

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
« HOUARI BOUMEDIENE »

FACULTE DE PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du Diplôme de MAGISTER

EN - PHYSIQUE

Spécialité : Energétique et Mécanique des Fluides

Par : **BERKACHE KAMEL**

Sujet

***CARACTERISATION DE L'ECOULEMENT D'UN FLUIDE A  
CONTRAINTES SEUIL DANS UNE CONDUITE AXISYMETRIQUE  
AVEC STENOSE***

Soutenu publiquement, le 22/09/2010, devant le jury composé de :

Mr- S. BENHADID, Professeur à L'USTHB.

Président

Mr- M. MAHFOUD, Maître de Conférences/A à L'USTHB.

Directeur de Mémoire

Mme- A. MATAOUI, Professeur à L'USTHB.

Examineur

Mr- N. MOULAI MOSTEFA, Professeur à L'Université de MEDEA.

Examineur

Mr- A. MAHAMDIA, Maître de Conférences/A à L'USTHB.

Examineur

# ***DÉDICACES***

*Je tiens à dédier ce travail à :*

*Mes chers parents, sans qui je ne serais pas où j'en suis aujourd'hui.*

*La mémoire de mes grands pères.*

*Mes grands-mères que dieu leurs donne la santé et la longue vie.*

*Mes frères et mes sœurs.*

*Tous mes amis.*

***KAMEL BERKACHE***

# **REMERCIEMENTS**

*Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire de Mécanique des Fluides Théorique et Appliquée de la Faculté de Physique, à l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB).*

*Pour cela, j'exprime tout d'abord toute ma gratitude à Monsieur Mohamed Mahfoud, Maître de conférences à la Faculté de Physique (USTHB), qui a dirigé ce travail. Toujours disponible pour nos longues et fructueuses discussions lors des expériences effectuées et la rédaction de ce mémoire.*

*Je remercie Monsieur Salah Benhadid, professeur à l'USTHB, de l'honneur qu'il me fait en présidant ce jury.*

*Que Monsieur Nadji Moulai-Mostefa, Professeur à l'Université de Médéa, Madame Amina Mataoui, Professeur à l'USTHB et Monsieur Ammar Mahamdia, Maître de conférence à l'USTHB acceptent mes sincères remerciements pour les conseils avisés qu'ils ont su me donner et l'intérêt qu'ils ont manifesté pour cette étude en acceptant d'être membres de jury.*

*C'est avec un grand plaisir que j'exprime, à travers ces quelques lignes, ma reconnaissance et mon respect à ceux qui ont dirigé cette étude, et m'ont aidé à sa réalisation et contribué de diverses façons, à sa publication.*

*Je tiens également à remercier particulièrement Monsieur Mohamed Khelfallah de ses conseils avisés, de son efficacité et de son aide si précieuse.*

*Je suis heureux de pouvoir exprimer à Monsieur M. Mohamed Abdelatif ma reconnaissance pour leur aide et efficacité lors de la rédaction de ce mémoire.*

*Je garde un excellent souvenir du temps passé à l'université de Blida et je remercie Monsieur A. Hadj-Sadok de m'avoir accueilli dans son laboratoire.*

*Il m'est très agréable d'associer dans ces remerciements toutes les personnes du cube I qui m'ont apporté leur aide amicale.*

*Il ne m'est vraiment pas possible de citer individuellement les nombreuses personnes que j'ai rencontrées et appréciées pendant la durée de ce travail, je tiens ici à les remercier.*

# Sommaire

## Nomenclature

<b>Introduction générale</b> .....	1
------------------------------------	---

## Chapitre 1: Etude bibliographique

I. Introduction.....	3
I.1. Problématique scientifique.....	3
I.2. Définitions et paramètres physiques.....	4
I.2.1. Contrainte de cisaillement.....	4
I.2.2. Déformation de cisaillement.....	5
I.2.3. Vitesse de cisaillement.....	5
I.2.4. Viscosité.....	5
I.2.5. Différentes définitions de la viscosité.....	6
II. La Rhéométrie.....	7
II.1. Les rhéomètres capillaires.....	7
II.2. Les rhéomètres rotatifs.....	7
II.3. Phénomènes responsables d'erreurs d'interprétation.....	9
III. Comportements et modèles rhéologiques.....	10
III.1. Les fluides newtoniens.....	10
III.2. Les fluides non newtoniens indépendants du temps.....	10
III.3. Les fluides non newtoniens dépendants du temps.....	14
IV. Ecoulements dans une conduite cylindrique.....	18
IV.1. La longueur d'établissement.....	18
IV.1.1. Définitions.....	18
IV.1.2. Relations.....	19
IV.2. Profil de vitesse en écoulement laminaire.....	20
IV.2.1. Relation de Rabinowitsch.....	21
IV.2.2. Les vitesses caractéristiques.....	24
IV.2.3. Le facteur de frottements.....	25
IV.3. Transition laminaire-turbulent.....	27
IV.4. Ecoulement turbulent.....	29
IV.4.1. Les effets de la turbulence.....	29
IV.4.2. Profil des vitesses dans une conduite hydrauliquement lisse.....	30
IV.4.3. Relation entre la vitesse maximale et la vitesse moyenne.....	31
IV.4.4. Le facteur de frottements.....	32
V. Ecoulements à travers une sténose.....	33
V.1. Modèle de la sténose.....	33
V.2. Profils des vitesses : solution analytique.....	34
V.3. Chute de pression et contrainte pariétale.....	40
V.4. Pertes de charge : résistance au débit.....	41
V.5. Pertes de charge : nombre d'Euler.....	42

## **Chapitre 2: Installation expérimentale et techniques de mesures**

I. Boucle hydraulique.....	44
II. Les veines de mesures.....	47
II.1. Description de la sténose.....	47
III. Les fluides utilisés.....	49
III.1. Fluide newtonien.....	50
III.2. Fluide non newtonien.....	50
IV. Techniques de mesures.....	51
IV.1. Mesures du pH.....	51
IV.2. Caractérisation rhéologiques : rhéomètre.....	51
IV.3. Mesures des débits.....	54
IV.4. Mesures des pertes de charge.....	55
IV.5. Mesures des vitesses.....	55

## **Chapitre 3: Caractérisation rhéologique**

I. Caractérisation du fluide non newtonien.....	60
I.1. Détermination de la contrainte seuil.....	61
I.2. Test de thixotropie.....	62
I.3. Effet du pH sur la contrainte seuil.....	63
I.4. La courbe d'écoulement.....	63
I.5. Effet de la température.....	65
II. Choix du modèle.....	67
II.1. Modèles de comportement.....	68
II.2. Calcul de la dispersion.....	68
II.3. Coefficient de corrélation de Theil.....	69
II.4. Coefficient de Pearson.....	69
Conclusion.....	71

## **Chapitre 4: Etude dynamique de l'écoulement**

I. Etude locale : Profils des vitesses axiales.....	72
I.1. Conduites de sections uniformes.....	72
I.2. Conduites sténosées.....	80
II. Etude globale : Frottements et pertes de charge.....	89
II.1. Conduites de sections uniformes.....	89
II.1.1. Facteur de frottements.....	89
II.1.2. Contrainte pariétale.....	92
II.2. Conduites sténosées.....	95
II.2.1. Résistance au débit.....	95
II.2.2. Nombre d'Euler.....	99
Conclusion.....	103
Conclusion générale.....	104
<b>Bibliographie.....</b>	<b>106</b>

# Nomenclature

## Symboles romains

<i>Symboles</i>	<i>Description</i>	<i>Unité</i>
$a$	Rapport entre la contrainte seuil et la contrainte pariétale	-
$Bm$	Nombre de Bingham	-
$C$	Concentration de la solution	$\text{g.l}^{-1}$
$D$	Diamètre	m
$De$	Nombre de Deborah	-
$D$ (%)	Dispersion	-
$dx, dy, dz$ et $dr$	Variation suivant x, y, z et r respectivement	m
$Eu$	Nombre d'Euler	-
$f$	Facteur de frottements	-
$F$	Forces	N
$G'$	Module de conservation	Pa
$G''$	Module de pertes	Pa
$g$	Gravité	$\text{m.s}^{-2}$
$h$	Hauteur	m
$Hb$	Nombre de Herschel-Bulkley	-
$He$	Nombre de Hedström	-
$k$	Consistance du fluide	$\text{Pa.s}^n$
$L$	Longueur de la conduite	m
$Le$	Longueur d'établissement	m
$M$	Moment du couple	N.m
$N$	Nombre de points	-
$n$	Indice de structure	-
$P, p$	Pression instantanée	Pa
$\Delta P, \Delta p$	Chute de pression	Pa
$Q$	Débit du fluide	$\text{m}^3.\text{s}^{-1}$
$R$	Coefficient de corrélation de Pearson	-
$R, r$	Rayons	m
$R_1$ et $R_2$	Rayons intérieur et extérieur respectivement	m
$r_c$	Rayon critique	m
$Re$	Nombre de Reynolds	-
$Re'$	Nombre de Reynolds de Metzner et Reed	-
$Reg$	Nombre de Reynolds généralisé de Schowalter	-
$Rep$	Nombre de Reynolds plastique	-
$S$	Surface	$\text{m}^2$
$t$	Temps	s
$Te$	Coefficient de corrélation de Theil	-
$Turb$	Taux de turbulence	-
$U, u$	Vitesse locale	$\text{m.s}^{-1}$
$u'$	Fluctuation de vitesse	$\text{m.s}^{-1}$
$U_c, u_c$	Vitesses au centre de la conduite ou axiales	$\text{m.s}^{-1}$
$U_m, U_0, \bar{U}_0$	Vitesses moyennes ou débitantes	$\text{m.s}^{-1}$

## Symboles grecs

<i>Symboles</i>	<i>Description</i>	<i>Unité</i>
$\alpha$	Angle	rad
$\gamma$	Déformation	-
$\dot{\gamma}$	Vitesse de cisaillement	s <sup>-1</sup>
$\delta$	Hauteur de la sténose	m
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker	-
$\varepsilon$	Rugosité	-
$\eta$	Viscosité dynamique	Pa.s
$\eta_{com}$	Viscosité complexe	Pa.s
$\eta_{eff}$	Viscosité effective	Pa.s
$\eta_P$	Viscosité plastique	Pa.s
$\eta_r$	Viscosité relative	Pa.s
$\eta_{sp}$	Viscosité spécifique	Pa.s
$\eta_0$	Viscosité initiale (à faible taux de cisaillement)	Pa.s
$\eta_\infty$	Viscosité finale (à fort taux de cisaillement)	Pa.s
$\lambda$	Résistance au débit dans une conduite sténosée	Pa.s.m <sup>-3</sup>
$\lambda_N$	Résistance au débit dans une conduite non sténosée	Pa.s.m <sup>-3</sup>
$\nu$	Viscosité cinématique	m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>
$\rho$	Masse volumique du fluide	Kg.m <sup>-3</sup>
$\sigma_{ij}$	Tenseur des contraintes	Pa
$\sigma$	Ecart type	-
$\tau$	Contrainte de cisaillement	Pa
$\tau_C$	Contrainte seuil	Pa
$\tau_P$	Contrainte pariétale	Pa
$\tau_{ij}$	Déviateur	Pa
$\omega$	Vitesse angulaire	rad.s <sup>-1</sup>
$\xi$	Pourcentage de contraction de la sténose	-

# Introduction générale

Les fluides viscoplastiques, ou à contrainte seuil, constituent une classe de matériaux aux propriétés spécifiques qui leurs confèrent d'innombrables applications dans l'industrie. Leur étude est au centre des préoccupations d'un grand nombre de mathématiciens, physiciens, biologistes ou industriels. Nombreux sont les domaines qui font intervenir ces fluides, parmi lesquels, on peut citer l'agro-alimentaire, l'industrie pharmaceutique, le bâtiment, la cosmétique...etc. En écoulement de Poiseuille, ces fluides sont caractérisés par la présence de deux zones qui dépendent de la sollicitation qui leurs est appliquée. Comprendre leurs propriétés mécaniques est primordial pour les industriels qui sont amenés à les manier pour les mettre en forme.

L'étude de ces fluides présente également un intérêt fondamental pour les physiciens. Ces fluides possèdent en effet une structure d'échelle mésoscopique intermédiaire entre la taille des atomes et la dimension de l'échantillon. Il ne s'écoule pas tant que la contrainte appliquée est inférieure à une contrainte seuil, notée  $\tau_c$ , et au-delà de cette contrainte sa structure interne peut se coupler à l'écoulement. De nouvelles organisations peuvent ainsi apparaître au sein de l'échantillon, ce qui va en retour influencer sur le comportement mécanique de fluide [1]. Pour comprendre les mécanismes impliqués dans l'écoulement des fluides à contrainte seuil, on peut s'intéresser à la relation qui lie la contrainte appliquée au fluide et la déformation dans le matériau. C'est ce qui fait l'objet de la rhéologie.

Le problème de l'écoulement des fluides non newtoniens dans des conduites à géométries complexes a fait l'objet de plusieurs études et dans tous les domaines (scientifique, médical,..) [2, 3]. La prise en considération de la déformabilité des conduites ainsi que de la nature du fluide sont souvent indispensables pour comprendre et résoudre certains problèmes de la mécanique et parfois de la médecine. Dans le domaine médical, la circulation sanguine, présente un domaine de recherche très vaste.

Plusieurs travaux numériques et expérimentaux ont été effectués dont le but est de caractériser l'écoulement du sang à travers une conduite sténosée [4, 5, 6, 7], c'est-à-dire, la description des régimes de séparation des zones de recirculation et leur extension et la mise en évidence du rôle joué par le nombre de Reynolds sur les facteurs hydrodynamiques tels que les profils des vitesses axiales, la chute de pression et les points de séparation et de rattachement.

Dans ce travail nous avons étudié expérimentalement les écoulements laminaires en régime stationnaire d'un fluide à contrainte seuil à travers une singularité vasculaire « la sténose ». Le travail de validation de notre installation expérimentale, conçu au sein de notre Laboratoire, a été effectué en balayant les trois régimes d'écoulement (laminaire, transitoire et turbulent) avec de l'eau distillée prise comme un fluide newtonien et dont les caractéristiques rhéologiques sont connues. Cette installation constituée d'un banc hydrodynamique, associée à un viscosimètre de type « Couette » servant à la caractérisation rhéologique d'un fluide complexe, a permis d'étudier le comportement du fluide non newtonien à contrainte seuil utilisé (solution aqueuse de Carbopol 940 à une concentration de 0,1 % en masse) lors de son écoulement dans des conduites cylindriques de sections uniformes et des conduites sténosées.

Le chapitre 1 présente une étude bibliographique sur les principaux travaux effectués sur les écoulements des fluides newtoniens et non newtoniens à travers des géométries simples et complexes. Le chapitre 2 est consacré à la présentation de l'installation expérimentale, des moyens de mesure et les techniques de mesure utilisées. Le chapitre 3 présente la caractérisation rhéologique et le choix du modèle qui décrit le comportement du fluide utilisé. Enfin, le chapitre 4 présente les résultats de l'étude dynamique locale et globale concernant les profils de vitesse et les pertes de charge générées pour les deux types de conduites à différents régimes d'écoulement.

Nous terminons ce mémoire par une conclusion générale dans laquelle nous résumons les principaux résultats obtenus et nous énumérons les expériences futures qui devraient être réalisées.

# Chapitre 1

## Étude bibliographique

### I. Introduction

L'écoulement à travers les tubes étranglés dans le contexte de l'écoulement sanguin, a fait l'objet de plusieurs études. Young et Tsai [7] ont mené une étude expérimentale des caractéristiques de l'écoulement dans des modèles de sténose artérielle sous conditions d'écoulement stationnaire et pulsé. Leurs expériences ont donné une description de l'étendue de la zone de recirculation de l'écoulement, et une mesure de la perte de pression à travers le rétrécissement. D'autres chercheurs ont obtenu des solutions numériques des équations de Navier-Stokes dans le cas d'un écoulement stationnaire à travers une artère sténosée pour un nombre de Reynolds dans l'intervalle 0-25. Les calculs ont été limités aux faibles valeurs du nombre de Reynolds en raison de l'instabilité de la procédure numérique. Young et ses collègues [6] ont appliqué les équations intégrales de la quantité de mouvement et de l'énergie pour trouver une solution exacte à la composante axiale de la vitesse de l'écoulement dans la région de la sténose.

#### I.1. Problématique scientifique

Les artères atteintes d'athérosclérose développent des lésions, ce qui produit une accumulation de dépôts sur la paroi artérielle affectant, en stade final, la configuration de l'écoulement du sang. Cependant il est clair que les facteurs hémodynamiques apportent une contribution importante à l'initiation et à la localisation de l'athérosclérose, il est difficile d'évaluer leur incidence. Plusieurs questions restent sans réponses, et souvent les théories sont contradictoires : par exemple, à la fois la faible contrainte de cisaillement et la contrainte élevée ont été proposées comme étant le

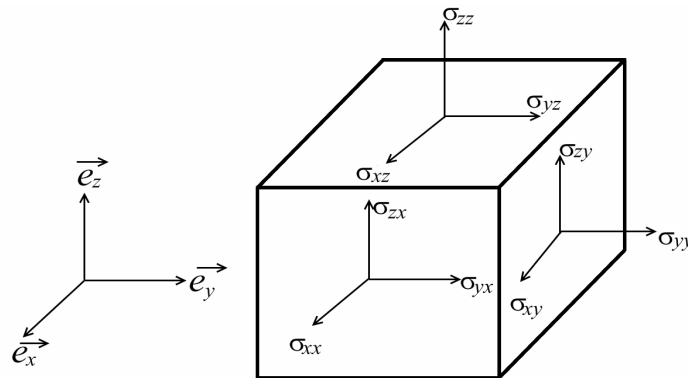
mécanisme hémodynamique. La capacité de décrire l'écoulement à travers un tube partiellement obstrué serait utile dans la résolution de certaines de ces questions. Il y a aussi un intérêt à déterminer si le cliché de l'écoulement altéré peut être utilisé pour une détection précoce des maladies artérielles, particulièrement avant qu'elles deviennent cliniquement significatives. L'introduction d'une condition d'écoulement à sténose, par application d'une contraction dans une artère, est assez commune dans les expériences animales. Dans notre cas nous essayons de résoudre quelque unes de ces questions en examinant expérimentalement l'écoulement stationnaire dans un tube étranglé.

## I.2. Définitions et paramètres physiques

### I.2.1. Contrainte de cisaillement

Du point de vue de la mécanique, la propriété essentielle des fluides est la possibilité de supporter des déformations arbitrairement grandes sans perte de cohésion. Les contraintes engendrées dans un fluide ne dépendent donc pas de l'amplitude de déformation, comme c'est le cas des solides. Pour un fluide au repos, son tenseur de contrainte est isotrope et ses contraintes tangentielles sont nulles. Sur chacun des axes, la contrainte normale est l'opposé de la pression (Figure ci-dessous):

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -p \quad (1.1)$$



Par contre pour un fluide en mouvement, le tenseur de contrainte  $\sigma_{ij}$  est décomposé en la somme d'une contribution isotrope, que nous connaissons comme pression  $p$ , et d'une contribution anisotrope, due à la viscosité du fluide, tel que :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (1.2)$$

$\tau_{ij}$  est également appelé déviateur.

La contrainte de cisaillement correspond à la force de frottement par unité de surface qui s'exerce tangentiellement (parallèlement au mouvement) à la surface des strates.

# Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

Elle varie donc d'une couche à l'autre, mais demeure constante en tout point d'une lamelle donnée. Elle est définie par :

$$\tau = \frac{dF}{dS} \quad (1.3)$$

Les forces normales exercées par une couche sur sa voisine sont généralement négligées.

## I.2.2. Déformation de cisaillement

Deux couches d'une substance, situées dans la même section droite à l'instant initial, parcourent une distance  $du_x$ , après cisaillement entre un plan fixe et un plan mobile. La distance parcourue dépend de la vitesse propre de chaque couche par rapport au plan immobile. Dans le cas d'un mouvement unidimensionnel, la déformation de cisaillement est donnée par :

$$\gamma = \frac{du_x}{dy} \quad (1.4)$$

$du_x$  : variation du déplacement

$dy$  : écart entre deux couches voisines.

## I.2.3. Vitesse de cisaillement

Dans le cas d'un mouvement unidimensionnel la vitesse de cisaillement ou gradient de vitesse est définie par :

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{du_x}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left( \frac{du_x}{dt} \right) = \frac{dv}{dy} \quad (1.5)$$

## I.2.4. Viscosité

La viscosité est une propriété du fluide, qui tend à empêcher ce dernier à se déformer lorsqu'il est soumis à une force tangentielle. Les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement. La viscosité est déterminée par la capacité d'entraînement que possède une couche en mouvement sur les autres couches adjacentes. D'après l'hypothèse de Newton, la viscosité est une fonction qui relie le tenseur des contraintes à celui des taux de déformations, d'où la loi de Newton :

$$\tau = \eta \frac{d\gamma}{dt} = \eta \dot{\gamma} \Rightarrow \eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (1.6)$$

## I.2.5. Différentes définitions de la viscosité

### • La viscosité dynamique ou apparente

Par analogie avec les fluides newtoniens, on définit la viscosité d'un fluide non newtonien par :

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad [\text{N.s/m}^2 \text{ ou Pa.s}] \quad (1.7)$$

### • La viscosité cinématique

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [\text{m}^2 / \text{s}] \quad (1.8)$$

Où  $\rho$  est la masse volumique.

### • La viscosité relative

Souvent cette dernière est utilisée pour l'étude des solutions ou des suspensions:

$$\eta_r = \frac{\eta}{\eta_s} \quad (1.9)$$

Où:  $\eta$  est la viscosité dynamique de la solution

$\eta_s$  est la viscosité dynamique du solvant

### • La viscosité spécifique

$$\eta_{sp} = \frac{\eta - \eta_s}{\eta_s} \quad (1.10)$$

### • La viscosité intrinsèque

$$[\eta] = \lim_{C \rightarrow 0} \left( \frac{\eta_{sp}}{C} \right) \quad (1.11)$$

Où C représente la concentration de la solution

### • La viscosité complexe

$$\eta_{com} = \frac{G''(\omega)}{\omega} + j \frac{G'(\omega)}{\omega} \quad (1.12)$$

Avec :  $G'(\omega)$  est le module de conservation

$G''(\omega)$  est le module de perte

Cette viscosité intervient pour des contraintes et des déformations sinusoïdales à pulsation  $\omega$ , et des liquides présentant une certaine élasticité.

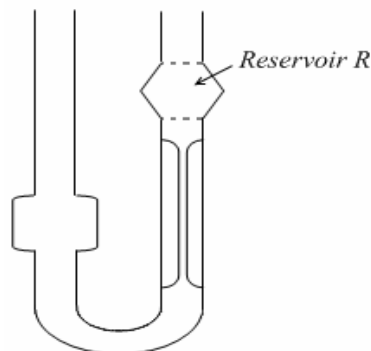
## II. La rhéométrie

Dans ce paragraphe, nous allons présenter brièvement les principaux types d'appareils (*viscosimètres*, *rhéomètres*) et leur principe d'utilisation dans la mise en œuvre des analyses rhéologiques.

### II.1. Les rhéomètres capillaires

Ce type de viscosimètre est utilisé pour la mesure rapide et précise de la viscosité de liquides newtoniens [8]. Le principe de fonctionnement est le suivant : sous l'effet de la pesanteur, le liquide s'écoule à l'intérieur d'un tube cylindrique de faible section capillaire (Figure.1.1). Pratiquement, le principe de la mesure consiste à déterminer le temps d'écoulement d'un volume donné de liquide, contenu essentiellement dans le réservoir R, à travers le tube capillaire. En utilisant la loi de Poiseuille, on démontre que la valeur de la viscosité est proportionnelle à ce temps d'écoulement, la constante de proportionnalité étant une constante d'appareil qui est déterminée par étalonnage.

La principale limitation de ces appareils provient du fait que leur utilisation est strictement limitée aux liquides newtoniens. En effet, comme le cisaillement est hétérogène à l'intérieur du tube, il est impossible d'appliquer la loi de Poiseuille à un liquide non newtonien, si bien que la distribution des vitesses de cisaillement est inconnue.



$$\eta = K\rho t$$

$K$  : constante d'appareil

$\rho$  : masse volumique

$t$  : temps d'écoulement

**Figure 1.1:** Viscosimètre capillaire.

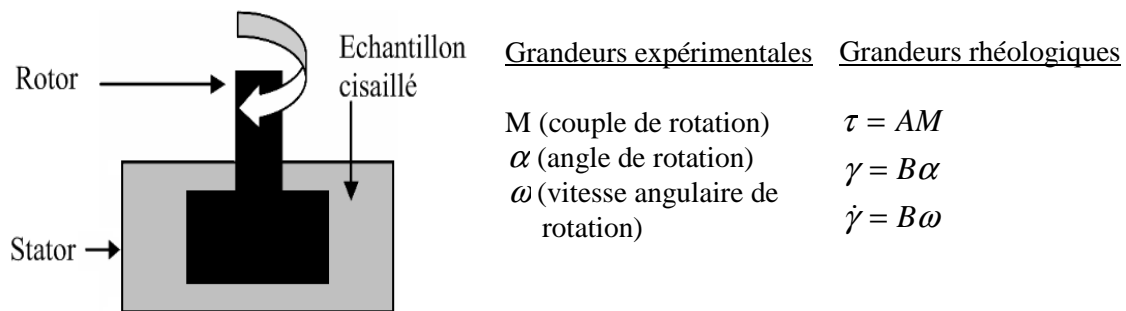
### II.2. Les rhéomètres rotatifs

Dans un rhéomètre rotatif, l'échantillon est cisailé entre deux surfaces solides, l'une immobile (c'est le stator), l'autre en rotation sur son axe (c'est le rotor). Il s'agit donc d'un mouvement dont le principe est identique à celui du mouvement de translation qui nous a servi à définir la notion de cisaillement. Mais à la différence du mouvement de

# Chapitre 1 : Etude bibliographique

translation, le mouvement se referme sur lui-même (Figure.1.2). Les trois grandeurs expérimentales de base sont le couple  $M$  (*appliqué ou mesuré*), l'angle de rotation du rotor mesuré à partir de la position de repos  $\alpha$  et la vitesse de rotation du rotor  $\omega$  (respectivement mesurées ou imposées).

Le grand intérêt et l'avantage de ce type de rhéomètre, qui le rend pratiquement indispensable, résident dans le fait qu'il est possible de contrôler et de faire varier quantitativement les conditions de cisaillement mis en œuvre (valeur de la contrainte ou de la déformation ou de la vitesse de cisaillement), et cela, de façon absolue, indépendamment de la géométrie utilisée et des propriétés rhéologiques de l'échantillon. Il est possible en effet de déterminer à tout instant la contrainte, la déformation et la vitesse de cisaillement, à partir des valeurs des grandeurs expérimentales  $M, \alpha$  et  $\omega$ .



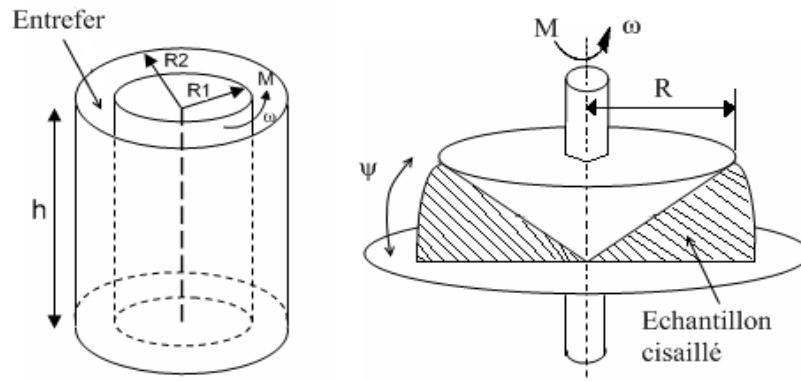
**Figure 1.2 : Rhéomètre rotatif**

Sous certaines conditions, qu'on supposera en général vérifiées (conditions de faible entrefer entre rotor et stator), il existe en effet des relations de proportionnalité entre la contrainte et le couple de rotation d'une part, et entre la déformation et la vitesse de cisaillement et respectivement l'angle de rotation et la vitesse angulaire de rotation du rotor d'autre part.

Ces relations de proportionnalité font intervenir des constantes d'appareil notées A et B qui dépendent de la géométrie d'association rotor/stator (Figure.1.2).

Les géométries rotatives les plus fréquemment rencontrées présentent une symétrie cylindrique coaxiale ou cône/plateau (Figure.1.3). Les rhéomètres rotatifs sont donc capables d'enregistrer les rhéogrammes d'écoulement des liquides. La plupart d'entre eux sont en outre susceptibles de mettre en œuvre la plupart des tests viscoélastiques (test de fluage ou de relaxation et test oscillatoire). Le principe de la rhéométrie, tel

qu'il vient d'être présenté de façon sommaire, est relativement simple. Il ne faudrait cependant pas en déduire que les analyses expérimentales sont toujours faciles à mettre en œuvre et que l'interprétation des résultats est toujours évidente.



*Figure 1.3 : Géométries cylindriques coaxiales et cône/plateau.*

### II.3. Phénomènes responsables d'erreurs d'interprétation

Quelques effets expérimentaux perturbateurs sont susceptibles de provoquer des erreurs d'interprétation plus ou moins graves. Parmi ces effets, on peut mentionner:

- Les glissements de l'échantillon aux parois du rhéomètre. Contrairement à ce qui a été supposé précédemment, l'hypothèse de non glissement à la paroi n'est pas toujours vérifiée. Selon la nature des parois solides et de l'échantillon, des phénomènes de glissement sont susceptibles de se produire. Ils peuvent parfois être dus à une perte d'adhérence de l'échantillon, suivis ou non de reprise. Mais ils sont plus souvent produits par la création d'une couche dite de déplétion au voisinage des parois, provoquant ainsi un cisaillement inhomogène (plus intense dans la couche de déplétion, plus faible dans le volume de l'échantillon);
- Les phénomènes de fracturation de l'échantillon qui consistent en l'apparition, sur un plan de cisaillement, d'une discontinuité des profils de vitesse. Comme dans le phénomène de déplétion, on observe un cisaillement inhomogène, responsable de modifications importantes du profil des rhéogrammes;
- Les effets de bord qui interviennent à l'interface échantillon/air (évaporation, creusement), ou encore les effets de sédimentation ou de crémage dans le cas de systèmes dispersés...

L'ensemble des différentes perturbations, ainsi que les méthodes de correction correspondantes sont décrites en détail dans les ouvrages spécialisés [9, 10, 11, 12].

## III. Comportements et modèles rhéologiques

Intuitivement, il est clair que la valeur de la contrainte de cisaillement va en général croître avec la vitesse de cisaillement, mais que le rapport entre ces deux grandeurs va dépendre des propriétés des fluides considérés. Ce rapport de la contrainte à la vitesse de cisaillement est appelé coefficient de viscosité ; noté  $\eta$ . On pourrait croire que ce coefficient suffit à caractériser les propriétés d'écoulement des échantillons, à une température donnée. C'est vrai dans le cas des fluides newtoniens pour lesquels il y a proportionnalité entre contrainte et vitesse de cisaillement, si bien que la viscosité est indépendante du cisaillement. Mais ce n'est plus vrai dans le cas des fluides non newtoniens, pour lesquels la relation de proportionnalité n'est plus vérifiée, et qui présentent un comportement en écoulement beaucoup plus riche et complexe [13].

### III.1. Les fluides newtoniens

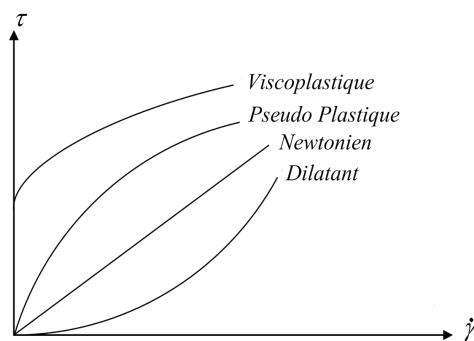
Un fluide newtonien est caractérisé par l'indépendance de sa viscosité du taux de cisaillement appliqué et on dit que le fluide a un comportement linéaire. Sa viscosité dynamique est donc constante:

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = C^{te} \quad (1.13)$$

Le rhéogramme  $\tau = f(\dot{\gamma})$  est donc une droite qui passe par l'origine, de pente  $\eta$ .

### III.2. Les fluides non newtoniens indépendants du temps

Ce sont les fluides purement visqueux pour lesquels la contrainte de cisaillement  $\tau$  dépend seulement du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  au point considéré. On peut citer trois types de comportement de ces fluides qui peuvent être mis en évidence au vu de leurs rhéogrammes (Figure.1.4).



**Figure 1.4 :** Rhéogrammes pour différents types de fluides dont la viscosité est indépendante du temps.

### a) Les fluides viscoplastiques (ou fluides à contrainte seuil)

Pour ce type de fluides, on n'a aucun écoulement tant que la contrainte appliquée ne dépasse pas une valeur critique  $\tau_c$ , appelée "contrainte seuil". De nombreuses suspensions concentrées de solides dans un liquide et certaines solutions de polymères présentent effectivement un seuil d'écoulement, au-delà duquel la contrainte augmente avec la déformation.

Appliquons une différence de pression croissante à un tel fluide qui remplit un tube cylindrique : on observe, juste au-dessus d'une valeur seuil, un écoulement en bloc de presque tout le fluide, avec une vitesse indépendante de la distance aux parois. Les gradients de vitesse sont localisés dans le voisinage immédiat de celles-ci, car c'est le seul endroit où on atteint la contrainte nécessaire pour créer un écoulement de cisaillement. On parle dans ce cas d'*écoulement bouchon*. En augmentant la contrainte, on retrouve un gradient de vitesse reparti dans tout le volume.

On peut interpréter ces comportements par la destruction des structures tridimensionnelles internes du fluide qui se forment au repos : ainsi, certaines argiles (bentonites ou laponites par exemple) ont une structure microscopique en plaquettes. En l'absence d'écoulement, les plaquettes forment des agrégats rigides, qui résistent jusqu'à un certain seuil de contrainte. Au-dessus de ce seuil, la structure est en partie détruite, et l'écoulement est rendu possible : plus la vitesse augmente, plus la structure se détruit, tandis que les plaquettes s'alignent dans la direction du mouvement. Il en résulte une augmentation de la contrainte avec la déformation plus lente que celle que donnerait une relation linéaire. On parle alors de fluides à seuil rhéo-fluidifiants (appelés parfois «fluides de Casson» ou «fluides de Herschel-Bulkley»). Un autre exemple de fluides de ce type est représenté par certaines suspensions de particules colloïdales; de même, les peintures doivent s'étaler quand elles sont soumises à un cisaillement avec un pinceau, mais elles ne doivent pas couler spontanément une fois appliquées.

Les boues de forage constituent un exemple particulièrement significatif d'une utilisation pratique de ce type de fluide : elles sont injectées au fond du puits au niveau du trépan à travers un train de tiges creuses qui entraînent la rotation de ce dernier depuis la surface, puis elles remontent ensuite vers la surface dans le forage.

## Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

Elles doivent pouvoir couler facilement quand une pression de pompage est appliquée, mais doivent aussi entraîner les débris de roches vers la surface et empêcher leur chute quand la circulation est arrêtée.

Parmi les autres fluides à seuil dont les applications pratiques sont importantes, on peut citer de nombreuses crèmes et émulsions utilisées par exemple dans l'industrie des cosmétiques et des pâtes dentifrices. Un autre exemple est le ciment frais (contrainte seuil  $\tau_c$  de l'ordre de quelques dizaines de pascals), ou divers produits de l'industrie alimentaire (concentrés de tomate à secouer avant de verser). On regroupe, dans le tableau 1.1 [14], quelques lois de comportements représentant ce type de fluides.

Modèle	Loi Rhéologique pour: $\tau \geq \tau_c$ et $\dot{\gamma} = 0$ pour $\tau < \tau_c$	Paramètres Caractéristiques
<b>Bingham [15]</b>	$\tau = \tau_c + \eta_p \dot{\gamma}$	$\tau_c, \eta_p$
<b>Herschel-Bulkley [16]</b>	$\tau = \tau_c + k \dot{\gamma}^n$	$\tau_c, k, n$
<b>Casson [17]</b>	$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_c} + \sqrt{\eta_p \dot{\gamma}}$	$\tau_c, \eta_p$
<b>Casson modifié [18]</b>	$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_c} + \sqrt{k \dot{\gamma}^n}$	$\tau_c, k, n$
<b>Casson-Shulman [19]</b>	$\tau^{1/n} = \tau_c^{1/n} + (k \dot{\gamma})^{1/n}$	$\tau_c, k, n$
<b>Casson généralisé [20]</b>	$\tau = \tau_c + \eta_\infty \dot{\gamma} + k \dot{\gamma}^n$	$\tau_c, k, n, \eta_\infty$
<b>Papanastasiou [21]</b>	$\tau = \left( \eta_p + \tau_c \left( \frac{1 - l^{-m \dot{\gamma}}}{\dot{\gamma}} \right) \right) \dot{\gamma}$	$\eta_p, \tau_c, m$
<b>Souza Mendez [22]</b>	$\tau = \left( \tau_c + k \dot{\gamma}^n \right) \left( \frac{1 - l^{-\eta_0 \dot{\gamma} / \tau_c}}{\dot{\gamma}} \right) \dot{\gamma}$	$\tau_c, k, n, \eta_0$

*Tableau.1.1. Lois rhéologiques des fluides indépendants du temps présentant une contrainte seuil*

### • La contrainte seuil

La contrainte seuil représente un paramètre fondamental de la loi de comportement du matériau constitutif de ces fluides à plusieurs titres. D'abord parce qu'il intervient au sein de la loi de comportement et que sa valeur représente une part importante des efforts à mettre en jeu pour maintenir l'écoulement à des vitesses pas trop élevées

## Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

comme celles des coulées naturelles. Ensuite parce qu'il caractérise l'effort minimum à fournir pour provoquer un écoulement. Plusieurs méthodes ont été utilisées pour la détermination et la comparaison de la contrainte seuil, mais la plupart des contraintes sont déterminées par l'extrapolation des données de la vitesse et de la contrainte de cisaillement, selon plusieurs modèles d'écoulement comme ceux de Bingham, de Herschel-Bulkley, de Casson et de Mizrahi-Berk [23, 24, 25]. La méthode de palette (vane method), qui est relativement facile à utiliser pour la détermination directe de la contrainte seuil ; a été utilisée dans plusieurs études, en particulier, sur les suspensions alimentaires et non alimentaires [26, 27]. La technique de relaxation de contraintes, si elle est correctement utilisée, peut également être très utile pour la mesure de la contrainte seuil des solutions très concentrées [28]. Avec la disponibilité des rhéomètres automatiques, des essais rhéologiques dynamiques peuvent également être employés pour déterminer la contrainte seuil des fluides viscoplastiques, en particulier, les suspensions alimentaires et non alimentaires [29, 30].

### **b) Les fluides sans contrainte seuil rhéo-fluidifiants (pseudo plastiques)**

Ces fluides s'écoulent même sous une contrainte faible, mais ils ont une viscosité apparente qui diminue lorsque la contrainte croît. De nombreuses solutions de polymères présentent ce type de comportement qui peut être attribué à des macromolécules entremêlées qui se séparent progressivement et s'alignent dans les écoulements [34]. Dans d'autres cas, ce comportement provient de la disparition des structures qui sont formées par suite de l'attraction entre particules solides. Des exemples classiques de ce type de comportement sont les suspensions diluées de particules solides, les solutions diluées de polymères de masse moléculaire élevée. On peut citer également le shampoing, ou les concentrés de jus de fruits. De même, les encres d'imprimerie formées de pigments solides en suspension dans des liquides complexes ont des caractéristiques rhéo-fluidifiantes.

### **c) Les fluides sans contrainte seuil rhéo-épaississants (dilatants)**

Ce sont des fluides dont la viscosité augmente cette fois avec la contrainte appliquée. Le sable mouillé en est un exemple : à faible vitesse, les grains glissent les uns par rapport aux autres en étant lubrifiés par l'eau ; sous forte contrainte, ils viennent frotter et s'arc-bouter les uns contre les autres. Les suspensions concentrées d'amidon ont des

## Chapitre 1 : Etude bibliographique

propriétés similaires. Certaines solutions de polymères présentent également ce comportement : quand les macromolécules sont initialement enroulées sur elles-mêmes, les contraintes associées à l'écoulement peuvent les dérouler en longues chaînes, ce qui augmente la viscosité. Ces fluides sont quelquefois appelés « fluides dilatants », ils n'ont presque jamais de seuil d'écoulement.

Modèle	Loi Rhéologique	Paramètres
Ostwald de waele [31]	$\tau = k\dot{\gamma}^n$	$k, n$
Sisko [20]	$\tau = \eta_\infty \dot{\gamma} + k\dot{\gamma}^n$	$k, n, \eta_\infty$
Ellis [32]	$\tau = \left( \frac{\eta_0}{1 + (\tau/\tau_{1/2})^{\alpha-1}} \right) \dot{\gamma}$	$\eta_0, \tau_{1/2}, \alpha$
Prandtl-eyring [33]	$\tau = \tau_0 s h^{-1}(t_0 \dot{\gamma})$	$\tau_0, t_0$
Metzner [36]	$\tau = \eta_0 \left[ \frac{1 + (\tau/\tau_m)^{\alpha-1} (\eta_\infty/\eta_0)}{1 + (\tau/\tau_m)^{\alpha-1}} \right] \dot{\gamma}$	$\eta_0, \eta_\infty, \tau_m, \alpha$
Cross [37]	$\tau = \left[ \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + (\dot{\gamma} \cdot t_1)^P} \right] \dot{\gamma}$	$\eta_0, \eta_\infty, t_1, P$
Williams [38]	$\tau = \left[ \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{(1 + 2t_1^2 \dot{\gamma}^2)^P} \right] \dot{\gamma}$	$\eta_0, \eta_\infty, t_1, P$
Carreau [39]	$\tau = \left[ \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left( 1 + (\lambda \dot{\gamma})^2 \right)^{\frac{n-1}{2}} \right] \dot{\gamma}$	$\eta_0, \eta_\infty, \lambda, n$

*Tableau.1.2. Lois rhéologiques des fluides indépendants du temps ne présentant pas une contrainte seuil.*

D'autres fluides ont des caractéristiques encore plus complexes que les précédents et présentent successivement des comportements rhéo-fluidifiants et rhéo-épaississants lorsqu'on augmente le taux de cisaillement (on peut ainsi commencer par dérouler et aligner des chaînes polymères, ce qui diminue la viscosité  $\eta$ , jusqu'à ce qu'elles commencent à interagir et à se structurer, ce qui augmente de nouveau  $\eta$ ) [35]. La diminution de  $\eta$  dans le domaine des contraintes de cisaillement intermédiaires peut entraîner l'apparition d'instabilités. On présente, dans le tableau 1.2, quelques lois de comportements les plus utilisées en mécanique des fluides.

## III.3. Les fluides non newtoniens dépendants du temps

### a) Les fluides thixotropes

Ces fluides ont une viscosité qui diminue avec le temps quand on leur applique une contrainte constante. Après suppression de cette contrainte, on ne retrouve la viscosité initiale qu'après un certain temps de repos. Les solutions concentrées de polymères et les suspensions en sont des exemples. De nombreux corps sont à la fois thixotropes, rhéo-fluidifiants et même, à contrainte seuil. La relation entre thixotropie et propriétés rhéo-fluidifiantes dépend des valeurs relatives de deux temps caractéristiques ;  $t$  : temps de réarrangement de la structure interne du fluide, et  $T$  : temps de variation de la contrainte appliquée. Le rapport de ces deux temps est appelé nombre de Deborah,  $De$ :

$$De = \frac{t}{T} \quad (1.14)$$

Lorsque le nombre  $De$  est très petit devant l'unité, le fluide a le temps de se réarranger lorsqu'on fait varier la contrainte  $\tau$  (ou bien le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ ) imposée. Pour un fluide rhéofluidifiant, tel que ceux décrits à la section III.2, la viscosité apparente diminue avec  $\dot{\gamma}$ , mais la valeur obtenue est indépendante de la durée de la mesure ; de plus, si on décrit des cycles d'augmentation (charge) et de diminution (décharge) du taux de cisaillement, la relation contrainte-taux de cisaillement est toujours la même. En pratique, de telles caractéristiques représentent surtout un cas modèle qui ne décrit bien que des écoulements permanents ou lentement variables de fluides réels. Au contraire, pour un nombre  $De$  très supérieur à l'unité et, même si on impose une contrainte ou un cisaillement constant, les propriétés rhéologiques mesurées évoluent au fur et à mesure du changement de structure des fluides. De même, lorsqu'on décrit une suite d'augmentations et de diminutions du taux de cisaillement, on observe un effet d'hystérésis et on finit par décrire -après un régime transitoire- un cycle limite où les courbes caractéristiques correspondant à une variation dans un sens et dans l'autre ne coïncident pas. De tels comportements sont des manifestations de la thixotropie.

# Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

Pour les polymères, la thixotropie reflète souvent, à l'échelle microscopique, le désenchevêtrement d'amas de macromolécules. Pour les suspensions, on peut avoir destruction d'édifices de particules dont la formation est due à l'existence de forces d'attraction électrostatiques ou de forces de Van der Waals. On observe des propriétés similaires pour certaines solutions d'argiles (bentonites) : lorsqu'on mesure la variation du couple à exercer pour maintenir une vitesse de rotation donnée, on constate que celui-ci diminue avec le temps sur des durées de plusieurs minutes ou dizaines de minutes. Si on ramène ensuite progressivement la vitesse de rotation à zéro, on décrit une caractéristique contrainte-déformation différente de la courbe initiale : une modification lente de la structure s'est produite et on ne retrouve la courbe de départ qu'en laissant le fluide au repos pendant plusieurs heures. Cette évolution lente de la structure interne du fluide en écoulement se superpose aux non-linéarités de la relation contrainte-déformation : elle est d'autant plus marquée que les gradients de vitesse auxquels est soumis le fluide sont plus importants. Enfin, les temps caractéristiques de destruction et de réarrangement de la structure interne de tels fluides soumis à des cisaillements peuvent être différents.

Les fluides thixotropes ont de nombreuses applications pratiques : les peintures et les boues de forage déjà évoquées sont fortement thixotropes, ce qui vient renforcer l'effet des caractéristiques rhéo-fluidifiantes que nous avons vues plus haut. Quelques rares fluides ont des caractéristiques inverses des précédentes et deviennent plus visqueux au cours du temps quand on les soumet à un cisaillement: on parle alors de fluides anti-thixotropes ou rhéopèxes, tels que la pâte de gypse et certains polymères auto-associatifs (ils sont caractérisés plutôt par leur solidification progressive lorsqu'ils sont agités).

## **b) Les fluides viscoélastiques**

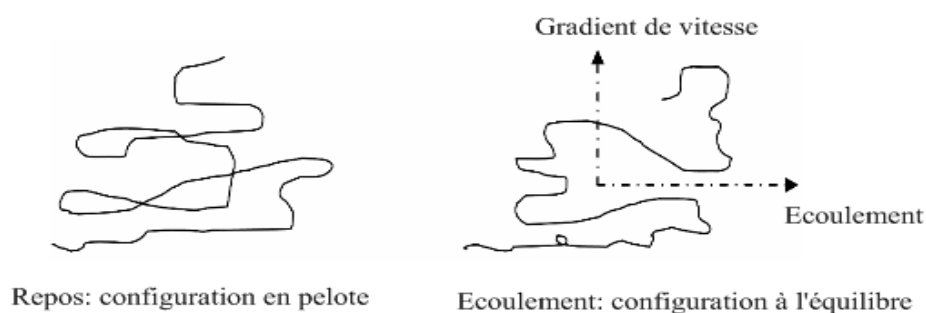
Tous les liquides présentent des propriétés visqueuses. Mais, à condition de posséder une structure relativement complexe, ils présentent également des propriétés élastiques. Cette élasticité se manifeste en particulier par le fait que, lorsqu'on applique ou lorsqu'on supprime brutalement un cisaillement, il apparaît un régime transitoire pendant lequel la structure de l'échantillon évolue avant de se stabiliser. Si l'on considère par exemple le cas d'une solution de polymère, l'application brutale d'un cisaillement va faire évoluer la conformation des macromolécules d'une configuration

## Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

repliée sur elle-même (de type pelote statistique) à une configuration plus étirée (Figure.1.5). Il est facile de comprendre qu'en passant de l'état de repos à l'état d'équilibre sous cisaillement, la macromolécule emmagasine de l'énergie élastique, qu'elle est susceptible de restituer après suppression du cisaillement: tout se passe comme si la macromolécule jouait le rôle d'un ressort. Les processus mis en jeu pour atteindre la configuration d'équilibre sont des mécanismes de réarrangement moléculaire.

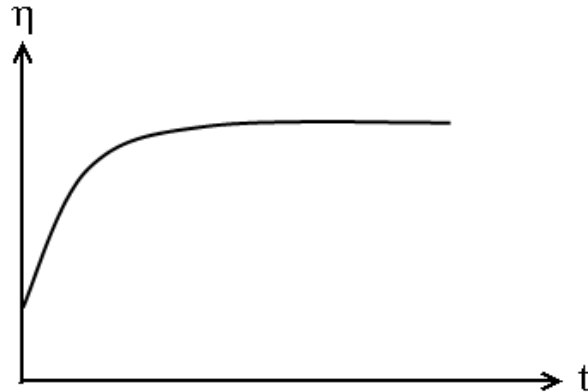
On imagine que, si on a affaire à une structure complexe, il y aura plusieurs processus de réarrangement moléculaire. Si on considère par exemple un polymère fondu à longue chaîne dans un état enchevêtré, il est évident que la chaîne va réagir à l'application d'un cisaillement brutal par des mécanismes différents. Certains vont faire intervenir les mouvements locaux des segments et monomères : ce sont des mouvements à petite échelle qui seront caractérisés par des temps « courts » (avec la même signification que celle adoptée lors de la définition du nombre de Deborah).



**Figure 1.5 :** Configurations des macromolécules en solution.

Ces mouvements mettent donc en jeu l'élasticité des chaînes, d'abord une élongation brutale, qui correspond à l'élasticité instantanée, suivie, en général, d'une élongation ralentie par les frottements internes des chaînes, qui correspond à l'élasticité retardée. D'autres mécanismes vont faire intervenir des mouvements de l'ensemble de la chaîne : ce sont les mouvements à grande échelle (mouvements de reptation, par exemple) qui seront caractérisés par des temps « longs » et qui correspondront à l'écoulement du matériau. Les tests transitoires qui consistent à imposer brutalement une contrainte constante (test de fluage) ou une vitesse de déformation constante (test de relaxation), permettent théoriquement d'obtenir le spectre de ces temps de réarrangement moléculaire, et qui sont appelés respectivement temps de retard et temps de relaxation.

C'est pourquoi l'état d'équilibre sous cisaillement n'est pas atteint instantanément. Dans le cas particulier du fluage résultant de l'application brutale d'une contrainte, on observe que la viscosité augmente avec le temps jusqu'à atteindre un plateau lorsque la configuration d'équilibre est atteinte (Figure. 1.6). On parlera d'élasticité retardée, par opposition à l'élasticité instantanée de l'état solide.



*Figure 1.6 : Fluage d'un liquide viscoélastique.*

### IV. Ecoulements dans une conduite cylindrique

L'étude des écoulements stationnaires en conduite d'un fluide visqueux de masse volumique constante revient, essentiellement, à la détermination des deux grandeurs les plus caractéristiques : la vitesse et la perte de charge. Ce sont des grandeurs directement liées à la viscosité du fluide, laquelle, en présence de paroi, introduit un gradient de vitesse, donc des contraintes de frottement entre les couches fluides. Pour un nombre de Reynolds suffisant, ces mêmes gradients de vitesse conduisent au développement de la turbulence. Comme ces phénomènes, contraintes de frottement et turbulence, dissipent de l'énergie mécanique du fluide, ils ont comme conséquence directe une diminution, de l'amont à l'aval, de la charge moyenne dans chaque section droite de la conduite.

#### IV.1. La longueur d'établissement (ou d'entrée)

##### IV.1.1. Définitions

- La longueur d'entrée d'un écoulement laminaire stationnaire, d'un fluide newtonien, est la longueur entre la section d'entrée de la conduite et une section où la différence entre le profil de vitesse et le profil parabolique est inférieure à 1% (Boussinesq, 1891). En d'autres termes c'est la longueur requise pour passer d'un profil de la vitesse d'un écoulement stationnaire approximativement uniforme à un profil parabolique [40].

# Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

- La longueur d'entrée d'un écoulement laminaire stationnaire est la longueur requise pour que la vitesse au centre soit égale à 99% de la vitesse de l'écoulement établi.
- La longueur d'entrée d'un écoulement dépend :
  - i) des conditions d'entrée.
  - ii) du type de mouvement en amont.
  - iii) de type du comportement de fluide.
  - iv) du régime d'écoulement.

## IV.1.2. Relations

Dans le cas d'une conduite cylindrique circulaire, différentes relations donnant la longueur d'établissement ont été proposées et on peut citer :

### a) Pour un fluide newtonien

➤ Ecoulement laminaire :

$$Le = 0.065 \cdot D \cdot Re \quad \text{Calcul théorique de Boussinesq}$$

Travail expérimental de Nikuradse

$$Le = 0.06 \cdot D \cdot Re \quad \text{Travail théorique de Asao, Iwanami et Mori}$$

➤ Ecoulement de transition :

$$Le > 300 \cdot D$$

➤ Ecoulement turbulent :

$$Le = 0.693 \cdot D \cdot Re^{0,25} \quad \text{Travail théorique de Latzko}$$

$$Le = (25 \approx 40) \cdot D \quad \text{Travail expérimental de Nikuradse}$$

### b) Pour un fluide viscoplastique

Pour les fluides viscoplastiques, c'est-à-dire dont le comportement rhéologique peut être décrit par le modèle de Herschel-Bulkley, la longueur d'établissement,  $Le$ , est, d'après Peixinho et al [41], donnée par :

$$\frac{Le}{R Re_g} = \frac{0,23}{n^{0,31}} - 0,4a \quad (1.15)$$

Où  $Re_g = \frac{\rho U_m^{2-n} R^n}{k}$  est le nombre de Reynolds généralisé de Schowalter [42]

$$\text{et } a = \frac{\text{contrainte seuil}}{\text{contrainte pariétale}} = \frac{\tau_c}{\tau_p}.$$

## IV.2. Profil de vitesse en écoulement laminaire

On s'intéresse à l'écoulement d'un fluide purement visqueux indépendant du temps (non thixotrope), non élastique, incompressible, homogène, isotrope et isotherme.

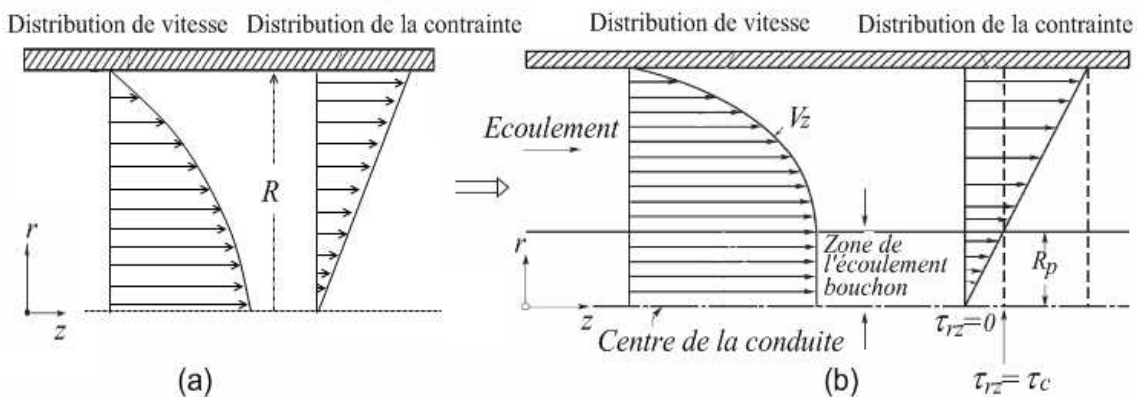
Nous supposons également que l'écoulement est laminaire, à cisaillement simple, et adhérent à la paroi.

L'écoulement de Hagen Poiseuille d'un fluide à contrainte seuil  $\tau_c$  est caractérisé par la présence d'une zone isovitesse au centre de l'écoulement (Figure.1.7). Le matériau dans cette zone isovitesse est considéré comme un solide indéformable d'après le modèle de Bingham ou de Herschel-Bulkley. La dimension de cette zone ne dépend que du nombre de Bingham  $Bm$  ou de Herschel-Bulkley  $Hb$  (le rapport entre la contrainte seuil et une contrainte visqueuse nominale). Bird et al. (1983) [43] ont donné les expressions des profils de vitesse dans le cas d'écoulements unidirectionnels, dans des géométries simples (conduite cylindrique, canal plan, conduite annulaire,...). Les profils de la vitesse axiale et de la contrainte pour  $\tau \geq \tau_c$ , pour le fluide non newtonien à contrainte seuil, sont donnés par les expressions suivantes :

- Vitesse axiale : 
$$u(r) = \frac{D \cdot n}{n+1} \cdot \left(\frac{\tau_p}{k}\right)^{1/n} \left(1 - \frac{\tau_c}{\tau_p}\right)^{n+1/n} \left[1 - \left(\frac{r/R - \tau_c/\tau_p}{1 - \tau_c/\tau_p}\right)^n\right] \quad (1.16a)$$

- Contrainte de frottements : 
$$\tau(r) = (\tau_p/R) \cdot r \quad (1.16b)$$

La figure 1.7 montre la différence du comportement des profils de la vitesse axiale et de contrainte pour un fluide newtonien et un fluide non newtonien à contrainte seuil.



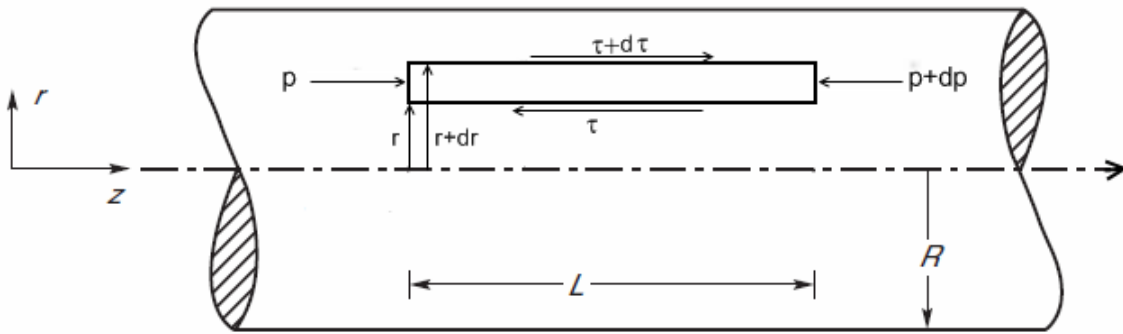
**Figure 1.7 :** Représentation du profil de vitesse et de la distribution des contraintes dans une conduite cylindrique, (a): fluide newtonien, (b): fluide viscoplastique

## IV.2.1. Relation de Rabinowitsch

Dans un écoulement laminaire établi, on peut montrer qu'elle existe toujours une relation qui relie la contrainte à la paroi d'une part et le débit volumique (vitesse moyenne) ou la vitesse maximale d'autre part [44,45,46].

Si on prend un élément de volume (Figure.1.8) dans une géométrie cylindrique, les forces agissantes sur cet élément sont les suivantes:

- Les forces de frottements visqueuses  $\vec{F}_f$ : dues au transfert radial de quantité de mouvement à l'échelle moléculaire ; ces forces exerçant une contrainte sur la paroi de la conduite sont appelées contraintes pariétales.
- Les forces de pesanteur  $\vec{F}_g$
- Les forces de pression  $\vec{F}_p$



**Figure 1.8 :** *Ecoulement à travers une conduite cylindrique*

Le bilan des forces s'exerçants sur l'élément de volume donne:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_f + \vec{F}_p + \vec{F}_g = \vec{0} \quad (1.17a)$$

Sachant que le travail des forces de gravité est nul (conduite horizontale), la projection sur l'axe de l'écoulement donne:

$$[(2\pi r dz \tau)_{r+dr} - (2\pi r dz \tau)_r] + [(2\pi r dr p)_z - (2\pi r dr p)_{z+dz}] = 0 \quad (1.17b)$$

L'équation (1.17) donne pour un élément de volume de longueur L :

$$\tau(r) = \frac{\Delta p}{L} \frac{r}{2} + \frac{cte}{r} \quad (1.18)$$

Pour  $r = 0$  : la contrainte  $\tau(r)$  est finie, alors la constante d'intégration est nulle ( $cte = 0$ ) et la relation (1.18) devient:

$$\tau(r) = \frac{\Delta p}{L} \frac{r}{2} \quad (1.19)$$

# Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

Pour  $r = R$  : on trouve la contrainte à la paroi :

$$\tau_p = \frac{\Delta p D}{L 4} \quad (1.20)$$

Si nous faisons le rapport des deux équations (1.19) sur (1.20), on trouve la relation:

$$\frac{\tau}{\tau_p} = \frac{r}{R} \quad (1.21)$$

D'autre part, le débit volumique de l'écoulement qui traverse la conduite horizontale est donné par:

$$Q_v = \int_0^R 2\pi r u(r) dr \quad (1.22)$$

$u(r)$  est la vitesse axiale dans la conduite.

Intégrons par partie l'équation (1.22), on aboutit à :

$$Q_v = \pi r^2 u(r) \Big|_0^R - \pi \int_0^R r^2 du(r) = -\pi \int_0^R r^2 du(r) \quad (1.23)$$

Nous savons que l'équation constitutive générale du fluide qui lie la contrainte de cisaillement à la vitesse de cisaillement est donnée par l'équation :

$$\dot{\gamma} = -\frac{du}{dr} = f(\tau) \quad \text{donc} \quad du = -f(\tau) d\tau \quad (1.24)$$

On peut alors écrire l'équation (1.23) sous la forme suivante :

$$Q_v = \pi \int_0^R r^2 f(\tau) dr \quad (1.25)$$

A l'aide de l'équation (1.21), nous faisons un changement de variable approprié et nous aboutirons à la relation de Rabinowitsch :

$$\frac{Q_v}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_p^3} \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau = \frac{U_m}{R} \quad (1.26)$$

Cette relation n'est valable qu'en régime laminaire, elle donne la relation entre le débit volumique (ou la vitesse moyenne) et la contrainte pariétale.

## • Cas d'un fluide newtonien

La loi du comportement d'un fluide newtonien est donnée par :

$$f(\tau) = \frac{\tau}{\eta} \quad (1.27)$$

## Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

Et la relation de Rabinowitsch donne :

$$\frac{Q_v}{\pi R^3} = \frac{\tau_p}{4\eta} \quad (1.28)$$

Et si on remplace  $\tau_p$  par sa formule donnée en (1.20), on obtient la fameuse relation de Hagen Poiseuille :

$$Q_v = \frac{\pi D^4}{128 \eta} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad (1.29)$$

Alors que le taux de cisaillement moyen à la paroi est défini par :

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau_p}{\eta} = \frac{1}{\eta} \frac{Q_v}{\pi R^3} 4\eta = \frac{8U_m}{D} \quad (1.30)$$

### • Cas d'un fluide de Bingham

La loi du comportement d'un fluide de Bingham pour  $\tau \geq \tau_c$  est donnée par :

$$f(\tau) = \frac{\tau - \tau_c}{\eta_p} \quad (1.31)$$

Si on injecte cette loi de comportement dans la relation de Rabinowitsch on trouve :

$$\frac{Q_v}{\pi R^3} = \frac{\tau_p}{4\eta_p} \left[ 1 - \frac{4}{3} \frac{\tau_c}{\tau_p} + \frac{1}{3} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^4 \right] \quad (1.32)$$

Alors que le taux de cisaillement moyen à la paroi est donné par :

$$\left( \frac{8U_m}{D} \right) = \frac{\tau_p}{\eta_p} \left[ 1 - \frac{4}{3} \frac{\tau_c}{\tau_p} + \frac{1}{3} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^4 \right] \quad (1.33)$$

### • Cas d'un fluide de Herschel-Bulkley

La loi du comportement d'un fluide de Herschel-Bulkley pour  $\tau \geq \tau_c$  est donnée par :

$$f(\tau) = \left( \frac{\tau - \tau_c}{k} \right)^{1/n} \quad (1.34)$$

Et la relation de Rabinowitsch pour ce type de fluide nous donne :

$$\frac{Q_v}{\pi R^3} = \frac{n}{3n+1} \left( \frac{\tau_p - \tau_c}{k} \right)^{1/n} \left[ 1 - \frac{1}{1+2n} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right) - \frac{2n}{(1+n)(1+2n)} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^2 - \frac{2n^2}{(1+n)(1+2n)} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^3 \right] \quad (1.35)$$

Le taux de cisaillement à la paroi :

$$\left(\frac{8U_m}{D}\right) = \frac{4n}{3n+1} \left(\frac{\tau_p - \tau_c}{k}\right)^{1/n} \left[ 1 - \frac{1}{1+2n} \left(\frac{\tau_c}{\tau_p}\right) - \frac{2n}{(1+n)(1+2n)} \left(\frac{\tau_c}{\tau_p}\right)^2 - \frac{2n^2}{(1+n)(1+2n)} \left(\frac{\tau_c}{\tau_p}\right)^3 \right] \quad (1.36)$$

### • Cas d'un fluide de Casson

Pour ce type de fluides, La loi du comportement pour  $\tau \geq \tau_c$  est donnée par :

$$f(\tau) = \frac{\tau + \tau_c - 2\sqrt{\tau\tau_c}}{k} \quad (1.37)$$

La relation de Rabinowitsch peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{Q_v}{\pi R^3} = \frac{\tau_p}{4\eta_p} \left[ 1 - \frac{16}{7} \left(\frac{\tau_c}{\tau_p}\right)^{1/2} + \frac{4}{3} \left(\frac{\tau_c}{\tau_p}\right) - \frac{1}{21} \left(\frac{\tau_c}{\tau_p}\right)^4 \right] \quad (1.38)$$

Et le taux de cisaillement à la paroi :

$$\left(\frac{8U_m}{D}\right) = \frac{\tau_p}{\eta_p} \left[ 1 - \frac{16}{7} \left(\frac{\tau_c}{\tau_p}\right)^{1/2} + \frac{4}{3} \left(\frac{\tau_c}{\tau_p}\right) - \frac{1}{21} \left(\frac{\tau_c}{\tau_p}\right)^4 \right] \quad (1.39)$$

### IV.2.2. Les vitesses caractéristiques

Pour un écoulement laminaire et dans une conduite cylindrique, on peut avoir deux vitesses caractéristiques : la vitesse moyenne et la vitesse maximale au centre de la conduite.

#### a) Vitesse moyenne

A partir de la relation de Rabinowitsch, on peut montrer facilement que :

$$U_m = \frac{D}{2\tau_p^3} \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (1.40)$$

#### b) Vitesse maximale ou axiale

D'après les relations (1.21) et (1.24), nous avons :  $dr = \frac{R}{\tau_p} d\tau$  et nous savons que :

$$\int_0^R du = \int_0^R -f(\tau) dr = \int_0^{\tau_p} -f(\tau) \frac{R}{\tau_p} d\tau$$

Et finalement, on trouve :

$$U_c = \frac{D}{2\tau_p} \int_0^{\tau_p} f(\tau) d\tau \quad (1.41)$$

- Cas d'un fluide newtonien

$$U_m = \frac{\tau_p D}{8\eta}$$

$$U_c = \frac{\tau_p D}{4\eta}$$
(1.42)

- Cas d'un fluide de Bingham

$$U_m = \frac{\tau_p D}{8\eta_p} \left[ 1 - \frac{4}{3} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^4 \right]$$

$$U_c = \frac{\tau_p D}{4\eta_p} \left[ 1 - 2 \frac{\tau_c}{\tau_p} + \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^2 \right]$$
(1.43)

- Cas d'un fluide de Herschel-Bulkley

$$U_m = \frac{Dn}{2(3n+1)} \left( \frac{\tau_p - \tau_c}{k} \right)^{1/n} \left[ 1 - \frac{1}{(1+2n)} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right) - \frac{2n}{(1+n)(1+2n)} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^2 - \frac{2n^2}{(1+n)(1+2n)} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^3 \right]$$

$$U_c = \frac{Dn}{2(n+1)} \left( \frac{\tau_p}{k} \right)^{1/n} \left( 1 - \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^{1/n+1}$$
(1.44)

- Cas d'un fluide de Casson

$$U_m = \frac{\tau_p D}{8\eta_p} \left[ 1 - \frac{16}{7} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^{1/2} + \frac{4}{3} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right) - \frac{1}{21} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^4 \right]$$

$$U_c = \frac{\tau_p D}{4\eta_p} \left[ 1 - \frac{8}{3} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^{1/2} + 2 \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^2 \right]$$
(1.45)

### IV.2.3. Le facteur de frottements

Le facteur de frottements est défini par :

$$f = \frac{\text{Contrainte à la paroi}}{\text{Contrainte inertielle}}$$

C'est-à-dire :

$$f = \frac{2\tau_p}{\rho U_m^2}$$
(1.46)

## Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

Si on exprime  $\tau_p$  en fonction de  $\Delta P$  (relation 1.20), on trouve :

$$f = \frac{D \cdot \Delta P}{2\rho L U_m^2} \quad (1.47)$$

### • Cas d'un fluide newtonien

Maintenant, on remplace  $\Delta P$  par la relation (1.29), et la formule de  $f$  devient :

$$f = \frac{16}{\text{Re}} \quad (1.48)$$

Avec :

$$\text{Re} = \frac{\rho U_m D}{\eta} \quad (1.49)$$

Re est le nombre de Reynolds pour un fluide newtonien, représentant le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses.

### • Cas d'un fluide de Bingham

Pour les fluides de type Bingham, on prend la relation (1.32) et on la rend adimensionnelle, en utilisant les nombres adimensionnels suivants :

$$\text{Re}_p = \frac{\rho U_m D}{\eta_p} : \text{C'est le nombre de Reynolds plastique.}$$

$$\text{Bm} = \frac{\tau_c D}{U_m \eta_p} : \text{C'est le nombre de Bingham et qui représente le rapport entre la}$$

contrainte seuil et la contrainte visqueuse.

$$\text{He} = \frac{\rho \tau_c D^2}{\eta_p^2} = \text{Re}_p \cdot \text{Bm} : \text{C'est le nombre de Hedström.}$$

Finalement, on trouve la formule du facteur de frottements suivante :

$$f = \frac{16}{\text{Re}_p} \left( 1 + \frac{1}{6} \text{Bm} \right) - \frac{16}{3} \frac{\text{Bm}^4}{\text{Re}_p^4 f^3} \quad (1.50)$$

### • Cas d'un fluide de Herschel-Bulkley

Nous utilisons, cette fois-ci, le coefficient de frottements de Fanning,  $f$ , défini par :

$$f = \frac{2\tau_p}{\rho U_m^2} = \frac{16}{\text{Re}'} \quad (1.51)$$

Où  $\text{Re}'$  est le nombre de Reynolds de Metzner et Reed [47].

Dans le cas du fluide de Herschel-Bulkley, l'équation (1.51) permet d'écrire :

$$\text{Re}' = \frac{16}{f} = \frac{16}{\frac{2\tau_p}{\rho U_m^2}} = \frac{8 \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)}{\frac{\tau_c}{k \left( \frac{U_m}{R} \right)^n}} \frac{\rho U_m^{2-n} R^n}{k} = \frac{8a}{Hb} \text{Re}_g \quad (1.52)$$

Où  $\text{Re}_g = \frac{\rho U_m^{2-n} R^n}{k}$  est le nombre de Reynolds généralisé de Schowalter [42],

$$Hb = \frac{\tau_c}{k \left( \frac{U_m}{R} \right)^n} \text{ représente le nombre de Herschel-Bulkley et } a = \frac{\tau_c}{\tau_p}.$$

### • Cas d'un fluide de Casson

On fait le même travail que celui effectué pour le fluide de Bingham, c'est-à-dire : rendre adimensionnelle l'équation (1.38). On tombe finalement sur la formule suivante :

$$f = \frac{16}{\text{Re}_p} \left( 1 - \frac{1}{6} Bm \right) - \frac{16\sqrt{2}}{7} \left( \frac{fBm}{\text{Re}_p} \right)^{1/2} - \frac{1}{21} \frac{Bm^4}{\text{Re}_p^4 f^3} \quad (1.53)$$

$\text{Re}_p$  et  $Bm$  sont définis au niveau de la relation (1.50)

### IV.3. Transition laminaire-turbulent

Dans une conduite cylindrique circulaire lisse, l'écoulement en régime stationnaire est laminaire lorsque le nombre de Reynolds est inférieur à 2100. Au-delà d'une valeur de 5000, l'écoulement est essentiellement turbulent. Par suite, lorsque le nombre de Reynolds est compris entre 2 100 et 5 000, le transfert de quantité de mouvement se fait à la fois par dissipation d'énergie visqueuse et d'énergie cinétique et l'écoulement est dit intermédiaire ou de transition. Il n'existe pas de distribution des vitesses en écoulement intermédiaire et par suite de relation semi- théorique permettant de calculer le facteur de frottements. Heureusement dans les cas industriels l'écoulement est soit très laminaire, soit nettement turbulent. Cependant si l'écoulement est intermédiaire on pourra évaluer le facteur de frottement en se basant sur les travaux de BOBBY H. YANG et DANIEL D. JOSEPH [48], qui ont repris les travaux de Nikuradse (1933), sur les fluides newtoniens, et ont abouti au résultat suivant :

$$f = 2,075 \cdot 10^{-5} \text{Re}^{0,75} \quad (1.54)$$

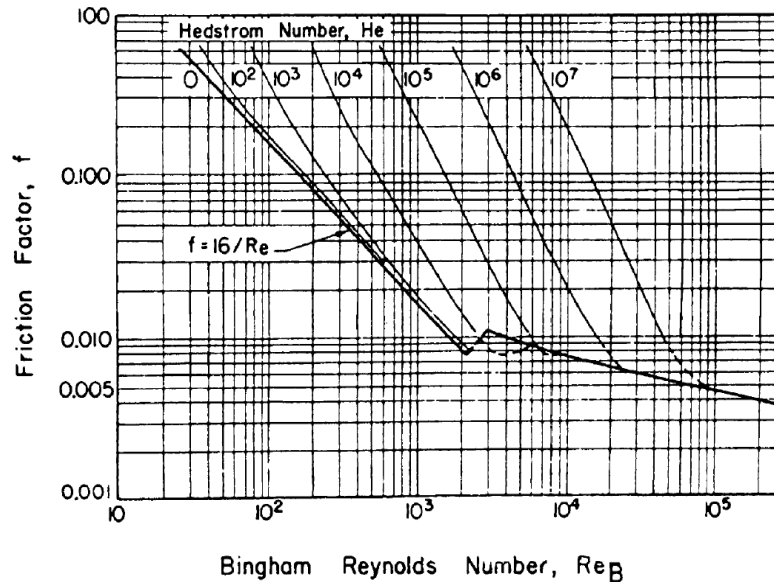
## Chapitre 1 : Etude bibliographique

Pour les fluides viscoplastiques de Bingham, Hedström [11] a utilisé le critère proposé initialement par Bingham. L'équation de conservation du débit (1.32) a donné la relation du facteur de frottements (1.50) qui peut s'écrire sous la forme :

$$f = \frac{16}{Re_p} + \frac{16}{6} \frac{He}{Re_p^2} - \frac{16}{3} \frac{1}{f^3} \frac{He^4}{Re_p^8} \quad (1.55)$$

Où  $Re_p$  et  $He$  sont définis précédemment.

On suppose que pour un nombre de Hedström donné, le nombre de Reynolds de transition est atteint à l'intersection entre les courbes de frottements laminaire et turbulent (Figure.1.9).



**Figure 1.9 :** Coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour différents nombres de Hedström d'après Hedström [11]

### Cas d'un fluide de Herschel-Bulkley

Le critère précédent a été étendu aux fluides de type Herschel-Bulkley par Malin [32] en utilisant :

$$Re' = \frac{16}{f} = 8\rho R^n U_m^{2-n} \left( \frac{n}{1+3n} \right)^n \frac{\zeta}{k} \quad (1.56)$$

Avec :

$$\zeta = (1-a)^{1+n} \left[ (1-a)^2 + 2a(1-a) \frac{1+3n}{1+2n} + a^2 \frac{1+3n}{1+n} \right]^n \quad (1.57)$$

On peut considérer que la transition démarre avec l'apparition de la première bouffée turbulente. Le régime transitoire est caractérisé par des séquences intermittentes de bouffées turbulentes et d'écoulements laminaires. Lorsque les séquences turbulentes sont prépondérantes, l'écoulement est turbulent.

## IV.4. Ecoulement turbulent

Le comportement complexe des écoulements turbulents est la plupart du temps abordé par la voie statistique. On peut ainsi considérer que l'étude de la turbulence fait partie de la physique statistique. Pour traduire le fait que, dans un écoulement turbulent, les forces d'inertie l'emportent sur les forces de viscosité, un nombre de Reynolds convenablement choisi doit être supérieur à un certain seuil.

Une propriété classiquement mise en avant d'un écoulement turbulent réside dans un processus appelé cascade d'énergie : la division des grands tourbillons en tourbillons plus petits permet un transfert d'énergie des grandes échelles vers les petites échelles. Ce processus est limité par l'effet de la dissipation moléculaire, qui empêche les variations de vitesse trop importantes.

La physique des turbulences est en plein essor grâce à la généralisation des instruments de mesure et à la réduction progressive des coûts de ceux-ci. Depuis les années 1970, la mécanique des fluides numérique permet aux chercheurs d'étudier la turbulence, principalement en utilisant une approche de simulation numérique directe. L'écoulement turbulent d'un fluide non newtonien en conduite est un cas particulier de turbulence en écoulement avec paroi. Classiquement, en turbulence, une description statistique des équations de la mécanique des fluides conduit à un système d'équations ouvert. Des modèles simples à une équation [41]. Malin [32, 49] propose la fermeture des équations par des méthodes à deux équations de type  $\bar{k} - \varepsilon$ .

### IV.4.1. Les effets de la turbulence

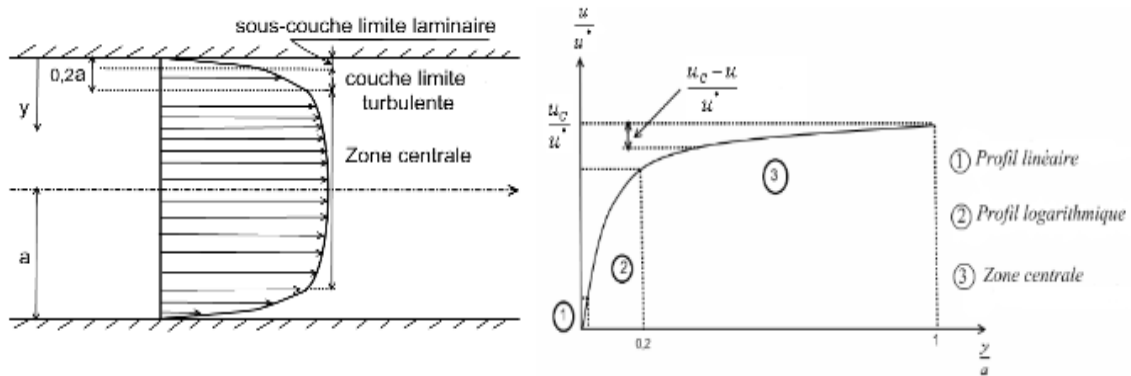
La turbulence augmente la traînée des objets en mouvements pour des nombres de Reynolds élevés. Cependant, provoquer la turbulence peut retarder le décollement de la couche limite et de ce fait diminuer le coefficient de traînée (par exemple : combinaisons des nageurs munies d'écailles pour provoquer la turbulence sur la surface, balles de golf non lisses, turbulateurs sur les avions). Dans le domaine de la météorologie, la turbulence explique les variations des courants marins et des vents

# Chapitre 1 : Etude bibliographique

atmosphériques. Elle est aussi étudiée en aéronautique (jets des réacteurs, chambres de combustion, sillages des aubes et compresseurs, etc.), dans l'industrie chimique (efficacité considérable du processus de mélange turbulent), ainsi qu'en acoustique, en géophysique, etc. En astronomie la turbulence atmosphérique est le frein majeur aux observations effectuées depuis la terre. Elle a pour effet la dispersion de la lumière de façon fluctuante et aléatoire.

## IV.4.2. Profils des vitesses dans une conduite hydrauliquement lisse

De point de vue du profil des vitesses, trois domaines sont à considérer. La figure ci-dessous nous présente le profil des vitesses en régime turbulent.



**a)** Au voisinage immédiat de la paroi, se développe une zone d'écoulement laminaire de très faible épaisseur avec des gradients de vitesse très importants.

Cette zone est dénommée film ou sous-couche limite laminaire et nous avons un écoulement laminaire avec un profil des vitesses linéaire donné par :

$$\frac{u}{u^*} = Re^* \quad \text{pour } Re^* < 5 \quad (1.58)$$

Où  $u^* = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$  est la vitesse de frottement et  $Re^* = \frac{u^* y}{\nu}$  est le nombre de Reynolds de frottements.

**b)** Au-delà de cette zone pariétale, la turbulence peut se développer et l'on observe alors un domaine d'écoulement turbulent où les gradients de vitesse sont encore très importants.

Cette zone est la couche limite turbulente et le profil de vitesses est donné par [50]:

$$\frac{u}{u^*} = 5,75 \log_{10} Re^* + 5,5 \quad \text{pour } 11,6 < Re^* < 70 \quad (1.59)$$

c) En fin, au-delà de la zone limitée par  $y/a \approx 0,2$  ou  $Re^* \approx 70$ , on a la zone centrale avec des gradients de vitesse relativement faibles (profil des vitesses presque plat).

Dans cette zone, l'influence de la paroi tend à s'estomper et l'on utilise, pour représenter le profil des vitesses, aussi bien en conduite lisse que rugueuse, la relation ci-dessous (relation 1.60) exprimant la différence entre la vitesse réduite maximale  $u_c/u^*$  et la vitesse réduite réelle  $u/u^*$  et qui s'écrit sous la forme :

$$\frac{u_c - u}{u^*} = g\left(\frac{y}{a}\right) \quad (1.60)$$

Cette relation est dite loi de vitesse déficitaire avec diverses formulations de  $g\left(\frac{y}{a}\right)$  [50].

### IV.4.3. Relation entre la vitesse maximale et la vitesse moyenne

De la relation :  $\frac{u}{u^*} = \frac{1}{k} \ln y + c$

On déduit aisément le rapport :  $\frac{U_m}{u^*}$ .

En effet :

$$U_m = \frac{Q_v}{S} = \frac{\int_0^a 2\pi r u dr}{\pi a^2} = \frac{2}{a^2} \int_0^a u r dr \quad (1.61)$$

Et comme  $\begin{cases} r = a - y \\ dr = -dy \\ \text{et à } r = 0 \rightarrow y = a \end{cases}$  (1.62)

Il vient

$$\frac{U_m}{u^*} = \frac{2}{a^2} \int_0^a \frac{u}{u^*} (a - y) dy = \frac{2}{a^2} \int_0^a \frac{1}{k} \ln y (a - y) dy + \frac{2}{a^2} \int_0^a c (a - y) dy \quad (1.63)$$

Ce qui, après intégration, donne :

$$\frac{U_m}{u^*} = \frac{1}{k} \left( \ln a - \frac{3}{2} \right) + c \quad (1.64)$$

Par ailleurs, puisque

$$\frac{u_c}{u^*} = \frac{1}{k} \ln a + c \quad (1.65)$$

Il vient

$$\frac{u_c - U_m}{u^*} = \frac{3}{2k} \quad (1.66)$$

Pour  $k = 0,4$ , on obtient pour ce groupement, la valeur de 3,75 alors que, expérimentalement, Nikuradse a trouvé 4,07 [50].

#### IV.4.4. Le facteur de frottements

Les phénomènes d'écoulement sont beaucoup plus complexes et la détermination du coefficient de perte de charge résulte de mesures expérimentales. C'est ce qui explique la diversité des formules anciennes qui ont été proposées pour sa détermination.

##### • Cas des fluides newtoniens

*Conduite lisse* [40]

$$\text{Formules de Blasius : } \begin{cases} f = 0,079 \text{Re}^{-0,25} \\ f = 0,046 \text{Re}^{-0,2} \end{cases} \quad (1.67)$$

$$\text{Formule de Prandtl-Nikuradse : } \frac{1}{\sqrt{f}} = 4,07 \log \left( \frac{\text{Re} \sqrt{f}}{1,255} \right) \quad (1.68)$$

$$\text{Formule de Karman-Nikuradse : } f = \frac{1}{4 \left( 2 \log(\text{Re} \sqrt{f}) - 0,19794 \right)^2} \quad (1.69)$$

$$\text{Formule de Itaya : } f = \frac{0,0785}{0,7 - 1,65 \log \text{Re} + (\log \text{Re})^2} \quad (1.70)$$

$$\text{Formule de Nikuradse : } f = 0,0008 + 0,05525 \cdot \text{Re}^{-0,237} \quad (1.71)$$

*Conduite rugueuse* [40]

La formule de Colebrook est actuellement considérée comme celle qui traduit le mieux les phénomènes d'écoulement en régime turbulent. Elle est présentée sous la forme suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4 \log \left[ \frac{\varepsilon/D}{3,71} + \frac{1,255}{\text{Re} \sqrt{f}} \right] \quad (1.72)$$

##### • Cas des fluides non newtoniens

Pour les fluides viscoplastiques de type Herschel-Bulkley, on peut citer, à titre d'indication, la corrélation de Dodge et Metzner [51] :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,737 n^{0,25} \ln \left( \frac{4n}{3n+1} \text{Re}_p \sqrt{f} \right) + \frac{4,8164}{n^{0,75}} (1-n) - \frac{0,4}{n^{1,2}} \quad (1.73)$$

## V. Ecoulements à travers une sténose

Le mot sténose est un mot générique médical, qui est un rétrécissement d'une conduite ou d'un orifice, ainsi la sténose artérielle se rapporte à un rétrécissement d'une artère, dû au dépôt de plaques d'athéroscléroses sur la paroi du vaisseau. Cette dernière est une maladie fréquente qui peut entraver l'écoulement du sang dans les artères à travers l'organisme.

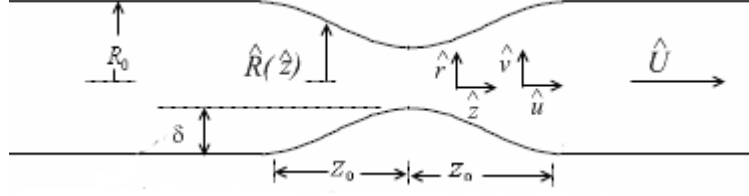
L'étude de l'écoulement dans les réseaux artériels, en présence d'une sténose, a fait l'objet de nombreux travaux [3, 7, 52, 53], qui ont essentiellement pour but la maîtrise des divers paramètres régissant la circulation sanguine, et influençant les caractéristiques hydrodynamiques de l'écoulement, tels que la chute de pression, la contrainte pariétale et la vitesse axiale.

### V.1. Modèle de la sténose

Le modèle utilisé dans cette étude était d'abord proposé par Young [6], et se rapproche d'une sténose (une constriction axisymétrique) dans un tube long, droit, lisse et rigide. Bien que le sang soit non newtonien à faible cisaillement [4], il peut être traité comme un fluide newtonien incompressible aux débits rencontrés dans les grandes artères où les sténoses surviennent fréquemment. En outre, la circulation sanguine est connue pour être laminaire, sauf peut-être dans l'aorte ascendante ou en vertu de circonstances pathologiques constantes, pour rendre le problème plus facile à gérer de façon expérimentale ou mathématique, et en tenant compte de l'établissement de l'écoulement. Évidemment, cette dernière hypothèse ne peut être totalement justifiée, car l'écoulement sanguin artériel est pulsatile. Néanmoins, il est prévu que la solution des écoulements établis fournira des informations utiles.

La figure 1.10 illustre la géométrie de la sténose ainsi que le système des coordonnées cylindriques utilisé pour décrire le problème. Certaines variables dimensionnelles sont désignés par la notation  $(\wedge)$  pour les différencier des variables adimensionnelles correspondantes. La coordonnée et la vitesse axiales sont  $\hat{z}$  et  $\hat{u}$ , respectivement, et sont considérées comme positives dans le sens aval avec  $\hat{U}$  considérée comme la vitesse au centre de la conduite. La coordonnée radiale  $\hat{r}$  et la vitesse  $\hat{v}$  sont positives lorsqu'elles sont dirigées vers l'extérieur de la ligne centrale. Le rayon local du tube axisymétrique est  $\hat{R}(\hat{z})$  et  $R_0$  est le rayon des sections non

contractées en amont et en aval de la sténose. La demi-longueur de la sténose et sa hauteur maximale sont désignées respectivement par les paramètres  $Z_0$  et  $\delta$ .



**Figure 1.10 :** Dimensions et système de coordonnées pour une sténose axisymétrique

## V.2. Profils des vitesses : solution analytique

Les équations qui régissent l'écoulement d'un fluide newtonien, sont l'équation de continuité et celles de Navier-Stokes. Il est commode d'écrire ces équations sous la forme adimensionnelle au moyen de la transformation de variables suivante:

$$r = \frac{\hat{r}}{R_0}, \quad z = \frac{\hat{z}}{R_0}, \quad R = \frac{\hat{R}}{R_0}, \quad u = \frac{\hat{u}}{U_0}, \quad v = \frac{\hat{v}}{U_0}, \quad p = \frac{\hat{p}}{\rho U_0^2}, \quad U = \frac{\hat{U}}{U_0}$$

Où  $\hat{p}$  et  $\rho$  sont respectivement la pression et la masse volumique du fluide, et  $\bar{U}_0$  est la vitesse moyenne dans la conduite non sténosée.

L'équation de continuité peut donc s'écrire :

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0 \quad (1.74)$$

De même, les équations de Navier-Stokes sont :

Dans le sens axial :

$$u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{2}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad (1.75)$$

Dans le sens radial :

$$u \frac{\partial v}{\partial z} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (1.76)$$

Où  $\text{Re}$  représente le nombre de Reynolds qui vaut  $2\rho R_0 \bar{U}_0 / \eta$  et  $\eta$  est la viscosité du fluide.

## Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

Une forme intégrale de (1.75) est obtenue par intégration sur la section droite de la conduite. Avec la condition aux limites de non glissement à la paroi, qui est  $u = v = 0$  à la paroi, l'équation intégrale de la quantité de mouvement est :

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^R ru^2 dr = - \int_0^R r \frac{\partial p}{\partial z} dr + \frac{2}{\text{Re}} \left[ R \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)_R + \int_0^R r \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dr \right] \quad (1.77)$$

De la même manière, une équation intégrale de l'énergie est obtenue en multipliant d'abord (1.75) par  $ru$  avec l'intégration ultérieure sur la section droite de la conduite :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^R ru^3 dr = - \int_0^R ru \frac{\partial p}{\partial z} dr + \frac{2}{\text{Re}} \left[ - \int_0^R r \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 dr + \int_0^R ru \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dr \right] \quad (1.78)$$

Au cours de cette procédure, trois hypothèses simplificatrices sont faites:

- (1) Les termes dus à la composante visqueuse de la contrainte normale dans la direction axiale  $(\partial^2 u / \partial z^2)$  sont négligeables. Cette hypothèse a été largement utilisée dans l'analyse des écoulements non uniformes.
- (2) La vitesse axiale est exprimable sous la forme d'un polynôme adéquat (qui sera ensuite développé).
- (3) Les termes à gradient de pression dans (1.77) et (1.78) peuvent être éliminés en utilisant l'approximation :

$$\int_0^R r \frac{\partial p}{\partial z} dr \cong R^2 \int_0^R ru \frac{\partial p}{\partial z} dr \quad (1.79)$$

En se basant sur les hypothèses (1) et (3) les équations intégrales de la quantité de mouvement et d'énergie peuvent être combinées pour obtenir une seule équation en termes de vitesse axiale:

$$\frac{1}{2} R^2 \frac{\partial}{\partial z} \int_0^R ru^3 dr - \frac{\partial}{\partial z} \int_0^R ru^2 dr = - \frac{2}{\text{Re}} \left[ R^2 \int_0^R r \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 dr + R \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)_R \right] \quad (1.79a)$$

Cinq conditions aux limites pour le profil des vitesses peuvent être imposées pour l'écoulement dans une conduite axisymétrique :

## Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

$$\begin{aligned} (1) \quad u &= U && \text{pour } r = 0 \\ (2) \quad u &= 0 && \text{pour } r = R \\ (3) \quad \frac{\partial u}{\partial r} &= 0 && \text{pour } r = 0 \\ (4) \quad \frac{\partial^3 u}{\partial r^3} &= 0 && \text{pour } r = 0 \\ (5) \quad \int_0^R r u dr &= \frac{1}{2} \end{aligned} \tag{1.79b}$$

La première représente la définition de la vitesse axiale, et la seconde est la condition de non glissement à la paroi. La troisième condition est dérivée d'un bilan des forces sur un élément cylindrique dont l'axe est celui de la conduite. Si la pression et les forces d'inertie doivent être finies quand le rayon de l'élément tend vers zéro, la force visqueuse, qui est proportionnelle à  $\partial u / \partial r$ , doit tendre vers zéro. La quatrième condition peut être obtenue en éliminant la pression entre les équations (1.75) et (1.76) et en considérant l'équation obtenue quand  $r$  tend vers zéro. La dernière pose la condition que le débit,  $Q_v$ , à travers n'importe quelle section droite doit être le même pour tout fluide incompressible.

Il est prévu que l'écoulement à travers un tube convergent-divergent exige deux demandes fondamentales sur le profil des vitesses. Au nombre de Reynolds élevé, le profil doit permettre à une région mince, près de la paroi, un cisaillement élevé dans la section convergente, similaire à celle rencontrée dans les problèmes de couche limite, avec un profil relativement plat dans le coeur. En revanche, le profil doit être capable d'assumer les caractéristiques d'un jet central avec un faible cisaillement, et peut être une recirculation près de la paroi, dans la section divergente. Il sera montré qu'un polynôme du quatrième ordre incarne la flexibilité impliquée par cette dernière condition, mais ne pourra pas satisfaire à l'exigence de cisaillement élevé dans la section convergente sans contorsion anormale de la partie intérieure du profil. Cette difficulté est résolue par la construction d'un deuxième profil, dénommé le profil plat, ce qui permet le cisaillement à proximité de la paroi de devenir arbitrairement grand, tout en maintenant un cœur plat de l'écoulement.

## Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

L'hypothèse générale concernant le polynôme de degré 4 qui représente le profil des vitesses est :

$$\frac{u}{U} = A + B\frac{r}{R} + C\left(\frac{r}{R}\right)^2 + D\left(\frac{r}{R}\right)^3 + E\left(\frac{r}{R}\right)^4 \quad (1.80)$$

Et les coefficients A, B, C, D et E sont évalués à partir des cinq conditions aux limites (1.79b). Le calcul définitif donne la relation suivante :

$$u = R^{-2} \left[ R^2 U + 2(3 - 2R^2 U) \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 3(2 - R^2 U) \left(\frac{r}{R}\right)^4 \right] \quad (1.81)$$

Ainsi, le profil est déterminé à partir d'un paramètre libre, qui est la vitesse au centre  $U$ . Notez que  $R^2 U = 2$  dans (1.81) produit un profil parabolique correspondant au profil de Poiseuille, pour une conduite de section uniforme, soit :

$$u = 2 \left[ 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] \quad (1.82)$$

Et puisque la contrainte pariétale  $\tau_p$  est proportionnelle à  $(\partial u / \partial r)_R$ , (1.81) implique que :

$$\tau_p \propto \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_R = R^{-3} (-12 + 4R^2 U) \quad (1.83)$$

Ainsi,  $U$  doit être nettement inférieur à sa valeur dans le profil parabolique pour produire les grandes valeurs de la contrainte de cisaillement prévu dans la section convergente. Puisque les tentatives d'utiliser le profil polynomial de degré quatre ont été infructueuses, un "profil plat" a été introduit. Comme il est illustré sur la figure 1.11, ce profil est exprimé sous la forme :

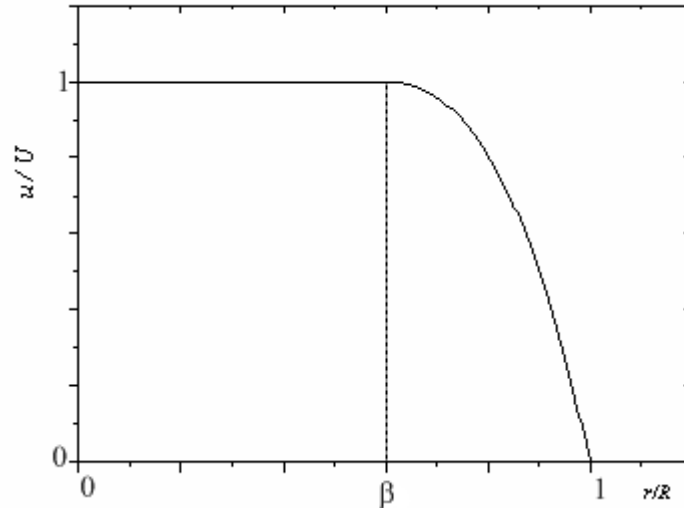
$$u = \begin{cases} U & 0 \leq \frac{r}{R} \leq \beta \\ a + b\left(\frac{r}{R}\right)^2 + c\left(\frac{r}{R}\right)^4 & \beta \leq \frac{r}{R} \leq 1 \end{cases} \quad (1.84)$$

Où a, b et c sont des coefficients à déterminer, et  $\beta$  est la valeur de  $(r/R)$  à la jonction qui sépare les deux parties, plane et polynomiale du profil des vitesses.

## Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

Notons que tel qu'il est défini, ce profil vérifie automatiquement la première, la troisième et la quatrième condition aux limites concernant la vitesse. La figure 1.11 illustre également qu'une couche mince de cisaillement peut être établie si  $\beta$  est proche de l'unité.



**Figure 1.11** : Profil des vitesses "plat"

Les coefficients a, b et c sont évalués à partir de la condition de non glissement (adhérence à la paroi), et avec les deux conditions de compatibilité  $u = U$  et  $\frac{\partial u}{\partial r} = 0$

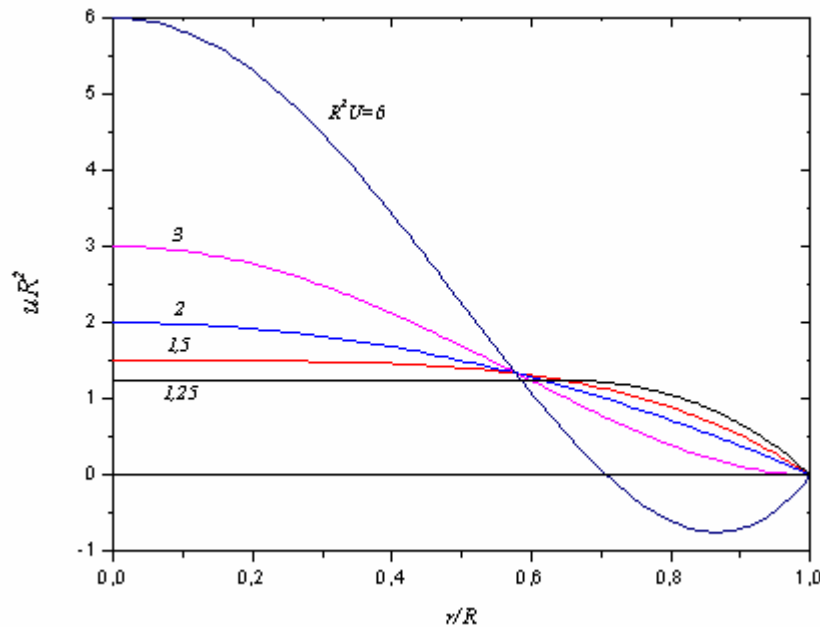
pour  $\frac{r}{R} = \beta$ , et le profil des vitesses (1.84) devient :

$$u = \begin{cases} U & 0 \leq \frac{r}{R} \leq \beta \\ \frac{U}{(1-\beta^2)^2} \left[ 1 - 2\beta^2 + 2\beta^2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 - \left( \frac{r}{R} \right)^4 \right] & \beta \leq \frac{r}{R} \leq 1 \end{cases} \quad (1.85)$$

Avec  $\beta = \sqrt{\frac{3}{R^2U} - 2}$  d'après la cinquième condition aux limites.

On note que  $R^2U = 3/2$ , à  $\beta = 0$  et pour cette condition le profil plat (1.85) devient identique au profil polynomial (1.81). Ainsi, le profil polynomial sera utilisé pour décrire approximativement l'écoulement pour  $R^2U \geq 3/2$  couvrant la gamme à partir d'une parabole aplatie pour une configuration de jet central. Au dessous de  $R^2U = 3/2$ , le profil plat est utilisé pour décrire approximativement le cœur central plat et la couche

de cisaillement fort près de la paroi. La transition en amont et en aval entre les différents profils est fournie automatiquement par la solution de  $U$ . La figure 1.12 montre l'évolution du profil des vitesses des faibles valeurs aux fortes valeurs de  $R^2U$ .



**Figure 1.12 :** Evolution du profil des vitesses en fonction du paramètre  $UR^2$

Maintenant, il suffit de remplacer dans l'équation (1.79a) :

$$\frac{dU}{dz} = \frac{\left\{ -R^{-3} \left( \frac{dR}{dz} \right) \left[ 0,0286 \cdot (R^2U)^3 - 0,133 \cdot (R^2U)^2 + 0,257 \cdot (R^2U) - 0,34 \right] + \frac{4U}{\text{Re}} \Gamma \right\}}{0,0429 \cdot (R^2U)^2 - 0,004 \cdot (R^2U) - 0,029} \quad (1.86)$$

Où

$$\Gamma = \begin{cases} 2 - R^2U & R^2U \geq \frac{3}{2} \\ \frac{R^2U(1 - 1/3 R^2U)}{3(R^2U - 1)} & R^2U < \frac{3}{2} \end{cases}$$

La première condition aux limites nécessaire pour résoudre l'équation (1.86) vient de l'hypothèse de l'écoulement Poiseuille ; loin en amont de la sténose :  $z = -\infty$ ;  $R = 1$  et  $U = 2$ .

La relation (1.86) est une équation différentielle ordinaire du premier ordre, non linéaire, qui n'admet pas une solution analytique et a été résolu numériquement.

### V.3. Chute de pression et contrainte pariétale

De la vitesse axiale,  $U$ , obtenue à partir de l'équation (1.86), on peut calculer et déterminer les caractéristiques du débit volumique. Les profils de vitesse sont obtenus directement après substitution dans les relations (1.81) ou (1.85).

Le gradient de pression moyenne est obtenu numériquement à partir de l'équation :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_{\text{moy}} = \frac{\int_0^R r(\partial P/\partial z) dr}{\int_0^R r dr} = 2R^{-2} \int_0^R r \frac{\partial P}{\partial z} dr \quad (1.87)$$

Et l'intégration numérique donne la répartition de la pression axiale. La contrainte pariétale peut être exprimée par :

$$\widehat{\tau}_p = \eta \left(\frac{\partial \widehat{u}}{\partial r}\right)_{\widehat{R}} \left[1 + \left(\frac{d\widehat{R}}{dz}\right)^2\right] \quad (1.88)$$

La contrainte pariétale adimensionnelle est définie par :

$$\tau_p = \frac{\widehat{\tau}_p}{\tau_{p0}} \quad (1.89)$$

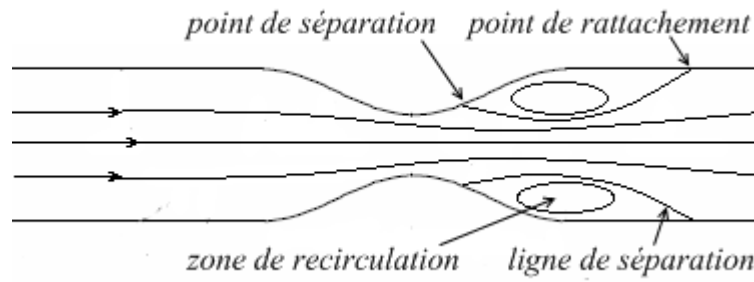
Où  $\tau_{p0}$  est la contrainte de cisaillement due à l'écoulement de Poiseuille dans la conduite sans sténose. Ainsi, en termes de variables adimensionnelles

$$\tau_p = -\frac{1}{4} \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_R \left[1 + \left(\frac{dR}{dz}\right)^2\right] \quad (1.90)$$

Et par l'utilisation de (1.81) et (1.85) le cisaillement à la paroi est exprimé en fonction de la vitesse axiale  $U$  par :

$$\tau_p = \begin{cases} R^{-3} (3 - R^2 U) \left[1 + \left(\frac{dR}{dz}\right)^2\right] & R^2 U \geq \frac{3}{2} \\ \frac{UR^{-1}}{1 - \beta^2} \left[1 + \left(\frac{dR}{dz}\right)^2\right] & R^2 U < \frac{3}{2} \end{cases} \quad (1.91)$$

Aux points de la paroi interne, où  $\tau_p = 0$ , se produit la séparation et le rattachement de l'écoulement avec ses zones de recirculation, comme l'illustre la figure 1.13.



**Figure 1.13 :** Les zones de recirculation pour une sténose axisymétrique

Sur la base de l'analyse précédente, le cisaillement est nul à la paroi pour :

$$R^2U = 3 \quad (1.92)$$

Lorsque  $R^2U > 3$ ,  $\tau_p$  est négatif, ceci indique le retour d'écoulement et délimite clairement la zone de recirculation de l'écoulement. Comme il n'y a aucun flux entrant ou sortant de la zone de recirculation, la continuité exige que :

$$\int_0^{r_s} r u dr = \frac{1}{2} \quad (1.93)$$

Où  $r_s$  est la coordonnée radiale de la ligne de courant qui sépare la zone de recirculation et l'écoulement central. L'équation (1.81) peut être combinée avec l'équation (1.93) pour obtenir l'expression implicite, ci-dessous, de la ligne de séparation :

$$R^2U = \frac{1 - r_s^4 (3 - 2r_s^2)}{r_s^2 (1 - r_s^2)^2} \quad (1.94)$$

Cette analyse analytique montre les difficultés spécifiques à la forme géométrique de la conduite. Il est donc impossible de prévoir une étude analytique relative à un fluide non newtonien.

#### V.4. Pertes de charge : résistance au débit

Les paramètres déterminant le débit peuvent être décrits avec plus de précision par la formule de Hagen-Poiseuille, bien que cette équation soit applicable uniquement à l'écoulement non pulsé des fluides newtoniens. Le débit du fluide dans une conduite est lié à la force motrice ( $\Delta P$ ), à la viscosité ( $\eta$ ), au rayon de la conduite  $R_0$  et à la longueur ( $L$ ) par la relation :

$$Q_v = \Delta P \times \frac{\pi}{8} \times \frac{1}{\eta} \times \frac{R_0^4}{L} \quad (1.95)$$

La résistance ( $\lambda$ ) à l'écoulement laminaire est proportionnel au gradient de pression nécessaire pour obtenir un débit donné, et est égale au rapport de la différence de pression entre deux points voisins d'une même conduite horizontale et le débit associé.

$$\lambda = \frac{\Delta P}{Q_v} \quad (1.96)$$

Et n'est valable que dans une conduite de diamètre constant. On extrapole cette notion à toutes les variations du diamètre des conduites qui s'oppose à l'écoulement, que l'on nomme d'une façon générale « résistance périphérique ». Ainsi, la résistance au débit est une mesure quantitative, permettant d'apprécier le degré de difficulté rencontré pour pousser le débit à travers une section donnée de la conduite, cette résistance dépend de la géométrie de cette conduite (c'est-à-dire de sa longueur et de son diamètre), aussi bien que de la nature du fluide qui la traverse (en particulier de sa viscosité).

Nous pouvons alors déterminer la résistance au débit dans une conduite de section constante, c'est à dire en absence de sténose, pour un fluide newtonien par :

$$\lambda_N = \frac{8 \times \eta \times L}{\pi \times R_0^4} \quad (1.97)$$

Pour un fluide non newtonien de type Herschel-Bulkley (Tableau.1.1) et en se basant sur l'hypothèse que  $\tau_c \ll \tau_p$ , nous pouvons facilement démontrer que la résistance au débit dans une conduite de section constante vaut :

$$\lambda_N = \frac{4L}{D} \cdot \frac{\tau_c}{Q_v} + \frac{4L}{D^{3n+1}} \cdot \frac{k}{Q_v} \left( \frac{8(3n+1)}{\pi} Q_v \right)^n \quad (1.98)$$

### V.5. Pertes de charge : nombre d'Euler

Les frottements internes du fluide dus à sa viscosité et les frottements externes dus à la rugosité des parois de la conduite provoquent une dissipation d'énergie. Cette perte d'énergie se traduit par une perte de charge, et dépend de l'intensité des forces mises en jeu, de la nature de l'écoulement, du comportement du fluide et la géométrie de la conduite. On peut aisément démontrer à partir d'une analyse dimensionnelle que la chute de pression par rapport à l'inertie (Nombre d'Euler) à travers une contraction ayant la forme spécifiée au paragraphe VI.1 peut s'écrire sous la forme :

## Chapitre 1 : Etude bibliographique

---

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho U_m^2} = f\left(\frac{L}{R_0}, \frac{A_1}{A_0}, \frac{Z_0}{R_0}, \text{Re}\right) \quad (1.99)$$

Pour des nombres de Reynolds très petits et des contractions moyennes, la distribution de vitesse en chaque section est approximativement parabolique ; basé sur ces conditions, Young (1968) [6] a obtenu une solution pour la chute de pression à travers une contraction ayant la géométrie utilisée dans la présente étude.

Pour ce cas, la chute de pression adimensionnelle est inversement proportionnelle au nombre de Reynolds. Bien que la distribution de vitesse soit parabolique à chaque section, la chute de pression à travers la contraction est plus grande que celle donnée par la loi de Poiseuille.

On peut également montrer, par l'analyse dimensionnelle, que cette chute de pression dépend de la géométrie et elle peut être écrite sous la forme :

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho U_m^2} = \frac{A}{\text{Re}} \quad (1.100)$$

Pour les écoulements dans lesquels les effets visqueux sont dominants, c'est-à-dire, pour des nombres de Reynolds très petits, la constante  $A$  est une fonction de la géométrie de la contraction.

Pour des nombres de Reynolds très élevés, il est prévu que l'écoulement à travers la contraction se comporte fortement comme un écoulement à travers un élargissement brusque dont la chute de pression est due à la turbulence. L'équation bien connue pour la chute de pression à travers une expansion est donnée par :

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho U_m^2} = \frac{B}{2} \left[ \frac{A_0}{A_1} - 1 \right]^2 \quad (1.101)$$

En première approximation, il est supposé que la chute de pression à travers la contraction est la somme des pertes dues aux effets visqueux et de la turbulence données par les équations (1.100 et 1.101) et peut donc s'écrire :

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho U_m^2} = \frac{A}{\text{Re}} + \frac{B}{2} \left[ \frac{A_0}{A_1} - 1 \right]^2 \quad (1.102)$$

## Chapitre 2

# Installation expérimentale et techniques de mesure

Ce chapitre est constitué de quatre paragraphes. Les deux premiers présentent l'installation expérimentale et les veines de mesures utilisées. Le troisième paragraphe décrit les fluides utilisés. Enfin, le quatrième paragraphe est consacré aux techniques de mesure concernant les débits, les pertes de charge et les vitesses dans l'écoulement.

### I. Boucle hydraulique

Le dispositif expérimental utilisé, permettant la circulation du fluide en circuit fermé, est schématisé par la figure 2.1. L'écoulement est assuré au moyen d'un groupe motopompe avec variateur de vitesses (2), de puissance 5,5 KW. En plus des vannes manuelles (3), un circuit de dérivation (10) permet de contrôler le débit avec précision dans la veine principale. Le débit volumique,  $Q_v$ , est mesuré à l'aide d'un débitmètre à turbine (9) avec un affichage digital, d'une plage de mesure comprise entre 200 et 10000 ml/min et avec une précision de 1%. Un bac de 50 litres est placé en amont de la veine de mesure (5) pour la tranquillisation de l'écoulement à l'entrée de la veine. Le bac de récupération en aval de la veine de mesure (1) peut contenir jusqu'à 50 litres des 130 litres de fluide nécessaire au fonctionnement optimal de l'installation (Figure 2.2). Les veines de mesure (6) sont des conduites cylindriques circulaires en verre de diamètres intérieurs  $D_1 = 9,75 \text{ mm}$  et  $D_2 = 15,65 \text{ mm}$  et de même longueur  $L = 2 \text{ m}$ . Chacune des veines est instrumentée en prises de pression (7) pour l'évaluation des pertes de charge. L'ensemble de la veine repose sur une table horizontale bien équilibrée, qui assure l'alignement des divers éléments.

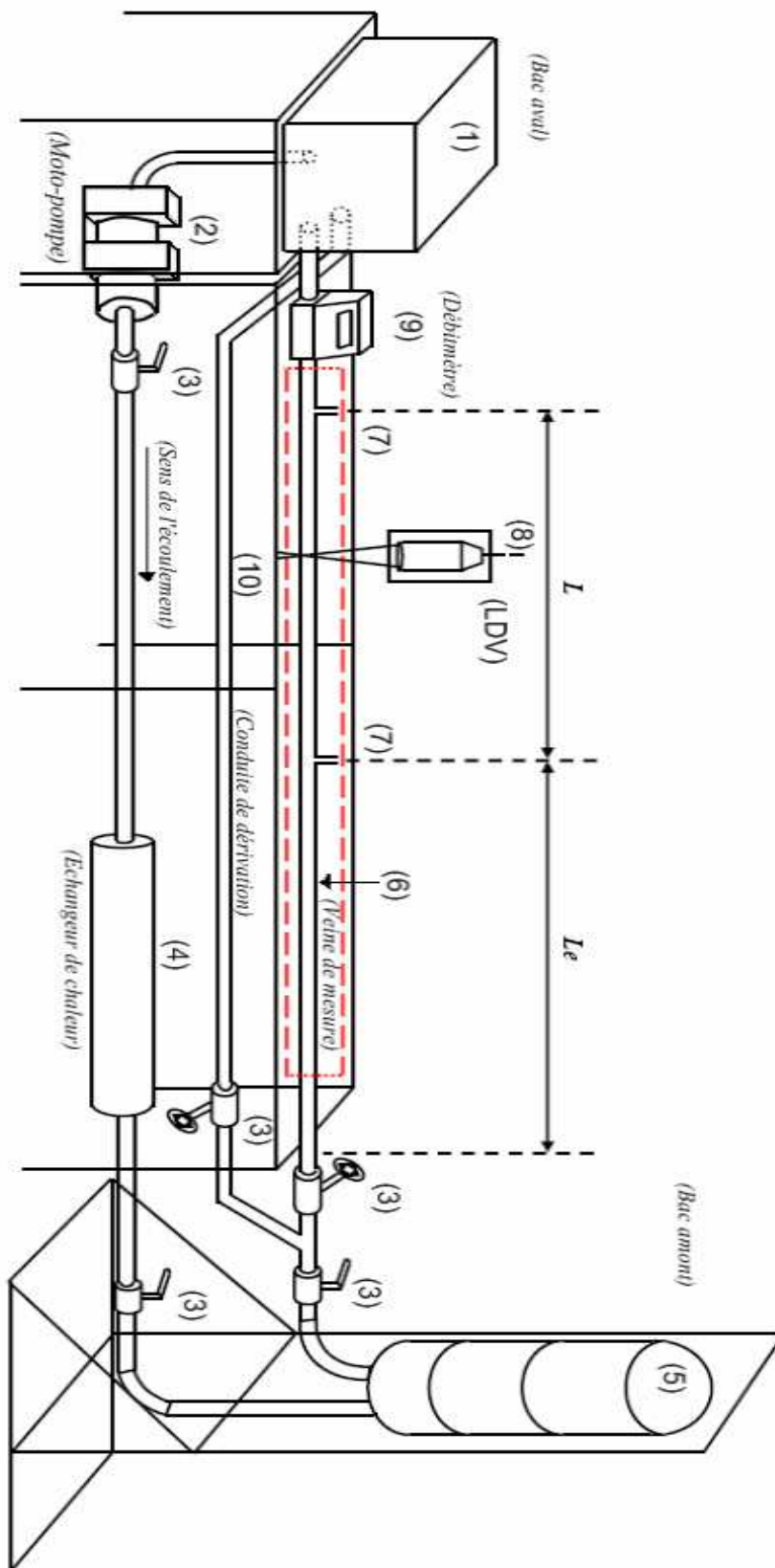
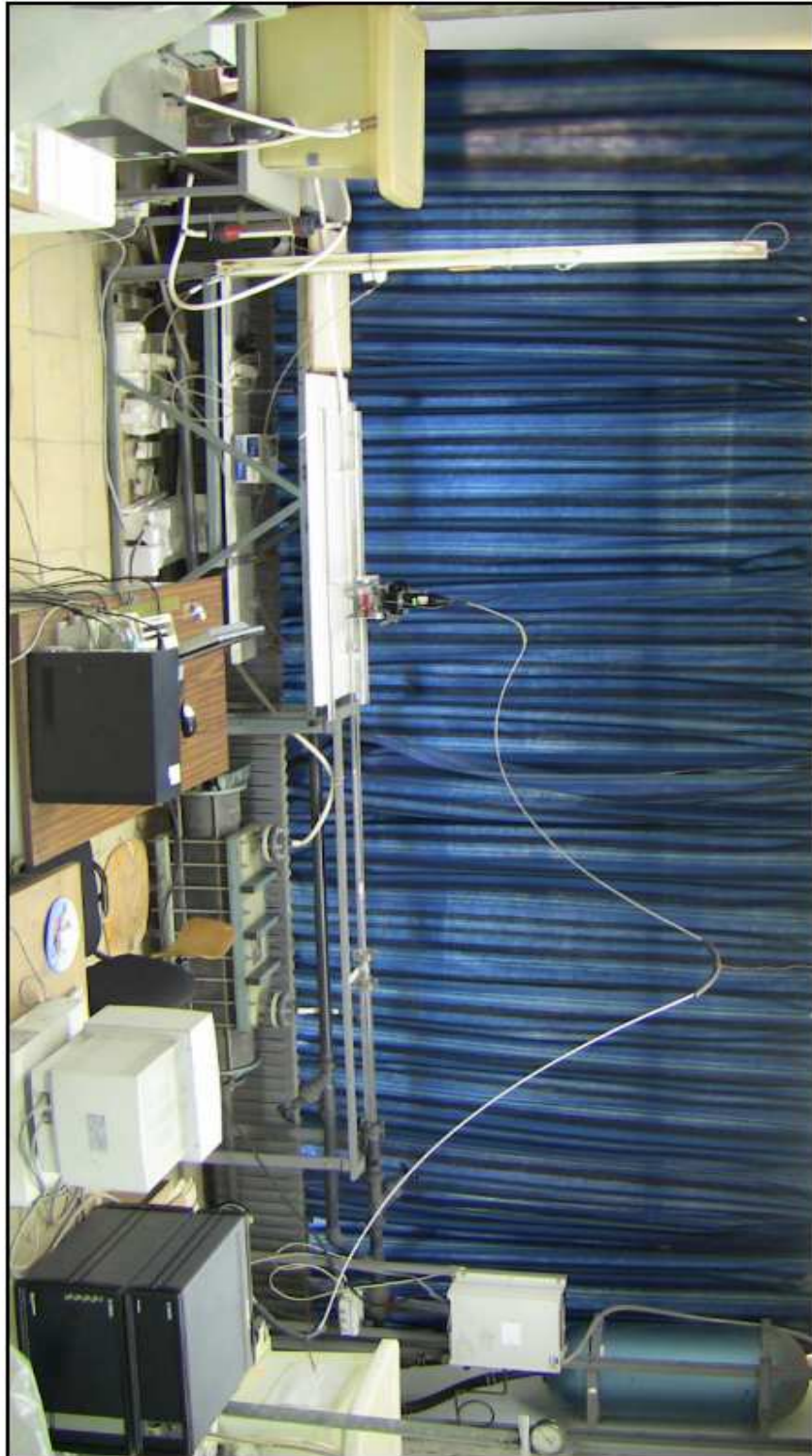


Figure 2.1.: Schéma de l'installation expérimentale



*Figure 2.2 : Banc hydrodynamique*

Les vitesses axiales ont été mesurées par la vélocimétrie laser à effet Doppler (8). Pour toutes les expériences effectuées, la température du fluide dans la veine est maintenue à  $25 \pm 0.5^\circ\text{C}$  à l'aide d'un échangeur de chaleur (4) à contre-courant.

### II. Les veines de mesure

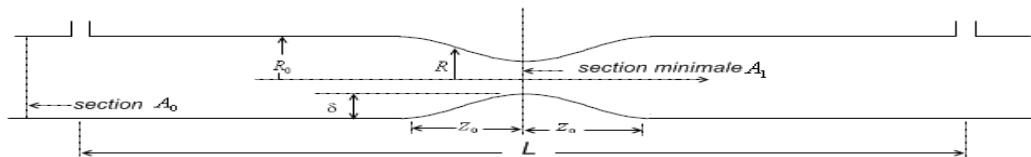
Dans ce travail, nous avons utilisé deux types de veines pour les deux diamètres cités précédemment ( $D_1 = 9,75 \text{ mm}$  et  $D_2 = 15,65 \text{ mm}$ ). Le premier type représente les conduites cylindriques de section uniforme et le second celles contenant une sténose. Les deux types de veines sont représentés sur la figure 2.4.

#### II.1. Description de la sténose

Le développement de sténoses ne suit aucun schéma géométrique bien défini et la géométrie de la croissance est très variable. Cependant, les formes des contractions peuvent être grossièrement classées en deux types de base :

- La sténose axisymétrique.
- La sténose formée par une protubérance de surface non symétrique.

L'obstruction de la géométrie spécifique utilisée dans la présente étude correspond à la contraction axisymétrique donnée par la figure 2.3.



*Figure 2.3 : Géométrie de la sténose axisymétrique*

La géométrie particulière de la contraction est importante et la forme de la sténose axisymétrique a été choisie d'une manière qu'elle soit décrite par une fonction cosinus. La fonction représentative de la sténose utilisée s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{R}{R_0} = 1 - \frac{\delta}{2R_0} \left( 1 + \cos \frac{\pi \cdot z}{Z_0} \right) \quad (2.1)$$

Pour  $-Z_0 \leq z \leq Z_0$  avec :

$R_0$  : Rayon de la conduite loin de la sténose

$R$  : Rayon de la conduite au niveau de la sténose

$\delta$  : Épaisseur maximale de la sténose

$2Z_0$  : Longueur de la sténose

$L$  : Distance entre les deux prises de pression

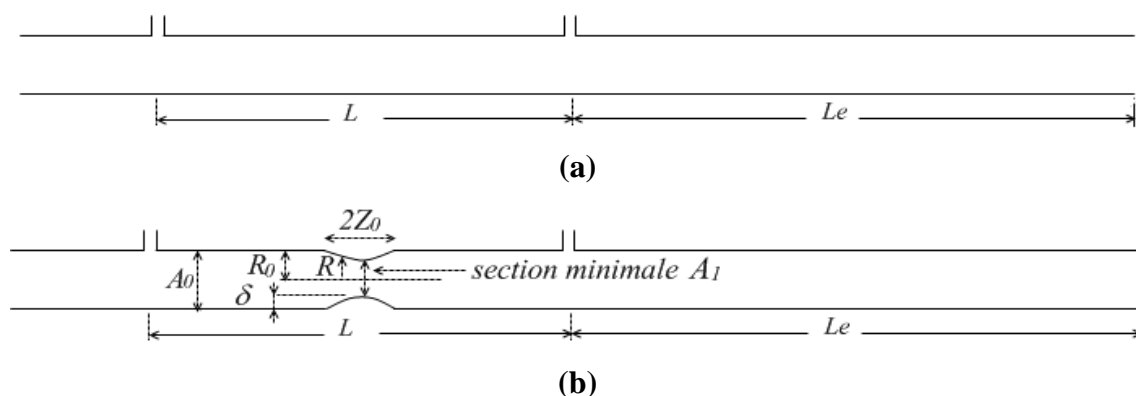
$A_0$  : Section droite non sténosée

$A_1$  : Section au niveau de la sténose

Le pourcentage de contraction de la sténose est défini par :

$$\xi = \left(1 - \frac{A_1}{A_0}\right) \times 100 \quad (2.2)$$

Ce pourcentage diffère d'une conduite à une autre. Le tableau 2.1 résume toutes les données sur les conduites sténosées utilisées dans ce travail. Pour toutes les conduites, nous avons une longueur d'entrée :  $Le = 0,85 \text{ m}$  qui est largement suffisante pour avoir un écoulement 'amont' établi pour les trois régimes et  $L = 1\text{m}$  représente la partie spécifique à la prise des mesures.



**Figure.2.4** : Veines de mesure utilisées, (a) : conduite de section uniforme et  
(b) : conduite sténosée

Pour accentuer la netteté des images afin d'évaluer les différences de contraction entre les différentes conduites utilisées, nous avons photographié les veines remplies d'un fluide coloré (Figure 2.5).

Diamètre D (mm)	Epaisseur maximale de la sténose $\delta$ (mm)	Longueur de la sténose $2Z_0$ (mm)	Taux de contraction de la sténose $\xi$ (%)
9,75	3,700	20	94 (a)
9,75	3,075	20	86 (b)
15,65	4,900	35	86 (c)
15,65	2,745	35	57 (d)

*Tableau.2.1 : Grandeurs caractéristiques des conduites utilisées*



Les conduites de diamètres  $D = 9,75\text{mm}$



Les conduites de diamètres  $D = 15,65\text{mm}$

*Figure.2.5 : Photos réelles des veines de mesure utilisées*

### III. Les fluides utilisés

Pour les besoins d'analyse et de comparaison des caractéristiques dynamiques des écoulements, nous avons retenu deux types de fluides.

- (i) un fluide de référence Newtonien,
- (ii) un fluide à contrainte seuil de façon à distinguer l'effet de la contrainte seuil sur les caractéristiques dynamiques de l'écoulement.

Les fluides utilisés sont :

- L'eau distillée, comme fluide Newtonien de référence.
- Une solution aqueuse à 0,1% en masse de Carbopol 940, comme fluide à contrainte seuil. Cette solution a déjà été utilisée par plusieurs auteurs (Barnes [54], Escudier et al. [55], Khelfallah [18], . . .).

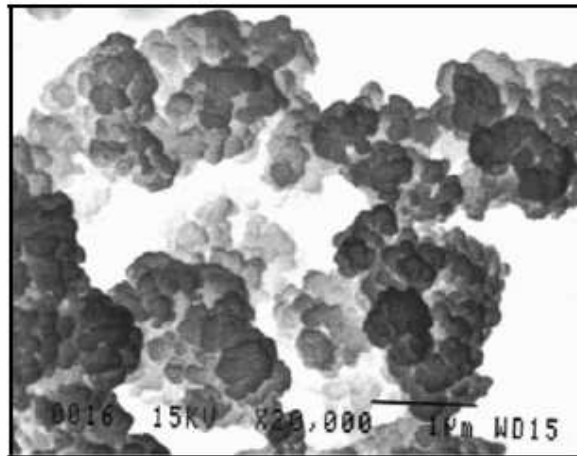
Les comportements rhéologiques de ces deux fluides, leur transparence optique (facilitant les mesures par VLD) et leur non-toxicité sont les propriétés qui ont influencé notre choix.

### III.1. Fluide newtonien

Le fluide newtonien utilisé est de l'eau distillée, dont les propriétés et les caractéristiques physiques sont connues.

### III.2. Fluide non newtonien

La substance complexe utilisée est une résine de Carbopol 940, de type ionique, et de masse moléculaire moyenne  $2,1 \cdot 10^6$  g/mol. Les chaînes moléculaires sont d'une taille moyenne de 2 à 7 microns (Figure 2.6), dont l'appellation chimique est " Acide acrylique homopolymère " [47, 56].



*Figure 2.6 : Photomicrographie 20000X de la résine du Carbopol 940 [18].*

#### ***Préparation de la solution***

La poudre de Carbopol 940 est versée progressivement dans le bac aval de la boucle hydraulique de contenance totale 130 litres d'eau distillée. L'ensemble est ensuite agité par la circulation du fluide dans la boucle hydraulique par le groupe motopompe jusqu'à dissolution complète de la résine du Carbopol 940.

La solution obtenue est acide avec un pH de l'ordre de 4,1. La solution est neutralisée à l'aide d'une solution de soude. La neutralisation s'accompagne d'un processus de gélification. Cette transition sol-gel a pour origine un déploiement de longues chaînes qui constituent ce polymère et c'est seulement par un effet d'encombrement et d'enchevêtrement de ces longues chaînes déployées que le gel parvient à se structurer. Le pH de la solution obtenue est contrôlé à l'aide d'un pH mètre.

### IV. Techniques de mesure

#### IV.1. Mesures du pH

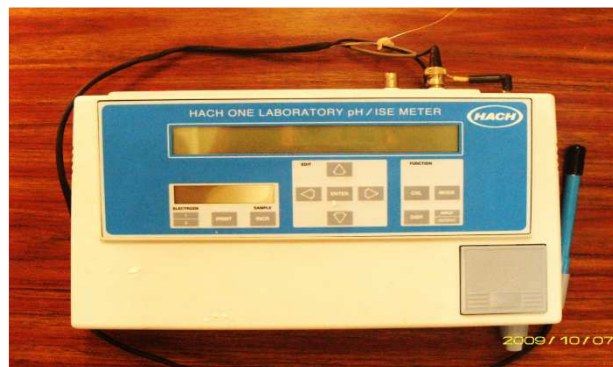
Elles sont faites à l'aide d'un pH-Mètre ionomètre de laboratoire (Figure 2.7) à multi usages [HACH ONE LABORATORY pH/ISE METER] à compensation automatique de température. Un distributeur de solution d'électrolyte, incorporé au boîtier comme partie intégrante de l'appareil, est utilisé pour alimenter l'électrode de référence avec jonction à diffusion libre.

Les caractéristiques de l'appareil pour les mesures du pH sont :

Gamme du pH : 0 à 14 ; Résolution : 0.001 unité pH

Exactitude relative :  $\pm 0.003$  unité pH

Gamme de température de fonctionnement : -5 à 105°C.

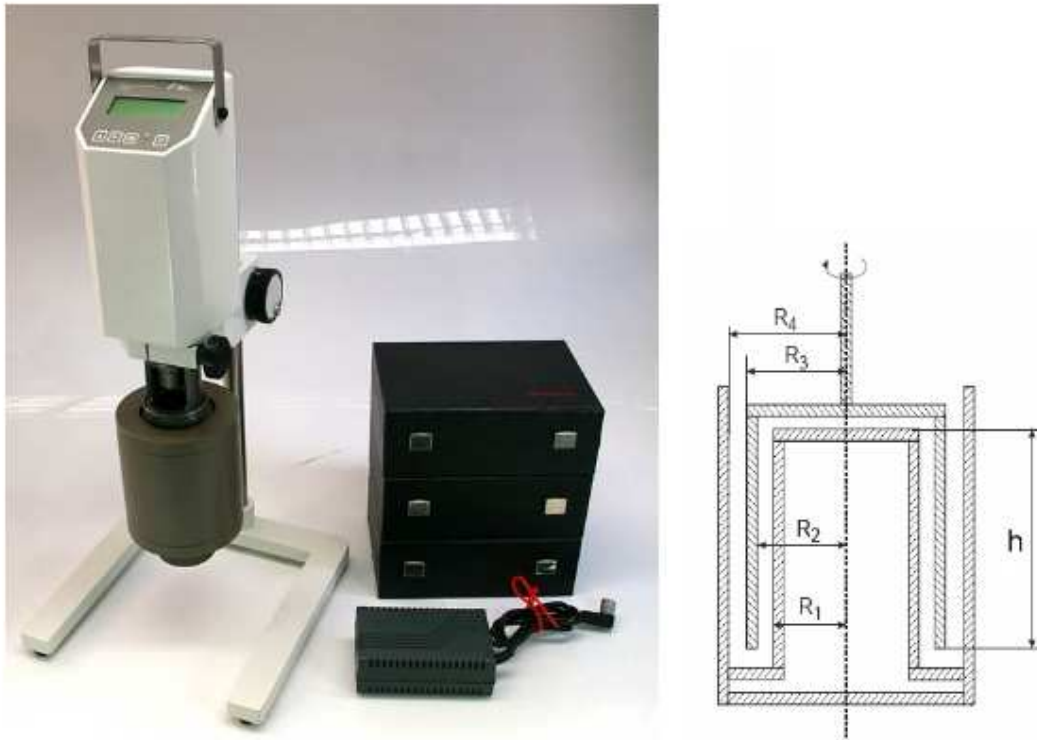


*Figure 2.7 : pH-Mètre.*

#### IV.2. Caractérisation rhéologique : Rhéomètre

Dans ce travail, nous avons effectué nos mesures rhéologiques à l'aide du rhéomètre Physica Rheolab MC1 de type « Couette » à cylindres coaxiaux (Figure 2.8). La substance étudiée est emprisonnée entre deux cylindres de révolution, coaxiaux, de

rayons  $R_1$  et  $R_2$ , et de hauteur  $h$ . Dans ce type de rhéomètre, la substance se décompose en couches cylindriques coaxiales, animées de vitesses angulaires différentes, variant de zéro (pour la couche en contact avec le cylindre extérieur fixe) à  $\omega_0$  (pour la couche en contact avec le cylindre intérieur mobile).



**Figure 2.8 :** Le rhéomètre *Physica Rheolab MC1* avec ses accessoires

Par suite du mouvement relatif des couches les unes par rapport aux autres, il apparaît en tout point de l'échantillon une vitesse de cisaillement  $\dot{\gamma}$  et une contrainte de cisaillement  $\tau$ . Le Physica Rheolab MC1 peut imposer la vitesse de cisaillement ou la contrainte de cisaillement, et il est piloté par un micro-ordinateur qui permet de saisir, de traiter et d'analyser les points de mesure par l'utilisation du logiciel spécifique « US200 ». Il peut aussi fonctionner manuellement avec le logiciel « Soft pad » intégré sur la façade du rhéomètre. Cet appareil peut être aussi connecté à une imprimante pour l'impression des comptes rendus.

Pour tous les essais de caractérisation rhéologique, la température est maintenue constante en faisant raccorder le rhéomètre à un thermostat « Viscotherm V2 » représenté par la figure 2.9.



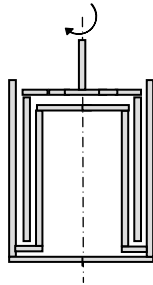
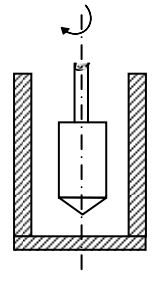
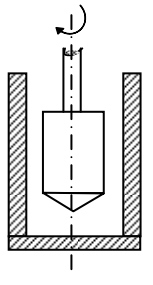
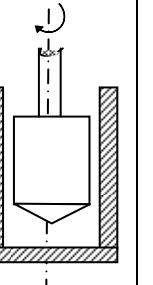
*Figure 2.9 : Le thermostat Viscotherm V2*

### **a) Caractéristiques du rhéomètre Physica Rheolab MC1**

- Possibilité d'imposer la vitesse ou le couple de rotation.
- Affichage direct des valeurs mesurées et calculées.
- Donne des mesures précises.
- Adaptation automatique des paramètres de contrôle durant le test.
- Fourniture des données expérimentales (les points de mesure ou les courbes).
- Capacité de stockage interne de plus de 2500 valeurs mesurées.
- Pouvoir d'étude des substances de viscosité très variable ( $10^{-3}$  à  $10^7$  Pa.s)

### b) Systèmes de mesure

Le tableau 2.2 ci-dessous, donne des informations générales sur les différents systèmes de mesure du Physica Rheolab MC1.

Système de mesure	Z1	Z2	Z3	Z4
Domaine de la vitesse de cisaillement ( $s^{-1}$ )	0 – 4031	0 – 1032	0 – 1032	0 – 1032
Domaine de la contrainte de cisaillement (Pa)	0 – 67	0 – 195	0 – 1141	0 – 34844
Domaine de la viscosité (Pa.s)	0.001 – 1.30	0.02 – 15	0.118 – 100	0.672 – 500
Volume de remplissage (ml)	22.5	100	17	3
Géométrie de mesure				
Cas d'utilisation	Liquides à faibles viscosités	Suspensions	Semi-solide	Fluides pâteux

*Tableau 2.2 : Caractéristiques techniques des systèmes de mesure du rhéomètre.*

### IV.3. Mesures des débits

Elles sont réalisées à l'aide d'un débitmètre à turbine avec un affichage digital (Figure 2.10), d'une plage de mesure comprise entre 200 et 10000ml/min. C'est un instrument intrusif qui impose une perte de charge maximale de l'ordre de 414mbars, avec une faible sensibilité à la température de l'ordre de 0.2% par °C.

La technique de mesure du débitmètre à turbine est fondée sur le lien entre le débit volumique et la vitesse de rotation de la turbine sous l'action de la pression dynamique du fluide. Des aimants permanents sont encapsulés dans les aubes de la turbine et actionnent à leur passage un capteur électronique à 'effet Hall' inséré dans la partie fixe du débitmètre. L'électronique génère un train d'impulsions proportionnel à la vitesse de rotation de la turbine, donc proportionnel au débit traversant la conduite



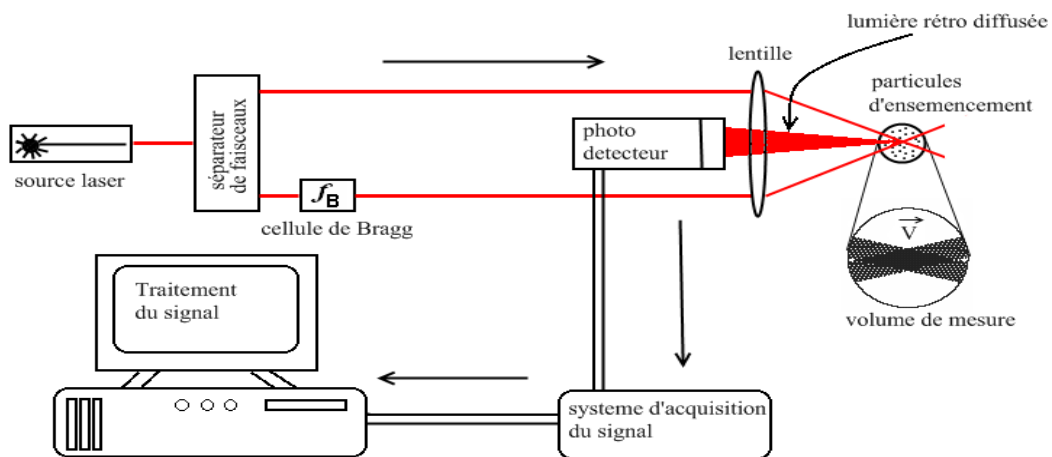
*Figure 2.10 : Débitmètre à turbine.*

#### **IV.4. Mesures des pertes de charge**

Les deux prises de pression situées sur la conduite, notées (7) sur la figure 2.1, séparées d'un mètre de distance, sont utilisées pour la détermination des pertes de charge. Ces prises de pression sont ensuite reliées à deux tubes transparents verticaux contenant, le même liquide que la veine pour le fluide newtonien, et le mercure pour le fluide non newtonien à cause de la grande perte de charge générée par les frottements. Ce manomètre différentiel nous permet d'évaluer directement les pertes de charge linéaires et singulières en hauteur de liquide.

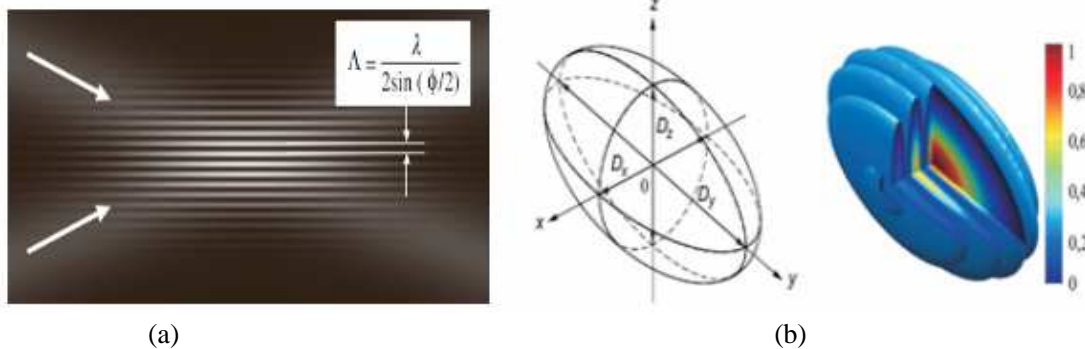
#### **IV.5. Mesures des vitesses**

Les mesures de la vitesse axiale sont effectuées dans un plan horizontal à l'aide d'une chaîne de mesure de type Vélocimétrie Laser à effet Doppler (VLD) notée (8) sur la figure 2.1 et commercialisée par la société Dantec. Cette technique de mesure présente l'avantage de ne nécessiter la présence d'aucun appareillage à l'intérieur du canal d'écoulement (mesure non intrusive). Elle donne une mesure quantitative directe et précise de la vitesse du fluide (Figure 2.11). Le volume de mesure peut être très réduit (une fraction de millimètre). Enfin, il est possible de suivre des variations très rapides de la vitesse du fluide (pendant des temps de quelques dixièmes de millisecondes). L'anémométrie ou vélocimétrie laser à effet Doppler consiste à détecter les variations d'intensité d'une onde lumineuse diffusée par des particules en mouvement.



**Figure 2.11 :** Schéma de principe d'un système de mesure par VLD

On utilise deux faisceaux issus du même laser qui se croisent dans un petit volume de mesure ou de contrôle (Figure 2.12). Les deux faisceaux interfèrent dans le volume de mesure où il se forme un réseau de franges (les plans des franges sombres et brillantes sont perpendiculaires au plan des deux faisceaux).



**Figure 2.12 :** (a) Figure d'interférence dans le volume de mesure [57];

(b) Vue agrandie du volume de mesure ou sont présentes les franges d'interférence[58].

Des particules diffusantes de lumière sont injectées dans le fluide. Lorsqu'elles traversent le système de franges d'interférence en suivant l'écoulement, elles sont alternativement éclairées et sombres. Un photomultiplicateur permet de détecter la modulation correspondante de l'intensité de la lumière diffusée par les particules. La fréquence de la modulation est directement reliée à la vitesse du fluide [58].

Le décalage en fréquence de l'un des deux faisceaux par rapport à l'autre, généré par la cellule de Bragg, donne à la chaîne laser la possibilité de déterminer le sens de l'écoulement et donc le signe la vitesse mesurée.

### a) Chaîne de mesure par VLD

La chaîne utilisée est de marque Dantec et se compose de quatre éléments (Figure 2.13):

1. Un boîtier 'Flowlite' qui contient une source Laser Hélium - Néon de longueur d'onde égale à 632.8 nm et de puissance de 10 MW, un séparateur de faisceaux et une cellule de Bragg.
2. Un boîtier 'BSA 57N21', qui contient le système de commande de paramétrage et d'acquisition des données brutes.
3. Une sonde Laser (Figure 2.14) composée d'un optique de focalisation des faisceaux (une focale de 160mm, avec un angle de  $\theta/2 = 6,84^0$ ) au point de mesure, de volume  $75\mu m \times 630\mu m$ , et d'un photomultiplicateur récepteur qui capte le signal émis par une particule qui passe dans le volume de mesure.
4. Un micro-ordinateur avec le logiciel spécifique (Burstware 2.02) pour le paramétrage, le pilotage, l'échantillonnage, le traitement des résultats et la représentation graphique.

La chaîne utilisée ne contient qu'une seule couleur, on ne peut donc relever qu'une seule composante de vitesse en temps réel.



*Figure 2.13 : Chaîne de mesure de la vitesse et de ses fluctuations.*

### b) Relation entre vitesse du fluide et fréquence du signal optique

Si une particule se déplace avec une composante de vitesse  $U_0$ , normale au plan des franges, la fréquence des variations d'éclairement de la particule, donc de l'intensité diffusée par celle-ci, est donnée par la relation suivante [16] :

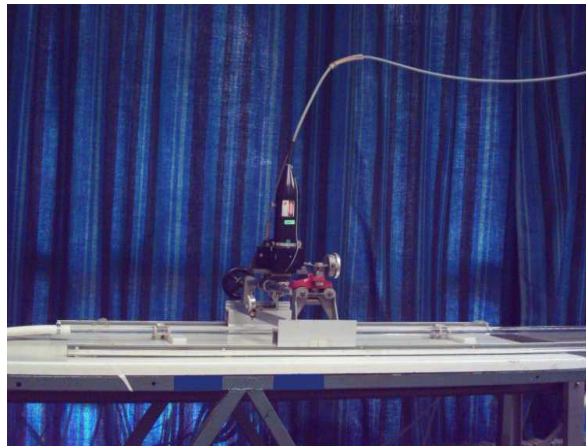
$$f = \frac{U_0}{\Lambda} = \frac{2U_0}{\lambda_0} n \sin \frac{\varphi}{2} \quad (2.3)$$

Où  $\Lambda$  est l'interfrange, représentée sur la figure 2.12. (a) et elle vérifie :

$$\Lambda = \frac{\lambda_0}{2n \sin \frac{\varphi}{2}} \quad (2.4)$$

Avec :  $\varphi$  est l'angle entre les deux faisceaux lumineux à l'intérieur du fluide,  $n$  l'indice du fluide et  $\lambda_0$  la longueur d'onde de la lumière dans le vide.

La mesure de la fréquence se fait à l'aide d'un compteur qui détermine la fréquence de chaque train d'ondes correspondant à une particule, ou à l'aide d'un analyseur de spectre.



*Figure 2.14 : Sonde laser et son dispositif de déplacement.*

### c) Acquisition et traitement du signal

Le signal reçu par la sonde est échantillonné (en fonction des paramètres imposés : limite de vitesse, nombre de point "N" et temps de mesures), et correspond à la composante  $U$ , la vitesse instantanée, qu'on peut écrire sous la forme :

$$U = U_0 + u' \quad (2.5)$$

Où  $U_0$  et  $u'$  sont respectivement la valeur moyenne et la partie fluctuante de  $U$ .

À la fin de l'acquisition, on dispose pour chaque signal enregistré de :

- La valeur moyenne de la vitesse

$$U_0 = \frac{\sum U_i}{N} \quad \text{Avec } i = 1, \dots, N \quad (2.6)$$

- L'écart type  $\sigma$  (ou le RMS)

$$\sigma^2 = \overline{u'^2} = \frac{\sum_i (U_i - U_0)^2}{N} \quad \text{Où} \quad RMS = \sqrt{\overline{u'^2}} \quad (2.7)$$

- Taux de fluctuation ou de turbulence

$$Turb = \frac{RMS}{U_0} \quad (2.8)$$

### d) Avantages des anémomètres laser à effet Doppler

- Mesure non perturbatrice ; les poussières présentes dans un liquide sont souvent suffisantes pour donner un signal facilement mesurable. Dans le cas des gaz, il est en général nécessaire d'ensemencer l'écoulement avec des petites particules.
- Possibilité de déterminer le sens de l'écoulement en faisant défiler continûment les franges par un système de retard optique variable (le décalage de fréquence est lié à la vitesse relative des particules par rapport aux franges et, de ce fait, n'est pas le même pour deux particules dont les vitesses sont de signes opposés).
- Mesure absolue de la vitesse indépendamment des fluctuations de température ou des variations de composition du fluide.
- Mesure possible dans des flammes et des milieux réactifs.

### e) Problèmes et limitations

- On ne mesure pas directement la vitesse du fluide mais celle des particules diffusantes (des particules de  $0,25 \mu\text{m}$  peuvent suivre des variations de vitesse jusqu'à 10 kHz ; des particules de  $4 \mu\text{m}$  ne permettent pas de dépasser 1 ou 2 kHz) ; de plus, le fait d'avoir à ensemencer le fluide par des particules peut déjà présenter des limitations, notamment au niveau de la compatibilité des particules avec le fluide.
- Les mesures sont difficiles près des parois, à cause de l'agglomération de particules et des réflexions parasites sur les parois.
- Les mesures sont impossibles dans les fluides opaques.

# Chapitre 3

## Caractérisation rhéologique

Les fluides présentant un comportement non linéaire, tels que les fluides à contrainte seuil, représentent une classe très importante des matériaux mis en œuvre dans les procédés des industries agroalimentaire, chimique, pharmaceutique et pétrolière.

De nombreuses études ont été effectuées sur les fluides à contrainte seuil, et en particulier les solutions de Carbopol, liées à la recherche d'une loi rhéologique en fonction de différents paramètres tels que la concentration [59,60], le pH et la température [18,41]. Celles-ci révèlent que le comportement rhéologique d'une solution de Carbopol obéit à des lois non newtoniennes [61].

### I. Caractérisation du fluide non newtonien

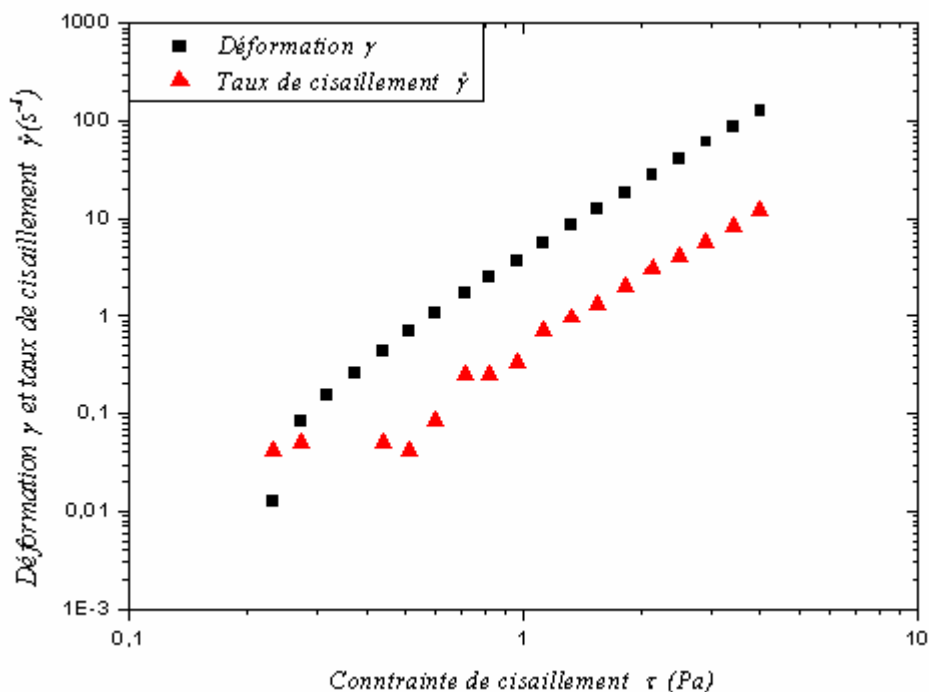
La détermination des grandeurs rhéologiques d'un fluide non newtonien est fondamentale pour la réussite des études sur les écoulements de ce type de fluides. Dans ce chapitre, nous proposons un modèle permettant de représenter correctement le comportement visqueux de notre fluide de travail. Ce comportement a été déterminé en faisant une étude comparative des différentes lois rhéologiques connues (Bingham, Herschel-Bulkley et Casson).

Ce modèle suppose que la structure des fluides soit stable, donc le temps d'application de la contrainte ou du cisaillement n'influe pas sur le modèle. A partir des courbes d'écoulement relevées nous avons déduit la viscosité plastique, la consistance, l'indice de structure et le seuil d'écoulement. La caractérisation du fluide utilisé a été effectuée à l'aide d'un rhéomètre de type « Couette » à cylindres coaxiaux (Physica Rheolab MC1) que nous avons décrit dans le précédent chapitre.

### I.1. Détermination de la contrainte seuil

La contrainte seuil représente un paramètre fondamental de la loi de comportement du matériau plastique à plusieurs titres. D'abord parce qu'il intervient au sein de la loi de comportement et que sa valeur représente une part importante des efforts à mettre en jeu pour maintenir l'écoulement à des vitesses pas trop élevées. Ensuite parce qu'il caractérise l'effort minimum à fournir pour provoquer un écoulement.

A l'aide du rhéomètre à cylindres coaxiaux, décrit précédemment, et en imposant la contrainte de cisaillement, nous avons pu déterminer la contrainte seuil de la solution du Carbopol 940 de concentration 0,1% en masse.



**Figure 3.1 :** Exemple d'évolution de la déformation et du taux de cisaillement en fonction de la contrainte de cisaillement (concentration 0,1% et  $pH=6,8$ )

En traçant les courbes qui donnent l'évolution de la déformation  $\gamma$  et du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  en fonction de la contrainte de cisaillement  $\tau$  (Figure 3.1), on peut déterminer aisément la contrainte seuil : c'est le point qui sépare les deux comportements solide et liquide. Puisque en dessous de cette contrainte le fluide se comporte comme un solide ( $\dot{\gamma}=0$ ) et au dessus de laquelle le fluide se comporte comme un liquide. On peut voir clairement, sur la courbe, que la contrainte seuil  $\tau_c = 0,6 Pa$ .

### I.2. Test de thixotropie

Un test de thixotropie permet de mettre en évidence le comportement du matériau quand la contrainte appliquée est supérieure à la contrainte seuil. La figure 3.2 montre un résultat de ce test effectué sur notre solution neutralisée de Carbopol 940.

Le test contient trois intervalles du temps. Dans le premier intervalle (0-120s), on applique une contrainte constante et on suit l'évolution de la viscosité en fonction du temps, sur notre courbe nous remarquons que la viscosité est pratiquement constante. Alors nous pouvons déduire que notre fluide n'est pas thixotrope.

Dans le second intervalle (120-180s), on change brutalement la valeur de la contrainte appliquée (valeur plus grande que la précédente) et nous suivons toujours l'évolution de la viscosité. Cette dernière a diminué brutalement et prenait ensuite une valeur constante ce qui signifie que notre fluide a un comportement rhéofluidifiant au delà de la contrainte seuil.

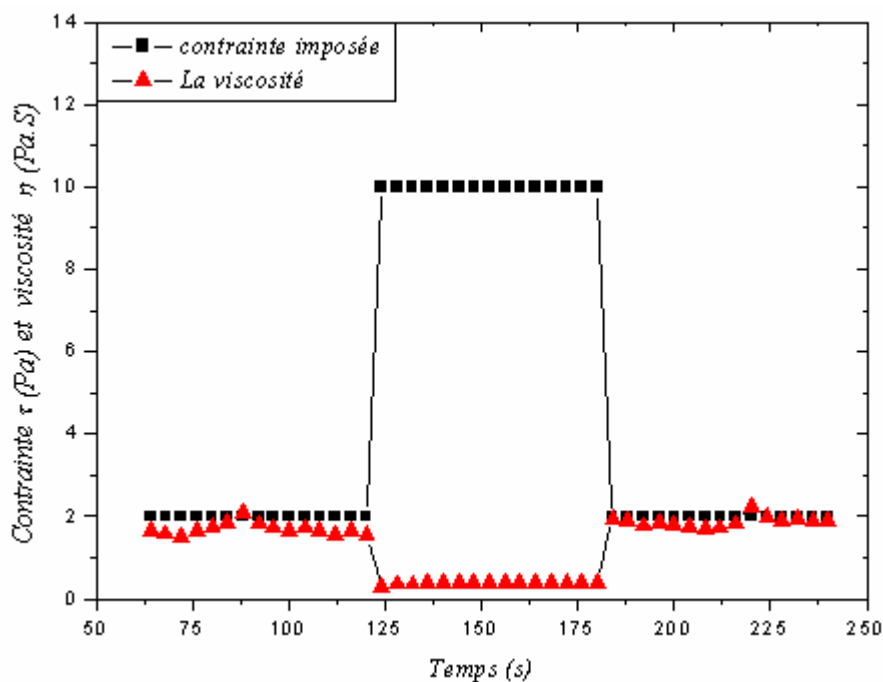


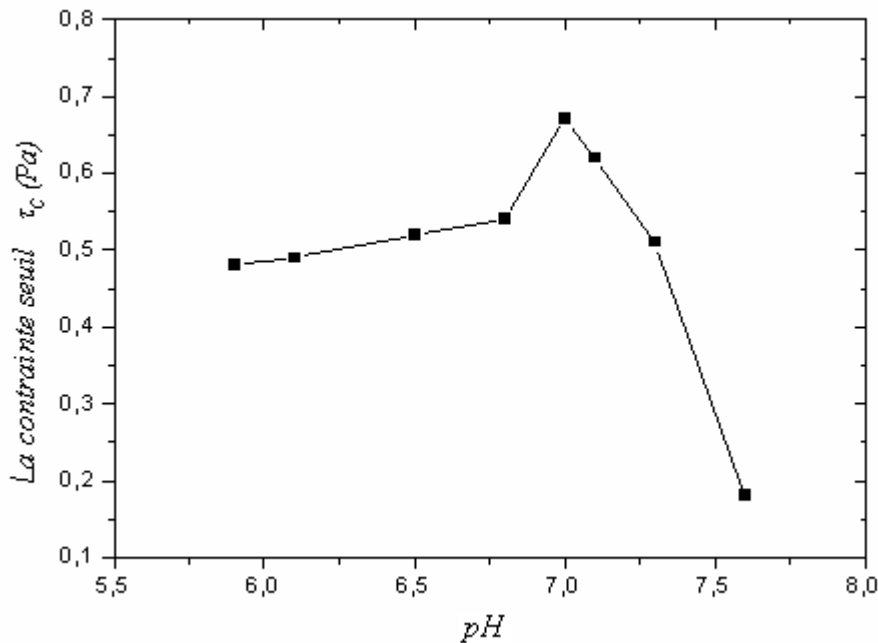
Figure 3.2 : Test de thixotropie

Le troisième intervalle (180-240s) nous aide à avoir une idée sur la régénérescence du fluide, en revenant sur la valeur initiale de la contrainte appliquée. Nous voyons clairement que notre fluide régénère sa structure initiale rapidement.

Ce type de test a montré l'indépendance du comportement du fluide par rapport au temps.

### I.3. Effet du pH sur la contrainte seuil

Pour connaître l'influence du pH sur la contrainte seuil du fluide utilisé, nous avons effectué plusieurs tests qui nous permettent de déterminer la contrainte seuil à différents pH.



**Figure 3.3 :** Contrainte seuil pour différents pH

Sur la figure 3.3, on voit l'évolution de cette contrainte en fonction du pH. Nous remarquons que le seuil d'écoulement est très sensible dans la zone basique (chute brutale de la valeur de la contrainte seuil entre pH = 7 et pH = 7,5), par contre ce seuil est légèrement influençable dans la zone acide. Afin d'éviter la zone de grande sensibilité de la contrainte seuil, au voisinage de pH=7, nous avons travaillé avec des solutions dont le pH est de l'ordre de 6,8.

### I.4. La courbe d'écoulement

Le protocole suivi pour les mesures rhéologiques est le suivant : une fois que le fluide est mis dans l'entrefer existant entre les deux cylindres coaxiaux, on l'amène à un état de cisaillement permanent. Pour cela, on le précisaille à un taux de cisaillement de  $1\text{s}^{-1}$  pendant une minute. Par la suite, on applique une rampe, par palier, de cisaillement croissant  $0.1 \leq \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_{\max}$ .

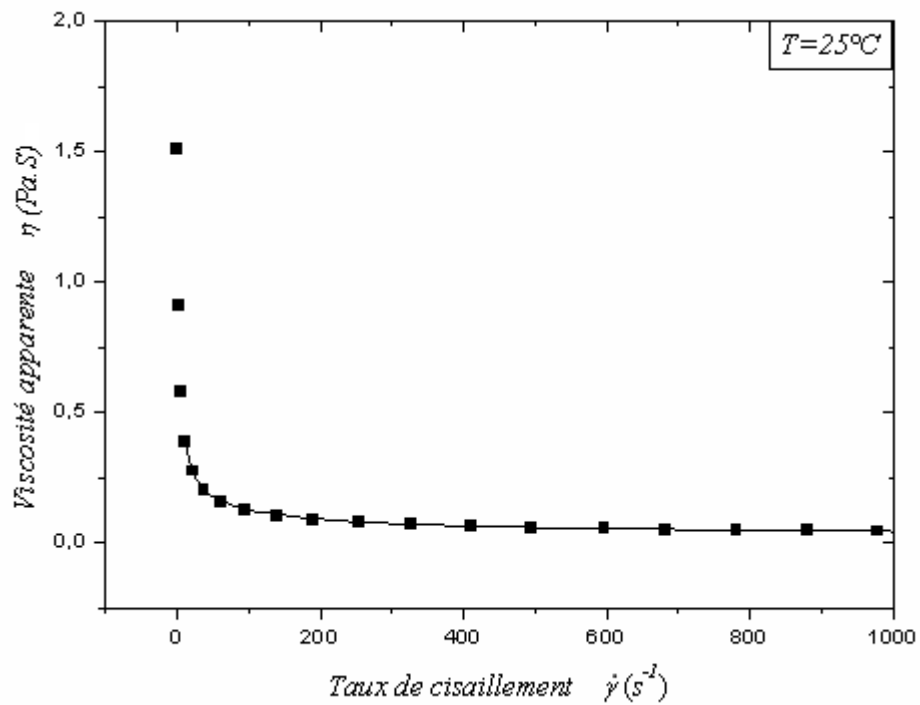
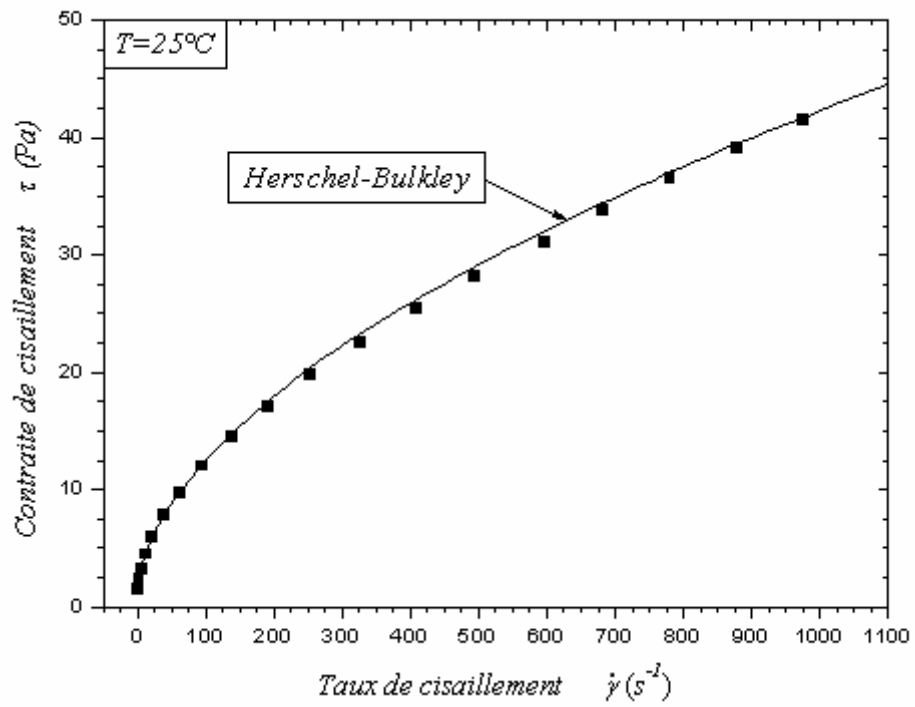


Figure 3.4 : Courbe d'écoulement à  $T = 25^\circ\text{C}$

Les mesures en cisaillement simple ont été effectuées sur une gamme de taux de cisaillement proche de celle rencontrée dans la conduite ( $0,1 < \dot{\gamma} < 1000 \text{ s}^{-1}$ ). La figure 3.4 présente l'évolution de la contrainte et de la viscosité apparente pour notre solution en fonction du taux de cisaillement. Le comportement de la solution de Carbopol 940 à 0,1% en masse est bien décrit par le modèle de Herschel-Bulkley (relation 1.34). Ceci est conforme aux différentes études faites par les auteurs Roberts et Barnes [62] et Nouar et al. [63]. Il est important de noter que les paramètres rhéologiques obtenus ( $\tau_c, k$  et  $n$ ) résultent d'une régression non linéaire des points expérimentaux par le modèle considéré.

### I.5. Effet de la température

La connaissance de l'effet de la température sur les propriétés physiques et rhéologiques de la solution est fondamentale pour l'étude expérimentale relative au prochain chapitre. Le non maintien d'une température constante lors des relevés des mesures affecte considérablement les valeurs intrinsèques et donne des interprétations complètement erronées des résultats obtenus. Par conséquent, la température doit être imposée et maintenue constante durant la durée des prises de mesures. La figure 3.5 donne des courbes d'écoulement pour la solution de travail à différentes températures,  $20 \leq T \leq 40^\circ\text{C}$ . Elle met clairement en évidence la thermodépendance du comportement rhéologique de la solution aqueuse à 0,1% en masse de Carbopol 940. La figure 3.6 montre l'évolution des paramètres rhéologiques ( $\tau_c, k$  et  $n$ ) en fonction de la température. La contrainte seuil  $\tau_c$  varie faiblement vis à vis de la température comme l'a aussi observé Peixinho et al. [41]. L'indice de structure  $n$  varie aussi très faiblement. Le fluide est thermodépendant essentiellement au travers de la consistance  $k$  :  $k(T) = k_0 \cdot e^{-bT}$  [41]. Pour le fluide testé, la valeur de  $b$  vaut  $0,012^\circ\text{C}^{-1}$ . Le paramètre de thermodépendance  $b$  diminue lorsque la concentration augmente, ceci a également été mis en évidence par Naïmi et al. [29]. A titre de comparaison, pour le même fluide et à une concentration de 0,2% en masse,  $b = 0,011^\circ\text{C}^{-1}$ . Cette forte thermodépendance du comportement rhéologique de la solution de Carbopol 940 nous a restreint dans le choix de la température de travail.

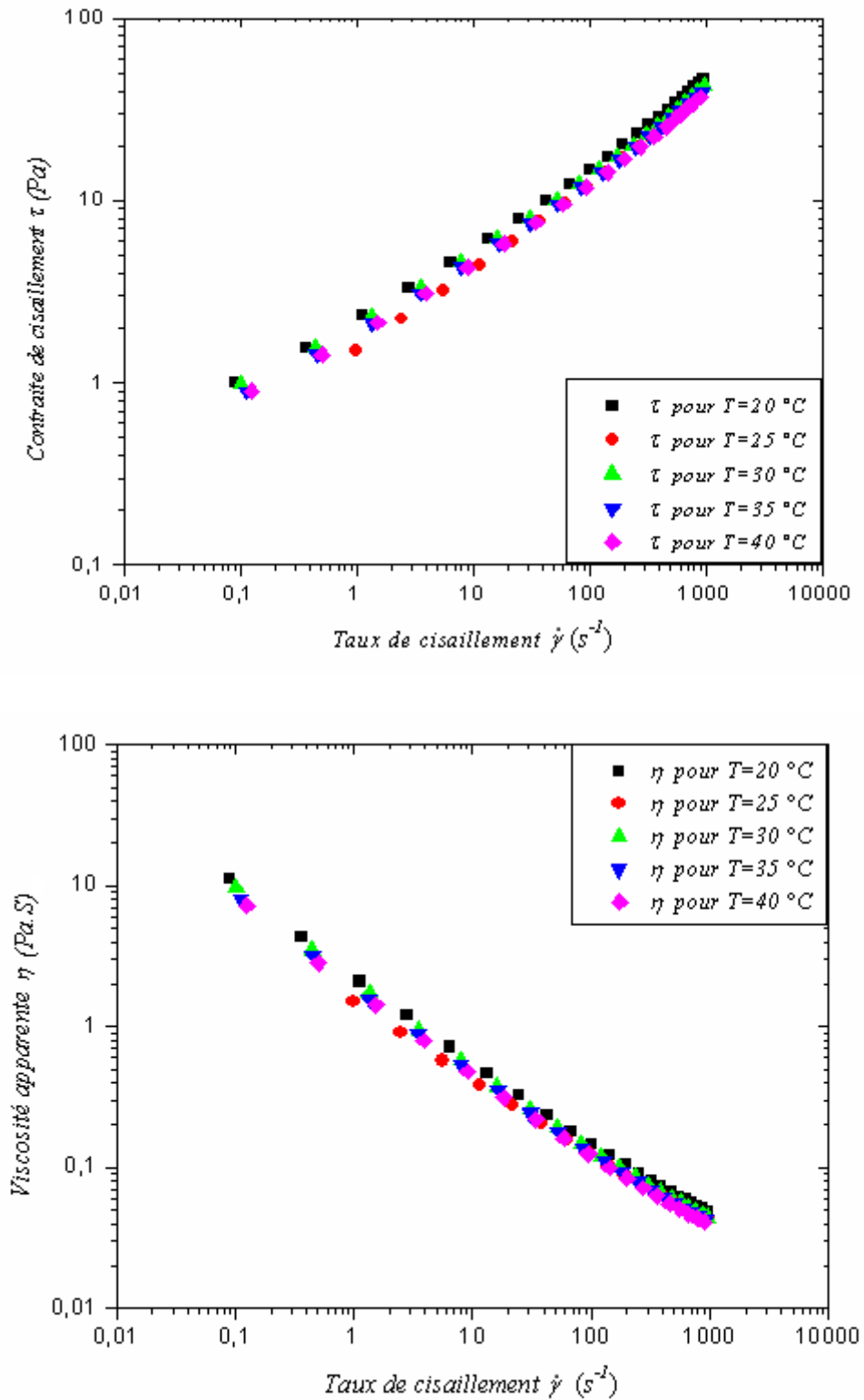
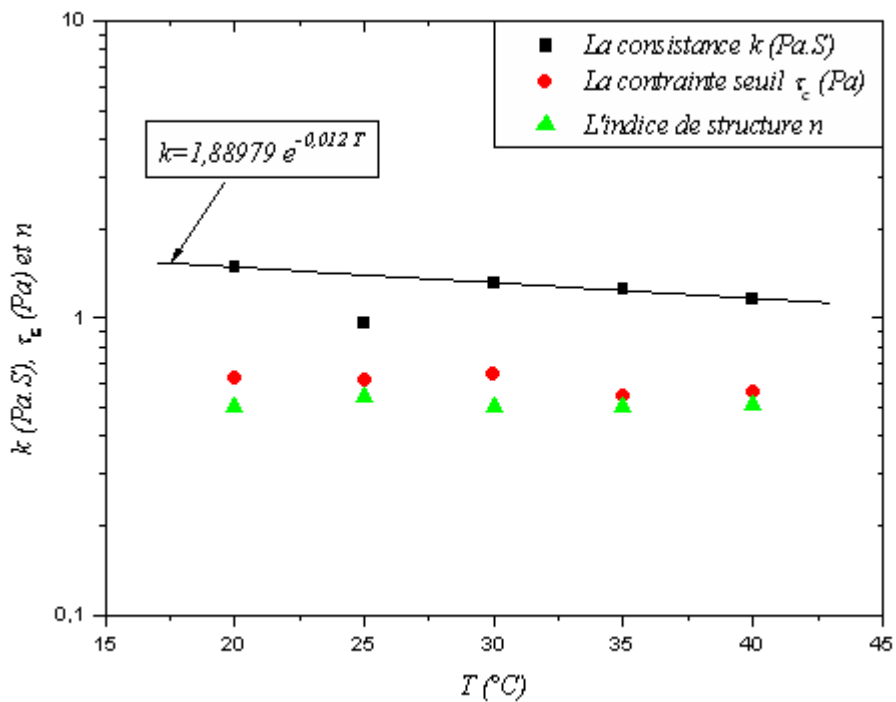


Figure 3.5 : Courbes d'écoulement à différentes températures



**Figure 3.6 :** Evolution des paramètres du modèle de Herschel-Bulkley en fonction de la température

Le choix de la valeur de la température qui sera imposée à la solution doit être facile à obtenir et surtout facile à maintenir sur une longue durée de mesures. Ceci nous a obligé à imposer une température de travail de 25°C, durant la prise des mesures relatives au prochain chapitre.

## II. Choix du modèle

Il est nécessaire de rechercher un modèle théorique permettant d'expliquer les comportements rhéologiques du fluide utilisé et de déterminer des lois de comportement explicites en vue des applications ultérieures.

Pour comparer les différents modèles susceptibles de représenter correctement la solution utilisée, nous utilisons des grandeurs statistiques comme la dispersion, le coefficient de Theil et le coefficient de Pearson.

**II.1. Modèles de comportement**

Nous rappelons que pour décrire le comportement de notre fluide, nous pouvons utiliser les modèles semi-empiriques présentés dans le tableau 3.1.

Modèle rhéologique	Loi rhéologique	Paramètres
<b>Bingham</b>	$\tau = \tau_c + \eta_p \dot{\gamma}$	$\tau_c = 2,3893 \text{ Pa}$ $\eta_p = 0,0398 \text{ Pa.s}$
<b>Herschel-Bulkley</b>	$\tau = \tau_c + k \dot{\gamma}^n$	$\tau_c = 0,6199 \text{ Pa}$ $k = 0,9574 \text{ Pa.s}^n$ $n = 0,5462$
<b>Casson</b>	$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_c} + \sqrt{\eta_p \dot{\gamma}}$	$\tau_c = 1,9118 \text{ Pa}$ $\eta_p = 0,0270 \text{ Pa.s}$

*Tableau.3.1 : Modèles rhéologiques utilisés avec leurs paramètres respectifs*

**II.2. Calcul de la dispersion**

A partir du calcul de la dispersion  $D(\%)$ , qui représente la somme des erreurs relatives quadratiques moyennes, nous pouvons connaître la précision faite sur l’ajustement des points expérimentaux par les trois modèles utilisés.

$$D(\%) = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N \left( \frac{\tau_{pré} - \tau_{mes}}{\tau_{mes}} \right)^2 \right)^{1/2} \cdot 100 \tag{3.1}$$

$N$  : nombre de points expérimentaux

$\tau_{mes}$  : valeurs mesurées de la contrainte de cisaillement

$\tau_{pré}$  : valeurs prédites par le modèle de la contrainte de cisaillement

D’après le tableau 3.2 ci-dessous, le modèle pour lequel la dispersion  $D$ , est la plus faible, est celui d’Herschel-Bulkley.

Modèle	Bingham	Herschel-Bulkley	Casson
<b>Dispersion</b>	<b>5,33756</b>	<b>0,46728</b>	<b>3,37517</b>

*Tableau.3.2 : Valeurs de la dispersion pour les trois modèles*

### II.3. Coefficient de corrélation de Theil

Pour voir si le modèle théorique choisi est adéquat, nous calculons également le coefficient de corrélation de Theil,  $T_e$ , défini par :

$$T_e = \frac{\left( \left( \frac{1}{N} \right) \sum_i (\tau_{mes} - \tau_{pré})^2 \right)^{1/2}}{\left( \left( \frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^N \tau_{mes}^2 \right)^{1/2} + \left( \left( \frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^N \tau_{pré}^2 \right)^{1/2}} \quad (3.2)$$

Le coefficient de Theil peut être décomposé en trois éléments dont la somme est égale à l'unité.

- La part de l'erreur de prévision systématique imputable à la différence de la moyenne des valeurs prédites et mesurées ;
- La part de l'erreur de prévision due à la structure du modèle ;
- La part de l'erreur de prévision qui est de nature résiduelle.

Plus la valeur du coefficient de Theil est faible, plus l'erreur de prévision du modèle est faible.

Modèle	Bingham	Herschel-Bulkley	Casson
<b>Coefficient de Teil</b>	<b>0,08705</b>	<b>0,01038</b>	<b>0,05898</b>

*Tableau.3.3 : Valeurs du coefficient de Teil pour les trois modèles*

L'analyse du tableau 3.3 montre que le coefficient de Theil est plus faible lorsque les estimations sont faites avec le modèle de Herschel-Bulkley soit environ 1%, alors que dans le cas des modèles de Casson et de Bingham sont successivement de l'ordre de 5,89% et 8,70%.

### II.4. Coefficient de Pearson

Le coefficient de Pearson,  $R$ , est un indice statistique qui exprime l'intensité et le sens (positif ou négatif) de la relation linéaire entre deux variables quantitatives (dans notre cas :  $\tau_{mes}$  et  $\tau_{pré}$ ). Il assume des valeurs se situant dans l'intervalle, qui va de - 1 à +1. Une valeur de  $R$ , égale à - 1 ou à +1, indique l'existence d'une relation linéaire parfaite (fonctionnelle) entre les deux variables. En revanche, ce coefficient est nul

(R=0) lorsqu'il n'y a pas de relation linéaire entre les variables (ce qui n'exclut pas l'existence d'une relation autre que linéaire: par exemple de forme "quadratique"). L'intensité de la relation linéaire sera donc d'autant plus forte que la valeur du coefficient est proche de +1 ou de - 1, et d'autant plus faible qu'elle est proche de 0. Par ailleurs, le coefficient est de signe positif si la relation est positive (directe, croissante) et de signe négatif si la relation est négative (inverse, décroissante). Le coefficient R de Pearson entre les deux variables  $\tau_{mes}$  et  $\tau_{pré}$  se calcule en appliquant la formule suivante :

$$R = \frac{N \sum \tau_{mes} \tau_{pré} - \sum \tau_{mes} \sum \tau_{pré}}{\left( \left( N \sum \tau_{mes}^2 - \left( \sum \tau_{mes} \right)^2 \right) \cdot \left( N \sum \tau_{pré}^2 - \left( \sum \tau_{pré} \right)^2 \right) \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.3)$$

Modèle	Bingham	Herschel-Bulkley	Casson
<b>Coefficient de Pearson</b>	<b>0,96647</b>	<b>0,99907</b>	<b>0,98085</b>

***Tableau.3.4 : Valeurs du coefficient de Pearson pour les trois modèles***

La différence entre la valeur expérimentale et la valeur donnée par les modèles rhéologiques (valeur prédite) est inacceptable si  $R < 0,9975$ .

Alors on peut voir aisément que le modèle de Herschel-Bulkley est celui qui a un coefficient de Pearson supérieur à 0,9975 (Tableau 3.4).

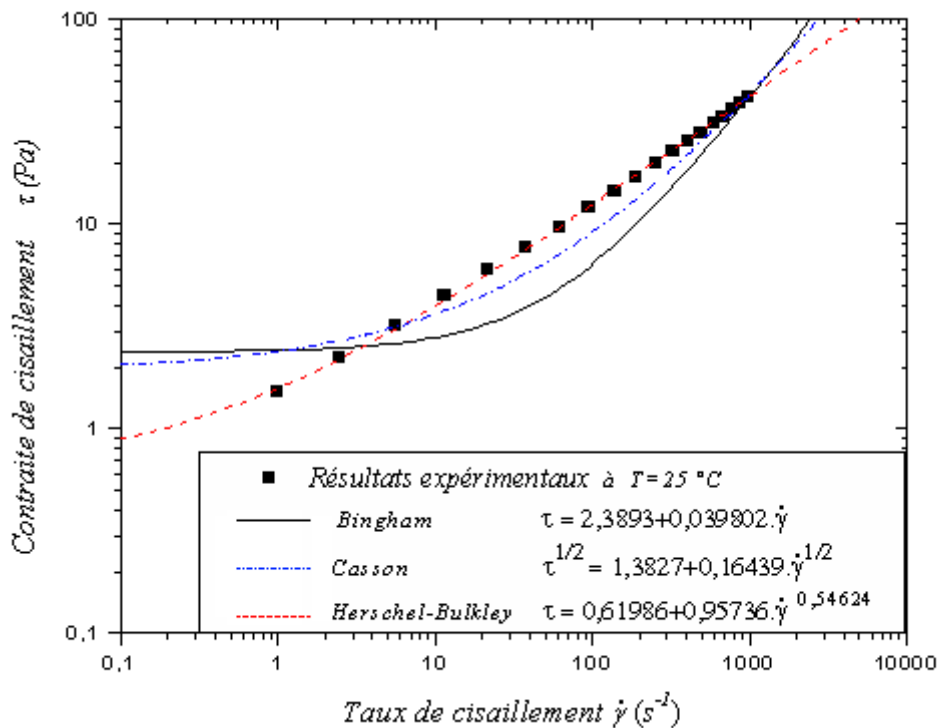


Figure 3.7 : Les données expérimentales et les trois modèles semi empiriques

### Conclusion

Le protocole de caractérisation mis au point dans ce travail permet d'identifier et de choisir le modèle qui convient le mieux au fluide utilisé dans cette étude expérimentale. En se basant sur la dispersion, le coefficient de Theil, et le coefficient de Pearson comme critères d'évaluation, et même sur l'ajustement graphique des points expérimentaux par les trois modèles choisis ; notre choix s'est porté sur le modèle de Herschel-Bulkley à trois paramètres. Ce modèle traduit convenablement l'évolution du caractère non newtonien du fluide de travail à contrainte seuil sur une large gamme de vitesses de cisaillement.

# Chapitre 4

## Etude dynamique de l'écoulement

Ce chapitre est structuré en deux grandes parties. La première partie concerne l'étude locale de l'écoulement. Des profils expérimentaux de la vitesse axiale ainsi que l'évolution de leurs taux de fluctuations, en fonction du nombre de Reynolds, sont donnés et comparés aux résultats théoriques. L'évolution du facteur de frottements pour les conduites de sections uniformes et l'évolution des pertes de charge, en termes de nombre d'Euler et de résistance au débit pour les conduites sténosées, sont décrites dans la deuxième partie de ce chapitre.

### I. Etude locale : Profils des vitesses axiales

#### I.1. Conduites de sections uniformes

Dans cette partie, on représente et on analyse en détail les résultats expérimentaux concernant les profils des vitesses et leurs taux de fluctuations relatifs aux conduites sans sténose afin de déterminer les différents régimes de l'écoulement et voir l'influence des caractéristiques rhéologiques du fluide non newtonien sur l'écoulement.

D'abord, pour les besoins de corrélation des données expérimentales, nous allons reformuler les relations les plus intéressantes.

En développant la relation théorique (1.42) donnant la vitesse axiale, en régime laminaire, en fonction de la contrainte pariétale et à l'aide de la relation (1.28) on peut aboutir à l'équation suivante :

$$U_c = \frac{2\eta}{\rho D} \cdot \text{Re} = 2U_{\text{moy}} \quad (4.1)$$

Pour le régime turbulent, on développe la relation (1.66) en remplaçant la vitesse de frottements  $u^*$  par son expression (relation 1.58).

On peut ainsi exprimer la vitesse axiale en fonction du nombre de Reynolds comme suit :

$$U_c = \frac{\eta}{\rho D} \left( 1 + \frac{3}{2k} \sqrt{\frac{f}{2}} \right) \cdot \text{Re} \quad (4.2)$$

Où  $k$  représente le coefficient de proportionnalité entre la longueur de mélange et la distance à la paroi, et  $f$  représente le facteur de frottements défini dans le paragraphe (IV.4.4). De même, on peut relier la vitesse axiale réduite au nombre de Reynolds par :

$$\frac{U_c}{U_{\text{moy}}} = 1 + \frac{3}{2k} \sqrt{\frac{f}{2}} \quad (4.3)$$

Les figures 4.1a, 4.2a et 4.3a représentent, respectivement, les évolutions de la vitesse axiale ( $U_c$ ), de son taux de fluctuations (Turb) et sa vitesse réduite ( $U_c/U_{\text{moy}}$ ) dans les deux conduites de diamètres différents ( $D_1=9.75\text{mm}$  et  $D_2=15.65\text{mm}$ ) en fonction du nombre de Reynolds pour le fluide newtonien. Ces figures montrent clairement les trois régimes étudiés : laminaire, transitoire et turbulent. Les points expérimentaux sont en bon accord avec les relations théoriques (pour le régime laminaire) et les corrélations semi-empiriques (pour le régime turbulent) connues pour ce type de configurations [48] et permettent de dresser le tableau 4.1 des corrélations. On note que  $f_N$  représente le facteur de frottements proposé par Nikuradse (1.71) et  $f_B$  représente le facteur de frottements proposé par Blasius (1.67).

Diamètres des conduites	Régimes d'écoulement	Corrélations théoriques ou semi-empiriques	Corrélations expérimentales
D=9.75mm	Laminaire	$U_c = 0,188 \cdot 10^{-3} \cdot \text{Re}$ $\frac{U_c}{U_{\text{moy}}} = 2$	$U_c = 0,188 \cdot 10^{-3} \cdot \text{Re}$ $\frac{U_c}{U_{\text{moy}}} = 2$
	Turbulent	$U_c = (10^{-4} + 2,652 \cdot 10^{-4} \sqrt{f_N}) \cdot \text{Re}$ $\frac{U_c}{U_{\text{moy}}} = 1 + 1,65 \sqrt{f_N}$	$U_c = (10^{-4} + 1,8 \cdot 10^{-4} \sqrt{f_N}) \cdot \text{Re}$ $\frac{U_c}{U_{\text{moy}}} = 1 + 2,5 \sqrt{f_N}$
D=15.65mm	Laminaire	$U_c = 0,117 \cdot 10^{-3} \cdot \text{Re}$ $\frac{U_c}{U_{\text{moy}}} = 2$	$U_c = 0,117 \cdot 10^{-3} \cdot \text{Re}$ $\frac{U_c}{U_{\text{moy}}} = 2$
	Turbulent	$U_c = (6,39 \cdot 10^{-5} + 1,695 \cdot 10^{-4} \sqrt{f_B}) \cdot \text{Re}$ $\frac{U_c}{U_{\text{moy}}} = 1 + 1,65 \sqrt{f_B}$	$U_c = (6,39 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 10^{-4} \sqrt{f_B}) \cdot \text{Re}$ $\frac{U_c}{U_{\text{moy}}} = 1 + 4 \sqrt{f_B}$

**Tableau.4.1 : Tableau des corrélations (fluide newtonien)**

On note, en particulier, que les trois critères expérimentaux, de délimitation de la zone de transition laminaire-turbulent, utilisés pour étudier l'écoulement du fluide newtonien dans les deux conduites tels que : la vitesse axiale (figure 4.1a), le taux de fluctuations (figure 4.2a) et la vitesse axiale réduite (figure 4.3a) sont incontestables et donnent pratiquement la même zone de transition. Nous remarquons qu'il y a un léger étalement de la zone transitoire vers les fortes valeurs du nombre de Reynolds pour la conduite de diamètre  $D = 15,65$  mm. Ceci est dû, probablement, à la différence de la rugosité des deux conduites, que nous avons considérées comme hydrauliquement lisses, mais ceci n'empêche pas l'effet de cette rugosité sur les écoulements dans les conduites utilisées. Cependant, le début du régime transitoire se situe toujours au voisinage de  $Re \sim 2300$  pour toutes les configurations étudiées.

En analysant aussi l'évolution du taux de fluctuations en régime laminaire, pour le fluide newtonien (figure 4.2a), on observe que les points expérimentaux, pour les deux conduites sont au voisinage de la droite  $Turb = 2\%$ . En revanche, ces points se redistribuent autour de la droite  $Turb = 4\%$ , en régime turbulent. Ces observations sont en bon accord avec ce qui existe dans la littérature [61, 64].

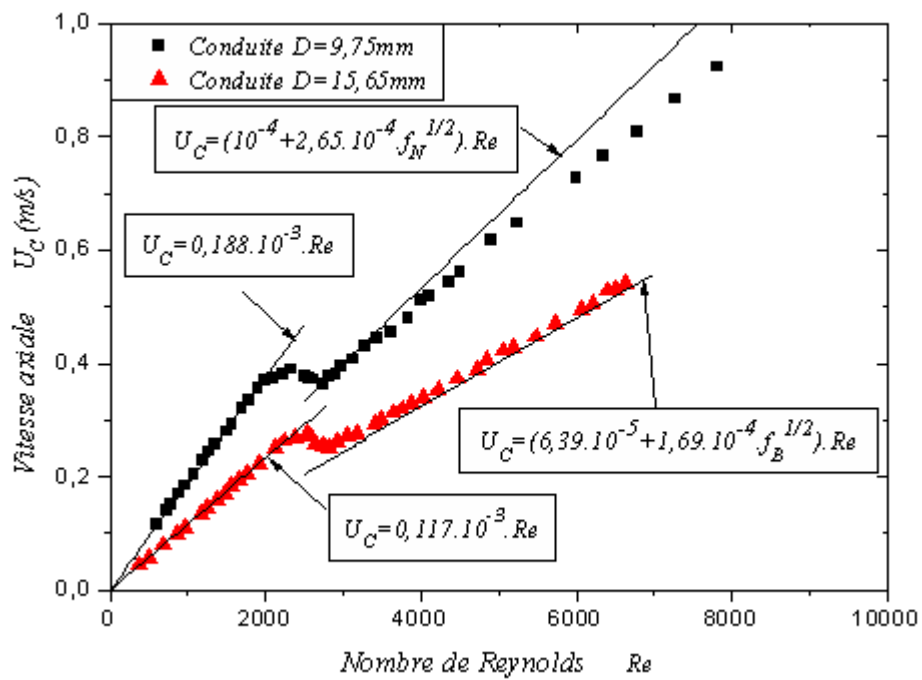


Figure 4.1a. Evolution des vitesses axiales dans les deux conduites en fonction du nombre de Reynolds pour le fluide newtonien (eau)

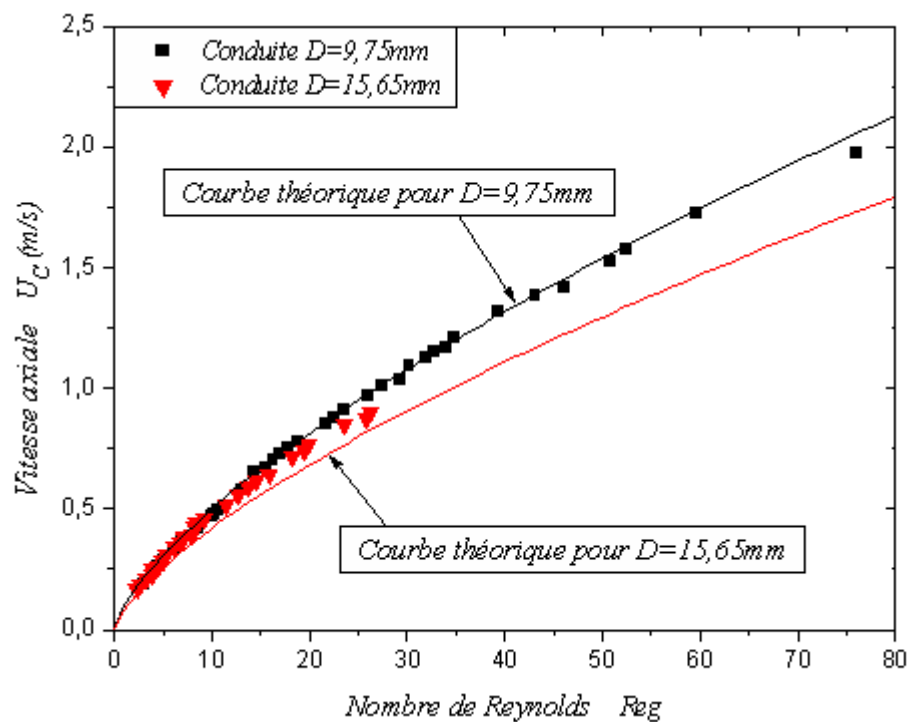


Figure 4.1b. Evolution des vitesses axiales dans les deux conduites en fonction du nombre de Reynolds pour le fluide non newtonien

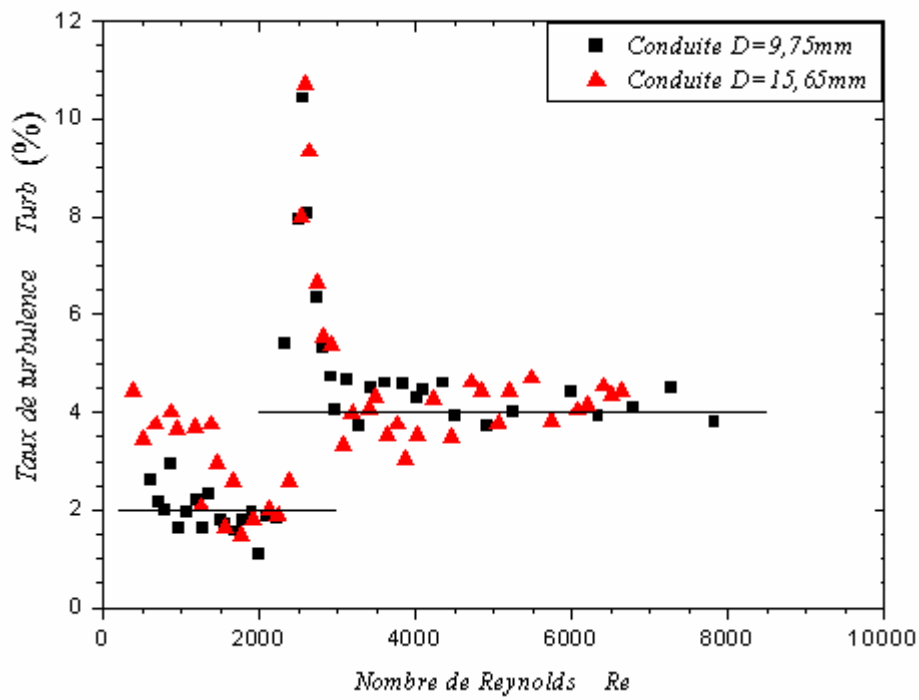


Figure 4.2a. Taux de fluctuations de la vitesse axiale dans les deux conduites pour le fluide newtonien

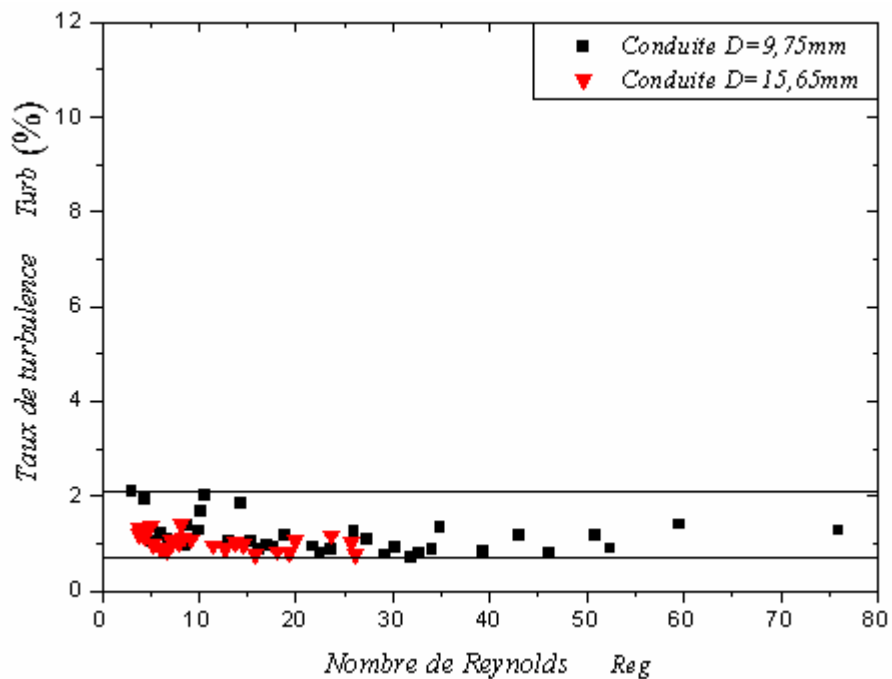


Figure 4.2b. Taux de fluctuations de la vitesse axiale dans les deux conduites pour le fluide non newtonien

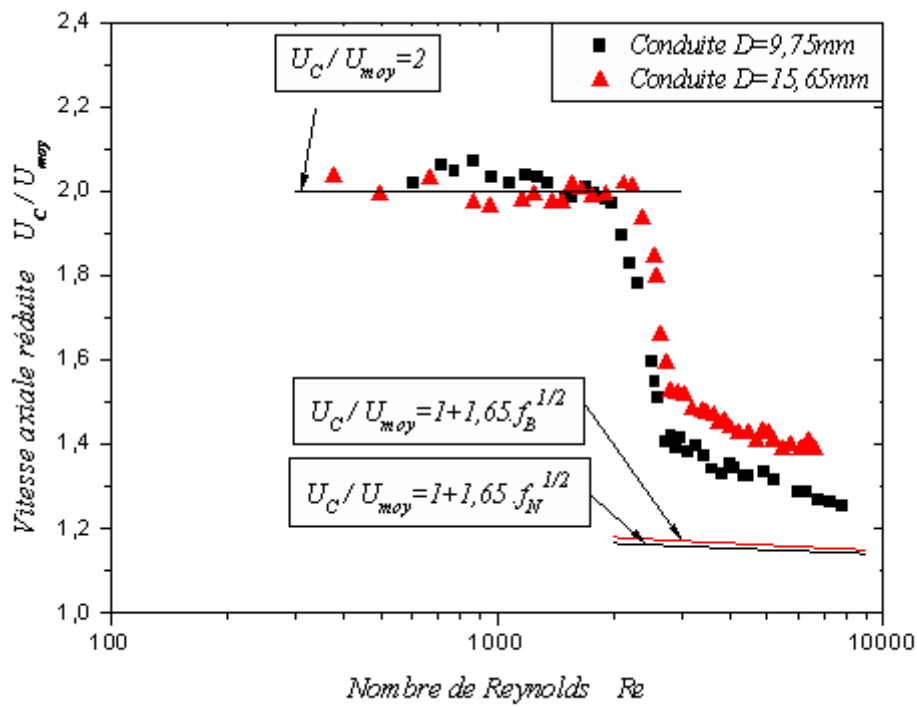


Figure 4.3a. Evolution de la vitesse réduite dans les deux conduites en fonction du nombre de Reynolds pour le fluide newtonien

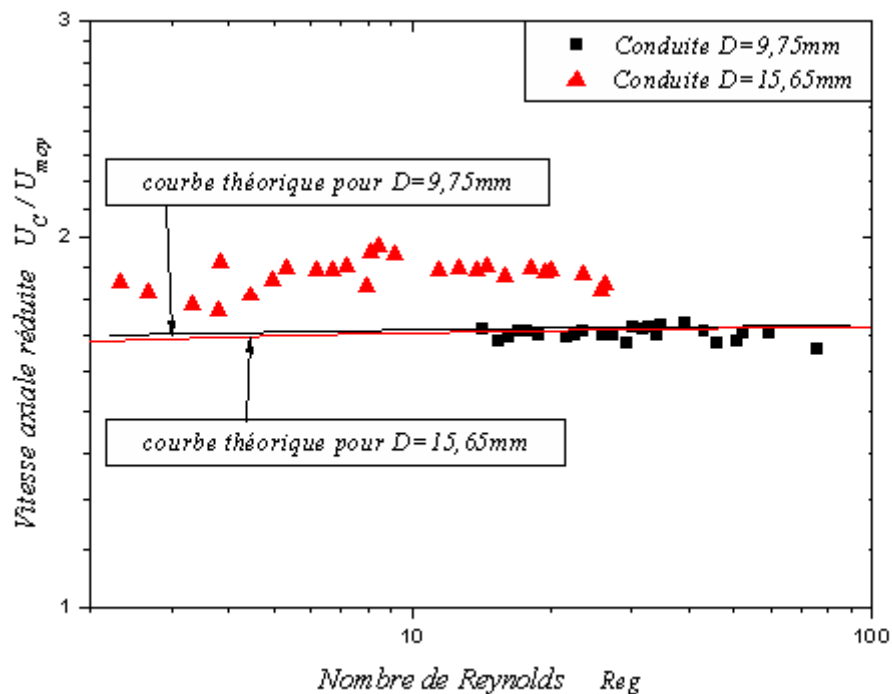


Figure 4.3b. Evolution de la vitesse réduite dans les deux conduites en fonction du nombre de Reynolds pour le fluide non newtonien

Pour le fluide non newtonien, nous avons suivi les mêmes démarches que celles faites pour le fluide newtonien mais, malheureusement nous n'avons pas pu aller au-delà du régime laminaire à cause de la forte viscosité du fluide utilisé. Les relations utilisées sont spécifiques à ce type de fluides.

La relation donnant la vitesse axiale (1.44) est :

$$U_c = \frac{D \cdot n}{n+1} \left( \frac{\tau_p}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \left( 1 - \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^{\frac{n+1}{n}} \quad (4.4)$$

En prenant la relation (1.35) et en faisant l'approximation ( $\tau_c \ll \tau_p$ ), on peut l'écrire sous la forme suivante :

$$\tau_p = \tau_c + k \left( \frac{3n+1}{n} \right)^n \left( \frac{4k}{\rho D^2} \right)^{\frac{n}{2-n}} R_{eg}^{\frac{n}{2-n}} \quad (4.5)$$

En utilisant les relations (4.4) et (4.5), on peut relier la vitesse axiale  $U_c$  au nombre de Reynolds généralisé  $R_{eg}$ .

Les relations (1.44) et (4.5) permettent de relier la vitesse axiale réduite  $U_c/U_{moy}$  au nombre de Reynolds généralisé :

$$\frac{U_c}{U_{moy}} = \frac{3n+1}{n+1} \cdot \frac{(1-a)}{\left( 1 - \frac{1}{1+2n} \cdot a \right)} \quad (4.6)$$

Sachant que  $a = \frac{\tau_c}{\tau_p}$  et  $\tau_p$  est défini par la relation (4.5).

Le tableau 4.2 nous résume toutes les corrélations pour ce fluide pour qu'on puisse faire une comparaison théorie-expérience.

Diamètres des conduites	Corrélations théoriques ou semi-empiriques	Corrélations expérimentales
D=9.75mm	$U_C = 1,86 \cdot 10^{-3} \tau_P^{1.83} \left(1 - \frac{0.62}{\tau_P}\right)^{2.83}$ $\frac{U_C}{U_m} = \frac{1,7 \cdot (1-a)}{1 - 0,478 \cdot a}$ $a = \frac{\tau_C}{\tau_P} = \frac{0.62}{0.62 + 9,1 \cdot R_{eg}^{0,37}}$	$U_C = 1,75 \cdot 10^{-3} \tau_P^{1.83} \left(1 - \frac{0.62}{\tau_P}\right)^{2.83}$ $\frac{U_C}{U_m} = \frac{1,68 \cdot (1-a)}{1 - 0,478 \cdot a}$
D=15.65mm	$U_C = 3 \cdot 10^{-3} \tau_P^{1.83} \left(1 - \frac{0.62}{\tau_P}\right)^{2.83}$ $\frac{U_C}{U_m} = \frac{1,7 \cdot (1-a)}{1 - 0,478 \cdot a}$ $a = \frac{\tau_C}{\tau_P} = \frac{0.62}{0.62 + 6,4 \cdot R_{eg}^{0,37}}$	$U_C = 3,4 \cdot 10^{-3} \tau_P^{1.83} \left(1 - \frac{0.62}{\tau_P}\right)^{2.83}$ $\frac{U_C}{U_m} = \frac{1,9 \cdot (1-a)}{1 - 0,478 \cdot a}$

**Tableau.4.2 :** Tableau des corrélations (fluide non newtonien)

La figure 4.1b représente l'évolution de la vitesse axiale dans les deux conduites pour le fluide viscoplastique en fonction du nombre de Reynolds généralisé  $R_{eg}$  proposé par Schowalter. Sur cette figure, nous notons qu'il y a un petit décalage entre les courbes théoriques et les points expérimentaux, cette différence est certainement due à l'approximation faite au départ (contrainte seuil  $\tau_C \ll$  contrainte à la paroi  $\tau_P$ ) pour pouvoir donner une relation explicite entre la vitesse axiale  $U_C$  et le nombre de Reynolds généralisé  $R_{eg}$ . De plus, il existe aussi l'influence des paramètres rhéologiques intervenant dans la loi du comportement du fluide non newtonien. Bien que nous ayons choisi le modèle de Herschel-Bulkley (chapitre 3, paragraphe II.1) qui est le plus pertinent pour décrire le comportement de ce genre de fluides, ceci n'empêche pas l'effet de l'erreur faite sur la détermination de ces paramètres rhéologiques.

On remarque aussi que l'écart entre les points expérimentaux, dû à la différence du diamètre, est moins accentué pour le fluide non newtonien. Nous pouvons l'expliquer par le domaine assez étroit des nombres de Reynolds ( $0 < R_{eg} < 100$ ).

L'évolution du taux de turbulence présentée sur la figure 4.2b confirme que nous avons travaillé dans une zone purement laminaire, et les points expérimentaux relatifs aux deux conduites sont compris entre les deux droites  $Turb = 0,7\%$  et  $Turb = 2,1\%$ .

Sur la figure 4.3b, nous suivons l'évolution de la vitesse axiale réduite, pour le fluide viscoplastique dans les deux conduites, en fonction du nombre de Reynolds généralisé. On remarque que les points expérimentaux sont proches des courbes théoriques (relation 4.6), surtout ceux relatifs à la conduite de diamètre  $D = 9,75\text{mm}$ . Cet autre critère peut aussi être utilisé pour connaître le régime d'écoulement.

Cette série de figures montre surtout l'intérêt des procédures d'expérimentation employées, dans cette étude, pour l'analyse ultérieure des écoulements dans une conduite sténosée.

### **I.2. Conduites sténosées**

Nous avons d'abord suivi l'évolution de la vitesse axiale le long de la veine pour différents nombres de Reynolds balayant les trois régimes d'écoulement. Les figures 4.4a et 4.4b représentent les évolutions de la vitesse axiale au voisinage de la contraction en régime laminaire, transitoire et turbulent et dans deux configurations géométriques. Ces courbes montrent que, sur une grande partie de la zone amont, la vitesse axiale est pratiquement constante, et l'influence de la sténose ne commence qu'à partir de  $Z^* = Z/R_0 = -2$  en amont de la singularité pour les deux conduites et pour tous les régimes, et on en déduit que la sténose n'influe pas trop sur l'écoulement dans la zone amont malgré que les paramètres géométriques des deux conduites sont différents.

À  $Z^* = 0$ , on observe l'existence d'un pic de vitesse axiale pour les deux configurations qui est dû à la contraction géométrique des conduites au niveau de la sténose prouvé par le principe de conservation de débit ; quand la section diminue implique une augmentation de vitesse. Mais pour la conduite de diamètre  $D = 9,75\text{mm}$ , nous notons qu'il y a un deuxième pic en  $Z^* = 2$ . Ceci s'explique par l'existence d'une section contractée suivie par une zone de recirculation assez importante en aval de la singularité.

Après l'atteinte de son maximum dans la zone contractée, la vitesse axiale diminue au fur et à mesure que  $Z^*$  augmente, et qu'à partir de  $Z^* = 10$ , la vitesse commence à

tendre vers la valeur qu'elle avait en amont de la sténose. On note encore une fois que l'influence de la sténose pour les deux conduites est presque identique, de point de vue profil des vitesses, sauf au niveau de la contraction dans une zone comprise entre  $Z^* = -2$  et  $Z^* = 10$ .

On peut donc dire que les paramètres géométriques de la sténose tels que, sa longueur  $2Z_0$ , sa hauteur  $\delta$  et même la forme de la contraction jouent un rôle déterminant sur la forme des profils des vitesses au niveau de la singularité.

En se basant sur l'analyse des courbes du taux de turbulence de la vitesse axiale dans les conduites, présentées sur les figures 4.5a et 4.5b, nous notons d'abord que l'écoulement est beaucoup plus perturbé à l'aval qu'à l'amont de la contraction. L'utilisation du critère du taux de fluctuations de la vitesse axiale pour la détermination du régime d'écoulement en un point donné, montre un régime fortement turbulent, même loin en aval de la contraction (de  $Z^* = 0$ , à  $Z^* = 20$ ) et à faibles nombres de Reynolds ( $Re = 393$  pour  $D = 9,75mm$  et  $Re = 738$  pour  $D = 15,65mm$ ).

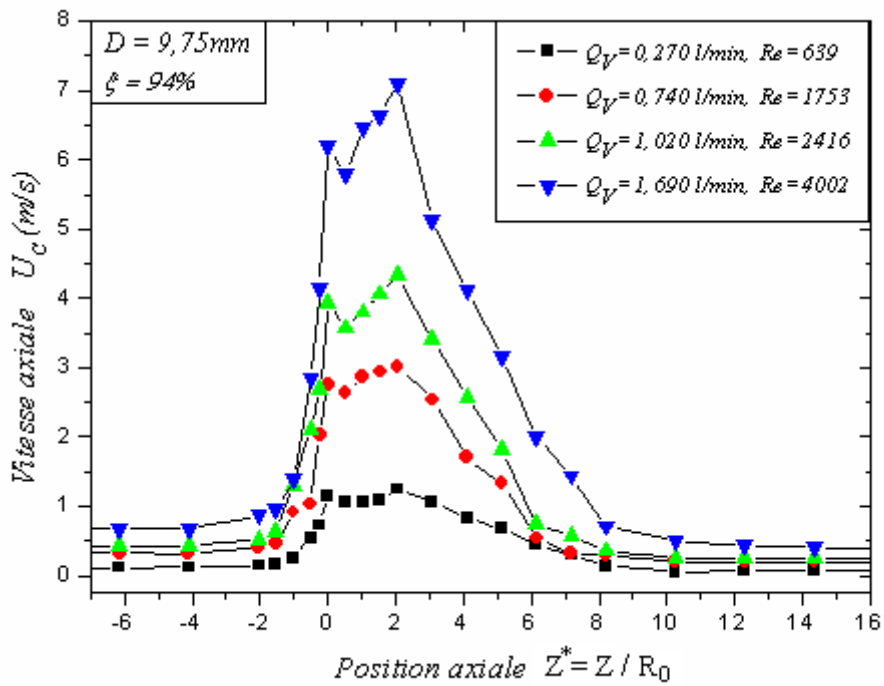


Figure 4.4a. Evolution de la vitesse axiale sur la ligne centrale dans la conduite de diamètre  $D=9.75\text{mm}$  et de contraction 94% pour le fluide newtonien

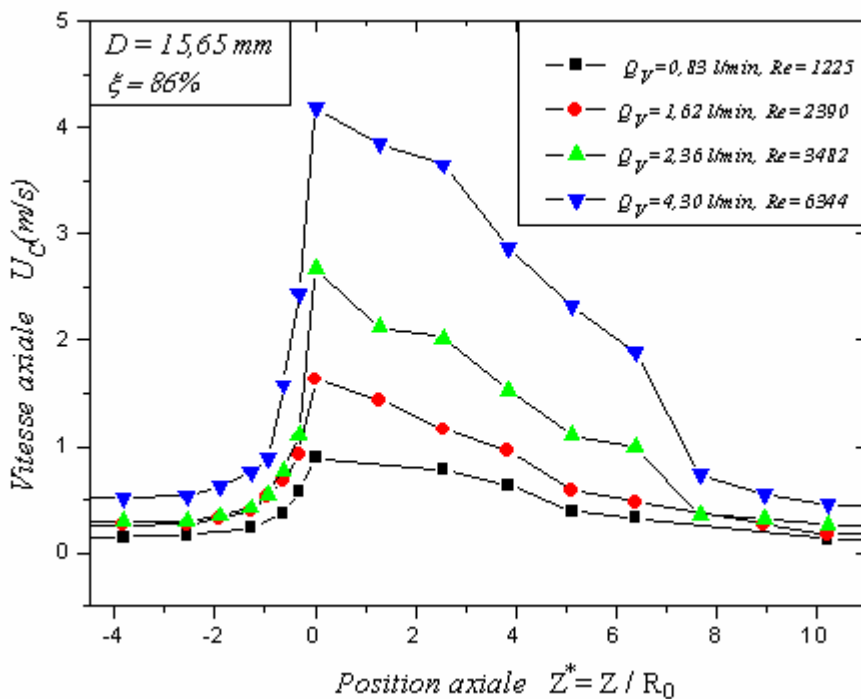


Figure 4.4b. Evolution de la vitesse axiale sur la ligne centrale dans la conduite de diamètre  $D=15.65\text{mm}$  et de contraction 86% pour le fluide newtonien

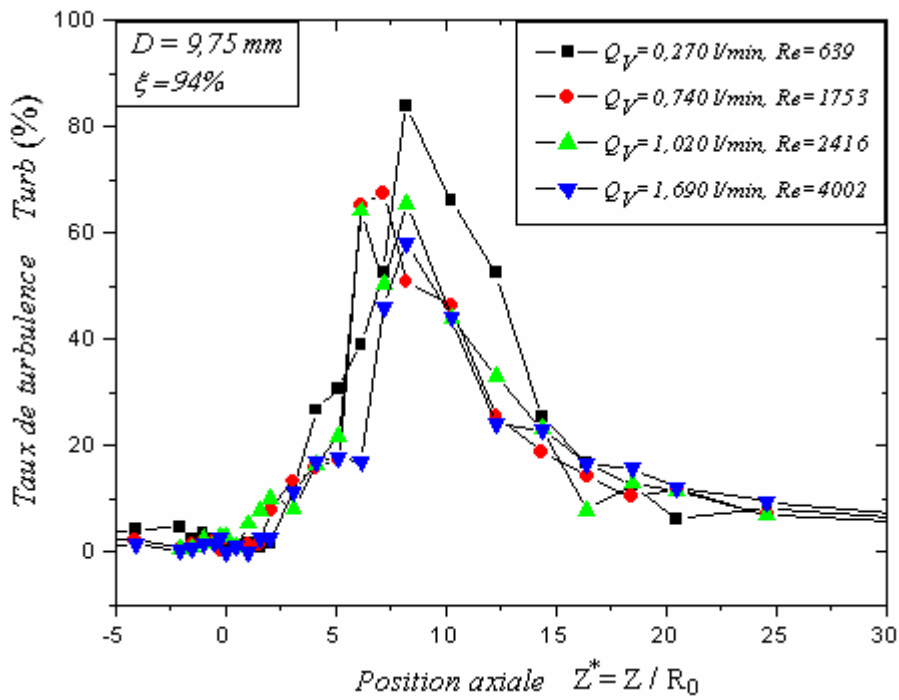


Figure 4.5a. Taux de fluctuations de la vitesse axiale dans la conduite de diamètre  $D=9.75\text{mm}$  et de contraction 94% pour le fluide newtonien

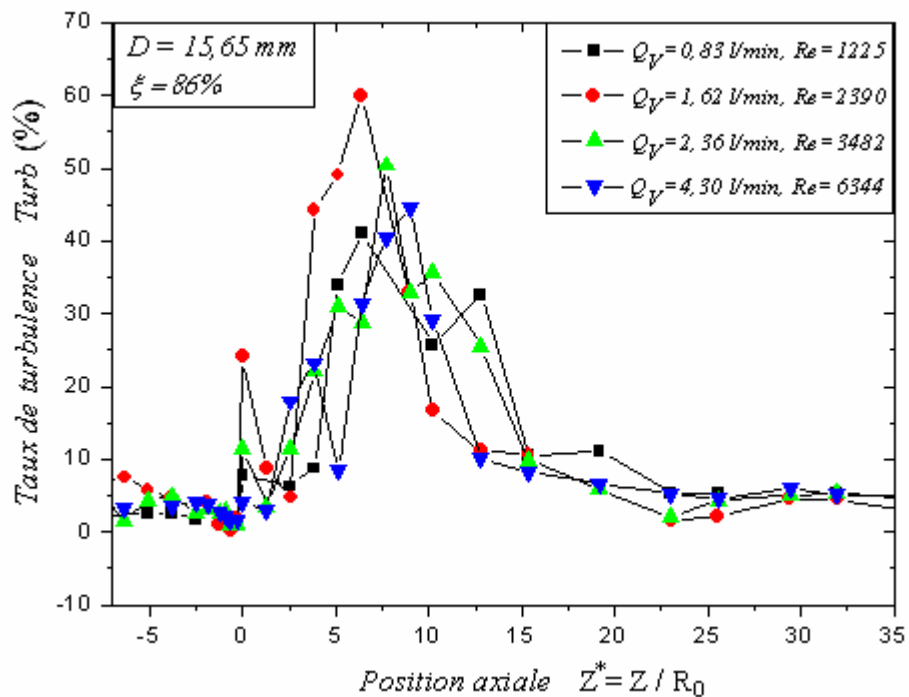


Figure 4.5b. Taux de fluctuations de la vitesse axiale dans la conduite de diamètre  $D=15.65\text{mm}$  et de contraction 86% pour le fluide newtonien

Pour le fluide non newtonien, les figures 4.6a et 4.6b représentent respectivement l'évolution des vitesses axiales le long de la veine pour différents nombres de Reynolds généralisé dans les conduites de diamètres  $D = 9,75\text{mm}$  et  $D = 15,65\text{mm}$ . Les profils de vitesse dans la conduite de diamètre  $D = 9,75\text{mm}$  sont semblables à ceux trouvés pour le fluide newtonien, en particulier, par l'existence de deux pics de vitesse au voisinage de  $Z^* = 0$ . Par contre, les profils de vitesse relatifs à la conduite  $D = 15,65\text{mm}$  présentent des différences de comportement à forts nombres de Reynolds, comparativement au fluide non newtonien, et donnent deux pics de vitesse. Ces différences par rapport au fluide newtonien sont dues, essentiellement, aux propriétés rhéologiques du fluide non newtonien. L'influence de la sténose commence à partir de  $Z^* = -3$  en amont de la singularité pour les deux conduites et pour toutes les valeurs du nombre de Reynolds.

À  $Z^* = 0$ , on note l'existence d'un pic de vitesse axiale pour les deux conduites de manière identique que pour le fluide newtonien. Ceci est dû toujours à l'existence de la contraction géométrique au niveau de la sténose. A  $Z^* = 2$ , il apparaît le deuxième pic de la vitesse axiale dû à l'existence d'une section contractée suivie par une zone de recirculation assez importante en aval de la sténose. La position du deuxième pic reste inchangée, mais à  $\text{Re}_{\text{eg}} = 13,71$  sa position se décale vers  $Z^* = 3$  (Figure 4.6a).

Sur la figure 4.6b, représentant l'évolution de la vitesse axiale dans la conduite de diamètre  $D = 15,65\text{mm}$ , nous observons l'apparition du deuxième pic de la vitesse axiale à partir de  $\text{Re}_{\text{eg}} = 8,13$  dont la position se situe à environ de  $Z^* = 1,3$ , et qui se décale vers  $Z^* = 2$  pour  $\text{Re}_{\text{eg}} = 14,08$ . Ce pic n'apparaissait pas dans le cas du fluide newtonien malgré la forte valeur du nombre de Reynolds (environ de 6000); ce qui différencie le comportement de l'écoulement de ce fluide à contrainte seuil par rapport au fluide newtonien. Cette différence de comportements entre les deux écoulements apparaît clairement sur la figure 4.8a, représentant les profils de vitesse à deux débits différents.

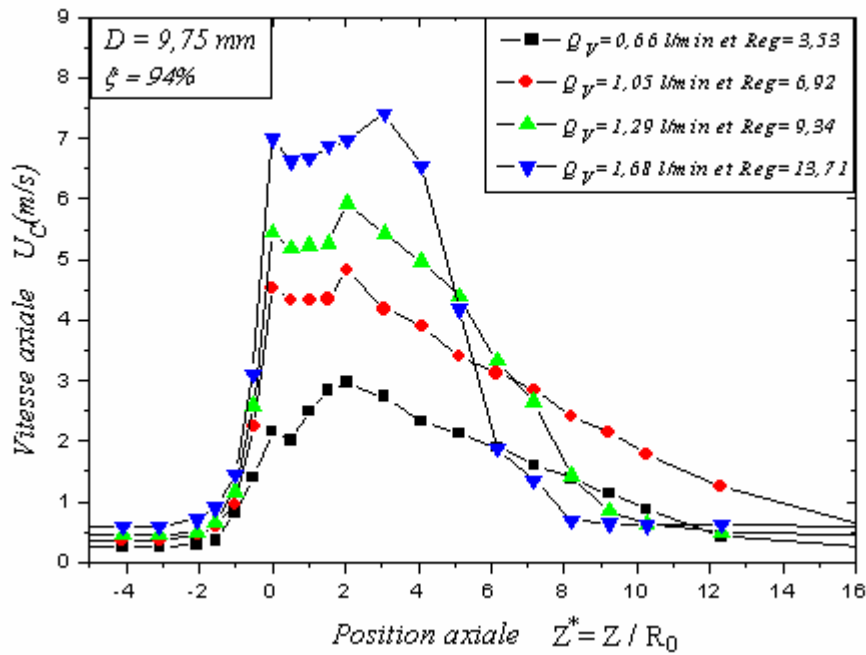


Figure 4.6a. Evolution de la vitesse axiale sur la ligne centrale dans la conduite de diamètre  $D=9.75$ mm et de contraction 94% pour le fluide non newtonien

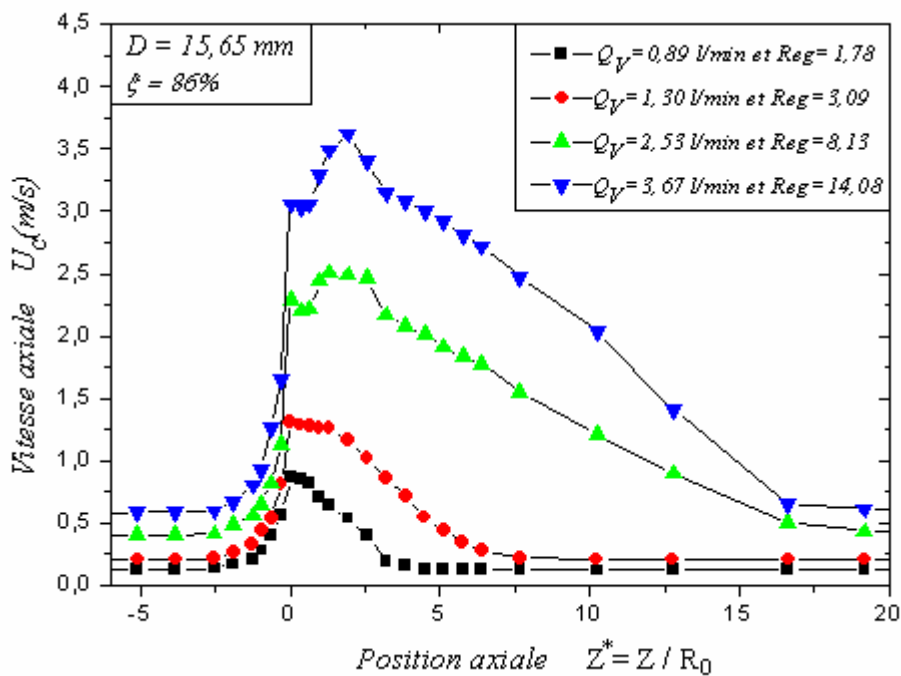


Figure 4.6b. Evolution de la vitesse axiale sur la ligne centrale dans la conduite de diamètre  $D=15.65$ mm et de contraction 86% pour le fluide non newtonien

Une fois la contraction est dépassée, à partir de  $Z^* = 18$ , la vitesse axiale tend vers la valeur qu'elle avait en amont de la sténose pour tous les nombres de Reynolds et dans les deux conduites. On note surtout le décalage de début de stabilité de la vitesse axiale, comparativement au fluide newtonien, qui se situait à une distance de  $Z^* = 10$ . Nous pouvons clairement affirmer que ce décalage est dû à l'effet des paramètres rhéologiques intervenant dans la loi de comportement du fluide viscoplastique utilisé.

Les figures 4.7a et 4.7b, représentent l'évolution du taux de fluctuations de la vitesse axiale sur la ligne centrale des veines de mesure pour le fluide non newtonien. Pour la conduite de diamètre  $D = 9,75mm$ , on observe le même phénomène que dans le cas du fluide newtonien, c'est-à-dire, l'écoulement est fortement perturbé dans toute la zone en aval de contraction de la sténose et dans toute la gamme des nombres de Reynolds étudiée. Mais pour la conduite de diamètre  $D = 15,65mm$ , nous constatons sur la figure 4.7b que l'écoulement, à faibles valeurs de Reynolds généralisé, n'est pas trop perturbé ( $Turb < 2\%$ ). Ceci s'explique par le rôle atténuateur de turbulence de la forte viscosité du fluide conjugué aux faible taux de contraction de la sténose pour stabiliser l'écoulement, comme le montre clairement la figure 4.8b. Mais au-delà d'une valeur critique, du nombre de Reynolds généralisé ( $R_{eg}=14,8$ ), les critères précédents deviennent insuffisants pour la stabilité de l'écoulement et ce dernier devient perturbé et son comportement rejoint le cas de la conduite de diamètre  $D = 9,75mm$ .

Enfin, nous pouvons constater de ces analyses que, les paramètres géométriques de la sténose (la longueur et la hauteur) et les paramètres rhéologiques intervenant dans la loi de comportement du fluide viscoplastique influent, d'une manière explicite, sur l'allure du profil des vitesses dans les conduites au niveau de la sténose d'une part, et sur la stabilité de l'écoulement en aval de la sténose d'autre part.

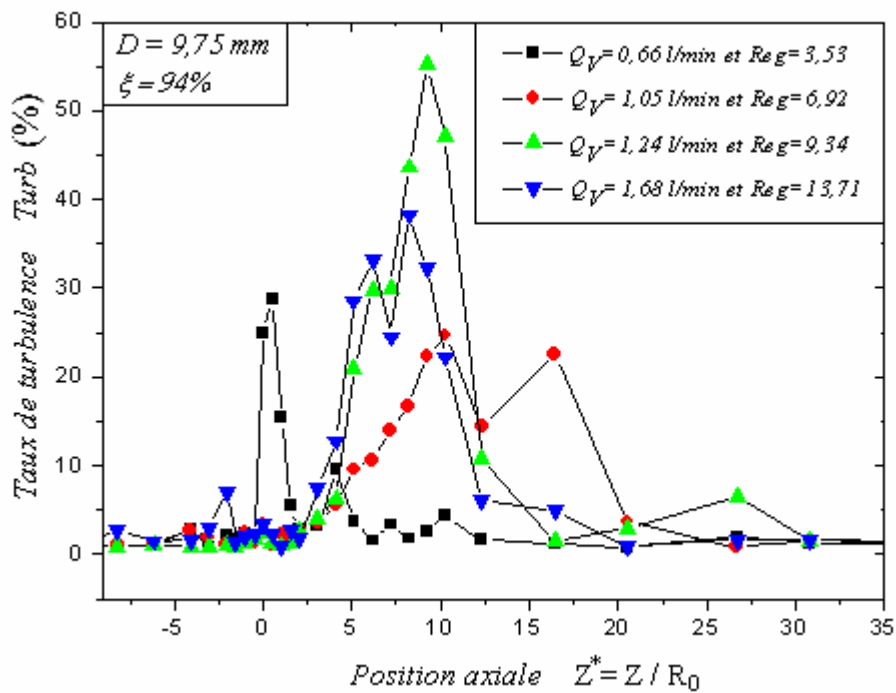


Figure 4.7a. Taux de fluctuations de la vitesse axiale dans la conduite de diamètre  $D=9.75\text{mm}$  et de contraction 94% pour le fluide non newtonien

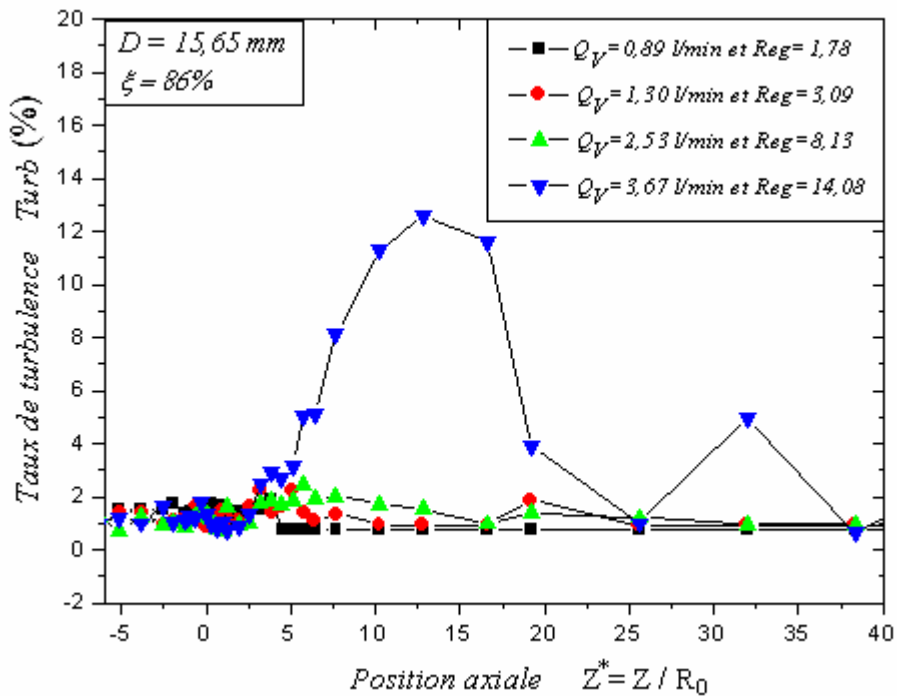


Figure 4.7b. Taux de fluctuations de la vitesse axiale dans la conduite de diamètre  $D=15.65\text{mm}$  et de contraction 86% pour le fluide non newtonien

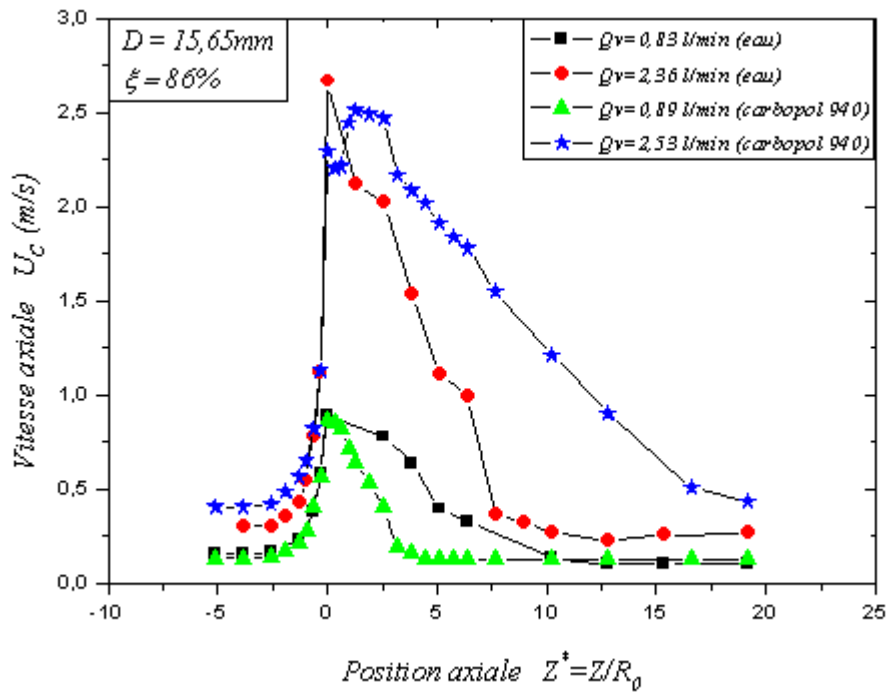


Figure 4.8a. Comparaison des profils de vitesse à deux débits différents

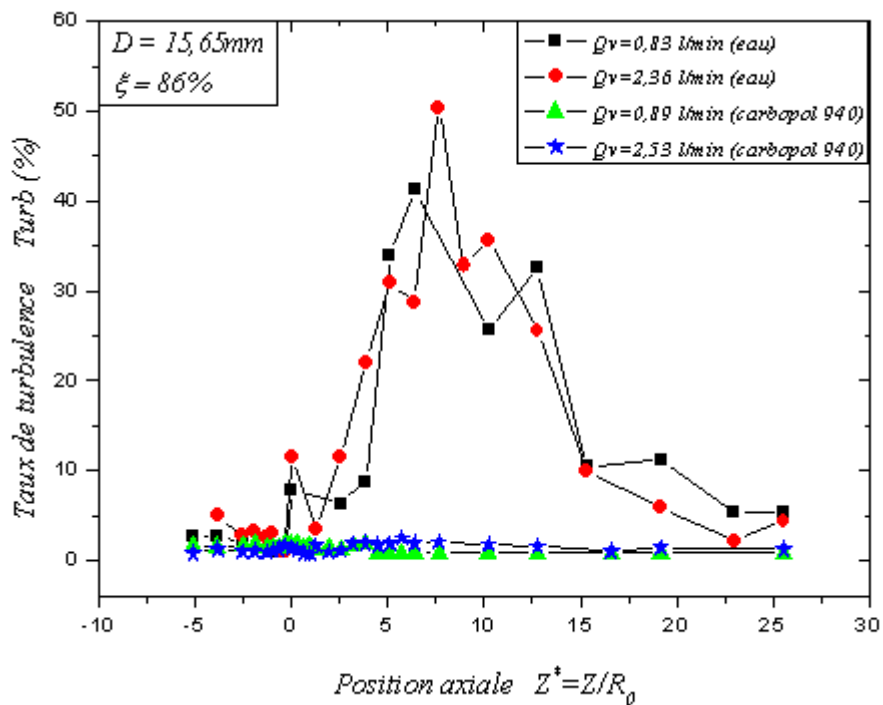


Figure 4.8b. Comparaison des taux de turbulence à deux débits différents

### II. Etude globale : Frottements et pertes de charge

L'étude globale des écoulements stationnaires en conduites d'un fluide visqueux revient, essentiellement, à la détermination des pertes de charge [46,65]. Ces pertes de charge sont directement liées à la viscosité du fluide, laquelle, en présence de paroi, introduit des gradients de vitesse, donc des contraintes de frottements entre les couches fluides. Ces gradients de vitesse conduisent au développement de la turbulence à forts nombres de Reynolds. En écoulement de Poiseuille, ces contraintes de frottements et la turbulence dissipent de l'énergie mécanique du fluide et conduisent à une diminution, de l'amont à l'aval, de la charge moyenne dans la conduite.

#### II.1. Conduites de sections uniformes

##### II.1.1. Facteur de frottements

Pour les conduites de sections uniformes, nous préférons exprimer les pertes de charge par le facteur de frottements  $f$ . Il est donné en relation (1.46).

$$f = \frac{2\tau_p}{\rho U_m^2} \quad (4.7)$$

La figure 4.9a représente l'évolution de ce facteur de frottements en fonction du nombre de Reynolds pour le fluide newtonien dans les deux conduites. Cette figure montre l'autre possibilité de détermination et de délimitation des trois régimes d'écoulement. On voit clairement que les points expérimentaux sont en bon accord avec les courbes théoriques et les corrélations semi-empiriques connues pour les trois régimes d'écoulement.

Nous observons le même phénomène concernant l'étalement de la zone transitoire vers les fortes valeurs du nombre de Reynolds qui s'explique toujours par l'effet de la rugosité différente. Cet effet a pour conséquence un départ précoce de la turbulence pour la conduite de petit diamètre d'où le décalage entre les deux débuts de régime turbulent dans les deux conduites. Le facteur de frottements sera exprimé par la corrélation de Nikuradse (relation 1.71) dans la conduite de diamètre  $D = 9,75\text{mm}$  :

$$f = 0,0008 + 0,05525 \text{Re}^{-0,237} \quad (4.8)$$

et la corrélation de Blasius (relation 1.67) dans la conduite de diamètre  $D = 15,65\text{mm}$  :

$$f = 0,079 \text{Re}^{-0,25} \quad (4.9)$$

La figure 4.9b représente l'évolution du facteur de frottements dans les deux conduites pour le fluide non newtonien en fonction du nombre de Reynolds. Pour comparer nos points expérimentaux avec la courbe théorique, Nous avons tracé l'évolution du facteur de frottements de Fanning  $f$  en fonction du nombre de Reynolds de Metzner et Reed  $Re'$  défini par les relations suivantes :

$$f = \frac{2\tau_p}{\rho U_m^2} = \frac{16}{Re'} \quad (4.10)$$

$$Re' = \frac{16}{f} = \frac{16}{\frac{2\tau_p}{\rho U_m^2}} = \frac{8 \left( \frac{\tau_c}{\tau_p} \right) \rho U_m^{2-n} R^n}{\tau_c k \left( \frac{U_m}{R} \right)^n} = \frac{8a}{Hb} Re_g \quad (4.11)$$

Ces paramètres sont utilisés par plusieurs auteurs [61,64] afin de comparer les résultats expérimentaux obtenus avec les corrélations connues. Dans notre cas, nous observons qu'il existe un très bon accord car les mesures effectuées sur les pertes de charge concernant le fluide non newtonien étaient très stables à cause de la forte viscosité du fluide, ceci nous a permis de relever les valeurs avec un minimum d'erreurs.

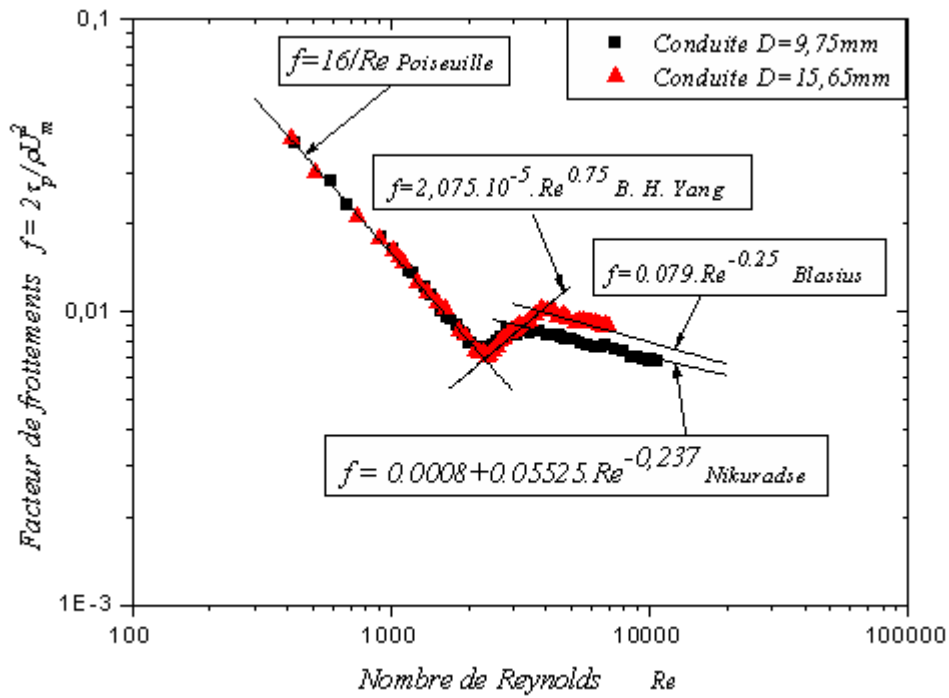


Figure 4.9a : Evolution du facteur de frottements dans les deux conduites pour le fluide newtonien

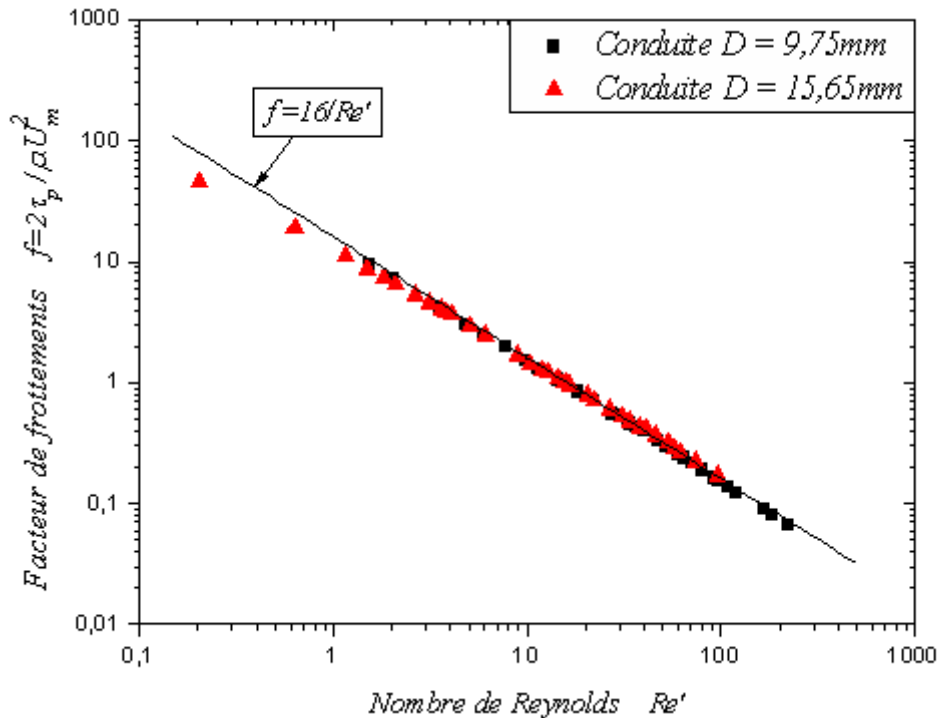


Figure 4.9b : Evolution du facteur de frottements dans les deux conduites pour le fluide non newtonien

### II.1.2. Contrainte pariétale

D'une autre manière, nous pouvons aussi déterminer les caractéristiques de l'écoulement d'un fluide quelconque, qu'il soit newtonien ou non newtonien, en utilisant le critère de la contrainte pariétale. La figure 4.10a représente l'évolution de la contrainte pariétale ( $\tau_p$ ) en fonction du taux de cisaillement moyen ( $8U_m/D$ ) à la paroi dans les deux conduites pour le fluide newtonien. On peut voir aisément les trois régimes d'écoulement et comparer les résultats correspondants avec corrélations connues telle que :

$$\tau_p = \eta \cdot \left( \frac{8 \cdot U_m}{D} \right) \quad (4.12)$$

Pour le fluide newtonien et en régime laminaire.

Concernant le régime turbulent, on peut citer la corrélation de Darcy-Weisbach donnée par :

$$\tau_p \propto \left( \frac{8 \cdot U_m}{D} \right)^{1,75-2} \quad (4.13)$$

Mais pour le fluide non newtonien nous avons la corrélation suivante :

$$\tau_p = \tau_c + k \cdot \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n \left( \frac{8 \cdot U_m}{D} \right)^n \quad (4.14)$$

Il est intéressant de noter que nous pouvons calculer, d'une manière directe, les caractéristiques physiques du fluide utilisé. Par exemple en régime laminaire, nous observons, en premier lieu, un bon accord de nos résultats expérimentaux avec la courbe théorique qui a comme équation la relation (4.12). On peut tirer de cette courbe la pente qui représente la viscosité du fluide utilisé et qui vaut  $\eta = 0,919 \cdot 10^{-3} Pa.s$  (voir figure 4.10a) et qui correspond à la valeur donnée en littérature. Ces courbes permettent de valider, encore une fois, notre installation expérimentale pour la prochaine série de mesures concernant le fluide non newtonien.

Nous avons aussi suivi l'évolution de la contrainte pariétale  $\tau_p$  pour le fluide non newtonien en variant le taux de cisaillement moyen à la paroi ( $8U_m/D$ ) (figure 4.10b).

En régime laminaire, on connaît les lois analytiques et en particulier la loi de comportement qui gouverne le fluide non newtonien utilisé (mesures effectuées en rhéométrie) donc on peut utiliser une loi semi-empirique qui représente l'évolution de la

contrainte pariétale en fonction du taux de cisaillement moyen à la paroi, et on fait un ajustement de nos résultats expérimentaux afin d'aboutir aux paramètres rhéologiques caractérisant notre fluide.

En utilisant, la loi d'ajustement dite de Herschel-Bulkley qui traduit convenablement le fluide à contrainte seuil utilisé (paragraphe II.4), on trouve la corrélation suivante :

$$\tau_p = 0,64 + 1,04 \cdot \left( \frac{8 \cdot U_m}{D} \right)^{0,54} \quad (4.15)$$

Donnant les caractéristiques rhéologiques suivantes :

$$\tau_c = 0,64 \text{ Pa}$$

$$k = 0,94 \text{ Pa.S}$$

$$n = 0,54.$$

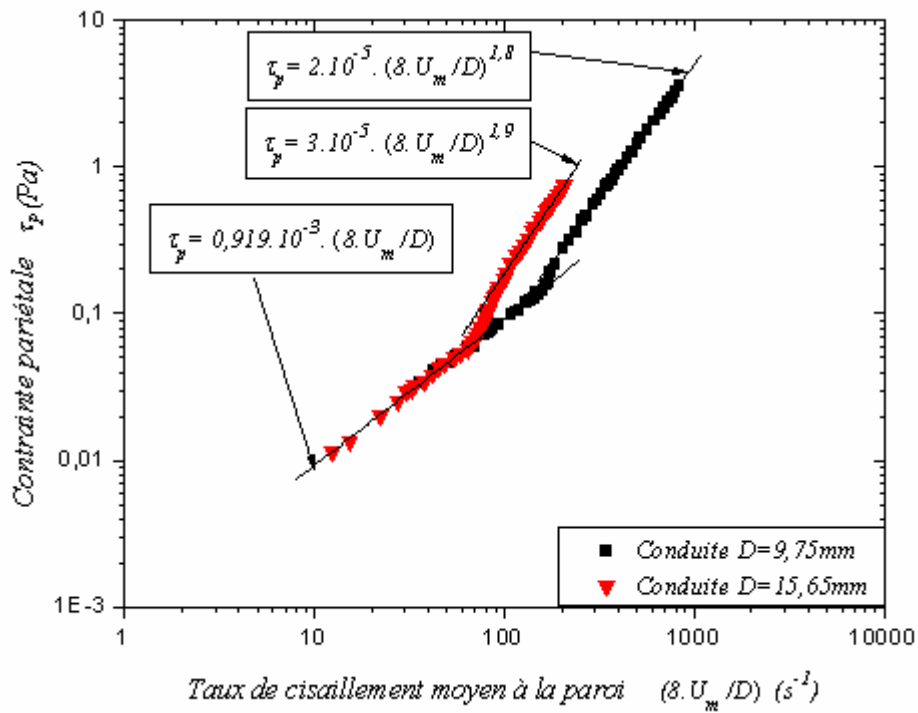
Alors que les mesures de rhéomètre (Chapitre 3) ont donné les valeurs ci-dessous :

$$\tau_c = 0,62 \text{ Pa,}$$

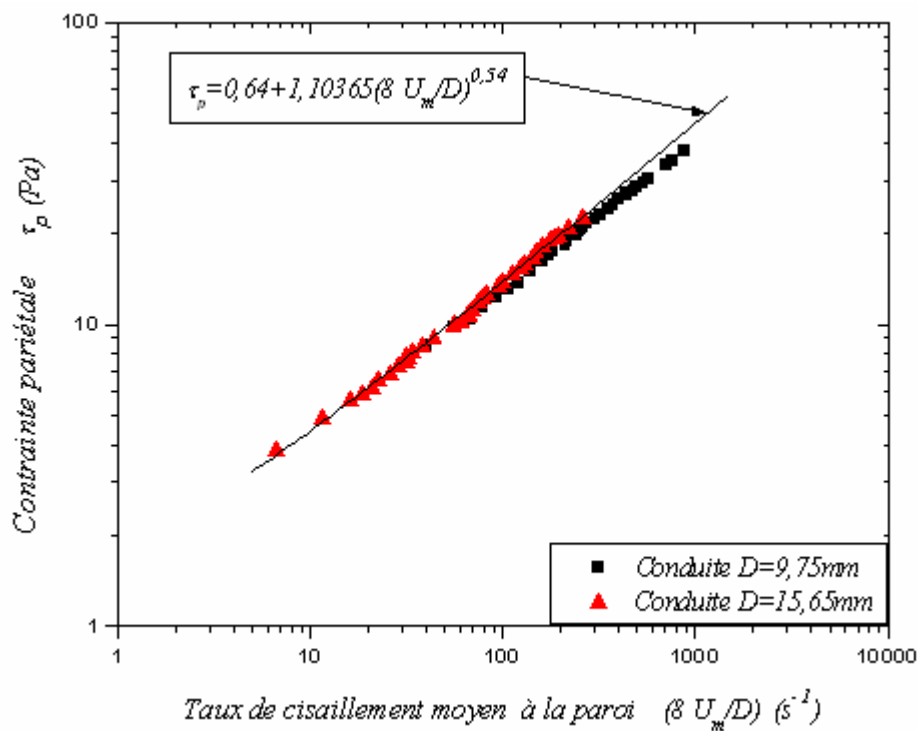
$$k = 0,96 \text{ Pa.S}$$

$$n = 0,55.$$

Nous venons de justifier, de nouveau, le bon choix de la loi de Herschel-Bulkley pour traduire le comportement non newtonien du fluide utilisé.



**Figure 4.10a** : Evolution de la contrainte pariétale en fonction du taux de cisaillement moyen à la paroi dans les deux conduites pour le fluide newtonien



**Figure 4.10b** : Evolution de la contrainte pariétale en fonction du taux de cisaillement moyen à la paroi dans les deux conduites pour le fluide non newtonien

### II.2. Conduites sténosées

Pour les conduites présentant une sténose, il n'existe pas une formule mathématique qui donne le facteur de frottements en fonction du nombre de Reynolds, en d'autres termes, nous ne pouvons pas exprimer explicitement les variations du facteur de frottements en fonction du nombre de Reynolds. Pour contourner cette difficulté, nous allons travailler avec la résistance au débit (rapport entre la différence de pression et le débit correspondant), c'est un paramètre qui intéresse beaucoup les physiologues et les médecins, en permettant d'apprécier le degré de difficulté rencontré pour pousser le débit à travers une section donnée de la conduite. On pourra aussi utiliser le nombre d'Euler (rapport entre la différence de pression et l'inertie) pour traduire les pertes de charges générées par la sténose à un débit donné.

#### II.2.1. Résistance au débit

Dans cette partie et afin d'apprécier l'effet de la sténose sur l'écoulement, la résistance au débit  $\lambda$  est adimensionnée par la résistance au débit pour une conduite de même diamètre non sténosée  $\lambda_N$  (c'est-à-dire  $\lambda/\lambda_N$ ), donnée par la relation (1.97) pour un fluide newtonien:

$$\lambda_N = \frac{8 \times \eta \times L}{\pi \times R_0^4} \quad (4.16)$$

En présence du fluide non newtonien,  $\lambda_N$  est donnée par la relation (1.98) :

$$\lambda_N = \frac{4L}{D} \cdot \frac{\tau_c}{Q_v} + \frac{4L}{D^{3n+1}} \cdot \frac{k}{Q} \left( \frac{8(3n+1)}{\pi} Q_v \right)^n \quad (4.17)$$

La figure 4.11a représente la variation du rapport  $\lambda/\lambda_N$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  dans la conduite de diamètre  $D = 9,75mm$  pour deux degrés de contraction de la sténose en présence du fluide newtonien.

Pour cette conduite, nous remarquons que le rapport  $\lambda/\lambda_N$  n'évolue pratiquement pas avec le nombre de Reynolds, mais la valeur qu'il prenne dépend du degré de la contraction. Pour une contraction de 86%, la résistance au débit  $\lambda$  vaut quatre fois la résistance dans une conduite non sténosée de même diamètre, et pour une contraction de 94% la résistance  $\lambda$ , à  $Re = 1000$ , vaut 40 fois celle de la conduite non sténosée  $\lambda_N$  et de même diamètre. Ce qui est remarquable, c'est qu'en passant de 86% à 94% de

contraction, le rapport  $\lambda/\lambda_N$  est multiplié par 10 à  $Re = 1000$ . En d'autres termes, une variation de la contraction d'environ 8% se traduit par une multiplication par 10 du rapport  $\lambda/\lambda_N$ . On note donc le rôle prépondérant joué par le degré de la contraction sur la résistance au débit. Ces chiffres alertent beaucoup les physiologues et les médecins.

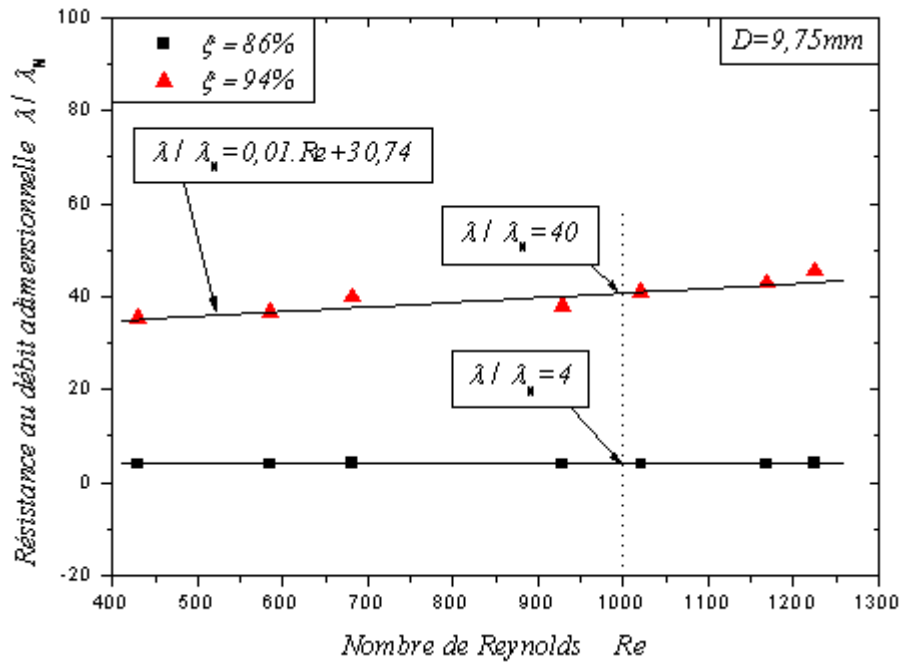
La figure 4.11b représente le même type de courbes mais dans la conduite de diamètre plus grand  $D = 15,65\text{mm}$ . On remarque que les évolutions qualitatives sont identiques au cas précédent. En revanche, les évolutions quantitatives sont moins accentuées, et en passant de 57% à 86% le rapport  $\lambda/\lambda_N$  n'est multiplié que par 4 à  $Re = 1000$ . On note, en particulier, le rôle joué par le diamètre de la conduite sur la résistance au débit ; car à 86% de contraction  $\lambda/\lambda_N = 4$  et  $\lambda/\lambda_N = 20$  respectivement pour  $D=9,75$  mm et  $D=15,65$  mm (à  $Re = 1000$ ).

En présence du fluide non newtonien, nous obtenons les figures 4.12a et 4.12b représentant les évolutions du rapport  $\lambda/\lambda_N$  dans les deux conduites précédentes et avec les mêmes taux de contractions (57%, 86% et 94%). D'après ces figures, on note toujours l'influence de la géométrie sur le paramètre  $\lambda/\lambda_N$ , et nous observons aussi l'influence de la nature de fluide utilisé par l'intermédiaire des paramètres de la loi de régression linéaire  $\lambda/\lambda_N = a \cdot Re + b$ . Le tableau 4.3 donne toutes les lois de régression obtenues.

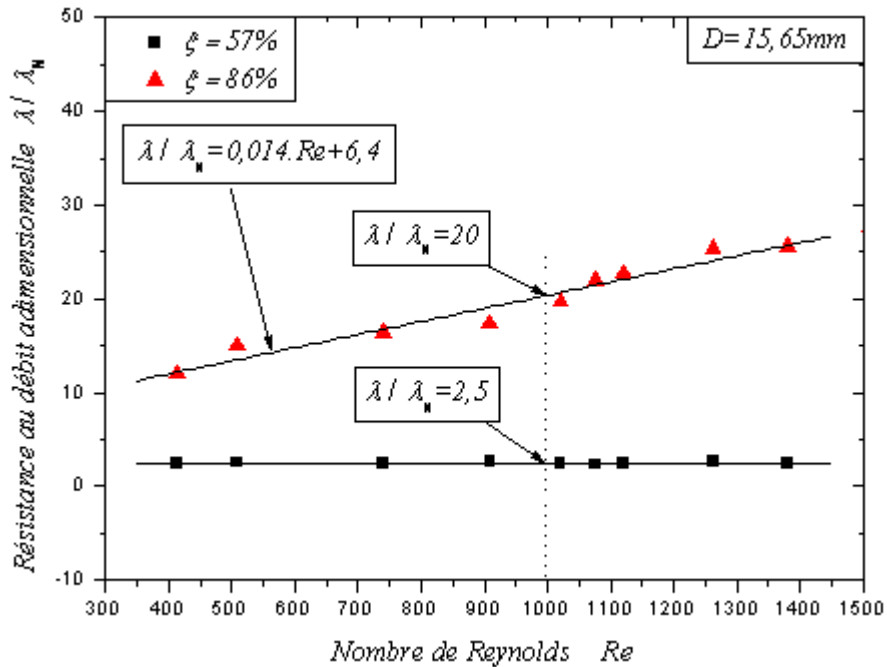
Diamètre (mm)	Taux de contraction	Fluide newtonien	Fluide non newtonien
D=9,75	86%	$\lambda/\lambda_N = 4$	$\lambda/\lambda_N = 0,82$
	94%	$\lambda/\lambda_N = 0,010 \cdot Re + 30,8$	$\lambda/\lambda_N = 0,156 \cdot Reg + 1,03$
D=15,65	57%	$\lambda/\lambda_N = 2,5$	$\lambda/\lambda_N = 0,48$
	86%	$\lambda/\lambda_N = 0,014 \cdot Re + 6,4$	$\lambda/\lambda_N = 0,177 \cdot Reg + 0,41$

**Tableau.4.3 : Corrélations des résultats expérimentaux**

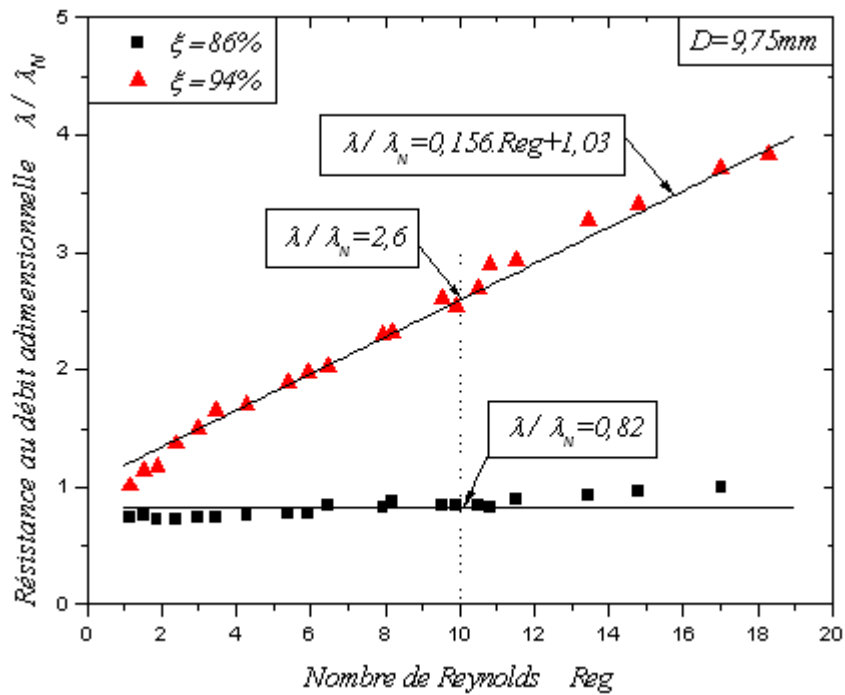
On note, en particulier, que l'influence de la géométrie apparaît surtout au niveau de l'ordonnée à l'origine  $b$ , pour un fluide donné. On remarque que le paramètre  $b$  varie beaucoup moins quand on passe d'une contraction à une autre, dans le cas du fluide viscoplastique. Nous pouvons justifier cette dépendance en revenant à la relation (4.17) qui donne la résistance au débit en fonction des paramètres géométriques et du débit.



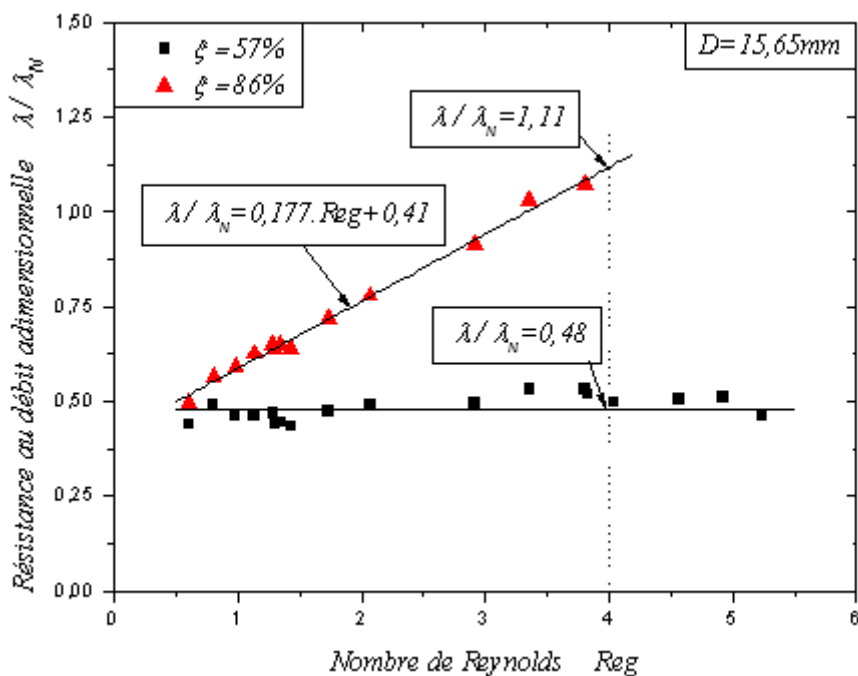
**Figure 4.11a :** Variation de la résistance au débit en fonction du nombre de Reynolds dans la conduite de diamètre  $D=9,75\text{mm}$  pour deux degrés de contraction (cas du fluide newtonien)



**Figure 4.11b :** Variation de la résistance au débit en fonction du nombre de Reynolds dans la conduite de diamètre  $D=15,65\text{mm}$  pour deux degrés de contraction (cas du fluide newtonien)



**Figure 4.12a :** Variation de la résistance au débit en fonction du nombre de Reynolds dans la conduite de diamètre  $D=9,75\text{mm}$  pour deux degrés de contraction (cas du fluide non newtonien)



**Figure 4.12b :** Variation de la résistance au débit en fonction du nombre de Reynolds dans la conduite de diamètre  $D=15,65\text{mm}$  pour deux degrés de contraction (cas du fluide non newtonien)

Enfin, on peut confirmer, par cette étude, que la résistance au débit dans une conduite cylindrique présentant une sténose dépend fortement du degré de contraction, du diamètre de la conduite et de la nature de fluide qui la traverse. Ces trois paramètres influent d'une manière directe sur la valeur et l'évolution de la résistance au débit.

### II.2.2. Nombre d'Euler

On peut aussi estimer les pertes de charge régulières et singulières dans les veines de mesure en évaluant le nombre d'Euler défini précédemment (relation 1.99) par :

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho U_m^2} \quad (4.1)$$

L'écoulement du fluide newtonien étant toujours l'écoulement de référence et pour caractériser les évolutions des pertes de charge relatives aux deux fluides, newtonien et non newtonien, nous avons tracé les courbes donnant le nombre d'Euler en fonction du nombre de Reynolds.

On note qu'il est difficile de faire une comparaison quantitative, entre le fluide newtonien (fluide de référence) et la solution viscoplastique du Carbopol 940, du fait de l'écart assez important entre les viscosités des deux fluides et du choix des définitions du nombre de Reynolds  $Re$  utilisés dans les études numériques et expérimentales de l'écoulement dans une sténose (relations 1.49 et 1.52).

La figure 4.13 représente l'évolution du nombre d'Euler en fonction du nombre de Reynolds dans toutes les conduites sténosées que nous avons utilisé dans cette étude dans le cas de l'écoulement du fluide newtonien. Nous observons, en premier lieu, que le début de la zone de transition s'est déplacé vers les faibles nombres de Reynolds. Dans les conduites de section uniforme la zone de transition est située, généralement, dans l'intervalle  $2000 \leq Re \leq 3000$ , par contre dans les conduites sténosées, la zone transitoire est beaucoup plus précoce. Par exemple, dans la conduite de diamètre  $D = 9,75mm$  et pour une contraction de 94%, la zone de transition se situe à  $1250 \leq Re \leq 2400$ . Dans la même conduite et pour une contraction de 86%, cette zone de transition se situe à  $1340 \leq Re \leq 2800$ . En revanche, dans la seconde conduite ( $D = 15,65mm$ ) et avec la même contraction de 86%, la zone de transition est au voisinage de  $1260 \leq Re \leq 2200$ . Et si on diminue encore la contraction jusqu'à 57% alors on trouve la zone de transition dans l'intervalle  $1300 \leq Re \leq 2250$ .

On en déduit que la délimitation de la zone de transition est directement liée au degré de contraction de la sténose.

Avec le fluide non newtonien, la forte viscosité du fluide nous a limités à travailler uniquement dans le régime laminaire (Figure 4.14). Les corrélations des résultats expérimentaux nous ont permis de dresser le tableau 4.4 suivant :

Diamètre (mm)	Taux de contraction	Fluide newtonien		Fluide non newtonien
		Laminaire	Turbulent	Laminaire
D=9,75	86%	$Eu = \frac{12777,03}{Re} + 0,67$	$Eu = 12,1$	$Eu = \frac{841,02}{Reg} + 5,17$
	94%	$Eu = \frac{89422,79}{Re} + 55,97$	$Eu = 133,0$	$Eu = \frac{886,96}{Reg} + 146,76$
D=15,65	57%	$Eu = \frac{4950,95}{Re} + 0,26$	$Eu = 3,4$	$Eu = \frac{451,17}{Reg} + 4,01$
	86%	$Eu = \frac{11095,28}{Re} + 34$	$Eu = 42,5$	$Eu = \frac{562}{Reg} + 22,87$

**Tableau.4.4** : Corrélations des résultats expérimentaux

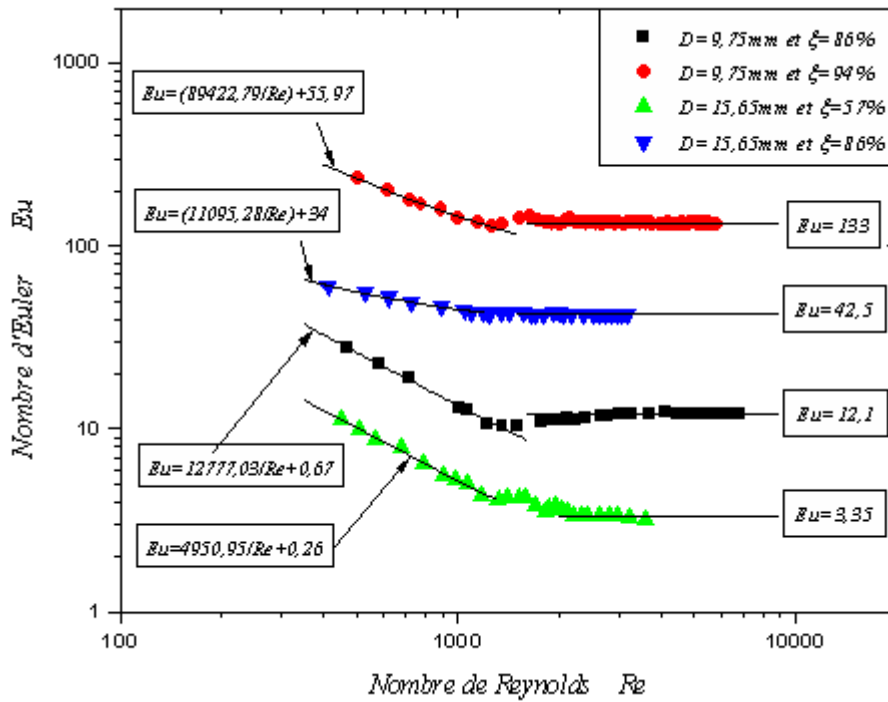


Figure 4.13 : Evolution du nombre d'Euler en fonction du nombre de Reynolds dans toutes les conduites sténosées (cas du fluide newtonien).

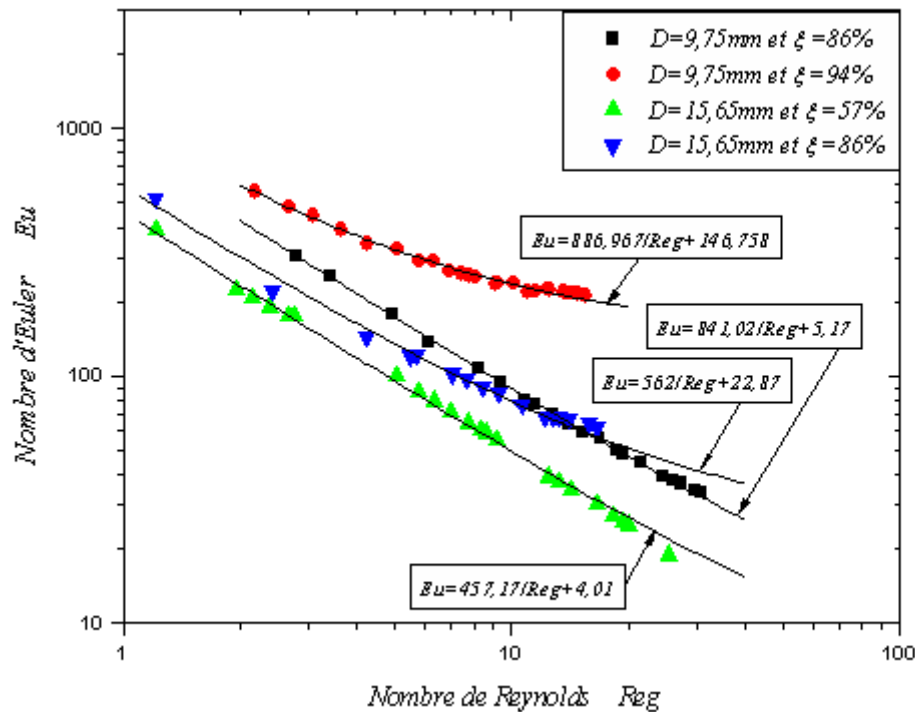


Figure 4.14 : Evolution du nombre d'Euler en fonction du nombre de Reynolds dans toutes les conduites sténosées (cas du fluide non newtonien).

En utilisant la corrélation de Young [6], on peut estimer les pertes de charge par la relation donnée en (1.102) par :

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho U_m^2} = \frac{A}{Re} + \frac{B}{2} \left[ \frac{A_0}{A_1} - 1 \right]^2 \quad (4.2)$$

Il est supposé que la chute de pression à travers la contraction est la somme des pertes dues aux effets visqueux (dominantes à des nombres de Reynolds très petits) et à la turbulence (dominantes à des nombres de Reynolds très élevés). A forts nombres de Reynolds, le terme  $A/Re$  devient négligeable et l'écoulement à travers la contraction se comporte fortement comme un écoulement à travers un élargissement brusque, et dans ce cas le second terme devient prépondérant.

Au-delà de  $Re = 2800$ , on note la non dépendance du nombre d'Euler avec le nombre de Reynolds. Cette zone s'exprime par l'influence de la singularité sur les pertes de charge qui sont devenues purement des pertes singulières à cause de la contraction au niveau de la sténose, et à fortes valeurs du nombre de Reynolds ce dernier ne joue aucun rôle dans l'évolution du nombre d'Euler.

Le tracé des courbes obtenues avec le fluide non newtonien (fluide viscoplastique) est représenté par la figure 4.14 et une comparaison qualitative et quantitative avec les courbes obtenues avec le fluide newtonien (figure 4.13), montre quelques différences de comportement. En supposant que le nombre d'Euler suit la même évolution que celle du fluide newtonien, le tableau 4.5 englobe les valeurs, des paramètres A et B de la relation (4.2), obtenues avec les deux fluides (newtonien et non newtonien) et dans les deux conduites. Nous avons surtout observé que les pertes de charge, dues au fluide non newtonien étaient beaucoup plus importantes que celles dues au fluide newtonien, ce qui est logique vu la forte viscosité du fluide non newtonien. De plus, les paramètres A et B sont très influencés par le taux de contraction de la sténose et du diamètre de la conduite.

On remarque, en particulier, qu'avec le fluide non newtonien, le diamètre de la conduite a une forte influence sur le paramètre A, comparativement au fluide newtonien.

Diamètre (mm)	Taux de contraction	Fluide newtonien		Fluide non newtonien	
		A	B	A	B
D=9,75	86%	12777,03	0,035	841,02	0,274
	94%	89422,79	0,426	886,97	1,120
D=15,65	57%	4950,95	0,276	457,17	4,259
	86%	11095,28	1,800	562,28	1,211

*Tableau 4.5 : paramètres de pertes de charge pour les deux fluides*

### Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons effectué des mesures de vitesse et de pertes de charge pour des fluides newtonien et non newtonien à contrainte seuil dans des conduites de sections uniformes et sténosées. Les mesures réalisées concernent des écoulements laminaire, transitoire et turbulent pour le fluide newtonien (eau distillée) et purement laminaire pour le fluide viscoplastique (solution aqueuse de Carbopol 940 neutralisée). Plusieurs critères expérimentaux ont été employés pour caractériser l'écoulement obtenu.

D'après les analyses précédentes, nous pouvons constater que, les paramètres géométriques de la sténose et les paramètres rhéologiques intervenant dans la loi de comportement du fluide viscoplastique influent d'une manière explicite sur l'allure du profil des vitesses dans les conduites au niveau de la sténose d'une part, et sur la stabilité de l'écoulement en aval de la sténose d'autre part.

A faibles nombres de Reynolds les pertes de charge sont de type 'visqueux', alors qu'à fortes valeurs du nombre de Reynolds les pertes de charge sont de type 'élargissement brusque', c'est-à-dire indépendantes de l'inertie. Cette zone s'exprime par l'influence de la singularité sur ces pertes de charge qui deviennent purement des pertes singulières à cause de la contraction au niveau de la sténose, et à forte inertie le nombre de Reynolds ne joue aucun rôle. La comparaison des pertes de charge, générées par le fluide newtonien et le fluide viscoplastique, montre que les pertes relatives au fluide viscoplastique sont très importantes, et que le diamètre de la conduite a une forte influence sur la paramètre A de la corrélation 4.2 avec le fluide viscoplastique.

# Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons étudié expérimentalement l'écoulement d'un fluide à contrainte seuil dans une conduite cylindrique contenant une singularité cardiovasculaire « la sténose » dans le régime laminaire. Le fluide viscoplastique testé est une solution aqueuse de Carbopol 940 (neutralisée), afin de mettre en évidence l'influence de la contrainte seuil et les autres paramètres rhéologiques, qui caractérisent ce type de fluides, sur l'écoulement à travers cette singularité. Nous avons aussi étudié l'écoulement d'un fluide newtonien, d'une part pour la validation de l'installation expérimentale et des moyens de mesures et d'autre part pour pouvoir le considérer comme un fluide de référence. Les résultats expérimentaux relatifs aux deux fluides newtonien et viscoplastique en termes de profils de vitesse et de chute de pression sont analysés puis comparés entre eux, afin de déterminer les caractéristiques hydrodynamiques et de relever les différences de comportements liés à ce type de configurations.

La caractérisation rhéologique a été effectuée en régime stationnaire, avec un rhéomètre de type « Couette » à cylindres coaxiaux : Physica Rheolab MC1. La représentation graphique des points expérimentaux et leur ajustement par les lois de Bingham, Herschel-Bulkley et de Casson et en calculant la dispersion, le coefficient de Theil, et le coefficient de Pearson comme critères d'évaluation a permis de choisir le modèle de Herschel-Bulkley à trois paramètres pour représenter fidèlement le comportement rhéologique du fluide test. De plus, ce modèle traduit bien l'évolution du caractère non newtonien du fluide de travail sur une large gamme de vitesses de cisaillement.

Après avoir caractérisé notre fluide de travail et connaître sa loi de comportement, nous avons étudié son écoulement dans une conduite à section uniforme ou sténosée afin de déterminer les caractéristiques hydrodynamiques. L'étude locale (profils des vitesses) et l'étude globale (pertes de charge) ont permis de voir l'influence de la géométrie et du caractère non newtonien du fluide sur les profils des vitesses et les pertes de charge.

## Conclusion générale

---

De point de vue des profils de vitesses, les résultats obtenus permettent de voir et saisir clairement l'effet de la contraction au niveau de la sténose sur l'évolution des vitesses axiales le long de la veine. Nous pouvons, particulièrement, dire que la géométrie de la sténose (la longueur et la hauteur) et les paramètres rhéologiques intervenant dans la loi du comportement du fluide utilisé influent d'une manière explicite sur la forme du profil des vitesses dans les veines au niveau de la sténose et sur la stabilité de l'écoulement en aval de la sténose.

De point de vue des pertes de charge, nous avons suivi l'évolution de trois paramètres qui sont : le facteur de frottements et le nombre d'Euler, préférés par les physiciens et la résistance au débit préférée par les médecins et les physiologues. L'étude des deux premiers paramètres nous a permis de connaître les pertes de charges causées par la singularité et la nature de fluide lui-même. De plus, elle nous a permis aussi de caractériser notre fluide non newtonien à travers des courbes de  $\tau_p$  en fonction de  $(8 \cdot U_m / D)$  par la détermination des paramètres rhéologiques de la loi du comportement tels que la contrainte seuil, la consistance et l'indice de structure. On peut aussi constater que la résistance au débit dans une conduite cylindrique présentant une sténose dépend fortement de degré de la contraction, du diamètre de la conduite et de la nature de fluide qui la traverse.

Concernant les perspectives de ce travail, nous pensons élargir la gamme d'étude concernant le degré de contraction de la sténose, en prenant des faibles valeurs de contraction pour pouvoir comparer et valider les quelques résultats numériques qui existent déjà, et en prenant les fortes valeurs pour pouvoir connaître le type d'évolution (linéaire, non linéaire,..) des grandeurs hydrodynamiques. En plus, pour le fluide viscoplastique, nous essaierons de travailler aux fortes valeurs du nombre de Reynolds pour pouvoir étudier la transition vers la turbulence et voir le comportement du fluide dans cette gamme du nombre de Reynolds.

# Bibliographie

- [1] L. Bécu: Fluides complexes sous cisaillement: Rhéologie locale, écoulements inhomogènes et dynamiques spatio-temporelles, Thèse de Doctorat (2005): Université de Bordeaux I.
- [2] J.F. Richardson and R.P. Chhabra: Non Newtonian flow and applied Rheology, Engineering Applications (2008).
- [3] L. Achab : Etude d'un fluide complexe en écoulement sténose, Magister (2002): Faculté de Physique, USTHB, Alger.
- [4] B.E. Morgan and D.F. Young: An Integral Method for the Analysis of Flow in Arterial Stenoses, Bulletin of Mathematical Biology, Vol. 36, (1974).
- [5] D. Bluestein, L. Niu, R.T. Schoephoerster and M.K. Dewanjee: Fluid Mechanics of Arterial Stenosis: Relationship to the Development of Mural Thrombus, Annals of Biomedical Engineering. Vol. 25, 344-35 (1997).
- [6] D.F. Young, Effect of a time-dependent stenosis on flow through a tube. J. Engng Ind. Trans. ASME 90 248-254 (1968).
- [7] D.F. Young and F.Y. Tsai: Flow Characteristics in Models of Arterial Stenoses-I. Study Flow\*, Journal of Biomechanics, Vol. 6, 395-410 (1973).
- [8] P. Coussot and J.L. Grossiord: Comprendre la Rhéologie de la circulation du sang à la pris du béton, EDP Sciences (2001).
- [9] E. Guyon, J.P. Hulin et L. Petit: Hydrodynamique physique, EDP Sciences (2001).
- [10] R. Byron Bird, R.C. Armstrong and O. Hassager: Dynamics of polymeric liquids. Fluid Mechanics (second édition), J. Wiley and Sons (1987).
- [11] N. Midoux : Mécanique et Rhéologie des fluides en génie chimique, édition Tec&Doc- Lavoisier, 3ème édition, (1993).
- [12] G. Couarraze et J. L. Grossiord : Initiation à la rhéologie, édition Tec & Doc-Lavoisier, 2ème édition, (1991).
- [13] A. Hadj-Sadok: Comportement rhéologique des fluides complexes, Magister (1993): Faculté de Physique, USTHB, Alger.
- [14] M. Aksouh : Simulation numérique des écoulements instationnaires pour des fluides non newtoniens à travers des configurations complexes : Applications aux écoulements sanguins, Magister (2004): Faculté de physique, USTHB, Alger.

## Bibliographie

---

- [15] E.C. Bingham, Fluidity and plasticity, Mc Graw Hill, (1922).
- [16] W.H. Herschell, and R. Bulkley, Kolloïd Z., 39, 291, (1926).
- [17] N. Casson, Rheology of disperse systems, Pergamon, (1959).
- [18] M. Khelfallah: Caractérisation de l'écoulement d'un fluide Binghamien dans une conduite cylindrique, Magister (2007): faculté de physique, USTHB, Alger.
- [19] Y.A. Bukhman, V.I. Lipatov, A.I. Litvinov, B.I. Mitelman, Z.P. Shulman: Rheodynamics of nonlinear viscoplastic media, J. Non-Newtonian Fluid Mech., Vol. 10, 215-233 (1982).
- [20] S. Benhadid : Rhéologie des écoulements sanguins : Modélisation, Approches numérique et expérimentale, Docteur d'état ès sciences (1987) : Institut National Polytechnique de Lorraine.
- [21] T. C. Papanastasiou and A. G. Boudouvis: Flows of viscoplastic materials: Models and Computation, Computers & Structures, Vol. 64, 677-694 (1997).
- [22] Paulo. R. Souza Mendes and E. S. S. Dutra: A Viscosity Function for Viscoplastic Liquids, Annual Transactions of The Nordic Rheology Society, Vol. 12 (2004).
- [23] Bistany, K. L., and Kokini, J. L : Dynamic viscoelastic properties of food in texture control, Journal of Rheology, Vol. 27, 605-620 (1983).
- [24] Missaire, F., Qiu, C. G., and Rao, M. A : Yield stress of structured and unstructured food suspension, Journal of Texture Studies, Vol. 21, 479-490 (1990).
- [25] Qiu, C. G., Rao, and M. A: Role of pulp content and particle size in yield stress of apple sauce, Journal of food science, Vol. 53, 1165-1170 (1988).
- [26] Yoo, B. and Rao, M. A: Yield stress and relative viscosity of tomato concentrates: effect of total solids and finisher screen size, journal of Food science, Vol. 60, 777-779 (1995).
- [27] Yoshimura, A. S., Prud'homme, R. K., Princen, H. M., and Kiss, a. D : Acomparision of techniques for measuring yield stress, Journal of Rheology, Vol. 31, 699-710 (1987).
- [28] Nguyen, Q. D., and Boger, D. V: Yield stress measurement for concentrated suspensions, Journal of Rheology, Vol. 27, 321-349 (1983).
- [29] M. Naïmi, R. Devienne, et M. Lebouché, Etude dynamique et thermique de l'écoulement de Couette Taylor-Poiseuille: Cas d'un liquide présentant un seuil d'écoulement, Int. J. Heat and Mass Transfert, Vol. 33, 381-391 (1990).

- [30] Hoffman, H., and Rauscher, A.: Aggregating systems with a yield value, *Colloid and Polymer Science*, Vol. 271, 390-395 (1993).
- [31] W. Ostwald, *Koll. Zeit.*, 36, 99 (1925). M.J. Mooney, *Rheology* 2, 210 (1931).[CrossRef]; M.J. Mooney, *Ind. Eng. Chem. Anal. Ed.* 6, 147 (1934).
- [32] M.R. Malin: Turbulent pipe flow of Herschel-Bulkley fluids, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 25. 321-330 (1998).
- [33] J.F. Kincaid, H. Eyring and A.E. Stearn, *chem0 revs*, 28, 301, (1941).
- [34] R.E. Powell and H. Eyring, *Nature*, 154,427, (1944).
- [35] M. Reiner: *Deformation, strain and flow*, Interscience (1960).
- [36] A. B. Metzner, R.D. Vaugin and G.L. Houghton, *AICHE J.*, 92, 3, (1957).
- [37] M. M. Cross, *Polymer systems. Deformation and flow*, Mc Millan, (1968).
- [38] M.C. Williams, *A.I.Ch.E. J.*, 12, 1064, (1964).
- [39] P.J. Carreau, PhD. Thesis, Univ. of Wisconsin, Madison, (1968).
- [40] Y. Nakayama, R.F. Boucher: *Introduction to fluid mechanics*, Buttworth Heinemann (1999).
- [41] J. Peixinho: *Contribution expérimentale à l'étude de la convection thermique en régime laminaire, transitoire et turbulent pour un fluide à seuil en écoulement dans une conduite*, Thèse de Doctorat (2008): Université de Henri Poincaré-Nancy 1.
- [42] W. R. Schowalter, *Mechanics of non-Newtonian fluids*, Pergamon Press, Oxford, (1978).
- [43] R. B. Bird and G. C. Dai, *The Rheology and flow of viscoplastic materials*, *Reviews in Chemical Engineering*, Vol.1. 1., 1-70 (1983).
- [44] M. Mahfoud : *Etude expérimentale de l'écoulement d'un fluide viscoélastique dans une conduite présentant une singularité*, Doctorat d'état (2005): Faculté de Physique, USTHB, Alger.
- [45] M. Mahfoud, S. Benhadid, et M. Lebouché : *Frottements et pertes de charge des fluides viscoélastiques dans des conduites rectangulaires*, *Int. Comm. Heat and Mass Transfer*, Vol 33, 580-590 (2006).
- [46] M. Mahfoud, S. Benhadid, et M. Lebouché : *Frottements et pertes de pression des fluides non newtoniens dans des conduites non circulaires*, *C. R. Mécanique*, Vol. 333, 513-520 (2005).

- [47] J. Labanda, P. Marco, and J. Liorens: Rheological model to predict the thixotropic behaviour of colloidal dispersions, *Colloids and Surfaces A. Physicochem. Eng.*, Vol. 249, 123-126 (2004).
- [48] B. H. Yang and D. D. Joseph: Virtual Nikuradse, *Journal of Turbulence*, Vol. 10, 1468-5248 (2009).
- [49] M.R. Malin: The turbulent flow of Bingham plastic fluids in smooth circular tubes, *Int. Comm. Heat and Mass Transfer*, Vol. 24, 793-804 (1997).
- [50] M. Böhle, D. Etling, U. Müller, K. R. Sreenivasan, U. Riedel, and J. Warnatz : Prandtl's essentials of fluid mechanics, second edition, Springer (2003).
- [51] D.W. Dodge and A. B. Metzner, Turbulent flow of non-Newtonian systems, *A. I. Ch. E. J.*, Vol. 5, 189-204 (1959).
- [52] B.M. Johnstona, P.R. Johnstona, S. Corney, and D. Kilpatrickb: Non-Newtonian blood flow in human right coronary arteries: steady state simulations, *Journal of Biomechanics*, Vol. 37, 709-720 (2004).
- [53] L. Achab et S. Benhadid: Application d'une loi constitutive dans l'étude numérique de l'écoulement sanguin à travers une artère sténose, *Rhéologie*, Vol.7, 28-34 (2005).
- [54] H. A. Barnes and D. Bell: Controlled-stress rotational rheometry: An historical review, *Korea-Australia Rheology Journal*, Vol. 15(4), 187-196 (2003).
- [55] M.P. Escudier, F. Presti, Pipe flow of a thixotropic liquid, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 62, 291-306 (1996).
- [56] M. Amoura: Ecoulement d'un fluide Non-Newtonien dans des configurations complexes, Magister (1997): Faculté de physique, USTHB, Alger.
- [57] C. Tropea, J. Foss, and A. Yarin: *Handbook of Experimental Fluid Mechanics*, Springer (2007).
- [58] A. Le Duff: Contribution à l'estimation paramétrique de signaux à variation sinusoïdale de la fréquence instantanée et à amplitude variable : application à l'anémométrie laser Doppler pour l'acoustique, Thèse de Doctorat (2003): Université du Maine, Académie de Nantes.
- [59] M. Amoura, N. Zeraibi, et M. Gareche : Modélisation expérimentale et théorique d'une substance complexe, 16ème Congrès Français de Mécanique (2003), Nice.
- [60] M. Khelfallah, M. Mahfoud, et S. Benhadid : Caractérisation rhéologique d'un liquide viscoplastique, au 3ème Symposium international des hydrocarbures et de la chimie, (2006), Ghardaïa.

- [61] A. ESMAEL : Transition vers la turbulence pour un fluide à seuil en écoulement dans une conduite cylindrique, Thèse de Doctorat (2008) : Université Henri Poincaré - Nancy 1.
- [62] G. P. Roberts and H. A. Barnes: New measurements of the flow-curves for Carbopol dispersions without slip artefacts, *Rheologica Acta*, Vol. 40, 499-503 (2001).
- [63] C. Nouar, M. Lebouché, and R. Devienne: Numerical analysis of the thermal convection for Herschel-Bulkley fluids, *Int. Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol.16, 232-232 (1995).
- [64] J. Peixinho, C. Nouar, C. Desaubrya, and B. Théronb: Laminar transitional and turbulent flow of yield stress fluid in a pipe, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 128, 172-184 (2005).
- [65] D. L. Davidson, W.W Graessley., W.R. Schowalter: velocity and stress fields of polymeric liquids. Part I : Experimental method and straight channel validations. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol.49, 317-344 (1993).