

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
HOUARI BOUMEDIENE  
FACULTÉ DE PHYSIQUE**



**THESE**

Présentée pour l'obtention du diplôme de Doctorat 3ème cycle

En: **PHYSIQUE**

Spécialité : Physique Théorique

Par: **BENKHELIFA Elamine**

**THÈME**

**Étude de quelques phénomènes non-linéaires dans un plasma  
produit par interaction laser-matière: expansion et  
accélération de particules**

Soutenue publiquement le 30/11/2016, devant le jury composé de :

M.	<b>Mohamed-Reda OUDIH</b>	Professeur,	USTHB	Président
M.	<b>Mourad DJEBLI</b>	Professeur,	USTHB	Directeur de thèse
Mme.	<b>Karima KALACHE-BENDIB</b>	Professeur,	USTHB	Examinatrice
Mme.	<b>Zaia DERRAR-KADDOUR</b>	Maître de conférence,	USTHB	Examinatrice
Mme.	<b>Djamila BENNACEUR-DOUMAZ</b>	Directrice de recherche,	CDTA	Examinatrice
M.	<b>Aymen SHERIF EL-SAID</b>	Professeur,	KFUMP, SA	Examinateur

---

## *Remerciements*

Ce travail a été réalisé au sein du laboratoire de Physique Théorique, Faculté de Physique, USTHB, Alger.

Je voudrais ici exprimer ma gratitude envers tous ceux sans qui ce travail n'aurait pas été possible.

Je remercie mon directeur de thèse, le Professeur Mourad Djebli, pour l'aide précieuse, les conseils et le temps qu'il m'a prodigués depuis trois ans.

Je remercie vivement le Professeur Mohamed-Reda Oudih qui nous a honorés en acceptant de présider le jury de la présente thèse.

Mes remerciements les plus vifs vont également au Professeur Aymen El-Said de l'Université Roi Fahd du Pétrole et des Mines, au Docteur Djamila Bennaceur-Doumaz, directrice de recherche au CDTA, au Professeur Karima Kalache-Bendib de l'USTHB, et au Docteur Zaia Derrar-Kaddour, Maître de conférences A à l'USTHB, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury de la présente thèse.

C'est à mes parents que reviennent mes ultimes remerciements, pour l'aide immense qu'ils m'ont apportée ces dernières années.

# Table des matières

0.1	Introduction générale . . . . .	7
<b>1</b>	<b>Généralités sur les plasmas</b>	<b>13</b>
1.1	Introduction . . . . .	13
1.2	Grandeurs caractéristiques des plasmas . . . . .	14
1.2.1	Effets collectifs . . . . .	14
1.3	Classification des plasmas . . . . .	16
1.3.1	Plasmas froids et plasmas chauds . . . . .	16
1.3.2	Les plasmas thermiques . . . . .	17
1.4	Quelques propriétés des plasmas poussiéreux . . . . .	17
1.4.1	Paramètres caractéristiques des plasmas complexes . . . . .	18
1.4.2	Processus de charge . . . . .	18
1.5	Interaction laser-matière en régime ultra-intense . . . . .	19
1.5.1	Création du plasma . . . . .	20
1.5.2	Paramètres liés au champ laser ultra-intense . . . . .	22
1.6	Force pondéromotrice et chauffage $J \times B$ . . . . .	23
<b>2</b>	<b>Méthodes numériques pour l'étude du phénomène d'expansion</b>	<b>25</b>
2.1	Description du flux . . . . .	25
2.1.1	Modèle du fluide continu . . . . .	25
2.2	Concepts et équations hydrodynamiques . . . . .	25
2.2.1	Conditions de validité . . . . .	25
2.2.2	Équations Hydrodynamiques . . . . .	26
2.3	Champ des vitesses dans un fluide . . . . .	28
2.3.1	Description de Lagrange . . . . .	28
2.3.2	Description D'Euler . . . . .	29
2.3.3	Compatibilité des deux descriptions . . . . .	29

2.3.4	Dérivation temporelle . . . . .	30
2.4	Solution numérique pour les équations fluides. . . . .	32
2.4.1	Résolution discrète . . . . .	32
2.4.2	Schémas numériques . . . . .	33
2.5	Approche self-similaire . . . . .	37
2.5.1	La self-similarité via la transformation du groupe . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Accélération ionique durant l'expansion du plasma</b>	<b>40</b>
3.1	Introduction . . . . .	40
3.2	Le modèle de Gurevich . . . . .	43
3.3	Le modèle de Crow et al . . . . .	48
3.3.1	L'effet de la charge d'espace . . . . .	48
3.4	Modèle de Schamel . . . . .	51
3.4.1	Description Lagrangienne du fluide (LFD) . . . . .	53
3.4.2	Solution numérique . . . . .	54
3.5	Modèle de Mora . . . . .	55
3.6	Les résultats de Mora Vs les résultats de Crow et al et Schamel et al . . . . .	58
3.6.1	La contribution d'Allen et Perego . . . . .	59
3.7	Limite du modèle isotherme . . . . .	60
3.8	Modèle adiabatique de Mora . . . . .	60
3.9	Limite de l'hypothèse de la distribution de Maxwell-Boltzmann . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Expansion d'un plasma en présence d'impuretés hautement chargées</b>	<b>65</b>
4.1	Introduction . . . . .	65
4.2	Effets de séparation de charges: aspect théorique . . . . .	67
4.2.1	Situation initiale . . . . .	67
4.2.2	Expansion . . . . .	68
4.3	Effets de séparation de charges: aspect numérique . . . . .	70
4.4	Procédure numérique . . . . .	71
4.4.1	Normalisation . . . . .	71
4.4.2	Conditions aux limites . . . . .	72
4.4.3	Conditions initiales . . . . .	73
4.4.4	Intégration numérique . . . . .	73
4.5	Résultats et interprétations . . . . .	74
4.5.1	Effet de la charge des impuretés . . . . .	77

4.5.2	Effet de la température . . . . .	79
<b>5</b>	<b>Expansion d'un plasma relativiste dans le vide produit par interaction laser-solide</b>	<b>82</b>
5.1	Introduction . . . . .	82
5.2	Équations hydrodynamiques relativistes . . . . .	84
5.3	Formulation mathématique du premier modèle . . . . .	85
5.4	Modèle de Huang et al . . . . .	88
5.4.1	Hypothèses et conditions de base . . . . .	88
5.4.2	Accélération ionique . . . . .	89
5.4.3	La température électronique . . . . .	89
5.4.4	Solution self-similaire . . . . .	90
5.4.5	Remarques sur le modèle de Huang et al . . . . .	92
5.5	Formulation mathématique du second modèle . . . . .	93
5.6	Résultats et interprétations . . . . .	96
5.6.1	Profils de densité . . . . .	96
5.6.2	Profils des vitesses ioniques et électroniques . . . . .	99
5.6.3	Profils de la température . . . . .	100
<b>6</b>	<b>Expansion d'un plasma relativiste dans le vide en présence d'un champ magnétique extérieur</b>	<b>102</b>
6.1	Introduction . . . . .	102
6.2	Dispositif expérimental . . . . .	103
6.2.1	Analyse des résultats . . . . .	104
6.3	Formulation mathématique . . . . .	106
6.3.1	Modèle à deux fluides . . . . .	106
6.3.2	Champ magnétique induit et instabilité de Weibel . . . . .	107
6.3.3	Hypothèses et approximations . . . . .	109
6.3.4	Limite du modèle fluide . . . . .	111
6.3.5	Solution self-similaire . . . . .	114
6.4	Résultats et interprétations . . . . .	115
6.4.1	Effet du paramètre $\beta$ . . . . .	115
6.4.2	Effet du paramètre $\sigma$ . . . . .	120

<b>7</b>	<b>Expansion d'un plasma en présence d'un faisceau d'électrons relativistes.</b>	<b>123</b>
7.1	Introduction . . . . .	123
7.2	Dispositif expérimental . . . . .	125
7.2.1	Applications . . . . .	126
7.3	Expansion en présence d'un faisceau électronique relativiste . . . . .	130
7.4	Résultats et interprétations . . . . .	132
7.4.1	Dynamique des électrons . . . . .	132
7.4.2	Dynamique des ions . . . . .	135
<b>8</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>140</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>143</b>
<b>A Annexe</b>		<b>152</b>
A.1	Théorie d'interaction faisceau-plasma . . . . .	152
A.1.1	Rappel: Cas de faisceau non-relativiste . . . . .	152

## 0.1 Introduction générale

Il y a plus d'un demi siècle que les accélérateurs de particules ont fait leurs preuves dans de nombreux domaines depuis la physique des particules jusqu'à la médecine. Les accélérateurs classiques utilisent les cavités des ondes radio-fréquences (RF), pour accélérer les particules chargées à des vitesses relativistes. En effet, ces cavités peuvent générer des champs électriques accélérateurs de l'ordre de  $10^6 V/m$ . Cependant, au-delà de cette limite, les parois de la structure commencent à être endommagées par le champ électrique qui les ionise, ce qui explique le fait que les accélérateurs ont tendance à être de grande taille tel que le *LHC*, qui s'étale sur  $27 Km$ . Les plasmas étant des milieux ionisés, permettent de supprimer cette limitation des champs accélérateurs classiques. Les plasmas sont dotés, à l'équilibre, d'une quasi-neutralité de la densité de charge, où toute séparation significative de charge est accompagnée par un fort champ électrostatique. Ce dernier, représente un intérêt majeur en tant qu'un gradient compact d'accélération efficace. Ce champ produit au sein du plasma, est de l'ordre de quelques centaines de Giga-Volts par mètre, soit plus de dix milles fois plus élevé que les champs utilisés dans les accélérateurs conventionnels[1], [2]. Les méthodes utilisant le laser pour l'accélération de particules chargées à des grandes vitesses, sont devenues dominantes dans la physique appliquée, après l'avènement des lasers ultra-intenses à la fin du 20<sup>ème</sup> siècle. Avec l'augmentation perpétuelle de l'énergie associée au électrons accélérés par laser, qui passait de quelques *MeV* à quelques *GeV* durant la dernière décennie, une toute autre situation est observée concernant les ions (principalement les protons), où l'énergie n'a guère dépassé  $70 MeV$  par nucléon, selon la littérature [3]. A première vue, il est difficile de parler de progrès considérables pour l'accélération des particules lourdes (ions), car l'un des premiers résultats,  $\varepsilon \approx 58 MeV$ [4], obtenu il y a quinze ans de cela, est formellement près des réalisations actuelles[3]. Toutefois, en tenant compte que le résultat dans [4] a été obtenu pour une impulsion de  $400 J$ , tandis que celui dans [3] est obtenu pour une impulsion de  $80 J$ , le progrès est évident, mais pas si impressionnant que celui de l'accélération électronique[5]. Pour les intensités laser actuellement disponibles, l'accélération ionique est encore insignifiante durant l'interaction laser-plasma, car les ions sont au moins, dans le cas des protons, 1836 fois plus inertes que les électrons et ne peuvent être accélérés directement par le biais du champ laser, à des grandes vitesses. Par conséquent, il est nécessaire de chercher un mécanisme de transfert d'énergie des électrons aux ions, afin de les accélérer à travers la séparation de charges. La première proposition pour l'accélération des particules lourdes (ions) à base de plasma, fut dans les années 1950 (Veksler 1956) [6]. Le

concept a été testé en utilisant un champ électrique induit par faisceau d'électrons injecté dans le plasma [7]. Les modèles mathématiques décrivant l'expansion isotherme des plasmas dans le vide, estimant les champs de séparation de charge, qui peuvent potentiellement accélérer les ions ont été proposés par Gurevich (1965) et Crow (1975) [8]. le principal but de ces études traitant l'expansion du plasma, était la perte d'énergie des ions rapides lors du processus de la fusion induite par laser, où l'énergie ionique atteinte fut bien au dessous de  $1MeV$  [9]. Il a fallut attendre l'introduction des lasers à impulsion ultra-courte et ultra-intense, en 1990. Few et co-auteurs (1990) [10], ont mis en évidence l'émission des ions de plasma avec une énergie légèrement au dessus de  $1MeV$ , à partir d'une cible solide irradiée par une impulsion laser "pico-seconde", lors du processus d'allumage rapide (fusion thermonucléaire). L'accélération ionique par le biais de laser a attiré une attention considérable, après l'observation d'un faisceau protonique doté d'une énergie maximale de  $55MeV$ , en 2000 [9]. Une technologie laser de pointe est capable de produire des impulsions de lumière d'intensités de  $10^{21}$  à  $10^{22} W/cm^2$ . A ces intensités, les électrons sont arrachés de leurs orbitales atomiques et accélérés à des vitesses relativistes,  $E_c \gg mc^2$ . Ces électrons extrêmement énergétiques se propagent à travers le matériau irradié comme le montre la figure (0.1.1), provoquant ainsi, la formation d'un plasma.

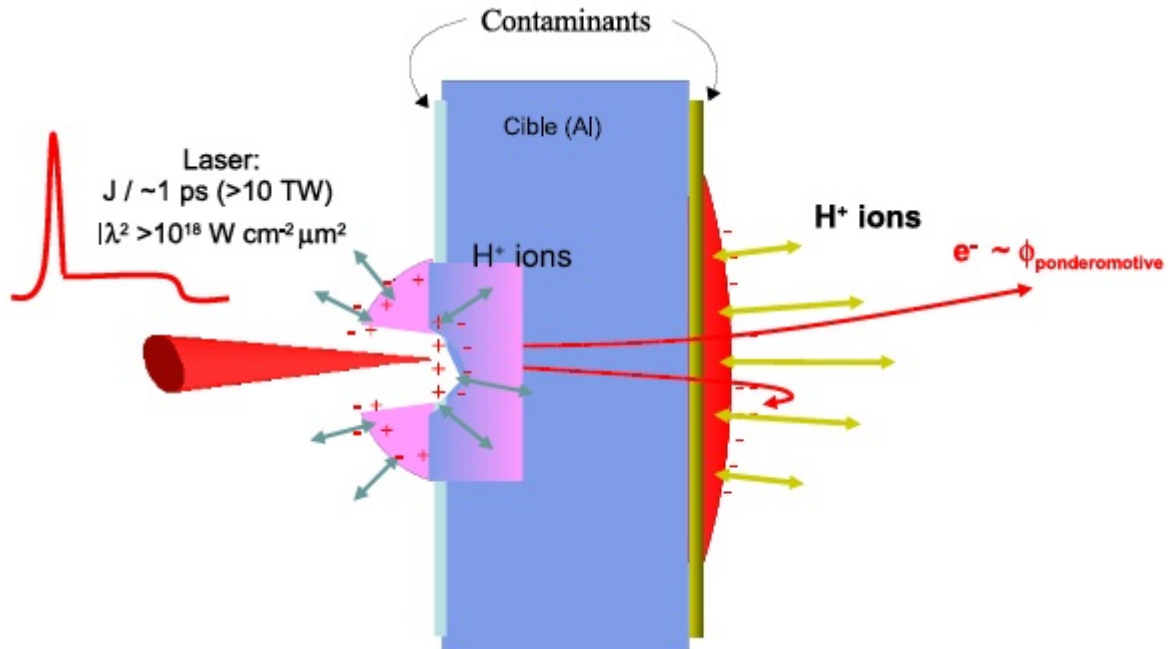


Figure 0.1.1 : Schéma d'interaction laser-cible [17].

Des études récentes [11], [12], [13], [14], [15], [16], ont indiqué que les ions peuvent être efficacement accélérés au cours d'une interaction laser-cible, via plusieurs mécanismes. Cependant, à cause de la complexité de ce processus impliquant plusieurs phénomènes physiques à chaque étape d'interaction laser-cible, tels que l'ionisation, la formation du pré-plasma, l'interaction électron-champ laser, et enfin la formation et la propagation des faisceaux ioniques durant et après le phénomène d'accélération, la modélisation de ce problème reste jusqu'à présent un défi pour les scientifiques. Selon des expériences [9], il existe plusieurs mécanismes d'accélération pouvant être classés selon la durée du pulse-laser et son intensité, comme le montre la figure (0.1.2).

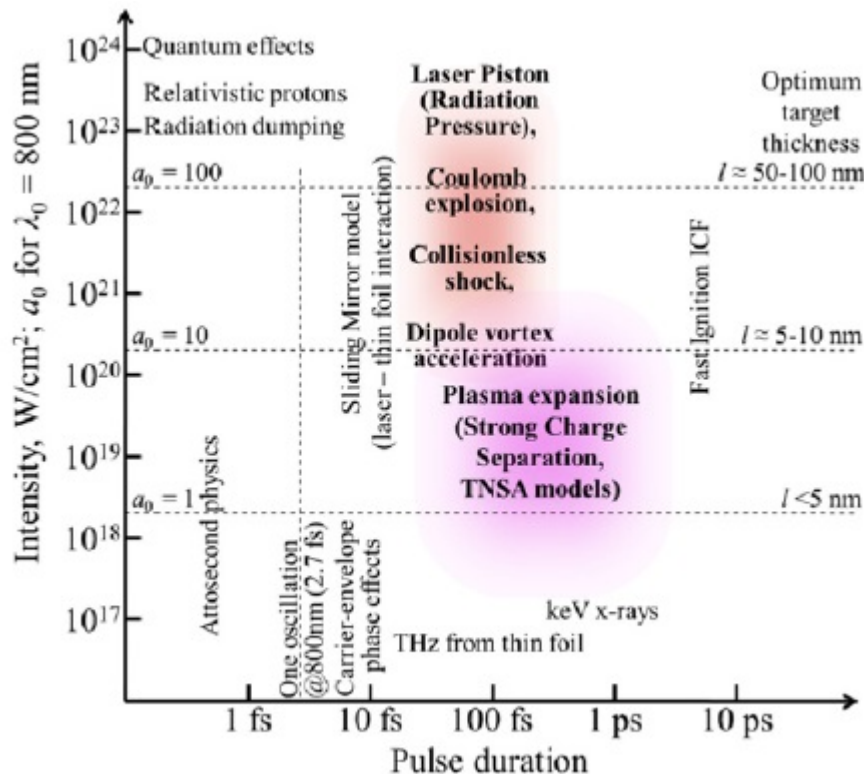


Figure 0.1.2 : Certains régimes d'accélération, classés selon l'intensité et la durée du pulse-laser [9] .

Le mécanisme d'accélération le plus étudié est connu sous le nom TNSA (Target Normal Sheath Acceleration), où il se produit facilement lorsque une feuille mince d'épaisseur de quelques microns est irradiée par des impulsions laser ultra-intenses. Durant ce mécanisme (que nous étudions en détail dans le chapitre 3), et pour différentes intensités d'impulsion laser ( $10^{17} W/cm^2$  jusqu'à  $10^{20} W/cm^2$ ), les électrons atteignent des températures allant de  $10 \text{ KeV}$  jusqu'à  $10 \text{ MeV}$  [11]. Un autre régime d'accélération est connu sous le nom de

”accélération pondéromotrice de la couche de peau, SLPA” (Skin Layer Ponderomotive Acceleration). Dans ce régime les ions sont générés à partir d’une cible épaisse (en plastique). Cette dernière, permet le chauffage et l’accélération des électrons sur toute l’épaisseur de la feuille. Les électrons échappant de la cible libèrent une énergie coulombienne, afin d’accélérer les ions. Cette énergie est maximale pour une épaisseur de la cible déterminée par l’équilibre entre l’énergie coulombienne et celle du champ laser,  $E_c = E_{Las}$ , parce que sinon, soit le champ laser est trop faible pour expulser les électrons de la cible, soit c’est le nombre d’électrons qui est trop petit, car l’épaisseur de la cible (feuille)  $l$  est insuffisante, selon la relation  $E_c \propto l$ . Le potentiel électrostatique associé à cette séparation de charge, qui est de l’ordre du potentiel pondéromoteur, accélère les ions dans la direction opposée à celle du laser. L’énergie maximale des ions est alors de l’ordre du potentiel pondéromoteur.

La compréhension théorique et expérimentale, qui est jusqu’à présent à l’état rudimentaire, du phénomène d’accélération ionique, pousse les scientifiques à étudier d’avantage le processus d’accélération afin de mieux comprendre les mécanismes gouvernant ce phénomène. Le mécanisme TNSA, représente l’un des mécanismes expliquant la génération et l’accélération des faisceaux ioniques à des hautes énergies lors d’une expansion plasma. Plusieurs modèles et approches sont utilisés pour expliquer le comportement de l’expansion d’un plasma produit à la face arrière de la cible solide, à partir des calculs analytiques simplifiés ou bien des simulations numériques très sophistiquées, telles que les simulations PIC (Particle In Cell). Des grandeurs comme l’énergie ionique maximale et la distribution des vitesses, peuvent être obtenues analytiquement, tandis que les simulations numériques demeurent indispensables pour décrire la dynamique des particules. Depuis l’année 2003, la génération des champs électrostatiques dûs à la séparation de charges et leur influences sur la dynamique d’expansion ont fait l’objet d’un grand intérêt théorique, basé sur le modèle d’expansion libre d’un plasma dans le cadre d’une détente isotherme. Lors d’une expansion plasma, l’énergie des électrons rapides est transférée aux ions via le potentiel coulombien accélérant ainsi les faisceaux ioniques, où il en résulte, une expansion constituée d’une répartition d’électrons chauds et des ions accélérés, formant un nuage de plasma quasi-neutre.

Selon la théorie des plasmas, le phénomène d’expansion est décrit à la fois par l’approche cinétique ou hydrodynamique couplée avec l’ensemble des équations de Maxwell. Un tel ensemble est suffisamment compliqué pour une résolution analytique, et même pour des simulations numériques. Toutefois, afin de comprendre les processus engendrés par une expansion de plasma il est souvent nécessaire de travailler sur des modèles simplifiés suggérés par des observations expérimentales. L’un de ces modèles, est celui d’une expansion plane

uni-dimensionnelle dans le vide. L'évolution spatio-temporelle des particules présentes dans le plasma, est décrite par un système d'équations cinétiques, connecté à l'équation de Poisson, décrivant le potentiel électrostatique. Cette approche cinétique, cherche à déterminer la fonction de distribution des vitesses à travers la résolution de l'équation de Vlasov. Cette fonction étant connue, toutes les grandeurs mesurables peuvent être calculées. Par ailleurs, l'approche hydrodynamique consiste à utiliser les équations fluides, combinées avec les équations de Maxwell. Cette approche s'avère incontournable pour modéliser les différents phénomènes comme l'expansion des plasmas en l'absence de collisions. La difficulté de résoudre l'ensemble des équations aux dérivées partielles, dans ces deux approches, nous force à introduire des approximations afin de simplifier le problème des conditions aux limites qui sont indispensables pour une résolution adéquate du problème. Cependant, dans la majorité des problèmes de la physique des plasmas, les systèmes sont soit ouverts, soit semi-ouverts avec une frontière en mouvement. L'idée est de faire appel aux transformations self-similaires. L'existence de ces solutions dépend au cas où, les échelles initiales ne possèdent pas de longueur ou de temps caractéristique. Cette condition découle des propriétés de l'algèbre de Lie.

Dans cette thèse, nous proposons d'étudier le phénomène d'accélération des particules lors d'une expansion d'un plasma dans le vide, produit par interaction laser-solide. En se basant sur le modèle fluide décrivant la dynamique du plasma, nous résolvons les équations hydrodynamiques suivant deux approches. La première emploie des méthodes numériques pour la résolution des équations fluides d'un plasma à trois espèces (électron, ion, et grains de poussier). Ces grains de poussière peuvent modifier considérablement les caractéristiques du plasma, en donnant lieu à des phénomènes inexistant dans les plasmas classiques. La seconde approche se base sur une résolution semi-analytique des équations fluides à travers la solution self-similaire, pour un plasma relativiste (en présence et en l'absence du champ magnétique  $\vec{B}$ ), et aussi pour un système à trois fluides décrivant l'interaction faisceau-plasma. Le présent manuscrit est organisé de la façon suivante: dans le premier chapitre, nous définissons les concepts de base d'un plasma ( d'une façon particulière le plasma poussiéreux). Puis les notions clés du processus d'interaction laser-cible. Ensuite, dans le chapitre (2), nous rappelons l'essentiel sur les méthodes numériques pour la résolution des équations fluides décrivant le phénomène d'expansion. Dans le chapitre (3), nous étudions le phénomène d'accélération ionique à travers les principaux travaux dans la littérature, en suivant un ordre chronologique de développement des modèles traitant l'accélération, afin de cerner le problème à étudier dans le chapitre (4). Ce dernier, traite principalement

l'effet de la charge des grains de poussière sur la dynamique de l'expansion et l'accélération ionique. Par la suite, le chapitre (5) étudie l'expansion d'un plasma relativiste, en supposant une quasi-neutralité du système composé de deux fluides, à travers la solution self-similaire. Cette solution est étudiée de nouveau dans le chapitre (6) en tenant en compte l'effet du champ magnétique extérieur sur l'expansion. Le chapitre (7) a pour but d'étudier l'interaction d'un faisceau électronique relativiste avec un plasma froid, et son effet sur l'accélération ionique. Le manuscrit se termine par une conclusion, où nous présentons un résumé des résultats obtenus.

# 1

## Généralités sur les plasmas

### 1.1 Introduction

La matière au niveau microscopique est constituée d'atomes, qui sont eux-mêmes constitués d'un noyau central autour duquel les électrons gravitent, sur des états d'énergie particuliers. Ces électrons peuvent être éjectés de leur atome, s'ils se trouvent acquérir des énergies plus élevées que les énergies de liaison. L'éjection des électrons elle-même s'accompagne d'émission de lumière, comme l'éclair dans le ciel, la lumière d'une lampe au néon ou encore les aurores boréales. On parlera de plasma lorsqu'une fraction importante (éventuellement la totalité) de la matière considérée aura perdu tout ou une partie de ses électrons. Le terme "Plasma" a été introduit pour la première fois en 1928, par le scientifique américain Iving Langmuir, désignant un gaz ionisé au sein d'une décharge électrique [19],[20]. Le plasma donc, représente un ensemble gazeux contenant des électrons, des atomes et des ions, dont le comportement est dicté par l'interaction collective. Cette interaction est provoquée par le micro-champ électromagnétique qui provient des particules chargées présentes dans le plasma. Pour comprendre l'intérêt d'étudier les plasmas, il faut savoir que le quatrième état de la matière (plasma) est très répandu dans la nature. On le rencontre à toutes les échelles de distance de nous, des plus éloignées aux plus proches. Dans le lointain univers se trouvent les étoiles composant les galaxies, et dans certaines atmosphères des planètes, où l'ionisation est due à des particules très rapides. Notre planète est elle même entourée d'un plasma, sur une distance comprise entre 80 – 600Km de sa surface. Cette couche rend possible les communications radios, ainsi que l'apparition des aurores boréales. Les plasmas sont aussi créés de façon artificielle en laboratoire, où les décharges électriques dans les tubes fluorescents et les plasmas de fusion dont les Tokamaks en constituent un exemple. Les

plasmas sont très présents dans notre quotidien grâce au développement technologique tels que les télévisions, les ampoules à basse consommation d'énergie, les phares au xénon...[21], [22] . De plus, la technologie des plasmas est devenue indispensable dans l'industrie, avec notamment les traitements de surfaces, et la micro-électronique pour la fabrication de micro-processeur. En général, la physique des plasmas constitue une branche extrêmement active et innovante de la physique appliquée.

## 1.2 Grandeurs caractéristiques des plasmas

### 1.2.1 Effets collectifs

Il existe trois types d'effets collectifs, qui caractérisent les plasmas:

#### La quasi-neutralité macroscopique

Si une tranche du milieu est écartée de sa position d'équilibre, le développement des champs de charge induit une réponse collective pour restaurer cette neutralité. Donc cette caractéristique représente la tendance du plasma à rétablir sa neutralité électrique où son expression est donnée par;

$$\sum_{\alpha} q_{\alpha} n_{\alpha} = 0$$

où,  $q_{\alpha}$  est la charge électrique et  $n_{\alpha}$  la densité des différentes espèces chargées présentes dans le plasma. Ces mouvements collectifs sont caractérisés par une fréquence d'oscillation dénommée " fréquence plasma"

#### La pulsation plasma

Lorsqu'un plasma quasi-neutre subit une faible perturbation, comme par exemple un excès de charge, ce plasma tend à restaurer sa neutralité de charge en provoquant des mouvements des particules chargées. Les ions et les électrons répondent différemment aux variations du champ électrique du fait de leurs masses et températures qui diffèrent les unes des autres. Afin d'évaluer cette différence, la pulsation plasma représente, les oscillations où fréquence maximale à laquelle les espèces chargées du plasma sont sensibles. La fréquence de l'oscillation électronique est donnée par l'expression suivante:

$$\omega_{pe} = \frac{\sqrt{\epsilon T_e / m_e}}{\lambda_e} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}} = \tau_e^{-1} \simeq 56.4 \sqrt{n_e} (s^{-1})$$

avec  $T_e$  et  $\lambda_e$ , représentent la température, la longueur de Debye des électrons.

Dans les plasmas produits en laboratoire la fréquence plasma est de l'ordre de grandeur de  $1GHZ$  [25]. La fréquence ionique peut aussi être exprimée par:

$$\omega_{pi} = \frac{\sqrt{eT_i/M}}{\lambda_i} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{M \epsilon_0}} = \tau_i^{-1}$$

avec  $T_i, \lambda_i, et M$  représentent la température, la longueur de Debye et la masse des ions et  $\tau_i$  est le temps de réponse des ions à une variation du champ électrique.

### La longueur de Debye

Les particules chargées se meuvent de façon aléatoire. Malgré cela, elles ne se permettent pas de se déplacer trop loin les unes des autres, du fait des forces coulombiennes. La résultante est une distance maximal  $\lambda_D$  pour laquelle le potentiel coulombien est écranté, où encore, au delà de cette distance la quasi-neutralité est établie. Pour un plasma de densité  $n_0$  et de température  $T_e$ , cette distance vaut:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_0 e^2}}$$

Où,  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide, et  $k_B$  est la constante de Boltzmann. Et l'ordre de grandeur se calcule par la formule suivante [23]:

$$\lambda_D \cong 7.43 \times 10^3 \sqrt{\frac{T_e(eV)}{n_e}} (m)$$

C'est donc l'échelle spatiale à partir de laquelle nous pourrions considérer le plasma comme quasi-neutre. Par conséquent, pour que la neutralité macroscopique soit réalisée au sein d'un plasma, il faut que  $L$ , la plus petite dimension définissant le volume occupé par le plasma, soit nettement plus grande que la longueur de Debye, soit:

$$L \gg \lambda_D$$

et que le nombre de particules chargées  $n_d$  que comporte la sphère de Debye doit être nettement supérieur à l'unité, soit:

$$n_d \equiv n_e (4/3\pi\lambda_D^3) \gg 1$$

Ainsi, plus il y a de particules dans la sphère de Debye plus important est le caractère collectif des particules du plasma ( $n_d$  est couramment appelé le paramètre de plasma).

## 1.3 Classification des plasmas

Les deux paramètres que nous avons défini précédemment, i. e, la fréquence plasma et la Longueur de Debye permettent de classer les plasmas en plusieurs catégories. De plus, tous les plasmas peuvent être classés en fonction de leurs densité et de leurs température comme présenté sur la figure (1.3.1).

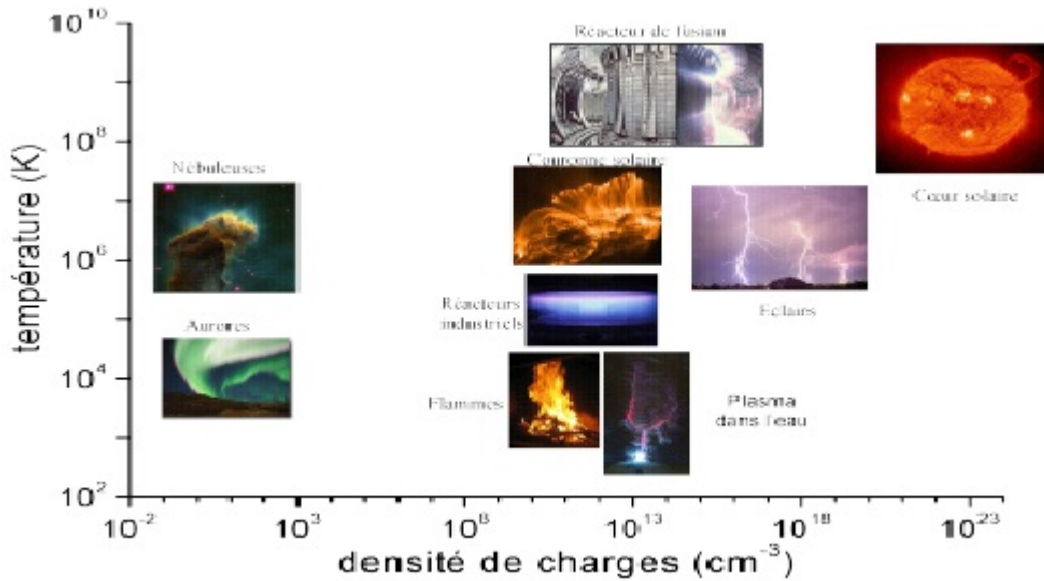


Figure 1.3.1 : Répartition des plasmas en fonction de leurs températures et de leurs densités [22].

Une autre manière de classement des plasmas est de comparer la température des ions par rapport à celle des électrons.

### 1.3.1 Plasmas froids et plasmas chauds

On distingue généralement deux sortes de plasmas, "les plasmas froids" et "les plasmas chauds". Les plasmas froids ont des ions beaucoup plus froids que les électrons. Dans ce type de plasma, les températures restent inférieures à  $10^5$  Kelvin. Le taux d'ionisation est faible et les atomes neutres à température ambiante sont majoritaires. Ceux-ci regroupent principalement les plasmas de laboratoires (décharges à basse pression, jets de plasma, etc.), les systèmes d'éclairages (tubes fluorescents, les ampoules de basse consommation d'énergie, etc.), ainsi que la magnétosphère et l'ionosphère terrestres. Les plasmas chauds ont des

températures supérieures à  $10^6$  Kelvin. Dans ce type de plasmas, les neutres ont tous été ionisés; ce sont donc des plasmas totalement ionisés. Ce groupe englobe principalement les plasmas de fusion (ITER, Tokamak, etc), les plasmas naturels (la foudre, le vent solaire, les étoiles, les nébuleuses, etc), ainsi que certains plasmas de laboratoire tel que le Z-pinch, décharges hautes intensités et l'interaction Laser-solide, etc.

### 1.3.2 Les plasmas thermiques

Ces plasmas sont caractérisés par une seule température de gaz  $T_g$ , les autres températures des électrons  $T_e$ , des ions  $T_i$ , et des neutres  $T_n$  étant proches, voir égales à celle du gaz.

## 1.4 Quelques propriétés des plasmas poussiéreux

Les plasmas et les grains de poussière chargés, deux ingrédients omniprésents de l'univers, ont donné naissance à de nouveaux champs de recherche scientifique. Les premières observations remontent à 1885; où des grains de poussière ont été observés dans les fumées qui accompagnent les météores. Les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, le milieu interplanétaire, les interstellaires, les queues et chevelures des comètes etc[24]. Les plasmas poussiéreux ont donc une espèce supplémentaire, (grain de poussière). La présence, dans le plasma, de tels grains massifs ( $m_d \sim 10^9 m_p \sim 10^{12} m_e$ ) et hautement chargés ( $Q_d \sim 10^4 e$ ), induisent de nouvelles échelles caractéristiques spatio-temporelles. Une telle mixture de plasma et de poussières possède trois échelles de longueurs caractéristiques. Ce sont le rayon de grain de poussière  $r_d$  ( $r_d \sim \mu m$ ), la longueur de Debye (poussière)  $\lambda_{Dd}$ , et la distance moyenne inter-granulaire  $d$ . Cette dernière est reliée à la densité  $n_d$  des grains par la relation  $n_d d^3 \sim 1$ . Dans ce contexte, on distingue deux situations:

- Si  $r_d \ll \lambda_{Dd} < d$ , les particules de poussière chargées sont considérées comme une collection de grain isolé et écranté, on parle donc de grains dans le plasma. Dans ce cas, les grains de poussière ne sont pas susceptibles d'introduire de nouveaux phénomènes, car ils ne jouent aucun rôle dans l'aspect collectif.
- Si  $r_d \ll d < \lambda_{Dd}$ , les particules de poussière chargées participent au comportement collectif et jouent un rôle majeur dans le comportement du milieu plasma. Dans ce cas, les particules de poussière chargées peuvent être assimilées à des particules ponctuelles massives semblables à des ions à charge multiple dans un plasma à plusieurs espèces.

Il faut noter que, les grains de poussière possèdent des propriétés dynamiques qui les différencient des ions. C'est pour cette raison qu'ils constituent une espèce à part.

### 1.4.1 Paramètres caractéristiques des plasmas complexes

#### Paramètre temporel

La fréquence plasma de poussière est donnée par :

$$\omega_{pd} = \left( \frac{4\pi n_{d0} q^2}{m_d} \right)^{1/2}$$

avec  $\omega_{pd} \ll \omega_{pi} \ll \omega_{pe}$ . Cette propriété demeure importante pour l'investigation des phénomènes évoluant dans le temps en présence de grains de poussière. Le temps caractéristique des grains est très grand par rapport à celui des autres espèces du plasma.

#### Paramètre spatial (longueur de Debye)

La longueur de Debye  $\lambda_{Dd}$  d'un plasma poussiéreux est donnée par :

$$\frac{1}{\lambda_{Dd}^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2}$$

où,  $\lambda_{De}$  et  $\lambda_{Di}$  sont, respectivement, la longueur de Debye associée aux électrons et aux ions.

#### Neutralité macroscopique

Ceci signifie qu'à l'équilibre, la charge électrique totale dans le plasma poussiéreux est nulle. Par conséquent, la condition de quasi-neutralité de la charge électrique d'un plasma poussiéreux s'écrit sous la forme:

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0} n_{d0}$$

$n_{j0}$  est la densité des particules d'espèce  $j$  (e, i, d) et  $Z_{d0}$  le nombre de charges, à l'équilibre, des grains de poussière. Typiquement, un grain de poussière acquiert un millier à plusieurs centaines de milliers de charge élémentaires et  $Z_d n_{d0}$  pourrait être comparable à  $n_{i0}$ , même pour  $n_{d0} \ll n_{i0}$ .

### 1.4.2 Processus de charge

La principale caractéristique des grains poussiéreux est la charge des grains. Les mécanismes de charge jouent un rôle très important dans la physique des plasmas poussiéreux. Cette charge trouve son origine dans une variété de processus tels que:

### La collection de particules

Grâce à la vitesse thermique très importante des électrons, un grain neutre placé dans un plasma acquiert une charge négative car le flux des électrons à la surface de ce grain excède celui des ions.

### L'émission secondaire des électrons

Lors d'une collision entre une particule énergétique et un grain de poussière, ce dernier libère des électrons et se charge positivement. Il faut noter que l'attachement ne peut avoir lieu en présence des particules de haute énergie.

### L'émission photo-électronique

Le principe est identique à l'effet photo-électrique. Les grains de poussière peuvent émettre des électrons sous l'effet d'un rayonnement ultraviolet. Dans ce cas, le grain de poussière se charge positivement. De plus, il a été constaté que le grain de poussière formé d'agrégats d'atomes possède une énergie d'extraction inférieure à toutes les énergies d'extraction de ces atomes. Il en résulte, que, même dans des conditions extrêmes, on peut avoir des grains de poussières chargés en présence de radiation de faible fréquence [24].

## 1.5 Interaction laser-matière en régime ultra-intense

Le laser constitue un moyen privilégié pour étudier la matière et les aspects de son comportement sous éclairage. L'étude de l'interaction laser matière a connu un développement perpétuel, lié à l'avènement des lasers très puissants à impulsions ultra-brèves. L'étude de cette l'interaction offre des intérêts et des avantages sur le plan théorique que sur le plan technique. D'un point de vue théorique, elle permet de mieux décrire les propriétés des plasmas hors équilibre. Il est donc essentiel de bien comprendre tous les processus intervenant lors de cette interaction [26]. L'interaction d'un faisceau laser avec une cible solide permet la création d'un plasma par transfert d'énergie laser à la cible. Les mécanismes d'interaction laser-cible dépendent des paramètres du rayonnement laser (durée d'impulsion, longueur d'onde, irradiance) et des propriétés physiques et chimiques du matériau (composition, micro-structure, état de surface). Les procédés d'ablation laser sont réalisés en utilisant des impulsions laser de durée de  $10^{-9} - 10^{-7} s$  et d'irradiances de  $10^6 - 10^{10} W/cm^2$ . Les applications les plus classiques de ce régime de faible irradiance, sont le marquage, la

gravure, le perçage, la découpe...[25]. Pour ce genre de paramètres d'impulsion laser la formation d'une plume de plasma froid au dessus du matériau traité est inévitable. Cependant, l'interaction laser-matière en régime ultra-intense (femto-seconde) produit un plasma de haute température, composé d'ions fortement ionisé et l'électron libre via lesquels le laser transfère son énergie à la matière. Dans ce régime d'interaction, deux caractéristiques fondamentales se présentent pour la différencier du régime de faible impulsion (nanoseconde):

- Le champ électromagnétique, associé à l'onde laser, est très élevé par rapport au champ coulombien qui relie les électrons aux atomes.
- La durée de l'impulsion est inférieure au temps caractéristique de l'expansion hydrodynamique, ainsi que le temps de collisions électrons-ions.

L'une des propriétés les plus importantes de l'interaction laser-cible en régime d'impulsion courte ( $10fs - 10ps$ ) et ultra-intense ( $10^{16} - 10^{20}W/cm^{-3}$ ) est le phénomène d'accélération vers l'intérieur de la cible, où des électrons atteignant des énergies de l'ordre du ( $\sim KeV$ ) jusqu'au ( $MeV$ ) [27][28]. Par conséquent, les phénomènes non-linéaires et relativistes doivent être pris en compte pour décrire l'interaction du champ électromagnétique du faisceau laser avec les électrons du milieu. Les ions n'interviennent guère pendant la durée de l'interaction en raison de leur inertie.

### 1.5.1 Création du plasma

Les cibles sur lesquelles est focalisée l'impulsion laser sont initialement à l'état solide. Lors de l'irradiation d'une cible métallique par un laser, une partie du faisceau est réfléchi de surface du matériau, tandis que, l'autre partie est absorbée par métal (sur une petite profondeur de pénétration). Le plasma se crée lorsque l'intensité du laser est supérieure au seuil du claquage du matériau. Le seuil de formation d'un plasma est de l'ordre de  $10^{11}W/cm^2$  à la surface d'une cible solide. Au delà de  $10^{18}W/cm^2$ , la physique de l'interaction devient relativiste car les électrons, plus légers que les ions, oscillent dans le champ laser et acquièrent une vitesse proche de la vitesse de la lumière. Durant l'interaction d'un atome avec un laser intense plusieurs processus d'ionisation sont en compétition. L'ionisation du matériau peut intervenir par trois processus majeurs (l'ionisation multiphotonique, l'ionisation par effet tunnel, et l'ionisation par suppression de barrière). Pour définir le mode d'ionisation subi par le matériau, on définit le paramètre de Keldysh, donné par la relation [29]:

$$\mu_k = \sqrt{\frac{Q_i}{2\Phi_p}}$$

avec,  $Q_i$  le potentiel d'ionisation et  $\Phi_p$  le potentiel pondéromoteur. Ce paramètre représente le temps nécessaire à l'électron pour traverser la barrière de potentiel par rapport au temps durant lequel la barrière de potentiel est abaissée car le champ laser est oscillant.

**Ionisation multiphotonique:  $\mu > 1$**

Les transitions multiphotoniques se manifestent chaque fois qu'un atome absorbe ou émet simultanément plusieurs photons. En présence d'un rayonnement électromagnétique suffisamment intense, on peut observer une transition multiphotonique entre deux niveaux atomiques, en lui permettant d'atteindre un niveau excité. A l'issue de ces absorptions, l'atome va atteindre son premier niveau excité autorisé, et libérer un électron. Ce régime survient quand le potentiel pondéromoteur est faible par rapport au potentiel d'ionisation, donc pour une intensité relativement faible. Ce qui est généralement le cas pour les impulsions longues.

**Ionisation par effet tunnel:  $\mu < 1$**

Ce régime intervient lorsque le potentiel d'ionisation est plus faible que le pondéromoteur. Ce processus aura lieu lorsque le champ laser est suffisamment intense pour modifier le champ électrique vu par les électrons atomiques. Dans ce cas, la barrière du potentiel atomique s'abaisse sous l'action du champ électrique laser. L'ionisation devrait donc ne pas être possible, mais la mécanique quantique prévoit une probabilité non nulle pour que la particule franchisse la barrière de potentiel et passe à un état ionisé.

**Ionisation par suppression de barrière:  $\mu \ll 1$**

Ce régime permet de supprimer le potentiel coulombien vu par la particule. Ce processus nécessite une intensité laser qui peut être calculée par l'expression suivante [30]:

$$I_{SBI} = 4 \times 10^9 \frac{Q_i^4}{Z^2}$$

**Application numérique**

*Pour une cible d'aluminium le potentiel d'ionisation est de 5.98eV. Pour ioniser Al<sup>+</sup>, il faut donc une intensité laser :  $I_{SBI} = 5.2 \times 10^{12} W/cm^2$ .*

## 1.5.2 Paramètres liés au champ laser ultra-intense

Lorsque l'impulsion laser interagit avec la cible chaque électron entre en interaction avec le laser et avec les particules du voisinage. La valeur crête du champ électrique, associé au laser, peut s'exprimer en fonction de l'éclairement [31],[27],[28]:

$$E = 2.7 \times 10^{12} \left( \frac{I(W/cm^2)}{10^{18}} \right) Vm^{-1}$$

Pour des éclairements compris entre  $10^{16}$  et  $10^{20} W/cm^2$ , le champ électrique prend des valeurs qui vont de  $3 \times 10^{13}$  à  $3 \times 10^{14} V/m$ . L'électron est arraché rapidement par ionisation, est soumis à la force de Lorentz due au champ électromagnétique du laser:

$$\frac{dP}{dt} = -e(E + v/c \times B)$$

Dans la limite non-relativiste  $|v| \ll c$ , un électron interagissant avec cette onde est affecté uniquement par  $E$  qui l'entraîne dans une oscillation transverse, dont la vitesse maximale est donnée par:

$$\frac{v}{c} = \frac{eE}{m\omega c} = \frac{eA_0}{mc^2} = a$$

Où, on a introduit l'amplitude sans dimension  $a$ . Ce dernier paramètre adimensionnel caractérise l'amplitude des oscillations transverses des électrons dans le champ laser, et est donc utile pour caractériser le régime d'interaction. En d'autres termes, il représente le seuil au delà duquel les effets relativistes ne sont plus négligeables. Ce seuil ne dépend pas uniquement de l'éclairement laser moyen mais aussi de la longueur d'onde à travers le produit  $I_0 \lambda^2$ . La relation de  $a$  s'exprime en unités pratique par la relation suivante [28], [31]:

$$a_0 = 0.85 \sqrt{I_{18} \lambda_D^2} \text{ avec, } I_{18} = \frac{I(W/cm^2)}{10^{18}}$$

Quand l'éclairement laser dépasse le seuil  $a \geq 1$ , le comportement de l'électron devient relativiste et le terme  $v/c \times B$  devient du même ordre que  $E^2$ . Ce paramètre est cependant à utiliser avec prudence. En effet, il reflète le mode d'interaction d'un seul électron isolé dans un champ laser. La situation réelle, où l'électron se trouve dans un plasma ou dans un solide, est bien différente du cas idéal de l'électron isolé. Dans le régime relativiste, les effets particuliers se manifeste en raison de l'augmentation d'un facteur  $\gamma$  (facteur relativiste) de la masse de l'électron. Par conséquent, la fréquence plasma électronique, dans ce régime, est réduite sous la forme suivante:

$$\omega_{pe} = \frac{\omega_e}{\gamma^{1/2}}$$

Et, la densité critique s'écrit:

$$n_{cr,rel} = \gamma n_{cr}$$

On définit la densité critique du plasma comme la densité limite pour laquelle l'onde laser peut encore se propager dans le plasma.

$$n_c = \sqrt{\frac{\epsilon_0 m_e 4\pi^2 c^2}{e^2 \lambda_D^2}}$$

$$n_c (cm^{-3}) = \frac{1.1 \times 10^{21}}{\lambda_D^2 (\mu m)}$$

En présence d'un champ intense, la densité critique du plasma doit être corrigée par le facteur relativiste.

## 1.6 Force pondéromotrice et chauffage $J \times B$

Pour des impulsions laser de faible intensité, le mouvement moyen d'un électron dans le champ laser est nul. Si on se contente des termes linéaires des équations fluides, il reste :

$$\frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} = -\frac{e}{m_e} \vec{E}$$

l'électron répond directement au champ électrique du laser. Pour des intensités de  $10^{18} W cm^{-2}$ , les effets non-linéaires liés aux gradients spatiaux de l'impulsion laser dominent l'interaction. Ces effets se manifestent sous forme de force capable de pousser macroscopiquement la surface critique vers l'intérieur de la cible et d'accélérer les électrons jusqu'à plusieurs  $MeV$ . La force non-linéaire exercée par une impulsion laser polarisée linéairement s'exprime par [?]:

$$F_{NL} = \frac{-e^2}{4m_e \omega_{laser}} [\nabla (|E_0|^2) + \nabla (|E_0|^2 \cos(2\omega_{laser}t))]$$

Le premier terme est lentement variable par rapport à  $\omega_{laser}$  et la moyenne temporelle sur une période laser constitue la force pondéromotrice donnée par l'expression suivante :

$$F_{NL} = \frac{-e^2}{4m_e \omega_0} \nabla (|E_0|^2)$$

Cette force, tend à repousser les particules chargées de la zone, où le gradient de l'intensité laser est élevé. Ce mécanisme est schématisé sur la figure (1.6.1).

Par ce mécanisme de chauffage, l'accélération électronique par la force pondéromotrice nous conduit à une expression de température électronique, qui peut être explicite, pour le cas d'une intensité d'impulsion laser de l'ordre de  $10^{18} W/cm^2$  où l'énergie des électrons accélérés dans la longueur de peau devient très vite relativiste. Cette relation peut être calculée par l'expression [28]:

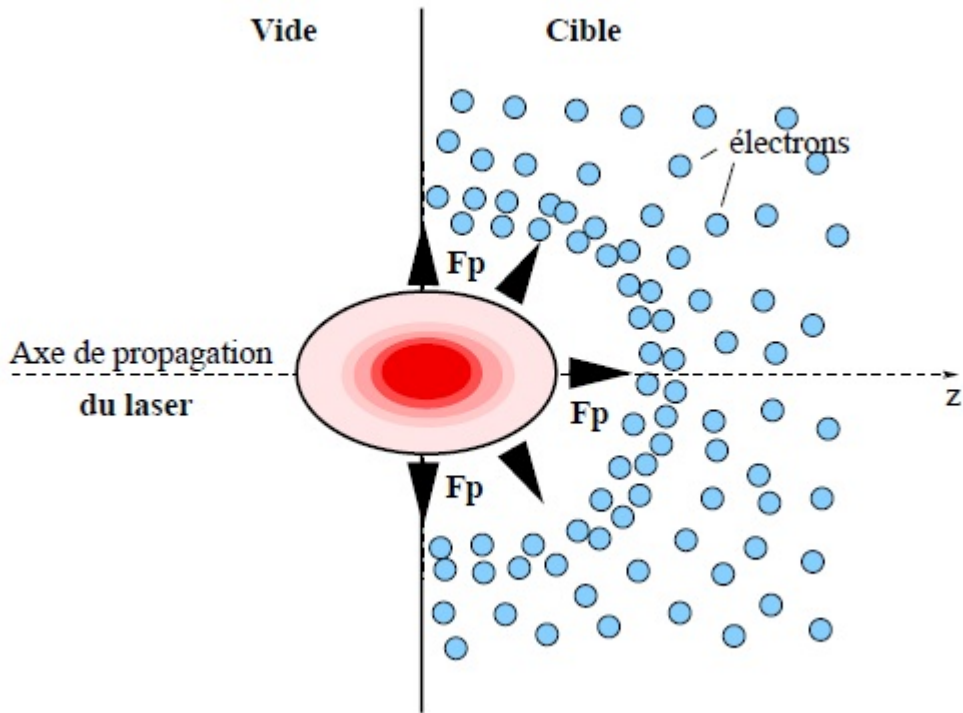


Figure 1.6.1 : L'action de la force pondéromotrice sur les électrons de la cible [28]

$$T = m_e c^2 (\sqrt{1 + a_0^2} - 1)$$

$$T(\text{MeV}) \approx 0.511 \left( \sqrt{1 + \frac{I_{18} \lambda_0^2 - 1}{1.37}} \right) \text{ avec, } I_{18} = \frac{I(\text{W/cm}^2)}{10^{18}}$$

### Application numérique

La température électronique d'un laser de  $1\mu\text{m}$  avec une intensité de  $10^{19}\text{W/cm}^2$  est de  $1\text{MeV}$ .

Le second terme dans l'expression de la force non-linéaire, oscille à  $2\omega_{\text{laser}}$ , est responsable d'un mécanisme de chauffage des électrons qui a lieu dans l'épaisseur de peau est appelé "chauffage  $J \times B$ ", puisque il découle de la présence d'un terme magnétique de la force de Lorentz.

## 2

# Méthodes numériques pour l'étude du phénomène d'expansion

## 2.1 Description du flux

### 2.1.1 Modèle du fluide continu

Un fluide est un milieu matériel continu, déformable qui peut s'écouler. A l'échelle microscopique, le fluide est essentiellement discontinu. Par contre, a l'échelle macroscopique, le fluide est un milieu continu. En outre, traiter le fluide comme un milieu continu c'est aussi pouvoir le découper en cellules élémentaires à partir desquelles on pourra utiliser le calcul intégrale. Dans le modèle du fluide continu [32], [33]:

- On n'étudie pas individuellement chaque particule.
- Les grandeurs physiques définies dans le fluide sont des moyennes sur des éléments de volume  $d\tau$  mésoscopique, qui représente l'échelle de la particule fluide intermédiaire entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique. Elle permet d'associer à cette particule des grandeurs macroscopiques qui décrivent le fluide comme un milieu continu.

## 2.2 Concepts et équations hydrodynamiques

### 2.2.1 Conditions de validité

L'hydrodynamique (HD ci-après), appelée également mécanique ou dynamique des fluides, décrit le comportement d'un milieu continu et déformable. Ces deux propriétés proviennent

du fait que le milieu est composé d'un grand nombre de particules, mais dont on suit l'évolution sur des échelles spatiales (donc temporelles) telles que le mouvement individuel de chacune d'entre elles n'est pas pris en compte. On considère un nombre  $N$  de particules de masse  $m$  situées dans un volume donné  $V$  et l'on peut définir alors divers champs pour un fluide:

- La densité  $n(r, t) = N/V$ , définissant une taille caractéristique  $d = n^{-1/3}$  qui est la distance moyenne entre chaque particule; la densité de masse est  $\rho = mn$ .
- La vitesse locale  $\vec{u}(\vec{r}, t)$  évaluée au point  $M(\vec{r}, t)$ .
- La pression  $P(\rho, t)$ .
- La température  $T(\vec{r}, t)$ .

On peut donc définir des échelles hydrodynamiques, spatiale  $l$  et temporelle  $t$ , associées aux gradients des grandeurs définies ci-dessus. Les conditions d'application de l'*HD* exigent alors que ces échelles vérifient :

$$L \gg l \gg d \text{ et } t \gg \tau_{eq}$$

Où  $L$  est une taille caractéristique du milieu étudié, et  $\tau_{eq}$  est le temps de relaxation vers l'équilibre thermodynamique local (ETL) du fluide. Lorsqu'un tel équilibre est atteint, il y a une homogénéité dans l'espace des vitesses et notre ensemble de particules suit une distribution de vitesse de Boltzmann. Cette homogénéisation dans l'espace des vitesses requiert un transfert d'impulsion efficace entre les particules, souvent effectué via des collisions coulombiennes. Ainsi, ce n'est qu'en se plaçant à des échelles temporelles longues devant ce temps, qu'on assure la validité d'une description fluide. La condition  $L \gg l$  est nécessaire si l'on souhaite pouvoir utiliser des équations locales pour décrire le milieu. Enfin, dans ces conditions, un fluide est décrit par 4 champs  $(\rho, \vec{u}, P, T)$ , et il faut donc quatre équations maîtresses.

## 2.2.2 Équations Hydrodynamiques

### Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \tag{2.1}$$

Cette équation fournit  $\rho$  connaissant  $\vec{u}$ .

**Conservation de la quantité de mouvement**

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t} + u\nabla_x\right)u_\alpha + \frac{\partial P_\alpha}{\partial x} = F_\alpha \quad (2.2)$$

où  $\alpha = e(i)$  et  $F$  représente les forces extérieures (gravité, force électromagnétique, ..).

**Équation d'état**

Elle découle d'une hypothèse simplificatrice sur la nature des interactions collisionnelles entre les particules. On suppose généralement que les collisions sont élastiques et on obtient la relation des gaz parfaits.

$$P = nK_B T \quad (2.3)$$

où  $K_B$  est la constante de Boltzmann.

**Équation d'énergie**

C'est la dernière équation, celle qui fournit la température  $T$  en fonction des autres paramètres, c'est la plus complexe du fait des mécanismes de chauffage et de refroidissement. Il est donc d'usage, dans un premier temps, de calculer la dynamique en faisant une approximation jugée (ou espérée) raisonnable sur la température:

- Approximation isotherme : on suppose  $T$  constante dans tout le milieu.
- Approximation barotrope: En pratique l'équation d'état perd tout son intérêt puisque la dynamique est contrôlée uniquement par le gradient de densité

Un cas particulier de barotrope est lorsque le milieu suit une évolution adiabatique, c'est-à-dire sans échange de chaleur. On obtient dans ce cas :

$$P = K\rho^\gamma \quad (2.4)$$

où  $\gamma = C_p/C_v$  est le rapport de capacités calorifiques appelé également indice adiabatique et  $K$  est une constante. Il est également d'usage en astrophysique d'introduire une description "polytropique",  $P = K\rho^\Gamma$ . Où  $1 \leq \Gamma \leq \gamma$ , est un indice polytropique pouvant varier dans le milieu.

Il y a en gros deux méthodes pour obtenir l'équation d'énergie (que nous n'allons pas détailler ici). La première consiste à calculer à partir de l'équation de Boltzmann le moment d'ordre (2). La seconde, découle du premier principe de la thermodynamique. L'équation de la

conservation de l'énergie est donnée par :

$$\frac{\partial U_{tot}}{\partial t} + \text{div} \vec{F} = 0 \quad (2.5)$$

où,  $U_{tot} = \rho u^2/2 + \rho\Phi + U$  est la somme des densités d'énergie cinétique, potentielle, et interne.  $\vec{F}$  est la somme de tous les flux d'énergie.

## 2.3 Champ des vitesses dans un fluide

### 2.3.1 Description de Lagrange

Pour décrire le fluide, on suit l'évolution au cours du temps et le cheminement d'une particule fluide  $M_i$  (comme on le faisait en mécanique du point). Exemple: on regarde une brindille emportée par le courant dans une rivière.

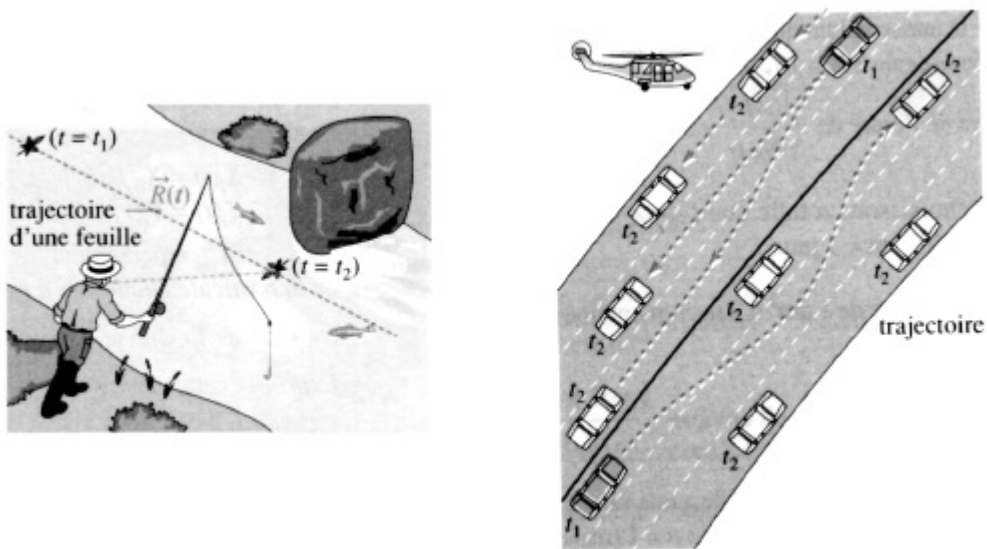


Figure 2.3.1 : Description Lagrangienne

La description Lagrangienne consiste donc à définir les grandeurs physiques en des points attachés à la matière. Considérons un point  $M_i$  correspondant à une particule fluide, et  $\vec{v}_i$  son vecteur vitesse. Soit  $O\vec{M}_i$  le vecteur position de la particule du fluide, on a alors :

$$\vec{v}_i = \frac{dO\vec{M}_i}{dt} = \vec{v}_i(t)$$

Cette vitesse ne dépend explicitement que du temps (les coordonnées d'espace sont des fonction de temps), plus précisément  $\vec{v}_i$  dépend de  $t$  et de position à l'origine des temps de la particule fluide:

$$\vec{v}_i(t) = \vec{V}(r, t)$$

### 2.3.2 Description D'Euler

Pour décrire le fluide, on le découpe en éléments de volume mésoscopiques fixes dans le référentiel d'étude. Pour observer un écoulement, on se place à un endroit donné (fixe), et on observe l'eau s'écouler.

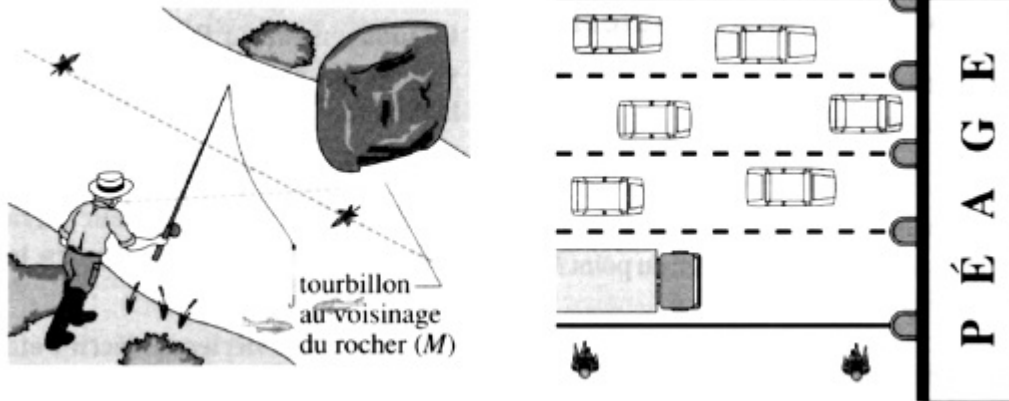


Figure 2.3.2 : Description Eulérienne

La description eulérienne consiste donc à définir les grandeurs physiques en des points fixes du référentiel. La vitesse en un point  $M$  du fluide est une fonction de deux variables indépendantes  $M$  et  $t$ :

$$\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$$

### 2.3.3 Compatibilité des deux descriptions

- En description Lagrangienne, le vecteur vitesse  $\vec{v}$  d'un point  $M$  du fluide est le vecteur de la particule fluide qui l'entoure.
- En description eulérienne, le vecteur vitesse  $\vec{v}$  d'un point  $M$  du fluide à un instant  $t$  est le vecteur vitesse de la particule fluide qui se trouve en  $M$  à cet instant  $t$ .

A chaque instant, les lignes de champ de vitesses dans les deux descriptions coïncident. Une même vitesse peut être analysée de deux façons différentes.

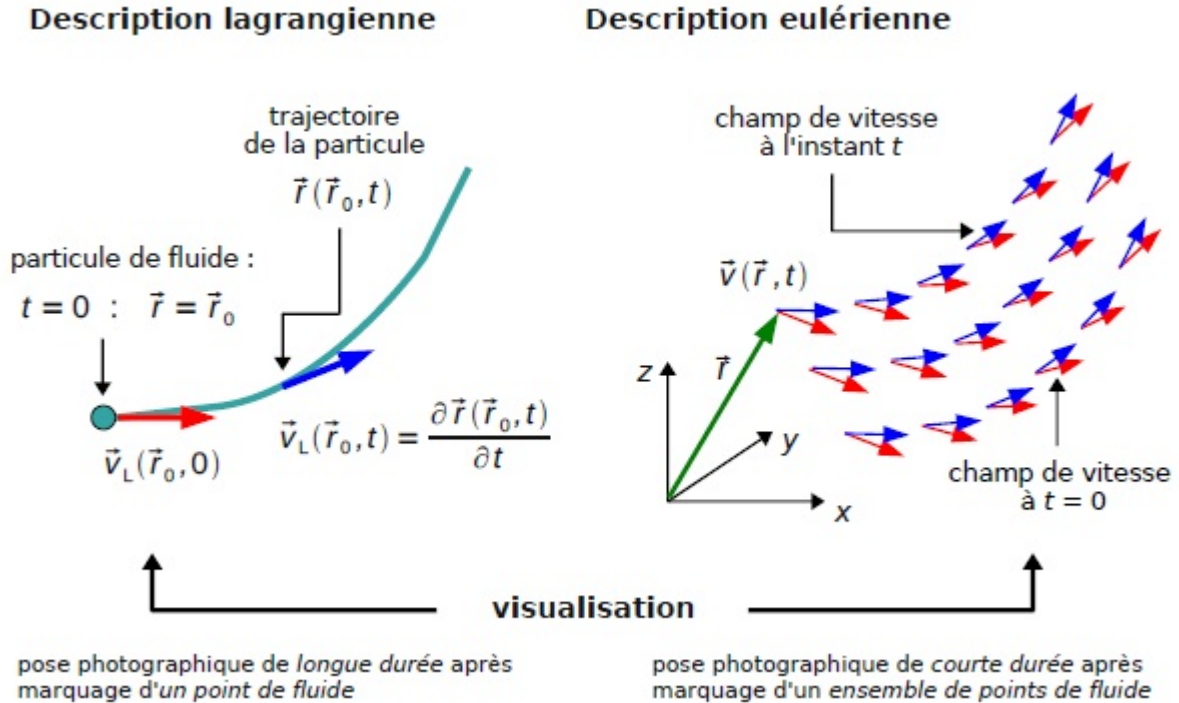


Figure 2.3.3 : Description: Lagrange/ Euler

### 2.3.4 Dérivation temporelle

Généralement nous aurons à considérer les variations d'une grandeur physique. Cependant, les grandeurs utilisées sont souvent attachées à un domaine matériel (température, masse volumique, vitesse...). Il convient de considérer aussi la variation de ce domaine matériel au cours du temps. Pour ce faire, on utilise la dérivée totale par rapport au temps, appelée "dérivée particulaire" [32]. Considérons maintenant la quantité  $f(\vec{x}, t)$ , le taux de changement de la quantité  $f$  par rapport au temps effectué par la particule "P", entraîne de se mouvoir avec une vitesse  $\vec{v}_p$ , la dérivée particulaire de  $f$  est donnée par :

$$\frac{Df(\vec{x}_p(t), t)}{Dt} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{f(\vec{x}_P + \vec{v}_p \delta t, t + \delta t) - f(\vec{x}_p, t)}{\delta t}$$

En effectuant, le développement de Taylor de  $f(\vec{x}_p, t)$  et en posant que  $(\vec{v} \delta t = \delta \vec{x})$ . On obtient,

$$f(\vec{x}_P + \vec{v}_p \delta t, t + \delta t) = f(\vec{x}, t) + \delta t \frac{\partial f}{\partial t}(\vec{x}, t) + \delta \vec{x} \nabla f(\vec{x}, t) + O(\delta^2)$$

A partir des deux dernières équations, on constate que la dérivée particulaire de  $f$  s'écrit sous la forme suivante:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}_p \cdot \nabla f$$

Et en notation généralisée:

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla$$

Le membre à gauche est le terme Lagrangien, tandis que le membre de droite représente les termes Eulériens.

### Exemple

Soit le point "P" dénotant la particule du fluide. Cette dernière se meut avec la vitesse du fluide local  $\vec{v}_p(t) = \vec{v}(\vec{x}, t)$ . L'accélération Lagrangienne  $\frac{D\vec{v}(\vec{x}, t)}{Dt}$  du fluide est donnée par:

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v}$$

L'accélération Lagrangienne est la somme de l'accélération eulérienne et l'accélération convective.

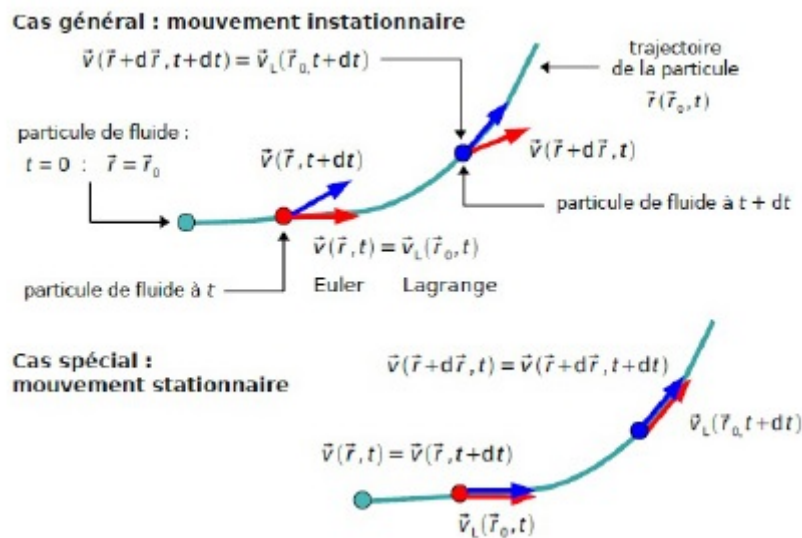


Figure 2.3.4 : Accélération d'un point de fluide

## 2.4 Solution numérique pour les équations fluides.

La modélisation d'un écoulement est obtenue en traduisant les trois grands principes physiques suivants: la conservation de la masse, la seconde loi de Newton et le premier principe de la thermodynamique. Cette traduction produit un système d'équations aux dérivées partielles non-linéaire, dit système d'équations de Navier-Stokes [34]. Si on suppose la vitesse de l'écoulement constante dans l'équation de la masse donnée par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

où  $\rho(x, t)$  désigne la masse volumique au point  $x$  et à l'instant  $t$ , et  $u(x, t)$  est la vitesse du fluide. Cette équation se réduit à :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (2.7)$$

où cette dernière est appelée l'équation d'advection linéaire scalaire; elle traduit simplement le fait que la masse volumique  $\rho$  est advectée par l'écoulement à la vitesse  $u_0$ . Elle peut être écrite sous la forme générique suivante:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + a \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (2.8)$$

où  $w$  est une variable quelconque advectée à la vitesse constante  $a$ . Cette équation constitue le prototype des équations modèles des effets convectifs. Si on considère la donnée initiale  $w(x, t = 0) = w_0(x)$ , avec  $x \in ] - \infty, +\infty[$  alors on vérifie facilement que la solution de l'équation (2.8) est  $w(x, t) = w_0(x - at)$  ce qui signifie que la solution  $w$  a un temps  $\Delta t$  est la donnée initiale décalée de  $\Delta x = a\Delta t$ . Ceci correspond exactement au phénomène d'advection illustré sur la figure (2.4.1).

### 2.4.1 Résolution discrète

On souhaite résoudre de façon approchée l'équation d'advection, qui représente une classe spéciale des équations hyperboliques conservatives à une dimension:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.9)$$

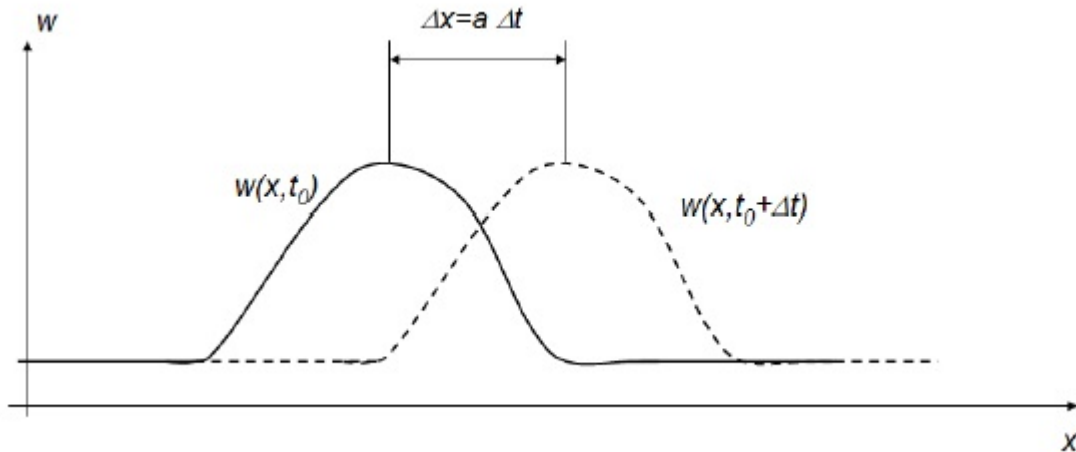


Figure 2.4.1 : Advection à la vitesse  $a$

On cherche une solution approchée de l'équation d'advection dans un maillage uniforme; on note  $x_j$  le point situé à l'abscisse  $j \nabla x$  où  $\nabla x$  désigne le pas d'espace (constant) du maillage. Pour cela plusieurs schémas sont utilisés pour approximer la solution exacte.

## 2.4.2 Schémas numériques

### Le schéma explicite centré

Il est défini par :

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{v \Delta t}{2 \Delta x} (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n)$$

Pour toute la suite on pose  $\lambda = v \frac{\Delta t}{\Delta x}$ . Ce schéma est explicite en temps et centré en espace. Ce schéma n'étant pas stable, il est inutilisable en pratique.

### Les schémas explicites décentrés

Le schéma décentré à droite :

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \lambda (u_{j+1}^n - u_j^n), \text{ pour } v < 0$$

et le schéma explicite décentré à gauche :

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \lambda (u_j^n - u_{j-1}^n), \text{ pour } v > 0$$

### Le schéma de Lax-Freidricks

En 1954 [35], Lax a proposé d'améliorer le schéma centré simple, en modifiant le terme de discrétisation en temps. Le schéma explicite proposé est donné par :

$$u_j^{n+1} = \frac{1}{2}(u_{j-1}^n + u_{j+1}^n) - \frac{\lambda}{2}(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n)$$

**consistance** : On a pour la variable en temps:

$$\bar{u}_j^{n+1} = \bar{u}_j^n + \Delta t \partial_t \bar{u}_j^n + \frac{\Delta t^2}{2} \partial_t^2 \bar{u}_j^n + O(\Delta t^3)$$

et pour la variable d'espace:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{j-1}^n + \bar{u}_{j+1}^n &= \bar{u}_j^n - \Delta x \partial_x \bar{u}_j^n + \frac{\Delta x^2}{2} \partial_x^2 \bar{u}_j^n + \bar{u}_j^n + \Delta x \partial_x \bar{u}_j^n + \frac{\Delta x^2}{2} \partial_x^2 \bar{u}_j^n + O(\Delta x^3) \\ &= 2\bar{u}_j^n + \Delta x^2 \partial_x^2 \bar{u}_j^n + O(\Delta x^3) \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} \bar{u}_{j+1}^n - \bar{u}_{j-1}^n &= \bar{u}_j^n + \Delta x \partial_x \bar{u}_j^n + \frac{\Delta x^2}{2} \partial_x^2 \bar{u}_j^n - \bar{u}_j^n + \Delta x \partial_x \bar{u}_j^n - \frac{\Delta x^2}{2} \partial_x^2 \bar{u}_j^n + O(\Delta x^3) \\ &= \Delta x \partial_x^2 \bar{u}_j^n + O(\Delta x^3) \end{aligned}$$

Donc l'erreur de consistance au temps  $t_{n+1}$  et au point  $x_j$  est :

$$\begin{aligned} r_j^{n+1} &= \frac{1}{\Delta t} (\bar{u}_j^n + \Delta x \partial_t \bar{u}_j^n + \frac{\Delta x^2}{2} \partial_t^2 \bar{u}_j^n + O(\Delta t^3)) - \bar{u}_j^n - \frac{\Delta x^2}{2} \partial_x^2 \bar{u}_j^n + \lambda \Delta x \partial_x \bar{u}_{j+1}^n + O(\Delta x^3) \\ &= \partial_t \bar{u}_j^n + v \partial_x \bar{u}_j^n + \frac{\Delta t}{2} \partial_t^2 \bar{u}_j^n - \frac{\Delta x^2}{2\Delta t} \partial_x^2 \bar{u}_j^n + O(\Delta t^2 + \frac{\Delta x^3}{\Delta t}) \end{aligned}$$

Or  $\partial_t^2 \bar{u}_j^n = v^2 \partial_x^2 \bar{u}_j^n$ . Ainsi, en supposant le rapport  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ , on obtient:

$$\begin{aligned} r_j^{n+1} &= (\frac{v^2 \Delta t}{2} - \frac{\Delta x^2}{2\Delta t}) \partial_x^2 \bar{u}_j^n + O(\Delta t^2 + \Delta x^2) \\ &= \frac{v}{2} (v \Delta t - \frac{\Delta x^2}{v \Delta t}) \partial_x^2 \bar{u}_j^n + \Delta x^2 \\ &= \frac{v}{2} (\lambda - \frac{1}{\lambda}) \Delta x \partial_x^2 \bar{u}_j^n + O(\Delta t^2 + \Delta x^2) \end{aligned}$$

On en déduit que le schéma est d'ordre 1 en temps et en 2 en espace si  $\lambda \neq 1$ , et d'ordre 2 en temps et en espace si  $\lambda = 1$ .

**Stabilité**: Par transformée de Fourier, on obtient:

$$\xi(k) = \cos(k\Delta x) - i \frac{v\Delta t}{\Delta x} \sin(k\Delta x)$$

On en déduit immédiatement que le schéma de Lax-friedrichs est stable si et seulement si  $|\xi(k)| < 1$  qui conduit à la condition de Friedrichs-Lewy  $\lambda \leq 1$ . Il est à noter que, la correction apportée par le schéma de Lax-Friedrichs est équivalent à l'introduction d'un terme de diffusion. Pour clarifier ce fait on écrit:

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = v \left( \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta t} \right)$$

Cela est exactement la représentation des différences finis de l'équation suivante:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

où le terme de diffusion,  $\propto \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , apparait dans l'équation.

### Le schéma de Lax-Wendroff

Le schéma de Lax-Wendroff, représente une extension à l'ordre 2 en espace du schéma de Lax-Friedrichs [36], en introduisant le schéma du saut de mouton (Leap-frog). Le schéma du Lax-Wendroff est obtenu comme suit:

- Le schéma de Lax-Friedrichs avec demi-pas:

$$\begin{aligned} U_{j+1/2}^{n+1/2} &= \frac{1}{2} [u_{j+1}^n + u_j^n] - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [F_{j+1}^n - F_j^n] + O(\Delta x^2) \\ U_{j-1/2}^{n+1/2} &= \frac{1}{2} [u_j^n + u_{j-1}^n] - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [F_j^n - F_{j-1}^n] + O(\Delta x^2) \end{aligned}$$

- Le schéma du saut de mouton avec demi-pas:

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{j+1/2}^{n+1/2} - F_{j-1/2}^{n+1/2}] + O(\Delta x^2)$$

Le schéma de Lax-Wendroff de l'équation d'advection avec "demi-pas" est donné par:

$$u_{j\pm 1/2}^{n\pm 1/2} = \frac{1}{2} (u_j^n + u_{j\pm 1}^n) \mp \frac{\lambda}{2} (u_{j\pm 1}^n - u_j^n) + O(\Delta x^2)$$

Donc le schéma pour t entier:

$$\begin{aligned} u_j^{n+1} &= u_j^n - \lambda (u_{j+1/2}^{n+1/2} - u_{j-1/2}^{n+1/2}) + O(\Delta x^2) \\ &= u_j^n - \frac{\lambda}{2} (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + \frac{\lambda^2}{2} (u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) + O(\Delta x^2) \end{aligned}$$

**Consistance:** Par les mêmes calculs que précédemment, on obtient facilement que le schéma est consistant d'ordre 2 en temps et en espace.

**Stabilité:** Par transformée de Fourier, on obtient le coefficient d'amplification :

$$g(\xi; \Delta x; \Delta t) = 1 - i\lambda \sin(\Delta x \xi) + \lambda^2 (\cos(\xi \Delta x) - 1)$$

On a alors :

$$\begin{aligned} |g(\xi; \Delta x; \Delta t)| &= 1 + 4\lambda^2(\lambda^2 - 1) \text{ si } \lambda > 1 \\ &= 1, \text{ si } \lambda \leq 1 \end{aligned}$$

D'après le critère de Von-Neumann, le schéma est donc stable en norme  $\ell^2(Z)$  sous la condition  $\lambda \leq 1$ . Il est important de noter que le schéma de Lax-Wendroff qui se réduit dans le cas linéaire:

$$\frac{\Delta u_j^n}{\Delta t} + v \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = \frac{1}{2} v^2 \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n)$$

peut également être interprété comme le schéma centré simple complété par un terme de dissipation numérique (viscosité).

### Les équations d'Euler

Les équations d'Euler constituent également une " simplification " des équations de Navier-Stokes. Elles décrivent la conservation de la masse, le moment, et l'énergie totale. Le système d'équation peut être condensé et écrit sous la forme suivante:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial f^e(w)}{\partial x} = 0$$

Soit:  $w = (\rho, \rho u, \rho E)$  et  $f^e(w) = (\rho u, \rho u^2 + P, (\rho E + P)u)$ . La résolution des équations d'Euler représente l'obstacle le plus difficile dû aux phénomènes non-linéaires de type choc ou détente qui sont liés à la non-linéarité du flux  $f^e$ ; les flux visqueux introduisent des effets de diffusion qui ne favorisent, en général, pas la robustesse de la méthode de discrétisation. Pour cela on emploie un schéma de discrétisation qui combine les schémas numériques de Lax-Friedrichs et de Lax-Wendroff, pour éliminer leurs problèmes respectifs de diffusion et de dissipation (oscillation numérique) [37].

### Le schéma hybride "Lax Friedrichs-Lax Wendroff"

Pour l'équation d'advection, le schéma hybride (LFW) s'écrit [37]:

$$u_j^{n+1} = \alpha_k u_j^{n+1(LF)} + (1 - \alpha_k) u_j^{n+1(LW)}$$

où:

$$u_j^{n+1(LF)} = \frac{1}{2}(u_{j-1}^n + u_{j+1}^n) - \frac{\lambda}{2}(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + O(\Delta x^2)$$

et:

$$u_j^{n+1(LW)} = u_j^n - \frac{\lambda}{2}(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + \frac{\lambda^2}{2}(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) + O(\Delta x^2)$$

Donc:

$$u_j^{n+1(LFW)} = (1 - \alpha_k)u_j^n + \frac{\alpha_k}{2}(u_{j+1}^n + u_{j-1}^n) - \frac{\lambda}{2}(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + O(\Delta x^2)$$

Le paramètre  $\alpha_k$  est un commutateur de choc qui devrait être proche de 1 près des régions de discontinuités et 0 dans les régions fluide (smooth). Cela signifie, que le commutateur privilégie le flux numérique du schéma de (LF) dans les régions de discontinuité, ainsi la diffusion numérique. Cependant, dans les régions fluides (smooth), le flux numérique de (LW) est utilisé.

## 2.5 Approche self-similaire

La difficulté de résoudre l'ensemble des équations aux dérivées partielles (équations fluides) dans l'espace des configuration  $(x, t)$  à moins que la résolution se fait à travers des simulations numériques, nous force à faire appel à d'autres techniques pour simplifier le problème. Les conditions aux limites sont indispensables pour la résolution correcte de ces équations. Cependant, dans la majorité des problèmes de la physique des plasmas, beaucoup de situations concernent les systèmes ouverts ou semi-ouverts. L'objectif est de trouver une solution hydrodynamique numérique simple pour ces équations, à savoir, une solution self-similaire décrivant ces écoulements libres. L'idée de faire appel aux transformation self-similaires permet de simplifier et contourner le problème de la résolution des équations aux dérivées partielles (EDP), en transformant ces dernières en système d'équations aux dérivées ordinaires (ODE).

La self-similarité est un concept qui stipule que la distribution spatiale des caractéristiques du mouvement reste similaire à elle même à tout-temps durant le mouvement. La résolution donne des solutions qui nous informent sur le comportement asymptotique du problème. Lorsque le temps tend vers l'infini, ces solutions traduisent l'absence d'une grandeur caractéristique temporelle ou spatiale; l'ajout du rapport  $x/t$  dans une équation stipule que les grandeurs qui dépendent de la variable  $x$ , varient en fonction du temps mais leurs profil reste le même. En effet, ceci est justifié par la quasi-neutralité du milieu. La longueur de Debye perd son importance comme longueur caractéristique du plasma, ce qui fait que les solutions self-similaires décrivent le même comportement asymptotique d'un problème sans limite. Du point de vue mathématique, les transformations self-similaires se basent sur les propriétés de l'algèbre de Lie. Le choix de la transformation n'est pas unique, il peut être guidé par des considérations physiques ou des raisons de commodités. Les variables  $x$

et  $t$  sont combinées pour former une seule variable  $\xi = x/\Phi(t)$ , où  $\Phi$  est une fonction du temps, qui réduit le système d'équations aux dérivées partielles en un système d'équations différentielles ordinaires faciles à résoudre.

Suivant le raisonnement de Hsuan [38], décrivant la transformation des équations fluides à l'aide d'un groupe de transformation découlant de la théorie des groupes de Lie, nous transformons notre ensemble d'équations fluides (2.1- 2.2). Pour l'équation de Poisson, l'approximation de quasi-neutralité réduit cette équation sous la forme suivante:

$$n_e = n_i \quad (2.10)$$

### 2.5.1 La self-similarité via la transformation du groupe

Il existe une procédure simple et efficace pour déterminer des variables self-similaires pour un ensemble d'équations aux dérivées partielles. Selon la théorie du groupe de Lie, il est connu que, ces variables de similarité sont identiques aux invariants à un paramètre particulier de groupe de transformations (détails et références trouvés dans la réf. [40]). Le groupe linéaire d'un ensemble de transformation avec un paramètre réel positif a:

$$G : \{x^* = a^{\alpha_1}x, t^* = a^{\alpha_2}t, n^* = a^{\beta_1}n, V^* = a^{\beta_2}v, P^* = a^{\beta_3}P, E^* = a^{\beta_4}E \quad (2.11)$$

A partir de ce groupe linéaire, et avec la procédure de la décomposition, il y a des paramètres  $\alpha_j$  et  $\beta_j$  qui doivent être déterminés de telle sorte que l'ensemble d'équations restent " conformément invariant " ou " constant conformally invariant " (CCI), du groupe  $G$ . Une fonction  $F_j(x_i)$  est dite " constant conformally invariant " sous  $G$ , si  $F_j(x_i) = f_j(a)F_j(x_i^*)$ , où  $f_j$  est une fonction du paramètre  $a$ . Si  $f_j(a) = 1$ , la propriété (CCI) est dite " absolue ". Cette propriété est satisfaite pour l'équation (2.1) et (2.2) si :

$$\beta_1 = -2\alpha_2, \beta_2 = \alpha_1 - \alpha_2, \beta_3 = 2\alpha_1 - 4\alpha_2, \beta_4 = \alpha_1 - \alpha_2. \quad (2.12)$$

Le résultat de la transformation des équations précédentes à l'aide des nouvelles variables;  $x^*, t^*, n^*, v^*, p^* \text{ et } E^*$  est donné par :

$$a^{\alpha_2 - \beta_1} \frac{\partial n^*}{\partial t^*} + a^{\alpha_1 - \beta_1 - \beta_2} \frac{\partial n^* v^*}{\partial x^*} = 0 \quad (2.13)$$

$$a^{\alpha_2 - \beta_2} \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + a^{-2\beta_2 + \alpha_1} v^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + a^{-\beta_3 + \beta_1 + \alpha_1} \frac{1}{mn^*} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} = a^{-\beta_4} \frac{e}{m} E^* \quad (2.14)$$

Ces équations conservent leurs formes si et seulement si :

$$-\beta_1 + \alpha_2 = -2\beta_2 + \alpha_1 = -\beta_3 + \beta_1 + \alpha_1 = -\beta_4, \alpha_1 = \alpha_2, \beta_2 = \beta_1 = 0.$$

Alors:

$$\frac{x^*}{t^*} = \frac{x}{t} = \xi(x, t)$$

où  $\xi(x, t)$  est la variable self-similaire.

# 3

## Accélération ionique durant l'expansion du plasma

### 3.1 Introduction

En physique et en sciences appliquées, un grand intérêt a été porté à la production des particules de très hautes énergies, en particulier les protons. Cet intérêt est principalement motivé par les propriétés remarquables des faisceaux ioniques produits, qui sont caractérisés par [41] [42]:

- Une courte durée, initialement de l'ordre de la longueur d'impulsion laser.
- Un petit angle de divergence.
- Un flux hautement laminaire.
- Un grand nombre de protons ( $\sim 10^{13} - 10^{14}$ )

Ces faisceaux de particules de hautes énergies ont de nombreuses applications, à la fois dans la recherche fondamentale que dans les secteurs médicaux et industriels, parmi lesquels se trouve le traitement de cancer. Grâce à la thérapie de rayonnement en utilisant des faisceaux ioniques, un énorme potentiel de réduction des effets secondaires négatifs des méthodes de radiothérapie actuelles a été mis en évidence [4], [43], [44]. L'idée d'accélérer les ions à partir de cibles solides, souvent un métal ou feuille de plastique, par une irradiation laser fut un champ de recherche depuis 1970 [42]. Cependant, il fallait attendre jusqu'à 1990, pour atteindre des énergies de protons de l'ordre du ( $MeV$ ), grâce aux lasers super-intenses. Les dernières décennies ont connu des avancements de recherche remarquables, à la fois

théoriques et expérimentales, afin d'augmenter le maximum d'énergie acquise par les ions et de comprendre les mécanismes impliqués dans le phénomène d'accélération [4], [45].

Le mécanisme d'accélération ionique dans la plupart des expériences effectuées jusqu'à présent, est appelé le processus TNSA (Target Normal Sheath Acceleration). Ce processus a été réalisé à l'aide des lasers à impulsions brèves, dans la gamme du (femto - picoseconde), pour la première fois par Snavely et al [4], [45]. Le processus se déroule en trois étapes essentielles.

- La première représente l'impact laser, interagissant avec la face avant de la cible. Les atomes de cette dernière sont ionisés, et les électrons éjectés sont accélérés dans le domaine du champ laser vers l'arrière de la cible.
- En traversant la cible, les électrons ionisent tous les atomes de profondeur de la cible le long de leurs trajectoires, et forment en face arrière de celle-ci un nuage d'électron chaud. Ceci est la deuxième étape [46], [47].
- Ensuite vient la dernière étape, où sous l'effet de la séparation de charge, un champ électrique intense de l'ordre du  $TVm^{-1}$  se crée. Ce champ ionise les molécules de la face arrière de la cible, puis accélère les ions à des énergies considérables, suivant une expansion du plasma dans laquelle les électrons à hautes températures transfèrent leurs énergies aux ions froids de la face arrière de la cible [48], [61].

Les différentes étapes de ce processus sont illustrés par la figure (3.1.1).

Les phénomènes impliqués dans l'expansion d'un plasma dans le vide, en particulier, l'accélération ionique et la propagation d'onde de raréfaction, ont été étudiés théoriquement et expérimentalement depuis les années soixante. Gurevich et al [48], furent les premiers à montrer théoriquement que lors d'une expansion, des ions sont accélérés à des très hautes énergies. Singh et Schunk [50],[53], ont utilisé des simulations numériques, pour étudier l'accélération ionique dans le cadre de l'expansion du vent solaire. Durant la dernière décennie, un énorme effort théorique et expérimental, travaillant dans le domaine de la fusion par laser, a été consacré à l'étude de l'évolution du champ électrique, de l'énergie, et des distributions des densités de particules lors d'une interaction laser-solide. Cependant, même avec ces réalisations importantes, déjà atteintes, divers aspects de ce processus sont encore à l'état rudimentaire de compréhension.

Pour étudier les aspects fondamentaux du processus d'accélération ionique lors d'une détente plasma, nous commençons par une observation expérimentale. Il s'agit d'une impulsion laser

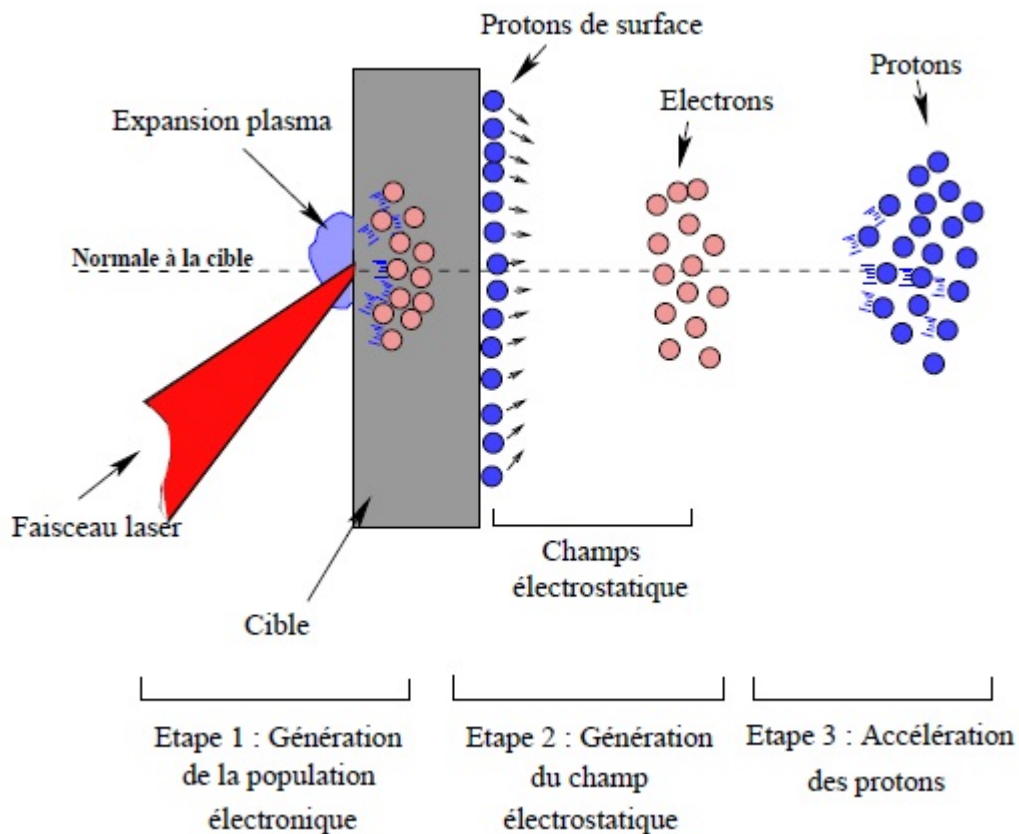


Figure 3.1.1 : Processus d'accélération de couche normal (TNSA).

intense axée sur une cible créant instantanément un plasma, qui déclenche immédiatement son expansion dans le vide adjacent. Une mesure typique faite pour une impulsion laser  $CO_2$  focalisée sur une cible de polyéthylène, est présentée sur la figure(3.1.2) [55], montrant le signal du courant ionique en fonction du temps pour diverses irradiances. Pour des irradiances laser avec un seuil d'environ  $I \sim 10^{12} W/cm^2$ , des pics correspondant à l'énergie des ions ont été observés, au cours du processus d'expansion, où les ions dans les régions de pics atteignent des énergies de l'ordre de  $150 KeV$ .

Deux questions se posent à partir de ces observations:

- Par quel biais ces ions ont pu atteindre de telles vitesses supersoniques?
- Quel est l'origine des ces structures en pics?

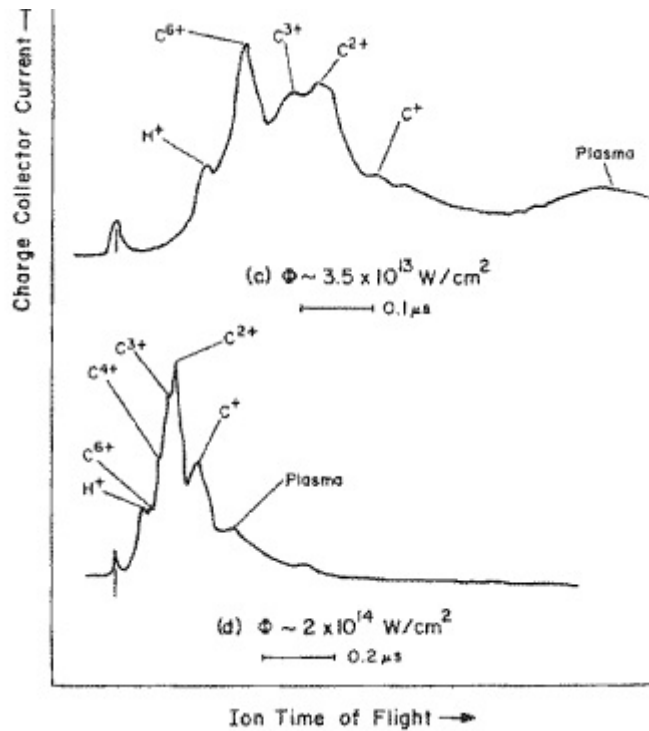


Figure 3.1.2 : Signal du courant d'ions en fonction du temps [55]

Pour répondre à ces deux questions, nous allons étudier les travaux les plus fondamentaux effectués par les physiciens du plasma durant les dernières 60 années, en suivant un ordre chronologique de développement des modèles traitant le processus de l'accélération ionique lors d'une expansion de plasma dans le vide.

## 3.2 Le modèle de Gurevich

En général l'évolution spatio-temporelle d'un plasma raréfié est décrite par un modèle cinétique non-collisionnel pour décrire le plasma. Cependant les auteurs, dans ce travail, supposaient les électrons en équilibre avec le potentiel électrostatique, le plasma est supposé donc se comporter quasi-neutre. Certaines caractéristiques du processus d'expansion peuvent être étudiés en s'intéressant à la dynamique des ions dans la limite de quasi-neutralité. La neutralité de charge supprime la longueur de Debye comme une longueur caractéristique pertinente des équations régissant la dynamique de l'expansion[53]. Ainsi, toute dépendance fonctionnelle de  $x$  et  $t$  sera considérée à travers la combinaison  $x/t$ . Ce type de transforma-

tion est communément appelé " transformation self-similaire" (voir le chapitre (2)).

Le plasma est décrit par l'équation cinétique pour la fonction de distribution ionique  $f$ :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{e}{M} \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial v} = 0 \quad (3.1)$$

avec l'équation de Poisson:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi e(N_i - N_e) \quad (3.2)$$

où  $M$  étant la masse d'ion,  $\phi$  est le potentiel électrostatique ( $E = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$ ), et

$$N_i = \int_{-\infty}^{+\infty} f dv$$

En supposant la quasi-neutralité, l'équation de Poisson se réduit à:

$$N_e = N_i$$

où,  $N_e$  est donnée par :

$$N_e = N_0 \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right)$$

donc,

$$e\phi = T_e \ln \frac{N_i}{N_0}$$

en remplaçant dans (3.1), nous obtenons :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{T_e}{M} \frac{\partial}{\partial x} \left( \ln \int_{-\infty}^{+\infty} f dv \right) \frac{\partial f}{\partial v} = 0 \quad (3.3)$$

Quand la quasi-neutralité est atteinte, après un large temps  $t$ , le mouvement pourra être traité dans le cadre de l'approche self-similaire. En introduisant les changement de variables suivants:

$$\tau = \frac{x}{t} \left(\frac{M}{2T_e}\right)^{1/2}, u = v \left(\frac{M}{2T_e}\right)^{1/2}, g = \left(\frac{2\pi T_i}{M}\right)^{1/2} f N_0^{-1}$$

L'équation (3.3), s'écrit:

$$(u - \tau) \frac{\partial g}{\partial \tau} - \frac{1}{2} \frac{\partial g}{\partial u} \frac{d}{d\tau} \left( \ln \int_{-\infty}^{+\infty} g du \right) = 0 \quad (3.4)$$

Cette dernière expression peut être réécrite sous la forme allégée suivante :

$$(u - \tau) \frac{\partial g}{\partial \tau} - \frac{1}{2} \frac{\partial g}{\partial u} \frac{d}{d\tau} \phi_N = 0 \quad (3.5)$$

où:

$$\phi_N = \frac{e\phi}{T_e} = \ln \frac{N_i}{N_0}, \frac{N_i}{N_0} = \int_{-\infty}^{+\infty} g \frac{du}{(\pi\beta)^{1/2}}, \beta = \frac{T_e}{T_i}$$

Les équations (3.4) et (3.5) représentent les équations de base traitées par Gurevich et al [1966, 1968, 1973][48], [51], [52]. Pour  $t = 0$  et  $x \rightarrow -\infty$ , le plasma est dans son état non-perturbé. Si on assume que le plasma dans son état non-perturbé obéit à la distribution Maxwellienne, donc les conditions aux limites pour les équations (3.4) et (3.5) sont :

$$\tau \rightarrow -\infty, g \rightarrow \exp(-\beta u^2) \text{ et } \tau \rightarrow +\infty, g \rightarrow 0$$

Pour  $t > 0$ , les ions sont fortement accélérés, où leurs vitesses thermiques peuvent être négligées. Dans ce cas, on a affaire aux équations fluides de continuité et de mouvement données par:

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(N_i V_i) = 0 \quad (3.6)$$

$$M \left( \frac{\partial V_i}{\partial t} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial x} \right) = -Z_i e \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad (3.7)$$

En transformant ces dernières équations à l'aide de la variable self-similaire, les équations sont réécrites sous la forme:

$$(V_i - \xi) \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + N_i \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = 0 \quad (3.8)$$

$$(V_i - \xi) \frac{\partial V_i}{\partial \xi} + \frac{eZ}{M} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} = 0 \quad (3.9)$$

La solution self-similaire pour un plasma composé d'électrons Maxwelliens, et d'ions fluide est :

$$N_e = Z_i N_i = Z_i N_0 \exp(-\xi - 1)$$

$$V_i = S_0(\xi + 1)$$

$$\phi = -\left(\frac{T_e}{e}\right)(\xi + 1), \xi + 1 \geq 0$$

Les deux figure (3.2.1b) et (3.2.1c), montrent les profils de la densité et la vitesse par rapport à la variable self-similaire. L'onde de raréfaction provoquée avec le mouvement du front se propage dans le plasma à la vitesse acoustique ionique. L'hypothèse de quasi-neutralité restreint la validité de la solution self-similaire à  $-1 < \xi < \xi_m$ , où  $\xi_m$  est donné par,  $\xi_m = 2 \ln(\omega_{pi} - 1)$ , pour  $t > \omega_{pi}^{-1}$ . Pour des valeurs de  $\xi > \xi_m$ , l'expression du potentiel électrique  $\phi = -\left(\frac{T_e}{e}\right)(\xi + 1)$  demeure incorrecte. Le temps nécessaire au ions pour répondre à la polarisation du champ électrique, et produire un flux de plasma avec  $N_e = Z_i N_i$  est donné par  $\omega_{pi}^{-1}$ . Singh et Schank [1982][50], ont montré à travers des simulations numériques, qui sont basées sur l'équation de Poisson, que la conclusion ci-dessus est en effet, correcte. Une

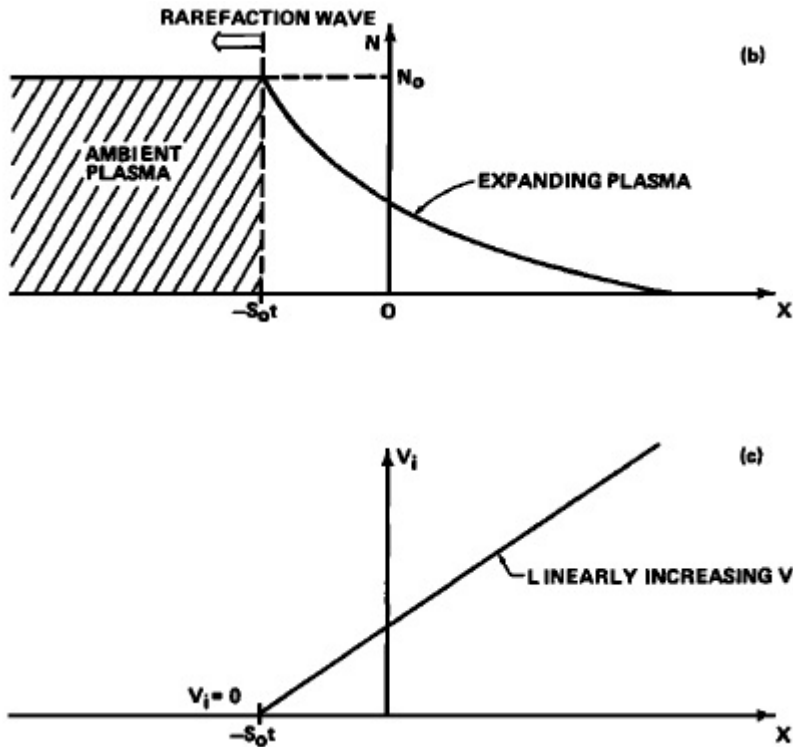


Figure 3.2.1 : Expansion du plasma dans le vide: (b)-l'évolution de la densité en fonction de la variable self-similaire. (c)-l'évolution de la densité en fonction de la variable self-similaire. [53]

comparaison entre les études utilisant l'approche self-similaire avec celles utilisant la simulation numérique, déterminant le potentiel à partir de l'équation de Poisson, a été réalisée par Denavit [1979][42]. Il a été constaté que l'effet de séparation de charge, est de produire un front d'ions, dans la région comprise entre le front d'expansion et l'onde raréfactive. Ce fait est illustré par la figure(3.2.2). La ligne en trait mixte, montre que la seule différence du comportement du profil ionique de celui du profil électronique est au niveau du front, où la solution exacte, montre un pic de densité des ions. Ce pic est interprété par une accélération des ions de la région près du front ionique.

La solution self-similaire, est en accord avec la formulation même du problème, qui est à l'instant initial  $t = 0$ , le potentiel  $\phi$  près de la limite  $x = 0$ , change brusquement de  $\phi = 0$  (pour  $x \rightarrow -0$ ) à  $\phi = -\infty$  (pour  $x \rightarrow +0$ ). Les ions sont soumis à une force  $F = e \frac{\partial \phi}{\partial x}$ , entraîne une accélération immédiate des ions à des vitesses considérables. Cette force finie agit sur les ions, de sorte que les ions se déplacent à une vitesse en augmentation perpétuelle

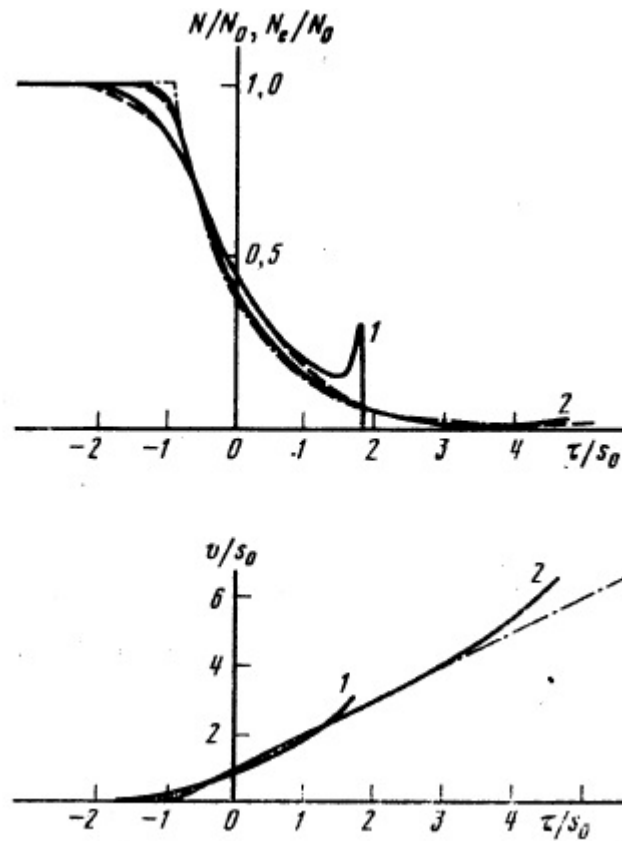


Figure 3.2.2 : Les densités ioniques (électronique),  $N(N_e)$ , et la vitesse ionique  $V_i$  en fonction de la variable self-similaire pour  $t = 5$  et  $t = 30$  [51].

avec le temps. L'accélération ionique dépend essentiellement de la fonction  $N_e(\phi)$  (la fonction de distribution des électrons). La vitesse du front ionique augmente avec le nombre des électrons rapides et énergétiques. Les singularités du mouvement du front peuvent être facilement interprétées comme étant des perturbations dans un plasma en expansion self-similaire.

En résumé: Les solutions self-similaires et les simulations numériques ont montré les effets suivants, durant l'expansion d'un plasma dans le vide.

- Des ions sont accélérés à des vitesses très importantes.
- Une onde de raréfaction est créée, se propageant dans le plasma.
- Le front ionique se développe, et se déplace dans la région du vide.
- L'excitation des instabilités sur certains volumes de l'espace a lieu.

- Fortes discontinuités dans le plasma se produisent au niveau du front ionique.

### 3.3 Le modèle de Crow et al

Dans ce travail, les auteurs étudient le premier stade du processus de l'expansion libre d'un plasma, dans une échelle de temps caractéristique longue par rapport à la période du plasma [8]. Les électrons sont supposés en équilibre avec le potentiel électrostatique, où les électrons sont continuellement remplacés par les nouveaux électrons du corps principal de plasma. A la suite de ce processus, certains ions sont accélérés à des vitesses très élevées. Le mouvement des ions est considéré non-collisionnel et leur énergie thermique est ignorée dans ce modèle. Le potentiel électrostatique est décrit par l'équation de Poisson. Ainsi, l'ensemble des équations décrivant le processus de l'expansion est donné par:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v}{\partial x} = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{e}{M} E \quad (3.11)$$

$$n_e = n_0 \exp(eV/kT_e) \quad (3.12)$$

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = e(n_e - n_i) \quad (3.13)$$

$n_e(n_i)$ , sont les densités électronique(ionique),  $v$  la vitesse des ions,  $E$  le champ électrique,  $V$  le potentiel, et  $T_e$  est la température électronique. Les conditions aux limites pour un plasma à l'état non-perturbé;  $x \rightarrow -\infty$  où  $t = 0$ .

#### 3.3.1 L'effet de la charge d'espace

**Situation à  $t = 0$**

A  $t = 0$ , l'équation de Poisson prend la forme:

$$\epsilon_0 \frac{d^2 V}{dx^2} = n_0 e [\exp(eV/kT_e) - 1], \text{ pour } x < 0 \quad (3.14)$$

et

$$\epsilon_0 \frac{d^2 V}{dx^2} = n_0 e \exp(eV/kT_e), \text{ pour } x > 0 \quad (3.15)$$

L'intégration sur la coordonnée spatiale donne:

$$\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = n_0 k T_e [\exp(eV/kT_e) - 1 - \frac{eV}{kT_e}], \text{ pour } x < 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = n_0 k T_e \exp(eV/kT_e), \text{ pour } x > 0 \quad (3.17)$$

Où,  $E = -\frac{dV}{dx}$ ,  $\{[\frac{dV}{dx} = 0, V = 0]\}$  pour  $x \rightarrow -\infty$  et  $\{[\frac{dV}{dx} = 0, V = -\infty]\}$  pour  $x \rightarrow +\infty$ .

Après intégration La densité électronique est donnée par:

$$n_e = n_0 \exp(-1) \left(1 + \frac{x}{(2e)^{1/2} \lambda_D}\right)^{-2}$$

où,  $\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_0 e^2}\right)^{1/2}$

### Expansion

Les ions, qui étaient à l'origine ( $x = 0$ ), vont former un "front d'ions" bien défini, qui se déplace dans le vide. En avant de ce front ionique, nous avons un nuage d'électrons pur, comme illustré par la figure(3.3.1). Le nuage d'électrons aura toujours la même forme, où la densité électronique dans ce nuage est écrite sous la forme:

$$n_e = n_{ef} \left(1 + \frac{x-x_f}{\sqrt{2}\lambda_{local}}\right)$$

où,  $\lambda_{local} = \left(\frac{\epsilon k T_e}{n_{ef} e^2}\right)^{1/2}$ , et  $x_f$  désigne la position du front ionique.

### Procédure numérique

En normalisant le système d'équation (3.10-3.13), ce dernier peut être réécrit comme suit :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial nv}{\partial x} = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \exp \phi - n \quad (3.20)$$

Pour nous permettre de localiser le front d'expansion avec plus de précision, le calcul est basé sur la formulation Lagrangienne du problème, dans laquelle la maille des différences finies est liée au plasma, au lieu d'être fixée dans l'espace. L'ensemble des équations (3.18-3.20), est remplacé par les équations pseudo-Lagrangiennes du mouvement:

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.21)$$

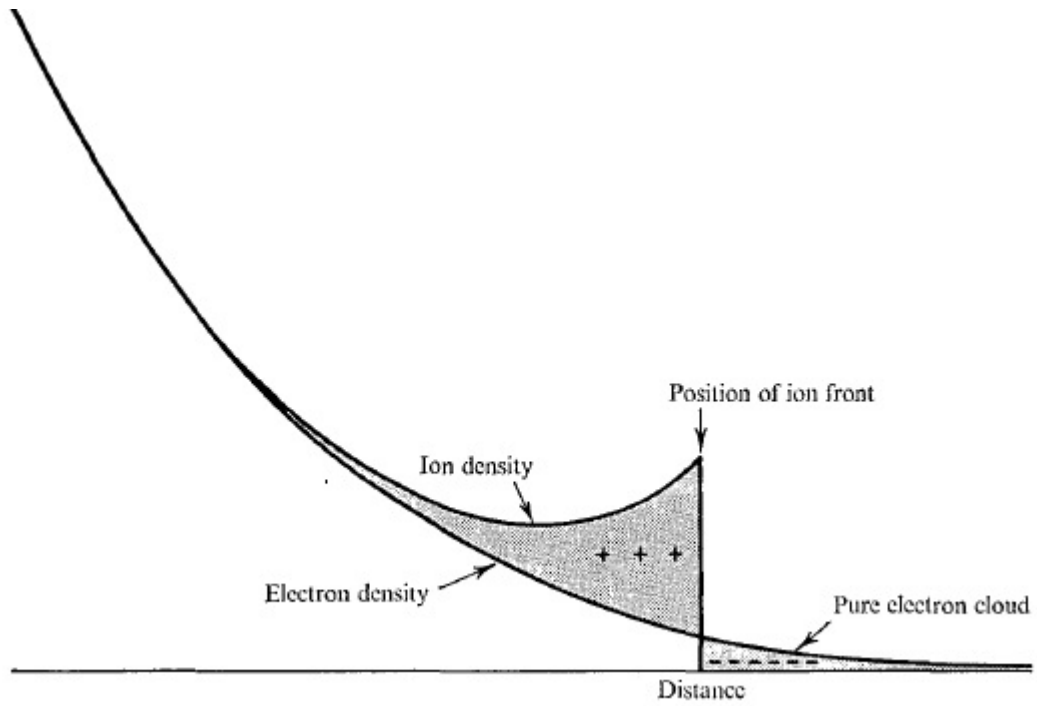


Figure 3.3.1 : La variation de la densité ionique et électronique au front [8]

$$\frac{Dx}{Dt} = v \quad (3.22)$$

$$n = \frac{\partial \chi}{\partial x} \quad (3.23)$$

$$-X < x < x_f$$

où,  $\frac{D}{Dt}$  est l'opérateur de dérivation par rapport au plasma, et  $\chi$  est la coordonnée spatiale de Lagrange.

### Résultats et Discussions

Pour résoudre le système (3.21-3.23), numériquement, la méthode des différences finies est utilisée, avec des conditions initiales  $n = 1, v = 0, \chi = x$  à  $t = 0$ . La figure (3.3.2) montre un comportement ionique et électronique identique (plasma quasi-neutre). Cependant, près du front ionique, il y a (bel et bien) une région de charge d'espace positive. La figure (3.3.3), montre la vitesse des ions au front en fonction du temps. La vitesse continue à augmenter, mais à rythme décroissant.

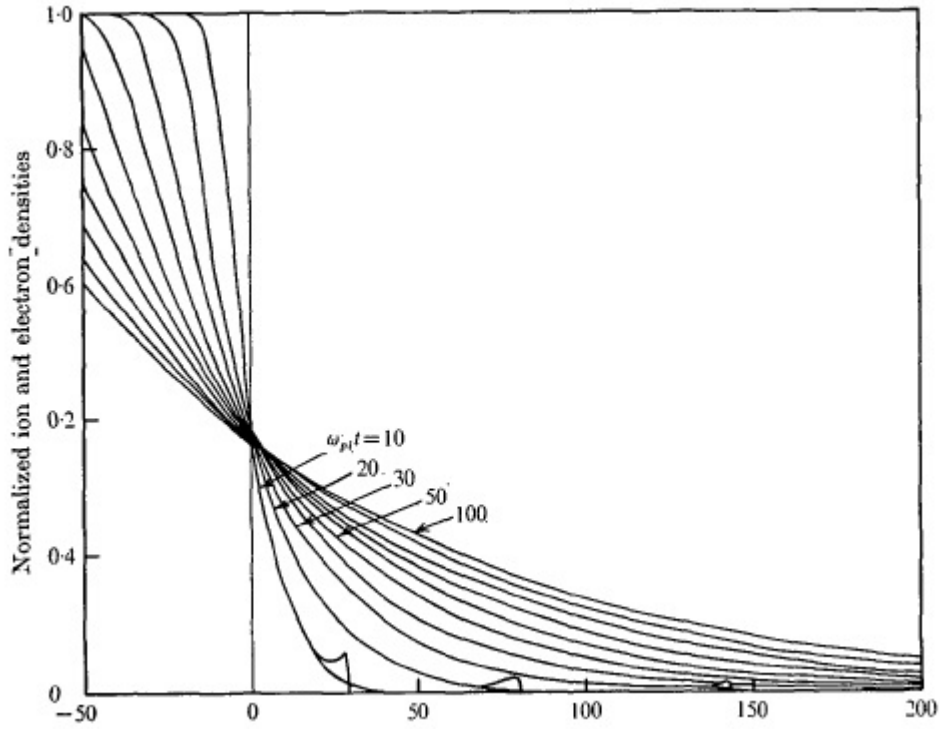


Figure 3.3.2 : Profil de la densité ionique et électronique en fonction de  $x$  pour des temps  $t$  différents [8]

### 3.4 Modèle de Schamel

L'objectif principal de ce travail, est de comprendre la dynamique d'un plasma en expansion après le moment de sa création par une impulsion laser. En suivant le travail de Sack et Schamel [1987] [54], le plasma est constitué d'ions (chargés une fois) et d'électrons décrits par un modèle à deux fluides.

$$\partial_t n_s + \nabla \cdot (n_s v_s) = 0 \quad (3.24)$$

$$m_s [\partial_t + v_s \cdot \nabla] v_s = -q \nabla \phi - \frac{1}{n_s} \nabla P_s, s = e, i \quad (3.25)$$

$$\nabla^2 \phi = \frac{e}{\epsilon_0} (n_e - n_i) \quad (3.26)$$

Les auteurs supposaient une configuration plane, uni-dimensionnelle (1D), et que l'évolution se déroule sur une échelle de temps ionique, de telle sorte que les électrons sont en équilibre, représentés par la loi isotherme ( $P_e \sim n_e$ ), où la pression ionique est négligée dans ce modèle

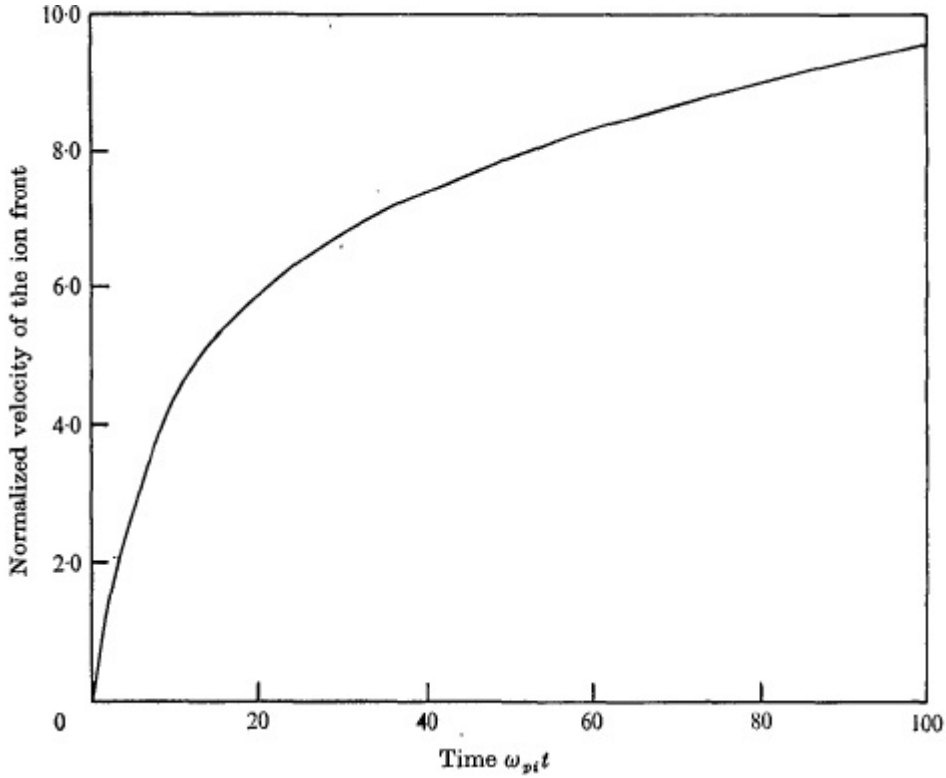


Figure 3.3.3 : Le profil de la vitesse du front en fonction du temps [8].

[55]. Ceci est en accord avec l'observation que, au moins que pour des hautes énergies du laser, l'énergie est principalement absorbée par les espèces légères (électrons). Les ions occupent initialement le demi-espace  $x < 0$ , à  $t = 0$ . Dans le plasma quasi-neutre non-perturbé ( $x \rightarrow -\infty$ ),  $n_e = n_i = n_0$ ,  $v_i = 0$ , et  $T_e = cte$ , tel que  $P_{e0} = n_0 k T_{e0}$ , où  $k_B$  est la constante de Boltzmann. En normalisant les densité par  $n_0$ , le potentiel électrique par  $kT_{e0}e^{-1}$ , la coordonné spatiale  $x$  par  $\lambda_D$ , la coordonnée temporelle par  $\omega_{pi}^{-1}$ , et la vitesse ionique par la vitesse acoustique  $c_s = \sqrt{\frac{kT_{e0}}{m_i}}$ , le système d'équations normalisées, couplé à l'équation de Poisson est donné par :

$$\partial_t n + \partial_x (nv) = 0 \quad (3.27)$$

$$\partial_t v + v \partial_x v = -\partial_x \phi = E \quad (3.28)$$

$$\partial_x^2 \phi = n_e(\phi) - n \quad (3.29)$$

où,  $E$  est le champ électrostatique, et  $n_e(\phi)$  est donnée par la loi de Boltzmann.

$$n_e(\phi) = \exp(\phi) \quad (3.30)$$

Le système (3.27)-(3.30) doit satisfaire les conditions au limites,  $x \rightarrow -\infty$  (non-perturbé) et à  $x \rightarrow +\infty$  (condition du vide):

$$\begin{aligned} n(x \rightarrow -\infty, t) &= 1, \phi(x \rightarrow +\infty, t) \rightarrow -\infty \\ n(x \rightarrow +\infty, t) &= 0, v(x \rightarrow \pm\infty, t) = 0, \phi(x \rightarrow -\infty, t) = 0 \end{aligned}$$

Avec les conditions initiales suivantes:

$$n(x, 0) = n_0(x); v(x, 0) = 0; \phi(x, 0) = \phi_0(x); \partial_x^2 \phi^0(x) = \exp \phi_0(x) - n_0(x)$$

Il existe, par conséquent, déjà un champ électrique  $E_0(x)$  à ( $t = 0$ ), qui résulte de la séparation de charge, et qui permettra d'accélérer les ions. Pour la résolution du système (3.27-3.30), une méthode numérique est employée pour étudier les propriétés dynamiques de ce processus d'expansion. Cependant, les méthodes numériques, qui sont basées sur une discrétisation du système d'Euler, ne peuvent pas expliquer les caractéristiques et les propriétés souhaitées, à cause de leurs problèmes de diffusion et de dispersion numérique, dont souffrent ces méthodes. Pour cela, invoquer l'approche lagrangienne pour garder les propriétés de la dynamique du plasma, représente une bonne alternative.

### 3.4.1 Description Lagrangienne du fluide (LFD)

La (LFD) fait usage de la notion d'un élément fluide, dont la trajectoire est décrite dans le temps  $\tau$  par la quantité  $x(x_0, \tau)$ . A  $\tau = 0$ , l'élément fluide est localisé à  $x_0$ , ( $x(x_0, 0) = x_0$ ) et à  $\tau$  quelconque est à la position d'Euler  $x$ . Sa vitesse est supposée coïncider avec la vitesse du fluide à sa position actuelle.

$$\dot{x}(x_0, \tau) = v(x(x_0, \tau), \tau) \equiv \tilde{v}(x_0, \tau)$$

En intégrant cette dernière expression par rapport à  $\tau$ , on arrive à :

$$x(x_0, t) = x_0 + \int_0^t dt' \tilde{v}'(x_0, t')$$

L'avantage d'un tel système Lagrangien est l'absence du terme convectif  $v\partial_x v$ , qui provoque des problèmes dans les schémas Eulériens, ainsi que l'absence de dissipation et dispersion numérique, qui conduisent, généralement, à un fort lissage (smoothness) indésirable de la solution.

### 3.4.2 Solution numérique

En faisant usage du code Lagrangien, les auteurs ont obtenu les résultats numériques suivants: la figure (3.4.1(a)), montre les profils de la densité ionique et le champ électrostatique en fonction de la coordonnée spatiale  $x$ . La variation du champ électrique est due à la séparation de charge, provoquée par l'extrême mobilité des électrons. La figure(3.4.1(b)), montre pour un temps ultérieur ( $t = 17$ ), le profil de la densité, la vitesse ionique, et le champ ambipolaire en fonction de  $x$ . Nous remarquons l'apparition des structures en pics au niveau du front ionique, à  $x \approx 0$ . La vitesse ionique, initialement nulle, se comporte d'une façon non-monotone, avec une pente positive, ayant après une grande pente négative à  $x \approx 0$ . L'accélération ionique est maximale à ce point, qui correspond à un pic du champ électrique.

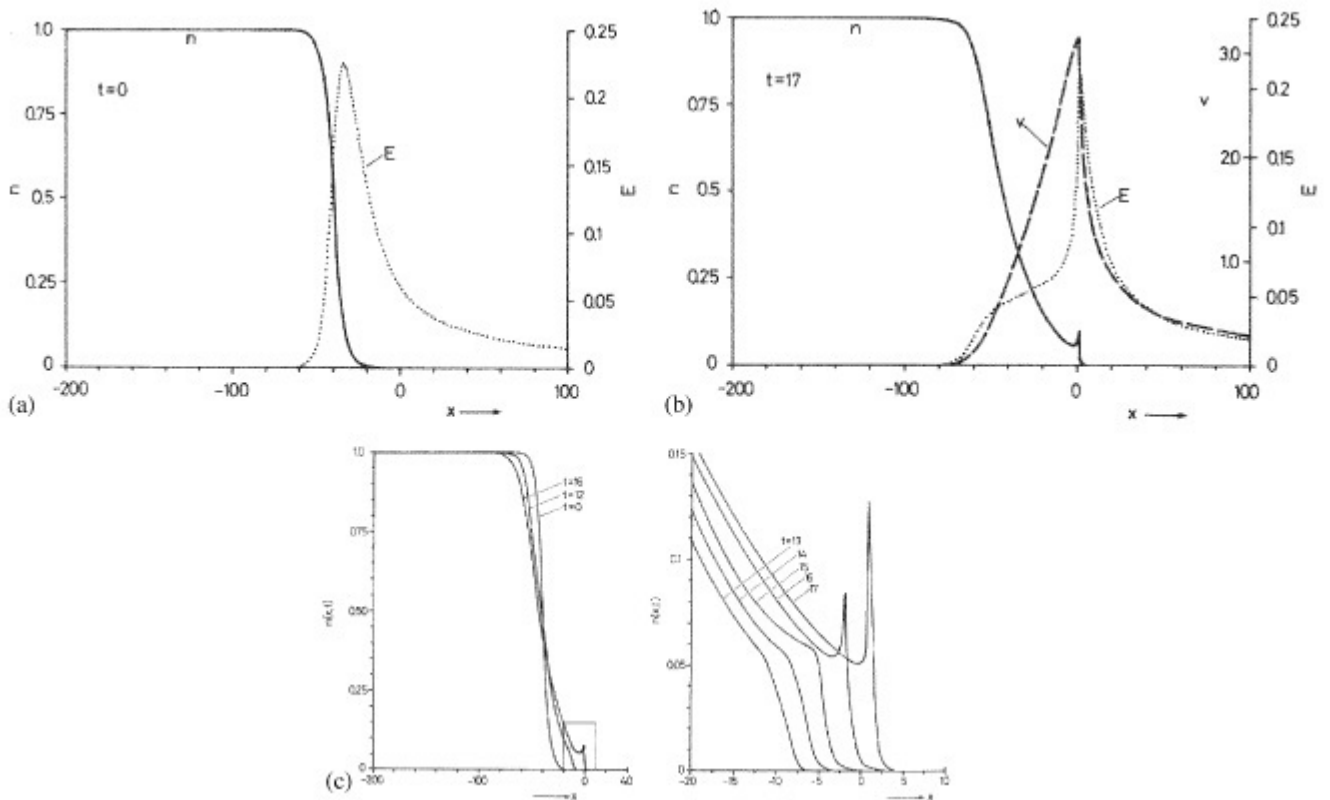


Figure 3.4.1 : (a) Profils de La densité ionique et du champ électrique en fonction de  $x$ . (b) Profils de densité ionique, champ électrique et la vitesse des ions en fonction  $x$ . (c) Profil de la densité ionique pour des temps différents en fonction de  $x$  [55].

### 3.5 Modèle de Mora

Le mécanisme d'accélération de protons est lié à une séparation de charge induite par le mouvement des électrons. Ces derniers, en s'échappant de la cible vont créer un champ électrique permettant d'accélérer les protons. Ce champ demeure la clé pour l'accélération ionique. Le modèle self-similaire de Gurevich et al, est basé sur l'expansion d'un plasma dans le vide, (comme on vient de le voir). Ce dernier a été amélioré par Mora [2003] [56], en apportant une hypothèse isotherme à la population électronique pour tenir compte des effets de charge d'espace sur l'accélération ionique. Le modèle isotherme de Mora, décrivant l'expansion plasma uni-dimensionnelle est basé sur l'hypothèse d'électrons fluides non-inertiels en équilibre thermique avec la distribution des ions, qui pour la détermination de cette distribution sont supposés être statiques. Dans ce modèle, les protons occupent à  $t = 0$ , la partie de l'espace  $x < 0$ . Les protons sont au repos avec une densité  $n_p = n_{p0}$  pour  $x < 0$  et  $n_p = 0$ , pour  $x > 0$ . En supposant une distribution de Boltzmann pour les électrons, soit:

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right) \quad (3.31)$$

où,  $n_{e0}$  est la densité électronique pour le plasma non-perturbé ( $n_{e0} = n_{p0}$ ),  $\phi$  le potentiel électrostatique satisfait l'équation de Poisson:

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = e(n_e - n_i) \quad (3.32)$$

En intégrant l'équation de Poisson sur l'espace, il en résulte une expression du champ électrique à la frontière à  $t = 0$ :

$$E_{front,0} = \sqrt{\frac{2n_{e0}k_B T_e}{e\epsilon_0}} \quad (3.33)$$

Les équations de continuité et de mouvement s'écrivent :

$$(\partial/\partial t + v_p \partial/\partial x)n_p = -n_p \partial v_p / \partial x \quad (3.34)$$

$$(\partial/\partial t + v_p \partial/\partial x)n_p = -(Ze/m_p) \partial \phi / \partial x \quad (3.35)$$

Une solution self-similaire pour le champ électrique ( $E_{ss}$ ) est donnée, en supposant les électrons en équilibre avec le potentiel  $\phi$ , et une quasi-neutralité du plasma en expansion,

$n_e = n_p = n_{e0} \exp(-\frac{x-1}{c_s t})$ , et  $v_p = c_s + \frac{x}{t}$ ;

$$E_{ss} = \frac{k_B T_e}{e c_s t} = \frac{\sqrt{\frac{n_{e0} k_B T_e}{\epsilon_0}}}{\omega_{pi} t} = \frac{E_0}{\omega_{pi} t} \quad (3.36)$$

avec  $c_s = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_p}}$ . Le champ self-similaire correspond à une surface de charge positive,  $\sigma = \epsilon_0 E_{ss}$ , pour  $x = -c_s t$  et négative,  $-\sigma$ , à la frontière plasma. La solution self-similaire n'a pas de sens physique lorsque la longueur de Debye est plus grande que la longueur de densité self-similaire, soit  $\lambda_D > c_s t$ , ce qui correspond à  $\omega_{pi} t < 1$ . Une estimation de la position du front ionique, peut être obtenue en localisant la position pour laquelle la solution devient non-valide,  $\lambda_D = \lambda_{D0} (n_{e0}/n_e)^{1/2} = \lambda_{D0} \exp[(1 + x/c_s t)/2] = c_s t$ . Cette position correspond à  $1 + x/c_s t = 2 \ln(\omega_{pi} t)$ . La solution pour  $\omega_{pi} t \gg 1$ , prévoit une vitesse de protons tendant vers l'infini pour une longueur de propagation qui tend vers l'infini.

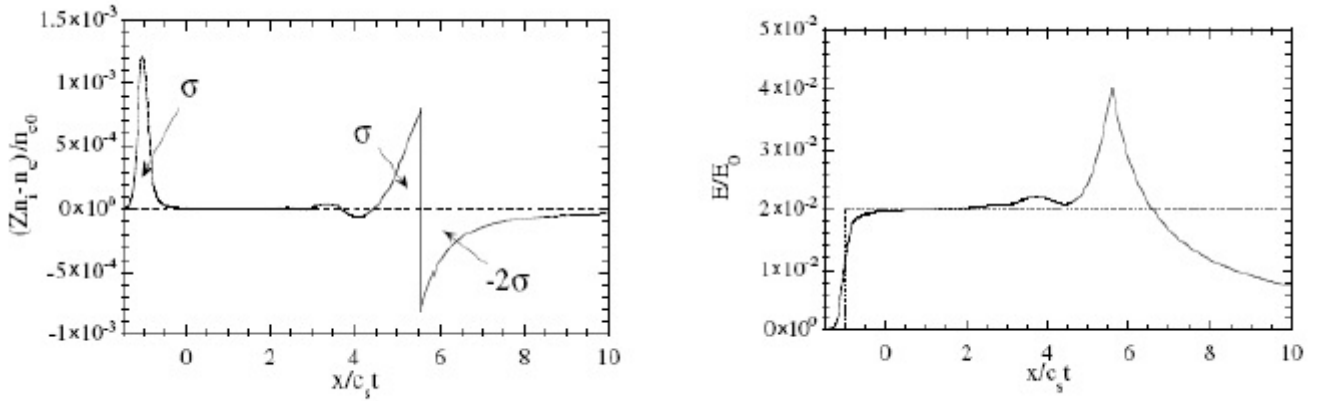


Figure 3.5.1 : (Droite) Séparation de charge après ( $t = 50$ ), (Gauche) Champ électrique self-similaire après le même instant [56].

Après un temps  $t = 50$ , la séparation de charge se crée induisant un champ électrique self-similaire associé, comme le montre la figure(3.5.1). Trois régions sont distinctement visibles, une région de charge positive située en  $x = -c_s t$ , correspondant à une surface de charge positive  $\sigma$  induite par le déplacement des électrons vers le vide, une densité de charge positive  $\sigma$  située à  $x \approx 5.5c_s$ , correspondant au front ionique et une population de densité  $2\sigma$ , correspondant à la population électronique s'étant échappée de la cible induisant le champ self-similaire. Afin de résoudre l'ensemble des équations fluides couplées à l'équation de Poisson, l'auteur a développé un code Lagrangien, intégrant l'équation de Poisson entre

$x_{front}$  et l'infini, une solution pour le champ électrique est obtenue :

$$E_{front} = \sqrt{\frac{2n_{e0}k_B T_e}{\epsilon_0}} \exp\left(\frac{e\phi_{front}}{2k_B T_e}\right) = \frac{\sqrt{2}k_B T_e}{e\lambda_D} \quad (3.37)$$

L'évolution temporelle du champ électrique peut alors être exprimée dans la limite asymptotique  $\omega_p t \gg 1$ :

$$E_{front} \approx 2\sqrt{\frac{n_{e0}k_B T_e/\epsilon_0}{2e + \omega_p^2 t^2}} \quad (3.38)$$

La vitesse et la position du front sont alors déduites, en intégrant, respectivement, l'équation de conservation de mouvement,  $\frac{dv_{front}}{dt} = eE_{front}$  et  $x_f = \int v_f dt$ , il vient alors:

$$v_{front} \approx 2c_{s0} \ln(\tau + \sqrt{\tau^2 + 1}) \quad (3.39)$$

$$x_{front} \approx 2\sqrt{2}e\lambda_{D0}[\tau \ln(\tau + \sqrt{\tau^2 + 1}) - \sqrt{\tau^2 + 1} + 1] \quad (3.40)$$

avec,  $\tau = \frac{\omega_p t}{\sqrt{2\exp(1)}}$  La figure (3.5.2), montre l'évolution de la vitesse du front en fonction du temps, on remarque, bel et bien, une similitude de résultats avec celui du modèle de Crow et al (précédemment étudié).

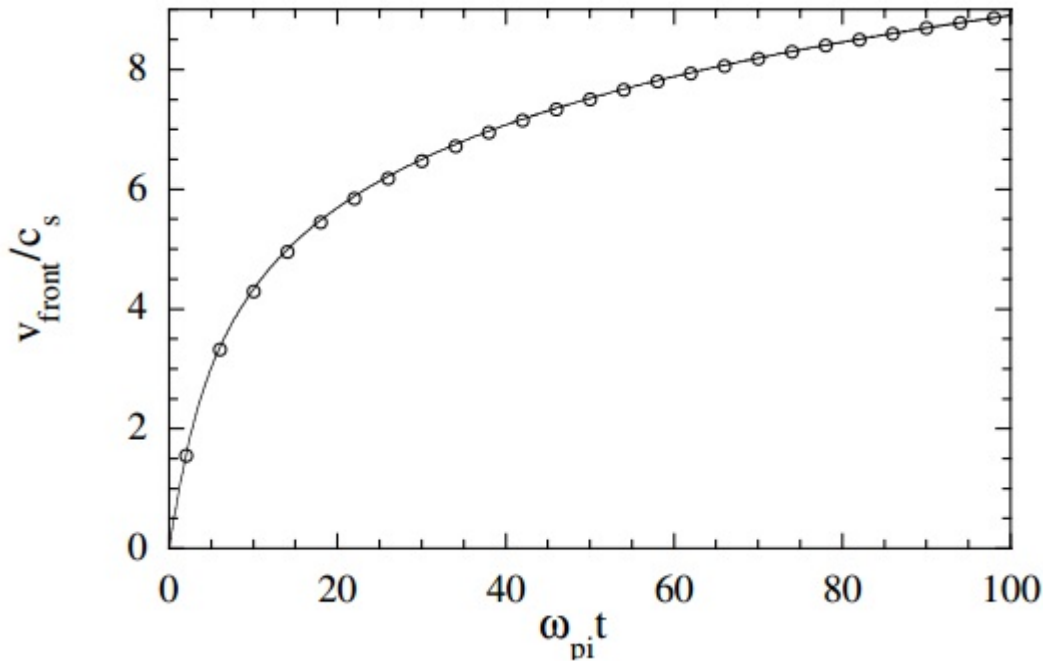


Figure 3.5.2 : La vitesse du front ionique en fonction du temps [56]

### 3.6 Les résultats de Mora Vs les résultats de Crow et al et Schamel et al

Les résultats obtenus par Mora [56], contredisent ceux qui ont été obtenus et publiés auparavant par Crow et al[8], ainsi que le travail de Schamel et Sack [54] et Schamel [55], en confirmant l'inexistence de pic de densité au niveau du front ionique, correspondant à l'accélération des groupes ioniques à des hautes énergies comme le montre la figure (3.6.1). Dans d'autres travaux, effectués par Grismayer et Mora [2006][57], étudiant l'évolution du front ionique par une méthode de simulation PIC (Particle In Cell), les auteurs ont pu mettre en évidence l'existence de telles structures en pic au niveau du front d'expansion, associé à une onde d'avalanche, entraînant l'accélération des ions à des vitesses supersoniques.

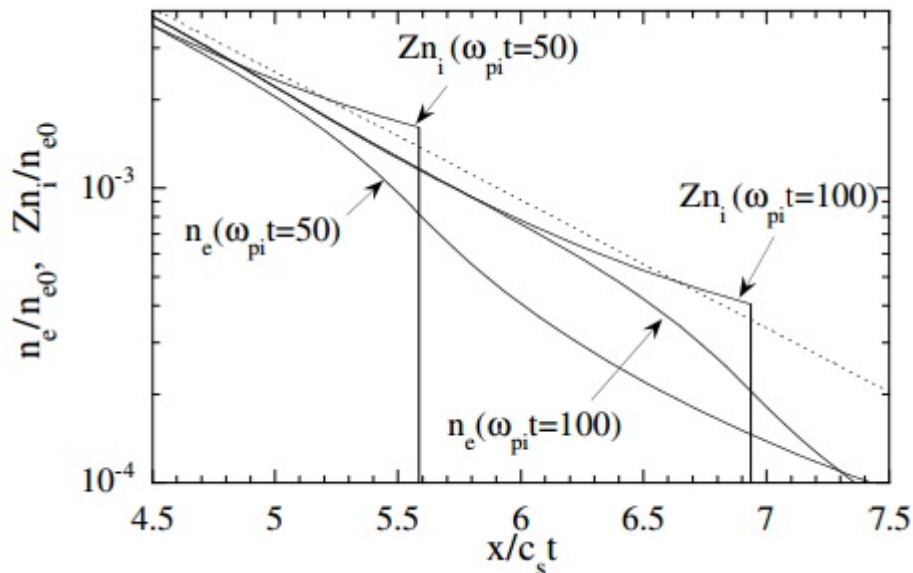


Figure 3.6.1 : Profil de la densité ionique et électronique en fonction de  $x$  pour  $t = 50$  et  $t = 100$  [56]

Pour remédier à cette problématique, Allen et Perego [2014] [58], ont essayé de réconcilier les résultats antérieurs en suivant deux méthodes de traitement numérique. La première se base essentiellement sur la description Lagrangienne du fluide ionique. Tandis que, la seconde emploie des méthodes Eulériennes de discrétisation du système d'équations d'Euler. La résolution utilise la méthode des éléments finis pour les deux précédentes approches.

### 3.6.1 La contribution d'Allen et Perego

Le modèle utilisé par les auteurs, prend les ions fluides (froids) initialement, dont le mouvement thermique n'est pas pris en compte. Les électrons sont supposés obéir à la relation de Boltzmann; ceci représente une excellente approximation lorsque la vitesse thermique des électrons dépasse largement celle qui est atteinte par les ions positifs. Cette hypothèse demeure invalide après un certain intervalle de temps, lorsque des ions proches du front ionique acquièrent une vitesse comparables à celle de la vitesse thermique électronique. Dans le cas présent, une densité ionique uniforme et semi-infinie occupe l'espace correspondant aux valeurs négatives de  $x$  à ( $t = 0$ ). La figure (3.6.2), montre le profil de la densité pour des  $t$  différents. Les résultats trouvés sont en accord avec le travail de Mora [2003], où pour la variation de la densité ionique, aucune structure en pic dans le profil de densité ionique n'a été observée. Ce résultat est en contradiction avec les conclusions de Crow et al[1975], et Schamel[2004], qui présentaient des résultats numériques, montrant des structures en pic de densité ionique au niveau du front d'expansion. Il s'est avéré que pour éclairer la confusion provoquée par cette spéculation de résultats, il demeure impératif de reprendre les calculs en utilisant la méthode Eulérienne. La figure (3.6.3), montre les résultats obtenus, où des pics de densité sont observés, similaires à ceux observés par Crow et al. Dans une tentative pour résoudre la disparité entre les divers résultats, les auteurs étaient amenés à considérer l'effet d'une largeur finie sur laquelle la densité d'ions tombe à zéro à  $t = 0$ . Les ions dans cette région auront alors tendance à rattraper ceux qui sont devant, produisant un pic de densité. Il est suggéré de considérer que les pics de densité observé au front dans les travaux de Crow et al [1975] et Sack et Schamel [1987], étaient probablement dûs à une largeur finie au front d'expansion à  $t = 0$ , en raison de la limite de la résolution numérique employée.

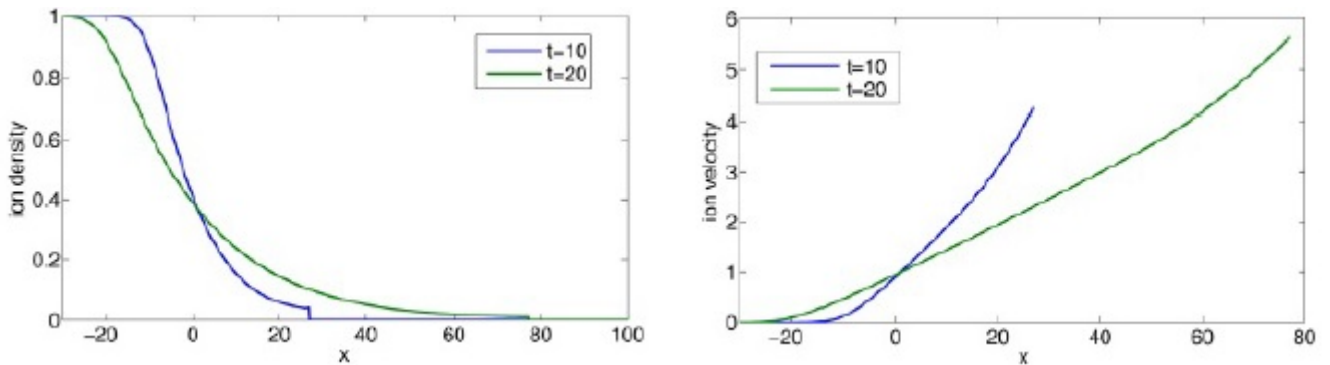


Figure 3.6.2 : (Gauche) La densité ionique en fonction du temps pour  $t = 10$  et 20, (Droite) La vitesse ionique en fonction de  $x$  pour  $t = 10$  et 20 [58]

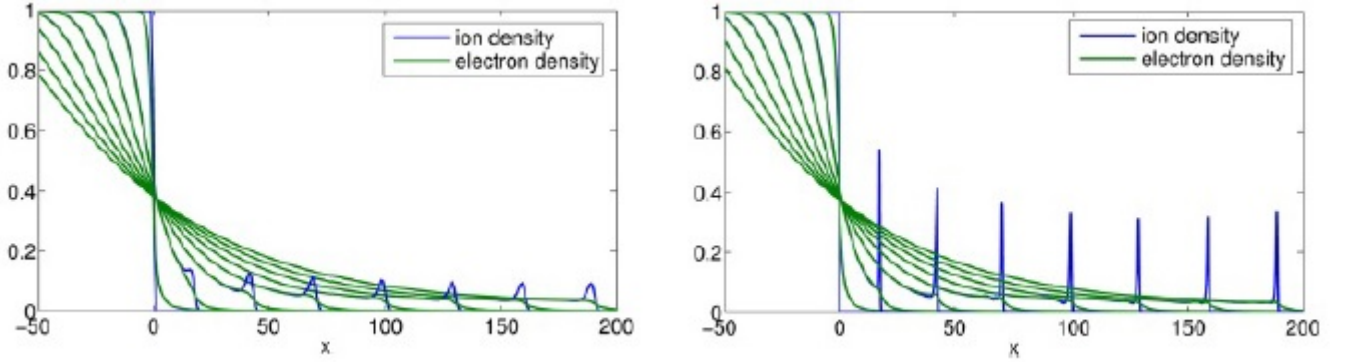


Figure 3.6.3 : Méthode de résolution Eulérienne, la densité ionique et électronique pour différentes valeurs de temps  $t$  [58]

### 3.7 Limite du modèle isotherme

Le modèle isotherme conduit à une augmentation infinie de l'énergie maximale des protons. En effet, ce modèle prend en considération les phénomènes de détente d'un plasma semi-infini avec une population électronique infinie. Le transfert énergétique électrons-ions n'étant pas pris en compte, le modèle conduit à une accélération infinie des ions dans le vide. Une façon de limiter cette accélération fictive est de considérer un réservoir électronique limité spatialement, comme c'est le cas dans le modèle adiabatique proposé par Mora [2005] [59].

### 3.8 Modèle adiabatique de Mora

Ce modèle est équivalent à celui du modèle isotherme avec deux différences majeures:

- La densité initiale n'occupe plus le demi-espace  $x < 0$ , mais occupe désormais un volume symétrique autour de  $x = 0$ ;  $n_i(t = 0) = \text{rect}(x/L)$ . En d'autres termes, le modèle adiabatique reprend le même système d'équations du modèle isotherme en considérant, non plus une cible finie, mais une cible ayant une extension spatiale  $L$ , voir la figure (3.8.1). La cible de dimension  $L$  est centrée autour de la position  $x = 0$  et est initialement composée d'une densité  $n_{i0}$  d'ions.
- La température électronique est maintenant autorisée à varier dans le temps de telle manière que l'énergie totale acquise par les ions et le champ est compensée par une perte d'énergie des électrons, en maintenant l'énergie totale constante [59]:

$$\frac{dU_e}{dt} + \frac{dU_{ions}}{dt} + \frac{dU_{champ}}{dt} = 0 \quad (3.41)$$

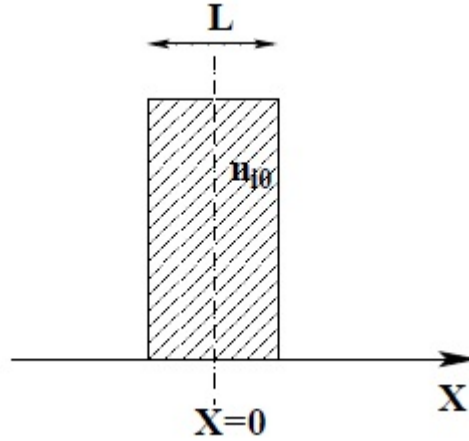


Figure 3.8.1 : Position spatiale de la population ionique dans le cadre du modèle adiabatique [28].

avec;  $U_{ions}$  l'énergie cinétique des ions,  $U_{champ}$  l'énergie électrostatique du champ électrique et  $U_e$  l'énergie thermique des électrons,  $U_e = g(\theta)N_e k_b T_e$ , où  $N_e$  représente le nombre d'électrons ( $N_e = n_{e0}L$ ) et  $g(\theta)$  est la fonction  $g(\theta) = k_B T_e / m_e c^2$ , avec  $g = 1/2$  dans la limite classique ( $\theta = 0$ ) et  $g = 1$  pour la limite ultra-relativiste ( $\theta = -\infty$ ).

Compte tenu de cette conservation énergétique, la température électronique ne sera pas constante au cours du temps. Elle est calculée directement par le travail sur tout l'espace fait par le champ électrique sur les électrons. Contrairement au cas isotherme, la longueur de Debye varie avec le temps (variation induite par le gradient de température électronique, on rappelle ici que  $\lambda = \sqrt{\epsilon k_B T_e / n_{e0} e^2} > c_{st}$ ), on obtient ainsi la relation donnant la vitesse finale des ions [17]:

$$v_{finale} \approx 2c_{s0} \ln\left(c_1 \frac{L}{\lambda_{D0}} + c_2\right) \quad (3.42)$$

où,  $c_1$  et  $c_2$  sont des constantes à déterminer numériquement. La variation de la vitesse finale des ions en fonction de l'épaisseur de la cible est montrée sur la figure (3.8.2), pour différentes températures électroniques, ainsi que la variation de  $T_e$  en fonction du temps.

La comparaison entre le modèle isotherme et le modèle adiabatique présentée sur la figure (3.8.3), montrant que pour  $t$  grand, le modèle adiabatique subit une saturation induite par la variation de la température électronique au cours du temps, alors que le modèle isotherme montre une tendance de croissance infinie.

En résumé, le modèle adiabatique diffère du modèle isotherme à partir du moment où la température électronique commence à décroître de manière significative, i. e, lorsque l'onde

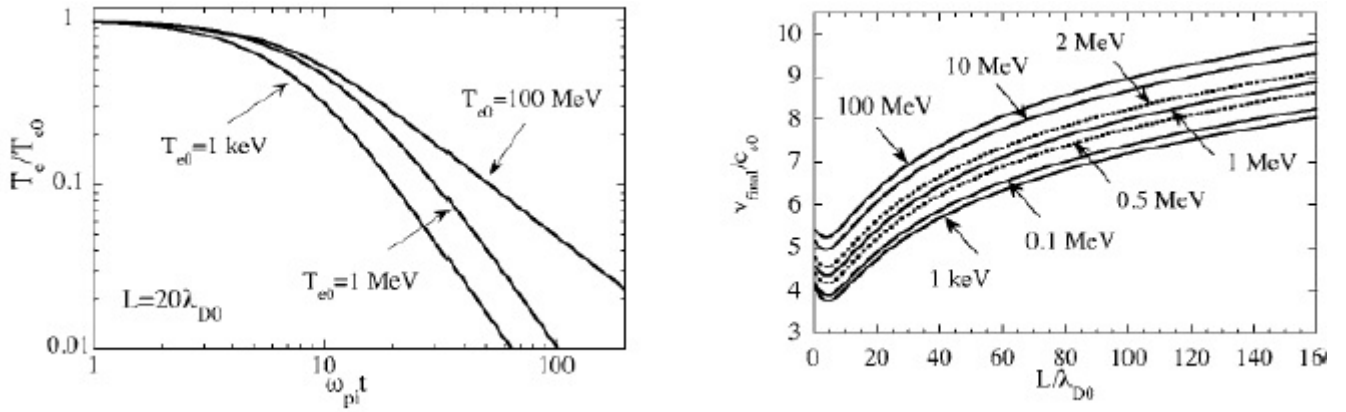


Figure 3.8.2 : (Gauche) Variation de la température électronique en fonctions du temps. (Droite) Variation de l'énergie maximale des ions en fonction de l'épaisseur de la cible. Plus ce dernier augmente, plus l'accélération sera efficace [28].

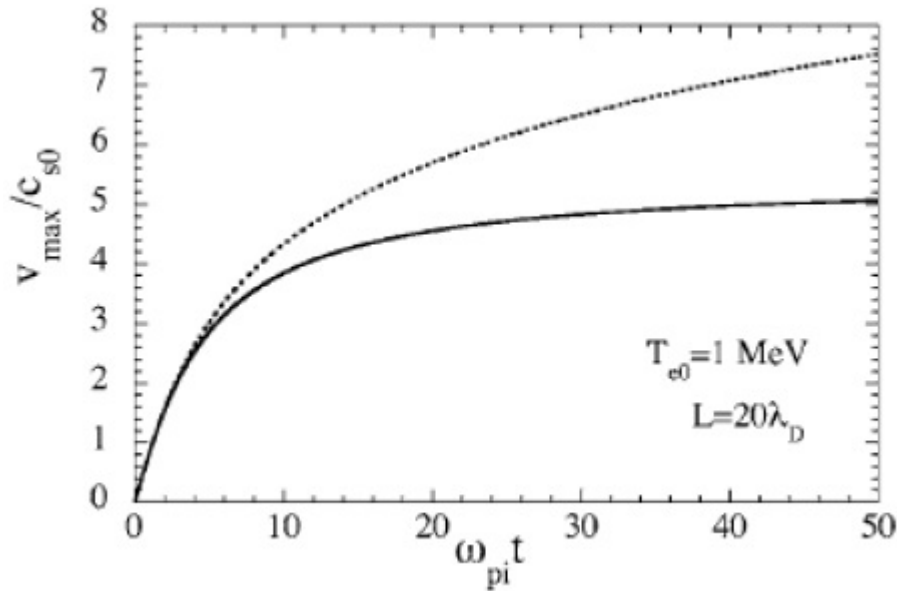


Figure 3.8.3 : Variation de l'énergie maximale des ions en fonction du temps. La comparaison entre le modèle isotherme et le modèle adiabatique montre deux tendances différentes aux temps longs, une saturation atteinte par le modèle adiabatique et une croissance infinie pour le modèle isotherme. Cette courbe est issue de simulations réalisées par [Mora 2005] [59].

de raréfaction atteint le centre de la cible. Le point  $x_r$  correspondant à la position du front de raréfaction obéit à l'équation [17] :

$$x_r = \frac{L}{2} - \int_0^t c_s dt$$

où,  $c_s$  est la vitesse acoustique ionique dépendante du temps. On définit comme temps caractéristique d'expansion  $t_r = \frac{L}{2c_s}$ , le temps que mettrait l'onde de raréfaction à atteindre

le centre si la température était maintenant constante. De fait, les deux modèles sont semblables pour des temps vérifiant  $t \ll t_r$ , où la variation de la température est insignifiante pour  $0 < t \lesssim t_r$ ; le refroidissement devient manifeste pour  $t \gg t_r$ , où le profil de la vitesse se fige,  $v(x, t) \simeq x/t$ .

### 3.9 Limite de l'hypothèse de la distribution de Maxwell-Boltzmann

Jusqu'à présent, toutes les approches supposent une distribution Boltzmannienne d'énergie pour les électrons à tout instant durant l'expansion du plasma. Cependant, du point de vue de la physique, il n'y a pas de raison, à priori, pour que les électrons conservent une distribution initialement Maxwellienne. Les premières étapes de l'évolution des plasmas produits au cours de l'interaction laser-matière sont dominées par des électrons non thermiques, comme le confirment les observations expérimentales et les simulations numériques [60], [61]. Dans ces études, l'expansion du plasma a été étudiée en supposant une distribution Maxwellienne tronquée [60], [61], une super-gaussienne [62] ou une distribution de Crains [63]. Notons que la forme de la distribution des électrons chauds à utiliser est encore en débat [64]. Récemment, Doumaz et al [65] ont analysé l'expansion isotherme libre de plasma dans le but d'étudier les modifications importantes que subit le processus d'accélération ionique, quand une distribution initiale électronique non-Maxwellienne est utilisée. Pour cela, une distribution Kappa est supposée:

$$f_e = \frac{n_{e0}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\theta k^{3/2}} \frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma(k-1/2)} \left(1 + \frac{v_e^2}{k\theta^2}\right)^{-k}, \text{ avec } \theta = \left(\frac{2k-3}{k}\right)^{1/2} \left(\frac{T_e}{m_e}\right)^{1/2} \quad (3.43)$$

où,  $k$  est l'indice spectral  $k \geq 3/2$ , qui mesure la force de l'excès de super-thermalité de la population électronique. Pour  $k \rightarrow \infty$ , le cas maxwellien est obtenu. En outre, le autre traitement a été effectué pour une expansion adiabatique du plasma par Kiefer et al [64], où la distribution de la densité électronique spatiale est la suivante:

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left(1 + \frac{k-1}{k} \frac{e\phi}{T_{e,0}}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Il est apparu que la forme différente de la distribution d'énergie des électrons chauds dans l'approche hydrodynamique affecte les énergies ioniques maximales finales.

Nous avons vu dans ce chapitre plusieurs modèles traitant l'expansion d'un plasma dans le

vide afin d'étudier le phénomène d'accélération de particules. Nous retiendrons l'essentiel de ce chapitre présenté comme suit:

- L'hypothèse du traitement fluide de la population ionique s'avère suffisant pour la résolution du problème.
- Le potentiel auto-consistant lentement variable et la faible inertie des électrons permettent de considérer la population électronique en équilibre avec le potentiel au cours de l'expansion.
- La résolution du système d'équations gouvernant la détente a fourni des résultats précis quant à la structure du front ionique en confirmant le caractère self-similaire de l'expansion pour  $t$  suffisamment large (régime asymptotique).
- En considérant le modèle semi-infini, la source d'énergie et la température électronique demeure constante durant la détente, ce qui mène à une énergie ionique maximale en croissance monotone.
- Le modèle semi-infini ne tient pas en compte le refroidissement des électrons, il est clair que les résultats obtenus ne peuvent être pertinents que sur une durée de propagation de l'impulsion laser, car les électrons commencent à perdre leur énergie aussitôt après l'arrêt du laser.

Tout comme les plasmas, la matière sous forme poussière est présente dans de très nombreux environnements. Par le terme poussière nous décrivons tout objet solide dont la taille peut varier du nanomètre au centimètre. Les plasmas et les poussières ont donc de nombreuses occasions de se rencontrer et donner ainsi naissance à ce que l'on appelle les plasmas poussiéreux. Pour étudier le phénomène d'accélération de particules dans un plasma contenant des grains de poussières, le prochain chapitre nous y invite à le découvrir. Le chapitre suivant n'a pas pour intention de décrire de façon exhaustive et détaillée la physique des plasmas poussiéreux. L'objectif principal est d'étudier l'effet direct de la présence de tels grains de poussières sur l'expansion, et en particulier sur l'accélération ionique.

# 4

## Expansion d'un plasma en présence d'impuretés hautement chargées

### 4.1 Introduction

Les plasmas dans certains cas, peuvent contenir des agrégats pouvant influencer certaines de leurs propriétés. Par ailleurs, ces plasmas peuvent être scindés en plusieurs types, y compris, les plasmas poussiéreux, et les plasmas fortement couplés (clusters) [66]. Les clusters présents dans les plasmas peuvent acquérir à la fois une charge positive ou négative selon les processus établissant la charge d'équilibre. Ces particules sont soumises au phénomène de charge lorsque leurs énergies coulombiennes deviennent supérieures à l'énergie thermique des électrons [152]. Par conséquent, les grains de poussières chargés sont impliqués dans la dynamique du plasma en invoquant des effets collectifs dus à leur inertie et aussi aux interactions électrostatiques. Présents en quantité finie et réduite par rapport à la composition du matériau, les grains de poussières sont considérés comme des impuretés. Ces derniers, étant chargés jouent un rôle déterminant dans la résistivité du graphène [68], et la diffusion des phonons dans les semi-conducteurs, ainsi que le transport de la charge du plasma d'électron-trou [69]. Dans un plasma dense, la présence des impuretés chargées, même en nombre réduit, produit des forces attractives (répulsives) affectant les effets collectifs du plasma [70]. En raison de leur énorme masse et charge, l'interaction du grain de poussière avec le plasma environnant crée un champ self-consistant gouvernant les propriétés de ce dernier [71]. Les lasers représentent un outil efficace pour produire des particules de taille nanométrique. L'un des mécanismes de formation des nanoparticules est l'ablation par laser (nanoseconde) dans l'air ambiant ou une ablation laser (femtoseconde) dans le vide. Au

cours des dernières années, une attention croissante et des efforts ont été consacrés à la synthèse contrôlée des nanostructures[72]. Cette dernière joue un rôle fondamental dans la détermination des propriétés électroniques, optiques, magnétiques, et mécaniques des matériaux[74]. Il est en principe possible de concevoir de nouveaux systèmes fonctionnels par adapter soigneusement leurs structures à l'échelle atomique et nanométriques, pour l'assemblage contrôlé des clusters adaptés à la synthèse des couches minces[75]. Suite à l'interaction laser (femto)-cible, l'éjection des agrégats (clusters) sont de taille entre 10 et 100nm. Dans l'ablation femtoseconde, la formation des clusters se produit généralement lors de l'expansion libre du plasma dans le vide[73].

L'expansion du plasma induite par interaction laser-cible, joue un rôle crucial dans le dépôt des couche minces. La technique a été largement appliquée pour le dépôt des couches minces de différents matériaux sur un film solide [76]. L'ablation laser peut être utilisée afin de générer des particules rapides menant à des différentes applications telles qu'en médecine ou en nettoyage des surfaces. Cette technique offre un moyen efficace pour la production des films de haute qualité selon la composition chimique des cibles irradiées [77]. L'ablation laser se déroule en deux principales étapes. La première étape se résume en la formation du plasma, au cours de l'interaction entre un laser nano-seconde et une cible métallique. Tandis que la seconde représente une expansion, après la fin de l'impulsion laser, du plasma formé [153]. Cette expansion est due à la combinaison de deux effets majeurs. Le premier est l'effet de la pression du gaz résultant du chauffage de la cible par l'impulsion laser, où cet effet est observé principalement près de la cible source. Loin de cette dernière, le second effet devient dominant, qu'est celui au potentiel ambipolaire. Le mécanisme d'expansion dépend essentiellement de l'inertie des particules présentes dans le plasma. Les particules les plus légères quittent en premier la région source, créant ainsi un champ électrique ambipolaire, accélérant des particules plus lourdes, tels que les ions [79]. Des ions de hautes énergie, peuvent être émis à partir de la cible et accélérés grâce à la séparation de charges qui donne naissance à un champ électrique accélérateur [148], [81]. Souvent, le phénomène d'expansion est étudié en négligeant la présence des impuretés qui puissent y exister durant la formation et la détente du plasma dans le vide ou en présence d'un gaz ambiant environnant. Ces impuretés affectent la dynamique de l'expansion en introduisant des effets tel que, l'apparition des oscillations au niveau du front associé à l'effet de séparation de charge [82]. Dans ce chapitre, nous examinons la dynamique d'un plasma en expansion en présence des grains de poussière uniformément répartis de charge constante. L'étude se focalise sur l'effet des impuretés sur l'accélération ionique.

## 4.2 Effets de séparation de charges: aspect théorique

Nous avons vu dans le précédent chapitre que la solution self-similaire d'une détente de plasma représente une solution approchée du problème pour un plasma quasi-neutre. En effet, pour cette solution les effets de séparation de charges localisés au niveau du front ionique, sont négligés, et la dynamique d'évolution de la double couche électrostatique reste inconnue. Il demeure alors indispensable de mener un étude plus approfondie de l'expansion, en tenant compte de la séparation de charges entre les populations chargées, dans notre cas (grains, ions, électrons).

### 4.2.1 Situation initiale

Sachant que les ions, pris fluide-froids-chargés une fois, occupent initialement le demi-espace  $x < 0$ , avec une densité  $n_i = n_{i0}$  et  $n_i = 0$  pour  $x > 0$ , les électrons ont une température  $T_e$ , en équilibre de Boltzmann avec le potentiel électrostatique. Nous supposons l'existence des grains de poussières immobiles (possédant la même charge  $Ze$ ), répartis uniformément dans l'intervalle  $x < 0$ , et que initialement le plasma se montre quasi-neutre:  $n_{i0} = n_{e0} + Zn_{d0}$ . Les électrons, en équilibre avec le potentiel électrostatique, sont régis par la distribution de Maxwell:

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_e}\right) \quad (4.1)$$

L'évolution du potentiel est donnée par l'équation de Poisson:

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = e(n_e + Zn_{d0} - n_i) \quad (4.2)$$

A  $t = 0$ , le potentiel électrostatique satisfait pour  $x < 0$ :

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = en_{e0} \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_e}\right) + eZn_{d0} - en_{i0} \quad (4.3)$$

et pour  $x > 0$ ;

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = en_{e0} \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_e}\right) \quad (4.4)$$

Pour intégrer ces deux équations, nous posons des conditions aux limites dans la partie non-perturbée du plasma:

$$E(x \rightarrow -\infty) = 0, \quad \Phi(x \rightarrow -\infty) = 0$$

et dans le vide, sachant qu'il n'existe pas de charges à l'infini:

$$E(x \rightarrow \infty) = 0, \Phi(x \rightarrow \infty) = -\infty$$

Où,  $E = -\frac{\partial\Phi}{\partial x}$ . En intégrant l'équation de Poisson de ( $x = -\infty$ ) jusqu'à ( $x = 0$ ), pour  $t = 0$ , on trouve :

$$E_{front,0} = \sqrt{2}E_0 \left[ \xi \left( \frac{1}{e_N} - 1 \right) + 1 + Z\eta \right]^{1/2}, \text{ avec, } \xi = \frac{n_{e0}}{n_{i0}}, \eta = \frac{n_{d0}}{n_{i0}} \quad (4.5)$$

Pour un grain négatif,  $E_{front,0}$  créé par le mouvement des électrons est renforcé par la force répulsive des grains négatifs, ce qui maximise la séparation de charges, en tenant les ions près de la région  $x < 0$ , formant ainsi une double couche électrostatique. Cela entraîne une accumulation fictive de la population ionique près de la même région. On estime une accélération d'un large groupe d'ions, maintenant ainsi le champ électrique quasi-statique près de la région  $x = 0$ . Pour le cas d'un grain positif, l'image est différente. l'amplitude du champ électrique  $E_{front,0}$ , se réduit en raison de la force répulsive (grain-ion), poussant les ions à attraper les électrons. Dans cette configuration le front ionique est constitué des ions de surface (interface plasma-vide). On estime un mouvement accéléré des ions de profondeur  $x < 0$ , à cause de la forte séparation de charges.

### 4.2.2 Expansion

Pour  $t$  quelconque, l'expression du champ électrique est obtenue après intégration de l'équation de Poisson de  $(-\infty)$  à  $(x_f)$ , où  $x_f$  est la position du front ionique qu'est à priori inconnue:

$$E_{front} = \sqrt{2} \left[ \left( E_0^2 + \frac{Zk_B T_e}{\epsilon_0} n_{d0} \right) \left[ \xi \left( \frac{1}{e_N} - 1 \right) + Z\eta + 1 \right] - \frac{E_0^2}{e_N} + E_0^2 \exp\left(\frac{e\Phi_f}{k_B T_e}\right) \right]^{1/2} \quad (4.6)$$

En l'absence de grains:  $\xi = 1$  et  $\eta = 0$ , nous retrouvons d'expression (8) de Mora[2003]:

$$E_{front} = \sqrt{2}E_0 \exp\left(\frac{e\Phi_f}{2k_B T_e}\right) \quad (4.7)$$

Pour cela, nous suivons le raisonnement de Mora, proposant une expression précise du champ électrique au front donnée par la formule:

$$E_{fornt} \simeq \frac{E_{front,0}}{\left(1 + \frac{\omega_{pi} t^2}{2e}\right)^{1/2}} \quad (4.8)$$

Pour  $t=0$ , on a:

$$E_{front,0} = \sqrt{2}E_0 \left[ \xi \left( \frac{1}{e_N} - 1 \right) + 1 + Z\eta \right]^{1/2}$$

et pour  $t \gg 1$ :

$$E_{front} = \frac{2\sqrt{2}E_0}{\omega_{pi}t} [\xi(\frac{1}{e_N} - 1) + 1 + Z\eta]^{1/2}$$

Rappelons que pour  $\xi = 1$  et  $\eta = 0$ , on obtient l'expression suivante:

$$E_{front} = \frac{2E_0}{\omega_{pi}t} \quad (4.9)$$

Cette dernière représente la valeur double du champ électrique self-similaire  $E_{ss}$ , donnée par  $E_{ss} = E_0/\omega_{pi}t$  (expression (7) Mora [2003]). Il est possible d'obtenir les expressions de la vitesse et de la position en fonction du temps, en intégrant successivement le champ  $v_f = \frac{e}{m_i} \int E_f dt$ , puis la vitesse  $x_f = \int v_f dt$ :

$$v_{front} \simeq 2c_s \sqrt{e_N} [\xi(\frac{1}{e_N} - 1) + 1 + Z\eta]^{1/2} \ln(\tau + \sqrt{\tau^2 + 1}) \quad (4.10)$$

$$x_f \simeq 2\sqrt{2}e_N \lambda_{D0} [\xi(\frac{1}{e_N} - 1) + 1 + Z\eta]^{1/2} [\tau Arsh(\tau) - \sqrt{\tau^2 + 1} + 1] \quad (4.11)$$

où,  $\lambda_{D0} = (\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_{e0} e^2})^{1/2}$  et  $\tau = \frac{\omega_{pi} t}{\sqrt{2}e_N}$ . Pour  $\xi = 0$  et  $\eta = 0$ , nous retrouvons les expressions (10)-(11) Mora[2003]:

$$v_{front} \simeq 2c_s \ln(\tau + \sqrt{\tau^2 + 1}) \quad (4.12)$$

$$x_f \simeq 2\sqrt{2}e_N \lambda_{D0} [\tau Arsh(\tau) - \sqrt{\tau^2 + 1} + 1] \quad (4.13)$$

L'expression de la vitesse permet de prédire l'énergie maximale des ions accélérés :

$$E_{max} \simeq \frac{1}{2} m v_{max}^2 \quad (4.14)$$

$$E_{max} \simeq 2Zk_B T_e e_N [\xi(\frac{1}{e_N} - 1) + 1 + Z\eta] [\ln(\tau + \sqrt{\tau^2 + 1})]^2 \quad (4.15)$$

L'énergie maximale des ions représente également l'énergie de coupure du spectre des ions accélérés. La forme du spectre peut être dans un premier temps donnée par :

$$N = \int_{-c_s t}^x n_i dx, \text{ avec } n_i = n_e + Zn_{d0}$$

$$N = \int_{-c_s}^x (n_e + Zn_{d0}) dx = \int_{-c_s}^x n_{e0} \exp(\frac{-x}{c_s t} - 1) dx + \int_{-c_s}^x Zn_{d0} dx \quad (4.16)$$

On introduit le terme  $\varepsilon = m_i \frac{v^2}{2}$ ,  $\varepsilon_0 = k_B T_e$ , on obtient l'expression suivante:

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = -n_{e0} c_s t \left[ \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon\varepsilon_0}} \right] \exp\left(\sqrt{\frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0}}\right) + Zn_{d0} \frac{t}{\sqrt{2\varepsilon m_i}} \quad (4.17)$$

Pour  $Zn_{d0} = 0$ , nous retrouvons l'expression (21) de Mora [2003]:

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = n_{i0} c_s t \left[ \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon\varepsilon_0}} \right] \exp\left(\sqrt{\frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0}}\right) \quad (4.18)$$

### 4.3 Effets de séparation de charges: aspect numérique

L'expansion d'un plasma est étudiée, en utilisant un modèle fluide pour des ions froids. Cela nous permet de suivre le processus non-linéaire dans le temps sans supposer la neutralité de charges. Le modèle isotherme est utilisé en supposant que notre plasma est relié à un réservoir (une source thermique), permettant de garder les électrons en température constante durant la détente du plasma. L'étude de l'expansion est étudiée d'un plasma composé d'électrons et d'ions positifs (chargé une fois) de masse  $m_i$  et de vitesse  $v_i$ , en prenant en considération la pression ionique du fait que les ions acquièrent des vitesses proches de celles des électrons. Les équations fluides gouvernant la dynamique des ions sont données par:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v_i}{\partial x} = 0 \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{T_i}{m_i n_{i0}} \frac{\partial n_i}{\partial x} \quad (4.20)$$

Où,  $n_i$ ,  $m_i$ ,  $T_i$  et  $\phi$  sont, respectivement, la densité d'ions, masse, température et potentiel électrostatique. Nous supposons que toutes les particules se déplacent le long d'un axe "X" perpendiculaire à la cible de tel sorte que le modèle peut être supposé unidimensionnel. Dans ce modèle, nous supposons que tous les atomes du plasma formée près de la cible sont ionisés. L'expansion commence juste après la formation du plasma; pas de terme source, où la séparation de charge induite par le mouvement des électrons crée un champ électrique intense accélérant les ions. Pour une échelle temporelle associée au mouvement des ions, nous pouvons considérer les électrons en équilibre thermique, à savoir, le temps de relaxation électronique est nettement inférieure au temps caractéristique de l'expansion.

Ainsi, la densité électronique  $n_e$  est donnée par:

$$n_e(x, t) = n_{e0} \exp(e\phi/T_e) \quad (4.21)$$

où,  $T_e$  est la température électronique et  $n_{e0}$  est la densité électronique à l'équilibre. L'ensemble d'équations (4.19-4.21) est couplé à l'équation de Poisson:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e(n_e + n_{d0}Z - n_i) \quad (4.22)$$

Les grains de poussière sont dotés d'une distribution uniforme de densité  $n_{d0}$ , ayant des charges constantes négatives(positives). De telles particules sont éjectées directement à partir de la cible par la technique (PLA)[20]. La charge des grains  $Ze$  varie de quelque  $e$  (charge élémentaire) à  $10^4e$ . Il est intéressant de noter que, si le membre à gauche de l'équation (4.22) s'annule, l'expansion demeure quasi-neutre. Dans ce cas, le plasma n'a pas d'échelle caractéristique et l'approche self-similaire représente une meilleure alternative. La solution self-similaire offre une compréhension du comportement asymptotique d'une expansion libre, lorsque le temps devient suffisamment grand.

## 4.4 Procédure numérique

### 4.4.1 Normalisation

Nous normalisons l'ensemble des équations différentielles (4.19-4.22) comme suit :  $N_j = n_j/n_i$  ( $j = e, i$ ),  $V_i = v_i/c_s$ ,  $\Phi = e\phi/T_e$ ,  $n_{i0}$  est la densité initiale des ions, et  $c_s = \sqrt{T_e/m_i}$  est la vitesse ionique acoustique. Les coordonnées d'espace et de temps  $(x, t)$  sont, respectivement, normalisées par rapport à la longueur de Debye  $\lambda_{Di} = c_s/\omega_{pi}$ , et à l'inverse de la fréquence plasma  $\omega_{pi}^{-1}$ . Nous avons implicitement ignoré le mouvement des grains durant l'expansion du plasma, à cause de leurs masse par rapport aux ions ( $\frac{\text{masse du grain}}{\text{masse d'ion}} \sim 10^{12}$ ). L'échelle du temps caractéristique appartient aux ions, où la fréquence du grain de poussière  $\omega_d$  est de l'ordre de quelques  $Hz$ , par conséquent  $\omega_d \ll \omega_i$ , où leurs contribution à la dynamique d'expansion se résume à travers le potentiel électrostatique ambipolaire  $\phi$ . Le système d'équations fluides normalisées est données par:

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial N_i V_i}{\partial X} = 0 \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} - \beta \frac{\partial N_i}{\partial X} \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = (\xi N_e + \eta Z - N_i) \quad (4.25)$$

$$N_e(X, T) = \exp(\Phi) \quad (4.26)$$

où;  $\xi = n_{e0}/n_{i0}$ ,  $\eta = n_{d0}/n_{i0}$ , et  $\beta = T_i/T_e$

#### 4.4.2 Conditions aux limites

Pour étudier l'expansion d'un plasma pour un intervalle de temps spécifique, tout en incluant l'effet de la séparation de charges, l'ensemble des équations différentielles normalisées (4.23-4.26) est résolu. Nous avons supposé que tous les atomes neutres ont été ionisés, et que les impuretés possèdent la même charge  $Z$ . Ceci est une approximation raisonnable car le processus de charge des grains de poussière est très rapide, permettant aux particules d'atteindre rapidement une charge d'équilibre. Initialement, le plasma est confiné dans la région  $[-L, 0]$ , où  $L$  correspond à la taille du plasma à l'instant  $t = 0$ . Ainsi, la région d'expansion est scindée en trois domaines comme le montre la figure (4.4.1):

- Domaine contenant des grains de poussière, des ions, et des électrons, pour  $X < 0$ .
- Domaine contenant, des ions et des électrons pour  $X < X_F$ , avec  $X_F$  est la position du front ionique.
- Domaine contenant seulement des électrons, pour  $X > X_F$

La résolution numérique est effectuée sur un intervalle d'intégration fini. Les conditions aux limites à l'infini  $\Phi \rightarrow -\infty$  pour  $X \rightarrow 0$  et  $n_e \rightarrow 0$  pour  $X \rightarrow +\infty$ , doivent être transformées en un intervalle fini  $[-L, X]$ , à savoir, la limite du domaine correspondant à  $n_e/n_{e0} \ll 1$ . La position  $X = X_F$  est définie comme la position du front ionique, qui est a priori une position inconnue pour des temps supérieurs à  $t = 0$ . Cette position doit être calculée à chaque itération, du moment que le front varie par rapport au temps.

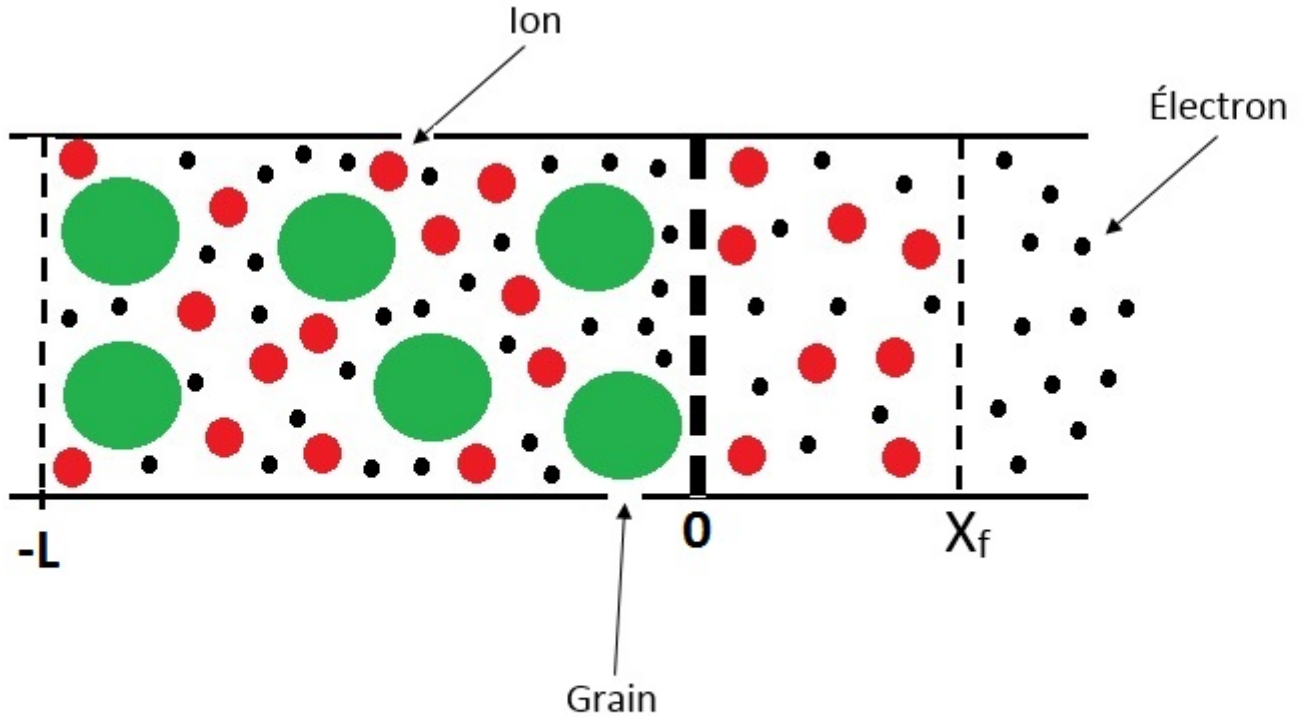


Figure 4.4.1 : Domaine de résolution de l'équation de Poisson,  $X_F$  est la position du front ionique.

### 4.4.3 Conditions initiales

Les conditions initiales correspondent à l'ablation d'une cible solide, tel que le Titanium [31], générant une seule espèce ionisée, en présence d'un pulse laser. La densité initiale des ions est de l'ordre de  $\sim 10^{19} \text{cm}^{-3}$ , et la densité des grains de poussière est  $\sim 10^{13} \text{cm}^{-3}$ , car même avec un pompage secondaire le ratio de densité des grains par rapport à la densité ionique est de l'ordre  $10^{-6}$ .

### 4.4.4 Intégration numérique

Initialement l'équation de Poisson est résolue, où le potentiel électrostatique est calculé, en relaxant la distribution électronique tout en gardant les ions fixes. Pour la région  $X < X_F$ ,

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = (\xi N_e + \eta Z - N_i)$$

et pour la région  $X > X_F$ , l'équation de Poisson est remplacée par :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = \exp(\Phi)$$

La réponse initiale est une région de charges d'espace électronique concentrée dans le demi-espace du vide, à la proximité de la discontinuité de la densité ionique. La résultante est un champ électrique exerçant une force sur les ions dirigés vers le demi-espace du vide. En tenant compte du champ électrique, l'équation du mouvement est calculée où la nouvelle vitesse ionique est utilisée pour calculer ensuite la densité à travers l'équation de continuité. En utilisant la nouvelle densité ionique, l'équation de Poisson est de nouveau calculée. La solution numérique emploie l'algorithme hybride de Lax Friedrichs-Lax Wendroff avec un terme de viscosité artificielle de 1/2, permettant de contrôler la dissipation numérique (Voir le chapitre 2)

## 4.5 Résultats et interprétations

Afin de vérifier l'efficacité de notre code, nous avons examiné l'expansion dans le vide d'un plasma contenant deux composantes (ions+ électrons). En première approximation, nous étudions le cas  $T_i = T_e$ , (un plasma avec une température d'équilibre  $T_{eq0} = T_{e0} = T_{i0}$ ). Dans ce cas, l'amortissement Landau pourrait avoir une contribution significative sur la dynamique des électrons. Cependant, cet effet ne peut être considéré que dans la limite ( $\lambda_D \rightarrow 0$ ), c'est à dire, un plasma quasi-neutre. En outre, notre étude débute à l'instant juste après la fin de l'impulsion laser. Dans ce cas, il n'y a pas d'échange d'énergie entre les particules et l'onde électromagnétique. Nous avons supposé que l'ionisation de la plupart des atomes de la vapeur formée est obtenue. Par conséquent, la présence des particules neutres est négligée. L'expansion du front s'étale jusqu'à  $n_e = n_i$  ou  $n_i \rightarrow 0$ , ceci correspond à ( $t_f \sim 176ns$ ) et ( $x \sim 35\mu m$ )[?]. Sachant que la durée de l'expansion est de l'ordre de quelque  $\mu s$ , l'hypothèse de quasi-neutralité devient valable si  $t > t_f$ . La validité de cette dernière est discutée dans le chapitre (3), suite du travail de Mora [2003].

Tout d'abord, nous avons testé notre schéma numérique en prenant  $Zn_{d0} = 0$  (sans impuretés). A cette fin, nous avons tracé les densités ionique et électronique en fonction de la coordonnée spatiale "X" pour différentes valeurs de "T" (coordonnée temporelle) dans les figures (4.5.2- 4.5.3). Les profils sont similaires à ceux donnés par les travaux de Schamel [2004] et Crow et al [1971]. Avec l'écoulement du temps, le plateau de la densité ( $n_i = n_0$  à  $t = 0$ ) diminue en raison de la propagation d'une onde de raréfaction dans la direction inverse du front d'expansion. Au niveau du front ionique, la formation des structures en pic est associée à une augmentation du potentiel électrostatique, due à la séparation de charges.

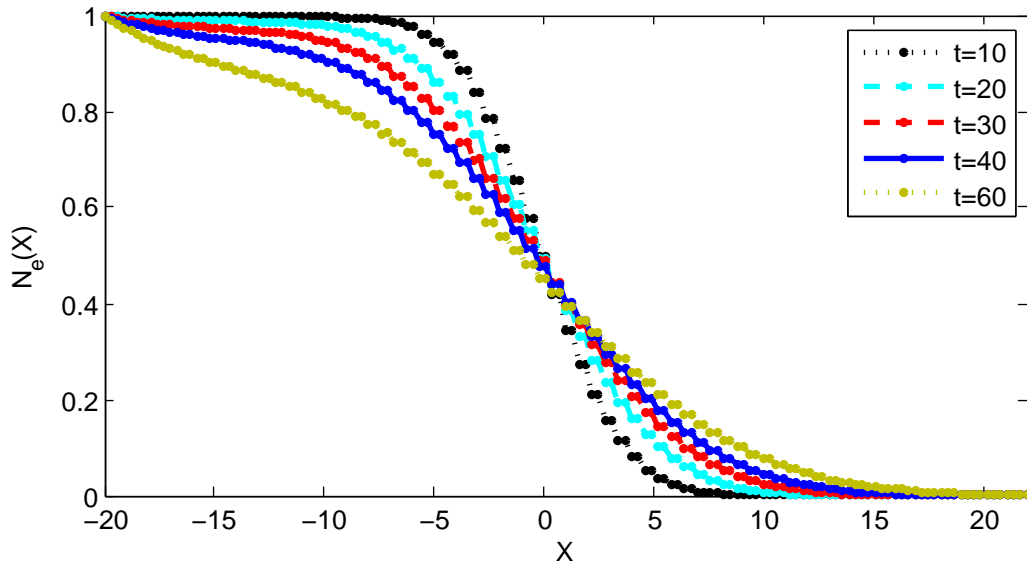


Figure 4.5.1 : La densité électronique normalisée en fonction de la coordonnée "X" pour différentes valeurs de  $\omega t$ .

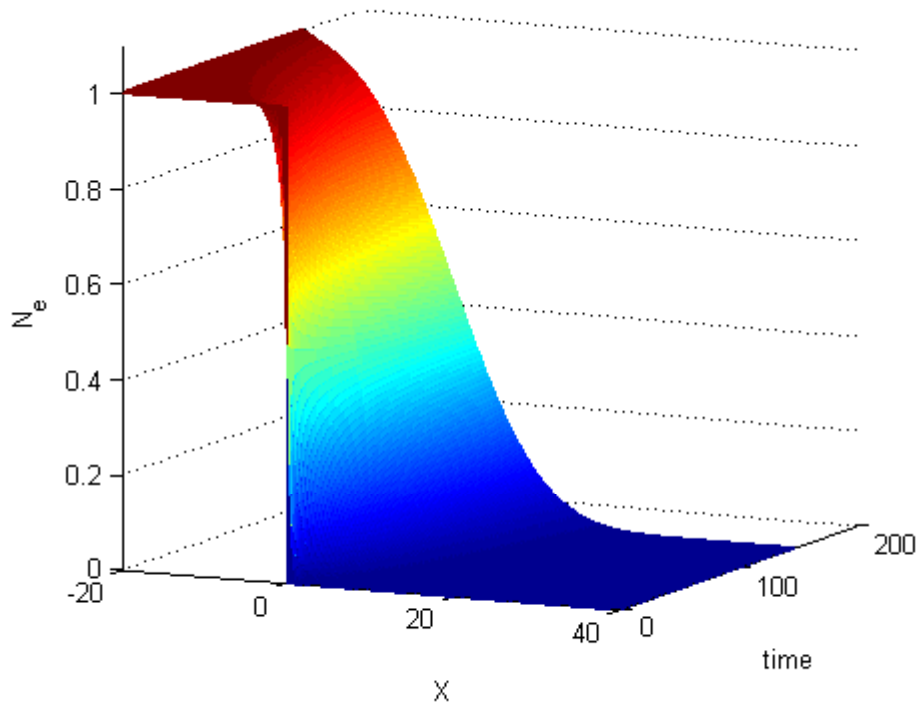


Figure 4.5.2 : La densité électronique normalisée en fonction de "X" et du temps (en mode balayage), avec une densité ionique initiale  $n_{i0} \sim 10^{19} \text{cm}^{-3}$ ,  $Z = 0$  et  $\beta = 1$ .

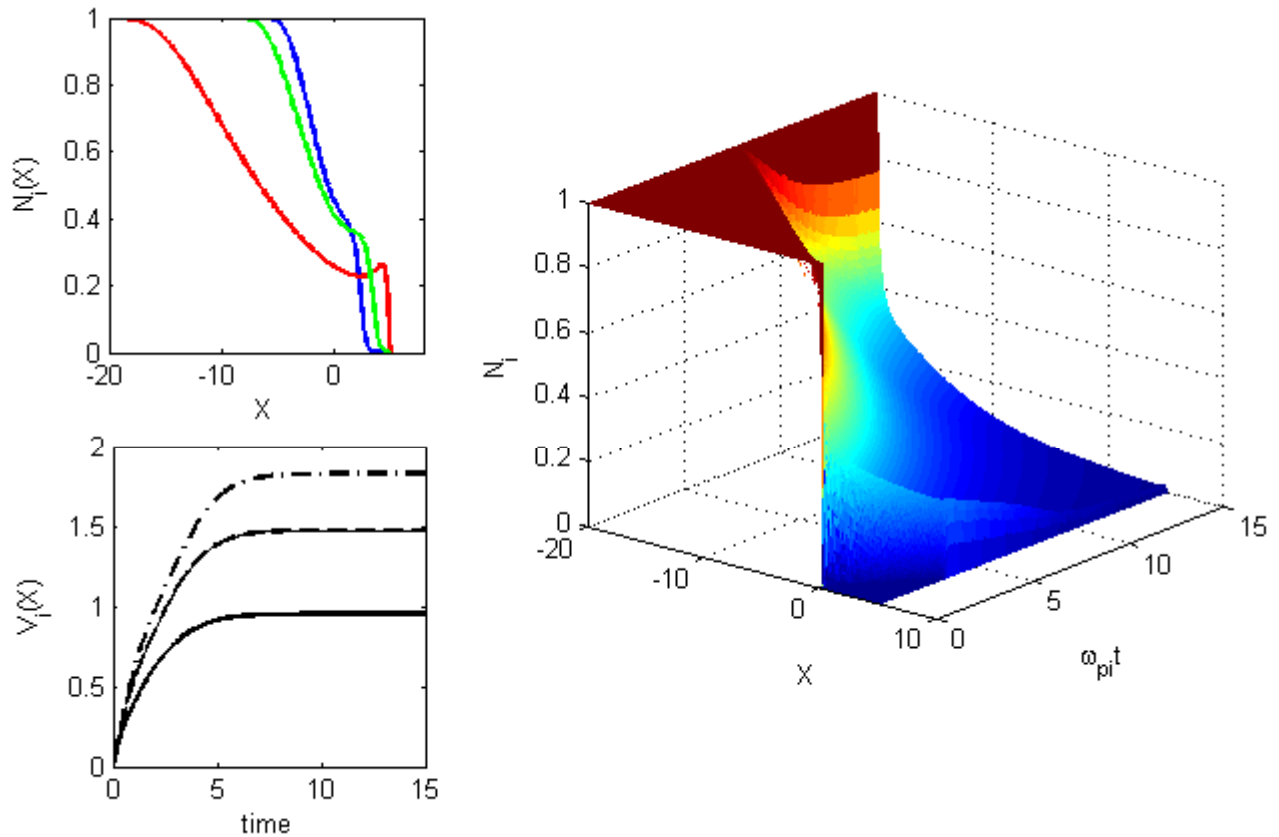


Figure 4.5.3 : (a)- La densité ionique normalisée en fonction de la coordonnée spatiale "X" pour différentes valeurs de ( $t = 3, 8, 15$ ). (b)- Profil de la vitesse ionique pour différentes valeurs de ( $X = 5, 10, 15$ ). (c)- La densité ionique normalisée en fonction de "X" et du temps  $t$  (en mode balayage), pour  $n_{i0} \sim 10^{19} \text{cm}^{-3}$ ,  $Z = 0$  et  $\beta = 1$ .

Sous l'action de ce potentiel, certains ions sont accélérés attrapant ainsi les ions du front, ce qui conduit à une augmentation de  $\Delta n / \Delta x$  au niveau du front. L'amplitude des structures en pic est différente de celle obtenue par Schamel [2004]. Cela peut être attribué à l'ajout du terme de pression qui est inclus dans notre modèle. En effet, près de la région source, la pression thermique fournit une énergie supplémentaire aux ions entraînant ainsi une accélération des particules, ce qui réduit la séparation de charges et l'amplitude des structures en pic.

Les structures en pic associées à une augmentation de la densité ionique, ont été également observées dans les plasmas complexes [82]. La figure (4.5.3. b) montre l'évolution de la

vitesse du front ionique en fonction du temps. La vitesse continue à augmenter avec une pente décroissante, contrairement à la solution self-similaire qui donne un profil de vitesse avec une augmentation monotone et infinie (Voir le modèle de Gurevich, chapitre 3). Notre résultat est similaire à celui obtenu par Crow et al [1971], et Mora [2003].

### 4.5.1 Effet de la charge des impuretés

La présence des impuretés neutres ou chargées est inhérente à un plasma produit par ablation laser, mais leurs effets sur la dynamique d'expansion sont généralement négligés. Cependant, avec des charges importantes, les impuretés peuvent significativement changer la dynamique du plasma. Dans ce cas, l'équation de Poisson devient très sensible à la variation de la densité des grains ainsi que leurs nature de charge (positive ou négative). Pour montrer cet effet, la densité ionique est tracée en fonction de "X", dans la figure (4.5.4), avec la densité électronique tracée pour ( $Zn_d = 0$ ). L'expansion se produit dans un intervalle de temps normalisé  $\Delta t = 20$ . A l'équilibre, les impuretés négativement chargées (profil en rouge) sont uniformément réparties dans le plasma  $X \in [-20, 0]$ . Sous l'effet d'une interaction répulsive coulombienne, les électrons sont accélérés dans cette région et, par conséquent, les ions sont tirés dans la même direction. Cela explique le fait que la densité ionique normalisée est supérieure à l'unité ( $N_i > 1$ ) dans cette région, observée seulement pour  $X < X_c$ , où  $X_c$  représente la position limite où,  $N_i > 1$ . Comme tous les ions sont accélérés au niveau du front, les structures en pic sont clairement absentes. On note que l'augmentation de la charge des impuretés réduit  $X_c$ , dû au mouvement rapide des ions créant une région de plasma dense qui conduit ainsi à une expansion similaire à celle d'une explosion coulombienne. Toute-fois, la présence des impuretés positivement chargées dans le domaine du plasma  $[-20, 0]$ , montre que la densité ionique normalisée ne dépasse plus l'unité  $N_i \not> 1$ , (profil en bleu). Dans ce cas, les ions sont accélérés mais les électrons sont soumis à l'effet d'une force coulombienne attractive dû au potentiel des impuretés. Cet effet est montré clairement par la figure (4.5.5 (a)). A cause de l'importante d'inertie des ions, l'effet résultant se révèle décélérateur pour les ions. Nous pouvons constater que le mécanisme principal d'expansion est attribué au champ électrique qu'à la pression thermique. Lorsque la charge d'impureté augmente, la déplétion de la densité devient plus importante, en raison de la forte interaction répulsive impureté-ion. Les ions loin de l'action des impuretés, ont un mouvement plus rapide qui donne naissance à des structures en pic avec une augmentation d'amplitude en fonction de la charge au niveau du front d'expansion. En effet, les ions sont accélérés efficacement au premier stade de l'expansion, en présence de grains de charge positive. En raison de

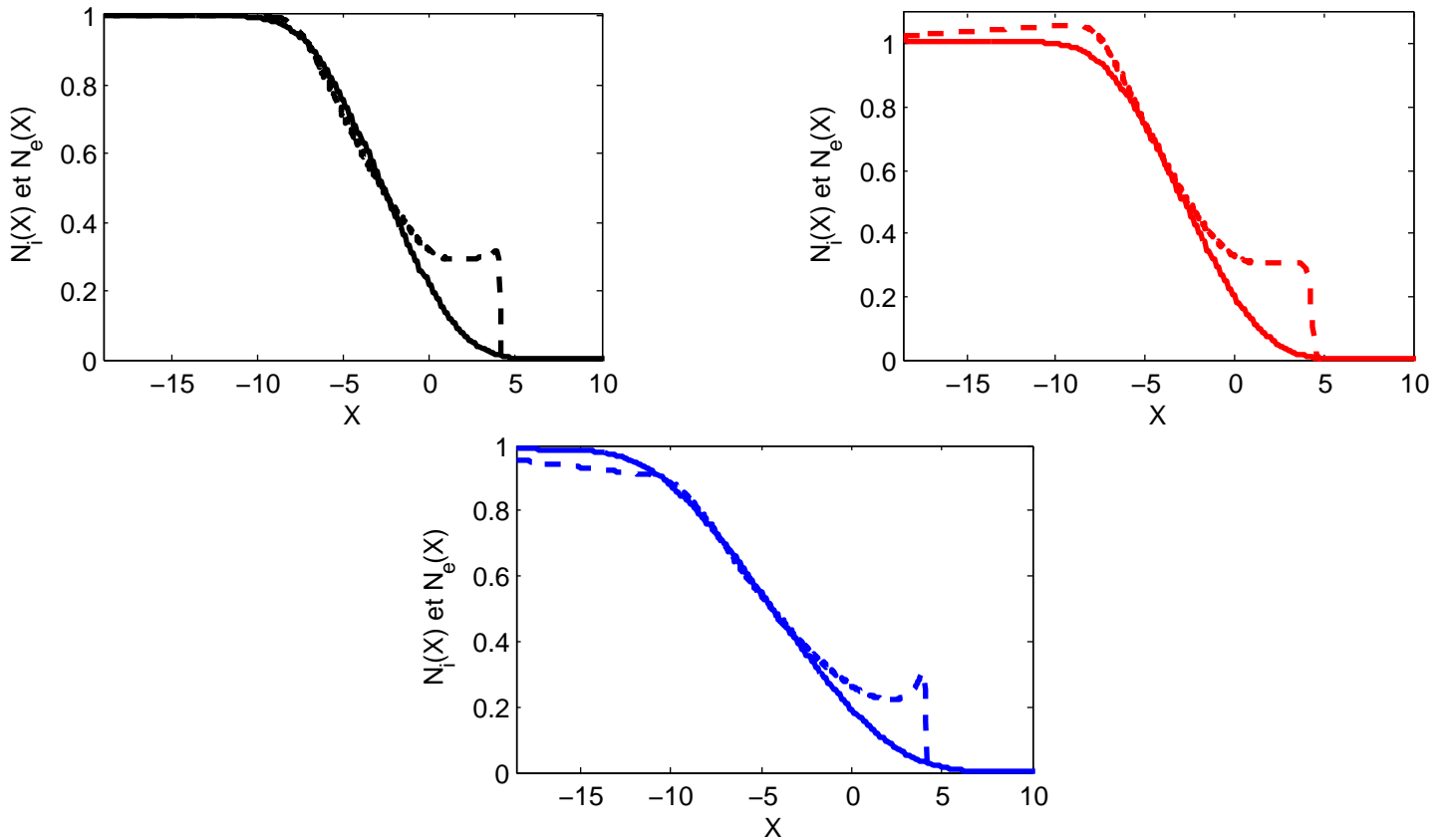


Figure 4.5.4 : Les densités normalisées en fonction de "X" : pour les ions (ligne pointillée) et pour le électrons (ligne solide): en noir ( $N_i$  et  $N_e$  pour  $Zn_d = 0$ ), en rouge ( $N_i$  pour un grain négatif) et en bleu ( $N_i$  pour un grain positif), avec  $\beta = 1$ ,  $n_{i0} \sim 10^{19} \text{cm}^{-3}$ .

leurs grande mobilité, certains électrons quittent rapidement la zone de source plasma pour former un nuage électronique conduisant à une forte séparation de charge. En présence des grains négativement chargés, les ions sont sous l'action d'un double effet de forces opposées, une due à la séparation de charge qui a tendance à accélérer les ions, et l'autre essayant de garder les ions près de la région source à travers le potentiel attractif des grains négatifs. Cependant, avec des grains positivement chargés, la situation est différente. Dans ce cas, les ions sont soumis à une force répulsive, où les ions échappant de la région source  $[-L, 0]$  seront accélérés par les électrons rapides.

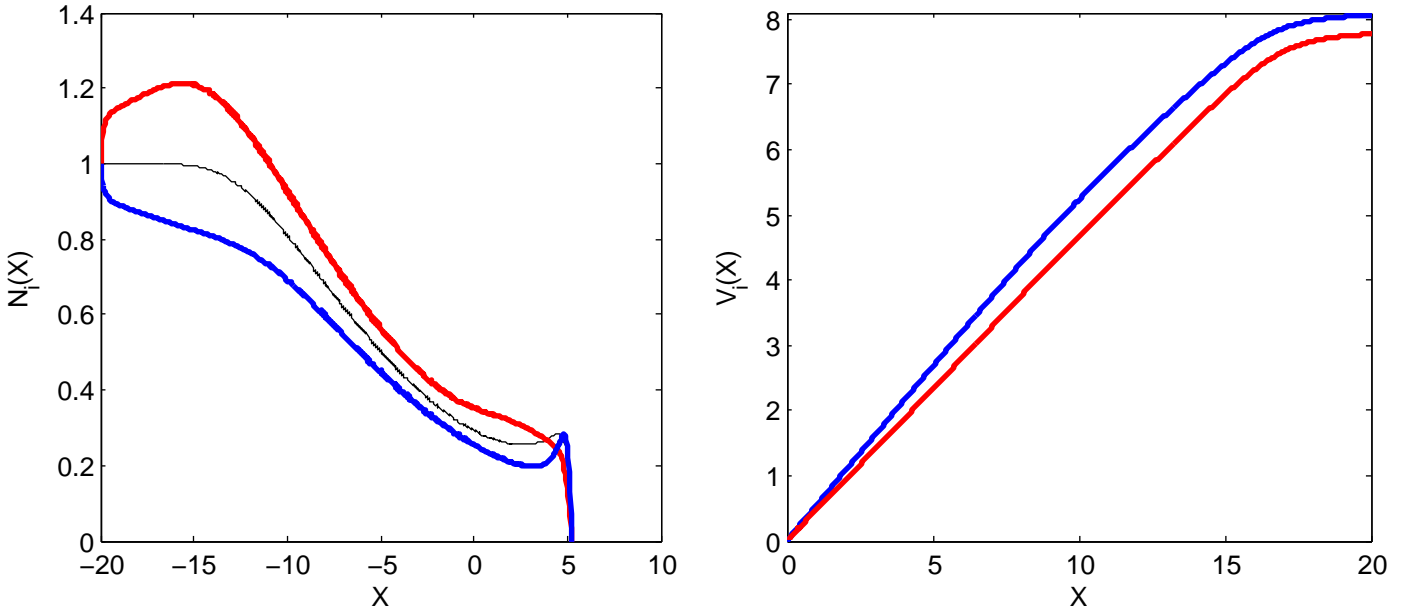


Figure 4.5.5 : (à gauche)-Profil de la densité ionique normalisée en fonction de "X" pour (en noir  $Zn_d = 0$ , en rouge (grain négatif), en bleu (grain positif)), avec  $\beta = 1$ ,  $\omega t = 10$ . (à droite)- La vitesse ionique pour  $n_{i0} \sim 10^{19} \text{cm}^{-3}$  et  $Z = 100$ .

## 4.5.2 Effet de la température

L'hypothèse  $T_e = T_i$ , suppose que le champ électrique reste très faible et que la densité électronique reste très élevée. Cela ne peut être vrai tout le temps, surtout lorsque la durée de la séparation devient importante. Le temps de relaxation des particules doit être nettement supérieur au temps correspondant à la fin de l'expansion, ce qui permet aux deux espèces de se thermaliser. En fait, l'écart de la température électronique par rapport à celle des ions est attribuée au faible ratio d'échange d'énergie entre les électrons et les ions. Cet effet est étudié pour un plasma de ( $T_i/T_e = 0.05, 0.1, 0.8, 1$ ) montré par la figure (4.5.6 (a)-(b)). Nous pouvons constater qu'en présence d'électrons énergétiques, nous obtenons une séparation de charge plus importante qui se produit au premier stade de l'expansion. En conséquence, au niveau du front d'expansion, l'accélération ionique est plus importante, conduisant à un rapide appauvrissement de densité. Rappelons-nous que le mouvement collectif des particules est affecté par les collisions qui transforme l'énergie du plasma en un mouvement thermique aléatoire. Ainsi, le plasma thermique évolue avec une énergie interne plus élevée qui pousse le front d'expansion vers l'avant. Notons également que l'effet des grains de poussière apparaît à travers le terme  $Zn_{d0}$  présent dans l'équation de Poisson. La

valeur seuil pour laquelle la dynamique de l'expansion est sensible à ce terme est donnée par le tableau ci-dessous.

La position du front	Le temps	$\beta = T_i/T_e$	$(n_{d0}Z)_{min}$
10	30	0.014	$4.2 \times 10^3$
10	30	0.093	$6.8 \times 10^3$
10	30	0.124	$9.7 \times 10^3$
12	40	0.533	$1.15 \times 10^4$
12	40	0.645	$2.2 \times 10^4$
12	40	0.921	$5.3 \times 10^4$

Table 4.1: La valeur minimale de  $n_{d0}Z$  correspondant au rapport de température  $\beta = T_i/T_e$ , pour laquelle le plasma est sensible à la présence des impuretés.

Dans ce tableau, nous avons choisi une densité du front d'expansion et puis nous avons comparé entre deux cas de densité ionique en présence et en absence des grains de poussière  $\Delta n$ . Nous avons supposé que l'effet des grains de poussière devient significatif pour  $\Delta n > 10^{-4}$ . Sur la base de ce critère, le rapport de température  $T_i/T_e$  doit être choisi en conséquence. Comme la charge des grains de poussière est de l'ordre de  $10^4 e$ , nous pouvons calculer la densité minimale seuil pour laquelle l'expansion devient sensible. De plus, après le début de l'expansion, le front ionique se situe clairement au-dessus de celui des électrons comme le montre la figure (4.5.6 (c)), sauf pour des valeurs réduites de  $\beta$ . Cet effet est attribué à la formation d'une double couche par la séparation de charge lors de l'expansion plasma. Les variations du potentiel sont renforcées par la présence des impuretés chargées, la plupart des variations se localisent autour de  $X \sim 0$ , la limite entre la région avec et sans impuretés.

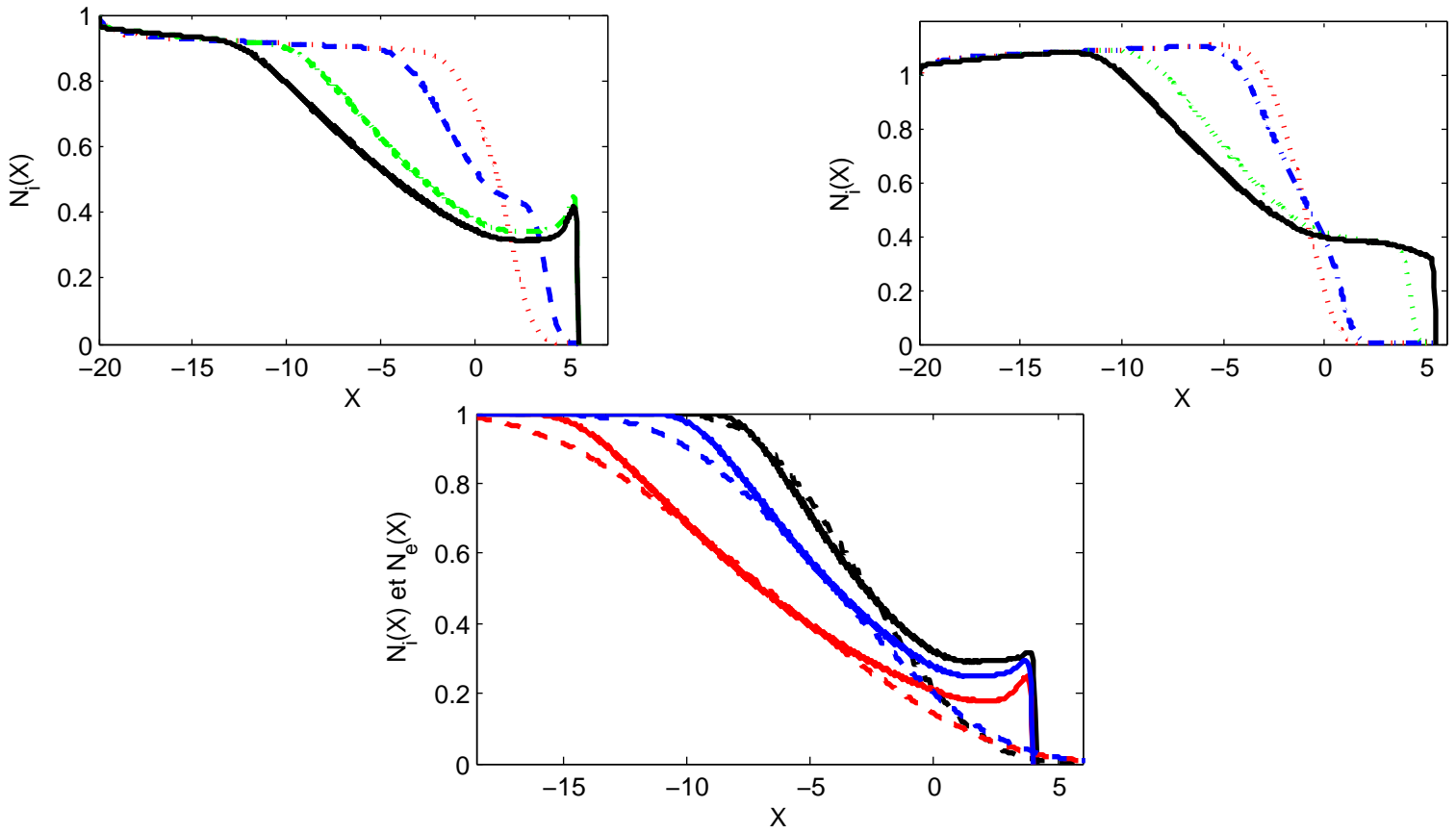


Figure 4.5.6 : (a) et (b): Profils de la densité ionique en fonction de "X" pour différents valeurs de  $\beta = 0.05, 0.1, 0.8, 1$  avec  $\omega t = 10$ ,  $n_{i0} \sim 10^{19} \text{cm}^{-3}$  et  $Z = 1000$ . (c)-Profil des densités ioniques et électroniques pour ( $\beta = 0.05, 0.1, 1$ ).

# 5

## Expansion d'un plasma relativiste dans le vide produit par interaction laser-solide

### 5.1 Introduction

Les plasmas relativistes sont devenus un sujet important inhérent à l'expansion, dans les laboratoires ainsi que dans l'espace. Le phénomène de l'expansion dans le laboratoire représente la suite systématique de l'interaction d'un laser avec une cible, où le champ laser crée un faisceau d'électrons accéléré à des vitesses relativistes [83],[84]. L'une des applications les plus prometteuses de la réussite technologique, de plus en plus rapide, du laser de haute puissance, est la capacité de produire des faisceaux d'ions et particulièrement des protons collimatés et énergétiques, accélérés à des millions d'électron-volts sur une distance de seulement de quelques micromètres [88]. La capacité de ces accélérateurs de particules offre une technique prometteuse pour la recherche en médecine, en physique, et en ingénierie. Le processus d'accélération des ions a été étudié par plusieurs équipes de recherche expérimentale sous des conditions physiques très diversifiées [11]. Le travail introduit par Badziak et al[89], contient une description exhaustive et une mise à jour de l'état de l'art des expériences menées dans ce champ de recherche. Les résultats les plus remarquables ont été obtenus par Lawrence Livermov National Laboratory Group (LLNLG) [151], où un laser intense a pu produire un faisceau "pico-seconde" de protons, lors de l'interaction avec une cible épaisse. Lors de l'interaction des impulsions laser super-intenses avec une cible solide, deux mécanismes généraux peuvent conduire à l'accélération d'un grand nombre d'ions à des énergies relativistes. Le premier mécanisme est en relation avec la pression du rayonnement laser. Tandis

que le second mécanisme, est lié à la génération des électrons énergétiques (Muti-MeV) à travers le processus d'ionisation par suppression de barrière (décrit précédemment dans le chapitre 1). Les électrons, en tentant de quitter la cible et échapper dans le vide, conduisent à la génération d'un champ électrostatique très intense entraînant à l'accélération ionique [84]. Ce processus est à la base du mécanisme d'accélération par la gaine de cible normale (TNSA), qui représente la majeure partie des observations expérimentales d'accélération ionique, depuis l'an 2000 [84]. Dans une récente expérience, une cible d'aluminium d'épaisseur égale à  $1\mu m$ , est irradiée par un laser d'intensité de  $I = 10^{19}W/cm^2$  avec un angle d'incidence de 45 degré, le plasma est créé au niveau de la face arrière de la cible, où l'accélération ionique est supposée avoir lieu. La figure (5.1.1) montre le profil de la densité du plasma en état d'expansion hydrodynamique unidimensionnelle.

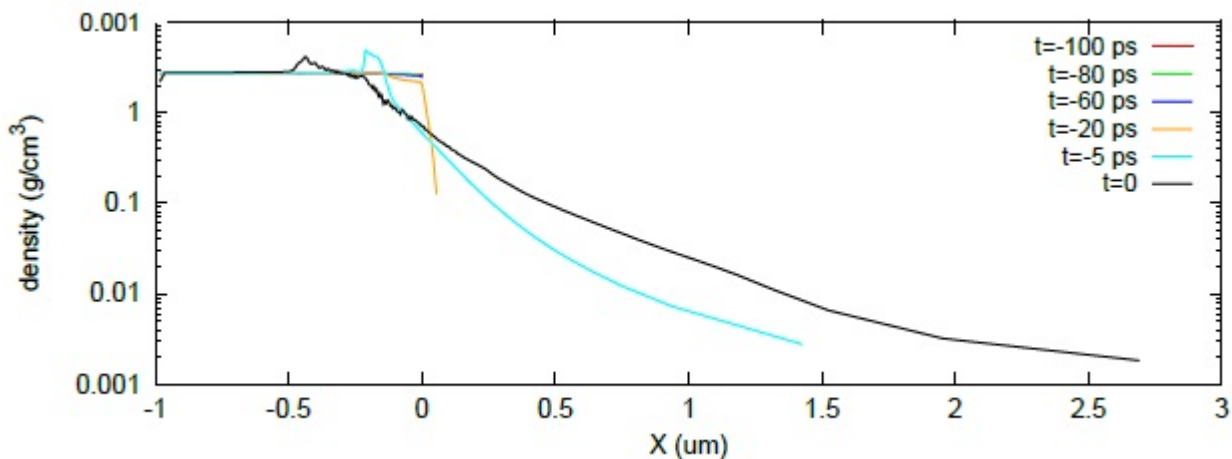


Figure 5.1.1 : Expansion hydrodynamique unidimensionnelle [25],[85]

Une expérience similaire a été effectuée, où un plasma est créé suite une interaction d'un laser ( $I = 1.5 \times 10^{19}Wcm^2$ ,  $150fs$ ), avec une cible d'aluminium pour différentes épaisseur de la même cible. Le tableau (5.1.2) donne les énergies maximales des électrons et des protons accélérés au niveau de la face arrière de la cible.

Le modèle théorique décrivant la partie haute énergie du spectre des ions accélérés suggère que le champ électrique accélérateur, diminue à zéro à une distance finie[88]. Dans ce chapitre, nous avons étudié l'impact des effets relativistes sur l'expansion d'un plasma d'électrons-ions en utilisant un modèle uni-dimensionnel, qui s'applique au moment tôt après la fin de l'impulsion laser, tout en négligeant la conduction de chaleur. Les distributions initiales de densité et de pression du plasma sont considérées uniformes à l'état initial.

target thickness ( $\mu\text{m}$ )	$d_{\text{rear}}$ ( $\mu\text{m}$ )	$N_{\text{electron}}$ ( $\times 10^{11}$ )	$\tau_{\text{pulse}}$ (fs)	$\langle E_{\text{electron}} \rangle$ (MeV)	$E_{\text{proton}}$ (MeV)
1.5	4.6	7.30	185	0.65	0.93 (1.94)
2	4.3	6.42	190	0.67	1.02 (2.05)
3	3.8	5.38	190	0.69	1.15 (2.22)
5	4.8	4.93	175	0.75	2.66 (3.72)
8.5	5.0	5.35	180	0.75	3.87
14.1	6.2	5.81	180	0.75	3.13
20	7.4	5.15	205	0.73	2.46
30	7.6	3.00	220	0.72	1.68

Figure 5.1.2 : Paramètres d'accélération de protons en régime TNSA [87], [86]

Cependant, la densité et la pression du milieu environnant peuvent être ignorées, pour que le mouvement résultant soit estimé comme une expansion libre dans le vide. Comme les effets de dissipation sont négligeables pour cet expansion, il en résulte, un mouvement de détente adiabatique.

## 5.2 Équations hydrodynamiques relativistes

La dynamique de l'expansion d'un plasma a été largement étudiée à l'aide du modèle fluide relativiste dans de nombreux travaux [83]-[94]. L'objectif des précédentes études était de prédire l'énergie ionique maximale et la dépendance du moment ionique et le temps caractéristique d'accélération à la solution self-similaire. Récemment, une solution analytique self-similaire a été proposée pour décrire l'accélération relativiste ionique avec la distribution de Maxwell-Jüttner, régissant la dynamique des électrons. Il a été constaté que dans le régime ultra-relativiste, l'énergie des ions au front d'expansion est proportionnelle à " $t^{4/5}$ ", et l'énergie des ions avant le front ionique était proportionnelle à " $t^{2/3}$ " [91]. Dans la plupart de ces études, les auteurs utilisent des modèles mathématiques dans lesquels les effets relativistes sont partiellement pris en compte. En effet, dans la majorité des travaux qui étudient l'expansion et l'accélération des particules dans le cadre de l'interaction laser-cible, les effets relativistes sont généralement introduits dans la description fluide relativiste, en utilisant l'équation du mouvement qui peut être conjecturée depuis les équations d'Euler classiques par le simple changement du moment classique  $mv$ , en un moment relativiste  $m\gamma v$ ,

où  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ , est le facteur relativiste [93]. Cette équation couramment utilisée dérive de la formulation covariante de la conservation du tenseur énergie-impulsion, ce qui peut être considéré comme entièrement relativiste en fonction de la vitesse et la température de l'élément fluide. En outre, les études analytiques dans ces travaux sont généralement effectuées dans la limite du "faiblement relativiste", qui se limite à une approximation de vitesse ( $\gamma = 1 + v^2/2c^2$ ). L'approximation faiblement relativiste, représente un outil pratique qui peut être affinée avec plus de précision par l'ajout des termes d'ordre supérieur tel que ( $\gamma = 1 + v^2/2c^2 + 3v^2/8c^2$ ). Cependant, dans la plupart des études précédentes, les effets relativistes sont appliqués partiellement et de manière incohérente (sauf pour quelques cas), en les prenant compte seulement dans l'équation de mouvement [94]. En fait, ces études ignorent complètement les effets relativistes dans l'équation de continuité en utilisant la version non-relativiste de l'équation, ce qui correspond à ( $\gamma = 1$ ). De ce fait cette analyse conduirait inévitablement à des résultats incorrects même dans la limite faiblement relativiste [111]. Ainsi, une analyse fondée sur le système d'équations dans lesquelles les effets relativistes sont comptabilisés totalement et systématiquement dans toutes les équations est indispensable. Pour cela, nous avons étudié les différents aspects d'une analyse qui traite partiellement les effets relativistes, à travers l'équation de mouvement et celle qui traite le plasma totalement relativiste, basée sur le modèle mathématique dérivant de la formulation covariante de conservation du tenseur impulsion-énergie.

### 5.3 Formulation mathématique du premier modèle

Dans les plasmas, lorsque les vitesses électroniques et ioniques s'approchent de la vitesse  $c$ , les effets relativistes deviennent significatifs et modifient le comportement non-linéaire du plasma. Les électrons, en raison de leurs inertie réduite, atteignent des vitesses relativistes beaucoup plus rapidement que les ions du plasma. Cependant, due à l'inertie importante des ions, qui freinent le mouvement des électrons à travers la force du rappel électrostatique, une sorte de double couche se développe, accélérant les ions afin de préserver la quasi-neutralité du système. Dans ce premier modèle, nous considérons une analyse, qui prend en considération les effets relativistes seulement dans l'équation de mouvement. Donc pour avoir un système d'équations décrivant la dynamique d'un plasma relativiste, il suffit d'introduire le facteur relativiste  $\gamma$ , dans l'équation d'impulsion tout en gardant le reste des équations hydrodynamiques inchangées. Il en résulte le système d'équations unidimensionnel à deux

fluides suivant:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial n_j v_j}{\partial x} = 0 \quad (5.1)$$

$$m_j \left( \frac{\partial \gamma_j v_j}{\partial t} + v_j \frac{\partial \gamma_j v_j}{\partial x} \right) + \frac{1}{n_j} \frac{\partial p_j}{\partial x} = \pm e \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (5.2)$$

$$p_j = p_{j0} n_j^\Gamma \quad (5.3)$$

où,  $j = e(i)$  pour électron (ion),  $\Gamma = 4/3$  et la condition de quasi-neutralité:

$$n_e = n_i \quad (5.4)$$

Nous normalisons les grandeurs physiques de notre système comme suit:

$$P_{jI} = p_j/p_0, N_{jI} = n_j/n_0, V_{jI} = v_j/c, \psi = eE/\omega_{pi} m_i c$$

et nous introduisons la variable self-similaire adimensionnée  $\xi = x/ct$ , où  $c$  est la vitesse de la lumière. L'ensemble des équations transformées gouvernant la dynamique de l'expansion plasma est donné par:

$$(V_{eI} - \xi) \frac{\partial N_I}{\partial \xi} + N_I \frac{\partial V_{eI}}{\partial \xi} = 0 \quad (5.5)$$

$$(V_{iI} - \xi) \frac{\partial N_I}{\partial \xi} + N_I \frac{\partial V_{iI}}{\partial \xi} = 0 \quad (5.6)$$

$$\zeta \gamma_e (V_{eI} - \xi) (1 + V_{eI}^2 \gamma_e^2) \frac{\partial V_{eI}}{\partial \xi} + \frac{\eta}{\theta} \frac{N_I^{\alpha-1}}{\gamma_{eI}} \frac{\partial N_I}{\partial \xi} = -\frac{1}{\theta} \psi_I \quad (5.7)$$

$$\zeta \gamma_i (V_{iI} - \xi) (1 + V_{iI}^2 \gamma_i^2) \frac{\partial V_{iI}}{\partial \xi} + \eta \frac{N_I^{\alpha-1}}{\gamma_{iI}} \frac{\partial N_I}{\partial \xi} = \psi_I \quad (5.8)$$

Avec:  $\psi = \frac{eE}{\omega_{pi} m_i c}$ ,  $\zeta = \frac{1}{\omega_{pi} m_i c}$ ,  $\eta = \frac{\alpha P_0}{\omega_{pi} n_0 m_i c}$ ,  $\theta = m_i/m_e$

Nous nous basons sur la méthode d'Euler pour l'implémentation du code. L'algorithme de cette dernière est donné par:

$$y_{j+1} = y_j + h_0 f(x_j, y_j)$$

Bien que la méthode d'Euler soit moins précise que celle, de RK-4. Elle présente néanmoins, une stabilité dont souffre la méthode de RK-4. En réduisant le pas d'intégration nous obtenons une précision remarquable. Il s'est avéré qu'avec un pas de  $h = 10^{-3}$ , la

méthode numérique donne des solutions suffisamment stables. Un tel pas ne constitue pas un problème pour les moyens de calcul récents, dont le temps de calcul reste très raisonnable.

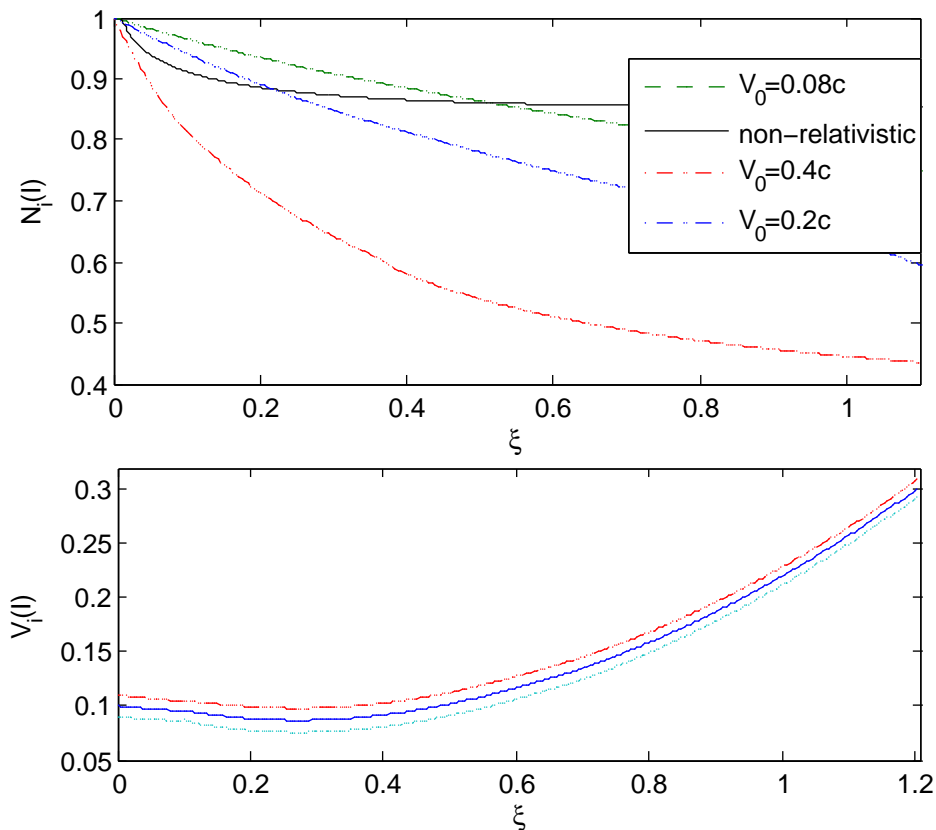


Figure 5.3.1 : Les profils de densité et de vitesse ionique en fonction de la variable self-similaire.

La figure (5.3.1), montre l'évolution de la densité et de la vitesse ionique normalisées, respectivement, à leurs valeurs initiales en fonction de la variable self-similaire. D'une façon générale les modèles d'expansion d'un plasma ou d'un gaz, donnent pratiquement les mêmes profils. La densité décroît, ce qui est dû à l'écoulement et au refroidissement de la matière en expansion dans le vide, alors que la vitesse croît d'une façon monotone. La matière éjectée continue d'être accélérée jusqu'à ce que son énergie interne soit suffisamment convertie en énergie cinétique, suivant une expansion libre. Cependant, nous ne remarquons dans le comportement de la vitesse aucune variation du profil due au changement de la vitesse ionique initiale. Ces profils montrent un comportement identique d'une croissance infinie de vitesse, pour des régimes différents (vitesses initiales différentes). D'après les résultats et les conclusions obtenus par Gurevich et al (Voir le chapitre (3)), et selon le travail de Bachi et al[2010] [39], étudiant l'expansion self-similaire d'un plasma astrophysique relativiste dans

le vide, les profils des grandeurs macroscopiques du plasma doivent atteindre leur maximum à une valeur correspondant à la position où la solution self-similaire n'est plus valable. Cette valeur, au-delà de laquelle on voit apparaître des instabilités physiques, est très sensible aux conditions initiales. Le résultat de ce modèle demeure incorrect pour les raisons suivantes:

- La vitesse ne peut être en croissance monotone, alors que l'amplitude du champ électrique accélérant diminue pour s'annuler après un certain temps, où il a été montré à travers des résultats expérimentaux que les vitesses du front d'expansion atteignent un état stable de stagnation après  $400ns$  [85].
- Lors de l'expansion adiabatique; les électrons communiquent de l'énergie cinétique aux ions à travers le champ électrique ambipolaire. Cependant, la quasi-neutralité reste valide tant que ( $t > \omega_{pi}^{-1}$ ), où  $\omega_{pi}^{-1}$  est le temps nécessaire pour rétablir la quasi-neutralité. Cette condition est remise en question pour des vitesses initiales ioniques réduites par rapport à celle des électrons.

Pour cela le résultat demeure non-physique, du moment que, la solution self-similaire ne montre aucune structure d'instabilité physique pour laquelle la self-similarité devient invalide. Cela nous conduit à considérer que le profil de la décroissance de densité, comme profil qui ne reflète pas la dynamique d'un plasma relativiste en expansion.

Pour étudier le phénomène d'expansion d'un plasma relativiste, ainsi que l'accélération ionique, produit par interaction laser-cible, il est d'intérêt d'évoquer le travail de Huang et al (2013)[91], où une solution analytique self-similaire à été obtenue pour décrire une expansion d'un plasma relativiste. Cette dernière est dominée par des électrons de haute énergie gouvernés par la distribution locale de Maxwell-Jüttner. Pour cela la section suivante traite essentiellement le modèle de Huang et al. Des remarques seront à la fin données, afin d'éclairer l'ajout rapporté par notre travail à l'étude de l'expansion relativiste d'un plasma produit par interaction laser-solide.

## 5.4 Modèle de Huang et al

### 5.4.1 Hypothèses et conditions de base

Au cours de l'interaction d'une impulsion laser ultra-intense ultra-courte avec la face avant d'une cible solide d'épaisseur supérieure à quelques micro-mètres, des électrons relativistes

sont produits à la face avant de la cible. Les électrons qui se déplacent dans la même direction que celle du laser, passent à travers, chauffent, et ionisent la cible et particulièrement la face arrière de la cible. Dans ce processus, le faisceau d'électrons entre en collision avec les ions et les électrons internes de la cible. Ces derniers sont également entraînés par l'intense champ de séparation de charge. En se référant au traitement effectué par Passoni et al (2008)[96], on suppose que les électrons chauds de la face arrière de la cible suivent la distribution relativiste de Maxwell-Jüttner.

$$F_e(x, P_e) = \frac{1}{2m_e c K_1(T^{-1})} \exp\left[-\frac{\gamma_e - \psi}{T}\right] \quad (5.9)$$

Où,  $T = \frac{k_b T_e}{m_e c^2}$ ,  $\psi = \frac{e\phi}{m_e c^2}$ ,  $K_1$  est la fonction de MacDonald au premier ordre,  $T_e$  est la température électronique,  $m_e$  est la masse de l'électron,  $c$  est la vitesse de la lumière,  $e$  est la charge élémentaire,  $\phi$  est le potentiel électrique,  $x$  représente la position d'électron,  $P_e$  le moment électronique, et  $\gamma_e$  est le facteur relativiste.

### 5.4.2 Accélération ionique

Le temps d'accélération pour le présent modèle est d'environ plusieurs durées d'impulsion laser; où le temps débute lorsque le faisceau d'électrons pénètre la cible,  $t_0 \approx \frac{10\mu m}{3 \times 10^8 m} = 30 fs$ . Après plusieurs pulsations laser, les électrons ne peuvent continuer à obtenir assez d'énergie à partir de l'impulsion laser, de ce fait, la température tend à diminuer. L'une des raisons de cette diminution est la forte séparation de charge, qui transfère l'énergie des électrons aux ions. En considérant le laser comme étant un réservoir d'énergie nourrissant le système (plasma), il en résulte de cette supposition, que l'alimentation en énergie à partir de l'impulsion laser peut équilibrer la perte d'énergie pour les électrons en raison du champ de la séparation de charge. Pour cela, dans ce modèle, la température des électrons est supposée être une constante. Par conséquent, le temps efficace d'accélération est aussi supposé être de plusieurs durées d'impulsion laser. La densité électronique décroît en fonction du temps à cause de l'expansion transversale et longitudinale du plasma dans le vide. L'échelle temporelle typique d'une détente adiabatique est d'environ (10-20) fois la durée d'impulsion laser.

### 5.4.3 La température électronique

En plus de l'influence des effets collisionnels sur la thermalisation des électrons, il y a d'autres effets importants tels que la phase d'injection d'électrons dans le champ du laser, qui affecte

l'évolution de la température électronique. L'impulsion laser incidente sur la face avant de la cible transfère son énergie électromagnétique aux électrons qui sont accélérés à une énergie de l'ordre du potentiel pondérateur du laser. La partie supra-thermique des électrons contribuent à l'accélération ionique. Par conséquent, dans le calcul de la densité électronique,  $\nu_c$  qui est supposé être le taux d'efficacité de conversion de l'énergie du laser au électrons énergétiques de la face arrière de la cible, est inférieur à la moitié du taux d'efficacité d'absorption du laser par les cibles planes. Cependant, l'énergie des électrons est déterminée par l'intensité du laser, où une fraction de cette énergie acquise est perdue lors du passage du faisceau électronique à travers la cible, où l'épaisseur et les matériaux constituant la cible jouent un rôle déterminant du taux de perte d'énergie électronique. Les valeurs typiques et raisonnables sont de l'ordre de 20% -30% [96]. La relation entre  $\nu_c$  et l'intensité du laser et les caractéristiques de la cible sont importantes pour déterminer la dépendance du maximum d'énergie des ions accélérés à l'intensité du laser. Cependant, jusqu'à présent c'est encore un défi pour décrire ce processus complexe par un modèle explicite convaincant.

#### 5.4.4 Solution self-similaire

Afin de décrire la dynamique des ions analytiquement, les deux équations fluides gouvernant cette dynamique s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial nv}{\partial x} = 0 \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial \gamma v}{\partial t} + v \frac{\partial \gamma v}{\partial x} = -\sigma \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5.11)$$

et sont transformées à l'aide de la variable self-similaire:  $\xi = x/t$ , avec:

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\xi}{t} \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{t} \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \sigma = \frac{q_i/M}{e/m_e}$$

Les deux équations précédentes deviennent :

$$(v - \xi) \frac{\partial \ln n}{\partial \xi} = -\frac{\partial v}{\partial \xi} \quad (5.12)$$

$$(v - \xi) \frac{\partial \gamma v}{\partial \xi} = -\sigma \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \quad (5.13)$$

La relation de dépendance entre  $\xi$  et  $v$  est donnée par:

$$\xi = v \pm \sqrt{\sigma T} \gamma^{-3/2}$$

Où,

$$\frac{\partial}{\partial \xi} = \gamma^3 \frac{\partial v}{\partial \xi}$$

Pour cela, le potentiel normalisé est donné par :

$$\psi - \psi_0 = \pm \sqrt{T/\sigma} \int_0^P (1 + P^2)^{-3/4} dP = \pm \sqrt{T/2\sigma} (I_\kappa(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) - I_{1/2}(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})) B(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$$

avec:  $P = \gamma v$ ,  $\kappa = \frac{1+v}{2}$ ,  $I_\kappa(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) = \frac{1}{B(1/4, 1/4)} \int_0^\kappa t^{-3/4} (1-t)^{-3/4} dt$  où, la fonction de bêta s'écrit sous la forme :

$$B(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) = \int_0^1 t^{-3/4} (1-t)^{-3/4} dt$$

Au final, la solution self-similaire décrivant la dynamique de l'expansion et l'accélération ionique est donnée par l'ensemble des équations suivantes:

$$\begin{aligned} \xi &= v \pm \sqrt{\sigma T} \gamma^{-3/2} \\ \psi &= -\sqrt{T/2\sigma} (I_\kappa(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) - I_{1/2}(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})) B(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \\ \gamma &= (\frac{t}{t_0})^{2/3} \exp(\frac{2}{3} \sigma \psi) \end{aligned}$$

A partir de ces résultats on déduit que, l'accélération ionique est plus importante dans le cas relativiste. La figure(5.4.1) montre la comparaison du moment ionique  $P$  et le potentiel  $\psi$  en fonction de  $\xi$  dans le cadre du régime relativiste avec celui du régime non-relativiste.

A travers le travail de Huang et al l'ensemble des conclusions qui peuvent être tirées sont présentées comme suit:

- 1- le temps d'accélération ionique est de l'ordre de la durée d'impulsion laser.
- 2- La solution self-similaire est valable pour  $t \approx t_l$ .
- 3- Pour une période plus longue que la durée de l'impulsion laser, le présent modèle demeure inapproprié pour les raisons suivantes:

- l'influence de l'effet à trois dimensions sur l'expansion qui devient important avec le temps.
- La température évolue avec le temps et diminue, ce qui nous pousse à considérer le modèle isotherme présent comme étant non-valide.

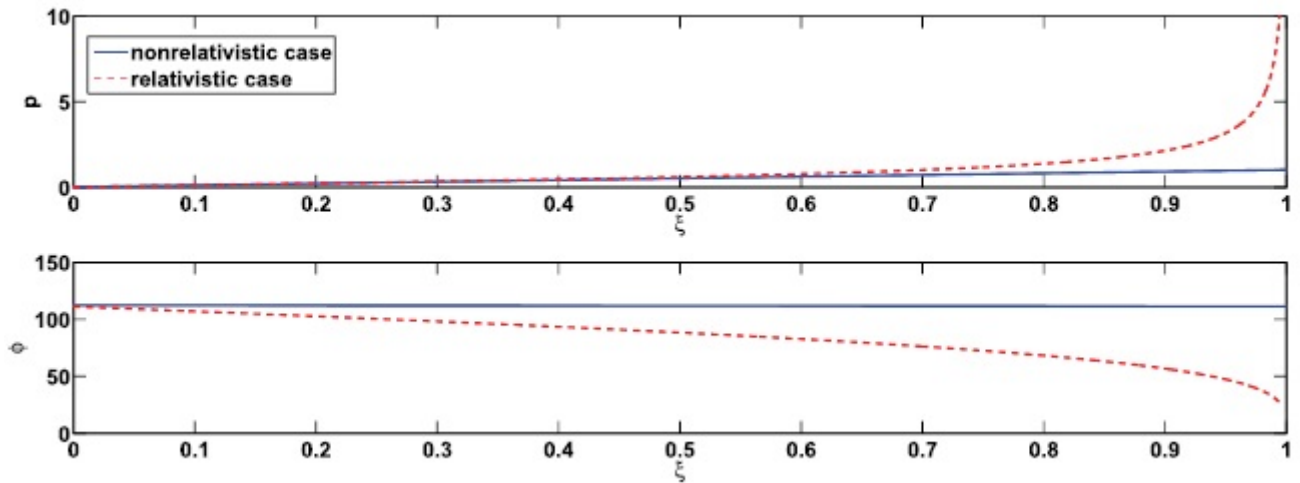


Figure 5.4.1 : La variation du moment ionique  $P$ , et du potentiel  $\phi$  en fonction de la variable self-similaire  $\xi$  pour  $v(t = 0) = 0$ ,  $\nu = \frac{1}{1836}$ , et  $T = 1$  pour deux cas: relativiste et non-relativiste [91]

### 5.4.5 Remarques sur le modèle de Huang et al

En l'absence d'un modèle satisfaisant, convaincant, décrivant le processus du phénomène, qui débute par le choc laser-face avant de la cible et qui se termine par l'accélération du front ionique du plasma produit à la face arrière de la cible, il est désormais impératif de se baser sur des modèles essayant de répondre aux questions fondamentales de ce processus complexe. Le modèle de Huang et al compte parmi plusieurs modèles qui tentent d'expliquer un phénomène complexe tel que l'accélération ionique. Dans ce travail les auteurs ont essayé de proposer un modèle qui répond à la fois aux questions qui ont un rapport avec l'impulsion laser, ainsi que la dépendance de l'accélération ionique de cette énergie (laser), et aussi de l'évolution temporelle de l'expansion d'un plasma relativiste tout en supposant des hypothèses et des approximations tels que, la quasi-neutralité, le temps d'accélération qui est de l'ordre de la durée d'impulsion laser, la température constante, et la self-similarité. Cependant, les solutions apportées se basent sur des considérations et des approximations avec un intervalle de validité très limité. A titre d'exemple, supposer un processus isotherme, qui stipule que la température reste constante le long de l'évolution de l'expansion. Cette supposition reste valable pour des temps de l'ordre de la durée d'impulsion laser, en considérant le laser comme un réservoir qui maintient la température constante. Au delà de cette supposition le modèle demeure non-valide. Deuxièmement, la gaine électrostatique à la face arrière de la cible, responsable de l'accélération ionique, est caractérisée par une

force de pression thermique exercée sur les particules présentes dans la région de la face arrière de la cible qui doit être pris en compte dans les équations fluides du départ. Pour cela, nous proposons pour l'étude de la dynamique de l'expansion, le modèle introduit par Lee [111]. Avec un tel modèle uni-dimensionnel à deux fluides, nous étudions l'évolution de la solution self-similaire de l'expansion appliqué juste à la fin de l'impulsion laser. Dans ce modèle nous considérons une expansion relativiste adiabatique avec inclusion de l'effet de la pression, qui sera un élément essentiel déterminant la dynamique de l'expansion, en particulier aux premiers instants de l'expansion, au voisinage de la source cible.

## 5.5 Formulation mathématique du second modèle

Pour étudier la solution self-similaire des équations, caractérisant la dynamique du plasma d'électron-ion, on considère une expansion uni-dimensionnelle le long de  $x > 0$ . Le système d'équations décrivant la dynamique d'un plasma relativiste exprime la conservation d'énergie et d'impulsion de fluide, à l'aide du tenseur d'énergie-impulsion  $T^{\mu\nu}$  [111]:

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (5.14)$$

Dans le cas d'un fluide non-visqueux, l'expression de ce tenseur dans le référentiel propre du fluide est:

$$\begin{pmatrix} P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e \end{pmatrix}$$

où,

$P$ : est la pression hydrodynamique  
et  $e$ : est la densité d'énergie.

Dans un référentiel quelconque, l'expression de  $T^{\mu\nu}$  devient:

$$T^{\mu\nu} = P\eta^{\mu\nu} + \left(\frac{P+e}{c^2}\right)U^\mu U^\nu$$

Avec la conservation du nombre de particules dans le plasma qui s'écrit :

$$\partial_\mu N^\mu = 0 \quad (5.15)$$

Nous pouvons écrire les équations hydrodynamiques relativistes en fonction de la densité d'énergie, et de la pression, ou bien de la densité d'entropie et de la température comme suit:

$$\frac{\partial \sigma_j(P, e)}{\partial t} + v_j \cdot \nabla \sigma_j(P, e) = 0 \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial \gamma_j n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (\gamma_j n_j v_j) = 0 \quad (5.17)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_j \cdot \nabla_j \right) \left( \frac{P_j + e_j}{n_j c^2} \right) + \frac{1}{n_j \gamma_j} \nabla P_j = q_i \left( E + \frac{1}{c} (v_j \times B) \right) \quad (5.18)$$

où,  $j$  dénote l'espèce de particule considérée,  $E$ ,  $B$ ,  $\sigma$ ,  $n$  et  $\gamma$  représentent respectivement le champ électrique, le champ magnétique, la densité d'entropie, la densité propre de particule et le facteur relativiste de Lorentz.

L'équation qui relie la densité d'énergie à la densité propre et à la pression est donnée par :

$$e_j = m_j n_j c^2 + \frac{\alpha}{\alpha-1} P_j$$

où,  $\alpha$  est la constante adiabatique et  $m$  est la masse au repos des espèces considérées. En exprimant l'entropie par particule  $\sigma$ , et la température  $T$  en fonction de la pression  $P$ , ainsi que la densité de particule  $n$ , on trouve:

$$\sigma = K \frac{P}{n^\alpha} \text{ et } T = C n^{\alpha-1}$$

avec  $K$ , et  $C$  sont des constantes. Pour notre présente étude, nous considérons un plasma contenant deux fluides (électrons-ions) de charge  $q_j$  et de masse au repos  $m_j$ . On suppose que le mouvement est uni-dimensionnel selon  $x$ . En l'absence du champ magnétique ( $B = 0$ ), les équations hydrodynamiques relativistes se réduisent, et s'écrivent de la manière suivante:

$$\frac{\partial \gamma_j n_j}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_j n_j v_j}{\partial x} = 0 \quad (5.19)$$

$$\frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial h_j n_j v_j}{\partial t} + v_j \frac{\partial h_j n_j v_j}{\partial x} \right) + \frac{1}{\gamma_j n_j} \frac{\partial p_j}{\partial x} = \pm e \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p_j}{n_j^\alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{p_j}{n_j^\alpha} \right) = 0 \quad (5.21)$$

où,  $j = e$  (électron),  $i$  (ions). Dans l'équation (5.20), le signe (+) correspond au électrons et (-) au ions.  $n$ ,  $v$ , et  $\phi$  sont, la densité, la vitesse, et le potentiel électrostatique, respectivement. L'enthalpie propre est donnée par l'expression suivante:

$$h_j = m_j c^2 + \frac{\alpha}{\alpha-1} \frac{p_j}{n_j}$$

Le système d'équations (5.19, 5.21) est fermé par la condition de la quasi-neutralité:

$$n_i = \frac{\gamma_e}{\gamma_i} n_e \quad (5.22)$$

$\gamma_i(\gamma_e)$ , sont les facteurs relativistes des ions (électrons). Il faut noter que l'approximation de quasi-neutralité est utilisée pour des densités de particules importantes du plasma. Ce qui rend la longueur caractéristique associée à l'équation de Poisson très petite. On s'intéresse à l'évolution du front ionique, avec le temps caractéristique associé à l'inverse de la fréquence ionique  $\omega_{pi} = (\frac{4\pi n_i e^2}{m_i})$ .

En normalisant les variables du système comme suit :

$$N_j = n_j/n_0, V_j = v_j/c, \psi = eE/\omega_{pi}m_i c$$

et en transformant les équations (5.19-5.21) à l'aide de la variable self-similaire adimensionnée  $\xi = x/ct$ , nous obtenons l'ensemble des équations différentielles décrivant la dynamique d'une expansion relativiste self-similaire.

$$(V_e - \xi) \frac{\partial N}{\partial \xi} + N[\gamma_e^2 V_e (V_e - \xi) + 1] \frac{\partial V_e}{\partial \xi} = 0 \quad (5.23)$$

$$(V_i - \xi) \left[ \frac{\partial N}{\partial \xi} + \gamma_e^2 N V_e \frac{\partial V_e}{\partial \xi} \right] + N \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = 0 \quad (5.24)$$

$$(V_e - \xi) \zeta h_e \gamma_e^3 \frac{\partial V_e}{\partial \xi} + \eta [1 + \gamma_e^2 V_e (V_e - \xi)] \frac{N^{\alpha-2}}{\gamma_e} \frac{\partial N}{\partial \xi} = -\psi \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned} & [(V_i - \xi)(V_i^2 \gamma_i^2 + 1) \zeta h_i \gamma_i + \zeta Z \frac{\alpha \gamma_e^\alpha}{\gamma_i^{\alpha-2}} N^\alpha V_i] \frac{\partial V_i}{\partial \xi} + \\ & \zeta Z \frac{\alpha \gamma_e^\alpha}{\gamma_i^\alpha} N^{\alpha-1} \frac{\partial N}{\partial \xi} + \zeta Z \frac{\alpha \gamma_e^{\alpha+2}}{\gamma_i^\alpha} N^\alpha V_e \frac{\partial V_e}{\partial \xi} = \psi \end{aligned} \quad (5.26)$$

avec:

$$Z = P_0/n_0[\gamma_i V_i \alpha / (\alpha - 1)(V_i - \xi) + 1/\gamma_i N], \zeta = 1/\omega_{pi} m_i c \text{ et } \eta = \alpha P_0 / \omega_{Pi} n_0 m_i c$$

## 5.6 Résultats et interprétations

On se focalise dans notre étude sur l'évolution de la vitesse, la densité, et la température de la détente dans le vide. Au début de l'expansion, les électrons sont les premiers à quitter la source à la face arrière de la cible, dûs à leur grande vitesse thermique et leur inertie réduite. A l'aide de la séparation de charge, certains ions sont accélérés par le biais d'un champ électrostatique ambipolaire qui ramène les ions à rétablir la quasi-neutralité. Le front de plasma appelé aussi " le front d'expansion " se propage dans le vide. La densité des ions près de ce front diminue avec le temps. Dans cette région de déplétion de densité, une onde raréfactrice se propage dans la direction opposée à celle du front, autrement dit, dans le plasma ambiant.

### 5.6.1 Profils de densité

Pour illustrer les effets relativistes sur l'expansion d'un tel plasma, nous choisissons la vitesse initiale normalisée des électrons de l'ordre de  $V_{e0} = 0.55$ . Trois cas sont étudiés, i. e, non-relativiste ( $V_{i0} \ll 1/3$ ), faiblement relativiste ( $V_{i0} \leq 1/3$ ), et ultra-relativiste ( $V_{i0} > 1/3$ ). Notons que, dans le régime faiblement relativiste le facteur relativiste peut être exprimé sous l'expression suivante:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \simeq 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

Pour  $\frac{v}{c} = \frac{1}{3}$ , l'erreur est d'environ 1% lorsque nous négligeons l'ordre le plus élevé. Dans la figure (5.6.1), la densité ionique par rapport à la variable self-similaire est tracée pour trois cas différents; non-relativiste, faiblement relativiste et ultra-relativiste. Le premier cas montre le profil de densité qui correspond bel et bien, au cas d'une expansion self-similaire dans le vide, où la chute de la densité est associée à une onde raréfactrice. Cependant, le présent modèle inclut la pression interne et la conversion d'énergie. Il en résulte une réduction de la plage du paramètre self-similaire correspondant à la déplétion de la densité ionique. Dans le régime faiblement relativiste, des structures en pic sont apparues pour  $\xi \simeq 0.1$ , associées à la limite de validité de l'approximation de quasi-neutralité, où au-delà de cette limite, la solution self-similaire demeure incorrecte. Cela peut être attribué à la différence d'inertie entre les électrons et les ions. Les électrons sont loin du front d'expansion, donnant lieu à une séparation de charge avec une longueur caractéristique inférieure à celle de Debye.

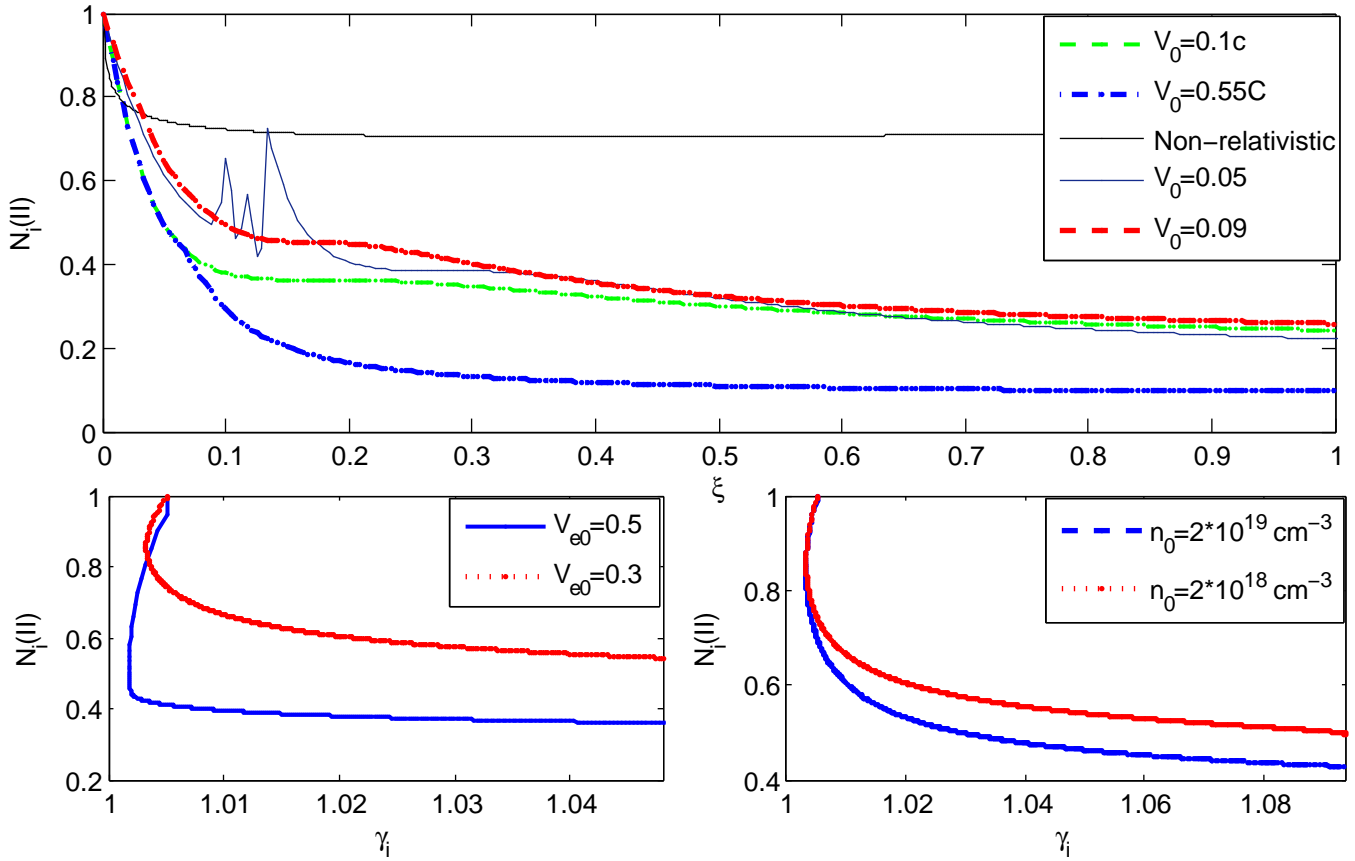


Figure 5.6.1 : (a)-Profil de la densité ionique en fonction de la variable self-similaire  $\xi$  pour différents régimes, et pour  $n_0 = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $V_{e0} = 0.55$ . (b)- Profil de la densité en fonction du facteur relativiste pour  $V_{e0} = 0.3, 0.5$ . (c)- Profil de la densité en fonction du facteur relativiste pour  $n_0 = 2 \times 10^{18}, 2 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

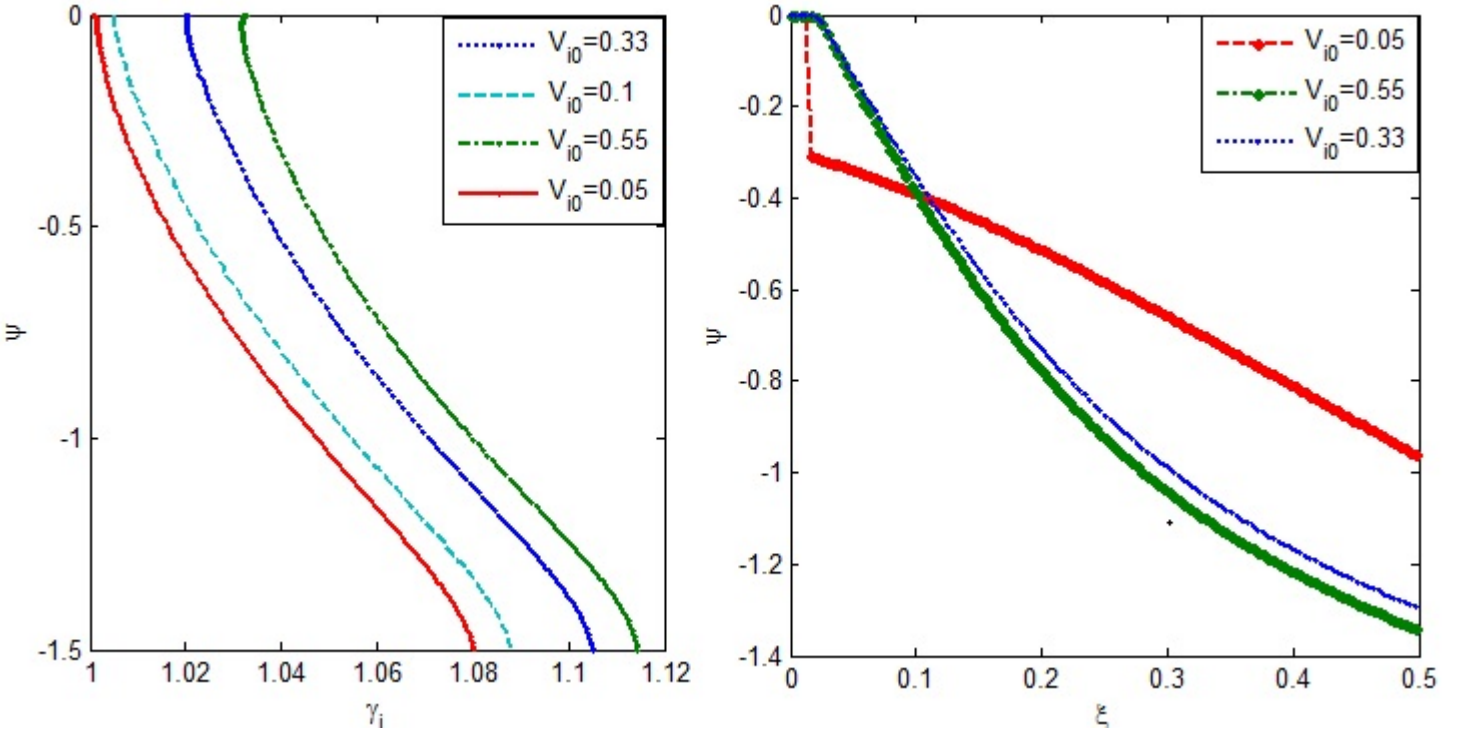


Figure 5.6.2 : (à gauche) Profil de la variation du potentiel électronique en fonction du facteur relativiste ionique. (à droite) Le potentiel électrique en fonction de "ξ" pour différentes valeurs initiales de  $V_{i0}$  et pour  $n_0 = 10^{18} \text{cm}^{-3}$ ,  $V_{e0} = 0.55$ .

Des résultats similaires ont été obtenus par des solutions hydrodynamiques d'une expansion relativiste libre dans le vide, où les structures en pics de densité sont trouvées en augmentation avec le temps[98]. En fait, le champ ambipolaire assure l'accélération continue et le transfert de l'énergie des électrons relativistes aux ions. Cependant, son amplitude diminue avec le temps. En conséquence, les ions du plasma qui se meuvent pour remplacer les ions qui se déplaçaient dans le vide essayant d'attraper les électrons pour préserver la quasi-neutralité, sont exposés à un champ électrique moins intense comme le montrent les profils de la figure (5.6.2).

Ceci limitera leurs vitesses qui n'atteignent pas la vitesse des ions qui étaient à  $t = 0$ , près de l'interface plasma-vide. Au niveau de la source, ce sont les ions à l'origine près de cette interface qui atteignent les plus hautes vitesses. Le temps nécessaire aux ions pour répondre au champ électrique et produire un flux ionique est donnée par  $\omega_{pi}^{-1}$ . En d'autres termes, après que les ions réagissent à l'expansion rapide des électrons, et la création d'un flux plasma quasi-neutre, les solutions self-similaires deviennent adéquates. L'augmentation

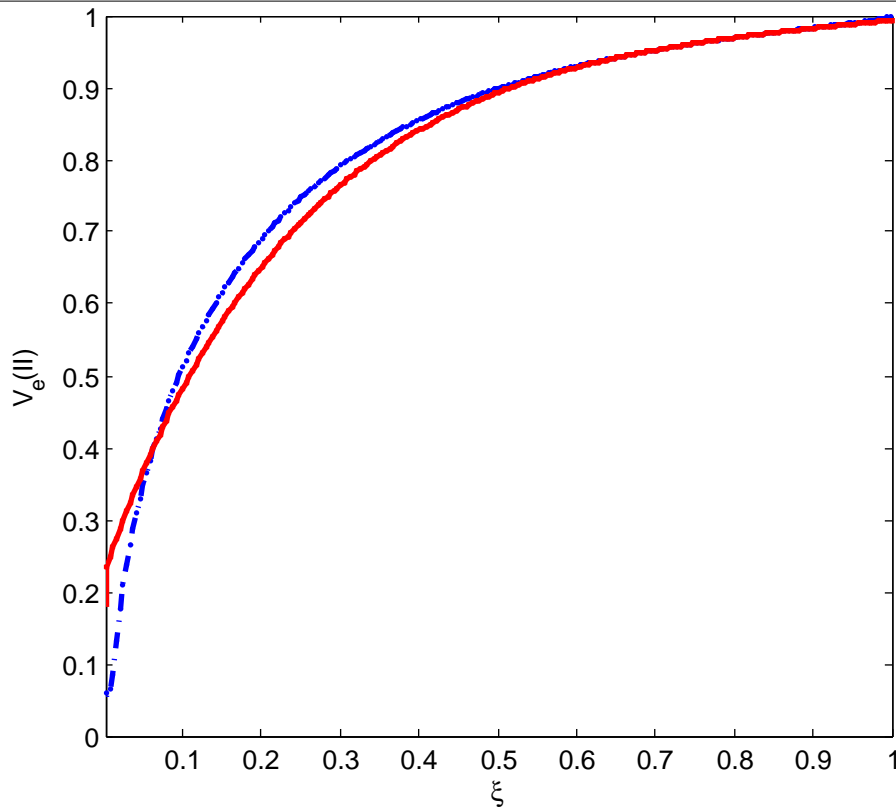


Figure 5.6.3 : Profil de la vitesse électronique en fonction de la variable self-similaire pour  $V_{e0} = 0.06$  et  $V_{e0} = 0.25$ .

de la vitesse initiale des ions réduit les structures oscillatoires, jusqu'à la disparition totale quand  $V_{i0} = V_{e0}$ . Loin de la région source ( $\xi \sim 0$ ), l'accélération ionique est le résultat du potentiel électrostatique ambipolaire plutôt que l'effet de la pression thermique. Ce dernier a l'effet le plus important à la proximité de la région source du plasma, où les densités sont encore assez élevées, comme c'est montré par les figures (5.6.1-c) et (5.6.1-b). Un plasma créé dans ces conditions initiales donne lieu à une accélération ionique plus importante pour des densités initiales plus élevées

## 5.6.2 Profils des vitesses ioniques et électroniques

La solution self-similaire obtenue montre que la vitesse des particules présentes dans le plasma ne croît pas indéfiniment pour  $\xi \rightarrow \infty$ , comme le montrent les figures (5.6.3) et (5.6.4). La vitesse des ions atteignent une limite de saturation  $V_s < c$ , contrairement au cas du premier modèle. Grâce à leurs inertie réduite, les électrons atteignent des vitesses proches de la vitesse de la lumière. Cependant, la vitesse de saturation des ions augmente lorsque la vitesse initiale des électrons est plus importante.

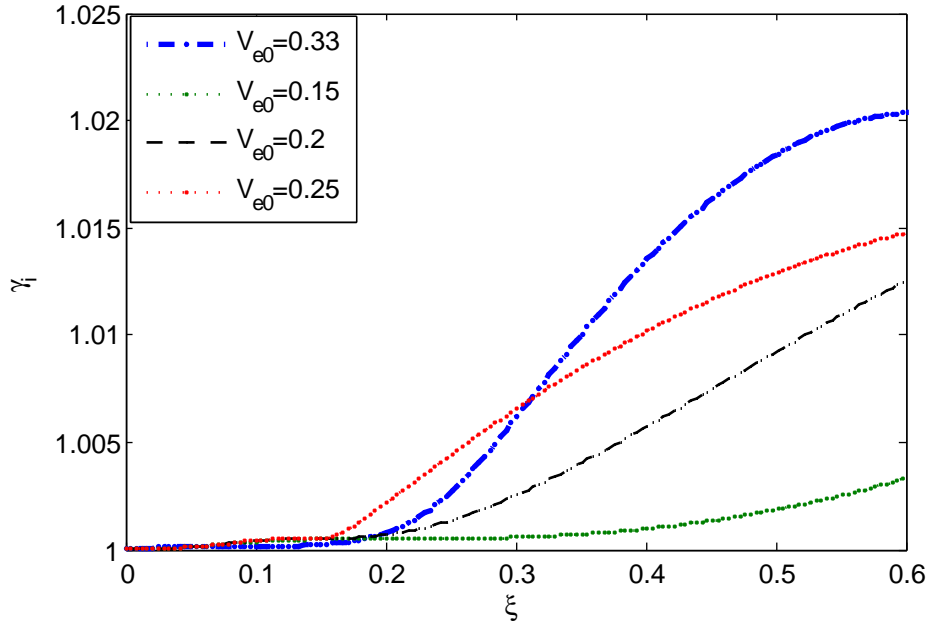


Figure 5.6.4 : Facteur relativiste ionique en fonction de la variable self-similaire, pour différentes valeurs de  $V_{e0}$ , et  $n_0 = 10^{18} \text{cm}^{-3}$ .

### 5.6.3 Profils de la température

Au voisinage de la région source, la pression thermique pousse les espèces du plasma vers l'avant, où la pression est toujours importante pour un plasma relativiste. Toutefois, avec la détente du plasma l'effet de la pression thermique cède sa place au champ ambipolaire, qui accélère les particules loin de la région source. Nos résultats sont semblable à une expansion relativiste plane qui nécessite suffisamment de temps de détente. Cet aspect est montré par la figure (5.6.5), où la température normalisée est tracée en fonction de la variable self-similaire. Pour un temps fixe, au voisinage de la région de source plasma, un plateau de température est apparu pour le cas faiblement relativiste. La pression interne et l'énergie sont très élevés dans cette région, permettant à l'expansion de se produire à température constante pour des petites valeurs de  $\xi \leq 0.1$ . De plus, les vitesses sont réduites, ce qui maintient une densité plus élevée pour plus de temps par rapport aux autres régimes.

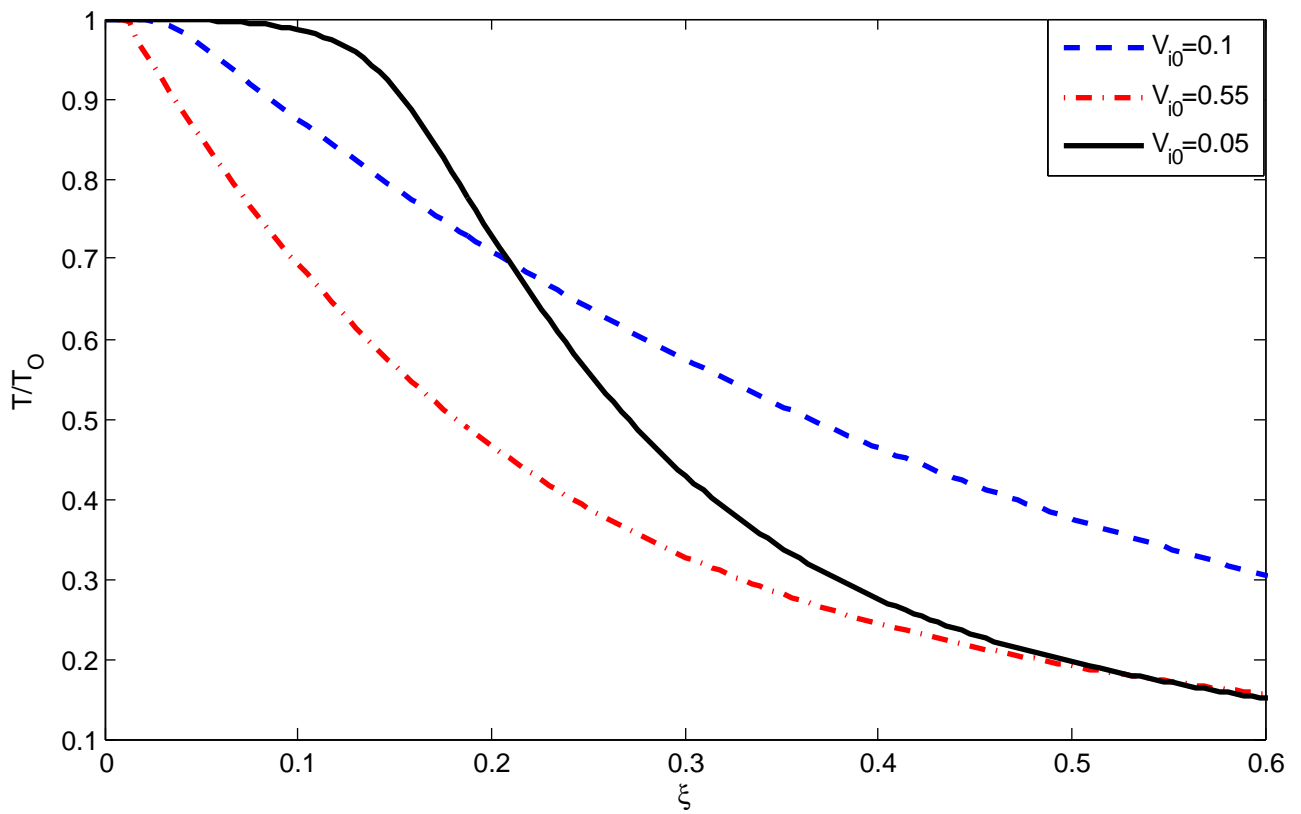


Figure 5.6.5 : Profil de la température en fonction de  $\xi$  pour différentes valeurs de la vitesse ionique initiale  $V_{i0}$ , et  $V_{e0} = 0.4$ .

# 6

## Expansion d'un plasma relativiste dans le vide en présence d'un champ magnétique extérieur

### 6.1 Introduction

La génération des champs magnétiques dans un plasma représente un processus d'une grande importance pour une large gamme de phénomènes physiques, qui a été étudié dans les plasmas produits par laser depuis l'introduction des lasers de grandes puissances [99]-[100]. Dans ce scénario, l'interaction d'une impulsion laser nano-seconde d'intensité  $I \simeq 10^{14} - 10^{16} W/cm^2$  avec une cible, peut générer des champs magnétiques qui sont généralement décrits par une modélisation hydrodynamique [100]. Cependant, dans le cas de plus courtes impulsions laser ( $\leq ps$ ), d'intensité ( $I > 10^{18} W/cm^2$ ), cette interaction produit des courants électroniques de hautes énergies, qui nécessitent une modélisation plus complexe [101], où un champ magnétique très intense peut être généré par le biais de l'instabilité de Weibel [102], ou par ré-circulation des électrons à la limite du plasma (effet de fontaine) [103]. Dans ce cas, les champs magnétiques induits peuvent influencer, le processus d'émission de protons (Multi-MeV) après leur accélération par le champ laser. Les champs magnétiques générés au sein des plasmas relativistes aident à la reproduction des conditions semblables aux processus astrophysiques à grandes échelles [107]. Les caractéristiques d'une expansion d'un plasma produit par laser sont d'une importance vitale pour la compréhension du processus d'interaction laser-cible tel que les diagnostic des plasmas [105]. L'étude de l'expansion d'un plasma en présence d'un champ magnétique offre une possibilité de compréhension de

plusieurs phénomènes importants tels que les changements de la dynamique, le confinement et les instabilités dans les plasmas [106]. Le confinement magnétique d'un plasma produit par interaction laser-solide a été largement étudié durant la dernière décennie, dans l'ultime but d'étudier les caractéristiques de l'interaction plasma-champ et ses apports pour la fusion par confinement inertiel [99]. Récemment, un jet de plasma relativiste d'électron-positron-proton a été efficacement collimaté en utilisant un champ magnétique extérieur, généré par des bobines de type Helmholtz où il a été constaté que la force magnétique tend à confiner le plasma radialement [107]-[100]. Pour pouvoir étudier l'effet du champ magnétique extérieur sur la dynamique d'un plasma en état d'expansion, il demeure indispensable d'invoquer les résultats expérimentaux les plus récents afin de les analyser. Ces derniers [107]- [109]- [108]- [110] traitent principalement les phénomènes de collimation et de confinement magnétique du plasma produit par interaction laser-solide.

## 6.2 Dispositif expérimental

Pour un plasma de base, la configuration simpliste du dispositif expérimental se compose d'une cible solide plane immergée dans un champ magnétique appliqué de l'extérieur, et qui est parallèle à l'axe  $Z$ . Puis, en concentrant une impulsion laser intense sur cette cible un groupe d'électrons chauds se produit, quittant la source avec une énergie suffisante pour accélérer les particules lourdes (ions). Le dispositif expérimental est schématisé par la figure (6.2.1).

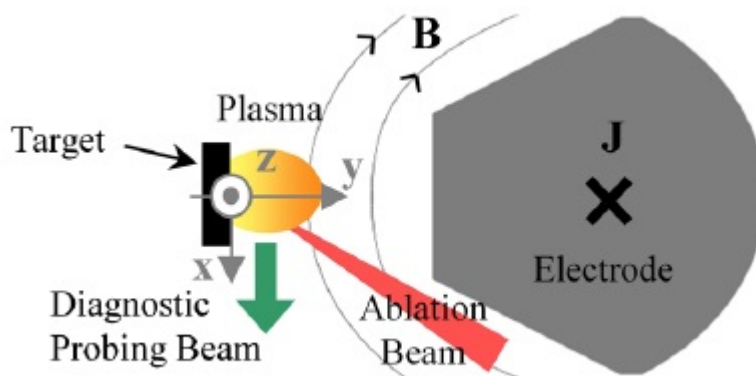


Figure 6.2.1 : Schéma descriptif du dispositif expérimental [108]

Le tableau (6.1), résume les caractéristiques des différentes expériences récemment effectuées afin d'étudier le confinement d'un plasma produit par interaction laser-cible, en présence d'un champ magnétique extérieur.

Expériences	Cible	Caractéristiques	Densité électronique
Pressura et al [109]	$CH_2$	Laser: $4J$ , $5ps$ , $1\mu m$ , $I = 10^{16}W/cm^2$ avec un champ de : $B \leq 60T$ , généré par un courant de $0.6MA$	$2 \times 10^{25}cm^{-3}$ .
Plechaty et al [108]	Polythelène	Laser: $1058nm$ , $8J$ , $I = 5 \times 10^{14}W/cm^2$ , avec un champ de : $B = 13T$ , généré par un courant de $0.5MA$ .	$5.6 \times 10^{17}cm^{-3}$ .
Harilal et al [110]	Aluminium	Laser: $1,06\mu m$ , $8ns$ avec un champ de : $B \leq 1.3T$	$9.1 \times 10^{17}cm^{-3}$ .
Chen et al [107]	Or (1mm d'épaisseur)	Laser: $105nm$ , $830J$ , $I = 10^{19}W/cm^2$ , avec un champ de : $B = 8T$ , généré par un courant de $20KA$ .	$3 \times 10^{12}cm^{-3}$ .

Table 6.1: Tableau des caractéristiques expérimentales

### 6.2.1 Analyse des résultats

A travers ces expériences, l'ensemble des résultats est présenté comme suit :

- En l'absence de champ magnétique, le plasma se détend librement dans le vide adjacent.
- La densité diminue d'une façon monotone avec l'augmentation de la distance à partir de la cible.
- La seule région, où on observe un fort gradient de densité, est proche du spot laser (région source), celle-ci étant la principale caractéristique observée.
- La vitesse de l'expansion dans la direction normale est d'environ 2 fois la vitesse dans la direction transversale.

- Le plasma se détend librement dans le vide en absence de champ magnétique. Cependant, en présence de ce dernier, le mouvement du plasma est décéléré le long de la direction radiale de l'expansion. Ce plasma ne s'arrête pas complètement, mais se diffuse lentement suivant les lignes du champ magnétique, comme le montre la figure (6.2.2).
- La température du plasma se trouve très sensible à la présence d'un champ magnétique. Le plasma devient de plus en plus chaud avec l'augmentation de la distance à partir de la cible.

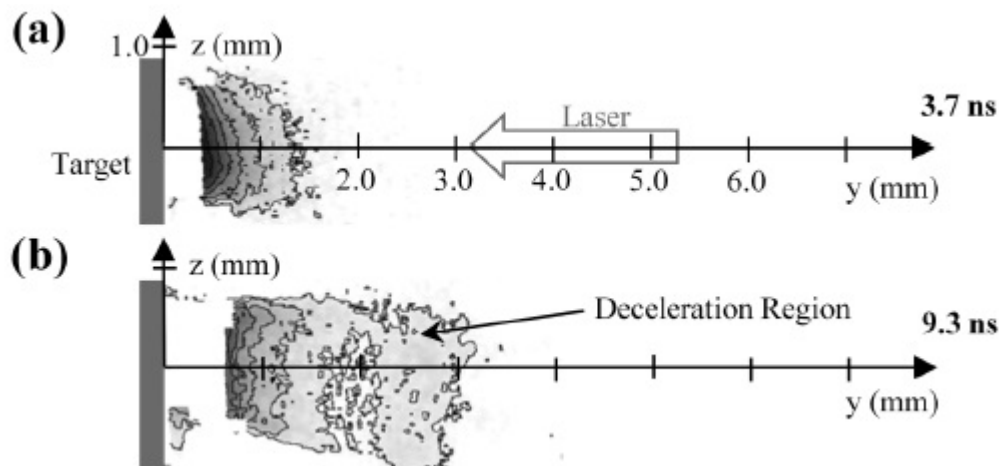


Figure 6.2.2 : Expansion du plasma dans un champ magnétique externe, correspondant à l'image (a)-(b) [108]

D'une façon générale, nous avons noté que l'action d'un champ magnétique sur le plasma a pour effet de diminuer la détente du plasma. On peut donc espérer d'une part accroître l'absorption de l'énergie laser et d'autre part, en confinant le plasma dans une géométrie magnétique, maintenir la température des particules à la valeur atteinte au cours du chauffage. Ces expériences, étudiaient principalement la phase initiale de l'interaction du plasma avec le champ magnétique, période qui marque la décélération de l'expansion, et à la suite de laquelle prennent place les fuites du plasma le long des lignes de champ. La description de l'interaction plasma-champ se fait en considérant que initialement la conductivité électrique est telle que le champ magnétique ne peut pénétrer que sur une faible profondeur à la frontière du plasma [113]. Dans cette région, s'établissent des courants et le mouvement de cette zone perpendiculaire au champ magnétique est rapidement freiné.

Le plasma en se détendant déforme les lignes de champ, et crée une cavité, dont les dimensions quand l'expansion est décélérée, sont telles que la pression du plasma sera comparable à la pression magnétique. Dans ce présent chapitre, nous étudions l'effet d'un champ magnétique extérieur, orienté transversalement au flux du plasma, sur la dynamique d'un plasma d'électron-ion relativiste produit par interaction laser-cible. Pour cela, nous employons le modèle fluide relativiste pour décrire les espèces relativistes présentes dans le plasma. Nous donnons, dans la section suivante la formulation mathématique adéquate pour la dynamique d'expansion d'un plasma relativiste.

## 6.3 Formulation mathématique

### 6.3.1 Modèle à deux fluides

Le modèle de plasma à deux fluides a souvent été utilisé pour l'étude des propriétés paramétriques des ondes de petites amplitudes. Il a été également utilisé pour calculer la relation de dispersion dans un plasma relativiste sous l'effet d'un champ magnétique uniforme[112]. Pour cela, nous employons ce modèle pour décrire un plasma d'électron-ion relativiste magnétisé en état d'expansion. L'ensemble des équations différentielles régissant ce système est donné par:

$$\frac{\partial \gamma_j n_j}{\partial t} + \nabla(\gamma_j n_j v_j) = 0 \quad (6.1)$$

$$n_j \gamma_j \left[ \frac{\partial}{\partial t} + v_j \nabla \right] (h_j \gamma_j v_j) = -\nabla p_j + \frac{J_j^0 E + J_j \times B}{C} \quad (6.2)$$

L'évolution du champ électromagnétique est régit par les équations de Maxwell ;

$$\nabla \cdot E = \frac{4\pi}{C} J^0. \quad (6.3)$$

$$\nabla \cdot B = 0. \quad (6.4)$$

$$\frac{1}{C} \frac{\partial B}{\partial t} + \nabla \times E = 0. \quad (6.5)$$

$$\frac{1}{C} \frac{\partial E}{\partial t} = \nabla \times B - (4\pi/C)J. \quad (6.6)$$

où,  $j=e$ (électron),  $i$ (ion),  $J^0/C$  représente la densité de charge, et  $J$  est la densité de courant, avec  $J^\nu = (J^0, J)$  qui représente le quadri-vecteur courant.  $v$ ,  $E$ , et  $B$  sont, respectivement, la vitesse, le champ électrique et le champ magnétique total. Les paramètres thermodynamiques  $h$ ,  $P$ , et  $n$  sont, respectivement, l'enthalpie, la pression et densité de matière.

L'expression de l'enthalpie est donnée par:

$$h_j = m_j C^2 + \frac{\alpha}{\alpha - 1} \frac{p_j}{n_j} \quad (6.7)$$

où,  $\alpha$  est l'indice polytropique, qui est égale à  $4/3$  pour la limite ultra-relativiste et  $5/3$  pour un fluide classique [111]. Notons que, le champ magnétique total  $\vec{B}$  est constitué de deux composantes,  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_z(x, t)$ . Où,  $\vec{B}_0$  est la vecteur du champ magnétique extérieur et  $\vec{B}_z(x, t)$  représente le champ magnétique induit. Pour pouvoir discuter l'origine du champ magnétique induit, lors d'une expansion d'un plasma relativiste, nous donnons dans la section suivante un rappel succinct sur le mécanisme de génération des champs magnétiques dans les plasmas relativistes.

### 6.3.2 Champ magnétique induit et instabilité de Weibel

Il est bien connu, que la production de grands courants peuvent générer un champ magnétique intense par le biais de l'instabilité de Weibel. Cette dernière, introduite pour la première fois par Weibel [1], représente une instabilité cinétique conduite par une anisotropie de températures. A partir de cette anisotropie, des champs magnétiques quasi-statiques sont générés à travers la redistribution de courants. Ces derniers sont en effet séparés par le champ électromagnétique généré de façon auto-consistante et contribuent en retour à renforcer le champ magnétique. Pour comprendre le mécanisme de génération du champ magnétique à travers l'instabilité de Weibel, lors d'une expansion d'un plasma produit par interaction laser-solide, nous verrons brièvement l'essentiel des deux travaux de Thaury et al [[118]-[119]], traitant l'influence de l'instabilité de Weibel sur l'expansion d'un plasma dans le vide.

#### Travaux de Thaury et al ([118]-[119])

Lors de l'interaction d'un laser avec une cible solide, cette dernière est rapidement ionisée dans un intervalle de temps de quelques durées d'impulsions laser, formant un plasma dense avec une température électronique de l'ordre de  $(0.1 - 1 \text{ KeV})$ . L'impulsion laser interagit ensuite avec le plasma autour de la surface de la densité critique, où il est réfléchi, chauffant ainsi la population électronique jusqu'à des énergies de l'ordre du MeV. Ces électrons chauds traversent la cible, et une partie d'entre eux forme une gaine électrostatique, au niveau de la face arrière de la cible, accélérant les ions dans le vide, en formant un plasma quasi-neutre. Ce processus d'accélération est communément décrit à l'aide du modèle fluide uni-dimensionnel (1D), traitant l'expansion d'un plasma dans le vide. L'hypothèse d'une

seule dimension spatiale est justifiée tant que la dimension du spot laser est suffisamment large. Cependant, même lorsque le système est invariant par translation le long de la surface du plasma, plusieurs effets (tels que les collisions coulombiennes) peuvent induire un transfert d'impulsion entre la direction radiale (direction d'expansion) et transversale, et le modèle purement uni-dimensionnel (1D), perd sa robustesse.

Les auteurs ont supposé que la distribution électronique initiale est Maxwellienne, avec une température isotrope. Lorsque le plasma commence son expansion, la température longitudinale  $T_{\parallel}$  diminue, ce qui conduit à l'augmentation du paramètre d'anisotropie  $A = T_{\perp}/T_{\parallel} - 1$ , donnant ainsi naissance à une instabilité de Weibel [2]. Afin d'étudier le taux d'accroissement de l'instabilité de Weibel, lors d'une expansion de plasma, les auteurs emploient un calcul de simulation par la méthode PIC pour un plasma relativiste non-collisionnel. Initialement, les ions occupent le volume  $L = 50C/\omega_{pe}$ , avec des électrons maxwelliens. La région du vide s'étale sur une distance de  $2500C/\omega_{pe}$ . A travers la figure (6.3.1(a)), les principales observations sont présentées comme suit:

- L'anisotropie globale  $E_{\perp}/E_{\parallel} - 1$  augmente à mesure que le plasma se détend.
- A  $t \approx t_0 \simeq 28\omega_{pi}^{-1}$ , l'énergie magnétique commence à augmenter, indiquant que l'anisotropie est suffisamment importante pour donner naissance à l'instabilité de Weibel comme l'indique la figure (6.3.1 (a)).
- Pour  $t > t_i \approx 40\omega_{pi}^{-1}$  le champ magnétique induit rétablit l'isotropisation de la température électronique, ce qui finalement conduit à la saturation de l'instabilité à  $t \approx 48\omega_{pi}^{-1}$ , comme le montre la figure (6.3.1(b)).
- L'impact direct du champ magnétique induit est l'isotropisation de la distribution électronique, conduisant à une diminution de la température électronique au cours de l'expansion.

En résumé, ce phénomène a des répercussions importantes sur l'expansion du plasma. En particulier, le champ magnétique induit peut rétablir et maintenir l'isotropie de la distribution des vitesses au cours de l'expansion.

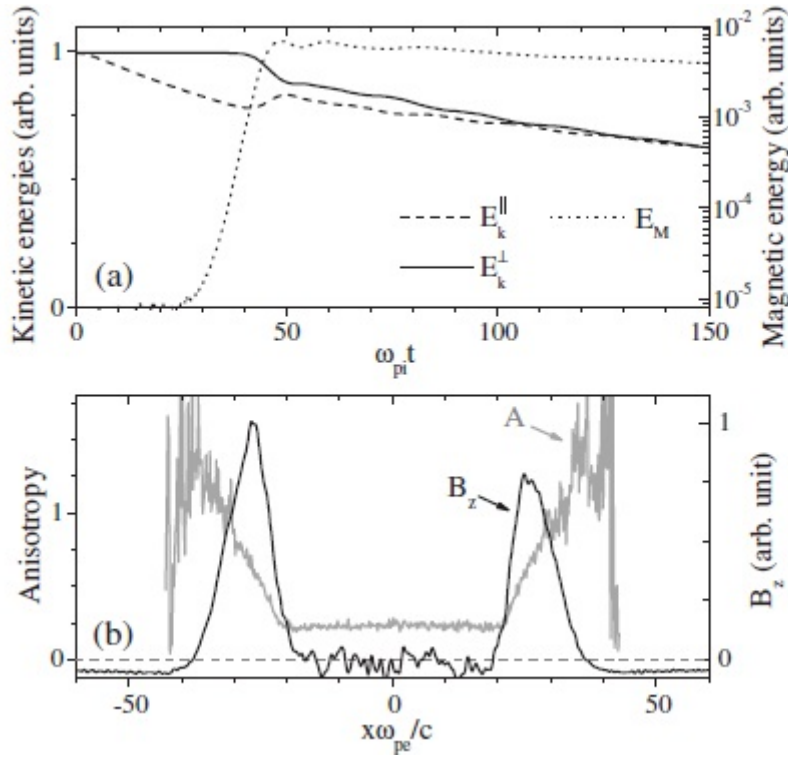


Figure 6.3.1 : (a)- l'évolution des énergies ( $E_k^{\parallel}, E_k^{\perp}$ ) et magnétique ( $ME$ ), en fonction du temps, dans des échelles linéaires et logarithmiques. La figure (b), montre l'évolution du paramètre d'anisotropie  $A$ , et le champ magnétique en fonction de l'espace, pour  $\omega_{pi}t = 40$  [119].

### 6.3.3 Hypothèses et approximations

A cause des basses résistivités dans la majorité des problèmes précédemment traités, il est suffisant de considérer le milieu comme idéal avec une conductivité infinie, et que les effets dissipatifs sont insignifiants. Les lignes de champs sont alors gelées dans le plasma. A cette limite le champ électrique dans le référentiel de la particule  $\hat{\mathbf{E}}$  est nul. Cette condition transformée dans le référentiel au repos s'exprime sous la forme:

$$\hat{\mathbf{E}} = \gamma[\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{C}] + \frac{\mathbf{v}}{C^2}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})(1 - \gamma) = 0. \quad (6.8)$$

En revanche, aucun champ électrique ne peut exister initialement dans le plasma au repos, et aucune composante parallèle à la direction d'expansion ne peut apparaître au cours de la

détente [120]. Ainsi, la condition (6.8), devient simplement:

$$\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{C} \quad (6.9)$$

Nous concentrons notre étude sur le problème de valeurs initiales d'une expansion adiabatique relativiste uni-dimensionnelle dans le vide, produit par laser en présence d'un champ magnétique transversal. Cette détente est supposée avoir lieu dans la direction  $x$ . Donc,  $n_j = n_j(x, t)$ ,  $\mathbf{v}_j = (v_x, 0, 0)$  et  $\mathbf{B} = (0, 0, B(x, t))$  dirigé selon l'axe  $z$ . Le champ électrique, est entièrement dans la direction  $y$ . Avec ces restrictions, les équations (6.1-6.2) deviennent:

$$\frac{\partial \gamma_j n_j}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_j n_j v_j}{\partial x} = 0 \quad (6.10)$$

$$\left( \frac{\partial \gamma_j h_j v_j}{\partial t} + v_j \frac{\partial \gamma_j h_j v_j}{\partial x} \right) + \frac{1}{\gamma_j n_j} \frac{\partial p_j}{\partial x} = \pm \frac{B}{4\pi \gamma_j n_j} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (6.11)$$

On écrit aussi, l'équation de Faraday, décrivant l'évolution du champ magnétique total lors de cette expansion.

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial v_j B}{\partial x} = 0 \quad (6.12)$$

Avec l'équation d'état donnée par :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_j \frac{\partial}{\partial x} \right) p_j + \Gamma p_j \frac{\partial v_j}{\partial x} = 0 \quad (6.13)$$

L'ensemble des équations (6.10-6.13) est fermé par la condition de quasi-neutralité:

$$n_i = \frac{\gamma_e}{\gamma_i} n_e \quad (6.14)$$

$\gamma_i(\gamma_e)$ , est le facteur relativiste ionique (électronique), et  $\Gamma$  représente l'indice adiabatique ( $\Gamma = 3$ , pour le cas adiabatique, et  $\Gamma = 1$  pour un processus isotherme) [123]. Le signe  $+(-)$ , est celui d'un fluide de particules positivement (négativement) chargé. L'hypothèse de quasi-neutralité est utilisée, en raison du fait que la densité des particules dans la région du plasma est très importante ( $\sim 5 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$ ) [121]. Cela rend l'échelle associée à l'équation de Poisson très petite [122]. La solution self-similaire offre une compréhension du comportement correspondant à  $t \gg \omega_p^{-1}$ , où  $\omega_{pi}$  étant la fréquence ionique qui représente le temps nécessaire au ions pour répondre au mouvement rapide des électrons, créant ainsi un flux de plasma quasi-neutre [84]. En général, la solution self-similaire a un sens physique et demeure

valide tant que la longueur de Debye est nettement inférieure à l'échelle caractéristique self-similaire [56]. Cependant, cette condition demeure insuffisante pour vérifier la validité de la quasi-neutralité d'un plasma relativiste magnétisé. Une autre condition est que la longueur de Debye  $\lambda_D$  doit être nettement inférieure au rayon de Larmor  $R_L$ . Cette condition constitue une restriction pour le modèle fluide résultant de la validité des paramètres physiques macroscopiques [104]. Dans ce contexte, il semble être impératif de revoir de plus près cette propriété essentielle pour la validité du modèle fluide. Pour cela, nous étudions le travail de Diver et al[2015][104], afin de discuter l'effet de cette condition sur notre démarche. La section suivante traitera essentiellement la limite de validité du modèle fluide dans le cas d'un plasma relativiste magnétisé.

### 6.3.4 Limite du modèle fluide

En général, les plasmas sont décrits par la description du continuum (tel que le modèle MHD ou la théorie cinétique), dont chacune suppose que la densité discrète des charges dans le milieu est suffisamment grande pour que les effets à de très petites échelles, associés à des fluctuations aléatoires sont négligeables. En conséquent, ces dernières peuvent être négligées en toute sécurité. Ce concept est discuté dans la plupart des manuels classiques [104], où la longueur de Debye est définie comme la plus petite longueur caractéristique considérée pour les plasmas. Dans notre cas, la question essentielle est la suivante:

- Quelles sont les conséquences directes sur les modèles macroscopiques, si la longueur de Debye est nettement supérieure au rayon de Larmor?. En d'autres termes, si la longueur de Debye qui représente l'échelle d'équilibre entre les énergies thermique et électrostatique, une présence d'une nouvelle contrainte de plus petite longueur, provoquera-elle des conséquences appréciables?.

#### Les paramètres d'un plasma classique

Les paramètres:  $\lambda_D$ ,  $C_s$  et  $\omega_{pe}$  sont les quantités de fluide qui expriment la nature collective du plasma dictée par les interactions électromagnétiques. Le champ magnétique s'introduit dans l'hierarchie des échelles par l'intermédiaire de la fréquence cyclotronique électronique  $\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e}$ , représentant ainsi, un unique concept indépendant des effets collectifs du plasma. Pour un électron, le rayon de Larmor est donné par:

$$R_L = \frac{C_s}{\omega_{ce}} \quad (6.15)$$

L'analogue de la vitesse thermique, dans ce cas, est la vitesse d'Alfvén  $C_a = \frac{B}{(\mu_0 \rho)^{1/2}}$ , où  $\rho = (m_i + m_e)n$  est la densité massique du plasma. De la même façon, la pression magnétique représente l'analogue de la pression thermique. Ainsi, pour les trois paramètres:  $\lambda_D$ ,  $C_s$  et  $\omega_{pe}$ , peuvent être ajoutés trois autres paramètres d'origine magnétique:  $R_L$ ,  $C_a$  et  $\omega_{ce}$ .

### Le ratio critique

Pour répondre à notre question, on définit le ratio entre la longueur de Debye et le rayon de Larmor donné par l'expression:

$$\frac{\lambda_D}{R_L} = \frac{C_s}{\omega_{pe}} \frac{\omega_{ce}}{C_s} = \left( \frac{\epsilon_0 B^2}{nm_e} \right)^{1/2} = \frac{C_a}{KC} \quad (6.16)$$

Où,  $K$  représente le ratio de la masse,  $K = \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \ll 1$ . Donc, pour un fluide classique magnétisé, l'exigence que la longueur de Debye soit plus petite que le Rayon de Larmor, pose une contrainte sur la vitesse d'Alfvén, qui doit être nettement inférieure à la vitesse de la lumière  $C$ .

$$\lambda_D < R_L \Leftrightarrow C_a < KC \quad (6.17)$$

Cette restriction représente la limite du modèle fluide résultant de la validité physique des paramètres microscopiques. Dans le cas contraire, on peut quantifier la situation où le rayon de Larmor est inférieur à  $\lambda_D$  dans le plasma [125].

$$\lambda_D > R_L \Leftrightarrow C_a > KC \Leftrightarrow Bn^{-1/2} > (\mu m_e)^{1/2} C \approx 3.2 \cdot 10^{-10} T m^{3/2} \quad (6.18)$$

### Application numérique

Dans un Tokamak, où  $B \approx 3T$ , et  $n \approx 10^{20} m^{-3}$ , on a  $Bn^{-1/2} \approx 3 \cdot 10^{-10} T m^{3/2}$ , implique que  $\lambda_D \approx R_L$ . Autrement dit si,

$$\frac{\omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2} = \frac{C_a^2}{K^2 C^2} \quad (6.19)$$

nous avons un critère supplémentaire, pour faire en sorte que  $\lambda_D < R_L$ , est que la fréquence cyclotronique doit être inférieure à celle du plasma.

$$\lambda_D < R_L \Leftrightarrow C_a < KC \Leftrightarrow \omega_{ce} < \omega_{pe} \quad (6.20)$$

Dans le cas où  $R_L \leq \lambda_D$ , le plasma est vulnérable à des instabilités de "firehose", qui peuvent déstabiliser les ondes d'Alfvén, produisant un mouvement de masse et de charge

(pour plus de détails voir la réf [104]). Dans ce cas, le modèle fluide basé sur la description du continuum devient invalide.

### Plasma relativiste

Dans le cas relativiste, le plasma est intrinsèquement très énergétique, où la comparaison avec le cas classique (non-relativiste) peut se faire à l'aide du paramètre  $a$ :

$$a = \frac{m_e C^2}{k_b T}$$

Dans le cas classique (non-relativiste),  $a \gg 1$ , et  $a \ll 1$  pour la limite ultra-relativiste. La vitesse acoustique relativiste  $C_s^R$  est définie comme [124]:

$$\left(\frac{C_s^R}{C}\right)^2 = \frac{1}{G} \frac{dG}{da} \left(a \frac{dG}{da} + \frac{1}{a}\right)^{-1} \quad (6.21)$$

où,  $G = \kappa_3(a)/\kappa_2(a)$ , et  $\kappa_{2(3)}$  représente la fonction de Bessel modifiée d'ordre 2(3). Pour  $a \gg 1$ ,  $C_s^R/C \approx [5/3a]^{1/2}$ . Cependant, la limite de  $a \ll 1$ , donne  $C_s^R/C \approx 1/\sqrt{3}$ . Rappelons que, la fréquence du plasma dans le cas relativiste est définie comme,  $\omega_{pe}^R = (ne^2/\gamma\epsilon_0 m_e)^{1/2}$ . Il en résulte, la longueur de Debye  $\lambda_D^R$  qui prend la forme:

$$(\lambda_D^R)^2 = \frac{C^2}{G} \frac{dG}{da} \left(a \frac{dG}{da} + \frac{1}{a}\right)^{-1} \frac{\gamma\epsilon_0 m_e}{ne^2} \quad (6.22)$$

Où, pour la limite ultra-relativiste  $\lambda_D^R$  se réduit sous la forme:

$$(\lambda_D^R)^2 = \frac{\epsilon_0 \gamma m_e C^2}{3ne^2} \quad (6.23)$$

Le rayon de Larmor  $R_L^R$ , dans le cas relativiste, est défini comme:

$$R_L^R = \frac{\gamma m_e C}{eB} \left(\frac{5\gamma^2 - 3}{a\gamma^3}\right)^{1/2} \quad (6.24)$$

Si  $a \ll 1$ , alors le rayon de Larmor dans le cas relativiste prend la forme simplifiée:

$$R_L^R = \frac{\gamma m_e C}{eB} \quad (6.25)$$

Le ratio entre la longueur de Debye et le rayon de Larmor est réécrit dans le cas relativiste:

$$\left(\frac{\lambda_D^R}{R_L^R}\right)^2 = \left(\frac{C_s^R}{\omega_{pe}^R}\right)^2 \left(\frac{\omega_{ce}^R}{u_p^R}\right)^2 = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{C_s^R}{u_p^R}\right)^2 \left(\frac{\lambda_D}{R_L}\right)^2 \quad (6.26)$$

Dans le cas classique,  $\gamma \rightarrow 1$ ,  $C_s^R \rightarrow u_p^R$  et on retrouve l'expression classique du ratio. Cependant, pour la limite ultra-relativiste où,  $C_s^R \rightarrow u_p^R/\sqrt{3}$  et  $\gamma \approx 5/a$ , le ratio se réduit sous la forme suivante:

$$\left(\frac{\lambda_D^R}{R_L^R}\right)^2 \approx \frac{1}{3\gamma} \left(\frac{\lambda_D}{R_L}\right)^2 \quad (6.27)$$

Notons que pour  $\gamma \rightarrow \infty$ , la longueur de Debye devient de plus en plus moins importante que le rayon de Larmor et le modèle fluide reste toujours valide.

### 6.3.5 Solution self-similaire

Nous supposons une expansion self-similaire, perpendiculaire au champ magnétique, et que toutes les quantités macroscopiques dépendent de la variable self-similaire  $\xi$ . Cette solution est très utile pour transformer un problème mathématique avec des conditions au limites à un problème au conditions initiales. L'ensemble d'équations aux dérivées partielles est transformé en un ensemble des équations différentielles ordinaires qui ne dépendent que de la variable  $\xi$ . Alors, l'ensemble des équations (6.10-6.13) normalisé par:

$$N_j = n_j/n_0, V_j = v_j/C, P_j = p_j/p_0, B^* = B/B_0, H_j = h_j/m_i C^2$$

où  $n_0$  est la densité initiale, transformé à l'aide de la variable self-similaire est donné par :

$$(V_e - \xi) \frac{\partial N}{\partial \xi} + N[\gamma_e^2 V_e (V_e - \xi) + 1] \frac{\partial V_e}{\partial \xi} = 0 \quad (6.28)$$

$$(V_i - \xi) \left[ \frac{\partial N}{\partial \xi} + \gamma_e^2 N V_e \frac{\partial V_e}{\partial \xi} \right] + N \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = 0 \quad (6.29)$$

$$\begin{aligned} & (V_e - \xi) [H_e \gamma_e (1 + \gamma_e^2 V_e^2)] \frac{\partial V_e}{\partial \xi} - \frac{\alpha}{\alpha - 1} \zeta (V_e - \xi) \gamma_e \frac{V_e}{N^2} P_e \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ & + \left[ \frac{\alpha}{\alpha - 1} \zeta (V_e - \xi) \gamma_e V_e - 2\pi \frac{\eta}{\delta} \sigma_0 \frac{\beta}{\gamma_e} \right] \frac{1}{N} \frac{\partial P_e}{\partial \xi} + \frac{\eta}{\delta} \sigma_0 \frac{B^*}{\gamma_e N} \frac{\partial B^*}{\partial \xi} = 0 \end{aligned} \quad (6.30)$$

$$\begin{aligned} & (V_i - \xi) [H_i \gamma_i (1 + \gamma_i^2 V_i^2)] + \frac{\alpha}{\alpha - 1} \zeta \frac{P_i \gamma_i^4}{N \gamma_e} V_i \frac{\partial V_i}{\partial \xi} - \frac{\alpha}{\alpha - 1} \zeta (V_i - \xi) (\gamma_i^2 \gamma_e V_i V_e P_i) \frac{\partial V_e}{\partial \xi} \\ & - (V_i - \xi) \frac{\gamma_i^2 V_i}{\gamma_e N^2} P_i \frac{\partial N}{\partial \xi} + \left[ (V_i - \xi) \frac{\gamma_i^2 V_i}{\gamma_e N} + 2\pi \zeta \sigma_0 \frac{\beta}{N \gamma_e} \right] \frac{\partial P_i}{\partial \xi} - \eta \sigma_0 \frac{B^*}{\gamma_e N} \frac{\partial B^*}{\partial \xi} = 0 \end{aligned} \quad (6.31)$$

$$(V_j - \xi) \frac{\partial B^*}{\partial \xi} + B^* \frac{\partial V_j}{\partial \xi} = 0 \quad (6.32)$$

$$(V_j - \xi) \frac{\partial P_j}{\partial \xi} + \Gamma P_j \frac{\partial V_j}{\partial \xi} = 0 \quad (6.33)$$

Nous introduisons le paramètre bêta du plasma  $\beta = 2P_0/B_0^2$ , qui représente le rapport entre la pression thermique et la pression magnétique. A travers ce paramètre, nous pouvons étudier l'effet du champ magnétique extérieur sur la dynamique de l'expansion. Cependant, ce dernier ne donne pas d'informations sur le régime relativiste et l'évolution de l'énergie totale du plasma. Pour cela, nous introduisons le paramètre  $\sigma = B^2/4\pi m_i n_0$ , mesurant l'importance des effets relativistes du champ magnétique, comme s'est introduit dans la réf [115]. Pour  $\sigma \gg 1$ , la densité d'énergie magnétique est nettement dominante par rapport à la densité d'énergie des particules. Pour  $\sigma \geq 1$ , la vitesse d'Alfvén  $V_A = [\sigma/1 + \sigma]^{1/2} C \simeq C$  s'approche de la vitesse de la lumière, ce qui conduit à un régime relativiste de l'entraînement magnétique [114]. Nous explicitons aussi:  $\eta = 1/m_i C$ ,  $\zeta = P_0/m_i n_0 C^2$  et  $\delta = m_e/m_i$ .

## 6.4 Résultats et interprétations

Au début de l'expansion, une perturbation est créée due à des particules comprimées qui sont poussées vers l'avant provoquant ainsi, une onde de raréfaction qui se propage dans la direction opposée de celle de l'expansion. La vitesse à laquelle cette perturbation se propage est connue comme la vitesse magnéto-acoustique rapide  $C_f$ ,  $C_f^2 = V_A^2 + C_s^2$ . Où,  $V_A$  est la vitesse d'Alfvén et  $C_s$  est la vitesse acoustique.

### 6.4.1 Effet du paramètre $\beta$

La figure (6.4.1(a)) montre le profil de la densité électronique normalisée tracée en fonction de  $\xi$  pour différentes valeurs du paramètre  $\beta$ . Notre investigation est limitée par ( $0.3 \leq \beta \leq 1$ ), où la température électronique est égale à  $T_0 = 32KeV$ , correspondant à  $V_{e0} = C/4$  [117]. Près de la région source, nous constatons que l'effet d'augmentation du champ magnétique sur la densité électronique est très réduit. En fait, lorsque le plasma commence son expansion dans le vide, la pression principale responsable de la dynamique des particules est la pression thermique. Mais pour de longues périodes, un autre mécanisme interfère provoquant l'accélération de l'écoulement. Cette accélération est due à l'énergie de Poynting ( $h_j \gamma_j \sigma_0$ ) (l'entraînement magnétique [116]), dans la région  $0 \leq \xi < 0.7$ . Au cours de

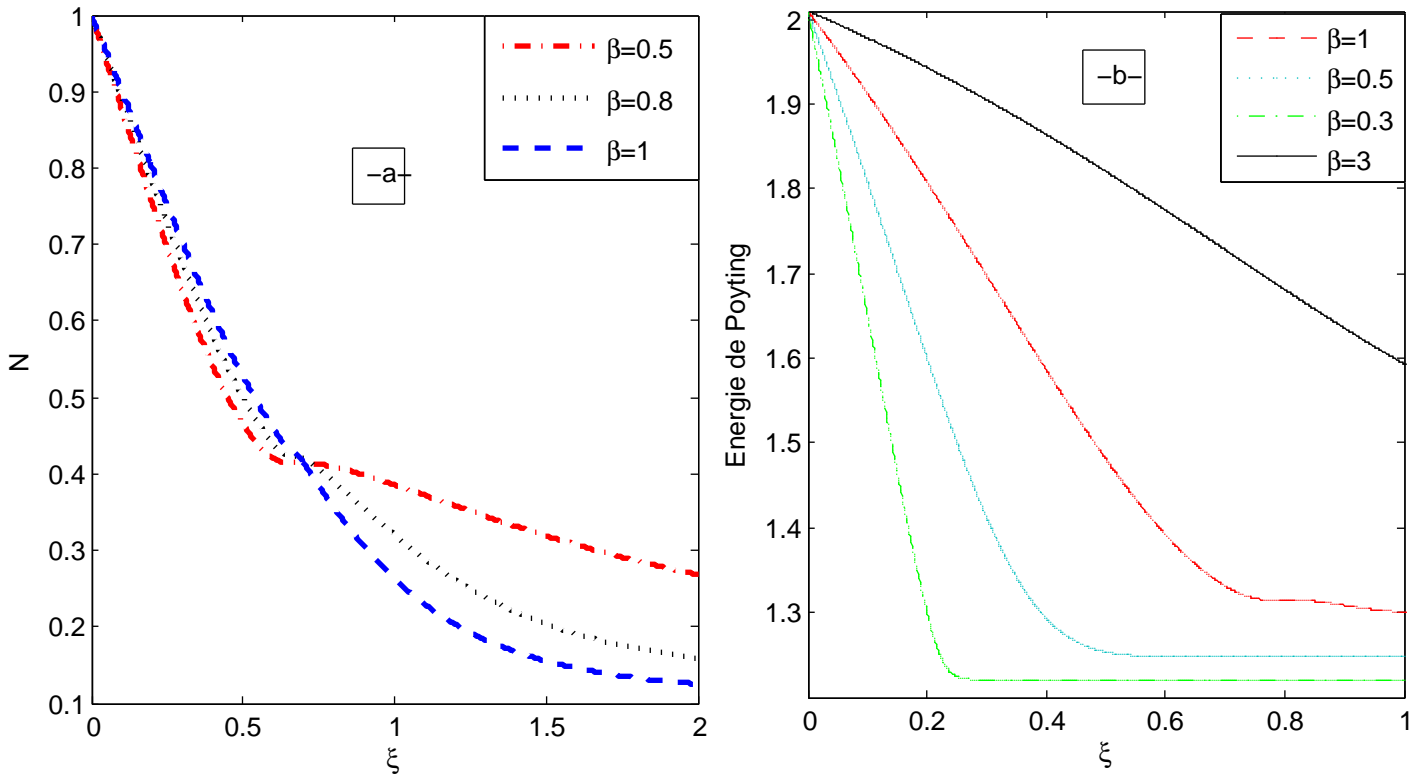


Figure 6.4.1 : (a)- Profil de la densité électronique normalisée, et (b) à l'énergie de Poynting normalisée par rapport à la variable self-similaire pour différentes valeurs de  $\beta$  et pour  $\sigma_0 = 0.5$ .

l'évolution de cette expansion, le flux de Poynting est converti de manière efficace à une énergie cinétique. Cet effet est illustré sur la figure (6.4.1(b)), où le profil de l'énergie de Poynting est tracé pour différentes valeurs du paramètre  $\beta$ . On note que pour de petites valeurs de  $\beta$ , il y a une conversion plus importante de l'énergie de Poynting (illustrée par une forte diminution de l'énergie de Poynting), qui explique l'accélération du plasma.

Cependant, pour des valeurs plus importantes de  $\beta$ , le transfert à l'énergie cinétique à partir de l'énergie de Poynting est moins important, conduisant à une faible diminution de la densité électronique. Donc, près de la région source, l'accélération des particules du plasma est assurée par la conversion des énergies (thermique, Poynting (entraînement magnétique)) en énergie cinétique tant que l'effet du champ magnétique externe est encore insuffisant pour confiner le plasma au début de l'expansion. Toutefois, dans la région ( $\xi > 0.7$ ) (après le point d'intersection, représentant la région où la pression du plasma est équilibrée par la pression magnétique), on obtient pour chaque valeur de  $\xi$  l'augmentation de la densité électronique avec la diminution de la valeur de  $\beta$ . En effet, loin de la source, la dynamique de l'expansion du plasma est attribuée à l'effet du confinement magnétique. Lorsque le plasma

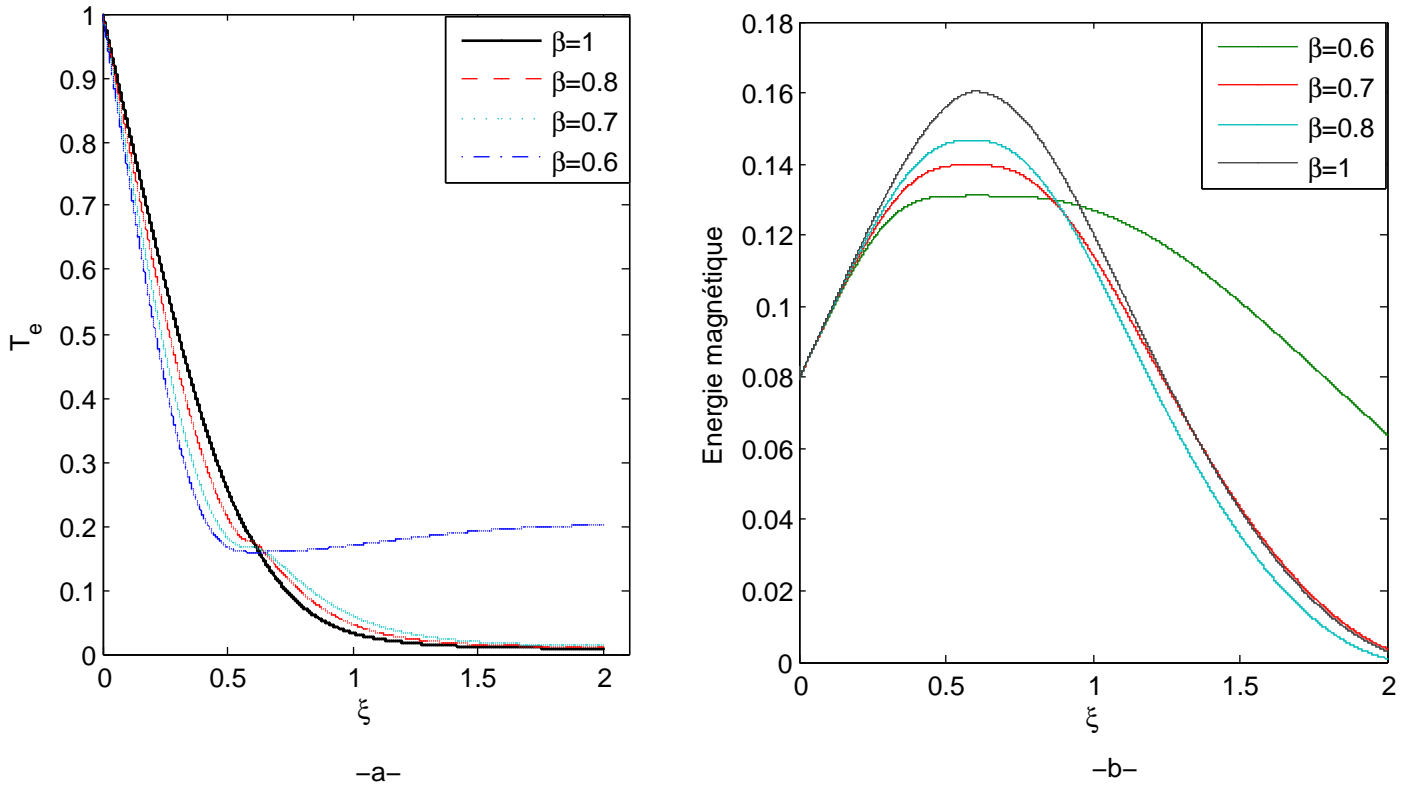


Figure 6.4.2 : (a)- Profil de la température électronique normalisée, et (b)- l'énergie de magnétique par rapport à la variable self-similaire pour différentes valeurs de  $\beta$  et pour  $\sigma_0 = 0.5$ .

se détend à travers le champ magnétique, la pression du plasma a tendance à disparaître avec le temps et la résistance offerte par le champ magnétique augmente. Le confinement magnétique et la stagnation peut avoir lieu lorsque la pression thermique est équilibrée par la pression magnétique. Le confinement devrait augmenter la fréquence des collisions des espèces présentes dans le plasma et, en conséquent, diminuer leurs vitesses dans la région, où ils sont confinés dans un petit volume d'espace. Cet effet est montré par les figures (6.4.2 – 6.4.3).

La figure (6.4.2(a)), montre le profil de la température électronique normalisée tracée en fonction de la variable self-similaire pour différentes valeurs du paramètre  $\beta$ . Nous remarquons qu'au voisinage de la région source, la température est peu affectée par la variation du champ magnétique extérieur. Cependant lorsque  $\xi$  augmente, la température chute rapidement et apparaît comme un refroidissement adiabatique. Mais, loin de la cible, l'effet du champ magnétique donne naissance à un processus de chauffage, où la température

devient de plus en plus élevée pour des distances de plus en plus importantes. Afin de clarifier ce processus physique, nous distinguons deux régions de la variable self-similaire ( $\xi \simeq 0.6$ ), la première est avant ce point et la seconde est après le même point. Dans la première région, le plasma se détend contre le champ magnétique, le chauffage peut se produire en raison du gain d'énergie par les électrons à partir de leurs énergie cinétique. Le travail du mécanisme de chauffage se fait contre la force  $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ , agissant dans le but de ralentir l'écoulement. Pour des distance plus courtes, les effets dynamiques du plasma sont nettement importants que l'effet du confinement magnétique, la force  $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$  continue de pousser le plasma jusqu'à ce que la pression du champ magnétique est équilibrée par celle du plasma localisée pour ( $\xi \sim 0.6$ ). Cela conduit à un chauffage du plasma par effet joule. Après le même point, l'augmentation de la température est assurée par la compression et le confinement du champ magnétique. La figure (6.4.2(b)), l'énergie magnétique (ME,  $B^2/8\pi$ ) est tracée par rapport à la variable  $\xi$ , pour différentes valeurs de  $\beta$ . Dans la région ( $0 \leq \xi < 0.7$ ), on note une relation proportionnelle entre (ME) et le paramètre  $\beta$ , où pour ( $\beta = 1$ ), (ME) atteint sa valeur maximale. Cependant, pour ( $\xi > 0.7$ ) l'énergie magnétique a tendance à diminuer pour des valeurs importantes de  $\beta$ . Pour comprendre la signification physique, nous devons revenir sur l'origine de cette énergie et explorer les principaux paramètres gouvernant l'évolution de l'énergie magnétique. Pour cela, nous considérons à ( $t = t_0$ ), le début de l'expansion, où le champ magnétique total est composé uniquement de la composante externe du champ magnétique,  $\mathbf{B}_T = \mathbf{B}_0$ . Cependant, lors de la détente du plasma, un champ magnétique induit est créé par l'instabilité de Weibel, ce qui renforce le champ magnétique extérieur. Ainsi, le champ magnétique total est la somme de deux composantes:  $\mathbf{B}_T(x, t) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_z(x, t)$ . Même si l'approche unidimensionnelle, utilisé dans ce travail, reste insuffisante pour étudier l'effet de l'instabilité de Weibel sur la dynamique du plasma, nous pouvons au moins, fonder notre interprétation sur les résultats précédemment mentionnés (voir la section "champ magnétique induit et instabilité de Weibel") [118] [119], pour expliquer l'évolution de l'énergie magnétique dans une description purement unidimensionnelle. A  $t = t_0$ , l'énergie magnétique commence à augmenter, ce qui indique que l'anisotropie est suffisamment importante pour provoquer une instabilité de Weibel. Cette énergie magnétique qui peut être générée par l'instabilité de Weibel, est une fraction de l'énergie thermique des électrons. Dans la figure (6.4.2(b)), nous remarquons que pour des grandes valeurs de  $\beta$ , l'énergie magnétique est plus importante. En effet, pour des faibles valeurs du champ magnétique extérieur, correspond à une faible perte d'énergie du plasma par unité de temps au travail effectué par le plasma contre la pression magnétique externe.

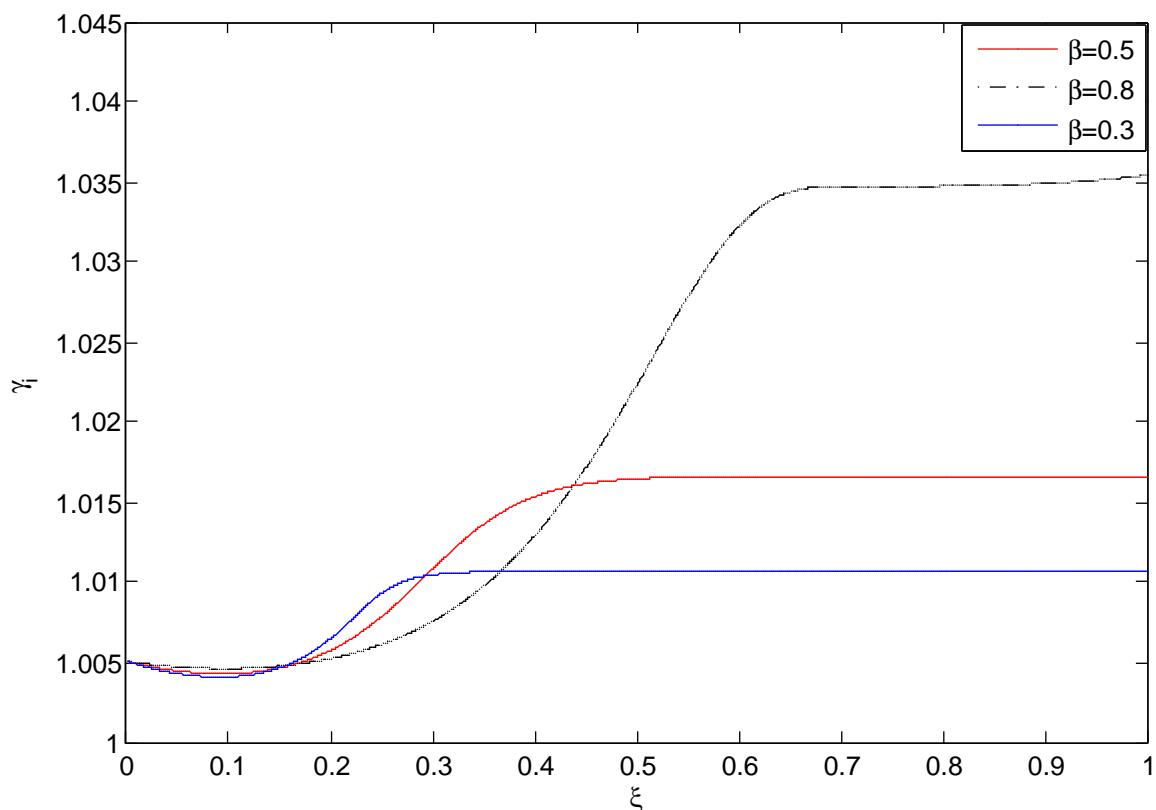


Figure 6.4.3 : Profil du facteur relativiste ionique par rapport à la variable self-similaire pour différentes valeurs de  $\beta$ , et pour  $\sigma_0 = 0.9$ .

Cela conduit à plus de transfert d'énergie thermique à une énergie magnétique à travers l'instabilité de Weibel. Cependant, le champ magnétique total entrainera l'isotropisation de la température électronique, qui conduit finalement à la saturation de l'instabilité. Dans notre cas, le point ( $\xi \sim 0.7$ ) représente la région, où le plasma subit une décélération radiale de la vitesse d'expansion, menant à l'isotropisation. Après cela, l'amplitude du champ magnétique induit a tendance de diminuer, et donc la diminution de l'énergie magnétique.

La figure (6.4.3), montre le profil du facteur relativiste ionique en fonction de  $\xi$ , pour différentes valeurs  $\beta$ . Pour un temps fixe, et au voisinage de la source, le facteur relativiste ne varie pas de manière remarquable avec les variations du champ magnétique extérieur. En effet, dans cette région, l'accélération ionique est due à la force de pression thermique pour  $0 < \xi \leq 0.18$ , où la densité est encore assez élevée. Mais, loin de la région source, les ions subissent l'effet d'un autre mécanisme d'accélération, qui est la force de Lorentz. Nous remarquons dans la région  $0.18 < \xi \leq 0.3$ , où le facteur relativiste a une relation

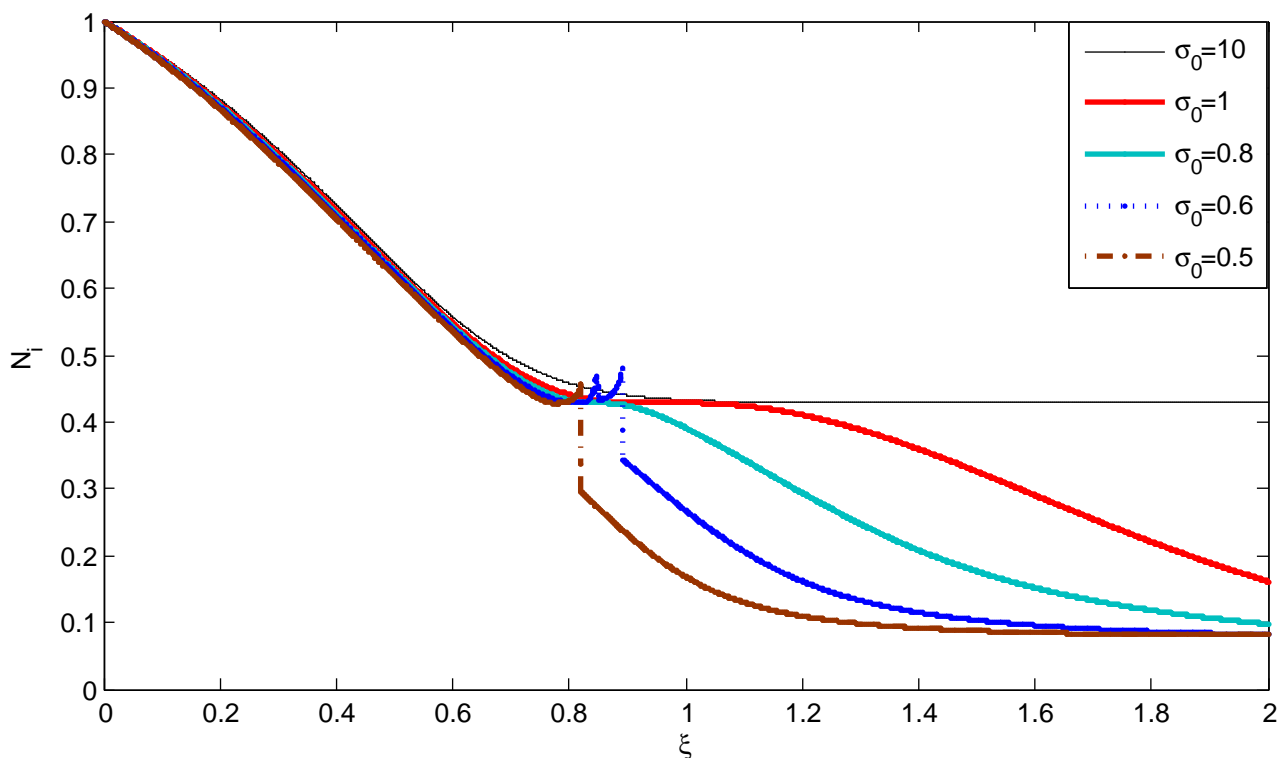


Figure 6.4.4 : Profil de la densité ionique normalisée par rapport à la variable self-similaire pour différentes valeurs de  $\sigma_0$ , et pour  $\beta=1$ .

proportionnelle avec  $B$ , que l'augmentation de  $B$  conduit à une accélération de l'écoulement. Toutefois, dans la région  $0.3 < \xi \leq 0.6$ , le fluide ionique modifie son comportement et la vitesse diminue lorsque l'amplitude du champ magnétique augmente. Par la suite, on constate une stagnation du facteur relativiste, ce qui est normal en raison du confinement magnétique du plasma.

### 6.4.2 Effet du paramètre $\sigma$

Près de la source plasma, l'énergie totale est encore sous forme thermique. On peut constater que pour  $\gamma$  très large, implique  $\sigma \gg 1$ . En effet, si  $\sigma \ll 1$  alors non seulement  $\gamma \approx 1$ , mais aussi l'énergie magnétique par particule est beaucoup moins que l'énergie de sa masse repos. Cela signifie que seule une petite augmentation du facteur relativiste est possible lorsque l'énergie magnétique est convertie en énergie cinétique. Pour étudier l'effet de  $\sigma_0$ , le profil de densité ionique normalisée  $N_i = (\gamma_e/\gamma_i)N$  est tracé dans la figure (6.4.4) en fonction de  $\xi$ , pour différentes valeurs de  $\sigma_0$ .

Nous constatons que la densité ionique se comporte identiquement à celle de la densité électronique, jusqu'au point  $\xi \sim 0.8$ , où nous distinguons deux types de structures. La

première est pour  $(\sigma_0 = 0.8, 1)$ , dans ce cas nous ne remarquons aucune différence de comportement entre ions et électrons. En effet, dans cette région ( $\xi \sim 0.9$ ), les ions subissent le même confinement spatial que les électrons. Cependant, pour la seconde structure correspondant à  $(\sigma_0 = 0.5, 0.6)$ , nous constatons la formation des structures en pics associées à la limite de l'approche self-similaire. L'interprétation physique de ces structures est que, comme le plasma continue sa détente contre le champ magnétique extérieur, sa pression thermique diminue et devient comparable à la pression du champ magnétique. Le flux du plasma est freiné dans la direction perpendiculaire au champ magnétique et redirigé le long des lignes du champ magnétique. Cela conduira à la formation d'une seconde région d'une densité sensible à l'interface plasma-champ. Le plasma, en poursuivant son expansion à partir de la cible, s'accumule derrière cette région de ralentissement, conduisant à une augmentation local de densité, qui se propage à partir de la source dans la direction de l'expansion. Les petites valeurs de  $\sigma_0$ , conduisent implicitement à des faibles valeurs de  $\gamma$ , ce qui signifie que l'énergie des ions est insuffisante pour pénétrer la région occupée par le champ magnétique externe. Pour s'assurer que les structures en pic sont dues à l'invalidité de l'hypothèse de quasi-neutralité et non pas à la limite de validité du modèle fluide. Nous avons tracé dans la figure (6.4.5) le ratio  $(\lambda_D^R/R_L^R)$  par rapport à  $\xi$ , pour différentes valeurs de  $\sigma_0$ .

Nous constatons une diminution du ratio avec l'augmentation de  $\xi$ , ce qui signifie que les ions sont accélérés et que le facteur relativiste augmente jusqu'au point ( $\xi \sim 0.8$ ), où l'on observe une légère augmentation du ratio. Cette croissance est due à une décélération des ions. Comme les particules acquièrent plus d'énergie dans le régime ultra-relativiste ( $\sigma_0 \geq 1$ ), où elles ont tendance à être moins confinées que celles dans le régime faiblement relativiste ( $\sigma_0 < 1$ ). En effet, le champ magnétique externe subit une atténuation exponentielle sur une longueur caractéristique appelée "longueur de London"  $\lambda_{London}$ ,  $\lambda_{London} = C/\omega_p$ . Les particules ayant assez d'énergie, expulsent les lignes du champ magnétique externe de la région d'interaction plasma-champ, auquel il n'est pas en mesure de rediriger ces particules. Notons que, en aucun cas, nous avons obtenu de  $\lambda_D^R/R_L^R \geq 1$ . Par conséquent, le modèle fluide est toujours valide, et les structures en pic sont, en effet, dues à la limite de l'hypothèse de quasi-neutralité sur laquelle l'approche self-similaire est fondée.

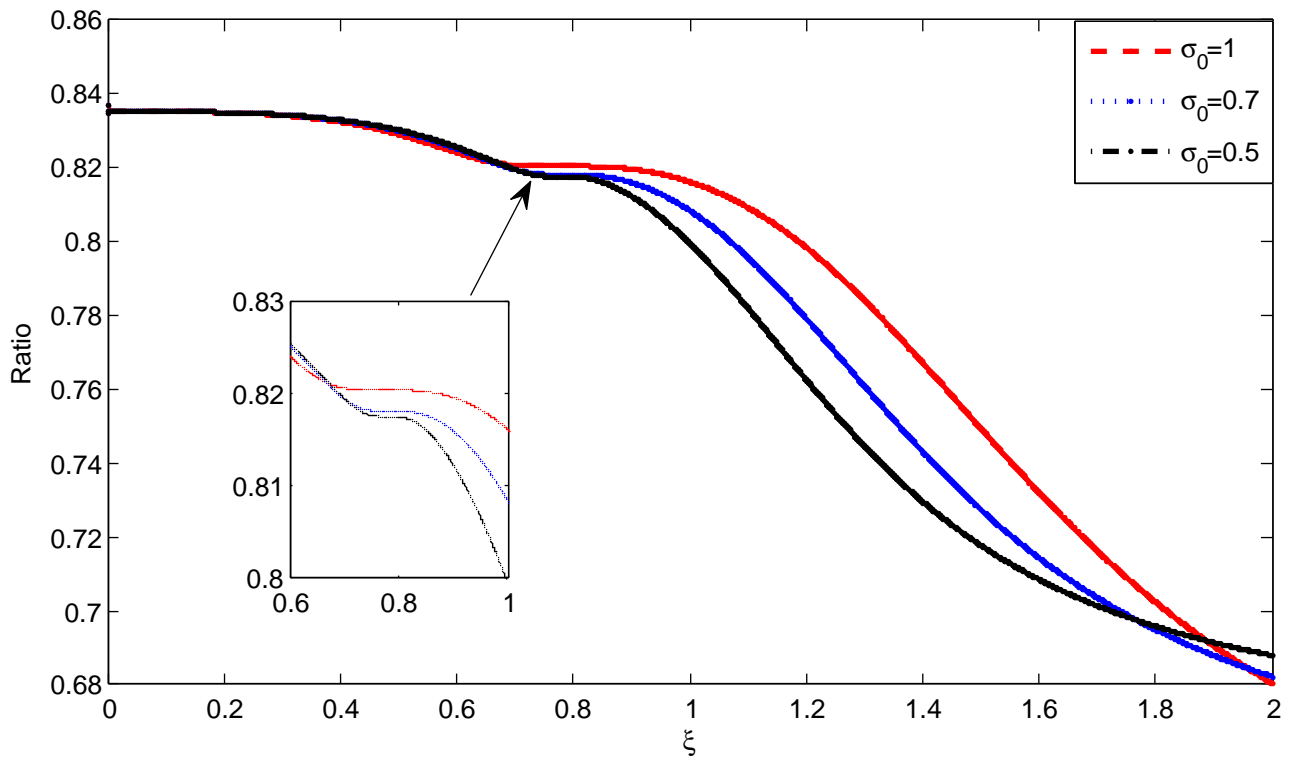


Figure 6.4.5 : Profil du ratio critique, dans le cas relativiste, par rapport à la variable self-similaire pour différentes valeurs de  $\sigma_0$ , et pour  $\beta=1$ .

# Expansion d'un plasma en présence d'un faisceau d'électrons relativistes.

## 7.1 Introduction

La première fois que l'interaction plasma-faisceau était observée en laboratoire a coïncidé avec la première fois qu'un plasma de laboratoire fut créé. Ces premières expériences visaient à étudier des décharges électriques au sein des gaz à basses pressions. Dans ces expériences il a été observé, à des pressions de gaz de l'ordre de  $1mmHg$  près de la cathode, qu'il existait des régions où la lumière était émise. Ces dernières sont délimitées par des sombres régions, portant les noms de Faraday et Hittorf [126]. Dans ces régions, les électrons émis par la cathode ont acquis une énergie suffisante pour exciter et ioniser les molécules du gaz. Par conséquent, ces électrons perdaient leur énergie et le côté sombre apparaît. Ainsi, les régions illuminées, contiennent un faisceau qui a donné naissance à un plasma, et un autre faisceau d'électrons apparaît passant à travers ce dernier. Il y a actuellement trois champs de recherches majeurs traitant le phénomène d'interaction faisceau plasma. En première place, vient le besoin scientifique pur de comprendre le comportement du système faisceau-plasma, qui a une tendance à élaborer des modèles théoriques aidant à interpréter les résultats expérimentaux. En second lieu, le faisceau d'électrons qui représente une source d'énergie libre, pouvant exciter des oscillations et à la génération des ondes radios de fréquences de l'ordre de  $(10^9 - 10^{11} Hz)$ . En troisième place, spécialement après que le faisceau d'électrons relativiste est devenu disponible, l'ultime fin demeure l'utilisation de ces faisceaux pour chauffer le plasma à de hautes températures de l'ordre de  $(10^8 K) \simeq 10^4 eV$ , afin de réaliser les réactions thermonucléaires [127]. Dans de telles situations, nous sommes confrontés à un

problème non-linéaire de l'interaction faisceau-plasma. Bien que, le sujet soit assez récent, le problème lui-même est ancien. L'interaction plasma-faisceau était suggérée par Langmuir en 1925, où très peu de documents sur ce sujet ont été publiés entre 1925 et 1948. Très peu après, une série de travaux est apparue traitant ce phénomène, excitant ainsi l'intérêt des ingénieurs et des physiciens. Le constat le plus important résultant de ces travaux était la prédiction du phénomène d'agrandissement (growing) des ondes propageant dans le plasma avec des fréquences proches de celle de la fréquence de résonance du plasma [130]-[129]. Les études effectuées par Pierce et Baily [130]-[129] ont pu prédire une amplification d'une onde progressive pour un système constitué d'un faisceau d'électron se propageant à travers un nuage d'ions. Vers la même époque, Bohm et Brut [128]-[129] dans une série de documents, ont donné un traitement rigoureux des oscillations dans les plasmas, où ils ont considéré un plasma d'électrons avec une vitesse thermique en interaction avec un faisceau d'électrons doté d'une vitesse bien définie. Ce travail a permis de clarifier le processus physique de l'interaction faisceau-plasma, et aussi de prédire les oscillations plasma excitées par la propagation du faisceau d'électrons à travers un plasma homogène [128]-[129]. Dans le régime relativiste, le faisceau d'électrons peut exciter des ondes plasma de grandes amplitudes, indispensables à la quête de la production des gradients accélérateurs intenses [131]. De plus, le paramètre essentiel responsable de l'accélération de particules lors d'une expansion plasma, est la température des électrons chauds, où de nombreuses expériences ont montré que l'énergie maximale des ions accélérés dépend principalement de l'énergie des électrons chauds [132].

Lorsqu'un faisceau d'électrons pénètre un plasma en état d'expansion, un champ électrostatique intense est généré au sein de ce dernier. En raison de nombreux mécanismes comme le rayonnement et le transport anormal, une fraction significative de l'énergie du faisceau est dissipée dans des processus autres que le chauffage du plasma. Cela correspond à un taux de transfert d'environ 25% de l'énergie du faisceau pour le chauffage [133]. Ainsi, le faisceau d'électrons transfère une partie de son énergie au plasma et accélère les particules présentes dans ce dernier. Cette accélération est attribuée à la séparation de charge produisant un champ électrostatique généré par l'effet pondéromoteur ou thermique. Dans ce chapitre nous étudions l'effet de la séparation de charge induite par un faisceau d'électrons relativistes, se propageant dans un plasma froid électron-ion. Le but essentiel de ce travail est d'étudier les conséquences majeures de l'interaction faisceau-plasma sur l'accélération ionique.

## 7.2 Dispositif expérimental

La méthode classique pour générer d'un faisceau d'électrons relativiste consiste à utiliser un canon à électron (electron gun). Ce dispositif est l'un des composants essentiels d'un tube cathodique. La figure (7.2.1) ci-dessous, représente le schéma d'un canon à électron, composé de plaques métalliques; la cathode, une ou plusieurs anodes et le Wehnelt. La cathode est une plaque métallique émettrice d'électrons par chauffage électrique du filament qu'elle contient. L'anode est une plaque métallique, percée d'un minuscule trou, permettant de jouer le rôle de sélectionneur d'électrons selon différents critères pour les concentrer et les accélérer, afin de constituer un flux d'électrons dirigé vers l'écran. Le Wehnelt est une électrode (grille de contrôle), permettant de régler le débit des électrons.

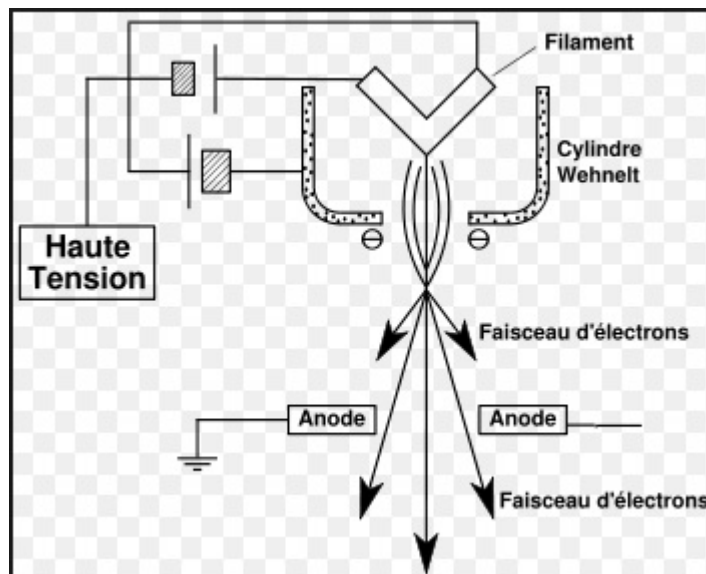


Figure 7.2.1 : Schéma descriptif d'un canon à électron [133]

Le facteur relativiste  $\gamma_0$ , est fixé par le dispositif générant le faisceau d'électrons:

$$\gamma_0 = \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 1 + \frac{eV_0}{mc^2}$$

où,  $V_0$  est la différence de potentiel appliquée aux bornes du canon.

### Application numérique

Si on applique une DDP de 500KVolt, avec le terme  $\frac{eV_0}{mc^2} \simeq 1$ , on aura  $\gamma_0 = 2$ .

Le schéma ci-dessous (fig. 7.2.2), montre le dispositif expérimental de l'interaction faisceau-plasma. Les ondes plasma se génèrent où la plupart des modes instables sont approximativement du même ordre que le mode du plasma  $\omega \simeq \omega_p$ , où  $\omega_p$  est fixé par la densité du plasma. Par conséquent, le vecteur d'onde  $\vec{k}$  est dicté par la vitesse initiale du faisceau  $v_{0b}$ . Pour plus de détails, un rappel sur la théorie de l'interaction faisceau-plasma (voir l'annexe A).

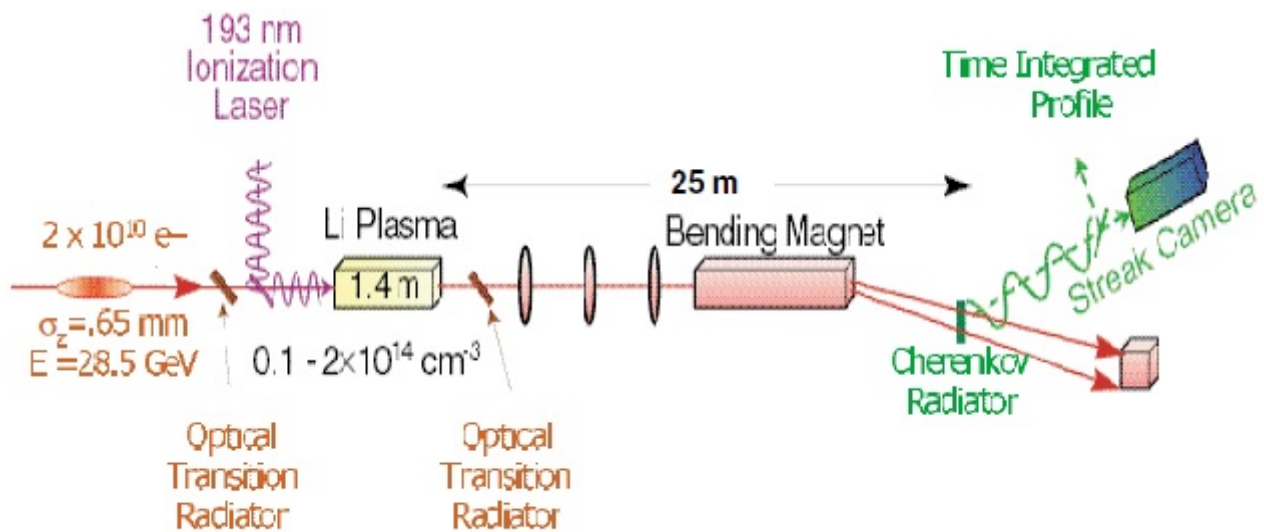


Figure 7.2.2 : Schéma du dispositif expérimental de l'interaction faisceau-plasma. Un faisceau d'électrons relativiste ayant une énergie de  $E = 28.5 \text{ GeV}$  et de densité  $n_{0b} = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  traversant un plasma de lithium doté d'une densité  $n_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ , de longueur de  $1.4 \text{ m}$  [134].

## 7.2.1 Applications

### Application (1):

Supposons que nous avons un canon à électrons et on cherche à délivrer un faisceau d'électron pour atteindre la cible A, comme le montre le schéma descriptif ci-dessous (fig. 7.2.3):

En général la divergence due à la force répulsive entre les électrons du faisceau, réduit la qualité du transport du faisceau et ainsi, peu d'électrons atteignent la cible. Pour cela, l'utilisation du plasma vient pour remédier à ce problème, où ce dernier est utilisé comme un milieu de passage qui préserve les propriétés du faisceau d'électrons.

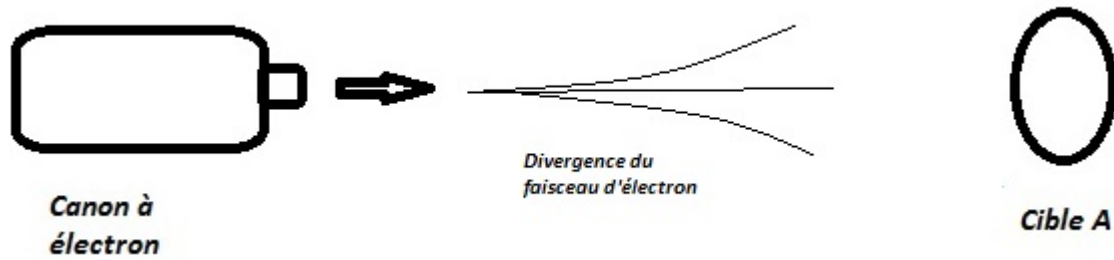


Figure 7.2.3 : Schéma descriptif du transport d'un faisceau d'électrons.

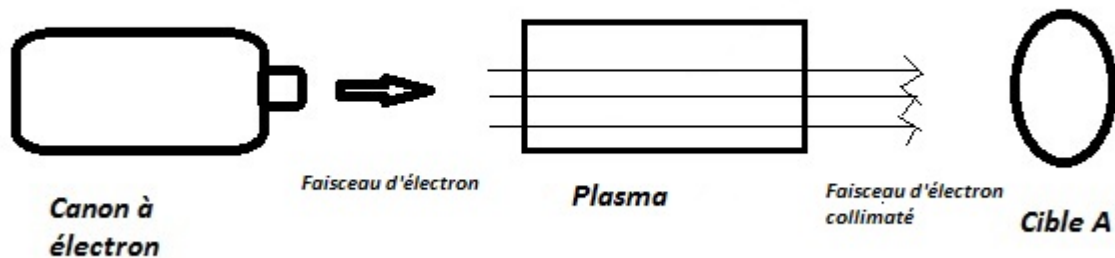


Figure 7.2.4 : Schéma descriptif du transport d'un faisceau d'électrons à travers un plasma.

Lors du passage du faisceau à travers un plasma avec une densité nettement inférieure à celle du plasma, les électrons de ce dernier sont expulsés de la région du passage du faisceau, créant ainsi une zone de quasi-neutralité de charge donnée par:

$$n_{0b} + n_0 = n_{0i}$$

Par conséquent, la divergence due à la répulsion électronique est supprimée. Notons que, si la durée du faisceau est supérieure à la période d'agrandissement des ondes  $G_p = \frac{1}{\Gamma}$  (Growth periode) de l'instabilité à deux faisceaux, le faisceau donne naissance à des ondes plasma, qui ont tendance à piéger les particules. Cela représente un problème pour le transport du faisceau à travers le plasma. Donc, pour préserver les propriétés du faisceau, la condition:

$$T_b < G_p$$

Où,  $G_p = \frac{1}{\Gamma}$ , et  $T_b$  représente la durée du faisceau relativiste, doit être vérifiée.

**Application (2):**

L'application la plus classique de cette interaction est de comprendre le phénomène d'amortissement de Landau. Nous avons vu que, le faisceau communique une partie de son énergie si  $v_{0b} > \frac{\omega}{k}$ . Supposons maintenant un plasma Maxwellien. La distribution dans toutes les directions est schématisée par la figure ci-dessous (fig 7.2.5):

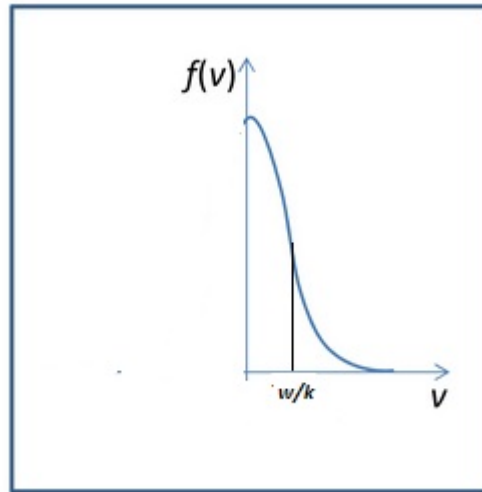


Figure 7.2.5 : La distribution Maxwellienne des vitesses

Certains électrons du plasma se déplacent dans la même direction que l'onde plasma créée par la propagation du faisceau d'électron relativiste, et qui ont une vitesse proche de  $\omega/k$ , subiront le phénomène de résonance. Ces électrons pourront, ainsi acquérir ou communiquer de l'énergie à l'onde plasma, selon leurs énergies cinétiques. Si on observe bien le schéma de la distribution des vitesses, on peut facilement constater que le nombre d'électrons ayant une vitesse inférieure à  $\omega/k$  est plus important que celui des électrons ayant une vitesse supérieure à la vitesse de phase de l'onde. Donc, les électrons dotés d'une vitesse proche et inférieure à  $\frac{\omega}{k}$  gagnent de l'énergie à partir de l'onde et les électrons avec une vitesse proche et supérieure à  $\frac{\omega}{k}$ , communiquent (perdent) de l'énergie à l'onde plasma. Par conséquent, on aura le net d'énergie transférée de l'onde aux particules du plasma. Ce phénomène est appelé, amortissement de Landau.

**Application (3):**

Dans le concept d'allumage rapide [136], un laser intense à impulsion courte interagit avec un plasma entourant le combustible, afin de produire un faisceau d'électrons relativiste. Ce

dernier, doit se propager à travers le plasma dense et dépose son énergie dans le combustible (fuel). Le taux de conversion de l'énergie du laser en énergie du faisceau représente, un facteur d'une grande importance, ainsi que la température du faisceau et sa collimation. Des expériences [137], dans lesquelles l'impulsion laser est incidente sur une cible solide plane, indiquent que la température d'électrons chauds  $T_h$  est donnée par:

$$T_h(KeV) = 215(I_{18}\lambda_{\mu m}^{1/3})$$

### Application numérique:

*Pour une longueur d'onde de  $1\mu m$ , avec une intensité de  $I_{18}$ , donne une température d'électrons dans la gamme de  $70 - 400KeV$  [138]*

### Application (4):

L'une des applications les plus importantes de l'interaction faisceau-plasma est l'accélération ionique. Afin de comprendre la physique de l'interaction, des simulations numériques ont été effectuées pour étudier le mécanisme responsable de l'accélération ionique suite à l'interaction d'un faisceau électronique relativiste avec un plasma de base (électrons-ions) non-magnétisé de longueur finie. L'accélération collective des ions dans le laboratoire est obtenue quand un faisceau d'électrons relativiste d'énergie moyenne de  $E_b = 1.2MeV$  est injecté dans un plasma neutre. Suite à la propagation de ce faisceau dans le plasma, les ions sont piégés dans le potentiel électrostatique (cathode virtuelle), et qui sont accélérés à des vitesses importantes. Ces travaux sont menés par Galvez et al[135], en utilisant des simulations numériques basées sur un code (PIC) nommé ISIS. L'ensemble des résultats de ce travail est présenté comme suit :

- Quand un faisceau d'électrons relativiste se déplace à travers un plasma, les électrons dans la trajectoire du faisceau sont expulsés par la force de répulsion coulombienne, et un excès de charge positive se forme. Cette dernière est neutralisée par la charge du faisceau électronique.
- Les ions sont accélérés dans la même direction de la propagation du faisceau relativiste.
- L'accélération ionique est dirigée vers l'avant du front du plasma, caractérisant un plasma en expansion.
- Le maximum d'énergie ionique acquise augmente avec l'énergie du faisceau injecté.

- Le mécanisme principal responsable de l'accélération ionique est l'accélération électrostatique du potentiel électrique produit lorsqu'un faisceau tente de se propager avec un courant supérieur à la limite de charge d'espace.
- Pour un faisceau de  $(1.1MeV, 4.04KA)$ , on observe des ions accélérés ayant une énergie maximale d'environ  $1.2MeV$  après seulement un temps de propagation de  $3.33ns$ .
- l'accélération ionique se révèle augmenter avec l'augmentation de l'énergie et du courant du faisceau.

## 7.3 Expansion en présence d'un faisceau électronique relativiste

Pour examiner certaines caractéristiques de la réponse du plasma à la présence d'un faisceau électronique relativiste, et en particulier l'accélération collective des ions dans un tel système, nous allons considérer un plasma créé par interaction laser-cible, et concentrer notre étude sur la dynamique de l'expansion. Comme l'énergie du faisceau est nettement supérieure à celle des électrons du plasma, les particules de ce dernier sont considérés comme un fluide régi par les équations fluides relativistes. Nous étudions l'expansion d'un plasma d'électron-ion au moment de son interaction avec un faisceau d'électrons relativistes. A cet effet, l'expansion est supposée uni-dimensionnelle suivant la direction de propagation du faisceau relativiste. Ce système est régi par l'ensemble des équations suivant :

- Pour les électrons du plasma:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial n_e v_e}{\partial x} = 0 \quad (7.1)$$

$$\left( \frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial x} \right) + \frac{3T_{e0}}{m_e n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} = \frac{e}{m_e} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (7.2)$$

- Pour les ions:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v_i}{\partial x} = 0 \quad (7.3)$$

$$\left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) + \frac{3T_{i0}}{m_i n_i} \frac{\partial n_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (7.4)$$

Où,  $m_j, n_j, v_j$ , et  $T_j$  ( $j = e(i)$ , pour l'électron(ion)) sont, respectivement, la masse, la densité, la vitesse et la température. Pour les électrons du faisceau nous avons:

$$\frac{\partial \gamma_b n_b}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_b n_b v_b}{\partial x} = 0 \quad (7.5)$$

$$\left( \frac{\partial \gamma_b v_b}{\partial t} + v_b \frac{\partial \gamma_b v_b}{\partial x} \right) + \frac{3T_{b0}}{\gamma_b m_b n_b} \frac{\partial n_b}{\partial x} = \frac{e}{m_b} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (7.6)$$

La dynamique des électrons et des ions évolue sur une échelle spatiale large par rapport à la longueur de Debye  $\lambda_D$ . De plus, la densité électronique est nettement supérieure à celle des électrons du faisceau, ce qui nous permet de supposer la quasi-neutralité (comme nous l'avons discuté dans l'application (1)). Par conséquent, l'approche self-similaire devient applicable, où l'expression de quasi-neutralité est donnée par:

$$n_i = n_e + \gamma_b n_b$$

Cette équation est importante, car elle permet avec l'ensemble des équations précédentes de calculer le champ électrostatique, tout en incluant le facteur relativiste  $\gamma$  dans les équations fluides relativistes. Les équations (7.1-7.6) sont normalisées comme suit:

$$N_e = n_e/n_{i0}, N_i = n_i/n_{i0}, N_b = n_b/n_{i0}, V_j = v_j/c_s, V_b = v_b/c, \psi_I = eE/\omega_p m_e c_s.$$

L'ensemble d'équations précédentes est transformé à l'aide de la variable self-similaire  $\xi = \frac{x}{c_s t}$ . Notons que, cette variable est adimensionnée. Parfois,  $\xi = \frac{x}{t}$ , ayant une dimension de vitesse est utilisée lorsque la vitesse de propagation de l'onde de raréfaction est inconnue. Cependant, dans ce cas, l'onde électrostatique longitudinale est excitée par la propagation du faisceau à travers la résonance de Cerenkov. Ce dernier, est l'un des modes instables qui sont de même ordre que le mode plasma. Il en résulte que la vitesse de phase de l'onde soit proche de la vitesse du faisceau [140]. Due à l'inertie des ions, ces derniers ne sont pas excités par l'onde plasma, mais ils subissent une accélération résultante de la séparation de charge créée par les électrons du plasma excités par l'onde. Par conséquent, le front d'expansion est accéléré provoquant ainsi une onde de raréfaction qui se propage dans la direction opposée à celle du front, avec la vitesse acoustique.

En introduisant la variable self-similaire  $\xi$ , dans l'ensemble des équations (7.1-7.6), nous obtenons:

$$(V_e - \xi) \frac{\partial N_e}{\partial \xi} + N_e \frac{\partial V_e}{\partial \xi} = 0 \quad (7.7)$$

$$(V_i - \xi) \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + N_i \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = 0 \quad (7.8)$$

$$(V_b - \xi) \frac{\partial N_i}{\partial \xi} - (V_b - \xi) \frac{\partial N_e}{\partial \xi} + [(N_i(V_b - \xi) + N_e(\xi - V_b))V_b\gamma_b^2 + N_i - N_e] \frac{\partial V_b}{\partial \xi} = 0 \quad (7.9)$$

$$(V_e - \xi) \frac{\partial V_e}{\partial \xi} + \frac{3}{\delta N_e} \frac{\partial N_e}{\partial \xi} = -\alpha\psi \quad (7.10)$$

$$(V_i - \xi) \frac{\partial V_i}{\partial \xi} + \frac{3\sigma}{N_i} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \alpha\delta\psi \quad (7.11)$$

$$\frac{3\beta}{\gamma_b\alpha(N_e - N_i)} \left( \frac{\partial N_i}{\partial \xi} - \frac{\partial N_e}{\partial \xi} \right) - (V_b - \xi) \frac{\gamma_b}{\alpha} (1 + \gamma_b^2 V_b^2) \frac{\partial V_b}{\partial \xi} = \psi \quad (7.12)$$

Où,  $\beta = T_{b0}/T_{e0}$ ,  $\delta = m_e/m_i$ ,  $\sigma = T_{i0}/T_{e0}$ ,  $\alpha = \omega_p c/c_s$ . Nous avons résolu l'ensemble d'équation (7.7-7.12), pour deux valeurs du ratio de température  $\sigma$ , ( $\sigma = 0.4, 1$ ) et pour différentes valeurs de la vitesse initiale du faisceau  $v_{0b}$ . L'importance d'étudier le comportement de l'expansion plasma, réside dans le fait que la réponse d'un plasma à n'importe quelle excitation extérieure dépend essentiellement de son état initial. Nous prenons ( $\sigma = 0.4$ ), pour un plasma initialement non-thermique et ( $\sigma = 1$ ), pour une plasma initialement en équilibre thermique. Les conditions initiales correspondent à l'étude de la propagation d'un faisceau d'électrons relativiste à travers un plasma sous-dense. Les électrons injectés sont générés via l'ionisation du  $Rb^+$ , qui donne  $Rb^{2+}$  [158]. Les paramètres initiaux correspondent à  $\beta = 10^2$ ,  $\delta = 2.10^{-3}$ ,  $N_{i0} = 1$ , pour une densité ionique initiale ( $n_i \sim 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ).

## 7.4 Résultats et interprétations

L'investigation numérique porte essentiellement sur l'effet du faisceau électronique relativiste sur la dynamique de l'expansion. Pour cela, nous mettons en œuvre un code numérique, et nous ajustons les vitesses initiales du faisceau  $v_{0b}$ . Nous commençons d'abord par l'étude des effets de propagation du faisceau d'électrons relativiste à travers le plasma sur les électrons.

### 7.4.1 Dynamique des électrons

La figure (7.4.1), montre la variation de la densité électronique en fonction de la variable self-similaire "  $\xi$  " pour différentes valeurs de la vitesse initiale du faisceau relativiste. Cette figure montre que la chute de densité des électrons est plus rapide lorsque la vitesse initiale du faisceau est plus importante. En effet, plus la valeur de  $v_{0b}$  est importante plus l'amplitude

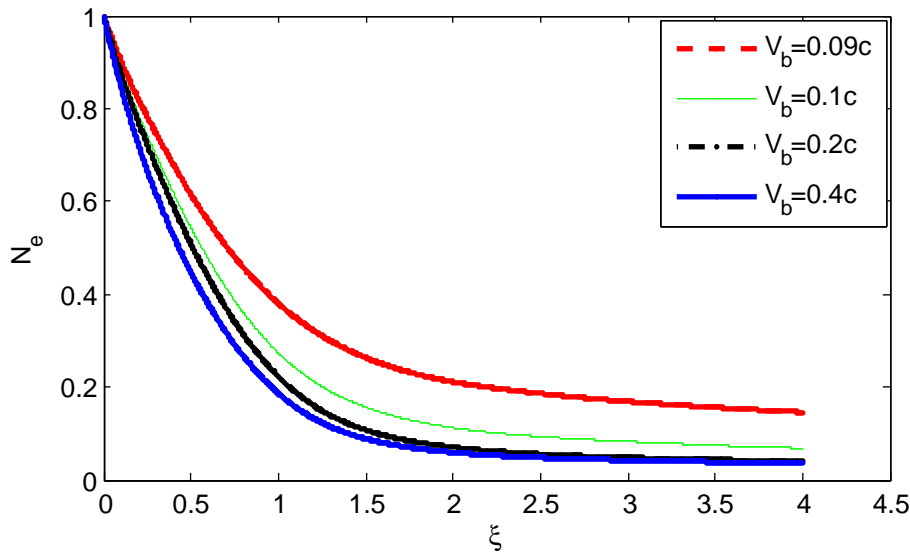


Figure 7.4.1 : Profil de la densité électronique en fonction de la variable self-similaire  $\xi$ , pour différentes valeurs de  $v_{0b}$ , avec  $\sigma = 1$

des ondes excitées devient plus large, excitant ainsi un grand nombre d'électrons du plasma, ce qui maximise le transfert d'énergie de l'onde aux particules légères présentes dans le plasma. Cela conduit à un fort épuisement de la densité électronique. Cet effet est plus clair dans la figure (7.4.2), où la vitesse électronique est tracée par rapport à  $\xi$ . Il est important de noter que plus la vitesse  $v_{0b}$  est importante plus l'accélération des électrons prend un large domaine de la variable self-similaire " $\xi$ " pour atteindre une phase stationnaire.

La figure (7.4.3), montre également le profil de  $N_e(\xi)$ , pour différentes valeurs du ratio de température  $\sigma = T_i/T_e$ . Nous constatons que plus la valeur de  $\sigma$  est grande plus la densité électronique décroît rapidement. Ceci est dû au fait que les électrons du plasma sont freinés par la force de rappel d'inertie des ions ayant une température  $T_i$  nettement inférieure à celle des électrons, comme dans le cas de  $\sigma = 0.1$ . Cette faible vitesse thermique conduit à un retard de mouvement ionique, formant ainsi une double couche électrostatique constituée des électrons accélérés par l'onde plasma et des ions exerçant une force de freinage à cause de leur inertie.

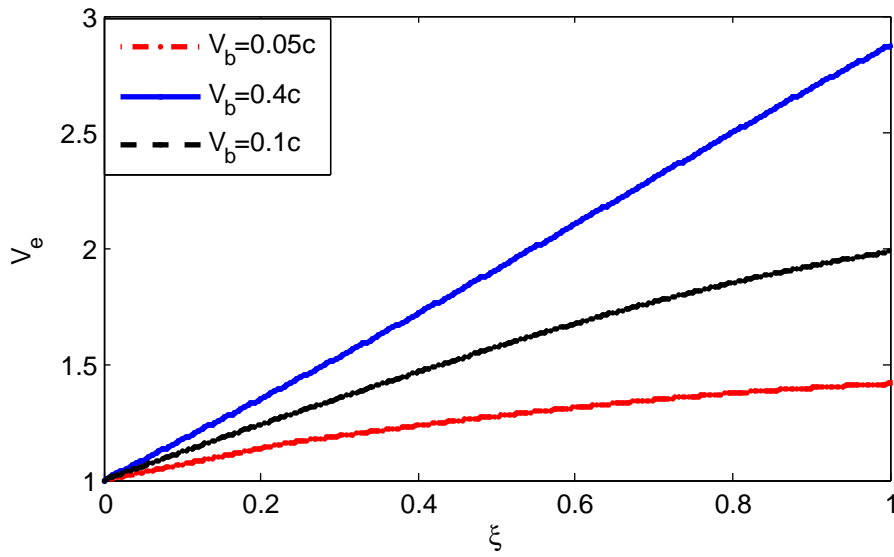


Figure 7.4.2 : Profil de la vitesse électronique en fonction de la variable self-similaire  $\xi$ , pour différentes valeurs de  $v_{ob}$ , avec  $\sigma = 1$

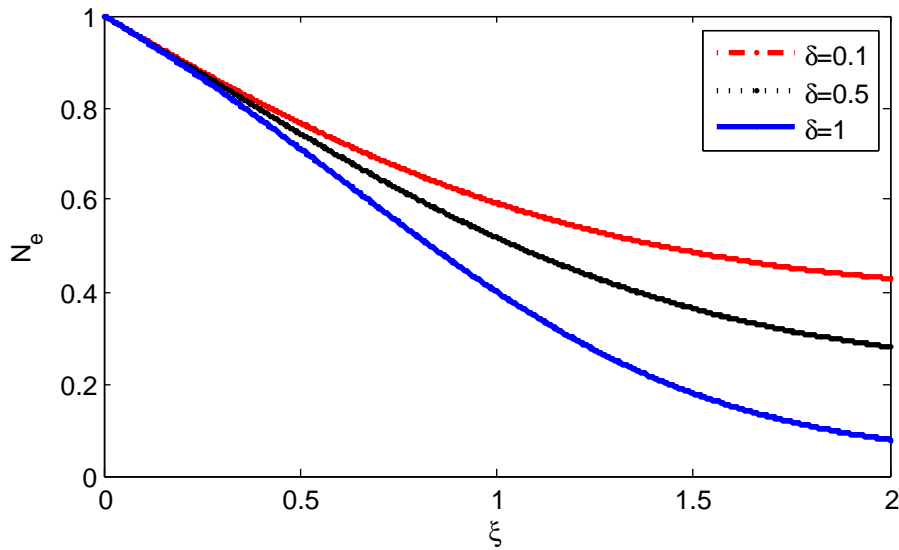


Figure 7.4.3 : Profil de la densité électronique en fonction de la variable self-similaire  $\xi$ , pour différentes valeurs de  $\sigma$ , avec  $v_{ob} = 0.25$

## 7.4.2 Dynamique des ions

Dans la figure (7.4.4), le profil de la densité ionique normalisée est tracée pour différentes valeurs de " $v_{0b}$ " afin de comparer entre le cas relativiste et celui du non-relativiste. Notons que l'expansion se termine à ( $\xi \sim 2$ ) pour ( $\sigma = 0.4$ ) et ( $\xi \sim 3.4$ ) pour ( $\sigma = 1$ ) alors que, la densité est rapportée à disparaître pour ( $\xi \sim 7$ ), dans le cas d'un faisceau non-relativiste. La densité ionique disparaît pour des valeurs réduites de la variable self-similaire lorsque la vitesse du faisceau augmente. Pour le cas non-relativiste, nous retrouvons le résultat commun qui représente une diminution de la densité dû à l'écoulement et au refroidissement de la matière en expansion dans le vide. L'augmentation de la vitesse du faisceau donne les mêmes profils de la densité  $\sigma > \sigma_c$ , où  $\sigma_c = 0.55$  représente la valeur limite pour la-quelle le profil de la densité change d'un comportement concave à un comportement convexe. L'effet du faisceau relativiste se manifeste à travers l'accélération du front ionique. Plus la vitesse du faisceau est grande moins sera la limite de la variable self-similaire. Un tel résultat est prévisible, car les particules du faisceau passent à travers et dépassent le front d'expansion. Par conséquent, le potentiel électrostatique ambipolaire devient de plus en plus intense avec l'augmentation de la vitesse initiale du faisceau, ce qui renforce l'accélération ionique.

Pour un plasma non-thermique, la vitesse ionique est inférieure à celle des électrons, ce qui provoque un retard significatif du mouvement des ions près de la région source. Ce retard maximise la séparation de charge, provoquant ainsi un potentiel électrostatique intense, qui accélère les ions à des vitesses importantes afin de préserver la quasi-neutralité. De plus, l'augmentation de la vitesse du faisceau génère des ondes plasma de large amplitude piégeant et accélérant les électrons du plasma ayant une vitesse proche de la vitesse de phase de l'onde, ce qui cause une importante séparation de charge locale créant un champ électrique self-consistent accélérant les ions. La figure (7.4.4), montre également deux types de configuration correspondant au profil de la densité. La première correspond à un plasma non-thermique  $\sigma = 0.4$  (en noir), qui montre une concavité au lieu d'une convexité, comme dans le cas d'un plasma thermique  $\sigma = 1$  (en bleu). Cela est attribué à une faible déplétion de densité au voisinage de la source due à une vitesse réduite des ions. Tout de suite après, une large séparation de charge se développe, créée par les électrons du plasma qui ont quitté la cible, donnant naissance à un champ électrique ambipolaire accélérant les ions de la région source.

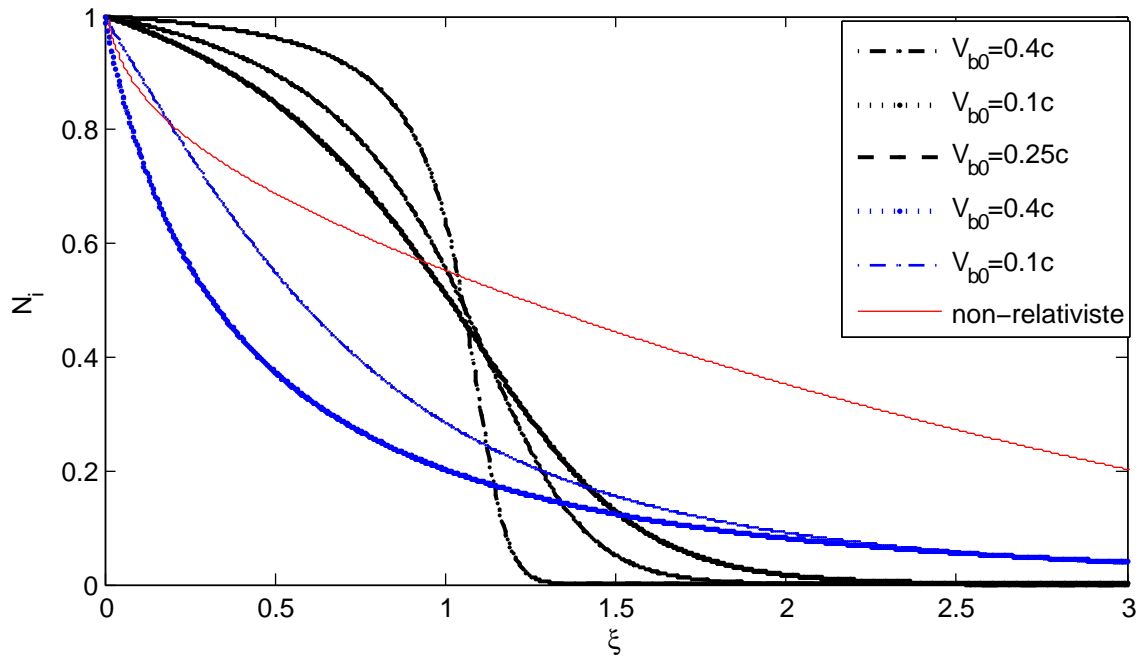


Figure 7.4.4 : Profil de la densité ionique en fonction de la variable self-similaire  $\xi$ , pour différentes valeurs de  $v_{0b}$ , et deux valeurs de  $\sigma$  ( $\sigma = 1$  en bleu, et  $\sigma = 0.4$  en noir) et  $\frac{n_{0b}}{n_{i0}} = 0.01$  et  $V_{e0} = 1.2$

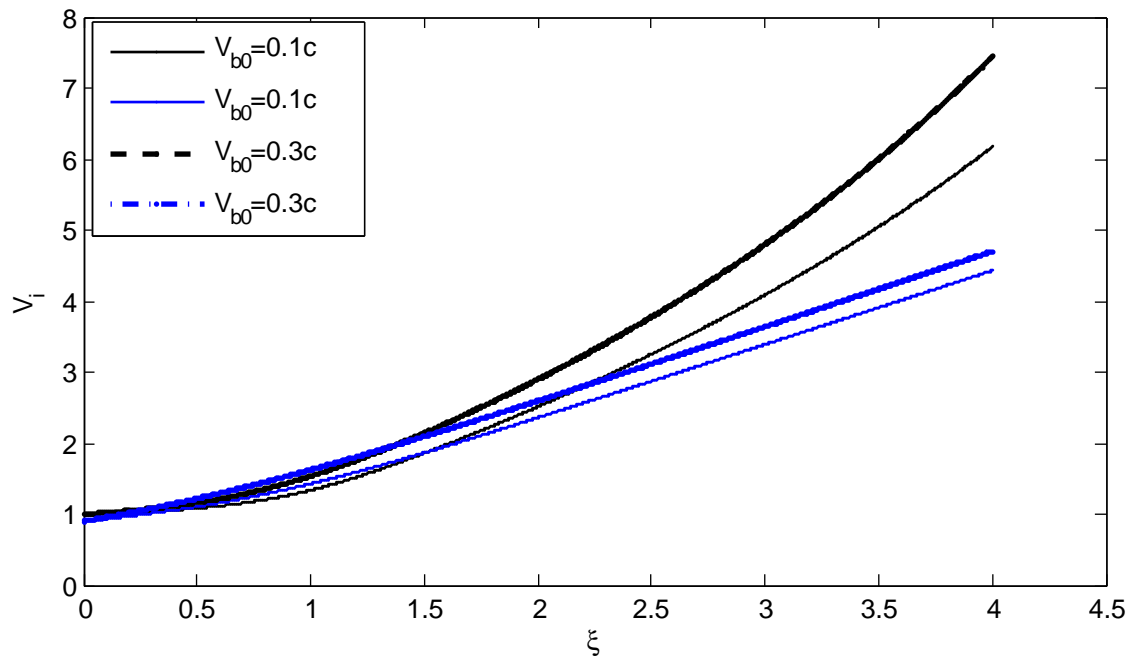


Figure 7.4.5 : Profil de la vitesse ionique en fonction de la variable self-similaire  $\xi$ , pour différentes valeurs de  $v_{0b}$ , et deux valeurs de  $\sigma$  ( $\sigma = 1$  en bleu, et  $\sigma = 0.4$  en noir) et  $\frac{n_{0b}}{n_{i0}} = 0.01$  et  $V_{e0} = 1.2$

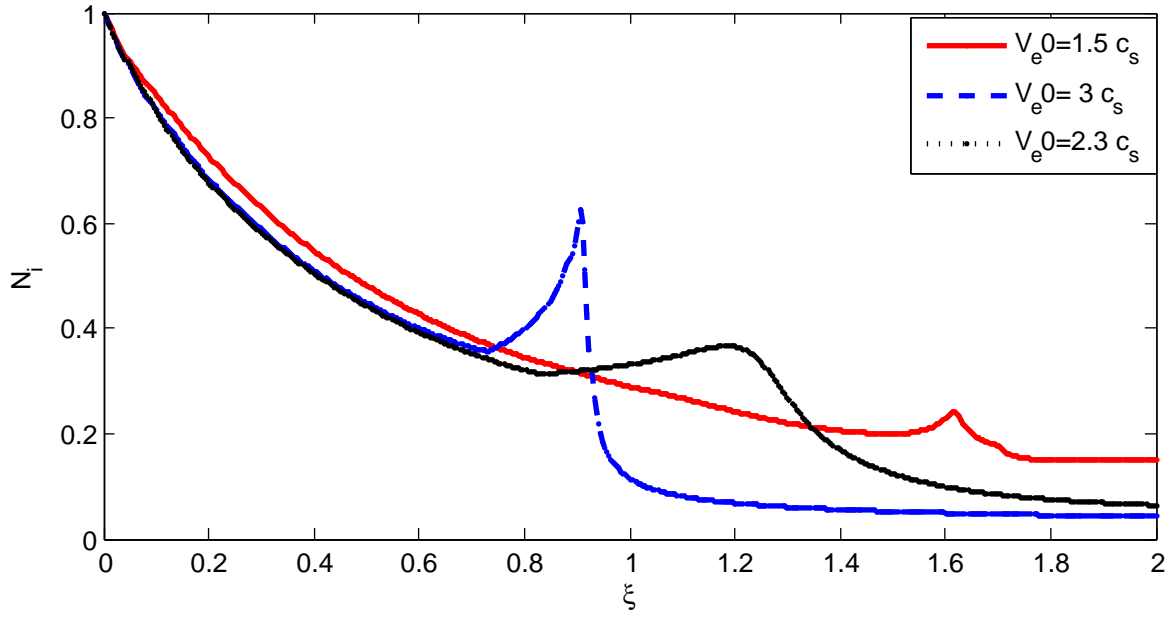


Figure 7.4.6 : Profil de la densité ionique en fonction de la variable self-similaire, pour différentes valeurs de  $V_{e0}$ , avec  $\sigma = 1$ .

Dans la figure (7.4.5), la vitesse normalisée est tracée en fonction de la variable self-similaire. Nous avons presque le même profil caractérisant une expansion self-similaire classique dans le vide, où la vitesse du front d'expansion augmente d'une façon monotone ( $v \rightarrow \infty$  pour  $\xi \rightarrow \infty$ ). Il est clair qu'au delà de ' $\xi > \xi_l$  (valeur limite), ce résultat n'a pas de sens physique, du moment que  $n \rightarrow 0$  pour ( $\xi \sim 2.5$  pour  $\sigma = 0.4$ ). Pour un plasma thermique (non-thermique), l'accélération du front d'expansion est plus importante pour des vitesses initiales du faisceau plus élevées. Notons que, le phénomène d'expansion est le résultat d'une combinaison de deux mécanismes majeurs; le gradient de la pression thermique et le potentiel électrostatique. La contribution du premier mécanisme s'avère dominante au voisinage de la région source où la densité reste encore très élevée. Cet effet est très commun pour l'expansion des gaz neutres, tandis que le second effet est spécifique aux gaz ionisés, où il devient dominant lorsque la séparation de charge locale devient importante, loin de la région source. Les figures (7.4.6- 7.4.8), montrent l'effet d'augmentation de la vitesse initiale des électrons du plasma  $v_{0e}$  pour la fig (7.4.6), ainsi que l'effet de  $v_{0b}$  pour les figures (7.4.7- 7.4.8) sur la densité ionique en fonction de la variable self-similaire. Nous remarquons l'existence d'une excitation qui peut être interprétée comme une perturbation de la densité se déplaçant dans le plasma. Dans les deux cas, la densité subit des oscillations associées à la possibilité de présence d'une large séparation de charge d'espace

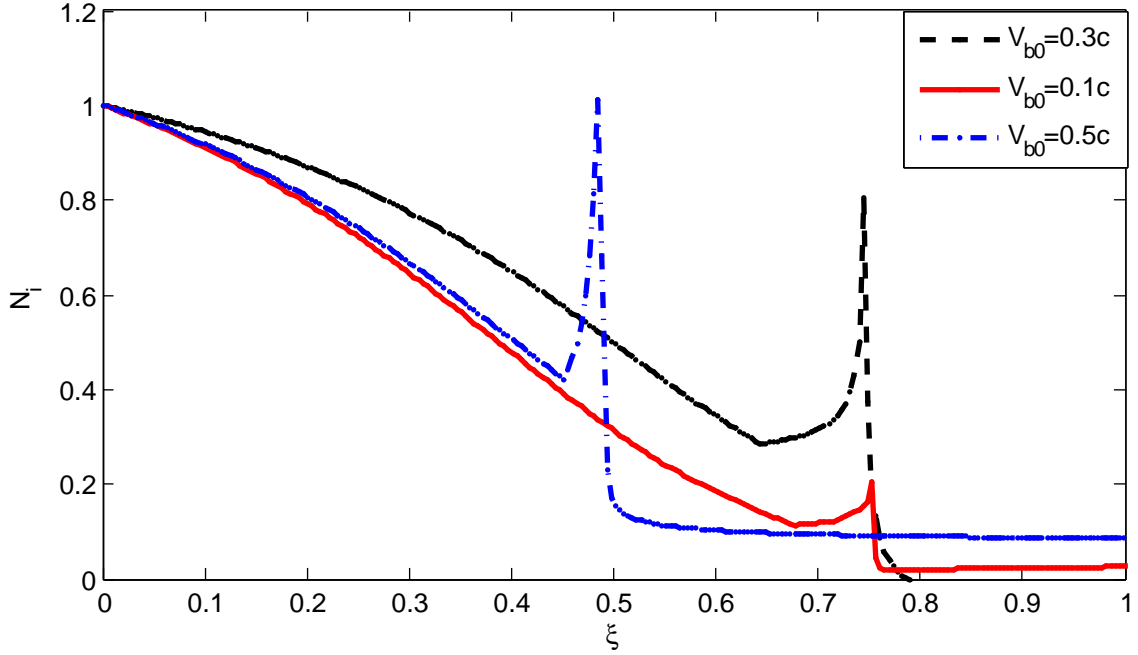


Figure 7.4.7 : Profil de la densité ionique en fonction de la variable self-similaire, pour différentes valeurs de  $V_{b0}$ , avec  $\sigma = 0.4$ .

locale. Ces courbes confirment l'existence du front ionique au-delà duquel les ondes sont excitées. Ce phénomène explique l'accélération de certains groupes d'ions à des vitesses nettement supérieures à la vitesse acoustique. Nous remarquons aussi que l'amplitude des pics d'oscillations est plus importante et d'autant plus proches de la source lorsque la vitesse  $v_{0e}$  (pour la fig (7.4.6)) ou  $v_{0b}$  (pour les figs 7.4.7- 7.4.8) augmentent. Au voisinage des pics, la forte discontinuité est due à l'amplification de la force  $F \sim \frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial \xi}$ . Par conséquent, des impulsions sont délivrées au fluide qui se propagent correspondant à un changement brusque de la densité[24]. Il en résulte de cette concentration ionique au voisinage des pics, un champ électrique self-consistent qui piège ces particules puis les accélère. Cette situation indique la limite de l'approximation quasi-neutre et par conséquent, l'invalidité de l'approche self-similaire.

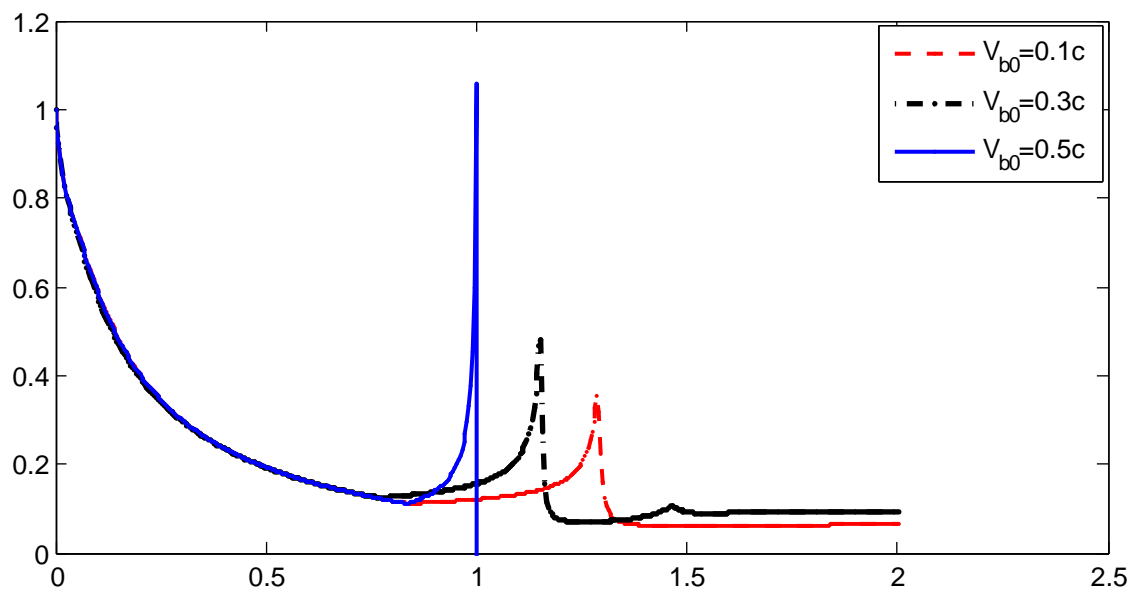


Figure 7.4.8 : Profil de la densité ionique en fonction de la variable self-similaire, pour différentes valeurs de  $V_{b0}$ , avec  $\sigma = 1$ .

## 8

# Conclusion générale

Durant la dernière décennie, des expériences [141] ont validé la possibilité d'utiliser des lasers super-intenses dans l'intention de générer des faisceaux d'ions dotés d'énergie utile pour la proton-thérapie, la radiographie, et pour l'étude des phénomènes de la physique nucléaire à des échelles temporelles extrêmement courtes. La compréhension du processus de génération et d'accélération de ces faisceaux, représente un grand intérêt pour les scientifiques de la physique des plasmas. A présent, notre principal but est d'étudier le mécanisme d'accélération des ions d'un plasma, produit par interaction laser-matière, en état d'expansion. Dans ce travail nous avons essayé de fournir une compréhension de certains mécanismes d'accélération de particules pour différentes situations physiques, pouvant se présenter durant une expansion d'un plasma produit par interaction laser-cible. Bien que plus de quarante ans se sont écoulés depuis les premières publications [142], [143], sur la théorie de l'expansion d'un plasma dans le vide, la physique de ce processus est encore l'objet de recherches poussées. Cela est principalement dû à la nécessité, non seulement pour la compréhension du phénomène d'accélération de particules au cours de l'interaction laser-solide, mais aussi à la description de manière quantitative des caractéristiques des particules accélérées. L'accélération ionique est le problème clé pour une large gamme de phénomènes de la physique appliquée, tels qu'en sciences des matériaux, en physique nucléaire (thermonucléaire) ainsi qu'en médecine. Le processus d'accélération ionique durant l'expansion d'un plasma a été décrit théorique à travers les travaux de Gurevich [144], [145] [150]. Cependant, des expériences récentes [146], [147] ont révélé que les ions peuvent atteindre des énergies au-dessus du niveau théoriquement prévu. En effet, la majorité des travaux sur l'expansion des plasmas dans le vide se basent sur le modèle isotherme semi-infini [148], [149], ce qui implique la présence d'une source régulière de particules. Pour

les intensités laser actuellement disponibles, l'accélération ionique est encore insignifiante durant l'interaction d'un laser relativiste avec le plasma car les ions sont au moins, dans le cas des protons, 1836 fois plus inertes que les électrons et ne peuvent être accélérés directement par le biais du champ laser à des grandes vitesses. Par conséquent, il est nécessaire de chercher un mécanisme de transfert d'énergie des électrons aux ions, afin de les accélérer à travers le champ électrique. Le mécanisme d'accélération le plus étudié est connu sous le nom "TNSA". Ce phénomène de génération et d'accélération des ions par le biais de l'interaction laser-cible a été étudié, tant théoriquement que numériquement. Nous avons développé un code numérique employant la méthode des différences finies pour étudier l'expansion et l'accélération des particules à l'aide du modèle fluide. Pour cela, l'expansion a été étudiée en présence de grains de poussière hautement chargés. Le plasma est modélisé par des équations fluides décrivant la dynamique de cette expansion. Dans ce modèle, le terme de la pression thermique est inclus dans l'équation de mouvement pour un cas isotherme. La présence des particules de poussière de charge constante et uniformément réparties sont considérées dans l'équation de Poisson. La solution numérique est basée sur l'algorithme hybride Lax Friedrichs-Lax Wendroff, avec une viscosité artificielle, où les impuretés sont confinées dans un volume initial fini. Les résultats ont révélé que les ions sont accélérés quelque soit la charge des impuretés et que la pression thermique fournit une énergie supplémentaire aux ions, entraînant une accélération des particules, ce qui réduit la séparation de charge et ainsi l'amplitude des structures en pic. Ensuite, nous avons étudié l'expansion d'un plasma de base, en utilisant un modèle hydrodynamique décrivant les espèces relativistes où une solution self-similaire est obtenue lorsque la quasi-neutralité est supposée. On a constaté que les profils de densité montrent un comportement différent selon les vitesses initiales ioniques (électroniques). Dans le régime faiblement relativiste la limite de la quasi-neutralité est atteinte, au premier stade de l'expansion, résultant de la forte séparation de charge représentée par l'apparition des structures en pic. Au delà de cette limite, l'approche self-similaire devient invalide et le modèle doit inclure l'équation de Poisson.

Nous avons étudié également, la dynamique d'une expansion d'un plasma produit par laser à travers un champ magnétique externe en utilisant le modèle fluide relativiste. Notre étude numérique est basée sur les conditions initiales obtenues à partir des considérations physiques. Nous avons noté un changement important dans les profils des grandeurs macroscopiques du plasma. Ce changement de comportement des paramètres (densité, vitesse, température ...) dépend non seulement du paramètre  $\beta$ , mais aussi sur l'état initial de

l'aimantation (magnétisation) des espèces chargées présentes dans le plasma. D'une façon générale, nous avons noté que l'action d'un champ magnétique sur le plasma a pour effet de diminuer la détente du plasma. On peut donc espérer d'une part accroître l'absorption de l'énergie laser et d'autre part, en confinant le plasma dans une géométrie magnétique, maintenir la température des particules à la valeur atteinte au cours du chauffage. Le plasma en se détendant déforme les lignes de champ, et crée une cavité, dont les dimensions quand l'expansion est décélérée, sont telles que la pression du plasma, sera comparable à la pression magnétique.

Et enfin, L'effet de propagation d'un faisceau électronique relativiste à travers un plasma sur la dynamique de l'expansion et de l'accélération ionique est étudié. Notre investigation numérique emploie l'approche self-similaire, invoquant l'hypothèse de quasi-neutralité, tout en focalisant notre étude sur l'effet de la vitesse initiale du faisceau relativiste, qui peut prendre des valeurs importantes, en raison de l'évolution rapide des technologies des accélérateurs de particules[11]. Nous avons trouvé que les ions subissent une accélération qui se traduit en apparitions des structures en pic de densité associées à la limite de l'approximation de quasi-neutralité du système, où l'approche self-similaire demeure invalide.

# Bibliographie

- [1] J. Faure et al, *Nature* **1**, 61 (2004).
- [2] J. Faure et al, *Nature* **444**, 737 (2006).
- [3] S. A. Gaillard, *Phys. Plasmas* **18**, 056710 (2011).
- [4] R. A. Snavely, *Phys. Rev. Lett* **85**, 2945 (2000).
- [5] V. Yu. Bychenkov et A. V. Brantov, *Eur. Phys. J. Special Topics* **224**, 1 (2015).
- [6] V. I. Veksler, *Proc. CERN symp. of high energy accelerators and ion Physics* **1**, 80 (1956).
- [7] F. Mako et T. Tajima, *Phys. fluids* **27**, 1815 (1984).
- [8] J. E. Crow, P. L. Auer et J. E. Allen, *J. Plasma Phys* **14**, 65 (1975).
- [9] H. Daido, M. Nishiiuchi et A. S. Pirozhkov, *Rep. Prog. Phys* **75**, 056401 (2012).
- [10] A. P. Fews et al, *Phys. Rev. Lett* **73**, 1801 (1994).
- [11] M. Borghesi et al, *Fusion Science and Technologie* **49**, 412 (2006).
- [12] K. Krushelnick et al, *Phys. Rev. Lett* **83**, 737 (1999).
- [13] M. Zepf et al, *Phys. Rev. Lett* **90**, 064801 (2003).
- [14] L. Willingale et al, *Phys. Rev. Lett* **96**, 245002 (2006).
- [15] T. Esirkepov et al, *Phys. Rev. Lett* **92**, 175003 (2004).
- [16] A. P. L. Robinson et al, *New. Jour. Phys* **10**, 013021 (2008).

- 
- [17] T. Grismayer, *Etude théorique et numérique de l'expansion d'un plasma créé par laser: accélération d'ions à haute énergie* (Thèse de doctorat, École Polytechnique, 2010).
- [18] G. Doumy, *Interaction laser matière à haut flux et fort contraste temporel* (Thèse de doctorat, École Polytechnique, 2006).
- [19] F. F. Chen, *Introduction to plasma physics* (Plenum Press, New York, 1974).
- [20] H. Alfven, *Arkiv. Mat. Astron. Fysik* **B29**, 2 (1943).
- [21] J. Bredin, *Développement de diagnostique électrostatiques pour le filtrage magnétique et la formation du plasma ion-ion dans le propulseur PEGASES* (Thèse de doctorat, École Polytechnique, 2013).
- [22] M. Cirisan, *Dynamique d'expansion de la plume du plasma formée lors d'un impact laser Nd: YAG nanoseconde sur une surface métallique en milieu atmosphérique: Caractérisation expérimentale et simulation numérique* (Thèse de doctorat, Université de Bourgogne, 2010).
- [23] T. Boyd et J. Sanderson, *The physics of plasmas* (Cambridge University Press, 2003).
- [24] M. Djebli, *Expansion des plasmas poussiéreux en géométrie sphérique* (Thèse de doctorat, USTHB, 2004).
- [25] F. Sylla, *Ion acceleration from laser-plasma interaction in under-dense to near-critical regime: Wakefield effects and associated plasma structures* (Thèse de doctorat, École Polytechnique, 2011).
- [26] J.D. Parisse, W. Marine et M. Sentis, *J. Phys. IV* **9**, 149 (1999).
- [27] Y. Glinec, *Propagation d'une impulsion laser ultra-intense dans un plasma sous-dense: Génération de faisceaux d'électrons quasi-monoénergétiques et développement d'applications* (Thèse de doctorat, École Polytechnique, 2006).
- [28] A. Tafo, *Faisceau de protons générés par interaction d'un laser ultra-court avec une cible solide* (Thèse de doctorat, École Polytechnique, 2007).
- [29] L. V. Keldysh, *Sov. J. of experimental and Theoretical. Phys* **20**, 1307 (1965).

- 
- [30] E. Constant, *Champs lasers intenses ultra-courts: Application à la mesure et création d'impulsion attosecondes et à l'imagerie de paquet d'ondes moléculaires par explosion coulombienne* (Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke, 1997).
- [31] E. Martinolli, *Transport d'électrons relativistes dans une cible solide: Etude du chauffage dans le cadre de l'allumage rapide* (Thèse de doctorat, École Polytechnique, 2010).
- [32] J. D. Anderson, Jr, *Computational Fluid Dynamics- The basics with application* (McGraw-Hill International Editions, Mechanical Engineering series, 1995).
- [33] R. Leveque, *Numerical Methods for Conservation Laws* (Birkhauser, 1992).
- [34] C. Hirsch, *Numerical Computation of Internal and External Flows- Vol. 1: Fundamentals of Numerical Discretization* (Wiley, 1989).
- [35] K. Friedrichs et P. Lax, *Proc. Nat. Acad. Sci* **68**, 1686 (1971).
- [36] K. Friedrichs et P. Lax, *Comm. Pure Appl. Math* **13**, 217 (1960).
- [37] P. Bures et R. Liska, in *Proceedings of ALGORITMY, Conference on Scientific Computing(2005)*,pp .83-92.
- [38] H. C. S. Hsuan et K. E. Lonngren, *Jou. Engi. Math* **8**, 4 (1974).
- [39] H. Bachi, Dj. Doumaz et M. Djebli, *Rev. Algérienne. Phys* **01**, 04 (2010).
- [40] W. F. Ames, *Academic Press, New York* Vol. I(1965).
- [41] M. Widner, I. Alexeff et W. D. Jones *Phys. Fluids* **14**, 795 (1971).
- [42] J. Denavit *J. Phys. Fluids* **22**, 1384 (1979).
- [43] E. L. Clark et al, *Phys. Rev. Lett* **81**, 670 (2000).
- [44] J. Fuchs, *Nature. Phys* **2**, 48 (2006).
- [45] S. C. Wilks et al, *Phys. Plasmas* **8**, 542 (2001).
- [46] A. Modena et al, *Nature* **337**, 606 (1995).

- 
- [47] V. Malka et al, *Science* **298**, 1596 (2002).
- [48] A. V. Gurevich, L. V. Pariiskaya, L. P. Pitaevskii, *Sov. Phys. JETP* **22**, 449 (1966).
- [49] J. E. Allen et J. G. Andrews , *J. Plasma Phys* **01**, 187 (1970).
- [50] N. Singh et R. W. Schunk, *J. Geophys. Res* //, 9154(1982).
- [51] A. V. Gurevich, L. V. Pariiskaya, L. P. Pitaevskii, *Sov. Phys. JETP* **27**, 476 (1968).
- [52] A. V. Gurevich, L. V. Pariiskaya, L. P. Pitaevskii, *Sov. Phys. JETP* **36**, 274 (1973).
- [53] U. Samir, K. H. Wright et N. H. Stone, *Rev. Geophys Space Phys.* **21**, 1631 (1983).
- [54] Ch. Sack et H. Schamel, *Phys. Rep* **156**, 311 (1987).
- [55] H. Schamel, *Phys. Rep* **392**, 279 (2004).
- [56] P. Mora, *Phys. Rev. Lett* **90**, 185002 (2003).
- [57] T. Grismayer et P. Mora, *Phys. plasmas* **13**, 0321103 (2006).
- [58] J. E. Allen et M. Perego, *Phys. Plasmas* **21**, 034504 (2014).
- [59] P. Mora, *Phys. Rev. E* **72**, 056401 (2005).
- [60] A. R. Bell, J. R. Davies, S. Guerin et H. Ruhl, *Plasma phys. Controlled Fusion* **39**, 653 (1997).
- [61] J. E. Allen et J. G. Andrews, *J. Plasma Phys* **4**, 187 (1970).
- [62] M. Widner, I. Alexeff et W. D. Jones, *Phys. Lett. A* **32**, 177 (1970).
- [63] B. Bezzerides, D. W. Forslund et E. Lindman, *Phys. Fluids* **21**, 2179 (1978).
- [64] T. Keifer, T. Schlegel et M. C. Kaluza, *Phys. Rev. E* **87**, 043110 (2013).
- [65] D. B-Doumaz, D. Bara, E. Benkhelifa et M. Djebli, *J. Appl. Phys* **117**, 043303 (2015).

- 
- [66] B. M. Smirnov, *Phys. Usp* **43**, 453 (2000).
- [67] T. Gorkhover et al, *Phys. Rev. Lett* **108**, 245005 (2012).
- [68] M. I. Katsnelson, F. Guinea et A. K. Geim, *Phys. Rev. B* **79**, 195426 (2009).
- [69] P. Bowlan et al, *Phys. Rev. B* **85**, 165206 (2012).
- [70] V. V. Yaroshenko, *New J. Phys* **8**, 203 (2006).
- [71] B. M. Smirnov, *Clusters Processes in Gases and Plasmas* (Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 2010).
- [72] D. Scuderi, O. Albert, D. Moreau, P.P. Pronko, J. Etchepare, *Appl. Phys. Lett* **86**, 071502 (2005)
- [73] B. Holian, D. Grady, *Phys. Rev. Lett* **60**, 1355 (1988)
- [74] S. Noël, J. Hermann, T. Itina, *Appl. Surf. Sci* **253**, 6310 (2007)
- [75] L.V. Zhigilei, *Appl. Phys. A Mater. Sci. Process* **76**, 339 (2003)
- [76] S. Amoruso, R. Bruzzese, N. Spinelli et R. Velotta, *J. Phys. B* **31**, R131 (1999).
- [77] J. N. Leboeuf et al, *Appl. Surf. Sci* **98**, 1423 (1996).
- [78] B. Wu et Y. C. Shin, *Phys. Lett. A* **371**, 128 (2007).
- [79] B. Kechouri et M. Djebli, *Phys. Plasmas* **13**, 112106 (2006).
- [80] L. M. Wicken, J. E. Allen et P. T. Rumsby , *Phys. Rev. Lett* **41**, 243 (1978).
- [81] N. M. Bulgakova, A. V. Bulgakova et O. F. Bobrenok, *Phys. Rev. E* **62**, 5624 (2000).
- [82] M. Djebli, S. Bahamida et R. Annou, *Phys. Plasmas* **9**, 4107 (2002).
- [83] W. G. Mathews, *Astrophys. J.* **783**, 42 (2014).
- [84] E. -A. Benkhelifa et M. Djebli, *Phys. Plasmas* **21**, 074505 (2014).
- [85] F. Sylla, A. Flacco, S. Kahaly, M. Velcheva, A. Lifschitz et V. Malka, *Phys. Rev. Lett* **100**, 085001 (2013).

- 
- [86] M. Kaluza et al, *Phys. Rev. Lett* **93**, 045003 (2004).
- [87] M. C. Kaluza, *Characterisation of Laser-Accelerated Proton Beams* (Thèse de doctorat, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, 2004).
- [88] M. Passoni et M. Lontano, *Laser Part. Beams* **22**, 163 (2004).
- [89] J. Badziak et al, *Nucl. Instr. Methode In Physics Res. A* **498**, 503 (2003).
- [90] S. P. Hatchett et al, *Phys. Plasmas* **7**, 2076 (2000).
- [91] Y. Huang et al, *Phys. Plasmas* **20**, 113108 (2013).
- [92] N. C. Lee, *Phys. plasmas* **15**, 022307 (2008).
- [93] B. Kalita et R. Das, *Phys. Plasmas* **14**, 072108 (2007).
- [94] N. C. Lee et Choi, *Phys. Plasmas* **14**, 022307 (2007).
- [95] H. C. S. Hsuan et K. E. Lonngren, *Jou. Engi. Math* **8**, 4 (1974).
- [96] M. Passoni et M. Lontano, *Phys. Rev. Lett* **101**, 115001 (2008).
- [97] W. F. Ames, *Academic Press, New York* Vol. I(1965).
- [98] P. Vitello and M. Salvati, *Phys. Fluids* **19**, 1523 (1976).
- [99] J. A. Stamper, E. A. Mclean et B. H. Ripin, *Phys. Rev. Lett* **40**, 1177 (1978).
- [100] G. Sarri et al, *Phys. Rev. Lett* **109**, 205002 (2012) .
- [101] R. D. Petrasso et al, *Phys. Rev. Lett* **103**, 085001 (2009).
- [102] U. Wagner et al, *Phys. Rev. E* **70**, 026401 (2004).
- [103] S. Miyazaki, et al, *Phys. Rev. E* **71**, 056403 (2005).
- [104] D. A. Diver, E. W. Laing, *Phys. Scr* **90**, 025602 (2015) .
- [105] H. Honda et Y. S. Honda, *Astrophys. J.* **569**, L39 (2002).
- [106] M. S. Raju et al, *App. Phys.* **116**, 153301 (2014).
- [107] H. Chen, G. Fiksel, D. Barnak, P. Y. Chang, R. F. Heeter, A. Link et D. D. Meyerhofer, *Phys. plasmas* **21**, 040703 (2014).

- 
- [108] C. Plechaty, R. Presura, A. A. Esaulov, *Phys. Rev. Lett* **111**, 185002 (2013).
- [109] R. Presura, V. V. Ivanov, Y. Sentoku, A. Esaulov, V. I. Sotnikov, S. Neff, C. Plechaty, S. Wright, P. J. Laca, A. Haboub, A. Morozov. M. Bakeman, S. Gaillard, P. Leblanc, R. Royle, J. Andersen, and T. E. Cowan, Pulsed Power Conference, 2007 16th IEEE International 2, 1284 (2007) (DOI:10.1109/PPPS.2007.4652422).
- [110] S. S. Harilal, M. S. Tillack, B. O'Shay, C. V. Bindhu et F. Najmabadi, *Phys. Rev. E* **69**, 026413 (2004).
- [111] N. C. Lee, *Phys. plasmas* **15**, 022307 (2008).
- [112] S. Hyun and C. F. Kennel, *J. Plasma. Phys* **20**, 281 (1978).
- [113] J. Bruneteau et al, *J. Phys. Colloques* **32**, C5 (1971).
- [114] M. Lyutikov et D. Uzdensky, *The Astrophys. J* **589**, 893 (2003).
- [115] M. Lyutikov et S. Hadden, *Phys. Rev. E* **85**, 026401 (2012).
- [116] K. Sapountzis et N. Vlahakis, *Phys. plasmas* **21**, 072124 (2014).
- [117] M. E. Dieckmann et al, *Astro-ph.HE*, 023007 (2012).
- [118] C. Thaury, P. Mora, A. Héron, et J. C. Adam, *Phys. Rev. E* **82**, 026408 (2010).
- [119] C. Thaury, P. Mora, A. Héron, et J. C. Adam, *Phys. Rev. E* **82**, 016408 (2010).
- [120] W. C. Mathews, *Astrophys. J* **165**, 174 (1971).
- [121] Z. Najmudin et al, *Phys. Rev. Lett* **87**, 215004 (2001).
- [122] M. Djebli, W. Moslem, *Phys. Plasmas* **20**, 072702 (2013) .
- [123] A. A. Mamun, *Phys. Lett. A* **372**, 1490 (2008) .
- [124] J. L. Synge, *The relativistic gas* (Amsterdam: North-Holland, 1957).
- [125] H. B. Nersisyan et C. Deutsch, *Phys. Lett. A* **246**, 325 (1998).
- [126] P. C. de Jagher, F. W. Sluijter et H. J. Hopman, *Phys. Rep* **167**, 177 (1988).
- [127] N. I. Karbusher et E. V. Rostomyan, *Phys. Lett. A* **372**, 4484 (2008).

- 
- [128] D. Bohm et E. P. Gross, *Phys. Rev* **47**, 1851 (1949).
- [129] P. E. Serafilm, *Tech. Rep*, 423 (1964).
- [130] I. Langmuir, *Phys. Rev* **26**, 585 (1925).
- [131] R. Bingham, J. T. Mendoca, et P. K. Shukla , *Plasma Phys. Control. Fusion* **46**, R1 (2004).
- [132] N. Kumar et A. Pukhov, *Phys. Plasma* **15**, 053103 (2008).
- [133] C. Kapetanacos et D. A. Hammer, *Appl. Phys. Lett* **23**, 17 (1973).
- [134] C. O'Connell et al, *Phys. Rev. ST. Accel. Beam* **5**, 011301 (2002).
- [135] M. Galvez et G. Gisler, *J. Appl. Phys* **69**, 129 (1991).
- [136] M. Tabak et al, *Phys. Plasmas* **1**, 1626 (1994).
- [137] F. N. Beg et al, *Phys. Plasmas* **4**, 447 (1997).
- [138] M. G. Haines, M. S. Wei, F. N. Beg et R. B. Stephens, *Phys. Rev. Lett* **102**, 045008 (2009).
- [139] N. V. Najafabadi, *Phys. Rev. Lett* **122**, 025001 (2014).
- [140] C. S. Liu et V. K. Tripathi, *Interaction of Electromagnetic Waves with Electron Beams and Plasma*. (Singapor: World Scientific, 1994).
- [141] T. C. Liu, et al, *New. J. Phys* **17**, 023018 (2015).
- [142] A.V. Gurevich, L. V. Pariiskaya, et L. P. Pitaevskii, *Zh. Eksp. Teor. Fiz* **49**, 647(1965) [Sov. Phys. JETP **22**, 449 (1966 )].
- [143] A.V. Gurevich, et L. P. Pitaevskii, *Zh. Eksp. Teor. Fiz* **56**, 1777(1969) [Sov. Phys. JETP **29**, 954 (1969 )].
- [144] S. J. Gitmoer et al., *Phys. Fluids* **29**, 2679 (1986).
- [145] H. Haseroth et al., *Laser Part. Beams* **14**, 393 (1996).
- [146] J. Zweiback, et al., *Phys. Rev. Lett* **84**, 2634 (2000).
- [147] E. Springate, et al., *Phys. Rev. A* **61**, 063201 (2000).

- [148] L. M. Wickens, J. E. Allen, and P. T. Rumsby, *Phys. Rev. Lett* **41**, 243 (1978).
- [149] A.V. Gurevich, et A. P. Meshcherkin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz* **80**, 1810(1981)  
[Sov. Phys. JETP **53**, 937 (1981 )].
- [150] D. Doumaz, D. Bara, E. -A. Benkhelifa et M. Djebli, *J. Appl. Phys* **117**, 043303 (2015).
- [151] S. P. Hatchett et al., *Phys. Plasmas* **7**, 2076 (2000).
- [152] T. Gorkhover et al, *Phys. Rev. Lett* **108**, 245005 (2012).
- [153] B. Wu et Y. C. Shin, *Phys. Lett. A* **371**, 128 (2007).
- [154] M. Djebli, et E. Benkhelifa, *Phys. Plasmas* **22**, 052103 (2015).
- [155] R. Arad, K. Tsigutkin et Y. Maron, *Phys. Plasmas* **11**, 4515 (2004).
- [156] E. -A. Benkhelifa et M. Djebli, *Phys. Lett. A* **380**, 1294 (2016).
- [157] R. Doron et al, *Phys. Plasmas* **11** 2411 (2004).
- [158] N. V. Najafabadi, *Phys. Rev. Lett* **122**, 025001 (2014).
- [159] E. Benkhelifa, et M. Djebli, *Laser Part. Beams* **15**, 0263 (2015).

# A

## Annexe

### A.1 Théorie d'interaction faisceau-plasma

#### A.1.1 Rappel: Cas de faisceau non-relativiste

##### Instabilité à deux faisceaux

Quand un plasma n'est pas constitué d'électrons et des ions maxwelliens, certains modes normaux peuvent devenir instable. Dans la théorie fluide, des modes normaux apparaissent lorsque les vitesses d'ordre zéro des électrons et celles des ions sont différentes, ou lorsque une espèce de plasma est constituée de deux composantes ou plusieurs avec des vitesses d'ordre zéro différentes, de tels instabilités sont appelés des instabilités de faisceaux.

Supposons maintenant un plasma en équilibre thermique (maxwellien) en interaction avec un faisceau d'électrons non-relativistes. Ce dernier donne naissance à des ondes plasma caractérisées par un potentiel d'onde décrit par:

$$\Phi = Ae^{-i(\omega t - kx)}$$

avec une la vitesse initiale du faisceau  $v_{0b}$  selon l'axe  $X$ . Suite à cette interaction, le mode "ω" de ce système (faisceau-plasma), s'écrit sous la forme:

$$\omega = \omega_p + \delta = kv_{0b} + \delta$$

avec,  $\delta = \left(\frac{\omega_{pb}^2 \omega_p^2}{2}\right)^{1/3} \left[-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ , où  $\omega_{pb}^2 = \frac{n_b e^2}{m \epsilon_0}$ , et  $\omega_p^2 = \frac{n_0 e^2}{m \epsilon_0}$ . Donc on écrit:

$$\delta = \delta_r + i\Gamma$$

où,  $\delta_r$  représente la partie réelle de  $\delta$ , qui est donnée par:

$$\delta_r = -\Gamma/\sqrt{3}$$

Avec,  $\Gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{\omega_{pb}^2 \omega_p}{2} \right)^{1/3}$ , dans ce cas la partie réelle du mode "  $\omega$  " s'écrit sous la forme:

$$\omega_r = kv_{0b} + \delta_r$$

Ou encore:

$$\frac{\omega_r}{k} = (v_{0b} + \frac{\Gamma}{\sqrt{3}}) < v_{0b}$$

On tire de cette expression que la vitesse de phase de l'onde est inférieure à celle du faisceau traversant le plasma. Pour cela, une onde grandissante (dotée d'une amplitude qui augmente avec le temps) possède une vitesse de phase inférieure devant la vitesse du faisceau qui lui a donné naissance. En fait, le potentiel d'une telle onde s'écrit sous la forme:

$$\Phi = Ae^{\Gamma t} e^{-i(\omega_r t - kx)}$$

Le terme  $Ae^{\Gamma t}$ , représente le taux d'agrandissement de l'onde plasma en fonction du temps. Cependant, quand un plasma génère des ondes d'amplitude variables, le faisceau d'électron transfère une partie de son énergie au ondes, jusqu'à ce que le potentiel de l'onde plasma devient du même ordre que l'énergie cinétique des particules du faisceau, où ces derniers seront piégés dans le potentiel de l'onde et ne pourront plus transférer de l'énergie à l'onde plasma. Pour comprendre ce mécanisme de piégeage, nous procédons comme suit:

Écrivons l'équation de mouvement pour une seule particule:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = e \nabla \Phi$$

Pour une configuration plane, on écrit:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = eikAe^{-i(\omega t - kx)}$$

Tout d'abord nous supposons que l'amplitude de l'onde est constante. Nous réécrivons la partie réelle de l'équation du mouvement, qui prend la forme:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = ekA \sin(\omega t - kx)$$

Posons maintenant ce changement de variable  $x' = x + \frac{\omega}{k}t$ . L'équation du mouvement se réécrit dans le référentiel de la particule comme suit:

$$m \frac{d^2 x'}{dt^2} = -ekA \sin(kx')$$

En multipliant cette dernière équation par le terme  $\frac{dx'}{dt}$ , et en intégrant, nous trouvons:

$$\frac{m}{2} \left( \frac{dx'}{dt} \right)^2 = eA \cos(kx') + C_1$$

Notons que, le terme à gauche de l'égalité représente l'énergie cinétique de l'électron dans le référentiel de la particule, et terme de droite représente le potentiel de l'onde. Dans le référentiel lié à la particule, la vitesse du faisceau est :  $v_{0b} - \frac{\omega}{k} = v'_x$ , et l'énergie cinétique de la particule du faisceau s'écrit:  $\frac{1}{2}m(v_{0b} - \frac{\omega}{k})^2$ . La particule du faisceau sera piégée dans le potentiel d'énergie minimale de l'onde, si:

$$\frac{1}{2}m(v_{0b} - \frac{\omega}{k})^2 \cong 2eA$$

Sachant que:  $\omega = kv_{0b} - \frac{\Gamma}{\sqrt{3}}$ , nous trouvons facilement que:  $\frac{eA}{\frac{1}{2}mv_{0b}^2} = \frac{\Gamma}{\omega_p \sqrt{3}} = \left( \frac{n_{0b}}{2n_0} \right) \frac{1}{\sqrt{3}}$  Les faisceaux d'électrons sont utilisés pour générer des ondes de larges amplitudes afin d'accélérer les particules. Dans ce cas l'équation de mouvement s'écrit:

$$\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{P} = -e\vec{E} \quad (1.1)$$

Avec,  $\vec{P} = m_b \gamma_b \vec{v}_b$  et  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_b^2}{c^2}}}$ . Initialement, à l'équilibre on a  $n_b = n_{b0}$  et  $v_b = v_{b0}$ , puis on perturbe ces quantités par les ondes plasma, où cette perturbation est réduite à travers la méthode des perturbations réductives sous la forme suivantes:

$$\begin{aligned} n_b &= n_{0b} + n_{1b} \\ \vec{v}_b &= \vec{v}_{0b} + \vec{v}_{1b} \end{aligned}$$

En remplaçant ces nouvelles quantités perturbées dans l'équation de moment (6.1) et l'équation de continuité. Avec  $\gamma v_b = (\gamma_0 v_{0b} + \gamma_0^3 v_{1b})$ , l'équation de moment devient:

$$m \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\gamma_0^3 v_{1b}) + v_{0b} \frac{\partial}{\partial x} (\gamma_0^3 v_{1b}) \right] = eik\Phi \quad (1.2)$$

Posant,  $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$  et  $\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow ik$  on obtient:

$$v_{1b} = \frac{-ek\Phi}{m(\omega - kv_{0b})\gamma_0^3} \quad (1.3)$$

Notons que, si le faisceau est non-relativiste le terme  $\gamma_0^3$  doit disparaître de cette dernière expression. En résolvant l'équation de continuité:

$$\frac{\partial n_{1b}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_{0b} \vec{v} + n_{1b} \vec{v}_{0b}) = 0 \quad (1.4)$$

on trouve:

$$n_{1b} = \frac{-n_{0b}ek^2\Phi}{m\gamma_0^3(\omega - kv_{0b})^2} \quad (1.5)$$

La réponse des électrons du plasma est donnée par:

$$n_1 = -n_0 \frac{ek^2\Phi}{m\omega^2} \quad (1.6)$$

En suivant le même raisonnement pour le cas non-relativiste, on obtient un taux d'agrandissement qui s'écrit sous la forme suivante:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{n_{0b}}{2n_0}\right)^{1/3} \frac{\omega_p}{\gamma_0} \quad (1.7)$$