

N° d'ordre : 03/2007-M/G.M

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPLAIRE
MINISTERE D'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE TECHNOLOGIE
« HOUARI BOUMEDIEN »
FACULTE DE GENIE MECANIQUE ET GENIE DES PROCEDES



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER :

EN: *Génie Mécanique*

Spécialité : *Processus de Transport dans les Milieux Poreux*

Par :

BOUBENDIR Lynda

Sujet

Analyse du transfert thermique en régime turbulent dans un échangeur de chaleur partiellement ou totalement poreux

Soutenue le 10/05/2007, devant le Jury composé de :

Mme K. BouhadeF	Professeur	Présidente
Mr S. Chikh	Professeur	Directeur de thèse
Mr R. Dizene	Professeur	Examineur
Mme H. Kahalerras	Maître de Conférences	Examinatrice
Mr Y. Ould Amer	Maître de Conférences	Examineur
Mr Y. Benkahla	Maître de Conférences	Examineur

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

Mes parents

Mes frères et sœurs

Mon neveu alderahmane

Mes amies

Qu'ils trouvent ici tous mes sentiments de gratitude et d'amour

Lynda

REMERCIEMENTS

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur S. Chikh Professeur à l'U.S.T.H.B, pour ces conseils avisés et sa rigueur scientifique et pour l'excellent encadrement dont j'ai bénéficié et qui m'a permis d'apprendre et prendre goût à la recherche scientifique.

Mes remerciements vont également à Madame K. Bouhadeh, Professeur à l'U.S.T.H.B, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury d'examen.

J'adresse mes remerciements aussi à Monsieur R. Dizène, Professeur à l'U.S.T.H.B, d'avoir bien voulu accepter d'être examinateur de cette thèse.

Je tiens à exprimer aussi ma profonde gratitude à Mademoiselle H. Kahlerras, maître de conférence, pour avoir voulu faire parti du Jury.

Je tiens à exprimer aussi ma profonde gratitude à Messieurs Y. Ould Amer et Y. Benkahla maîtres de conférence, pour avoir accepté de faire parti du Jury.

Je suis très sensible à la gentillesse de Madame K. Bouhadeh directrice du laboratoire de processus des transports polyphasiques et milieux poreux « LPTMP » qui a bien voulu m'accueillir dans son laboratoire ainsi que toute son équipe.

Enfin, je ne saurais oublier, dans mes remerciements, tous ceux de près ou de loin ont contribué à l'accomplissement de ce travail.

SOMMAIRE

Introduction générale

CHAPITRE I : GENERALITES

<i>1^{ERE} PARTIE : MILIEUX POREUX</i>	1
I.1.1 Les caractéristiques d'un milieu poreux	1
I.1.1.1 Porosité	1
I.1.1.2 Perméabilité	2
I.1.1.3 Tortuosité	3
I.1.1.4 Conductivité thermique effective	3
I.1.1.5 Viscosité effective	5
I.1.2 Echelle macroscopique	6
I.1.3 Modèles d'écoulement à travers un milieu poreux	7
I.1.3.2 <i>Modèle de Darcy</i>	7
I.1.3.3 <i>Modèle de Darcy-Forchheimer</i>	8
I.1.3.4 <i>Modèle général Darcy-Brinkman-Forchheimer</i>	9
I. 1. 4 Transfert de chaleur dans les milieux poreux	10
I.1.5 Régimes d'écoulement en milieux poreux	11
<i>2^{EME} PARTIE : LA TURBULENCE</i>	11
I.2.1 Définition de la turbulence	11
I.2.2 Description statistique de la turbulence	12
I.2.3 Modélisation de la turbulence	12
I.2.4 Classification des modèles de turbulence	13
I.2.4.1 Modèles du premier ordre	13
I.2.4.2 Modèles du second ordre	16

I.2.5 Modèles aux faibles nombres de Reynolds	17
I.2.6 Modèles sous-mailles ou simulation des grandes échelles (LES)	18

CHAPITRE II : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

II.1 Utilisation du milieu poreux en régime laminaire	19
II.2 Les écoulements en régime turbulent sans l'utilisation de milieu poreux	20
II.3 Utilisation du milieu poreux en régime turbulent	23

CHAPITRE III : FORMULATION MATHEMATIQUE

III.1 Modélisation de la turbulence en milieux poreux	31
III. 2 Domaine d'étude	38
III. 3 Hypothèses	38
III. 4 Equations gouvernantes.	39
III. 5 Conditions aux limites	41
III. 6 Calcul de la température moyenne	43
III. 7 Calcul du nombre de Nusselt	43

CHAPITRE IV : MODELISATION NUMERIQUE

IV. 1 Equations gouvernantes	44
IV. 3 Maillage décalé	46
IV. 3 Discrétisation des équations gouvernantes	47
IV. 4 Correction de la vitesse et de la pression	49
IV. 5 Résolution numérique des équations algébriques	51
IV. 6 Méthode de relaxation	51
IV. 7 Algorithme de calcul	52
IV. 8 Traitement de l'interface fluide –poreux	52
IV. 9 Traitement près des parois	53
IV. 10 Fonctions de paroi logarithmiques	53

CHAPITRE V : RESULTATS ET INTERPRETATION

V.1 Validation	52
V. 2 Analyse dynamique	59
V. 2.1 Etablissement de l'écoulement	59
V.2.2 Domaine de validité du régime turbulent dans le substrat poreux	60
V.2.3 Effet de l'épaisseur du milieu poreux	62
V.2.4 Effet de la perméabilité du milieu poreux	64
V.2.5 Effet du nombre de Reynolds	64
V.3 Analyse énergétique	65
V.3.1 Etablissement	65
V.3.2 Effets de l'épaisseur du milieu poreux	66
V.3.3 Effet de la perméabilité du milieu poreux	71
V.3.4 Effet du nombre de Reynolds	74
V. 4 Résultats thermiques	75
V.4.1 Etablissement thermique	75
V.4.2 Effet de l'épaisseur du milieu poreux	76
V.4.3 Efficacité du transfert de chaleur	78
V.4.4 Effet de la perméabilité du milieu poreux	79
V.4.5 Effet du nombre du nombre de Reynolds	81
V.4.6 Effet de la conductivité thermique effective	82

Conclusion générale

NOMENCLATURE

C	Capacité calorifique	[J/kg °C]
Da	Nombre de Darcy	$Da = K/D_h^2$
D _h	Diamètre hydraulique	[m]
E	Epaisseur de milieu poreux	[m]
F	Coefficient de Forcheimer	[m]
I	Intensité ou taux de turbulence	
K	Perméabilité du milieu poreux	[m ²]
k _e	Conductivité effective	[W/m°C]
L	Longueur	[m]
Nu	Nombre de Nusselt	
P	Pression	[Pa]
Pr	Nombre de Prandtl	
Pr _t	Nombre de Prandtl turbulent	
R _μ	Rapport des viscosités	
Re	Nombre de Reynolds	$Re = \rho u D_h / \mu$
Re _p	Nombre de Reynolds basé sur le diamètre de pores	$Re_p = U_D \sqrt{K} / v_e$
R _k	Rapport des conductivités thermiques	
T _e	Température à l'entrée	[K]
T _p	Température de paroi	[K]
u, v	Composantes du vecteur de la vitesse	[m/s]
x, y	Coordonnées cartésiennes	[m]

Indices et exposants

e	effective
f	fluide
p	poreux
t	turbulent

Symboles grecs

ϕ	Porosité	
μ	Viscosité dynamique	[kg/m.s]
κ	Energie cinétique turbulente	[m ² /s ²]
ν	Viscosité cinématique	[m ² /s]
ε	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente	[m ² /s ³]
$\sigma_\varepsilon, \sigma_k$	Constantes	
$C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 1}$	Constantes	
ρ	Masse volumique	[kg/m ³]

Symboles spéciaux

—	moyenne
'	fluctuation

RESUME

Ce travail est une contribution à l'étude de l'écoulement et du transfert de chaleur en régime turbulent dans un échangeur de chaleur à plaques muni d'une couche poreuse et chauffé à température constante. La formulation mathématique utilise les équations de conservation classique et le modèle de fermeture k- ϵ . Les conditions aux limites associées et les hypothèses simplificatrices ont été considérées. Un traitement particulier a été appliqué à la zone proche des parois solides. Les équations gouvernantes sont discrétisées par la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLE est utilisé pour déterminer les champs de vitesse et de pression. Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de différents paramètres du problème tel que : le nombre de Reynolds, l'épaisseur de la couche poreuse, la perméabilité et la conductivité thermique effective, sur l'écoulement et le transfert de chaleur.

ABSTRACT

This work is a contribution to the study of turbulent flow and heat transfer in a channel partially or totally filled with a porous medium. The walls of the channel are subjected to a constant temperature. The mathematical formulation uses the classical conservation equations and the k- ϵ model. A logarithmic function is used for the treatment of the region near the wall. The governing equations are discretized using the finite volume method. The velocity and the pressure fields are calculated by the SIMPLE algorithm. The obtained results permitted to put in evidence the influence of various parameters of the problem such as the Reynolds number, the thickness of the porous medium, the permeability and the effective thermal conductivity on the turbulent flow and the heat transfer.

INTRODUCTION GENERALE

Les écoulements dans les milieux poreux sont rencontrés dans de nombreux domaines industriels tels que : le génie pétrolier, les sciences et techniques de l'environnement, les processus de séchage, etc.

Bien que de nombreuses recherches aient été développées durant ces dernières années, beaucoup de phénomènes sont encore non complètement expliqués et maîtrisés.

L'étude des phénomènes de transfert de quantité de mouvement et notamment de chaleur dans les milieux poreux a montré que le revêtement de surface par une matrice poreuse conduit à une amélioration notable du transfert de chaleur. L'augmentation est d'autant plus importante si ses propriétés physiques sont convenablement choisies.

Outre la matrice poreuse, le régime d'écoulement est l'un des facteurs hydrodynamiques qui permettent d'améliorer le transfert de chaleur. Particulièrement, l'écoulement en régime turbulent améliore davantage le transfert si la vitesse d'écoulement est assez élevée.

L'analyse thermo-hydrodynamique du comportement d'un écoulement en régime turbulent dans un milieu poreux reste difficile à cause de la complexité géométrique ainsi que la nature instable de l'écoulement turbulent. Cependant, l'abondance des applications incite à une connaissance approfondie de ces écoulements à travers l'étude théorique, la recherche expérimentale et la simulation numérique.

Par ailleurs, la plupart des travaux effectués sur les écoulements en régime turbulent en présence de substrat poreux n'ont fait l'objet que d'étude de modélisations mathématiques, d'analyses numériques associées au champ dynamique ou bien de simulations numériques qui supposaient un écoulement laminaire dans le milieu poreux .

Notre objectif est d'étudier l'efficacité du transfert thermique en tenant compte de deux paramètres physiques, le premier est lié à la configuration géométrique c'est le choix du milieu poreux qu'il va falloir insérer dans notre échangeur de chaleur, quant au second paramètre celui-ci est lié au régime d'écoulement, car la configuration des deux paramètres cités ci-dessus améliorent à priori énormément les échanges thermiques.

Le présent travail est une analyse de l'écoulement et du transfert de chaleur en régime turbulent dans un canal partiellement ou totalement rempli d'un milieu poreux.

La modélisation mathématique est basée sur les équations de Darcy-Brinkman-Forscheimer, l'équation de continuité et l'équation d'énergie ainsi que les équations de fermetures. La résolution numérique utilise la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations aux dérivées partielles et l'algorithme SIMPLE pour déterminer les champs de vitesses et de pression.

Ce mémoire est structuré en cinq chapitres. Le premier présente des généralités sur les écoulements dans les milieux poreux ainsi que les écoulements en régime turbulent.

Il est suivi par une étude bibliographique, exposant les travaux récents sur les écoulements en régime turbulent en présence d'une couche poreuse à travers les conduites.

Le troisième chapitre aborde la formulation mathématique et présente le modèle physique qui permet d'analyser l'aspect dynamique et thermique de l'écoulement à travers le domaine d'étude considéré. Les équations gouvernantes et les conditions aux limites associées sont posées.

La formulation numérique basée sur la méthode des volumes finis et l'application de l'algorithme SIMPLE est présentée dans le quatrième chapitre où l'on montre aussi le traitement numérique de l'interface fluide -poreux.

Les résultats numériques sont exposés dans le cinquième chapitre. Ils sont limités au cas de l'écoulement turbulent en présence de milieu poreux. Cependant, ils permettent d'identifier les conditions dynamiques, géométriques et thermiques favorables pour un bon transfert.

Finalement, nous terminons notre travail par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus.

Chapitre I

Généralités

GENERALITES

I.1.PREMIERE PARTIE : MILIEUX POREUX

Introduction

Les milieux poreux sont des solides de forme compliquée, englobant des vides appelés pores. Les vides peuvent communiquer entre eux par l'intermédiaire de capillaires, ayant des singularités, et peuvent aussi contenir une ou plusieurs phases fluides susceptibles de s'écouler et éventuellement, d'échanger entre elles ou avec le solide de la matière et de l'énergie. L'espace poreux, souvent appelé matrice ou squelette, peut se présenter sous deux formes :

- *Milieu poreux non consolidé : la phase solide est constituée de grains ou de fibres non soudés entre eux (gravier, sables, billes de verre...).*
- *Milieu poreux consolidé : la matière solide est compacte et ne peut se diviser en grains ou fibres.*

I.1.1. Les caractéristiques d'un milieu poreux

Les principaux paramètres géométrique et thermique caractérisant un milieu poreux sont:

I.1.1.1.Porosité

La porosité moyenne ϕ est une caractéristique géométrique du milieu poreux. Elle est définie comme étant la fraction de volume occupé par les vides (pores) :

$$\phi = \frac{V_p}{V_T} \quad (I.1)$$

Où V_p et V_T sont respectivement le volume total occupé par les vides (pores) et le volume totale occupé par la matrice poreuse.

1.1.1.2. perméabilité

La perméabilité est une caractéristique de la matrice poreuse, elle est dépendante de l'aire des surfaces interstitielles et du parcours des particules fluides. Elle est définie comme étant l'aptitude de circulation qu'offre un milieu poreux à un fluide lors de son écoulement à travers les pores de ce milieu. Elle est donnée par la loi expérimentale de Darcy :

$$K = -\frac{\mu \cdot U_D}{\left(\frac{dP}{dx}\right)} \quad (I.2)$$

Où K , μ , U_D et (dP/dx) sont respectivement : la perméabilité, la viscosité dynamique du fluide, la vitesse darcienne et le gradient de pression dans le sens de l'écoulement. Le tableau ci-dessous regroupe quelques valeurs de la perméabilité, tout en spécifiant la porosité considérée.

Tableau I.1 : Propriétés de quelques matériaux poreux d'après Nield et Bejan, [1].

Matériau	Porosité ϕ	Perméabilité K (en m^2)
Ardoise (en poudre)	0.56 à 0.66	4.9×10^{-14} à 1.2×10^{-13}
Brique	0.12 à 0.34	4.8×10^{-15} à 2.2×10^{-13}
Catalyseur granulaire	0.45	
Charbon	0.02 à 0.12	
Béton standard	0.02 à 0.07	
Béton bitumeux		10^{-13} à 2.3×10^{-11}
Cuivre (en poudre)	0.09 à 0.34	3.3×10^{-10} à 1.5×10^{-9}
Liège (en plaque)		2.4×10^{-11} à 5.1×10^{-11}
Fibre de verre	0.88 à 0.93	
Feutre		8.3×10^{-10} à 1.2×10^{-9}
Cuir	0.56 à 0.59	9.5×10^{-14} à 1.2×10^{-13}
Calcaire (dolomite)	0.04 à 0.10	2×10^{-15} à 4.5×10^{-14}
Sable	0.37 à 0.50	2×10^{-11} à 1.8×10^{-10}
Grès	0.08 à 0.38	5×10^{-16} à 3×10^{-12}
Silice (en poudre)	0.37 à 0.49	1.3×10^{-14} à 5.1×10^{-14}
Sol	0.43 à 0.54	2.9×10^{-13} à 1.4×10^{-11}
Lit de billes sphériques	0.36 à 0.43	

1.1.1.3. Tortuosité

C'est le rapport de la longueur moyenne (L_m) du chemin parcouru par une particule fluide traversant un échantillon poreux à la longueur de cet échantillon (L). Cette caractéristique est exprimée par la relation suivante :

$$\tau = \frac{L_m}{L} \quad (\text{I.3})$$

Elle est utilisée comme facteur de correction du gradient de pression.

$$\Delta P_{\text{modifié}} = \frac{\Delta P}{\tau} \quad (\text{I.4})$$

1.1.1.5. Conductivité thermique effective

La complexité de la structure géométrique d'un milieu poreux ainsi que la présence de deux phases solide et fluide de différentes propriétés thermiques, conduit à faire intervenir la notion de conductivité thermique effective. Cette dernière dépend de la porosité et des conductivités thermiques des phases solide et fluide. Pour le calcul de la conductivité thermique effective, différents modèles ont été proposés dans la littérature. Ce sont tous des combinaisons pondérées des modèles série et parallèles, basées sur l'analogie électrique.

➤ *Modèle série*

Dans ce modèle le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide et la résistance thermique due au milieu poreux est égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases.

$$\frac{1}{k_e} = \frac{\phi}{k_f} + \frac{1 - \phi}{k_s} \quad (\text{I.6})$$

Où :

k_e : conductivité thermique effective ;

k_s : conductivité thermique de la phase solide ;

k_f : conductivité thermique de la phase fluide .

➤ **Modèle Parallèle**

Dans ce modèle le flux de chaleur traverse les deux phases en même temps. La conductivité effective est égale à la somme pondérée des taux d'occupation d'espace des conductivités phasiques.

$$k_e = \phi k_f + (1 - \phi) k_s \quad (I.7)$$

➤ **Modèle de Maxwell**

Ce modèle a été développé dans le cas de sphères solides lâchés aléatoirement dans un milieu continu et lorsque la porosité est importante.

$$\frac{k_e}{k_f} = \frac{2\phi + (3 - 2\phi) \frac{k_s}{k_f}}{(3 - \phi) + \phi \frac{k_s}{k_f}} \quad (I.8)$$

➤ **Modèle de P. Zehner et E. U. Schlunder**

Le modèle de Zehner et Schlunder (1970) est l'un des modèles les plus fréquemment employés. Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{k_e}{k_f} = 1 - \sqrt{1 - \phi} + \frac{2\sqrt{1 - \phi}}{\left(1 - \frac{k_f}{k_s}\beta\right)} \left[\frac{\left(1 - \frac{k_f}{k_s}\right)\beta}{\left(1 - \frac{k_f}{k_s}\beta\right)^2} \ln \left(\frac{1}{\frac{k_f}{k_s}\beta} \right) - \frac{\beta + 1}{2} - \frac{\beta - 1}{1 - \frac{k_f}{k_s}\beta} \right] \quad (I.9)$$

Avec :

$$\beta = A \left(\frac{1 - \phi}{\phi} \right)^{\frac{10}{9}} \quad (I.10)$$

Notons que A dépend de la forme des particules solides : dans le cas de particules sphériques il est égal à 1,25 ; il prend la valeur 2,5 dans le cas de cylindres creux ou pleins, et 1,4 dans le cas de particules quelconques.

➤ **Modèle de Hadley**

Ce modèle est valable pour les structures périodiques. Il a été construit à partir du modèle de Maxwell par introduction d'une fonction de calage.

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = (1 - \alpha_0) \frac{\phi f_0 + \frac{k_s}{k_f} (1 - \phi f_0)}{1 - \phi(1 - f_0) + \frac{k_s}{k_f} \phi(1 - f_0)} + \alpha_0 \frac{2 \left(\frac{k_s}{k_f} \right)^2 (1 - \phi) + (1 - 2\phi) \frac{k_s}{k_f}}{(2 - \phi) \frac{k_s}{k_f} + \sqrt{1 - \phi}} \quad (I.11)$$

avec :

$$f_0 = 0.8 + 0.1\phi$$

$$\alpha_0 = \alpha_0(\phi)$$

$$\text{Log } \alpha_0 = -4.898\phi \quad \text{Pour } 0 \leq \phi \leq 0.0827$$

$$\text{Log } \alpha_0 = -0.405 - 3.154(\phi - 0.0827) \quad \text{Pour } 0.0827 \leq \phi \leq 0.298$$

$$\text{Log } \alpha_0 = -1.084 - 6.778(\phi - 0.298) \quad \text{Pour } 0.298 \leq \phi \leq 0.580$$

1.1.1.4 Viscosité effective

La notion de viscosité effective a été d'abord introduite pour étudier la continuité du champ dynamique à l'interface entre un milieu poreux et un milieu fluide. Brinkman (1947) a suggéré l'égalité entre la viscosité effective et la viscosité du fluide considéré, tandis que Lundgren (1972) a montré que la viscosité effective était une fonction de la viscosité du fluide et de la porosité du milieu poreux. D'autre part, G. H. Neale et W. K. Nader (1974) ont trouvé que le rapport de viscosité effective et la viscosité de fluide a la forme suivante :

$$\frac{\mu_e}{\mu_f} = \gamma^2 \quad (I.5)$$

où : γ est appelé coefficient empirique de discontinuité.

Dans le tableau I.2 nous résumons quelques corrélations trouvées dans la littérature

Tableau I.2 : Quelques modèles de viscosité effective (R. Darby (1982)).

Modèle	Corrélation	Limites de validité
Einstein	$\frac{\mu_e}{\mu} = 1 + 2.5 \phi$	Cas de sphères : $\phi \rightarrow 0$
Frankel et Akrivos	$\frac{\mu_e}{\mu} = C \left[1 - \left(\frac{1 - \phi}{(1 - \phi)_{max}} \right)^{1/3} \right]^{-1}$ $C = 9/8$ pour $((1 - \varepsilon) \rightarrow (1 - \varepsilon)_{max})$	Suspension concentrée seulement
Guth et Simba	$\frac{\mu_e}{\mu} = \frac{1 + 0.5(1 - \phi) - 0.5(1 - \phi)^2}{1 - 2(1 - \phi) - 9.6(1 - \phi)^2}$	$\mu_e \rightarrow \infty$ pour $\phi = 0.766$
Mooney	$\frac{\mu_e}{\mu} = \exp \left[\frac{2.5 (1 - \phi)}{1 - K (1 - \phi)} \right]$	$0.75 < K < 1.5$
Happel	$\frac{\mu_e}{\mu} = \exp(4.58 \phi)$	Modèle théorique pour des particules sphériques $\phi \leq 0.3$

I.1.2 Echelle macroscopique

En pratique, l'utilisation des équations locales de conservation s'avère impossible à cause de la complexité géométrique du milieu poreux. Le passage à une échelle macroscopique est nécessaire. Les grandeurs physiques, retrouvées par prise de moyenne, doivent satisfaire les deux contraintes suivantes :

- Elles sont évaluées sur un volume suffisamment grand afin de leur assurer le caractère moyen.
- Ce volume doit être aussi petit que possible afin d'assurer en même temps le caractère local.

Ainsi, Le volume adapté aux deux contraintes est appelé volume élémentaire représentatif (VER) (figure 1). Sa longueur caractéristique l doit être très petite devant celle du système poreux L et très grande devant la taille des pores d , c'est à dire $d \ll l \ll L$.

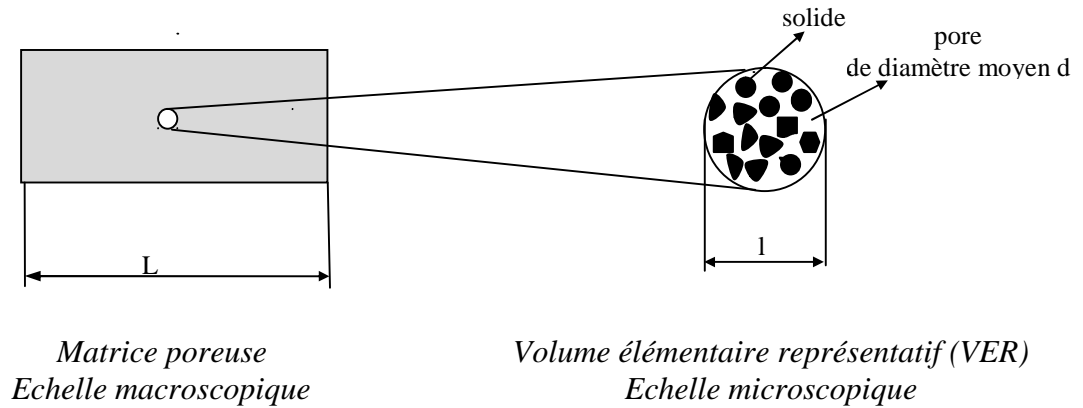


Figure I.1 : volume élémentaire représentatif.

I.1.3. Modèles d'écoulement à travers un milieu poreux

En raison de la complexité géométrique de l'espace des pores, l'approche de la mécanique classique des milieux continus, pour établir les modèles mathématiques de transport de masse, de quantité de mouvement ou d'énergie, ne peut être mise en application qu'après passage à une échelle macroscopique par prise de moyenne sur un VER. Cette procédure permet d'établir une équivalence entre le milieu réel dispersé et un milieu continu fictif.

I.1.3.1. Modèle de Darcy

En 1856, Darcy a montré que la résistance à l'écoulement unidimensionnel, conduit par effet de gravité à travers un milieu poreux non consolidé, peut être caractérisée par une loi linéaire, appelée loi de Darcy, de sorte que :

$$u_D = - \left(\frac{K}{\mu} \right) \left(\frac{dP}{dx} - \rho g \right) \quad (I.12)$$

u_D est la vitesse de filtration qui est déduite de la mesure du débit massique. dP/dx est le gradient de pression macroscopique suivant la direction de l'écoulement moyen. Ce modèle empirique est largement examiné par des modèles mathématiques, en se basant sur la technique de prise de moyenne. Il a été constaté qu'il n'est pas très approprié pour les écoulements à grandes vitesses de filtration. Enfin, la loi de Darcy caractérise les écoulements en régime visqueux à l'échelle du pore.

1.1.3.2 Modèle de Darcy-Forscheimer

Lorsque les vitesses de filtration sont plus grandes que celles dans la plage de validation du modèle de Darcy, le gradient de pression moyenne fait intervenir, en plus du terme de Darcy, un terme correctionnel quadratique qu'on appelle aussi terme de Forchheimer. Ce dernier considère les effets inertiels microscopiques lors d'un écoulement à travers un milieu poreux.

Le modèle de Darcy-Forscheimer s'écrit sous la forme générale suivante :

$$-\bar{\nabla}P = \left(\frac{\mu}{K} + \frac{\rho_f C}{K^{0.5}} |\bar{u}| \right) \bar{u} \quad (\text{I.13})$$

Avec :

C : constante adimensionnelle (coefficient d'Ergun) ;

ρ_f : masse volumique du fluide.

Cette équation est une généralisation de l'équation établie par Forcheimer (1901)[2] pour un écoulement unidirectionnel :

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{\mu}{K} u + \rho C_f u^2 \quad (\text{I.14})$$

Sachant que u vitesse axiale et C_f coefficient inertiel L'expression de C_f a été développée par Ergun (1952)[3] pour un écoulement dans un lit de particules sphériques de diamètre d .

$$C_f = \frac{1.75 (1 - \phi)}{\phi^3 d_p} \quad (\text{I.15})$$

Joseph, Nield et Papanicolaou (1982) ont utilisé :

$$C_f = \frac{\phi F}{\sqrt{K}} \quad (\text{I.16})$$

Où F est le coefficient inertiel de Forchheimer. Ward (1964) a trouvé expérimentalement, pour une grande variété de milieux poreux, que ce coefficient F est très proche de 0.55.

Une autre expression de F a été proposée par Beavers, Sparrow et Rodenz , dans le cas d'un matériau formé de billes (sphères), de la forme :

$$F = 0.55 \left(1 - 5.5 \frac{d_s}{D_e} \right) \quad (\text{I.17})$$

Avec :

d_s : diamètre des sphères

D_e : diamètre équivalent du lit occupé par la matrice poreuse

Le coefficient F prend aussi la valeur 0.074 pour le cas d'un milieu fibreux (Beavers et Sparrow, 1969, You et Chang, 1997).

1.1.3.3. Modèle général Darcy-Brinkman-Forscheimer

En 1957, Wooding a utilisé une version de la loi de Darcy-Forscheimer, étendue par le terme inertiel macroscopique et le terme de Brinkman. Ce dernier représente l'effet des forces visqueuses macroscopiques dans les milieux poreux confinés ou à porosité élevée. Vafai et Tien (1981) ont appliqué l'équation de Slattery (1981), retrouvée par la technique de prise de moyenne, et ont exprimé le modèle dynamique général de l'écoulement à travers un milieu poreux sous la forme :

$$\underbrace{\frac{\rho}{\phi} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}}_{\text{terme instationnaire}} + \underbrace{\frac{\rho}{\phi} \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u}}_{\text{terme inertiel macroscopique}} = \underbrace{-\vec{\nabla} P}_{\text{gradient de pression macroscopique}} + \underbrace{\frac{\mu}{\phi} \Delta \vec{u}}_{\text{terme de Brinkman}} - \underbrace{\frac{\mu}{K} \vec{u}}_{\text{terme de Darcy}} - \underbrace{\frac{\rho F \phi}{K^{0.5}} |\vec{u}| \vec{u}}_{\text{terme de Forscheimer}} \quad (\text{I.18})$$

L'addition des deux termes d'inertie et de viscosité macroscopiques à l'équation de Darcy-Forscheimer permet d'évaluer l'étendue de la couche limite dynamique macroscopique ainsi que la longueur du développement de l'écoulement aux différents régimes. Vafai et Tien (1981) et Kaviani (1987) ont étudié ce problème par la méthode intégrale et ont montré que l'épaisseur de la couche limite dynamique est de l'ordre de $K^{0.5}$, tandis que la longueur d'entrée est de l'ordre d'un demi-diamètre de particule aux faibles valeurs du nombre de Reynolds Re_d .

Par ailleurs, les résultats numériques de Sahraoui et Kaviani (1992) ont montré que la longueur d'entrée dépend des conditions d'écoulement en régime inertiel à travers les milieux poreux à structure périodique.

I.1.4 Transfert de chaleur dans les milieux poreux

La description du transfert de chaleur dans les milieux poreux par l'approche macroscopique peut présenter une différence par rapport au transfert réel. De ce fait, la notion d'équilibre local est introduite. Cette dernière a été largement étudiée.

- Carbonell et Whitaker (1984) ont posé des conditions d'équilibre thermique sur la mesure du temps et de la longueur ;
- Bennacerallah (1994) et Kaviany (1995) ont étudié la condition d'équilibre et ont trouvé qu'elle est satisfaite en régime instationnaire ;
- Chang et al. (1990) ont trouvé que l'équation d'énergie macroscopique peut être obtenue par prise de moyenne de l'équation d'énergie dans chaque phase et dans un volume élémentaire représentatif. Elle se présente sous la forme suivante :

$$(\rho C_p)_e \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p)_f \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T = k_e \nabla^2 T \quad (\text{I.19})$$

Avec

$$(\rho C_p)_e = \phi (\rho C_p)_f + (1 - \phi) (\rho C_p)_s \quad (\text{I.20})$$

Où :

ρ : masse volumique du fluide considéré,

$(C_p)_e$: capacité calorifique effective,

$(C_p)_f$: capacité calorifique du fluide,

ϕ : Porosité du milieu poreux,

k_e : conductivité thermique effective.

Remarque : Cette équation décrivant le transfert de chaleur dans un milieu poreux a été obtenue en supposant les hypothèses suivantes :

- Les termes de dissipation visqueuse sont négligeables (hypothèse justifiée si la vitesse de filtration reste relativement faible et si les fluides saturants ne sont pas trop visqueux ;
- Les caractéristiques thermiques des phases solide et fluide sont supposées constantes et donc indépendantes de la température ;
- Pas de sources internes de chaleur.

I.1.5. Régimes d'écoulement en milieux poreux

Dybbs et Edwards (1984) [6] ont effectué des mesures de vitesses pour un écoulement à travers un empilement de sphères et un arrangement de cylindres. En se basant sur le nombre de Reynolds basé sur les diamètres des particules [7] $Re_d = \langle u \rangle d / \nu$, ils ont défini quatre régimes d'écoulement, à savoir :

- Régime de Darcy : à l'échelle des pores, l'écoulement laminaire est régi par les équations de Stokes. La limite supérieure de cette zone est $Re_d = 1$.
- Régime inertiel : Le gradient de pression macroscopique est équilibré par l'ensemble des forces visqueuses et des forces inertielles avec $(1-10) < Re_d < 150$ (les valeurs de 1 à 10 correspondent au cas de la transition lors du passage du régime de Darcy au régime inertiel [8]).
- Régime laminaire instable : $150 < Re_d < 300$.
- Régime instable, chaotique ou turbulent : $Re_d > 300$.

DEUXIEME PARTIE : LA TURBULENCE

Historiquement le pionnier dans l'étude des écoulements turbulents est Osborne Reynolds [9] qui a réalisé des expériences dans lesquelles il a mis en évidence les différents régimes d'écoulement. En injectant un colorant dans un tube où s'écoule de l'eau. Il a noté que suivant le débit d'écoulement dans la conduite, la visualisation du trajet du filet coloré montre soit une ligne le long de l'axe de la conduite qui représente le régime laminaire, soit quelques petites fluctuations c'est le signe du régime transitoire ou encore un mouvement complètement aléatoire indiquant le régime turbulent. Notant que le passage d'un régime à l'autre est caractérisé par le nombre de Reynolds qui représente le rapport des forces d'inertie aux forces de frottement visqueux.

I.2.1. Définition de la turbulence

D'après Landau et Lifichitz [10] le mouvement turbulent d'un fluide est caractérisé, pour des valeurs suffisamment grandes du nombre de Reynolds, par l'existence d'une variation extrêmement irrégulière et chaotique de la vitesse au cours du temps et en chaque point du flux (turbulence développée). La vitesse fluctue sans cesse autour d'une valeur moyenne, avec une amplitude variable et dans certains cas importante.

Les trajectoires des particules fluides en régime turbulent sont extrêmement complexes et à cause de la grande agitation de ces dernières il y a un brassage intense du fluide.

I.2.2. Description statistique de la turbulence

Il est extrêmement difficile de décrire analytiquement un écoulement turbulent. Les principales propriétés qui le caractérisent sont :

- **L'aspect aléatoire** : les champs de vitesse et de température sont irréguliers dans l'espace et dans le temps et fluctuent autour d'une valeur moyenne.
- **L'aspect rotationnel** : les écoulements turbulents sont fortement rotationnels ; ils sont constitués par des tourbillons ayant des tailles et des orientations distribuées de façon aléatoire.
- **L'aspect dissipatif** : l'énergie cinétique turbulente tirée de l'écoulement moyen est transférée vers les petites structures, où elle est dissipée par les contraintes visqueuses [11], [12].

I.2.3. Modélisation de la turbulence

Dans les écoulements laminaires, la valeur instantanée d'une variable en une position donnée dans l'espace et à n'importe quel instant est égale à sa valeur moyenne. Cependant, dans les écoulements turbulents les variables des équations de conservation varient rapidement avec le temps d'une façon aléatoire.

L'intérêt principal de la simulation des écoulements turbulents n'est pas le calcul des fluctuations turbulentes, mais plutôt la détermination du comportement moyen de ces écoulements. Reynolds fût le premier à introduire la notion d'écoulement moyen. Ainsi, les quantités hydrodynamiques d'un écoulement turbulent sont représentées par une superposition d'un champ moyen (régulier) et d'un champ fluctuant (irrégulier). Cette décomposition donne naissance à des corrélations doubles des vitesses fluctuantes appelées tensions de Reynolds [13] et dont la détermination ne peut se faire que par l'introduction de modèles de fermeture. Pour ce faire une classification de ces modèles a été faite à partir des équations de l'énergie cinétique et des tensions de Reynolds.

I.2.4. Classification des modèles de turbulence

I.2.4.1. Modèles du premier ordre

Ces modèles limitent les études aux valeurs moyennes des fonctions de l'écoulement. On distingue les modèles à :

➤ Zéro équation de transport

Ces modèles consistent à relier les flux turbulents (dont les corrélations doubles) et les grandeurs moyennes sans introduire de nouvelles équations.

Parmi ces modèles, on peut citer :

a. Modèle de la viscosité turbulente

J. Boussinesq (1877) a introduit le concept de la viscosité turbulente dont le but est de modéliser l'action des fluctuations sur l'écoulement moyen. Pour un écoulement cisailé simple, on peut relier les tensions de Reynolds et le gradient de vitesse par la formule ci-dessous :

$$-u_j' u_i' = \nu_t \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (\text{I.21})$$

Le coefficient de proportionnalité ν_t représente la viscosité cinématique turbulente. C'est une grandeur qui, contrairement à la viscosité moléculaire ν , n'est pas une propriété physique du fluide mais de l'écoulement ; elle varie d'un point à l'autre, selon le domaine et le type de l'écoulement.

Le problème de la détermination des tensions de Reynolds est donc transféré sur l'évolution de cette quantité. Ces modèles sont classés selon le nombre d'équations de transport écrites pour les grandeurs turbulentes afin de déterminer la distribution de la viscosité turbulente.

b. Modèle de la longueur de mélange (modèle de la viscosité turbulente algébrique)

Les schémas dits de longueur de mélange de PRANDTL permettent de calculer la viscosité turbulente ν_t en reliant cette grandeur au gradient des vitesses moyennes par

l'intermédiaire d'une variable L_m , appelée longueur de mélange. (Prandtl et Taylor (1925-1930)).

➤ Une équation de transport

Ces modèles ont pour avantages d'être assez simple et de prendre en compte l'histoire de turbulence tel que : l'isotropie locale, le sous domaine inertiel et l'intermittence interne ;

En reliant les modifications caractéristiques de l'agitation turbulente à l'évolution d'une grandeur transportable. Pour ce faire Kolmogorov [51] a établi une expression qui permet de calculer la viscosité turbulente en fonction d'une échelle de vitesse des fluctuations turbulentes telle que :

$$\mu_t = c_\mu \rho k^{0.5} l \quad (\text{I.22})$$

Avec :

l : longueur caractéristique

κ : énergie cinétique turbulente

C_μ : constante numérique

Le transport de la turbulence est cette fois ci pris en compte grâce à l'équation de l'énergie cinétique turbulente (κ) mais le problème du choix de la longueur l est empirique et l'extension au cas tridimensionnel reste difficile

.

➤ Deux équations de transport

Ces modèles font dépendre la valeur locale de la viscosité tourbillonnaire de deux caractéristiques représentatives des échelles de vitesses et de longueur de l'agitation turbulente

Ces modèles utilisent pour l'échelle de la vitesse l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence k et une équation de transport pour l'échelle de la longueur et le choix de la deuxième équation n'est pas nécessairement associé à κ .

Il existe de nombreux modèles à deux équations de transport. Ils sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Tableau I.3 : Modèles à deux équations [15].

Modèles	Auteurs	Années
$\kappa(\kappa^{1/2}/L)$	Kolmogorov	1942
$\kappa\varepsilon = (\kappa^{0.5}/L)$	Marlow-nakayama	1967
$\kappa\kappa L$	Rotta	1968
$\kappa(\kappa/L^2)$	Spalding	1969
$\kappa - \varepsilon$	Jones-Launder	1972

Nous avons choisi de décrire le modèle le plus connu et le plus utilisé : le modèle κ - ε .

a. Modèle κ - ε

Ce modèle utilise pour l'échelle de vitesse l'équation de l'énergie cinétique turbulente κ et l'équation intermédiaire qui donne accès à l'échelle de longueur n'étant autre que le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon = \frac{u^3}{l} \quad (\text{I.23})$$

Ce modèle prend en compte le transport des quantités turbulentes en leur associant des équations de transport différentielles, il est attribué à Jones et Launder [16]. Dans la version standard de ce modèle, la viscosité turbulente est défini par :

$$\nu_t = C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (\text{I.24})$$

Rappelons que C_μ est une constante semi empirique ; κ et ε sont donnés par la résolution de deux équations de transport.

Les équations de l'énergie cinétique turbulente κ et de la dissipation visqueuse ε se déduisent à partir de l'équation associée au mouvement fluctuant. Elles sont obtenues à la suite de plusieurs manipulations des équations moyennées, d'utilisation de lois de premier gradient et d'approximations par ordre de grandeur basée sur un nombre de Reynolds élevé (voir annexe). D'après Launder et Spalding (1974), ces équations s'écrivent de la manière suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial \kappa}{\partial t} + U_i \frac{\partial \kappa}{\partial x_i}}_1 = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{v_i}{\sigma_K} \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \right)}_2 - \underbrace{u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_3 - \underbrace{\varepsilon}_4 \quad (\text{I.25})$$

$$\underbrace{\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}}_1 = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{v_i}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right]}_2 - \underbrace{C_{\varepsilon 1} \frac{\kappa}{\varepsilon} u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_3 - \underbrace{C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa}}_4 \quad (\text{I.26})$$

Chaque terme des équations de κ et de ε peut également être expliqué de manière physique :

- 1- Transport de κ ou ε par convection par l'écoulement moyen.
- 2- Transport de κ ou ε par diffusion par le mouvement turbulent (dû aux collisions entre les différents tourbillons).
- 3- Taux de production de κ ou de ε .
- 4- Taux de destruction de κ ou de ε .

Ce modèle a l'avantage d'être assez répandu et de prendre en compte les variations spatiales de l'agitation turbulente mais il est mal adapté aux écoulements complexes.

I.2.4.2 Modèles du seconde ordre : (Modèle aux tensions de Reynolds algébriques) (A.S.M : Algebraic Stress Model)

Ces modèles se situent en fait à la charnière entre les fermetures du premier ordre et du second ordre avec l'équation de transport de contrainte de Reynolds. En effet, un modèle à deux équations de transport peut être établi grâce à une modélisation adéquate des termes de transport, ce qui permet de transformer l'évolution des tension de Reynolds en simple équation algébrique applicable en tout point du champ (Rodi1976).

Les avantages de ce modèle sont évidents puisque d'une part, il ne présente plus les inconvénients d'une modélisation par viscosité turbulente isotrope, et d'autre part, le nombre d'équations de transport à résoudre n'est pas plus grand que celui du modèle κ - ε [17]. Donc ce modèle est plus économique en temps et en calcul.

I.2.5 Modèles aux faibles nombres de Reynolds

Les modèles de type κ - ε sont mal adaptés aux écoulements à faibles nombres de Reynolds que l'on rencontre près des parois. Dans cette situation, quatre phénomènes physiques interviennent à savoir: le cisaillement, le blocage cinématique, le réflexion de pression et la viscosité.

Dans la pratique, on utilisera un modèle à faibles nombres de Reynolds lorsque le nombre de Reynolds sera inférieur à 100. Il existe trois familles de modèles :

- **Modèle algébrique:** où on associe à la viscosité turbulente une fonction d'amortissement près de la paroi solide.
- **Modèle à double couches :** l'écoulement est divisé en deux couches (une externe et une interne). A chacune de ces couches, une formule de viscosité est associée. Le raccordement est assuré à la frontière des deux couches.
- **Modèle Multi-équations :** il s'agit d'adaptations du modèle κ - ε aux écoulements à faibles nombres de Reynolds, c'est à dire au voisinage immédiat d'une paroi solide.

La non validité du modèle k - ε dans cette zone à cause de l'action des forces visqueuses qui deviennent dominantes fait qu'on introduit des fonctions d'amortissement agissant sur les coefficients du modèle et le terme de diffusion visqueuse.

La généralisation de l'équation k - ε est beaucoup plus délicate, les constantes $C_{\varepsilon 1}$ et $C_{\varepsilon 2}$ sont exprimées en fonction du nombre de Reynolds local, ceci au moyen des fonctions de pondérations.

L'avantage du nouveau modèle est que, tout en conservant la même forme que le modèle standard (la définition de ε n'est pas changée et si on prend ces fonctions égales à l'unité on retrouve le modèle standard), il peut être utilisé en tout point de l'écoulement sans restriction. Les constantes du modèle sont déterminées par rapport à des écoulements turbulents simples servant de référence, et par optimisation numérique. Les valeurs conseillées par Launder et Spalding sont : $C_{\mu} = 0,09$, $C_{\varepsilon 1} = 1,44$, $C_{\varepsilon 2} = 1,92$, $\sigma_k = 1$ et $\sigma_{\varepsilon} = 1$.

I.2.6 Modèles sous-maillages ou simulation des grandes échelles (Large Eddy Simulation (LES))

L'idée maîtresse de ces simulations est d'identifier, par résolution directe le comportement des grandes échelles en modélisant que l'action des petites échelles. En effet, les grandes échelles d'un écoulement sont celles qui contrôlent, par exemple, les transferts de chaleur, et qui contiennent l'énergie cinétique. La modélisation se fait en modélisant l'action dissipative des petites échelles sur les grandes échelles, au moyen d'une viscosité tourbillonnaire (modèle de type Smagorinsky).

La résolution spatiale dépend de la taille des mailles. En effet, contrairement aux modèles en un point, la variation de la taille des mailles aura en permanence, une influence sur les résultats, à cause du choix de filtre (comme en traitement du signal) car dans ce modèle, les grandeurs s'écrivent comme la somme d'une grandeur filtrée et d'une grandeur fluctuante.

Les modèles LES restent pour l'instant limités à des problèmes plus simples que ceux traités avec les modèles statistiques. Ils nécessitent l'emploi de méthodes numériques très précises, sans viscosité numérique et sans dissipation. Le choix s'oriente alors vers des méthodes spectrales ou de différences finies à base de schémas centrés (le schéma de Adams-Bashford est le plus couramment utilisé).

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des généralités sur les milieux poreux et sur les écoulements en régime turbulents.

Le prochain chapitre sera consacré à la présentation des divers travaux qui ont été effectués dans les milieux poreux en régime turbulent.

Chapitre II

Recherche bibliographique

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

Introduction

Durant ces dernières années, les études des écoulements en régime turbulent traitant la convection forcée en présence de milieu poreux ont pris de l'ampleur dans plusieurs applications industrielles, tels que : les échangeurs de chaleur, l'isolation thermique, les réacteurs chimiques, etc. Certains auteurs se sont penchés sur les écoulements internes : écoulements dans des conduites et entre deux plaques parallèles. D'autres se sont intéressés aux écoulements externes à surface libre tel que l'écoulement sur une plaque plane. Les études effectuées sont analysées soit par des méthodes numériques, ou par des approches analytiques ou encore par des procédés expérimentaux.

Dans ce chapitre, nous exposons une synthèse bibliographique des différents travaux effectués dans ce domaine. On commencera par ceux qui ont introduit les milieux poreux en régime laminaire. Ensuite, nous présenterons les écoulements en régime turbulent sans utilisation de milieu poreux. Enfin, on terminera notre recherche par la présentation des travaux analysant l'interaction entre un écoulement fluide turbulent et un milieu poreux.

II.1 Utilisation du milieu poreux en régime laminaire

La plupart des études portant sur la convection forcée en présence d'un milieu poreux sont effectuées en régime laminaire. Nous pouvons citer les travaux [18-22] dans lesquels les auteurs se sont intéressés à l'étude de l'influence des caractéristiques géométriques (porosité et perméabilité) et thermo physiques (viscosité et conductivité) du milieu poreux sur le transfert de chaleur. Ils ont trouvé que l'insertion d'un substrat poreux peut conduire à une amélioration du transfert de chaleur par rapport au cas fluide si ses propriétés sont convenablement choisies.

Nous citons à titre d'exemple : les résultats trouvés par l'analyse numérique des performances d'un échangeur de chaleur bi-tubes à contre courant qui ont été menée par Bouhadeh et al. [23], ont mis en évidence l'existence d'une épaisseur critique dépendant de la perméabilité, au delà de laquelle les performances thermiques de l'échangeur commencent à s'améliorer, ils ont trouvé que le cas d'un espace annulaire complètement poreux présente la meilleure performance thermique qui dépend d'une importance de chute de pression. Ils ont conclu également que la performance d'un échangeur de chaleur muni d'un milieu poreux est fortement affectée par les propriétés thermo-physiques de ce milieu.

Par contre, les résultats trouvés par Alkam et Al Nimr [24] à partir d'une étude numérique qui consiste à insérer un substrat poreux sur les deux cotés de la paroi du tube interne d'un échangeur de chaleur, ont montré qu'il existe une épaisseur critique de la matrice poreuse au delà de laquelle il n'y a plus d'amélioration considérable des performances thermiques. Ils ont conclu qu'un substrat poreux d'une épaisseur optimale conduirait à une amélioration maximale de l'efficacité de l'échangeur.

II.2 Ecoulements en régime turbulent sans l'utilisation de milieu poreux

Les écoulements en régime turbulent ont fait l'objet de plusieurs études, tel que : les jets libres, la turbulence dans les conduites, etc.

Une étude numérique de l'écoulement et du transfert de chaleur à travers une surface horizontale présentant des nervures transversales bidimensionnelles a été étudiée par Lee et Abdel-Moneim [25] en utilisant le code numérique CFD. Ce modèle était adopté pour l'écoulement turbulent d'air derrière des rangées de nervures pour différents rapports de forme, chauffées par un flux de chaleur uniforme. Les profils de température, les coefficients de transfert de chaleur locaux ainsi que les vitesses et les caractéristiques de l'écoulement en régime turbulent ont été analysés.

Les résultats ont prouvé que l'existence des nervures améliore les conditions de transfert. Les coefficients de transfert de chaleur sont en bonne concordance avec les résultats expérimentaux.

L'énergie cinétique turbulente de l'écoulement existant entre les nervures est plus élevée comparée aux autres régions. Cet affaiblissement des tourbillons provoquent une diminution de l'écart entre la viscosité cinématique et turbulente, ce qui entraîne ensuite à une réduction progressive des capacités d'amélioration du transfert thermique.

Zarate et al. [26] ont proposé une simulation numérique d'un écoulement turbulent ascendant dans un canal annulaire concentrique vertical. Dans les conditions non isothermes, la paroi interne du canal est chauffée alors que la paroi externe est isolée. Près de la paroi, deux modèles de turbulence à deux équations ont été employés pour la fermeture des équations moyennes de Reynolds. Le modèle $\kappa - \varepsilon$ a été considéré pour le champ de vitesse et le modèle $\overline{t^2} - \varepsilon_t$ pour le champ thermique. Un modèle algébrique turbulent explicite du flux de chaleur près de la paroi a été introduit ; l'utilisation de ce modèle algébrique a permis de calculer correctement le terme de production due à la flottabilité dans le modèle de turbulence $\kappa - \varepsilon$.

Les équations spatiotemporelles gouvernantes ont été discrétisées en utilisant la méthode des différences finies du second ordre dans une grille structurée décalée. Par ailleurs, les équations de quantité de mouvement, d'énergie et les modèles de turbulence ont été résolus par l'algorithme "time marching". Pour la conservation de masse, une équation de Poisson pour la pression a été résolue.

Les résultats rapportés incluent des quantités moyennes et turbulentes. La comparaison a été faite avec ceux présentés dans la littérature. Plusieurs paramètres ont été variés tels que le nombre de Reynolds à l'admission du canal, et le nombre adimensionnel Gr/Re^2 .

Une étude de transfert thermique d'un écoulement en régime turbulent sur la zone très près de la paroi d'un canal a été élaborée par Baoqing Deng et al. [27]. Ils ont proposé un modèle à deux équations ($\overline{t^2} - \varepsilon_t$). Ce modèle est basé sur les équations de transport de la variance de la température et son taux de dissipation. La modélisation de l'équation de taux de dissipation ε_t a été présentée en employant la vitesse et les échelles temporelles thermiques $\overline{t^2}$. Des corrélations sont obtenues par l'analyse pariétale limitant le comportement des quantités turbulentes telles que la diffusivité thermique turbulente qui a été employée pour relier le flux de chaleur turbulent et le champ de température moyen.

Ils ont conclu que la vitesse et les échelles temporelles thermiques reproduisent le comportement du flux de chaleur normal près de la paroi sous différentes conditions aux limites thermiques. Les équations régissant l'écoulement près de la paroi sont discrétisées par la méthode des volumes finis. Le schéma Quick a été employé pour l'approximation des termes de convection et le schéma de différence centré pour les termes de diffusion, en utilisant l'algorithme SIMPLEC. Les résultats obtenus sont comparés aux données numériques de la méthode (DNS).

Une simulation numérique est effectuée par Velayati et Yagoubi [28] afin d'étudier les caractéristiques de l'écoulement tridimensionnel en régime turbulent et le transfert thermique se produisant au niveau des plaques rectangulaires (blocs) chauffées et montées au-dessus d'une surface horizontale d'un canal rectangulaire. La méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLEC ont été utilisés pour la résolution des équations gouvernantes. Les effets de variation du nombre de Reynolds et du rapport de colmatage ont été analysés. Ces paramètres ont été variés pour trouver leurs effets sur la position de rattachement de l'écoulement, le champ du vecteur vitesse, la distribution de pression, le coefficient de frottement et le nombre de Nusselt global le long des surfaces du canal. Le modèle RNG basé sur le modèle de turbulence κ - ε a été utilisé. Le champ de la température moyenne du bloc sur sa surface externe a été obtenu en résolvant l'équation de transfert de chaleur conductif.

La variation du coefficient de transfert thermique au dessus des surfaces du bloc est identifiée d'où une corrélation pour le coefficient global moyen des blocs est proposée. Vu que ces blocs agissent en tant qu'ailettes, une corrélation pour l'efficacité globale est également développée. La séparation et le rattachement tridimensionnels de l'écoulement au-dessus des surfaces planes et le sillage en aval de la plaque dépendent fortement du nombre de Reynolds et du rapport de colmatage.

L'étude du transfert de chaleur montre l'existence d'une valeur maximale près de la zone de rattachement. L'effet de l'espacement des plaques est très significatif sur l'écoulement et le transfert thermique autour de tels blocs. L'effet de la tridimensionnalité rend l'écoulement différent en comparaison aux plaques minces bidimensionnelles. La longueur de la région de rattachement croît avec l'augmentation du nombre de Reynolds et la diminution du rapport de colmatage. En outre, le rattachement ne se produit pas pour des nombres de Reynolds élevés et pour un faible rapport de colmatage. L'augmentation du rapport de colmatage cause une élévation du coefficient de frottement.

Après avoir exposé à travers cette étude bibliographique l'intérêt principal de l'utilisation de milieu poreux ainsi que l'écoulement en régime turbulent et leurs effets sur le champ dynamique et sur l'amélioration du transfert de chaleur, nous étudions la conjugaison de ces deux situations physiques.

II.3 Utilisation du milieu poreux en régime turbulent

L'existence d'un écoulement turbulent dans un milieu poreux a été examinée par Ward [29] et Mac Donald et al [30] pour un nombre de Reynolds de pore, noté Re_p , supérieur à 300.

Masuka et Takatsu [31] ont étudié le comportement des champs d'écoulement et de transfert thermique microscopiques intrinsèques en milieu poreux aux nombres de Reynolds élevés, en examinant les équations macroscopiques régissant l'écoulement turbulent traversant le milieu poreux, qui est considéré comme un empilement des sphères emballées. Le modèle à zéro équation pour la diffusivité turbulente a été proposé afin de tenir compte des vortex turbulent pour les nombres de Reynolds élevés. Les équations macroscopiques gouvernantes ont été obtenues en considérant la diffusivité turbulente effective comme la somme algébrique des diffusivités turbulentes estimées à partir de deux types de vortex: le pseudo vortex est de l'ordre du diamètre des particules, et le vortex interstitiel entre les particules pleines.

Les fermetures du tenseur des contraintes de Reynolds et du vecteur de flux de chaleur turbulent sont obtenues en se basant sur la viscosité turbulente et la conductivité thermique turbulente estimées à partir des deux types de vortex. En outre, il a été montré que la résistance d'écoulement de Forcheimer et la dispersion thermique peuvent être expliquées par le modèle algébrique à zéro équation.

Anthode et Lage [32] et Gelachew et al [33] ont présenté un modèle de turbulence à deux équations pour un milieu poreux rigide et saturé par un fluide incompressible en utilisant la moyenne temporelle des équations de quantité de mouvement. Le modèle de fermeture choisi est basé sur le concept de la viscosité turbulente et la relation de Kolmogorov-Prandtl. Les équations de l'énergie cinétique turbulente κ et son taux de dissipation ε sont obtenues à partir de l'équation de quantité de mouvement moyennée.

Dans l'approximation du terme de Forcheimer, Gelachew et al [33] ont considéré le second ordre, ce terme représente la force de traînée. Par contre Anthode et Lage [32] ont considéré le premier ordre seulement. L'analyse des équations de κ et de ε montrent que la matrice poreuse doit amortir la turbulence pour des faibles perméabilités et la contribution de terme de Forcheimer peut augmenter ou atténuer la turbulence.

Rocamora et De Lemos [34] ont présenté deux méthodes basées sur le concept de double décomposition pour modéliser le transfert de chaleur turbulent lors d'un écoulement incompressible à travers un milieu poreux rigide et homogène. Dans la première méthode, ils ont effectué la moyenne temporelle de l'équation d'énergie avant la moyenne spatiale, alors que dans la deuxième, ces deux moyennes sont utilisées dans l'ordre inversé. Les équations résultantes dans les deux cas sont différentes. En tenant compte des fluctuations temporelles et des déviations spatiales de vitesse et de la température ils ont démontré que les deux approches mènent à des équations équivalentes.

Dans une autre étude, Marcos et De Lemos [35] ont mis en œuvre un modèle mathématique pour l'équation de l'énergie cinétique turbulente lors d'un écoulement à travers un milieu poreux. Ce modèle est basé sur le concept de double décomposition où les deux opérateurs (moyenne temporelle et spatiale) sont appliqués. Ils ont montrés que ces deux approches mènent aux équations semblables pour le cas des équations de mouvement moyennées et différentes pour les équations de l'énergie cinétique turbulente.

La littérature présente deux méthodes différentes pour développer les modèles de turbulence pour les écoulements dans un milieu poreux. La première est basée sur les équations macroscopiques en utilisant le modèle de Darcy Forchheimer alors que la seconde méthode est basée sur les équations moyennes de Reynolds en utilisant le concept de la double décomposition. Ces deux méthodes mènent à deux systèmes d'équations distincts pour le modèle $\kappa - \varepsilon$.

Dans leur étude, Pedras et De Lemos [36] ont présenté un modèle mathématique en suivant la deuxième méthode. Dans le but de prendre en compte la structure poreuse, un terme (additionnel) est ajouté dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente et dans l'équation de dissipation. Une méthodologie a été suivie pour déterminer la constante proposée dans le terme ajouté en faisant varier la porosité et le nombre de Reynolds.

Les équations microscopiques ont été résolues numériquement au sein d'une cellule élémentaire périodique. La structure poreuse a été approximée par une rangée infinie de tiges circulaires. L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour déterminer le champ de vitesse et de pression. Les résultats numériques trouvés sont en bon accord avec ceux trouvés expérimentalement.

Yang et Hwang [37] ont étudié numériquement les caractéristiques des champs dynamique et thermique, d'un écoulement en régime turbulent dans un canal rectangulaire muni de chicanes disposées périodiquement et en quinconce sur les parois supérieure et inférieure du canal. Les équations gouvernantes ont été résolues par la méthode des volumes finis. Le modèle choisi pour décrire l'aspect turbulent est le modèle $k-\varepsilon$. Les termes de vitesse et de pression dans les équations du mouvement ont été résolus par l'utilisation de l'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit-Method-for Pressure-Linked-Equations).

Les paramètres étudiés introduisent le nombre de Reynolds à l'entrée, la hauteur d'une chicane, le type de chicanes (solide ou poreuse), la porosité, alors que l'espacement des chicanes est fixé à un et le fluide utilisé est l'air. Les résultats indiquent que les trajectoires autour des chicanes de types poreux et solide sont complètement différentes et influencent considérablement la loi de distribution du coefficient de transfert local relativement au cas des chicanes solides, le canal à chicanes poreuses présente des facteurs de frottement plus faibles à cause du faible colmatage du canal.

En ce qui concerne le champ thermique, les chicanes solides et poreuses améliorent, toutes les deux, le transfert de chaleur par rapport au canal lisse (sans chicanes). Il a été trouvé aussi que pour les hauteurs élevées des chicanes, le taux d'augmentation du transfert pour les chicanes type poreuses, est sensiblement le même sauf que la seule différence réside dans la dépendance de nombre de Reynolds. Le rapport de Nusselt moyen croît avec l'augmentation de la hauteur des chicanes à cause de l'accélération de l'écoulement.

Kuznetsov et Xiong [38] ont développé une approche de calcul d'un écoulement turbulent établi dans un canal tubulaire. Ce canal se scinde en deux régions : une région centrale occupée par un fluide et une zone annulaire remplie par un milieu poreux saturé.

Ces auteurs ont supposé que l'écoulement dans la région poreuse reste laminaire alors que dans la zone fluide le régime est turbulent. La solution proposée est une combinaison entre les solutions turbulente et laminaire. Le nombre de Reynolds basé sur l'échelle des pores dans la région poreuse est inférieur à 100. Cependant, afin de tenir compte des effets inertiels (grande vitesse de filtration) à l'interface fluide/poreux, ils ont introduit le modèle de Darcy-Brinkman -Forchheimer. Les effets de dispersion thermique dans la région

poreuse ont été pris en compte dans l'équation de l'énergie. Toutefois la supposition de la température ou flux de chaleur constant à la paroi a été considérée.

Les résultats obtenus numériquement par la méthode des différences finies, montrent que la dispersion thermique permet une augmentation de la conductivité thermique effective et donc du nombre de Nusselt, le nombre de Darcy a un effet significatif sur le nombre de Nusselt lorsque la dispersion thermique est prise en compte. Les résultats ainsi trouvés, indiquent que l'approche de ces auteurs basée sur l'hypothèse d'un écoulement laminaire dans la région poreuse malgré que l'écoulement est turbulent dans la région fluide convient seulement à un milieu poreux de faible perméabilité car la profondeur de pénétration des tourbillons turbulents dans la région poreuse est très faible.

Dans une autre étude, Kuznetsov [39] a étudié l'effet de la rugosité à l'interface poreux/fluide. Cependant, pour le calcul de la rugosité à l'interface fluide/poreux, il a appliqué pour la région fluide une combinaison de deux modèles: $\kappa - l$ près de la paroi rugueuse (interface) et $\kappa - \varepsilon$ pour le domaine résiduel. En effet, les équations obtenues ont été résolues par la méthode itérative de Gauss Seidel en utilisant la méthode des différences finies. Pour les deux conditions aux limites (parois à température constante ou à flux constant), les profils des vitesses et des températures indiquent une augmentation de la vitesse près de la paroi qui permet un accroissement de la température dans cette zone, ceci en augmentant l'épaisseur de la couche poreuse.

Les résultats montrent un minimum et un maximum de transfert de chaleur dépendant du nombre de Darcy et de l'épaisseur de la couche poreuse. En effet, le substrat poreux d'une épaisseur optimale, peut agir en tant qu'isolant, où il peut conduire à une amélioration maximale de transfert de chaleur.

Les résultats désignent que la rugosité ainsi que le transfert thermique global à l'interface poreux/fluide affecte de manière significative l'écoulement turbulent dans la région fluide.

Un modèle semi empirique proposé par Flick et al. [40] a été mis au point pour prédire l'intensité des transferts thermiques entre un empilement d'objets et un écoulement d'air en régime turbulent. Ce modèle tient compte de la variation du coefficient de transfert avec la position de la profondeur dans l'empilement en l'attribuant à la variation du taux de turbulence. Une corrélation a été établie entre les valeurs locales des nombres de Nusselt, de Reynolds, de Prandtl ainsi que le taux de turbulence. Ce dernier est décrit par une

équation de transport qui résulte d'une synthèse et de certaines simplifications des modèles de turbulence dans les milieux poreux. Ces simplifications permettent de limiter le nombre de paramètres à identifier expérimentalement et dépendent de la nature de l'empilement (c'est une combinaison entre les mesures expérimentales et le modèle à une équation). Les paramètres de ce modèle ont été identifiés expérimentalement pour un empilement de sphères d'un taux de vide de 34%, notamment d'après des mesures par anémométrie laser effectué, en aval de l'empilement. L'écart moyen entre les coefficients de transfert prédits et mesures pour différentes vitesses débitantes et positions dans l'empilement est de 5%. L'intérêt de ce modèle est qu'il s'applique délibérément à tous les empilements périodiques et aux écoulements quelque soit leurs degré de liberté, contrairement aux corrélations qui font intervenir directement un nombre de rangée. Néanmoins un bon accord est obtenu entre les résultats expérimentaux et les résultats numériques.

Un modèle d'écoulement turbulent a une équation a été proposé par Alvarez et al [41] pour simuler l'écoulement bidimensionnel en milieu poreux constitué de sphères.

L'équation de quantité de mouvement ou l'équation de Darcy–Forchheimer est obtenue à partir de la moyenne spatiale des équations de Navier–Stokes. Dans l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente, le terme de production est supposé proportionnel à la vitesse cubique. Le terme de dissipation de cette équation n'est pas évalué par l'équation de transport mais il est donné en fonction de la vitesse et de l'énergie cinétique turbulente. Le modèle ne comporte que quatre paramètres qui sont déterminés expérimentalement. Cependant, l'établissement d'une corrélation entre le nombre de Nusselt local, le nombre de Reynolds et le taux de turbulence a été entrepris. L'intérêt principal de ce modèle réside dans le fait qu'il relie le coefficient de transfert thermique local à la turbulence. Ce modèle a été examiné en utilisant les paramètres identifiés pour la configuration d'écoulement bidimensionnelle. La plupart des caractéristiques des coefficients de transfert thermique mesurés étaient reproduites et estimées avec une erreur relative de l'ordre de 6%.

Silva et De Lemos [42] ont présenté une étude numérique pour un écoulement turbulent dans un canal partiellement rempli par un milieu poreux. A cause des difficultés surgissent lors du traitement mathématique à l'interface fluide\poreux. Ils ont considéré que les contraintes de cisaillement n'ont pas les mêmes valeurs de part et d'autre de l'interface, en introduisant un nouveau paramètre β variant de -0.5 et 0.5 qui représente la contrainte

de saut. Les équations macroscopiques basées sur le concept de la double décomposition ont été utilisées. En tenant compte du maillage approprié à l'interface, les équations ont été discrétisées par la méthode des volumes finis. Les effets du nombre de Reynolds, de la porosité, de la perméabilité ainsi que celui de la contrainte de saut β , sur les champs moyen et turbulent sont étudiés. Les résultats indiquent une dépendance entre ces différents paramètres et le coefficient β . Ces résultats sont cohérents avec les modèles proposés pour les champs moyen et turbulent. Le champ turbulent différent à celui obtenu au cas d'égalité des contraintes de cisaillement à l'interface, c'est-à-dire $\beta = 0$.

Les profils du rapport de l'énergie cinétique sur l'énergie mécanique pour les différents nombres de Reynolds analysés montrent que le pourcentage de l'énergie transformé en turbulence reste le même. Les courbes présentent le champ statistique montre que l'énergie cinétique augmente avec l'accroissement de la perméabilité sauf dans la zone proche de l'interface (côté fluide). L'effet de la porosité sur la vitesse moyenne montre qu'un accroissement du débit le long de lit poreux à l'interface est compensé par une légère reproduction des vitesses locales près de la paroi.

Les profils des vitesses varient légèrement pour des valeurs négatives de β . Cette variation est plus importante pour des valeurs positives de β . Les résultats montrent que les écoulements où les modèles associées à des β positifs sont plus adéquats. Car une grande partie de l'énergie mécanique est converti en turbulence et ce qui correspond au cas réel.

Cette même configuration a été repris par De Lemos [43] et De Lemos et Silva [44] en considérant cette fois ci l'inégalité des flux de diffusion dans l'équation de quantité de mouvement et dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente. L'effet de coefficient de saut β sur des champs moyen et turbulent autour de la région de l'interface est numériquement étudié. Cette étude a confirmé que les valeurs de β positives dans l'équation de quantité de mouvement sont plus adéquates, par contre, les valeurs de β négatives dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente correspondent mieux au cas réel.

De leur côté, Braga et De Lemos [45] ont présenté une étude numérique de la convection naturelle en régimes laminaire et turbulent dans une cavité carrée rempli d'un milieu poreux. Les parois verticales sont maintenues à une température constante, tandis que les surfaces horizontales sont thermiquement isolées.

L'écoulement turbulent macroscopique dans le milieu poreux a été modélisé moyennant le modèle $\kappa - \varepsilon$ et le système d'équation obtenue a été résolu par la méthode des volumes finis en utilisant l'algorithme Simple. Etant donné que les des champs dynamique et thermique dépendent essentiellement des nombres de Darcy et de Rayleigh modifié noté Ra_m , ces deux paramètres ont été variés dans la gamme ($10^{-7} < Da < 10^{-6}$), ($10 < Ra_m < 10^6$), alors que les autres paramètres physiques (porosité, perméabilité, nombre de Prandtl et le rapport de conductivités fluide/poreux) ont été maintenus constants.

Les résultats indiquent que les deux écoulements laminaire et turbulent sont similaires pour des nombres de Rayleigh modifiés inférieur à $Ra_m < Ra_{mcri} = 10^4$, il a été constaté aussi qu'au-delà de cette valeur critique un phénomène de laminarisation a été considéré. Les résultats montrent aussi que le transfert thermique est amélioré en régime turbulent et aux faibles nombres de Darcy.

Islamoglu et al. [46] ont analysé numériquement et expérimentalement, les performances d'un échangeur de chaleur, périodique et ondulé à coins aigus, où circule l'air en régime turbulent. Les parois sont maintenues à flux de chaleur constant. L'approche numérique a été faite par la méthode des éléments finis et le code 'ANSYS' avec le modèle de turbulence $\kappa - \varepsilon$ ont été utilisés pour résoudre le système d'équations obtenu. Il a été trouvé que l'échange thermique est d'autant plus important que le nombre de Reynolds est plus grand et qu'il existe un grand écart entre les valeurs minimale et maximale du coefficient d'échange local. Les résultats numériques et expérimentaux obtenus (coefficient d'échange thermique, et pertes de pression) sont en bon accord. Avec les résultats édités dans la littérature

Une étude numérique sur l'écoulement et le transfert de chaleur, en convection forcée, dans un canal plan muni d'une couche poreuse d'épaisseur fixe a été mené par Zhu et kuznetsov [47]. La modélisation mathématique est basée sur l'hypothèse de l'écoulement turbulent dans la zone fluide alors que l'écoulement est laminaire dans la partie poreuse. L'interface fluide-poreux est supposée rugueuse. Les plaques sont chauffées à une température constante et à flux constant.

Deux modèles ont été utilisés pour calculer la viscosité turbulente dans la région fluide : le modèle algébrique de Cebeci-Smith et le modèle κ - ε .

Afin d'analyser et de comparer les résultats de ces deux méthodes, les effets de certains paramètres sur l'écoulement et le transfert de chaleur ont été considérés. Pour les deux modèles, les résultats montrent que le nombre de Nusselt accroît avec l'augmentation du nombre de Darcy. Les résultats montrent aussi que l'échange thermique est d'autant plus grand dans le modèle κ - ε et qu'il existe un écart important entre les valeurs du nombre de Nusselt calculé par les deux méthodes. Cette étude a permis de mettre en évidence l'importance de l'analyse expérimentale dans le cas d'un écoulement en régime turbulent dans le cas d'un milieu hybride.

Conclusion

Cette recherche bibliographique nous a permis de conclure que l'amélioration de transfert thermique se fait lors de l'insertion du milieu poreux dans le cas où les propriétés thermo physiques sont bien choisies à savoir : l'épaisseur de la couche poreuse, la conductivité thermique, la perméabilité...etc.

Par ailleurs, la plupart des travaux effectués sur les écoulements en régime turbulent en présence du substrat poreux sont : des développements des équations régissant les phénomènes physiques (modélisation mathématique), ou des simulations numériques qui traitent le champ dynamique ou encore des simulations numériques qui mis en évidence les deux champs dynamique et thermique à la fois en supposant que l'écoulement dans le milieu poreux est en régime laminaire.

Par ailleurs, et après avoir présenté une étude détaillée sur ce qu'il a été fait dans ce contexte, notre contribution vise à réaliser une étude sur les phénomènes des échanges dynamiques, thermiques et notamment énergétiques dans un canal plan rempli partiellement ou totalement d'un substrat poreux en régime turbulent.

Chapitre III

formulation mathématique

FORMULATION MATHÉMATIQUE

Introduction :

Dans ce chapitre, nous présentons le problème physique et le modèle mathématique utilisés pour l'étude d'un écoulement dans le milieu poreux en régime turbulent. Le cadre du travail est ensuite défini en considérant les hypothèses simplificatrices adaptées à notre configuration et les conditions aux limites associées.

III. 1. Modélisation de la turbulence en milieu poreux

L'écoulement en régime laminaire et le transfert de chaleur dans le milieu poreux sont gouvernés par les équations instantanées de conservation.

Sous forme indicielle, elles s'écrivent comme suit :

➤ Equation de continuité :

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{III.1})$$

➤ Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_e \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \phi \frac{\nu_f}{K} u_i - \phi^2 \frac{C_f}{\sqrt{K}} \sqrt{u_i u_i} u_i \quad (\text{III.2})$$

Où :

$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$: Représente les forces inertielles macroscopiques.

$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i}$: Gradient de pression.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_e \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$: Terme visqueux de Brinkman.

$\phi \frac{\nu_f}{K} u_i$: Terme de Darcy

$\phi^2 \frac{C_f}{\sqrt{K}} \sqrt{u_i u_i} u_i$: Forces inertielles microscopiques (terme de Forcheimer)

ρ : Masse volumique du fluide considéré

ϕ , K , et F sont respectivement la porosité, perméabilité et coefficient de Forcheimer.

ν_e : Viscosité cinématique effective du milieu poreux

ν_f : Viscosité cinématique du fluide

➤ **Equation d'énergie :**

$$(\rho C)_e \frac{\partial T}{\partial t} + \phi(\rho C)_f u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = k_e \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (\text{III.3})$$

$(C)_e$ et $(C)_f$ sont respectivement capacité calorifique effective et capacité calorifique du fluide

k_e est la conductivité thermique effective

Dans le cas d'un écoulement en régime turbulent, ces équations deviennent inutilisables à cause de la nature de l'écoulement turbulent.

Pour la modélisation, on effectue la décomposition des grandeurs instantanées en une partie moyenne et une partie fluctuante

$$u = \bar{u} + u' \quad (\text{III.4a})$$

$$v = \bar{v} + v' \quad (\text{III.4b})$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (\text{III.4c})$$

$$T = \bar{T} + T' \quad (\text{III.4d})$$

Avec :

$$\frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{III.4e})$$

En remplaçant u , v , T , p par leurs valeurs dans les équation (III.1), (III.2) et (III.3) on obtient :

III.1.1. Equation de continuité :

$$\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{III.5})$$

III.1.2. Equation de quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_e \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) - \frac{\phi \nu_f}{K} \overline{u_i} \\ & - \frac{\phi^2 C_f}{\sqrt{K}} \left(\sqrt{\overline{u_j u_j}} \overline{u_i} + \frac{\overline{u_j}}{\sqrt{\overline{u_j u_j}}} \overline{u'_i u'_j} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

III.1.3. Equation d'énergie :

$$\frac{(\rho C)_e}{\phi} \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + (\rho C)_f \overline{u_j} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k_e}{\phi} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} - (\rho C)_f \overline{u'_j T'} \right) \quad (\text{III.7})$$

Les termes $-\overline{u'_i u'_j}$ et $-\overline{u'_j T'}$ traduisent l'influence de turbulence sur le mouvement moyen, qui sont respectivement la tension de Reynolds et le flux turbulent de la température. Les équations obtenues ne suffisent pas pour le calcul du champ moyen donc La fermeture des équations de conservation nécessite la connaissance de ces quantités. Les techniques qui permettent de résoudre ce problème font appel à des hypothèses de fermetures destinées à obtenir un système comportant autant d'équations que d'inconnues. Ces hypothèses sont appelées « Modèles de Turbulence ». Dans ce travail le modèle à deux équations du types κ - ϵ [48], à été utilisée. Ce schéma est basé sur l'hypothèse de viscosité de turbulence dans laquelle les tensions de Reynolds sont exprimées directement en fonction des tenseurs de taux de déformation [49-50] :

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \quad (\text{III.8})$$

$$-\overline{u'_j T'} = \frac{\nu_t}{Pr_t} \left(\frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (\text{III.9})$$

Où :

Pr_t : nombre du Prandtl turbulent

ν_t : Viscosité cinématique turbulente.

δ_{ij} : Opérateur de Kronecker.

κ : Énergie cinétique turbulente.

D'après Kolmogorov- Prandtl [51],[52], la viscosité cinématique turbulente s'écrit sous la forme :

$$v_t = C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (\text{III.10})$$

Soit : $\overline{u_i} = U_i$ (la notation de l'opérateur moyenne statistique dans tout ce qui suit va changer)

Les équations (III.6) et (III.7) deviennent alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v_e \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right) - \frac{\phi v_f}{K} U_i \\ & - \frac{\phi^2 C_f}{\sqrt{K}} \left\{ \sqrt{U_j U_j} U_i + \frac{U_j}{\sqrt{U_j U_j}} \left(-v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

$$\frac{(\rho C)_p}{\phi(\rho C)_f} \frac{\partial T}{\partial t} + U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu R_k}{\phi Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (\text{III.12})$$

Où : R_k est le rapport des conductivités thermiques.

La résolution des équations de conservation nécessite la connaissance des deux variables κ et ε donc on a besoin de deux autres équations dite équations de fermeture.

Parmi les modèles les plus souvent employés le modèle $\kappa - \varepsilon$ car il s'obtient avec l'hypothèse de grand nombre de Reynolds.

III.1.4. Equation de l'énergie cinétique turbulente κ

Cette équation est obtenue à partir de l'équation des fluctuations :

$$\overline{u'_i \times l' \text{ éq}(u'_j)} - u'_j \times l' \text{ éq}(u'_i) = 0 \quad (\text{III.13})$$

et l'équation du transport relative à la vitesse fluctuante u'_i obtenue par soustraction de l'équation de mouvement instantanée et l'équation moyennée (l'éq(III.2)-l'éq(III.6))

Pour $i=j$, l'équation (III.14) devient :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \overline{u'_i u'_i}}{\partial t} + U_k \frac{\partial \overline{u'_i u'_i}}{\partial x_k} = & - \left(2 \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u'_i u'_i u'_k} \right) + \\
& - \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ 2 \frac{p'}{\rho} u'_i \delta_{ik} \right\} + \\
& R_{\mu\nu} \nu_f \frac{\partial \overline{u'_i u'_i}}{\partial x_k \partial x_k} - 2\nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} - 2 \frac{\phi \nu_f}{K} \overline{u'_i u'_i} - \\
& \frac{\phi^2 C_f}{\sqrt{K} \sqrt{U_j U_j}} \left\{ 2(U_k U_k) \overline{u'_i u'_i} + 2(U_k U_i) \overline{u'_i u'_k} \right\} \\
& - \frac{2\phi^2 C_f U_k}{\sqrt{K} \sqrt{U_j U_j}} \overline{u'_i u'_i u'_k}
\end{aligned} \tag{III.14}$$

La fonction de l'énergie cinétique turbulente k et le taux de dissipation ε s'écrivent respectivement :

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \tag{III.15}$$

$$\varepsilon = 2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} \tag{III.16}$$

Le terme $\overline{u'_i u'_j u'_k}$: représente le transport par le mouvement fluctuant (advection). La corrélation triple de la vitesse fluctuante est mesurée expérimentalement. Parmi les schémas les plus utilisés on peut citer celui de Mellor Herring (1973) et d'Hanjalic et Lauder (1973). Nous avons opté pour le premier schéma car d'après Demuren et Sarkar c'est le schéma qui conduit au meilleur accord avec l'expérience en écoulement de conduite.

$$\overline{u'_i u'_j u'_k} = -\frac{2}{3} C_s \frac{k^2}{\varepsilon} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u'_i u'_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u'_j u'_k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_k} \right\} \tag{III.17}$$

Avec : $C_s = 0.108$

Dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente nous avons $i=j$ et ce terme devient alors :

$$\overline{u'_i u'_i u'_k} = -\frac{2}{3} C_s \frac{k^2}{\varepsilon} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u'_i u'_i} + 2 \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u'_i u'_k} \right\} \tag{III.18}$$

L'introduction de cette équation et l'utilisation de l'hypothèse du gradient de pression donnée par Hanjalic K and Launder B.E [53] permet de transformer l'équation de l'énergie cinétique turbulente dans sa forme finale comme suit :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial k}{\partial t} + U_k \frac{\partial k}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\left(R_\mu v_f + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) + v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \\
&\quad - \frac{2}{3} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} k \delta_{ik} - 2 \frac{\phi v_f}{K} k - R_\mu \varepsilon \\
&\quad - \frac{\phi^2 C_f}{\sqrt{K} \sqrt{U_j U_j}} \times \left\{ \frac{8}{3} (U_k U_k) k - v_t (U_k U_i) \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right\} \\
&\quad + \frac{4}{3} C_s \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\phi^2 C_f U_k}{\sqrt{K} \sqrt{U_j U_j}} \left[\frac{5}{3} \frac{\partial k}{\partial x_k} - v_t \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right] \quad (III.19)
\end{aligned}$$

III.1.5. Equation de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε

L'équation exacte de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε est obtenue à partir de la relation :

$$2 \nu \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_i}) = 0 \quad (III.20)$$

On obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left(R_{\mu} v_f \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) - 2v \left(\overline{\frac{\partial u'_i u'_i}{\partial x_j \partial x_k}} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \overline{\frac{\partial u'_i u'_j}{\partial x_j \partial x_k}} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \\
&\quad - v \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \overline{u'_k \frac{\partial u'_i u'_i}{\partial x_j \partial x_j}} + \frac{2}{\rho} \overline{\frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \frac{\partial p'}{\partial x_j}} \right\} - 2 \left\{ \overline{u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right\} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} \\
&\quad - 2R_{\mu} v^2 \left(\overline{\frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_k}} \right)^2 - 2 \frac{\phi v_f}{K} \varepsilon + 2v \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} - \frac{2\phi^2 C_f}{\sqrt{K}} \times \\
&\quad \left\{ \sqrt{U_k U_k} \varepsilon + \frac{U_k}{\sqrt{U_k U_k}} \times \left(\overline{u'_k \frac{\partial u'_i u'_i}{\partial x_j \partial x_j}} + \overline{u'_i \frac{\partial u'_k u'_i}{\partial x_j \partial x_j}} + U_i \overline{\frac{\partial u'_k u'_i}{\partial x_j \partial x_j}} \right) \right\} \\
&\quad - \frac{2\phi^2 C_f}{\sqrt{K}} \left\{ v \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{U_i U_k}{\sqrt{U_k U_k}} \right) \left(\overline{u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) + v \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sqrt{U_k U_k} \right) \left(\overline{u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) \right\} \\
&\quad - \frac{2\phi^2 C_f}{\sqrt{K}} \left\{ v \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{U_k}{\sqrt{U_k U_k}} \right) \left(\overline{u'_k u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) \right\} \tag{III.21}
\end{aligned}$$

En utilisant l'hypothèse d'Hanjalic et Launder (1973) et l'hypothèse de diffusion de gradient.

L'équation de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente s'écrit sous la forme Finale :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\left(R_{\mu} v_f + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \\
&\quad - R_{\mu} C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} - 2 \frac{\phi v_f}{K} \varepsilon - \frac{2\phi^2 C_f}{\sqrt{K}} \times \left\{ \sqrt{U_k U_k} \varepsilon + \frac{v U_k}{\sqrt{U_k U_k}} \right. \\
&\quad \times \left(\overline{u'_k \frac{\partial u'_i u'_i}{\partial x_j \partial x_j}} + \overline{u'_i \frac{\partial u'_k u'_i}{\partial x_j \partial x_j}} + U_i \overline{\frac{\partial u'_k u'_i}{\partial x_j \partial x_j}} \right) + \\
&\quad v \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sqrt{U_k U_k} \right) \left(\overline{u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) + v \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{U_k}{\sqrt{U_k U_k}} \right) \left(\overline{u'_k u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) \\
&\quad \left. + v \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{U_i U_k}{\sqrt{U_k U_k}} \right) \left(\overline{u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right) \right\} \tag{III.22}
\end{aligned}$$

Les cinq constantes du modèle sont déterminées par rapport à des écoulements turbulents simples servant de référence, ainsi que par optimisation numérique; les valeurs conseillées par Launder et Spalding [50], sont : $C_{\mu} = 0,09$; $C_{\varepsilon 1} = 1,44$; $C_{\varepsilon 2} = 1,92$; $\sigma_k = 1$ et $\sigma_{\varepsilon} = 1,3$.

III.2. Domaine d'étude

Nous considérons l'écoulement turbulent d'un fluide Newtonien dans un échangeur de chaleur à plaques assimilé à deux plaques parallèles horizontales de longueur L et distantes de H , partiellement ou totalement rempli d'un milieu poreux.

Le fluide pénètre à une vitesse et température constantes alors que les parois de l'échangeur sont maintenues à température constante

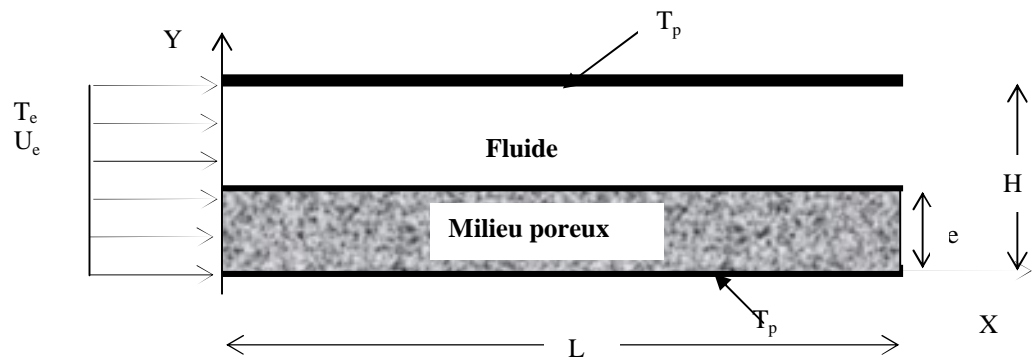


Figure III.1: Domaine d'étude

L'écoulement turbulent du fluide et le transfert de chaleur dans le domaine d'étude sont gouvernés par les équations classiques de la mécanique des fluides ainsi que les équations de fermetures à savoir l'équation d'énergie, l'équation d'énergie cinétique turbulente, et l'équation de dissipation d'énergie.

III.3. Hypothèses

Afin de pouvoir résoudre le présent problème, nous avons adopté certaines hypothèses simplificatrices :

- Fluide Newtonien et incompressible.
- régime stationnaire.
- écoulement bi-dimensionnel.
- régime d'écoulement turbulent.
- le milieu poreux est considéré homogène, isotrope et saturé par le même fluide.
- la matrice poreuse est considérée comme un matériau de porosité et de perméabilité constantes même près de la paroi.
- les propriétés thermo-physiques du solide et du fluide sont supposées constantes.

III.4. Equations gouvernantes

Les équations de conservation simplifiées s'écrivent comme suit :

III.4.1. Equation de continuité :

$$\text{Soit : } U_i = \begin{cases} u & \text{pour } i = 1 \\ v & \text{pour } i = 2 \end{cases}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.23})$$

III.4.2. Equation de quantité du mouvement :

Suivant X :

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = & -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left((v R_\mu + v_t) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((v R_\mu + v_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x} \\ & - \phi \frac{v_f}{K} u - \phi^2 \frac{C_f}{\sqrt{K}} \left\{ |u| u - \frac{v_t}{|u|} \left(2u \frac{\partial u}{\partial x} + v \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{2}{3} \frac{u}{|u|} k \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

Suivant Y :

$$\begin{aligned} u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = & -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left((v R_\mu + v_t) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((v R_\mu + v_t) \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial y} \\ & - \phi \frac{v_f}{K} v - \phi^2 \frac{C_f}{\sqrt{K}} \left\{ |u| v - \frac{v_t}{|u|} \left(2v \frac{\partial v}{\partial y} + u \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{2}{3} \frac{v}{|u|} k \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.25})$$

III.4.3. Equation d'énergie :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{v R_K}{\phi Pr} + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\frac{v R_K}{\phi Pr} + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{III.26})$$

III.4.4. Equation de l'énergie cinétique turbulente :

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} = & \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\nu R_\mu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\nu R_\mu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right) - 2\phi \frac{\nu_f}{K} k - \varepsilon + G \\
 & - \frac{\phi^2 C_f}{|u| \sqrt{K}} \left\{ \frac{8}{3} |u|^2 k - \nu_t \left(2u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + 2v^2 \frac{\partial v}{\partial y} + 2uv \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) \right\} \\
 & + \frac{4 C_s k^2}{3 \varepsilon} \frac{\phi^2 C_f}{|u| \sqrt{K}} \left\{ \frac{5}{3} \left(u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} \right) - \right. \\
 & \left. \left(2u \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + 2v \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right) + v \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial v}{\partial x} \right) + u \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) \right. \\
 & \left. + v \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) + u \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} \quad \text{(III.27)}
 \end{aligned}$$

Avec :

$$G = \nu_t \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad \text{(III.28)}$$

III.4.5. Equation du taux de dissipation :

$$\begin{aligned}
 U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = & \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(R_\mu \nu_f + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(R_\mu \nu_f + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} G \\
 & - R_\mu C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} - 2 \frac{\phi \nu_f}{K} \varepsilon - \frac{2\phi^2 C_f}{\sqrt{K}} \times \left\{ \frac{4}{3} |u| \varepsilon + c_3 \frac{k}{\varepsilon |u|} \right. \\
 & \times \left([v_t] \left(\left(2u \frac{\partial u}{\partial x} + v \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \left(2v \frac{\partial v}{\partial y} + u \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} k \left(u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) \right. \\
 & \left. + \frac{4}{3} \nu \left(\frac{\partial |u|}{\partial x} \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial |u|}{\partial y} \frac{\partial k}{\partial y} \right) \right. \\
 & \left. - \nu \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{|u|} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{|u|} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{uv}{|u|} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{uv}{|u|} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{|u|} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v^2}{|u|} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) \right) \quad \text{(III.29)}
 \end{aligned}$$

III.5. Conditions aux limites

Les équations (III.23-III.29) sont sujettes aux conditions aux limites suivantes :

a. Vitesse

La condition d'adhérence impose des vitesses nulles au niveau des deux plaques :

$$u = v = 0 \text{ à } y = 0 \text{ et } y = H. \quad (\text{III.30.a})$$

A l'entrée des vitesses constantes connues sont imposées

$$u = u_e \quad (\text{III.30.b})$$

$$v = 0 \quad (\text{III.30.c})$$

On impose à la sortie un régime établi, c. à d :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (\text{III.30.d})$$

$$v = 0 \quad (\text{III.30.e})$$

b. Température

Une température constante est imposée sur les parois :

$$T = T_{p1} = T_{p2} \text{ à } y = 0 \text{ et } y = H \quad (\text{III.31.a})$$

Une température constante différente de la température de paroi est imposée à l'entrée du domaine d'étude :

$$T = T_e \text{ à } x = 0 \quad (\text{III.31.b})$$

On impose à la sortie une diffusion axiale négligeable :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (\text{III.31.c})$$

c. *Energie cinétique turbulente et dissipation de l'énergie cinétique turbulente*

La condition d'adhérence impose des vitesses nulles sur la paroi et par suite l'énergie cinétique turbulente et La dissipation sont nulles :

$$\kappa = \varepsilon = 0 \text{ à } y = 0 \text{ et } y = H \quad (\text{III.32.a})$$

A l'entrée l'énergie cinétique turbulente est imposée

$$k = k_e = I u_e^2 \quad (\text{III.32.b})$$

Où I est le taux de turbulence. Il a été fixée à 5%

Le taux de dissipation à l'entrée est imposé :

$$\varepsilon = \varepsilon_e = \frac{k_e^{3/2}}{\lambda D_h} \quad (\text{III.32.c})$$

Avec : $\lambda = 0.33$ et D_h est le diamètre hydraulique

On impose à la sortie un régime établi, soit :

$$\left. \frac{\partial k}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (\text{III.32.d})$$

$$\left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (\text{III.32.e})$$

d. Conditions à l'interface fluide /poreux

$$u_p = u_f \quad (\text{III.33})$$

$$v_p = v_f \quad (\text{III.34})$$

$$P_p = P_f \quad (\text{III.35})$$

$$T_p = T_f \quad (\text{III.36})$$

$$(\mu_f + \mu_t) \left. \frac{\partial u_f}{\partial y} \right|_{y=e} = (R_\mu \mu_f + \mu_t) \left. \frac{\partial u_p}{\partial y} \right|_{y=e} \quad (\text{III.37})$$

$$(\mu_f + \mu_t) \left. \frac{\partial v_f}{\partial y} \right|_{y=e} = (R_\mu \mu_f + \mu_t) \left. \frac{\partial v_p}{\partial y} \right|_{y=e} \quad (\text{III.38})$$

$$\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \left. \frac{\partial T_f}{\partial y} \right|_{y=e} = \left(\frac{\mu R_K}{\phi Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \left. \frac{\partial T_e}{\partial y} \right|_{y=e} \quad (\text{III.39})$$

$$\left(\mu_f + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \left. \frac{\partial k_f}{\partial y} \right|_{y=e} = \left(R_\mu \mu_f + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \mu_t \right) \left. \frac{\partial k_p}{\partial y} \right|_{y=e} \quad (\text{III.40})$$

$$\left(\mu_f + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \left. \frac{\partial \varepsilon_f}{\partial y} \right|_{y=e} = \left(R_\mu \mu_f + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \mu_t \right) \left. \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial y} \right|_{y=e} \quad (\text{III.41})$$

III.6. Calcul de la température moyenne

La température moyenne sur une section droite du canal est donnée par :

$$T_m(x) = \frac{\int u(x, y) T(x, y) ds}{\int_s u(x, y) ds} \quad (\text{III.42})$$

III.7. Calcul du nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt local à la paroi est défini par :

$$Nu_{D_h} = \frac{h(x) D_h}{k_e} \quad (\text{III.43})$$

Où h est le coefficient d'échange convectif, donné par :

$$h = - \frac{k_e \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=H}}{T_p - T_m(x)} \quad (\text{III.44})$$

D'où :

$$Nu_{D_h} = \frac{T_p - T_p'(x)}{(T_p - T_m(x)) \Delta y} D_h \quad (\text{III.45})$$

Où $T_p'(x)$ est la température de nœud près de la paroi, T_p est la température de la paroi

CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre le domaine physique a étudié, les équations gouvernantes ainsi que les conditions aux limites associées.

Le modèle mathématique obtenu est un ensemble d'équations aux dérivées partielles du type elliptique, soumises à des conditions aux limites et des conditions à l'interface fluide - poreux. Leur résolution passera par une procédure numérique, basée sur la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLE qui seront présentées au prochain chapitre.

Chapitre IV

Modélisation numérique

MODELISATION NUMERIQUE

Introduction

Dans l'impossibilité d'une solution analytique du problème posé en formulation mathématique, une technique de résolution numérique s'avère nécessaire. La méthode des volumes finis est l'une des plus utilisée et qu'on adopte pour notre problème. Elle est construite autour des étapes suivantes.

- Subdiviser le domaine d'étude en petits domaines ou volumes de contrôle, construits autour de chaque nœud et limités par des interfaces.
- Intégrer l'équation de conservation sur chaque volume de contrôle.
- Etablir un profil de variation de la grandeur physique entre deux nœuds consécutifs afin de d'évaluer les dérivées à l'interface du volume de contrôle.

IV.1. Equations gouvernantes

Dans le cadre du modèle κ - ε , les équations de conservation (masse, quantité de mouvement, énergie, énergie cinétique turbulente et taux de dissipation) ont la forme générale d'une équation de conservation de la grandeur physique $\phi(x, y)$, donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial x}[\rho u \phi] + \frac{\partial}{\partial y}[\rho v \phi] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] + S \quad (\text{IV.1})$$

Cette équation est composée :

- Des termes de diffusion : $\frac{\partial}{\partial x} \left[\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]$
- Des termes de convection : $\frac{\partial}{\partial x}[\rho u \phi] + \frac{\partial}{\partial y}[\rho v \phi]$
- et d'un terme source : S.

Si ϕ est égale à l'unité, alors l'équation précédente prend la forme de l'équation de continuité. Les variables $\phi, \Gamma_{\phi}, \rho$ et S sont définies dans le tableau suivant :

ϕ	Γ	S
u	$R_{\mu\mu} + \mu_t$	$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) - \frac{2}{3} \rho \frac{\partial k}{\partial x} - \phi \frac{\mu_f}{K} u - \phi^2 \frac{C_f}{\sqrt{K}} \left\{ \rho u u - \frac{\mu_t}{ u } \left(2u \frac{\partial u}{\partial x} + v \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{2}{3} \rho \frac{u}{ u } k \right\}$
v	$R_{\mu\mu} + \mu_t$	$\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) - \frac{2}{3} \rho \frac{\partial k}{\partial y} - \phi \frac{\mu_f}{K} v - \phi^2 \frac{C_f}{\sqrt{K}} \left\{ \rho v v - \frac{\mu_t}{ v } \left(2v \frac{\partial v}{\partial x} + u \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{2}{3} \rho \frac{v}{ v } k \right\}$
T	$\frac{\mu R_K}{\phi Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t}$	0
κ	$R_{\mu\mu} + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$- R_{\mu\rho} \varepsilon + G - 2\phi \frac{\mu_f}{K} k - \frac{\phi^2 C_f}{ u \sqrt{K}} \left\{ \frac{8}{3} u ^2 \rho k - \mu_t \left(2u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + 2v^2 \frac{\partial v}{\partial y} + 2uv \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) \right\} + \frac{4 C_s k^2 \phi^2 C_f}{3 \varepsilon u \sqrt{K}} \left\{ \frac{5}{3} \rho \left(u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} \right) - \left(2u \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + 2v \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right) + v \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \frac{\partial v}{\partial x} \right) + u \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) + v \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) + u \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\}$
ε	$R_{\mu} v_f + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon}$	$C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \rho G - R_{\mu} C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - 2 \frac{\phi \mu_f}{K} \varepsilon - \frac{2 \phi^2 C_f}{\sqrt{K}} \times \left\{ \frac{4}{3} u \rho \varepsilon + c_3 \frac{k}{\varepsilon u } \right.$ $\times \left[\mu_t \left(\left(2u \frac{\partial u}{\partial x} + v \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \left(2v \frac{\partial v}{\partial y} + u \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} - \frac{2}{3} k \rho \left(u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) \right]$ $+ \frac{4}{3} \mu \left(\frac{\partial u }{\partial x} \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial u }{\partial y} \frac{\partial k}{\partial y} \right) - \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{ u } \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{ u } \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{uv}{ u } \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \right.$ $\left. \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{ u } \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{uv}{ u } \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v^2}{ u } \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\}$

Tableau V.1: Spécification de ϕ , ρ , Γ , et S

VI.3. Maillage décalé

Les équations de mouvement présentent une difficulté en raison de l'existence de la pression comme inconnue. Patankar et Spalding (1972) ont proposé d'utiliser un maillage décalé [54] où les composantes de la vitesse sont calculées aux nœuds situés sur l'interface d'un volume de contrôles autour d'un nœud principal de pression. Cette procédure assure le couplage entre la pression et la vitesse.

La figure (VI.1) représente les maillages de la vitesse u , de la vitesse v et celui de la pression P , notées, respectivement, telles que :

- $u(x,y)$ est évaluée au nœud (i_u,j)
- $v(x,y)$ est évaluée au nœud (i,j_v)
- $P(x,y)$ est évaluée au nœud (i,j)

Les grandeurs ϕ , Γ_ϕ et ρ sont évaluées aux nœuds (i,j) du maillage principal. Le terme source S est identifié au nœud de la variable ϕ .

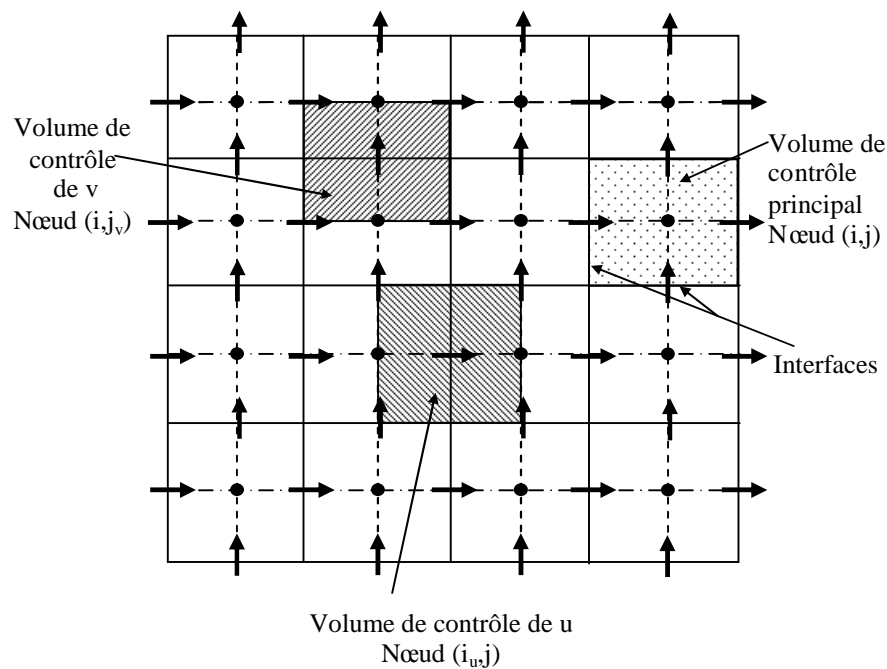


Figure IV.1 : Maillage décalé

IV.3. Discrétisation des équations gouvernantes

Par la combinaison des deux flux de convection et de diffusion, l'équation générale est mise sous la forme suivante :

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S \quad (\text{IV.2})$$

$$J_x = \rho u \phi - (\Gamma \phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{IV.3})$$

$$J_y = \rho v \phi - (\Gamma \phi) \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (\text{IV.4})$$

tels que J_x et J_y sont les flux de convection et de diffusion dans les directions axiale et transversale, respectivement, et S le terme source.

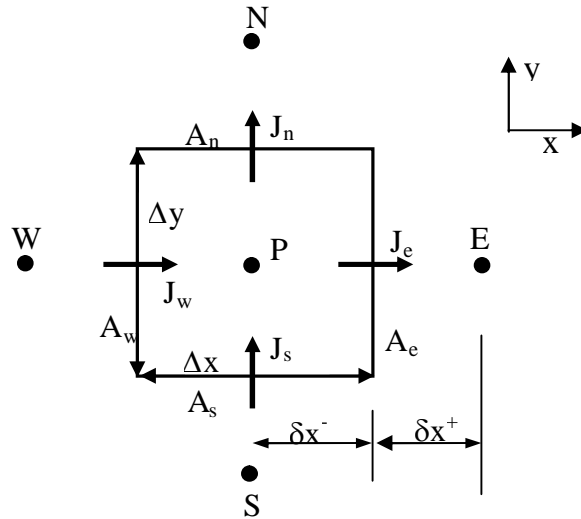


Figure IV.2 : Volume de contrôle autour du noeud P.

On intègre l'équation (IV.2) sur le volume de contrôle correspondant à la variable ϕ (figure (IV.2)). On obtient alors:

$$\int_{w}^e \int_{s}^n \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \right) dx dy = \int_{w}^e \int_{s}^n S dx dy \quad (\text{IV.5a})$$

$$J_e A_e - J_w A_w + J_n A_n - J_s A_s = \bar{S} \Delta x \Delta y \quad (\text{IV.5b})$$

J_e, J_w, J_n et J_s représentent les flux aux interfaces Est, Ouest, Nord et Sud respectivement, A_e, A_w, A_n et A_s sont les surfaces correspondantes, et \bar{S} est la moyenne volumique du terme source.

Suivant un schéma d'interpolation de la grandeur ϕ à l'interface, l'équation algébrique finale s'écrit :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b_\phi \quad (\text{IV.6})$$

$$a_E = D_e A(|Pe_e|) + \text{Max}(-F_e, 0) \quad (\text{IV.7a})$$

$$a_W = D_w A(|Pe_w|) + \text{Max}(+F_w, 0) \quad (\text{IV.7b})$$

$$a_N = D_n A(|Pe_n|) + \text{Max}(-F_n, 0) \quad (\text{IV.7c})$$

$$a_S = D_s A(|Pe_s|) + \text{Max}(+F_s, 0) \quad (\text{IV.7d})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{IV.7e})$$

$$b_\phi = \bar{S} \Delta x \Delta y \quad (\text{IV.7f})$$

A l'interface Est, par exemple, le coefficient $F_e = \rho_e u_e A_e$ représente l'importance des effets par convection. Par contre, le coefficient D_e représente l'importance des effets par diffusion, il est calculé par la moyenne harmonique entre les propriétés Γ_ϕ aux noeuds E et P.

$$D_e = \frac{A_e}{\left[\frac{\delta x^+}{(\Gamma_\phi)_E} + \frac{\delta x^-}{(\Gamma_\phi)_P} \right]} \quad (\text{IV.8})$$

Le nombre adimensionnel $Pe_e = F_e / D_e$, appelé aussi nombre de Peclet, compare l'influence de la convection par rapport à la diffusion lors du processus de transport.

Par ailleurs, on voit apparaître la fonction $A(|Pe_e|)$, traduisant l'un des schémas de variation de la grandeur physique ϕ à l'interface Est, à savoir :

- schéma des différences centrées
- schéma Upwind
- schéma exponentiel
- schéma Hybride
- schéma Quick
- schéma Power Law.

A ce stade, on considère les équations de mouvement suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial x} [\rho u u] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho v u] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\Gamma \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma \frac{\partial u}{\partial y} \right] - \frac{\partial P}{\partial x} + S_u \quad (\text{IV.9})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}[\rho uv] + \frac{\partial}{\partial y}[\rho v v] = \frac{\partial}{\partial x}\left[\Gamma \frac{\partial v}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\Gamma \frac{\partial v}{\partial y}\right] - \frac{\partial P}{\partial y} + S_v \quad (\text{IV.10})$$

On voit apparaître les gradients de pression $\partial P / \partial x$ et $\partial P / \partial y$. L'équation (IV.9) est discrétisée par intégrale sur le volume de contrôle entourant le nœud e (figure IV. 3(a)). De la même manière, on procède à la discrétisation de l'équation (IV.10) (figure IV.3 (b)). On obtient les équations algébriques suivantes :

$$a_e u_e = \sum a_{nb} u_{nb} + b_e + (P_P - P_E) A_e \quad (\text{IV.11})$$

$$a_n v_n = \sum a_{nb} v_{nb} + b_n + (P_P - P_N) A_n \quad (\text{IV.12})$$

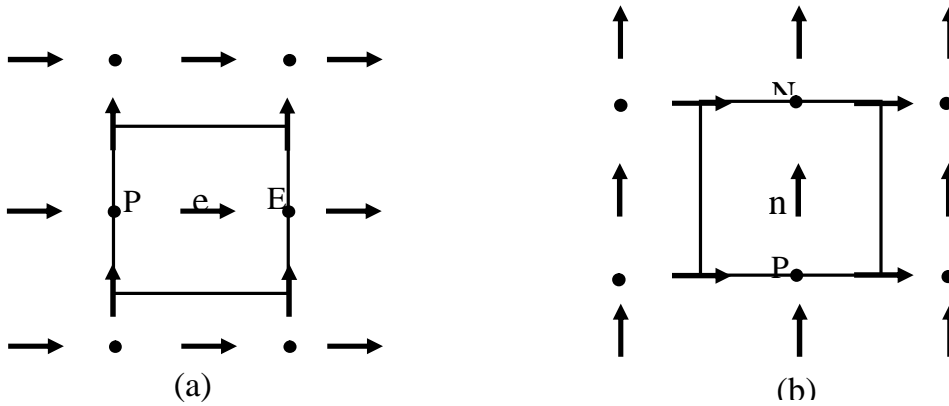


Figure IV.3 : Volumes de contrôle pour les vitesses u_e et v_n .

Pour les schémas d'interpolation, nous retenons le plus recommandé, à savoir, le schéma en puissance ou Power Law (Patankar 1980). Dans ce cas, la fonction $A(|Pe|)$ est exprimée par :

$$A(|Pe|) = \text{Max}\left(0, (1 - 0.1|Pe|)^5\right) \quad (\text{IV.13})$$

IV.4. Correction de la vitesse et de la pression

La connaissance exacte du champ de pression est déterminante pour résoudre les équations du mouvement. D'autre part, le champ de vitesse ne peut satisfaire l'équation de continuité que si le champ de pression est correct. Par conséquent, l'objectif est de corriger les pressions estimées P^* telles que les vitesses correspondantes (u^*, v^*) vérifient l'équation de conservation de la masse.

Si on considère les valeurs estimées P^* , u^* et v^* , alors on peut écrire :

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b_u + (P_P^* - P_E^*) A_e \quad (\text{IV.14})$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + b_v + (P_P^* - P_N^*) A_n \quad (\text{IV.15})$$

P , u et v sont les valeurs exactes, elles sont décomposées en :

$$P = P^* + P' \quad (\text{IV.16a})$$

$$u = u^* + u' \quad (\text{IV.16b})$$

$$v = v^* + v' \quad (\text{IV.16c})$$

Où P' , u' et v' sont les corrections de pression et de vitesse respectivement :

En combinant entre les équations (IV.16), (IV.14) et (IV.11), on obtient :

$$u_e' = d_e (P_P' - P_E') \quad (\text{IV.17})$$

Le terme $\sum a_{nb} u_{nb}'$ est négligé et d_e donné par la relation suivante :

$$d_e = \frac{A_e}{a_e} \quad (\text{IV.18})$$

De la même manière, on trouve :

$$v_n' = d_n (P_P' - P_N') \quad (\text{IV.19})$$

Avec :

$$d_n = \frac{A_n}{a_n} \quad (\text{IV.20})$$

D'un autre coté, l'équation de continuité est utilisée comme moyen d'ajustement pour la pression. Elle est intégrée sur un volume de contrôle principal entourant le nœud P (figure IV.2). Le résultat est un bilan massique où les vitesses aux interfaces sont exprimées en fonction des corrections de pression correspondantes. On aboutit à :

$$a_P P_P' = \sum a_{nb} P_{nb}' + b_p \quad (\text{IV.21})$$

$$a_E = \rho_e d_e \Delta y \quad (\text{IV.22a})$$

$$a_W = \rho_w d_w \Delta y \quad (\text{IV.22b})$$

$$a_N = \rho_n d_n \Delta x \quad (\text{IV.22c})$$

$$a_S = \rho_s d_s \Delta x \quad (\text{IV.22d})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{IV.22e})$$

$$b_p = \left[\rho_w A_w u_w^* - \rho_e A_e u_e^* \right] - \left[\rho_s A_s v_s^* - \rho_n A_n v_n^* \right] \quad (\text{IV.22f})$$

Le terme source b_p représente le résidu massique local dans le volume de contrôle principal. A une itération donnée et pour b_p tendant vers zéro, la masse est dite, conservée localement et à travers le domaine d'étude. Dans ce cas, la correction de pression P' tend vers zéro aux différents nœuds. La pression P et les vitesses u et v convergent chacune vers la solution.

IV. 5 Résolution numérique des équations algébriques

Les équations algébriques sont résolues numériquement par des méthodes directes ou itératives. La méthode directe est coûteuse et non appropriée aux systèmes non linéaires. L'algorithme TDMA qui est un processus direct de substitution dans une matrice tri-diagonale, n'est pas applicable aux problèmes bi et tridimensionnels.

Le choix de la méthode itérative est soutenu par son aspect itératif convenable aux systèmes non linéaires. La technique ligne par ligne est appliquée pour la résolution des équations algébriques. Elle combine entre une méthode directe et la méthode de Gauss-Seidel. Cette procédure consiste à exploiter l'algorithme TDMA, par exemple, dans la direction transversale (en j) et relativement à une position axiale (en i) pour retrouver les valeurs de ϕ au nœud principal et aux nœuds avoisinants, tout en exploitant les dernières valeurs connues de ϕ . Lorsque toutes les positions i sont considérées, alors un balayage par la technique ligne par ligne est accompli dans la direction axiale. Il faut refaire la même application dans la direction transversal pour terminer le calcul d'une itération et obtenir une solution, notée ϕ^* . Le balayage suivant la direction transversal exploite l'algorithme TDMA. Le processus est répété jusqu'à convergence.

IV.6 Méthode de relaxation

Cette méthode permet d'amplifier ou d'amortir la variation de ϕ d'une itération à une autre. La sous relaxation est souvent utilisée pour éviter la divergence des problèmes non linéaires. ϕ_P est déterminée par :

$$\phi_P = [a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + b_\phi] / a_P \quad (\text{IV.23})$$

$\phi_P - \phi_P^*$ représente la variation de ϕ_P durant une itération. La relaxation fait intervenir un facteur α qui atténue ou amplifie cette variation pour donner $\phi_P = \phi_P^* + \alpha(\phi_P - \phi_P^*)$. L'équation algébrique précédente est réécrite de la manière suivante :

$$\frac{a_P}{\alpha} \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + b_\phi + (1 - \alpha) \frac{a_P}{\alpha} \phi_P^* \quad (\text{IV.24})$$

En général, α est pris égal à 0.8 pour la variation de pression et 0.5 pour la variation de vitesse.

IV.7. Algorithme de calcul

La procédure de calcul numérique du champ dynamique est basée sur l'application de l'algorithme SIMPLE, décrit par Patankar et Spalding (1972). Les opérations à suivre sont :

- 1- Choix initial des champs de vitesse, de pressions, de k et ε (u^* , v^* , P^* , T^* , k^* , ε^*) et considération des conditions aux limites dynamiques et thermiques ainsi que les variables de fermeture k et ε .
- 2- Calcul des différents coefficients associés aux équations discrétisées de mouvement et résolution numérique par la technique "ligne par ligne".
- 3- Calcul des coefficients de l'équation algébrique de la correction de pression et résolution numérique par la méthode précédente.
- 4 - Correction de la pression P par : $P = P^* + P'$
- 5- Correction des vitesses u et v par $u = u^* + u'$ et $v = v^* + v'$ (où u' et v' sont des erreurs dépendantes de la correction de pression).
- 6- Calcul des autres variables, tel que : énergie cinétique turbulente k , le taux de dissipation ε et le champ thermique
- 7- Reprendre u , v et P comme nouvelles valeurs et retourner à l'étape 2 pour répéter le processus de calcul jusqu'à convergence : $u \approx u^*$, $v \approx v^*$, $P \approx P^*$.

IV.8. Traitement de l'interface fluide –poreux

L'écoulement du fluide entre deux domaines de propriétés différentes et séparés par une interface immobile et localisée par une position longitudinal e . Notre approche pour déterminer les champs dynamique et thermique suit un processus itératif, presque identique à celui adopté dans le cas fluide. Cependant, il y a le problème de l'interface fluide -poreux qui est gouverné par trois conditions dynamiques (établies dans le chapitre III), et qui est

aussi estimée par calcul itératif. Par conséquent, l'interface est approchée par une ligne parallèle à l'une des deux plaques identifiée par des nœuds de vitesse v .

IV.9 Traitement près des parois solides

Les effets d'une paroi sur l'écoulement turbulent sont nombreux et complexes. On peut en dégager les principaux :

La réduction des échelles de longueur, la création d'une zone adjacente à la paroi dans laquelle la viscosité moléculaire est dominante, l'anisotropie de la turbulence et le caractère fortement non homogène du champ turbulent. Ces effets ont des conséquences considérables sur les propriétés de transfert et d'écoulement, et une influence importante sur le développement des couches limites [55]

La formulation et le traitement numérique des équations de transports dans la région près d'une paroi sont deux questions importantes qui s'imposent dans la prévision exacte des écoulements turbulents. Le calcul détaillé de l'écoulement au niveau de cette région nécessite un nombre élevé de points de discrétisation en un temps de calcul considérable dans la zone de sous couche et la zone intermédiaire, où règne des gradients intenses des variables dépendantes. Une méthode de modélisation pratique pour pallier à cet inconvénient est de faire un raccordement à une loi universelle. Dans le cas usuel, on utilise des fonctions dites "lois de parois".

IV.10 Fonctions de paroi logarithmiques

L'approche des fonctions de paroi est une approche économique basée sur une formulation globale toute intégrée dans la zone de paroi. Elle permet l'emploi des maillages de calcul très serrés [55]. Elle a surtout été adaptée dans le cadre des méthodes des volumes finis.

Les expériences ont montré que la région près de la paroi peut être subdivisée en deux couches. La première est interne, nommée "sous-couche visqueuse" où l'écoulement est presque laminaire, et la viscosité moléculaire joue un rôle dominant pour la distribution de la vitesse et le transfert de chaleur. La seconde est externe, appelé "couche turbulente" dans laquelle la turbulence joue un rôle majeur. Mais entre les deux couches, il y a une zone intermédiaire, où les effets de la viscosité moléculaire et ceux de la turbulence sont de même importance.

Un diagramme qualitatif de ces subdivisions est donné par la figure IV.4.

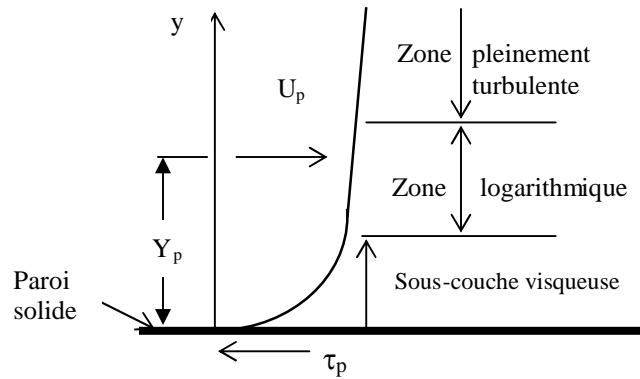


Figure IV.4 : Région près de la paroi solide.

Dans l'approche "fonction de paroi", la vitesse tangentielle près de la paroi est liée à l'effort de cisaillement pariétale τ par une relation logarithmique (1n) qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$U^+ = \frac{U_p}{U_\tau} = \frac{1}{\chi} \ln(E y^+) \quad (\text{IV.25})$$

Avec y^+ : distance adimensionnelle et U_τ : vitesse de frottement

$E = 9.0$ et $\chi = 0.41$ sont des constantes empiriques (χ appelé Constante de Vonkarman)

$$y^+ = \frac{\rho U_\tau y_p}{\mu_e} \quad (\text{IV.26})$$

$$U_\tau = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{0.5} \quad (\text{IV.27})$$

Y_p c'est le premier point de discrétisation à la paroi, où la loi de la paroi est imposée.

U_p : vitesse associée à y_p , μ_e : viscosité effective

L'hypothèse de l'équilibre local, conduit à une simplification de l'équation de transport κ , qui prendra une forme d'une égalité entre le taux de production et celui de dissipation.

$$\tau_w = \rho C_\mu^{0.5} \kappa \quad (\text{IV.28})$$

En combinant cette équation avec la loi logarithmique, on aura :

$$\tau_w = \frac{U_p \chi \mu_e y^+}{y_p \ln(E y^+)} \quad (\text{IV.29})$$

L'évaluation de l'énergie cinétique de turbulence κ , près de la paroi, est obtenue par modification de terme source pour prendre en compte la contrainte de cisaillement, le transport convectif- diffusif étant négligeable devant le terme source, qui devient :

$$G = \iiint_v \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dV = \tau_w \frac{U_p}{y_p} Vol \quad (\text{IV.30})$$

Où Vol est le volume de contrôle relatif au nœud près de la paroi.

De la même manière, ε est intégrée sur le volume de contrôle de telle sorte que :

$$\iiint_v \varepsilon dV = C_\mu^{3/4} \kappa_p^{3/2} U^+ \frac{Vol}{y_p} \quad (\text{IV.31})$$

Avec :

$$U^+ = \begin{cases} y^+ & \text{si } y^+ \leq 11.63 \\ \frac{1}{\chi} \ln(E y^+) & \text{si } y^+ > 11.63 \end{cases}$$

La température de la paroi T_w est prise constante. La région très près de la paroi nécessite un traitement similaire à celui effectué pour le champ dynamique. Le flux de chaleur à la paroi est donné par [10].

$$q_w = \frac{\rho C_p C_\mu \kappa_p^{1/2}}{T^+} (T_w - T_p) \quad (\text{IV.32})$$

Avec :

$$T^+ = \begin{cases} \text{Pr } y^+ & \text{si } y^+ \leq 11.63 \\ \text{Pr}_t (U^+ + P) & \text{si } y^+ > 11.63 \end{cases}$$

Avec Pr_t le nombre de Prandtl turbulent.

P facteur de résistance de la sous couche visqueuse. Il est donné par :

$$P = \frac{\frac{\pi}{4}}{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)} \left(\frac{A}{\chi}\right)^{0.5} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_t} - 1\right) \left(\frac{\text{Pr}_t}{\text{Pr}}\right)^{0.25} \quad (\text{IV.33})$$

Avec : $A=26$

Conclusion

La modélisation numérique d'un écoulement en régime turbulent à travers deux plaques parallèles a été présentée dans ce chapitre. En écoulement pariétal, un traitement numérique particulier a été adapté. Le schéma en loi de puissance et la moyenne harmonique sont retenus pour évaluer les grandeurs physiques aux interfaces des volumes de contrôle en particulier à l'interface fluide-poreux. L'algorithme SIMPLE est appliqué pour déterminer les champs de vitesse et de pression. La méthode de résolution des équations algébriques combine entre l'algorithme TDMA classique et la méthode de Gauss-Seidel.

Le prochain chapitre traite de la discussion des résultats numériques, retrouvés après exécution de nos propres programmes, construits à partir des algorithmes élaborés, et écrits en langage Fortran.

Chapitre V

Résultats et interprétations

RESULTATS ET INTERPRETATION

Introduction

Afin d'effectuer une étude paramétrique sur les champs dynamique, énergétique et thermique, nous considérons, dans un premier temps, le canal sans milieu poreux pour déterminer la longueur d'établissement. Dans la seconde étape, nous introduisons une matrice poreuse sur la plaque inférieure du canal et nous analysons les effets de certains paramètres tels que le nombre de Reynolds, le nombre de Darcy, l'épaisseur de la couche poreuse utilisée et la conductivité thermique effective.

Avant d'effectuer cette étude, un calcul préliminaire est mené pour vérifier la fiabilité de notre code de calcul.

V.1 Validation

Conformément à l'usage, nous avons tenté de valider le code de calcul avec des cas existants dans la littérature. Néanmoins, ces derniers présentent un cas particulier ou limite de notre étude, ce qui nous a incité à considérer les deux régimes d'écoulement à savoir: écoulement turbulent et laminaire sans milieu poreux.

➤ **Écoulement turbulent**

L'écoulement étant turbulent, caractérisé par un nombre de Reynolds $Re = 3 \times 10^5$, les dimensions de l'échangeur sont telles que une longueur $L = 25$ m, une hauteur $H = 0,02$ m. Rappelons que cette validation se fait pour le cas sans milieu poreux c'est-à-dire une porosité ϕ égale à l'unité, une perméabilité K qui tend vers l'infini et un rapport des conductivités thermiques R_k égale à l'unité.

Ainsi, après avoir tracé le nombre de Nusselt et déterminé la valeur à l'établissement, nous l'avons comparé aux corrélations proposées par Sieder et Tate [56] qui s'écrivent selon les expressions ci-dessous :

$$Nu_{Dh} = \frac{(f/8)(Re_{Dh}-1000)Pr}{1+12.7\sqrt{f/8}(Pr^{2/3}-1)} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.11} \quad 2300 \leq Re_{Dh} \leq 5.10^6 \quad (V.1)$$

$$Nu_{Dh} = \frac{(f/8)Re_{Dh}Pr}{1.07+12.7\sqrt{f/8}(Pr^{2/3}-1)} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.11} \quad 10^4 \leq Re_{Dh} \leq 5.10^6 \quad (V.2)$$

$$f = (1.82 \log_{10} Re_{Dh} - 1.64)^{-2} \quad (V.3)$$

Où :

Nu_{Dh} : nombre de Nusselt ;

f : coefficient de frottement donné par la formule (V.3) ;

Re_{Dh} : nombre de Reynolds ;

Pr : nombre de Prandtl ;

μ : viscosité dynamique du fluide ;

L'indice b indique la valeur moyenne, et w la valeur à la paroi.

Ces corrélations sont valables pour : $0.025 \leq \frac{\mu_b}{\mu_w} \leq 12.5$, $0.5 \leq Pr \leq 200$

Nous présentons dans le tableau (V.1) l'écart obtenu entre les valeurs du nombre de Nusselt établi calculé par les corrélations (V.1), (V.2) et celles trouvées par notre code de calcul.

Tableau (V.1) : Validité du code en régime turbulent.

	Présente étude	Corrélation (V.1)	Corrélation (V.2)
Nu	1193,75	1175,293	1215,32
Ecart relatif (%)		1,57	1,77

Nous remarquons que les écarts relatifs obtenus sont très faibles car leurs valeurs varient entre 1,57 % et 1,77 %. A priori, nous pouvons dire que les résultats qui ressortent de notre code de calcul sont en bon accord avec les corrélations déjà établies par les auteurs.

➤ **Ecoulement laminaire**

Notons que la même configuration précédemment établie a été étudiée mais en régime laminaire où le nombre de Reynolds pris était de l'ordre de 1000. Le nombre de Nusselt établi calculé à partir de notre code a donné une valeur égale à 7,54 ; celle-ci étant similaire à celle déjà trouvée dans la littérature.

Après avoir validé notre code de calcul, nous procédons à présent à une étude de l'effet des différents paramètres physiques qui influencent les champs dynamique, énergétique et notamment thermique de l'échangeur.

Nous avons considéré un échangeur de chaleur à plaques de hauteur $H = 2$ cm et de longueur $L = 25$ m. Les parois de l'échangeur sont maintenues à une température fixe égale à 60 °C. Une matrice poreuse est placée sur la plaque inférieure de l'échangeur et possède une porosité $\Phi = 0,9$ ce qui correspond dans la pratique aux mousses métalliques.

Notons par ailleurs, que l'épaisseur, la perméabilité et la conductivité thermique effective du milieu poreux ont été variées.

Dans le cadre de notre étude, nous utilisons un fluide Newtonien, incompressible; il s'agit de l'eau. Cette dernière rentre dans l'échangeur préalablement décrit à une grande vitesse ($4,9$ m/s) caractérisée par un nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique de l'ordre de 3×10^5 et une température ambiante de 20 °C.

V. 2. Analyse dynamique

Cette partie a pour objet d'étudier et d'analyser le comportement dynamique de l'écoulement dans l'échangeur sous l'effet des différents paramètres physiques cités auparavant.

V.2.1 Etablissement de l'écoulement

Dans le but de déterminer la longueur d'établissement en absence du milieu poreux, nous avons représenté dans la figure V.1 les profils de vitesse axiale dans différentes sections du canal.

Nous constatons qu'au début le fluide circule dans le canal avec une vitesse uniforme (constante), à partir de laquelle ce dernier commence à se développer progressivement à différentes positions du canal. En effet, il atteint une vitesse maximale à la mi-hauteur de

celui-ci. Quant aux extrémités, une couche limite dynamique se développe à cause du frottement visqueux qui tend à freiner le mouvement des particules fluides.

Donc, afin de satisfaire le principe de conservation de la masse, le retardement de l'écoulement près de la paroi est compensé par son accélération dans la zone centrale.

Néanmoins, nous constatons que l'ensemble de ces courbes se superposent au delà d'une position $x = 0,64\text{m}$; ce qui correspond à environ 20 fois le diamètre hydraulique. L'établissement de l'écoulement est alors obtenues à partir de cette position.

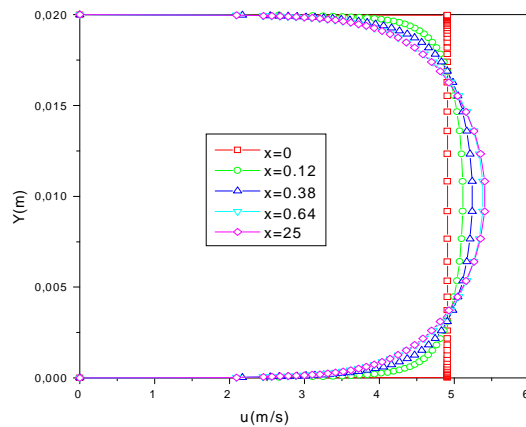


Figure (V.1): Etablissement de l'écoulement

V.2.2. Domaine de validité du régime turbulent dans le substrat poreux

La transition à la turbulence se produit sur une gamme variée du nombre de Reynolds basé sur le diamètre des particules. C'est ainsi que Jolls et Haaraty ont fixé la transition pour des nombres de Reynolds compris entre 110 et 150. Par contre, pour Dybbs et Edwards, c'est à partir de valeurs supérieures à 300. Pour s'assurer, dans le présent travail, de l'existence du régime turbulent dans le milieu poreux. Nous représentons dans un premier temps la figure V.2 qui illustre l'évolution du nombre de Reynolds à l'échelle du pore en fonction du nombre de Darcy pour différentes valeurs du nombre de Reynolds à l'entrée du canal.

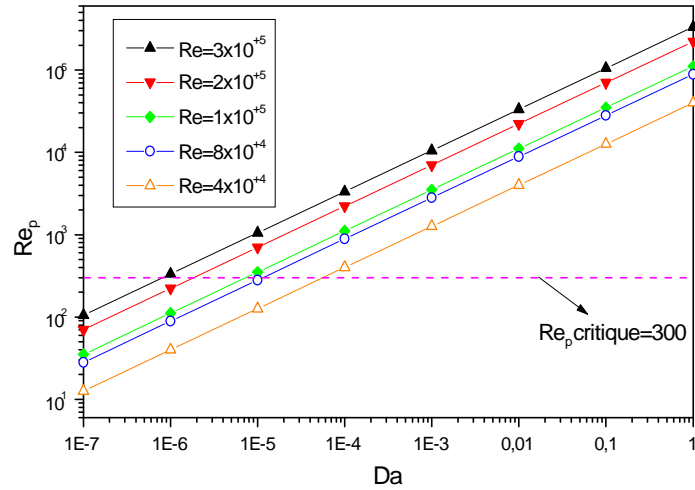


Figure (V.2) : Evolution du nombre de Reynolds à l'échelle des pores en fonction du nombre de Darcy pour différents Re.

Nous constatons une évolution linéaire du nombre de Reynolds à l'échelle des pores Re_p en fonction du nombre de Darcy. Ces courbes nous ont permis de mettre en évidence un nombre de Darcy critique qui correspond à un nombre de Reynolds du pore critique ; c'est à dire $Re_p = 300$. Cependant, cette limite augmente lors de la diminution du nombre de Reynolds. Le comportement de celui-ci en fonction de Darcy répond à priori à une relation linéaire quel que soit le nombre de Reynolds considéré à l'entrée du canal. Celle-ci s'écrit selon l'expression suivante :

$$Re_p = A Da + Re_{p0} \quad (V.4)$$

Où :

Da : nombre de Darcy ;

Re_{p0} : nombre de Reynolds à l'échelle des pores correspondant à un nombre de Darcy égal à 0 ;

Re_p : nombre de Reynolds à l'échelle des pores ;

A étant la pente (c'est une valeur constante pour tous les profils) donnée par la relation suivante :

$$A = \frac{\Delta Re_p}{\Delta Da} = 3,33 \times 10^{+5} \quad (V.5)$$

Il est à noter que le nombre de Reynolds à l'échelle des pores noté Re_{p0} dépend fortement du nombre de Reynolds. Ceci correspond en l'occurrence à la figure V.3 où nous décrivons une évolution linéaire du nombre de Reynolds à l'échelle des pores Re_{p0} .

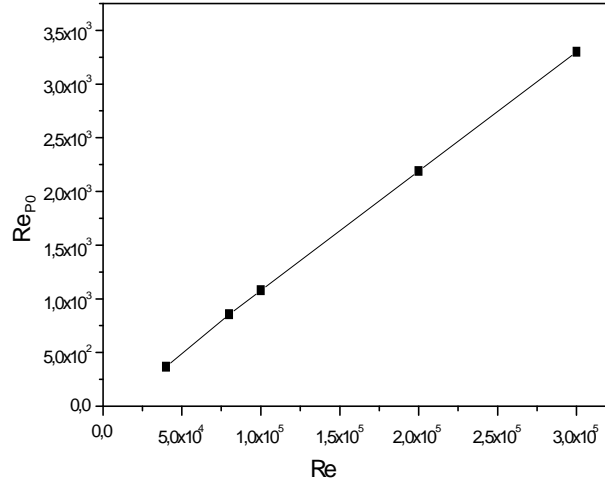


Figure (V.3) : Evolution du nombre de Reynolds à l'échelle des pores en fonction de nombre de Reynolds

Nous déduisons donc une relation algébrique de ce paramètre en fonction du nombre de Reynolds qui s'exprime comme suit :

$$Re_{p0} = 0,01122 Re - 57,20685 \quad (V.6)$$

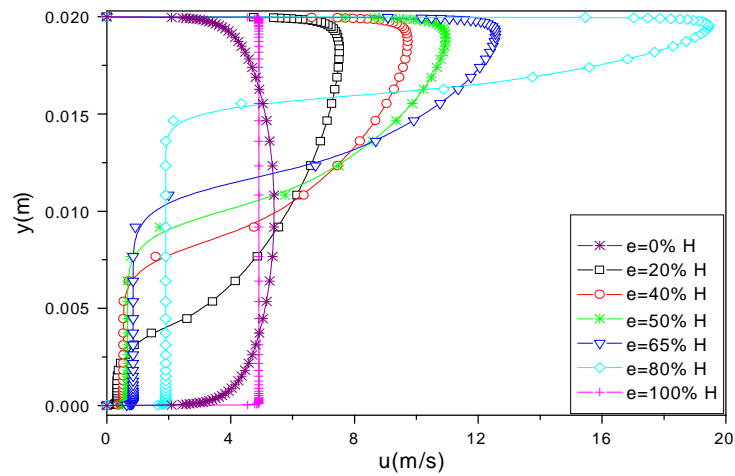
Cette expression est introduite dans la formule (V.4) ce qui nous donne une formule du nombre de Reynolds à l'échelle des pores. Moyennant celle-ci, nous pouvons pour des nombres de Reynolds et de Darcy donnés déterminer le nombre de Reynolds à l'échelle des pores. Par conséquent, nous définissons le domaine du régime d'écoulement au niveau du milieu poreux selon l'expression suivante :

$$Re_p = 3,33 \times 10^{+5} Da + 0,01122 Re - 57,20685 \quad (V.7)$$

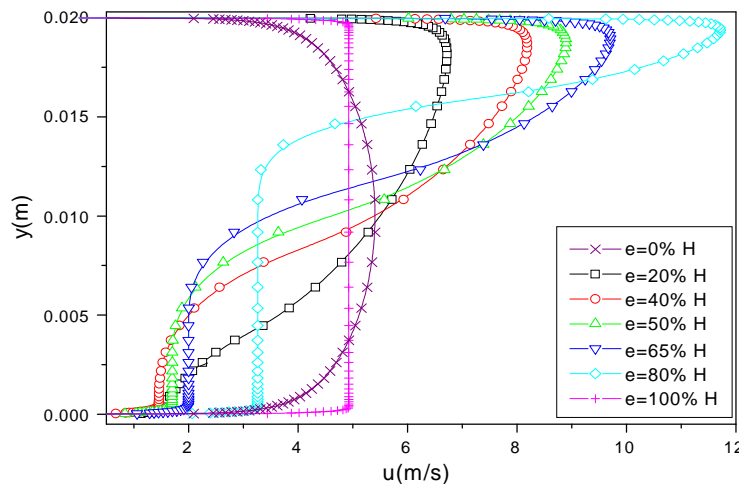
V.2.3 Effets de l'épaisseur du milieu poreux

La figure V.4 représente les profils de vitesse établis pour deux nombres de Darcy à savoir : $Da = 10^{-5}$ et $Da = 10^{-3}$, sous l'effet de l'épaisseur de la matrice poreuse. Celle-ci a été variée de zéro (cas fluide) jusqu'à une épaisseur de 100 % de la hauteur du canal (cas totalement poreux). Nous obtenons des profils totalement aplatis pour le cas totalement poreux et ce ; quelque soit la valeur de la perméabilité. Ceci est expliqué par l'aptitude du fluide à circuler dans les pores de la matrice poreuse.

Cependant, en diminuant l'épaisseur du substrat poreux, nous obtenons des profils qualitativement identiques. Notons tout de même que la loi de conservation de masse est constamment vérifiée. Ceci est expliqué par le ralentissement des particules fluides dans le substrat poreux. Le ralentissement de ces particules est compensé par leur accélération dans la zone libre (non poreuse) où se situent les vitesses maximales. Ces dernières diminuent au fur et à mesure que l'épaisseur du substrat poreux diminue jusqu'à atteindre une allure fréquemment rencontrée en régime turbulent en absence d'un milieu poreux. Dans ce cas, les vitesses d'écoulement sont moins importantes par rapport au cas partiellement poreux.



(a)



(b)

Figure (V.4) : Effet de l'épaisseur de la matrice poreuse sur les profils de vitesse axiale pour un nombre de Reynolds $Re = 3 \times 10^5$. (a) : $Da = 10^5$, (b) : $Da = 10^{-3}$.

V.2.4 Effet de la perméabilité du milieu poreux

La figure V.5 représente les profils de vitesse à l'établissement dans le cas où la matrice poreuse occupe 50 % de la hauteur du canal. Nous avons envisagé d'étudier les profils des vitesses pour différents nombres de Darcy. D'un point de vue qualitatif, nous obtenons des allures similaires.

On remarque que l'augmentation de la perméabilité nous ramène de plus en plus vers le cas fluide, alors que sa diminution force le fluide à s'échapper vers la zone libre. L'écoulement est donc accéléré d'où l'apparition de vitesses maximales dans la partie fluide, celles-ci augmentent au fur à mesure que Darcy diminue.

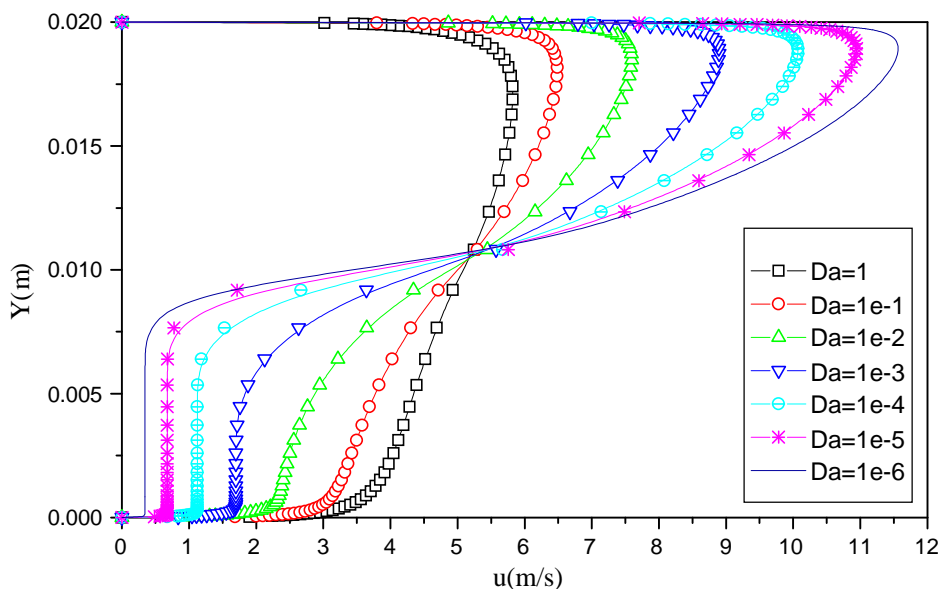


Figure (V.5) : Profils de la vitesse axiale pour différents nombres de Darcy dans le cas partiellement poreux ($e = 50\%H$, $Re = 3 \times 10^5$)

Par ailleurs, la diminution du nombre de Darcy entraîne une augmentation de la résistance à l'écoulement du fluide dans la matrice poreuse. L'écoulement dans cette zone devient plus organisé et les profils de vitesse sont de plus en plus plats, donc la quantité de mouvement perdue dans la matrice poreuse est récupérée dans la partie fluide.

V.2.5 Effet du nombre de Reynolds

La figure V.6 illustre l'effet du nombre de Reynolds sur les profils des vitesses axiales. En effet, nous avons inséré un substrat poreux dont l'épaisseur est égale à la mi

hauteur du canal, la matrice poreuse est caractérisée par un nombre de Darcy de l'ordre de 10^{-3} et une porosité $\phi = 0.9$.

De point de vue qualitatif, nous constatons des allures similaires à celles déjà tracées précédemment. Néanmoins, au fur à mesure que le nombre de Reynolds augmente (c'est à dire les forces d'inertie deviennent importante en les comparant aux les forces visqueuses) l'écoulement dans les deux zones (fluide et matrice poreuse) s'accélère et en particulier dans la partie fluide. Cependant, les mêmes constatations restent valables au niveau des parois. En effet, la vitesse régresse de plus en plus jusqu'à atteindre une valeur nulle (au niveau des parois) et ce quelque soit le nombre de Reynolds d'où la vérification de la loi d'adhérence.

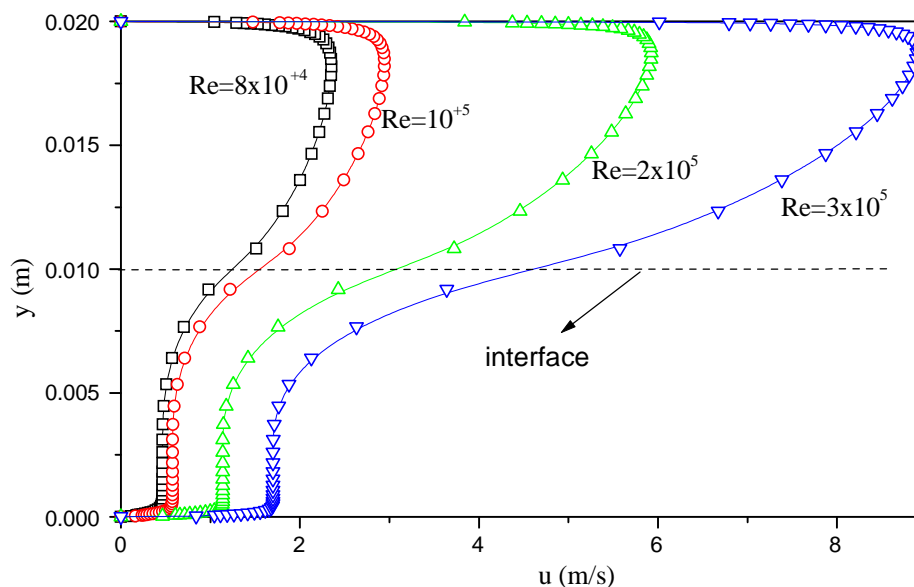


Figure (V.6) : Profils de vitesse pour différents nombres de Reynolds
La matrice poreuse est caractérisé par ($Da = 10^{-3}$, $e = 50\%H$)

V. 3 Analyse énergétique

V.3.1 Etablissement

Afin de déterminer la longueur d'établissement énergétique de l'échangeur, nous avons précédé notre étude par une représentation des différentes propriétés énergétiques telles que : l'énergie cinétique turbulente, la viscosité turbulente et notamment le taux de dissipation. Il est à noter que la viscosité turbulente décrit fortement le comportement du fluide, donc ce n'est pas une de ces propriétés intrinsèques.

Partons de la configuration géométrique déjà étudiée auparavant, nous avons tracé les profils de la viscosité turbulente et l'énergie cinétique turbulente à différentes positions du canal (Figures V.7 et V.8) respectivement. Dans l'ensemble, les profils obtenus sont paraboliques. Cependant, l'établissement de ces derniers a été obtenu à partir d'une position d'environ 40 fois le diamètre hydraulique.

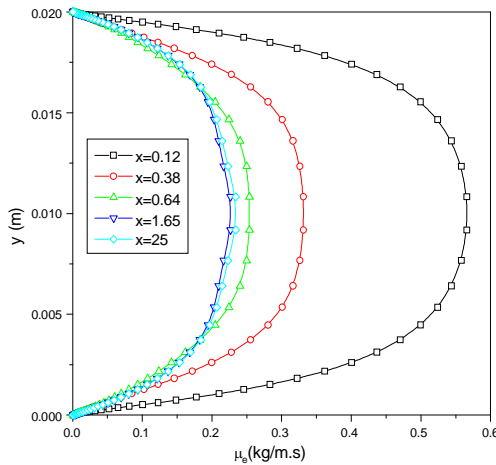


Figure (V.7) : Profils de la viscosité effective à différentes positions du canal.

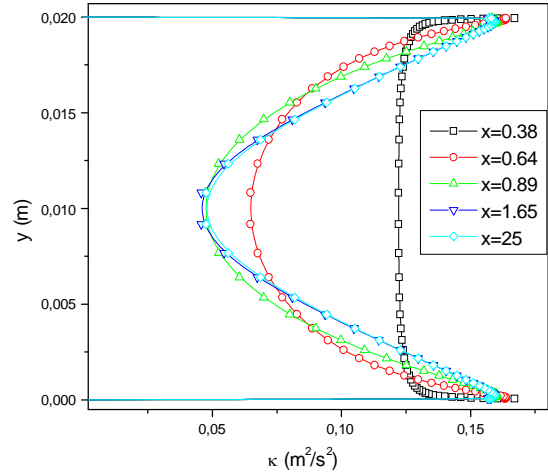


Figure (V.8) : Profils de l'énergie cinétique turbulente à différentes positions du canal.

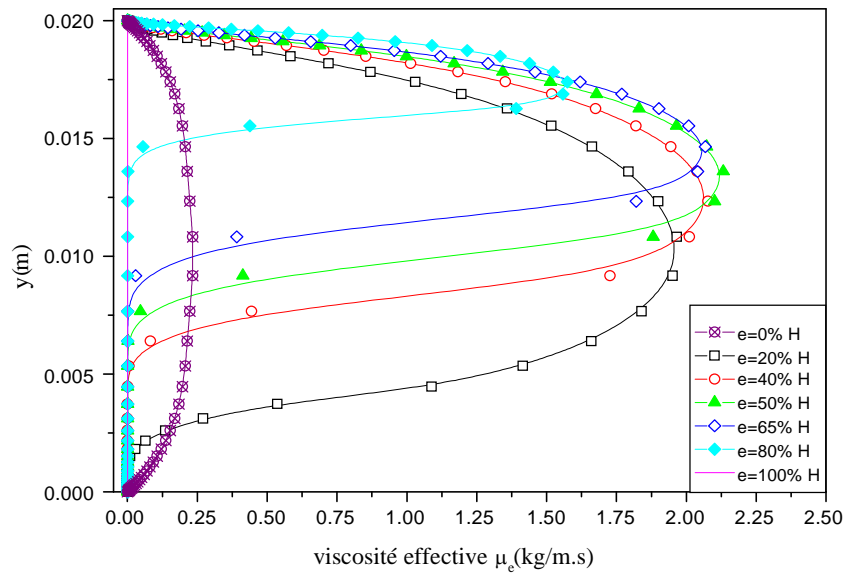
V.3.2 Effets de l'épaisseur du milieu poreux

La figure V.9 illustre l'effet de l'épaisseur de la couche poreuse sur les profils de viscosité turbulente, pour deux nombres de Darcy différents ($Da=10^{-3}$ et $Da=10^{-5}$).

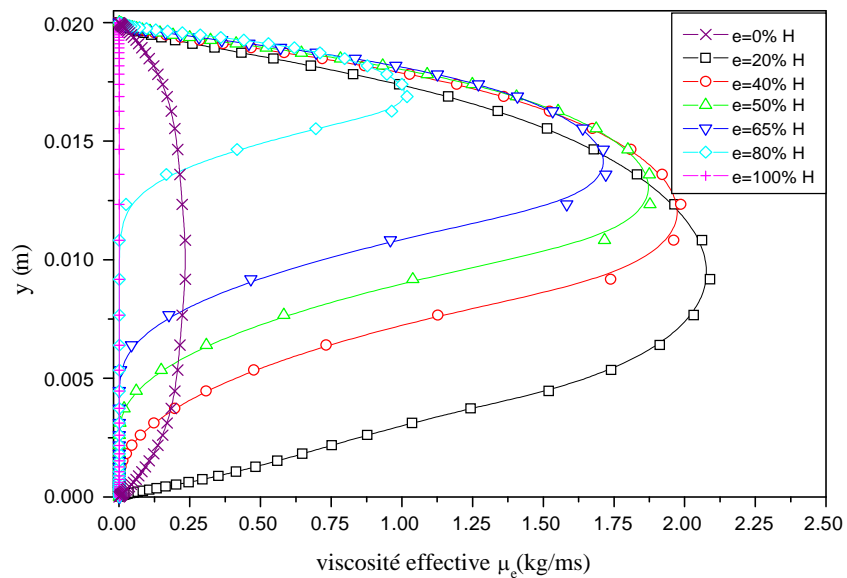
Nous repérons un optimum de la viscosité turbulente au niveau de la partie fluide. Cet optimum varie en fonction de l'épaisseur de la matrice poreuse et prend des valeurs importantes, car à ce niveau l'écoulement ne trouve pas des contraintes pour circuler à la différence de la matrice poreuse où l'écoulement est freiné par le substrat poreux.

Néanmoins, pour un nombre de Darcy $Da = 10^{-5}$, ces comportements ne sont pas totalement retrouvés puisque à partir d'une épaisseur égale à 50 % la hauteur du canal, nous constatons un effet inverse c'est-à-dire l'optimum commence à diminuer. En effet, lorsque le milieu poreux occupe plus de la moitié du canal, d'une part, les tourbillons déjà construits seront détruits par la matrice poreuse, d'autre part, la partie fluide diminue en augmentant l'épaisseur de la matrice poreuse ; ce qui diminue le parcours de l'écoulement

du fluide dans cette zone. Par ailleurs, lorsque le milieu poreux occupe moins de la moitié du canal, la valeur optimale de viscosité augmente. Le milieu poreux possède donc une faible perméabilité ce qui incite le fluide à s'échapper vers la partie fluide.



(a)



(b)

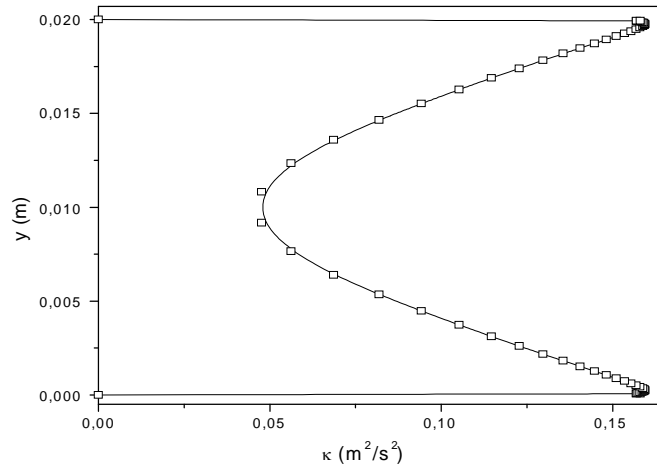
Figure (V.9) : profil de la viscosité effective pour différentes épaisseurs de la couche poreuse ($Re=3 \times 10^5$). (a) : $Da=10^{-5}$, (b) : $Da=10^{-3}$.

Par contre, dans le cas où le nombre de Darcy prend une valeur de 10^{-3} , l'optimum de la viscosité effective augmente avec la réduction de l'épaisseur de la couche poreuse. Ceci est expliqué par la grande perméabilité qui permet un écoulement important du fluide à travers la matrice poreuse. Dans ce cas, l'effet du milieu poreux est plus important lorsque l'épaisseur de la matrice poreuse prend de petites valeurs. Notons que cet optimum reste supérieur au cas fluide pour les deux valeurs de Darcy.

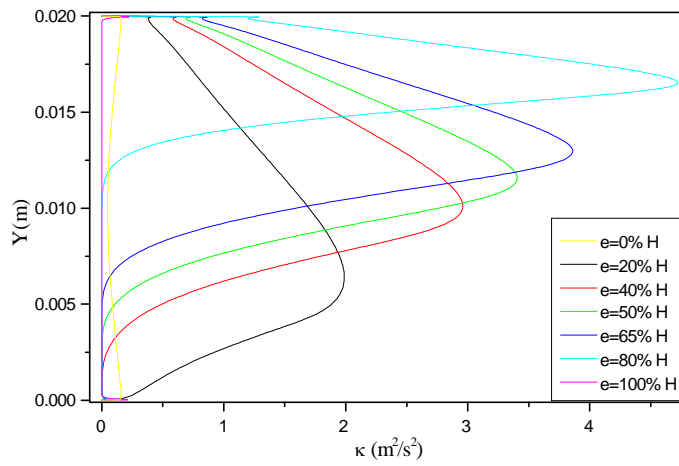
La figure V.10 représente les profils de l'énergie cinétique turbulente pour différentes épaisseurs du substrat poreux, et pour deux nombres de Darcy ($Da = 10^{-5}$ et $Da = 10^{-3}$). Nous constatons que l'augmentation de l'épaisseur entraîne à la fois un accroissement de l'énergie cinétique turbulente dans la zone fluide et une diminution dans la zone poreuse. Ceci est expliqué par le fait qu'à ce niveau la disparition du mouvement fluctuant sera récupéré par la zone fluide.

Toutefois, dans l'ensemble de ces profils l'énergie cinétique turbulente tend à augmenter jusqu'à atteindre un maximum (obtenues dans la zone fluide) qui croît avec l'épaisseur du substrat poreux. Ce qui justifie la naissance des tourbillons à grandes échelles. Néanmoins, ces derniers, une fois ils ont envahi tout le fluide ils commencent à produire des tourbillons plus petits, d'où l'énergie cinétique turbulente commence à se dissiper une fois la paroi supérieure atteinte où nous constatons que les forces visqueuses sont de même ordre de grandeur que les forces turbulentes jusqu'à ce qu'elles adhèrent complètement la paroi supérieure où l'effet de l'énergie cinétique turbulente est complètement atténué.

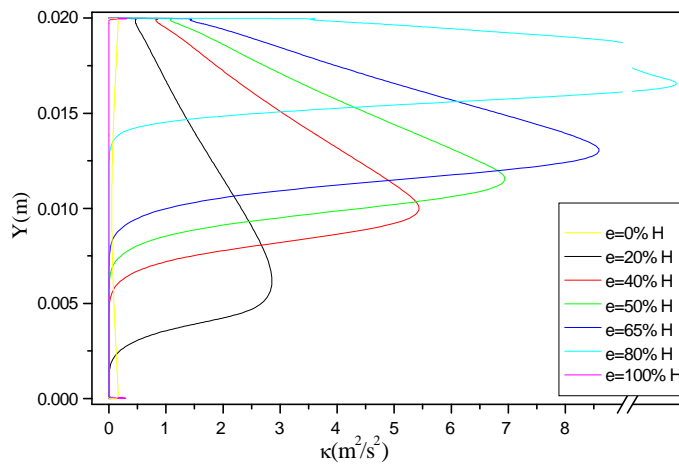
De même, nous constatons un changement de comportement de l'énergie cinétique turbulente par rapport au cas totalement fluide. Dans ce dernier cas, l'énergie diminue dans la partie centrale du canal. Par contre, en introduisant le milieu poreux celle-ci augmente et atteint son maximum dans la partie fluide. Notons que cet optimum tend à se décaler vers le haut par rapport à l'interface c'est-à-dire vers la partie fluide ce qui a été déjà vérifié par De Lemos [42]



(a)

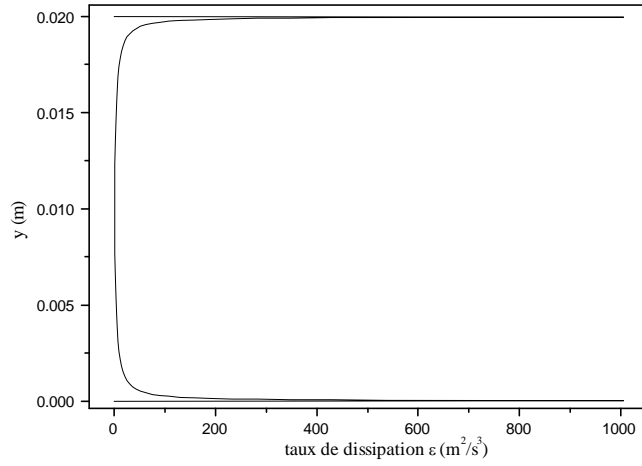


(b)

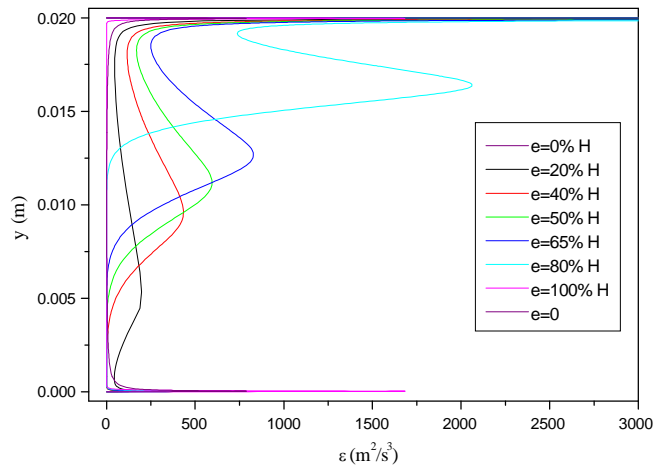


(c)

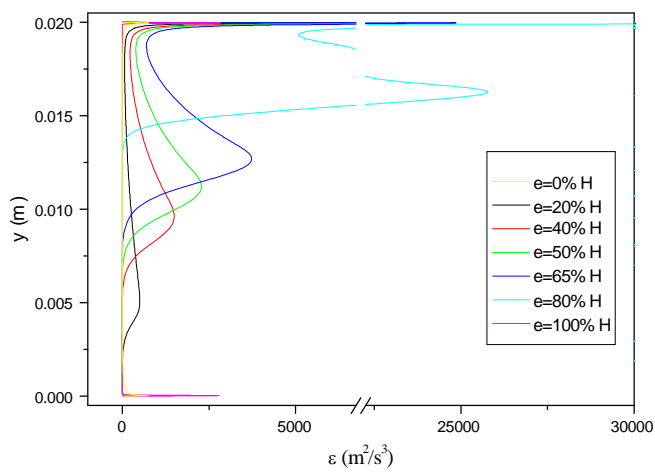
Figure (V.10) : Evolution de l'énergie cinétique turbulente en fonction de la hauteur du canal pour différentes épaisseurs de la couche poreuse ($Re = 3 \times 10^{+5}$).
 (a) : cas totalement fluide, (b) : $Da = 10^{-3}$; (c) : $Da = 10^{-5}$



(a)



(b)



(c)

Figure (V.11): Evolution du taux de dissipation en fonction de la hauteur du canal pour différente épaisseur de la couche poreuse ($Re = 3 \times 10^5$). (a) : cas sans milieu poreux (b) : $Da = 10^{-3}$; (c) : $Da = 10^{-5}$

La figure V.11.a représente le profil du taux de dissipation en absence du milieu poreux (cas totalement fluide). Nous constatons que ce taux augmente significativement près des parois de l'échangeur. Ceci est interprété par la présence seul terme de taux de dissipation. Au fur à mesure qu'on s'approche du fluide, ce terme sera augmenté par d'autres termes qui entraînent une variation du profil du taux de dissipation. En effet, nous aurons cette fois-ci la sollicitation de la production de l'énergie cinétique turbulente et celles notamment de diffusion axiale et transversale. Les profils prennent alors une allure aplatie. Cependant, l'insertion de la matrice poreuse (figures V.11b et V.11c) tend à accentuer ces profils au niveau des parois (cas totalement poreux) et le maximum de dissipation sera décalé aussi cette fois-ci vers la zone fluide. Ce décalage est dû au terme de production (de l'énergie cinétique turbulente).

V.3.3 Effet de la perméabilité du milieu poreux

La figure V.12 représente l'effet de la perméabilité du substrat poreux qui occupe la moitié de la hauteur du canal sur la viscosité effective.

Nous constatons qu'au niveau de la matrice poreuse, le fluide tend à se répandre facilement à travers les pores dont la perméabilité est grande, d'où l'augmentation de la viscosité turbulente. En revanche, dans la partie fluide, nous constatons un effet inverse, c'est-à-dire l'augmentation du nombre de Darcy induit une diminution de la viscosité turbulente. En outre, le maximum de la viscosité turbulente pour des valeurs croissantes du nombre de Darcy tend à s'affaiblir. Ceci est justifié par la diminution de la résistance à l'écoulement dans la partie poreuse.

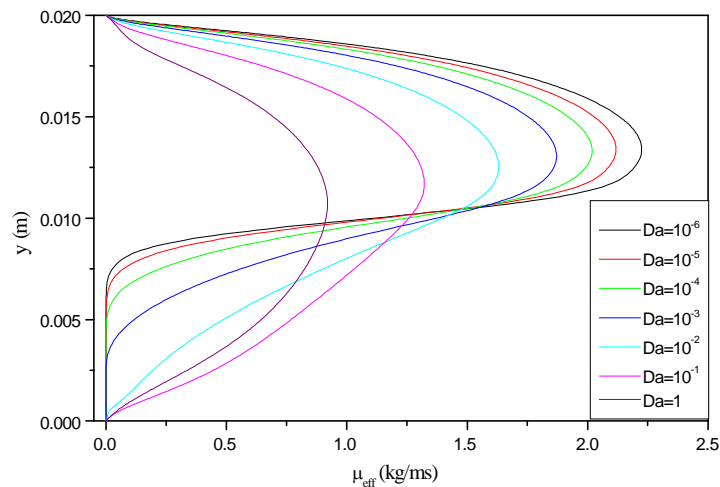


Figure (V.12): profils de la viscosité effective pour différents nombres de Darcy dans le cas partiellement poreux ($e = 50\%H$, $Re = 3 \times 10^5$)

La figure V.13 représente l'effet de la perméabilité sur les profils de l'énergie cinétique turbulente lorsque le milieu poreux occupe 50 % la hauteur du canal. Nous remarquons que la diminution de la perméabilité entraîne une augmentation de l'énergie cinétique turbulente dans la partie fluide et une diminution dans la partie poreuse. Ceci est dû à l'accroissement de la résistance à l'écoulement dans cette zone et sa diminution dans la partie fluide. Ceci est expliqué par le fait que le milieu poreux atténue l'intensité turbulente ce qui empêche le développement des structures tourbillonnaires. Cependant, ces profils sont assez prononcés dans la partie fluide, ceci est évident car la perméabilité est très grande. Seulement, au niveau de la paroi supérieure, nous constatons une décélération de la vitesse d'où diminution de l'énergie cinétique turbulente.

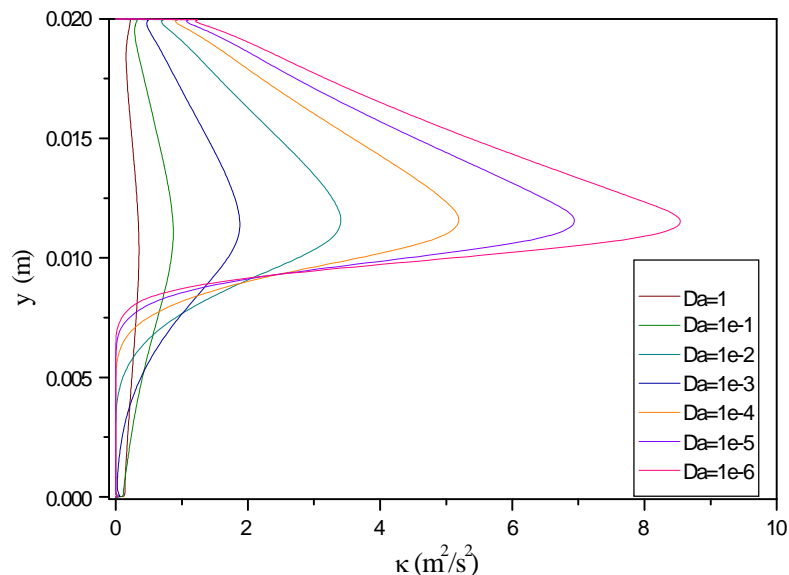


Figure (V.13) : profils de l'énergie cinétique turbulente pour différents nombres de Darcy dans le cas partiellement poreux ($e = 50\%H$, $Re = 3 \times 10^5$)

La figure (V.14) représente les profils des valeurs moyennes de l'énergie cinétique turbulente sur une section. Nous constatons une augmentation jusqu'à une épaisseur optimale, au-delà de laquelle l'énergie cinétique turbulente commence à diminuer. Cette diminution reste toutefois supérieure au cas fluide. Cette épaisseur optimale augmente avec la diminution de la perméabilité du milieu poreux. Donc, le milieu poreux engendre une quantité de mouvement turbulente plus grande dans la zone fluide contrairement au cas sans milieu poreux.

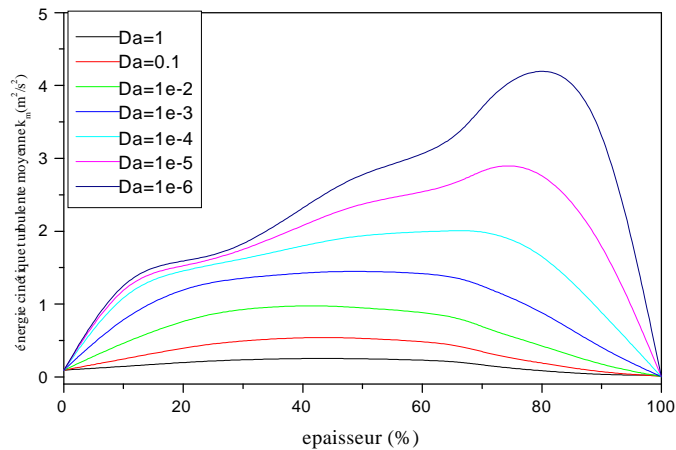


Figure (V.14) : L'énergie cinétique turbulente moyenne en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ; ($Re=3 \times 10^5$)

La figure V.15 représente le taux de dissipation pour différents nombres de Darcy pour une épaisseur de 50% de la hauteur du canal. Nous constatons qu'au niveau de la paroi inférieure, les profils du taux de dissipation diminuent au fur à mesure que la perméabilité diminue. Toutefois, la variation reste uniforme le long de cette paroi ; ceci est justifié par une énergie cinétique turbulente très faible.

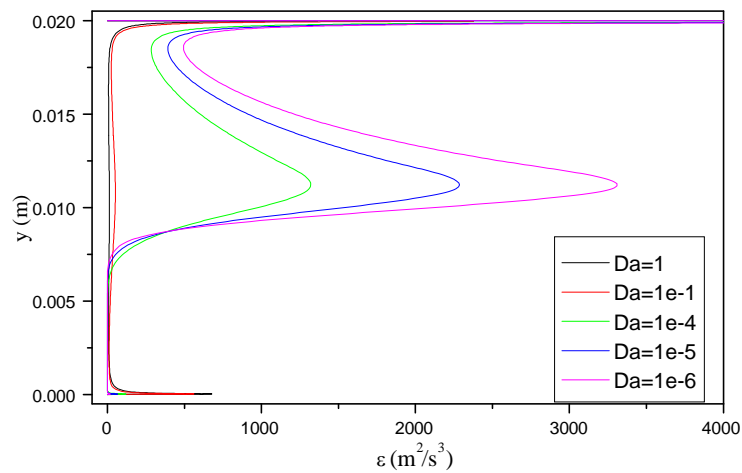


Figure (V.15) : Evolution de taux de dissipation en fonction de l'épaisseur pour différents nombre des Darcy ($Re=3 \times 10^5$)

A la différence de la paroi inférieure, nous avons constaté que les profils du taux de dissipation augmentent avec la diminution de la perméabilité au niveau de l'interface poreux- fluide (côté fluide) et de la paroi supérieure.

Néanmoins, le taux de dissipation diminue pour atteindre une valeur minimale au fur et à mesure qu'on s'approche de la paroi supérieure. Ce comportement peut être expliqué par le fait que l'équation du taux de dissipation se réduit à un seul terme celui-ci représente la dissipation turbulente quadratique. Notons tout de même qu'il existe un optimum pour les faibles valeurs du nombre de Darcy qui sont respectivement égales à : 10^{-4} , 10^{-5} et 10^{-6} . Cet optimum augmente lorsque le nombre de Darcy diminue.

V.3.4 Effet du nombre de Reynolds

La figure V.16 représente les profils de l'énergie cinétique turbulente en fonction de la hauteur du canal pour différents nombres de Reynolds. Les propriétés du milieu poreux tels que : le nombre de Darcy $Da=10^{-3}$ et une épaisseur $e = 50\% H$ ont été maintenues.

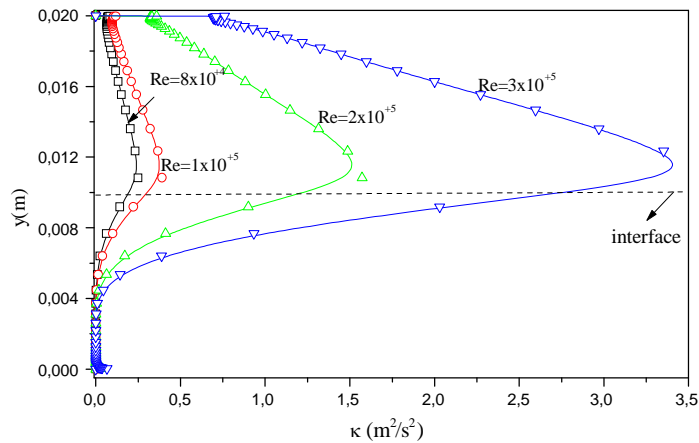


Figure (V.16) : Profils de l'énergie cinétique turbulente à différents nombres de Reynolds pour $Da=1 \times 10^{-3}$, $e=0.5\% H$

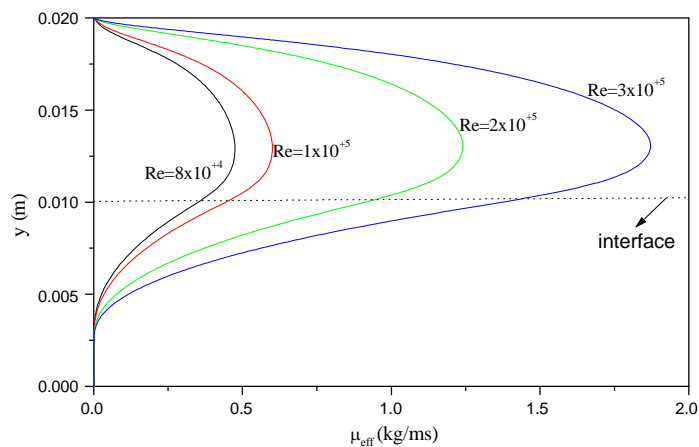


Figure (V.17) : Profils de la viscosité effective pour différents nombres de Reynolds pour $Da=1 \times 10^{-3}$, $\phi=0.9$, $R_k=1$, $e=0.5$

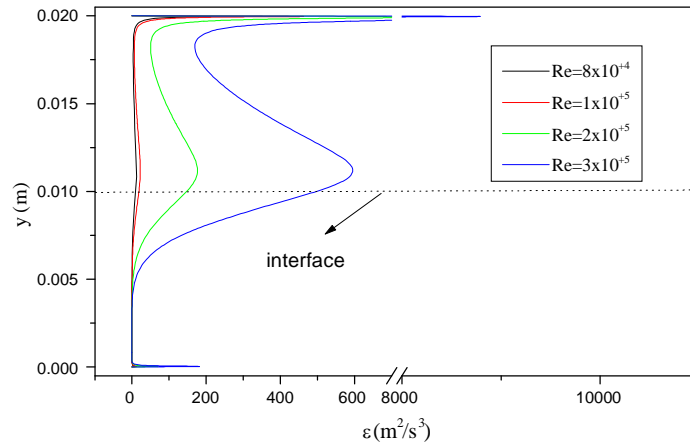


Figure (V.18) : Profils du taux de dissipation à différents nombres de Reynolds pour $Da=1 \times 10^{-3}$, $e=0.5\% H$

Nous remarquons que les grandes vitesses interprétées éventuellement par un grand nombre de Reynolds entraînent une augmentation de l'énergie cinétique turbulente, ceci est justifié d'une part par la grande inertie du fluide ; c'est-à-dire le terme convectif est important et d'autre part par le fait que les forces visqueuses sont négligeables.

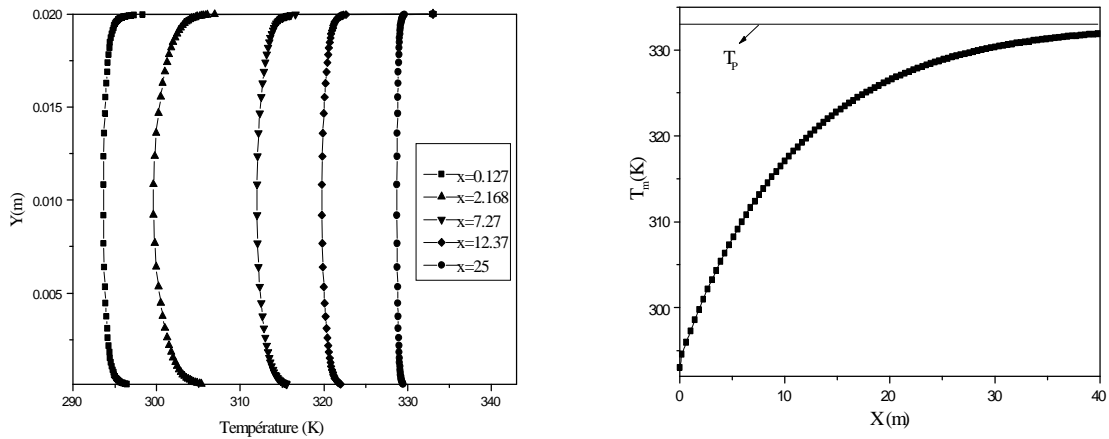
Les mêmes comportements sont retrouvés pour les autres grandeurs énergétiques telles que la viscosité turbulente et le taux de dissipation représentés sur les figures V.17 et V.18 respectivement.

V. 4 Résultats thermiques

À présent, nous nous intéressons au comportement thermique de notre système physique lors de l'insertion d'une matrice poreuse. En effet, une étude paramétrique caractérisant le substrat poreux a été entreprise en présence d'un écoulement turbulent

V. 4 1 Etablissement thermique

Tout comme les aspects dynamique et énergétique, nous représentons les profils de températures à différentes positions axiales du canal afin de définir la longueur d'établissement thermique (figure V.19a). D'après cette figure nous avons fixé la longueur du canal à 25 m (250 fois le diamètre hydraulique, qui nous a donné un faible écart par rapport à une longueur plus grande



(a) (b)
Figure (V.19) : Etablissement thermique ; (a) : Profils de température à différentes positions du canal ; (b) : Evolution de la température moyenne le long du canal

Par ailleurs, nous pouvons expliquer autrement les courbes obtenues sur la figure V.19a. En traçant l'évolution de la température moyenne le long du canal (figure V.19b). Les profils ainsi obtenus tendent vers la valeur de la température de la paroi à partir d'une certaine position du canal. D'où l'obtention de l'établissement thermique. En effet, au delà de cette position la température est quasiment uniforme. Nous observons tout de même un faible écart de 1,24 % par rapport à la température de la paroi.

Dans ce qui suit, nous analyserons les effets de l'épaisseur du substrat poreux, la perméabilité, la conductivité thermique effective ainsi que le nombre de Reynolds sur l'échange thermique à travers le canal. Cet échange est quantifié en terme du nombre de Nusselt à l'établissement.

V. 4 2 Effet de l'épaisseur du substrat poreux

La figure V.20 représente la variation du nombre de Nusselt établi en fonction de l'épaisseur pour différentes perméabilités du substrat poreux. Nous constatons que les profils du nombre de Nusselt sont similaires. Néanmoins, nous repérons un optimum de ce paramètre qui est proportionnel au nombre de Darcy. À partir de cet optimum, les courbes régressent à nouveau, d'où le taux de transfert thermique s'affaiblit. Par ailleurs, nous quantifions à travers ces profils une épaisseur critique en dessous de laquelle le cas fluide devient plus intéressant. Notons par ailleurs que cette épaisseur critique est calculée à partir

de l'intersection d'un profil partiellement poreux avec celui obtenue dans le cas d'un canal sans milieu poreux. Ces épaisseurs critiques nous permettent donc de définir les limites où l'échange thermique sera meilleur par rapport au cas fluide.

L'augmentation de l'épaisseur de la couche poreuse produit une élévation de flux convectif dans la partie fluide. Cette augmentation est due à l'accroissement du taux de turbulence. L'accroissement de l'épaisseur de la couche poreuse au-delà d'une épaisseur optimale affaiblit les effets turbulents et diminue le flux convectif dans la partie fluide du canal. Ce qui provoque une diminution significative du transfert de chaleur.

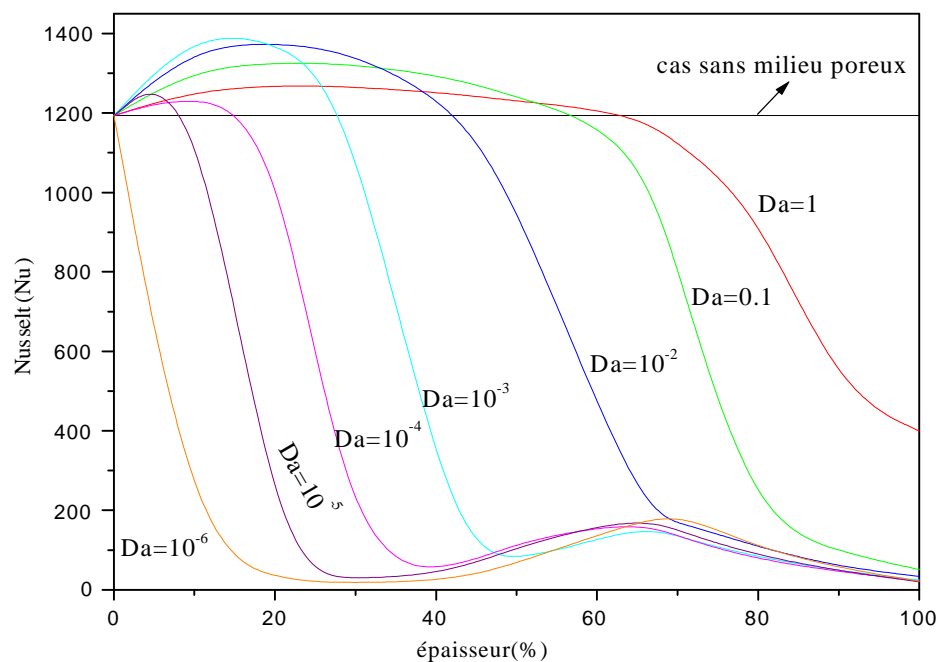


Figure (V.20): Evolution du nombre de Nusselt à l'établissement en fonction de l'épaisseur de la matrice poreuse pour différent nombre de Darcy ($Re = 3 \times 10^5, Rk = 1$)

Après avoir cerné le domaine où le taux du transfert thermique est meilleur, à présent, nous représentons sur la figure V.21 les évolutions des épaisseurs critiques et optimales en fonction du nombre de Darcy, les courbes ainsi représentées donnent une allure qui accroît en fonction du nombre de Darcy. L'évolution de l'épaisseur optimale en fonction du nombre de Darcy montre qu'à partir d'une valeur de la perméabilité tel que $Da = 10^{-1}$ l'épaisseur optimale tend vers une valeur constante de l'ordre de 15% H. Cependant, l'évolution de l'épaisseur critique en fonction de nombre de Darcy augmente

en s'approchant du cas totalement fluide. Ce qui est évident du moment que le taux du transfert de chaleur sera maximum.

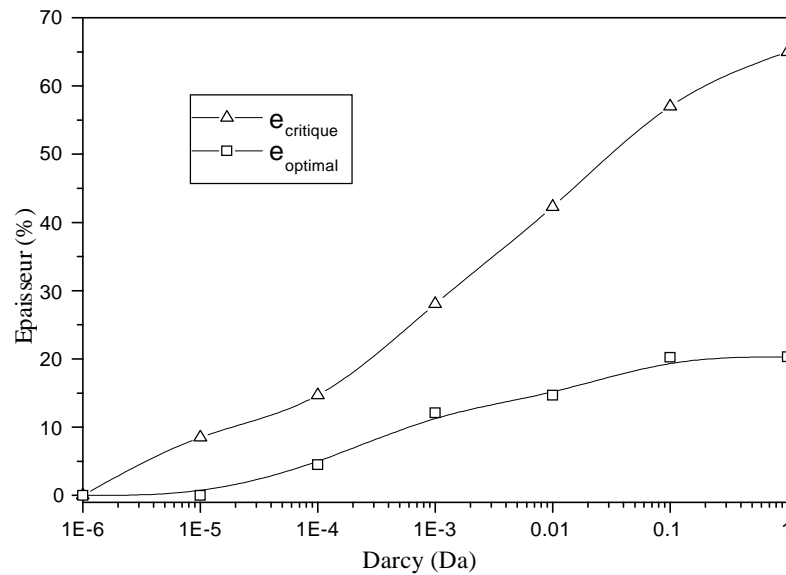


Figure (V.21) : Evolution des épaisseurs critique et optimale en fonction du nombre de Darcy pour $Re = 3 \times 10^5$, $R_k = 1$

V. 4 3 Efficacité du transfert de chaleur :

En terme du rendement, nous avons représenté sur la figure V.22 l'évolution de l'efficacité du transfert de chaleur en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy. Cette efficacité a été déterminée à partir des résultats de la figure V.20 où nous avons calculé l'écart relatif entre les nombres de Nusselt supérieurs au cas fluide et ceux du cas sans milieu poreux.

Le taux d'amélioration du transfert thermique par rapport au cas fluide croît avec l'épaisseur de la matrice poreuse jusqu'à atteindre une valeur optimale au dessous de laquelle il diminue pour tendre à 0% à des épaisseurs critiques. Les valeurs des épaisseurs optimales et critiques diminuent au fur à mesure que la perméabilité diminue.

D'après cette courbe, il apparaît que malgré la faible conductivité thermique du milieu poreux ($R_k=1$), il est possible d'améliorer, sous certaines conditions, le transfert de chaleur par rapport au cas fluide (amélioration maximale de l'ordre de 15%).

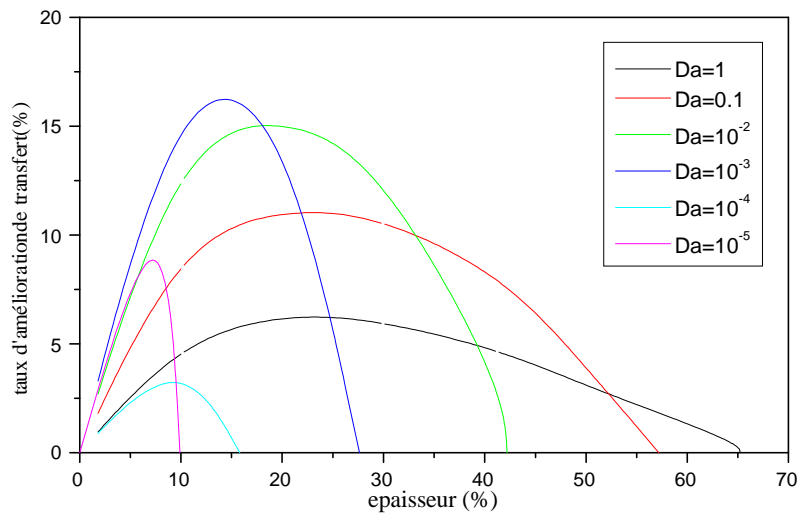


Figure (V.22) : Evolution du taux d'amélioration du transfert de chaleur en fonction de l'épaisseur pour différents nombres de Darcy ($Re=3 \times 10^{+5}$, $R_k=1$)

V. 4 4 Effet de la perméabilité du milieu poreux

La figure V.23 représente la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Darcy pour différentes épaisseurs de la matrice poreuse.

Les profils ainsi obtenus peuvent être partitionnés en deux parties. La première concerne les faibles épaisseurs où e est inférieur à 60% de la hauteur du canal, pour lesquels les profils décrivent un palier jusqu'à une certaine valeur du nombre de Darcy. Celle-ci étant fonction de l'épaisseur de la matrice poreuse. À partir de cette valeur les courbes se redressent et augmentent en fonction du nombre de Darcy. Par ailleurs, on définit des nombres de Darcy critiques qui apparaissent lors de l'intersection des profils avec la ligne horizontale qui représente le profil de Nusselt dans le cas totalement fluide. Au-delà de ces valeurs nous constatons que ces courbes tendent vers le cas fluide aux grandes perméabilités ($Da > 1$). Notons cependant, que les nombres de Darcy critiques et optimums sont fonction de l'épaisseur de la couche poreuse, ce qui est illustré dans la figure V.24.

Par ailleurs, la seconde série des courbes concernant les épaisseurs supérieures à 60% représente des allures différentes par rapport à la première série. Celles-ci décrivent des plateaux ; leur étendue est fonction de l'épaisseur du substrat poreux. En effet, plus l'épaisseur augmente, plus les plateaux s'étalent. Ceci est justifié par le fait que le flux convectif à la paroi diminue en accroissant l'épaisseur de la couche poreuse. Néanmoins,

au delà d'une valeur du nombre de Darcy ; le nombre de Nusselt commence à augmenter, ce qui est évident car la résistance à l'écoulement tend à diminuer ce qui incite l'écoulement à se convecter librement. Donc une quantité de mouvement importante est transférée dans cette partie fluide. Il reste à signaler que les courbes obtenues dans cette série ne sont pas importantes en terme d'échange thermique. Le cas fluide reste toujours meilleur que le cas poreux quelle que soit la valeur du nombre de Darcy choisie.

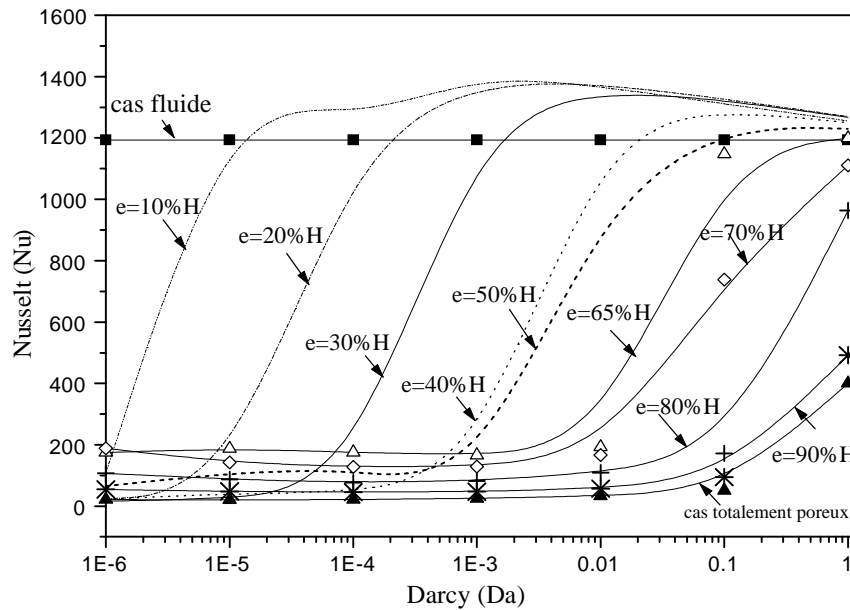


Figure (V.23) : Evolution du nombre de Nusselt à l'établissement en fonction du nombre de Darcy pour différentes épaisseurs de la matrice poreuse ($Re=3 \times 10^5, R_k=1$)

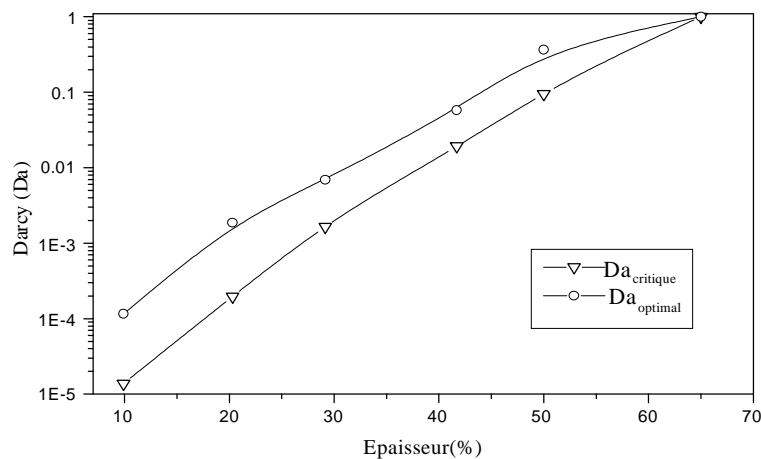
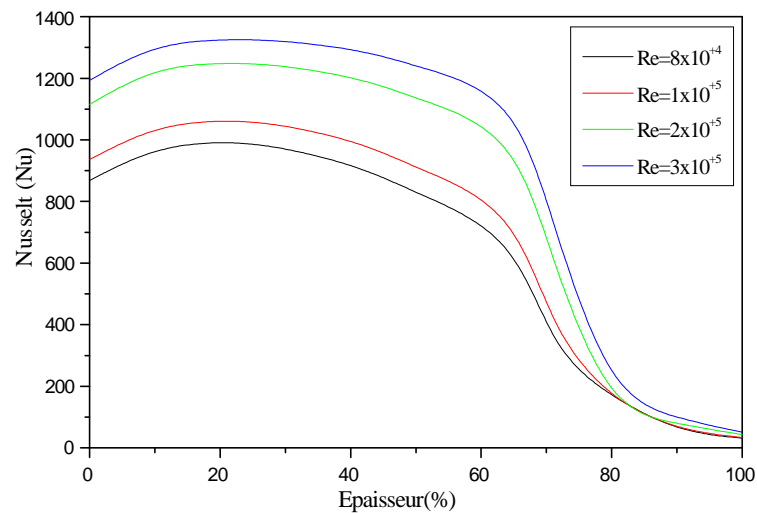


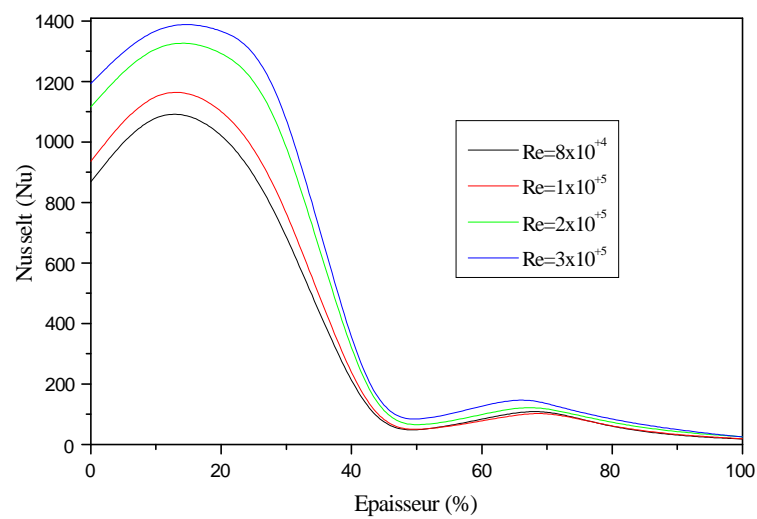
Figure (V.24) : Evolution des nombres de Darcy optimaux et critiques en fonction de l'épaisseur ($Re = 3 \times 10^5, R_k = 1$)

V. 4 5 Effet du nombre de Reynolds

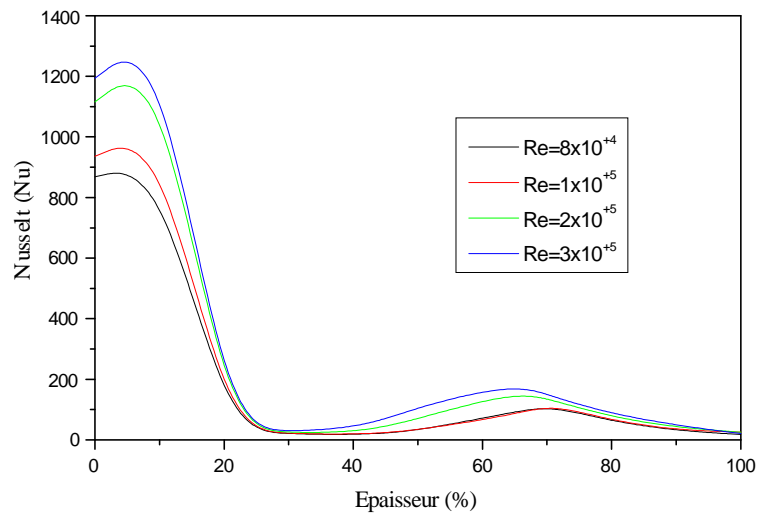
La figure (V.25) représente l'influence du nombre de Reynolds sur le transfert de chaleur pour trois nombres de Darcy où nous avons choisi trois configurations du milieu poreux l'une correspondent à 10^{-1} c'est un milieu presque fluide, la seconde configuration correspond à un milieu partiellement fluide (milieu poreux d'une moyenne perméabilité $Da=10^{-3}$) quant à la troisième configuration décrit un milieu presque solide ($Da=10^{-5}$).



(a)



(b)



(c)

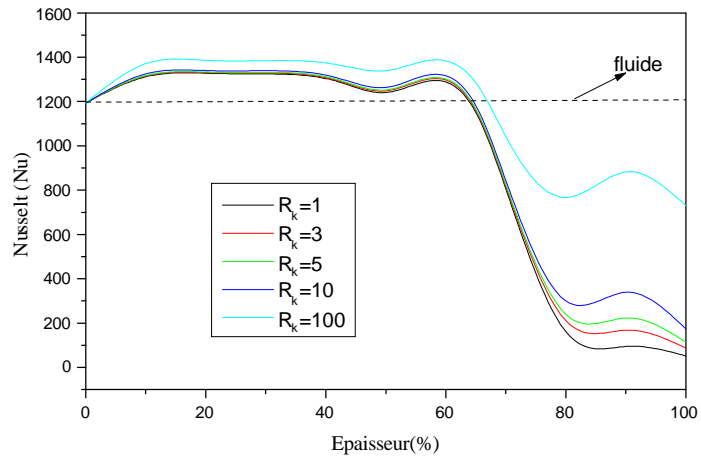
Figure (V.25) : Evolution du nombre de Nusselt en fonction de l'épaisseur pour différent nombre de Reynolds ($R_k=1$) (a) : $Da=10^{-1}$, (b) : $Da=10^{-3}$, (c) : $Da=10^{-5}$

D'un point de vue qualitatif les courbes sont similaires cependant, les échanges thermiques sont meilleurs quand on opère à des grandes vitesses.

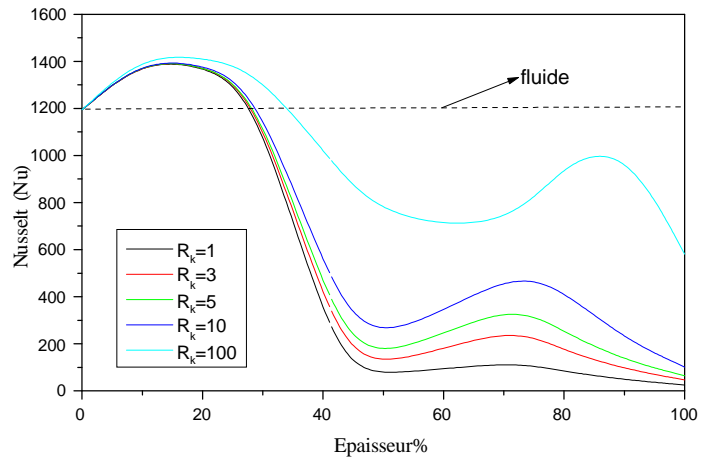
V. 4 6 Effet de la conductivité thermique effective

Il est intéressant de mettre en évidence l'influence de la conductivité thermique effective sur le transfert de chaleur. La figure V.26 représente l'évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'épaisseur pour différentes valeurs du rapport des conductivités thermique noté R_k et pour différentes valeurs du nombre de Darcy.

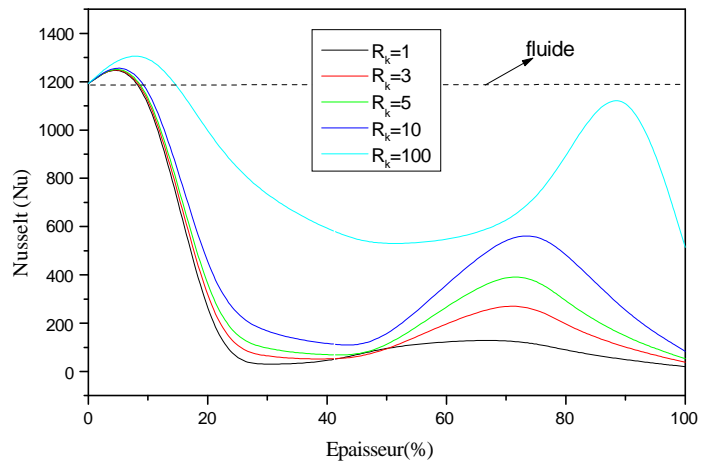
On observe que le transfert de chaleur est amélioré avec la conductivité thermique. Ceci est évidemment dû à l'augmentation du transfert conductif au niveau de la couche poreuse. Cette augmentation est plus importante aux grandes perméabilités et épaisseur du milieu poreux.



(a)



(b)



(c)

Figure 26 : Evolution du nombre de Nusselt en fonction de l'épaisseur pour différents rapport de conductivité R_K ($Re=3 \times 10^{+5}$), (a) : $Da=10^{-1}$, (b) : $Da=10^{-3}$, (c) : $Da=10^{-5}$

Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation et à la discussion des différents résultats obtenus. L'influence de certains paramètres liés au milieu poreux (épaisseur, perméabilité ainsi que le rapport des conductivités thermiques) et d'autres liés à la nature de l'écoulement (nombre de Reynolds) sur la structure des champs dynamique, énergétique et thermique a été considérée.

Les résultats obtenus, ont permis de mettre en évidence qu'une amélioration du transfert de chaleur est obtenue lors de :

- ✓ l'augmentation du taux de turbulence ;
- ✓ la diminution de la résistance à l'écoulement ;
- ✓ la réduction de l'épaisseur de la matrice poreuse ($e < e_{\text{critique}}$) ;
- ✓ l'accroissement de la conductivité thermique effective ($k_{\text{eff}} \gg k_f$).

CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail, nous avons étudié la convection forcée en régime turbulent. Nous avons considéré un échangeur de chaleur à plaques muni d'une couche poreuse, les parois de l'échangeur sont maintenues à température constante. La formulation mathématique utilise les équations de conservation (masse, énergie) ainsi que l'équation de Darcy-Brinkman- Forcheimer modélisé en turbulence. Ces équations sont couplées avec les équations de fermetures en utilisant le modèle de turbulence $k-\varepsilon$.

La discrétisation des équations gouvernantes a été effectuée en variables primitives à l'aide de la méthode des volumes finis. Les termes de convection- diffusion sont approchés à l'aide d'un schéma de type loi de puissance PLDS. Le couplage vitesse - pression est résolu grâce à l'algorithme SIMPLE qui permet à la convergence la satisfaction de l'équation de continuité. La technique ligne par ligne est appliquée pour la résolution des équations algébriques. L'interface fluide-poreux est approchée par une ligne parallèle à l'une des deux plaques identifiée par des nœuds de vitesse v . Un traitement particulier a été appliqué à la zone proche des parois solide.

Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de différents paramètres du problème tel que : nombre de Reynolds, l'épaisseur de la couche poreuse, la perméabilité et la conductivité thermique effective, sur l'écoulement et le transfert de chaleur. En effet, nous avons montré que, l'augmentation de nombre de Reynolds entraîne une forte augmentation des vitesses et le taux de turbulence dans le canal, ce qui favorise le transfert de chaleur par convection.

Les résultats obtenus ont montré que l'insertion d'un milieu poreux entraîne une augmentation du taux de turbulence moyen pour des épaisseurs inférieures à une valeur optimale ; celle ci est inversement proportionnelle à Darcy. Les résultats montrent aussi une augmentation de l'énergie cinétique turbulente moyenne avec la diminution de la perméabilité. Par contre, le transfert de chaleur s'améliore avec l'augmentation du nombre

de Darcy. Cette évolution se produit entre deux valeurs extrêmes du nombre de Nusselt. Ces valeurs correspondent au cas où la perméabilité est suffisamment faible ; pour que les échanges convectifs dans la zone poreuse soient négligeables et au cas où la perméabilité est assez élevée ; pour que l'écoulement soit équivalent à l'écoulement fluide.

L'analyse de l'effet de l'épaisseur du substrat poreux a permis de mettre en évidence l'existence d'épaisseurs optimale et critique pour lesquelles nous avons un maximum et un minimum de transfert respectivement par rapport au cas fluide. Ces deux valeurs augmentent avec l'augmentation de nombre de Darcy.

Par ailleurs, nous avons montré qu'il n'est pas nécessaire d'introduire des couches poreuses de perméabilité très faible ou d'épaisseur très importante pour arriver à une amélioration significative de transfert de chaleur.

L'étude de l'influence de la conductivité thermique effective a permis de mettre en évidence une amélioration significative de transfert de chaleur lorsque la valeur de K_{eff} supérieures à la valeur de la conductivité thermique de fluide.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Nield, D.A. and Bejan, A., Convection in porous media, *Springer Verlag, New York. Educational Publishers, New York*, 1992.
- [2] Forchheimer, P., Wasserbugeng dusch Baden. *VDIZ*, 45, 1782-1788. 1901
- [3] Ergun, S., Fluid flow through packed column, *Chem. Eng. prog.*, 48, 89-94, 1952.
- [4] Beaver, G.S., Sparrow, E.M. and Rodenz, nfluence of bed size on the flow characteristics and porosity of randomly packed beds of spheres, *Trans.ASME E: J.Appl. Mech.*, 40, 655-660,1973.
- [5] Sahraoui, M. and Kaviany, M., Slip and no-slip boundary condition at interface of porous, plain media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35, 927-943,1992.
- [6] Dibbs, A. and Edwards, R. V., A new look at porous media fluid mechanics-Darcy to turbulent, in fundamentals of transport phenomena in porous media, *Bear and Corapcioglu, Eds, Martinis Nijhoff Publishers*, 199-254, 1984.
- [7] Kaviany, M., Principles of heat transfer in porous Media, *Second Edition, Mechanical Engineering, Springer-Verlag*, 1992.
- [8] Donald .A.N et Bejan, Convection in porous media, *Springer-Verlag*, 1992.
- [9] Sakadura J.F., initiation aux transfert thermiques, *Paris*, 1980.
- [10] Landau, E. Lifichitz, Physique Théorie- Tome VI, Mécanique des fluides, *Editions Mir, Moscou*, 1971.
- [11] Candel. S, Mécanique des fluides, *2éme édition Dunod , Paris*,1995.
- [12] Cousteix.J, Turbulence Et Couche Limite, *Edition Cepadues- septembre 1989*.
- [13] Padet.J, Fluides en écoulement méthodes et modèles, *Edition Masson, Barcelone, bonn*1991.
- [14] Cherrared.D, Modélisation bidimensionnelle de l'interaction jets de refroidissement écoulement principal compressible, *Thèse de Magister spécialité (systèmes thermiques industriels) U.S.T.H.B, Décembre 1998*.
- [15] Kadem.N, Mdélisation Numérique d'un jet rond turbulent frappant perpendiculairement une paroi, *Thèse de Magister, U.S.T.H.B 1999*
- [16] Launder B.E. and Spalding D.B.,The numerical computation of turbulent flows, *Computer Methods in applied mechanics and energy*, 3, 269-289, 1974.
- [17] Shiestel R., Modélisation et simulation des écoulements turbulents. *Editions Hermés, Paris*1993.
- [18] Chikh. S, Boumedien. A, BouhadeF, K, Lauriat.G, Analytical solution of non-Darcian forced convection in an annular duct partially filled with a porous medium, *Internat. J. Heat Mass Trans.* 38, 1543–1551, 1995.
- [19] Chikh.S, Boumedien.A, BouhadeF. K, Lauriat.G, Non-Darcian forced convection analysis in an annular duct partially filled with a porous medium, *Numer. Heat Trans*, 28, 707– 722, 1995.
- [20] Alkam. M.K, Al-Nimr M.A., Hamdan M.O, Enhancing heat transfer in parallel-plate channels by using porous inserts, *Internat. J. Heat Mass Trans.* 44, 931–938, 2001.

- [21] Mohamad, A. A Heat transfer enhancements in heat exchangers fitted with porous media. Part I: constant wall temperature, *Internat. J. Thermal Sciences*, 42, 385–395, 2003.
- [22] Bogdan I. Pavel, Abdulmajeed A. Mohamad , An experimental and numerical study on heat transfer enhancement for gas heat exchangers fitted with porous media, *Internat. J. Heat Mass Trans.* 47, 4939–4952, 2004.
- [23] Bouhadef. K, Chikh.S, Boumedien.A and G. Lauriat, Effect of porous substrate addition on heat exchanger efficiency, *IMEchE Transactions C565/021/99*, 13- 18, 1999.
- [24] Alkam.M.K. and Al-Nimr. M.A., ‘‘Improving the performance of double-pipe heat exchangers by using porous substrates’’, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 42, 3609-3618, 1999.
- [25] Lee C.K and Abdel-Moneim.S.A, Computational analysis of heat transfer in turbulent flow past a horizontal surface with two dimensional ribs, *Internat. Commu in Heat and Mass Transfer*, 28, 161-170, 2001.
- [26] Zarate.J.A. , Roy R.P. and Laportam. A, Isothermal and heated turbulent upflow in a vertical annular channel, Part II. Numerical simulations, *Internat. J. Heat Mass Trans*, 44, 1185-1199, 2001.
- [27] Baoqing Deng, Wenquan Wu and Shitong Xi, A near-wall two-equation heat transfer model for wall turbulent flows, *Internat. J. Heat Mass Trans*, 44, 691-698, 2001.
- [28] Velayati. E and Yagoubi.M., Numerical study of convective heat transfer from an array of parallel bluff plates, *Internat. J. Heat and fluid flow*, 26, 80-91, 2005.
- [29] Ward, J.C., Turbulent Flow in Porous Media. *Proceeding of the ASCE Journal of Hydraulics*, 90, HY5, 1-12, 1964.
- [30] MacDonald, I.F., El-Sayed, M.S., Mow, K., and Dullien, F.A.L., Flow through Porous Media – Ergun Equation Revisited. *Industrial Engineering and Chemical Fundamentals*, 18, 199-208, 1979.
- [31] Masuoka, T and Takatsu,y., Turbulence model for flow through porous media, *Int. J. Heat Mass Transf*, 39, 2803-2809, 1996.
- [32] Antohe, B.V., and Lage, J.L., A General Two-Equation Macroscopic Turbulence model for Incompressible Flow in Porous Media., *Internat. J. Heat Mass Trans.* 40, pp 3013-3024, 1997.
- [33] Gelachew. D, Minkowycz. W.J, Lage.J.L., A modified form of the κ - ϵ model for turbulent flows of an incompressible fluid in porous media, *Internat. J. Heat Mass Trans*, 43, 2909-2915, 2000.
- [34] Rocamora Jr F.D.and Delemos M.J.S., Analysis of convective heat transfer for turbulent flow in saturated porous media *Internat. Commu in Heat and Mass Transfer*, 27, 825-834, 2000.
- [35] Pedras. M.H.J. and de Lemos.M.J.S., On the definition of turbulent kinetic energy for flow in porous media. *Internat. Commu in Heat and Mass Transfer*, 27, No.2, 211-220, 2000.
- [36] Pedras. M.H.J. and de Lemos.M.J.S., Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media, *Internat. J. Heat Mass Trans*, 44, 1081-1093, 2001.
- [37] Yang.Y.T et Hwang.C.Z, Calculation of turbulent flow and heat transfer in a porous-baffled channel, *Internat. J. Heat Mass Trans*, 46, 771-780, 2003.
- [38] Kuznetsov. A.V, and Xiong.M, Development of an engineering approach to computations of turbulent flows in composite porous/fluid domains, *Internat. J. of Thermal Sciences*, 42, 913–919, 2003
- [39] Kuznetsov. A.V, Numerical modeling of turbulent flow in a composite porous/fluid duct utilizing a two-layer k - ϵ model to account for interface roughness, *Internal. J. of Thermal Sciences*, 43, 1047–1056, 2004.

- [40] Flick.D, Leslous.A and Alvarez.G, Semi-empirical modeling of turbulent fluid flow and heat transfer in porous media, *Internat. J. of refrigeration*, 26, 349-359, 2003.
- [41] Alvarez.G, Bournet.P.E, Flick.D, Two-dimensional simulation of turbulent flow and transfer through stacked spheres, *Internat. J. Heat Mass Trans*, 46, 2459-2469, 2003.
- [42] Silva, R.A and De Lemos, M. J.S, Turbulent flow in channel occupied by a porous layer considering the stress jump at the interface, *Internat. J. Heat Mass Trans* ; 46, 5113-5121, 2003.
- [43] De Lemos, M. J.S. , Turbulent kinetic energy distribution across the interface between a porous medium and a clear region, *Internat. Commu in Heat and Mass Transf*, 32, 107–115, 2005.
- [44] De Lemos, M. J.S. , Turbulent flow over a layer of a highly permeable medium simulated with a diffusion jump model for the interface, *Internat. Commu in Heat and Mass Transf*, 49, 546–556, 2006.
- [45] Braga E.J and DeLemos.M.J.S., Turbulent natural convection in a porous square cavity computed with a macroscopic $\mathbf{K} - \mathbf{\epsilon}$ model. *Internat. J. Heat Mass Trans*, 47, 5639-5650, 2004.
- [46] Islamoglu.Y and Parmaksizoglu.C, ‘ Numerical investigation of convective heat transfer and pressure drop in a corrugated heat exchange channel’’, *Applied Thermal Engineering*, 24, 141-147, 2004.
- [47] Zhu,J and Kuznetsov, A.V, Forced convection in a composite parallel plate channel: modeling the effect of interface roughness and turbulence utilizing a k- ϵ model, *Internat. Commu in Heat and Mass Transfer*, 32, 10–18, 2005.
- [49] Libby, A, 1996, Introduction to turbulence, Taylor & Francis, Washington, DC.
- [50] Wilcox, D. C., Turbulence Modeling for CFD, *DCW Industries, Inc, La Canada, CA*, 1994.
- [51] Kolmogorov, A. N. 1968, Equations of turbulent motion of an incompressible fluid. *Izv. Akad. Nauk. SSR Seria FIZICHESKA* 1942, VI(1-2), 56-58 (English translation, Mechanical Engineering Dept, Imperial College, London, England, Rept. ON/6(1968))
- [52] Prandtl, L., Ube rein neues formelsystem fur die ausgebildete turbulrnz. *Nachrichtien Akademie der Wissenschaften. Gottingen, Math-Phys. Klasse*, 6-19, 1945.
- [53] Hanjalic, K. and Launder, B.E., A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows, *Journal of Fluid Mechanics*, 52, 609-638, 1972.
- [54] Patankar, S.V, Numerical heat transfer and fluid flow, *MacGraw-Hill. New York* 1980.
- [55] Schiestel. R, modélisation et simulation des écoulements turbulents, editions Heurmés, Paris, 1993.
- [56] John.H. Lienhard IV, John.H. Lienhard V, Heat transfer textbook, third edition PHLOGISTON press, Chambridge Massachusetts (2001)