

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE
FACULTE DE GENIE MECANIQUE ET DE GENIE DES PROCEDES

THESE

Présentée par

LAMMARI EL-MEHDI ABDELGHAFOR

Pour l'obtention du diplôme de

MAGISTER

En Génie Mécanique
Option : Processus de Transport dans les Milieux Poreux

« MODELE DE COUPLAGE RESERVOIR-PUITS HORIZONTAL »

Soutenue publiquement le : **08 mai 2002** devant le jury composé de :

M.	D. TENIOU	Professeur, USTHB/Alger	Président
M.	S.CHIKH	Maître de conférence, USTHB	Directeur de thèse
M.	A.MAZOUZI	Chercheur, SONATRACH / Division PED	Co-Directeur de thèse
Mme.	K. BOUHADEF	Professeur, USTHB/Alger	Examineurs
M.	D. TIAB	Professeur, Université de l'Oklahoma/ USA	Examineurs
M.	A. AZZOUGUEN	Chercheur, SONATRACH / Division PED	Examineurs

Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier Monsieur le Professeur **D. TENIOU** qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury, ainsi que Madame le Professeur **K. BOUHAEDEF**, Monsieur le Professeur **D. TIAB** et Monsieur **A. AZZOUGUEN** pour avoir accepté de faire partie du jury et d'avoir consacré de leurs temps à la lecture de cette thèse.

Je tiens à remercier également mes encadreurs **Dr S. CHIKH** maître de conférence à l'USTHB et **Dr A. MAZOUZI** chercheur à la SONATRACH/PED, pour la confiance qui ont mis en ma personne et pour leur soutien constant et leurs précieux conseils et remarques tout le long de ce travail.

Mes vifs remerciements s'adressent à Messieurs **A. AZZOUGUEN** (SONATRACH/PED), **K. KORTOBI**, **S. MEZIANI** et **A. DEGMOUM** du CRD/Boumerdes pour leur aide, leur disponibilité et leur soutien moral.

Je ne peut oublier de remercier tous mes enseignants qui ont contribué à ma formation, et tous mes amis, en particulier Messieurs **F. BOUABDALLAH** et **M. K. HADJ KALI**, pour leur précieuse disponibilité et leur soutien moral.

Enfin, je voudrais remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

**A mes très chers parents,
A mes frères et sœurs,
A tous ceux qui me sont chers.**

SOMMAIRE

Introduction générale	1
Chapitre I : introduction aux puits horizontaux	
Introduction	4
1.1. Le forage horizontal	4
1.2. Limitation des puits horizontaux	5
1.3. Application des puits horizontaux	5
1.4. Tests des puits horizontaux	5
1.5. Types de forages horizontaux	6
1.6. Techniques de complétion des puits horizontaux	7
1.7. Notions de réservoir engineering	8
1.7.1. Région de drainage	8
1.7.2. Rayon effectif du puits r_p'	9
1.7.3. Effet de capacité de puits (wellbore storage effect)	9
1.7.4. Indice de productivité J	10
1.7.5. Régimes d'écoulements	10
1.7.6. La dérivée de pression	14
1.8. Chute de pression le long du puits horizontal	15
1.8.1. Influence de grandes pertes de charges	16
1.8.2. Méthodes de minimisation des pertes de charges le long du puits	16
1.8.3. Chute de pression le long du puits	17
Chapitre II : Revue Bibliographique	
Introduction	18
2.1. Modèles analytiques développés	18
2.2. Traitement numérique des puits horizontaux	20
2.3. Etude de couplage puits/réservoir	23
Conclusion	25
Chapitre III : Formulation mathématique	
Introduction	27
3.1. Domaine d'étude	27
3.2. Formulation mathématique	28

3.2.1. Hypothèses de calcul	28
3.2.2. Ecoulement dans le réservoir (équation de diffusivité)	28
3.2.3 Ecoulement dans le puits	32
3.3. Couplage écoulement puits/écoulement réservoir	34
<i>CONCLUSION</i>	37
Chapitre IV : Modélisation numérique.	
Introduction	38
4.1. Ecoulement dans le réservoir	38
4.1.1. Discrétisation de l'équation de diffusion	39
4.1.2. Maillage du domaine de calcul	44
4.1.3. Méthode de résolution du système d'équations	47
4.1.3.1. Méthode de résolution semi-explicite	47
4.1.3.2. Méthode de résolution Implicite (Fully Implicit procedure)	48
a- Schéma de stockage indexé	48
b- Méthode du gradient biconjugué (BiCG method)	51
c- Choix du pas de temps	55
4.2. Procédure de couplage écoulements puits/réservoir	55
4.2.1. Maillage du domaine de calcul	55
4.2.2. Procédure de calcul	55
Conclusion	57
Chapitre V : Résultats et discussion	58
Introduction	58
5.1. Effet de la position du puits et de sa longueur sur la réponse	60
5.2. Influence du rayon et de la Longueur du puits sur la réduction de la chute de pression	71
Conclusion	74
Conclusion générale	75
Références bibliographiques	77
Annexes	
Annexe A Présentation du logiciel HWSIM	80
Annexe B Résolution des systèmes linéaire par la méthode de décomposition LU	88
Annexe C Technique du maillage hybride	91

Résumé

Une étude numérique, basée sur la méthode des volumes finis, utilisant un raffinement local autour du puits et un schéma complètement implicite a été entreprise afin de calculer l'écoulement dans le réservoir et dans le puits horizontal. Le couplage puits horizontal-réservoir est satisfait en assurant la continuité de la pression et l'équilibre de masse au niveau du puits.

Le modèle élaboré est utilisé pour étudier la réponse transitoire du puits horizontal et pour calculer la distribution du débit ainsi que le profil de pression le long du puits.

Une étude paramétrique a été menée afin d'évaluer l'influence de quelques paramètres sur la réponse transitoire et sur sa durée, tels que l'effet de capacité de puits et la perméabilité de la formation.

Le modèle présenté dans ce travail montre que l'approximation du puits horizontal à un milieu à conductivité infinie ne peut être applicable dans le cas de grands débits de production ou de puits à faibles diamètres.

Une autre étude concernant l'influence de la longueur du puits, la perméabilité de la formation et le type de complétion adopté a été menée. Elle a montré l'importance de l'optimisation de la géométrie du puits horizontal sur ces performances et sur la réduction de la perte de charge le long du puits.

Mots clés : simulation des puits horizontaux, couplage puits-réservoir, milieu à conductivité infinie, pertes de charge, méthode des volumes finis, méthode PBiCG.

Abstract

A numerical study, based on finite volume method, using a local grid refinement around the wellbore and a fully implicit scheme, has been conducted to solve reservoir and horizontal well flows. The well-reservoir coupling is satisfied by preserving the continuity of pressure and mass balance.

This model is used to study the transient pressure behaviour in the well and in the reservoir. It allows also to calculate the inflow distribution along the wellbore.

The coupling has revealed the storage of horizontal well and its influence on the pressure response. The results have shown also that the duration of the transient period and the storage period depend on reservoir permeability. The fully numerical model presented in this study has shown that the infinite conductivity assumption can not be valid for systems of high flow rates or small well radius.

Other simulations concerning the effect of the well length, reservoir permeability, the completion mode and the well radius on the flow rate profile and pressure drop along the horizontal well, for high flow rates production have been conducted. They showed the importance of the optimisation of the horizontal well geometry on the well performance and the pressure drop reduction.

Key words: horizontal wells simulation, well-reservoir coupling, infinite conductivity assumption, pressure losses, FV method, PBiCG method, well reservoir interaction.

TERMINOLOGIE

Drawdown test	test de déclin de pression.
BuildUp test	test de remontée en pression.
Injection test	test d'injection.
Skin factor	coefficient du skin.
Skin effect	effet de peau.
Wellbore storage factor	coefficient de capacité de puits.
Wellbore storage effect	effet de capacité de puits.
Well heel	bout producteur du puits.
Well toe	extrémité du puits.
Sandface flow rate	débit provenant du réservoir et pénétrant la surface latérale du puits.
Laterals	branches du puits horizontal.
Slotted liner	tube encoché.
Open hole well	puits non complété.

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'étude du forage horizontal a fait un pas très considérable cette dernière décennie vu l'intérêt de cette nouvelle technique et son influence sur la production d'un réservoir d'hydrocarbures.

En effet, le forage horizontal permet non seulement d'augmenter la productivité du réservoir mais aussi de remédier à des problèmes ayant longtemps persisté dans le forage vertical tels que : le cas des réservoirs fracturés naturellement, le cas d'écoulements polyphasiques et le cas des réservoirs à gaz à très faible perméabilité.

L'étude des écoulements dans les puits horizontaux n'est pas récente. Plusieurs chercheurs ont, auparavant établi des modèles analytiques pour essayer de représenter la réponse d'un puits horizontal. Cependant, vu la complexité du système mathématique à résoudre, ces modèles comprenaient plusieurs simplifications (source linéaire, milieux homogènes, effet de skin négligé...).

Les percées enregistrées dans le domaine de l'informatique et l'apparition de plus en plus de matériels de calcul performants ont contribué à l'adoption de modèles numériques puissants et capables de simuler les écoulements les plus complexes et de prendre en considération n'importe quelle configuration de la roche productrice.

De ce fait, le développement d'un simulateur fiable et puissant, permettra de prédire la production et d'arriver ensuite à gérer le réservoir de la manière la plus optimale en se rapprochant le plus possible du cas réel; ce qui est toujours une tâche très délicate et très difficile à satisfaire.

Toute simulation numérique est liée au domaine d'étude. Par conséquent, une réflexion sur l'élaboration de ce domaine doit systématiquement être menée.

En effet, les premiers simulateurs de réservoir ne prenaient pas en compte la région du puits. Les solutions générées étaient basées sur une relation qui liait la pression du puits à celle du réservoir. La notion de couplage puits-réservoir permettant de simuler l'écoulement le plus fidèlement possible n'est apparue que plus tard.

Les premières études supposaient une pression constante le long du puits horizontal et traitaient, par conséquent, cette région (puits) comme un milieu à conductivité infinie. Cette approche n'est en réalité

applicable que dans le cas de faible productivité où les pertes de pression dans le puits sont négligeables devant la chute de pression dans le réservoir.

De plus, dans le cas de grande productivité, les pertes de charges le long du puits sont tellement importantes que la chute de pression dans le réservoir n'est pas uniforme le long du puits; ce qui induit, par conséquent, une production non uniforme le long de ce dernier.

L'étude présentée dans ce mémoire a pour but de développer un simulateur de réservoir, d'étudier le couplage des équations d'écoulement dans le réservoir avec un modèle puits (puits horizontal) et enfin d'analyser les effets de pertes de charges (conductivité finie) sur les performances en production.

Le présent travail est élaboré selon les étapes suivantes :

- Développement des équations régissant l'écoulement dans chaque région (puits+réservoir)
- Résolution numérique du couplage puits-réservoir
- Interprétation des résultats de simulations
- conclusion

Le premier chapitre est consacré à une introduction aux puits horizontaux. Nous exposons dans un premier temps les différentes techniques de forage horizontal. Dans un second temps, nous présentons quelques notions et définitions relatives au réservoir engineering et enfin nous décrivons les différents régimes d'écoulement caractérisant un puits horizontal.

Une revue bibliographique concernant l'étude des puits horizontaux fait l'objet du second chapitre. Nous présentons les différents travaux qui ont été développés à ce jour. Nous commençons d'abord par une présentation des premières études théoriques concernant le traitement des puits horizontaux. Nous exposons par la suite les différents travaux numériques ainsi que ceux introduisant la notion du couplage puits-réservoir.

Le troisième chapitre est consacré à la description du problème et au développement mathématique des équations régissant l'écoulement du fluide dans le réservoir et dans le puits horizontal, à savoir, les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement.

La résolution numérique du problème fait l'objet du quatrième chapitre. En utilisant la méthode des volumes finis et un raffinement local du maillage au voisinage du puits, l'équation de diffusivité décrivant l'écoulement dans le réservoir est résolue. Nous décrivons aussi une méthode numérique de résolution du système d'équations obtenu après discrétisation. Cette méthode est spécialement conçue au traitement des gros systèmes linéaires.

Dans ce chapitre aussi, nous décrivons notre méthode de résolution du couplage puits/réservoir. Cette méthode consiste à introduire la séquence de calcul de l'écoulement dans le puits dans celle du réservoir selon un processus itératif de telle manière à corriger le débit pénétrant dans le puits à chaque fois et à satisfaire la condition de conservation de masse.

Ainsi, un code de calcul en configuration tridimensionnelle a été développé pour le calcul du champ de pression, du profil de pression le long du puits horizontal ainsi que de la distribution du débit le long de ce dernier.

Dans le dernier chapitre, nous présentons et commentons les résultats obtenus, relatifs à la réponse d'un puits horizontal produisant un certain débit. Aussi, nous étudions l'influence de quelques paramètres sur la réponse du puits et sur la perte de charge. Cette étude nous permettra de conclure que la simplification qui consiste à assimiler le puits horizontal à un milieu à conductivité infinie ne peut être valide dans tous les cas.

Enfin, nous terminons ce mémoire par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus.

INTRODUCTION AUX PUIITS HORIZONTALAUX

CHAPITRE I

INTRODUCTION AUX PUIITS HORIZONTAUX

Introduction

Le développement des techniques du forage horizontal est l'une des avancées les plus remarquables dans l'industrie pétrolière durant cette dernière décennie, vu l'impact de l'utilisation de cette nouvelle technique sur l'augmentation de la production et la gestion de plus en plus optimisée des réservoirs.

Ce chapitre est consacré à la présentation du forage horizontal, ses applications et à présenter aussi quelques notions de réservoir engineering relatives aux puits horizontaux.

1.2. Le forage horizontal

Un forage horizontal est un forage effectué dans un plan parallèle par rapport aux frontières inférieure et supérieure du réservoir.

Pour réaliser un puits horizontal, on commence à forer à la verticale, puis on commence à incliner la trajectoire jusqu'au moment où la trajectoire du foret devient perpendiculaire au sens initial du forage. A partir de ce point commence la région productrice du puits horizontal (figure 1).

L'objectif principal de la réalisation d'un puits horizontal est d'augmenter la surface de contact entre le réservoir et le puits et par la suite augmenter la production par rapport à un forage traditionnel (vertical).

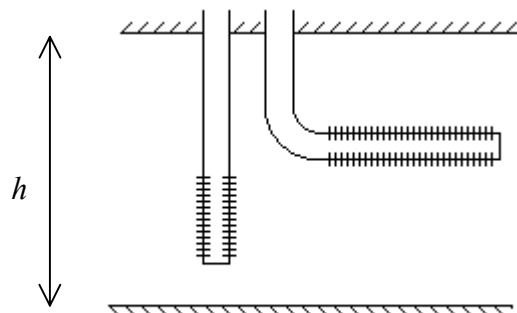


Figure 1.1 représentation schématique d'un forage vertical et un forage horizontal [35]

Les projets de forage horizontal diffèrent de ceux du forage vertical du fait que la productivité du puits horizontal dépend énormément de la longueur du puits. Cette dernière dépend de la technique

de forage employée. Cependant, il est essentiel que les ingénieurs de forage et les ingénieurs réservoir travaillent ensemble pour choisir la technique de forage appropriée qui va donner la longueur de puits désirée.

1.2. Limitation des puits horizontaux

Comme noté auparavant, l'intérêt majeur d'un puits horizontal est l'augmentation de la surface de contact dans le réservoir. De nos jours, on peut étendre des puits jusqu'à 3000 ou 4000 pieds ; Cependant les coûts de cette opération restent importants comparés avec ceux des puits verticaux. Un puits horizontal coûte en général entre 1,4 et 3 fois plus qu'un puits vertical en fonction de la méthode de forage et la technique de complétion employée.

Un facteur additionnel dans la détermination des coûts à prendre en considération est le nombre de puits horizontaux existants dans une région donnée. En général le premier puits horizontal coûte beaucoup plus que le deuxième. Plus on réalise de puits horizontaux dans une région donnée, plus les coûts de forage vont être réduits (en comparant au forage vertical).

1.3. Application des puits horizontaux

Les puits horizontaux sont utilisés dans les cas suivants :

- Réservoirs fracturés naturellement : dans ce cas le puits est réalisé de telle sorte à intercepter les fractures et les drainer.
- Dans le cas de problèmes de coning (eau et gaz) : les puits horizontaux sont utilisés pour réduire le problème du coning et augmenter la productivité d'huile.
- Production de gaz : le puits horizontal peut être utilisé aussi bien dans les réservoirs à faible perméabilité que dans les réservoirs à grande perméabilité. Dans les réservoirs à faible perméabilité, le puits horizontal peut améliorer la zone de drainage et réduire le nombre de puits pour drainer le réservoir.
- Dans les réservoirs à grande perméabilité, où la vitesse des gaz au niveau du wellbore est grande dans le puits vertical, le puits horizontal peut être utilisé pour réduire cette vitesse. Par conséquent, le puits horizontal peut être utilisé pour réduire les turbulences au niveau du wellbore et améliorer l'écoulement dans le wellbore.

1.4. Tests des puits horizontaux

L'analyse des tests de puits horizontaux est complexe et difficile à interpréter. En général, une analyse de test de puits horizontal permet de :

- Obtenir les propriétés du réservoir.
- Déterminer la longueur productrice du puits horizontal.
- Estimer le coefficient de skin correspondant.

L'analyse des tests de puits horizontaux est difficile car :

- La majorité des modèles mathématiques supposent que le puits est complètement horizontal et parallèle aux frontières supérieures et inférieures du réservoir, alors que ce cas est rarement atteint.
- Le puits horizontal peut avoir un skin négatif, selon sa longueur et les propriétés du réservoir, qui va influencer sur l'estimation de la longueur productrice.
- L'effet de capacité de puits (wellbore storage) est beaucoup plus important dans les puits horizontaux.

C'est pour ces raisons qu'il est communément suggéré de suivre certaines étapes pour une analyse efficace d'un test.

La première étape consiste à identifier correctement les différents régimes d'écoulement.

La deuxième étape consiste à appliquer la procédure analytique et graphique correcte. Chaque régime possède une solution mathématique correspondante qui peut être utilisée pour estimer les différents paramètres réservoir.

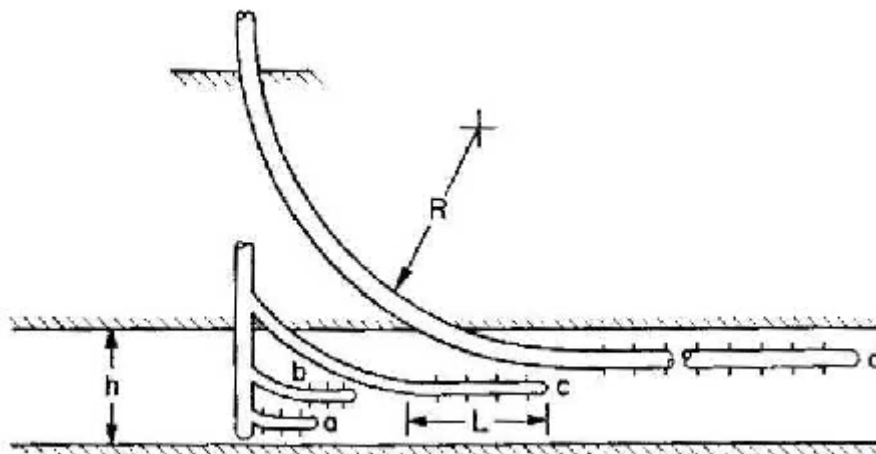
1.5. Types de forages horizontaux

Les techniques de forage de puits horizontaux sont classées en quatre catégories. Ces types de forage dépendent du rayon de courbure du forage. Le rayon de courbure étant le rayon requis pour changer la direction du forage (de la direction verticale vers la direction horizontale)

Les trois types de forages sont :

- ◆ Forage très court : dans ce type de forage, le rayon de courbure est de 1 à 2 ft, avec un angle de 45° à $60^\circ/\text{ft}$. Dans ce type de forage la longueur du puits est entre 100 et 200 ft. Le forage se fait en utilisant un jet d'eau à très haute pression.
Ce type de forage est utilisé seulement pour réaliser des branches de puits (laterals) à travers un puits horizontal initial.
- ◆ Forage court : le rayon de courbure est entre 20 et 40 ft, a un angle de 2° à $5^\circ/\text{ft}$. La longueur du forage est généralement entre 250 et 450 ft. Ce type de forage est aussi utilisé pour élaborer des puits multibranches.
- ◆ Forage de longueur moyenne : dans ce type de forage, le rayon de courbure varie entre 300 et 800 ft avec un angle de 6° à $20^\circ/100 \text{ ft}$. Ce type de forage est le plus utilisé dans le forage horizontal à cause du rayon de courbure assez grand pour faciliter l'introduction des outils et des sondes dans le puits, et la longueur du puits peut varier entre 1000 et 4000 ft.
- ◆ Forage long : le rayon de courbure étant entre 1000 et 3000 ft avec un angle de 2° à $6^\circ/100 \text{ ft}$. Cette technique de forage est utilisée pour réaliser des puits de très grande longueur.

Les quatre techniques de forage sont présentées sur la figure 1.2.



- a) Forage très court, $R=1-2$ ft, $L=100-200$ ft
- b) Forage court, $R=20-40$ ft, $L=100-800$ ft
- c) Forage moyen, $R=300-800$ ft, $L=1000-4000$ ft
- d) Forage Long, $R>1000$ ft, $L=1000-4000$ ft

Figure 1.2. Schématisation des différentes techniques de forage. [30]

1.6. Techniques de complétion des puits horizontaux

Le choix du type de complétion d'un puits peut avoir une très grande influence sur les performances de ce dernier. Il existe plusieurs types de complétion et peuvent être résumées comme suit :

- ◆ **Open Hole Completion** : dans ce type de complétion, le puits ne subit aucun traitement, et produit à travers toute sa surface latérale. Bien que ce type de complétion soit le moins cher, son utilisation se réduit aux formations compactes. De plus, la stimulation du puits et le contrôle d'injection de fluide dans ce dernier est difficile lorsque ce type de complétion est adopté.
- ◆ **Slotted Liner Completion** : L'objectif principal de ce type de complétion est de protéger le puits horizontal contre l'effondrement en introduisant des tubes perforés dans le puits dans le cas où la formation n'est pas compacte. Ces perforations peuvent être de forme circulaire ou linéaire (encoches) de longueurs variables.

Notons que dans ce type de complétion on peut installer entre la surface de puits et le tube des isolations afin de décomposer le puits en petites sections. Ce type de complétion récemment introduit est appelé « **liners with partial isolation** »

- ◆ **Cemented and Perforated Liners** : Ce type de complétion est seulement utilisé dans le cas de puits à grand rayon de courbure.

Les trois techniques de complétions citées ci-dessus sont représentées dans la figure 1.3.

Il est à noter que le choix d'un type de complétion dépend de plusieurs facteurs tel que :

- Le type de la formation et de la roche.
- Le type de forage adopté.
- Degré d'endommagement de la zone avoisinante au puits lors du forage.
- La possibilité d'effectuer une stimulation du puits.
- Le contrôle de production le long du puits.

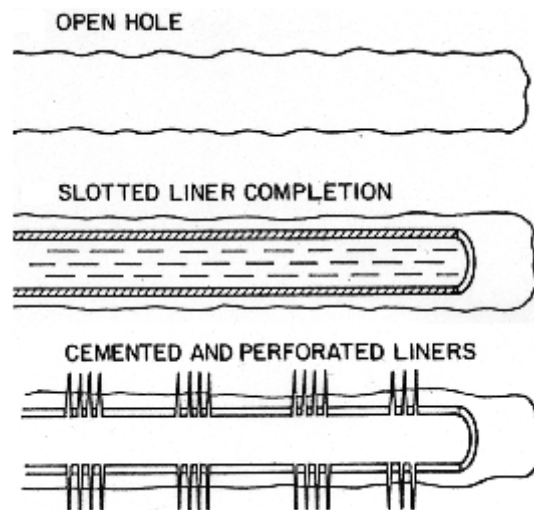


Figure 1.3. Schématisation des techniques de complétion utilisées dans le forage horizontal.[30]

1.7. Notions de réservoir engineering

1.7.1. Région de drainage

La figure 1.4 représente la zone de drainage pour un puits vertical et un autre horizontal. Un puits vertical draine une zone cylindrique alors que le puits horizontal draine une zone ellipsoïde. En général, on prédit que le puits horizontal draine un volume plus grand que le puits vertical.

La figure 1.5 représente un puits vertical avec fracture pénétrant toute la hauteur h du réservoir. La demi-largeur de la fracture est x_f . On suppose que la fracture a une conductivité infinie, ce qui nous conduit à dire que la chute de pression dans la fracture est négligeable. En d'autres termes, la pression dans le wellbore est la même que dans n'importe quel point dans la fracture. Cela représente le cas idéal d'une fracture dans un puits vertical.

Si la hauteur de la fracture est réduite, on obtiendra un puits horizontal. Le puits horizontal représente un cas limite de fracture à conductivité infinie, où la hauteur de la fracture est égale au diamètre du puits. Cela nous amène à dire que le diamètre du puits pourrait avoir une influence sur les performances du puits.

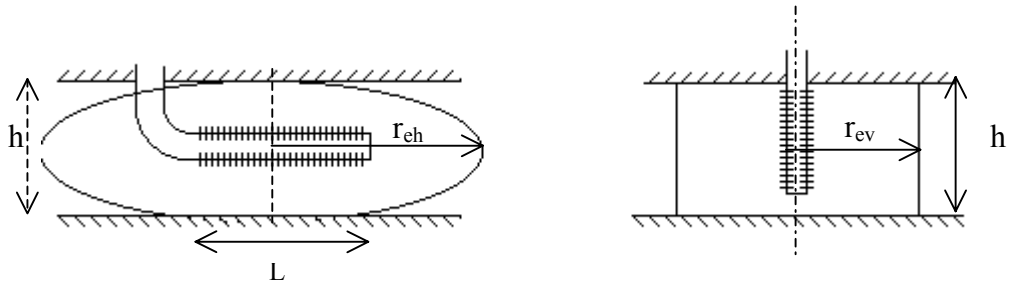


Figure 1.4. Schématisation de la zone de drainage dans deux puits horizontal et vertical

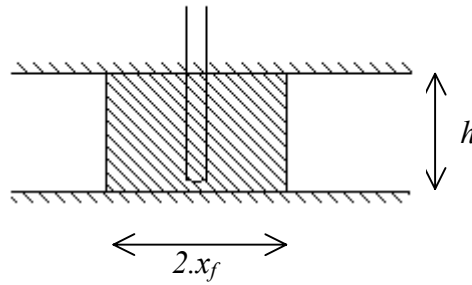


Figure 1.5. Schématisation d'un puits vertical fracturé [30]

1.7.2. Rayon effectif du puits r_p'

Le concept du rayon effectif est utilisé pour représenter un puits produisant un certain débit différent de celui obtenu par le calcul basé sur un rayon de puits donné. Le rayon effectif est donc le rayon théorique requis pour avoir un même débit.

La relation reliant le débit de production avec le rayon effectif peut être écrite comme :

$$q = 0.00708.k.h.\Delta P / \left[\mu.B.\ln\left(\frac{r_e}{r_p'}\right) \right] \quad (1.1)$$

r_e : rayon de drainage

r_p' : rayon effectif du puits.

1.7.3. Effet de capacité de puits (wellbore storage effect)

L'effet de capacité de puits est dû essentiellement à l'expansion du fluide et/ou à la variation du niveau du liquide dans le tubing.

Quand le puits est ouvert, la pression au fond du puits diminue. Cette chute de pression provoque une expansion du fluide au fond du puits, et donc, la première production n'est pas le fluide provenant du réservoir, mais plutôt le fluide qui a été stocké dans le volume du fond du puits. Au fur et à mesure que le fluide se détend, le fond du puits se vide jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de fluide dans le fond du puits. Cet instant correspond à la transition du régime où l'effet de capacité de puits est dominant au

régime d'écoulement radial. Le taux de décompression du fluide tendant vers zéro, le débit reçu à la surface est égal au débit traversant les interfaces du puits.

La relation qui relie le débit reçu à la surface Q_{surf} et celui au fond du puits q_{sand} en fonction du coefficient de capacité de puits C est donnée par :

$$q_{sand} = B.Q_{surf} + 24.C.\frac{\Delta P_{puits}}{\Delta t} \quad (1.2)$$

Pour un puits horizontal, la période durant laquelle l'effet de capacité de puits domine peut durer longtemps, surtout dans un puits fortement endommagé. Cette période est caractérisée par une droite de pente unitaire dans une présentation Log-Log de la pression en fonction du temps.

Daviau a étudié l'effet de capacité de puits sur la réponse d'un puits horizontal. Il a montré que l'effet de capacité de puits peut totalement cacher la période d'écoulement radial.

1.7.4. Indice de productivité IP

L'indice de productivité IP est défini comme $q/\Delta P$, où q est le débit de production et ΔP est la chute de pression. L'unité de J est stb/jour/psi ou $m^3\text{jour}^{-1}\text{kpa}^{-1}$.

Par définition, l'indice de productivité pour l'état d'écoulement permanent est calculé par :

$$IP = \frac{q}{\Delta P} = \frac{0.007078.k.h/(\mu.B)}{\ln(r_e/r_p)} \quad (1.3)$$

L'indice de productivité peut être utilisé pour comparer la productivité de deux puits différents dans un même réservoir.

1.7.5. Régimes d'écoulements

Quand on ouvre le puits à l'écoulement, une chute de pression entre les frontières du réservoir et le puits apparaît. Cette chute de pression va diminuer au fur et à mesure que le puits produit. De même, le débit de production va aussi diminuer avec le temps. Cela peut être expliqué en considérant différents régimes d'écoulement.

◆ Concept du régime stationnaire et pseudo-stationnaire

Quand le puits est ouvert, une perturbation de pression se produit au voisinage du puits. Cette perturbation va, en premier lieu, se transmettre dans le sens radial.

Le taux de propagation de cette perturbation dépend de la perméabilité du réservoir (plus la perméabilité est grande, plus la perturbation se transmet plus vite).

En progressant dans le temps, cette perturbation circulaire atteint les frontières de la zone de drainage. A ce point, le fluide localisé aux frontières de la zone de drainage commence à se mouvoir vers le puits. Cela veut dire que pendant toute cette période le réservoir s'est conduit comme étant un milieu infiniment étendu. Le temps requis pour atteindre ce stade est appelé : « Infinite acting time ».

Une fois le temps de cette période achevé, la pression moyenne dans le réservoir commence à chuter en fonction du temps. Cela arrive dans le cas de réservoirs à frontières imperméables et on dit que la période d'écoulement pseudo-stationnaire (pseudo-steady state) est atteinte.

Dans le cas où les frontières du réservoir sont à pression constante, on dit que le réservoir a atteint la période d'écoulement stationnaire (steady state).

➤ Différents régimes d'écoulement

a) First radial flow

Le premier régime d'écoulement qu'on peut observer est l'écoulement radial (figure 1.6). Durant cette période, la présence des limites supérieure et inférieure n'est pas encore sentie par le wellbore. Le puits agit alors durant cette période comme étant un milieu infini. L'écoulement est radial et son axe coïncide avec l'axe du puits.

Il est important de savoir qu'une grande différence entre les perméabilités verticale et horizontale peut causer un écoulement elliptique plutôt qu'un écoulement circulaire autour du puits.

Enfin, cet écoulement peut ne pas être observé si la formation n'est pas assez épaisse ou si k_v/k_h est trop petit.

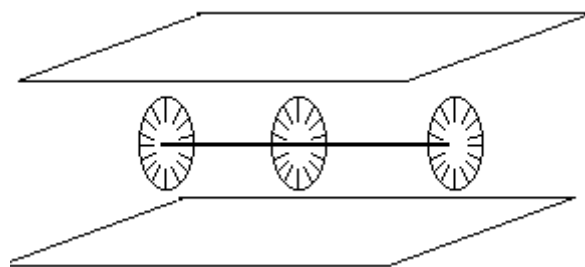


Figure 1.6 Premier écoulement radial [35]

Durant cette période la pression peut être estimée pour un drawdown par : [30]

$$P_i - P_{wf} = \frac{162.6.q.\mu.B_o}{\sqrt{k_y.k_z}.L_w} \left[\text{Log} \left(\frac{\sqrt{k_y.k_z}.t}{\phi.\mu.C_t.r_w^2} \right) - 3.227 + 0.868.S_m \right] \quad (1.4)$$

avec :

$$S_m = 1.151 \cdot \left[\frac{P_i - P_{wf(1hr)}}{m_1} - \text{Log} \left(\frac{\sqrt{k_y.k_z}.t}{\phi.\mu.C_t.r_w^2} \right) + 3.227 \right] \quad (1.5)$$

m_1 est la pente de la première section droite correspondante a cette période d'écoulement sur un graphe log - log de $P_{wf} = f(t)$

Le graphe $P_{wf}=f(\text{Log } t)$ devra exhiber d'après l'équation précédente une droite de pente dépendante de L_w , k_y et k_z .

La fin de cette première période d'écoulement peut être approximée par :

$$t_1 = \frac{190.h_s^{2.095}.\phi.\mu.C_t}{k_z.r_w^{0.095}} \quad (1.6)$$

h_s est la distance entre le puits et la limite supérieure du réservoir.

Remarque

Juste après le premier écoulement radial, une autre période intermédiaire d'écoulement radial peut avoir lieu. Cela est possible lorsque le puits est près de l'une des frontières (supérieure ou inférieure). Cette période est connue sous le nom d'écoulement hémiradial, et peut être illustrée dans la figure 1.7.

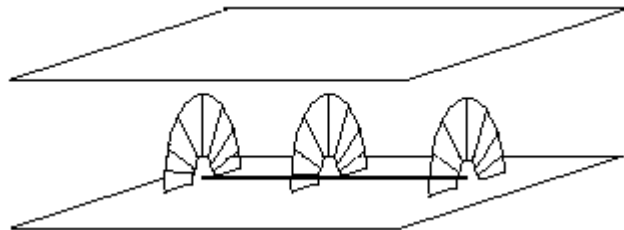


Figure 1.7. Ecoulement hémiradial [35]

b) Linear flow

Ce régime d'écoulement est généralement causé par une très grande longueur du puits comparée à l'épaisseur de la formation.

L'écoulement dans cette période est linéaire vers le puits dans le sens horizontal (figure 1.8), mais ce régime peut ne pas avoir lieu si la formation est épaisse ou si k_v/k_h est petit.

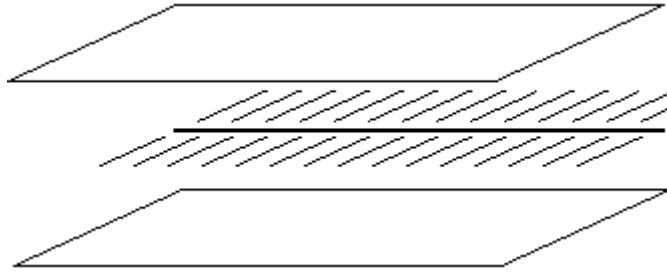


Figure 1.8 Ecoulement linéaire.[35]

Durant cette période la pression au wellbore peut être calculée dans le cas d'un drawdown par : [30]

$$P_i - P_{wf} = \frac{8.128.q.B_o}{L_w.h_z} \sqrt{\frac{\mu.t}{k_y.\phi.C_t}} + \frac{141.2.q.B_o}{L_w\sqrt{k_y.k_z}} (S_z + S_m) \quad (1.7)$$

avec :

$$S_z = \frac{0.058}{h_z} \sqrt{\frac{k_z}{\phi.C_t.\mu}} \left(\frac{P_i - P_{wf(1hr)}}{m_{1l}} \right) - S_m \quad (1.8)$$

m_{1l} est la pente de la section droite représentant cette période d'écoulement sur un graphe

$$\Delta P = f(\sqrt{t})$$

La fin de cette période d'écoulement est estimée par :

$$t_2 = \frac{160.\phi.\mu.C_t.L_w^2}{k_x} \quad \text{avec} \quad h \ll L_w \quad (1.9)$$

c) Late radial flow

Après la période d'écoulement linéaire, l'influence des frontières supérieure et inférieure peut causer un autre régime d'écoulement radial, mais cette fois-ci dans le plan horizontal (figure 1.9). Cet écoulement a lieu quand le rayon d'investigation est grand relativement à la longueur du puits horizontal.

Cet écoulement peut ne pas avoir lieu si une des frontières latérales est sentie en premier et ne peut avoir lieu si le réservoir est supporté par un aquifère (pression constante aux frontières)

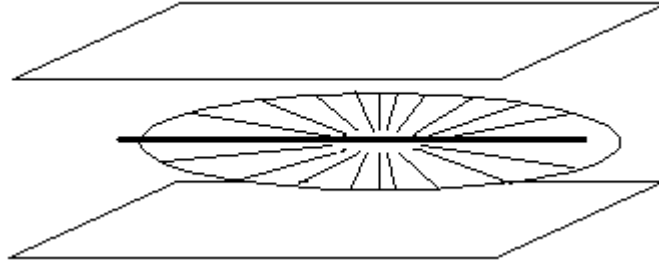


Figure 1.9. Deuxième écoulement radial [35].

La pression au puits durant cette période pour un drawdown peut être calculée par : [30]

$$P_i - P_{wf} = \frac{162.6.q.\mu.B_o}{\sqrt{k_y.k_x}.h} \left[\text{Log} \left(\frac{k_x.t}{\mu.C_t.L_w^2} \right) - 2.023 \right] + \frac{141.2.q.\mu.B_o}{L_w.\sqrt{k_y.k_x}} (S_z + S_m) \quad (1.10)$$

avec :

$$S_m = \frac{1.151.L_w}{h} \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \left[\frac{P_i - P_{wf}(1hr)}{m_{2r}} - \text{Log} \left(\frac{k_x.t}{\mu.C_t.L_w^2} \right) + 2.023 \right] - S_z \quad (1.11)$$

m_{2r} est la pente de la section droite représentant ce régime d'écoulement sur un graphe $P_{wf} = f(\text{Log } t)$

Le début de cette période peut être aproximé par :

$$t_{d2r} = \frac{1230.L_w^2.\phi.\mu.C_t}{k_x} \quad (1.12)$$

1.7.6. La dérivée de pression

L'analyse moderne des écoulements dans les réservoirs a été sensiblement développée à l'aide de l'utilisation du graphe de la dérivée de pression introduite par **Bourdet, Whittle, Douglas** et **Pirard** en 1983.

Cette analyse basée sur l'utilisation de la dérivée de pression a pour objectif d'améliorer les chances d'obtenir une réponse unique (concernant la caractérisation du réservoir). La dérivée de pression est définie comme suit :

$$P_w' = \frac{dP_w}{d \log t} = t \frac{dP_w}{dt}$$

Ce graphe de la dérivée de pression permet de visionner simultanément la présentation de $\text{Log}(P_i - P_{wf}) = f(\text{Log } \Delta t)$ et $\text{Log}(t \, dP/dt) = f(\text{Log } \Delta t)$.

L'avantage de cette présentation est qu'elle est capable de fournir à partir d'un seul graphe plusieurs caractéristiques du réservoir, ainsi que de montrer les différents régimes d'écoulement.

Pour un puits horizontal qui présente tous les régimes d'écoulement, la représentation graphique de la dérivée est de la forme :

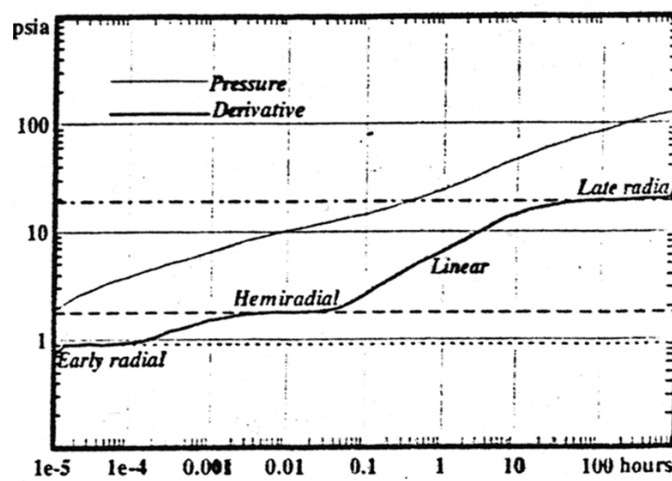


Figure 1.10 Représentation graphique de la dérivée de pression. [35]

Calcul de la dérivée

La dérivée peut être estimée en utilisant la différentiation numérique suivante :

$$t \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)_i = t_i \cdot \left[\frac{(t_i - t_{i-1}) \cdot \Delta P_{i+1}}{(t_{i+1} - t_i)(t_{i+1} - t_{i-1})} + \frac{(t_{i+1} + t_{i-1} - 2 \cdot t_i) \Delta P_i}{(t_{i+1} - t_i)(t_i - t_{i-1})} - \frac{(t_{i+1} - t_i) \cdot \Delta P_i}{(t_i - t_{i-1})(t_{i+1} - t_{i-1})} \right] \quad (1.13)$$

1.8. Chute de pression le long du puits horizontal

Plusieurs modèles considèrent le puits horizontal comme étant un milieu à conductivité infinie (fracture à conductivité infinie). La chute de pression le long du puits dans ce cas est alors très petite ou négligeable. De ce fait, le puits horizontal est considéré comme une conduite où la pression le long de cette dernière est constante.

En pratique, une différence de pression entre les deux extrémités du puits est nécessaire pour maintenir l'écoulement du fluide dans le puits. Par conséquent, le bout producteur du puits est maintenu à une pression plus faible qu'à l'autre bout.

De ce fait, il est intéressant d'estimer la valeur de cette chute de pression et de la comparer avec la chute de pression entre le réservoir et le puits.

Dans le cas où la chute de pression le long du puits est très petite comparée à la chute de pression du drawdown, alors le puits horizontal peut être considéré comme un milieu à conductivité infinie (puits à pression constante). Dans le cas contraire, la chute de pression de drawdown le long du puits changera, et par conséquent la production le long de ce dernier changera elle aussi.

Pour calculer le changement de production le long du puits, on doit résoudre simultanément l'équation exprimant le changement de pression le long du puits ainsi que l'équation régissant l'écoulement dans le réservoir.

En général, la chute de pression le long du puits est petite et peut être ignorée. Cependant, sous certaines circonstances tel que le cas de gros débits (supérieurs à 10000 bbl/j), ou le cas d'une huile très visqueuse, il est possible d'avoir de grandes pertes de charge le long du puits. Dans ces cas de figures, la longueur de puits doit être optimisée.

1.8.1. Influence de grandes pertes de charges dans le puits

Comme noté précédemment, une grande perte de charge le long du puits horizontal est possible dans le cas d'huiles à grande viscosité. Un taux de production élevé ou une très grande perméabilité du réservoir peuvent aussi causer des pertes de charges importantes. Dans le dernier cas (très grandes perméabilités), la chute de pression entre le réservoir et le puits peut être très petite et peut être comparable à la chute de pression le long du puits, par conséquent le forage d'un puits plus long n'améliorera pas la production.

Dans le cas de réservoirs à problème de conning d'eau et de gaz, une chute de pression importante peut augmenter la tendance de l'eau et du gaz à converger vers la région à moindre pression dans le puits, i.e., au bout producteur du puits.

1.8.2. Méthodes de minimisation des pertes de charges le long du puits

Plusieurs méthodes peuvent être entreprises pour réduire les pertes de charge le long du puits horizontal.

- 1- Dans la plupart des cas, une grande perte de charge le long du puits est due à la nature turbulente de l'écoulement. Pour minimiser cette perte de charge, il est préférable d'avoir un écoulement laminaire ou, au moins, minimiser la vitesse de l'écoulement du fluide dans le

puits. Une des solutions est d'augmenter au maximum possible le diamètre du puits. Pour un taux de production donnée, en augmentant le diamètre du puits, on réduit considérablement les pertes de charge, puisque ces dernières sont inversement proportionnelles au diamètre du puits.

- 2- La chute de pression le long du puits peut être réduite, en contrôlant le taux de production le long du puits. Cela est possible en manipulant la surface ouverte à l'écoulement en choisissant une méthode de complétion adéquate. Si on utilise par exemple une complétion de type « slotted liner », ce contrôle peut être effectué en variant la densité et la taille des perforations (ou des rainures) le long du puits.
- 3- Enfin, la longueur du puits a une grande influence sur la valeur de la chute de pression. De ce fait, un choix optimal de cette longueur a pour conséquence de réduire les contraintes visqueuses.

1.8.3. Chute de pression le long du puits

En supposant qu'un puits horizontal peut être représenté comme une conduite horizontale, l'équation exprimant la perte de charge le long du puits peut être écrite en utilisant la loi de conservation comme :

$$\frac{dP}{dL} = \left(\frac{dP}{dL} \right)_{\text{gravité}} + \left(\frac{dP}{dL} \right)_{\text{accélération}} + \left(\frac{dP}{dL} \right)_{\text{friction}}$$

dP représente la chute de pression le long d'un segment de longueur dL .

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE II

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Introduction

L'idée de l'utilisation du forage horizontal afin d'augmenter la surface de contact entre le puits et le réservoir remonte aux années 1940 mais jusqu'aux années 1980, peu de puits horizontaux ont été réalisés, vu le coût de ces derniers. La fracturation hydraulique resta l'option de rechange pour plusieurs années.

Durant la dernière décennie, la technologie des puits horizontaux est devenue la plus utilisée pour augmenter la production d'huile et de gaz. Il a été prouvé que sous certaines conditions relatives au réservoir et à la nature géologique du milieu, les puits horizontaux peuvent améliorer non seulement le taux de production mais aussi les réserves du champ. Plusieurs études indiquent qu'un puits horizontal peut remplacer plusieurs puits verticaux produisant un même débit. De ce fait, l'utilisation de puits horizontaux peut contribuer au développement de champs qui étaient auparavant économiquement non rentables et où la fracturation hydraulique n'était pas praticable.

Au début des années 80, l'efficacité des puits horizontaux a été démontrée et par ce fait largement adoptée aux USA et en Europe de l'ouest. L'étude des puits horizontaux a, par conséquent, pris de l'ampleur et plusieurs chercheurs ont considéré l'aspect économique des puits horizontaux en étudiant l'influence de la géométrie et de la longueur du puits. Ils ont aussi étudié les problèmes de coning d'eau et de gaz en cas d'écoulements polyphasiques. Ces études ont toutes montré que les puits horizontaux améliorent la production de manière très sensible.

2.1. Modèles analytiques développés

L'équation régissant l'écoulement dans le réservoir (équation de diffusivité) est une EDP de type parabolique. Comme pour les puits verticaux, les premières solutions décrivant le comportement du puits horizontal étaient des solutions analytiques. Ces solutions étaient basées sur l'utilisation des transformées de Laplace et des fonctions de Green.

Bien que l'utilisation des fonctions de Green dans la résolution des problèmes d'écoulements était une méthode relativement ancienne, son utilisation pour le traitement des problèmes de réservoir

Engineering n'était pas largement adoptée. Cela était dû à la difficulté de trouver la fonction de Green appropriée pour chaque problème.

En 1973, **Gringarten et Ramey [1]** développèrent une solution utilisant les fonctions de Green pour résoudre l'équation d'écoulement dans le réservoir. Dans cette étude, des tables concernant les fonctions de Green et des fonctions sources équivalentes pour chaque cas de figure (source linéaire, source ponctuelle, différents types de frontières) ont été préparées.

Cette approche consistait à démarrer d'un point source représentant la perturbation (puits), ensuite suivre les étapes ci-dessous :

- Obtention de la fonction source instantanée en 3-D en utilisant les solutions de base.
- Intégration de cette fonction à travers le temps pour obtenir la solution générale du problème.

Cette procédure de résolution consiste à décomposer le problème réel en deux ou trois autres problèmes simples. Malheureusement, cette méthode peut seulement être utilisée pour traiter le cas des puits parallèles à l'une des frontières du réservoir. Pour les puits multi-branches, ondulés ou à trajectoire irrégulière une autre méthode basée sur la notion de source ponctuelle a été utilisée.

Cette méthode consiste à suivre les étapes suivantes.

- Prendre en charge l'effet de frontières en utilisant la méthode des images et le principe de superposition.
- Développer la solution analytique pour une source ponctuelle.
- Générer la solution 3-D dans le réservoir en utilisant la méthode des produits de Newman.
- Intégrer la solution instantanée sur le temps, puis sur la trajectoire du puits pour obtenir la solution générale pour le problème posé.

L'utilisation de cette méthode de résolution est un peu complexe, néanmoins, cette méthode (méthode du point source) reste plus flexible comparée à la méthode dite de solution de BASE et peut être appliquée pour les problèmes de puits à configuration complexe.

Bien que plusieurs études aient été entreprises dans ce sens (développer une solution analytique), la majorité de ces dernières ne tenait pas compte de la période transitoire. Cependant, le traitement de cette dernière est la base de caractérisation du réservoir en well testing.

Good et Thambynaygam [2] ont développé en 1985 une solution analytique traitant la phase transitoire, pour un puits horizontal dans un milieu anisotrope. Dans leur étude, ils ont présenté une solution analytique pour traiter aussi bien le cas du « drawdown » que le cas du « buildup ». Leur

méthode consistait à résoudre l'équation de diffusivité en utilisant les transformées de Laplace et de Fourier. Ainsi, des solutions simplifiées pour différentes périodes ont été générées, et leur méthode a été utilisée pour déterminer les caractéristiques du réservoir tels que la perméabilité, le skin et la distance du puits par rapport aux frontières.

Rosa et Causalho [3] ont par la suite, proposé aussi un modèle analytique en 1989, en utilisant le concept de milieu à conductivité infinie. Dans cette étude, ils ont proposé un modèle analytique supposant un flux uniforme le long du puits horizontal au lieu d'une pression constante.

Une comparaison entre les deux modèles (débit constant le long du puits et milieu à conductivité infinie) a été faite afin de déterminer la position du puits pour laquelle les deux modèles donnent la même réponse en pression.

La force de gravitation et l'effet de sa non prise en compte sur l'exactitude du nouveau modèle proposé ont été aussi traités dans leur étude. Ils conclurent que les forces de gravitation ne peuvent avoir d'effet que dans le cas de basses pressions ou de réservoirs à grande épaisseur.

Le cas de réservoir multicouches a été aussi traité par **Kuchuk [4]** en 1991 puis en 1995 [5]. Dans son étude, **Kuchuk [4]** a présenté une nouvelle solution analytique pour un puits horizontal incluant l'effet de capacité de puits et l'effet de skin dans un réservoir multicouches avec crossflow.

Le puits étant assimilé à une source avec flux uniforme, il présenta une nouvelle méthode de résolution qui a été utilisée aussi pour traiter le cas de réservoirs monocouche.

L'interprétation des tests de puits horizontaux a aussi fait l'objet de son étude en 1995 [5]. Dans cette étude, il montra l'effet de la nature des frontières inférieure et supérieure sur la réponse, et présenta la méthode de détermination du coefficient de skin, la perméabilité verticale et l'épaisseur de la formation, à partir du tracé de la dérivée de pression et de l'approximation analytique de la chute de pression en fonction du temps.

Bien que plusieurs modèles analytiques ont été développés, l'élaboration de ces derniers était basée sur plusieurs simplifications telles que la considération du réservoir comme un milieu infiniment étendu, la pression était supposée constante le long du puits, ou que le flux pénétrant le puits était uniforme sur toute la longueur. De plus, ces modèles analytiques sont très complexes et très lourds du point de vue calcul.

2.2. Traitement numérique des puits horizontaux

Le développement de l'outil informatique et l'apparition d'ordinateurs puissants a conduit les chercheurs à se tourner vers la simulation numérique de l'écoulement dans le réservoir. Cette méthode

permettait depuis de tenir compte de quelques aspects souvent simplifiés ou ignorés dans la procédure analytique tel que l'effet de frontières et le traitement de la période transitoire.

Plusieurs modèles et plusieurs techniques de résolution ont été développés dans ce sens. L'objectif de tous ces travaux était non seulement de prédire le comportement du puits le plus fidèlement possible mais aussi de réduire le coût de calcul du point de vue temps de calcul et réduction d'espace mémoire requis.

Porting et al. [6] ont développé pour cela un simulateur de réservoir en 1980 utilisant un schéma complètement implicite et utilisant la méthode SIP pour la résolution du système d'équations.

La méthode de résolution consistait à utiliser la méthode de Newton-Raphson afin de simplifier le système d'équations non-linéaires résultant (cas d'écoulement polyphasique) en un système linéaire, puis à résoudre ce dernier en utilisant une méthode itérative.

Le développement des techniques de maillage et l'adoption des méthodes implicites ont contribué considérablement à l'amélioration du traitement des écoulements dans le réservoir en général et le puits en particulier. Les approches développées étaient basées sur l'utilisation d'un même système de coordonnées dans tout le réservoir. Cependant, ce type de coordonnées ne peut vraiment montrer la nature presque radiale de l'écoulement au voisinage du puits (surtout si un raffinement local n'est pas adopté).

Le besoin de trouver une façon simple et efficace pour représenter le puits a conduit **Pedrosa et al. [7]** à utiliser en 1986 la méthode du maillage hybride. Cette technique consistait à décomposer le réservoir en deux régions (région puits et région réservoir). La région puits est caractérisée par un maillage cylindrique alors que le maillage adopté dans la région réservoir est un maillage cartésien ordinaire. Le traitement de la région d'interaction entre les deux régions a été fait en élaborant des conditions aux limites exprimant le taux de débits traversant les quatre surfaces d'interaction entre les deux régions.

En effectuant la résolution de l'équation de diffusivité dans les deux régions de manière directe ou indirecte, ils étudièrent l'effet du nombre de nœuds sur l'exactitude de la solution, la variation du rapport eau/huile (WOR) en fonction du temps et la réponse du puits en fonction du temps. De plus, une comparaison entre la méthode du maillage hybride et la méthode IMPES a été faite.

L'adoption de la relation de **Peaceman** pour relier la pression au puits à celle du bloc contenant ce dernier a été largement utilisée et étendue pour le traitement des puits horizontaux. Cette équation est basée sur l'adoption d'un maillage uniforme et la supposition que le puits est isolé (i.e. suffisamment loin des interfaces du volume de contrôle qui le contient). Cependant, et pour le cas des puits horizontaux, cette dernière supposition n'est pas toujours valable (néanmoins, plusieurs auteurs ont adopté cette approche (sans vérification) pour modéliser des puits horizontaux).

Peaceman [8] a développé en 1991 une nouvelle formulation représentant un puits horizontal et reliant la pression au puits à celle du bloc contenant ce dernier.

Démarrant de l'équation adoptée pour un puits vertical, il a étendu cette dernière pour le cas d'un puits horizontal et a défini un autre rayon équivalent qui était à la fois fonction du rapport entre les perméabilités verticale et horizontale et du pas de maillage dans les deux directions.

Cette nouvelle modélisation du puits horizontal a permis donc d'utiliser un pas non uniforme autour du puits et de traiter aussi le cas d'anisotropie.

Dans plusieurs problèmes de simulation d'écoulement dans le réservoir, l'utilisation d'une méthode de discrétisation flexible, pour représenter des réservoirs à géométrie complexe ou des discontinuités (cas de défauts) peut avoir un effet majeur sur la suite de la procédure de simulation.

En 1992, un simulateur de réservoir 2-D, utilisant la méthode des éléments finis a été développé par **Fung et al. [9]**. Dans cette étude, plusieurs types de maillage ont été utilisés (maillage parallèle, maillage diagonal, maillage en nid d'abeille). Ainsi une comparaison des résultats entre ces types de maillage et la méthode de maillage cartésienne traditionnelle a également été faite.

Se basant sur les travaux de **Peaceman [8]**, de **Babu et al. [10]**, traitant le cas de puits complètement horizontaux, d'autres auteurs, parmi lesquels **Lee [11]** (1993) ont traité le cas des puits inclinés. Ainsi, en utilisant la méthode de réflexion, ce dernier développa une nouvelle approche pour traiter le cas d'un puits incliné dans un réservoir bi-couches et pour calculer le nouvel indice de puits équivalent et par la suite déterminer le rayon équivalent du bloc.

Dans cette étude, l'auteur étudia l'effet de la géométrie et de la position du puits sur la variation du rayon du bloc équivalent pour un cas 2-D de réservoir bicouches, ainsi que l'influence de la nature du puits (horizontal ou incliné) et de la différence de perméabilité entre les deux couches sur l'indice de productivité du puits.

D'autre part, **Goktas et al. [12]** (1999) ont adopté la technique du raffinement de maillage au voisinage du puits pour traiter le cas des puits horizontaux, inclinés, ondulés et multicouches.

Dans cette étude, ils présentèrent une méthode d'implémentation de maillage raffiné dans un simulateur 3-D où l'architecture du puits est approximée à une somme de blocs très raffinés dans les trois directions.

Le maillage raffiné autour du puits a été utilisé non seulement pour obtenir avec plus d'exactitude le comportement du puits mais aussi pour faciliter l'incorporation des zones endommagées et pour étudier l'effet de stimulation des puits de manière plus réelle.

La relation entre la pression du puits et la pression aux blocs contenant ce dernier a été établie en définissant le rayon du bloc équivalent pour le puits horizontal et le puits incliné. Ainsi, une relation

calculant le coefficient du skin en fonction de l'inclinaison du puits et la hauteur de la formation a été utilisée et introduite dans l'équation définissant le taux de débit pénétrant au puits.

De plus, à travers la comparaison des débits et des réponses en pression, les auteurs concluent que les performances d'un puits ondulé peuvent être simulées en le remplaçant par un puits horizontal équivalent dans un milieu isotrope. Cependant, dans un milieu hétérogène, une telle approximation peut conduire à une interprétation non appropriée, car le puits ondulé aura pénétré des zones de conductivités différentes.

Ces modèles numériques ont donné des résultats similaires aux modèles analytiques. Cependant, la région du puits n'a pas été totalement traitée. Comme noté précédemment, dans tous ces modèles, la relation de **Peaceman** a été utilisée pour relier la pression au puits aux blocs contenant ce dernier. De plus, un des facteurs qui peut influencer sur les performances du puits et qui est l'interaction entre le puits et le réservoir n'a pas été traité rigoureusement. Comme pour les modèles analytiques, les premiers modèles numériques supposaient une pression constante le long du puits horizontal et traitaient le puits comme un milieu à conductivité infinie.

2.3. Etude de couplage puits/réservoir

Comme démontré par **Ozkan et al [13]**, l'approche qui consiste à traiter le puits comme un milieu à conductivité finie ne peut être applicable que dans les systèmes à faible productivité, où les pertes de pression dans le wellbore sont négligeables devant la chute de pression entre le puits et le réservoir.

En utilisant un modèle puits simplifié, ces auteurs ont aussi montré que les pertes de pression dans le puits affectent la productivité du puits horizontal dans le cas où ces pertes sont du même ordre de grandeur que la chute de pression dans le réservoir. Ils ont montré de plus que dans le cas où le puits n'est pas assimilé à un milieu à conductivité infinie la distribution du débit le long du puits présente une allure asymétrique, avec une légère hausse au niveau de l'extrémité productrice du puits. Par conséquent et surtout pour les cas de grands débits de production, les chutes de pression le long de puits peuvent jouer un rôle très important dans le comportement du puits horizontal et ne peuvent être négligées.

Plusieurs recherches ont été menées dans le but d'inclure l'écoulement du puits dans l'étude de performances des puits horizontaux.

En 1989 **Dikken [14]** a proposé le premier modèle semi-analytique reliant un réservoir homogène à un puits horizontal en régime permanent et pour un écoulement monophasique, en utilisant la conservation de masse à travers les frontières puits/réservoir. Seule la chute de pression due aux effets de friction était incluse pour calculer les pertes de charge dans le puits. En introduisant le coefficient

d'indice de productivité, le problème était résolu analytiquement pour un puits infiniment étendu et numériquement pour un puits de longueur finie.

Depuis, plusieurs auteurs tel que **Islam & Chakma [15]** (1990), **Folefac et al [16]** (1991), **Ozkan et al. [17]** (1992), **Novy [18]** (1995) et d'autres chercheurs ont présenté plusieurs modèles décrivant l'écoulement dans le puits, afin de le coupler avec celui du réservoir, mais à chaque fois, seule la chute de pression due aux effets de friction était incluse, la chute de pression due à l'effet d'accélération et aux effets de pénétration était généralement négligée. De plus la phase transitoire n'a pas été traitée.

En 1996 **Thuren et al. [19]** ont développé un simulateur couplant l'écoulement du puits à celui du réservoir en utilisant la méthode des éléments finis. Ce modèle traitait le wellbore comme étant un milieu poreux à très grande perméabilité et à porosité avoisinant l'unité et prenait en compte la période transitoire de l'écoulement.

Le modèle a été développé afin d'étudier l'injection d'eau dans les puits de la mer du nord.

Cette étude a montré que l'effet du coefficient de friction durant la période transitoire et pour de longs puits, a une grande influence sur l'écoulement et le comportement du puits horizontal. Cependant, les facteurs les plus dominants sont la viscosité du fluide et la perméabilité dans le réservoir. De ce fait, le cas de variation de la perméabilité le long des blocs contenant le puits a été traité, afin d'optimiser et d'améliorer le contrôle du débit d'injection le long du puits.

Durant la même année **Ouyang et al. [20]** développèrent un modèle puits, incluant non seulement les effets de friction, les effets d'accélération et de gravitation mais aussi les pertes de pression causées par la pénétration du fluide à travers l'interface du puits horizontal.

De nouvelles corrélations concernant le coefficient de friction pariétal ont été développées afin de calculer les contraintes de frottement et les pertes de charge équivalentes pour différents régimes d'écoulement. La variation du coefficient de friction en fonction du régime d'écoulement (débit de production) a été traitée. De plus, les résultats obtenus en utilisant les nouvelles corrélations ont été comparés avec d'autres travaux expérimentaux. L'effet de la viscosité sur le coefficient de friction a aussi fait l'objet de cette étude.

Les résultats obtenus ont montré que, selon le régime d'écoulement, les pertes de charge dues aux effets d'accélération peuvent ne pas être importantes comparées aux pertes de charge dues aux effets de friction.

Se basant sur les équations de conservation, **Dickstein et al. [21]** développèrent en 1997 un modèle puits/réservoir utilisant un schéma complètement implicite pour résoudre le problème de couplage puits-réservoir pour un écoulement monophasique de fluides faiblement compressibles (la densité, la viscosité du fluide ainsi que sa compressibilité ont été estimées en utilisant des corrélations).

Le maillage adopté était un maillage hybride, mais plus complexe que celui adopté par **Pedrosa et al. [7]**. Ce type de maillage consiste à adopter trois régions de maillages différents, qui sont respectivement (en se déplaçant du puits vers les frontières du réservoir) : circulaire , triangulaire et carré et la méthode de discrétisation adoptée était la méthode des volumes finis.

Cette étude a été consacrée à l'étude de l'évolution du profil du débit le long du puits en fonction du temps, de l'évolution du profil de pression en fonction du temps et de l'influence du rayon du puits sur le comportement du puits horizontal.

Durant la même période **Ouyang et al. [22]** ont développé une approche simple pour coupler le puits horizontal au réservoir en utilisant le modèle puits développé par **Ouyang et al. [20]**. Les équations d'écoulement dans le réservoir étaient résolues analytiquement en utilisant la méthode du point source, puis le couplage puits/réservoir était résolu numériquement par une méthode itérative. Cette étude a été effectuée afin d'étudier l'écoulement dans les réservoirs à grande perméabilité, le traitement des cas de grands débits de production et l'étude des puits inclinés et leur influence sur le profil de débits le long du puits. Leur approche, très simple mais très efficace permettait de traiter aussi bien les puits multi-branches que les puits d'injection.

En 2000 **Ewing et al. [23]** ont développé un simulateur pour estimer la chute de pression le long du puits horizontal pour les réservoirs fermés. Dans ce modèle, la pression au puits a été calculée en utilisant la théorie de Newton des potentiels et en utilisant aussi les fonctions de Green. La méthode proposée par **Ewing** permettait de réduire l'écoulement 3-D du fluide en une somme d'écoulements simples dans un milieu homogène.

Enfin, et durant la même année **Vicenti et al. [24]** ont développé un modèle complètement numérique utilisant un schéma implicite et un maillage multigrille traitant le cas d'écoulements monophasiques des fluides et des gaz faiblement compressibles.

Dans cette étude ils traitèrent l'aspect transitoire de la réponse du puits ainsi que l'influence du débit, de la compressibilité du fluide et l'épaisseur de la formation sur la réponse du puits. Le simulateur développé a été comparé à d'autres modèles numériques, et utilisé pour le traitement des puits horizontaux des champs de gaz de Troll (mer du nord).

Conclusion

A partir de cette brève revue bibliographique, on constate que bien que l'étude des puits horizontaux remonte à plusieurs années (début des années 1980), les études concernant le traitement de l'écoulement dans le puits et l'effet de la perte de charge le long de ce dernier sur la productivité, n'a commencé qu'au début des années 1990.

Plusieurs modèles aussi bien analytiques que numériques ont été développés afin de traiter les puits horizontaux, mais très peu d'entre eux ont pris en charge tous les effets contribuant à la chute de pression le long du puits (friction, accélération et effet de pénétration).

Vu que la perte de charge le long du puits peut avoir une très grande influence sur la production du puits et la distribution du débit le long de ce dernier, une étude plus rigoureuse au niveau du puits et qui consiste à coupler l'écoulement du puits au réservoir est nécessaire afin d'estimer cette perte de pression et d'essayer par la suite de la réduire en optimisant les paramètres influant sur la réponse du puits tels que sa longueur, son rayon et le type de complétion à adopter.

Formulation mathématique

CHAPITRE III

FORMULATION MATHÉMATIQUE

Introduction

L'équation de l'écoulement dans le réservoir est déduite en combinant l'équation de conservation de la masse et la loi de Darcy exprimant la vitesse de filtration d'un fluide dans un milieu poreux en fonction du gradient de pression imposé.

L'écoulement dans le puits est régi par l'équation de conservation de la masse et l'équation de conservation de quantité de mouvement.

Le couplage puits-réservoir est obtenu en satisfaisant la condition de continuité et d'équilibre de masse au niveau de la surface de contact puits-réservoir.

Ce chapitre est consacré à la mise en équation du problème physique en utilisant les équations citées ci-dessus pour chaque région (puits et réservoir).

On commencera par définir le domaine d'étude, poser les hypothèses simplificatrices, puis établir les conditions aux limites associées.

3.1. Domaine d'étude

Le domaine d'étude est une matrice poreuse de forme parallélépipédique représentant le réservoir. Cette matrice est de dimensions $(X*Y*h)$, et traversée horizontalement par un forage de forme cylindrique, représentant le puits. Ce puits est caractérisé par son rayon r_p et sa longueur L_p (voir figure 3.1).

Le puits horizontal s'étend de la position $x=X1$ à la position $x=X2$, qui représente la fin du puits.

Par conséquent, deux types d'écoulements sont à considérer : l'écoulement dans un milieu poreux (représentant le réservoir) et un autre écoulement dans une conduite (représentant le puits).

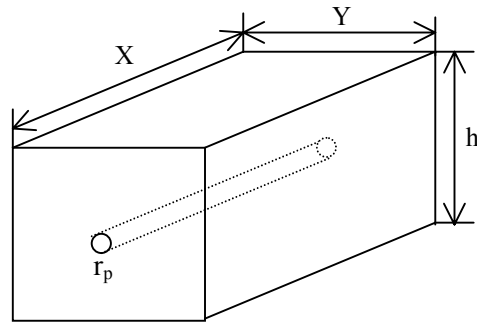


Figure 3.1. Schématisation du domaine d'étude

3.2. Formulation mathématique

3.2.1. Hypothèses de calcul

Afin de simplifier la modélisation du problème, nous sommes amené, pour ce qui est de notre étude du problème, à émettre un certain nombre d'hypothèses, les principales étant les suivantes :

- 1- La porosité de la roche, ainsi que la viscosité et la compressibilité du fluide sont constantes.
- 2- La compressibilité du fluide est petite.
- 3- Le gradient de pression dans le réservoir est petit.
- 4- L'écoulement est monophasique.
- 5- Les échanges d'énergie sont de type isotherme.

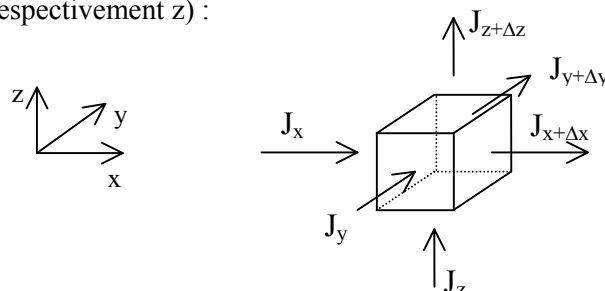
3.2.2. Ecoulement dans le réservoir (équation de diffusivité)

L'équation exprimant la variation de la pression dans le réservoir est déduite de la combinaison de l'équation de conservation de la masse avec la loi de Darcy.

Considérant un bloc poreux de dimensions $\Delta x, \Delta y, \Delta z$.

Soient :

- J_x et $J_{x+\Delta x}$ la quantité d'écoulement (flux) aux positions x et $x+\Delta x$,
- J_y , et $J_{y+\Delta y}$ (respectivement J_z et $J_{z+\Delta z}$), la quantité de fluide traversant les autres interfaces du bloc dans la direction y (respectivement z) :



J représente la quantité de masse par unité de section qui est normale à la direction de l'écoulement.

La loi de conservation de masse est telle que :

$$[masse entrante dans le bloc] - [masse sortante du bloc] = [Accumulation de la masse dans le bloc]$$

Si le bloc est de dimension $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$, on aura :

$$(masse)_{entrée} = [J_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z + J_y \cdot \Delta x \cdot \Delta z + J_z \cdot \Delta y \cdot \Delta x] \Delta t$$

$$(masse)_{sortie} = [J_{x+\Delta x} \cdot \Delta y \cdot \Delta z + J_{y+\Delta y} \cdot \Delta x \cdot \Delta z + J_{z+\Delta z} \cdot \Delta y \cdot \Delta x] \Delta t + S \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

S : terme source

L'accumulation de masse dans le bloc est définie comme étant la variation de la masse du fluide entre l'instant t et l'instant $t+\Delta t$. On écrit donc :

$$Accumulation = \left[\phi \cdot \frac{\rho}{B} \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \right]_{t+\Delta t} - \left[\phi \cdot \frac{\rho}{B} \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \right]_t$$

B étant le facteur de formation volumétrique.

Dans ce cas, l'équation de conservation de masse devient :

$$-\frac{J_{x+\Delta x} - J_x}{\Delta x} - \frac{J_{y+\Delta y} - J_y}{\Delta y} - \frac{J_{z+\Delta z} - J_z}{\Delta z} - S = \frac{\left(\rho \frac{\phi}{B} \right)_{t+\Delta t} - \left(\rho \frac{\phi}{B} \right)_t}{\Delta t}$$

Si Δx , Δy , Δz et Δt tendent vers zéro, l'équation devient :

$$-\frac{\partial J_x}{\partial x} - \frac{\partial J_y}{\partial y} - \frac{\partial J_z}{\partial z} - S = \frac{\partial \left(\rho \frac{\phi}{B} \right)}{\partial t} \quad (3.1)$$

Sachant que le débit J peut être écrit sous la forme :

$$\vec{J} = \frac{\rho}{B} \cdot \vec{v}$$

on aura :

$$-\frac{1}{B} \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} - \frac{1}{B} \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} - \frac{1}{B} \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} - S = \frac{\partial \left(\rho \frac{\phi}{B} \right)}{\partial t} \quad (3.2)$$

Sachant aussi que la loi de Darcy s'écrit sous la forme :

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad \text{avec} \quad \ddot{O} = [P - \rho \cdot g \cdot z] \quad (3.3)$$

En substituant les termes de vitesses dans l'équation de conservation de la masse et dans le cas de $S=0$ on aura :

$$\frac{1}{B} \frac{\partial \left(\rho \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{1}{B} \frac{\partial \left(\rho \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{1}{B} \frac{\partial \left(\rho \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)}{\partial z} = \frac{\partial \left(\rho \frac{\phi}{B} \right)}{\partial t} \quad (3.4)$$

Si l'on considère que la porosité ϕ et la densité ρ sont seulement fonction de la pression, on peut écrire alors l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\rho \frac{\phi}{B} \right)}{\partial t} &= \rho \frac{\partial(\phi/B)}{\partial t} + \phi \frac{\partial(\rho/B)}{\partial t} \\ &= \frac{\rho}{B} \frac{\partial P}{\partial t} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial P} + \frac{\phi}{B} \frac{\partial P}{\partial t} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial P} \\ \frac{\partial \left(\rho \frac{\phi}{B} \right)}{\partial t} &= \frac{1}{B} \frac{\partial P}{\partial t} \left(\rho \frac{\partial \phi}{\partial P} + \phi \frac{\partial \rho}{\partial P} \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

En remplaçant le deuxième terme de l'équation (3.4) par sa nouvelle formulation et en divisant les membres de la même équation par $(\phi \cdot \rho)$ on aura :

$$\frac{1}{B\phi} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x}{\mu} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y}{\mu} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z}{\mu} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \right] = \frac{1}{B} \left[\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial P} + \frac{1}{\phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial P} \right] \frac{\partial P}{\partial t} \quad (3.6)$$

$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial P}$: compressibilité du fluide

$\frac{1}{\phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial P}$: compressibilité de la roche.

En posant $C_{\text{fluide}} + C_{\text{roche}} = C_t$, l'équation de diffusion s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] = (\mu \cdot C_t \cdot \phi) \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (3.7)$$

en unités pétrolières l'équation devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] = \left(\frac{\mu \cdot C_t \cdot \phi}{2.637 \cdot 10^{-4}} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (3.8)$$

Remarque : l'équation (3.8) a été tirée en négligeant la variation du facteur volumétrique de formation B en fonction de la pression.

Conditions initiales et conditions aux limites

Les conditions initiales et conditions aux limites imposées sont :

$$\begin{aligned} \ddot{O} &= \ddot{O}_i & \text{à} & \quad t = 0 \\ \Phi &= \text{const} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial \ddot{O}}{\partial x_i} = 0 & \text{à} & \quad \begin{cases} x = 0 & \text{et} & x = X \\ y = 0 & \text{et} & y = Y \\ z = 0 & \text{et} & z = h \end{cases} \end{aligned}$$

- Au niveau du puits, on impose la condition de conservation de débit traversant l'interface latérale du puits.

Comme noté précédemment, durant les premiers instants de production le débit reçu à la surface provient de la détente du volume du fluide existant dans le puits. En progressant dans le temps, le débit provenant du réservoir augmente et le taux de détente du fluide diminue. Cela correspond à la transition de la période de dominance de l'effet de capacité du puits au régime radial dans le réservoir.

Lorsque ce taux de détente tendra vers zéro, le débit récupéré à la surface sera égal au débit provenant du réservoir (débit traversant les parois du puits)

En définissant le coefficient de capacité de puits C comme étant le volume du fluide détendu par unité de variation de la pression dans le puits, on peut écrire :

$$q_{wb} \cdot B = -C \frac{dP_{wf}}{dt}$$

q_{wb} étant la quantité du fluide emmagasinée dans le puits. Elle est due à la compression du fluide avant l'ouverture du puits à la production.

Par conséquent, le débit récupéré à la surface s'écrit :

$$Q_{surf} \cdot B = q_{sand} + q_{wb} = q_{sand} - C \frac{dP_{wf}}{dt}$$

Ce qui donne la condition aux limites suivante au niveau de la paroi du puits (en unité pétrolière bbl/jour) :

$$q_{sand} = Q_{surf} \cdot B + 24 \cdot C \frac{\partial P_w}{\partial t}$$

q_{sand} est le débit traversant l'interface puits/réservoir.

Q_{surf} est le débit total récolté à la surface.

3.2. Écoulement dans le puits

L'écoulement dans un puits diffère de l'écoulement général dans une conduite. Ceci est dû au fait que la pénétration du fluide venant du réservoir et traversant la surface latérale du puits affecte le changement d'énergie dû aux effets d'accélération et de friction.

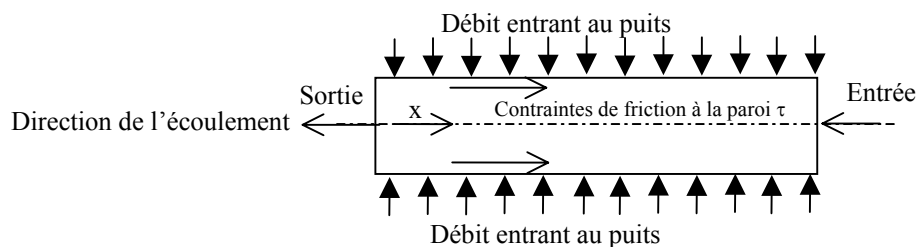


Figure 3.2. Schéma de l'écoulement dans le puits

Considérons un écoulement de fluide dans un puits comme illustré dans la figure 3.2 et supposons un écoulement monophasique d'un fluide Newtonien incompressible soumis à des conditions isothermes, sans transfert de chaleur du fluide vers l'environnement.

De plus, supposons qu'il n'y a pas de travail mécanique exercé par le fluide durant le passage à travers les surfaces latérales du pipe (c'est à dire pas de travail de compression).

Sous ces hypothèses, l'équation de quantité de mouvement prend la forme suivante :

$$[(pA)_2 - (pA)_1] = [(\tilde{\tau} \cdot A_1 u_1^2) - (\rho \cdot A_2 u_2^2)] - \tau_w \cdot S \cdot \Delta x - \rho \cdot g \cdot A \cdot \Delta x \cdot \sin \theta \quad (3.9)$$

Cette équation peut être réarrangée pour exprimer le gradient de pression le long du puits. De la réécriture de cette équation résulte l'équation suivante :

$$\frac{dP}{dx} = -\rho \frac{d}{dx}(u^2) - \tau_w \frac{S}{A} - \rho \cdot g \cdot \sin \theta \quad (3.10)$$

S et A sont respectivement le périmètre et la section du puits.

L'équation (3.10) indique que le gradient de pression total le long du puits est composé de trois termes :

- (a) Un gradient dû au changement dans l'énergie cinétique (effet d'accélération). Ce terme doit s'annuler pour un fluide incompressible et pour un écoulement sans injection ou aspiration à travers la surface du pipe. Il est clair que ce terme n'est pas nul dans le cas d'un écoulement dans le puits où un transfert de masse existe.
- (b) Un gradient dû aux forces visqueuses.
- (c) Un gradient de pression gravitationnel. Ce terme peut être négligé dans le cas d'un puits horizontal.

Remarque : un quatrième terme peut être ajouté à l'équation précédente si on veut tenir compte des effets de pénétration du fluide à travers la paroi de la conduite.

L'équation (3.10) peut s'écrire aussi de la façon suivante :

$$\frac{dP}{dL} = -\frac{\tau_w \cdot S}{A} - \rho \cdot g \cdot \sin \theta - \frac{2}{A} \rho \cdot u \cdot q_l = \left(\frac{dP}{dL} \right)_f + \left(\frac{dP}{dL} \right)_a \quad (3.11)$$

q_l représente le débit volumique du fluide entrant ou sortant du puits par unité de longueur du puits.

u est la vitesse axiale de l'écoulement.

q_l et u sont négatifs pour un puits producteur et positifs pour un puits injecteur.

La contrainte de friction τ_w est définie comme suit :

$$\tau_w = \frac{1}{2} f \cdot \rho \cdot u \cdot |u| \quad (3.12)$$

Selon le régime d'écoulement dans le puits, le calcul du coefficient de friction f peut être effectué en utilisant les corrélations suivantes [30] :

Pour un écoulement laminaire ($Re < 2000$), on a :

$$f = \frac{64}{Re}$$

Pour un écoulement turbulent, on utilise la relation proposée par Jain [30] :

$$f = \left\{ 1.14 - 2 \text{Log} \left[\left(\frac{\varepsilon}{d} \right) + 21.25 \cdot Re^{-0.9} \right] \right\}^{-2}$$

Avec :

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot d}{\mu}$$

ε est la rugosité relative de la conduite.

3.3. Couplage écoulement puits/écoulement réservoir

La méthode de couplage puits/réservoir consiste en premier lieu à diviser le puits en petits segments et numéroter ces derniers, comme illustré par la figure 3.3.

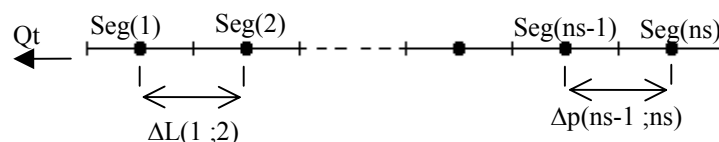


Figure 3.3. Numérotation des segments

Les segments sont numérotés de 1 au bout producteur (ou injecteur) jusqu'à N_s à l'autre bout du puits. Dans le cas d'un puits producteur, le fluide s'écoule du segment N_s vers le segment n°1. Dans le cas contraire, c'est à dire le cas d'une injection, le fluide s'écoule du premier segment vers le segment N_s .

Inconnues : Dans cette méthode de couplage puits réservoir, deux catégories d'inconnues sont à déterminer :

- ◆ Les taux de débits entrant ou sortant dans chaque segment $q_I(i_s)$. Le nombre d'inconnues dans cette catégorie est égal au nombre de segment N_s .
- ◆ Les pressions au puits au milieu de chaque segment $\Phi_w(i_s)$. Le nombre d'inconnues dans cette catégorie est aussi égal au nombre de segment N_s .

Le nombre total d'inconnues à déterminer est donc $2N_s$. Un nombre égal d'équations est, de ce fait, nécessaire pour résoudre le problème.

Ces équations peuvent être obtenues en utilisant l'équation de conservation de masse, l'équation exprimant la pression de drawdown en chaque point, et l'équation d'écoulement dans le puits.

◆ **Equation de conservation de la masse :** Le débit produit ou injecté dans le puits est égal à la somme des contributions de chaque segment dans le puits. D'où l'équation suivante :

$$\sum_{i=1}^{N_s} q_I(i_s) = Q_{total} \quad (3.13)$$

◆ **Pression au puits :** Selon le principe de superposition, la pression au puits en chaque point dans l'espace est causée par la contribution de toutes les sources.

Si l'on considère la pression au puits en chaque milieu de segment dans le système, le principe de superposition donne l'équation suivante :

$$Q_{total} \Phi_w(i_s) = \sum_1^{ns} q_I(j_s) \times \Phi(j_s) [Seg(i_s)] \quad (3.14)$$

$\Phi(j_s)$ est le potentiel de drawdown au milieu du segment j_s , calculé à partir de la procédure de calcul de l'écoulement dans le réservoir.

♦ **Ecoulement dans le puits** : les pressions au puits des différents segments ne sont pas indépendantes les unes des autres. Elles sont reliées entre elles à partir de l'équation d'écoulement (3.11).

La différence de pression entre deux segments adjacents dépend de la géométrie du puits, de la rugosité de la conduite, du débit axial, de la pression locale ainsi que des propriétés du fluide s'écoulant dans le puits.

En appliquant l'équation de gradient de pression (équation 3.11) au fluide entre deux points adjacents $Seg(i_s)$ et $Seg(i_s+1)$, on obtient :

$$\Phi_w(i_s + 1) = \Phi_w(i_s) + \Delta P_f(i_s + 1; i_s) + \Delta P_a(i_s + 1; i_s) \quad (3.15)$$

ΔP_f et ΔP_a sont respectivement les chutes de pression causées par les forces de friction et les forces d'accélération, entre deux points $Seg(i_s)$ et $Seg(i_s+1)$ se situant au milieu de deux segments adjacents. On écrit donc :

$$\begin{cases} \Delta P_f = \frac{4 \cdot \tau_w(i_s; i_s + 1)}{d} \Delta L(i_s; i_s + 1) \\ \Delta P_a = \frac{\rho}{A} \cdot u \cdot q_l \Delta L(i_s; i_s + 1) \end{cases}$$

En prenant le premier segment comme référence pour calculer les autres pressions au puits, l'équation (3.15) devient :

$$\Phi_w(i_s) = \Phi_w(1) - \sum_{i=1}^{ns-1} (\Delta P_f + \Delta P_a)(i_s; i_s + 1) \quad (3.16)$$

Le nombre d'équations obtenues pour chaque catégorie est :

- Une équation pour l'expression de la conservation de masse.
- Ns équations pour l'expression des pressions au puits.
- $Ns-1$ équations pour l'expression de l'écoulement dans le puits.

Ce qui donne $2Ns$ équations et rend, par conséquent, le problème solvable.

CONCLUSION

Dans ce chapitre, des équations et des conditions aux limites associées, ont été établies en tenant compte des hypothèses simplificatrices émises.

La résolution analytique du système d'équations régissant l'écoulement dans le réservoir peut être effectuée en utilisant aussi bien la méthode du point source que la méthode de solution de BASE développée par **Gringarten et Ramey [1]**.

La méthode du point source utilise les fonctions de Green et les transformées de Laplace. Bien qu'étant plus facile à mettre en œuvre et plus flexible, elle nécessite l'utilisation d'outils mathématiques complexes pour générer analytiquement la solution, ce qui amène à utiliser une méthode numérique pour la résolution du problème, partie qui fera l'objet du chapitre suivant.

MODELISATION NUMERIQUE

CHAPITRE IV

MODELISATION NUMERIQUE

Introduction

Le développement de l'outil informatique et des techniques d'analyse numériques a permis ces dernières années le développement des techniques de simulation dans les réservoirs d'hydrocarbures. L'étude des puits horizontaux par ce fait, a connu un certain nombre de résolutions numériques utilisant différents schémas de discrétisation, parmi ces schémas on cite :

- ◆ Méthode des différences finies : cette méthode est basée sur la décomposition en série de Taylor. Elle peut être adoptée de façon à prendre en considération la forme des géométries non rectangulaires.
- ◆ Méthode des éléments finis : elle consiste à partager le domaine d'étude en surfaces élémentaires. L'avantage de cette méthode est qu'elle permet une bonne représentation des géométries complexes, mais elle est lourde en volume et en temps de calcul.
- ◆ Méthode des volumes finis : cette méthode consiste à intégrer l'équation régissant le phénomène physique sur des volumes de contrôle élémentaires. L'avantage de cette méthode est qu'à travers l'intégration sur un volume de contrôle, elle fournit un lien direct entre le processus physique qui a lieu à travers les surfaces d'un volume et l'équation aux dérivées partielles gouvernant ce dernier.

De plus, cette méthode permet une réduction des instabilités numériques grâce à la possibilité de choisir un schéma de discrétisation adéquat.

4.1. Ecoulement dans le réservoir

L'équation de diffusion est une équation différentielle aux dérivées partielles de type parabolique.

Mathématiquement parlé : cette EDP d'ordre 2 s'écrit de la façon suivante :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^n B_i \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + D\Phi + F = 0$$

Si on définit la forme quadratique suivante : $Q = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij} \lambda_i \lambda_j$, l'équation parabolique est définie comme une EDP où son A_{ij} est une matrice singulière, sa forme quadratique est décomposable en (n-1) carrés au plus et son B_i correspondant est non nul.

Sous une autre forme, l'équation parabolique s'écrit de la façon suivante :

$$\sum_{i=1}^n a_i(x_1, \dots, x_n) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial^2 x_i} + \sum_{i=1}^n b_i(x_1, \dots, x_n) \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + c_i(x_1, \dots, x_n) \cdot \Phi + d_i(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (4.1)$$

L'équation parabolique possède au moins un coefficient $a_i=0$ et les autres a_i sont de même signe. En plus le coefficient b_i correspondant à $a_i=0$ est non nul.

En d'autres termes, l'équation parabolique possède une variable indépendante à simple influence.

Dans le cas de l'équation de diffusion, la variable à simple influence est la variable temps.

La solution générale de l'équation de diffusivité est obtenue après résolution d'un système d'équations linéaires. Pour résoudre l'équation, on adopte la méthode des volumes finis.

4.1.1. discrétisation de l'équation de diffusion

L'équation de diffusivité s'écrit :

$$\beta \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \quad (4.2)$$

$$\text{avec} \quad \beta = \frac{\mu \cdot C_t \cdot \phi}{0.0002631}$$

Pour résoudre cette équation numériquement on utilisera la méthode des volumes finis qui consiste à décomposer le domaine d'étude en volumes de contrôle, à intégrer l'équation autour de points de calcul appartenant à ces volumes de contrôle. Ainsi le domaine de calcul sera divisé en un ensemble de volumes élémentaires et des profils traduisant la variation de la variable dépendante entre les nœuds doivent être choisis.

Après intégration de l'équation différentielle sur ces volumes de contrôle, on obtient un système d'équations discrétisées exprimant la conservation de la variable dépendante pour chaque volume de contrôle.

Pour obtenir la forme discrétisée de l'équation (4.2), on doit en premier, définir un maillage du domaine de calcul (figure 4.1). Chaque nœud P est entouré de six voisins, le nœud E (East), W (West), N (North), S (South), T (Top) et B (Bottom).

De plus le nœud P est entouré d'un volume de contrôle défini par les interfaces (e, w, n, s, t et p)

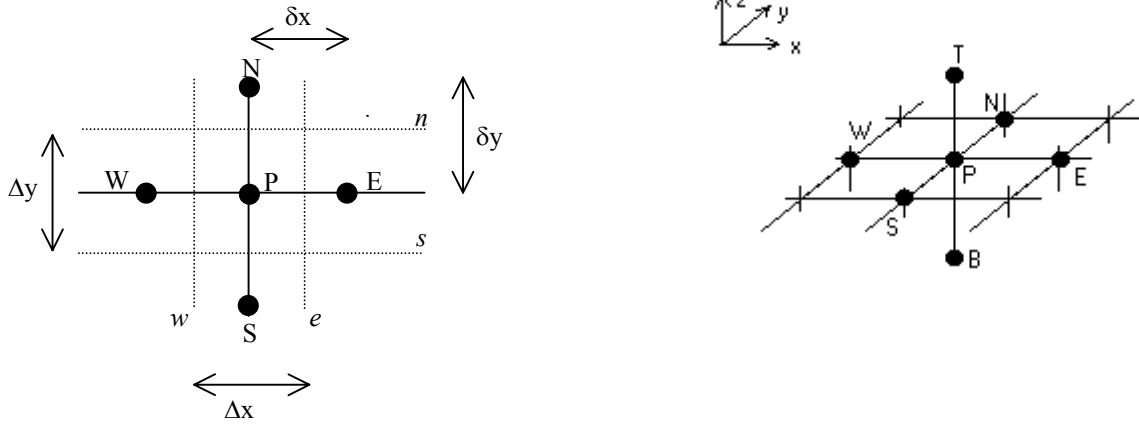


Figure 4.1. Représentation d'un volume de contrôle pour une configuration tridimensionnelle

En intégrant l'équation sur un volume de contrôle de dimensions $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ (voir figure ci-dessus) entre l'instant t et $t+dt$ on aura :

$$\beta \cdot \int_b^t \int_s^e \int_w^e \int_t^{t+dt} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt dx dy dz = \int_t^{t+dt} \int_b^t \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) dx dy dz dt + \int_t^{t+dt} \int_b^t \int_s^e \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) dy dx dz dt + \int_t^{t+dt} \int_w^e \int_s^e \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) dz dy dx dt$$

Ce qui donne :

$$\beta \cdot (\Phi_P - \Phi_P^0) \Delta x \Delta y \Delta z = \left[k_e \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\delta x_e} - k_w \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\delta x_w} \right] \Delta t \Delta y \Delta z + \left[k_n \frac{\Phi_N - \Phi_P}{\delta y_n} - k_s \frac{\Phi_P - \Phi_S}{\delta y_s} \right] \Delta t \Delta x \Delta z + \left[k_t \frac{\Phi_T - \Phi_P}{\delta z_t} - k_b \frac{\Phi_P - \Phi_B}{\delta z_b} \right] \Delta t \Delta x \Delta y \quad (4.3)$$

En réarrangeant les termes, on obtient une équation de la forme :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + a_T \Phi_T + a_B \Phi_B + b \quad (4.4)$$

Où les coefficients a_{nb} sont les éléments d'une matrice de dimension égale au produit du nombre de nœuds dans chaque direction, b est un vecteur de taille égale à la dimension de la matrice A .

Les coefficients a_{nb} les éléments du vecteur b sont définis comme suit :

$$a_P = \beta + a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B$$

$$a_E = \frac{k_e \cdot \Delta t}{\delta \cdot x_e \cdot \Delta x} \quad ; \quad a_W = \frac{k_w \cdot \Delta t}{\delta \cdot x_w \cdot \Delta x}$$

$$a_N = \frac{k_n \cdot \Delta t}{\delta \cdot y_n \cdot \Delta y} \quad ; \quad a_S = \frac{k_s \cdot \Delta t}{\delta \cdot y_s \cdot \Delta y}$$

$$a_T = \frac{k_t \cdot \Delta t}{\delta \cdot z_t \cdot \Delta z} \quad ; \quad a_B = \frac{k_b \cdot \Delta t}{\delta \cdot z_b \cdot \Delta z}$$

$$b = \beta \cdot \Phi_P^0$$

En notation indicielle le système d'équation s'écrit sous la forme :

$$g \cdot \Phi_{ijk-1} + e \cdot \Phi_{ij-1k} + c \cdot \Phi_{i-1jk} + a \cdot \Phi_{ijk} + b \cdot \Phi_{i+1jk} + d \cdot \Phi_{ij+1k} + f \cdot \Phi_{ijk+1} = h \quad (4.5)$$

$$a = \beta - b - c - d - e - f - g$$

$$b = -\frac{k_{i+1/2,j,k} \cdot \Delta t}{\delta \cdot x_{i+1/2} \cdot \Delta x} \quad ; \quad c = -\frac{k_{i-1/2,j,k} \cdot \Delta t}{\delta \cdot x_{i-1/2} \cdot \Delta x}$$

$$d = -\frac{k_{i,j+1/2,k} \cdot \Delta t}{\delta \cdot y_{j+1/2} \cdot \Delta y} \quad ; \quad e = -\frac{k_{i,j-1/2,k} \cdot \Delta t}{\delta \cdot y_{j-1/2} \cdot \Delta y}$$

$$f = -\frac{k_{i,j,k+1/2} \cdot \Delta t}{\delta \cdot z_{k+1/2} \cdot \Delta z} \quad ; \quad g = -\frac{k_{i,j,k-1/2} \cdot \Delta t}{\delta \cdot z_{k-1/2} \cdot \Delta z}$$

◆ Conditions aux limites

Les conditions aux limites possibles sont : soit des conditions aux limites de types Newman exprimant un gradient de pression nul aux frontières et représentant un réservoir à frontières imperméables, soit des conditions aux limites de type Dirichlet exprimant une pression constante aux frontières et représentant un réservoir possédant des frontières à pression constantes.

En considérant la cas d'un réservoir à frontières imperméables, les conditions aux limites et les coefficients des équations résultantes peuvent être écrits de la manière suivante :

Cas d'un puits à frontières imperméables

x=0

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \Rightarrow a = -b = 1. \quad ; \quad c = d = e = f = g = h = 0. \quad (i = 1, j = 2, Nj-1, k = 2, Nk-1)$$

x=X

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=X} = 0 \Rightarrow a = -c = 1. \quad ; \quad b = d = e = f = g = h = 0. \quad (i = Ni, j = 2, Nj-1, k = 2, Nk-1)$$

y=0

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \Rightarrow a = -d = 1. \quad ; \quad b = c = e = f = g = h = 0. \quad (i = 1, Ni; j = 1, k = 2, Nk-1)$$

y=Y

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_{y=Y} = 0 \Rightarrow a = -e = 1. \quad ; \quad b = c = d = f = g = h = 0. \quad (i = 1, Ni; j = Nj, k = 2, Nk-1)$$

z=0

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \Rightarrow a = -f = 1. \quad ; \quad b = c = d = e = g = h = 0. \quad (i = 1, Ni; j = 1, Nj, k = 1)$$

z=L

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=L} = 0 \Rightarrow a = -g = 1. \quad ; \quad b = c = d = e = f = h = 0. \quad (i = 1, Ni; j = 1, Nj, k = Nk)$$

Condition au puits

La condition aux limites au niveau du puits exprime le débit traversant la paroi du puits (sandface) en fonction du débit total de production.

Si on définit N_{pz} comme étant l'indice k du plan contenant les segments du puits, et N_{py} comme étant l'indice j des blocs contenant le puits dans la direction y on aura :

$$b = c = 0$$

$$d = -\frac{k_{i,j+1/2,k} \cdot \Delta z}{\delta \cdot y_{j+1/2}}$$

$$e = -\frac{k_{i,j-1/2,k} \cdot \Delta z}{\delta \cdot y_{j-1/2}}$$

$$f = -\frac{k_{i,j,k+1/2} \cdot \Delta y}{\delta \cdot z_{k+1/2}}$$

$$g = \frac{k_{i,j,k-1/2} \cdot \Delta y}{\delta \cdot z_{k-1/2}}$$

$$a = -(b + c + d + e + f + g) + \left(\frac{24 \cdot C}{\Delta t} \cdot \frac{887.2 \cdot \mu}{\Delta x} \right)$$

$$h = -\frac{887.2 \cdot \mu}{\Delta x} \left[q_I(i) - \frac{24 \cdot C \cdot \Phi_p^0}{\Delta t} \right]$$

$$j = N_{py} \quad ; \quad k = N_{pz} \quad ; \quad i = i1, \dots, i2$$

La matrice [A] résultant du système précédent (et qui est sous la forme [A].[X]=[b]) est une matrice qui a la particularité d'être une matrice creuse à sept diagonales. La figure suivante illustre un exemple de matrice pour un domaine d'étude défini par 27 blocs (3*3*3).

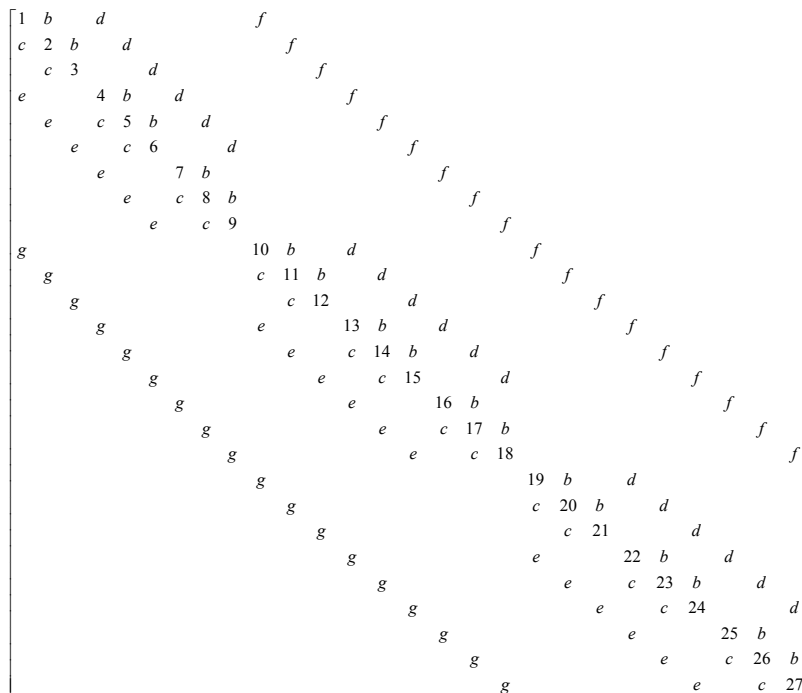


Figure 4.4 Exemple d'une matrice [A] représentant un domaine de 27 blocs (3*3*3)

On remarque que la matrice [A] est composée de plusieurs sous-matrices.

Puisque le domaine de calcul est divisé en un certain nombre de volumes de contrôle (ou blocs), chaque sous-matrice représentera un plan. L'indexation de ces blocs (*ijk*) peut être transformée en une indexation unique (*i'*) pour faciliter le remplissage des éléments de la matrice [A], puisque dans chaque équation, le coefficient *a* (eq. 4.5) du nœud (*ijk*) en question sera positionné sur la diagonale.

La relation permettant ce changement d'indexation est la suivante :

$$i' = (k - 1).N_i.N_j + (j - 1).N_i + i$$

De plus, les éléments représentant les coefficients (*e* et *d*) et (*g* et *f*) sont éloignés de la diagonale respectivement par N_i et $(N_i * N_j)$

A partir de l'exemple précédent, on peut apercevoir que la résolution directe du système d'équations obtenu, par une méthode directe est un peu délicate du fait de la nature de la matrice [A] (qui nécessite à elle seule un algorithme pour calculer ses éléments).

4.1.2. Maillage du domaine de calcul

Afin d'estimer la pression dans le réservoir au voisinage du puits d'une manière plus rigoureuse, Le maillage qui sera utilisé pour distribuer les nœuds dans le domaine de calcul sera irrégulier. Cette méthode qui consiste à adopter un maillage raffiné local a la particularité aussi de permettre de capturer avec plus d'exactitude le régime d'écoulement au début de la simulation.

Gogtas et al. [12] ont utilisé cette approche (Local Grid Refinement) pour simuler l'écoulement des puits horizontaux et ont trouvé une concordance avec les résultats analytiques concernant l'étude des puits inclinés et les réservoirs multicouches.

Dans leur étude, le pas du maillage était de l'ordre de 20 ft dans la région puits, et augmentait graduellement en s'éloignant du puits selon une suite géométrique

En ce qui concerne notre étude, la même approche a été adoptée. Sauf que dans notre cas, puisque on étudiera la couplage puits/réservoir, le maillage au voisinage du puits sera de l'ordre du diamètre de puits. Ce maillage sera élargi au fur et à mesure qu'on s'éloigne du puits jusqu'à arriver à une certaine valeur.

Ce type de maillage va permettre non seulement de réduire le nombre de nœuds et par conséquent la taille du système à résoudre, mais aussi d'estimer rigoureusement la pression au voisinage du puits.

(*) Génération du pas de maillage irrégulier

La figure 4.2 représente les deux plans définissant le domaine d'étude.

Soit :

- L_p et r_p la longueur et le rayon du puits respectivement.
- $X1$ et $X2$ sont les coordonnées de début et de fin de puits tel que $X2 - X1 = L_p$.
- h est la hauteur du puits par rapport à la frontière inférieure du réservoir.

Soit aussi N_i , N_j et N_k le nombre de nœuds dans les trois directions x , y et z respectivement.

J_p et K_p sont les indices relatifs au puits suivant y et z . $II1$ et $II2$ sont les indices des nœuds de début et de fin de puits respectivement.

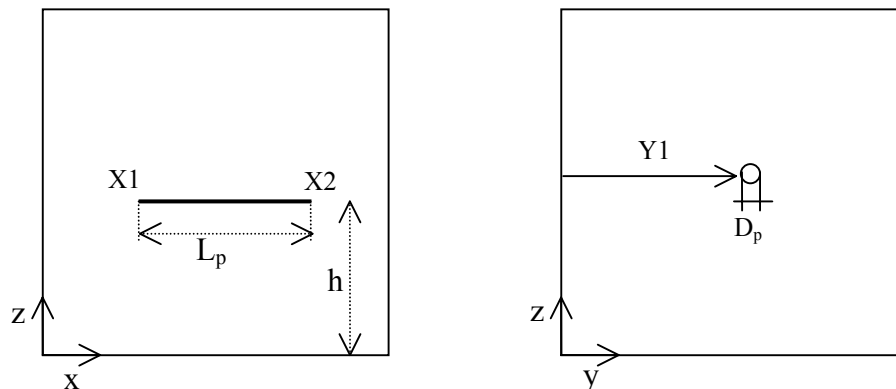


figure 4.2. représentation des deux plans (x,z) et (y,z)

(*) maillage dans le plan (x,z)

La procédure consiste à diviser en premier lieu la longueur du puits en un certain nombre de volumes de contrôle et de déterminer le pas Δx_1 équivalent. Les deux autres pas Δx_2 et Δx_3 (voir figures 4.3) sont ensuite calculés directement en fonction de $X1, X2, II1, II2$ et N_i .

(*) maillage dans le plan (y,z)

Au voisinage immédiat de la région puits le maillage sera fin et carré ($\Delta y = \Delta z = \Delta y_{eq}$). Après un éloignement d'une certaine distance du puits, on augmente le pas graduellement jusqu'à une valeur limite et jusqu'à balayage de tout le domaine de calcul (figure 4.3).

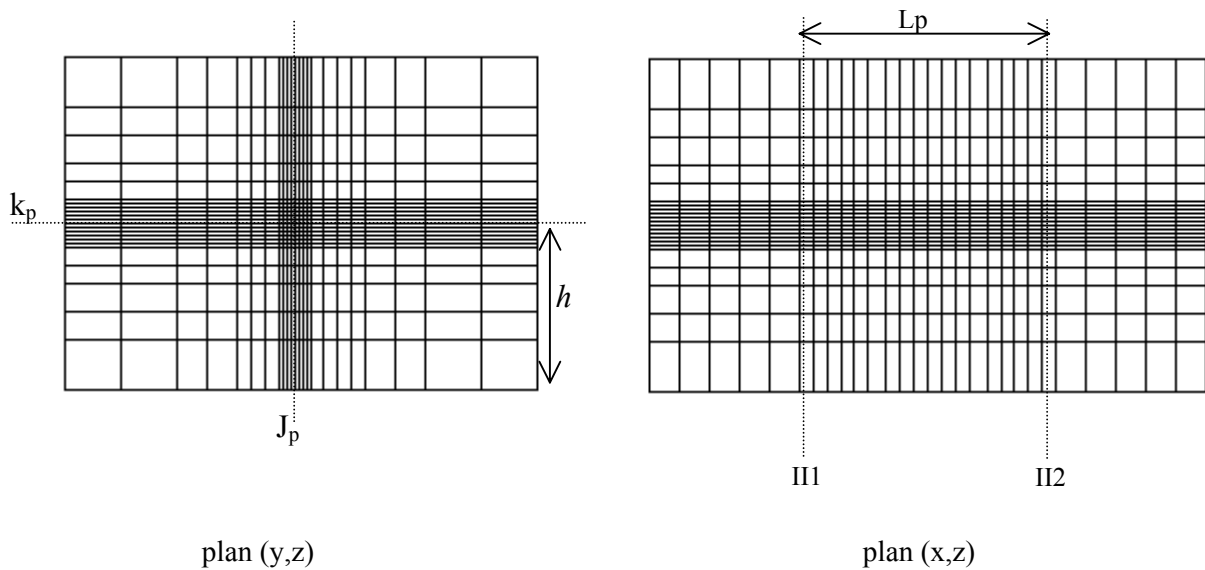


Figure 4.3. maillage de la région réservoir

Remarque

Un autre type de maillage, qui est le maillage hybride, peut être utilisé. Ce maillage consiste à diviser le domaine de calcul en deux régions : région puits où un maillage cylindrique est utilisé, et une région réservoir où un maillage cartésien est adopté.

Ce type de maillage requiert un traitement particulier des blocs irréguliers qui lient les deux régions (voir annexe), la résolution de l'écoulement dans le domaine de calcul peut se faire suivant deux méthodes.

La première méthode qui est une méthode directe consiste à résoudre les équations dans les deux régions d'une façon simultanée ce qui conduit à l'adoption d'un type de notation spéciale des blocs.

La deuxième méthode est la méthode indirecte qui consiste à résoudre l'équation d'écoulement dans la région puits, puis dans la région réservoir en utilisant les dernières valeurs dans la région puits comme conditions aux limites. Cette méthode est presque équivalente à la méthode ADI dans le concept.

Nous avons essayé d'utiliser un maillage hybride en utilisant la deuxième méthode de résolution (méthode indirecte), mais notre tentative n'a pu aboutir vu la sévère restriction imposée dans le cas de résolution indirecte et qui se résume dans la condition de stabilité. (Conduisant à utiliser des faibles pas de temps)

4.1.3. Méthode de résolution du système d'équations

4.1.3.1. Méthode de résolution semi-explicite

Le système d'équations obtenu est un système hepta-diagonal. Chaque nœud ijk possède deux voisins dans chaque direction.

L'utilisation d'une méthode de résolution complètement implicite a l'avantage d'être inconditionnellement stable mais elle est très coûteuse du point de vue taille de système à résoudre dans le cas d'un nombre élevé de nœuds (ce qui implique un espace mémoire important).

Pour remédier à ce problème on peut utiliser la méthode ADI qui consiste à résoudre le système d'équations en décomposant l'itération dans le temps en trois sous-étapes.

Dans chaque étape, la pression sera supposée implicite dans une direction et explicite dans les deux autres directions. Cela va réduire le système à résoudre à chaque étape en un système tri-diagonal.

En représentant chaque nœud par les indices (i,j,k) représentant respectivement les trois directions x, y et z , les étapes de calcul peuvent être explicitées comme suit :

1^{ère} étape

$$3.\beta.(\Phi_{ijk}^{1/3} - \Phi_{ijk}^0)\Delta x\Delta y\Delta z = \left[k_{i+1/2} \frac{\Phi_{i+1jk}^{1/3} - \Phi_{ijk}^{1/3}}{\delta x} - k_{i-1/2} \frac{\Phi_{ijk}^{1/3} - \Phi_{i-1jk}^{1/3}}{\delta x} \right] \Delta t\Delta y\Delta z + \left[k_{j+1/2} \frac{\Phi_{ij+1k}^0 - \Phi_{ijk}^0}{\delta y} - k_{j-1/2} \frac{\Phi_{ijk}^0 - \Phi_{ij-1k}^0}{\delta y} \right] \Delta t\Delta x\Delta z + \left[k_{k+1/2} \frac{\Phi_{ijk+1}^0 - \Phi_{ijk}^0}{\delta z} - k_{k-1/2} \frac{\Phi_{ijk}^0 - \Phi_{ijk-1}^0}{\delta z} \right] \Delta t\Delta x\Delta y$$

2^{ème} étape

$$3.\beta.(\Phi_{ijk}^{2/3} - \Phi_{ijk}^{1/3})\Delta x\Delta y\Delta z = \left[k_{i+1/2} \frac{\Phi_{i+1jk}^{1/3} - \Phi_{ijk}^{1/3}}{\delta x} - k_{i-1/2} \frac{\Phi_{ijk}^{1/3} - \Phi_{i-1jk}^{1/3}}{\delta x} \right] \Delta t\Delta y\Delta z + \left[k_{j+1/2} \frac{\Phi_{ij+1k}^{2/3} - \Phi_{ijk}^{2/3}}{\delta y} - k_{j-1/2} \frac{\Phi_{ijk}^{2/3} - \Phi_{ij-1k}^{2/3}}{\delta y} \right] \Delta t\Delta x\Delta z + \left[k_{k+1/2} \frac{\Phi_{ijk+1}^{2/3} - \Phi_{ijk}^{2/3}}{\delta z} - k_{k-1/2} \frac{\Phi_{ijk}^{2/3} - \Phi_{ijk-1}^{2/3}}{\delta z} \right] \Delta t\Delta x\Delta y$$

3^{ème} étape

$$3.\beta.(\Phi_{ijk}^{3/3} - \Phi_{ijk}^{1/3})\Delta x\Delta y\Delta z = \left[k_{i+1/2} \frac{\Phi_{i+1jk}^{1/3} - \Phi_{ijk}^{1/3}}{\delta x} - k_{i-1/2} \frac{\Phi_{ijk}^{1/3} - \Phi_{i-1jk}^{1/3}}{\delta x} \right] \Delta t\Delta y\Delta z + \left[k_{j+1/2} \frac{\Phi_{ij+1k}^{2/3} - \Phi_{ijk}^{2/3}}{\delta y} - k_{j-1/2} \frac{\Phi_{ijk}^{2/3} - \Phi_{ij-1k}^{2/3}}{\delta y} \right] \Delta t\Delta x\Delta z + \left[k_{k+1/2} \frac{\Phi_{ijk+1}^{3/3} - \Phi_{ijk}^{3/3}}{\delta z} - k_{k-1/2} \frac{\Phi_{ijk}^{3/3} - \Phi_{ijk-1}^{3/3}}{\delta z} \right] \Delta t\Delta x\Delta y$$

Bien que la méthode ADI présente un très grand avantage du point de vue rapidité de génération de la solution (sur une itération dans le temps), cette méthode présente un inconvénient majeur du point de vue de la nécessité d'une condition de stabilité. Cette condition de stabilité se traduit par des pas de temps très petits vu que le pas de maillage est relativement grand. De plus, on a

remarqué que l'utilisation d'un pas de temps variable au cours du processus de calcul s'avère impossible.

En tenant compte de ces problèmes, le processus de calcul devient très long puisque en général le réservoir a besoin de plusieurs jours pour atteindre un régime permanent ou semi-permanent ; pour atteindre cette période requise en simulant l'écoulement, un nombre très élevé d'itérations est requis, sans oublier de noter qu'on a remarqué que le système à résoudre peut devenir instable au cours de la simulation.

En résumé, après l'essai de cette méthode de résolution, on est arrivé à conclure que la méthode ADI est inutilisable pour notre cas, on a opté donc pour une résolution du système d'équations par un schéma totalement implicite.

4.1.3.2. Méthode de résolution Implicite (Fully Implicit procedure)

Comme il a été noté ci-dessus le système d'équations à résoudre (eq. 4.2) peut se mettre sous la forme matricielle $[A][X]=b$, où la matrice $[A]$ est une matrice à sept diagonales et de dimension $N_i * N_j * N_k$. (N_i, N_j , et N_k étant le nombre de nœuds dans chaque direction x, y et z).

Cette matrice a aussi la particularité d'être creuse., elle possède une dimension de $[(N_i * N_j * N_k) \times (N_i * N_j * N_k)]$ mais seul un nombre de $[(N_i * N_j * N_k) * 7]$ est non nul.

Pour éviter le stockage inutile des éléments nuls et pour accélérer par la suite le processus de résolution, une méthode spéciale pour ce cas de figure a été utilisée.

Cette méthode consiste à réarranger les éléments de la matrice $[A]$, à les stocker dans un autre vecteur et à les indexer afin de les utiliser dans la résolution du système d'équations.

La méthode de résolution du système d'équations choisie est une méthode itérative mais spécialement conçue pour le traitement des systèmes linéaires à matrices creuses. Cette méthode est appelée « méthode du gradient biconjugué » (*biconjugate gradient method* [31]).

Les étapes de résolution du système sont les suivantes :

d- Schéma de stockage indexé

Lorsque une matrice de dimension $(N * N)$ contient un nombre très petit d'élément non nuls comparé à sa taille, il est souvent inefficace et parfois même impossible d'allouer de l'espace pour stocker les N^2 éléments, surtout lorsque N est très important. Il est donc évident, qu'un schéma de stockage indexé est requis dans ce cas de figure.

Il existe plusieurs schémas de stockage qui ont pour objectif de localiser les éléments non nuls dans une matrice et par la suite, les indexer et les stocker afin de les utiliser dans la résolution du système d'équations. Un de ces schémas est le schéma de stockage indexé élaboré par **Bentley [31]**.

En ce qui concerne notre étude, on a utilisé un schéma similaire à celui cité ci-dessus. Ce schéma est appelé '**row-indexed storage mode**'. Ce schéma a l'avantage de faciliter l'utilisation de méthodes itératives de résolution des systèmes linéaires telle que la méthode du gradient biconjugé (qui utilise un grand nombre de multiplications de type (vecteur*matrice)) et de rendre le stockage facile à supporter.

Pour représenter une matrice $[A]$ de dimension N^2 , ce schéma utilise trois autres vecteurs, appelés *index*, *sa* et *ija*. Le premier vecteur *index* a pour rôle d'indexer les éléments de la matrice (transformation de la notation (i,j) vers une notation unique). le vecteur *sa* stocke les valeurs non nulles de $[A]$ tandis que *ija* stocke l'ordre de ces éléments par rapport à la matrice(par numéro de colonne).

Le remplissage des vecteurs *sa* et *ija* se fait selon la procédure suivante :

- Les premiers N éléments de *sa* stockent les éléments diagonaux de $[A]$.
- Les premiers N éléments de *ija* stockent l'index de l'élément de *sa* contenant le premier élément hors-diagonale de la ligne correspondante de la matrice.
- L'allocation 1 de *ija* est toujours égale à $N+2$. De plus, l'allocation $N+1$ de *ija* est égale à l'index du dernier élément hors-diagonale de *sa* de la dernière ligne de la matrice A .
- Les allocations $\geq N+2$ du vecteur *sa* contiennent les éléments non nuls hors-diagonale de $[A]$ ordonnés par colonne.
- Cet ordre par colonne étant stocké dans le vecteur *ija* à partir des allocations $N+2$ de *ija*.

Remarque :

- La valeur stockée dans l'allocation $N+1$ du vecteur *sa* est une valeur arbitraire (allocation perdue) et peut être par conséquent égale à zéro.

L'exemple suivant illustre la méthode de stockage indexé citée si-dessus :

Soit la matrice $[A]$ suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 1.1 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2.2 & 0 & 7 & 0 \\ 8 & 0 & 3.3 & 0 & 9 \\ 0 & 10 & 0 & 4.4 & 0 \\ 0 & 0 & 11 & 0 & 5.5 \end{bmatrix}$$

En mode de stockage indexé la matrice A s'écrit de la façon suivante :

<i>Index k</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<i>ija(k)</i>	7	8	9	11	12	13	3	4	1	5	2	3
<i>sa(k)</i>	1.1	2.2	3.3	4.4	5.5	x	6	7	8	9	10	11

En fin l'algorithme général de la méthode de stockage indexé peut être explicité de la manière suivante :

```

Début
Stockage des éléments diagonaux
Pour j=1,n faire
  Sa(j)=a(j,j)
Fin pour j
ija(1)=n+2
k=n+1
pour i=1,n faire
  pour j=1,n faire
    si (abs(a(i,j)) > GT. 0) alors
      si (i.ne.j) alors
        k=k+1
        sa(k)=a(i,j)
        ija(k)=j
      Fin si
    Fin si
  Fin pour j
  Ija(k)=k+1
Fin pour i
Fin

```

Le but principal de l'utilisation de ce mode de stockage est de l'appliquer dans la méthode de résolution du système linéaire résultant de la discrétisation de l'équation d'écoulement.

Comme il va être montré plus tard, la méthode de résolution choisie est basée sur des simples opérations de type multiplication de matrice par un vecteur. Au fait, ce mode de stockage a été justement optimisé pour ce cas de figure.

L'algorithme suivant peut être utilisé pour multiplier une matrice [A] stockée en mode indexé par un vecteur [x] :

```

Début.
Pour i=1,n faire
C   Commencer avec les éléments diagonaux
    b(i)=sa(i)*x(i)
    pour k=ija(i),ija(i+1)-1 faire
        b(i)=b(i)+sa(k)*x(ija(k))
    fin pour k
fin pour i
Fin

```

e- Méthode du gradient biconjugué (BiCG method)

La méthode du gradient biconjugué est une méthode largement utilisée pour la résolution des grands systèmes d'équations. Cette méthode repose sur une suite de procédures itératives et requiert seulement des opérations de multiplications de type (matrice*vecteur), d'où son efficacité pour la résolution des systèmes creux comparée à la méthode LU, du point de vue temps de résolution et mémoire requise.

Considérant le système linéaire à résoudre

$$A.x = b \quad (4.6)$$

La méthode BiCG est basée sur l'idée de minimiser la fonction :

$$f(x) = \frac{1}{2} x.A.x - b.x \quad (4.7)$$

Cette fonction est minimisée lorsque son gradient est nul :

$$\nabla f = A.x - b$$

La procédure de minimisation se fait en construisant quatre séquences de vecteurs :

1-Le vecteur résidu r_k .

2-Le vecteur bi-résidu \bar{r}_k

3-Le vecteur direction p_k

4-Le vecteur bi-direction \bar{p}_k

k représente le numéro d'itération.

la procédure de minimisation se fait en initialisant en premier lieu les vecteurs r_k , \bar{r}_k , p_k et \bar{p}_k , puis on entame le processus itératif suivant :

$$\begin{aligned}\alpha_k &= \frac{\bar{r}_k \cdot r_k}{\bar{p}_k \cdot A \cdot p_k} \\ r_{k+1} &= r_k - \alpha_k \cdot A \cdot p_k \\ \bar{r}_{k+1} &= \bar{r}_k - \alpha_k \cdot A^T \cdot \bar{p}_k\end{aligned}\tag{4.8}$$

$$\begin{aligned}\beta_k &= \frac{\bar{r}_{k+1} \cdot r_{k+1}}{\bar{r}_k \cdot r_k} \\ p_{k+1} &= r_{k+1} + \beta_k \cdot p_k \\ \bar{p}_{k+1} &= r_{k+1} + \beta_k \cdot \bar{p}_k\end{aligned}$$

Ces séquences de calcul doivent satisfaire les conditions suivante :

$$\begin{aligned}\bar{r}_i \cdot r_j &= r_i \cdot \bar{r}_j = 0 & j < i \\ \bar{p}_i \cdot A \cdot p_j &= p_{ji} \cdot A^T \cdot \bar{p}_j = 0 & j < i\end{aligned}$$

Donc pour utiliser cet algorithme afin de résoudre le système (4.6), on génère un vecteur solution initial x_1 . on calcule le résidu r_1 tel que :

$$r_1 = b - A \cdot x_1\tag{4.9}$$

On choisit $r_1=r_1$, puis on commence la séquence itérative (4.8) et estimer le nouveau vecteur solution :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k \cdot p_k\tag{4.10}$$

Le processus itératif s'arrête lorsque la condition suivante est satisfaite :

$$\frac{|Ax - b|}{|b|} < \varepsilon \quad (4.12)$$

La méthode explicitée ci-dessus marche bien pour les matrices bien conditionnées (proches de la matrice identité). Dans le cas où [A] n'est pas bien conditionnée, ou dans le cas où on n'a pas à priori une idée sur la matrice [A], il est suggéré d'utiliser la forme pré-conditionnée de l'équation (4.6) :

$$(\tilde{A}^{-1} \cdot A)x = \tilde{A}^{-1} \cdot b \quad (4.13)$$

Où :

$$\tilde{A}^{-1} \cdot A \approx 1$$

Cette méthode permet de résoudre le système linéaire plus facilement et de rendre la convergence plus rapide. La matrice A est appelée matrice de pré-conditionnement, et l'algorithme qui va être explicité ci-dessous est appelé « *preconditionned biconjugate gradient algorithm* » ou PBiCG

Pour utiliser cet algorithme deux autres vecteurs z_k et \bar{z}_k additionnels sont utilisés. Ils sont définis comme suit :

$$\tilde{A} \cdot z_k = r_k \quad \text{et} \quad \tilde{A}^T \cdot \bar{z}_k = \bar{r}_k \quad (4.14)$$

Et les définitions de α_k , β_k , p_k et \bar{p}_k seront reprise comme suit :

$$\alpha_k = \frac{\bar{r}_k \cdot z_k}{\bar{p}_k \cdot A \cdot p_k}$$

$$\beta_k = \frac{\bar{r}_{k+1} \cdot z_{k+1}}{\bar{r}_k \cdot z_k} \quad (4.15)$$

$$p_{k+1} = z_{k+1} + \beta_k \cdot p_k$$

$$\bar{p}_{k+1} = \bar{z}_{k+1} + \beta_k \cdot \bar{p}_k$$

En ce qui concerne la condition de convergence, on peut utiliser la même condition (4.12) ou encore utiliser la condition suivante :

$$\left| \tilde{A}^{-1} \cdot (Ax - b) \right| / \left| \tilde{A}^{-1} \cdot b \right| < \varepsilon \quad (4.16)$$

Dans notre étude on a essayé les deux algorithmes de résolution. On a trouvé la deuxième forme de l'algorithme de résolution par la méthode du gradient bi-conjugué plus attractive du point de vue vitesse de résolution et stabilité du processus itératif.

Remarque

D'après l'équation (4.14), un deuxième système linéaire auxiliaire doit être résolu.

Si on a pas d'idée sur la matrice de pré-conditionnement, il suffit de prendre la matrice identité ou la matrice contenant les élément diagonaux de [A] comme matrice de pré-conditionnement.

En fin l'algorithme général de résolution par la méthode PBiCG est explicité ci-dessous :

Algorithme PBiCG

Calculer $r_0 = b - Ax_0$

Choisir $\bar{r}_0 = r_0$

$k = 1$

tant que ($k < \text{itmax}$) faire

Résoudre le système $\tilde{A}.z^{(k-1)} = r^{(k-1)}$

Résoudre le système $\tilde{A}^T.\bar{z}^{(k-1)} = \bar{r}^{(k-1)}$

$p^{(k-1)} = z^{(k-1)}.\bar{r}^{(k-1)}$

Si $k = 1$ Alors

$$p^{(k)} = z^{(k-1)}$$

$$\bar{p}^{(k)} = \bar{z}^{(k-1)}$$

Sinon

$$\beta^{(k-1)} = p^{(k)} / p^{(k-1)}$$

$$p^{(k)} = z^{(k)} + \hat{\alpha}^{(k-1)}.p^{(k-1)}$$

$$\bar{p}^{(k)} = \bar{z}^{(k)} + \hat{\alpha}^{(k-1)}.p^{(k-1)}$$

Fin Si

$$\alpha^{(k-1)} = (\bar{r}^{(k-1)}.z^{(k-1)}) / (\bar{p}^{(k-1)}.A.p^{(k-1)})$$

$$x^{(k)} = x^{(k-1)} + \alpha^{(k-1)}.p^{(k-1)}$$

$$r^{(k)} = r^{(k-1)} - \alpha^{(k-1)}.A.p^{(k-1)}$$

$$\bar{r}^{(k)} = \bar{r}^{(k-1)} - \alpha^{(k-1)}.A^T.\bar{p}^{(k-1)}$$

$k = k + 1$

Verifier la condition de convergence , refaire une autre itération si nécessaire

Fin

f- Choix du pas de temps

Puisque le schéma complètement implicite est inconditionnellement stable, un pas de temps variable et croissant peut être utilisé pour minimiser le nombre d'itérations requises.

De plus **Vicente et al.**[24] ont étudié l'influence du pas de temps sur la solution transitoire et ont comparé leurs résultats avec des modèles analytiques pour plusieurs valeurs de pas de temps, les résultats ont montré que le pas de temps n'a d'influence qu'au début de la réponse transitoire.

De ce fait, en démarrant d'un pas de temps représentant un intervalle de 0.01 cycle logarithmique entre deux instants, ce pas de temps est à chaque fois multiplié par un certain coefficient jusqu'à arriver un pas de temps limite qui est de 12 jours par exemple.

4.2. Procédure de couplage écoulements puits/réservoir

4.2.1. maillage du domaine de calcul

Le domaine de calcul est une conduite de longueur L_p (longueur du puits) et de diamètre $2.r_p$. Le domaine de calcul sera décomposé en un certain nombre de volumes de contrôle (représentant les segments) et la distribution des nœuds de pression sera la même distribution utilisée pour le calcul de la pression dans le réservoir.

La distribution des nœuds le long du puits est représentée dans la figure 4.5.

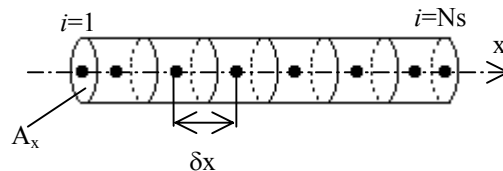


Figure 4.5. distribution des nœuds le long du puits

4.2.2. Procédure de calcul

Théoriquement, les $2N_s$ équations élaborées dans le chapitre précédent doivent être résolues simultanément pour déterminer les $2N_s$ inconnues. En prenant en considération les dimensions du réservoir, le nombre de segments peut être important, ce qui va conduire à avoir un large système d'équations à résoudre et ceci va engendrer par la suite un temps de calcul important.

Afin de réduire le nombre d'équations à résoudre, substituant l'équation (3.16) dans l'équation (3.14).

On aura par conséquent :

$$Q_{total} \cdot \Phi_w(1) + Q_{total} \cdot \sum_{i=1}^{N_s-1} (\Delta P_f + \Delta P_a)(i_s; i_s + 1) = \sum_{i=1}^{N_s} q_I(j_s) \times \Phi(j_s)[Seg(i_s)] \quad (4.13)$$

On remarque que les équations (3.13) et (4.13) peuvent être réarrangés sous la forme d'un système linéaire de seulement (Ns+1) équations et qui peut être mis sous la forme $[A].x = [b]$, où x est le vecteur défini par :

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} q_I(1) \\ q_I(2) \\ \vdots \\ q_I(N_s) \\ \Phi_w(1) \end{bmatrix}$$

Une fois la distribution de débit le long du puits est déterminée, la chute de pression due aux forces de friction et d'accélération en chaque point peuvent être estimées.

La procédure de calcul de la distribution de débit le long du puits et de la pression au puits en chaque segment peut être effectuée selon l'algorithme suivant :

1. Résoudre le système d'équations (eq 3.13 et 4.13) pour obtenir une estimation initiale des débits en chaque segment et la pression au puits du premier segment, sans tenir compte des pertes de charges visqueuses et d'accélération (ce qui revient à supposer une distribution de pression uniforme le long du puits).
2. Résoudre le même système d'équations mais cette fois-ci en tenant compte des pertes de charges basées sur la distribution de débit calculée dans la première étape.
3. Comparer les nouvelles valeurs de pression et de débits avec celle de l'itération précédente. Si la différence est inférieure à la valeur tolérée, arrêter le processus de calcul et aller à la prochaine itération dans le temps, sinon, prendre les débits calculés comme valeurs initiales et retourner à l'étape 2.

L'avantage de cette méthode est que les éléments de la matrice [A] ne change pas au cours des itérations. Seul le vecteur [b] doit être mis à jour à chaque itération. Ce qui va conduire à une réduction considérable du temps de calcul.

Pour la résolution de ce système d'équations on a opté dans notre étude pour la méthode LU (voir annexe) vu sa rapidité et son degré de précision comparée à la méthode de GAUSS-JORDAN.

La procédure de calcul citée ci-dessus doit être par la suite intégrée dans le processus de calcul dans le réservoir de telle manière qu'à chaque itération dans le temps, on remet à jour la distribution de débit le long du puits. Cette dernière sera utilisée pour réécrire les conditions aux limites au niveau du puits.

L'algorithme général de calcul est le suivant :

1. Lecture des données d'entrée (caractéristiques du puits et du réservoir)
2. Génération du maillage dans domaine d'étude.
3. Initialiser les pressions et les débits (distribution uniforme)
4. Calcul de l'écoulement dans le réservoir.
 - 4.1 Calcul des coefficients de la matrice $[A]$ et du vecteur $[b]$ du système d'équations (4.5).
 - 4.2 Stockage des éléments de la matrice $[A]$ sous une forme compactée.
 - 4.3 Résoudre le système d'équations par la méthode de résolution choisie.
 - 4.4 Détermination du potentiel de drawdown aux blocs contenant le puits.
5. Calcul de l'écoulement dans le puits.
 - 5.1 Calcul des coefficients de la matrice $[A]$ et du vecteur $[b]$ du système d'équations (eq 3.13 et 4.13).
 - 5.2 Résolution du système selon la méthode décrite ci-dessus.
6. Calcul de la dérivée de pression.
7. Répéter depuis l'étape 4 et recalculer la nouvelle réponse du puits jusqu'à atteindre le temps de simulation.

Conclusion :

Ce chapitre a été consacré à la présentation de la procédure numérique choisie afin de simuler l'écoulement dans un réservoir et de présenter la méthode adoptée pour traiter le couplage puits horizontal/réservoir. Pour cela, nous avons opté pour un schéma totalement implicite (en ce qui concerne la discrétisation de l'équation de diffusion) et la méthode de gradient biconjugué pour la résolution du système d'équation linéaire résultant.

En ce qui concerne le couplage puits/réservoir une méthode itérative a été utilisée pour ce fait.

Le code de calcul développé a été conçu pour calculer la réponse du puits horizontal et le champ de pression dans le réservoir en cas tri-dimensionnel en utilisant les coordonnées cartésiennes.

Le chapitre suivant sera consacré à la présentation des résultats obtenus et l'analyse de ces derniers.

Résultats et discussion

CHAPITRE V

RESULTATS ET DISCUSSION

Introduction

Le modèle proposé, peut être utilisé surtout pour l'analyse de la phase transitoire. Il peut aussi être utilisé pour étudier et optimiser les paramètres influants sur la production d'un puits horizontal. Plusieurs exemples ont été étudiés. Les différences majeures dans ces exemples sont : le rapport de perméabilité entre la direction horizontale et verticale, le taux de débit de production, la longueur du puits, la position de ce dernier et son rayon.

Les paramètres du fluide et du réservoir sont présentés dans le tableau 5.1 et sont pratiquement les mêmes pour tous les exemples.

Paramètre	Valeur
Dimension du réservoir dans la direction x, (ft)	7500.
Dimension du réservoir dans la direction y, (ft)	8950.
Dimension du réservoir dans la direction z, (ft)	140.
Rayon du puits, (inch)	4.
Coefficient de capacité de puits	1.E-2
Porosité	0.2
Pression initiale du réservoir , (Psi)	4000.
Masse volumique du fluide , (lbm/sqft)	60.
Viscosité du fluide , (cp)	0.92
Compressibilité totale, (1/Psi)	1.00E-05
Rugosité du pipe	0.0012

Tableau 5.1. Propriétés du fluide et du réservoir

Dans ce qui suit on va se concentrer essentiellement sur l'observation du comportement de la dérivée de pression, puisque c'est à partir de cette dernière que les régimes d'écoulements peuvent être détectés. De plus, l'analyse de la dérivée de la pression est de nos jours la base du well-testing.

La **figure 5.1** montre une réponse typique d'un puits horizontal. La chute de pression ainsi que sa dérivée exhibe entre 2×10^{-2} et 2×10^{-1} heure une droite de pente unitaire sur le tracé Log-Log indiquant l'effet classique de capacité de puits. Après l'expansion initiale du fluide du puits, le réservoir commence à répondre à la perturbation causée par un certain débit (ce qui explique la déviation de la pente unitaire après 4×10^{-1} heure.)

Après que l'effet de capacité de puits ait disparu, le régime du premier écoulement radial peut être observé. Ce régime d'écoulement se traduit par un palier (sur la dérivée). Dans notre cas ce palier n'est pas visible d'une manière claire car il est caché par l'effet de capacité de puits. Ensuite une autre droite de pente $\frac{1}{2}$ est juste après observée indiquant le début du régime linéaire.

Un deuxième régime radial se forme et se traduit par un autre palier se situant entre la fin de la droite représentant le régime linéaire et la droite indiquant que la perturbation a atteint les frontières du réservoir et que ce dernier est entré en phase d'écoulement permanent.

Il est à noter que la durée de ces régimes d'écoulement est fonction de la longueur du puits ainsi que de la perméabilité verticale et la position du puits par rapport à la frontière supérieure du réservoir.

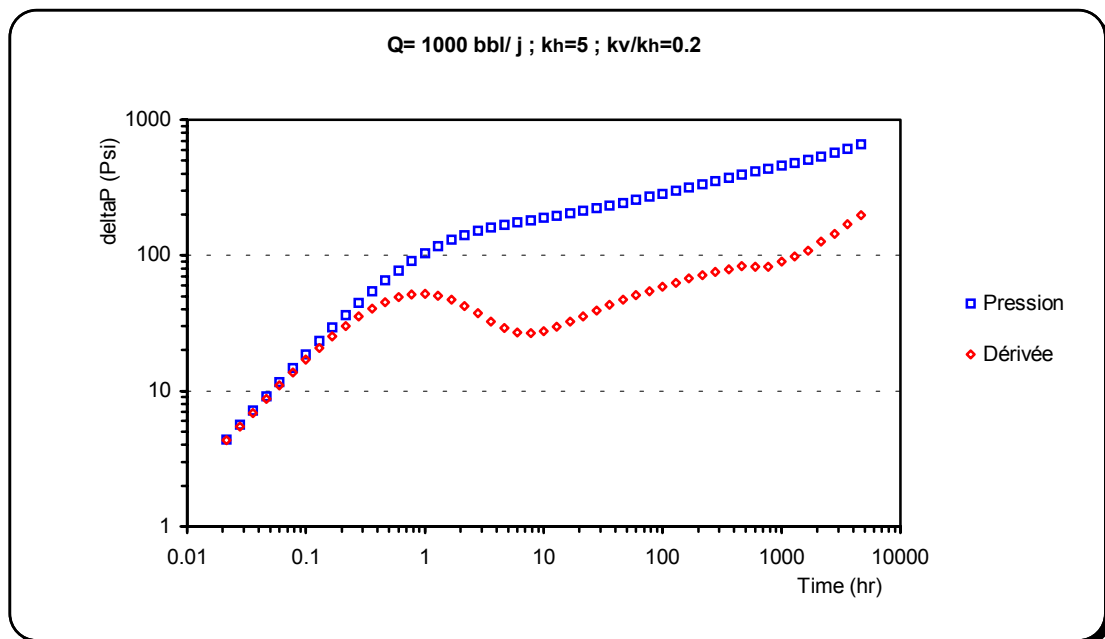


Figure 5.1. Variation de la pression en fonction du temps

5.1. Effet de la position du puits et de sa longueur sur la réponse

La **figure (5.2.a)** représente la réponse d'un puits horizontal long de 1000 ft et centré par rapport au trois directions. Dans cet exemple l'effet de capacité de puits est nul afin d'observer le premier régime radial.

Ce premier régime radial ainsi que sa durée sont très bien perçus vu que l'épaisseur du réservoir est relativement grande (140 ft) et que le rapport de perméabilité (k_v/k_h) est petit.

Une étude comparative avec les résultats analytiques concernant le début ou la fin de chaque période à été faite, les résultats sont présentés dans le tableau 5.2.

	Relation analytique	Résultat analytique (hr)	Résultat numérique (hr)	Erreur relative
Fin du premier régime radial	Equation (1.6)	2.97	2.78	6.8 %
Fin du régime linéaire	Equation (1.9)	58.88	59.94	1.8 %
Début du second régime radial	Equation (1.12)	452.64	474.26	4.77 %

Tableau 5.2 . Comparaison des durées de régimes d'écoulements avec des relations analytiques [30]

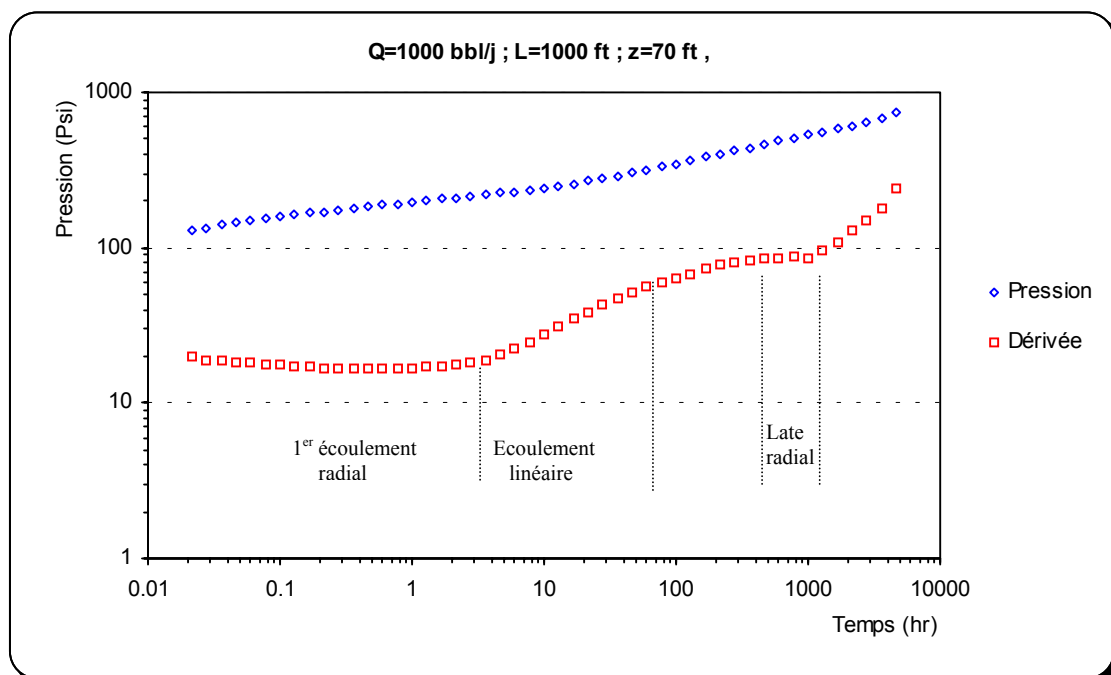
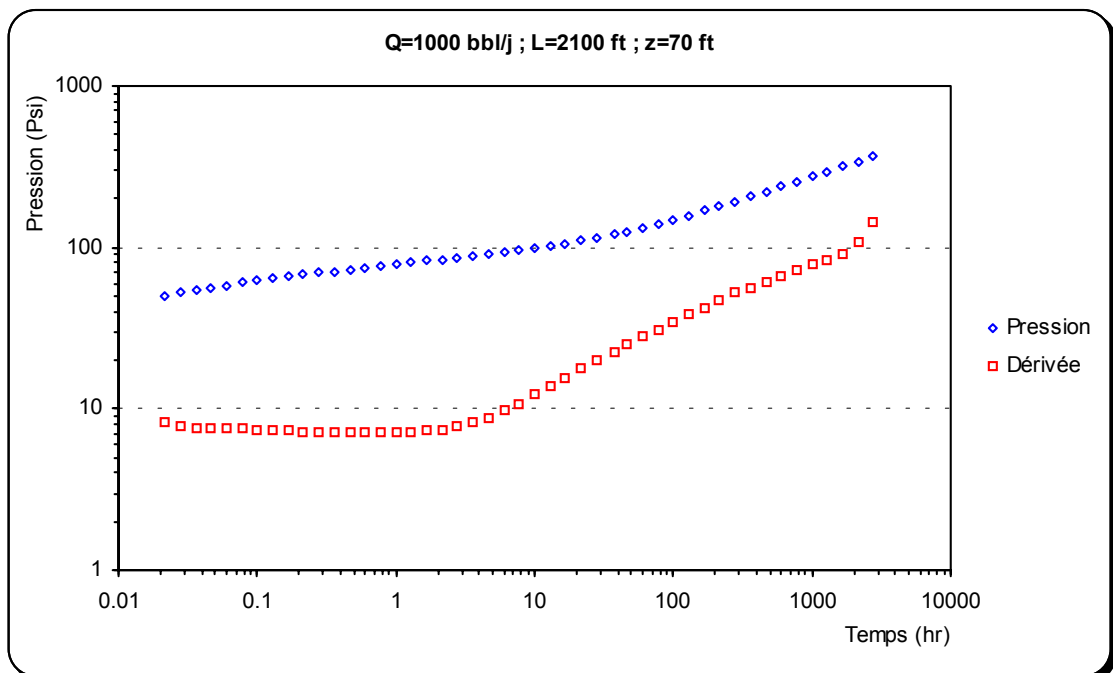
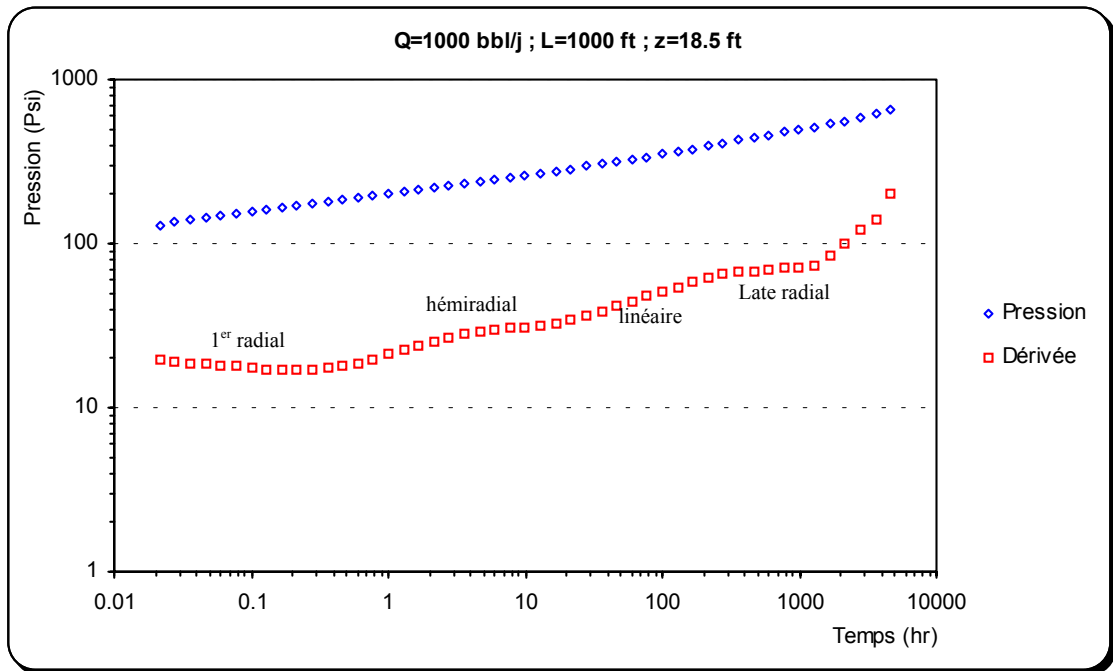


Figure 5.2.a. Réponse d'un puits centré

Le régime hémiradial a été mis en évidence en positionnant le puits proche d'une des frontières supérieure ou inférieure. Dans la **figure (5.2.b)** le puits est positionné à une profondeur de 18.5 ft à partir de la limite supérieure du réservoir. On observe alors que la période du premier régime radial est

divisée en deux. Cela peut être expliqué par le fait que le puits entame la première période d'écoulement mais puisqu'il est proche de la frontière supérieure, cette dernière est ressentie avant la frontière inférieure. Il répond alors par une petite droite indiquant l'existence d'une barrière imperméable puis continue normalement jusqu'à ce que l'autre limite (inférieure) soit ressentie.



Figures 5.2.b Développement de l'écoulement hémiradial

Figure 5.2.c .Effet de la longueur du puits sur la réponse

La longueur du puits par rapport à celle du réservoir peut influencer sur la réponse du puits. Comme il a été prédit auparavant, le dernier régime radial peut ne pas avoir lieu ou au moins ne pas durer assez longtemps en fonction de la distance des deux bouts du puits par rapport aux frontières latérales du réservoir. Plus le puits est long, plus courte est la durée du dernier régime radiale. La **figure (5.2.c)** illustre parfaitement cela, puisque dans cet exemple le puits est deux fois plus long que dans les exemples précédents (2100 ft).

Deux autres constatations importantes doivent être signalées, la première concerne la valeur de la chute de pression qui est devenue moins importante en augmentant la longueur du puits. Cela peut être expliqué par le fait qu'en augmentant la longueur du puits, la dépression entre le réservoir et le puits diminue puisque le même débit de production traverse un volume de conduite plus important ce qui va influencer sur les vitesses d'infiltration à travers la paroi du puits et par conséquent va diminuer le gradient de pression entre le réservoir et le puits. De plus les équations (1.4), (1.7) et (1.10) montrent clairement que la chute de pression est inversement proportionnelle à la longueur du puits.

La seconde constatation concerne la durée du régime linéaire qui est de plus en plus grande en augmentant la longueur du puits. D'après l'équation (1.9), la durée du régime linéaire est proportionnelle à la longueur du puits, ce qui explique un tel comportement du puits dans l'exemple (5.2.c).

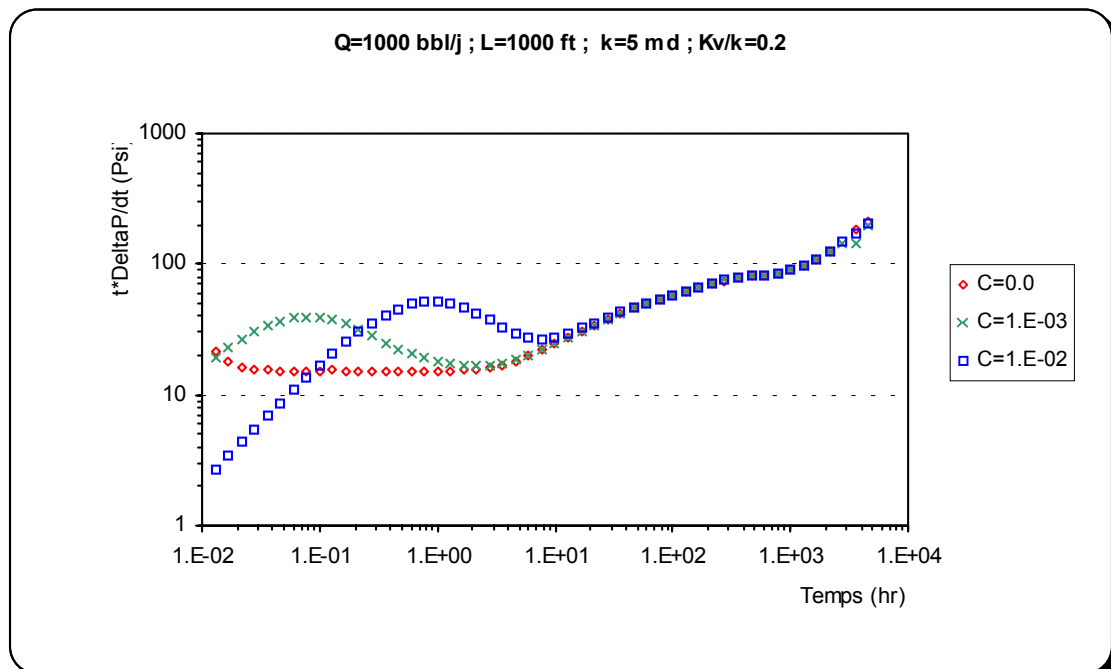


Figure 5.3. Effet de capacité de puits sur la dérivée de pression

La **figure 5.3** illustre différentes réponses d'un puits horizontal pour différentes valeurs de capacité de puits. On remarque que plus le coefficient de capacité de puits est important, plus le premier régime radial est inaperçu. On remarque aussi que l'effet de capacité de puits n'affecte la réponse que durant les premiers temps de production, puisque les trois réponses se superposent complètement juste après la fin du régime radial.

Puisque le coefficient de capacité de puits représente le taux de détente du fluide emmagasiné (compressé) dans le wellbore avant l'ouverture du puits à la production, plus la valeur de ce coefficient est importante moins le débit provenant du réservoir est important. De ce fait, la réponse du puits à la perturbation transmise vers le réservoir va être retardée car le fluide dans le réservoir ne commencera à s'écouler qu'après que la masse existante dans le puits commence à diminuer. Par conséquent le premier régime radial ne peut être observé qu'après que l'effet de capacité de puits a complètement disparu.

La **figure 5.4** représente l'effet de la perméabilité du réservoir sur la chute de pression de drawdown et la durée de la période transitoire.

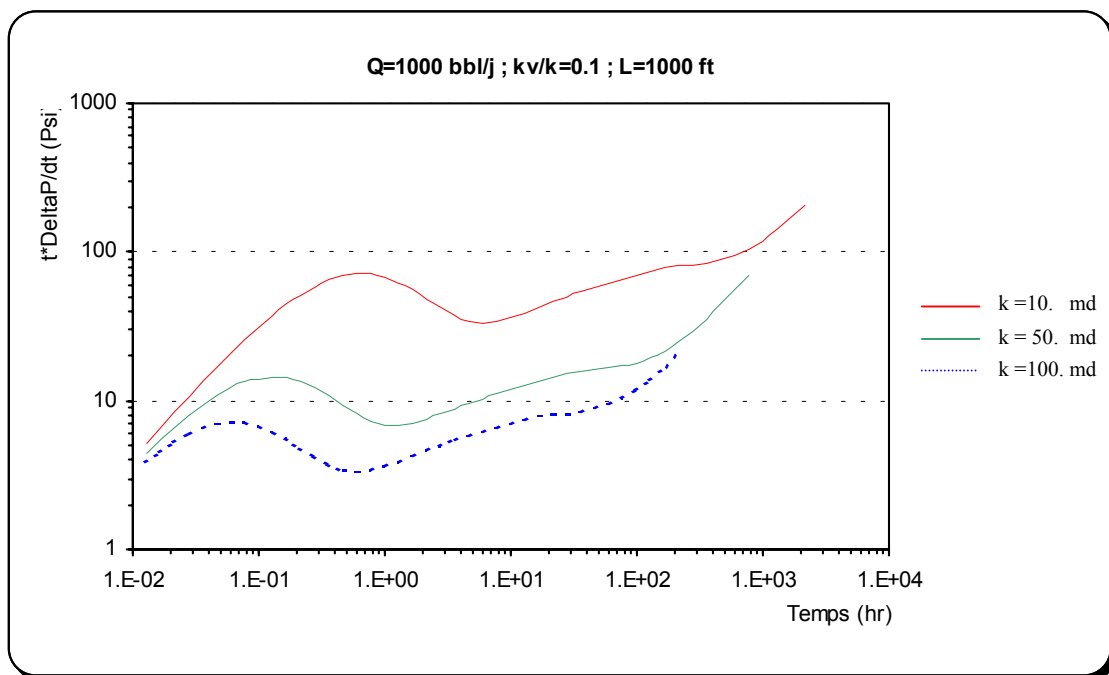


Figure 5.4. Effet de la perméabilité sur la chute de pression

D'après cette figure, trois remarques peuvent être signalées. La première constatation concernant l'amplitude de la chute de pression de drawdown dans le puits, qui décroît de façon très sensible avec l'augmentation de la perméabilité du réservoir même en gardant un même rapport de

perméabilité entre la direction horizontale et la direction verticale. Cette décroissance dans le taux de chute de pression est au fait, le résultat d'un écoulement plus rapide qui conduira à de faibles gradients de pression entre le réservoir et le puits horizontal, qui par la suite, influera sur le comportement du puits qui exprimera un taux de perturbation moins important.

La deuxième remarque est que : plus la perméabilité est petite plus la période de capacité de puits dure. Cela est dû au fait qu'en début de production, le débit reçu à la surface est composé d'une certaine quantité due à l'expansion du fluide, la deuxième quantité (moins importante) provient du réservoir. Par conséquent plus la perméabilité est grande, plus la deuxième quantité (venant du réservoir) est importante et moins l'effet de capacité est important.

Enfin, il est à noter aussi que plus la perméabilité est grande, plus courte est la durée de la période transitoire.

Il a été aussi constaté que plus la longueur du puits est importante plus l'effet de capacité de puits dure. Cela peut être expliqué par le fait que plus le puits est long, plus la durée de transmission de la perturbation le long du puits est importante. Donc, au début de production l'expansion du fluide le long du puits est de plus en plus longue que la longueur du puits est importante.

La **figure 5.5** représente deux réponses d'un puits horizontal dans deux réservoirs différents. Le premier réservoir possède des frontières imperméables alors que le second a des frontières à pression constante.

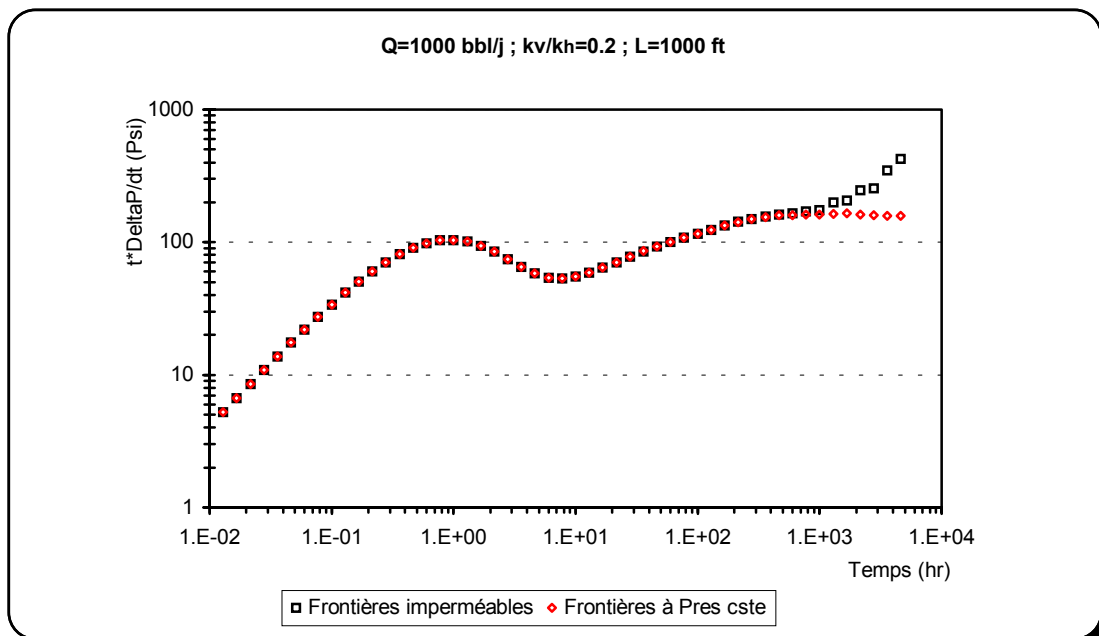


Figure 5.5. Effet de frontières sur la chute de pression

On remarque que les deux réponses sont identiques sauf à la fin de la période transitoire après la période du deuxième régime radial où l'effet de frontières n'existe pas pour le cas de réservoirs à frontières à pression constante.

Puisque le réservoir a des frontières à pression constante, l'effet de barrière ne sera pas ressenti par le puits lorsque la perturbation atteint les limites du réservoir ; le palier représentant le second régime radial se prolonge un peu plus puis la dérivée de la pression commence à décroître indiquant la présence de limites à pression constante.

La **figure 5.6** représente la distribution du débit le long du puits en fonction du temps. Dans cet exemple le réservoir est de dimensions (5900, 5900,140). Le puits est de rayon 2 inch, de longueur 1750 feet et centré par rapport au trois directions,

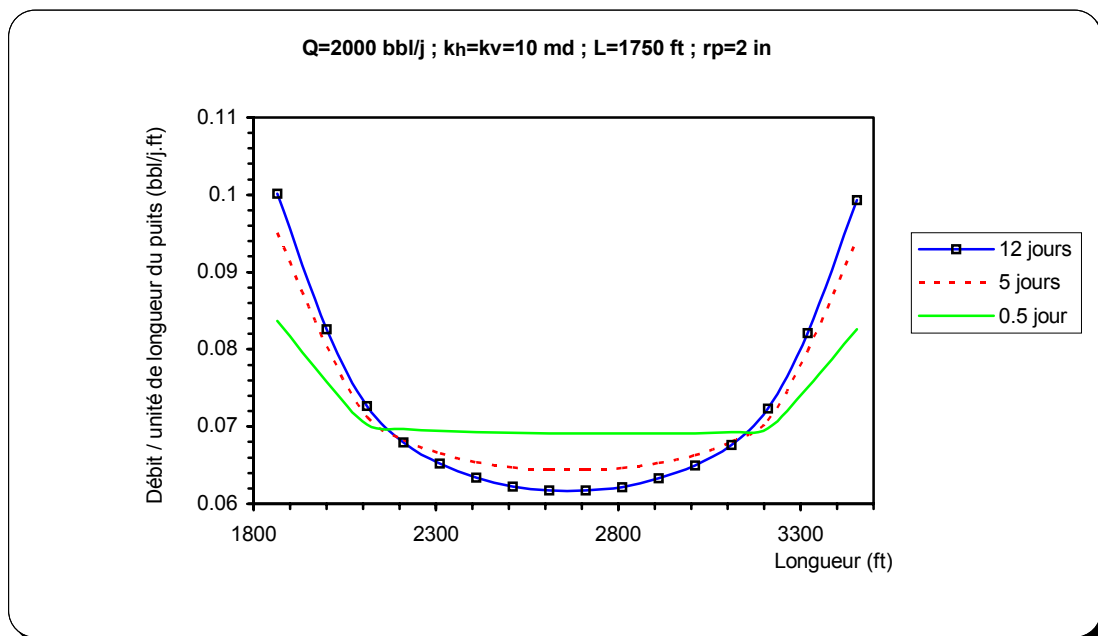


Figure 5.6. Distribution du débit le long du puits

Le puits est totalement horizontal, donc seules les forces de friction et d'accélération peuvent contribuer à la chute de pression le long du puits.

Pour cet exemple, la chute de pression le long du puits décroît en fonction du temps mais ne change pas d'une façon significative. Elle reste autour de 5 psi durant toute la période de simulation (**figure 5.7**). Cependant, la pression de drawdown varie de 5.36psi à $t=1.3$ hr à 67.21psi à $t=27.9$ hr pour atteindre les 199.2psi à $t=41.7$ jours.

Pour cet exemple (cas de puits à faible débit) on remarque que la chute de pression le long du puits est insignifiante comparée à la pression de drawdown.

La distribution du débit le long du puits change considérablement en fonction du temps. Puisque la pression croit en se déplaçant du bout producteur (heel) vers l'autre bout (toe), on remarque une différence entre les débits pénétrant en chaque bout. Avec le temps la chute de pression le long du puits devient moins importante, et un profil de débit en forme de U est observé le long du puits.

Cette distribution de débit (en forme de U) est causée par le fait de l'existence d'une distribution non uniforme de pression le long des blocs entourant le puits. En ce qui concerne ces derniers, la pression au niveau des extrémités est plus importante qu'au niveau du centre, un tel profil de pression dans le réservoir causera un écoulement plus important au niveau des deux extrémités qu'au région centrales du puits horizontal.

A $t=5$ jours et $t=12$ jours, le débit pénétrant au deux bouts est nettement plus important qu'a celui au centre du puits. On remarque aussi, que la distribution de débit le long du puits restera inchangée une fois l'état d'écoulement permanent est atteint.

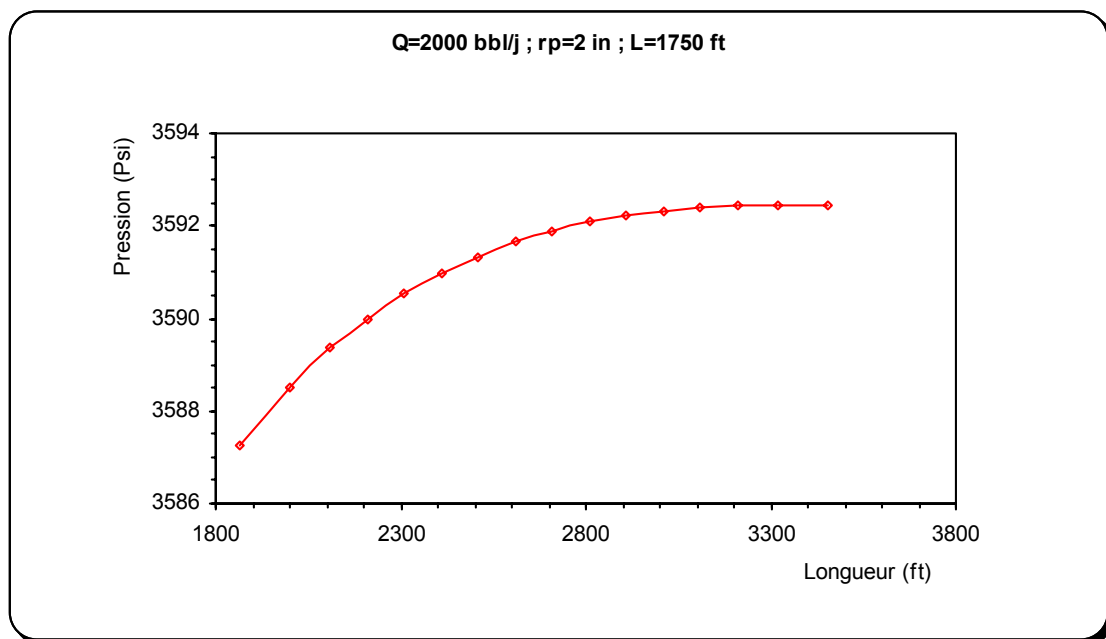


Figure 5.7. Profil de pression le long du puits.

Ce profil de débit le long du puits est observé dans le cas de traitement des puits horizontaux comme des milieux à conductivité infinie où la chute de pression le long du puits est négligeable devant la chute de pression de drawdown dans le réservoir.

Cependant cette approximation n'est valide que dans le cas de faibles débits de production, faible viscosité, des grands rayons et/ou de réservoirs à très grandes perméabilités.

L'influence du rayon du puits sur la chute de pression est présentée dans la **figure 5.8**. On remarque que pour un rayon de puits de 4 inch la chute de pression est presque nulle alors que pour le même puits produisant une même quantité (2000 bbl/jour) mais de rayon plus faible (2. inch), la chute de pression est de 5psi.

Puisque le nombre de Reynolds est proportionnel au diamètre de la conduite, les pertes de charge sur une longueur donnée seront plus importante pour un puits à faible diamètre que pour un puits de diamètre plus grand. De ce fait, il est recommandé d'augmenter le diamètre du puits dans le cas où on veut réaliser des puits longs.

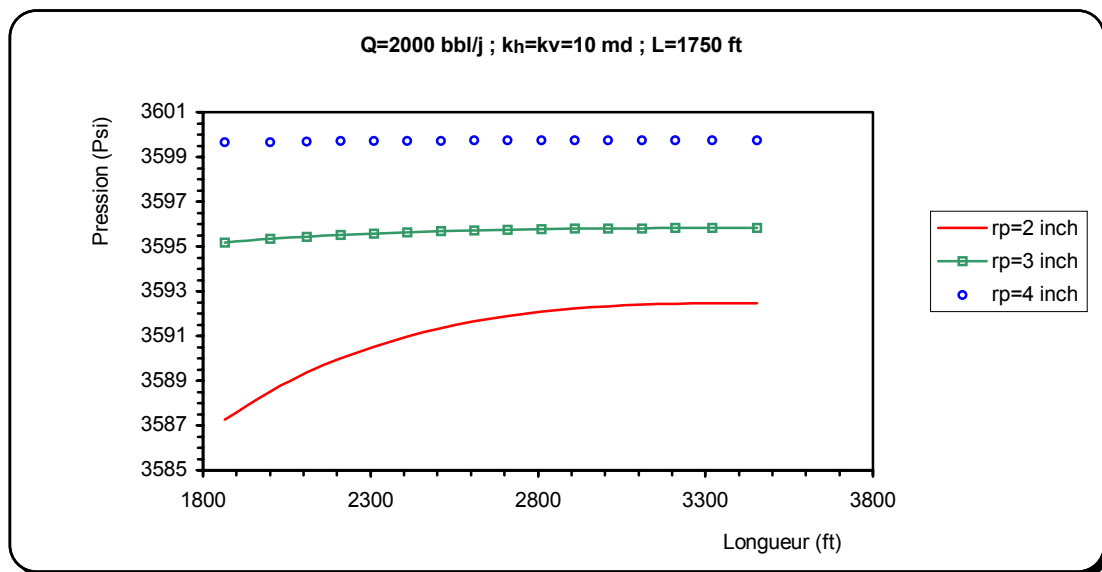


Figure 5.8. Influence du rayon sur le profil de pression le long du puits.

Le cas de grands débits de production a été traité et la **figure 5.9** présente la distribution du débit le long du puits pour un taux de production de 10000 bbl/jour.

Alors que la chute de pression le long du puits est de 5psi pour le cas de 2000 bbl/jour, cette chute de pression est de l'ordre de 31psi pour le cas de 5000 bbl/j et de l'ordre des 122psi pour le même puits produisant 10000 bbl/j. Cette augmentation dans la chute de pression le long du puits peut être expliquée par le taux de production élevé qui conduit à de grandes valeurs du nombre de Reynolds. L'écoulement devient donc plus turbulent et les pertes de charges dues à l'accélération du fluide deviennent importantes et prédominantes.

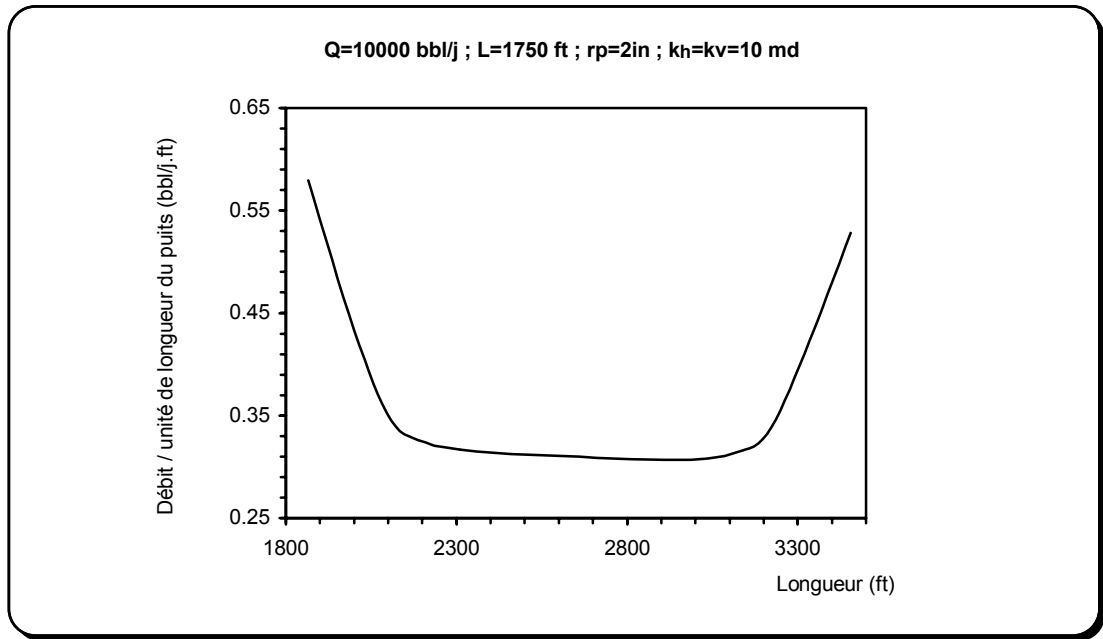


Figure 5.9 profil de débit pour un puits à grand taux de production

On a aussi remarqué, que plus le débit est important, plus la différence entre les débits aux bouts du puits et au centre de puits est importante. La majorité du débit produit se concentre aux deux extrémités et la forme de U observée change d'allure (forme asymétrique) et la différence de débit entre les deux extrémités augmente aussi, à cause de la chute de pression le long du puits qui devient importante.

Ce changement dans le profil du débit le long du puits peut être expliqué de la façon suivante :

On a vu en premier lieu que pour les faibles débits de production le profil du débit a une forme en U régulière. En augmentant le débit de production, les pertes de charges le long du puits deviennent importantes. Lorsque cette perte de charge devient considérable par rapport à la chute de pression entre le puits et le réservoir, le débit pénétrant au puits par le bout producteur sera plus important que le débit entrant par l'autre extrémité puisque la pression dans cette dernière est plus importante qu'à l'extrémité productrice du puits. Autrement dit, si on compare le gradient de pression entre le réservoir et le puits au niveau du bout producteur et celui de l'autre bout, ce gradient sera plus important au bout producteur. Ce qui explique cette différence de débit entre les deux bouts.

De plus, la création d'une grande différence de pression entre les deux extrémités va causer une convergence du fluide vers les régions proches du bout producteur (puisque la majorité de la perte de charge se crée au niveau de la première partie du puits (figure 5.7)), ce qui explique l'inclinaison du profil de débit dans la figure 5.9 vers la droite.

Un autre facteur très important peut influencer sur la différence entre la production aux bouts du puits et par la suite, sur le profil de distribution du débit le long du puits.

Dans l'exemple suivant, présenté dans la **figure 5.10**, le même débit de production a été imposé (10000 barils/jour) et les mêmes caractéristiques du puits ont été adoptées, mais les perméabilités du réservoir ont été changées.

On constate que plus le réservoir est perméable, plus le maximum du débit se concentre au niveau du bout producteur et la différence entre le débit entrant au centre du puits et celle au bout producteur augmente. De plus, on constate que plus la perméabilité est importante, plus la différence de débit entre les deux bouts augmente.

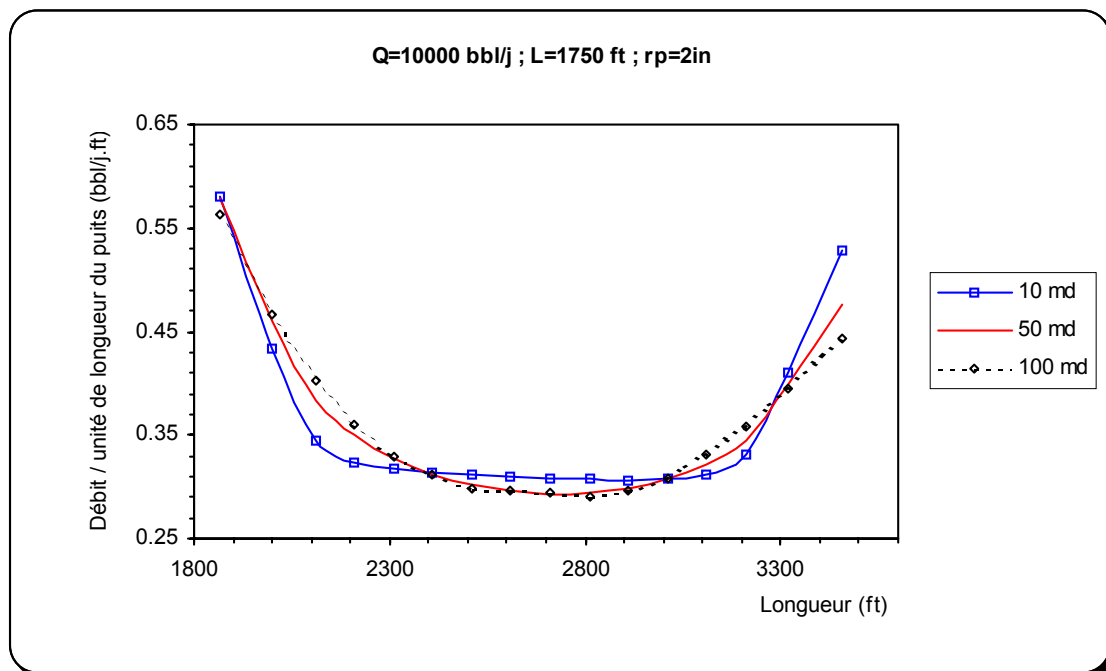


Figure 5.10. Influence de la perméabilité du réservoir sur le profil du débit le long du puits

L'augmentation de la différence de débit entre les deux bouts peut être expliquée par le fait d'une diminution du gradient de pression entre le puits et le réservoir en augmentant la perméabilité de ce dernier, alors que la perte de charge le long du puits reste inchangée vu que le débit, la longueur et le rayon du puits restent inchangés.

L'augmentation de la différence des débits entre les bouts et le milieu du puits peut être expliquée par deux raisons. Puisque l'écoulement dans le réservoir se fait de telle manière que tout le fluide converge vers le puits (dans les trois directions), une augmentation de la perméabilité permettra une plus grande facilité de circulation du fluide dans le réservoir. Puisque aussi, du côté réservoir, la variation de pression le long du puits et de telle sorte que la pression aux extrémités est plus

importante qu'au milieu, une augmentation de la perméabilité va induire l'augmentation de la différence de pression entre les bouts et les régions centrales. De ce fait, la différence entre les débits pénétrant aux bouts et ceux pénétrant au milieu du puits sera plus importante et telle sera la distribution du débit le long du puits.

Ces observations (concentration des débits aux deux extrémités) nous amène à dire que puisque la majorité du débit est concentrée aux bouts, il est peut être préférable d'adopter un mode de complétion permettant au maximum de fluide de pénétrer dans les zones proches des deux extrémités.

Une partie de la perte de charge sera donc évitée en gardant le même débit de production.

Pour cela on a effectué une simulation avec les mêmes caractéristiques du puits que dans l'exemple 5.8 mais les perméabilités aux interfaces des blocs contenant le puits ont été modifiées.

Un premier exemple consistait à alterner entre des grandes valeurs de perméabilité et des faibles valeurs au niveau de ces interfaces. Cela revient à simuler un pipe avec une densité de perforation variable le long du puits.

Le deuxième exemple était de simuler un pipe à plus grande densité de perforation au niveau des extrémités seulement. Cette configuration correspond à attribuer aux blocs d'extrémités du puits une très large perméabilité aux interfaces, par contre les blocs du milieu seront de perméabilité faible.

On a remarqué par exemple qu'à l'instant $t=20$ h, la perte de charge dans le cas où le puits n'a pas subit de complétion (open-hole ou cas de densité de perforation constante le long du puits, (configuration 1)), la perte de charge totale entre les deux extrémités est de 122.67psi. Dans le cas où on a alterné des blocs fortement perméables et des blocs faiblement perméables, la chute de pression au même instant était de 119psi. Alors que dans le cas où seuls les blocs des extrémités possèdent une grande perméabilité la chute de pression était de 111.978psi. (figure 5.11) ce qui représente une réduction de 9.55 %

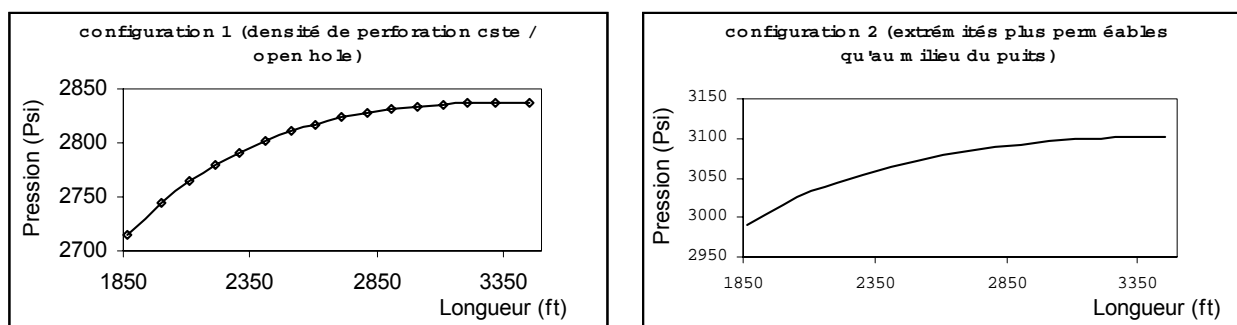


Figure 5.11 Effet de type de complétion sur la perte de charge le long du puits

Cela peut être expliqué par le fait que puisque la majorité de la perte de charge s'effectue au niveau des segments avoisinant le bout producteur, si on adopte une complétion de telle sorte à ne pas laisser le fluide s'écouler à travers ces segments, les pertes de charges seront réduites en gardant à peu près le même débit de production. Néanmoins, cette réduction dans la chute de pression reste négligeable à cause du taux de production élevé, ce qui nous amène à dire que dans le cas de grands débits de production, une complétion de type 'slotted-liner' par exemple, à densité de perforation variable (grande densité aux extrémités), peut réduire la perte de charge le long du puits mais pas de façon significative, puisque les effets d'accélération sont prédominants par rapport aux effets de friction.

5.2. Influence du rayon et de la longueur du puits sur la réduction de la chute de pression

A partir des résultats obtenus ci-dessus, on a procédé à l'étude de l'influence du rayon et de la longueur du puits sur le taux de réduction de la perte de charge le long de ce dernier. Dans l'exemple suivant, le puits est de longueur de 1750 ft, produisant un débit de 5000 barils/jour mais avec un rayon de 3 inch (une fois et demi plus grand que dans les cas précédents). La **figures 5.12** et la **figure 5.13** représentent respectivement l'influence du rayon du puits sur la perte de charge le long du puits ainsi que sur la distribution du débit le long du puits.

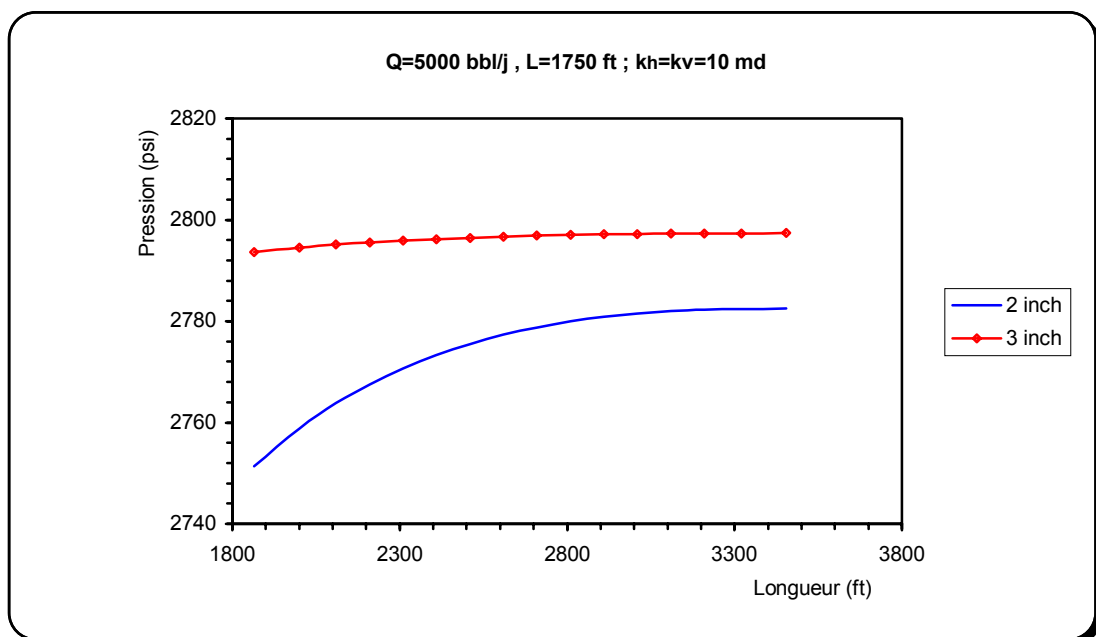


Figure 5.12. Influence du rayon sur la perte de charge le long du puits

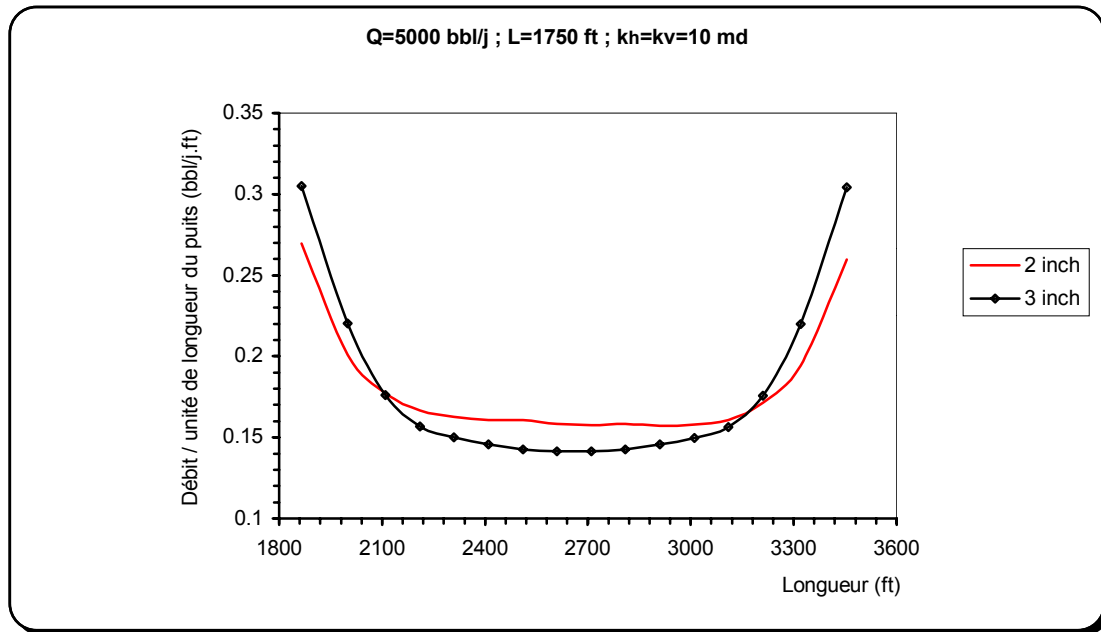


Figure 5.13. Influence du rayon sur le profil du débit

Alors que dans le cas de rayon de 2 inch et à $t=215$ hr, la perte de charge est de 31.17psi, la chute de pression le long du puits de 3 inch est seulement de 3.738psi, ce qui représente 8.338 fois moins.

Cette chute importante peut être expliquée par le fait que d'après l'équation (3.11), la perte de charge dans le puits est inversement proportionnelle à r_p^4 . De ce fait, une augmentation de rayon de 1.5 fois, équivaut à une réduction dans la chute de pression au moins de 5.06 fois (si on considère chaque type de perte de charge séparément).

En ce qui concerne le profil du débit, on remarque que la différence entre le débit entrant aux extrémités et le débit entrant au milieu du puits est un peu plus importante dans le cas de rayon de 3 inch. On remarque aussi, que dans ce cas le profil du débit est plus régulier.

On a vu dans le cas de grandes valeurs de perméabilités, que la diminution du taux de variation entre la pression du réservoir et la pression du puits provoque une plus grande différence entre les débits entrants aux extrémités qu'au milieu du puits. Or une augmentation du rayon du puits a pour conséquence d'augmenter le volume de ce dernier, ce qui va induire des chutes de pression entre le puits et le réservoir. Ce qui explique un changement de la forme du profil du débit le long du puits, en augmentant son rayon.

Dans le dernier exemple le puits est de 2 inch de rayon, mais plus court que le premier de 750 pieds (1000 ft de longueur). Le taux de réduction de la chute de pression dans ce cas de figure est de 1.945 fois, puisque la perte de pression entre les deux bouts est dans ce cas 15.92psi à $t=130$ hr. (**Figure 5.14**)

Ce résultat peut être commenté par le fait que : puisque les pertes de charge due aux effets d'accélération sont proportionnelles à la longueur du puits, la réduction de la longueur de puits n'aura comme conséquence qu'une réduction automatique de ces pertes de charge.

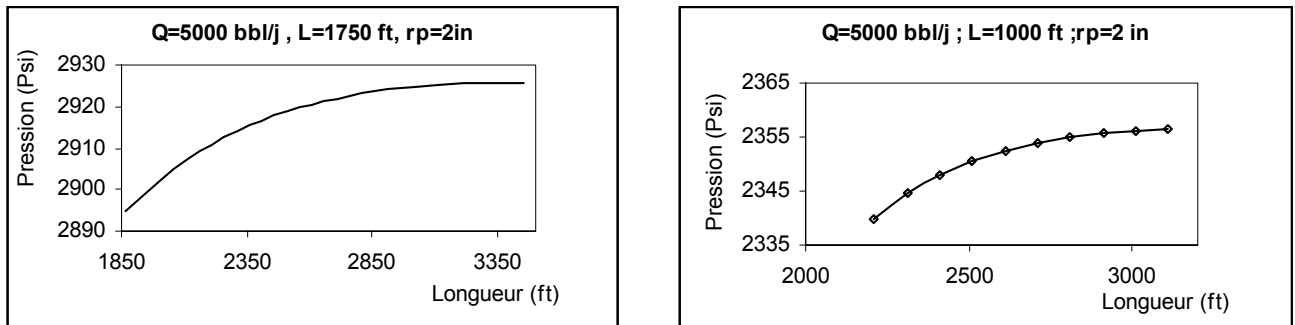


Figure 5.14. influence de la longueur du puits sur la perte de charge le long du puits

La distribution du débit le long du puits est représentée dans la **figure 5.15**. On remarque comme pour le cas précédent, que la différence entre les débits entrants au bouts et les régions du milieu du puits est plus importante pour le cas où le volume de la conduite est plus important. Pour le cas où le puits est long de 1750 feet, la différence entre les débits entrants aux deux extrémités est plus importante, car les pertes de charge le long du puits sont plus importantes.

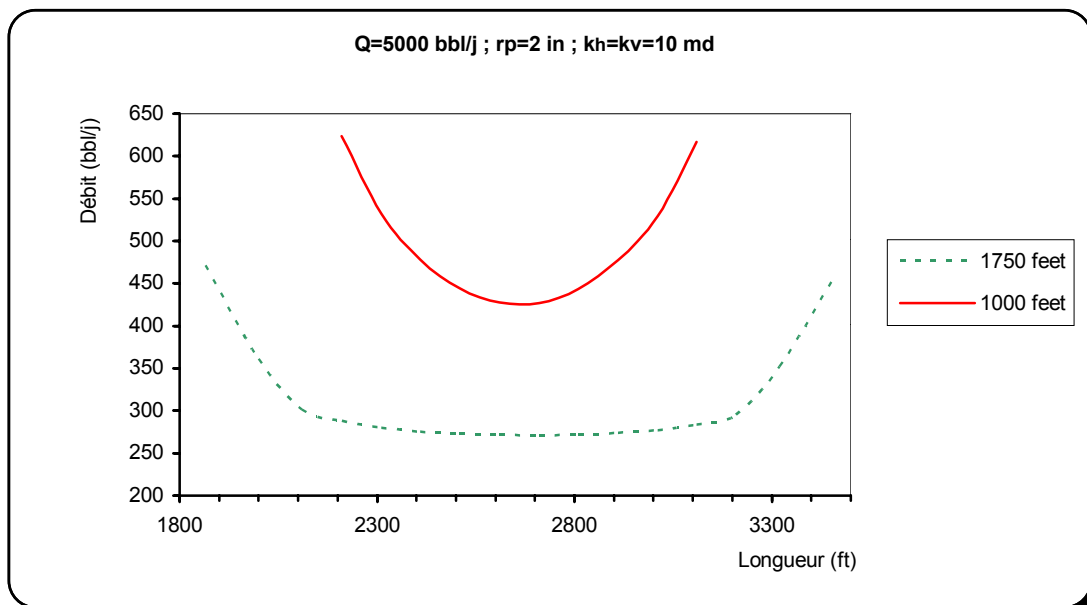


Figure 5.15. Influence de la longueur du puits sur le profil du débit le long du puits.

A partir de ces trois derniers exemples, on conclut que la distribution du débit le long du puits horizontal ainsi que les pertes de charge le long de ce dernier sont fonction de plusieurs paramètres, à savoir : la perméabilité du milieu, la distribution de cette dernière le long du puits, la géométrie du puits et le taux de production. La chute de pression entre le réservoir et le puits est aussi un facteur déterminant à ne pas négliger lors de l'étude de la distribution du débit le long de puits.

La prise en compte de chaque paramètre à part ne permet pas de réaliser une étude d'optimisation efficace afin d'améliorer les performances du puits horizontal. C'est pour cette raison d'ailleurs, que l'étude de l'interaction entre le puits horizontal et le réservoir est une étude très délicate qui ne peut être cernée en étudiant l'effet de chaque paramètre séparément.

5.3. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons procédé à la simulation de l'écoulement dans le réservoir et à l'étude de la réponse transitoire du puits.

Plusieurs cas de figures ont été étudiés tels que l'influence de la perméabilité sur la réponse transitoire, l'effet de capacité de puits, l'effet du taux de production et du diamètre du puits sur la distribution du débit et sur la chute de pression le long du puits horizontal. Un exemple traitant l'influence du type de complétion et du rayon du puits (dans le cas de grands débits de production) a été aussi traité.

Les résultats obtenus ont montré le taux d'influence de la capacité de puits sur la réponse transitoire. Il a été montré aussi que la durée d'expansion du fluide (effet de capacité) varie avec la perméabilité du milieu et la longueur du puits.

Il a aussi été montré que la distribution du débit et la chute de pression le long du puits peuvent varier sensiblement avec le taux de production et le diamètre du puits. De ce fait l'approximation du puits horizontal à un milieu à conductivité infinie ne peut être adoptée dans ces deux cas de figures.

Cette étude nous a aussi permis de voir l'influence que peut avoir un choix de complétion sur les pertes de charge le long d'un puits horizontal.

L'approche de couplage présentée dans cette étude peut être appliquée pour déterminer le profil de pression ainsi que le profil de débit le long du puits (production ou injection) pour n'importe quel nombre de puits puisque la méthode utilisée dans ce travail peut être étendue pour étudier le cas de plusieurs puits.

Enfin cette approche peut être appliquée pour estimer l'index de puits à n'importe quel instant, puisque la relation existante, (relation de Peaceman) n'est valable que dans le cas du régime permanent et n'est valide que pour des écoulements bi-dimensionnels et pour des puits loin des frontières du réservoir.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Le but de ce travail était de réaliser une simulation numérique d'un écoulement dans un réservoir d'hydrocarbures contenant un puits horizontal et de développer un modèle de couplage puits horizontal/Réservoir afin de contribuer à la compréhension du comportement du puits face à une perturbation qui consiste en un certain débit de production et de mettre en évidence la perte de charge qui existe entre les deux extrémités du puits.

Durant cette étude, un code de calcul simulant un puits horizontal, utilisant un maillage raffiné au voisinage du puits a été développé. L'équation de diffusion régissant l'écoulement dans le réservoir a été résolue en utilisant un schéma complètement implicite et le couplage puits/réservoir a été réalisé en résolvant l'équation de diffusion et l'équation régissant la chute de pression dans le puits horizontal.

Le modèle peut être utilisé pour étudier la réponse transitoire du puits, la distribution du débit le long du puits ainsi que l'estimation de la chute de pression le long de ce dernier et la distribution de la pression dans le réservoir.

La performance de ce code de calcul réside dans deux points essentiels : premièrement du point de vue simplicité et efficacité de la méthode adoptée pour le couplage puits-réservoir, deuxièmement du point de vue numérique puisque la méthode de résolution adoptée permet une stabilité du système, une réduction du temps de calcul et de l'espace mémoire requis.

Enfin, et afin de faciliter l'utilisation du code de calcul élaboré et de faciliter l'exploitation des résultats obtenus après simulation, un logiciel qu'on a appelée '*HWSIM*' a été développé en utilisant le logiciel de développement d'applications C++ Builder (Voir annexe).

En ce qui concerne la réponse du puits horizontal, nous avons vu que plusieurs facteurs peuvent influencer sur l'amplitude et la durée de cette dernière tels que l'effet de capacité de puits, la perméabilité du milieu et le type de frontières.

On a aussi étudié le cas d'un grand taux de production, son influence sur la perte de charge et sa distribution le long du puits horizontal. On a constaté qu'une adoption d'une complétion adéquate le long du puits ou une réduction de la longueur de ce dernier peut affecter directement le taux de diminution de la pression le long du puits. Bien qu'une complétion permettant de réduire l'écoulement au centre de puits dans le cas de grand débit de production n'a pas un grand impact sur la perte de charge, elle permet tout de même de réduire cette dernière.

Les deux autres facteurs qui influent de façon très significative sur la perte de charge et qui sont le rayon du puits et sa longueur nous amènent à dire que le choix optimal de ces deux paramètres peut non seulement réduire la perte de charge mais aussi d'éviter des dépenses supplémentaires en adoptant un type de complétion bien précis.

L'approche de couplage présentée dans cette étude peut être appliquée pour déterminer le profil de pression ainsi que le profil de débit le long du puits (production ou injection) pour n'importe quel nombre de puits puisque la méthode utilisée dans cette étude peut être étendue pour étudier le cas de plusieurs puits dans une même formation.

Enfin cette approche peut être appliquée pour estimer l'index de puits à n'importe quel instant, puisque la relation existante (relation de Peaceman) n'est valable que dans le cas de régime permanent et n'est valide que pour des écoulements bi-dimensionnels et pour des puits loin des frontières du réservoir.

PERSPECTIVES :

Les résultats présentés dans cette étude concernent un puits complètement horizontal. Cependant, dans le cas réel un puits ne l'est jamais. Un forage horizontal est soit incliné d'un certain angle ou soit ondulé. De ce fait, nous recommandons l'extension de cette étude au cas de puits incliné ou ondulé pour voir l'effet de ces deux paramètres sur les pertes de charge et surtout sur le profil du débit le long du puits.

Comme noté précédemment l'approche de couplage utilisée peut être généralisée pour étudier le cas de puits multi-branches et étudier la variation des pertes de charge et le profil de débit dans chaque branche.

De plus cette étude peut être étendue pour étudier le cas des réservoirs fortement hétérogènes et mettre en évidence un régime d'écoulement qui ne peut être aperçu que dans ce cas de figure et qui est l'écoulement bilinéaire.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Gringarten A. & Ramey J. , 'The use of Source and Green's Functions in Solving Unsteady-Flow Problems in Reservoirs' , **SPE 3818** , 1973.
- [2] Goode P.A. & Thambynayagam R.K.M. 'Pressure Drawdown and Buildup Analysis of Horizontal Wells in Anisotropic Media' , **SPE 14250**, 1985.
- [3] Rosa A.J. & Carvalho R., 'A Mathematical Model for Pressure Evaluation in an Infinite-Conductivity Horizontal Well' , **SPE 15967**, 1989.
- [4] Kuchuk F.J., 'Pressure Behaviour of Horizontal Wells in Multilayer Reservoirs with Crossflow' , **SPE 22731**, 1991.
- [5] Kuchuk F.J, 'Well Testing and Interpretation for Horizontal Wells' , Journal of Petroleum Technology, pp.36-41, 1995.
- [6] Ponting D. et al., 'An Efficient Fully Implicit Simulator' , Society Of Petroleum Engineers Journal, pp. 544-552, 1980.
- [7] Pedrosa O.A. & Aziz K., 'Use of Hybrid Grid in Reservoir Simulation' , **SPE 13507**, 1986.
- [8] Peaceman D.W, 'Representation of a Horizontal Well in Numerical Reservoir Simulation' , **SPE 21217**, 1991.
- [9] Fung L.S.K et al., 'Reservoir Simulation with a Control Volume Finite-Element Method' , **SPE 21224**, 1992.
- [10] Babu D.K et al., 'The Relation Between Wellblock and Wellbore Pressure in Numerical Reservoir Simulation of Horizontal Wells' , SPE Res. Eng (August 1991).
- [11] Lee S.H & Milliken W.J., 'The Productivity Index of an Inclined Well in Finite-Difference Reservoir Simulation' , **SPE 25247**, 1993.
- [12] Gogtas B. & Ertekin T., 'Implementation of a Local Grid Refinement Technique in Modeling Slanted, Undulating Horizontal and Multi-Lateral Wells' , **SPE 56624**, 1999.
- [13] Ozkan et al., 'The influence of Pressure Drop Along the Wellbore on Horizontal Well Productivity' , Society of Petroleum Engineer Journal, 1999.
- [14] Dikken B.J, 'Pressure Drop in Horizontal Wells and Its Effect on Their Production Performance' , **SPE 19824**, 1989.

- [15] Islam M.R & Chakma A., '*Comrehensive Phisical and Numerical Modeling of Horizontal Well*', **SPE 20627**, 1990.
- [16] Folefac et al., '*Effect of Pressure along Horizontal Wellbore on Well Performance*', **SPE 23094**, 1991.
- [17] Ozkan et al., '*Effect of Conductivity on Horizontal Well Pressure Behaviour*', **SPE 24683**, 1992.
- [18] Novy R.A, '*Pressure Drop in Horizontal Wells : When can be ignored?*', **SPE 24941**, 1992.
- [19] Thuren J.B. et al., '*Designing Horizontal Wells Using a Coupled Wellbore to Reservoir Flow Simulator*', **SPE 35442**, 1996.
- [20] Ouyang L.B., '*GeneralWellbore Flow Model for Horizontal, Vertical and Slanted Well Completions*', **SPE 36608**, 1996.
- [21] Dickstein F. et al., '*Modeling and Simulation of Horizontal Wellbore-Reservoir Flow Equations*', **SPE 39064**, 1997.
- [22] Ouyang L.B & Aziz K., '*A Simplified Approach to Couple Wellbore Flow and Reservoir Inflow for Arbitrary Well Configurations*', **SPE 48936**, 1997.
- [23] Ewing R. et al., '*3-D Simulation of the Pressure Drop along Horizontal Wells in a Bounded Reservoir*', **SPE 65505**, 2000.
- [24] Vicente R. et al., '*A Numerical Model Coupling Reservoir and Horizontal Well Flow Dynamics : Transient Behaviour of Single-Phase Liquid and Gas Flow*', **SPE 65508**, 2000.
- [25] Aziz K. & Settari A., '*Petroleum Reservoir Simulation*', Applied Science Publishers, London, 1979.
- [26] Holmes J.A., '*Enhacements to the Strongly Coupled, Fully Implicit Well Model : Wellbor Crossflow Modelling and Collective Well Control*', **SPE 12259**, 1983.
- [27] Peaceman D.W. '*Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation with Non-Square Grid Blocks and Anisotropic Permeability*', Society of Petroleum Engineers Journal, pp. 531-543, 1983.
- [28] Mattax C.C & Dalton R.L, '*Reservoir Simulation*', Society of Petroleum Engineers Monograph, 1990.
- [29] Patankar S. V., '*Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*', McGraw-Hill edition, New York, 1980.
- [30] Joshi S.D., '*Horizontal Well Technology*', PennWell Publishing company, TULSA, 1991.
- [31] William T. Vetterling et al., '*Numerical Recipes in Fortran 77 : The Art of scientific Computing*', Cambridge University Press, second edition, 1992.
- [32] Suzuki K., '*Influence of Wellbore Hydrolics on Horizontal Well Pressure Transient Behaviour*', **SPE 24684**, 1992.
- [33] Versteeg H.K & Malallasekera W., '*An Introduction to Computational Fluid Dynamics : The Finite Volume Method*', Longman press, 1995.

- [34] *'Sparse Matrix Solver for Advanced Reservoir Simulation Technology'*, AIMSOL 95.00 technical guide. Computing Modeling Group., 1995.
- [35] Horne R.N., *'Modern Well Test Analysis : a Computer-Aided Approach'*, second edition, Petroway Inc, 1995.
- [36] Ouyang L.B. et al., *'Simple But Accurate Equations for Wellbore Pressure Drawdown Calculation'*, **SPE 38314**, 1997.
- [37] Fanshi J.R., *'Principles of Applied Reservoir Simulation'*, Gulf Publishing Company, Houston, Texas, 1997.

ANNEXES

ANNEXE A

PRESENTATION DU LOGICIEL HWSIM

1. Présentation

HWSIM est un logiciel conçu pour réaliser des simulations numériques dans un puits horizontal. Il comprend une interface graphique facilitant à l'utilisateur d'introduire les données d'entrée nécessaires pour dérouler la simulation et d'exposer par la suite les résultats de cette simulation.

Ce logiciel comprend trois parties principales :

- 1- Partie Introduction des données d'entrée (INPUT) : à travers cette partie le code de calcul élaboré lit tous les paramètres concernant le fluide, les dimensions de la formation et du puits horizontal.
- 2- Partie Simulation : cette partie est constituée du code de calcul appelé à réaliser toutes les procédures de calcul nécessaire à la résolution des équations d'écoulement dans le puits et dans le réservoir.

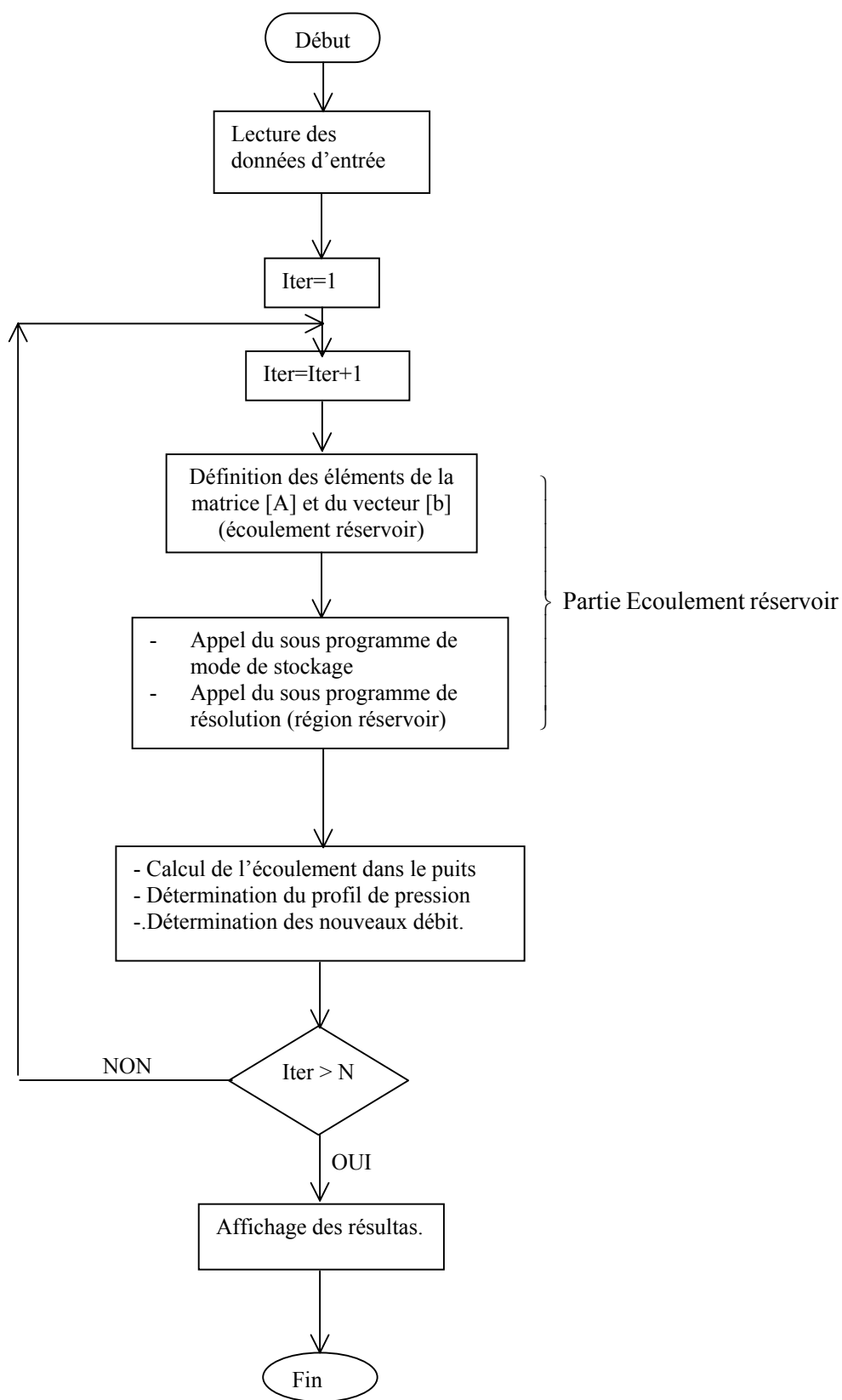
Cette partie est elle même décomposée en plusieurs sous étapes :

- 2-1. Partie concernant la décomposition du domaine d'étude en volumes de contrôles (blocs) et détermination des coordonnées des différents nœuds.
 - 2-2. Partie de stockage des éléments matriciels en mode de stockage indexé.
 - 2-3. Partie de résolution de l'équation de l'écoulement dans le réservoir.
 - 2-4. Partie de résolution de l'écoulement dans le puits.
- 3- Partie Présentation des résultats : qui a pour objectif d'exploiter les fichiers de sortie créés par le code de calcul et de les présentés sous forme de graphes.

De plus, puisque dans notre étude le système d'unités pétrolières a été adopté, et pour faciliter la tâche à l'utilisateur une autre partie concernant la conversion des unités SI vers les unités pétrolières ou inversement a été ajoutée.

Le code de calcul principal à été développé en utilisant le langage Fortran alors que l'interface graphique à été réalisée en utilisant le langage C++ et en utilisant le logiciel de développement d'application « C++ Builder 5 ».

L'organigramme suivant expose les différentes partie du programme général :



Le programme d'utilisation comprend en premier lieu un menu principal qui a pour objectif de démarrer la simulation ou d'ouvrir la session de conversion d'unités (**Figure 1**)

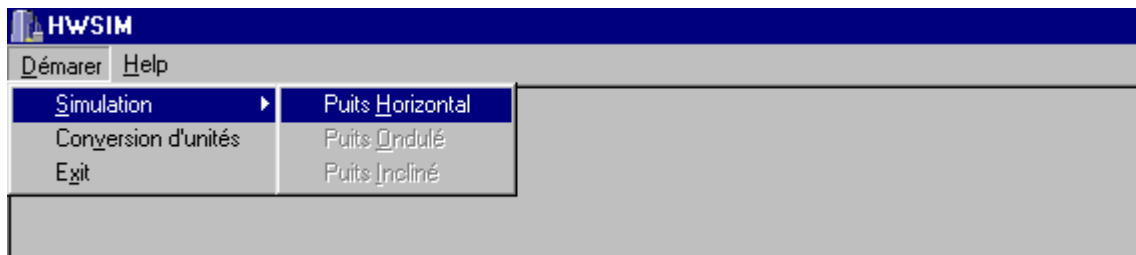


FIGURE 1

Dans le cas où l'utilisateur clique sur l'angle de conversion d'unités, la fenêtre équivalente à ce fait s'affiche (**Figure 2**). En introduisant une ou plusieurs grandeurs au même temps dans les zones de texte appropriées, le conversion des unités vers un système à l'autre est possible en appuyant sur l'un des boutons → ou ←.

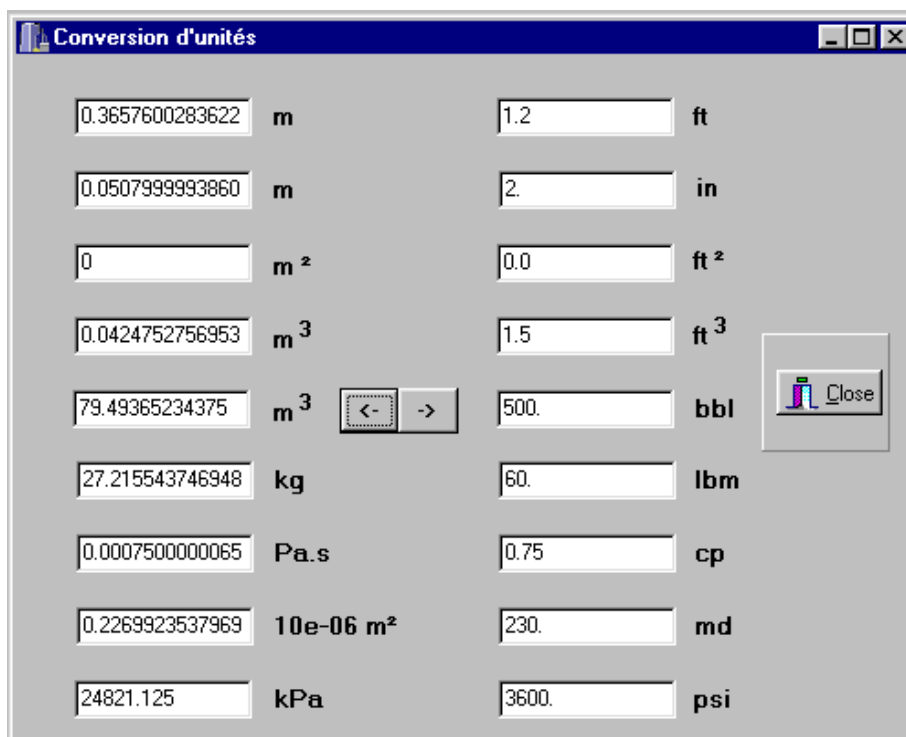
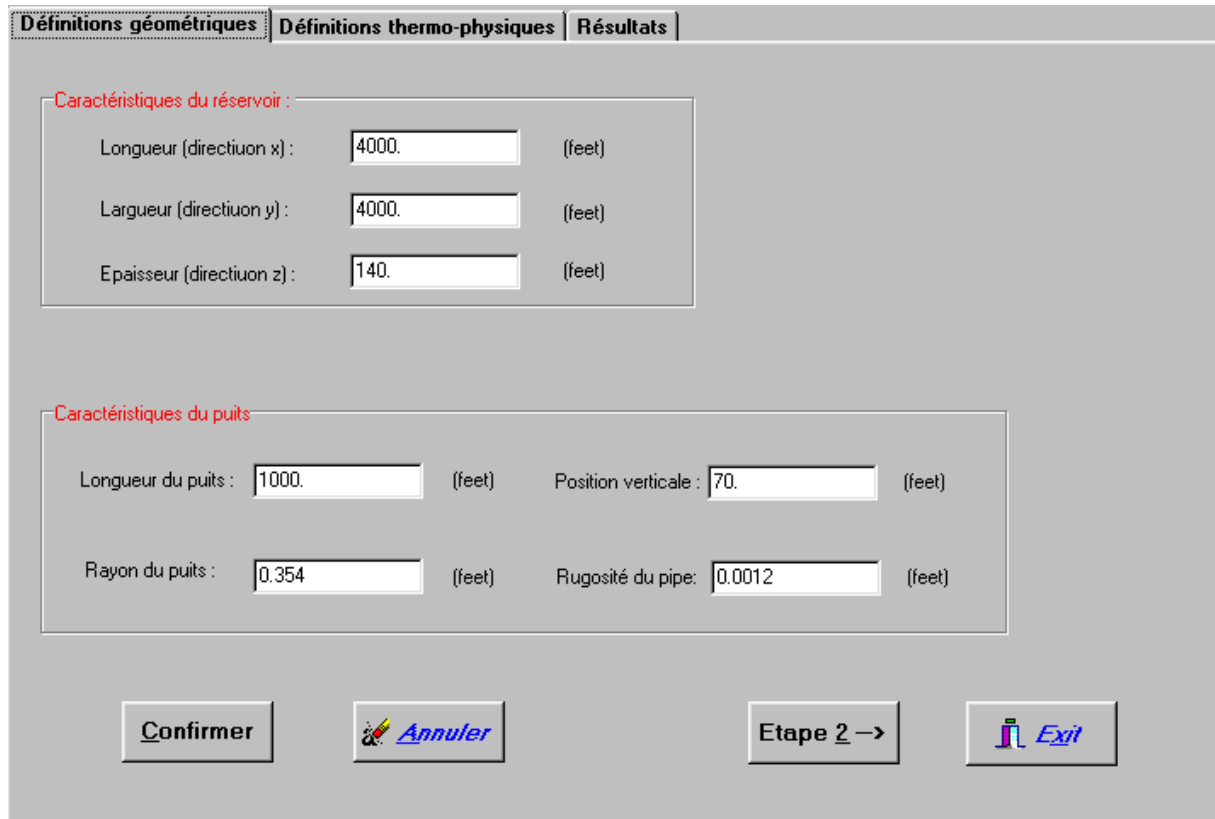


Figure 2.

Pour réaliser une simulation numérique l'utilisateur doit cliquer sur l'anglet 'Simulation'. Trois pages secondaires, représentant deux étapes d'introduction des données d'entrée (géométriques et thermophysiques) concernant la caractérisation du fluide et du réservoir (**Figure 3 et 4**), et une étape de représentation des résultats s'affichent (**Figure 5**).





Définitions géométriques			Définitions thermo-physiques			Résultats		
Caractéristiques du réservoir :								
Longueur (direction x) :	4000.	(feet)						
Largueur (direction y) :	4000.	(feet)						
Epaisseur (direction z) :	140.	(feet)						
Caractéristiques du puits								
Longueur du puits :	1000.	(feet)	Position verticale :	70.	(feet)			
Rayon du puits :	0.354	(feet)	Rugosité du pipe:	0.0012	(feet)			
<u>Confirmer</u>			 Annuler			Etape 2 ->		 Exit

FIGURE 3

Remarque : les boutons 'Etape2' et 'Lancer la simulation' ne peuvent pas être activés si l'utilisateur ne confirme pas ses données d'entrée en appuyant sur les boutons 'confirmer'. Cette dernière procédure correspond à la création des fichiers d'entrées dont le code de calcul principal va utiliser pour entamer la procédure de calcul.

De plus le bouton 'Graphes' ne peut être activé que si la procédure de simulation s'achève et que le programme principal détecte la présence de tous les fichiers résultats nécessaires pour présenter les graphes.

Définitions géométriques | **Définitions thermo-physiques** | Résultats

Caractéristiques du fluide :

Viscosité du fluide : (cp)

Densité du fluide : (lb/sqft)

Coefficient du Wellbore storage :

Débit de Production : (bbl/d)

Pression initiale du réservoir : (psi)

Temps de simulation : (hr)

Caractéristiques de la roche :

Compressibilité totale : (1/psi)



Porosité de la Roche :

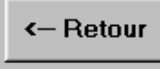
Perméabilité dans la direction x : (md)

Perméabilité dans la direction y : (md)

Perméabilité dans la direction z : (md)

Frontières imperméables ▼



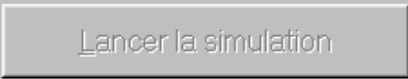

 

FIGURE 4

Après que l'utilisateur confirme ces données d'entrée et clique sur le bouton 'lancer Simulation' (qui ne peut être activé que si l'utilisateur confirme ces données d'entrée), le code de calcul s'amorce et une fenêtre apparaît en mode minimisé. Cette fenêtre se refermera automatiquement dès que la simulation est terminée et que le bouton 'Graphes' s'active.

Dans la troisième fenêtre représentant l'étape d'affichage, l'utilisateur peut visualiser les résultats de la simulation en cliquant sur le bouton 'Exposer' et après choisir le type de graphe à visualiser. Ces graphes représentent :

- L'évolution de la pression en fonction du temps sur une représentation semi-logarithmique,
- L'évolution de la pression et de sa dérivée sur une planche Log-Log,
- La distribution du débit le long du puits,
- Ainsi que le profil de pression le long du puits. (**Figure 5.**)

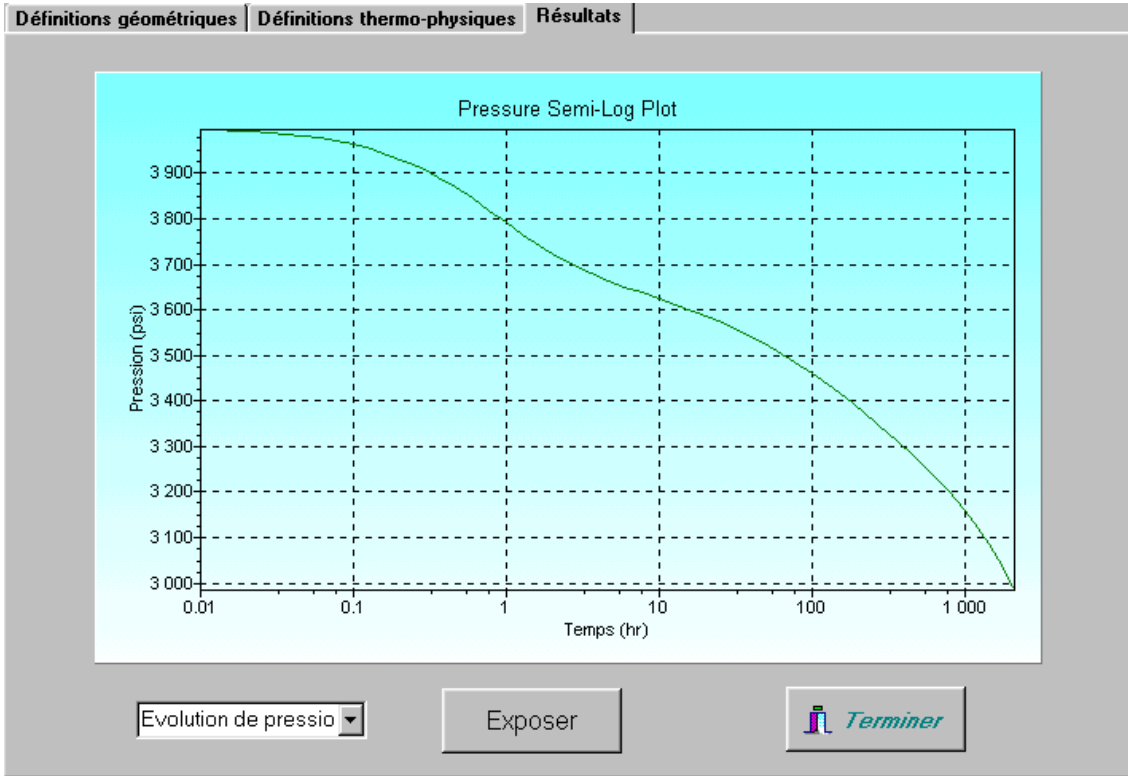


FIGURE 5.1

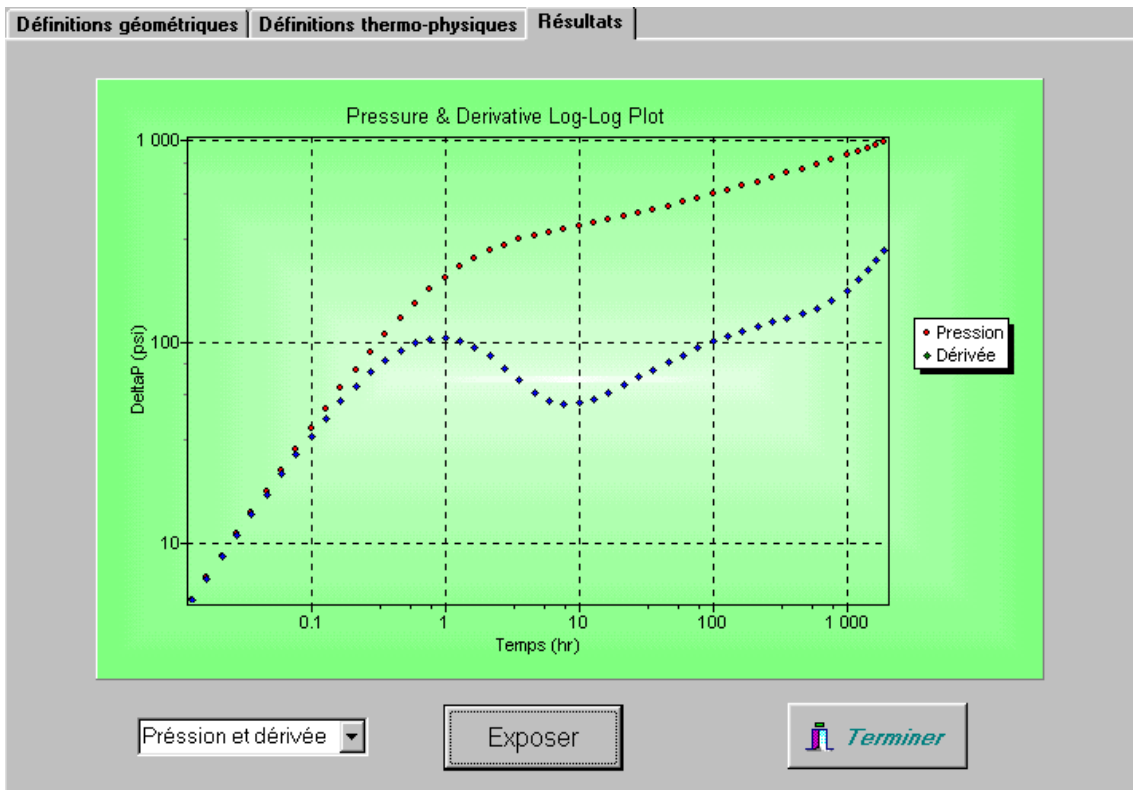


Figure 5.2

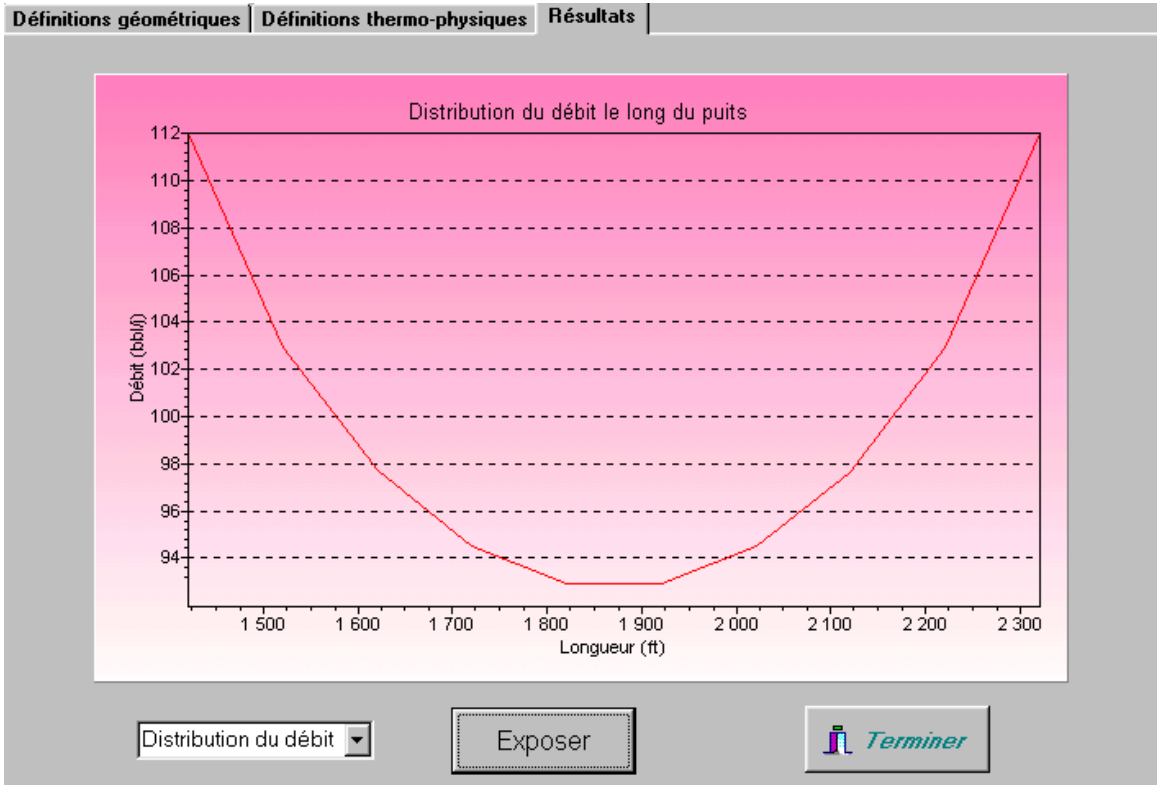


FIGURE 5.3

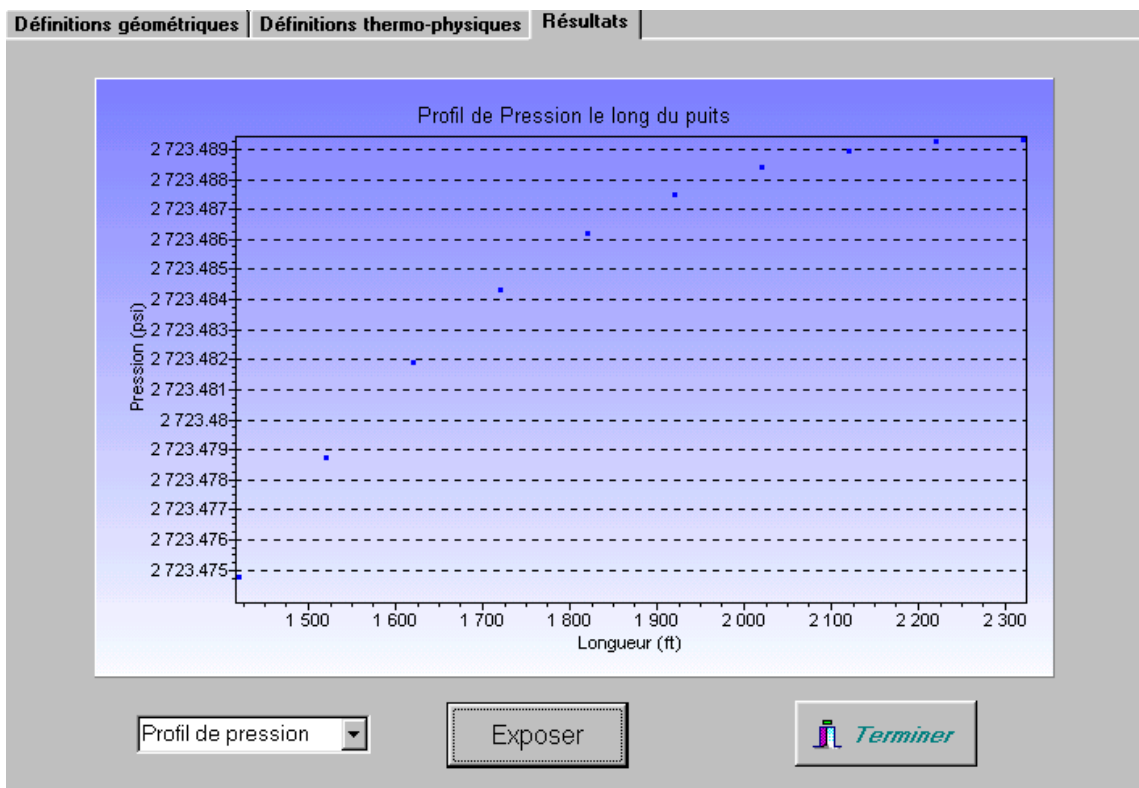


Figure 5.4

Puisque le code de calcul principal calcul aussi la distribution de la pression dans le réservoir trois fichiers résultats supplémentaires sont créés. C'est fichiers représentent la distributions de pression dans le réservoir et peuvent être exploités en utilisant un logiciel de graphisme tel que Surfer32 ou autres logiciels. (Figure 6)

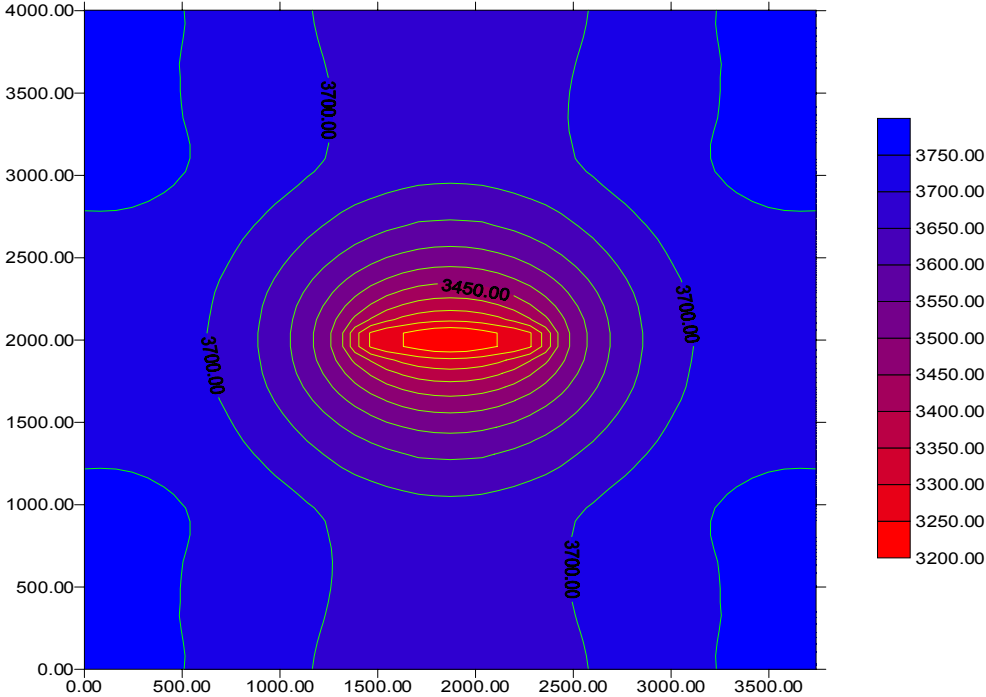


Figure 6.1 Distribution des pression dans le réservoir dans le plan (x,y)

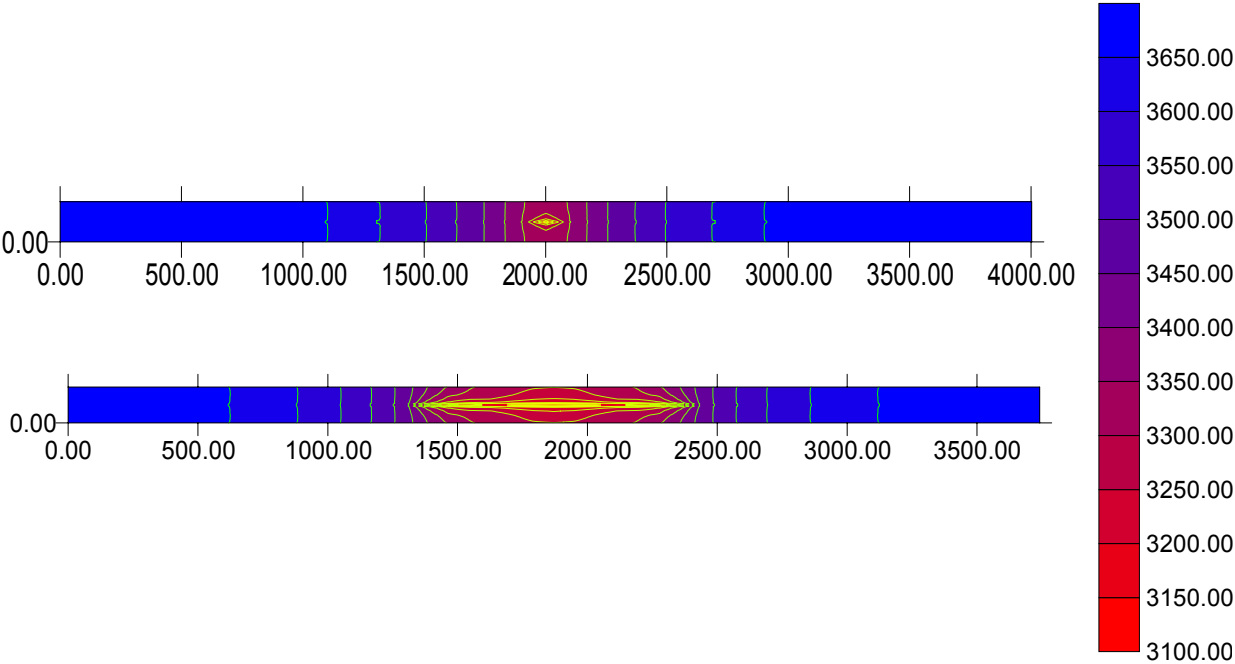


Figure 6.2. Distribution des pressions dans le réservoir dans les deux plans (y,z) et (x,z)

ANNEXE B

RESOLUTION DES SYSTEMES LINEAIRE PAR LA METHODE DE DECOMPOSITION LU

La méthode de résolution des systèmes linéaires de type $[A].[x]=[b]$ par la méthode de décomposition LU est basée sur l'écriture de la matrice $[A]$ en un produit de deux matrices distinctes.

$$LU = A \quad (B - 1)$$

La première matrice L est une matrice triangulaire inférieure où les éléments de la diagonale sont égaux et valent l'unité, alors que la matrice U est une matrice triangulaire supérieure.

Par exemple, la matrice $[A]$ de dimension (4x4) s'écrira de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & 0 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 0 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} \\ 0 & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} \\ 0 & 0 & \beta_{33} & \beta_{34} \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (B - 2)$$

En utilisant cette décomposition le système linéaire initial se transforme en

$$A.x = (LU).x = L.(U.x) = b \quad (B - 3)$$

De cette manière la résolution du système initial revient à résoudre les deux systèmes suivants :

$$L.y = b \quad (B - 4)$$

et

$$U.x = y \quad (B - 5)$$

De ce fait, la résolution du système (B-4) peut se faire par la substitution remontante suivante :

$$y_1 = \frac{b_1}{\alpha_{11}}$$

$$y_i = \frac{1}{\alpha_{ii}} \left[b_i - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ij} y_j \right] \quad i = 2, 3, \dots, N$$

De même, la résolution du système (B-5) se fera par la substitution descendante suivante :

$$x_N = \frac{y_N}{\beta_{NN}}$$

$$x_i = \frac{1}{\beta_{ii}} \left[y_i - \sum_{j=i+1}^N \beta_{ij} \cdot x_j \right] \quad i = N-1, N-2, \dots, 1$$

Détermination des éléments des matrices L et U

La première étape de la résolution du système linéaire consiste à déterminer les éléments des deux matrices L et U (α_{ij} et β_{ij}).

D'après l'équation (B-2) les éléments de [A] sont calculés à partir d'une somme de plusieurs produits dont le premier produit est toujours égal à ($\alpha_{1j} \cdot \beta_{1j}$) :

$$\alpha_{1j} \cdot \beta_{1j} + \dots = a_{ij}$$

Cependant, le nombre de termes de ces sommes dépend du fait que i est supérieur à j ou inversement.

Trois cas sont possibles :

$$i < j \quad : \quad \alpha_{i1} \cdot \beta_{1j} + \alpha_{i2} \cdot \beta_{2j} + \dots + \alpha_{ii} \cdot \beta_{ij} = a_{ij} \quad (B-6)$$

$$i = j \quad : \quad \alpha_{i1} \cdot \beta_{1j} + \alpha_{i2} \cdot \beta_{2j} + \dots + \alpha_{ii} \cdot \beta_{jj} = a_{ij} \quad (B-7)$$

$$i > j \quad : \quad \alpha_{i1} \cdot \beta_{1j} + \alpha_{i2} \cdot \beta_{2j} + \dots + \alpha_{ij} \cdot \beta_{jj} = a_{ij} \quad (B-8)$$

avec :

$$\alpha_{ii} = 1 \quad (B-9)$$

La méthode de résolution de ce système d'équation repose sur l'utilisation de l'algorithme de Crout [31] qui consiste à résoudre le système (B-6) –(B-8) en réarrangeant ces équations selon un certain ordre.

L'algorithme de Crout repose sur les étapes suivantes :

1- prendre $\alpha_{11} = 1$ pour $i = 1, 2, \dots, N$

2- pour chaque $j = 1, 2, \dots, N$, faire la procédure suivante :

2-1. Pour $i = 1, 2, \dots, j$, utiliser les équations (B-6), (B-7) et (B-9) pour calculer β_{ij} :

$$\beta_{ij} = a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} \alpha_{ik} \cdot \beta_{kj}$$

2-2. Pour $i=j+1, j+2, \dots, N$, utiliser l'équation (B-8) pour calculer α_{ij} :

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{\beta_{jj}} \left(a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} \alpha_{ik} \cdot \beta_{kj} \right)$$

3- vérifier que les deux procédures ont été accomplies, puis faire une autre étape sur j .

ANNEXE C

TECHNIQUE DU MAILLAGE HYBRIDE

Le développement des techniques de raffinement local de maillage et l'adoption des méthodes de résolution implicites sont l'un des pas majeurs qui ont contribué au développement du traitement des puits dans la simulation des réservoirs.

Ces techniques utilisent les mêmes coordonnées partout dans le domaine d'étude. Cependant, elles ne peuvent tenir compte de la nature presque radiale de l'écoulement au voisinage du puits.

La nécessité de représenter les puits de façon simple est efficace dans les simulateurs de réservoir, a conduit au développement du maillage hybride. Dans cette technique un maillage cartésien est adopté dans le réservoir, alors qu'un autre maillage curviligne est utilisé au voisinage du puits. Les solutions dans chaque région peuvent être découplées comme la résolution peut être effectuée de façon simultanée.

Maillage multi-grille

Dans cette approche, le réservoir est décomposé en deux régions : région puits et région réservoir.(figure 1)

- Région puits : à partir du puits et jusqu'à une certaine distance arbitraire, un maillage cylindrique (ou autre maillage curviligne) est utilisé. Cela permettra un traitement rigoureux des effets d'écoulements au voisinage du puits.(pouvant inclure même le cas des hétérogénéité et de fractures.)
- Région réservoir : loin du puits, l'écoulement dans le réservoir peut être presque linéaire. Pour cela, l'utilisation d'un maillage rectangulaire est approprié pour cette région.

remarque

L'implantation de deux types de maillage différents va générer quelque blocs de formes irrégulières au bord des deux régions. Le traitement de ces régions va être présenté plus tard.

La méthode de raffinage local peut être aussi intégrée à la méthode du maillage hybride. Le maillage irrégulier sera généré de telle manière qui sera fin au voisinage immédiat de la région puits et il s'élargira au fur et à mesure qu'on s'éloigne du puits.

L'introduction de ce type de maillage va permettre non seulement de réduire le nombre de nœuds et par conséquent la taille du système à résoudre, mais aussi d'estimer rigoureusement la pression au voisinage du puits.

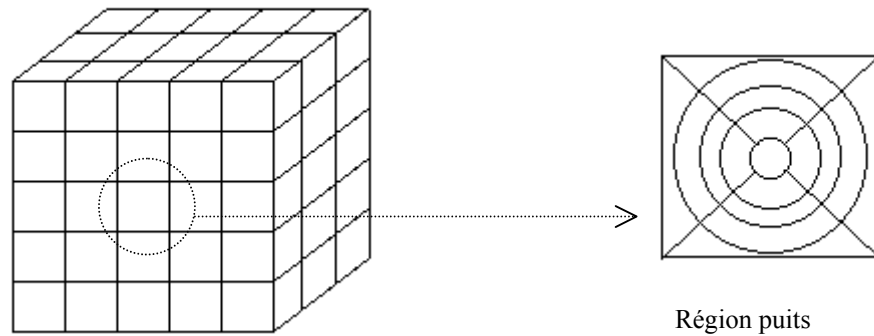


Figure 1. système multi-grille (hybrid grid)

(*) distribution des nœuds dans la direction radiale (région puits)

Afin de réduire le nombre de nœuds dans la région puits on peut distribuer les nœuds dans cette région suivant un pas irrégulier croissant. Cela va par la suite augmenter d'avantage le pas de maillage dans la région puits.

Pedrosa [7] a proposé une formule pour la distribution des nœuds dans la direction radiale pour un écoulement en régime permanent d'un fluide incompressible. Cette relation qui relie le rayon d'un nœud i avec le rayon de ses interfaces est et ouest ($i+1/2$ et $i-1/2$) est donnée par la formulation suivante :

$$r_i = r_{i-1/2} \exp\left(\frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1} \ln \alpha - \frac{1}{2}\right)$$

avec $\alpha = \frac{r_{i+1/2}}{r_{i-1/2}}$

Dans le cas où le fluide est faiblement compressible et que les conditions pseudo-permanentes prédomine il proposa la relation suivante :

$$\ln \frac{r_i}{r_{i-1/2}} - \frac{1}{2\alpha^2} \left(\frac{r_i}{r_{i-1/2}}\right) = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1} \ln \alpha - \frac{1}{4\alpha^2} - \frac{3}{4}$$

Enfin, une autre relation plus générale proposée par **Aziz [25]** peut être adoptée. Elle s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{r_{i+1}}{r_i} = \left(\frac{r_e}{r_w} \right)^{1/(N-1)}$$

r_w : rayon interne de la région puits

r_e : rayon externe de la région puits

N : nombre de noeuds dans la direction radiale

(*) Traitement des blocs irréguliers : (région puits/réservoir)

Les blocs irréguliers au bord de la région puits/réservoir requièrent un traitement particulier. Ces blocs sont limités dans la direction de l'écoulement par des surfaces curvilignes du côté puits et par des surface rectilignes du côté réservoir (voir figure 2).

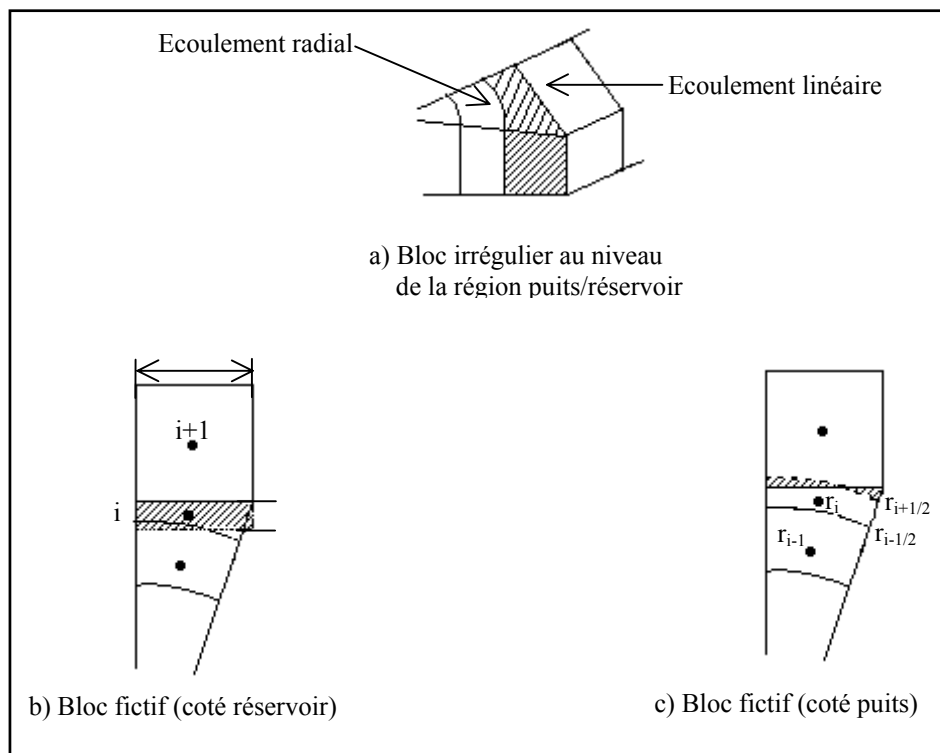


Figure 2 . Représentation d'un bloc irrégulier

L'écoulement à travers les surfaces du côté de la région puits peut être considéré comme radial autour du puits. Donc chaque bloc irrégulier peut être substitué par un bloc fictif cylindrique et ayant le même volume.

Pour cela il faut juste calculer le rayon externe équivalent (figure 2.b) de la façon suivante :

$$r_{i+1/2} = \sqrt{\frac{2 \cdot A_{ijk}}{\Delta\theta} + r_{i-1/2}^2}$$

A_{ijk} représente la surface latérale du bloc irrégulier

L'écoulement à travers les surfaces du côté de la région réservoir peut être considéré comme linéaire. On pourra par ce fait remplacer chaque bloc irrégulier par un autre fictif de forme rectangulaire et ayant le même volume. Pour cela il faut calculer l'épaisseur équivalente de ce bloc fictif (figure 2.c) de la façon suivante :

$$L_i = \frac{A_{ijk}}{\Delta y}$$

Le passage de la région puits vers la région réservoir lors de la résolution du système d'équation sera en utilisant la condition de continuité. On calculera la somme des débits entrants les blocs irréguliers en fonction des gradients de pression et on l'égalisera avec la somme des débits quittant ces blocs.