangeurs de chaleur à courants croisés et à co-courant. Ils ont démontré aussi que plus la TDF est uniforme, plus la génération d'entropie adimensionnelle est petite, pour un Cr égale à 1 et un nombre d'unité de transfert plus grand.

Le but de l'étude présentée par **A. Bejan [50]** est la minimisation de la génération d'entropie totale d'un échangeur de chaleur à plaques et à contre courants. L'écoulement des deux fluides est en régime laminaire et les paramètres thermophysiques des fluides sont supposés constants. Il a analysé les effets de la géométrie de l'échangeur, de la surface totale de contact des canaux et le rapport entre les débits des capacités des deux fluides (Cr). La génération d'entropie minimale a été marquée pour un rapport optimale entre les espacements des plaques, une surface de contact optimale et un rapport Cr égale à 1.

E. Suibba [51] a présenté une méthode pour évaluer la configuration optimale des échangeurs de chaleur à ailettes. Cette méthode est une extension de la méthode des irréversibilités locales, elle est basée sur la détermination des deux termes de l'équation de la génération d'entropie causée par la dissipation visqueuse et par l'irréversibilité thermique. La configuration optimale peut être avec la minimisation d'un ou des deux termes. Il a considéré un échangeur de chaleur tubulaire de diamètre (d) avec des ailettes de longueur (l) et d'épaisseur (t) et il a défini un diamètre d_f ($d_f=2l-d$). Le fluide chaud s'écoule à l'intérieur du tube et le fluide froid circule dans l'espace à ailettes. La surface de tube est supposée isotherme et le régime d'écoulement est laminaire. Le diamètre de tube, l'épaisseur des ailettes et le nombre de Reynolds sont supposés constants. Les effets de la longueur (l) et des espacements entre les ailettes sur la génération d'entropie ont été étudiés. Les résultats obtenus par le calcul numérique basé sur la méthode des éléments finis montrent que pour le nombre de Reynolds spécifié, la génération d'entropie thermique est plus grande que la génération d'entropie visqueuse dans tout le domaine. L'espace optimal entre les ailettes qui doit être choisi pour maximiser le transfert de chaleur cause une très grande entropie thermique et une très petite entropie visqueuse. Il a conclu qu'il est plus intéressant d'utiliser un grand espace entre les ailettes pour réduire l'entropie thermique et d'accepter la réduction du flux de chaleur. Une autre possibilité proposée est de trouver le diamètre d_f pour lequel la génération d'entropie diminue de la moitié de sa valeur précédente et le flux de chaleur diminue légèrement.

Un travail sur la génération d'entropie pour un écoulement laminaire dans une cavité poreuse inclinée a été présenté par **A.C Baytas [52]**. La méthode des différences finies a été retenue pour la modélisation de la convection naturelle dans la cavité. Deux des parois opposées de la cavité sont soumises à un flux de chaleur constant, par contre les deux autres sont isothermes. Les effets inertiels sont négligés. La loi de Darcy et l'approximation de Boussinesq-incompressible ont été utilisées. Les effets des paramètres physiques, du nombre de Rayleigh, le nombre de Bejan et l'angle de l'inclinaison ont été évalués. Un bon accord a été trouvé en faisant la comparaison avec les résultats analytiques d'autres chercheurs. Ces résultats

montrent que le calcul des cartes de génération d'entropie est faisable et peut fournir l'information utile pour la sélection d'une angle d'inclinaison convenable.

Y. Demirel et R. Kahram [53] ont étudié analytiquement la génération d'entropie due au transfert de chaleur et aux frottements, pour la convection forcée d'un écoulement laminaire établi et de type bouchon, dans un large canal rectangulaire rempli par des particules sphériques. Les parois de haut et de bas sont soumises à des flux de chaleur constants, les propriétés physiques du fluide sont supposées constantes et la conduction axiale est négligée. Les profils de vitesse et de température ont été développés. Les effets du rapport de la profondeur par le diamètre d'emballage (H/d) et du rapport entre les flux asymétriques (Q_1/Q_2) sur la génération d'entropie ont été analysés. Cette étude a montré que la déformation de la vitesse près des parois détruit l'uniformité de la génération d'entropie et le rapport de distribution des irréversibilités, défini comme étant le rapport entre la génération d'entropie due aux frottements par la génération d'entropie due au transfert de chaleur. Cette déformation est plus importante pour de grandes valeurs du rapport H/d . Donc l'optimisation de la génération d'entropie doit être considérée séparément pour les deux régions : région près de la paroi et région centrale.

L'étude de ce même système a été le sujet de **Y. Demirel et H. H. Al-Ali [54]**. Seulement dans ce cas, une paroi est maintenue à flux constant et les autres parois sont isolées et le canal vertical est rempli par des anneaux de type Raschig. La génération d'entropie locale a été évaluée analytiquement en se basant sur des résultats expérimentaux présentés déjà par Y. Demirel. Les effets du nombre de Reynolds, de la taille des anneaux et d'autres paramètres physiques et géométriques ont été discutés. La génération d'entropie est trouvée très grande près de la paroi chauffée et elle diminue graduellement en s'éloignant de cette paroi.

Ce canal a été rempli une autre fois par des particules sphériques et toutes ces parois ont été soumises à une température constante. Pour les mêmes autres conditions citées précédemment, **Y. Demirel [55]** a étudié l'influence de certains paramètres tels que le rapport entre la longueur et le diamètre hydraulique du canal, le nombre de Reynolds et le nombre adimensionnel τ défini comme étant la différence entre la température de la paroi et la température d'entrée du fluide. Les résultats montrent qu'il existe des valeurs optimales du nombre adimensionnel τ et du nombre de Reynolds pour les quelles le nombre de la génération d'entropie atteint sa valeur optimale.

L'analyse thermodynamique du transfert de chaleur par convection dans un lit annulaire a été présenté par **Y. Demirel et R. Kahraman [56]**. L'espace annulaire du lit est partiellement rempli par des particules sphériques et les parois interne et externe sont soumises à des flux de chaleur constants. L'écoulement du fluide Newtonien est en régime laminaire établi et de type bouchon. La dissipation axiale et la conduction thermique axiale sont négligées et les propriétés thermophysiques du fluide sont constantes. L'équation d'Ergun modifiée a été utilisée pour déterminer le gradient de la pression. Les profils de vitesse et de température ont été évalués analytiquement pour déterminer la génération d'entropie locale. Les effets des flux asymétriques, du nombre de Reynolds, le rapport entre la différence de températures entre la paroi et le fluide et la température d'entrée du fluide τ . Dans le cas où la paroi interne est considérée isolée, la génération d'entropie est trouvée très grande

près de la paroi isolée et elle diminue graduellement loin de cette paroi. Le nombre de Bejan tend vers zéro près de la paroi isolée, cela veut dire que la génération d'entropie est due seulement aux effets de frottement du fluide. Pour des valeurs spécifiées des flux de chaleur asymétriques, la génération d'entropie est uniformément distribuée comparée au cas du lit vide. Une faible valeur du nombre de Reynolds affecte la distribution du nombre de Bejan qui diminue dans la région où le gradient de température change de signe dû à l'échauffement asymétrique. En maintenant la différence de température entre la paroi et le fluide constante et en diminuant la température d'entrée du fluide, le transfert de chaleur augmente et le nombre de Bejan augmente aussi légèrement.

Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que les études effectuées sur l'amélioration du transfert de chaleur par convection forcée en présence d'un milieu poreux sont nombreuses et variées. Le modèle le plus utilisé pour l'écoulement du fluide à travers le milieu poreux est celui de Darcy-Brinkman-Forchheimer.

Le résultat le plus intéressant est l'existence d'une épaisseur critique pour laquelle le nombre de Nusselt atteint le minimum (conduite annulaire partiellement remplie par un milieu poreux).

Les travaux analysant l'optimisation thermodynamique des échangeurs de chaleur sont aussi très nombreux, mais sont inexistantes lorsque l'échangeur est partiellement poreux.

L'analyse de la génération d'entropie pour un échangeur tubulaire en présence d'un milieu poreux est le but de notre étude. Dans le chapitre suivant nous verrons la formulation mathématique des équations et les conditions aux limites associées.

Chapitre 3

FORMULATION MATHÉMATIQUE

Formulation Mathématique

Dans ce chapitre nous allons présenter les équations gouvernantes analysant le transfert de chaleur pour un écoulement dans deux milieux fluide et poreux.

Les hypothèses et les conditions aux limites seront données. Les équations seront mises sous forme adimensionnelle en introduisant des paramètres adimensionnels qui permettent de généraliser le problème.

3. 1- Domaine d'étude

Dans cette étude, nous allons analyser un échangeur de chaleur tubulaire dont l'écoulement est à co-courant. Le fluide chaud circule dans le cylindre interne sur lequel une substance poreuse est déposée. Par contre le fluide froid s'écoule dans l'espace annulaire. Le cylindre externe est thermiquement isolé (fig. 3-1). Nous allons considérer un fluide Newtonien incompressible.

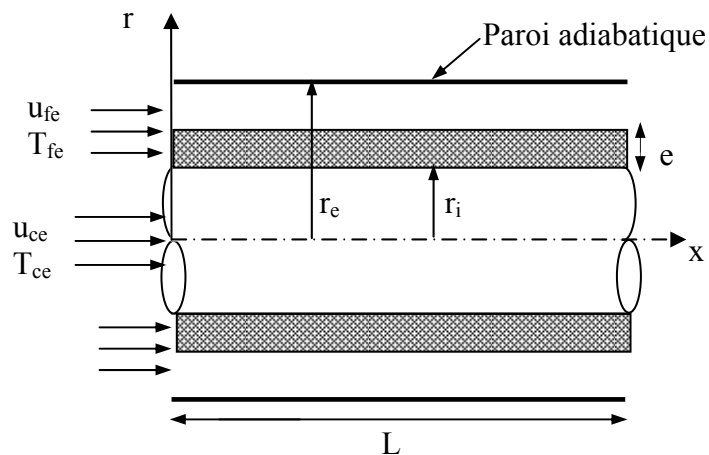


Figure (3-1) : Domaine d'étude

3. 2- Formes générales des équations de conservation

3. 2. 1- Analyse hydrodynamique

3. 2. 1. 1- Conservation de la masse

Sous forme conservative [5]:

- région fluide

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.1)$$

- région poreuse

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.2)$$

3. 2. 1. 2- Conservation de la quantité du mouvement

- région fluide

D'après l'équation de Navier Stokes [5]:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \text{div} \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} P^* + \rho \vec{f}_v + \mu_f \nabla^2 \vec{v} \quad (3.3)$$

avec :

$\rho \vec{f}_v$: force de volume

- région poreuse

D'après le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer [5]:

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \text{div} \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} P^* + \rho \vec{f}_v + \mu_e \nabla^2 \vec{v} - \frac{\mu_f}{K} \vec{v} - \frac{\rho \varepsilon F}{\sqrt{K}} \left| \vec{v} \right| \vec{v} \quad (3.4)$$

avec:

$\mu_e \nabla^2 \vec{v}$: terme visqueux de Brinkman

$\frac{\mu_f}{K} \vec{v}$: terme de Darcy

$\frac{-\rho \varepsilon F}{\sqrt{K}} \left| \vec{v} \right| \vec{v}$: forces inertielles microscopiques

3. 2. 2- Analyse thermique

3. 2. 2. 1- Conservation de l'énergie

L'équation de l'énergie pour les deux régions fluide et poreuse est donnée sous la forme suivante:

- région fluide

$$\frac{d(\rho C_p T)}{dt} = \vec{\nabla} \cdot \vec{q} + \frac{dP^*}{dt} + \mu \phi_t + \rho \vec{v} \cdot \vec{F} + \dot{q}' \quad (3.5)$$

avec:

$\vec{\nabla} \cdot \vec{q}$: terme de diffusion

$\mu \phi_t$: terme de dissipation visqueuse

$\frac{dP^*}{dt}$: terme de compression

$\rho \vec{v} \cdot \vec{F}$: terme de travaux des forces de volume

\dot{q}' : terme de génération de chaleur

- région poreuse

$$\frac{\partial}{\partial t} [\varepsilon(\rho C_p)_f + (1-\varepsilon)(\rho C_p)_s] T + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} [(\rho C_p)_f T] = \vec{\nabla} \cdot (k_e \vec{\nabla} T) + \varepsilon \dot{q}'_f + (1-\varepsilon) \dot{q}'_s \quad (3.6)$$

avec:

$\frac{\partial}{\partial t} [\varepsilon(\rho C_p)_f + (1-\varepsilon)(\rho C_p)_s] T$: terme de variation de l'énergie interne

$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} [(\rho C_p)_f T]$: terme de variation de l'énergie par convection

$\vec{\nabla} \cdot (k_e \vec{\nabla} T)$: terme de variation de l'énergie par conduction

$\varepsilon \dot{q}'_f + (1-\varepsilon) \dot{q}'_s$: terme de génération de chaleur

k_e : conductivité thermique effective

3. 2. 3- Analyse de l'entropie

La génération d'entropie locale par unité de volume, due aux effets thermiques et aux frottements du fluide, peut être exprimée par :

$$\dot{S}'''_{gen} = \dot{S}'''_{gen, \Delta T} + \dot{S}'''_{gen, \Delta P} \quad (3.7)$$

où : $\dot{S}'''_{gen, \Delta T}$: génération d'entropie due aux effets thermiques

$\dot{S}'''_{gen, \Delta P}$: génération d'entropie due aux frottements du fluide

La forme générale est [7]:

$$\dot{S}'''_{gen} = \frac{k}{T^2} (\nabla T)^2 + \frac{\mu}{T} \phi \quad (3.8)$$

avec:

$$\phi = \frac{\dot{S}^{\text{gen}}_{\Delta P}}{\dot{S}^{\text{gen}}_{\Delta T}} \quad (3.9)$$

ϕ : rapport de distribution d'irréversibilité

Pour un fluide Newtonien incompressible [7]:

$$\dot{S}^{\text{gen}} = \frac{k}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial r^*} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{T} \left\{ 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x^*} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial r^*} \right)^2 + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial r^*} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x^*} \right) \right]^2 \right\} \quad (3.10)$$

3. 3- Hypothèses

Certaines hypothèses sont prises en considération afin de simplifier les équations:

- Fluide Newtonien incompressible
- Ecoulement stationnaire.
- Ecoulement unidirectionnel et bidimensionnel.
- Propriétés thermophysiques constantes (μ , C_p , k).
- Forces de volume négligeables.
- Les termes de compression, de dissipation visqueuse, de travaux des forces de volume et de génération de chaleur sont négligeables dans l'équation de l'énergie.
- Diffusion axiale négligeable.
- Le fluide et le solide sont en équilibre thermique local.

3. 4- Equations gouvernantes

3. 4 .1- Equation de continuité

Une seule équation régit les deux milieux fluide et poreux:

$$\frac{\partial u}{\partial x^*} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r^* \vec{v})}{\partial r^*} = 0 \quad (3.11)$$

* désigne les paramètres dimensionnels.

3. 4. 2- Equation du mouvement

L'équation du mouvement dans la conduite interne et dans l'espace annulaire devient:

- Conduite interne:

$$u \frac{\partial u}{\partial x^*} = -\frac{1}{\rho_c} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{\mu_c}{\rho_c} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u}{\partial r^*} \right) \right] \quad (3.12)$$

- Espace annulaire:
- région fluide

$$u \frac{\partial u}{\partial x^*} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{\mu_f}{\rho_f} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u}{\partial r^*} \right) \right] \quad (3.13)$$

- région poreuse

$$u \frac{\partial u}{\partial x^*} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{\mu_e}{\rho_f} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial u}{\partial r^*} \right) \right] - \frac{\mu_f}{\rho_f K} u - \frac{\varepsilon F}{\sqrt{K}} u^2 \quad (3.14)$$

3. 4. 3- Equation de l'énergie

L'équation de l'énergie simplifiée est écrite comme suit:

- Conduite interne:

$$u \frac{\partial T}{\partial x^*} = \frac{k_c}{(\rho C_p)_c} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T}{\partial r^*} \right) \right] \quad (3.15)$$

- Espace annulaire:
- région fluide

$$u \frac{\partial T}{\partial x^*} = \frac{k_f}{(\rho C_p)_f} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T}{\partial r^*} \right) \right] \quad (3.16)$$

- région poreuse

$$u \frac{\partial T}{\partial x^*} = \frac{k_e}{(\rho C_p)_f} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T}{\partial r^*} \right) \right] \quad (3.17)$$

3. 4. 4- Equation de l'entropie

Après hypothèses, l'équation de l'entropie devient:

- Conduite interne:

$$\dot{S}'''_{gen} = \frac{k_c}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial r^*} \right)^2 \right] + \frac{\mu_c}{T} \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial r^*} \right)^2 \right] \quad (3.18)$$

- Espace annulaire:

- région fluide

$$\dot{S}'''_{\text{gen}} = \frac{k_f}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial r^*} \right)^2 \right] + \frac{\mu_f}{T} \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial r^*} \right)^2 \right] \quad (3.19)$$

- région poreuse

$$\dot{S}'''_{\text{gen}} = \frac{k_e}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial r^*} \right)^2 \right] + \frac{\mu_f}{T} \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial r^*} \right)^2 \right] \quad (3.20)$$

3. 5- Conditions aux limites

Les conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques prises en considération pour la résolution des équations sont:

3. 5. 1- Conditions aux limites hydrodynamiques

$$- \quad x^* = 0 \quad 0 < r^* < r_i^* \quad u = u_{ce}$$

$$r_i^* < r^* < r_e^* \quad u = u_{fe}$$

$$- \quad r^* = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial r^*} = 0$$

- Principe d'adhérence

$$r^* = r_i^* \quad u_p = 0$$

$$r^* = r_e^* \quad u_f = 0$$

- Continuité à l'interface fluid-poreux

$$r^* = r_i^* + e^* \quad \left\{ \begin{array}{l} u_f = u_p \\ \mu_f \frac{\partial u_f}{\partial r^*} = \mu_e \frac{\partial u_p}{\partial r^*} \end{array} \right.$$

3. 5. 2- Conditions aux limites thermiques

$$- \quad x^* = 0 \quad 0 < r^* < r_i^* \quad T = T_{ce}$$

$$r_i^* < r^* < r_e^* \quad T = T_{fe}$$

$$- \quad r^* = r_i^* \quad -k_c \frac{\partial T_c}{\partial r^*} = -k_f \frac{\partial T_f}{\partial r^*}$$

- Interface fluide-poreux

$$r^* = r_i^* + e \quad \left\{ \begin{array}{l} T_f = T_p \\ -k_f \frac{\partial T_f}{\partial r^*} = -k_e \frac{\partial T_p}{\partial r^*} \end{array} \right.$$

$$- \quad r^* = r_e^* \quad q_{we} = k_f \frac{\partial T}{\partial r^*} \Big|_{r^* = r_e^*} = 0$$

3. 6- Paramètres adimensionnels

Les grandeurs adimensionnelles utilisées pour réduire la forme des équations sont:

$$r = \frac{r^*}{D_h}, \quad X = \frac{X^*}{D_h}, \quad e = \frac{e^*}{D_h}, \quad D_h = 2(r_e^* - r_i^*),$$

$$R_r = \frac{r_e}{r_i}, \quad R_\alpha = \frac{\alpha_f}{\alpha_c}, \quad R_\rho = \frac{\rho_f}{\rho_c}, \quad R_v = \frac{\mu_f}{\mu_e},$$

$$R_{vfc} = \frac{\mu_f}{\mu_c}, \quad R_{ce} = \frac{k_e}{k_f}, \quad Pr = \frac{\mu_f C_{pf}}{k_f}, \quad Re = \frac{\rho_f u_{fe} D_h}{\mu_f},$$

$$P = \frac{p^*}{\rho_f u_{fe}^2}, \quad CF = \rho_f \varepsilon F \frac{\sqrt{K}}{\mu_f} u_{fe}, \quad Da = \frac{K}{D_h^2}, \quad U = \frac{u}{u_{fe}},$$

$$V = \frac{v}{\mu_{fe}}, \quad \theta = \frac{T - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}}, \quad R_d = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_c}.$$

3. 7- Forme adimensionnelle des équations

3. 7. 1- Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rV)}{\partial r} = 0 \quad (3.21)$$

3. 7. 2- Equation du mouvement

• Conduite interne

$$U \frac{\partial U}{\partial X} = -R_\rho \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re R_{vfc}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) \right] \quad (3.22)$$

• Espace annulaire:

- région fluide

$$U \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) \right] \quad (3.23)$$

- région poreuse

$$U \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re} R_v} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) \right] - \frac{U}{\text{Re} \text{Da}} - \frac{\text{CF}}{\text{Re} \text{Da}} U^2 \quad (3.24)$$

3. 7. 3- Equation de l'énergie

- Conduite interne:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{1}{\text{Re} \text{Pr} R_\alpha} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \right] \quad (3.25)$$

- Espace annulaire:

- région fluide

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{1}{\text{Re} \text{Pr}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \right] \quad (3.26)$$

- région poreuse

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{R_{ce}}{\text{Re} \text{Pr}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \right] \quad (3.27)$$

3. 7. 4- Génération d'entropie adimensionnelle

La génération d'entropie adimensionnelle est donnée par l'expression suivante:

$$S_{\text{gen}} = \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)^2 \right] + \beta \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)^2 \right] \quad (3.28)$$

où le paramètre β est défini par :

- Conduite interne:

$$\beta = \frac{k_c (T_{ce} - T_{fe})^2}{\mu_c u_{fe}^2 [\theta (T_{ce} - T_{fe}) + T_{fe}]} \quad (3.29)$$

- Espace annulaire:

- région fluide

$$\beta = \frac{k_f (T_{ce} - T_{fe})^2}{\mu_f u_{fe}^2 [\theta (T_{ce} - T_{fe}) + T_{fe}]} \quad (3.30)$$

- région poreuse

$$\beta = \frac{k_e (T_{ce} - T_{fe})^2}{\mu_f u_{fe}^2 [\theta (T_{ce} - T_{fe}) + T_{fe}]} \quad (3.31)$$

β : Paramètre adimensionnel qui dépend des propriétés du fluide et des conditions opératoires.

3. 8- Conditions aux limites adimensionnelles

3. 8. 1- Conditions aux limites hydrodynamiques

$$\begin{array}{ll} - X=0 & 0 < r < r_i & U = U_{ce} = \frac{R_p (R_r - 1)^2}{R_d} \end{array}$$

$$r_i < r < r_e \quad U = U_{fe} = 1$$

$$- r = 0 \quad \frac{\partial U}{\partial r} = 0$$

- Principe d'adhérence:

$$r = r_i \quad U_p = 0.$$

$$r = r_e \quad U_f = 0.$$

- Continuité à l'interface fluide – poreux:

$$r = r + e \quad \left\{ \begin{array}{l} U_f = U_p \\ R_v \left(\frac{\partial U_f}{\partial r} \right) = \left(\frac{\partial U_p}{\partial r} \right) \end{array} \right.$$

3. 8. 2- Conditions aux limites thermiques

$$- X=0 \quad 0 < r < r_i \quad \theta = 1$$

$$r_i < r < r_e \quad \theta = 0$$

$$- r = r_i \quad \left(\frac{\partial \theta_c}{\partial r} \right) = R_{ce} \left(\frac{\partial \theta_p}{\partial r} \right)$$

- Interface fluide-poreux

$$r = r_i + e \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta_p = \theta_f \\ R_{ce} \left(\frac{\partial \theta_p}{\partial r} \right) = \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial r} \right) \end{array} \right.$$

$$- r = r_e \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0$$

3. 9- Coefficient de frottement moyen

Le coefficient de frottement moyen est donné par l'expression suivante:

$$f^* = \frac{\rho D_h}{2 G^2} \left(- \frac{dP^*}{dx^*} \right) \quad (3.32)$$

avec : $G = \frac{\dot{m}}{A} = \rho u$

Sous forme adimensionnelle:

$$f = \frac{1}{2 U^2} \left(- \frac{dP}{dX} \right) \quad (3.33)$$

3. 10- Température moyenne

La température moyenne est définie comme suit:

- Conduite interne:

$$T_m = \frac{\int_0^{r_i^*} u T r^* dr^*}{\int_0^{r_i^*} u r^* dr^*} \quad (3.34)$$

- Espace annulaire:

$$T_m = \frac{\int_{r_i^*}^{r_e^*} u T r^* dr^*}{\int_{r_i^*}^{r_e^*} u r^* dr^*} \quad (3.35)$$

Sous forme adimensionnelle:

- Conduite interne:

$$\theta_m = \frac{\int_0^{r_i} U \theta r dr}{\int_0^{r_i} U r dr} \quad (3.36)$$

- Espace annulaire:

$$\theta_m = \frac{\int_{r_i}^{r_e} U \theta r dr}{\int_{r_i}^{r_e} U r dr} \quad (3.37)$$

3. 11- Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt permet de traduire les échanges de chaleur au niveau de la paroi.

Nous définissons le nombre de Nusselt local côté espace annulaire par:

$$Nu = \frac{hD_h}{k_e} \Big|_{r=r_i} \quad (3.38)$$

avec : h : le coefficient d'échange local par convection.

A partir de l'égalité des deux flux conductif et convectif au niveau de la paroi, le nombre de Nusselt peut être exprimé par:

$$Nu = \frac{-D_h \frac{\partial T}{\partial r^*} \Big|_{r^* = r_i^*}}{T_p - T_m} \quad (3.39)$$

Ou encore:

$$Nu = \frac{\frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=r_i}}{\theta_p - \theta_m} \quad (3.40)$$

Le nombre de Nusselt moyen le long de l'échangeur est donné par:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{X} \sum Nu(X) \Delta X \quad (3.41)$$

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons posé les équations gouvernantes régissant le problème ainsi que les hypothèses et les conditions aux limites correspondantes.

Dans le chapitre suivant nous allons passer à la résolution de ces équations en se basant sur la méthode des volumes finis.

Chapitre 4

MODELISATION NUMÉRIQUE

Chapitre 4

Modélisation Numérique

Vu la complexité des équations adimensionnelles établies dans le chapitre précédent, nous allons procéder par la résolution numérique en se basant sur la méthode des volumes finis afin d'obtenir les profils de vitesse et de température le long de l'échangeur et évaluer ainsi la génération d'entropie.

4. 1- Principe de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis consiste à traduire l'équation aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques. Ainsi la variable dépendante ϕ sera déterminée en un nombre fini de points appelés nœuds. Un nombre de nœuds est placé dans le domaine et un volume de contrôle est construit autour de chaque nœud. Ce volume est délimité par des interfaces.

L'équation aux dérivées partielles est intégrée sur chaque volume de contrôle. Le profil de variation de la quantité physique ϕ est choisi entre deux nœuds consécutifs afin d'évaluer les dérivées aux interfaces. Ceci permet d'aboutir à l'équation algébrique [57].

4. 2- Maillage et volume de contrôle

Vu la simplicité du problème, nous allons opter pour un maillage uniforme dans chaque région (fig. 4-1). Soit un volume de contrôle autour du nœud P :

$$\delta X_w = \delta X_e = \delta X$$

$$\delta r_n = \delta r_s = \delta r$$

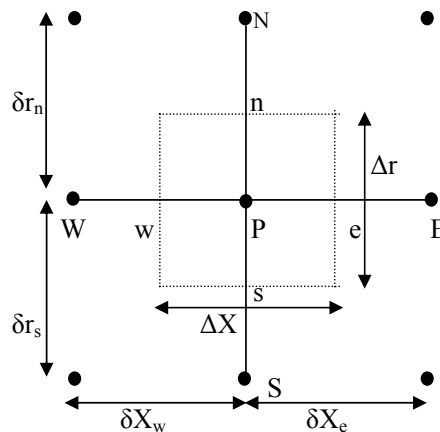


Figure (4-1) : volume de contrôle

4. 3- Forme générale des équations

Les équations adimensionnelles dynamique et thermique peuvent se mettre sous une seule forme générale:

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \right] + S_r' \quad (4.1)$$

En utilisant l'équation de continuité et en multipliant l'équation (4.1) par r, nous obtenant une équation plus simple à discrétiser :

$$r \frac{\partial (U\phi)}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = -\lambda r \nabla P + r S_r \quad (4.2)$$

avec:

$$S_r' = -\lambda \nabla P + S_r$$

S_r : terme source

- Linéarisation du terme source

Le terme source moyenné est calculé à partir de l'expression suivante:

$$\bar{S}_r = \frac{1}{\Delta r} \int S_r dr$$

\bar{S}_r doit être sous la forme suivante:

$$\bar{S}_r = S_c + S_p \phi_p$$

avec: $S_p \leq 0$

Méthode de la tangente

$$\bar{S}_r = \bar{S}_r^* + \left(\frac{\partial \bar{S}_r}{\partial \phi} \right)^* (\phi - \phi^*)$$

* désigne l'itération précédente

Par analogie, les expressions de Γ , Φ , λ , S_p et S_c sont données dans le tableau suivant :

	Equation de continuité	Equation du mouvement			Equation de l'énergie		
		Conduite interne	Espace annulaire		Conduite interne	Espace annulaire	
			Région fluide	Région poreuse		Région fluide	Région poreuse
Φ	1	U	U	U	θ	θ	θ
Γ	0	$\frac{1}{R_{vc} Re}$	$\frac{1}{Re}$	$\frac{1}{R_v Re}$	$\frac{1}{R_\alpha P_r Re}$	$\frac{1}{P_r Re}$	$\frac{R_{ce}}{P_r Re}$
S_p	0	0	0	$\left[\frac{1}{ReDa} + \frac{2CFU^*}{ReDa} \right]$	0	0	0
S_c	0	0	0	$\frac{2CFU^*{}^2}{ReDa}$	0	0	0
λ	0	R_p	1	1	0	0	0

Commentaire [*1] :

4. 4- Discrétisation

Définissant le flux total (convection + diffusion) suivant respectivement les directions X et r :

$$J_x = U\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}$$

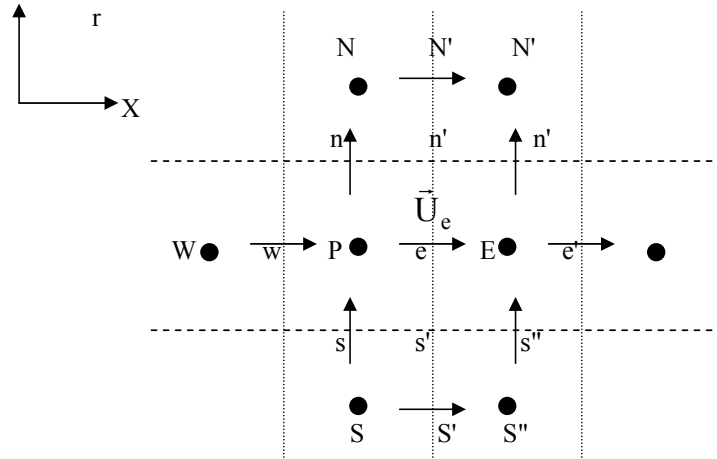
$$J_r = V\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial r}$$

L'équation (4.2) devient :

$$\frac{\partial}{\partial X} (rJ_x) + \frac{\partial}{\partial r} (rJ_r) = -r\lambda \frac{\partial P}{\partial X} + rS_r \quad (4.3)$$

4. 4. 1- Forme discrétisée de l'équation du mouvement

La présence d'un gradient de pression dans l'équation du mouvement nous a amené à utiliser un maillage décalé.


 Figure(4-2) : volume de contrôle autour de \bar{U}_e

L'intégration de l'équation (4.3) sur le volume de contrôle autour de la vitesse \bar{U}_e (fig. 4-2), nous donne:

$$r_E J_E - r_P J_P + r_n J_n - r_s J_s = r_e \lambda (P_p - P_E) \Delta r - r_e \bar{S}_r \Delta X \Delta r \quad (4.4)$$

avec:

$$r_E J_E = \int_s^n (r J_x)_E dr, \quad r_P J_P = \int_s^n (r J_x)_P dr$$

$$r_n J_n = \int_P^E (r J_r)_n dX, \quad r_s J_s = \int_P^E (r J_r)_s dX$$

sachant que $\bar{S}_r = S_c + S_p U_e$, l'équation de mouvement discrétisée devient:

$$a_e U_e = a_e U_e + a_w U_w + a_N U_N + a_S U_S + b + r_e \lambda (P_p - P_E) \Delta r \quad (4.5)$$

où:

$$a_e = a_e + a_w + a_N + a_S - r_e S_p \Delta X \Delta r$$

et:

$$b = r_e S_c \Delta X \Delta r$$

avec:

$$a_e = r_E (D_E A(|P_E|) + \max[-F_E, 0])$$

$$a_w = r_P (D_P A(|P_P|) + \max[F_P, 0])$$

$$a_{N'} = r_n (D_{n'} A(|P_{n'}|) + \max[-F_{n'}, 0])$$

$$a_{s'} = r_s (D_s A(|P_s|) + \max[F_{s'}, 0])$$

$$F_E = U_E \Delta r \quad , \quad F_P = U_P \Delta r$$

$$F_{n'} = V_{n'} \Delta X \quad , \quad F_{s'} = V_{s'} \Delta X$$

où:

$$U_E = \frac{U_e + U_{e'}}{2} \quad , \quad U_P = \frac{U_w + U_e}{2}$$

$$V_{n'} = \frac{V_n + V_{n''}}{2} \quad , \quad V_{s'} = \frac{V_s + V_{s''}}{2}$$

D : la conductance diffusive.

$P = \frac{F}{D}$: nombre de Peclet

$$D_E = \frac{\Gamma}{\delta X} \Delta r \quad , \quad D_P = \frac{\Gamma}{\delta X} \Delta r$$

$$D_{n'} = \frac{\Gamma}{\delta r} \Delta X \quad , \quad D_{s'} = \frac{\Gamma}{\delta r} \Delta X$$

$A(|P|)$: la fonction caractérisant le schéma d'interpolation.

4. 4. 2- Forme discrétisée de l'équation du mouvement à l'interface fluide-poreux

Pour discrétiser l'équation du mouvement à l'interface fluide-poreux, nous allons considérer deux demi-volumes de contrôle (fig. 4-3).

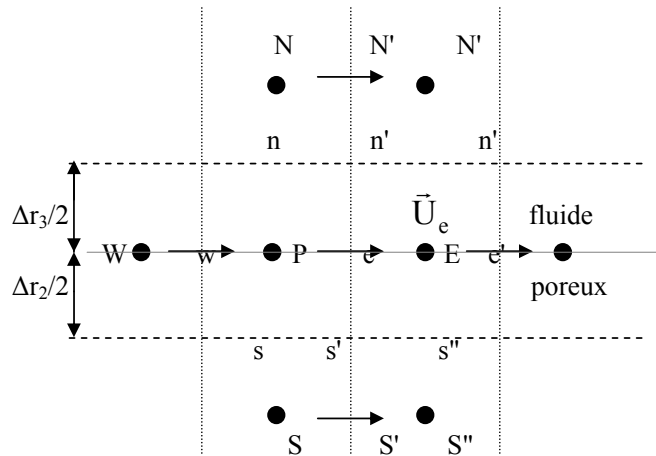


Figure (4-3) : volume de contrôle à l'interface fluide-poreux.

Nous intégrons l'équation (4.3) sur le demi-volume de contrôle autour de \bar{U}_e et nous obtenons:

- Région poreuse

$$(r_E J_E)_p - (r_p J_p)_p + (r_e J_e)_p - (r_s J_{s'})_p = r_e \lambda (P_p - P_E) \frac{\Delta r_2}{2} + r_e (\bar{S}_r)_p \Delta X \frac{\Delta r_2}{2} \quad (4.6)$$

- Région fluide

$$(r_E J_E)_f - (r_p J_p)_f + (r_n J_{n'})_f - (r_e J_e)_f = r_e \lambda (P_p - P_E) \frac{\Delta r_3}{2} + r_e (\bar{S}_r)_f \Delta X \frac{\Delta r_3}{2} \quad (4.7)$$

Pour considérer tout le volume de contrôle, nous additionnons les équations (4.6) et (4.7) et nous trouvons:

$$r_E J_E - r_p J_p + (r_n J_{n'})_f - (r_s J_{s'})_p = r_e \lambda (P_p - P_E) \left(\frac{\Delta r_2}{2} + \frac{\Delta r_3}{2} \right) + r_e \Delta X \left[(\bar{S}_r)_p \frac{\Delta r_2}{2} + (\bar{S}_r)_f \frac{\Delta r_3}{2} \right] \quad (4.8)$$

D'où nous obtenons l'équation discrétisée à l'interface fluide-poreux :

$$a_e U_e = a_e U_e + a_w U_w + a_n U_n + a_s U_s + b + r_e \lambda (P_p - P_E) \left(\frac{\Delta r_2}{2} + \frac{\Delta r_3}{2} \right) \quad (4.9)$$

où:

$$a_e = a_e + a_w + a_n + a_s - \left[(S_p)_f \frac{\Delta r_3}{2} + (S_p)_p \frac{\Delta r_2}{2} \right] r_e \Delta X$$

$$b = \left[(S_c)_f \frac{\Delta r_3}{2} + (S_c)_p \frac{\Delta r_2}{2} \right] r_e \Delta X$$

$$a_e = r_E (D_E A(|P_E|) + \max[-F_E, 0])$$

$$a_w = r_p (D_p A(|P_p|) + \max[F_p, 0])$$

$$a_n = r_n (D_n A(|P_n|) + \max[-F_n, 0])$$

$$a_s = r_s (D_s A(|P_s|) + \max[F_s, 0])$$

$$F_E = U_E \Delta r \quad , \quad F_p = U_p \Delta r$$

$$F_n = V_n \Delta X \quad , \quad F_s = V_s \Delta X$$

où :

$$U_E = \frac{U_e + U_{e'}}{2} \quad , \quad U_p = \frac{U_w + U_e}{2}$$

$$V_{n'} = \frac{V_n + V_{n''}}{2} \quad , \quad V_{s'} = \frac{V_s + V_{s''}}{2}$$

$$D_E = \frac{\Gamma}{\delta X} \left(\frac{\Delta r_2}{2} + \frac{\Delta r_3}{2} \right) \quad , \quad D_P = \frac{\Gamma}{\delta X} \left(\frac{\Delta r_2}{2} + \frac{\Delta r_3}{2} \right)$$

$$D_{n'} = \frac{\Gamma_f}{\delta r_3} \Delta X \quad , \quad D_{s'} = \frac{\Gamma_p}{\delta r_2} \quad , \quad \Gamma = \frac{2\Gamma_f \Gamma_p}{\Gamma_p + \Gamma_f}$$

4. 4. 3- Equation de la pression

L'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle autour du nœud P (fig. 4-4) nous donne :

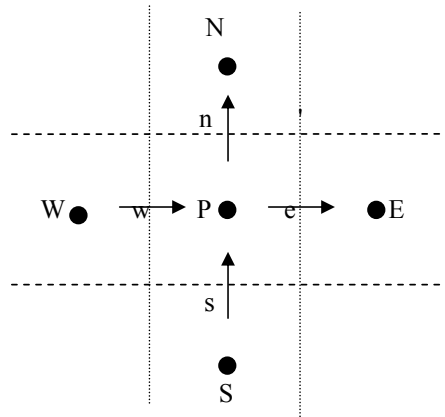


Figure (4-4) : volume de contrôle autour du nœud P

$$(r_e U_e - r_w U_w) \Delta r + (r_n V_n - r_s V_s) \Delta X = 0 \quad (4.10)$$

De l'équation du mouvement discrétisée, nous déduisons les expressions des vitesses:

$$U_e = \frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} + \lambda \frac{A_e}{a_e} (P_p - P_E)$$

ou encore :

$$U_e = \hat{U}_e + \lambda d_e (P_p - P_E) \quad (4.11)$$

avec :

$$A_E = r_e \Delta r$$

$$d_e = \frac{A_e}{a_e}$$

\hat{U}_e : pseudo-vitesse

De la même manière :

$$U_w = \hat{U}_w + \lambda d_w (P_w - P_p) \quad (4.12)$$

avec:

$$A_w = r_w \Delta r$$

$$d_w = \frac{A_w}{a_w}$$

et :

$$\hat{U}_w = \frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_w}$$

Sachant que $V_n = V_s = 0$ et en remplaçant les expressions des vitesses (U_e, U_w) dans l'équation de continuité (4.10), nous obtenons l'équation de pression suivante :

$$a_p P_p = a_e P_e + a_w P_w + b \quad (4.13)$$

avec:

$$a_e = \lambda r_e d_e \Delta r$$

$$a_w = \lambda r_w d_w \Delta r$$

$$a_p = a_e + a_w$$

$$b = (r_w \hat{U}_w - r_e \hat{U}_e) \Delta r$$

4. 4. 4- Correction des vitesses

Afin de s'approcher progressivement de la valeur exacte de la vitesse, il faut introduire l'équation de correction de la pression dont le but est de corriger la vitesse. Si P est la pression exacte :

$$P = P^* + P' \quad (4.14)$$

avec:

P^* : choix initial de la pression.

P' : correction de la pression.

Si U est la vitesse exacte :

$$U = U^* + U' \quad (4.15)$$

avec:

U^* : choix initial de la vitesse

U' : correction de la vitesse

Nous avons :

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + \lambda A_e (P_p - P_E) \quad (4.16)$$

$$a_e U_e^* = \sum a_{nb} U_{nb} + b + \lambda A_e (P_p^* + P_E^*) \quad (4.17)$$

d'où:

$$a_e U'_e = \sum a_{nb} U'_{nb} + \lambda A_e (P'_p - P'_E) \quad (4.18)$$

Le terme $\sum a_{nb} U'_{nb}$ est négligé, d'où :

$$a_e U'_e = \lambda A_e (P'_p - P'_E)$$

$$U'_e = \lambda d_e (P'_p - P'_E) \quad (4.19)$$

Nous obtenons ainsi l'équation de correction de la vitesse :

$$U_e = U_e^* + \lambda d_e (P'_p - P'_E) \quad (4.20)$$

De la manière :

$$U_w = U_w^* + \lambda d_w (P'_w - P'_p) \quad (4.21)$$

En remplaçant les expressions (4.20) et (4.21) dans l'équation de continuité, nous obtenons l'équation de correction de la pression :

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_w P'_w + b \quad (4.22)$$

où:

$$a_p = a_E + a_w$$

$$b = (r_w U_w^* - r_e U_e^*) \Delta r \quad (4.23)$$

avec :

$$a_E = r_e \lambda d_e \Delta r$$

$$a_w = r_w \lambda d_w \Delta r$$

A la convergence :

U^* tend vers U

d'où P' tend vers zéro.

De l'équation (4.22), nous déduisons qu'à la convergence:
 b tend vers zéro.

4. 4. 5- Forme discrétisée de l'équation de l'énergie

L'intégration de l'équation (4.3) sur un volume de contrôle autour du nœud P (fig. 4-4) nous donne :

$$r_e J_e - r_w J_w + r_n J_n - r_s J_s = 0 \quad (4.24)$$

avec:

$$r_e J_e = \int_s^n (r J_r)_e dr \quad , \quad r_w J_w = \int_s^n (r J_x)_w dr$$

$$r_s J_s = \int_w^e (r J_r)_s dx \quad , \quad r_n J_n = \int_w^e (r J_r)_n dx$$

Donc l'équation de l'énergie discrétisée est de la forme :

$$a_p \theta_p = a_e \theta_e + a_w \theta_w + a_n \theta_n + a_s \theta_s \quad (4.25)$$

où :

$$a_e = r_e (D_e A (|P_e|) + \max[-F_e, 0])$$

$$a_w = r_w (D_w A (|P_w|) + \max[F_w, 0])$$

$$a_n = r_n (D_n A (|P_n|) + \max[-F_n, 0])$$

$$a_s = r_s (D_s A (|P_s|) + \max[F_s, 0])$$

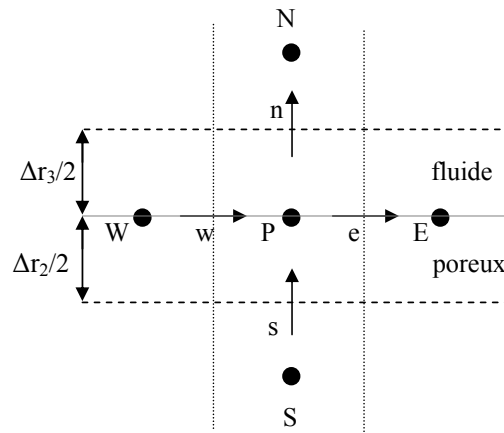
avec:

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s$$

$$D_e = \frac{\Gamma}{\delta X} \Delta r \quad , \quad D_w = \frac{\Gamma}{\delta X} \Delta r \quad , \quad D_n = \frac{\Gamma}{\delta r} \Delta X \quad , \quad D_s = \frac{\Gamma}{\delta r} \Delta X$$

4. 4. 6- Forme discrétisée de l'équation de l'énergie à l'interface fluide-poreux

Nous allons considérer deux demi-volumes de contrôle (fig. 4-5).



Figure(4-5) : volume de contrôle à l'interface fluide-poreux.

Nous intégrons l'équation (4.3) sur le demi-volume de contrôle autour du nœud P et nous obtenons :

- Région fluide

$$(r_e J_e)_f - (r_w J_w)_f + (r_n J_n)_f - (r_p J_p)_f = 0 \quad (4.26)$$

- Région poreuse

$$(r_e J_e)_p - (r_w J_w)_p + (r_p J_p)_p - (r_s J_s)_p = 0 \quad (4.27)$$

En additionnant les deux équations (4.26) et (4.27), nous obtenons :

$$r_e J_e - r_w J_w + (r_n J_n)_f - (r_s J_s)_p = 0 \quad (4.28)$$

D'où l'équation discrétisée à l'interface fluide-poreux :

$$a_p \theta_p = a_e \theta_e + a_w \theta_w + a_n \theta_n + a_s \theta_s \quad (4.29)$$

où :

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s$$

avec :

$$a_e = r_e (D_e A(|P_e|) + \max[-F_e, 0])$$

$$a_w = r_w (D_w A(|P_w|) + \max[F_w, 0])$$

$$a_n = r_n (D_n A(|P_n|) + \max[-F_n, 0])$$

$$a_s = r_s (D_s A(|P_s|) + \max[F_s, 0])$$

$$D_e = \frac{\Gamma}{\delta X} \left[\frac{\Delta r_2}{2} + \frac{\Delta r_3}{2} \right] \quad , \quad D_w = \frac{\Gamma}{\delta X} \left[\frac{\Delta r_2}{2} + \frac{\Delta r_3}{2} \right]$$

$$D_n = \frac{\Gamma_f}{\delta r_3} \Delta X \quad , \quad D_s = \frac{\Gamma_p}{\delta r_2} \Delta X \quad , \quad \Gamma = \frac{2\Gamma_p * \Gamma_f}{\Gamma_p + \Gamma_f}$$

4. 4 .7- Forme discrétisée de l'équation de l'énergie à la paroi adiabatique

La discrétisation de l'équation (4.3) sur le demi-volume de contrôle autour du nœud P (fig. 4-6) nous donne :

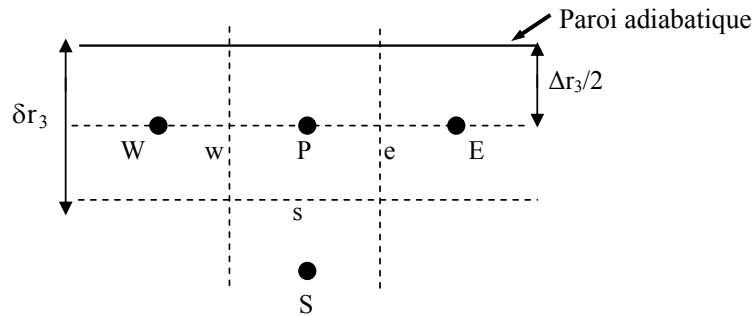


Figure 4-6 : demi-volume de contrôle à la paroi adiabatique.

$$r_e J_e - r_w J_w - r_s J_s = 0 \quad (4.30)$$

D'où l'équation discrétisée à la paroi adiabatique :

$$a_p \theta_p = a_e \theta_e + a_w \theta_w + a_n \theta_n + a_s \theta_s \quad (4.31)$$

avec:

$$a_p = a_e + a_w + a_s$$

et:

$$a_e = r_e (D_e A(|P_e|) + \max[-F_e, 0])$$

$$a_w = r_w (D_w A(|P_w|) + \max[F_w, 0])$$

$$a_s = r_s (D_s A(|P_s|) + \max[F_s, 0])$$

$$a_n = 0$$

$$D_e = \frac{\Gamma}{\delta X} \frac{\Delta r_3}{2}, \quad D_w = \frac{\Gamma}{\delta X} \frac{\Delta r_3}{2}, \quad D_s = \frac{\Gamma}{\delta r_3} \Delta X.$$

4. 4. 8- Schéma d'interpolation

L'expression de la fonction $A(|P|)$ dépend du schéma d'interpolation:

- **Schéma des différences centrées (Central difference scheme):**

$$A(|P|) = 1 - 0.5|P| \quad (4.32)$$

Ce schéma utilise un profil linéaire pour évaluer la valeur à l'interface. Il est limité à des faibles valeurs du nombre de Peclet ($|P| < 2$).

- **Schéma décentré (Upwind) :**

$$A(|P|) = 1 \quad (4.33)$$

Ce schéma propose la valeur à l'interface égale à la valeur amont. Il n'est pas approprié pour les faibles valeurs du nombre de Peclet.

- **Schéma exponentiel :**

$$A(|P|) = \frac{|P|}{(\exp(|P|) - 1)} \quad (4.34)$$

Ce schéma n'est pas assez utilisé car le calcul des exponentielles revient cher et il n'est pas exact pour les situations bidimensionnelle et tridimensionnelle.

- **Schéma Hybride :**

$$A(|P|) = \max(0, (1 - 0.5|P|)) \quad (4.35)$$

Avec le schéma Hybride, l'erreur est maximale au voisinage du nombre de Peclet égale à 2 ($|P| = 2$).

- **Schéma en loi de puissance (Power Law):**

$$A(|P|) = \max\left(0, (1 - 0.1|P|)^5\right) \quad (4.36)$$

C'est le schéma le plus précis pour n'importe quelle valeur du nombre de Peclet. Il ne coûte pas cher en calcul, c'est le plus recommandé pour les situations de convection-diffusion.

Pour notre calcul, nous allons utiliser le schéma des différences centrées dans la direction radiale car le nombre de Peclet tend vers zéro et le schéma décentré dans la direction axiale.

4. 5- Méthode de Résolution

Les équations discrétisées seront résolues par la méthode ligne par ligne. Cette méthode consiste à combiner la méthode directe (TDMA) et la méthode itérative de Gauss Seidel.

Les équations discrétisées sont sous la forme:

$$a(i,j)\Phi(i,j) = a(i-1,j)\Phi(i-1,j) + a(i,j-1)\Phi(i,j-1) + a(i,j+1)\Phi(i,j+1) + \lambda r(j)[P(i-1,j) - P(i,j)]\Delta r + b(i,j) \quad (4.37)$$

La procédure de marche se fait colonne par colonne suivant la direction i . Pour un i fixe ($i=2, n$), les valeurs en $i-1$ sont les dernières valeurs connues.

Le système devient alors:

$$a(i,j)\Phi(i,j) = a(i,j-1)\Phi(i,j-1) + a(i,j+1)\Phi(i,j+1) + b'(i,j) \quad (4.38)$$

avec :

$$b'(i,j) = a(i-1,j)\Phi^*(i-1,j) + \lambda r(j)[P(i-1,j) - P(i,j)]\Delta r + b(i,j)$$

Le système est donc tridiagonal suivant j . Il sera résolu par la méthode de Thomas (TDMA):

- Pour $j = 1$

$$\alpha(1) = \frac{a(2)}{a(1)}, \quad q(1) = \frac{b'(1)}{a(1)}$$

- Pour $j = 2, n$

$$\alpha(j) = \frac{a(j+1)}{a(j) - a(j-1)\alpha(j-1)}$$

$$q(j) = \frac{b'(j) + a(j-1)q(j-1)}{a(j) - a(j-1)\alpha(j-1)}$$

- Pour $j = m$

$$q(n) = \Phi(n)$$

- Pour $j = m-1, 1$

$$\Phi(i,j) = \alpha(j)\Phi(i,j+1) + q(j) \quad (4.39)$$

4. 6- Algorithme de résolution

- 1- Maillage
- 2- Vitesses d'entrée
- 3- Choix initial de la pression $P^*(i,j)$
- 4- Choix initial de la vitesse $U^*(i,j)$
- 5- Calcul des coefficients de l'équation du mouvement
- 6- Calcul de la vitesse
- 7- Test de convergence sur les débits:

$$\left| \frac{U_{ce} \frac{r_i^2}{2} - \sum_{j=1}^{j=m-1} U(i,j) r(j) dr(j)}{U_{ce} \frac{r_i^2}{2}} \right| \leq \varepsilon$$

$$\left| \frac{U_{fe} \left(\frac{r_e^2 - r_i^2}{2} \right) - \sum_{j=m-1}^{j=m} U(i,j) r(j) dr(j)}{U_{fe} \left(\frac{r_e^2 - r_i^2}{2} \right)} \right| \leq \varepsilon$$

Si le test est vérifié imprimer la vitesse sinon aller à l'étape suivante

- 8- Résoudre l'équation de correction de la pression et calculer $P'(i,j)$
- 9- Corriger la vitesse et la pression et retourner à l'étape 5
- 10- Température d'entrée $\theta^*(1,j)$
- 11- Choix initial de la température de la paroi
- 12- Calcul des coefficients de l'équation d'énergie
- 13- Calcul de la température
- 14- Test de convergence sur les flux échangés entre les deux fluides
Si le test est vérifié, imprimer la température sinon corriger la température de la paroi à partir d'égalité des densités des flux et retourner à l'étape 12

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=r_i} \right)_{\text{chaud}} = \left(R_{ce} \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=r_i} \right)_{\text{froid}}$$

- 15- Calculer la génération d'entropie

Conclusion

Après avoir discrétisé les équations gouvernantes et discuté la méthode et l'algorithme de résolution, nous passons au chapitre suivant où le code de calcul sera établi et les résultats seront interprétés.

Chapitre 5

RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Chapitre 5

Résultats et Discussions

Dans ce chapitre, nous allons valider notre code de calcul et interpréter les résultats analysant la dynamique, la thermique et la génération d'entropie.

Nous allons étudier l'influence de l'épaisseur de la couche poreuse, sa conductivité thermique ainsi que sa perméabilité représentée par le nombre de Darcy et l'influence du nombre de Reynolds ainsi que la longueur de l'échangeur sur l'écoulement des deux fluides froid et chaud.

5. 1- Validation du code de calcul

Les solutions présentées sont calculées avec un nombre total de nœuds égal à (48×350) . En effet, l'augmentation du nombre de nœuds ((60×350) et (48×400) sont testées) n'apporte pas un changement significatif sur la solution. Le critère de convergence pour arrêter le processus itératif porte sur la valeur absolue de l'erreur relative sur la vitesse qui doit être en tout point inférieure à 10^{-3} et sur la valeur absolue de l'erreur sur le flux de chaleur échangé entre les deux fluides qui doit être inférieure à 10^{-3} .

Pour vérifier notre code de calcul, basé sur l'algorithme SIMPLER, nous allons valider nos résultats avec le travail de **K. Bouhadeh et al. [20]**. Les effets de la matrice poreuse, de la perméabilité et de la conductivité thermique ont été étudiés.

Afin de comparer nos résultats à leur travail, nous avons considéré un écoulement à contre courant, le nombre de Reynolds $Re=100$, le nombre de Prandlt $Pr=4$ et nous avons fixé le coefficient de Forchheimer à 0.35.

Nous allons représenter nos résultats et ceux de K. Bouhadeh et al. [20] sur le même graphe.

La figure (5-1) représente l'évolution de la température moyenne du fluide froid le long de l'échangeur.

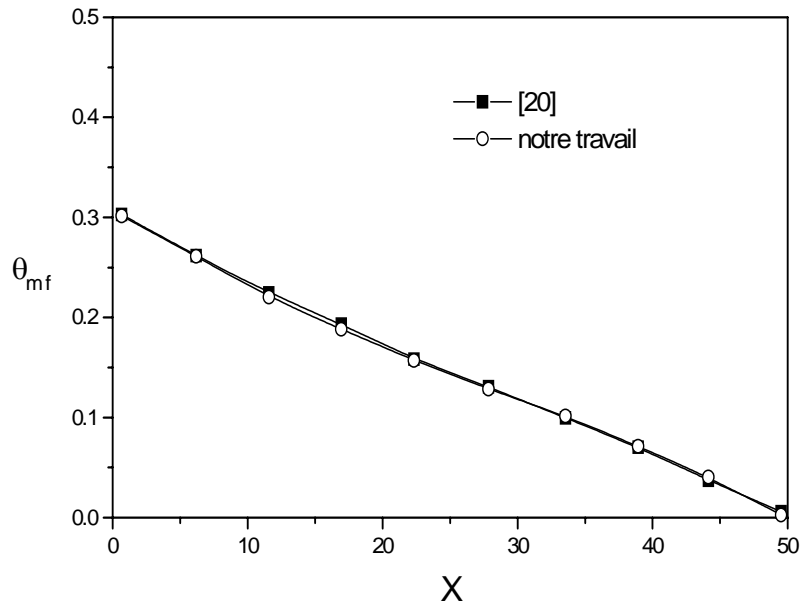


Fig. (5-1) : Température moyenne le long de l'espace annulaire
($Re=100$, $e=0.6$, $Da=10^{-3}$, $R_{ce}=1$)

Les figures (5-2), (5-3) , montrent l'influence du nombre de Darcy, de l'épaisseur de la couche poreuse ainsi que le rapport des conductivités thermiques.

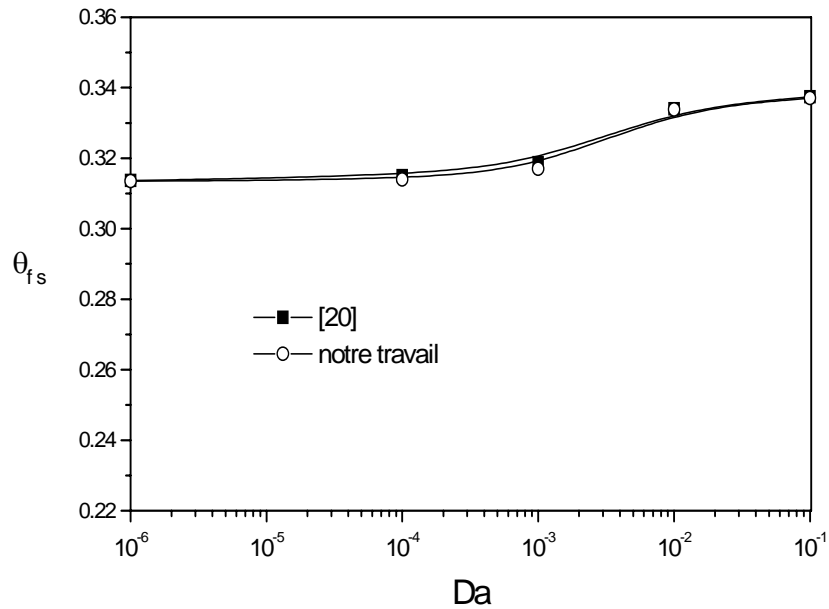


Fig. (5-2) : Température de sortie du fluide froid en fonction du nombre de Darcy
($Re=100$, $e=0.2$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

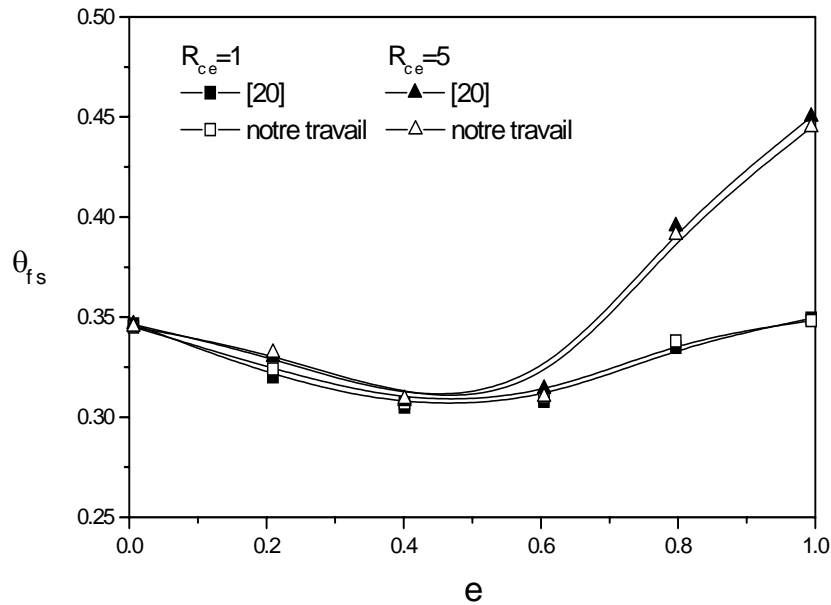


Fig. (5-3) : Température de sortie du fluide froid en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse ($Re=100$, $Da=10^{-2}$, $L=50$)

Les résultats trouvés avec notre code de calcul sont en bon accord avec ceux de K. Bouhadef et al. [20] à une erreur maximale près sur la température inférieure à 0.4%.

5.2- Résultats et interprétations

5.2.1- Analyse dynamique

Pour un rapport des débits égal à 1 entre la conduite interne et l'espace annulaire, en supposant que le même fluide s'écoule dans les deux conduites et en fixant le coefficient de Forchheimer à 0.35, nous avons obtenu les résultats suivants :

Nous constatons d'après la figure (5-4) que la présence de la couche poreuse réduit le débit. Cette diminution est récupérée dans la région fluide. Pour une perméabilité très faible ($Da=10^{-6}$), la vitesse est pratiquement nulle dans la région poreuse.

Lorsque l'espace annulaire est complètement rempli par le milieu poreux (fig. 5-5), on remarque que plus le nombre de Darcy diminue, plus le profil des vitesses s'aplatit et le gradient de pression est important.

Nous remarquons aussi à travers les figures (5-6), (5-7), (5-8) que le coefficient de frottement donc le gradient de pression varie dans le même sens que l'épaisseur de la couche poreuse et dans le sens inverse du nombre de Darcy et du nombre de Reynolds.

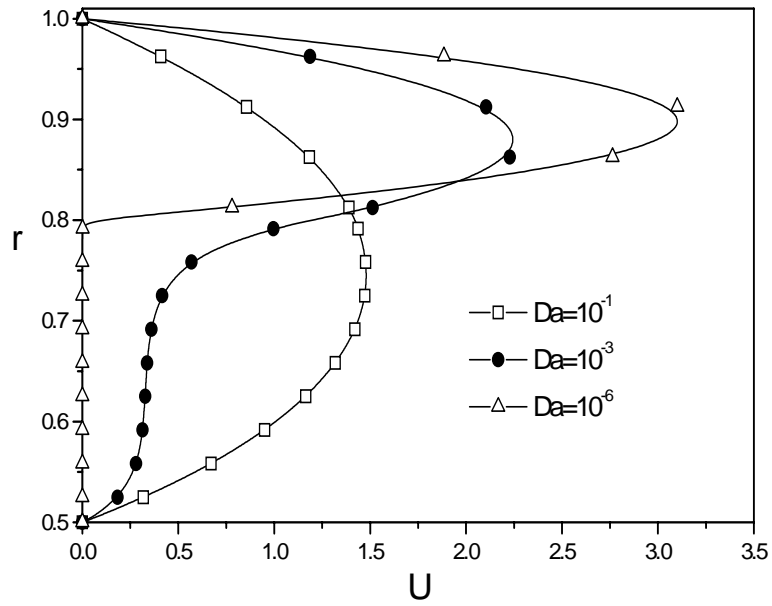


Fig. (5-4) : Profil des vitesses dans l'espace annulaire (Re=500, e=0.6, L=50)

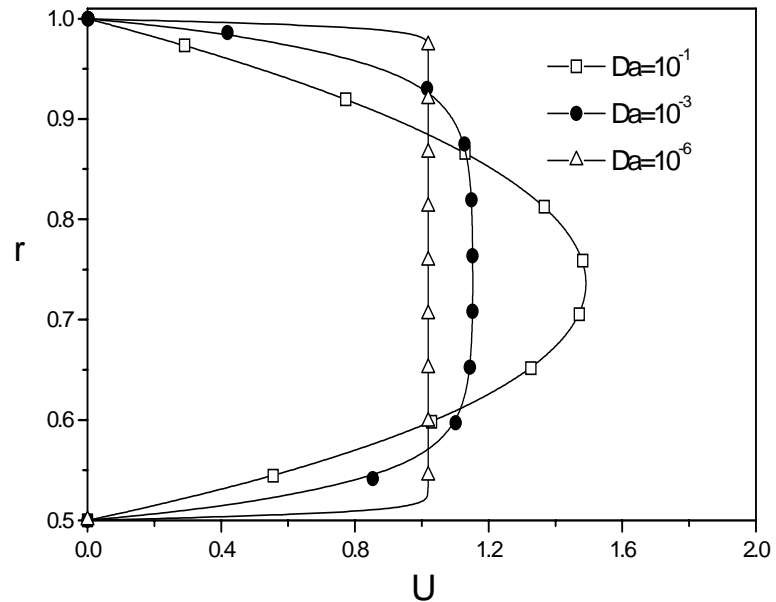


Fig. (5-5) : Profil des vitesses dans l'espace annulaire (Re=500, e=1, L=50)

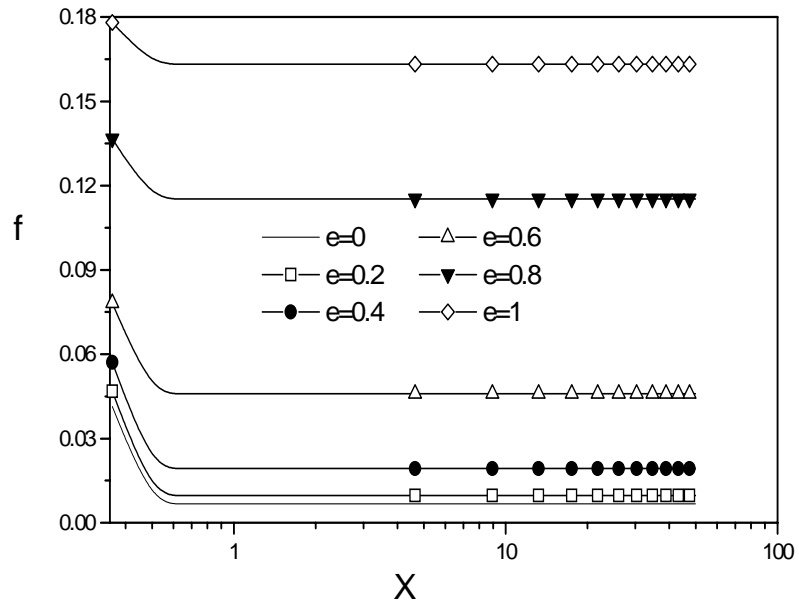


Fig. (5-6) : Coefficient de frottement moyen le long de l'espace annulaire pour différentes épaisseurs ($Re=500$, $Da=10^{-3}$, $L=50$)

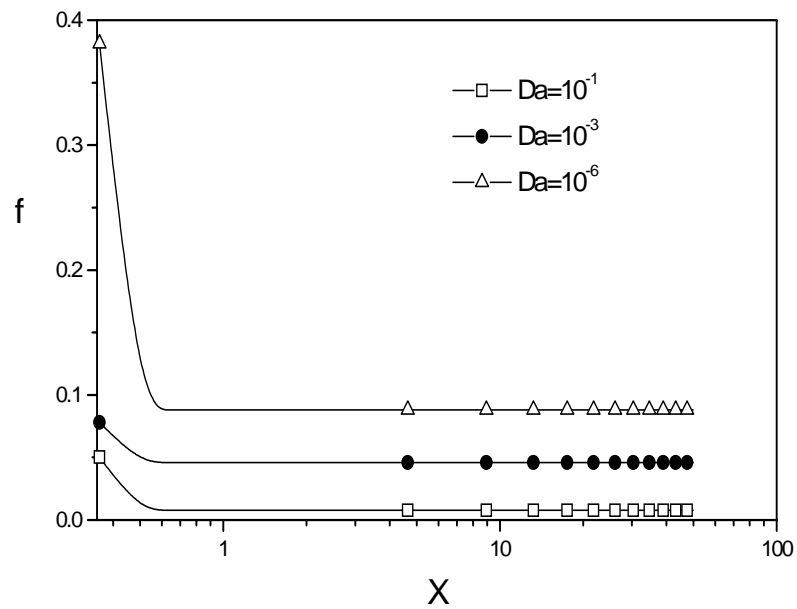


Fig. (5-7) : Coefficient de frottement moyen le long de l'espace annulaire pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $e=0.6$, $L=50$)

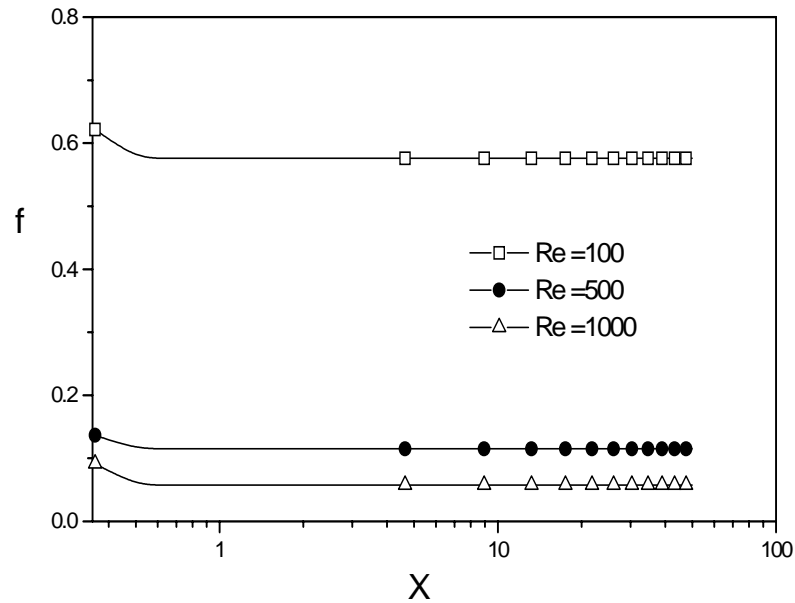


Fig. (5-8) : Coefficient de frottement moyen le long de l'espace annulaire pour différents nombres de Reynolds ($Da=10^{-3}$, $e=0.8$, $L=50$)

5. 2. 2- Analyse thermique

Pour un nombre de Prandtl égal à 4 , nous avons obtenu les résultats suivants :

5. 2. 2. 1- Influence du nombre de Darcy

Pour une conductivité thermique de la couche poreuse égale à celle du fluide froid, la figure (5-9) nous montre que la température moyenne du fluide froid est décroissante lorsque le nombre de Darcy diminue. Par contre la température moyenne du fluide chaud varie dans le sens inverse du nombre de Darcy (fig. 5-10).

Le coefficient de transfert de chaleur, représenté par le nombre de Nusselt (fig. 5-11), décroît avec la diminution du nombre de Darcy. Cela est dû à l'écoulement qui est freiné dans le milieu poreux d'où une diminution du flux convectif. Cette diminution de transfert influe sur la température de sortie du fluide froid (fig. 5-12).

Nous pouvons noter aussi qu'un nombre de Darcy plus important produit une diminution de la différence de température moyenne entre la paroi et le fluide froid (fig. 5-13).

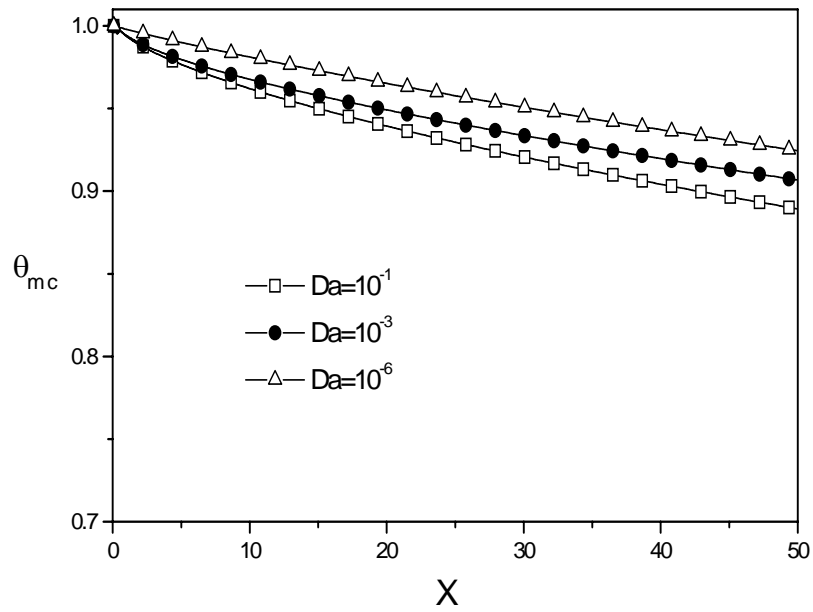


Fig. (5-9) : Evolution de la température moyenne le long de la conduite interne pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $e=0.6$, $L=50$, $R_{ce}=1$)

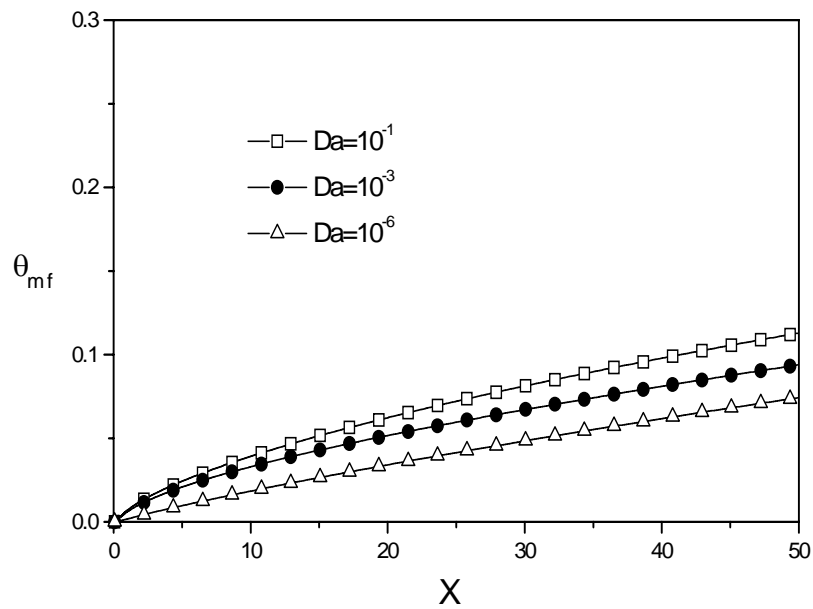


Fig. (5-10) : Evolution de la température moyenne le long de l'espace annulaire pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $e=0.6$, $L=50$, $R_{ce}=1$)

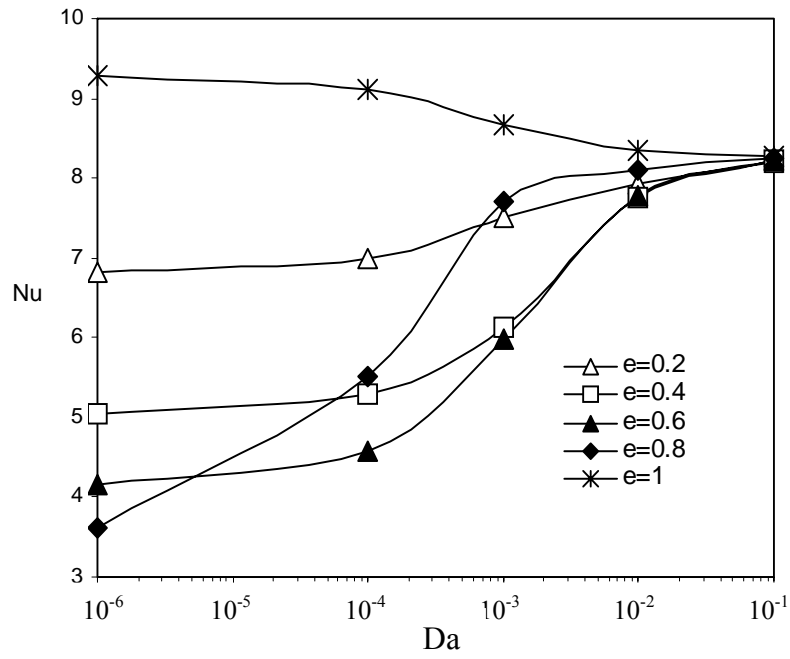


Fig. (5-11) : Nombre de Nusselt moyen du fluide froid en fonction du nombre de Darcy ($Re=500$, $L=50$, $R_{ce}=1$)

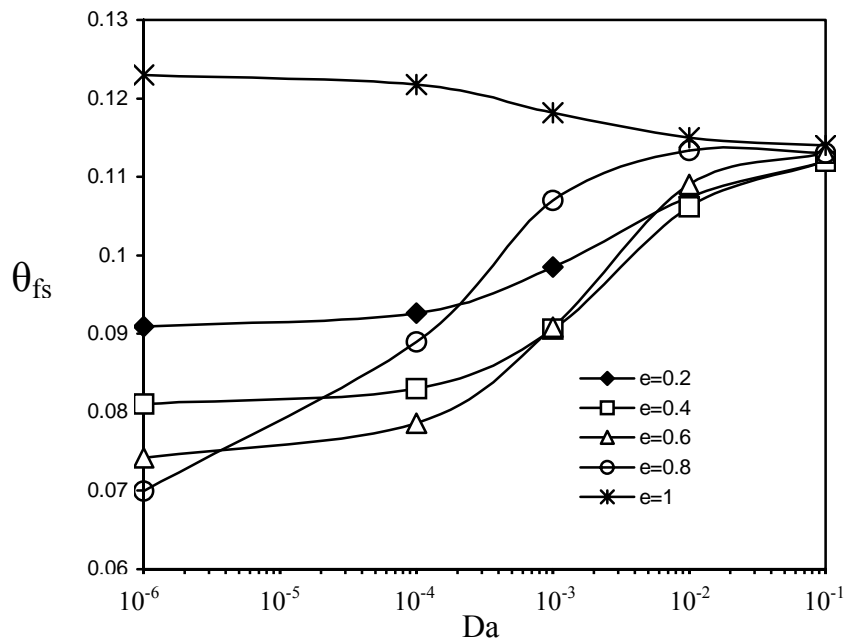


Fig. (5-12) : Température de sortie du fluide froid en fonction du nombre de Darcy ($Re=500$, $L=50$, $R_{ce}=1$)

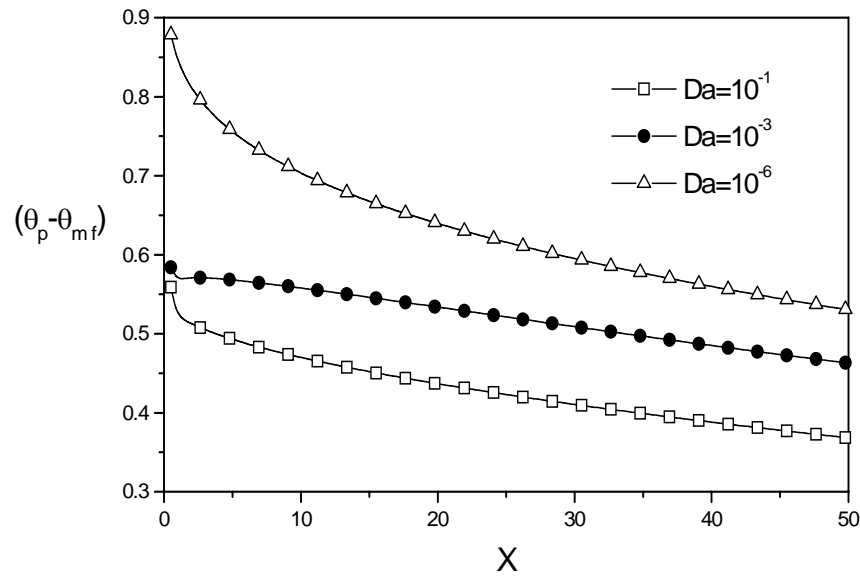


Fig. (5-13) : Différence de température moyenne entre la paroi et le fluide froid (Re=500, e=0.6, R_{ce}=1, L=50)

5. 2. 2- Influence de l'épaisseur de la couche poreuse

Il existe une épaisseur critique de la matrice poreuse au delà de laquelle l'efficacité de l'échangeur augmente (fig. 5-14, 5-15) car à partir de cette épaisseur le gradient de pression devient important; d'où une meilleure pénétration du fluide dans la couche poreuse et une augmentation du flux convectif. Cette épaisseur critique qui correspond à une valeur maximale de la différence de température moyenne entre la paroi et le fluide froid (fig. 5-16) est plus faible pour une grande perméabilité.

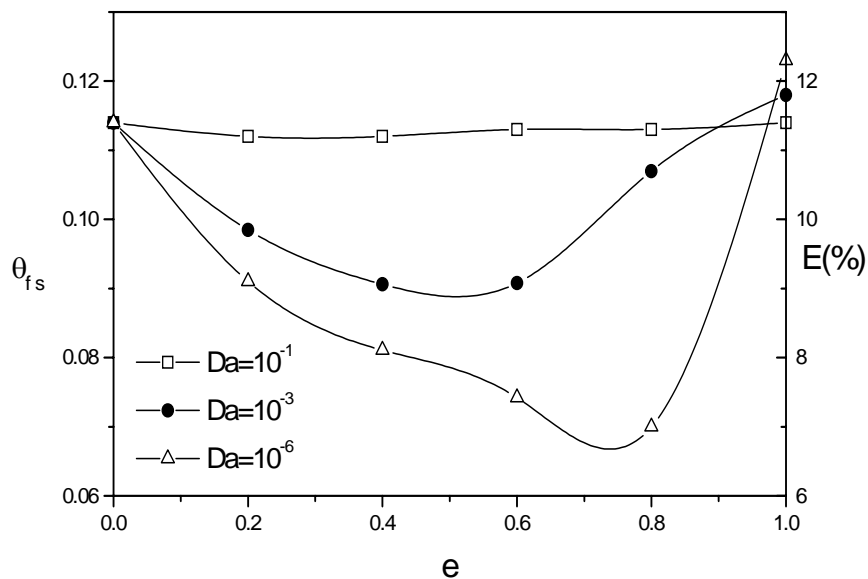


Fig. (5-14): Température de sortie du fluide froid en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy (Re=500, L=50, R_{ce}=1)

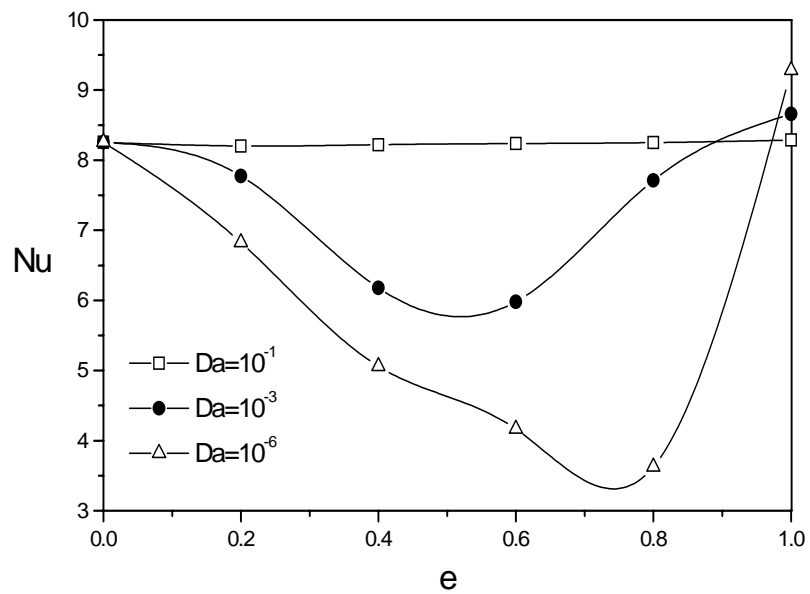


Fig. (5-15): Nombre de Darcy moyen du fluide froid en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $L=50$, $R_{ce}=1$)

Dans le cas complètement poreux, une meilleure efficacité est remarquée pour une très faible perméabilité dû au fait que le gradient de pression est très important.

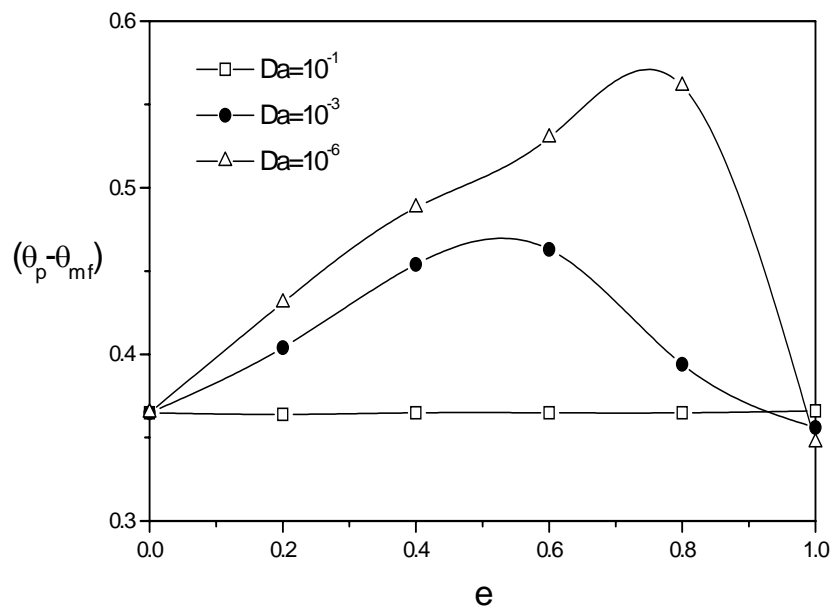


Fig. (5-16) : Différence de température moyenne entre la paroi et le fluide froid en fonction de l'épaisseur ($Re=500$, $e=0.6$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

5. 2. 2. 3- Influence de la conductivité thermique

Nous constatons d'après la figure (5-17) que la température de sortie du fluide froid croît avec le rapport des conductivités thermiques R_{ce} . Cette augmentation n'est significative qu'à partir d'une épaisseur critique qui dépend du nombre de Darcy (fig. 5-18, 5-19).

Pour une perméabilité donnée (fig. 5-20), la couche poreuse constitue une résistance thermique tant que le rapport des conductivités thermiques n'a pas atteint une valeur suffisante. Par exemple, cette valeur critique $(R_{ce})_{cr}$ est égale à 1.2 lorsque $Da=10^{-1}$ et $e=0.8$. Pour des valeurs de R_{ce} supérieures à $(R_{ce})_{cr}$, la matrice poreuse favorise le transfert de chaleur.

Par ailleurs, la différence de température moyenne entre la paroi et le fluide froid diminue avec l'augmentation de la conductivité thermique effective (fig. 5-21).

Nous remarquons aussi (fig. 5-22) que l'augmentation du rapport des conductivités thermiques produit la diminution du nombre de Nusselt. Cela est dû au transfert par conduction qui devient plus important que le transfert par convection ($Nu=h D_h / k_e$).

Par contre pour le cas complètement poreux (fig. 5-23), le nombre de Nusselt varie dans le même sens que le rapport des conductivités thermiques. Cela est dû au fait que dans ce cas l'amélioration de transfert par convection est beaucoup plus important et dépasse même le cas fluide (fig. 5-14).

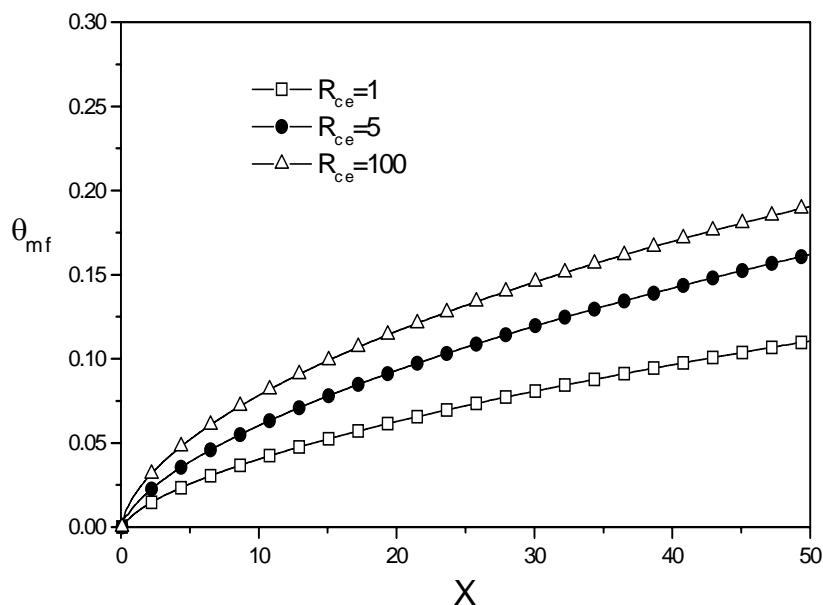


Fig. (5-17) : Température moyenne le long de l'espace annulaire pour différents rapports de conductivités thermiques ($Re=500$, $e=0.8$, $Da=10^{-3}$, $L=50$)

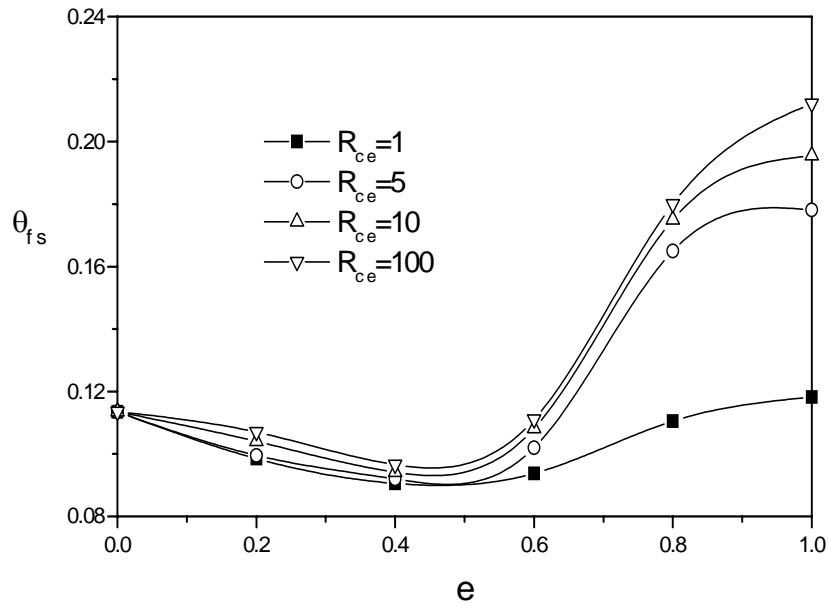


Fig. (5-18) : Température de sortie du fluide froid pour différents rapports de conductivités thermiques ($Re=500$, $e=0.8$, $Da=10^{-3}$)

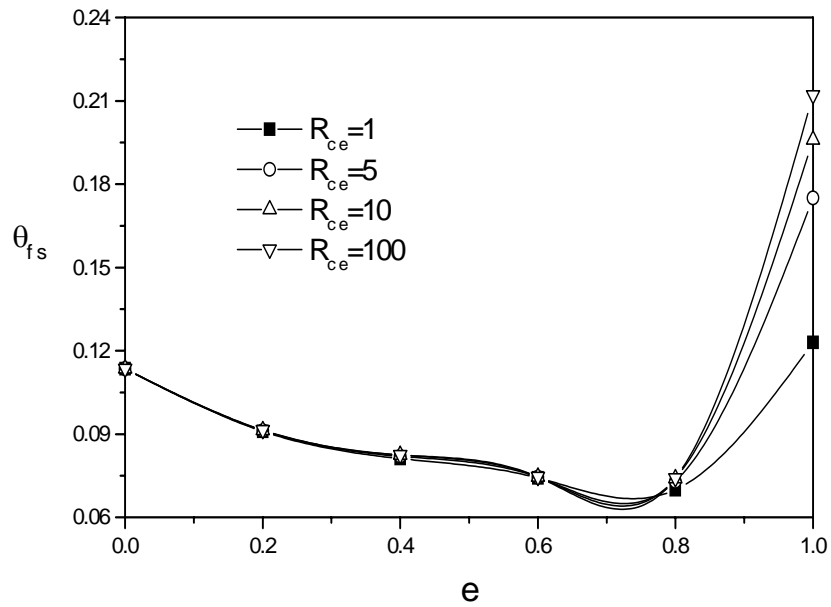


Fig. (5-19) : Température de sortie du fluide froid pour différents rapports de conductivités thermiques ($Re=500$, $e=0.8$, $Da=10^{-6}$)

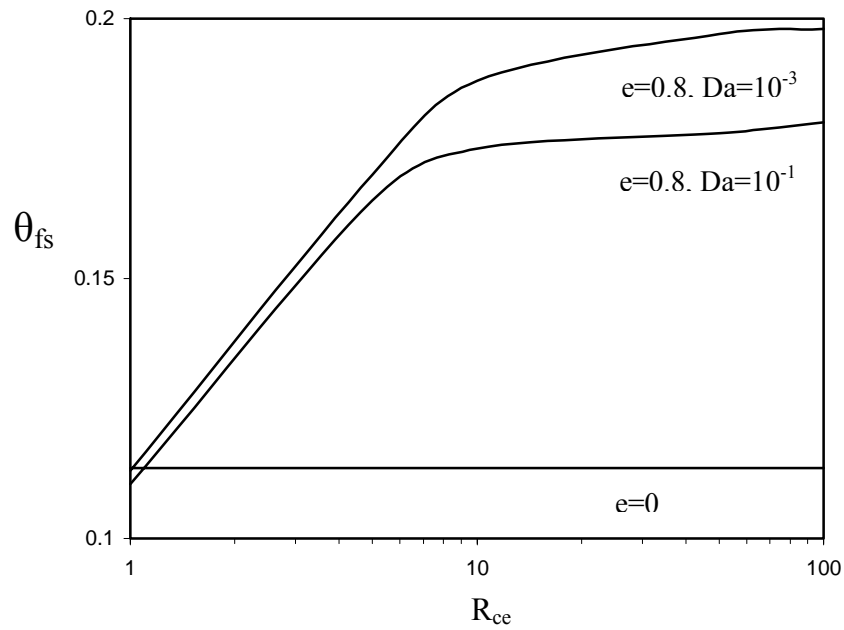


Fig. (5-20) : Température de sortie du fluide froid en fonction du rapport des conductivités thermiques ($Re=500, L=50$)

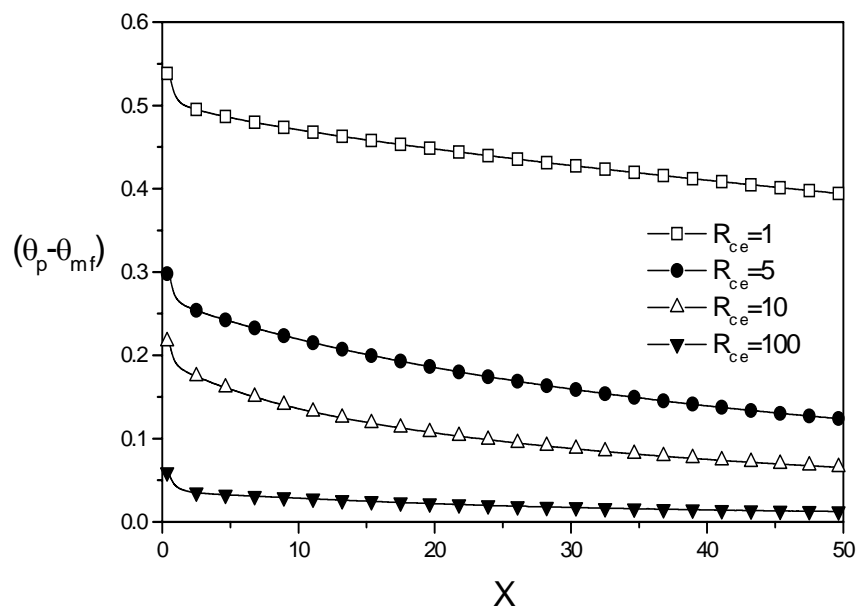


Fig. (5-21) : Différence de température moyenne entre la paroi et le fluide froid ($Re=500, e=0.8, Da=10^{-3}, L=50$)

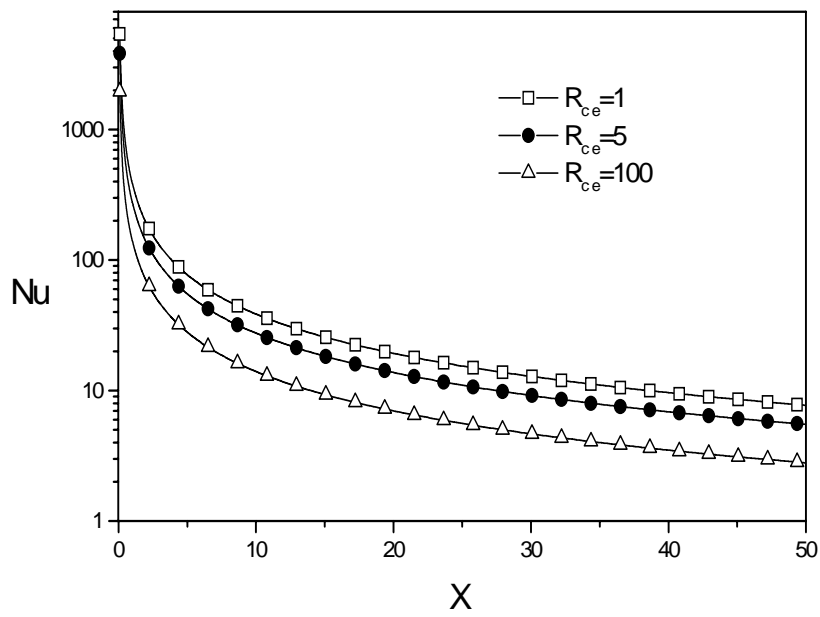


Fig. (5-22) : Nombre de Nusselt moyen le long de l'espace annulaire pour différents rapports de conductivités thermiques ($Re=500, e=0.8, Da=10^{-3}$)

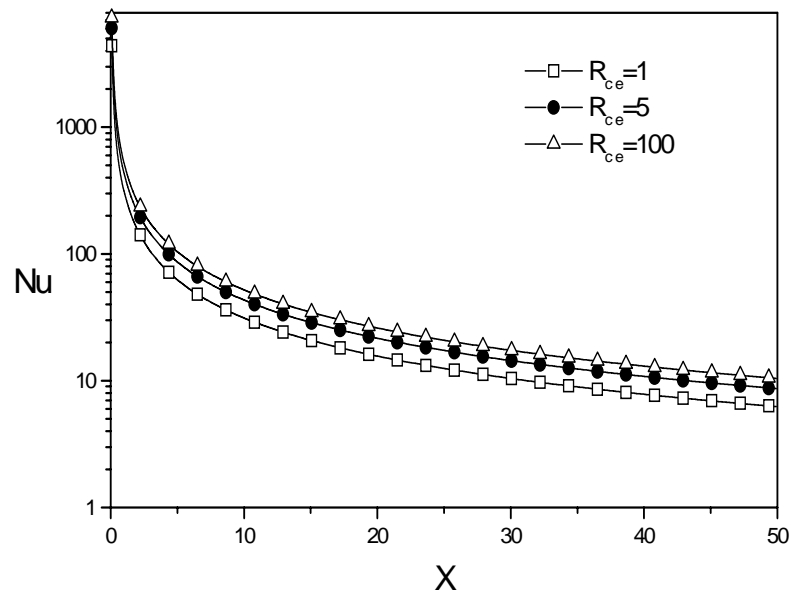


Fig. (5-23) : Nombre de Nusselt moyen le long de l'espace annulaire pour différents rapports de conductivités thermiques ($Re=500, e=1, Da=10^{-3}$)

5. 2. 2. 4- Influence du nombre de Reynolds

Un débit plus important produit une diminution de la température moyenne du fluide froid (fig. 5-24) et une amélioration du coefficient d'échange convectif donc de la quantité de chaleur échangée (fig. 5-25).

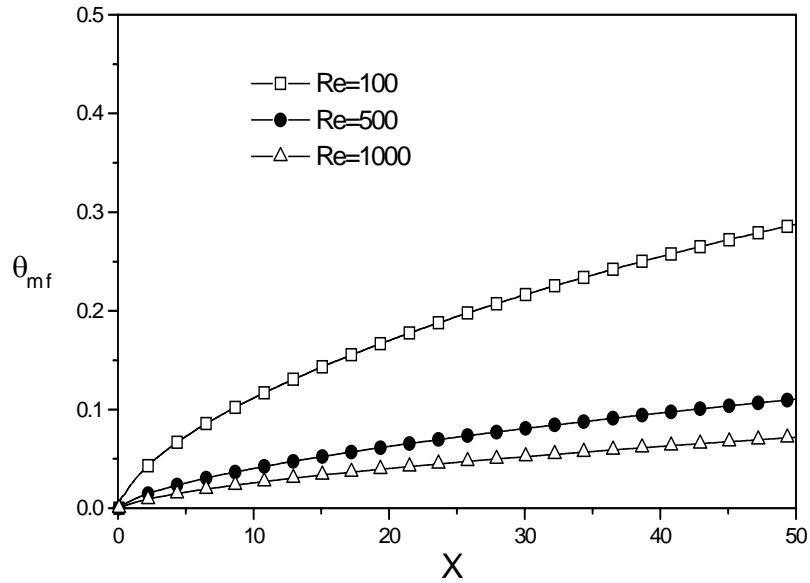


Fig. (5-24) : Température moyenne le long de l'espace annulaire pour différents nombres de Reynolds ($e=0.8$, $Da=10^{-3}$, $R_{ce}=1$)

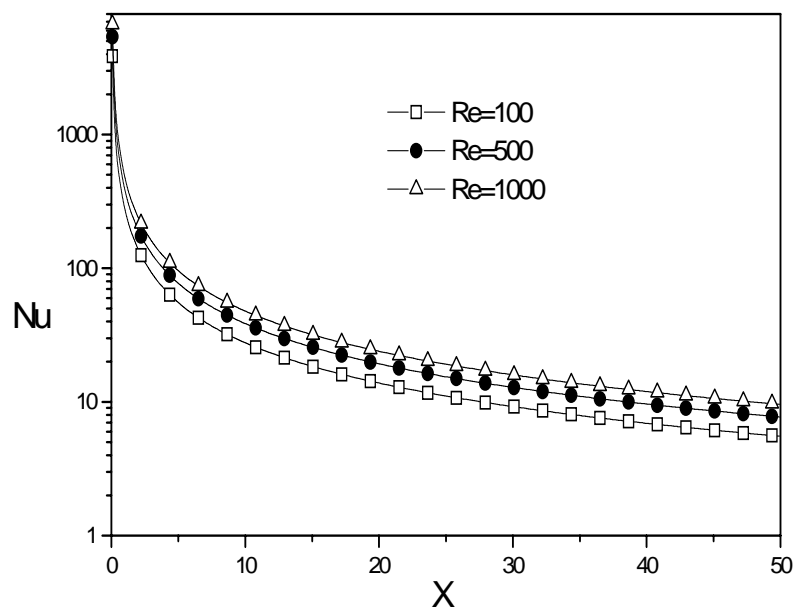


Fig. (5-25) : Nombre de Nusselt moyen le long de l'espace annulaire pour différents nombres de Reynolds ($e=0.8$, $Da=10^{-3}$, $R_{ce}=1$)

5. 2. 2. 5- Influence de la longueur

Un échangeur plus long conduit à une augmentation de la température de sortie du fluide froid et une meilleure efficacité (Fig. 5-26). A partir d'une certaine longueur, l'amélioration de l'efficacité de l'échangeur n'est pas très importante.

Nous pouvons noter, par exemple, que pour une épaisseur de la couche poreuse $e=0.8$, une longueur adimensionnelle $L=150$ et un rapport des conductivités thermiques $R_{ce}=1$, l'augmentation de l'efficacité de l'échangeur est de 94% par rapport au cas où $L=50$ et elle est de 35% lorsque $R_{ce}=5$.

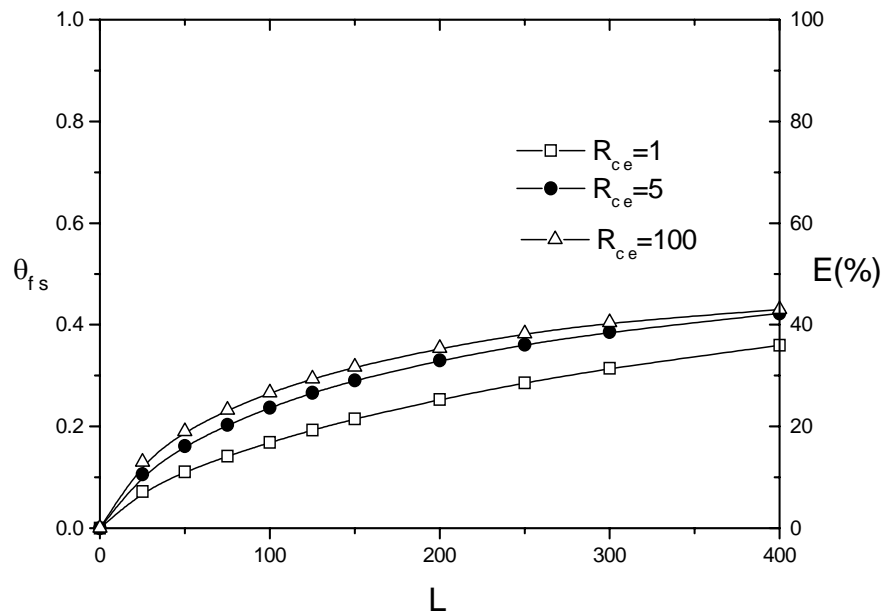


Fig. (5-26) : Température de sortie du fluide froid et efficacité en fonction de la longueur de l'échangeur ($Re=500$, $e=0.8$, $Da=10^{-3}$)

5. 2. 3- Analyse de la génération d'entropie

Après avoir évalué les profils de vitesse et de température, nous allons passer à l'analyse de la génération d'entropie qui est le but de notre étude.

5. 2. 3. 1- Influence du nombre de Darcy

Les figures (5-27), (5-28) montrent que la génération d'entropie due aux frottements varie dans le sens inverse du nombre de Darcy dans l'espace annulaire. Cela est expliqué par le coefficient de frottement qui décroît lorsque la couche poreuse devient moins perméable.

Pour ce qui concerne la génération d'entropie due au gradient de température, nous remarquons que celle-ci diminue avec le nombre de Darcy pour toutes les épaisseurs sauf pour le cas où l'espace annulaire est totalement rempli par le milieu poreux (fig. 5-29). Cela est dû à la différence de température entre la paroi et le fluide froid qui décroît avec le nombre de Darcy contrairement au cas complètement poreux où cette différence de température augmente et le flux convectif est plus important.

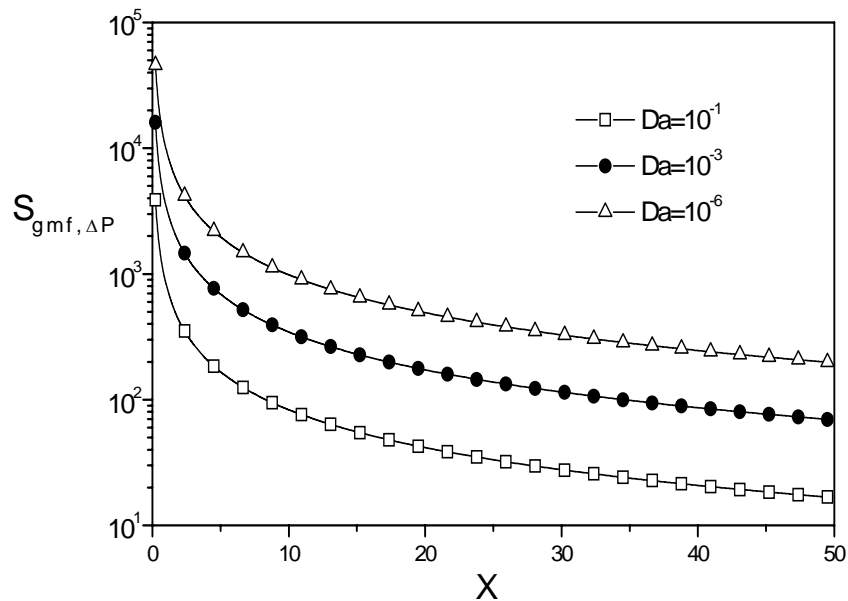


Fig. (5-27) : Génération d'entropie moyenne due aux frottements le long de l'espace annulaire pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $e=0.6$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

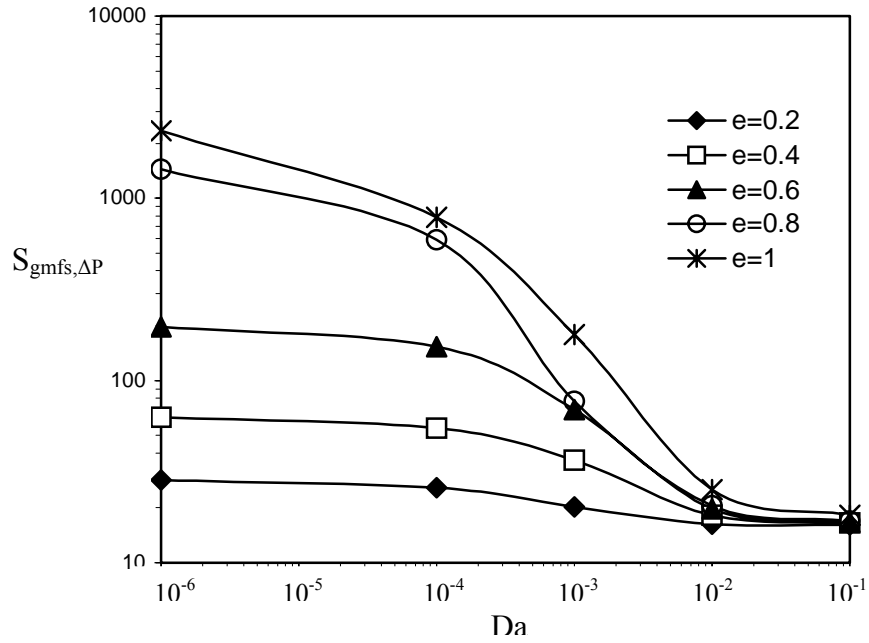


Fig. (5-28) : Génération d'entropie due aux pertes de pression à la sortie du fluide froid en fonction du nombre de Darcy ($Re=500$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

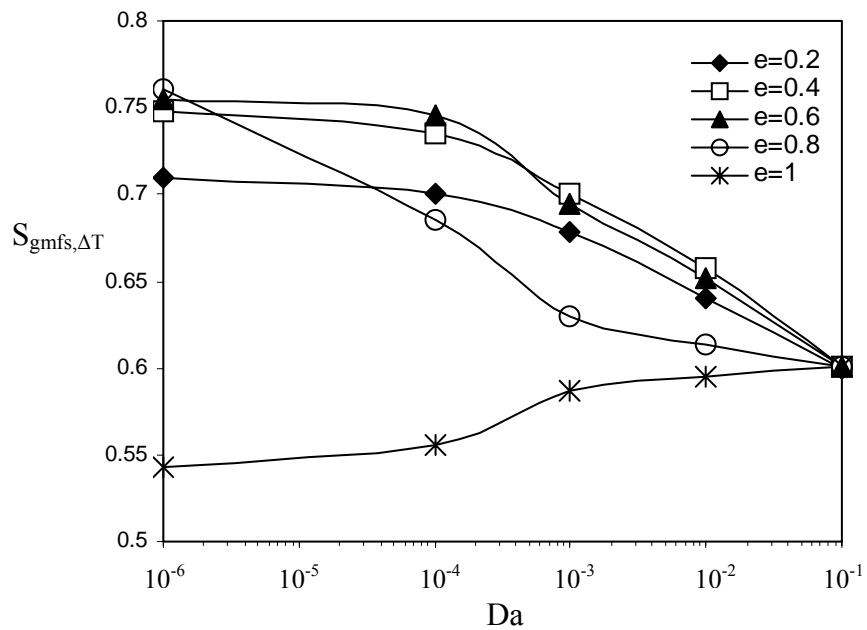


Fig. (5-29) : Génération d'entropie due au gradient de température à la sortie du fluide froid en fonction du nombre de Darcy ($Re=500$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

5. 2. 3. 2- Influence de l'épaisseur de la couche poreuse

Nous pouvons noter à travers la figure (5-30) une évolution croissante de la génération d'entropie due aux frottements avec l'épaisseur de la matrice poreuse. Ceci est dû toujours au gradient de pression qui augmente avec l'épaisseur.

Par ailleurs, la génération d'entropie due au gradient de température (fig. 5-31) croît avec l'épaisseur de la couche poreuse jusqu'à une valeur maximale correspondant à une épaisseur critique. Cette épaisseur est plus importante pour une matrice poreuse moins perméable.

A partir de cette épaisseur, la génération d'entropie diminue et devient même inférieure à celle du cas fluide lorsque l'espace annulaire est complètement rempli par le milieu poreux. Cela est sans doute expliqué par la différence de températures entre la paroi et le fluide froid qui diminue à partir d'une épaisseur critique et qui devient inférieure au cas fluide lorsque l'espace annulaire est entièrement poreux.

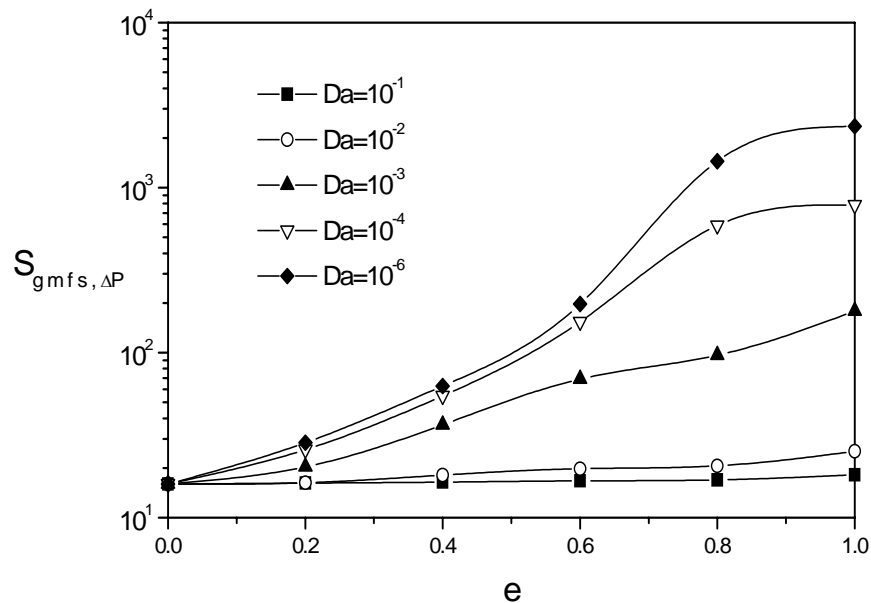


Fig. (5-30) : Génération d'entropie due aux pertes de pression à la sortie du fluide froid en fonction de l'épaisseur ($Re=500$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

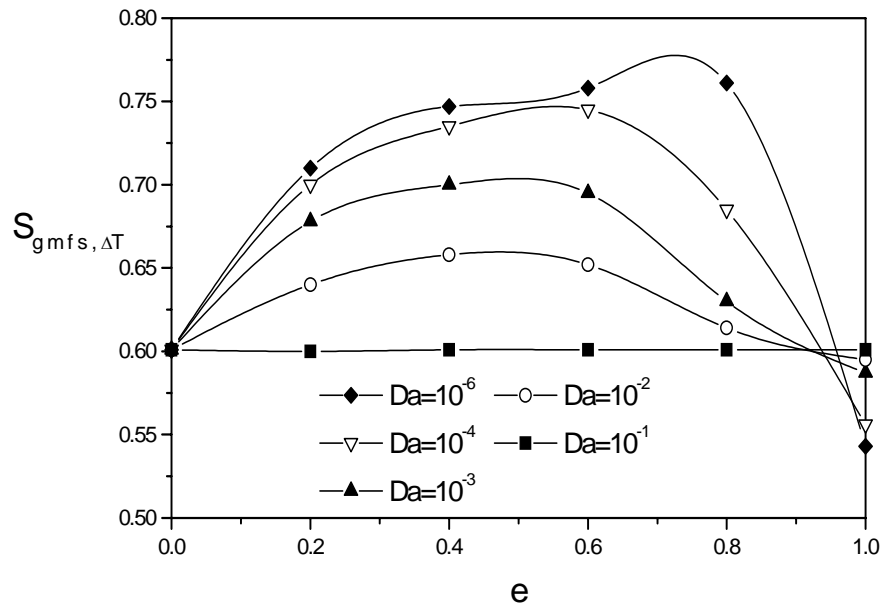


Fig. (5-31) : Génération d'entropie due au gradient de température à la sortie du fluide froid en fonction de l'épaisseur ($Re=500$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

5. 2. 3. 3- Influence de la conductivité thermique

Lorsque nous augmentons le rapport des conductivités thermiques, nous remarquons la diminution de la génération d'entropie due au transfert de chaleur dans l'espace annulaire. Cela est dû à la différence de températures entre la paroi et le fluide froid qui décroît lorsque le milieu poreux est plus conducteur que le fluide (fig. 5-32).

Nous constatons aussi que cette diminution de la génération d'entropie n'est significative qu'à partir d'une épaisseur qui dépend du nombre de Darcy. Par exemple, cette épaisseur est de 80% pour une faible perméabilité ($Da=10^{-6}$) (fig. 5-33) et de 40% pour une plus grande perméabilité ($Da=10^{-2}$) (fig. 5-34).

Le tableau (5-1) représente quelques valeurs du taux de réduction de la génération d'entropie due au transfert de chaleur pour un rapport des conductivités thermiques $R_{ce}= 5$ par rapport à $R_{ce}=1$.

Tableau (5-1) : Taux de réduction de la génération d'entropie due au transfert de chaleur

	e=0.2	e=0.6	e=0.8
$Da=10^{-6}$	27.27 %	48.75 %	85.40 %
$Da=10^{-2}$	50.03 %	81.18 %	86.67 %

Nous pouvons noter aussi l'existence d'une valeur critique du rapport des conductivités thermiques qui dépend du nombre de Darcy (fig. 5-35). Pour des valeurs inférieures à ce rapport, la génération d'entropie est plus grande que celle du

cas fluide dû au fait que dans ce cas la matrice poreuse constitue une résistance au transfert. Au delà de ce rapport critique, la diminution de la génération d'entropie est importante. Les figures (5-36), (5-37) représentent respectivement l'évolution du rapport critique des conductivités thermique en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse et du nombre de Darcy.

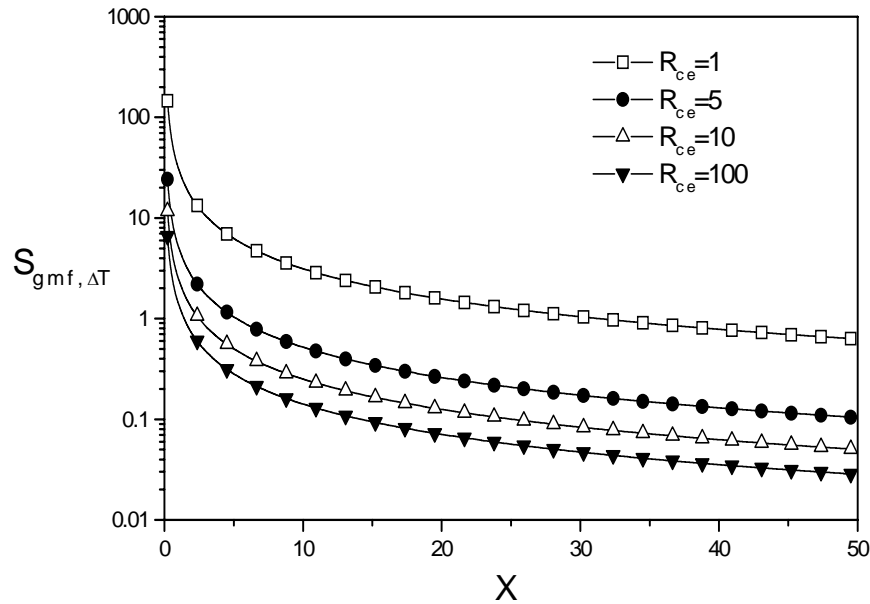


Fig. (5-32) : Génération d'entropie moyenne due au transfert de chaleur le long de l'espace annulaire pour différents rapports des conductivités thermiques ($Re=500$, $e=0.8$, $Da=10^{-3}$)

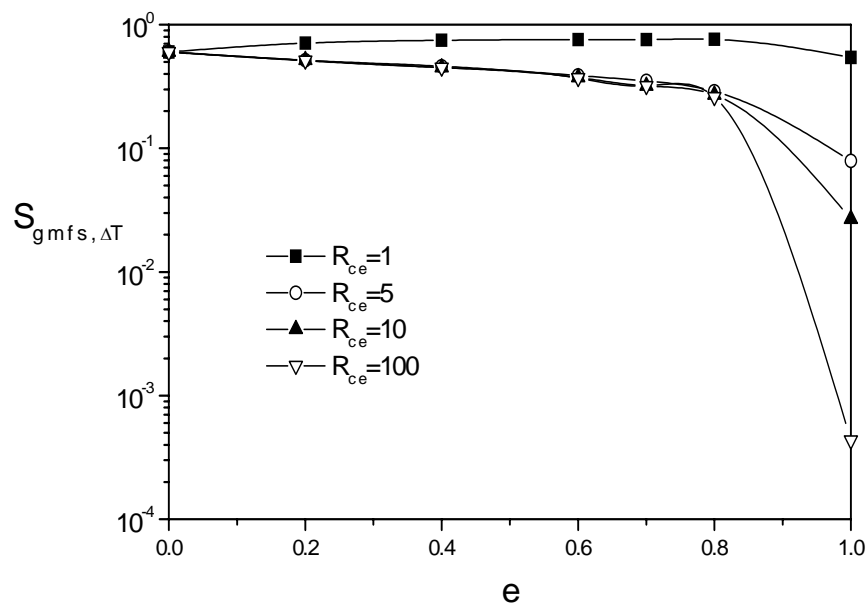


Fig. (5-33) : Génération d'entropie due au transfert de chaleur à la sortie du fluide froid en fonction de l'épaisseur pour différents rapports de conductivités thermiques ($Re=500$, $Da=10^{-6}$, $L=50$)

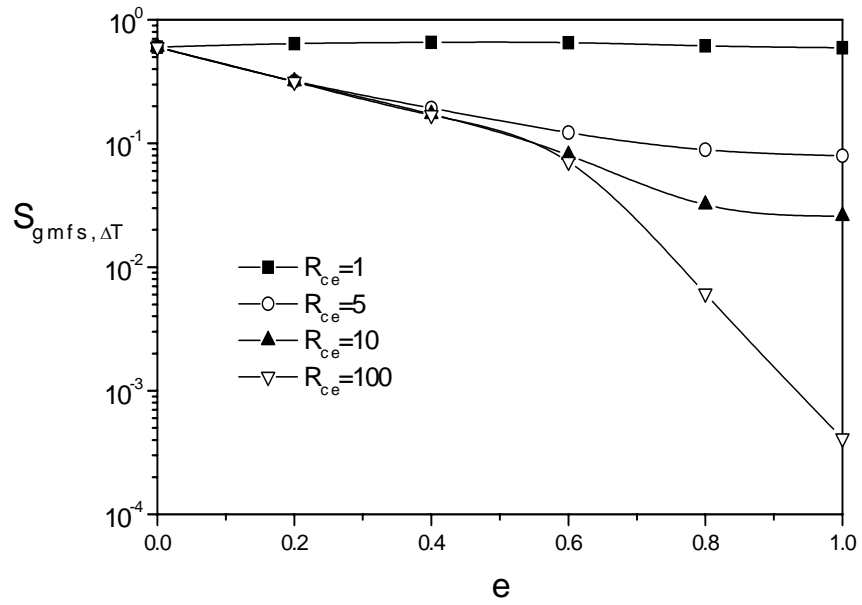


Fig. (5-34) : Génération d'entropie due au transfert de chaleur à la sortie du fluide froid en fonction de l'épaisseur pour différents rapports de conductivités thermiques ($Re=500$, $Da=10^{-2}$, $L=50$)

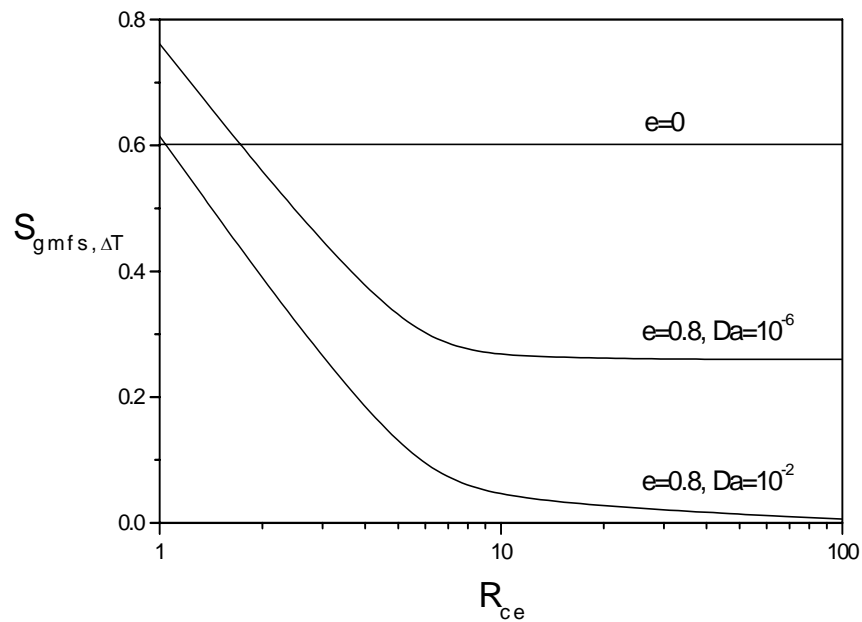


Fig. (5-35) : Variation de la génération d'entropie due au transfert de chaleur à la sortie du fluide froid en fonction du rapport des conductivités thermiques ($Re=500$, $L=50$)

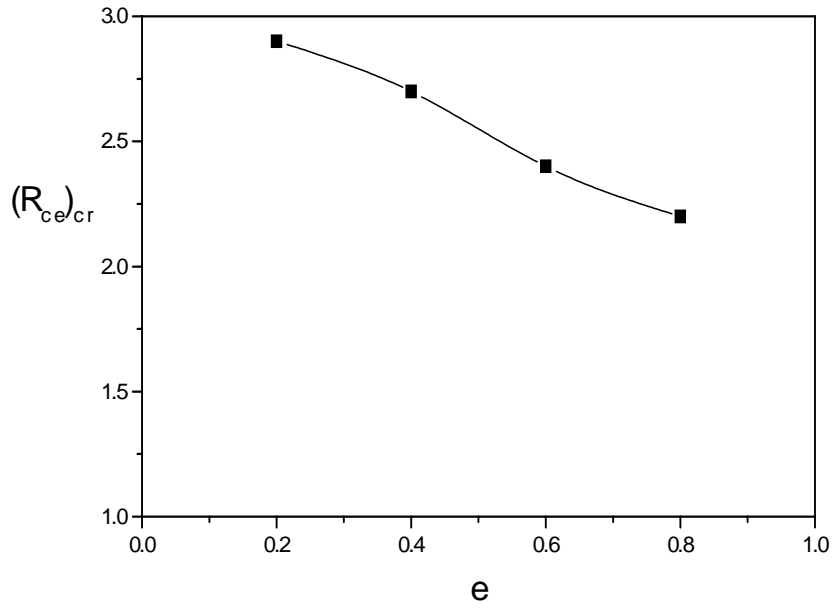


Fig. (5-36) : Rapport critique des conductivités thermiques en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse ($Re=500$, $Da=10^{-6}$, $L=50$)

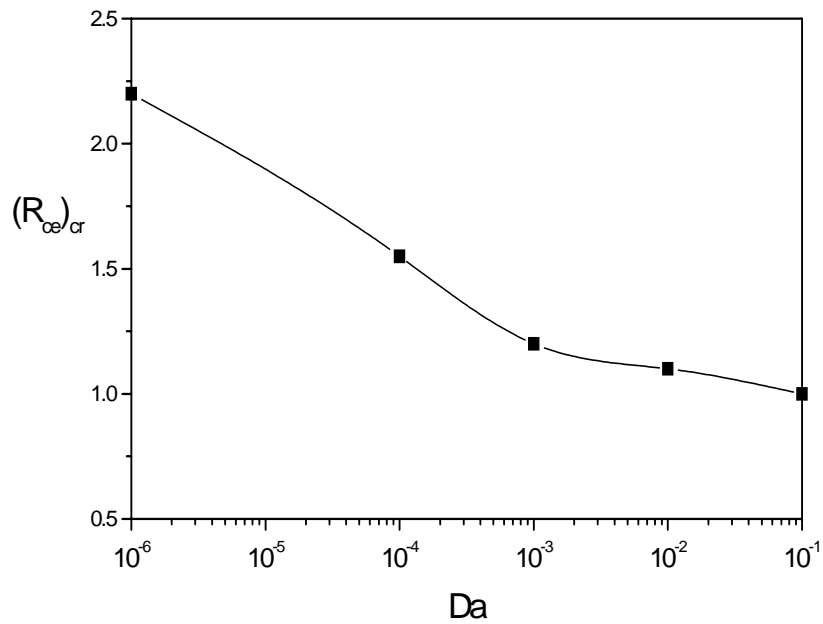


Fig. (5-37): Rapport critique des conductivités thermiques en fonction du nombre de Darcy ($Re=500$, $e=0.8$, $L=50$)

5. 2. 3. 5- Influence de la longueur

Pour une longueur plus grande de l'échangeur, nous remarquons que la génération d'entropie due au transfert de chaleur est décroissante (fig. 5-38). Cela est expliqué par la différence de températures entre les deux fluides qui est importante à l'entrée de l'échangeur et qui décroît le long de cet échangeur.

Par contre la génération d'entropie due aux frottements augmente dans la zone d'entrée où les pertes de pression sont plus importantes et devient presque constante lorsque le gradient de pression est constant (fig. 5-39).

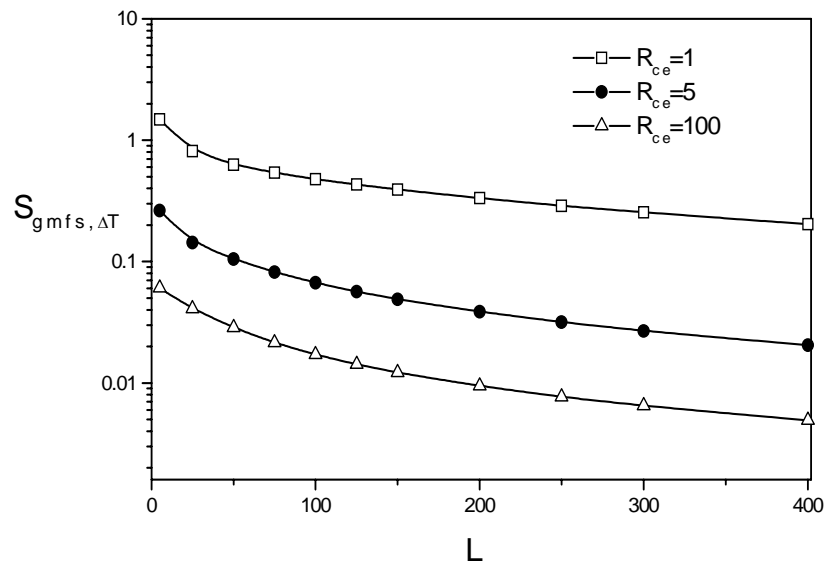


Fig. (5-38) : Génération d'entropie due au transfert de chaleur à la sortie du fluide froid en fonction de la longueur de l'échangeur pour différents rapports de conductivités thermiques ($Re=500$, $e=0.8$, $Da=10^{-3}$)

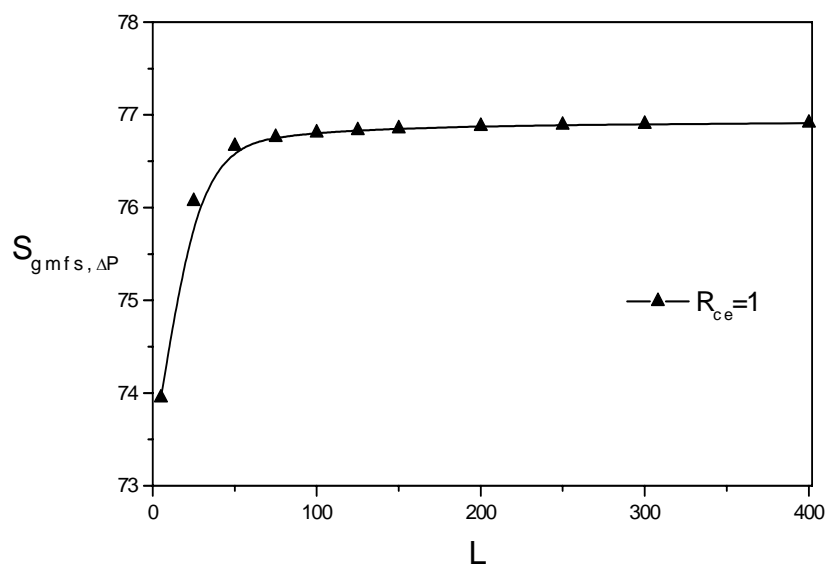


Fig. (5-39) : Génération d'entropie due aux pertes de pression à la sortie du fluide froid en fonction de la longueur de l'échangeur ($Re=500$, $e=0.8$, $Da=10^{-3}$)

5. 2. 4- Génération d'entropie totale

La génération d'entropie adimensionnelle due aux deux effets de frottements et de transfert de chaleur est donnée par la relation suivante :

$$S_{gm} = S_{gm, \Delta P} + \beta \cdot S_{gm, \Delta T} \quad (5.1)$$

Elle est fonction du paramètre β . Ce dernier dépend des conditions d'entrée et des conditions hydrodynamiques.

Pour étudier ce paramètre donc la génération d'entropie totale, nous allons considérer comme exemples trois fluides différents tels que : l'eau, le toluène et le benzène.

Pour un nombre de Reynolds $Re=500$ et en faisant varier la différence de température d'entrée entre les deux fluides chaud et froid, nous avons trouvé les résultats suivants :

Tableau (5-2) : Variation du paramètre β en fonction de la différence de température d'entrée ($T_{ce}-T_{fe}$) pour différents fluides.

($T_{ce}-T_{fe}$)	5	10	20	30	40	50	60	70	80
$\beta(\text{eau}) \cdot 10^{-5}$	0.0757	0,2982	1.1573	2.5280	4.3670	7.4912	10,620	14.235	22.180
$\beta(\text{toluène}) \cdot 10^{-5}$	0.0306	0,2556	0,9917	2.1663	3.6730	6.4906	9.2018	12.333	19.006
$\beta(\text{benzène}) \cdot 10^{-5}$	0.0300	0,2411	0,9356	2.0608	3.5306	6.1238	8.6817	11.636	17.932

D'après les valeurs du tableau (5-1), nous pouvons dire que le paramètre β varie entre 10^3 et 10^7 .

Nous remarquons que le paramètre β croit avec la différence de température d'entrée ($T_{ce}-T_{fe}$) (fig. 5-40) d'où l'augmentation de la génération d'entropie totale (fig. 5-41).

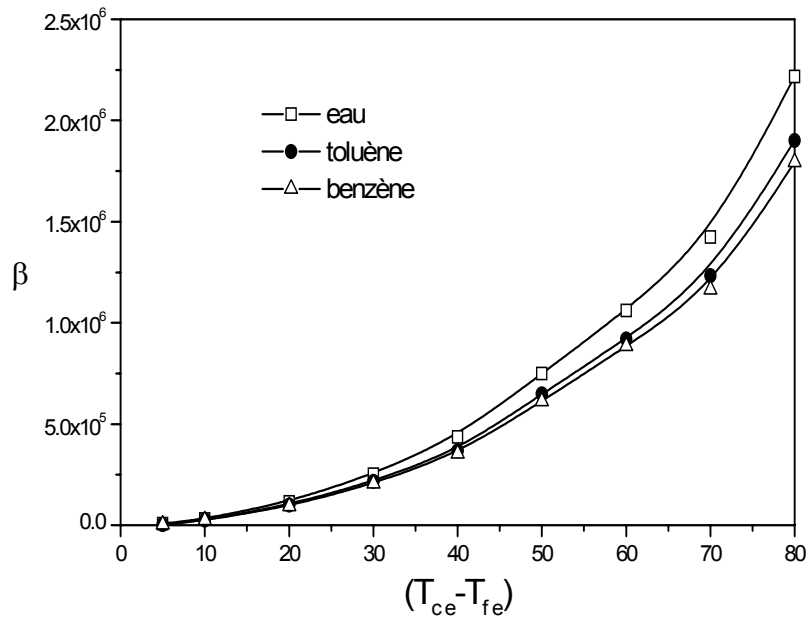


Fig. (5-40) : Variation du paramètre β en fonction de la différence de température d'entrée ($Re=500$)

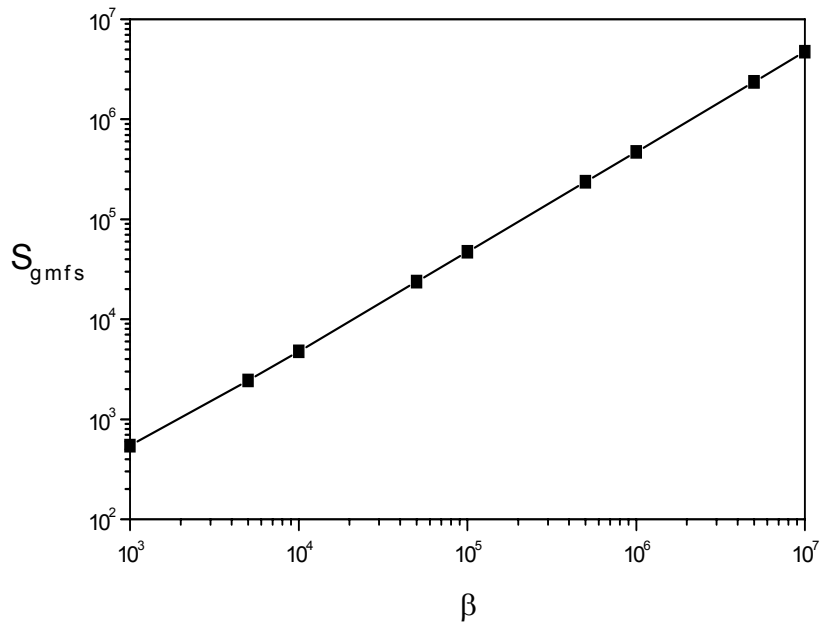


Fig. (5-41) : Evolution de la génération d'entropie totale en fonction du paramètre β ($Re=500$)

5. 2. 4. 1- Influence du nombre de Darcy

Nous constatons à travers les figures (5-42), (5-43), (5-44), (5-45) que la génération d'entropie totale, lorsque l'espace annulaire est partiellement poreux, varie dans le sens inverse du nombre de Darcy quelque soit la valeur du paramètre β . Cela est expliqué par la différence de température entre la paroi et le fluide froid qui diminue avec le nombre de Darcy.

Dans le cas où l'espace annulaire est totalement rempli par le milieu poreux et lorsque $\beta=10^5$, contrairement aux cas $\beta=10^3$ et $\beta=10^4$, Cette génération d'entropie croit avec le nombre de Darcy dû au fait que dans ce cas c'est l'irréversibilité due au transfert de chaleur qui devient dominante lorsque β augmente.

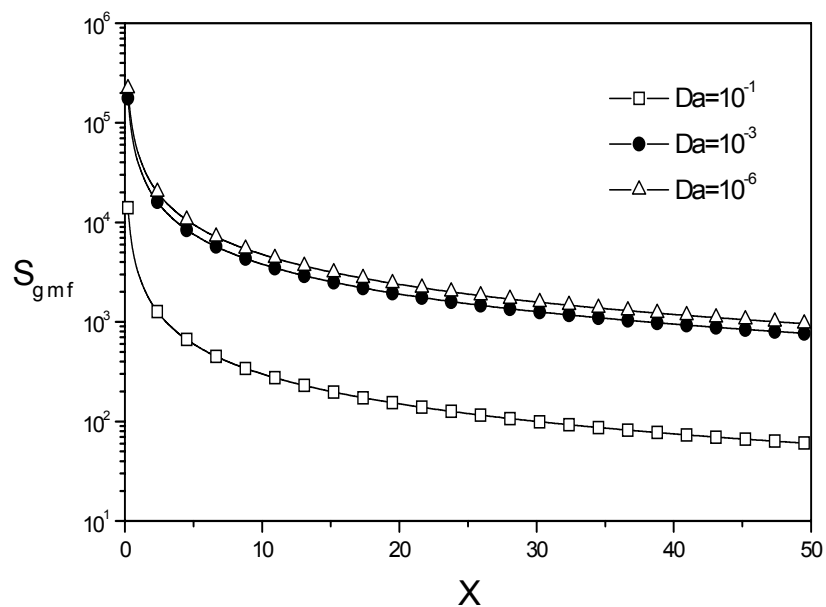


Fig. (5-42) : Génération d'entropie totale le long de l'espace annulaire pour différents nombre de Darcy ($Re=500$, $\beta=10^3$, $(T_{ce}-T_{fe}) \leq 5$ °C, $e=0.6$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

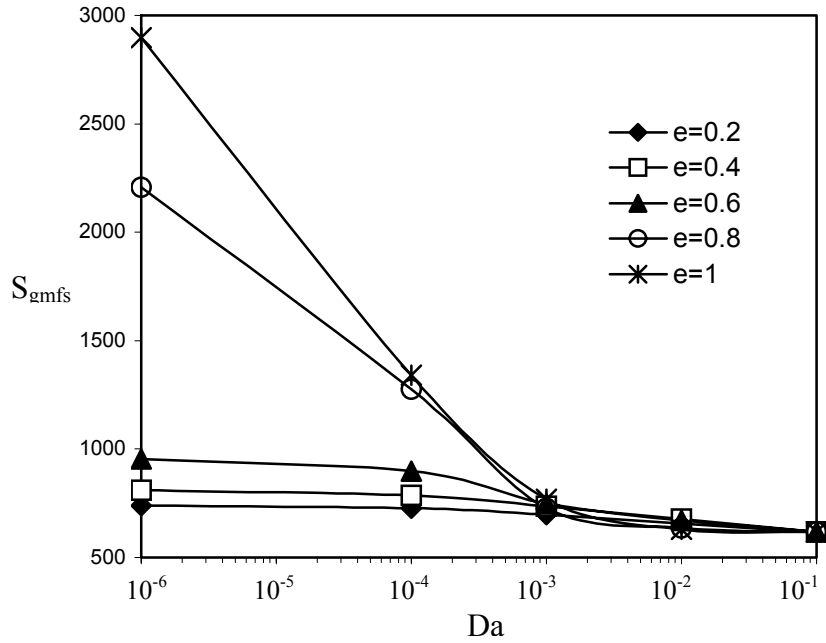


Fig. (5-43) : Génération d'entropie totale à la sortie du fluide froid en fonction du nombre de Darcy pour différentes épaisseurs ($Re=500$, $\beta=10^3$, $(T_{ce}-T_{fe}) \leq 5^\circ C$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

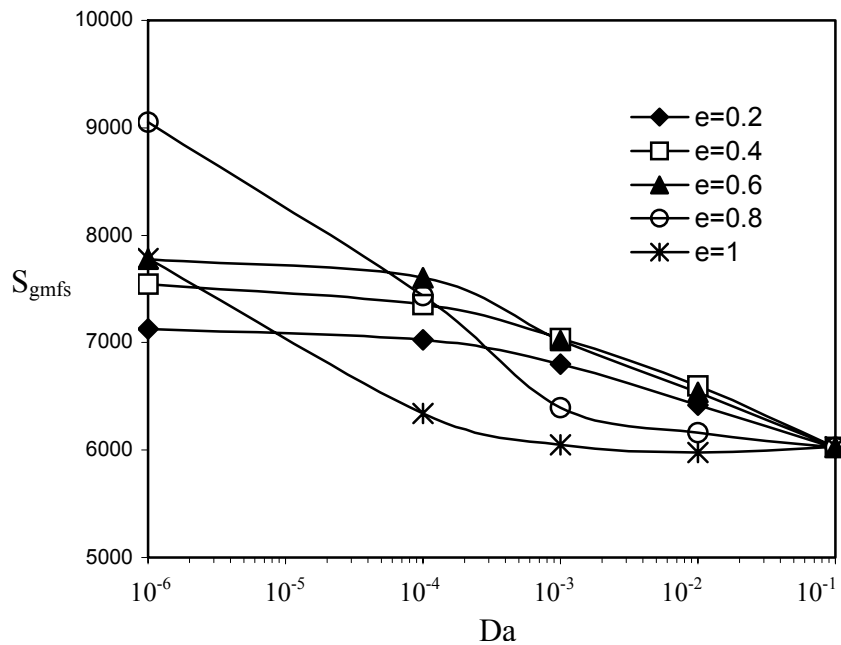


Fig. (5-44) : Génération d'entropie totale à la sortie du fluide froid en fonction du nombre de Darcy pour différentes épaisseurs ($Re=500$, $\beta=10^4$, $5^\circ C < (T_{ce}-T_{fe}) < 20^\circ C$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

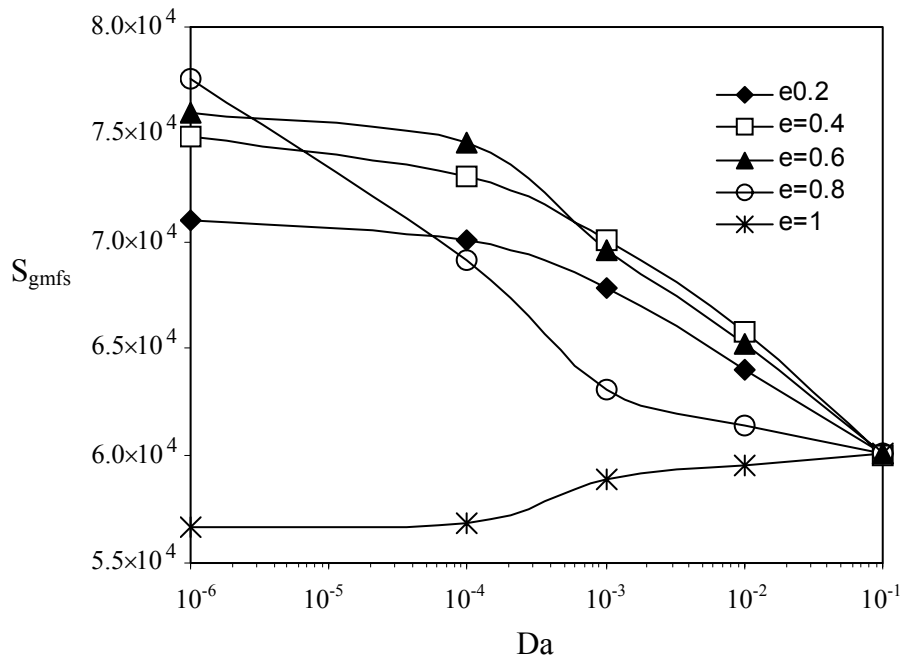


Fig. (5-45) : Génération d'entropie totale à la sortie du fluide froid en fonction du nombre de Darcy pour différentes épaisseurs ($Re=500$, $\beta=10^5$, $(T_{ce}-T_{fe}) \geq 20^\circ C$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

5. 2. 4. 2- Influence de l'épaisseur de la couche poreuse

L'augmentation de l'épaisseur de la couche poreuse produit une augmentation de la génération d'entropie totale jusqu'à une valeur maximale correspondant à une épaisseur critique qui dépend du nombre de Darcy et du paramètre β (fig. 5-47, 5-48). A partir de cette épaisseur et lorsque β est très important ($\beta=10^5$), la génération d'entropie totale diminue et devient même inférieure à celle calculée pour le cas fluide quand l'espace annulaire est rempli au delà de 95%.

Cette épaisseur critique n'existe pas lorsque β est faible ($\beta=10^3$) et la différence de température d'entrée entre les deux fluides est inférieur à $5^\circ C$ (fig. 5-46). Dans ce cas, l'irréversibilité due aux frottements est plus importante.

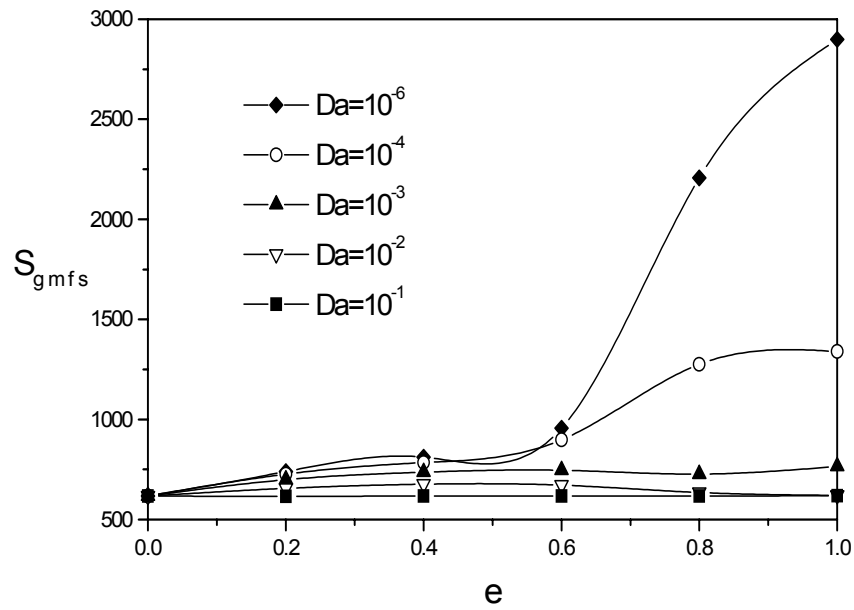
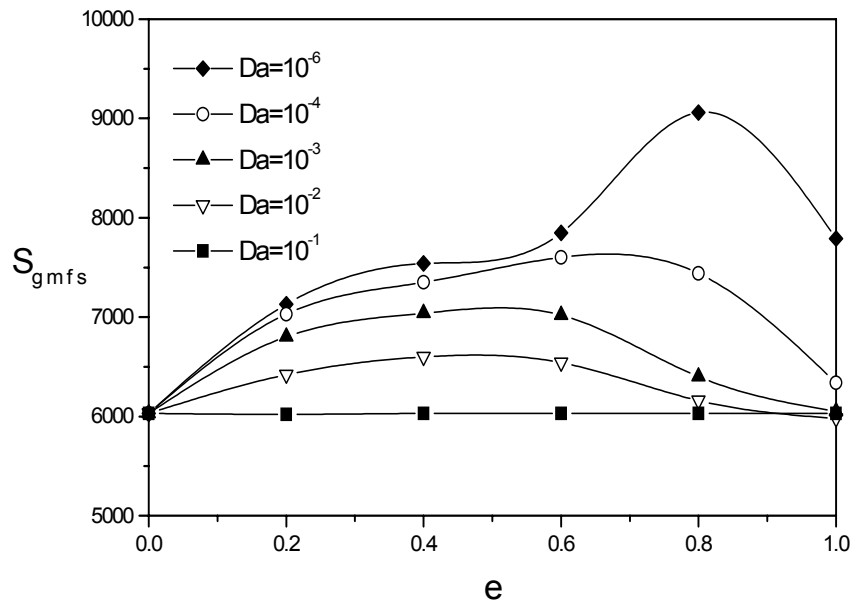


Fig. (5-46) : Génération d'entropie totale à la sortie du fluide froid en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $\beta=10^3$, $(T_{ce}-T_{fe}) \leq 5$ °C, $R_{ce}=1$, $L=50$)

Fig. (5-47) : Génération d'entropie totale à la sortie du fluide froid en fonction de



l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $\beta=10^4$, $5^\circ\text{C} < (T_{ce}-T_{fe}) < 20$ °C, $R_{ce}=1$, $L=50$)

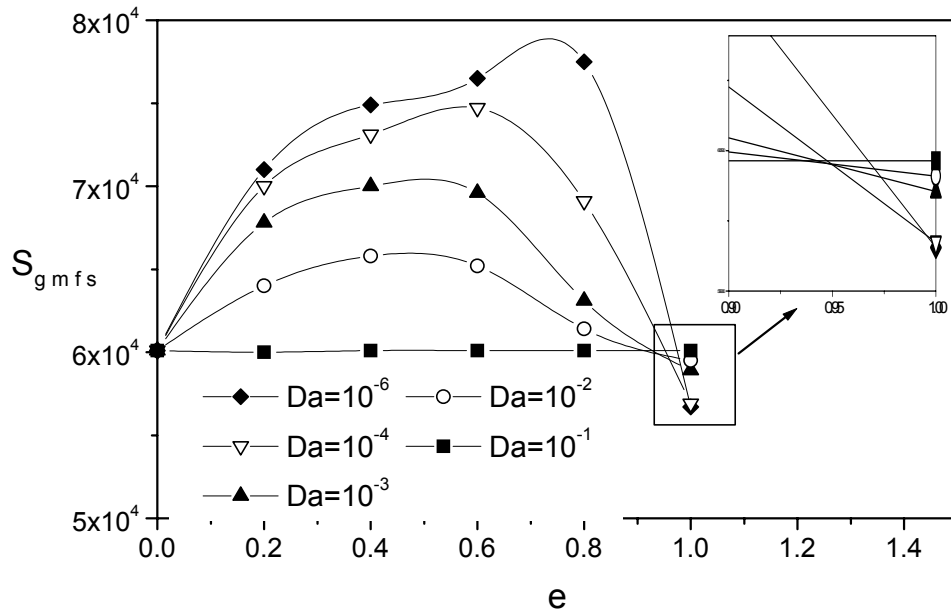


Fig. (5-48) : Génération d'entropie totale à la sortie du fluide froid en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $\beta= 10^5$, $(T_{ce}-T_{fe}) \geq 20$ °C, $R_{ce}=1$, $L=50$)

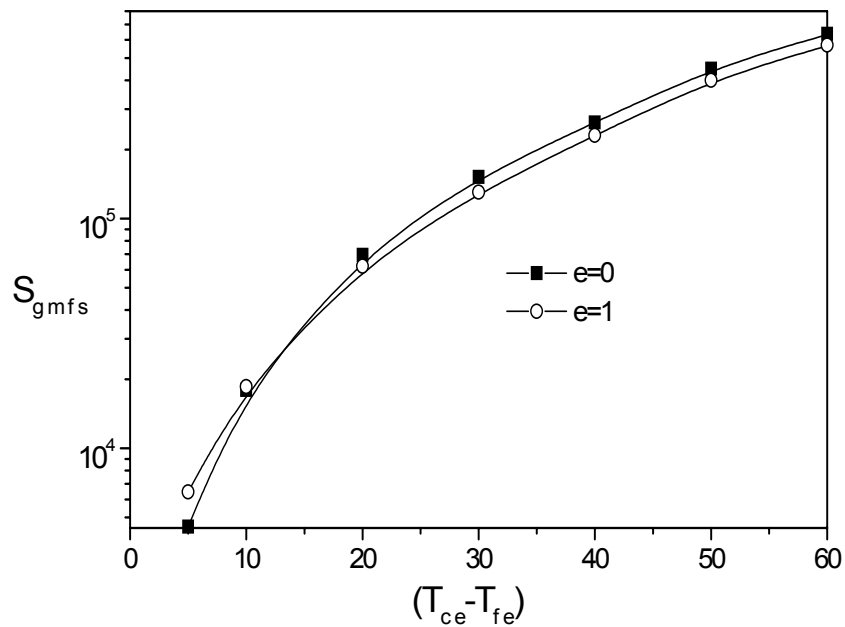


Fig. (5-49): Génération d'entropie totale en fonction de la différence de température d'entrée (eau, $Da=10^{-6}$, $R_{ce}=1$)

Evidemment, augmenter la différence de température d'entrée résulte en plus d'irréversibilité due au transfert de chaleur. Néanmoins, à hautes valeurs, le cas complètement poreux paraît être le cas le plus intéressant quant aux performances thermiques aussi bien qu'à la production d'entropie (fig. 5-49)

5. 2. 4. 3- Influence de la conductivité thermique

La génération d'entropie totale est décroissante avec l'augmentation du rapport des conductivités thermiques (fig. 5-50, 5-51). Cette diminution est plus importante à partir d'une certaine épaisseur qui dépend du nombre de Darcy. Cela est dû à la diminution de la différence de température entre la paroi et le fluide.

Nous constatons aussi que cette diminution est plus significative au delà d'une valeur critique du rapport des conductivités thermiques où l'échange thermique est amélioré. A partir de $R_{ce}=10$, la diminution de la génération d'entropie n'est pas importante (fig. 5-52).

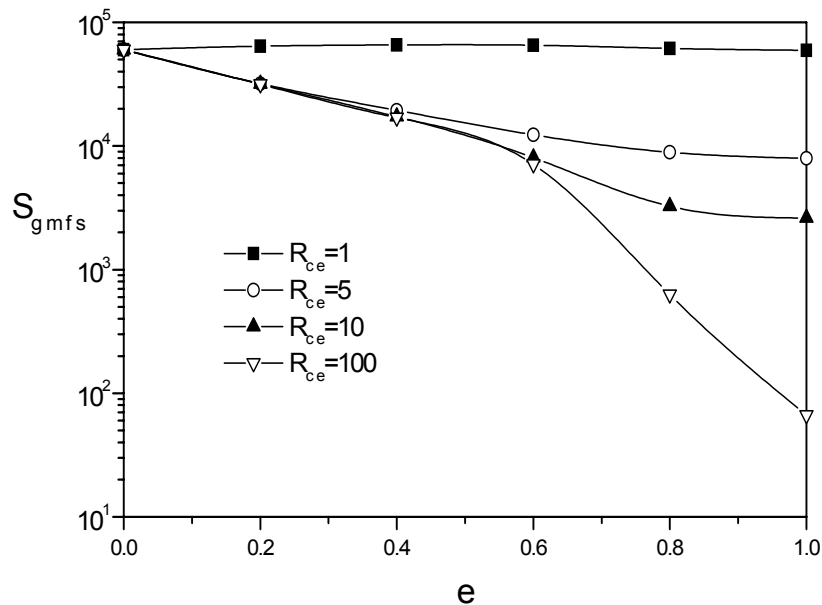


Fig (5-50) : Génération d'entropie totale à la sortie du fluide froid en fonction de l'épaisseur pour différents rapports des conductivités thermiques ($Re=500$, $\beta=10^5$, $Da=10^{-2}$, $R_{ce}=1$, $L=50$)

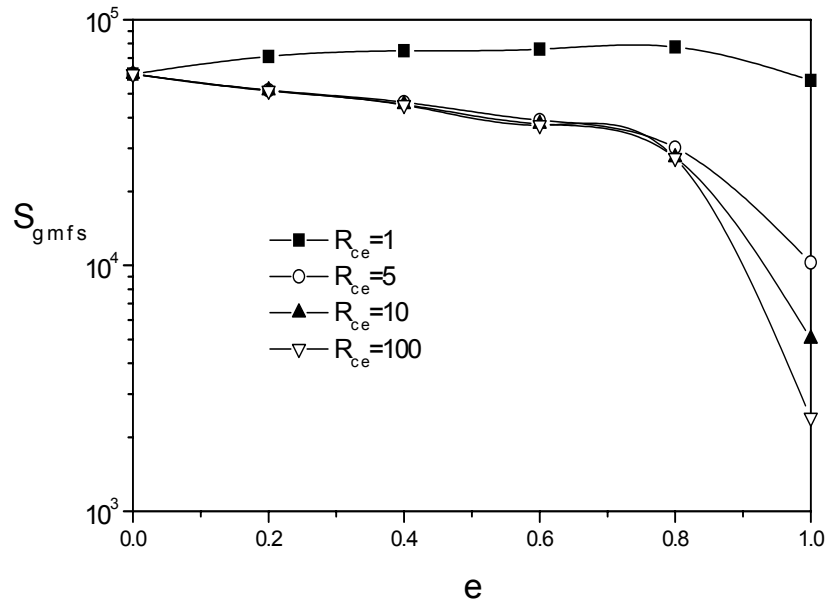


Fig. (5-51) : Génération d'entropie totale à la sortie du fluide froid en fonction de l'épaisseur pour différents rapports des conductivités thermiques ($Re=500$, $\beta=10^5$, $Da=10^{-6}$)

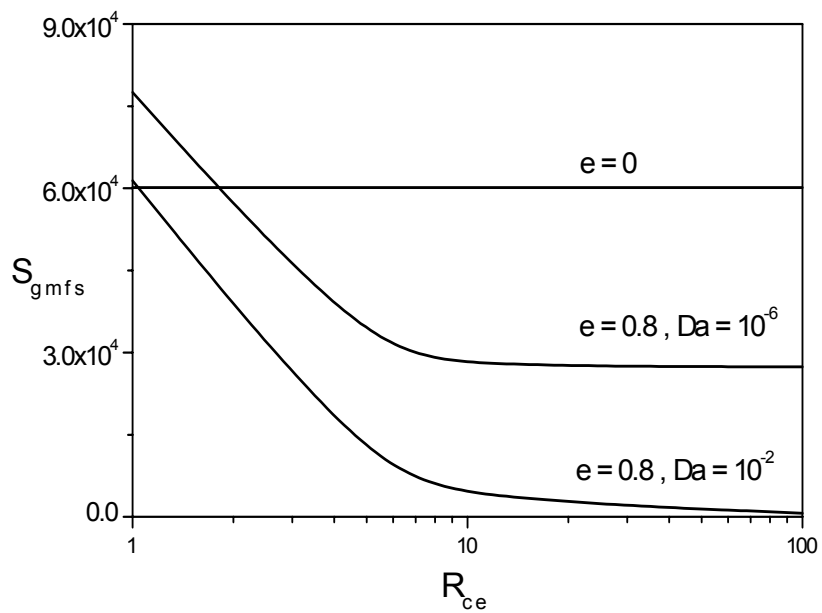
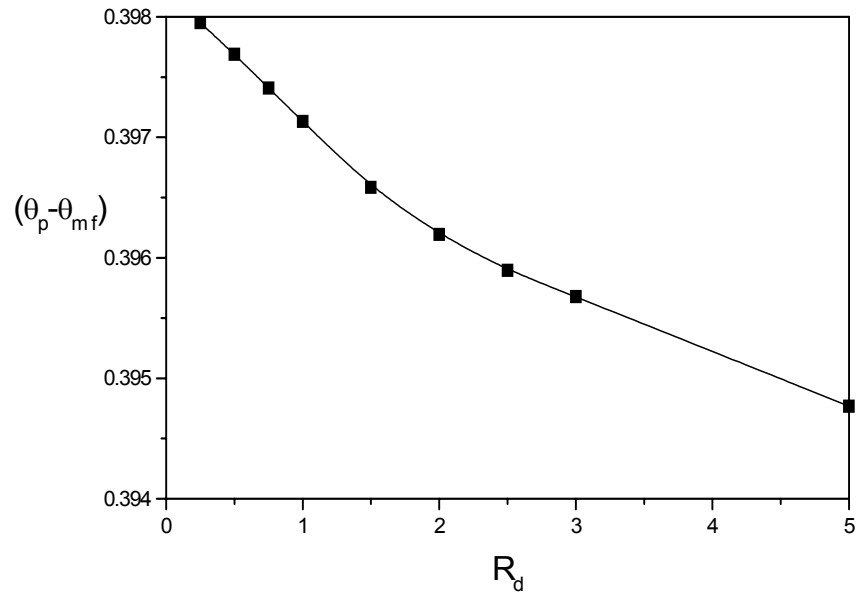


Fig. (5-52) : Variation de la génération d'entropie totale en fonction du rapport des conductivités thermiques ($Re=500$, $\beta=10^5$, $(T_{ce}-T_{fe}) \geq 20$ °C, $L=50$)

5. 2. 4. 4- Influence du rapport des débits

Nous pouvons noter à travers la figure (5-53) que la différence de température entre la paroi et le fluide froid est décroissante lorsque le rapport des débits entre le fluide froid et le fluide chaud augmente et d'où la diminution de la génération d'entropie totale (fig. 5-54).

Fig. (5-53) :Variation de la différence de température entre la paroi et le fluide froid



en fonction du rapport des débits entre les deux fluides ($Da=10^{-3}$, $e=0.8$, $R_{ce}=1$)

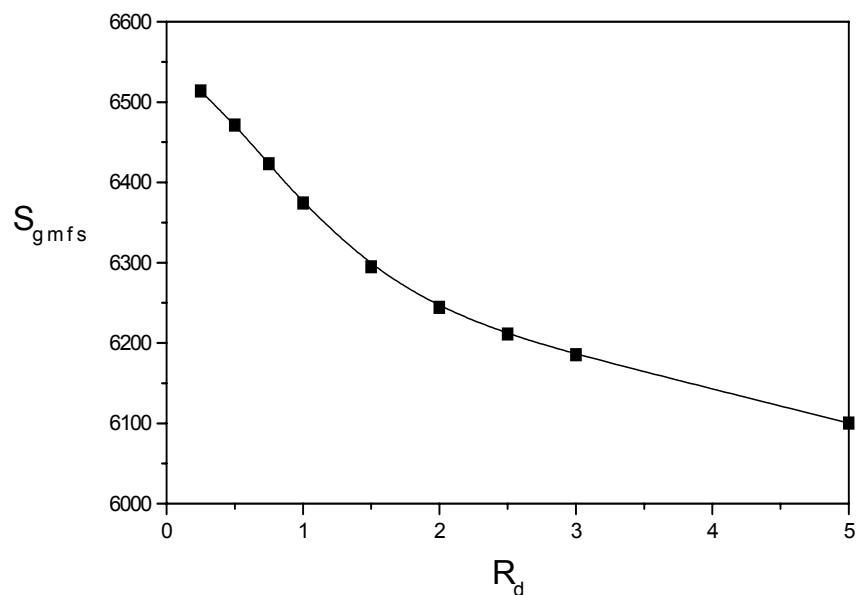


Fig. (5-54): Variation de la génération d'entropie totale en fonction du rapport des débits entre les deux fluides ($Da=10^{-3}$, $e=0.8$, $R_{ce}=1$)

5. 2. 4. 5- Influence du nombre de Reynolds

Un nombre de Reynolds plus élevée produit une amélioration de transfert par convection, une diminution de la différence de température et donc de la génération d'entropie totale (fig. 5-55).

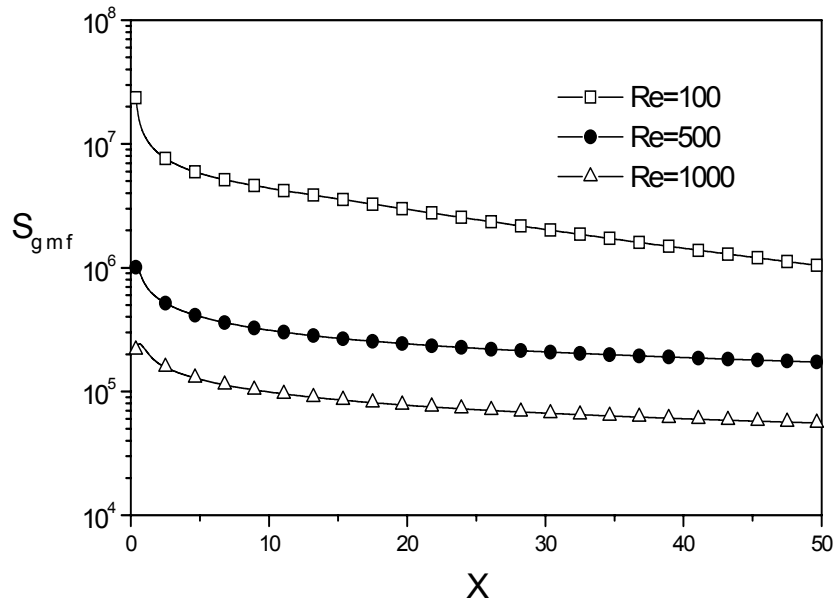


Fig. (5-55) : Génération d'entropie totale le long de l'espace annulaire pour différents nombres de Reynolds ($e=0.8$, eau, $(T_{ce}-T_{fe})=40$ °C, $R_{ce}=1$, $L=50$)

5. 2. 4. 6- Influence de la longueur

Nous remarquons à travers la figure (5-56) que la génération d'entropie totale est d'autant moins élevée que la longueur de l'échangeur est très grande, quelque soit la valeur de paramètre β .

Cette variation de la génération d'entropie est plus importante dans la zone d'entrée où le gradient de pression et la différence de température entre les deux fluides sont plus élevés.

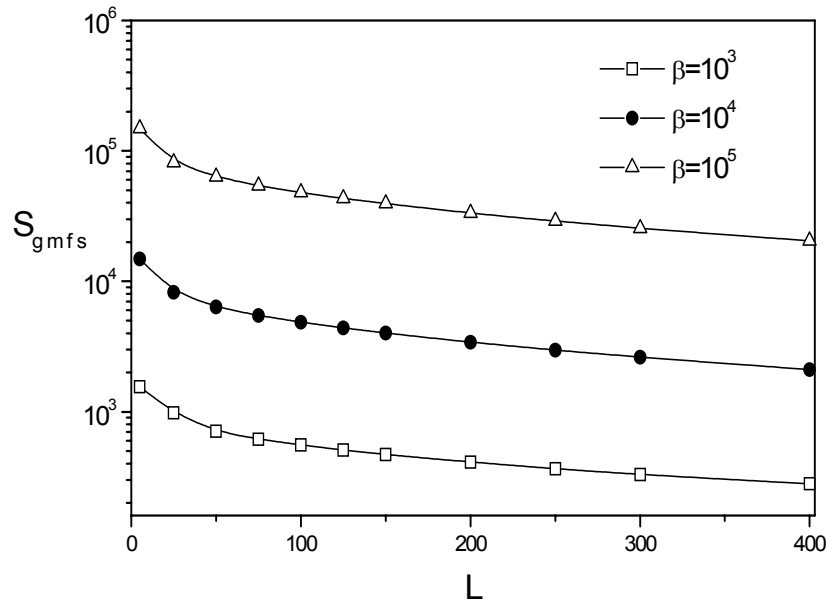


Fig. (5-56) :Variation de la génération d'entropie totale à la sortie du fluide froid en fonction de la longueur de l'échangeur pour différentes valeurs de β ($Re=500$, $e=0.8$, $Da=10^{-3}$, $R_{ce}=1$)

5. 2. 4. 7- Nombre de Bejan et rapport d'irréversibilité

Lorsque le nombre de Bejan $Be=1$, l'irréversibilité est due uniquement au transfert de chaleur. Par contre, si $Be=0$, l'irréversibilité est due aux frottements.

Nous constatons à travers la figure (5-57) que lorsque le paramètre $\beta=10^3$ ou encore si la différence de température d'entrée ($T_{ce}-T_{fe}$) ≤ 5 °C, l'irréversibilité due au transfert de chaleur domine ($Be > 0.5$). Sauf pour les cas où l'épaisseur de la couche poreuse $e \geq 80\%$ et la perméabilité est très faible ($Da \leq 10^{-4}$), c'est l'irréversibilité due aux frottements qui devient dominante.

Pour $\beta \geq 10^4$ donc ($T_{ce}-T_{fe}$) ≥ 10 °C, c'est l'irréversibilité due au transfert de chaleur qui est dominante quelque soit l'épaisseur et la perméabilité de la matrice poreuse (fig. 5-58, 5-59).

Pour ce qui concerne le rapport d'irréversibilité Φ , nous remarquons que ce dernier évolue dans le même sens que l'épaisseur et la de la couche poreuse et dans le sens inverse du nombre de Darcy et du paramètre β (fig. 5-60, 5-61, 5-62).

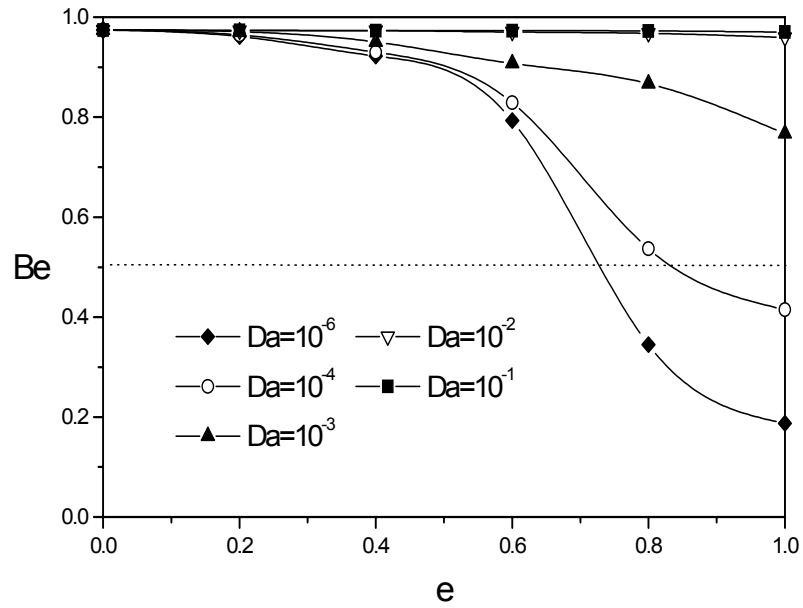


Fig. (5-57) : Nombre de Bejan en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $R_{ce}=1$, $\beta=10^3$, $L=50$)

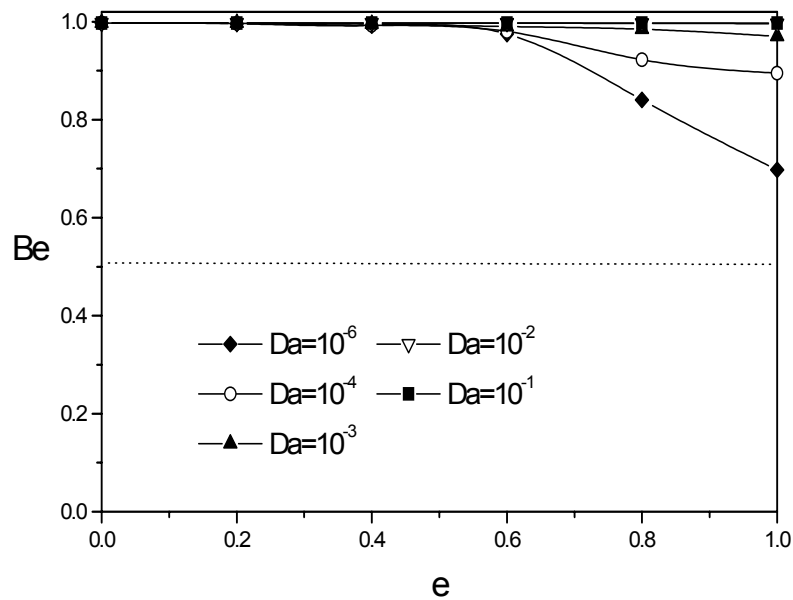


Fig. (5-58) : Nombre de Bejan en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $R_{ce}=1$, $\beta=10^4$, $L=50$)

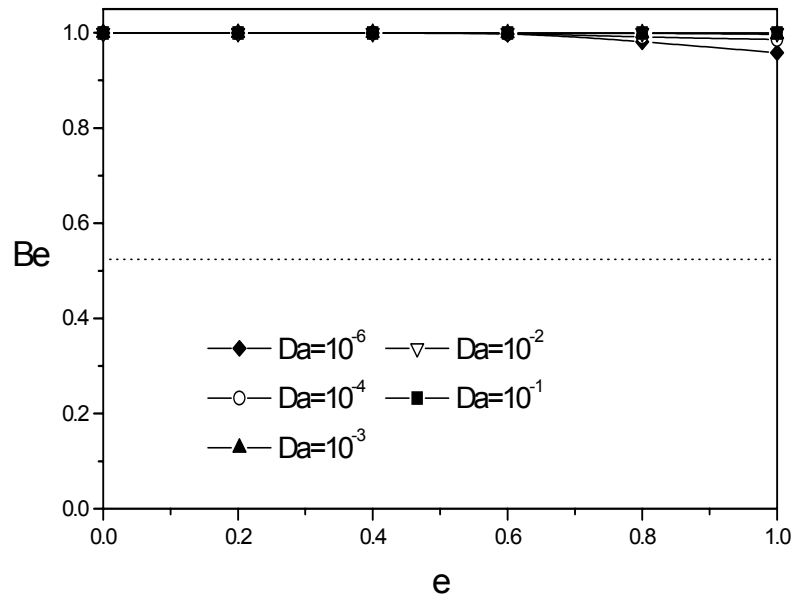


Fig. (5-59) : Nombre de Bejan en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $R_{ce}=1$, $\beta=10^5$, $L=50$)

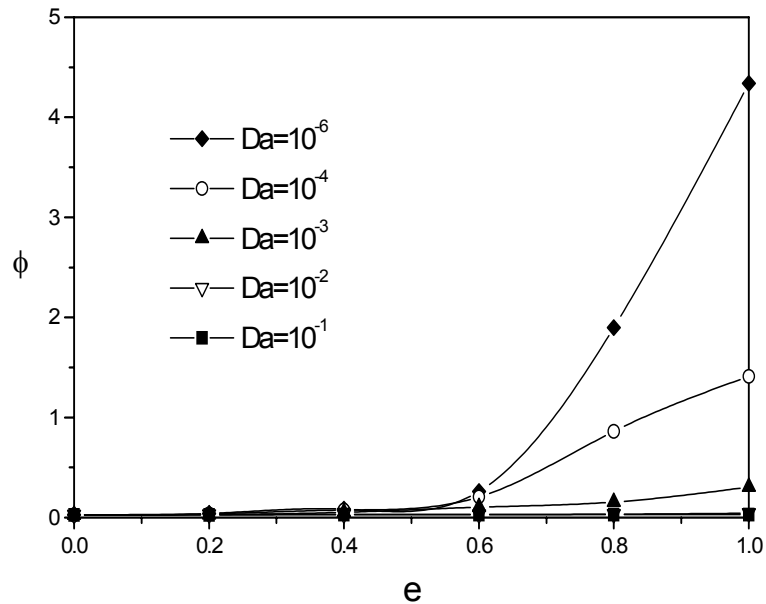


Fig. (5-60) : Rapport d'irréversibilité en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $R_{ce}=1$, $\beta=10^3$, $L=50$)

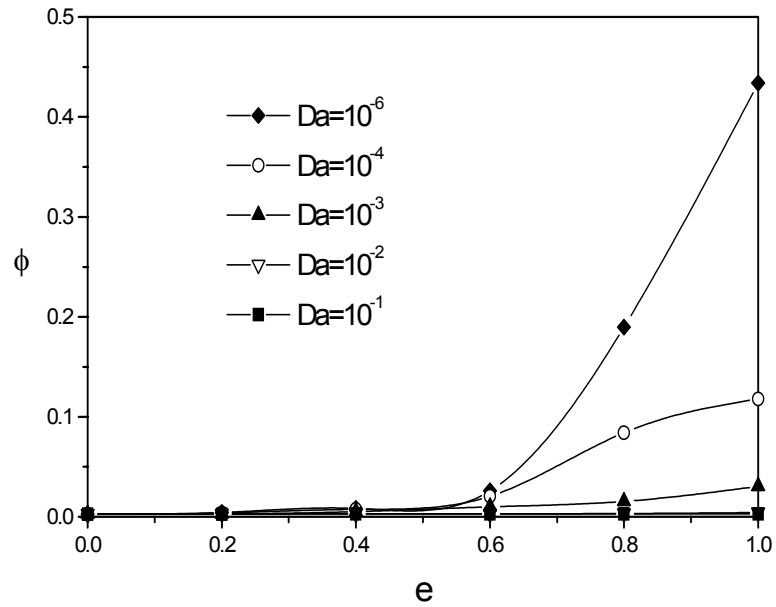


Fig. (5-61) : Rapport d'irréversibilité en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $R_{ce}=1$, $\beta=10^4$, $L=50$)

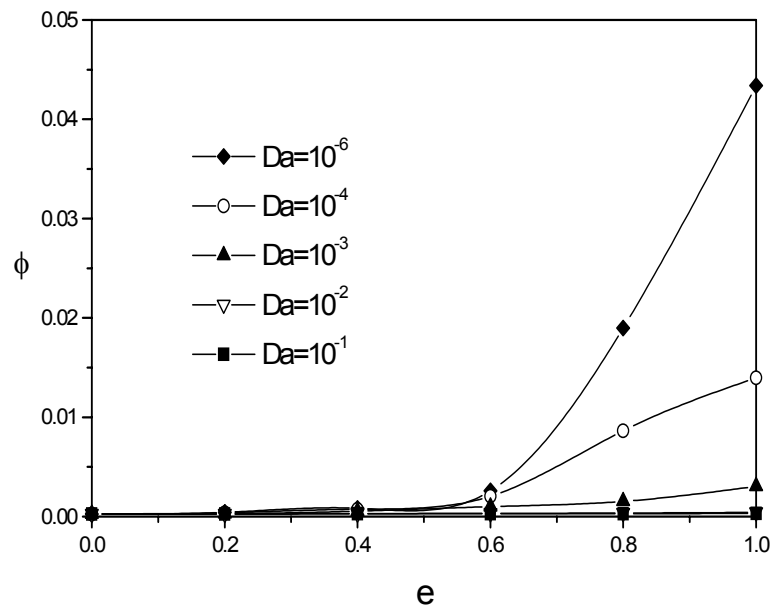


Fig. (5-62) : Rapport d'irréversibilité en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ($Re=500$, $R_{ce}=1$, $\beta=10^5$, $L=50$)

Conclusion

Les résultats trouvés nous ont permis de comprendre l'effet de l'insertion d'une substance poreuse sur le transfert de chaleur et la génération de l'entropie.

La minimisation de la génération d'entropie totale dépend de l'épaisseur de la matrice poreuse, de sa perméabilité, du rapport des conductivités thermiques, du débit et du paramètre β qui est fonction des propriétés du fluide et de la différence de température d'entrée entre les deux fluides.

5. 3- Exemples d'applications

Afin de donner à notre travail un sens pratique, nous choisissons les mousses métalliques comme exemple d'application.

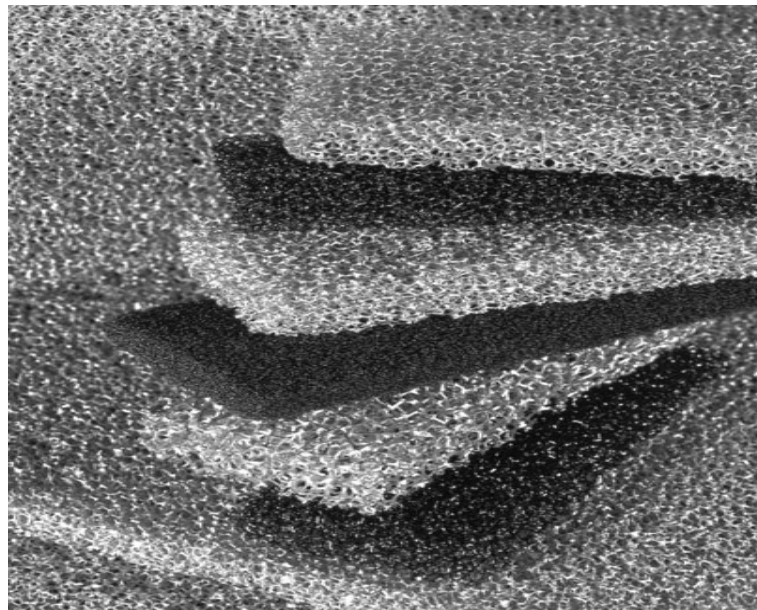
Les mousses métalliques sont des matériaux poreux consolidés dont la matrice solide est une bonne conductrice de la chaleur (fig. 5-63 (a), 5-63 (b)). Elles ont une faible densité (0.2 à 3.2 g/cm^3) et une grande porosité ($\geq 90\%$). Elles sont fortement perméables présentant simultanément une grande surface spécifique d'échange et une faible résistance à l'écoulement. Ces caractéristiques permettent d'envisager leur utilisation pour intensifier les échanges thermiques.

Les applications concernées par ce type de matériaux sont très nombreuses. Elles vont de l'amélioration des performances thermiques dans les échangeurs de chaleur à des applications où différents phénomènes physiques ou chimiques sont couplés. Ces matériaux ont alors un rôle multifonctionnel. Par exemple, la structure poreuse peut être utilisée pour réaliser simultanément un accroissement des transferts dans un canal et une opération chimique (catalyse) pour des applications telles que le réformage, le traitement des gaz de combustion, ...etc [58].

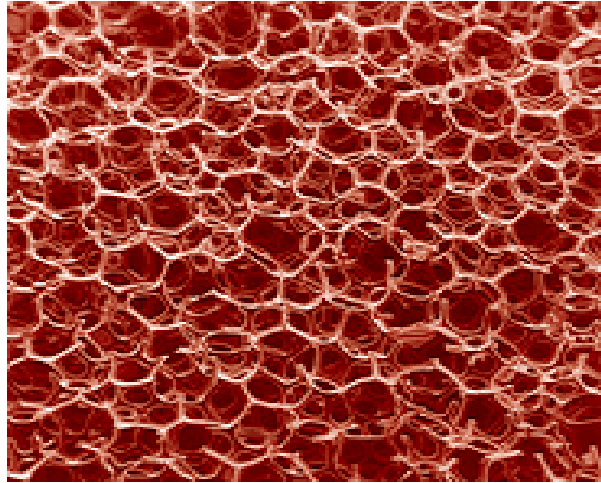
Nous pouvons citer comme mousses métalliques :

- Acier inoxydable
- Aluminium
- Carbone vitreux
- Cuivre
- Nickel

Ces mousses peuvent être fournies sous différentes dimensions, formes et porosités selon les besoins de l'utilisation.



(a) : Mousses de cuivre et d'aluminium



(b) : Mousses de cuivre

Figure (5-63): Mousses métalliques

La complexité de la structure de ces mousses métalliques a fait d'elles le sujet de plusieurs recherches récentes afin de déterminer leur propriétés de transport à savoir la conductivité thermique effective et la perméabilité.

Récemment, Calmidi et Mahajan [59], Boomsma et Poulikakos [60] ont présenté des modèles géométriques, basés sur des données expérimentales, pour l'estimation de la conductivité thermique effective des mousses métalliques de grande porosité. Calmidi et Mahajan [59] ont considéré le milieu poreux formé d'un arrangement bidimensionnel des cellules hexagonales avec une intersection carrée des fibres. Par contre, Boomsma et Poulikakos [60] ont proposé un modèle tridimensionnel considérant la structure des mousses métalliques sous forme de cellules tétracaïdcaèdre avec des nœuds cubiques à l'intersection des fibres (fig. 5-64). Plus récemment, Bhattacharya et al. [61] ont étendu l'analyse de Calmidi et Mahajan [59] avec une intersection circulaire (fig. 5-65). Singh et Kasana [62] ont développé une relation empirique pour une bonne estimation de la conductivité thermique effective.

En ce qui concerne la détermination de la perméabilité des mousses métalliques, des recherches sont en cours de réalisation pour trouver des relations ou des modèles spécifiques. Bhattacharya et al [61] ont développé un modèle analytique validé par leur résultats expérimentaux pour l'estimation de cette perméabilité. L'analyse expérimentale reste le moyen le plus utilisé par plusieurs chercheurs [63].

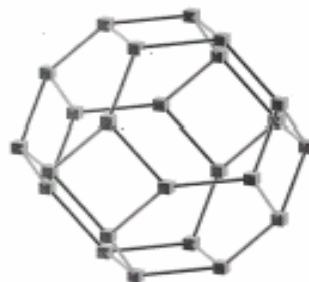


Figure (5-64): cellules tétracaïdcaèdre avec des nœuds cubiques à l'intersection des fibres

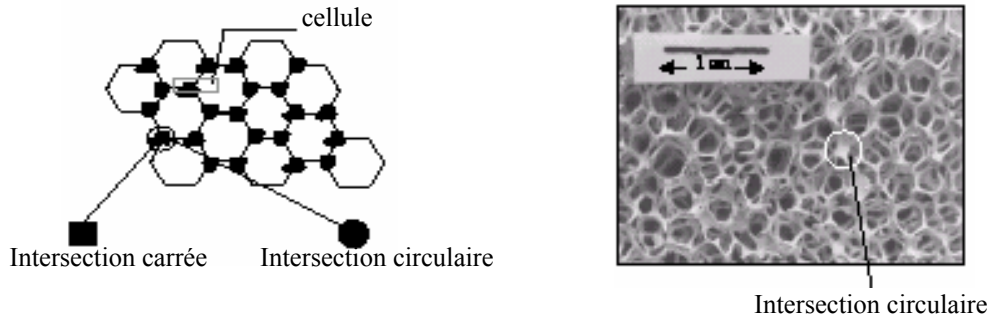


Figure (5-65): Intersection des fibres

Conductivité thermique effective

Soient les modèles de calcul de la conductivité thermique effective suivants :

a- Modèle ETC

Singh et Kasana [62] ont présenté un modèle d'estimation de la conductivité thermique effective (ETC). La matrice est supposée être composée des couches orientées parallèlement et perpendiculairement à la direction de flux de chaleur, alternativement comme il est représenté dans la figure (5-66).

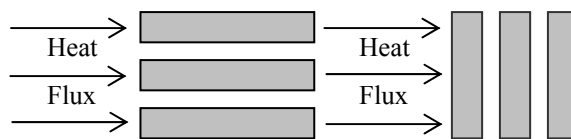


Figure (5-66): Configuration des résistances dans un système à deux phases

La conductivité thermique des couches parallèles k_{\parallel} et celle des couches perpendiculaires k_{\perp} sont données par les expressions suivantes :

$$k_{\parallel} = \varepsilon k_f + (1 - \varepsilon) k_s \quad (5.2)$$

$$k_{\perp} = \frac{k_s k_f}{(1 - \varepsilon) k_f + \varepsilon k_s} \quad (5.3)$$

k_f et k_s sont respectivement les conductivités thermiques de la phase fluide et la phase solide et ε représente la fraction volumique de la phase fluide.

k_{\parallel} et k_{\perp} sont les bornes supérieure et inférieure de la conductivité thermique effective d'un milieu à deux phases. ETC relie ces deux bornes car ces relations ne prédisent pas la conductivité thermique effective d'un système réel à deux phases. ETC propose la relation :

$$k_e = k_{\parallel}^F k_{\perp}^{(1-F_1)} \quad (5.4)$$

avec: $F_1 = C \left(0.3031 + 0.0623 \ln \left(\varepsilon \frac{k_s}{k_f} \right) \right)$, $0 < F_1 < 1$

La constante C est calculée à partir des données expérimentales ; sa valeur moyenne est représentée sur la figure (5-67).

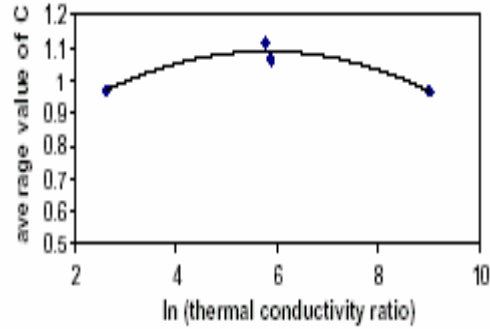


Figure (5-67): Variation de la constante C avec $\ln\left(\frac{k_e}{k_f}\right)$

b- Modèle de Bhattacharya

Le relation développée par Bhattacharya [61] est:

$$k_e = F_2 (\varepsilon k_f + (1-\varepsilon)k_s) + \frac{k_s k_f (1-F_2)}{\varepsilon k_s + (1-\varepsilon)k_f} \quad (5.5)$$

avec: $F_2 = 0.35$

c- Modèle de Boomsma

Boomsma [60] a proposé le modèle suivant:

$$k_e = \frac{1}{\sqrt{2}(R_A + R_B + R_C + R_D)} \quad (5.6)$$

avec:

$$R_A = \frac{4F_3}{[2e^2 + \pi F_3 (1-e)] k_s + [4-2e^2 - \pi F_3 (1-e)]k_f}$$

$$R_B = \frac{(e-2F_3)^2}{(e-2F_3)e^2 k_s + [2e-4F_3 - (e-2F_3)e^2]k_f}$$

$$R_C = \frac{(1-\sqrt{2}e)^2}{\pi F_3^2 (1-2\sqrt{2}e)k_s + [\sqrt{2}-2e-\pi F_3^2 (1-2\sqrt{2}e)]k_f}$$

$$R_D = \frac{2e}{e^2 k_s + (4-e^2)k_f}$$

$$F_3 = \sqrt{\frac{\sqrt{2}(2-0.625\sqrt{2}e^3 - 2\varepsilon)}{\pi(3-4\sqrt{2}e-e)}}$$

$e = 0.339$

• **Application à un échangeur annulaire**

Soit un échangeur de chaleur à double tubes dont l'espace annulaire est partiellement ou totalement rempli par des mousses métalliques (mousses de cuivre, d'aluminium ou de nickel) de porosité $\epsilon=0.95$. Supposant que le fluide froid circulant dans cette espace annulaire est de l'eau ou du toluène ; les valeurs du rapport entre la conductivité thermique effective k_e et celle du fluide k_f sont données dans le tableau (5-3).

Tableau (5-3) : Rapport des conductivités thermiques pour différentes mousses métalliques.

(k_e/k_f)	Modèle ETC	Modèle de Bhattacharya	Modèle de Boomsma	$(k_e/k_f)_{moyen}$
Cuivre-eau	13.34	11.83	8.88	11.35
Cuivre-toluène	53.78	44.05	30.82	42.88
Aluminium-eau	8.06	7.90	5.72	7.22
Aluminium-toluène	29.32	25.69	18.32	24.44
Nickel-eau	4.03	3.58	3.20	3.60
Nickel-toluène	12.81	11.20	8.48	10.83

Perméabilité

La perméabilité des mousses métalliques est souvent calculée expérimentalement ; elle est fonction de la porosité et du diamètre des pores. Bhattacharya et al. [61] ont proposé un modèle analytique en modifiant le terme de tortuosité dans le modèle de Du Plessis qui est valable seulement pour une porosité allant de 0.973 à 0.978 et en considérant toujours un arrangement bidimensionnel des cellules hexagonales avec une intersection circulaire des fibres.

- Modèle de Bhattacharya

L'expression de la perméabilité est donnée par la relation:

$$\frac{K}{d^2} = \frac{\epsilon^2}{36\chi(\chi-1)} \tag{5.7}$$

avec:

$$d = \sqrt{\chi/(3\epsilon)} d_p$$

d_p : diamètre des pores (fig. 5-68)

χ : tortuosité du milieu poreux

$$\frac{1}{\chi} = \frac{\pi}{3\epsilon} \left\{ 1 - \left(1.18 \sqrt{\frac{(1-\epsilon)}{3\pi}} \frac{1}{G} \right) \right\}$$

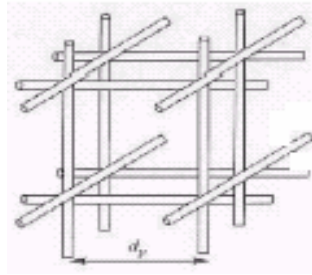


Figure (5-68) : diamètre des pores

Les résultats trouvés par ce modèle et ceux retrouvés expérimentalement par ce même auteur sont représentés sur la figure (5-69). Pour un diamètre des pores variant entre 0.0018 et 0.004 m, et une porosité allant de 0.89 à 0.98, la perméabilité des mousses varie entre 0.5×10^{-7} et 2.7×10^{-7} . Cette ordre de grandeur a été retrouvé par Tadriss et al. [63] dans une étude expérimentale.

Pour un échangeur de chaleur à double tubes de diamètre hydraulique égal à 3×10^{-3} m, Cette perméabilité correspond à un nombre de Darcy compris entre 5×10^{-3} et 3×10^{-2} .

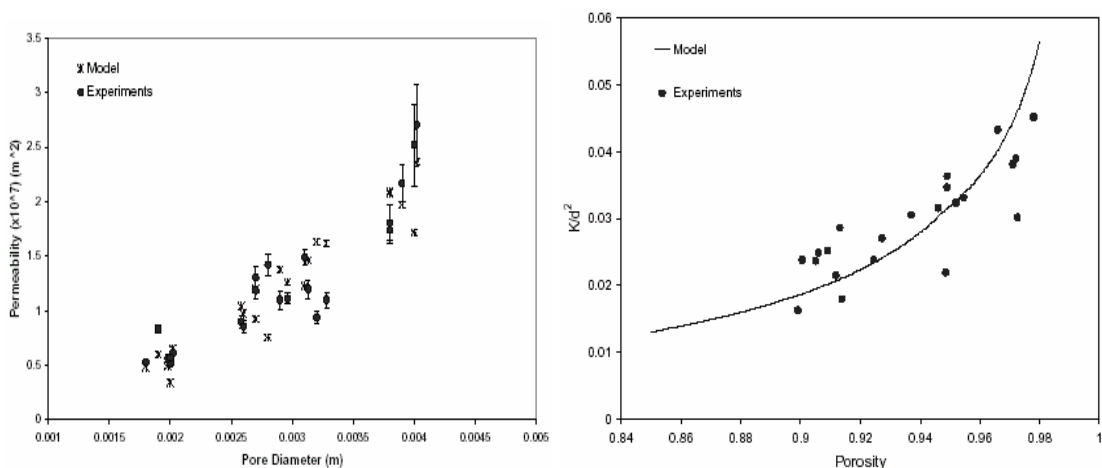


Figure (5-69) : Variation de la perméabilité en fonction du diamètre des pores et de la porosité

Conclusion

Nous avons démontré précédemment (fig. 5-36, 5-37) l'existence d'un rapport critique des conductivités thermiques, qui dépend de la perméabilité et de l'épaisseur de la couche poreuse, au delà de lequel la génération d'entropie est minimisée. Nous constatons d'après le tableau (5-3) que les valeurs des rapports des conductivités thermiques dans le cas des mousses métalliques sont largement supérieures aux valeurs critiques. Nous pouvons dire alors que l'utilisation des mousses métalliques permet l'amélioration de transfert de chaleur et la réduction de la génération d'entropie.

Par exemple, dans le cas du couple Aluminium-eau ($k_o/k_f = 7.22$ et $Da=10^{-2}$, $e=0.8$), la réduction de la génération d'entropie due au transfert de chaleur est de 91.5 % par rapport au cas fluide.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion Générale

L'objectif de ce travail a été de faire une analyse thermodynamique dans un échangeur de chaleur à double tubes dont l'espace annulaire est partiellement ou totalement rempli par un milieu poreux. Les effets de l'épaisseur de la couche poreuse, de sa perméabilité et de sa conductivité thermique ainsi que les effets du débit et de la longueur d'écoulement ont été discutés.

la génération d'entropie due aux frottements du fluide évolue avec l'épaisseur de la couche poreuse. Cette augmentation est plus importante lorsque la matrice poreuse est moins perméable. Par contre, la génération d'entropie due au transfert de chaleur croît jusqu'à une valeur maximale correspondant à une épaisseur critique qui dépend du nombre de Darcy. Au delà de cette épaisseur, l'efficacité de l'échangeur augmente et la génération d'entropie due au transfert de chaleur tend vers un minimum et devient même inférieure à celle calculée pour le cas sans milieu poreux lorsque l'espace annulaire est rempli à plus de 95%.

La génération d'entropie totale due aux deux effets de frottements et de transfert de chaleur dépend du paramètre β qui est fonction des conditions d'entrée et des propriétés du fluide. Une différence de températures d'entrée entre les deux fluides élevée ($\Delta T \geq 10^\circ\text{C}$) donc un paramètre β important produit une augmentation de la génération d'entropie totale et du nombre de Bejan. Ce dernier tend vers 1 ($Be > 0.5$) et d'où l'irréversibilité due au transfert de chaleur devient dominante quelque soit l'épaisseur et la perméabilité de la matrice poreuse. Dans le cas où la différence de température d'entrée entre les deux fluides est faible ($\Delta T < 10^\circ\text{C}$) et lorsque le milieu poreux est moins perméable ($Da \leq 10^{-4}$) et l'épaisseur de la couche poreuse $e \geq 80\%$, l'irréversibilité due aux frottements domine.

Le rapport d'irréversibilité évolue dans le même sens que l'épaisseur de la couche poreuse et dans le sens inverse du nombre de Darcy et de la différence de température d'entrée entre les deux fluides.

L'augmentation du rapport des conductivités thermiques produit une diminution de la génération d'entropie due au transfert de chaleur et une minimisation de la génération d'entropie totale. Cette réduction de l'entropie est plus importante à partir d'une épaisseur de la couche poreuse qui dépend du nombre de Darcy. L'influence du rapport des conductivités thermiques est significative à partir d'un rapport critique $(R_{ce})_{cr}$. Pour des valeurs inférieure à ce rapport, le milieu poreux constitue une résistance thermique.

La génération d'entropie totale est plus faible à la sortie de l'échangeur et plus importante dans la zone d'entrée où les pertes de pression et la différence de température entre les deux fluides sont plus importantes.

Il est à noter aussi une évolution décroissante de la génération d'entropie totale avec le rapport des débits entre les deux fluides ainsi qu'avec le nombre de Reynolds.

Enfin, Nous recommandons :

- l'utilisation des mousses métalliques vu leur importance pour l'amélioration du transfert de chaleur et la réduction de la génération d'entropie.
- l'étude du problème en régime turbulent puisque c'est le cas le plus fréquemment rencontré dans l'industrie.

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

- [1] P. Trambouze, " Matériels et équipements, Le raffinage du pétrole ", Tome IV, Publication de l'Institut Français du Pétrole, Technip, (1999).
- [2] Techniques de l'Ingénieur, " Technologie de machines industrielles ", B 2366, pp. 1-7, (1991).
- [3] P. Wuithier, " Le pétrole, raffinage et génie chimique ", Tome II, Publication de l'Institut Français du Pétrole, Technip, (1972).
- [4] Techniques de l'Ingénieur, " Echangeurs de chaleur ", B 2340 a, pp. 12-15, (1994).
- [5] D. A. Nield, A. Bejan, " Convection in Porous Media ", Springer-Verlag, Inc, New York, (1992).
- [6] P. Le Goff, " Energétique Industrielle, Analyse thermodynamique et mécanique des économies d'énergie ", Technique et Documentation, (1982).
- [7] A. Bejan, " Entropy Generation Through Heat and Flow Transfer ", Wiley and Son, Inc, New York, (1994).
- [8] A. Bejan, " Advanced Engineering Thermodynamic ", Wiley and Son, Inc, New York, (1988).
- [9] G. Natalini, E. Sciusbba, " Minimization of the local rates entropy production in the design of air-cooled gas turbine blades ", J. Engry. Gas T Power 121, (1999).
- [10] A. Bejan, P. A. Pfister, " Evaluating heat transfer augmentation techniques based on their impact on entropy generation ", Lett. Heat Mass Transfer, vol. 7, pp. 97-106, (1980).
- [11] D. P. Sekulik, " The second law quality of energy transformation in a heat exchanger ", J. Heat Transfer, vol. 112, pp. 295-300, (1990).
- [12] L. C. Witte, N. A. Shamsundar, " Thermodynamic efficiency concept for heat exchange devices ", J. Energy Power, vol. 105, pp. 199-203, (1983).
- [13] V. Srinivasan, K. Vafai, R. N. Christensen, " Analysis of heat transfer and fluid flow through a spirally fluted tube using a porous substrate approach ", J. of Heat Transfer, vol. 116, pp. 534-551, (1994).
- [14] M. K. Alkam, M. A. Al-Nimr, " Transient flow hydrodynamics in circular channels partially filled with a porous materiel ", Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 37, N° 2-3, pp. 133-137, (2001).
- [15] S. Chikh, A. Boumedien, K. Bouhadeef, G. Lauriat, " Analytical solution of non-Darcian forced convection in an annulus duct partially filled with porous medium ", Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 38, N° 9, pp.1543-1551, (1995).
- [16] Z. Guo, H. J. Sung, J. M. Hyun, " Pulsating flow and heat transfer in an annulus partially filled with porous media ", Numerical Heat Transfer, vol. 31, pp. 517-527, (1997).
- [17] S. Chikh, A. Boumedien, K. Bouhadeef, G. Lauriat, " Non-Darcian forced convection analysis in an annulus partially filled with a porous material ", Numerical Heat Transfer, vol. 28, pp. 707-722, (1995).
- [18] S. Chikh, A. Boumedien, K. Bouhadeef, G. Lauriat, " Amélioration de transfert de chaleur thermique par un dépôt poreux sur la paroi d'un échangeur tubulaire ", Rev Gén Therm, vol. 36, pp. 41-50, (1997).
- [19] M. K. Alkam, M. A. Al-Nimr, " Improving the performance of double-pipe heat exchangers by using porous substrates ", Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 42, N° 19, pp. 3609-3618, (1999).

- [20] K. Bouhadeh, S. Chikh, A. Boumediene, G. Lauriat, " Effect of porous substrate addition on heat exchanger efficiency ", IMechE Transactions C 565/021/99, pp. 13-18, (1999).
- [21] J. Y. San, W. M. Worek, Z. Lavan " Entropy generation in combined heat and mass transfer ", Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 30, N° 7, pp. 1359-1369, (1987).
- [22] E. M. Smith, " Thermal design of contraflow exchangers incorporating entropy", MechE Transactions C 565/039/99, pp. 33-38, (1999).
- [23] J. E. Hesselgreaves, " A second law approach to compact surface performance analysis", IMechE Transactions C 565/074/99, pp. 45-52, (1999).
- [24] B. A. K. Abu-Hijleh, W. N. Heilen " Entropy generation due to laminar natural convection over a heated rotating cylinder ", Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 42, N° 22, pp. 4225-4233, (1999).
- [25] V. Zimparov, " Extended performance evaluation criteria for enhanced heat transfer surfaces: heat transfer through ducts with constant temperature ", Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 43, N° 17, pp. 3137-3155, (2000).
- [26] R. L. Cornelissen, G. G. Hirs, " Thermodynamic optimization of heat exchanger ", Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 42, N° 5, pp. 951-959, (1999).
- [27] A. Z. Sahin, " Entropy generation in turbulent liquid flow through a smooth duct subjected to constant wall temperature ", Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 43, N° 8, pp. 1469-1478, (2000).
- [28] A. Z. Sahin, " Second law analysis of laminar viscous flow through a duct subjected to constant wall temperature ", ASME J. of Heat Transfer, vol. 120, pp. 76-83, (1998).
- [29] M. Yilmaz, O. N. Sara, S. Karsli, " Performance evaluation criteria for heat exchangers based on second law analysis ", Exergy, Int. J., vol. 1, N° 4, pp. 278-294, (2001).
- [30] G. V. C. Vargas, A. Bejan, D. L. Siems " Integrative thermodynamic optimization of the crossflow heat exchanger for an aircraft environmental control system ", ASME J. of Heat Transfer, vol. 123, N° 4, pp. 760-768, (2001).
- [31] A. Bejan, D. L. Siems " The need for exergy analysis and thermodynamic optimization in aircraft development ", Exergy, Int. J., vol. 1, N° 1, pp. 14-24, (2001).
- [32] J. V. C. Vargas, A. Bejan, " Integrative thermodynamic optimization of the environmental control system of aircraft ", Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 44, pp. 3907-3917, (2001).
- [33] T. Shiba, A. Bejan, " Thermodynamic optimization in of geometric structure in the counterflow heat exchanger for an environmental control system", Energy, vol. 26, pp. 493-511, (2001).
- [34] H. Khalkhali, A. Faghri, Z. J. Zuo, " Entropy generation in a heat pipe system", Applied Thermal Engineering, vol. 19, pp. 1027-1043, (1999).
- [35] H. Ishikawa, P. A. Hobson, " Optimization of heat exchanger design in a thermoacoustic engine using a second law analysis", Int. Comm. Heat Mass Transfer, vol. 23, N° 3, pp. 325-334, (1996).
- [36] R. T. Ogulata, F. Doba, " Experiments and entropy generation minimization analysis of a cross-flow heat exchanger ", Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 41, N° 2, pp. 373- 381, (1998).
- [37] R. T. Ogulata, F. Doba, T. Yilmaz " Irreversibility analysis of cross flow heat exchangers", Energy Conversion and Management ", vol. 41, pp. 1585-1599, (2000).

- [38] B. V. Reddy, G. Ramkiran, K. A. Kumar, P. K. Nag, "Second law analysis of a waste heat recovery steam generator ", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 45, pp. 1807-1814, (2002).
- [39] G. Grazzini, R. Rinaldi, "Thermodynamic optimal design of heat exchangers for an irreversible refrigerator ", *Int. J. Therm. Sci*, vol. 40, pp. 173-180, (2001).
- [40] J. E. Hesselgreaves, " Rationalization of second law analysis o heat exchangers ", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 43, pp. 4189-4204, (2000).
- [41] P. Yuan, H-S. Kou, " Entropy generation on three-gas crossflow heat exchanger with longitudinal wall conduction", *Int. Comm. Heat and Mass Transfer*, vol. 28, N° 6, pp. 803-813, (2001).
- [42] M. M. Salah El Din, " Second law analysis of irreversible heat engines with variable temperature heat reservoirs ", *Energy Conversion and Management* ", vol. 42, pp. 189- 200, (2001).
- [43] M. M. Salah El Din, " Performance analysis of heat pumps and refrigerators with vaiable reservoir temperatures ", *Energy Conversion and Management* ", vol. 42, pp. 201- 216, (2001).
- [44] J. V. C. Vargas, A. Bejan, " Thermodynamic optimization of the match between two streams with phase change ", *Energy*, vol. 25, pp. 15-33, (2000).
- [45] D. K. Mahanta, S. K. Saha, " Internal irreversibility in a water heating solar flat plat collector ", *Energy Conversion and Management* ", vol. xxx, pp. xxx-xxx, (2001).
- [46] M. Dentice d'Accadia, A. Fichera, M. Sasso, M. Vidiri, " Determining the optimal configuration of a heat exchanger with a two-phase refrigerant through exergoeconomics", *Applied Energy*, vol. x, pp. x-x, (2002).
- [47] L. Nummedal, S. Kjelstrup, " Equipartition of forces as a lower bound on the entropy production in heat exchange ", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 44, pp 2827-2833, (2001).
- [48] E. Johannessen, L. Nummedal, S. Kjelstrup, " Minimizing the entropy production in heat exchange ", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. xxx, pp. xxx-xxx, (2002).
- [49] Z-Y. Guo, S-Q. Zhou, Z-X. Li, L-G. Chen" Theoretical analysis and experimental confirmation of the uniformity principle of temperature difference field in heat exchanger", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 45, pp. 2119-2127, (2002).
- [50] A. Bejan, " Thermodynamic optimization of geometry in engineering flow systems ", *Exergy, Int. J.*, vol. 1, N° 4, pp. 269-277, (2001).
- [51] E. Siubba, " A minimum entropy generation procedure for the discrete pseudo-optimization of finned-tube heat exchangers", *Rev Gén Therm*, vol. 35, pp. 517-525, (1996).
- [52] A. C. baytas, " Entropy generation for natural convection in an inclined porous cavity ", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 43, N° 12, pp. 2089-2099, (2000).
- [53] Y. Demirel, R. Kahraman, " Entropy generation in rectangular packed duct with wall heat flux ", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 42, N° 13, pp. 2337-2344, (1999).
- [54] Y. Demirel, H. H. Al-Ali " Thermodynamic analysis of convective heat transfer in a packed duct with asymmetrical wall temperatures", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 40, N° 5, pp. 1145-1153, (1997).
- [55] Y. Demirel, " Thermodynamic optimization of convective heat transfer in a packed duct ", *Energy*, vol. 20, N° 10, pp. 959-967, (1995).

- [56] Y. Demirel, R. Kahraman, " Thermodynamic analysis of convective heat transfer in an annular packed bed ", *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, vol. 21, pp. 442-448, (2000).
- [57] S. V. Patankar, " Numerical Heat Transfer and Fluid Flow ", Mc GrawHill, (1980).
- [58] J. V. Daurelle, L. Tadrist, F. Topin, J. Vicente, "Société Française de Thermique", Journée de 28 mars 2003.
- [59] V. V. Calmidi, R. L. Mahajan, " The effective thermal conductivity of high porosity fibrous metal foams ", *ASME J. Heat Transfer*, vol. 121, pp. 466-471, (1999).
- [60] K. Boomsma, D. Poulikakos, " On the effective thermal conductivity of a three dimensionally structured fluid saturated metal foams ", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 44, pp. 827-836, (2001).
- [61] A. Bhattacharya, V. V. Calmidi, R. L. Mahajan, " Thermophysical properties of high porosity metal foams ", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 45, pp. 1017-1031, (2002).
- [62] R. Singh, H. S. Kasana, "Computational aspects of effective thermal conductivity of highly porous metal foams ", *Applied Thermal Engineering*, vol. 24, pp. xxx-xxx, (2004).
- [63] L. Tadrist, M. Miscevic, O. Rahli, F. Topin " About the use of fibrous materials in compact heat exchangers ", *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 28, pp. 193-199, (2004).

ANNEXES

Annexe A

A- Modèles de Perméabilité

La perméabilité des milieux non consolidés dépend de la porosité et du diamètre des particules. Les modèles empiriques de la perméabilité existant dans la littérature sont basés sur la même expression :

$$K = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{A(1-\varepsilon)^2} \quad (\text{A. 1})$$

où : d_p : est le diamètre des particules et A une constante prise différemment par différents chercheurs (entre 150 et 215).

Annexe B

B- Modèles de la conductivité thermique effective

Les modèles de la conductivité thermique effective existant dans la littérature sont des modèles approchés construits à partir des géométries simples et d'hypothèses simplificatrices et à partir d'expérimentation. La conductivité thermique effective est comprises entre les valeurs données par le modèle série et celles données par le modèle parallèle.

Dans le modèle série, le flux traverse successivement les phases solides et fluides. La résistance thermique du milieu est égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases.

$$k_e = \varepsilon k_f + (1-\varepsilon)k_s \quad (\text{B. 1})$$

Dans le modèle parallèle, le flux traverse en même temps la phase solide et la phase fluide.

$$\frac{1}{k_e} = \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{1-\varepsilon}{k_s} \quad (\text{B. 2})$$

Les modèles trouvés dans la littérature sont :

B. 1- Modèle de Maxwell

$$\frac{k_e}{k_f} = \frac{2\varepsilon + (3-2\varepsilon)\frac{k_s}{k_f}}{(2-\varepsilon) + \varepsilon\frac{k_s}{k_f}} \quad (\text{B. 3})$$

Ce modèle est développé pour le cas de sphères solides lâchées au hasard dans un milieu continu et lorsque la porosité est importante.

B. 2- Modèle de Devries

$$\frac{k_e}{k_f} = \frac{\varepsilon + (1 - \varepsilon) F_4 \frac{k_s}{k_f}}{\varepsilon + (1 - \varepsilon) F_4} \quad (\text{B. 4})$$

avec :

$$F_4 = \frac{1}{3} \sum_i \frac{1}{1 + (k_s / k_f - 1) g_i}$$

Le facteur F représente la proportion des gradients de températures moyennes dans les phases continues et dispersées. Les facteurs g_i sont des facteurs de forme des particules.

B. 3- Modèle de Krisher et Kroll

Kridher et Kroll suggère un modèle dans lequel les matériaux sont arrangés par quelques plans parallèles à la direction du flux de chaleur, tandis que d'autres plans sont normaux à ce flux.

$$\frac{k_e}{k_f} = \frac{1}{(1-a)k_f / k_{1,1} + a k_f / k_{1,2}} \quad (\text{B. 5})$$

où : a est la proportion des plans parallèles par rapport aux plans série.

B. 4- Modèle de Yagi et Kunii

Yagi et Kunii considèrent un modèle simplifié de géométrie simplifiée dans lequel une partie de la chaleur est transmise seulement par le solide, une autre partie par le fluide et le reste par la multitude de couches relatives aux systèmes qui consistent successivement en une couche de solides et une couche de fluide.

$$\frac{k_e}{k_f} = \frac{1 - \varepsilon}{k_f / k_s + \varphi} \quad (\text{B. 6})$$

avec :

$$\varphi = f\left(\frac{k_f}{k_s}, \varepsilon\right)$$

B. 5- Modèle de Kunii et Smith

Ce modèle est utilisé dans le cas d'un empilement de sphères. Il prend en compte le rayement.

$$\frac{k_e}{k_f} = \varepsilon \left[1 + \frac{h_{rv} d_p}{k_f} \right] + \left[\frac{1-\varepsilon}{1/(1/\phi + d_p h_{fs}/k_f) + \nu k_f/k_s} \right] \quad (B. 7)$$

où :

Ω : est la proportion de la longueur effective des particules solides pour le transfert de chaleur par rapport au diamètre des particules ($\nu=2/3$ dans le cas d'un empilement de sphères).

ϕ : est une mesure de l'épaisseur de contact entre deux particules solides.

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_2 && \text{pour } \varepsilon < 0.26 \\ \phi &= \phi_2 + (\phi_1 - \phi_2) \frac{\varepsilon - 0.26}{0.476 - 0.26} && \text{pour } 0.26 < \varepsilon < 0.476 \\ \phi &= \phi_1 && \text{pour } \varepsilon > 0.476 \end{aligned}$$

avec :

$$\phi_1 = \frac{0.33 (1 - k_f/k_s)^2}{\ln\{k_s/k_f - 0.577(k_s/k_f - 1)\} - 0.423(1 - k_f/k_s) - 2k_f/3k_s}$$

$$\phi_2 = \frac{0.072 (1 - k_f/k_s)^2}{\ln\{k_s/k_f - 0.925(k_s/k_f - 1)\} - 0.075(1 - k_f/k_s) - 2k_f/3k_s}$$

$$h_{rv} = 2.27 \times 10^{-7} \left(1 + \frac{\varepsilon}{2(1-\varepsilon)} \frac{1-e_m}{e_m} \right)^{-1} T^3$$

$$h_{rs} = 2.27 \times 10^{-7} \frac{e_m}{2-e_m} T^3$$

e_m : émissivité du matériau

h_{rs} : contribution du rayonnement à la conductivité thermique effective du milieu poreux, (négligeable pour $T < 400$ °C)

B. 5- Modèle de Schlunder

$$\frac{k_e}{k_f} = \frac{2}{1 - \frac{k_f}{k_s}} \left[\frac{\ln(k_s/k_f)}{1 - k_f/k_s} - 1 \right] \quad (B. 8)$$

Ce modèle est développé pour le cas d'un empilement de sphères.

B. 7- Modèle de Zehner et Schlunder

$$\frac{k_e}{k_f} = 1 - \sqrt{1-\varepsilon} + \sqrt{1-\varepsilon} \frac{2}{\phi} \left[\frac{\phi_1 g}{\phi^2} \ln\left(\frac{\lambda}{g^2}\right) - \frac{g+1}{2} - \frac{g-1}{\phi} \right] \quad (B. 9)$$

avec :

$$\phi_1 = 1 - \frac{k_f}{k_s} g, \quad \phi = 1 - \frac{k_f}{k_s}, \quad \lambda = 1 - \frac{k_s}{k_f}, \quad g = B \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{10/9}$$

B dépend de la forme des particules (sphère : B=1.25, particule quelconque : B=1.4, cylindre creux ou plein : B=2.5).

B. 8- Modèle de Bauer et Schlunder

Dans leur modèle, Bauer et Schlunder ont pris en compte le transfert radiatif.

$$\frac{k_e}{k_f} = (1 - \sqrt{1 - \varepsilon}) + \sqrt{1 - \varepsilon} \frac{2}{1 - k_f B / k_s} \left[\frac{(1 - k_f / k_s) B}{(1 - k_f B / k_s)^2} \ln \left(\frac{k_s}{k_f B} \right) - \frac{B+1}{2} - \frac{B-1}{1 - k_f B / k_s} \right] + (1 - \sqrt{1 - \varepsilon}) k_r / k_f + \sqrt{1 - \varepsilon} (k_f / k_r - k_f / k_s)^{-1} \quad (\text{B. 10})$$

où : B prend les valeurs présentées dans le modèle de Zehner et Schlunder

$$\text{et : } \frac{k_r}{k_f} = 2.27 \times 10^{-7} \left(\frac{e_m}{2 - e_m} \right) T^3 \frac{d_p}{k_f}$$

Le troisième terme dans l'équation (B. 10) est négligeable pour $T < 400$ °C.

B. 9- Modèle de Woodside et Messmer

Woodside et Messmer ont suggéré un modèle dans lequel les isothermes sont supposées être des plans normaux à la direction du flux de chaleur. Ce modèle est utilisée dans le cas d'empilement de sphères.

$$\frac{k_e}{k_f} = \frac{a / (a^2 - 1)}{\ln \left(\frac{a+1}{a-1} \right)} \quad (\text{B. 11})$$

$$\text{avec : } a = \left(1 + \frac{4}{\pi k_s / k_f} \right)^{1/2}$$

B. 10- Modèle de Krupiczka

$$\frac{k_e}{k_f} = \left(\frac{k_s}{k_f} \right)^{A + B \ln(k_s / k_f)} \quad (\text{B. 12})$$

avec :

$$A = 0.280 - 0.757 \ln \varepsilon \quad \text{et} \quad B = -0.057 \quad \text{pour} \quad 0.215 < \varepsilon < 0.476$$

B. 11- Modèle de Hadley

$$\frac{k_e}{k_f} = (1 - \alpha_0) \frac{\varepsilon f_0 + (1 - \varepsilon f_0) k_s / k_f}{1 - \varepsilon(1 - f_0) + \varepsilon(1 - f_0) k_s / k_f} + \alpha_0 \frac{2(k_s / k_f)^2 (1 - \varepsilon) + (1 + 2\varepsilon) k_s / k_f}{1 + \varepsilon + (2 + \varepsilon) k_s / k_f} \quad (\text{B. 13})$$

avec :

$$f_0 = 0.8 + 0.1 \varepsilon$$

$$\alpha_0 = \alpha_0(\varepsilon)$$

$$\log \alpha_0 = -4.898 \varepsilon$$

pour $0 < \varepsilon < 0.0827$

$$\log \alpha_0 = -0.405 - 3.154(\varepsilon - 0.0827)$$

pour $0.0827 < \varepsilon < 0.298$

$$\log \alpha_0 = -1.048 - 6.778(\varepsilon - 0.298)$$

pour $0.298 < \varepsilon < 0.508$

Résumé

Une combinaison du premier et du deuxième principe de la thermodynamique a été utilisée pour analyser les performances d'un échangeur de chaleur à double tube partiellement ou totalement rempli par un milieu poreux. La matrice poreuse est attachée au cylindre intérieur et le cylindre extérieur est parfaitement isolé. Le but de ce travail est de trouver les meilleures conditions pour minimiser la génération d'entropie due au transfert de chaleur et aux frottements. Les prédictions numériques montrent que la minimisation de la génération d'entropie dépend de l'épaisseur de la couche poreuse, de sa perméabilité ainsi que de l'écart de température d'entrée entre les deux fluides. Les effets du nombre de Reynolds, de la longueur de l'échangeur et du rapport des débits des deux fluides ont été aussi discutés. De plus, l'augmentation de la conductivité thermique effective du milieu poreux paraît être thermodynamiquement plus avantageuse.

Mots clés: génération d'entropie, milieu poreux, échangeur de chaleur à double tube

Abstract

A combination of the first and second law of thermodynamics has been utilized in analyzing the performances of a double pipe heat exchanger partly or fully filled with a porous medium. The porous matrix is attached to the inner cylinder and the outer cylinder is perfectly insulated. The goal of this work is to find the best conditions in order to minimize entropy generation due to heat transfer and to fluid flow friction. The numerical predictions show that the minimization of the entropy generation depends on the porous layer thickness, its permeability and the inlet temperature difference between the two fluids. The effect of the Reynolds number, the heat exchanger length and the flow rate ratio are also discussed. Moreover, an increase in the effective thermal conductivity of the porous medium seems to be thermodynamically more advantageous.

Key words: entropy generation, porous medium, double pipe heat exchanger