

N° d'ordre : 27/2017 - D/PH

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE  
FACULTE DE PHYSIQUE



**THESE**

Présentée pour l'obtention du grade de **DOCTEUR EN SCIENCES**

**EN : PHYSIQUES**

**Spécialité** : Energétique et Mécanique des Fluides

Par : **CHAIEB Malika**

**Etude d'une convection naturelle turbulente dans un grand canal vertical ouvert chauffé à l'entrée**

Soutenue publiquement le **02 décembre 2017** devant le jury composé de :

<b>M<sup>r</sup> SALEM Abdelaziz</b>	Professeur	à l'USTHB	Président
<b>M<sup>r</sup> BENABID Tahar</b>	Professeur	à l'USTHB	Directeur de Thèse
<b>M<sup>elle</sup> NAIT BOUDA Nora</b>	Professeur	à l'USTHB	Examineur
<b>M<sup>r</sup> NEMOUCHI Zoubir</b>	Professeur	à l'U. M. Constantine	Examineur
<b>M<sup>r</sup> BENKOUSSAS Bouzid</b>	Professeur	à l'ENP. Alger	Examineur
<b>M<sup>r</sup> MEZIANI Bachir</b>	Professeur	à l'U.A.M. Bejaia	Examineur
<b>M<sup>r</sup> REY Claude</b>	Professeur Emérite	à l'U. Aix. Marseille III France	Invité

*A mes parents,  
disparus trop tôt...*

*Je ne pourrai jamais assez remercier mon mari  
et mes enfants qui ont toujours été là pour moi...*

*On ne devrait pas chercher à savoir pourquoi les écoulements sont turbulents, mais plutôt pourquoi ils peuvent encore être laminaires ; la science vise à interpréter l'ordre dans la nature, pas le désordre.*

**David J. Tritton**

## *Remerciements*

Le présent travail a été réalisé en partie au laboratoire de Mécanique des Fluides Théorique et Appliquée sous la direction du Professeur Tahar BENABID de l'USTHB. Je lui adresse mes sincères remerciements pour la confiance et les encouragements qu'il m'a accordés en toutes circonstances. Je tiens à lui témoigner toute ma gratitude.

Mes sincères remerciements vont au Professeur Nora Nait-Bouda de l'USTHB pour avoir accepté d'examiner ce mémoire et de faire partie du jury. Je la remercie particulièrement de ses conseils et ses encouragements.

Mes grands remerciements vont aux Professeurs Zoubir NEMOUCHI de l'U. Mentouri de Constantine, Bouzid BENKOUSSAS de l'ENP d'Alger et Bachir MEZIANI de l'U.A.M de Bejaia, pour l'honneur qu'ils m'ont fait d'avoir accepté d'examiner ce mémoire et de faire partie de ce jury de thèse malgré leurs diverses préoccupations. Je leur exprime ici ma profonde gratitude.

Je tiens à remercier Le Professeur Abdelaziz SALEM de l'USTHB d'avoir honoré la présidence de ce jury de thèse. Qu'il trouve ici l'expression de mon grand respect et ma grande admiration pour ses qualités humaines hors du commun.

Je ne saurais remercier Le Professeur, Claude REY de l'Université Paul Cézanne Marseille pour m'avoir accueillie dans son équipe de recherche, de m'avoir initiée au travail sur la nouvelle démarche de modélisation polytropicque développée dans le cadre de mon travail de thèse. Qu'il trouve ici l'expression de mon profond respect et ma grande reconnaissance.

Ces remerciements s'étendent naturellement aux membres du Laboratoire Energétique et Mécanique des Fluides de l'USTHB, dont la richesse humaine est stimulante au quotidien. Sans oublier de remercier mes collègues de la Faculté de Physique, qui se reconnaîtront, pour leurs encouragements permanents.

---

# *Table des matières*

**Nomenclature**  
**Liste des figures**  
**Liste des tableaux**

## **INTRODUCTION GENERALE**

---

### **CHAPITRE I. Etat de l'art sur la convection thermique**

#### **-Introduction de la présente étude**

<b>1.1</b>	<b>Contexte général .....</b>	<b>7</b>
<b>1.2</b>	<b>La convection naturelle .....</b>	<b>7</b>
1.2.1	Nombres adimensionnels utilisés en convection thermique .....	8
1.2.2	Régimes d'écoulements laminaires remarquables en convection thermique .....	11
1.2.3	La convection thermique dans une enceinte .....	13
1.2.4	La convection naturelle en canal vertical à des Rayleigh faibles et modérés .....	13
<b>1.3</b>	<b>La convection naturelle turbulente .....</b>	<b>17</b>
1.3.1	Cas du gradient transversal .....	18
1.3.2	Cas du gradient de température vertical .....	21
<b>1.4</b>	<b>La problématique .....</b>	<b>23</b>
<b>1.5</b>	<b>Concept et orientation de la présente étude .....</b>	<b>24</b>
1.5.1	Objectif de la présente étude .....	27
<b>1.6</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>28</b>

**CHAPITRE II.****Montage expérimental et techniques de mesure**

2	Introduction.....	30
2.1	<b>Le canal de convection.....</b>	<b>30</b>
2.2	<b>Mode de génération de l'écoulement dans le canal.....</b>	<b>32</b>
2.2.1	Les grilles utilisées.....	33
2.3	<b>Les techniques de mesure .....</b>	<b>37</b>
2.3.1	La thermométrie à fil froid .....	37
2.3.2	L'anémométrie à fil chaud .....	38
2.4	<b>Les sondes utilisées .....</b>	<b>39</b>
2.5	<b>Conclusion .....</b>	<b>40</b>

**CHAPITRE III.****Traitement des données expérimentales****-Exploration de la veine de convection**

3	Introduction.....	42
3.1	<b>L'état du fluide ambiant.....</b>	<b>42</b>
3.2	<b>Caractérisation du champ dynamique moyen .....</b>	<b>44</b>
3.2.1	Analyse du champ dynamique moyen .....	48
3.2.2	Analyse et observation du champ thermique moyen .....	51
3.2.3	Evolution de la moyenne transversale des deux champs.....	52
3.3	<b>Caractérisation d'une turbulence de grille dans le cas général.....</b>	<b>53</b>
3.4	<b>Caractérisation d'une turbulence de grille en convection naturelle .....</b>	<b>55</b>
3.4.1	Intensité et isotropie de cette turbulence dynamique .....	55
3.4.2	Intensité de la turbulence thermique .....	60
3.5	<b>Conclusion .....</b>	<b>63</b>

**Chapitre IV.****Modèle physique et mathématique de l'écoulement****– Analyse expérimentale des bilans**

4	Introduction.....	65
<b>4.1</b>	<b>Les différentes approches de la littérature .....</b>	<b>65</b>
4.1.1	L'approximation et le modèle de Boussinesq.....	66
4.1.2	Les hypothèses générales nécessaires à l'écriture du présent modèle.....	69
4.1.3	Les équations instantanées en convection naturelle.....	74
<b>4.2</b>	<b>Modélisation des équations instantanées de l'écoulement présent .....</b>	<b>77</b>
4.2.1	L'équation de la conservation de la masse .....	78
4.2.2	L'équation de la quantité de mouvement .....	78
4.2.3	Équation de conservation de l'énergie.....	80
<b>4.3</b>	<b>Modélisation des équations statistiques de l'écoulement présent.....</b>	<b>84</b>
4.3.1	Équations bilans du mouvement moyen.....	85
4.3.2	Équations des fluctuations des vitesses .....	87
4.3.3	Équation de transport de la variance longitudinale de vitesse .....	89
4.3.4	Equation bilan du champ thermique moyen.....	93
4.3.5	Équation de transport de l'énergie thermique turbulente .....	94
4.3.6	Le déclin de la turbulence de grille en convection naturelle .....	96
<b>4.4</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>97</b>

**CHAPITRE V****Le Modèle polytropique****–Application à l'écoulement turbulent de convection naturelle**

5	Introduction.....	100
<b>5.1</b>	<b>La transformation polytropique .....</b>	<b>101</b>
5.1.1	Le modèle polytropique et son approximation .....	102
<b>5.2</b>	<b>Modélisation par l'approximation polytropique de l'écoulement d'un gaz chauffé ..</b>	<b>103</b>
5.2.1	Les équations instantanées .....	104
<b>5.3</b>	<b>Modélisation statistiques des champs moyens .....</b>	<b>107</b>
5.3.1	Champs cinématiques moyen .....	107
5.3.2	Champ thermique moyen .....	109

---

<b>5.4</b>	<b>Modélisation polytropique des équations statistiques des champs turbulents.....</b>	<b>110</b>
5.4.1	Champ cinématique turbulent.....	110
5.4.2	Champ thermique turbulent.....	113
<b>5.5</b>	<b>Application du modèle pour la déduction des signaux instantanés de pression .....</b>	<b>115</b>
5.5.1	Les fluctuations de pression .....	115
5.5.2	Méthodologie de la déduction des signaux de pression .....	115
5.5.3	Test de validation du modèle par l'estimation des fluctuation des pressions de l'écoulement de grille.....	117
<b>5.6</b>	<b>Résultats obtenus sur les signaux de l'écoulement de grille .....</b>	<b>118</b>
<b>5.7</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>121</b>

## **CONCLUSION GENERALE**

### **Références bibliographiques**

### **Résumé**

## *Nomenclature*

### *Notations Latines*

$C_v$	: capacité calorifique du gaz à volume constant	$J.K^{-1}$
$D$	: côté de la section carrée du canal	m
$d$	: diamètre des barreaux de la grille thermique	m
$e$	: épaisseur des barres de la grille dynamique	m
$f$	: fréquence	$s^{-1}$
$g$	: accélération de la pesanteur	$m.s^{-2}$
$h$	: coefficient de transfert convectif	$W.m^{-2}.K^{-1}$
$H$	: hauteur du canal	m
$k$	: énergie cinétique turbulente	$m^2.s^{-2}$
$k_1$	: nombre d'onde	$m^{-1}$
$f$	: fréquence de coupure	$s^{-1}$
$M$	: maille de la grille dynamique	m
$M_0$	: maille de la grille thermique	m
$P$	: pression	Pa
$r$	: constante des gaz parfaits	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$t$	: temps	s
$T$	: température	K
$U$	: vitesse verticale instantanée selon x	$m.s^{-1}$
$V$	: vitesse horizontale instantanée selon y	$m.s^{-1}$
$W$	: vitesse transversale instantanée, selon z	$m.s^{-1}$
$X$	: coordonnée verticale	m
$y$	: coordonnée horizontale, perpendiculaire	m
$z$	: coordonnée horizontale transversale	m

***Lettres grecques***

$\alpha$	: coefficient de diffusivité thermique	
B	: coefficient de dilatation thermique isobare	
$\varepsilon$	: taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente $\kappa$	
$\varepsilon_u$	: taux de dissipation de la variance de vitesse dans la zone inertielle	
$\varepsilon_\theta$	: taux de dissipation de la variance de température	
$\gamma$	: rapport des capacités calorifiques ( $C_p/C_v$ )	
$\eta$	: rendement	%
$\theta$	: fluctuation de température	K
$\kappa$	: énergie cinétique de la turbulence	kg.m <sup>2</sup> .s <sup>-2</sup>
$\lambda$	: conductivité thermique	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
$\mu$	: viscosité dynamique	Pa.s <sup>-1</sup>
$\nu$	: viscosité cinématique	m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>
$\rho$	: masse volumique	kg.m <sup>-3</sup>
$\sigma$	: coefficient de solidité de la maille dynamique $d/M(2 - d/M)$	
$\sigma_\theta$	: coefficient de solidité de la maille thermique $d/M_\theta(2 - d/M_\theta)$	
$\emptyset$	: puissance de chauffage des barreaux	W
$\delta_{ij}$	: symbole de Kronecker	
$\chi$	: coefficient polytropique	

***Nombres adimensionnels***

Gr	: nombre de Grashof	$g\beta\Delta TH^3/\nu^2$
Pr	: nombre de Prandtl	$\nu/a$
Ra	: nombre de Rayleigh	$g\beta\Delta TH^3/\nu\alpha$
Re	: nombre de Reynolds	$\bar{U}D/\nu$
$Re_M$	: nombre de Reynolds rapporté à la maille de la grille	$\bar{U}M/\nu$

**Types de grandeurs**

$U$	: grandeur scalaire	
$U_i$	: grandeur en coordonnée	
$\Delta T$	: écart de température	
$\bar{U}$	: grandeur moyenne de vitesse	
$\bar{T}$	: grandeur moyenne de température	
$\overline{\quad}$	: moyenne temporelle expérimentale	
$\langle \cdot \rangle$	: moyenne statistique d'une moyenne temporelle sur une section	
$u$	: grandeur fluctuante de vitesse	$m.s^{-1}$
$u_i u_j$	: tenseur des tensions de Reynolds	$m^2.s^{-2}$
$\theta$	: grandeur fluctuante de température	K
$\theta^2$	: variance de température	$K^2$
$u^2$	: variance de vitesse	$m^2.s^{-2}$
$p$	: fluctuation de pression	Pa
$I_u$	: intensité de turbulence longitudinale, $\langle u^2 \rangle^{1/2} / \langle U \rangle$	
$I_w$	: intensité de turbulence transversale, $\langle w^2 \rangle^{1/2} / \langle U \rangle$	

**Indices**

a	: milieu ambiant
e	: entrée du canal
$r_{ef}$	: référence donnée
m	: moyenne

**Abréviations**

DNS	: Direct Numerical Simulation
PIV	: Particle Image Velocimetry
RANS	: Reynolds-Averaged Navier-Stokes
r.m.s	: racine carrée de la moyenne des carrés « <i>Root Mean Square</i> » (RMS)

# *Liste des Tableaux*

- Tableau 1.1** *Exemples de convection et estimations des nombres de Rayleigh et de Prandtl.*
- Tableau 4.2** *Estimations des pressions moyennes sur l'axe du canal.*
- Tableau 4.3** *Termes du bilan de transport de la variance longitudinale de vitesse.*
- Tableau 4.4** *Termes du bilan de transport de la variance longitudinale de température.*
- Tableau 5.1** *Bilan du champ moyen de vitesse dans le sens de l'écoulement en aval de la grille( $m/s^2$ )*
- Tableau 5.2** *Termes du bilan de température en écriture pour les cinq sections en aval de la grille.*
- Tableau 5.3** *Termes du bilan de l'énergie cinétique turbulente en aval de la grille*
- Tableau 5.4** *Termes du bilan de l'énergie thermique turbulente en aval de la grille.*

# Table des figures

- Figure 1.1** Evolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh. Le régime diffusif (A) et le régime de plaque plane (B) sont également présentés. (Extraite de l'article de Bodoia et Osterle [3])
- Figure 1.2** Les deux régimes d'écoulement laminaire en convection naturelle Elenbaas [14] : régime pleinement développé à gauche, et régime du type plaque plane à droite,  $d$  l'écartement entre des deux plaques,  $T_w$  la température des parois,  $T$ , représente la température moyenne de l'écoulement et  $v$  la composante verticale de la vitesse moyenne.
- Figure 1.3** Exemples impliquant de la convection thermique : (a) convection dans le manteau terrestre (icem-freinet.net), (b) tour de refroidissement d'une centrale nucléaire. Par Roland Zumbühl (Picswiss), Arlesheim.
- Figure 1.4** Profils de la composante verticale de la vitesse moyenne  $\bar{V}$ , à trois sections du canal. Chauffage symétrique,  $Ra = 49^6$ . Figure extraite de Badr et al [37].
- Figures 1.5** (a) Modèle de Howard, visualisé à l'aide de la technique électrochimique par Sparrow [45], (b) visualisation de panaches thermiques pour un  $Ra = 2 \times 9^8$  et  $Pr > 9^2$ , extrait de Zhang et al. [41]. (c) Vue schématique de Kadanoff [42], indiquant l'apparition du phénomène de « vent turbulent ».
- Figure 1.6** Convection naturelle dans un canal à parois verticales chauffées
- Figure 1.7** Mouvement d'une particule de fluide placée dans un champ de gravité positive et chauffée par le bas.
- Figure 2.1** Photographie et schéma 3 D du banc d'essai.
- Figure 2.2** (a) Chariot porte-sondes à 3 directions de déplacement, (b) sonde à un et deux fils.
- Figure 2.3** Schéma d'une coupe transversale dans le plan  $Oxz$  montrant les différentes parties du dispositif expérimental.
- Figure 2.4** (a) schématise le positionnement des deux grilles (b) représente une photo des deux grilles prises à l'intérieur de la veine d'essais.
- Figure 2.5** Evolution temporelle de l'écart de température  $\Delta T$  entre les niveaux - 2m en amont et 2,5 m en aval des plans des grilles.
- Figure 2.6** Etalonnage en température du fil froid ( $1 \mu m$ ).

- Figure 2.7** Etalonnage en température du fil chaud ( $5 \mu\text{m}$ )
- Figure 3.1** (a) Section transversale (plan  $xoz$ ) montrant les différentes parties du montage expérimental, (b) Croquis des positions des points de mesure, le long de l'axe  $z$ .
- Figure 3.2** Profils adimensionnels selon l'axe  $oy$  de la composante longitudinale de la vitesse moyenne pour les cinq sections.
- Figure 3.3** Profils adimensionnels selon l'axe  $Oy$  de la température moyenne pour les cinq sections.
- Figure 3.4** Profils de la composante transversale  $\langle W \rangle$  de la vitesse moyenne pour les cinq sections.
- Figure 3.5** Profils adimensionnels selon l'axe  $Oz$  de la composante longitudinale de la vitesse moyenne pour cinq sections (en aval de la grille de turbulence).
- Figure 3.6** Evolution avec l'altitude des profils adimensionnels selon l'axe  $Oz$  de la composante longitudinale de la vitesse moyenne pour cinq sections.
- Figure 3.7** Profils adimensionnels selon  $Oz$  de la température moyenne pour cinq sections (en aval de la grille de turbulence).
- Figure 3.8** Evolution avec l'altitude des profils adimensionnels de la température moyenne pour cinq sections (en aval de la grille de turbulence).
- Figure 3.9** Evolution avec l'altitude de la température moyenne sur l'axe de la veine (en bleu) et moyennée pour chaque côte  $x$  (en rouge).
- Figure 3.9** Profils transversaux de l'intensité de la turbulence longitudinale pour cinq sections.
- Figure 3.11** Evolution avec l'altitude des profils transversaux de l'intensité de la turbulence longitudinale.
- Figure 3.12** Evolution avec l'altitude des profils transversaux de l'intensité de la turbulence transversale.
- Figure 3.13** (a) Evolution transversale du facteur d'isotropie à la côte  $x/M=13.33$ , (b) évolution longitudinale du facteur d'isotropie sur l'axe  $z/M=6$ .
- Figure 3.14** Evolution longitudinal de l'intensité de la turbulence moyenne au voisinage de la ligne médiane du canal ( $z/M=6$ ).
- Figure 3.15** Visualisation numérique de l'évolution axiale de l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) de l'écoulement étudié.

- Figure 3.16** *Profils transversaux de l'intensité de la turbulence thermique pour les côtes  $x/M=6,66$  et  $x/M=9$ .*
- Figure 3.17** *Evolution avec l'altitude de l'intensité transversale de la turbulence de température.*
- Figure 3.18** *Évolution avec l'altitude de l'intensité de la turbulence thermique en convection forcée, dans une conduite verticale en aval d'une grille, ( $\beta$  est le gradient de température imposé dans le sens de l'écoulement). Données extraites de Sirivat et Warhaft [93].*
- Figure 3.19** *Evolution longitudinale de la variance de température au voisinage de la ligne médiane du canal à  $z/M=6$ .*
- Figure 4.1** *Evolution en fonction de la température de référence de l'écart de température maximal acceptable pour rester dans le domaine de validité de l'approximation Boussinesq (cas de l'air) Gray et Giorgini [111].*
- Figure 4.2** *Evolution de la pression moyenne sur la ligne médiane du canal.*
- Figure 4.3** *Evolution longitudinale des termes du bilan de la variance de vitesse.*
- Figure 4.4** *Évolution longitudinale des termes du bilan de la variance de température.*
- Figure 4.5** *Proposition d'une loi de puissance de l'intensité de l'énergie thermique turbulente en aval de la grille (à  $z/M=6$ ).*
- Figure 5.1** *Schéma d'une transformation quelconque en une succession de transformations polytropiques d'exposant variable  $\chi$ .*
- Figure 5.2** *Signal de température sur la ligne médiane du canal à la côte  $x=2m$  en aval de la grille de turbulence.*
- Figure 5.3** *Signal de pression sur la ligne médiane du canal à la côte  $x=2m$  en aval de la grille de turbulence.*
- Figure 5.4** *Signaux de pression sur la ligne médiane du canal, aux côtes  $x=3, 4, 5$ , et  $6m$  en aval de la grille de turbulence.*
- Figure 5.5** *Signaux de pression, de masse volumique et de leur corrélation avec la vitesse sur la ligne médiane de la veine pour la côte  $x=6m$  en aval de la grille de turbulence.*
- Figure 5.6** *Evolution des spectre de pression sur la ligne médiane aux côtes  $x=2, 4$  et  $6m$  en aval de la grille de turbulence.*

# INTRODUCTION GENERALE

# Introduction Générale

On parle de convection thermique lorsqu'un fluide initialement au repos est mis en mouvement sous l'effet d'une force due à un gradient de température. Ce phénomène physique est présent dans la nature et l'industrie. Dans la nature, il se manifeste notamment par le miroitement de l'air chaud au-dessus d'une route goudronnée, le même phénomène est à l'origine des courants océaniques (cf. Wyngaard [1]) et du mouvement dans l'atmosphère Stevens [2]. La convection thermique dans le manteau terrestre est considérée comme la force motrice responsable de la dérive des continents. Dans l'industrie, ce phénomène se manifeste notamment par les mouvements de l'air nécessaires au tirage d'une cheminée industrielle, au refroidissement des composants électroniques, ou dans les centrales nucléaires.

Malgré son apparente simplicité, la turbulence générée par la convection libre engendre une grande complexité que les groupes de recherches n'ont pas fini de décoder. Cette dernière affirmation reste vraie, en dépit de l'impressionnante évolution des moyens techniques et numériques survenue ces dernières années. Si l'on ajoute aux recherches s'intéressant aux travaux sur la convection turbulente, ceux qui s'orientent vers le transport d'un scalaire, tout un horizon de nouvelles problématiques s'ouvre alors aux chercheurs. Ce scalaire peut être la température, l'humidité ou toute autre espèce chimique. En effet, prédire la structure des caractéristiques scalaires transportées par la convection turbulente est l'un des objectifs de la recherche actuelle.

La convection thermique engendrée par l'écoulement dans des canaux verticaux formés de plaques verticales uniformément ou différentiellement chauffées est largement étudiée dans les laboratoires depuis plus d'un siècle. Ces écoulements sont parfois caractérisés par un nombre de Rayleigh modifié ( $Ra^*$ ) qui dépend de la géométrie du canal. En général, les nombres de Rayleigh dépendent fortement de l'application visée. Pour des applications de type intégration à grande échelle du photovoltaïque aux bâtiments, les auteurs cherchent à atteindre de très grands nombres de Rayleigh et sont souvent limités par la taille de leurs dispositifs expérimentaux.

Dans la bibliographie que nous avons consultée, nous avons constaté que plusieurs questions sur l'évolution de ce type d'écoulement restent encore à élucider, nous avons aussi relevé quelques insuffisances :

- La majorité des études rencontrées couvre de faibles nombres de Rayleigh. Elles se focalisent surtout sur les échanges convectifs à travers des corrélations donnant l'évolution du nombre de Nusselt. Très peu d'études se sont penchées sur l'aspect dynamique de l'écoulement.
- Les forces de flottabilité sont souvent négligées, le rôle qu'elles jouent sur l'évolution de l'écoulement et sur son isotropie reste encore peu connue.
- Les intensités de la turbulence ne sont pas toujours évaluées, alors que, un des problèmes posés par l'ingénierie de l'environnement est le transport des microstructures turbulentes présentes dans l'atmosphère.
- La majorité des modèles usuels disponibles pour la simulation des écoulements de convection turbulente libre proviennent pour la plupart d'expériences ou d'observations menées aussi en convections forcées ou mixtes. On peut en conséquence s'interroger sur la validité des analyses physiques qui sont faites à travers ces modèles pour lesquelles il semble que les hypothèses habituelles sur la pression et la masse volumique soient trop restrictives.
- Enfin, malgré la quantité imposante d'études et de publications sur le sujet, plusieurs interrogations sur les résultats qui concernent les mesures et les calculs menant aux bilans de transport des énergies cinétiques et thermiques persistent. De ce fait, un besoin de références fiables pour le taux de dissipation des bilans de ces énergies demeure toujours entier.

Avant d'introduire le problème que nous nous proposons d'étudier dans le cadre de cette thèse, il est important de rappeler que les études de la turbulence en laboratoire sont en général scindées en deux groupes. Celui dans lequel les couches limites jouent un rôle essentiel comme l'écoulement dans une conduite ou l'écoulement autour d'un obstacle, et celui où les couches limites ne jouent pas un rôle essentiel comme la turbulence de grille. C'est le deuxième groupe qui nous intéresse.

La turbulence de grille homogène et isotrope (HIT) est la forme la moins complexe de la turbulence. Presque toutes les tentatives pour simuler expérimentalement une convection thermique turbulente homogène et isotrope ont, à l'instar de Taylor utilisé une grille placée en aval d'un écoulement uniforme. Le déclin de l'énergie turbulente, dans un écoulement de grille homogène, isotrope avec ou sans chauffage, continue d'être la référence de base pour le développement de nombreux nouveaux modèles de turbulence. En effet, les travaux antérieurs de Taylor, Batchelors et Corrsin pionniers du développement de la théorie de la turbulence, ont été récemment repris par Antonia et ses collaborateurs.

La configuration expérimentale utilisée dans la présente étude est celle du laboratoire de mécanique des fluides de l'Ecole centrale de Nantes France. Il s'agit d'un canal vertical, de hauteur effective  $H = 9 \text{ m}$  et de section carrée ( $L \times L = 9 \text{ m}^2$ ) dont les quatre parois latérales sont isolées et considérées comme adiabatiques. Le fluide utilisé est l'air assimilé à un gaz parfait, soumis à un faible gradient de température. Afin de ne pas multiplier les difficultés, l'étude est limitée à un seul gradient de température symétrique et quasi-constant  $\Delta T = 9 \text{ K}$ .

L'écoulement évolue à basse vitesse, sans réaction chimique. Les effets de l'humidité et du rayonnement sont négligés.

Un tel écoulement est généré par le chauffage des barreaux d'une grille thermique de maille  $M_\theta = 9 \text{ cm}$  placée en amont de la veine de convection. Une deuxième grille dite « dynamique » de maille  $M = 30 \text{ cm}$  est placée en aval de la première. Elle se charge de véhiculer l'écoulement turbulent ainsi généré jusqu'à sa sortie du canal. Le nombre de Rayleigh rapporté à la hauteur de la veine est estimé à  $Ra_H \sim 9^{11}$ .

Pendant longtemps la convection naturelle était vue uniquement comme un problème de thermique. Cependant, on s'aperçoit aujourd'hui que ce type de problème ne peut être traité sans s'intéresser au couplage cinématique-thermique. Le nombre de Reynolds (comparant les termes d'advection et de diffusion de la quantité de mouvement), rapporté à la maille de la grille dynamique et à la vitesse moyenne de l'écoulement ( $Re_M$ ) est de l'ordre de  $9^4$  dans notre cas.

La convection libre turbulente est ainsi naturellement produite sans moteur ni ventilation extérieure. Les forces de flottabilité constituent le seul moteur de ce mouvement.

Dans cet écoulement, où le rôle des forces de flottabilité a été couplé à un effet de confinement limitant le débit de la convection et les effets des couches limites, nous nous sommes posé les questions suivantes:

- Comment s'opèrent les mécanismes d'une telle convection?
- Comment l'énergie turbulente est-elle dissipée?
- Peut-on, à l'instar de ce qui est fait en convection forcée, concevoir que certaines caractéristiques de notre écoulement soient universelles?

Pour ce faire, nous avons mis l'accent sur l'exploration de la zone d'écoulement pleinement développé où le déclin des deux énergies dynamique et thermique sont susceptibles de se produire. Nous nous sommes intéressés principalement à la région de l'écoulement considérée comme localement isotrope. Les mesures exploitées sont ponctuelles et l'hypothèse de Taylor est appliquée.

Ce manuscrit est divisé en 5 chapitres : le chapitre (I) relatif à l'étude bibliographique et l'état de l'art a permis de présenter le contexte général de la convection thermique, de positionner la présente étude et de justifier de son intérêt scientifique. Le chapitre (II) est consacré à la description du montage expérimental et des méthodes utilisées pour son exploration. Le traitement des données expérimentales nécessaires à l'analyse de l'écoulement est détaillé au chapitre (III). L'analyse théorique et expérimentale de l'écoulement étudié est exposée au chapitre (IV). L'objectif visé dans le chapitre (V) est de communiquer sur une nouvelle démarche de modélisation des écoulements turbulents de gaz chauffés pour en présenter les avantages et le potentiel notamment sur le plan expérimental. Les données expérimentales ont été reprises dans ce chapitre pour examiner la faisabilité de la méthode dans la déduction des pressio-corrélations.

Son application à l'écoulement étudié conduit à une estimation expérimentale des signaux de pression et de masse volumique, des couplages de ces grandeurs avec la vitesse et la température.

Enfin, une conclusion générale regroupant les principaux résultats obtenus au cours de ce travail est présentée. Elle est suivie d'une liste des références citées dans ce manuscrit, et d'un résumé succinct sur l'essentiel du travail effectué lors de cette thèse.

# ***CHAPITRE I***

## **Etat de l'art sur la convection thermique**

### **-Introduction de la présente étude**

# Chapitre I

## Etat de l'art sur la convection thermique

### -Introduction de la présente étude

#### 1.1 Contexte général

Le Groupe d'Experts Inter Gouvernemental sur l'Evolution du Climat (GIEC) a été créé par l'Organisation Météorologique Mondiale (OMM) et le Programme des Nations Unies pour l'Environnement (PNUE). Il a pour mission d'étudier de façon objective et indépendante, la littérature scientifique et technique afin d'apporter des avis scientifiques sur le changement climatique et ses conséquences. Parmi les recommandations de ce groupe à l'intention des décideurs parues en 2014 nous citons : la suppression complète dans tous les pays des subventions en faveur des combustibles fossiles, car elle pourrait conduire à une réduction du cumul mondial des émissions des gaz à l'effet de serre (GES) d'ici le milieu du siècle. La communauté scientifique internationale doit entreprendre des solutions pour réduire les GES notamment le développement des études sur l'utilisation des technologies moins coûteuses comme celle où intervient la convection naturelle. En effet, la convection naturelle est le plus facile et le plus économique moyen pour refroidir les surfaces intérieures de conduites, malgré le faible taux de transfert de chaleur par convection qu'offre ce processus.

Il est aussi important de rappeler que la circulation de l'air atmosphérique est entraînée par un chauffage différentiel. Dans une zone industrielle la circulation atmosphérique sert également de support pour les nombreux flux d'échappement émis par les usines. Les courants océaniques entraînés par un chauffage différentiel agissent également comme trains de marchandises pour le sel (sous forme d'eau salée).

#### 1.2 La convection naturelle

Les études sur les transferts thermiques sont souvent complexes. Ils résultent généralement de trois mécanismes de propagation obéissant à des lois physiques différentes : la conduction, la convection et le rayonnement. La conduction et la convection ne peuvent s'effectuer que dans un milieu matériel, le troisième mode ne nécessite pas de support matériel. Les échanges de chaleur par conduction se font au niveau microscopique, de proche en proche, par agitation moléculaire. L'échange convectif peut être considéré comme un transfert d'énergie au niveau macroscopique par déplacement d'agrégats de molécules chauffées ou refroidies. Le mode de

transfert par convection est le mode qui concerne directement notre travail. Il est donc présenté ci-après dans un paragraphe séparé.

Le terme convection vient du latin « *convectores* », tiré du verbe convecter qui signifie action de transporter. On parle de convection lorsqu'un fluide initialement au repos est mis en mouvement sous l'effet d'une force déstabilisante. Lorsque cette force est due à un gradient de température, la convection est dite thermique. La convection naturelle se produit « naturellement » un peu partout dès que de la chaleur est rajoutée à un fluide et que la densité du fluide varie. L'action de la gravité en réponse à cette variation de densité induit une force dite de flottabilité.

-Quand il n'existe pas d'autre moteur à l'origine de l'écoulement que la poussée d'Archimède, la convection est dite naturelle ou libre.

-Quand le moteur est principalement mécanique (e. g. une différence de pression d'origine mécanique) et que les effets thermiques négligeables, la convection est dite forcée.

-Quand les deux modes de convection coexistent avec des effets de la thermique et de la mécanique combinés, la convection est dite mixte.

Dans ce qui suit, certaines notions de base de la convection naturelle seront rappelées avant d'analyser la littérature disponible sur le sujet.

### 1.2.1 Nombres adimensionnels utilisés en convection thermique

Les principaux nombres sans dimension utilisés en convection naturelle en canal vertical sont :

- le nombre de Prandtl  $Pr$ ,
- le nombre de Grashof  $Gr$ ,
- le nombre de Rayleigh  $Ra$ ,
- le nombre de Nusselt  $Nu$ ,
- le nombre de Richardson,
  
- le nombre de Reynolds  $Re$ ,
- et le nombre issu de la géométrie  $\Gamma = b/H$ .

#### Le nombre de Prandtl

Il est important de rappeler que les nombres de Prandtl et de Rayleigh décrivent complètement l'état dynamique de l'écoulement, du moins lorsque ladite approximation de

Boussinesq est retenue. Cette approximation est telle qu'aucune propriété du fluide autre que sa densité ne varie pas de façon significative avec la température. Lorsque la variation relative de densité est importante, l'approximation est « en panne » et un nombre d'effets secondaires entrent en jeu.

-Le nombre de Prandtl compare la diffusivité (visqueuse  $\nu$ ) due à la quantité de mouvement et la diffusivité thermique ( $\alpha$ ) due au chauffage du fluide , il s'écrit :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Ce rapport sera un paramètre de contrôle que l'on pourra faire varier soit en changeant de fluide, soit en jouant sur les propriétés du fluide en fonction de la température. Comme exemple, le nombre de Prandtl caractéristique de l'air est de 0,72 (il est quasiment indépendant de la température) tandis que celui de l'eau est de 6,1 à 25°C et de 4,9 à 35°C.

### **Le nombre de Nusselt**

-Le nombre de Nusselt représente le rapport entre le flux convectif  $q$  et le flux conductif il s'écrit :

$$Nu = \frac{qL}{\lambda\Delta T} = \frac{hL}{\lambda}$$

Où  $q$ ,  $L$  et  $\Delta T$  sont respectivement une densité de flux de chaleur, une longueur de référence et un écart de température caractéristiques et  $\lambda$  la conductivité thermique du fluide.

Lorsque le nombre de Nusselt est proche de 1, la majorité du transfert thermique se fait par conduction (il n'y a quasiment pas d'écoulement puisque pas de convection). Lorsque le nombre de Nusselt est supérieur à 1, le transfert par convection est actif. Le fait que l'on trouve dans la littérature des nombres de Nusselt inférieurs à 1 est en général dû au fait que la longueur caractéristique choisie est supérieure à la distance entre les sources chaude et froide.

### **Le nombre de Grashof**

Le nombre de Grashof est un nombre très important en convection naturelle, c'est l'équivalent du nombre de Reynolds en convection forcée. Il compare les forces motrices (ici la flottabilité) aux forces résistantes (les forces de viscosité) il s'écrit :

$$Gr = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu^2}$$

Où  $g, \nu, \beta, \Delta T$  et  $H$  désignent respectivement l'accélération de la pesanteur, la viscosité cinématique du fluide, son coefficient de dilatation isobare ( ou coefficient de dilatation thermique), l'écart de température caractéristique de la convection,  $H$  est la hauteur du canal.

### **Le nombre de Rayleigh**

Le nombre de Rayleigh caractérise le transfert de chaleur au sein du fluide. Il quantifie la compétition du mouvement ascendant d'une parcelle de fluide due à une flottabilité positive

par rapport à la viscosité et à la diffusion du fluide. Suivant le type de conditions aux limites thermiques utilisées, deux types de nombre de Rayleigh sont rencontrés dans la littérature. Pour une condition de température imposée (condition de Dirichlet), le nombre de Rayleigh (noté  $Ra_T$ ) est le produit du nombre de Grashof (Gr) et du nombre de Prandtl (Pr), dans ce cas, il est noté :

$$Ra_T = Gr \times Pr = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu\alpha}$$

Pour une condition de densité de flux de chaleur imposée (condition de type Neumann), le nombre de Rayleigh (noté  $Ra_q$ ) s'écrit généralement comme le produit des nombres de Prandtl, Grashof et Nusselt :

$$Ra_q = Gr \times Pr \times Nu = \frac{qg\beta H^4}{\lambda\nu\alpha}$$

Ce paramètre est donc très sensible à la hauteur H et à la différence de température considérée. Si le nombre de Rayleigh est trop faible pour déclencher des mouvements convectifs ( $Ra < Ra_c$ ,  $Ra_c$  étant le nombre critique), alors  $q = q_0$  et  $Nu = 1$ . Par contre, si  $Ra > Ra_c$ , on trouve  $Nu > 1$ .

De plus, dans de nombreuses études, le rapport d'aspect du canal ( $\Gamma = b/H$ ), b étant la largeur du canal est pris en compte à travers un nombre de Rayleigh modifié noté par  $Ra^* = \Gamma \times Ra$ .

En général, les nombres de Rayleigh étudiés dépendent fortement de l'application visée. Pour le refroidissement de composants électroniques, les études sont faites à faibles nombres de Rayleigh modifiés  $Ra^* \leq 9^5$ ; tandis que pour des applications où les auteurs cherchent à atteindre de très grands nombres de Rayleigh modifié  $Ra^* \geq 9^7$ .

### **Le nombre de Richardson,**

Le nombre de Richardson exprime le rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle (force de gravité) d'une particule fluide et son énergie cinétique. On peut le définir comme suit :

$$Ri = \frac{\beta g \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)}{\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2}$$

Une condition généralement admise pour qu'un écoulement soit stable vis à vis des effets de gravité est que le nombre de Richardson de gradient soit inférieur à une valeur critique de l'ordre de 0.25. Ce nombre permet de distinguer trois régimes de convection en fonction de sa valeur :

- Pour  $Ri \ll 1$ , l'énergie cinétique du fluide domine l'énergie potentielle des forces hydrostatiques, c'est un régime de convection forcée,
- Pour  $Ri \approx 1$ , l'énergie potentielle des forces de gravité et l'énergie cinétique du fluide sont d'ordres comparables, c'est un régime de convection mixte,
- Pour  $Ri \gg 1$ , l'énergie potentielle des forces de gravité domine l'énergie cinétique du fluide, c'est un régime de convection naturelle.

### Le nombre de Reynolds

Pendant longtemps la convection naturelle était vue uniquement comme un problème de thermique. Cependant, on s'aperçoit aujourd'hui que ce type de problème ne peut être traité sans s'intéresser au couplage cinématique-thermique. Le nombre de Reynolds représente le rapport des forces de convection aux forces visqueuses, il est en général défini par :

$$Re = \frac{\bar{U}L}{\nu}$$

$\bar{U}$  est la composante verticale de la vitesse moyenne de l'écoulement de convection,  $L$ , une longueur caractéristique. Dans le cas de convection naturelle dans un canal de hauteur  $H$ , où une différence de température  $\Delta T$  est imposée, une vitesse caractéristique de l'écoulement peut être déduite des équations de Naviers-stokes, dans le cas où les termes de convection sont du même ordre de grandeur que les termes de flottabilité, on peut écrire :  $U = \sqrt{g \frac{\Delta T}{T_a} H}$   
 $T_a$ , est la température de référence. Cette vitesse définit alors un nombre de Reynolds de flottabilité  $Re = UH/\nu$  lié à un nombre de Grashof par la relation  $Gr = Re^2$ .

### 1.2.2 Régimes d'écoulements laminaires remarquables en convection thermique

Dans les écoulements laminaires de convection naturelle en canal vertical, deux régimes particuliers sont observés, le régime diffusif ou pleinement développé pour les faibles nombres de Rayleigh et le régime semblable à celui d'une plaque plane verticale pour les grands nombres de Rayleigh

- Aux très petites valeurs du nombre de Rayleigh modifié (faible rapport d'aspect du canal  $\Gamma$  et faible chauffage) les couches limites thermiques sur chaque paroi se rejoignent très rapidement. Dans ce cas le mode de transfert par conduction est prédominant dans le canal et un régime diffusif est donc observé.
- Aux nombres de Rayleigh limités à des valeurs modérées pour rester dans la cas d'un écoulement laminaire, les couches limites thermiques restent indépendantes et l'écoulement correspond à celui observé le long d'une plaque plane verticale.

Ces régimes laminaires ont été abordés en premier par Bodoia et Osterle [3], ils ont proposé une solution de l'écoulement de convection naturelle dans un canal vertical avec un chauffage symétrique à température imposée. La **figure 1.1** extraite de leur article présente ces deux régimes.

- Pour des conditions de température imposées, ils montrent que :

$$Nu_b = C_L Ra^*_{Tb}, \text{ où } C_L = \frac{4r_T^2 + 7r_T + 4}{360} \text{ et } r_T = \frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0}$$

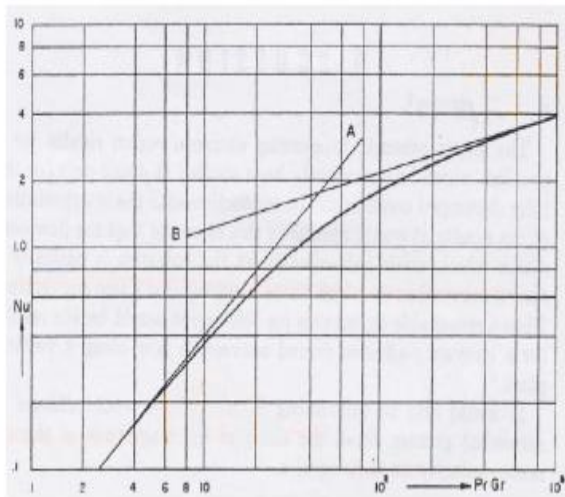
$r_T$  : est le coefficient d'asymétrie entre les températures de paroi, ( $T_1$  et  $T_2$ ).

$T_0$  : est la température à l'entrée du canal.

- Pour un flux uniforme imposé, ils montrent que :

$$Nu_b = \frac{Ra^*_{Tb}}{24}$$

Où,  $Ra^*_{Tb}$  est le nombre de Rayleigh basé sur la largeur du canal ( $b$ ) avec température imposée aux parois.  $Ra^*$ , est le nombre de Rayleigh modifié défini par :  $Ra^* = \Gamma \times Ra$



**Figure 1.1** – Evolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh. Le régime diffusif (A) et le régime de plaque plane (B) sont également présentés. (Extraite de l'article de Bodoia et Osterle [3])

En 1972, Aung [4], a été le premier à publier la résolution analytique de l'écoulement diffusif en canal vertical pour des conditions de température et de densité de flux de chaleur imposées symétrique ou non symétrique.

Par ailleurs, la première étude sur les écoulements le long d'une plaque plane verticale est celle d'Ostrach 1952 [5] qui s'intéressa au cas isotherme. En 1956, Sparrow et Gregg [6] étudièrent le cas de chauffage à densité de flux de chaleur imposée. Ils proposent une solution

auto-similaire de l'écoulement le long d'une plaque plane verticale et montrent que le nombre de Nusselt est donné par :

$$Nu = C_T Ra_T^{1/4}, \text{ pour une température imposée (T)}$$

$$Nu = C_q Ra_q^{1/5}, \text{ pour un flux imposé (q)}$$

Les constantes  $C_T$  et  $C_q$  sont fortement dépendantes du nombre de Prandtl variant en fonction du fluide utilisé et de la température de fonctionnement, mais aussi de la façon dont ont été calculés les nombres sans dimension. Par exemple Ostrach [5] obtient  $C_T = 0,548$  dans l'air ( $Pr = 0,72$ ), et donne aussi des valeurs pour d'autres nombres de Prandtl.

Une étude récente menée par Aydin et Guessous [7], donne une revue bibliographique intéressante de plusieurs corrélations de la littérature obtenues pour des écoulements laminaires et turbulents le long de plaques planes verticales dans l'air, l'eau et le mercure.

### 1.2.3 La convection thermique dans une enceinte

La convection dans une enceinte est le résultat de l'interaction complexe entre un système fluide en communication avec toutes les parois qui le limitent. Le phénomène de convection naturelle dans une enceinte est aussi varié que la géométrie et l'orientation de l'enceinte.

A en juger par le nombre d'applications techniques potentielles, les phénomènes d'enceinte peuvent être organisés en deux classes : (1) enceintes chauffées par les côtés et (2) enceintes chauffées par le bas. La première classe est représentative des applications telles que les capteurs solaires, les isolations à double paroi et la circulation de l'air dans les pièces d'un bâtiment par exemple. En outre, nous trouvons des enceintes chauffées latéralement dans les systèmes de refroidissement des machines électriques rotatives industrielles. La deuxième classe se rapporte au fonctionnement des isolations thermiques orientées horizontalement, par exemple, le transfert de chaleur à travers un grenier à toit plat. L'étude des deux classes d'écoulement est également pertinente pour notre compréhension de la circulation naturelle dans l'atmosphère (Wyngaard, [1]), ou la circulation dans les océans (Stevens [2]) et le noyau fondu de la terre.

Des informations sur le comportement de la convection naturelle à travers des espaces confinés a été trouvé particulièrement utile dans les systèmes thermo-fluides rencontrés dans divers domaines de l'énergie nucléaire et de l'énergie solaire.

### 1.2.4 La convection naturelle en canal vertical à des Rayleigh faibles et modérés

La convection naturelle en canal vertical s'effectue généralement dans des canaux ouverts formés de plaques verticales uniformément ou différentiellement chauffées. Le cas de la

convection naturelle en canal vertical a été très largement étudié et ce dès les années 1940. Ce type d'écoulement a fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales. Le grand intérêt suscité par cette configuration découle de sa large gamme d'applications pratiques. L'application principale concernait le refroidissement des composants électroniques (Kim et Lee [8]). De nos jours, le développement de nouvelles technologies a contribué à maintenir l'intérêt pour ce type d'application. On la retrouve par exemple dans les études sur l'évacuation de la perte de chaleur en technologie nucléaire (Cf. Lu et al. [9]). Dans les études sur les cheminées solaires (Cf. Fisher et Torrance [9], Thrashe et al. [11], Straatman et al. [12]). En raison de son importance pour l'économie d'énergie ce système passif se révèle utile dans les études d'architecture et du bâtiment (Cf. Sandbach et Lane-Serff [13]).

Ce sont les écoulements laminaires de convection naturelle dans les canaux ouverts qui sont les premiers à être largement étudiés, depuis les travaux expérimentaux précurseurs, réalisés par Elenbaas en 1942 [14]. L'auteur présente un dispositif expérimental de deux plaques planes verticales isothermes placées dans l'air et sans paroi latérale. L'expérience est menée pour des nombres de Rayleigh modifiés,  $Ra^*$ ,  $0,1 < Ra^* < 9^5$ . Le nombre de Rayleigh modifié est basé sur l'espacement des parois du canal ( $b$ ) et de son rapport d'aspect ( $b/H$ ). L'auteur constate qu'à la limite des plus petits espacements entre les parois d'un canal suffisamment long, le nombre de Nusselt caractérisant le transfert de chaleur total transmis au fluide dépend seulement du nombre de Rayleigh. Il a proposé des corrélations empiriques entre le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Rayleigh modifié, ( $\overline{Nu} = f(Ra^*)$ ). En variant l'écartement ( $b$ ) entre les deux plaques il détermine l'écartement optimal permettant de maximiser le transfert de chaleur dans le canal :

$$b_{opt} = 2.604(Ra^*_b/b^4)^{-1/4}$$

Par ailleurs, ses travaux ont mis en évidence deux principaux régimes d'écoulement en fonction du nombre de Rayleigh modifié.

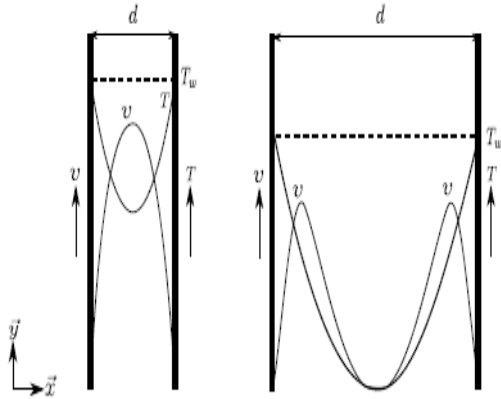
Pour les faibles  $Ra^*$  (petits rapports d'aspect du canal), le long du canal les couches limites finissent par se rejoindre, le régime d'écoulement devient pleinement développé.

Tandis que pour les  $Ra^*$  plus grands (encore modérés pour rester dans le cas laminaire), les couches limites restent indépendantes, un régime d'écoulement de type couche limite se produit le long des parois chauffées.

En d'autres termes un régime diffusif ou pleinement développé peut se rencontrer dans un écoulement laminaire entre deux plaques uniformément chauffées. Pour les faibles nombres de Rayleigh le régime est diffusif, alors qu'il est semblable à celui d'une plaque plane verticale pour des nombres de Rayleigh plus grands (Cf. **Figure. I.2**). Ces corrélations sont encore et souvent utilisées pour valider les résultats numériques et analytiques dans les canaux chauffés parallèles verticaux.

Par la suite de nombreux auteurs se sont intéressés au cas du canal vertical chauffé avec une densité de flux de chaleur ou une température de paroi imposée et cela pour différentes

configurations de chauffage symétrique, asymétrique ou autres. Deux approches différentes sont en général abordées dans ses études.



**Figure 1.2** -Les deux régimes d'écoulement laminaire en convection naturelle Elenbaas [14] : régime pleinement développé à gauche, et régime type plaque plane à droite. Avec :  $d$ , l'écartement des deux plaques,  $T_w$  la température des parois,  $T$  représente la température moyenne de l'écoulement et  $v$  la composante verticale de la vitesse moyenne.

#### 1.2.4.1 Approche globale

Une approche dite globale, cherche à évaluer et quantifier les phénomènes globaux tels que le transfert de chaleur total, les pertes de charge et le débit massique. En 1980, Sparrow et Bahrami [15], reprennent l'étude d'Elenbaas [14]. Ils utilisent un dispositif expérimental quasiment identique à celui d'Elenbaas sauf qu'ils recouvrent les parois de naphthaline. Ils pèsent les parois avant et après pour déterminer la quantité de matière qui s'est évaporée. Ils font l'analogie entre transfert de masse (via le nombre de Sherwood) et transfert de chaleur (nombre de Nusselt) en utilisant la sublimation de la naphthaline. Ils constatent que leurs résultats diffèrent de 15 % de ceux d'Elenbaas et expliquent que cette différence est due à la température de référence utilisée pour le calcul des propriétés thermo-physiques du fluide dans les deux cas.

En 2004, Olsson [16], présente une revue bibliographique sur les corrélations donnant l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh pour des températures et des densités de flux de chaleur imposées. Il commente plusieurs corrélations différentes et les compare à des résultats expérimentaux issus de la littérature. Al-Azzawi [17], Zamora et Kaiser [18], Badr et al. [19], Giroux-Julien et al. [20], et Lu et al. [21], constatent qu'il existe presque autant de corrélations différentes qu'il y a d'études et qu'il est parfois difficile de choisir la plus appropriée.

Cette approche globale, qualifiée de macroscopique, se limite souvent à fournir des corrélations de type  $Nu = f(Ra)$  ou  $Re = f(Ra)$ . Elle est souvent insuffisante et une meilleure compréhension locale s'avère nécessaire

### 1.2.4.2 Approche locale

La deuxième approche dite locale, qui est plus fine, vise à mieux comprendre la physique de l'écoulement, sa structure interne comme les profils de vitesse et de température, les structures tourbillonnaires, les couches limites et autres. Dans ces études, ce sont, soit des études numériques dans lesquelles seule la convection naturelle est prise en compte ; soit des études expérimentales où les transferts radiatif et conductif sont négligés. Ces deux modes de transfert sont estimés séparément ou tout simplement non discutés.

Bodoia et Osterle présentèrent en 1962 [9] une simulation numérique 2D stationnaire d'un écoulement pleinement développé en canal chauffé symétriquement à température constante. Ils obtiennent un assez bon accord avec la corrélation d'Elenbaas [14], sauf pour les très faibles valeurs du nombre de Rayleigh. Par ailleurs, ils rejoignent Sparrow et Bahrami [15] en disant que lorsque le canal est trop étroit, une aspiration apparaît par les côtés brisant le caractère 2D de l'écoulement. Ils obtiennent aussi des profils de vitesse, de température et de pression pour l'écoulement permanent.

En 1973, Miyatake et Fujii [22] Miyatake et al. [23] ont présenté des études numériques sur des canaux dont une paroi est adiabatique et l'autre, est soit chauffée à température constante ou à densité de flux de chaleur imposé. Ils montrent l'évolution des profils de vitesse et de température dans le canal et présentent des corrélations sur les transferts locaux de chaleur. Ils développent donc des corrélations donnant le nombre de Nusselt local  $Nu_x$  en fonction d'un nombre de Rayleigh et du rapport de forme  $\Gamma$  dans lequel la hauteur du canal  $H$  est remplacée par l'altitude  $x$  :

$$Nu_x = 0,519 \left( \frac{b}{x} Ra_{qb} \right)^{1/5} \quad Pr = 0,7$$

Par la suite, Dalbert et al. [24] en 1980 et Dalbert et al. [25] en 1981 ont effectué des simulations. Ils sont parmi les premiers à prendre en compte la différence entre la pression locale à l'entrée du canal et la pression hydrostatique à la même altitude loin de l'entrée. En appliquant l'équation de Bernouilli à l'entrée, où la vitesse moyenne vaut  $U_0$  et à l'infini où la vitesse est nulle, ils imposent une dépression à l'entrée du canal égale à  $\rho U_0^2 / 2$ . Leurs études ont montré que les résultats numériques étaient nettement améliorés par la prise en compte de la dépression à l'entrée du canal.

Dans le cas d'un canal très large, qui peut s'apparenter à une plaque plane verticale, ces auteurs montrent que leur solution s'approche à 0,5 % près de la solution de plaque plane donnée par Sparrow et Greg [12].

En 2012, Popa et al. [26] ont présenté des simulations numériques sous Fluent dans un canal chauffé asymétriquement à densités de flux de chaleur imposées. Les simulations sont validées sur une expérience faite dans l'eau. L'application envisagée est la double-façade photovoltaïque avec un nombre de Rayleigh rapporté à la largeur du canal ne dépassant pas  $4.9^6$ . Les auteurs présentent quelques profils de vitesse mais s'intéressent surtout à l'écoulement de retour le long de la plaque non chauffée.

En 1989, Webb et Hill [27] ont travaillé sur un dispositif expérimental formé d'un canal de 30 cm de haut avec une paroi chauffée à densité de flux de chaleur imposée et l'autre adiabatique, où le fluide caloporteur est de l'air à la pression atmosphérique. La zone chauffée correspond à la mi-hauteur de sorte que l'entrée et la sortie soient adiabatiques. Ils balayent une gamme du nombre de Rayleigh ( $Ra^*_{qb}$ ) allant de  $9^2$  à  $9^7$ .

L'écart observé avec la solution de la plaque plane verticale est attribué aux transferts radiatifs et aux pertes par conduction dans l'isolant placé au dos de la paroi chauffée ; ces deux derniers sont estimés séparément. Ils présentent, en plus des corrélations classiques sur les transferts de chaleur, une corrélation donnant la température maximale en paroi.

Afin d'élucider le comportement du transfert de chaleur et de l'écoulement du fluide, des études expérimentales sur un système canal-cheminée ont été menées par Auletta et Manca (a) [28] et Auletta et al. (b) [29]. Ces auteurs ont étudié expérimentalement l'influence d'extensions adiabatiques à la sortie d'un canal. Différentes configurations d'extensions, avec un espacement plus grand que celui du canal, ont été testées pour des chauffages symétrique ou asymétrique, balayant des nombres de Rayleigh ( $Ra^*_{qb}$ ) allant de  $9^2$  à  $9^7$ . Les températures ont été mesurées en paroi et dans le canal à l'aide d'une perche munie d'un fil froid de  $1\mu m$  de diamètre placé sur un système de déplacement 2D. Ils montrent que l'ajout d'extensions en sortie permet de réduire la température maximale des parois et d'augmenter les transferts de chaleur de 9 à 20 % par rapport au cas sans extension. Enfin ils présentent une corrélation sur l'évolution du nombre de Nusselt en fonction d'un nombre de Rayleigh qui prend en compte la géométrie des extensions.

En 2009, Andreozzi et al. [30] ont repris cette étude avec une simulation numérique 2D stationnaire. Ils montrent que le rapport de forme des extensions qui maximise les transferts dépend fortement du nombre de Rayleigh mais très peu du rapport de forme du canal.

Enfin, la convection naturelle se produisant dans des canaux verticaux à des nombres de Rayleigh faibles ou modérés a fait l'objet de vastes études et pour les deux principales conditions aux limites ; parois à température uniforme (UWT) paroi à flux de chaleur uniforme (UWF). Dans ces études les écoulements sont souvent laminaires. Cependant il est important de s'intéresser à des régimes se situant à des nombres de Rayleigh plus importants et donc à des écoulements potentiellement turbulents, car dans la nature comme dans l'industrie les écoulements sont généralement turbulents.

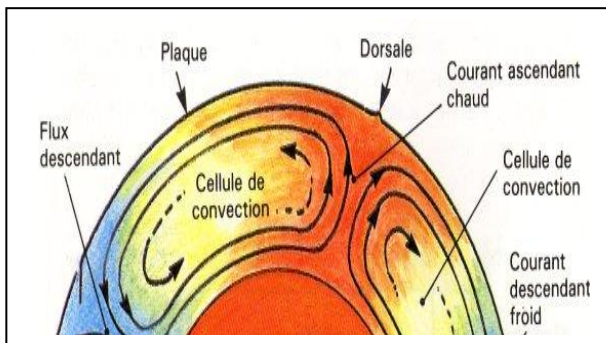
### 1.3 La convection naturelle turbulente

Lors du processus de convection, un accroissement de la vitesse du fluide ou une rugosité par exemple peut favoriser la transformation d'un écoulement laminaire en un écoulement turbulent, générant une convection turbulente plus importante. La convection thermique turbulente est un processus omniprésent dans la nature et dans le domaine technologique. Un tel régime d'écoulement est rencontré aussi bien dans les études sur les Océans Thorpe [31], qu'en géophysique Christensen [32] et dans de nombreuses applications industrielles. Deux

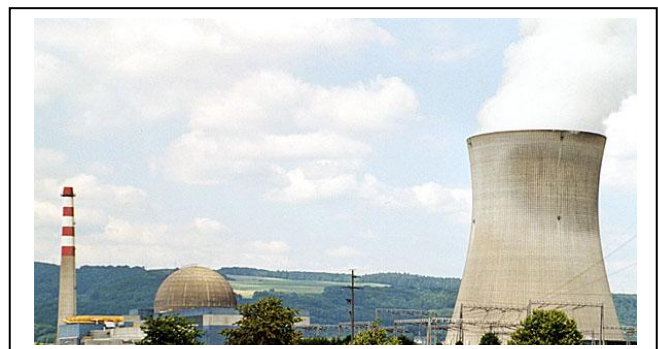
exemples de phénomènes où la convection thermique joue un rôle crucial sont montrés sur la **figure 1.3**.

Dans le **tableau 1**, nous résumons quelques exemples de ces convections turbulentes (rencontrés dans la littérature). Les estimations correspondent à des nombres de Rayleigh et de Prandtl donnés et à des hauteurs concernées. Les exemples montrent qu'une large gamme de paramètres est couverte, ce qui met un défi à décrire plus en détail la convection turbulente.

<i>Tableau 1 (pris de Chilà) [123]</i>				
	$Ra$	$Pr$	$H$	Remarques
convection du manteau terrestre [32].	$9^7 - 9^9$	$9^{23}$	700km	Ecoulement rampant
convection océanique profonde [31].	$9^{24} - 9^{27}$	7	1-4km	Ra basé sur flottabilité
dispositif de refroidissement d'un processeur électronique.	$9^6$	0.7	1-9km	Effets géométriques complexes
ventilation intérieure.	$9^8 - 9^9$	0.7	1-9km	Convection Généralement mixte



(a)



(b)

**Figure 1.3** -Exemples impliquant de la convection thermique:(a) convection dans le manteau Terrestre (icem-freinet.net), (b) tour de refroidissement d'une centrale nucléaire. Par Roland Zumbühl (Picswiss), Arlesheim.

### 1.3.1 Cas du gradient transversal

Les écoulements turbulents de convection naturelle dans les canaux verticaux formés de plaques verticales uniformément ou différentiellement chauffées, a fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales.

Sur le plan expérimental, Hugot [33] est l'un des premiers qui a présenté en 1972 des profils de température, de vitesses et de coefficients d'échange convectif sur un canal chauffé symétriquement à densité de flux de chaleur imposée, et à des nombres de Rayleigh allant jusqu'à  $9^9$ . Il mesure la température à l'aide d'un thermocouple et la vitesse à l'aide d'un fil

chaud. L'objectif de son étude était de mieux comprendre l'interaction entre les couches limites des deux parois en fonction de l'écartement. Il montre que pour des grands écartements (rapport d'aspect du canal  $\Gamma \simeq 0,18$ ) le coefficient d'échange convectif a le même comportement que pour une plaque plane verticale confirmant ainsi le résultat obtenu antérieurement par Elenbaas [14].

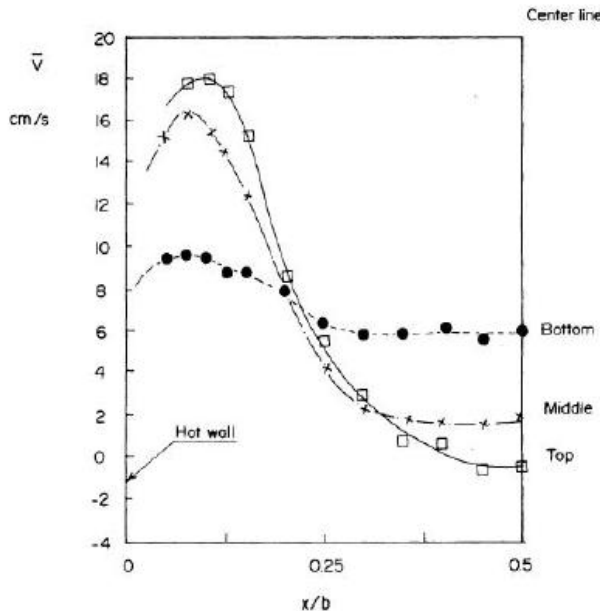
Par la suite, de nombreux auteurs se sont intéressés, notamment depuis la fin des années 1980, au caractère turbulent des écoulements en canal vertical que ce soit à l'aide de simulations numériques ou par des techniques expérimentales. Pour des nombres de Rayleigh modifiés basés sur la largeur du canal allant de  $9^4$  à  $9^8$ , Miyamoto et al. 1986 [34], à l'aide de la technique de Vélocimétrie Laser Doppler (LDV), ont mesuré des profils de vitesse dans un canal de 5m de haut, dont l'une des parois est chauffée avec une densité de flux de chaleur imposée et l'autre adiabatique. En comparant les profils de l'intensité de la turbulence pour la vitesse verticale, ils observent que, pour un faible écartement des plaques, l'écoulement est plus turbulent le long de la paroi adiabatique, tandis qu'en les écartant, le pic d'intensité turbulente migre vers la paroi chauffée. L'étude plus récente menée en 2002 par Habib et al. [35], pour un chauffage symétrique à température imposée et un nombre de Rayleigh de l'ordre de  $9^6$ , présente des profils de vitesse obtenus par LDV. Les auteurs observent, que la vitesse augmente avec la hauteur le long des parois tandis qu'elle diminue au centre, ces résultats sont illustrés sur la **figure 1.4**.

Ayinde et al. [36] ont fait des mesures de vitesse à l'aide de la technique PIV sur un canal identique à celui de Habib [35]. Ils montrent que le profil de vitesse vertical est plat en entrée avec des pics de vitesse apparaissant près des parois, ce profil se creuse au centre comme l'avaient constaté Badr et al. [37]. Les trois études expérimentales précédentes ([35], [36] et [37]) sont assez intéressantes car elles présentent des mesures de vitesse locale. Cependant leurs résultats relatifs aux mesures des fluctuations (cinématiques et thermiques de la turbulence), sont incomplets.

Sur le plan numérique, la plupart des auteurs s'accordent à dire qu'ils manquent de résultats expérimentaux permettant de valider correctement leurs modèles de turbulence. Badr et al. [37] ont utilisé un modèle  $k - \varepsilon$  à bas Reynolds. L'étude est faite pour un chauffage symétrique ou non symétrique à température ou densité de flux de chaleur imposée pour des nombres de Rayleigh variant de  $9^5$  à  $9^7$ . Ils s'intéressent principalement à l'évolution du nombre de Nusselt et de la vitesse moyenne verticale en fonction de la hauteur et de la largeur du canal. Ils valident leurs résultats avec ceux de Miyamoto et al. [34] et Habib et al. [35].

Cependant, les plus grandes disparités observées se situent dans les zones où la vitesse est maximale, leur modèle utilise un tenseur de Reynolds isotrope alors que l'écoulement réel est fortement anisotrope dans ces zones. En ce qui concerne le couplage entre convection et rayonnement dans un canal vertical en régime turbulent, très peu d'études sont rencontrées. (Cheng et Müller [38]) ont montré que les transferts radiatifs peuvent jouer un rôle important, jusqu'à près de 50 % du transfert de chaleur total pour une émissivité de paroi de 0,9. Ils se sont intéressés à la corrélation donnant le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh en prenant en compte un Nusselt convectif et radiatif. Ils montrent que la corrélation donnant l'évolution du nombre de Nusselt convectif avec le nombre de Ra correspond à celle

donnée par Vliet et Ross [39] pour le cas de la convection naturelle turbulente sur une plaque plane verticale.



**Figure 1.4** - Profils de la composante verticale de la vitesse moyenne. Pour trois sections du canal et un chauffage symétrique,  $Ra = 49^6$ . (Figure extraite de Badr et al [37]).

Cette revue bibliographique (non exhaustive) sur la convection turbulente présente un aperçu de la quantité d'études réalisées avec au moins une des parois du canal chauffée. Cependant, ces dernières se limitent souvent à des corrélations pour les transferts de chaleur, permettant d'optimiser ces systèmes. De nos jours, le grand intérêt suscité par cette configuration découle surtout de sa large gamme d'applications dans les études du refroidissement par convection naturelle des cellules photovoltaïques intégrées aux bâtiments (BIPV).

### Cas du chauffage latéral symétrique

Si l'écartement entre les deux parois latérales est beaucoup plus grand que l'épaisseur de la couche limite, l'écoulement le long de chaque paroi peut être considéré comme un jet de paroi non affecté par la présence de l'autre paroi, voir **figure 1.6 a**. D'autre part, si les couches limites se développent au point que leur épaisseur deviennent comparables à la largeur du canal ( $D$ ), les deux jets de paroi se confondent en un seul courant de flottaison ascendant à travers la cheminée formée par les deux parois (voir **figure 1.6 (b)**).

La **figure (c)** présente l'évolution de la température à l'entrée et à la sortie d'un canal à parois chauffées et rapprochées.

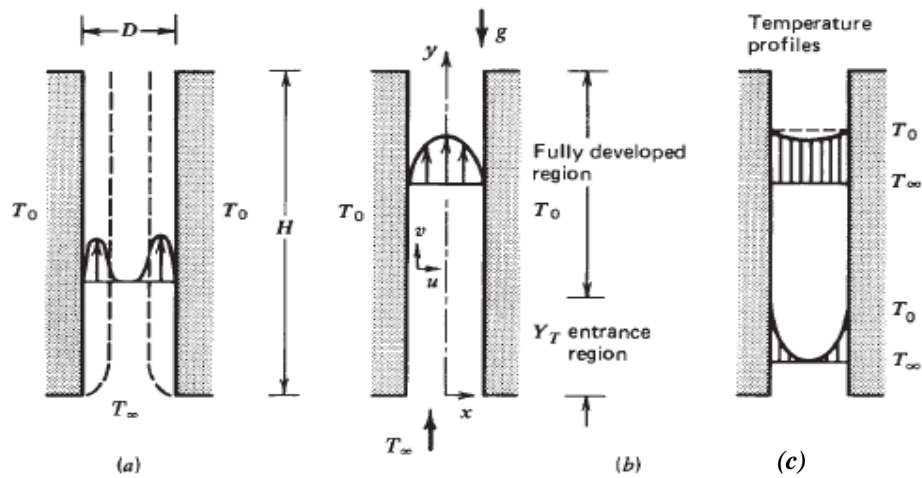


Figure 1.6- Convection naturelle dans un canal à parois verticales symétriquement chauffées.

### 1.3.2 Cas du gradient de température vertical

La couche de fluide chauffée à partir du bas et refroidie par le haut, est devenue un paradigme pour les convections thermiques. Si cette couche de fluide subit un confinement vertical et horizontal, elle formera ainsi, ce qu'on appelle « la cellule de Rayleigh-Bénard (RB) ». La cellule de Rayleigh-Bénard a été et continue d'être le système de choix pour produire de la convection turbulente dans des conditions bien contrôlées. Dans cette configuration, les particules fluides chauffées par le bas deviennent moins denses, montent dans le champ de gravité, sous l'effet de la poussée d'Archimède. Elles échangent de la chaleur avec les particules froides du haut, deviennent plus denses et redescendent. Une fois en bas, elles reçoivent de nouveau de la chaleur de la paroi chaude et remontent. Ainsi de suite, ce processus de convection de la chaleur favorise la formation de rouleaux contrarotatifs d'axes parallèles. Ces rouleaux apparaissent au seuil d'une instabilité correspondant à une valeur critique du nombre de Rayleigh. Les études de la convection thermique turbulente à travers ce système restent un domaine de recherche très actif. Il existe des cellules de convection de RB de toutes les tailles dans différents laboratoires de la planète. Ces tailles vont de quelques centimètres à une dizaine de mètres (la plus grande étant en activité depuis peu en Allemagne : Le baril d'Ilmenau, Du Puits et al. [40]).

#### Approche qualitative de l'écoulement de RB en régime turbulent

Ces études ont permis de mettre en évidence un certain nombre d'éléments sur la structure de l'écoulement de convection naturelle à l'intérieur de la cellule de RB. Deux résultats remarquables sont souvent cités : le premier concerne des structures en formes de champignons appelés « panaches thermiques » qui apparaissent en proche paroi. Le deuxième

concerne l'apparition spontanée au cœur de la cellule d'un écoulement moyen appelé « vent de la turbulence ». Ces deux structures sont représentées sur les **figures 1.5**.

C'est le physicien Townsend [43] qui en 1959 prouva que des panaches thermiques prennent naissance dans les couches limites thermiques proches des plaques chauffées dans l'atmosphère. En 1966, le théoricien Howard [44] formula une théorie phénoménologique encore largement valable aujourd'hui. Selon son modèle, les panaches thermiques apparaissent dans un cycle périodique à trois étapes :

- Sur la plaque chauffée se forme d'abord une couche d'air uniformément chauffée, qui s'épaissit progressivement jusqu'à atteindre une épaisseur critique.
- Lorsque l'épaisseur de la couche de conduction est telle que le nombre de Rayleigh correspondant dépasse une valeur critique, la couche devient instable et se brise, produisant ainsi les bulles thermiques. Le sommet d'une bulle thermique en ascension s'aplatit sous l'action du freinage et lui confère la forme de champignon.
- Par la suite les masses d'air se mélangent intensivement, et anéantissent les écarts de température. A partir de là recommence l'ensemble du processus.

La rapidité avec laquelle les différentes phases se succèdent dépend de l'écart de température existant entre la plaque chauffée et le milieu liquide ou gazeux en contact.

Sur la **figure 1.5 (a)**. Le Modèle de Howard est visualisé à l'aide de la technique électrochimique par Sparrow [45]. La figure **(b)** extraite de Zhang et al. [41], représente une visualisation de ces panaches pour un  $Ra = 2 \times 10^8$  et  $Pr > 9^2$ .

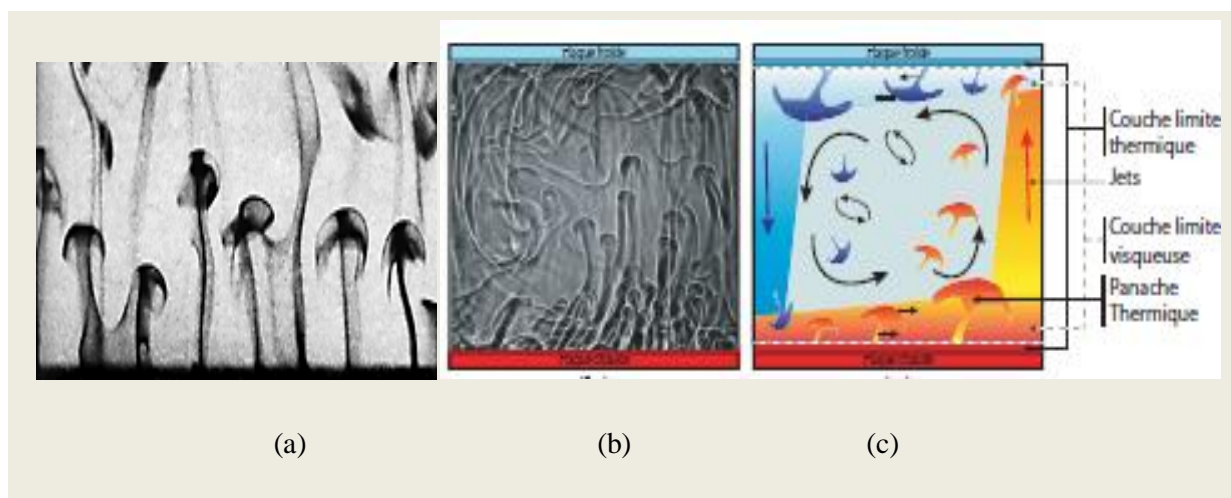
On peut deviner sur la **figure (b)** l'apparition spontanée d'un écoulement moyen dans la cellule de RB, appelé « vent de la turbulence ». Sur la **figure (c)** une vue schématique de Kadanoff [42] indique par des flèches, l'apparition de ce « vent de la turbulence ».

Ces structures ont été visualisées, étudiées et caractérisées par plusieurs auteurs, par exemple par Niemela et al. [46], Puthenveetil et Arakeri [47]. Récemment, elles ont été bien caractérisées par Xia et al. [48], grâce à des mesures dans des cellules cylindriques, par vélocimétrie par imagerie de particule (PIV). La dynamique de l'orientation de cette structure a été bien décrite de façon statistique par Brown et Ahlers [49,50], et Sun et Xia [51].

Pendant les quinze dernières années, le but commun aux différentes recherches sur la convection de Rayleigh-Bénard consistait à relier le flux de chaleur traversant la cellule aux deux paramètres de contrôles qui sont le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ) et le nombre de Prandtl ( $Pr$ ).

Du côté des expérimentateurs, la transition vers le régime ultime de la convection reste encore un débat d'actualité, puisqu'elle a été observée dans certaines expériences, par exemple à

Grenoble, par Chavanne et al. [52] et Roche et al. [53], mais pas dans d'autres expériences similaires montrées dans l'Oregon par Niemela et al. [54].



**Figures 1.5:** (a) Modèle de Howard, visualisé à l'aide de la technique électrochimique par Sparrow [45], (b) visualisation de panaches thermiques pour un  $Ra = 2 \times 10^8$  et  $Pr > 9^2$ , extrait de Zhang et al. [41]. (c) Vue schématique de Kadanoff [42], indiquant l'apparition du phénomène de « vent turbulent ».

Au sein du Laboratoire de Mécanique des fluides de l'USTHB, l'étude des effets de la turbulence sur la convection naturelle dans une cavité parallélépipédique a été menée par Aksouh [55-57].

Le travail de la présente thèse ne s'inscrit pas dans le cadre de la cellule de RB, même si dans notre cas aussi, la convection est provoquée par un gradient de température vertical ( $\Delta T$ ), que les forces de flottabilité provoquent le mouvement du fluide et lorsque le nombre de Rayleigh est suffisamment grand, ces forces conduisent à une convection turbulente. Cependant, il nous a paru intéressant d'en parler car les structures décrites en cellule de RB sont l'une des bases fondamentales de la convection thermique turbulente. Ils ont suscité l'intérêt de plusieurs chercheurs sur la convection turbulente.

## 1.4 La problématique

La revue bibliographique sur les écoulements turbulents de convection naturelle en canal vertical, présentée dans la section 3 nous a permis d'analyser les besoins en termes de connaissances sur le sujet et de noter la problématique posée. Pendant longtemps la convection naturelle était vue uniquement comme un problème de thermique. La majorité de ces études se focalisent sur les échanges convectifs au travers des corrélations donnant l'évolution du nombre de Nusselt. Peu d'études se sont penchées sur l'aspect cinématique de

l'écoulement de convection turbulente. Les intensités de la turbulence de vitesse et de température ne sont pas toujours mesurées alors que les numériciens notent un manque de données expérimentales de références pour valider leurs simulations numériques.

On s'aperçoit aujourd'hui que ce type de problème ne peut être traité sans s'intéresser au couplage cinématique thermique. Dans le cas d'une convection provoquée par un gradient de température perpendiculaire au champ de gravité, la cellule de Rayleigh-Bénard (RB) est sans aucun doute la configuration la plus étudiée en laboratoire. Néanmoins, le confinement qu'impose cette géométrie fait que le système de RB reste loin des configurations réalistes rencontrées dans la nature.

Il est clair aujourd'hui que les problèmes posés par l'ingénierie de l'environnement, la recherche sur le changement climatique et le transport des microstructures océaniques et atmosphériques exigent une compréhension de la manière dont la turbulence évolue en présence des forces de flottabilité. Il reste beaucoup d'incertitudes quant au rôle exact joué par les forces de flottabilité sur la dynamique du mouvement turbulent libre, notre connaissance sur la dynamique du mouvement turbulent flottant reste incomplète.

Par ailleurs, toutes les modélisations de la turbulence actuelle qu'il s'agisse d'approche statistique, ou LES, reposent très largement sur l'extension directe en compressible des modèles développés en incompressible utilisant la moyenne de Favre et évoquant l'hypothèse de Morkovin.

La majorité des modèles usuels disponibles pour la simulation des écoulements de convection turbulente libre sont basées sur des mesures ou des observations soumises à une influence dominante de la convection forcée (l'effet de la flottabilité est négligé). On peut en conséquence s'interroger sur la validité de ces modèles lorsqu'ils sont appliqués à la simulation numérique d'écoulements turbulents de convection libre (naturelle).

## 1.5 Concept et orientation de la présente étude

### - Le concept

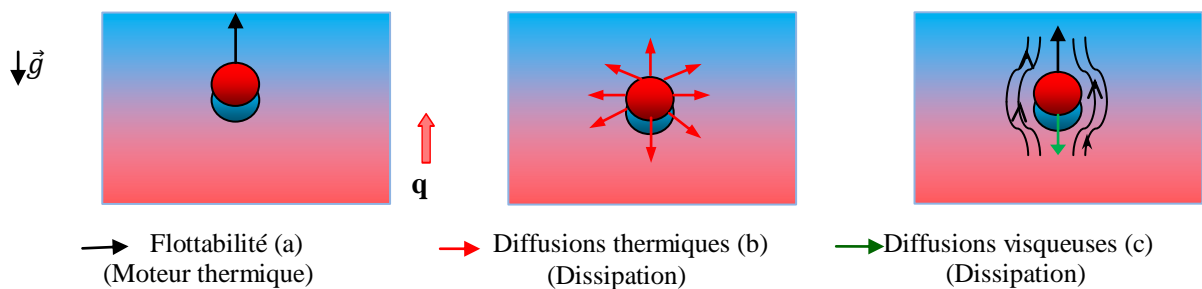
Le mouvement de convection qui se produit naturellement tel qu'il est schématisé sur la **figure 1.7**, la poussée d'Archimède (a) est le moteur de la convection thermique. Cette dernière s'écrit selon l'axe vertical  $ox$  et par unité de volume comme suit :  $\vec{F}_A = (-\rho)g\vec{x}$ ,  $g$  est l'accélération gravitationnelle,  $\rho$  la masse volumique du fluide à la température de référence.

Toutefois, il est important de souligner que deux phénomènes dissipatifs s'opposent à ce mouvement : la diffusion thermique (b) et la diffusion visqueuse (c). Il ne suffit pas de soumettre une particule fluide à un gradient de température instable pour déclencher son ascension.

La viscosité cinématique du fluide engendre une force de traînée visqueuse (c) qui s'oppose au mouvement d'une particule fluide chauffée. D'autre part, la diffusivité thermique due à la perte de chaleur par conduction (b) tend à homogénéiser la température au voisinage de celle-ci (réduisant ainsi l'intensité de la poussée d'Archimède).

Si ces deux phénomènes prennent le pas sur la poussée d'Archimède aucun mouvement convectif ne peut naître. En d'autres termes, sous l'effet du champ de gravitation et du chauffage appliqué par le bas, une particule fluide s'élèvera lorsque la force de flottabilité créée par ces deux effets combinés peut surmonter la traînée visqueuse et la diffusion thermique.

Il existe une valeur critique  $Ra_c$  (dépendant de la géométrie du canal et du nombre de  $Pr$ ), pour laquelle la convection thermique s'amorce en surmontant les phénomènes dissipatifs du système.



**Figure 1.7** -Mouvement d'une particule de fluide placée dans un champ de gravité positive et chauffée par le bas.

Dans l'écoulement étudié, le fluide de travail est de l'air à la pression atmosphérique. A partir de la loi des gaz parfaits ( $P = \rho RT$  et  $PV = nRT$ ,  $n$  est le nombre de moles,  $V$  le volume), en utilisant la notion de différentielle totale d'une des variables du fluide, on retrouve que :

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dV}{V} \quad \text{et} \quad \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \beta$$

$\beta$ , est le coefficient de dilatation thermique à pression constante.

**Remarque :**

À titre indicatif, pour situer notre écoulement, l'air est supposé se comporter comme un gaz parfait,  $\beta \cong 1/T_a$  où  $T_a$  est une température moyenne de référence ( par exemple celle du milieu ambiant).

- L'échelle de longueur caractéristique est la hauteur  $H$ .
- L'échelle qui vient naturellement quantifier les différences de température est directement le gradient vertical moyen de température noté  $\alpha = \langle \partial T / \partial x \rangle$ , approximé à  $\alpha = -0.3 K m^{-1}$ .
- Le rapport d'aspect du canal est dans notre cas,  $\Gamma = 0.3$ . Ce qui nous mène à définir un nombre Rayleigh modifié ( $Ra^*$ ) comme suit :

$$Ra^* = Ra \Gamma = \frac{g\beta\alpha H^4}{\nu\lambda} \Gamma = \frac{g\beta\Delta T H^2}{\nu\lambda}$$

La grandeur géométrique donnant le rapport d'aspect du canal est:  $\Gamma = D/H = 0.3$ , ce qui donne un nombre modifié de  $Ra^*$  de l'ordre de  $8.59^9$ .

### - L'orientation

Il est important de rappeler que l'étude de la turbulence provoquée par des moyens conventionnels peut être divisée en deux groupes : celle dans laquelle les couches limites jouent un rôle essentiel comme l'écoulement dans une conduite ou l'écoulement autour d'un obstacle, et celle dans laquelle les couches limites ne jouent pas un rôle essentiel comme dans la turbulence de grille.

Dans cette étude, il nous a paru intéressant de séparer la dynamique des couches limites de la majeure partie de l'écoulement. En effet, l'absence de couche limite semble être une application intéressante pour la convection thermique dans les océans et l'atmosphère.

Pour comprendre les mécanismes physiques responsables de la convection turbulente loin de l'influence des couches limites pariétales, des questions se sont posées à nous :

- Comment réaliser une convection thermique turbulente de façon innovante autre que celle de Raleigh-Bénard ?
- Comment séparer la dynamique de la couche limite du reste de l'écoulement ? (dans un contexte environnemental les couches limites adjacentes à une paroi sont rarement intéressantes à explorer).

Pour répondre à la première question, nous avons choisi de travailler dans un grand canal vertical ouvert en éliminant les parois supérieure et inférieure.

Pour répondre à la deuxième question, séparer l'influence des couches limites du reste de l'écoulement nous avons choisi de travailler en turbulence de grille. Le canal de la présente étude est différent de ceux rencontrés dans la littérature (cf. § 3), de hauteur effective  $H = 9 m$  et de section carrée,  $S = D \times D = 9 m^2$ . Les couches limites sont dans ce cas peu

épaisses comparées à la distance qui sépare les parois latérales du canal, la zone centrale intéressant à explorer a au moins 180 cm de largeur.

### 1.5.1 Objectif de la présente étude

Les écoulements verticaux de convection turbulente ont un intérêt considérable en physique Benkhelifa et al. [58], ils peuvent avoir des applications dans les écoulements des océans et l'atmosphère. Presque toutes les tentatives pour simuler la turbulence homogène et isotrope ont à l'instar de Taylor [59] utilisé une grille dans un tunnel de vent (soufflerie) afin d'avoir un débit en amont uniforme. Cependant, le cas particulier de la convection turbulente libre en canal vertical a attiré peu d'attention de la part des chercheurs. Boudjemaa et Rey [60] et Pavageau et Rey [61], ont effectué des mesures dans un tunnel vertical où le fluide est mis en mouvement par le chauffage d'une grille. Ces auteurs ont étudié les effets de variation de volume sur l'écoulement, leur méthode d'écrire les bilans moyens et turbulents a montré que ces derniers n'étaient pas bouclés et de ce fait leur analyse semble être incomplète.

Confrontés à une diversité des résultats, nous nous sommes proposé de réécrire un modèle plus réaliste régissant notre écoulement vertical turbulent de convection libre se produisant dans la nature et l'industrie.

Dans le présent travail, il n'y a pas de moteur mécanique ni de ventilation. La flottabilité est le seul moteur thermique responsable de l'écoulement étudié.

Par ailleurs, contrairement à ce qui est d'usage dans les études de convection libre en canal vertical, dans ce travail on ne s'intéressera pas aux échanges convectifs proprement dits, ni au flux de chaleur traversant le canal, mais plutôt à l'aspect cinématique et thermique de l'écoulement turbulent de convection libre.

La convection turbulente est extrêmement sensible aux conditions aux limites dans des applications tels que la ventilation intérieure (composants électroniques). Cependant, il n'y a certainement pas de parois latérales dans la convection atmosphérique.

#### La turbulence de grille

La turbulence de grille est le système idéal pour s'approcher au mieux d'un écoulement turbulent homogène et isotrope (HIT) sans que les couches limites aient une influence notable.

L'écoulement (HIT) a été et continue de servir comme référence de base pour le développement de nombreuses théories et la mise au point des principaux modèles de turbulence voir : Corrsin [62], Hinze [63] et récemment par : Lavoie et al. [64], par Antonia et al. [65] et Lee et al. [66] notamment. Nous avons choisi de développer et analyser un écoulement chauffé de turbulence de grille dans le but d'identifier les mécanismes de transfert sous leurs aspects les plus simples.

Deux grilles sont à l'origine de l'écoulement de convection thermique turbulente. La première, formée de barreaux ronds chauffés électriquement sert à chauffer l'air présent dans le canal et provoquer sa convection turbulente. La deuxième, non chauffée, formée de barres plates et rectangulaires a pour rôle de rendre cet écoulement le plus homogène et le plus isotrope possible. Cet écoulement est conduit de telle sorte que la production de la turbulence dans la zone établie ne puisse être due qu'aux forces de flottabilité. Le champ thermique ne se comporte plus dès lors comme un champ scalaire passif. Notre objectif est de contribuer à une meilleure connaissance des mécanismes physiques et énergétiques qui régissent l'évolution de ces écoulements. Les expériences de laboratoire dont les objectifs se rapprochent des nôtres concernent les études des panaches. Bien qu'elles apportent une contribution scientifique importante, ces travaux se limitent généralement à l'effet global des panaches et à des flottabilités faibles. On déplore le manque de données concernant la structure fine des panaches turbulents. Or ces informations sont indispensables pour la simulation numérique du type  $k - \varepsilon$  comme l'ont précisé Sini et Dekeyer [67], et bien d'autres plus tard.

La démarche proposée ici est double, deux analyses théorique et expérimentale sont menées.

- Sur le plan expérimental, l'installation et les techniques de mesure utilisées sont exposées (Cf, chapitre II).
- Sur le plan théorique : d'une part un développement théorique a été nécessaire pour analyser et interpréter les résultats expérimentaux. D'autre part, une nouvelle méthode de modélisation dite « polytropique » a été utilisée pour compléter les résultats expérimentaux obtenus.

## 1.6 Conclusion

Nous ne pouvons pas rassembler dans ce premier chapitre l'intégralité des études qui ont été réalisées sur la convection thermique depuis que ce thème de recherche existe.

Nous nous sommes attachés à présenter le contexte général de la convection naturelle et à justifier de son intérêt scientifique.

L'état de l'art sur la convection thermique en général et turbulente en particulier nous a permis de souligner les manques relevés dans la littérature sur la turbulence de la convection naturelle, de poser la problématique, d'analyser les besoins nécessaires à la compréhension de cette problématique, et enfin de définir l'orientation de la présente étude.

# **CHAPITRE II**

## **Montage expérimental et techniques de mesure**

# Chapitre II

## Montage expérimental et techniques de mesure

### 2 Introduction

L'écoulement étudié est généré par un canal vertical, situé au Laboratoire de Mécanique des Fluides à l'Ecole Centrale de Nantes. Ce dispositif est conçu pour les études en convection naturelle de l'école. Le canal de section carrée,  $D \times D = 9 \text{ m}^2$  et de hauteur totale 13 m est maintenu suspendu au-dessus du sous-sol grâce à une armature constituée de poutrelles d'acier (voir schéma 3 D de la **figure 2.1**). L'installation de grandes dimensions est nécessaire pour obtenir un écoulement de convection libre (non forcé), confiné avec un nombre de Rayleigh relativement élevé. Notre regain d'intérêt pour l'analyse de ce type d'écoulement ne peut être plus exhaustive sans la présentation du montage et des méthodes expérimentales utilisées.

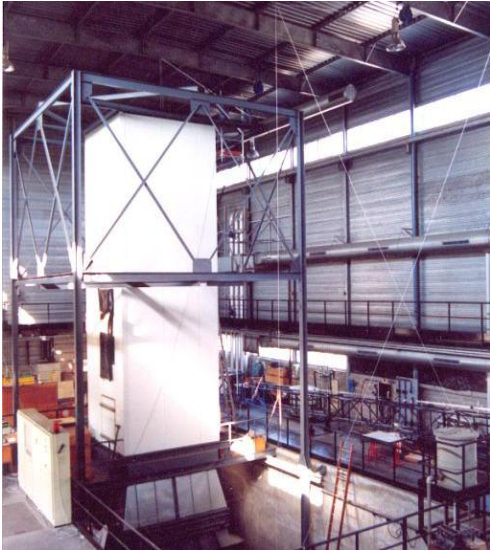
Après une vue d'ensemble du fonctionnement de l'installation expérimentale, nous présenterons plus en détail le mode de génération de l'écoulement, la veine d'étude, les différentes techniques expérimentales utilisées et les protocoles de mesures employés.

#### 2.1 Le canal de convection

Le canal d'étude est divisé en deux parties situées de part et d'autre du plan des grilles.

- La première partie en amont du plan des grilles sert de conduit d'amenée d'air frais se trouvant dans une pièce du sous-sol du bâtiment (hauteur 4 m, largeur 7 m et longueur 18 m). Elle forme la chambre de conditionnement de hauteur 2,5 m de bords arrondis pour adoucir les lignes de courant à l'entrée du canal. A 50 cm de l'entrée se trouve un premier grillage très fin pour filtrer l'air. Une structure en nid d'abeille d'épaisseur 30 cm prise en sandwich entre le filtre précédent et un second. Elle sert à casser ou à bloquer d'éventuelles recirculations pouvant subsister. Cette disposition permet à l'écoulement entrant dans la veine d'essai d'être le plus homogène et le plus unidirectionnel possible. Enfin l'air traverse sur une longueur de 1,2 m un convergent avant d'arriver sur le plan des grilles de chauffage et de turbulence, dont la description se fera plus loin.

- La deuxième partie constitue la veine de convection proprement dite. Elle s'étend du plan des grilles jusqu'à 9 m de hauteur, débouchant à 2 m environ en dessous du plafond du hall du laboratoire.



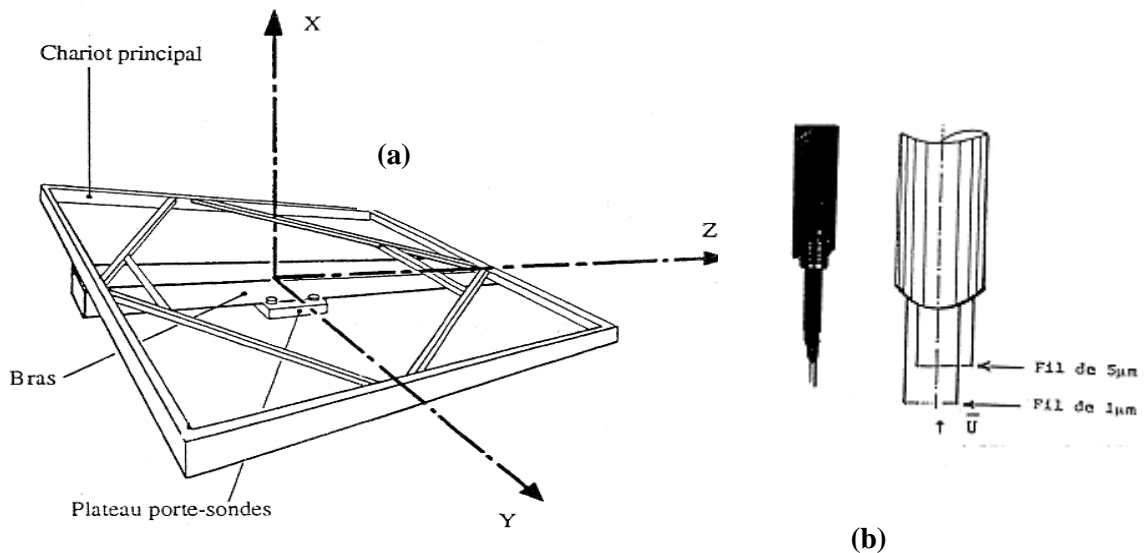
**Figures 2.1-** Photographie et schéma 3 D du banc d'essai.

Les parois internes du canal sont blanches, et lisses. Elles sont constituées d'une couche isolante de laine de verre de 9 cm d'épaisseur, enfermée entre deux feuilles métalliques d'épaisseur 2 mm. L'ensemble limite les échanges de chaleur par conduction entre le fluide et le milieu ambiant. La paroi frontale est équipée d'une fenêtre en plexiglas, prévue pour la visualisation de l'écoulement. Avant de commencer les mesures, toutes les précautions ont été prises pour que l'écoulement ne soit pas perturbé. Le système de ventilation est impérativement coupé lors des expériences. Les mesures ne commencent qu'après 5 heures de chauffage. Cependant, l'encombrement qu'occasionne l'ensemble du système de déplacement limite la course du plateau. La surface totale balayée est de ce fait, restreinte à une hauteur de 6 m des grilles.

La veine de convection est équipée d'un chariot porte-sondes **Figure 2.2** qui permet d'explorer toute la section d'essai. Il est formé d'un cadre métallique qui suit le périmètre de la veine. La commande de ce chariot (moteurs pas-à-pas à courant continu), permet aussi le réglage de la vitesse de déplacement des tiges porte-sondes dans les trois directions avec comptage des distances parcourues. Les tiges porte-sondes sont situées à 1 m en amont de celui-ci, dans une région où l'écoulement n'est pas perturbé par la présence de l'ensemble du chariot. Les vitesses de déplacement sont réglables par potentiomètre à partir de boîtiers de

contrôle situé à l'extérieur de la veine. La position des sondes est repérée au moyen d'afficheurs numériques permettant de suivre leur déplacement au centième de millimètre près. Les signaux délivrés par les capteurs sont enregistrés sur un micro-ordinateur équipé

d'un processeur 80286 et d'un coprocesseur 80287. L'enregistrement des signaux est effectué simultanément sur 24 canaux. Cet enregistrement de durée 90 s est répété toutes les 5 minutes.



**Figure 2.2** – (a) Chariot porte-sondes à 3 directions de déplacement, (b) sonde à un et deux fils.

Pour contrôler les températures moyennes à l'intérieur et à l'extérieur du canal, des thermocouples (Chromel-Alumel) sont introduits verticalement à l'aide de câbles fins accrochés au plafond du hall du laboratoire. Un étalonnage simultané de tous les thermocouples a été effectué avant leur installation définitive. La précision attendue sur la détermination des gradients verticaux de température moyenne est de  $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Elle dépend en général de la performance du capteur et de la résolution du convertisseur analogique-numérique de la carte d'acquisition. A partir de la f.é.m. mesurée, la température est obtenue de manière simple à partir de la table de conversion ( $mV/^{\circ}\text{C}$ ) soit  $0.041\text{ mV}/^{\circ}\text{C}$  pour ce type de thermocouple.

## 2.2 Mode de génération de l'écoulement dans le canal

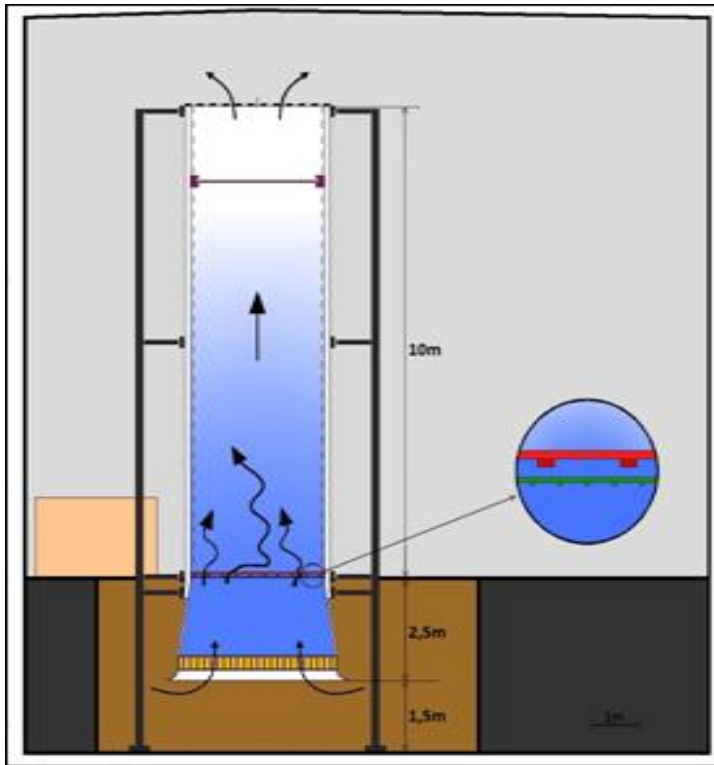
Dans ce paragraphe nous décrivons le principe global de fonctionnement de l'installation expérimentale schématisée sur la **figure 2.3**. La mise sous tension des barreaux résistifs de la grille de chauffage, génère à l'intérieur de la veine un écoulement vertical de convection naturelle.

Afin de s'approcher au mieux d'un écoulement de convection turbulente isotrope, une grille dite de turbulence est placée perpendiculairement à la vitesse de l'écoulement moyen, non loin de la grille thermique. Dans ces conditions, un phénomène d'aspiration induite entraîne le fluide frais situé au sous-sol du bâtiment vers l'intérieur de la veine d'essai. Enfin, l'air chaud au sommet du canal débouche dans le hall du laboratoire pour se mélanger à l'air ambiant.

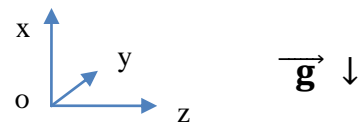
L'écoulement ainsi généré se distingue des écoulements de grille en convection forcée. Il n'est pas le résultat d'un simple mélange de panaches thermiques issus du chauffage des barreaux, mais aussi d'une interaction de ses sillages avec les jets provenant d'un effet d'aspiration causée par la différence de densité entre l'air chaud en aval de la grille et l'air frais présent en amont de celle-ci. En dépit d'une littérature abondante sur les panaches mixtes et forcés, libres ou confinés, cette interaction très complexe, n'as pas fait à notre connaissance l'objet d'une étude particulière. Sur l'étude des panaches, on pourra citer les travaux de Brahim [68] sur la structure turbulente des panaches thermiques, Brahim et al. [69] sur l'interaction de deux panaches thermiques, Agator [70] sur l'interaction d'un panache avec son environnement limité, Bouslimi [71] sur le panache thermique guidé par un cylindre. Une étude plus récente menée par Vouros et Panidis [72], porte sur l'analyse statistique de la convection thermique turbulente au-dessus d'un disque horizontal chauffé, placé dans une cavité ouverte par le haut. Dans cette étude la convection thermique est bien turbulente mais elle est loin d'être isotrope et homogène.

### 2.2.1 Les grilles utilisées

Il est bien établi (cf. Mohamed et al. [73]) que le champ d'un écoulement en aval d'une grille peut être divisé essentiellement en trois régions : -la première région est la région la plus proche de la grille, là où les sillages derrière les barreaux fusionnent et où l'écoulement est inhomogène et anisotrope. Cette région est dite non universelle, elle est affectée par les conditions initiales et les conditions aux limites. C'est par conséquent la région de production de l'énergie cinétique turbulente dite " période initiale ". -Elle est suivie par une région où l'écoulement est homogène et localement isotrope, et où il existe un transfert d'énergie non négligeable entre les structures de tailles et de nombre d'onde différentes. Elle est dite universelle, c'est dans cette région que le postula central de la théorie de Kolmogorov est applicable, et où une similitude en lois de puissance de la décroissance de l'énergie cinétique turbulente est prédite. -Enfin, la troisième région la plus en aval de la grille correspond à "la période finale" de la décroissance de l'énergie cinétique de la turbulence. Dans cette région les effets visqueux agissent directement sur les grandes échelles où chaque structure évolue sans interaction avec les autres (cf. Batchelor [74]).



**Figure 2.3** Schéma d'une coupe transversale dans le plan  $oxz$  montrant les différentes parties du dispositif expérimental.



- Chariot de déplacement des sondes tri-directionnel,
- Parois lisses et adiabatiques,
- Système régulateur de chauffage,
- Filtres en nids d'abeilles,
- Hall d'expérimentation,
- Grilles de turbulence,
- Grille thermique,
- Entrée du canal,
- Sous-sol du bâtiment,

### 2.2.1.1 Grille thermique

La grille thermique est bi-plane, elle assure le chauffage de l'air au moyen d'une résistance électrique. Elle est formée de 58 barreaux cylindriques de diamètre  $d = 15$  mm, de mailles carrées identiques de taille  $M_\theta = 9$  cm et de coefficient de solidité  $\sigma_\theta$  (représente la fraction de surface bloquée par la grille)

$$\sigma_\theta = d/M_\theta(2 - d/M_\theta) \cong 28 \%$$

Ce coefficient est largement inférieur à la limite admissible qui est de 44 % (voir Comte-Bellot [75]). Au-delà de cette valeur apparaissent des risques d'inhomogénéité et de coalescence des sillages issus des barreaux même dans un plan parallèle à la grille.

### 2.2.1.2 Chauffage de la grille thermique

Une armoire de contrôle placée à l'extérieur du canal, regroupe tous les circuits électroniques pour la régulation du chauffage et l'alimentation en courant des barreaux. Les barreaux ont une résistance de  $35 \Omega$  et sont alimentés de 220 V, ce qui porte leur température à environ  $300^\circ\text{C}$ . La puissance totale développable est  $\Phi = 80$  KW. Cette consigne de chauffage correspond à un écart  $\Delta T$  d'environ 9 K mesuré par deux thermocouples de type K (Chromel-Alumel) situés de part et d'autre des deux grilles, le premier à 2 m en aval de la grille dynamique, le second est placé à 2,5 m en amont de la grille thermique.

Deux indicateurs numériques au dixième de degré près, affichent en permanence les températures mesurées par chacun des deux thermocouples. Le relevé de la différence de température est donné sur la **Figure 2.5**, il permet uniquement un calcul estimatif de  $\Delta T$  réel. L'asservissement en tension est réalisé jusqu'à ce que l'écart de température atteigne la valeur de la consigne plus 1K. L'alimentation des barreaux est alors coupée et le demeure tant que l'écart de température reste supérieur à la valeur de la consigne moins 1K. L'alimentation des barreaux devient ensuite à nouveau effective. On remarque que même si la température entre l'amont et l'aval des grilles ne reste pas strictement constante durant les expériences, en revanche l'énergie fournie au fluide reste constante. Dans cette situation le système fonctionne à flux constant.

### 2.2.1.3 Grille dynamique génératrice de turbulence

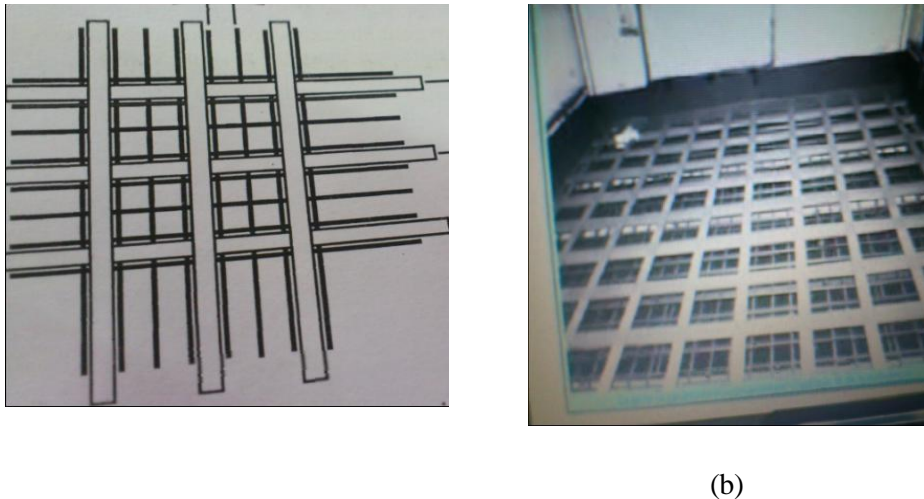
De même que la précédente, la seconde grille dite de turbulence est bi-plane, creuse de mailles  $M = 30$  cm et de coefficient de solidité  $\sigma = 34\%$ . Elle est constituée de barres plates rectangulaires, de hauteur 3 cm, de largeur 6cm. Elle est placée à une distance de 45 cm au-dessus de la grille chauffée. La **figure 2.4** (a) schématise le positionnement des deux grilles, (b) représente une photo des deux grilles prise à l'intérieur de la veine d'essais.

Il est intéressant de rappeler que la taille de la grille de turbulence fixe la valeur approximative de l'échelle intégrale de longueur représentative de la taille limite des tourbillons, pour lesquels les effets d'inertie l'emportent encore sur les effets de dissipation.

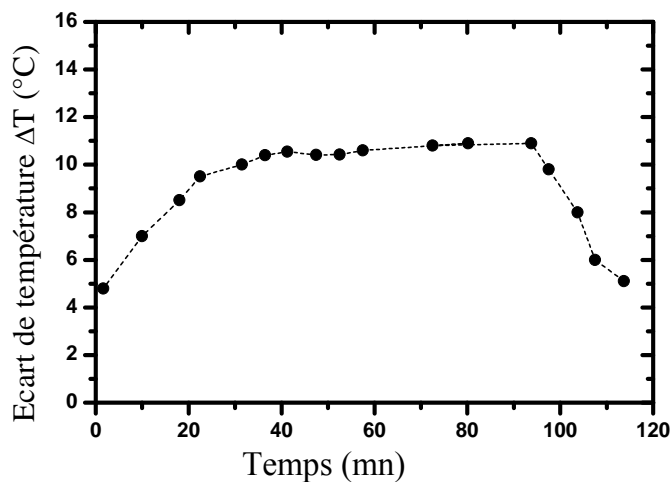
La taille des mailles a été choisie de manière à obtenir un nombre de Reynolds de maille comparable à celui de l'écoulement de convection forcée de Compte-Bellot et Coorsin [76].

$$Re_M = \frac{\langle U \rangle M}{\nu} \cong 9000$$

La dimension de la veine est grande devant celle de la maille. De ce fait, les fluctuations de vitesses induites par les couches limites qui se développent le long des parois latérales de la veine ne peuvent affecter la turbulence produite par cette grille. On peut s'attendre a priori à ce que la turbulence soit isotrope.



**Figure 2.4-** (a) schématisé le positionnement des deux grilles, (b) représente une photo des deux grilles prise à l'intérieur de la veine d'essais.



**Figure 2.5** -Evolution temporelle de l'écart de température  $\Delta T$  entre les niveaux - 2m en amont et 2,5 m en aval des plans des grilles.

## 2.3 Les techniques de mesure

La thermométrie à fil froid et l'anémomètre à fil chaud restent certes conventionnelles vis-à-vis des méthodes optiques qui ont vu le jour ces dernières années (Diffusion Rayleigh pour la mesure de la température, l'anémométrie laser Doppler pour la mesure de la vitesse). Leur faible coût et leur facilité de mise en œuvre en font toujours des outils privilégiés qui continuent de faire l'objet de nombreux travaux expérimentaux sur la turbulence.

Pour le cas présent, l'opacité des parois ne permet pas des mesures par LDA, la PIV n'est généralement pas adaptée aux mesures de température car l'emploi d'un laser nécessiterait un ensemencement qui risquerait de modifier fortement l'écoulement. Enfin, toutes ces raisons font que les mesures prises par anémométrie et thermométrie à fil fin restent encore d'actualité.

En effet, dans un article intitulé "Faut-il encore utiliser des fils chauds", Kovaszny [77] a conclu que même si le fil chaud a été pendant environ 38 ans, un instrument de mesure pour les écoulements turbulents, il n'a pas encore été rendu obsolète du jour au lendemain par l'utilisation du laser ou autres instruments de mesure". Quelques 40 ans plus tard Antonia [78], conclut à son tour qu'il n'y a aucune preuve convaincante indiquant que cette conclusion doit être modifiée. Malgré certaines lacunes des fils chauds par rapport à la mesure par d'autres techniques, il est difficile de contester la contribution apportée par l'utilisation des fils fins à l'étude de la turbulence des petites échelles (Cf. Antonia, [79]),

Les techniques de mesure par anémométrie et thermométrie par sonde à fil fin ont été appliquées pour déterminer les températures et les vitesses moyennes de l'écoulement ainsi que leurs fluctuations. L'élément sensible de ces sondes de mesure est un fil métallique très fin, dont le diamètre est de quelques micromètres. Il est chauffé à une température supérieure à celle du fluide par un courant électrique. La réponse au refroidissement de ce fil dépend essentiellement de la vitesse et de la température de l'écoulement mais aussi des propriétés physiques du fluide ainsi que des caractéristiques du fil. La relation entre la tension aux bornes de la sonde et les grandeurs mesurées peut être déduite d'une étude du bilan thermique (Dan Kim Son [80]). L'expression du type  $h = A + BU^n$ . Une forme généralisée de la loi de King où les constantes A et B sont obtenues au moyen d'un étalonnage. Ce qui permet de remonter jusqu'à la vitesse moyenne U de l'écoulement.

### 2.3.1 La thermométrie à fil froid

Dans le cas de la *thermométrie à fil froid* (mesure de la température), un fil de Wollaston de diamètre  $2,5 \mu m$  est constitué d'une âme de platine de diamètre  $1 \mu m$  et de longueur  $2 mm$  enveloppé d'une gaine d'argent. Ce fil est brasé sur des broches effilées de diamètre  $1,5 mm$  et placé dans une gaine de silicone elle-même placée dans une enveloppe en acier inoxydable. Le fil est chauffé par un courant constant d'intensité suffisamment faible ( $140 \mu A$ ) pour qu'il soit insensible aux variations de la vitesse de l'écoulement et sa constante de temps soit la

plus faible possible. Son étalonnage est réalisé par une soufflerie Disa. Un gain de 900 est appliqué au signal délivré par le fil. La constante de temps est estimée à  $\tau_T = 6.3 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ . Les effets du rayonnement sont négligeables à cause d'une part du faible niveau de température et d'autre part du faible coefficient de surchauffe appliqué au fil. D'autres effets parasites liés à la géométrie des sondes, aux câbles, aux circuits électroniques peuvent exister. L'erreur commise sur la mesure de la température est de l'ordre de  $10^{-3}$  dans ce cas. Pour plus de détails sur la méthode de mesure et d'étalonnage, se référer à Pavageau et Rey [61].

### 2.3.2 L'anémométrie à fil chaud

Dans le cas de l'anémométrie à fil chaud, le fil utilisé est en tungstène de diamètre  $5 \mu\text{m}$  et de longueur  $3 \text{ mm}$  soudé aux bouts de broches effilées en acier inoxydable. Le principe physique est le même sauf que dans ce cas ce n'est plus l'intensité du courant qui traverse le fil mais sa température qui est maintenue constante. Les fils sont alimentés par un courant d'intensité  $50 \text{ mA}$ , un coefficient de surchauffe de 0,6 leur est appliqué afin de réduire la sensibilité du capteur à la température.

Le capteur constitue l'une des branches d'un pont de Wheatstone (type Disa 56C17) où le courant nécessaire au maintien de l'équilibre du pont est une fonction de la vitesse de l'écoulement du fluide. Le montage électronique associé est plus compliqué que celui utilisé à intensité constante, mais la réponse du capteur est plus simple à traiter.

Comme pour la mesure de la température, la relation entre la tension aux bornes de la sonde et les grandeurs mesurées peut être déduite du bilan thermique. La loi de King sous sa forme généralisée lie la vitesse de l'écoulement à la tension à l'équilibre au sommet du pont, elle est donnée par :  $\bar{E}^2 = A + B(\bar{U}_{eff})^n$  ;  $U_{eff}$  est la vitesse efficace de l'écoulement. La constante de temps du capteur est estimée à  $\tau = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . L'erreur commise sur la vitesse est de l'ordre de  $1,3 \cdot 10^{-4}$ .

Chaque signal passe ensuite par un conditionneur qui sert à éliminer la composante continue des signaux analogiques de mesure pour obtenir seulement des signaux où ne subsiste que la composante fluctuante. Ces signaux sont ensuite amplifiés et enregistrés numériquement sur micro-ordinateur en utilisant le logiciel d'acquisition des données ACODAS. La résolution du convertisseur analogique/ numérique de 12 bits correspond à une résolution approximative de  $59 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$  pour la vitesse et d'environ  $9 \cdot 10^{-3} \text{ K}$  pour la température. La fréquence d'acquisition est de 200 Hz pour une durée d'enregistrement de 120 s.

Les échantillons obtenus sont par la suite traités numériquement, les fichiers obtenus contiennent des tensions instantanées que l'on transformera en vitesse ou en température instantanées grâce aux équations d'étalonnage des sondes utilisées. Ces fichiers seront exploités dans le chapitre III pour décrire l'écoulement dans le canal et étudier l'évolution de sa turbulence.

Environ 3 h de chauffage sont nécessaires pour que le fluide ambiant soit au repos. Une exploration expérimentale rapide indique que le gradient vertical moyen de la température ambiante est estimé à environ  $1\text{K m}^{-1}$ , ce qui correspond à une stratification stable. Cependant, le gradient vertical moyen de la température dans la veine de convection est estimé à  $-0,3\text{K m}^{-1}$ , donc représentatif d'une stratification instable. En raison de la faible intensité de la turbulence ( $\langle u^2 \rangle^{1/2} / \langle U \rangle < 3\%$ ), relevée dans la zone développée de l'écoulement, l'hypothèse de Taylor [81] est admise pour convertir les dérivées temporelles en dérivées spatiales dans la direction de l'écoulement.

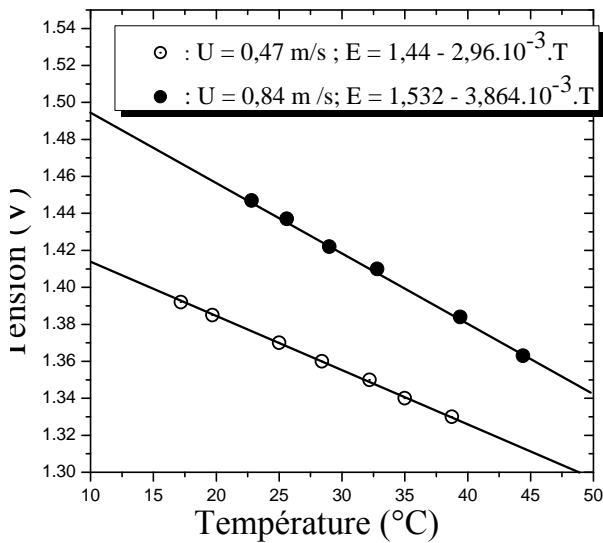
## 2.4 Les sondes utilisées

Deux types de sondes ont été utilisées : des sondes à deux fils droits parallèles représentés sur la **figure 22 (b)** et des sondes à trois fils. Ces dernières sont constituées de deux fils chauds croisés et d'un fil froid droit. La plus grande partie des mesures a été effectuée par les sondes à deux fils parallèles puisque les moyennes des composantes latérales de la vitesse ( $W$ ) se sont avérées négligeables. Par conséquent, l'écoulement présenté ici est vertical et unidirectionnel en moyenne. La distance entre les deux fils est telle que la mémoire de la turbulence reste conservée. Pour que la mesure de la température ne soit pas contaminée par

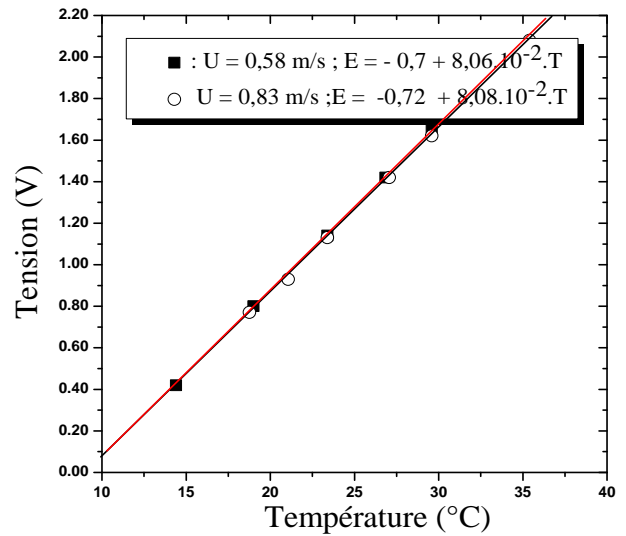
le sillage thermique de la sonde de vitesse, cette dernière est placée légèrement en aval du fil de vitesse.

Le calibre T.S.I. modèle 1125 avec une adjonction d'un dispositif de chauffage de l'écoulement est inséré entre l'échangeur et l'entrée du calibre. L'étalonnage en température des deux fils est effectué en même temps (quand l'un est alimenté, l'autre ne l'est pas).

Pour limiter les sources d'erreur qu'entraîne l'étalonnage, la vitesse et la température sont mesurées respectivement par un micro-manomètre et par un thermocouple de type K et transformées en signaux électriques. Les tensions obtenues ainsi que les signaux électriques délivrés par les sondes sont enregistrés simultanément au moyen du système d'acquisition utilisé lors des expériences. Les coefficients A et B de la loi de King sont calculés par la méthode des moindres carrés à la suite d'un étalonnage de la sonde de température à la température ambiante. Les fils sont par la suite étalonnés en température. Les deux courbes d'étalonnage sont représentées en **figure 2.6** et **figure 2.7**.



**Figure 2.6** –Etalonnage en température du fil froid (1  $\mu\text{m}$ ).



**Figure 2.7** –Etalonnage en température du fil chaud (5  $\mu\text{m}$ )

## 2.5 Conclusion

Le canal de grandes dimensions utilisé dans cette étude a été conçu pour réaliser un écoulement de grille en convection naturelle. Le nombre de Reynolds rapporté à la maille de la grille et le nombre de Rayleigh rapporté à la hauteur de la veine sont de l'ordre de  $9^4$  et  $9^{11}$ , respectivement.

Cet écoulement n'est pas le résultat d'un simple mélange de panaches thermiques issus du chauffage des barreaux, mais de l'action entre ces panaches et l'effet d'aspiration causé par la différence de densité de l'air chaud en aval de la grille et l'air frais présent en amont.

En dépit d'une littérature abondante sur les panaches mixtes et forcés, libres ou confinés, cette interaction très complexe n'a pas fait à notre connaissance l'objet d'études.

## **CHAPITRE III**

### **Traitement des données expérimentales -Exploration de la veine de convection**

# Chapitre III

## Traitement des données expérimentales

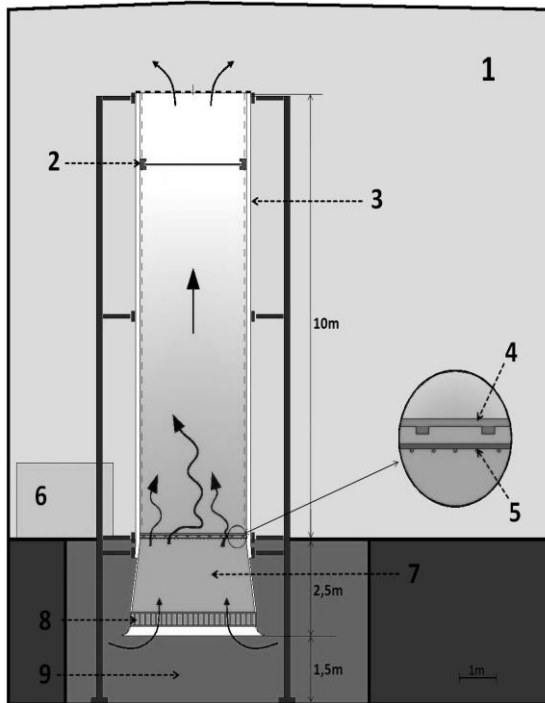
### -Exploration de la veine de convection

### 3 Introduction

Ce troisième chapitre est consacré à l'exploration et l'analyse des résultats expérimentaux essentiels obtenus dans la veine de convection décrite au chapitre II. L'analyse de la structure de l'écoulement turbulent de convection naturel est limitée à la zone pleinement développée au-delà de  $1,2\text{ m}$  en aval de la grille dynamique. Les profils de vitesse et de température moyennes ainsi que leurs écarts-types sont donnés. Ces résultats ainsi analysés, ne servent pas qu'à décrire l'écoulement présent, mais aussi à le comparer aux résultats standards obtenus sur les écoulements de grille en convection forcée

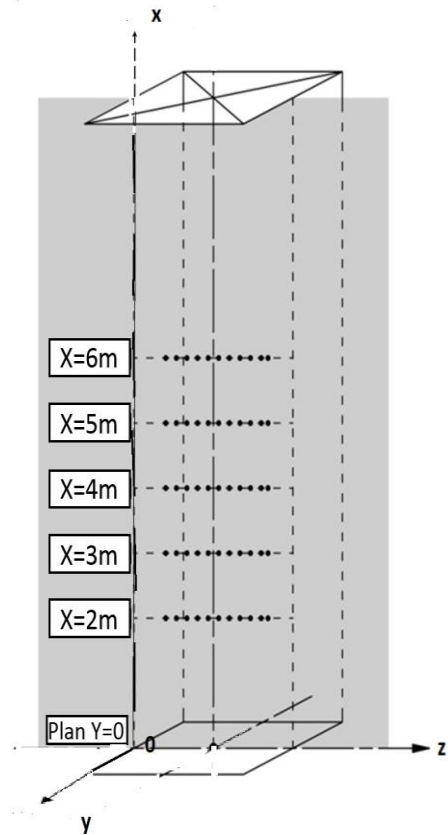
#### 3.1 L'état du fluide ambiant

Le fluide ambiant à l'extérieur de la veine d'étude est supposé au repos; les conditions expérimentales telles que nous les avons fixées justifient raisonnablement cette hypothèse. L'évolution temporelle du champ moyen de la température externe, est assez rapide durant la première heure de chauffage. Une stratification uniforme et stable s'établit pratiquement immédiatement après la mise sous tension des barreaux chauffants. La répartition de la température reste homogène dans les plans horizontaux même si la température diminue légèrement au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la veine d'étude, du fait du faible échange avec le milieu extérieur. Le gradient vertical moyen de température est de  $+1\text{ K m}^{-1}$ .



**Figure 3.1(a)**-Section transversale (plan xoz) montrant les différentes parties du montage expérimental.

- 1 Hall d'expérimentation,
- 2 Chariot de déplacement des sondes,
- 3 Murs isolés,
- 4 Grille dynamique,
- 5 Grille thermique,
- 6 Système de contrôle du chauffage,
- 7 Entrée du Canal,
- 8 Filtres en nid d'abeille,
- 9 Sous-sol du bâtiment.



**Figure 3.1(b)** -Croquis des positions des points de mesure, le long de l'axe z.

\*z(m) = - 0.9, - 0.7, -0.5, -0.3, -0.1, +0.1, +0.3, +0.5, +0.7, +0.9, +1.03, ( pour l'origine au centre de la veine).

En valeurs adimensionnelles, de gauche à droite :

\* z/M = 2 ; 2,66 ; 3,33 ; 4 ; 4,66 ; 5,33 ; 6 ; 6,66 ; 7,33 ; 8 et 8,43. ( pour l'origine à l'extrémité gauche de l'axe Oz)

### 3.2 Caractérisation du champ dynamique moyen

Dans cette section, sont décrits les évolutions des différents profils en fonction de la hauteur dans le canal. Les relevés des thermocouples indiquent que le gradient thermique vertical moyen à l'intérieur de la veine d'étude est négatif. Sa valeur qui est de l'ordre de  $-0,3 \text{ Km}^{-1}$ , indique que la stratification à l'intérieur de la veine est instable. Cette valeur est nettement inférieure à celle que l'on obtiendrait pour une atmosphère au repos en évolution adiabatique ( $-g/C_p \approx -9,8 \cdot 10^{-3} \text{ Km}^{-1}$ ).

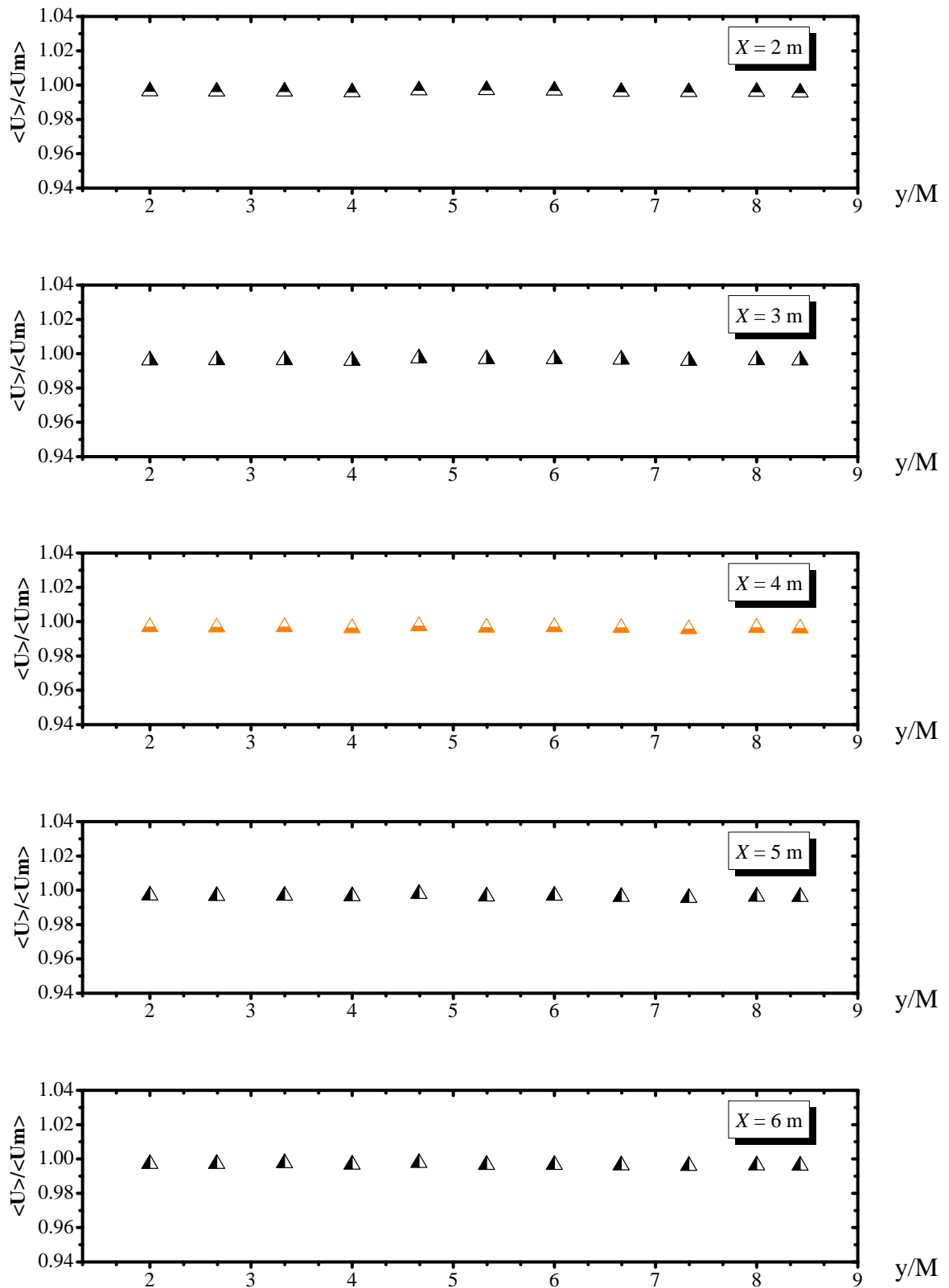
Les résultats des acquisitions sont rapportés à un système de coordonnées cartésiennes situé en aval du plan de la grille dynamique. La surface supérieure de la grille dynamique coïncide avec le plan ( $Oyz$ ). L'origine se situe sur l'axe vertical  $Ox$  de la veine d'essai (positif vers le haut). Les variations transversales de la vitesse, de la température et de leurs fluctuations respectives, sont tracées pour cinq stations d'essais différentes. Comme le montre la **figure 3.1 (b)**, 11 points de mesure incluses dans l'intervalle  $0.6 < Z < 2.52 \text{ m}$ , situées en dehors de la zone des couches limites, sont retenues.

Les températures et les vitesses moyennes sont normalisées par les valeurs moyennes  $\langle T_m \rangle$  et  $\langle U_m \rangle$  qui sont respectivement, la température moyenne et la composante verticale de la vitesse moyenne, prises sur la ligne médiane du canal. Les profils adimensionnels, selon l'axe  $Oy$  de la composante longitudinale de la vitesse moyenne, et de la température moyenne sont tracés sur les **figures 3.2** et **3.3**. Leurs évolutions montrent une bonne reproductibilité de l'écoulement, pour les cinq sections transversales. Cette reproductibilité appuie le fait que la zone explorée est bien la zone pleinement développée de l'écoulement. La **figure 3.4** présente les profils selon  $Oz$  de la composante transversale ( $W$ ) de la vitesse, leur évolution montre une variation avec l'altitude de ces valeurs.

Les valeurs moyennes par section de la composante transversale sont négligeables devant celles de la composante longitudinale  $\langle W \rangle \ll \langle U \rangle$ . L'écoulement moyen peut être considéré unidirectionnel en moyenne.

$$\langle W \rangle_{x_i} = \frac{\int_{L_i} \langle W \rangle(z) dz}{L_i} \cong 0 \quad ; \quad i = 2m, \dots, 6m \quad (3.1)$$

$$\left( \frac{\partial \langle W \rangle}{\partial z} \right)_{x_i} = \frac{\int_{L_i} \frac{\partial \langle W \rangle(z)}{\partial z} dz}{L_i} \cong 0 \quad ; \quad i = 2m, \dots, 6m \quad (3.2)$$



Figures 3.2 - Profils adimensionnels selon l'axe  $Oy$  de la composante longitudinale de la vitesse moyenne à différentes sections.

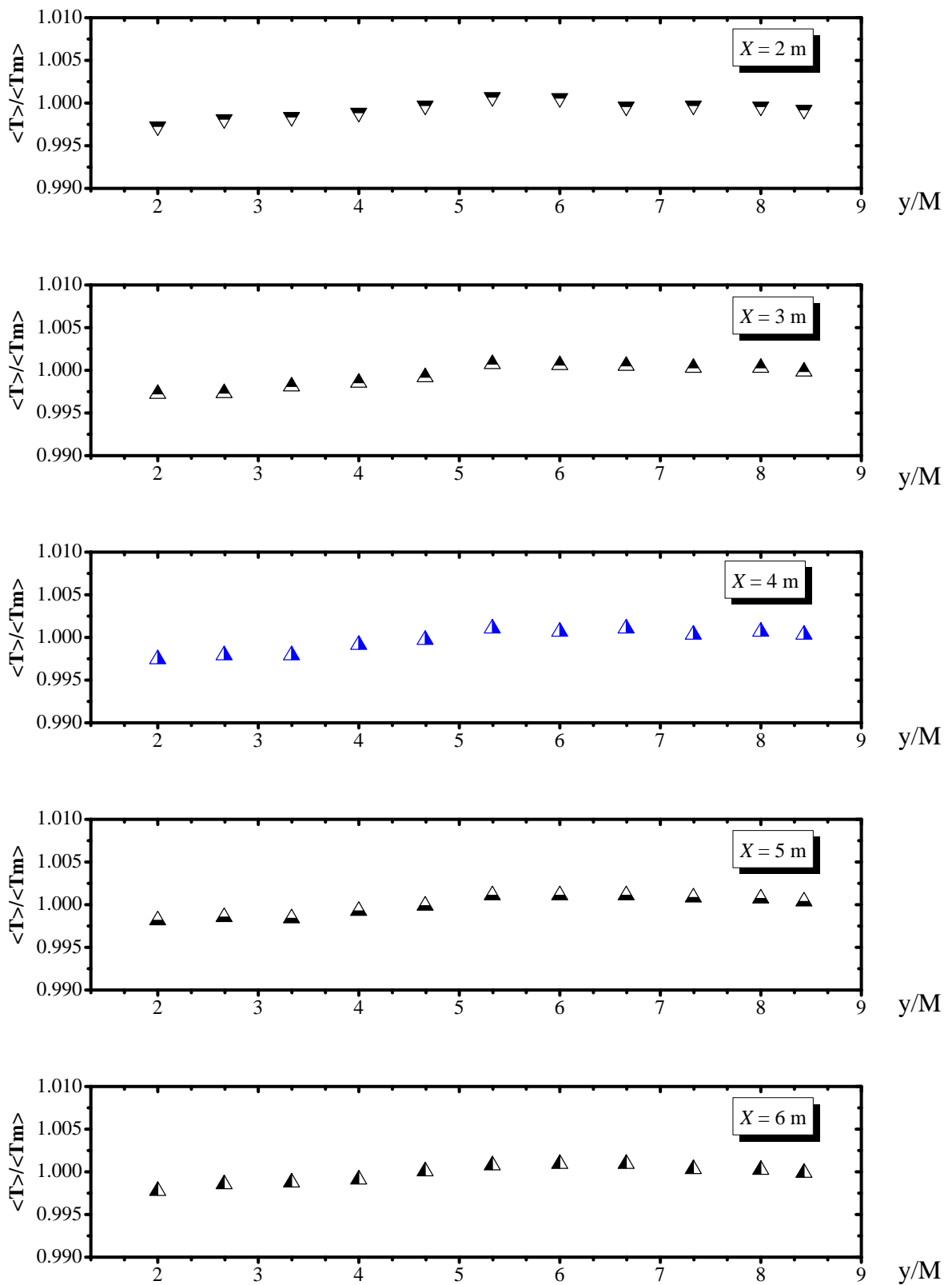
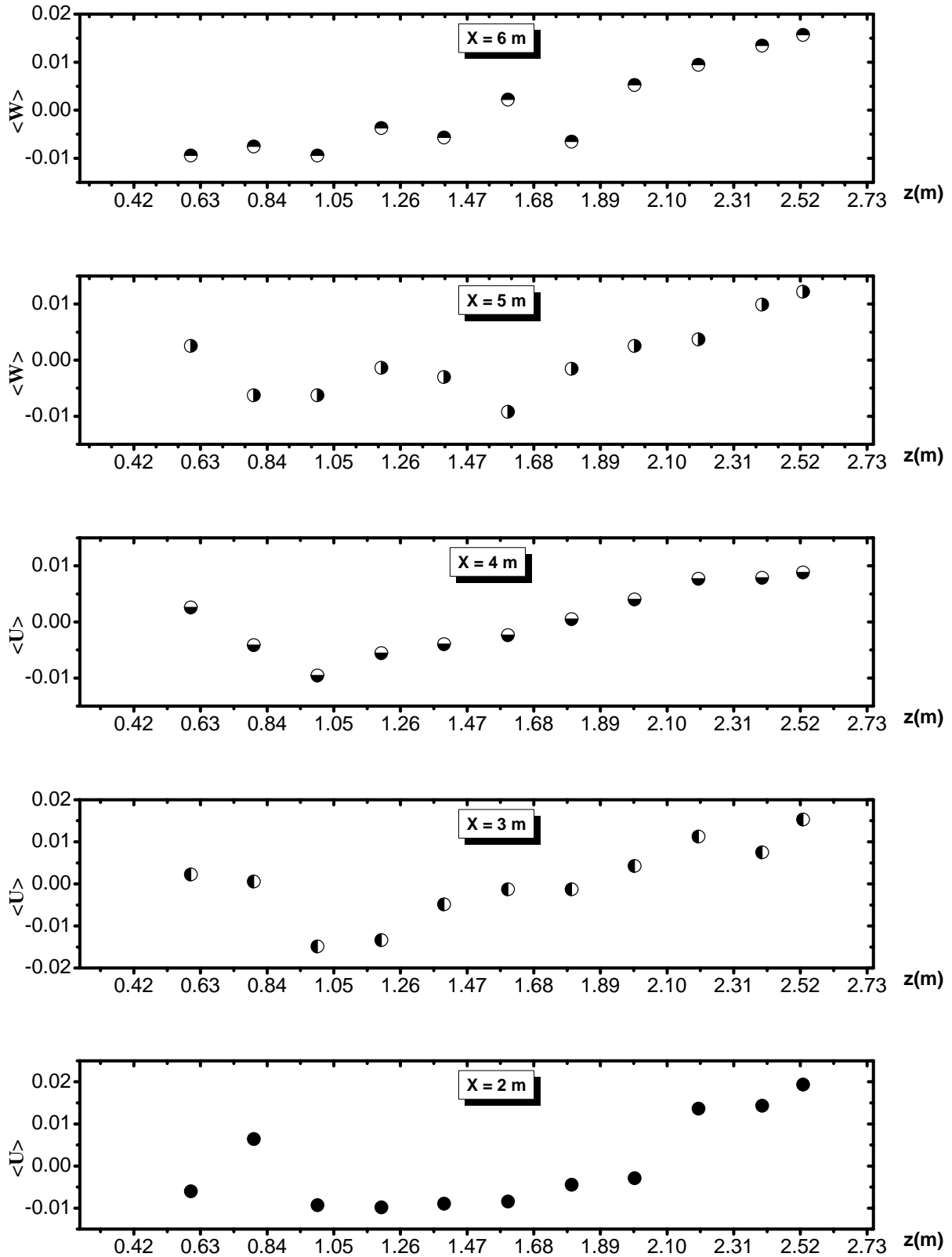


Figure 3.3 - Profils adimensionnels selon l'axe  $Oy$  de la température moyenne, à différentes sections



**Figure 3.4** - Profils de la composante transversale  $\langle W \rangle$  de la vitesse moyenne à différentes sections.

## 3.2.1 Analyse du champ dynamique moyen

### 3.2.1.1 Homogénéité de l'écoulement

Un contrôle systématique de l'homogénéité de l'écoulement est généralement effectué avant d'entreprendre une analyse ou une caractérisation statistique d'un écoulement pour lequel l'homogénéité est parfois une condition nécessaire. Bien que la turbulence de grilles continue d'être largement utilisée dans de nombreuses investigations expérimentales sur la turbulence, l'homogénéité transversale de son écoulement en convection forcée n'est généralement pas réalisée. En étudiant l'écoulement turbulent généré par une grille chauffée placée dans un canal vertical d'une soufflerie à circuit ouvert, Sirivat et Warhaft [82] ont noté qu'une bonne homogénéité transversale n'est jamais atteinte. Les mêmes constatations ont été faites par Ayinde et al. [83]. Cependant, récemment Ertunc et al. [84] notent que l'inhomogénéité de la vitesse moyenne a tendance à diminuer loin de la grille de turbulence.

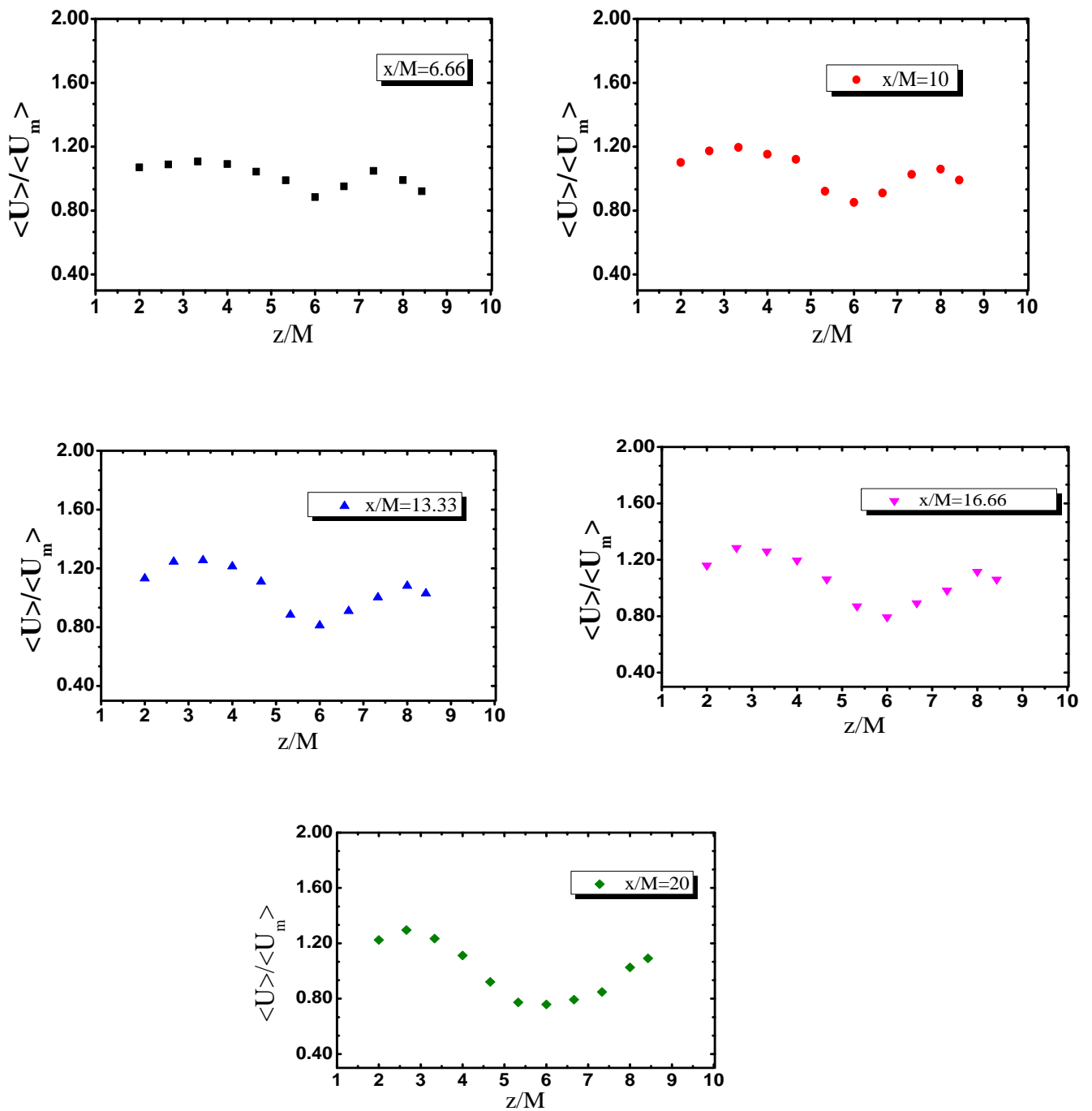
Les évolutions selon Oz des différents profils de la composante verticale de la vitesse moyenne en fonction de la hauteur dans le canal sont présentées sur les **figures 3.5**. Ces profils offrent un échantillon d'allures variées. Dans les zones explorées les plus proches des parois, la vitesse longitudinale moyenne a tendance à augmenter avec l'altitude tandis qu'elle diminue dans la zone centrale.

Ces évolutions révèlent une dissymétrie par rapport à l'axe Ox et une inhomogénéité de la répartition transversale du champ de vitesse vertical moyen. Une explication de la dissymétrie peut être donnée en considérant que l'écoulement débouchant est lui-même non symétrique.

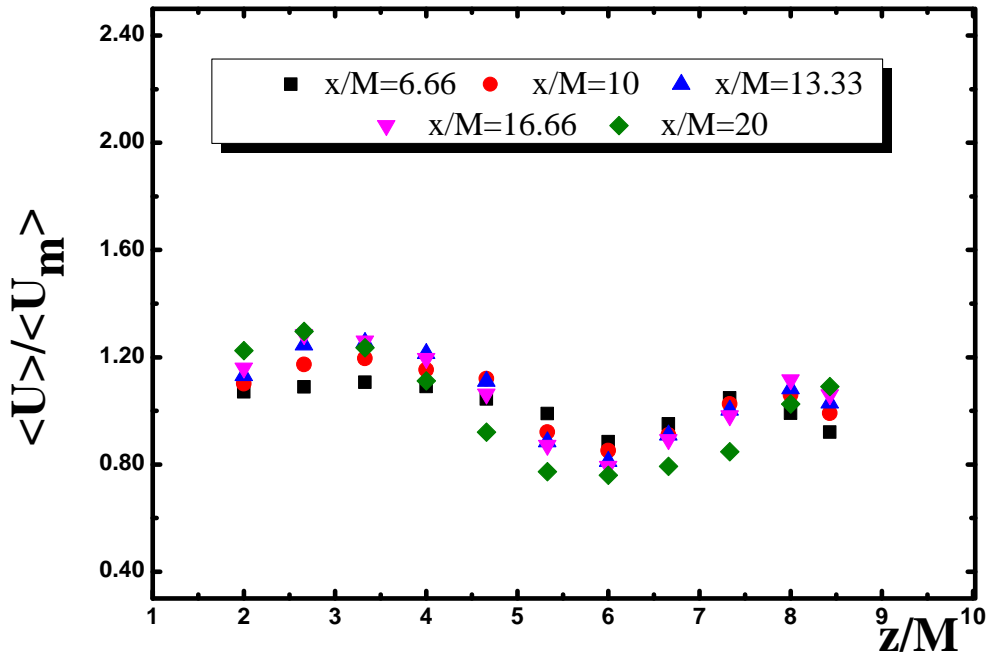
On constate qu'au fur et à mesure que le centre des courbes se creuse, la vitesse augmente dans les zones de proche paroi pour assurer une conservation du débit de l'écoulement dans le canal. Il en résulte une réduction du flux vertical au centre de la section de sortie au profit d'une accélération au bord de cette section.

Si on se réfère à la **figure 3.6**, cette inhomogénéité du champ moyen de vitesse est d'autant plus accentuée lorsqu'on s'approche de la sortie de la veine. Elle traduit l'influence de plus en plus marquée des conditions aux limites au sommet de la veine de convection.

Un phénomène de blocage est probablement à l'origine de cette inhomogénéité, du fait de la proximité de la toiture du bâtiment à la sortie du canal. Il est en effet bien établi que les effets des obstacles sur l'évolution de l'écoulement sont répercutés d'autant plus loin en amont de ceux-ci que la vitesse de l'écoulement est faible.



**Figure 3.5** – Profils horizontaux adimensionnels de la composante verticale de la vitesse moyenne pour cinq positions en aval de la grille dynamique.



*Figure 3.6*—Evolution avec l'altitude des profils horizontaux adimensionnels de la vitesse moyenne.

L'écart de vitesse entre la proche paroi et le centre engendre l'apparition d'un gradient de vitesse transversale  $\Delta\langle U \rangle$ . Le rôle joué par ce gradient de vitesse dans la production d'une turbulence plus en aval de la grille est rappelé au chapitre IV.

Parmi les références bibliographiques consultées sur la convection forcée de grille, Lavoie [85] a montré qu'un écoulement de grille est considéré approximativement homogène, si la répartition de la vitesse de l'écoulement dans la direction aval  $\langle U_x \rangle / \langle U_m \rangle$  est de l'ordre de  $1 \pm 0,02$ . Dans notre cas ce rapport est de l'ordre de  $1 \pm 0,2$ , l'écoulement étudié est donc non homogène.

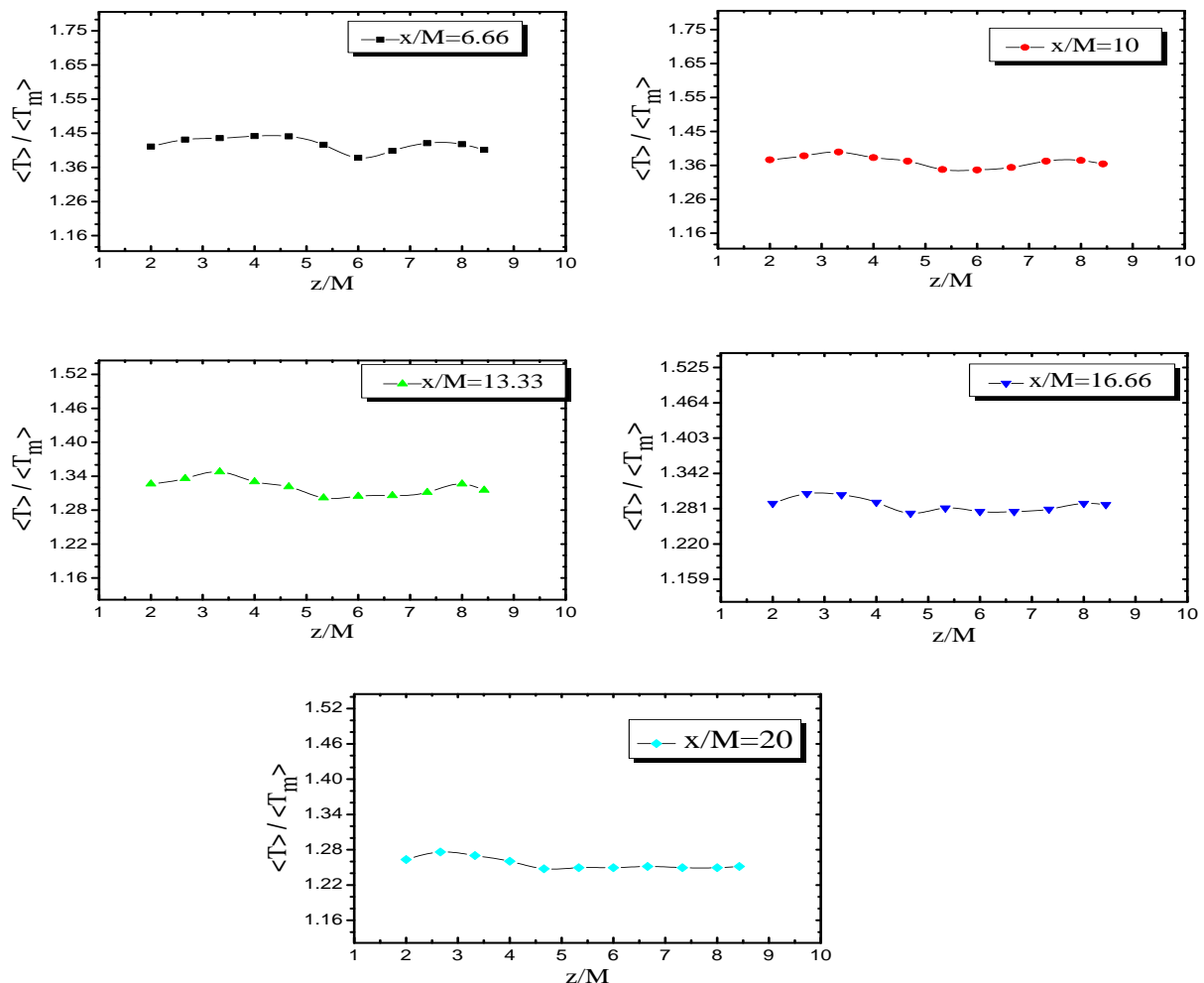
Corrsin [86] a montré que la turbulence ne devient homogène en aval de la grille qu'après au moins une distance de 40 fois la taille de sa maille. Dans l'installation expérimentale étudiée, la hauteur du canal ne pouvait pas dépasser 9 mètres de hauteur. De ce fait, notre écoulement n'a pas une hauteur suffisante pour gagner en homogénéité en aval de la grille.

Il est important de noter que le minimum de vitesse observé à proximité de la ligne médiane indique l'existence d'une faible circulation du fluide dans cette région.

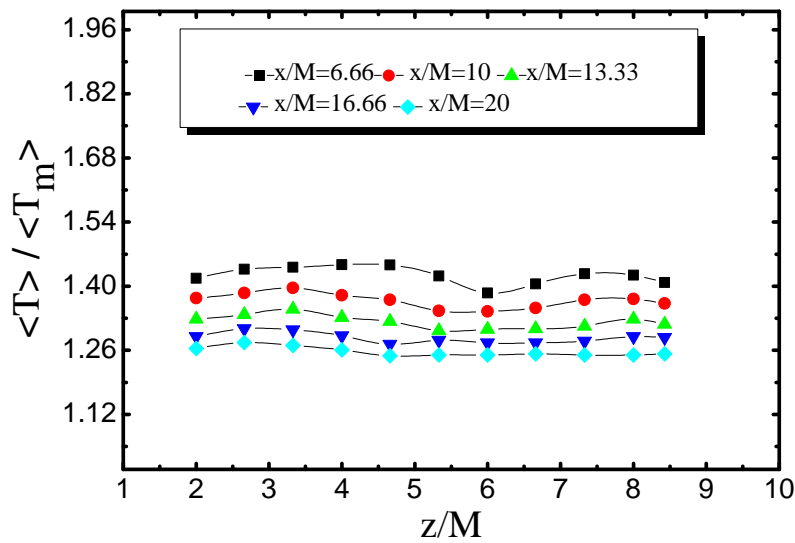
### 3.2.2 Analyse et observation du champ thermique moyen

Contrairement à ce qui a été observé pour la vitesse moyenne les profils transversaux de la température moyenne selon Oz présentés sur la **figure 3.7** présentent une allure peu différente quelle que soit l'altitude. Cependant, une légère dissymétrie est aussi observée. De la même manière que pour le champ de vitesse, cette dissymétrie provient probablement des conditions initiales de génération de l'écoulement. Néanmoins, la légère inhomogénéité du champ thermique diminue avec l'altitude (Cf. **Figure 3.8**).

Le profil a tendance à s'aplatir avec l'altitude. Nous pouvons conclure que le blocage n'influe pas beaucoup sur l'évolution transversale de la température. Cette légère inhomogénéité du champ thermique en aval des grilles a également été observée dans la récente étude DNS de Djenidi et Tardu [87]. Les auteurs ont montré que si l'inhomogénéité latérale était élevée dans la région proche de la grille, elle diminue en s'éloignant. Ce qui le cas pour notre configuration.



**Figure 3.7** – Profils horizontaux adimensionnels de la température moyenne.  $\langle T_m \rangle$  est la température moyenne sur la ligne centrale du canal.



**Figure 3.8** – Evolution avec l'altitude des profils horizontaux adimensionnels de la température moyenne  $\langle T_m \rangle$  sur la ligne centrale du canal.

### 3.2.3 Evolution de la moyenne transversale des deux champs

Compte tenu de l'inhomogénéité transversale de l'écoulement et des écarts de position entre les points de mesure verticaux ( $x_i$ ,  $i = 1, 2 \dots, 6m$ ), il est difficile d'envisager une analyse expérimentale classique. Pour comprendre et analyser l'évolution cinétique et thermique de l'écoulement moyen, nous avons choisi d'appliquer l'hypothèse de la quasi-homogénéité transversale de l'écoulement. Chaque valeur moyenne correspond à l'intégrale de ce terme sur la ligne de mesure (transversale) et rend compte d'une situation locale qui aurait été obtenue si l'écoulement était bien homogène sur les plans horizontaux.

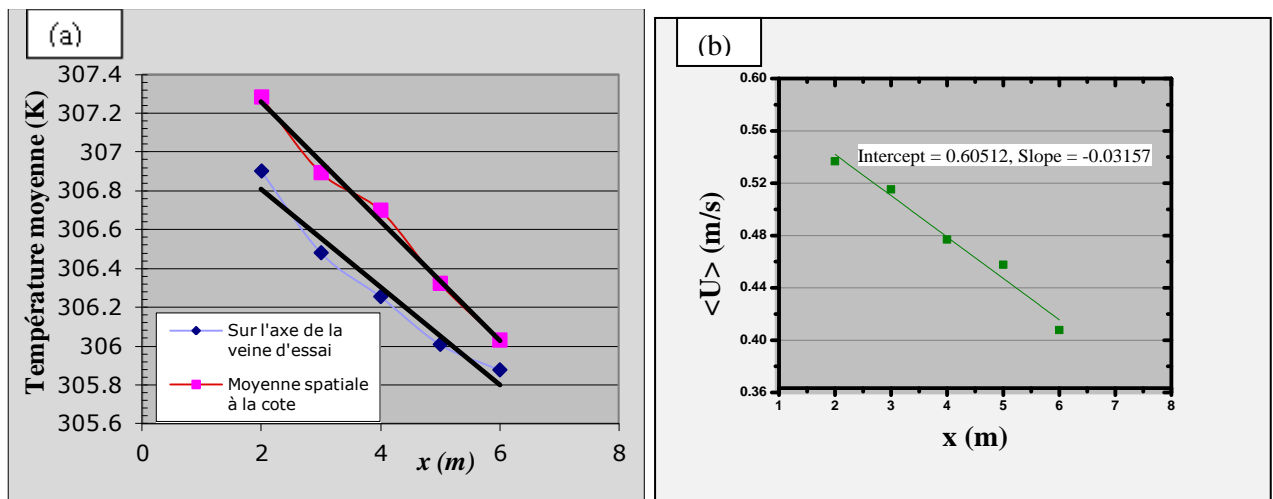
$$\langle T \rangle = \frac{\int_{L_i} \langle T \rangle(z) dz}{L_i} \quad i = 2m, \dots, 6m \quad (3.3)$$

De la même manière que pour la température, chaque valeur moyenne de  $\langle U \rangle_{x=x_i}$ , correspond à l'intégrale des termes calculées par section le long de chaque ligne de mesure. On notera que pour la suite l'indice x sera omis.

$$\langle U \rangle = \frac{\int_{L_i} \langle U \rangle(z) dz}{L_i} \quad i = 2m, \dots, 6m \quad (3.4)$$

Les résultats obtenus sont présentés sur la **figure 3.9**. Cette figure montre que la température **(a)** et la vitesse **(b)** moyennes prises sur l'axe de la veine diminuent linéairement avec l'altitude.

Il est intéressant de constater que les champs dynamique et thermique moyens interagissent entre eux et évoluent pas de la même manière dans l'écoulement. La figure (b) met en exergue la divergence non nul de la vitesse longitudinale moyenne ( $\text{div}U \neq 0$ ) ce qui va nous faciliter l'explication du comportement de l'écoulement dans ce qui suivra le présent chapitre.



**Figure 3.9** – Evolutions longitudinales sur l'axe de la température moyenne (a) et de la vitesse moyenne en (b)

### 3.3 Caractérisation d'une turbulence de grille dans le cas général

Les fluctuations de vitesse et de température sont généralement, les paramètres clés dans la caractérisation de la turbulence. En conséquence, l'étude de leur évolution et l'analyse de leur comportement constituent une première étape nécessaire pour comprendre les processus de transport et de mélange des variances et des flux turbulents. On pourrait supposer que l'extension de notre savoir-faire sur l'étude d'un champ de vitesse auquel un scalaire est ajouté (exemple la température) pourrait être obtenue sans difficulté.

Cependant, tant théoriquement qu'expérimentalement, ce problème s'est avéré difficile à comprendre, même pour les types d'écoulement les plus simples. Le cas le plus simple est celui du transport d'un scalaire passif par un écoulement turbulent approximativement homogène et isotrope.

Dans les écoulements de grille homogènes et isotropes, en convection forcée comme il est fait en général dans plusieurs études, on constate que les fluctuations de vitesse et de température augmentent juste derrière la grille jusqu'à atteindre un maximum et décroissent par la suite. Ce qui nous intéresse dans ce travail c'est de vérifier si c'est le cas pour notre configuration.

La turbulence de grille a fait et continue de faire l'objet de nombreuses recherches en turbulence, elle a constitué par le passé un cadre idéal pour la compréhension et la modélisation des phénomènes d'écoulements turbulents. En convection forcée c'est dans des souffleries qu'est réalisé ce type d'écoulement. Beaucoup d'études à l'exemple de Comte-Bellot et Corrsin [88] utilisent des souffleries avec des parois latérales contractées pour améliorer l'isotropie de l'écoulement en amont. Les fluctuations thermiques sont généralement produites en imposant un gradient de température moyen en aval de la grille de turbulence. Parfois c'est la grille, différentiellement chauffée et placée perpendiculairement à l'écoulement qui impose le gradient de température.

La décroissance d'une turbulence de grille pour un écoulement homogène et isotrope avec ou sans chauffage continue d'être la référence de base pour le développement de nombreuses théories et modèles de turbulence. Parmi les pionniers de ces développements, on citera : Batchelor [74], Corrsin [89] et al., Mills et al. [90,91], Warhaft et Lumley [92], et Sirivat et Warhaft [93]. Les travaux de ces auteurs ont été repris par un certain nombre d'auteurs (e.g. George [94], Gibson et Dakos [95], et plus récemment Lavoie et al. [96], Antonia et al. [97], Lee et al. [98]). La dépendance des conditions initiales telles que le nombre de Reynolds, le maillage de la grille, sa solidité, sa forme et la rugosité de sa surface sont clairement identifiées dans l'étude menée par Ertunc et al. [99]. Néanmoins, les valeurs des énergies cinétiques et thermiques exprimées par  $\langle k^2 \rangle$  et  $\langle \theta^2 \rangle$  déterminées à partir des mesures en turbulence de grilles uniformément chauffées varient fortement d'une expérience à l'autre, certainement à cause des conditions initiales de génération de l'écoulement, comme le chauffage. Pour réduire significativement cette dépendance Sirivat et Warhaft [93], proposent de placer une rangée de fils fin chauffés suffisamment loin de la grille dynamique. Leur étude est la référence de base pour ce type d'écoulement.

Par ailleurs, il est important de rappeler que même pour les récents progrès sur la modélisation de la turbulence (e.g. Viswanathan et Pope [90]), la température a été considérée comme « passive », sans aucun effet dynamique sur l'écoulement. L'effet de la force de flottabilité est par voie de conséquence négligé. En effet, parmi les études consultées, nous avons constaté que les gradients de température sont choisis assez faibles de sorte que l'effet des forces de flottabilité demeure négligeable. Ce qui n'est pas le cas de cette étude où la flottabilité est la source du mouvement.

### 3.4 Caractérisation d'une turbulence de grille en convection naturelle

#### 3.4.1 Intensité et isotropie de cette turbulence dynamique

Il est important de rappeler que même si l'écoulement étudié est unidirectionnel en moyenne la turbulence transversale n'est pas négligeable. Nous considérerons ici que les fluctuations transversales  $w$  et  $v$  sont identiques, et nous ne présenterons que l'évolution des intensités de la turbulence des vitesses  $U$  et  $W$ . Ces intensités sont définies par :

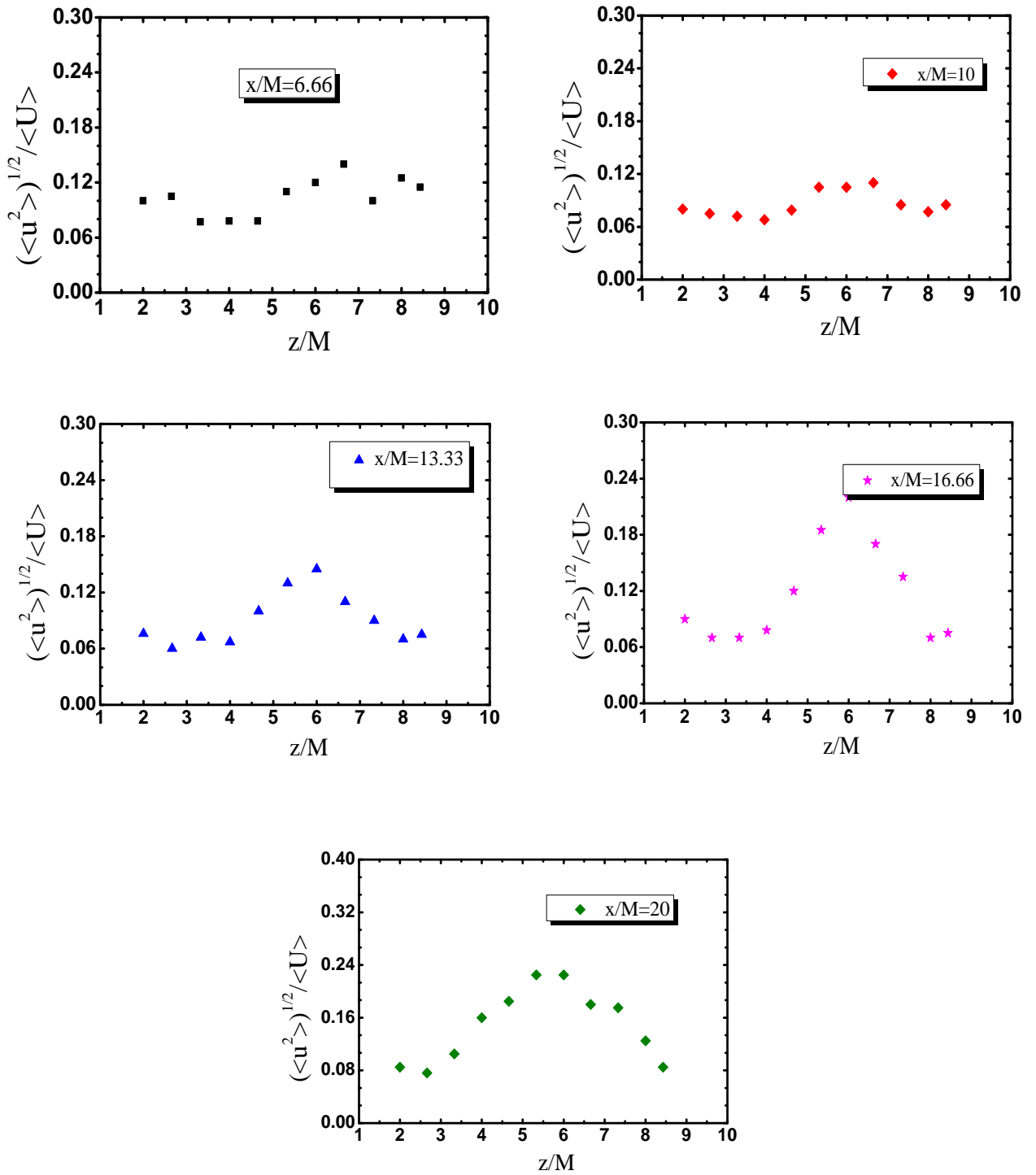
$$I_u = \langle u^2 \rangle^{1/2} / \langle U \rangle$$

$$I_w = \langle w^2 \rangle^{1/2} / \langle U \rangle$$

Les **figures 3.9, 3.11 et 3.12** montrent les profils transversaux (selon  $z$ ) des intensités longitudinales et transversales de la turbulence de l'écoulement. Sur ces figures, nous notons que quel que soit la distance en aval, les intensités de l'énergie cinétique de la turbulence augmentent dans la zone centrale de l'écoulement. Le gradient de vitesse est plus important dans la zone centrale de l'écoulement. (Cf. à **Fig. 3.6**). On sait que la turbulence est produite dans les zones de fluide où les gradients de vitesse sont importants. Il y a dans cette zone un échange évident d'énergie entre le champ moyen et le champ turbulent, et la perte de l'énergie du champ moyen (due au cisaillement) est transformée en énergie de turbulence.

L'évaluation la plus simple de l'anisotropie des grandes échelles est obtenue en faisant le rapport entre le r.m.s. de la composante longitudinale de la vitesse moyenne et celui de la composante transversale. Ce rapport est parfois appelé facteur d'isotropie. Malgré la dispersion des données illustrée sur la figure **3.13 (a)**, la valeur moyenne du facteur d'isotropie est proche de 1,15 (ligne verte). Cette valeur est comparable à la valeur 1,2 trouvée dans le cas classique de la turbulence de grille, en canal à parois non contractées (eg. Comte-Bellot). Nous pouvons alors confirmer le rôle joué par la flottabilité dans l'anisotropie des écoulements turbulents de convection naturelle. **La figure 3.13 (b)** représente l'évolution du facteur d'anisotropie avec l'altitude.

Dans le cas des écoulements forcés, en utilisant un canal à parois contractées, Mohamed et LaRue [91], trouvent une isotropie  $I_u/I_w \approx 1.11$ . Pour les valeurs  $1,2 < \langle u^2 \rangle / \langle w^2 \rangle < 1.5$ , Lavoie [4] montre que la turbulence de grille est considérée comme anisotrope. Après une contraction de 1.36, des parois de sa soufflerie et une réduction de la période de détachement en entourant d'un fil fin, les barres des grilles, il produit une isotropie turbulente de l'ordre de 0.9.



Figures 3.9–Profils transversaux de l'intensité de la turbulence longitudinale pour les cinq sections explorées.

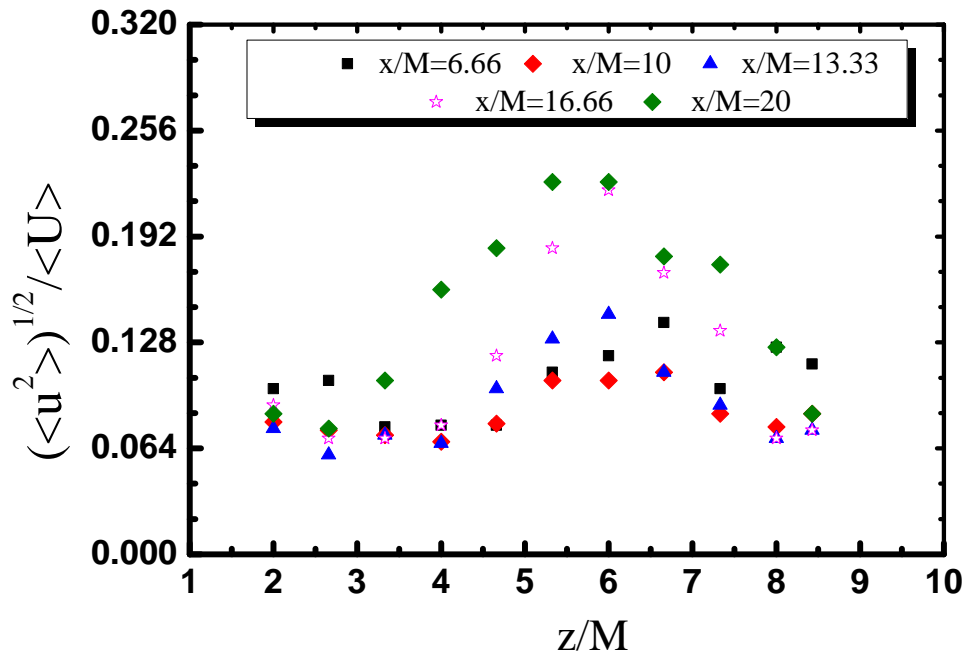


Figure 3.11 – Evolution avec l'altitude des profils transversaux de l'intensité de la turbulence longitudinale

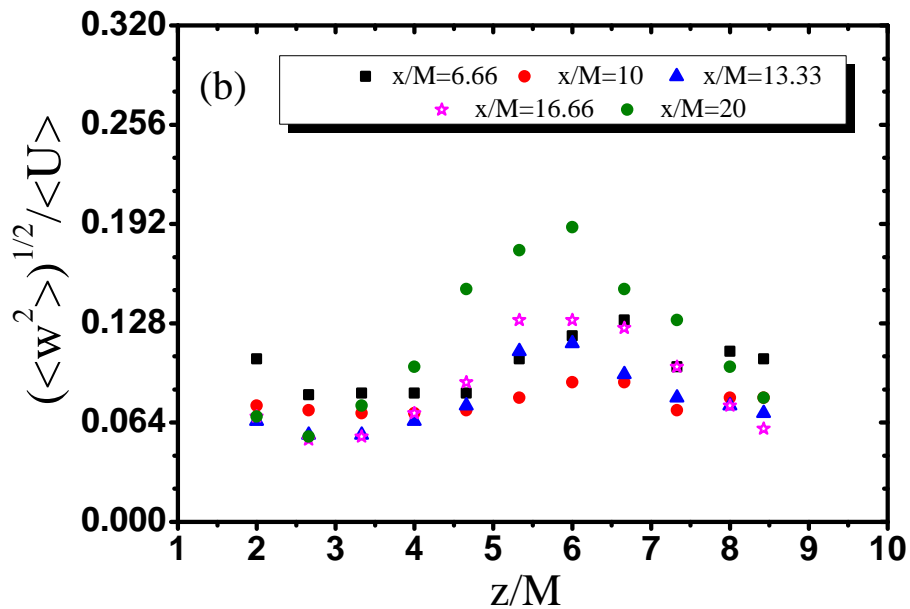
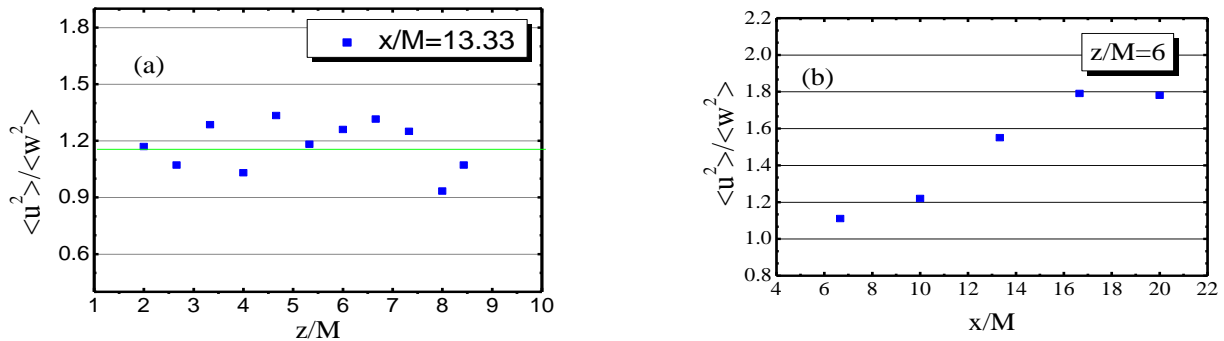


Figure 3.12 – Evolution avec l'altitude des profils transversaux de l'intensité de la turbulence transverse

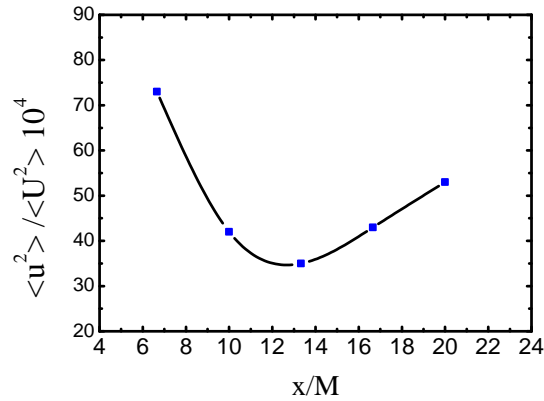


**Figures 3.13**– (a) Evolution transversale du facteur d’isotropie à  $x/M=13.33$ ,  
 (b) évolution longitudinale du facteur d’isotropie à  $z/M=6$

### 3.4.1.1 Évolution longitudinale de la turbulence dynamique de l’écoulement

Nous rappellerons ici que pour comprendre l’évolution moyenne des énergies turbulentes cinétiques et thermiques de l’écoulement étudié, nous avons choisi d’appliquer l’hypothèse de quasi-homogénéité transversale de l’écoulement. Pour cela, chaque valeur moyenne sur une section correspond à l’intégrale de toutes les valeurs sur la ligne de mesure de cette section. Ce qui rend compte d’une situation locale qui aurait été obtenue si l’écoulement était bien homogène sur les plans horizontaux. Elle permet aussi de faire la comparaison entre les résultats présents et ceux de la littérature obtenue en convection forcée où la même méthode a été appliquée.

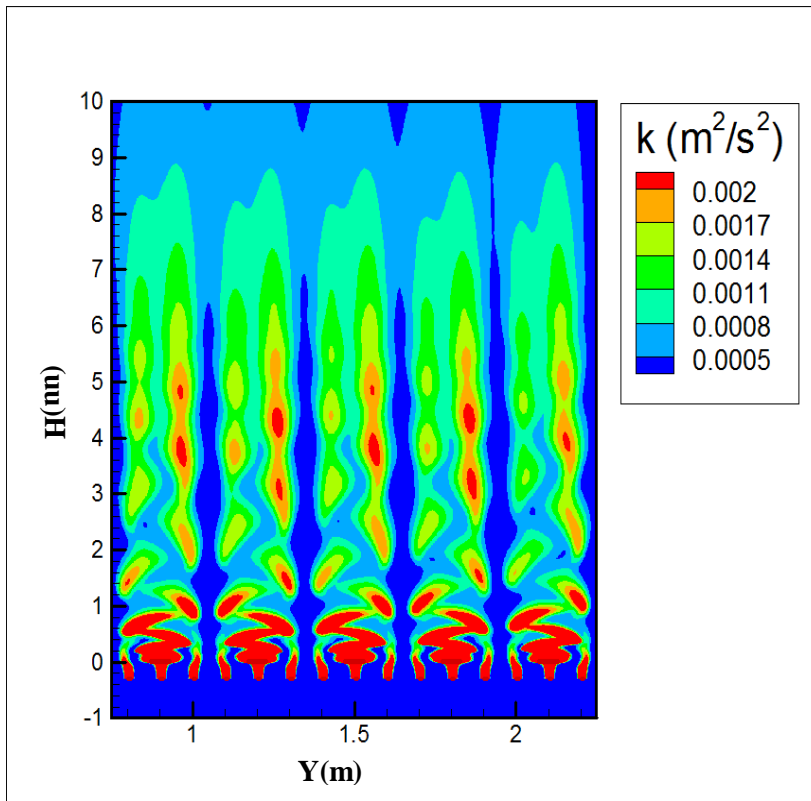
La **figure 3.14** montre l’évolution longitudinale de l’intensité de la turbulence dynamique moyenne de l’écoulement moyen. Nous constatons d’abord un début de désintégration de la turbulence, cependant, au-delà d’une certaine distance  $x > 3m$  en aval de la grille, une légère croissance de la variance de vitesse est observée. Le déclin de la turbulence dynamique habituellement observé en aval de la grille, lorsque la température est prise comme contaminant passif n’est pas retrouvé ici. La turbulence croit au-delà de  $x > 3m$ .



**Figure 3.14** -Evolution avec l'altitude de l'intensité de la turbulence cinétique moyenne longitudinale au voisinage de la ligne médiane du canal ( $z/M=6$ ).

### 3.4.1.2 Essai par simulation numérique de l'écoulement dans la veine de convection

Un essai préliminaire utilisant le logiciel **Fluent (Ansys 5)** à été effectué, dans le but de confirmer ou d'infirmer l'évolution en aval de la grille de l'intensité de la turbulence cinétique obtenue expérimentalement.



**Figure 3.15** –Visualisation numérique de l'évolution axiale de l'énergie cinétique de la turbulence de l'écoulement étudié.

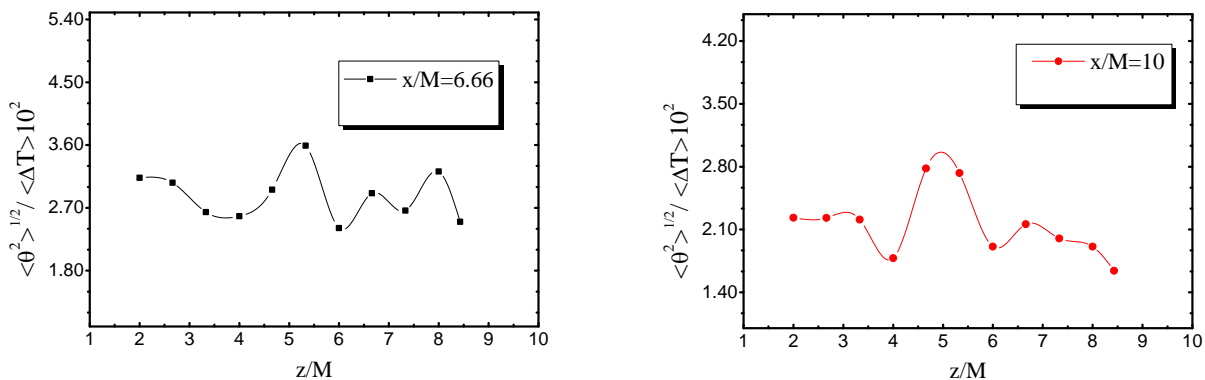
Sur la **Figure 3.15** est illustrée une visualisation numérique de l'évolution de l'intensité de la turbulence dans le canal vertical. Cette représentation confirme le résultat expérimental obtenu sur la croissance de l'énergie turbulente, loin en aval de la veine de convection. Elle montre l'existence des trois zones (cf. Mohamed et al. [73]) de l'écoulement en aval de la grille de turbulence:

- La première zone, juste derrière la grille de turbulence où l'énergie cinétique de turbulence augmente jusqu'à atteindre un maximum
- La deuxième zone où l'intensité de la turbulence décroît. C'est la zone de déclin de la turbulence.
- Enfin, au-delà de 3m, et contrairement à ce qui est habituellement observé en convection forcée, dans notre cas, une croissance de la turbulence est observée.

Nous avons à la suite de cet essai, une vision assez claire de notre écoulement. Cependant, à notre avis, les études de simulations numériques qui abordent ce type d'écoulement doivent modéliser les échanges turbulents ayant lieu à des échelles plus fines que le maillage qu'ils utilisent. Nos mesures pourraient fournir des informations précieuses dans ce contexte. Dans la suite, nous allons nous intéresser aux aspects dynamiques et thermique de cette production de turbulence.

### 3.4.2 Intensité de la turbulence thermique

La **figure 3.16** montre les profils transversaux de l'intensité de la turbulence thermique adimensionnés par le gradient moyen de température ( $\langle \theta^2 \rangle / \langle \Delta T \rangle^2$ ). On note que contrairement à l'intensité de la turbulence de vitesse moyenne, cette distribution n'est pas reproductible. Sur la **figure 3.17** les fluctuations de la température présentent un maximum dans la zone médiane, cependant leur amplitude diminue avec l'altitude. Ce résultat était prévisible car la production de la fluctuation de température tend à diminuer avec la décroissance du gradient de température (Cf. **figure 3.8**).



**Figure 3.16** – Profils de l'intensité (variance) transversale de la température,  $\langle \Delta T \rangle$  est le Gradient de température moyen maintenue constant (9°C) entre l'amont et l'aval des deux

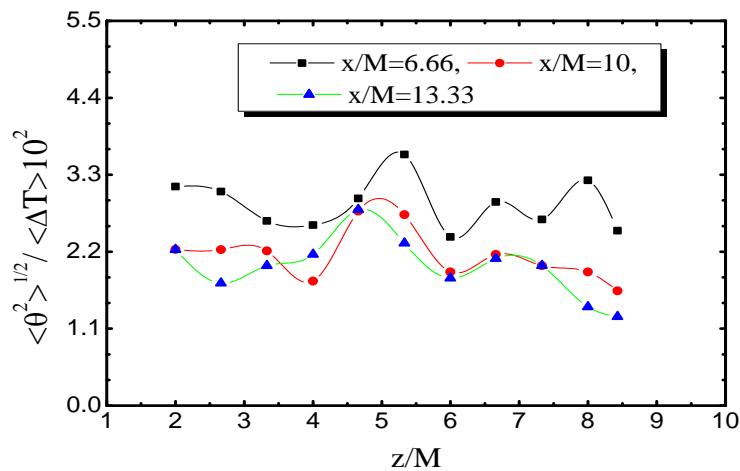


Figure 3.17 – Evolution avec l'altitude des variances transversales de température.

### 3.4.2.1 Évolution longitudinale de la turbulence thermique

Dans la littérature, le transport de la variance de température, considéré comme un contaminant passif, par une turbulence homogène et quasi-isotrope a d'abord été étudié théoriquement par Corrsin [62]. Il conclut qu'un gradient de température transversal et linéaire resterait linéaire lorsqu'il est transporté par un écoulement turbulent homogène. Une telle conclusion a été confirmée expérimentalement par Wiskind [92], Alexopoulos et Keffer [93], Venkataramani et Chevray [94], Sirivat et Warhaft [92]. Les trois premiers auteurs ont rapporté des expériences avec des grilles chauffées. Par contre, Sirivat et Warhaft [94] ont utilisé pour leurs expériences deux types d'écrans chauffés et séparés de la grille génératrice de turbulence. La figure 3.18 reprend les données de ces études sur l'évolution de l'énergie thermique turbulente en convection forcée. Les valeurs de  $\langle \theta^2 \rangle$  représentent les moyennes transversales de la variance de température et  $\langle \beta \rangle$  la valeur moyenne du gradient de température uniforme imposé en aval de l'écoulement turbulent incident.

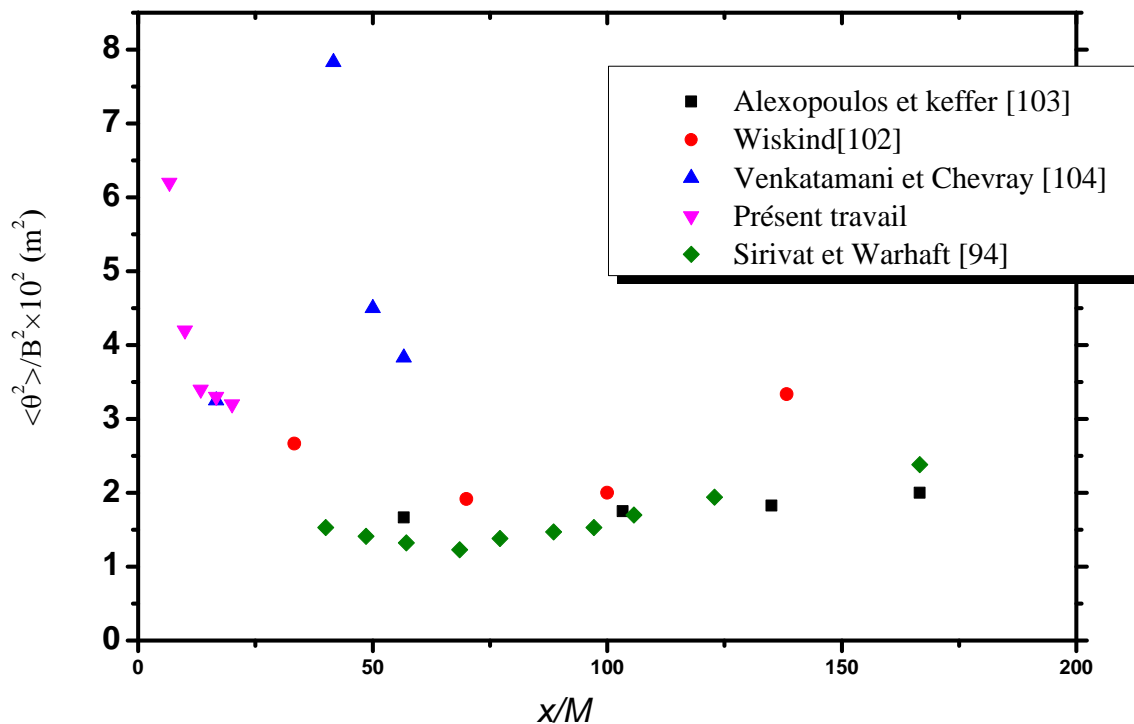
Les expériences menées par Venkataramani et Chevray [94] montrent que pour un gradient de température uniforme  $\langle \beta \rangle$ , la variance  $\langle \theta^2 \rangle$  augmente jusqu'à une valeur maximale d'environ 40 longueurs de la maille de la grille ( $x/M = 40$ ). Cette variance diminue en aval du canal de la soufflerie utilisée. Il est à noter que dans leur cas, la zone en aval explorée, ne s'étend que sur une distance correspondant à  $x/M = 50$  seulement.

Wiskind [92], Alexopoulos et Keffer [93] ainsi que Sirivat et Warhaft [94], ont montré qu'après une distance d'environ  $x/M = 50$  et sur une longueur de  $50 < x/M \leq 150$  une croissance de la variance  $\langle \theta^2 \rangle$  moyennée par  $\langle \beta^2 \rangle$  est observée.

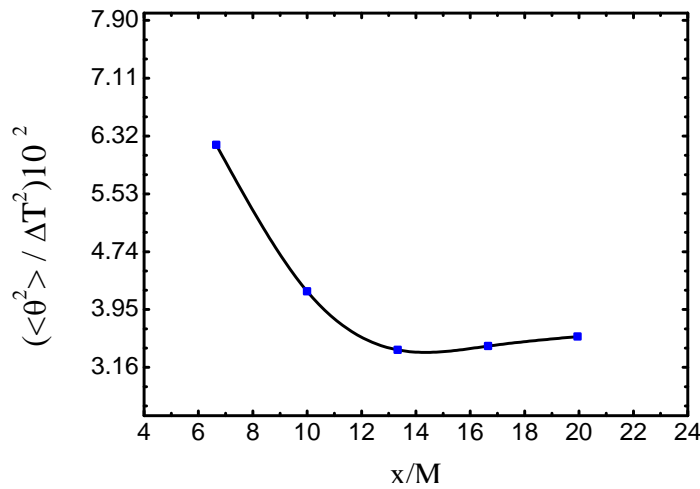
La raison de la grande dispersion de ces données, réside probablement dans la méthode utilisée pour générer la turbulence thermique. En effet, la méthode utilisée pour créer du gradient de température en utilisant des barres chauffées de manière différentielle produit également une variance de température initiale.

Sur la **figure 3.19** est présentée l'évolution longitudinale de l'intensité de la turbulence thermique moyenne de l'écoulement présent. Nous constatons un début de désintégration de la turbulence thermique. Cependant, au-delà de 3 m en aval de la grille une légère croissance de la variance thermique est observée. L'énergie thermique turbulente augmente et le déclin de la turbulence habituellement observé en aval de la grille en convection forcée lorsque la température est prise comme contaminant passif n'est pas retrouvé ici.

Nous soulignons que l'évolution de la turbulence thermique de l'écoulement présent est présentée à titre comparatif par rapport à ceux de la littérature (**figure 3.18**). Bien qu'il existe une différence entre les valeurs quantitatives, la tendance à la décroissance est conservée.



**Figure 3.18** -Évolution de  $\langle \theta^2 \rangle / \langle B^2 \rangle$  avec l'altitude, d'après les expériences menées en convection forcée, ( $B$  est le gradient de température imposé dans le sens de l'écoulement). Données extraites de Sirivat et Warhaft [93].



**Figure 3.19**—Evolution longitudinale de la variance de température sur la ligne médiane du canal à  $z/M=6$ .

### 3.5 Conclusion

Les résultats de l'exploration expérimentale de la veine de convection sont exposés. Ils concernent la zone où la turbulence est considérée comme pleinement établie ( $x \geq 2 m$ ). L'analyse de ces résultats expérimentaux montre une certaine analogie, mais aussi des différences entre la structure de l'écoulement de convection libre étudiée et celle de la convection forcée habituellement rencontrée dans la littérature.

L'écoulement moyen de convection naturelle qui se produit dans le canal vertical chauffé par le bas est unidirectionnel en moyenne, stationnaire et vertical. Il présente une asymétrie transversale due aux conditions initiales qui ont un impact persistant sur toute la longueur du canal. Par ailleurs, on constate aussi, que :

- Les profils transversaux de la vitesse moyenne sont inhomogènes.
- Une légère inhomogénéité transversale des profils de température moyenne a été notée.
- L'intensité de la turbulence de vitesse présente une légère anisotropie.
- Le déclin de l'énergie cinétique turbulente associé à la turbulence de grille en convection forcée n'est pas retrouvé. Au-delà d'une distance de 4m en aval de la grille, nous constatons que :
- l'intensité de l'énergie cinétique turbulente croît nettement en aval de la grille,
- l'intensité de l'énergie thermique turbulente présente une légère croissance.

La similitude relevée dans la croissance des deux énergies cinétique et thermique de la turbulence en aval de la grille montre que les champs de vitesse et de température sont fortement couplés en convection libre turbulente.

Dans la suite de ce manuscrit une analyse des bilans d'énergies cinétiques et thermiques de la turbulence sera menée au chapitre IV afin de comprendre les raisons de cette croissance.

## **CHAPITRE IV**

### **Modèle physique et mathématique – Analyse expérimentale des bilans**

## Chapitre IV

### Modèle physique et mathématique

#### – Analyse expérimentale des bilans

#### 4 Introduction

Le présent chapitre est dédié à l'orientation du développement théorique des équations de Navies-Stokes (NS) propre à l'écoulement étudié et son application dans l'analyse de l'évolution particulière de ses champs turbulent, dynamique et thermique.

Avant de poser le problème dans le cadre de son application à l'analyse expérimentale de l'écoulement turbulent de convection libre étudié nous serons amenés à introduire et à justifier les concepts physiques de base nécessaires à cette analyse.

En premier lieu, nous passerons en revue les différentes approches de la littérature, par la suite, nous introduirons en les justifiant certaines définitions et hypothèses nécessaires à cette analyse.

#### 4.1 Les différentes approches de la littérature

Les équations statistiques rattachées à l'étude des écoulements turbulents, résultent d'un traitement statistique, des équations générales de la mécanique des fluides et de la thermodynamique. Elles fournissent pour les écoulements turbulents une description mathématique de l'évolution des grandeurs physiques, instantanées et en moyenne statistique. Elles ont d'abord été données par Boussinesq en 1877 ensuite par Reynolds en 1883, qui a introduit la décomposition qui depuis porte son nom. Cette décomposition consiste pour chaque grandeur physique instantanée à isoler une première partie qui est sa moyenne dans un certain volume et une seconde partie appelée fluctuation qui mesure l'écart à la moyenne de la grandeur instantanée.

La prise en compte de la compressibilité quelle que soit son origine accroît sensiblement la complexité déjà élevée des bilans de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Des non linéarités supplémentaires provenant des corrélations avec la fluctuation de la masse volumique apparaissent. Les tensions de Reynolds deviennent plus complexes. Pour faire face

à cette difficulté, diverses orientations ont été proposées correspondant à autant de voies d'observation différentes.

La décomposition statistique, des moyennes pondérées par la masse volumique dite de Favre (e.g. Favre et al. [95]), est fréquemment utilisée pour la simulation numérique des écoulements turbulents compressibles. Cette décomposition a été généralisée et étendue par plusieurs auteurs. Ces équations ont une forme simple et une signification physique claire. Ha Minh, Launder et Mc Innes [96], suivent Favre sur cette voie, mais ils distinguent la vitesse de convection de celle de la quantité de mouvement. Chassaing [97] a également apporté sa contribution à ce type d'approche, il considère que seule la vitesse moyenne est responsable du transport. Rey [98] signale que l'introduction de variables physiques aléatoires, non centrées limite l'analyse statistique et se prête assez mal à l'analyse expérimentale où on ne sait réaliser que les moyennes de Reynolds. En effet, cette décomposition se prête mieux à l'analyse expérimentale et fait intervenir explicitement dans les modèles les flux turbulents, alors que dans la décomposition de Favre, ces flux n'apparaissent pas explicitement, ils sont cachés dans les grandeurs moyennes et il n'est pas évident de suivre leur évolution.

Il convient de noter que seule la décomposition de Reynolds est appliquée dans notre travail.

#### 4.1.1 L'approximation et le modèle de Boussinesq

Dans un écoulement de convection naturelle, les variations de densité sont à l'origine du mouvement. L'ensemble des équations du mouvement et de l'énergie sont mutuellement couplées. Suivant l'orientation de chaque étude, souvent nous sommes amenés à des considérations simplificatrices de ces équations. Les écoulements sont décrits en utilisant une trame d'équations théoriques issues de l'approximation, Boussinesq [99] et Oberbeck [19], justifiées pour les liquides et non pour les gaz.

En effet, l'approximation de Boussinesq permet de simplifier les équations de Navier-Stokes en admettant notamment que les effets de dilatation du fluide ne jouent un rôle important que dans le calcul de la force de flottabilité. De nombreux auteurs ont donné des critères de validité du modèle de Boussinesq. En particulier Gray et Giorgini [111] qui ont montré que cette approximation est bien adaptée à la prévision des écoulements de convection naturelle dans la limite des faibles gradients de température et de faibles effets de compressibilité. Ils énoncent l'approximation de Boussinesq comme suit :

1. La masse volumique est supposée constante exceptée dans l'écriture des forces directement responsables de la convection, comme la force d'Archimède.
2. Toutes les autres propriétés physiques du fluide ( $\alpha, C_p, \mu, \beta$ ) sont supposées rester constantes.
3. La dissipation de chaleur due à la viscosité du fluide est négligeable. En d'autres termes, la dissipation visqueuse de l'énergie mécanique est négligeable dans le bilan de l'énergie interne.

Gray et Giorgini [111] ont étudié les domaines de validité de l'approximation de Boussinesq pour les écoulements de convection naturelle. En effectuant un développement de Taylor à L'ordre 1, ils donnent les variations des propriétés thermo physiques en fonction de la température :

$$\left. \begin{aligned}
 \rho &= \rho_r(1 + \beta_r(T - T_r)) \\
 c_p &= c_{pr}(1 + a_r(T - T_r)) \\
 \mu &= \mu_r(1 + c_r(T - T_r)) \\
 \beta &= \beta_r(1 + e_r(T - T_r)) \\
 \alpha &= \alpha_r(1 + m_r(T - T_r))
 \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

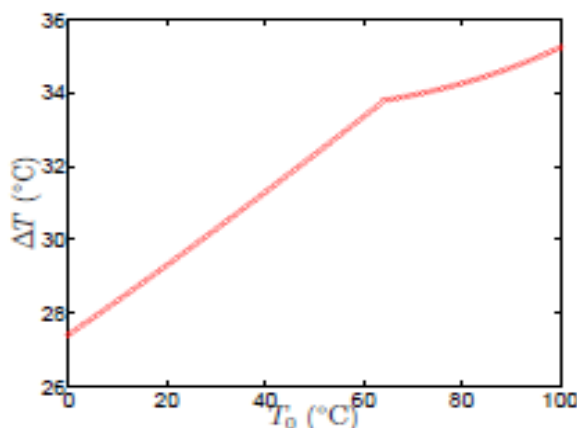
$T_r$ , est la température de l'état de référence aérostatique et adiabatique au repos.

$\beta = - 1/\rho/(\partial\rho/\partial T)_p$ , est le coefficient de dilatation isobare, qui pour un gaz parfait où  $\beta$  est assimilée à:  $\beta = 1/T_0$ .

Si les propriétés thermo physiques ne sont constantes que dans l'écriture des forces responsables de la convection, il revient de négliger l'ordre 1 devant l'ordre 0 sauf pour le terme de poussée d'Archimède où les deux premiers ordres sont conservés devant l'ordre 2, considérant que l'ordre supérieur est négligeable s'il est inférieur à 9 % de l'ordre précédent. Cette hypothèse détermine un écart de température maximal  $\Delta T_0$  dépendant de la température de référence  $T_r$ . En notant  $\Delta T_0$  l'écart de température maximal observé dans l'écoulement et en choisissant un seuil de validité de 9 %, cela revient à fixer l'intervalle de température où l'approximation de Boussinesq est valide à  $|\beta_0 \Delta T_0| \leq 0$ . L'approximation de Boussinesq est alors considérée valable si la température reste en tout point de l'écoulement et à chaque instant dans la gamme  $T_0 \pm \Delta T$ .

Nous pouvons dire que même si cette approximation permet d'aborder les équations de Navier-Stokes, sans perdre le couplage dynamique-thermique dû aux variations de masse volumique, elle demeure assez restrictive sur le plan de la physique. Elle n'est valable que sous certaines conditions en particulier la limite de la validité de cette approximation pour le cas de l'air serait dans les meilleurs des cas  $\Delta T \leq 28,6$  K.

La **figure 4.1** présente ces écarts dans le cas de l'air, pour un écoulement de convection naturelle dans l'air où la température de référence est de 40°C, l'écart de température maximal acceptable est de 31°C.



**Figure 4.1** Evolution en fonction de la température de référence de l'écart de température maximal acceptable pour rester dans le domaine de validité de l'approximation Boussinesq (cas de l'air) Gray et Giorgini [111].

Gray et Giorgini [111] montrent que leur méthode permet de spécifier les conditions sous lesquelles s'applique l'approximation habituelle de Boussinesq dans un liquide ou un gaz Newtoniens. Ils identifient les équations classiques de Boussinesq comme étant des « équations Boussinesq strictes » et introduisent également des « équations Boussinesq étendues ». Dans la version étendue, ils conservent dans l'équation énergétique le « terme du travail de la pression » et le « terme de dissipation visqueux ».

Dans la bibliographie récente, certains auteurs s'interrogent de plus en plus sur la validité des équations de Boussinesq. Il n'y a pas de controverse sur l'équation du mouvement. Cependant, l'ambiguïté sur la version de l'équation de l'énergie est souvent contestée. Du point de vue de la thermodynamique, Pons et Le Quéré [112,113,114], ont rapporté qu'il n'y a pas de bonnes raisons de négliger le travail exercé par le champ de pression hydrostatique et celui généré par la chaleur visqueuse, car ce sont des composantes intrinsèques de la convection naturelle induite par la flottabilité.

Ce point de vue est aussi souligné par Costa [115, 116]. Sur le plan numérique, plusieurs techniques ont été développées pour une meilleure compréhension des écoulements turbulents de convection naturelle (e.g. Fröhlich [117]). Les résultats intéressants d'une simulation numérique directe menée par Barrios [118], dans des cavités montrent la nécessité de travailler en code compressible.

Nous pouvons dire d'après ce qui est présenté, qu'à faible vitesse, les écoulements turbulents de gaz chauffés sont particulièrement difficiles à appréhender parce que la complexité de ces écoulements provient du fort couplage entre les champs dynamiques et thermiques.

Si les variations de densité sont dues à des écarts importants de température, les conditions d'application des hypothèses de Boussinesq ne sont plus valables et de ce fait la prise en compte de l'ensemble des mécanismes liés à la turbulence des écoulements devient encore plus compliquée.

### 4.1.2 Les hypothèses générales nécessaires à l'écriture du présent modèle

Plusieurs informations (voir hypothèses) sont nécessaires pour une meilleure identification des phénomènes physiques qui rentrent en jeu. Des lois de comportement et des relations de modélisation ont été construites pour permettre des simulations physiques de plus en plus fidèles et conformes à la réalité.

Pour établir ces lois et relations, il faut transcrire sous formulations mathématiques les hypothèses physiques liées à l'observation et à l'analyse expérimentale.

#### *La loi d'état*

L'air est supposé se comporter comme un gaz parfait ; c'est-à-dire qu'il existe une relation entre les variables d'état mécanique P (pression) et V (volume) et l'état thermique T de la forme.

L'équation d'état pour l'unité de masse s'écrit :

$$PV = nrT \quad \text{Ou} \quad P = \rho rT \quad (4.2)$$

Avec :  $r = c_p - c_v$  la formule de Mayer.

$r$ , est la constante spécifique des gaz parfaits et  $n$  le nombre de moles.

L'écoulement étudié est de nature subsonique puisqu'un calcul approximatif du nombre de Mach exprimant le rapport entre les forces liées au mouvement et la compressibilité du fluide est ici inférieur à l'unité. Aussi, on considère que les fluctuations de pression rapportées à la pression absolue et les corrélations qu'elles entraînent sont négligeables (cf. à Rey et Rosant [119]).

#### *Les hypothèses de Stokes*

Dans le cadre général de la mécanique des milieux continus fluides, l'air est considéré comme un fluide visqueux à comportement Newtonien. La loi de Newton reliant l'état des contraintes de viscosité en un point à un instant donné à la vitesse de déformation s'écrit :

$$\tau_{ij} = \lambda \vec{\nabla} \vec{U} \delta_{ij} + 2\mu S_{ij} \quad (4.3)$$

$\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients phénoménologiques appelés coefficients de Lamé,  $S_{ij}$  est le tenseur du taux de déformation :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.4)$$

Par ailleurs, l'équilibre thermodynamique impose que les coefficients de Lamé vérifient l'inégalité :

$$3\lambda + 2\mu \geq 0 \quad (4.5)$$

Pour les gaz parfaits monoatomiques, Stokes a vérifié que  $\lambda = -2/3\mu$ , c'est ce qui est connu sous l'hypothèse de Stokes. Par voie de conséquence, on peut écrire les composantes normales des contraintes visqueuses de la façon suivante :

$$\tau_{ij} = \mu \left[ \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right] \quad (4.6)$$

Les viscosités dynamiques  $\mu$  et cinématiques  $\nu$  peuvent varier notablement avec la température. Plusieurs expressions du type  $\mu(T)$  et  $\nu(T)$  sont données dans la littérature cependant, le choix dépend du problème étudié. Pour nos applications nous avons retenu pour  $\nu$  (que l'on utilisera préférentiellement à  $\mu$ ) la relation suivante fournie dans Handbook of Chemistry and Physics :

$$\nu(T) = \bar{\nu}(\bar{T}) = \nu_a + \nu_b \cdot \bar{T}_0 \quad (4.7)$$

Où la viscosité cinématique est choisie comme étant une fonction linéaire de la température.  $\bar{T}_0$  (ou  $\bar{T}_r$ ) est une température de référence. Toutes les corrélations liées à la fluctuation de  $\nu$  sont négligeables.

En outre, la loi des gaz parfaits  $\rho = P/rT$  est utilisée pour déterminer les variations de la densité,  $r$  est la constante des gaz parfaits (parfois notée par  $R$ ).

Dans la pratique expérimentale, parfois, la viscosité dynamique  $\mu$  est déterminée par la **Loi de Sutherland** qui relie la température absolue  $T$  d'un gaz parfait à la viscosité dynamique  $\mu$ . Elle s'exprime comme suit (l'indice « 0 » représente la référence).

$$\mu(T) = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S}$$

Ou encore :

$$\mu(T) = C_1 \frac{T^{3/2}}{T + S} = \frac{\mu_0}{T_0^{3/2}} (T_0 + S)$$

De même, la conductivité thermique sera donnée par :  $\lambda(T) = \frac{\mu(T)\gamma_0}{(\gamma-1)p_r}$ , S est la constante de Sutherland exprimée en degrés Kelvin (K). Sur le tableau suivant sont données, les valeurs de  $\mu_{ref}$ , S, et  $C_1$  pour l'air à  $T_{ref} = 273$  K.

*W. Sutherland, (de "The viscosity of gases and molecular force", Philosophical Magazine, S. 5, 36, pp. 507-531 (1893).*

Gaz	$\mu_{ref}(kg/ms)$	$T_{ref}(K)$	$S(K)$	$C_1(kg/ms \sqrt{K})$
Air	$1.689^{-5}$	273	19.5	$1.4589^{-6}$

Compte tenu des conditions expérimentales de l'étude, nous avons retenu les relations suivantes obtenues après interpolation données sur internet (Handbook of Chemistry and physics).

$$\bar{\nu}(T)[m^2s^{-1}] = -1,157.9^{-5} + 9,074.9^{-8} \cdot \bar{T}_0[K]$$

$$\bar{\alpha}(T)[m^2s^{-1}] = -1,65357.9^{-5} + 1,296.9^{-8} \cdot \bar{T}_0[K]$$

Par exemple pour  $\bar{T}_0 = 302,335$  K,

$$\bar{\nu}(\bar{T}) = \nu_a = 1,583.9^{-5}(m^2s^{-1})$$

$$\text{et } \bar{\alpha}(\bar{T}) = \alpha_a = 1,262.9^{-5}m^2s^{-1}$$

$$C_V = 713 \text{ J Kg}^{-1}K^{-1}$$

$$r = 287 \text{ J Kg}^{-1}K^{-1}$$

$$C_P = 900 \text{ J Kg}^{-1}K^{-1}$$

### ***Les forces de Coriolis***

- Le nombre de Rossby ( $R_\Omega$ ) défini par le rapport des forces d'inertie aux forces d'entraînement de rotation de Coriolis (agissant sur une même particule fluide).

$$R_\Omega = \frac{U}{2\Omega L} \tag{4.8}$$

Où :

$\Omega$ , est la vitesse de rotation de la planète terre,

L, est la longueur caractéristique du l'écoulement,

U, est la vitesse caractéristique de la direction principale de l'écoulement.

Dans notre cas, les forces d'entraînement de Coriolis sont négligeable devant les forces d'inertie par conséquent  $R_\Omega = U/2\Omega L \gg 1$ . Les équations du mouvement seront écrites dans un repère local lié à la terre en négligeant les effets de la rotation, ce qui impose que les forces de volume se réduisent aux forces de gravité. Le système d'axe du repère local orthonormé est indiqué sur la **figure 2.3** sur laquelle sont explicitées les variables d'espace et les composantes de vitesse.

***La loi de Fourier***

La loi empirique du flux de chaleur est due à Fourier, elle indique que le taux de flux de chaleur par conduction dans une direction donnée est proportionnel à la surface normale au sens de propagation du flux de chaleur et au gradient de température dans cette même direction. En négligeant les effets dus aux gradients de concentration et de pression par rapport à ceux résultant du gradient thermique. La loi de Fourier exprime le vecteur densité de flux diffusif de chaleur  $\vec{q}$  par :

$$\vec{q} = - \lambda \cdot \vec{\nabla} T \tag{4.9}$$

$\lambda$ , est le coefficient de conductivité thermique de l'air. Le signe moins assure que le flux de chaleur est bien positif puisque le gradient de température est négatif.

Dans le cas d'une variation importante de la température, c'est la diffusivité thermique définie par  $\alpha = \lambda/\rho c_p$ , qui est choisie. Elle s'exprime comme étant une fonction linéaire de la température.

$$\alpha(T) = \bar{\alpha}(T) = \alpha(\bar{T}) = \alpha_a + \alpha_b \cdot \bar{T}_r \tag{4.9}$$

Les valeurs des paramètres  $\alpha_a$  et  $\alpha_b$  sont tabulées. Pour les faibles écarts de température,  $\alpha = Cte(\alpha_a)$ , pour notre application  $\alpha(\bar{T}) = \alpha_a = 2,23 \cdot 10^{-5} m^2 s^{-1}$

Comme pour  $\nu$  généralement  $\alpha$  ne fluctue pas, et toutes les corrélations liées à la fluctuation de  $\alpha$  sont négligeables.

Pour l'écoulement présent, les développements seront effectués dans un environnement sec, la présence de la vapeur d'eau est ignorée. Enfin, l'air est considéré comme un gaz parfait, constitué d'un seul type de molécules sans énergie intra moléculaire et où toute réaction chimique est exclue.

***Concepts de la statistique de la turbulence***

La décomposition statistique Eulérienne de Reynolds (axiomes de Reynolds), consiste en la décomposition des variables instantanées en une valeur moyenne et une fluctuante centrée :

$$G_i(x_k, t) = \bar{G}_i(x_k) + G_i'(x_k, t) ; \overline{G_i'(x_k, t)} = 0 \quad (4.11)$$

Du point de vue mathématique, les trois méthodes qui sont appliquées au calcul de la moyenne de la quantité  $G_i(x_k, t)$  sont :

- Moyenne temporelle pour une turbulence stationnaire,

$$\bar{G}_i(x_0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \oint_{-T}^{+T} G_i(x_0, t) dt \quad (4.12)$$

- Moyenne spatiale, pour une turbulence homogène,

$$\bar{G}_i(t_0) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x} \oint_{-x}^{+x} G_i(x_k, t_0) dx \quad (4.13)$$

- Moyenne d'ensemble, sur N expériences identiques,

$$\bar{G}_i(t_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G_i(t_0) \quad (4.14)$$

D'après l'hypothèse d'ergodicité, qui affirme qu'à l'équilibre la valeur moyenne d'une grandeur calculée d'une manière statistique est égale à la moyenne d'un très grand nombre de mesures prises dans le temps, on admet que pour une turbulence stationnaire les trois processus de moyenne sont équivalents. Par ailleurs, le processus de moyenne satisfait les propriétés de :

- La linéarité :

$$\overline{\bar{G} + \bar{F}} = \bar{G} + \bar{F}; \overline{Cst. G_i} = Cst. \bar{G}_i ; \overline{\bar{G} \bar{F}} = \bar{G} \bar{F} \quad (4.15)$$

- La commutativité avec les opérateurs de dérivation et d'intégration,

$$\frac{\partial \bar{G}}{\partial s} = \bar{\frac{\partial G}{\partial s}} \quad (4.16)$$

### *Hypothèse de Taylor*

Il revient à Taylor [59] l'idée d'étudier la turbulence homogène et isotrope produite en aval d'une grille par un écoulement de vitesse moyenne uniforme et perpendiculaire au plan formé par la grille. En négligeant les termes de diffusion moléculaire et quadratiques, il montre que l'équation des fluctuations de quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\bar{U}_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \quad (4.17)$$

Cette égalité n'est pas valable à tout instant mais, elle est bien justifiée en moyenne quadratique, ainsi on peut écrire :

$$\frac{\partial \overline{u_i^2}}{\partial t} = \bar{U}^2 \frac{\partial \overline{u_i^2}}{\partial x_k^2} \quad (4.18)$$

Cette relation est l'hypothèse de Taylor, ou encore, le concept de la turbulence " gelée ". Cette hypothèse permet de considérer qu'il y a équivalence entre une fluctuation temporelle en un point et sa valeur spatial instantanée en posant :

$$u(x_0, t) = u(x, t_0) \quad \text{avec} \quad x - x_0 = -\bar{U}(t - t_0) \quad (4.19)$$

Cette hypothèse est correctement vérifiée pour un écoulement de grille mais elle l'est moins en couche limite. L'étude spatio-temporelle sur un écoulement de grille, menée par Boudjema [60] a montré que cette hypothèse est bien vérifiée pour le champ cinématique, elle est cependant mise en défaut pour le champ thermique.

### **4.1.3 Les équations instantanées en convection naturelle**

Conformément aux hypothèses formulées, le développement donné dans ce paragraphe, conduira à l'établissement d'un modèle mathématique et physique donnant les équations statistiques du mouvement et d'enthalpie totale de l'écoulement présent. À cause de la non linéarité des équations instantanées pour mieux caractériser notre écoulement, nous décrirons son l'évolution des champs moyens et turbulents, en utilisant la décomposition de Reynolds dans le cas d'un écoulement turbulent chauffé.

Généralement, pour une situation quelconque d'écoulement dont on n'a pas d'information a priori, on doit appliquer les équations de Navier-Stokes complètes. Les écoulements en régime turbulent obéissent aux équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et d'énergie. Le point de départ de la description du mouvement de convection turbulente est de prendre l'ensemble complet des équations d'écoulement compressibles qui ne sont autres que les équations générales de Navier-Stokes régissant la mécanique des fluides compressibles données ci-dessous. Sans oublier de tenir compte du couplage vitesse

température et de la variation des propriétés physiques avec la température. En effet il est important de rappeler que si l'écoulement est incompressible l'équation d'énergie est découplée de l'équation de la quantité de mouvement.

Ce modèle régit aussi bien les mouvements de l'air à l'échelle atmosphérique, les mouvements océaniques, que les écoulements dans les systèmes industriels comme les turbomachines, les centrifugeuses et bien d'autres écoulements où la masse volumique peut varier.

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial U_j}{\partial x_j} &= 0 \\
 \rho \frac{dU_i}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \rho g \delta_{i3} + \mu \frac{\partial \Gamma_{ij}}{\partial x_j} + \Gamma_{ij} \frac{\partial \mu}{\partial x_j} \\
 \rho C_P \frac{dT}{dt} &= \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \lambda}{\partial x_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} \\
 \text{Avec} \\
 \Gamma_{ij} &= \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_K}{\partial x_K}
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Le modèle de} \\ \text{Navier-Stokes} \end{array} \quad (4.20)$$

Plus d'un siècle plus tôt, Oberbeck [19] et Boussinesq [99] ont établi le modèle Oberbeck – Boussinesq, qui a été très utile pour la modélisation de la convection naturelle entraînée par la flottabilité,

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial U_j}{\partial x_j} &= 0 \\
 \frac{dU_i}{dt} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_i} - g(1 + \beta_0(T - T_0))\delta_{i3} + \nu_0 \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \\
 \frac{dT}{dt} &= \alpha_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2}
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Le modèle Oberbeck-} \\ \text{Boussinesq} \end{array} \quad (4.21)$$

Dans ce modèle de Oberbeck-Boussinesq, sont négligés les effets thermiques du travail des forces de pression et de la chaleur engendrée par la friction visqueuse. Il est cependant largement utilisé, par exemple par Bejan [120]. Le modèle précédent a été légèrement modifié par Spiegel et Veronis [121], ils l'ont appelé « *Boussinesq thermodynamique (BT)* ». Dans le modèle *BT*, les équations de continuité et de la quantité de mouvement sont exactement les mêmes que celles du modèle de Boussinesq usuel, seule l'équation de la température diffère. Dans cette dernière, les effets thermiques du travail des forces de pression, et de la chaleur engendrée par la friction visqueuse ne sont pas négligés.

Dans la modélisation de nos équations, nous suivrons le même développement que Chalà et Schumacher [122] pour donner les critères de validité de cette approximation dans le cas des écoulements de convection turbulente. Ces auteurs énumèrent les conditions nécessaires pour que l'équation de continuité soit décrite suivant l'hypothèse de Boussinesq.

La densité de masse  $\rho(T, P)$  est reliée à la pression et à la température par l'équation d'état qui pour un gaz parfait s'écrit :  $P = \rho RT$ , avec  $r$  (ou  $R$ ) =  $287 \text{ J k}^{-1} \text{ Kg}^{-1}$  la constante de l'air sec. A partir de la différentielle totale on peut avoir :

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}}_{\text{Compression/expansion}} + \underbrace{\frac{1}{T} \frac{dT}{dt}}_{\text{dilatation/contraction}} \quad (4.22)$$

Dans le cas de l'air (assimilé à un gaz parfait monoatomique), l'équation quasi-statique pour une compression adiabatique réversible s'écrit :  $P/\rho^\gamma = Cte$ , où  $\gamma$  est le rapport des chaleurs massiques à pression et à volume constant est ( $C_p/C_v$ ). L'équation du bilan de masse est donnée par :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \vec{\nabla} \vec{U} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \quad (4.23)$$

L'opérateur  $d()/dt$  représente la dérivée particulière en suivant le mouvement du fluide :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + U_i \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (4.24)$$

On peut écrire dans ce cas :

$$\frac{d}{dt}(\ln P) = \gamma \frac{d}{dt} \ln \rho = \gamma \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{C_v}{C_p} \frac{d}{dt}(\ln P) \quad (4.25)$$

Le bilan de masse peut s'écrire sous une forme adimensionnelle (Cf. Chalà et Schumacher [122]) :

$$-\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial \tilde{x}_i} = \frac{U_0^2}{C_s^2} \left[ \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} + \tilde{U}_h \tilde{\nabla}_h \right] \ln \tilde{P} + \frac{C_v}{C_p} \frac{H}{L_z} \tilde{U}_z \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} (\ln \tilde{P}) \quad (4.26)$$

Où :  $C_s = \sqrt{C_p r T / C_v}$  est la vitesse du son dans un gaz parfait à température constante, l'indice h représente les termes horizontaux dans le plan. H est l'échelle verticale de convection et  $L_z$  l'échelle de variation de pression (dans le contexte atmosphérique c'est la

hauteur de l'atmosphère). Les auteurs donnent deux simplifications qui peuvent s'appliquer à l'équation générale du bilan de masse :

**Première simplification:** Si la vitesse caractéristique de la convection turbulente est beaucoup plus petite que la vitesse du son (à très faible nombre de mach) alors le premier terme du côté droit de l'équation (26) peut être négligé. C'est ce qui est appelé l'approximation anélastique de la convection thermique. Dans ce cas, la masse volumique devient indépendante du temps, et l'équation du bilan de masse (4.25) ne contient que le transport de la masse uniquement.

$$-\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho} U_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (4.27)$$

Si en plus  $H \sim L_Z$  l'expression adimensionnelle donne :

$$-\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial \tilde{x}_i} = \frac{C_V}{C_P} \tilde{U}_z \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} (\ln \tilde{P}) \quad (4.28)$$

**Deuxième simplification :** Si en plus  $H \ll L_Z$  alors les deux termes de l'équation sont nuls et l'écoulement de convection est dans ce cas incompressible.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (4.29)$$

Si les deux simplifications sont vérifiées, alors on retrouve le modèle dit de Oberbeck-Boussinesq [99,19], décrivant l'écoulement de convection naturelle à faible température.

## 4.2 Modélisation des équations instantanées de l'écoulement présent

Nous nous intéressons ici à la modélisation des écoulements de gaz en convection libre, pour lesquels de nombreuses questions restent encore posées. Dans le cas général de l'hypothèse du continu (analyse macroscopique) il s'agit de résoudre un système de 6 équations, à 6 inconnues scalaires. Remarquons tout de suite qu'il n'est pas possible de résoudre ces équations si la loi d'état n'est pas explicitée.

Nous reprenons ici les bases physiques de l'établissement des équations en donnant la cohérence nécessaire entre équations et hypothèses simplificatrices. Toutes les équations sont données en grandeurs dimensionnelles, de façon à mieux mettre en évidence les phénomènes physiques explicités ou ignorés. Les diverses hypothèses émises pour l'écriture de ces équations sont :

- Le fluide Newtonien,

- la relation de Stokes vérifiée,
  - sans humidité et sans réaction chimique,
  - l'écoulement moyen est statistiquement stationnaire en moyenne  $\partial(\ )/\partial t = 0$ ,
  - nous nous intéressons à la zone de convection loin des parois,
  - l'axe de l'écoulement est vertical,
- (D'autres simplifications supplémentaires apparaîtront au cours de l'écriture des équations des bilans, elles seront justifiées.)

### 4.2.1 L'équation de la conservation de la masse

La vitesse de l'air est beaucoup plus faible que la vitesse du son; le nombre de Mach est estimé dans ce cas à  $Ma = 2 \cdot 10^{-3}$ , l'écoulement est considéré comme subsonique, par conséquent la première simplification donnée par Chalà et Schumacher [122] est vérifiée. La convection se produit dans le canal de hauteur  $H$ , l'échelle de variation de la pression étant  $L_z$  qui est dans notre cas égale  $H$ .

Nous pouvons conclure que la deuxième simplification n'est pas vérifiée. On conservera ici le terme de dilatation-contraction lié à la divergence de la vitesse non nulle, l'équation de continuité s'écrit :

$$-\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho} U_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (4.30)$$

En adimensionnel donne :

$$-\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial \tilde{x}_i} = \frac{C_v}{C_p} \tilde{U} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} (\ln \tilde{P}) \quad (4.31)$$

### 4.2.2 L'équation de la quantité de mouvement

Dans le cas général, les mouvements des fluides à comportement Newtonien, en repère Eulérien peuvent être décrits à chaque instant par l'équation de Navier-Stokes où tous les termes agissant sur une particule fluide sont par unité de volume :

$$\rho \underbrace{\frac{d\vec{U}}{dt}}_{(1)} = \underbrace{\vec{f}_V}_{(2)} - \underbrace{\overrightarrow{grad} P}_{(3)} + \underbrace{\overrightarrow{div} \vec{\tau}}_{(4)} - \underbrace{2\rho \vec{\Omega} \times \vec{U}}_{(5)} \quad (4.32)$$

- (1) les forces d'accélération en suivant le mouvement du fluide,
- (2) les forces de volume,
- (3) les contraintes de pression,
- (4) tenseur des taux de déformation,
- (5) les forces de Coriolis, négligées selon les hypothèses de départ.

$$\rho \underbrace{\frac{d\vec{U}}{dt}}_{(1)} = \rho \underbrace{\vec{g}}_{(2)} - \underbrace{\overrightarrow{grad} P}_{(3)} + \underbrace{\overrightarrow{div} \bar{\tau}}_{(4)} \quad (4.33)$$

L'écoulement est un écoulement de convection naturelle, les forces de volume se réduisent à la force de la pesanteur :  $\vec{f}_V = \rho \vec{g}$  avec  $f_{Vi} = -\rho g \delta_{i1}$ .  $\bar{\tau}$  Est le tenseur des contraintes visqueuses. L'équation précédente s'écrit :

$$\rho \frac{dU_i}{dt} = -\rho g \delta_{i1} - \frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.34)$$

Où,  $\tau_{ij}$  Représente les composantes du tenseur des contraintes visqueuses d'un gaz newtonien aux propriétés physiques constantes :

$$\tau_{ij} = \mu \left[ \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right]$$

Pour l'écoulement étudié, on écrira les équations en suivant la méthode de Gray et Giorgini [111], pour les écoulements de convection naturelle. Rigoureusement, le travail des forces de la flottabilité est lié à un champ adiabatique au repos. Pour cela, nous supposons que la pression et la masse volumique sont exprimées à partir de l'écart par rapport à un état de référence standard d'un fluide au repos qui dans une atmosphère adiabatique de pression  $P_a$  et de masse volumique  $\rho_a$  est gouvernée par l'équation de l'hydrostatique :

$$g_i \rho_a + \frac{\partial P_a}{\partial x_i} = 0 \quad (4.35)$$

On peut penser que cette relation déduite de  $(+\rho gh = Cte)$  n'est appliquée que pour les fluides incompressibles et non pour les gaz. Mais si le fluide étudié est un gaz à faible pression, il peut être considéré comme un fluide incompressible, l'application de cette relation est alors justifiée.

La relation (4.35) soustraite de l'équation de quantité de mouvement, nous donne :

$$\rho \frac{dU_i}{dt} = -g \delta_{i1} (\rho - \rho_a) - \frac{\partial (P - P_a)}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij}) \quad (4.36)$$

La poussée, force de gravité (terme 2, de l'Eq (4.36)) ne peut donc être exprimée qu'en écrivant le champ des vitesses comme une déviation d'un champ aérostatique au repos dont les grandeurs varient avec l'altitude.

D'autre part, puisque les variations de température ne sont pas importantes et que les variations de la masse volumique sont d'origine thermique, l'équation d'état  $\rho = \rho(T, P)$  est écrite en 1ere approximation sous la forme :

$$\rho = \rho_a - \frac{\rho}{v} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \cdot (T - T_a) + \dots \quad (4.37)$$

Pour l'analyse physique expérimentale, dans le cas des gaz parfaits en première approximation, (approximation isobare) on a :

$$\rho = \rho_a [1 - \beta(T - T_a)] \quad (4.38)$$

$\beta \cong \frac{1}{T_0}$ , où  $T_0 = T_{ref}$  est la température moyenne prise comme référence à la section située à  $x = 2m$  de la grille,  $T_a$  et  $P_a$ , sont la température et la pression prises au même niveau, mais à l'extérieur de la veine d'étude, où l'air est stratifié (au repos en évolution adiabatique). L'équation du bilan de quantité de mouvement se réduit dans ce cas à :

$$\frac{dU_i}{dt} = -g\delta_{i1} \frac{1}{T_0} (T - T_a) - \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial(P - P_a)}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.39)$$

$$\frac{dU_i}{dt} = -\beta(T - T_a)g\delta_{i1} - \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial(P - P_a)}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\nu}{3} \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4.40)$$

### 4.2.3 Équation de conservation de l'énergie

Pour avoir l'évolution de la température d'un écoulement fluide, il est d'usage de résoudre l'équation de l'énergie interne. Dans le cas des gaz, pour une meilleure analyse physique, il est important de rendre explicite le terme du travail des forces de pression, pour cela, l'écriture de l'équation d'énergie sous la forme d'enthalpie totale est dans ce cas préférable.

#### 4.2.3.1 Équation d'enthalpie

L'écoulement est de convection naturelle, l'équation d'énergie est remplacée par l'équation d'enthalpie :  $(e + P/\rho) = h$ , où, « e » désigne l'énergie interne par unité de masse.

En partant de l'équation générale de la chaleur, obtenue à partir du bilan énergétique d'une particule fluide caractérisée par sa variation d'énergie interne (d'après le premier principe de la thermodynamique), on peut écrire :

$$\rho \underbrace{\frac{de}{dt}}_{(1)} = - \underbrace{P \overline{\nabla \cdot \vec{U}}}_{(2)} - \underbrace{\overline{\nabla \cdot \vec{q}}}_{(3)} + \underbrace{E \alpha}_{(4)} + \underbrace{\phi}_{(5)} + \underbrace{R_a}_{(6)} \quad (4.41)$$

Dans cette expression, le taux d'échange de l'énergie interne par unité de volume est égal : au transfert de chaleur par conduction, auquel s'ajoute le transfert dû au travail de la pression, et le travail associé à la dissipation visqueuse. Les termes de l'équation (4.41) sont :

- (1) le taux de variation de l'énergie interne,
- (2) l'apport de chaleur par le travail des forces de pression,
- (3) l'apport de chaleur par conduction thermique,
- (4) l'apport de chaleur latente de vaporisation (l'environnement est considéré sec, ce terme sera négligé),
- (5) l'apport de chaleur par dissipation moléculaire de l'énergie cinétique, (est appelée fonction de dissipation),
- (6) l'apport de la chaleur par rayonnement, (dans notre cas, ce terme est négligeable).

L'équation précédente se réduit à :

$$\rho \underbrace{\frac{de}{dt}}_{(1)} = - \underbrace{P \overline{\nabla \cdot \vec{U}}}_{(2)} - \underbrace{\overline{\nabla \cdot \vec{q}}}_{(3)} + \underbrace{\phi}_{(5)} \quad (4.42)$$

En tenant compte de l'équation de continuité (4.30), de la dérivée particulaire  $\frac{d\rho}{dt}$  on obtient dans le cas stationnaire ( $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ ), l'expression :

$$\frac{d\rho}{dt} = U_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad \text{et} \quad -P \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$$

Par un calcul simple, on obtient :

$$\frac{d(P/\rho)}{dt} = -\frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt}$$

Le terme de pression peut dans ce cas s'écrire :

$$P \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = \rho \frac{d(P/\rho)}{dt} - \frac{dP}{dt} \quad (4.43)$$

L'équation (4.42) devient alors :

$$\rho \frac{de}{dt} = -\rho \frac{d(P/\rho)}{dt} + \frac{dP}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (4.42)$$

L'équation d'enthalpie est de la forme :

$$\rho \frac{d(e + P/\rho)}{dt} = \frac{dP}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (4.44)$$

Ou bien

$$\rho \frac{dh}{dt} = \frac{dP}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (4.45)$$

Comme  $h = f(P, T)$ , la différentielle totale s'écrit :

$$d(h) = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P dT + \left( \frac{\partial h}{\partial P} \right)_T dP \quad (4.46)$$

Avec,  $(\partial h / \partial T)_P = C_p$ ,  $(\partial h / \partial P)_T = 1/\rho (1 - \beta T)$

L'équation d'enthalpie est donc donnée par :

$$\rho \frac{dh}{dt} = \rho C_p \frac{dT}{dt} + (1 - \beta T) \frac{dP}{dt} \quad (4.47)$$

Dans le cas de l'air, ( $\beta = 1/T$ ) l'équation bilan d'enthalpie (h), est s'écrit :

$$\rho \frac{dh}{dt} = \rho C_p \frac{dT}{dt} = \frac{dP}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (4.48)$$

On obtient dans ce cas l'équation,

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho C_p} \frac{dP}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{\rho C_p} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (4.49)$$

A faible vitesse, si les effets de la dissipation visqueuse sont ignorés, et si l'on tient compte du travail des forces de pression, l'équation (4.49) devient :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho C_p} \frac{dP}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (4.50)$$

Si en outre, l'écoulement est incompressible, on retrouve l'équation de température du modèle Boussinesq :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (4.51)$$

#### 4.2.3.2 Équation de l'énergie cinétique

L'équation du bilan de l'énergie cinétique est obtenue en multipliant l'expression de l'équation dynamique par  $U_i$  :

$$\rho \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} U_i^2 \right) = -U_i \rho g \delta_{i1} - U_i \frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} + U_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.52)$$

$$\left( -U_i \frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} = \frac{\partial P}{\partial t} \delta_{ij} - \frac{dP}{dt} \right)$$

$$\rho \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} U_i^2 \right) = -\rho g U_i \delta_{i1} + \frac{\partial P}{\partial t} \delta_{ij} - \frac{dP}{dt} + U_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.53)$$

L'écoulement est supposé unidirectionnel et stationnaire en moyenne ( $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$ ), les forces de volume se réduisent à la force de pesanteur l'équation (4.52) devient :

$$\rho \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} U_i^2 \right) = -\rho g U_3 - \frac{dP}{dt} + U_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.54)$$

### 4.2.3.3 Équation d'enthalpie totale

L'enthalpie totale par unité de masse est donnée par  $h + \frac{1}{2}U_i^2$  l'équation du bilan d'enthalpie totale pour un écoulement d'air chauffé, ascendant turbulent, Newtonien avec les conditions de Stokes s'écrit :

$$\rho \frac{d}{dt} \left( h + \frac{1}{2} U_i^2 \right) = -\rho g U_1 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_i \tau_{ij}) \quad (4.55)$$

On remarque qu'avec cette écriture le terme de pression est implicite, il n'apparaît plus comme une variable du système, ce qui permet de contourner une difficulté majeure pour la modélisation des termes de pression.

## 4.3 Modélisation des équations statistiques de l'écoulement présent

Quand la turbulence est pleinement développée, il est universellement admis qu'une description statistique de la turbulence est nécessaire pour expliquer le comportement et l'évolution des systèmes physiques (macroscopique) à partir des caractéristiques de leurs constituants (microscopiques).

Les données expérimentales de notre écoulement présentent d'importantes fluctuations de vitesse et de température. Ces fluctuations jouent un rôle crucial dans la physique du phénomène étudié. Pour établir les équations de ces fluctuations et comprendre leur évolution, nous introduisons dans les équations fondamentales qui régissent l'écoulement, les axiomes de Reynolds, en décomposant chaque variable en la somme de sa valeur moyenne temporelle et de sa fluctuation.

Rappel des axiomes de Reynolds :

$$U_i = \bar{U}_i + u_i ,$$

$$P = \bar{P} + p ,$$

$$T = \bar{T} + \theta ,$$

$\bar{U}_i, \bar{P}, \bar{T}$  , sont les composantes moyennes et  $u_i, p, \theta$  , sont les composantes fluctuantes. Nous avons évidemment  $\bar{u}_i = 0, \bar{p} = 0, \text{ et } \bar{\theta} = 0$

Pour décrire les champs moyens de vitesse et de température, nous allons extraire des équations fondamentales données précédemment, le système d'équations qui régit l'évolution des grandeurs moyennes. Nous introduisons ensuite la décomposition de Reynolds dans les équations de l'écoulement, puis nous effectuons la moyenne sur ces dernières afin d'obtenir les équations des grandeurs moyennes.

### 4.3.1 Équations bilans du mouvement moyen

Pour plusieurs problèmes de convection thermique, il est bien connu qu'à faible température les variations des propriétés thermophysiques s'avèrent plutôt dépourvus d'intérêt (cf. Gray et Giorgini [111]). Elles sont supposées constantes et calculées à une température de référence  $T_0$ . Il est aussi justifié de considérer que les fluctuations relatives de la masse volumique sont négligeables devant l'unité (cf. à Rey et Rosant [119]). L'équation bilan de quantité de mouvement (4.40) établie précédemment:

$$\frac{dU_i}{dt} = -\beta(T - T_a)g\delta_{i3} - \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial(P - P_a)}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\nu}{3} \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4.40)$$

L'équation bilan du mouvement moyen s'obtient en moyennant l'équation (4.40) selon l'axiome de Reynolds :

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}}_{(1)} = - \underbrace{\beta(\bar{T} - \bar{T}_a)g\delta_{i3}}_{(2)} - \underbrace{\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial(\bar{P} - \bar{P}_a)}{\partial x_i}}_{(3)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{4}{3} \nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \right)}_{(4-5)} \quad (4.56)$$

L'écoulement présent est supposé stationnaire et unidirectionnel en moyenne, la projection de l'équation (4.56) selon la direction de l'écoulement donne :

$$\underbrace{\bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x}}_{(1)} = - \underbrace{g \frac{1}{\bar{T}_0} (\bar{T} - \bar{T}_a)}_{(2)} - \underbrace{\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial(\bar{P} - \bar{P}_a)}{\partial x}}_{(3)} + \frac{4}{3} \nu \underbrace{\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x^2}}_{(4)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \bar{u}\bar{u}}_{(5)} \quad (4.57)$$

La corrélation  $\bar{u}\bar{u}$  apparaît comme une inconnue supplémentaire. Nous verrons dans la section suivante que ces corrélations apparaissent également, dans les équations du mouvement fluctuant. Les termes de 1 à 5 représentent respectivement :

- (1) les forces d'inertie,
- (2) les forces extérieures,
- (3) les forces de pression,
- (4) les forces de viscosité moléculaire,

(5) le dernier terme représente l'expression cinématique de la divergence des contraintes turbulentes dites tensions de Reynolds. Ce terme traduit l'influence du champ turbulent sur le champ moyen.

#### 4.3.1.1 La pression moyenne dans le canal

Nous soulignons que si on néglige les termes de viscosité loin des parois, hormis le terme de pression qui peut être déduit du bilan, tous les autres termes de l'équation sont déterminés expérimentalement voir tableau suivant :

**Tableau 4.2-** Estimations des pressions moyennes sur l'axe du canal.

x(m)(distance à la grille)	2	3	4	5	6
$\bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$-2,9 \cdot 10^{-3}$	$-1,2 \cdot 10^{-2}$	$-1,4 \cdot 10^{-2}$
$-g \frac{1}{\bar{T}_a} (\bar{T} - \bar{T}_a)$	-0,326	-0,313	-0,307	-0,295	-0,285
$-\frac{\partial \bar{u}\bar{u}}{\partial x}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$4,3 \cdot 10^{-4}$	$-9,6 \cdot 10^{-4}$	$-1,8 \cdot 10^{-4}$	$-2,0 \cdot 10^{-3}$
$-\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial (\bar{P} - \bar{P}_a)}{\partial x}$	0.327	0.311	0.305	0.283	0.273

Dans ce cas, le terme de gravité domine, la majorité des autres termes de l'équation (4.57) et on peut écrire :

$$\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial (\bar{P} - \bar{P}_a)}{\partial x} \sim -g \frac{1}{\bar{T}_a} (\bar{T} - \bar{T}_a) \quad (4.58)$$

Dans la littérature, jusqu'à présent, les études sur la convection naturelle en canal vertical ont toujours considéré que l'écoulement en sortie du canal était assimilable à celui d'un jet en atmosphère libre. En 1982, Penot et Dalbert [123] ont été les premiers à introduire la notion de pression motrice  $P_m$  dans le canal ( $P_m = P + \rho g x$ ) et à considérer une dépression en entrée du canal due à l'écoulement de convection naturelle. Cette dépression en entrée peut être calculée à partir de l'équation de Bernoulli sur une ligne de courant de l'écoulement entre l'entrée et un point du fluide immobile loin à la sortie :

$$\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial \bar{P}_m}{\partial x} \sim -g \beta \Delta T \quad (4.59)$$

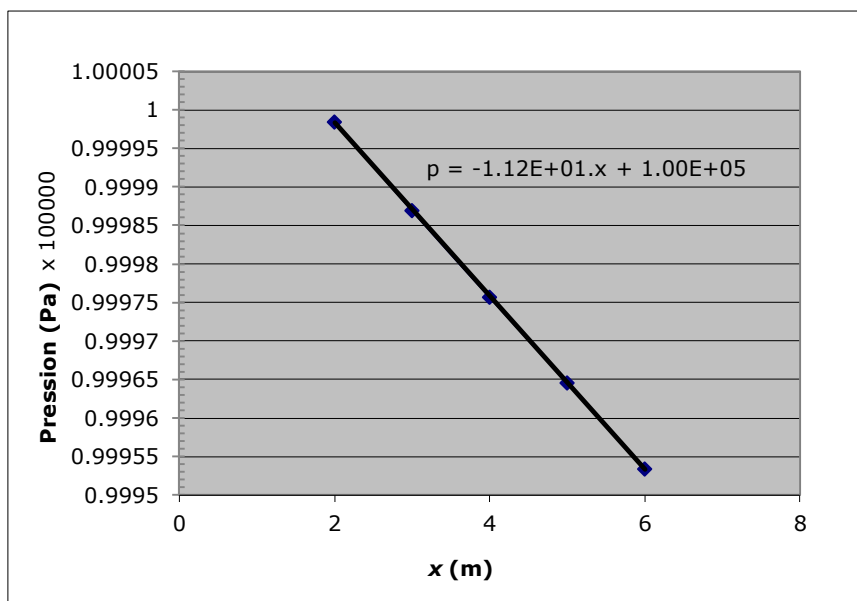
Avec,  $P_m = -\frac{1}{2} \rho_0 \bar{U}_e^2$  et  $\bar{U}_e$ , la vitesse à l'entrée du canal.

Nous constatons une certaine analogie entre les deux équations (4.49) et (4.48). La **figure 4.1** montre que la pression est linéaire selon x et qu'elle diminue avec la hauteur.

### 4.3.2 Équations des fluctuations des vitesses

Par soustraction des équations du champ moyen aux équations instantanées correspondantes, on peut en déduire les équations des quantités fluctuantes :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -u_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - g_i \beta \theta - \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{4}{3} \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \quad (4.60)$$



**Figure 4.2** – Evolution longitudinale de la pression moyenne sur la ligne médiane du canal.

De ces équations on peut obtenir les équations qui régissent le comportement des corrélations et permettent par la suite de connaître l'ensemble des données nécessaires à la détermination du champ des grandeurs moyennes lui-même.

La variance de vitesse  $\overline{u_i^2}$  est le paramètre clé de l'énergie cinétique turbulente ( $k = \overline{u_i^2}/2 = 1/2 (\overline{u^2} + 2\overline{w^2}, \bar{w} \cong \bar{v})$ ). L'équation de transport de la variance de vitesse d'un écoulement turbulent dans le cas général est obtenue en multipliant l'équation précédente par  $u_i$  et en la moyennant de nouveau :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{\partial \overline{u_i^2}}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{u_i^2}}{\partial x_j}}_{(1)} = \\
 & \underbrace{-\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{p u_j}}_{(2)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_j u_i^2}}_{(3)} + \underbrace{\nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{u_i^2}}{\partial x_j} \right)}_{(4)} \\
 & \underbrace{-\frac{\overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}}_{(5)} + \underbrace{g_i \overline{\beta \theta u_i}}_{(6)} + \underbrace{\frac{p}{\rho_a} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}}_{(7)} - \underbrace{\frac{2}{3} \nu \overline{\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2}}_{(8)} \\
 & \underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{D}_{u_i u_i}} \qquad \qquad \qquad \underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{\Phi}_{u_i u_i}}
 \end{aligned} \tag{4.61}$$

Le membre de gauche (1) représente la variation totale de l'énergie turbulente. Il contient le terme de variation temporelle et le terme de convection par la vitesse moyenne de la variance de vitesse  $u_i^2$ . Globalement, le taux de variation de la variance  $u_i^2$  dans le mouvement moyen est dû aux trois termes de diffusion, désignés par  $\mathbf{D}_{u_i u_i}$  d'une part, et les quatre termes de production du travail par les déformations désignées par  $\mathbf{\Phi}_{u_i u_i}$  d'autre part,  $\mathbf{D}_{u_i u_i}$  comprend les termes :

- (2) la diffusion de l'énergie par l'interaction pression-vitesse fluctuante,
- (3) la diffusion de la turbulence par les fluctuations de vitesse, il représente le transport diffusif de l'énergie turbulente par le mouvement turbulent des fluctuations de vitesse,
- (4) la diffusion de l'énergie cinétique turbulente par les contraintes visqueuses.

$\mathbf{\Phi}_{u_i u_i}$  comprend les termes dus au travail par la déformation de :

- (5) la production turbulente par le gradient de vitesse moyenne. Ce terme, généralement positif, alimente la turbulence car il représente l'énergie cédée par le mouvement moyen au mouvement turbulent,
- (6) la production de turbulence par la flottabilité,
- (7) la production par le cisaillement de la fluctuation de pression.  
( Ce terme contribue à la distribution de l'énergie turbulente, et à rendre la turbulence « plus isotrope »
- (8) la dissipation visqueuse (destruction de la turbulence par effet visqueux).  
(Elle est appelée dissipation alors qu'en toute rigueur (Cf. À Schiestel [124]),

la vraie dissipation c'est  $\varepsilon_{ij} = (2/3)\varepsilon\delta_{ij}$  avec  $\varepsilon = \nu \overline{(\partial u_i / \partial x_j)(\partial u_i / \partial x_j)}$ .

Comme l'écoulement étudié est supposé statistiquement stationnaire en moyenne, essentiellement vertical et monodirectionnel. Dans la section suivante, nous nous intéressons qu'aux équations de transport dans la direction verticale de l'écoulement.

### 4.3.3 Équation de transport de la variance longitudinale de vitesse

L'équation est écrite sous une forme qui facilite l'interprétation des phénomènes physiques associés à chacun de ses termes (Craft et al. [125]). La stationnarité de la turbulence permet de remplacer la moyenne d'ensemble par la moyenne temporelle ( $\bar{\cdot}$ ) =  $\langle \cdot \rangle$  (écriture conforme au texte de la publication jointe à ce manuscrit). Elle s'écrit :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\langle U \rangle \frac{\partial \langle u^2 \rangle}{\partial x}}_1 \cong \\
 & \underbrace{- 2 \frac{\partial}{\partial x} \left\langle \frac{pu}{\rho} \right\rangle - \frac{\partial}{\partial x} \langle u^3 \rangle + 2\nu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \langle u^2 \rangle}{\partial x} \right)}_{D_{uu}} \quad (4.62) \\
 & \underbrace{- 2 \langle u^2 \rangle \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial x} + 2 \langle u\theta \rangle \frac{g}{\langle T_a \rangle} + 2 \left\langle \frac{p}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle - \frac{2}{3} \varepsilon_u}_{\Phi_{uu}}
 \end{aligned}$$

L'équation bilan (4.62) montre que le taux de variation de l'énergie cinétique moyenne dans la direction verticale (variance  $u^2$ ) est dû aux trois termes de diffusion désignés par  $D_{uu}$  et aux quatre termes de production et de déformation désignés par  $\Phi_{uu}$ .

$D_{uu}$ , comprend:

- le terme de diffusion de la fluctuation de pression (terme 2),
- le terme de transport par la fluctuation de vitesse turbulente (terme 3),
- le terme de transport par la contrainte visqueuse (terme 4),

$\Phi_{uu}$ , comprend :

- le terme de production de la turbulence dû au transport par gradient de la vitesse moyenne (terme 5),
- le terme de production par la flottabilité, et flux de chaleur turbulent (terme 6),
- le terme du travail par la traînée de pression (terme 7), où l'on a négligé les gradients des fluctuation de vitesse transversale devant le gradient de fluctuation verticale.
- le terme du travail par la dissipation (terme 8).

### 4.3.3.1 Analyse des termes de l'équation de transport de la variance de vitesse

Généralement, cette équation bilan permet de déduire le terme du travail par la dissipation, si l'on modélise ou l'on calcule le terme de corrélation-pression (2 + 7), sachant que ce terme n'est pas évident à évaluer expérimentalement.

Le terme de dissipation comporte un grand nombre de termes et il n'existe pas vraiment de consensus sur la façon de les mesurer tous. Néanmoins, nous adoptons la méthode utilisée par Danaïla et al [126], qui stipule que dans tout écoulement, même caractérisé par des inhomogénéités et des anisotropies des Grandes échelles, il existe une gamme d'échelles limitées, dans la "zone inertielle", ayant des propriétés localement homogènes et isotropes. Notre écoulement est un écoulement de grille, par conséquent, la technique la plus simple utilisée pour estimer  $\varepsilon_u$  est basée sur l'hypothèse d'une isotropie locale des petites structures de la turbulence.

En considérant que le taux de dissipation moyen  $\varepsilon_u$  dans la "zone inertielle" est calculé à partir de la densité spectrale longitudinale, unidimensionnel  $E_u(k_1)$  (Antonia [127]).  $k_1$  est le nombre d'ondes unidimensionnel, une seule sonde à fil chaud est suffisante pour déterminer la valeur isotopique de  $\varepsilon_u$ . On applique l'hypothèse de Taylor, la fréquence  $f_1$  est convertie en un nombre d'onde tel que  $k_1 = 2\pi f_1 / \bar{U}$ , et la densité spectrale  $E_u$  est reliée à la variance  $\overline{u^2}$  par :

$$\overline{u^2} = \int_0^{\infty} E_u(k_1) dk_1 \quad (4.63)$$

$\varepsilon_u$  Peut être évaluée par la transformée de Fourier de la fluctuation de vitesse  $u$  :

$$\varepsilon_u = 15\nu \int_0^{\infty} k_1^2 E_u(k_1) dk_1 \quad (4.64)$$

l'écoulement étudié présente une inhomogénéité transversale dans la direction de l'axe  $Ox$ . Il apparait difficile d'envisager une analyse expérimentale classique avec des bilans en un point. Compte tenu des écarts de position entre les points de mesure verticaux, les calculs de dérivées n'auraient que peu de signification. Dans la présentation des bilans nous allons conserver une écriture sous forme différentielle locale. C'est pourquoi, nous avons choisi d'analyser les bilans sur des flux verticaux faisant appel à la moyenne des grandeurs dans les plans horizontaux. Pour chaque bilan, les différents termes sont explicités un à un et l'expression simplifiée donnée résultera de l'application de l'hypothèse sur l'homogénéité transversale de l'écoulement.

Pour chaque section, les valeurs des terme du bilan correspondent à l'intégrale de ce terme sur la ligne transversale de mesure, de telle sorte que les équations rendent compte d'une

situation locale qui aurait été obtenue si l'écoulement était bien homogène sur les plans horizontaux.

Pour rappel, l'écoulement n'est pleinement développé qu'à partir d'une certaine zone d'entrée de longueur non négligeable ( $H \geq 2 m$ ), que :  $v(T) \cong \bar{v}(\bar{T}) = v_a = 1,583 \cdot 9^{-5} (m^2 s^{-1})$

Dans l'équation bilan de la variance  $\overline{u^2}$ , hormis le terme de corrélation-pression (2 et 7)(ou corrélation-déformation), déduit du bilan, tous les autres termes de l'équation bilan sont déterminés, grâce aux données expérimentales. Les termes de l'équation bilan sont explicités dans le **tableau 4.2** suivant.

**Tableau 4.3** -Termes du bilan de transport de la variance longitudinale de vitesse

$x(m)$	2	3	4	5	6
$\underbrace{\langle U \rangle \frac{\partial \langle u^2 \rangle}{\partial x}}_{(1)}$	$- 7,1 \cdot 9^{-4}$	$- 2,6 \cdot 9^{-4}$	$+ 4,7 \cdot 9^{-4}$	$+ 9,8 \cdot 9^{-4}$	$+ 1,1 \cdot 9^{-3}$
$\underbrace{\frac{\partial \langle u^3 \rangle}{\partial x}}_{(3)}$	$- 2,7 \cdot 9^{-5}$	$- 2,9 \cdot 9^{-5}$	$- 4,7 \cdot 9^{-5}$	$- 4,6 \cdot 9^{-5}$	$- 2,7 \cdot 9^{-5}$
$\underbrace{2v \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \langle u^2 \rangle}{\partial x} \right)}_{(4)}$	$+4,8 \cdot 9^{-5}$	$+0,11 \cdot 9^{-5}$	$+4 \cdot 9^{-5}$	$- 1,1 \cdot 9^{-5}$	$+4,2 \cdot 9^{-5}$
$\underbrace{2 \langle u^2 \rangle \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial x}}_{(5)}$	$+5,8 \cdot 9^{-6}$	$- 3,4 \cdot 9^{-6}$	$-6,9 \cdot 9^{-5}$	$-2,35 \cdot 9^{-4}$	$-4,9 \cdot 9^{-4}$
$\underbrace{2 \langle u \theta \rangle \frac{g}{\langle T_0 \rangle}}_{(6)}$	$+5,3 \cdot 9^{-4}$	$+4,1 \cdot 9^{-4}$	$+4,4 \cdot 9^{-4}$	$+4,4 \cdot 9^{-4}$	$+4,4 \cdot 9^{-4}$
$\underbrace{\frac{2}{3} \varepsilon_u}_{(8)}$	$+2,3 \cdot 9^{-3}$	$+9,85 \cdot 9^{-4}$	$+7,9 \cdot 9^{-4}$	$+8,3 \cdot 9^{-4}$	$+1,1 \cdot 9^{-3}$
$\underbrace{- 2 \frac{\partial}{\partial x} \left\langle \frac{p u}{\rho} \right\rangle}_{(2)} + \underbrace{2 \left\langle \frac{p}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle}_{(7)}$	$+1,5 \cdot 9^{-3}$	$+ 5,8 \cdot 9^{-4}$	$+ 3,2 \cdot 9^{-4}$	$+ 2,01 \cdot 9^{-4}$	$+ 1,3 \cdot 9^{-4}$

L'évolution avec l'altitude de chaque terme de l'équation bilan est représentée sur la **figure 4.2**. Nous observons d'abord que, dans la première zone de l'écoulement ( $x/M \leq 9$ ), les deux termes (5 et 6) sont responsables de l'alimentation de la turbulence de l'écoulement : une alimentation par l'écoulement moyen due au cisaillement (terme 5) et une alimentation par la flottabilité due au flux de chaleur turbulent (terme 6). La production par flottabilité ne varie pas beaucoup avec l'altitude, cependant, la production par le gradient moyen augmente en aval de la grille, atteignant le même ordre de grandeur que la production par flottabilité aux derniers points de mesure.

Ces deux termes seuls ne peuvent pas compenser la dissipation visqueuse. La turbulence décroît dans cette première zone de l'écoulement sous l'effet dominant de cette dissipation.

Dans la région supérieure ( $x/M > 9$ ), la dissipation visqueuse demeure active mais ne peut pas équilibrer à elle seule la production totale des autres termes du bilan.

Par ailleurs, la diffusion par la turbulence (terme 3) et la diffusion visqueuse (terme 4) sont faibles; leur contribution à la production de l'énergie turbulente est donc négligeable.

Enfin, le terme de corrélation-pression (terme de pression-diffusion et le terme de pression tension) sont déduits du bilan. D'après la littérature consultée, ces termes jouent un rôle important dans la plupart des écoulements turbulents. Ils sont habituellement modélisés et le terme de pression-tension toujours plus important que le terme de pression-diffusion. Dans le cas de l'écoulement présent, nous constatons qu'après une rapide décroissance juste en aval de la grille, la corrélation-pression croît avec l'altitude et finit par prendre le dessus sur le terme de dissipation.

Ainsi, ces termes de corrélation-pression jouent un rôle important dans l'évolution de la turbulence. Ils contribuent à la croissance de l'énergie cinétique de la turbulence dans la deuxième partie de notre écoulement.

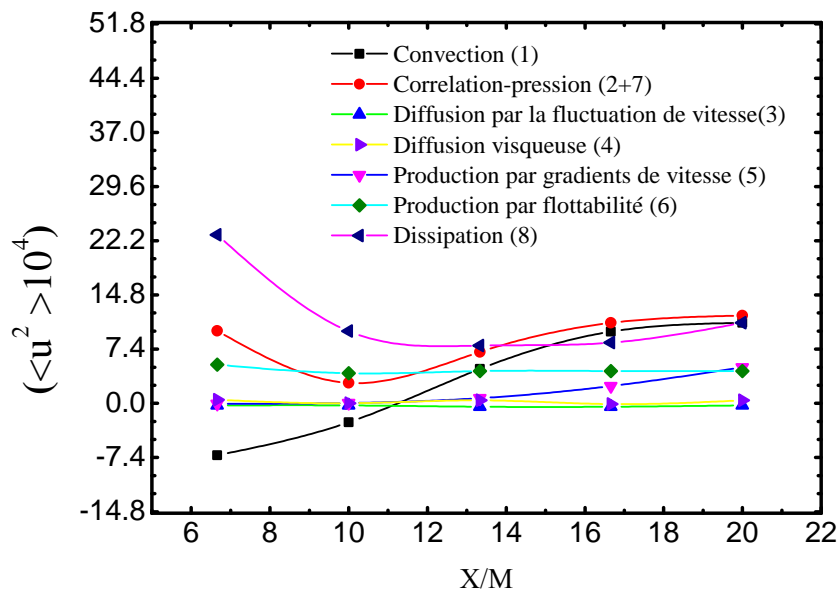


Figure 4.3 – Evolution longitudinale des termes du bilan de la variance de vitesse.

Les résultats de cette analyse nous a permis de donner une explication à la croissance de l'énergie cinétique de la turbulence au-delà de 3m de la grille de turbulence. Les causes de cette croissance inhabituelle dans la turbulence de grille sont ainsi identifiées.

#### 4.3.4 Equation bilan du champ thermique moyen

On tiendra compte des mêmes considérations que pour le champ dynamique, à savoir : l'écoulement est stationnaire en moyenne, qu'à faible température les propriétés thermophysiques sont constantes et que les fluctuations relatives de la masse volumique sont considérées négligeables devant l'unité. Nous remplaçons dans l'équation d'enthalpie totale (4.55) les variables par leur valeur moyenne, puis en moyennant cette équation selon la moyenne de Reynolds on obtient :

$$\begin{aligned} \overline{\frac{d}{dt} \left( h + \frac{1}{2} U_i^2 \right)} &= \\ C_P \overline{U_j \frac{\partial T}{\partial x_j}} + \overline{U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{U_i U_i}{2} \right)} & \quad (4.65) \\ = -g \overline{U_3} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U_i \tau_{ij}}) \end{aligned}$$

$$\text{Avec :} \quad C_P U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \overline{U_j} C_P \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} + C_P \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_j} - C_P \overline{\theta} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \quad (4.66)$$

$$\text{Par ailleurs,} \quad \overline{U_j} \frac{\partial (\overline{U_i^2}/2)}{\partial x_j} = \overline{U_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\overline{U_i^2} + \overline{u_i u_i}}{2} \right) \quad (4.67)$$

Et,

$$\begin{aligned} \overline{U_j} \frac{\partial (\overline{U_i^2}/2)}{\partial x_j} &= \\ \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{2u_i \overline{U_i} + u_i u_i}{2} \right)} & \quad (4.68) \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\overline{u_i u_i u_j}}{2} \right) + \frac{\partial (\overline{U_i u_i u_j})}{\partial x_j} - \left( \overline{u_i U_i} + \frac{u_i u_i}{2} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \end{aligned}$$

D'où

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\bar{U}_j C_p \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}}_{(1)} + \underbrace{C_p \frac{\partial \overline{u_j \theta}}{\partial x_j}}_{(2)} + \underbrace{\bar{U}_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\bar{U}_i^2 + \overline{u_i u_i}}{2} \right)}_{(3)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\overline{u_i u_i u_j}}{2} \right)}_{(4)} \\
 & + \underbrace{\overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}}_{(5)} + \underbrace{\bar{U}_i \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i u_j}}_{(6)} - \underbrace{\overline{(C_p \theta + u_i \bar{U}_i + u_i u_j)} \frac{\partial u_j}{\partial x_j}}_{(7)} \\
 & = - \underbrace{\frac{g \bar{U}_3}{(8)}}_{(8)} + \underbrace{\frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_j \partial x_j}}_{(9)} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U_i \tau_{ij}})}_{(9)}
 \end{aligned} \tag{4.69}$$

L'estimation expérimentale des termes 3,4,5,6, et 9 de l'équation bilan moyen dans la direction de l'écoulement montre que ces termes sont négligeables devant les autres termes du bilan moyen:

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = - \frac{g}{C_p} \bar{U}_3 + \frac{\partial}{\partial x} \left( -\overline{u \theta} + \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) - \frac{1}{C_p} \overline{(C_p \theta + u \bar{U}_i + u u)} \frac{\partial u}{\partial x} \tag{4.70}$$

Hormis le dernier terme qui est déduit du bilan, tous les autres termes sont déterminés expérimentalement ( $C_p \cong 900 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ).

### 4.3.5 Équation de transport de l'énergie thermique turbulente

En partant de l'équation bilan ( 4.70), l'écriture de l'équation bilan de l'énergie thermique turbulente représentée par l'équation de transport de la variance de température, est obtenue en suivant la même procédure utilisée pour l'équation de la variance de vitesse.

$$\bar{U} \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x} \cong -2 \underbrace{\overline{u \theta} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}}_{P_\theta} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left[ \alpha \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x} - \overline{\theta^2 u} \right]}_{D_\theta} - 2\nu \underbrace{\left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)}_{\varepsilon_\theta} \tag{4.71}$$

Le terme de gauche est le terme de convection par l'écoulement moyen représentant la convection de la variance thermique par agitation turbulente. Sur le côté droit,  $P_\theta$ ,  $D_\theta$  et  $\varepsilon_\theta$  représentent respectivement,

- le taux de production de la variance de température  $\theta^2$  par le gradient moyen de température,
- le terme de diffusion de la variance  $\theta^2$ , composé de la diffusion par le transport turbulent et la diffusion par le transport moléculaire :  $\alpha \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \theta^2}{\partial x} \right)$ ,
- et enfin le taux de dissipation de la variance  $\theta^2$  par la viscosité  $\varepsilon_\theta$ .

Pour les écoulements à grand nombre de Reynolds, les termes de diffusion par le transport moléculaire sont négligeables, ils sont de l'ordre de  $9^{-7}$  dans notre cas. Hormis le terme du taux de dissipation visqueuse qui est déduit du bilan, tous les autres termes de l'équation bilan de transport de la variance de température sont déterminés grâce aux données expérimentales. Les termes de l'équation bilan sont présentés dans le **tableau 4.4** :

Tableau 1 **Tableau 4.4** -Termes du bilan de transport de la variance longitudinale de température

$x(m)$	2	3	4	5	6
$\bar{U} \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x}$	- 5 . 9 <sup>-2</sup>	- 3 . 9 <sup>-2</sup>	- 4,6 . 9 <sup>-3</sup>	+ 4,1 . 9 <sup>-3</sup>	+ 5,6 . 9 <sup>-3</sup>
$2 \bar{u} \theta \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}$	- 6,5 . 9 <sup>-3</sup>	- 4,3 . 9 <sup>-3</sup>	- 4,9 . 9 <sup>-3</sup>	- 7 . 9 <sup>-3</sup>	- 8,2 . 9 <sup>-3</sup>
$\frac{\partial (\overline{\theta^2 u})}{\partial x}$	-1,7 . 9 <sup>-3</sup>	-1,1 . 9 <sup>-3</sup>	-1 . 9 <sup>-3</sup>	- 0,4 . 9 <sup>-3</sup>	+0,72 . 9 <sup>-3</sup>
$2\varepsilon_\theta$	5,82 . 9 <sup>-2</sup>	3,54 . 9 <sup>-2</sup>	1,05 . 9 <sup>-2</sup>	3,3 . 9 <sup>-3</sup>	1,88 . 9 <sup>-3</sup>

La **figure 4.4** montre l'évolution des termes de l'équation de transport de l'énergie thermique de la turbulence en amont de la grille. Nous constatons que la variance de la température décroît d'abord sous l'effet de la dissipation visqueuse et augmente à mesure que la production thermique commence à dominer la dissipation. Ce résultat explique celui obtenu dans la section précédente.

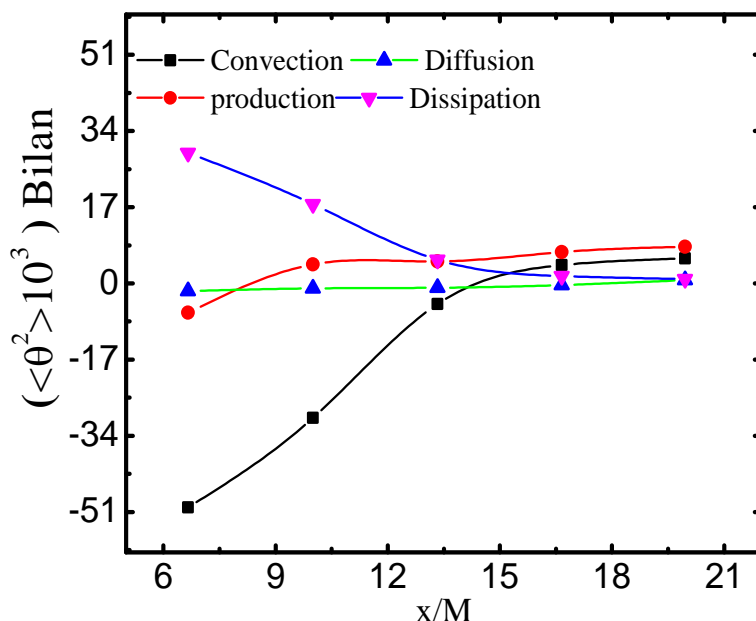


Figure 4.4- Évolution longitudinale des termes du bilan de la variance de température.

### 4.3.6 Le déclin de la turbulence de grille en convection naturelle

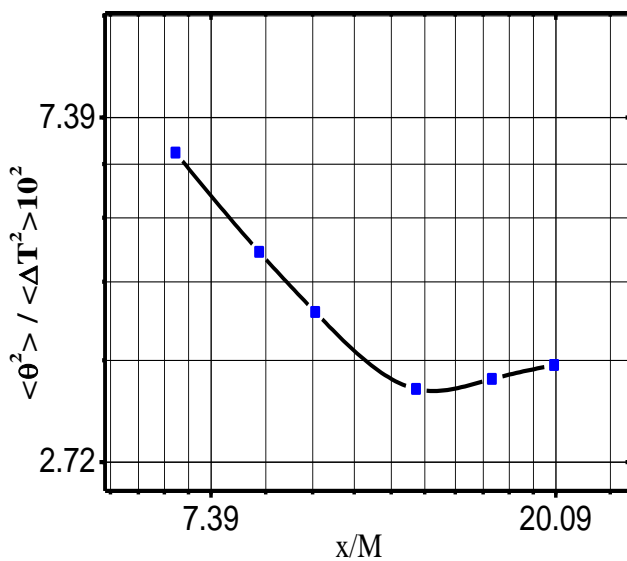
Bien que la turbulence rencontrée dans les écoulements naturels et dans l'industrie soit ordinairement loin d'être homogène et isotrope, de nombreuses caractéristiques des divers écoulements turbulents, en particulier les caractéristiques locales spatiales, semblent être modérément universelles. La décroissance en loi de puissance de la variance  $\theta^2$  semblable à la variance  $\langle u^2 \rangle$  est maintenant admise. L'utilisation des lois de puissance dans la description de turbulence de grille est une pratique bien établie, nous citerons : Warhaft et Lumley [92,93], Sreenivasan et al. [127], Mohamed et LaRue [91], et Antonia et al. [128].

Nous proposons ici de décrire la décroissance de la variance de température dans la première partie de l'écoulement par une loi de puissance. La figure 4.5 donne une loi de puissance de l'intensité de la variance de température dans la zone médiane du canal en fonction de  $x/M$ . Dans la première partie de l'écoulement  $x/M \leq 13.33$ , la variance de la température  $\theta^2$  diminue et la relation sur un tracé logarithmique peut être approchée par une droite selon la loi de puissance suivante :

$$\langle \theta^2 \rangle / \langle \Delta T^2 \rangle = B(x/M)^{-m} \quad (4.72)$$

Où  $B$  est le coefficient de décroissance,  $m$  est l'exposant de décroissance et  $x$  est la coordonnée, qui est positive dans la direction aval et est habituellement mesurée à partir d'une origine virtuelle. Le coefficient de décroissance  $B$  et l'exposant  $m$  valent respectivement  $B = 0,417$  et  $m = -0,873$ . La forme de la loi de puissance de décroissance dans ce domaine est écrite comme suit :

$$\langle \theta^2 \rangle / \langle \Delta T^2 \rangle = 0.417(x/M)^{-0.873} \quad (4.73)$$



*Figure 4.5 – Proposition d'une loi de puissance de l'intensité de l'énergie thermique turbulente en aval de la grille (à  $z/M=6$ ).*

#### 4.4 Conclusion

L'écoulement étudié est considéré newtonien, à basse vitesse, soumis à une faible température, sans réaction chimique et où les effets de l'humidité et du rayonnement sont négligés. Dans la zone pleinement développée, le système d'équations (de masse, de vitesse et d'enthalpie), qui régit l'écoulement turbulent de convection naturelle est écrit. Avec la prise en compte de tous les paramètres y compris les termes de production de vitesse et de flottabilité, ce système est donné sous sa forme dimensionnelle.

La modélisation de la turbulence ainsi obtenue nous a conduit à exprimer les champs moyens de vitesse et de température ainsi que les bilans des énergies cinétiques et thermiques. L'analyse de ces bilans d'énergie pour l'écoulement de convection de grille nous a permis de donner des explications au comportement particulier de leur évolution.

En effet, le terme de dissipation visqueuse est le terme dominant de l'équation bilan de la variance de vitesse dans la zone juste en aval de la grille. Sous l'effet de cette dissipation la variance de vitesse chute très rapidement.

Plus loin en aval de la grille, pour  $x/M > 9$  (à  $4 m$ ), les termes de corrélation-pression croient avec l'altitude et finissent par prendre le dessus sur la dissipation. Même si la dissipation visqueuse demeure active loin de la grille, elle ne peut pas à elle seule équilibrer tous les termes de production. De ce fait la variance de vitesse croit dans cette zone, par conséquent, l'énergie turbulente augmente aussi

Ainsi, avec cette formulation, nous pouvons espérer améliorer le modèle qui régit ce type d'écoulement, et montrer que corrélation-pression jouent un rôle important dans l'évolution des écoulements turbulents de convection thermique. Ils contribuent à la croissance de l'énergie cinétique de la turbulence dans la deuxième zone de l'écoulement.

# CHAPITRE V

## Le Modèle polytropique

### –Application à l'écoulement turbulent de convection naturelle

# CHAPITRE V

## Le Modèle polytropique

### –Application à l'écoulement turbulent de convection naturelle

## 5 Introduction

Les écoulements turbulents de gaz chauffés sont difficiles à appréhender aussi bien expérimentalement que théoriquement. Quand ces écoulements sont faiblement chauffés, supposés quasi incompressibles, ils sont analysés en utilisant une trame d'équations théoriques issues d'approximations justifiées pour les liquides (e.g., Oberbeck et Boussinesq [19,99]). L'application de l'approximation de Boussinesq pour les écoulements de gaz provoqués par la chaleur fait l'objet de divers commentaires dans la littérature (e.g., Pons et Le Quéré [113,114]).

Les termes de corrélation pression vitesse et les termes de production par cisaillement de la fluctuation de pression jouent un rôle important dans la diffusion et la distribution de l'énergie turbulente ( §4.3.2, du chapitre IV). Bien que ces corrélations soient connues comme étant des caractéristiques importantes et fondamentales pour les écoulements turbulents, nos connaissances sur ces termes sont assez limitées. Même si de nombreux efforts ont été consacrés à ce sujet, les mesures simultanées des champs de vitesses et de fluctuation de pression dans les écoulements turbulents ont longtemps été l'un des problèmes les plus difficiles de la dynamique des fluides expérimentale. La plupart des difficultés de ces mesures proviennent de la nature intrusive des techniques utilisées.

Du point de vue numérique, le traitement des termes liés à la pression est toujours gênant pour la formulation du système d'équations du modèle RANS en écriture de Favre par exemple. Les données les plus fiables sur la fluctuation de pression et la corrélation vitesse-pression restent celles qui sont fournies par la simulation numérique directe (DNS). Cependant, son applicabilité est encore restreinte à des nombres de Reynolds relativement faibles et des écoulements à géométrie simple.

L'analyse que nous avons menée au chapitre IV par la méthode classique n'a pas permis d'évaluer le rôle de la pression et il y avait trop de termes à déduire des bilans. Il est à notre avis clair, que l'étude d'un écoulement turbulent de convection naturelle ne peut pas être menée à partir de modèle qui ignorerait ses propres mécanismes. Les hypothèses adoptées ne doivent pas être trop simplificatrices vis-à-vis de la pression et de la masse volumique Rey [129]. Il est donc intéressant de disposer d'une nouvelle démarche qui permettrait de valider

ces bilans et de s'approcher au mieux d'une réelle prise en compte de la phénoménologie des écoulements de gaz chauffés.

La nouvelle démarche dite approximation polytropique initiée par Rey et al [130, 131], est revisitée dans ce chapitre. Elle s'appuie sur une substitution de la pression et de la masse volumique par une nouvelle grandeur variable qui entraîne une réduction du nombre d'équations.

Les variables masse volumique et pression disparaissent des équations bilans, nous passons de 6 équations à 5 équations. L'application de cette modélisation nous a permis de réécrire à l'aide d'un travail analytique le système d'équations statistiques du type  $k - \varepsilon$  pour la simulation numérique des écoulements de gaz chauffés. Elle permet aussi de générer des signaux représentatifs des grandeurs fluctuantes, de pression et de masse volumique, ainsi que quelques corrélations associées, comme les flux turbulents de masse et de quantité de mouvement, et les pressions corrélations. L'écriture des équations est fondée sur la statistique de Reynolds, ce qui est pratique du point de vue expérimental.

## 5.1 La transformation polytropique

Pour chaque transformation thermodynamique élémentaire les champs de température et de pression d'un gaz parfait sont toujours décrits comme un état de déviation par rapport à un état de référence adiabatique hydrostatique au repos noté  $(P_a, \rho_a \text{ et } T_a)$  de sorte que:

$$\frac{T_0}{\rho_0^{\gamma-1}} = \frac{T_a}{\rho_a^{\gamma-1}} = Cte \quad \text{et} \quad \frac{P_0}{T_0^{\gamma/\gamma-1}} = \frac{P_a}{T_a^{\gamma/\gamma-1}} = Cte$$

où  $P_0, \rho_0$  et  $T_0$ , valeurs à une altitude de référence fixe.

Une transformation thermodynamique polytropique est située entre les deux transformations idéales (isotherme et adiabatiques). Durant cette transformation la pression  $P$  et le volume  $V$  sont décrits par la relation:  $PV^\chi = Cte$  et tel que :  $1 < \chi < \gamma$  .

On peut postuler que toute transformation polytropique élémentaire peut être décrite comme un état de déviation par rapport à un état de référence adiabatique hydrostatique au repos :

$$\frac{P}{T^{\chi/\chi-1}} = \frac{P_a}{T_a^{\chi/\chi-1}} = Cte \quad \text{aussi,} \quad \frac{T}{\rho^{\chi-1}} = \frac{T_a}{\rho_a^{\chi-1}} = Cte$$

Nous pouvons déduire qu'en tout point d'un écoulement de gaz parfait on peut écrire une liaison du type polytropique entre chaque deux variables d'état :

$$\left\{ \begin{array}{l} P \cdot T^{\frac{\chi}{1-\chi}} = Cte \quad (a) \\ P \cdot \rho^{-\chi} = Cte \quad (b) \\ \rho \cdot T^{\frac{\chi}{1-\chi}} = Cte \quad (c) \end{array} \right.$$

### 5.1.1 Le modèle polytropique et son approximation

La transformation polytropique utilisée dans ce travail est fondée sur le postulat dont toute transformation thermodynamique peut être modélisée par une séquence continue de transformations élémentaires, chacune de ces transformations pouvant être décrite par un modèle mathématique du type polytropique. Les champs de variation des grandeurs d'état peuvent être décrits au moyen d'une nouvelle grandeur  $\chi$  dite coefficient polytropique. Ce coefficient est une variable du fluide, mais pas une variable d'état. Il caractérise la transformation thermodynamique à laquelle la particule fluide est soumise.

À partir de la transformation thermodynamique (a) cité précédemment on peut écrire que la pression d'un gaz chauffé ni isotherme ni isobare peut être donnée par :

$$P = Cte. T^{\frac{\chi}{\chi-1}}$$

On obtient par la différentielle logarithmique, un modèle mathématique du type polytropique défini par les variables élémentaires  $dP$  et  $dT$  reliées aux grandeurs d'états  $P$  et  $T$  :

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\chi}{\chi-1} \cdot \frac{P}{T} \quad (5.1)$$

De même, les variables élémentaires  $dT$ , et  $d\rho$  reliées aux grandeurs d'états  $T$  et  $\rho$  donne le modèle mathématique du type polytropique de la forme :

$$\frac{dT}{d\rho} = (\chi-1) \frac{T}{\rho} \quad (5.2)$$

Les équations (5.1) et (5.2) vérifient le fait que pour  $\chi \ll 1$ , la transformation élémentaire est du type Boussinesq (faible pression) et lorsque  $\chi$  est proche de l'unité ( $\chi \neq 1$ ), la transformation est isotherme.

Nous proposons une approximation polytropique quand nous pratiquons une hypothèse sur la variabilité de l'exposant polytropique  $\chi$ . Nous supposons ici que  $\chi$  n'est pas fluctuant au sens des fluctuations turbulentes. Dans ce cas, l'approximation consiste à supposer que l'effet de la variation du coefficient  $\chi$  soit négligeable dans les dérivations spatio-temporelles. C'est aussi l'approximation que nous adoptons pour l'analyse expérimentale et la génération des signaux représentatifs des grandeurs fluctuantes par le modèle polytropique.

## 5.2 Modélisation par l'approximation polytropique de l'écoulement d'un gaz chauffé

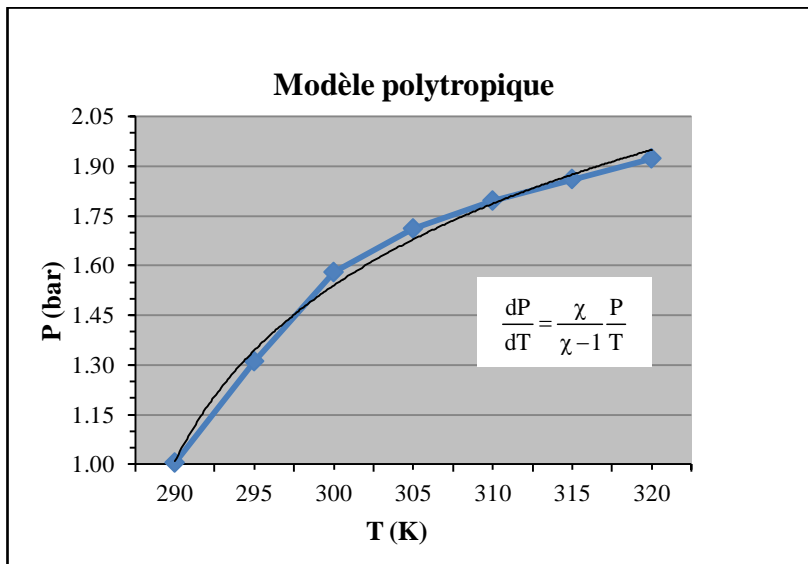
Nous cherchons dans ce qui suit à modéliser les équations de (masse, de quantité de mouvement et de température) avec une prise en compte totale du couplage dynamique et thermique, et de la compressibilité. Nous considérons que les effets dus aux variations des propriétés physiques sont négligeables. Il est de même pour les chaleurs massiques, le rayonnement et la dissipation de l'énergie cinétique en chaleur.

Nous considérons que le chauffage correspond à une loi d'évolution générale qui est décomposée en une suite continue de transformations élémentaires de type polytropique, dont l'exposant variable mais non fluctuant, permet de restituer la loi d'évolution décrites par le modèle polytropique :

$$P \cdot T^{\frac{\chi}{1-\chi}} = Cte$$

$$\frac{dP}{dT} = \left( \frac{\chi}{\chi - 1} \right) \frac{P}{T}$$

Dans ce cas, les champs de variations des grandeurs d'état peuvent être décrits par la courbe P(T) de la **figure 5.1**. Le coefficient polytropique  $\chi$  varie d'une transformation à une autre.



**Figure 5.1** Schéma d'une transformation quelconque en une succession de transformations polytropiques d'exposant variable et non fluctuant.

Cette nouvelle démarche s'appuie sur une substitution de la pression et de la masse volumique par une nouvelle grandeur variable entraîne une réduction du nombre d'équations du système de Navier stokes pour les écoulements chauffés. Ce système passe de 6 équations à 5 équations.

6 équations	6 inconnues
<ul style="list-style-type: none"> <li>• continuité</li> <li>• mouvement (3éqs)</li> <li>• enthalpie</li> <li>• loi d'état</li> </ul>	$P, \rho, T, U_i$

Qui devient,

5 équations	5 inconnues
<ul style="list-style-type: none"> <li>• continuité</li> <li>• mouvement (3éqs)</li> <li>• enthalpie</li> </ul>	$T, U_i, \chi$

### 5.2.1 Les équations instantanées

Nous cherchons dans ce qui suit à modéliser les équations bilans (masse, dynamique, température) avec une prise en compte totale du couplage dynamique et thermique, et de la compressibilité. Nous considérons que les effets dus aux variations des propriétés physiques sont négligeables. Il est de même pour les chaleurs massiques, le rayonnement et la dissipation de l'énergie cinétique en chaleur. Pour le calcul des termes des bilans on retiendra que les propriétés physiques du fluide sont non fluctuantes :

$$\alpha(\bar{T}) = \alpha_a = 2,23 \cdot 10^{-5} m^2 s^{-1}$$

$$\nu(T) \cong \bar{\nu}(\bar{T}) = \nu_a = 1,583 \cdot 10^{-5} (m^2 s^{-1})$$

$$C_V = 713 J Kg^{-1}K^{-1}$$

$$r = C_p - C_V = 287 J Kg^{-1}K^{-1}$$

$$C_p = 900 J Kg^{-1}K^{-1}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1,4$$

### 5.2.1.1 Équation de conservation de la masse

D'après le principe de la conservation de la masse d'un gaz on a :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\overrightarrow{\text{div}}(\vec{u}) \quad (5.3)$$

Sachant que  $\ln(\rho) = 1/\rho \frac{d\rho}{dt}$ , en combinant les équations (5.2) et (5.3), on obtient la relation :

$$T \overrightarrow{\text{div}} \vec{U} = -\frac{1}{(\chi - 1)} \frac{dT}{dt} \quad (5.4)$$

En écriture indicielle l'équation de masse en écriture polytropique :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = -\frac{1}{(\chi - 1) T} \frac{dT}{dt} \quad (5.5)$$

### 5.2.1.2 Équations du mouvement

Dans un écoulement turbulent de gaz parfait, les forces de volumes se réduisent à la force de la pesanteur. L'équation de quantité de mouvement simplifiée s'écrit :

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} P + \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{div}} \vec{\tau} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} \left( \frac{1}{(\chi - 1)} \frac{dT}{dt} \right)}_{\text{termes négligeables par la suite}} + \dots \quad (5.6)$$

A partir de l'équation (5.1), et en utilisant l'équation d'état pour les gaz parfaits  $P = \rho r T$ , on peut avoir :

$$\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} P = r \left( \frac{\chi}{\chi - 1} \right) \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (5.7)$$

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{g} - r \left( \frac{\chi}{\chi - 1} \right) \overrightarrow{\text{grad}} T + \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{div}} \vec{\tau} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} \left( \frac{1}{(\chi - 1)} \frac{dT}{dt} \right)}_{\text{termes négligeables par la suite}} + \dots \quad (5.8)$$

Dans l'équation (5.8), la dérivée  $\frac{d}{dt}(\cdot)$  est une dérivée particulière, en écriture indicielle cette équation s'écrit :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -g\delta_{i3} - r \left( \frac{\chi}{\chi-1} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} + v \left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_i \partial x_j} \right) \quad (5.9)$$

### 5.2.1.3 Équation de température

L'équation d'énergie interne est écrite avec l'hypothèse des propriétés moléculaires constantes ( $\lambda=Cst$ ), le chauffage est supposé tel que la dissipation d'énergie cinétique en chaleur et le rayonnement soit négligeable.

$$\rho c_V \frac{dT}{dt} = -P \overrightarrow{\text{div}} \vec{U} - \lambda \nabla^2 T \quad (5.9, a)$$

L'hypothèse d'une représentation polytropique par petites variations ( $\chi \neq 1$ ), en divisant l'équation par  $\rho c_V$  et en utilisant l'équation (5.4), l'équation (5.9) devient :

$$\frac{dT}{dt} = \left( \frac{\chi-1}{\chi-\gamma} \right) \gamma \alpha \nabla^2 T \quad (5.9, b)$$

$\frac{d}{dt}(\cdot)$  est une dérivée particulière, l'équation de la température en écriture indicielle peut prendre la forme:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i T) = \frac{\chi-2}{\chi-\gamma} \gamma \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} \quad (5.9, c)$$

Pour donner une forme de l'équation d'énergie plus exploitable expérimentalement, les développements suivants sont utilisés dans la suite du chapitre :

$$\begin{aligned}
 T \frac{\partial U_i}{\partial x_i} &= -\frac{1}{\chi-1} \frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\chi-2} \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i T) \right) \quad (a) \\
 \frac{dT}{dt} &= \frac{\chi-1}{\chi-2} \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (U_i T) \right) \quad (b) \\
 \frac{\partial U_i}{\partial x_i} &= -\frac{\gamma}{\chi-\gamma} \alpha \frac{1}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} \quad (c)
 \end{aligned}
 \tag{5.11}$$

### 5.3 Modélisation statistiques des champs moyens

Pour le développement d'un modèle polytropique des équations bilans (de masse, dynamique, et de température), l'approche statistique reste particulièrement précieuse dans la mesure où elle permet d'accéder aux grandeurs moyennes. La non-linéarité des équations instantanées reporte la difficulté sur les moments statistiques et nécessite de faire intervenir des modèles assurant une fermeture à un ordre approprié.

#### 5.3.1 Champs cinématiques moyen

La forme ouverte du système d'équations précédentes statistiquement moyennées au sens de Reynolds donne :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} + g \delta_{i3} + \frac{r\chi}{\chi-1} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - \nu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) = \frac{\gamma \alpha}{(\chi-\gamma)} \frac{1}{\bar{T}} \left( \frac{\overline{u_i \partial^2 \theta}}{\partial x_j \partial x_j} \right) \tag{5.12}$$

Le troisième terme représente la tension de Reynolds, il est le terme inconnu supplémentaire généré par le processus de la moyenne de l'équation.

##### 5.3.1.1 Application du champ cinématique moyen à la convection libre de grille

L'écoulement étudié est unidirectionnel (les vitesses  $\bar{W}$  et  $\bar{V}$ , sont négligeables), stationnaire en moyenne dans ce cas, l'équation qui représente le bilan du champ moyen de la vitesse verticale se réduit à :

$$\tag{5.13}$$

$$\overline{U} \frac{\partial \overline{U}}{\partial x} - g + \frac{r\chi}{\chi-1} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} - v \frac{4}{3} \frac{\partial^2 \overline{U}}{\partial x \partial x} + \frac{\partial \overline{uu}}{\partial x} \cong \frac{\gamma\alpha}{(\chi-\gamma)} \frac{1}{\overline{T}} \left( \overline{\frac{u \partial^2 \theta}{\partial x \partial x}} \right)$$

Sur le **tableau (5.1)** sont donnés les termes du bilan pour les cinq sections d'essai à :  $x = 2, 3, 4, 5$  et  $6$  m.

**Tableau 5.1** – Bilan du champ moyen de vitesse dans le sens de l'écoulement, en aval de la grille ( $m/s^2$ )

x (m)	2	3	4	5	6
$\overline{U} \frac{d\overline{U}}{dx}$	$2,1.9^{-3}$	$2,1.9^{-3}$	$-2,9.9^{-3}$	$-1,2.9^{-2}$	$-1,4.9^{-2}$
$\frac{\partial \overline{uu}}{\partial x}$	$-1,3.9^{-3}$	$-4,3.9^{-4}$	$9,6.9^{-4}$	$1,8.9^{-4}$	$2.9^{-3}$
g	9,81	9,81	9,81	9,81	9,81
$\frac{\chi}{\chi-1} r \frac{\partial \overline{T}}{\partial x}$	-86,1	-86,1	-86,1	-86,1	-86,1
$-v \frac{4}{3} \frac{\partial^2 \overline{U}}{\partial x \partial x}$	$7,6.9^{-8}$	$32,8.9^{-7}$	$7,6.9^{-7}$	$7,6.9^{-7}$	$9.2.9^{-7}$
$-\frac{\gamma\alpha}{(\chi-\gamma)} \frac{1}{\overline{T}} \overline{\frac{u \partial^2 \theta}{\partial x \partial x}}$	$<9^{-8}$	$<9^{-8}$	$<9^{-8}$	$<9^{-8}$	$<9^{-8}$
coefficient ( $\chi$ ) par le bilan	$\chi = -0,09398$	$\chi = -0,13303$	$\chi = -0,13350$	$\chi = -0,9806$	$\chi = -0,13124$

Ces résultats montrent que l'évolution du champ dynamique moyen en aval d'une turbulence de grille chauffée peut être décrit par le modèle polytropique. Le modèle est présenté simplement pour montrer comment peut être déterminé par la mesure le coefficient de polytropie. L'introduction dans les équations est donnée. La valeur moyenne  $\chi = -0.12$  de l'exposant polytropique permet d'évaluer tous les termes du bilan.

Appliqué aux expériences dans la veine de convection libre, une valeur moyenne du coefficient peut être proposée et tout les bilans recalculés. Les bilans n'en sont pas mieux « bouclés », ce qui ne surprend pas pour ce type d'écoulement ; mais on doit noter toutefois, que l'exploitation est faite ici a posteriori, les campagnes de mesure n'ont pas été réalisées dans le cadre d'une expérimentation sur le modèle.

### 5.3.2 Champ thermique moyen

Pour obtenir l'équation de température moyennée, en écriture polytropique, nous appliquons les axiomes de Reynolds et nous moyennons l'équation instantanée de température (5.9, c).

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} + -\frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_j} + \bar{T} \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_j} = \frac{\chi - 2}{\chi - \gamma} \alpha \gamma \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\chi - 2}{\chi - \gamma} \gamma \frac{\alpha}{\bar{T}} \frac{\partial \overline{\theta \partial^2 \theta}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (5.14)$$

Nous pouvons obtenir par un simple calcul, le développement au premier ordre de  $\theta/\bar{T}$  :

$$\frac{\overline{u_i \theta}}{\bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \cong \frac{\chi - 1}{\chi - \gamma} \gamma \alpha \frac{1}{\bar{T}} \frac{\partial \overline{\theta \partial^2 \theta}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (5.15)$$

#### 5.3.2.1 Le champ moyen de température pour la convection libre de grille

Pour pouvoir estimer les divers termes du bilan du champ de température moyen à partir des données expérimentales, on exprimera le quatrième terme du membre de gauche de l'équation (5.14) en utilisant la relation (c) des équations (5.11). Le sixième terme sera reformulé en utilisant la relation (5.15). L'écoulement est supposé unidirectionnel, statistiquement stationnaire en moyenne l'équation (5.14) est :

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} - \frac{\chi - 1}{\chi - \gamma} \alpha \gamma \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x \partial x} = \frac{\chi - 2}{\chi - 1} \frac{1}{\bar{u} \theta} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u \theta}}{\partial x} \quad (5.16)$$

Les divers termes du bilan sont présentés dans le **tableau 5.2** ci-après. Le coefficient polytropique étant celui déduit précédemment du bilan de l'équation du mouvement.

Nous constatons que les termes dominants sont ceux liés aux gradients des champs moyens. Les valeurs indiquent que le bilan thermique donné par cette équation n'est pas atteint. D'autres termes non pris en compte doivent intervenir dans ce bilan.

**Tableau 5.2** – Termes du bilan de l'équation de température pour les cinq sections en aval de la grille, (K/s).

x (m)	2	3	4	5	6
$\bar{U} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}$	-0,167	-0,168	-0,169	-0,164	-0,155
$-\frac{\chi-1}{\chi-\gamma} \alpha \gamma \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x \partial x}$	-2,3.9 <sup>-6</sup>	-1,2.9 <sup>-6</sup>	5,0.9 <sup>-7</sup>	0,78.9 <sup>-7</sup>	-9,9.9 <sup>-7</sup>
termes déduits du bilan :					
$\frac{\chi-2}{\chi-1} \bar{u} \bar{\theta} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u} \bar{\theta}}{\partial x}$	0,1759	0,1771	0,1777	0,1722	0,1627

## 5.4 Modélisation polytropique des équations statistiques des champs turbulents

Nous suivrons la même démarche que celle du chapitre IV, pour établir en écriture polytropique les équations bilans des champs turbulents.

### 5.4.1 Champ cinématique turbulent

Avec les considérations précédentes, l'équation bilan de la fluctuation de vitesse est donnée par :

$$\frac{du_i}{dt} + u_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} + \frac{r\chi}{\chi-1} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = 0 \quad (5.17)$$

L'équation aux tensions de Reynolds constitue la corrélation principale, car elle détermine en grande partie le comportement du champ moyen de vitesse.

$$\begin{aligned} & \frac{d\overline{u_i u_j}}{dt} + \overline{u_j u_\lambda} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_\lambda} + \overline{u_i u_\lambda} \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial \overline{u_i u_j u_\lambda}}{\partial x_\lambda} - \overline{u_i u_j} \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_\lambda} \\ & = -\frac{r\chi}{\chi-1} \left( \overline{u_i \partial \theta} + \overline{u_j \partial \theta} \right) + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_\lambda \partial x_\lambda} - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_\lambda} \frac{\partial u_j}{\partial x_\lambda} \end{aligned} \quad (5.18)$$

En tenant compte de l'équation de continuité, le cinquième terme de l'équation précédente devient :

$$-\overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{u_\lambda}}{\partial x_\lambda} = \frac{1}{\chi - \gamma} \gamma \alpha \frac{1}{T} \overline{u_i u_j} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_\lambda \partial x_\lambda} \quad (5.19)$$

Le sixième terme, avec la contraction  $i = j$  est :

$$\frac{r\chi}{(\chi-1)} \left( \overline{u_i \partial \theta} + \overline{u_j \partial \theta} \right) = \frac{2r\chi}{(\chi-1)} \left( \overline{\frac{\partial u_\lambda \theta}{\partial x_\lambda}} \right) + \frac{2r\chi \cdot \gamma \alpha}{(\chi-1)(\chi-\gamma)} \frac{1}{T} \overline{\theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_\lambda \partial x_\lambda}}$$

Le terme de production du flux thermique turbulent peut être estimé par l'expression (5.15).

Enfin, l'équation bilan de l'énergie cinétique de la turbulence s'écrit:

$$\begin{aligned} U_\lambda \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial x_\lambda} &= - \frac{\partial \overline{u_i u_i u_\lambda}}{\partial x_\lambda} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_i}}{\partial x_\lambda \partial x_\lambda} \\ - 2 \overline{u_i u_\lambda} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_\lambda} + \frac{2r\chi}{\chi-1} \left( \overline{\frac{\partial u_\lambda \theta}{\partial x_\lambda}} + \frac{1}{(\chi-1)} \frac{\overline{u_\lambda \theta}}{T} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_\lambda} \right) &- 2\nu_0 \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_\lambda} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_\lambda} \end{aligned} \quad (5.20)$$

On peut aussi par la même méthode établir l'équation de la dissipation de l'énergie cinétique

de la turbulence ( $\varepsilon = \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ ) elle est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\varepsilon}}{\partial t} + \overline{U_\lambda} \frac{\partial \overline{\varepsilon}}{\partial x_\lambda} + 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_\lambda}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial \overline{\varepsilon u_\lambda}}{\partial x_\lambda} + 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_\lambda} \frac{\partial \overline{U_\lambda}}{\partial x_j} + 2\nu \frac{\overline{u_\lambda \partial u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_\lambda} + 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_\lambda} \frac{\partial \overline{u_\lambda}}{\partial x_j} = \\ \varepsilon \frac{\partial \overline{U_\lambda}}{\partial x_\lambda} - \frac{2\nu r\chi}{\chi-1} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\gamma \alpha}{(\chi-\gamma)T} \frac{\overline{\varepsilon \partial^2 T}}{\partial x_\lambda \partial x_\lambda} + \nu \left( \frac{\partial^2 \overline{\varepsilon}}{\partial x_\lambda \partial x_\lambda} - 2\nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_\lambda} \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_\lambda} \right) \end{aligned} \quad (5.21)$$

#### 5.4.1.1 Application au bilan de l'énergie cinétique (uu) à la de convection libre de grille dans la direction verticale

L'écoulement étudié est supposé unidirectionnel et stationnaire en moyenne. L'équation bilan de l'énergie cinétique turbulente de la composante verticale de la vitesse moyenne de l'écoulement étudié est :

$$\begin{aligned} \overline{U} \frac{\partial \overline{uu}}{\partial x} + 2\overline{uu} \frac{\partial \overline{U}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{uuu}}{\partial x} = \\ - 2\nu \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{2r\chi}{\chi-1} \left( \overline{\frac{\partial u \theta}{\partial x}} + \frac{1}{(\chi-1)} \frac{\overline{u \theta}}{T} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} \right) + \nu \frac{\partial^2 \overline{uu}}{\partial x \partial x} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Pour faciliter l'interprétation des phénomènes physiques associés à chacun de ces termes, on adopte la forme donnée par Craft et al.[125] :  $\bar{U} (\partial uu / \partial x) = D_{uu} + P_{uu} - \varepsilon$ . Notre équation bilan montre que le taux de variation de l'énergie cinétique turbulente dans la direction vertical est dû aux termes suivant :

- $\bar{U} \frac{\partial uu}{\partial x}$  la variation de l'énergie cinétique turbulente:
  - $\nu \frac{\partial^2 uu}{\partial x \partial x}$  diffusion de l'énergie turbulente par contrainte visqueuse
  - $\frac{\partial}{\partial x} \overline{uuu}$  diffusion de la turbulence par les fluctuations de vitesse
- }  $D_{uu}$
- 
- $2\overline{uu} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x}$  production par le gradient de vitesse moyenne
  - 
  - $\frac{2r\chi}{\chi-1} \frac{\partial u\theta}{\partial x}$  production par le gradient du flux de chaleur
  - $\frac{2r\chi}{\chi-1} \left( \frac{1}{(\chi-1)} \frac{\overline{u\theta}}{\bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right)$  production par le gradient de température moyenne et le flux de chaleur  $u\theta$ .
- }  $P_{uu}$
- 
- $2\nu \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x}$  la dissipation visqueuse :  $\varepsilon$

Sur le tableau (5.3) sont représentés les valeurs expérimentales des termes de l'équation bilan de l'énergie cinétique turbulente. Les exposants  $\chi$  sont ceux du tableau (5.1), les termes de pression sont implicites et les flux turbulents de température qui jouent un rôle important dans ce type d'écoulement sont ici déduits du bilan.

Ces valeurs montrent que les termes de diffusion de l'énergie cinétique turbulente par les contraintes visqueuse et par les fluctuations de vitesse sont négligeables par rapport aux autres termes du bilan ( $9^{-5}$ ).

Comme pour l'écriture classique, la dissipation visqueuse est le terme dominant dans la première partie de l'écoulement ( $x < 3m$ ). Cependant, au-delà de 4m, cette dissipation ne compense pas la production du gradient du flux de chaleur et du gradient de température moyenne. Le déclin de la turbulence dans cette zone de l'écoulement n'est pas observée

**Tableau 5.3** –Termes du bilan de l'énergie cinétique turbulente en aval de la grille

x (m)	2	3	4	5	6
$U \frac{\partial \overline{uu}}{\partial x}$	$-2,13.9^{-3}$	$-7,8.9^{-4}$	$1,41.9^{-3}$	$2,94.9^{-3}$	$3,3.9^{-3}$
$2\overline{uu} \frac{\partial \overline{U}}{\partial x}$	$5,8.9^{-6}$	$-3,4.9^{-6}$	$-6,9.9^{-5}$	$-2,34.9^{-4}$	$-4,9.9^{-4}$
$-v \frac{\partial^2 \overline{u^2}}{\partial x \partial x}$	$2,4.9^{-5}$	$0,05.9^{-5}$	$2.9^{-5}$	$0,55.9^{-5}$	$2,1.9^{-5}$
$\frac{\partial}{\partial x} \overline{uuu}$	$-2,7.9^{-5}$	$-2,9.9^{-5}$	$-4,7.9^{-5}$	$-4,6.9^{-5}$	$-2,7.9^{-5}$
$2v \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x}$	$7,22.9^{-3}$	$3,09.9^{-3}$	$2,48.9^{-3}$	$2,61.9^{-3}$	$3,45.9^{-3}$
$\frac{2r\chi}{\chi-1} \left( \frac{\partial \overline{u\theta}}{\partial x} + \frac{1}{(\chi-1)} \frac{\overline{u\theta}}{\overline{T}} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} \right)$	$5,0679^{-3}$	$2,279^{-3}$	$3,77.9^{-3}$	$5,26.9^{-3}$	$6,23.9^{-3}$

### 5.4.2 Champ thermique turbulent

De la même manière que pour la fluctuation de vitesse, après la décomposition de Reynolds l'équation de la fluctuations de la température s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \overline{U}_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} - \overline{u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i}} - \frac{\chi-1}{\chi-\gamma} \gamma \alpha \frac{1}{\overline{T}} \left( \overline{T} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i \partial x_i} + \frac{\theta \partial^2 \overline{T}}{\partial x_i \partial x_i} + \frac{\theta \partial^2 \theta}{\partial x_i \partial x_i} \right) = 0 \quad (5.23)$$

Après multiplication par  $2\theta$  la moyenne et en tenant compte des simplification adéquates, l'équation moyennée du transport de la variance de température dans la direction de l'écoulement sera :

$$\overline{U} \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u\theta^2}}{\partial x} - 2 \frac{(\chi-1)}{(\chi-\gamma)} \gamma \alpha \left( \frac{\overline{\theta^2}}{\overline{T}} \frac{\partial^2 \overline{T}}{\partial x \partial x} \right) - \frac{(2\chi-3)}{(\chi-\gamma)} \gamma \alpha \left( \frac{1}{\overline{T}} \frac{\partial^2 \overline{\theta^2}}{\partial x \partial x} \right) = 0 \quad (5.24)$$

On peut, par un développement similaire à  $\varepsilon$ , obtenir l'équation de la dissipation de l'énergie thermique de la turbulence  $\varepsilon_\theta = \alpha (\partial \theta / \partial x_j) (\partial \theta / \partial x_j)$ . Elle s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{\varepsilon}_\theta}{\partial t} + \bar{U}_\lambda \frac{\partial \bar{\varepsilon}_\theta}{\partial x_\lambda} + 2\alpha \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_\lambda} \frac{\partial \bar{U}_\lambda}{\partial x_j} + \frac{\partial u_\lambda \varepsilon_\theta}{\partial x_\lambda} + 2\alpha \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_\lambda} + 2\alpha \frac{u_\lambda \partial \theta}{\partial x_j} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_j \partial x_\lambda} + \\ & 2\alpha \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_\lambda} = -\bar{\varepsilon}_\theta \frac{\partial \bar{U}_\lambda}{\partial x_\lambda} - \frac{\gamma \alpha}{(\chi - \gamma) \bar{T}} \frac{\varepsilon_\theta \partial^2 \bar{T}}{\partial x_\lambda \partial x_\lambda} + \frac{(\chi - 1) \gamma \alpha}{(\chi - \gamma)} \left( \frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}_\theta}{\partial x_\lambda \partial x_\lambda} - 2\alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_\lambda} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_\lambda} \right) \end{aligned} \quad (5.25)$$

#### 5.4.2.1 Application du bilan de l'énergie thermique à la de convection libre de grille

Comme pour la variance de vitesse, l'écoulement étudié est supposé unidirectionnel et stationnaire en moyenne. Nous ne présentons ici que l'équation bilan de la variance de température pour la composante verticale de la vitesse moyenne de l'écoulement. L'équation (5.23) peut s'écrire sous la forme,  $\bar{U} \frac{\partial \theta^2}{\partial x} = D_{\theta\theta} + P_{\theta\theta}$ , les symboles  $D_{\theta\theta}$   $P_{\theta\theta}$  représentent, respectivement, les termes de diffusion et de production. Nous constatons qu'avec cette écriture, le terme de dissipation ( $\varepsilon_\theta$ ) n'apparaît pas d'une façon explicite dans ce bilan.

- $\frac{\partial u \theta^2}{\partial x}$  diffusion de la turbulence thermique par la fluctuation de vitesse,
- $-2 \frac{(\chi - 1)}{(\chi - \gamma)} \gamma \alpha \frac{\bar{\theta}^2 \partial^2 \bar{T}}{\partial x \partial x}$  production de la turbulence thermique par le gradient de température moyenne et le transport moléculaire, (calculé mais négligeable),
- $-\frac{(2\chi - 3)}{(\chi - \gamma)} \gamma \frac{\alpha}{\bar{T}} \frac{\bar{\theta}^2 \partial^2 \theta}{\partial x \partial x}$  production de la turbulence thermique par le transport moléculaire.

Sur le **tableau (5.4)** sont donnés les termes de l'équation (5.23) en écriture polytropique. Seul le dernier terme de production est déduit du bilan, sa valeur augmente au-delà de 4m, ce qui est en accord avec la croissance de l'énergie thermique turbulente moyenne obtenue avec l'écriture classique dans cette zone aval de la grille.

**Tableau 5.4** -Termes du bilan de l'énergie thermique turbulente en aval de la grille. ( $K^2/s$ )

x (m)	2	3	4	5	6
$\bar{U} \frac{\partial \theta^2}{\partial x}$	$-5.9^{-2}$	$-3,05.9^{-2}$	$-4,6.9^{-3}$	$4,1.9^{-3}$	$5,69^{-3}$ .
$\frac{\partial u \theta^2}{\partial x}$	$-1,7.9^{-3}$	$-1,1.9^{-3}$	$-1.9^{-3}$	$-4.9^{-4}$	$7,2.9^{-4}$
$-2 \frac{(\chi - 1)}{(\chi - \gamma)} \gamma \alpha \frac{\bar{\theta}^2 \partial^2 \bar{T}}{\partial x \partial x}$	$-2,81.9^{-9}$	$-8,1.9^{-9}$	$2,7.9^{-9}$	$4,5.9^{-11}$	$-6,7.9^{-9}$
$\frac{(2\chi - 3)}{(\chi - \gamma)} \gamma \frac{\alpha}{\bar{T}} \frac{\bar{\theta}^2 \partial^2 \theta}{\partial x \partial x}$	$-5,17.9^{-2}$	$-3,16.9^{-2}$	$-5,6.9^{-3}$	$3,6.9^{-3}$	$6,32.9^{-3}$

## 5.5 Application du modèle pour la déduction des signaux instantanés de pression

### 5.5.1 Les fluctuations de pression

Les grandeurs quasi instantanées liées à la pression sont des termes très précieux pour le contrôle comportemental des modèles de turbulence, leur évaluation est rare et demeure d'actualité. La mesure de la pression fluctuante loin de la paroi a été considérée comme extrêmement difficile en raison de la nature intrusive des sondes de pression utilisées à cet effet. Pour la mesure de la fluctuation de pression pariétale, les parois sont équipées de capteurs de pression (piézoélectriques). Pour un point arbitraire de l'écoulement, il est inévitable d'utiliser les sondes de type tube. George et al. [132] ont présenté les sources d'erreurs de mesure possibles pour la fluctuation de pression à l'aide d'un tube Pitot, ils les résumant brièvement par :

1. contamination acoustique due à des perturbations parasites d'origine externe,
2. le bruit du soufflement provenant de l'écoulement sur le corps aérodynamique,
3. des vibrations de la sonde sont induites en réponse à l'accélération de l'écoulement,
4. la sensibilité affectée par le flux résultant, par exemple, d'effets directionnels,
5. erreur de résolution due à la moyenne sur la surface de la sonde,
6. erreur due à la fluctuation du flux transversal,
7. réponse aux fluctuations de la vitesse axiale.

### 5.5.2 Méthodologie de la déduction des signaux de pression

L'approximation polytropique permet de déduire les signaux représentatifs des fluctuations de pression et de masse volumique. Pour cela, en utilisant le postulat de Reynolds, nous approximations au second ordre la relation donnant la pression :

$$\ln\left(1 + \frac{p}{\bar{p}}\right) \simeq \frac{p}{\bar{p}} - \frac{1}{2} \frac{p^2}{\bar{p}^2} + \dots$$

Comme les champs de pression et de température sont généralement décrits comme un état de déviation de l'état de référence adiabatique hydrostatique au repos:

$$P_{ref} = P_a \text{ et } T_{ref} = T_a$$

Nous pouvons écrire :

$$\ln\left(\frac{P}{P_{ref}}\right) = \ln\left(1 + \frac{p}{\bar{p}}\right) - \ln\left(\frac{P_{ref}}{\bar{p}}\right) \text{ et } \ln\left(\frac{T}{T_{ref}}\right) = \ln\left(1 + \frac{\theta}{\bar{T}}\right) - \ln\left(\frac{T_{ref}}{\bar{T}}\right)$$

Et :

$$\text{Ln}\left(\frac{P}{P_{ref}}\right) \simeq \frac{p}{\bar{P}} - \frac{1}{2} \frac{p^2}{\bar{P}^2} - \text{Ln}\left(\frac{P_{ref}}{\bar{P}}\right) \quad \text{et} \quad \text{Ln}\left(\frac{T}{T_{ref}}\right) \simeq \frac{\theta}{\bar{T}} - \frac{1}{2} \frac{\theta^2}{\bar{T}^2} - \text{Ln}\left(\frac{T_{ref}}{\bar{T}}\right)$$

Nous considérons que le chauffage correspond à une loi d'évolution générale qui est décomposée en une suite continue de transformations élémentaires de type polytropique. La relation (5.1) nous donne,  $\text{Ln}\left(\frac{P}{P_{ref}}\right) = \frac{\chi}{\chi-1} \text{Ln}\left(\frac{T}{T_{ref}}\right)$ , on obtient l'équation aux fluctuations de pression suivante :

$$\frac{p}{\bar{P}} - \frac{1}{2} \frac{p^2}{\bar{P}^2} + \text{Ln}\left(\frac{\bar{P}}{P_{ref}}\right) \approx \frac{\chi}{\chi-1} \left( \frac{\theta}{\bar{T}} - \frac{1}{2} \frac{\theta^2}{\bar{T}^2} + \text{Ln}\left(\frac{\bar{T}}{T_{ref}}\right) \right) \quad (5.26)$$

$$\left[ -\frac{\bar{p}^2}{2\bar{P}^2} + \text{Ln}\left(\frac{\bar{P}}{P_{ref}}\right) \right] \approx \frac{\chi}{(\chi-1)} \left[ -\frac{\bar{\theta}^2}{2\bar{T}^2} + \text{Ln}\left(\frac{\bar{T}}{T_{ref}}\right) \right] \quad (5.27)$$

Après un calcul simple, où l'on ne tient compte que d'un développement au second ordre, on obtient la relation des corrélations pression-température, suivante :

$$\frac{\bar{p}^2}{\bar{P}^2} = \frac{\chi^2}{(\chi-1)^2} \frac{\bar{\theta}^2}{\bar{T}^2},$$

La substitution de la fluctuation de température par la fluctuation de pression dans l'équation moyennée (5.27), pour l'intervalle  $n, n+1$  ( ,  $n+1$  sont les positions des points de mesure successives présentés sur la **figure 5.1**), nous donne l'équation du second degré en  $\chi_n$  suivante:

$$(\chi_n - 1)^2 \left[ \text{Ln}\left(\frac{\bar{P}_{n+1}}{\bar{P}_n}\right) \right] = \chi_n \left[ (\chi_n - 1) \text{Ln}\left(\frac{\bar{T}_{n+1}}{\bar{T}_n}\right) + \frac{\bar{\theta}_{n+1}^2}{2\bar{T}_{n+1}^2} - \frac{\bar{\theta}_n^2}{2\bar{T}_n^2} \right] \quad (5.28)$$

On obtient la valeur du coefficient  $\chi_n$  par la résolution de l'équation (5.28). On montre ainsi que  $\chi_n$  peut être déduit directement des mesures des grandeurs moyennes de pression et de température et des fluctuations de température.

De même, l'équation (5.26) s'écrit entre les bornes  $n, n + 1$  et donne :

$$\left[ \frac{P}{\bar{P}} - \frac{P^2}{2\bar{P}^2} + \text{Ln}\left(\frac{\bar{P}}{P_a}\right) \right]_n^{n+1} \approx \frac{\chi_n}{\chi_n - 1} \left[ \frac{\theta}{\bar{T}} - \frac{\theta^2}{2\bar{T}^2} + \text{Ln}\left(\frac{\bar{T}}{T_a}\right) \right]_n^{n+1} \quad (5.29)$$

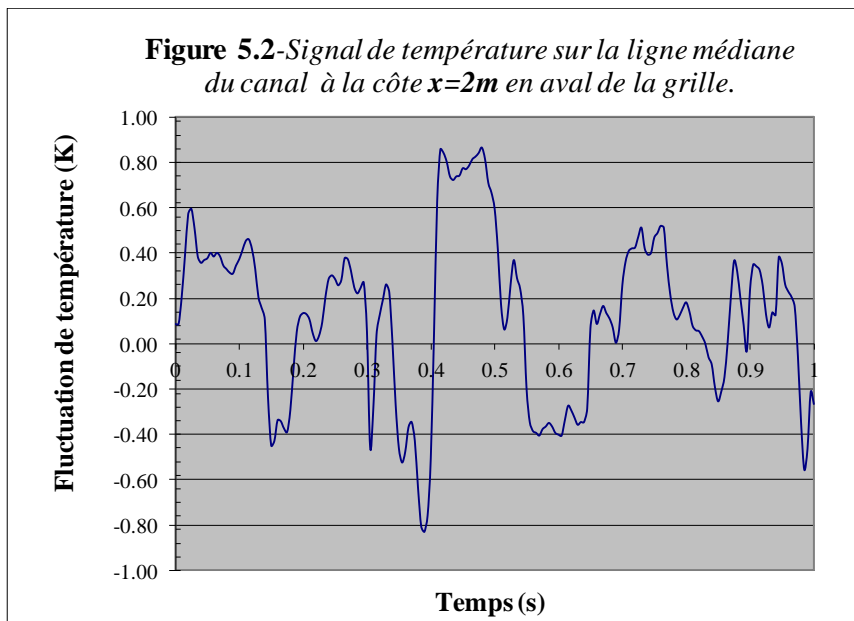
L'équation (5.29) permet d'estimer le signal de pression au point  $n, n + 1$  connaissant celui du point précédent. On peut ainsi établir un schéma itératif qui nous permet en tout point d'un écoulement d'avoir le coefficient  $\chi_n$  puis d'estimer le signal de la pression correspondant.

La même démarche peut être utilisée pour obtenir l'estimation des fluctuations de la masse volumique.

### 5.5.3 Test de validation du modèle par l'estimation des fluctuation des pressions de l'écoulement de grille.

Les enregistrements des données expérimentales dans le cas de la turbulence de grille en convection libre ont été repris pour examiner la faisabilité de l'approximation polytropique pour la déduction des fluctuations de pression. Nous cherchons à estimer les signaux de pression pour les six points de mesure situés sur l'axe du canal, aux altitudes :

$x = 2, 3, 4, 5, \text{ et } 6 \text{ m}$ . Le premier point dont nous avons les enregistrements des signaux de température (voir **figure 5.2**), et les valeurs moyennes de la pression et de la température se situe à  $2 \text{ m}$  en aval de la grille, il est indicé par '2'. Son précédent n'étant pas mesuré, il sera pris à la même côte mais à l'extérieur de la veine de convection (milieu adiabatique et aérostatique) et sera indicé par '2a'.



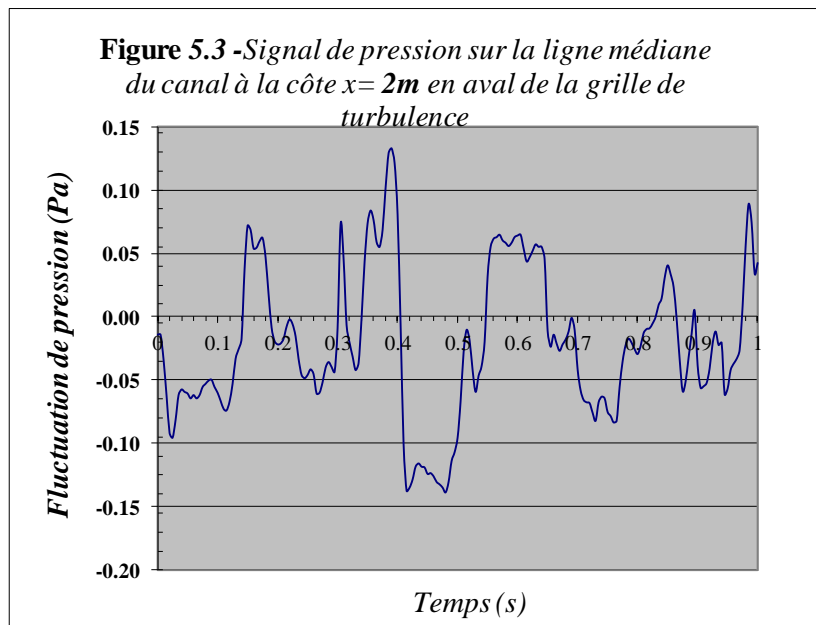
En faisant l'hypothèse d'une relation du type polytropique entre le premier point et son précédent, l'équation (5.29) donne:

$$(\chi_{2a} - 1)^2 \left[ \text{Ln} \left( \frac{\bar{P}_2}{P_{2a}} \right) \right] - \chi_{2a} \left[ (\chi_{2a} - 1) \text{Ln} \left( \frac{\bar{T}_2}{T_{2a}} \right) + \frac{\theta_2^2}{2T_2^2} \right] = 0 \quad (5.30)$$

La résolution de cette équation nous donne deux solutions pour  $\chi_{2a}$ . Seule la solution  $\chi_{2a} = 0.00047$  est retenue, l'autre conduirait à des valeurs aberrantes de la fluctuation de pression. Le coefficient  $\chi_{2a}$  et les fluctuations de pression  $p_2/\bar{P}_2$  ne sont que des valeurs utilisées pour initier le calcul des fluctuations de pression aux autres points de mesure.

### 5.6 Résultats obtenus sur les signaux de l'écoulement de grille

Les signaux de pression pour le point  $x = 2\text{ m}$  sont présentés sur les figures 5.3. Ce premier résultat confirme la forte dépendance des fluctuations de pression à la fluctuation de température. Il est important de noter que la validité de la démarche est liée à la proximité des valeurs des grandeurs thermodynamiques d'un point à un autre de l'espace et du temps.



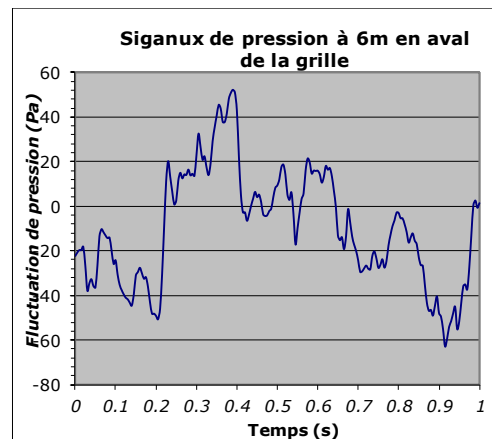
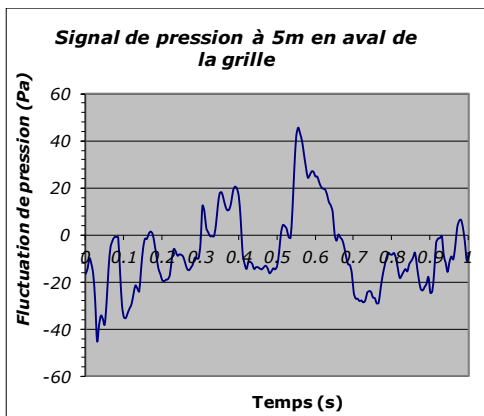
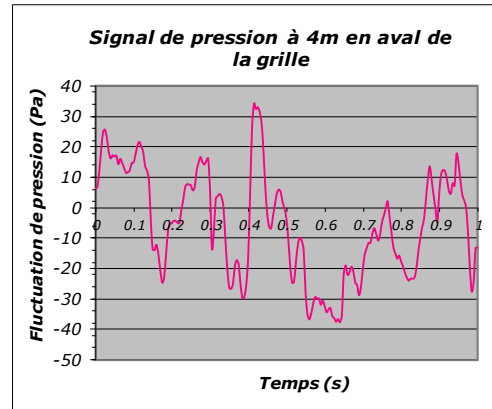
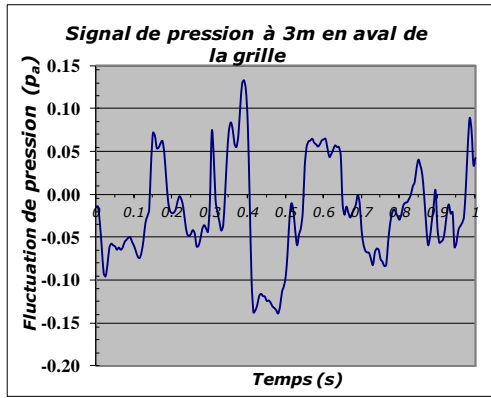
En turbulence de grille, les changements thermodynamiques sont modérés et l'on peut admettre qu'une variation élémentaire de ces grandeurs puisse correspondre à une distance notable dans l'espace physique (de l'ordre du mètre dans notre configuration).

Pour les autres intervalles les valeurs des coefficient polytropique  $\chi_n$  sont présentées dans le **tableau (5.5)**.

**Tableau 5.5** – Valeurs des coefficients polytropiques  $\chi_n$  déduites de l'expérience.

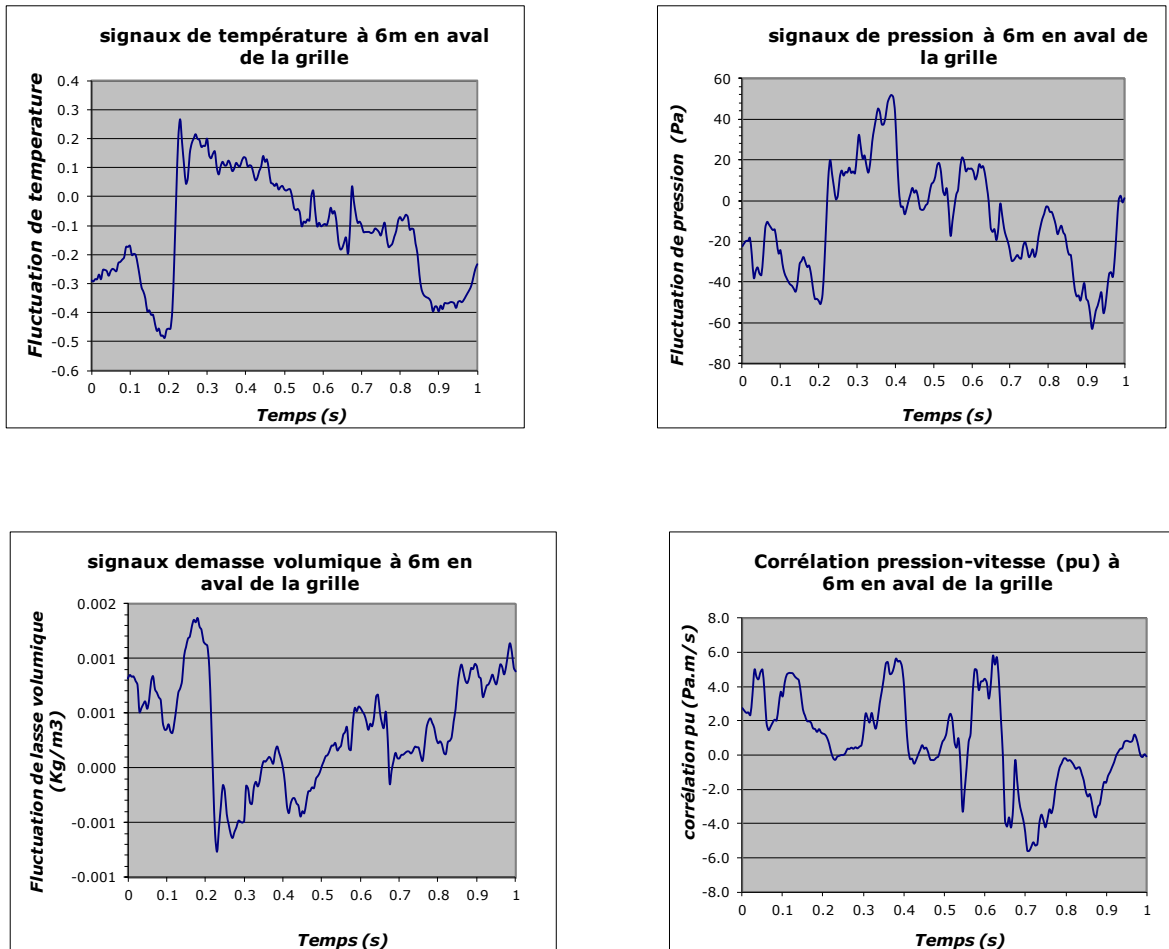
x (m)	2-3	3-4	4-5	5-6
$\chi$	-0.091	-0.18	-0.16	-0.35

Les signaux de pression aux points situés à  $x = 3, 4, 5, 6 m$ , sur la ligne médiane du canal sont illustrés sur les **figures 5.4**. L'amplitude des fluctuations de pression augmentent avec la distance en aval de la grille. L'écoulement évolue d'une situation de faible production de turbulence vers un écoulement avec production de turbulence notable ce qui semble cohérent avec ce qui a été observé au chapitre III, sur l'intensité de la turbulence de la fluctuation de vitesse.



**Figures 5.4** – Signaux de pression sur la ligne médiane du canal, aux côtes  $x=3, 4, 5$ , et  $6 m$  en aval de la grille de turbulence.

Sur les **figures 5.5** sont illustrés les signaux de pression et de masse volumique pour le point de mesure situé sur la ligne médiane du canal à la cote  $x = 6\text{ m}$  en aval de la grille. Ces signaux montrent la validité de la méthode polytropique pour la déduction des fluctuations de pression et de masse volumique. Les corrélations pression-vitesse et pression-température sont aussi obtenues.

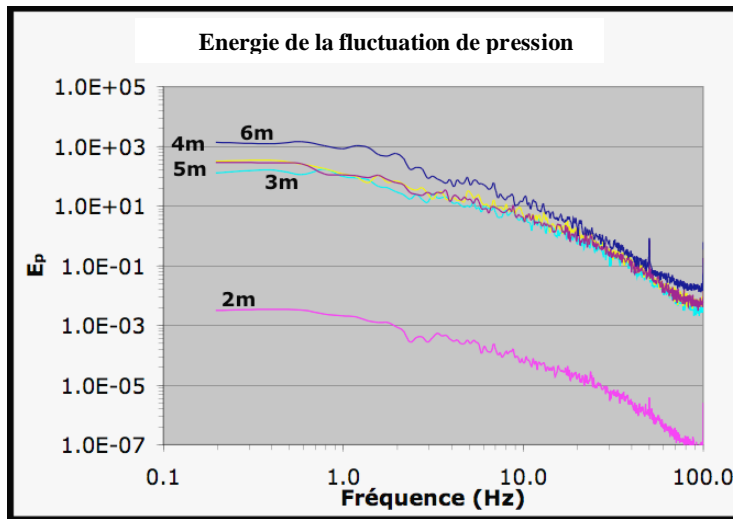


**Figures 5.5** - Signaux de pression, de masse volumique et de leur corrélation avec la vitesse sur la ligne médiane de la veine pour la cote  $x = 6\text{ m}$  en aval de la grille turbulence.

L'énergie des fluctuations de pression peut être représentée par le spectre de puissance,

$$\int_0^{\infty} S_{pp}(k) dk = \frac{1}{2} \overline{p'^2} \quad (S_{pp} \text{ est le carré de la transformée de Fourier des fluctuations de pression}).$$

L'évolution sur la ligne médiane de ces énergies aux cotes  $x = 2, 3, 4, 5, \text{ et } 6\text{ m}$ , est illustrée sur la **figure 5.6**. Elle montre la croissance de cette énergie de la fluctuation de pression en aval de la grille de turbulence.



**Figure 5.6-** Spectre d'énergie de la fluctuation de pression sur la ligne médiane aux cotes  $x=2, 3, 4, 5$  et  $6m$  en aval de la grille de turbulence.

## 5.7 Conclusion

La démarche de la modélisation polytropique consiste à remplacer l'approche classique dynamique par une approche thermodynamique, la pression grandeur d'état du fluide est considérée comme un opérateur de cette transformation thermodynamique.

Le niveau d'approximation polytropique choisi dans ce chapitre nous a permis de réécrire à l'aide d'un travail analytique le système d'équations statistiques du type  $k-\varepsilon$ , pour l'analyse expérimentale, et la simulation numérique des écoulements subsoniques à faible chauffage. Cette approximation est à notre avis moins restrictive que celle de Boussinesq. La pression terme difficile à appréhender n'est plus une variable du problème, ce qui représente un des avantages de l'approximation polytropique. Il présente une amélioration notable de la prise en compte de la réalité des mécanismes physiques des écoulements du type convection libre ou convection naturelle.

Cependant, la résolution du système d'équations statistiques du type  $k-\varepsilon$  nécessite des moyens numériques (e.g. DNS) non disponibles au laboratoire. Cette difficulté fait que le résultat espéré à la suite de ce développement n'a pas pu être atteint du moins dans le cas de l'écoulement de convection de grille étudié dans cette thèse.

Néanmoins, cette nouvelle démarche nous a permis une estimation expérimentale des signaux de la fluctuation de la pression, de la masse volumique et des corrélations entre ces deux grandeurs difficiles à obtenir directement par les mesures.

Nous pouvons conclure qu'à la lumière de cette nouvelle démarche des perspectives s'ouvrent pour la fermeture des équations de la convection turbulente libre, et pour l'estimation des fluctuations de pression, sans avoir recours aux données des écoulements de convections forcées et aux méthodes intrusives pour la mesure de la pression. C'est peut-être ici où résidera l'intérêt principal de cette modélisation polytropique et de ce travail.

# CONCLUSION GENERALE

## Conclusion générale

Les écoulements turbulents de convection libre sont présents dans la nature et l'industrie, mais relativement peu d'études ont été réalisées pour les décrire. L'étude de la dynamique d'un écoulement de convection naturelle nécessite une bonne compréhension du rôle joué par les différents mécanismes physiques qui lui sont associés. Une étude originale d'une turbulence de grille qui se produit par convection naturelle dans un grand canal vertical est présentée. Dans cette étude la flottabilité est la seule force motrice responsable du mouvement. Cette étude s'inscrit dans un processus qui, en plus d'une analyse du phénomène de l'écoulement de convection libre, peut produire des données pour la validation des outils numériques.

Le canal est de grandes dimensions ( $9 \times 3 \times 3 \text{ m}^3$ ), il permet de réaliser grâce à la présence de deux grilles un écoulement turbulent de convection naturelle. Le nombre de Reynolds rapporté à la maille de la grille dynamique ( $Re_M$ ) égal à  $9^4$  et le nombre de Rayleigh rapporté à la hauteur de la veine ( $Ra_H$ ) égal à  $9^{11}$ .

Nous nous sommes intéressés principalement à la zone de convection pleinement développée, elle se situe au-delà d'une hauteur de 1,2 m en aval de la grille de turbulence. Le traitement des résultats expérimentaux nous a permis de confirmer que l'écoulement moyen est unidirectionnel en moyenne. L'évolution des profils cinématiques et thermiques de l'écoulement pour cinq stations d'essai différentes a montré une bonne reproductibilité de l'écoulement, ce qui confirme que la zone explorée est bien la zone de l'écoulement pleinement développé.

Les profils obtenus présentent une inhomogénéité sur la répartition transversale du champ de vitesses moyen. En effet, bien que la turbulence de grille continue d'être largement utilisée dans de nombreuses investigations expérimentales sur la turbulence, l'homogénéité transversale de son écoulement n'est généralement pas atteinte. Deux raisons sont à notre avis les causes de l'inhomogénéité de l'écoulement présent:

- La première est que la hauteur du canal n'a pas permis à l'écoulement de grille de s'homogénéiser plus en aval, puisqu'il est bien établi que la turbulence ne devient homogène qu'après au moins 40 mailles en aval de la grille de turbulence.
- La deuxième raison est due à l'effet du blocage causé par la proximité de la toiture de la sortie du canal. Il est clair que la présence d'obstacles influe sur l'évolution de

l'écoulement, ses effets sont répercutés d'autant plus loin en amont de ceux-ci que la vitesse de l'écoulement est faible.

Nous avons constaté que les intensités de la turbulence longitudinale ( $I_u = \langle u^2 \rangle^{1/2} / \langle U \rangle$ ) et transversale ( $I_w = \langle w^2 \rangle^{1/2} / \langle U \rangle$ ) augmentent dans la zone centrale, quelle que soit la distance en aval de l'écoulement. Le maximum de cette intensité coïncide avec le minimum de la vitesse longitudinale moyenne de l'écoulement. Dans cette zone centrale, il y a un échange évident d'énergie entre le champ moyen et le champ turbulent, la perte d'énergie du champ moyen est transformée en énergie de turbulence.

L'intensité de la turbulence calculée sur la ligne médiane de l'écoulement est plus proche de l'isotropie à proximité de la grille, mais devient progressivement anisotrope plus loin. L'anisotropie observée aurait pu être corrigée en procédant à une contraction des parois latérales comme il est d'usage dans les écoulements forcés.

Une évaluation des énergies moyennes turbulentes cinétiques et thermiques le long de la ligne médiane de la veine de convection est obtenue. Contrairement à ce qui est observé en convection forcée, le déclin de ces énergies n'est pas retrouvé. Au-delà d'une distance de 4 m de la grille de turbulence, une croissance des deux énergies est observée.

Dans l'optique de comprendre et d'expliquer l'évolution de la turbulence observée dans le cas de notre étude, il nous a paru intéressant d'établir puis d'analyser les bilans des variances de vitesse et de température. Pour se faire, une étude quantitative accessible facilement pour l'écoulement moyen, s'ouvre pour la partie turbulente de l'écoulement au travers d'une approche RANS. Ainsi, la contribution de la turbulence à l'écoulement devient plus quantifiable par une analyse expérimentale des bilans pour l'énergie cinétique et thermique.

L'analyse des équations bilans de transport des variances cinématiques et thermiques a montré que dans la zone juste en aval de la grille les termes de dissipation visqueuse sont les termes dominants. Sous l'effet de cette forte dissipation les énergies de la turbulence chutent très rapidement dans cette première zone. Même si la dissipation visqueuse demeure active plus loin en aval de la grille, elle ne peut pas à elle seule équilibrer tous les termes de production de la turbulence. En effet, nous constatons qu'au delà de 4m, en aval de la grille les termes de corrélation-pression augmentent avec l'altitude et finissent par prendre le dessus sur les termes de dissipations. On montre ainsi que les termes liés à la fluctuation de pression jouent un rôle important dans l'évolution des énergies de la turbulence.

Cette analyse nous a permis de faire une comparaison entre les résultats présents et ceux qui sont rencontrés dans la littérature sur de la turbulence de grille en convection forcée. À travers cette comparaison, nous pouvons conclure qu'une similitude peu exister entre les deux convection pour ce qui est du déclin de la turbulence en aval de la grille, si toutefois on arrive à corriger l'inhomogénéité et à améliorer l'isotropie de l'écoulement.

Par ailleurs, la nouvelle formulation d'écriture polytropicque des liaisons thermodynamiques locales entre les grandeurs d'état décrite puis appliquée dans ce travail permet de s'approcher au mieux d'une réelle prise en compte de la phénoménologie des écoulements de gaz chauffés. Notre contribution au développement de cette nouvelle démarche consiste à réécrire un nouveau système d'équations statistiques du type  $k - \varepsilon$  pour la simulation numérique et l'analyse expérimentale.

Pour la simulation numérique, ce système représente un avantage, car le nombre d'équations est réduit, on passe de 6 équations à 6 inconnues, à 5 équations et 5 inconnues. La pression et la masse volumique variables d'état difficiles à appréhender deviennent des variables implicites du problème. Cependant, la validation d'une telle démarche par simulation numérique nécessite des moyens de calculs (DNS) non disponibles au laboratoire. Pour une meilleure application de ce modèle à l'analyse expérimentale des bilans d'énergie, nous souhaiterions pouvoir procéder à des expériences plus fines, sur un banc d'essai bien calibré et avec les techniques de mesure actuelles.

Toutefois, l'application du modèle polytropicque à l'écoulement étudié nous a permis l'évaluation par la déduction des grandeurs quasi instantanées liées à la pression et à la masse volumique. Ces termes très précieux pour le contrôle comportemental des modèles de turbulence restent difficiles à déterminer directement par l'expérience. La nouvelle formulation d'écriture polytropicque des liaisons thermodynamiques locales entre les grandeurs d'état présentée dans ce chapitre est, à notre connaissance, la seule qui puisse nous permettre d'estimer par le calcul des signaux de pression.

Ces résultats montrent que l'approximation polytropicque répond à un certain nombre de besoins pour mieux appréhender les écoulements de gaz chauffés, en particulier par l'exploitation expérimentale.

# Références bibliographiques

## Références bibliographiques

- [1] JC. Wyngaard, Atmospheric turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 24, 205-33 (1992).
- [2] B. Stevens, Atmospheric Moist Convection, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 33: 605-43 (2005).
- [3] JR. Bodoia, JF. Osterle, The development of free convection between heated vertical plates. *Journal of Heat Transfer*, 84:40-44,( 1962).
- [4] W. Aung, Fully developed laminar free convection between vertical plates heated asymmetrically. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15:1577-1580 (1972).
- [5] S. Ostrach, An analysis of laminar free-convection flow and heat transfer about a flat plate parallel to the direction of the generating body force. Technical Report 2635, NACA (1952).
- [6] M. Sparrow, JL. Gregg, Laminar free convection from a vertical plate with uniform surface heat flux. *Transaction of the ASME*, 78:435-440 (1956).
- [7] O. Aydin, L. Guessous, Fundamental correlations for laminar and turbulent free convection from a uniformly heated vertical plate. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 44:4605-4611( 2001).
- [8] SJ. Kim, SW. Lee, *Air Cooling Technology for Electronic Equipment*, CRC Press, Boca Raton, FL, (1996).
- [9] Q. Lu, S. Qiu, G. Su, W. Tian, Z. Ye, Experimental research on heat transfer of natural convection in vertical rectangular channels with large aspect ratio, *Experimental Thermal and Fluid Science* 34 (1) 73-80 (2009).
- [10] TS. Fisher, KE. Torrance, Experiments on chimney-enhanced free convection, *J. Heat Trans.-T ASME* 121 603-608 (1999).
- [11] WW. Thrasher, TS. Fisher, KE. Torrance, Experiments on chimney enhanced free convection from pin-fin heat sinks, *J. Electron. Pack.* 122 350-355 (2000).
- [12] AG. Straatman, JD. Tarasuk, JM. Floryan, Heat transfer enhancement from a vertical, isothermal channel generated by the chimney effect, *J. Heat Trans.-T ASME* 115 395-402 (1993) .
- [13] SD. Sandbach, GF. Lane-Serff, Transient buoyancy-driven ventilation: Part 1. Modelling advection, *Building and Environment* 46 1578-588 (2011).

- [14] W. Elenbaas, Heat dissipation of parallel plates by free convection, *Physica* 9, 39(1): 1–28 (1942).
- [15] EM. Sparrow, PA. Bahrami, Experiments on natural convection from vertical parallel plates with either open or closed edges. *Journal of Heat Transfer*, 92:221–227 (1980).
- [16] CO. Olsson, Prediction of Nusselt number and flow rate of buoyancy driven flow between vertical parallel plates. *Journal of Heat Transfer*, 126:97–94 (2004).
- [17] ARH. Al-Azzawi, Natural convection in a vertical channel related to passive solar systems. PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Strathclyde, Glasgow, UK (1987).
- [18] B. Zamora, AS. Kaiser, Optimum wall-to-wall spacing in solar chimney shaped channels in natural convection by numerical investigation. *Applied Thermal Engineering*, 29:762–769, (2009).
- [19] HM. Badr, MA. Habib, S. Anwar, R. Ben-Mansour, SAM. Said, Turbulent natural convection in vertical parallel-plate channels. *Heat Mass Transfer*, 43:73–84 (2006).
- [20] S. Giroux-Julien, C. Ménézo, J. Vareilles, H. Pabiou, M. Fossa, E. Leonardi, Natural convection in non uniformly heated channel investigation - application to photovoltaic façades. *Computational Thermal Sciences*, 1:231–258 (2009).
- [21] Q. Lu, S. Qiu, G. Su, W. Tian, Z. Ye, Experimental research on heat transfer of natural convection in vertical rectangular channels with large aspect ratio. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 34:73–80 (2009).
- [22] O. Miyatake, T. Fujii, Free convection heat transfer between vertical parallel plates - one plate isothermally heated and the other plate insulated. *Heat Transfer - Japanese Research*, 2:30–38 (1973).
- [23] O. Miyatake, T. Fujii, M. Fujii, H. Tanaka, Natural convective heat transfer between vertical parallel plates - one plate with a uniform heat flux and the other thermally insulated. *Heat Transfer Japanese Research*, 1:25–33 (1973).
- [24] AM. Dalbert, F. Penot, JL. Peube, Convection naturelle laminaire dans un canal vertical chauffé à flux constant. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 24(9):1463–1473 (1981).
- [25] AM. Dalbert, JL. Peube, F. Penot, JF. Robert, Etude de l'écoulement dans un collecteur plan. *Revue Phys. Appl.*, 15:201–206, Février (1980).
- [26] C. Popa, D. Ospir, S. Fohanno, C. Chereches, Numerical simulation of dynamical aspects of natural convection flow in a double skin façade. *Energy and Buildings*, 50:229–233, 2012.
- [27] BW. Webb, DP. Hill, High Rayleigh number laminar natural convection in an asymmetrically heated vertical channel. *Journal of Heat Transfer*, 111:649–656 (1989).

- [28] A. Auletta , O. Manca, Heat and fluid flow resulting from the chimney effect in a symmetrically heated vertical channel with adiabatic extensions. *Int. J. Thermal Sciences*, 41:191–1111(2002).
- [29] A. Auletta, O. Manca, B. Morrone, and V. Naso, Heat transfer enhancement by the chimney effect in a vertical isoflux channel. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 44:4345–4357 (2001).
- [30] A. Andreozzi, B. Buonomo, O. Manca. Thermal management of a symmetrically heated channel-chimney system. *International Journal of Thermal Sciences*, 48:475–487 (2009).
- [31] S.A. Thorpe, Recent Developments in the Study Of Ocean Turbulence, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 32, 91 (2004).
- [32] U. Christensen, Effects of phase transitions on mantle convection, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 23, 65 (1995).
- [33] G. Hugot, Etude de la convection naturelle entre deux plaques planes, verticales, parallèles et isothermes. *Enthropie*, 46:55–66 (1972).
- [34] M. Miyamoto, Y. Katoh, J. Kurima, H. Sasaki, Turbulent free convection heat transfer from vertical parallel plates. In Hemisphere, editor, *Internationaleat Transfer Conference*, volume 4, pages 1593–1598 (1986).
- [35] MA. Habib, SAM. Said, SA. Ahmed, A. Asghar, Velocity characteristics of turbulent natural convection in symmetrically and asymmetrically heated vertical channels. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 26:77–87 (2002).
- [36] TF. Ayinde, SAM. Said, MA. Habib, Experimental investigation of turbulent natural convection flow in a channel. *Heat Mass Transfer*, 42:169–177 ( 2006).
- [37] HM. Badr, MA. Habib, S. Anwar, R. Ben-Mansour, SAM. Said, Turbulent natural convection in vertical parallel-plate channels. *Heat Mass Transfer*,43:73–84 (2006).
- [38] X. Cheng, U. Müller, Turbulent natural convection coupled with thermal radiation in large vertical channels with asymmetric heating. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41:1681–1692 (1998).
- [39] G C. Vliet , D. C. Ross, Turbulent natural convection on upward and downward facing inclined constant heat flux surfaces. *Journal of Heat Transfer*, 97:549–555 (1975).
- [40] Du Puits, R, Resagk, C. Thess, Breakdown of wind in turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E*, 75(1):016302(2007a).
- [41] J. Zhang, S. Childress, A. Libchaber, Non-Boussinesq effect : Thermal convection with broken symmetry. *Physics of Fluids*, 9:934–942 (1997).
- [42] LP. Kadanoff, Turbulent heat flow : Structures and scaling. *Physics Today*, 54:34–39 (2001)..

- [43] A.A. Townsend, Temperature fluctuations over a heated horizontal surface. *J. Fluid Mech.* 5, 209 (1959).
- [44] N. Howard, Convection at high Rayleigh number. *Proc. 11th Int. Cong. Appl. Mech.* (Ed. H. Gortler.) Berlin: Springer (1966).
- [45] E.M. Sparrow, R.B. Husar, R.J. Goldstein, Observations and other characteristics of thermals, *J. Fluid Mech.*, vol. 41, part 4, pp. 793-800 (1970).
- [46] J.J. Niemela, L. Skrbek, K.R. Sreenivasan, R.J. Donnelly, The wind in confined thermal convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 449:169–178 (2001).
- [47] B.A. Puthenveetil, J.H. Arakeri, (2005). Plume structure in high-Rayleigh number convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 542:217–249 (2005).
- [48] K.Q. Xia, C. Sun, S.Q. Zhou, Particle image velocimetry measurement of the velocity field in turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E*, 68(6):066303 (2003).
- [49] E. Brown, G. Ahlers, Effect of the Earth's Coriolis force on the large-scale circulation of turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Physics of Fluids*, 18:598 (2006a).
- [50] E. Brown, G. Ahlers, Rotations and cessations of the large-scale circulation in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 568:351–386 (2006b).
- [51] C. Sun, K.Q. Xia, Morphological Evolution of Thermal Plumes in Turbulent Rayleigh-Bénard Convection. *Physical Review Letters*, 98(7):074501 (2007).
- [52] X. Chavanne, F. Chillà, B. Chabaud, B. Castaing, B. Hébral, Turbulent Rayleigh-Bénard convection in gaseous and liquid He. *Physics of Fluids*, 13:1300–1320 (2001).
- [53] P.E. Roche, B. Castaing, B. Chabaud, B. Hébral, Observation of the 12 power law in Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. E*, 63(4):045303 (2001).
- [54] J.J. Niemela, L. Skrbek, K.R. Sreenivasan, R.J. Donnelly, Turbulent convection at very high Rayleigh numbers. *Nature*, 404:837–840 (2000).
- [55] M. Aksouh, A. Mataoui, N. Seghouani, Rayleigh number effect on the turbulent heat transfer within a parallelepiped cavity. *Thermal science*, vol. 15, no. 2, pages S341\_S356, (2011).
- [56] M. Aksouh, Etude des effets de la turbulence sur la convection naturelle dans une cavité parallélépipédique, Thèse de Doctorat, Université des Sciences et de Technologie Houari Boumediene (2013).
- [57] M. Aksouh, A. Mataoui, N. Seghouani, Low Reynolds number effect on the turbulent natural convection in an enclosed 3D tall cavity, *J. Progress in Computational Fluid Dynamics*, vol. 12, pages 389-399, (2011).
- [58] A. Benkhelifa, L. Thomas, J. Robert et F. Penot, Etudes Numériques et Expérimentales Comparatives du Jet Plan Anisotherme en Régime de Convection Mixte Favorable, *Rev.*

Energ. Ren. : 11<sup>èmes</sup> Journées Internationales de Thermique(2003)119-126. Congrès Francophone de Techniques Laser, CFTL 2008, Futuroscope, 16 - 19 septembre (2008).

- [59] G.I.Taylor, Statistical theory of turbulence, Parts 1–4. Proc. R. Soc. A 151, 421(1935a).
- [60] A. Boudjemaa , Etude d'un écoulement de turbulence de grille en convection naturelle. Thèse de Doctorat, Université de Nantes, ENSM, Nantes, France, 1991.
- [61] M. Pavageau, Etude expérimentale de la turbulence de grille en convection naturelle; analyse des effets non-Boussinesq. Ph. D. Report, Ecole Centrale de Nantes, Nantes, France, 1994.
- [62] S.Corrin, Heat transfer in isotropic turbulence. J. Appl. Phys. 23, 113. (1952)
- [63] J. O. Hinze, Turbulence. McGraw-Hill, New York. ( 1975).
- [64] P. Lavoie, L. Djenidi, RA. Antonia, Effects of initial conditions in decaying turbulence generated by passive grids. J Fluid Mech 585:395–420. (2007).
- [65] RA. Antonia , P. Lavoie, L. Djenidi L, A. Benaissa, Effect of a small axisymmetric contraction on grid turbulence. *Exp Fluids* 49:3–9. (2009).
- [66] SK. Lee, A. Benaissa, L. Djenidi, P. Lavoie , RA. Antonia, Decay of passive- scalar fluctuations in slightly stretched grid turbulence. *Exp. Fluids* 53,909–923 (2012a).
- [67] JF Sini, I.Dekeyser, Numérique prediction of turbulent plane jets and forced plumes by use the  $k - \epsilon$  model of turbulence. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.30 pp.1787-1801.(1987).
- [68] M. Brahimi, Structure turbulente des panaches thermiques- Interaction. Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, E.N.S.M.A. (1987).
- [69] M. Brahim, L. Dehmani, Doan-Kin-Son, Structure turbulente de l'écoulement d'interaction de deux panaches thermiques, (1989).
- [70] JM. Agator, Contribution à l'étude de la structure turbulente d'un panache thermique à symétrie axiale. Interaction avec son environnement limité, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, E.N.S.M.A. (1983).
- [71] J. Bouslimi, L. Dehmani, Experimental investigation of the thermal field of a turbulent plume guided by a cylinder – preliminary results, *Experimental Thermal and Fluid Science* 29 477–484. (2005).
- [72] A. Vouros, Th. Panidis, Statistical analysis of turbulent thermal free convection over a horizontal heated plate in an open top cavity, *Experimental Thermal and Fluid Science* 36 44–55, (2012).
- [73] M.S. Mohamed, J.C. LaRue, The decay power law in grid generated turbulence, *J. Fluid Mech.* 219 195–214 (1990).

- [74] G.K. Batchelor, The theory of homogeneous turbulence. Cambridge University Press, Cambridge, (1953)
- [75] G. Comte-Bellot, Turbulence, cours 3ème année Ingénieur , Ecole Centrale de Lyon, France, (1979).
- [76] G. Comte-Bellot, S. Corrsin, Simple Eulerian time-correlation of full- and narrow-band velocity signals in grid-generated, ‘isotropic’ turbulence. *J. Fluid Mech.* 48, 273–337,(1971).
- [77] LSG. Kovaszny, Should we still use hot wires? *Advances in Hot-Wire Anemometry: International Symposium on Hot-Wire Anemometry, University of Maryland, AFOSR16-1492, 1967, pp.1–12. (1967).*
- [78] RA. Antonia, On estimating mean and instantaneous turbulent energy dissipation rates with hot wires *Experimental Thermal and Fluid Science* 27 ,151–157, (2003).
- [79] RA. Antonia, Direct numerical simulations and hot wire experiments: a possible way ahead?, in: T. Dracos, A. Tsinober (Eds.), *New Approaches and Concepts in Turbulence*, Birkhäuser Verlag, Basel, , pp. 349–365, (1993).
- [80] Doan-Kim-son, M. Satge, J. Coutanceau, Transfert de chaleur entre un fil anémométrique court et un écoulement permanent à faible vitesse. *Revue Générale de Thermique*, N°168, (1975).
- [81] GI. Taylor, Statistical theory of turbulence, 4 -diffusion in a turbulent air stream. *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Sci.*151 (873):465-478. (1935).
- [82] A. Sirivat, Experimental studies of scalar mixing in grid turbulence. Ph.D. thesis, Sibley School of Mechanical and Aerospace Engineering, Cornell University. (1982).
- [83] TF. Ayinde, SAM. Said, MA. Habib, Experimental investigation of turbulent natural convection flow in a channel, *Heat Mass Transf.* 42 169–177, (2006).
- [84] O. Ertunç, N. Özyilmaz, H. Lienhart, F. Durst, K. Beronov, Homogeneity of turbulence generated by static grid structures, *J. Fluid Mech.* 654 (209) 473–500, (2009).
- [85] P.Lavoie, Effects of initial conditions on decaying grid turbulence. Ph.D. Thesis, The University of Newcastle, Newcastle, Australia. (2006).
- [86] S. Corrsin, *Turbulence: Experimental Methods*, Springer, vol. 8, (1963).
- [87] L. Djenidi, T. Tardu, On the anisotropy of a low-Reynolds-number grid generate turbulence. *J. Fluid Mech.* 702, 332–353, (2012).
- [88] G. Comte-Bellot, S. Corrsin, (1966), The use of a contraction to improve the isotropy of grid generated turbulence. *J. Fluid Mech.* 25 (4):657–682.
- [89] S. Corrsin, The decay of isotropic temperature fluctuations in an isotropic turbulence. *J. Aeronaut. Sci.* 18(6):417–423. (1951).

- [90] RR. Mills, AL. Kistler, V. O'Brien, S. Corrsin, Turbulence and temperature fluctuations behind a heated grid. Tech. Note 4288, National Advisory Committee for Aeronautics. (1958).
- [91] R. R. Mills, S. Corrsin, Effects of contraction on turbulence and temperature fluctuations generated by a warm grid. N. A. S. A. Memo. no. 5-5-59W. (1959).
- [92] Z. Warhaft, J. L. Lumley, An experimental study of the decay of temperature fluctuations in grid-generated turbulence. *J. Fluid Mech.* 88: 659-684. (1978).
- [93] A. Sirivat, Z. Warhaft, The Decay of Temperature Fluctuations and Heat Flux in Grid Generated Turbulence. *J. Fluid Mech.* 128, 323-346. (1983).
- [94] W. K. George, The decay of homogeneous isotropic turbulence. *Phys. Fluids* 4(7):1492-1509. (1992).
- [95] M. M. Gibson, T. Dakos, (1993), Production of temperature fluctuations in grid turbulence: Wiskind's experiment revisited, *Experiments in Fluids* 16, 146–154.
- [96] P. Lavoie, L. Djenidi, R. A. Antonia, Effects of initial conditions in decaying turbulence generated by passive grids. *J. Fluid Mech.* 585:395–420. (2007).
- [97] R.A. Antonia, P. Orlandi, Similarity of decaying isotropic turbulence with a passive scalar, *J. Fluid Mech.* 505 (2004) 123–151.
- [98] S. K. Lee, A. Benaïssa, L. Djenidi, P. Lavoie, R. A. Antonia, (2012), Decay of passive-scalar fluctuations in slightly stretched grid turbulence. *Exp. Fluids* 53:909–923.
- [99] O. Ertunc, N. Ozyilmaz, H. Lienhart, F. Durst, K. Beronov, Homogeneity of turbulence generated by static-grid structures, *J. Fluid Mech.* vol. 654, pp. 473–500. Cambridge University Press (2009),
- [100] S. Viswanathan, S. B. Pope, (2008), Turbulent dispersion from line sources in grid turbulence. *Phys. Fluids* 20:91514.
- [101] MS. Mohamed, JC. LaRue, The decay power law in grid-generated turbulence. *J. Fluid Mech.* 219, 195-214. (1990).
- [102] HK. Wiskind, A uniform gradient turbulent transport experiment. *J. Geophys. Res.* 67: 3033- 3048, (1962).
- [103] CC. Alexopoulos, J. F. Keffer, Turbulent wake in a passively stratified field. *Phys. Fluids* 14: 216-224. (1971).
- [104] KS. Venkataraman, R. Chevray, (1978), Statistical features of heat transfer in grid generated turbulence - constant-gradient case. *J. Fluid Mech.* 86: 513-543. (1978).
- [105] A. Favre (1992) Equations statistiques des fluides masse volumique variable en écoulements turbulents. In : II<sup>es</sup> Journées ETMVV, Orléans, France

- [106] H. Ha Minh, B.E. Launder, J. Mc. Innes, A new analysis of the modeling of variable density turbulence. Phys. Rev. Mod. 33<sup>rd</sup> Meet. Americal Phys. Soc., Ithaca, USA. (1980)
- [107] P. Chassaing, Une alternative à la formulation des équations du mouvement d'un fluide à masse volumique variable, J. Mécan Th Appl 4, 3, 375-389. (1985).
- [108] C. Rey, Analyse des equations statistiques des écoulements compressible subsoniques. 2<sup>ème</sup> journée d'étude sur les Ecoulements à masse volumique variable, CNRS- Orléans, 14-15 mai 1992.
- [109] J. Boussinesq, Théorie analytique de la chaleur, Gautier Villard, vol. 2, (1903).
- [110] A. Oberbeck, "Über die Wärmeleitung der Flüssigkeiten bei Berücksichtigung der Strömungen infolge von Temperatur Differenzen", Ann. Phys. Chem., Vol. 7, pp. 271-292. (1879).
- [111] D.D. Gray and A. Giorgini. The validity of the boussinesq approximation for liquids and gases. Int. J. Heat Mass Transfer, 19:545–551, (1976).
- [112] M. Pons, P. Le Quéré, An example of entropy balance in natural convection, Part 1: the usual Boussinesq equations, C. R. Mécanique 333 127-132. (2005)
- [113] M. Pons, P. Le Quéré, An example of entropy balance in natural convection, Part 2: the thermodynamic Boussinesq equations, C. R. Mécanique 333 133-138. (2005)
- [114] M. Pons, P. Le Quéré, Modeling natural convection with the work of pressure-forces, a thermodynamic necessity, International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow 17 (3) 322-332. (2007)
- [115] V. A. F. Costa, Thermodynamics of natural convection in enclosures with viscous dissipation. International Journal of Heat and Mass Transfer 48 2333-2341. (2005)
- [116] V. A. F. Costa, On natural convection in enclosures filled with fluid-saturated porous media including viscous dissipation. International Journal of Heat and Mass Transfer 49 2215-2226. (2006)
- [117] J. Fröhlich, Résolution numérique des équations de Navier-Stokes à faible nombre de Mach par méthode spectral. PhD thesis, Université de Nice-Sophia-Antipolis (1990).
- [118] H. Barrios Piña, Développement d'un code de calcul non Boussinesq dédié aux écoulements de gaz chauffés en convection naturelle. Thèse de Doctorat n°30015, Université Paul Cézanne d' Aix-Marseille (209).
- [119] C. Rey, J.M. Rosant, influence of density variations on small turbulent structure of temperature in heated flow. Heat transfer 90, Ed.G.Hetsroni, Hem, Pub, Corp, Vol 2, pp.405-409, (1990).
- [120] A. Bejan, (1984), Convection Heat Transfer, John Wiley & Sons, Inc. (Wiley-Interscience Publication), New-York. (1984).

- [121] EA. Spiegel, G. Veronis, On the Boussinesq approximation for a compressible fluid, *Astrophys. J.*, Vol. 131, pp. 442-447, (1960).
- [122] F. Chalà, J. Schumacher, New perspectives in turbulent Rayleigh-Bénard convection, *Eur. Phys. J. E* (2012) 35: 58, (2012)
- [123] F. Penot, AM. Dalbert. Convection naturelle mixte et forcée dans un thermosiphon vertical chauffé à flux constant. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 26(11):1639–1647, (1982).
- [124] R. Schiestel. Modélisation et simulation des écoulements turbulents. Hermes, (1993).
- [125] T J. Craft, N. Z. Ince, B. E. Launder, Recent developments in second-moment closure for buoyancy-affected flows, *Dynamics of Atmospheres and Oceans* 23 99-114, (1996).
- [126] L. Danaila, A. Fabien, T. Zhou, R. A. Antonia, Transport equation for the homogeneous mean energy dissipation rate in decaying grid turbulence. *Mécanique and Industries* 4: 415–420. (2003).
- [127] K. R. Sreenivasan, S. Tavoularis, R. Henry, S. Corrsin, Temperature fluctuations and scales in grid-generated turbulence. *J. Fluid Mech.* 90(3):597–621, (1980).
- [128] R A. Antonia, On estimating mean and instantaneous turbulent energy dissipation rates with hot wires. *J. Fluid Mech.* 505 123–151. (2003).
- [129] C. Rey, Analyse des effets de variation de volume des gaz dans les équations générales de bilan, *Int. J. Heat Mass Transfer* 43-23, pp. 4311–4326, (2000).
- [130] C. Rey, S. Benjeddou, Eric serre Une alternative aux hypothèses de Boussinesq des gaz chauds : L’approximation polytropique, *C. R. Acad. Sci*,(2003).
- [131] C. Rey et S. Benjeddou « Application de l’approximation polytropique à la turbulence statistique en moyenne de Favre. » *C. R. Mecanique* 332, 217–222. (2004).
- [132] George, W. K., Beuther, P. D., Arndt, R. E. A., Pressure spectra in turbulent free shear flows. *J. Fluid Mech.* 148, 155–191, (1984)
- [133] C. Rey, M. Mahamdia, M. Pavageau, Modèle polytropique pour les écoulements de gaz chauffés en convection mixte ou à haute température, congrès annuel de la Société Française de Thermique (SFT 07), 29 mai - 1er juin, les Embiez, (2007).
- [134] M. Mahamdia, Rey, C. M. Pavageau, Experimental determination of pressure fluctuations in free convection grid turbulence using a Polyropic model. Best-of Book selection AMSE Conference (MS’07), (2007).

# Résumé

Notre travail porte sur la modélisation et l'analyse expérimentale d'un écoulement de grilles qui se produit dans un canal vertical ouvert, de grandes dimensions. Un écoulement ascendant de convection libre est obtenu. Il résulte d'une action conjuguée entre les panaches thermiques issus des barreaux d'une grille chauffée et d'un effet d'aspiration de l'écoulement dans le canal. La flottabilité est ici le seul moteur "thermique" responsable du mouvement. Les nombres de Reynolds et de Rayleigh rapportés à la dimension de la grille sont de l'ordre de  $9^4$  et  $9^{11}$ , respectivement. Dans la zone d'écoulement pleinement développé en aval d'une grille de turbulence les champs moyens et turbulents, de vitesse et de température, sont analysés.

Malgré son apparente simplicité, la convection turbulente libre cache une grande complexité que les groupes de recherches n'ont pas fini de décoder. Prédire les caractéristiques d'un scalaire transporté par un écoulement turbulent telle que la température reste un défi à relever. Plusieurs études sur le transport des variances de vitesse et de température ont été menées en convection forcée, mais à notre connaissance très peu d'études ont été conduites en convection turbulente libre. Dans le présent travail, nous recherchons dans quelle mesure la structure de l'écoulement étudié est comparable à celle de la convection forcée. À savoir en particulier si la décroissance de la turbulence de grille habituellement observée en convection forcée se reproduit en convection naturelle. Vérifier s'il existe une similitude exprimée en lois de puissance entre les deux types d'écoulement.

Les caractéristiques statistiques, dynamiques et thermiques de l'écoulement sont présentées. Une croissance des énergies de turbulence loin en aval de la grille est observée. De ce fait, le déclin de la turbulence usuellement rencontré en convection forcée n'est pas retrouvé. Les raisons à l'origine de cette dissimilitude ont été identifiées et exposées dans le présent travail.

Le nouveau modèle d'écriture polytropique des liaisons thermodynamiques locales entre les grandeurs d'état a permis de réécrire un système simplifié des équations statistiques du type  $k - \varepsilon$ . Cette nouvelle modélisation permet de s'approcher au mieux d'une réelle prise en compte de la phénoménologie des écoulements de gaz chauffés. Les hypothèses qui fondent le modèle sont évaluées par l'expérience. Sa pertinence est illustrée par le calcul des signaux instantanés de pression déduits des signaux de température. Ainsi, des perspectives s'ouvrent pour la validation des modèles de fermeture des écoulements turbulents de convection naturelle.

**Mots clés :** *Convection turbulente libre, turbulence de grille, analyse expérimentale, modélisation, transport d'énergies turbulentes.*