

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE

FACULTE DE PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **MAGISTER**

En **PHYSIQUE**

Spécialité : Electronique Quantique

Par:

**M<sup>R</sup> DJELLOUT Djillali**

Sujet :

*Effet d'une distribution en taille (Bi-Mode) des grains de  
poussière sur les structures cohérentes  
dans les plasmas complexes.*

Soutenu publiquement le : 26/ 05 /2013, devant le jury composé de :

M <sup>r</sup> R. ANNOU	Professeur,	à l'USTHB	Président
M <sup>r</sup> M. ISHAK-BOUSHAKI	Maître de Conférences (A),	à l'USTHB	Directeur de thèse
M <sup>me</sup> D. DOUMAZ	Maître de Recherches (A),	au CDTA	Examinatrice
M <sup>r</sup> A. TAHRAOUI	Professeur,	à l'USTHB	Examineur
M <sup>r</sup> M. OUAZENE	Maître de Conférences (B),	à l'USTHB	Invité



*Remerciements*

## *REMERCIEMENTS*

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur Rachid ANNOU Professeur à l' U.S.T.H.B., qui m'a fait l'honneur de présider le jury de ce mémoire, qu'il trouve ici l'assurance de mon plus profond respect.

Que Monsieur Mustapha ISHAK BOUSHAKI Maître de Conférences (A) à l'U.S.T.H.B., reçoit ici mes remerciements les plus vifs ainsi que ma profonde gratitude de m'avoir proposé et dirigé ce travail.

Je tiens également à remercier Monsieur Abdelatif TAHRAOUI Professeur à L'U.S.T.H.B., d'avoir accepté de faire partie du jury et surtout de m'avoir encouragé à entamer ce travail. Je lui exprime tout mon respect.

Je remercie également Madame Djamila DOUMAZ Maître de recherches (A) au C.D.T.A., qui m'a fait l'honneur d'accepter de faire partie du jury. Je tiens à lui témoigner ma profonde reconnaissance.

J'exprime aussi mes vifs remerciements à Monsieur Mohamed OUAZENE Maître de Conférences (B) pour avoir accepté d'examiner ce travail, ainsi que pour l'intérêt qu'il lui a porté, qu'il trouve ici l'expression de mon profond respect.

Je n'oublie pas de remercier tous mes amis et mes collègues qui n'ont pas cessé de me soutenir et de m'encourager à finaliser ce travail.



*Table des Matières*

# TABLE DES MATIERES

<b>Introduction</b> .....	01
1. Origine.....	01
2. Plasmas poussiéreux.....	02
3. Description de la thèse.....	05
4. Références.....	06

## Chapitre I

<b>I / Les plasmas poussiéreux, leurs caractéristiques et leurs présence dans l'espace et dans le laboratoire</b> .....	07
I.1 / Caractéristiques de base des plasmas poussiéreux.....	07
I.1.1 / La longueur de Debye.....	07
I.1.2 / Neutralité macroscopique.....	10
I.1.3 / La distance inter-grains.....	11
I.1.4 / Paramètre de couplage de Coulomb.....	11
I.1.5 / Fréquences caractéristiques.....	12
I.2 / Plasma poussiéreux dans l'espace et dans le laboratoire.....	13
I.2.1 / Les plasmas poussiéreux dans l'espace.....	13
Espace interplanétaire.....	14
Comètes.....	14
Anneaux planétaires.....	15
L'atmosphère terrestre.....	17
I.2.2 / Les plasmas poussiéreux dans le laboratoire.....	19
I.3 / Références.....	23

## Chapitre II

<b>II. / Effet de la distribution en taille (Bi-Mode) des grains de poussière sur les solitons acoustiques de poussière ( Dust acoustic solitons)...</b>	<b>25</b>
I/ Introduction.....	25
II/ Description de la thèse.....	27
III/ / Effet de la distribution en taille (Bi-Modes) des grains de poussière sur les solitons acoustiques de poussière .....	27
III.1 / Formulation du problème.....	28
III.2 / Equations de base .....	29
III.3/ Structures solitaires d'amplitudes arbitraires .....	31
IV / Solutions solitoniques .....	33
IV.1/ Discussion .....	42
V / Solutions oscillatoires bornées (Cnoidales) .....	45
V.1/ Conditions d'existence des solutions oscillatoires bornées ....	45
V.2 / Résolution de l'équation donnant des solutions oscillatoires... bornées.....	54
V.3/ Discussion .....	56
VI / Conclusion.....	57
VII / Références.....	60



*Introduction*

# INTRODUCTION

## 1. / Origine.

L'histoire de la physique des plasmas revient aux travaux de Faraday sur la zone sombre dans les tubes à décharge lumineuse. Cependant, les premières études systématiques sur les particules de gaz ionisés dans un tube à décharge ont été entreprises, par le prix Nobel Irving Langmuir (et Tonks) dans les années 20. D'ailleurs, c'est à lui que revient la dénomination "Plasma" de ce nouvel état de la matière qu'on considère comme le quatrième. Par la suite et d'une manière progressive, les recherches sur les plasmas se sont étendues vers d'autres directions, parmi lesquelles trois sont fédératrices :

En premier, le développement des ondes radio qui a mené à la découverte de l'ionosphère (toit naturel en plasma situé au-dessus de l'atmosphère neutre terrestre) sur laquelle sont réfléchies voir diffusées et parfois absorbées ces mêmes ondes. Après

l'étude de l'interaction de ces dernières avec l'ionosphère, une grande variété d'ondes se propageant dans le plasma, a été identifiée.

En second, les astrophysiciens, déclarent que la plus grande partie de l'univers est constituée de plasma (99 %), et par conséquent, la compréhension des processus astrophysiques nécessite une meilleure connaissance de la physique du plasma. Ce qui est particulièrement le cas pour le Soleil, lorsque l'on veut comprendre des phénomènes tels que, l'évasement, l'éruption, les vents solaires, etc. Le pionnier dans ce domaine, a été incontestablement Hannes Alfvén, qui autour des années 40, a développé la théorie de la magnétohydrodynamique (MHD) dans laquelle, le plasma est considéré essentiellement comme un fluide conducteur.

En troisième lieu, la recherche sur la fusion thermonucléaire contrôlée considérée comme source d'énergie propre pour l'avenir de l'humanité, à l'instar de celle générée au cœur du Soleil.

## **2. / Plasma poussiéreux.**

La plus grande partie de l'univers est constituée de plasmas (99 %). Par ailleurs, la poussière est omniprésente dans ce même univers. Par conséquent, les plasmas et la poussière sont deux ingrédients principaux de ce dernier. En fait, l'interaction entre les deux, a ouvert un nouveau et fascinant domaine de la recherche : celui des plasmas poussiéreux (dusty plasmas).

Durant des années, les plasmas poussiéreux ont été principalement étudiés de manière théorique. Cependant, la situation a considérablement changé lors des deux dernières décennies. Des observations de la première mission Voyager, ont révélé dans les anneaux planétaires l'existence d'un schéma sous forme de rayons ("Spokes"), tandis que, les missions Galileo et Ulysse ont mis en évidence des courants de poussière sur Jupiter. Au niveau de la terre, des observations ont permis de collecter des données concernant les nuages de haute atmosphère [1].

Toutes ces observations ont révélé la présence **d'une distribution en taille des grains de poussière**, constituant les anneaux de la plupart des planètes géantes, i.e., Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. Et plus tard, la sonde Cassini Huygens a confirmé que **la distribution en dimension des grains de poussière** dans le système d'anneaux de Jupiter obéissait bien à une loi en puissance (Power law) [2]. Quant à l'analyse des données fournies par les sondes Véga et Giotto, celle-ci a montré qu'un nombre considérable de petits grains de poussière de taille variable existe dans l'environnement des comètes. Le rayon  $r_d$  de ces petits grains obéit à une **distribution en loi de puissance (power law)** donnée par la relation  $n_d(r_d) \propto r_d^{-p}$ , où  $p$  est estimé à 3.3 selon Véga et 4.1 selon Giotto [2].

D'autres formes de la distribution en taille existent dans les plasmas poussiéreux, à savoir, la **distribution Gaussienne** et la **distribution dite Log-Normale**. A juste titre, à l'instar des distributions en taille rencontrées dans la formation des agrégats de particules (colloïdes), qui évoluent vers une loi Gaussienne et parfois log-normale [3,4].

L'importance des macro-particules massives et chargées citées ci-dessus est indéniable, car leur présence même, dans un plasma, peut mener à des modifications considérables des paramètres d'un plasma habituel, tels que les ondes acoustiques habituellement supportées par les plasmas, e.g., ondes ioniques acoustiques (IAW) [5].

En outre, leur dynamique, engendre de nouveaux modes et de nouvelles structures non linéaires à une basse échelle des temps, en plus de leur capacité à affecter les structures supposées exister dans un plasma pur [6,7]. Ces structures cohérentes peuvent être des solitons, des couches doubles, des ondes de choc, etc.[8].

Les plasmas poussiéreux, sont devenus à juste titre, un domaine très attirant dans la recherche sur les plasmas, et cela pour plusieurs raisons, à savoir : *i*) les grains de poussière en acquérant une charge électrique, seront sujets aussi bien à la force électromagnétique qu'à la force gravitationnelle, *ii*) les grains de poussière chargés participent aux processus collectifs du plasma, *iii*) le grain de poussière étant macroscopique, peut être visualisé facilement, et pour la première fois, l'observation directe de son évolution (dynamique) est devenue possible, *iv*) le mouvement du plasma est ralenti et par conséquent la physique devient observable au ralenti, *v*) et finalement, l'investigation de l'état liquide ou cristallin du plasma complexe pourra être effectuée.

L'étude des plasmas contenant des grains de poussière devrait se faire par conséquent, en tenant compte de ces derniers tout en considérant d'une manière optimale leurs caractéristiques (charge dynamique, distribution en taille,...). Néanmoins, dans la plupart des travaux de recherche antérieurs, les auteurs ont simplifié leurs

modèles, en supposant que les grains de poussières étaient de tailles et de charges à l'équilibre constantes.

### **3. / Description de la thèse.**

Dans ce travail, nous nous proposons d'inclure une distribution en taille des grains de poussière du type (Bi-Mode), qui consiste en deux populations de grains de taille différentes et de charges opposées. Par la suite, nous avons étudié l'effet de cette distribution sur les structures cohérentes, à savoir, les solitons et de voir dans quelles conditions physiques ces structures subissent des transformations de formes. Dans une première, nous décrivons les situations physiques pour lesquelles ces structures cohérentes sont du type solitoniques. Selon que le rapport des densités de populations lié au rapport des tailles des grains évolue, ces structures solitoniques passent d'une forme compressive à une forme raréactive. et enfin, pour des conditions physiques extrêmes, ces structures deviennent oscillatoires bornées du type (ondes cnoidales).

#### 4. / Références.

- [1] M. Horanyi, J. Gumbel, G. Witt and S. Robertson, *Geo. Res. Lett.* **26**, 1537 (1999).
- [2] P. K. Shukla. A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*,  
(IoP, Publishing Ltd,London, 2002).
- [3] O. Havnes, T. K. Aanesen and F. Melandso, *J. Geophys. Res.* **95**, 6581 (1990).
- [4] T. Aslaksen and O. Havnes, *J. Geophys. Res.* **97**, 19175 (1992).
- [5] A.A. Mammun, P.K. Shukla, *IEEE Trans. on Plasma Sci.* **30**, 720 (2002).
- [6] M.H. Nassim *et al*, *Phys. Plasmas.* **5**, 3581 (1998).
- [7] H. Ikezi, *Phys. Fluids*, **16**, 1668 (1973).
- [8] R. Annou and V.K.Tripathi, *Phys. Lett. A* **234**, 131 (1997).



*Chapitre I*

# CHAPITRE I

## LES PLASMAS POUSSIÉREUX DANS L'ESPACE ET DANS LE LABORATOIRE ET LEURS CARACTÉRISTIQUES

### I.1 / Caractéristiques de base des plasmas poussiéreux.

Afin de comprendre et de cerner la formation et l'évolution du plasma poussiéreux, il est utile de définir ses caractéristiques de base, telles que, la longueur de Debye, la neutralité macroscopique, l'espace inter-grains, le paramètre de couplage Coulombien, ainsi que les fréquences caractéristiques. Ces caractéristiques sont définies ci-après :

#### I.1.1/ La longueur de Debye.

La longueur de Debye, est un paramètre physique exprimant une caractéristique très importante dans un plasma, qu'est l'effet d'écran. Comme toute particule chargée crée en tout point de l'espace un champ électrique, la présence d'autres particules

chargées à pour effet d'annuler ce champ au-delà d'une distance critique dite longueur de Debye. Pour déterminer cette longueur de Debye, nous résolvons l'équation de Poisson :

$$\nabla^2 \phi = 4\pi(en_e - en_i - q_d n_d), \quad (\text{I.1})$$

où  $n_e$ ,  $n_i$ ,  $n_d$  étant les densités numériques respectivement, des électrons, des ions et des grains,  $q_d = Ze$ , ( $Z > 0$  ou  $Z < 0$ , selon les cas) est la charge du grain et  $\phi$  le potentiel électrostatique. A l'équilibre, les densités numériques sont liées par la contrainte de la quasi-neutralité :

$$en_{i0} - en_{e0} + q_{d0}n_{d0} = 0. \quad (\text{I.2})$$

Lors de l'équilibre thermique, les densités des électrons et des ions sont données par :

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{K_B T_e}\right) \quad (\text{I.3})$$

$$n_i = n_{i0} \exp\left(-\frac{e\phi}{K_B T_i}\right), \quad (\text{I.4})$$

où  $T_e, T_i$ , étant les températures électronique et ionique. Au-delà d'une longueur critique (Debye)  $\frac{e\phi}{K_B T_e} \ll 1$  et  $\frac{e\phi}{K_B T_i} \ll 1$ , en outre, compte tenu de l'inertie des grains de poussière, on peut prendre  $q_d n_d \approx q_{d0} n_{d0}$ , d'où finalement la possibilité de

réécrire l'équation de Poisson sous la forme,

$$\nabla^2 \phi = 4\pi \left( \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \right) \phi = 4\pi \frac{1}{\lambda_D^2} \phi \quad (\text{I.5})$$

où  $\lambda_{De} = \sqrt{\frac{K_B T_e}{4\pi n_e e^2}}$  et  $\lambda_{Di} = \sqrt{\frac{K_B T_i}{4\pi n_i e^2}}$ , représentant les longueurs de Debye

associées aux électrons et aux ions respectivement. Ce qui permet d'obtenir la longueur de Debye  $\lambda_D$  dans un plasma poussiéreux [1, 2]:

$$\lambda_D = \frac{\lambda_{De} \lambda_{Di}}{\sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2}} \quad (\text{I.6})$$

Lorsque les grains sont chargés négativement, nous avons  $n_{eo} \ll n_{io}$  et  $T_e \geq T_i$ , c'est-à-dire  $\lambda_{De} \gg \lambda_{Di}$ , dans ce cas la longueur de Debye  $\lambda_D \approx \lambda_{Di}$  (i.e., l'écrantage est assuré par la température et la densité des ions). Par contre, dans le cas où les grains sont chargés positivement, nous avons  $T_e n_{io} \ll T_i n_{eo}$ , donc  $\lambda_{De} \ll \lambda_{Di}$ , par conséquent, l'effet d'écran sera assuré par la température et la densité des électrons, i.e.,  $\lambda_D \approx \lambda_{De}$ . Cette longueur représente la distance à partir de laquelle le potentiel électrostatique  $\phi = \phi_0 \exp(-r_d / \lambda_D)$  décroît très rapidement.

Des grains de rayon  $r$  et séparés d'une distance  $d$ , peuvent être considérés comme particules isolées des autres grains, dans la mesure où le critère  $r \ll \lambda_D \ll d$  est satisfait, en l'occurrence, les dimensions physiques du plasma sont assez grandes. Pour les plasmas typiques de l'espace et des laboratoires, la condition  $r \ll \lambda_D, d$  est satisfaite. Pour des conditions typiques de fonctionnement dans un plasma RF(d'argon) où  $T_e = 3\text{eV}$  et  $n_e = 10^{15} \text{ m}^{-3}$ ,  $\lambda_D$  est de l'ordre de quelques centaines de micromètres.

Dans le cas où,  $\lambda_D \ll d$  le plasma poussiéreux peut être considéré donc comme une collection de grains isolés et écrantés électriquement, par contre dans le cas où  $\lambda_D \gg d$ , les grains de poussière chargés participent aussi au processus d'écrantage et par conséquent dans le comportement collectif de l'ensemble. Le terme "plasma à poussière-chargée" peut être utilisé pour inclure les deux cas.

### I.1.2./ Neutralité macroscopique.

Les plasmas poussiéreux, sont considérés comme un gaz ionisé à basse température, constitués d'électrons, d'ions et de particules de poussière micrométriques de taille non uniforme. La présence de ces particules de poussière (grains), modifie les paramètres du plasma et affecte les processus collectifs dans ce dernier. En particulier, les grains de poussière, peuvent collecter efficacement des électrons et des ions du plasma et se chargent alors par le biais de la collection de particules. A l'équilibre, les densités électroniques et ioniques sont déterminées par la condition de neutralité suivante,

$$en_{i0} - en_{e0} + q_{d0}n_{d0} = 0 \quad (\text{I.7})$$

où  $n_{e,i,d}$  représentent, la densité électronique, la densité ionique et la densité des grains de poussière respectivement,  $e$  étant la charge du proton et  $q_d = Z_d e (-Z_d e)$  est la charge répartie sur la surface du grain, suivant qu'elle soit positive ou négative. La présence des grains de poussière ainsi que leur dynamique, altère le transport des particules, modifie certains types d'ondes ioniques et surtout, introduit de nouveaux modes d'ondes dans le plasma (dust acoustic wave).

### I.1.3./ La distance inter-grains.

Dans un plasma poussiéreux neutre, composé d'électrons, d'ions chargés positivement, et de grains de poussière chargés et extrêmement massifs, le rayon du grain est habituellement beaucoup plus petit que la longueur de Debye  $\lambda_D$  du plasma poussiéreux, mais en ce qui concerne la distance inter-grain  $d$ , lorsqu'elle est beaucoup plus petite que  $\lambda_D$  ( $d < \lambda_D$ ), l'effet collectif des grains devient très significatif et joue un rôle déterminant dans le comportement du plasma, alors que pour le cas de la poussière dans le plasma (Dust in plasma), viz.,  $d > \lambda_D$ , les grains de poussière sont complètement isolés de leurs voisins, i.e., les interactions entre grains deviennent insignifiantes et négligeables.

### I.1.4./ Paramètre de couplage Coulombien.

Les grains de poussière chargés, peuvent être faiblement ou fortement corrélés selon la valeur du paramètre de couplage Coulombien  $\Gamma_d$ , donnée par :

$$\Gamma_d = \frac{q_d^2}{d(K_B T_d)} \exp\left(-\frac{d}{\lambda_D}\right) \quad (\text{I.8})$$

où,  $d = (3n_{d0}/4\pi)^{1/3}$  est la distance inter-grain,  $n_{d0}$  la densité initiale des grains de poussière,  $q_d$  la charge du grain, et  $K_B T_d$  représente l'énergie thermique du grain.

Lorsque,  $\Gamma_d \gg 1$ , le plasma poussiéreux est fortement couplé, les grains peuvent alors s'arranger sous forme de structures ordonnées. En effet, la structure cristalline des grains a été observée au laboratoire, ce qui a permis l'étude des cristaux

microscopiques à l'aide d'un modèle macroscopique [3, 4, 5]. Par contre, dans le cas où  $\Gamma_d \ll 1$ , le plasma poussiéreux est considéré comme faiblement couplé et se trouve dans un état gazeux.

### I.1.5./ Fréquences caractéristiques.

De même qu'un plasma électron/ion habituel, un plasma poussiéreux est aussi neutre macroscopiquement. La perturbation d'un tel plasma de sa position d'équilibre, entraîne un mouvement collectif des particules, un champ de charge d'espace interne se crée, lequel tend à rétablir la neutralité, ce qui se manifeste en fin de compte par une oscillation collective des particules du plasma autour de leur position d'équilibre. Ces oscillations collectives sont caractérisées par la fréquence  $\omega_p$  dite fréquence plasma. L'expression de la fréquence plasma, est obtenue en tenant compte de l'équation de continuité, de l'équation de la quantité de mouvement ainsi que de l'équation de Poisson, pour les trois espèces:

$$\omega_p^2 = \sum_j \frac{4\pi n_{j0} q_j^2}{m_j} = \sum_j \omega_{pj}^2 \quad (j = e, i, d) \quad (\text{I.9})$$

Dans le cas où le plasma est partiellement ionisé, le nombre de particules neutres présentes dans ce plasma, devient considérable, alors des collisions fréquentes ont lieu entre ces particules neutres et les particules chargées du plasma (électrons, ions et grains de poussière). L'expression générale de la fréquence de collision  $\nu_{jn}$  (de l'espèce  $j$  du plasma avec les particules neutres) s'écrit comme suit :  $\nu_{jn} = n_n \sigma_j^n V_{th j}$  [1], où  $n_n$  est la

densité des particules neutres,  $\sigma_j^n$  la section efficace et  $V_{thj} = \sqrt{K_B T_{thj}/m_j}$  étant la vitesse thermique de l'espèce  $j$ .

## **I.2./ Plasma poussiéreux dans l'espace et dans le laboratoire.**

Les plasmas poussiéreux sont aussi incontournables en astrophysique qu'en applications technologiques. Ils peuvent être formés au laboratoire sous certaines conditions expérimentales, e.g., dans les procédés plasmas où l'apparition des micro grains s'est révélée être une cause significative des défauts de fabrication des composants micro-électroniques [6,7]. On les retrouve aussi dans les tubes à décharge (rf, dc), dans les gaz d'échappement des fusées et navettes, ainsi que dans les expériences de fusion.

Dans ce qui suit, nous discuterons brièvement la présence des plasmas poussiéreux dans l'espace et dans le laboratoire.

### **I.2.1/ Les plasmas poussiéreux dans l'espace.**

L'espace entre les étoiles est rempli de poussière cosmique et d'éléments tels que l'hydrogène et l'hélium. La densité numérique moyenne de l'hydrogène dans l'espace interstellaire est approximativement de 1 atome/cm<sup>3</sup>, et est de 0.1 atome/cm<sup>3</sup> à l'extrémité des bras en spirale d'une galaxie contre 1000 atomes/cm<sup>3</sup> au coeur de celle-ci. Par ailleurs, les particules de poussière sont beaucoup plus grandes que les atomes d'hydrogène, et leur densité numérique est 1000 fois plus faible que celle de ces

derniers. Ces particules étant de nature diélectrique (glaces, silicates, etc.) et conductrices (graphite, magnétite, carbones amorphes etc).

En ce qui concerne notre système solaire, les grains de poussière, se manifestent dans différentes régions, à savoir, l'espace interplanétaire, les comètes, les anneaux planétaires et la haute atmosphère terrestre.

**Espace interplanétaire.** En apparence vide, l'espace interplanétaire est un milieu riche et fascinant. En effet, il contient des radiations électromagnétiques (photons), des particules chargées de faible densité (électrons, protons et autres ions), des vents solaires, des rayons cosmiques, ainsi que des particules de poussière microscopiques. Ces dernières baignant dans un champ magnétique d'origine solaire. Ces particules de poussière interplanétaire ( IDPs ) sont supposées être le produit de collisions entre astéroïdes, voir comètes [8]. Cependant, la taille de ces particules n'est pas constante, elle suit une distribution bien définie. Quelques paramètres typiques du plasma poussiéreux interplanétaire sont donnés ci-dessous:

$$n_e \approx 5 \text{ cm}^{-3} \quad , T_e \approx 10^5 \text{ K} \quad , n_d \approx 10^{-12} \text{ cm}^{-3} \quad , r_d \approx 2 \text{ à } 10 \mu\text{m} \quad \text{et} \quad (r_d / \lambda_D) \approx 5 \quad [1].$$

**Comètes.** Une comète est fondamentalement formée de glace, de poussière, ainsi que d'autres constituants, tels que, le dioxyde de carbone, le gaz ammoniac, et le méthane. Lorsqu'une comète se rapproche du Soleil sur son orbite elliptique, ses couches couvertes de glace commencent à s'évaporer, la poussière et les autres constituants piégés par la glace gelée, se libèrent pour former une queue de poussière courbée, les gaz libérés se réchauffent et deviennent luminescents : c'est ce qui donne à la comète, la forme d'étoile avec une queue brillante. L'analyse des données fournies par les sondes

Véga et Giotto a montré qu'un nombre considérable de petits grains de poussière existe dans l'environnement des comètes, la dimension de ces petits grains obéissant à une distribution en loi de puissance (power law) donnée par la relation  $n_d(r_d) \approx r_d^{-p}$ , où  $p$  est égal à 3.3 selon Véga et 4.1 selon Giotto [1].

**Anneaux planétaires.** La présence des particules de poussière chargées dans les anneaux planétaires a été suspectée depuis l'achèvement de la mission des sondes Voyager I et II. Ces anneaux se trouvent avec des variétés spectaculaires autour de toutes les planètes géantes, telle que : Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. Un bref aperçu concernant, l'origine et la taille des grains constituant ces anneaux est donné ci-dessous :

**Anneaux de Jupiter.** La plus grande planète de notre système solaire. En survolant cette planète vers mars et juillet 1979, les sondes Voyagers I et II, ont nettement amélioré la compréhension que l'on avait des lunes observées par Galilée. Ces sondes ont aussi découvert les anneaux de Jupiter. Récemment en l'an 2000, le module Cassini Huygens lors de sa mission vers Saturne, a fourni des images de Jupiter d'une bonne résolution, sur lesquelles apparaît un système d'anneaux planétaires composés de poussière fine ayant l'apparence d'une fumée, l'anneau principal qui provient de la poussière des satellites Adrastea et Metis, étant entouré de deux autres anneaux en toile d'araignée, provenant des satellites Thèbes et Amalthea, et un autre anneau externe, extrêmement ténu d'origine inconnue, mais soupçonné d'être formé par la capture des poussières interplanétaires. Par ailleurs, **la distribution en dimension des grains de poussière** dans le système d'anneaux de Jupiter obéit à une loi en puissance (Power

law) [4] donnée par la relation suivante :  $n_d(r_d) dr = C_p r_d^{-p} dr_d$ , où les rayons  $r$  des grains sont compris entre  $[r_{dmin}, r_{dmax}]$ . Dans la relation sus-citée,  $n_d(r_d) dr_d$  représente le nombre des grains dont le rayon est compris entre  $r_d$  et  $r_d + dr_d$ ,  $p$  étant l'indice de la loi en puissance et  $C_p$  est une constante de normalisation.

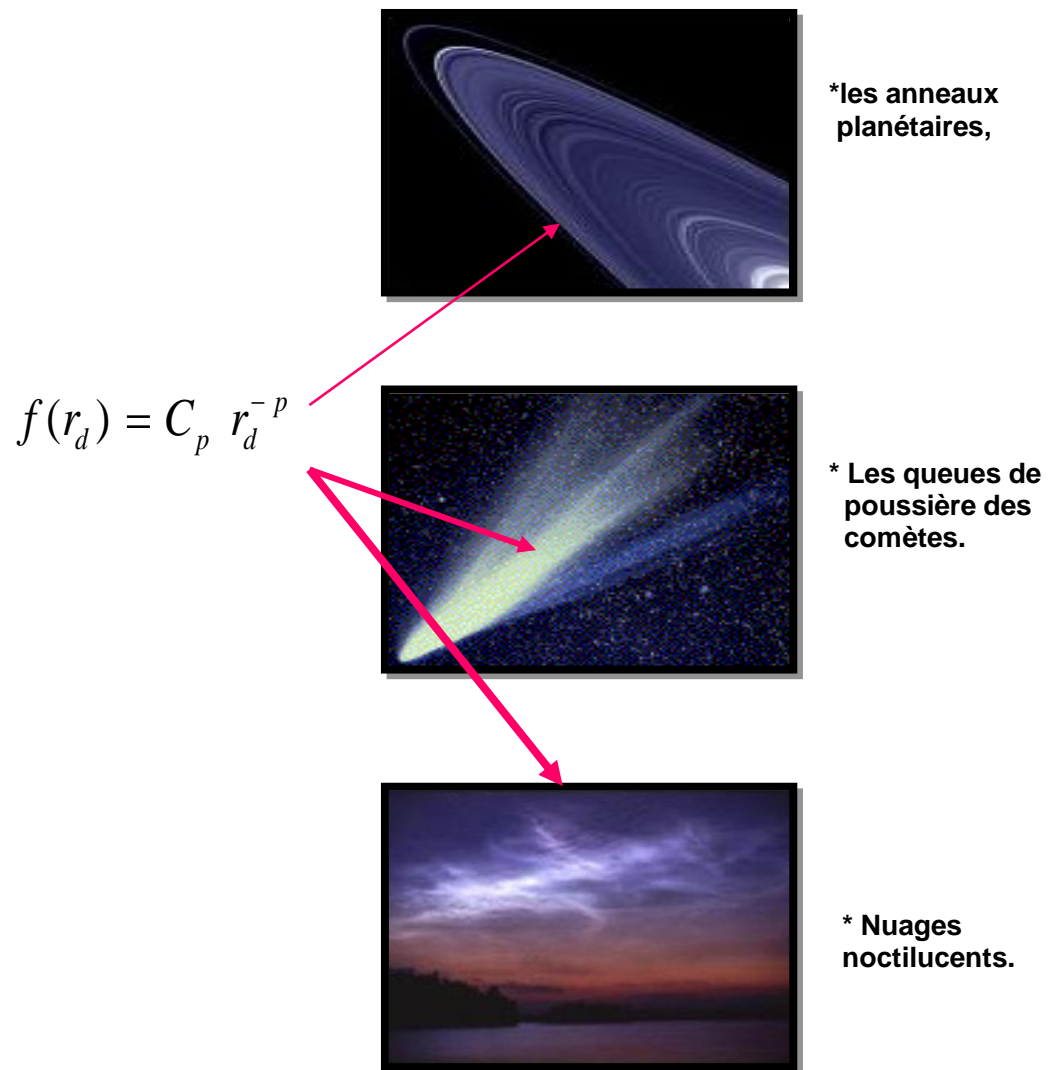
**Anneaux de Saturne.** Plusieurs sondes ont visité la planète Saturne, à l'instar de Pionnier 11 en 1979 suivie deux années plus tard, par Voyager I et II. Cependant, le module Cassini-Huygens est le premier à avoir exploré la planète et sa lune Titan. Saturne est un volume de gaz géant, possédant de larges anneaux constitués principalement de glace et de débris d'espace (poussière). Il est probablement le mieux connu pour ses anneaux planétaires qui, visuellement font de lui l'objet le plus remarquable dans le système solaire. Les trois anneaux B, C et D déjà connus, ont été observés en premier par Galileo Galilei en 1610. Plus tard, plusieurs autres anneaux ont été découverts et nommés dans l'ordre de leur découverte, viz., A, F, G et E. De plus, il y a plusieurs petits anneaux intermédiaires. Le système s'étend de 6 km à 120 km au-dessus de l'équateur de Saturne, les particules de poussière constituant les anneaux principaux, étant composées de silice, d'oxyde de fer et de glace [9], alors que les petits sont constitués de fines particules de poussière.

**Anneaux de Uranus.** La sonde Voyager II de la NASA est le seul vaisseau spatial à avoir visité la planète. Lancé en 1977, Voyager II a fait son approche d'Uranus le 24 janvier 1986, avant de continuer son voyage vers Neptune. Uranus a un système d'anneaux planétaire faible, composé de particules sombres allant jusqu'à 10 mètres de

diamètre. La planète est entourée de onze anneaux majeurs formés par les débris résultant de la fragmentation des objets stellaires. Le système d'anneaux d'Uranus est distinctement différent de ceux de Jupiter et Saturne.

**Anneaux de Neptune.** Ce n'est qu'en août 1989, que la sonde spatiale Voyager II s'est rapprochée le plus de Neptune et a révélé la présence de quatre anneaux planétaires. Les deux anneaux principaux sont très clairs et étroits. Ils seraient composés de poussière fine et de petites particules issues des collisions de minuscules météorites contre les lunes de Neptune. Cependant, la forme de la distribution en taille des grains de poussière de ces anneaux demeure encore non déterminée, par conséquent, de futures études et explorations sont requises pour sa détermination.

**L'atmosphère terrestre.** L'exemple naturel par excellence des plasmas poussiéreux dans l'environnement terrestre, est le nuage noctilucent (du latin nuage lumineux nocturne), qui sont formés en été dans la mésosphère au dessus de l'Arctique, à une altitude située approximativement entre 80 à 110 Km. Ces nuages sont visibles au-dessus de l'horizon après le coucher du soleil, car à cette altitude ils restent éclairés par la lumière du soleil, pendant que la Terre et les couches inférieures de l'atmosphère sont dans l'obscurité de la nuit. Les particules de ces nuages sont formées de glace. Etant les plus hauts nuages de l'atmosphère terrestre à une altitude situées dans l'ionosphère, où il y a des électrons libres, les grains de glace les formant peuvent capturer ces électrons et générer ainsi un plasma poussiéreux dans l'ionosphère.



Les images ci-dessus révèlent la présence d'une *distribution en taille* (en loi de puissance) des grains de poussière constituant, les anneaux planétaires, les queues de poussière des comètes ainsi que les nuages nocturnes (Noctilucents).

### **I.2.2/ Les plasmas poussiéreux dans le laboratoire.**

D'un point de vue historique, les grains de poussière dans un plasma ont été observés pour la première dans les années 1920 par Irving Langmuir lors des décharges filamentaires [10]. Ces grains provenaient de la pulvérisation de la cathode de tungstène. Vers la fin des années 1980 Selwyn découvrit la présence des grains dans un réacteur industriel de chez IBM en utilisant la diffusion de la lumière d'un laser [11]. Cette poussière, s'étaient formées à l'intérieur du plasma et étaient une source majeure de la contamination des substrats destinés à la fabrication des composants microélectroniques. La croissance des grains dans les plasmas devint alors un problème majeur et une meilleure compréhension des processus physico-chimiques intervenant dans les plasmas poussiéreux fut nécessaire. L'essentiel des recherches s'est alors focalisé sur les méthodes permettant d'éliminer ces grains. Des études plus fondamentales ont ensuite été entreprises afin d'étudier les processus physico-chimiques qui régissent ces milieux : nucléation et croissance, charge, interaction entre grains et avec le plasma... L'utilisation des grains pour certaines applications a alors été suggérée en microélectronique (cellules solaires) et en nanotechnologie (dispositif à un électron pour transistors ou mémoire non volatiles).

Dans les expériences de laboratoire, les grains peuvent être injectés directement dans le plasma ou bien formés à l'intérieur de celui-ci. Les grains injectés sont généralement de taille micrométrique et, à cause de leur masse, sont confinés près de l'électrode inférieure (gaine) où la force électrique est suffisante pour compenser la gravité. Ce lieu de piégeage est alors fixé par différentes forces : gravité, forces électriques, ioniques, et thermiques. Ces grains de poussière chargés interagissent entre

eux et s'organisent suivant une structure cristalline affectée par la contrainte gravitationnelle. Afin de révéler la véritable nature des interactions et l'influence du plasma il est indispensable de s'affranchir de la gravité, alors des conditions de microgravité sont donc nécessaires pour pouvoir piéger ces grains de poussière dans tout l'espace inter-électrode [12].

Les premières investigations sur les plasmas poussiéreux ont porté sur une multitude d'aspects, tels que la formation du vide[13], les cônes de Mach [14] et les phénomènes liés au fort couplage (cristaux plasmas) [15].

C'est dans ce but que le MPE (Max-Planck Institute for Extraterrestrial physics, Garching, Allemagne) a initié le projet PKE-Nefedov (Plasma Kristall Experiment) : en microgravité, des grains de poussière micrométriques sont injectés dans un plasma d'argon produit par une décharge capacitive radio-fréquence (rf). Le dispositif expérimental a été installé à bord de l'ISS ( International Space Station) début 2001.

Le laboratoire GREMI (Orléans France), a proposé d'étendre ces recherches à l'étude de la formation et du comportement des grains de poussière submicrométriques. L'utilisation de gaz réactifs n'étant pas envisageable sur PKE, cette formation a été obtenue par pulvérisation des poussières préalablement injectées et déposées sur les électrodes. Cette opération a pour objet, l'étude en laboratoire et en microgravité, de la croissance et du comportement de nuages de grains dans PKE. Elle entre dans le cadre d'une collaboration entre : le GREMI, le MPE et l'IHED ( Institut for High Energy Densities, Moscou, Russie). Ce projet s'inscrit dans le programme IMPF (International

Microgravity Plasma Facility) qui prévoit prochainement l'installation d'un réacteur plasma de longue durée de vie à bord de l'ISS.

Le réacteur PKE-Nefedov (figure1) embarqué à bord de l'ISS est un cube de 10 cm de côté équipé de deux électrodes parallèles de 4 cm de diamètre et distant de 3 cm. Le plasma rf (13.6 MHz, 0-4 Watt) est généré en mode « puch-pull », les électrodes sont polarisées en opposition de phase. Après injection du gaz (ex : argon) à pression statique, des expériences sont réalisées sur des poussières préalablement injectées à l'aide d'un système de « salière » inséré dans l'électrode supérieure. Les grains de poussière sont illuminés par une nappe laser produite par une diode laser (685 nm) et une lentille cylindrique.

Le diagnostic vidéo consiste à recueillir la lumière laser diffusée par les grains de poussière par trois caméras (équipées de filtres interférentiels). Les informations concernant les grains et le nuage de poussière (structure, dynamique) sont extraites par traitement d'images. Des résultats obtenus par le GREMI ont permis d'étudier en laboratoire des phénomènes observés par le MPE en microgravité. En effet, la formation de nuages denses de grains de poussière submicrométriques a permis l'étude précise du "void" (zone sans poussière au centre du plasma). En particulier, l'analyse approfondie d'instabilités auto-excitées (contraction-expansion du vide) dénommées "heartbeat" a été réalisée [16].

Des expériences sur la perte de charges à l'arrêt du plasma ont permis d'étudier et de mesurer des charges électriques résiduelles, qui subsistent sur les grains après l'extinction du plasma [17]. La nature et la valeur de cette charge résiduelle sont en effet

très importantes. Elle peut par exemple être source de problèmes sur les futurs dispositifs électroniques à un électron où une charge résiduelle attachée aux nanocristaux déposés serait à l'origine de dysfonctionnements. Elle peut en revanche être utile pour la décontamination des réacteurs plasmas industriels grâce à l'utilisation de champs électriques appropriés. Cette propriété peut aussi être utilisée dans les réacteurs pour la fusion nucléaire (comme ITER) en facilitant l'élimination des grains de poussière créés par l'érosion des parois exposées au plasma.

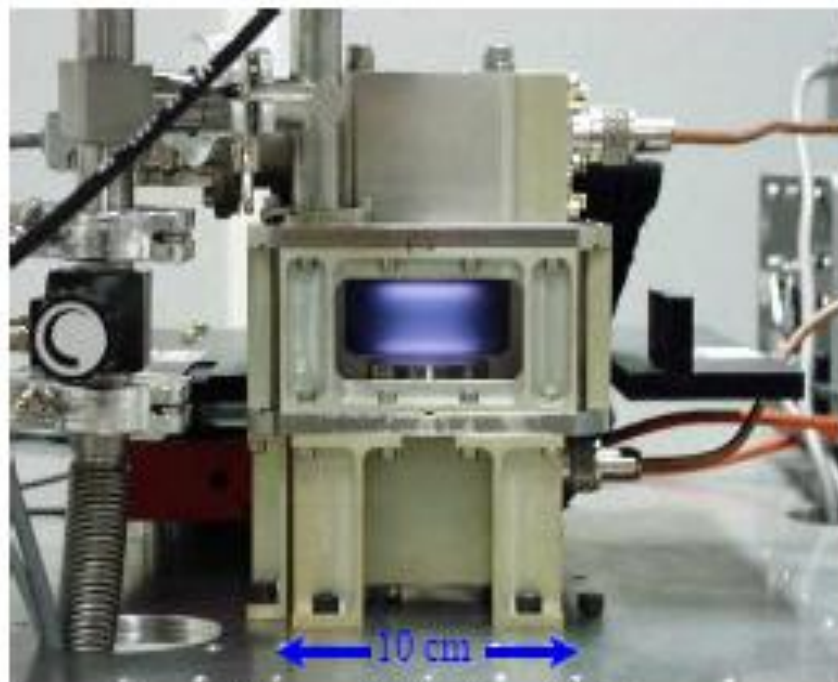


Figure 1. Réacteur PKE

**I.3./ Références.**

- [1] P.K. Shukla, A. A. Mamun, “ *Introduction to Dusty Plasma Physics* “  
(IoP Publishing Ltd, London) (2002).
- [2] A. Bouchoule, “ *Dusty plasmas; physics, chemistry and technological impacts in plasma processing*”, (John Wiley & Sons, 1999).
- [3] D.A. Mendis, “*Physics of dusty plasmas : an historical overview* “ in advances in Dusty Plasmas, P.K. Shukla, D.A. Mendis, and T. Desai, (Eds., World Scientific Press, 1996) pp3-19.
- [4] G.E. Morfill, H.M. Thomas and M. Zuzic, “ *Plasma crystals—a review*” in advances in Dusty Plasmas, P.K. Shukla, D.A. Mendis, and T. Desai, (Eds., World Scientific Press, 1996), pp 99-142.
- [5] R. Annou and V.K.Tripathi, Phys. Plasmas **5**, 1 (1998).
- [6] R. Bharuthram and N.N. Rao, Planet Space Sci. **43**, 1079 (1995).
- [7] M. Amroun and R. Annou Phys. Plasmas **8**, 5331 (2001).
- [8] S.J. Kortenkamp and S.F. Dermott, Icarus **135**, 469 (1998).
- [9] T. Gehrels and M.S. Matthews, “*Saturn as a radio source*”,(University of Arizona Press, 1984) pp. 378-415.
- [10] I. Langmuir, C.G. Found, A.F. Dittmer, ‘*A new type of electric discharge: the streamer discharge*’, Science LX (1557), 392 (1924).
- [11] G.S. Selwyn, J. Singh, R.S. Bennett, ‘*In situ laser diagnostic studies of plasma-generated particulate contamination*’, , J. Vac. Sci. Technol. A 7 (4) 2758 (1989).
- [12] A.P. Nefedov, G.E. Morfill, V.E. Fortov, H.M. Thomas, et al., *PKE-Nefedov: plasma crystal experiments on the ISS*, New J. Phys, **5**. 33 (2003).

- [13] J.Goree, G.E.Morphill, V.N. Tsytovich, and S.V. Vladimirov,  
Phys. Rev.E **59**,7055 (1999).
- [14] O. Havnes, et al, Phys.Rev.E **65**, 045403-1(2002).
- [15] H. Thomas, et al, Phys.Rev.Lett.**72**, 652 (1994).
- [16] M. Mikikian, L. Couédel, M. Covaroc, Y. Tessier, L. Boufendi “ *Self-excited void instability in dusty plasmas : plasma and dust cloud dynamics during the heartbeat instability*” New. J. Phys. **9**, 268 (2007).
- [17] L. Couédel, M. Mikikian, L. Boufendi, A.A. Samarian, “*Residual dust charges in discharge afterglow*” Phys. Rev. E **74**, 026403 (2006).

## **CHAPITRE II**

### **EFFET DE LA DISTRIBUTION EN TAILLE BI-MODE DES GRAINS DE POUSSIERE SUR LES SOLITONS ACOUSTIQUES DE POUSSIERE (DUST ACOUSTIC SOLITONS).**

**(Cas de deux populations de grains de charges opposées)**

#### **I / Introduction.**

La présence des microparticules chargées dans un plasma peut mener à des modifications considérables des paramètres d'un plasma habituel, tels que les ondes acoustiques habituellement supportées par les plasmas, e.g., ondes ioniques acoustiques de poussière (DIAW) [1].

En outre, la présence de ces particules massives et chargées, engendre de nouveaux modes et de nouvelles structures non linéaires à une basse échelle des temps. Ces particules peuvent affecter les structures supposées exister dans un plasma pur [2,3]. Ces structures cohérentes peuvent être des solitons, des double-couches, des ondes de choc, des oscillations, etc.[4].

Dans la plupart des travaux de recherche antérieurs, les auteurs ont simplifié leurs modèles, en supposant que les grains de poussières étaient de tailles et de charges constantes.

Dans ce travail, nous nous proposons d'inclure une distribution en taille du type (Bi-Mode) c'est à dire (**deux populations de grains de tailles distinctes et de charges opposées**) et d'étudier son effet sur les structures non-linéaires dans les plasmas poussiéreux, à savoir, les solitons acoustiques de poussière.

L'existence des solitons acoustiques ioniques a été mise en évidence théoriquement (et expérimentalement) par plusieurs auteurs [5,6] selon deux méthodes. La première est la méthode du pseudo-potentiel de Sagdeev pour les ondes d'amplitudes arbitraires [5], la seconde est la méthode des perturbations réductrices pour les ondes de petites amplitudes [6].

Il est à rappeler que les solitons sont des solutions qui préservent leur identité durant la propagation et les collisions, ceci compte tenu de l'équilibre établi entre la dispersion due au champ électrique self-consistant du plasma et la non-linéarité due aux termes convectifs dans les équations fluides (Les conditions sur le nombre de Mach ont été obtenues à savoir, les solitons acoustiques ioniques ne peuvent exister pour des valeurs de  $M$  en dehors de l'intervalle de  $1 < M < 1,6$ ). Ces mêmes conditions peuvent être modifiées par la présence d'un autre élément dans le plasma, à l'instar du grain de poussière massif qui acquiert une charge très élevée et peut devenir dans certaines conditions un facteur inhibiteur pour la formation de solitons [7]. En dépit de la constance de la charge de ces grains, ces derniers peuvent de part leur présence, influencer les structures cohérentes, telles que, les solitons, les couches doubles ainsi que les solitons d'enveloppe de Langmuir [8]. Par ailleurs, sur une échelle de fréquences très basses, il est utile de rappeler, qu'un nouveau mode de basse vitesse de phase, appelé mode acoustique de poussière et est dû à

la dynamique des grains, a été prédit par Rao *et al.*[9], et qui a été par la suite mis en évidence expérimentalement par Barkan *et al.*[19]. L'étude des caractéristiques non-linéaires de cette onde acoustique de poussière a été réalisée et l'existence de solitons acoustiques de poussière compressifs a été rapportée par Mamun *et al.*[11]. Lorsque les ions sont considérés chauffés de manière adiabatique, la gamme des nombres de Mach autorisés (i.e. donnant des solutions solitoniques) est sensiblement modifiée en présence de grains de poussière, dans la mesure où la limite inférieure  $M_l$  (passe de l'unité à  $\sqrt{\gamma}$  où  $\gamma$  représente la constante adiabatique du milieu) et la limite supérieure  $M_u$  sont modifiées [12]. L'intervalle des nombres de Mach se trouve plus étendu lorsque les ions sont adiabatiquement chauffés (ie dans leur dynamique, ces ions n'échangent pas d'énergie avec les autres éléments du plasma) .

## **II. / Description de la thèse.**

Dans ce mémoire, nous allons présenter l'effet d'une telle distribution, sur les solitons acoustiques de poussière, où les ions sont chauffés de manière adiabatique. et que les électrons sont complètement capturés par les grains. Nous montrons que, les limites inférieure ( $M_l$ ) et supérieure ( $M_u$ ) des nombres de Mach permettant d'obtenir des solutions oscillatoires bornées, seront clairement modifiées. [14,17,18,19]. De même, nous montrons que dans certaines conditions physiques, la solution oscillatoire bornée subit une transformation d'une forme solitonique à une forme dite « Cnoidal wave »[14 - 16].

## **III./ Effet de la distribution en taille (Bi-Modes) des grains de poussière sur les solitons acoustiques de poussière.**

Dans ce contexte nous pouvons rappeler, qu'un nouveau mode de basse vitesse de phase appelé mode acoustique de poussière, qui est dû à la dynamique des grains a été prédit par Rao *et al.*[5] et a été par la suite, mis en évidence expérimentalement par Barkan

et al.[6]. L'étude des caractéristiques non-linéaires de cette onde acoustique de poussière a été réalisée et l'existence de solitons acoustiques de poussière compressifs a été rapportée par Mammun et al.[7]. Lorsque les ions sont considérés chauffés de manière adiabatique, la gamme des nombres de Mach autorisés (i.e. donnant des solutions solitoniques) est sensiblement modifiée en présence de grains de poussière, ce qui veut dire que la limite inférieure  $M_l$  passe de l'unité à  $\sqrt{\gamma}$  où  $\gamma$  représente la constante adiabatique du milieu, de même pour la limite supérieure  $M_u$  [8].

Nous rappelons aussi que dans les travaux de thèse de Doctorat de Monsieur Ishak Boushaki, l'effet de trois distributions en taille ( à savoir loi de puissance, Gaussienne et Log-Normale) sur les structures cohérentes dans un plasma poussiéreux, à été étudié [13,14]. Il a été montré qu'en présence de l'une de ces distributions, seules des solutions du type Cnoïdales existent.

Dans notre contribution (Bi-Mode) , nous montrons que sous certaines conditions physiques (relations entre rayons et densités des grains), les deux formes de solutions coexistent.

### **III.1. / Formulation du problème.**

Considérons un plasma poussiéreux contenant des ions dont la masse est très faible devant celle des grains les plus fins, de deux populations de grains ( $n_{d1}$  et  $n_{d2}$ ) de tailles différentes et de charges opposées, c'est à dire ( $r_{d1} < r_{d2}$ ). L'échelle de temps correspondant aux ondes acoustiques de poussière de faible vitesse de phase, est longue par rapport au temps nécessaire au grain pour se charger, i.e. la charge du grain atteint sa valeur d'équilibre quasi-instantanément.

En outre, le plasma est supposé dépourvu d'électrons, en l'occurrence, les électrons sont complètement capturés par les grains. Par conséquent, la contribution des électrons dans les structures non-linéaires acoustique de poussière est ignorée[11]. Dans ce contexte, nous allons supposer que tous les grains de poussière atteignent leur charge d'équilibre décrite par la théorie de la sonde [20-22]. Tenant compte de la dépendance linéaire de la capacité d'une sphère conductrice par rapport à son rayon, cette charge d'équilibre s'écrit,  $q(r_d) = \phi(r_d)r_d$  où  $\phi(r_d)$  est le même potentiel de surface pour les différents grains dans un environnement donné du plasma. De surcroît, pour des grains de composition similaire, la masse serait proportionnelle au volume du grain ie : à  $r_d^3$ . Par conséquent, le rapport de la masse sur la charge devient fonction d'une seule variable  $r_d$  uniquement ( au lieu de  $q_d$  et  $m_d$  séparément ), à travers le terme,  $\frac{m_d}{Z_d} = r_d^2$ .

### III.2. / Equations de base.

Les équations correspondant aux lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement couplées à l'équation de Poisson décrivant l'évolution de notre système, sont écrites ci-dessous :

$$\frac{\partial N_{dj}}{\partial t} + \nabla \cdot (N_{dj} \vec{V}_{dj}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{V}_{dj} + \vec{V}_{dj} \cdot \nabla \vec{V}_{dj} = -\frac{q_{dj}}{m_{dj}} \nabla \phi \quad (2)$$

où,  $N_{dj}$ ,  $V_{dj}$ ,  $q_{dj} = Z_{dj}e$  et  $m_{dj}$  sont respectivement la densité, la vitesse, la charge et la masse du grain de taille  $j$  où  $j = 1 ; 2$  et  $\phi$  représente le potentiel électrostatique.

La relation décrivant la dynamique des ions lorsque ces derniers sont chauffés de manière adiabatique, est la suivante :

$$\vec{0} = \frac{1}{N_i} \nabla p_i + e \nabla \phi ,$$

où la pression est liée à la densité numérique par l'équation d'état  $p_i \propto N_i^\gamma$ .

Dans notre modèle ( Bi-Mode), nous avons a faire à deux populations de grains de tailles différentes et de charges opposées,  $j = 1$  pour les grains fins de charge positives ( $Z_{d1} < 0$ ) et  $j = 2$  pour les gros grains de charge négatives ( $Z_{d2} > 0$ ) [23, 24].

A une dimension, la relation précédente s'écrit:

$$0 = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{n_i} \frac{\partial p_i}{\partial x} ,$$

tenant compte de l'équation d'état liant la pression  $P$  à la densité numérique des ions, la relation décrivant la dynamique des ions adiabatiques, devient:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} + \gamma n_i^{\gamma-2} \frac{\partial n_i}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

Le système d'équations différentielles décrivant la dynamique des deux populations de grains de poussière à une dimension, est donné par :

$$\frac{\partial n_{dj}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_{dj} n_{dj}) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_{dj}}{\partial t} + u_{dj} \frac{\partial u_{dj}}{\partial x} = \left( \frac{Z_{dj}}{m_{dj}} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (5)$$

où le potentiel  $\phi$  est normalisé par la température ionique  $T_{i0}/e$ , la vitesse fluide du grain de poussière par la vitesse acoustique  $C_s = (Z_{d0} T_{i0} / m_{d0})^{1/2}$ , le temps par

$\tau = (m_{d0} / 4\pi e^2 Z_{d0}^2 n_{d0})^{1/2}$  (où  $m_{d0}$  est la masse du grain de taille la plus probable et  $n_{d0}$  la densité des grains en équilibre), l'espace par  $\lambda = (T_{i0} / 4\pi e^2 n_{d0})^{1/2}$  et les densités par  $N_{i0}$ .

La fermeture du système est assurée par l'équation de Poisson, dans laquelle nous avons introduit les densités des différentes composantes du plasma :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = Z_{d2} n_{d2} - Z_{d1} n_{d1} - n_i \quad (6)$$

### III.3./ Structures solitaires d'amplitudes arbitraires.

Afin de déterminer les conditions d'existence des ondes solitaires acoustiques de poussière, nous adopterons la méthode du pseudo-potentiel de Sagdeev[5]. Cette méthode étant valable pour les ondes d'amplitudes arbitraires, elle détermine les conditions d'existence des solutions solitoniques ainsi que les solutions oscillatoires bornées. Dans ce concept, nous considérons que toutes les quantités physiques, dépendent uniquement d'une seule variable  $\xi = x - M t$ , où  $M$  représente le nombre de Mach (rapport de la vitesse du déplacement de l'onde solitaire par rapport à la vitesse acoustique de poussière), et nous recherchons les solutions stationnaires (dans ce référentiel), les équations (3–6) prennent la forme simple suivante :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \gamma n_i^{\gamma-2} \frac{\partial n_i}{\partial \xi} = 0, \quad (7)$$

$$(u_{dj} - M) \frac{\partial n_{dj}}{\partial \xi} = -n_{dj} \frac{\partial u_{dj}}{\partial \xi}, \quad (8)$$

$$(u_{dj} - M) \frac{\partial u_{dj}}{\partial \xi} = \frac{Z_{dj}}{m_{dj}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = Z_{d2} n_{d2} - Z_{d1} n_{d1} - n_i \quad (10)$$

La résolution de ce système d'équations avec les conditions aux limites  $\phi \rightarrow \phi_\infty$  ,  
 $u_{dj} \rightarrow 0$  et  $n_{dj} \rightarrow n_{d0}$  lorsque  $\xi \rightarrow \infty$  , nous permet d'obtenir les densités numériques des  
grains  $n_{d1}$  et  $n_{d2}$ , ainsi que celle des ions adiabatiques  $n_i$  :

$$n_{d2} = \frac{M n_{d20}}{\sqrt{M^2 + (2Z_{d2} / m_{d2})(\phi - \phi_\infty)}} \quad (11)$$

$$n_{d1} = \frac{M n_{d10}}{\sqrt{M^2 - (2Z_{d1} / m_{d1})(\phi - \phi_\infty)}} \quad (12)$$

et 
$$n_i = \left[ 1 - \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} (\phi - \phi_\infty) \right]^{1/(\gamma - 1)} . \quad (13)$$

La résolution de cette équation de poisson, nous donne une équation analogue à  
l'équation de l'énergie pour une particule de masse unité,

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi, M) = 0, \quad (14)$$

où  $V(\phi, M)$  représente le potentiel effectif de Sagdeev donné par l'expression,

$$V(\Phi, M) = 1 - \left[ 1 - \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \Phi \right]^{\gamma/(\gamma - 1)} - \left( \frac{M^2}{\nu + 1} \right) \left\{ \left( \sqrt{1 - A} - 1 \right) + C^3 \nu \left( \sqrt{1 + \frac{A}{C^2}} - 1 \right) \right\} \quad (15)$$

avec  $A = (2\Phi / M^2)$ ,  $\Phi = (\phi - \phi_\infty)$  et  $r = (r_d / r_{d1})$  étant le rayon normalisé,  $C = r_{d2} / r_{d1} = r_2 / r_1$  exprime le rapport des rayons, des gros grains par rapport aux petits grains, présents dans le plasma et  $\nu = N_{d2} / N_{d1} = n_{d2} / n_{d1}$  représente le rapport de leurs densités.

En effet, pour que des solutions de l'équation (14) existent, il est nécessaire que le potentiel de Sagdeev soit négatif i.e.,  $V(\Phi, M) < 0$ . Par ailleurs, nous remarquons qu'une solution non bornée existe pour toutes valeurs du nombre de Mach  $M$  lorsque ( $\Phi > 0$ ), celle-ci n'est donc pas pris en considération. Par contre pour des valeurs négatives de  $\Phi$  (i.e.,  $\Phi < 0$ ), l'équation (10) admet des solutions uniquement pour un domaine sélectif de valeurs du nombre de Mach  $M [M_L, M_U]$ . Nous remarquons que pour  $\Phi = 0$ , la condition  $V(\Phi, M) = 0$  est toujours vérifiée et que la dérivée à l'origine du potentiel de Sagdeev se réduit à l'expression suivante.

$$\left. \frac{dV(\Phi, M)}{d\Phi} \right|_{\Phi=0} = f(\nu, C) = 1 - \left( \frac{C\nu - 1}{\nu + 1} \right). \quad (16)$$

#### IV. / Solutions Solitoniques.

En plus de la condition précédente, l'existence de solutions solitoniques de l'équation (14), nécessite la condition *i)*  $\left. \frac{dV(\Phi, M)}{d\Phi} \right|_{\Phi=0} = f(\nu, C) = 0$ , cette deuxième condition est obtenue pour une valeur de  $\nu_{sol}$  égale à:  $\nu_{sol} = g(C) = \left( \frac{2}{c-1} \right)$  lorsque  $\Phi^* \longrightarrow 0$ , *ii)*  $(d^2V/d\Phi^2)_{\Phi=0} < 0$  de sorte que le point fixe à l'origine soit instable, *iii)* il existe une valeur  $\Phi_m$  non nulle correspondante à un maximum ou minimum du potentiel

de Sagdeev, pour laquelle  $V(\Phi_m, M) = 0$  et enfin *iv*) le potentiel est négatif ( $V(\Phi, M) < 0$ ) pour toutes valeurs de  $\Phi$  comprises entre 0 et  $\Phi_m$ .

La limite inférieure du nombre de Mach ( $M_L$ ) est obtenue par la résolution de l'équation  $V(\Phi^*) = 0$ , où ( $\Phi^* = 0$  dans ce cas) représente la solution de  $dV(\Phi)/d\Phi = 0$  et que  $(d^2V/d\Phi^2)_{\Phi=\Phi^*} \geq 0$ .

cette limite s'écrit alors en fonction de  $C$ ,

$$M_L = \sqrt{\frac{\gamma[C(C-1)+2]}{C(C+1)}} \quad (17)$$

Quant à la limite supérieure, celle-ci peut être calculée par la condition  $V(\Phi_m) \geq 0$ , où  $\Phi_m = -M^2 C^2 / 2$  représente la valeur minimale de  $\Phi$  pour laquelle, la densité des grains  $n$  soit réelle.

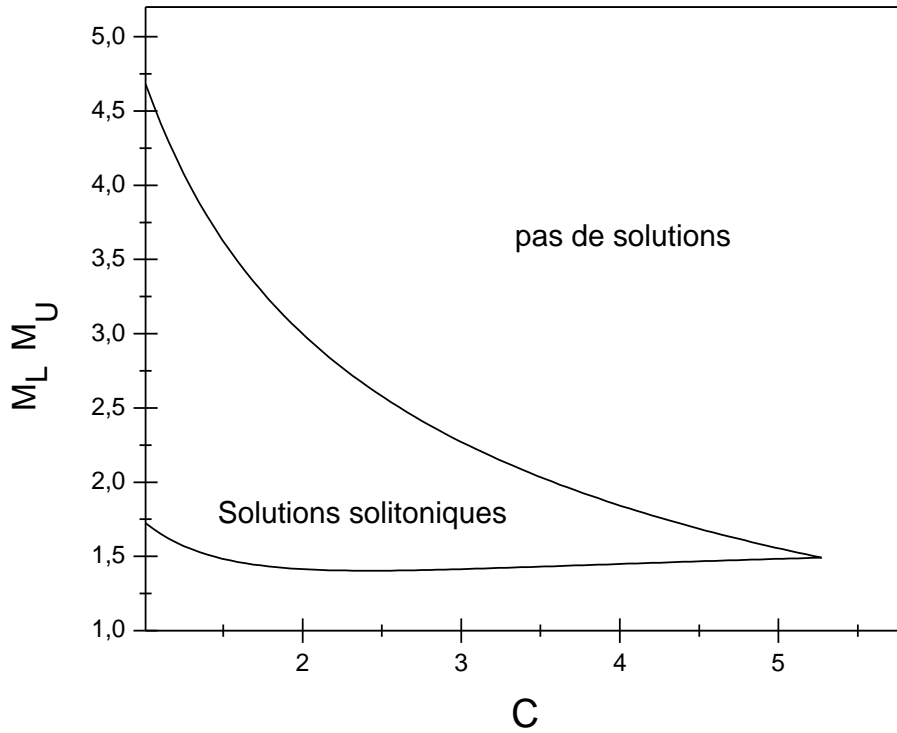
$$V(\Phi_m) = 1 - \left[ 1 + \left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \right) \frac{M^2 C^2}{2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} + \lambda M^2 = 0, \quad (18)$$

avec

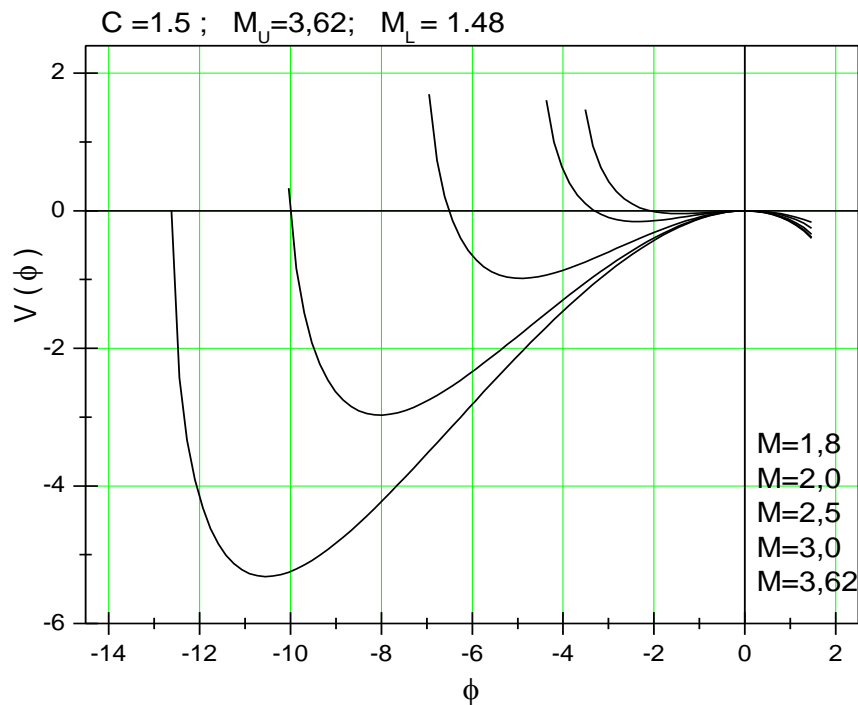
$$\lambda = \frac{(C-1)(1-\sqrt{C^2+1})+2C^3}{C+1}$$

pour  $\gamma = 3$ , l'équation (18) mène à,

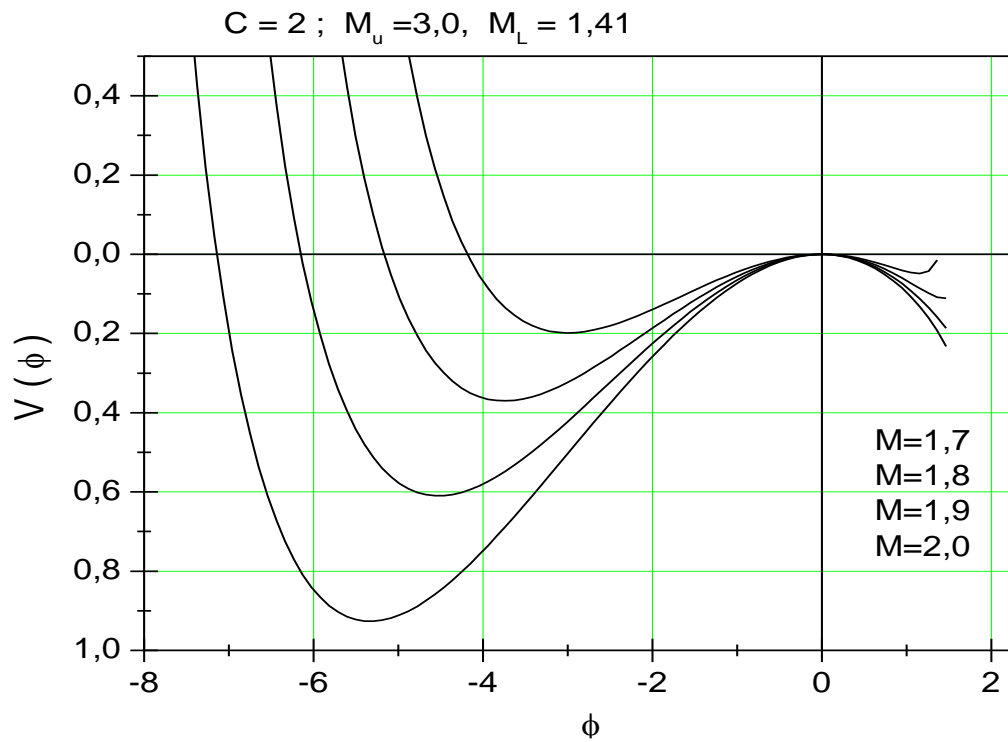
$$M_U = \left\{ \frac{3}{2C^6} \left[ [(3\lambda)^2 - 2C^4] + \sqrt{[(3\lambda)^2 - 2C^4]^2 - 12C^6(C^2 - 2\lambda)} \right] \right\}^{1/2} \quad (19)$$



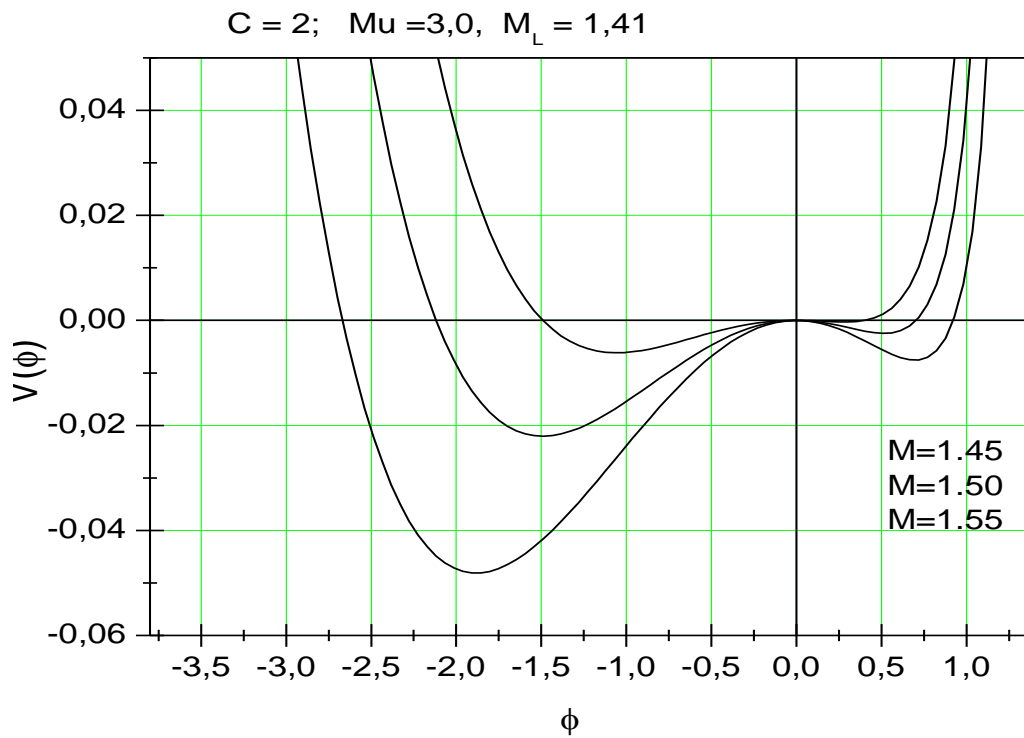
**Figure 1:** Variation de la gamme  $[M_U, M_L]$  du nombres de Mach permis en fonction du rapport  $C$ , permettant des solutions solitoniques



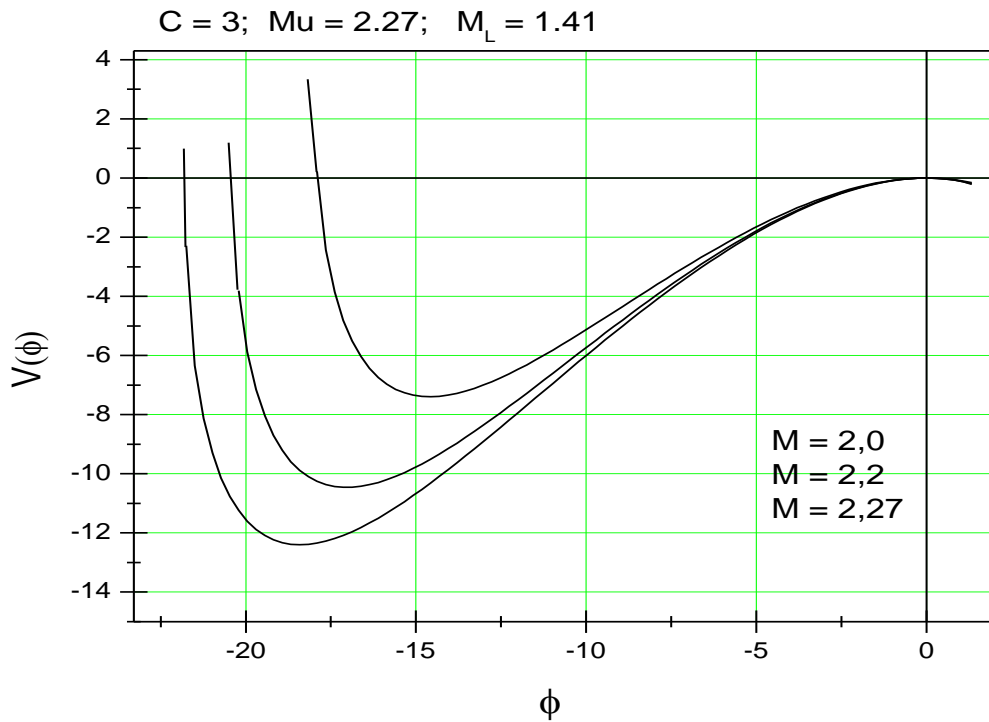
**Figure 2:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ , pour  $C = 1,5$  et  $M = 3,62 ; 3,0 ; 2,5 ; 2,0 ; 1,8$  (pour des solutions solitoniques).



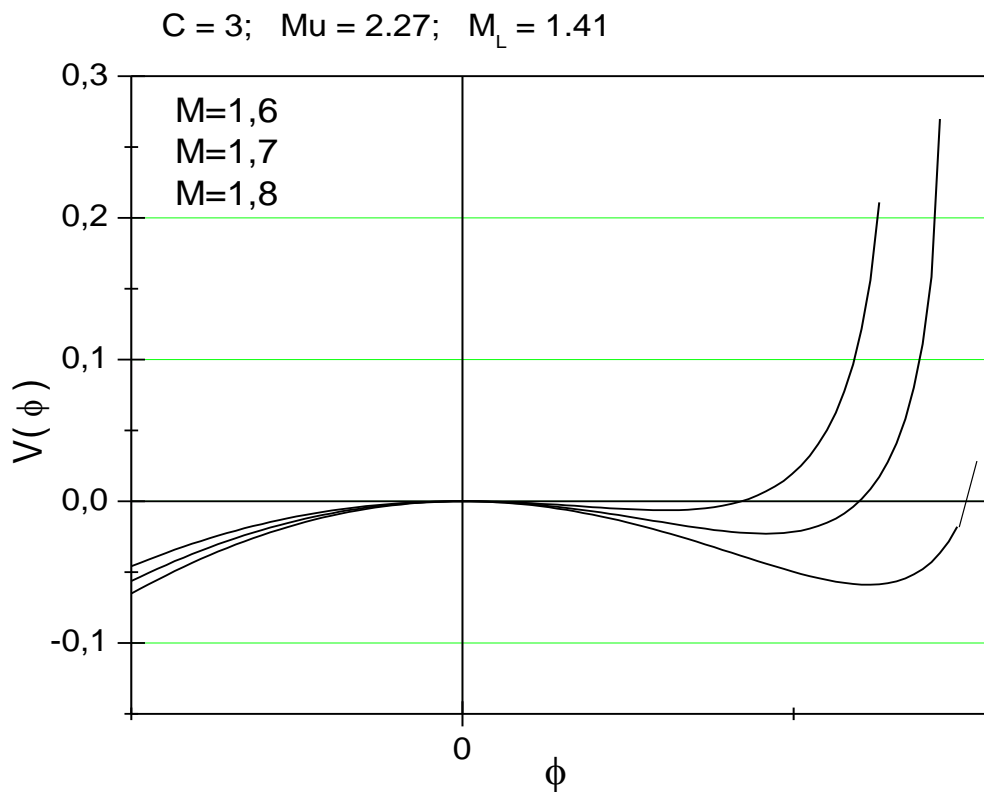
**Figure 3:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ ,  
 pour  $C = 2$  et  $M = 2,0; 1,9; 1,8 ; 1,7$  proche de  $M_U$ .  
 (pour des solutions solitoniques).



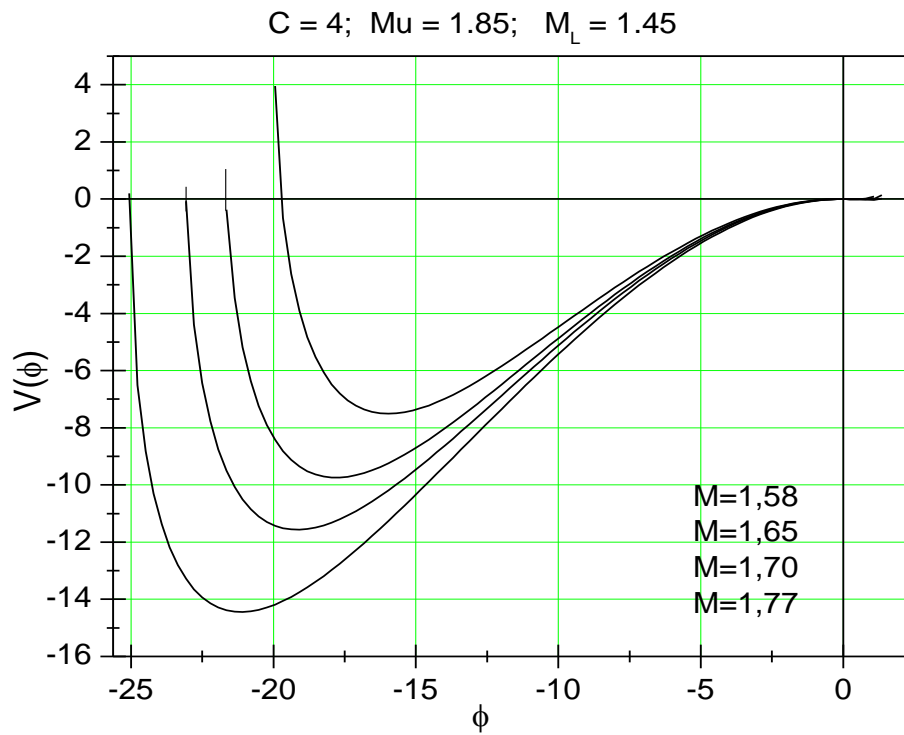
**Figure 4:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ ,  
 pour  $C = 2$  et  $M = 1,55 ; 1,50 ; 1,45$  proche de  $M_L$ .  
 (pour des solutions solitoniques).



**Figure 5:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ , pour  $C = 3$  et  $M = 2,27; 2,2; 2,0$ . proche de  $M_U$ . (pour des solutions solitoniques).



**Figure 6:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ , pour  $C = 3$  et  $M = 1,6; 1,7; 1,8$  proche de  $M_L$ . (pour des solutions solitoniques).



**Figure 7:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ ,  
pour  $C = 4$  et  $M = 1,58 ; 1,65 ; 1,70 ; 1,77$ .  
(pour des solutions solitoniques).

Pour des valeurs de  $M$  proches de  $M_L$ , des solutions solitoniques sont calculées analytiquement, après avoir développé en série de Taylor l'expression du potentiel  $V(\Phi, M)$  autour de  $\Phi = 0$ , ce qui nous donne,

$$V'_0(\Phi = 0, M) = 0, \quad (20.a)$$

$$V''_0(\Phi = 0, M) = -\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{M^2} \left\{ \frac{C(C-1)+2}{C(C-1)} \right\}, \quad (20.b)$$

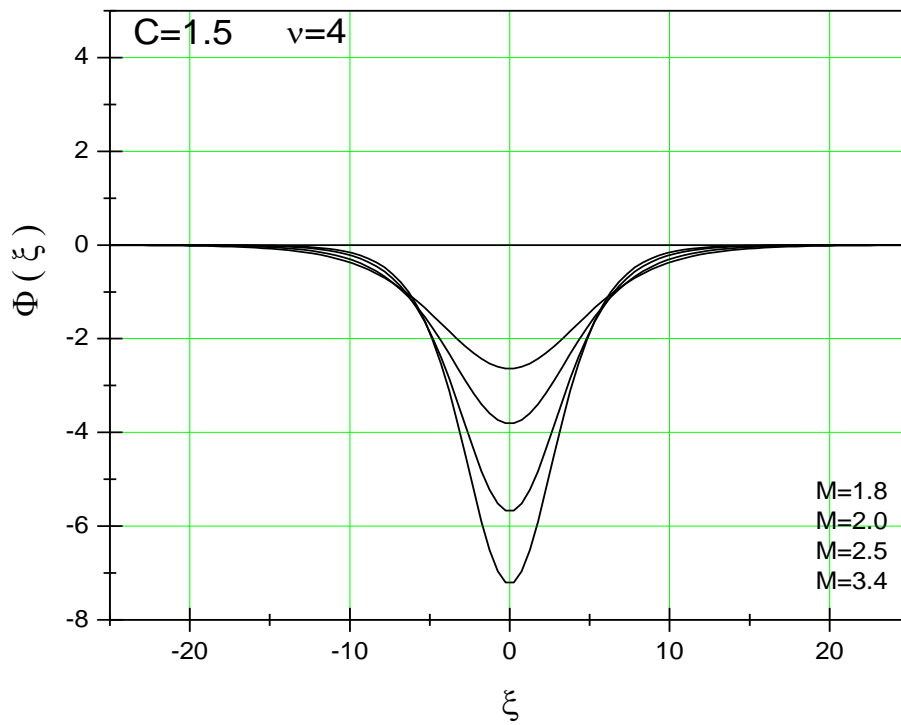
$$V'''_0(\Phi = 0, M) = \frac{(2-\gamma)}{\gamma^2} - \frac{3}{M^4} \left\{ \frac{2+C^3-C^4}{C^3(C+1)} \right\}. \quad (20.c)$$

$$\text{et, } \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right)^2 + V'_0 \Phi + \frac{1}{2} V''_0 \Phi^2 + \frac{1}{6} V'''_0 \Phi^3 = 0 \quad (21)$$

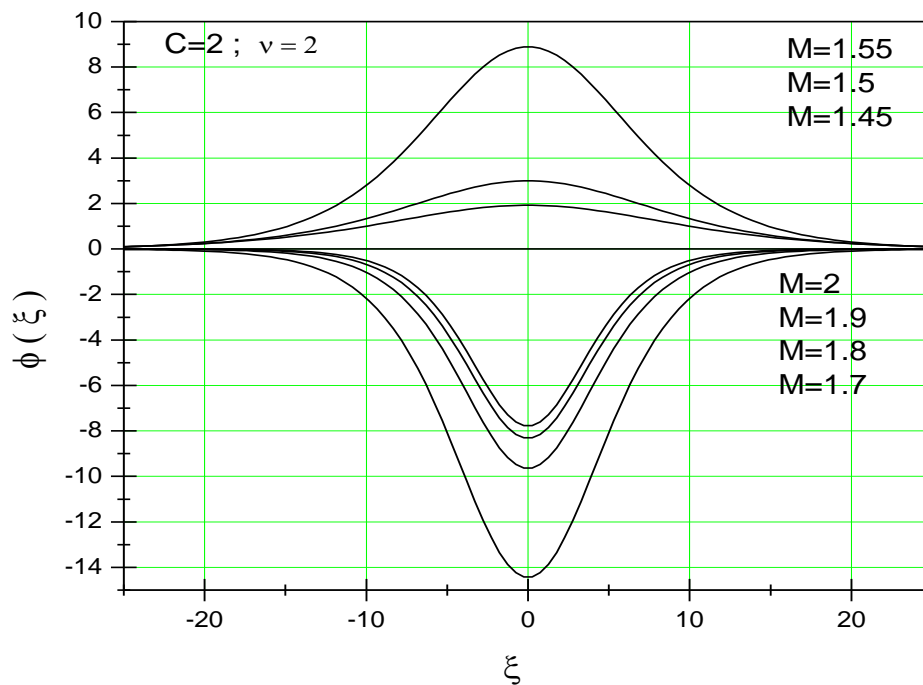
après l'intégration de l'équation (21), nous obtenons l'équation d'un soliton,

$$\Phi(\xi) = -\Phi_M \operatorname{ch}^{-2}(\xi/\eta) \quad (22)$$

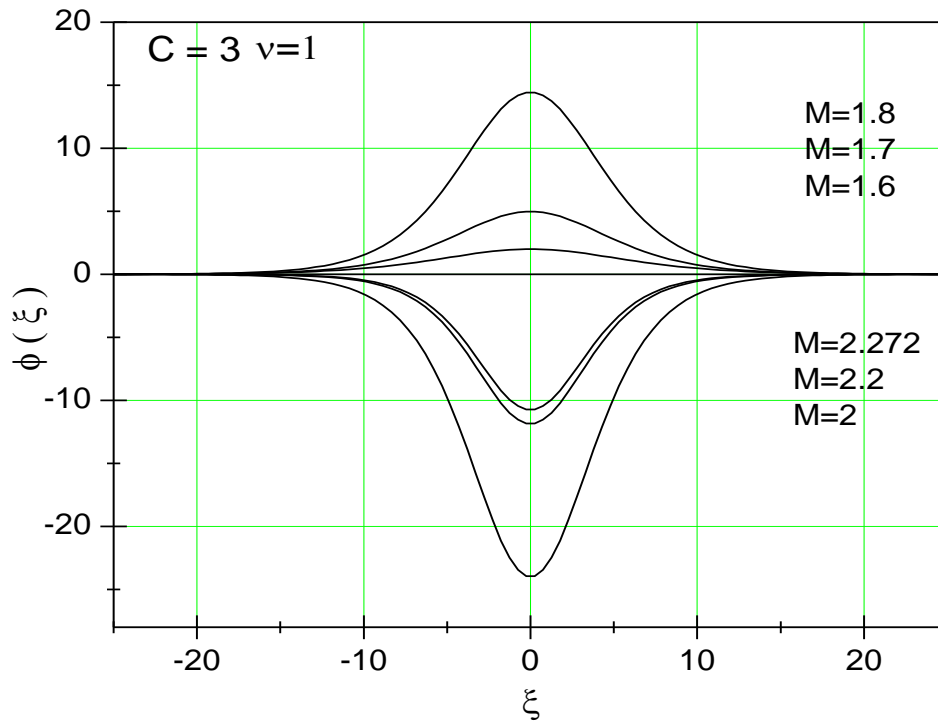
où, 
$$\Phi_M = -3 \frac{V''_0}{V'''_0} \quad \text{et} \quad \eta = \frac{2}{\sqrt{-V''_0}} .$$



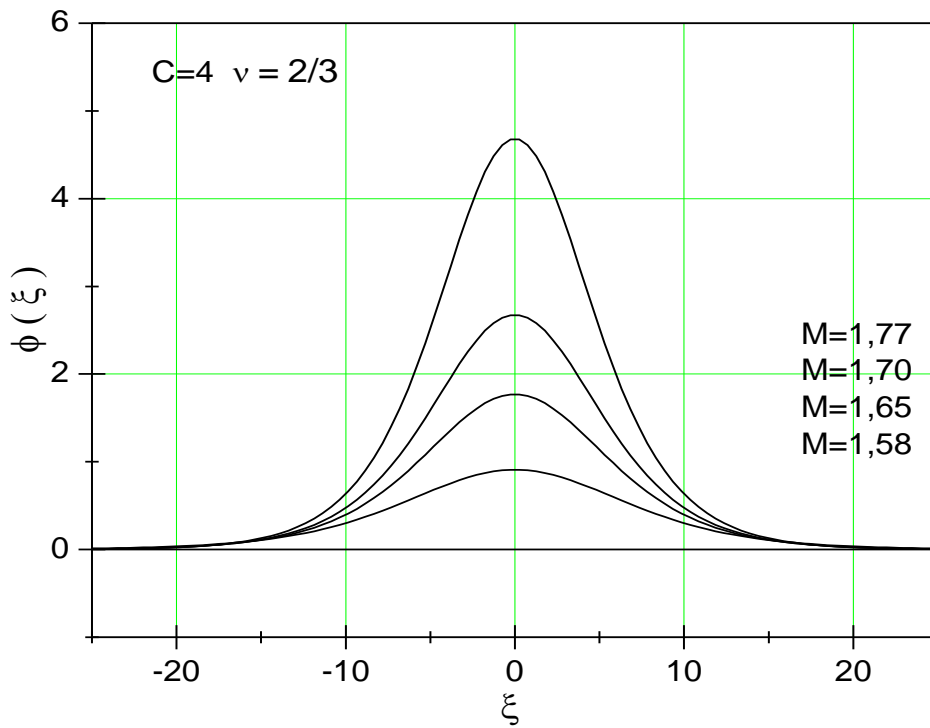
**Figure 8:** représente les solutions solitoniques  $\Phi(\xi)$  en fonction de  $\xi$ , pour  $C = 1,5$  et  $M = 1,8 ; 2,0 ; 2,5 ; 3,4$ . (pour des solutions solitoniques).



**Figure 9:** représente les solutions solitoniques  $\Phi(\xi)$  en fonction de  $\xi$ , pour  $C = 2$  et  $M = 1,45 ; 1,50 ; 1,55 ; 1,7 ; 1,8 ; 1,9 ; 2,0$ ; (pour des solutions solitoniques).



**Figure 10:** représente les solutions solitoniques  $\Phi(\xi)$  en fonction de  $\xi$ , pour  $C = 3$  et  $M = 1,6; 1,7; 1,8; 2; 2,2; 2,272$ ; (pour des solutions solitoniques).



**Figure 11:** représente les solutions solitoniques  $\Phi(\xi)$  en fonction de  $\xi$ , pour  $C = 4$  et  $M = 1,58; 1,65; 1,70; 1,77$ ; (pour des solutions solitoniques).

#### IV.1 /Discussion.

Dans le présent modèle, nous avons considéré les ions chauffés de manière adiabatique ( $\gamma = 3$ ) et supposé les électrons complètement capturés par les grains. Nous rappelons aussi que dans ce modèle, les grains de poussière se présentent sous forme d'une distribution de deux populations de tailles distinctes et de charges opposées (Bi-Mode).

Dans une première partie, nous avons recherché les conditions physiques pour lesquelles des solutions solitoniques peuvent exister. Nous avons montré que ces conditions, dépendent du rapport de tailles ( $C = r_{d2} / r_{d1}$ ) des grains constituant les deux populations ainsi que de leurs densités numériques ( $\nu = N_{d2} / N_{d1}$ ). Une relation ( $\nu_{sol} = g(C) = \left( \frac{2}{c-1} \right)$ ) entre ce rapport et cette densité a été établie, cette relation exprime la condition physique d'existence de solutions solitoniques, pour un domaine de nombre de Mach compris entre deux limites [ $M_L$  et  $M_U$ ] et qu'en dehors de cette gamme, aucune solution solitonique n'est possible.

La figure (1), représente la variation de la gamme [ $M_U$ ,  $M_L$ ] du nombres de Mach permettant des solutions solitoniques en fonction du rapport  $C$ .

La figure (2), représente le potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction du potentiel électrostatique  $\Phi$  pour un rapport  $C = 1,5$  et quelques valeurs de  $M$  comprises entre  $M_U$  et  $M_L$ .

Les figures (3 et 4), représentent le potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction du potentiel électrostatique  $\Phi$  pour un rapport  $C = 2$ , et quelques valeurs de  $M$  proches de  $M_L$  pour la figure 3 et proche de  $M_U$  pour la figure 4.

Les figures (5 et 6), représentent le potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction du potentiel électrostatique  $\Phi$  pour un rapport  $C = 3$ , et quelques valeurs de  $M$  proches de  $M_L$  pour la figure 6 et proche de  $M_U$  pour la figure 5.

La figure (7), représente le potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction du potentiel électrostatique  $\Phi$  pour un rapport  $C = 4$  et quelques valeurs de  $M$  comprises entre  $M_U$  et  $M_L$ .

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats obtenus analytiquement après avoir développé en série de Taylor l'expression du potentiel de Sagdeev  $V(\Phi, M)$  autour de  $\Phi = 0$ . Nous rappelons que ces solutions analytiques du potentiel électrostatique  $\Phi(\xi) = -\Phi_M ch^{-2}(\xi/\eta)$  sont d'autant plus précises que le nombre de Mach  $M$  correspondant est proche de  $M_L$ , cependant pour les  $M$  avoisinant le  $M_U$  l'incertitude relative sur l'amplitude des solitons reste acceptable ( $< 25\%$ ).

Sur la figure (8) nous avons représenté le potentiel électrostatique  $\Phi(\xi)$  en fonction de  $\xi$  pour  $C = 1,5$  et quelques valeurs de  $M$  comprises entre  $M_U$  et  $M_L$ , cette figure indique la formation d'une structure acoustique solitaire de raréfaction seulement, dont l'existence est confirmée par le profil en forme de puits du pseudo-potentiel de Sagdeev qui lui est associé (figure 2). L'amplitude du soliton augmente à mesure que le nombre de Mach  $M$  augmente.

La figure (9) illustre le potentiel électrostatique  $\Phi(\xi)$  en fonction de  $\xi$  pour  $C = 2$ , cette figure indique l'existence de structures acoustiques solitaires de raréfaction pour les  $M$  proches de  $M_U$ , dont l'amplitude diminue lorsque  $M$  augmente, par contre lorsque  $M$  se rapproche de  $M_L$  les structures solitoniques sont du type compressives et que leur

amplitude diminue lorsque  $M$  diminue. L'existence de ces formes de raréfaction et de compression selon que la valeur de  $M$  est proche de  $M_U$  ou de  $M_L$ , est confirmée par le profil en forme de puits du pseudo-potentiel de Sagdeev des figures (3 et 4) associé respectivement.

Sur la figure (10), nous remarquons le même comportement que sur la figure (9) mais pour  $C = 3$ , ce qui est aussi confirmé par les figures (5 et 6) respectivement.

Par contre sur la figure (11) où le rapport  $C = 4$ , la forme du potentiel électrostatique  $\Phi(\xi)$  en fonction de  $\xi$  révèle une structure acoustique solitaire de compression, confirmé par le pseudo-potentiel de Sagdeev associé de la figure (7).

**V. / Solutions oscillatoires bornées (Cnoidals).**

Dans la deuxième partie du travail, nous nous sommes intéressés au cas où la dérivée du potentiel de Sagdeev ne s'annule pas à l'origine ( $\Phi = 0$ ), i.e,  $\left. \frac{dV(\Phi, M)}{d\Phi} \right|_{\Phi=0} = f(\nu, C) \neq 0$ ,

ce qui correspond à une valeur de  $\nu \neq \nu_{sol} = \left( \frac{2}{C-1} \right)$ , de sorte que pour des petites écarts

relatifs ( $\delta$ ), ce rapport de population  $\nu$  pourrait s'écrire sous forme  $\nu = (1 + \delta)\nu_{sol}$ .

Dans cette situation et en tenant compte des rapports, des tailles des grains  $C$ , des populations  $\nu$  et du désaccord  $\delta$ , l'expression du potentiel de Sagdeev s'écrit alors sous la forme suivante .

$$V(\Phi, M) = 1 - \left[ 1 - \frac{(\gamma-1)}{\gamma} \Phi \right]^{\gamma/(\gamma-1)} - \left( \frac{M^2}{\nu_{sol} (1+\delta) + 1} \right) \left\{ \left( \sqrt{1-A} - 1 \right) + C^3 \nu_{sol} (1+\delta) \left( \sqrt{1 + \frac{A}{C^2}} - 1 \right) \right\} \quad (23)$$

avec  $A = (2\Phi / M^2)$ ,  $\Phi = (\phi - \phi_\infty)$  et  $\nu_{sol} = \left( \frac{2}{C-1} \right)$ .

**V.1. / Conditions d'existence des solutions oscillatoires bornées.**

Après la détermination de l'expression du potentiel de Sagdeev  $V(\phi)$ , dans le cas de la distribution en taille (Bi-Mode) des grains proposé, nous avons étudié les solutions possibles de l'équation (14) selon  $\phi$ . En effet, pour que des solutions de cette équation existent, il est nécessaire que le potentiel de Sagdeev soit négatif (i.e.  $V(\phi) < 0$ ). Par ailleurs, en posant  $\Phi = \phi - \phi_\infty$ , nous remarquons qu'une solution non bornée existe pour toutes les valeurs du nombre de Mach  $M$  lorsque  $\Phi > 0$  (c'est-à-dire,  $\phi > \phi_\infty$ ); celle-ci n'est donc pas prise en considération.

Par contre pour les valeurs négatives de  $\Phi$  (i.e.  $\phi < \phi_\infty$ ), l'équation (14) admet des solutions oscillatoires bornées, uniquement pour un domaine sélectif de valeurs du nombre de Mach  $M$ . Pour tous ces nombres de Mach compris dans ce domaine sélectif, le

potentiel de Sagdeev sera négatif entre les valeurs  $\Phi_1 = \phi_1 - \phi_\infty$  et  $\Phi_2 = \phi_2 - \phi_\infty$ , où  $\Phi_0 = 0$ ,  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$ , représentent les racines de l'équation  $V(\phi) = 0$ .

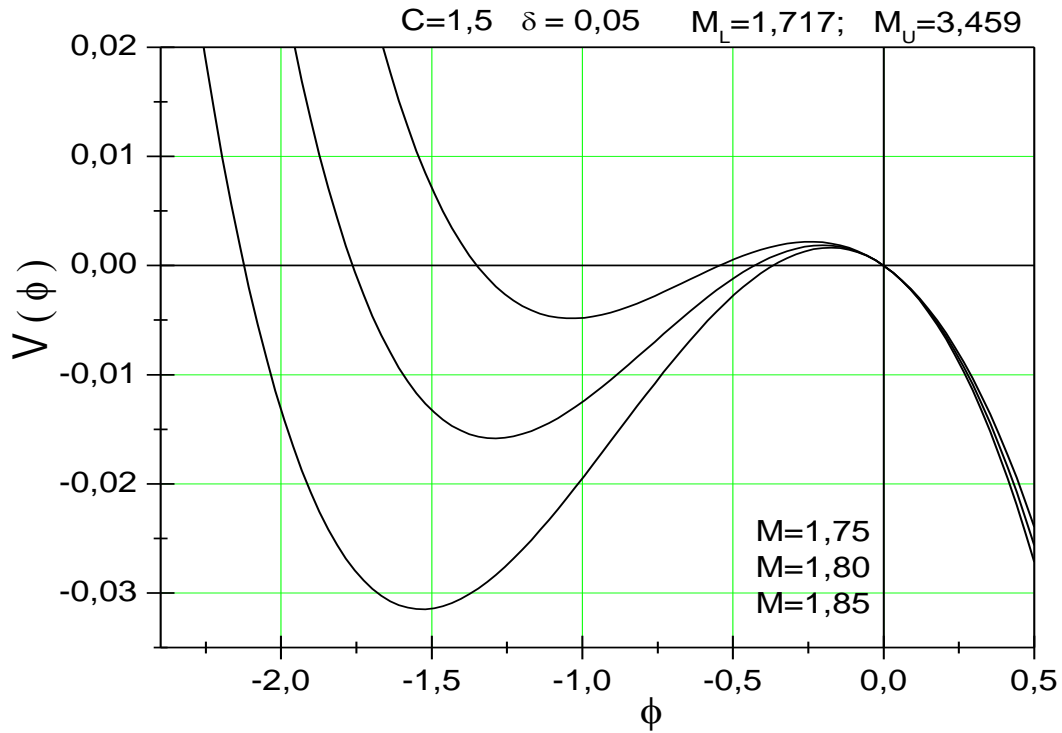
La limite inférieure du nombre de Mach ( $M_l$ ) est la solution de l'équation  $V(\Phi^*) = 0$  où ( $\Phi^* \neq 0$  dans ce cas) représente la solution de  $(\partial V / \partial \Phi) = 0$  et  $(\partial^2 V / \partial \Phi^2)_{\Phi=\Phi^*} > 0$ . En outre, la condition suffisante que le potentiel self-consistant doit satisfaire, pour que la densité des grains soit réelle, est donnée par :  $\Phi \geq \Phi_m = -M^2 C^2 / 2$  où  $\Phi_m$  représente donc la valeur en deçà de laquelle, la densité des grains de poussière n'est plus une quantité définie positive et par conséquent, le potentiel de Sagdeev n'est plus défini dans l'ensemble des réels. Mais alors, l'image de  $\Phi_m$ , viz.,  $V(\Phi_m)$ , doit se retrouver sur l'axe des potentiels électrostatiques  $\Phi$ , ce qui permet de déterminer la limite supérieur du nombre de Mach ( $M_U$ ) à travers l'équation :

$$V(\Phi_m) = 1 - \left[ 1 + \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) \frac{M^2 C^2}{2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} + \lambda M^2 = 0, \quad (24)$$

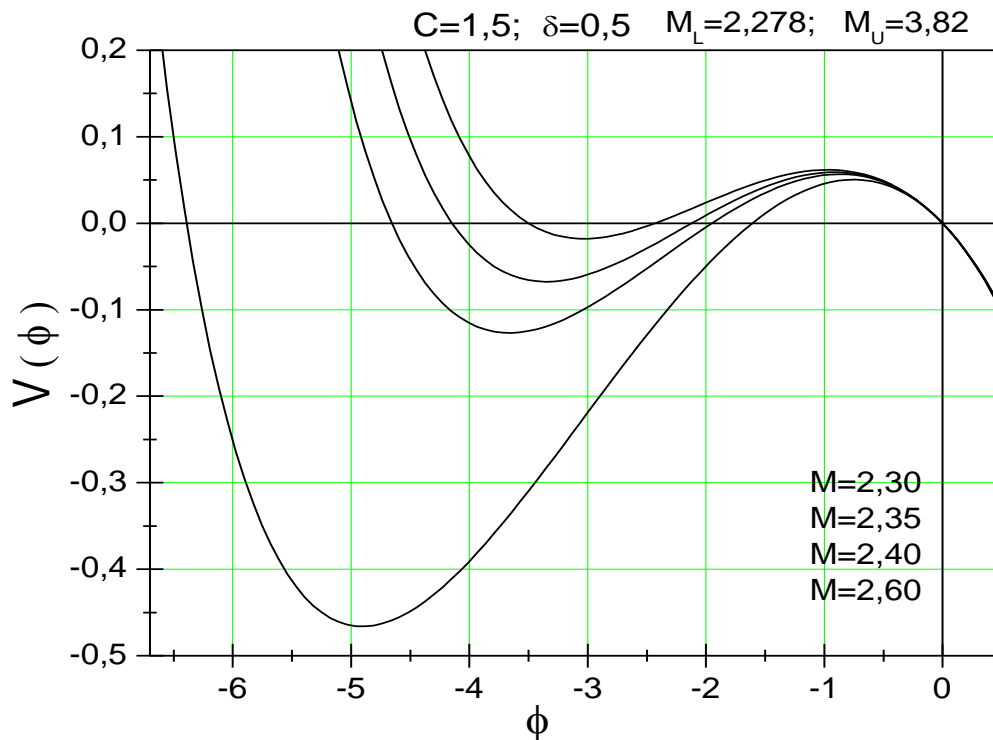
$$\text{où} \quad \lambda = - \frac{(\sqrt{1 + C^2} - 1) - 2 \frac{C^3(1 + \delta)}{C - 1}}{1 + 2 \frac{1 + \delta}{C - 1}}$$

pour  $\gamma = 3$ , la résolution de l'équation (24) nous donne la limite supérieure du nombre de Mach  $M_U$  en fonction de  $\lambda$ .

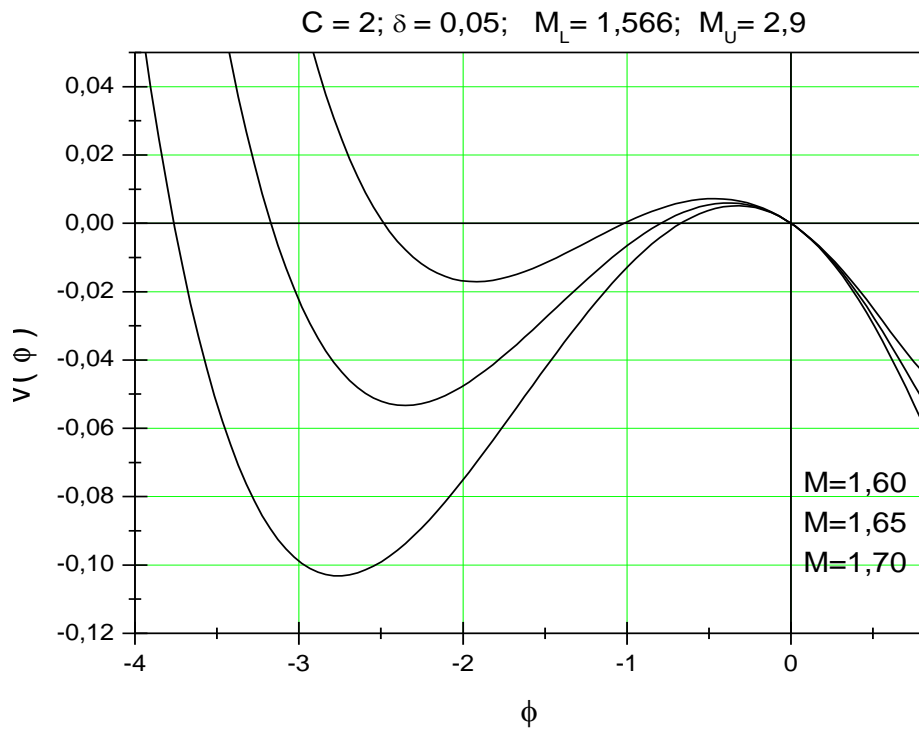
$$M_U = \left\{ \frac{3}{2C^6} \left[ [(3\lambda)^2 - 2C^4] + \sqrt{[(3\lambda)^2 - 2C^4]^2 - 12C^6(C^2 - 2\lambda)} \right] \right\}^{1/2} \quad (25)$$



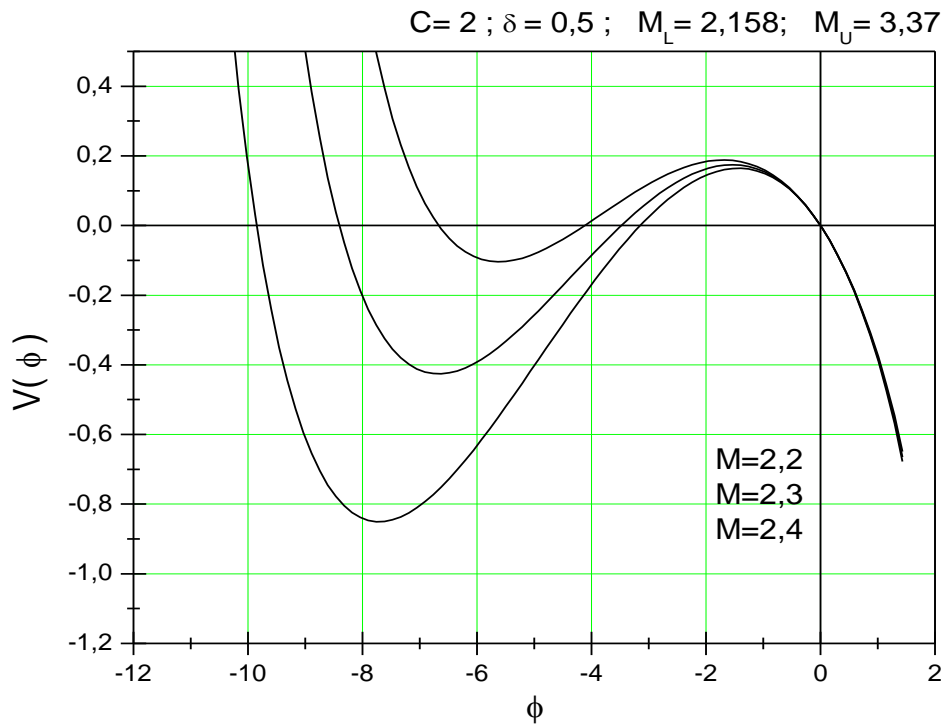
**Figure 12a:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ , pour  $C = 1,5; \delta = 0,05$ ; et  $M = 1,75; 1,80; 1,85$ ; (pour des solutions Cnoidals).



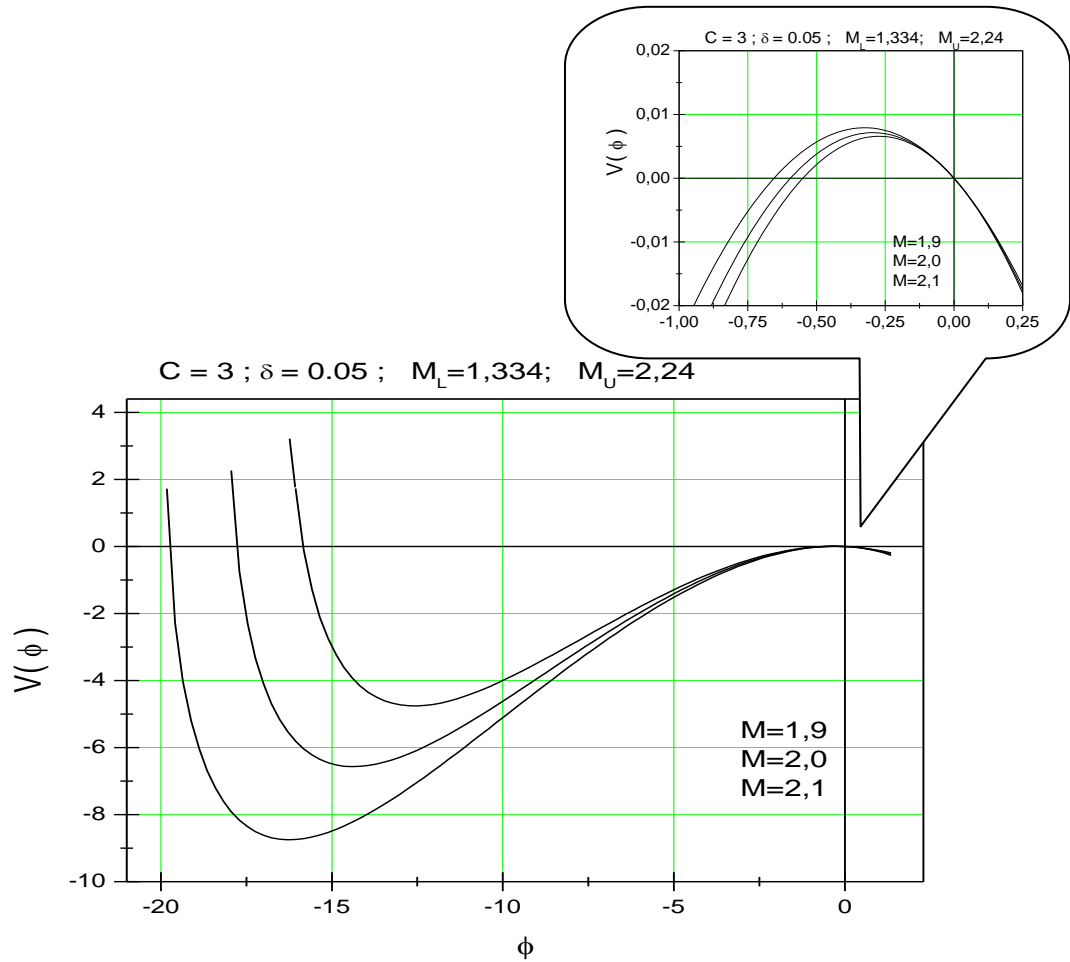
**Figure 12b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ , pour  $C = 1,5; \delta = 0,5$  et  $M = 2,30; 2,35; 2,40; 2,60$ ; (pour des solutions Cnoidals).



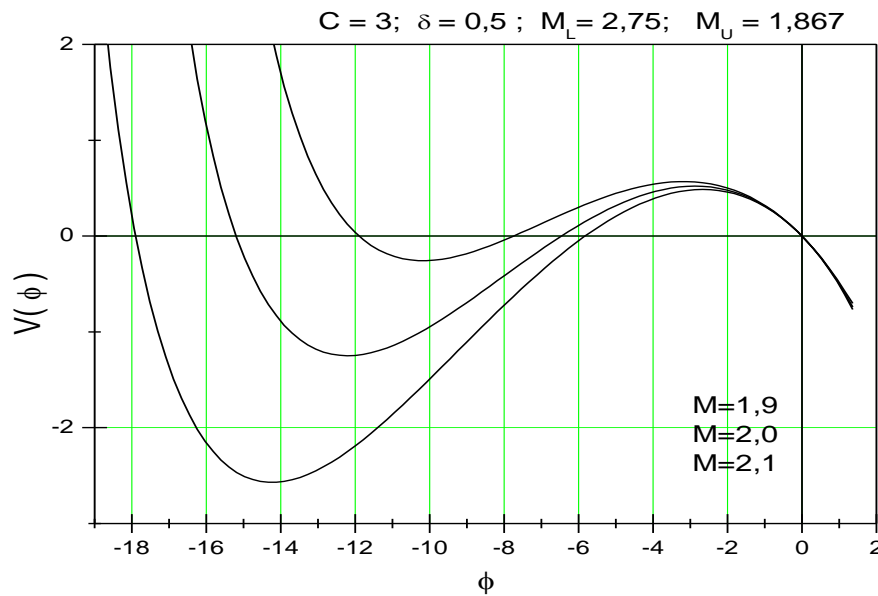
**Figure 13a:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ , pour  $C=2$ ;  $\delta = 0,05$  et  $M=1,60; 1,65; 1,70$ . (pour des solutions Cnoidals).



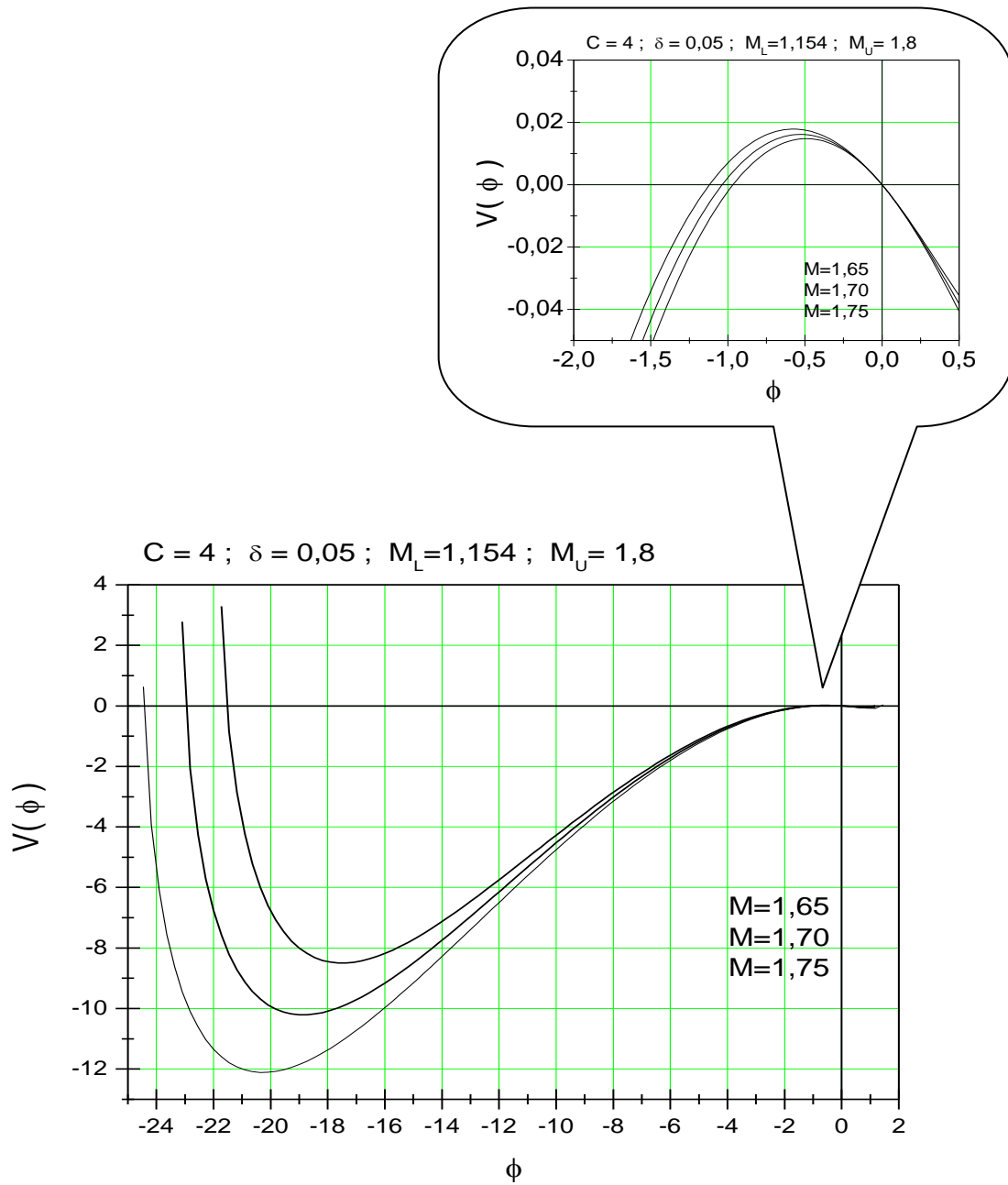
**Figure 13b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ , pour  $C=2$ ;  $\delta = 0,5$  et  $M=2,2; 2,3; 2,4$ . (pour des solutions Cnoidals).



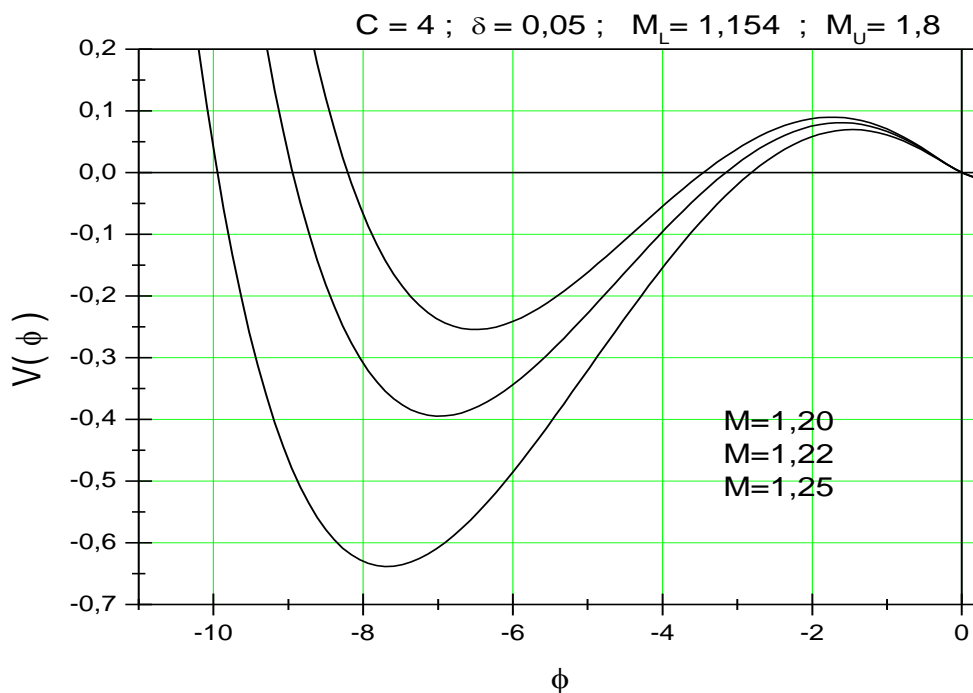
**Figure 14a:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ ,  
pour  $C=3$ ;  $\delta=0,05$  et  $M=1,9$ ;  $2,0$ ;  $2,1$   
(pour des solutions Cnoidals).



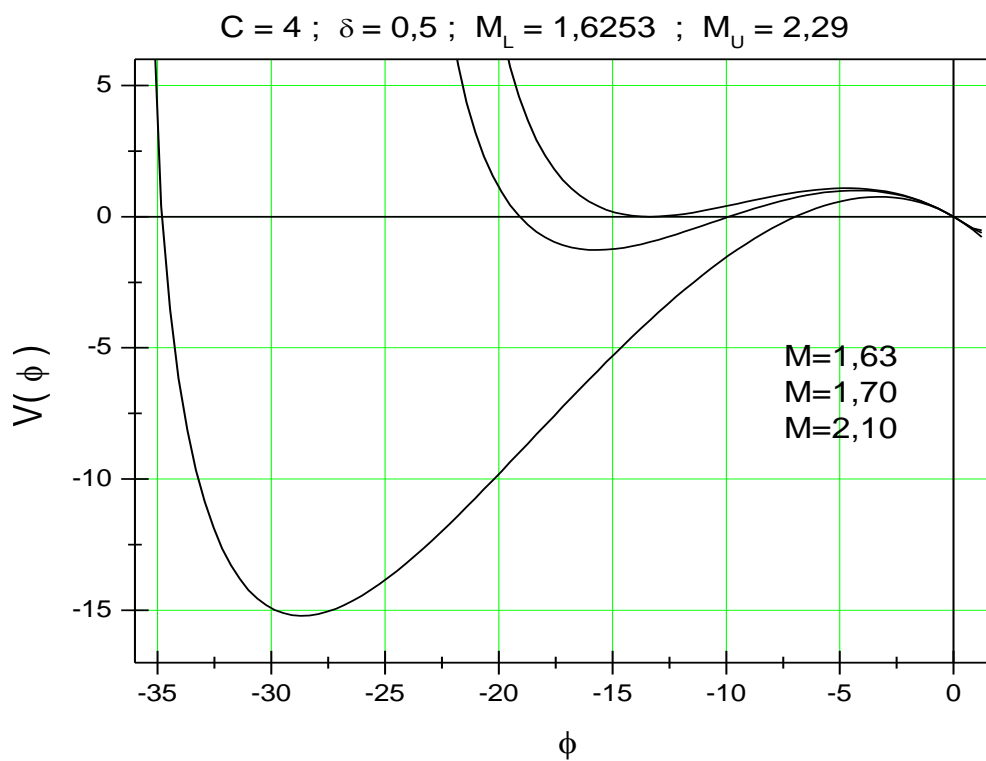
**Figure 14b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ ,  
pour  $C=3$ ;  $\delta=0,5$  et  $M=1,9$ ;  $2,0$ ;  $2,1$   
(pour des solutions Cnoidals).



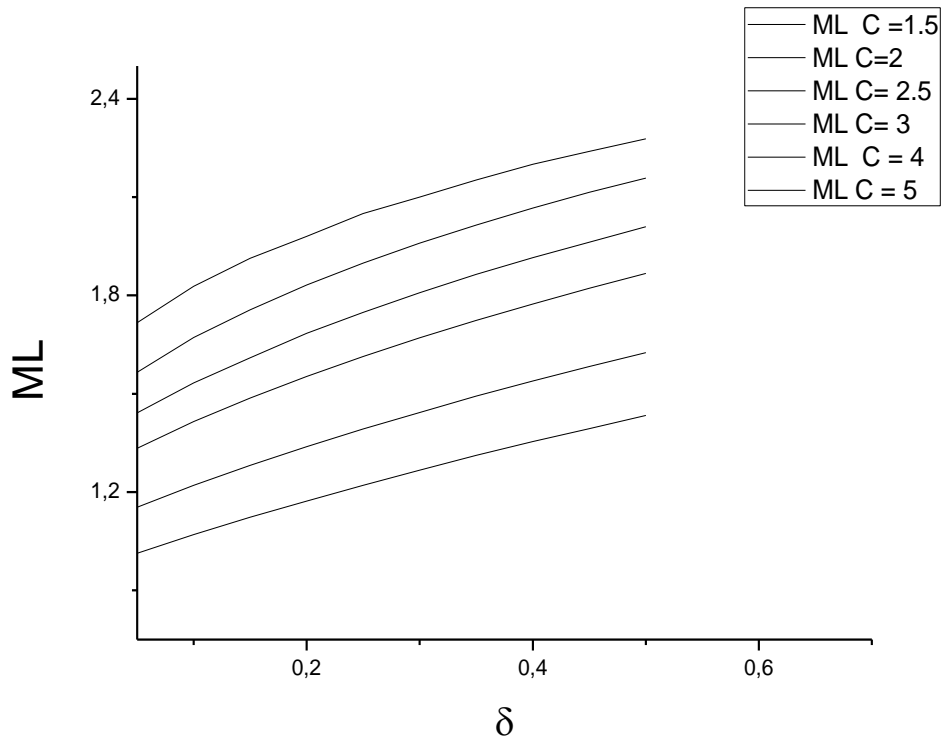
**Figure 15a':** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ ,  
 pour  $C = 4$ ;  $\delta = 0,05$  et  $M = 1,65$ ;  $1,70$ ;  $1,75$ , proche de  $M_U$ .  
 (pour des solutions Cnoidals).



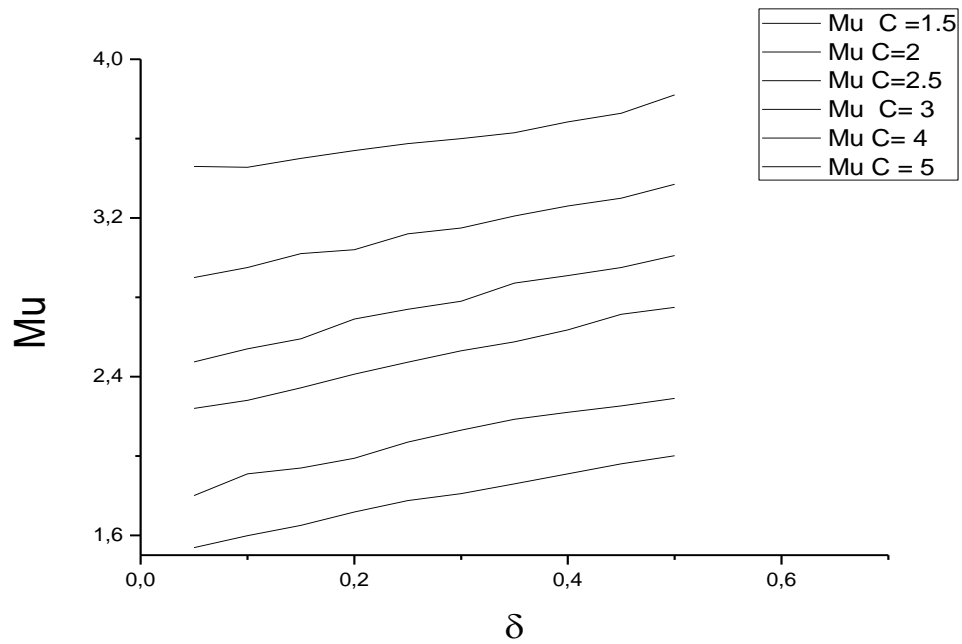
**Figure 15a:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ , pour  $C=4$ ;  $\delta = 0,05$  et  $M= 1,20; 1,22 ; 1,25$  proche de  $M_L$ . (pour des solutions Cnoidals).



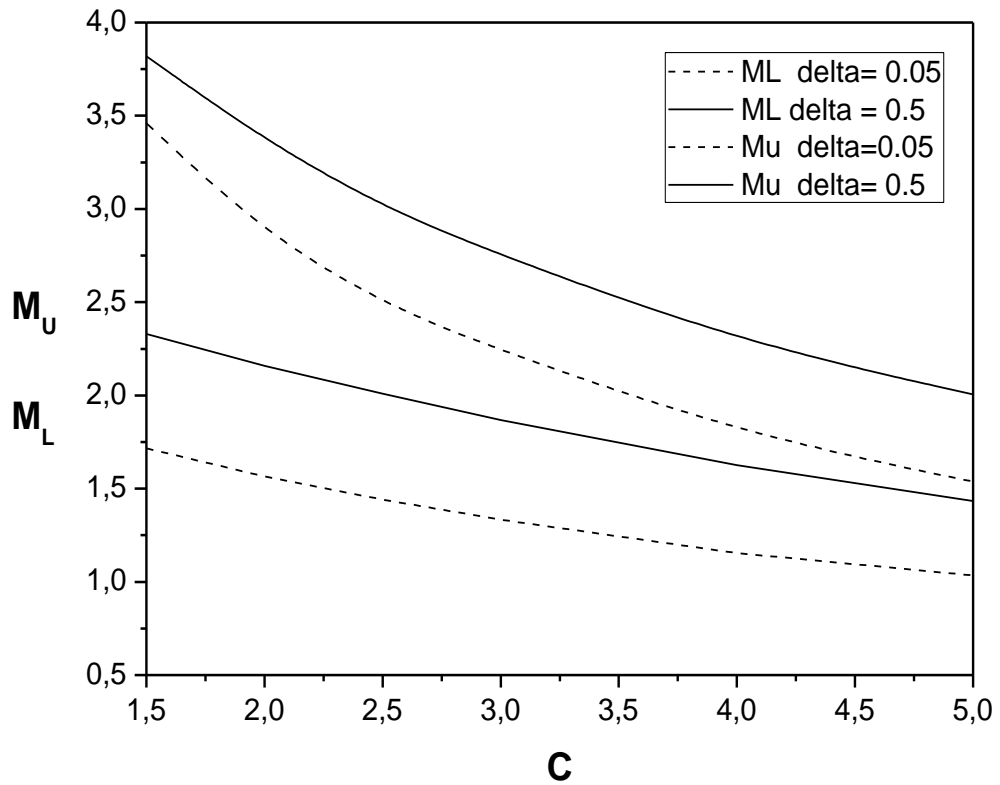
**Figure 15b:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction de  $\Phi$ , pour  $C=4$ ;  $\delta = 0,5$  et  $M= 1,6253 ; 1,70 ; 2,10$  (pour des solutions Cnoidals).



**Figure 16a:** Variation du nombre de Mach  $M_L$  en fonction du désaccord  $\delta$  pour différentes valeurs du rapport  $C$ .



**Figure 16b:** Variation du nombre de Mach  $M_U$  en fonction du désaccord  $\delta$  pour différentes valeurs du rapport  $C$ .



**Figure 16c:** Variation de la gamme  $[M_U, M_L]$  du nombres de Mach permis en fonction du rapport  $C$ , permettant des solutions Cnoidales. pour  $\delta = 0,05$  (dashed line) et  $\delta = 0,5$  (solid line).

**V.2/ Résolution de l'équation donnant les solutions oscillatoires bornées.**

Pour résoudre l'équation (14) dans ce cas, il est opportun de développer en série de Taylor le potentiel de Sagdeev  $V(\Phi, M)$  autour de  $\Phi_1$ , qui devient.

$$V(\Phi, M) = V'(\Phi_1)(\Phi - \Phi_1) + \frac{1}{2}V''(\Phi_1)(\Phi - \Phi_1)^2 + \frac{1}{6}V'''(\Phi_1)(\Phi - \Phi_1)^3 \quad (27)$$

Résoudre l'équation différentielle du deuxième ordre similaire à l'équation de l'énergie suivante :  $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\xi}\right)^2 + V(\phi) = 0$ ,

revient à résoudre l'équation  $\frac{d\psi}{d\xi} = \pm\sqrt{\frac{f(\psi)}{3k}} = \pm\sqrt{\frac{(\psi - \psi_0)(\psi - \psi_1)(\psi - \psi_2)}{3k}}$ ,

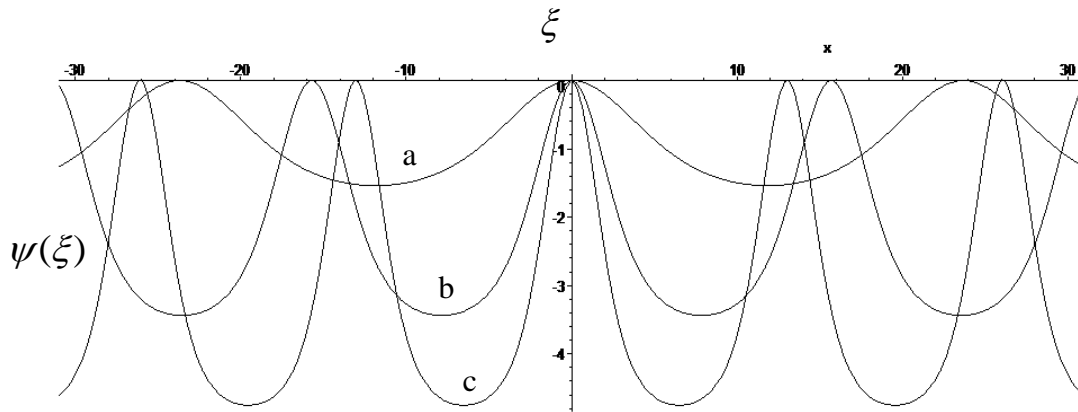
Où les racines de la fonction  $f(\psi)$ ,  $\psi_1 = 0$  et  $\psi_{0,2} = \frac{3}{2}C \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}C\right)^2 + 6A}$ , telles que  $\psi_0 > \psi_1 > \psi_2$  sont réelles et distinctes. Dans ce cas la solution  $\psi(\xi)$  est une solution oscillatoire bornée, appelée onde Cnoidale [15], donnée par la relation :

$$\psi(\xi) = \psi_2 sn^2\left\{\sqrt{\frac{(\psi_2 - \psi_0)\psi_2}{12k}}\xi, S\right\}, \quad (28)$$

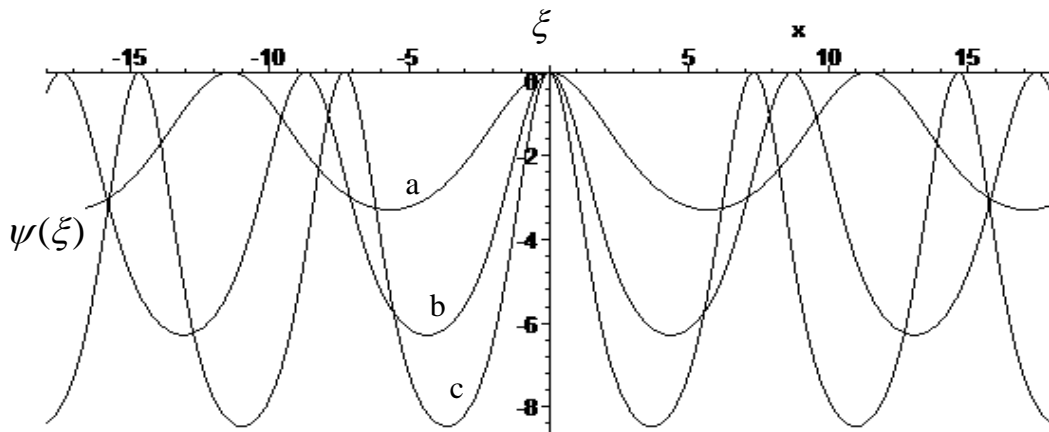
où  $\psi = \Phi - \Phi_1$ ,  $k = -1/V''(\Phi_1)$ ,  $A = -V'(\Phi_1)/V'''(\Phi_1)$  et  $C = -V''(\Phi_1)/V'''(\Phi_1)$ ,

$sn$ , étant une fonction elliptique périodique de Jacobi de première espèce, de période,

$$P = \sqrt{\frac{3k}{(\psi_2 - \psi_0)\psi_2}}K(S^2) \text{ et } S = \sqrt{\frac{(\psi_0 - \psi_1)}{(\psi_0 - \psi_2)}} \text{ un paramètre compris entre zéro et un } (0 < S < 1).$$



**Figure 17a:** représente les solutions oscillatoires bornées  $\psi(\xi)$  en fonction de  $\xi$ , pour  $C = 1,5$ ;  $\delta = 0,05$  et a)  $M = 1,8$ ; b)  $M = 2,0$ ; c)  $M = 2,2$  (pour des solutions cnoidales).



**Figure 17b:** représente les solutions oscillatoires bornées  $\psi(\xi)$  en fonction de  $\xi$ , pour  $C = 1,5$ ;  $\delta = 0,5$  et a)  $M = 2,4$ ; b)  $M = 2,6$ ; c)  $M = 2,8$  (pour des solutions cnoidales).

Lorsque la fonction  $f(\psi)$  possède une racine double  $\psi_0 = \psi_1 \neq \psi_2$ , la solution oscillatoire bornée  $\psi(\xi)$  se réduit alors à une solution de forme solitonique bien connue lorsque  $S \rightarrow 1$ :

$$Cn^2 \left( \sqrt{\frac{\psi_0 - \psi_2}{12k}} \xi, S \right) \rightarrow \sec h^2 \left( \frac{|\phi_2|}{\sqrt{12k}} \xi \right)$$

On retrouve alors, les résultats obtenus par Y.A.Shchekinov [8] dans le cas des grains de taille uniforme (i.e.,  $C = 1$  correspondant au cas d'une seule population de taille constante).

### V.3 /Discussion.

Dans cette deuxième partie, nous avons introduit un désaccord  $\delta$  sur le rapport des population ( $\nu = N_{d2}/N_{d1}$ ), par rapport au cas solitonique, tel que  $\nu = (1 + \delta)\nu_{sol}$ , ceci apparait sur les figures (12, 13, 14 et 15, a et b), ces figures représentent le pseudo-potential de Sagdeev  $V(\Phi)$  en fonction du potentiel électrostatique  $\Phi$ , pour des rapports  $C = 1,5 ; 2 ; 3$  et  $4$ , pour un désaccord relatif  $\delta = 0,05 ; 0,5$  et quelques valeurs de  $M$  comprises entre  $M_U$  et  $M_L$ , respectivement. Le fait que ces courbes possèdent trois racines distinctes  $\Phi_0 = 0, \Phi_1, \Phi_2$ , les solutions oscillatoires bornées pouvant se propager dans le plasma considéré par ce modèle ne sont plus de forme solitonique, mais plutôt du type Cnoidale.

Ces ondes Cnoidales, sont illustrées sur les figures (17a et 17b), en fonction de la variable  $\xi$ , nous les avons représentées pour  $C = 1,5$  et  $\delta = 0,05 ; 0,5$  respectivement, nous remarquons que pour des valeurs plus élevées de nombre de Mach  $M$ , l'amplitude augmente pendant que la période diminue.

Les figures (16a et 16b), représentent la variation des nombres de Mach limites  $M_L$  et  $M_U$  permettant des solutions en ondes cnoidales, en fonction du désaccord relatif  $\delta$ , pour différentes valeurs du rapport  $C$ .

## VI./ Conclusion.

Pour conclure, nous rappelons que le plasma électron-ion est inexorablement affecté par les grains de poussière, qui y sont soit introduits artificiellement soit formés naturellement à partir de la coagulation suivie d'une agglomération de radicaux présents dans le plasma. En effet, sur un large spectre s'étendant du plasma industriel dans les réacteurs plasmas, au plasma astrophysique, les grains de poussière se sont avérés incontournables dans l'étude des plasmas, par le biais de leur dynamique, de leur charge qui est prouvée être une grandeur dynamique, et de leur masse que l'on considère désormais comme une grandeur dynamique évoluant d'une manière self-consistante par rapport aux grandeurs définissant le plasma. Ces grains engendrent de nouveaux modes d'oscillation et affectent ceux déjà connus. Dans les théories précédentes, la taille des grains a été considérée constante, car cette discipline était à ses premiers balbutiements. En 1996, Tripathi *et al.* (de l'I.I.T.Delhi) ont introduit l'effet de la distribution en taille des grains dans le but d'étudier les caractéristiques linéaires des modes supportés par le plasma.

Dans ce travail, nous avons introduit une distribution en taille du type (Bi-Mode) c'est à dire (**deux populations de grains de taille distinctes et de charges opposées**), et étudié son effet sur les structures non-linéaires dans les plasmas poussiéreux, à savoir, les solitons acoustiques de poussière.

Par ailleurs, en tenant compte de la distribution en taille des grains, il a été montré pour la première fois, que les solutions solitoniques déjà prédites, subissent une transformation de forme pour donner une autre catégorie de solutions oscillatoires bornées à savoir, les ondes Cnoidales[14].

En ce qui concerne nos résultats, nous avons remarqué dans une première partie, que lorsque la distribution de forme (Bi-Mode) est privilégiée pour ce type de plasma, les solutions solitoniques existent uniquement pour un rapport des populations  $\nu = N_{d2}/N_{d1} = n_{d2}/n_{d1}$  des gros grains par rapport aux grains fins, égale à  $\nu_{sol} = g(C) = \left( \frac{2}{C-1} \right)$ , où  $C = r_{d2}/r_{d1} = r_2/r_1$ . Dans ce cas, nous avons montré que pour un rapport de taille  $C = 1,5$  correspondant à un rapport des densités de population  $\nu_{sol} = 4$  (i.e., que la densité numérique des gros grains de charge négative ( $Q_{d2} = -eZ_{d2} < 0$  où  $Z_{d2} > 0$ ) est prépondérante), seules les structures solitoniques de raréfaction sont générées et que leurs amplitudes augmentent à mesure que le nombre de Mach  $M$  augmente, comme le montre la figure (8).

Lorsque le rapport  $C$  augmente entraînant une diminution de  $\nu_{sol}$  ( $C = 2$  et  $\nu_{sol} = 2$ ) et ( $C = 3$  et  $\nu_{sol} = 1$ ), des structures solitoniques de raréfaction apparaissent pour des valeurs de  $M$  proche de  $M_U$  et que leurs amplitudes augmentent lorsque  $M$  diminue, par contre lorsque  $M$  se rapproche de  $M_L$ , ces structures deviennent compressives et leurs amplitudes diminuent à mesure que le nombre de Mach  $M$  diminue, comme le montre les figures (9 et 10). Cette situation, correspond au cas où les densités numérique des deux populations de grains sont comparables ( $\nu_{sol} = 2$  et  $\nu_{sol} = 1$ ).

Enfin pour une valeur de ( $C = 4$  et  $\nu_{sol} = 2/3 < 1$ ), correspondant au cas où la densité numérique des grains fins de charge positive ( $Q_{d1} = -eZ_{d1} > 0$  où  $Z_{d1} < 0$ ) est prépondérante), seules les structures solitoniques de compression sont générées. L'amplitude de ces structures augmente avec l'augmentation du nombre de Mach  $M$  comme le montre la figure (11).

Dans la deuxième partie du travail, nous avons introduit un désaccord  $\delta$  sur le rapport des population ( $\nu = N_{d2} / N_{d1}$ ), par rapport au cas solitonique, tel que  $\nu = (1 + \delta)\nu_{sol}$ , les structures soutenues par le plasma, subissent une transformation de forme pour devenir des structures oscillatoires bornées périodiques dites ondes Cnoidales. Nous remarquons sur les figures (17a et 17b) que l'amplitude augmente pendant que la période diminue à mesure que le nombre de Mach  $M$  augmente.

**VII. / Références.**

- [1] A.A. Mammun, P.K. Shukla, IEEE Trans. on Plasma Sci. **30**, 720 (2002).
- [2] M.H. Nassim et al, Phys. Plasmas. **5**, 3581 (1998).
- [3] H. Ikezi, Phys. Fluids, **16**, 1668 (1973).
- [4] R. Annou and V.K. Tripathi, Phys. Lett. A **234**, 131 (1997).
- [5] R.Z.Sagdeev, *In Reviews of Plasma Physics*(Consultants Bureau, N.Y,1966),**3**, p.23.
- [6] H.Washimi and T.Taniuti, Phys.Rev. Lett. **17**, 966 (1966).
- [7] H.Ikezi, Phys. Fluids **16**, 1668 (1973).
- [8] R.Annou and V.K.Tripathi, Phys. Lett. A **234**, 131 (1997).
- [9] N.N.Rao, P.K.Shukla, and M.Y.Yu, Planet. Space Sci. **38**, 543 (1990).
- [10] A.Barkan, R.L.Merlino and N.D'Angelo. Phys. Plasma. **2**, 3563 (1995).
- [11] A.A.Mamun, R.A.Cairns, and P.K.Shukla, Phys, Plasmas **3**,702 (1996).
- [12] Yu.A. Shchekinov, Phys.Lett. A **225**, 117 (1997).
- [13] M.Ishak-Boushaki, R.Annou, and B.Ferhat, Phy.of Plasma. Vol,**8** No11, 5040 (**2001**).
- [14] M.Ishak-Boushaki, S.Bahamida and R.Annou, Phys.of Plasmas,  
vol **10** No8,3418 (**2003**).
- [15] P.L.Bhatnagar, *Nonlinear waves in one-dimensional dispersive systems*  
(Oxford mathematical monographs, Delhi, (1979) p32.
- [16] M. Ishak-Boushaki, **D. Djellout** and R. Annou, Phys. of Plasmas, **19**, 073707(**2012**).
- [17] M.Ishak-Boushaki, T.Daimellah, et R.Annou. "*Rôle de la taille des grains de  
poussière sur les propriétés physiques des plasmas poussiéreux*", ( JSP'9), Faculté de  
Physique, USTHB du 16 au 21 Avril **2005**.
- [18] M.Ishak-Boushaki, T.Daimellah, and R. Annou "*Effect of a Gaussian grain size-  
distribution on coherent structures in dusty plasmas*". 1<sup>st</sup> international seminar on lasers  
and applications (SILA) 14-16 November **2005**, University of Constantine, Algeria.

- [19] M.Ishak Boushaki , T.Daimellah and R.Annou."Effect of a Gaussian and log-normal grain size-distribution on coherent structures in DP. 34<sup>th</sup> EPS. Conference on plasmas physics of European Physical Society.
- [20] P.V. Bliokh and V.N. Yaroshenko, Sov. Astron. (*Engl. Trans*) **29**, 330 (1985).
- [21] F.Verheest, *Waves in dusty plasma* ( Kluwer, Dordrecht, 2000).
- [22] P.K.Shukla and A.A.Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, ( IoP, 2002 ).
- [23] W.S. Duan and J. Parkes, Phys. Rev. E **68**, 067402 (2003).
- [24] P.H. Sakanaka and I. Spassovska, Brazilian J. of Physics, vol.**33**, no.1, March (2003).