

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE

FACULTÉ DE GÉNIE MÉCANIQUE ET DE GÉNIE DES PROCÉDÉS



THÈSE

Présentée pour l'obtention du grade de DOCTEUR EN SCIENCES

En Génie Mécanique

SPÉCIALITÉ : MAINTENANCE ET ISOLATION VIBRO-ACOUSTIQUE

Par : MERZOUG MUSTAPHA

SUJET

Etude Dynamique des Transmissions par
Engrenages - Application à la Détection et au
Suivi des Défauts

Soutenue publiquement le 26. 02. 2015, devant le jury composé de :

M. Krimo AZOUAOUI	Prof à l'USTHB	Président
M. Abdelhamid MILOUDI	Prof à l'USTHB	Directeur de thèse
M. Jean Paul DRON	Prof à l'Université de Reims	Examineur
M. Said RECHAK	Prof à l'ENP	Examineur
M. Nouredine OUELAA	Prof à l'Université de Guelma	Examineur
M. Khaled BRAHIMI	M.C.-A à l'USTHB	Examineur

Je tiens à dire un grand merci à mon épouse, Nacera. Je suis convaincu que sans elle ce projet n'aurait jamais pu être réalisé. L'ampleur de sa contribution dépasse largement ce qu'elle aurait dû être. Je lui en suis reconnaissant. Un merci aussi à mon enfant, Rayan. Non mon fils, pendant toutes ces soirées, je ne jouais pas à l'ordinateur, j'y travaillais. Maintenant, j'ai plus de temps libre, je vais me consacrer à toi.

RÉSUMÉ

La surveillance des transmissions à engrenages est un problème crucial en termes de disponibilité et de sécurité. En effet un défaut non détecté à temps peut s'aggraver et conduire à des dommages matériels importants, voire des pertes en vies humaines dans certains cas. C'est pour cela que d'importants moyens sont déployés pour la détection précoce des défauts dans les transmissions à engrenages. La maintenance peut être faite de manière périodique, mais elle a montré ses limites puisque certains défauts peuvent apparaître de façon aléatoire. On a alors recours aux méthodes de surveillance conditionnelle basées sur différents tests réalisés de manière régulière. L'analyse de signaux vibratoires issus d'accéléromètres est l'une des méthodes les plus adaptées. La maîtrise du comportement vibratoire de ces transmissions est devenue un outil puissant entre les mains des spécialistes. Ceci est particulièrement vrai dans le domaine de la détection des défauts et anomalies où le choix des méthodes de diagnostic est indissociable de la pertinence du modèle numérique utilisé. Dans ce contexte, la compréhension et la modélisation des excitations générées par l'engrènement apparaissent comme indispensables. C'est dans ce cadre que se situe ce travail de thèse dont l'objet principal a été d'établir en premier lieu des modèles de comportement dynamique puis en second lieu de mettre au point des indicateurs pertinents pour le diagnostic des transmissions à engrenages à partir des signaux simulés. Pour valider notre approche, nous avons exploités des signaux expérimentaux issus de campagne de mesures effectué au CETIM sur des engrenages défectueux.

Le but de la première partie de ce travail est d'essayer de maîtriser les différents paramètres liés à l'analyse par ondelettes pour une détection fiable et peu coûteuse, à savoir, l'ordre de l'ondelette et le niveau de décomposition. L'approche, consiste à observer le Kurtosis pour plusieurs ordres d'ondelette en fonction de la gravité du défaut. Les indicateurs sont parfois limités et ne peuvent donner un verdict fiable sur l'état de l'engrenage. Bruit aléatoire et d'autres composantes de la machine viennent

polluer le signal et rendent la détection difficile, voire impossible dans certains cas. Nous avons tenté d'améliorer la sensibilité de ces indicateurs.

Le travail de la deuxième partie s'inscrit dans le cadre du diagnostic des machines tournantes en régime variable. L'objectif de ce travail est la recherche d'indicateurs pertinents pour le diagnostic des transmissions à engrenages à partir de signaux simulés. Deux indicateurs sont proposés : le premier indicateur est basé sur la valeur RMS et le second sur le calcul du spectrogramme. Pour tester les indicateurs proposés, nous avons utilisé des signaux simulés, à partir de la modélisation dynamique de la transmission en présence d'un défaut d'excentricité. La réponse dynamique a été obtenue en utilisant le schéma d'intégration de Newmark.

AVANT PROPOS

Ce travail de thèse a été réalisé sous la Direction du Professeur Abdelhamid Miloudi, en Collaboration avec l'équipe de recherche de Mécanique Appliquée Numérique (MAN) du GRESPI de l'Université Champagne Ardenne de Reims (URCA, France) dirigé par le professeur Jean Paul Dron. Ce dernier a mis à ma disposition gracieusement tous les moyens nécessaires pour la préparation de cette thèse.

Par ailleurs, ce travail a donné lieu à deux (02) publications internationales ainsi qu'à neuf (09) communications internationales et quatre (04) nationales.

PUBLICATIONS INTERNATIONALES :

1. M. Merzoug, K. Ait Sghir, A. Miloudi and J. P. Dron, Vibratory monitoring of gear transmissions in variable regime, *Mechanics & Industry*, Vol 15, pp 377-382, 2014.
2. M. Merzoug, K. Ait Sghir, A. Miloudi and J. P. Dron, Early Diagnosis of Spalling in the Gear Teeth, *Advanced Materials Research*, Vol 1016, pp 249-255, 2014.

COMMUNICATIONS INTERNATIONALES :

1. M. Merzoug, K. Ait Sghir, A. Miloudi and J. P. Dron, Early Diagnosis of Spalling in the Gear Teeth, *International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering, ICMAE'2014*, Madrid, Espagne, 2014.
2. M. Merzoug, K. Ait Sghir, A. Miloudi et J. P. Dron, Suivi vibratoire des transmissions à engrenages en régime variable, *Congrès Français de Mécanique, CFM'2013*, Bordeaux, France, 2013.

3. M. Merzoug, A. Miloudi, Influence de la rigidité des paliers sur la réponse dynamique des engrenages, Congrès Tunisien de Mécanique, COTUMEC'2012, Sousse, Tunisie, 2012.
4. M. Merzoug, A. Miloudi, Analyse multi-résolution appliquée aux transmissions à engrenages, Colloque International, Innovations en Mécaniques Passives et Actives, IMPACT'2010, Djerba, Tunisie, 2010.
5. M. Merzoug, A. Miloudi, Détection des défauts d'excentricités d'une transmission à engrenages par analyse en ondelettes, Congrès International sur l'ingénierie des Risques Industriels, CIRI'2009, Reims, France, 2009.
6. M. Merzoug and A. Miloudi, Combined flexural-torsional vibrations of gearbox, International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Mechanics, ICAMEM'2008, Sousse, Tunisia, 2008.
7. M. Merzoug, A. Miloudi, Utilisation des transformées en ondelettes dans le suivi vibratoire des transmissions par engrenages, Congrès International de Conception et Modélisation des Systèmes Mécaniques, CMSM'2007, Monastir, Tunisie, 2007.
8. M. Merzoug et A. Miloudi, Diagnostic des transmissions par engrenages double étages via l'analyse d'enveloppe, Congrès Français de Mécanique, CFM'2007, Grenoble, France, 2007.
9. M. Merzoug, A. Miloudi et K. Brahimi, Influence de la raideur d'engrènement sur la résonance paramétrique des engrenages, Congrès Français de Mécanique, CFM'2003, Nice, France, 2003.

COMMUNICATIONS NATIONALES :

1. M. Merzoug, A. Miloudi, Détection des défauts d'une transmission à engrenages par analyse multi résolution, Congrès Algérien de Mécanique, CAM'2009, Biskra, Algérie, 2009.
2. M. Merzoug, A. Miloudi et K. Brahimi, Suivi vibratoire des transmissions par engrenages doubles étages, Journées Nationales de l'Ingénierie Mécanique, JNIM'2006, 2006.
3. M. Merzoug, A. Miloudi, Early detection of defects in geared systems using the wavelet analysis, Journées de Mécanique JM'2006, Bordj-El-Bahri, Alger, Algérie, 2006.
4. M. Merzoug, A. Miloudi et K. Brahimi, Comportement dynamique non linéaire d'engrenages induit par la présence d'un jeu entre dent, Séminaire sur les Technologies Mécaniques Avancées, STEMA'2003, Tlemcen, Algérie, 2003.

REMERCIEMENTS

JE voudrais tout d'abord exprimer mes plus profonds remerciements au Professeur Abdelhamid Miloudi qui a assuré l'encadrement scientifique et la direction de cette thèse pour la confiance qu'il m'a accordé et pour les nombreux conseils qu'il m'a apporté dans les moments difficiles pour arriver au bout de ce grand défi. Je dois aussi mentionner sa patience et sa constance tout au long de ces années.

J'adresse toute ma reconnaissance au Professeur Jean Paul Dron du Laboratoire de Mécanique Numérique (Reims, France) et à son équipe qui m'ont accueilli au sein de leur laboratoire dans le cadre de mes stages. Je les remercie pour m'avoir aidé et je cite particulièrement mon ami Khalid Ait-Sghir qui m'a appris beaucoup de choses, qu'il trouve ici toute ma reconnaissance pour la confiance qu'il m'a accordée et pour les nombreux conseils.

Je remercie Monsieur le Professeur Krime Azouaoui de s'être intéressé à mon travail, et d'avoir bien voulu présider le jury de cette thèse.

Je suis très sensible à l'honneur que m'ont fait Messieurs Said Rechak, Professeur à l'ENP d'Alger, Noureddine Ouelaa, Professeur à l'Université de Guelma et Khaled Brahimi Maître de conférences à l'USTHB, en acceptant d'examiner ce travail.

Depuis que je suis à l'USTHB, j'ai eu la chance de côtoyer de nombreux enseignants et chercheurs dont la compagnie m'a enrichi aussi bien professionnellement que personnellement. Beaucoup, consciemment ou inconsciemment, m'ont souvent permis au cours de discussions anodines de retrouver la motivation pour poursuivre et mener ce projet jusqu'au bout. Certaines de ces personnes resteront plus que de simples compagnons d'une route mais de véritables amis. Je crains de ne pouvoir les citer toutes ici, ou pire d'en oublier, mais je voudrais malgré tout témoigner toute mon amitié à certaines d'entre elles : Said Boukerroum, Belaid Bouzouane, Ammar

Mesbah et Mahmoud Neder. Que tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'élaboration de ce travail, trouvent ici l'expression de mes vifs remerciements et de ma profonde gratitude.

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	ix
NOTATIONS	x
LISTE DES FIGURES	xii
LISTE DES TABLEAUX	xii
1 INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
2 ETAT DE L'ART	5
2.1 INTRODUCTION	8
2.2 PRÉSENTATION DES DIFFÉRENTS TYPES DE MODÈLES DE TRANSMISSIONS À ENGRENAGES	8
2.2.1 Modélisation statique	8
2.2.2 Modélisation dynamique	12
2.2.2.1 Modèles linéaires à raideur d'engrènement constante .	13
2.2.2.2 Modèles linéaires à raideur d'engrènement variable . .	14
2.2.2.3 Modèles non linéaires à raideur d'engrènement variable	16
2.3 PRINCIPALES SOURCES D'EXCITATION DYNAMIQUE	20
2.3.1 L'erreur statique de transmission sous charge	21
2.3.2 Fluctuation de la raideur d'engrènement	22
2.3.3 Défauts de géométrie caractéristiques et conséquences	24
2.3.3.1 Rapport de conduite et rapport de recouvrement	24
2.3.3.2 Correction de denture et erreur de profil	25
2.3.3.3 Excentricité ou erreur de faux-rond.	26
2.3.3.4 Erreur de pas	27

2.3.3.5	Défaut d'alignement	27
2.4	TECHNIQUES D'ANALYSE ET MÉTHODES DE DIAGNOSTIC	29
2.4.1	Analyse statistique des signaux	29
2.4.2	Analyse spectrale	31
2.4.3	Analyse cepstrale	34
2.4.4	Analyse d'enveloppe	35
2.4.5	Analyse temps-fréquence	36
2.4.5.1	Transformée de Fourier à Court Terme	36
2.4.5.2	Transformée en ondelettes	37
2.4.5.3	Transformée de Wigner-Ville	38
2.5	CONCLUSION DU CHAPITRE	40
3	DÉTECTION PRÉCOCE D'UN DÉFAUT D'ENGRENAGE PAR ANALYSE VIBRATOIRE	41
3.1	INTRODUCTION	44
3.2	TRANSFORMÉE EN ONDELETTES	46
3.2.1	Principe de la décomposition par ondelettes	47
3.2.2	Transformation en ondelettes continues	47
3.2.3	Relation entre échelle et fréquence	49
3.2.4	Transformation en ondelettes discrètes	50
3.2.5	Choix des ondelettes	51
3.2.6	Recherche des meilleures ondelettes	52
3.3	SIMULATIONS	54
3.3.1	Modèle dynamique retenu	54
3.3.2	Équations de mouvement	54
3.3.3	Effet de la variation de la raideur d'engrènement	56
3.3.4	Signaux de simulations	58
3.3.5	Évolution du Kurtosis pour le signal simulé bruité	59
3.3.6	Optimisation de l'analyse multirésolution en ondelettes	60
3.3.6.1	Seuillage doux	61
3.3.6.2	Seuillage dur	61
3.3.6.3	Méthodologie utilisée pour l'évaluation des performances	61

3.3.6.4	Choix de l'ondelette analysante	62
3.3.7	Evolution du Kurtosis pour différentes approximations	63
3.4	APPLICATION	65
3.4.1	Défaut d'écaillage	65
3.4.2	Présentation des signaux	66
3.4.3	Signaux originaux	67
3.4.3.1	Évolution du kurtosis des signaux originaux	69
3.4.4	Indicateur proposé	72
3.5	CONCLUSION DU CHAPITRE	74
4	SUIVI VIBRATOIRE DES TRANSMISSIONS À ENGRENAGES EN RÉ- GIME VARIABLE	75
4.1	INTRODUCTION	77
4.2	MODÈLE DYNAMIQUE	78
4.3	RÉPONSE DYNAMIQUE DE LA TRANSMISSION	80
4.3.1	Excitation induite par un défaut d'excentricité	80
4.3.2	Equations de mouvement	80
4.4	SIGNAUX DE SIMULATION	82
4.5	INDICATEURS PROPOSÉS	84
4.6	CONCLUSION DU CHAPITRE	86
	CONCLUSION GÉNÉRALE	88
A	ANNEXES	90
A.1	MÉTHODE DE NEWMARK	91
A.2	COMPLÉMENTS SUR LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES	93
	BIBLIOGRAPHIE	98

NOTATIONS

C_M et C_L	Couples moteur et récepteur
$C_{SS}(t)$	Cepstre de puissance d'un signal
$E(t)$	Erreur de transmission
I_i	Moment d'inertie de la roue i
K_m	Raideur d'engrènement moyenne
$2K_a$	Taux de variation de la raideur
$[K]$	Matrice de raideur
M	Masse équivalente
M_i	Masse de la roue i
$[M]$	Matrice de masse
N	Nombre d'échantillons prélevés dans un signal
R_i	Rayon du cercle de base de la roue i
$SG_x(a, b)$	Scalogramme
T	Énergie cinétique du système
$TO_x(a, b)$	Transformée en Ondelettes continues de $x(t)$
V	Énergie de déformation du système
$X(f)$	Transformée de Fourier du signal $x(t)$.
Z_i	Nombre de dents du pignon i
f_1	Fréquence de rotation de l'arbre moteur
f_z	Fréquence d'engrènement
q_i	Degrés de libertés
t	Temps
x_i	Amplitude du signal pour l'échantillon i
$\bar{x}$	Valeur moyenne des amplitudes

$x(t)$	Signal temporel
$z(t)$	Signal analytique
α	Angle de contact
β	Angle d'hélice
δ	Taux de dégradation de la raideur
ϵ_α	Rapport de conduite
ϵ_β	Rapport de recouvrement
ω_m	pulsation d'engrènement
$\psi_{a,b}(x)$	Transformée en Ondelettes continues de $x(t)$
θ_i	Rotation de la roue i
CETIM	Centre Technique des Industries Mécaniques
DWT	Discrete Wavelet Transform
EMD	Empirical Mode Decomposition
FWT	Transformation en ondelettes rapide
RMS	Root Mean Square
TFCT	Transformée de Fourier à Court Terme
TWV	Transformée de Wigner Ville
TWVL	Transformée de Wigner Ville Lissée

LISTE DES FIGURES

1.1	Dessins d'Al-Jazari et de Léonard De Vinci (www.wikipedia.org)	2
2.1	Notations dans la formule de Weber-Banaschek (Weber53)	10
2.2	Maillage éléments finis 2D d'une dent (Coy82)	11
2.3	Maillage éléments finis 3D d'un engrenage (Sainsot89)	11
2.4	Maillage des roues dentées (Rigaud99)	12
2.5	Modèle torsionnel	12
2.6	Modèle de Tuplin d'après Özgüven (Ozguven88)	14
2.7	Modèle linéaire de Sener et Özgüven (Sener93)	14
2.8	Modèle linéaire d'après (Lin94)	15
2.9	Modèle tridimensionnel d'après Vexlex et Maatar (Vexlex96)	17
2.10	Modèle de la structure élastique de la dent (Ajmio5)	17
2.11	Modèles non linéaires à raideur d'engrènement variable (Kahraman90)	19
2.12	Variation de la raideur d'engrènement en fonction du temps (Vexlex91)	23
2.13	Réduction du bruit d'engrènement avec l'angle d'hélice	25
2.14	Modulation d'amplitude caractéristique d'un défaut de faux-rond (Sabot92)	26
2.15	Exemple caractéristique de localisation des bandes latérales dues à l'excentricité (Welbourn79)	26
2.16	Définition des défauts d'inclinaison et de déviation (Umezawa86)	27
2.17	Signal temporel en présence de défauts multiples de roulement et d'engrenages (Breneuro2)	29
2.18	Spectre du signal simulé : a) petit défaut ; b) gros défaut	33
2.19	Exemple d'un Cepstre (Razafindrazato10)	34
2.20	Exemple d'analyse d'enveloppe	36
2.21	Spectrogramme du signal simulé	37

2.22	Exemple de la représentation Wigner-Ville	39
3.1	Exemples d'ondelettes	47
3.2	Exemple d'ondelette de Morlet avec $a = 2$ et $b = 1$	48
3.3	Modèle dynamique de l'engrenage	54
3.4	Signaux simulés bruités avec et sans défaut	59
3.5	Évolution du Kurtosis - Signal simulé bruité	59
3.6	Comparaison entre ondelettes	62
3.7	Comparaison entre ondelettes	62
3.8	Comparaison entre ondelettes	63
3.9	Évolution du Kurtosis pour différentes approximations	64
3.10	Comparaison des Kurtosis des signaux simulés avec les approximations	64
3.11	Comparaison des Kurtosis	65
3.12	Défaut local d'écaillage(Breneuro2)	65
3.13	Signaux expérimentaux bruités avec et sans défaut	67
3.14	Évolution du Kurtosis de l'IMF 3 du signal expérimental (Pareyo6)	67
3.15	Évolution des pics cepstraux A_1 et A_2 , de leur somme et de l'indicateur en fonction des jours d'acquisition (El-Badaoui99)	68
3.16	Évolution des pics pendant les 12 jours (technique de Prony) (Halouio7)	68
3.17	Évolution du Kurtosis - signaux originaux	69
3.18	Évolution des Kurtosis des approximations 1 et 2	70
3.19	Évolution des Kurtosis des approximations 3 et 4	70
3.20	Évolution des Kurtosis des approximations 5 et 6	70
3.21	Comparaison des Kurtosis des signaux originaux et les approximations	71
3.22	Indicateur proposé	72
3.23	Comparaison entre les indicateurs avant et après décomposition par transformée en ondelettes	73
4.1	Modèle dynamique retenu	79
4.2	Profil de la fréquence de rotation retenu	82
4.3	Signal et spectre pour $e_p = 80 \mu m$ et $e_g = 0$	83
4.4	Spectrogramme pour $e_p = 80 \mu m$ et $e_g = 0$	83
4.5	Indicateur RMS	85

4.6	Premier indicateur proposé	86
4.7	Second indicateur proposé	86
A.1	Pavage temps fréquence pour la transformation en ondelettes	95
A.2	Algorithme pyramidal (ou de Mallat) de la décomposition en ondelettes discrètes	96

Liste des tableaux

3.1	Paramètres de la transmission	58
3.2	Rapport d'expertise	66
3.3	Comparaison entre les deux méthodes (Haloui07)	69

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1

LE présent chapitre est l'introduction de la thèse, nous y découvrons les problématiques de la détection des défauts dans les transmissions à engrenages. Nous présentons également les objectifs, nos motivations, nos principales contributions, le périmètre scientifique ainsi que la structure du manuscrit.

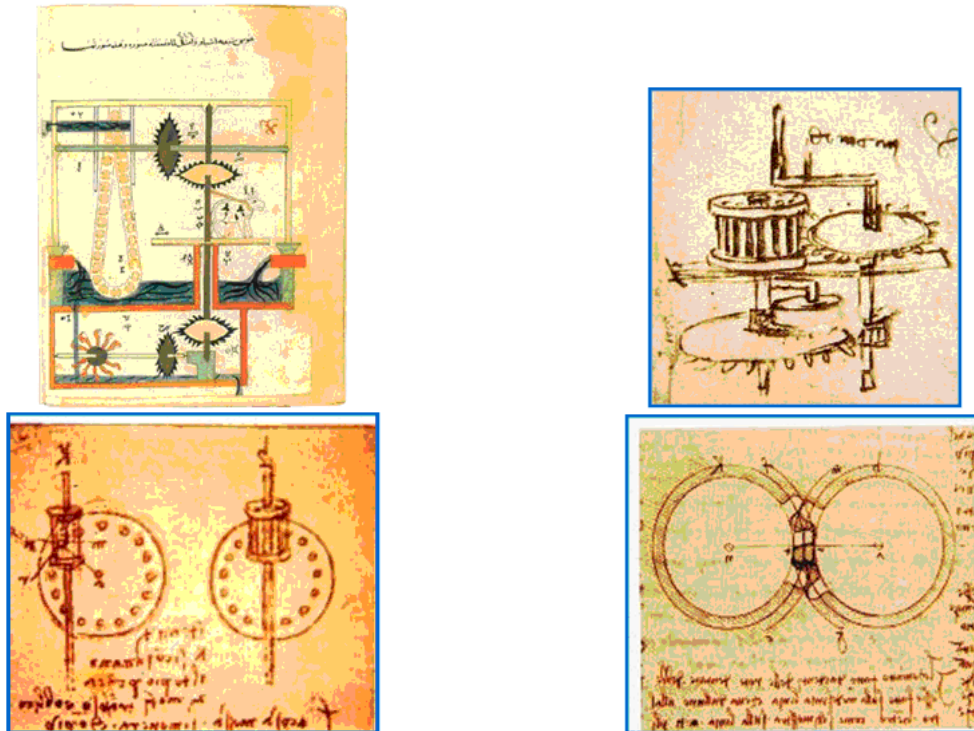


FIGURE 1.1 – Dessins d'Al-Jazari et de Léonard De Vinci (www.wikipedia.org)

Les engrenages étaient déjà utilisés sous une forme rudimentaire au VI^{ème} siècle avant notre ère mais ce n'est qu'au XVII^{ème} siècle que leur fonctionnement commença à être étudié de manière véritablement scientifique. Il existe encore d'anciennes installations possédant des dentures en bois. Ces dessins d'Al-Jazari (XIII^{ème} Siècle) et de Léonard De Vinci (XV^{ème} Siècle) témoignent de l'utilisation des systèmes de transmission de mouvement sur un principe proche de celui des dentures des engrenages actuels.

Les engrenages occupent une position privilégiée dans le domaine des transmissions de puissance et ont, depuis longtemps, fait l'objet de nombreux travaux de recherche. Parmi l'ensemble des moyens de transmission de puissance, les engrenages cylindriques en développante de cercle sont, sans conteste, les plus utilisés pour le transfert de rotation entre axes parallèles. Dans un contexte de perpétuel progrès technologique avec des produits industriels toujours plus fiables et performants, les engrenages modernes sont de plus en plus soumis à des exigences strictes en termes de capacité de charge, du rendement, de bruit développé, etc ... Ces contraintes ont ainsi généré, depuis quelques années, un nombre important de travaux relatifs à la simulation et la prédiction du comportement des engrenages. C'est dans cette optique,

que nous nous sommes particulièrement investi avec le Laboratoire de Mécanique Appliquée Numérique de l'Université Champagne Ardène de Reims (France) dans l'étude du comportement dynamique en utilisant des modèles numériques permettant de prédire les principales caractéristiques statiques et dynamiques de systèmes d'engrenages.

L'ensemble des problématiques présentées ci-dessus sont à la base de l'organisation en quatre chapitres retenus pour la présentation du manuscrit de thèse. Le premier chapitre est consacré à une introduction générale alors que le second chapitre est essentiellement bibliographique. Il est consacré à la présentation des bases théoriques permettant de modéliser une transmission à engrenages. Les différents types de modélisation ont été présentés afin de choisir les modèles les plus adaptés à l'application qui consiste à analyser, détecter et surveiller des défauts d'engrenages. Pour cela, différentes techniques, les outils de détection et de surveillance ont été rappelés.

Le suivi et l'analyse de signaux vibratoires issus de transmissions par engrenages permettent la prédiction précoce des dysfonctionnements et pannes éventuelles. Comme les fréquences caractéristiques des engrenages sont prédéterminées, on se propose dans le troisième chapitre de les surveiller et d'identifier les éventuels défauts en utilisant l'analyse par ondelettes. Pour simuler le signal à analyser, nous avons introduit volontairement un défaut de rupture de la dent. Nous avons retenu des ondelettes du type Daubechies qui s'apprêtent bien à ce type de problème. Le but dans ce chapitre est d'essayer de maîtriser les différents paramètres liés à l'analyse par ondelettes pour une détection fiable et peu coûteuse, à savoir, l'ordre de l'ondelette et le niveau de décomposition. L'approche, consiste à observer le Kurtosis pour plusieurs ordres d'ondelette en fonction de la gravité du défaut. Les indicateurs sont parfois limités et ne peuvent donner un verdict fiable sur l'état de l'engrenage. Bruit aléatoire et d'autres composantes de la machine viennent polluer le signal et rendent la détection difficile, voire impossible dans certains cas. Nous avons tenté d'améliorer la sensibilité de ces indicateurs. Pour valider notre approche des signaux expérimentaux ont été exploités. Les signaux d'engrenages qu'on a utilisé sont ceux de CETIM.

Le travail du quatrième chapitre s'inscrit dans le cadre du diagnostic des machines tournantes en régime variable. L'objectif de ce travail est la recherche d'indicateurs

pertinents pour le diagnostic des transmissions à engrenages à partir de signaux simulés. Deux indicateurs sont proposés : le premier indicateur est basé sur la valeur RMS et le second sur le calcul du spectrogramme. Pour tester les indicateurs proposés, des signaux de simulation sont utilisés. Ces signaux qui sont calculés en utilisant le schéma d'intégration de Newmark, sont les résultats de la modélisation dynamique de la transmission à engrenages qui tient compte des défauts d'excentricité.

ÉTAT DE L'ART

PLAN DU CHAPITRE

2.1	INTRODUCTION	8
2.2	PRÉSENTATION DES DIFFÉRENTS TYPES DE MODÈLES DE TRANSMIS- SIONS À ENGRENAGES	8
2.2.1	Modélisation statique	8
2.2.2	Modélisation dynamique	12
2.2.2.1	Modèles linéaires à raideur d'engrènement constante	13
2.2.2.2	Modèles linéaires à raideur d'engrènement variable	14
2.2.2.3	Modèles non linéaires à raideur d'engrènement va- riable	16
2.3	PRINCIPALES SOURCES D'EXCITATION DYNAMIQUE	20
2.3.1	L'erreur statique de transmission sous charge	21
2.3.2	Fluctuation de la raideur d'engrènement	22
2.3.3	Défauts de géométrie caractéristiques et conséquences	24
2.3.3.1	Rapport de conduite et rapport de recouvrement	24
2.3.3.2	Correction de denture et erreur de profil	25
2.3.3.3	Excentricité ou erreur de faux-rond.	26
2.3.3.4	Erreur de pas	27
2.3.3.5	Défaut d'alignement	27
2.4	TECHNIQUES D'ANALYSE ET MÉTHODES DE DIAGNOSTIC	29

2.4.1	Analyse statistique des signaux	29
2.4.2	Analyse spectrale	31
2.4.3	Analyse cepstrale	34
2.4.4	Analyse d'enveloppe	35
2.4.5	Analyse temps-fréquence	36
2.4.5.1	Transformée de Fourier à Court Terme	36
2.4.5.2	Transformée en ondelettes	37
2.4.5.3	Transformée de Wigner-Ville	38
2.5	CONCLUSION DU CHAPITRE	40

C_E premier chapitre présente un panorama des différentes études relatives à l'analyse du comportement dynamique des engrenages. Il sera question dans cette partie de tenter un classement en groupes les différents modèles dynamiques préconisés et expliciter les phénomènes qui sont à l'origine des sources de vibrations et les techniques d'analyse et méthodes de diagnostic.

2.1 INTRODUCTION

Les engrenages demeurent à l'heure actuelle les organes de transmission de puissance les plus couramment utilisés et suscitent toujours de nombreux travaux en recherche et développement. Parmi les thématiques les plus fréquemment abordées, le comportement dynamique de transmissions constitue un champ d'investigation relativement récent qui a pris toute son importance dans un contexte de détection et suivi vibratoire des défauts en vue de réduire les nuisances sonores dans les transmissions mécaniques.

D'après Sika (Sikao8) , deux types d'approches sont fréquemment rencontrés dans l'analyse du comportement dynamique de transmissions par engrenages :

- Soit l'engrènement est modélisé de façon succincte et le comportement des autres éléments constitutifs de la transmission est considéré. Ce type d'étude relève alors principalement de la dynamique des rotors et des mécanismes,
- Soit les éléments extérieurs à l'engrenage sont considérés d'une façon simplifiée et les contacts entre les dentures sont simulés de la façon la plus complète possible. Ces travaux relèvent de la mécanique des contacts et de la dynamique des engrenages.

Les revues bibliographiques les plus consultées dans le domaine de la modélisation dynamique des transmissions à engrenages ont été réalisées par Özgüven (Ozguven88), Houser (Houser90), Zakrajsek (Zakrajsek90) et Wang (Wango3b). Bien que publiées respectivement en 1988, 1990 et 2003, elles sont toujours considérées comme le point de départ de toute investigation sur la dynamique des engrenages.

2.2 PRÉSENTATION DES DIFFÉRENTS TYPES DE MODÈLES DE TRANSMISSIONS À ENGRENAGES

2.2.1 Modélisation statique

Weber et Banaschek (Weber53) et Attia (Attia64), puis plus tard Steward (Steward90) ont utilisé la théorie de l'élasticité afin d'exprimer la déflexion sous

charge des dents en fonction de la géométrie de l'engrenage en décomposant cette déformation totale en trois principales contributions :

- la déformation due à la flexion de la dent,
- la déformation due à la contribution du corps d'engrenage,
- la déformation de contact entre le couple de dents.

En utilisant la formulation bidimensionnelle proposée par Weber et Banaschek où il s'agit d'assimiler le contact entre deux dents au contact entre deux massifs semi-infinis soumis à une distribution hertzienne de pressions normales. Johnson (Johnson77), a établi que la déflection au centre du contact par rapport à un point de référence situé sur la même verticale à une profondeur H s'écrit :

$$\delta_c = 2 \frac{W}{b} \cdot \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \left[\log \frac{2H}{a_H} - \frac{\nu}{2(1 - \nu)} \right] \quad (2.1)$$

Avec

$\frac{W}{b}$ la charge par unité de largeur de contact (selon z) ;

$$a_H = \sqrt{8 \frac{W}{b} \rho \frac{1 - \nu^2}{\pi E}} \text{ la demi-largeur du contact hertzien ;}$$

$$\rho = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \text{ le rayon de courbure équivalent au point de contact, voir figure 2.1.}$$

- W : force normale appliquée sur la dent
b : largeur de la dent
E : module de Young
 ν : coefficient de Poisson
H : distance entre le point de contact et la ligne médiane de la dent
 ρ_1, ρ_2 : rayons de courbure

En se basant sur la comparaison des résultats expérimentaux et analytiques pour différents angles de pression, rapports de réduction, nombres de dents, et différentes positions de la charge, une formulation pour l'évaluation des déflections et contraintes pour des engrenages à dentures droites est présentée dans (Cornell81).

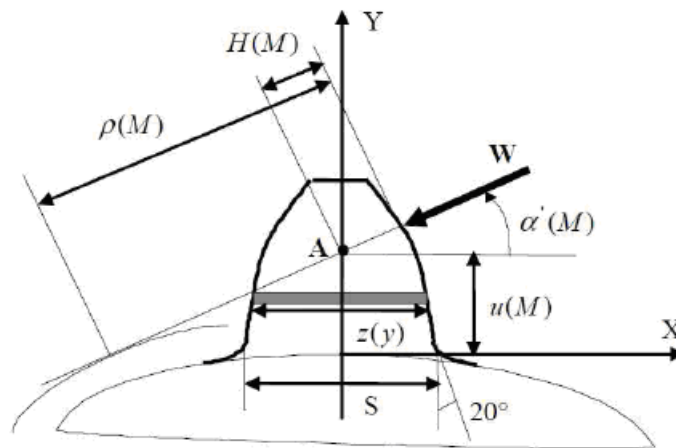


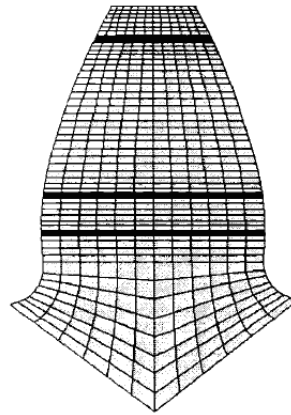
FIGURE 2.1 – Notations dans la formule de Weber-Banaschek (Weber53)

Walker (Walker38), après une étude expérimentale portant sur une dent fixée dans un bâti beaucoup plus rigide que la denture, a introduit une expression de la déformée de dentures droites. Wellauer et Seireg (Wellauer60) ont présenté une étude de la flexion des dents d'engrenage basée sur le comportement d'une plaque en porte à faux.

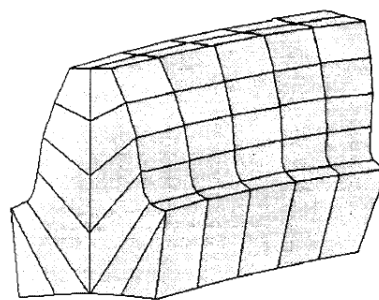
En utilisant la théorie des potentiels complexes et les transformations conformes d'un demi-plan élastique, Cardou et Tordion (Cardou81) ont déterminé les déflexions et contraintes exactes pour le problème bidimensionnel d'une dent sur une embase élastique.

D'autres travaux de recherche ont été consacrés à l'utilisation de la méthode des éléments finis pour l'ensemble de l'engrenage, y compris la zone de contact entre les dents, afin de calculer la rigidité des dents (Arafa99). Quelques auteurs calculent simultanément la déformation locale de contact et la déformation en flexion de la dent. Varadi (Varadi89) utilise la méthode des éléments finis en deux dimensions (2D), mais la zone de contact doit être maillée très finement et le maillage utilisé dépend du point d'application de l'effort normal. Coy (Coy82) a utilisé un maillage unique pour calculer la déformation locale et la déformation en flexion de la dent, quelque soit le point d'application de l'effort normal. Il s'avère que la densité de maillage nécessaire pour traiter correctement le problème posé conduit à des temps de calcul prohibitifs.

Enfin, différents auteurs utilisent la méthode des éléments finis en 3D. Sainsot (Sainsot89) discrétise une dent qui repose sur une jante rigide à l'aide d'éléments vo-

FIGURE 2.2 – *Maillage éléments finis 2D d'une dent (Coy82)*

luminiques à 20 nœuds. L'ensemble des modèles présentés jusqu'ici n'intègre pas les déformations des corps des roues. Celles-ci sont systématiquement calculées séparément des déformations des dents. Pour tenir compte des couplages élastiques qui peuvent exister entre le corps de la roue et les dents en prise, Prabhu (Prabhu89) discrétise deux dents et un secteur important de la roue à l'aide d'éléments volumiques à 20 nœuds. Il apparaît que la faible densité du maillage utilisé ne permet pas de prendre en compte la forme réelle de la dent et de son raccordement avec la jante. De plus, la discrétisation partielle du corps de la roue permet de prendre en compte les couplages entre la flexion des dents et la déformation de la roue au voisinage des dents en prise, mais, elle ne permet pas de prendre en compte les déformations globales de la roue, et notamment ses déformations de torsion.

FIGURE 2.3 – *Maillage éléments finis 3D d'un engrenage (Sainsot89)*

Pour calculer les caractéristiques de l'excitation vibratoire des transmissions, Rigaud et Barday (Rigaud99) ont introduit une modélisation par éléments finis 3D des roues dentées puis résolu le système d'équations non linéaires qui gère le contact entre les dentures. A partir de cette approche, ils ont pu mettre en évidence les inter-

actions entre les couples de dents en prise et les couplages élastiques entre les corps de roue et les dentures. Ils ont aussi analysé les effets des corrections de denture sur les fluctuations périodiques de l'erreur statique de transmission sous charge et de la raideur d'engrènement de torsion.

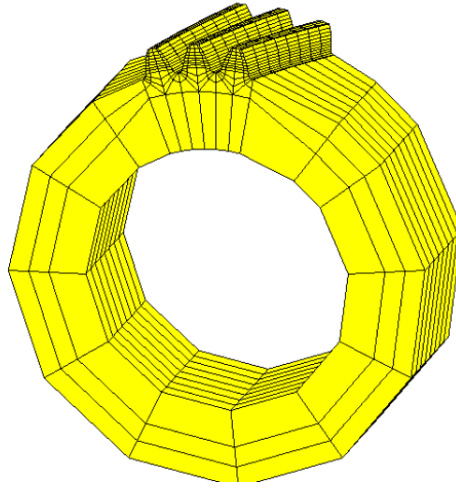


FIGURE 2.4 – Maillage des roues dentées (Rigaud99)

2.2.2 Modélisation dynamique

Les modèles torsionnels initiaux à un seul degré de liberté (Figure 2.5) ont progressivement évolués vers des représentations tridimensionnelles plus complexes intégrant les couplages entre les différents degrés de liberté du système (torsion, flexion, traction et compression).

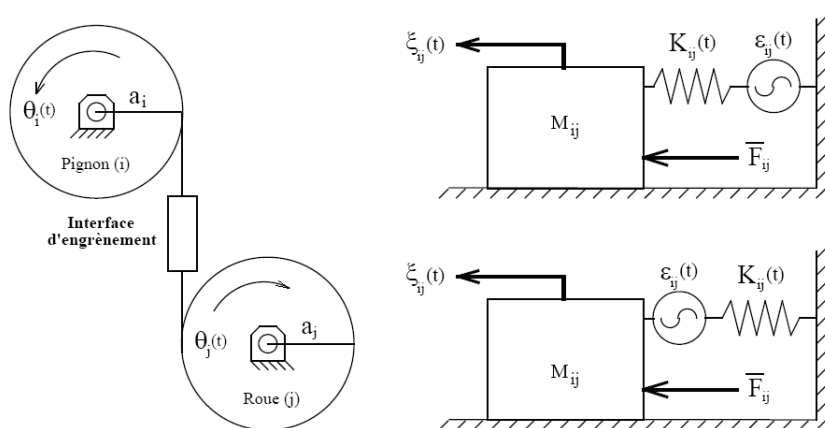


FIGURE 2.5 – Modèle torsionnel

La classification traditionnelle de ces modèles dynamiques est basée essentielle-

ment sur la nature du comportement dynamique de l'engrenage (linéaire ou non-linéaire) et sur la description des conditions de contact lors de l'engrènement.

2.2.2.1 Modèles linéaires à raideur d'engrènement constante

Les modèles dynamiques d'engrenages sont considérés linéaires lorsque la contribution de la non linéarité hertzienne due aux conditions de contact ainsi que les éventuelles pertes de contact en cours de mouvement sont négligées. Certains modèles linéaires supposent en outre que la raideur d'engrènement est indépendante de la vitesse de rotation et que ses variations temporelles sont négligeables. Dans ces conditions, les équations du mouvement sont des équations différentielles à coefficients constants classiques et permettent d'accéder aux fréquences naturelles et modes propres de la transmission.

Dans ces modèles, les excitations naturelles dues à l'engrènement sont introduites via la notion d'erreur de transmission tout en supposant que la raideur d'engrènement est constante. Il est conclu que le calcul des facteurs dynamiques, en utilisant ce modèle linéaire afin d'inclure les effets des arbres, est une très bonne alternative aux modèles plus sophistiqués beaucoup plus coûteux à utiliser. Ces modèles ne permettent pas de prendre en compte les phénomènes paramétriques et non linéaires associés à la fluctuation de la raideur d'engrènement. Compte-tenu de ces remarques, le domaine de validité de ce type de modèles correspond aux engrenages fortement chargés présentant des faibles fluctuations de raideur et soumis à des niveaux d'excitations modérés.

Parmi les premières modélisations proposées, Tuplin (Tulpin58) a matérialisé cette raideur comme un simple ressort et a modélisé les écarts de forme des profils par des coins de géométries données se déplaçant entre la raideur et une partie indéformable simulant les aspects inertiels associés à l'engrenage (Figure 2.6).

Sener et Özgüven (Sener93) ont utilisé le modèle linéaire présenté sur la Figure 2.7 pour étudier le comportement dynamique d'un système d'engrenages en tenant compte de son environnement (les arbres portant les engrenages et deux inerties représentant le moteur et la charge). Dans ce modèle, les excitations naturelles dues à l'engrènement sont introduites via la notion d'erreur de transmission tout en suppo-

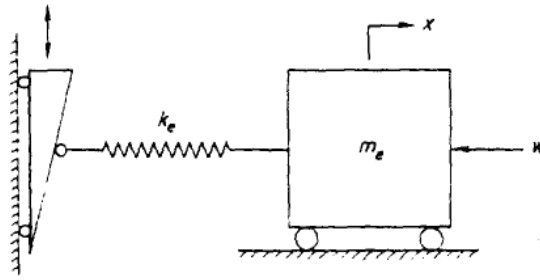


FIGURE 2.6 – Modèle de Tuplin d'après Özgüven (Ozguven88)

sant que la raideur d'engrènement est constante. Dans ces conditions, le système différentiel est à coefficients constants et sa résolution est relativement aisée. Il est conclu que le calcul des facteurs dynamiques, en utilisant ce modèle linéaire afin d'inclure les effets des arbres, est une très bonne alternative aux modèles plus sophistiqués beaucoup plus coûteux à utiliser.

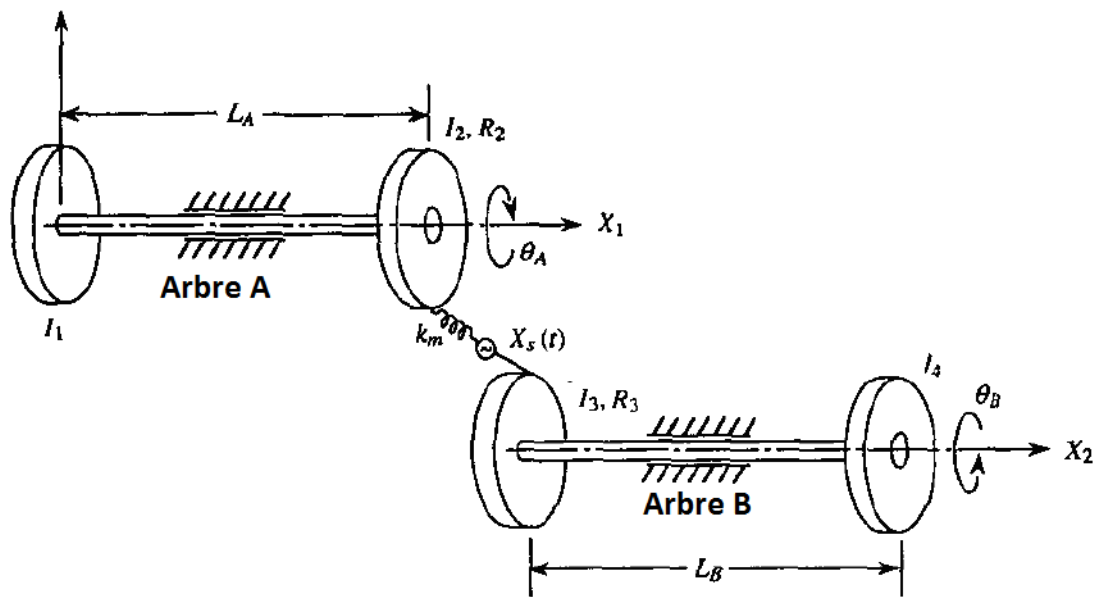


FIGURE 2.7 – Modèle linéaire de Sener et Özgüven (Sener93)

Dans le but de caractériser les efforts dynamiques transmis au carter, Miloudi et Merzoug (Miloudio7) ont choisi un modèle de ce type où la raideur d'engrènement est considérée constante.

2.2.2.2 Modèles linéaires à raideur d'engrènement variable

Dans cette catégorie, les hypothèses précédentes conduisant à un modèle linéaire sont maintenues, mais la raideur d'engrènement est considérée comme variable. Le

système d'engrenages est alors caractérisé par des équations différentielles à coefficients périodiques.

Ce type de modèle a été utilisé dans (Lin94) pour étudier l'effet de corrections de profil de denture sur l'erreur de transmission statique et le chargement dynamique sur les flancs des dents d'un engrenage droit. Le modèle dynamique d'engrenages droits, représenté Figure 2.8, est un modèle torsionnel à quatre degrés de liberté. Les raideurs et les moments d'inerties des différentes composantes du système sont obtenus à partir des principes fondamentaux de la mécanique. Les équations de mouvement contiennent des termes d'excitations dues aux variations périodiques de la raideur d'engrènement et à la présence d'erreurs de profils. Ces équations sont linéarisées en décomposant la période d'engrènement en petits intervalles. Des corrections de profil linéaires ou paraboliques ont été introduit dans le modèle afin de comparer et discuter l'influence individuelle de chaque correction sur le chargement dynamique sur l'engrenage.

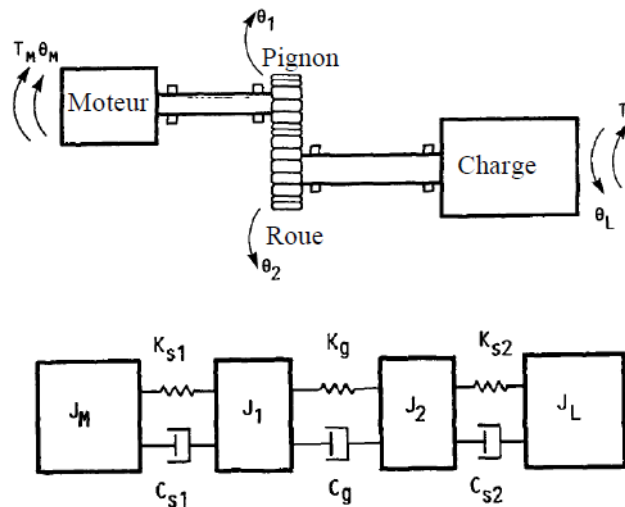


FIGURE 2.8 – Modèle linéaire d'après (Lin94)

Pour résoudre numériquement dans le domaine temporel le système d'équations différentielles obtenu, Merzoug et Miloudi (Merzoug07) ont opté pour le schéma numérique de Newmark.

Il est possible de calculer la réponse d'un système paramétrique à grand nombre de degrés de liberté en utilisant une méthode spectrale et itérative (Perret-Liaudet96). Le domaine de validité de ce type de modèle correspond aux engrenages fortement

chargés et soumis à des niveaux d'excitations modérés, c'est à dire en l'absence de pertes de contact entre les dents en prise et si le système s'écarte peu de la position correspondant à l'équilibre statique.

2.2.2.3 Modèles non linéaires à raideur d'engrènement variable

Les modèles dynamiques non linéaires à raideur d'engrènement variable représentent les modèles d'engrenages les plus sophistiqués, pouvant tenir compte de plusieurs phénomènes qui peuvent se produire lors du fonctionnement, notamment à l'approche des fréquences critiques et à la présence des défauts de géométrie ou de montage, etc... comme les pertes de contact entre dents et des déplacements dépendant de la rigidité d'engrènement. Velez et Maatar (Velez96) ont proposé un modèle dynamique non linéaire d'engrenages cylindriques à denture droite ou hélicoïdale. Le pignon et la roue sont assimilés à des cylindres rigides reliés à des arbres flexibles. Le contact entre les dents est supposé linéique et se fait exclusivement dans le plan d'action. Les lignes de contact sont discrétisées en plusieurs segments (Figure 2.9) de sorte que l'élasticité des dents est simulée par une distribution de raideurs élémentaires indépendantes représentatives des segments en contact. A chaque pas de temps, la somme de ces raideurs élémentaires donne la raideur d'engrènement totale instantanée et cette discrétisation permet d'introduire d'une manière simple les défauts et les écarts de forme dans la variation temporelle de la raideur d'engrènement globale. Les équations du mouvement ont été mises en place en utilisant les équations de Lagrange et en écrivant les énergies cinétiques et potentielles de chaque élément du système mécanique global (couple d'engrenage, arbres, paliers).

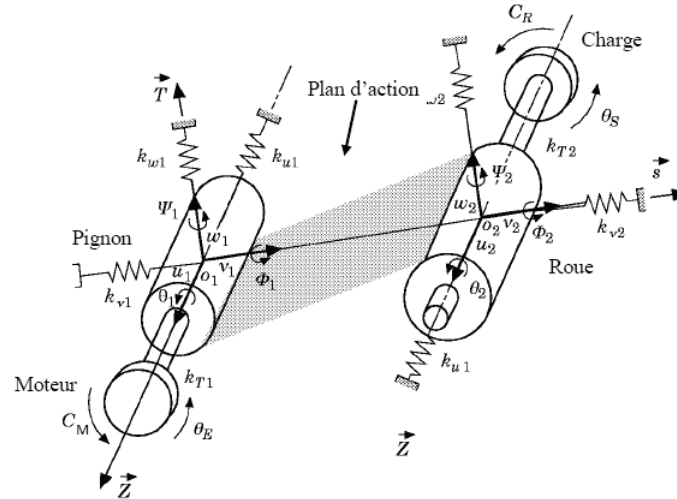


FIGURE 2.9 – Modèle tridimensionnel d'après Velex et Maatar (Velex96)

Dans (Ajmi05), Ajmi et Velex ont étendu ce modèle afin d'étudier les engrenages cylindriques à denture larges et considérer les distorsions des corps d'engrenages en ajoutant des éléments finis d'arbre pour les corps et des fondations élastiques pour les rigidités de dentures (Figure 2.10).

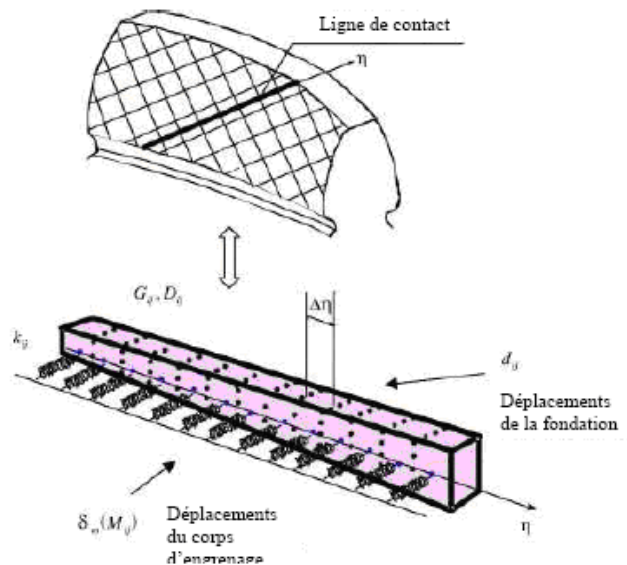


FIGURE 2.10 – Modèle de la structure élastique de la dent (Ajmi05)

L'utilisation de ce type de modèles permet de prendre en compte les phénomènes non linéaires qui peuvent apparaître lors du fonctionnement des transmissions par engrenages peu ou pas chargées et soumises à des niveaux d'excitations importants. On observe alors une évolution de la raideur d'engrènement avec la charge instantanée en raison de :

- la faible non-linéarité des contacts hertziens,
- l'évolution de l'aire de contact (pour des engrenages peu chargés présentant des écarts de géométrie, les dents ne sont que partiellement en contact. On observe alors une évolution de l'aire de contact avec la charge dynamique). En plus, elle permet d'étudier les phénomènes de chocs induits par des pertes de contact entre dentures Singh (Singh89), Kahraman (Kahraman90) et Pfeiffer (Pfeiffer96). Le contact entre les dents en prise est alors représenté par une raideur non linéaire qui devient nulle lorsque le contact est rompu.

Le but de l'étude proposée par Espin et Joël Perret-Liaudet (Espin07) a été d'analyser la pertinence de ce modèle vis-à-vis de résultats expérimentaux mettant en œuvre un banc d'essais dont les caractéristiques, notamment au niveau de la micro-géométrie des dentures, sont parfaitement contrôlées.

La complexité des phénomènes étudiés et des équations à résoudre est telle que, dans tous les cas, les modèles non linéaires ne sont pas adaptés aux systèmes à grand nombre de degrés de liberté. En effet, pour ce type de systèmes, la valeur moyenne de la matrice de raideur varie avec la réponse dynamique du système, la recherche d'une base modale sur laquelle on pourrait décomposer la réponse du système devient impossible. Seule une méthode de résolution temporelle associée à une actualisation à chaque pas de temps de la valeur des paramètres permet de résoudre les équations de mouvement. Pratiquement, les systèmes étudiés possèdent rarement plus de quatre degrés de liberté.

Dans cet article (Shenao6), les auteurs utilisent la méthode IHBM (Incremental Harmonic Balance Method) pour analyser la dynamique non linéaire d'une paire de roues d'engrenage. Dans un premier temps, ils ont développé un modèle dynamique tenant compte d'une rigidité d'engrènement variable dans le temps et de l'erreur de transmission statique. Ensuite, une comparaison avec les solutions numériques est effectuée et qui montre la validité de la méthode proposée. Enfin l'influence du taux d'amortissement et l'amplitude d'excitation ont été étudiées.

Kahraman et Singh (Kahraman90), superposent les phénomènes de « backlash » à la variation temporelle de la raideur d'engrènement et aux écarts de géométrie pris

en compte sous forme d'excitation forcée par l'erreur de transmission quasistatique sous charge (Figure 2.11). Ils comparent leurs résultats avec les courbes de réponses expérimentales de Kubo (Kubo78), et montrent l'efficacité de leur modèle en faisant également apparaître des sauts d'amplitude à l'approche de vitesses critiques de dentures pour des amortissements relativement faibles.

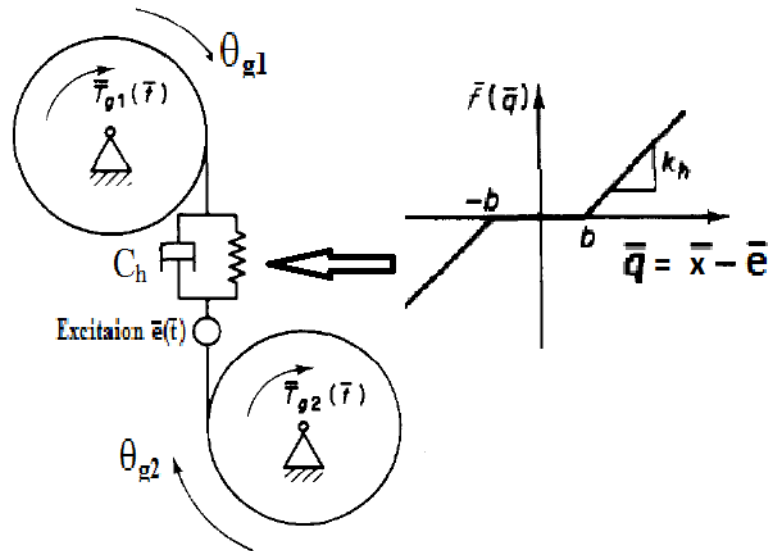


FIGURE 2.11 – Modèles non linéaires à raideur d'engrènement variable (Kahraman90)

Walha et al (Walha09) ont développé un modèle dynamique à 12 degrés de liberté qui se compose d'un engrenage à deux étages, trois arbres, et deux inerties représentant le moteur et la charge et trois paliers. Le contact est caractérisé par une rigidité d'engrènement variant périodiquement et un jeu qui peut conduire à la perte du contact. La réponse dynamique non-linéaire du système est étudiée grâce à une technique de linéarisation. Le système d'équations est résolu grâce à l'algorithme itératif de Newmark. Les résultats obtenus mettent en évidence le phénomène de perte de contact entre les dents à cause de la discontinuité du mouvement cinématique entre les mobiles.

2.3 PRINCIPALES SOURCES D'EXCITATION DYNAMIQUE

Nous présentons dans cette section un aperçu des défauts géométriques identifiés comme les plus influents sur le comportement vibratoire et acoustique des engrenages. Ces défauts peuvent être liés au procédé de fabrication (taillage des dents), au montage des engrenages ou à l'apparition d'usure altérant les profils de denture. Ils peuvent également être volontaires dans le cadre d'une correction de profil.

Les forces généralisées qui engendrent la réponse vibratoire des carters sont multiples (Remond93). On peut distinguer d'une part les excitations internes, propres au fonctionnement de la transmission, et d'autre part, les excitations externes. Parmi les sources d'excitation internes, il y a celles qui résultent d'interactions fluide-solide. Il s'agit essentiellement :

- de l'excitation des carters par des écoulements et par des projections de lubrifiant,
- de l'excitation des carters par des émissions acoustiques internes (bruit d'engrènement associé au phénomène de «fluid-pumping» ou aspiration refoulement de l'air entre les dents et rayonnement acoustique des roues).

Parmi les excitations internes, il y a également celles qui résultent d'interactions solide-solide. Il s'agit essentiellement :

- des fluctuations des forces de contact au niveau des dentures, transmises aux paliers ou roulements puis au carter, qui engendrent l'erreur statique de transmission,
- des fluctuations des forces de contact au niveau des roulements qui engendrent leurs propres défauts,
- des fluctuations des forces de frottement au niveau des dentures,
- des forces de contact engendrées par des chocs dus à la présence des jeux fonctionnels. Cependant, il est bien établi que l'erreur statique de transmission sous charge constitue la source d'excitation vibratoire interne dominante.

Les sources d'excitation externes sont associées aux fluctuations du couple moteur, aux fluctuations du couple de charge, aux variations de l'inertie de charge et aux vibrations transmises via les points de fixation par la structure.

2.3.1 L'erreur statique de transmission sous charge

La principale source d'excitation vibratoire des transmissions par engrenages est générée par le processus d'engrènement et ses caractéristiques dépendent des situations instantanées des couples de dents en prise. Ces situations résultent essentiellement des écarts de géométrie et des déformations élastostatiques des engrenages. On suppose généralement que c'est l'erreur statique de transmission sous charge qui constitue la principale source d'excitation interne d'une transmission (Welbourn79). Cette erreur correspond, pour une vitesse de rotation très faible et sous l'application du couple moteur, à l'écart entre la position réelle occupée par la roue menée et sa position théorique. Lors du fonctionnement de la transmission, cette erreur donne alors naissance à des surcharges dynamiques sur les dentures et engendre, via les arbres et les paliers, des surcharges dynamiques (moments et forces) sur le carter. On peut distinguer l'erreur statique de transmission de l'erreur dynamique de transmission (Welbourn79) et (Pearce86). La première est mesurée pour des vitesses très faibles de fonctionnement alors que la seconde prend en compte les effets dynamiques lorsque la vitesse augmente. De plus, lors de l'application d'un couple moteur et pour des vitesses de rotation faibles, on parle d'erreur statique de transmission sous charge. Enfin, pour de faibles vitesses de fonctionnement et pour des couples moteur juste suffisants pour assurer le contact entre dents sans déformation, on parle d'erreur cinématique de transmission.

Plusieurs auteurs ont analysé expérimentalement l'influence de cette erreur sur les niveaux de bruit rayonné. Une forte corrélation entre l'erreur statique de transmission et le bruit rayonné par les carters a été clairement mise en évidence (Opitz69), (Niemann70) et (Baron88). Certains auteurs (Thompson77) et (Welbourn77) ont observé une dépendance linéaire. Dans sa thèse, Bard (Bard95) présente également des techniques de mesure de l'erreur de transmission.

Rigaud et Barday (Rigaud99)v , ont présenté un outil numérique qui permet de

calculer l'évolution temporelle de l'erreur statique de transmission sous charge d'un engrenage à denture droite ou hélicoïdale, à partir de ses caractéristiques géométriques, de ses corrections de forme, de ses défauts et des conditions de fonctionnement (couple moteur). Cet outil s'appuie sur les calculs des déformations en flexion des dents d'engrenages et des déformations locales de contact. La résolution des équations non linéaires qui gèrent le contact entre les roues dentées permet de calculer, pour différentes positions successives de la roue menante, le rapprochement des dents en prise.

2.3.2 Fluctuation de la raideur d'engrènement

La transmission d'un couple moteur entraîne, par l'intermédiaire de la denture, la déformation élastique de l'engrenage (denture et corps de roue). Il existe deux contributions aux déformations d'une part une contribution associée à la flexion des dents et des corps de roue et d'autre part une contribution associée aux contacts locaux entre dents de type hertzien. Vu que les points de contact sur les profils des dents, que la répartition de charge entre chacun des couples de dents en prise et que le nombre des dents en prise évoluent au cours de l'engrènement, ces déformations élastiques dépendent étroitement des positions angulaires des deux roues. Ces déformations se caractérisent au cours de l'engrènement par un rapprochement des dents entre elles le long de la ligne d'action, rapprochement qui n'est donc pas constant selon les positions angulaires des roues. Ce rapprochement constitue l'erreur statique de transmission. On peut, pour chaque position angulaire, modéliser selon la ligne d'action et à partir de l'effort transmis et du rapprochement des dents entre elles, une raideur de liaison entre les roues que l'on appelle communément la raideur d'engrènement. Comme l'erreur statique de transmission, cette raideur évolue au cours de l'engrènement et est fortement conditionnée par :

- l'évolution cyclique du nombre de couples de dents en prise,
- l'évolution des lignes de contact sur le plan d'action,
- l'évolution de la répartition de charge le long de ces lignes de contact.

La raideur d'engrènement s'exprime généralement, pour chaque position angulaire de la roue menante, comme la pente de la relation non linéaire effort-déplacement qui lie l'erreur statique de transmission sous charge à l'effort transmis (raideur linéarisée). Par ailleurs, la fluctuation de la raideur d'engrènement possède un contenu fréquentiel identique à celui de l'erreur statique de transmission sous charge. En régime de fonctionnement stationnaire, elle est périodique et constitue par la même une source d'excitation de type paramétrique. Enfin, il n'est pas inutile de rappeler que la fluctuation d'amplitude de la raideur d'engrènement est fortement liée à la macro géométrie de l'engrenage. On observe des fluctuations l'amplitudes de raideur moins grandes pour des engrenages à denture hélicoïdale par rapport à des engrenages à denture droite. Cela s'explique par un nombre moyen de couples de dents en prise plus élevé pour des dentures hélicoïdales.

A partir de la connaissance de la raideur d'un couple de dents en tout point du profil actif, la raideur globale d'engrènement peut être calculée par addition de l'ensemble des contributions individuelles par paire de dents. Gregory et al. (Gregory63), Seireg et Houser (Seireg70), Iwatsubo et Arii (Iwatsubo84), Velex et al (Velex91) représentent la raideur globale d'engrènement d'engrenages à dentures droites par une fonction en créneaux et en trapèze pour les dentures hélicoïdales (Figure 2.12).

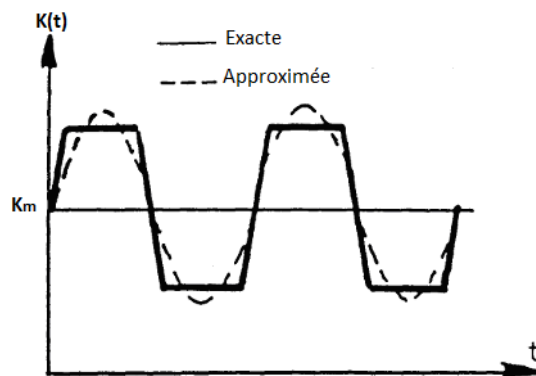


FIGURE 2.12 – Variation de la raideur d'engrènement en fonction du temps (Velex91)

2.3.3 Défauts de géométrie caractéristiques et conséquences

On présente dans cette section un aperçu des défauts géométriques identifiés comme les plus influents sur le comportement vibratoire et acoustique des engrenages. Ces défauts peuvent être liés au procédé de fabrication (taillage des dents), au montage des engrenages ou à l'apparition d'usure altérant les profils de denture. Ils peuvent également être volontaires dans le cadre d'une correction de profil.

2.3.3.1 Rapport de conduite et rapport de recouvrement

Le rapport de conduite ϵ_α et le rapport de recouvrement ϵ_β caractérisent le nombre moyen de dents en prise. Le rapport de recouvrement est piloté par l'angle d'hélice β dans le cas de dentures hélicoïdales tandis que le rapport de conduite dépend d'un certain nombre de paramètres géométriques liés à la denture comme l'angle de pression α (qui baisse le rapport de conduite lorsqu'il augmente) ou le nombre de dents. Dans le cas de dentures hélicoïdales, on parlera de rapport de conduite total qui est la somme du rapport de conduite et du rapport de recouvrement. Umezawa et al. (Umezawa85) ont travaillé sur l'influence du rapport de conduite ϵ_α et du rapport de recouvrement ϵ_β sur les vibrations produites par un engrenage hélicoïdal. Ils ont montré qu'une augmentation du rapport de recouvrement, a pour conséquence une diminution du niveau de vibration et ce, particulièrement, pour les rapports de recouvrement supérieur à 1. Ils ont également montré qu'un engrenage hélicoïdal se comporte comme un engrenage droit si la somme du rapport de conduite et de recouvrement est inférieure à 2.

Une étude (Liou92) menée sur les engrenages à dentures droites a montré l'influence du rapport de conduite sur le niveau de vibration. Elle révèle que l'augmentation du rapport de conduite est bénéfique pour le comportement vibratoire d'une transmission. Elle montre également qu'un rapport de conduite égal à 2 donne de bons résultats pour une large gamme de vitesse de fonctionnement. Bard (Bard95) illustre l'influence du rapport de recouvrement sur la réduction de bruit en citant des résultats expérimentaux plus anciens. Ces résultats montrent une réduction de bruit pouvant atteindre plus de 25 décibels (Figure 2.13).

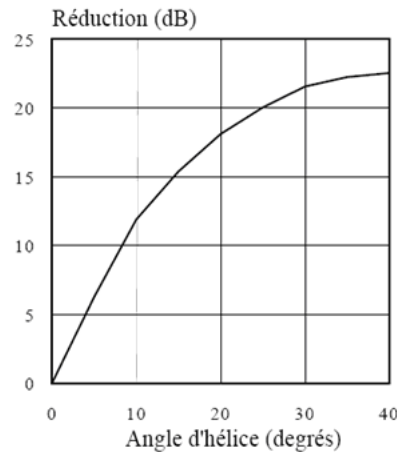


FIGURE 2.13 – Réduction du bruit d'engrènement avec l'angle d'hélice

2.3.3.2 Correction de denture et erreur de profil

Les corrections de denture sont généralement des corrections de tête de profil afin de limiter l'apparition d'interférence en fonctionnement. Elles permettent l'amélioration de la continuité de l'engrènement et donc le comportement vibratoire de la transmission. Il est possible de déterminer une correction optimale en fonction du couple à transmettre. La correction de denture peut également être une correction de bombé dont l'objectif est de mieux répartir la charge à transmettre sur la largeur de la denture. Une étude menée par Iwase et Miyasaka (Iwase96) illustre sur le cas d'une boîte de vitesse automobile, la réduction du bruit par l'ajout de corrections au profil. Tavakoli et Houser (Tavakoli86) proposent une optimisation du profil de denture afin de réduire le niveau des harmoniques de la fréquence d'engrènement. Il en ressort que des corrections de tête ou de pied de profil permettent d'obtenir de bons résultats. L'erreur de profil est généralement liée à des défauts de taillage, de rectification ou aux phénomènes d'usure (pitting, écaillage, etc...) qui vont altérer la surface du profil. Bard (Bard95) illustre l'impact de l'erreur de profil sur le comportement dynamique de l'engrènement. Notamment l'apparition de « raies fantômes » autour de la fréquence d'engrènement pouvant atteindre des niveaux supérieurs à ceux de la fondamentale d'engrènement. Rémond (Remond91) montre que l'état de surface des dentures permet une réduction du bruit pouvant atteindre 5 dB entre un taillage normal et une rectification précise.

2.3.3.3 Excentricité ou erreur de faux-rond.

Ce défaut traduit la non-concentricité entre l'axe du cylindre primitif de denture et l'axe de rotation de l'arbre auquel la denture est liée. Il se traduit par l'introduction d'une modulation d'amplitude harmonique à la rotation des arbres sur les signaux d'erreur de transmission et de bruit d'engrènement (Figure. 2.14).

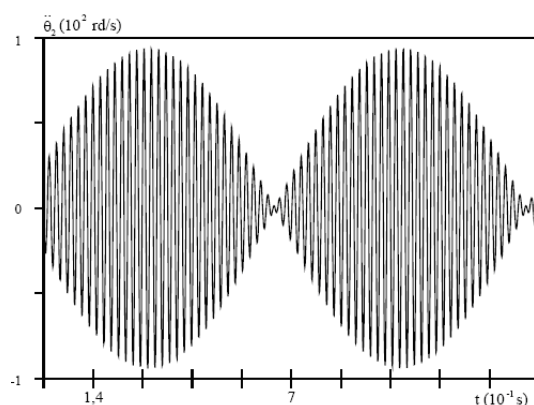


FIGURE 2.14 – Modulation d'amplitude caractéristique d'un défaut de faux-rond (Sabot92)

Cette modulation est traduite par l'apparition de deux raies basse fréquence (fréquence de rotation des arbres) et par deux bandes latérales autour des harmoniques de la fréquence d'engrènement (Figure 2.15).

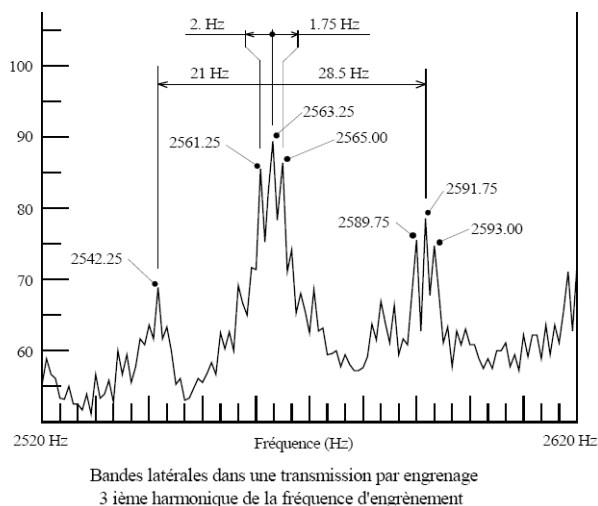


FIGURE 2.15 – Exemple caractéristique de localisation des bandes latérales dues à l'excentricité (Welbourn79)

Les effets caractéristiques des défauts de faux-rond sont bien connus dans la bibliographie et les auteurs ayant étudié l'influence des défauts géométriques les signalent (Welbourn79). Brière (Briere) a proposé une technique de calcul de cette erreur et a

obtenu de bonnes corrélations expérimentales. Notons également l'existence d'une solution analytique directe Mitome et Ishida (Mitome94), Vexex (Vexex88) dans le cas où les excentricités sont faibles devant le rayon des engrenages.

2.3.3.4 Erreur de pas

L'erreur de pas décrit l'erreur de position angulaire d'une dent par rapport à sa position théorique. On distingue alors l'erreur de pas individuelle qui correspond au décalage angulaire d'une dent par rapport à sa position théorique et l'erreur de pas cumulée qui est la somme algébrique des erreurs de pas individuelles. Ce type de défauts conduit à l'apparition d'une modulation basse fréquence liée à la fréquence de rotation des arbres. La manifestation de l'erreur de pas sous la forme d'une modulation la rend difficilement discernable du défaut d'excentricité puisqu'il produit les mêmes effets. Bard (Bard95) propose une revue bibliographique de ces deux défauts.

2.3.3.5 Défaut d'alignement

Le défaut d'alignement est représenté par l'inclinaison et la déviation. L'inclinaison correspond à un écart angulaire d'un axe dans le plan des axes de rotation des engrenages par contre la déviation correspond à un décalage angulaire d'un axe dans le plan normal au plan formé par les deux axes de rotation et parallèle à ceux-ci. La représentation de ces défauts est donnée par la figure 2.16

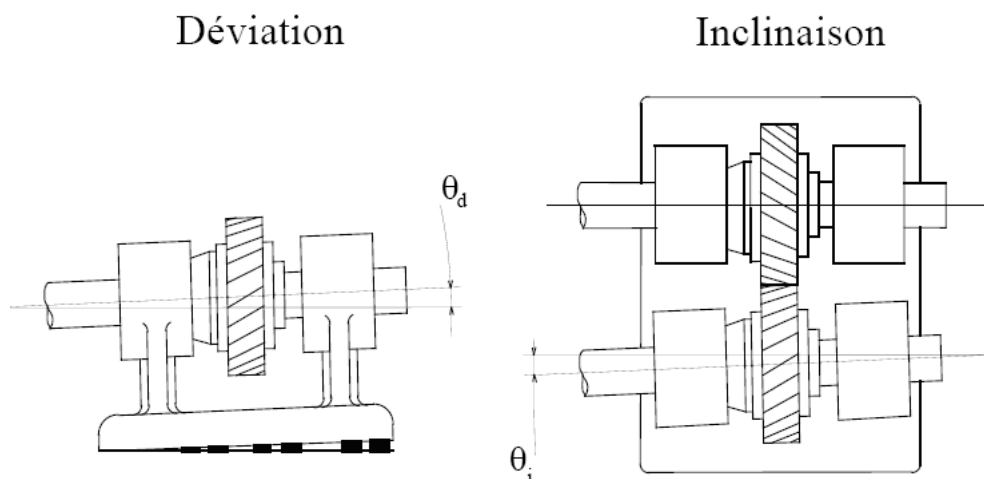


FIGURE 2.16 – Définition des défauts d'inclinaison et de déviation (Umezawa86)

Ce défaut peut-être causé par un défaut de montage ou par la flexion des arbres de transmission. Des travaux de Smith (Smith94) ont montré que même un petit défaut

d'alignement (de l'ordre de 60 microns) peut avoir une forte influence sur l'erreur de transmission.

2.4 TECHNIQUES D'ANALYSE ET MÉTHODES DE DIAGNOSTIC

Nous présentons dans cette section les différents outils de traitement du signal adéquats à la détection des défauts d'engrenages et de roulements par analyse de signaux vibratoires.

Les capteurs tels que les accéléromètres délivrent un signal composé de N points de mesure à intervalle de temps régulier. La première observation possible d'un signal est donc la représentation temporelle. Cet outil est aisé à employer lorsque le signal est simple (vibration de type sinusoïdal du balourd d'un rotor par exemple), mais devient inexploitable dans le cas de sollicitations multiples et de faible influence de défauts (Figure 2.17).

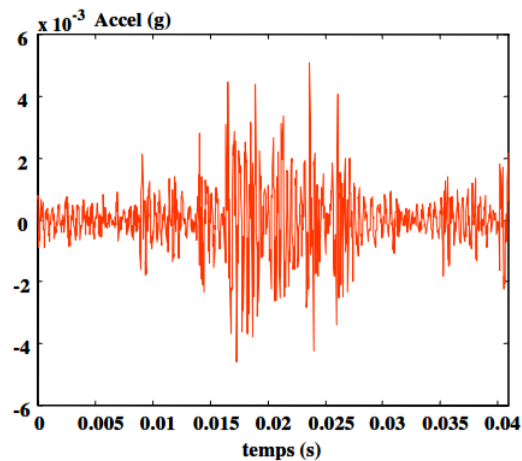


FIGURE 2.17 – *Signal temporel en présence de défauts multiples de roulement et d'engrenages (Breneuro2)*

Plusieurs indicateurs globaux ont été définis à partir de l'analyse temporelle afin de caractériser la forme de celle-ci, mais une telle démarche ne permet pas de détecter de manière fiable un défaut ni d'identifier son origine. Les domaines spectral, cepstral, ou de l'enveloppe sont en général plus adaptés au diagnostic (Breneuro2).

2.4.1 Analyse statistique des signaux

Un moyen pour détecter un défaut dans une machine tournante est l'analyse statistique du signal de vibration. A cet effet, on peut citer la valeur efficace ou RMS (Root Mean Square), le facteur de crête CF (Crest Factor) et le Kurtosis. Ces paramètres

ont été largement utilisés comme paramètres pertinents dans le suivi vibratoire des roulements (Dyer78) et ils sont définis par :

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x_i]^2} \quad (2.2)$$

$$FC = \frac{\frac{1}{2} [\max x_i - \min x_i]}{RMS} \quad (2.3)$$

$$Kurtosis = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x_i - \bar{x}]^4}{\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x_i - \bar{x}]^2 \right]^2} \quad (2.4)$$

Où x_i est l'amplitude du signal pour l'échantillon i , N est le nombre d'échantillons prélevés dans le signal et $\bar{x}$ est la valeur moyenne des amplitudes tel que :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2.5)$$

La présence du défaut peut s'interpréter par le dépassement des indicateurs d'un seuil prédéterminé. Les seuils de dépassement peuvent être définis soit par les normes, soit par expérience. La norme peut donner seulement un ordre de grandeur car elle ne prend pas en compte le type de la machine et ses conditions de fonctionnement.

Le Kurtosis (mot grecque signifiant « bosse ») est défini par le moment d'ordre 4 de la distribution des amplitudes vibratoires divisé par la moyenne d'ordre 2 au carré : il traduit la largeur de la courbe de densité de probabilité du signal. Pour la distribution dite « normale » ou « gaussienne », les valeurs mesurées se répartissent en forme de cloche autour d'une valeur moyenne, et le Kurtosis vaut mathématiquement 3.

Un signal ayant un Kurtosis > 3 se représente par une distribution plus étroite dominée par la présence d'amplitudes crêtes anormalement élevées comme c'est le cas en présence de chocs répétés.

L'application locale du Kurtosis à différentes bandes fréquentielles a conduit à l'introduction d'un autre outil statistique : le Kurtosis spectral (Antonio4). L'auteur

a démontré que cet indicateur peut servir à localiser des séries de formes non stationnaires du signal dans le domaine fréquentiel (Kurtogramme). Il a appliqué cette méthode dans la détection de défaut de bague extérieure d'un roulement.

La valeur RMS est un indicateur très utilisé bien qu'elle présente des inconvénients (Pachaud97). Elle est sensible à l'effet de masque, c'est à dire qu'elle peut s'avérer inefficace à l'apparition de certains défauts. Le facteur de crête et le Kurtosis sont mieux adaptés pour représenter un signal induit par des forces impulsionnelles tels que les écaillages de roulements. Bien que ces paramètres qui indiquent la forme d'un signal soient utiles pour détecter les défauts naissants, ils ont tendance à être moins efficaces pour les défauts avancés qui génèrent des signaux de vibrations plus aléatoires qu'impulsionnels.

Plusieurs scientifiques ont utilisé cette technique auparavant : Sidahmed (Sidahmed90), Lewicki et Zakrajsek (Lewicki96), Ismail, Martin et Omar (Ismail95), Dowling (Dowling93). Chacun d'eux traitait les signaux de différentes façons avant de calculer le Kurtosis. Sidahmed (Sidahmed90) a utilisé le facteur de crête pour les défauts d'engrenages

2.4.2 Analyse spectrale

Transformée de Fourier

En 1822, Fourier a montré qu'une fonction périodique pouvait être décomposée en une somme infinie de fonctions exponentielles périodiques complexes.

Par généralisation, la transformée de Fourier décompose un signal en fonctions exponentielles complexes de différentes fréquences. Les coefficients de la décomposition sont les coefficients de la transformée de Fourier $X(f)$.

$$x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \quad (2.6)$$

Pour calculer la valeur d'un coefficient de Fourier à la fréquence f , on multiplie le signal $x(t)$ par une exponentielle de fréquence f et on intègre sur tout le temps.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.7)$$

L'analyse spectrale est un outil fondamental pour le traitement des signaux de vibrations. Généralement, le signal de vibration enregistré sur une machine tournante est une composition de réponses à toutes les forces d'excitations. L'analyse spectrale est souvent utilisée pour les machines complexes comportant beaucoup d'éléments mécaniques. Son intérêt est de pouvoir dissocier et identifier les sources de vibrations en fonction des caractéristiques cinématiques des différents éléments constitutifs et de leurs vitesses de rotation. Dans le spectre, les composantes fréquentielles qui représentent les défauts peuvent alors être identifiées ainsi que leurs harmoniques et leurs bandes latérales correspondantes. Pour fournir des informations de diagnostic utiles, les composantes fréquentielles du spectre doivent satisfaire à deux exigences. Premièrement, les composantes fréquentielles du défaut doivent être plus énergétiques que le bruit de fond et non masquées par d'autres composantes de fréquence. Deuxièmement, les composantes fréquentielles doivent être discrètes pour qu'on puisse identifier la fréquence du défaut.

Le diagnostic vibratoire des réducteurs à engrenages par analyse spectrale a fait l'objet de nombreuses études (Bendat93), (Dron95), (Drouiche93), (Taylor80), (Gao98), (McFadden85) et (Rasolofondraibe93). Dans ce qui suit, nous présentons un exemple de diagnostic par analyse spectrale à partir d'un signal simulé sous Matlab.

Modèle mathématique de défauts d'engrenage

Pour un engrenage parfait, le signal vibratoire est périodique avec une période $T_z = \frac{1}{f_z}$, où f_z est la fréquence d'engrènement fondamentale. Elle est définie comme le produit du nombre de dents Z_p du pignon et de la fréquence de rotation f_r . Le signal vibratoire possède des composantes sinusoïdales à la fréquence d'engrènement et ses harmoniques (D'Amoursoo). Le signal est défini comme :

$$x(t) = \sum_{m=1}^M X_m \sin(2\pi m f_z t + \Phi_m) \quad (2.8)$$

M est l'ordre de l'harmonique.

Dans notre cas, l'amplitude X_m et la phase Φ_m de la sinusoïde sont variables. En raison d'un défaut localisé, les modulations sont périodiques à la fréquence de rotation de l'arbre f_r . La modulation de la phase $\Phi_m(t)$ et la modulation de l'amplitude

$A_m(t)$ pour chaque harmonique de la fréquence d'engrènement vont être représentées par une série de Fourier discrète jusqu'à Q composantes :

$$\delta_m(t) = \sum_{q=1}^Q a_{mq} \sin(2\pi q f_z t + \alpha_{mq}) \quad (2.9)$$

$$A_m(t) = \sum_{q=1}^Q b_{mq} \sin(2\pi q f_z t + \beta_{mq}) \quad (2.10)$$

Une fois modulé, le signal vibratoire provenant de l'engrenage prend la forme suivante :

$$x(t) = \sum_{m=1}^M X_m(1 + A_m(t)) \sin(2\pi m f_z t + \Phi_m + \delta_m(t)) \quad (2.11)$$

Dans cet exemple, le spectre d'énergie est obtenu à partir de la transformée de Fourier. La Figure 2.19 représente les spectres en fréquence du signal simulé pour différents cas de fonctionnement de l'engrenage. La Figure 2.18.a correspond au cas d'un petit défaut, on retrouve la famille de raies d'engrènement, entourée par une famille de raies latérales périodiques de période égale à la fréquence de rotation de l'élément analysé. La Figure 2.18.b correspond au cas d'un défaut plus important, on observe encore une augmentation d'amplitude des raies latérales, témoignant ainsi de l'évolution grandissante du défaut.

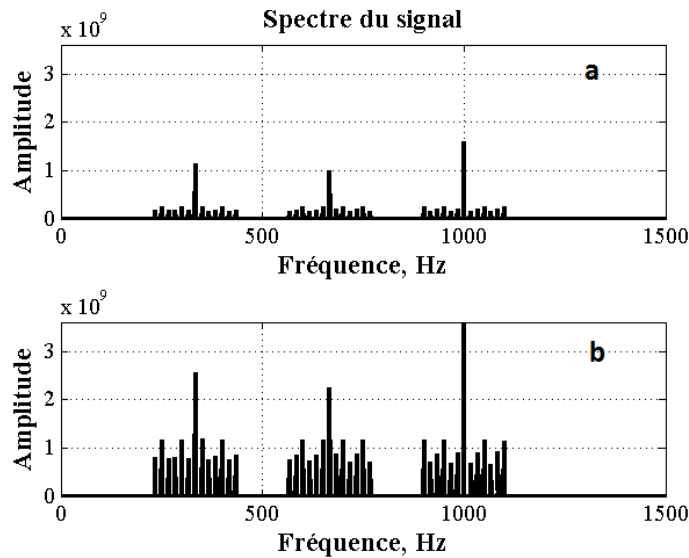


FIGURE 2.18 – Spectre du signal simulé : a) petit défaut ; b) gros défaut

Su et Lin en 1992 (Su92), développent le modèle précédent proposé en 1984 par Mac Fadden (McFadden84) pour décrire les vibrations d'un roulement provoqué par

un défaut simple, et ont donné un aperçu détaillé sur l'analyse des spectres de vibration.

2.4.3 Analyse cepstrale

Un autre outil très utile pour le diagnostic des défauts des machines tournantes est l'analyse cepstrale. L'opérateur cepstre est une méthode de traitement non linéaire, introduit par Bogert en 1963 pour faire la détection d'échos (Bogert63). Dans les machines tournantes, les signaux ont un caractère périodique, de plus les défauts induisent des motifs récurrents pouvant être considérés comme un système d'échos multiples ; c'est la raison pour laquelle la méthode a été utilisée (Randall80). La définition du cepstre de puissance d'un signal est donnée par :

$$C_{SS}(t) = TF^{-1} \left[\log \left(|X(f)|^2 \right) \right] \quad (2.12)$$

Où TF^{-1} symbolise la transformée de Fourier inverse et $X(f)$ est la transformée de Fourier du signal $x(t)$.

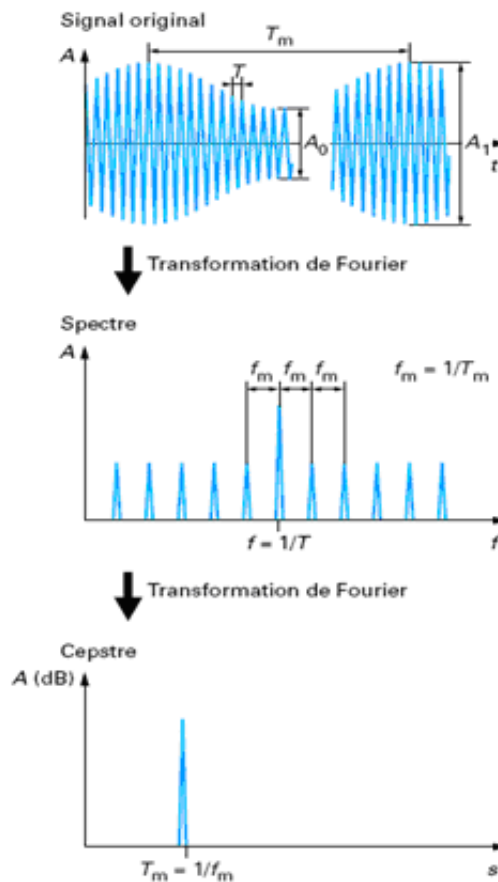


FIGURE 2.19 – Exemple d'un Cepstre (Razafindrazato10)

Randall est l'un des précurseurs dans le cas de l'analyse vibratoire. En effet dans les articles (Randall75) et (Randall80), on trouve une étude intéressante sur l'interprétation du cepstre dans le cas de diagnostic de réducteurs. Le travail présenté par Miloudi et Bouzouene (Miloudi99), s'intéresse à l'application de l'analyse cepstrale pour la détermination de la périodicité des chocs générés par le défaut de roulement.

2.4.4 Analyse d'enveloppe

L'analyse d'enveloppe est un outil très utile pour diagnostiquer les défauts. Elle identifie les composantes fréquentielles qui indiquent la localisation du défaut et la vitesse de l'arbre sur lequel il est monté. Souvent, cette technique est appliquée dans une bande de fréquence où le rapport signal/bruit est le plus élevé.

La transformée de Hilbert permet de calculer l'enveloppe d'un signal $s(t)$ qui est définie par la formule suivante :

$$H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau = \bar{x}(t) \quad (2.13)$$

Ceci constitue la partie imaginaire du signal analytique défini par :

$$z(t) = x(t) + j\bar{x}(t) = |x(t)| e^{j\theta(t)} \quad (2.14)$$

Où

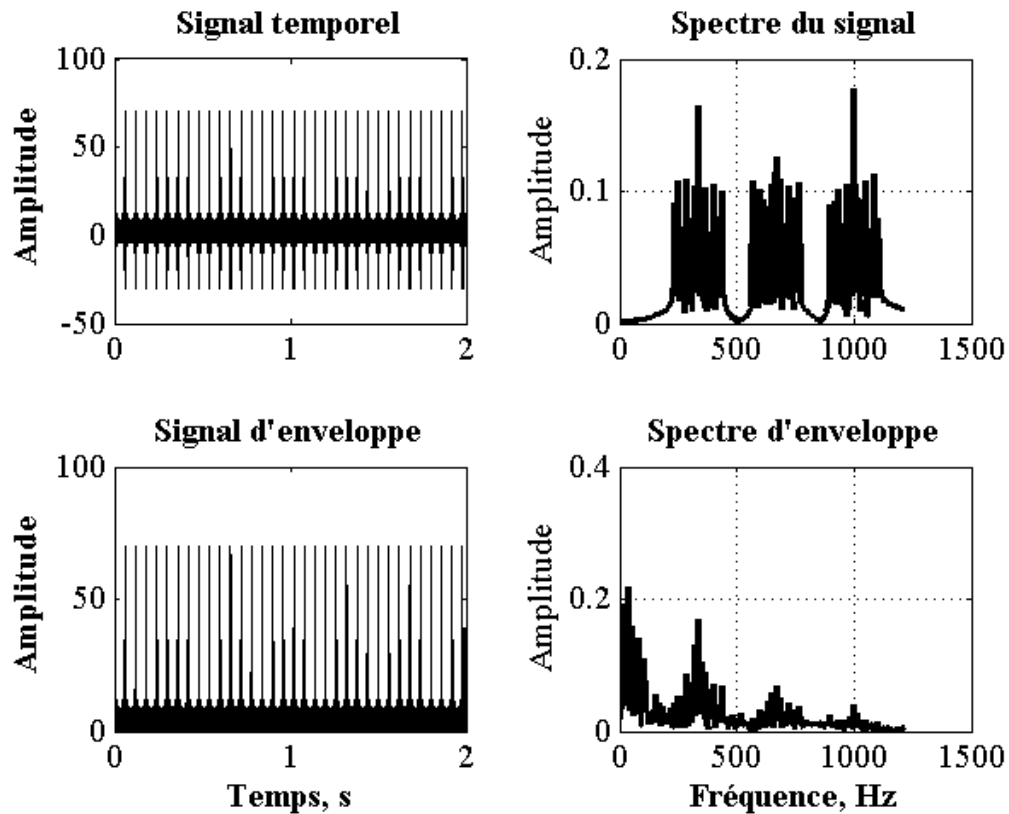
$$\theta(t) = \arctan \left[\frac{\bar{x}(t)}{x(t)} \right] \quad (2.15)$$

Le module du signal analytique est défini par :

$$z(t) = \sqrt{x^2(t) + \bar{x}^2(t)} \quad (2.16)$$

La figure 2.20, montre le spectre d'enveloppe du signal simulé précédemment dans l'analyse spectrale.

Certains défauts d'engrenage, manifestent leur présence par une modulation d'amplitude et de fréquence du signal d'engrènement (McFadden85), (Randall97). Il est donc possible à partir des méthodes de démodulation d'amplitude et de phase de détecter la présence d'un défaut (Pachaud92). McFadden (McFadden86) partant d'un modèle mathématique simple de signal vibratoire d'engrènement a calculé l'influence des modulations d'amplitude et de phase dues à un défaut localisé.

FIGURE 2.20 – *Exemple d'analyse d'enveloppe*

2.4.5 Analyse temps-fréquence

Bien que l'analyse spectrale soit parfaitement adaptée à l'étude des signaux périodiques, elle ne peut naturellement pas prendre en compte l'évolution temporelle des caractéristiques fréquentielles d'un signal non-stationnaire. Pour décrire cette évolution temporelle, il faut réaliser une analyse spectrale évolutive, d'où les méthodes temps-fréquence.

Les méthodes d'analyse temps-fréquence ont été développées pour l'étude des signaux non stationnaires (Ville48), (Flandrin93) et (Choy96). Cette notion de non-stationnarité peut s'appliquer aussi bien à des signaux aléatoires qu'à des signaux déterministes. Plus généralement, elles s'appliquent à des signaux dont les propriétés fréquentielles évoluent au cours du temps.

2.4.5.1 Transformée de Fourier à Court Terme

La Transformée de Fourier à Court Terme (TFCT) est la technique d'analyse la plus largement utilisée en temps-fréquence, le résultat peut être présenté par un spectro-

gramme. Le signal à analyser est non stationnaire, l'idée de la TFCT est de partager ce signal en fractions supposées stationnaires. Pour chaque fraction temporelle, une transformée de Fourier (FFT) est appliquée. Le signal est découpé au moyen d'une fenêtre « g » où l'indice τ représente le positionnement temporel de cette fenêtre et donc le positionnement du spectre correspondant. La formule suivante résume le principe

$$TFCT(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)g(t - \tau)e^{-j2\pi f(t-\tau)}dt \quad (2.17)$$

Où τ représente le paramètre de localisation de la fenêtre g . $TFCT(t, f)$ correspond au spectre du signal x autour de τ , f est le paramètre de fréquence. La série de spectres ainsi constituée représente une forme de transformée temps-fréquence du signal appelé spectrogramme.

La figure 2.21, montre le spectrogramme du signal simulé précédemment dans l'analyse spectrale.

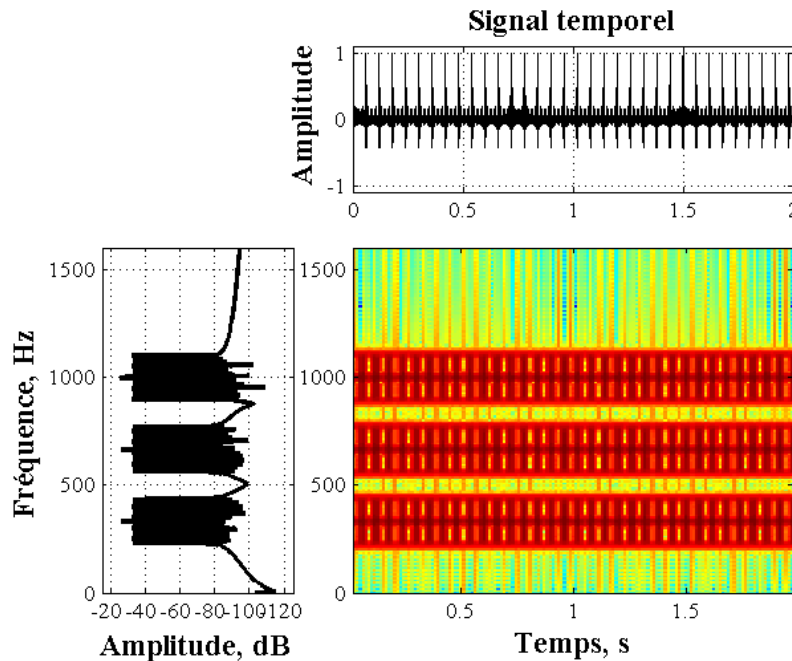


FIGURE 2.21 – Spectrogramme du signal simulé

2.4.5.2 Transformée en ondelettes

La transformée en ondelettes (TO) ou la représentation temps-échelle est une technique multi-résolution utilisée pour analyser des signaux non-stationnaires. Elle est semblable à la technique temps-fréquence en ce qu'elle donne une représentation

temps-fréquence d'un signal en deux dimensions, mais contrairement à l'autre, elle analyse les basses fréquences avec une fenêtre appelée ondelette de longueur donnée et les hautes fréquences avec une ondelette de longueur plus courte. La TO sera détaillée dans le chapitre 3.

2.4.5.3 Transformée de Wigner-Ville

La transformée de Wigner Ville fournit une décomposition temps fréquence sans aucune restriction sur les résolutions temporelles et fréquentielles. Elle apparaît tout à fait adaptée à l'analyse des signaux non stationnaires puisque qu'elle ne nécessite par d'hypothèses sur le signal lui-même. La TWV est défini par :

$$W(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (2.18)$$

Cette formule représente l'énergie d'un signal x au temps t et à la fréquence f . Malheureusement, la non linéarité de cette transformée a des conséquences désastreuses qui se manifestent par l'apparition d'interférences et d'énergies négatives dans la distribution temps fréquence de l'énergie du signal. Ces phénomènes sont remarquables lorsqu'il y a présence de 2 événements distincts en temps et en fréquence. Ce phénomène est totalement irréaliste d'un point de vue physique et laisse entrevoir des difficultés d'interprétation de la TWV. C'est pourquoi, afin d'extraire des résultats fiables, il est nécessaire d'éviter ces énergies négatives par un post traitement qui affectera les propriétés de résolution de la transformée. Simplement négliger les énergies négatives est une erreur car elles représentent une information qui doit être pris en compte bien que difficilement interprétable. La solution revient à adoucir localement la rigueur de la résolution. La transformée de Wigner Ville lissée (TWVL) est exprimée par :

$$W_K(t_0, f_0) = \int \int W(t_0 + t, f_0 + f) K(t, f) dt df$$

Où K est appelé noyau de lissage. Selon les propriétés bidimensionnelles de cette fonction, la TWVL diminue les niveaux d'énergies négatives et fournit suivant les cas une distribution d'énergie complètement positive. Cette condition est souhaitée quel que soit le signal. D'un autre côté, le lissage doit préserver le caractère local du signal,

des compromis sont à trouver. Le noyau gaussien suivant est souvent utilisé pour la TWVL :

$$K(t_{0,f_0}) = e^{-(\gamma t)^2} e^{-(2\pi\delta f)^2} \quad (2.20)$$

Avec γ et $\delta = 1$

La figure 2.22, montre une représentation basée sur transformée de Wigner-Ville du signal simulé précédemment dans l'analyse spectrale, qui met au clair la raie spectrale à la fréquence d'engrènement (333.33 Hz dans notre cas), mais aussi le phénomène de modulation d'amplitude. L'élévation d'énergie associée à la fréquence de rotation (16.66 Hz), n'est pas trop remarquable sur cette représentation.

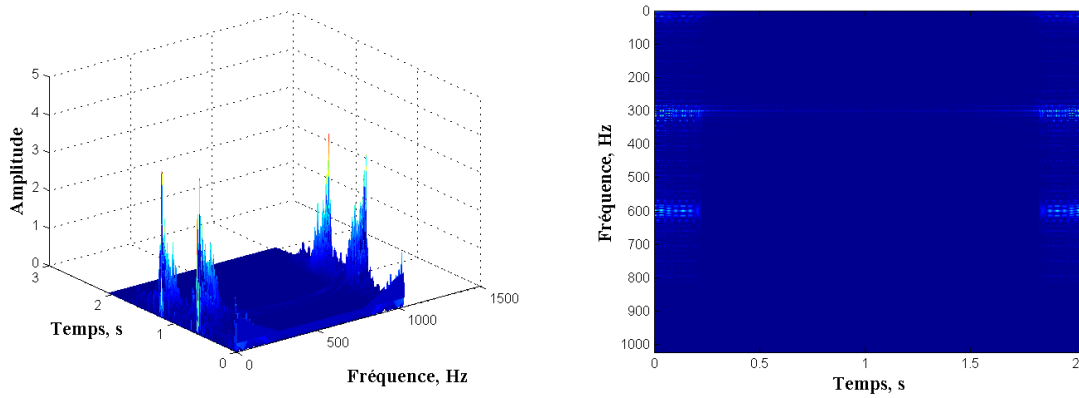


FIGURE 2.22 – Exemple de la représentation Wigner-Ville

2.5 CONCLUSION DU CHAPITRE

C E chapitre a montré qu'un très grand nombre de travaux a été mené sur l'étude des transmissions par engrenages. Différents niveaux de modélisation sont envisagés allant des modèles à paramètres concentrés induisant la manipulation d'un faible nombre de degrés de liberté aux modèles éléments finis permettant la représentation de structures complexes mais dont le coût en terme de temps de traitement est important (de l'ordre de plusieurs jours). A la vue des travaux existants sur le sujet, il apparaît alors pertinent de développer une approche permettant de s'affranchir au maximum des éléments finis tout en conservant la possibilité de décrire la géométrie de transmissions complexes sans discrétisation. Les objectifs sont alors de réduire au maximum les temps de calcul tout en conservant un maximum de paramètres du modèle accessibles pour analyser, détecter et surveiller des défauts d'engrenages par la mise au point d'un indicateur basé sur l'analyse en ondelettes puis la recherche d'indicateurs pertinents dans le cas où la vitesse de rotation est variable. Pour cela, les différentes techniques ainsi que les outils de détection et de surveillance ont été rappelés.

DÉTECTION PRÉCOCE D'UN DÉFAUT D'ENGRENAGE PAR ANALYSE VIBRATOIRE

PLAN DU CHAPITRE

3.1	INTRODUCTION	44
3.2	TRANSFORMÉE EN ONDELETTES	46
3.2.1	Principe de la décomposition par ondelettes	47
3.2.2	Transformation en ondelettes continues	47
3.2.3	Relation entre échelle et fréquence	49
3.2.4	Transformation en ondelettes discrètes	50
3.2.5	Choix des ondelettes	51
3.2.6	Recherche des meilleures ondelettes	52
3.3	SIMULATIONS	54
3.3.1	Modèle dynamique retenu	54
3.3.2	Équations de mouvement	54
3.3.3	Effet de la variation de la raideur d'engrènement	56
3.3.4	Signaux de simulations	58
3.3.5	Évolution du Kurtosis pour le signal simulé bruité	59
3.3.6	Optimisation de l'analyse multirésolution en ondelettes	60

3.3.6.1	Seuillage doux	61
3.3.6.2	Seuillage dur	61
3.3.6.3	Méthodologie utilisée pour l'évaluation des perfor- mances	61
3.3.6.4	Choix de l'ondelette analysante	62
3.3.7	Evolution du Kurtosis pour différentes approximations	63
3.4	APPLICATION	65
3.4.1	Défaut d'écaillage	65
3.4.2	Présentation des signaux	66
3.4.3	Signaux originaux	67
3.4.3.1	Évolution du kurtosis des signaux originaux	69
3.4.4	Indicateur proposé	72
3.5	CONCLUSION DU CHAPITRE	74

L e but de ce chapitre est d'essayer de maîtriser les différents paramètres liés à l'analyse par ondelettes pour une détection fiable et peu coûteuse, à savoir, l'ordre de l'ondelette et le niveau de décomposition en vue d'améliorer la sensibilité de certains indicateurs comme le Kurtosis qui ne peuvent donner un verdict fiable sur l'état de l'engrenage. Bruit aléatoire et d'autres composantes de la machine viennent polluer le signal et rendent la détection difficile. L'approche, déjà utilisée pour des roulements, consiste à observer le Kurtosis pour plusieurs ordres d'ondelettes et niveaux de décomposition en fonction de la gravité du défaut.

3.1 INTRODUCTION

La présence des engrenages dans la plupart des domaines industriels, ainsi que la nécessité d'un diagnostic précoce des défauts et un contrôle qualité du bruit, font que l'étude de ses vibrations suscite un vif intérêt dans le monde de la recherche. Parmi les méthodes de surveillance des machines, l'analyse des vibrations occupe une place privilégiée car elles sont l'image des efforts dynamiques engendrés par les pièces en mouvement ou par des sources extérieures.

Le traitement des signaux vibratoires permet d'extraire d'un signal global complexe difficile à interpréter, des signaux correspondants aux vibrations provoquées par les pièces en mouvement dans la machine. Jusqu'à présent, l'analyse vibratoire était essentiellement basée sur des méthodes stationnaires (analyses spectrales, de Fourier, cepstrale). Cependant, de nouveaux travaux ont montré l'intérêt de nouvelles méthodes basées sur la non stationnarité ou la non linéarité de ce phénomène.

Les signaux vibratoires des machines tournantes sont de nature harmonique. Ceci justifie l'emploi de la transformée de Fourier qui, est incontournable dans l'analyse du signal utilisant l'aspect fréquentiel d'un signal mais elle ne convient pas à tous les types de signaux, notamment des signaux non stationnaires. Elle est insuffisante pour mettre en évidence les caractéristiques évolutives du signal. Et ni la description temporelle ni la description fréquentielle seules ne permettent de décrire l'évolution temporelle du contenu spectral d'un signal. Une autre description est donc nécessaire. Drouiche et al (Drouiche91) jugent les techniques basées sur l'analyse de Fourier et l'emploi de descripteurs de signaux tels les valeurs RMS, Kurtosis, ne sont pas efficaces. Ils ont donc testé des méthodes de traitement du signal (Capon, Lagunas, AR) réputées plus performantes pour détecter des défauts, caractérisés à l'état précoce, par des non-stationnarités locales lors de l'engrènement des dents. Aatola et al (Aatolago) ont réalisé une étude comparative entre plusieurs méthodes d'analyse vibratoire. Il ont utilisé comme indicateurs : le spectre d'énergie, le cepstre d'énergie, la valeur efficace (RMS) et le Kurtosis du signal. L'objectif était d'étudier les performances de ces différentes méthodes. A la suite de ces travaux, il s'est avéré que le cepstre d'énergie était le plus efficace, puisqu'il a permis de déceler de manière claire, l'apparition des défauts quatre heures avant la cassure des dents. Dans les travaux de Bouzouane et al

(Bouzouane03) deux types d'ondelettes ont été testés sur des cas réels : Daubechies et Morlet. Ils ont montré que la première est adaptée aux signaux stationnaires tels que ceux générées par un balourd et la deuxième aux signaux non stationnaires tels que ceux générés par un défaut de dentures. La conclusion est que de meilleurs résultats peuvent être obtenus, notamment pour la multirésolution, si la cadence d'échantillonnage est plus importante. D'après eux, il reste à voir la capacité de cette méthode à s'adapter à des signaux contenant deux ou plusieurs types de défauts à la fois.

Le contenu spectral de l'erreur statique de transmission sous charge se caractérise par des raies autour des fréquences de rotation des arbres et ses harmoniques qui sont attribuées aux défauts d'excentricité ou aux erreurs de division et par des raies à la fréquence d'engrènement et ses harmoniques qui sont attribuées aux défauts de profil Randall (Randall82), aux défauts de parallélisme, et aux fluctuations de la raideur d'engrènement. Par ailleurs, la combinaison d'un défaut d'excentricité avec la fluctuation de la raideur d'engrènement induit la présence de raies latérales autour de la fréquence d'engrènement et de ses harmoniques. Ces raies traduisent un phénomène de modulation d'amplitude des raies à la fréquence d'engrènement ou ses harmoniques par les fréquences de rotation des arbres caractéristiques des transmissions par engrenages.

Djebala et al (Djebala13) ont proposé une approche qui profite du caractère local de l'analyse en ondelettes et sa capacité à détecter les phénomènes transitoires. Ils ont tout d'abord calculé la transformée de Hilbert du signal puis ils ont calculé une enveloppe du signal qui sera traitée par l'analyse en ondelettes. Ils ont extrait alors le détail qui couvre la fréquence de rotation de la roue défectueuse. Parey et al (Parey06) utilisent une décomposition en mode empirique (EMD) utilisée comme un outil de traitement pour des signaux non stationnaires. Dans leur travail, ils exposent son fonctionnement à partir d'un signal réel. Ils exploitent cette méthode pour détecter d'une manière précoce la présence d'un défaut en utilisant des indicateurs vibratoires globaux qui sont basés sur l'analyse statistique d'un signal temporel tels que le Kurtosis et le facteur crête.

Les indicateurs sont parfois limités et ne peuvent donner un verdict fiable sur l'état de l'engrenage. Bruit aléatoire et d'autres composantes de la machine viennent

polluer le signal et rendent la détection difficile, voire impossible dans certains cas. Une première solution consiste à mesurer les signaux dans des bandes étroites aux hautes fréquences grâce à un filtrage passe-bande (Pachaud97). Une deuxième approche consiste à utiliser les outils modernes de débruitage des signaux vibratoires développés à partir de la transformée en ondelettes (Donoho95) et (Lingoo), soustraction spectrale (Drono4), ou le filtrage adaptif (Lino3). Une comparaison entre les trois méthodes a été appliquée sur des signaux de roulements défectueux (Dron10). En effet, l'utilisation de ces méthodes permet d'avoir des signaux filtrés et débruités dont le Kurtosis est plus significatif. Ceci va permettre de détecter les éventuels défauts dont la détection n'était pas possible dans les signaux bruts ou large bande.

3.2 TRANSFORMÉE EN ONDELETTES

Les ondelettes ont vu le jour lorsque certains sujets d'étude ont nécessité une analyse en fréquence et en temps. Au XIX^{ème} siècle, l'analyse de Fourier était la seule technique permettant la décomposition d'un signal et sa reconstruction sans perte d'information ; malheureusement elle fournit une analyse en fréquence mais ne permet pas la localisation temporelle de changements. En 1909, Alfréd Haar définit une fonction composée d'une courte impulsion négative suivie d'une courte impulsion positive, connue pour être la première ondelette (Ondelette de Haar). En 1946, Dennis Gabor, mathématicien hongrois, inventa une transformation de fonction analogue à celle de Joseph Fourier, appliquée sur une fenêtre temporelle exprimée par une fonction gaussienne. Finalement, le terme d'ondelette fut introduit dans le langage mathématique par Jean Morlet et Alex Grossmann en 1984. Terme initialement français, il fut traduit en anglais par wavelet, à partir des termes wave (onde) et le diminutif let (petite). Yves Meyer, reconnu comme un des fondateurs de la théorie des ondelettes, rassembla en 1986 toutes les découvertes précédentes puis définit les ondelettes orthogonales. La même année, Stéphane Mallat fit le lien entre les ondelettes et l'analyse multirésolution. Enfin, Ingrid Daubechies mit au point en 1987 des ondelettes orthogonales appelées ondelettes de Daubechies, facilement implémentables, (voir figure 3.1).

Une Ondelette est une oscillation en forme d'onde, d'une durée limitée et dont

la représentation graphique est telle que les aires positive et négative sont égales (moyenne nulle). On parle aussi de fenêtre « en accordéon »

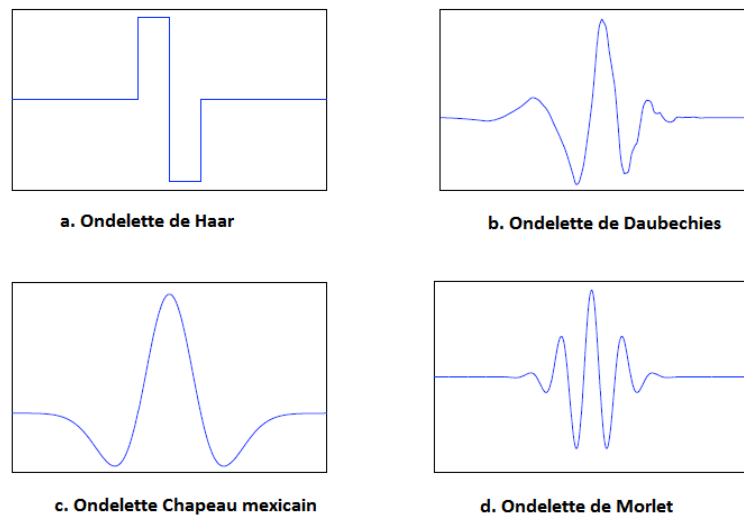


FIGURE 3.1 – Exemples d'ondelettes

3.2.1 Principe de la décomposition par ondelettes

L'idée de base de la transformation en ondelettes consiste à utiliser des fenêtres de pondération de fonction réelle à deux paramètres a et b de la forme $\psi_{a,b}(t)$. Une telle fonction se caractérise par : le facteur d'échelle a : il mesure l'étirement ou la contraction de l'ondelette. Une faible valeur de a signifie une ondelette contractée temporellement, le facteur de translation (ou la position) b est tel qu'en déplaçant son support d'analyse, on déplace l'ondelette dans le temps.

Cette méthode permet en particulier d'effectuer des études localisées sur une partie du signal. Des aspects particuliers caractérisant les phénomènes non stationnaires. L'historique et les développements théoriques sont donnés en annexe A.2.

3.2.2 Transformation en ondelettes continues

De l'analyse de Fourier ressortent des coefficients qui, multipliés par des sinusoides de fréquences appropriées, permettent de reconstituer le signal initial. Pour l'analyse par ondelettes, les coefficients d'ondelettes (liés au type d'ondelette utilisé)

pour une transformation sont déterminés par :

$$C(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \psi_{a,b}(t) dt \quad (3.1)$$

$x(t)$ étant le signal temporel, $\psi_{a,b}(t)$ la fonction de base de l'ondelette. Tout se déroule comme si on projetait le signal sur une base des fonctions analysantes. Ces dernières sont de la forme :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) \quad (3.2)$$

et sont construites à partir de la fonction génératrice (en général complexe) appelée ondelette-mère. La figure suivante montre l'exemple de l'ondelette de Morlet, constituée de sinus modulé par une gaussienne : Dès lors, une transformée en ondelettes continues s'écrit :

$$TO_x(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (3.3)$$

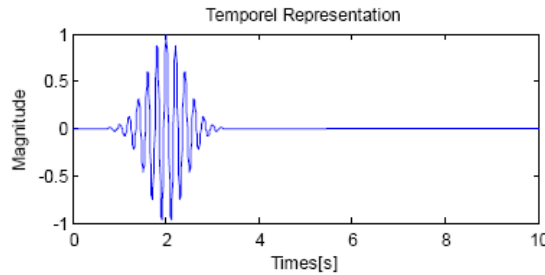


FIGURE 3.2 – Exemple d'ondelette de Morlet avec $a = 2$ et $b = 1$

Le scalogramme, défini par le carré du module de la transformée en ondelettes continues, est très utilisé dans le diagnostic de défauts :

$$SG_x(a, b) = |TO_x(a, b)|^2 \quad (3.4)$$

qui n'est rien d'autre que la corrélation locale entre la fonction analysante et le signal.

La différence par rapport à la transformée de Fourier est l'utilisation de déformation (dilatation ou contraction) du motif de l'ondelette originale. La notion de fréquence laisse la place à la notion d'échelle de dilatation (d'où le nom d'analyses multi-échelles ou de représentation temps-échelle).

A titre d'exemple, les ondelettes de Morlet et le « chapeau mexicain », de type à faible oscillation, ont été étudiées par (Addison02). En raison de sa parité, cette catégorie donne une décomposition temporelle. Elles peuvent alors convenir pour la détection de caractéristiques de courte durée, de faible amplitude, et masquées dans du bruit.

Pour certaines familles d'ondelettes, la décomposition est unique (il n'y a pas de redondance) car les coefficients d'ondelettes sont indépendants : on parle d'orthogonalité de ces ondelettes, lesquelles forment une base de fonctions orthogonales.

La procédure permettant d'arriver à la transformation en ondelettes continues est décrite comme suit :

1. choisir une Ondelette d'analyse et la comparer à une portion au début du signal,
2. calculer le coefficient d'ondelette C représentant la valeur de la corrélation entre l'ondelette et le signal,
3. déplacer l'ondelette et refaire les opérations 1. et 2. jusqu'à balayer intégralement le signal,
4. varier l'échelle de l'ondelette et répéter les opérations 1. à 3. puis les étapes 1. à 4. pour toutes les échelles.

A la fin, on obtient les coefficients d'ondelettes aux différentes échelles et positions.

3.2.3 Relation entre échelle et fréquence

Le terme « échelle » désigne la corrélation entre la taille de l'ondelette et celle des composantes que l'on recherche.

De manière générale, les ondelettes étendues (grandes échelles) conviennent pour voir la tendance du signal aux basses fréquences, autrement dit les composantes de longue durée. En effet, étirer les oscillations fait baisser leur fréquence. Par contre, celles qui sont fines ou contractées (petites échelles) permettent de se concentrer sur les hautes fréquences correspondant aux composantes transitoires en général. Elles poursuivent les variations rapides et fournissent des informations sur le temps d'apparition d'un événement.

C'est ainsi que les ondelettes s'adaptent automatiquement aux différentes composantes du signal.

L'avantage de la multi-résolution est mis en évidence dans la localisation de composants de courte durée dans le signal. Cette qualité a été mise à profit par (Wang03c) pour surveiller l'état d'une boîte de transmission à engrenage sur un hélicoptère, particulièrement les défauts générant des phénomènes transitoires. Pour cela, un algorithme de calcul a été élaboré.

La combinaison de différentes techniques s'avère souvent pertinente. (Wang03a) a conjugué avantageusement les transformations de Fourier et en ondelettes pour caractériser des défauts naissants et bien localisés sur les paliers à roulement.

Si la plupart des travaux portent sur la représentation des ondelettes en amplitude, le plan des phases (pour les ondelettes complexes) peut aussi être sondé. (Boulahbal99) a alors combiné les deux espaces pour évaluer l'état des engrenages. Il a en outre introduit la représentation polaire, très intéressant pour le repérage précis de la dent usée. Par la suite, (Meltziero4) a poursuivi ces travaux en ajoutant un autre facteur : vitesse de rotation variable. Pour cela, un logiciel spécifique a été développé et testé sur un réducteur à engrenage droit à denture hélicoïdale, des améliorations ont été trouvées.

Rubini (Rubinio1) a démontré l'efficacité des ondelettes par rapport à d'autres techniques, en étudiant des roulements comportant des défauts de piqûres sur les pistes et cela pour de faibles charges radiales. Les exemples s'étendent vers d'autres domaines, tels que les turbomachines. (Aretakis97) a ainsi confirmé la pertinence de la méthode en diagnostiquant les défauts sur une turbine à gaz. Dalpiaz (Dalpiazoo) a pu analyser les vibrations non-stationnaires dans les mécanismes à cames sur les machines d'emballage automatique.

3.2.4 Transformation en ondelettes discrètes

Le facteur d'échelle et le pas de translation étant des réels, la transformation en ondelettes continue est redondante. Étant parcouru continûment, l'espace temps-fréquence est sur-analysé. En outre, la transformation occasionne un volume impor-

tant de calculs, vue la quantité des coefficients. C'est pourquoi on a créé la transformation en ondelettes discrète dans laquelle on ne translate et dilate l'ondelette que selon des valeurs discrètes.

En général, le facteur de dilatation a est une puissance de 2. C'est comme si on procède par échantillonnage avec des échelles égales à des puissances de 2. Le nombre de coefficients est ainsi considérablement réduit.

Yin-ge (Yin-ge91) a utilisé la transformée de Haar pour le diagnostic des défauts sur les machines tournantes. Pour cela, il s'est basé sur le pic d'impulsion comme indicateur. En raison de sa simplicité, la transformation de Haar a en outre été utilisée dans d'autres domaines. Tonshoff (Tonshoff03) a étudié les machines-outils avec cette méthode. L'auteur a utilisé la transformée en ondelette discrète pour prévenir la cassure de l'outil fraise par mesure du courant électrique du moteur d'entraînement.

3.2.5 Choix des ondelettes

En raison de sa forme, l'ondelette de Morlet se prête naturellement à l'analyse de signaux de type réponses impulsionnelles à un choc (D'Amoursoo). En outre, selon Staszewski (Staszewski97), ce type d'ondelette est aussi bien adapté pour détecter de brusques changements (discontinuités et impulsions) dans les signaux vibratoires venant d'engrenages.

En tout cas, il importe de se pencher sur deux facteurs : le système de représentation (continu ou discret) et les propriétés des ondelettes, notamment trois caractéristiques essentielles :

- ☐ Le nombre de moments nuls : plus il y en a, plus l'ondelette oscille. S'il n'y en a qu'un seul, l'ondelette ne voit pas les fonctions linéaires. S'il en a deux, elle est aveugle aux fonctions quadratiques ? En réalité, l'effet du nombre de moments nuls est de concentrer l'information du signal dans quelques coefficients. Par exemple, selon I. Daubechies, deux moments nuls suffisent pour l'analyse numérique des images,
- ☐ La régularité (Ondelette lisse ou non) qui agit sur la qualité de la reconstruction du signal,

- La sélectivité fréquentielle : une Ondelette est constituée d'un mélange de fréquences indiqué par sa transformée de Fourier. Les coefficients d'ondelettes se réfèrent à ce mélange. Ainsi, plus cette gamme de fréquences est étroite, plus l'ondelette est sélective en fréquence : elle peut découper en fréquence le signal avec netteté.

Dans le choix de la fonction d'ondelettes, quatre aspects doivent être considérés :

- L'orthogonalité : suite à une redondance aux larges échelles, le spectre d'ondelettes est fortement corrélé aux positions temporelles adjacentes. La non orthogonalité est alors admise en cas de variations lisses et continues dans le signal,
- Fonction mère complexe ou réelle : une fonction complexe donnant des informations à la fois en amplitude et en phase, convient mieux pour capturer des oscillations. Une fonction réelle ne fournit qu'une composante et peut donc s'utiliser pour isoler des discontinuités ou des pics,
- Largeur : une fonction étroite en temps aura une bonne résolution temporelle mais pauvre en fréquence et vice-versa,
- Forme : elle devra refléter le type de caractéristiques contenues dans le signal. Pour des sauts aigus ou des peignes de pics, une fonction rectangulaire (Haar) conviendra ; pour des variations plus douces, une fonction similaire (cosinus amorti) sera choisie.

3.2.6 Recherche des meilleures ondelettes

Les ondelettes sont caractérisées d'une part par les propriétés de localisation en temps et en fréquence, d'autre part par l'orthogonalité : elles ne s'adaptent pas à tous les signaux. Il est nécessaire de limiter leur utilisation. Pour différents types d'ondelettes, il est nécessaire de rappeler les caractéristiques d'une Ondelette donnée, afin de disposer de bons critères de comparaison.

L'utilisation de l'ondelette de Morlet est semblable à celle d'un sinus lors de la transformée de Fourier. D'Amours (D'Amoursoo) a établi qu'un lien peut être fait entre l'échelle de l'ondelette et la fréquence du sinus.

L'échelle de temps est une fonction décroissante de la fréquence du signal. Généralement, la sensibilité des ondelettes aux fréquences importantes est faible.

Par ailleurs, pour un signal doux sur une longue durée, se contentant d'osciller, l'analyse avec de petites ondelettes ne capturant que quelques oscillations à la fois, n'est pas raisonnable. C'est une des raisons pour lesquelles les ondelettes s'adaptent peu à la musique et à la parole.

3.3 SIMULATIONS

3.3.1 Modèle dynamique retenu

Le modèle dynamique utilisé dans la présente partie est accessible dans la littérature et la représentation graphique correspondante est présentée sur la figure 3.3.

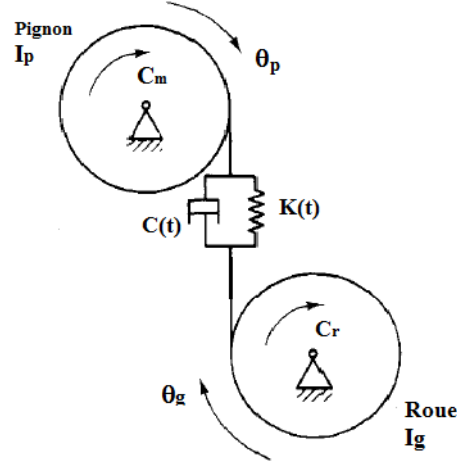


FIGURE 3.3 – Modèle dynamique de l'engrenage

3.3.2 Équations de mouvement

Les équations de mouvement peuvent être déduites en utilisant la méthode de Lagrange.

L'énergie cinétique du système est T ;

$$T = \frac{1}{2} \left[I_p \dot{\theta}_p^2 + I_g \dot{\theta}_g^2 \right] \quad (3.5)$$

L'énergie de déformation du système est V ;

$$V = \frac{1}{2} K(t) (R_p \theta_p - R_g \theta_g)^2 \quad (3.6)$$

L'énergie de dissipation du système est D ;

$$D = \frac{1}{2} C(t) (R_p \dot{\theta}_p - R_g \dot{\theta}_g)^2 \quad (3.7)$$

L'équation de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = F_i \quad (3.8)$$

Où, $L = T - V$ est le Lagrangien du système et q_i représentent les degrés de liberté généralisés.

En substituant les équations (3.5), (3.6) et (3.7) dans l'équation (3.8) et la réalisation des opérations nécessaires, les équations du mouvement sont données par :

$$I_p \ddot{\theta}_p + C(t).R_p [R_p \dot{\theta}_p - R_g \dot{\theta}_g] + K(t).R_p [R_p \theta_p - R_g \theta_g] = C_m \quad (3.9)$$

$$I_g \ddot{\theta}_g - C(t).R_g [R_p \dot{\theta}_p - R_g \dot{\theta}_g] - K(t).R_g [R_p \theta_p - R_g \theta_g] = -C_r \quad (3.10)$$

L'équation du mouvement est réorganisée sous la forme de l'équation (3.11) en soustrayant $\frac{R_g}{I_g}$ fois l'équation (3.10) de $\frac{R_p}{I_p}$ fois l'équation (3.9).

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + C(t) \frac{dx}{dt} + K(t)x = F \quad (3.11)$$

Où la variable x est le degré de liberté analysé, appelé erreur de transmission dynamique, elle est définie comme suit :

$$x = R_p \theta_p - R_g \theta_g \quad (3.12)$$

Où R_p et R_g sont les rayons de base, θ_p et θ_g les rotations, respectivement, du pignon et de la roue et $e(t)$ la fonction erreur. De plus, M est la masse équivalente décrite dans l'équation 3.11 ; le terme de la raideur $K(t)$ est mathématiquement traité au moyen d'un développement de Fourier, grâce à un facteur constant K_m , F est la force de contact entre les dents.

La force est calculée comme le rapport entre le couple C_m et le rayon de base R_p :

$$F = \frac{C_m}{R_p} = \frac{C_r}{R_g} \quad (3.13)$$

C_m et C_r sont les couples moteur et récepteur.

Le deuxième paramètre à évaluer est la masse équivalente M . C'est une fonction des moments d'inertie des deux roues de l'engrenage I_p et I_g et des rayons de base

correspondants R_p et R_g :

$$M = \frac{I_p I_g}{I_g R_p^2 + I_p R_g^2} \quad (3.14)$$

La réponse dynamique est simulée en résolvant numériquement cette équation pour chaque incrément de temps. L'effet de la variation de la raideur d'engrènement est implanté dans le modèle par la mise à jour de sa valeur pour chaque incrément de temps.

3.3.3 Effet de la variation de la raideur d'engrènement

Lin et Parker (Lino2) supposent que la raideur varie avec la rotation de l'arbre, suivant l'équation :

$$K(t) = K_m + 2K_a \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin(\omega_m t) + b_i \cos(\omega_m t) \quad (3.15)$$

Où

$$a_i = -\frac{2}{i\pi} \sin[i\pi(\epsilon - 2\phi)] \sin(i\pi\epsilon) \quad (3.16)$$

$$b_i = -\frac{2}{i\pi} \cos[i\pi(\epsilon - 2\phi)] \sin(i\pi\epsilon) \quad (3.17)$$

Où,

K_m : raideur d'engrènement moyenne

$2K_a$: taux de variation de la raideur

ω_m : fréquence d'engrènement

ϵ : facteur de conduite

ϕ : angle de phase

La fissuration d'une dent d'engrenage est un défaut qui présente des aspects dangereux pour le fonctionnement correct. Pouvoir détecter ce défaut le plutôt possible s'avère donc une tâche d'une extrême importance.

Pour modéliser une fissure d'une dent au niveau de sa racine, la pluparts des études considèrent des modifications dans le profil de la raideur d'engrènement (Abbes10). En effet la raideur s'atténue au niveau de la dent défaillante, et cela se produit une fois par cycle de contact de cette dent.

Nous avons donc modélisé une fissure locale sur une dent par rapport à sa position angulaire sur le cercle de base. A cette position, on considère une diminution de la raideur d'engrènement, ce phénomène se répète à chaque fois que la dent fissurée rentre en contact avec les dents de la roue opposée. Dans ce cas la condition qui régit l'expression de la raideur en présence d'une fissure localisée sur une dent s'écrit comme suit :

- Si le contact se fait entre des dents saines, la raideur d'engrènement est donnée par $K(t)$,
- Si le contact se fait entre la dent fissurée et les dents de la roue opposée, la raideur d'engrènement est donnée par $K(t) [1 - D(t)]$, avec $0 < D(t) < 1$ qui présente le taux de dégradation de la raideur.

Cela revient à supposer que la raideur d'engrènement en présence d'une fissure localisée sur une dent, comme une fonction modulée par une fonction périodique $D(t)$, qui a pour expression :

$$D(t) = \alpha \delta \left[1 + \sum_n \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} \cos(n\Omega_i t) \right] \quad (3.18)$$

$\Omega_i = 2\pi f_i$, $i = 1, 2$ et f_i représente la fréquence de rotation de la roue affectée par la fissure. δ est l'amplitude de la fonction $D(t)$, il représente l'évolution de la fissure.

$\alpha = \frac{1}{Z_i}$ représente le rapport cyclique.

3.3.4 Signaux de simulations

Les simulations numériques du système d'engrenages sont réalisées en utilisant le schéma d'intégration de Newmark (Annexe A.1). Les principaux paramètres de la transmission sont regroupés dans le tableau 3.1.

TABLE 3.1 – Paramètres de la transmission

Paramètres	Désignation	Valeur	Unité
Z_p	Nombre de dents de la roue 1	29	
Z_g	Nombre de dents de la roue 2	27	
M_p	Masse de la roue 1	2.7	Kg
M_g	Masse de la roue 2	2.53	Kg
I_p	Moment d'inertie de la roue 1	0.00216	$Kg.m^2$
I_g	Moment d'inertie de la roue 2	0.001781	$Kg.m^2$
R_p	rayon de base de la roue 1	0.04	m
R_g	Rayon de base de la roue 2	0.0375	m
K_m	Raideur d'engrènement moyenne	910^7	$\frac{N}{m}$
f_1	Fréquence de rotation de l'arbre moteur	30	Hz
f_z	Fréquence d'engrènement	870	Hz

Le défaut envisagé sur l'engrenage est un défaut localisé sur une dent de la roue motrice de l'engrenage. La figure 3.4 présente l'allure du signal simulé. Les signaux temporels sont présentés pour une durée de 0.3 secondes, le couple d'engrenage produit des vibrations à travers tout le système mécanique.

Le signal d'accélération avec un engrenage sans défaut est constitué de deux caractéristiques principales : il contient un signal périodique à la période d'engrènement et une modulation d'amplitude de période de rotation d'arbre. En présence du défaut local d'engrenage, l'amplitude générale du signal due à la modulation d'amplitude est également plus importante que dans la configuration sans défaut.

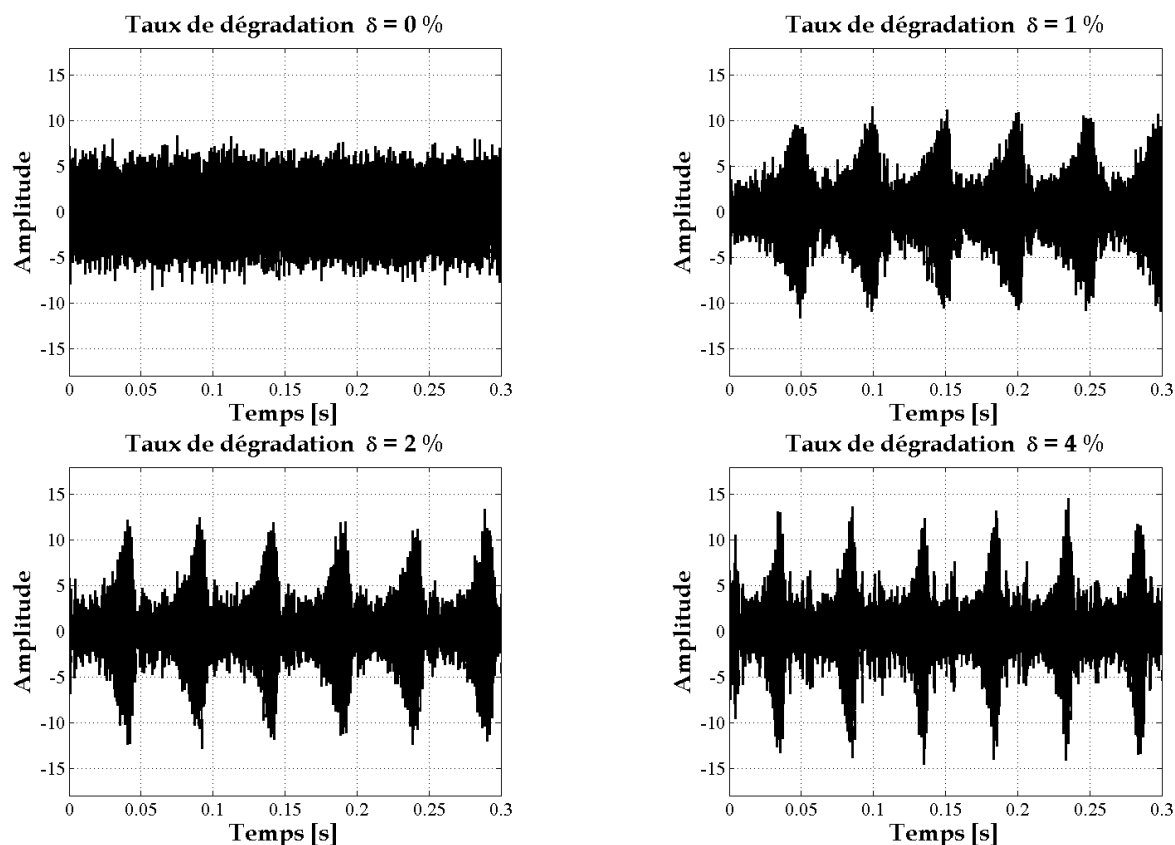


FIGURE 3.4 – Signaux simulés bruités avec et sans défaut

3.3.5 Évolution du Kurtosis pour le signal simulé bruité

Dans plusieurs travaux le kurtosis s'est montré plus sensible que les autres indicateurs scalaires, ce qui le place en tant qu'indicateur privilégié lorsqu'il s'agit de défauts de type chocs, notamment ceux des roulements et des engrenages (Pachaud97).

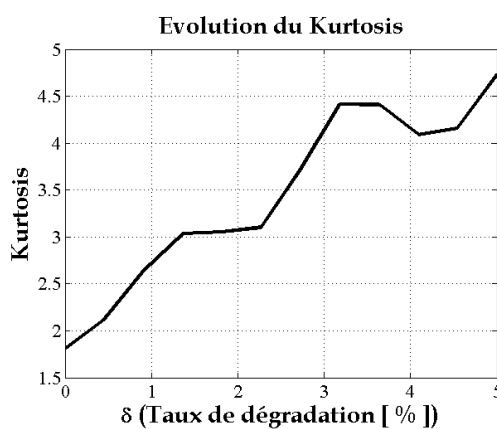


FIGURE 3.5 – Évolution du Kurtosis - Signal simulé bruité

La figure 3.5, représente l'évolution selon la gravité du défaut, du Kurtosis pour le

signal simulé bruité où la totalité des points sont pris en compte. Les résultats obtenus montrent qu'il est difficile de détecter le défaut dès sa naissance (pour un seuil fixé au paravant). une analyse de cet indicateur met en évidence que le défaut n'apparaît que lorsque le taux de dégradation atteint la valeur de 3.18 %. Il est donc nécessaire de décomposer le signal en plusieurs approximations en utilisant l'analyse en ondelettes.

3.3.6 Optimisation de l'analyse multirésolution en ondelettes

Le débruitage est un processus qui consiste à éliminer le bruit d'un signal quelconque. La complexité de cette tâche est toujours liée à la nature du bruit et au type du signal. Cette complexité est liée la plupart du temps à la stationnarité ou à la non stationnarité et du signal et du bruit. Un bruit blanc est souvent plus simple à éliminer qu'un bruit coloré. Depuis plusieurs décennies, on tente de développer des méthodes de plus en plus performantes et rigoureuses en matière d'élimination de bruit tout en préservant l'intégrité du signal. Longtemps le domaine de Fourier était l'outil de choix pour traiter ce problème, sauf qu'il était toujours difficile d'éviter d'altérer du signal en réduisant une grande quantité de bruit. Des méthodes basées sur le seuillage par transformée d'ondelettes ont vu le jour pour combler ces lacunes (Donoho95), (Donoho94), (Johnstone97). Leurs force réside dans leur simplicité d'application et dans leur efficacité. L'algorithme de base de débruitage par ondelettes peut être décomposé en trois étapes essentielles (Donoho95) :

- La décomposition par la transformée en ondelettes.
- Le seuillage des coefficients issus par la décomposition.
- La reconstruction par la transformée en ondelettes inverse.

En effet, à partir du signal à débruiter, on décompose le signal sur une base orthogonale d'ondelettes. On effectue ensuite une opération de seuillage qui consiste à éliminer les coefficients qu'on considère comme du bruit ou à les réduire en fonction du seuil calculé. En dernier lieu, on applique la transformée en ondelettes inverse sur les coefficients seuillés et on récupère le signal débruité.

Les méthodes de seuillage les plus connues, introduites par Donoho (Donoho94), sont le seuillage doux et le seuillage dur. Des variantes de ces types de seuillage (Chango2) ont été développées pour tenter d'améliorer ces méthodes.

3.3.6.1 Seuillage doux

Le seuillage doux consiste à éliminer tout coefficient au dessous du seuil et à soustraire ce seuil des autres coefficients. Soit un vecteur x quelconque. La fonction de seuillage doux $T_{doux}(x)$ appliquée sur x est donnée par :

$$T_{doux}(x) = \begin{cases} \text{sign}(x)(|x| - \lambda) & |x| \geq \lambda \\ 0 & |x| < \lambda \end{cases} \quad (3.19)$$

3.3.6.2 Seuillage dur

Le seuillage dur est plus catégorique que le seuillage doux du fait qu'on considère un coefficient donné soit comme représentant totalement un bruit pur donc à éliminer, ou comme un coefficient représentant une portion du signal donc à conserver. La fonction de seuillage dur $T_{dur}(x)$ appliquée sur x est donnée par l'équation :

$$T_{dur}(x) = \begin{cases} x & |x| < \lambda \\ 0 & |x| \leq \lambda \end{cases} \quad (3.20)$$

Où λ est la valeur du seuil.

Le théorème de Donoho et Johnstone définit un seuil T pour les coefficients de la transformée en ondelettes (Donoho94) et dont la valeur est :

$$T = \sigma \sqrt{2 \log(N)} \quad (3.21)$$

Où σ est l'écart-type ou le niveau du bruit qui est estimé par l'équation 3.16 :

$$\sigma = \frac{\text{median}(|d_i|)}{0.6745} \quad (3.22)$$

et où d_i représente les coefficients des détails obtenus au niveau i .

3.3.6.3 Méthodologie utilisée pour l'évaluation des performances

Pour évaluer la performance de l'approche utilisée, on se base sur un critère utilisé largement dans les tests de simulation et qui est celui du rapport signal bruit (SNR) exprimé par le rapport des puissances du signal, P_S , et du bruit, P_B :

$$SNR = 10 \log \left(\frac{P_S}{P_B} \right) \quad (3.23)$$

3.3.6.4 Choix de l'ondelette analysante

L'analyse du choix de l'ondelette analysante sera effectuée sur la base d'un test de plusieurs ondelettes analysantes. Ceci se fera sur l'étude du SNR, existant entre le signal original et le signal après reconstruction. L'ondelette analysante choisie sera celle qui présentera la valeur du SNR la plus grande. Nous appliquons l'algorithme d'analyse multirésolution de Mallat en employant l'ondelette analysante pour différents ordres. Les ondelettes analysantes les plus utilisées sont Daubechies (db) et Symelet (sym). Une comparaison entre deux ondelettes est montrée sur la figure 3.6.

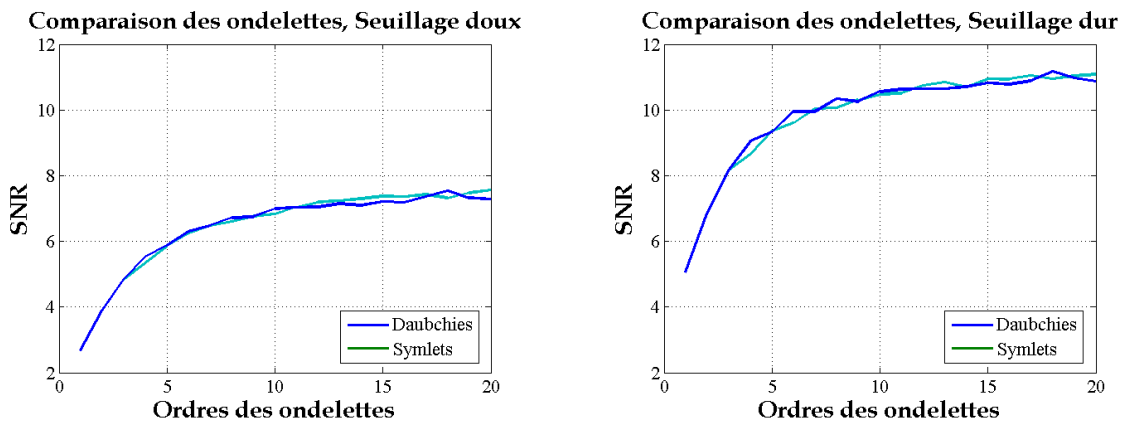


FIGURE 3.6 – Comparaison entre ondelettes

Dans le cadre des simulations effectuées dans ce travail, les choix ont été effectués à plusieurs niveaux concernant : le type d'ondelette, le nombre de niveaux de décomposition et la technique de seuillage.

L'étude relative au choix de l'ordre de l'ondelette de Daubechies, montre que la (db20) est la mieux adaptée pour ce type de signaux dans le cas d'un seuillage doux.

Les résultats sont donnés pour le niveau 6 et la méthode parmi les méthodes de seuillage (seuillage doux, seuillage dur), nous tracons les courbes représentant le gain en rapport signal/bruit en fonction du SNR en entrée et de l'ordre de l'ondelette.

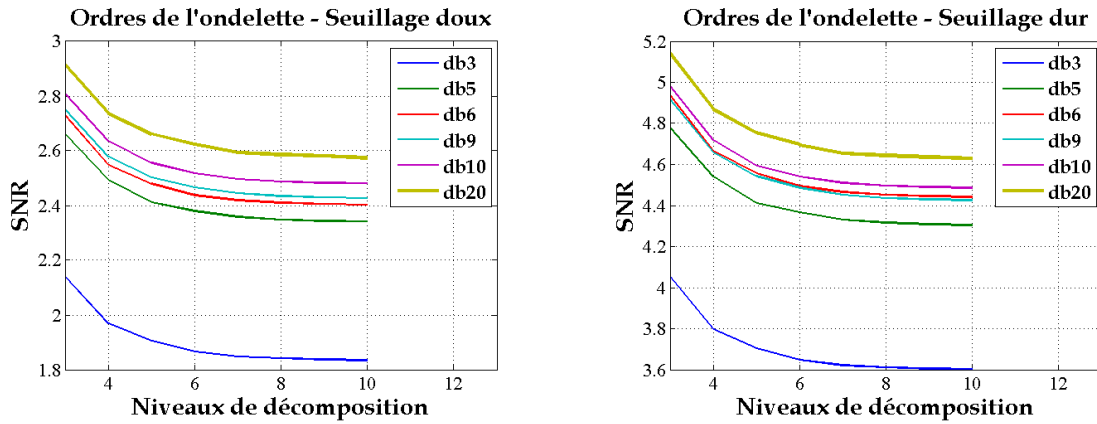


FIGURE 3.7 – Comparaison entre ondelettes

Le seuillage doux donne des résultats peu intéressants dans la mesure où il altère énormément le signal ce qui est bien visible dans le cas d'un SNR égal à -5, 0 ou à 5 dB et où l'on observe un gain négatif, d'où son inefficacité. Pour ce qui concerne la variation de l'ordre de l'ondelette, on constate qu'il n'a presque aucun effet sur l'efficacité de débruitage pour les valeurs de SNR -5 dB et 0 dB, mais qu'il donne une amélioration entre les valeurs de 1^{er} ordre de l'ondelette (ordre 5 et 40) dans le cas où le SNR est fixé à 5 ou à 10 dB. On constate dès lors que plus l'ordre est élevé, plus cette amélioration est remarquable. Le seuillage dur représente une amélioration très nette par rapport au seuillage doux. Bien que cette amélioration ne soit pas très efficace pour un SNR = -5 dB, elle l'est fortement pour un SNR = 0 dB et plus où l'on observe un gain de plusieurs décibels comme le montre la Figure 3.8.

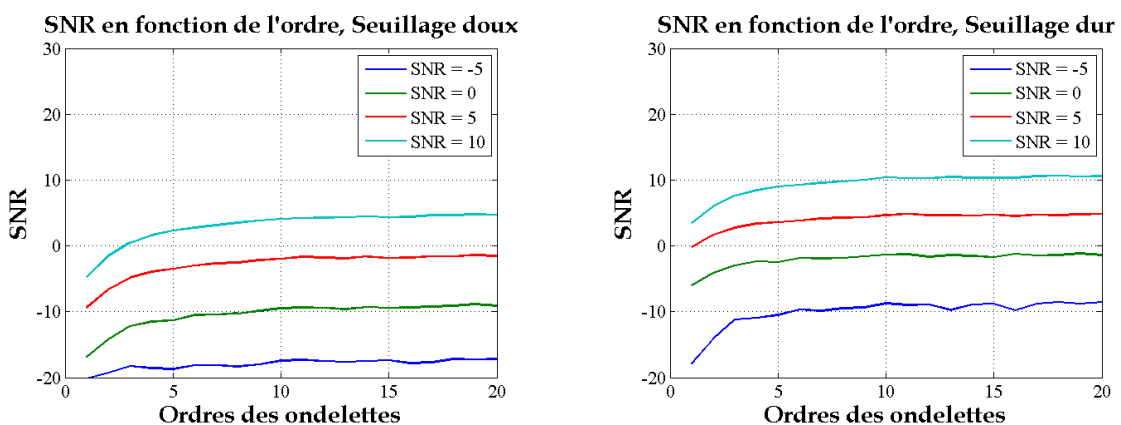


FIGURE 3.8 – Comparaison entre ondelettes

3.3.7 Evolution du Kurtosis pour différentes approximations

Plusieurs simulations ont montré que l'indicateur le mieux adapté dans ce cas est le Kurtosis puisque c'est lui qui peut détecter d'une manière précoce le défaut pour les premières approximations. Effectivement la figure 3.9 ; met en évidence cette conclusion. Au bout de l'approximation 2, nous pouvons détecter le défaut lorsque le taux de dégradation atteint la valeur de 1.36 % si on se fixe un seuil de 3 pour le Kurtosis.

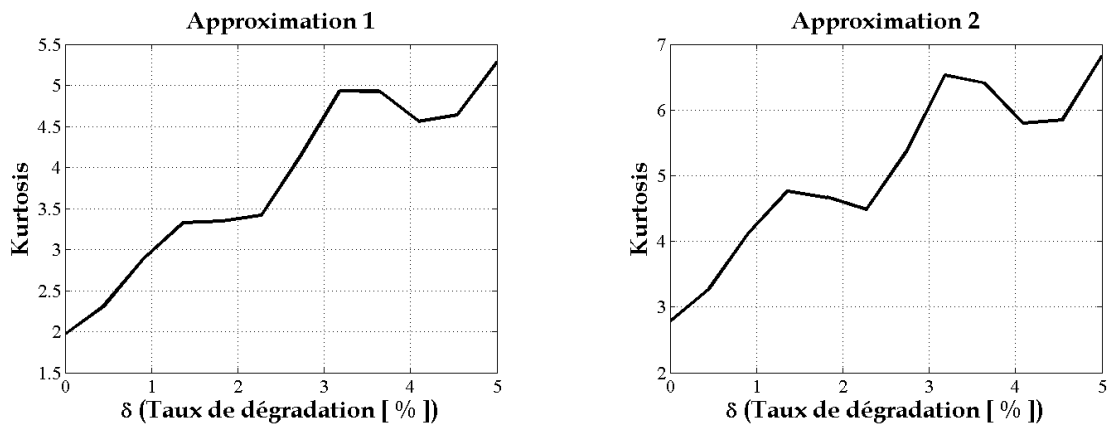


FIGURE 3.9 – Évolution du Kurtosis pour différentes approximations

Une comparaison entre les valeurs du Kurtosis avant décomposition du signal et après (Figure 3.10), montre l'apport des transformées en ondelettes dans l'amélioration de la sensibilité de cet indicateur par rapport au cas classique.

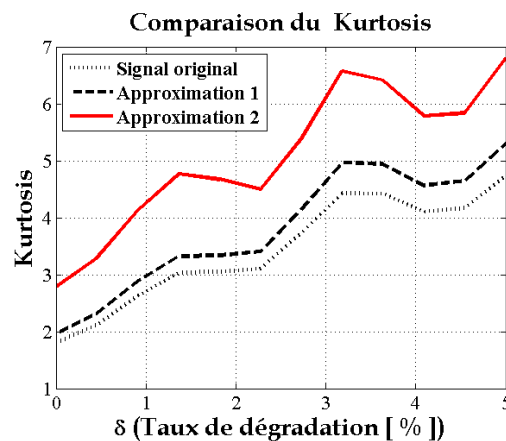


FIGURE 3.10 – Comparaison des Kurtosis des signaux simulés avec les approximations

Les valeurs du Kurtosis sont très influencées par le bruit. La figure 3.11, montre la différence entre les valeurs du Kurtosis du signal original et celles du signal reconstitué.

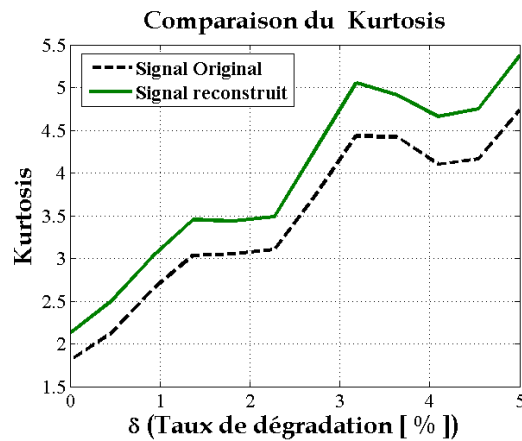


FIGURE 3.11 – Comparaison des Kurtosis

3.4 APPLICATION

3.4.1 Défaut d'écaillage

Les dégradations sont produites par fatigue en sous-couche, au point de cisaillement maximal. On rencontre ce type d'avarie dans les engrenages cémentés (couche superficielle durcie); ces engrenages sont actuellement très répandus car ils permettent de passer des couples importants dans des dimensions raisonnables. L'écaillage qui est le défaut principal, évolue très rapidement vers la rupture, sans passer par une phase d'usure.

L'écaillage situé sur une dent d'engrenage est sollicité à chaque tour d'arbre; sa fréquence caractéristique est la fréquence de rotation de l'arbre sur lequel est montée la roue dentée (Figure 3.12).

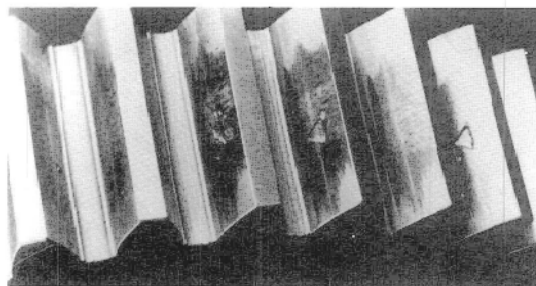


FIGURE 3.12 – Défaut local d'écaillage(Breneuro2)

3.4.2 Présentation des signaux

Les vibrations d'engrenages sur lesquelles nous avons fait les calculs proviennent d'un réducteur du CETIM. Le dimensionnement des roues de l'engrenage cimenté trempé, ainsi que les conditions de fonctionnement (vitesse, couple) ont été fixés de façon à obtenir un écaillage sur toute la longueur d'une dent (Drouiche⁹¹) et (www.laspi.fr). Tous les jours après l'acquisition des signaux vibratoires, le banc est arrêté, pour expertiser l'état des dentures des roues (Tableau 3.2). Les essais du réducteur s'étalent sur 12 jours avec l'enregistrement d'un signal vibratoire chaque jour. Le réducteur est composé d'un pignon de 20 dents et d'une roue de 21 dents. La vitesse du moteur d'entraînement est de 1000 trs/mn soit environ 16.67 Hz, la vitesse de rotation de la roue est de 15.87 Hz et la fréquence d'engrènement de l'ordre de 330 Hz. La fréquence d'échantillonnage est de 20 khz. Chaque enregistrement comporte 60000 points soit une durée de signal de 3 s. Durant l'expérimentation, le réducteur passe de l'état de bon fonctionnement à un état détérioré.

TABLE 3.2 – *Rapport d'expertise*

Jours	Observations
1	Premier jour d'acquisition pas d'anomalie
2	Pas d'anomalie
3	Pas d'anomalie
4	Pas d'anomalie
5	Pas d'anomalie
6	Écaillage dent 1 / 2
7	Pas d'évolution
8	Dent 1 / 2 pas d'évolution. Dent 15 / 16 début d'écaillage
9	Évolution de l'écaillage dent 15 / 16
10	Évolution de l'écaillage dent 15 / 16
11	Évolution de l'écaillage dent 15 / 16
12	Écaillage sur toute la largeur de la dent 15 / 16

3.4.3 Signaux originaux

Sur la figure 3.13, nous avons représenté les signaux temporels originaux avec et sans défaut.

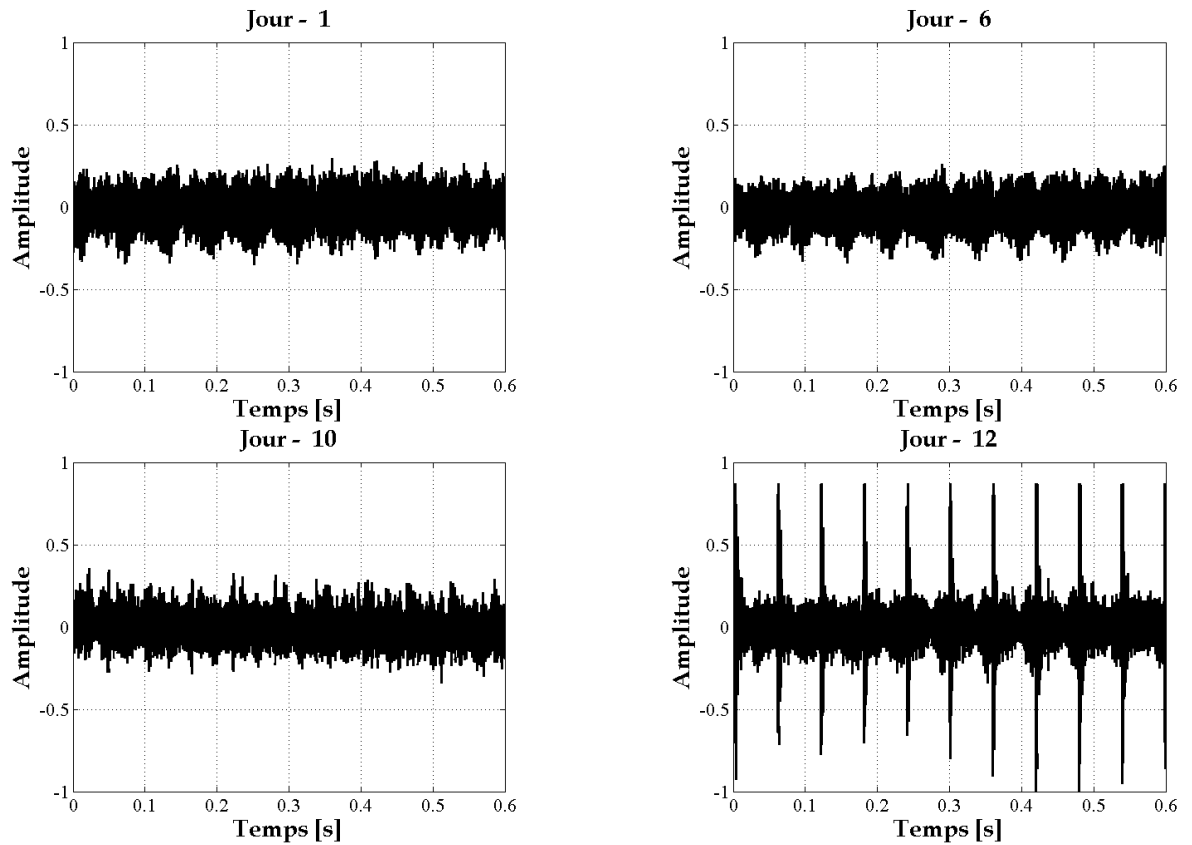


FIGURE 3.13 – Signaux expérimentaux bruités avec et sans défaut

En 2006 Parey et El-Badaoui (Pareyo6), utilisent la méthode de la décomposition en modes empiriques (EMD : Empirical Mode Décomposition) et montrent qu'il est possible de détecter le défaut le 10^{ème} jour (Figure 3.14) au lieu du 11^{ème} jour comme le montre le rapport d'expertise.

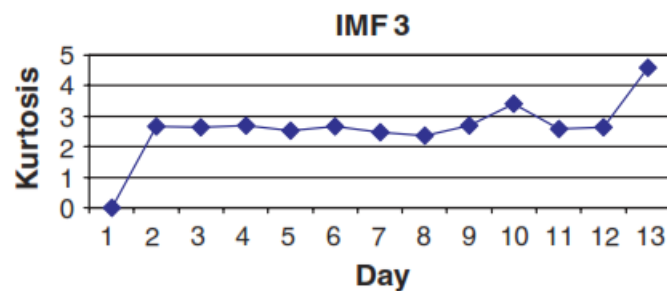


FIGURE 3.14 – Évolution du Kurtosis de l'IMF 3 du signal expérimental (Pareyo6)

El-Badaoui (El-Badaoui99) a constaté que le pic cepstral de la roue qui développe le

défaut (A_1) augmente au détriment de l'autre. La somme des premiers pics toujours voisine de 0.5, lui indique que les signaux traités sont très peu bruités. L'évolution de son indicateur indique clairement qu'à partir du 8^{ème} jour, le pignon développe un défaut. Ce résultat concorde avec le constat de l'expertise faite sur ce réducteur, qui indique, ce 8^{ème} jour l'apparition d'un début d'écaillage sur la dent 15/16 (Figure 3.15).

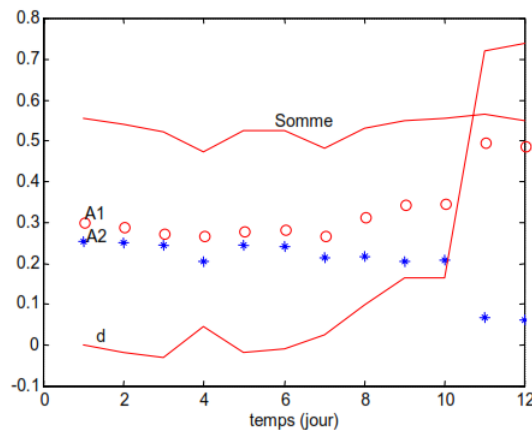


FIGURE 3.15 – Évolution des pics cepstraux A_1 et A_2 , de leur somme et de l'indicateur en fonction des jours d'acquisition (El-Badaoui99)

Dans leur article, Haloui et al (Halouio7), ont proposé une technique basée sur le modèle de Prony. Ils ont montré que l'analyse des vibrations, grâce à la technique de Prony, permet de détecter le défaut présent sur la roue détériorée au 6^{ème} jour (Figure 3.16), alors que le Cepstre synchrone détecte le défaut le 8^{ème} jour comme précisé précédemment.

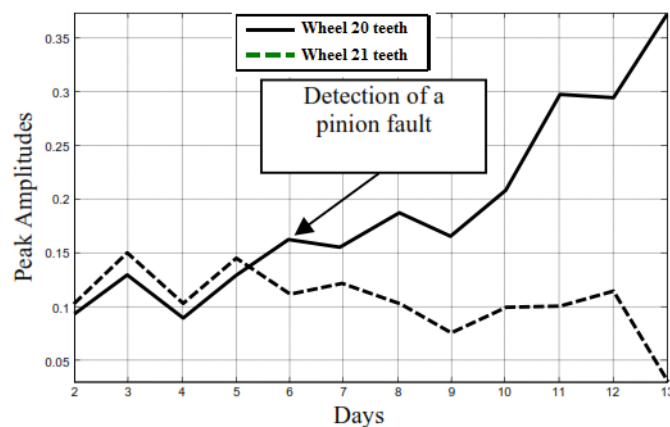


FIGURE 3.16 – Évolution des pics pendant les 12 jours (technique de Prony) (Halouio7)

Pour mettre en évidence les performances de cette technique dans le diagnostic des systèmes à engrenages une comparaison avec celles de la méthode du cepstre synchrone et le rapport d'expertise a été réalisée (Tableau 3.3).

TABLE 3.3 – Comparaison entre les deux méthodes (Halouio7)

Jours	Cepstre synchrone	Méthode de Prony
2	Pas d'anomalie	Pas d'anomalie
3	Pas d'anomalie	Pas d'anomalie
4	Pas d'anomalie	Pas d'anomalie
5	Pas d'anomalie	Pas d'anomalie
6	Pas d'anomalie	Détection d'un défaut
7	Pas d'anomalie	Pas d'évolution
8	Détection d'un défaut	Évolution du défaut
9	Évolution du défaut	Évolution du défaut
10	Évolution du défaut	Évolution du défaut
11	Évolution du défaut	Évolution du défaut
12	Évolution du défaut	Évolution du défaut
13	Évolution du défaut	Évolution du défaut

3.4.3.1 Évolution du kurtosis des signaux originaux

Nous pouvons distinguer sur la figure 3.17 qui montre l'évolution du Kurtosis des signaux originaux, trois phases différentes. La première commence à partir du 1^{er} jour et se termine au 4^{ème} jour et qui correspond à la phase sans défaut. La deuxième phase commence à partir du 4^{ème} jour et se termine le 11^{ème} jour. Cette étape caractérise l'apparition de l'écaillage. Finalement, la dernière phase est liée à l'état critique de l'écaillage de la dent. Ces résultats sont conformes au rapport d'expertise du tableau 3.2 et aux travaux d'El- Badaoui.

Les résultats obtenus montrent qu'il n'est pas possible de détecter le défaut dès sa naissance avant le 8^{ème} jour. Il est donc nécessaire de décomposer le signal en plusieurs approximations en utilisant l'analyse en ondelettes.

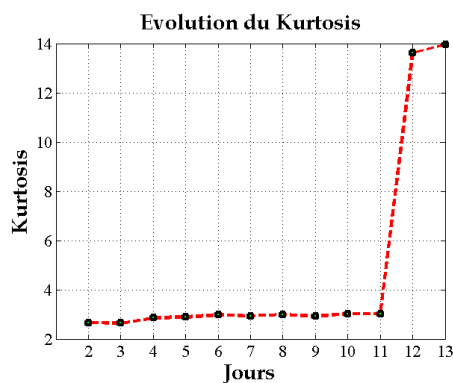


FIGURE 3.17 – Évolution du Kurtosis - signaux originaux

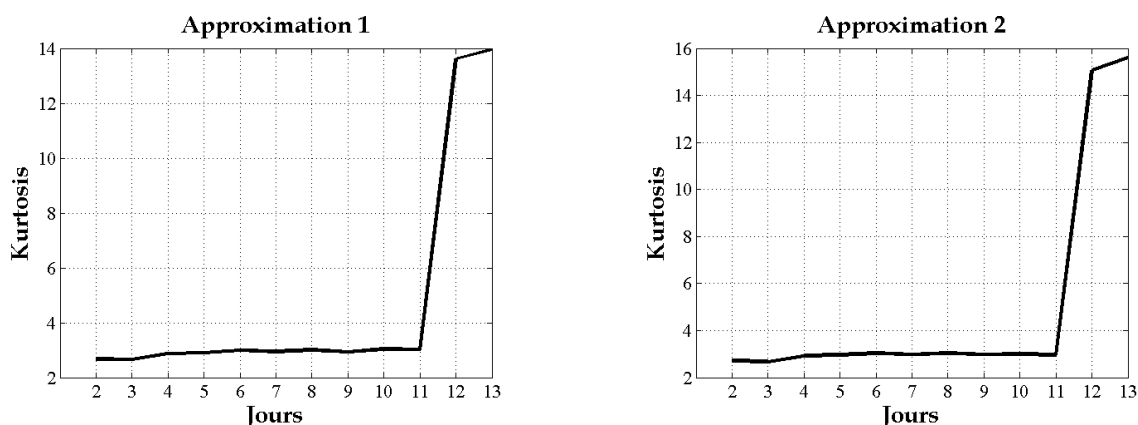


FIGURE 3.18 – Évolution des Kurtosis des approximations 1 et 2

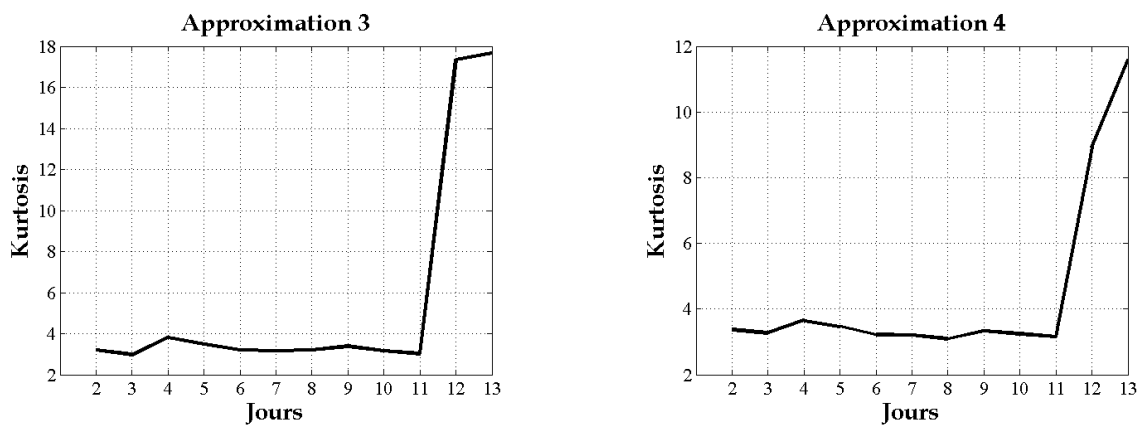


FIGURE 3.19 – Évolution des Kurtosis des approximations 3 et 4

Une comparaison entre les Kurtosis des signaux originaux et ceux de la 5^{ème} et 6^{ème} approximation, montre que la décomposition en ondelettes apporte un plus et permet de détecter un début d'écaillage le 6^{ème} jour malgré que les signaux sont peu bruités.

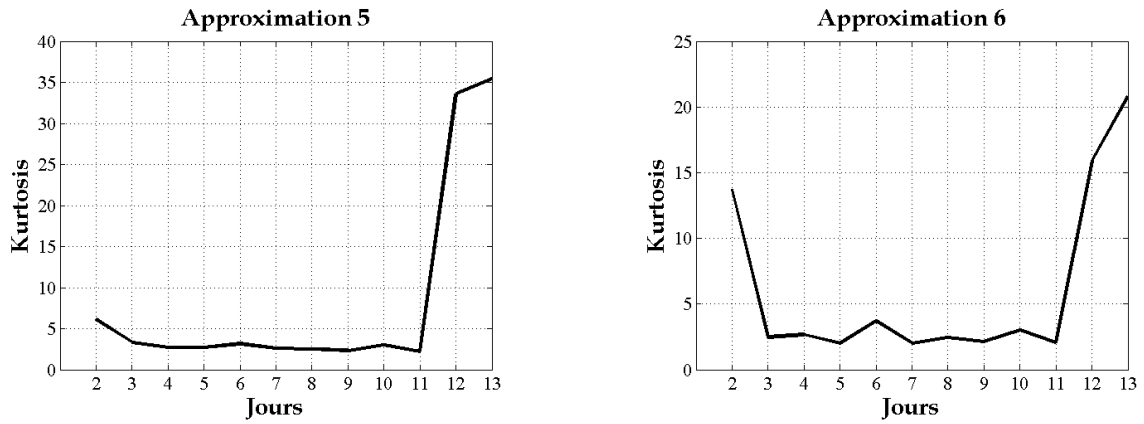


FIGURE 3.20 – Évolution des Kurtosis des approximations 5 et 6

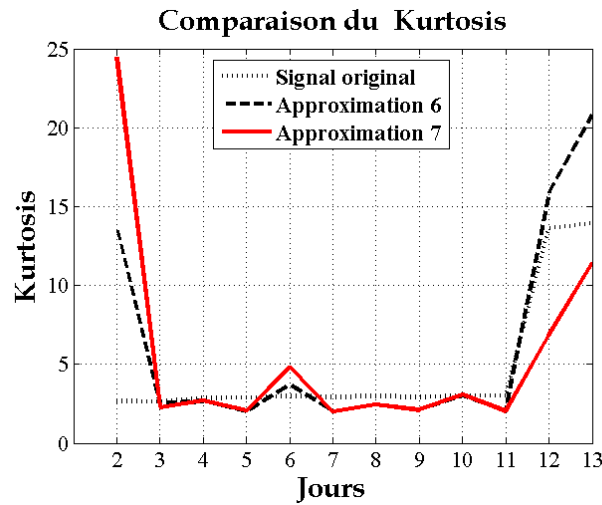


FIGURE 3.21 – Comparaison des Kurtosis des signaux originaux et les approximations

3.4.4 Indicateur proposé

L'indicateur que nous allons utiliser est établi à partir de la représentation spectrale. Il s'agit d'un indicateur inspiré des travaux de Breneur (Breneuro2) qui l'avait utilisé dans le cas des défauts combinés des roulements et des engrenages. Breneur calcule la somme des amplitudes correspondant aux deux premières harmoniques de la fréquence de rotation de l'arbre portant la roue affectée dans le cas d'un défaut d'engrenage seul, puis calcule la différence par rapport au cas sans défaut.

Dans notre travail, avant de calculer la somme des amplitudes correspondant aux deux premières harmoniques de la fréquence de rotation de l'arbre portant la roue affectée, nous allons tout d'abord décomposer les signaux par transformée en ondelettes, puis on calcule le spectre des enveloppes déterminées par la transformée de Hilbert.

Les signaux d'enveloppes ainsi obtenus ne fournissent pas d'indication proprement dite sur la présence d'un défaut.

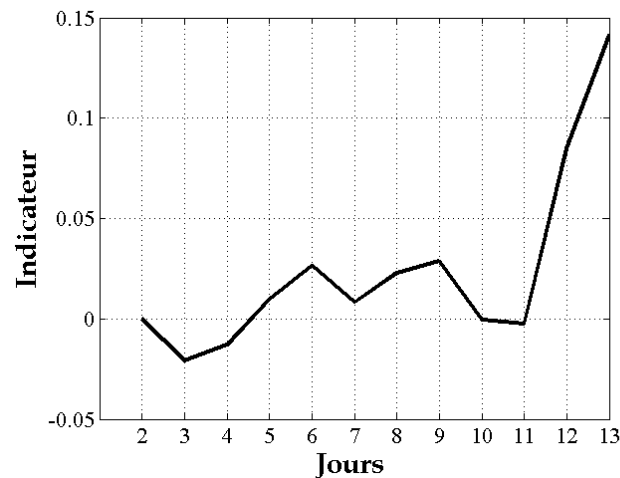


FIGURE 3.22 – *Indicateur proposé*

La détermination des approximations par la méthode des ondelettes a permis de suivre l'évolution de l'état de santé du réducteur. Après réduction du bruit, les signaux ont été reconstruits à partir d'un niveau de décomposition égal à 10 en utilisant la transformée en ondelettes. Les signaux résiduels des 12 jours n'ont pas permis d'obtenir une information sur l'existence d'une quelconque anomalie. Cependant l'indicateur proposé et le calcul du Kurtosis ont permis de voir l'amorce de l'écaillage plutôt que prévu c.-à-d. le 6^{ème} jour (Figures 3.22).

Une comparaison entre les indicateurs proposés pour les signaux originaux et ceux décomposés par transformée en ondelettes, montre l'intérêt de cette méthode (Figure 3.23).

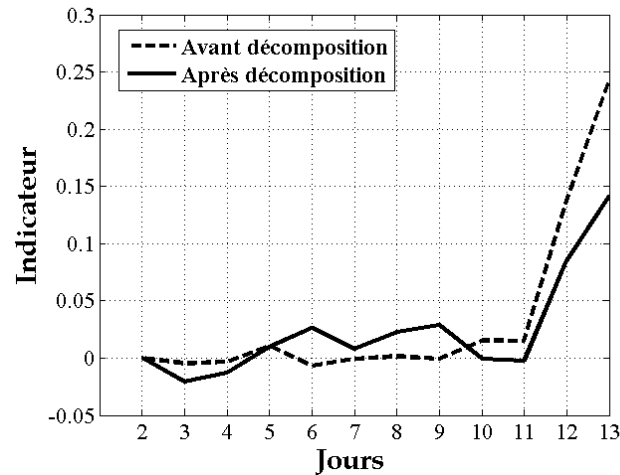


FIGURE 3.23 – Comparaison entre les indicateurs avant et après décomposition par transformée en ondelettes

3.5 CONCLUSION DU CHAPITRE

L'approche qui vient d'être décrite n'a pas la prétention de résoudre tous les problèmes de surveillance des machines tournantes. Cependant elle permet de remonter à l'origine de certains défauts après une décomposition du signal original en détails et approximations car une analyse préalable des signaux temporels et des travaux de certains chercheurs, nous a permis de visualiser l'apparition d'un défaut très marqué le 12^{ème} jour pour certains et le 10^{ème} ou le 6^{ème} pour d'autres, il n'est donc pas possible de détecter de façon précoce l'apparition d'un défaut à l'aide des signaux temporels. Aussi, nous espérons que l'ensemble des résultats relatifs à la surveillance des engrenages, joints à ceux obtenus quant aux autres éléments des machines, aideront l'ingénieur à faire un meilleur diagnostic et cela en vue de l'amélioration de la qualité des transmissions.

SUIVI VIBRATOIRE DES TRANSMISSIONS À ENGRENAGES EN RÉGIME VARIABLE

4

PLAN DU CHAPITRE

4.1	INTRODUCTION	77
4.2	MODÈLE DYNAMIQUE	78
4.3	RÉPONSE DYNAMIQUE DE LA TRANSMISSION	80
4.3.1	Excitation induite par un défaut d'excentricité	80
4.3.2	Equations de mouvement	80
4.4	SIGNAUX DE SIMULATION	82
4.5	INDICATEURS PROPOSÉS	84
4.6	CONCLUSION DU CHAPITRE	86

Ce chapitre s'inscrit dans le cadre du diagnostic des machines tournantes en régime variable. L'objectif de ce travail est la recherche des indicateurs pertinents pour le diagnostic des transmissions à engrenages à partir des signaux simulés. Deux indicateurs sont proposés : Le premier indicateur est basé sur la valeur RMS et le second sur le calcul du spectrogramme. Pour tester les indicateurs proposés, des signaux de simulation sont utilisés. Ces signaux qui sont calculés en utilisant le schéma d'intégration de Newmark, sont les résultats de la modélisation dynamique de la transmission à engrenages qui tient compte des défauts d'excentricité.

4.1 INTRODUCTION

Pour des signaux évoluant en raison d'une modification de la structure vibrante au moment de l'apparition d'un défaut, des chercheurs ont identifié et développé des techniques permettant la détection et le diagnostic de ces défauts, en se basant sur une analyse des signaux vibratoires engendrés lors de l'engrènement, Badi et al (Badi95). En 1985, McFadden (McFadden85) avait proposé une technique afin d'obtenir l'enveloppe d'un signal démodulé en amplitude une fois filtré autour d'une harmonique. La technique permettait de fournir une évidence claire de la présence d'une fissure. En 1990, Forrester (Forrester90) avait utilisé la distribution de Wigner-Ville pour détecter la présence d'une fissure ainsi que d'autres défauts. En 1991, Dalpiaz et Meneghetti (Dalpiaz91) ont développé une fonction de transfert pour filtrer les signaux vibratoires provenant d'un carter, afin de recouvrer les vibrations de torsion venant directement de l'engrenage. En 2009, Merzoug et al (Merzoug09), ont utilisé la transformée en ondelettes pour détecter les défauts induits par des excentricités et ont optimisé certains paramètres de la multi-résolution.

D'autres chercheurs ont tenté des techniques fournissant des indicateurs permettant d'identifier la progression du défaut et même d'automatiser le processus de détection de celui-ci. En 1999, Laurent et al (Laurent99), proposent une étude comparative de deux méthodes s'intéressant à la surveillance de systèmes mécaniques. La première méthode utilise une approche temps-fréquence et est basée sur le calcul de distances entre représentations temps-fréquence. La seconde, repose elle sur l'interprétation cyclostationnaire des signaux et utilise la corrélation spectrale. En 2010, Chikouche et al (Chikouche10), ont proposé des indicateurs pour le diagnostic d'un réducteur complexe à engrenages fonctionnant sous des conditions normales. Ces indicateurs sont basés sur l'analyse cepstrale. Le lien entre cette technique proposée et les caractéristiques du signal est mis en évidence. Bartelmus et al (Bartelmus10), ont proposé une nouvelle approche de la surveillance de l'état des engrenages sous charges et ont montré qu'il ya deux causes dominantes à basses fréquences qui influencent la modulation du signal vibratoire : la charge variable et la fréquence de rotation. Villa (Villa12), présente les résultats d'un algorithme d'analyse statistique des vibrations, appliqué à un banc d'essai fonctionnant sous des conditions de charge

et de vitesse variables similaires à ceux que l'on retrouve dans différents types de machines comme les éoliennes. Dans le cadre du suivi vibratoire d'un défaut d'écaillage de roulement en régime non stationnaire, Ait-Sghir et al (Ait-Sghir¹³), ont proposé un nouvel indicateur, basé sur un signal provenant d'un accéléromètre et un signal issu d'un codeur optique acquis en même temps. Un algorithme pour estimer la vitesse instantanée à partir du signal délivré par le codeur optique est appliqué. Par la suite, chaque échantillon du signal accélérométrique est divisé par la vitesse instantanée correspondante et la valeur RMS est appliquée alors au signal résultant. Fedala (Fedala¹²), propose d'utiliser des techniques de ré-échantillonnage angulaire pour la détection des défauts des engrenages à partir des signaux codeurs et accélérométriques enregistrés sur un banc d'essai en fonctionnement. En associant plusieurs de ces capteurs, il montre qu'il est possible d'étendre le nombre d'indicateurs sur la base des signaux disponibles.

Ce chapitre s'inscrit dans le cadre du diagnostic des engrenages en régime variable en vitesse. L'objectif est l'élaboration des indicateurs pertinents sur l'état des engrenages défectueux à partir des signaux de vibrations simulés en régime variable. Parmi les indicateurs les plus utilisés dans l'industrie, nous avons choisi d'adapter la valeur RMS et l'analyse spectrale au régime variable.

4.2 MODÈLE DYNAMIQUE

Compte tenu des modèles décrits précédemment pour l'interface d'engrènement, pour les composants de la transmission et les défauts considérés, la question qui se pose à présent est d'adopter un modèle de transmission par engrenages adapté à l'étude réalisée dans le cadre de cette thèse. Celle-ci porte sur le suivi et la détection des défauts dans une transmission par engrenages. Il apparaît, au regard de l'étude bibliographique, que l'intégration du carter au sein du modèle de la transmission n'est pas indispensable dans notre cas mais c'est pour la prédiction du bruit rayonné par celle-ci, le calcul de la réponse dynamique d'une transmission nécessite de mettre en oeuvre un modèle intégrant l'ensemble des composants de la transmission, lignes d'arbres et paliers. Les modèles dynamiques de type masse-ressort présentés dans

l'analyse bibliographique apparaissent alors comme les plus adaptés pour cette étude.

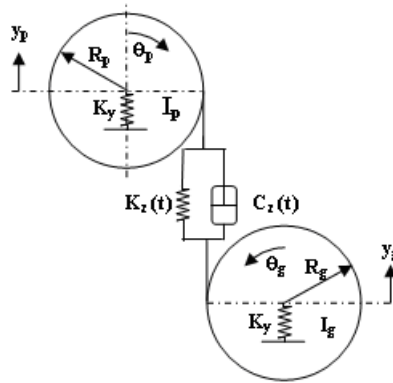


FIGURE 4.1 – *Modèle dynamique retenu*

Face aux complexités de la résolution auxquelles conduit l'introduction dans les modèles des non-linéarités associées à l'engrènement ou aux roulements, ces non-linéarités ne sont pas prises en compte. On suppose donc que le couple moteur est suffisant pour prévenir toute perte de contact entre les dentures de la transmission. Par ailleurs, on considère que la valeur moyenne de la raideur d'engrènement et les raideurs des roulements ne sont pas affectées par les déformations dynamiques de la transmission lorsque les efforts dynamiques restent suffisamment faibles devant les efforts statiques induits par le couple moteur.

Le modèle de la transmission étudiée est représenté sur la figure 4.1. Le système est constitué de deux engrenages (pignon P et roue G) en prise et entraîné par un moteur M et qui à son tour entraîne une charge L. Les arbres sur lesquels sont montées les roues ont chacun deux degrés de liberté de translation, dans une direction horizontale (direction Z) et l'autre dans la direction verticale (direction Y). Les roues, le moteur et la charge ont chacun un degré de liberté de torsion. Par conséquent, il existe deux degrés de liberté (y_p, y_g) suivant la direction latérale et quatre degrés de liberté de torsion ($\theta_M, \theta_p, \theta_g, \theta_L$). Les rigidités des arbres (K_t) sont supposées constantes dans toutes les directions.

Les hypothèses de petits déplacements et de vitesse angulaire constante sont utilisées. Les paliers sont représentés par des ressorts linéaires, les engrenages sont modélisés par des disques rigides.

Les termes gyroscopiques centrifuges sont négligés tout comme les fluctuations du couple appliqué à l'entrée. La fluctuation de la raideur d'engrènement est une fonction périodique du temps de fréquence fondamentale égale à la fréquence d'engrènement (voir chapitre précédent).

4.3 RÉPONSE DYNAMIQUE DE LA TRANSMISSION

L'erreur statique de transmission a en général, plusieurs origines. De nombreux travaux ont été entrepris pour analyser la contribution respective de chacune de ces origines au comportement vibroacoustique des transmissions par engrenages et pour déterminer leurs caractéristiques fréquentielles. Ces origines peuvent être des défauts de géométrie, qui résultent de la fabrication des engrenages et de l'assemblage de la transmission ou bien des déformations élastiques des dents.

4.3.1 Excitation induite par un défaut d'excentricité

Le défaut d'excentricité, résulte du fait que le centre des cercles primitifs des roues n'est pas situé sur l'axe de rotation de la roue correspondante. Ce défaut peut être associé à un mauvais montage de la roue sur son arbre et/ou à la fabrication de la roue et de l'arbre. L'excentricité d'une roue, se caractérise essentiellement par la présence dans le spectre de l'erreur de transmission, de raies à la fréquence de rotation de la roue excentrée et à des bandes latérales autour de la raie d'engrènement et de ses harmoniques Driot (Driot2).

L'erreur de transmission $E(t)$ est la déformation élastique globale des dents au point de contact d'une paire de roues dentées.

Soit :

$$E(t) = y_p - y_g + R_p\theta_p - R_g\theta_g + e_p \sin(\Omega_1 t) - e_g \sin(\Omega_2 t) \quad (4.1)$$

4.3.2 Equations de mouvement

Les équations de mouvement peuvent être déduites en utilisant la méthode de Lagrange.

L'énergie cinétique du système est T ;

$$T = \frac{1}{2} \left[I_p \dot{\theta}_p^2 + I_g \dot{\theta}_g^2 + J_M \dot{\theta}_M^2 + J_L \dot{\theta}_L^2 + M_p \dot{y}_p^2 + M_g \dot{y}_g^2 \right] \quad (4.2)$$

L'énergie de déformation du système est V ;

$$V = \frac{1}{2} \left[K_z (R_p \theta_p + y_p - R_g \theta_g - y_g)^2 + K_y (y_p^2 + y_g^2) \right. \\ \left. + K_t (\theta_p - \theta_M)^2 + K_t (\theta_g - \theta_L)^2 \right] \quad (4.3)$$

L'équation de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = F_i \quad (4.4)$$

Où, q_i représentent les degrés de liberté.

En substituant les équations (4.2) et (4.3) dans l'équation (4.4) et la réalisation de l'opérations nécessaires, l'équation du mouvement est obtenue par six équations matricielles de la façon suivante :

$$[M] \frac{d^2 q}{dt^2} + [C(t)] \frac{dq}{dt} + [K(t)] q = \{F\} \quad (4.5)$$

où les matrices de masse $[M]$ et de raideur $[K]$ et le vecteur force son donnés par :

$$[M] = \begin{bmatrix} M_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_L \end{bmatrix}$$

$$[K(t)] = \begin{bmatrix} K_z + K_y & -K_z & R_p K_z & -R_g K_z & 0 & 0 \\ -K_z & K_z + K_y & -R_p K_z & R_g K_z & 0 & 0 \\ R_p K_z & -R_p K_z & R_p^2 K_z + K_t & -R_p R_g K_z & -K_t & 0 \\ -R_g K_z & R_g K_z & -R_p R_g K_z & R_g^2 K_z + K_t & 0 & -K_t \\ 0 & 0 & -K_t & 0 & K_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_t & 0 & K_t \end{bmatrix}$$

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} y_p \\ y_g \\ \theta_p \\ \theta_g \\ \theta_M \\ \theta_L \end{Bmatrix}$$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ -F_1 \\ \left(\frac{C_M}{R_p}\right) e_p \cos(\Omega_1 t) - R_p F_1 \\ \left(\frac{C_M}{R_p}\right) e_g \cos(\Omega_2 t) - R_g F_1 \\ C_M \\ C_L \end{Bmatrix}$$

où

$$\begin{aligned} F_1 &= K_z [e_g \sin(\Omega_2 t) - e_p \sin(\Omega_1 t)] \\ &+ C_z [e_g \Omega_2 \cos(\Omega_2 t) - e_p \Omega_1 \cos(\Omega_1 t)] \end{aligned} \quad (4.6)$$

4.4 SIGNAUX DE SIMULATION

Afin de tester les indicateurs proposés, nous avons considéré le modèle de simulation des signaux d'engrenages en régime variable. Le profil retenu pour la fréquence de rotation de l'arbre moteur est montré sur la figure 4.2.

La fréquence de rotation augmente de 0 jusqu'à 20 Hz en premier temps puis constante le reste du temps. Le choix de ce profil est motivé par le fait qu'il existe dans de nombreuses machines industrielles (éoliennes, systèmes de propulsion marine, tramway etc.), des phases de démarrage et d'arrêts qui se répètent de manière infini.

La figure 4.3 représente le signal de simulation et son spectre pour une erreur d'excentricité sur le pignon de 80 μm . Nous constatons que l'amplitude du signal est modulée par le profil de la fréquence de rotation et que son spectre est difficile à interpréter.

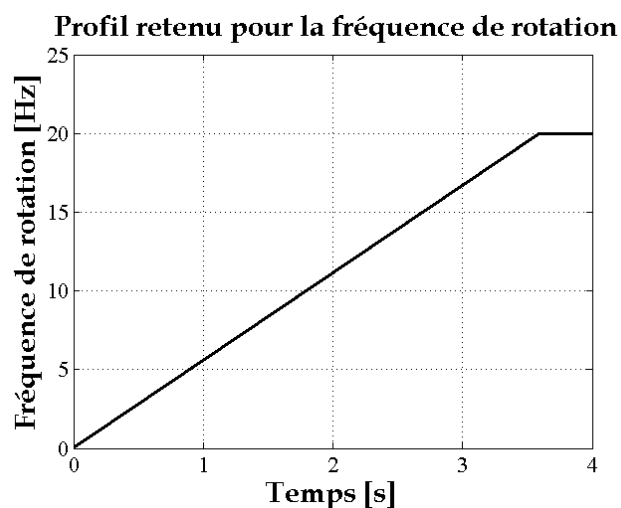
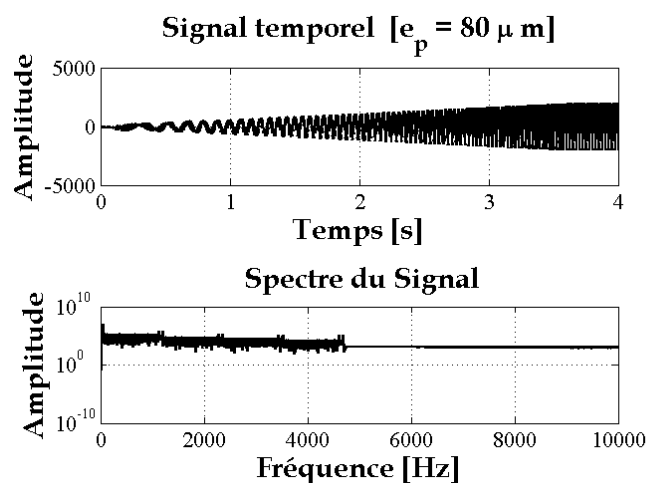
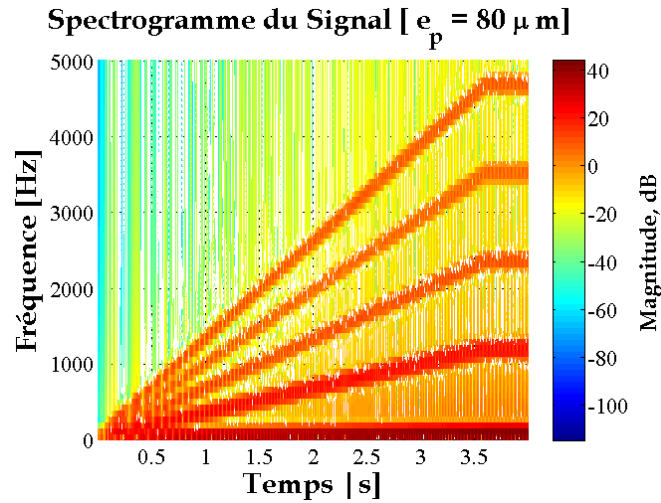


FIGURE 4.2 – Profil de la fréquence de rotation retenu

FIGURE 4.3 – Signal et spectre pour $e_p = 80 \mu m$ et $e_g = 0$

La figure 4.4 représente le spectrogramme du signal de simulation pour une erreur d'excentricité sur le pignon de $80 \mu m$.

FIGURE 4.4 – Spectrogramme pour $e_p = 80 \mu\text{m}$ et $e_g = 0$

4.5 INDICATEURS PROPOSÉS

La valeur RMS est un indicateur très utilisé dans l'industrie ; elle consiste à mesurer le niveau d'énergie statistique redressée d'un signal vibratoire. Sa formule d'estimation est donnée par :

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x_i]^2} \quad (4.7)$$

Où x_i est l'amplitude du signal pour l'échantillon i , N est le nombre d'échantillons prélevés dans le signal.

L'avantage de la valeur RMS est son extrême facilité de mise en oeuvre. Cependant, il est peu sensible et on l'utilise en général quand la puissance du signal vibratoire en fonctionnement sain est faible par rapport à la puissance du défaut (Boulenger98). En régime variable, cet indicateur est fonction linéaire de la vitesse de rotation. L'idée principale est d'éliminer l'influence de la vitesse de rotation, qui peut masquer une éventuelle défaillance.

L'analyse spectrale est parmi les méthodes les plus utilisées dans la littérature et dans l'industrie pour le diagnostic des engrenages (Boulenger98). En analysant l'évolution des fréquences de rotation et les fréquences d'engrenages, nous pouvons distinguer les défauts de dentures. En régime variable, la vitesse de rotation déforme le spectre du signal vibratoire et par conséquent empêche le diagnostic. La variation de la vitesse engendre une modulation d'amplitude et de fréquence des harmoniques

caractéristiques d'engrenages. Cette variation est considérée comme fonction linéaire de la vitesse.

Le deuxième indicateur proposé dans ce chapitre, est la fréquence d'engrènement normalisée par la vitesse moyenne. Cela consiste à diviser le signal vibratoire en tranches équivalentes et pour chacune d'elle on détecte la fréquence d'engrènement (la plus grande harmonique). Enfin on divise le signal par la vitesse moyenne estimée dans cette tranche. Ainsi, le nouvel indicateur permet de s'affranchir de l'impact de variation de la vitesse sur l'analyse spectrale.

Pour faire un diagnostic avec la valeur RMS, nous avons découpé le signal en tranches de 1024 points et sur chaque tranche la valeur RMS est calculée pour trois cas différents ou nous avons fait varier la valeur du défaut (Figure 4.5). Sur cette figure nous pouvons constater que la valeur RMS est fonction linéaire de la vitesse et par conséquent très influencée par la variation de cette dernière, ce qui empêche de faire le diagnostic, par exemple si le seuil est fixé à 4000, on peut bien voir que les trois courbes coupe la droite représentant ce seuil.

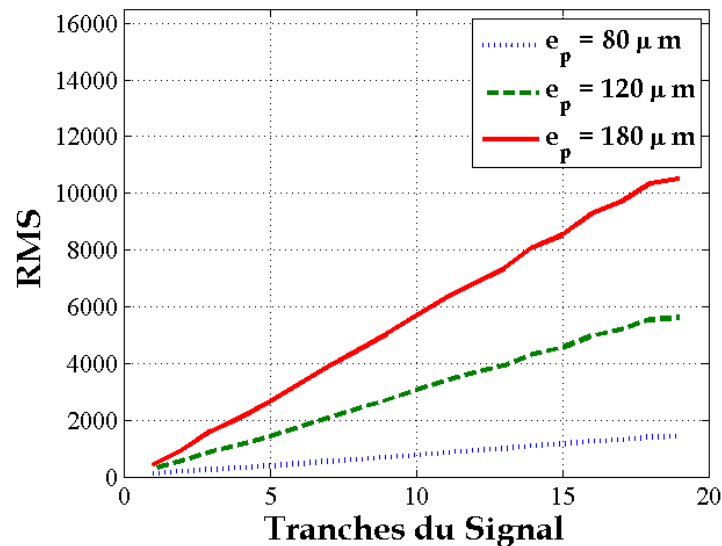


FIGURE 4.5 – Indicateur RMS

Sur les figures 4.6 et 4.7, nous avons présenté les deux indicateurs proposés. Pour le premier indicateur, nous pouvons constater que les trois courbes qui représentent les différents états d'erreur d'excentricité sont constantes et séparables quelque soit la fréquence de rotation (chaque tranche une vitesse de rotation). De même, le deuxième

indicateur, extrait du spectre du signal, donne des courbes qui permettent de distinguer les trois cas d'erreurs d'excentricité. Pour mettre en évidence ce résultat des seuils peuvent être fixés.

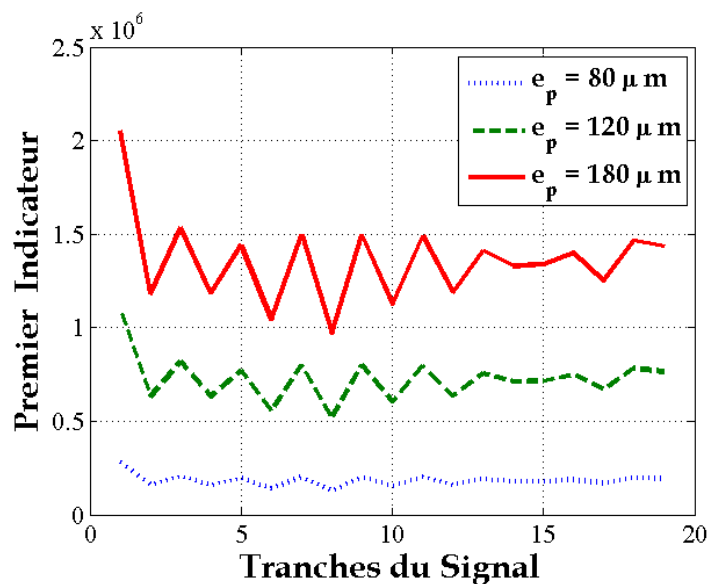


FIGURE 4.6 – *Premier indicateur proposé*

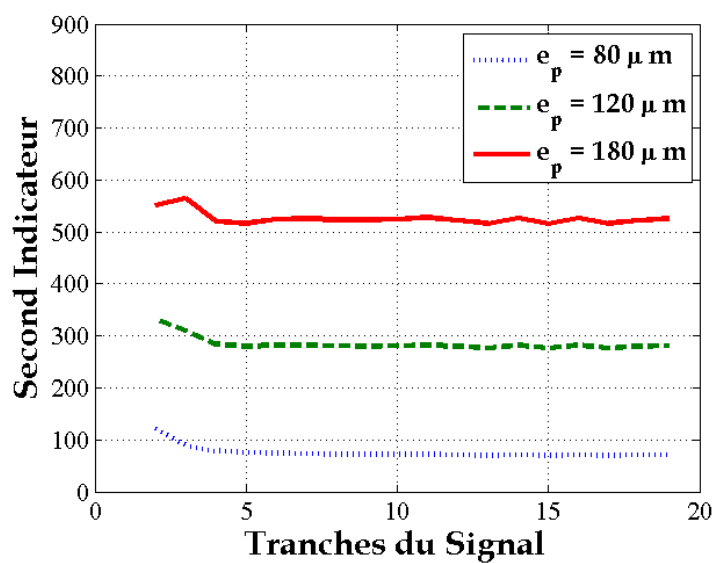


FIGURE 4.7 – *Second indicateur proposé*

4.6 CONCLUSION DU CHAPITRE

LA modélisation numérique nous a permis d'avoir une première approche du comportement dynamique des transmissions à engrenages. En effet les signaux issus des simulations possèdent les caractères essentiels des signaux réels, du fait que le modèle numérique choisi tient compte de certains organes de la transmission et la possibilité d'introduire différentes erreurs en vue d'étudier leur influence dans le cas où la fréquence de rotation est variable. Ce travail reste une contribution dans le domaine du diagnostic des machines tournantes et plus précisément dans l'éternelle recherche des indicateurs pertinents. Comparés aux indicateurs classiques, nous considérons que les indicateurs proposés dans cette étude sont prometteurs, car ils offrent l'avantage de fixer des seuils pour le suivi et la détection des défauts dans les machines tournantes.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Cette thèse a montré qu'un très grand nombre de travaux a été mené sur l'étude des transmissions par engrenages. Différents niveaux de modélisation sont envisagés allant des modèles à paramètres concentrés induisant la manipulation d'un faible nombre de degrés de liberté aux modèles éléments finis permettant la représentation de structures complexes mais dont le coût en terme de temps de calcul est important (de l'ordre de plusieurs jours). A la vue des travaux existants sur le sujet, il apparaît alors pertinent de développer une approche permettant de s'affranchir au maximum des éléments finis tout en conservant la possibilité de décrire la géométrie de transmissions complexes sans discrétisation. Les objectifs sont alors de réduire au maximum les temps de calcul tout en conservant un maximum de paramètres du modèle accessibles pour analyser, détecter et surveiller des défauts d'engrenages par la mise au point d'un indicateur basée sur l'analyse en ondelettes puis la recherche d'indicateurs pertinents dans le cas où la vitesse de rotation est variable. Pour cela, les différentes techniques ainsi que les outils de détection et de surveillance ont été rappelés.

L'approche décrite dans le chapitre trois n'a pas la prétention de résoudre tous les problèmes de surveillance des machines tournantes. Cependant elle permet de remonter à l'origine de certains défauts après une décomposition du signal original en détails et approximations car une analyse préalable des signaux temporels et des travaux de certains chercheurs, nous a permis de visualiser l'apparition d'un défaut très marqué le 12^{ème} jour pour certains et le 10^{ème} ou le 6^{ème} pour d'autres, il n'est donc pas possible de détecter de façon précoce l'apparition d'un défaut à l'aide des signaux temporels. Aussi, nous espérons que l'ensemble des résultats relatifs à la surveillance des engrenages, joints à ceux obtenus quant aux autres éléments des machines, aideront l'ingénieur à faire un meilleur diagnostic et cela en vue de l'amélioration de la qualité des transmissions.

La modélisation numérique nous a permis d'avoir une première approche du comportement dynamique des transmissions à engrenages. En effet les signaux issus des simulations possèdent les caractères essentiels des signaux réels, du fait que le modèle numérique choisi tient compte de certains organes de la transmission et la possibilité d'introduire différentes erreurs en vue d'étudier leur influence dans le cas où la fréquence de rotation est variable. Ce travail reste une contribution dans le domaine du diagnostic des machines tournantes et plus précisément dans l'éternelle recherche des indicateurs pertinents. Comparés aux indicateurs classiques, nous considérons que les indicateurs proposés dans cette étude sont prometteurs, car ils offrent l'avantage de fixer des seuils pour le suivi et la détection des défauts dans les machines tournantes.

PERSPECTIVES

Dans la continuité directe de notre travail de thèse, nous proposons d'approfondir les points suivants :

1. Pour le cas où la vitesse de rotation est constante

- Pour valider l'approche proposée, inclure dans le modèle numérique d'autres types de défauts d'engrenages,
- Dans le but de constater si on peut encore améliorer la sensibilité du Kurtosis, tester d'autres ondelettes,
- Optimiser l'ordre et le niveau de l'ondelette choisie.

2. Pour le cas où la vitesse de rotation est variable

- Pour valider l'approche proposée, utiliser des signaux issus d'expérimentation,
- Dans le but de généraliser l'approche, tester d'autres profils de la variation de la vitesse de rotation en s'inspirant de cas pratiques.

ANNEXES

PLAN DU CHAPITRE

A.1	MÉTHODE DE NEWMARK	91
A.2	COMPLÉMENTS SUR LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES	93

A.1 MÉTHODE DE NEWMARK

La méthode de Newmark permet la résolution numérique d'équations différentielles du second ordre. Elle convient, non seulement aux des systèmes différentiels linéaires, mais aussi pour des systèmes fortement non-linéaires avec une matrice de masse et une force appliquée qui peuvent dépendre à la fois de la position et du temps. Dans ce second cas, le calcul nécessite à chaque pas une boucle d'itération.

Le principe de cette méthode consiste à déterminer par un développement limité la position et la vitesse à l'instant t à partir des mêmes grandeurs à l'instant $t-dt$. Ce développement contient un terme d'erreur du troisième ordre proportionnel à la dérivée de l'accélération. Diverses hypothèses permettent de remplacer cette dérivée troisième par l'accélération au temps précédent en introduisant deux paramètres δ et α .

La méthode de Newmark (Bourdon97) est une méthode directe de résolution des équations de l'équilibre dynamique :

$$[M] \{\ddot{X}\} + [C] \{\dot{X}\} + [K] \{X\} = \{F_{ext}\} \quad (A.1)$$

L'idée essentielle de cette méthode, et des méthodes directes en générale, est de satisfaire l'équation précédente pour des temps t_i discrets, c'est-à-dire de considérer à chaque instant t l'équilibre statique incluant les effets d'inertie et d'amortissement. La méthode de Newmark est implicite et les vitesses et les déplacements au temps $t + \Delta t$ sont déterminés par :

$$\begin{aligned} \{\dot{X}\}_{t+\Delta t} &= \{\dot{X}\}_t + \left[(1-\delta) \{\ddot{X}\}_t + \delta \{\ddot{X}\}_{t+\Delta t} \right] \Delta t \\ \{X\}_{t+\delta t} &= \{X\}_t + \{\dot{X}\}_t \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \{\ddot{X}\}_t + \alpha \{\ddot{X}\}_{t+\delta t} \right] \Delta t^2 \end{aligned} \quad (A.2)$$

où les coefficients δ et α sont des paramètres choisis pour rendre la méthode convergente et stable. Dans le cas de la méthode de Newmark originelle (méthode trapézoïdale), $\delta = 0.5$ et $\alpha = 0.25$ ce qui assure une stabilité inconditionnelle. L'algorithme général de résolution peut se résumer à :

1. Initialisation des vecteurs déplacements, vitesses, accélération, et pour $\alpha, \delta, \Delta t$ fixés, Calcul des coefficients a_i

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{\alpha \Delta t^2} & a_1 &= \frac{\delta}{\alpha \Delta t} & a_2 &= \frac{1}{\alpha \Delta t} \\
 a_3 &= \frac{1}{2\alpha} - 1 & a_4 &= \frac{\delta}{\alpha} - 1 & a_5 &= \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right] \\
 & & & & a_6 &= \Delta t (1 - \alpha) & a_7 &= \delta \Delta t
 \end{aligned}$$



2. Calcul et triangularisation de la matrice $[\hat{K}]$

$$[\hat{K}] = [K] + a_0 [M] + a_1 [C] \quad (\text{A.3})$$



3. Pour chaque pas de temps considéré Calcul du vecteur $[\hat{R}]_{t+\Delta t}$

$$\begin{aligned}
 [\hat{R}]_{t+\Delta t} &= \{F_{ext}\}_{t+\Delta t} + [M] (a_0 \{X\}_t + a_2 \{\dot{X}\}_t + a_3 \{\ddot{X}\}_t) + [C] \\
 &\quad (a_1 \{X\}_t + a_4 \{\dot{X}\}_t + a_5 \{\ddot{X}\}_t)
 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Calcul des vecteurs vitesse et déplacement en $t + \Delta t$

$$\begin{aligned}
 \{\ddot{X}\}_{t+\Delta t} &= a_0 (\{X\}_{t+\Delta t} - \{X\}_t) - a_2 \{\dot{X}\}_t - a_3 \{\ddot{X}\}_t \{\dot{X}\}_{t+\Delta t} = \\
 &\quad \{\dot{X}\}_t + a_6 \{\ddot{X}\}_t + a_7 \{\ddot{X}\}_{t+\Delta t}
 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Remarque : lorsque le système d'équation (A.4) est à coefficients dépendants du temps, la matrice $[\hat{K}]$ doit être calculée et inversée à chaque itération.

A.2 COMPLÉMENTS SUR LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES

(Razafindrazato10)

EN 1983, J. Morlet a proposé une méthode d'analyse dans la continuité de la transformée de Fourier à fenêtre glissante, utilisant une fenêtre temporelle d'observation variant par translation et par dilatation/contraction. C'est une approche qui s'est révélée intéressante en analyse vibratoire bien que déjà utilisée dans le domaine de la compression de données et du traitement d'images numériques.

Dans le domaine de l'imagerie, la transformation en Ondelettes est utilisée au découpage de données fonctions ou opérateurs, en composantes fréquentielles suivant une résolution adaptée à l'échelle. La technique conserve la notion de localisation de l'événement tout en fournissant une information sur son contenu fréquentiel.

Plus tard, des bases mathématiques ont été mises en place, faisant apparaître les notions de base orthogonale (Y. Meyer 1985), d'Ondelettes à support compact (I. Daubechies 1988) et d'analyse multirésolution (S. Mallat 1989).

Au niveau des fonctions de base (éléments d'analyse), contrairement aux sinusoïdes utilisées dans la transformation de Fourier, les Ondelettes ont une forme irrégulière et une étendue finie : dans l'analyse de Fourier, le signal est décomposé en une somme de sinus de différentes fréquences. L'analyse par Ondelettes, quant à elle, procède à une décomposition du signal en des versions translatées et dilatées d'un motif de base appelée Ondelette mère.

A partir de transformations simples d'une fonction de base, on distingue deux types d'analyse :

- ☐ par Ondelettes lorsqu'il s'agit de translation et dilatation, le support de fenêtre étant alors variable
- ☐ par Gaborettes lorsqu'on effectue un déplacement et une modulation, le support étant constant.

Propriétés de l'Ondelette mère

- l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\psi(t)|^2}{|t|} dt$ est finie,
- $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$ conduisant à une bonne localisation dans le temps et en fréquence,
- propriété de régularité (ou de moments nuls) : une ondelette possède n moments nuls si $M_p = \int_{-\infty}^{+\infty} t^p \psi(t) dt = 0 \quad \forall p = 0 \text{ à } n$ auquel cas les coefficients décroissent rapidement, comme $a(n+2)$. C'est ce qui permet à l'ondelette de mettre en évidence les singularités d'un signal.

Ainsi, il est possible de créer des fonctions analysantes $\psi_{a,\tau}(t)$ centrées autour de τ et à échelle variable définie par le paramètre a .

Quelques remarques concernant les propriétés de la transformée en ondelettes :

- la transformation par ondelettes effectue la correspondance entre une fonction à une seule variable $s(t)$ en une fonction à deux variables $C(a, \tau)$,
- le calcul de la transformée en Ondelettes peut être vu comme une comparaison du signal avec un signal de base (ondelette-mère) décalé temporellement et dilaté ou comprimé. La comparaison est d'autant meilleure que l'ondelette reproduit correctement toute fraction du signal qui présente les mêmes échelles temps/fréquence que l'ondelette $\psi_{a,\tau}(t)$: le résultat de la transformée $C(a, \tau)$ est alors maximum ($C(a, \tau)$ alors s'apparente ici à l'intercorrélation du signal avec l'ondelette mère au point $a(t, \tau)$),
- Les difficultés rencontrées dans la mise en oeuvre des ondelettes sont : le choix de l'Ondelette mère, l'échelle de temps et l'échelle de fréquence à laquelle le signal est sensé se manifester,
- Comme les filtres associés aux fonctions analysantes ont des réponses impulsionnelles symétriques de type non causal, la transformation en ondelettes ne peut être calculée en temps réel. Pratiquement, il faut d'abord enregistrer le signal dans son intégralité avant d'entreprendre les calculs de la Transformée en ondelettes.

Pavage

En prenant comme unité la largeur temporelle de ψ , la résolution temporelle est $\sigma_t = a$. De même, dans le domaine fréquentiel, on détermine l'étendue fréquentielle de l'ondelette par $\sigma_f = \frac{1}{a}$. Il en résulte un pavage temps fréquence de surface constante.

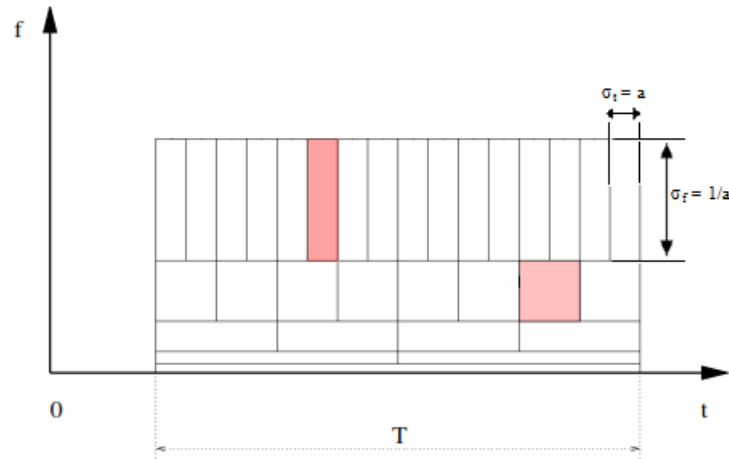


FIGURE A.1 – Pavage temps fréquence pour la transformation en ondelettes

Orthogonalité

Les ondelettes discrètes orthogonales fournissent une représentation sans redondance et se prêtent aisément aux algorithmes rapides. Le principal avantage réside dans la concision résultant de la facilité de la transformation. En effet, le calcul de chaque coefficient ne nécessite qu'un produit scalaire (signal, fonction de base) et ne dépend pas de celui des autres coefficients. Pour les ondelettes biorthogonales, on utilise deux bases d'ondelettes différentes pour la décomposition et la reconstruction du signal.

Transformation en ondelettes rapide (FWT)

Le calcul de la transformée en ondelettes discrète d'un signal à N points nécessite $2c \times N$ opérations, c étant un coefficient dépendant de l'ondelette utilisée.

En pratique, cela se ramène à des opérations de filtrages numériques suivies de sous échantillonnage. La reconstruction est parfaite et s'effectue également par des

filtrages numériques précédés de sur échantillonnage. Les mêmes filtres (à un renversement de temps près) sont utilisés dans les deux cas.

La nature des filtres (symétriques ou non, récursifs ou non, ?) conditionne le coût de calcul et le choix de l'éventuelle architecture matérielle d'implantation.

Procédure pratique pour le calcul de la transformée en ondelettes discrètes

La décomposition d'un signal en ondelettes aux résolutions différentes revient à appliquer une succession de filtres. Le signal passe à travers deux types de filtres complémentaires, l'un bloquant ce que l'autre transmet :

- un filtre passe-bas H pour révéler la tendance (ondelettes larges),
- un filtre passe-haut G pour cerner les détails aux hautes fréquences (ondelettes plus petites)

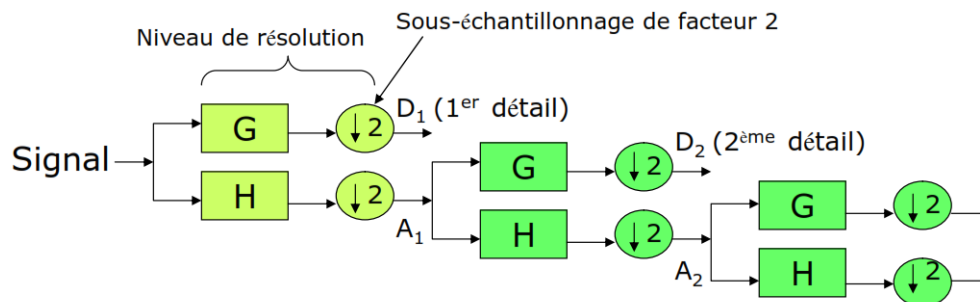


FIGURE A.2 – Algorithme pyramidal (ou de Mallat) de la décomposition en ondelettes discrètes

Ainsi la transformée en ondelette discrète d'un signal est la superposition d'une approximation (de rang n) à laquelle on rajoute les détails afférents :

$$s = a_n + d_1 + d_2 + \dots + d_n$$

En désignant par f_e la fréquence d'échantillonnage, le signal est décomposé en :

- une approximation a_i correspondant à la bande $\left[0, \frac{f_e}{2^{i+1}}\right]$ représentant les basses fréquences,
- un détail d_i correspondant à la bande $\left[\frac{f_e}{2^{i+1}}, \frac{f_e}{2^i}\right]$ représentant les hautes fréquences,

En général, on utilise 5 niveaux de résolution espacés de puissance de 2. La transformée est alors dite dyadique.

BIBLIOGRAPHIE

- [Aatola90] S. Aatola & R. Leskinen. *Cepstrum analysis predicts gearbox failure*. Noise Control Engineering Journal, vol. 34, pages 53–59, 1990.
- [Abbes10] M. S. Abbes, M. Trigui, F. Chaari, T. Fakhfakh & M. Haddar. *Dynamic behaviour modelling of a flexible gear system by the elastic foundation theory in presence of defects*. European Journal of Mechanics - A/Solids, vol. 29, pages 887–896, 2010.
- [Addison02] P.S. Addison, J. N. Watson & T. Feng. *Low oscillation complex wavelets*. Journal of Sound and Vibration, vol. 254, pages 733–762, 2002.
- [Ait-Sghir13] K. Ait-Sghir, F. Bolaers, O. Cousinard & J. P. Dron. *Spalling bearing defect in variable speed regime*. Mechanics & Industry, vol. 14, pages 129–136, 2013.
- [Ajmi05] M. Ajmi & P. Velez. *A model for simulating the quasi-static and dynamic behaviour of solid wide-faced spur and helical gears*. Mechanism and Machine Theory, vol. 40, pages 173–190, 2005.
- [Antonio04] J. Antoni & R.B. Randall. *The spectral kurtosis : application to the vibratory surveillance and diagnostics of rotating machines*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 20, pages 308–331, 2004.
- [Arafa99] M. H. Arafa & M. M. Megahed. *Evaluation of spur gear mesh compliance using the finite element method*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers - C- J. of Mechanical Engineering Science, vol. 213, pages 569–580, 1999.

- [Aretakis97] N. Aretakis & K. Mathioudakis. *Wavelet analysis for gas turbine fault diagnostics*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 119, pages 870–876, 1997.
- [Attia64] A.Y. Attia. *Deflection of spur gear teeth cut in thin rims*. Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry, pages 333–342, 1964.
- [Badi95] M. Badi, I. esat & B. Paya. *Neural network based fault detection using different signal processing techniques as pre-processom*. ASME. Structural Dynamics and Vibration,, vol. 70, pages 97–101, 1995.
- [Bard95] C. Bard. *Modélisation du comportement dynamique des transmissions par engrenages*. PhD thesis, 1995.
- [Baron88] E. Baron, B. Favre & P.Mairesse. *Analysis of Relation between Gear Noise and Transmission Error*. Proceedings of the 17th International Conference on Noise Control Engineering, Avignon, France, vol. 2, pages 611– 614, 1988.
- [Bartelmus10] W. Bartelmus, F.Chaari, R. Zimroz & M. Haddar. *Modelling of gearbox dynamics under time-varying nonstationary load for distributed fault detection and diagnosis*. European Journal of Mechanics, A/Solids, vol. 29, pages 637â–646, 2010.
- [Bendat93] S. J. Bendat & A. G. Piersol. *Engineering applications of correlation and spectral analysis*. 2nd edition, a Wiley-Interscience, 1993.
- [Bogert63] B. P. Bogert, M. J. R. Healy & J. W. Tukey. *Cepstrum, pseudo-autocovariance, cross-cepstrum and saphe cracking*. Proceedings of the Symposium on Time Series Analysis, vol. Chapter 15, pages 209–243, 1963.
- [Boulahbal99] D. Boulahbal, F. Golnarghi & F. Ismail. *Amplitude and phase wavelet maps for the detection of cracks in geared system*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 13, pages 423–436, 1999.

- [Boulenger98] A. Boulenger. *Diagnostic vibratoire en maintenance préventive*. Dunod, Paris, 1998.
- [Bourdon97] A. Bourdon. *Modélisation Dynamique globale des boites de vitesses automobile*. Thèse de Doctorat, 1997.
- [Bouzouane03] B. Bouzouane, A. Miloudi, N. Hameaoui & A. Benchaala. *Détection de défauts de machines tournantes par la méthode des ondelettes*. 16^{ème} Congrès Français de Mécanique, 2003.
- [Breneuro2] C. Breneur. *Eléments de maintenance préventive de machines tournantes dans le cas de défauts combines d'engrenages et de roulements*. Thèse de Doctorat de l'INSA Lyon, 2002.
- [Briere] F. Briere, L. Preiss & J. Sabot. *Engrenages à denture droite- erreur cinématique de transmission induite par un défaut d'excentricité*. Comptes Rendus Académie des Sciences de Paris, vol. 308, pages 1307–1311.
- [Cardou81] A. Cardou & G. V. Tordion. *Numerical implementation of complex potentials for gear tooth stress analysis*. Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design, vol. 103, pages 460–465, 1981.
- [Chango2] S. Chang, Y. Kwon, S. Yang & I. Kim. *Speech Enhancement for non-stationary noise environment by adaptive wavelet packet*. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, vol. 1, pages 561–564, 2002.
- [Chikouche10] D. Chikouche, A. Felkaoui & N. Haloui. *Diagnostic précoce d'un réducteur à engrenage par analyse des signaux vibratoires à l'aide du cepstre synchrone*. ICIEM, 2010.
- [Choy96] F.K Choy, V. Polyshchuk & J. J. Zakrajsek. *Analysis of the effects of surface pitting and wear on the vibration of a gear transmission system*. Tribology International, vol. 29, pages 77–83, 1996.

- [Cornell81] R. W. Cornell. *Compliance and Stress Sensitivity of Spur Gear Teeth*. Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, vol. 103, pages 447–459, 1981.
- [Coy82] J.J. Coy & C. Chao. *A Method of Selecting Guide Size to account for Hertz Deformation in Finite Element Analysis of Spur Gears*. Journal of Mechanical Design, vol. 104, pages 759–766, 1982.
- [Dalpiaz91] G. Dalpiaz & U. Meneghetti. *Gear fault detection using the Wigner-Ville distribution*. NDTE International, vol. 24, pages 303–306, 1991.
- [Dalpiaz00] G. Dalpiaz, A. Rivola & R. Rubini. *Effectiveness and sensitivity of vibration processing techniques for local detection in gears*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 14, pages 387–412, 2000.
- [D'Amours00] G. D'Amours. *Détection précoce de la propagation de fissures dans les engrenages droits par analyse vibratoire*. Thèse de doctorat de l'Université de Laval, 2000.
- [Djebala13] A. Djebala, N. Ouelaa, T. Kebabsa, Y. Ramdane & M.K. Babouri. *Détection des défauts non stationnaires de dentures d'engrenages par application de l'analyse en ondelettes et la transformée de Hilbert*. Congrès Algérien de Mécanique Mascara Algérie, 2013.
- [Donoho94] D.L. Donoho & L. M. Johnstone. *Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage*, Biometrika, vol. 81, pages 425–455, 1994.
- [Donoho95] D. L. Donoho. *De-noising by soft-thresholding*. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 41, pages 613–627, 1995.
- [Dowling93] M. Dowling. *Application of non-stationary analysis to machinery monitoring*. ZEEE, pages 1459–1452, 1993.
- [Drioto2] N. Driot. *Etude de la dispersion vibroacoustique des transmissions par engrenages*. Thèse de Doctorat l'Ecole Centrale de Lyon, 2002.

- [Dron95] J. P. Dron. *Elaboration et adaptation d'outils pour l'étude et le suivi de l'endommagement de composants mécaniques par analyse vibratoire. Application à la maintenance conditionnelle des paliers à roulements*. Thèse de l'UFR de Reims, pages 1–206, 1995.
- [Dron04] J. P. Dron, F. Bolaers & L. Rasolofondraibe. *Improvement of the sensibility of scalars indicators thanks to de-noising method by spectacle subtraction. Application to the detection ball bearing defects*. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 270, pages 61–73, 2004.
- [Dron10] J. P. Dron, L. Rasolofondraibe, X. Chiementin & F. Bolaers. *A comparative experimental study on the use of three denoising methods for bearing defect detection*. *Meccanica*, vol. 45, pages 265–277, 2010.
- [Drouiche91] K. Drouiche, S. Menad & Y. Grenier. *Détection de défauts d'engrenages par analyse vibratoire*. *Traitement du Siganl*, vol. 8, pages 333–345, 1991.
- [Drouiche93] K. Drouiche. *Quelques techniques du traitement du signal pour la maintenance prédictive*. Thèse de l'ENST de Paris, 1993.
- [Dyer78] D. Dyer & R. M. Stewart. *Detection of rolling element bearing damage by statistical vibration analysis*. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Mechanical Design*, vol. 100, pages 229–235, 1978.
- [El-Badaoui99] M. El-Badaoui. *Contribution au Diagnostic Vibratoire des Réducteurs Complexes à Engrenages par l'Analyse Cepstrale*. Thèse de Doctorat, 1999.
- [Espin07] S. Espin, J. Perret-Liaudet & A. Kahraman. *Theoretical and experimental study of the nonlinear behaviour of a spur gear pair induced by tooth backlash*. *Mechanics & Industry*, vol. 8, pages 357–364, 2007.

- [Fedala12] S. Fedala, D. Remond, R. Zegadi & A. Felkaoui. *Utilisation de l'erreur de transmission et de la vitesse angulaire instantanée pour le diagnostic vibratoire des défauts des engrenages*. 3^{ème} Colloque Analyse Vibratoire Expérimentale, Blois, 20 et 21 Novembre, 2012.
- [Flandrin93] P. Flandrin. *Temps-fréquence*. Traité des Nouvelles Technologies, coll. Hermes, 1993.
- [Forrester90] B. D. Forrester. *Gear fault detection using the Wigner-Ville distribution*. The Institution of Engineers. Australia Vibration and Noise Conference, pages 296–299, 1990.
- [Gao98] Y. Gao, R. B. Randall & R. Ford. *Estimation of envelope spectra using maximum entropy spectral analysis and spectrum interpolation*. International Journal of Comadem, pages 15–22, 1998.
- [Gregory63] R.W. Gregory, S.L. Harris & R.G. Munro. *Dynamic behaviour of spur gears*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, vol. 8, pages 207–226, 1963.
- [Haloui07] N. Haloui, D. Chikouche & M. Benidir. *Diagnosis of Gear Systems by Spectral Analysis of Vibration Signals*. International Journal of Computer Science and Network Security, vol. 7, pages 285–293, 2007.
- [Houser90] D.R Houser. *Dynamics and Gear Noise Research Laboratory*. First International Conference, Gearbox Noise and Vibration, 1990.
- [Ismail95] F. Ismail, H. Martin & F. Omar. *A statistical index for monitoring tooth cracks in a gearbox*. ASME, vol. 3, pages 1413– 1418, 1995.
- [Iwase96] Y. Iwase & K. Miyasaka. *Proposal of modified tooth surface with minimized transmission error of helical gears*. JSAE Review, vol. 17, pages 191–193, 1996.

- [Iwatsubo84] Iwatsubo, S. Arii & R. Kawai. *Coupled lateral-torsional vibration of rotor system trained by gears. Part 1. Analysis by transfer matrix method*. JSME, vol. 27, pages 271–277, 1984.
- [Johnson77] K. L. Johnson & R. H. Bental. *A numerical method for finding elastic contact pressures*. Cambridge University Engineering, Department report, CMECH/TR14, 1977.
- [Johnstone97] L. M. Johnstone & B. W. Silverman. *Wavelet threshold estimators for data with correlated noise*. J. Roy. Statist. Soc, vol. 59, pages 319–351, 1997.
- [Kahraman90] A. Kahraman & R. Singh. *Nonlinear Dynamics of a Spur Gear Pair*. Journal of Sound and Vibration, vol. 146, pages 173–190, 1990.
- [Kubo78] A. Kubo. *Stress condition, vibrational exciting force, and contact pattern of helical gears with manufacturing and alignment error*. Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, vol. 100, pages 77–84, 1978.
- [Laurent99] H. Laurent, M. Sidahmed & C. Doncarli. *Détection précoce d'endommagement de denture sur des trains d'engrenages droits par analyse vibratoire*. 17^{ème} Colloque GRETSI, 1999.
- [Lewicki96] D. G. Lewicki & J. J. Zakrajsek. *Detecting gear tooth fatigue cracks in advance of complete fracture*. Mechanical NASA. Technical memorandum,, 1996.
- [Lin94] H. H. Lin, V Oswald & D. P. Townsend. *Dynamic loading of spur gears with linear or parabolic tooth profile modifications*. Mechanism and Machine Theory, vol. 29, pages 1115–1129, 1994.
- [Lino2] J. Lin & R. G. Parker. *Mesh stiffness variation instabilities in two stage gear system*. Journal of Vibration and Acoustics, vol. 124, pages 68–76, 2002.

- [Lino03] J. Lin & M. J. Zuo. *Gearbox fault diagnosis using adaptive wavelet filter*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 17, pages 1259–1269, 2003.
- [Ling00] J. Ling & L. Qu. *Feature extraction based on morlet wavelet and its application for mechanical fault diagnosis*. Journal of Sound and Vibration, vol. 234, pages 135–148, 2000.
- [Liou92] C. H. Liou, H. H. Lin, F. B. Oswald & D. P. Townsend. *Effect of contact ratio on spur gear dynamic load*. Rapport technique 91-C-025, 1992.
- [McFadden84] P. D. McFadden & J. D. Smith. *Model for the vibration produced by a single defect in a rolling element bearing*. Journal of Sound and Vibration, vol. 96, pages 69–92, 1984.
- [McFadden85] P. D. McFadden. *Low frequency vibration generated by gear tooth impacts*. NDT International, vol. 18, pages 279–282, 1985.
- [McFadden86] P. D. McFadden. *Detection fatigue cracks in gears by amplitude and phase demodulation of the meshing vibration*. Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, vol. 108, pages 108–165, 1986.
- [Meltzier04] G. Meltzier & N. P. Dien. *Fault diagnosis in gears operating under non-stationary rotational speed using polar wavelet amplitude maps*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 18, pages 985–992, 2004.
- [Merzoug07] M. Merzoug & A. Miloudi. *Utilisation des Transformées en Ondelettes dans le Suivi Vibratoire des Transmissions par Engrenages*. 2ème Congrès International de Conception et Modélisation des Systèmes Mécaniques, CMSM'2007, 2007.
- [Merzoug09] M. Merzoug, A. Miloudi & X. Chimentin. *Détection des défauts d'excentricités d'une transmission à engrenages par analyse en onde-*

- lettes. Congrès International sur les Risques Industriels - CIRI, 2009.
- [Miloudi99] A. Miloudi & B. Bouzouene. *Utilisation de l'analyse cepstrale dans le diagnostic des roulements*. Actes des 4èmes Congrès Maghrébines d'Etudes de Génie Mécanique, JMEGM'99, pages 129–134, 1999.
- [Miloudi07] A. Miloudi & M. Merzoug. *Efforts Dynamiques Transmis au Carter d'une Transmission par Engrenage*. 2ème Congrès International de Conception et Modélisation des Systèmes Mécaniques, CMSM'2007, 2007.
- [Mitome94] K. I. Mitome & K. Ishida. *Eccentric gearing*. Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, pages 94–100, 1994.
- [Niemann70] G. Niemann & J. Baethge. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*,. Drehwegfehler, Zahnfederharte und Gerausch bei Stirnrardern, vol. 112, pages 205–214, 1970.
- [Opitz69] H. Opitz. *Noise of Gears*. Phil. Trans. of Royal Society, vol. 263, pages 369–380, 1969.
- [Ozguven88] H. N. Ozguven & D.R. Houser. *Mathematical Models Used in Gear Dynamics. A Review*. Journal of Sound and Vibration, vol. 121, pages 383–411, 1988.
- [Pachaud92] C. Pachaud. *Détection des défauts électromagnétiques dans les moteurs asynchrones de grande puissance par analyse spectrale des vibrations et du courant d'alimentation, et par démodulation amplitude/fréquence des composantes cinématiques de base*. Progrès récents des méthodes de surveillance acoustiques et vibratoires, Senlis France, pages 73–82, 1992.
- [Pachaud97] C. Pachaud. *Crest factor and kurtosis contributions to identify de-*

fects inducing periodical impulsive forces. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 11, pages 903–916, 1997.

[Pareyo6] A. Parey, M. El Badaoui, F. Guillet & N. Tandon. *Dynamic modelling of spur gear pair and application of empirical mode decomposition-based statistical analysis for early detection of localized tooth defect*. Journal of Sound and Vibration, vol. 294, pages 547–561, 2006.

[Pearce86] W. Pearce, M. Nielsen & W. Rouverol. *Reducing Gear Noise Excitation*. Proceedings of the 2nd World Congress on Gearing, Paris, vol. 1, pages 587–598, 1986.

[Perret-Liaudet96] J. Perret-Liaudet. *An Original Method for Computing the Response of a Parametrically Excited Forced System*. Journal of Sound and Vibration, vol. 196, pages 165–177, 1996.

[Pfeiffer96] F. Pfeiffer. *Rattling in Gears - A Review*. VDI Berichte, vol. 1230, pages 719–737, 1996.

[Prabhu89] M. S. Prabhu & D. Houser. *A Hybrid Finite Element Approach for Analysing the Load Distribution and Transmission Error in Thin-Rimmed gears*. VDI Berichte, vol. 1230, pages 201–212, 1989.

[Randall75] R. B. Randall. *Gearbox fault diagnosis using cepstrum analysis*. ImechE, pages 169–174, 1975.

[Randall80] R. B. Randall. *Cepstrum analysis and gearbox fault diagnosis*. Bulletin Technique Bruel & Kjaer, pages 1–19, 1980.

[Randall82] R. B. Randall. *new method of modelling gear default*. Journal of Mechanical Design, vol. 104, 1982.

[Randall97] R. B. Randall. *Developments in digital analysis techniques for diagnostics of bearings and gears*. Fifth International Cngress on Sound and Vibration, pages 15–18, 1997.

- [Rasolofondraibe93] L. Rasolofondraibe, J. P. Dron, A. Pavan & C. Couet. *Application des méthodes paramétriques adaptatives à la surveillance d'une presse d'emboutissage*. Revue d'automatique et de Productique Appliquées, vol. 16, pages 365–383, 1993.
- [Razafindrazato10] G. M. R. Razafindrazato. *Méthodes numériques pour la caractérisation vibratoire des structures complexes*. Thèse de Doctorat, 2010.
- [Remond91] D. Remond. *Contribution à l'étude et l'analyse expérimentale du bruit d'engrènement. Développement et application de la transformée en ondelettes rapide*. PhD thesis, INSA de Lyon, 1991.
- [Remond93] D. Remond, P. Velez & J. Sabot. *Comportement dynamique et acoustique des transmissions par engrenages. Synthèse bibliographique*. Publications du CETIM, pages 1058–1069, 1993.
- [Rigaud99] E. Rigaud & D. Barday. *Modelling and Analysis of Static Transmission Error. Effect of Wheel Body Deformation and Interactions between Adjacent Loaded Teeth*. 4th World Congress on Gearing and Power Transmission, Paris, vol. 3, pages 1961–1972, 1999.
- [Rubinio1] R. Rubini & U. Meneghetti. *Application of the envelope and wavelet transform analysis for the diagnosis of incipient faults in ball bearings*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 15, pages 287–302, 2001.
- [Sabot92] J. Sabot & J. Perret-Liaudet. *Excitation d'un carter de boîte de vitesses par l'erreur de transmission*. Congrès Mondial des Engrenages et des Transmissions, pages 829–840, 1992.
- [Sainsot89] P. Sainsot. *Analyse du contact entre dentures d'engrenage cylindriques de réducteur*. Thèse de doctorat de L'INSA de Lyon, page 205, 1989.
- [Seireg70] A. Seireg & D.R. Houser. *Evaluation of dynamic factors for spur*

and helical gears. Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry, vol. 178, pages 504–515, 1970.

[Sener93] O. S. Sener & H. N. Ozguven. *Dynamic Analysis of Geared Shaft Systems By Using a Continuous System Model*. Journal. of Sound and Vibration, vol. 166, pages 539–556, 1993.

[Shenao6] Y. Shena, S. Yanga & X. Liub. *Nonlinear dynamics of a spur gear pair with time-varying stiffness and backlash based on incremental harmonic balance method*. International Journal of Mechanical Sciences, vol. 48, pages 1256–1263, 2006.

[Sidahmed90] M. Sidahmed. *Détection précoce de défauts dans les engrenages par analyse vibratoire*. Revue Française de Mécanique, vol. 4, pages 243–254, 1990.

[Sikao8] G. Sika. *Dynamique des transmissions en régime transitoire*. Thèse de Doctorat, 2008.

[Singh89] R. Singh & H. Xie. *Analysis of Automotive Neutral Gear Rattle*. Journal of Sound and Vibration, vol. 131, pages 173–190, 1989.

[Smith94] J. D. Smith. *Helical Gear Vibration Excitation with Misalignment*. Journal of Mechanical Engineering Science, vol. 208, pages 71–79, 1994.

[Staszewski97] W. J. Staszewski. *Identification of damping in MDOF systems using time-scale decomposition*. Journal of Sound and Vibration, vol. 203, pages 283–305, 1997.

[Steward90] J.H. Steward. *The compliance of solid wide-faced spur gears*. Transactions of the ASME Journal of Mechanical Design, vol. 112, pages 590–595, 1990.

[Su92] Y. T. Su & S. J. Lin. *On initial fault-detection of a tapered roller bearing - frequency-domain analysis*. Journal of Sound and Vibration, vol. 155, pages 75–84, 1992.

- [Tavakoli86] M. S. Tavakoli & D. R. Houser. *Optimum Profile Modifications for the Minimization of Static Transmission Errors of Spur Gears*. Journal of Mechanisms Transmissions and Automation in Design, vol. 108, pages 86–94, 1986.
- [Taylor80] J. I. Taylor. *Fault diagnosis of gears using spectrum analysis*. I Mech E, pages 163–168, 1980.
- [Thompson77] A.M. Thompson. *Origin of Gear Noise*. World Congress of Gearing, Paris, 1977.
- [Tonshoff03] H. K. Tonshoff, X. Li & C. Lapp. *Application of fast Haar transform and concurrent learning to tool-breakage detection in milling*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 8, pages 414–417, 2003.
- [Tulpin58] W.A. Tulpin. *Dynamic loads on gear teeth*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, International Conference on Gearing, London, pages 24–30, 1958.
- [Umezawa85] K. Umezawa, T. Suzuk, H. Houjoh & T. Sato. *Vibration of power transmission helical gears (the effect of contact ratio on the vibration)*. Bulletin of the JSME, vol. 28, pages 694–700, 1985.
- [Umezawa86] K. Umezawa, T. Suzuki, H. Hougouh & K. Baglasna. *Influence of misalignment on vibration of helical gear*. Bulletin of JSME, vol. 12, pages 85–91, 1986.
- [Varadi89] K. Varadi & R. Poller. *Analysis of Gear Teeth Contact*. Proceedings of the 4th Structural Analysis Systems World Conference, Paris, vol. 1, pages 250–261, 1989.
- [Velex88] P. Velex. *Contribution à l'analyse du comportement dynamique de réducteurs à engrenages à axes parallèles*. Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, page 188 p, 1988.

- [Velex91] P. Velex & A. Saada. *Modal analysis for the prediction of dynamic tooth loads in geared trains*. Proceedings of the 3rd JSME International Conference on Motion and Power transmissions, Hiroshima, pages 117–122, 1991.
- [Velex96] P. Velex & M. Maatar. *A mathematical model for analyzing the influence of shape deviations and mounting errors on gear dynamic behavior formula*. Journal of Sound and Vibration, vol. 191, pages 629–660, 1996.
- [Villa12] L. Villa, F. Renones, A. Peran & J. Miguel. *Statistical fault diagnosis based on vibration analysis for gear test-bench under non-stationary conditions of speed and load*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 29, pages 436–446, 2012.
- [Ville48] J. Ville. *Théorie et applications de la notion de signal analytique*. Câbles et Transmission, vol. 2A, pages 61–74, 1948.
- [Walha09] L. T. Walha, T. Fakhfakh & M. Haddar. *Nonlinear dynamics of a two-stage gear system with mesh stiffness fluctuation, bearing flexibility and backlash*. Mechanism and Machine Theory, vol. 44, pages 1058–1069, 2009.
- [Walker38] H. Walker. *Gear tooth deflections and profile modifications*. The Engineer, vol. 166, pages 434–436, 1938.
- [Wango3a] C. Wang & R. X. Gao. *Wavelet transform with spectral post-processing for enhanced feature extraction*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 52, pages 1296–1301, 2003.
- [Wango3b] J. Wang. *Numerical and Experimental Analyses of Spur Gears in Mesh*. Curtin University of Technology, 2003.
- [Wango3c] W. J. Wang & R. M. Lin. *The application of pseudo-phase portrait in machine condition monitoring*. Journal of Sound and Vibration, vol. 259, pages 1–16, 2003.

- [Weber53] C. Weber & K. Banaschek. *Formmnderung und Profilrcknahme bei Gerad und Schrgverzahnten Antriebstechnik*. F Vieweg und Sohn Braunschweig, germany, vol. 11, 1953.
- [Welbourn77] D. B. Welbourn. *Gear Noise Spectra - A Rational Explanation*. ASME paper, vol. 77-DET-38, pages 1–8, 1977.
- [Welbourn79] D. Welbourn. *Fundament al Knowledge of Gear Noise- A Survey*. Conference on Noise and Vibrations of Engines and Transmissions, Cranfield Institute of Technology, vol. C177/79, pages 9–29, 1979.
- [Wellauer60] E.J. Wellauer. *Bending strength of gear teeth by cantilever-plate theory*. Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry, vol. 82, pages 213–222, 1960.
- [www.laspi.fr] www.laspi.fr. *Laboratoire d'Analyse des Signaux et des Processus Industriels, Université Jean Monnet*.
- [www.wikipedia.org] www.wikipedia.org. *Chronologie de l'histoire des techniques*.
- [Yin-ge91] X. Yin-ge & Y. Yu-ling. *Research on Haar spectrum in fault diagnosis of rotating machinery*. Applied Mathematics and Mechanics, vol. 12, pages 61–66, 1991.
- [Zakrajsek90] J.J. Zakrajsek. *Gear Noise, Vibration and Diagnostic Studies at NASA Lewis Research Centre*. First International Conference, Gearbox Noise and Vibration, 1990.