

N° d'ordre : 04/2015-M/PH

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
U.S.T.H.B.
Faculté de Physique



MEMOIRE
Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER
EN PHYSIQUE

Spécialité : Sciences Nucléaires

Par: M^r CHIL ABD ELMALEK

Sujet

**Modélisation du Comportement Dynamique
d'un Réacteur Nucléaire de Recherche**

Soutenu Publiquement le 16/06/2015, devant le jury composé de :

Mr. M. BELGAID	Professeur, à l'USTHB.	Président
Mr. T. HAMIDOUCHE	Directeur de Recherche, CEN/Belgique.	Directeur de Mémoire
Mme. G. ISHAK BOUSHAKI	Professeur à l'USTHB.	Examinatrice
Mr. Hakim. MAZROU	Directeur de Recherche au CRNA.	Examinateur
Mr. M. ALLEK	Maitre de Recherche/A au CRND.	Invité

Résumé

La sûreté nucléaire se préoccupe de postuler des événements initiateurs et d'étudier leurs conséquences afin de définir des marges de sûreté permettant une exploitation sûre des installations nucléaires et éviter la survenue d'accidents nucléaires majeurs.

Parmi les événements qui requièrent une attention particulière dans les analyses de sûreté, les accidents d'insertion de réactivité (ρ) au-dessus du seuil prompt, ($\rho > \beta$), sont les plus importants. Dans ce cas, les neutrons retardés sont sans effets et la puissance, contrôlée par les neutrons rapides, croît très rapidement. Ces analyses sont faites à l'aide de codes de calcul.

Parmi ces codes, le code EXCURS-3-RR s'inspire du modèle de la cinétique point pour décrire l'évolution de la puissance de fission ; il prend également en considération la puissance de décroissance radioactive des produits de fission et des actinides lors de l'arrêt de la réaction en chaîne. La contre réaction due aux divers paramètres influant sur la réactivité (la température, la densité, les poisons, etc. ...) est prise en considération.

Le code EXCURS-3-RR disposant d'un modèle d'évaluation des feedbacks très simple, l'objectif de ce travail est de développer un modèle de meilleure estimation des effets de rétroaction dans un réacteur de recherche et de l'implémenter dans un code de calcul cinétique.

Le code EXCURS-3-RR servira alors de support pour la qualification de ce nouveau modèle. L'implémentation du nouveau modèle permettra d'estimer l'impact du choix du modèle sur le déroulement d'un accident d'insertion de réactivité.

Toutefois, avant de procéder à une analyse qualitative des résultats obtenus, une validation du code s'impose.

Dans ce travail, voulant bénéficier des expériences déjà menées dans ce domaine par différents laboratoires à travers le monde et à défaut de données expérimentales, le réacteur « Benchmark » 10 MW de l'AIEA servira de base de vérification du nouveau modèle.

Sommaire

RÉSUMÉ

INTRODUCTION GENERALE

01

CHAPITRE I : Concepts Généraux de la Physique des Réacteurs Nucléaires

I.1. Bref aperçu sur les réacteurs nucléaires

03

I.2. Les paramètres physiques, cinétiques et thermohydrauliques d'un réacteur

03

I.3. Les accidents nucléaires

04

CHAPITRE II : DYNAMIQUE DES REACTEURS NUCLEAIRES

6

II.1. La cinétique des réacteurs nucléaires

II.2. La réactivité

8

II.3. La dynamique des réacteurs nucléaires de recherche

9

II.4. Effets de température et modélisation des effets de rétroactions

10

CHAPITRE III : DESCRIPTION DETAILLEE DU CODE EXCURS-3-RR

III.1. Introduction

15

III.2. Description détaillée du code EXCURS-RR

15

III.3. Les modèles théoriques adoptés dans le code

16

III.4. L'interaction entre le modèle cinétique et thermique

22

III.5. L'évaluation de la réactivité, le temps d'excursion, et feedback dans EXCURS

24

CHAPITRE IV : Calculs et Evaluation Des Nouveaux Coefficients de Température Pour les Réacteurs 10MW. HEU ; LEU / AIEA. Et NUR.

IV.1. Introduction

25

IV.2. Codes de calcul

26

IV.3. Calcul local et global « calcul de cellule et calcul de cœur »

26

IV.4. Calcul des coefficients de température du réacteur 10MW AIEA /HEU, LEU et NUR:

29

IV.5. Application aux réacteurs de recherche de type MTR

31

IV.6. Différentes étapes intervenant dans le calcul

35

IV.7. Résultats et inter comparaison du calcul de 'k-infini' Pour 10MW HEU/LEU

36

IV.8. Résultats et inter comparaison du calcul 'k_{eff}' Pour 10MW HEU/LEU

37

IV.9. Détermination des coefficients de température de la réactivité α_i pour le réacteur 10MW /AIEA : HEU

38

IV.10. Détermination des coefficients de température de la réactivité α_i pour le réacteur 10MW /AIEA : LEU /cœur frais :

46

IV.11. Modélisation du réacteur NUR et détermination des coefficients de feedback :

51

IV.12. Variation du k_{eff} en fonction de jours de fonctionnement :

62

CHAPITRE V : Analyse d'un Accident d'Insertion de Réactivité/ AIEA 10MW. HEU, LEU et NUR

V.1. Introduction :

65

V.2. Les Paramètres physiques, cinétiques et thermohydraulique du réacteur 10MW et NUR.

65

V.3. Le Modèle feedback adopté dans EXCURS-3-RR

66

V.4. Etudes des transitoires 'FRIA'

67

V.5. Les Paramètres de protection extérieure et intrinsèque des réacteurs nucléaires

68

V.6. Les Résultats des calculs dynamiques :

69

V.7. Validation des résultats Obtenus / 10 MW de l'AIEA et NUR.

74

V.8. Interprétation et discussion des résultats Obtenus :	78
V.9. Analyse de sensibilité:	79
CONCLUSION GENERALE	83
Références	84
Annexe A	86
Annexe B	89

Liste des figures

	Page	
Figure I.1 :	Évolution de la puissance et de l'énergie lors d'un RIA de 1.5\$/sec (EXCURS-3-RR)	5
Figure II.1 :	Processus d'émission des neutrons retardés	7
Figure II.2 :	Illustration de l'effet DOPLLER	12
Figure II.3 :	La dilatation des atomes de l'eau : Effet de modérateur	13
Figure II.4 :	Boucle des contre-réactions dans un réacteur	14
Figure III.1 :	Représentation schématique de la cellule adoptée dans les calculs thermiques	19
Figure III.2 :	Organigramme du code EXCURS 3-RR	23
Figure IV.1 :	Schéma de la cellule de base du réacteur nucléaire	28
Figure IV.2 :	Configuration du cœur de réacteur Benchmark de l'AIEA	32
Figure IV.3 :	Élément Combustible SFE du réacteur 10MW AIEA	34
Figure IV.4 :	Cellule Combustible Standard du. Réacteur10 MW utilisée dans WIMS-D4.	34
Figure IV.5 :	Cellule Combustible CFE du Réacteur10 MW avec Lames Absorbantes Extraites	35
Figure IV.6 :	Schéma des différentes étapes intervenant dans le calcul du coefficient feedback	35
Figure IV.7 :	Évolution du facteur de multiplication en fonction de la température du fuel : cas 10MW HEU	38
Figure IV.8 :	Changement de la réactivité en fonction de température du fuel : cas 10MW HEU	39
Figure IV.9 :	Évolution du coefficient Doppler en fonction de la température du fuel : cas 10MW HEU	40
Figure IV.10 :	Inter comparaison de $\delta\rho$ en fonction de la température du Combustible	41
Figure IV.11 :	Évolution du facteur de multiplication en fonction de température de modérateur : cas 10MW HEU	42
Figure IV.12 :	Changement de la réactivité en fonction de la température du modérateur : cas 10MW HEU	42
Figure IV.13 :	Changement de la réactivité en fonction de la température du modérateur : cas 10MW HEU	43
Figure IV.14 :	Évolution du Facteur de Multiplication en fonction de la température du modérateur	44
Figure IV.15 :	Variation de la réactivité en fonction de la variation de la densité de Modérateur : cas 10MWHEU	45
Figure IV.16 :	Variation de la réactivité en fonction de la température du modérateur : cas 10MW HEU	45
Figure IV.17 :	Évolution du facteur de multiplication en fonction de la variation de température de combustible TF	47
Figure IV.18 :	Variation de la réactivité en fonction de la variation de la température de combustible : cas 10MW LEU	47
Figure IV.19 :	Évolution du facteur de multiplication en fonction de la variation de la température de modérateur	48

Figure IV.20 :	Variation de la réactivité en fonction de la de la variation de la température de modérateur : cas 10MW LEU	49
Figure IV.21 :	Évolution du facteur de multiplication en fonction de la variation de la température de modérateur : cas 10MW LEU	50
Figure IV.22 :	Variation de la réactivité en fonction de la de la variation de la densité de modérateur : cas 10MW LEU	51
Figure IV.23 :	Cellule Combustible du réacteur NUR	52
Figure IV.24 :	Représentation d'une cellule combustible standard (SFE) du réacteur NUR	52
Figure IV.25 :	Évolution du coefficient Doppler en fonction de la variation de la température de combustible TF : NUR- X1	53
Figure IV.26 :	Évolution du facteur de multiplication en fonction de la température du fuel pour des déférentes durées de fonctionnement de réacteur : NUR - X1	54
Figure IV.27 :	Variation de la réactivité en fonction de la température du Combustible : NUR - X1	54
Figure IV.28 :	Évolution du coefficient de température de combustible en fonction de da durée de fonctionnement de réacteur : NUR -X1.	55
Figure IV.29 :	Évolution du facteur de multiplication en fonction de la variation de la température du modérateur : NUR – X1	56
Figure IV.30 :	Évolution du facteur de multiplication en fonction de la température du modérateur pour différentes périodes de fonctionnement du réacteur : NUR -X1	57
Figure IV.31 :	Variation de la réactivité en fonction de la température du Modérateur/NUR -X1	58
Figure IV.32 :	Évolution du coefficient de Modérateur : NUR - X1	58
Figure IV.33 :	Évolution du facteur de multiplication en fonction de la densité du Modérateur : NUR - X1	60
Figure IV.34 :	Évolution du facteur de multiplication en fonction de la densité pour différentes périodes de fonctionnement de réacteur : NUR -X1	60
Figure IV.35 :	Variation de la réactivité en fonction de la température du Modérateur: NUR -X1	61
Figure IV.36 :	Évolution du coefficient de Modérateur en fonction de la variation de la densité : NUR -X1	61
Figure IV.37 :	Évolution du facteur de multiplication pour différentes périodes de fonctionnement de réacteur : NUR -X1	62
Figure V.1 :	Evolution de la température du combustible du réacteur 10 MW /HEU pour les deux modèle FB	69
Figure V.2 :	Evolution de la température du combustible du réacteur 10 MW /LEU pour les deux modèle FB	69

Figure V.3:	Evolution de la température du réfrigérant du réacteur 10 MW /HEU pour les deux modèle FB.	70
Figure V.4 :	Evolution de la puissance du réacteur 10 MW /LEU pour les deux modèle FB	70
Figure V.5 :	Evolution de la température du combustible du réacteur 10MW LEU pour les deux modèle FB	71
Figure V.6:	Evolution de la température du réfrigérant du réacteur 10MW LEU pour les deux modèle FB	71
Figure V.7 :	Evolution de la puissance du réacteur NUR pour les deux modèle FB	72
Figure V.8 :	Evolution de la température du combustible du réacteur NUR pour les deux Modèle FB	72
Figure V.9:	Evolution de la température du réfrigérant du réacteur NUR pour les deux modèle FB	73
Figure V.10 :	Effet de Λ sur la dynamique du réacteur nucléaire de recherche NUR.	80
Figure V.11 :	Effet de β_{eff} sur la dynamique de réacteur nucléaire de recherche NUR	81

Liste des tableaux

	Page
Tableau IV.1 : La partition d'énergie à 5 groupes de WIMS.	31
Tableau IV.2 : Caractéristiques géométriques du réacteur 10 MW AIEA (HEU- LEU)	33
Tableau IV.3 : Résultats de k_{∞} en fonction de l'épuisement des réacteurs 10 MW AIEA (HEU- LEU)	36
Tableau IV.4 : Résultats de k_{eff} des réacteurs 10 MW AIEA (HEU- LEU)	37
Tableau IV.5 : Calcul du coefficient de température du combustible : HEU	38
Tableau IV.6: Coefficient de température du modérateur : HEU	39
Tableau IV.7: Coefficient de densité du modérateur : HEU	44
Tableau IV.8 : Coefficient de température du combustible : LEU	46
Tableau IV.9: Coefficient de température du modérateur :LEU	48
Tableau IV.10: Coefficient de densité du modérateur : LEU	50
Tableau IV.11 : Calcul du coefficient de température du combustible : cas «NUR »	53
Tableau IV.12 : Calcul du coefficient de température du Modérateur : cas «NUR »	56
Tableau IV.13 : Calcul du coefficient de densité de Modérateur : cas «NUR »	59
Tableau IV.14: Comparaison du coefficient de température obtenus par différents laboratoires : HEU et LEU	63
Tableau IV.15: Coefficients de température - NUR	64
Tableau V.1 : Propriétés physiques du fuel des réacteurs benchmarks HEU et LEU et du réacteur NUR	65
Tableau V.2: Paramètres cinétiques des réacteurs benchmarks HEU et LEU et du réacteur NUR	66
Tableau V.3 : Paramètres thermo hydrauliques des réacteurs benchmarks HEU et LEU et du réacteur NUR	66
Tableau V.4 : Les Paramètres intrinsèques des réacteurs nucléaire	68
Tableau V.5 : Inter-comparaison des résultats obtenus par différents laboratoires	74
Tableau V.6 : Comparaison des résultats du code Excurs-3-RR avec les deux modèles de feedbacks.	75
Tableau V.7 : Inter-comparaison des résultats obtenus par différents laboratoires	76
Tableau V.8 : Comparaison des résultats du code Excurs-3-RR pour les deux modèles	77
Tableau V.9: Effet du temps de vie des neutrons prompts sur la dynamique du réacteur NUR	80
Tableau V.10: Effet de la fraction effective des neutrons retardés sur la dynamique du réacteur NUR	81
Tableau V.11: Effet de la variation de la fraction effective des neutrons retardés et de la durée de vie des neutrons prompts sur la dynamique du réacteur NUR	82

Liste des symboles et abréviations

- k_{∞} : Facteur de multiplication infini
- k_{eff} : Facteur de multiplication effectif
- β_{eff} : Fraction effective de neutrons retardés
- Λ : Temps de génération des neutrons prompts ;
- ρ : Réactivité (exprimée en pcm ou en dollars)
- α_F : Coefficient de température du combustible
- T_F : Température du combustible
- T_c : Température du modérateur.
- T_p : la période stable du réacteur
- λ_i : Constante de décroissance du $i^{\text{ème}}$ groupe d'émetteurs de neutron retardés
- D : Constante de la diffusion
- N_G : Nombre de groupe
- S_0 : La source externe
- Σ_a : Section efficace macroscopique d'absorption
- ϕ : Flux
- L : Longueur de la diffusion
- ℓ : Temps de vie de neutrons
- v : Vitesse (m/sec)
- σ_{total} : Section efficace microscopique totale
- h : Coefficient de transfert de chaleur ($\text{W/m}^2 \text{K}$)
- t_p : Temps de trip (sec)
- Cp : Capacité calorifique $\left(\frac{J}{\text{kg } ^\circ\text{C}}\right)$
- α : Conductivité thermique $\left(\frac{W}{\text{m } ^\circ\text{C}}\right)$
- d : Masse Volumique (kg/m^3)
- μ : Viscosité dynamique $\left(\frac{g}{\text{cm} * \text{sec}}\right)$
- Nu : Nombre de Nusselt

Indices et Exposants

F : Combustible

G : Gaine

M : Modérateur

Abréviations

AIEA: Agence International de l'Énergie Atomique.

ANL: Argonne National Laboratory (USA)

LAS: Laboratoire des Analyses de Sûreté (Centre de Radioprotection et Sûreté, Algérie)

DSN: Division de Sûreté Nucléaire (Centre de recherche nucléaire de Draria)

JEN: Jenta de Energia Nuclear (Espagne)

JAERI: Japan Atomic Energy Research Institute (Japan)

DPAN : Division de Physique et des Applications Nucléaires (Centre de Recherche Nucléaire de Draria, Algérie)

DIMNP: Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Nucleare e della Produzione (Italie)

ND: Non Disponible au TEC DOC-233 de l'AIEA

NC: Non Calculé

BOL: Beginning Of Life

LOCA: Loss Of Colant Accident (Accident de perte de réfrigérant)

LOFA: Loss of Flow Accident (Accident de perte de débit)

HEU: High Enriched Uranium

LEU: Low Enriched Uranium

NUR: Réacteur Nucléaire de Recherche

RIA: Reactivity Insertion Accident (Accident d'insertion de réactivité)

FRIA: Fast Reactivity Insertion Accident (Accident insertion rapide de réactivité)

RR: Réacteur de Recherche

MTR: Material Testing Reactor (combustible de type plaque)

Exp: Valeur Expérimentale

PC: Personnel computer

SCRAM : Arrêt d'urgence de réacteur (chute de barres de contrôle)

SFE: Standard Fuel Élément (Assemblage combustible standard)

CFE: Control Fuel Élément (Assemblage combustible de contrôle)

$T_{F \max}$: Température Maximale du combustible

$T_{C \max}$: Température Maximale de la gaine

$T_{W \max}$: Température Maximale du réfrigérant

H₂O : Eau légère

U₃O₈-Al : Uranium sous forme d'oxyde

U-235: Uranium

U-238: Uranium

U-238: Uranium

Al: Aluminium

INTRODUCTION GENERALE

La sûreté d'un réacteur nucléaire n'est pas seulement une affaire de sûreté dite active (chute des barres, insertion d'eau borée, ...), mais elle est aussi intégrée dans la conception même du réacteur et sa technologie pour garantir un niveau élevé de sécurité en mettant en place le principe de la défense en profondeur. Dans ce cadre, le choix du combustible et de sa matrice ainsi que la configuration du cœur permettent par exemple d'asseoir une sûreté intrinsèque à l'installation. En effet, suivant l'amplitude des perturbations du système, le réacteur peut s'autoréguler sans intervention humaine ou mécanique. Par exemple, tout disfonctionnement qui induit une augmentation de la puissance et donc une augmentation des températures, aura pour conséquence plus ou moins immédiate, un "ralentissement" de la réaction en chaîne et donc une diminution de la puissance. Cette situation est rendue possible grâce aux propriétés des combustibles utilisés, à la nature du caloporteur employé et au design même du réacteur. Il s'agit de propriétés de sûreté intrinsèque de la configuration en question.

Néanmoins, nonobstant ces caractéristiques intrinsèques, il est essentiel de vérifier la réponse du réacteur à toute perturbation externe ou interne et de démontrer que le système est toujours maintenu dans des conditions acceptables du point de vue de la sûreté. Ceci permet également de déterminer les limites d'exploitation de l'installation car pour certaines perturbations importantes, les effets intrinsèques ne peuvent suffire pour ramener le réacteur dans des conditions sûres. Ces paramètres contribuent, néanmoins, à la limitation de l'accélération des réactions en chaînes lors d'accidents d'insertions de réactivité. En tout état de cause, ces propriétés intrinsèques du cœur entrent en action quelle qu'en soit l'amplitude de la perturbation.

En général, les analyses de sûreté se basent sur le couplage de différents modèles physiques pour simuler les réponses du système à différentes perturbations. Le couplage permet de modéliser les interactions entre le comportement neutronique et le comportement thermohydraulique. Les liens qui existent entre la réaction en chaîne (responsable de la puissance dégagée par le réacteur) et les températures des différentes structures du cœur du réacteur est très complexe. L'établissement de ces liens requiert différentes étapes de calculs.

Pour réaliser ces étapes, les études de conception, d'exploitation et de sûreté des réacteurs nucléaires sont basées sur une utilisation de divers outils de calcul, communément appelés codes de calcul.

Selon l'objectif recherché, il est fait usage de codes simples ou complexes. A titre d'exemple, pour la modélisation des interactions neutroniques et thermo hydrauliques par effets de rétroaction ou feedbacks en régime dynamique, il peut être utilisé des codes basés sur le couplage d'un modèle neutronique qui résout les équations de diffusion couplées avec

un modèle thermo hydraulique. Cependant, pour des calculs plus approchés, le modèle de diffusion peut être approximé par le modèle de la cinétique ponctuelle.

Le modèle de la cinétique ponctuelle présente l'avantage de faire des calculs rapides avec une précision acceptable. Dans ce type de modèle, les effets de rétroaction 'feedback' sont évalués en tenant compte des températures moyennes du système.

En pratique, les effets de feedback sont représentés sous forme polynomiale dont les coefficients de réactivité sont souvent déterminés préalablement à partir de situations stationnaires.

L'objectif de ce travail est de développer un modèle de représentation des effets de rétroaction dans un réacteur de recherche et de l'implémenter dans un code de calcul.

Le code EXCURS-3-RR [1] servira pour la qualification de ce nouveau modèle. Ce code dispose d'un modèle d'évaluation des feedbacks très simple. L'implémentation du nouveau modèle permettra d'estimer l'impact du choix du modèle sur le déroulement d'un accident d'insertion de réactivité.

Parmi les accidents d'insertion de réactivité, on s'intéresse aux cas d'insertion accidentelle d'une réactivité ρ au-dessus du seuil prompt ($\rho > \beta$). Dans ce cas, les neutrons retardés n'ont plus d'effets et, la puissance gouvernée alors par les neutrons rapides, croît très rapidement.

Il importe donc de déterminer les caractéristiques de ce transitoire, notamment l'énergie libérée au cours de l'accident, afin d'évaluer ses conséquences sur la première barrière de confinement.

Toutefois, avant de procéder à une analyse qualitative des résultats obtenus, une validation du code s'impose. Dans le cadre de ce travail, voulant bénéficier des expériences déjà menées dans ce domaine par différents laboratoires à travers le monde, le réacteur « Benchmark » 10 MW de l'AIEA [2], servira de base de vérification du modèle.

CHAPITRE I

Concepts Généraux de la Physique des Réacteurs Nucléaires

I.1. Bref aperçu sur les réacteurs nucléaires :

I.1.1. Principe de fonctionnement d'un réacteur de recherche et leur utilité:

Un réacteur de recherche est une installation qui permet d'atteindre des niveaux de flux de neutrons élevés pour des utilisations variées. On distingue les réacteurs de puissance et les réacteurs de recherche.

Les réacteurs de puissance exploitent l'énergie thermique résultante de la réaction de fission nucléaire pour produire de la vapeur d'eau sous pression. Cette vapeur d'eau servira à faire tourner une turbine pour la production d'électricité.

A l'opposé des réacteurs de puissance, l'énergie libérée par les fissions n'est pas récupérée mais en général, elle est évacuée vers l'atmosphère.

Un réacteur nucléaire de recherche est une installation dans laquelle est créée et entretenue une réaction en chaîne afin d'obtenir des flux de neutrons élevés pour des utilisations variées.

Ces réacteurs peuvent être de différents types : piscine ouverte, réservoir ou tank, Ils sont dotés de canaux expérimentaux permettant une utilisation diversifiée.

I.2. Les Paramètres physiques, cinétiques et thermohydraulique d'un réacteur :

Les paramètres cinétiques et thermo hydrauliques sont des paramètres clés pour chaque installation nucléaire. Ces paramètres sont spécifiques à chaque réacteur car ils sont fortement déterminés par la configuration du cœur et la composition du combustible et son enrichissement, etc. ...

Ils sont évalués expérimentalement mais aussi calculés à l'aide de codes de calculs validés.

Ces paramètres sont déterminants pour les évaluations de la sûreté et la définition des conditions et limites d'exploitation de l'installation.

Les paramètres cinétiques d'une configuration donnée d'un réacteur sont la durée de vie des neutrons prompts, la fraction effective des neutrons retardés et les coefficients de rétroaction feedbacks. La réactivité d'arrêt d'urgence ou SCRAM est également une donnée essentielle de l'installation[2].

Du point de vue thermohydraulique, la puissance d'opération, la pression et le débit du caloporteurs en combinaison avec la géométrie du cœur sont les plus déterminants.

I.3. Les Accidents nucléaires :

I.3.1. les Accidents dans un réacteur nucléaire :

Les accidents dans les réacteurs nucléaires ont pour conséquence le déséquilibre entre la puissance produite par le combustible et la puissance évacuée par le fluide caloporteur. Ils sont induits par différents événements initiateurs qui permettent de les regrouper en deux catégories d'accidents dont le déroulement et l'impact sur le comportement du combustible sont différents : l'accident de refroidissement (y compris la perte du réfrigérant) et l'accident de réactivité [3].

I.3.1.1. Accident de réactivité RIA :

L'accident d'insertion de réactivité, noté RIA (*Reactivity Insertion Accident*) résulte, comme son nom l'indique, d'une insertion de réactivité dans le cœur. La cinétique d'un tel accident est très rapide ; ce qui requiert la définition de marges de sûreté pour les insertions de réactivité ; en outre, cela rend très contraignant la mise en place de différentes barrières et en particulier, le dimensionnement de la dernière barrière ou enceinte de confinement du réacteur [7].

Le RIA est un accident de référence pour l'établissement de critères de rupture appliqués aux combustibles [3].

I.3.1.1.1. Conséquences du RIA sur l'installation :

Toute insertion de réactivité dans le cœur d'un réacteur induit un transitoire de puissance quasi instantané avec un dépôt d'énergie plus ou moins significatif dans les crayons combustibles en fonction de ce qui a été injecté (Figure I.1).

La première phase de l'accident est caractérisée par une forte interaction mécanique entre le combustible et la gaine, en raison de l'expansion volumique de l'oxyde induite par l'échauffement quasi adiabatique, ainsi que par la pression exercée par les gaz de fission. Durant cette phase, une réponse intrinsèque du réacteur est induite par les effets combinés de rétroactions (feedback dus à l'effet Doppler, dilatation thermique, effets de densité etc...)

La deuxième phase de l'accident, gouvernée par l'évolution thermique du système, s'étend sur quelques secondes jusqu'à quelques dizaines de secondes. Elle conduit à un fort accroissement de la température de la gaine, avec le risque d'atteindre la crise d'ébullition

dans le canal d'eau qui l'entoure et au maintien d'une forte pression interne du crayon pouvant affecter l'intégrité de la gaine [3].

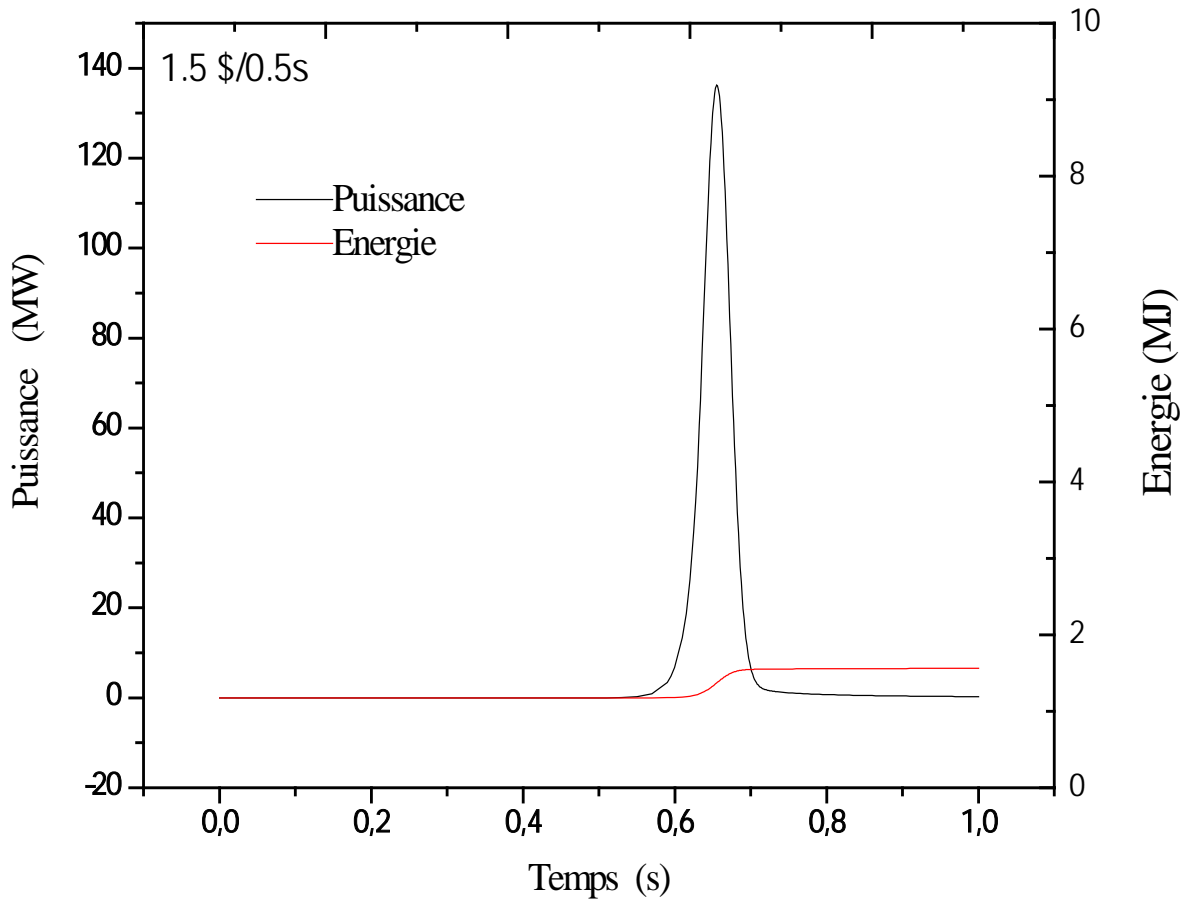


Figure I.1 : Evolution de la puissance et énergie déposée lors d'un RIA pour le réacteur benchmark 10MW AIEA

Chapitre II

Dynamique des réacteurs nucléaires

II.1. La cinétique des Réacteurs Nucléaires

II.1.1.Introduction :

La cinétique ponctuelle des réacteurs nucléaires est la science qui étudie la variation de la population neutronique en fonction du temps tout en négligeant la dépendance spatiale. Ce qui revient à supposer un comportement équivalent en toutes les parties du cœur du réacteur en l'assimilant à une source ponctuelle, d'où la dénomination de « cinétique ponctuelle ».

II.1.2. Les Équations de la cinétique des réacteurs Nucléaire :

Les équations de base de la cinétique du réacteur [5]. :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(t) + \sum_i \lambda_i C_i(t) + S_0 \quad (1)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} N(t) - \lambda_i C_i(t) \quad (2)$$

Avec :

i : $i^{\text{ème}}$ groupe de neutron retardé ($i= 1$ à 6 groupes);

t : temps (s) ;

N : population neutronique ;

β : Fraction total effective des neutrons retardés ;

Λ : Temps de vie des neutrons prompte (μsec) ;

$\rho(t)$: Réactivité total du système en fonction de temps (en dk/k) ;

$C_i(t)$: Concentration de précurseur du $i^{\text{ème}}$ groupe des neutrons retardés

λ_i : Constante de décroissance radioactive de précurseur du $i^{\text{ème}}$ groupe

S_0 : Source initiale de neutron.

II.1.3. Concepts de base de la cinétique du réacteur :

Les paramètres cinétiques sont d'une importance primordiale pour l'étude et l'analyse de sûreté en physique des réacteurs.

Les paramètres cinétiques importants sont au nombre de deux :

- la fraction effective de neutrons retardés β_{eff} .
- Le temps de génération des neutrons prompts, Λ_{eff}

Ces paramètres sont déterminés par le biais de codes de calcul neutronique.

II.1.3.1. La fraction effective de neutrons retardés β_{eff}

Certains neutrons sont appelés neutrons retardés parce qu'ils n'apparaissent que tardivement après la réaction de fission. Ils sont émis suite à la désexcitation d'un produit de fission instable, appelé précurseur.

Le processus fait intervenir une décroissance radioactive suivie d'une émission neutronique (si l'énergie d'excitation du noyau fils est supérieure à l'énergie de séparation d'un neutron). Étant donné que l'émission neutronique est quasiment instantanée (10^{-15} s), le délai entre la fission et l'émission du neutron correspond à celui de la décroissance radioactive. Leur processus d'émission est synthétisé sur la figure II.1.

Les neutrons retardés jouent un rôle primordial dans la cinétique des réacteurs pour de faibles perturbations de réactivité.

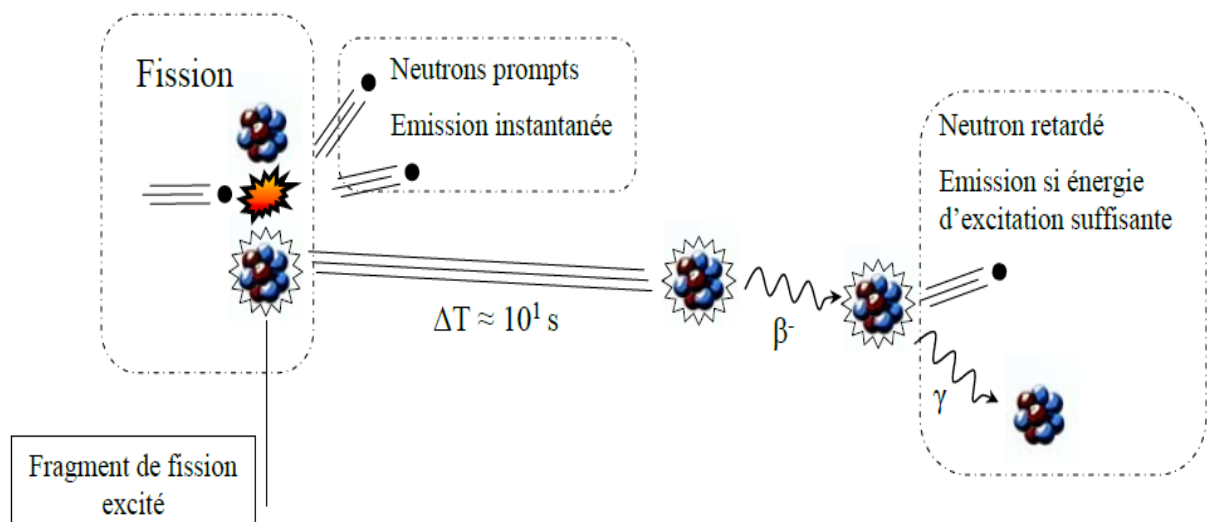


Figure II.1 : Processus d'émission des neutrons retardés

Les neutrons retardés étant émis lors du processus de désintégration radioactive, ils sont groupés en différents groupes présentant des temps de retards d'émission différents. En général, pour les réacteurs refroidis et modérés à l'eau légère, six groupes de neutrons retardés

sont définis. Pour chaque groupe correspond une fraction de neutrons retardés qui représente le rapport de nombre de neutrons émis par les précurseurs du groupe ‘i’ au nombre total de neutrons.

La contribution de tous les précurseurs, appelée fraction effective de neutrons retardés est obtenue par sommation directe des différentes fractions des groupes de précurseurs. Il représente donc le taux de production des neutrons retardés sur le taux de production total (prompts et retardés) ; les taux étant pondérés par la fraction partielle du groupe ‘i’. C'est une grandeur effective liée à la proportion de neutrons retardés émis par fission pour la configuration considérée.

II.1.3.2. Temps de génération des neutrons Λ :

Cette grandeur correspond à l'intervalle de temps nécessaire pour qu'une population de neutrons donne naissance aux neutrons de la génération suivante. D'où la dénomination de "temps de génération".

II.2. La réactivité :

II.2.1. Définition :

La réactivité $\rho(t)$ est l'un des paramètres les plus importants en physique des réacteurs puisqu'il détermine l'évolution de la population neutronique et de la puissance. La réactivité est définie par:

$$\rho(\text{pcm}) = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} \quad (3) \quad \text{Elle s'exprime en pcm}$$

Où k_{eff} est le facteur de multiplication effectif.

La réactivité est généralement exprimée en dollars, soit :

$$\rho(\$) = \frac{\rho(\text{pcm})}{\beta_{eff}} \quad (4)$$

Un réacteur nucléaire devient sous-critique ou sur-critique si ses propriétés changent de telle manière que la réactivité globale dans le cœur soit différente de la valeur nulle.

II.2.2. Modes de variation de la réactivité :

Au cours de fonctionnement d'un réacteur nucléaire, plusieurs actions ou phénomènes peuvent modifier la réactivité :

- L'introduction volontaire ou involontaire de réactivité positive ou négative (par exemple lors de l'introduction d'échantillons dans le cœur) ;
- Le mouvement des barres de contrôle ;
- Le niveau de l'eau lourde pour le cas des réacteurs à eau lourde;
- La température du modérateur et du combustible (changement dans les conditions stationnaires : perte d'un échangeur, perte de pompe ...);
- L'usure du combustible (Burn-up) ;

II.2.3. Réactivité due à la température ou « rétroaction » :

L'influence de la température du combustible et du modérateur sur la réactivité s'écrit :

$$\rho_T(t) = \alpha_F [T_F(t) - T_F(0)] + \alpha_M [T_M(t) - T_M(0)] \quad (5)$$

$\rho_T(t)$: réactivité totale due aux variations de température du combustible et du modérateur ;

α_F : Coefficient de température du combustible ;

α_M : Coefficient de température du modérateur ;

$T_F(t), T_F(0)$: Température du combustible au temps t et à t=0.;

$T_M(t)$: Température du modérateur au temps t et à t=0.

II.3. Dynamique des réacteurs :

II.3.1. Introduction :

La dynamique des réacteurs consiste à étudier le comportement transitoire d'un réacteur pouvant survenir durant sa durée de vie. Nous supposons que, pour le type de transitoires à étudier, la déformation de la forme du flux est relativement faible pour que la cinétique ponctuelle soit d'application. La résolution numérique des équations de la cinétique sont généralement réalisées à l'aide de codes de calcul.

À ce titre, le code de calcul utilisé dans cette thèse, servira à déterminer l'évolution de la puissance du réacteur par la résolution numérique des équations de la cinétique point.

L'utilisation de ce code permettra d'obtenir une évaluation rapide du comportement dynamique du réacteur de recherche suite à une grande insertion de réactivité dans le cœur sans grande perte sur la précision.

II.3.2. Modélisation du comportement dynamique du réacteur :

La modélisation du comportement dynamique comporte différents niveaux de simplifications. Le premier consiste à modéliser le réacteur comme une source ponctuelle, en négligeant les effets dimensionnels par l'utilisation du modèle cinétique ponctuelle. La seconde consiste à modéliser le transfert de chaleur dans le cœur par une représentation du cœur par un canal moyen ou un canal chaud.

La jonction entre ces deux modèles se fait à l'aide de modèles de rétroaction ou 'feedbacks'.

Ces modèles quantifient la réactivité induite par les changements des propriétés du cœur ; en particulier celles du combustible, de la gaine et du modérateur.

La modélisation des ces effets sera l'objet du chapitre suivant.

II.4. Effet de la température et modélisation des effets de rétroactions :

Les changements de température surviennent dans le combustible, la gaine et dans le modérateur plus ou moins indépendamment, c'est pourquoi on pose l'hypothèse qu'il y a un coefficient de température associé à chacun d'eux.

Il est évident que pour des raisons de sûreté intrinsèque et d'auto-régulation et pilotage du réacteur, il est requis que le coefficient de température globale du réacteur soit négatif.

En particulier, il est important que le coefficient de température du combustible soit négatif, parce que lors de transitoires, le combustible chauffe plus vite que les autres composantes du cœur.

L'effet de réactivité d'un changement de température est défini comme le produit du coefficient de température par le changement de température.

L'objectif est alors de déterminer les coefficients de température pour les différentes composantes du cœur du réacteur et pour différentes températures

II.4.1. Définition du coefficient de température :

Par définition, le coefficient de température est le changement de réactivité par accroissement unitaire de température ; il est exprimé en $pcm/^\circ C$ (c'est-à-dire en 10^{-5} par degré Celsius) ou $\$/^\circ C$.

La relation qui lie la variation de la température globale avec la réactivité est donnée par :

$$\alpha_T = \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad (6)$$

Avec :

$\partial\rho$: La réactivité induite par une perturbation ∂T

∂T : variation de la température d'un composant du réacteur

$$\text{Sachant que : } \rho = \frac{k_{\text{eff}} - 1}{k_{\text{eff}}} \quad (7) \quad , \quad \text{on en déduit : } \bar{\alpha}_T = \frac{1}{k_1 k_2} \frac{\Delta k}{\Delta T} \quad (8)$$

Où k_1 et k_2 sont les facteurs multiplicateurs aux températures T_1 et T_2 respectivement.

II.4.2. Principaux effets de température dans un réacteur nucléaire :

Les effets de températures sont les variations de réactivité associées aux variations de températures du combustible et du modérateur.

En cours de fonctionnement ou de transitoire, toute variation de la puissance résultera des variations de température dans le cœur. L'amplitude et le taux de variation conditionneront les conséquences sur la sûreté du réacteur.

Dans la pratique, deux effets principaux sont considérés en analyse de sûreté:

- L'effet de température dû au combustible : *effet Doppler*.
- L'effet de température dû au modérateur : *effet modérateur*.

II.4.2.1. Effet Doppler : Un stabilisateur automatique :

L'effet Doppler correspond à la variation de la section efficace suite à l'augmentation de température. Il représente l'élargissement Doppler des résonances de l'U-238 et/ou du Pu-240 présents dans le combustible. Une hausse de la température du combustible accroît les sections efficaces d'absorption résonnante de ces isotopes qui induit une diminution de la population des neutrons pour la fission et donc une baisse de réactivité (c'est dire du nombre de fission). En d'autres termes, la fission est concurrencée par l'absorption et aura pour conséquence de réduire le taux de génération de neutron d'une génération à une autre.

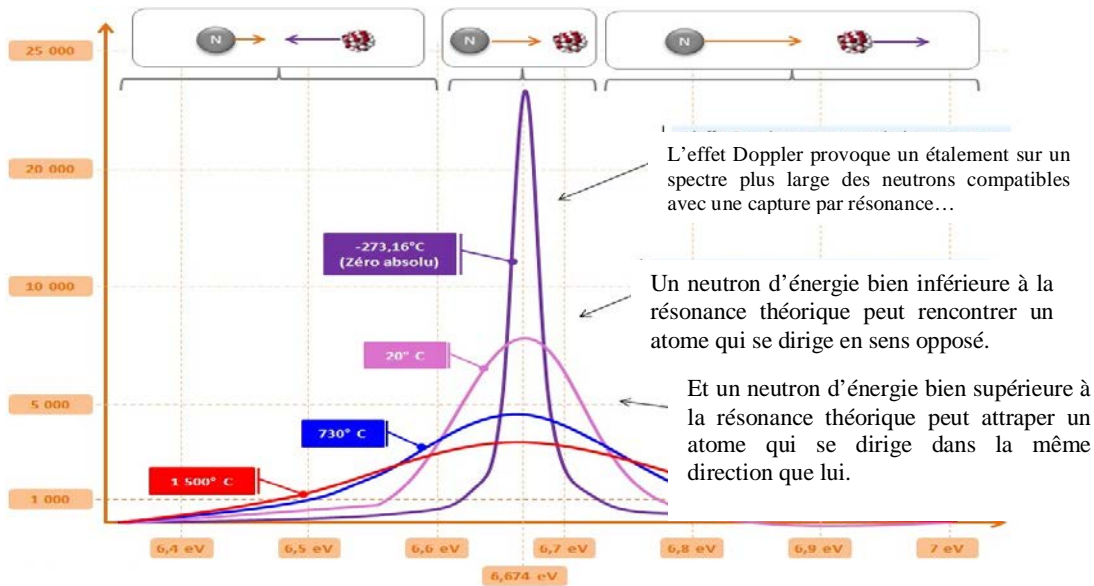


Figure II.2: Illustration de l'effet DOPPLER [1]

II.4.2.1.1. Le coefficient Doppler :

Le coefficient de température du combustible (Doppler) est défini comme étant le changement de réactivité induit par une variation d'un degré Celsius de la température du combustible.

Ce coefficient, représentant l'efficacité de l'effet Doppler, dépend uniquement de la température du combustible ; il est noté $\alpha_F = \frac{\Delta\rho_F}{\Delta T_F}$, et s'exprime en pcm/°C.

II.4.2.2. Coefficients de température du modérateur :

Le coefficient de température du modérateur est défini comme correspondant au changement de réactivité induit par une variation d'un degré Celsius de la température du modérateur. Tout changement de la température du modérateur induit une dilatation thermique et une variation de sa densité.

Du point de vue neutronique, une baisse de la densité du modérateur entraîne une diminution de la modération, ce qui donne un coefficient modérateur négatif. Une hausse de la température du fluide de refroidissement à densité constante (qui peut être obtenue par une élévation de pression), conduit à durcir le spectre de neutrons et résulte en un accroissement de l'absorption dans les résonances de l'U-238, du Pu-240 et d'autres isotopes [7]. Ce qui conduit également à une baisse du rapport fission/capture dans l'U235 et le Pu-239.

Ces deux effets induisent un coefficient du modérateur conjugué négatif.

Ce coefficient conjugué peut être relié à la température du modérateur. Il est noté α_m , et s'exprime en pcm/°C.

$$\alpha_{\text{modérateur}} = \frac{\Delta\rho_{\text{mod}}}{\Delta T_{\text{mod}}} \quad (9)$$

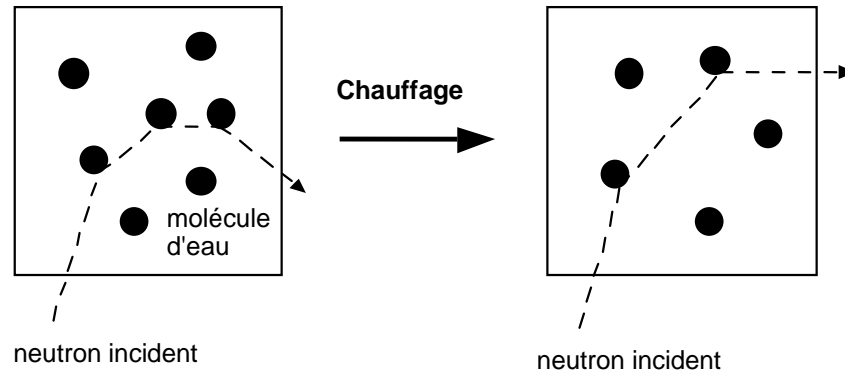


Figure II.3 : La dilatation des atomes de l'eau (Effet de modérateur)

II.4.3 L'effet de température sur la commande de réacteur : [1]

Très schématiquement l'état d'un réacteur à un instant donné peut être caractérisé par trois paramètres :

- la réactivité ρ du cœur;
- la puissance P qu'il délivre;
- sa température T .

Ce qui donne une relation triangulaire entre la réactivité (ρ), le nombre de neutrons (P) et la chaleur dans le cœur (T).

La variation de la puissance par rapport au temps est liée à la réactivité par les équations de la cinétique. Éventuellement avec un petit décalage temporel (due à l'inertie du système), la température est liée à la puissance.

Enfin, deux mécanismes peuvent la faire varier, la réactivité: les actions volontaires de l'opérateur (en général des mouvements d'absorbants ou de barres de contrôle), les effets de température. Cette relation triptyque est représentée sur la Figure II.4

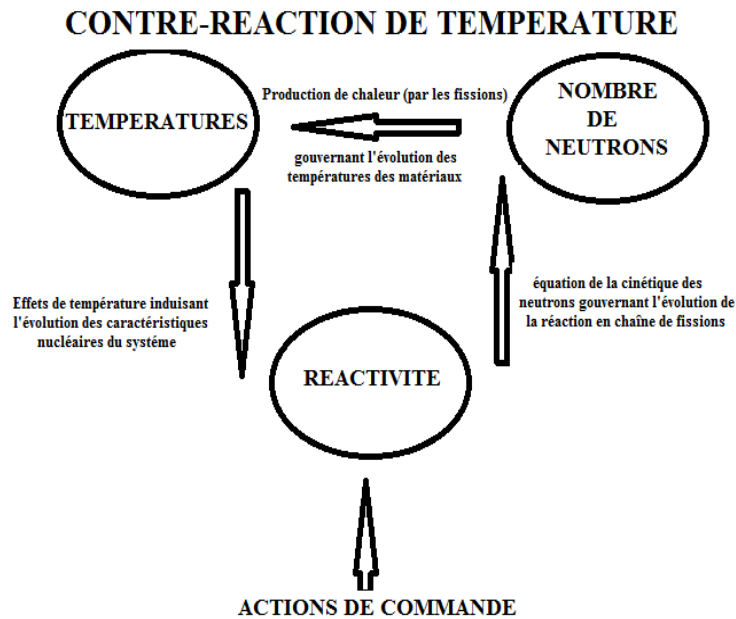


Figure II.4 : Boucle des contre-réactions dans un réacteur [6]

II.4.4. L'importance des effets de la rétroaction sur les installations nucléaire :

De par sa définition, il est clairement établi l'importance des effets de température sur le pilotage et la sûreté des réacteurs ; toute variation de réactivité ou de température génère des contre-réactions et modifie la cinétique.

Les effets de rétroaction jouent un rôle prépondérant en situation accidentelle. En particulier, le signe du coefficient de l'effet DOPPLER est très important.

Un signe négatif jouera en faveur de la stabilité du système et contribue à retarder les excursions rapides de puissance pour les faibles perturbations de réactivité.

Par exemple, une augmentation intempestive de la puissance amène une augmentation de température et donc une baisse de réactivité (si le coefficient est négatif); le réacteur, initialement critique, devient légèrement sous-critique et la puissance baisse. De même, une baisse initiale de la puissance serait suivie d'une augmentation ; lorsqu'il est négatif, la contre-réaction vise à contrebalancer l'effet de la perturbation initiale et selon l'amplitude de la perturbation pourra ramener le système à son niveau initial (état stationnaire correspondant à une réactivité totale nulle) [6].

Chapitre III

Description du code EXCURS-3-RR

III.1. Introduction :

Dans le domaine des analyses d'accidents dans les réacteurs nucléaires, les phénomènes physiques mis en jeu sont extrêmement complexes et nécessitent l'usage d'outils de calcul et de simulation. Ces outils sont appelés codes de calcul.

Les codes de calcul nous permettent de simuler les phénomènes susceptibles d'être modélisés à partir des lois de la physique. L'établissement des modèles est basé sur les phénomènes se produisant dans le milieu à étudier ; la modélisation de ces milieux et le choix de méthodes numériques appropriées permettent l'élaboration d'un code de calcul à même de simuler ces phénomènes dans l'espace et dans le temps.

Dans le cadre du présent travail, l'intérêt est porté sur le comportement du cœur du réacteur et l'utilisation du modèle de cinétique point. Pour une estimation acceptable de l'évolution du transitoire dans le cœur, des codes spécifiques, communément appelés "code canal" ou "Channel code ou sub-channel code", sont utilisés. Cette dénomination vient du fait qu'une région représentative est choisie pour modéliser la région du cœur siège des transferts de chaleur du combustible vers le caloporteur ; la neutronique étant basée sur le modèle de la cinétique ponctuelle.

Dans le cadre de ce travail, le code EXCURS-3-RR est utilisé.

III.2. Description Générale du code EXCURS-3-RR :

EXCURS-3-RR [1] est un code de calcul écrit en Fortran permettant la simulation de transitoires dans les réacteurs nucléaires. Le code est basé sur un couplage d'un modèle neutronique et d'un modèle thermo hydraulique.

Pour ce qui est du modèle neutronique, une équation pour les neutrons prompts et six équations pour les six groupes de neutrons retardés sont résolus pour déterminer le comportement cinétique du réacteur. L'effet de rétroaction dû à l'effet Doppler et l'effet de température sur le réfrigérant sont aussi considérées pour estimer la réactivité compensée du système.

III.3. Modèles théoriques utilisés (cinétique et thermo hydraulique) et méthodes de résolution numériques :

III.3.1. Modèle cinétique :

Ce code utilise le modèle de la cinétique point pour décrire l'évolution de la puissance de fission ; il prend en compte la puissance de décroissance radioactive apportée par les produits de fission et les actinides après l'arrêt de la réaction en chaîne ou shutdown.

Les contre réactions dues aux divers paramètres influant sur la réactivité (la température, les poisons, etc. ...) sont prises en considération. L'option d'arrêt d'urgence (SCRAM) est incluse dans le programme.

Pour mener à bien cette étude et pour simplifier au mieux les équations de la cinétique dans ce code plusieurs hypothèses ont été adoptées :

- 1- Les hypothèses de la cinétique point qui considère le réacteur comme étant une source ponctuelle où la densité neutronique (puissance du réacteur) est une variable séparable dans l'espace et dans le temps ;
- 2- Tous les paramètres cinétiques intrinsèques du cœur restent constants pendant le transitoire (Λ, β, β_i ...);
- 3- Les effets de rétroaction sont déterminés sur la base de la variation des températures moyennes du combustible et du modérateur ;
- 4- les coefficients de température restent constants pendant le transitoire.

Ces hypothèses sont raisonnables pour la plupart des transitoires et produisent des résultats satisfaisants.

Il n'existe pas de solutions analytiques pour les équations de la cinétique point (sauf pour des cas particulier simples) ; c'est pourquoi des méthodes numériques ont été développées. Dans ce cadre, la résolution du système d'équations de la cinétique se fait généralement à l'aide de la méthode d'intégration de Runge-Kutta-Gill[10] comme il est le cas dans le code EXCURS-3-RR.

Pour la modélisation des effets de contre-réaction, seuls les effets de température du combustible et de température du modérateur sont en général jugés les plus importants. Cependant, les effets dus à l'expansion thermiques des matériaux de gainage et de structure peuvent être également modélisés.

Enfin toute perturbation externe telle une insertion de réactivité ou l'insertion des barres de sûreté pour l'arrêt d'urgence (SCRAM).

Le système d'équations différentielles résolu par EXCURS-3-RR est décrit par les équations cinétiques à un groupe d'énergie, indépendant de l'espace, elles sont dérivées à partir du modèle de réacteur-point, et sont données par le système d'équations (1) et (2).

Pour les besoins de résolution numérique de ces équations, nous introduisons le changement de variable suivant, au système d'équations (1) et (2):

$$r(t) = \frac{\rho(t)}{\beta} \quad (11) \quad s^* = S_0 \quad (12)$$

$$W_i(t) = \frac{\Lambda \lambda_i}{\beta f_i} C_i(t) \quad (13) \quad f_i = \frac{\beta_i}{\beta} \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^6 f_i = 1 \quad (15)$$

Avec f_i , la fraction des neutrons retardés du groupe i .

Les équations de la cinétique sont réécrites comme suit :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} \{ [r(t) - 1]N(t) + \sum_{i=1}^6 f_i w_i(t) + s^* \} \quad (16)$$

$$\frac{dW_i(t)}{dt} = \lambda_i N(t) - \lambda_i W_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (17)$$

La méthode de Runge-Kutta-Gill est alors utilisée pour résoudre les équations de la cinétique ; plus de détails sur la méthode sont donnés dans l'annexe B.

III.3.2. Modèle thermo hydraulique adopté et méthodes de résolutions numériques :

III.3.2.1 Description de la géométrie utilisée dans les calculs thermiques :

Pour déterminer ces températures nous utilisons un modèle simple dit modèle "LumpedParameter" (voir **Figure III.1**) qui permet de donner l'évolution de la température moyenne du combustible et du modérateur dans le cœur du réacteur.

Comme l'intérêt est porté sur le cœur du réacteur, seuls les éléments combustibles sont modélisés. Le cœur du réacteur est représenté par un élément combustible représentatif appelé cellule pour le développement du modèle thermo hydraulique. Cette cellule peut être représentée en coordonnées cartésiennes (pour les plaques) ou cylindriques (pour les crayons).

La cellule est divisée en $N+2$ sous volumes dans la direction radiale, où N est le nombre de nœuds dans la région du combustible, voir (**Figure III.1**). Dans la direction axiale, elle est

divisée en J max zones. Dans chaque sous-volume un bilan d'énergie est fait, en négligeant le transfert de chaleur axialement dans les régions solides

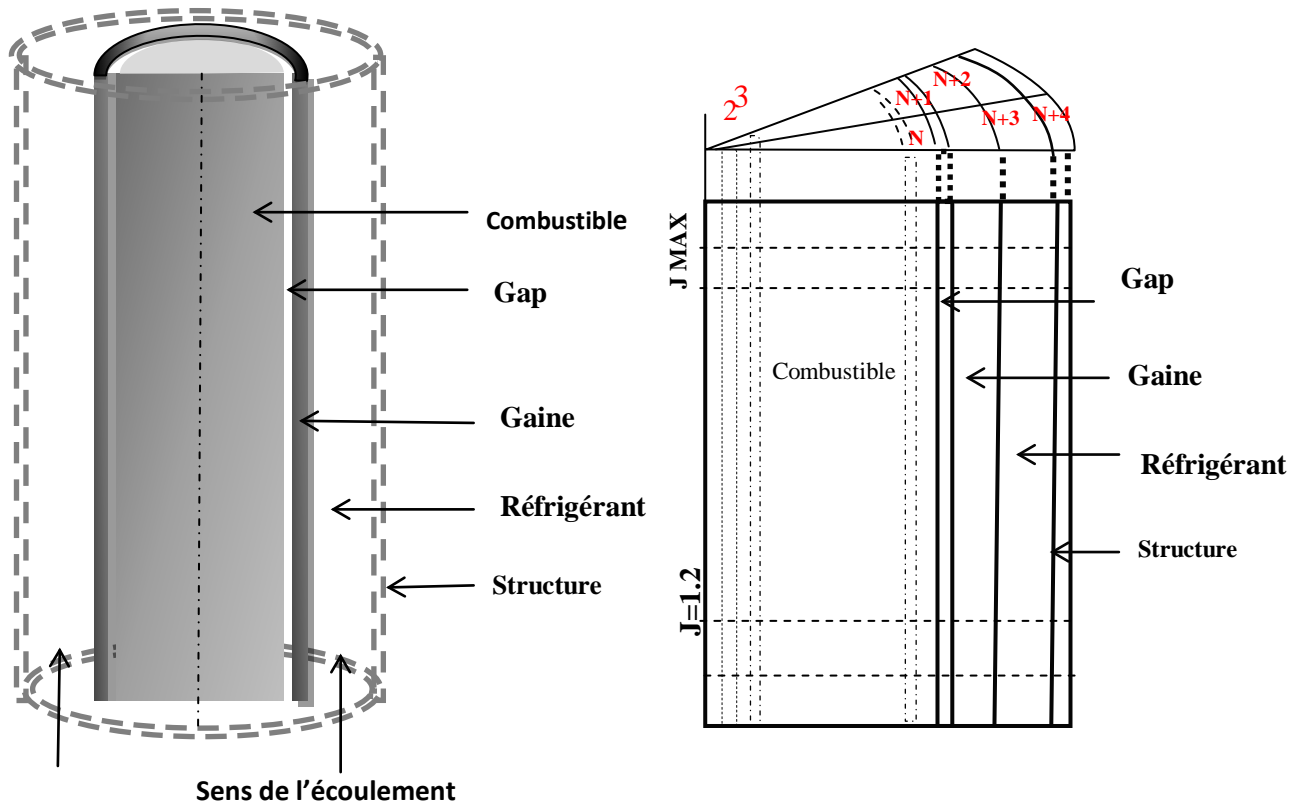


Figure III.1 : Section de la cellule adoptée dans les calculs thermiques (coordonnées cylindriques) [1]

III.3.2.2. Les propriétés physiques des matériaux de la cellule adoptée :

Dans ce code les différentes propriétés physiques des différentes composantes de la cellule sont considérées constantes durant l'état stationnaire et dépendent de la température lors du transitoire dans les matériaux solides, comme le combustible et la gaine en utilisant un polynôme d'ordre suivante [6] :

$$f(T) = A + B.T + C.T^2 \quad (18)$$

où A, B et C sont des paramètres libres, introduits comme des données d'entrée et dépendent du type des matériaux et leur propriété physique. T est la température (°C ou K).

Et pour le fluide caloporteur « l'eau légère », les corrélations suivantes sont utilisées:

a. La conductivité thermique [W/m°C] [8]

$$\alpha \left[\frac{W}{m^{\circ}C} \right] = 0.553 + 0.255 \cdot 10^{-2} T - 0.1910^{-4} T^2 + 0.06410^{-6} T^3 \quad (19)$$

b. La Capacité Calorifique [J/kg °C][8]

$$C_p \left[\frac{J}{kg^{\circ}C} \right] = 4217 - 30510^2 T - 794 \cdot 10^{-4} T^2 + 82510^{-6} - 6T^3 + 335 \cdot 10^{-8} T^4 \quad (20)$$

c. La densité [kg/m³] [8]

$$\rho [kg/m^3] = 999.9 + 2.210^{-2} T - 59.510^{-4} T^2 + 15.9 \cdot 10^2 T^3 \quad (21)$$

d. La viscosité [g/cmsec] [9]

$$\mu \left[\frac{g}{cmsec} \right] = 241 * 10^{\left\{ \frac{247.8}{T+133.15} \right\}} / 10^{-6} \quad (22)$$

III.3.2.3. Modèle de conduction et méthodes de résolutions numériques :

Le transfert thermique dans les régions du combustible et de la gaine est déterminé par la résolution de l'équation de conduction monodimensionnelle telle présentée ci-après.

La gaine et le combustible qui sont caractérisées par des paramètres thermiques tels, la conductivité, la chaleur spécifique volumique. Ces deux paramètres peuvent être considérés constants ou dépendant de la température.

III.3.2.3.1. Les équations d'échanges thermiques :

Géométrie Plaque : [8]

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) + Q(t, i, j) \quad (23)$$

Géométrie cylindrique [8]:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\alpha r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + Q(t, i, j) \quad (24)$$

avec :

ρ : la densité ;

C_p : la capacité calorifique ;

T : la température ;

t : le temps ;

α : la conductivité thermique ;

Q : la densité de puissance volumétrique.

III.3.2.3.1.1. État stationnaire :

Dans le calcul stationnaire, toutes les propriétés thermiques des différentes composantes de la cellule sont constantes.

Une balance thermique est exécutée à chaque nœud de cellule, en utilisant la condition de continuité au centre du combustible et la loi du NEWTON à l'interface de contact entre le fluide caloporteur et la gaine [6].

Au centre de la plaque du combustible :

$$\frac{dT}{dx} = 0 \quad (25)$$

À l'interface de contact du fluide caloporteur et la gaine :

$$P(t) = h A (T_c - T_w) \quad (26)$$

avec A la surface totale d'échange de chaleur.

III.3.2.3.1.2. Etat transitoire :

Les équations décrivant l'évolution de la température moyenne du modérateur et du combustible s'écrivent [4]

$$\rho_F V_F C_{pF} \frac{dT_F}{dt} = P(t) - h A [T_F(t) - T_M(t)] \quad (27)$$

$$\rho_M V_M C_{pM} \frac{dT_c}{dt} = h A [T_F(t) - T_c(t)] - 2 G C_{pM} [T_M(t) - T_{M-in}] \quad (28)$$

avec :

ρ_F : Densité moyenne du combustible.

ρ_M : Densité moyenne du réfrigérant.

V_F : Volume du combustible

V_M : Volume du réfrigérant.

Cp_F : Chaleur spécifique moyenne du combustible

Cp_M : Chaleur spécifique moyenne du réfrigérant.

h: Coefficient moyen de transfert de chaleur.

G : Débit de chaleur.

T_{in-M} : Température d'entrée du réfrigérant (modérateur)

III.4. L'interaction entre le modèle cinétique et thermique :

Le code de calcul EXCURS-3-RR est basé sur le couplage d'un modèle de cinétique point et d'un modèle thermohydraulique.

Le couplage comme montré sur le diagramme de la Figure III.2 est réalisé à l'aide de modèles de rétroaction (feedback) pour tenir compte des effets tels que l'effet doppler, la dilatation du combustible ou de la gaine, la variation de la température du caloporteur.

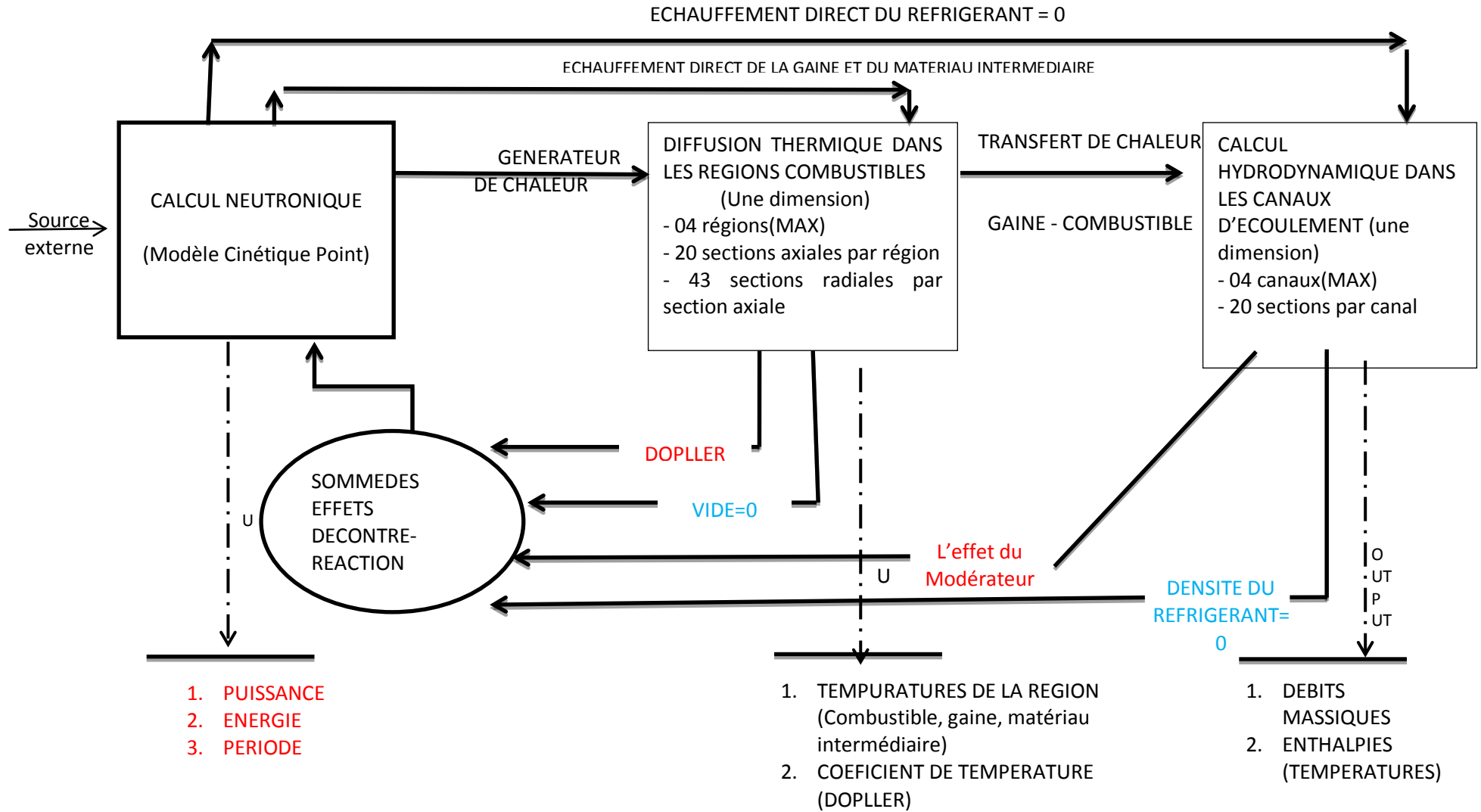


Figure III-2 : Organigramme du modèle du code EXCURS -3-RR

III.5. L'évaluation du réactivité, le temps d'excursion et les feedback :

III.5.1. L'évaluation du Réactivité de la barre de contrôle :

La réactivité de la barre de contrôle est obtenue à l'aide de la théorie de perturbation [6] ; elle est donnée par l'équation suivante :

$$\rho(z) = \rho(H) \left[\frac{z}{H} - \frac{1}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi z}{H} \right) \right] \quad (29)$$

où :

$\rho(H)$: Réactivité de la barre de contrôle complètement insérée ;

H : La longueur de la barre de contrôle ;

z : La longueur de barre de control à pré-insérée ;

g : L'accélération de l'insertion = 0.98 m/s^2 ;

V : La vitesse d'insertion de barre de contrôle ;

t_r : Le temps de retard du mécanisme de contrôle.

D'après la relation précédente on constate que la valeur de la réactivité est liée fortement avec la position des barres de contrôle cette dernière est fonction de la nature du mouvement de la barre de contrôle.

La quantité z est évaluée sur la nature du mouvement d'insertion de la barre de contrôle [1]:

$$\text{- Si le mouvement est accéléré : } z = z_0 + 0.5g (t - t_r)^2 \quad (30)$$

$$\text{-Si le mouvement est uniforme : } z = z_0 + v(t - t_r) \quad (31)$$

-Si le taux de réactivité de contrôle inséré $\dot{\rho}$, est connu :

$$\rho(z) = \dot{\rho}(t - t_r) \quad (32)$$

Pour calculer le paramètre z de la relation de réactivité de barre de contrôle (29), il est tenu compte du mode d'insertion des barres, en utilisant un paramètre de contrôle définissant la nature de mouvement des barres de contrôle $XMVT$:

- Si le mouvement d'insertion de barre de contrôle est uniforme, donc $XMVT = 1$ et l'Équation (31) est utilisé ;
- Si le mouvement d'insertion de barre de contrôle est accéléré, donc $XMVT = 2$ et l'Équation (30) est utilisé ;
- Si la nature du mouvement de barre de contrôle est inconnue, mais seulement le taux de réactivité de contrôle est connu, donc $XMVT = 3$ et l'équation (32) est utilisée.

Chapitre IV

Calculs et Evaluation Des Coefficients de
Température Pour les Réacteurs 10MW. HEU ;
LEU / AIEA. Et NUR.

IV. codes et méthodes de calcul :

IV.1. Introduction :

A la base des calculs des réacteurs se trouve la notion de découplage entre les problèmes qui sont traités à l'échelle locale et ceux que l'on traite à l'échelle globale du réacteur.

Ce découplage s'est imposé à cause de la complexité des phénomènes qui exclut avec les moyens de calculs existants, un calcul détaillé à la fois en espace et en énergie.

Pour contourner cette complexité, l'approche préconisée en calcul de réacteurs consiste en la résolution de l'équation de transport des neutrons pour une cellule unité ou une macro cellule ; les résultats obtenus sont alors utilisés pour résoudre l'équation de transport des neutrons pour la détermination des paramètres de la configuration du cœur.

L'équation de transport de neutrons est résolue pour le calcul de cellule en utilisant la méthode Sn [15] ou la méthode des probabilités de collisions [16]. Ce calcul se fait à l'aide de codes de calcul de cellule tels que WIMS-D(4) [17,18]. Le calcul de la deuxième étape peut être effectué pour la configuration du cœur du réacteur, en utilisant l'approximation de diffusion discrétisée à l'aide de la technique des différences finies.

Parmi les codes de calcul pouvant être utilisés dans cette deuxième étape figure CITATION [19].

L'utilisation du code CITATION permet de déterminer le k_{eff} d'une configuration critique pour différentes températures des composants des cellules de bases. Ces résultats seront utilisés pour le développement du modèle de feedback à intégrer dans le modèle de la cinétique ponctuelle.

Pour illustration de la méthodologie de calcul, le schéma de calcul de base sera appliqué pour le développement des modèles de feedback d'une configuration critique du réacteur type proposé par l'Agence International de l'Energie Atomique. Le choix de ce réacteur permettra de vérifier les résultats des calculs en les comparant à d'autres laboratoires.

Dans une seconde étape, le même schéma sera utilisé pour développer les modèles de feedback du réacteur de recherche Algérien NUR [3].

Une description succincte de ces réacteurs est donnée en annexe.

IV.2. Codes de calculs :

Un code de calcul de réacteur est un programme informatique, employé pour le calcul d'un certain nombre de paramètres d'une configuration de cœur d'un réacteur nucléaire, tels que le flux neutronique et le facteur de multiplication du milieu.

Dans le domaine de la neutronique le flux possède une dépendance continue en espace, en énergie et en temps. Les équations de transport et de diffusion sont résolues numériquement en discrétisant en général, l'énergie à l'aide des techniques multi-groupes [19] et l'espace par la technique des différences finies. Pour le calcul de transport, une bibliothèque de sections efficaces multi-groupes est nécessaire et elle est préparée à l'avance.

Dans le cadre de ce travail, une chaîne de code dédiée aux calculs de réacteurs est utilisée : la chaîne de code MTR-PC [20]. Cette chaîne de codes permet de réaliser un large spectre de calculs de réacteurs : calculs neutroniques, thermo hydrauliques, calculs de terme source Il a été développé sur un schéma modulaire où l'utilisateur peut choisir un ensemble particulier de programmes avec la possibilité de modifier ou d'ajouter facilement d'autres codes. Il offre les possibilités suivantes:

- ❑ Études neutroniques diverses
- ❑ Études thermo hydrauliques diverses.
- ❑ Études de blindages ou shielding
- ❑ Calculs des transitoires neutroniques et thermo hydrauliques
- ❑ Calculs des accidents.
- ❑ Calculs d'évolution (consommation du combustible ou burn-up) et de l'inventaire des produits de fissions dans la matrice combustible (ou terme source)

Cependant, bien que les codes soient indépendants entre eux, les résultats d'un code en amont sont nécessaires pour l'exécution de l'un ou l'autre des codes en aval.

MTR-PC utilise les codes suivants :

- WIMS, CITATION, PARET, ORIGEN.

IV.3. Calcul local et global :

IV.3.1. Calcul de cellule :

Le calcul de cellule est une étape essentielle dans la conception neutronique. Il s'agit de caractériser une cellule représentative du milieu étudié. Ceci consiste en le remplacement du milieu hétérogène par une succession de cellules dont les propriétés seront homogénéisées en veillant à

conserver les taux de réaction. Les quantités déterminées dans cette étape de calcul sont les sections efficaces macroscopiques effectives pour quelques groupes d'énergie.

Parmi les grandeurs calculées pour la cellule et pour chaque groupe d'énergie, on distingue les sections efficaces de fission, les sections efficaces d'absorption, les sections efficaces de diffusion et les sections efficacestotales. Le code WIMS dans sa version D4 [17,18] pour les calculs de cellule est utilisé dans le cadre de ce travail.

IV.3.1.1. Code de calcul WIMS-D4 :

WIMS : 'Winfrith Improved **M**ultigroups Scheme' est un code général pour le calcul de cellule pour une grande gamme de types de réacteurs à eau légère. Le code exécute des calculs de transport multi-groupes sur une cellule unité. Le code permet de traiter différentes géométries de cellules : cylindrique, plaques, sphérique ...

Le code utilise différentes méthodes numériques pour la résolution de l'équation de transport.

IV.3.1.2. Préparation de l'input du code WIMS-D4 :

Le fichier input de WIMS-D4 contient trois groupes différents de données qui sont structurées comme suit :

- ❑ Données préliminaire ou « prélude data »
- ❑ Données principales.
- ❑ Données d'édition.

Pour la modélisation d'une cellule, on doit tout d'abord préparer les données suivantes:

- Types de la cellule.
- Dimensions de la cellule (la géométrie).
- Densités atomiques de tous les isotopes qui sont présents dans la cellule.
- Température des matériaux constituant la cellule.

Ces données seront utilisées par le code WIMS-D4 pour le calcul des sections efficaces macroscopiques multi-groupes de chaque cellule représentative du cœur.

Les sections efficaces sont alors pondérées par les flux dans la cellule pour obtenir des sections efficaces à quelques groupes d'énergies.

IV.3.1.3. Modélisation des cellules :

Les réacteurs nucléaires présentent des configurations de cœurs hétérogènes. Ils sont néanmoins constitués de la répétition de régions qui peuvent présenter des caractéristiques similaires. Ces régions peuvent être constituées de combustibles, modérateurs et autres éléments de structures ; l'ensemble constitue un réseau. Le motif élémentaire du réseau, qui est la maille, est aussi appelé cellule du réacteur. Cependant, plusieurs types de cellules peuvent exister dans un réseau. On passe d'une cellule à la cellule voisine par une translation ; la mesure de cette translation est le pas du réseau (voir la fig. IV.1).

Dans les réacteurs nucléaires de puissance, les géométries usuelles des réseaux sont de formes carrées ou hexagonales. Dans la plupart des cas, le combustible est disposé sous forme de barreaux dont les axes sont les sommets du réseau.

Pour le cas particulier des réacteurs de recherche de type MTR, le réseau est composé d'un ensemble d'assemblage comprenant des plaques combustibles. La cellule de base est un ensemble déjà complexe en fonction de type d'assemblage combustible présent.

La détermination des différents paramètres neutroniques exige la connaissance des principales caractéristiques des différents paramètres tel que l'enrichissement en uranium-235, les dimensions du combustible, le type de gainage (Aluminium, Acier inoxydable), le pas et la géométrie de cellule (carré, hexagonale, plaque), la température etc. ...

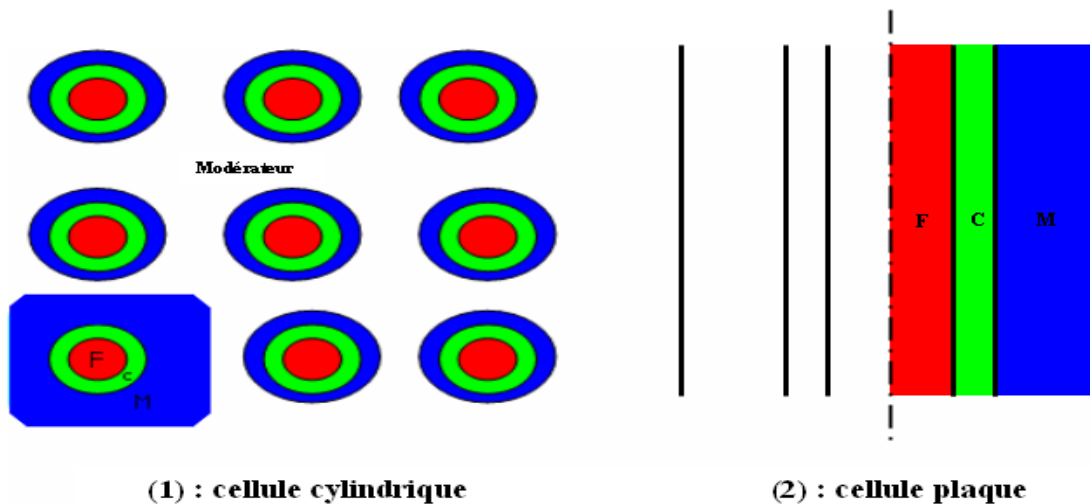


Figure IV.1 : Schéma de la cellule du réacteur nucléaire

Le but du calcul global d'un réacteur est de déterminer une série de paramètres caractéristiques de la configuration concernée, notamment la distribution des flux neutroniques, la puissance, le facteur de multiplication effectif pour différentes températures du combustible (T_F), du modérateur (T_m), de gaine (T_G), ...etc.

Ces paramètres sont obtenus en résolvant l'équation de transport de Boltzmann qui décrit la migration des neutrons sous l'influence des interactions avec le milieu matériel. La résolution est faite par le biais de méthodes numériques sur l'équation de transport approximée par le modèle de diffusion multi-groupes.

Dans le cadre du présent travail, les calculs de cœur sont réalisés avec le code CITVAP [21] dérivé du code CITATION [19]. Ce code résout les équations de diffusion multi-groupes et multidimensionnelles.

Les sections efficaces appelées également constantes de groupe, obtenues lors de la phase précédente (avec le code WIMS-D4) seront utilisées par le code de diffusion appliqué à la géométrie détaillée du cœur.

Le code CITVAP fournit alors le facteur de multiplication effectif de la configuration, k_{eff} , les distributions de flux neutroniques et les densités de puissances nucléaires pour chaque région définie dans le cœur du réacteur, les taux d'usure du combustible (burn-up), les paramètres cinétiques (β et λ), etc.....

IV.4. Calcul des coefficients de température des réacteurs Benchmark 10MW AIEA (HEU, LEU) et NUR:

IV.4.1. Introduction :

Le calcul analytique des coefficients de réactivité fait appel à des approximations et les résultats restent entachés d'incertitudes élevées. Cependant, la méthode la plus usuelle en physique des réacteurs, consiste à calculer la réactivité par voie numérique pour différents points de fonctionnement et à estimer le coefficient de réactivité par différentiation numérique.

Pour cela, il y a lieu de recalculer le facteur de multiplication de la configuration pour différentes températures des composants du réseau. En pratique, le schéma de calcul de la Figure IV.6 est réalisé en variant la température d'une seule région à chaque fois.

L'exécution de ce schéma permet d'obtenir les résultats donnés dans les tableaux ci-dessous. Ce calcul a été fait aussi bien pour les réacteurs benchmark de l'AIEA que pour le réacteur NUR.

La Méthodologie de calcul suivi est décrite dans ce qui suit :

IV.4.2.Méthodologie de calcul pour déterminer le coefficient de température sur le MTR-PC :

IV.4.2.1.Préparation de l'input pour différentes températures :

La préparation et la vérification des données de l'input est l'étape la plus importante car elle peut générer des écarts importants dans les paramètres de feedbacks calculés.

A l'aide du code WIMS-D4, on détermine les paramètres de cellule pour chaque température d'un seul composant à la fois, en changeant la température du combustible ou bien du modérateur dans la carte température de l'input.

IV.4.2.2.Condensation du groupe d'énergie :

Il y a lieu de réduire le nombre de groupes d'énergie de 69 en un nombre raisonnable (ou collapsing) de façon à réaliser un calcul de cœur dans des délais acceptables au regard des moyens informatiques actuels. En général, il est d'usage en physique des réacteurs de limiter à un maximum de 12 le nombre de groupes d'énergie [27].

Dans le cas présent, 10 groupes d'énergie sont adoptés pour le cas 10MW HEU, mais pour les réacteurs 10MW LEU et NUR cinq (05) groupes d'énergie sont suffisants pour la détermination de la distribution des flux et des puissances neutroniques et les différents paramètres neutroniques à travers le cœur du réacteur [22]. Le tableau IV.1 montre la structure énergétique à 5 groupes adoptée.

Aussi, les sections efficaces de 69 groupes ont été moyennées sur 5 groupes d'énergie en utilisant le programme POS-WIMS [21] et les fichiers (files.WIP) générés par WIMS.

L'utilitaire POS-WIMS permet d'homogénéiser et de condenser les constantes de groupes dans quelques régions pour les groupes d'énergie spécifiés.

IV.4.2.3.Création d'une bibliothèque de sections efficaces pour différentes températures :

Le fichier output (.NEW) généré par POS-WIM [14], est ensuite traité par le module HXS [14], pour créer un ensemble de bibliothèques de sections efficaces macroscopiques pour les différentes cellules présentes dans le réacteur, à différentes températures de combustible et du modérateur. Dans cette bibliothèque générée par HXS figurent les sections efficaces de fission, d'absorption, totale et le coefficient de diffusion.

Cette bibliothèque sera utilisée par un code de calcul tel CITATION qui calcul Keff.

Tableau IV.1 : La répartition d'énergie à 10 groupes de WIMS [20].

N° de groupe	10 Groupe*	5	14	15	31	33	45	47	55	60	69
	HEU										
Types de réacteurs	5 Groupe*	5		15			45		57		69
	LEU/NUR										
E.MAX(eV)		1.0 *10 ⁷	0.821*10 ⁶	9.118*10 ³	5.531*10 ³	1.5	1.15	0.625	0.4	0.14	0.05
E.MIN (eV)		0.821*10 ⁶	9.118*10 ³	5.53*10 ³	1.5	1.15	0.625	0.4	0.14	0.05	2.53*10 ⁻⁴

* Le numéro de groupe d'énergie adopté dans la bibliothèque de 69 groupes de WIMS.

IV.5. Application aux réacteurs de Recherche de type MTR :

Avant d'appliquer cette méthodologie au réacteur de recherche Algérien NUR [3], il y a lieu de qualifier la méthodologie adoptée. Le choix a été porté sur un exercice d'inter-comparaison proposé par l'Agence Internationale de l'Energie Atomique. Ce réacteur modèle (ou Benchmark) a servi de base pour démontrer la faisabilité de la conversion des réacteurs utilisant du combustible hautement enrichi (High Enriched Uranium) vers un réacteur à combustible faiblement enrichi (LowEnriched Uranium). L'intérêt a porté sur ce benchmark parce qu'il a servi pour la vérification des méthodes utilisées par différents laboratoires dans le monde.

Dans une seconde étape, la même approche sera utilisée pour caractériser le réacteur NUR.

IV.5.1. -Application pour le réacteur nucléaire 10 MW AIEA [2]:

IV.5.1.1. Description du Réacteur :

Il s'agit d'un réacteur fictif. Le cœur du réacteur d'une puissance de 10 MW, présente une configuration de 5x5 éléments : 21 éléments combustibles standards de type *MTR*(ayant 23 plaques chacun) et 4 éléments de contrôle (ayant 17 plaques).

Des blocs de graphite sont disposés sur deux faces opposées du cœur qui baigne dans une piscine d'eau. Une trappe remplie d'eau est localisée au centre du cœur, ceci pour pouvoir estimer plus efficacement le facteur de forme de la puissance (Figure IV.2).

Les éléments combustibles hautement enrichi HEU (*High Enriched Uranium*) sont constitués d'un alliage d'Uranium et d'Aluminium (UAl_x-Al) avec un chargement de 280 g d'U-235 dans chaque élément. Le combustible faiblement enrichi LEU (*Low Enriched Uranium*) présente un chargement supérieur estimé à 390 g d'U-235 pour le même type de combustible

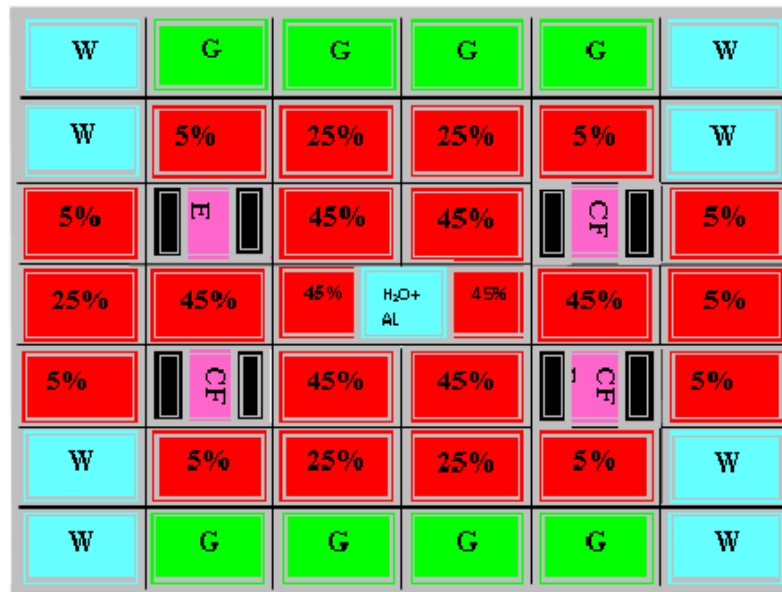


Figure IV.2: Configuration du cœur de réacteur Benchmark de l'AIEA [2]

- SFE : Elément combustible standard
- CFE : Elément combustible de contrôle
- W : Elément d'eau
- G : Elément Graphite
- % : Pourcentage d'U-235 consommé

Tableau IV.2 : Caractéristiques géométriques du réacteur 10 MW AIEA (HEU- LEU) [2]

Paramètres	Valeurs
Type de combustible	HEU:UA1 _x - A1
Enrichissement de l'U-235	93.0% 19.7%
U-235 / Elément Standard	280.0(g) 390.0(g)
N°. de plaque / Elément Standard	23
N°. de plaque / Elément Contrôle	17
N°. total de plaques combustible	551
Hauteur active	60.0 (cm)
Largeur active	63 .0 (cm)
Largeur hors-tout	6.65 (cm)
Epaisseur du meat	0.051(cm)
Epaisseur de la gaine	0.038(cm)
Epaisseur du canal d'eau	0.223(cm)

Considérant la configuration du réacteur Benchmark de l'AIEA, les deux types d'éléments combustibles présents sont modélisés : l'élément combustible standard (SFE) et l'élément combustible de contrôle (CFE) [2].

Le SFE contient 23 plaques de combustible tandis que le CFE, seulement 17 plaques de combustible et une région destinée à accueillir les deux lames absorbantes.

La forme et les dimensions réelles de l'élément combustible sont montrées dans la Figure IV.3.

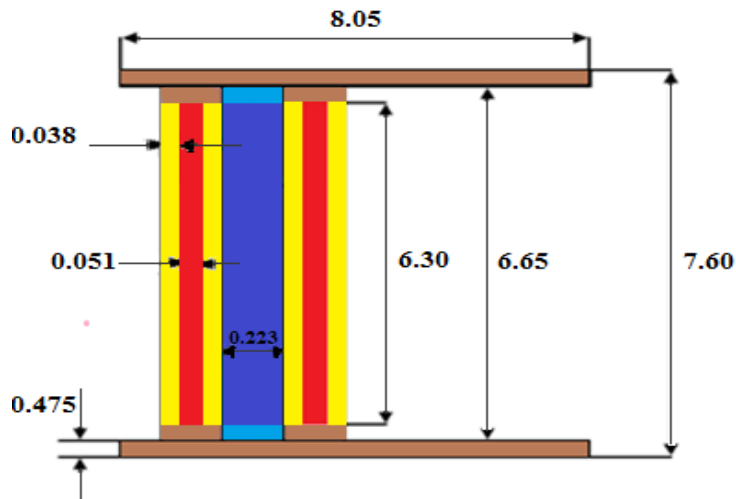


Figure IV.3 : Vue partielle d'un Elément Combustible standard (SFE) du réacteur 10MW AIEA [2]

Tenant compte de la composition du *SFE*, le modèle de cellule unité représentative sera composé de quatre régions (voir Figure IV.4) :

- Milieu 1 : représentant le combustible UAl_x-Al .
- Milieu 2 : Al de la gaine.
- Milieu 3 : H_2O du modérateur (espace entre plaques + canaux des extrémités).
- Milieu 4 : région externe: Al structure + H_2O + canaux des extrémités

Les dimensions de chaque milieu a été déterminé selon le principe de la conservation de l'épaisseur de la région combustible.

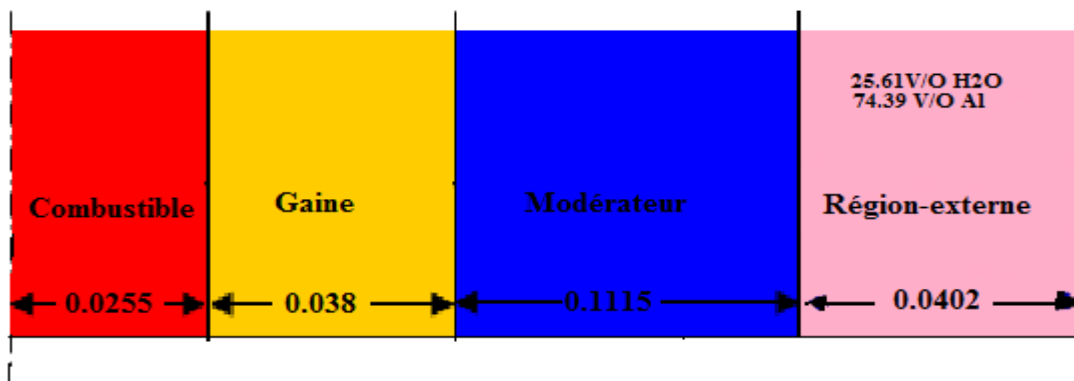


Figure IV.4 : cellule combustible standard du Réacteur 10 MW utilisé dans WIMS-D4[2].

La représentation des différents milieux du CFE avec les lames absorbantes insérées est très compliquée et la cellule représentative est alors divisée en deux régions avec 12 matériaux. Pour simplification, le CFE avec les lames absorbantes extraites, un modèle de macro-cellule à 4 milieux a été choisi (Figure IV.5)

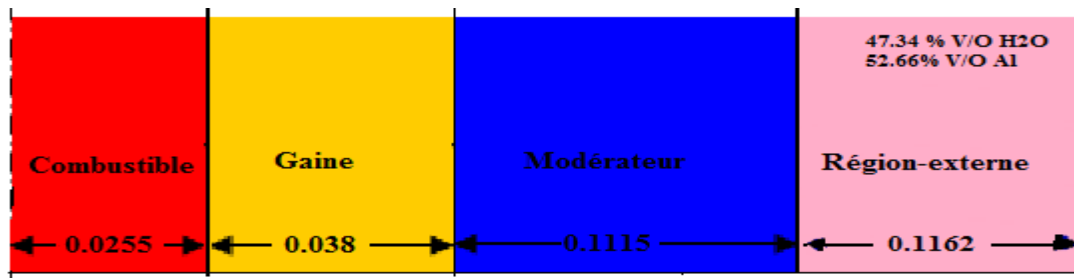


Figure IV.5 : Cellule Combustible CFE du Réacteur 10 MW avec les Lames Absorbantes Extraite [2]

IV.6. Différentes étapes intervenant dans le calcul.

La Figure IV.6 représente le cheminement des deux étapes intervenant dans le calcul de conception d'un cœur, à savoir le calcul de cellule et le calcul de cœur, intégrant les utilitaires d'interfaçage ; POS_WIMS et HXS.

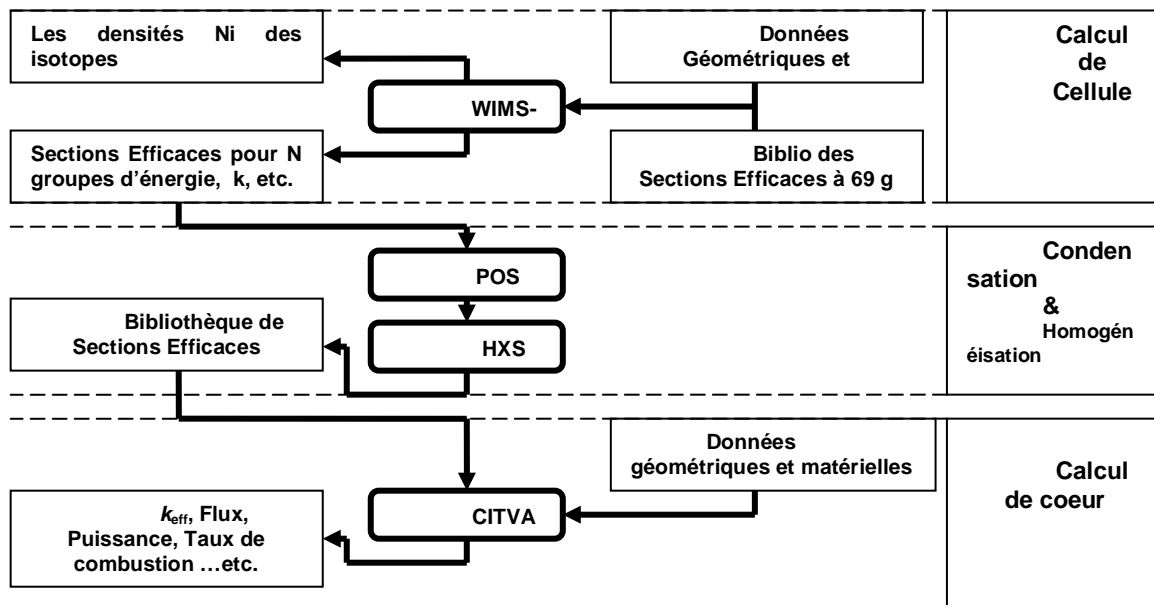


Figure IV.6. Schéma des différentes étapes intervenant dans le calcul du coefficient feedback.

IV.7. Inter comparaison du calcul k_{∞} pour 10MW HEU et LEU :

Les résultats de k_{∞} calculés par le code WIMS-D4 dans ce travail en fonction de l'épuisement de l'U-235 ont été comparés avec les résultats de différents laboratoires dans le monde. En général, on obtient un bon accord comparativement aux écarts observés par les différents laboratoires [3].

Tableau IV.3 : Résultats de k_{∞} en fonction de l'épuisement des réacteurs 10 MW AIEA (HEU-LEU) [3]

Burn-up (%)	HEU (93%)				LEU (20%)			
	DPAN/M TR.PC WIMS D4	DIMNP WIMS D4 [24]	EIR/ WIMS D1 [3]	ANL/ EPRICEL L [3]	DPAN/ MTR.PC WIMSD4	DIMNP WIMSD4 [24]	EIR/ WIMSD1 [3]	ANL EPRICEL [3]
0	1.735168	1.735448	ND	1.73698	1.653730	1.652070	ND	1.65475
5	1.637995	1.637512	1.647994	1.63697	1.564016	1.563171	1.561967	1.56410
10	1.616670	1.615755	ND	1.61653	1.543931	1.542582	ND	1.54447
25	1.548054	1.546186	1.558427	1.54853	1.480292	1.477211	1.479451	1.47972
30	1.522252	1.519024	ND	1.52227	1.457065	1.452372	ND	1.45544
45	1.427619	1.424007	1.439852	1.42692	1.373382	1.370568	1.381651	1.37191
50	1.388133	1.384741	ND	1.38761	1.341570	1.338147	ND	1.33935

IV.8. Inter comparaison du calcul ' k_{eff} ' pour 10MW, HEU/LEU :

La valeur du k_{eff} calculée dans ce travail est donnée dans les tableaux ci-dessous et comparée avec les résultats de différents laboratoires à travers le monde ; les calculs ont été faits à l'aide du code CITATION.

Tableau IV.4 : Résultats et inter comparaison de Keff de réacteur 10 MW AIEA (HEU-LEU) [3]

Laboratoire (code utilisée dans les calculs)	Type de réacteur 10 MW HEU, LEU			
	93% frais	20% frais	93% BOL	20% BOL
DPAN(CITATION)	1.20463	1.17856	1.06049	NC
DIMNP(MCNP5) [24]	1.18962± 0.00034	1.17238± 0.00033	1.05768± 0.00032	1.05617± 0.00032
EIR (CODIFF) [23]	1.19394	1.15937	1.02639	1.03039
ANL (DIF2D) [23]	1.18343	1.16830	1.02839	1.01796
JEN (CITATION2/2) [23]	ND	ND	1.0733	1.0337

* : % le pourcentage de l'enrichissement U-235 dans le combustible SFE et CFE

ND : les valeurs ne sont pas disponibles dans la référence [3]

D'après les résultats obtenus, nous constatons une différence qui dépend fortement du code et de la bibliothèque de données nucléaires utilisés ainsi que de la modélisation adoptée. Néanmoins, les résultats obtenus sont globalement en bon accord avec les résultats des laboratoires EIR, ANL, JEN [23] et DIMNP [24].

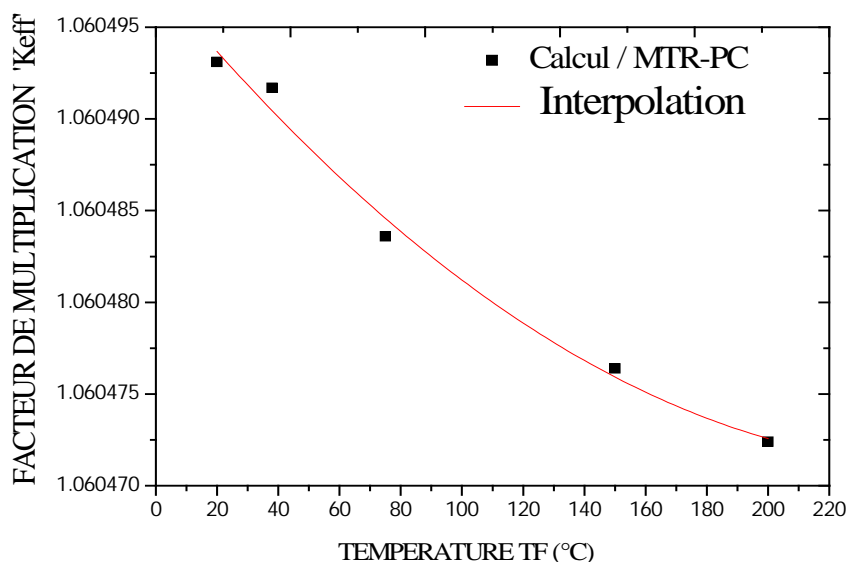
IV.9. Détermination des coefficients de température de la réactivité α_i pour le réacteur 10MW AIEA : HEU

IV.9.1 Détermination du coefficient de la température du combustible :

Pour trouver le coefficient de température du combustible, nous avons fixé la température du modérateur et de la gaine puis nous avons fait varier la température du combustible. Nous avons obtenu les résultats qui sont présentés sur le tableau IV.5 et sur les figures IV.7, IV.8, IV.9.

Tableau IV.5 : Calcul du coefficient de température du combustible : Cas Benchmark HEU

T_F (°C)	k_{eff}	densité (ρ)	$\Delta\rho$ (pcm)	α_F (pcm/°C)
20	1.0604931	0.057042420	0.124	0.00688
38	1.0604917	0.057041180		
75	1.0604836	0.057034000	-0.7202	-0.01946
150	1.0604764	0.057027577	-1.3605	-0.01215
200	1.0604724	0.057024021	-1.7161	-0.01059

**Figure IV.7 :** Évolution du facteur de Multiplication en fonction de la température du fuel/10MW HEU

$$k_{eff} = 1.0605 - 2.02093 \cdot 10^{-7} T_F + 3.85457 \cdot 10^{-10} T_F^2 \quad (33)$$

Les conclusions suivantes sont établies :

- le facteur de multiplication diminue à mesure que la température du combustible augmente ; ceci s'explique par la conjugaison des deux effets explicités plus haut : d'un côté, l'élargissement de la bande de résonance de l'uranium – 238 qui se traduit par une plus grande capture des neutrons et d'un autre côté, il y aura une augmentation de la probabilité de fuite des neutrons par allongement du libre parcours moyen du neutron,

- ce qui aurait pour conséquence une diminution du facteur d'utilisation thermique du combustible [28].

L'effet de température du combustible ou effet doppler agit donc en contre-réaction à toute perturbation engendrant une augmentation de la température du combustible. C'est un paramètre de sûreté intrinsèque de cette configuration du réacteur Benchmark.

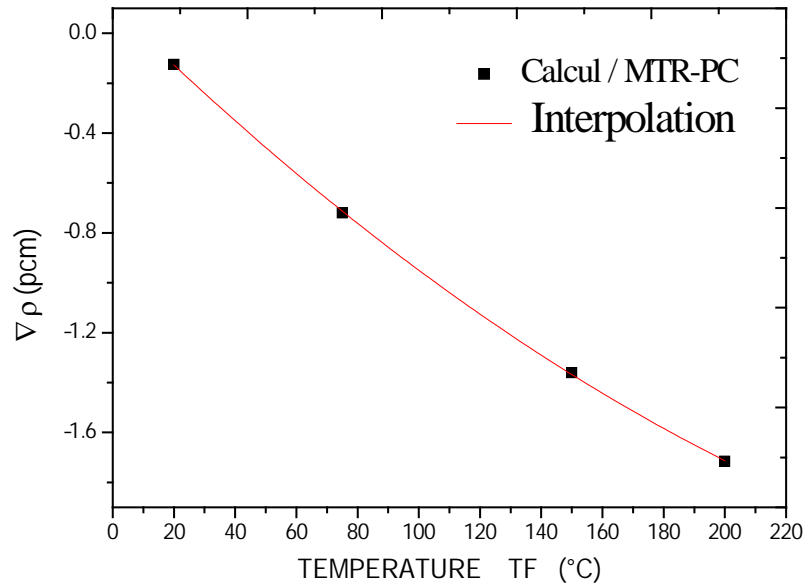


Figure IV.8 : Changement de la réactivité en fonction de la température du Combustible/10MW HEU

$$\Delta\rho(\text{pcm}) = 0.43852 - 0.01731 T_F + 3.32376 \cdot 10^{-5} T_F^2 \quad (34)$$

Le coefficient doppler est donc déterminé par les données précédentes en utilisant la définition donnée au chapitre II. Ce coefficient est représenté sur la figure **IV.9**.

En général, pour de larges variations de températures, les coefficients de réactivité présentent une non-linéarité dans leur évolution en fonction de la température ; ils sont souvent approximés par des fonctions du type polynomial [28].

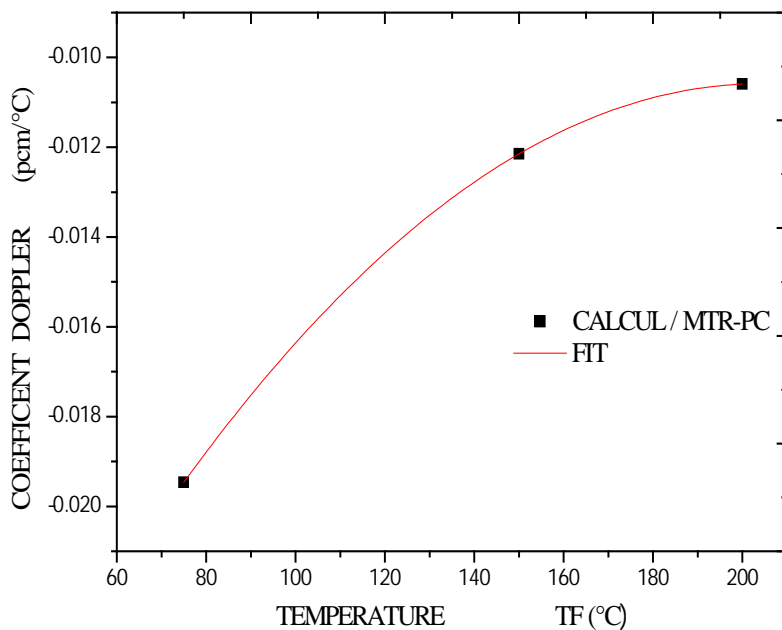


Figure IV.9 : Évolution du coefficient Doppler en fonction de la température du fuel/10MW AIEA

L'interpolation des données de ce coefficient donne l'équation suivante :

$$\alpha_F \left(\frac{pcm}{^\circ C} \right) = -0.03277 + 2.1724 \cdot 10^{-4} T_F - 5.3188 \cdot 10^{-7} T_F^2 \quad (35)$$

IV.9.1.1. Résultats et inter comparaisons du coefficient Doppler 10MW HEU :

Nos résultats de calcul (DPAN) par le code CITATION ont été comparés à ceux d'autres Laboratoires tel que le laboratoire ANL (USA) avec lequel nous constatons un bon accord.

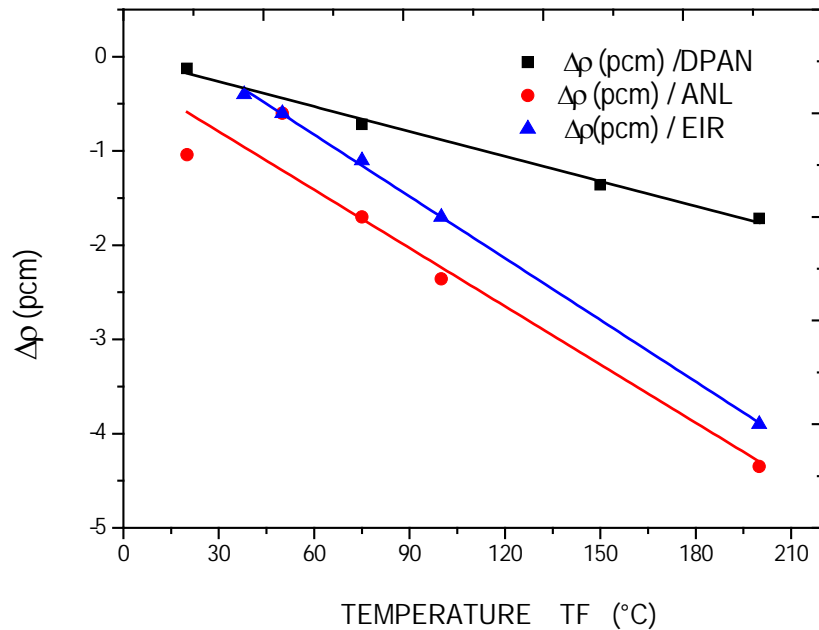


Figure IV.10 : Inter Comparaison du Δρ en fonction de la température du Combustible

IV.9.2 Détermination du coefficient de la température du modérateur pour le Benchmark 10 MW de l’AIEA :

En application de la même procédure de calcul que précédemment, le coefficient de température du modérateur est déterminé en gardant constantes les températures du combustible et de la gaine et en variant uniquement la température du modérateur. Les résultats sont présentés sur le tableau suivant

Tableau IV.6: Calcul du coefficient de température du modérateur pour 10 MW /AIEA

T_m (°C)	k_{eff}	ρ (pcm)	$\Delta\rho$ (pcm)	a_M (pcm/°C)
20	1.0604931	0.057042427	179.45	9.96973
38	1.0584787	0,055247876	-----	
50	1.0571619	0,054071094	-117.6782	-9.80652
75	1.0544262	0.051616889	-363.0987	-9.81348
100	1.0517590	0.049211844	-603.6032	-9.73554

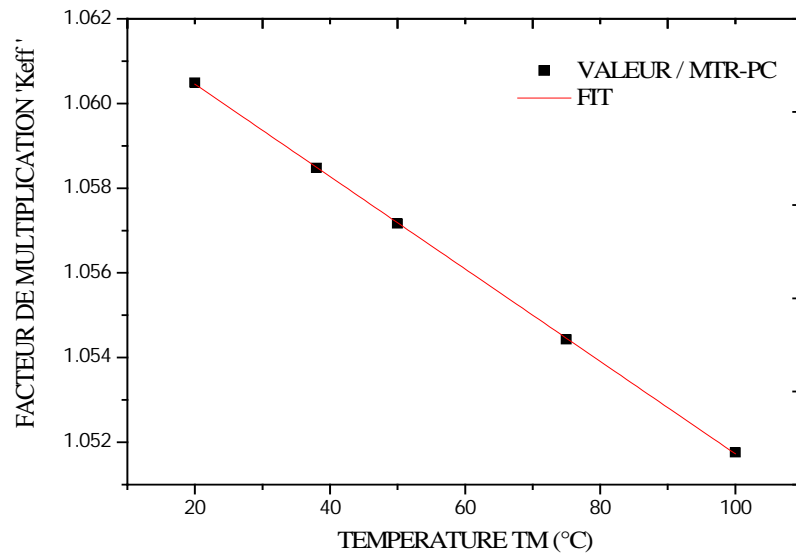


Figure IV.11: Évolution du facteur de multiplication en fonction de la température de modérateur/10MW .HEU. AIEA

$$k_{eff} = 1.06264 - 1.09141 \cdot 10^{-4} T_M \quad (36)$$

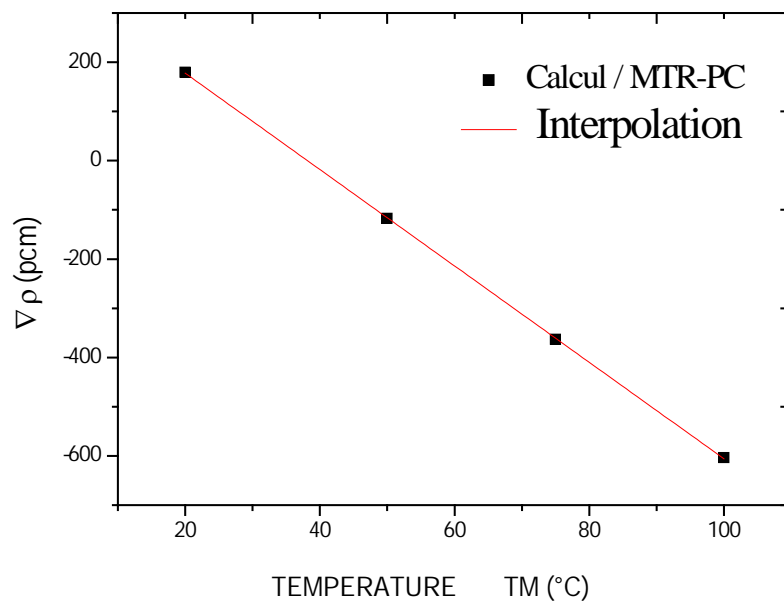


Figure IV.12 : Changement de réactivité en fonction de la température de modérateur/10MW .HEU. AIEA

$$\Delta\rho(\text{pcm}) = 373.62 - 9.79344 * T_M \quad (37)$$

IV.9.2.1. Résultats et inter comparaisons du coefficient Modérateur (IAEA 10MW HEU)

Nos résultats de calcul (DPAN) par le code CITATION ont été comparés aux résultats des laboratoires ANL (USA) et JEN (Espagne). Nous constatons un accord acceptable avec les calculs des deux laboratoires. Un bon accord est observé à basse température. Des déviations grandissantes apparaissent au fur et à mesure que la température d'élève au-dessus de 60°C. Ceci peut s'expliquer particulièrement par les différences qui existent entre les bases de données nucléaires utilisées.

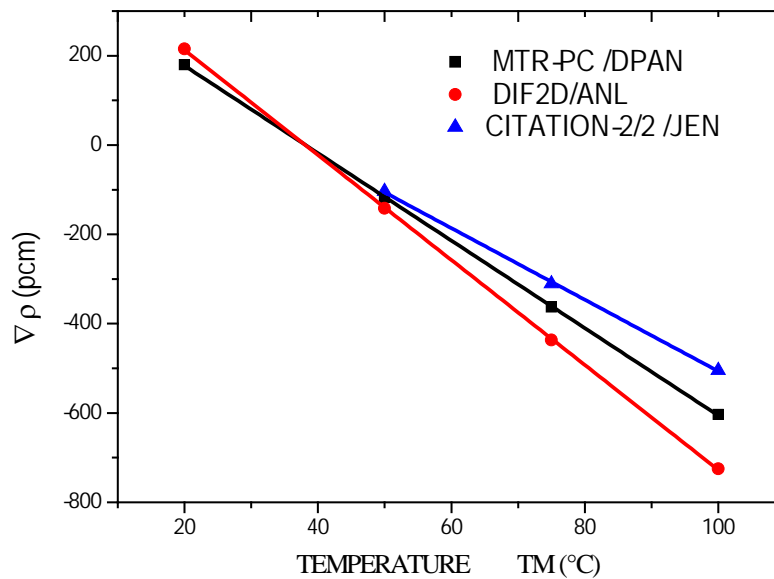


Figure IV.13 : Changement de la réactivité en fonction de la température du Modérateur

IV.9.3. Détermination du coefficient de densité du modérateur pour IAEA 10 MW :

En application de la même procédure de calcul que précédemment, le coefficient de température du densité est déterminé en gardant la température du combustible, gaine et modérateur constantes et en variant uniquement la densité du modérateur. Les résultats sont présentés sur le tableau suivant :

$$T_F = 293 \text{ K}, T_C = 293 \text{ K}, T_M = 293 \text{ K} : \text{modérateur (H}_2\text{O)} ;$$

Les résultats sont donnés sur la table IV.7. Pour une exploitation de ces résultats, l'effet densité est corrélé avec la température correspondante en assumant une faible variation de la pression locale.

Tableau IV.7: Calcul du coefficient de température du modérateur ‘ Densité’ pour 10 MW/AIEA

<i>Densité (g/cm3)</i>	<i>T_m</i> (°C)	<i>k_{eff}</i>	<i>ρ(pcm)</i>	<i>Δρ (pcm)</i>	<i>α_M(pcm/°C)</i>
0.9982	4	1.0535084	0.05079	145	-4.265
0.993	20	1.0531461	0.05047	113	-6.278
0.988	38	1.0518982	0.04934	-----	
0.975	50	1.0506791	0.04824	-110	-9.167
0.958	100	1.0436506	0.04182	-752	-12.12

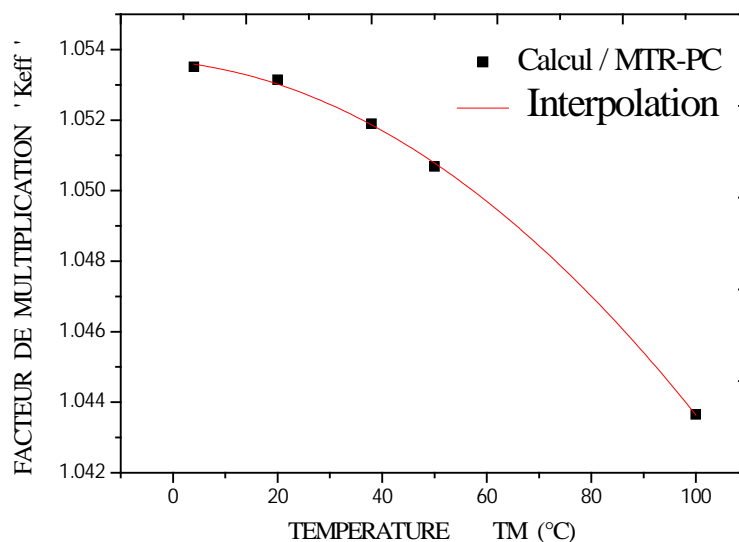


Figure IV.14 : Évolution du Facteur de Multiplication en Fonction de la Variation de Température de modérateur.

$$k_{eff} = 1.05366 - 1.47171 \cdot 10^{-5} T_M - 8.54925 \cdot 10^{-7} T_M^2 \quad (38)$$

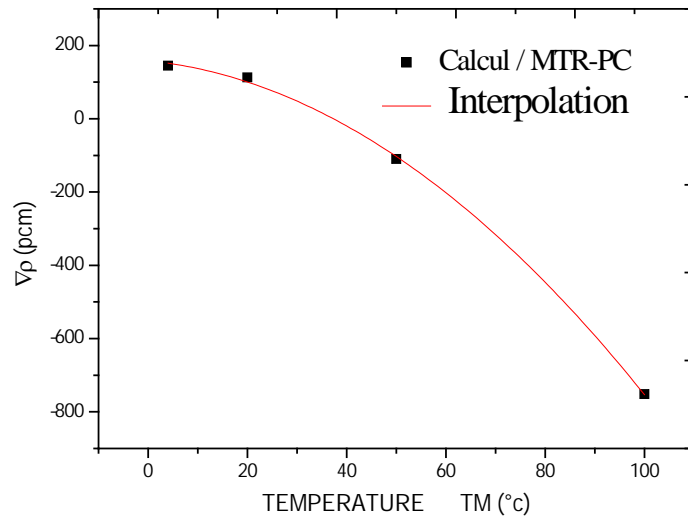


Figure IV.15 : Changement de la réactivité en fonction de la de la variation de la température de Modérateur/ 10 MW HEU.

$$\Delta\rho(\text{pcm}) = 158.4106 - 1.3412T_M - 0.07775T_M^2 \quad (39)$$

IV.9. 3.1. Résultats et inter comparaisons du coefficient de densité (IAEA 10MW HEU) :

Nos résultats de calcul (DPAN) par le code CITATION ont été comparés aux résultats des laboratoires ANL (USA) et EIR (Suisse). Nous constatons une allure reproductible avec les calculs du laboratoire ANL. Les différences sont attribuées à données nucléaires utilisées par chaque code.

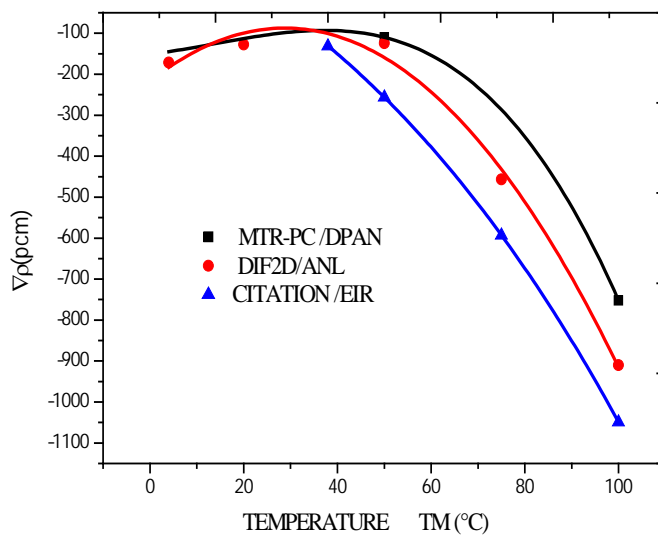


Figure IV.16 : Changement de la réactivité en fonction de la température du Modérateur /10MW HEU

IV.10. Détermination des coefficients de température de la réactivité α_i pour le réacteur 10MW /AIEA : LEU (cœur frais) :

IV.10.1 Détermination du coefficient de la température du combustible :

Pour trouver le coefficient de température du combustible, nous avons fixé la température du modérateur et de la gaine puis nous avons fait varier la température du combustible. Nous avons obtenu les résultats qui sont présentés sur le tableau IV.8 et sur les figures IV.17 IV.18.

Tableau IV.8 : Calcul du coefficient de température du combustible : Cas Benchmark LEU

T_F (°C)	k_{eff}	$\rho(\text{pcm})$	$-\Delta\rho$ (pcm)	α_F (pcm/°C)
20	1.17856	0.15151	41.77	2.321
38	1.17798	0.15109		
50	1.1776	0.15082	-27.38	-2.283
75	1.17682	0.15025	-83.68	-2.262
100	1.17607	0.14971	-137.87	-2.224
150	1.17486	0.14883	-225.44	-2.013
200	1.17359	0.14791	-317.55	-1.960

$$k_{eff} = 1.17898 - 2.74618 \cdot 10^{-5} T_F \quad (40)$$

$$\Delta\rho(\text{pcm}) = 71.01577 - 1.97688 T_F \quad (41)$$

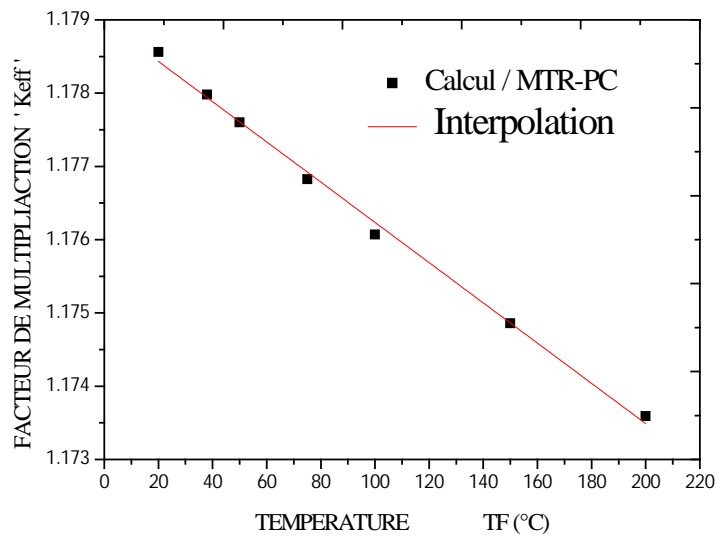


Figure IV.17 : Évolution du facteur de multiplication en fonction de la variation de température du fuel T_F

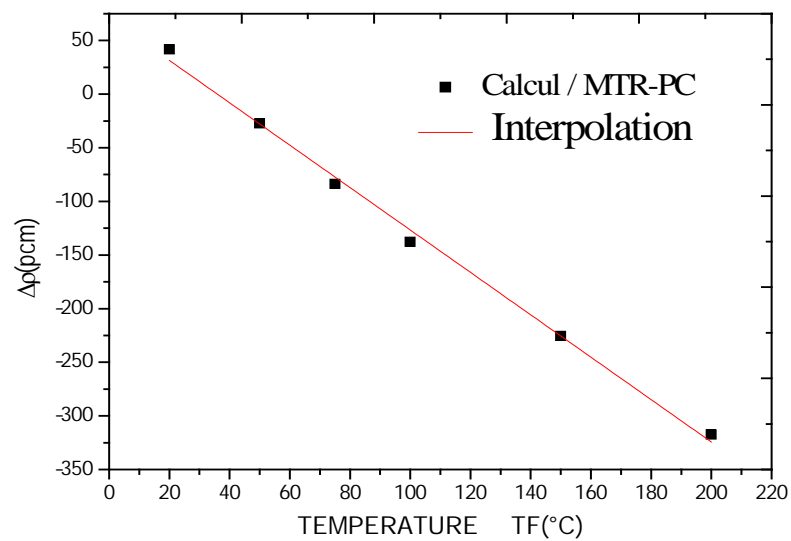


Figure IV.18 : Changement de la réactivité en fonction de la de la variation de la température de combustible / 10 MW LEU cœur frais

IV.10.2 Détermination du coefficient de la température du modérateur pour le réacteur 10 MW LEU /AIEA :

En application de la même procédure de calcul que précédemment, le coefficient de température du modérateur est déterminé en gardant constantes les températures du combustible et de la gaine et en variant uniquement la température du modérateur. Les résultats sont présentés sur le tableau suivant.

Tableau IV.9: Calcul du coefficient de température du modérateur pour 10 MW /AIEA

T_m (°C)	k_{eff}	$\rho(\text{pcm})$	$\Delta\rho$ (pcm)	α_M (pcm/°C)
20	1.17856	0.15151	104.52	5.81
38	1.17711	0.15046		
50	1.17615	0.14977	-69.341	-5.78
75	1.17413	0.14831	-215.617	-5.83
100	1.17214	0.14686	-360.213	-5.81

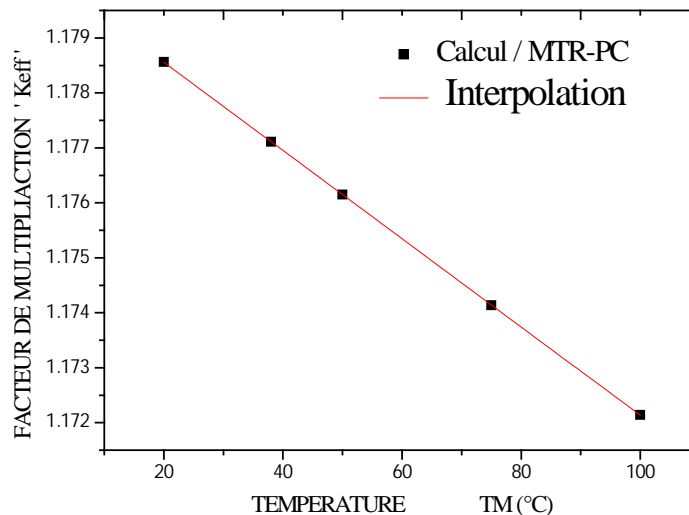


Figure IV.19: Évolution du facteur de multiplication en fonction de la variation de la température de modérateur T_M

$$k_{eff} = 1.18016 - 8.03045 \cdot 10^{-5} T_M \quad (42)$$

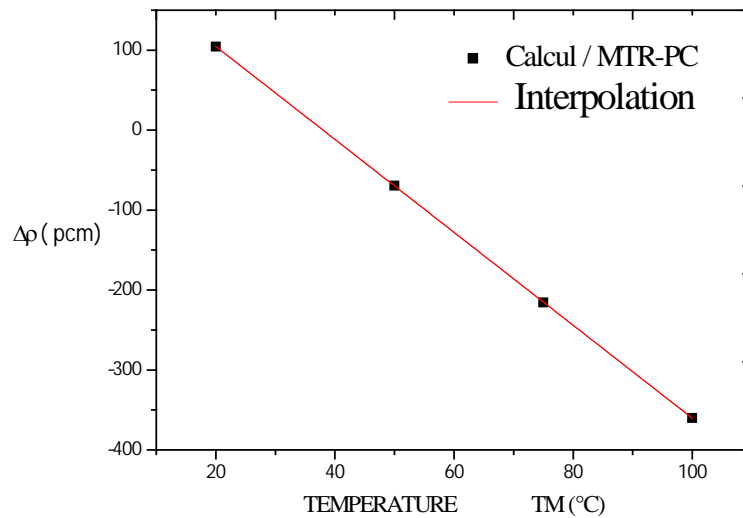


Figure IV.20 : Changement de la réactivité en fonction de la variation de la température de Modérateur/ 10 MW LEU cœur frais.

$$\Delta\rho(\text{pcm}) = 220.88102 - 5.81296T_M \quad (43)$$

IV.10.3.Détermination du coefficient de la température du modérateur (Densité) pour le réacteur 10 MW /AIEA :

En application de la même procédure de calcul que précédemment, le coefficient de température de la densité est déterminé en gardant constantes la température du combustible, gaine et Modérateur et en variant uniquement la densité du modérateur. Les résultats sont présentés sur le tableau suivant :

$$T_F = 293 \text{ K,}$$

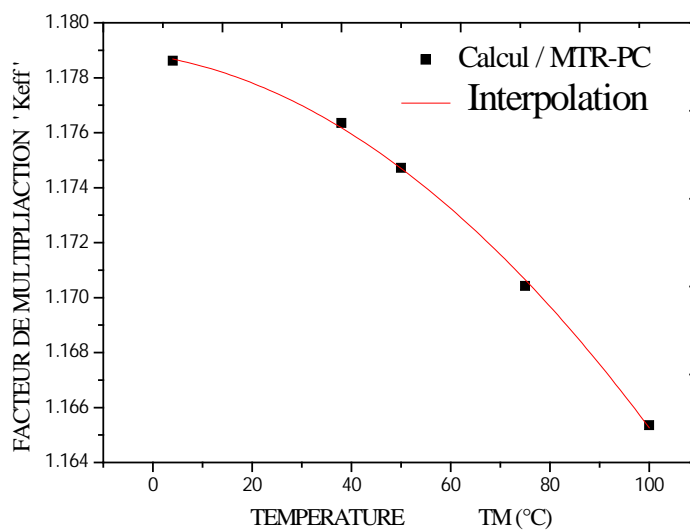
$$T_C = 293 \text{ K}$$

$$T_M = 293 \text{ K}$$

M : modérateur (H_2O) ;

Tableau IV.10: Calcul du coefficient de température du modérateur ‘ de densité’ pour 10 MW /AIEA

<i>Densité (g /cm3)</i>	TM (°C)	k_{eff}	$\rho(\text{pcm})$	$\Delta\rho (\text{pcm})$	$\alpha \text{ densité (pcm/°C)}$
1	4	1.1786169	0.151547	163.5	4.80
0.993	38	1.1763489	0.149912		
0.988	50	1.1747190	0.148732	-118	-9.83
0.975	75	1.1704204	0.145606	-430.6	-11.64
0.958	100	1.1653574	0.141894	-801.8	-12.93

**Figure IV.21 :** Évolution du facteur de multiplication en fonction de la variation de la température de Modérateur/ 10 MW LEU cœur frais.

$$k_{eff} = 1.17881 - 2.87639 \cdot 10^{-5} T_M - 1.0676 \cdot 10^{-6} T_M^2 \quad (44)$$

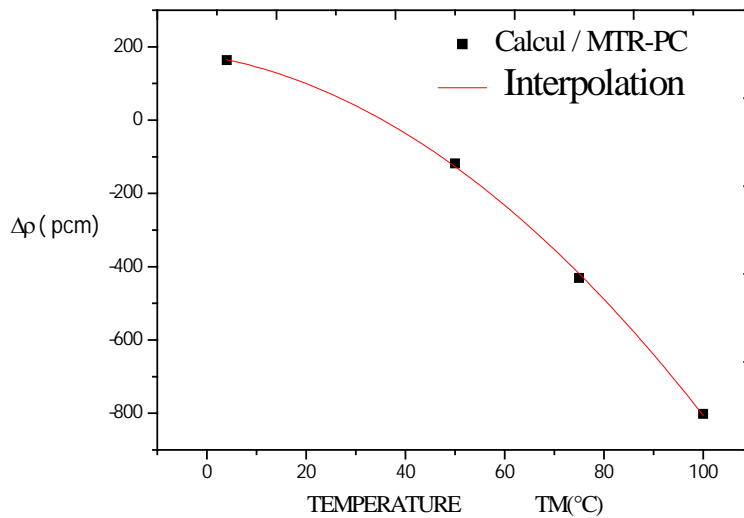


Figure IV.22 : Changement de la réactivité en fonction de la variation de la température de Modérateur/ 10 MW LEU cœur frais

$$\Delta\rho(\text{pcm}) = 175.40396 - 2.27261 T_M - 0.07541 T_M^2 \quad (45)$$

IV.11. Modélisation du réacteur NUR et détermination des coefficients de feedback :

IV.11.1. Description du Réacteur NUR :

Le réacteur nucléaire NUR [3], premier réacteur Algérien, a été construit par la société Argentine INVAP. Il a connu sa première criticité en mars 1989. Il a été mis en exploitation le 3 avril 1989. Le réacteur est exploité par le Centre de Recherche Nucléaire de Draria (CRND).

IV.11. 2.-Cellules représentative de la configuration du réacteur NUR :

Similairement au réacteur benchmark de l'AIEA, deux modèles d'éléments combustibles type MTR sont modélisés : l'élément combustible standard (SFE) et l'élément combustible de contrôle (CFE). Le SFE est fait de 19 plaques de combustible tandis que le CFE contient 14 plaques. La forme et les dimensions réelles de l'élément combustible de type MTR sont montrées dans la Figure IV.23.

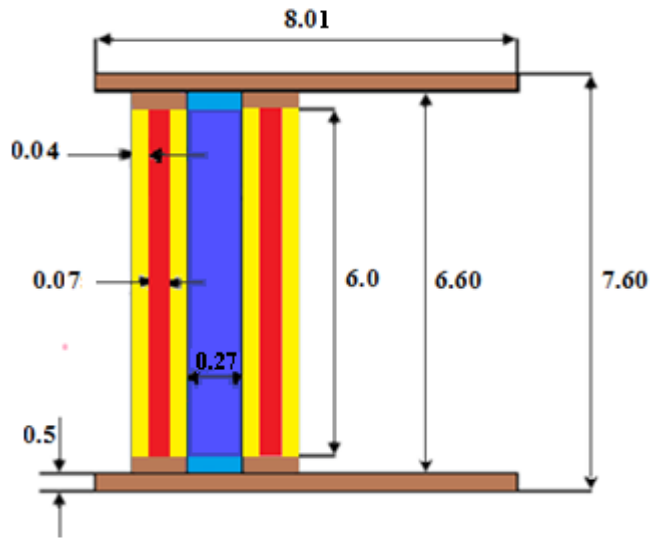


Figure IV.23 : Cellule Combustible du réacteur NUR

Pour le *SFE*, le modèle de cellule unitaire maintenu est un modèle à trois milieux (Figure IV.24) :

- . Milieu 1 : représentant le combustible U_3O_8 -Al.
- . Milieu 2 : Al de la gaine + Al de structure.
- . Milieu 3 : H_2O du modérateur (espace entre plaques + canaux des extrémités).

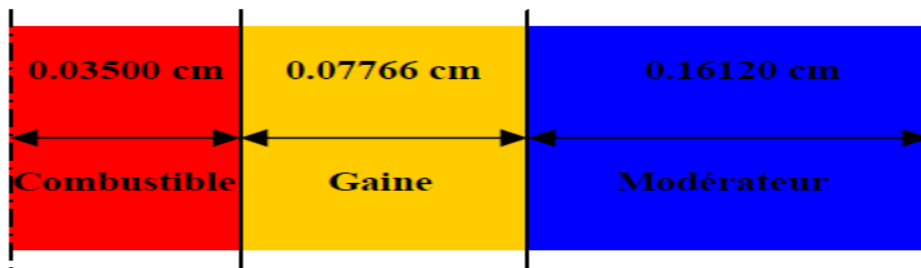


Figure IV.24: Représentation d'une cellule combustible standard SFE du réacteur NUR.

Pour des raisons de simplification, le CFE avec les lames absorbantes extraites est représenté par un modèle de macro-cellule à 3 milieux. Cependant, la représentation du CFE avec les lames absorbantes insérées est très compliquée.

IV.11.3. Détermination du coefficient de température pour le réacteur NUR :

IV.11.3.1 Détermination du coefficient de la température du Combustible 'DOPPLER' pour le réacteur NUR :

En application de la même procédure de calcul que précédemment, le coefficient de température du modérateur est déterminé en gardant constantes la température du combustible et de la gaine et en variant uniquement la température du modérateur. Les résultats sont présentés sur le tableau suivant :

$$T_M = 293 \text{ K}, T_C = 293 \text{ K} \quad M : \text{modérateur (H}_2\text{O)} ; C : \text{la gaine (Al)}.$$

Tableau IV.11 : Calcul du coefficient de température du combustible cas «NUR »

T_F (°C)	k_{eff}	$\rho(\text{pcm})$	$\Delta\rho$ (pcm)	α_F (pcm/°C)
20	1.04071	0.03912076		
38	1.04034	0.03877736	-34.34	-1.907
75	1.03959	0.03808232	-103.844	-1.888
100	1.03908	0.03761445	-150.631	-1.882
150	1.03818	0.03677766	-234.31	-1.802
200	1.03735	0.03600242	-311.834	-1.73

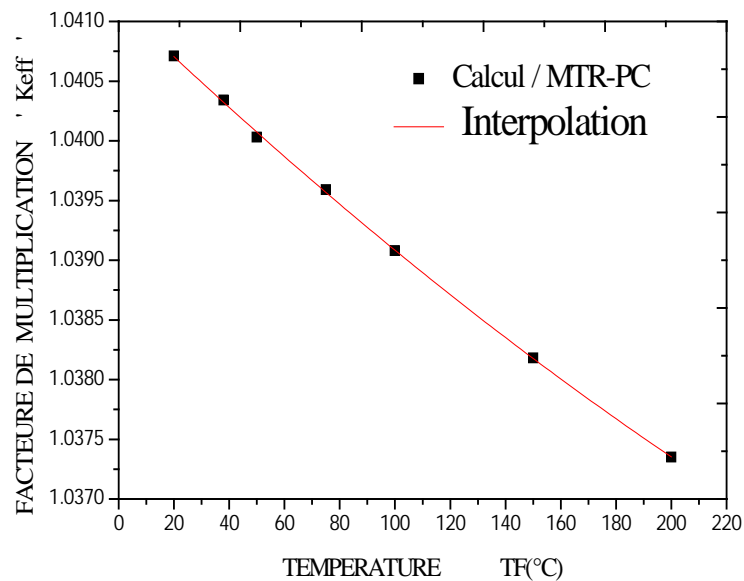


Figure IV.25 : Évolution du coefficient Doppler en fonction de la variation de la température de combustible TF (°C)/ NUR-X1.

$$k_{eff} = 1.04114 - 2.22189 \cdot 10^{-5} T_F + 1.6323910^{-8} T_F^2 \quad (46)$$

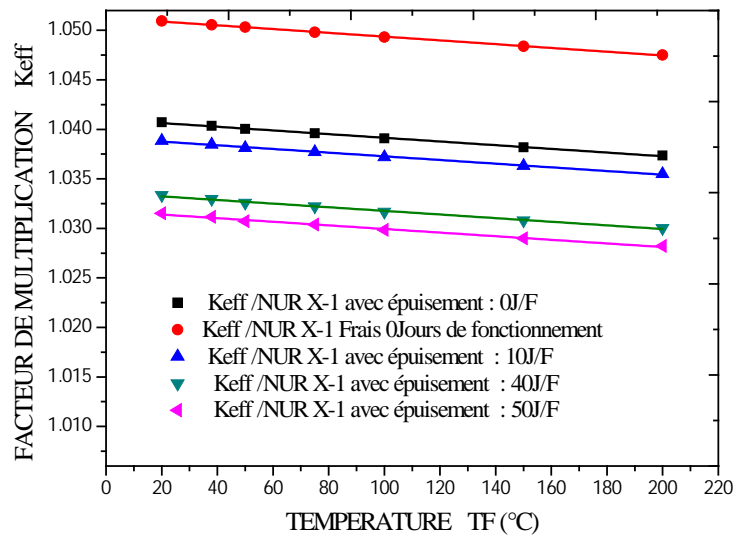


Figure IV.26 : Évolution du facteur de multiplication en fonction de la température du fuel pour différentes durées de fonctionnement de réacteur/ NUR - X1

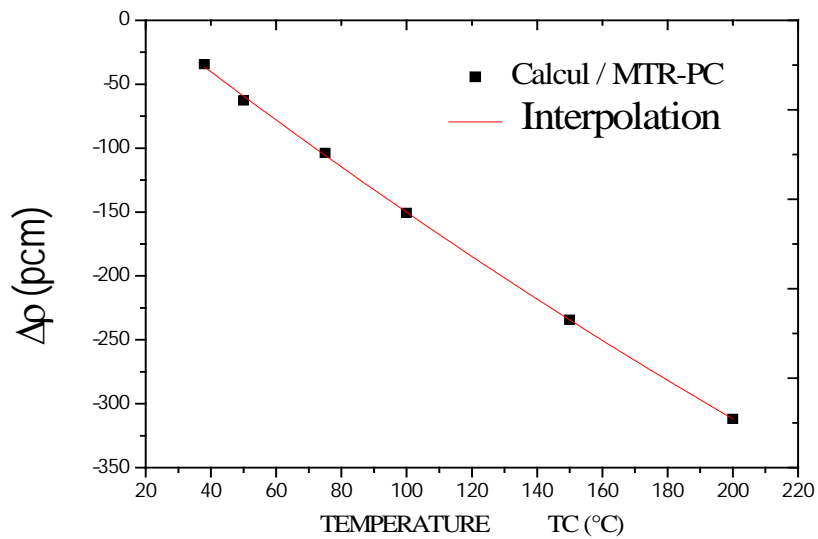


Figure IV.27 : Changement de la réactivité en fonction de la température du Combustible /NUR 'X-1'

$$\Delta\rho(\text{pcm}) = 38.51467 - 2.02367T_F + 0.00136T_F^2 \quad (47)$$

IV.11.3.1.1 Coefficient de la température du Combustible ‘DOPPLER’ pour le réacteur NUR et pour des différents périodes de fonctionnement.

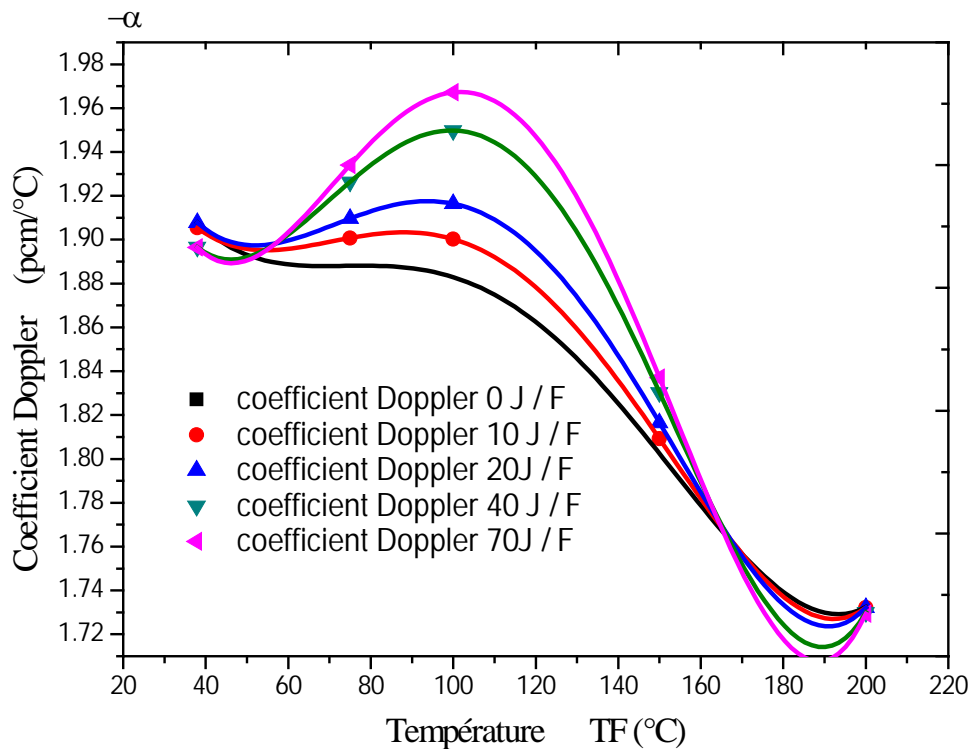


Figure IV.28 : Évolution du coefficient de Combustible en fonction de la variation de température de combustible et en fonction de la durée de fonctionnement de réacteur / NUR -X1.

J/F dans la légende indique le nombre de jours de fonctionnement

D'après la figure nous constatons une variation importante du coefficient Doppler sur une gamme de température comprise entre 50 et 160° C, cela en raison de l'apparition des actinides (U238, Pu240, etc...) au fur et à mesure que la durée du fonctionnement augmente. L'augmentation de la concentration a un effet direct sur l'absorption des neutrons.

IV.11.3.2. Détermination du coefficient de la température du Modérateur pour le réacteur NUR :

En application de la même procédure de calcul que précédemment, le coefficient de température du modérateur est déterminé en gardant constantes la température du combustible et de la gaine et en variant uniquement la température du modérateur. Les résultats sont présentés sur le tableau suivant :

$T_f = 293 \text{ °K}$, $T_C = 293 \text{ °K}$, M : modérateur (H_2O) ; G : la gaine (Al).

Tableau IV.12 : Calcul du coefficient de température du Modérateur cas «NUR »

$T_c \text{ (°C)}$	k_{eff}	$\rho(\text{pcm})$	$\Delta\rho \text{ (pcm)}$	$\alpha_M \text{ (pcm/°C)}$
20	1,04071	0,03912076		
38	1,03841	0,03698628	-213,48	-11,86
50	1,03691	0,03559373	-352,703	-11,76
75	1,03386	0,03275414	-636,662	-11,57
100	1,03086	0,02993194	-918,3882	-11,48

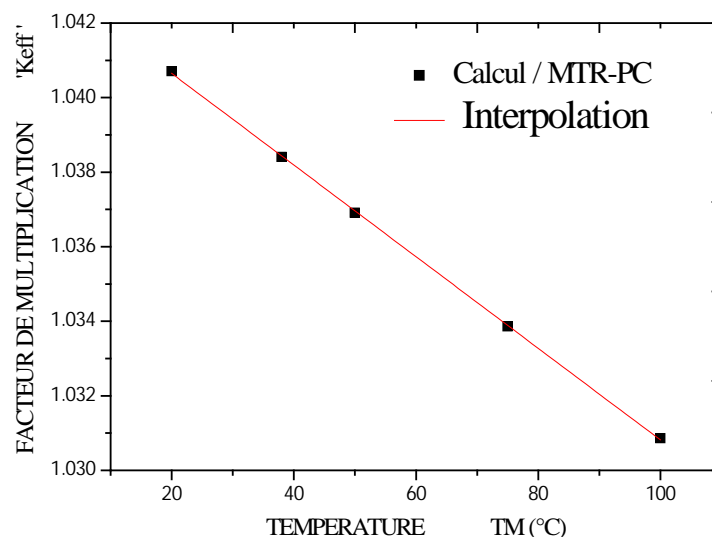


Figure IV.29 : Evolution du facteur de multiplication effectif en fonction de la température du modérateur (sans changement de la densité) du réacteur NUR"

$$k_{eff} = 1.04311 - 1.22917 \cdot 10^{-4} T_M \tag{48}$$

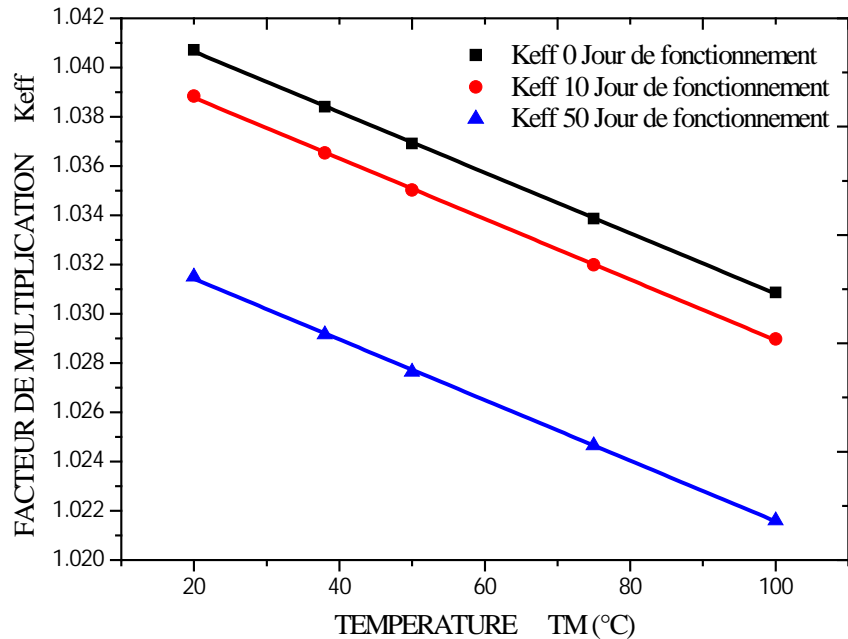


Figure IV.30 : Evolution du facteur de multiplication effectif en fonction de la température du modérateur (sans changement de la densité) pour les différentes périodes de fonctionnement du réacteur NUR"

La figure nous montre que lorsque la température du modérateur augmente le facteur de multiplication k_{eff} diminue, cela est dû changement des propriétés physiques du modérateur, dans notre cas l'eau (densité), qui a un effet direct sur la section efficace macroscopique en favorisant plus de fuites des neutrons (moins de modération).

Sur la même figure nous pouvons dire que lorsque la durée de fonctionnement de l'installation augmente il y a une diminution du facteur de multiplication k_{eff} , cela peut être expliqué d'une part par la consommation de l'U-235 et d'autre part de l'apparition des actinides qui ont un effet négatif sur la valeur du facteur de multiplication.

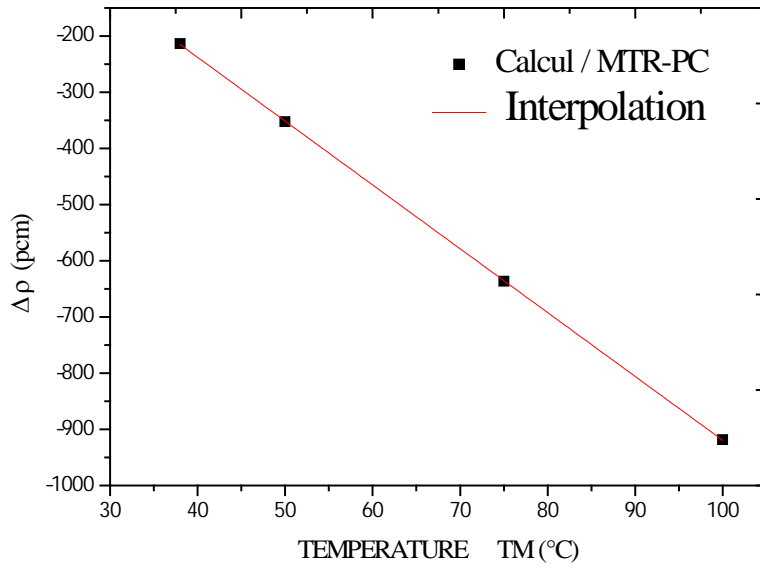


Figure IV.31 : Changement de la réactivité en fonction de la température du Modérateur/NUR

-X1

$$\Delta\rho(\text{pcm}) = 216.63761 - 11.36039T_M \quad (49)$$

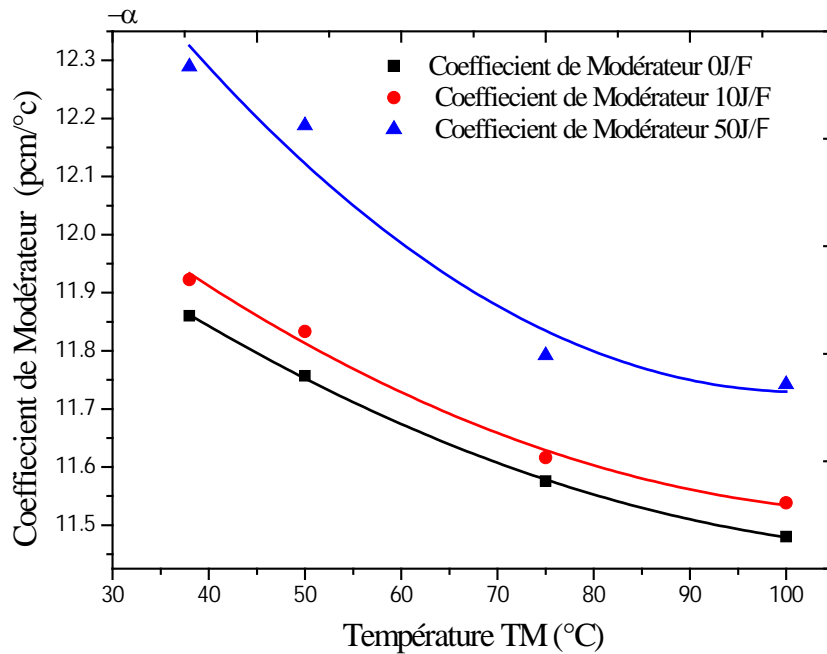


Figure IV.32 : Évolution du coefficient de Modérateur /NUR

L'augmentation de la valeur du coefficient du modérateur observée en fonction la durée de fonctionnement sur la figure est liée à la production d'actinides. En effet, les absorptions rapides sont favorisées suite à la réduction de la thermalisation des neutrons par effet de densité ; ce qui favorise l'absorption.

IV.11.3.3. Détermination du coefficient du Densité pour le réacteur NUR :

En application de la même procédure de calcul que précédemment, le coefficient de température de la densité est déterminé en gardant constantes la température du combustible, gaine et Modérateur et en variant uniquement la densité du modérateur. Les résultats sont présentés sur le tableau suivant :

$T_f = 293 \text{ K}$, $T_C = 293 \text{ K}$, $T_M = 293 \text{ K}$: modérateur (H_2O) ; C : la gaine (Al).

Tableau IV.13 : Calcul du coefficient de densité de Modérateur cas «NUR »

<i>Densité</i>	T_c (°C)	K_{eff}	$\rho(\text{pcm})$	$\Delta\rho$ (pcm)	α_D (pcm/°C)
0,998	20	1,04059	0,0390091		
0,996	30	1,04007	0,0385237	-48,54	-4,854
0,992	40	1,03903	0,0375624	-144,67	-7,2335
0,983	60	1,03666	0,0353605	-364,86	-9,1215
0,969	80	1,03293	0,0318849	-712,42	-11,87367
0,658	100	1,02806	0,0272954	-1171,37	-14,64213

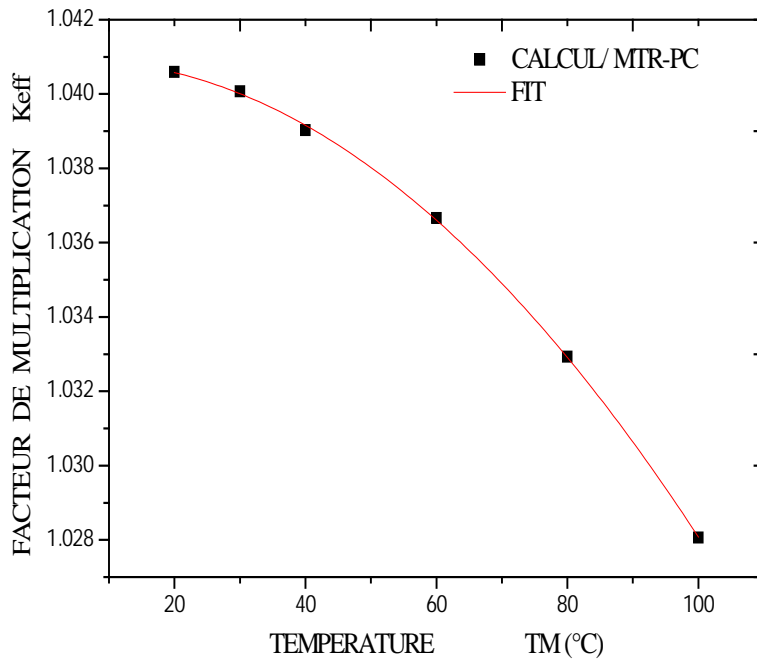


Figure IV.33 : " Evolution du facteur de multiplication effectif en fonction de la température du modérateur (avec changement de la densité) du réacteur NUR "

$$k_{eff} = 1.04086 + 1.444 \cdot 10^{-5} T_M - 1.42236 \cdot 10^{-6} T_M^2 \quad (50)$$

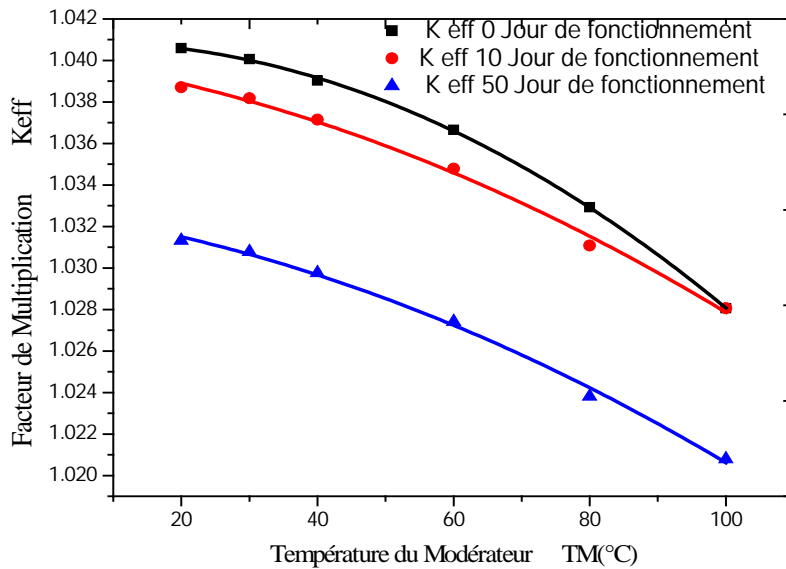


Figure IV.34 : Evolution du facteur de multiplication effectif en fonction de la température du modérateur (avec changement de la densité) du réacteur NUR pour des différents périodes de fonctionnement

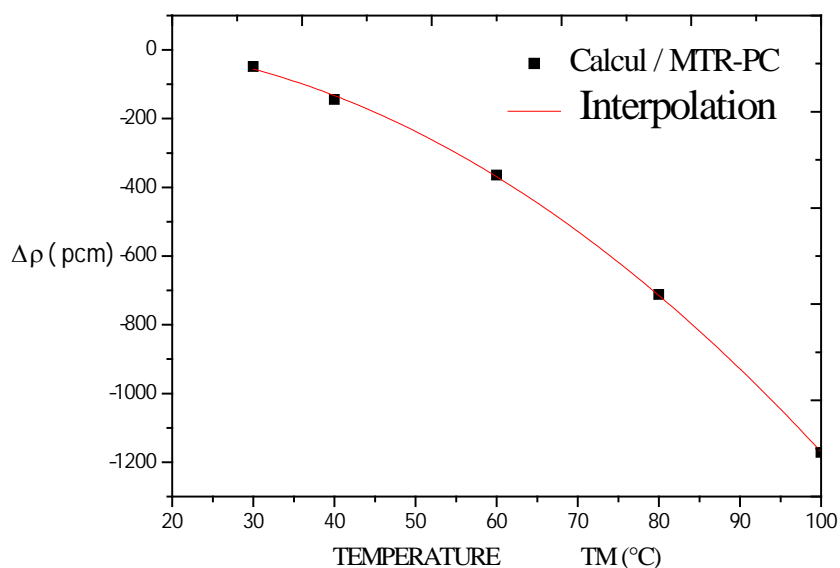


Figure IV.35 : Changement de la réactivité en fonction de la température du Modérateur/NUR -X1.

$$\Delta\rho(\text{pcm}) = 11.16815 + 1.87452T_M - 0.13684T_M^2 \quad (51)$$

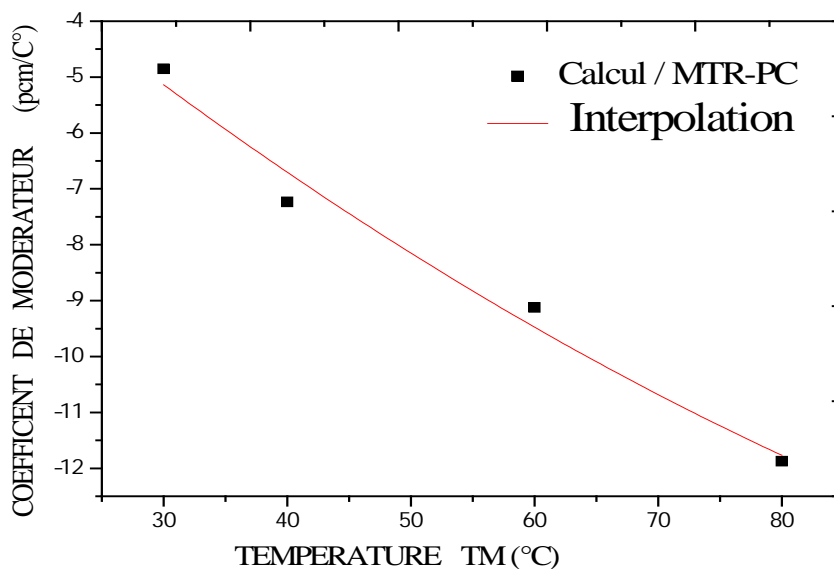


Figure IV.36 : Évolution du coefficient de Modérateur en fonction de la variation de température de modérateur /NUR X1

$$\alpha_d \left(\frac{\text{pcm}}{^\circ\text{C}} \right) = -0.28088 + 0.19859T_M - 5.99773 \cdot 10^{-4}T_M^2 \quad (52).$$

En effet le coefficient de modérateur c'est la somme des deux coefficients de modérateur avec la somme des deux effets séparés

$$\alpha_M \left(\frac{pcm}{^\circ C} \right) (\text{TOTAL}) = -12.60457 + 0.21299 * T_M - 11.95467 E^{-5} * T_M^2 \quad (53)$$

IV.12. Variation du k_{eff} en fonction du temps de fonctionnement :

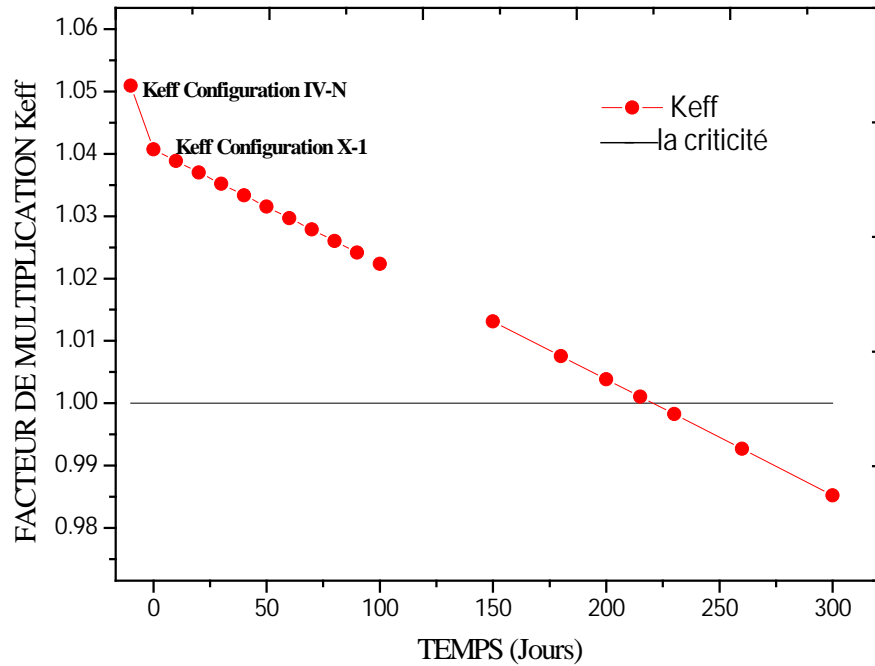


Figure IV.37 : Evolution du facteur de multiplication pour les différents périodes de fonctionnement de réacteur / NUR -X1

$$k_{\text{eff}} = 1.04185 - 1.90808 \cdot 10^{-4} T \quad (T \text{ en jours}) \quad (54)$$

Dans cette figure on constate que le facteur de multiplication diminue en fonction du temps de fonctionnement du réacteur NUR. Cela est dû à la consommation de l'U-235 d'une part et l'apparition d'actinides d'autre part.

Tableau IV.14: Coefficients de température des différents laboratoires internationaux / IAEA
10 MWHEU et LEU [10]

L'effet	Réacteurs	DPAN	ANL [3]	EIR [3]	JEN [3]	LSN [26]
L'intervalle de Température 38°C – 50°C						
Doppler: α_F	HEU	0.01946	0.055	0.02	0.0197	0.023
	LEU	2.28	2.58	2.16	3.03	2.22
Température de Modérateur : α_M	HEU	9.80	11.9	11.6	8.53	9.7
	LEU	5.77	8.1	8.2	6.68	7.1
Densité du Modérateur : α_d	HEU	9.16	10.4	10.4	18.84	7.8
	LEU	10.33	12.3	11.7	20.87	10.5
Modérateur $\alpha_M + \alpha_d$	HEU	18.97	22.3	22.0	29.4	18.5
	LEU	16.10	20.4	19.9	27.55	17.6
DPAN : Division de Physique et application Nucléaire/ ALGERIE ALN: Argonne National Laboratory/USA EIR: Switzerland Laboratory/USA JEN: Junta de Energia Nuclear/Espagne LSN : Laboratoire de sureté Nucléaire (CRNA)/ALGER						

* : La valeur du Coefficient Doppler: α_{TF} (DPAN) est calculée dans la marge de température 38-75

** : LEU : le calcul a été fait pour LEU Cœur frais.

Tableau IV.15 : coefficient isotherme de température pour différents laboratoires - cas du réacteur NUR

Laboratoire/Code utilisée / Configuration du réacteur L'effet	DPAN / MTR-PC NUR X-1	LSN / WIMS D4 et MUDICO-2D NUR IV-N
Marge de Températures 20-80		
Doppler: α_F	1.885	2.13
Coefficient de Modérateur α_M	11.57	7.93
Coefficient de Densité : α_d	11.87	14.52
Coefficient total du Modérateur $\alpha_M + \alpha_D$	23.44	22.45

Chapitre V

Analyse d'un Accident d'Insertion de Réactivité/
10MW. AIEA. HEU, LEU et NUR

V.1. Introduction :

L'analyse de sûreté d'exploitation des réacteurs nucléaires de recherche prévoit des évènements qui doivent être pris en considération en raison des probabilités de défaillance des systèmes et des équipements qui assurent le refroidissement du cœur ainsi que son contrôle. Ces évènements sont généralement classés dans deux catégories d'accidents à savoir les transitoires d'insertion de réactivité positive (RIA) et les transitoires de perte de débit du réfrigérant (LOFA).

Dans ce travail, nous avons simulé un seul transitoire d'insertion rapide de réactivité positive noté FRIA (1.5\$ /0.5sec). Pour trois type de réacteur 10MW HEU, LEU préconisé par l'AIEA et NUR.

L'analyse d'accident a été effectuée à l'aide du code EXCURS-3-RR [6], basé sur la résolution de l'équation de la cinétique point avec la Méthode AIREK.

Les paramètres cinétiques et thermo hydraulique doivent être identifiés d'une façon très précise car ils jouent un rôle crucial dans l'étude des transitoires.

V.2. Paramètres physiques, cinétiques et thermo hydraulique du réacteur 10MW et NUR.

Les paramètres cinétiques, thermo hydrauliques ainsi que les caractéristiques thermiques de ces cœurs Benchmark sont repris dans les tableaux V.1, V.2 et V.3.

Tableau V.1 : Propriétés physiques du fuel dans le cas LEU et HEU du réacteur 10 MW de l'AIEA et NUR [3]

Paramètres	Zones	Unités	LEU	HEU	NUR
Conductivité thermique	Fuel	W/ m K	50	158	50
	Gaine	W/ m K	180	180	180
Chaleur spécifique	Fuel	J / kg K	340	728	340
	Gaine	J /kg K	892	892	892

Tableau V.2: Paramètres cinétiques du réacteur 10 MW de l'AIEA HEU, LEU et NUR [3,22]

Paramètres	Unités de mesure	HEU	LEU	NUR
Durée de vie des neutrons prompts	μsec.	55.960	43.740	65.46
β effectif	pcm	760.70	727 .50	800.0
Facteur de forme		2.52	2.52	2.27

Tableau V.3 : Paramètres thermo hydrauliques du réacteur 10 MW /AIEA et NUR [3,25].

Paramètres	Unités de mesure	Valeurs 10 MW /AIEA	Valeurs NUR
Section de passage totale de l'eau	m ²	8.579273 10 ⁻²	5.32686010 ⁻²
Volume total du combustible	m ³	1.062210 10 ⁻²	0.769734 10 ⁻²
Densité de référence de l'eau	kg / m ³	993.2	992.3
Débit massique du fluide	m ³ /hr	1000	220
Température d'entrée du fluide	°C	38	38

V.3. Modèle de Feedback adopté dans EXCURS-3-RR

Le code EXCURS-3-RR, dans sa version d'origine, représente la contribution des effets de « feedback » par la variation des températures moyennes du fuel et du modérateur. En d'autres termes, il utilise des coefficients constant durant tout le transitoire pour le combustible (α_f) et pour le modérateur (α_M).

Bien que la relation entre les variables thermiques mesurées et les changements de réactivité correspondants soit non-linéaire, il a été supposé que pour des faibles variations, cette même relation peut devenir linéaire et c'est sous cette forme qu'elle est modélisée dans le code EXCURS-3-RR.

$$\alpha_F = a_1 T_f \quad (55)$$

$$\alpha_M = b_1 T_M \quad (56)$$

Où : a_1, b_1 sont des coefficients de « feedback » à faire entrer au code.

Cette supposition peut s'avérer raisonnable pour les faibles perturbations de réactivité mais non justifiée pour une insertion rapide et élevée de réactivité au-dessus du seuil prompt ($\rho > \beta$). C'est pourquoi, pour tenir compte de la variation axiale de la température du fuel et du modérateur, un nouveau modèle a été implémenté dans le code EXCURS-3-RR. Il permettra d'obtenir une meilleure estimation de la contribution des feedbacks. La modification a porté sur la sous-routine RANAL du code EXCURS-3-RR, dédiée au calcul de la réactivité totale du système.

Les coefficients calculés précédemment serviront alors de données d'entrée du code.

Les calculs par les deux différents types de modèles de rétroaction sont utilisés dans cette étude pour mettre en évidence l'impact du modèle polynomial. L'application a été faite pour un accident d'insertion de réactivité dans les réacteurs benchmark 10MW HEU [3].

Les seuls effets de « feedback » considérés pour le calcul de la réactivité totale du système tiennent compte des effets de température du combustible et du modérateur.

Afin de vérifier cet important résultat, le problème Benchmark et NUR serviront de base pour la confrontation des deux modèles.

V.4. - ETUDE DES TRANSITOIRES DE REACTIVITE (FRIA)

V.4.1 Hypothèses de l'étude

La simulation que nous considérons dans cette thèse comporte les cas suivants :

- Un transitoire d'insertion rapide de réactivité, où 1.5 \$ est insérée en 0.5 seconde dans le réacteur à l'état critique à une puissance initiale de 1Watt.
- Le système de sûreté du réacteur se déclenche quand la puissance atteint 120% de la puissance nominale avec un retard de 25 ms pour l'insertion des barres de contrôle.

V.5. Paramètres de protection extérieure et intrinsèque des réacteurs

Nucléaires

Table V.4. Paramètres de protection extérieure et intrinsèque des réacteurs

nucléaires

PARAMETRE	UNITE	HEU	LEU	NUR
Anti-réactivité totale des barres de contrôle	\$	20	20	14.12
Coefficients de température Moyennée				
Combustible	pcm/°C	- 0.01946	-2.283	-1.907
Modérateur	pcm/°C	- 9.8	-5.78	-11.86
densité	pcm/°C	-9.16	-9.83	-7.23
Nouveaux Coefficients de température Polynomial				
Combustible	pcm/°C	$-0.03277 + 2.1724 \cdot 10^{-4} T_F - 5.3188 \cdot 10^{-7} T_F^2$	$-2.36207 + 0.00131 T_F + 4.06446 \cdot 10^{-6} T_F^2$	$-1.91373 - 7.4249 \cdot 10^{-5} T_F + 4.9882310 \cdot 10^{-6} T_F^2$
Modérateur	pcm/°C	$-10.0676 + 0.00591 T_M - 2.71594 \cdot 10^{-5} T_M^2$	$-5.82232 + 6.75188 T_M + 4.53657 T_M^2$	$-12.32369 + 0.0144 T_M - 5.95694 \cdot 10^{-5} T_M^2$
Densité	pcm/°C	$-3.76263 - 0.13353 T_M + 4.99068 \cdot 10^{-4} T_M^2$	$-4.27165 - 0.135 T_M + 4.85206 T_M^2$	$-0.28088 + 0.19859 T_M - 5.99773 \cdot 10^{-4} T_M^2$

V.6 Résultats des calculs dynamiques :

V.6.1.L'analyse d'un Accident d'Insertion de Réactivité (FRIA) / AIEA 10MW. HEU :

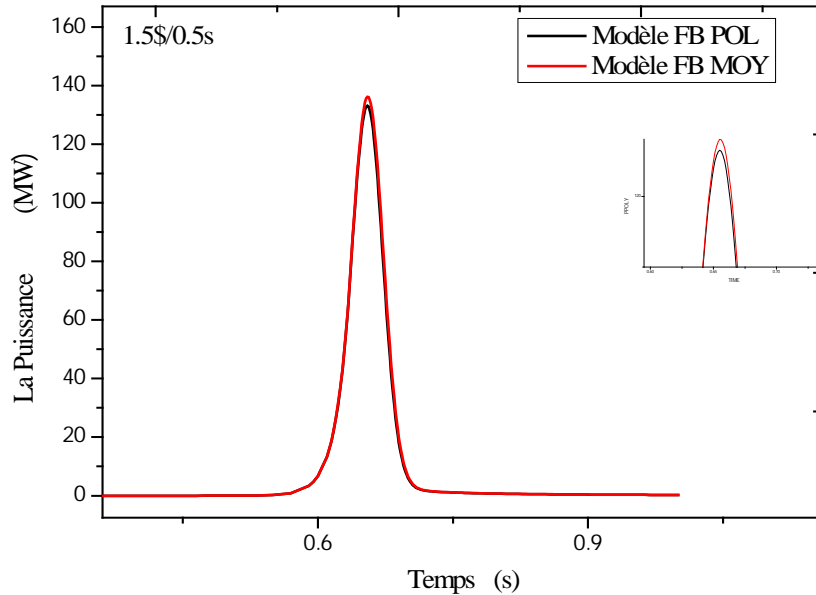


Figure V.1 : Evolution de la puissance du réacteur 10 MW /HEU pour les deux modèles FB

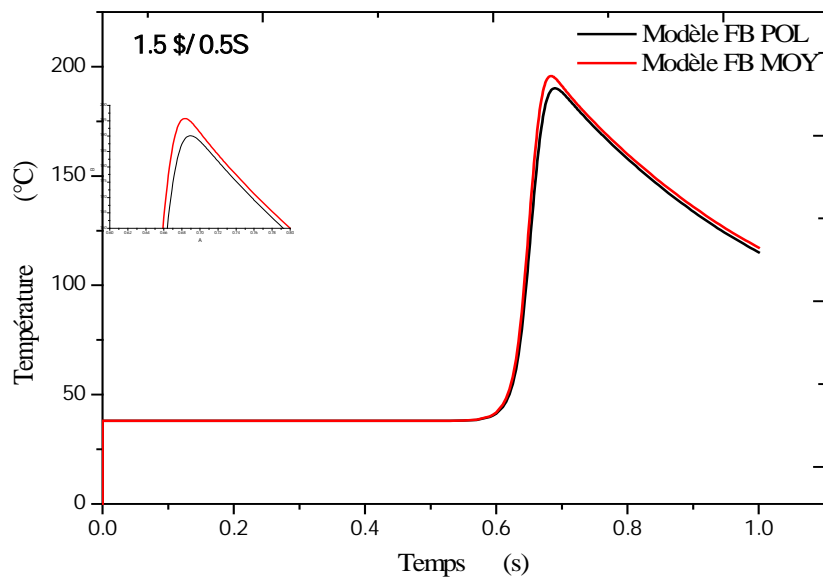


Figure V.2 : Evolution de la température du combustible du réacteur 10 MW /HEU pour les deux modèles FB

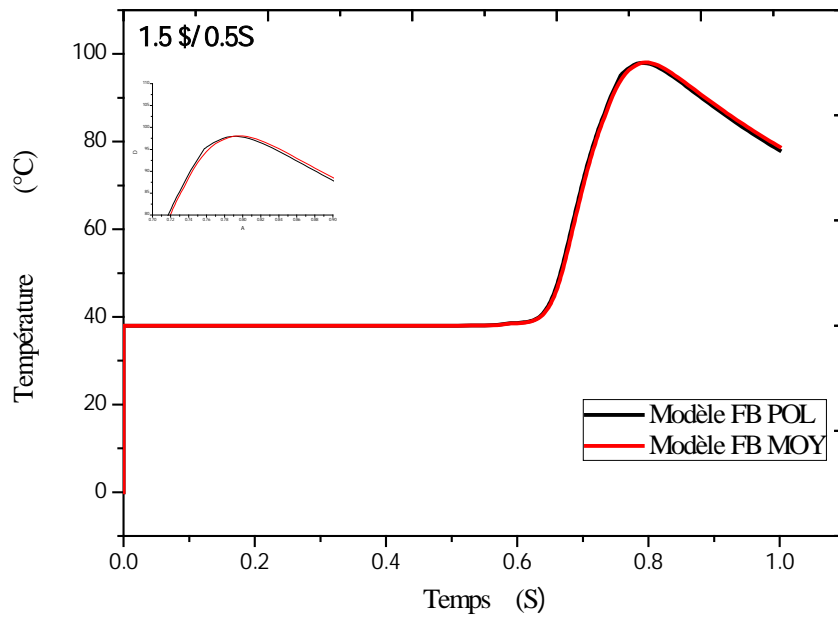


Figure V.3: Evolution de la température du réfrigérant du réacteur 10 MW /HEU pour les deux modèles FB.

V.6.2. L'analyse d'un Accident d'Insertion de Réactivité/ AIEA 10MW. LEU

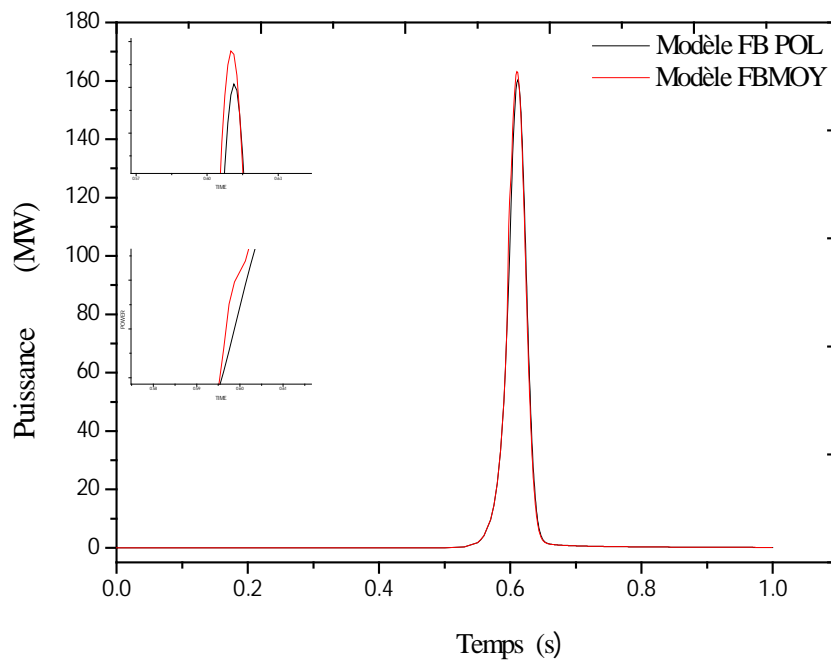


Figure V.4 : Evolution de la puissance du réacteur 10 MW /LEU pour les deux modèles FB

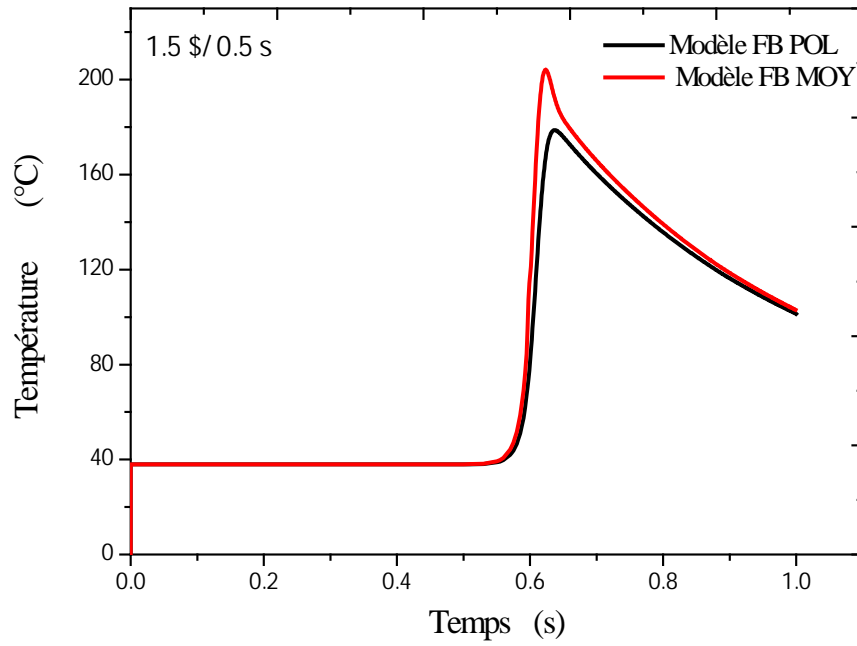


Figure V.5 : Evolution de la température du combustible du réacteur 10MW LEU pour les deux modèles FB

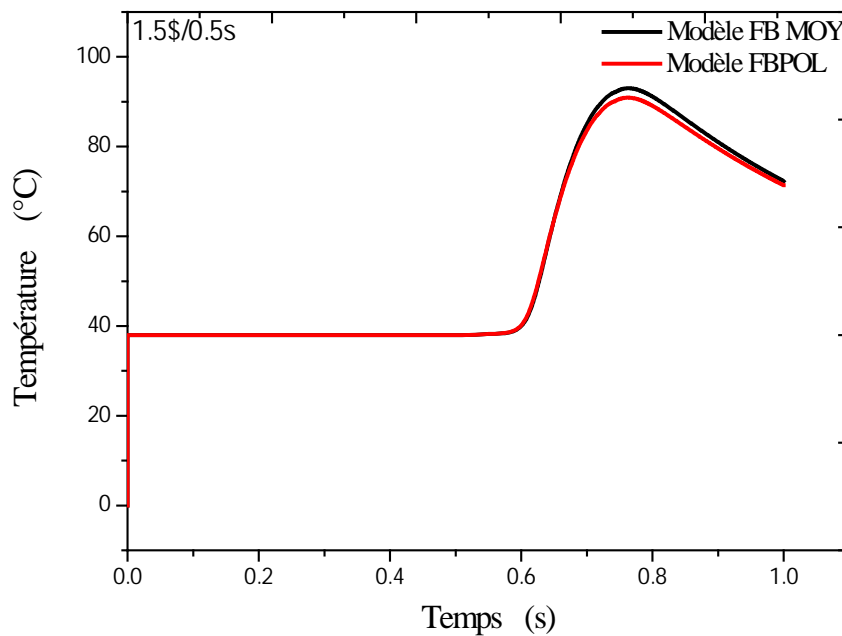
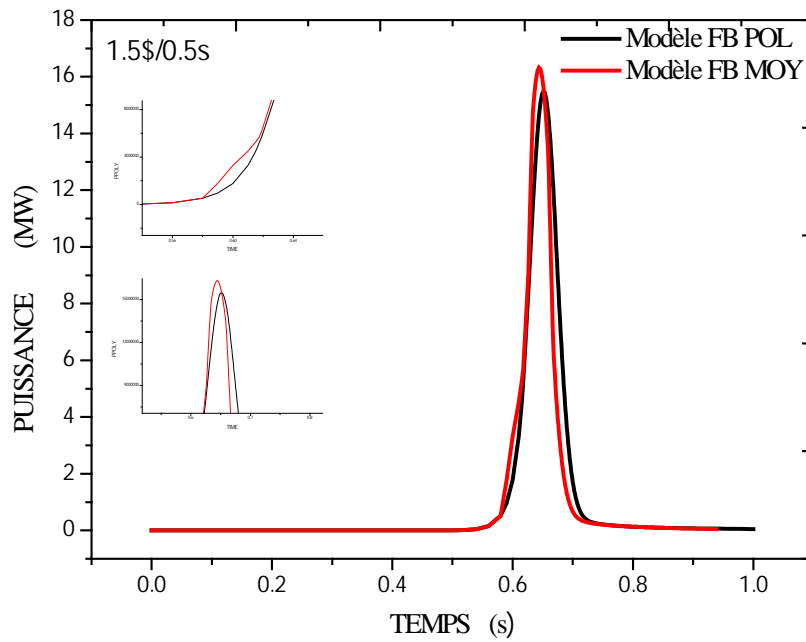


Figure V.6: Evolution de la température du réfrigérant du réacteur 10MW LEU pour les deux modèles FB

V.6.3- L'analyse d'un Accident d'Insertion de Réactivité/ NUR :



FigureV.7 : Evolution de la puissance du réacteur NUR pour les deux modèles FB

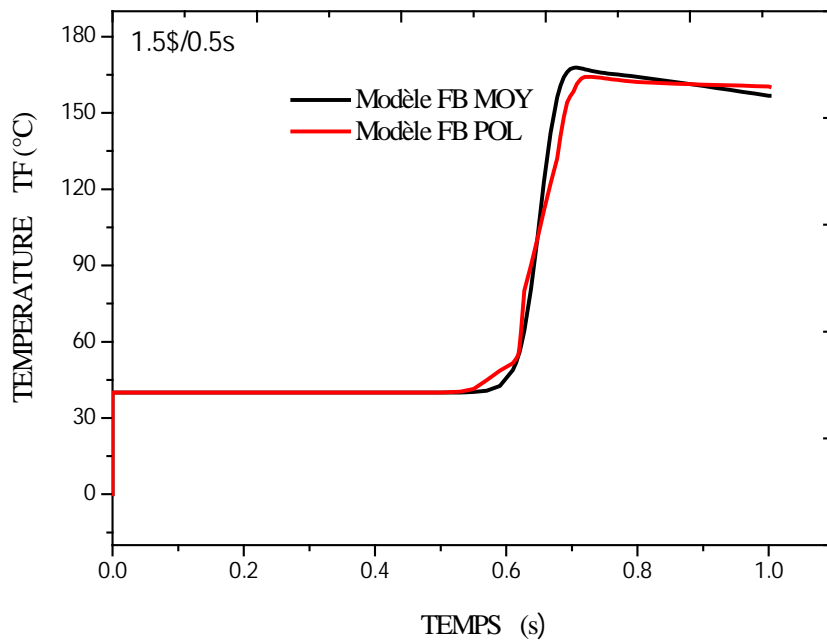


Figure V.8 : Evolution de la température du combustible du réacteur NUR pour les deux Modèles FB

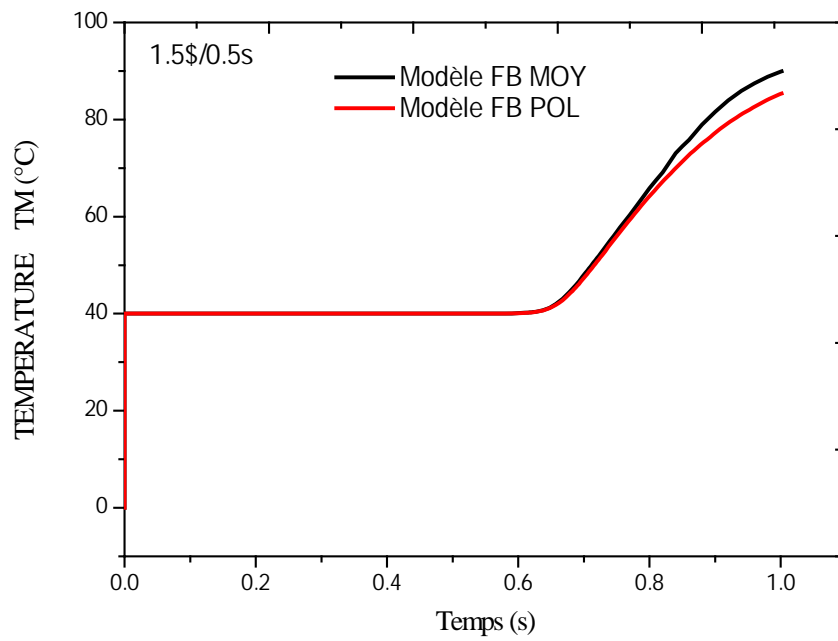


Figure V.9: Evolution de la température du réfrigérant du réacteur NUR pour les deux modèles FB

V.7. Validation des résultats obtenus / 10 MW de l'AIEA et NUR.

Pour la validation des calculs précédents, les données obtenues sont utilisées pour l'analyse d'accident de réactivité dans le réacteur HEU, LEU de l'AIEA [2] et NUR [3]. Le code EXCURS-3-RR [6] a été modifié pour inclure un nouveau modèle polynomial de feedback. Les résultats du code modifié sont comparés à ceux d'autres laboratoires dans le tableau V.5. Le transitoire a été simulé avec les deux versions du code et les résultats sont donnés sur la table V.6.

Table V.5. Inter-Comparaison des résultats obtenus avec Les résultats de différents laboratoires au monde.

Paramètres du transitoires	Réacteur	Laboratoires et code associés à l'analyse de FRIA 1.5\$/0.5sec				
		PARET/ ANL	RETRACPC/ LSN	EUREKA/ JAERI	COST AX- BOIL/JEN	EXCURS- 3-RR/ DPAN
Période (ms)	HEU	15	14.68	15.20	14.50	14.34
	LEU	12	12.24	12.2	13.5	12.8
Puissance (MW)	HEU	132.0 (0.660)	132.31(0.655)	114.8 (0.664)	132.7 (0.659)	133.14 (0.60850)
	LEU	147.7 (0.613)	143.38(0.612)	143.8 (0.616)	116.1 (0.638)	160.31 (0.61125)
Energie (MJ)	HEU	3.26	3.28	2.86	3.46	3.2507
	LEU	2.95	2.92	2.95	2.62	2.9618
Température du Fuel (°C)	HEU	170.9 (0.670)	173.93(0.667)	155.4 (0.678)	167.1 (0.675)	190.12 (0.68875)
	LEU	183.4 (0.626)	182.08 (0.624)	171.0 (0.625)	166.4 (0.654)	178.73 (0.63688)
Température de la Gaine (°C)	HEU	155.9 (0.672)	158.51(0.668)	147.3 (0.678)	162.3 (0.675)	188.92 (0.69125)
	LEU	156.7 (0.628)	156.40 (0.626)	149.2 (0.627)	156.6 (0.654)	177.56 (0.63938)
Température de Réfrigérant (°C)	HEU	83.8 (0.780)	83.56(0.746)	62.3 (0.820)	108.7 (0.765)	97.973 (0.79250)
	LEU	82.0 (0.735)	80.07 (0.706)	62.7 (0.762)	80.4 (0.711)	90.908 (0.76250)

Table V.6. Comparaison des résultats donnés par le code Excurs-3-RR pour les deux modèles de feedbacks.

Paramètres du transitoire	Réacteur	Laboratoires et codes associés à l'analyse de FRIA 1.5\$/0.5sec	
		EXCURS-3-RR/DPAN RR/DPAN FB Polynomial	EXCURS-3- Modèle FB Moyennée Modèle
	HEU	15	14.68
	LEU	12	12.24
Puissance (MW)	HEU	136.21 (0.60848)	133.14 (0.60850)
	LEU	163.20 (0.61125)	160.31 (0.61125)
Energie (MJ)	HEU	3.2866	3.2507
	LEU	2.9887	2.9618
Température du Fuel (°C)	HEU	195.73 (0.68375)	190.12 (0.68875)
	LEU	204.11 (0.62438)	178.73 (0.63688)
Température de la Gaine (°C)	HEU	190.81 (0.69125)	188.92 (0.69125)
	LEU	185.17 (0.63750)	177.56 (0.63938)
Température de Réfrigérant (°C)	HEU	98.08 (0.7950)	97.973 (0.79250)
	LEU	93.004 (0.763)	90.908 (0.76250)

Table V.7. Inter-Comparaison des résultats obtenus avec les résultats de différents laboratoires.

Paramètre du transitoires	Laboratoires et codes associés à l'analyse de FRIA 1.5\$/0.5Sec		
	EXCURS-3- RR/DPAN	PARET/ DSN [22]	RETRACPC/ LSN [23]
Temps de Pic(s)	0.65750	ND	0.547
Puissance (MW)	16.957 (0.65250)	15.7 (0.66)	51.676(0.612)
Energie (MJ)	0.50310	ND	1.41
Température du Fuel (°C)	164.22 (.70500)	ND	157.60(0.640)
Température de la Gaine (°C)	160.03 (.74750)	95.4 (0.7)	135.22(0.654)
Température de Réfrigérant (°C)	85.377(1.0012)	56.25 (1.0)	63.93(0.928)

Table V.8. Comparaison des résultats donnés par le code Excurs-3-RR pour les deux modèles

Parametres du transitoires	Laboratoires et codes associé à l'analyse de FRIA 1.5\$/0.5sec	
	EXCURS-3-RR/LSN Modèle FB Moyennée	EXCURS-3-RR/DPAN Modèle FB Polynomial
Temps du pic	0.59352	0.65750
Puissance (MW)	17.228 (0.65750)	16.957 (0.65250)
Energie (MJ)	0.59316	0.50310
Température du Fuel (°C)	167.79 (0.68875)	164.22 (.70500)
Température de la Gaine (°C)	63.62 (0.74500)	160.03 (.74750)
Température de Réfrigérant (°C)	89.907 (1.0012)	85.377(1.0012)

V.8. Interprétation et Discussion des Résultats Obtenus :

A la lumière des résultats obtenus entre les deux versions du code, on constate une similitude entre les deux codes pendant la première phase du transitoire. Durant cette phase, seul l'effet doppler est prépondérant. Ceci indique que le modèle moyenné en dépit de sa simplicité produit des résultats acceptables. Cependant ceci n'est vrai que parce qu'il s'agit d'un réacteur utilisant du combustible hautement enrichi ; en effet, la proportion d'uranium-238 étant faible, la contribution de l'effet Doppler est minime.

Par contre, on constate l'effet apparent de l'effet Doppler pour la première phase dans le cas des réacteurs LEU et NUR, en raison de la forte présence de l'U-238 (enrichissement 20 %).

Durant la seconde phase et pour les trois types de réacteurs de recherche étudiés dans ce travail, on observe un écart sensible entre les deux codes. Le code modifié détermine un pic de puissance plus bas indiquant que la contribution de l'effet de modérateur est plus importante que celle calculé par la version d'origine (modèle rétroaction moyenné). Cependant, l'introduction d'un modèle polynomial n'a pas amélioré les résultats au point de s'approcher au mieux de ceux du code de référence pour les réacteurs de recherche, le code PARET. Ceci s'explique par la prise en charge de l'effet de vide (ou densité). En effet, PARET dispose d'un modèle thermo hydraulique qui fournit également la fraction du vide dans le cœur. C'est un coefficient de feedback indépendant des deux autres qui est pris en considération. Cet effet est le plus important aux alentours du pic, correspondant à l'apparition de vapeur à la surface de la gaine ou seuil de l'ébullition nucléé (ONB: Onset of Nucleate Boiling). Cet effet n'est pas pris en considération dans le code EXCURS-RR parce que le modèle thermo hydraulique à phase unique est utilisé.

En conséquence, la non prise en charge de l'effet densité du caloporteur explique la différence entre les pics de puissances des deux codes.

V.9. Analyse de sensibilité:

L'analyse de l'accident d'insertion rapide de réactivité aussi bien pour le cas 10MW que NUR ont montré que l'accident est majoritairement gouverné par la durée de vie des neutrons prompts et la fraction des neutrons retardés et une contribution plus ou moins effective des feedbacks. Ceci est également indicatif lorsqu'on observe les équations de la cinétique ponctuelle.

Ces paramètres sont donc important mais leur calcul est toujours entaché par des incertitudes de divers ordres ; en particulier le schéma de modélisation et le choix de cellule.

Pour estimer l'impact des incertitudes de ces deux paramètres sur les conséquences de l'accident, une étude de sensibilité est menée dans ce qui suit. Un intervalle d'incertitude de +/-10% est appliqué à chaque paramètre et l'accident est simulé en faisant varier un seul paramètre à la fois.

Les résultats sont donnés sur les tableaux V.9, V.10, V.11.

On relève que les fluctuations affectées aux deux valeurs intrinsèques d'une configuration génèrent des variations, dans un sens comme dans l'autre. En particulier, la variation du +/- 10% du temps de génération des neutrons affecte le pic de puissance d'un taux allant de -24 et 20% respectivement

Le transitoire est principalement gouverné par la durée de vie des neutrons prompts ; en effet, une diminution du parcours moyens de neutrons prompts indique moins de fuite et plus de modération et par conséquent une augmentation du nombre de fissions.

D'un autre côté, la fraction effective des neutrons retardés joue un rôle important dans la stabilité et l'utilisation du réacteur de recherche; ainsi plus la fraction effective est grande, plus stable est le réacteur et plus large sera la gamme d'expériences qui peuvent être menées avec un risque moindre en cas d'insertion rapide d'échantillons.

Ces résultats requièrent, du point de vue de la sûreté, que les paramètres intrinsèques du réacteur soient estimés à l'aide d'outils de meilleure estimation (Best EstimateTools) et d'en évaluer les incertitudes associées. Cela fera partie des perspectives futures de ce travail.

Table V.9 : Effet de la variation du temps de vie des neutrons prompt sur la dynamique de réacteur nucléaire de recherche « NUR ».

PARAMETRES	SY MB	Effet de la durée de vie des neutrons prompts		
		$\Lambda +10\%$ $\Lambda=72.006\mu\text{sec}$	$\Lambda=65.46\mu\text{sec}$ Référence	$\Lambda -10\%$ $\Lambda =58.914\mu\text{sec}$
Trip	Sec	0.61411	0.59355	0.57508
Puissance max	MW	12.854	16.957	21.393
Temps du pic (Tp)	Sec	0.61209	0.65250	0.63500
Energie á Tp	MW s	0.43229	0.50310	0.63725
Température max. du fuel (au temps)	$^{\circ}\text{C}(\text{Sec})$	136.32 (0.7200)	164.22(0.705)	183.02 (0.67500)
Température max. de la gaine (temps)	$^{\circ}\text{C}(\text{Sec})$	132.99 (0.7600)	160.03(0.747)	176.82 (0.71625)
Température max du réfrigérant	$^{\circ}\text{C}(\text{Sec})$	73.387 (1.000)	85.377(1.001)	92.045 (0.10000)

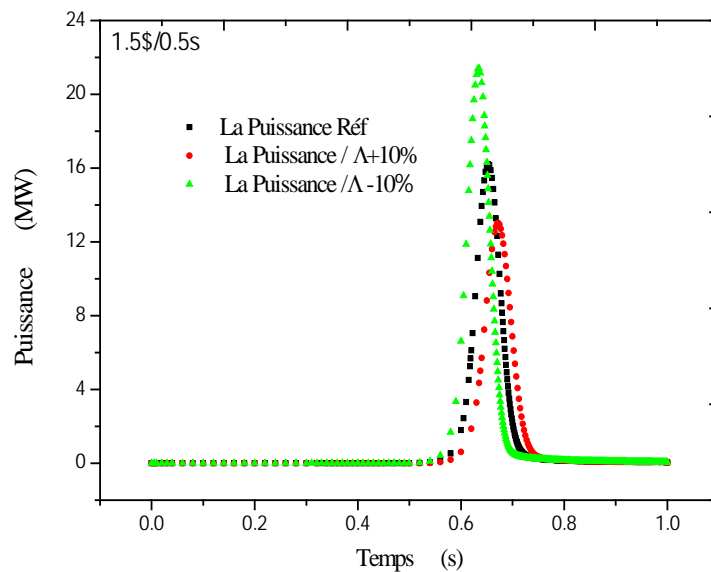


Figure V.10 : Effet de Λ sur la dynamique du réacteur nucléaire de recherche NUR.

Table V.10: Effet de variation de la fraction effective des neutrons retardés sur la dynamique de réacteur nucléaire de recherche « NUR »

PARAMETRES	SYMB	Effet de la fraction effective des neutrons retardés		
		$\beta_{\text{eff}+10\%}$ $\beta_{\text{eff}}=0.0088$	$\beta_{\text{eff}} 0.008$ Référence	$\beta_{\text{eff}-10\%}$ $\beta_{\text{eff}}=0.0072$
Trip	s	0.65044	0.59355	0.54974
Puissance max	MW	8.3206	16.957	33.585
Tp - Temps du pic	s	0.70250	0.65250	0.61500
Energie à Tp	MWs	0.26422	0.50310	1.0038
Température max. du fuel (temps)	°C (s)	101.8 (0.07525)	164.22 (0.705)	266.19 (0.6550)
Température max.de la gaine (temps)	°C (s)	99.767 (0.795)	160.03 (0.7475)	255.63 (0.6912)
Température max. du réfrigérant (temps)	°C (s)	59.733 (1.0012)	85.377(1.0012)	127.21(1.000)

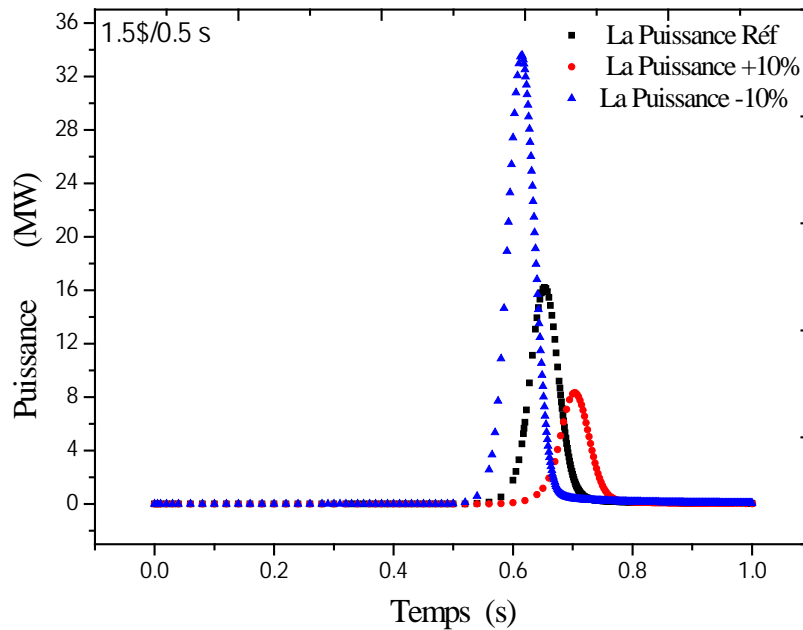


Figure V.11 : Effet de β_{eff} sur la dynamique de réacteur nucléaire de recherche NUR

Table V.11: Effet de la variation de la fraction effective des neutrons retardés et de la durée de vie des neutrons prompts sur la dynamique de réacteur nucléaire de recherche «NUR».

PARAMETRES	CHANGEMENT RELATIVE EN %				
	PUISSANCE	ENERGIE	TEMP FUEL	TEMP GAINÉ	TEMP MOD
$\Lambda + 10\%$	-24.197%	-14.074%	-16.98%	-16.98%	-14.04%
$\Lambda - 10\%$	+26.167%	+26.66%	+11.44%	+10.94%	+7.81%
$\beta_{\text{eff}} + 10\%$	-49.06%	-52.51%	-61.99%	-62.34%	-30.03%
$\beta_{\text{eff}} - 10\%$	+98.05%	+99.52%	+62.09%	+59.73%	+48.99%

Λ : Durée de vie des neutrons prompts

β_{eff} : Fraction effective des neutrons retardés

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale :

Un nouveau modèle de quantification des effets de feedback dus à l'effet doppler et à l'effet de la température du modérateur, a été implémenté dans le code EXCURS-3-RR.

Afin de vérifier le modèle, le transitoire d'insertion de réactivité du Benchmark de l'AIEA a été utilisé.

Les résultats ont été sensiblement améliorés comparativement à d'autres codes et en particulier avec le code PARET [12]. Cependant, des écarts subsistent et requièrent de nouvelles modifications au code. En particulier, il y a lieu d'ajouter un modèle thermohydraulique qui permettent d'estimer la fraction du vide lors du transitoire, à l'instar de ce qui est fait dans le code de référence PARET [12]. Cet effet est représenté par un coefficient du vide et il est le paramètre le plus important durant la seconde phase du transitoire (lorsque le seuil de la puissance nominale ou trip est dépassé).

Ceci fera l'objet d'une des perspectives pour la continuation de ce travail et l'amélioration de la performance de ce code.

Comme autre perspective, il est prévu le développement d'un simulateur de formation et d'entraînement dont ce code fera partie. Une première étape est déjà franchie dans ce sens et une interface graphique a été développée. Elle est présentée en annexe.

Références bibliographiques

- [1] T. Hamidouche and B. Baggoura. EXCURS-3-RR: Kinetics of Research Reactor Reactivity Transient Analysis. NEA programs database, IAEA1273/01 (2001).
- [2] IAEA-TECDOC-643 Research reactor core conversion guidebook Volume 3: Analytical verification (Appendices G and H), 1992
- [3] INVAP SE, 1989. Réacteur nucléaire pour formation – rapport final de sûreté, Haut-commissariat à la recherche, Alger (Mars 1989)
- [4] E. E. Lewis. Nuclear Power Reactor Safety. Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons (1977)
- [5] L. David Hetrick, 'Dynamics of Nuclear Reactors', University of Arizona, American Nuclear Society, INC. 1993
- [6] Paul. Reuss, Précis de neutronique, institut national des sciences et technique nucléaire, Paris France, EDP Sciences 2003
- [7] G. Christian, Étudier les situations accidentelles, Département d'étude des réacteurs, CEA
- [8] H. CHOUKOUHMAND E. E. LEWIS "Convection naturelle dans l'eau de long d'une plaque vertical chauffée a densité de flux constant." C E A -R-4867 (1978)
- [9] K. KOBAYASHI K. SATO "ASCOT-1": A computer program for analyzing the thermohydraulic behavior in PWR Core during a LOCA. "J.A.E.R.I.M 7917 (1978)
- [10] Tewfik Hamidouche, Méthode AIREK pour la résolution des équations de la Cinétique point rapport scientifique, Division analyse de transitoires, Laboratoire de sûreté nucléaire, 1993.
- [11] T. Kulikowska, 2000. Reactor lattice codes, workshop on nuclear data and nuclear reactors: Physics, design and safety. Trieste, 13 March- April 2000
- [12] W. L. Woodruff Manuel d'utilisation de PARET/PARET/ANL Code Argonne National Laboratory May 2000
- [13] Fowler et al, 1972. CITATION, A Nuclear Reactor Core Analysis Code. ORNL-TM-2496
-
- [14] Villarino, E.A., Lecot, C.A., 1995a. CITVAP V3.1, A Reactor Calculation Code. Division, INVAP SE, San Carlos de Bariloche, Argentina
- [15] Borland Software Corporation, 2002, Borland DELPHI Enterprise, v7.0, The Quick Start DELPHI language
- [16] A. Kavenoky, 1969. Calcul et utilisation des probabilités de première collision pour des milieux hétérogènes a une dimension: Les programmes ALCOL et CORTINE. Note CEA-N-1077 Mars 1969
- [17] Askew et al., 1967. A General Description of the Lattice Code

- [18] M.J.Halsall, 1980. A summary of WIMSD/4 input options. AEEW-M1327 (June 1980)
- [19] Weston M. Stacey., 2001. Nuclear Reactor Physics. John Wiley & Sons, Inc. Georgia Institute of Technology
- [20] Villarino, E.A., MTR_PC V2-6, 1995. Neutronic, Thermal Hydraulic and Shielding Calculation on Personal Computers. Nuclear Engineering division, INVAP SE, San Carlos de Bariloche, Argentina
- [21] Villarino, E.A., Lecot, C.A., 1995c. POS_WIMS V2.0, Program to Condense and Homogenize Macroscopic Cross sections from WIMS Output. Nuclear Engineering division, INVAP SE, San Carlos de Bariloche, Argentina
- [22] T. Zergoug, et al : Safety Analysis Of Flux Optimization in Irradiation Channels, Nuclear Technology and radiation Protection Vol XXI N 2 PP1-101 BELGRAD December 2006
- [23] T. Hamidouche et al : Transient analysis of 1 MW pool research reactor, Review of Nuclear science, vol 7, Number 1&2 November (2008)61-70 ISSN-1111-5009
- [24] A. Bousbia-.salah, et al :MTR benchmark static calculations with MCNP5 coder, Annals of Nuclear Energy 35 (2008) 845–855
- [25] IAEA-TECDOC-233 research reactor core conversion from the use of highly enriched uranium to the use of low enriched uranium fuels guidebook IAEA, VIENNA, 1980
- [26] H. Mazrou et al, 'COMPUTER CODE PACKAGE COMPACK-LHWFOR M.T.R RESEARCH REACTOR CORE CALCULATIONS', PHYSOR 2002, Seoul Korea, October 7-10, 2002
- [27] B.MEFTAH et AL., 'Evaluation of pertinent safety parameters and transients behaviour in the NUR research reactor'. Progress report IAEA Contract Research Projet CRP-8786/RB, 1996.
- [28] H.MAZROU; 'Analyse d'accidents dans un réacteur de Recherche a Eléments Combustibles de Types M.T.R par le Code AIREKMOD-RR Application au Réacteur de Recherche NUR- 1992'. Thèse de Magistère. Centre de Développement des Systèmes Energétiques, Secrétariat d'Etat à la Recherche Scientifique, Algérie

ANNEXES

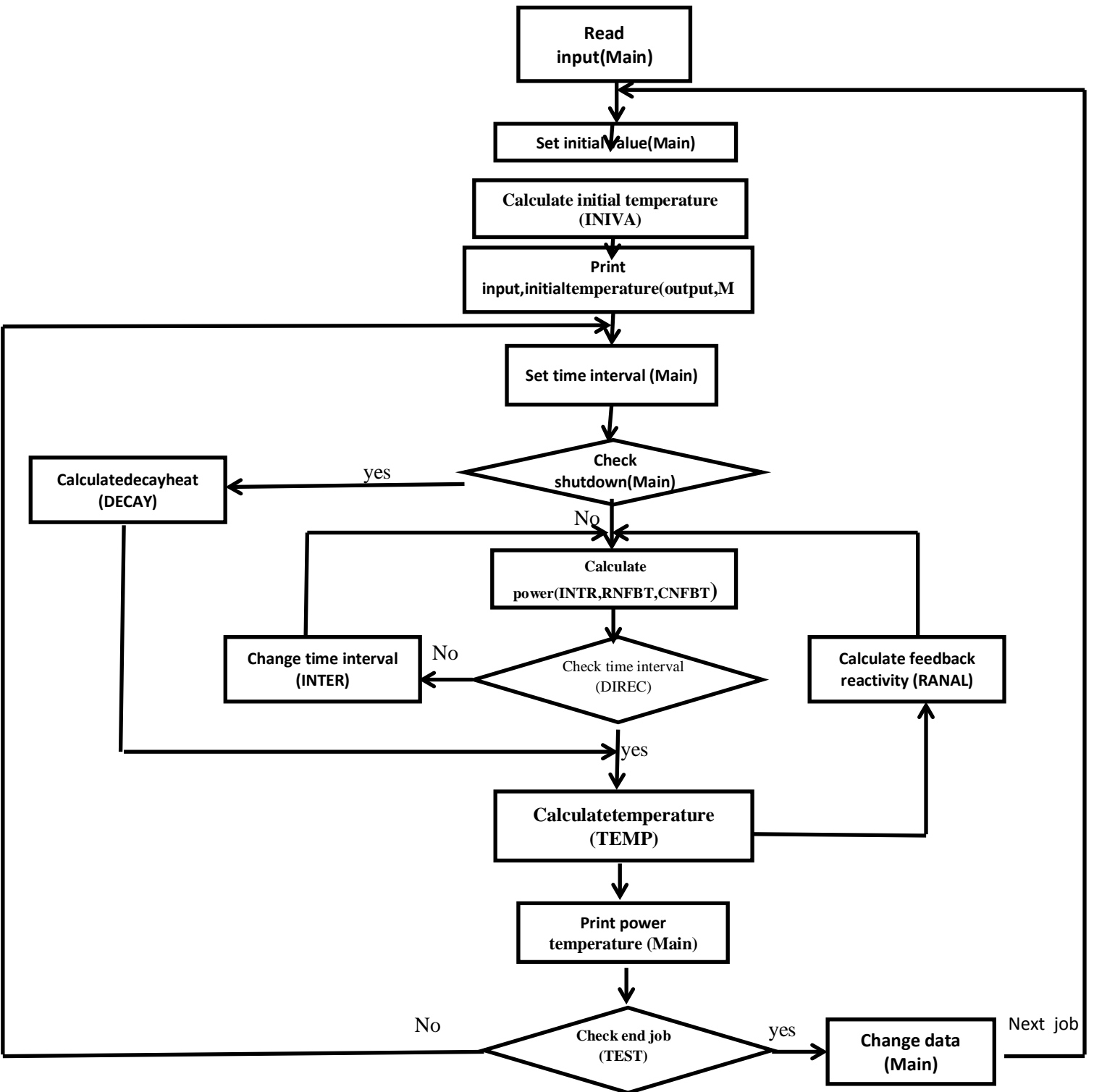
A.1 : Description de la structure du code EXCURS-3-RR :

Le code EXCURS-3-RR est structuré avec des sousroutines qui décrivent bien les modèles physiques inclus dans le code et ainsi leurs méthodes numériques qui permettent la résolution de ces modèles.

A.2. Les sousroutines principales d'EXCURS-3-RR :

Le code traite ces transitions de puissance par un ensemble de sousroutines dont les fonctions sont les suivantes :

1. **INTER** : cette routine, qui existe dans les EXCURS-3-RR, effectue le calcul d'intégration numérique basée sur la méthode de E.R COHEN. Nous ajoutons le modèle donné par l'Équation (16) pour évaluer le temps d'excursion ;
2. **CNFBT** : calcul les coefficients dont on a besoin la méthode de COHEN pour effectuer l'intégration des équations différentielles ;
3. **RANAL-** (modifié) : Cette routine, qui existe dans l'ancienne version calcule les différentes réactivités dans le cœur et évalue la réactivité totale ;
4. **DIREC** : vérifie la validité des incréments de temps ;
5. **TEST** : effectue des tests sur la fin des calculs d'intégrations ;
6. **DITIN** (nouveau) : Cette routine évalue la distribution de température dans la cellule l'état stationnaire, connaissant la température d'enter de l'eau ;
7. **DITT** (nouveau) : Cette routine détermine la distribution de température dans la cellule durant les transitoire ;
8. **TRIDAG** (nouveau) : Cette routine résolve le système tri diagonale d'équations différentielles par la méthode d'élimination de Gauss.



FigureA .1 : Organigramme de code EXCURS-3-RR [1]

A.3. Données d'entrée (INPUT) :

L'INPUT est un fichier de données écrites sous un format défini. Les données que doit contenir L'INPUT caractérise le réacteur, tel que:

- La géométrie du réacteur (dimension du combustible, gaine, fluide caloporteur, gap etc.).
- Cinétique (distribution axiale de puissance, taux de réactivité, neutron retardés, etc.).
- Système de régulation (barre de contrôle, scram, etc.)
- Type du transitoire à étudier.

A.4. Données de sortie (OUTPUT) :

Les résultats obtenus après exécution du code nous renseignent pour chaque incrément de temps sur les paramètres suivants :

- Temps
- Puissance
- Réactivité
- Énergie
- Température maximale du combustible
- Température maximale de la gaine à la surface.
- Température maximale du fluide caloporteur.
- Débit du fluide caloporteur.

A.5. Méthode numérique de résolution

Un certain nombre de méthodes numériques sont utilisées pour résoudre les équations de cinétique de point dans la dynamique nucléaire. Cependant, la puissance du réacteur nucléaire est en réalité non-linéaire et ses paramètres varient avec le temps. L'équation de la cinétique point est caractérisée par des équations différentielles ordinaires non-linéaires raides, qui sont un problème sévère (grave) de la solution numérique. Il est difficile d'obtenir des résultats précis. Et de ce fait, dans cette thèse nous proposons une solution numérique des équations de cinétique de point. La méthode proposée est basée sur la méthode AIREK qui est, elle-même, basée sur la méthode RUNG-KUTTA avec les paramètres de Gill.

B.1. Système d'équations

Nous rappelons les équations de la cinétique ponctuelle :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(t) + \sum_i \lambda_i C_i(t) + S_0 \quad (b.1)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} N(t) - \lambda_i C_i(t)$$

pour $i = 1$ à N groupes de neutrons retardés.

B.1.1. Dérivation de la formulation de Runge-Kutta

L'une des formulations des équations de Runge-Kutta, est obtenue à partir du développement en série de Taylor, est la suivante :

$$y_{n+1} = y_n + y'_n (t_{n+1} - t_n) + \frac{y''_n}{2!} (t_{n+1} - t_n)^2 + \frac{y'''_n}{3!} (t_{n+1} - t_n)^3 + \dots \quad (b.2)$$

Considérons, $t = t_n + \Delta t$ et si on écrit $\Delta y = y_{n+1} - y_n$, l'équation précédente s'écrira :

$$\Delta y = y'_n (\Delta t) + \frac{y''_n}{2!} (\Delta t)^2 + \frac{y'''_n}{3!} (\Delta t)^3 + \dots \quad (b.3)$$

On remarque que :

$$y' = f(t, y) \quad (b.4)$$

$$y'' = \frac{\delta f}{\delta t} + \frac{\delta f}{\delta y} \frac{\delta y}{\delta t}$$

$$y''' = \frac{\delta f'}{\delta t} + \frac{\delta f'}{\delta y} f = [f_{tt} + (f_{yt} f + f_y f_t)] + [f_{ty} + (f_{yy} f + f_y^2)] f$$

$$y'''' = f_{ttt} + \dots$$

Où les indices 't' et 'y' indiquent que les dérivations s'effectuent par rapport à 't' et 'y' respectivement.

En introduisant ces équations dans l'équation (b.3), on trouve :

$$\Delta y_n = f_n (\Delta t) + \frac{1}{2!} (f_t + f_y f)_n \Delta t^2 + \frac{1}{3!} [f_{tt} + 2f_{ty} f + f_{yy} f^2 + (f_t + f_y f) f_y] \Delta t^3 + \frac{1}{4!} [f_{ttt} + \dots] \Delta t^4 \quad (b.5)$$

Où l'indice 'n' indique les fonctions calculées au point (t_n, y_n) .

Dans cette dernière équation, nous remarquons qu'il y a plusieurs dérivées à évaluer, c'est pourquoi il n'est pas intéressant d'utiliser cette équation.

Pour contourner cette difficulté, on choisit d'écrire arbitrairement :

$$z_m = f(t_n, \alpha_m \Delta t, y_n, \beta_{m0} z_0 + \beta_{m1} z_1 + \beta_{m2} z_2 + \dots) \Delta t \quad (\text{b.6})$$

$$\Delta y_n = \mu_0 z_0 + \mu_1 z_1 + \mu_2 z_2 + \mu_3 z_3 + \dots + \mu_m z_m \quad (\text{b.7})$$

ou :

$$z_0 = f(t_n, y_n) \Delta t$$

$$z_1 = f(t_n, \alpha_1 \Delta t, y_n, \beta_{10} z_0) \Delta t$$

$$z_2 = f(t_n, \alpha_2 \Delta t, y_n, \beta_{20} z_0 + \beta_{21} z_1) \Delta t$$

$$z_3 = f(t_n, \alpha_3 \Delta t, y_n, \beta_{30} z_0 + \beta_{31} z_1 + \beta_{32} z_2) \Delta t$$

Et on cherche à déterminer les trois séries de constante : μ, α, β

L'indice m est utilisé pour indiquer l'ordre de la puissance ($m+1$) de Δt de l'équation (b.5).

Si on prend $m=3$, on obtient un système de quatre équations ; l'équation (b.5) devient :

$$\Delta y_n = \mu_0 z_0 + \mu_1 z_1 + \mu_2 z_2 + \mu_3 z_3 \quad (\text{b.8})$$

$$z_0 = f(t_n, y_n) \Delta t$$

$$z_1 = f(t_n, \alpha_1 \Delta t, y_n, \beta_{10} z_0) \Delta t$$

$$z_2 = f(t_n, \alpha_2 \Delta t, y_n, \beta_{20} z_0 + \beta_{21} z_1) \Delta t \quad (\text{b.9})$$

$$z_3 = f(t_n, \alpha_3 \Delta t, y_n, \beta_{30} z_0 + \beta_{31} z_1 + \beta_{32} z_2) \Delta t$$

L'équation précédente étant constituée de quatre termes, elle est le plus souvent connue sous la formule de Range-Kutta d'ordre 4. Maintenant, il suffit de déterminer les paramètres suivants :

$$\mu_0, \mu_1, \mu_2, \mu_3$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \quad (\text{b.10})$$

$$\beta_{10}, \beta_{20}, \beta_{30}, \beta_{21}, \beta_{31}, \beta_{32}$$

B.1.2. Détermination des paramètres

Rappelons le développement en série de Taylor à deux variables indépendantes, autour d'un point (a, b) s'écrit :

$$f(a, b) = f(a, b) + hf_x(a, b) + hf_y(a, b) + kf_y(a, b) + \frac{1}{2!} [hf_{xx}(a, b) + kf_{yy}(a, b) + 2hkf_{xy}(a, b)] + \dots \quad (\text{b.11})$$

qui s'écrit symboliquement comme suit :

$$f(a+h, b+k) = f(a, b) + \left[h \frac{\delta}{\delta x} + k \frac{\delta}{\delta y} \right] f(a, b) + \frac{1}{2!} \left[h \frac{\delta}{\delta x} + k \frac{\delta}{\delta y} \right]^2 f(a, b) + \frac{1}{3!} \left[h \frac{\delta}{\delta x} + k \frac{\delta}{\delta y} \right]^3 f(a, b) + \dots \quad (\text{b.12})$$

En substituant z_0 à z_3 dans l'équation (b.10), nous obtenons :

$$z_0 = f_n \Delta t$$

$$z_1 = \left[\left(\alpha_1 \Delta t \frac{\delta}{\delta t} + \beta_{10} z_0 \frac{\delta}{\delta v} \right) f_n + \frac{1}{2!} \left(\alpha_1 \Delta t \frac{\delta}{\delta t} + \beta_{10} z_0 \frac{\delta}{\delta v} \right)^2 f_n + \frac{1}{3!} \left(\alpha_1 \Delta t \frac{\delta}{\delta t} + \beta_{10} z_0 \frac{\delta}{\delta v} \right)^3 f_n \right] \Delta t$$

$$\begin{aligned}
z_2 &= \left[f_n + \left(\alpha_2 \Delta t \frac{\delta}{\delta t} + (\beta_{20} z_0 + \beta_{21} z_1) \frac{\delta}{\delta y} \right) f_n + \frac{1}{2!} \left(\alpha_2 \Delta t \frac{\delta}{\delta t} + (\beta_{20} z_0 + \beta_{21} z_1) \frac{\delta}{\delta y} \right)^2 f_n \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{3!} \left(\alpha_2 \Delta t \frac{\delta}{\delta t} + (\beta_{20} z_0 + \beta_{21} z_1) \frac{\delta}{\delta y} \right)^3 f_n + \dots \right] \Delta t \quad (\text{b.13}) \\
z_3 &= \left[f_n + \left(\alpha_3 \Delta t \frac{\delta}{\delta t} + (\beta_{30} z_0 + \beta_{31} z_1 + \beta_{32} z_2) \frac{\delta}{\delta y} \right) f_n + \frac{1}{2!} \left(\alpha_3 \Delta t \frac{\delta}{\delta t} + (\beta_{30} z_0 + \beta_{31} z_1 + \beta_{32} z_2) \frac{\delta}{\delta y} \right)^2 f_n \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{3!} \left(\alpha_3 \Delta t \frac{\delta}{\delta t} + (\beta_{30} z_0 + \beta_{31} z_1 + \beta_{32} z_2) \frac{\delta}{\delta y} \right)^3 f_n + \dots \right] \Delta t
\end{aligned}$$

Nous sommes donc parvenus à deux équations donnant des expressions différentes de Δy_n

, l'une par les équations qui précèdent et l'autre par l'équation (b.7). Par similitude, nous trouvons le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \beta_{10} \\
\alpha_2 &= \beta_{20} + \beta_{21} \\
\alpha_3 &= \beta_{30} + \beta_{31} + \beta_{32} \\
\mu_0 + \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 &= 1 \\
\mu_1 \alpha_1 + \mu_2 \alpha_2 + \mu_3 \alpha_3 &= \frac{1}{2} \\
\mu_1 \alpha_1^2 + \mu_2 \alpha_2^2 + \mu_3 \alpha_3^2 &= \frac{1}{3} \\
\mu_1 \alpha_1^3 + \mu_2 \alpha_2^3 + \mu_3 \alpha_3^3 &= \frac{1}{4} \\
\mu_2 \alpha_1 \beta_{21} + \mu_3 (\alpha_1 \beta_{31} + \alpha_2 \beta_{32}) &= \frac{1}{6} \\
\mu_2 \alpha_1^2 \beta_{21} + \mu_3 (\alpha_1^2 \beta_{31} + \alpha_2^2 \beta_{32}) &= \frac{1}{12} \\
\mu_2 \alpha_1 \alpha_2 \beta_{21} + \mu_3 (\alpha_1 \beta_{31} + \alpha_2 \beta_{32}) \alpha_3 &= \frac{1}{8} \\
\mu_2 \alpha_1 \beta_{21} \beta_{31} &= \frac{1}{24}
\end{aligned} \tag{b.14}$$

Nous avons donc l'équation à plusieurs inconnues à résoudre ; pour ce faire, il va falloir choisir arbitrairement deux valeurs quelconques.

Le choix : $\mu_1 = 3/8$, donnerait :

μ_1	μ_2	μ_3	α_1	α_2	α_3	β_{10}	β_{20}	β_{30}	β_{21}	β_{31}	β_{32}
1/8	3/8	3/8	1/3	2/3	1	1/3	-1/3	1	1	-1	

Si nous remplaçons ces coefficients dans les équations (b.13), nous trouvons :

$$\Delta y_n = \frac{1}{8} \Delta t (k_0 + 3k_1 + 3k_2 + z_3) \quad (\text{b.15})$$

Avec :

$$k_0 = f(t_n, y_n)$$

$$k_1 = f\left(t_n, \frac{1}{3} \Delta t, y_n + \frac{k_0}{3} \Delta t\right)$$

$$k_2 = f\left(t_n, \frac{2}{3} \Delta t, y_n + \frac{k_1 - k_0}{3} \Delta t\right)$$

$$z_3 = f(t_n + \Delta t, y_n + (k_0 - k_1 + k_2) \Delta t)$$

C'est l'équation de Range-Kutta avec les coefficients de Kutta.

Dans le cas où la dérivée d'ordre 1 $f=f(t, y)$ est indépendante de y , la formulation de l'équation de Range-Kutta avec les coefficients de Range devient :

$$\Delta y_n = \frac{1}{6} \Delta t (k_0 + 2k_1 + 2k_2 + k_3)$$

avec :

$$k_0 = f(t_n)$$

$$k_1 = f\left(t_n, \frac{1}{2} \Delta t\right)$$

$$k_2 = f\left(t_n, \frac{1}{2} \Delta t\right)$$

$$k_3 = f(t_n, \Delta t)$$

B.1.3. Méthode de Runge-Kutta-Gill

Un choix arbitraire des deux coefficients consiste à écrire :

$$\mu_0 = \frac{1}{6}, \mu_1 = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \mu_2 = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \mu_3 = \frac{1}{6}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}, \alpha_2 = \frac{1}{2}, \alpha_3 = 1$$

$$\beta_{10} = \frac{1}{2}, \beta_{20} = \left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \beta_{30} = 0, \beta_{21} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \beta_{31} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right), \beta_{32} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

L'introduction de ces paramètres de Gill dans l'équation (b.17), donnerait l'équation de Runge-Kutta- Gill :

$$\Delta y_n = \frac{1}{6} \Delta t \left(k_0 + (2 - \sqrt{2})k_1 + (2 + \sqrt{2})k_2 + k_3 \right) \quad (\text{b.17})$$

avec:

$$\begin{aligned} k_0 &= f(t_n, y_n) \\ k_1 &= f\left(t_n + \frac{1}{2} \Delta t, y_n + \frac{1}{2} k_0\right) \\ k_2 &= f\left(t_n + \frac{1}{2} \Delta t, y_n + \left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)k_0 + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)k_1\right) \Delta t \\ k_3 &= f\left(t_n + \Delta t, y_n - \frac{1}{\sqrt{2}}k_1 + \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)k_2\right) \Delta t \end{aligned}$$

L'avantage de cette procédure de Gill est l'occupation minimale de l'espace mémoire par cette équation et ses paramètres, d'où son utilité pour la résolution de systèmes d'équations importants.

Afin de minimiser l'utilisation de l'espace mémoire de la machine, on doit introduire les nouvelles quantités suivantes:

$$\begin{aligned} q_1 &= K_0 \\ q_2 &= \left(-2 + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)K_0 + (2 - \sqrt{2})K_1 \\ q_3 &= \left(\frac{1}{2}K_0\right) - (1 + \sqrt{2})K_1 + (2 + \sqrt{2})K_2 \end{aligned}$$

(b.18)

Pour les équations différentielles ordinaires du premier ordre, l'algorithme utilisé pour le calcul de y_{n+1} en connaissant t_n, y_n , est le suivant:

1^{ère} étape :

$$\begin{aligned} k_0 &= f(t_n, y_n) \\ y_{n+1}^{(1)} &= y_n + \frac{1}{2} k_0 \end{aligned} \quad (\text{b.19})$$

$$q_1 = K$$

2^{ème} étape :

$$\begin{aligned} k_1 &= f\left(t_n, \frac{1}{2} \Delta t, y_{n+1}^{(1)} \Delta t\right) \\ y_{n+1}^{(2)} &= y_{n+1}^{(1)} + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(k_1 - q_1) \\ q_2 &= \left(-2 + \frac{3}{\sqrt{2}}\right)k_0 + (2 - \sqrt{2})k_1 \end{aligned} \quad (\text{b.20})$$

3^{ème} étape :

$$k_0 = f(t_n, y_n)$$

$$y_{n+1}^{(1)} = y_n + \frac{1}{2}k_0 \quad (b.21)$$

$$q_3 = \left(\frac{1}{2}\right)k_0 - (1 + \sqrt{2})k_1 + (2 + \sqrt{2})k_2$$

4^{ème} étape :

$$k_3 = f(t_n + \Delta t, y_{n+1}^{(3)} \Delta t) \quad (b.22)$$

$$y_{n+1}^{(4)} = y_{n+1}^{(3)} + \frac{1}{6}k_3 - \frac{1}{3}q_3$$

$y_{n+1}^{(4)}$ est la solution finale de la présente résolution.

B.2. Résolution des équations de la cinétique ponctuelle

Pour les besoins de calcul, nous introduisons le changement de variable suivant [2], au système d'équations (b.1) :

$$r(t) = \rho(t) / \beta$$

$$f_i = \beta_i / \beta \quad \sum_1^6 f_i = 1$$

$$w_i = \Lambda \lambda_i C_i(t) / \beta f_i \quad (b.23)$$

$$S = S_0 \Lambda / \beta$$

Ce qui nous permet de réécrire le système d'équations comme suit :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} \left[(r(t) - 1)N(t) + \sum_i f_i w_i(t) + S \right] \quad (b.24)$$

$$\frac{dw_i}{dt} = -\lambda_i [w_i(t) - N(t)]$$

Pour résoudre ce système, nous aurons besoin des conditions initiales à un instant arbitraire $t=t_0$, soit :

$$w(t_0) = w_0$$

$$N(t_0) = N_0$$

$$t = t_0$$

Pour alléger l'écriture des équations qui suivront, $r(t)$ représentera la réactivité compensée, incluant les effets de rétroaction et la réactivité de contrôle.

La méthode que nous allons utiliser pour résoudre le système précédent a été développée par Cohen, appelée méthode de Range-Kutta-Gill.

Pour commencer, posons :

$$\alpha = \frac{\beta}{\Lambda} \left[(r(t_0) - 1) \right] \quad (b.25)$$

En remplaçant cette dernière équation dans la formulation de $N(t)$, nous trouvons la forme :

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N + R(N, \dots, t) \quad (\text{b.26})$$

Avec :

$$R(N, \dots, t) = \frac{\beta}{\Lambda} \left[(r(t) - r(t_0))N(t) + \sum_j f_j w_j(t) + S_0 \right]$$

On multiplie les deux membres de cette équation par $e^{-\alpha h}$ et on intègre pour obtenir $N(t_0 + h)$:

$$N(t_0 + h) = N(t_0)e^{\alpha h} + \int_0^h R(N, \dots, t_0 + \xi)e^{\alpha(h-\xi)} d\xi \quad (\text{b.27})$$

A partir de cette dernière formulation, Cohen, a développé la méthode que nous allons détailler dans ce qui suit.

Nous remarquons dans le système (b.23) que l'équation régissant les concentrations des précurseurs de neutrons retardés est déjà sous la forme recherchée (b.26), soit :

$$\frac{dV}{dt} = \alpha V + R(V, t) \quad (\text{b.28})$$

Et l'équation intégrale s'écrira :

$$V_1 = V(t_0)e^{\alpha h} + \int_0^h R(V(t_0 + \varepsilon), t_0 + \varepsilon)e^{\alpha(h-\varepsilon)} d\varepsilon \quad (\text{b.29})$$

L'intégration entre t_0 et $t_0 + h$ se fera par étapes avec les conditions initiales suivantes connues : $V_0 = V(t_0)$

$$R_0 = R(V_0, t_0)$$

Pour $0 \leq \varepsilon \leq h/2$, on suppose que $R(V, t_0 + \varepsilon) = R_0$, que l'on remplace dans l'équation (b.27) pour avoir :

$$V(t_0 + \frac{h}{2}) = V_1 \approx V_0 + \delta_1 = V_0 e^{\alpha \frac{h}{2}} + \int_0^{\frac{h}{2}} R_0 e^{\alpha(\frac{h}{2}-\varepsilon)} d\varepsilon$$

$$= V_0 e^{\alpha \frac{h}{2}} + \frac{R_0}{\alpha} e^{\alpha \frac{h}{2}} \left[1 - e^{-\alpha \frac{h}{2}} \right]$$

$$\delta_1 = V_0 (e^{\alpha \frac{h}{2}} - 1) + \frac{R_0}{\alpha} \left[e^{\alpha \frac{h}{2}} - 1 \right]$$

$$\delta_1 = V_0 \frac{(e^{\alpha \frac{h}{2}} - 1)}{\alpha \frac{h}{2}} \alpha \frac{h}{2} + R_0 \frac{(e^{\alpha \frac{h}{2}} - 1)}{\alpha \frac{h}{2}} \frac{h}{2}$$

$$\delta_1 = V_0 c \left(\alpha \frac{h}{2} \right) \alpha \frac{h}{2} + R_0 \frac{h}{2} c \left(\alpha \frac{h}{2} \right)$$

$$c\left(\alpha \frac{h}{2}\right) = \frac{(e^{\frac{\alpha h}{2}} - 1)}{\alpha \frac{h}{2}}$$

$$\delta_1 = \frac{h}{2} c\left(\alpha \frac{h}{2}\right) [\alpha V_0 + R_0]$$

Une fois que V_1 est connu, on suppose que R varie linéairement à travers l'intervalle $[t_0, t_0 + h/2]$, en passant par (t_0, R_0) et $(t_0 + h/2, R_1)$ et on réintègre l'équation (b.21).

La substitution dans l'équation (b.27), nous conduit à la seconde étape :

$$V_2 = V\left(\frac{h}{2}\right)$$

$$R_1 = a\varepsilon + R_0$$

$$a = \frac{R_1 - R_0}{\frac{h}{2}}$$

$$V_2 = V_1 + \delta_2 = V_0 e^{\alpha \frac{h}{2}} + \int_0^{\frac{h}{2}} \left(\frac{R_1 - R_0}{\frac{h}{2}} \varepsilon + R_0 \right) e^{\alpha(\frac{h}{2} - \varepsilon)} d\varepsilon$$

$$= V_1 + \int_0^{\frac{h}{2}} \left(\frac{R_1 - R_0}{\frac{h}{2}} \varepsilon e^{\alpha(\frac{h}{2} - \varepsilon)} \right) d\varepsilon$$

$$\delta_2 = \int_0^{\frac{h}{2}} \left(\frac{R_1 - R_0}{\frac{h}{2}} \varepsilon e^{\alpha(\frac{h}{2} - \varepsilon)} \right) d\varepsilon$$

$$= \frac{R_1 - R_0}{\frac{h}{2}} e^{\alpha(\frac{h}{2})} \int_0^{\frac{h}{2}} \varepsilon e^{-\alpha\varepsilon} d\varepsilon = \frac{R_1 - R_0}{\frac{h}{2}} e^{\alpha(\frac{h}{2})} \left(\left[\frac{-\varepsilon e^{-\alpha\varepsilon}}{\alpha} \right]_0^{\frac{h}{2}} - \left[\frac{e^{-\alpha\varepsilon}}{\alpha^2} \right]_0^{\frac{h}{2}} \right)$$

$$= \frac{R_1 - R_0}{\frac{h}{2}} e^{\alpha(\frac{h}{2})} \left(\frac{-he^{-\alpha(\frac{h}{2})}}{2\alpha} - \frac{e^{-\alpha(\frac{h}{2})}}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^2} \right) = (R_1 - R_0) \left(\frac{-1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \frac{(e^{\frac{\alpha h}{2}} - 1)}{\alpha \frac{h}{2}} \right)$$

$$= (R_1 - R_0) \frac{h}{2} \left(\frac{-1}{\alpha \frac{h}{2}} + \frac{1}{\alpha \frac{h}{2}} c\left(\alpha \frac{h}{2}\right) \right) = (R_1 - R_0) \frac{h}{2} \left(\frac{1}{\alpha \frac{h}{2}} \left(c\left(\alpha \frac{h}{2}\right) - 1 \right) \right)$$

$$\delta_2 = \frac{h}{2} (R_1 - R_0) C_2\left(\alpha \frac{h}{2}\right) c_2\left(\alpha \frac{h}{2}\right) = \frac{1}{\alpha \frac{h}{2}} \left(c\left(\alpha \frac{h}{2}\right) - 1 \right)$$

$$R_2 = R(V_1, t_0 + h/2)$$

Ensuite, on suppose que R varie linéairement à travers l'intervalle $[t_0+h]$, et on détermine une première approximation de $V(t_0+h)$:

$$\begin{aligned}
 V_3 = V(t_0+h) &= V_0 + \delta_3 = V_0 e^{\alpha h} + \int_0^h \left(\frac{R_2 - R_0}{h} \varepsilon + R_0 \right) e^{\alpha(h-\varepsilon)} d\varepsilon \\
 &= V_0 e^{\alpha h} + \int_0^h R_0 e^{\alpha(h-\varepsilon)} d\varepsilon + \int_0^h \left(\frac{R_2 - R_0}{h} \varepsilon e^{\alpha(h-\varepsilon)} \right) d\varepsilon \\
 &= V_0 e^{\alpha h} + R_0 e^{\alpha h} \left[\frac{-e^{-\alpha h}}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \right] + \frac{R_2 - R_0}{h} e^{\alpha h} \left(\frac{-he^{-\alpha h}}{\alpha} - \frac{e^{-\alpha h}}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^2} \right) \\
 &= V_0 e^{\alpha h} + \frac{R_0 h}{\alpha h} e^{\alpha h} [e^{-\alpha h} - 1] + 2 \frac{R_2 - R_0}{\alpha h} h \left(\frac{e^{\alpha h} - 1}{\alpha h} - 1 \right) \\
 &= V_0 e^{\alpha h} + R_0 h c(\alpha h) + 2h(R_2 - R_0) c_2(\alpha h) \\
 \delta_3 &= V_0 (e^{\alpha h} - 1) + R_0 h c(\alpha h) + 2h(R_2 - R_0) c_2(\alpha h) \\
 \delta_3 &= hc(\alpha h) [R_0 + \alpha V_0] + 2h(R_2 - R_0) c_2(\alpha h)
 \end{aligned}$$

Après cette étape, on calcule $R_3 = R(V_3, t_0 + h/2)$ et on suppose que R varie sous forme quadratique en passant par les points (t_0, R_0) et $(t_0 + h/2, R_2)$ et $(t_0 + h, R_3)$. On obtient alors une approximation de second ordre de $V(t_0 + h)$ suivante :

$$\begin{aligned}
 V(t_0 + h) &= V_4 = V_3 + \delta_4 \\
 \delta_4 &= h [2C_3(\alpha h) - C_2(\alpha h)] [R_0 - 2R_2 + R_4]
 \end{aligned}$$

En résumé, le calcul de $V(t_0 + h)$ se fait selon les quatre étapes suivantes :

$$\frac{dV}{dt} = \alpha V + R(V, t) \quad \mathbf{2^{\text{ème}} \text{ étape}}$$

1^{ère} étape :

$$\begin{aligned}
 V_1 &= V_0 + \delta_1 & V_2 &= V_1 + \delta_2 \\
 \delta_1 &= \frac{h}{2} c(\alpha \frac{h}{2}) [\alpha V_0 + R_0] & \delta_2 &= \frac{h}{2} c_2(\alpha \frac{h}{2}) [R_1 - R_0]
 \end{aligned}$$

3^{ème} étape : 4^{ème} étape :

$$\begin{aligned}
 V_3 &= V_0 + \delta_3 & V_4 &= V_3 + \delta_4 \\
 \delta_3 &= hc(\alpha h) [R_0 + \alpha V_0] + 2h(R_2 - R_0) c_2(\alpha h) & \delta_4 &= h [2C_3(\alpha h) - C_2(\alpha h)] [R_0 - 2R_2 + R_4]
 \end{aligned}$$

La solution à la première itération est alors:

$$V(t_0 + h) = V(t_0) + \delta_3 + \delta_4$$

B.3. Calcul d'erreurs

Afin d'évaluer l'erreur commise sur la solution obtenue, nous allons définir les paramètres suivants :

$$\begin{aligned}\varpi &= \frac{1}{h} \ln \left[\frac{N(t_0 + h)}{N(t_0)} \right] \\ \omega_0 &= \frac{1}{N(t_0)} \left(\frac{dN}{dt} \right)_{t=t_0} \\ \omega_1 &= \frac{1}{N(t_0 + h)} \left(\frac{dN}{dt} \right)_{t=t_0+h} \\ Q &= \frac{hc_2(\alpha h)}{1+c_1(\alpha h)} (|\omega_0 - 2\varpi + \omega_1|)\end{aligned}\tag{b.30}$$

Ces paramètres sont déterminés à chaque itération et une correction est apportée au pas d'intégration, si nécessaire, selon les conditions ci-après et la solution sera recalculée :

$$\begin{aligned}(1): 0 < Q \leq h &\Rightarrow h' = D_1 h (> h) \\ (2): \varepsilon_1 < Q \leq \varepsilon_2 &\Rightarrow h' = h \\ (3): Q \geq \varepsilon_2 &\Rightarrow h' = D_2 h (< h)\end{aligned}\tag{b.31}$$

La méthode qui vient d'être exposée est connue sous l'appellation de la méthode AIREK.

B.4. Calcul de la période du réacteur $\omega(t)$

La période du réacteur est définie par :

$$\omega(t) = \frac{1}{N(t)} \left(\frac{dN}{dt} \right)\tag{b.32}$$

Cette période varie généralement moins rapidement que $N(t)$ et représente un paramètre important en cinétique des réacteurs; il est donc intéressant de la calculer.

Définissons la fonction : $g_i(t) = \frac{1}{N(t)} \left(\frac{dw_i}{dt} \right)$ que l'on introduit dans les équations du système (b.25) ; on trouve :

$$\omega(t) = \frac{\Lambda}{\beta} \left[r - \sum_{i=1}^6 \frac{f_i}{\lambda_i} g_i \right] + \frac{S_0}{N}\tag{b.33}$$

Si on dérive cette expression, nous aurons :

$$\frac{d}{dt} \omega(t) = \frac{\Lambda}{\beta} \left[(r-1)\omega(t) + \sum_{i=1}^6 \frac{f_i}{\lambda_i} g_i \right] + \frac{\beta}{\Lambda} \frac{dr}{dt} - \omega^2\tag{b.34}$$

$$\frac{dg_i}{dt} = -\lambda_i g_i + (\omega \lambda_i - \omega g_i)$$

Ces deux dernières équations sont de la même forme que celles de la cinétique point, nous pouvons donc les résoudre en utilisant la méthode AIREK.