

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
HOUARI BOUMEDIENNE  
FACULTÉ DE PHYSIQUE**

**Thèse présentée pour l'obtention du diplôme de Doctorat 3<sup>ième</sup> Cycle  
en physique  
Spécialité : Physique théorique**

**Par  
FELLAH Sabrina**

**THÈME**

**Contribution à l'étude des phénomènes de dissipation de l'énergie  
dans les plasmas à multi-espèces**

Soutenu publiquement le 26 / 11 / 2024, devant le jury composé de :

Mr Abdelatif Tahraoui	Professeur	U.S.T.H.B	Président
Mr Rabia Amour	Professeur	U.S.T.H.B	Directeur de thèse
Mr Mohamed Ouazene	Maître de Conférences	U.S.T.H.B	Examineur
Mr Ziane Kechidi	Maître de Conférences	U.Y. F, Médéa	Examineur
Mr Abderrzak Merriche	Maître de Conférences	U.A.M.O, Bouira	Examineur

# *Remerciements*

Le travail présenté dans cette thèse de doctorat a été réalisée au sein du groupe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique, de la Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie HOUARI BOUMEDIENE (USTHB) d'Alger.

Je remercie tout d'abord **Dieu** le tout puissant qui m'a éclairé le bon chemin.

Je remercie vivement le **Professeur R. AMOUR**, mon directeur de thèse, avec qui j'ai pris grand plaisir à travailler, dans la rigueur et la bonne humeur.

Je tiens également à remercier le **Professeur A. TAHRAOUI**, du laboratoire d'Electronique Quantique (USTHB) qui nous a honoré en acceptant de présider le jury de la présente thèse.

Mes remerciements les plus vifs vont également au **Docteur M. OUAZENE**, Maître de Conférences à la faculté de physique (USTHB), au **Docteur Z. KECHDI** de l'Université Yahia Farès de Médéa et au **Docteur A. MERRICHE** de l'Université Akli Mohand Oulhadj de Bouira, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury du présente thèse.

Je remercie également le **Pr. S. KERROUCHI**, le **Dr. R. FERMOUS**, le **Dr. Z. KECHDI**, le **Dr. A. MERRICHE**, le **Dr. N. ARAB** et le **Dr. M. BACHA** pour les nombreuses discussions que nous avons eues et surtout pour leur aide précieuse dans la finalisation de mon travail.

Mes vifs remerciements vont également à tous mes **camarades**, mes **collègues** et mes **amis** pour leur amitié et disponibilité.

Enfin, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon **père**, mes **frères** et mes **sœurs** pour leur soutien sans répit. Sans leurs encouragements, je ne serais pas arrivée à ce stade de mes études.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>1 Généralités sur les plasmas complexes</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction aux plasmas poussiéreux . . . . .	5
1.2 Quasi-neutralité . . . . .	6
1.3 Longueur de Debye dans les plasmas poussiéreux . . . . .	6
1.4 Fréquence plasmas poussiéreux . . . . .	7
1.5 Mécanismes de charge des grains de poussière . . . . .	8
1.5.1 Collection des particules . . . . .	9
1.5.2 Emission photo-électrique . . . . .	11
1.5.3 Émission secondaire des électrons . . . . .	11
1.5.4 Emission thermique . . . . .	12
1.5.5 Émission de champ . . . . .	12
1.6 Forces agissant sur les grains de poussière . . . . .	12
1.6.1 Force électrostatique agissant sur le grain de poussière . . . . .	13
1.6.2 Force de polarisation . . . . .	14
1.6.3 Force de gradient de la charge . . . . .	14
1.6.4 Force gravitationnelle . . . . .	15
1.7 Aperçu sur quelques distributions des vitesses non thermiques . . . . .	15
1.7.1 Distribution de vitesse non thermique (distribution de Cairns) . . . . .	15
1.7.2 Distribution de Cairns-Gurevich . . . . .	16
1.8 Ondes dans les plasmas . . . . .	17
1.8.1 Non linéarité et solitons . . . . .	19
1.8.2 Un peu d'histoire . . . . .	19
1.8.3 Caractéristiques. . . . .	21
1.8.4 Applications . . . . .	21

1.8.5	Technique de la Perturbation Réductive RPT . . . . .	21
<b>2</b>	<b>Analyse des ondes solitaires de basses fréquences dans un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'ions obéissant à la distribution de Cairns-Gurevich</b>	<b>28</b>
2.1	Introduction . . . . .	28
2.2	Modèle théorique . . . . .	30
2.3	Expression du courant ionique de Cairns-Gurevich . . . . .	33
2.4	Ondes solitaires dans un plasma à charge variable . . . . .	35
2.4.1	Cas de plasma poussiéreux à charge constante ( $I_e + I_i = 0$ ) . . . . .	35
2.4.2	Cas d'un plasma poussiéreux à charge variable ( $I_e + I_i \neq 0$ ) . . . . .	41
2.5	Conclusion . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Amortissement anormal des ondes solitaires induit par la fluctuation de charge dans les plasmas poussiéreux non-collisionnel : effet des ions non thermiques piégés</b>	<b>50</b>
3.1	Introduction . . . . .	50
3.2	Modèle théorique . . . . .	52
3.2.1	Équations de base du modèle . . . . .	52
3.2.2	Courants électriques et fréquence de charge des grains . . . . .	54
3.3	Effet des ions non thermiques piégés sur l'amortissement anormal du mode DA	58
3.3.1	Établissement de l'équation K-dV modifiée amortie . . . . .	58
3.3.2	Analyse numérique des différents termes de l'équation mKdV amortie	61
3.3.3	Solutions stationnaires de l'équation mdKdV . . . . .	63
3.4	Conclusion . . . . .	67
	<b>Bibliographie</b>	<b>69</b>
	<b>Conclusion générale</b>	<b>70</b>
	<b>Index</b>	<b>73</b>

# Introduction

Sur Terre, la matière se présente principalement sous forme solide, liquide ou gazeuse. Au-delà de ces trois états, il existe un quatrième état de la matière, qui constitue 99% de l'Univers [1]. Ce quatrième état se trouve dans les étoiles, les éclairs, les aurores boréales, le milieu interstellaire, l'ionosphère, l'espace interplanétaire, la magnétosphère, la couronne solaire et les atmosphères stellaires, où l'ionisation est due à des particules très rapides, dont certaines proviennent du soleil (vent solaire). Plus près de nous, on rencontre cet état sous forme artificielle dans les plasmas industriels, utilisés pour des applications technologiques et environnementales. En 1928, le terme "plasma" fut introduit en physique par le physicien Irvin Langmuir pour décrire le gaz ionisé observé dans les tubes à décharges [2]. Un plasma est donc considéré comme un gaz partiellement ou totalement ionisé, contenant des électrons, des ions ainsi que des atomes et molécules neutres [3]. Les plasmas, produits par l'application de champs électriques suffisamment puissants pour induire une ionisation significative au sein d'une population atomique ou moléculaire neutre, sont largement utilisés dans un vaste champ d'applications technologiques. Ces applications vont de la fusion thermonucléaire à la micro-électronique, en passant par les traitements de surface (gravure et dépôt de films minces), la synthèse de nouveaux matériaux, les nanotechnologies et la propulsion spatiale. On les retrouve également dans les flammes, le découpage des métaux par torches à plasma, les ondes de chocs, les radiocommunications (utilisant la réflexion des ondes sur l'ionosphère), le traitement des effluents gazeux, ainsi que dans plusieurs applications médicales comme la dermatologie, la chirurgie dentaire, le traitement de certaines tumeurs et la stérilisation d'implants et d'instruments. Sans doute, la physique des plasmas est devenue un enjeu majeur et une thématique de premier plan dans la recherche, intégrant les connaissances de nombreux autres domaines de la physique, tels que la physique statistique, l'électromagnétisme, la physique atomique, la physique non-linéaire et les théories des instabilités, entre autres.

Dans un gaz classique constitué uniquement de particules neutres, les interactions entre les particules sont de courte portée. En revanche, un gaz plasma se caractérise par la présence notable de charges libres, telles que des électrons et des ions, qui interagissent avec des atomes ou des molécules ionisés et manifestent un comportement collectif en raison des forces coulombiennes à longue portée. En outre, de nombreuses observations ont confirmé que la présence de grains d'impureté, dans les plasmas de base peut provoquer diverses conséquences, modifiant de manière significative la dynamique et les propriétés du plasma conventionnel à deux composantes. Ce nouveau état est connu sous le nom de plasma poussiéreux. En fait, ce n'est que depuis la fin des années 80 que les plasmas poussiéreux ont fait l'objet de nombreuses études sur la formation et la gestion des particules de poussière dans ces plasmas souvent désignés comme complexes.

Un plasma poussiéreux est un gaz à basse température, soit totalement, soit partiellement ionisé, comprenant des électrons, des ions, ainsi qu'une composante supplémentaire constituée de grains de poussière chargés et de grande masse (environ de l'ordre de  $10^{12}m_p$  où  $m_p$  représente la masse d'un proton). Ces grains de poussière ont généralement une taille allant du nanomètre au micromètre [5], [4]. Au cours des dernières années, les plasmas poussiéreux ont suscité un intérêt croissant en raison de leur rôle souvent crucial dans diverses applications technologiques, spatiales et astrophysiques. Ces plasmas se trouvent dans différentes régions de notre système solaire, notamment le milieu interplanétaire, les nuages interstellaires, les queues et chevelures des comètes, les anneaux planétaires, les boucles solaires, et les nuages moléculaires interstellaires, tels que les nébuleuses d'Orion. On les retrouve également dans les dispositifs de laboratoire et les procédés industriels. Des grains de poussière d'origine météorique ont été détectés dans la mésosphère terrestre, à des altitudes comprises entre 80 et 100 km. En introduisant de nouveaux phénomènes tels que la fluctuation de la charge électrique, l'appauvrissement électronique et la dissipation anormale de l'énergie, ces grains de poussière peuvent modifier les propriétés intrinsèques des plasmas traditionnels à deux composantes. Par conséquent, de nouveaux modes et instabilités peuvent apparaître.

Il est important de noter qu'au début des années 90, les plasmas poussiéreux ont gagné en importance grâce à la découverte de deux ondes acoustiques. La première, l'onde acoustique poussiéreuse [6], [7], représente un nouveau mode. La seconde, l'onde acoustique ionique poussiéreuse [8], est un mode acoustique ionique habituel modifié par la présence de grains de poussière immobiles. La charge des grains de poussière, pouvant atteindre plusieurs milliers de fois celle d'un électron, provient de divers processus physiques tels que la collecte

des électrons et des ions du plasma de base, l'émission photoélectronique dans des environnements radiatifs, l'émission électronique secondaire et l'émission par ions énergétiques, entre autres. Dans les plasmas de laboratoire à basse température, la collecte des électrons et des ions semble être le mécanisme de charge prédominant. Récemment, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas poussiéreux ont porté sur la variation de la charge des grains de poussière et les modifications induites par ce phénomène. Ces études ont montré que la fluctuation de la charge des grains affecte de manière significative les propriétés intrinsèques des deux modes acoustiques.

Le principal objectif de cette thèse est de réexaminer les oscillations acoustiques en prenant en compte la présence de grains de poussière massifs à charge variable. Pour ce faire, nous utilisons les équations fondamentales du modèle fluide, intégrons la théorie cinétique des plasmas, et employons des approches analytiques et numériques. Une grande partie de cette recherche se concentrera sur l'identification et la formation de structures localisées (cohérentes et dissipatives) dans un plasma multi-espèces hors équilibre thermodynamique, en tenant compte de la fluctuation de la charge des grains de poussière. En particulier, nous analyserons l'effet des ions non thermiques piégés sur les structures cohérentes (solitons DA) et dissipatives (ondes de choc poussiéreuses) de grande et faible amplitude dans un plasma complexe à charge variable. Ces structures, considérées comme les « modes normaux non linéaires » d'un plasma à charge variable, ont été étudiées à l'aide de la méthode bien connue du pseudo-potentiel (pour des amplitudes arbitraires) ainsi que des méthodes de perturbation réductive (pour des amplitudes faibles mais finies). Le manuscrit est scindé en trois grands chapitres.

Le premier chapitre de cette thèse explorera les principes fondamentaux du plasma poussiéreux. Nous débuterons par une définition du plasma poussiéreux et une discussion des grandeurs caractéristiques telles que la quasi-neutralité macroscopique, la longueur de Debye et la fréquence plasma. Ensuite, nous examinerons en détail les différents mécanismes de chargement des grains de poussière, incluant la capture d'électrons et d'ions provenant du plasma environnant, l'émission photoélectrique, l'émission secondaire des électrons et l'émission thermique. De plus, nous analyserons les diverses forces agissant sur les grains de poussière. Nous mettrons également en évidence l'émergence de nouveaux modes tels que le mode acoustique poussiéreux (DA) et le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA), tout en offrant un aperçu historique des ondes solitaires et des solitons. En conclusion de ce premier chapitre, nous présenterons une analyse détaillée de la technique des perturbations réductives.

Le deuxième chapitre de cette thèse sera consacré à l'étude de l'effet des ions non thermiques piégés (ions obéissant à la distribution de Cairns-Gurevich) sur les solitons acoustiques poussiéreux dans un plasma complexe non-collisionnel à charge variable. Pour ce faire, nous définirons la distribution tridimensionnelle (3-D) dite de Cairns-Gurevich, qui décrira l'évolution des ions non thermiques (piégés et libérés) adiabatiquement dans le puits de potentiel du plasma, et nous dériverons l'expression de la densité associée. En basant sur le modèle bien connu de la sonde électrostatique, nous calculerons également les courants de charge, notamment le nouveau courant ionique de Cairns-Gurevich, à partir desquels nous déduirons l'expression (exprimée en termes de la fonction de Lambert) de la charge des grains de poussière en présence d'électrons maxwelliens et d'ions non thermiques piégés. En guise d'application, la méthode du pseudo-potentiel, applicable dans le cas de large amplitude, sera utilisée pour établir le potentiel de Sagdeev associé à un plasma poussiéreux non collisionnel en présence d'électrons maxwelliens, d'ions obéissant à la distribution de Cairns-Gurevich et de grains de poussière négatifs à charge variable. Nous démontrerons que la variation de la charge peut entraîner une dispersion et une dissipation anormale, qui, en interaction avec les non-linéarités du système, contribuent à la formation de structures cohérentes hautement localisées (solitons) et dissipatives (ondes de choc) dont les propriétés sont sensiblement affectées par les ions non thermiques piégés.

Le troisième chapitre de cette thèse portera sur l'amortissement non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse induit par la fluctuation de la charge des grains de poussière dans un plasma non collisionnel. En utilisant la méthode de la perturbation réductive, nous analyserons l'effet combiné de la variation de la charge des grains et des ions non thermiques piégés adiabatiquement sur l'onde acoustique poussiéreuse dans un modèle de plasma déjà illustré dans le chapitre précédent. Nous verrons que la variation de la charge des grains est responsable de l'amortissement de l'onde acoustique poussiéreuse, qui peut être décrite par une équation de type Korteweg-de Vries modifiée (mK-dV) incluant un terme d'amortissement additionnel. De plus, nous montrerons que ce phénomène de dissipation anormale devient significatif et peut prédominer sur la dispersion à mesure que le caractère non thermique des ions suivant la distribution de Cairns-Gurevich augmente, surtout pour des concentrations élevées de grains de poussière.

Nous concluons notre manuscrit par une synthèse générale des travaux effectués, suivie d'une courte section sur les perspectives futures.

# 1

## Généralités sur les plasmas complexes

### 1.1 Introduction aux plasmas poussiéreux

Une des nouvelles branches de la physique des plasmas est l'étude des plasmas contaminés par des poussières, appelés plasmas poussiéreux, qui a attiré l'attention de nombreux chercheurs vers la fin des années 1980 en raison des problèmes industriels qu'ils engendraient. Les plasmas poussiéreux, également connus sous le nom de plasmas complexes, sont des gaz partiellement ionisés contenant un mélange d'espèces chargées, à la fois positives et négatives, ainsi que des atomes et molécules neutres, des électrons et des particules solides en suspension [5]. Ces particules solides sont généralement de petites poussières dont la taille est plus grande que celle des molécules, mais reste à l'échelle microscopique. Ces grains acquièrent leur charge grâce aux interactions avec les ions et les électrons du plasma environnant, ce qui leur permet d'interagir avec le plasma et d'affecter son comportement de manière significative. En effet, la présence de poussières dans les réacteurs à radiofréquence (RF) est responsable de multiples défauts sur les surfaces traitées. De nombreuses recherches se sont concentrées sur la formation et la croissance de ces grains de poussière, leur transport au sein du plasma ainsi que les modifications qu'elles induisent. Malgré les moyens importants investis pour contrôler et éliminer les poussières dans les différents réacteurs à plasma, l'expérience montre que des poussières sont régulièrement présentes au cours des procédés.

En laboratoire, les plasmas poussiéreux peuvent être générés de plusieurs manières. On peut les créer en injectant directement des particules de poussière micrométriques dans un plasma conventionnel, en induisant la formation de poussières par l'introduction d'un gaz réactif, ou encore par l'érosion des matériaux due au contact entre le plasma et les parois de

l'enceinte. Par exemple, la pulvérisation de la cible par bombardement ionique (sputtering) dans des dispositifs tels que les tokamaks peut entraîner la production de poussières à l'intérieur de la machine. La présence de grains de poussière dans un plasma joue un rôle essentiel dans les processus collectifs des plasmas poussiéreux. Les grains de poussière ne modifient pas seulement le spectre des ondes par rapport à un plasma sans poussière, mais peuvent également conduire à l'apparition de nouveaux modes ainsi que de nouveaux mécanismes d'amortissement et d'instabilité. En outre, la présence de grains de poussière introduit de nouvelles échelles spatiales et temporelles [9].

## 1.2 Quasi-neutralité

La quasi-neutralité se réfère à l'apparente neutralité de charge d'un plasma dans son ensemble, bien qu'à des échelles plus petites, les charges positives et négatives qui le composent puissent créer des régions chargées et des champs électriques. En raison de la grande mobilité des électrons, les plasmas sont d'excellents conducteurs d'électricité et les charges qui se forment sont rapidement neutralisées. Ainsi, les plasmas peuvent souvent être considérés comme quasi neutres. La distance à laquelle la quasi-neutralité devient perceptible dépend de la densité et de la température du plasma. Cette distance, appelée longueur de Debye (ou sphère de Debye), varie selon les caractéristiques physiques du plasma. La quasi-neutralité impose

$$n_{i0} = n_{e0} + \epsilon_d z_{d0} n_{d0} \quad (1.1)$$

avec  $n_{i0}$ ,  $n_{e0}$  et  $n_{d0}$  sont les densités non perturbées des électrons, des ions et des grains de poussière.  $z_{d0}$  est le densité de charges non perturbées résidant sur la surface de grain,  $\epsilon_d = +1$  pour les grains de charge négative et  $\epsilon_d = -1$  pour les grains de charge positive.

## 1.3 Longueur de Debye dans les plasmas poussiéreux

La longueur de Debye est une mesure essentielle en physique des plasmas, notamment dans le domaine des plasmas poussiéreux. La longueur de Debye ( $\lambda_D$ ) ou bien l'écrantage électrique de Debye (en référence au physicien et chimiste Peter Debye) est une grandeur physique qui représente la puissance d'écranter toutes charges électriques présents au sein de plasma ou un autre conducteur. La formule linéarisée de la longueur de Debye dans un plasma complexe

est donnée comme suit

$$\lambda_D = \frac{\lambda_{De}\lambda_{Di}}{\sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2}} \quad (1.2)$$

où  $\lambda_{De(i)}$  est la longueur de Debye électronique (ionique) définie par

$$\lambda_{De(i)} = \left( \frac{\varepsilon_0 k_B T_{e(i)}}{n_{e(i)} e^2} \right)^{1/2} \quad (1.3)$$

Ici  $\varepsilon_0$  représente la permittivité du vide,  $k_B$  est la constante de Boltzmann,  $T_{e(i)}$  est la température électronique (ionique) et  $n_{e(i)}$  est la densité des électrons (ions). Notons que dans le cas d'un plasmas froids hors équilibre thermodynamique, où  $T_e \gg T_i$  et (ce qui se traduit par  $\lambda_{De} \gg \lambda_{Di}$ ), la longueur de Debye effective pour les particules de poussière sera approximativement équivalente à la longueur de Debye ionique ( $\lambda_D \approx \lambda_{Di}$ ).

## 1.4 Fréquence plasmas poussiéreux

Le terme "fréquence" suggère une oscillation ou un phénomène périodique. L'expérience démontre que l'introduction d'une charge test positive ou négative dans un plasma initialement neutre et stable perturbe instantanément l'équilibre du plasma. Le champ de charge d'espace interne engendre des mouvements collectifs des autres particules visant à rétablir la neutralité de charge initiale. Ces mouvements collectifs sont définis par une fréquence naturelle d'oscillation appelée fréquence plasma  $\omega_p$ . Cette fréquence, résultant de la perturbation subie par le plasma, est définie par l'expression suivante, qui découle de l'application de la relation fondamentale de la dynamique, de l'équation de Poisson ainsi que des équations de mouvement et de continuité

$$\omega_p^2 = \sum \frac{4\pi n_s q_s^2}{m_s} = \sum \omega_{ps}^2 \quad (1.4)$$

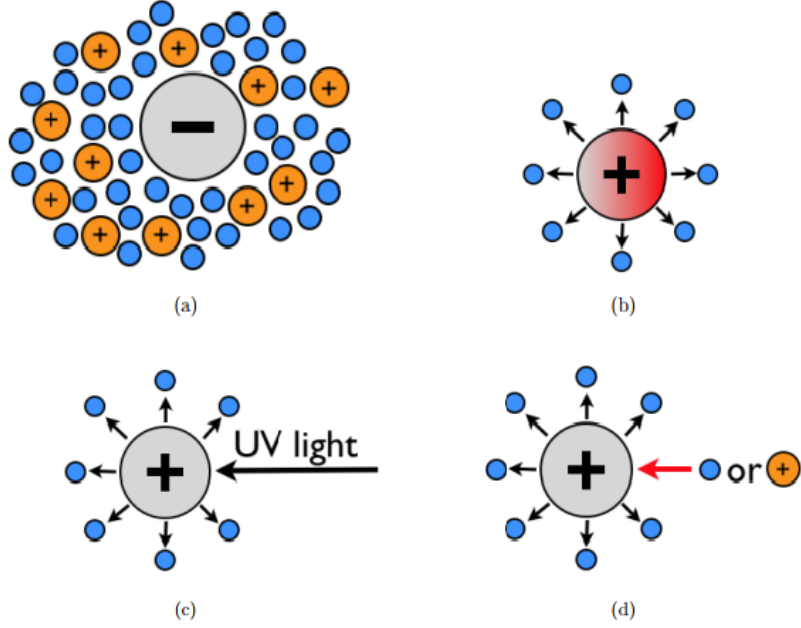
où  $\omega_{ps} = \sqrt{4\pi n_s q_s^2 / m_s}$  représente la fréquence plasma associée à l'espèce  $s$ .

La fréquence de ces oscillations ne sera bien entendu pas la même pour les électrons, les ions et les grains de poussière, mais dépendra de la masse et de la charge des particules constituantes du plasma. Par exemple, les électrons oscillent autour des ions avec la fréquence du plasma électronique  $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n_{e0} e^2 / m_e}$ , les ions oscillent autour des grains de poussière chargés avec la fréquence plasma ionique  $\omega_{pi} = \sqrt{4\pi n_{i0} e^2 / m_i}$  et les grains de poussière oscillent autour de leur positions d'équilibre avec la fréquence plasma de poussière  $\omega_{pd} = \sqrt{4\pi n_{d0} Z_{d0}^2 / m_d}$ .

## 1.5 Mécanismes de charge des grains de poussière

Le point fondamental de la physique des plasmas complexes est de connaître et comprendre les mécanismes de la formation de ces grains de poussière qui sont immergés dans le milieu plasma. Leurs compositions, leurs formes et leurs tailles peuvent être très différentes en fonction des zones de collection et des gaz et des matériaux utilisés dans les parois des réacteurs. Les processus élémentaires conduisant au chargement des grains de poussière sont assez complexes et dépendent surtout de l'environnement autour des grains de poussière. Les grains de poussière présents dans un plasma peuvent acquérir une charge électrique en interagissant avec les particules du plasma, telles que les électrons et les ions. Les mécanismes de chargement comprennent l'interaction électrostatique, l'échange de charges, et les collisions avec les particules du plasma. Les processus élémentaires les plus pertinents de chargement des grains de poussière peuvent être divisés en trois mécanismes principaux (i) l'interaction des grains de poussière avec les particules de plasma gazeux, (ii) l'interaction des grains de poussière avec les particules énergétiques (électrons et ions) et (iii) l'interaction des grains de poussière avec les photons.

Dans la plupart des plasmas de laboratoire ou industriels, la charge des grains de poussière se produit principalement en collectant des électrons et des ions. Les grains de poussière se comportent comme de petites sondes isolées à potentiel flottant. En raison de la vitesse thermique plus élevée des électrons que des ions, les grains de poussière sont chargés négativement. En plus de collecter les particules de plasma thermique, les particules de poussière dans l'espace sont soumises à des flux de photons ou de particules énergétiques, par exemple les particules du vent solaire, qui libèrent des électrons par photo émission ou émission secondaire. La figure ci-dessous représente les différents mécanismes de charge de grain de poussière.



**Fig. 1** : Les différents mécanismes de charge de grain de poussière (a) la collection électronique et ionique (b) l'émission thermo-ionique (c) l'effet photoélectrique (d) l'émission secondaire électronique et ionique.

### 1.5.1 Collection des particules

Lorsque la vitesse thermique des électrons est grande par rapport à la vitesse thermique des ions, les électrons atteignent la surface de grain de poussière plus vite que les ions et donc la surface de grain sera portée à un potentiel négatif. Par suite, les électrons seront repoussés par les grains et les ions seront attirés par les grains et par conséquent le courant électronique diminuera et le courant ionique va augmenter. Dans le cas inverse (où la charge de grain est positive), il y'aura une réduction du courant ionique et un accroissement du courant électronique.

Passons nous maintenant à présenter les principales étapes de calculs pour déterminer le courant  $I_j$  (de l'espèce  $j$ ) par utilisation de l'approche de OML (Orbit Limited Motion Approach [3], [10]). Cette approche dépend des sections efficaces de la charge (électron et ion) qui sont évaluées à partir de paramètre d'impact d'une particule approchant la surface d'un grain à une distance plus petite que les dimensions de cette particule. Les expressions de ces sections efficaces électronique et ionique sont données par:

$$\sigma_e(q_d, v) = \pi r_d^2 \left( 1 + \frac{2eq_d}{r_d m_e v^2} \right) \quad (1.5)$$

$$\sigma_i(q_d, v) = \pi r_d^2 \left( 1 - \frac{2eq_d}{r_d m_i v^2} \right) \quad (1.6)$$

pour  $v^2 \succ 2e | q_d | / r_d m_e = v_*^2$  alors que pour  $v^2 \prec v_*^2$ ,  $\sigma_e(q_d, v)$  est nulle et  $v = |V|$  et  $q_d$  est la charge du grain. Pour éviter que les électrons restent piégés dans le puits et pour qu'ils puissent atteindre la surface de grain, les électrons doivent avoir une vitesse minimale  $v_*$  à l'inverse des ions qui n'ont pas besoin d'avoir une vitesse minimale pour arriver à la surface de grain. L'équation d'évolution de la charge du grain de poussière donne par,

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + V_d \cdot \nabla \right) q_d = I_e + I_i = I_d(q_d) \quad (1.7)$$

où

$$I_d(q_d) = \sum_{s=e,i} q_s \int v \sigma_s(q_d, v) f_s(V) d^3V \quad (1.8)$$

est le courant de charge,  $V_d$  est la vitesse du grain,  $q_{e(i)} = -e(e)$  et  $f_s(V)$  est la fonction de distribution des vitesses de la particule d'espèce  $s$ . Lorsque le plasma est en équilibre thermodynamique, la fonction de distribution des vitesses  $f_s$  est dite la fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann  $f_{s0}$  et sa formule est donnée par,

$$f_{s0} = n_{s0} \left( \frac{1}{2\pi v_{ts}^2} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{1}{2v_{ts}^2} (V - V_0)^2 \right) \quad (1.9)$$

$V_0, n_{s0}$  et  $v_{ts} = (T_s/m_s)^{1/2}$  représente respectivement la vitesse de dérive entre le plasma classique et les grains, la densité à l'équilibre des particules d'espèce  $s$  et la vitesse thermique à l'équilibre des particules d'espèce  $s$ . Le fait que les vitesses de dérive pour les électrons et les ions sont beaucoup plus grandes que leurs vitesses thermiques, les expressions de courant électronique et ionique à l'équilibre sont données par,

$$I_{e0} = -\pi r_d^2 e \left( \frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp \left( \frac{eq_{d0}}{r_d m_e} \right) \quad (1.10)$$

$$I_{i0} = \pi r_d^2 e \left( \frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} n_{i0} \left( 1 - \frac{eq_{d0}}{r_d m_i} \right) \quad (1.11)$$

Dans le cas où la vitesse de dérive  $v_0$  des ions est plus grande que la vitesse thermique ionique, le courant ionique sera,

$$I_{i0} \simeq \pi r_d^2 e n_{i0} v_0 \left( 1 - \frac{2e\phi_g}{m_i v_{i0}^2} \right) \quad (1.12)$$

Pour des valeurs quelconques et arbitraires de  $v_0$ , l'expression de  $I_{i0}$  est un peu compliquée. A l'équilibre,

$$I_{e0} + I_{i0} = 0 \quad (1.13)$$

et il devient alors possible d'obtenir à partir des équations 1.12 et 1.13 la relation,

$$v_{te} \exp(e\phi_g/T_e) = \frac{n_{i0}}{n_{e0}} v_{ti} \left( 1 - \frac{e\phi_g}{T_i} \right) \quad (1.14)$$

à partir de laquelle il est possible de déterminer le potentiel  $\phi_g$  de la surface d'un grain de poussière isolé. Les grains vont d'abord capter les électrons puisque leur vitesse thermique est supérieure à celle des ions. Alors, le grain est électriquement flottant et son potentiel sera  $\phi_g$  négative, ce qu'il va approcher les ions et éloigner les électrons, d'où le potentiel de surface  $\phi_g$  est relié avec la charge moyenne d'un grain de poussière  $q_d$  par la relation,

$$q_d = C\phi_g \quad (1.15)$$

$C$  est la capacité du grain. Dans le cas d'un grain ayant une forme sphérique de rayon  $r_d$  et en même temps isolé, la capacité va prendre la même valeur du rayon, donc  $q_d = r_d\phi_g$ . Ce modèle est valable à cause de l'éloignement des grains les uns des autres par rapport la longueur de Debye  $\lambda_D$  des plasmas poussiéreux.

### 1.5.2 Émission photo-électrique

Nous obtenons ce processus où le flux de photons avec une énergie  $h\nu$  ( $h$  est la constante de Planck et  $\nu$  la fréquence des photons) supérieure à la fonction de travail photoélectrique ( $W_f$ ) du grain de poussière se produit sur la surface du grain de poussière, donc il émet des photoélectrons. La photoémission des électrons dépend de (i) la longueur d'onde des photons incidents, (ii) la surface du grain de poussière et (iii) les propriétés du grain de poussière. Ce mécanisme contribue à un courant de charge positif et tente de charger le grain de poussière positivement.

### 1.5.3 Émission secondaire des électrons

Quand une collision entre un grain de poussière et une particule énergétique (peut être électron ou bien ion) a eu lieu, elle correspond à une perte partielle ou totale d'énergie qui a conduit à l'extraction de certains électrons de la surface du grain de poussière (la charge du grain sera positive). Le processus d'émission d'électrons secondaires peut se produire de deux façons: l'une par impact d'électrons et l'autre par impact d'ions.

Nous citons la présence de trois cas possible lorsque l'électron passe près d'un grain de poussière. Le premier cas est de disperser ou de réfléchir par le grain de poussière avant qu'il n'atteigne pas le grain de poussière. La seconde situation est de pénétrer dans le

grain de poussière et s'arrêter immédiatement. Le troisième cas est de rentrer dans le grain de poussière, interagir avec les centres de diffusion et passer une partie ou la totalité du matériau de poussière dans lequel il peut perdre son énergie, et une partie de cette énergie peut être transférée vers d'autres électrons qui à leur tour peuvent échapper de la surface du grain (mécanisme d'impact d'électrons).

D'autre part, les ions très énergétiques peuvent tomber sur la surface de grain de poussière qui peut être le même que celui où les électrons sont tombés sur sa surface [11]. Cela signifie que, comme les électrons (incident sur une surface de grain de poussière comme nous l'avons vu dans le cas précédent).

#### 1.5.4 Emission thermique

Un des processus de charge importants qui charge positivement les grains de poussière est l'émission thermionique [12], [13]. Lorsqu'un grain de poussière est chauffé à une température élevée, certains électrons ou ions peuvent être émis thermiquement par la surface du grain de poussière.

#### 1.5.5 Émission de champ

Les grains de poussière de la taille d'un micron ou d'un submicron peuvent acquérir un potentiel négatif (ou positif) très élevé et émettre des électrons (ou des ions) sous forme d'émissions de champ.

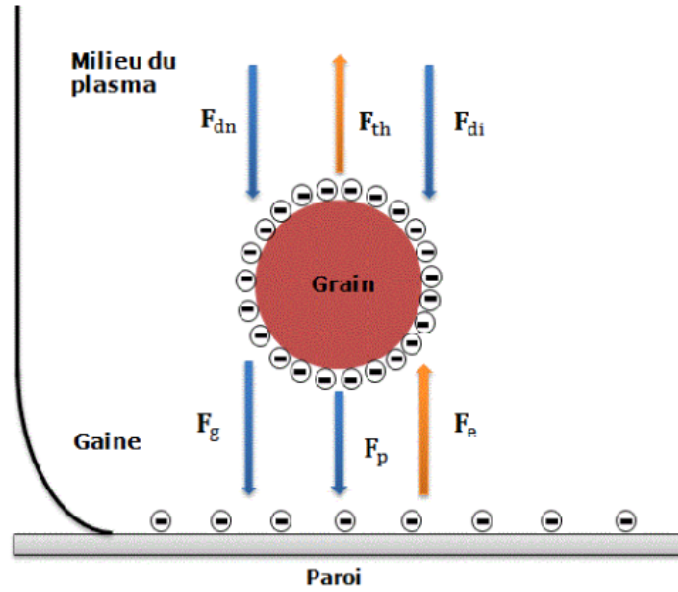
### 1.6 Forces agissant sur les grains de poussière

En ce qui concerne les forces qui peuvent agir sur les grains de poussière dans les plasmas, il est important de souligner qu'elles sont variées. Parmi celles-ci, on peut citer, à titre d'exemple, la force électromagnétique, la force gravitationnelle, les forces de traînée ionique et neutre, la force thermophorétique et la force de pression de rayonnement. Ces forces, qui peuvent exercer une influence faible ou forte sur un grain de poussière, dictent sa dynamique et sont représentées par une équation

$$m_d \frac{dv_d}{dt} = \vec{F}_e + \vec{F}_g + \vec{F}_d + \vec{F}_p + \vec{F}_{th}$$

où  $m_d$  est la masse du grain et  $v_d$  sa vitesse.  $\vec{F}_e$  est la force électromagnétique associée aux effets combinés des champs électriques et magnétiques,  $\vec{F}_g$  la force gravitationnelle associée

à l'attraction entre les grains de poussière elles-mêmes (si elles sont suffisamment massives) ou entre le grain de poussière et la planète ou le satellite massif,  $\vec{F}_d$  la force de traînée (friction) associée à l'entraînement des particules de plasma ou des neutres, qui résulte en fait du mouvement relatif entre le plasma et la poussière, ou entre le neutre et la poussière,  $\vec{F}_{th}$  est la force thermophorétique associée au gradient de température du gaz neutre et  $\vec{F}_p$  est la force de pression de rayonnement.



**Fig. 2** : Différentes forces exercées sur un grain de poussière au sein d'un plasma poussiéreux.

### 1.6.1 Force électrostatique agissant sur le grain de poussière

L'interaction d'un plasma avec une surface solide en présence d'impuretés (grains de poussière) donne la naissance d'une région non neutre, appelée gaine électrostatique. Daugherty et *al.* [14] ont trouvé que lorsqu'une particule immergée dans un plasma, il y a une force électrique engendrée. Cette dernière est donnée, après avoir résolu la solution de l'équation de Debye-Huckel et avoir extrait le potentiel électrostatique (utilisé certaine approximation), par la relation

$$F_e = Z_d e E_0 \left[ 1 + \frac{\left(\frac{r_d}{\lambda_D}\right)^2}{3 \left(1 + \left(\frac{r_d}{\lambda_D}\right)\right)} \right] \quad (1.16)$$

avec  $\lambda_D$  est la longueur de Debye linéaire,  $E_0$  est l'intensité d'un champ électrique constant. L'expression du champ électrique se réduit à

$$F_e = Z_d e E_0 \quad (1.17)$$

quand la théorie de Debye-Huckel est applicable (cas où  $r_d \ll \lambda_D$ ).

### 1.6.2 Force de polarisation

Lorsqu'ils sont chargés et plongés dans un plasma poussiéreux non uniforme, les grains de poussière engendrent un gradient de densité, entraînant ainsi une distorsion de la sphère de Debye. Dans cette configuration, la particule test, représentée par le grain de poussière, est soumise à une force électrostatique proportionnelle au gradient de densité, et plus spécifiquement au gradient de longueur de Debye. Cette force peut être exprimée de la manière suivante [15], [16]

$$\vec{\tilde{F}}_p = -\frac{q_d^2 \vec{\nabla} \lambda_D}{2(\lambda_D - r_d)^2} \quad (1.18)$$

où  $\lambda_D(r)$  et  $\vec{\nabla} \lambda_D$  sont respectivement la longueur de Debye dépendant de la position  $r$  et son gradient. Dans le cas  $r_d/\lambda_D \ll 1$ , les termes d'ordre supérieur  $\vartheta(r_d/\lambda_D)$  peuvent être négligés, c'est-à-dire, que seul le premier terme est important, cela peut être exprimé comme

$$\vec{F}_p = -\frac{q_d^2}{2} \frac{\vec{\nabla} \lambda_D}{\lambda_D^2} \quad (1.19)$$

L'équation précédente exprime que la force de polarisation est toujours orientée vers la région où la longueur de Debye diminue (c'est-à-dire vers les zones de température plus basse et/ou de densité de plasma plus élevée) et est opposée à la direction de la force électrique, quel que soit le signe de la charge du grain  $q_d$ .

### 1.6.3 Force de gradient de la charge

Si la charge du grain de poussière est variable, une autre force agit sur le grain; c'est la force de gradient de charge, qui est exprimée par [17]

$$\vec{F}_q = \frac{q_d \vec{\nabla} q_d}{\lambda_D} \quad (1.20)$$

La force de gradient de charge  $\vec{F}_q$  repousse les particules chargées positivement (négativement) vers la région où leur charge est plus élevée (basse). Il a été montré que pour des charges plus faibles, la force de gradient de charge prédomine, alors qu'à des charges plus élevées, l'influence de la force de polarisation devient plus significative [17].

### 1.6.4 Force gravitationnelle

Étant donné que la particule de poussière est de forme sphérique, la présence d'une attraction entre les particules (comme celle décrite par la loi de Kepler habituelle) peut être exprimée sous forme de force gravitationnelle. Celle-ci est alors décrite par la loi suivante

$$\vec{F}_g = m_d \vec{g} \quad (1.21)$$

où  $g = 9,81 \text{ (m.s}^{-2}\text{)}$  est la constant d'accélération gravitationnelle terrestre.

En utilisant l'hypothèse ci-dessus (grain sphérique et de rayon  $r_d$ ), la force de gravitation se réduit

$$\vec{F}_g = \frac{4}{3} \pi r_d^3 \rho \vec{g} \quad (1.22)$$

avec  $\rho$  est la masse volumique du grain. Il est évident que la force de gravitation ne dépend pas de la charge de grain, mais elle dépend de son rayon. D'autre part, elle est plus importante pour des grains de rayon  $r_d \succeq 1\mu\text{m}$ , tandis qu'elle est moins dominante comparée à la force électrostatique dans le cas où  $r_d \prec 1\mu\text{m}$ .

## 1.7 Aperçu sur quelques distributions des vitesses non thermiques

De nombreuses observations spatiales révèlent clairement la présence de particules énergétiques dans divers plasmas astrophysiques. Les mesures de leur fonction de distribution montrent un caractère hautement non thermique [18].

### 1.7.1 Distribution de vitesse non thermique (distribution de Cairns)

Cairns et ses collaborateurs [19]-[21] ont démontré qu'une distribution d'électrons non thermiques peut modifier la nature de l'onde acoustique ionique solitaire, permettant ainsi l'existence de structures solitaires de raréfaction similaires à celles observées par Freja [23] et Viking [22] dans la magnétosphère. Cairns et al. [19] ont proposé spécialement une distribution pour une population énergétique (électronique ou ionique). Cette distribution, pour une espèce  $j = e, i$  et en une dimension, est donnée par l'expression suivant

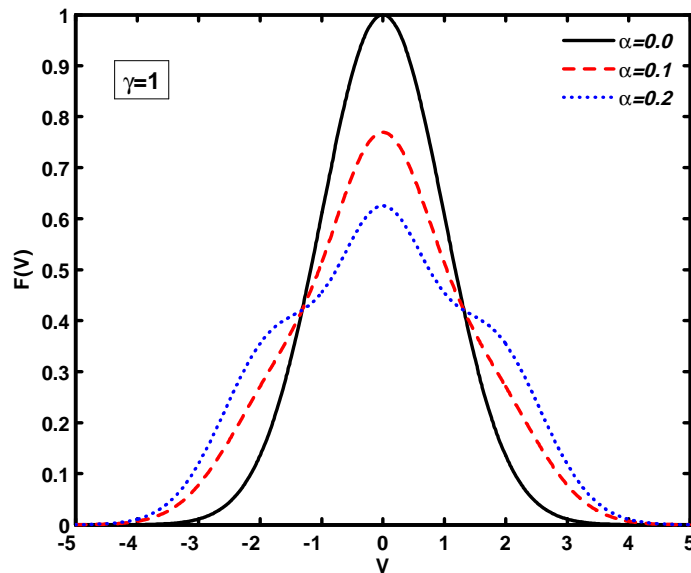
$$f(v_j) = \frac{n_{j0}}{(3\alpha + 1)\sqrt{2\pi v_{jth}^2}} \left( 1 + \alpha \frac{v_j^4}{v_{jth}^4} \right) \exp\left(-\frac{v_j^2}{2v_{eth}^2}\right) \quad (1.23)$$

où  $\alpha$  est un paramètre représentant la fraction de particules non thermiques présentes dans notre modèle de plasma,  $n_{j0}$  est la densité numérique à l'équilibre,  $v_{jth} = \sqrt{T_j/m_j}$  est la vitesse thermique et  $T_j$  est la température de l'espèce  $j$ . Il est à noter que pour  $\alpha = 0$ , l'équation (1.23) se réduit à la distribution bien connue de Maxwell

$$f_M(v_j) = \frac{n_{j0}}{\sqrt{2\pi v_{jth}^2}} \exp\left(-\frac{v_j^2}{2v_{jth}^2}\right) \quad (1.24)$$

Rappelons que les équations (1.23) et (1.24) sont des solutions d'équilibre de l'équation de Vlasov.

La fonction de distribution de Cairns (1.23) est représentée graphiquement sur la figure 3. Cette figure montre que, à mesure que le caractère non thermique augmente, la distribution développe des épaules, modifiant ainsi la structure Maxwellienne (pour  $\alpha = 0$ ) et rendant les états d'énergie plus probables.



**Fig. 3 :** Tracé de la fonction de distribution non thermique  $(3\alpha + 1)\sqrt{2\pi v_{jth}^2} f(v_j) / n_{j0}$  en fonction de  $V$  pour différentes valeurs du paramètre non thermique  $\alpha = 0.0$ ,  $\alpha = 0.1$  et  $\alpha = 0.2$ .

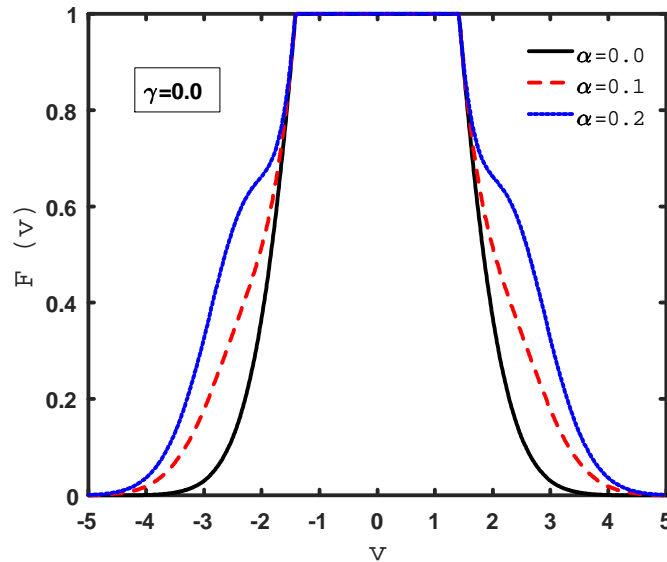
### 1.7.2 Distribution de Cairns-Gurevich

Cette distribution décrit simultanément la non-thermalité et le piégeage adiabatique des particules. Notons que le piégeage adiabatique correspond à une variation lente (adiabatique) du champ, c'est-à-dire que le potentiel du champ varie peu pendant une période de

vibration de la particule en question effectuant un mouvement fini [24]. La distribution de Cairns-Gurevich est donnée par [13]

$$f(v_j) = \frac{n_{j0}}{(3\alpha + 1)\sqrt{2\pi v_{jth}^2}} \begin{cases} \left(1 + \alpha \frac{v_j^4}{v_{jth}^4}\right) \exp\left(-\frac{v_j^2}{2v_{jth}^2}\right), & \text{pour } |v_{jx}| > \sqrt{-\frac{2q_j\phi}{m_j}} \\ 1, & \text{pour } |v_{jx}| < \sqrt{-\frac{2q_j\phi}{m_j}} \end{cases} \quad (1.25)$$

Il faut noter ici que si l'on néglige les effets de piégeage, on retrouve la distribution habituelle non thermique de Cairns et al. [19] illustrée précédemment. La figure 4 montre que la distribution de Cairns-Gurevich adopte une forme aplatie, dans laquelle la queue de la distribution est sensiblement influencée par le caractère non thermique. En effet, les résultats indiquent qu'à mesure que  $\alpha$  augmente diminue (c'est-à-dire que le caractère non thermique des ions piégés devient plus prononcé), la queue de la distribution devient plus élevée, et les états à haute énergie sont plus probables.



**Fig. 4 :** Tracé de la fonction de distribution de Cairns-Gurevich  $(3\alpha + 1)\sqrt{2\pi v_{jth}^2}f(v_j)/n_{j0}$  en fonction de  $V$  pour différentes valeurs du paramètre non thermique  $\alpha = 0.0$ ,  $\alpha = 0.1$  et  $\alpha = 0.2$ .

## 1.8 Ondes dans les plasmas

Les ondes dans les plasmas sont un ensemble interconnecté de particules et de champs qui se propagent de manière périodique. Un plasma est un fluide quasi neutre, conducteur d'électricité. Dans sa forme la plus simple, il est composé d'électrons et d'ions positifs, mais il peut également contenir plusieurs espèces d'ions, notamment des ions négatifs, des

positions ou des particules de poussière et des particules neutres, etc. En raison de son comportement collectif, un plasma se couple aux champs électriques et magnétiques... Ce milieu complexe de particules et de champs supporte une grande variété d'ondes. Les études de ces ondes dans le plasma sont très utiles pour le diagnostic du plasma, car les modes d'onde d'un plasma dépendent des caractéristiques du plasma.

Les ondes dans les plasmas peuvent être classées comme électromagnétiques ou électrostatiques selon qu'il existe ou non un champ magnétique oscillant. Selon la loi d'induction de Faraday en utilisant une solution d'onde plane,  $k \times \tilde{E} = \omega \tilde{B}$ , ce qui implique qu'une onde électrostatique doit être purement longitudinale et une onde électromagnétique, de l'autre côté avoir une composante transversale, mais peut aussi être partiellement longitudinale.

Les ondes peuvent être principalement différenciées en raison des espèces oscillantes du plasma. Dans la majorité des plasmas  $T_e \geq T_i$ ; en raison de cette hypothèse et de la masse beaucoup plus faible de l'électron, cela implique que les électrons se déplacent beaucoup plus rapidement que les ions. Le mode associé au mouvement des électrons dépend de la masse des électrons, mais en raison de leur inertie plus grande, les ions peuvent être supposés stationnaires. Un mode ionique dépend de la masse de l'ion, mais les électrons peuvent alors être supposés sans masse et se redistribuent immédiatement selon la relation de Boltzmann. Les différents modes peuvent également être classés selon qu'ils se propagent dans un plasma non magnétisé ou parallèlement, perpendiculairement ou obliquement au champ magnétique stationnaire. Le plasma étant un milieu complexe, il peut également supporter les ondes non linéaires. De tels effets non linéaires se combinent pour produire des perturbations ondulatoires et des phénomènes intéressants tels que des solitons (ondes solitaires), des doubles couches, des ondes de choc, des vortex, etc., sont fréquemment observés dans les plasmas de laboratoire, spatiaux et astrophysiques [1].

L'existence des grains de poussière chargés introduit une large variété de nouveaux phénomènes associés aux ondes et aux instabilités [1], [6] et provoquent différents phénomènes intéressants dans les environnements astrophysiques et spatiaux, à savoir, l'espace interplanétaire, le milieu interstellaire, les nuages interstellaires ou moléculaires, les comètes, les anneaux planétaires, les environnements terrestres, etc. [1], [26].

Rao et al. [6] ont été les premiers à prévoir théoriquement l'existence d'ondes acoustiques poussiéreuses (DA) à vitesse de phase extrêmement faible (en comparaison avec les vitesses thermiques électronique et ioniques) dans un plasma poussiéreux non magnétisé dont les constituants sont un fluide de grains de poussière inertiels, des ions et des électrons Boltzmanniens. Ainsi, dans les ondes DA, l'inertie est fournie par la masse des particules de

poussière et la force de rappel provient des pressions des électrons et des ions. La prédiction théorique de Rao et al [6] a été vérifiée expérimentalement par un certain nombre d'expériences en laboratoire [7], [27].

### 1.8.1 Non linéarité et solitons

Un plasma est intrinsèquement un milieu non linéaire. Dans l'approximation linéaire, différents types d'instabilités sont étudiés en supposant que l'amplitude des perturbations croissantes est faible et en décrivant que l'onde soit en croissance, soit en train d'être amortie. À mesure que l'amplitude devient grande, l'approximation linéaire s'effondre. Les effets non linéaires tendent à limiter la croissance des instabilités (saturation non linéaire). Des effets non linéaires se produisent également lorsqu'une onde plasma de grande amplitude est excitée par des moyens externes. Lorsque, par exemple, la dispersion dans l'onde acoustique est contrebalancée par la non-linéarité, alors un soliton acoustique (perturbation solitaire semblable à une impulsion) peut se propager sans déformation appréciable. Et donc, un soliton est une structure non linéaire qui résulte de l'interaction des effets non linéaires et dispersifs.

Les solitons sont connus depuis longtemps comme étant un type particulier d'ondes solitaires qui se produisent dans des milieux où la non-linéarité (la dépendance de la vitesse de propagation de l'amplitude de l'onde) et la dispersion (la dépendance de la vitesse de propagation de la fréquence de l'onde) jouent des rôles tout aussi importants. Mathématiquement, les solitons peuvent être considérés comme des solutions auto-localisées de certaines équations aux dérivées partielles non linéaires décrivant l'évolution de systèmes dynamiques non linéaires avec un nombre infini de degrés de liberté [28]. Les solitons conservent leur forme lors de l'interaction et peuvent être considérés comme des modes non linéaires du système physique correspondant [1]. Ils sont généralement attribués aux modèles complètement intégrables, qui sont normalement obtenus sous forme de simplifications extrêmes de systèmes physiques complexes.

### 1.8.2 Un peu d'histoire

Les ondes solitaires et les solitons ont été observés pour la première fois par l'ingénieur écossais nommé John Scott Russell [29, 30] en 1834, alors qu'il effectuait des expériences sur l'union Canal (près d'Édimbourg) pour mesurer la relation entre la vitesse d'un bateau et sa force propulsive, dans le but de trouver des paramètres de conception pour la conversion

de la puissance en chevaux-vapeur. Russell a fait part de ses observations à la British Association en 1844. La déclaration suivante est tirée du rapport sur les vagues de J. Scott Russell [30, 31]: “Je crois que je ferai mieux de présenter le phénomène en décrivant les circonstances de ma première connaissance avec lui. J’observais le mouvement d’un bateau qui était rapidement tiré le long d’un canal par une paire de chevaux, lorsque le bateau s’arrêta brusquement, non plus que la masse d’eau qu’il avait mise en mouvement dans le canal; il s’accumulait autour de la proue du navire dans un état de violente agitation, puis le quittait soudainement, roulait en avant avec une grande vitesse, prenant la forme d’une grande élévation de vague solitaire, un tas d’eau arrondi, lisse et bien défini, qui continuait son parcours le long du canal apparemment sans changement de forme ni diminution de vitesse. Je le suivis à cheval et le rattrapai, roulant toujours à une vitesse de huit à neuf milles à l’heure, conservant sa silhouette originale d’environ trente pieds de long et un pied à un pied et demi de hauteur. Sa hauteur diminua peu à peu, et après une poursuite d’un ou deux milles, je le perdis dans les détours du canal.”

La vue de cette vague a inspiré J. Scott Russell à approfondir ses recherches sur cette grande vague de traduction. Il a mis en place des expériences où il laissait tomber des poids à une extrémité d’un canal d’eau long mais peu profond. Il a répété cette expérience pour étudier l’onde solitaire dans les réservoirs et les canaux au cours de la décennie suivante, découvrant qu’il s’agissait d’une entité dynamique indépendante se déplaçant avec une forme et une vitesse constante. À l’aide d’un bassin à vagues, il a démontré quatre faits [31]:

(i) Les ondes solitaires ont la forme  $h \operatorname{sech}^2[k(x - vt)]$ ;

(ii) Une masse d’eau initiale suffisamment importante produit deux ou plusieurs ondes solitaires indépendantes;

(iii) Les ondes solitaires se croisent sans changement d’aucune sorte;

(iv) Une onde de hauteur " $h$ " et se déplaçant dans un canal de profondeur " $d$ " a une vitesse donnée par l’expression  $v = \sqrt{g(d + h)}$ .

où  $g$  est l’accélération de la gravité. La relation précédente montre qu’une onde solitaire de grande amplitude se déplace plus rapidement qu’une onde de faible amplitude ( $d/h < 1$  a été pris au cours de ces expériences).

La communauté mathématique n’a pas accepté les résultats expérimentaux de Russell. Airy a publié en 1845 dans son livre « Tides and Waves » une théorie des vagues longues, dans laquelle il a également trouvé une relation entre la vitesse d’une vague, sa hauteur et son amplitude. Airy a conclu de ses résultats qu’une vague solitaire ne pouvait pas exister ; Cela a conduit à une guerre des mots entre Russell et Airy. Ce débat a finalement été

résolu en 1895 lorsque Korteweg et de Vries ont dérivé leur célèbre équation (dite équation K- dV) qui illustre la nature solitaire des vagues en eaux peu profondes et ainsi l'existence de vagues solitaires a été mathématiquement établie [32].

### 1.8.3 Caractéristiques.

Pour qu'une onde solitaire soit considérée comme un soliton, elle doit posséder les propriétés suivantes :

- Équilibrage de deux forces agissant en sens opposé, par exemple la dispersion et la focalisation.
- Localisation et propagation sans modification de ses propriétés (forme, vitesse, énergie, etc.).
- Stabilité remarquable face aux perturbations et aux collisions mutuelles non destructives.
- Acquisition de propriétés de type particule, pouvant s'attirer ou se repousser.
- Superposition non linéaire d'ondes.

### 1.8.4 Applications

A titre d'exemples, les domaines d'application dans lesquels les théories du soliton sont étudiées sont :

- Propagation des ondes à la surface de l'eau (observées pour la première fois par J. S. Russel en 1844 [31]) et maintenant Tsunami.
- Ondes de choc oscillantes dans les fibres optiques [33].
- Les ondes en physique des plasmas [34].
- Propagation des ondes de compression à travers le réseau cristallin [35].
- Paquets de phonons dans des cristaux non linéaires à basse température [36].
- Impulsions de surface élastiques et perturbations non propagées [37, 38].
- Modes de flexion des coques minces [39].
- Déformation d'une calotte glaciaire flottante sous charge mobile [40].

### 1.8.5 Technique de la Perturbation Réductive RPT

L'analyse de perturbation réductrice est largement applicable aux ondes non linéaires de faible amplitude. Cette technique permet d'obtenir des équations d'évolution non linéaires, telles que les équations de Korteweg- de Vries (K-dV), les Dérivées de l'équation Non

Linéaires de Schrödinger (DNLS), et bien d'autres encore. Pour tout système physique, une équation d'évolution non linéaire est exprimée par une seule variable dépendante et semble très simple dans sa structure. Cependant, les équations originales utilisées pour décrire ce système physique ne sont pas simples et contiennent généralement plusieurs variables dépendantes. Par exemple, dans la description fluide des plasmas, les équations de base contiennent la densité du fluide  $\rho(x, t)$  et le vecteur vitesse du fluide  $\bar{v}(x, t)$  et peut-être plusieurs autres variables et équations d'état, selon que les considérations thermodynamiques sont prises en compte ou non. Nous avons besoin d'une procédure qui, de manière systématique, réduira ces ensembles d'équations à des formes plus simples. Ces procédures sont généralement de nature perturbative et la théorie des perturbations réductrices (RPT) est l'une de ces méthodes. La RPT s'applique principalement aux ondes non linéaires de faible amplitude et, au niveau mathématique, redimensionne l'espace et le temps dans les équations originales du système afin d'introduire de nouvelles variables spatiales et temporelles appropriées à la description des phénomènes de grande longueur d'onde. Ce rééchelonnement donne l'isolation du système des équations pertinentes, qui décrivent comment le système réagit aux nouvelles échelles d'espace et de temps. Il convient de noter que cette technique est limitée par le fait qu'elle repose sur l'expérience en ce qui concerne le choix des échelles pertinentes [41]. Les principes généraux de la théorie des perturbations réductrice sont basés sur l'expansion à échelles multiples, c'est-à-dire que nous développons toutes les variables dépendantes en termes d'un petit paramètre de perturbation  $\epsilon$ . Par exemple

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_0 + \epsilon\rho_1 + \epsilon^2\rho_2 + \dots \\ v &= \epsilon v_1 + \epsilon^2 v_2 + \dots\end{aligned}\tag{1.26a}$$

La présence ou l'absence d'un premier terme peut généralement être déterminée par les conditions aux limites. Dans la plupart des cas, par exemple, la densité est normalement perturbée autour de sa valeur d'équilibre et donc  $\rho = \rho_0$  quand  $x \rightarrow \infty$  alors que  $v \rightarrow 0$  s'il y a un écoulement de fond. La manière dont le choix est fait dépend fortement des circonstances physiques. La relation de dispersion pour les ondes harmoniques peut facilement être trouvée à partir de la version linéarisée de l'ensemble original d'équations. Les solutions seront proportionnelles à  $\exp(i\Theta)$  où  $\Theta = kx - \omega(k)t$ . La fonction  $\omega(k)$  satisfait la relation de dispersion en fonction de  $k$  (le nombre d'ondes). Pour les ondes longues, par exemple les ondes acoustiques ioniques en physique des plasmas, nous pouvons écrire  $k$  comme  $k = \epsilon^P K$ , où  $K$  est un nouveau nombre d'onde de  $0(1)$  et  $p$  est, un nombre inconnu

qui doit être déterminé ultérieurement. D'où

$$\Theta(x, t) = \epsilon^P Kx - \omega(\epsilon^P K)t \quad (1.27)$$

Nous ne considérons ici que des systèmes dispersifs et non dissipatifs, de sorte qu'une expansion de Taylor de  $\omega(k)$  donnera soit tous les termes pairs, soit tous les termes impairs dans  $k$ . Les systèmes purement dispersifs ne peuvent pas avoir un mélange de termes pairs et impairs [41]. Par exemple, pour les ondes acoustiques ioniques, seuls les termes impairs dans  $k$  apparaissent, et donc les deux premiers termes d'une expansion de Taylor pour  $\omega(k)$  donnent  $\omega(k) = \omega'(0)\epsilon^p K + \omega'''(0)\epsilon^{3p} K^3$ . L'équation (1.27) peut alors s'écrire comme suit,

$$\Theta(x, t) = \epsilon^P K (x - \omega'(0)t) - \epsilon^{3p} K^3 \omega'''(0)t \quad (1.28)$$

Comme les termes dérivés premier et troisième de  $\omega$  sont des constantes, l'un d'entre eux peut être mis à l'échelle et l'équation (1.28) qui donne alors une échelle naturelle pour  $x$  et  $t$

$$\xi = \epsilon^P (x - \lambda t); \quad \tau = \epsilon^{3P} t \quad (1.29)$$

Les nouvelles variables  $\xi$  et  $\tau$  sont longues dans le sens où il faut un changement important de  $x$  et de  $t$  pour modifier  $\xi$  et  $\tau$  de manière appréciable; elles sont donc également appelées variables étirées. Pour trouver la valeur de  $p$ , un argument de crédibilité est nécessaire. Lorsque l'ensemble des équations de base est développé en puissances de  $\epsilon$  et que l'espace et le temps sont également remis à l'échelle comme dans l'équation (1.29), un choix approprié pour la valeur de  $p$  devient souvent évident. On peut constater que si  $p$  est trop grand, les dérivées en  $\tau$  ne se produiront pas avant des ordres supérieurs de  $\epsilon$ , ce qui impliquerait que de nombreuses variables dépendantes apparaîtraient comme indépendantes. Cela n'est pas souhaitable, car pour obtenir une équation d'évolution, il serait nécessaire de considérer des termes d'ordre supérieur dans les expansions des perturbations. Il s'avère souvent que lorsque l'équation de type K-dV apparaît,  $p$  prend généralement la valeur 1/2. Les échelles des variables spatiales et temporelles peuvent également changer d'une région à l'autre, d'où la nécessité de faire correspondre les frontières [41].

Pour expliquer la technique (RPT), nous prenons l'exemple de la dispersion linéaire des modes électrostatiques (les champs électriques sont des gradients du potentiel électrostatique  $\phi$ ). La loi de dispersion linéaire pour le mode électrostatique est la suivante

$$\sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2 - k^2 v_{thj}^2} = 1 \quad (1.30)$$

qui est approximé pour de petits  $\omega$  et  $k$  comme mode acoustique

$$\omega = \lambda k - \frac{1}{A}k^3 \quad (1.31)$$

où  $A = 2\lambda \sum_j \left[ \frac{\omega_{pj}^2}{(\lambda^2 - v_{thj}^2)^2} \right]$  et  $\frac{1}{A}$  sera le coefficient du terme dispersif dans l'équation de K-dV ou de K-dV modifiée (mK-dV). La vitesse de phase linéaire  $\lambda$  dans la limite  $k \rightarrow 0$  obéit à  $D \equiv \sum_j \left[ \omega_{pj}^2 / (\lambda^2 - v_{thj}^2)^2 \right] = 0$ , définit la vitesse acoustique ionique linéarisé par  $\lambda^2 = c_{si}^2 \simeq k_B T_e / m_i$ . Pour les ondes acoustiques ioniques, les propriétés de la loi de dispersion linéaire pour les petits  $k$  (grandes longueurs d'onde) se traduisent pour l'argument de phase par,

$$kx - \omega t = k(x - \lambda t) + \frac{1}{A}k^3 t + \dots \quad (1.32)$$

et conduisent de façon naturelle au changement associé à l'équation standard K-dV

$$\xi = \epsilon^{1/2}(x - \lambda t); \quad \tau = \epsilon^{3/2}t \quad (1.33)$$

La procédure d'étirement des variables suppose la possibilité d'introduire de nouvelles coordonnées et variables de sorte que la lenteur de la dépendance des coordonnées et la petitesse de certaines des variables physiques puissent être éliminées de manière uniforme.

# Bibliographie

- [1] P. K. Shukla et A. A. Mamun, Introduction to Dusty Plasma Physics (Institute of Physics, Bristol, 2002).
- [2] I. Langmuir. Proceedings of the National of Science, **14(8)**, 627 (1928).
- [3] F. F. Chen, Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion, volume 1, Plenum Press, Second edition, (1984).
- [4] V. N. Tsytovich, G. E. Morfill, S. V. Vladimirov et H. M. Thomas, Elementary physics of complex plasmas, Lect. Notes Phys. 731 (Springer, Berlin Heidelberg 2008).
- [5] P. K. Shukla et A. A. Mamun, Introduction to Dusty Plasma Physics (Institute of Physics, Bristol, 2002).
- [6] N. N. Rao , P. K. Shukla, M. Y. Yu, Planet. Space Sci. **38**, 543(1990).
- [7] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, Phys. Plasmas **2**, 3563 (1995).
- [8] P. K. Shukla et V. P. Silin, Phys. Scr. **45**, 508 (1992).
- [9] V. E. Fortov, A. G. Khrapak, S. A. Khrapak, V. I. Molotkov, O. F. Petrov, Phys. Uspekhi. **47(5)**, 447 (2004).
- [10] J. E. Allen, Phys. Scr. **45**, 497 (1992).
- [11] B. T. Draine, E. E. Salpeter. Astrophys. J. **231**, 77 (1979).
- [12] M. S. Sodha, S. Guha. Advances in Plasma Physics **4**, 219 (1971).
- [13] M. Rosenberg , D. A. Mendis, IEEE: Trans. Plasma Sci. **23**, 177 (1995).
- [14] J. E. Daugherty, R. K. Porteous, D. B. Graves, J. Appl. Phys. **73** , 1617 (1993).

- 
- [15] S. Hamaguchi, R.T. Farouki, Phys. Rev. E **49**, 4430 (1994).
- [16] S. Khrapak, G. Morfill, Contrib. Plasma. Phys. **49(3)**, 148 (2009).
- [17] A. G. Khrapak, S. A. Khrapak, Phys. Plasmas **25**, 034502 (2018). (1993).
- [18] M. V. Goldman, M. M. Oppenheim et D. L. Newman, Nonlinear Processes in Geophys. **6**, 221 (1999).
- [19] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Bostrom, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn et P. K. Shukla, Geophys. Res. Lett. **22**, 2709, (1995).
- [20] R. A. Cairns, R. Bingham, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn, P. K. Shukla et A. A. Mamun, J. de Physique **5 C6**, 43 (1995).
- [21] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham et P. K. Shukla, Phys. Scr. T **63**, 80 (1996).
- [22] R. Boström, IEEE Trans. Plasma Sci. **20**, 756 (1992).
- [23] P. O. Dovner, A.I. Eriksson, R. Boström et B. Holback, Geophys. Res. Lett. **21**, 1827 (1994).
- [24] A.V. Gurevich, Sov. Phys. JETP **26**, 575 (1968).
- [25] N. Arab, R. Amour et M. Benzekka, Eur. Phys. J. Plus **135**, 872 (2020).
- [26] C. K. Goertz, Rev. Geophys. **27**, 271 (1989).s. Plasmas. **2**, 3563(1995).
- [27] C. Thompson, A. Barkan, R. L. Merlino, N. D'Angelo, IEEE Trans. Plasma Sci. **27**, 146 (1999).
- [28] N. J. Zabusky, M. D. Kruskal, Phys. Rev. Lett. **15(6)**, 240(1965).
- [29] M. J. Ablowitz, H. Segur, Solitons and the Inverse Scattering Transform (Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1981).
- [30] P. G. Drazin, R. S. Johnson, Solitons: an Introduction, (Cambridge University Press, Cambridge, 1989).
- [31] J. S. Russell, Report on Waves, 14th meeting of the British Association for the Advancement of Science, London: BAAS (1844).
- [32] D. J. Korteweg, G. de Vries, Phil. Mag. **39**, 422 (1895).

- [33] Y. S. Kivshar, *Phys. Rev. A* **42**, 1757 (1990).
- [34] A. D. Verga and C. F. Fontan, *Plasma Phys. and Controlled Fusion* **27**, 19 (1985).
- [35] K. Avinash, P. Zhu, V. Nosenko, and J. Goree, *Phys. Rev. E* **68**, 046402 (2003).
- [36] O. L. Muskens, J. I. Dijkhuis, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 285504 (2002).
- [37] A. M. Lomonosov, P. Hess, A. P. Mayer, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 076104 (2002).
- [38] J. Wu, R. Keolian, I. Rudnick, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 1421 (1984).
- [39] J. Wu, J. Wheatley, S. Putterman, and I. Rudnick, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2744 (1987).
- [40] E. Parau, F. Dias; *J. Fluid Mech.* **460**, 281 (2002).
- [41] R. K. Dodd, J. C. Eilbeck, J. D. Gibbon, H. C. Morries, *Solitons and Nonlinear Wave Equations* (Academic Press Inc.1982).

## 2

# Analyse des ondes solitaires de basses fréquences dans un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'ions obéissant à la distribution de Cairns-Gurevich

### 2.1 Introduction

Actuellement, les plasmas froids et chauds suscitent un intérêt renouvelé en raison de leurs nombreuses applications potentielles et de leur omniprésence dans l'espace, ainsi que de leur utilisation en laboratoire et dans l'industrie [1]-[3]. De plus, il est largement reconnu que la présence de grains de poussière massifs et fortement chargés dans un plasma peut modifier le comportement des ondes ordinaires et provoquer des instabilités en générant de nouveaux modes d'oscillations propres [4, 6]. On rappelle que le mode le mieux étudié est le mode acoustique poussiéreux (mode DA). Ce mode résulte d'un équilibre entre l'inertie des particules de poussière et la pression thermique des électrons et des ions constituant le plasma [4]. Depuis la découverte du mode DA à basse fréquence, l'étude des plasmas poussiéreux a connu une évolution phénoménale. En conséquence, plusieurs livres [1], [2] et articles [7]-[15] ont été publiés dans ce domaine.

Dans un plasma poussiéreux, les fluctuations de la charge des grains de poussière modifient considérablement le comportement des ions en présence du potentiel de l'onde acous-

tique non linéaire poussiéreuse (DA), ce qui peut entraîner l'apparition d'une population d'ions énergétiques. La présence de ces particules énergétiques dans un plasma poussiéreux enrichit l'étude du mouvement des ondes acoustiques non linéaires et influence de manière significative les conditions nécessaires à la formation et à l'existence de ces ondes [16], [18]. C'est pourquoi de nombreux articles publiés se sont concentrés sur l'étude de la propagation linéaire et non linéaire des ondes solitaires (DAW) en présence de populations superthermiques (non thermiques et suprathermiques) [19]-[24]. Plus récemment, de nouveaux travaux théoriques ont été consacrés à l'étude de l'influence des particules non maxwelliennes piégées sur diverses structures linéaires et non linéaires dans les plasmas magnétisés et/ou non magnétisés [25]- [33]. Il a été démontré que la présence de ces particules non maxwelliennes modifie considérablement les principales propriétés des différentes structures non linéaires (solitons, ondes de choc, vortex, profils irréguliers, etc.). Par exemple, Alinajad [26] a analysé théoriquement les effets des distributions d'électrons piégés et non thermiques sur les solitons acoustiques ioniques dans un plasma électron-positron-ion. Hadjaz et Tribeche [29] ont étudié l'existence des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses (DIA) dans un plasma poussiéreux magnétisé à charge variable en présence d'électrons non thermiques ayant une distribution de vitesse de type vortex. Ils ont montré qu'en raison de l'interaction entre le piégeage et la non-thermalité, la vitesse de phase, l'amplitude et la largeur des ondes acoustiques de poussière à charge variable sont radicalement affectées. De plus, l'effet des électrons non extensifs piégés sur l'énergie du soliton acoustique ionique a été analysé par Tribeche et al. [27]. Ils ont constaté que la non-extensivité des électrons piégés peut entraîner un appauvrissement d'énergie des solitons. Nous précisons qu'en plus des études où les électrons sont supposés obéir à la loi de Cairns-Gurevich (voir Refs. [28] et [30]), l'effet des ions obéissant à une distribution de type Cairns-Gurevich, sur les ondes DA linéaires et non linéaires ont fait l'objet de nombreuses études au cours des trois dernières années par Amour et ses collaborateurs [31]-[33]. Parmi ces travaux, nous citons l'étude de Ouazene et Amour [31] dans laquelle ils ont étudié les solitons DA dans un plasma non-collisionnel avec des ions obéissant à une distribution unidimensionnelle de type Cairns-Gurevich. Arab et ses collaborateurs [32], [33] ont également analysé l'effet de la force de polarisation non thermique piégée sur les ondes solitaires DA linéaires et faiblement non linéaires dans un plasma poussiéreux non-collisionnel. Ils ont redéfini une distribution tridimensionnelle de type Cairns-Gurevich et dérivé les expressions de la densité et de la force de polarisation associées. En particulier, ils ont montré qu'une force de polarisation relativement élevée conduit à une augmentation de l'amplitude et de la largeur des solitons DA [32]. Cepen-

dant, toutes les études, y compris celles qui prennent en compte l'effet des ions distribués selon la distribution de type Cairns-Gurevich (voir les références [31]-[33]), sont limitées aux régimes linéaires et faiblement non linéaires. C'est pourquoi nous avons estimé qu'il était pertinent d'étudier les solitons acoustiques poussiéreux d'amplitude arbitraire dans un plasma poussiéreux à charge variable, où les ions suivent une distribution de type Cairns-Gurevich. En d'autres termes, notre objectif est de réaliser une première étude démontrant l'impact des ions non thermiques piégés (qui obéissent à la distribution de Cairns-Gurevich) sur les solitons acoustiques poussiéreux à charge variable [34]. Pour ce faire, nous établirons l'équation d'évolution de la charge des grains en présence d'électrons maxwelliens et d'ions non thermiques piégés de manière appropriée. Les courants de charge, notamment le nouveau courant ionique de Cairns-Gurevich, seront calculés en utilisant le modèle bien connu de la sonde électrostatique. Nous appliquerons l'approche du pseudo-potentiel, adaptée aux amplitudes arbitraires.

Ce chapitre est structuré comme suit : dans la section suivante, nous exposerons notre modèle théorique. La section 3 illustre le courant de charge ionique de Cairns-Gurevich, basé sur le modèle de la sonde électrostatique. La section 4 analyse le mode acoustique poussiéreux dans les deux scénarios de charge des grains de poussière (adiabatique et non adiabatique). Enfin, nous concluons cette étude.

## 2.2 Modèle théorique

Nous considérons un plasma à trois composantes non magnétisé et non-collisionnel, comprenant des électrons thermiques, des ions obéissant à la distribution de Cairns-Gurevich et des grains poussières de densités respectives  $n_e$ ,  $n_i$  et  $n_d$ . Notons que tous les grains de poussière sont supposés avoir la même charge donnée par,  $q_d = -Z_d e$ , où  $Z_d$  est le nombre de charges résidant sur le grain de poussière. À l'équilibre, la quasi-neutralité de charge requiert  $f = n_{i0}/n_{e0} = 1 + Z_{d0} n_{d0}/n_{e0}$ , où  $n_{e0}$ ,  $n_{i0}$  et  $n_{d0}$  sont respectivement les densités non perturbées des électrons, des ions et des grains de poussière.

À l'échelle temporelle des grains de poussière, les électrons sont supposés être en équilibre thermique, ce qui signifie que leur densité peut être exprimée comme suit

$$n_e = n_{e0} \exp(e\phi/T_e) \quad (2.1)$$

où  $\phi$  et  $T_e$  représentent respectivement le potentiel électrostatique et la température des électrons. La dynamique des oscillations acoustiques des grains de poussières (DA) à faible

vitesse de phase est régie par les équations fluides normalisées suivantes,

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(V_d N_d)}{\partial X} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -Q_d \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - f N_i + (f - 1) N_d \quad (2.4)$$

Ici  $N_d$  est la densité des grains de poussière normalisée par  $n_{d0}$ ,  $N_{e(i)}$  est la densité des électrons (ions) normalisée par  $n_{e(i)0}$ ,  $V_d$  est la vitesse du fluide des grains poussière normalisée par la vitesse acoustique des grains de poussière  $C_d = \sqrt{Z_{d0} T_i / m_d}$  (où  $m_d$  est la masse des grains poussière). Le potentiel électrostatique  $\Phi$ , la charge des grains de poussière  $Q_d$ , la variable spatiale  $X$  et le temps  $T$  sont normalisés, respectivement, par  $T_i/e$ ,  $r_d T_e/e$  (où  $r_d$  est le rayon du grain de poussière), la longueur de Debye  $\lambda_D = (T_i/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ , et la période du plasma ionique  $\omega_{pd}^{-1} = (m_d/4\pi Z_{d0} n_{e0} e^2)^{1/2}$ .

Afin de modéliser la distribution des ions non thermiques piégés, nous nous référons à la fonction de distribution de vitesse tridimensionnelle de type Cairns-Gurevich suivante [32], [33]

$$F_i(v_i) = \frac{n_{i0}}{(1 + 3\alpha)} \left( \frac{1}{2\pi v_{ti}^2} \right)^{3/2} \times \begin{cases} \left[ 1 + \alpha \left( \frac{v_i^2}{v_{ti}^2} + \frac{2e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \exp \left( -\frac{v_i^2}{2v_{ti}^2} - \frac{e\phi}{T_i} \right), & \text{pour } |v_i| > \sqrt{-2e\phi/m_i} \\ 1, & \text{pour } |v_i| \leq \sqrt{-2e\phi/m_i} \end{cases} \quad (2.5)$$

où  $\alpha$ ,  $v_{ti} = (T_i/m_i)^{1/2}$ ,  $m_i$ , et  $T_i$  représentent, respectivement, le paramètre non thermique, la vitesse thermique ionique, la masse de l'ion, et la température ionique. Nous rappelons que la fonction de distribution de type Cairns-Gurevich (Eq. 2.5) présente deux notions distinctes de non-isothermalité implique qu'il existe des gradients de température ( variations spatiales ou temporelles) ou des échanger de chaleur. La première a été introduite par Cairns et al. [18], dans laquelle la non-isothermalité est introduite par la distribution des ions de fond. La seconde (introduite par Gurevich [35]) reflète le piégeage adiabatique des particules dans le puits de potentiel du plasma. Cette situation est valable pour tout plasma poussiéreux non-collisionnel, dans lequel la vitesse caractéristique est beaucoup plus faible par rapport à la vitesse thermique des électrons et des ions [31], [33]. En suivant les mêmes procédures que celles mentionnées dans le travail de Arab et al. [32], nous avons supposé l'existence d'un puits de potentiel dans notre plasma suffisamment grand pour piéger une partie des ions ayant une énergie négative ( $E_i = v_i^2/2v_{th} + e\phi/T_i \leq 0$ ), et par conséquent, une vitesse

finie ( $|v_i| \leq \sqrt{-2e\phi/m_i}$ ). En utilisant la fonction de distribution (2.5), nous pouvons alors obtenir la densité ionique correspondante [32], [33]

$$\begin{aligned}
 n_i &= \frac{n_{i0}}{(1+3\alpha)} \left( \frac{1}{2\pi v_{ti}^2} \right)^{3/2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} \sin\theta d\theta \left\{ \int_0^{\sqrt{-2e\phi/m_i}} v^2 dv + \right. \\
 &\quad \left. \int_{\sqrt{-2e\phi/m_i}}^{+\infty} v^2 \left[ 1 + \alpha \left( \frac{(v \cos\theta)^2}{v_{ti}^2} + \frac{2e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \exp \left( -\frac{v_i^2}{2v_{ti}^2} - \frac{e\phi}{T_i} \right) dv \right\} \\
 &= n_{i0} \left[ C_1 \exp \left( -\frac{e\phi}{T_i} \right) \operatorname{erf} c \left( \sqrt{-\frac{e\phi}{T_i}} \right) + C_2 \sqrt{-\frac{e\phi}{\pi T_i}} \right] \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
 C_1 &= 1 + \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right) + \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \quad \text{et} \\
 C_2 &= 2 + \left[ 3\beta + \frac{4}{3(1+3\alpha)} \right] \left( \frac{e\phi}{T_i} \right) + \frac{56}{15} \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

Où  $\beta = 4\alpha/(1+3\alpha)$  et  $\operatorname{erf} c(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-y^2} dy$  est la fonction erreur complémentaire.

Nous précisons qu'en raison des termes en racine carrée,  $\phi$  doit être négatif ( $\phi < 0$ ) pour que  $n_i$  soit réel. L'équation (2.6) représente une nouvelle densité qui décrit simultanément l'évolution des ions énergétiques et de ceux piégés dans le puits de potentiel du plasma. Il convient de noter que si nous négligeons les effets de piégeage, nous retrouvons la densité non thermique habituelle [18]

$$n_i = n_{i0} \left[ 1 + \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right) + \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \exp \left( -\frac{e\phi}{T_i} \right) \quad (2.8)$$

Nous passons maintenant à l'étude des ondes acoustiques poussiéreuses d'amplitudes arbitraires indépendantes du temps, qui peuvent se propager dans un plasma poussiéreux à charge variable. Pour ce faire, nous supposons que toutes les variables dépendantes des équations (2.2)-(2.4) ne dépendent que d'une seule variable  $\xi = X - MT$  (ici  $\xi$  est la nouvelle variable spatiale normalisée par  $\lambda_D$  et  $M$ , qui est le nombre de Mach, représente le rapport entre vitesse de l'onde solitaire et la vitesse acoustique  $C_i$ ), et nous réécrivons les équations fluides précédentes sous la forme suivante

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d(N_d V_d)}{d\xi} = 0 \quad (2.9)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = -Q_d \frac{d\Phi}{d\xi} \quad (2.10)$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\xi^2} = N_e - fN_i + (f-1)N_d \quad (2.11)$$

En imposant les conditions aux limites appropriées, à savoir  $\Phi \rightarrow 0$ ,  $d\Phi/d\xi \rightarrow 0$ ,  $V_d \rightarrow 0$ ,  $N_d \rightarrow 1$  à  $\xi \rightarrow \pm\infty$ , l'intégration des équations (2.9) et (2.10) permet d'obtenir l'expression de la densité des grains de poussière suivante

$$N_d = \left(1 - \frac{2\chi}{M^2}\right)^{-1/2} \quad (2.12)$$

où

$$\chi = \int_0^\Phi Q_d d\Phi \quad (2.13)$$

est l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable.

## 2.3 Expression du courant ionique de Cairns-Gurevich

Dans le cadre du modèle de la sonde électrostatique, le grain de poussière (supposé isolé dans le sens où les autres grains de poussière n'affectent pas le mouvement des électrons et des ions dans son environnement) acquiert une charge à sa surface à travers les courants existants dans le plasma. Il est important de rappeler que ces courants de charge sont engendrés par les électrons et les ions atteignant la surface du grain. Par conséquent, la charge variable du grain de poussière  $q_d = -eZ_d$  est déterminée de manière auto-consistante par l'équation

$$v_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i \quad (2.14)$$

où  $I_e$  et  $I_i$  sont respectivement, les courants microscopiques moyens des électrons et des ions. Ces derniers sont obtenus en calculant la moyenne de la section efficace de collision

$$\sigma_j(v_j, q_d) = \pi r_d^2 \left(1 \pm \frac{2eq_d}{m_j C v_j^2}\right) \quad (2.15)$$

pour les particules chargées percutants la surface des grains de poussière et des fonctions de distribution des électrons et des ions,

$$I_j = q_j \int_{R_j} F_j(v_j) v_j \sigma_j(v_j, q_d) d^3v_j \quad (2.16)$$

où  $j = e, i$  désignent respectivement les électrons et les ions,  $C = r_d(1 + r_d/\lambda_{De}) \simeq r_d$  est la capacité effective du grain de poussière,  $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$  la longueur de Debye de

l'électron,  $R_j$  le domaine d'intégration dans l'espace des vitesses de la  $j$ -ième espèce.

En utilisant la distribution maxwellienne des vitesses des électrons suivante

$$F_e(v_e) = (1/2\pi v_{te}^2)^{3/2} \exp(-v_e^2/2v_{te}^2 - e\phi/T_e) \quad (2.17)$$

où  $v_{te} = \sqrt{T_e/m_e}$ , on obtient après intégration le courant électronique maxwellien [2]. Soit

$$I_e = -\pi e r_d^2 n_{e0} \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp(Q_d) \exp(\sigma\Phi) \quad (2.18)$$

où  $Q_d = eq_d/r_d T_e$ ,  $\sigma = T_i/T_e$ . Notons ici que la détermination du courant ionique de type Cairns-Gurevich constitue l'un des points majeurs de notre travail. Pour calculer ce nouveau courant, nous avons injecté la distribution des ions (Eq. 2.5) dans l'Eq. (2.16), puis nous avons effectué, en utilisant les coordonnées sphériques  $(v_i, \theta, \varphi)$ , l'intégrale suivante

$$I_i = \frac{n_{i0}e}{(1+3\alpha)} \left(\frac{1}{2\pi v_{ti}^2}\right)^{3/2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} \sin\theta d\theta \left\{ \int_0^{\sqrt{-2e\phi/m_i}} \sigma_i(v_i, q_d) v_i^3 dv_i + \int_{\sqrt{-2e\phi/m_i}}^{+\infty} \sigma_i(v_i, q_d) v_i^3 \left[ 1 + \alpha \left( \frac{(v_i \cos\theta)^2}{v_{ti}^2} + \frac{2e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \exp\left(-\frac{v_i^2}{2v_{ti}^2} - \frac{e\phi}{T_i}\right) dv_i \right\} \quad (2.19)$$

Après avoir conclu les dernières intégrales, nous avons obtenu l'expression du courant de charge ionique de type Cairns-Gurevich suivant [34],

$$I_i = \frac{\pi e n_{i0} r_d^2}{(1+3\alpha)} \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left( B_1 - B_2 \frac{Q_d}{\sigma} \right) \quad (2.20)$$

Avec,

$$\begin{aligned} B_1 &= 1 + \frac{72\alpha}{15} + \left(-1 + \frac{8\alpha}{15}\right) \Phi + \left(\frac{1}{2} + \frac{16\alpha}{15}\right) \Phi^2 - \frac{32\alpha}{15} \Phi^3, \text{ et} \\ B_2 &= 1 + \frac{24\alpha}{15} + \left(-1 + \frac{16\alpha}{15}\right) \Phi + \frac{32\alpha}{15} \Phi^2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Il convient de souligner ici que la charge électrique des grains de poussière  $Q_d$  peut être considérée comme une variable dynamique pouvant être cohéremment couplée aux autres variables décrivant les propriétés intrinsèques du plasma poussiéreux, telles que la densité, la vitesse et le potentiel.

## 2.4 Ondes solitaires dans un plasma à charge variable

### 2.4.1 Cas de plasma poussiéreux à charge constante ( $I_e + I_i = 0$ )

Dans cette sous-section, nous examinerons le cas où  $I_e + I_i \simeq 0$ . Il est important de rappeler que, dans ce scénario, le temps caractéristique de déplacement des grains de poussière est de l'ordre de quelques dizaines de millisecondes pour les grains de poussière de taille micrométrique, tandis que le temps de charge des poussières est de l'ordre de  $10^{-8}$  s. Pendant le temps de charge, le déplacement du grain de poussière est donc négligeable par rapport à l'échelle spatiale de notre problème [21], [37]. Par conséquent, le processus de charge peut être considéré comme un phénomène local, et le terme convectif du côté gauche de l'équation (2.14) peut être négligé. Nous écrivons alors,

$$I_e + I_i \simeq 0 \quad (2.22)$$

à partir de laquelle nous obtenons la relation liant la charge du grain de poussière  $Q_d$  au potentiel électrostatique local du plasma  $\Phi$ . Soit

$$Q_d = -W \left\{ \frac{15(1+3\alpha)\sqrt{\sigma\mu}}{fD_2} \exp\left(\frac{\sigma D_1}{2D_2}\right) \right\} + \frac{\sigma D_3}{D_2} \quad (2.23)$$

avec

$$\begin{aligned} D_1 &= 30 + 144\alpha + 64\alpha\Phi + (-15 + 64\alpha)\Phi^2, \\ D_2 &= 15 + 24\alpha + (-15 + 16\alpha)\Phi + 32\alpha\Phi^2, \text{ et} \\ D_3 &= 15 + 72\alpha + (-15 + 8\alpha)\Phi + \left(\frac{15}{2} + 16\alpha\right)\Phi^2 - 32\alpha\Phi^3 \end{aligned}$$

où  $\mu = m_i/m_e$  et  $W$  représente la fonction de Lambert. On rappelle que cette dernière, également connue sous le nom de fonction oméga, est la fonction de  $y = x \exp x$ , ce qui peut être réécrit comme  $x = \text{Lambert}(y)$ . De nombreux problèmes bien connus en physique, tels que ceux rencontrés en électrostatique, en physique statistique et en mécanique quantique, peuvent être résolus plus facilement en utilisant la fonction de Lambert [21], [37]. Il est également important de rappeler que la quantité Lambert ( $y$ ) est réelle uniquement pour  $y \geq -1/e$ . Dans notre cas, cette condition est satisfaite car

$$\frac{15(1+3\alpha)\sqrt{\sigma\mu}}{fD_2} \exp\left(\frac{\sigma D_1}{2D_2}\right) \quad (2.24)$$

est positive pour toute valeur de  $\alpha$ . A l'équilibre ( $\Phi \rightarrow 0$  et  $Q_d \rightarrow Q_{d0}$ ), la quasi-neutralité de charge requiert relation suivante,

$$Q_{d0} = -W \left[ \frac{15(1+3\alpha)\sqrt{\sigma\mu}}{f(15+24\alpha)} \exp\left(\sigma \frac{15+72\alpha}{15+24\alpha}\right) \right] + \sigma \frac{15+72\alpha}{15+24\alpha} \quad (2.25)$$

à partir duquel nous déduisons, lors de la simulation numérique, la valeur de  $Q_{d0}$ . En multipliant les deux côtés de l'équation (2.11) par  $d\Phi/d\xi$  et en intégrant une fois, nous obtenons la quadrature suivante,

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (2.26)$$

où

$$\begin{aligned} V(\Phi) = & -f \left\{ -(1 + 3\beta) + [1 + 3\beta(1 + \Phi) + \beta\Phi^2] \exp(-\Phi) \right\} - \frac{2f(-\Phi)^{3/2}}{15\sqrt{\pi}} [8\beta\Phi^2 \\ & + \left( 9\beta + \frac{4}{1 + 3\alpha} \right) \Phi + 10] + \frac{1 - \exp(\sigma\Phi)}{\sigma} + \frac{(f-1)M^2}{Q_{d0}} \left( \sqrt{1 - \frac{2\chi}{M^2}} - 1 \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

représente le pseudo-potentiel associé à notre modèle de plasma. Il est évident, d'après (2.27), que  $V(0) = 0$  et  $(dV/d\Phi) = 0$  à  $\Phi = 0$ . Rappelons que l'équation (2.27) admet des solutions d'ondes solitaires si :

- a)-  $[d^2V/d\Phi^2]_{\Phi=0} < 0$ , de sorte que le point fixe à l'origine est instable,
- b)- il existe un  $\Phi_m$ , la valeur maximale (ou minimale) de  $\Phi$ , pour lequel  $V(\Phi_m) = 0$  et,
- c)-  $V(\Phi) < 0$  lorsque  $\Phi$  varie entre 0 et  $\Phi_m$ .

Dans notre cas, les conditions (a)-(c), d'existence de solitons localisés, nécessitent,

$$\left[ \frac{d^2V}{d\Phi^2} \right]_{\Phi=0} = - \left\{ \sigma + f(1 - \beta) + (f-1) \frac{Q_{d0}}{M^2} + \frac{(f-1)}{Q_{d0}} \left[ \frac{dQ_d}{d\Phi} \right]_{\Phi=0} \right\} < 0 \quad (2.28)$$

avec

$$\begin{aligned} \left[ \frac{dQ_d}{d\Phi} \right]_{\Phi=0} = & -\sigma \left[ \frac{960\alpha^2 - 600\alpha}{(24\alpha + 15)^2} \right] + \left[ \frac{16\alpha - 15}{24\alpha + 15} - \sigma \frac{(-384\alpha^2 + 1320\alpha + 225)}{(24\alpha + 15)^2} \right] \\ & \times \left\{ \frac{W \left[ 5 \frac{\sqrt{\sigma\mu}}{f} (3\alpha + 1) / (8\alpha + 5) \exp(\sigma \frac{24\alpha + 5}{8\alpha + 5}) \right]}{1 + W \left[ 5 \frac{\sqrt{\sigma\mu}}{f} (3\alpha + 1) / (8\alpha + 5) \exp(\sigma \frac{24\alpha + 5}{8\alpha + 5}) \right]} \right\} \end{aligned} \quad (2.29)$$

et

$$V(\Phi_c) \geq 0 \quad (2.30)$$

où  $\Phi_c$  est la valeur minimale (pour les ondes solitaire raréfactives) ou maximale (pour les ondes solitaire compressives) de  $\Phi$  pour laquelle la densité des grains de poussière  $N_d = (1 - 2 \int_0^\Phi Q_d d\Phi / M^2)^{1/2}$  est réelle. Il faut effectuer l'intégrale  $\int_0^\Phi Q_d d\Phi$  à l'aide de l'équation (2.23), puis extraire  $\Phi_c$  de  $M^2 = 2\chi$ , et enfin obtenir une équation transcendante  $V(\Phi_c) \geq 0$  en fonction de la limite supérieure du nombre de Mach  $M$ .

## Résultats et discussion

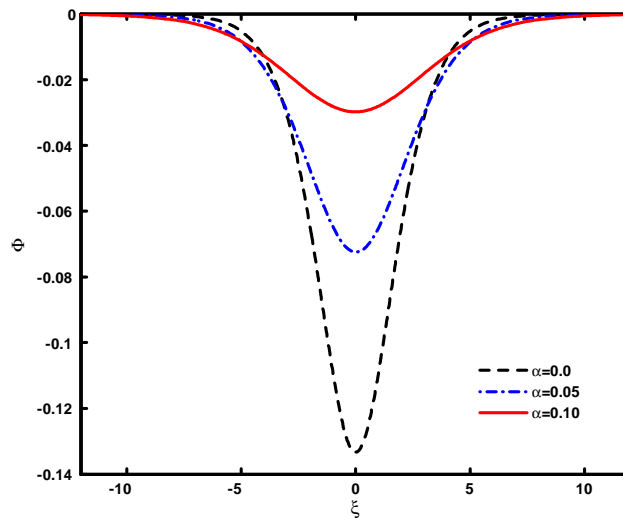
Nous passons maintenant à l'investigation numérique de l'effet des ions non thermiques piégés sur la propagation des ondes acoustiques poussiéreuses (DA) dans un plasma à charge variable. Pour ce faire, nous considérons, dans cette section, les paramètres typiques d'un plasma poussiéreux dans les dispositifs de laboratoire (Q-machine) [38] à savoir,  $T_i = 0,3$  eV,  $T_e = 1$  eV,  $n_{e0} = [0.1 - 1] \times 10^7$  cm<sup>-3</sup>,  $n_{d0} = [0.1 - 1]10^4$  cm<sup>-3</sup>,  $Z_{d0} = [0.1 - 1]10^4$ ,  $n_{i0} = Z_{d0}n_{d0} + n_{e0}$ ,  $r_d = [10 - 20]$  μm,  $\sigma = T_i/T_e = 0.3$  et  $f = n_{i0}/n_{e0}$ . Notons que la valeur du nombre de Mach  $M$  doit être choisie de manière à ce que les conditions permettant à l'équation (2.26) de conduire à des solutions solitaires soient remplies. Pour une valeur fixe du nombre de Mach  $M = 1.01$ , l'équation (2.11) est intégrée numériquement à l'aide d'un schéma numérique approprié aux problèmes de valeurs initiales. C'est pourquoi nous avons supposé, comme valeurs initiales  $\Phi(\xi = 0) = 0$  et  $E_0 = -(d\Phi/d\xi)_{\xi=0} = -10^{-10}$ .

Tout d'abord, nous avons tracé sur la figure 1 la variation spatiale du potentiel électrostatique  $\Phi$  pour différentes valeurs du paramètre non thermique:  $\alpha = 0$  ( $Q_{d0} = -1.89$ ),  $\alpha = 0.05$  ( $Q_{d0} = -1.86$ ) et  $\alpha = 0.10$  ( $Q_{d0} = -1.83$ ). Le potentiel électrostatique  $\Phi$  (Fig. 1) présente une structure localisée dans l'espace (de type soliton), comme le montre la structure en puits de potentiel de Sagdeev dans la Fig. 2. La Fig. 1 révèle que les configurations spatiales de l'onde solitaire à charge variable sont significativement modifiées par la présence des ions non thermiques piégés. En particulier, une diminution de  $\alpha$  entraîne une augmentation de l'amplitude du soliton DA et réduction de sa largeur, c'est-à-dire qu'une quantité relative d'ions non thermiques rend la structure solitaire moins pointue. Des résultats similaires ont déjà été obtenus par de nombreuses études [21], [31].

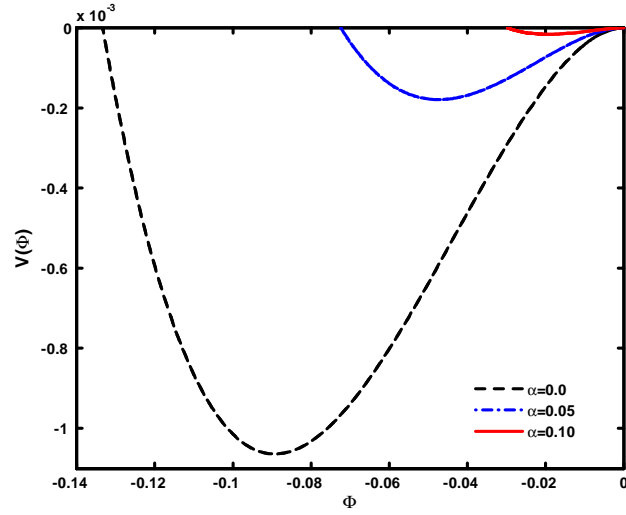
La charge des grains de poussière (représentée sur la figure 3) présente le même profil localisé et reste négative. En outre, la figure 3 indique que lorsque les ions s'écartent de leur équilibre thermodynamique (c'est-à-dire lorsque  $\alpha$  augmente), la charge du grain de poussière  $Q_d$  devient plus négative. Cette situation s'explique par le fait que le grain de poussière recueille moins d'ions positifs, ce qui augmente la charge négative totale résidant à la surface des grains de poussière.

La figure 4 montre que les grains de poussière sont très localisés. Cette accumulation, causée par un équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière, devient plus accentuée pour de faibles valeurs de  $\alpha$ . Ce résultat est en accord avec celui obtenu par Tribeche et Amour [21]. Contrairement aux grains de poussière, les électrons (comme illustré sur la Fig. 5) sont localement empêchés et repoussés hors de la zone de localisation du soliton. Cet appauvrissement en électrons est d'autant plus important que les ions évoluent

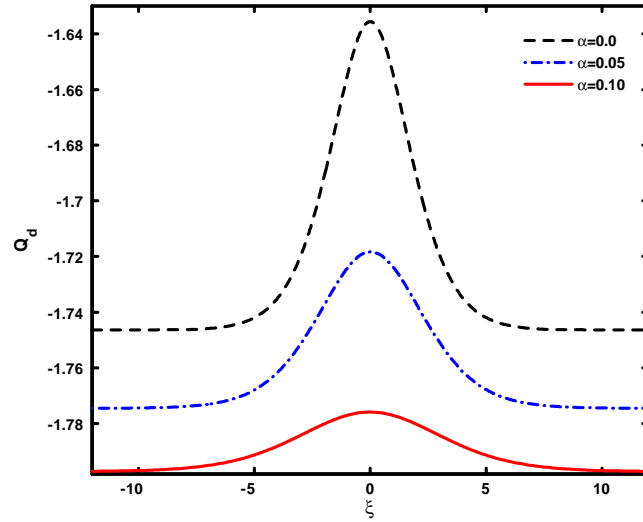
très près de la distribution de type Gurevich. Nous rappelons qu'en général, l'équilibre entre les forces électriques, les forces de rappel et les forces d'inertie détermine les conditions de formation des structures solitaires. Certains phénomènes, à savoir la séparation des charges, la présence de populations non maxwelliennes et des courants de plasma entraînent une modification de la force de rappel et, par conséquent, du profil du soliton [37]. Nous constatons également que l'augmentation du caractère non thermique des ions dans le plasma réduit la densité des grains de poussière et la force de rappel agissant sur le fluide des grains de poussière. En conséquence, les caractéristiques des structures non linéaires changent considérablement. Pour confirmer d'avantage nos résultats, nous avons représenté (Fig. 6), pour une valeur donnée de  $\alpha$  ( $\alpha = 0,05$ ), le potentiel électrostatique  $\Phi$  pour deux valeurs différentes du nombre de Mach permises. La figure 6 montre qu'en raison de la présence d'ions non thermiques piégés, notre modèle de plasma poussiéreux peut supporter des solitons acoustiques poussiéreux subsoniques, comme le montre le potentiel de Sagdeev correspondant dans la figure 7.



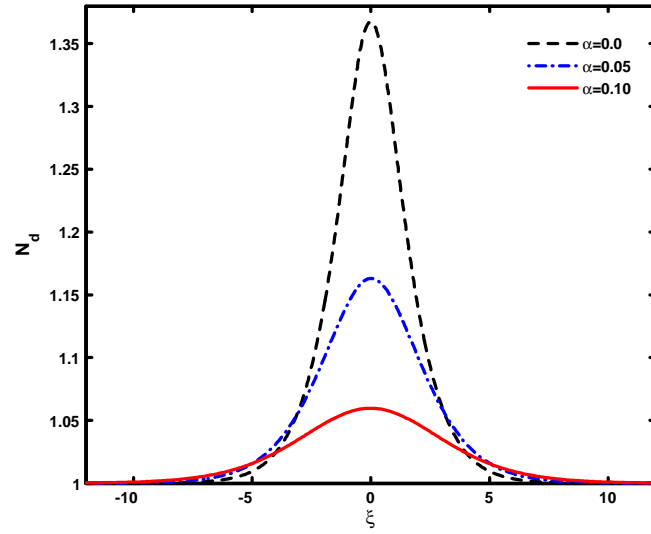
**Fig. 1.** Profil spatial de l'onde solitaire associée à un plasma poussiéreux typique pour différentes valeurs de  $\alpha$ , avec  $M = 1.01$ ,  $T_i = 0.3$  eV,  $T_e = 1$  eV,  $n_{e0} = 10^6$  cm $^{-3}$ ,  $n_{i0} = 1.75 \times 10^6$  cm $^{-3}$ ,  $n_{d0} = 0.75 \times 10^3$  cm $^{-3}$ ,  $Z_d = 10^3$ ,  $\sigma = T_i/T_e = 0.3$ ,  $f = n_{i0}/n_{e0} = 1.75$ .



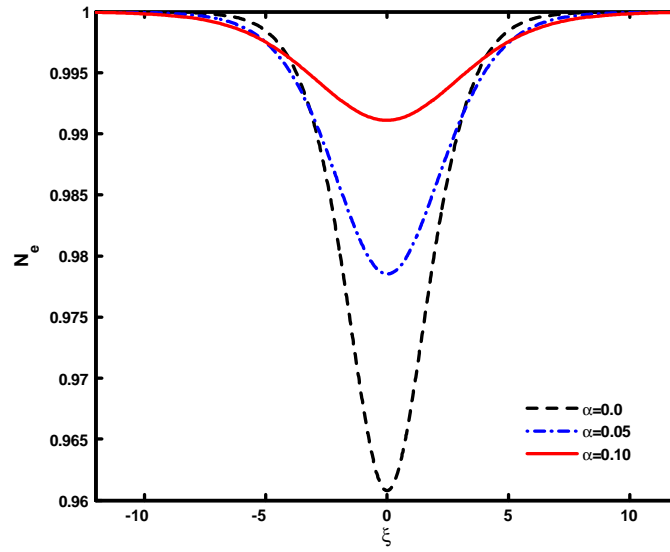
**Fig. 2.** Tracé du potentiel de Sagdeev associé à l'onde solitaire de la figure 1.



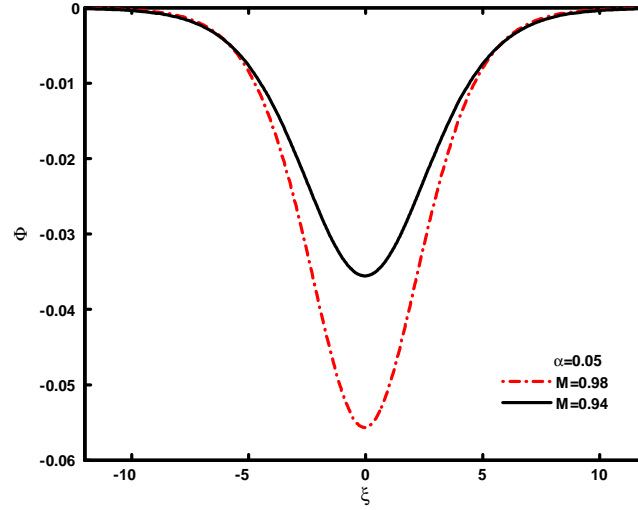
**Fig. 3.** Profil spatial de la charge des grains de poussière  $Q_d$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ .  
Le reste des paramètres sont ceux utilisés pour Fig. 1.



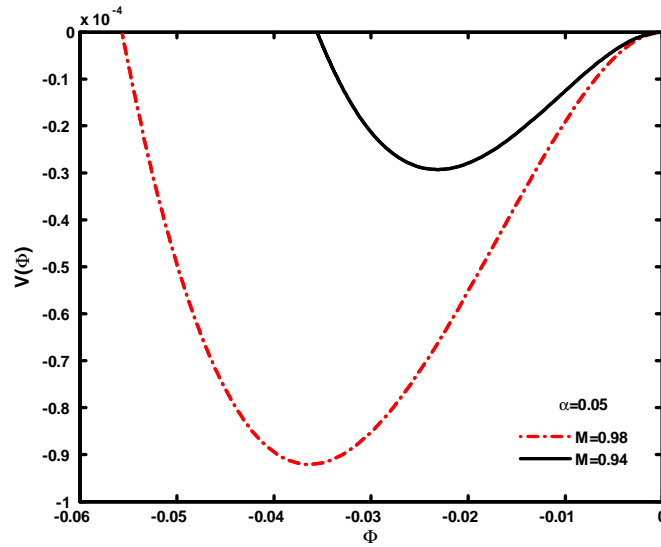
**Fig. 4.** Profil spatial de la densité des grains de poussière  $N_d$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ . Le reste des paramètres sont ceux utilisés pour Fig. 1.



**Fig. 5.** Profil spatial de la densité des électrons  $N_e$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ . Le reste des paramètres sont ceux utilisés pour Fig. 1.



**Fig. 6.** Variation spatiale du soliton acoustique poussièreux subsonique pour différentes valeurs du nombre de Mach  $M$ , avec  $\alpha = 0.05$ . Les valeurs des paramètres restants sont celles utilisées pour la Fig. 1.



**Fig. 7.** Tracé du potentiel de Sagdeev associé à la structure localisée non linéaire de la Fig. 6.

### 2.4.2 Cas d'un plasma poussièreux à charge variable ( $I_e + I_i \neq 0$ )

Afin de mettre en évidence l'effet de la variation de la charge des grains de poussière, nous considérons, dans cette sous-section, le cas où  $I_e + I_i \neq 0$ . Pour des raisons de simplicité, nous

supposons que les grains de poussière à charge variable se comportent comme un faisceau de particules froides, chaque particule ayant la même vitesse à une position donnée. Par conséquent, nous considérons la distribution suivante

$$f_d(x, v_d) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} \delta(v_{d0} - \tilde{v}_d) \quad (2.31)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left( 1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\Phi q_d d\phi \right) \quad (2.32)$$

représente la vitesse du grain de poussière perturbé. En intégrant la distribution (2.31) sur tout l'espace des vitesses, on obtient

$$N_d = \frac{n_d}{n_{d0}} = \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} = \frac{1}{(1 - \gamma\chi)^{1/2}} \quad (2.33)$$

Avec  $\gamma = 2r_d \sigma T_e^2 / m_d e^2 v_{d0}^2$  et

$$\chi = \int_0^\Phi Q_d d\Phi \quad (2.34)$$

En introduisant la variable adimensionnelle  $X = x/\lambda_{Dm} = x/(T_i/4\pi n_{d0} Z_d e^2)^{1/2}$ , les équations de Poisson et de la charge peuvent être écrites, respectivement, comme suit

$$\frac{d^2 \Phi}{dX^2} = N_e - f N_i + (f - 1) N_d \quad (2.35)$$

$$\frac{dQ_d}{dX} = \delta N_d \left\{ -\sqrt{1/\mu\sigma} \exp(Q_d) \exp(\sigma\Phi) + \frac{f}{1 + 3\alpha} \left( B_1 - B_2 \frac{Q_d}{\sigma} \right) \right\} \quad (2.36)$$

avec

$$\delta = \left( \frac{2n_{e0} e^2 r_d^2 \sigma^2}{m_i v_{d0}^2} \right)^{1/2} \quad (2.37)$$

En supposant que  $E_{pe} = Z_{d0} e^2 / 4\pi r_d$  et  $E_{cd} = m_d v_{d0}^2 / 2$ , l'équation (2.37) peut être interprétée comme le rapport entre l'énergie potentielle électrostatique d'un électron à la surface du grain de poussière ( $E_{pe}$ ) et l'énergie cinétique du grain de poussière non perturbée ( $E_{cd}$ ). Elle peut être réécrite sous la forme suivante,

$$\delta = \sqrt{\frac{4\pi m_d n_{e0} \sigma^2 r_d^3}{Z_{d0} m_i}} \left( \frac{E_{pe}}{E_{cd}} \right)^{1/2} \quad (2.38)$$

Pour  $\Phi = 0$  et  $Q_d = Q_{d0}$  (condition de quasi-neutralité de la charge), l'équation (2.37) requiert l'expression suivante

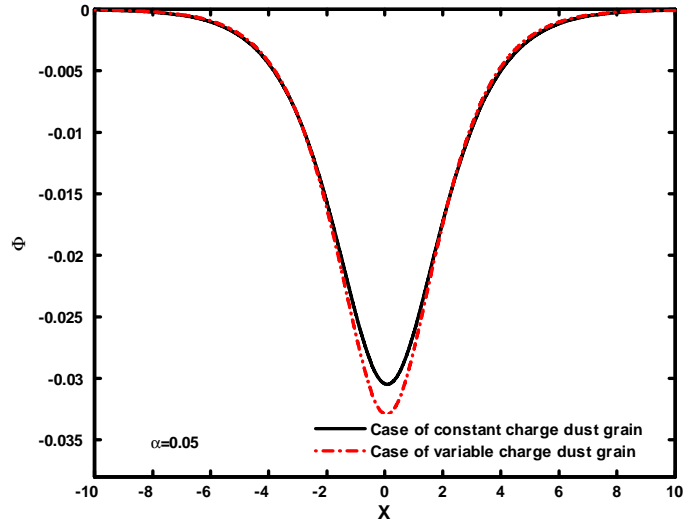
$$f = \frac{(1 + 3\alpha) \sqrt{1/\mu\sigma} \exp(Q_{d0})}{1 + \frac{72\alpha}{15} - \frac{Q_{d0}}{\sigma} \left( 1 + \frac{24\alpha}{15} \right)} \quad (2.39)$$

Notons que, dans la partie numérique, la valeur de  $f$  sera déterminée par l'Eq. (2.39), alors que les autres paramètres seront fixés à l'avance.

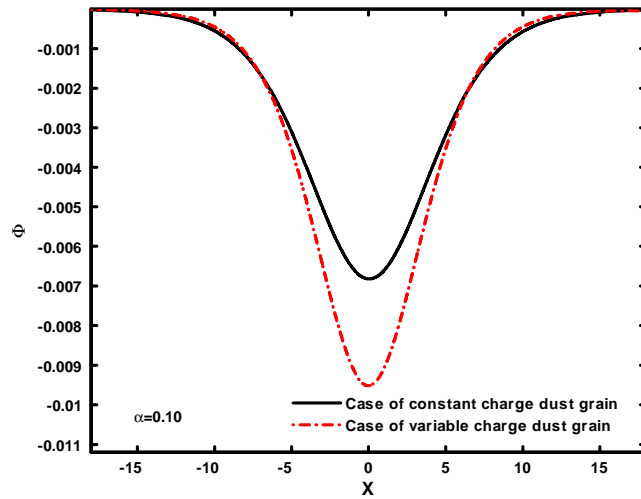
## Résultats et discussions

Nous procédons maintenant à l'illustration de nos résultats numériques. Pour ce faire, nous intégrons à nouveau numériquement l'ensemble des équations (2.34)-(2.36). La figure 8 montre que lorsque la charge du grain de poussière est variable, la profondeur du soliton localisé augmente alors que sa largeur diminue légèrement. En d'autres termes, la fluctuation de la charge des grains de poussière provoque un élargissement supplémentaire, particulièrement efficace lorsque les ions s'éloignent de leur état de piégeage maxwellien (Fig. 9). En outre, notre étude numérique (illustrée dans la Fig. 10) révèle que, sous certaines conditions, l'effet de la variation de la charge des grains de poussière peut être très important. Il est intéressant de noter que cette variation de la charge des poussières fournit un mécanisme physique alternatif provoquant une dissipation d'énergie. Par conséquent, l'amplitude de l'onde diminue et est transférée vers ce que l'on appelle la queue de bruit. Le même comportement a été mis en évidence dans certains travaux traitant des effets de la fluctuation de la charge des grains de poussière sur la génération d'ondes de choc DA [21], [39]. Étant donné qu'aucun effet d'amortissement résultant des collisions entre les populations de poussière et de plasma n'est en jeu, cette onde de choc est considérée comme non-collisionnelle [21], [40]. La figure 10 illustre l'émergence de quelques oscillations dans le profil de l'onde de choc. Ces oscillations, attribuables à l'effet de la séparation des charges, diminuent à mesure que les ions s'éloignent de leur piégeage maxwellien (c'est-à-dire lorsque  $\alpha$  augmente). Ces résultats sont en accord étroit avec ceux obtenus précédemment par Tribeche et ses collaborateurs [21], [40].

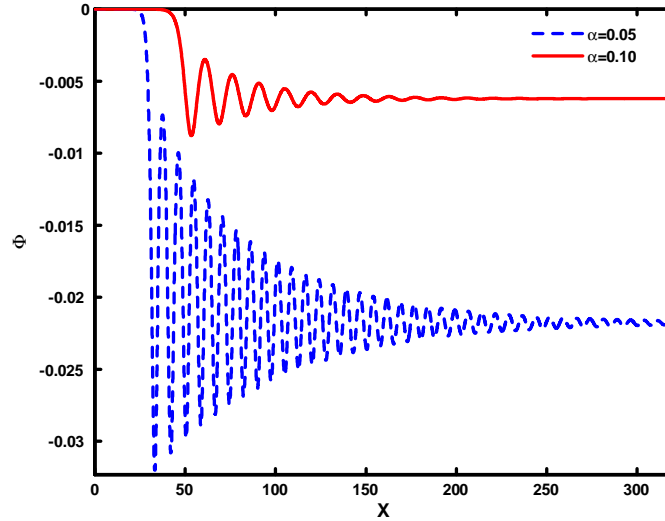
Pour approfondir notre compréhension de l'effet de la variation de charge, nous avons également réalisé une étude numérique couvrant une vaste gamme de paramètres de plasma. Nous avons observé que l'amortissement non collisionnel (attribuable à la fluctuation de la charge des grains de poussière) est étroitement lié à la constante  $\delta$  [voir Eq. (2.38)]. Plus spécifiquement, nous avons constaté que de faibles valeurs de  $\delta$  favorisent la formation de structures dissipatives, tandis que des valeurs élevées de  $\delta$  sont requises pour soutenir l'existence de structures cohérentes. Ainsi, la formation d'ondes de choc s'accompagne d'une dissipation de l'énergie des grains de poussière.



**Fig. 8.** Variation spatiale du potentiel électrostatique  $\Phi$  dans le cas de la charge constante et variable, avec  $\alpha = 0.05$ ,  $Q_d = -2.34$ ,  $T_i = 0.53$  eV,  $T_e = 1$  eV,  $n_{i0} = 7 \times 10^{12}$   $\text{cm}^{-3}$ ,  $v_{d0} = 90$   $\text{cm s}^{-1}$ ,  $r_d = 10^{-4}$  m, and  $\sigma = 0.53$ . Ici  $\delta = 797.45$  et  $f = 1.08$ .



**Fig. 9.** Variation spatiale du potentiel électrostatique  $\Phi$  dans le cas de la charge constante et variable, avec  $\alpha = 0.1$  et  $f = 1.08$ . Le reste des paramètres sont ceux utilisés pour Fig. 8.



**Fig. 10.** Profil de l'onde de choc dans le cas de la charge variable pour deux différentes valeurs de  $\alpha = 0.05$  ( $f = 1.08$ ,  $\delta = 0.094$ )  $\alpha = 0.10$  ( $f = 1.11$ ,  $\delta = 0.095$ ), avec  $n_{i0} = 10^5 \text{cm}^3$ . Le reste des paramètres sont ceux utilisés pour Fig. 8.

## 2.5 Conclusion

L'analyse des solitons acoustiques poussiéreux de large amplitude a été menée dans un milieu plasma complexe à charge variable, incluant des ions suivant une distribution de type Cairns-Gurevich. En utilisant le modèle de la sonde électrostatique, nous avons calculé le courant de charge ionique de Cairns-Gurevich et déterminé l'expression reliant la charge électrique des grains de poussière au potentiel du plasma en recourant à la fonction de Lambert. Les premiers résultats de notre étude montrent que dans un tel modèle de plasma, des solitons acoustiques de poussière d'amplitude arbitraire peuvent exister. Leurs profils spatiaux sont considérablement modifiés par la présence de la population ionique modélisée par la distribution de Cairns-Gurevich. En particulier, nous avons montré qu'une petite concentration d'ions non thermiques piégés diminue l'amplitude de l'onde, rend la structure solitaire moins pointue et accroît la charge nette négative résidant à la surface du grain de poussière. De plus, la densité numérique des grains de poussière est fortement localisée. Cette accumulation, plus marquée pour de faibles valeurs de  $\alpha$ , entraîne un appauvrissement local de la densité numérique électronique. Les résultats sont en bon accord avec ceux obtenus précédemment par Tribeche et Amour [21] et récemment par Ouazene et Amour [31].

Notre recherche s'est également étendue pour mettre en lumière l'impact de la variation de la charge des grains de poussière sur les structures solitaires. Nous avons constaté que les fluctuations de la charge des grains de poussière entraînent une augmentation de la profondeur de l'onde solitaire DA, un phénomène qui devient plus marqué lorsque les ions s'éloignent de leur piégeage maxwellien. De plus, dans certaines conditions, ces fluctuations de charge peuvent induire un mécanisme physique entraînant une dissipation anormale d'énergie, réduisant ainsi l'amplitude de l'onde et transférant celle-ci vers la queue de bruit. En outre, la force de cette dissipation anormale devient significative et peut dominer la dispersion lorsque le caractère non thermique des ions de type Cairns-Gurevich augmente.

Étant donné l'abondance des structures localisées non linéaires dans les plasmas poussiéreux observés en laboratoire et dans l'espace [41], cette étude contribuera également à une meilleure compréhension des observations dans les plasmas spatiaux, notamment en présence de populations d'ions non thermiques et piégés.

# Bibliographie

- [1] F. Verheest, *Waves in Dusty Space Plasmas* Kluwer, Dordrecht, 2000.
- [2] P. K. Shukla, A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, Institute of Physics, Bristol, 2002.
- [3] J. Winter, *Phys. Plasmas* **7**, 3862 (2000).
- [4] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [5] P. K. Shukla and V. P. Silin, *Phys. Scr.* **45**, 508 (1992).
- [6] M. Tribeche, R. Hamdi, and T. H. Zerguini, *Phys Plasmas* **7**, 4013 (2000).
- [7] S. Ghosh, *Contrib. Plasma Phys.* **48**, 569 (2008).
- [8] S. Mayout, K. Bentabet, and M. Tribeche, *Contrib. Plasma Phys.* **56**, 99 (2016).
- [9] S. Bukhari, S. Ali, M. Rafique, and J. T. Mendonca, *Contrib. Plasma Phys.* **57**, 404 (2017).
- [10] S. Ali, A.A. Abid, J. Du, and A.A. Mamun, *Contrib. Plasma Phys.* **58**, 976 (2018).
- [11] M. Ahmed, Z. Ahmed, M. Farooq, and A. Gul, *Contrib. Plasma Phys.* **59**, 367 (2019).
- [12] W. F. El-Taibany and R. M. Taha, *Contrib. Plasma Phys.* **59**, e201800072 (2019).
- [13] Z. Ehsan, M. M. Abbasi, S. Ghosh, M. Khan, and M. Ali, *Contrib. Plasma Phys.* **60**, e202000030 (2020).
- [14] A. Fodil, S. Younsi, and R. Amour, *Eur. Phys. J. Plus*, **135**, 389 (2020).
- [15] S. Mayout M. Benzekka, and R. Amour, *Contrib. Plasma Phys.* **61D**, e202000157(2021).
- [16] R. Bostrom, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **20**, 756 (1992).

- 
- [17] P. O. Dovner, A. I. Eriksson, R. Bostrom, and B. Holback, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 1827 (1994).
- [18] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Bostrom, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn, and P. K. Shukla, *Geophys. Res. Lett.* **22**, 2709 (1995).
- [19] A. A. Mamun, *Phys. Rev. E* **55**, 1852 (1997).
- [20] S. Maharaj, S. Pillay, R. Bharuthram, R. Reddy, S. Singh, and G. Lakhina, *J. Plasma Phys.* **72**, 43 (2006).
- [21] M. Tribeche and R. Amour *Phys. Plasmas* **14**, 103707 (2007).
- [22] M. Tribeche, S. Mayout, and R. Amour, *Phys. Plasmas* **16**, 043706 (2009).
- [23] F. Verheest and M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **17**, 102312 (2010).
- [24] N. Arab, R. Amour, and M. Bacha, *Eur. Phys. J. D* **73**, 121 (2019).
- [25] H. Abbasi and H. P. Hakimi, *Plasma Phys. Contr. Fusion* **50**, 095007 (2008).
- [26] H. Alinejad, *Astrophys. Space Sci.* **325**, 209 (2010).
- [27] M. Tribeche, L. Djebarni, and H. Schamel, *Physics Letters A* **376**, 3164 (2012).
- [28] D. Bara, M. Djebli, D. Benaceur-Domaz, *Laser and Particle Beams* **32**, 391 (2014).
- [29] I. Hadjaz and M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **351**, 591 (2014).
- [30] S. K. El-Labany, W. F. El-Taibany, and N. A. Zedan, *Phys. Plasmas* **24**, 112118 (2017).
- [31] M. Ouazene and R. Amour, *Astrophys. Space Sci.* **364**, 20 (2019).
- [32] N. Arab, R. Amour, and M. Benzekka, *Eur. Phys. J. Plus* **135**, 872 (2020).
- [33] N. Arab, R. Amour, and T. H. Zerguini, *Waves in Random and Complex Media*, **33**(1), 163 (2021).
- [34] S. Fellah S. Kerrouchi, and R. Amour, *Contrib. Plasma Phys.* **62**, e202100035 (2022).
- [35] A. V. Gurevich, *Sov. Phys. JETP* **26**, 575 (1968).
- [36] V. E. Fortova, A. V. Ivlevb, S. A. Khrapakb, A. G. Khrapaka, and G. E. Morfill, *Physics Reports* 421, 1 (2005).

- [37] R. Amour and M. Tribeche, *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **16**, 3533 (2011).
- [38] A. A. Mamun and P. K. Shukla, *J. Plasma Phys.* **77**, 437 (2011).
- [39] M. R. Gupta, S. Sarkar, S. Ghosh, M. Debnath, and M. Khan, *Phys. Rev. E* **63**, 046406 (2001).
- [40] M. Benzekka and M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 338 (2012).
- [41] Y. Futaana, S. Machida, Y. Saito, A. Matsuoka, and H. Hayakawa, *J. Geophys. Res.* **108**, 1025 (2003).

# 3

## Amortissement anormal des ondes solitaires induit par la fluctuation de charge dans les plasmas poussiéreux non-collisionnel : effet des ions non thermiques piégés

### 3.1 Introduction

A l'instar du chapitre précédent, nous avons vu que la variation de la charge des grains de poussière est un facteur déterminant qui influence fortement les propriétés et le comportement des plasmas poussiéreux, avec des implications pour la compréhension des processus astrophysiques, des environnements planétaires, et des applications technologiques. La charge d'un grain de poussière dépend des variations des courants locaux du plasma résultant de la collecte des électrons et des ions, et peut donc fluctuer. En effet, plusieurs études ont intégré les fluctuations de la charge des grains de poussière, révélant que cette variation entraîne une dissipation qualifiée d'anormale, car elle ne correspond à aucun mécanisme de dissipation classique connu. Nous rappelons ici qu'il est bien établi, tant théoriquement qu'expérimentalement, que la présence de grains de poussière inertiels et fortement chargés dans un plasma peut soit altérer le comportement des ondes ordinaires et des instabilités, soit engendrer de nouveaux modes propres [1]-[3]. Le mode le plus étudié parmi ces nouveaux modes est le mode acoustique poussiéreux (DA), qui résulte de la force de rappel générale-

ment fournie par la pression thermique des électrons et des ions, combinée à l'inertie des grains de poussière [4], [5], [6].

Dans le prolongement de l'étude présentée au chapitre précédent, nous proposons ici d'analyser l'amortissement anormal de l'onde acoustique solitaire dans un plasma poussiéreux à charge variable, en considérant des ions suivant la distribution de Cairns-Gurevich. En d'autres termes, nous présentons une étude théorique et numérique visant à comprendre comment les ions non thermiques piégés et l'amortissement non collisionnel (anormal) dû à la fluctuation de la charge peuvent affecter les solitons acoustiques poussiéreux [7]. Pour cela, nous avons pris en compte le courant de charge ionique de Cairns-Gurevich (déjà calculé dans le chapitre précédent), dérivé la fréquence de charge des grains de poussière associée, et établi l'équation de Korteweg-de Vries amortie modifiée (mdK-dV modified damping Korteweg-de Vries equation). Il convient de rappeler que, ces dernières années, de nombreuses études théoriques ont examiné les effets de l'amortissement non collisionnel dû à la fluctuation de la charge des grains de poussière, tant pour des particules maxwelliennes que non maxwelliennes [8]-[12]. Il a été rapporté que l'amortissement anormal dû à la fluctuation de la charge des grains de poussière entraîne des modifications significatives des propriétés des ondes acoustiques non linéaires des grains de poussière. En particulier, les effets des ions non thermiques (énergétiques) sur la propagation des ondes acoustiques de poussière (DA) linéaires ont été étudiés en intégrant la variation de la charge des poussières et la variation de la pression isotherme des poussières [8]. Il a été montré que dans le cas d'un plasma poussiéreux avec des variations non adiabatiques de la charge des grains, une température finie ne parvient pas à stabiliser l'instabilité acoustique poussiéreuse. Younsi et Tribeche [11] ont revisité l'amortissement non linéaire des ondes induit par la variation de la charge dans un plasma poussiéreux à charge variable avec des électrons non thermiques. Il ont montré que contrairement à ce qui a déjà été rapporté sur ce problème, l'amortissement anormal est plus important dans le cas des ondes rapides que dans celui des ondes lentes. Récemment, Amour et Tribeche [12] ont étudié l'amortissement non-collisionnel de l'onde acoustique DA dans le cadre de la statistique non extensive de Tsallis. Il ont montré que l'amortissement non-collisionnel, dû à la fluctuation de la charge, est sensiblement modifié par les effets non extensifs. Spécifiquement, il a été observé que dans le cas sub-extensif ( $q > 1$ ), l'amortissement croît à mesure que le paramètre non extensif  $q$  augmente, révélant ainsi que lorsque les ions évoluent loin de leur équilibre thermodynamique la dissipation anormale devient plus importante [12].

Ce chapitre est organisé de la manière suivante. Dans la section suivante, nous illustrons notre modèle de plasma, nous redéfinissons la distribution tridimensionnelle de Cairns-Gurevich et nous illustrons l'expression du courant de charge ionique associé. Dans la Sec. 3, nous donnons les développements mathématiques inhérents à la détermination de l'équation mdK-dV et illustrons les principaux résultats et leur discussion associée. Enfin, un résumé de nos résultats est donné dans la Sec. 4.

## 3.2 Modèle théorique

### 3.2.1 Équations de base du modèle

Considérons un plasma poussiéreux non magnétisé et sans collision à trois composantes, composé par des (i) ions positifs non thermiques piégés de masse  $m_i$  et de charge  $z_i e$ , où  $e$  et  $z_i$  ( $z_i = 1$  dans notre cas) sont respectivement la charge électronique et l'état de charge de l'ion, à une température  $T_i$ , (ii) des électrons sans inertie, ayant une densité qui suit distribution de Boltzmann, de masse  $m_e$  et de charge  $-e$ , et de température  $T_e$ , et (iii) des grains de poussière massives et chargées négativement, de taille microscopique, de masse  $m_d$  et de charge  $-Z_d e$ , où  $Z_d$  est le nombre d'électrons résidant à la surface des grains de poussière. La condition de quasi-neutralité de charge à l'équilibre pour le plasma considéré peut être écrite sous la forme  $n_{e0} + Z_{d0} n_{d0} = n_{i0}$ , où  $n_{i0}$ ,  $n_{e0}$  et  $n_{d0}$  sont les densités à l'équilibre des ions positifs, des électrons thermiques et des grains de poussière négatifs, respectivement. Afin de décrire la dynamique des ondes acoustiques poussiéreuse dans un tel plasma poussiéreux, nous considérons l'ensemble d'équations fluides normalisées suivant [12]

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial (N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -\mu_d (\Delta Q_d - 1) \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = \delta N_e - N_i - (\Delta Q_d - 1) (1 - \delta) N_d \quad (3.3)$$

où  $\delta = n_{e0}/n_{i0}$  et  $\mu_d = Z_{d0} m_i / m_d$ . Dans les équations précédentes, la variable d'espace  $X$ , le temps  $T$ , la vitesse  $V_d$  sont respectivement normalisés par la longueur de Debye  $\lambda_D = (T_i / 4\pi n_{d0} e^2)^{1/2}$ , et la période du plasma poussiéreux  $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi Z_{d0} n_{d0} e^2)^{1/2}$ , et

la vitesse acoustique des grains de poussière  $C_d = \sqrt{Z_{d0}T_i/m_d}$  (où  $m_d$  est la masse des grains de poussière). La densité des particules  $N_j$  ( $j = i, e, d$ ) et le potentiel électrostatique  $\Phi$  sont normalisés par  $n_{j0}$  et  $T_e/e$ . La fluctuation de la charge des grains de poussière  $\Delta Q_d = Q_d + 1$ , où  $Q_d = eq_d/r_dT_e$ , est normalisée par  $Z_{d0}e$  ( $Z_{d0}$  est le nombre d'électrons résidant à la surface des grains de poussière à l'équilibre). À l'échelle de temps des grains de poussière, les électrons sont supposés être en équilibre thermique avec la densité donnée par,

$$n_e = n_{e0} \exp(e\phi/T_e) \quad (3.4)$$

et les ions sont supposés obéir à la fonction de distribution tridimensionnelle des vitesses non thermiques piégées (fonction de distribution des vitesses ioniques de Cairns-Gurevich) donnée par [13], [14]

$$F_i(v_i) = \frac{n_{i0}}{(1+3\alpha)} \left( \frac{1}{2\pi v_{ti}^2} \right)^{3/2} \times v \begin{cases} \left[ 1 + \alpha \left( \frac{v_i^2}{v_{ti}^2} + \frac{2e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \exp \left( -\frac{v_i^2}{2v_{ti}^2} - \frac{e\phi}{T_i} \right), & \text{pour } |v_i| > \sqrt{-2e\phi/m_i} \\ 1, & \text{pour } |v_i| \leq \sqrt{-2e\phi/m_i} \end{cases} \quad (3.5)$$

où  $\alpha$ ,  $v_{ti} = (T_i/m_i)^{1/2}$ ,  $m_i$ , et  $T_i$  représentent, respectivement, le paramètre non thermique, la vitesse thermique de l'ion, la masse de l'ion et la température de l'ion. Pour rappel, l'équation 3.5 met en évidence deux concepts distincts de non-isothermali t . Le premier, introduit par Cairns et al. [15] se base sur la distribution des ions de fond. Le second, introduit par Gurevich [16], décrit le piégeage adiabatique des particules dans le puits de potentiel du plasma. Cette situation s'applique à tout plasma poussiéreux sans collision, où la vitesse caractéristique est bien inférieure à la vitesse thermique des électrons et des ions [13], [14], [17]. Comme cela a été bien illustré dans les références [13], [14], l'intégration de l'équation 3.5 sur l'espace des vitesses conduit à l'expression de la densité suivante

$$n_i = n_{i0} \left\{ \left[ 1 + \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right) + \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \exp \left( -\frac{e\phi}{T_i} \right) \operatorname{erf} c \left( \sqrt{-\frac{e\phi}{T_i}} \right) + \left[ 2 + \left( 3\beta + \frac{4}{3(1+3\alpha)} \right) \left( \frac{e\phi}{T_i} \right) + \frac{56}{15} \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \sqrt{-\frac{e\phi}{\pi T_i}} \right\} \quad (3.6)$$

Avec  $\beta = 4\alpha/(1+3\alpha)$  et  $\operatorname{erf} c(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-y^2} dy$  est la fonction d'erreur complémentaire. Nous notons qu'en raison des termes en racine carrée,  $\phi$  doit être négatif ( $\phi < 0$ ) pour que densité  $n_i$  soit réelle. En guise de rappel, Eq. (3.6) représente une

nouvelle densité qui décrit, simultanément, l'évolution des ions énergétiques et de ceux qui sont piégés dans le puits de potentiel du plasma [13], [14]. Notons que si l'on néglige les effets de piégeage, on retrouve la densité non thermique habituelle [15]

$$n_i = n_{i0} \left[ 1 + \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right) + \beta \left( \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \exp \left( -\frac{e\phi}{T_i} \right) \quad (3.7)$$

### 3.2.2 Courants électriques et fréquence de charge des grains

Le processus de chargement des grains de poussière immergés dans un plasma ambiant peut se produire de plusieurs manières. Par exemple, cela inclut le bombardement de leur surface par les électrons et les ions du plasma de base, l'émission photoélectrique, l'émission thermoélectronique et l'émission électronique secondaire [18]-[?]. Il est important de souligner que chaque processus de chargement est significatif uniquement dans des conditions spécifiques. Par exemple, dans les plasmas de laboratoire à basse température, les grains de poussière se chargent généralement négativement, car la capture des électrons par la surface du grain est plus importante que celle des ions, en raison de la mobilité plus élevée des électrons [21]. En effet, les courants de charge sont générés par des électrons et des ions arrivant à la surface du grain. De même, la charge variable des grains de poussière  $q_d$  est déterminée de manière auto-cohérente par

$$v_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i \quad (3.8)$$

où  $I_e$  et  $I_i$  sont les courants microscopiques moyens d'électrons et d'ions, respectivement, entrant dans les grains de poussière. Ils sont obtenus en calculant la moyenne de la section efficace de collision  $\sigma_j(v_j, q_d) = \pi r_d^2 (1 \pm 2eq_d/m_j C v_j^2)$  pour les particules chargées percutant les grains de poussière sur les fonctions de distribution des électrons et des ions

$$I_j = q_j \int_{R_j} F_j(v_j) v_j \sigma_j(v_j, q_d) d^3 v_j \quad (3.9)$$

où  $j = e, i$  désignent respectivement les électrons et les ions,  $C = r(1 + r_d/\lambda_{De}) \simeq r_d$  est la capacité effective du grain,  $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$  la longueur de Debye de l'électron,  $R_j$  le domaine d'intégration dans l'espace des vitesses de la  $j$ -ième espèce. L'expression du courant associé aux électrons thermiques est donnée par [2]

$$I_e = -\pi e r_d^2 n_{e0} \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp \left( \frac{eq_d}{r_d T_e} \right) \exp \left( \frac{e\phi}{T_e} \right) \quad (3.10)$$

Dérivons maintenant le courant de charge ionique de Cairns-Gurevich associé. Et cela, en injectant la distribution des ions (3.5) dans l'équation (3.9), nous pouvons donc écrire, en

coordonnées sphériques  $(v_i, \theta, \varphi)$ , le courant de charge ionique comme suit,

$$I_i = \frac{n_{i0}e}{(1+3\alpha)} \left( \frac{1}{2\pi v_{ti}^2} \right)^{3/2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \left\{ \int_0^{\sqrt{-2e\phi/m_i}} \sigma_i(v_i, q_d) v_i^3 dv_i + \int_{\sqrt{-2e\phi/m_i}}^{+\infty} \sigma_i(v_i, q_d) \left[ 1 + \alpha \left( \frac{(v_i \cos\theta)^2}{v_{ti}^2} + \frac{2e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \exp\left( -\frac{v_i^2}{2v_{ti}^2} - \frac{e\phi}{T_i} \right) v_i^3 dv_i \right\} \quad (3.11)$$

Ainsi, après avoir calculé les dernières intégrales, nous obtenons l'expression suivante du courant de charge ionique de Cairns-Gurevich,

$$I_i = \frac{\pi en_{i0} r_d^2}{(1+3\alpha)} \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left\{ - \left[ 1 + \frac{24\alpha}{15} + \left( -1 + \frac{16\alpha}{15} \right) \frac{e\phi}{T_i} + \frac{32\alpha}{15} \left( \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \left( \frac{eq_d}{r_d T_i} \right) + \left[ 1 + \frac{72\alpha}{15} + \left( -1 + \frac{8\alpha}{15} \right) \frac{e\phi}{T_i} + \left( \frac{1}{2} + \frac{16\alpha}{15} \right) \left( \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 - \frac{32\alpha}{15} \left( \frac{e\phi}{T_i} \right)^3 \right] \right\} \quad (3.12)$$

L'équation (3.12), présentée ici pour la première fois, est considérée comme une expression nouvelle et est exacte du courant de charge inhérent aux ions non thermiques piégés.

Nous soulignons ici que la charge électrique des grains de poussière ( $Q_d = eq_d/r_d T_e$ ) devient une variable dynamique couplée de manière cohérente aux autres paramètres dynamiques tels que la densité et le potentiel. En introduisant la quantité  $\Delta Q_d = Q_d + 1$ , l'équation (3.8) peut être écrite [12],

$$\frac{\partial \Delta Q}{\partial T} + V_d \frac{\partial \Delta Q}{\partial X} = \frac{1}{\omega_{pd} \tau_{ch}} \frac{(I_i + I_e)}{v_{ch} Z_{d0} e} \quad (3.13)$$

où  $\tau_{ch}$  et  $\omega_{pd}$  sont, respectivement, le temps de chargement des grains de poussière et la fréquence du plasma poussiéreux. Dans ce cas, les courants de charge normalisés des électrons et des ions (équations 3.10 et 3.12) peuvent s'écrire,

$$I_e = -\pi e r_d^2 n_{e0} \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp(\Delta Q_d - 1) \exp(\Phi) \quad (3.14)$$

$$I_i = \frac{\pi en_{i0} r_d^2}{(1+3\alpha)} \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left\{ - \left[ 1 + \frac{24\alpha}{15} + \left( -1 + \frac{16\alpha}{15} \right) \frac{\Phi}{\sigma} + \frac{32\alpha}{15} \frac{\Phi^2}{\sigma^2} \right] \frac{(\Delta Q_d - 1)}{\sigma} + \left[ 1 + \frac{72\alpha}{15} + \left( -1 + \frac{8\alpha}{15} \right) \frac{\Phi}{\sigma} + \left( \frac{1}{2} + \frac{16\alpha}{15} \right) \frac{\Phi^2}{\sigma^2} - \frac{32\alpha}{15} \frac{\Phi^3}{\sigma^3} \right] \right\} \quad (3.15)$$

où  $\sigma = T_i/T_e$ . Notons que la fréquence de chargement des grains de poussière associée à notre plasma est donnée par,

$$\begin{aligned} v_{ch} &= \frac{1}{\tau_{ch}} = \frac{-e}{r_d T_e} \left[ \frac{\partial (I_i + I_e)}{\partial (\Delta Q_d)} \right]_{\Phi=0, \Delta Q_d = \Delta Q_{d0}} \\ &= \sqrt{\frac{8\pi e^4 r_d^2 n_{i0}^2}{T_i m_i}} z \left[ \delta \sqrt{\sigma \mu} \exp(-z) + \frac{(1 + \frac{24\alpha}{15})}{1 + 3\alpha} \right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

où  $r_d$ ,  $z = Z_{d0} e^2 / r_d T_e$ , et  $\mu = m_i / m_e$  sont, respectivement, le rayon du grain de poussière, le paramètre adimensionnel du plasma poussiéreux et le rapport de masse ion-électron. L'équation 3.16, considéré comme un nouveau résultat, dépend explicitement du paramètre non thermique piégé  $\alpha$ . Nous notons ici que pour inclure l'effet de la variation non adiabatique de la charge des grains de poussière, nous supposons que la fréquence de charge des grains de poussière ( $v_{ch}$ ) est beaucoup plus petite que celle de l'oscillation des grains de poussière ( $\omega_{pd} = [4\pi Z_{d0} n_{d0} e^2 / m_d]^{1/2}$ ). En d'autres termes, nous supposons que le rapport  $\omega_{pd} / v_{ch} \ll 1$  est nul ( $\neq 0$ ). En utilisant l'équation 3.16, nous obtenons,

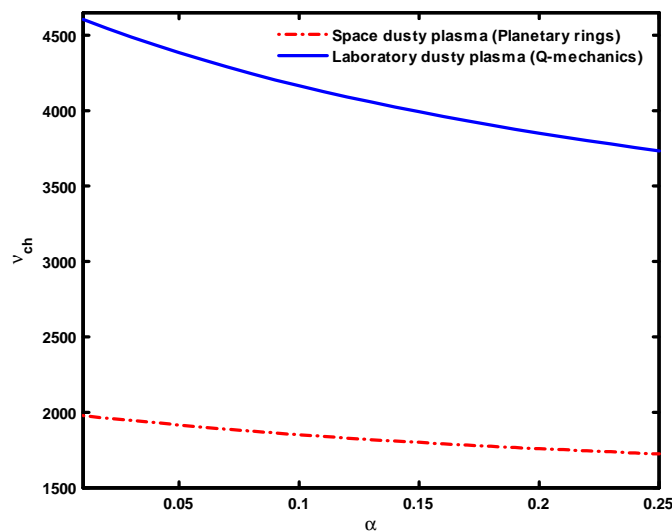
$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} = \sqrt{\frac{\mu_d T_i n_{d0}}{2e^2 r_d^2 n_{i0}^2 z^2}} \left[ \delta \sqrt{\sigma \mu} \exp(-z) + \frac{(1 + \frac{24\alpha}{15})}{1 + 3\alpha} \right]^{-1} \quad (3.17)$$

Illustrons maintenant l'effet des ions non thermiques piégés sur la fréquence de charge des grains de poussière  $v_{ch}$ . Pour cela, nous avons tracé (voir Fig. 1) la variation de la fréquence de charge des grains de poussière  $v_{ch}$  en fonction du paramètre non thermique  $\alpha$  pour deux types de plasmas poussiéreux. Le premier étant (i) un plasma spatial poussiéreux (anneaux planétaires) dont les paramètres sont les suivants :  $T_i = 0.05$  eV,  $T_e = 50$  eV,  $n_{i0} = 5 \times 10^7$  cm<sup>-3</sup>,  $n_{e0} = 4 \times 10^7$  cm<sup>-3</sup>,  $Z_{d0} = 3 \times 10^3$ ,  $n_{d0} = (n_{i0} - n_{e0}) / Z_{d0} = 3.33 \times 10^3$  cm<sup>-3</sup>,  $r_d = 10$  μm,  $\sigma = T_i / T_e = 10^{-3}$ ,  $\delta = n_{e0} / n_{i0} = 0.8$ ,  $\mu_d = Z_{d0} m_i / m_d = 3.95 \times 10^{-7}$ ,  $\mu = m_i / m_e = 1836$ , et  $z = Z_{d0} e^2 / r_d T_e = 0.86$  [22]. Le deuxième type de plasma poussiéreux (ii) est celui du laboratoire (Q-machine) dont les paramètres sont les suivants :  $T_i = 0.3$  eV,  $T_e = 1$  eV,  $n_{e0} = 10^7$  cm<sup>-3</sup>,  $n_{i0} = 2.5 \times 10^7$  cm<sup>-3</sup>,  $Z_{d0} = 10^3$ ,  $n_{d0} = 15 \times 10^3$  cm<sup>-3</sup>,  $r_d = 10$  μm,  $\sigma = 0.3$ ,  $\delta = 0.4$ ,  $\mu_d = 1.31 \times 10^{-7}$ ,  $\mu = 1836$ , et  $z = 14.4$  [23]. La figure 1 montre que, dans les deux plasmas poussiéreux, la fréquence de charge des grains de poussière diminue avec l'augmentation du caractère de non-thermalité des ions, c'est-à-dire lorsque les ions évoluent loin de leur piégeage maxwellien. Ce résultat est en bon accord avec les travaux de Ghosh et al. [8].

En outre, nous avons montré que, pour toute valeur de  $\alpha$ , le temps de charge des grains de poussière  $\tau_{ch}$  (qui est  $\propto 1/\nu_{ch}$ ) associé au plasma poussiéreux expérimental est faible par

rapport à celui associé au plasma spatial poussiéreux. Par conséquent, le temps de charge des grains de poussière (la fréquence de charge des grains de poussière) dépend du type de plasma (voir le tableau 1 ci-dessous). Cela signifie qu'en plus du paramètre non thermique, d'autres paramètres du plasma peuvent également affecter le temps de chargement des poussières. Ici, le faible temps de charge des grains de poussière mesuré dans le cas du plasma poussiéreux de laboratoire est principalement dû à la charge ( $q_d$ ) élevée des grain (qui correspond à la valeur élevée du paramètre de plasma poussiéreux non dimensionnel  $z$ ). Pour plus de détails, nous avons reporté dans le tableau 1 les variations des valeurs numériques de la fréquence (temps) de la charge des grains de poussière  $\nu_{ch}$  ( $\tau_{ch}$ ) ainsi que celles du rapport de fréquence  $\omega_{pd}/\nu_{ch}$  associées aux plasmas poussiéreux spatiaux et expérimentaux.

On notera ici que la fréquence (temps) de plasma poussiéreux associée au plasma spatial et au plasma expérimental est, respectivement, de  $\omega_{pd} = 48 \text{ s}^{-1}$  ( $\tau_{pd} = 0,017 \text{ s}$ ) et de  $\omega_{pd} = 58,7 \text{ s}^{-1}$  ( $\tau_{pd} = 0,021 \text{ s}$ ). Ce tableau montre un faible rapport des fréquences dans les deux cas des plasmas considérés, ce qui justifie et valide l'hypothèse adoptée ci-dessus (c'est-à-dire  $\omega_{pd} / \nu_{ch} \ll 1$  mais finie). Cela signifie que, dans chaque plasma poussiéreux, le taux de charge des grains de poussière est faible mais comparable à la fréquence d'oscillation de la charge des poussières, ce qui produit l'effet de dissipation anormale. Cette dissipation est plus prononcée dans le cas du plasma spatial poussiéreux en raison de son taux de fréquence plus élevé. Cet effet constitue ce que l'on appelle une dissipation anormale dans laquelle aucun effet de viscosité ou d'amortissement de Landau n'est impliqué [9]. Dans ce cas, l'onde acoustique poussiéreuse (DAW) peut alors être régie par l'équation K-dV modifiée avec un terme d'amortissement anormal.



**Figure 1:** Variation de la fréquence de charge des grains de poussière  $\nu_{ch}$  en fonction de  $\alpha$  associée aux plasmas poussiéreux de laboratoire et d'espace. Les paramètres associés à chaque plasma sont donnés dans le texte.

Table 1: Variations des valeurs numériques de la fréquence (temps) de charge des grains de poussières  $\nu_{ch}$  ( $\tau_{ch}$ ) et du rapport de fréquences  $\omega_{pd}/\nu_{ch}$  associés à des plasmas poussiéreux spatiaux et expérimentaux.

Paramètre non thermique	$\alpha$	0.0	0.05	0.1	0.2
Plasma poussiéreux de l'espace (anneaux planétaires)	$\nu_{ch}(\times 10^3 s^{-1})$	2	1.91	1.85	1.76
	$\tau_{ch}(\times 10^{-3} s)$	0.5	0.52	0.54	0.57
	$\omega_{pd}/\nu_{ch}$	0.024	0.0251	0.0259	0.0273
Plasma poussiéreux de laboratoire (Q-machine)	$\nu_{ch}(\times 10^3 s^{-1})$	4.67	4.38	4.16	3.85
	$\tau_{ch}(\times 10^{-3} s)$	0.21	0.23	0.24	0.26
	$\omega_{pd}/\nu_{ch}$	0.0126	0.0134	0.0141	0.0153

### 3.3 Effet des ions non thermiques piégés sur l'amortissement anormal du mode DA

#### 3.3.1 Établissement de l'équation K-dV modifiée amortie

Pour étudier la dynamique du mode acoustique poussiéreux DA de faible amplitude mais finie, nous introduisons tout d'abord les coordonnées étendues  $\xi = \varepsilon^{1/4}(X - \lambda T)$  et  $\tau = \varepsilon^{3/4}T$ , où  $\varepsilon$  est un paramètre quantifiant la petitesse de la non-linéarité et  $\lambda$  représente la vitesse de phase linéaire normalisée du soliton acoustique poussiéreux. Les variables dépendantes  $N_d$ ,  $V_d$ ,  $\Phi$ , et  $\Delta Q_d$  sont alors développées autour de leurs états non perturbés en séries de puissance de  $\varepsilon$  comme suit,

$$\begin{pmatrix} N_d \\ V_d \\ \Phi \\ \Delta Q_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} N_d^{(1)} \\ V_d^{(1)} \\ \Phi^{(1)} \\ \Delta Q_d^{(1)} \end{pmatrix} + \sum_{j=2}^{\infty} \varepsilon^{j-1/2} \begin{pmatrix} N_d^{(j)} \\ V_d^{(j)} \\ \Phi^{(j)} \\ \Delta Q_d^{(j)} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Afin de rendre la perturbation non linéaire de l'équation (3.13) en adéquation avec celle des équations (3.1)-(3.3), nous suggérons, pour la première fois, l'échelle suivante [7],

$$\frac{1}{\omega_{pd}\tau_{ch}} = \nu\varepsilon^{3/4} \quad (3.19)$$

Le coefficient  $\nu$  est introduit ici pour situer, dans l'expression finale, l'effet de la variation de la charge des grains de poussière. Par la suite, nous mettrons  $\nu = 1$ . Nous notons que les valeurs de  $v_{ch}/\omega_{pd}$ , illustrées dans la section précédente, justifient l'échelle suggérée (équation 3.19) sur la base de laquelle l'équation de charge (équation 3.13) est approximée. En substituant les formes développées de  $N_d$ ,  $V_d$ ,  $\Phi$ , et  $\Delta Q_d$  dans les équations (3.1)-(3.3) et en égalisant les termes du même ordre le plus bas en  $\varepsilon$ , nous obtenons,

$$V_d^{(1)} = \lambda N_d^{(1)} = -\frac{\mu_d}{\lambda} \Phi^{(1)} \quad (3.20)$$

et

$$N_d^{(1)} = \left( \frac{(-1 + \beta) - \delta\sigma}{1 - \delta} \right) \Phi^{(1)} - \Delta Q_d^{(1)} \quad (3.21)$$

En utilisant les coordonnées étirées ( $\xi = \varepsilon^{1/4}(X - \lambda T)$  et  $\tau = \varepsilon^{3/4}T$ ), l'expansion perturbative (Eq. 3.18) ainsi que l'échelle de temps de charge des grains (Eq. 3.19), l'équation 3.13 devient,

$$\left[ \left( -\lambda\varepsilon^{1/2} + \varepsilon^{3/2}V_d^{(1)} + \varepsilon^{5/4}V_d^{(2)} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/4} \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \left[ \varepsilon \Delta Q_d^{(1)} + \varepsilon^{3/2} \Delta Q_d^{(2)} \right] = \nu \varepsilon^{3/4} \frac{I_i + I_e}{v_{ch} Z_{d0} e} \quad (3.22)$$

Ensuite, en substituant les développements pour  $\Phi$ ,  $\Delta Q$  et  $N_d$  dans les équations (3.14) et (3.15) et en égalant les termes d'ordre  $O(\varepsilon^{3/4})$ , nous obtenons

$$\frac{\partial \Delta Q_d^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \Rightarrow \Delta Q_d^{(1)} = 0 \quad (3.23)$$

Cette dernière est valide en vertu des conditions aux limites, où toutes les perturbations disparaissent à l'infini pour toutes les échelles de temps (lentes ou rapides), ce qui implique que la charge de chaque grain de poussière est fixe ( $Q_d = -Z_{d0}e$ ) [9], [12]. En éliminant chacune des équations (3.20), (3.21) et (3.23) de  $N_d^{(1)}$ ,  $\Phi^{(1)}$  et  $\Delta Q_d^{(1)}$ , nous obtenons la vitesse de phase normalisée suivante,

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mu_d(1 - \delta)}{\delta\sigma + 1 - \beta}} \quad (3.24)$$

qui dépend explicitement des valeurs du paramètre piégé-non thermique  $\alpha$ . Pour  $\alpha = 0$ , nous retrouvons la forme habituelle de la vitesse de phase maxwellienne. À partir de l'ordre supérieur suivant de  $\varepsilon$ , nous trouvons l'ensemble d'équations suivant,

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} + \mu_d \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \xi} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^2} = & -(1 - \delta) \Delta Q_d^{(2)} + (1 - \delta) N_d^{(2)} + (\delta\sigma + 1 - \beta) \Phi^{(2)} \\ & - \left[ \frac{3\beta}{\sqrt{\pi}} + \frac{4}{3\sqrt{\pi}(1 + 3\alpha)} \right] (-\Phi^{(1)})^{3/2} \end{aligned} \quad (3.27)$$

En remplaçant une fois de plus les expansions pour  $\Phi$ ,  $\Delta Q$ ,  $N_d$  (Eq. 3.18) dans le côté droit de l'équation (3.22), en utilisant les équations (3.21) et (3.23) et en égalisant les termes  $O(\varepsilon^{5/4})$ , nous obtenons

$$\frac{\partial \Delta Q_d^{(2)}}{\partial \xi} = \frac{-\nu \delta \sqrt{\mu \sigma}}{\lambda z^2 \left[ \delta \sqrt{\mu \sigma} \exp(-z) + \frac{15+24\alpha}{15+45\alpha} \right]} \left\{ \sigma \exp(-z) - \frac{[\sigma(-15 + 8\alpha) + z(-15 + 16\alpha)]}{15\delta(1 + 3\alpha)\sqrt{\sigma\mu}} \right\} \Phi^{(1)} \quad (3.28)$$

En différenciant l'équation (3.27) par rapport à  $\xi$  et en utilisant l'équation (3.23), nous pouvons écrire,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = & -(1 - \delta) \frac{\partial \Delta Q_d^{(2)}}{\partial \xi} + (1 - \delta) \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \xi} + \delta\sigma \left( 1 - \frac{(-1 + \gamma)}{\delta\sigma} \right) \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \xi} \\ & + \frac{3}{2} \left( \frac{3\gamma}{\sqrt{\pi}} + \frac{4}{3\sqrt{\pi}(1 + 3\alpha)} \right) \sqrt{-\Phi^{(1)}} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Après avoir substitué la quantité  $\partial \Delta Q_d^{(2)} / \partial \xi$  de l'équation (3.28) et éliminé, en utilisant les équations (3.24)-(3.26), toutes les quantités d'ordre 2 en utilisant (c'est-à-dire,  $N_d^{(2)}$  et  $\Phi^{(2)}$ ), l'équation (3.29) conduit à l'équation de Korteweg-de Vries modifiée et amortie (mdK-dV) suivante pour laquelle  $\Phi = \Phi^{(1)}$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + A \sqrt{-\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \xi^3} + C \Phi = 0 \quad (3.30)$$

avec

$$A = \frac{-3\lambda^3 [3\beta + 4/(3 + 9\alpha)]}{\sqrt{\pi} 4\mu_d (1 - \delta)}, \quad (3.31)$$

$$B = \frac{\lambda^3}{2\mu_d (1 - \delta)}, \text{ et} \quad (3.32)$$

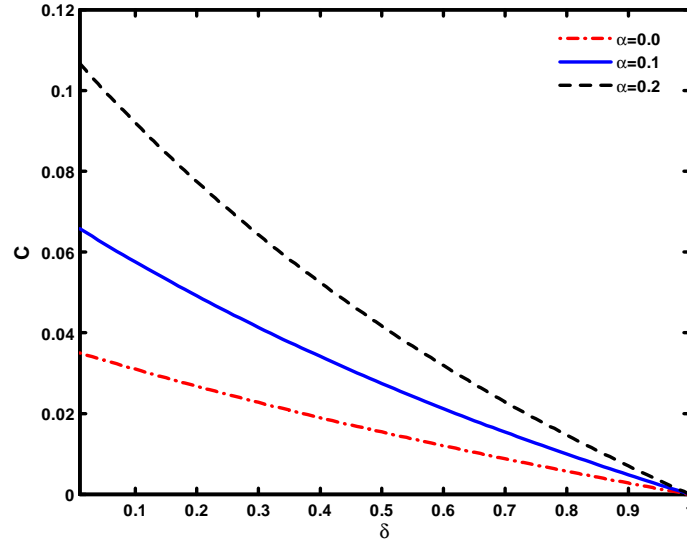
$$C = \frac{\lambda^2 \nu \delta \sqrt{\mu \sigma}}{2\mu_d z^2 \left[ \delta \sqrt{\mu \sigma} \exp(-z) + \frac{15+24\alpha}{15+45\alpha} \right]} \left\{ \sigma \exp(-z) - \frac{[\sigma(-15 + 8\alpha) + z(-15 + 16\alpha)]}{15\delta(1 + 3\alpha)\sqrt{\sigma\mu}} \right\} \quad (3.33)$$

Ici  $A$ ,  $B$ , et  $C$  sont, respectivement, les coefficients des termes non linéaire, dispersif et dissipatif de l'équation mK-dV amortie, qui dépendent de manière sensible du paramètre non thermique  $\alpha$ . Nous notons qu'une équation analogue (dK-dV) a été déjà dérivée dans les Refs. [9]-[12].

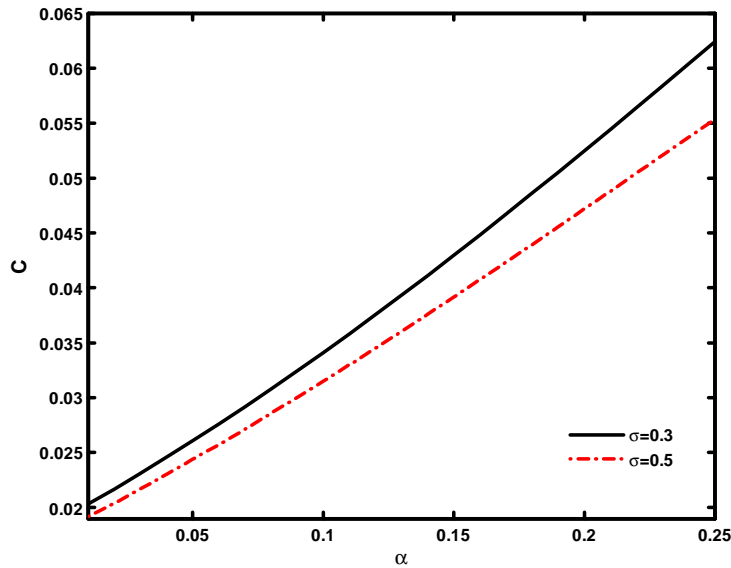
### 3.3.2 Analyse numérique des différents termes de l'équation mKdV amortie

Nous étudions maintenant numériquement les effets des ions non thermiques piégés et de la fluctuation de la charge des poussières sur les principales propriétés des ondes DA. Pour ce faire, nous considérons, pour cette section ainsi que pour la section suivante, les paramètres typiques d'un plasma poussiéreux dans des dispositifs de laboratoire (Q-machine) [23] ( $T_i = 0.3$  eV,  $T_e = 1$  eV,  $n_{e0} = [0.1 - 1] \times 10^7$  cm $^{-3}$ ,  $n_{d0} = [0.1 - 1] \times 10^4$  cm $^{-3}$ ,  $Z_{d0} = [0.1 - 1] \times 10^4$ ,  $n_{i0} = Z_{d0}n_{d0} + n_{e0}$ ,  $r_d = [10 - 20]$   $\mu$ m,  $\sigma = T_i/T_e = 0, 3$ , et  $\delta = n_{e0}/n_{i0}$ ). La variation du terme d'amortissement  $C$  en fonction du rapport de densité  $\delta$  pour deux valeurs différentes de  $\alpha$  est représentée sur la Fig. 2. Cette dernière indique que, pour une valeur donnée de  $\alpha$ , l'amortissement diminue avec l'augmentation de  $\delta$  (c'est-à-dire, lorsque  $n_{d0} \rightarrow 0$ ) et disparaît complètement dans le cas d'un plasma sans grains de poussière ( $\delta = 1$ ), ce qui est conforme à l'expression mathématique de  $C$  :  $\delta = 1 \Rightarrow Z_{d0}n_{d0}/n_{i0} = (1 - \delta) = 0 \Rightarrow \lambda = 0 \Rightarrow C = 0$ . Dans ce cas de figure (c'est-à-dire, lorsque  $C = 0$ ), l'équation mdK-dV (3.30) se réduit à une équation standard de type mK-dV. En soulignant que  $\delta = 1$  implique systématiquement que  $\nu = 0$  (pourrait être vu comme un temps de charge infini de la poussière), et que l'inverse n'est pas vrai ( $\nu = 0$  n'implique pas systématiquement que  $\delta = 1$ ), cela nous amène à déduire que l'effet d'amortissement est uniquement dû à la fluctuation de la charge de la poussière. Un résultat qui s'accorde avec celui déjà obtenu par Amour et Tribeche [12]. Par ailleurs, la figure 2 montre que la décroissance du terme d'amortissement est d'autant plus rapide lorsque les ions tendent à s'écarter de leur équilibre thermodynamique. La figure 3 illustre la variation de l'amortissement  $C$  en fonction du paramètre non thermique  $\alpha$  pour deux valeurs du rapport de température ion-électron  $\sigma$ . Pour une valeur donnée de  $\sigma$ , la figure 3 révèle que la dissipation non collisionnelle est remarquablement modifiée par les effets de piégeage des ions non thermiques. En particulier, nous avons trouvé que lorsque le caractère non thermique des ions augmente, le terme d'amortissement anormal augmente et la dissipation devient plus forte. Cette dissipation semble plus importante pour des valeurs plus faibles du rapport de température. Les variations des coefficients non linéaire et dispersif en fonction du rapport de densité ion-électron  $\delta$  sont illustrées sur les figures 4 (pour  $\alpha = 0$ ) et 5 (pour  $\alpha = 0.1$ ). Dans les deux cas de figure, nous avons remarqué que les coefficients non linéaire et dispersif diminuent avec l'augmentation de  $\delta$ . Par conséquent, dans les deux cas, l'amplitude, qui est inversement proportionnelle à  $A$ , (largeur qui est proportionnelle à  $\sqrt{B}$ ) du soliton DA augmente (diminue) avec la diminution de la densité

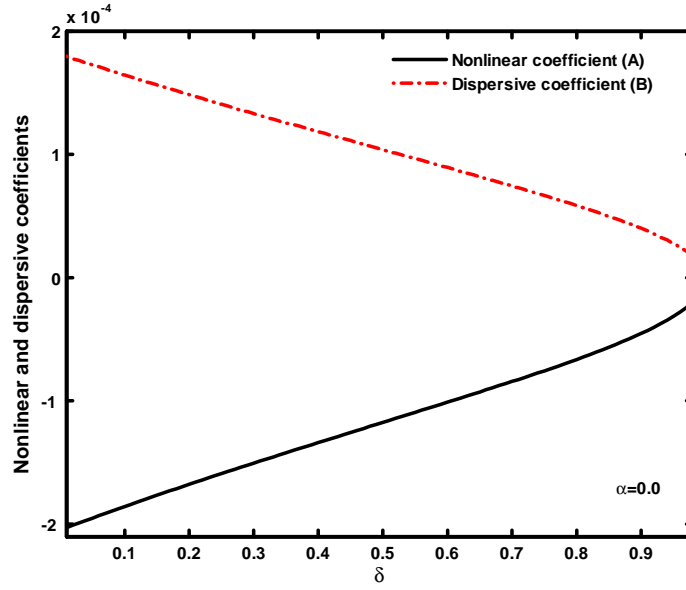
des ions piégés-non thermiques. En outre, la comparaison entre les figures 4 ( $\alpha = 0$ ) et 5 ( $\alpha = 0.1$ ) indique que les termes non linéaire et dispersif sont considérablement décalés vers des valeurs plus élevées à mesure que les ions évoluent loin de leur piégeage maxwellien.



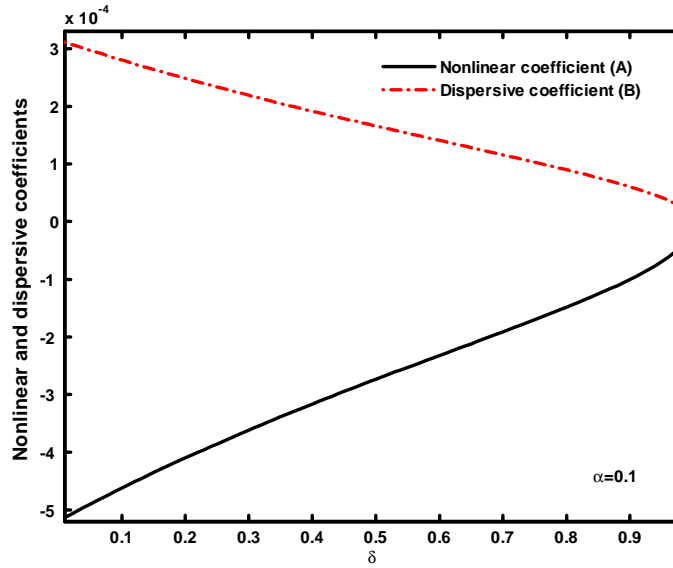
**Figure 2:** Variation de l'amortissement  $C$  en fonction de la densité  $\delta$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ , avec  $\sigma = 0.3$ ,  $\mu_d = 1.31 \times 10^{-7}$ ,  $\mu = m_i/m_e = 1836$  et  $z = 14.4$ .



**Figure 3:** Variation de l'amortissement anormal  $C$  en fonction du paramètre non thermique  $\alpha$  pour deux différentes valeurs de  $\sigma$ , avec  $\delta = 0.4$ ,  $\mu_d = 1.31 \times 10^{-7}$ ,  $\mu = 1836$  et  $z = 14.4$ .



**Figure 4:** Variation des coefficients non linéaire  $A$  et dispersif  $B$  en fonction de  $\delta$  pour  $\alpha = 0$ , avec  $\sigma = 0.3$ ,  $\mu_d = 1.31 \times 10^{-7}$ ,  $\mu = 1836$  et  $z = 14.4$ .



**Figure 5:** Variation des coefficients non linéaire  $A$  et dispersif  $B$  en fonction de  $\delta$  pour  $\alpha = 0.1$ , avec  $\sigma = 0.3$ ,  $\mu_d = 1.31 \times 10^{-7}$ ,  $\mu = 1836$  et  $z = 14.4$ .

### 3.3.3 Solutions stationnaires de l'équation mdKdV

Comme l'équation KdV amortie modifiée (équation 3.30) ne possède pas de solution analytique exacte, nous proposons ici de la résoudre numériquement. Pour ce faire, nous effectuons un changement de variables des variables indépendantes  $\xi$  et  $\tau$  en  $\zeta = \xi - u_0\tau$ , où

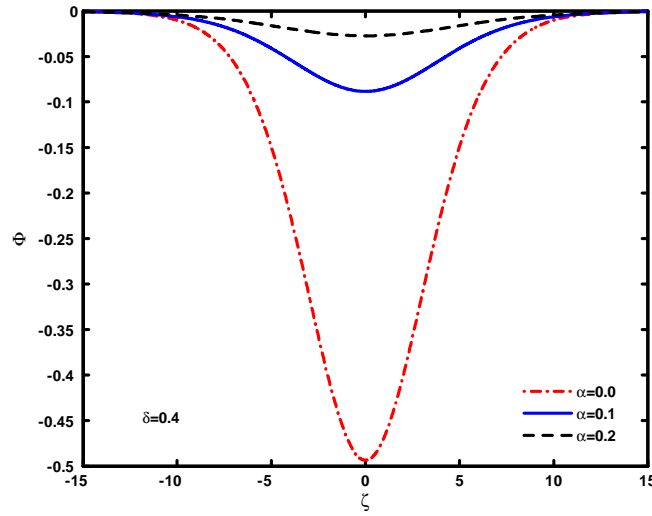
$u_0$  est la vitesse de l'onde solitaire. Sous la condition d'état stable, nous dérivons l'équation différentielle ordinaire du troisième ordre suivante,

$$-u_0 \frac{d\Phi}{d\zeta} + A\sqrt{-\Phi} \frac{d\Phi}{d\zeta} + B \frac{d^3\Phi}{d\zeta^3} + C\Phi = 0 \quad (3.34)$$

Dans le cas non dissipatif ( $C = 0$ ), la dernière équation est complètement intégrable et admet une solution d'onde solitaire qui s'écrit sous la forme suivante [13]

$$\Phi = -(15u_0/8A)^2 \operatorname{sech}^4 \left( \frac{\zeta}{\sqrt{16B/u_0}} \right) \quad (3.35)$$

La figure 6 illustre la variation de la solution de l'onde solitaire pour différentes valeurs de  $\alpha$ . Il apparaît que lorsque  $\alpha$  augmente, l'amplitude de l'impulsion diminue tandis que sa largeur augmente légèrement. Par conséquent, une quantité relative d'ions non thermiques rend la structure solitaire moins pointue. Ce résultat est en accord avec celui obtenu par Arab et al. [13].



**Figure 6:** Variation spatiale de l'onde acoustique solitaire (DA soliton) pour différentes valeurs de  $\alpha$ , avec  $\delta = 0.4$  et  $u_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ . Le reste des paramètres sont ceux utilisés pour la figure 2.

Pour  $C \neq 0$  (cas dissipatif), l'équation (3.34) peut être écrite comme suit

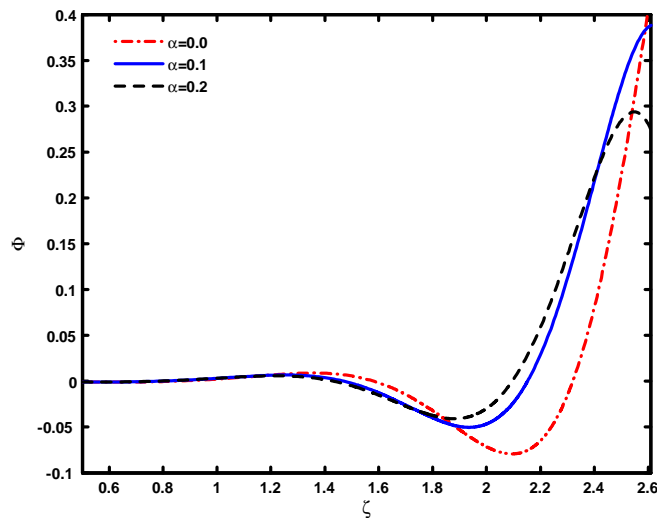
$$B \frac{d^2\Phi}{d\zeta^2} - u_0\Phi - \frac{2}{3}A(-\Phi)^{\frac{3}{2}} + C \int \Phi d\zeta = 0 \quad (3.36)$$

donc

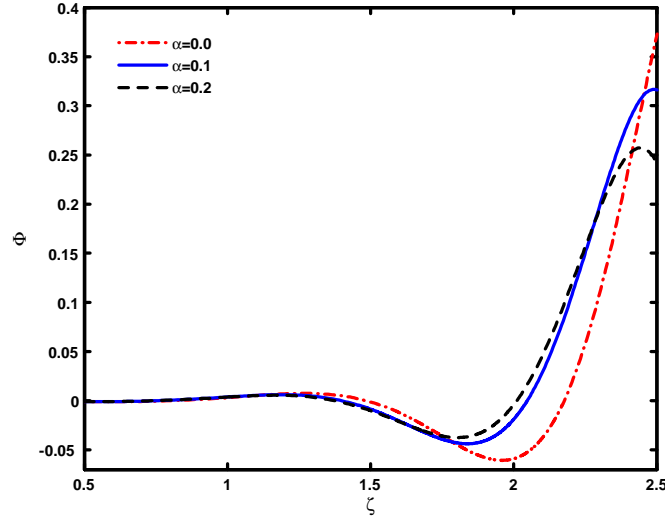
$$\frac{d^2\Phi}{d\zeta^2} = \frac{u_0}{B}\Phi + \frac{2}{3B}A(-\Phi)^{\frac{3}{2}} - \frac{C}{B} \int \Phi d\zeta \quad (3.37)$$

Cette dernière équation différentielle peut être résolue numériquement en tant que problème de valeurs initiales. Ainsi, nous prenons  $\Phi|_{\zeta=0} = 0$  comme condition initiale et estimons le champ électrique de bord faible  $E_0 = -d\Phi/d\zeta|_{\zeta=0} = -10^{-12}$ . L'intégration numérique de l'équation (3.37) révèle que, dans certaines conditions, l'effet de la variation de la charge des poussières (donné ici par le troisième terme du côté droit de l'équation 3.37) conduit à un mécanisme physique alternatif causant une dissipation anormale. Cette dissipation anormale peut entraîner une diminution de l'amplitude de l'onde et un transfert vers ce que l'on appelle la queue de bruit (figures 7 et 8). Le même comportement a été observé et rapporté par des travaux antérieurs traitant les effets de la fluctuation de la charge des grains de poussière sur la génération d'onde de choc acoustique poussiéreuse [12], [24]. Par ailleurs, la figure 7 montre que, pour une valeur donnée de  $\delta = 0.4$ , la force de la dissipation devient significative et peut prédominer la dispersion à mesure que le caractère non thermique des ions suivant la distribution de Cairns-Gurevich augmente. La comparaison entre les figures 7 ( $\delta = 0.4$ ) et 8 ( $\delta = 0.2$ ) indique que la dissipation anormale semble d'être plus forte pour des concentrations élevées des grains de poussière (c'est à dire  $\delta$  petit).

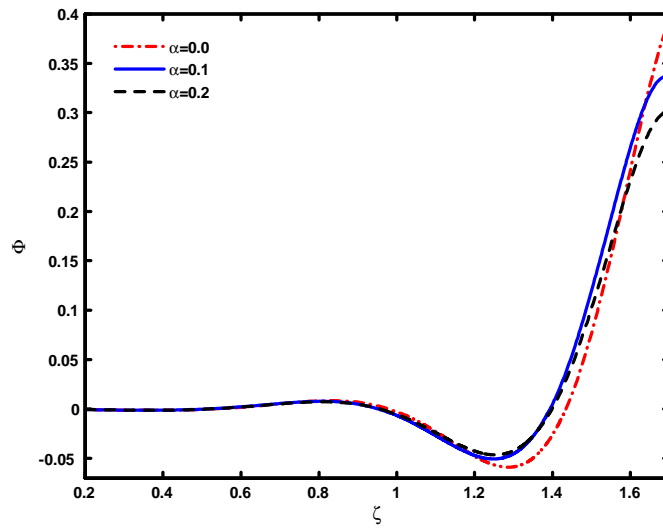
En guise de comparaison, nous avons tracé, dans la figure 9, le profil de l'onde DA amortie inhérente à notre plasma poussiéreux spatial (anneaux planétaires) avec les mêmes valeurs que celles illustrées ci-dessus. La figure 9 illustre de manière qualitative, en comparaison avec les figures 7 et 8, un résultat similaire mais avec un amortissement plus rapide du profil de l'onde solitaire DA. Ce phénomène est attribué au fait que, dans le cas d'un plasma spatial poussiéreux, le taux de charge des grains de poussières est très proche de la fréquence d'oscillation des grains de poussière, ce qui amplifie l'effet de dissipation. Ce résultat est cohérent avec ceux obtenus par Ghosh et ses collègues [9], [10].



**Figure 7:** Profil de l'onde acoustique amortie pour différentes valeurs de  $\alpha$  avec  $\delta = 0.4$  et  $u_0 = 0.001$ . Le reste des paramètres sont ceux utilisés pour la figure 2.



**Figure 8:** Profil de l'onde acoustique poussiéreuse amortie pour différentes valeurs de  $\alpha$ , avec  $\delta = 0.2$  et  $u_0 = 0.001$ . Le reste des paramètres sont ceux utilisés pour la figure 2.



**Figure 9:** Profil de l'onde acoustique poussiéreuse amortie associée au plasma d'espace (rangs planétaires) pour différentes valeurs de  $\alpha$ , avec  $\delta = 0.8$ ,  $u_0 = 0.001$ ,  $\sigma = 10^{-3}$ ,  $\mu_d = 3.95 \times 10^{-7}$ ,  $\mu = m_i/m_e = 1836$  et  $z = 0.86$ .

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé l'amortissement anormal des ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'ions obéissant à la distribution de Cairns-Gurevich. Pour cela, nous avons pris en compte le courant de charge ionique de Cairns-Gurevich (déjà calculé dans le chapitre précédent), dérivé, pour la première fois, la fréquence de charge des grains de poussière associée et établi l'équation de Korteweg-de Vries amortie modifiée (mdK-dV). Les résultats obtenus révèlent que la présence d'ions non thermiques piégés modifie le courant ionique et affecte la fréquence de chargement des poussières. En particulier, nous avons constaté que, dans les plasmas poussiéreux de l'espace et du laboratoire, une augmentation du paramètre non thermique ionique  $\alpha$  conduit à une diminution de la fréquence de charge des poussières. Ensuite, en utilisant la méthode de la perturbation réductive, l'équation de Korteweg-de Vries amortie modifiée (mdKdV) a été dérivée. Notre étude numérique a montré que le terme d'amortissement anormal, provenant uniquement de la fluctuation de la charge des grains de poussière, est considérablement modifié par la présence des ions non thermiques piégés. En particulier, nous avons démontré que cet amortissement anormal devient plus fort lorsque les ions s'éloignent de leur équilibre thermodynamique. De plus, nous avons étendu notre investigation numérique pour mettre en lumière l'effet de cet amortissement anormal sur le profil des ondes DA. Nous avons observé que, dans certaines conditions, les fluctuations de la charge des grains de poussière peuvent initier un processus physique qui accentue la dissipation anormale de l'énergie. De tels phénomènes entraînent une diminution de l'amplitude de l'onde et transfert de l'énergie vers la queue de bruit. Nos résultats sont en accord avec ceux obtenus précédemment par Amour et Tribeche [12] et Benzekka et Tribeche [24]. Un résultat notable a été également observé : l'importance de cette dissipation anormale peut s'accroître et prédominer sur la dispersion lorsque la non-thermalité des ions, obéissant à la distribution de Cairns-Gurevich, augmente.

# Bibliographie

- [1] F. Verheest, *Waves in Dusty Space Plasmas* Kluwer, Dordrecht, 2000.
- [2] P. K. Shukla, A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, Institute of Physics, Bristol, 2002.
- [3] J. Winter, *Phys. Plasmas* **7**, 3862 (2000).
- [4] D. A. Mendis, M. Rosenberg, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **32**, 419 (1994).
- [5] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [6] P. K. Shukla and V. P. Silin, *Phys. Scr.* **45**, 508 (1992).
- [7] S. Fellah, S. Kerrouchi, R. Amour, T. H. Zerguini, *Eur. Phys. J. Plus*, **137**, 55 (2022).
- [8] S. Ghosh, R. Bharuthram, M. Khan, and M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **11**, 3602 (2004).
- [9] S. Ghosh, *Phys. Plasmas* **12**, 094504 (2005).
- [10] S. Ghosh and R. Bharuthram, *Phys. Plasmas* **13**, 112305 (2006).
- [11] S. Younsi and M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **17**, 043705 (2010).
- [12] R. Amour and M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **21**, 123709 (2014).
- [13] N. Arab, R. Amour, and M. Benzekka, *Eur. Phys. J. Plus* **135**, 872 (2020). DOI: 10.1140/epjp/s13360-020-00892-w.
- [14] N. Arab, R. Amour, and T. H. Zerguini, *Waves in Random and Complex Media*, **33**(1), 163 (2021).
- [15] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Bostrom, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn, and P. K. Shukla, *Geophys. Res. Lett.* **22**, 2709 (1995).

- [16] A. V. Gurevich, *Sov. Phys. JETP* **26**, 575 (1968).
- [17] M. Ouazene and R. Amour, *Astrophys. Space Sci.* **364**, 20 (2019).
- [18] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi, et S. Robertson, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 6034(2000).
- [19] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, *J. Geophys. Res.* **106**, 8343 (2001).
- [20] G. Sorasio, D. A. Mendis et M. Rosenberg, *Planet. Space sci.* **49**, 1257 (2001).
- [21] J. E. Allen, *Phys. Scr.* **45**, 497 (1992).
- [22] C. K. Goertz, Linhua-Shan, and O. Havnes, *Geophys. Res. Lett.* **15**, 84, <https://doi.org/10.1029/GL015i001p00084> (1988).
- [23] A. A. Mamun and P. K. Shukla, *J. Plasma Phys.* **77**, 437 (2011).
- [24] M. Benzekka and M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 338 (2012).

# Conclusion générale

En conclusion générale, cette thèse a exploré divers phénomènes non linéaires dans les plasmas poussiéreux à charge variable en présence d'ions suivant la distribution de Cairns-Gurevich. Les oscillations acoustiques ont été réexaminées en tenant compte de la présence de grains de poussière massifs et hautement chargés ainsi que de la dynamique de leur charge. Une grande partie de cette thèse s'est concentrée sur l'identification et la formation de structures localisées (cohérentes et dissipatives) dans un plasma multi-espèces hors équilibre thermodynamique, en tenant compte de la fluctuation de la charge des grains de poussière. En particulier, nous avons analysé l'effet des ions non thermiques piégés sur les structures cohérentes (solitons DA) et dissipatives (ondes de choc poussiéreuses) de large et de faible amplitude dans un plasma complexe à charge variable. Afin de réaliser ce travail, nous avons utilisé les équations fondamentales du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasmas et adopté des approches analytiques et numériques. Le manuscrit est divisé en trois grands chapitres.

Dans le premier chapitre de cette thèse, nous avons exploré les principes fondamentaux du plasma poussiéreux. Nous avons commencé par définir le plasma poussiéreux et discuté des grandeurs caractéristiques telles que la quasi-neutralité macroscopique, la longueur de Debye et la fréquence plasma. Ensuite, nous avons examiné en détail les divers mécanismes de chargement des grains de poussière, tels que la capture d'électrons et d'ions provenant du plasma environnant, l'émission photoélectrique, l'émission secondaire des électrons et l'émission thermique. De plus, nous avons discuté des différentes forces agissant sur les grains de poussière. Nous avons également mis en lumière l'émergence de nouveaux modes tels que le mode acoustique poussiéreux (DA) et le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA). En outre, nous avons présenté un aperçu historique des ondes solitaires et des solitons. Enfin, nous avons conclu ce premier chapitre par une présentation détaillée de la technique des perturbations réductives.

Au cours du deuxième chapitre, nous avons étudié l'impact des ions non thermiques piégés sur les solitons acoustiques poussiéreux à charge variable dans un plasma poussiéreux non-collisionnel. Afin de réaliser ce travail, nous avons défini la distribution tridimensionnelle dite de Cairns-Gurevich, qui décrit le piégeage adiabatique des ions non thermiques dans le puits de potentiel du plasma, et avons dérivé l'expression de la densité associée. En faisant appel au modèle bien connu de la sonde électrostatique, nous avons déterminé les courants de charge, notamment le nouveau courant ionique de Cairns-Gurevich, à partir desquels nous avons déduit l'expression de la charge des grains de poussière exprimée en termes de la fonction de Lambert.

En guise d'application, la méthode du pseudo-potentiel, applicable dans le cas de grande amplitude, a été utilisée pour établir le potentiel de Sagdeev associé à un plasma poussiéreux non collisionnel contenant des électrons maxwelliens, des ions obéissant à la distribution de Cairns-Gurevich et des grains de poussière négatifs à charge variable. Les premiers résultats de notre étude montrent que dans un tel modèle de plasma, des solitons acoustiques poussiéreux d'amplitude arbitraire peuvent exister. Leurs profils spatiaux sont considérablement modifiés par la présence de la population ionique modélisée par la distribution de Cairns-Gurevich. En particulier, nous avons montré qu'une petite concentration d'ions non thermiques piégés diminue l'amplitude de l'onde, rend la structure solitaire moins pointue et accroît la charge nette négative résidant à la surface du grain de poussière. De plus, la densité numérique des grains de poussière est fortement localisée. Cette accumulation, plus marquée pour de faibles valeurs du paramètre non thermique, entraîne un appauvrissement local de la densité numérique électronique. Les résultats sont en bon accord avec ceux d'études antérieures.

En guise d'extension, nous avons analysé également l'effet de la variation de la charge des grains de poussière sur les structures solitaires. En effet, nous avons constaté que les fluctuations de la charge des grains de poussière entraînent une augmentation de la profondeur de l'onde solitaire DA, un phénomène qui devient plus marqué lorsque les ions s'éloignent de leur piégeage maxwellien. De plus, dans certaines conditions, ces fluctuations de charge peuvent induire un mécanisme physique entraînant une dissipation anormale d'énergie, réduisant ainsi l'amplitude de l'onde et transférant celle-ci vers la queue de bruit donnant naissance à une onde de choc. Cette dernière devient monotone, c'est-à-dire, la dissipation anormale devient significative et peut dominer la dispersion, lorsque le caractère non thermique des ions de type Cairns-Gurevich devient significatif.

Le troisième chapitre de cette thèse a porté sur l'amortissement non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse induit par la fluctuation de la charge des grains de poussière dans un plasma non collisionnel. Dans la première partie de ce chapitre, nous avons dérivé et explicité l'expression de la fréquence de charge des grains de poussière associée à un plasma poussiéreux, composé d'électrons, d'ions et de grains de poussière, en exploitant le courant de charge ionique de Cairns-Gurevich déjà calculé dans le chapitre précédent. Les résultats obtenus inhérents à cette partie ont révélé que la présence d'ions non thermiques piégés modifie le courant ionique et affecte la fréquence de charge des grains de poussière. En particulier, nous avons constaté que, dans les plasmas poussiéreux de l'espace et du laboratoire, une augmentation du paramètre non thermique ionique  $\alpha$  conduit à une diminution de la fréquence de charge des poussières.

Au cours de la deuxième partie de ce chapitre, nous avons analysé l'effet combiné de la variation de la charge des grains et des ions non thermiques piégés adiabatiquement sur l'onde acoustique poussiéreuse associée au modèle de plasma déjà illustré dans la première partie. Pour ce faire, nous avons établi, en utilisant la méthode de la perturbation réductive, l'équation de Korteweg-de Vries amortie modifiée (mdKdV). Notre investigation numérique a montré que le terme d'amortissement anormal, provenant uniquement de la fluctuation de la charge des grains de poussière, est considérablement modifié par la présence des ions non thermiques piégés. En particulier, nous avons démontré que cet amortissement anormal devient plus fort lorsque les ions s'éloignent de leur équilibre thermodynamique. De plus, nous avons étendu notre analyse numérique pour mettre en lumière l'effet de cet amortissement anormal sur le profil des ondes DA. Nous avons observé que, sous certaines conditions, les fluctuations de la charge des grains de poussière peuvent initier un processus physique qui accentue la dissipation anormale de l'énergie. De tels phénomènes entraînent une diminution de l'amplitude de l'onde et transfèrent de l'énergie vers la queue de bruit.

Enfin, nous estimons avoir atteint les objectifs fixés au début de cette thèse de doctorat. Étant donné l'importance des oscillations non linéaires dans les plasmas de laboratoire et spatiaux, nous anticipons que nos résultats contribueront à améliorer la concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux. De plus, notre recherche ouvre des perspectives prometteuses pour une meilleure compréhension des structures acoustiques solitaires poussiéreuses pouvant se propager dans les plasmas spatiaux et de laboratoire, en tenant compte de la fluctuation de la charge des grains et de particules non-maxwelliennes agissant sur les grains de poussière. Bien sûr, plusieurs questions demeurent encore sans réponse. Les perspectives pour cette thèse sont nombreuses. Nous envisageons d'intégrer à l'avenir des

considérations sur la masse du grain de poussière (qui peut être comparable à la force électrostatique), sur sa forme (en tenant compte de distributions de masses et de rayons), sur l'inclusion d'autres processus de charge déjà mentionnés, ainsi que sur l'extension de notre étude aux oscillations collectives dans les plasmas non extensifs quantiques et relativistes.