

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
« HOUARI BOUMEDIENNE »
FACULTE DE PHYSIQUE



THESE

Présentée pour l'obtention du grade de Docteur en Sciences
En : Physique

Spécialité : Energétique et Mécanique des Fluides

Par : **ADNANE Elmahfoud**

Titre

Contribution à l'étude des instabilités dans le système d'écoulement de Taylor-Couette à configuration cylindrique. Application aux effets de géométrie et l'influence du champ magnétique

Soutenue publiquement, le 25/06/ 2018 devant le jury composé de :

M. SAÏGHI Mohamed	Professeur à l'USTHB, Alger	Président
M. BOUABDALLAH Ahcène	Professeur à l'USTHB, Alger	Directeur de thèse
M. BOTTON Valery	Professeur à l'INSA de Lyon, France	Examineur
M. LAGHOUATI Yacine	Professeur à l'USTO, Oran	Examineur
M. BALISTROU Mourad	Professeur à ENSSMAL Ex-ISMAL, Alger	Examineur
M. ZAÏDAT Kader	Maitre de conférences/A à l'Institut Polytechnique de Grenoble (Alpes), France	Invité

Remerciement

Ce travail a été mené au sein du Laboratoire Thermodynamique et Systèmes Energétiques (**LTSE**) de la Faculté de Physique de L'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (**USTHB**) sous la direction de Monsieur Le Professeur Ahcène Bouabdallah Directeur du Laboratoire **LTSE** et Enseignant-chercheur à **l'USTHB**, à qui je tiens à adresser ma profonde gratitude pour m'avoir accueilli dans son laboratoire. J'ai apprécié la sympathie et la grande disponibilité avec lesquelles m'a dirigé tout au long de ce mémoire. Je le remercie pour ses conseils, ses encouragements, ses orientations. Ainsi que, sa gentillesse de m'avoir offert toutes les conditions de travail et la totale confiance mise en moi.

Je tiens à remercier Monsieur SAÏGHI Mohamed Professeur à la Faculté de physique /USTHB de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury et je lui suis très reconnaissant.

Mes remerciements sont adressés aux Messieurs Mourad BALISTROU Professeur et Directeur de l'École Nationale Supérieure des Sciences de la Mer et de l'Aménagement du Littoral (ENSSMAL Ex ISMAL), LAGHOUATI Yacine, Professeur à l'USTO ainsi que BOTTON Valery, Professeur à l'INSA Lyon/France d'avoir bien voulu consacrer leurs temps à examiner ce travail.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur Kader ZAIDAT Maître de Conférences à Grenoble INP-Institut polytechnique de Grenoble/France pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et d'avoir accepté de participer à ce jury.

Mes remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire LTSE/USTHB pour leur amitié et leurs soutiens quotidiens durant toute la durée de l'élaboration de ce travail.

Mes pensées vont également à tous ceux qui m'ont soutenu et encouragé dans les moments difficiles pendant ces années, je les remercie vivement.

Merci A Tous

Sommaire

Liste des figures

Nomenclature

Introduction générale	1
Chapitre I: Revue bibliographique sur l'écoulement de Taylor-Couette	
Introduction	4
1- Définition d'écoulement de Taylor-Couette.....	4
2- Premières observations	6
3- Critère de stabilité	7
4-Mise en évidence de la première instabilité : l'onde stationnaire de Taylor	7
5- Régimes de transition laminaire turbulent pour le cas $m_\Omega = 0$	9
A- Régime laminaire stable.....	11
B- Régime laminaire perturbé	11
1) Onde de Taylor (1 ^{ère} instabilité) TVF	10
2) Ondes azimutales (2 ^{ème} instabilité), Wavy Mode (WVF).....	11
3) Mouvements ultérieurs.....	13
C- Diagramme de stabilité générale	14
6- Facteurs d'influence sur l'écoulement Taylor-Couette.....	15
A. Facteurs Géométriques	15
1) Effets du Rapport des rayons $\eta_R = R_1 / R_2$	15
2) Effets du Facteur d'aspect $\Gamma = H / d$	17
3) Effets de bords	20
B. Effets Dynamiques	21
1) Effets de la surface libre.....	21
2) Effet et de l'écoulement axial et du débit radial par porosité	22
3) Effets du champ Magnétique (Magnétohydrodynamiques (MHD)).....	25
6- Applications de l'écoulement de Taylor Couette.....	29
A. Sciences médicales	29
• Dialyseur et filtre de collecte du plasma sanguin.....	29
• Oxygénateur	30
• Sélecteur des spermatozoïdes.....	31
B. Biotechnologie.....	31
• Ecologie et production des Biomasses	31
• Traitement et récupération des eaux usées	32
• Extraction	33
• Cristallisation.....	34
C. Métallurgie et Solidification.....	34
• Procédé de Czochralski	35
• Procédé de Kyropoulos	36
Conclusion.....	37

Chapitre II : Description du dispositif expérimental et conditions d'essais

Introduction	38
I. Dispositif Expérimental	39
1. Aspect Mécanique	39
a) Système d'écoulement	39
b) Système d'inclinaison	41
2. Aspect électrique	41
a) Motorisation	41
b) Mesure de la vitesse de rotation Ω_1	42
c) Mesure de la température du fluide T_0	42
3. Aspect physico-chimique	42
a) Mise en œuvre du produit de la visualisation	42
b) Mesure de la viscosité	43
4. Aspect optique	44
a) Visualisation par réflexion de la lumière	44
b) Visualisation par transmission transversale de la lumière	45
c) Visualisation par transmission Laser	45
II- Procédures d'essais	46
1. Condition de mise en régime des vitesses	46
Conclusion	47

Chapitre III: Etude expérimentale et interprétation

Introduction	48
I. Etude de la transition laminaire-turbulent dans le système vertical ($\alpha=0^\circ$) et totalement rempli ($\Gamma=\Gamma_{\max}$)	49
II. Etude des caractéristiques des régimes de transition pour dispositif vertical (influence de Γ)	51
1) Influence des limitations axiales	51
2) Nombre d'onde axiale k	52
3) Nombre d'ondes circonférentielles m	54
4) Evolution de la Vitesse de phase ω	56
III. Analyse des chemins de bifurcation de l'écoulement	57
1) Présentation du diagramme de bifurcation de l'écoulement	57
2) Interprétation	58
3) Evaluation de l'entropie de configuration du processus de transition de l'ordre vers le désordre	59
IV. Effet de l'inclinaison sur les régimes d'instabilités (première procédure d'essai)	59
1) Effet de l'inclinaison α sur un système totalement rempli $\Gamma = \Gamma_{\max}$	59
2) Effet de l'angle d'inclinaison α sur le système d'écoulement partiellement rempli	62
2).1- Cas d'un fort taux de remplissage $\Gamma=37$	62
A°- Le régime laminaire stable	62
B°- Le régime laminaire perturbé	62
a) Ondes de Taylor (Onde stationnaires)	62
b) Wavy mode	65
C°- Régime de fluctuations	67
D°- Chaos	73

2). 2- Etude du cas $\Gamma=31$	75
A°- 1ere instabilité (Ondes de Taylor)	75
B°- Deuxième instabilité (onde azimutale)	75
C°- Régime de fluctuations.....	76
D°- Régime Chaotique.....	79
2). 3- Etude du cas $\Gamma=25$	79
2). 4-Etude de cas intermédiaires et à faibles taux de remplissage : $\Gamma=19$	84
2). 5- Etude du cas $\Gamma=13$	88
2). 6- Etude du cas $\Gamma= 6$	88
V- Effet de l'inclinaison α sur l'apparition des régimes de l'écoulement (deuxième procédure d'essai)	91
1) Etude de l'évolution des états critiques du nombre de Taylor pour une inclinaison α variable lorsque le système d'écoulement est totalement rempli.....	91
2) Etude de l'évolution des états critiques du nombre de Taylor pour une inclinaison α variable lorsque le système d'écoulement partiellement rempli	92
3) Etude de l'évolution des états critique du nombre de Taylor en fonction du facteur d'aspect Γ	96
Conclusion	98

Chapitre IV: Méthodes de résolution numérique

Introduction	99
1- Description du problème.....	99
A- Géométrie	100
B- Maillage sous Gambit.....	100
C- Conditions aux limites.....	101
2- Implémentation sous "Fluent"	102
A- Description du solveur de "Fluent"	102
B- Procédure sous "Fluent"	105
1) Simple précision ou double précision.....	105
2) Choix de la formulation du solveur	105
3) Schémas de discrétisation	106
4) Choix du schéma d'interpolation de la pression.....	107
6) Facteurs de sous relaxation	109
3- Système d'écoulement totalement rempli	109
1) Choix du maillage.....	109
2) Validation des résultats numérique.....	110
4- Système d'écoulement partiellement rempli (écoulement à surface libre).....	111
1) Choix d'un modèle Multiphasique	111
2) Choix de modèle VOF	112
5- Système d'écoulement partiellement rempli en position incliné.....	113
Conclusion	113

Chapitre V: Résultats de la simulation numérique

Introduction	114
I- Système d'écoulement totalement rempli	115
1) Position vertical	115
a) Détermination de la valeur du seuil critique correspond à la première instabilité T_{c1}	115
b) Profils des vitesses au voisinage de l'apparition de l'onde axial : seuil critique $T_{c1}= 42$	117
b-1) Vitesse tangentielle v	117
b-2) Vitesse radiale u	118
b-3) Vitesse axiale w	118
c) Comparaison des trois composantes u , v et w aux niveaux des stations in-flow, out-flow et au centre de vortex	119
c-1) Profils des vitesses u , v et w au centre du vortex	119
c-2) Profils des vitesses u , v et w au niveau de la station Out-flow (écoulement sortant)..	119
c-3) Profils des vitesses u , v et w au niveau de la station in-flow (écoulement entrant) ...	120
d) Détermination de la valeur du seuil critique T_{c2} correspondant à la deuxième instabilité	121
e) Structure et propriétés de l'écoulement à $Ta=54$	121
e-1) Forme des vortex.....	123
e-2) Evolution des oositions axiale et radiale des centre des vortex	128
e-3) Caractéristiques du champ de vitesse.....	130
2) Position inclinée.....	131
II-Système d'écoulement partiellement rempli.....	133
1) Système d'écoulement en position verticale	134
a) Analyse des seuils critiques d'apparition des instabilités	134
b) Caractéristiques et formes de l'interface liquide/gaz en surface libre	134
2) Système d'écoulement en position incliné	139
a) Evolution du vortex de Taylor en fonction de l'inclinaison α	139
b) Caractérisation de l'écoulement à surface libre en position incliné	142
b-1) Forme de l'interface	144
b-2) Composantes de champ de vitesse.....	145
b-3) Evolution des lignes de courant.....	148
Conclusion.....	154

Chapitre VI: Approche Analytique

Introduction	155
1- Choix du système de coordonnées et mise en équations	156
A. Système de coordonnées.....	157
B. Equations gouvernants l'écoulement.....	158
2- Linéarisation et hypothèses de travail.....	159
3- Résolution du problème de stabilité.....	160
Conclusion.....	163
Conclusion générale	164
Références bibliographiques	
Annexe I: Tableaux de mesures	
Annexe II: Détails de calcul analytique	

Nomenclature

Lettres Latines

B : Champ magnétique

d : Espace annulaire entre les deux cylindres

F : Force de gravité

H : Hauteur de remplissage

H : Vecteur de l'excitation magnétique

J : Vecteur de densité électrique

k : nombre d'onde

k_c : Nombre d'onde critique apparent correspond à l'apparition de l'onde de Taylor

k^* : Nombre d'onde apparent en position inclinée $k^* = \frac{k}{\cos \alpha}$

(x, y, z) : Coordonnées cartésiennes

r, θ, z : coordonnées cylindriques.

R_1 : Rayon du cylindre intérieur

R_2 : Rayon du cylindre extérieur

\underline{g} : Accélération de pesanteur ou gravité.

n : Nombre de cellules de Taylor

m : Nombre d'onde circonférentielle ou nombre d'onde azimutale

m_Ω : Rapport des vitesses de rotation $m_\Omega = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$

(V, U, W) : Composantes de la vitesse moyenne radiale, tangentielle, axiale.

(v, u, w) : Composantes de la vitesse de perturbation

(V_ξ, V_θ, V_z) : Composantes de la vitesse en coordonnées spécifiques

p : Coefficient d'Amplification ou d'amortissement de la perturbation

T_0 : Température du fluide

Ta : Nombre de Taylor dérivant de la définition de Stuart ($Ta = \sqrt{Ts}$).

Tc_1 : Nombre de Taylor correspondant à l'apparition de l'onde de Taylor

Tc_2 : Nombre de Taylor correspondant à l'apparition des ondes azimutales ou Wavy mode

TF : Nombre de Taylor correspondant à l'apparition du régime de fluctuations.

T'_C	: Nombre de Taylor correspondant à l'apparition du chaos.
Re	: Nombre de Reynolds
Re_m	: Nombre de Reynolds Magnétique
Pr	: Nombre de Prandtl
Ha	: Nombre Hartmann
t	: Temps
W_{nm}	: Probabilité de configuration
S	: Entropie de configuration
Q	: Nombre de Chandrasikhar

Lettres Grecs

μ	: Viscosité dynamique
μ_m	: Perméabilité magnétique
ν	: Viscosité cinématique
η	: Rapport des rayons
η_m	: Conductibilité électrique
δ	: Jeu radial
Γ	: Facteur d'aspect ou Taux de remplissage
Γ_c	: Valeur critique de facteur d'aspect correspond à la disparition du wavy mode
Γ'	: Facteur d'aspect ou Taux de remplissage dans l'écoulement de Taylor – Dean
α	: Angle d'inclinaison du dispositif d'écoulement
α_c	: Angle d'inclinaison critique de relaminarisation
α'_c	: Angle d'inclinaison critique de disparition des ondes azimutale.
α_{c1}^*	: Angle d'inclinaison critique de disparition de l'onde de Taylor.
α_{c2}^*	: Angle d'inclinaison critique de disparition du wavy mode.
Ω_1	: Vitesse angulaire du cylindre intérieur
Ω_2	: Vitesse angulaire du cylindre extérieur
Ω_e	: Vitesse de bords
(ξ, θ, ζ)	: Coordonnées spécifiques dans le système de coordonné
ω	: Vitesse de phase
\bar{P}	: Pression moyenne
ϖ	: désigne le champ perturbé de pression.

Liste des figure chapitre I

Figure I.1	Système de Taylor-Couette est caractérisée par le rayon du cylindre intérieur R_1 , le rayon du cylindre extérieur R_2 et la hauteur de la colonne de fluide H	5
Figure I. 2	Profil de vitesse de Couette	10
Figure I. 3	Visualisation de l'onde axiale et schématisation des cellules de Taylor	11
Figure 1.4	Visualisation des ondes azimutales (wavy mode) [29] [30].	12
Figure I.5	Diagramme de transition laminaire-turbulent obtenu par A. Bouabdallah [15]	13
Figure I.6	Diagramme de phase des états observés dans l'écoulement de Taylor-Couette en fonction de nombre de Reynolds du cylindre intérieur Re_1 et nombre de Reynolds du cylindre extérieur Re_2 . La ligne épaisse représente la frontière entre l'écoulement laminaire de base en dessous de la ligne et les différents comportements de l'écoulement en dessus la ligne. (Figure tirée de C. D. Andereck et al. (1986) [25] et adapté avec la permission de Cambridge University Press par S. Grossmann et al. (2016) [36].)	14
Figure I.7	visualisations par Kalliroscope de divers régimes d'écoulement; C. D. Andereck et al.[25]	15
Figure I.8	Modèle du lieu des points de bifurcations stationnaires de l'écoulement. (a): Etude théorique et (b): Etude expérimentale [44, 45]	18
Figure I.9	Bifurcations stationnaires de l'écoulement dans l'hypothèse d'une hauteur finie des cylindres. Cas d'une bifurcation supercritique (a), transcritique (b) et subcritique (c).	19
Figure I.10	Variation du nombre de Taylor critique en fonction de nombre de Reynolds axial Re_z : (●) résultats théoriques de Chandrasekhar [94] comparé avec l'étude expérimentale de Donnelly et Fultz [93]	23
Figure I.11	Régimes d'écoulement de Taylor-Couette avec un débit axial imposé [97]	23
Figure I. 12	Différentes configurations d'un écoulement radial d'après R. Lueptow [98]	24
Figure I.13	Evolution de nombre de Taylor critique normalisé $\left(\frac{Ta_{c1}}{T_{c1}} \text{ à } Re_r = 0 \right)$ en fonction de nombre de Reynolds radial imposé Re_r , pour plusieurs rapport des rayons $\eta = \frac{R_1}{R_2}$: -.-.-.-0.95; 0.9; ——— 0.85; ---0.75; — — — 0.	25
Figure I.14	Résultats de la comparaison expérimentale – théorique $T_c = T_c(Q)$. (●) : $d = 0.2$ cm cylindre en acier inoxydable, (○) : $d = 0.1$ cm cylindre en acier inoxydable, (Δ) : $d = 0.1$ cm, cylindre isolant [101]	26
Figure I. 15	Variation du nombre de Taylor critique T_c en fonction de β pour différentes valeurs de Ha d'après M.A. Chang et C.K Chen [102]	27

Figure I.16	Comparaison entre le calcul de Willis et Barenghi [103] (—) et Tabeling [104] (----) avec l'expérience de Donnelly et Ozima [101] (Δ) pour $Q = 0$, (+) pour $Q = 180$ et (\square) pour $Q = 652$, pour le cas $\eta = 0.95$, $Re_2 = 0$. Le couple G dans TVF (normalisé par \check{G} le couple dans CCF (Circular Couette Flow))	27
Figure I.17	Contours des lignes de courant montrant le nombre et la forme des cellules de Taylor et la persistance tourbillons d'Eckman à $Re = 300$ pour différentes valeurs de Ha . A bords fixes, B bords mobiles (tournants) et C bords asymétrique (bord inférieur mobile et bord supérieur fixe)[66]	28
Figure I.18	Schéma de filtre à cylindre rotatif pour la récupération de plasma de donneurs [105]	29
Figure I.19	Oxygénateurs à membrane; dessin, schéma et prototype de l'oxygénateur génération III [106]	30
Figure I.20	Dispositif expérimental de sélectionneur des spermatozoïdes [107]	31
Figure I. 21	Culture de cellules mammifères effectuée dans un bioréacteur de laboratoire (2 litres). Les pompes péristaltiques visibles en bas servent à l'alimentation en milieu de culture ainsi qu'à l'addition de base pour le contrôle du pH. Les boîtiers à gauche servent à l'acquisition des signaux. [119]	32
Figure I. 22	Diagramme du circuit de fluide et filtre rotatif d'osmose inverse. Les lignes continus montrent les canaux d'alimentation, de concentré et de perméat. Les lignes discontinus montrent le circuit pour le cycle de nettoyage. [123]	33
Figure I. 23	Extracteur annulaire (A) et l'avantage des tourbillons de Taylor dans le transfert de masse (B)	33
Figure I. 24	Crystalliseur de type "Taylor-Couette", (A)[128], (B) [129]	34
Figure I. 25	Schéma de dispositif de Czochralski, a) appareil en vue globale [131]; b) appareil spécial pour production des lingots de silicium [132].	35
Figure I. 26	Schéma de la configuration expérimentale utilisant la configuration de Taylor Couette [133]	36

Liste des figures chapitre II

Figure II.1	Système d'écoulement de type Taylor-Couette	40
Figure II. 2	Dispositif expérimental en position verticale et en position inclinée	40
Figure II.3	Système d'inclinaison	41
Figure II.4	Moteur d'entraînement à courant continue	41
Figure II.5	Tachymètre digital DT 2236 (compte-tours portatif)	42
Figure II.6	Thermomètre numérique	42
Figure II.7	Variation de la viscosité dynamique μ_p du produit de visualisation en fonction de la température T_θ	43

Figure II.8	Variation de la viscosité dynamique μ_e de l'eau distillée en fonction de la température T_θ	44
Figure II.9	Visualisation d'un état d'écoulement par réflexion optique	44
Figure II.10	Visualisation d'un état d'écoulement par transmission optique	45
Figure II.11	Schéma d'obtention d'une nappe laser	45
Figure II.12	Installation du système de visualisation par la nappe Laser.	46
Figure II.13	Visualisation par Nappe Laser : Mise en évidence de la structure interne du mouvement	46

Liste des figure chapitre III

Figure III.1	Visualisation par mode de réflexion optique du processus d'apparition des ondes en régime de transition; (a) Formation de la couche d'Eckman au bas du système d'écoulement $Ta=34$. (b) Première instabilité $Tc_1=42$, (c) Deuxième instabilité $Tc_2=48$, (d) Régime des Fluctuations $T_F = 390$, (e) Régime chaotique $T_c=740$	49
Figure III.2	Visualisation par mode de transmission optique du processus d'apparition des ondes en régime de transition ; (f) Première instabilité $Tc_1 = 42.3$, (g)Deuxième instabilité $Tc_2 = 49,4$ (h) Régime des fluctuation $T_F = 390$, (i) Régime chaotique $T'_c=740$.	49
Figure III.3	Diagramme du régime de transition laminaire-turbulent	11
Figure III.4	Variation des nombres critiques Tc_1 , Tc_2 , T_F et T'_c en fonction du facteur d'aspect Γ	12
Figure III.5	Diagrammes de transition pour les différentes valeurs de facteur d'aspect Γ	13
Figure III.6	(A) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de Ta pour $\Gamma=37$, (B) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique k_c en fonction de Ta pour $\Gamma=37$	14
Figure III.7	(A) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de Ta , pour $\Gamma=31$ (B) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique k_c en fonction de Ta pour $\Gamma=31$.	15
Figure III.8	(A) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de Ta pour $\Gamma=25$. (B) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique k_c en fonction de Ta pour $\Gamma=25$	16
Figure III.9	(A) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de Ta pour $\Gamma = 19$ (B) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique k_c en fonction de Ta pour $\Gamma=19$	22
Figure III.10	Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique k_c en fonction de Ta pour $\Gamma = 40$ d'après A. Bouabdallah [15]	22

Figure III.11	Evolution du nombre d'onde circonférentielle m en fonction de Ta pour Γ fixé	23
Figure III.12	Figure III-12 : Evolution du nombre d'onde azimutale m en fonction de Ta pour $\Gamma = 40$ (d'après A. Bouabdallah [15])	24
Figure III.13	Evolution de la vitesse de phase sans dimension ω/Ω_1 en fonction du nombre de Taylor Ta pour différents facteurs d'aspect Γ .	25
Figure III.14	Variation de la vitesse de phase rapportée à la vitesse de rotation ω/Ω_1 en fonction du nombre de Taylor Ta pour un écoulement en charge $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$ (D'après A. Bouabdallah [15])	26
Figure III.15	Variation de la vitesse de phase rapportée à la vitesse de rotation ω/Ω_1 en fonction du nombre de Taylor Re (D'après D. Coles [23])	56
Figure III.16	diagramme de bifurcation dans le plan d'ondes (n,m) pour $\Gamma=37$	57
Figure III.17	Effet de l'inclinaison différenciée sur : (a) vortex de Taylor et (b) wavy mode dans le cas où le dispositif est totalement rempli $\Gamma=\Gamma_{max}=40$ (écoulement en charge)	59
Figure III.18	Effet de l'inclinaison différenciée sur : (a) régime des fluctuations, (b) déclenchement du chaos. Cas du dispositif totalement rempli $\Gamma = \Gamma_{max}=40$	60
Figure III.19	(a) Apparition d'une seule cellule, (b) formation d'une paire de cellules	62
Figure III.20	Début de destruction des ondes de Taylor et apparition d'une fourche étalée vers la surface libre	62
Figure III.21	Observation des ondes évanescentes	22
Figure III. 22	Phénomènes de compression et de dilatation des ondes de Taylor à $\alpha = 30^\circ$ pour $Ta=44$	63
Figure III-23	Forme de la fourche pour a) $\alpha=5^\circ$ et b) $\alpha=10^\circ$ à $Ta = 56$	64
Figure III-24	Etat de l'écoulement à $\alpha = 15^\circ$ pour $Ta=56$	64
Figure III-25	Etat de l'écoulement à $\alpha=78^\circ$ pour $Ta=56$.	65
Figure III-26	Disparition complète des Cellules de Taylor et apparition d'une perturbation au bord inférieur à $\alpha=80^\circ$	65
Figure III-27	Surface libre ondulée et taille de la cellule proche de la surface libre en augmentation.	66
Figure III-28	Naissance d'un tourbillon au niveau de la surface libre. a) mode normal, b) mode multi rafale.	66
Figure III-29	Evolution du tourbillon de la surface libre pour $\alpha= 20^\circ$ et $\alpha=30^\circ$, a) mode de prise de photos est en multi rafale, b) mode normale.	67
Figure III-30	Apparition de l'instabilité similaire à une allée de Von-Karman à $\alpha=35^\circ$.	68
Figure III-31	Instabilité baroclinique qui se réinstalle à $\alpha=40^\circ$, a) mode multi rafale, b) mode normal	68
Figure □III-32	Instabilités baroclinique se réinstalle de nouveau, développement de l'oeil du cyclone	69
Figure III-33	Disparition des ondes azimutales et installation du régime chaotique et le maintient de l'instabilité baroclinique.	69
Figure III-34	Mouvement très complexe à $\alpha=70^\circ$, a) mode multi rafale, b) mode normale	70

Figure III-35	Apparitions d'un phénomène en spin-up à $\alpha=80^\circ$	70
Figure III-36	Développement du phénomène de spin-up	71
Figure III-37	Processus de destruction de l'onde axiale (a) et azimutale (b) pour $\Gamma=31$ à $Ta = 44$ et $Ta = 56$	74
Figure III-38	Régime de fluctuations et mise en évidence de la topologie de la surface libre à $Ta=400$ pour $\Gamma=31$	75
Figure III-39	Effet de l'inclinaison sur le régime des fluctuations à $Ta= 400$ pour $\Gamma=31$	76
Figure III-40	Effet de l'inclinaison sur le régime chaotique à $Ta= 740$ pour $\Gamma=31$	77
Figure III-41	Effet de l'inclinaison sur le régime des ondes de Taylor à $Ta= 44$ pour $\Gamma=25$	78
Figure III-42	Effet de l'inclinaison sur le régime des ondes azimutales à $Ta= 44$ pour $\Gamma=25$	79
Figure III-43	Effet de l'angle d'inclinaison sur le régime de fluctuations pour $\Gamma= 25$ à $Ta=400$	80
Figure III-44	Effet de l'angle d'inclinaison sur le régime chaotique ($Ta=780$)	81
Figure III-45	Effet de inclinaison sur les cellules de Taylor à $Tc_1=44$ pour $\Gamma=19$	82
Figure III-46	Effet de inclinaison sur l'écoulement de Taylor-Couette à $Ta=150$ pour $\Gamma =19$	83
Figure III-47	Effet de inclinaison sur l'écoulement de Taylor-Couette à $Ta=150$ pour $\Gamma=19$ (vue derrière).	84
Figure III-48	Effet de inclinaison sur le régime de fluctuation à $T_F = 400$ pour $\Gamma=19$	85
Figure III-49	Effet de l'inclinaison sur le régime chaotique pour $\Gamma=19$ à $Ta = 750$	86
Figure III-50	Effet de l'inclinaison sur le régime sur la première instabilité pour $\Gamma=6$ à $Ta=44$	88
Figure III-51	Effet de l'inclinaison sur le régime d'écoulement à $Ta=400(c)$ et à $Ta=770(c)$ pour $\Gamma = 6$	88
Figure III-52	Evolution de l'angle critique de relaminarisation α_c en fonction du facteur d'aspect Γ	88
Figure III-53	Evolution de l'angle critique α'_c de disparition des ondes azimutales.	89
Figure III-54	Evolution des nombres critiques de Taylor Tc_1, Tc_2, T_F et T'_c en fonction de l'inclinaison pour un taux de remplissage fixé	92
Figure III-55	Evolution des nombres critiques de Taylor Tc_1, Tc_2, T_F et T'_c en fonction de taux de remplissage pour un l'inclinaison fixé	95



Liste des figures chapitre IV

Figure IV.1	Géométrie du système d'écoulement de Taylor-Couette	100
Figure IV. 2	Maillage de la cavité dans l'espace annulaire	101
Figure IV.3	Conditions aux limites correspondant à une vue en coupe longitudinale du système d'écoulement	102
Figure IV.4	Schéma des étapes à utiliser pour la simulation à l'aide des logiciels Fluent et Gambit	103
Figure IV.5	Etapes principales de la méthode des volumes finis (VOF)	104
Figure IV.6	Schémas de discrétisation à adapter	106

Figure IV.7	Effet du maillage sur la variation du nombre de Taylor critique Tc_1 en fonction de nombre de maille N	110
Figure IV.8	Comparaison des résultats de simulation numérique et mesures expérimentales pour le nombre de Taylor critique Tc_1	110
Figure IV.9	Système d'écoulement avec surface libre	111
Figure IV.10	Système d'écoulement en position verticale et inclinée avec surface libre	113

Liste des figures chapitre V

Figure V.1	Écoulement de Taylor Couette en régime TVF: a), b) Etude numérique c) Etude expérimentale.	116
Figure V.2	Apparition des vortex contrarotatifs à $Ta=42$: a) vitesse radiale avec ligne de courant, b) Tourbillon d'Eckman avec ligne de courant	116
Figure V.3	Tracé de la fonction de courant Ψ dans le plan (r, z)	117
Figure V.4	Composante tangentielle du champ de vitesse	117
Figure V.5	Profils de la vitesse radiale, a) et c) suivant r et b) dans le plan z	118
Figure V.6	Profils de la vitesse axiale, a) suivant r et b) dans le plan (r, z)	118
Figure V.7	Composantes du champ de vitesse u, v, w au centre de la cellule à $Ta = 42$	119
Figure V.8	Composantes du champ de vitesse au niveau de out-flow	119
Figure V.9	Évolution des trois composantes de la vitesse au long de l'espace annulaire au niveau de la station in-flow	120
Figure V.10	Jets radiaux perpendiculaires aux parois du dispositif	121
Figure V.11	Écoulement de Taylor Couette en régime WVF: a) Etude numérique, $Ta=53.3$ b) Etude expérimentale $Ta=49$	121
Figure V.12	Onde azimutale: : a) représentation de la forme dans le plan (r, θ) , b) Représentation sur le cylindre extérieur	122
Figure V.13	Onde de Taylor coupée par des plans (r, z) le long d'une onde azimutale	122
Figure V.14	Tracés des lignes de courant dans les plans (r, z) à différentes positions azimutales θ correspondant au nombre de Taylor $Ta = 54$ pour un instant t donné	123
Figure V.15	Trois vortex de Taylor adjacents	123
Figure V.16	Apparition de l'onde en S et Z dans les plans (r, z) à $\theta = 6^\circ, \theta = 30^\circ$,	124

	$\theta = 42^\circ$, et $\theta = 66^\circ$	
Figure V.17	Direction et sens du processus de transfert de fluide entre les vortex de l'onde en \mathcal{S} et \mathcal{Z}	125
Figure V.18		125
Figure V.19	Cellules de Taylor représentées dans les plans (r, z) au niveau des positions azimutales $\theta = 0^\circ$, $\theta = 36^\circ$ et $\theta = 72^\circ$	126
Figure V.20	Tracé des lignes de courant dans les plans (r, z) pour mettre en évidence la forme et les caractéristiques de l'onde de Taylor à $FigTa = 54$ et à t fixé	128
Figure V.21	Positions axiales des centres des vortex $n - 1$, n et $n + 1$ le long de la circonférence du système d'écoulement à $Ta = 54$ et t fixé	128
Figure V.22	Positions radiales des centres des vortex $n - 1$, n et $n + 1$ le long du périmètre du système d'écoulement à $Ta = 54$ et pour t fixé	129
Figure V.23	Mise en évidence de la forme des vortex de Taylor et les positions axiale et radiale de leurs centres par le tracé des lignes de courant sur les plans (r, z) le long d'une onde azimutale pour un nombre de Taylor $Ta = 54$ pour un instant t fixé	129
Figure V.24	Cartographique de la vitesse axiale à $Ta=54$ et $\Gamma=\Gamma_{max}$	130
Figure V.25	Cartographique de la vitesse radiale à $Ta=54$ et $\Gamma=\Gamma_{max}$	130
Figure V.26	Cartographique de la vitesse de tangentielle à $Ta=54$ et $\Gamma=\Gamma_{max}$	130
Figure V.27	Tracés des iso-surfaces liées à la vitesse tangentielle au niveau du cylindre extérieur pour différents angles d'inclinaison $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$	131
Figure V.28	Evolution des nombres de Taylor critiques $Tc_1(A)$ et $Tc_2(B)$ en fonction de l'angle l'inclinaison dans le cas d'un système d'écoulement en charge :  Etude numérique,  Etude expérimentale	132
Figure V.29	Evolution de la contrainte de cisaillement $\tau_{r\theta}$ sur la paroi du cylindre extérieur selon la direction verticale (oz) et la mise en évidence de la formation des tourbillons de bords inférieur fixe et celui de la surface libre	135
Figure V.30	Forme de l'interface liquide/gaz à différents nombre de Taylor Ta	135
Figure V.31	Forme de l'interfaciale et évolution du niveau du liquide au voisinage de la paroi du cylindre extérieur à $Tc_1 = 44.22$ et à $Tc_2 = 56$	136
Figure V.32	Localisation des cellules de Taylor au sein de l'espace annulaire et près des bords (bord inférieur fixe + surface libre) et distribution de tailles à	136

	$Tc_1 = 44.22$	
Figure V.33	Localisation des cellules ou vortex de Taylor et ceux des extrémités (bord inférieur fixe + surface libre) et distribution de leurs tailles à $Tc_2 = 56$	137
Figure V.34	Localisation axiale des centres de quelques vortex de référence et mise en évidence des amplitudes d'oscillation axiale	137
Figure V.35	Effet de l'inclinaison sur l'apparition des cellules de Taylor à $Ta = 44.22$ pour la simulation numérique et à $Ta = 43$ pour les mesures expérimentales.	140
Figure V.36	Evolution de nombre de vortex parus (n) en fonction de l'angle d'inclinaison α à $Ta = Tc_{1N} = 44.22$ et $Ta = Tc_{1exp} = 43$	141
Figure V.37	Disparition des cellules de Taylor à $\alpha_c = 75^\circ$ pour $Ta = Tc_{1Num} = 44.22$ et $Ta = Tc_{1exp} = 43$	141
Figure V.38	Plans méridiens correspondant au système d'écoulement à différentes positions azimutales ($\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$, $\theta = 180^\circ$ et $\theta = 270^\circ$)	142
Figure V.39	Illustration des différentes vues adaptées pour analyser l'interface L/G associé à l'écoulement pour $Ta = 44.22$ soumis à l'effet d'inclinaison $\alpha = 30^\circ$	142
Figure V.40	Forme de l'interface liquide/gaz sur des deux cylindres en vue de gauche à $Ta = 0$ et $Ta = 44.22$	143
Figure V.41	Forme de l'interface liquide/gaz et le niveau de la phase liquide dans l'espace annulaire en différentes positions azimutales pour $Ta = 0$ et $Ta = 44.22$	143
Figure V.42	Forme de l'interface liquide/gaz et le niveau de la phase liquide dans l'espace annulaire en la moitié vue de dessus pour $Ta = 0$ et $Ta = 44.22$	144
Figure V.43	Evolution de la vitesse axiale le long des ligne traversant le milieu de l'espace annulaire aux niveaux des plans méridiens (r, z) à $\theta = 180^\circ$ à $\theta = 0^\circ$ (←), $\theta = 90^\circ$ (→), $\theta = 180^\circ$ (●) et $\theta = 270^\circ$ (◀) à $Ta = 44.22$ et $\Gamma = 37$ pour $\alpha = 30^\circ$	145
Figure V.44	Evolution de la vitesse radiale le long des ligne traversant le milieu de l'espace annulaire aux niveaux des plans méridiens (r, z) à $\theta = 180^\circ$ à $\theta = 0^\circ$ (←), $\theta = 90^\circ$ (→), $\theta = 180^\circ$ (●) et $\theta = 270^\circ$ (◀) à $Ta = 44.22$ et $\Gamma = 37$ pour $\alpha = 30^\circ$	146
Figure V.45	Evolution de la vitesse tangentielle le long des ligne traversant le milieu de l'espace annulaire aux niveaux des plans méridiens (r, z) à $\theta = 180^\circ$ à $\theta = 0^\circ$ (←), $\theta = 90^\circ$ (→), $\theta = 180^\circ$ (●) et $\theta = 270^\circ$ (◀) à $Ta = 44.22$ et $\Gamma = 37$ pour $\alpha = 30^\circ$	146

Figure V.46	Tracé des lignes de courant aux niveaux des plans méridiens (r, z) à $\theta = 180^\circ$ et à $\theta = 0^\circ$ pour un nombre de Taylor $Ta = 44.22$ et un angle d'inclinaison $\alpha = 30^\circ$ pour un système d'écoulement partiellement rempli $\Gamma = 37$	147
Figure V.47	Tracé des lignes de courant aux niveaux des plans méridiens (r, z) à $\theta = 90^\circ$ et à $\theta = 0^\circ$ pour un nombre de Taylor $Ta = 44.22$ et un angle d'inclinaison $\alpha = 30^\circ$ pour un système d'écoulement partiellement rempli $\Gamma = 37$	148
Figure V.48	Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plans (r, z) à $\theta = 0^\circ$ (coté élargi)	150
Figure V.49	Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plan (r, z) à $\theta = 90^\circ$ (vue de derrière)	150
Figure V.50	Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plans (r, z) à $\theta = 180^\circ$ (coté comprimé)	151
Figure V.51	Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plans (r, z) à $\theta = 270^\circ$ (vue de face)	151
Figure V.52	Longueur d'onde axiale λ_z à $Tc_1 = 44.22$ pour les cas: (a) système d'écoulement en position verticale et (b) système d'écoulement en position inclinée ($\alpha = 30^\circ$) au plan (r, z) à $\theta = 180^\circ$ avec $\Gamma = 37$	152
Figure V.53	Evolution de la longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 0^\circ$	153
Figure V.54	Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 180^\circ$	153
Figure V.55	Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 90^\circ$	153
Figure V.56	Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 270^\circ$	154

Liste des figures chapitre VI

Figure VI.1	Système de coordonnées spécifiques	154
Figure VI. 2	Courbes de stabilité marginale ($p = 0$) au voisinage de l'apparition des cellules de Taylor, (a) pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison α , (b) pour $\alpha=0^\circ$.	161
Figure VI.3	Evolution du nombre d'onde critique en fonction de l'angle d'inclinaison	162
Figure VI.4	Diagramme de stabilité marginale ($p=0$) et $\alpha=0^\circ$	163

Introduction Générale

L'étude des phénomènes d'instabilités demeure primordiale pour résoudre les problèmes posés par la maîtrise et le contrôle des processus industriels et elle est également essentielle quand il s'agit d'expliquer leurs mécanismes et propriétés.

Les instabilités hydrodynamiques sont en fait le reflet de la compétition entre les différentes forces de tendances opposées agissant sur le fluide en mouvement. Dans le cas des instabilités centrifuges qui nous intéressent, ici, les forces en question relèvent principalement de la viscosité et de l'inertie. Lorsque le mouvement est lent, les forces de viscosité l'emportent et l'écoulement est alors purement circulaire. Au fur et à mesure que la vitesse de rotation s'accroît engendrant des modifications du régime et de la structure du mouvement, qui est caractérisée par des brisures de symétrie successives appelées instabilités. Ce régime transitoire se termine par l'établissement du chaos puis le développement de la turbulence.

D'une façon générale, les instabilités centrifuges apparaissent dans les écoulements confinés entre deux surfaces courbées concentriques (cylindres, ellipsoïdes, cônes, sphères,...). Cette situation phénoménologique peut se compliquer lorsqu'on introduit des facteurs d'influence qui peuvent modifier la structure et le comportement de l'écoulement. En particulier, parmi les facteurs d'influence agissant sur l'écoulement ceux-ci peuvent être d'origine très diverse telles que les dimensions géométriques, le taux de remplissage, la nature des parois (lisses, rugueuse, poreuse). Egalement, on peut envisager d'appliquer l'effet d'un écoulement axial superposé, les champs de température et de masse, ou bien un champ de force électrique et magnétique (MHD), etc...

Dans ce contexte, il semble que le domaine investigué est très vaste et apparait d'une importance considérable puisque il traite de plusieurs thématiques qui relèvent de plusieurs disciplines fondamentales et de nombreuses applications techniques et industrielles. Dans les années quatre vingt dix, Randal Tag a dressé dans un compte rendu, dont il recense environ deux mille articles parus depuis I. Newton. En particulier, depuis presque un siècle, on constate une intensification et un renouvellement des sujets traités par des mécaniciens, physiciens, astrophysiciens et mathématiciens depuis les travaux fondateurs de G. I. Taylor. Le système d'écoulement entre deux cylindres concentrique a été investi par des chercheurs à composante pluridisciplinaire relevant des sciences fondamentales (Chimie, Biologie, Médecine, Physique, Géophysique, etc...) et de divers technologies telles que: Génie des matériaux, Génie Atomique, Génie agroalimentaire, Génie Biomédicale etc... . Ce système d'écoulement a joué un rôle analogue à la découverte de l'Atome d'hydrogène dans la naissance de la mécanique quantique [1] et pour certains il a été comparé à la drosophile en biologie [2]. Ceci explique les raisons qui motivent la tenue d'une conférence internationale périodique dédié à ce domaine incluant les écoulements analogues ou qui en dérivent tels que les mouvements à configuration sphérique, conique, disque ou de type Taylor – Dean, Rayleigh - Bénard, Taylor-Couette-Poiseuille, etc.... La dernière rencontre (19th ICTW) s'est déroulée en juin 2015 à Cottbus/Allemagne et la prochaine (20th ICTW) va se tenir en mois Juillet prochain à Marseille/France.

Parmi les sujets abordés qui se situent, au centre des préoccupations des chercheurs, on trouve la problématique de la nature et de la structure de l'instabilité qui reste d'actualité et les conditions d'apparition ainsi que le rôle joué au sein de l'écoulement.

L'objectif de notre travail consiste à étendre l'étude de ce système d'écoulement aux différentes positions verticale et horizontale qui sont utilisées dans la pratique industrielle où le système d'écoulement peut se présenter spatialement dans une orientation intermédiaire ou quelconque qui est ni une position verticale ni une position horizontale. Autrement dit, il s'agit d'analyser les effets de l'inclinaison du dispositif dans le cas d'un dispositif totalement rempli et dans le cas où il est partiellement rempli tels que les effets de la surface libre interagissent sur l'écoulement pouvant conduire à des modifications significatives de la nature du régime et la structure des instabilité qui se déclenchent.

Le mémoire est articulé comme suit :

Au premier chapitre, on décrit les propriétés principales de l'écoulement de Taylor–Couette et on fait le point de situation sur les contributions principales et l'on s'intéresse plus particulièrement aux travaux consacrés à ce type de mouvement lorsque il est soumis à diverses influences telles que les effets de géométrie (jeu radial et limitation axiale), effets dynamiques (débit axial et radial, déformation des parois du système d'écoulement, injection des bulles d'air, surface libre et champ magnétique, etc...) et l'on s'est attaché à dégager les applications pratiques les plus intéressantes à explorer, à savoir : Sciences médicales, Génie des procédés, Biotechnologie et Ecologie, Traitement et récupération des eaux usées, Extraction et industrie pétrolière, Croissance cristalline.

Au deuxième chapitre, on procède à la description du dispositif expérimental que l'on a réalisé, ainsi que les méthodes de mesures adoptées toutes en précisant les conditions expérimentales de mise en œuvre et les exigences de mesures.

Au troisième chapitre, on décrit les phénomènes visualisés et l'on note les différentes observations. On cherche à mettre en évidence les effets simultanés de l'inclinaison et du taux de remplissage (facteur d'aspect) sur les différents modes d'instabilités, à savoir, l'onde axiale stationnaire, l'onde azimutale instationnaire, ainsi que le régime de fluctuations et le chaos. On analyse les résultats obtenus en procédant à une représentation phénoménologique en fonction des paramètres sensible : nombres de Taylor critiques T_{ci} , angle d'inclinaison α et le facteur d'aspect Γ pour un jeu radial fixé δ .

Au quatrième chapitre, on aborde la description du code de simulation numérique utilisé et on procède au choix des paramètres de calcul pour un système d'écoulement totalement rempli. On décrit ensuite le modèle et les méthodes de numérisation pour l'analyse de la problématique d'un système d'écoulement à surface libre en position verticale puis en position inclinée.

Au cinquième chapitre, on présente les résultats obtenus par la simulation numérique, en se basant sur des données et des conditions expérimentales représentées dans le

chapitre 3 . Cette partie a pour objectif l'étude de l'effet de l'inclinaison du système d'écoulement sur les mécanismes de l'instabilité, telle que la transition du régime laminaire vers la 1^{ère} et la 2^{ème} instabilité dans le cas où le système d'écoulement est en charge. Cette analyse est prolongée dans le cas où le système d'écoulement de Taylor Couette est partiellement rempli afin d'étudier l'influence de la surface libre et l'inclinaison sur les vortex de Taylor. Les résultats sont présentés sous plusieurs formes tels que lignes de courant, iso-valeurs des vitesses, iso-valeurs des pressions, etc...

Le sixième chapitre est consacré à la formulation des équations du mouvement définie par les équations de Navier-Stokes (Champ Hydrodynamique) couplée aux équations de Maxwell (électromagnétisme) par une théorie linéaire de la stabilité du mouvement qui a pour but l'examen de ces effets sur la structure de l'écoulement. Pour cela, on adopte une représentation de coordonnées adéquate afin de faire la prévision de la structure de l'écoulement de Taylor–Couette en position inclinée sous l'effet du champ magnétique axiale. On se penche sur la résolution des équations linéaire de la stabilité dans le cas particulier où le champ magnétique est supposé nul. Par la suite, au moyen de la méthode de Galerkin limitée à l'ordre 1 et 2, on est conduit à établir une relation de dispersion de laquelle on déduit le diagramme de stabilité valable au voisinage du seuil critique $Tc1$ de l'apparition de l'onde axiale en fonction du nombre d'onde k et du coefficient d'amplification p correspondant à l'angle d'inclinaison α .

L'ensemble de nos travaux s'achève par une conclusion générale synthétisant les principales recherches effectuées et l'on propose des perspectives intéressantes permettant de réaliser l'approfondissement des résultats obtenus.

CHAPITRE I

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'ÉCOULEMENT DE TAYLOR-COUETTE

Introduction

On présente une synthèse de travaux bibliographiques consacrés à ce type d'écoulement. On s'est attaché à mettre en valeur le rôle majeur qu'a joué l'étude de ce mouvement en Hydrodynamique physique en lien avec la naissance de la science du chaos. Également, on s'efforcera de mettre en lumière l'apport de différentes contributions à plusieurs disciplines scientifiques afin de comprendre, interpréter ou expliquer certains phénomènes qui relèvent des sciences de la nature et des processus industriels qui découlent des propriétés pratiques de l'écoulement de Taylor-Couette.

Pour s'en convaincre on pose en revue les thèmes abordés dans les différentes disciplines concernées à travers quelques illustrations à caractère fondamental et l'on présente, aussi, des exemples que l'on rencontre dans les applications industrielles.

Cependant, il y a lieu de donner une description complète de ce type d'écoulement pour fournir un aperçu de ses caractéristiques géométriques et dynamiques qu'on relie ensuite à ses propriétés fondamentales afin de mettre en évidence sa grande richesse phénoménologique et leur mécanisme.

1. Définition de l'écoulement de Taylor-Couette

L'écoulement entre deux cylindres concentriques en rotation, connu par « *écoulement de Taylor-Couette* », il s'agit du mouvement d'un fluide entre cylindres coaxiaux en rotation relatives (ou pas) de l'un par rapport à l'autre. L'appellation de cet écoulement a été dédiée aux travaux pionniers de Maurice Couette en 1888 [1,2,3,4] en France et de Geoffrey Ingram Taylor en 1923 [5] en Angleterre. En réalité ce type d'écoulement a été envisagé pour la première fois par Isaac Newton en 1687 [3] dans le cadre d'une tentative de définition de la notion de viscosité d'un fluide et du lien qui existe entre la force résistante de celui-ci et le gradient de vitesse.

Cet écoulement est devenu très célèbre chez les physiciens et les mathématiciens pour son rôle exemplaire dans le développement de la théorie de la stabilité hydrodynamique et pour la grande variété de régimes d'écoulement qu'il peut présenter selon les valeurs et le sens des vitesses de rotation (Ω_1 , Ω_2) des deux cylindres constituant le système d'écoulement et leurs dimensions géométriques (H , R_1 , R_2). On peut dire que ce système d'écoulement a joué un rôle en Mécanique des fluides analogue à la découverte de l'Atome d'hydrogène dans la naissance de la Mécanique quantique [1*]. Pour d'autres auteurs, il a été comparé à la découverte du phénomène de la formation de drosophile en Biologie [2*]. On enregistre un nombre considérable de travaux qui relèvent de diverses disciplines allant des sciences fondamentales tels que les Mathématiques, Physique, Chimie, Biologie et Médecine, Physique atmosphérique, Géophysique, Technologie spatiale et divers domaines de l'ingénierie : Génie Atomique, Génie des Matériaux, Génie des Procédés, Génie Agroalimentaire et Industrie Pharmaceutique, etc...

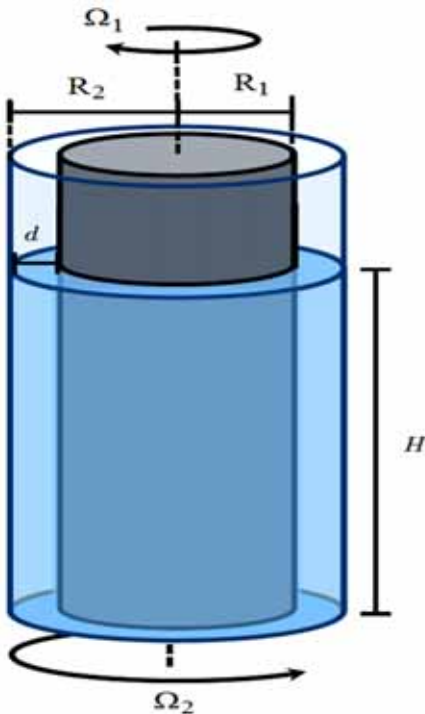


Figure I-1 : Système d'écoulement dit de Taylor-Couette caractérisée par le rayon du cylindre intérieur tournant R_1 , le rayon du cylindre extérieur R_2 (fixe ou tournant) et la hauteur de la colonne de fluide H .

Le cylindre intérieur tourne avec la vitesse angulaire Ω_1 et le cylindre extérieur tourne éventuellement avec la vitesse angulaire Ω_2 . L'analyse dimensionnelle montre que six paramètres peuvent intervenir pour caractériser cette écoulement:

➤ il s'agit d'abord des paramètres géométriques qui définissent la configuration de l'écoulement:

- ✓ Le facteur d'aspect axial $\Gamma = H/d$ qui définit la hauteur ou limitation axiale du mouvement.
 - ✓ Le facteur d'aspect radial $\delta = d/R_1$
 - ✓ Le rapport des rayons $\eta = R_1/R_2$
- } déterminent l'influence du jeu radial sur le mouvement

- On dénombre, trois d'autres paramètres dynamiques constitués par les nombres de Reynolds des deux cylindres Re_1 , Re_2 et le rapport des vitesses de rotation des cylindres m_Ω .

✓ Pour le cylindre intérieur $Re_1 = \frac{\Omega_1 R_1 d}{\nu}$,

✓ $Re_2 = \frac{\Omega_2 R_2 d}{\nu}$ pour le cylindre extérieur,

✓ Le rapport des vitesses de rotation $m_\Omega = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$.

La combinaison de ces paramètres de contrôle fait apparaître un nouveau nombre adimensionnel appelé nombre de Taylor: $Ta = \frac{R\Omega d}{\nu} \sqrt{\frac{R_2 - R_1}{R_1}} = \frac{R\Omega d}{\nu} \sqrt{\frac{d}{R_1}} = Re\sqrt{\delta}$ tel que $d = R_2 - R_1$ est l'espace annulaire et ν est la viscosité cinématique du fluide.

2- Premières observations:

Les premières observations des phénomènes d'instabilité hydrodynamique entre cylindres concentriques sont réalisées par M. Couette (1888-1890) lors d'une étude qui a comme objectif la mesure de la viscosité des liquides [1, 2, 3,4]. En utilisant un appareil constitué de deux cylindres coaxiaux très longs avec un cylindre intérieur immobile et l'extérieur tourne et par la méthode de mesure de couple exercé par l'eau sur le cylindre intérieur, Couette a observé que lorsque les valeurs de la vitesse angulaire du cylindre extérieur sont faibles ou modérées, l'écoulement est laminaire et le couple est proportionnel à la vitesse angulaire. Par contre, si la vitesse angulaire atteint des valeurs élevées, l'écoulement d'eau devient instable et le couple évolue de façon fluctuante ou erratique. Ce phénomène est dû au développement d'une forme de mouvement turbulent. Par la suite, Mallock (1896) [7] a développé un appareil similaire pour étudier le couple transmis par la viscosité du fluide à travers l'espace annulaire entre deux cylindres concentriques tournent indépendamment. Le but de son travail consiste à déterminer les limites entre lesquelles le mouvement du fluide est stable dans l'espace annulaire et la manière avec laquelle l'écoulement de fluide devient instable. Mallock a mené ses expériences dans trois configurations différentes: (1) le cylindre extérieur en rotation et cylindre intérieur fixe; (2) cylindre intérieur en rotation avec cylindre extérieur au repos, et (3) le cylindre extérieur tourne et le cylindre intérieur fixe avec un espace annulaire variable. Dans ce travail Mallock a indiqué que si le cylindre intérieur tourne, le mouvement du fluide est tourbillonnaire et instable, même à des vitesses très faibles, et donc il ne peut pas convenir pour effectuer des mesures de la viscosité. Par ailleurs, Mallock a signalé que dans le cas où le cylindre extérieur en rotation et cylindre intérieur fixe, les valeurs du couple mesurées avec son appareil augmentent de façon linéaire avec la vitesse de rotation du cylindre extérieur. En fait, ces mesures sont régulières jusqu'à une certaine valeur critique de la vitesse de rotation mais au-delà les lectures du couple commencent à fluctuer de façon irrégulière.

3- Critère de stabilité

Malgré les observations et les mesures qui ont été réalisées par Couette et Mallock, ceux-ci n'ont pu établir un critère définissant la stabilité hydrodynamique des fluides. Cela a motivé Rayleigh (1917) [8] à effectuer une étude sur les conditions qui favorisent la stabilité ou l'instabilité du mouvement d'un fluide entre deux cylindres concentriques en rotation. Il a conclu que l'écoulement non visqueux (fluide parfait) reste stable si l'expression suivante est vérifiée :

$$\frac{d}{dr} \left| \Omega r^2 \right| \geq 0 \quad (\text{I.1})$$

Cette expression constitue l'énoncé du critère de stabilité selon le Lord Rayleigh.

Si l'on intègre cette équation entre $r = R_1$ et $r = R_2$, on trouve l'inéquation suivante :

$$\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2 \geq 0 \quad (\text{I.2})$$

Dans la géométrie envisagée telle que $\Omega_2 = 0$ et $\Omega_1 \neq 0$, seul le cylindre intérieur tourne. Il apparaît, selon le critère (2) que l'écoulement devrait toujours être instable même pour des vitesses de rotation Ω_1 arbitrairement faibles. En fait, dans le cas d'un fluide visqueux la loi (I.1) n'est plus valable pour prévoir la condition de stabilité du mouvement car la force centrifuge déstabilisante s'oppose à l'autre force stabilisante provenant du frottement visqueux. Au-delà du régime laminaire la relation (I.2) ne permet pas de caractériser la suite des régimes d'écoulement.

4- Mise en évidence de la première instabilité : l'onde stationnaire de Taylor

En 1921 G.I. Taylor s'inspire de travail théorique de Lord Rayleigh, en proposant un nouvel appareil à cylindres concentriques [9]. Cet appareil est conçu de façon à permettre aux deux cylindres de tourner indépendamment. Les résultats des expériences de Taylor ont été rapportés dans son papier 1923 [5]. Dans ce travail, Taylor a fourni des explications expérimentales et analytiques pour l'apparition et le développement des instabilités de l'écoulement entre des cylindres concentriques en rotation. Le but de cette expérience consiste à évaluer le seuil critique de la stabilité de l'écoulement en mesurant le couple résistant. L'expérience de Taylor a montré que, lorsque la vitesse angulaire du cylindre intérieur dépasse un certain seuil, l'écoulement de Couette devient instable. Dans cet article, Taylor a appliqué avec succès la théorie de la stabilité linéaire pour un écoulement visqueux entre cylindres concentriques qui a permis de prédire la condition essentielle de déclenchement de l'instabilité en fonction du rapport des rayons des deux cylindres

$\eta = \frac{R_1}{R_2}$, leurs vitesses de rotation $m_\Omega = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$ et de la viscosité du fluide ν . Aussi,

dans le cas d'un espace annulaire mince $\left(\eta = \frac{R_1}{R_2} \rightarrow 1 \right)$ ou $\delta = \frac{d}{R_1} = 1$, le seuil critique

obtenu théoriquement dans le cas ($m_\Omega = 0$) pour lequel l'écoulement de fluide entre les deux cylindres devient instable est donné par :

$$Ts_{c1} = \frac{\pi^4 (1 + 2\delta)}{0.057(1 - 0.652\delta) + 0.00056(1 - 0.652\delta)^{-1}} = 1706 \quad (I. 3)$$

Ts_C est la valeur critique du nombre de Taylor au sens de J. T Stuart (1958). Toutefois, on préfère utiliser $T_C = \sqrt{Ts_C}$ et donc le résultat $T_{C1} = 41.3$ est la première valeur du nombre Taylor critique, à partir de laquelle l'instabilité se déclenche et l'écoulement circulaire de Couette (CF) devient perturbé au-delà duquel des structures tourbillonnaires (vortex de Taylor) apparaissent.

En s'inspirant des travaux G. I. Taylor (1923) [5], plusieurs investigations ont été réalisées sur les plans analytique et numérique dans le but de prédire et afin de mieux comprendre les phénomènes de l'instabilité de Taylor. Parmi ces investigations on cite les travaux de Jeffrey (1928) [10], S. Chandrasekhar (1954; 1961) [11, 12], R. C. Di Prima (1961) [13].

H. Jeffreys (1928) [10] a été le premier auteur qui a proposé une approche alternative de la solution du modèle de la théorie linéaire proposée par G. I. Taylor (1923) [5]. Dans le cas d'un espace mince $\delta = \frac{d}{R_1} = 1$, H. Jeffreys a réduit les équations de la théorie linéaire de la stabilité de Taylor à une seule équation différentielle du sixième ordre. En utilisant une analyse asymptotique, il a estimé la valeur du premier nombre critique de Taylor soit approximativement égale 1709. Cette valeur de nombre de Taylor critique $Ts_{c1} = 1709$ est en bon accord avec la valeur de G.I Taylor $Ts_{c1} = 1706$. Par la suite, D. Meksyn (1946, 1950) [,] a généralisé cette approche en utilisant la méthode de Riemann et le développement asymptotique pour établir le nombre de Taylor critique en fonction de η et donc valable pour un espace annulaire mince et large. S. Chandrasekhar (1954) [11] et Di Prima (1961) [13] ont obtenu une autre expression du premier nombre de Taylor critique. Cette expression de Ts_{c1} est une fonction du jeu radial d et le rayon du cylindre intérieur R_1 , dans l'approximation des espaces annulaire minces et uniquement le cylindre intérieur qui tourne $\Omega_2 = 0$, Ts_C s'écrit comme suit:

$$Ts_C = 1695 \left(1 + \frac{d}{2R_1} \right) \quad (I.4)$$

Cinq ans plus tard, S. Chandrasekhar (1961) [12] en théorie linéaire a obtenu deux équations simples pour le calcul du nombre critique de Taylor dans le cas où les deux cylindre sont en rotation, qui sont fonctions de $m_\Omega = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$ et valable dans le cas du petit espace annulaire

$\eta \longrightarrow 1$, on a:

$$Ts_{C1} = \frac{3416}{1 + m_{\Omega}} \left(1 - 7,61g10^{-3} \left(\frac{1 - m_{\Omega}}{1 + m_{\Omega}} \right)^2 \right) \text{ si } m_{\Omega} \longrightarrow 1 \text{ et } \eta \longrightarrow 1 \quad (I.5)$$

$$Ts_{C1} = 1182(1 - m_{\Omega})^4 \text{ si } m_{\Omega} \longrightarrow \infty, \eta \longrightarrow 1 \quad (I.6)$$

En 1965, P. H. Roberts [14] a effectuer une analyse théorique de l'apparition des ondes axiales pour différentes valeurs du rapport des rayons $\eta = \frac{R_1}{R_2}$ et le cylindre extérieur immobile $\Omega_2 = 0$; il a trouvé que nombre de Taylor critique correspond à l'apparition de la première instabilité varie selon la formule suivante :

$$Ts_{C1} = 4931\eta^2 - 10087\eta + 6895.2 \quad (I.7)$$

D'autres estimations du premier nombre critique de Taylor sont données par A. Bouabdallah (1980) [15], Parker et Merati (1996) [16], W. M. J. Batten et al. (2004) [17,18], Shiomi et al. (2000) [19], et la littérature qui traite l'écoulement entre deux cylindre en rotation apparait vaste et très riche. D'autres investigations sont effectuées soit sur le plan expérimental soit sur le plan théorique . Parmi ces travaux on peut citer à titre d'exemple ceux qui ont marqués histoire de cette écoulement comme le travail de S. Chandrasekhar (1958) [20], R. J Donnelly (1958) [21], D. B. Brewster et al (1959) [22], D. Coles (1965) [23], J. A. Cole (1976) [24] et celui de C. D. Andereck et al (1986) [25]. Ces chercheurs ont noté que l'instabilité hydrodynamique dépendent essentiellement du sens et des valeurs des vitesses de rotation des deux cylindres Ω_1 et Ω_2 ainsi que leurs dimensions géométriques H , R_1 et R_2 .

Pour des vitesses de rotations assez faible, l'écoulement est stable et stationnaire. Par contre, si on augmente de plus en plus la vitesse de rotation des cylindres ou si l'on change leurs sens de rotation, l'écoulement devient instables et instationnaire, et on observe divers états de plus en plus complexes.

5- Régimes de transition laminaire turbulent pour le cas $m_{\Omega} = 0$

En pratique, on a recensé que la majorité des travaux se focalise sur l'étude du cylindre intérieur tournant ($\Omega = \Omega_1$) avec un cylindre extérieur maintenu au repos ($\Omega_2 = 0$) et pour un espace annulaire relativement mince ($\frac{R_1}{R_2} = 1 - \delta$ avec $\delta = 0.10$). La raison principale tient

au fait que cette configuration d'écoulement est la plus répandue en science fondamentale ou la nature et qui est le plus souvent utilisée dans l'industrie comme on le verra plus loin. Dans cette configuration si on augmente Ω_1 progressivement et d'une manière lente ou quasi-statique, au-delà d'une certaine valeur du paramètre de contrôle appelée valeur critique $Ta > Tc1$ indiquée au paragraphe précédent, l'écoulement de Taylor-Couette présente une série de transitions. Les différentes expériences menées par différentes techniques de mesures dans

le cadre d'un faible espace annulaire ($\delta \approx 0.10$) confirment l'existence de plusieurs régimes de transition :

- ▶ Régime laminaire stable : $Ta < Tc_1 = 41.2$
- ▶ Régime laminaire perturbé ou instable : $41.2 \leq Ta < 740$
- ▶ Régime de pré-turbulence ou chaos : $740 \leq Ta < 4500$
- ▶ Régime de turbulence complètement développée : $Ta \geq 4500$

A- Régime laminaire stable.

Si la vitesse de rotation du cylindre intérieur tournant Ω_1 est proche d'une valeur faible ou nulle, le régime d'écoulement est dit laminaire ou stationnaire. En fait, c'est ce type d'écoulement qu'on appelle mouvement de Couette. Celui-ci est alors indépendant du temps t et représente un écoulement stationnaire purement tangential ou azimutal qui est décrit à l'aide de la seule coordonnée radiale r comme suit :

$$\bar{V} = Ar + \frac{B}{r} \quad (\text{I.5})$$

où les constantes A et B sont déterminées par les conditions aux limites, à savoir, $V = R_1\Omega_1$ à $r = R_1$ et $V = 0$ à $r = R_2$, d'où $A = \frac{\Omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}$ et $B = \frac{\Omega_1 R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}$ (I.6)

On donne sur la figure I.2, une schématisation de l'écoulement valable en régime laminaire de base :

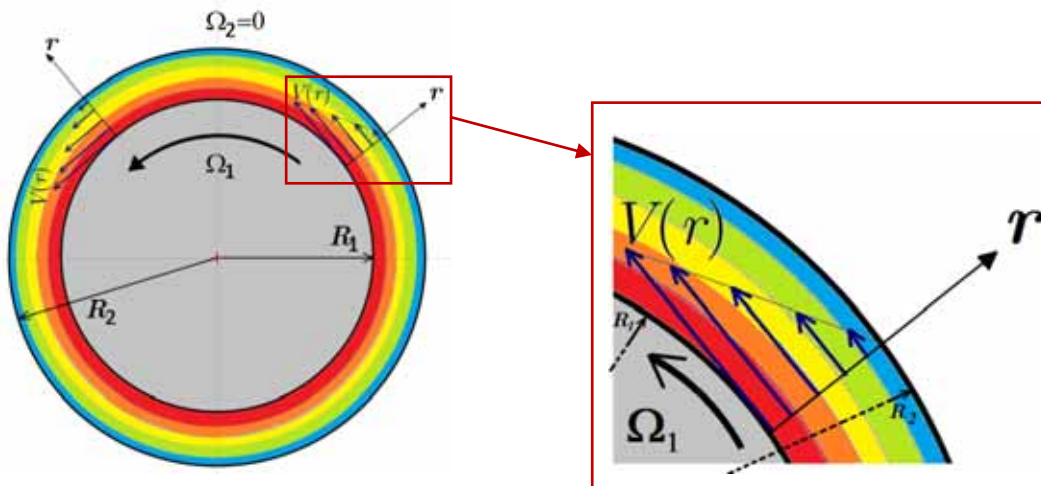


Figure I. 2: Profil de vitesse de Couette au sein de l'espace annulaire $d = R_2 - R_1$.

L'expression de la vitesse montre que la force centrifuge $F = \rho \frac{V^2}{r}$ est plus élevée du côté proche du cylindre intérieur $r=R_1$, donc lorsque la vitesse de rotation Ω_1 de ce dernier dépasse une certaine valeur critique Ω_{1c} , l'écoulement laminaire devient instable : c'est le début du régime de transition laminaire-turbulent.

B- Régime laminaire perturbé

Il comporte plusieurs régimes d'instabilités que l'on peut recenser comme suit :

1. Domaine de l'onde de Taylor : La 1^{ère} instabilité ou onde de Taylor (**Taylor Vortex Flow: TVF**) : correspond à l'onde axiale ou cellules de Taylor. G. I. Taylor [5]. Cet auteur a fourni un travail fondamental qui est resté historiquement exemplaire puisque c'est la première fois en 1923 qu'un problème d'instabilité a été résolu à la fois, théoriquement et expérimentalement. Il a montré que le régime laminaire stable devient instable pour une valeur critique de la vitesse de rotation du cylindre intérieur correspondant à une valeur critique de nombre de Taylor ($Tc_1 = 41.3$), et expérimentalement $Tc_1 = 41.32$. Par la suite, ce résultat a été vérifié théoriquement par R.C Di Prima [13] $Tc_1 = 41.17$ et ensuite par S. Chandrasekhar [11] $Tc_1 = 41.41$ à l'aide de deux méthodes de calculs différents. A partir de la valeur $Ta = Tc_1$, le mouvement de fluide s'organise en un empilement de tourbillons toriques contra – rotatifs qui occupent la largeur de l'espace annulaire d et se propagent suivant l'axe z (Figure I.3). Ce type de structure cellulaire est appelé vortex de Taylor ou instabilité axisymétrique qui reste stable dans la gamme suivante du nombre de Taylor : $41.2 \leq Ta \leq 48$.

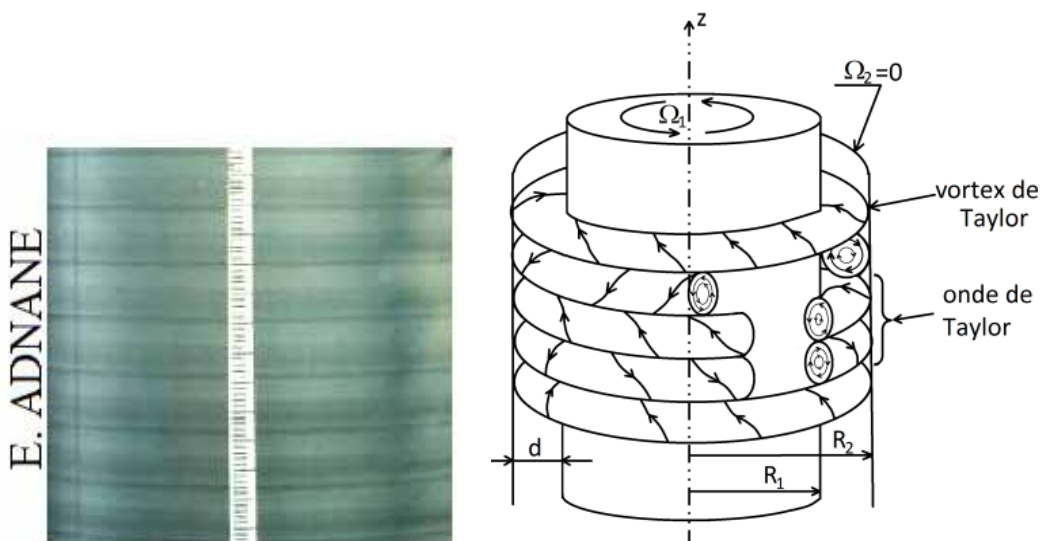


Figure. I-3 : Visualisation de l'onde axiale et schématisation des cellules de Taylor

2. Ondes azimutales (2^{ème} instabilité) ou Wavy Mode (WVF)

Ce régime d'écoulement apparaît pour un nombre de Taylor plus élevé tel que $Tc_2 = 48$ si $\delta = 0.10$, il correspond à l'onde azimutale ou Wavy mode, un mouvement comportant des tourbillons ondulés azimutalement et tournant autour de l'axe oz .

Il s'agit d'un onde azimutale qui se propage dans la direction angulaire (θ) avec une fréquence d'oscillation ω qui donne lieu à un système d'ondes instationnaires se superposant aux cellules de Taylor : l'ensemble de l'écoulement est décrit selon un mouvement secondaire doublement périodique en (z) et (θ). La propagation de l'onde azimutale par rapport à la

vitesse de rotation du cylindre intérieur $\left(\frac{\omega}{\Omega_1}\right)$, varie de 0.50 jusqu'à 0.33 selon le nombre de Taylor imposé selon King et al (1984) [26]. Autrement, D. Coles [23] a montré que le régime présente plusieurs états stables pour une même valeur du nombre de Taylor et chaque état d'écoulement est identifié par le couple (n : nombre de vortex et m : nombre d'onde azimutales ou circonférentielles). Le couple (n, m) caractérise ce qu'on appelle « non-unicité de l'écoulement ». En outre il montre que lorsque on augmente ou l'on diminue Re , le mouvement peut changer de manière discontinue et irréversible. A n'importe quel nombre de Reynolds donné, la vitesse de l'onde est indépendante de m selon R. S. Shaw et al (1982) [27]. Gorman et Swinney, 1982 [28] ont constaté que, en régime WVF, le motif (profil) de l'onde azimutale a une symétrie tangentielle (rotationnelle) de m -pli. Les frontières des deux vortex au niveau de la station inflow ou bien au niveau de la station outflow sont ondulées et ont une "forme en S".

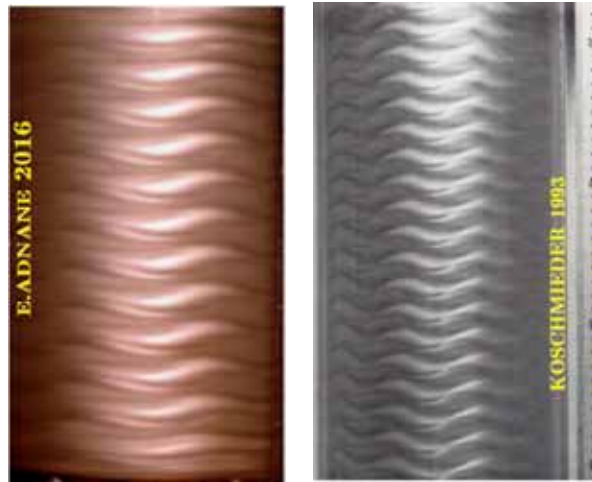


Figure 1.4 : Visualisation des ondes azimutales (wavy mode) [29] [30].

En régime d'onde azimutale, les frontières de deux vortex de Taylor voisins aux niveaux des stations de vitesse minimale et de maximale (inflow et outflow) sont en déphasage suivant la direction de θ . Comme on peut l'observer expérimentalement sur la figure I.4.

De nombreux chercheurs ont mené des investigations numériques pour étudier le mécanisme physique responsable de l'apparition de l'ondulation azimutale dans un système de Taylor-Couette circulaire. Aussi, P. S. Marcus (1984) [31] a effectué des prédictions numériques relatives au TVF et WVF. Les résultats de ses calculs montrent l'existence d'une instabilité centrifuge locale non visqueuse liée à un mouvement radial fort localisé au niveau de l'outflow entre les vortex : il semble que cette instabilité est responsable de l'ondulation azimutale. Il a également indiqué que l'ondulation a pour résultat le transfert de fluide entre les vortex adjacents. C. A. Jones (1985) [32] a noté que le jet radial sortant (outflow) provoque des jets azimutaux forts dans la région d'écoulement, car il entraîne une forte poussée azimutale vers l'extérieur. Il a montré que ce sont "les jets azimutaux", qui sont plus forts que "les jets radiaux", qui déstabilisent l'écoulement axisymétrique et rendent les vortex de Taylor oscillant dans les directions radiale et axiale. Pour des configurations à espace annulaire très mince, le wavy mode (WVF) s'installe juste après le régime d'onde axiale

(TVF). En effet, K. T. Coughlin et R. M. Marcus (1992) [33] ont effectué des simulations numériques sur l'écoulement de Taylor-Couette, qui ont confirmé que les caractéristiques importantes liées à l'ondulation se situe au niveau du jet radial sortant (outflow), on note que les vitesses radiales et azimutales ainsi que le gradient axial de la vitesse azimutale sont localement plus importants.

S.T. Wereley et R. M. Lueptow (1998) [34] ont mené des investigations expérimentales en utilisant la technique PIV pour mesurer les vitesses axiales et radiales dans un plan méridien (r, z) de l'écoulement de Taylor-Couette en régimes TVF et WVF. Les résultats obtenus montrent que pour le régime TVF, lorsque la vitesse de rotation de cylindre intérieur augmente, les vortex deviennent plus intense et que l'écoulement radial sortant (out flow) entre les paires de tourbillons est comparable ou semblable à la dynamique d'un "jet". Ils ont conclu que l'ondulation localisé à la limite de l'inflow est directement liée au degré de transfert de fluide entre les tourbillons.

Par la suite, Akonur et Lueptow (2003) [34] ont utilisé la technique PIV pour mesurer les vitesses azimutales et radiales dans les plans azimutaux perpendiculaires à l'axe de rotation (r, θ) . Leur étude a été menée pour un écoulement de Taylor-Couette en régime wavy mode (WVF). Leurs essais ont été comparées aux mesures antérieures effectuées par Wereley et Lueptow (1998), ce qui a permis d'obtenir les trois composantes du champ de vitesse en fonction du temps. Les résultats de leur expérience montrent que l'ondulation est liée au mouvement des centres de vortex. De plus, ils ont constaté l'existence d'une couche de cisaillement relativement forte associée au mouvement azimutale par rapport au couche de cisaillement de l'écoulement radial entre les tourbillons. Ils ont conclu que l'ondulation azimutale est probablement dûe à l'instabilité du profil de vitesse azimutale confirmant la proposition de Jones (1985) [32].

3. Mouvements ultérieurs

Au-delà de $Tc_2 = 48$, l'écoulement se complique et il apparaît très vite que la prévision des états d'instabilités ultérieures à l'onde azimutale devient quasi-inextricable et le mouvement devient de plus en plus complexes le régime de fluctuation s'installe à $Ta \approx 400$. Le régime chaotique ou pré-turbulent s'établit avec la disparition l'onde azimutale vers $Ta \approx 740$. Au-delà de cette valeur, on observe l'établissement de la turbulence complètement développée à $Ta = 4500$ qui est elle-même marquée par la persistance de l'onde axiale qui se maintient toujours malgré la vitesse de rotation très élevée imposée sur le cylindre intérieur [15].

Les différents régimes de transition sont résumés dans le diagramme suivant à l'aide du nombre de Taylor Ta .

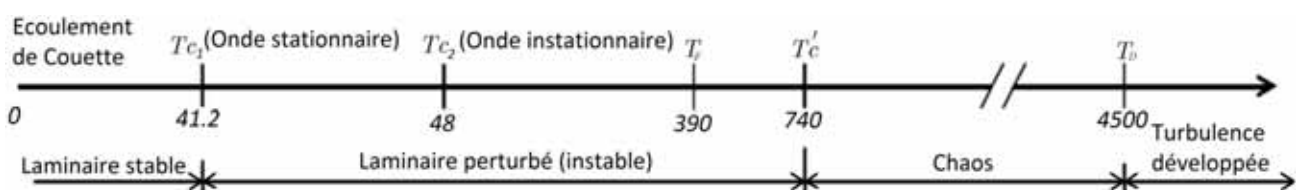


Figure I.5 : Diagramme de transition laminaire-turbulent obtenu par A. Bouabdallah [15]

$0 \leq Ta \leq T_{c1}$: Ecoulement circulaire de couette.

$Ta = T_{c1}$: Apparition de l'onde axiale stationnaire (cellules de Taylor).

$Ta = T_{c2}$: Apparition de l'onde azimutale instationnaire (wavy mode).

$Ta = T_F$: Apparition des fluctuations Chaotiques (fréquence à spectre large).

$Ta = T_{c'}$: Disparition de l'onde azimutale.

$Ta = T_D$: Disparition des fréquences à spectre large.

$Ta \geq T_D$: Régime de turbulence développée.

L'évolution des états de l'écoulement du régime laminaire vers le régime turbulent a été largement étudiée dans le cas des cylindres infiniment longs correspondant à un facteur

d'aspect $\Gamma = H/d$ grand et le rapport des rayons η voisin de l'unité $\eta = \frac{R_1}{R_2} ; 1$ ou tel que

$\delta = \frac{d}{R_1} \ll 1$. Cette configuration correspondant à la géométrie d'un faible espace annulaire

dans lequel il a été montré que le régime chaotique de l'écoulement s'installe rapidement après trois bifurcations seulement.

C- Diagramme de stabilité générale

L'étude des phénomènes d'instabilité a été généralisée à d'autres situations intéressantes comme le cas où les deux cylindres sont en co-rotation ou en contra-rotation. La prévision des instabilités en milieu visqueux a été synthétisée expérimentalement par D. Coles (1965) [23] et généralisée par C. D. Andereck et al. (1986) [25] sous la forme d'un diagramme général

dans le plan des nombres de Reynolds associés : $Re_1 = \frac{\Omega_1 R_1 d^2}{\nu}$ et $Re_2 = \frac{\Omega_2 R_2 d^2}{\nu}$.

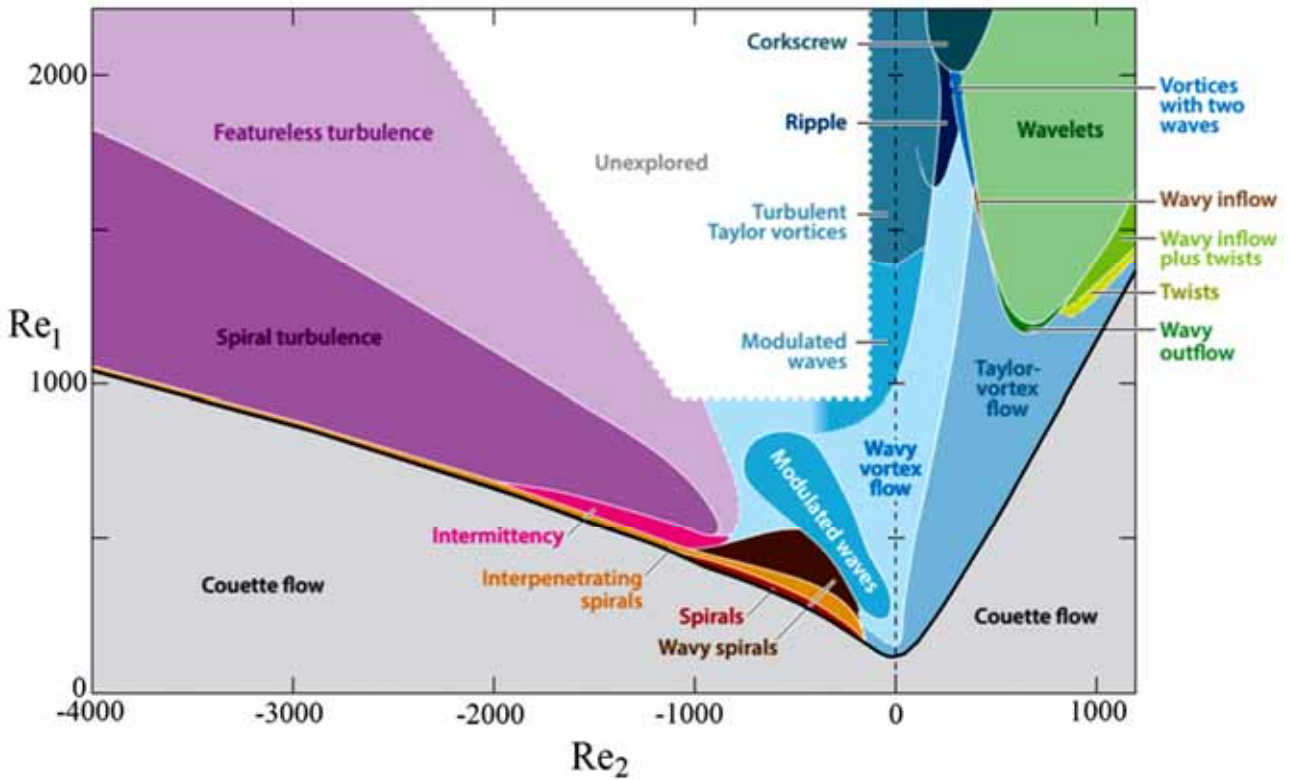


Figure I.6: Diagramme de phase des états observés dans l'écoulement de Taylor-Couette en fonction de nombre de Reynolds du cylindre intérieur Re_1 et nombre de Reynolds du cylindre extérieur Re_2 . La ligne épaisse représente la frontière entre l'écoulement laminaire de base en dessous de la ligne et les différents comportements de l'écoulement en dessus de la ligne.
 (Figure tirée de C. D. Andereck et al. (1986) [25] et est adapté avec la permission de Cambridge University Press par S. Grossmann et al. (2016) [36].)

- ✓ AZI: azimuthal laminar flow with weak Ekman vortices
- ✓ CKS: corkscrew
- ✓ INT: intermittent turbulent spots
- ✓ IPS: interpenetrating spirals
- ✓ MWV: modulated wavy vortices
- ✓ RIP: ripple
- ✓ SPI: spiral vortices
- ✓ SPT: spiral turbulent
- ✓ TRA: transition region
- ✓ TTV: turbulent Taylor Vortices
- ✓ TUR: turbulent flow (featureless)
- ✓ TVF: Taylor vortex flow
- ✓ TWI : twisted vortices
- ✓ WIB: wavy in flow boundary
- ✓ WIS: wavy interpenetrating spirals
- ✓ WOB: wavy out flow boundary
- ✓ WVF: wavy vortex flow
- ✓ WVL: wavelets

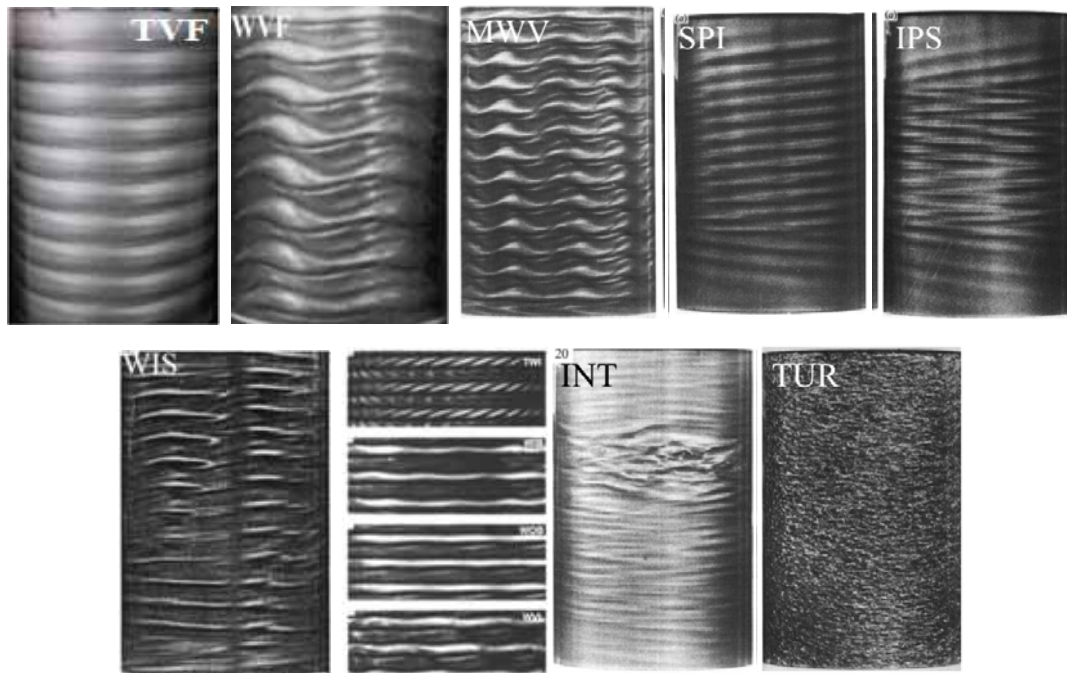


Figure I-7: Visualisations par Kalliroscope des différents régimes d'écoulement par C. D. Andereck et al.[25]

Les valeurs des seuils critiques d'apparition des régimes d'instabilité et le comportement de l'écoulement ne sont pas établis d'une façon précise, les résultats théoriques et expérimentaux montrent que les valeurs des seuils critiques et les modes d'instabilités dépend de plusieurs facteurs tels que:

- Facteurs Géométriques,
- Facteurs Dynamiques,

6-Facteurs d'influence sur l'écoulement Taylor-Couette

A. Facteurs Géométriques:

1) Effets du Rapport des rayons $\eta_R = \frac{R_1}{R_2}$:

Comme on l'a vu précédemment dans l'expression (I.4), P.H. Roberts (1965) [14], S. S. Deshmukh et al. (2007) [37]. et A. Recktenwald et al. (1993) [38] ont déterminé le premier nombre critique de Taylor pour différents rapports de rayons η . Les valeurs obtenus par P. H. Roberts (1965) [14] et A. Recktenwald et al (1993) [38] sont représentées respectivement dans les tableaux I-1 et I-2. Le nombre de Taylor critique $Ts_c = T_c^2$ augmente avec la diminution du rapport de rayon η comme le montre les tableaux suivants:

Rapport des rayons $\eta = R_1/R_2$	Nombre de Taylor critique T_{Sc}
0.975	1723.89
0.9625	1737.55
0.950	1754.76
0.925	1787.93
0.900	1823.37
0.875	1861.48
0.850	1902.4
0.750	2102.17
0.650	2383.96
0.50	3099.57
0.36	4551.60
0.28	6344.89
0.20	10355.30

Tableau I-1: Nombre de Taylor critique T_{Sc} correspond à l'apparition de l'onde de Taylor en fonction du rapport des rayons η .
D'après P. H. Roberts, (1965) [14].

Rapport des rayons $\eta = R_1/R_2$	Nombre de Taylor critique T_{Sc}
0.975	1723.89
0.900	1823.37
0.80	1992.91
0.70	2230.68
0.60	2570.45
0.50	3099.57

Table I-2: Nombre de Taylor critique T_{Sc} correspond à l'apparition de l'onde de Taylor en fonction du rapport des rayons η .
D'après A. Recktenwald et al. (1993) [38].

H. A. Snyder et R. B. Lambert en (1966) [39] ont montré théoriquement que dans le cas des cylindres infiniment longs, la transition des ondes de Taylor vers le wavy mode se produit pour des nombre de Taylor Tc_2 qui varient entre $1,05Tc_1$ et $1,1Tc_1$ pour un rapport des rayons η allant de 0,85 jusqu'à 0,95 ($0,85 \leq \eta \leq 0,95$). Ces calculs sont confirmés en 1971 par P. M. Eagles [40] en utilisant la théorie des amplitudes finies à l'ordre cinq; il a constaté que l'apparition du wavy mode se produit à un nombre de Taylor Tc_2 environ 10% plus grand que Tc_1 si $\eta = 0,95$. La valeur de Tc_2 peut atteindre des valeurs beaucoup plus grande que $10Tc_1$, pour le rapport de rayon $\eta = 0,5$ (H. A. Snyder et Lambert (1966) [39], Snyder (1969b) [41]). K. W. Schwarz et al (1964) [42] ont remarqués que le nombre critique de Taylor correspond au déclenchement de WVF et de 5% à 8% supérieur à Tc_1 pour le rapport de rayon $\eta = 0,95$. Dans l'étude expérimentale menée par R. J. Donnelly (1963) [43], le nombre de Taylor relatif au déclenchement du wavy mode est été estimé à 15% supérieur au premier nombre critique de Taylor Tc_1 , pour le rapport de rayon $\eta = 0,95$. Dans l'expérience conduite par D. Coles (1965) [23] qui utilise un dispositif avec un rapport des rayons $\eta = 0,874$ et un rapport d'aspect $\Gamma = 27,9$ le nombre critique de Taylor pour le l'apparition de la deuxième instabilité Tc_2 est estimé à environ 55% au-dessus de la valeur de celui du régime d'ondes de Taylor Tc_1 . D. Coles (1965) [23] a noté dans son étude expérimentale que la nature du wavy mode et le nombre de cellules dépendent de la manière dont la vitesse de rotation des cylindres varie et de la méthode utilisée pour augmenter ou diminuer la vitesse de rotation des cylindres. Par la suite, J. P Gollub et H. L Swinney en 1975 [43*] ont effectué une étude expérimentale menée pour la première fois par la technique Laser Doppler Anemometry (LDA) dans un dispositif ($\eta = 0,876$ et $\Gamma = 19,78$), ils ont constaté que le wavy mode apparaisse à $Tc_2 = 1,25Tc_1$. Le but de

leurs travaux consiste à mettre en évidence que le processus de transition par instabilités successives n'est pas infini. D'après l'analyse spectrale, ils ont montré que 3 ou 4 instabilités successives déclenchent le chaos et que le chaos n'est pas une turbulence comme le déclare D. Landau (1944)[44*]. Ces travaux ont été confirmés par Bouabdallah et G. Cognet (1980) [45*] à l'aide de la technique polarographique. Il apparaît selon une étude spectrale que le processus de transition est rapide lorsque $\eta \rightarrow 1$ et plus lent lorsque η diminue, pour $\eta = 0,95$, $\eta = 0,91$ et $\eta = 0,82$ la transition des ondes de Taylor vers le wavy mode se manifeste respectivement à $T_{c2}=1,07T_{c1}$, $T_{c2}=1,19T_{c1}$ et $T_{c2}=2,19T_{c1}$. Dans tous les cas, ils ont mis en évidence l'existence de trois fréquence en régime de transition. Le déclenchement du chaos le wavy mode disparaît pour un nombre de modulation finie $m=3$ ou 5.

2)Facteur d'aspect $\Gamma = \frac{H}{d}$

Le rapport d'aspect Γ joue un rôle important dans le mécanisme de transition laminaire-turbulent J. A. Cole (1976) [23] et T. B. Benjamin (1978a, 1978b) [44,45] sont les premiers qui ont montré que le rapport d'aspect affecte profondément la transition laminaire-turbulent dans l'écoulement de Taylor-Couette. J. A. Cole (1976) [23] a étudié l'effet de la longueur finie des cylindres sur l'apparition des vortex de Taylor (TVF) et le wavy mode (WVF). Il a noté que l'apparition des vortex de Taylor (TVF) se produit pour un nombre critique de Taylor T_{c1} très proche de la valeur critique du cas classique (cylindres à géométrie infinie). En revanche, il a constaté que le nombre de Taylor correspond à l'apparition du wavy mode augmente T_{c2} lorsque la longueur des cylindres est réduite (diminue) . De plus, T.B. Benjamin (1978b)[45] a également décrit dans une série d'expériences effectuées dans des cylindres de longueur limitée ($\Gamma=3.25$) avec des plaques d'extrémité fixes qui ont des effets importants sur les condition d'apparition des régimes de transitions. T. Alziary de Roquefort et G. Grillaud (1978)[46] ont utilisé une méthode de différence finie pour analyser le comportement de l'écoulement dans un enfer de longueur finie $\Gamma = 10$. Ils ont noté que les cellules de Taylor apparaissent au niveau du plan médian pour des valeurs de Re/Re_c entre 0,97 et 1,17 et l'intensité des vortex augmente rapidement. En effet, T. B. Benjamin et T. Mullin (1981) [47] ont montré l'existence de structures de type Taylor-Couette comme des modes anormaux par rapport au cas classique obtenu par la théorie des bifurcation en géométrie infinie. Une interprétation est proposée à l'aide de la géométrie finie met en jeu deux autres type de bifurcations. Toutefois, ils ont proposé une interprétation qualitative basée sur l'évolution de l'amplitude A_e , modélisée par une équation algébrique du type

$$A_e^3 - 2aA_e^2 - (b - 3)A_e + c = 0 \quad (I. 8)$$

Ainsi pour $a = 1$ on obtient le lieu des points de bifurcation sous transitions stationnaires de l'écoulement que l'on peut décrire en fonction de b et a et qui correspondent à des solutions réelles de A_e (I.8).

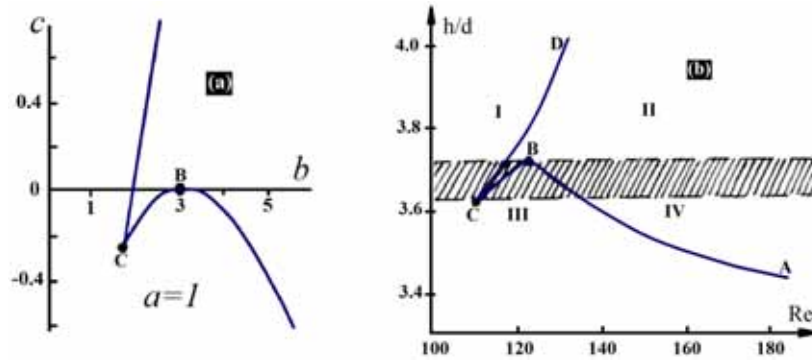


Figure I-8 : Modèle du lieu des points de bifurcations stationnaires de l'écoulement.

(a): Etude théorique et (b): Etude expérimentale [44, 45]

L'examen de diagramme (b, c) met en évidence deux points remarquables C et B dont la signification est liée respectivement à des bifurcations de nature supercritique et transcritique qu'il s'agit maintenant de préciser physiquement.

L'influence de la hauteur relative des cylindres h/d sur le mouvement exprimée en fonction du nombre de Reynolds Re associé à l'apparition des cellules est reportée sur la courbe expérimentale

1) si $h/d > 3.7$ l'écoulement se présente avec 4 cellules (mode primaire région I) ; celles-ci voient alors leur taille évoluer continûment lorsque Re s'accroît progressivement et au point de rencontre avec la branche de courbe CD, il se produit une bifurcation caractérisée par un passage de l'écoulement de 4 vers 2 cellules (mode secondaire, région II)

2) Si $h/d = 3.7$ la situation qui prévaut est plus complexe et correspond à la zone hachurée. A gauche de C, l'écoulement primaire est composé de 4 cellules rudimentaires et si on s'éloigne de CB on note pour Re croissant une bifurcation qui transforme l'écoulement primaire en écoulement secondaire à 2 cellules à proximité de la courbe BA. Cependant si on réduit la vitesse (Re décroissant) on peut traverser BA en conservant le même nombre de cellules (phénomène d'hystérésis).

3) Si $h/d < 3.6$ l'écoulement est constitué de 2 cellules (mode primaire, région III). On observe pour Re croissant la taille des cellules augmenter et à la traversée de la courbe AB le mode primaire subit une bifurcation d'un écoulement à 2 cellules vers 4 cellules (mode secondaire, région IV).

D'après l'équation (I.8) on peut interpréter l'ensemble des points expérimentaux par les variations de l'amplitude de A_e . En particulier les événements rencontrés au point C de transition critique en forme de cuspide relevant d'un exemple de transition catastrophique. La courbe se compose de deux branches de solution indicé $i = 1$ et $i = -1$ courbe (I-10(a)) :

- La branche supérieure se rapporte à un mode d'écoulement stable ($i = 1$) de l'amplitude aisément mesurable, le mouvement obéit alors à une loi du type (I-10 a) et se caractérise par une bifurcation "unilatérale" d'indice $i=0$ de nature supercritique ;
- La branche inférieure est relative à un mode d'écoulement nécessairement instable ($i = -1$) qui n'est pas réellement observable.

La situation au voisinage de B révèle l'existence de plusieurs types de mouvement possible (2 et 4 cellules ou les deux à la fois) ; Les modifications associées en fonction de Re se

traduisent par un changement de l'indice i sur la courbe d'amplitude A_e et selon les valeurs de i on a un mouvement déterminé (Figure I-10b). Ainsi le point de bifurcation B d'indice $i=0$ situé sur l'axe Re est qualifié de transcritique.

Toutefois si on opère dans les mêmes conditions en faisant décroître Re on rencontre ce qu'on appelle une bifurcation de type subcritique (figure I-10c) qui peut être considérée : comme un cas particulier d'une bifurcation transcritique.

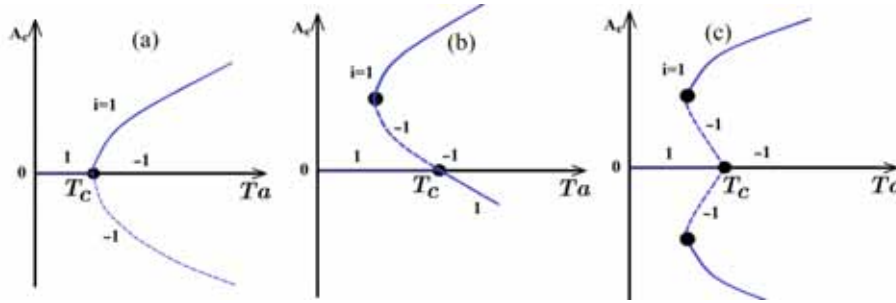


Figure I-9: Bifurcations stationnaires de l'écoulement dans l'hypothèse d'une hauteur finie des cylindres. Cas d'une bifurcation supercritique (a), transcritique (b) et subcritique (c).

En outre, C. A. Bielek et E. L. Koschmieder (1990) [48] ont étudié expérimentalement l'apparition de vortex de Taylor dans des cylindres de longueur finie pour divers rapports d'aspect allant de 3 à 3,75. Ils ont constaté que la longueur de la colonne de fluide a un effet profond sur la formation et le nombre de vortex de Taylor. De plus, le comportement d'écoulement dans les cylindres courts a fait l'objet de nombreuses études théoriques, expérimentales et numériques P. Hall (1982) [49], M. Lücke et al (1984) [50], A. Aitta et al (1985) [51], R. Heinrichs et al (1986) [52], G. Pfister et al (1988) [53], I. Nakamura et al (1989-1990) [54-55], K. A. Cliffe et al (1992) [56], Y. Toya et al (1994) [57], M. Linek et G. Ahlers (1998) [58], T. Mullin et al (2002) [59], O. Czarny et al (2002) [60], H. Furusawa et al (2002) [61], Q. Xiao et al (2002) [62]. J. M. Lopez et F. Marques (2003) [63], A. Mahamdia et al (2005) [64], T. Watanabe et Y. Toya (2012) [65], X.Y Leng et al (2014) [66]. Récemment, A. Lalaoua et A. Bouabdallah (2016) [67] ont mené une étude numérique sur l'écoulement de Taylor-Couette à géométrie finie $\Gamma=10$. Ils ont constaté que la première instabilité se déclenche à $T_{c1}=42$ en confirmant des résultats obtenus précédemment par des travaux expérimentaux et par simulation numérique comme le montre le tableau suivant :

Auteur Ta	T. Alziary et al (1978), [46] $\Gamma=10$	A. Mahamdia et al (2003) [64], $\Gamma=10$	X.Y Leng et al (2014) [66], $\Gamma=10$	A. Lalaoua et A. Bouabdallah (2016) [67], $\Gamma=10$
H/d	10	10	10	10
T_{c1}	41.8	42.25	42.5	42

Tableau I-3: Valeurs de T_{c1} obtenu de le cas d'un dispositif à géométrie finie .

A. Lalaoua et A. Bouabdallah (2016) [67] on conclu que la limitation axiale (longueur de la colonne fluide) a un effet considérable sur la seconde instabilité; elle se déclenche à $T_{c2}=56$.

Cette valeur est assez décalée (environ 16.7%) par rapport à celle obtenue dans le cas d'un dispositif à géométrie infinie ($Tc_2=48$).

3) Effets de bords

Les effets de bords, ou conditions aux limites, jouent un rôle important dans le cadre du contrôle de l'écoulement entre cylindres coaxiaux et de sa caractérisation. En 1973, J.E. Burkhalter et E.L. Koschmieder [68] ont étudié l'effet combiné du jeu radiale et des bords (mobile, fixe et surface libre) sur le l'écoulement et ont conclu que la longueur d'onde axiale et les cellules des bords sont fortement influencées au fur et à mesure que la vitesse angulaire augmente. En 1981, T. B. Benjamin et T. Mullin [47] ont effectivement observé pour la première fois les modes anormaux dans la géométrie de Taylor-Couette ou les limitations axiales sont pris en considération systématiquement (cylindres finis). Ces modes n'apparaissent pas dans le cas d'un système d'écoulement à cylindres infinis. Ils ont établi, pour un rapport d'aspect fini, que la prise en compte des effets de bord est nécessaire car l'écoulement n'est plus circulaire aux extrémités. En 2000, V. Sobolik et al [69] [70], ont étudié l'interaction entre vortex d'Ekman et ceux de Taylor en utilisant une méthode électrochimique afin de faire le distinction entre les deux mécanismes d'apparition. En 2003, O. Czarny [71] revient sur les effets de bords en effectuant des travaux sur les différents cas de bords mobiles et fixes avec surface libre en situations alternées. Il met l'accent sur la dynamique associée au champ de vitesse au voisinage de ces bords par voie de simulation numérique dans deux configurations principales rotor-stator et en contrarotatif pour les régimes de transition et pour les deux premières instabilités TVF et WVF .En 2004, J. Abshagen [72] et al se sont penchés sur l'étude de l'écoulement de Taylor-Couette avec des bords rotatifs indépendants. M. Kaneda et al (2005) [73], A. J. Youd et C.F. Barenghi (2007) [74], X. Y. Leng et al (2014) [75] on montré que les modes d'instabilités liées aux cellules de bords apparaissent robustes et persistes même en présence d'une force extérieure, à savoir, l'effet d'un champ magnétique axial.

En inspirant des travaux de O. Czarny, M. Ouali (2009) [76] a étudié expérimentalement les effets de bords pour différentes configurations du système d'écoulement. Il a combiné trois types de configurations avec bords différents : bord standard (libre), bord fixe et bord mobile avec la possibilité de combiner la surface libre, il a aboutit un jeu de configurations qui sont représentées dans le tableau ci-après (Tableau I.3).

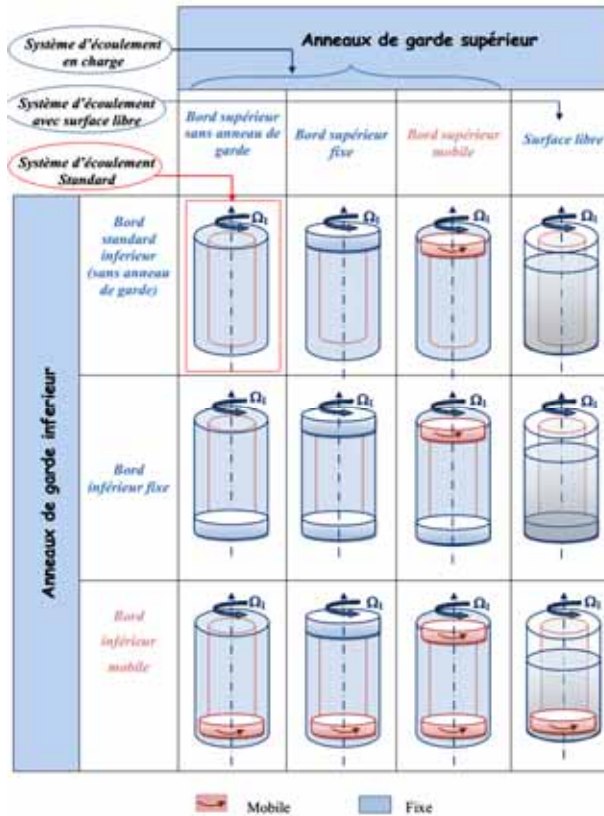


Tableau I.4: Schématisation des configurations étudiées par M. Ouali [76]

Le déplacement des anneaux le long des cylindres peut modifier la limitation axiale de l'écoulement. L'étude était limitée pour les taux de remplissage $3/4$, $1/2$, $1/3$, et $1/4$ de la colonne fluide. Il a constaté que les bords n'affectent pas le déclenchement de la première et la deuxième instabilité pour des hauteurs de la colonne fluide assez grandes.

B-Effets Dynamiques

1) Effets de la surface libre

Les investigations qui s'intéressent à l'étude de l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux en position verticale et avec effet de surface libre sur le bord supérieur sont classées selon Watanabe et al (2014)[77] en trois groupes : Le premier groupe a supposé que la longueur des cylindres est infinie en excluant l'effet de bord inférieur. Le deuxième groupe s'intéresse à l'étude de l'écoulement stratifié et le troisième groupe réalisa l'investigation de l'écoulement axialement asymétrique. Ce type d'écoulement est délimité par une surface libre en haut et bord fixe en bas.

— Premier groupe : J. A. Cole (1976) [23] s'est intéressé à l'évaluation du couple résistant au niveau du cylindre intérieur et il a déterminé les seuils critiques de l'apparition des régimes d'écoulement TVF et WVF. Le système d'écoulement est partiellement rempli par le fluide de travail. La finitude des longueurs des cylindres a été supposée mais aucune attention n'a été accordée à la condition d'écoulement près des parois d'extrémités du dispositif. Pour les systèmes d'écoulement partiellement rempli, A. Mahamdia et al ont mesuré la composante de la vitesse axiale en utilisant différentes méthodes : Polarographie [64,78] et Anémométrie laser [78, 79]. Ces auteurs ont montré que l'analyse de la transition est affectée par la surface libre pour effet de retarder l'apparition de la 2^{ème} instabilité et peut même la faire disparaître

si $\Gamma \longrightarrow 0$. Deng et al [80] ont étudié les profils de la vitesse et la forme de la surface libre.

— Deuxième groupe : L'écoulement stratifié est considéré comme un modèle des écoulements dans l'atmosphère et les océans. F. Caton et al [81] ont utilisé la théorie linéaire de la stabilité pour aborder l'écoulement de Taylor-Couette avec fluide de densité linéairement variable dans la direction axiale. E. V. Ermanyuk et al [82] ont étudié expérimentalement un fluide bicouche stratifié au sel. A.W. Woods et al [83]. R.L.F. Oglethorpe et al [84] ont examiné le système de Taylor-Couette vertical stratifié linéairement et ont constaté que l'apparition des phénomènes de stabilité due à la stratification dépendant du nombre de

Richardson $Ri = \frac{g\Delta\rho}{\rho_0} \frac{R_2}{(R_1\Omega)^2}$ quand la densité est considérée presque constante à l'intérieur

du vortex de Taylor et les sauts de densité sont apparus entre les vortex.

— Troisième groupe : Lorsque la hauteur du fluide de travail est inférieure à celle des cylindres; autrement dit, le système d'écoulement est partiellement rempli, la surface libre apparaît entre les parois des cylindres au niveau de l'espace annulaire. Le système d'écoulement délimité par un bord inférieur stationnaire et par la surface libre de l'extrémité supérieure est appelé "*système d'écoulement asymétrique dans la direction verticale*". Lorsque l'effet de convection est important, la rotation du cylindre intérieur engendre la pénétration de l'air sous forme des bulles dans le fluide de travail près de la surface libre. H. Djéridi et al [85] [86] ont classé l'écoulement de Taylor-Couette avec bulles d'air dans la catégorie des écoulements dispersés. K. Atkhen et al [87] ont étudié les effets de la rotation et de l'écoulement axial superposé sur la dispersion des bulles. en outre, K. Sugiyama et al [88] ont simulé le mouvement des bulles qui ont montré une réduction de la traînée et de couple engendré par le flux de bulles.

Par ailleurs, les caractéristiques de l'écoulement asymétrique sans pénétration de l'air dans le liquide sont également étudiées. Toya et al [57] ont mis en évidence des modes d'écoulement normaux, secondaires mais aussi anormaux dans le système asymétrique et ont effectué une recherche systématique pour analyser les processus de transition au cours de la diminution quasi-statique du nombre de Reynolds. M. Linek et al [58] ont examiné les processus de développement du système asymétrique. De plus, Watanabe et al [65, 77] ont tenté de réaliser la prédiction numérique du système asymétrique pour un très petit rapport d'aspect en dessous de $\Gamma=4,2$ et ont constaté que les résultats numériques coïncident correctement avec les résultats expérimentaux.

2) Effet de l'écoulement axial et du débit radial par porosité:

L'étude des effets de superposition d'un écoulement circulaire de type Couette et d'un écoulement axial de type poiseuille a été étudié pour la première fois par R. J. Cornish (1933) [89], S. Goldstein en 1937 [90], A. Fage (1938)[91], J. Kaye et al (1957) [92] suivie par R. J. Donnelly et Fultz en 1960 [93], S. Chandrasekhar (1960) [94], R. C. Di Prima (1960) [95] et M. A. Hasoon et al (1977) [96]. L'analyse a montré que l'écoulement axial a tendance de retarder l'apparition des ondes de Taylor d'où l'écoulement circulaire est stable. Les résultats de l'étude théorique menée par S. Chandrasekhar [94] sont comparés avec ceux de R. J. Donnelly et Fultz [93] comme le montre l'évolution du nombre de Tc_1 en fonction du débit axial Re_z en (Figure. I. 11). Le débit axial a un double effet à la fois stabilisant sur l'écoulement de Couette avec une transition retardée correspondant à des

nombre de Taylor relativement élevés (Figure. I. 11). Paradoxalement, ce procédé devient déstabilisant pour la transition vers la turbulence, qui est caractérisée par une modification de la forme et de la structure des cellules (J. Kaye et E. C. Elgar) [92].

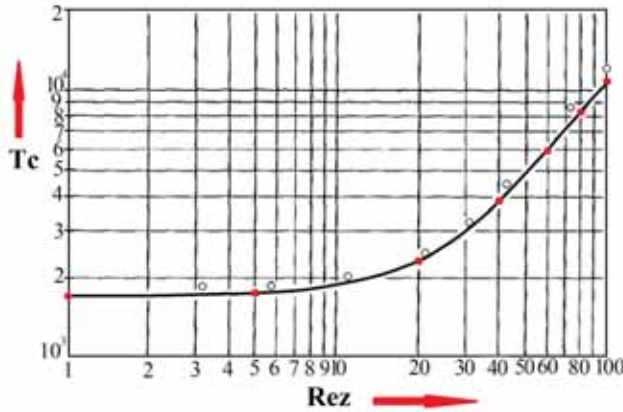


Figure I. 10 : Variation du nombre de Taylor critique en fonction de nombre de Reynolds axial Re_z : (●) Résultats théoriques de Chandrasekhar [94] comparé avec l'étude expérimentale de Donnelly et Fultz [93]

D'après R. M. Lueptow et al [97], l'écoulement axial selon z génère de nombreux régimes d'écoulement qui dépendent, à la fois, du nombre Taylor Ta , et du nombre de Reynolds Re_z . La figure 1.12 présente les résultats de Lueptow qui dénombre environ sept régimes d'écoulement, incluant: 1) Taylor vortices (LV); 2) Wavy vortices (WV); 3) Random wavy vortices (RWV); 4) Modulated wavy vortices (MWV); 5) Turbulent modulated wavy vortices (TMWV); 6) Turbulent wavy vortices (TWV); 7) Turbulent vortices (TV).

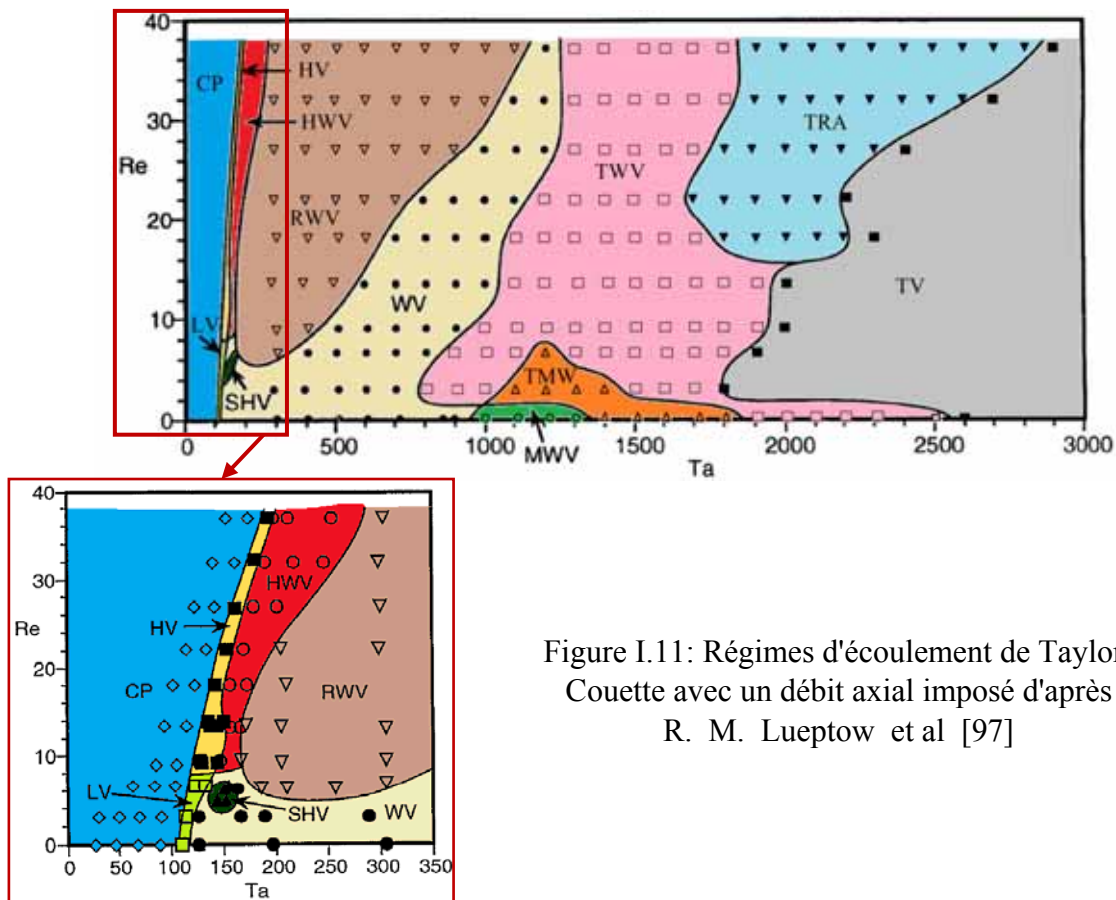


Figure I.11: Régimes d'écoulement de Taylor-Couette avec un débit axial imposé d'après R. M. Lueptow et al [97]

CP	Couette -Poiseuille flow
HV	Laminar helical vortices
HWV	Laminar helical wavy vortices
LV	Laminar vortices
MWV	Laminar modulate wavy vortices
RWV	Random laminar wavy vortices
SHV	Stationary helical vortices
TMW	Turbulent modulate wavy vortices
TRA	Transitional flow
TV	Turbulent vortices
TWV	Turbulent wavy vortices
WV	Laminar wavy vortices

Dans le cas de la superposition d'un débit radial à l'écoulement tangentiel dans le dispositif on peut se demander quelle sera l'influence de l'intensité et le sens du flux radial sur la stabilité du mouvement de Taylor-Couette ? Cette problématique peut revêtir trois variantes dynamiques liées à l'écoulement radial considéré (Figure I-10):

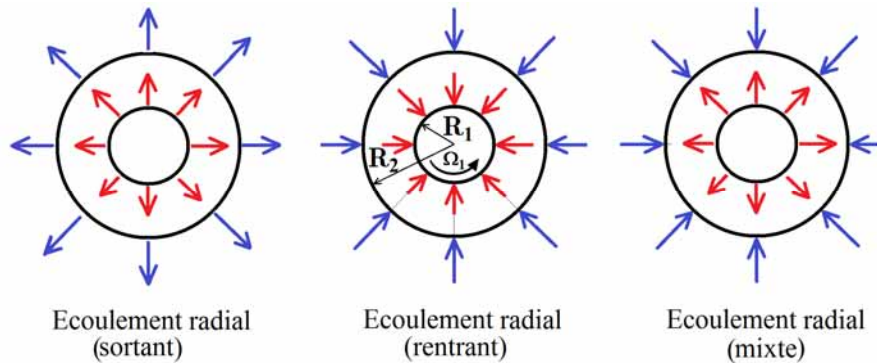


Figure I. 12 : Différentes configurations d'un écoulement radial d'après R. Lueptow [98].

La porosité des parois introduit un effet radial sur la stabilité de l'écoulement qui a pour conséquences :

- Si $Re_r > 0$: le mouvement est stabilisé (Inward flow configuration)
- Si $Re_r < 0$: inversement le mouvement est déstabilisé (Outward flow configuration)

le débit radial rentrant et un débit radial sortant plus fort stabilisent l'écoulement de Taylor-Couette, par contre, si le débit radial sortant est faible l'écoulement de Taylor-Couette est déstabilisé (instable). Le débit radial imposé sur l'écoulement de Taylor-Couette déplace légèrement la position des vortex de Taylor dans la direction du flux imposé (Min et Lueptow 1994 [98]).

L'effet de l'écoulement radial à travers les parois des cylindres poreux sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette illustré sur la figure I.14 (a) pour le cas du cylindre extérieur immobile et le cylindre intérieur tournant. Le débit radial entrant ($Re_r < 0$) a un effet stabilisant sur l'écoulement de Taylor-Couette, on observe bien que le nombre de Taylor critique Ta_c augmente pour tous les rapports de rayon étudiés. Le débit radial sortant tel que $Re_r > 0$ et si Re_r est grand le mouvement de fluide dans l'enfer est rendu stable. Cependant, pour des nombres de Reynolds positifs faibles (débit radial sortant $Re_r > 0$), le nombre de Taylor critique Ta_c diminue, ce qui indique que l'écoulement de Taylor-Couette est moins

stable, comme le montre la figure I.14 (b). La courbe qui présente l'évolution de Ta_c en fonction de Re_r montre que débit radial sortant pour des valeurs de Re_r élevé il y a stabilisation de l'écoulement de Taylor-Couette d'une façon considérable dans les cas $R_1/R_2=0,50$ et $R_1/R_2= 0,75$. Pour les espaces annulaire réduits ou minces, l'écoulement de Taylor-Couette devient stable pour des flux radiaux plus grand.

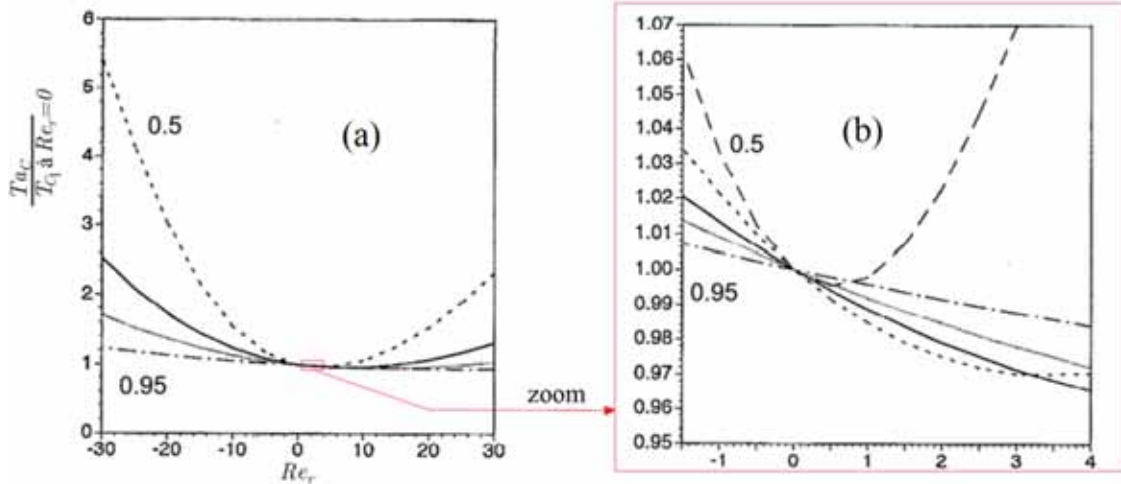


Figure I.13: Evolution du nombre de Taylor critique normalisé $\left(\frac{Ta_{c1}}{T_{c1} \text{ à } Re_r = 0} \right)$ en fonction

de nombre du Reynolds radial imposé Re_r pour plusieurs rapport des rayons $\eta = \frac{R_1}{R_2}$:

-----0.95; 0.9; ——— 0.85; - - - 0.75; — — — 0.5

3) Effets du champ Magnétique: Etude Magnétohydrodynamiques (MHD)

C'est une généralisation de l'hydrodynamique appelée plus communément Mécanique des fluides couplée à l'Electromagnétisme. La MHD est une science qui décrit le comportement d'un fluide conducteur de courant électrique (liquide ou gaz ionisé) en présence de champs électromagnétiques.

Le physicien suédois Hannes Olof Gösta Alfvén fut le premier à employer le terme Magnétohydrodynamique en 1942, il a reçu le prix Nobel en 1970 pour sa contribution à la prédiction et l'explication des vents solaires : onde inertielle couplée aux ondes magnéto-sonores [99].

L'étude de l'influence du champ magnétique sur l'écoulement Taylor-Couette a été entreprise pour la première fois par S. Chandrasekhar en 1952 [100]. Il approche le problème dans le cadre d'une théorie de la stabilité linéaire pour les deux cas hydrodynamique et hydromagnétique à l'aide de méthodes spectrale et variationnelle. Ces travaux seront étendus au divers phénomènes d'instabilités également très intéressants (instabilités inertielles, convectives, gravitationnelle, etc...) et dont la contribution sera canonisée par l'attribution du Prix Nobel en 1983. R. J. Donnelly et M. Ozima 1962 [101] ont confirmé expérimentalement les prévisions théoriques en utilisant le mercure. La Figure I-14 montre le retard à l'apparition de l'instabilité de Taylor lorsque le champ magnétique devient intense [101].

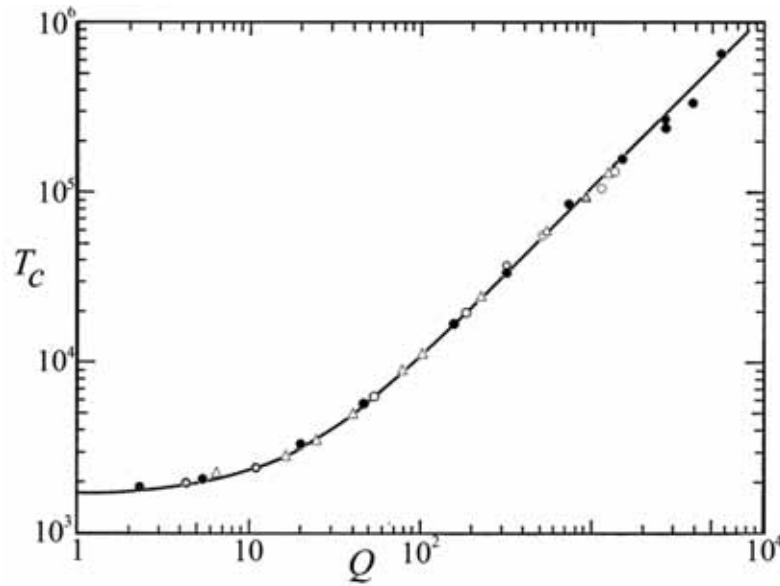


Figure I-14: Résultats de la comparaison expérimentale – théorique $T_c = T_c(Q)$. (●) : $d = 0.2$ cm cylindre en acier inoxydable, (○) : $d = 0.1$ cm cylindre en acier inoxydable, (Δ) : $d = 0.1$ cm, cylindre isolant [101].

La variation du nombre de Taylor critique T_c selon S. Chandrasekhar $T = 2T_s = 2Ta^2$

$$[100] \quad T = \frac{4R_1^2 \Omega_0 \Omega_1 d^4}{R_2^2 - R_1^2} \quad \text{avec} \quad \Omega_0 = \frac{1}{2} \Omega_1 \left[\frac{1 - 3d}{2(R_2 - R_1)} \right] \text{ en fonction du nombre de}$$

Chandrasekhar $Q = \frac{\mu_m^2 H^2 d^2 \sigma_m}{\rho \nu}$ qui mesure $\frac{\mu_m H_0^2 d^2}{4\pi \rho \nu \eta_m}$ avec ν : la viscosité cinématique, μ_m :

la perméabilité magnétique, H : l'intensité de l'excitation magnétique et σ_m : coefficient de conductivité électrique. Aussi, M.A. Chang et C.K. Chen (1998) [102], ont étudié la double influence du champ magnétique axial uniforme et un courant électrique radial externe (voir Figure I-15) sur la stabilité d'un ferro-fluide entre cylindres coaxiaux. Le nombre de Taylor critique T_c est fortement influencé par le champ magnétique externe uniforme que l'on représente en fonction du nombre de Hartman $Ha = \sqrt{Q}$, où Q est le nombre de Chandrasekhar. Pour une valeur donnée du courant électrique radial caractérisé par la variable β qui représente l'intensité du courant électrique. Les pics se trouvent localisés vers $\beta c = -4.3$ de sorte que le nombre de Taylor critique est accéléré au fur et à mesure que l'on intensifié le champ magnétique (Ha grand).

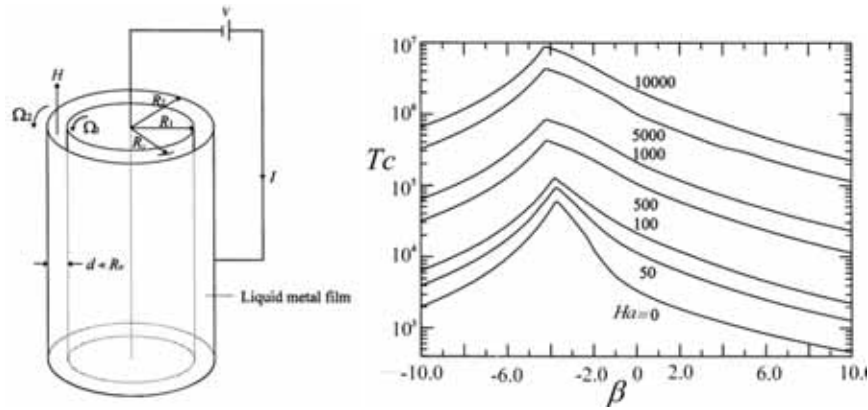


Figure I. 15 : Variation du nombre de Taylor critique T_c en fonction de β pour différentes valeurs de Ha d’après M.A. Chang et C.K Chen [102].

La figure (1.16) compare les résultats des calculs de stabilité effectués par A.P.Willis et C. F. Barenghi [103] et de P. Tabeling [104] avec les expériences de R. J. Donnelly et M. Ozima [101]. Le début des vortex de Taylor dans le cas hydromagnétique dépend fortement de la conductivité des récipients et également du nombre de Prandtl $Pr = \frac{Re}{Re_m}$. On constate que si le nombre de Prandtl est de l'ordre $Pr \approx 1$, on observe alors que la présence du champ magnétique déstabilise fortement l'écoulement à condition que Q ne doit pas être très grand pour qu'il y ait un effet.

Cependant, si le nombre de Prandtl diminue et tend à être proche des valeurs réalistes proches de métaux liquides utilisés en laboratoire, on observe que cette déstabilisation disparaît, et l'application d'un champ magnétique est plutôt fortement stabilisante. Ces travaux ont été prolongés par A. P. Willis et C.F. Barenghi [103] au domaine de l'instabilité correspondant au wavy mode que l'on peut observer à travers les variations du couple relatif $\frac{\tilde{G}}{G}$ en fonction du nombre de Reynolds (Voir figure I.16).

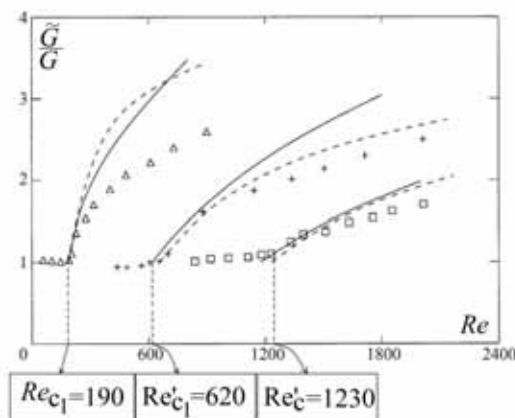


Figure I.16 : Comparaison entre le calcul de Willis et Barenghi [103] (—) et Tabeling [104] (----) avec l'expérience de Donnelly et Ozima [101] (Δ) pour $Q = 0$, ($+$) pour $Q = 180$ et (\square) pour $Q = 652$, pour le cas $\eta = 0.95$, $Re_2 = 0$. Le couple G dans TVF (normalisé par \tilde{G} le couple dans CCF (Circular Couette Flow))

Dans cas d'une géométrie finie avec champ magnétique, X. Y. Leng et al (2014) [66] ont examiné numériquement l'effet du champ magnétique en géométrie finie ($\Gamma=10$) pour les trois cas: bords fixes, bords tournants, bords asymétrique (l'un des bords fixe et l'autre tourne avec le cylindre intérieur). Pour un nombre de Reynolds donné $Re=300$ supérieur à $Re_c=137.8$, les auteurs ont observé que la présence du champ magnétique modifie considérablement la structure de l'écoulement, notamment la forme et le nombre de tourbillons (voir figure I.17).

En augmentant graduellement le nombre de Hartmann Ha , le nombre de vortex de Taylor diminue mais en s'élargissant. La force de tous les vortex se réduit et l'intensité de nombre de contours (lignes de courant) diminue et les vortex de Taylor sont réduits et disparaissent graduellement. De plus, on note que les vortex de bords ou tourbillon d'Eckman a tendance à s'élargir lorsque Ha augmente.

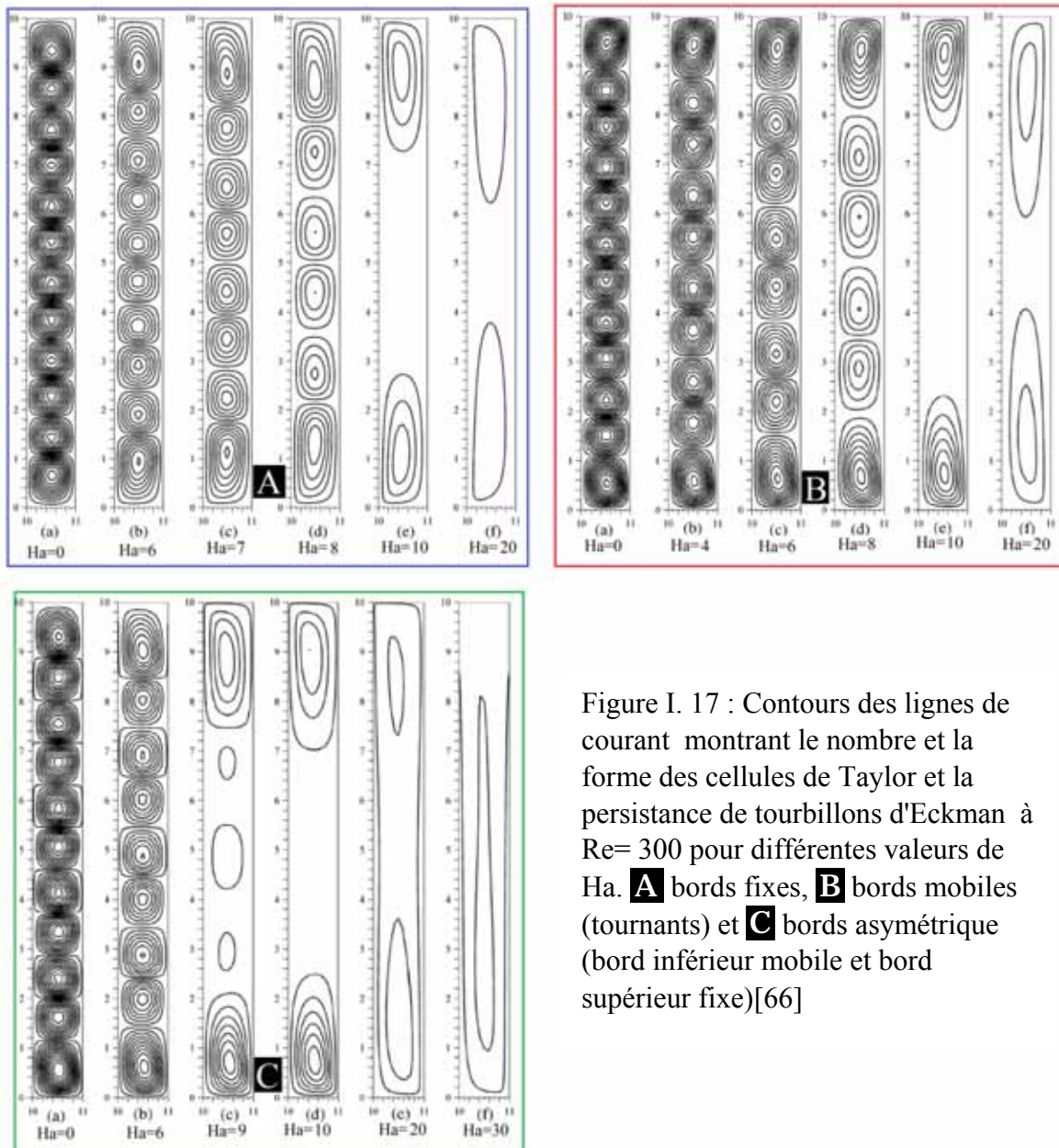


Figure I. 17 : Contours des lignes de courant montrant le nombre et la forme des cellules de Taylor et la persistance de tourbillons d'Eckman à $Re= 300$ pour différentes valeurs de Ha . **A** bords fixes, **B** bords mobiles (tournants) et **C** bords asymétrique (bord inférieur mobile et bord supérieur fixe)[66]

L'ensemble des effets géométriques et dynamiques cités précédemment ont une influence considérable sur l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux. Ces effets ont pour l'objet principal de mieux comprendre les phénomènes d'instabilités et leurs mécanismes afin de nous faciliter le contrôle et la maîtrise de ces phénomènes d'instabilités que l'on cherche à exploiter dans les domaines technologique et industriel.

6. Applications de l'écoulement de Taylor Couette:

Pour mesurer l'impact de l'écoulement de Taylor-Couette aux plans technique et industriel on se propose de citer quelques domaines qui sont très importants dans notre vie quotidienne.

A- Sciences médicales :

Lorsque on ne peut soigner un organe à l'intérieur du corps humain, ni le remplacer, on recourt alors à l'emploi d'appareils ou accessoires placés à l'extérieur du corps. Parmi ces appareils, on trouve les dialyseurs ou "reins artificiels" dans le cas d'insuffisance rénale et des oxygénateurs ou "poumons artificiels" pour maladies respiratoires et cardiovasculaires.

- **Dialyseur et filtre de collecte du plasma sanguin**

Le dialyseur est un appareil qui permet lors d'une hémodialyse d'effectuer des échanges entre le sang (canalisé généralement dans des capillaires creux) et le dialysat, liquide bien formulé chimiquement et dépourvu de déchets. Ces échanges à travers une membrane semi-perméable permettent une épuration du sang. Le dialyseur à cylindres rotatifs se compose d'un cylindre intérieur solidaire d'un arbre tournant logé dans un cylindre extérieur fixe. La membrane peut être disposée soit sur le cylindre tournant soit sur le cylindre fixe dans la cavité. La surface maximale de la membrane pour ces systèmes commercialisés est d'environ 2m^2 . Ce dispositif a connu un grand succès grâce au Plasmacell Filter, introduit en 1985 par la société Hemascience (Santa Ana, CA, USA), destiné à collecter le plasma des donneurs du sang (Figure I.18) [105].

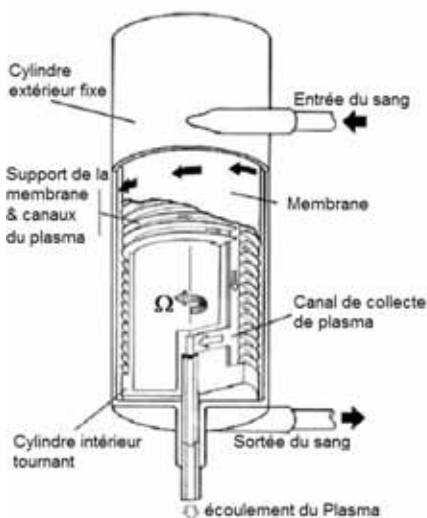
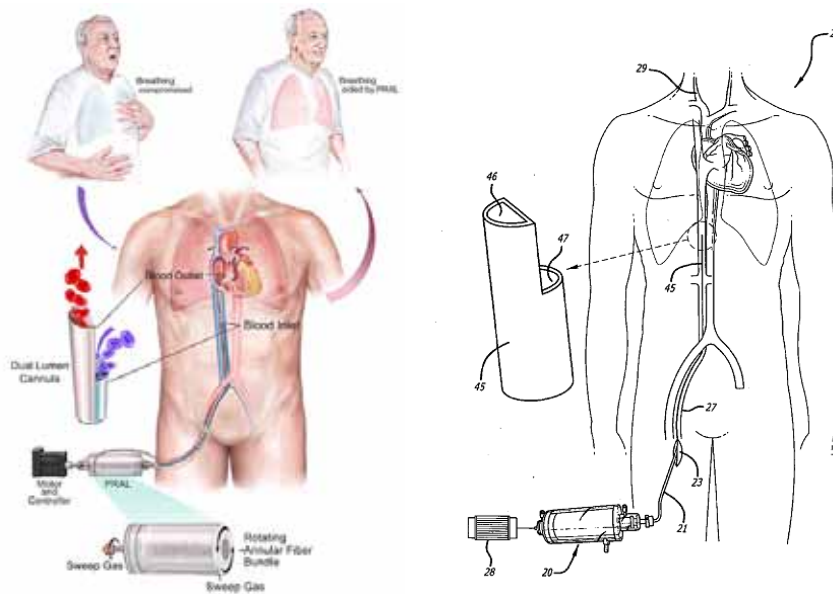


Figure I.18 : Schéma de filtre à cylindre rotatif pour la récupération de plasma de donneurs [105].

les principaux avantages des dialyseurs dynamique (membrane en rotation) sont, grâce à leur cisaillement important, de réduire l'effet de polarisation de concentration sur la membrane.

- **Oxygénateur**

les dispositifs médicaux utilisant les circuit de circulation extra-corporelle (CEC) contient un oxygénateur qui permet de réaliser l'échange de l'oxygène et du dioxyde de carbone dans le sang du patient pendant les interventions chirurgicales qui peuvent nécessiter l'interruption ou l'arrêt du flux sanguin dans le corps ou dans le cas des problèmes respiratoires et le cas des maladies cardiaques (cardio-pulmonaires).



La dernière génération d'oxygénateur (poumons artificiels) correspond à la 3^{ème} génération du procédé est représenté sur la figure I. 19 :

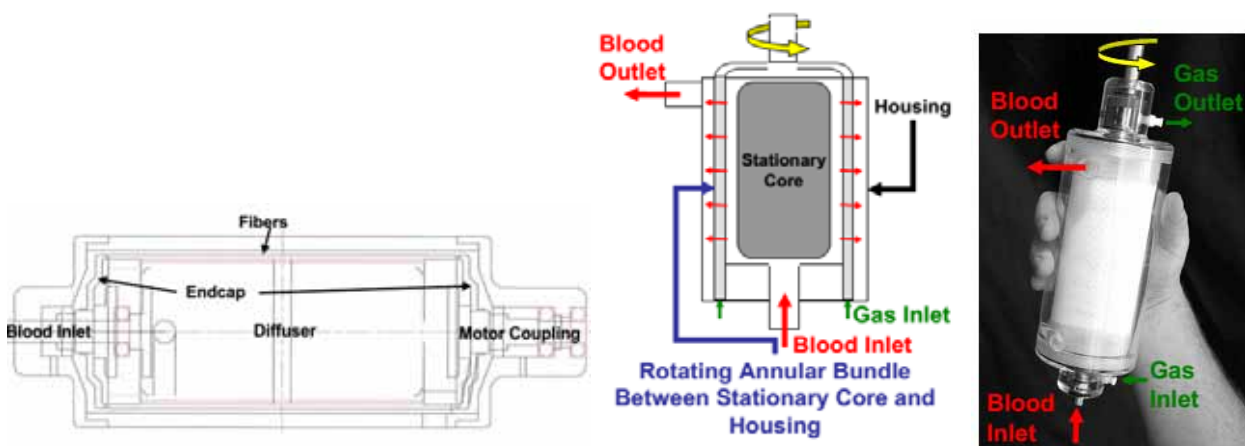


Figure I.19 : Oxygénateurs à membrane; dessin, schéma et prototype de l'oxygénateur génération III [106]

Le principe de fonctionnement de ce type d'appareil est similaire à l'écoulement de Taylor Couette avec écoulement axial. La fonction principale des poumons artificiels est d'introduire l'Oxygène O_2 dans le sang et d'évacuer le gaz Carbon CO_2 à l'extérieur du corps. Les gaz circulent dans les microfibrilles de la membrane rotative et le sang est à l'extérieur des microfibrilles. Le sang n'est en contact avec le gaz que lorsque la CEC (Circulation Extra-Corporelle) démarre.

- **Sélecteur de spermatozoïdes**

H. Yasutaka et al [107] (2013) ont utilisé le système d'écoulement Taylor-Couette pour étudier la mobilité des spermatozoïdes dans le but de traiter les problèmes d'infertilité masculine et de sélectionner quel type de spermatozoïdes est destiné à fertiliser l'ovule.

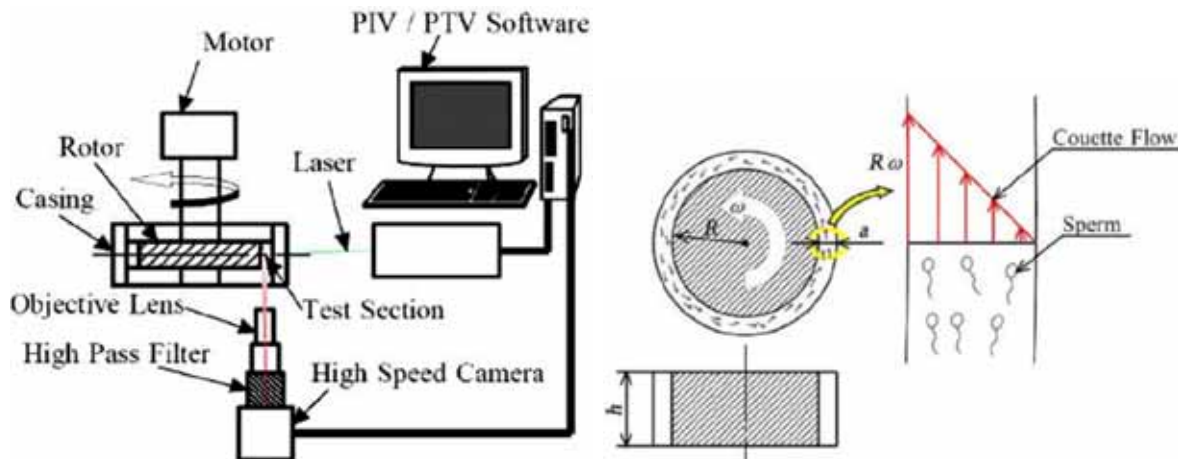


Figure I .20. : Dispositif expérimental de sélection des spermatozoïdes [107]

B- Biotechnologie :

En Biotechnologie le système d'écoulement de type Taylor-Couette est rencontré en tant que bioréacteur annulaire rotatif (Rotating Annular Bioreactor (RAB)). Le RAB est un appareil dans lequel on fait une culture pour multiplier des micro-organismes : levures, bactéries, champignons microscopiques, algues, cellules animales et végétales, etc.... Cet appareil peut être utilisé comme un système de filtration pour le traitement des eaux, comme extracteur, comme cristalliseur, etc...

- **Ecologie et production de Biomasse**

Pour la production de biomasse (écologie), ou pour la production d'un métabolite ou encore la bioconversion d'une molécule d'intérêt, le bioréacteur annulaire rotatif (RAB) permet l'obtention des biofilms dans des conditions proches de l'état d'équilibre (W. G. Characklis, 1990 [108]). Le système est également donne facilement une phase liquide bien mélangée, des écoulements turbulents et des champs de cisaillement constants, ces conditions créent un environnement favorable pour la culture de biofilms. Ce type de réacteur a été utilisé pour étudier divers aspects des biofilms, y compris leurs caractéristiques structurales (Gjaltema et al (1994) [109] ; T. Zhang et P. L. Bishop (1994) [110]), effet des biocides (C. I. Chen et al., (1993) [111,112]), R. Srinivasan et al (1995) [113]), Dégradation des

contaminants (B. C. Alleman et al (1995) [114], J. P. Arcangeli et E. Arvin (1995a, b)[115,116]) et les biofilms des rivières (T. R. Neu et J. R. Lawrence (1997) [117]). En 2011, A. Paule [118] conçu un bioréacteur de type RAB (Rotating Annular Bioreactor) dans le but de cultiver et d'étudier les biofilms phototrophes.



Figure I.21: Culture de cellules mammifères effectuée dans un bioréacteur de laboratoire (2 litres). Les pompes péristaltiques visibles en bas servent à alimenter le milieu de culture ainsi qu'à l'addition de base pour le contrôle du pH. Les boîtiers à gauche servent à l'acquisition des signaux. [119]

- **Traitement et récupération des eaux usées**

Le principe de traitement des eaux (épuration, recyclage et dessalement) par le système d'écoulement Taylor-Couette est basé sur l'osmose inverse à travers des membranes semi-perméables en rotation (Rotating Reverse Osmosis Filter) [120]. La plupart des membranes d'osmose inverse sont enroulées autour du rotor (cylindre intérieur tournant). En comparant avec les filtres à osmose inverse sans rotation, on constate que la rotation de la membrane produit un écoulement cisailé (prés des vortex de Taylor) dans l'espace annulaire qui permet de minimiser le dépôt des déchets, polluants et les impuretés sur la surface de la membrane [121, 122]. La solution d'alimentation en eaux usées s'écoule le long de l'espace annulaire entre les deux cylindres à une pression élevée qui force l'eau à traverser la membrane de l'osmose inverse. L'eau purifiée ou le perméat est recueilli dans un arbre creux situé au centre de l'appareil. Une deuxième génération de ce type de filtres a été développée pour nettoyer d'avantage les eaux très sales contenant des composants complexes comme les urines. Cette génération de "Rotating Reverse Osmosis" travaille sous une installation à des grandes pressions et à plusieurs cycles de purification [123]. Le diagramme suivant met en lumière le principe ainsi que les avantages du filtre à osmose inverse avec rotation (Rotating Reverse Osmosis Filter)

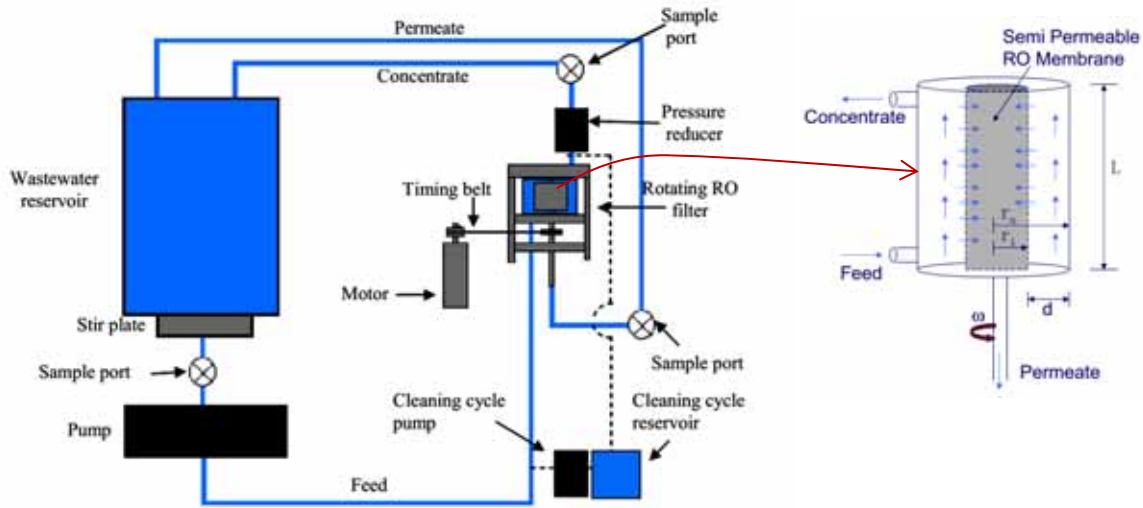


Figure I.22: Diagramme du circuit de fluide et filtre rotatif d'osmose inverse. Les lignes continus montrent les canaux d'alimentation, de concentré et de perméat. Les lignes discontinus montrent le circuit pour le cycle de nettoyage. [123]

• **Extraction**

Les procédés d'extraction liquide-liquide de composants de mélanges par centrifugation sont couramment utilisés depuis longtemps dans les industries chimiques, pharmaceutiques, pétrolière et nucléaires (Davis et Weber (1960) [124]). Certains appareils sont utilisés pour accomplir les procédés d'extraction sont les extracteurs centrifuges annulaires de type "Taylor-Couette" (figure I. 24(A)) [125]. Ce type d'extracteurs a l'avantage d'avoir des dimensions réduites, de posséder une géométrie peu complexe et donc un fonctionnement et une maintenance simplifiée. Le cisaillement créé par les tourbillons de Taylor peut servir à générer une émulsion de fine gouttes d'où la réduction du temps de séjour dans la partie mélangeur, et l'écoulement axial imposé favorise le transfert de masse (figure I. 24(B)) [126].

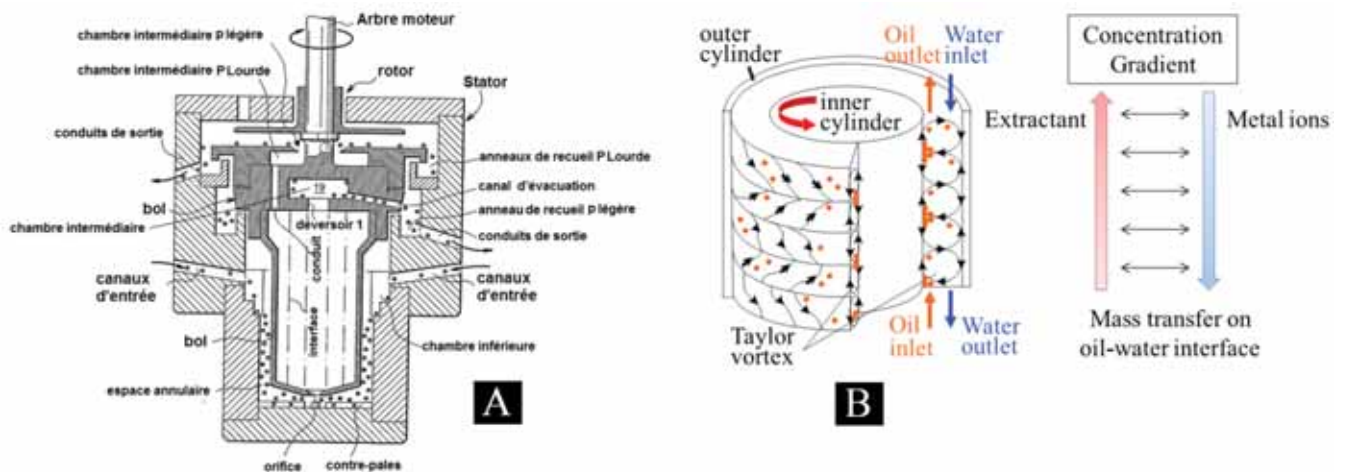


Figure I.23 : Extracteur annulaire (A) et l'avantage des tourbillons de Taylor dans le transfert de masse (B)

- **Cristallisation:**

La cristallisation est un changement d'état qui conduit, à partir d'une phase gazeuse ou liquide, d'élaborer des produits minéraux ou organiques solide appelé cristal, de structure régulière et organisée. La formation de ces cristaux est un phénomène de nucléation qui suppose au préalable l'existence d'une phase liquide sursaturée. L'un des principal avantage de ce procédé est la solidification en cristaux d'un produit liquide et donc sa purification par exemple isolation de poudre de principes actifs pour les médicaments.

La cristallisation est une opération complexe et donc délicate au cours de laquelle, sous l'influence de la sursaturation, des transferts de matière et de chaleur, des facteurs mécaniques tels que ceux liés à l'agitation ou des phénomènes cinétiques (nucléations, croissance, agglomération) sont en compétition pour assurer la production de cristaux répondant à plusieurs exigences:

- pureté ;
- granulométrie adaptée et des propriétés d'usage convenables.

Dans le but d'améliorer et de simplifier le procédé de la cristallisation, les chercheur ont pensé à l'utilisation de système de Taylor-Couette comme cristalliseur (Taylor-Couette crystallizer). Ce système répond au exigences nécessaires de transferts de masse et de chaleur. En raison de la formation des tourbillons de Taylor et leur mouvement périodique, un vortex de Taylor a une influence significative pour favoriser le processus de nucléation, de croissance et de rupture d'agglomération dans diverses cristallisations, y compris la recristallisation par réaction, la cristallisation par submersion et la cristallisation par refroidissement [127].

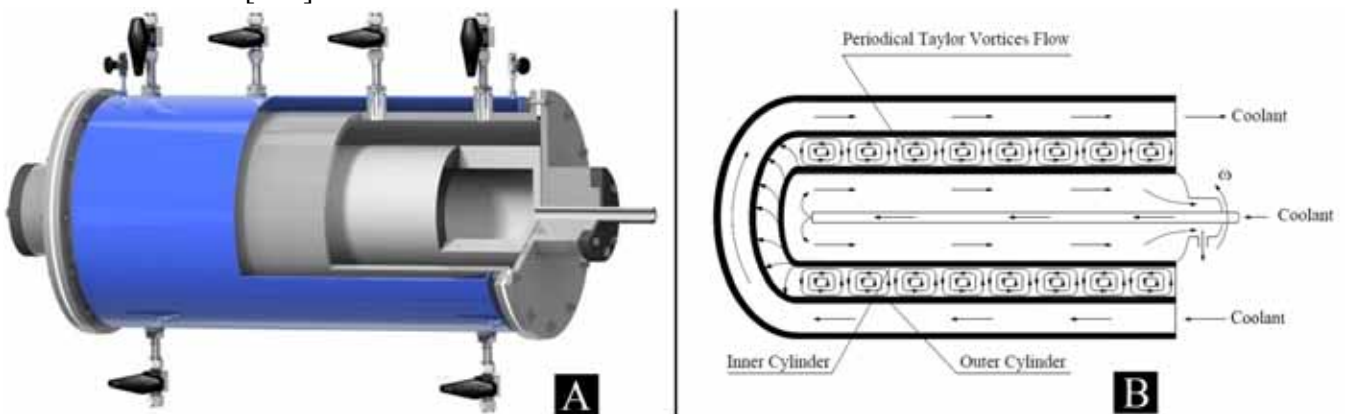


Figure I. 24 : Crystalliseur de type "Taylor-Couette", (A)[128], (B) [129].

C- Métallurgie et Solidification :

La croissance cristalline est le processus selon lequel se forme un cristal qui se produit par adjonction progressif d'atomes ou de molécules sur la surface d'un germe préexistant. Le système d'écoulement de type Taylor-Couette peut être un modèle très efficace pour la production des mono cristaux. Parmi les méthodes qui se basent sur ce type d'écoulement, on trouve les deux procédés suivant:

- **Procédé de Czochralski**

Cette méthode consiste en une solidification dirigée à partir d'un germe monocristallin de petite taille. On part du matériau fondu à une température juste au-dessus du point de fusion, selon un gradient de température contrôlé [130]. Le germe est placé dans une « navette » suspendue au-dessus du liquide par une tige. Le liquide se solidifie sur le germe en gardant la même organisation cristalline au fur et à mesure que l'on tire le germe vers le haut (épitaxie axiale) tout en le faisant tourner à vitesse infiniment lente.

L'appareillage de Czochralski est généralement composé de deux parties : une partie supérieure supportant la tête de tirage et une partie inférieure contenant le creuset calorifugé, chauffé par induction à haute fréquence.

L'interface de croissance que l'on peut ajuster en jouant sur la vitesse de rotation du germe doit être la plus plate possible afin d'éviter les tensions qui ont pour effet d'augmenter fortement la densité de dislocations. Du fait des hautes températures de fusion, les creusets doivent être constitués d'un matériau neutre chimiquement vis-à-vis du matériau à élaborer et de l'atmosphère, ce qui impose des métaux nobles comme le platine ou l'iridium pour les oxydes [131].

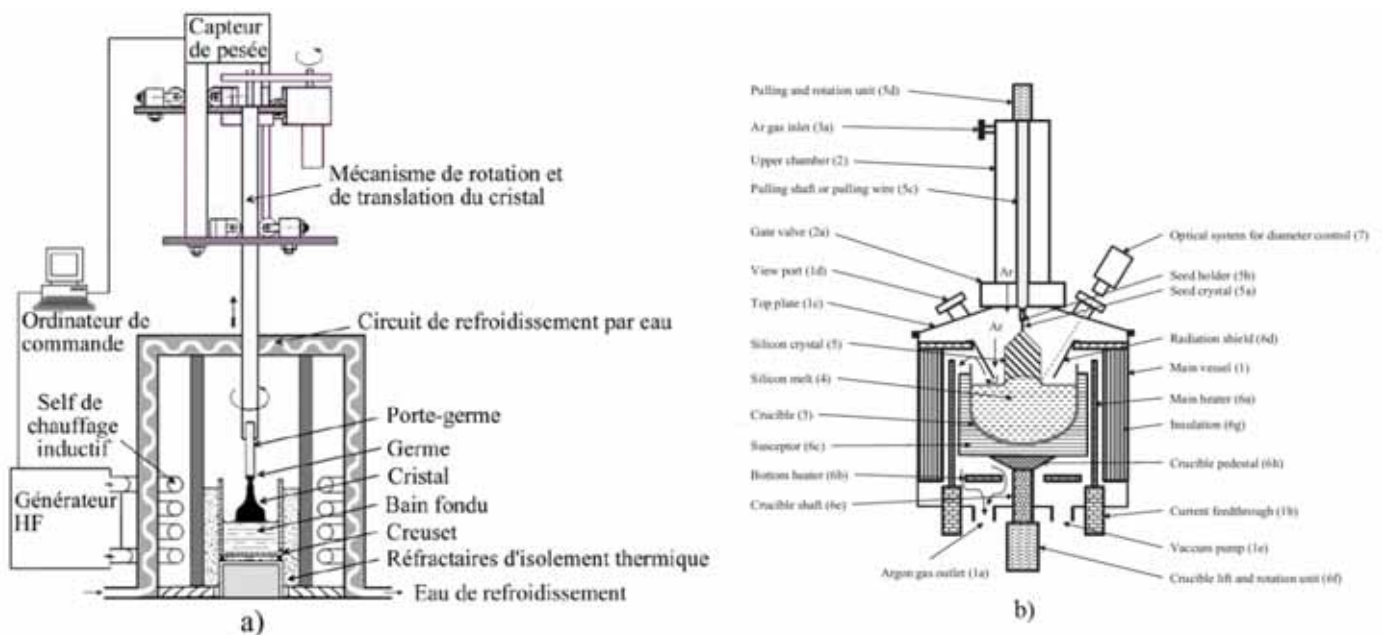


Figure I. 25 : Schéma de dispositif de Czochralski , a) Appareil en vue globale [131]; b) Appareil spécial pour production des lingots de silicium [132].

Le bain se solidifie sur le germe légèrement plus froid. Le cristal formé est extrait en tirant lentement ce germe vers le haut. On peut contrôler le diamètre de croissance du cristal en faisant varier la température du bain ou la vitesse de tirage de la tige porteuse, et pour augmenter le transfert de masse et de chaleur d'où la qualité des cristaux, on joue sur les vitesses de rotation et la température du creuset et du lingot. En 2016, J. Altenberend et al [133] ont effectué une modalisation et des expériences visant à éliminer les impuretés du front

de solidification dans le cas d'un écoulement turbulent qui augmente la diffusivité effective. Il s'agit d'étendre la théorie laminaire de la ségrégation du silicium à un écoulement turbulent parallèle à l'interface solide-liquide en utilisant un système d'écoulement de Taylor-Couette comme le montre la figure I.27.

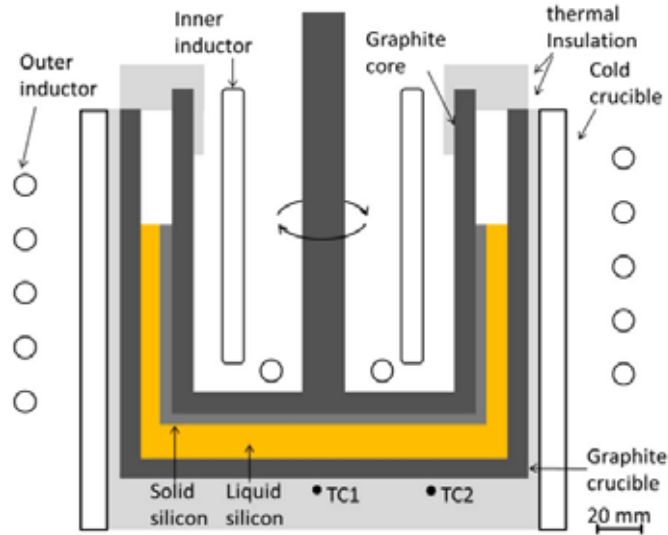


Figure I. 26: Schéma de la configuration expérimentale utilisant la configuration de Taylor Couette [133]

- **Procédé de Kyropoulos**

Pour l'élaboration de certains matériaux qui doivent être obtenus selon un grand diamètre, une méthode Czochralski modifiée a été mise au point, c'est la méthode Kyropoulos. Le concept de base est le même que pour le Czochralski mais après démarrage de la croissance, la translation (tirage) est stoppée et le contrôle de la croissance est réalisé par une diminution de la puissance du générateur à haute fréquence. Cette méthode est essentiellement utilisée pour la croissance de gros cristaux d'halogénures alcalins (NaI, CsI, , etc...)[131]et les diamants. Selon Ah. Nouri et al (2016) [134], cette technique est faiblement exploitée dans la production de lingots de silicium, on n'enregistre que le travail de P.S. Ravishankar paru en 1986[135]. Ah. Nouri et al (2016) ont simulé l'effet de la convection sur la distribution de la température sur la forme de l'interface liquide solide. Ceci est particulièrement nécessaire pour une masse fondue avec un faible gradient thermique puisque une petite variation du champ de température peut avoir un effet majeur sur la forme de l'interface. Dans leur simulation, ils ont constaté qu'il y a une possibilité d'obtenir des monocristaux de silicium de haute qualité en utilisant la technique de Kyropoulos. L'un des avantages les plus remarquables de cette technique est qu'elle a le potentiel de rester stable pour les lingots de grand diamètre. Des taux de croissance de 10cm/h horizontalement et de 3cm/h verticalement ont été observés dans leurs travaux.

Conclusion

Après avoir effectué une revue des travaux consacrés à l'écoulement de Taylor-Couette sur les plans fondamental et appliqué, il a été établi que ce système est relativement sensible aux modifications géométrique et dynamique ainsi qu'à différents paramètres d'influence extérieurs à l'écoulement comme le champ magnétique, etc...

Le principal effet a pour conséquence de retarder l'apparition des instabilités ou d'avancer le déclenchement de la turbulence ce qui peut occasionner soit un avantage soit inconvénient au niveau des processus de transfert de chaleur et de masse dans le système d'écoulement considéré que l'on peut chercher à exploiter dans les domaines technologique et industriel.

Toutefois, il apparaît que l'étude des effets du champ de gravité n'ont fait l'objet que de très peu de contributions expérimentale et analytique initiées par les chercheurs de notre laboratoire, mais sur le plan numérique, à notre connaissance, il n'y a aucune contribution destinée à l'étude des effets du champ de gravité généré par l'inclinaison du dispositif de Taylor-Couette.

C'est pourquoi, il nous semble opportun d'examiner dans la présente étude l'influence de la gravité sur la dynamique induite dans le dispositif d'écoulement considéré.

Il s'agit maintenant d'approfondir l'étude expérimentale et théorique (analytique et numérique) permettant d'aborder la question du régime de transitions sur de nouvelles bases en jouant sur le confinement géométrique (limitation axiale) de l'écoulement et le champ de force de gravité découlant de l'inclinaison du dispositif expérimental.

CHAPITRE II

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET CONDITIONS D'ESSAIS

Introduction

On présente une description du dispositif expérimental et le mode opératoire suivi au cours de nos manipulations. Le dispositif expérimental réalisé nous permettant de caractériser le régime de transition laminaire-turbulent. Toutes les conditions nécessaires ont été prises afin d'opérer les modifications angulaires envisagées par inclinaison du système d'écoulement. On s'assure ainsi une exploration continue du mouvement de la position verticale $\alpha=0^\circ$, où l'effet de gravité est minimale, à la position horizontale où $\alpha=90^\circ$; l'effet de gravité devient maximale.

Les conditions d'essais associées au fluide utilisé et ses caractéristiques seront également précisées (température, densité, viscosité) afin de se placer dans des meilleures conditions d'observations.

I. Dispositif Expérimental

1. Aspect Mécanique

a) Système d'écoulement

Le dispositif est constitué de deux cylindres coaxiaux réalisés en matériaux isolants et transparents (Plexiglass) offrant ainsi la possibilité d'effectuer une étude qualitative par visualisation.

Le cylindre extérieur fixe a un diamètre intérieur $2R_2 = (110 \pm 0,2) \text{ mm}$ et une hauteur $H = (205 \pm 0,4) \text{ mm}$. Le cylindre intérieur de diamètre $2R_1 = (100 \pm 0,2) \text{ mm}$ comprend un évidement à chaque extrémité : l'évidement supérieur est de forme conique joue le rôle de déversoir et limite la hauteur utile du liquide H_u avec $H_u = (200 \pm 0,4 \text{ mm})$, l'évidement inférieur qui est également conique permet de réduire le frottement à la base et donc son effet sur le mouvement. Ce système définit une configuration géométrique correspondant à un faible espace annulaire relativement mince $\delta = \frac{d}{R_1} = 0,10$.

Au niveau supérieur, solidaire de la base supérieure, est disposée un disque en plexiglas percé au centre, de diamètres $2R = 110 \text{ mm}$, $2r = 40 \text{ mm}$ et d'épaisseur $e = 20 \text{ mm}$. Ce disque a pour rôle d'assurer l'étanchéité pendant le fonctionnement en position inclinée du système d'écoulement.

Au centre de ce disque est réalisé un logement dans lequel est monté un joint spi, respectivement de diamètres extérieur $d_2 = 60 \text{ mm}$ et intérieur $d_1 = 25 \text{ mm}$ pour éliminer les fuites de liquide entre l'axe tournant et le trou central du disque. Sur la périphérie sont réalisées deux rainures dans lesquelles sont montées deux joints toriques pour parer éventuellement aux fuites de liquide entre le disque et le cylindre extérieur fixe. **Figure II.1**

R_1	R_2	$d = R_1 - R_2$	$\delta = \frac{d}{R_1}$	$\eta = \frac{R_1}{R_2}$	H_{\max}	$\Gamma_{\max} = \frac{H}{d}$
50 (mm)	55 (mm)	5 (mm)	0.1	0.909	200 (mm)	40

Tableau II-1 : Tableau des caractéristiques géométriques

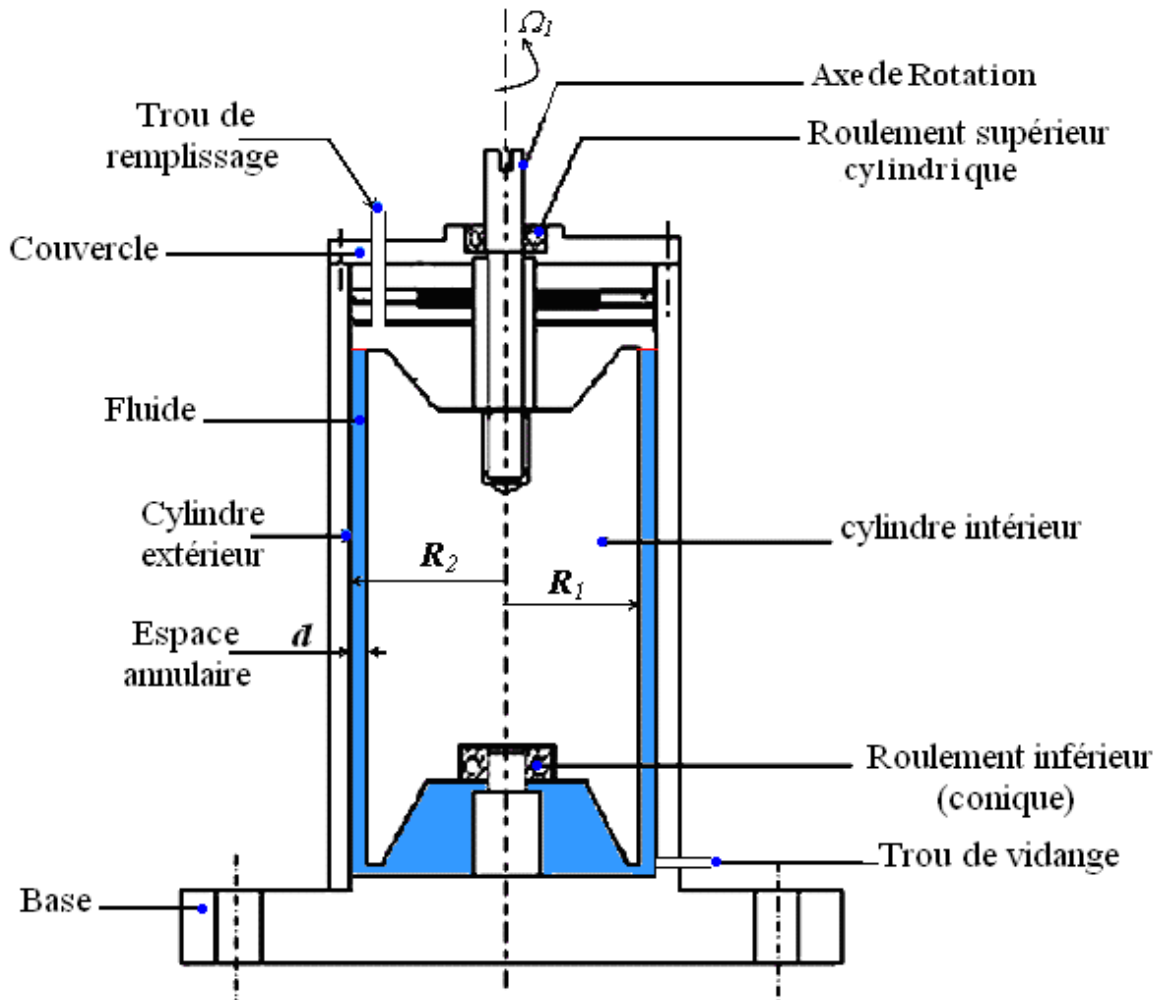
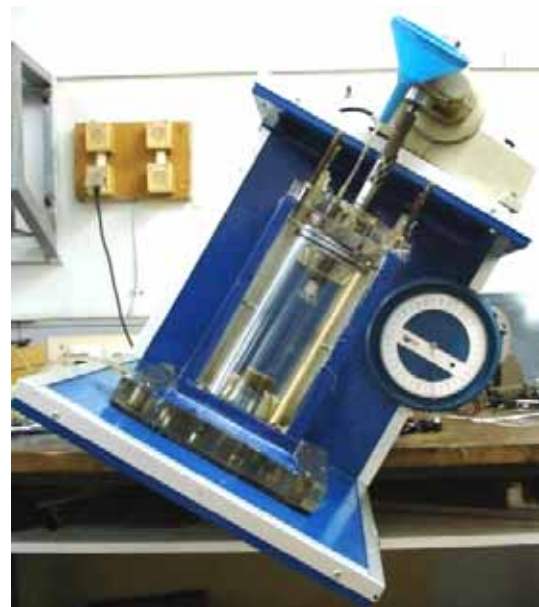


Figure II.1 : Système d'écoulement de type Taylor–Couette



a) Position vertical ($\alpha=0^\circ$)



b) Position inclinée ($\alpha=45^\circ$)

Figure II. 2 : Dispositif expérimental en position verticale et en position inclinée

b) Système d'inclinaison

Le système d'inclinaison est un ensemble d'engrenage constitué de trois parties ;

- La première partie : c'est la partie active qui relie le système d'inclinaison au dispositif expérimental,
- La seconde partie : représente l'axe rotatif du système doté d'une série d'engrenages de transmission de vitesse.
- La troisième partie : représente l'arbre de fixation avec lequel on peut positionner le dispositif expérimental pour un angle donné α à l'aide d'un manche de fixation. Il est équipé d'un rapporteur de précision inférieur à 0.5° permettant de mesurer l'angle d'inclinaison α . La planéité est contrôlée à l'aide d'un niveau à bulle (Figure II.3) que l'on peut déplacer à volonté, pour vérification, en différents endroits du système d'écoulement.

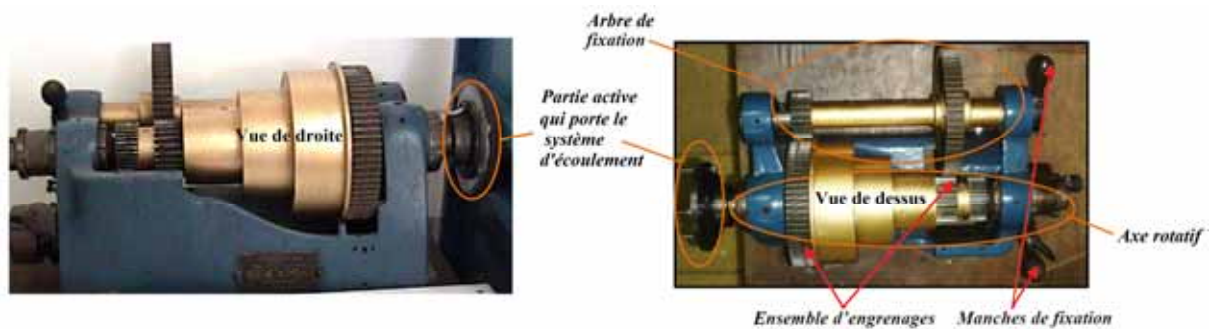


Figure II.3 : Dispositif assurant de d'inclinaison

2. Aspect électrique

a) Motorisation

L'entraînement du système s'effectue à l'aide d'un moteur à courant continu MC 100 de puissance $P=160$ Watts à double bobinage offrant une gamme de vitesses très stable disposant d'un couple moteur constant. Le moteur est associé à un ensemble de deux réducteurs 1/11 disposés à angle droit et un variateur de tension qui permet de réaliser une large plage de vitesse de rotation $N_{min} = 1/100$ tr/s jusqu'à $N_{max} = 20$ t/s. L'utilisation de deux réducteurs simultanément offre la possibilité de réduire la vitesse de 1/121. La transmission est assurée par un accouplement flexible (tubes en caoutchouc) permettant l'absorption éventuelle de vibrations émanant du moteur (Figure II.4)

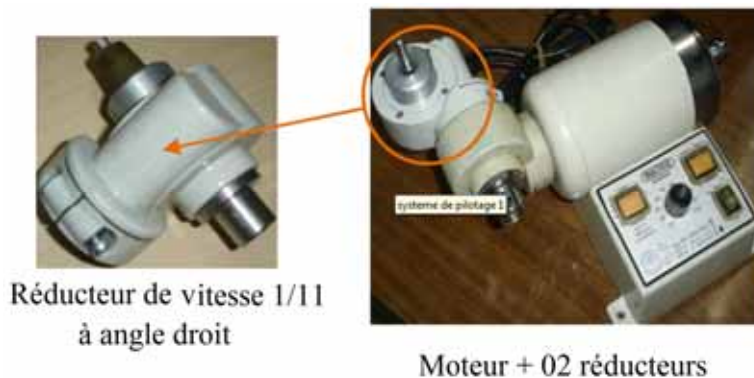


Figure II.4 : Moteur d'entraînement à courant continue

b) Mesure de la vitesse de rotation Ω_1

La vitesse de rotation du cylindre intérieur est mesurée directement à l'aide d'un tachymètre digital portatif DT 2236 qui est un compte-tours multifonctions combiné, à contact et à réflexion optique. La précision des mesures du Tachymètre est de $\pm 0.1\%$ tr/min. La mesure de la vitesse de rotation Ω_1 se fait au niveau de l'axe supérieur du système équipé d'un flexible de couleur sombre comportant un ruban réfléchissant. Pour les faibles vitesses de rotation, le tachymètre que nous utilisons n'est pas pratique en raison de la réponse rapide de la cellule photoélectrique qui ne suit pas la vitesse lente de l'arbre moteur. Pour éviter ce problème, il est conseillé, d'utiliser un tube solidaire de l'axe rotatif doté de plusieurs bandes réfléchissantes « papier albal » puis on divise la vitesse de rotation en fonction du nombre de bandes collées sur l'axe tournant du cylindre intérieur.



Figure II. 5 : tachymètre digital DT 2236 (compte-tours portatif)

c) Mesure de la température du fluide T_θ

La mesure de la température T_θ est effectuée à l'aide d'un capteur électronique à courant continu de type très performant de précision inférieure à 1% à chaque instant de l'expérience.



Figure II. 6 : Thermomètre numérique

3-Aspect physico-chimique

a) Mise en œuvre du produit de la visualisation

La solution adoptée est composée de 80% d'éther de pétrole (SIMILI) et 20% d'une huile légère industrielle de type (CHELLALA) permettant la suspension des particules d'aluminium réfléchissante sous forme de disque circulaire de diamètre moyen $d_s \approx 16 \mu\text{m}$. La concentration en poudre d'Aluminium est de 2g/l de mélange. L'éther de pétrole permet d'alléger la viscosité de la solution.

Les propriétés physiques du fluide utilisé sont mesurées pour différentes températures T_θ . Pour chaque cas, nous avons pris soin de mesurer les caractéristiques associées aux produits

employés, à savoir, la température, la densité et la viscosité pour déterminer avec précision les nombres de Reynolds et Taylor caractérisant l'écoulement.

b) Mesure de la viscosité

L'étude rhéologique de la solution consiste essentiellement en la détermination de la viscosité dynamique μ en fonction de la température T_θ . On commence par évaluer la masse volumique $\rho = m/V$ de la solution, le volume V est lu directement à partir d'un récipient gradué et la masse m est mesurée à l'aide d'une balance de précision en milligramme. La viscosité μ est mesurée par un viscosimètre d'Ostwald (capillaire) baignant dans un bac de thermostatisation (Figure II.6). La température est contrôlée par un thermostat que l'on vérifie à l'aide d'un thermomètre digital de précision $\Delta T_\theta = 1/10^\circ\text{C}$. Le temps d'écoulement t_p est mesuré par un chronomètre en travaillant dans la plage de températures de 15-45°C. La même opération (mesure de temps d'écoulement) est effectuée pour l'eau dont la viscosité dynamique μ_e est connue. La viscosité dynamique du produit de visualisation préparé est déduite de l'utilisation d'une formule caractéristique donnant les mesures relatives comme suit :

$$\frac{\mu_p}{\mu_e} = \frac{\rho_p t_p}{\rho_e t_e}, \text{ l'indice } e \text{ désigne l'eau ; l'indice } p \text{ désigne le fluide étudié.}$$

L'évolution de la viscosité dynamique μ_p du produit de visualisation en fonction de la température T_θ est représentée par la Figure II. 7.

La variation de la viscosité de la solution en fonction de la température permet d'évaluer le paramètre de contrôle Ta associé à chaque valeur de température T_θ .

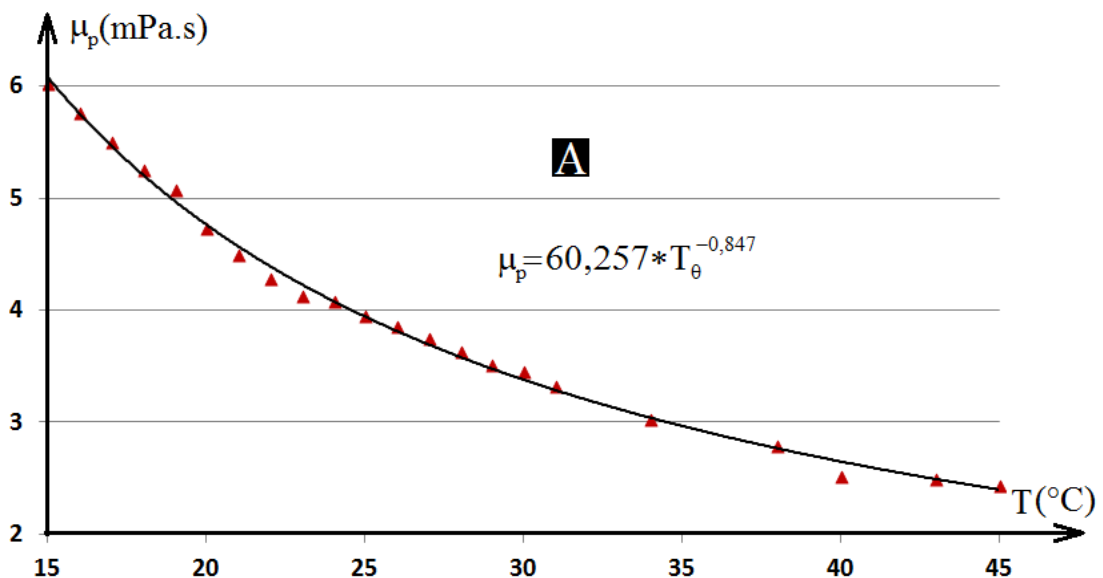


Figure II.7 : Variation de la viscosité dynamique μ_p du produit de visualisation en fonction de la température T_θ

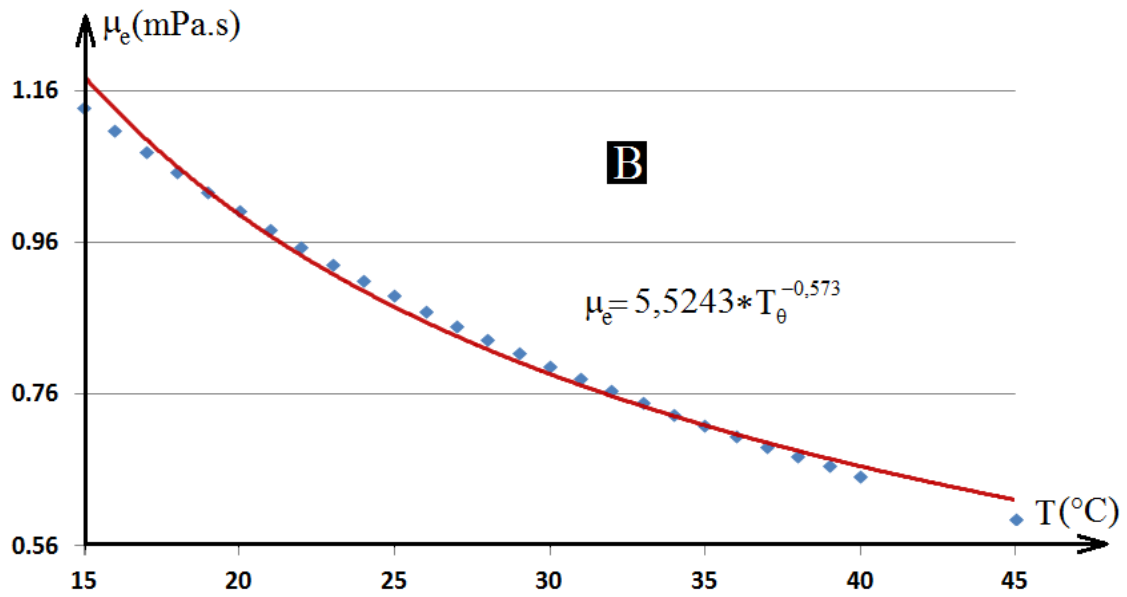


Figure II.8 : Variation de la viscosité dynamique μ_e de l'eau distillée en fonction de la température T_θ

La mesure de la densité ou masse volumique du fluide ρ est effectuée à l'aide d'une balance à haute sensibilité d'ordre 1/10000 g. La variation de ρ très faible en fonction de la température de sorte que l'on peut négliger dans l'intervalle étudiée.

4-Aspect optique

La procédure de visualisation de l'écoulement a été mise en œuvre selon trois techniques opératoires :

a) Visualisation par réflexion de la lumière :

Ce mode d'observation procède par réflexion d'un faisceau lumineux diffusé par une source extérieure avant sur l'écoulement afin de mettre en évidence le régime et la structure correspondant au mouvement considéré.

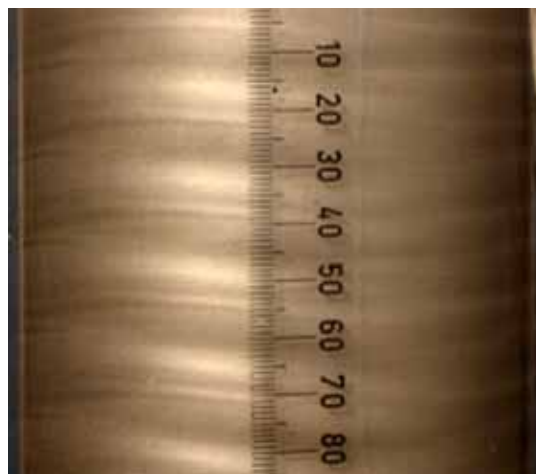


Figure II.9: Visualisation d'un état d'écoulement par réflexion optique

b) Visualisation par transmission transversale de la lumière :

Ici, la visualisation est basée sur la transmission optique d'un faisceau lumineux provenant d'une source placée à l'opposé de l'observateur et traversant l'ensemble de l'écoulement. Ce mode d'éclairage permet de visualiser la structure en profondeur du mouvement liée à la forme des cellules.



Figure II.10 : Visualisation d'un état d'écoulement par transmission optique

c) Visualisation par transmission Laser

Nous avons travaillé en lumière cohérente (Laser *He*, 1mW) pour analyser la structure interne de l'écoulement. Cette technique permet d'examiner la structure locale du mouvement, notamment la configuration détaillée des vortex de Taylor. La projection du faisceau lumineux par laser s'effectue sur un plan vertical à l'aide d'un condenseur cylindrique de diamètre $D=12mm$. Ainsi, selon les besoins exigés par l'expérience, on peut visualiser la totalité de l'espace annulaire de l'écoulement ou bien on peut isoler une seule cellule pour étudier le détail de celle-ci. Dans tous les cas, on doit respecter les distances, respectives du condenseur et de la lentille : $l_1=40\text{ cm}$, $l_2=120\text{ cm}$.

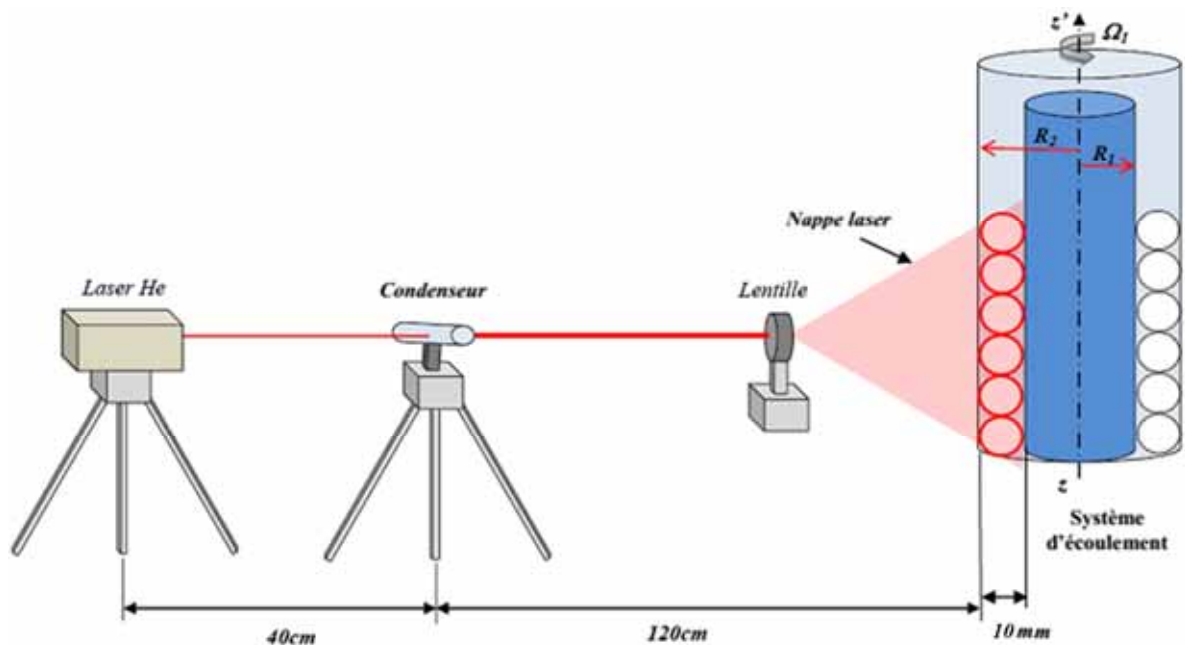


Figure II.11 : Schéma d'obtention d'une nappe laser

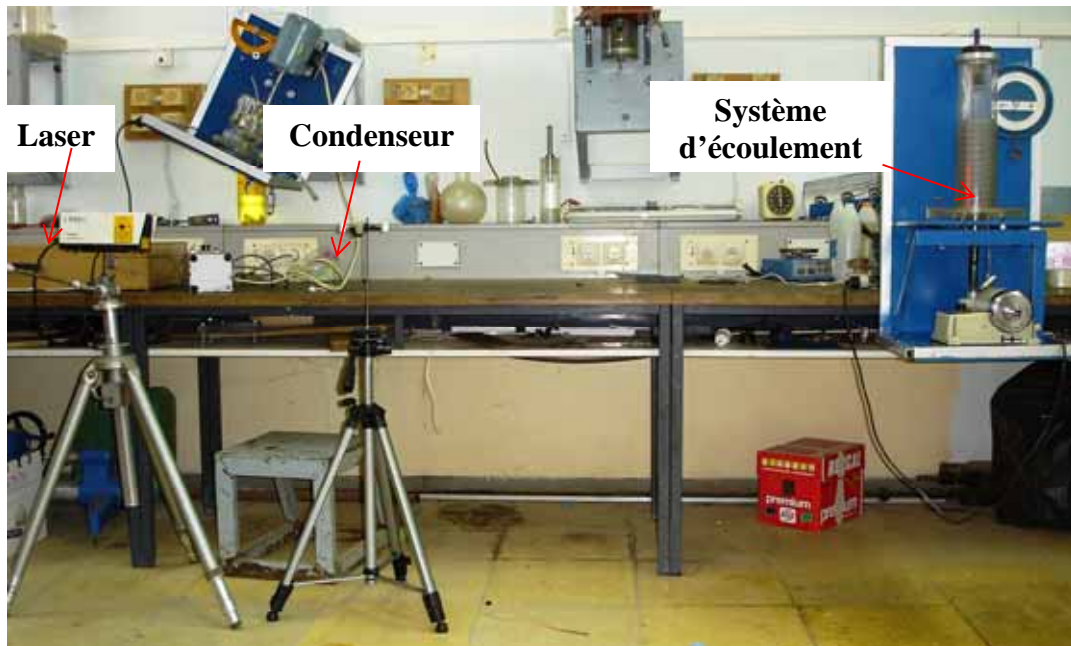


Figure II.12: Installation du système de visualisation par la nappe Laser.

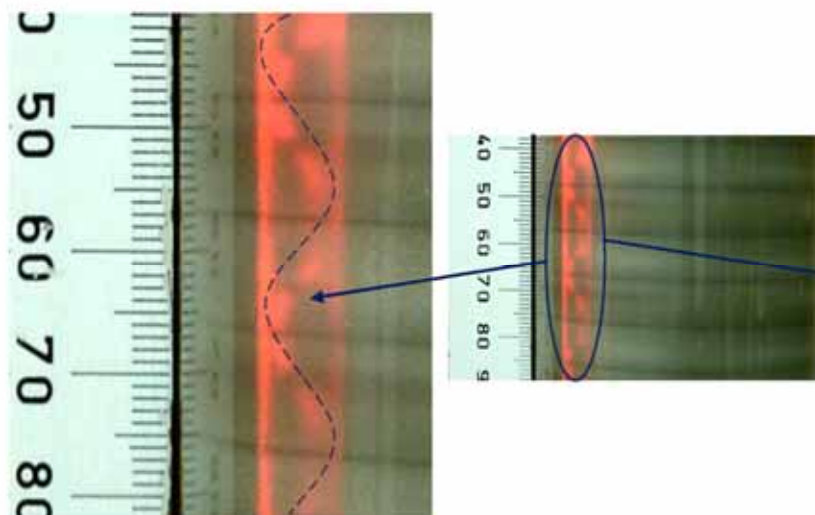


Figure II.13 : Visualisation par Nappe Laser : Mise en évidence de la structure interne du mouvement

II- Procédures d'essais

1. Condition de mise en régime des vitesses

Etant donné que les caractéristiques géométriques sont fixées à l'avance et n'évoluent ni dans l'espace ni dans le temps, la valeur du paramètre de contrôle (Ta) dépend essentiellement de la vitesse de rotation du cylindre intérieur Ω_1 et de l'espace annulaire (d) et de la viscosité du fluide utilisée ν . Par conséquent, la valeur de ce paramètre (Ta_c) ne dépend que de Ω_1 tel que $Ta = \frac{\Omega_1 R_1 d}{\nu}$; on pose $C = \frac{R_1 d}{\nu}$ tel que Ta devient $Ta = C \times \Omega_1$

La constante C dépend alors des caractéristiques du dispositif et du fluide employé. En pratique, on estime la valeur de C à $C=48.3$ dans le cas de l'espace annulaire $\delta=0.10$ et la température $T_\theta =25^\circ c$. Nous avons adopté le même mode opératoire pour chaque essai en procédant systématiquement selon une vitesse de rotation croissante Ω telle que la condition de mise en régime vérifie l'inégalité suivante : $\frac{\Delta\Omega_1}{\Omega_1} \leq 1\%$

Cette inégalité correspond au procédé quasi-statique, autrement dit, un mode très lent d'accroissement de la vitesse angulaire.

Cette condition apparaît également nécessaire pour s'assurer de bonne reproductibilité des mesures qui est d'ailleurs assez proche de l'incertitude expérimentale commise sur l'évaluation de la vitesse angulaire Ω_1 soit :

$$\frac{\Delta\Omega_1}{\Omega_1} \approx 1\% \quad (\text{II.1})$$

Le mode opératoire adopté pour les différents essais s'effectue comme suit :

A partir du repos, on met le moteur en marche en augmentant progressivement la vitesse en respectant l'inégalité (II.1) puis on s'arrête quelques minutes afin de permettre à l'écoulement de se stabiliser dans l'état qu'il occupe et l'on observe alors l'apparition du phénomène correspondant.

Pour Ω_1 choisi, caractérisant l'apparition d'un phénomène, on note les mesures caractéristiques associées aux structures considérées et l'on prend une photographie de l'état de l'écoulement.

Reynolds.

Conclusion :

Afin de répondre aux exigences expérimentales, nous avons réalisé un dispositif expérimental destiné aux essais de visualisation pour analyser qualitativement les structures de l'écoulement qui seront soumis à l'influence de l'inclinaison. Ainsi le plus grand soin a été apporté aux mesures des caractéristiques géométrique et dynamique afin de déterminer avec précision les paramètres d'influences Re et Ta associés aux changements de régime et de structures.

En outre, on a pu décrire la méthode de visualisation en utilisant un fluide de travail (chargé en particules métalliques) compatible avec la technique optique utilisée par réflexion et transmission de lumière ainsi que par nappe laser.

Le dispositif expérimentale conçu et mis en place a permis de réaliser l'exploration du mouvement d'un fluide confiné entre deux cylindres coaxiaux en position inclinée. Le but est de mettre en évidence l'effet de la force de pesanteur sur l'apparition des différentes instabilités combiné à l'effet de la surface libre et l'effet de la hauteur sur les différents phénomènes observés en régime de transition. Le système en position verticale joue le rôle de référence par rapport aux observation effectuées en position inclinée.

CHAPITRE III

ETUDE EXPERIMENTALE ET INTERPRETATION

Introduction

Après avoir créé les conditions de mesures favorables et adaptées à nos investigations on a effectué systématiquement des essais de caractérisation pour chaque régime envisagé. Ainsi, pour un régime donné, on étudie les conditions d'apparition des structures de l'écoulement et l'on détermine les caractéristiques associées telles que le nombre d'onde axial, nombre d'ondes circonférentielles, vitesse de phase, etc... par visualisation d'abord dans le cas où le système d'écoulement est en position verticale qui sera le dispositif de référence.

Par la suite, on incline le système d'écoulement progressivement avec un angle α par rapport à la position verticale afin d'étendre les observations précédentes dans le but de mettre en évidence l'influence de l'inclinaison sur les régimes d'écoulement. On varie α graduellement de degré en degré jusqu'à la position horizontale et on note systématiquement ses effets sur la nature et la structure de l'écoulement. Dès lors, on relève les modifications les plus significatives intervenant dans le mouvement. Les expériences précédentes ont été refaites à nouveau en faisant varier la hauteur de l'écoulement afin d'examiner l'interaction éventuelle de la surface libre sur les différents états d'instabilité observés en évolution vers le chaos.

On s'intéresse essentiellement à la mise en évidence des phénomènes d'instabilités liés à l'ensemble du processus de transition laminaire-turbulent. A cet effet, on s'assure des conditions d'essais permettant d'effectuer des mesures reproductibles puis l'on effectue la caractérisation liée à la naissance des structures observées.

I. Etude de la transition laminaire-turbulent dans le système vertical ($\alpha=0^\circ$) et totalement rempli ($\Gamma=\Gamma_{\max}$)

Les observations menées dans cette configuration, en position verticale $\alpha = 0^\circ$, avec un taux de remplissage maximal du dispositif à savoir $\Gamma = \Gamma_{\max} = 40$ ont permis de mettre en évidence les différentes instabilités de référence du système d'écoulement considéré :

Nombre de Taylor critique	Tc_1	Tc_2	T_F	T'_c
Type d'instabilité	1 ^{ère} instabilité ou Onde axiale : cellules ou vortex de Taylor	2 ^{ème} instabilité ou Onde azimutale: Wavy Mode	Apparition des fluctuations	Déclenchement du chaos

Tableau III-1 : Etats critiques caractérisant le régime de transition laminaire- turbulent.

Nos mesures commencent par le régime laminaire stable qui est l'écoulement de base existant en l'absence de toute perturbation. Celui-ci peut être décrit comme un mouvement homogène à haut degré de symétrie dans tout le fluide jusqu'à la valeur de $Ta \approx 34$ qui se caractérise par la naissance de deux cellules, l'une, est localisée au bord inférieur (Figure.3-1(a)) et l'autre, au bord supérieur. Ensuite, on augmente légèrement la vitesse de rotation puis l'on constate la formation des vortex de Taylor qui se propagent des bords vers le milieu du dispositif jusqu'à l'apparition complète des ondes stationnaire dans la totalité du système d'écoulement, correspondant à la valeur du nombre de Taylor critique $Tc_1=41\pm 2$. Cette valeur est assez proche de la prédiction théorique $Tc_1=41,2$. Par conséquent, on peut admettre que l'écoulement est globalement stable définissant le régime laminaire de base lorsque $Ta < Tc_1$

Le régime laminaire perturbé qui s'établit au-delà de la valeur critique $Ta = Tc_1 = 41 \pm 2$ annonce le régime de transition laminaire – turbulent qui se subdivise en quatre états successifs en se présentant comme suit :

- ✓ L'apparition de la première instabilité se produit à la valeur critique Tc_1 . Celle-ci consiste en un mouvement secondaire ou onde axiale périodique selon oZ de nature stationnaire associée à l'écoulement de base. L'écoulement s'organise selon un empilement cellulaire sous forme de rouleaux ou vortex de Taylor. L'apparition de cette instabilité intervient en nombre fini n de cellules. On compte $n=40$ cellules ou vortex correspondant à 20 ondes stationnaires dont la longueur d'onde $\lambda = 2d = 10mm$ coïncidant sensiblement avec une largeur égale au double de l'espace annulaire $d=5mm$.
- ✓ Le second état de l'écoulement de nature instationnaire est caractérisé par l'établissement de l'onde azimutale correspondant à une deuxième valeur critique $Tc_2=48\pm 3$. Cette deuxième instabilité qui se superpose à la première donne lieu alors à un écoulement doublement périodique se propageant à la fois dans la direction axiale Z et azimutale θ (Figure III. 1 (c)). En effet, on observe la rotation d'un train d'ondes azimutales qui tourne autour de l'axe oZ et se propageant dans la direction θ avec une vitesse de phase ω qui sera déterminée plus loin.

- ✓ Pour des vitesses encore supérieures à Tc_2 , le mouvement se complique avec l'apparition d'un processus de modulation des ondes azimutales puis lorsque Ta augmente pour atteindre la valeur caractéristique $T_F=388\pm 8$, on assiste alors à la naissance du régime des fluctuations qui s'installe partout au sein de l'écoulement. Ainsi, on constate que les ondulations circumférentielles deviennent moins nombreuses et se présentent dans un état de plus en plus dégradé.
- ✓ Au fur et à mesure que Ta croît, on note alors le déclenchement du régime chaotique qui débute avec la disparition de l'onde azimutale au voisinage de la valeur : $Ta\approx 740\pm 20$ (Figure III-1(e)). Cet état est caractérisé par une intensification du régime des fluctuations qui se superpose aux cellules de Taylor encore persistantes au sein de l'écoulement. Globalement, c'est un régime de turbulence naissante qui précède ultérieurement le développement de la turbulence complète.

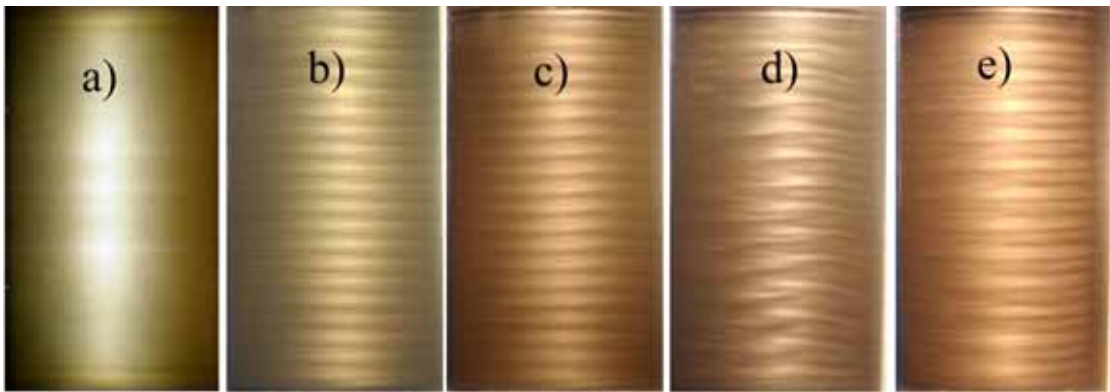


Figure III.1 : Visualisation par mode de réflexion optique du processus d'apparition des ondes en régime de transition ; **(a)** Formation de la couche d'Eckman au bas du système d'écoulement $Ta = 34$. **(b)** Première instabilité $Tc_1 = 42$, **(c)** Deuxième instabilité $Tc_2 = 48$, **(d)** Régime des Fluctuations $T_F = 390$, **(e)** Régime chaotique $Tc=740$.

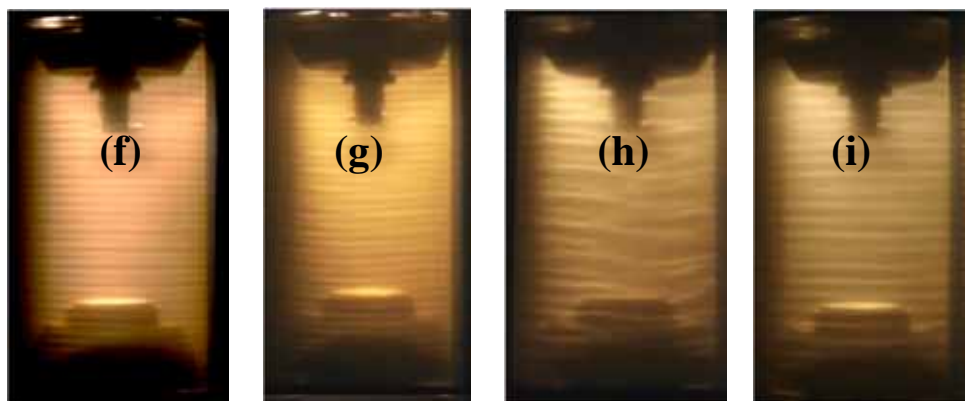


Figure III. 2 : Visualisation par mode de transmission optique du processus d'apparition des ondes en régime de transition ; **(f)** Première instabilité $Tc_1 = 42.3$, **(g)** Deuxième instabilité $Tc_2 = 49,4$ **(h)** Régime des fluctuation $T_F = 390$, **(i)** Régime chaotique $T'c=740$.

Les différentes transitions sont résumées dans le diagramme suivant :

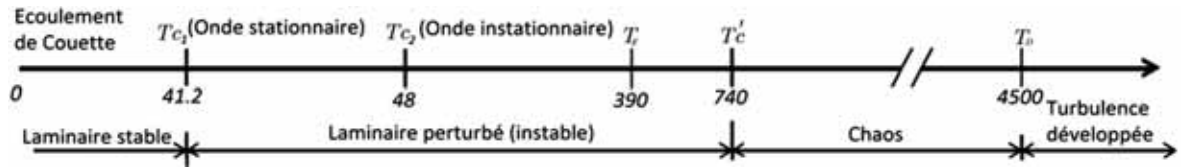


Figure III.3 : Diagramme du régime de transition laminaire-turbulent

Les résultats ainsi obtenus constituent une base de données crédibles dans la mesure où ils ont permis de retrouver les observations effectuées par d'autres auteurs D. Coles [23] et A. Bouabdallah [15].

II. Etude des caractéristiques des régimes de transition pour dispositif vertical (influence de Γ):

Afin de déterminer la variation des caractéristiques pour un facteur d'aspect Γ donné en position verticale $\alpha=0^\circ$, on procède à la prise de photographies, pour un nombre de Taylor critique suivi d'un traitement d'image sur PC afin de déterminer le nombre d'onde axiale λ , le nombre d'onde circonférentielle m et la vitesse de phase associée ω . Ces caractéristiques sont présentées dans des courbes en fonction du nombre de Taylor Ta .

1) Influence des limitations axiales

La variation du facteur aspect Γ et son effet sur les nombres critiques Tc d'apparition de chaque état est représenté sur le graphe suivant :

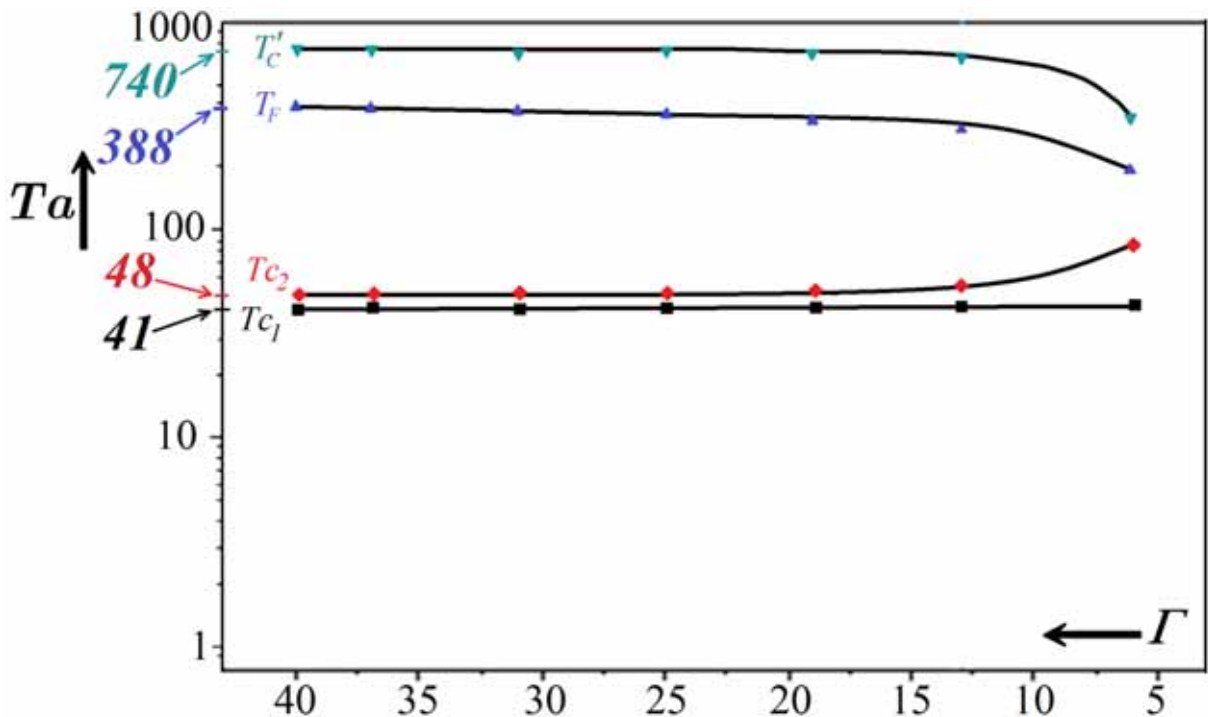


Figure III.4 : Variation des nombres critiques Tc_1 , Tc_2 , T_F et T_c' en fonction du facteur d'aspect Γ

Ces courbes, on peut les présenter sous forme de diagrammes comme le montre la figure suivante :

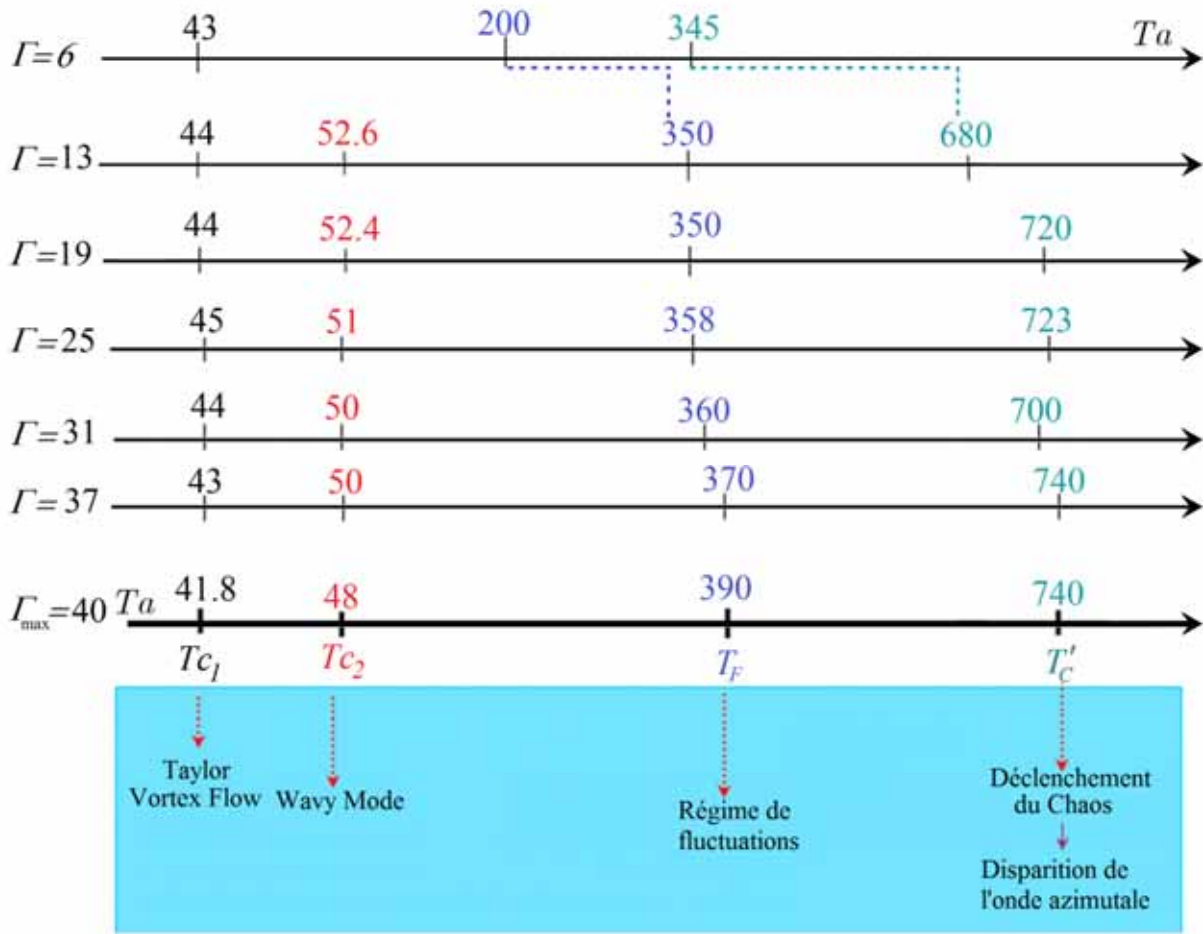


Figure III. 5: Diagrammes de transition pour les différentes valeurs de facteur d'aspect Γ

2) Nombre d'onde axiale k :

Les mesures sont effectuées en fixant le rapport d'aspect Γ et en augmentant de manière continue la vitesse de rotation Ω_1 à partir de la position de repos jusqu'à l'apparition du régime chaotique. Dans un premier stade, on étudie le comportement de l'onde axiale.

On détermine directement le nombre d'onde axiale $k = \frac{2\pi d}{\lambda}$. En évaluant la valeur moyenne d'une longueur λ sur l'ensemble de la hauteur de l'écoulement fixée pour un taux de remplissage Γ . Pour chaque Ta donné, on mesure systématiquement la valeur moyenne de λ et on en déduit k .

Ainsi, au voisinage de $T_{c1} \approx 41 \pm 2$, on évalue $k = k_c = 3.12$ pour $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$. Cette valeur reste identique à celle mesurée également pour l'ensemble des valeurs de Γ explorés, à savoir : $\Gamma = 37, 31, 25$ et 19 . La loi de variation de λ en fonction de Ta pour Γ fixé est qualitativement la même pour tous les facteurs d'aspect Γ étudiés. Cependant, on note que

la surface libre a pour effet d'accélérer la loi de décroissance de k en fonction de Ta lorsque Γ diminue. Pratiquement, on atteint une valeur constante qui se situe à $k = 2.4$ dans la plage de $Ta = 200$ à 800 au maximum pour $\Gamma = 19$

En revanche, le processus de décroissance du nombre d'onde est moins rapide pour Γ relativement grand et dont la valeur maximale est proche de $k = 2$.

Les constatations précédentes restent valables également lorsque on a procédé au tracé des courbes sous la forme adimensionnelle ou universelle : k / k_c

L'intérêt de ce type de présentation met en évidence la même loi de décroissance de k / k_c en fonction de Ta qui tend vers une évolution asymptotique, à savoir, la valeur constante k/k_c qui est proche de 0.7 quel que soit le facteur d'aspect Γ petit ou grand.

Une comparaison de cette dernière propriété effectuée avec les travaux de A. Bouabdallah [15] et D. Coles [23] menés en polarographie et visualisation montrent que nos résultats sont en bon accord avec ces auteurs. Cette confrontation n'est valable que pour le procédé de mise en régime des vitesses relativement très lent (mode quasi-statique).

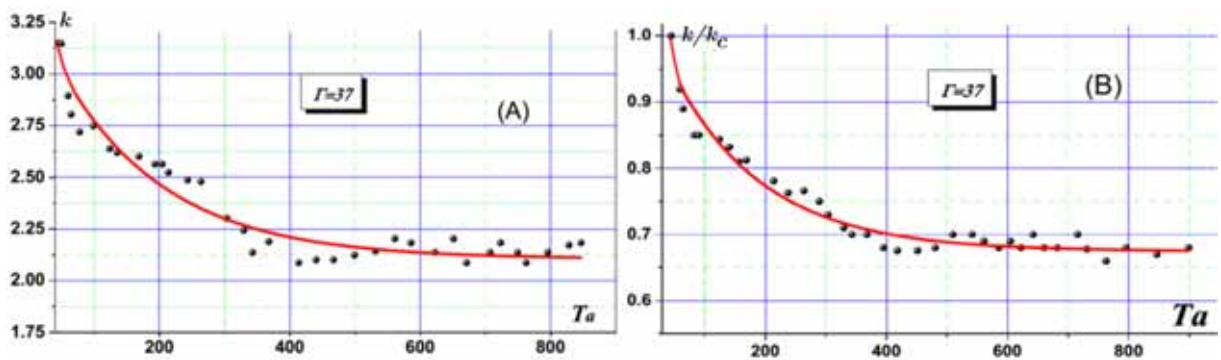


Figure III. 6 : (A) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de Ta pour $\Gamma=37$, (B) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique k_c en fonction de Ta pour $\Gamma=37$.

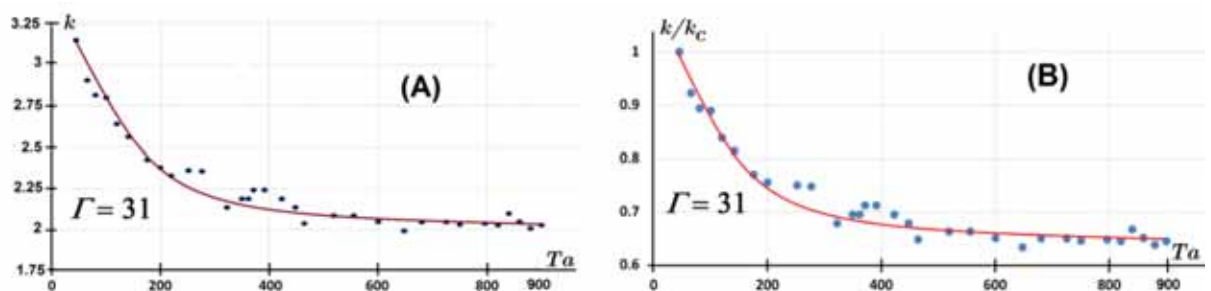


Figure III. 7 : (A) Evolution du nombre d'onde axiale en fonction de Ta , pour $\Gamma=31$ (B) Evolution du nombre d'onde axiale rapportée à sa valeur critique k_c en fonction de Ta pour $\Gamma=31$.

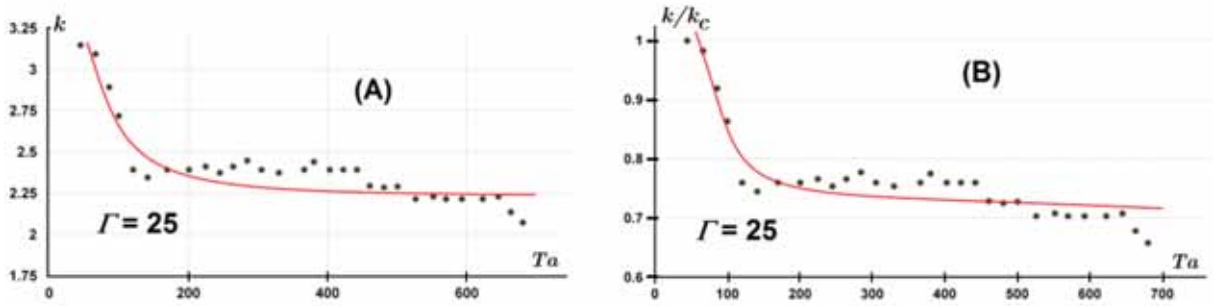


Figure III. 8 : (A) Evolution du nombre d’onde axiale en fonction de Ta pour $\Gamma=25$.
 (B) Evolution du nombre d’onde axiale rapportée à sa valeur critique k_c en fonction de Ta pour $\Gamma=25$.

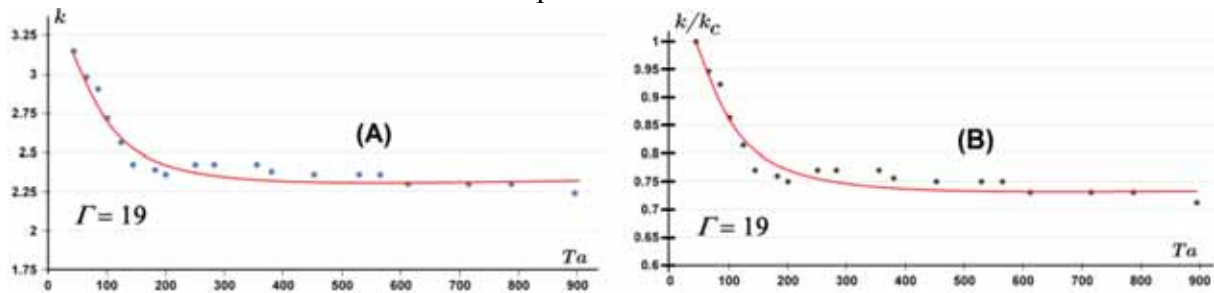


Figure III. 9 : (A) Evolution du nombre d’onde axiale en fonction de Ta pour $\Gamma = 19$
 (B) Evolution du nombre d’onde axiale rapportée à sa valeur critique k_c en fonction de Ta pour $\Gamma=19$.

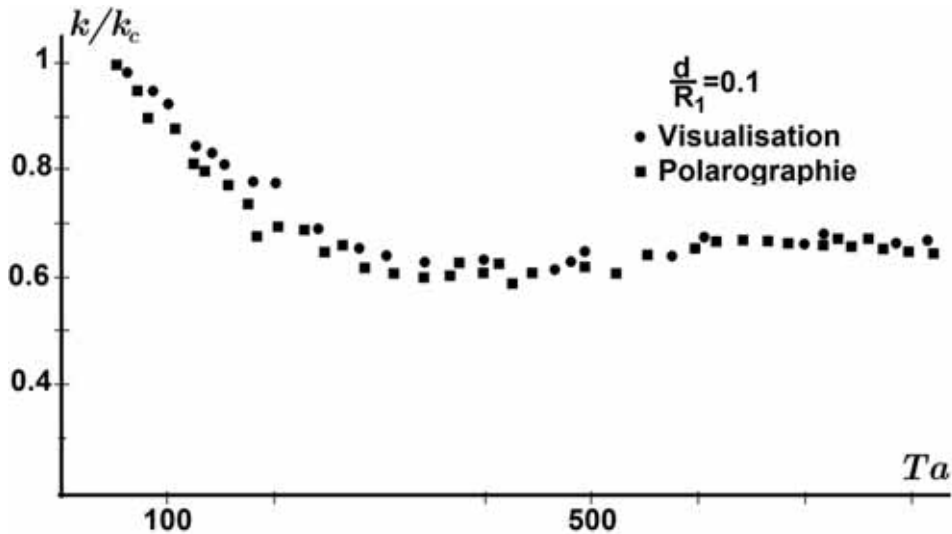


Figure III-10 : Evolution du nombre d’onde axiale rapportée à sa valeur critique k_c en fonction de Ta pour $\Gamma = 40$ d’après A. Bouabdallah [15].

3) Nombre d’ondes circumférentielles m :

Dans le cas d’un cylindre partiellement rempli à hauteur $\Gamma = 37$, la figure III-11 nous montre que l’onde azimutale apparaît avec $m = 4$ à $Ta = 48 \pm 2$. On constate que dans une première phase de $Ta = 48$ à 100 m s’accroît par saut très rapide de 4 à 10 puis se stabilise à $m=10$ ou 11 entre $Ta=100$ et 200 . Dans une seconde phase correspondant à $200 \leq Ta \leq 700$, m décroît rapidement de 10 à 6 jusqu’à $Ta = 300$ puis lentement de 6 à 4. Lorsque on atteint

statistiquement la valeur de $m=4$ ou $m=5$ correspondant à $T_c = 740$, il y a déclenchement du chaos. D'après A. Bouabdallah [15] en analyse spectrale la phase de croissance correspondant au régime d'évolution du wavy mode procède par modulation d'amplitude puis ensuite par un processus de modulations de fréquence dans la phase de croissance qui s'amplifie dans le domaine correspondant au régime des fluctuations.

L'effet du facteur d'aspect Γ ne semble pas produire des modifications considérables quant à l'allure qualitative de la courbe de m en fonction de Ta pour tous les cas de Γ explorés.

Ce type d'évolution semble comparable au cas du dispositif totalement rempli (écoulement en charge $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$ étudié par A. Bouabdallah [15]).

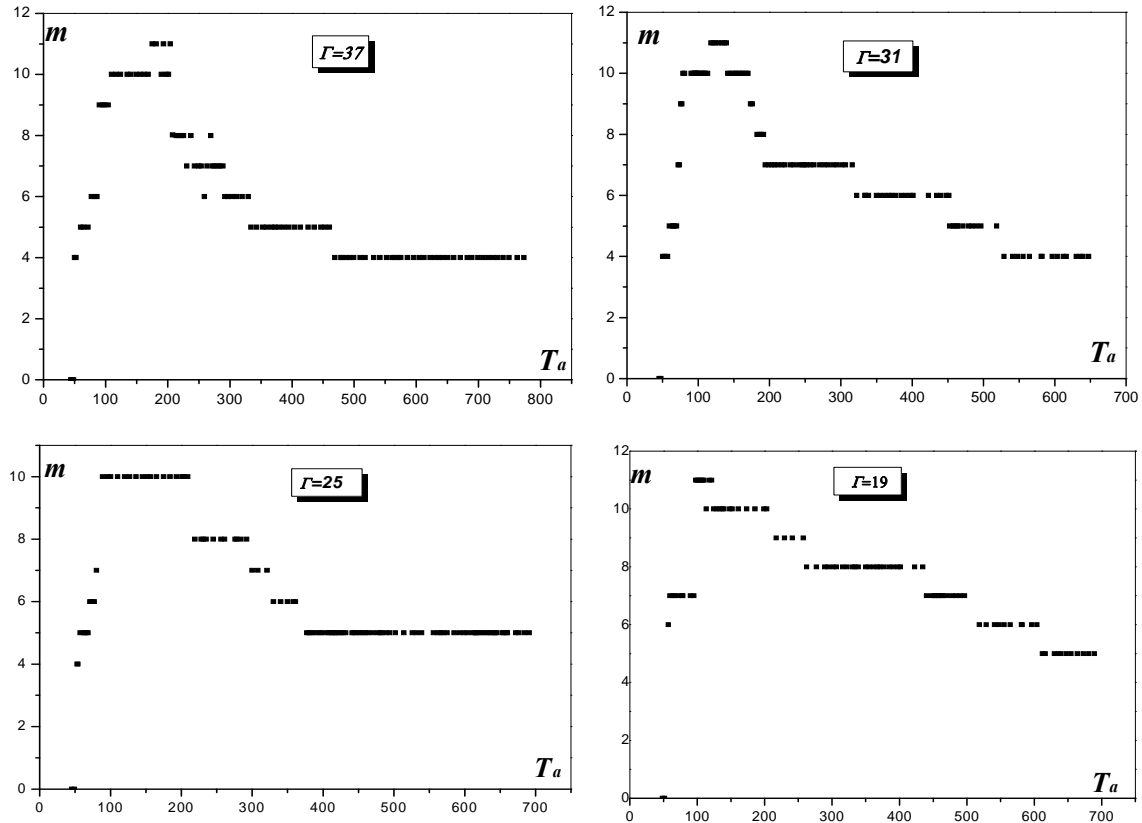


Figure III-11: Evolution du nombre d'onde circconférentielle m en fonction de Ta pour Γ fixé.

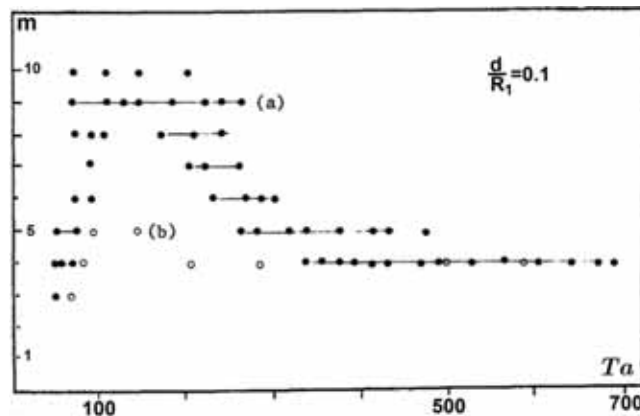


Figure III-12 : Evolution du nombre d'onde azimutale m en fonction de Ta pour $\Gamma = 40$ (d'après A. Bouabdallah [15]).

4) Evolution de la Vitesse de phase ω :

L'étude de l'évolution de la vitesse de phase ω liée à la propagation de l'onde azimutale par rapport à la vitesse Ω_1 imposé sur le cylindre intérieure (Figure III- 70) montre que la loi de comportement est qualitativement la même pour tous les taux de remplissage Γ examinés, y compris, pour l'écoulement en charge $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$ D. Coles [23] et A. Bouabdallah [15].

Essentiellement on distingue deux domaines de variation de ω en fonction de Ta :

- un domaine de décroissance plus au moins rapide passant de la valeur $\frac{\omega}{\Omega_1} = 0.5$ à $\omega / \Omega_1 = 0.35$ qui correspond à la zone d'accroissement rapide du nombre d'ondes circonférentielles m .
- un domaine d'évolution constante ou comportement asymptotique $\omega / \Omega_1 = 0.35$ qui correspond à la phase de diminution du nombre d'onde circonférentielle m jusqu'à l'extinction de celles-ci.

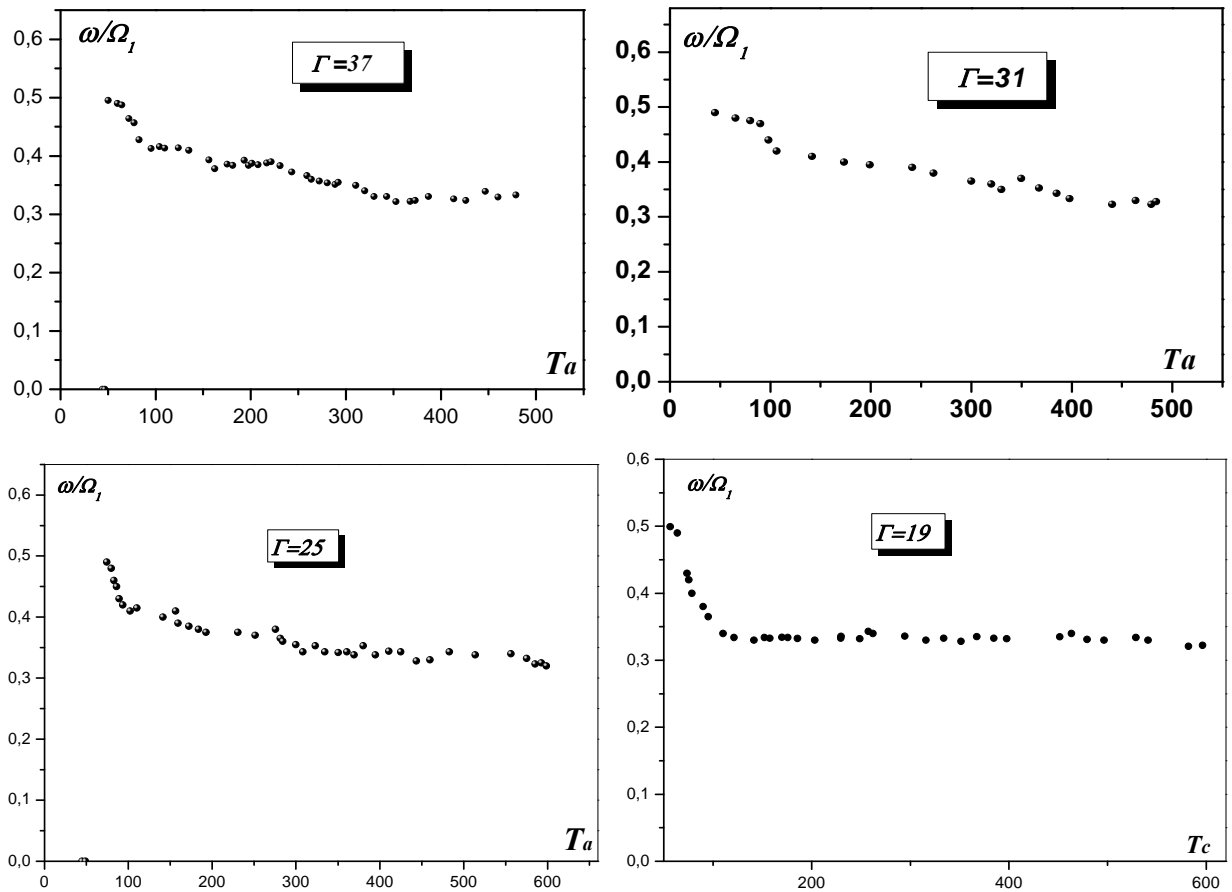


Figure III-13 : Evolution de la vitesse de phase sans dimension ω/Ω_1 en fonction du nombre de Taylor Ta pour différents facteurs d'aspect Γ .

L'ensemble des résultats sont confirmés par les mesures menées en visualisation par D. Coles [23] et en polarographie par A. Bouabdallah [15].

Le rapport de vitesse angulaire tend vers une valeur asymptotique qui peut se situer à 0.35 ou à 0.33 selon les auteurs [15] et [23].

A ce jour, il n'y a pas d'explication sur le fait que l'onde azimutale se stabilise et disparaît à la valeur $\omega / \Omega_1 = 0.33$ qui correspond sensiblement au 1/3 de la vitesse angulaire du cylindre intérieur tournant.

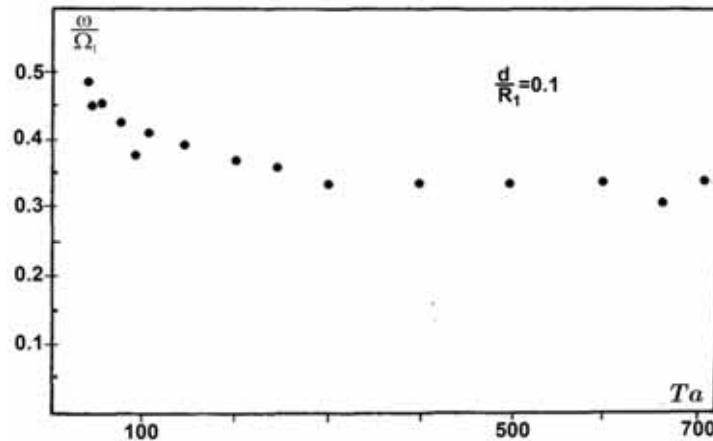


Figure III-14: Variation de la vitesse de phase rapportée à la vitesse de rotation ω/Ω_1 en fonction du nombre de Taylor Ta pour un écoulement en charge $\Gamma = \Gamma_{max} = 40$ (D'après A. Bouabdallah [15])

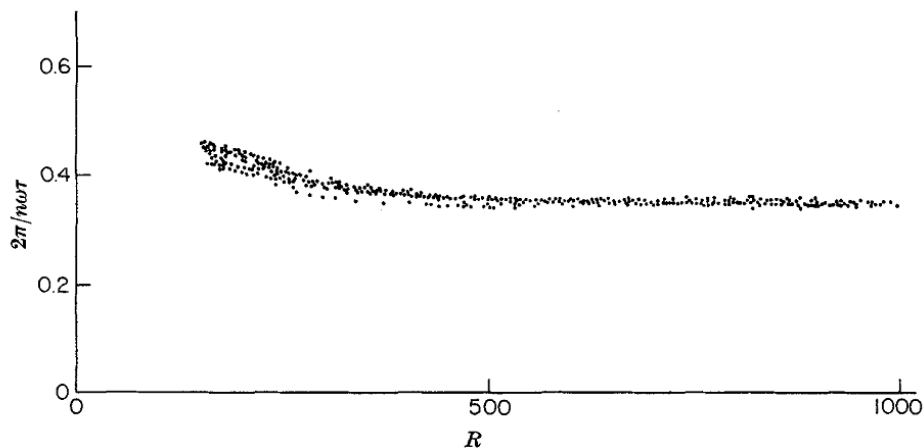


Figure III-15: Variation de la vitesse de phase rapportée à la vitesse de rotation ω/Ω_1 en fonction du nombre de Taylor Re (D'après D. Coles [23])

III – Analyse des chemins de bifurcation de l'écoulement :

1) Présentation du diagramme de bifurcation de l'écoulement

On se propose d'examiner l'évolution de l'écoulement à travers les modifications de ses paramètres caractéristiques dans le plan d'ondes (n, m) . Les paramètres associés n et m désignent respectivement le nombre de cellules n liées à l'onde axiale, de nature stationnaire, et le nombre d'ondes circonférentielles m liées à l'onde azimutale, de nature instationnaire.

Dans cette optique, on met en évidence le cheminement lié aux processus de transition par des bifurcations attachées aux modes principaux du mouvement, à savoir, mode en vortex de Taylor, wavy mode, et ainsi de suite jusqu'au déclenchement du chaos. On étudie seulement le cas $\Gamma=37$ correspondant au système partiellement rempli en position verticale $\alpha=0^\circ$ du dispositif expérimental.

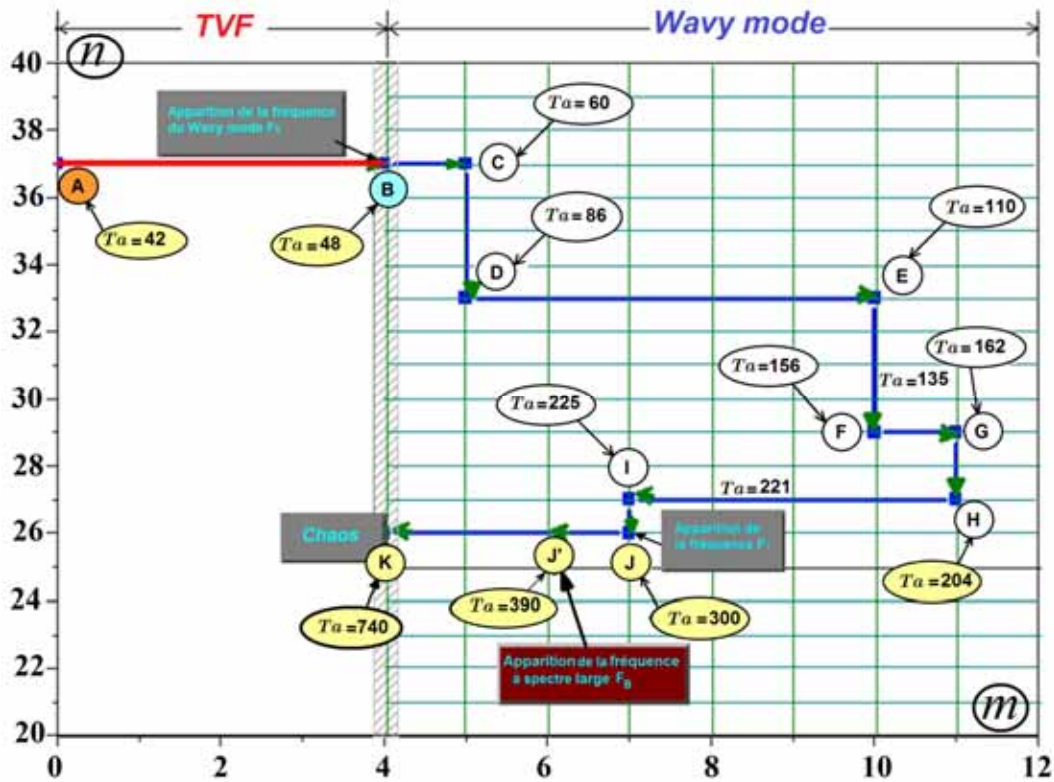


Figure III-16 : diagramme de bifurcation dans le plan d'ondes (n,m) pour $\Gamma=37$.

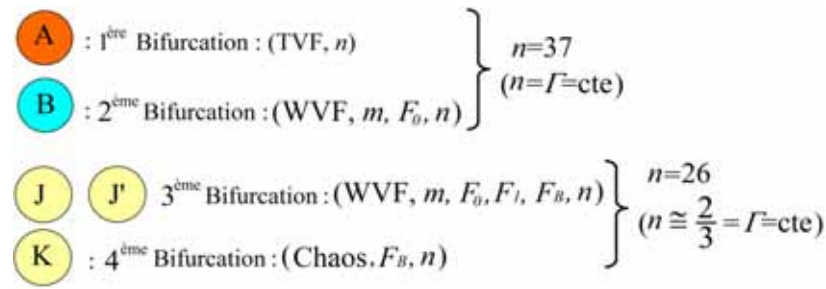
2°) Interprétation

L'examen de ce diagramme met en évidence le cheminement de la dynamique associée à l'écoulement de Taylor – Couette lorsque le nombre de Taylor croit du régime laminaire au déclenchement du Chaos (de $Ta=T'c_1=42$ à $Ta=T'c=740$).

On constate aussi que les deux premières bifurcations associées en A à l'apparition de l'onde axiale (cellules de Taylor) et en l'onde azimuthale (wavy mode) se produisent à un nombre de cellules $n=\Gamma=37$ qui est constant.

La troisième et la quatrième bifurcations correspondent respectivement en J et J' aux modifications de caractéristiques structurales du wavy mode et le déclenchement du Chaos K relatif à un nombre de cellules $n = \frac{2}{3}\Gamma = 26$ qui est également constant. Ainsi, ce diagramme révèle aussi le point limite (n_c, m_c) qui correspond à l'état critique $T'c=740$ tel que $n_c=26$ et $m_c=4$ peut constituer un critère de déclenchement du chaos coïncidant avec la fin du régime de transition laminaire-turbulent. Paradoxalement, le cheminement de la dynamique relativement compliquée liée au wavy-mode ne semble pas très significatif au regard du changement qualitatif de l'écoulement. Par conséquent, l'évolution associée au mouvement de Taylor – Couette dans le plan d'onde (n,m) nous renseigne essentiellement sur la possibilité d'existence de plusieurs chemins pour aller de A à K selon les données imposées au système d'écoulement dépendant donc du mode opérative sur Ω_I et de facteurs géométriques δ et Γ .

En fait, ce diagramme montre les différentes bifurcations de régime pour un chemin donné (chemin réversible en mode quasi-statique). Plus précisément pour un rapport $\Delta\Omega_I / \Omega_I$ quelconque donné, il existe plusieurs chemins : ceci implique la nécessité d'évaluer l'entropie de configuration de ce type d'écoulement pour chaque chemin.



3°) Evaluation de l'entropie de configuration du processus de transition de l'ordre vers le désordre.

Comme on l'a vu précédemment on cherche à évaluer l'entropie de configuration S de cheminement de l'écoulement dans le plan d'onde (n, m) à l'aide du postulat de Boltzmann : $S = K \text{Log} W_{n,m}$ où K désigne une constante associée à la dynamique du fluide et $W_{n,m}$ la probabilité de configuration telle que $W_{n,m} = \frac{(n-1)!m!}{(n+m)!}$.

Pour faire cette évaluation on se place dans les conditions de mise en régime de vitesse quasi-statique tel que $\frac{\Delta\Omega_l}{\Omega_l} = 1$ suggérant que le processus opératoire est réversible entraînant la validité de la relation suivante $\Delta S=0$, on peut évaluer l'entropie de configuration S dans le plans d'onde (m, n) dans les point $B : \left. \begin{array}{l} n = 37 \\ m = 4 \end{array} \right\}$ et $K : \left. \begin{array}{l} n = 26 \\ m = 4 \end{array} \right\}$

★B) $W_{37,4} = \frac{(37-1)!4!}{(37+4-1)!} = 1,1 \times 10^{-5} \Rightarrow S = K \text{Log}(1,1 \times 10^{-5}) \approx -4,96 K$

★K) $W_{26,4} = \frac{(26-1)!4!}{(26+4-1)!} = 4,21 \times 10^{-5} \Rightarrow S = -K \text{Log}(4,21 \times 10^{-5}) \approx -4,38 K$

IV. Effet de l'inclinaison sur les régimes d'instabilités (première procédure d'essai)

1) Effet de l'inclinaison α sur un système totalement rempli $\Gamma=\Gamma_{max}$:

D'après les différentes observations menées dans cette configuration et la comparaison des résultats obtenus pour chaque position de l'inclinaison, il semble que l'inclinaison (force de gravité) ne joue aucun rôle sur la structure de l'écoulement si le système de l'écoulement est en charge (totalement rempli) pour les quatre modes d'instabilités étudiés.

On peut se rendre compte de cette constatation fondamentale sur la Figure III-17 réalisée pour les différentes positions angulaires du dispositif qui sont susceptibles d'agir sur l'onde axiale **(a)** et l'onde azimutale ou onde circonférentielle **(b)**. Les mêmes constatations précédentes restent valables en régime des fluctuations et du chaos (Figure III-18).

Nos essais ont permis de retrouver les valeurs critiques suivantes :

$Tc_1 = 41 \pm 2 \quad Tc_2 = 48 \pm 3 \quad T_F = 390 \pm 6 \quad T'c = 740 \pm 20$

Conclusion : On constate que, Tc_1, Tc_2, T_F et $T'c$ sont indépendants de l'effet de l'inclinaison α lorsque l'écoulement est en charge ou totalement rempli. Par conséquent, on en conclut que le bord supérieur (conditions aux limites fixes) contribue à stabiliser l'écoulement de Taylor- Couette.

Inversement, comme on va le voir par la suite, l'existence d'une surface libre introduit la déstabilisation des régimes d'écoulement précédemment observés.

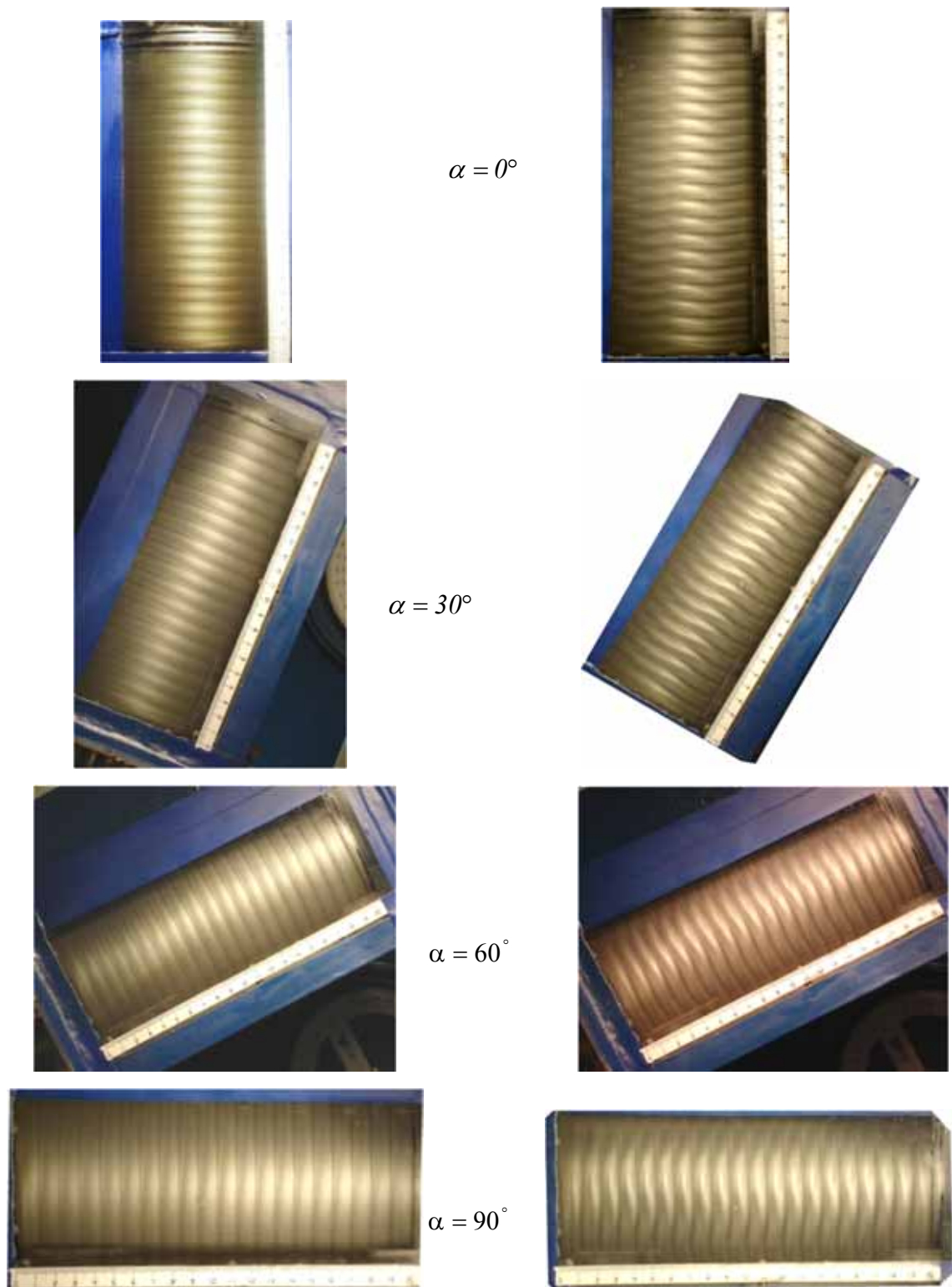


Figure. III-17 : Effet de l'inclinaison mode différenciée sur : (a) Vortex de Taylor et (b) Wavy mode dans le cas où le dispositif est totalement rempli

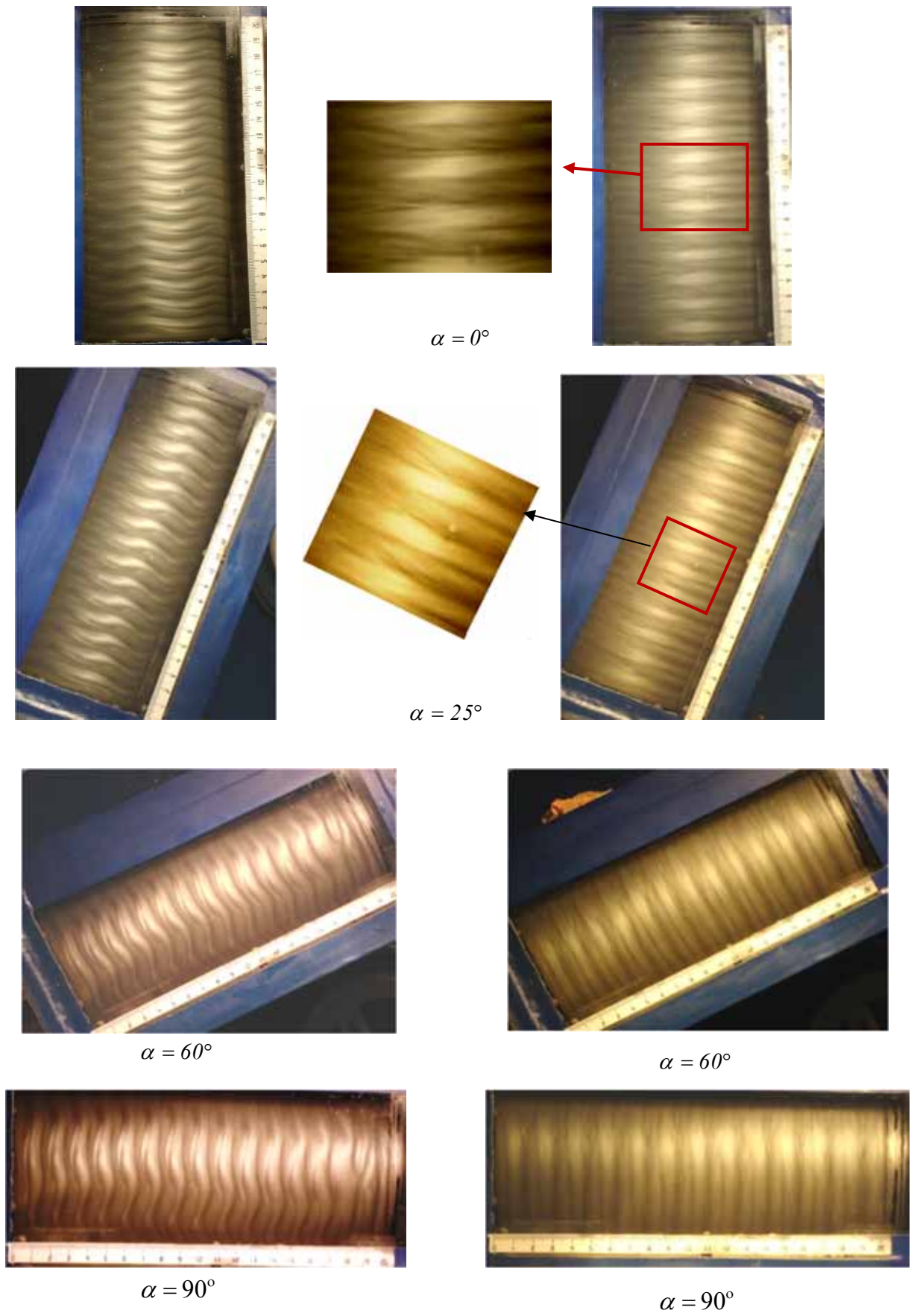


Figure. III-18 : Effet de l'inclinaison par régime différenciée sur : (a) régime des fluctuations, (b) déclenchement du chaos. Cas du dispositif totalement rempli

2) Effet de l'angle d'inclinaison α sur le système d'écoulement partiellement rempli:

La caractérisation du mouvement entre deux cylindres coaxiaux en position inclinée, avec espace annulaire complètement rempli, a permis de mettre en évidence que l'effet induit de α n'introduit pas l'influence de la gravité, et donc n'agit pas sur ce type d'écoulement. Par contre, l'influence du changement de la hauteur semble être d'une grande importance lorsque le dispositif est partiellement rempli.

Pour mieux comprendre la phénoménologie spécifique au mouvement à surface libre par rapport à l'effet de la paroi, nous allons procéder systématiquement à une variation de la hauteur à partir du bord supérieur des cylindres

Pour les différentes positions angulaires α , les observations sont réalisées de la manière suivante : On maintient la vitesse de rotation Ω_l constante qui est liée à l'apparition de chaque instabilités ce qui veut dire que l'on fixe le nombre de Taylor Ta correspondant, puis on fait varier l'angle d'inclinaison α (première procédure d'essai)

2). 1- Cas d'un fort taux de remplissage $\Gamma=37$

On fixe la hauteur du fluide à $H=185mm$, correspondant à $\Gamma = \frac{H}{d} = 37$ et la vitesse de rotation Ω_l de moteur dont le sens de rotation est sinustorsium c'est-à-dire s'effectuant dans le sens opposé a celui des aiguilles d'une montre. Pour des vitesses de rotation $\Omega_l = \Omega_{ci}$ correspondant à l'apparition des instabilités, et l'on fait varier l'angle de l'inclinaison α dans le sens des aiguilles d'une montre (sens dextrorsum). De cette façon, on a pu montrer le processus caractéristique de destruction ou de disparition des instabilités successives.

Les observations menées dans cette configuration ont révélé les différentes étapes d'évolutions de l'écoulement, à savoir :

A° - Le régime laminaire stable : On constate que comme dans le cas d'un cylindre totalement rempli, c'est l'écoulement de base qui domine en l'absence de toute perturbation. Celui-ci est caractérisé par un mouvement homogène qui s'étend à tout le fluide jusqu'à la valeur de $Ta = 36$. Au-delà, on note l'apparition des cellules situées vers le bord inférieur, on augmente légèrement la vitesse de rotation au fur et à mesure jusqu'à l'apparition de la première instabilité.

B° - Le régime laminaire perturbé :

a) Ondes de Taylor (Ondes stationnaires)

Vers une valeur proche de $Tc_1=42\pm 3$ la première instabilité ou onde stationnaire s'installe, elle est presque identique au cas précédent relatif au cylindre totalement rempli. Lorsque la première instabilité s'établit, les cellules de Taylor s'étendent sur la totalité de la colonne fluide. Dans ce cas, on remarque un phénomène très intéressant :

L'apparition d'une seule cellule au niveau de la surface libre au lieu d'une paire de cellules contrairement au cas où le système est totalement rempli (Figure III. 19).

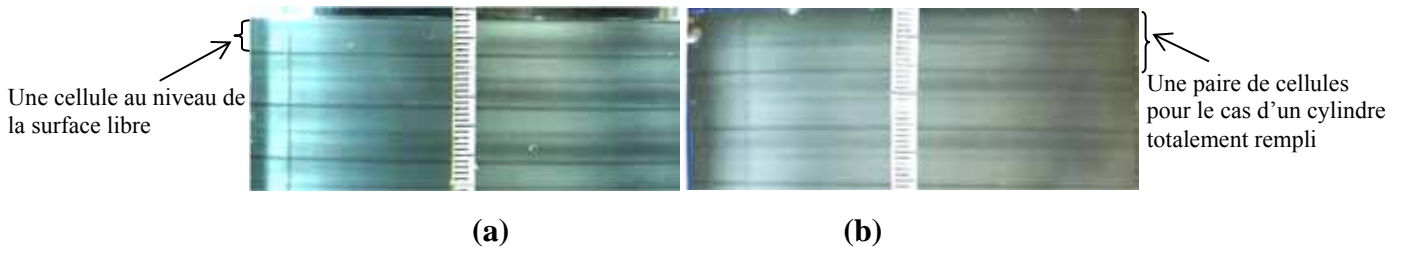


Figure III-19 : (a) Apparition d'une seule cellule, (b) formation d'une paire de cellules.

On part de la position verticale $\alpha=0^\circ$, en variant l'angle de l'inclinaison α par intervalle de 5° dans le sens des aiguilles d'une montre en gardant la même vitesse et le même sens de rotation du moteur. Pour chaque position angulaire α , on attend que le régime d'écoulement s'établisse pour faire nos mesures par voie photométrique.

A partir de l'angle d'inclinaison $\alpha = 5^\circ$, on observe le début de destruction des ondes par l'apparition d'une ligne sombre qui représente le minimum de la cellule proche de la surface libre. Cette ligne a tendance à s'étaler vers la partie supérieure correspondant à la surface libre du côté de sens d'inclinaison (Figure III-20); à cette position les cellules sont maintenues le long de la colonne fluide avec une très légère modification.

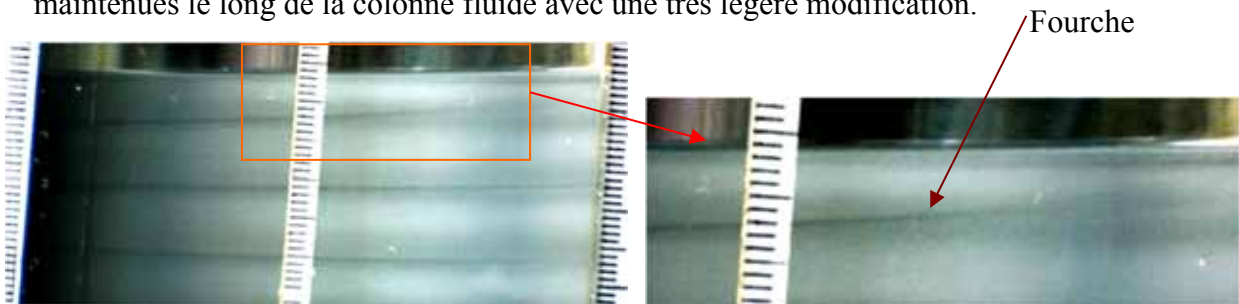


Figure III-20 : Début de destruction des ondes de Taylor et apparition d'une fourche étalée vers la surface libre .

Pour $\alpha=10^\circ$ les trois ondes proches de la surface libre deviennent difficilement distinctes apparaissent male. Ainsi la position maximale des ondes a complètement disparue bien que l'aspect global des ondes se maintien Figure III-21.



Figure III.21 : Observation des ondes évanescents à $\alpha=10^\circ$ et $Ta=44$

Au-delà de $\alpha = 15^\circ$, on observe l'apparition d'une zone laminaire du côté de la surface libre. Ceci est dû à la disparition des vortex ou cellules de Taylor proches de la partie supérieure de l'écoulement. On note, aussi, que la partie qui se trouve juste en dessous de la

zone laminaire est constituée de vortex de Taylor inclinés, ce domaine d'écoulement est caractérisé par une taille des vortex qui est variable sur une même circonférence. Cette situation est physiquement remarquable, en ce sens, que l'on note d'un côté un phénomène de compression des ondes et sur le côté opposé une dilatation de celles-ci pour la même valeur de $Ta = 44$ (Figure III. 22).

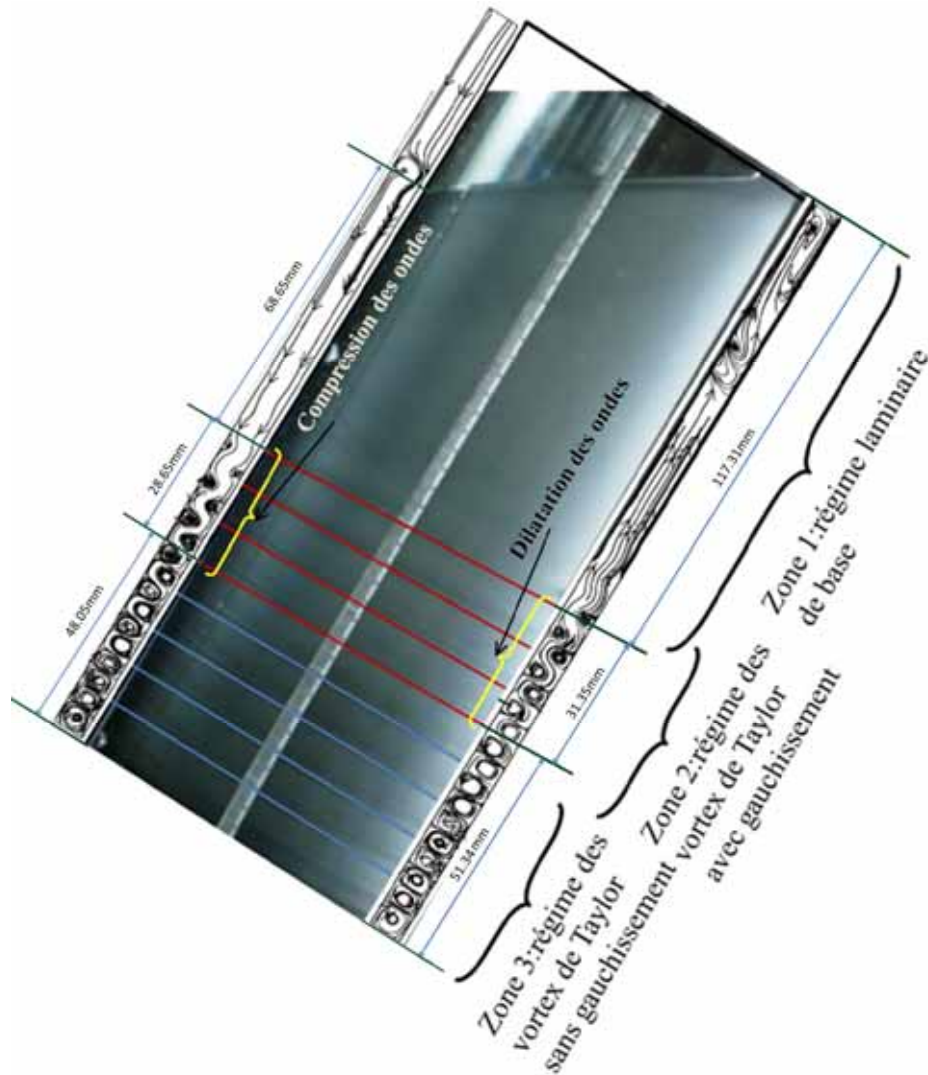


Figure III-22 : Phénomènes de compression et de dilatation des ondes de Taylor à $\alpha = 30^\circ$ pour $Ta=44$ et $\Gamma=37$

Les observations expérimentales ont révélé que la structure des ondes de Taylor dans le système incliné ne présente pas un empilement homogène des vortex ou cellules comme dans le cas d'un système vertical. On a remarqué, au fur et à mesure, que l'angle d'inclinaison α augmente plusieurs dynamiques apparaissent simultanément au sein de l'écoulement. Ainsi dans la plage angulaire : $15^\circ \leq \alpha \leq 70^\circ$ on distingue trois zones de mouvements différents (voir figure III-22):

-La zone (1) de l'écoulement proche de la surface libre qui est considérée comme un mouvement laminaire dominant puisque aucune perturbation n'existe.

-la zone (2) de l'écoulement en vortex de Taylor incliné, caractérisé par la taille des vortex qui est variable sur une même circonférence. Cette situation est physiquement remarquable en ce sens que l'on a sur un coté une compression des ondes ou vortex et sur le coté opposé une dilatation de ces ondes. Tout ceci se passe à vitesse constante $\Omega = \Omega_1$ ou $Ta = cte$.

- la zone (3) de l'écoulement en vortex de Taylor homogène qui est caractérisée par une taille constante jusqu'au fond du dispositif (mode TVF indéformable).

En augmentant encore l'angle d'inclinaison α , la zone laminaire s'élargit de plus en plus et les ondes de Taylor continuent à se désintégrer onde par onde. Il en résulte une diminution du nombre de cellules jusqu'à $\alpha_c = 75^\circ$ (figure III-23) où il ne reste plus de cellules. A cet angle α_c l'écoulement apparaît comme un écoulement laminaire sur la totalité de la colonne liquide avec une petite perturbation qui persiste au bord inférieur du coté haut (!).

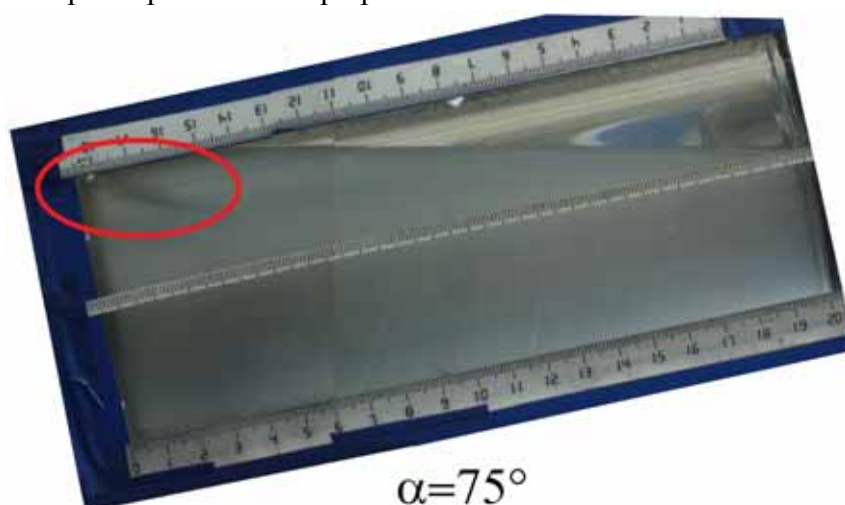


Figure III-23 : Disparition des cellules de Taylor à $\alpha_c = 75^\circ$ pour $Ta = 44$ et $\Gamma=37$

b) Wavy mode:

A partir de l'angle d'inclinaison $\alpha = 5^\circ$, on observe la formation d'une fourche qui correspond à la destruction des ondes mais cette fourche n'est pas stationnaire a cause du mouvement ondulatoire des ondes de Taylor. À $\alpha = 10^\circ$, une légère modification de la forme de la fourche qui est rejetée en arrière (vers le côté comprimé) avec le maintient de cellules de Taylor. (Figure III-23).

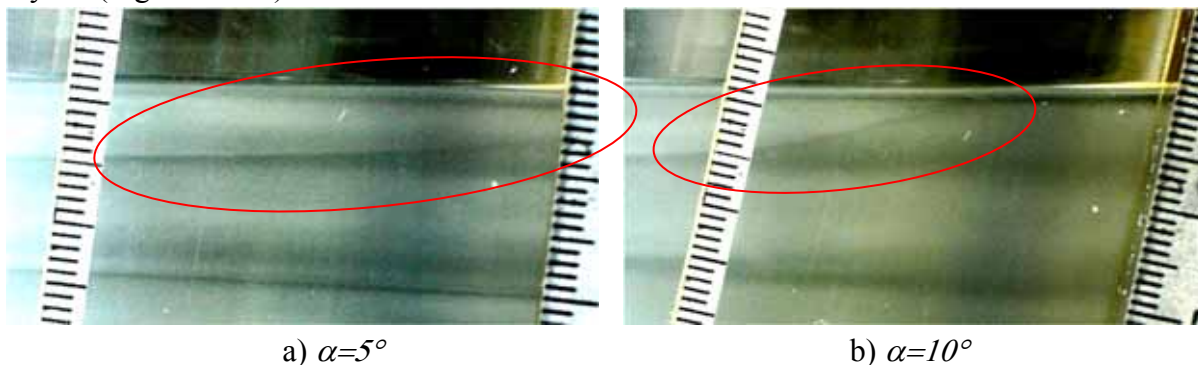


Figure III-23 : Forme de la fourche pour a) $\alpha = 05^\circ$ et b) $\alpha = 10^\circ$ à $Ta = 56$

A $\alpha=15^\circ$, la fourche à tendance à reculer en arrière et les deux ondes proches de la surface libre sont presque disparues ou sont au stade d'évanescence. Les oscillations qui se superposent aux ondes de Taylor presque totalement amortie au fond et au centre du système de l'écoulement. Par contre, les ondes proches des ondes évanescentes continuent d'osciller dans la direction axiale oz du système d'écoulement. (Figure III-24)

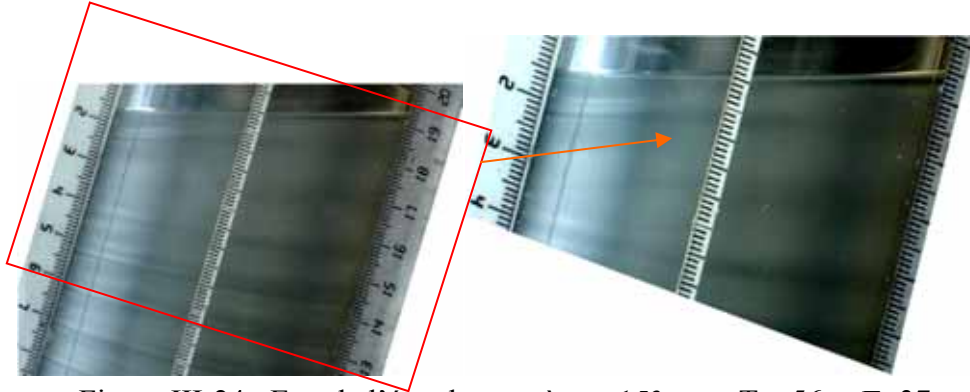


Figure III-24 : Etat de l'écoulement à $\alpha = 15^\circ$ pour $Ta=56$ et $\Gamma=37$

A $\alpha=20^\circ$, il apparaît une zone laminaire très étroite due à la disparition des ondes azimutales proches de la surface libre. L'amplitude des ondes restantes tend à s'amortir au centre de l'écoulement en devenant presque stationnaires, les ondes proche de la zone laminaire oscillent légèrement suivant (oz) . A $\alpha=35^\circ$, les ondes azimutales auront disparu en cédant leur place à l'onde axiale de Taylor.

En augmentant aussi l'angle d'inclinaison α , la zone laminaire tend à s'élargir et les oscillations axiales très faibles des ondes restantes ont tendance à persister néanmoins. A $\alpha=78^\circ$, il ne reste qu'une seule cellule de taille importante au niveau du bord inférieur qui subit des oscillations verticales ou selon oz . (Figure III. 25)

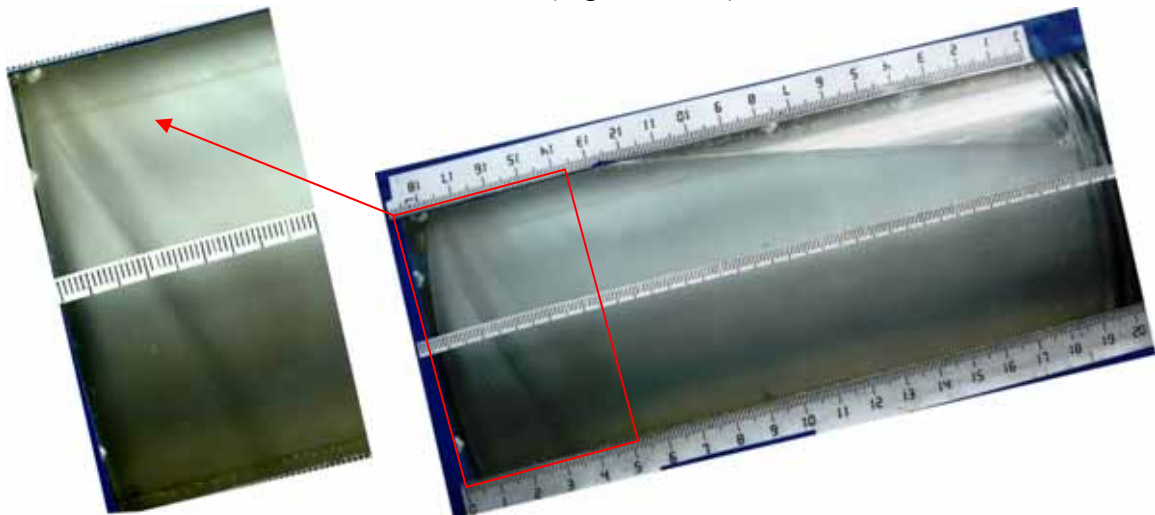


Figure III-25 : Etat de l'écoulement à $\alpha=78^\circ$ pour $Ta=56$ et $\Gamma=37$.

Au voisinage de $\alpha=80^\circ$ la plupart des ondes de Taylor ont disparu et il ne subsiste qu'une perturbation instationnaire au niveau du bord inférieur.(Figure III-26).

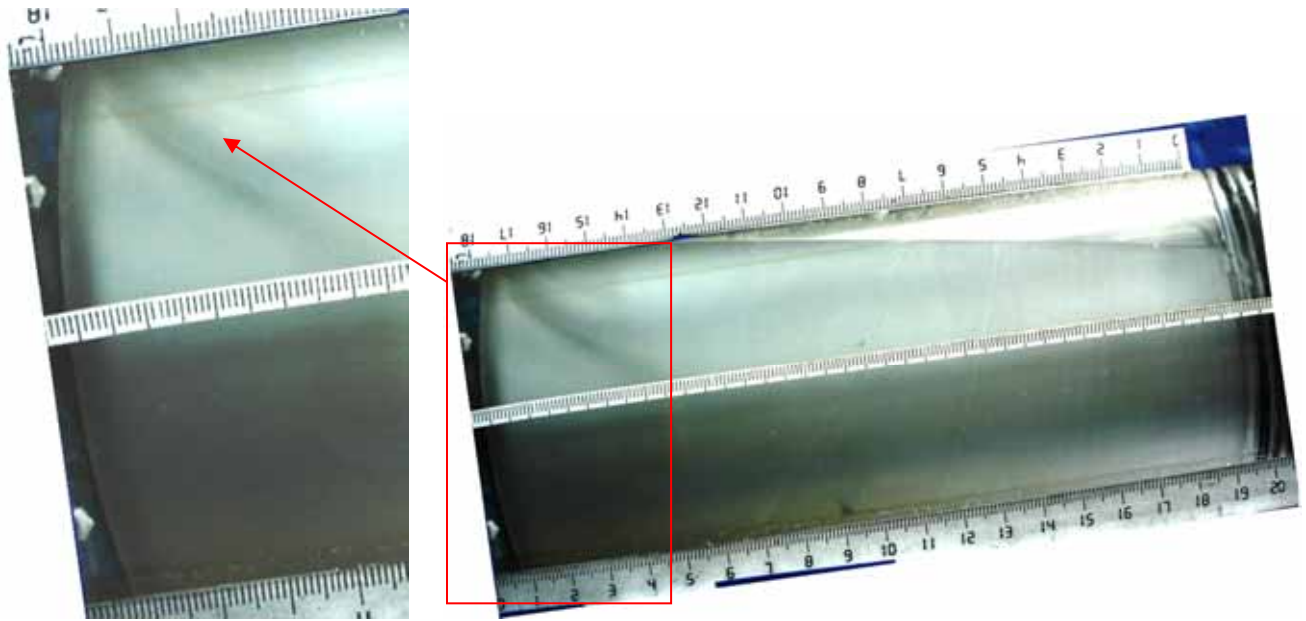


Figure III-26 : Disparition complète des cellules de Taylor et apparition d'une instabilité localisé bord inférieur à $\alpha=80^\circ$

C°- Régime de fluctuations:

Le troisième état d'écoulement étudié est le régime de fluctuations qui s'installe lorsque le nombre de Taylor Ta est de l'ordre de 380 environ. Ce régime est caractérisé par la chute du nombre d'onde circonférentielle $m = 8$ pour $Ta = 200$ à $m=5$ pour $Ta = 390$ et pour un nombre de cellules de Taylor $n=29$. Pour $Ta = 400$ la cellule ou le tourbillon proche de la surface libre tend à osciller et sa taille augmente. Figure III. 27.

De la position verticale $\alpha=0^\circ$, on incline le système d'écoulement graduellement par pas de 5° . Le sens de rotation du moteur ainsi que celui de l'inclinaison de système d'écoulement sont en sens opposé. Pour ce régime, la vitesse de rotation du cylindre intérieur Ω_I est relativement élevée, pour cela, à chaque position on prend deux Photos; l'une par le mode multi rafale avec une résolution d'1 Mega Pixels et l'autre par le mode normale avec une résolution de 5 Mega Pixels. Le mode multi rafale fait apparaître les ondes azimutales qui sont en dégradation au fur à mesure α est grand. Par contre, le mode normale de prise de photos donne une très bonne résolution mais il ne fait pas apparaître le wavy mode.



Figure III. 27 : Surface libre ondulée et taille de la cellule proche de la surface libre en augmentation.

A $\alpha=10^\circ$, on observe la naissance d'un petit tourbillon au niveau de la surface libre qu'on ne peut pas voir en vue de face car il se situe à l'arrière du système d'écoulement. Figure III.21.

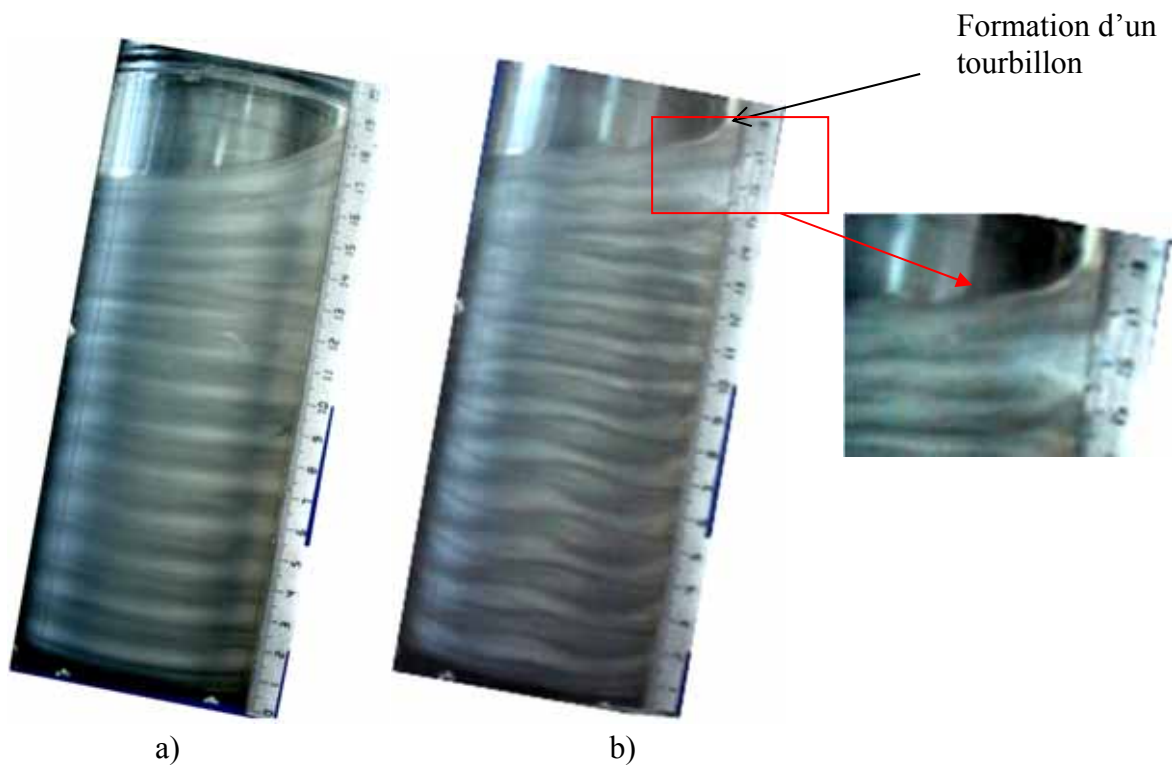


Figure III. 28 : Naissance d'un tourbillon au niveau de la surface libre. a) mode normal, b) mode multi rafal.

On augmente l'angle d'inclinaison α et on suit l'évolution de la structure de l'écoulement ; la taille du tourbillon situé à la surface libre continue à s'accroître et il apparaît comme une instabilité baroclinique qui se renforce en fonction de l'inclinaison. Les ondes azimuthales proches de la surface libre se dégradent alors et deviennent complètement chaotiques.

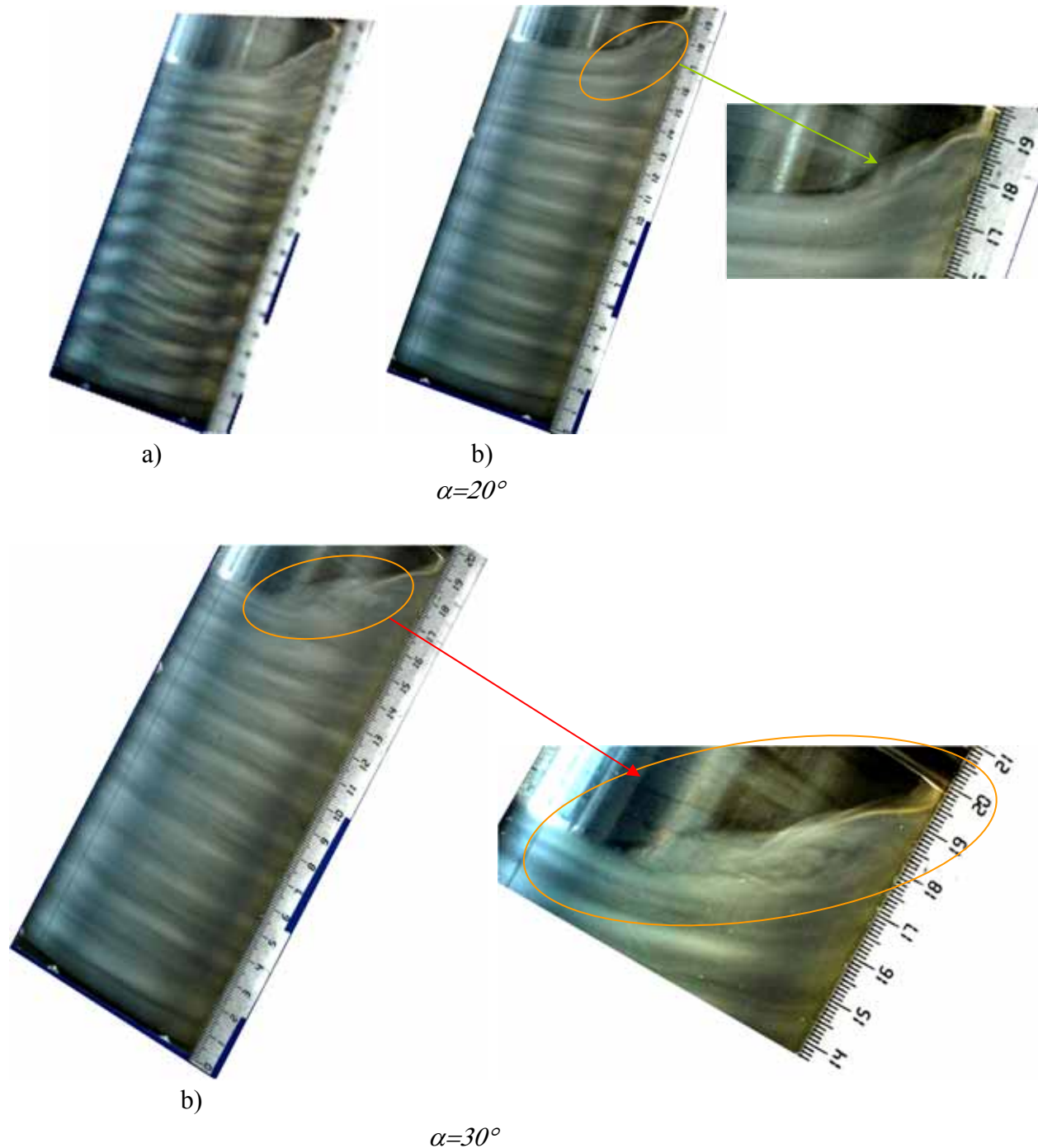


Figure III-29 : Evolution du tourbillon de la surface libre pour $\alpha=20^\circ$ et $\alpha=30^\circ$, a) mode de prise de photos est en multi rafale, b) mode normale.

A $\alpha=35^\circ$, l'instabilité qui apparaît au niveau de la surface libre se transforme en une instabilité qui ressemble à la formation d'une allée tourbillonnaire très complexe. (Figure III-30)

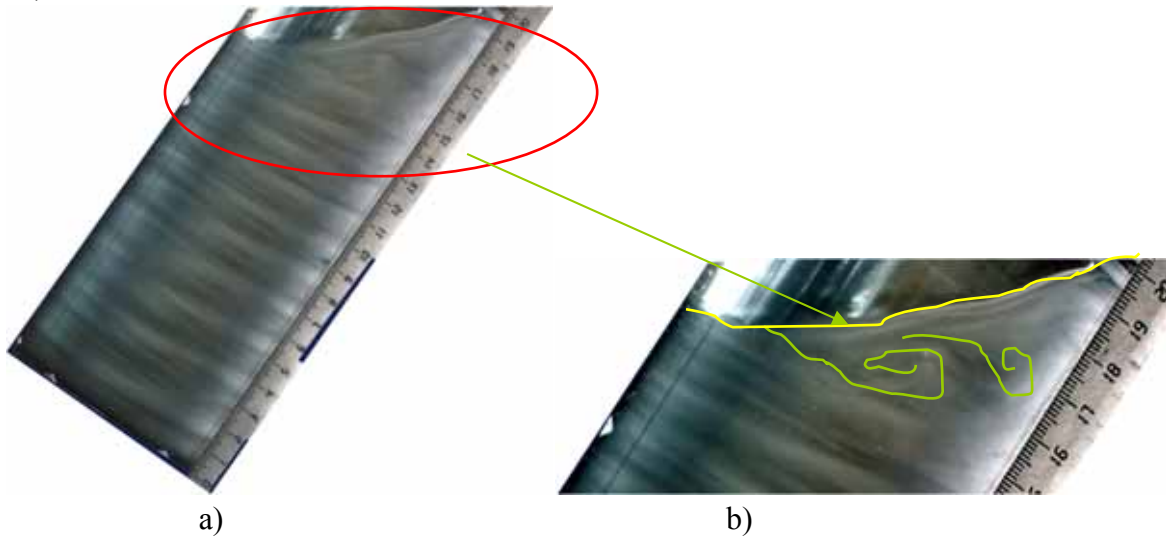


Figure III-30 : Apparition de l'instabilité similaire à l'instabilité barocline près de la surface libre à $\alpha=35^\circ$.

Pour $\alpha=40^\circ$, l'instabilité de type baroclinique se réinstalle et on note l'apparition d'un l'œil du cyclone. La moitié supérieure du cylindre est caractérisée par le fait qu'il n'y a pas d'onde azimuthale. (Figure III-31)

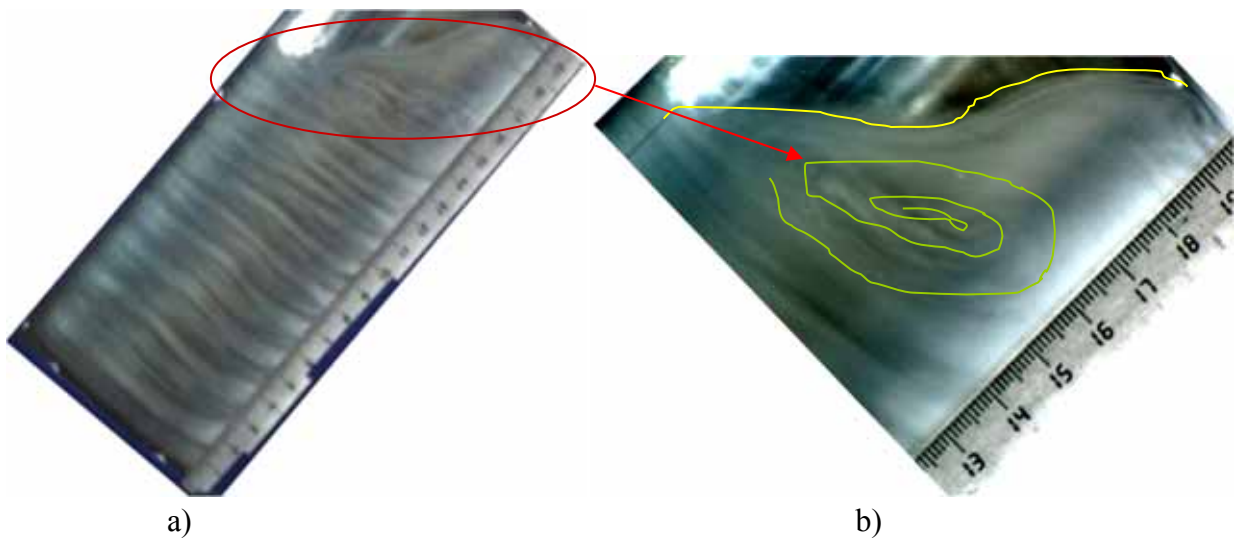


Figure III-31 : Instabilité baroclinique qui se réinstalle à $\alpha=40^\circ$,
a) mode multi rafale, b) mode normal

A $\alpha=50^\circ$, l'instabilité baroclinique se renforce ; l'oeil du cyclone principal est grand. On observe aussi la naissance d'un autre tourbillon secondaire au bord supérieur. Figure III.25.

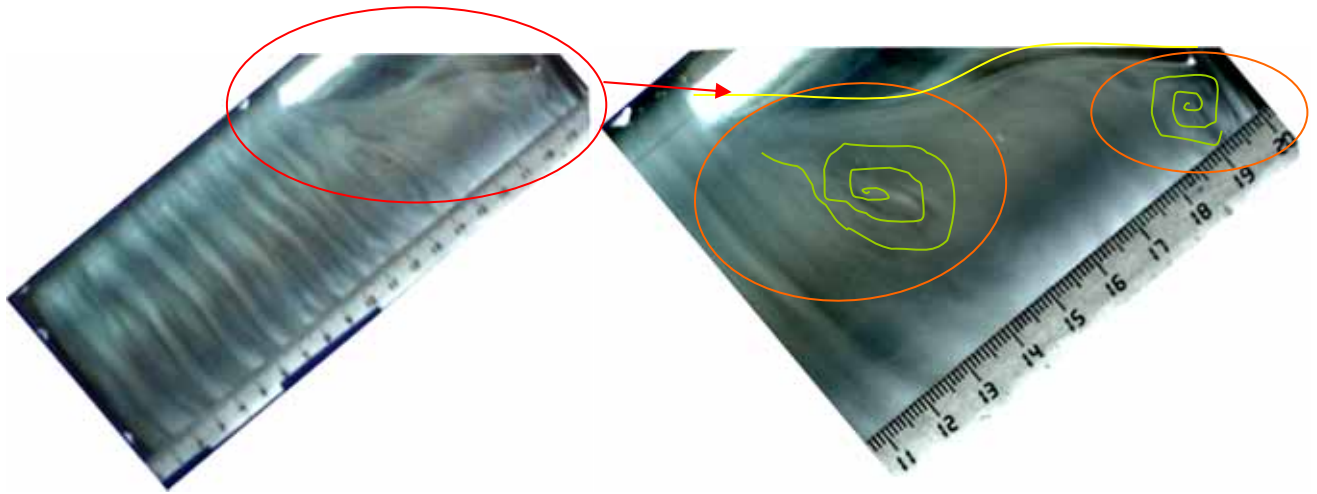


Figure III-32 : Instabilités baroclinique se réinstalle de nouveau, développement de l'oeil du cyclone

Vers $\alpha=60^\circ$, les ondes azimuthales tendent à disparaître de suite que le régime chaotique s'installe dans la partie inférieure du système d'écoulement. Par contre, dans la partie supérieure est dominée par l'instabilité de baroclinique. Figure III-33.

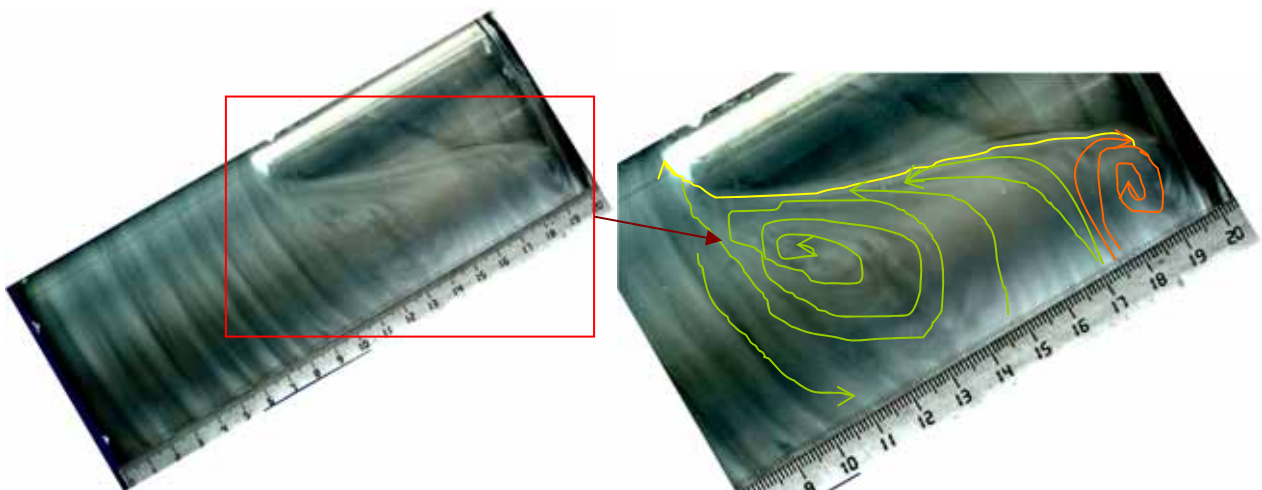


Figure III-33 : Disparition des ondes azimuthales et installation du régime chaotique et le maintien de l'instabilité baroclinique.

Au-delà de $\alpha=70^\circ$, l'écoulement est compliqué, telle que dans la partie inférieure du système d'écoulement, les ondes de Taylor se maintiennent et dans la partie supérieure du dispositif on observe un écoulement chaotique. Figure III-34.

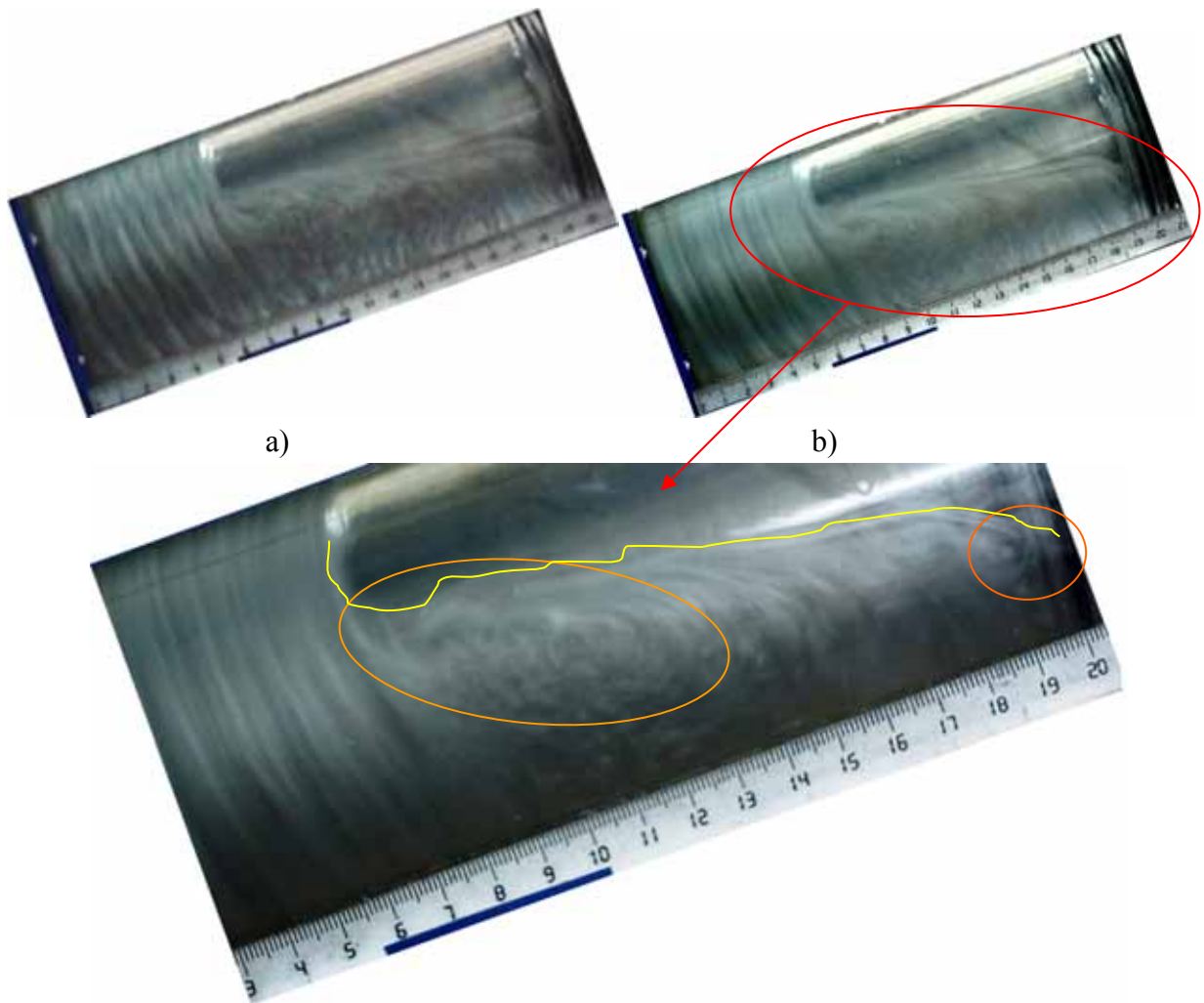


Figure III-34 : Complexification de l'écoulement à $\alpha=70^\circ$, a) mode multi rafal, b) mode normale.

A $\alpha=80^\circ$, on observe le début du phénomène en spin-up. (Figure III-35)

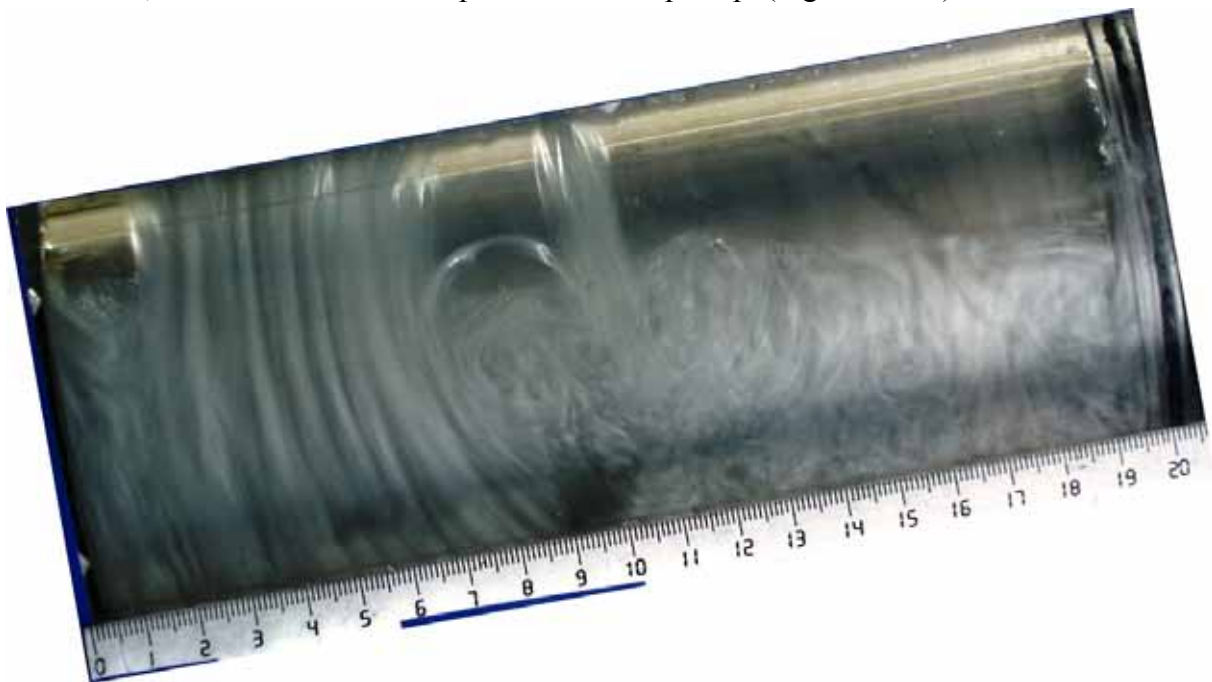
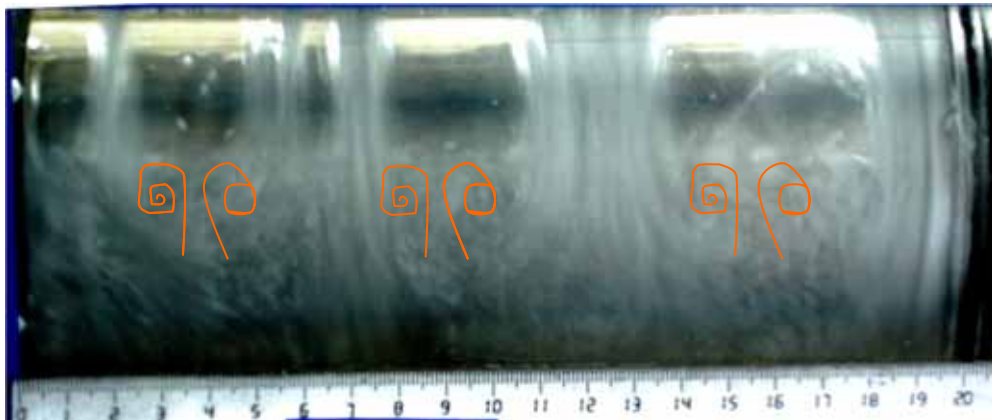


Figure III-35 : Apparitions d'un phénomène en spin-up à $\alpha=80^\circ$

Pour $\alpha=90^\circ$, le phénomène de spin-up s'installe et se repartit sur la totalité du système d'écoulement. Figure III-36.

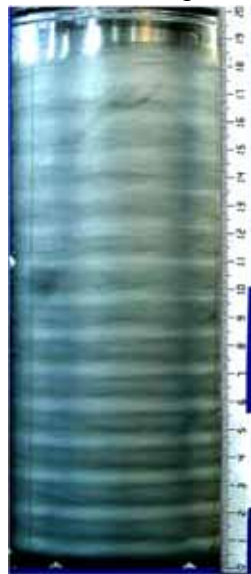


$\alpha=90^\circ$

Figure III-36: Développement du phénomène de spin-up

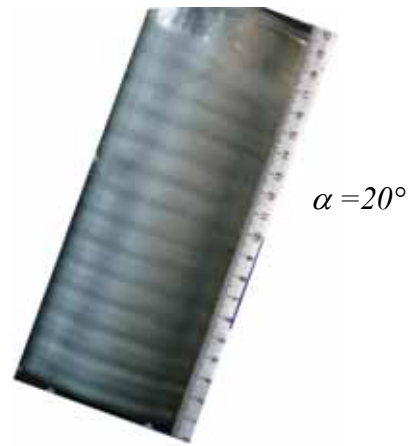
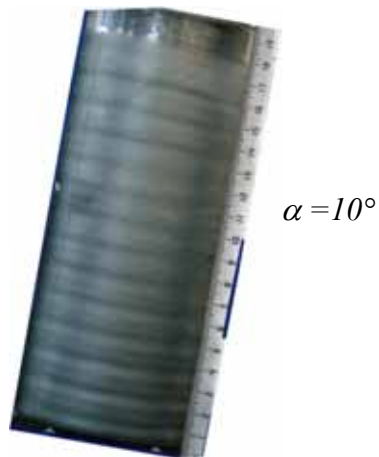
D°- Chaos

Le quatrième état d'écoulement qui est aussi soumis à l'effet d'inclinaison correspond au régime chaotique qui s'installe vers $Ta=740\pm 20$. Il est caractérisé par la disparition des ondes azimuthales avec un nombre de cellules de Taylor égal à $n=26$. On procède selon le même mode opératoire que précédemment, on obtient ce qui suit :

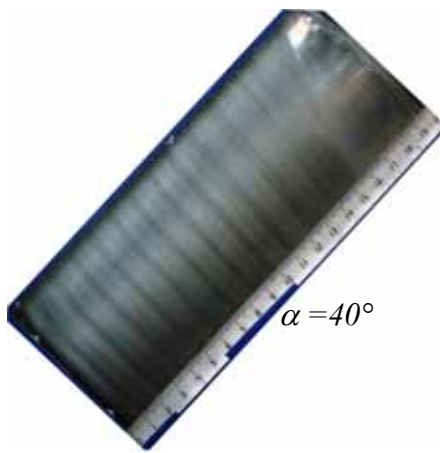
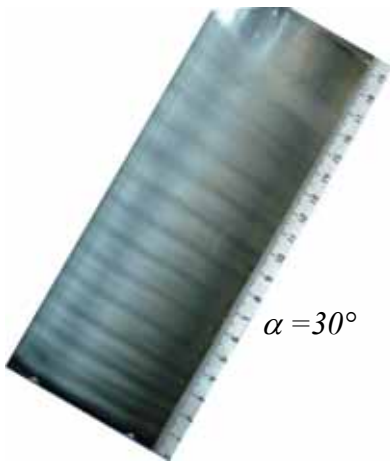


$\alpha=0^\circ$

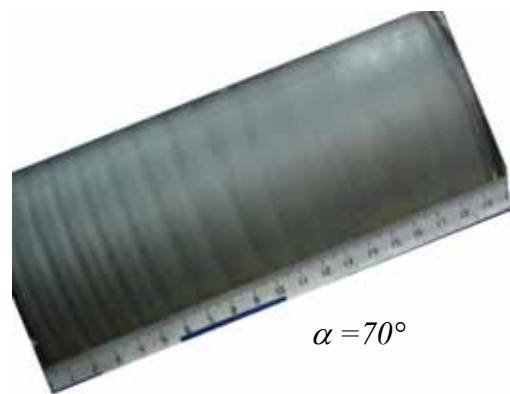
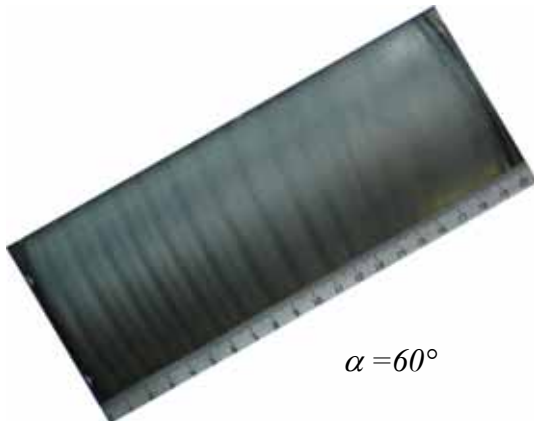
- A $\alpha=0^\circ$ les cellules proches de la surface libre apparaissent très larges car l'écoulement a tendance se déplacer vers le haut du dispositif à cause de la centrifuge induite par vitesse de rotation Ω_l qui est très grande.



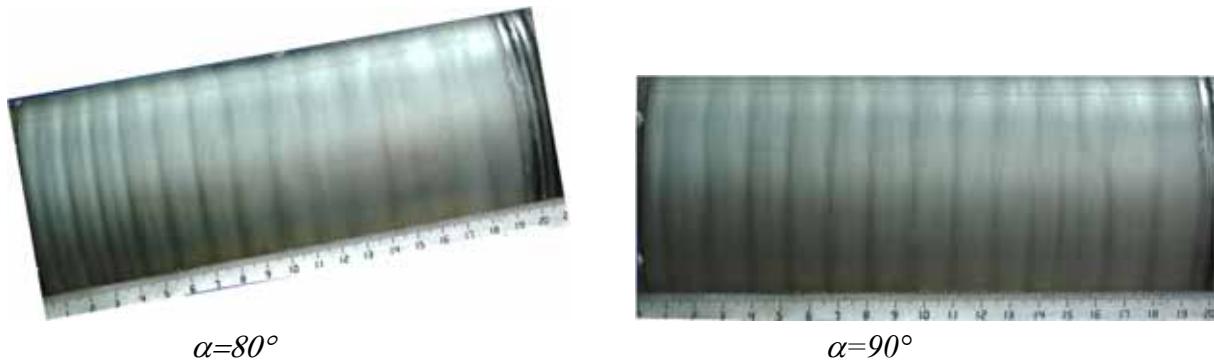
- La forme des ondes se maintient mais celle-ci sont penchées vers sens contraire de l'inclinaison.



- On observe que les ondes oscillent axialement suivant l'axe (oz) avec l'apparition du mode wavy très faible dans la partie inférieure du système d'écoulement



- Les ondes oscillent axialement suivant oz de sorte que les ondes proches de la surface libre tendent à se détruire; on note que le fluide touche légèrement le bord supérieur du dispositif.



- Le fluide adhère avec le bord supérieur et les ondes de Taylor se réinstallent de nouveau le long du dispositif mais avec des oscillations axiales considérables et un wavy mode peu intense. On constate que les longueurs d'ondes axiales ne sont pas uniformes. Dans la partie inférieure, les cellules semblent plus minces et nettes, par contre, ces cellules s'étendent lorsque on se rapproche du bord supérieur.

Après avoir examiné l'effet de l'inclinaison α sur la structure de l'écoulement aux différents régimes dans le cas d'un facteur d'aspect $\Gamma=37$, on refait les mêmes opérations que précédemment pour explorer l'incidence de α avec d'autres taux de remplissage Γ .

2). 2- Etude du cas $\Gamma=31$:

On fixe la hauteur du fluide à $H=155\text{mm}$ correspondant à $\Gamma=31$ et on met en régime l'écoulement. Pour des vitesses très faibles le mouvement est homogène et ne comporte aucune perturbation qui caractérise le régime laminaire stable.

A°-Première instabilité (onde de Taylor)

A partir de l'état laminaire de base, on augmente progressivement la vitesse Ω_l jusqu'à l'apparition de la première instabilité qui s'installe lorsque le nombre de Taylor Ta atteint le premier seuil critique $Tc_1 = 41 \pm 2$. Figure III-37.

Au voisinage de $Ta=45$ et pour des faibles inclinaison ($\alpha < 15^\circ$), on constate les mêmes observations que dans le cas précédent ($\Gamma=37$). L'effet de l'angle d'inclinaison sur les cellules de Taylor commence à apparaître pour $\alpha=15^\circ$. De plus, on note l'apparition d'une zone laminaire proche de la surface libre qui s'élargit lorsque α augmente. Parallèlement, on constate un gauchissement des cellules qui s'accroît vers $\alpha=60^\circ$, il ne reste alors qu'une seule cellule $n=1$ de taille maximale. A $\alpha=\alpha_c=65^\circ$, les cellules de Taylor disparaissent.

B°-Deuxième instabilité (onde azimutale)

On augmente la vitesse jusqu'à l'établissement de la deuxième instabilité pour une valeur critique $Tc_2 = 49 \pm 2$ qui reste inchangée par rapport au cas précédent. De la position verticale et à $Ta=56$ on varie l'angle α pour mettre en évidence les effets de gravité engendrés par l'angle d'inclinaison sur cette structure.

Comme précédemment, ces essais ont permis de mettre en lumière le double effet de l'angle d'inclinaison α sur cette structure : la disparition des ondes azimutales et l'amortissement progressif des oscillations jusqu'à extinction de celle-ci. D'une façon générale, les oscillations et le nombre d'onde azimutale m diminuent lorsque l'on augmente encore l'angle d'inclinaison α . A $\alpha=35^\circ$ ($m=0$), les ondes en action oscillent dans la direction axiale suivant (oz) et leur nombre n diminue si α augmente. A $\alpha=70^\circ$, on note la disparition totale des ondes axiales.

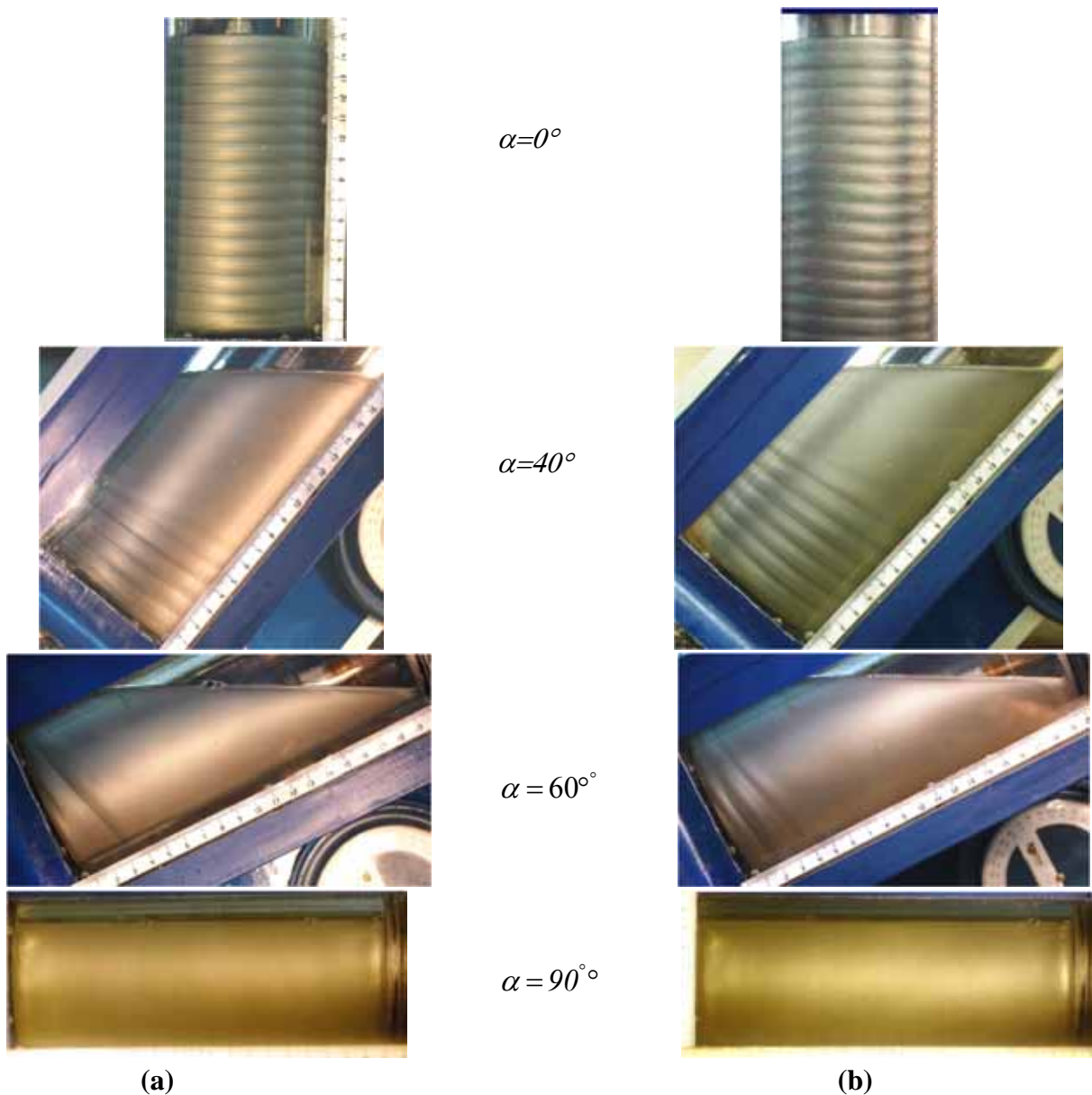


Figure III-37 : Processus de destruction de l'onde axiale (a) et azimutale (b) pour $\Gamma=31$ à $Ta = 44$ et $Ta = 56$

C°-Régime de fluctuations

Le régime de fluctuations s'établit vers $Ta \approx 380$ comme on l'a noté dans le cas précédent ($\Gamma=37$), la surface libre oscille et légèrement inclinée, la cellule de la surface libre est devenue très large par rapport à son état initial dans le cas de la première et la deuxième instabilité). Le nombre de cellules est égal $n=21$ cellules et le nombre d'ondes azimutales est $m=4$.



Figure III-38: Régime de fluctuations et mise en évidence de la topologie de la surface libre à $Ta=400$ pour $\Gamma=31$

Portant de la position verticale $\alpha=0^\circ$, on incline le système pas à pas de 5° on réalise presque les mêmes observations que précédemment avec quel que différences telles que :

- L'angle de disparition des ondes azimutales (apparition du chaos) s'effectue à $\alpha=50^\circ$
- Apparition d'une instabilité de type baroclinique aux niveaux des bords

On a rassemblé l'ensemble de nos observations dans le tableau suivant :

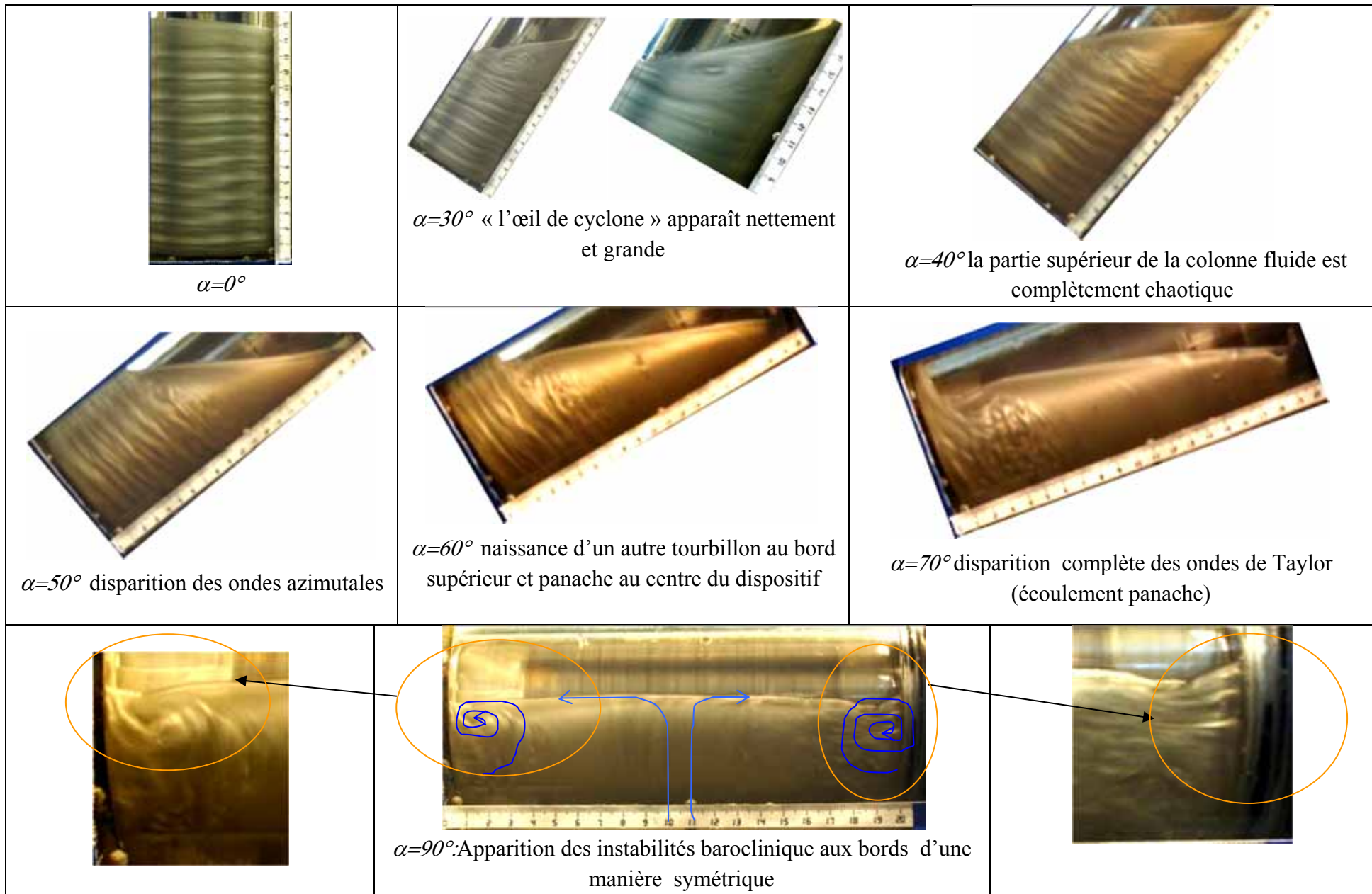


Figure III-39 : Effet de l'inclinaison sur le régime des fluctuations à $Ta= 400$ pour $\Gamma=31$

D°- Régime chaotique

À $Ta=710\pm 20$, les ondes azimutales disparaissent complètement du l'écoulement ($m=0$) et le nombre de cellules est de $n=22$. De la position verticale $\alpha=0^\circ$ et à $Ta=780$ on incline le système d'écoulement graduellement par une intervalle de 5° et on suit l'évolution de la structure de l'écoulement. :

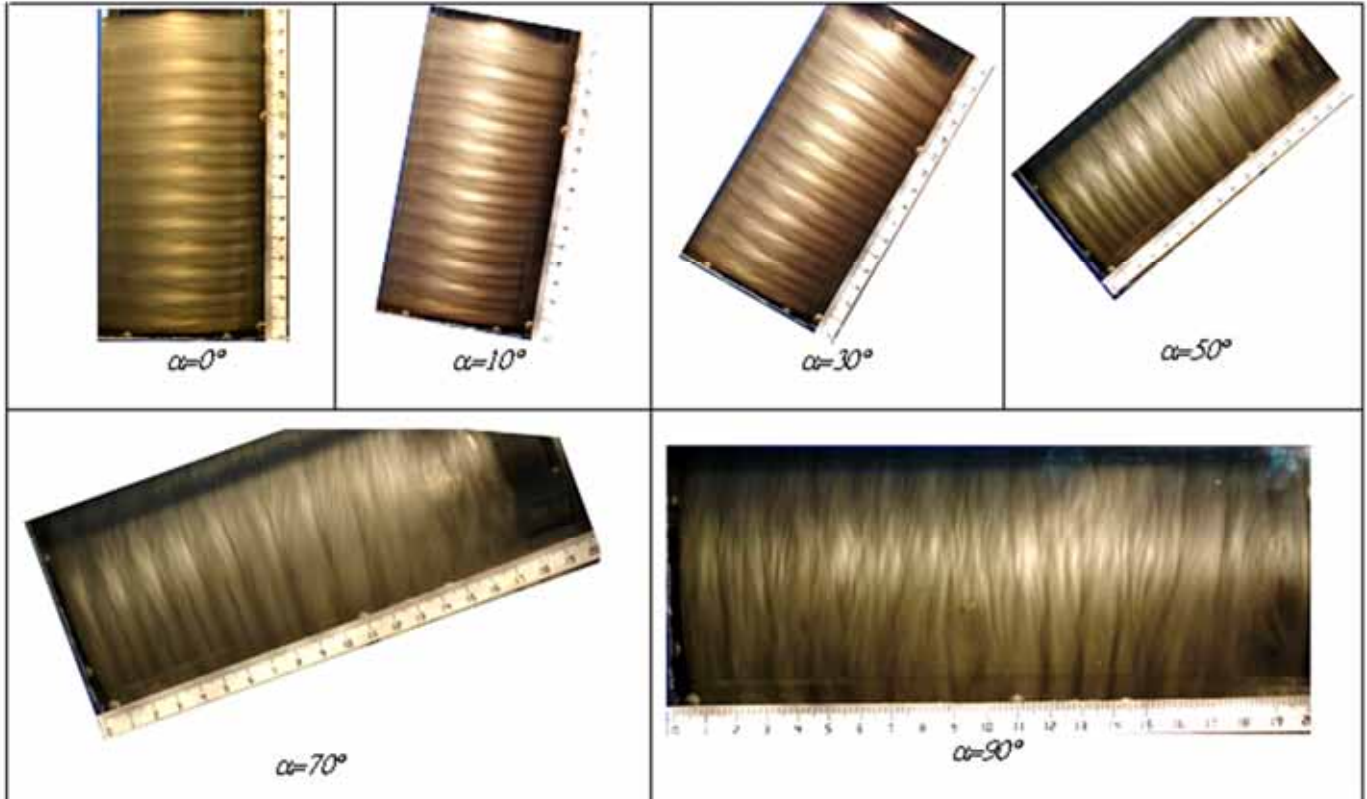


Figure III-40: Effet de l'inclinaison sur le régime chaotique à $Ta=740$ pour $\Gamma=31$

- La cellule de la surface libre est très large à cause de la force centrifuge qui est très grande
- Les ondes de Taylor s'élargissent et oscillent axialement et leurs formes se dégradent au fur et à mesure l'angle s'accroît ; à $\alpha=90^\circ$ le fluide se répartit le long du cylindre mais la forme des ondes est complètement détruit.

2). 3- Etude du cas $\Gamma=25$.

On fixe la hauteur d'écoulement à $H=125$ mm ce qui donne un facteur d'aspect $\Gamma=25$. En position verticale ($\alpha=0^\circ$) et l'on augmente légèrement la vitesse de rotation Ω_l jusqu'à l'apparition de la première instabilité $Ta=Tc_1$.

A $Ta=44$, on incline le dispositif par pas $\Delta\alpha=5^\circ$ croissant et l'on note les phénomènes observés. On constate la disparition progressive des ondes de Taylor qui cèdent leur place à une zone laminaire laquelle s'élargit au fur et à mesure avec l'accroissement de l'angle. A $\alpha=60^\circ$, il ne reste que la cellule d'Eckman et toutes autres cellules de Taylor auront alors disparu. Située vers le fond du système d'écoulement.

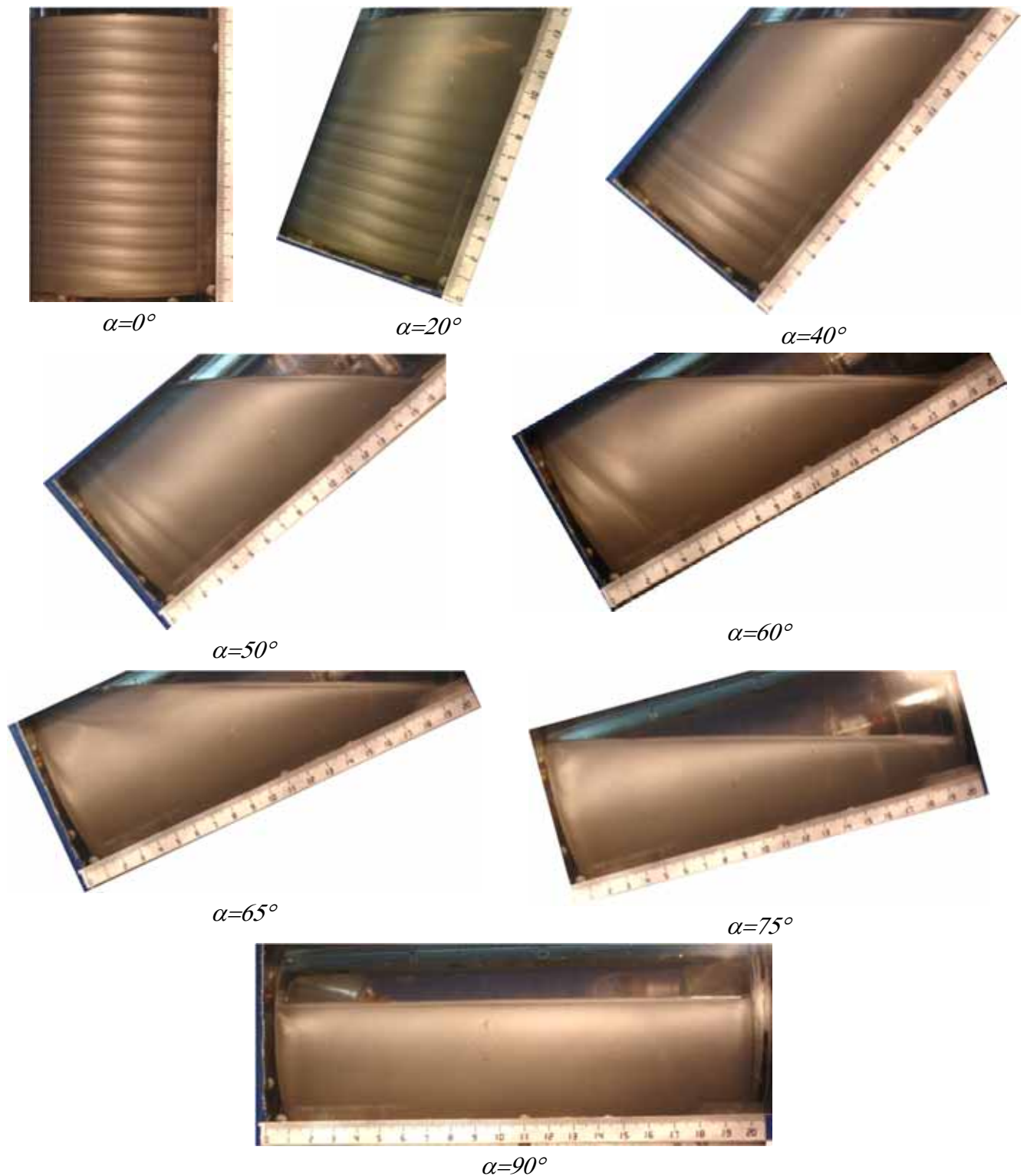


Figure III-41 : Effet de l'inclinaison sur le régime des ondes de Taylor à $Ta=44$ pour $\Gamma=25$

La deuxième instabilité peut être observée en revenant à la position verticale $\alpha = 0^\circ$ et l'on augmente la vitesse de rotation. Dès que le second état critique est atteint vers $Tc_2=56$, on varie l'angle α . On confirme, ici, l'effet de l'angle α sur les ondes instationnaires : La disparition des ondes azimutales procèdent par amortissement de leurs oscillations. A $\alpha = 30^\circ$, les ondes qui subsistent deviennent stationnaires et leur nombre diminue lorsque α augmente. A $\alpha = 60^\circ$ la dernière cellule disparaît et il ne reste que celle d'Eckman que l'on observe au fond du système d'écoulement

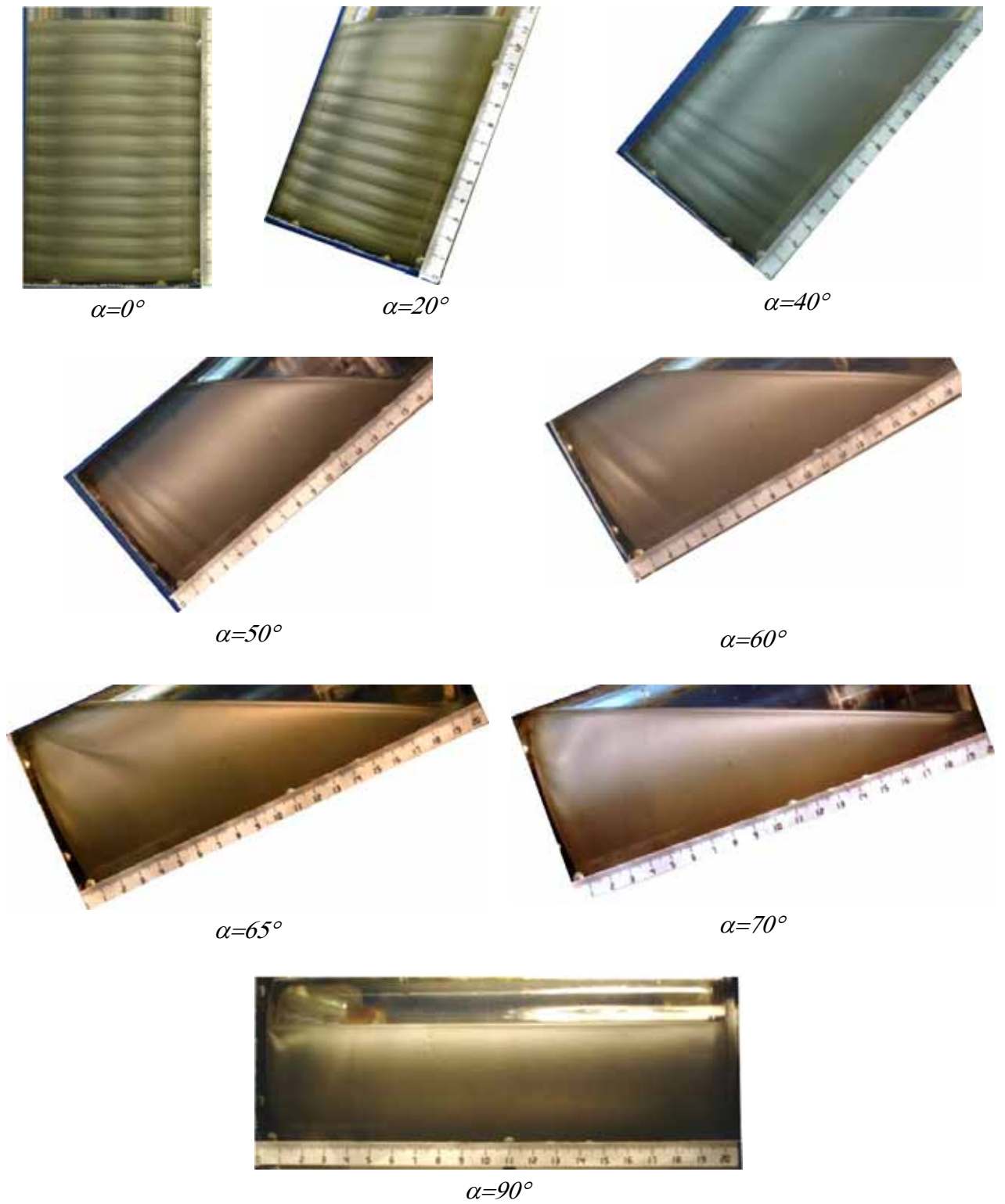
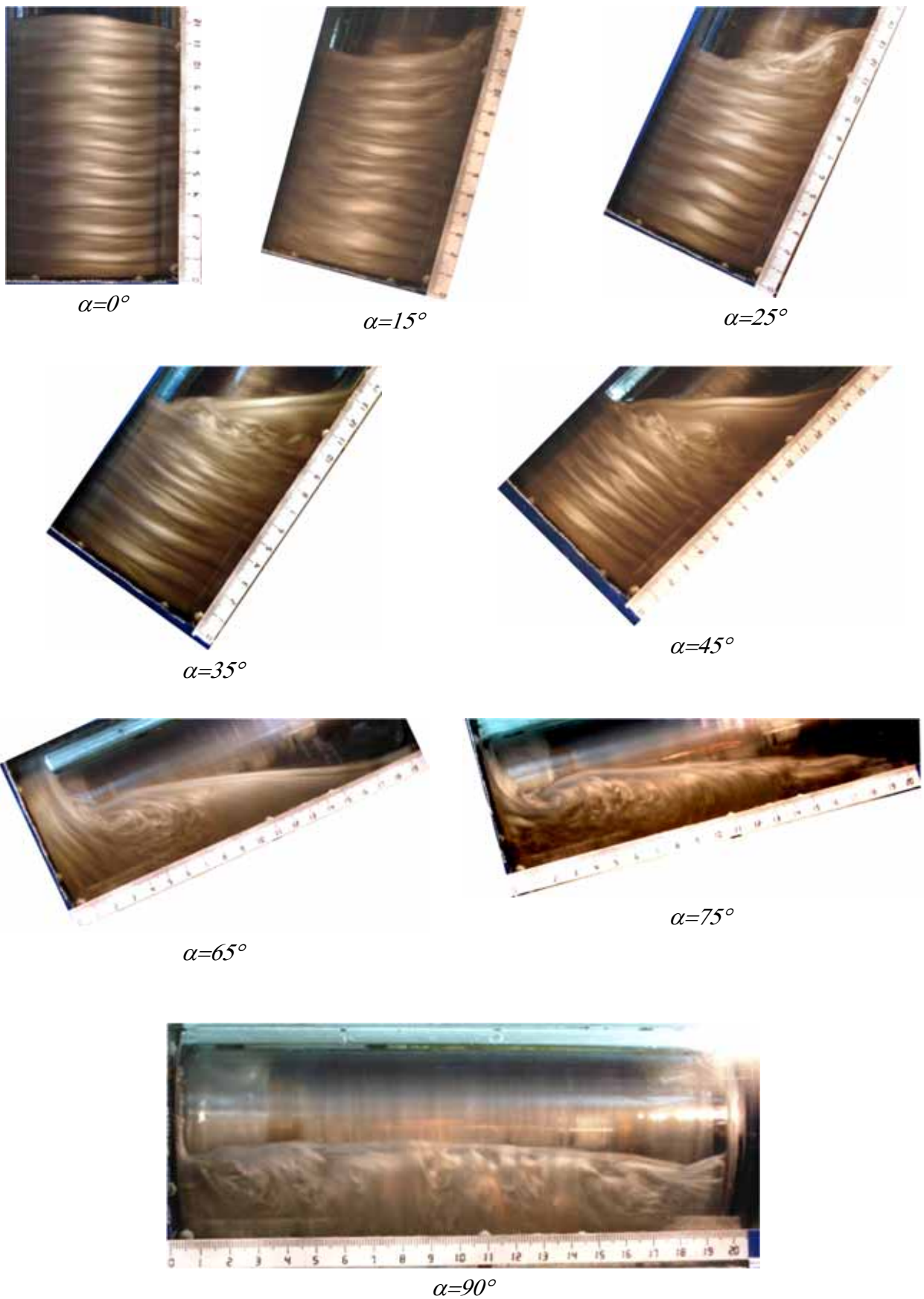
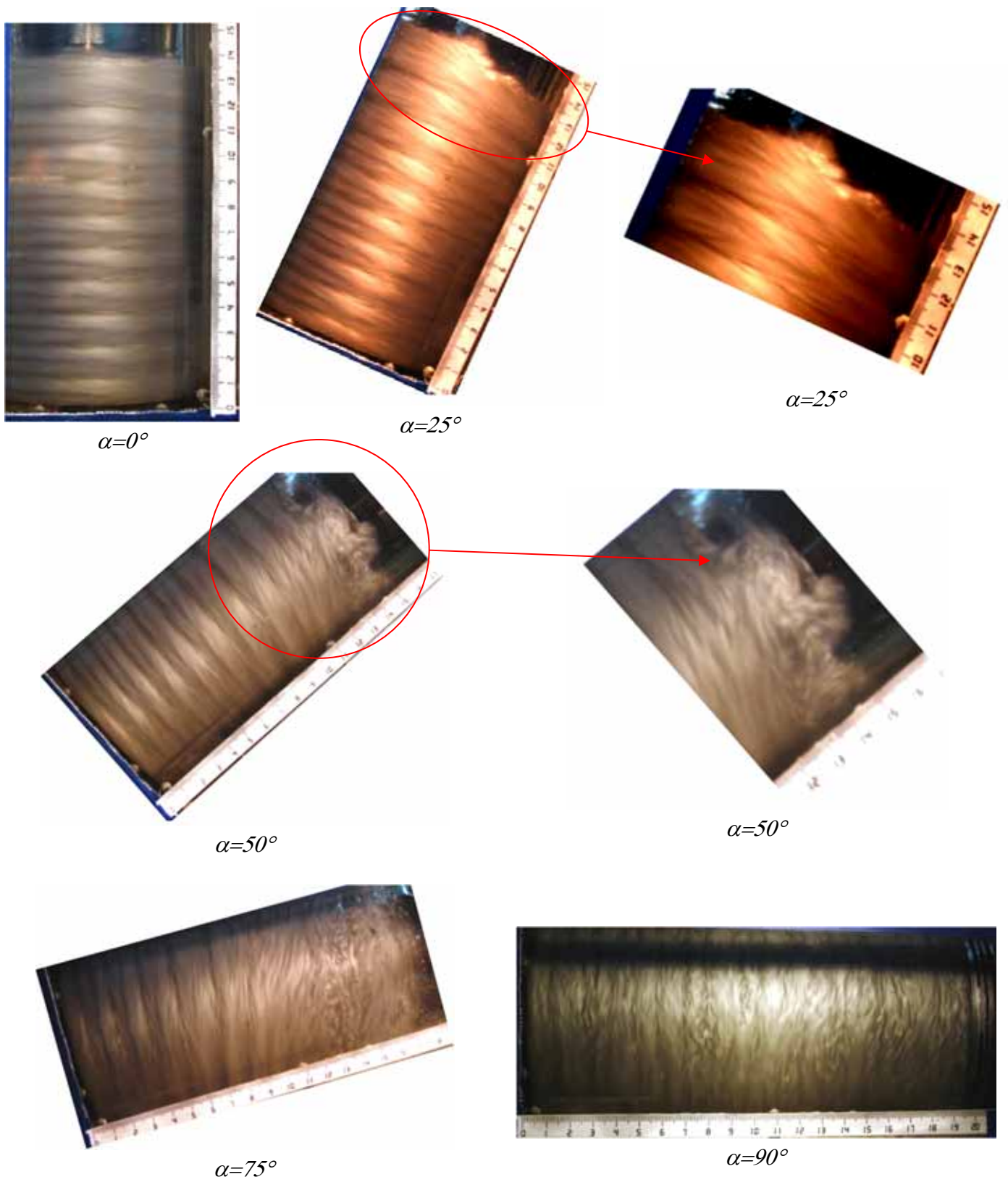


Figure III-42 : Effet de l'inclinaison sur le régime des ondes azimutales à $Ta= 44$ pour $\Gamma=25$

Régime de fluctuations :Figure III-43 : Effet de l'angle d'inclinaison sur le régime de fluctuations pour $\Gamma= 25$ à $Ta=400$

Régime Chaotique :Figure III-44 : Effet de l'angle d'inclinaison sur le régime chaotique ($Ta=780$)

2).4 Etude de cas intermédiaires et à faibles taux de remplissage : $\Gamma=19$:

A. Première instabilité :

C'est comme les cas précédents ; on obtient la première valeur critique à $Ta = Tc_1 = 42.5$. En partant de la valeur $Ta = 44$ et en suivant le même mode opératoire que précédemment, on observe que les cellules de Taylor disparaissent à $\alpha = \alpha_c = 55^\circ$ et l'écoulement redevient laminaire.

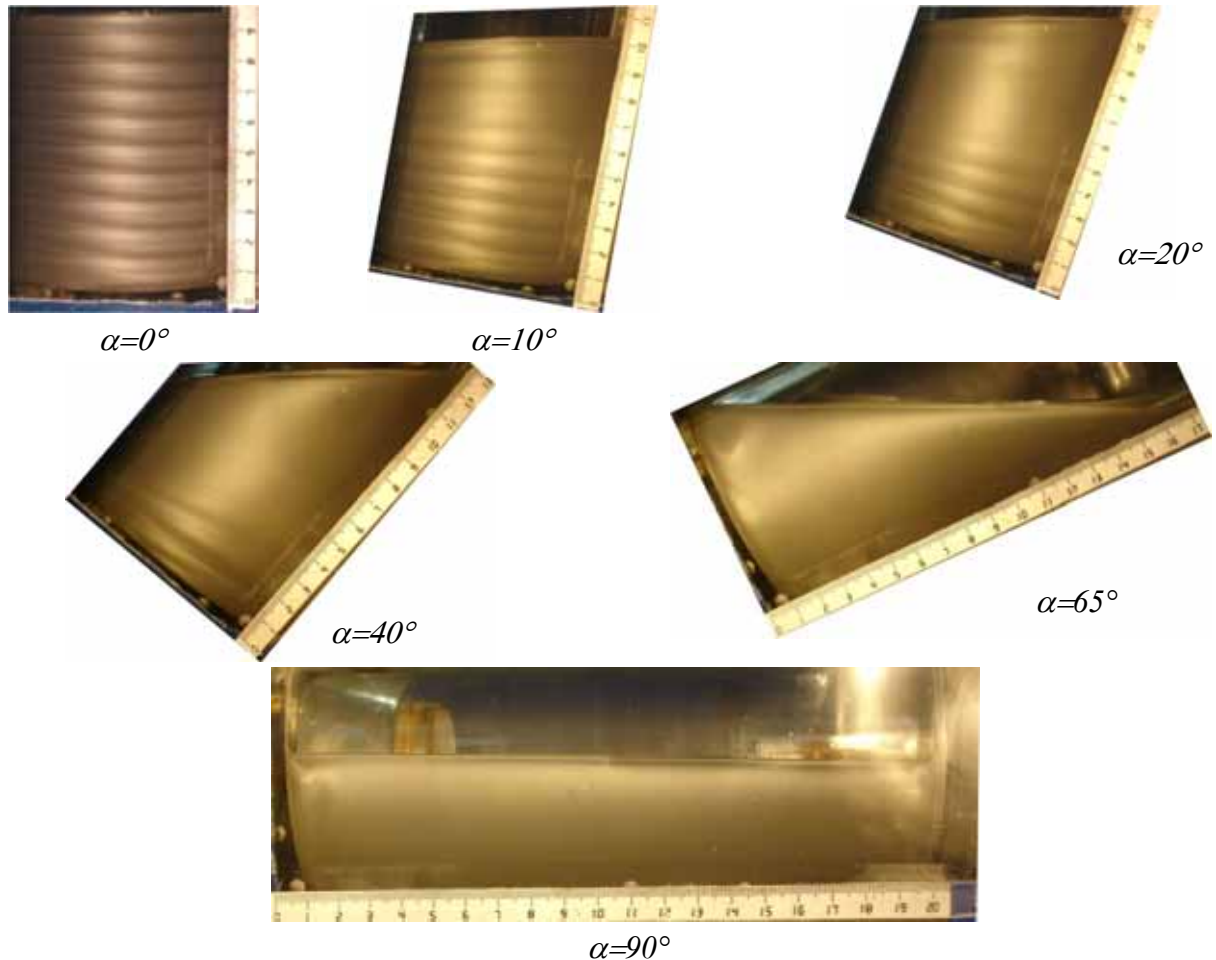


Figure III- 45 : Effet de inclinaison sur les cellules de Taylor à $Tc_1=44$ pour $\Gamma=19$.

B. Deuxième instabilité :

On constate que l'onde azimutale ou wavy mode se dégrade progressivement au fur et à mesure que α augmente. Pour $\alpha = 15^\circ$, il y a disparition de l'onde azimutale mais l'on constate des oscillations suivant l'axe (oz) et la relaminarisation s'effectue à $\alpha_c = 60^\circ$ pour $Ta = 56$.

On se propose d'examiner le régime wavy mode en un nombre de Taylor triple à celui de l'apparition des ondes azimutales ($Ta=150$)

Cela nous donne les photos suivantes :

De cette étude photométrique on a pu mettre en évidence la topographie de la surface libre.

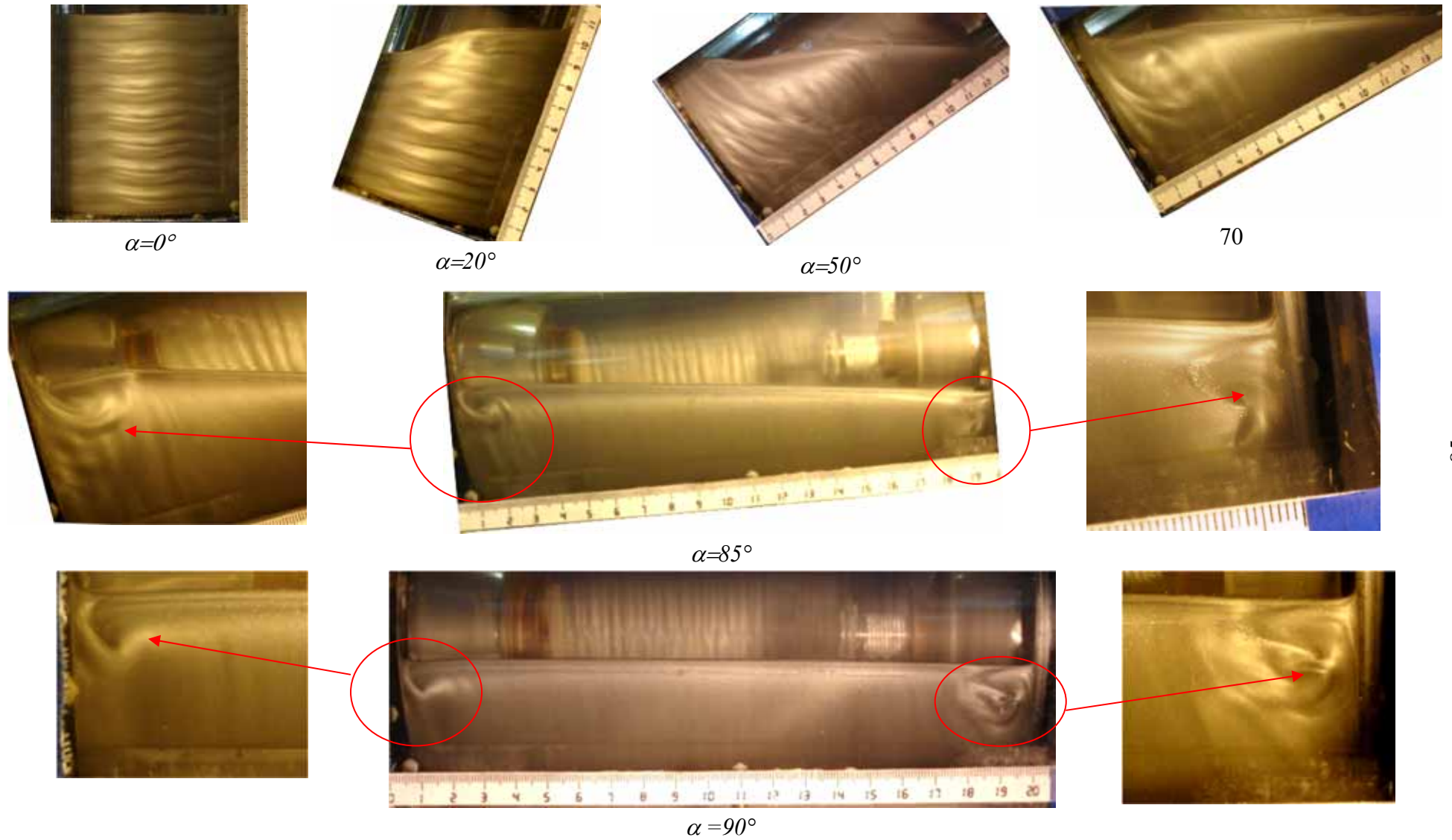
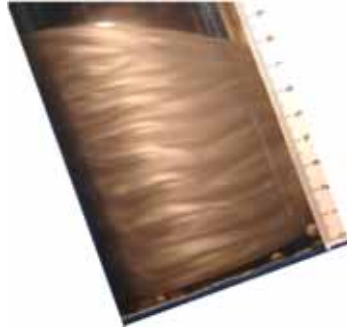


Figure III-46 : Effet de inclinaison sur l'écoulement de Taylor – Couette à $Ta=150$ pour $\Gamma=19$.

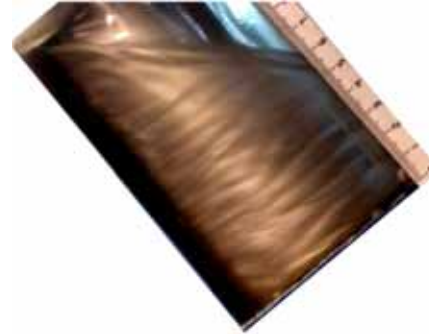
On inverse le sens d'inclinaison on observe ce qui se passe dans la vue d'arrière



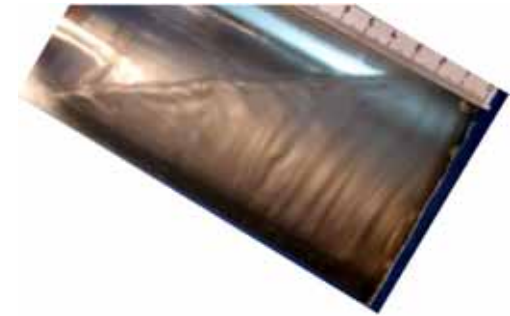
$\alpha = 0^\circ$



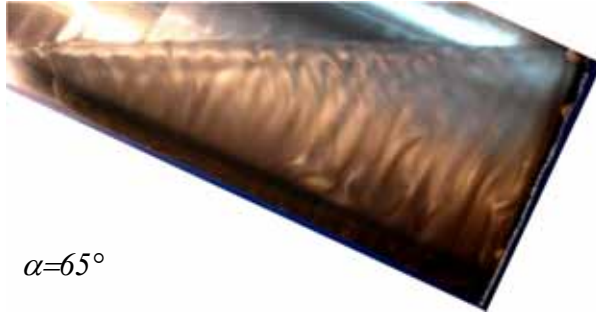
$\alpha = 20^\circ$



$\alpha = 40^\circ$



$\alpha = 60^\circ$



$\alpha = 65^\circ$



$\alpha = 75^\circ$



$\alpha = 90^\circ$

Figure III-47 : Effet de inclinaison sur l'écoulement de Taylor-Couette à $Ta=150$ pour $\Gamma=19$ (vue derrière).

C. Régime fluctuation

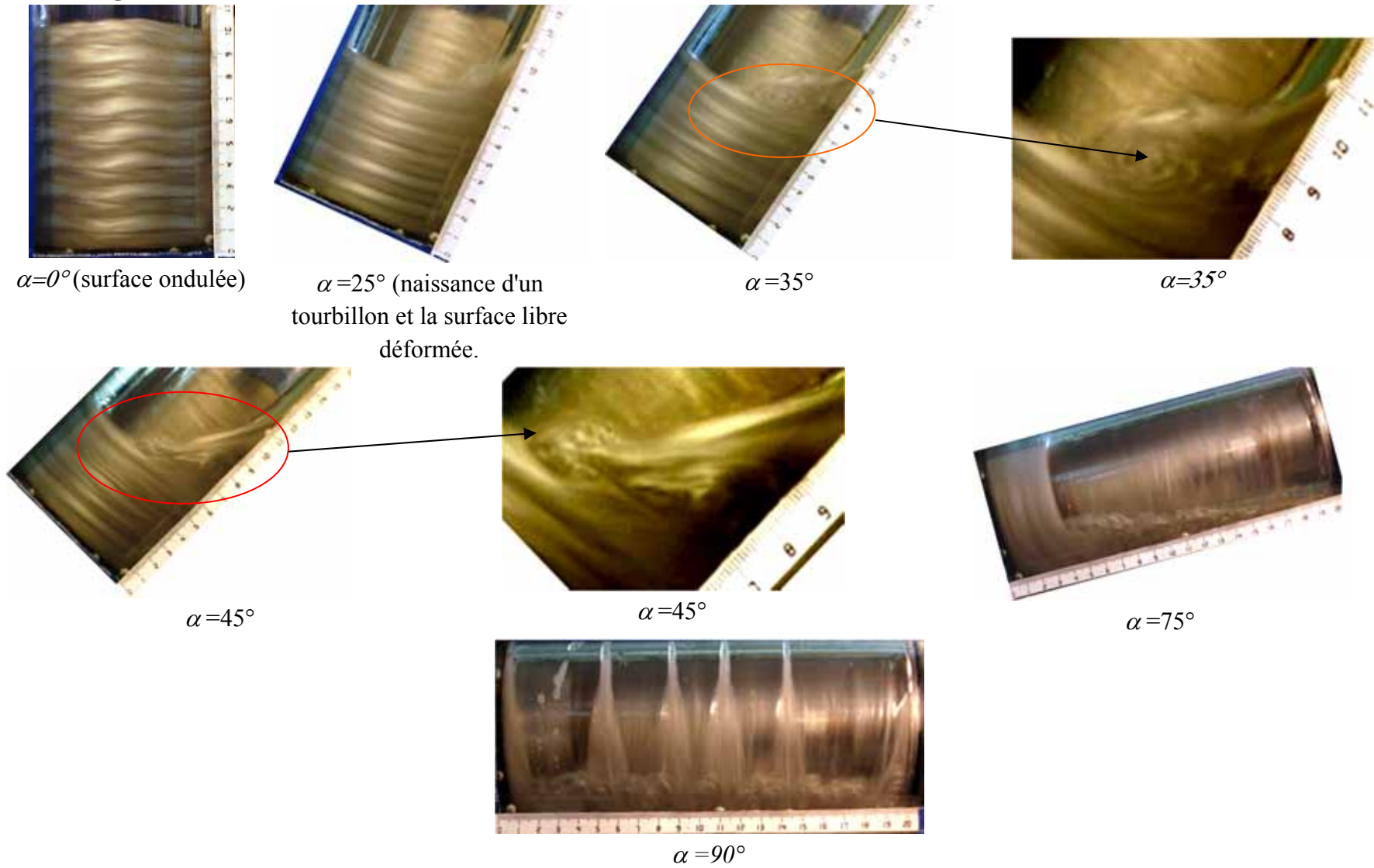


Figure III-48 : Effet de inclinaison sur le régime de fluctuation à $T_F = 400$ pour $\Gamma = 19$.

D. Régime du chaos

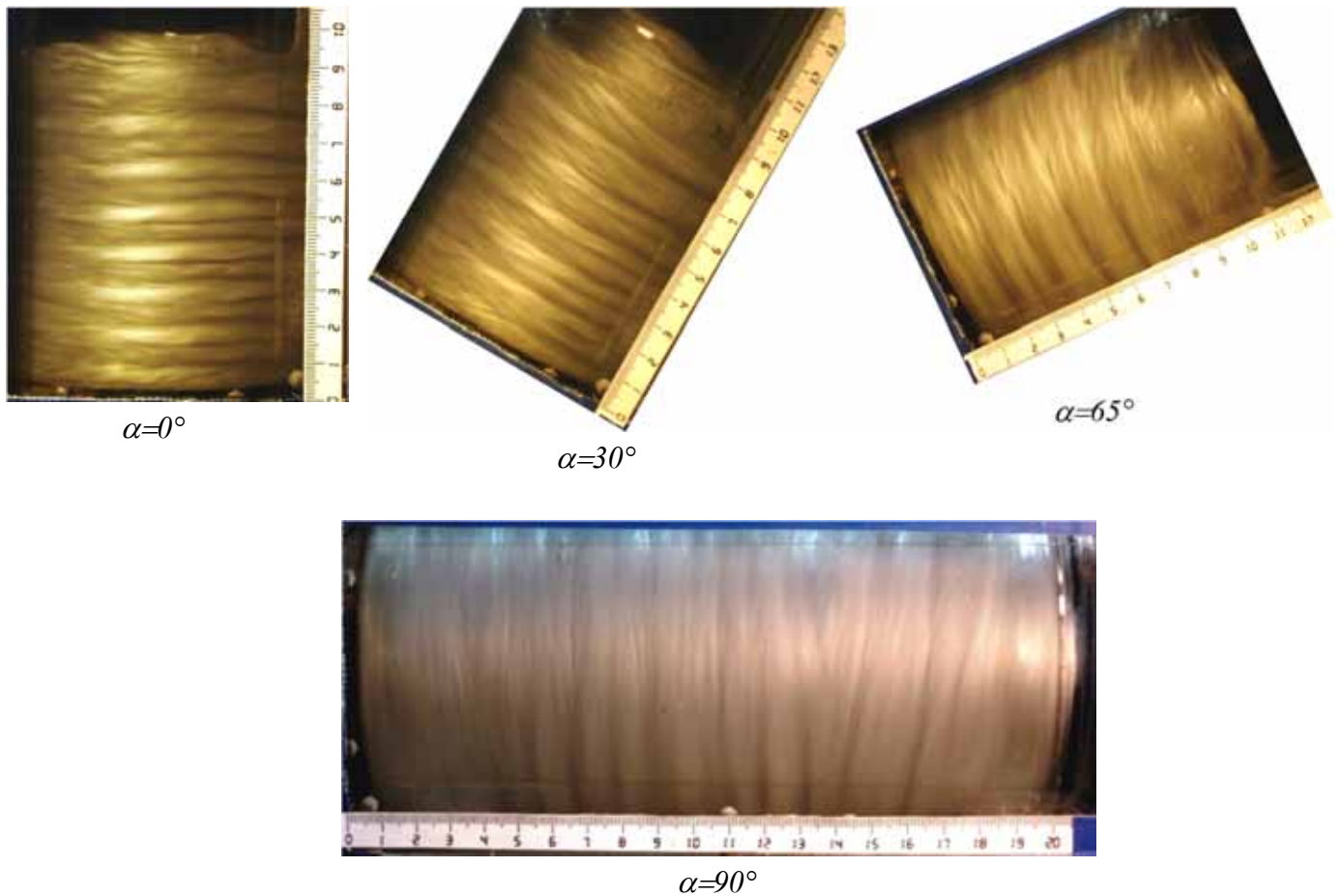


Figure III-49 : Effet de l'inclinaison sur le régime chaotique pour $\Gamma = 19$ à $Ta = 750$

On répète la même démarche expérimentale que précédemment et l'on résume brièvement les observations qui suivent :

2). 5- *Etude du cas $\Gamma=13$* : les ondes de Taylor et les ondes azimutales disparaissent à $\alpha = 25^\circ$.

2). 6- *Etude du cas $\Gamma=6$* : pour $\alpha = 0^\circ$ révèle un changement notable de l'évolution de l'écoulement d'abord il n'existe que des cellules de Taylor dans cette configuration on mesure sensiblement $n=5$ cellules au maximum (celles des bord sont larges). Celles-ci diminuent brusquement $n=3$ cellules pour $\alpha = 10^\circ$ et elles disparaissent totalement à $\alpha=15^\circ$.

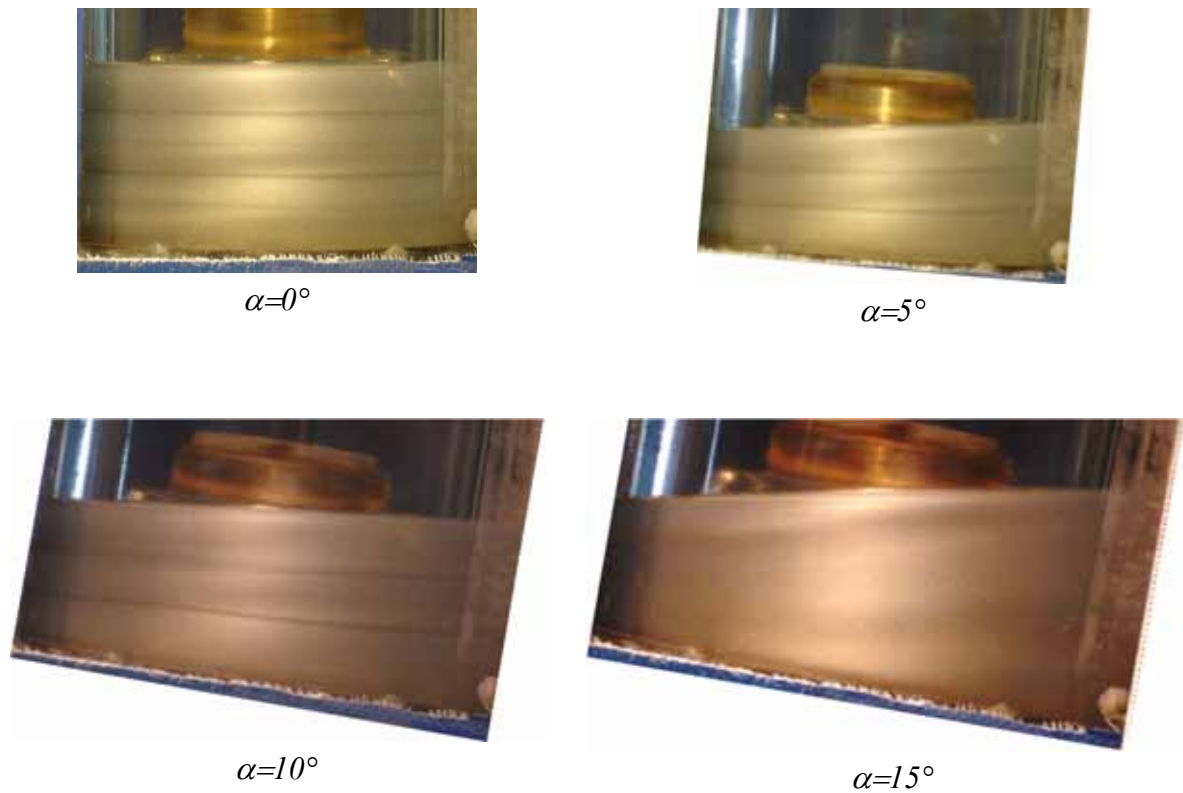
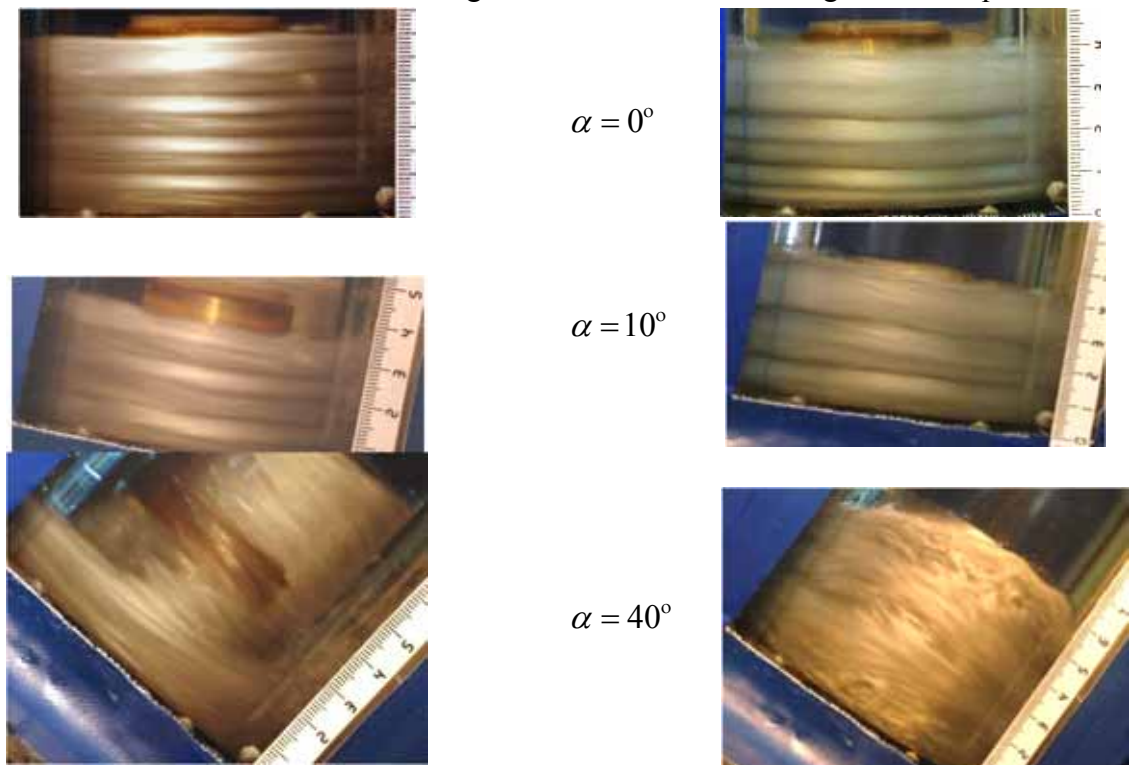


Figure III-50 : Effet de l'inclinaison sur le régime sur la première instabilité pour $\Gamma=6$ à $Ta=44$

Pour ce cas ($\Gamma=6$) le wavy mode n'apparaît pas.

On examine l'influence de α sur le régime de fluctuations et le régime chaotique



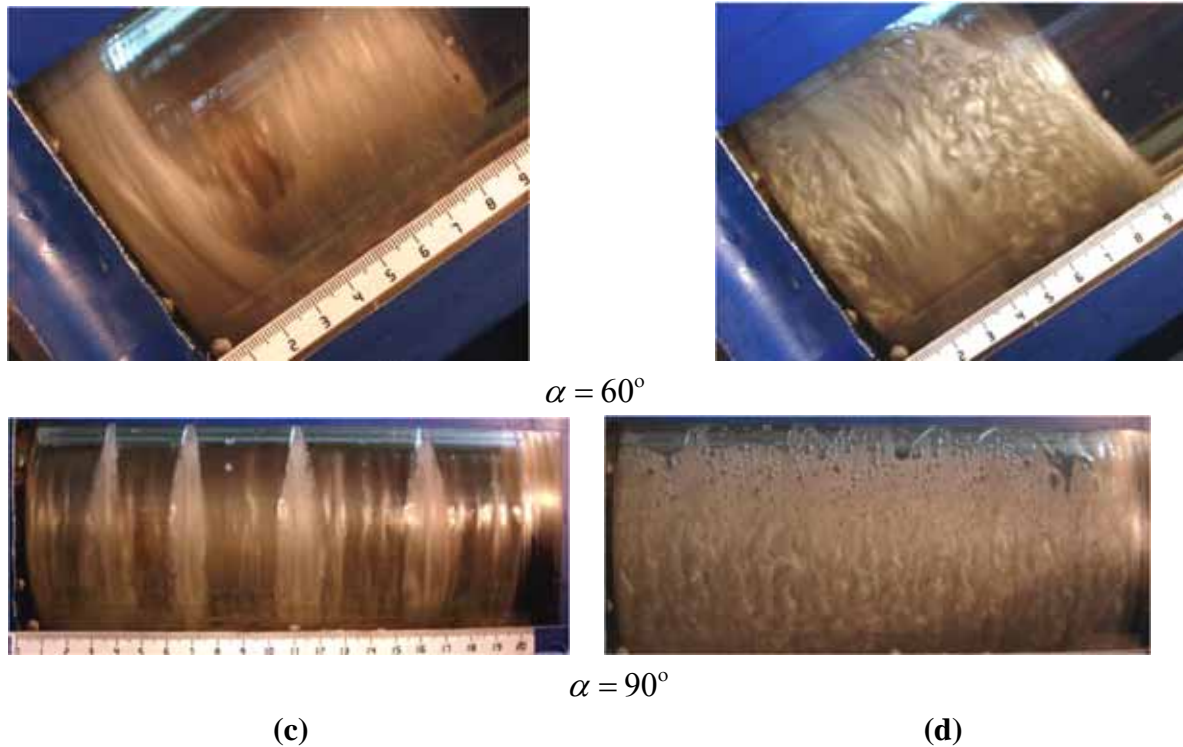


Figure III-51 : Effet de l'inclinaison sur le régime d'écoulement à $Ta=400$ (c) et à $Ta=770$ (c) pour $\Gamma = 6$

De cette première procédure d'essai on peut résumer les principaux résultats comme suit :

- Les angles critiques de relaminarisation α_c pour des nombres de Taylor Ta fixé $Ta=44$ et $Ta=56$ correspondent respectivement aux régimes d'onde axiale (TVF) et aux ondes azimutales (WVF) pour un taux de remplissage Γ variable sont représentés sur le graphe suivant :

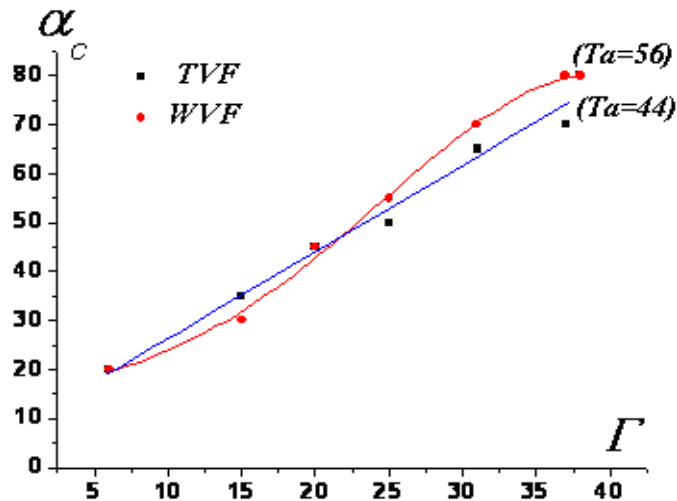


Figure III-52 : Evolution de l'angle critique de relaminarisation α_c en fonction du facteur d'aspect Γ

- Les angles critiques α'_c de disparition des ondes azimutales (wavy mode) tel que le mode d'écoulement se transforme en régime d'ondes stationnaires (TVF) pour un nombre de Taylor fixé $Ta=56$ et un taux de remplissage variable sont aussi représentés sur le graphe suivant :

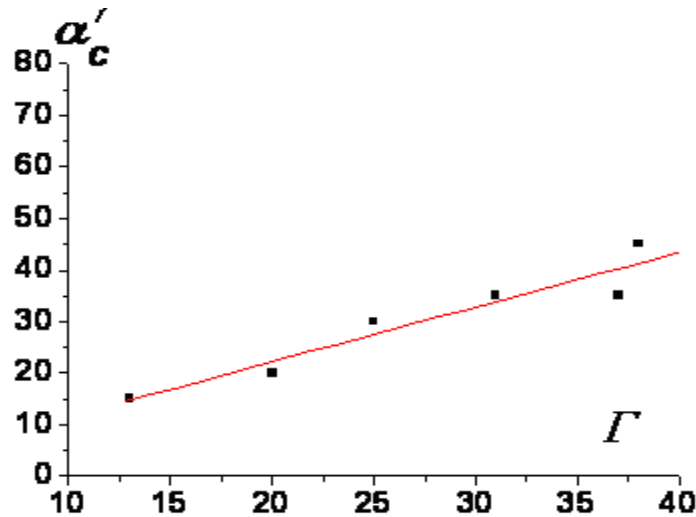


Figure III-53 : Evolution de l'angle critique α'_c de disparition des ondes azimutales.

Résultat : par conséquent on en déduit que l'évolution de α'_c est linéaire en fonction de Γ pour Ta donné .

V - Effet de l'angle d'inclinaison α sur l'apparition des régimes de l'écoulement (deuxième procédure d'essai)

Afin de déterminer la variation des nombres de Taylor critiques T_C pour un angle d'inclinaison α fixé et un taux de remplissage Γ fixé, on procède à la variation quasi-statique de la vitesse de rotation Ω_l et l'on note les nombres de Taylor critiques d'apparition des différentes instabilités. Si le régime d'écoulement envisagé disparaît à un angle α fixé quel que soit le nombre de Taylor on appelle cet angle : angle critique de disparition du régime que l'on désigne par α^* .

En effet, on cherche ici à dégager des lois quantifiables qui sont les plus significatives et mettant en jeu les évolutions des nombres critiques T_{c_1}, T_{c_2}, T_F et T'_c lorsque l'inclinaison α varie pour un taux de remplissage Γ maintenu constant et inversement quand Γ varie pour α fixé. Le tracé des courbes correspondant aux variations de T_c nombre de Taylor critique en fonction de α et Γ conduit à établir une modélisation phénoménologique très intéressante à examiner.

1). Etude de l'évolution des états critiques du nombre de Taylor pour une inclinaison α variable lorsque le système d'écoulement est totalement rempli.

Nos essais ont permis de retrouver les valeurs critiques suivantes :

$$T_{c1}=41 \pm 2, T_{c2}=48 \pm 3, T_F=390 \pm 6, T_c=740 \pm 20$$

On constate que T_{c_1}, T_{c_2}, T_F et T_c sont indépendants de l'effet de l'inclinaison lorsque l'écoulement est en charge. Par conséquent, l'ensemble des courbes relatives aux nombres critiques en fonction de α correspond à une même évolution qui est constante ou droite de pente nulle. L'interprétation qui en découle c'est que le mouvement est contraint par des bords rigides, donc sans surface libre, entraînant ainsi une insensibilité aux modifications de régime et de structure.

C'est là une propriété fondamentale de l'écoulement de Taylor-Couette qui traduit l'importance des effets de bords sur ce type de mouvement.

2). Etude de l'évolution des états critiques du nombre de Taylor pour une inclinaison α variable lorsque le système d'écoulement partiellement rempli (Γ fixé).

On procède en fixant Γ permettant ainsi de délimiter axialement l'écoulement à partir du bord supérieur de façon à dégager la surface libre et l'on fait varier l'angle d'inclinaison α du dispositif. Le traitement des données par imagerie conduit à établir les différentes lois de comportements correspondants aux variations des nombres critiques de Taylor évalués Tc_1 , Tc_2 , T_F et T_c en fonction de l'angle d'inclinaison α .

On a tenté de faire la synthèse des lois de variations des nombres de Taylor critiques en fonction de l'inclinaison α pour Γ fixé. Cette analyse phénoménologique mène à une classification des lois de comportement selon les trois types d'évolutions suivantes :

1°) Evolution de $Tc_1(\alpha)$ et $Tc_2(\alpha)$: Figure III.54-a) et b)

On obtient une évolution relativement croissante pour le régime d'onde axiale $Tc_1(\alpha)$, lorsque le facteur d'aspect Γ très proche de la valeur maximale $\Gamma = 37 < \Gamma_{max} = 40$. Dans le domaine où $0^\circ < \alpha < 50^\circ$ $Tc_1 = 41 \pm 2$, quand $50^\circ < \alpha < 70^\circ$ Tc_1 varie légèrement ; soit $Tc_1 = 44 \pm 3$. Pour $\alpha = \alpha_c^* = 70^\circ$, la première instabilité n'apparaît pas quel que soit le nombre de Taylor. Cette observation est valable pour le wavy mode. Pour des valeurs de Γ appartenant à l'intervalle $6 \leq \Gamma \leq 25$ l'évolution de $Tc_1(\alpha)$ et $Tc_2(\alpha)$ varie de façon linéaire et croissante en fonction de α dans l'ensemble du domaine exploré.

2°) Evolution de $T_F(\alpha)$: Figure III.54-c)

Pour ce qui est de l'évolution du nombre de Taylor lié au régime des fluctuations $T_F = T_F(\alpha)$ l'allure qualitative de celle-ci semble similaire pour l'ensemble des valeurs de Γ explorés dans l'intervalle $19 \leq \Gamma \leq 37$. On constate une décroissance exponentielle assez rapide pour Γ grand. Cette décroissance a tendance à s'accroître lorsque Γ devient plus petit : $\Gamma = 13$ et $\Gamma = 7$. En effet, on note que $T_F = T_F(\alpha)$ évolue asymptotiquement vers une valeur constante lorsque α croît rapidement dans l'intervalle angulaire $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$. De plus, on remarque que la valeur de T_F évaluée à l'origine $\alpha = 0^\circ$, décroît sensiblement lorsque Γ diminue. La propriété intéressante associée à T_F c'est qu'elle est décroissante en fonction de α , contrairement aux autres évolution de Tc_1, Tc_2 , et T_c qui sont croissantes lorsque α augmente.

3°) Evolution de T_c : Figure III.54-d)

Au départ, pour $\Gamma = 37$ l'évolution associée à l'état critique chaotique est comparable à celle de Tc_1 et Tc_2 . Ainsi, les variations de Tc_2 en fonction de α reste constante jusqu'à $\alpha = 40^\circ$. Par la suite, on note une relative augmentation au-delà de cette valeur ($\alpha = 40^\circ$). La propriété la plus remarquable liée à l'évolution de $T_c = T_c(\alpha)$ c'est qu'elle est presque identique quelle que soit la valeur de facteur d'aspect Γ . Au passage, on constate que la valeur de $T_c = 720 \pm 40$ mesurée à l'origine pour $\alpha = 0^\circ$ reste insensible à l'influence du facteur d'aspect lorsque celui-ci décroît jusqu'à $\Gamma = 13$, excepté pour la valeur $\Gamma = 6$ où l'on mesure $T_c = 300$.

LOIS DE COMPORTEMENT	FORME GENERALE	PARAMETRES CARACTERISTIQUES
Linéaire	$Ta(\alpha) = A\alpha + B$	A B
Exponentielle	$Ta = A \exp(B \alpha) + T_0$	A ΔA B ΔB C ΔC
Gaussienne	$Ta(\alpha) = T_0 + A \exp\left[-2\left(\frac{\alpha - \alpha_c}{B}\right)^2\right]$	T_0 ΔT_0 A ΔA B ΔB α_c $\Delta \alpha_c$

Tableau III-4 : Formulation des lois de comportements des états critiques du nombre de Taylor $Ta = Ta(\alpha)$

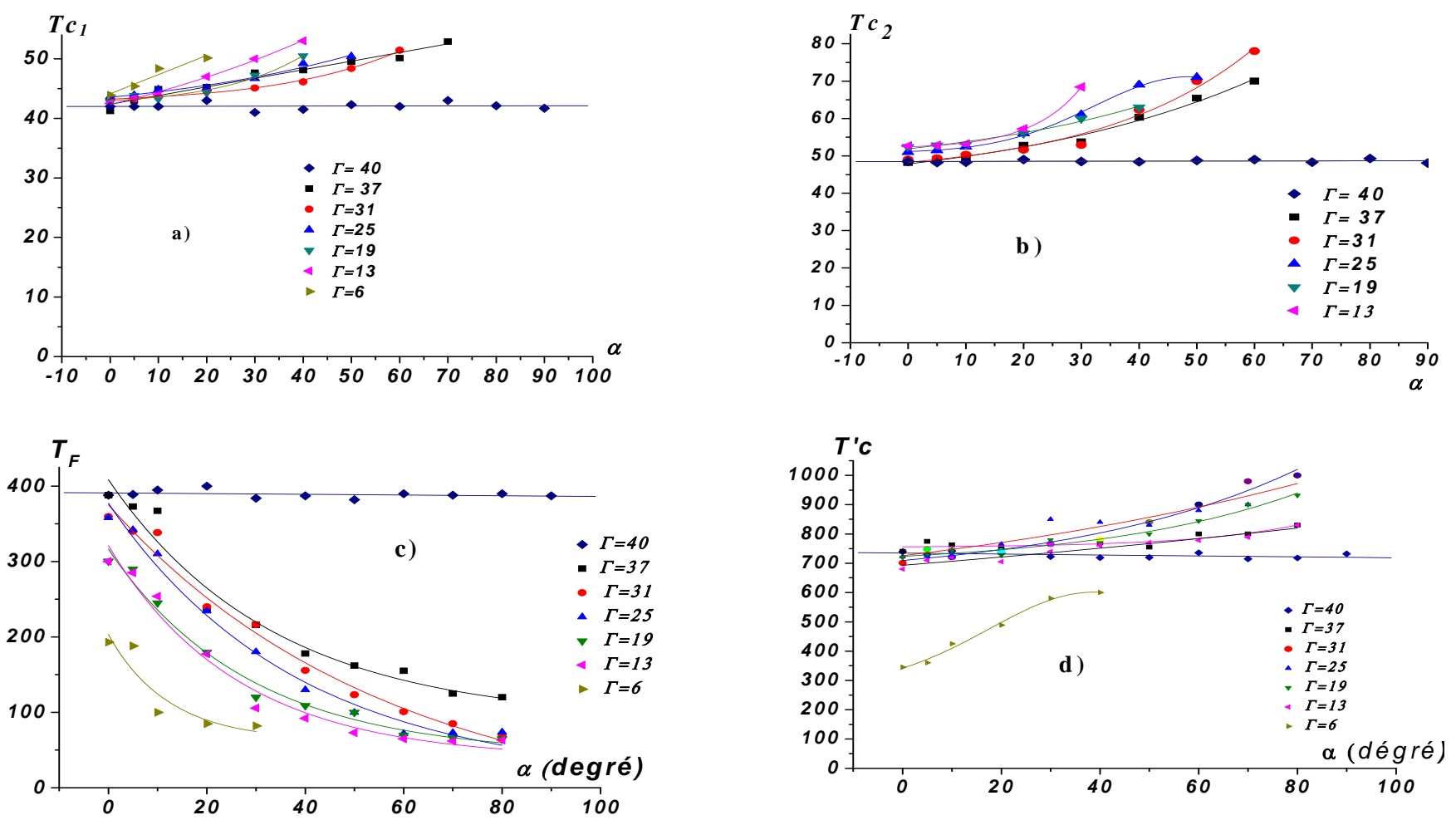


Figure III-54 : Evolution des nombres critiques de Taylor T_{c1}, T_{c2}, T_F et $T'c$ en fonction de l'inclinaison pour un taux de remplissage fixé

Ta	Tc ₁	Tc ₂	T _F	T'c
37	Loi Exponentielle : T ₀ = 41.06194 ΔT ₀ = ±1.26289 A = 0.533 ΔA = 0.80717 B = 0.0398 ΔB = 0.5737	Loi Gaussienne T ₀ = 8.54 ΔT ₀ = 275.50 A = 66.16 ΔA = 20.63 B = 186.49 ΔB = 605.59 α _c = 12051.86 Δα _c = 103516.59	Loi Exponentielle : T ₀ = 320.8457 ΔT ₀ = ±36.4124 A = 82.8826 ΔA = ±39.9529 B = -0.0250 ΔB = ±0.2871	Loi Exponentielle: T ₀ = 745.98691 ΔT ₀ = ±4.54107 A = 0.97149 ΔA = ±0.80106 B = 12.14768 ΔB = ±2.0189
31	Loi Exponentielle T ₀ = 36.8860 ΔT ₀ = ±2.9596 A = 4.4185 ΔA = ±2.6570 B = 0.0195 ΔB = ±17.9793	Loi Gaussienne: T ₀ = 49.83 ΔT ₀ = 0.79 A = 52.53 ΔA = 1.02 B = 24.52 ΔB = 2.65 α _c = 634.88 Δα _c = 71.25	Loi Exponentielle : T ₀ = 358.5919 ΔT ₀ = ±30.1821 A = 27.3290 ΔA = ±33.0677 B = -0.025 ΔB = ±0.2138	Loi Exponentielle : T ₀ = 716.0544 ΔT ₀ = ±7.2485 A = 0.4017 ΔA = ±0.5268 B = 0.1230 ΔB = ±0.2117
25	Loi linéaire B = 41.0381 ΔB = ±0.3919 A = 0.18954 ΔA = ±0.0129	Loi Gaussienne : T ₀ = 51.34 ΔT ₀ = 0.80 A = 51.71 ΔA = 0.82 B = 27.58 ΔB = 2.16 α _c = 907.71 Δα _c = 77.82	Loi Exponentielle : T ₀ = 339.1470 ΔT ₀ = ±20.6884 A = 32.9660 ΔA = ±21.3870 B = -0.0306 ΔB = ±0.1667	Loi Exponentielle : T ₀ = 708.4394 ΔT ₀ = ±23.9718 A = 18.5245 ΔA = ±13.1806 B = 0.0338 ΔB = ±0.2452
19	Loi linéaire B = 41.32 ΔB = ±0.14 A = 0.2906 ΔA = ±0.0057	Loi Exponentielle : T ₀ = 48.6439 ΔT ₀ = ±0.9135 A = 2.1273 ΔA = ±0.5674 B = 0.0166 ΔB = ±0.0975	Loi Exponentielle : T ₀ = 298.6359 ΔT ₀ = ±6.8418 A = 29.0524 ΔA = ±7.3902 B = -0.0294 ΔB = ±0.0579	Loi Exponentielle : T ₀ = 724.1318 ΔT ₀ = ±11.1508 A = 4.7266 ΔA = ±3.5586 B = 0.0470 ΔB = ±0.1904
13	Loi linéaire : B = 41.8195 ΔB = ±0.4867 A = 0.17549 ΔA = ±0.0160	Loi Exponentielle : T ₀ = 51.90 ΔT ₀ = 0.49 A = 0.50 ΔA = 0.19 B = 8.59 ΔB = 0.89	Loi Exponentielle : T ₀ = 52.76 ΔT ₀ = 9.93 A = 247.06 ΔA = 12.55 B = -22.80 ΔB = 3.12	Loi linéaire : B = 679.2444 ΔB = ±8.96753 A = 1.605 ΔA = ±0.18836
6	Loi linéaire : B = 42.436 ΔB = ±1.870 A = 0.426 ΔA = ±0.144	-----	Loi Exponentielle : T ₀ = 121.50 ΔT ₀ = 8.23 A = 71.50 ΔA = 14.35	Loi linéaire : B = 320.00 ΔB = 18.28 A = 5.99 ΔA = 0.76

Tableau III-5: Tableau récapitulatif des différentes lois de comportement pour la variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'angle d'inclinaison $Ta = Ta(\alpha)$

3)- Etude de l'évolution des états critique du nombre de Taylor en fonction du facteur d'aspect Γ

On procède ici en fixant l'angle d'inclinaisons du dispositif α et l'on fait varier le taux de remplissage au facteur d'aspect Γ .

Pour chaque état critique qui est significatif du changement de régime ou de structure on met en évidence les observations suivantes :

1°) Evolution de $T_{c1}(\Gamma)$:

Mis à part, le cas du dispositif vertical $\alpha = 0^\circ$, le réseau des courbes correspondant à T_{c1} montre l'évolution décroissante de T_{c1} lorsque Γ augmente pour α fixé. Dans la plage balayée $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$, la loi de comportement associée à T_{c1} devient très simple, autrement dit, linéairement décroissante lorsque $\alpha \geq 30^\circ$

2°) Evolution de $T_{c2}(\Gamma)$:

L'évolution de T_{c2} observée à $\alpha = 0^\circ$ lorsque Γ augment contraste avec les autres lois de comportement de celui-ci que l'on a obtenu pour $\alpha \geq 0^\circ$. En effet, on constate que l'évolution est linéaire est décroissant comme pour T_{c1} quel que soit $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ alors qu'elle est exponentielle décroissante puis de nouveau croissante lorsque $\alpha = 0^\circ$.

3°) Evolution de $T_F(\Gamma)$:

D'une façon générale l'évolution de T_F est croissante lorsque T_F augmente quel que soit l'angle d'inclinaison α du dispositif. Ceci est contraire aux évolutions observées de T_{c1} et T_{c2} qui sont décroissantes.

On note que les variations de T_F sont identiques jusqu'à $\alpha = 60^\circ$. Cependant, on constate une évolution croissante monotone de T_F en fonction de Γ si $\alpha \geq 70^\circ$.

4°) Evolution de $T'_c(\Gamma)$:

Les variations de T'_c en fonction de Γ sont croissantes comme pour $T_F = T_F(\Gamma)$ mais cependant elles suivent une évolution spécifique. Ainsi, on distingue deux types de lois de comportement différentes.

- Une évolution rapidement croissante de T'_c qui tend à se stabiliser vers une valeur constante lorsque

Γ augmente pour ce qui est de la plage angulaire $0^\circ \leq \alpha \leq 40^\circ$.

- Une évolution croissante de T'_c qui passe par un maximum relatif suivi d'une décroissance lorsque

Γ augmente pour $\alpha \geq 50^\circ$.

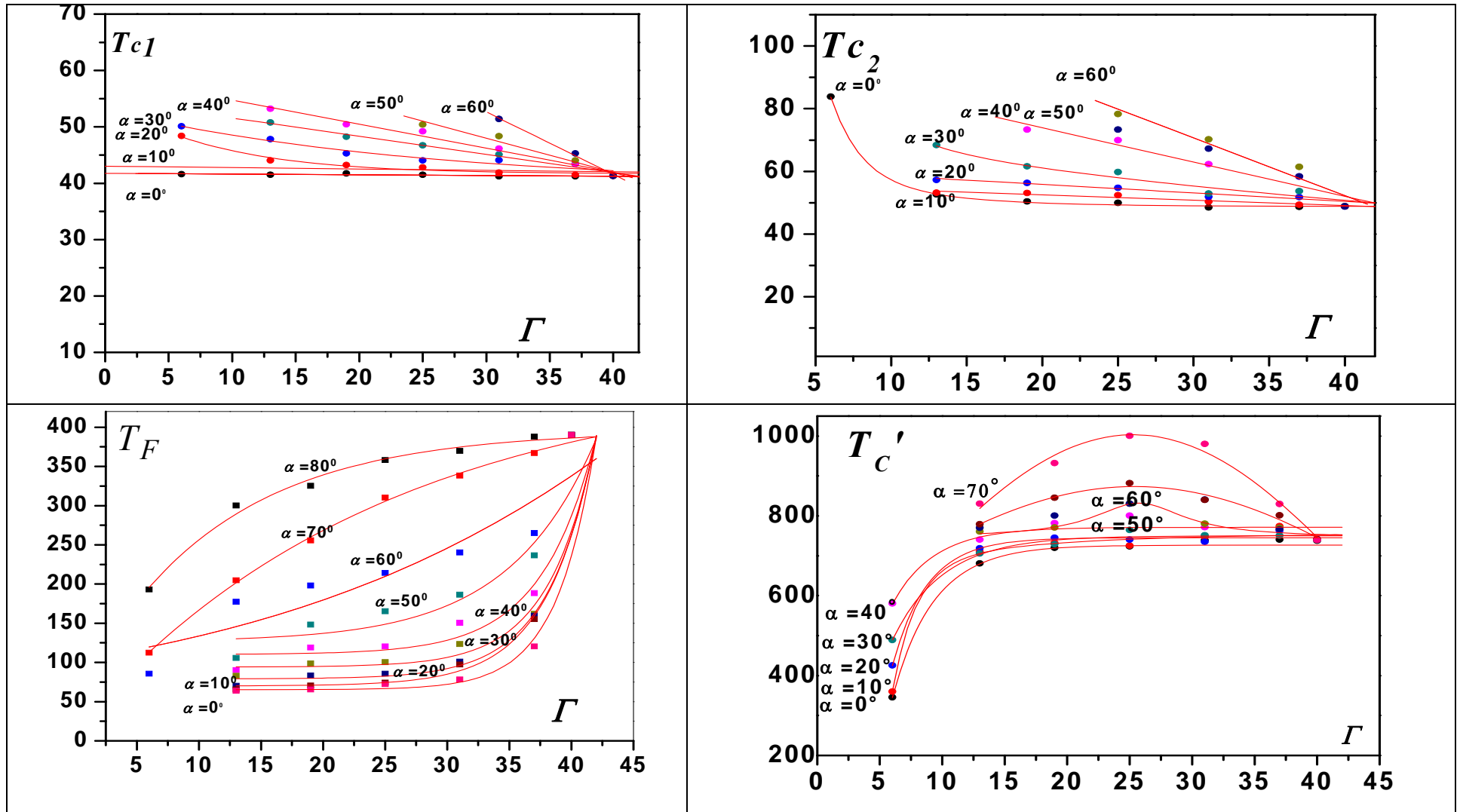


Figure III-55 : Evolution des nombres critiques de Taylor T_{c1}, T_{c2}, T_F et T'_c en fonction de taux de remplissage pour un l'inclinaison fixé

Conclusion

L'étude de l'écoulement de Taylor-Couette soumis aux effets d'inclinaison α et de la surface libre a permis de caractériser et de mettre en lumière les propriétés fondamentales de ce type de mouvement.

L'effet du facteur d'aspect ou taux de remplissage Γ a pour conséquence essentiellement de retarder relativement l'apparition des ondes. Par contre, elle tend à accélérer l'apparition du chaos.

L'effet d'inclinaison semble affecter profondément les différentes structures du mouvement et peut conduire à la relaminarisation de l'écoulement.

CHAPITRE IV

METHODES DE RESOLUTION NUMERIQUE

Introduction

On commence par la présentation des logiciels de simulation numérique Gambit et Fluent. La simulation numérique basée sur la méthode des volumes finis. Pour mettre au point la technique de simulation, on s'intéresse d'abord au système d'écoulement de Taylor-Couette vertical tel que le cylindre intérieur est en rotation et le cylindre extérieur est maintenu fixe.

Dans une seconde étape on s'intéresse à la situation d'un écoulement de Taylor-Couette en position inclinée α . Par ailleurs, on étend ensuite les calculs à un système d'écoulement qui combine l'inclinaison avec l'interaction de l'effet de la surface libre selon un taux de remplissage fixé à l'avance.

1- Position du problème

L'utilisation du logiciel FLUENT, permet de construire un modèle de simulation numérique qui soit capable de traiter et de résoudre la dynamique générée dans un espace annulaire compris entre deux cylindres concentriques dont le cylindre intérieur est en rotation et l'extérieur est maintenu fixe.

Cette étude a été effectuée dans le but de simuler l'évolution de l'écoulement de Taylor-Couette. Lorsque le système d'écoulement est en charge $H=H_{\max}$, on dégage les valeurs de référence conforme aux données de la littérature. Lorsque le système est partiellement rempli et est incliné d'un angle α par rapport à la verticale et l'on étend l'investigation aux conditions d'apparition des vortex de Taylor que l'on étudie qualitativement et quantitativement.

Il s'agit d'évaluer les valeurs critiques caractérisant les modes d'instabilités sur le plan hydrodynamique à partir d'un maillage qui soit conforme aux données de validation. Après ajustement des paramètres de simulations, on lance les calculs jusqu'à l'obtention de la convergence de la solution sur la base des données expérimentales.

A. Géométrie

La figure IV.1 résume les dimensions du domaine. Par sa géométrie de révolution, le dispositif de Taylor–Couette induit tout naturellement une description en coordonnées cylindriques. La cavité annulaire $d = R_2 - R_1$ est délimitée par un cylindre intérieur de rayon $R_1 = 50$ mm et de vitesse angulaire Ω_1 et un cylindre externe de rayon $R_2 = 55$ mm et de vitesse angulaire nulle $\Omega_2 = 0$ rd/s. La hauteur $H = 200$ mm du système est telle qu'elle est fermée dans ses parties supérieure et inférieure par deux disques terminaux parallèles qui sont fixés au cylindre extérieur.

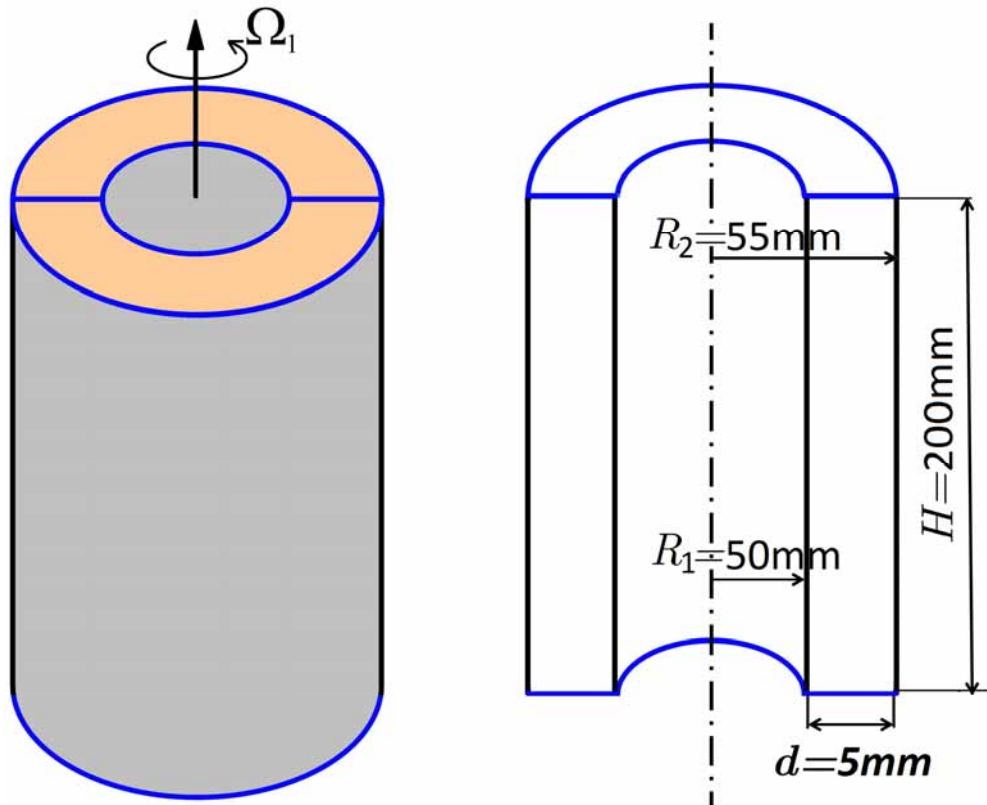


Figure IV.1 : Géométrie du système d'écoulement de Taylor-Couette.

B. Maillage sous Gambit

La création de la géométrie ainsi que le maillage s'est fait sous le "GAMBIT" (Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit) qui est un logiciel utilisé pour construire la géométrie, générer le maillage et définir les frontières appropriées du système considéré : interfaces, parois rigide, fluide etc...

Notre configuration est de forme simple où l'écoulement suit pratiquement la forme naturelle de la géométrie cylindrique construite sur la base d'un maillage à cellules quadrilatères et Hexaédriques pour le cas 3D développé.

Dans ce travail, la conception du maillage ne présente aucune difficulté particulière et se fait selon une distribution uniforme des éléments. Le choix s'est porté sur un maillage structuré (hexaédriques) comme schématisé sur la figure IV.2. Ce maillage est alors constitué de $160 \times 160 \times 15 = 384000$ mailles qui donne environ de 412160 nœuds binaires.

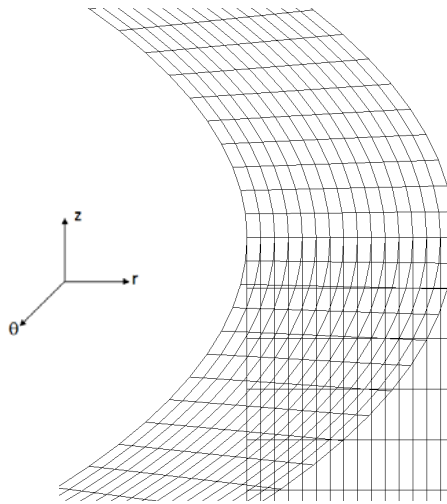


Figure II.2 : Maillage de la cavité dans l'espace annulaire :
15 cellules suivant r , 160 suivant θ et 160 suivant z .

C. Conditions aux limites

L'écoulement est délimité par des parois rigides et imperméables, à savoir:

- a) Bord supérieur « couvercle » et Bord inférieur « fond », sont des parois fixes solidaire au cylindre extérieur.
- b) Cylindre extérieur immobile $\Omega_2=0$ rd/s et cylindre intérieur tournant avec une vitesse angulaire Ω_1

Les fluides utilisés sont:

- c) Benzène liquide qui est considéré comme un fluide incompressible et visqueux dont les propriétés physiques sont : la masse volumique $\rho_b=875\text{Kg/m}^3$ et la viscosité dynamique $\mu_b=0,589.10^{-3}\text{Pa.s}$
- d) Air ambient de viscosité dynamique $\mu_a= 1,7894.10^{-5}\text{Pa.s}$ et de la masse volumique $\rho_a=1,225\text{Kg/m}^3$ correspond au cas du système qui est partiellement rempli.

Ces conditions sont similaire aux conditions expérimentales réalisées au chapitre précédent qui constituent les données de base de la validation. Les conditions aux limites imposées aux parois des cylindres sont récapitulées sur la figure IV.3.

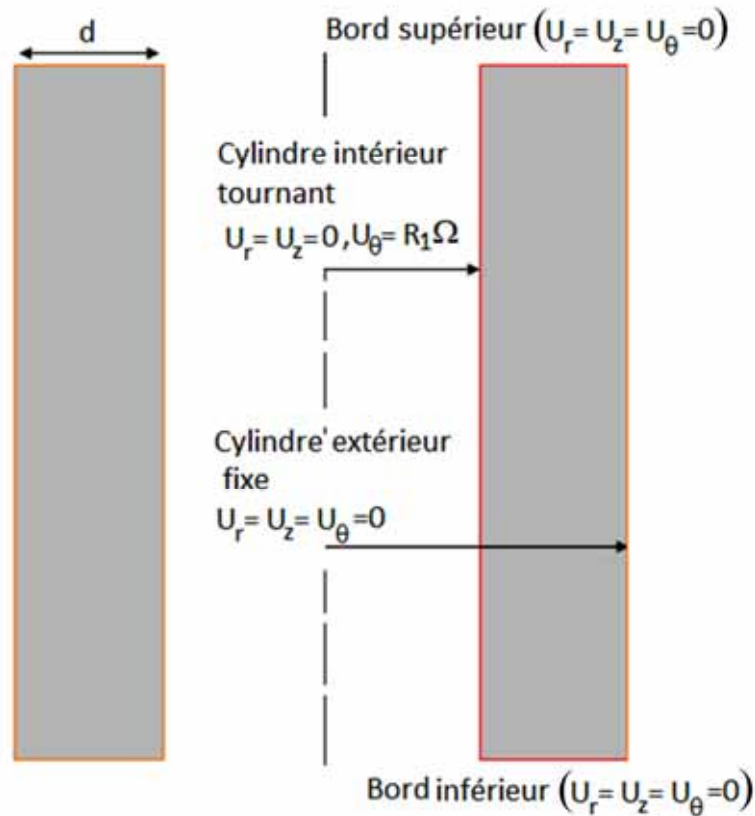


Figure IV.3 : Conditions aux limites correspondant à une vue en coupe longitudinale du système d'écoulement

2- Implémentation sous "Fluent"

Après la conception de la géométrie et la définition des conditions aux limites ainsi que le maillage réalisés par le logiciel Gambit, on procède à l'implémentation de notre géométrie sous le logiciel FLUENT qui permettent de réaliser des simulations 2D ou 3D en Hydrodynamique par la résolution des équations qui gouvernent le mouvement du fluide.

A. Description du solveur de "Fluent"

FLUENT est un Code commercial de calcul CFD (Computational Fluid Dynamics) capable de simuler des problèmes des écoulements des fluide. Il est basé sur la méthode des volumes finis pour résoudre les équations associées à la description du mouvement des fluides et les transferts thermiques dans ou autour des géométries complexes. Il sert à résoudre des problèmes d'écoulement avec des maillages structurés ou non structurés qui peuvent être produits pour des géométries complexes avec une facilité relative. Les types de mailles supportées sont des mailles, en 2D (triangulaires, quadrilatérales), ou en 3D (tétraédriques, hexaédriques, pyramidales) et les mailles mixtes (hybrides) [135].

Le logiciel Fluent est basé sur la méthode de modélisation numérique qui est connue pour sa puissance de calcul et sa facilité de mise en œuvre caractérisant la méthode des volumes finis. Cette méthode est décrite pour la première fois en 1972 par Patankar et Spalding qui a fait l'objet d'une publication dans la revue Numerical Heat Transfer and Fluid Flow [136].

Fluent emploie le langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offertes par ce langage (allocation de la mémoire dynamique). En outre, il utilise une architecture qui permet une exécution simple ou parallèle en tant que plusieurs processus simultanés sur le même poste de travail ou sur des postes séparés pour une meilleure rapidité et efficacité.

Fluent s'utilise à travers une interface graphique tel que l'utilisateur peut adapter ou augmenter selon les besoins, en écrivant des fonctions de menu, afin d'automatiser certaines procédures.

Pour résoudre des problèmes en mécanique de fluides thermiques ou dynamiques, par les logiciels Fluent et Gambit, on doit d'abord suivre les étapes qui sont indiqués dans la figure IV.4.

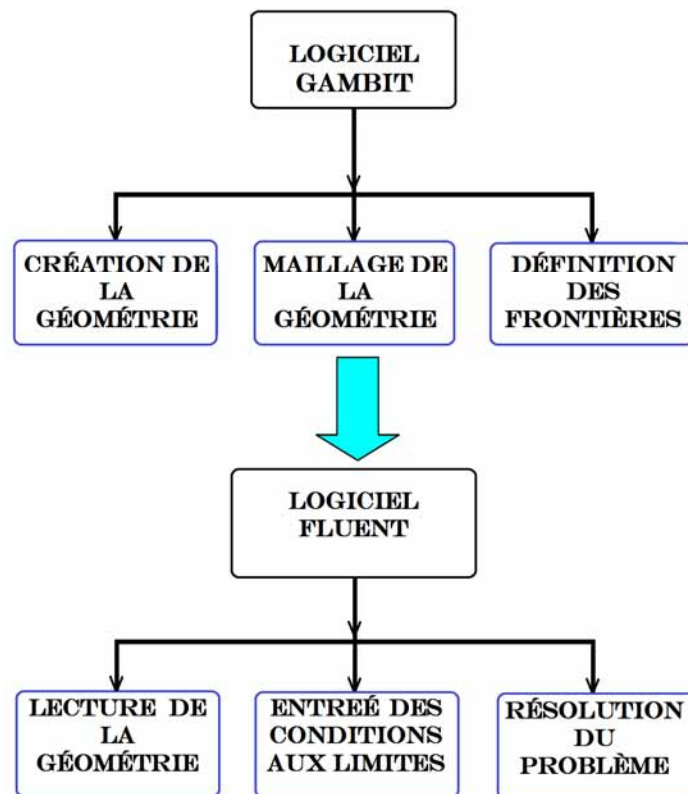


Figure IV.4 : Schéma synoptique des étapes à utilisées pour la simulation à l'aide des logiciels Fluent et Gambit

A titre indicatif, on peut énumérer les capacités de modélisation des problèmes suivants :

- Ecoulements 2D ou 3D ;
- Etats permanents ou transitoires ;
- Ecoulements incompressibles ou compressibles, non visqueux, laminaires ou turbulents, Newtonien ou non ;
- Transfert de chaleur forcé, par conduction, par convection ou radiatif ;
- Les écoulements avec changement de phases ;
- Ecoulements en milieu poreux.

Le principe de la méthode des volumes finis est basé sur une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques. Ces dernières sont résolues numériquement. La technique des volumes de contrôle consiste à l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle (VC).

Le système d'équations aux dérivées partielles gouvernant le mouvement du fluide dans le cas hydrodynamique en coordonnées cartésiennes s'écrit comme suit [136]:

$$\begin{aligned}
 \text{Conservation de la masse :} & \quad \frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) + S_m \\
 \text{Quantité de mouvement selon x :} & \quad \frac{\partial(\rho V_x)}{\partial t} + \text{div}(\rho V_x \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad} V_x) + S_{mx} \\
 \text{Quantité de mouvement selon y :} & \quad \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial t} + \text{div}(\rho V_y \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad} V_y) + S_{my} \\
 \text{Quantité de mouvement selon z :} & \quad \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial t} + \text{div}(\rho V_z \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad} V_z) + S_{mz}
 \end{aligned} \tag{IV.1}$$

Où ρ , \vec{V} , S_m désignent respectivement la masse volumique, vecteur vitesse et le terme source.

La méthode des Volumes Finis s'articule autour de trois étapes principales : la génération du maillage, la discrétisation des équations de transports basé sur le principe d'intégration les équations dans un volume de contrôle, et puis la résolution du système d'équations illustré dans système d'équation (IV.1), par différentes méthodes de résolution numériques directes et itératives.

"Fluent" utilise cette technique basée sur les étapes représentées dans la figure (IV.5) qui est donnée ci – après :

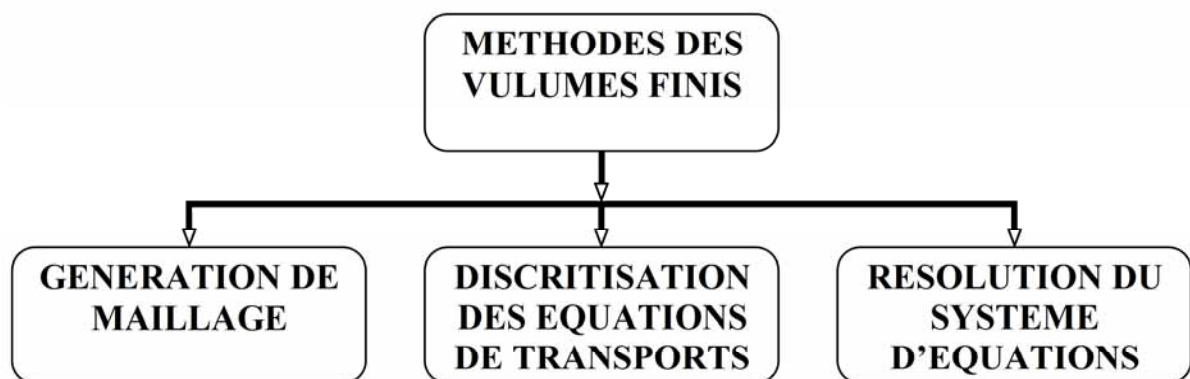


Figure IV.5 : Etapes principales de la méthode des volumes finis (VOF).

B. Procédure sous "Fluent"

Au chargement du maillage sous "Fluent", Il s'agit, en premier lieu, de mettre la géométrie à l'échelle appropriée, (mètre pour notre cas). Le logiciel permet aussi de réordonner les noeuds, les surfaces et les cellules en mémoire, de telle façon qu'ils aient la même disposition dans la grille et dans la mémoire. Ceci permet d'améliorer les performances du calcul et l'efficacité de l'accès à la mémoire.

1) Simple précision ou double précision

"Fluent" offre deux modes de calcul : le mode "double précision" et le mode "simple précision".

Dans le mode "double précision", les nombres à virgule flottante sont représentés en utilisant 64 bits, alors que le mode "simple précision" utilise une représentation à 32 bits. Il est évident que le premier mode requiert beaucoup plus de mémoire.

2) Choix de la formulation du solveur

En démarrant "Fluent" on peut choisir entre plusieurs formulations du solveur :

❖ La formulation "Segregated", ou isolée (implicite): Cette formulation permet de résoudre les équations de continuité, de quantité de mouvement et éventuellement celle de l'énergie, séquentiellement, c'est-à-dire isolées les unes des autres (implicite par défaut). Le solveur isolé est classiquement employé pour les écoulements incompressibles à modérément compressibles. De ce fait, c'est la formulation que l'on a choisie pour notre problème.

❖ La formulation "PISO" (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) est basé sur le degré plus élevé de la relation approximative entre les corrections de pression et de vitesse. Cet algorithme répète les calculs jusqu'à ce que le résidu (erreur) soit minimal. Pour améliorer l'efficacité de ce calcul, l'algorithme PISO effectue deux corrections supplémentaires telles que :

- correction de moment ou "correction de voisin" (Neighbor Correction): Les corrections des vitesses sont largement satisfaisantes dans les équations de continuité et de quantité de mouvement après une ou plusieurs boucles supplémentaires . L'algorithme PISO prend un peu plus de temps par itération, mais il peut réduire considérablement le nombre d'itérations requises pour la convergence, en particulier pour les problèmes transition Laminaire-turbulent.
- Correction d'asymétrie (Skewness Correction): Pour les mailles qui présente un certain degré d'asymétrie, la relation approximative entre la correction du flux de masse à la face de la cellule et l'écart de pression au niveau des cellules adjacentes est très approximative.

Cette formulation répond à nos exigence pour effectuer la simulation de l'écoulement avec ou sans surface libre et en toutes positions possibles, soit verticale ou horizontale ou bien incliné.

3) Schémas de discrétisation

Sous "Fluent", les variables stockées au centre de la cellule doivent être interpolées aux faces du volume de contrôle. Il est possible de choisir entre différents schémas de discrétisation.

Plusieurs schémas d'interpolation au premier ordre et second ordre ou éventuellement à 3 ordre sont disponibles dans le code FLUENT. On peut les résumer dans la Figure.IV.6 :

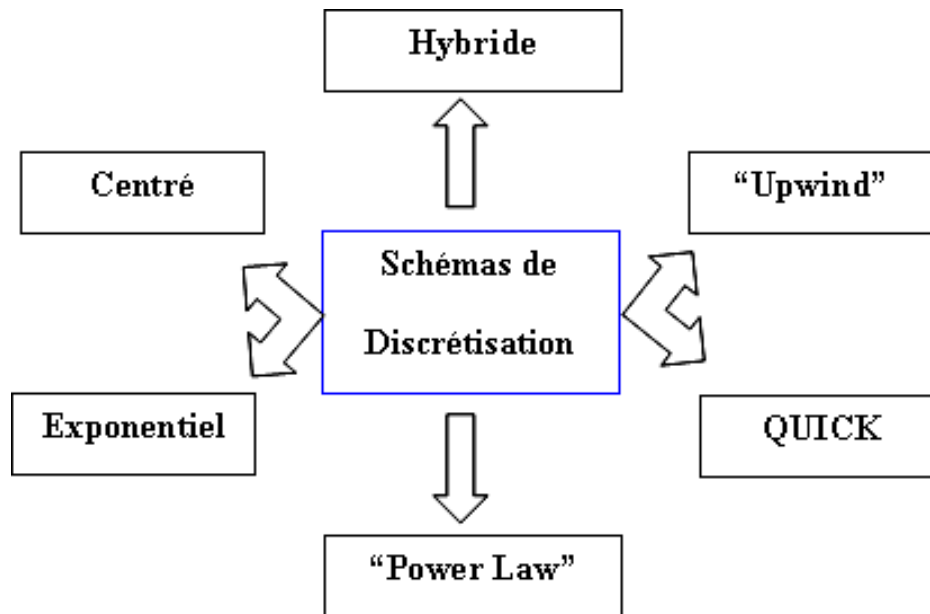


Figure IV.6 : Schéma de discrétisation à adapter

Ces schémas sont appliqués aux termes convectifs des équations gouvernantes, les termes visqueux étant automatiquement discrétisés au second ordre pour plus de précision.

Il est à signaler que la discrétisation au premier ordre procure déjà une bonne convergence. Alors que le "**Second Order Upwind Scheme**" est employé pour traiter des écoulements non alignés au maillage, comme le cas où notre dispositif est en position incliné est avec surface libre.

Il existe aussi d'autres schémas de discrétisation, à savoir :

❖ Le schéma "QUICK" (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinetics) : Il procure une meilleure précision que le schéma au second ordre pour les écoulements rotationnels et tourbillonnaires (Swirling) avec un maillage régulier. Cependant, il ne s'applique pas à un maillage triangulaire.

❖ Le schéma "Power Law" est plus précis que le "First Order Upwind Scheme" pour les écoulements à très bas nombres de Reynolds (< 5). Sinon, il procure, en général, le même degré de précision.

4) Choix du schéma d'interpolation de la pression

Dans la plupart des cas, le schéma "Standard" est acceptable et pour des écoulements spécifiques, on peut choisir parmi les options suivantes :

- ❖ Le schéma force de volume pondéré "Body-Force-Weighted" est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume (ex. convection naturelle à haut nombre de Rayleigh).

- ❖ **Le schéma "PRESTO" (Pressure Staggering Option):** est approprié pour les écoulements hautement tourbillonnaires, à grande vitesse de rotation ou les écoulements dans des domaines fortement courbés.

- ❖ Le schéma au second ordre qui peut être utilisé pour les écoulements compressibles et pour améliorer la précision en écoulements incompressibles.

- ❖ Le schéma linéaire "Linear" est disponible comme technique alternative au cas où les autres options ont des difficultés de convergence ou génèreraient des comportements non physiques. Afin de ne pas augmenter le nombre d'inconnues du problème, un schéma d'interpolation est employé pour exprimer la valeur de l'inconnue sur l'arête en fonction des valeurs au centre des mailles voisines.

Les résolutions effectuées, ici, utilisent la variante du schéma « second order » (disponible dans FLUENT) pour la pression. Ce schéma d'ordre 2 est assez stable et précis pour la pression et le schéma d'ordre 3 « third order » est recommandé pour la quantité de mouvement (voir Tableau II. 1).

Variables	Schémas d'interpolation
pression	Second ordre
Quantité de mouvement	Third_order MUSCL

Tableau II.2 : Schémas de discrétisation choisis.

IV.2.2.5 Choix de la méthode de couplage Pression -Vitesse

Si les vitesses sont définies aux noeuds d'un volume de contrôle ordinaire (comme les autres scalaires : pression, température), il est démontré qu'un champ de pression, fortement non uniforme, agit comme un champ uniforme sur les équations de quantité de mouvement discrétisées. La solution passe par la définition des vitesses sur une grille décalée "Staggered grid" et l'emploi d'algorithmes tel que "SIMPLE" pour résoudre ce lien ou faire le couplage entre la pression et la vitesse. La famille des algorithmes "SIMPLE" correspond essentiellement à une procédure d'estimation et correction dédiée au calcul de la pression sur la "grille décalée" des composantes de la vitesse.

"Fluent" propose trois méthodes pour réaliser le couplage pression-vitesse (seulement en formulation "isolé"):

* Les deux premières, très proche l'une de l'autre, sont la méthode "SIMPLE" (Semi-Implicit Method for a Pressure Linked Equations) et la méthode "SIMPLEC" (SIMPLE Consistent). Cette dernière méthode se distingue de la première par le fait qu'on peut lui assigner un facteur de relaxation (correction) de pression proche de 1, ceci accélère la convergence dans la plupart des cas mais peut conduire à des instabilités de la solution.

* Méthode "**PISO**" (**P**ressure **I**mplicit with **S**plitting of **O**perators): Cette méthode fait partie des algorithmes de la famille "SIMPLE". Elle est recommandée pour les écoulements instationnaires ou pour les maillages contenant des cellules très obliques "highly skewed".

Dans le présent travail, on utilise un modèle géométrique en 3D et les équations régissant l'écoulement en régime laminaire instationnaire. L'algorithme PISO est adopté, (tableau IV.2). Il consiste en une étape de prédiction et deux étapes de corrections. Il peut être vu comme étant une extension de SIMPLE avec des étapes de correction supplémentaires.

MODELES	OPTIONS
Géométrie	3D
discrétisation temporelle	Instationnaire
Procédure de discrétisation	PISO

Tableau IV.2 : Modèles de discrétisation

La solution du système d'équations qui découle de l'intégration sur chaque volume de contrôle des équations initiales est recherchée selon une procédure séquentielle dont chaque itération comporte les étapes suivantes :

1) L'équation de la composante azimutale V_θ est résolue en supposant connues les deux autres composantes de vitesses (V_x, V_z)

2) Les équations du mouvement portant sur les composantes V_x et V_z sont résolues en même temps (V_x suppose V_z nulle, et inversement).

3) L'équation de continuité est ensuite utilisée pour apporter les corrections nécessaires au champ de pression (initialement nul).

Ces étapes sont répétées avec une précision de 1/100000 jusqu'à ce que l'erreur faite dans chaque équation de conservation (à l'intérieur de chaque volume de contrôle et donc sur le domaine entier) soit réduite à la valeur souhaitée.

Dans notre cas, on se limitera à l'utilisation de la méthode " PISO " qui est la plus robuste, offrant le plus de garanties pour la convergence et la précision de la solution.

6) Facteurs de sous relaxation

Dans les méthodes itératives, que ce soit pour la résolution des systèmes d'équations algébriques linéaires ou pour les schémas itératifs permettant d'appréhender les non linéarités, souvent on veut ralentir ou accélérer, d'une itération à l'autre la variation de la variable considérée. Ces processus sont appelés respectivement sous-relaxation (ralentissement) et Sur-relaxation (accélération) [135].

La sur-relaxation est souvent utilisée avec la méthode de Gauss-Seidel, la méthode obtenue s'appelle alors SOR (Successive Over-Relaxation) et très peu utilisée avec la méthode ligne par ligne.

Les sous-relaxation est très pratique pour les problèmes non linéaires car elle permet d'éviter la divergence des méthodes itératives utilisées pour la résolution.

Afin de contrôler et réduire le changement produit durant chaque itération d'une variable de l'écoulement, le logiciel "Fluent" permet d'agir sur les facteurs de sous relaxations assignées à un nombre de variables.

On utilise des paramètres de sous relaxation présentée dans le Tableau IV.3. Ces paramètres permettent d'accélérer la convergence du calcul.

Variables	Facteurs de Relaxation
Pression	0.7
Densité	1
Forces de volume	1
T Quantité de mouvement	0.7

T

Tableau IV.3 : Paramètres de sous relaxation.

Le code de calcul utilisé offre les meilleures valeurs des facteurs de relaxation pour une large gamme d'écoulements. Néanmoins, si on remarque qu'au cours du calcul les résidus commencent à s'amplifier, il est préférable de réduire ces derniers. Par contre, si on observe une convergence très lente mais sûre, on pourra les augmenter prudemment, en faisant attention au facteur de relaxation lié à l'équation de continuité.

3- Cas du cylindre totalement rempli

1) Choix du maillage

Plusieurs tests doivent être effectués afin de fixer le nombre de mailles pour initier le calcul de simulation. En règle générale, la taille du maillage adapté est estimée de façon proche de la valeur du nombre de Taylor critique expérimental ($Tc_1 = 41.3$). En pratique, le maillage est au fur et à mesure affiné jusqu'à ce que la solution ne varie plus avec l'affinage que de quelque % (0.1% maximum) comme il est illustré dans la figure IV.7.

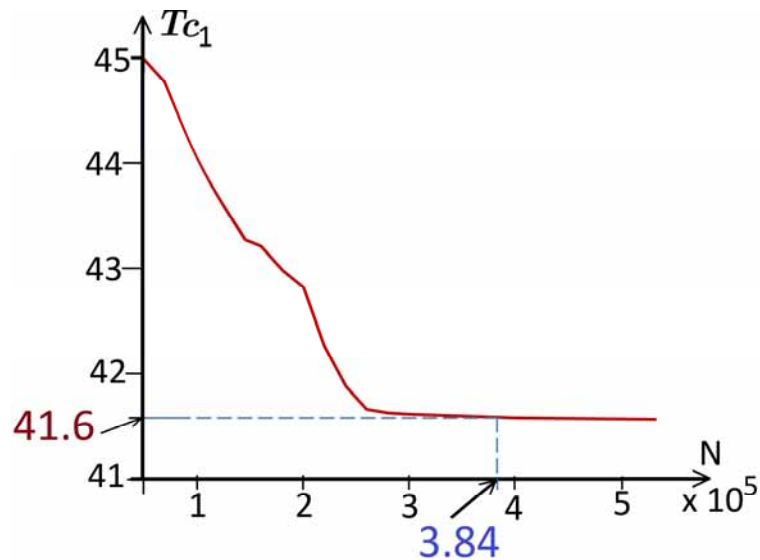


Figure IV. 7 : Effet du maillage sur la variation du nombre de Taylor critique T_{c1} en fonction du nombre de maille N

2) Validation des résultats numériques

Dans le solveur de FLUENT, une fois les conditions aux limites sont fixés, ainsi que les caractéristiques du fluide sont introduits, le choix des schémas et l'algorithme sont déterminés, on lance alors le calcul avec un pas de temps de valeur de $2/1000$ correspond à un nombre d'itérations égal à 1000. On augmente ensuite au fur et à mesure de la vitesse angulaire Ω_1 avec un taux de variation $\frac{\Delta\Omega_1}{\Omega_1} \leq 1\%$ (Processus quasi-statique). La valeur du

nombre de Taylor critique T_{c1} a été évaluée au chapitre précédent et dont la valeur est à $T_{c1}=41.3$ (figure IV.8.a) qui caractérise la première instabilité, nous avons trouvé une valeur du nombre de Taylor $T_{c1}=41.6$ (figure IV.8.b) qui est assez proche de la valeur expérimentale et dont la précision est 0.7%.

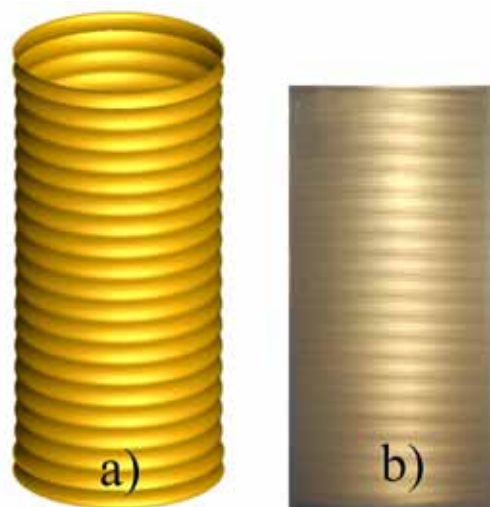


Figure IV. 8 : Comparaison des résultats de simulation numérique avec les mesures expérimentales pour le nombre de Taylor critique T_{c1} .

4- Système d'écoulement partiellement rempli (écoulement à surface libre)

Pour un système d'écoulement de Taylor Couette partiellement rempli, la configuration fait apparaître deux fluides non-miscibles qui sont superposés, l'un sur l'autre tels que le liquide : Benzène en bas, et le gaz : air est localisé en haut. Ces conditions permettant d'obtenir un système d'écoulement avec surface libre (voir la figure IV.9).

Le traitement de ce type de configuration (écoulement multi-phasique) est adapté à la résolution du problème considéré avec Fluent.

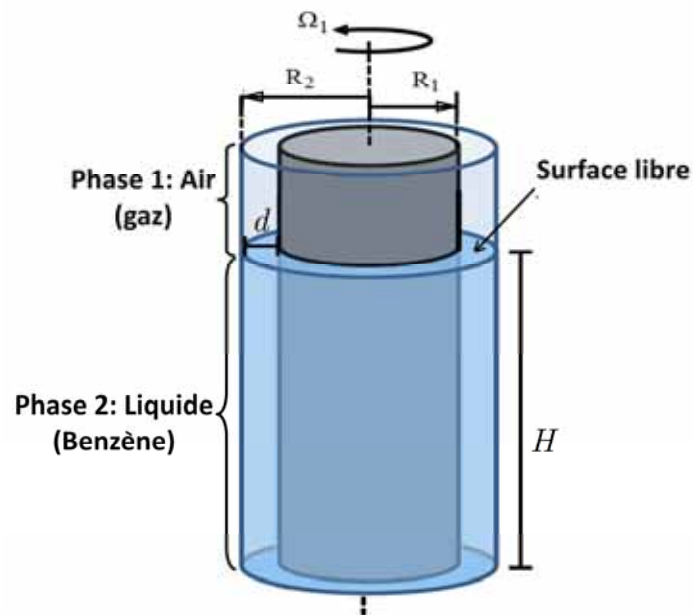


Figure IV.9: Système d'écoulement avec surface libre

1) Choix d'un modèle Multiphasique

Les différents écoulements multiphasiques peuvent être regroupés en quatre catégories: écoulement diphasique gaz-liquide ou écoulement diphasique liquide-liquide; écoulement diphasique gaz-solide; écoulement diphasique liquide-solide; et les écoulements triphasés.

Dans le cas du logiciel exploité, on se place dans les configurations suivantes : gaz-liquide ou liquide-liquide, à savoir:

- Bubbly flow: écoulements d'un liquide avec bulles gazeuses (fluides discontinus) dans un fluide continu.
- Droplet flow: Ecoulement d'un fluide discontinu avec gouttelettes dans un gaz en continu.
- Slug flow : mouvement des grandes bulles (ou bien grandes gouttes) dans un fluide continu.
- Stratified/free-surface flow : écoulement des fluides non miscibles séparés par une interface clairement définie.

C'est cette dernière configuration qui à été choisie pour mener nos calculs de simulation.

Pour traiter les problèmes des écoulements des fluides non miscibles séparés par une interface clairement définie, on adopte pour le modèle Volume Of Fluid (VOF).

2) Choix de modèle VOF

Le modèle VOF peut être utilisé pour des calculs stationnaires ou instationnaires. Cependant, il est recommandé d'effectuer les calculs en instationnaire même pour des problèmes en régime permanent ce qui correspond à notre cas. Pour cela, on utilise **la discrétisation explicite** qui permet la résolution de l'équation de continuité dans un pas de temps différent par rapport aux équations de conservation (pression et quantité de mouvement).

Dans le cas de notre étude, l'utilisation du le schéma **PRESTO!** est recommandée pour la discrétisation de **la pression**. Le couplage **pression-vitesse** de type **PISO** est fortement recommandé parce que notre géométrie est simple (géométrie cylindrique).

La discrétisation explicite permettant l'utilisation de la discrétisation spatiale **Geo-Reconstruct** qui facilite l'obtention d'une interface bien définie, sans diffusion numérique entre les phases des fluide utilisés, et même elle nous permis d'introduire la tension de surface dans nos calcul si elle est importante.

Le modèle VOF utilise **une seule et unique équation** pour le bilan de quantité de mouvement **pour toutes les phases**, auquel se rajoute une fraction volumique de phase liée à chacune des phases. Dans le cas du modèle VOF, les phases ne peuvent pas s'interpénétrer.

- **Equation de continuité de la fraction volumique α_q :**

Le suivi de l'interface (s) entre les phases est réalisé au moyen de la solution de l'équation de continuité pour la fraction volumique d'une (ou plusieurs) des phases. Pour la qième phase, l'équation de continuité est de la forme suivante:

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \alpha_q = \frac{S_{\alpha_q}}{\rho_q} \quad (\text{IV.2})$$

Avec S_{α_q} : terme source de masse pour la phase q qui satisfait la condition suivante:

$$\sum_{p=1}^n \alpha_q = 1 \quad (\text{IV.3})$$

α_q est la fraction volumique du qème fluide dans la cellule. Trois conditions suivantes sont possibles:

- $\alpha_q = 0$: la cellule est vide (du qème fluide).
- $\alpha_q = 1$: la cellule est pleine (du qème fluide)
- $0 < \alpha_q < 1$: la cellule contient l'interface entre le qème fluide et un ou plusieurs autres fluides.

Remarque :

L'équation de la fraction volumique ne sera pas résolue pour la phase primaire; la fraction volumique de la phase primaire sera calculée par l'expression suivante:

$$\rho = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_2) \rho_1 \quad (\text{IV.4})$$

- Bilan de quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu (+\nabla \vec{V}^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (\text{IV.5})$$

La résolution de cette équation conduit à l'obtention d'un champ de vitesse unique qui est partagé entre les différentes phases.

5- Système d'écoulement partiellement rempli en position incliné

Pour introduire l'angle d'inclinaison dans le Fluent, on modifie les composantes du vecteur

unitaire $\vec{e}_z \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ qui devient $\vec{e}_{z'} \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ 0 \\ \cos \alpha \end{pmatrix}$ car le fluide tourne autour de $\vec{e}_{z'}$. La hauteur de la

colonne liquide doit être également modifiée qui devient $H' = H \cdot \cos \alpha$ et la surface libre reste horizontale quelle que soit la valeur de α .

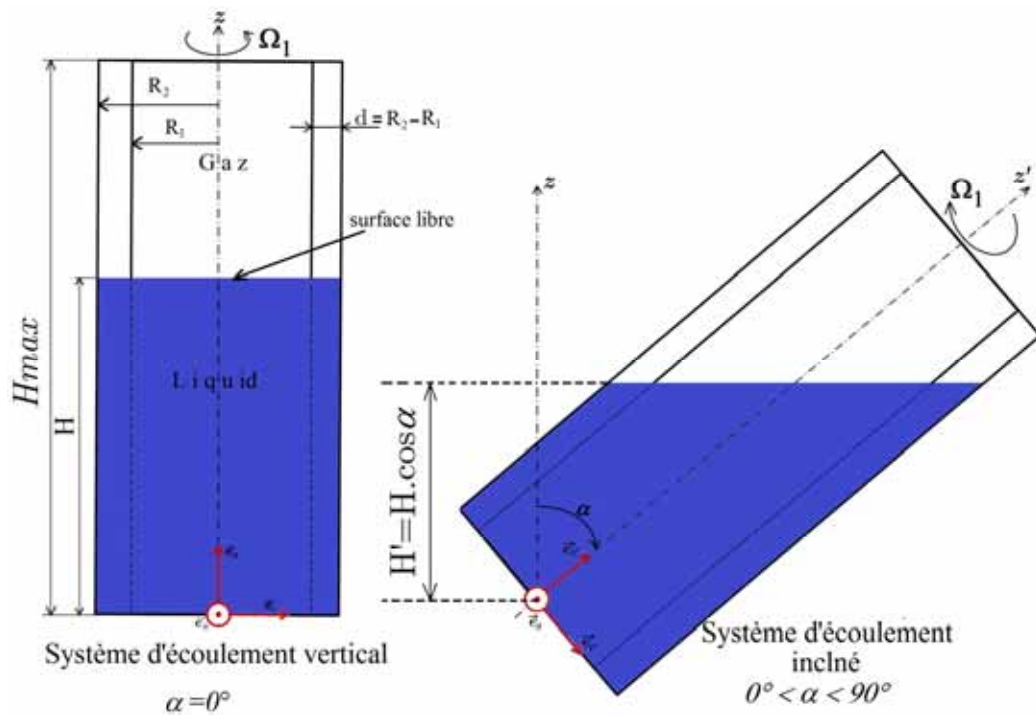


Figure IV. 10: Système d'écoulement en position verticale et inclinée avec surface libre.

Conclusion:

On a pu adapter le logiciel Fluent à nos conditions de travail qui sont proche de la réalité expérimentale. L'utilisation du logiciel Fluent pour simuler numériquement l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux par la méthode des volumes finis apparaît très efficace. Aussi, l'application de modèle VOF pour un dispositif en charge répond à nos exigences puisque elle donne des résultats très proche des mesures expérimentales qui sont inférieur à 0.7%. La méthode VOF a été généralisée pour simuler l'écoulement à surface libre correspondant au modèle multi-phase pour refléter ce type de configuration d'écoulement.

CHAPITRE V

RESULTATS DE LA SIMULATION NUMERIQUE

Introduction

On tente de réaliser une approche des lois du mouvement à partir d'une simulation numérique appropriée. On présente les résultats obtenus par la simulation en se basant sur des données liées aux conditions expérimentales définies au chapitre III. Dans une première étape on valide notre démarche à partir de l'étude de l'écoulement en position verticale dans le cas d'un système en charge (totalement rempli). Ensuite, on cherche à mettre en évidence l'effet de l'inclinaison du système d'écoulement sur les mécanismes de l'instabilité, telle que la transition du régime laminaire vers la 1^{ère} et la 2^{ème} instabilités dans le cas où le système d'écoulement est en charge. Cette étude est complétée dans le cas où le système d'écoulement de Taylor-Couette est partiellement rempli afin d'examiner l'influence de la surface libre et les effets de l'inclinaison sur les vortex de Taylor.

L'ensemble des résultats se base sur l'analyse des propriétés du mouvement à travers le tracé des lignes de courant, les contours des vitesses et des pressions, etc...

De façon systématique toutes les prédictions numériques sont comparé aux résultats expérimentaux et avec d'autres travaux qui sont trouvés dans la littérature.

I- Système d'écoulement totalement rempli : Ecoulement en charge

1) Position verticale:

a- Détermination de la valeur du seuil critique Tc_1 correspond à la première instabilité:

Nos calculs numériques commencent par des valeurs de la vitesse de rotation Ω_1 du cylindre intérieur très faible qui correspondent au régime laminaire stable. Ce régime d'écoulement est caractérisé par l'absence de toute perturbation au sein de la colonne fluide (loin des bords). Cependant on remarque l'existence d'un mouvement perturbé (tourbillon) au niveau des bords inférieur et supérieur du système d'écoulement. Ce tourbillon confirme clairement son existence à $Ta=34$ et est appelé vortex ou tourbillon d'Eckman. Ensuite, on augmente graduellement la vitesse de rotation du cylindre intérieur et on suit le processus de formation des vortex de Taylor qui se propagent des bords extrêmes vers le milieu du dispositif jusqu'à l'apparition complète des cellules dans la totalité du cylindre à une vitesse de rotation critique $\Omega_c = 3,38$ tr/mn correspondant la valeur critique du nombre de Taylor $Tc_1=41.6$. Cette valeur est assez proche de la valeur obtenue expérimentalement $Ta=41.3$ [15], [23] qui est très voisine de celle qui a été évaluée théoriquement $Tc_1=41,2$ [5].







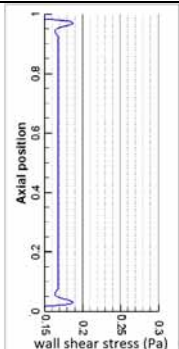
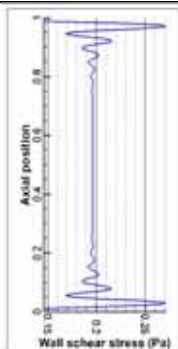
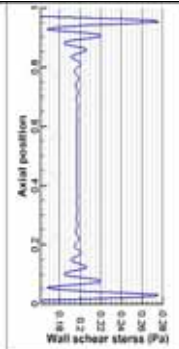
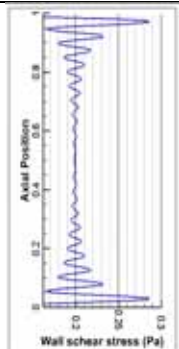
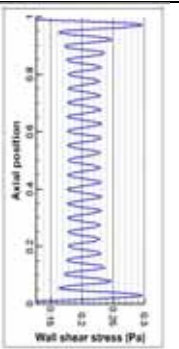
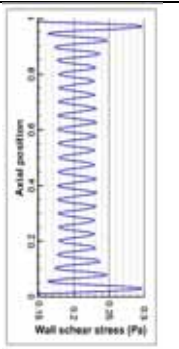
					
					
Ta=34	Ta=40.7	Ta=40.9	Ta=41	Ta=41.6	Ta=42
Apparition de Tourbillons d'Eckman	n= 16 claires et 02 évanescentes	n=20 claires et 02 évanescentes	n=28 claires et 04 évanescentes	n=40 Apparition de l'instabilité de Taylor	n=40 Developement du regime en vortex de Taylor (TVF)

Tableau V-1: Mise en place progressive du 1^{er} mode d'instabilité : onde axiale de type Taylor et son déclenchement à $Ta = Tc_1 = 41,6$

L'apparition de la première instabilité à partir de la valeur critique Tc_1 . Celle-ci consiste en un mouvement secondaire qui se produit sous forme d'onde axiale stationnaire

périodique selon (oz) qui se superpose à l'écoulement de base. L'écoulement s'organise selon un empilement cellulaire contrarotatif sous forme de rouleaux ou vortex dit de Taylor d'où l'appellation Taylor Vortex Flow (TVF). L'apparition de cette instabilité intervient en nombre n fini de cellules. On compte $n=40$ cellules ou vortex (38 identiques + 2 tourbillons d'Eckman au niveau des bords qui sont un peu plus large).

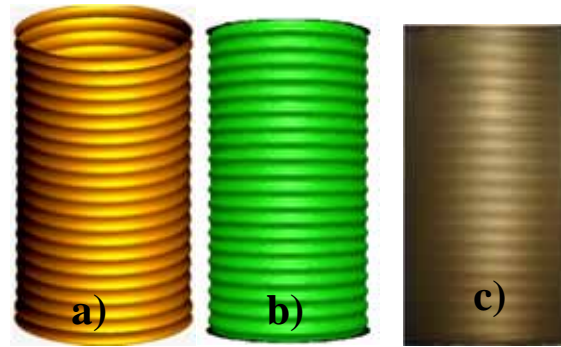


Figure V.1 : Représentation de l'écoulement de Taylor-Couette en régime TVF: a) et b) Etude numérique c) Etude expérimentale.

Afin de décrire de façon approfondie les cellules de Taylor, des contours de lignes de courant, vitesse tangentielle, vitesse axiale, vitesse radiale et la pression ont été tracés dans le plan (r,z). L'alternance des valeurs des vitesses positives et négatives des composantes axiale, radiale et tangentielle caractérise la contra-rotation des vortex de Taylor. Le tracé des lignes de courant nous permet de déterminer la longueur d'onde axiale Λ . La taille des vortex de Taylor est de l'ordre $L_v = 5\text{mm}$ permettant d'en déduire la longueur d'onde : $\Lambda = 2L_v = 2d = 10\text{mm}$ (Figure V.2). Sur la cartographie des lignes du courant superposé sur celle de la vitesse radiale, on peut localiser les zones correspondants aux stations outflow et inflow par rapport aux parois du cylindre intérieur et mettre en évidence le sens de rotation de la cellule à travers la périodicité axiale de l'écoulement.

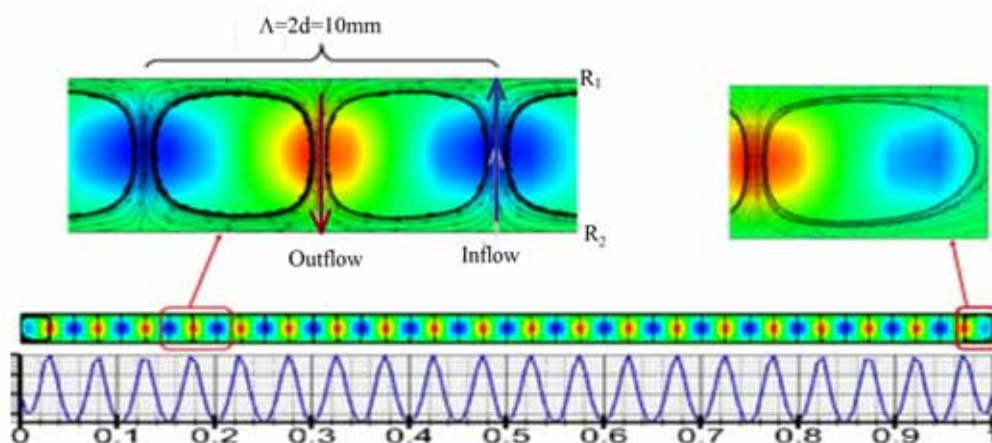


Figure V.2 : Apparition des vortex contrarotatifs à $Ta=42$: a) Vitesse radiale avec ligne de courant, b) Tourbillon d'Eckman avec ligne de courant

b) Profils des vitesses au voisinage de l'apparition de l'onde axial : seuil critique $Tc_1= 42$

On procède au tracés des profils des vitesses pour les trois composantes: radiale u , tangentielle v et axiale w le long des lignes droites traversant l'espace annulaire au niveau du centre de la cellule, au niveau de la station inflow (écoulement rentrant) et au niveau de outflow (écoulement sortant).

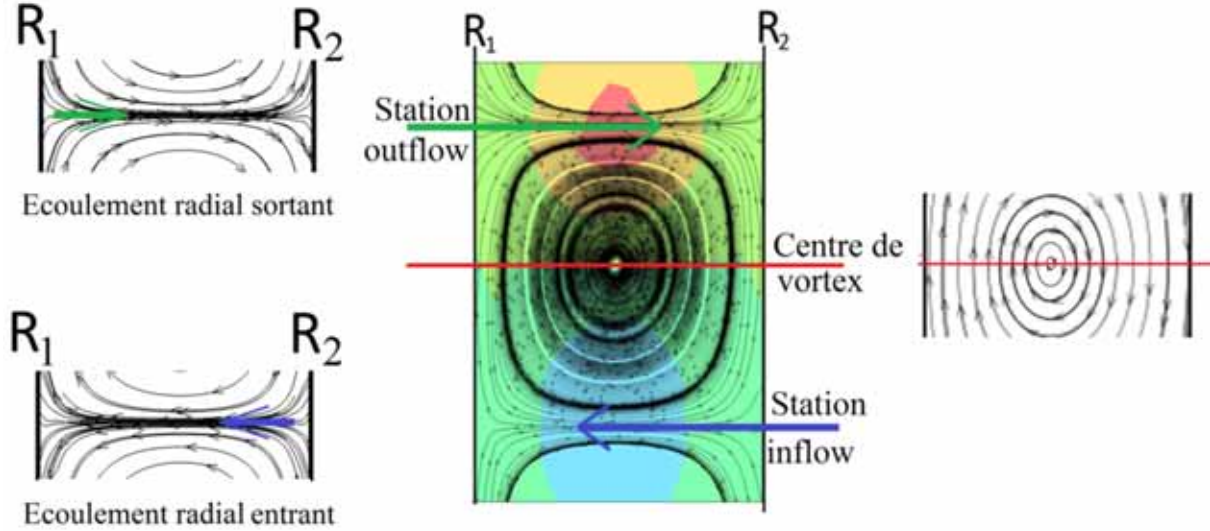


Figure V.3: Tracé de la fonction de courant ψ dans le plan (r, z)

b-1) Vitesse tangentielle v :

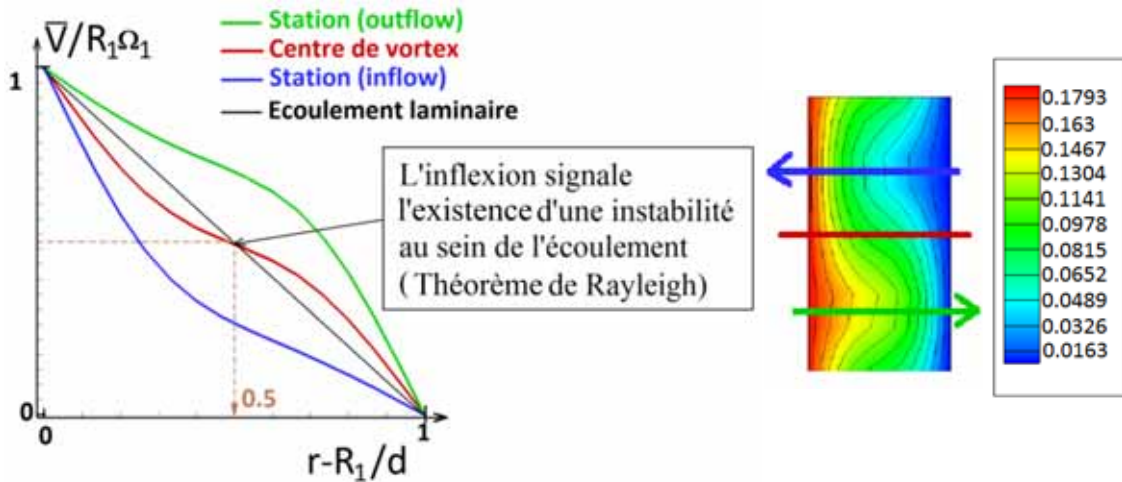


Figure V.4 : Loi de distribution radiale de la composante tangentielle du champ de vitesse

On remarque que les courbes d'évolution de la vitesse tangentielle en fonction de la coordonnée radiale est caractérisée essentiellement par l'existence d'un point d'inflexion, ce qui traduit la distorsion du champ moyen laminaire de base et donc le changement de régime. C'est le début de la transition laminaire-turbulent qui signale le déclenchement de la 1^{ère} instabilité ou onde axiale stationnaire se propageant au sein de l'espace annulaire.

b-2) Vitesse radiale u :

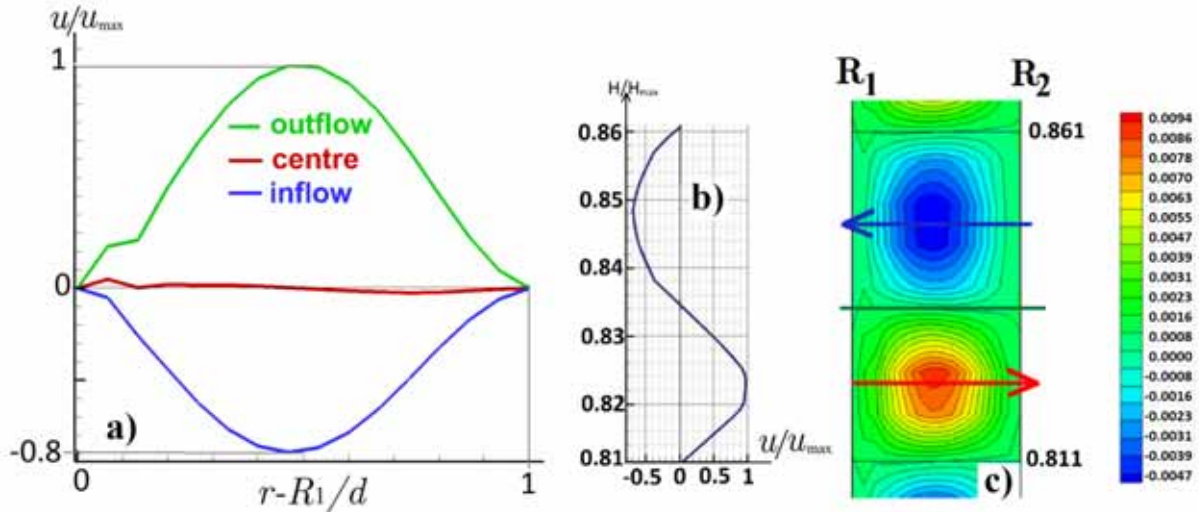


Figure V-5 : Profils de la vitesse radiale, a) et c) suivant r et b) dans le plan z

De ces profils de vitesse (Figure V-5. a-c), on a pu déduire les différentes caractéristiques liées à la composante radiale de la vitesse de d'écoulement dans la section méridionale (r, z) notamment aux stations in-flow, out-flow et centre de vortex en régime TVF que l'on compare avec le régime laminaire de base où seul la composante tangentielle existe. Pour le TVF le profil de vitesse radiale aux niveaux des stations outflow (écoulement entrant) et inflow (écoulement sortant) sont presque symétriques. En revanche, au centre du vortex la vitesse radiale est quasiment nulle.

b-3) Vitesse axiale w :

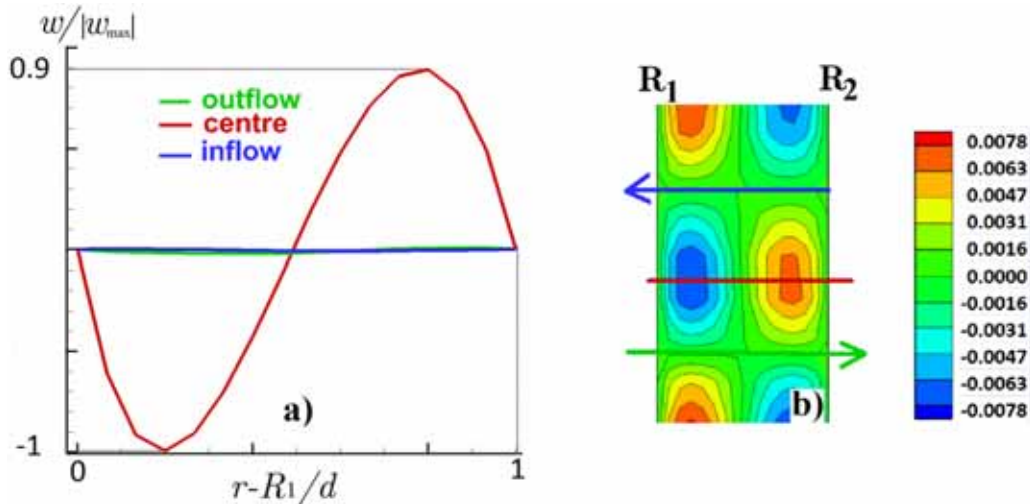


figure V.6 : Profils de la vitesse axiale en fonction de r (a) et dans le plan (r, z) (b)

La composante axiale de la vitesse de l'écoulement est presque nulle aux niveaux de in-flow et out-flow et a une forme sinusoïdale au niveau du centre de vortex, et on observe une périodicité axiale suivant l'axe z .

c) Comparaison des trois composantes u, v et w aux niveaux des stations inflow, outflow et au centre du vortex

c-1) Profils des vitesses u, v et w au centre du vortex :

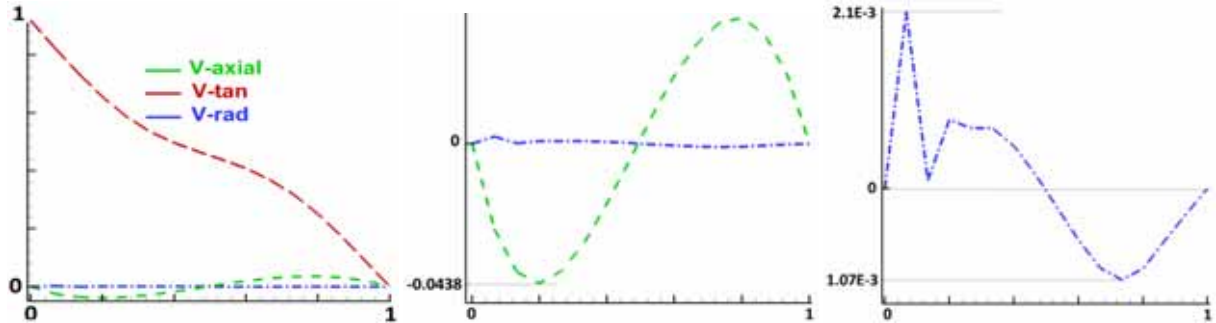


Figure V.7: composantes du champ de vitesse u, v, w au centre de la cellule à $Ta = 42$

L'analyse comparative des trois composantes de la vitesse au centre de vortex, fait ressortir que la composante tangentielle est dominante. En revanche, la composante axiale est de l'ordre de **4.5%** de la valeur de la vitesse tangentielle. La vitesse radiale semble quasiment nulle devant les deux autres composantes et sa valeur est de l'ordre de **0.021%** de la valeur de v_{\max} . Cette propriété de prévalence de v par rapport à u et w est due au fait de la direction tangentielle θ qui est la direction principale de l'écoulement.

c-2) Profils des vitesses u, v et w au niveau de la station Outflow (Ecoulement sortant) :

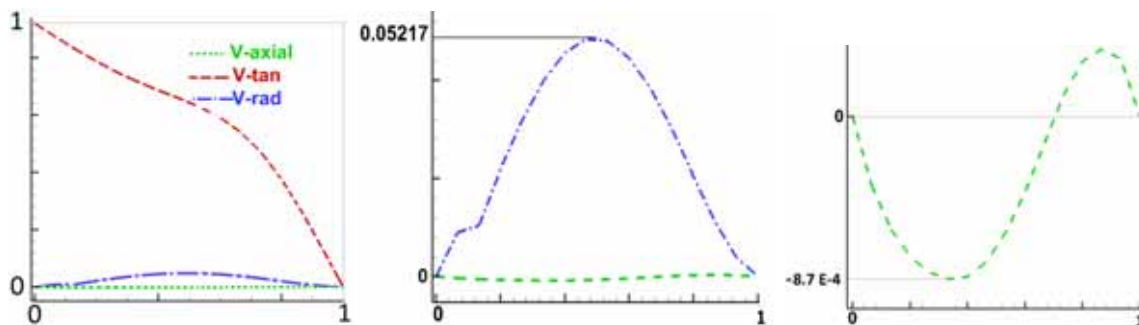


Figure V.8: Composantes du champ de vitesse au niveau de la station outflow

En comparant les trois profils des composantes de la vitesse le long d'une ligne traversant l'espace annulaire au niveau de la station out-flow, on note que la composante tangentielle est dominante, par contre, la composante radiale est de l'ordre de **5.2%** de la valeur de la vitesse tangentielle. La vitesse axiale est presque nulle devant les deux autres composantes ; sa valeur ne représente que **0.087%** de la valeur de vitesse tangentielle v_{\max} . Cette valeur de la vitesse axiale w est quasiment nulle, confirmant aussi que la direction privilégiée du mouvement est tangentielle. Toutefois la composante w est à l'origine de la rupture de symétrie de l'écoulement puisque celle-ci caractérise la direction de propagation de

l'onde axiale selon oz . Par conséquent, l'influence de w est donc d'ordre qualitatif que quantitatif.

c-3) Profils des vitesses u , v et w au niveau de la station inflow (Ecoulement entrant):

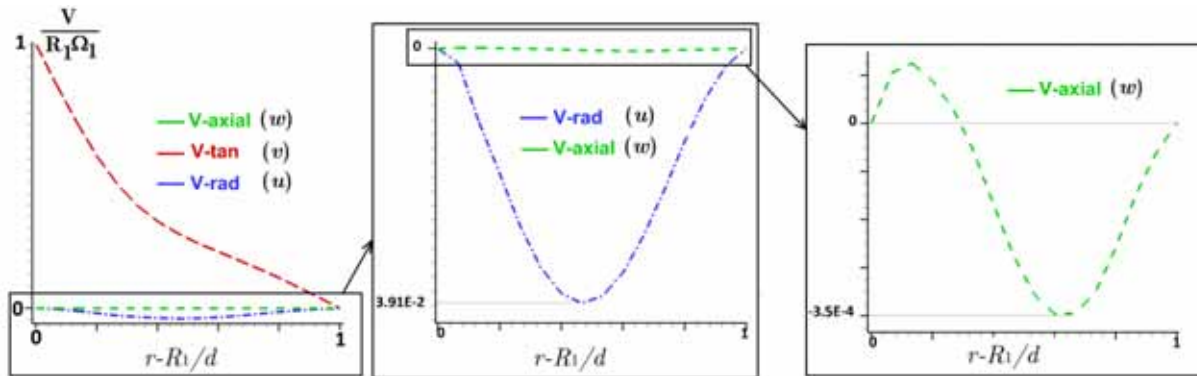


Figure V-9 : Evolution des trois composantes de la vitesse dans l'espace annulaire au niveau de la station in-flow

Les composantes de la vitesse u et v au niveau de In-flow, sont également très petites devant la composante tangentielle v , la composante radiale u est de l'ordre de **3.91%** de la valeur de la vitesse tangentielle v et la vitesse axiale w est d'une grandeur très très faible; sa valeur vaut **0.035%** de la valeur de V_{max} .

Station axiale	In-flow (écoulement entrant)	Out-flow	Centre du vortex
$V_{max} = \bar{V}$	1	1	1
W_{max}	0.00035(0.035%)	0.0045 (0.45%)	0.045 (4.5%)
U_{max}	0.0391(3.91%)	0.0517(5.2%)	0.0021(0.021%)

Tableau V.2 :Etude comparative des composantes associées au champ de vitesse aux niveau des stations out-flow, in-flow et au centre du vortex

La valeur de la vitesse axiale w_{max} au centre de la cellule (vortex) présente 4.34% de la vitesse tangentielle V_{max} . La vitesse axiale au niveau de out-flow w_{max} ne présente que 1% de la valeur de w_{max} au niveau de centre du vortex, pour cela, la vitesse axiale w_{max} peut être considérée comme nulle au niveau des stations out-flow et in flow. La trajectoire des particules fluide est perpendiculaire aux parois des deux cylindres voire le tracé des lignes du courant figure V-10. Pour ce qui est de la vitesse radiale au centre de la cellule est pratiquement nulle (0.5% de vitesse tangentielle v_{max}).

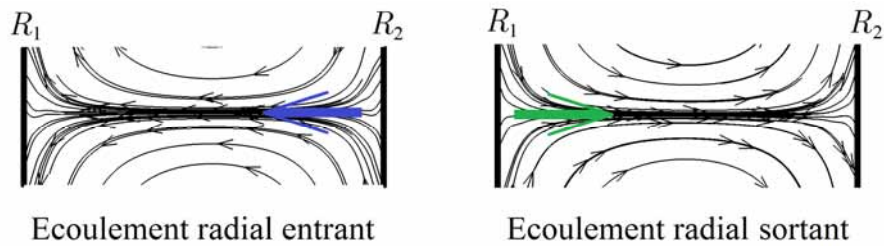


Figure V-10: Jets radiaux perpendiculaires aux parois du dispositif

d) Détermination de la valeur du seuil critique Tc_2 correspondant à la deuxième instabilité :

On introduit graduellement dans le code de calcul Fluent des valeurs plus grande de la vitesse de rotation du cylindre intérieur Ω_1 jusqu'à la détection d'une modification du comportement de l'écoulement qui devient instationnaire et doublement périodique. Celui-ci se propage à la fois dans la direction axiale et la direction azimutale, ce mode (régime) d'instabilité est appelé Wavy mode ou « Wavy Vortex Flow ». C'est donc une onde azimutale qui se superpose aux cellules de Taylor étudiées ci-dessus. Le wavy mode présente une double périodicité caractérisée par un nombre de vortex « n » et un nombre d'onde circonférentielle (azimutale) « m ». A partir des présentations des cartographiques des iso-valeurs des composantes de vitesse, de pression et fonction de courant nous permetts de visualiser écoulement, de figer l'onde azimutale et déterminer ainsi à partir de quel nombre de Taylor critique $Tc_2 = 53,3$ celle-ci apparaît. La valeur obtenue par nos calcul est très proche à celle par rapport à celle obtenue par l'expérience $Tc_2=48\pm 3$.

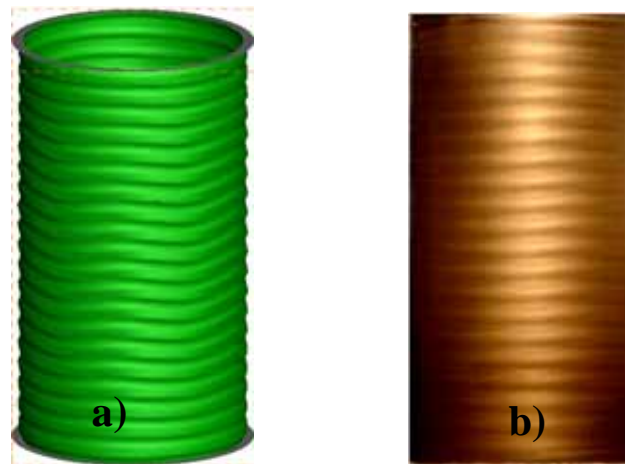


Figure V-11 : Ecoulement de Taylor Couette en régime WVF: a) Etude numérique, $Ta=53.3$
b) Etude expérimentale $Ta=49$

e) Structure et propriétés de l'écoulement à $Ta=54$:

Pour un nombre de Taylor fixé à $Ta=54$, qui est légèrement supérieur à la valeur critique $Tc_2=53.6$, l'écoulement est caractérisé par un nombre d'onde azimutale $m=5$. Chaque onde occupe un secteur angulaire $\Delta\theta = 72^\circ$ ce qui donne une longueur d'onde azimutale $\lambda_\theta = 69.11 \text{ mm}$ évaluée sur la circonférence du cylindre extérieur $r=R_2$.

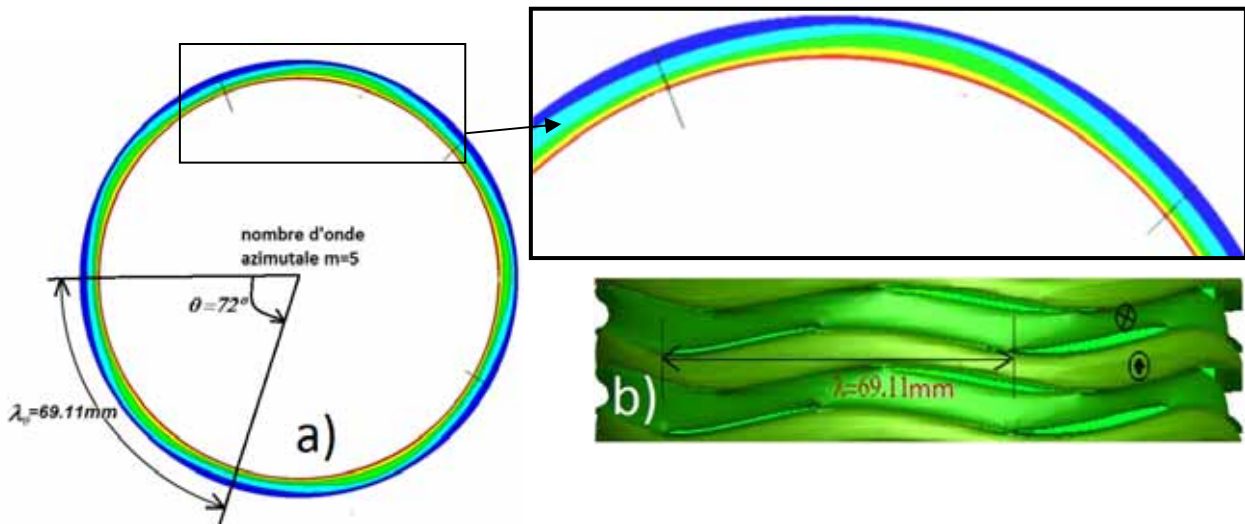


Figure V-12: Onde azimutale : Représentation de la forme dans le plan (r, θ) (a), Représentation sur le cylindre extérieur (b).

Dans le but de mieux comprendre le mécanisme de propagation de l'instabilité doublement périodique on suit la structure de l'onde de Taylor le long d'une onde azimutale. Pour cela, on isole une onde axiale loin des bords, puis on réalise plusieurs coupes de plan (r, z) de l'onde azimutale en différentes positions azimutales ou tangentielles θ . On part de la position correspondant au premier plan (r, z) là où l'amplitude de l'ondulation est maximale que l'on fixe à $\theta = 0^\circ$, puis à chaque pas de 6° on réalise une section de l'onde dans un plan (r, z) jusqu'à atteindre l'angle $\theta = 72^\circ$ (voir figure suivante).

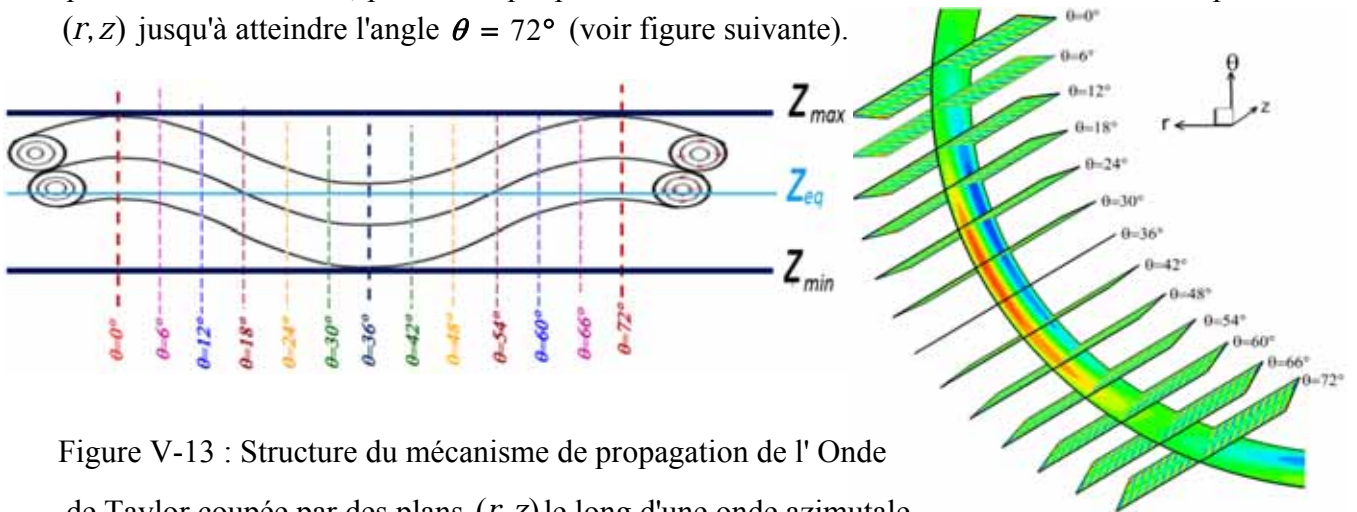


Figure V-13 : Structure du mécanisme de propagation de l' Onde de Taylor coupée par des plans (r, z) le long d'une onde azimutale.

Le tracé des lignes de courant dans chaque plan (r, z) à $Ta = 54$ et à un instant t donné fixe, révèle la forme ainsi que la dynamique des cellules de Taylor le long d'une onde azimutale (voir figure suivante). La paroi du cylindre extérieur est situé du côté gauche et la paroi du cylindre intérieur est localisée à droite.

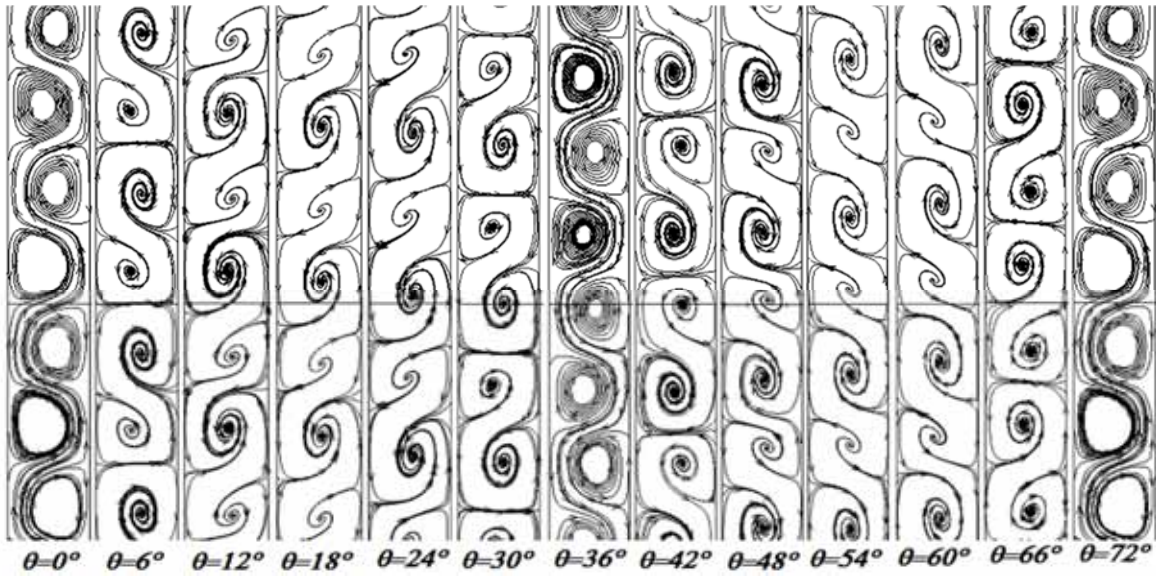


Figure V-14: Tracés des lignes de courant dans les plans (r, z) à différentes positions azimutales θ correspondant au nombre de Taylor $Ta = 54$ et pour un instant t donné.

On constate que la forme des lignes de courant représentés dans les plans (r, z) à $\theta = 0^\circ$ et à $\theta = 72^\circ$ sont identiques. Ceci signifie que l'onde azimutale occupe un secteur angulaire θ évalué à $\lambda_\theta = 72^\circ$, confirmant aussi que le mouvement est spatialement périodique dans la direction azimutale.

e-1) Forme des vortex de Taylor

Si on approfondie nos observations en suivant l'évolution du tracé des lignes de courant au niveau de ces plans, on note qu'il existe des formes complexes liées aux structures cellulaires de Taylor. On distingue notamment trois aspects différents de cette onde. Pour expliquer et interpréter les modifications de forme, on procède à l'isolement de trois (03) vortex de Taylor qui sont adjacents et que l'on numérote n , $n + 1$ et $n - 1$ correspondant respectivement aux vortex du milieu, le vortex d'en haut et celui d'en bas comme le montre la figure suivante ci-contre (Figure IV.15)

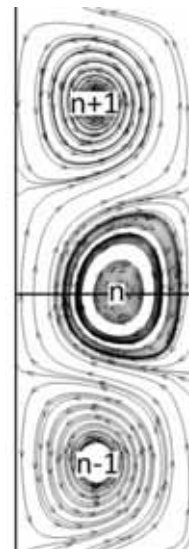


Figure IV.15: Trois (03) vortex adjacents

✓ **1) Forme d'onde avec distorsion écrasée :** On propose de spécialiser le rôle de cette onde en tant qu' "**onde indépendante**"; qui est constituée de deux vortex soit par le vortex n et le vortex $n + 1$ ou par le vortex n et le vortex $n - 1$. Cette propriété caractéristique a été localisée dans les plans (r, z) à $\theta = 6^\circ, \theta = 30^\circ, \theta = 42^\circ, \text{ et } \theta = 66^\circ$.

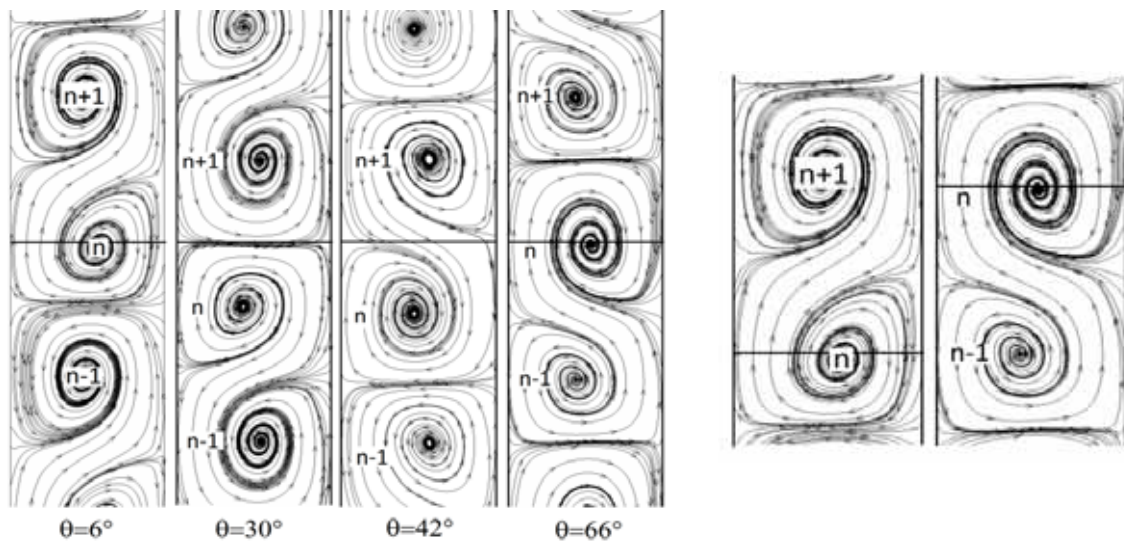


Figure V.16: Mise en évidence du phénomène de distorsion de l'onde en S dans les plans (r, z) à $\theta = 6^\circ$, $\theta = 30^\circ$, $\theta = 42^\circ$, et $\theta = 66^\circ$

L'onde de Taylor correspondant à ces plans est caractérisée par un échange ou transfert de quantité de mouvement qui se fait uniquement entre les deux vortex constitutif de cette onde. Le out-flow et le in-flow sont purement horizontaux et perpendiculaires ou sont penché aux parois des cylindres constituant le système d'écoulement. L'écoulement axial entraîné par le wavy mode est soit ascendant ou soit descendant. Le tableau V-3 ci-dessous ainsi que la figure V.17 resument le comportement et les caractéristiques de l'onde de Taylor en ces positions.

Position azimutale du plan (r, z)	$\theta = 6^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 42^\circ$	$\theta = 66^\circ$
Vortex constituant l'onde	n et $n+1$	$n-1$ et n	$n+1$ et n	n et $n-1$
Outflow	Horizontal et perpendiculaire aux parois	Penché	Horizontal et perpendiculaire aux parois	Penché
Inflow	Incliné	perpendiculaire	Penché	perpendiculaire
Sens et direction de l'échange du fluide	Ascendant de vortex n vers le vortex $n+1$	Descendant de vortex n vers le vortex $n-1$	Descendant	Ascendant
Nature des vortex	n source et $n+1$ puits	n source et $n-1$ puits	n puit et $n+1$ puits	

Tableau V-3: Propriétés caractéristiques de l'écoulement correspond à la forme d'onde en S.

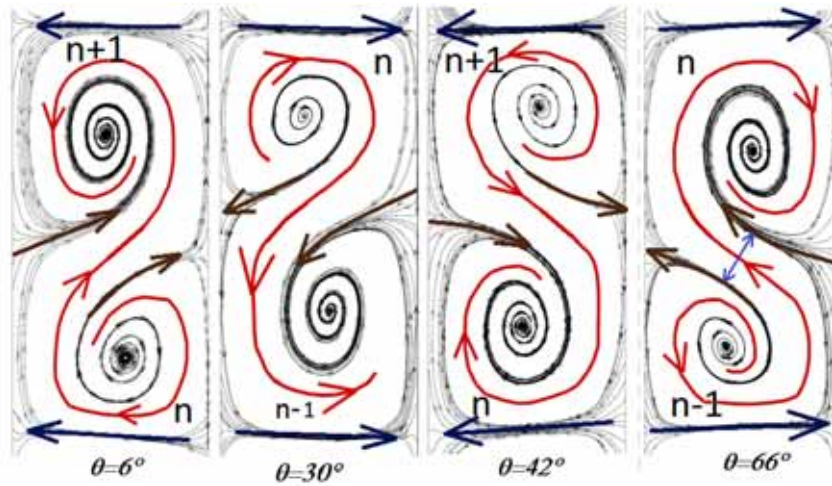


Figure V.17 : Direction et sens du processus de transfert de quantité de mouvement entre les vortex de l'onde en phase de distortion **S** droite et gauche **Z**

La forme de l'onde de Taylor au plan (r, z) à $\theta = 6^\circ$ est symétrique par rapport à celle représentée dans le plan (r, z) à $\theta = 66^\circ$ par rapport au plan vertical coupant l'onde azimutale à $\theta = 36^\circ$ et même la forme des ondes de Taylor représentée dans les plans (r, z) à $\theta = 42^\circ$ et $\theta = 30^\circ$ sont symétriques par rapport au plan vertical passant par $\theta = 36^\circ$. Les ondes de Taylor représentées dans les plans (r, z) aux angles azimutaux $\theta = 6^\circ$ et $\theta = 42^\circ$ sont de forme symétrique par rapport au plan horizontal passant par $Z_{eq} = 97.407$ mm. Le plan (r, z) à $\theta = 6^\circ$ apparent est symétrique en comparaison avec le plan $\theta = 42^\circ$ par rapport au plan horizontal passant par Z_{eq} .

On remarque aussi que le inflow au plan (r, z) à $\theta=66^\circ$ correspond à un jet radial purement horizontal et est perpendiculaire à la paroi du cylindre intérieur. Le mouvement provenant du cylindre extérieur atteint la paroi du cylindre intérieur. Par contre, le outflow semble incliné mais l'on ne comprend pas pourquoi le fluide venant du cylindre intérieur forme un jet incliné qui n'atteint pas la paroi du cylindre extérieur. Ce jet est orienté vers le centre du vortex type "puits". Le mouvement dirigé vers la paroi du cylindre extérieur semble provenir du "vortex-source". Cette configuration se renverse au plan (r, z) à $\theta = 6^\circ$, le outflow est perpendiculaire à la paroi du cylindre extérieur contrairement au inflow qui tend à se pencher de sorte que le mouvement provenant du cylindre extérieur semble attiré par le centre du vortex-puits. On constate qu'une partie de l'écoulement lié au tourbillon "source" est éjectée sur la paroi du cylindre intérieur.

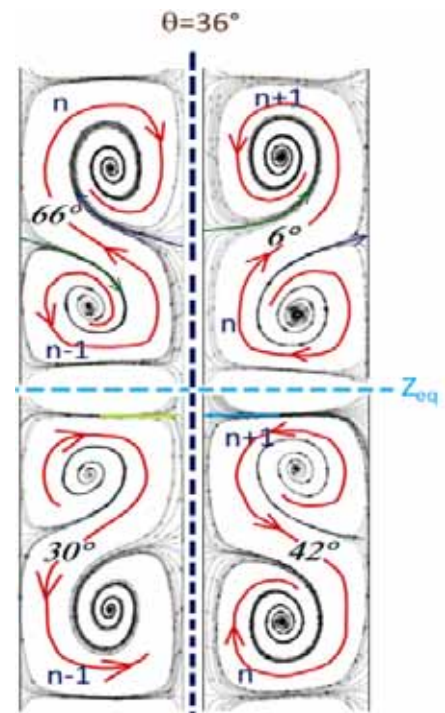


Figure V.18: Formes de l'onde de Taylor à $Ta=56$ aux différentes positions azimutales ($\theta=6^\circ, \theta=30^\circ, \theta=42^\circ$ et $\theta=66^\circ$)

NB : La position axiale des centres des vortex constituant l'onde Taylor aux niveaux des plans (r, z) à $\theta = 6^\circ$ et $\theta = 66^\circ$ semble la même.

La position axiale des centre des vortex au plan $\theta = 30^\circ$ est égale à celle des vortex au plan $\theta = 42^\circ$.

Le vortex-puits semble plus grand que le vortex source à cause du processus de transfert de quantité de mouvement qui va de la source vers le puits.

✓ 2) Forme d'onde avec distorsion étirée :

Cette forme d'onde apparait dans les plans (r, z) à $\theta = 0^\circ$, $\theta = 36^\circ$ et à $\theta = 72^\circ$. La configuration de l'écoulement dans ces plans est caractérisée par un écoulement axial traversant l'espace annulaire de haut en bas à $\theta = 36^\circ$ et de bas en haut à $\theta = 0^\circ$. L'écoulement semble comparable à celui Taylor-Couette-Poiseuille. L'ondulation axiale est localisée aux positions axiales extrêmes tels que les configurations représentées aux plans (r, z) à $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 72^\circ$ correspondants à la position axiale maximale et la configuration représenté sur le plan (r, z) à $\theta = 36^\circ$ qui est relative à la position axiale minimale de l'onde. Au niveau de ces positions les vortex sont de forme presque identique sauf que la position radiale de leurs centres est en alternance : l'une se rapproche de la paroi du cylindre intérieur et l'autre se rapproche du cylindre extérieur. La forme des ondes associées aux plans (r, z) à $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 36^\circ$ est symétrique par rapport à la verticale qui passe par l'angle $\theta = 18^\circ$. Dans ces plans le out-flow et le in-flow apparaissent inclinés.

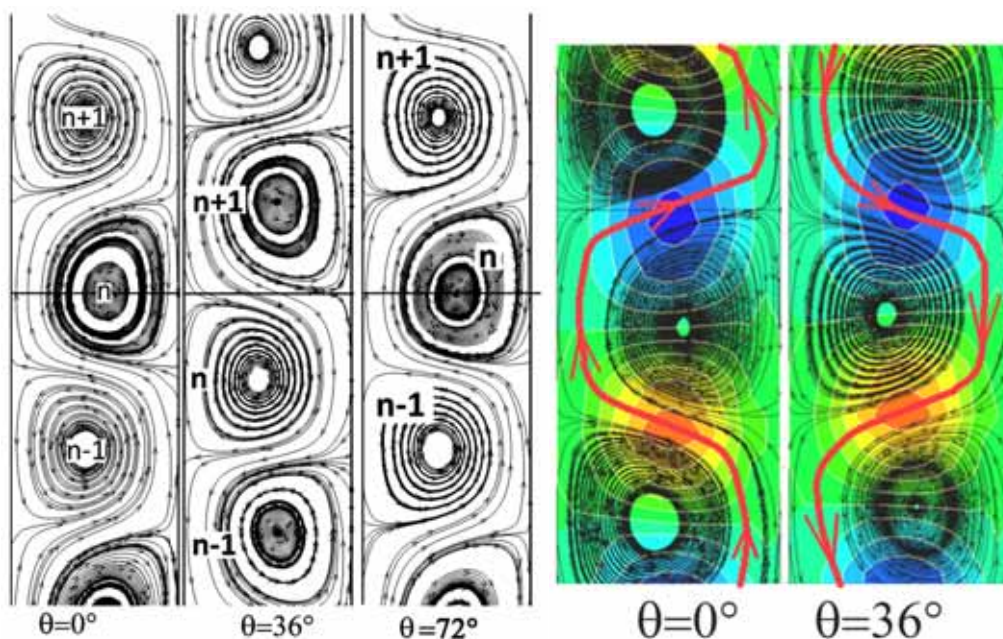


Figure V.19: Cellules de Taylor représentées dans les plans (r, z) aux niveaux des positions azimutales $\theta = 0^\circ$, $\theta = 36^\circ$ et $\theta = 72^\circ$.

- ✓ **3) 3^{ème} forme de l'onde** : Le tracé des lignes du courant au niveau des plans (r, z) localisés au niveau des positions anglaires azimutales $\theta = 12^\circ$, $\theta = 18^\circ$, $\theta = 24^\circ$, $\theta = 48^\circ$, $\theta = 54^\circ$ et $\theta = 60^\circ$ montre que le tourbillon n qui est par exemple considéré comme une "source" alimente les deux tourbillon voisins $n-1$ et $n+1$ qui se comportent en "puits", et si le tourbillon n est un puits alors celui-ci est alimenté par deux tourbillons $n-1$ et $n+1$ qui sont des "sources". Les tourbillons sources sont affaiblis, par contre, les tourbillons puits sont intense. Le inflow et le outflow apparaissent inclinés. Le inflow représenté dans le plan (r, z) à $\theta = 12^\circ$, $\theta = 18^\circ$ et $\theta = 24^\circ$ devient outflow dans la representation dans le plan (r, z) aux angles $\theta = 48^\circ$, $\theta = 54^\circ$ et $\theta = 60^\circ$. Par ailleurs, le mouvement provenant du tourbillon "source" se projete sur le cylindre intérieur dans le cas des plans (r, z) localisés à $\theta = 12^\circ$, $\theta = 18^\circ$ et $\theta = 24^\circ$. Par contre, la représentation liée aux plans (r, z) située à $\theta = 48^\circ$, $\theta = 54^\circ$ et $\theta = 60^\circ$ montre que le mouvement qui vient de la source se dirige sur la paroi du cylindre extérieur. La forme des ondes représentée sur les plans (r, z) à $\theta = 54^\circ$ et $\theta = 18^\circ$ apparait symétrique par rapport au plan (r, z) à $\theta = 36^\circ$. Les intersections de l'onde azimutale avec les plans (r, z) à $\theta = 18^\circ$ et $\theta = 54^\circ$ semble coïncider avec la position d'équilibre ($Z_{eq}=97.407\text{mm}$). Le transfert de quantité de mouvement entre les vortex augmente ou diminue selon la position azimutale; aux niveau de ces plans le transfert se fait de vortex du milieu n vers les vortex voisins $n-1$ et $n+1$ pour les postions azimutales $\theta = 12^\circ$, $\theta = 18^\circ$ et $\theta = 24^\circ$. Par contre, les positions correspondantes à $\theta = 48^\circ$, $\theta = 54^\circ$ et $\theta = 60^\circ$ montre que le transfert se fait du vortex $n-1$ et vortex $n+1$ vers le vortex n .

Localisation azimutale θ du plan (r, z)	$\theta = 12^\circ$	$\theta = 18^\circ$	$\theta = 24^\circ$	$\theta = 42^\circ$	$\theta = 54^\circ$	$\theta = 60^\circ$
Outflow	Incliné	Incliné	Incliné	Incliné	Incliné	Incliné
Inflow	Incliné	Incliné	Incliné	Incliné	Incliné	Incliné
Sens de transfert de l'écoulement	de n vers $n-1$ et $n+1$	de n vers $n-1$ et $n+1$	de n vers $n-1$ et $n+1$	de $n+1$ et $n-1$ vers n	de $n+1$ et $n-1$ vers n	de $n+1$ et $n-1$ vers n
Nature des vortex	n source, $n+1$ et $n-1$ sont des puits	n source, $n+1$ et $n-1$ sont des puits	n source, $n+1$ et $n-1$ sont des puits	n puits $n+1$ et $n-1$ sont des sources	n puits $n+1$ et $n-1$ sont des sources	n puits $n+1$ et $n-1$ sont des sources

Tableau V.4: Caractéristiques de l'écoulement en regime Wavy mode dans les plans (r, z) pour quelques positions azimutales et à un instant t fixé.

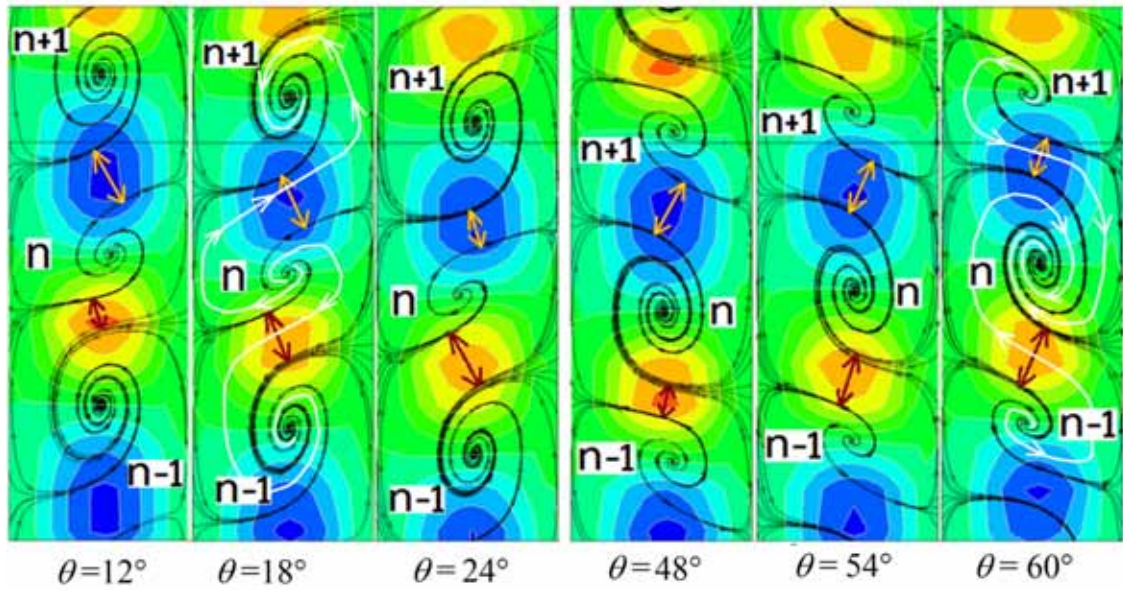


Figure V-20 : Tracé des lignes de courant dans les plans (r, z) pour mettre en évidence la forme et les caractéristiques de l'onde de Taylor à $Ta = 54$ et à t fixé.

e-2) Positions axiale et radiale des centres des vortex

Le tracé des lignes de courant nous montre, aussi, que les centres des vortex $n - 1$, n et $n + 1$ se localisent dans des positions axiales et radiales variables en fonction de la position azimutale θ . Les figures suivantes mettent en évidence cette localisation.

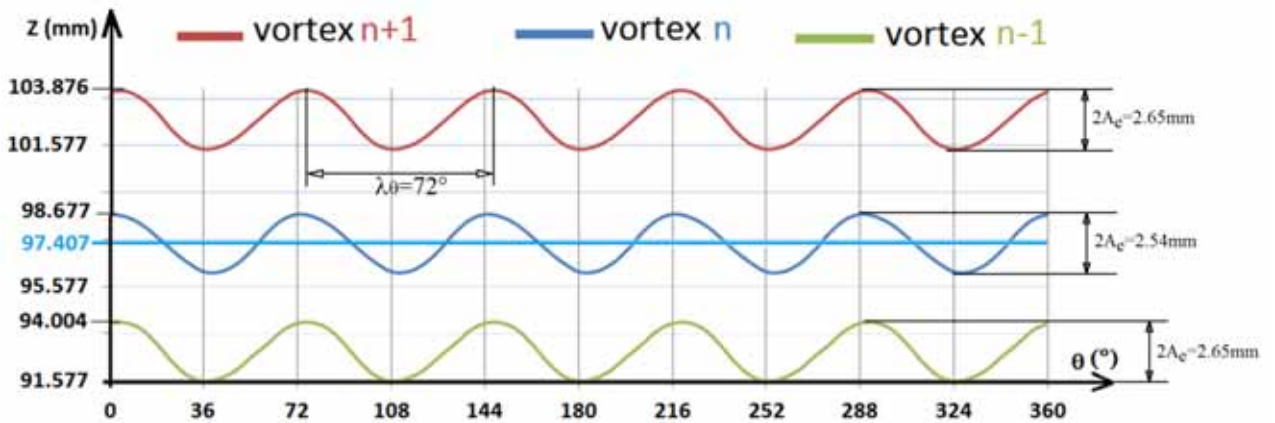


Figure V.21: Positions axiales des centres des vortex $n - 1$, n et $n + 1$ le long de la circonférence du système d'écoulement à $Ta = 54$ et t fixé.

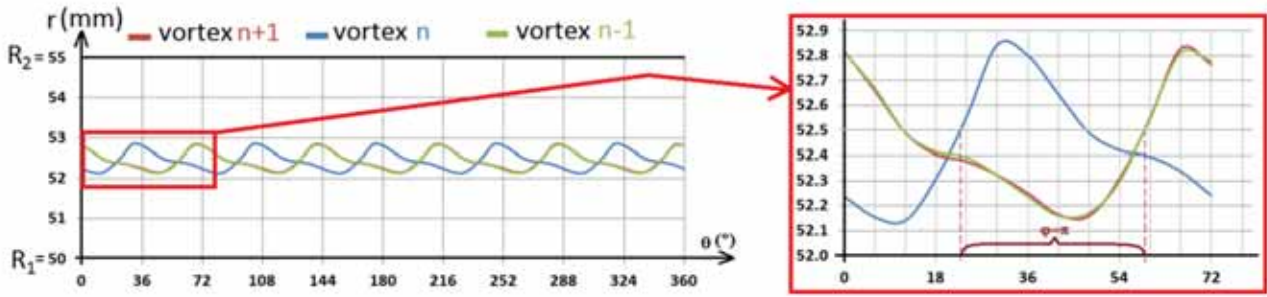


figure V.22: Evolution des positions radiales des centres des vortex $n - 1$, n et $n + 1$ le long du périmètre du système d'écoulement à $Ta = 54$ et pour t fixé.

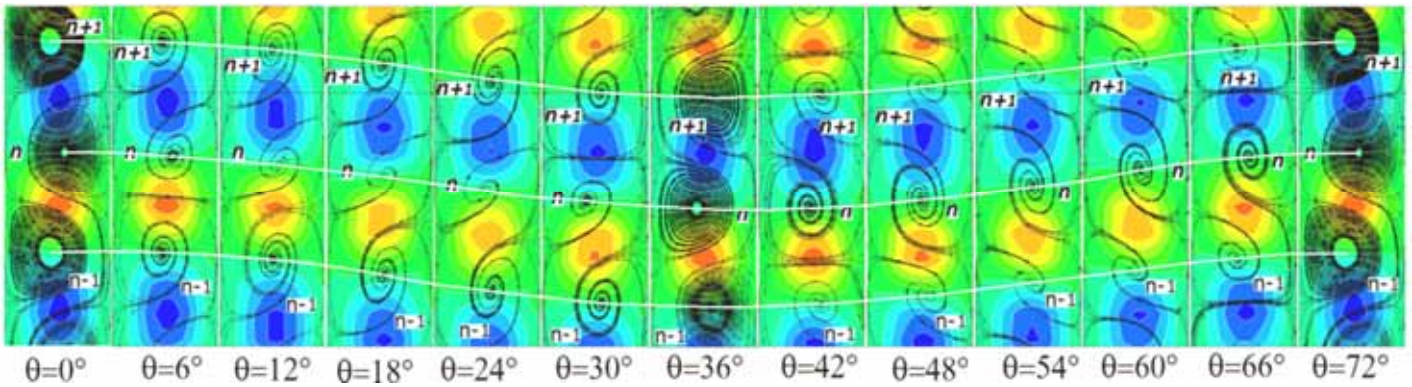


Figure V.23: Mise en évidence de la forme des vortex de Taylor et les positions axiale et radiale des centres des vortex par le tracé des lignes de courant dans les plans (r, z) le long d'une onde azimutale pour un nombre de Taylor $Ta = 54$ pour un instant t fixé.

Le tracé des lignes de courant **le long d'une onde azimutale**, nous a permis d'analyser de façon approfondie l'évolution ainsi que la forme des tourbillons en vue de mettre en lumière le processus de transfert de quantité de mouvement entre les vortex. On a constaté que les caractéristiques de l'écoulement de Taylor-Couette à $Ta = 54$ correspond au seuil critique de l'apparition du wavy mode l'instant t fixé, peuvent être très différentes d'une position θ à une autre le long d'une onde azimutale. Les tourbillons évoluent axialement, mais il y a aussi un mouvement radial substantiel de déplacement des centres des vortex. Le mouvement radial de deux vortex voisins semble déphasé de $\Delta\varphi=\pi$, de sorte que lorsque un vortex se déplace radialement vers l'intérieur il entraîne le déplacement du vortex voisin radialement vers l'extérieur. Le déplacement radial des vortex vers les parois est dû à la présence d'un écoulement axial conduisant à la complexification du mouvement sous la forme torsadée.

e-3) Caractéristiques du champ de vitesse :

- Vitesse axiale :

Dans le plan (r, θ) pour $z = 91.6\text{mm}$

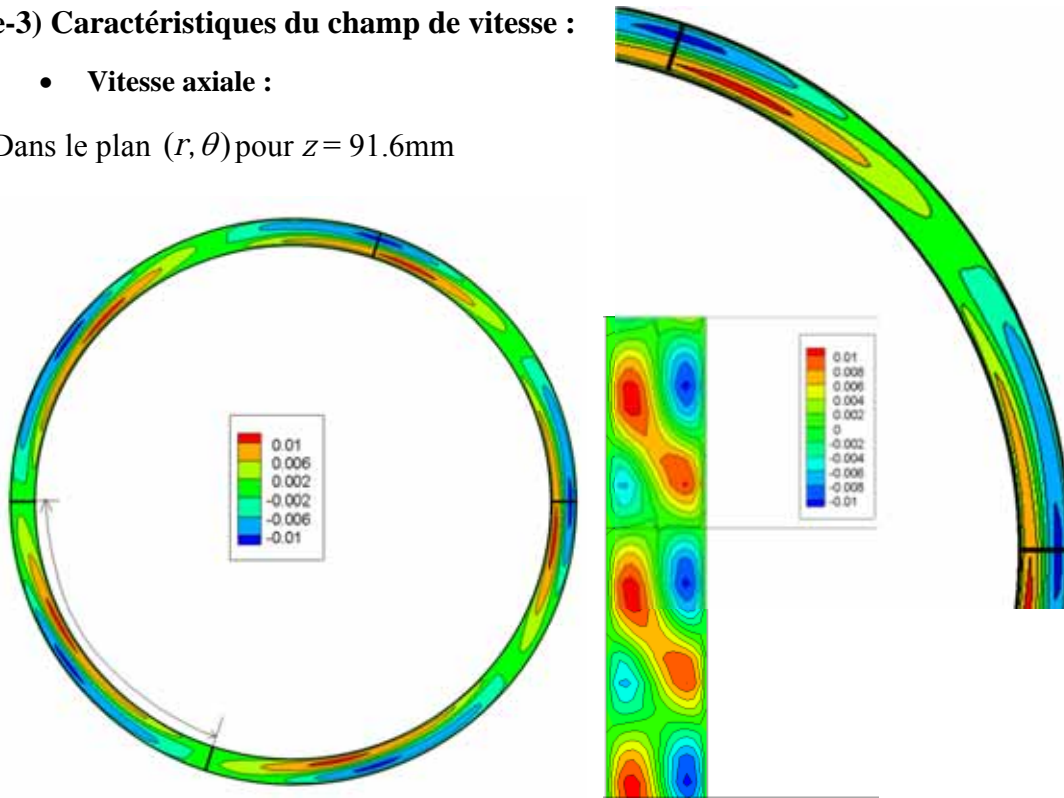


Figure V. 24: Contours de la vitesse axiale à $Ta=54$ et $\Gamma=\Gamma_{\max}$

- Vitesse radiale

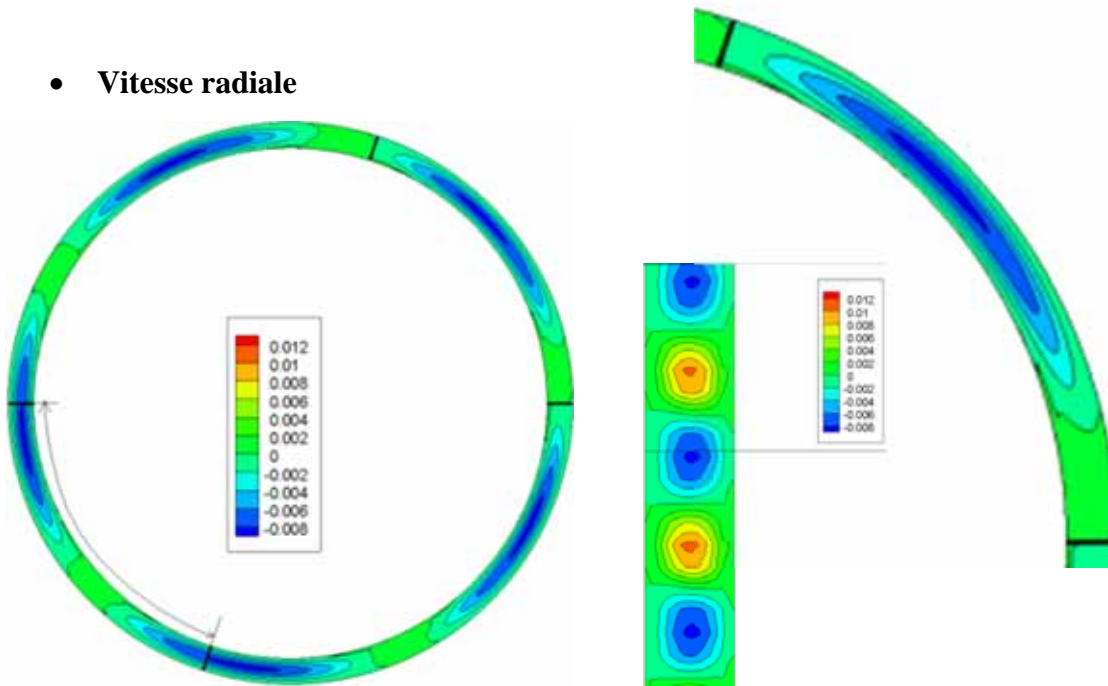


Figure V. 25: Contours de la vitesse radiale à $Ta=54$ et $\Gamma=\Gamma_{\max}$

- Vitesse tangentielle:

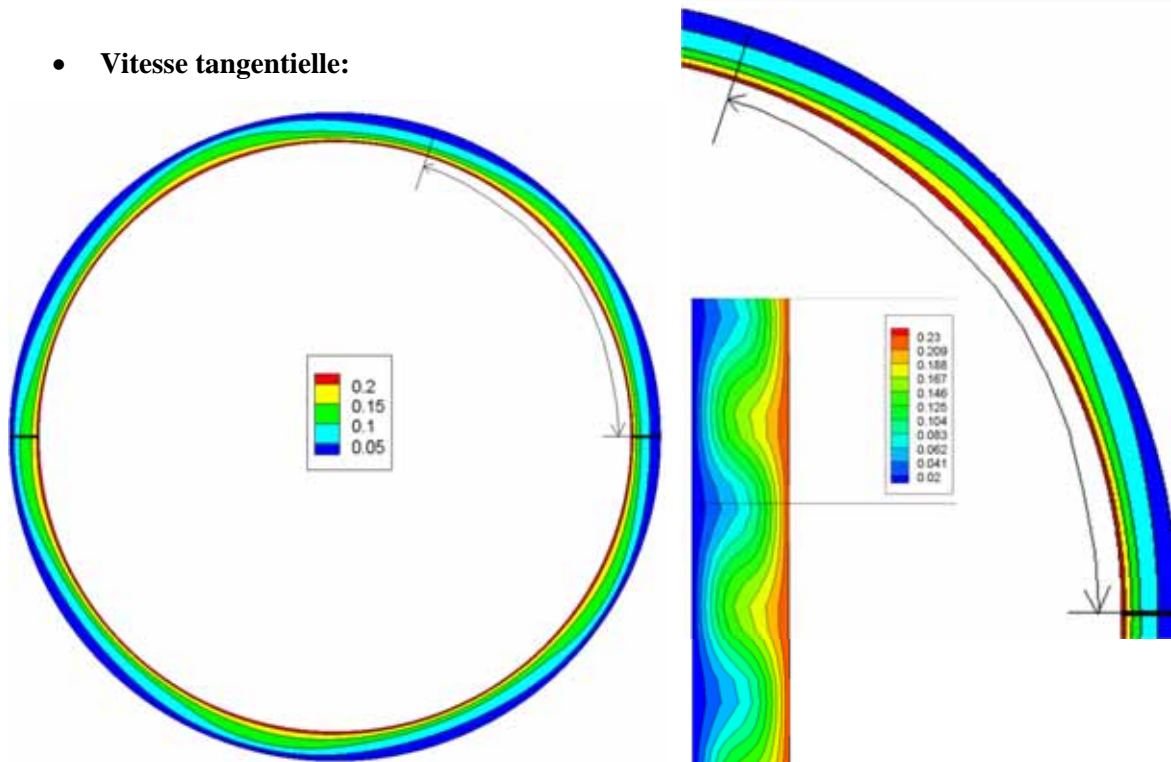


Figure V. 26: Cartographie de la vitesse de tangentielle à $Ta=54$ et $\Gamma=\Gamma_{max}$

2) Position inclinée :

Pour généraliser la position du système d'écoulement on procède à l'inclinaison de ce dernier par rapport à son axe vertical oz avec un angle α autour de l'axe $o\theta$. L'angle α variant de 0° jusqu'à 90° avec un pas de 5° . Afin d'examiner l'influence de cette inclinaison, on introduit l'angle d'inclinaison α dans le logiciel de calcul Fluent et l'on modifie les composantes de l'axe de rotation du fluide, puis on change graduellement la valeur de la vitesse de rotation du cylindre intérieur Ω_1 et l'on note les valeurs critique des nombres de Taylor Tc_1 et Tc_2 correspondant à l'apparition de la première (TVF) et deuxième instabilités (WVF).

Les figures suivantes montrent les principaux résultats obtenus.

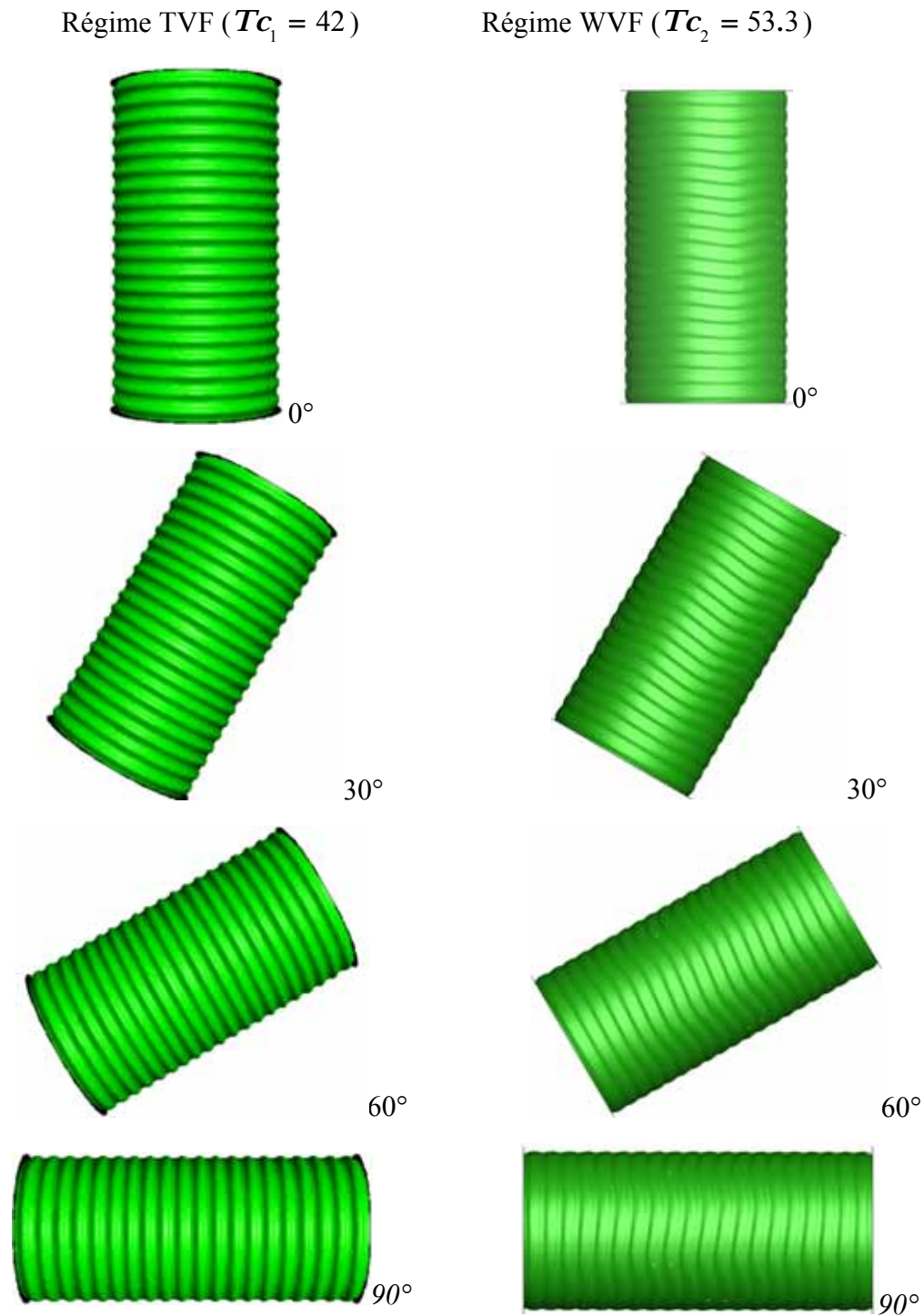


Figure V- 27: Tracés des iso-surfaces liées à la vitesse tangentielle au niveau du cylindre extérieur pour différents angles d'inclinaison $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$

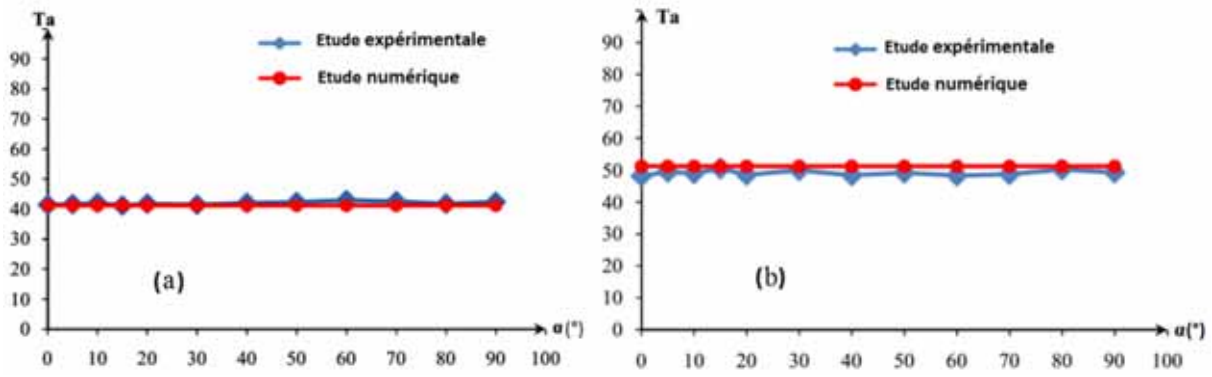


Figure V- 28 : Evolution des nombres de Taylor critiques Tc_1 (a) et Tc_2 (b) en fonction de l'angle l'inclinaison dans le cas d'un système d'écoulement en charge :

● Etude numérique, ◆ Etude expérimentale.

Les tracés des représentation graphique des iso-valeurs des vitesses et les courbes d'évolution de Tc_1 et Tc_2 qui montrent que l'inclinaison du système d'écoulement n'a aucune influence sur la structure de l'écoulement ainsi que les valeurs critiques du nombre Taylor Tc_1 et Tc_2 correspondants au déclenchement de la première et la deuxième instabilité, à savoir, $Tc_1 = 42$ et $Tc_2 = 53.3$ qui restent inchangés quel que soit l'angle d'inclinaison α . Les calculs numériques semblent très proches de nos mesures expérimentales $Tc_{1exp} = 41.5 \pm 2$ et $Tc_{exp} = 48 \pm 3$ correspondant respectivement aux précisions 1.2% et 10.41%.

II- Système d'écoulement partiellement rempli: Effet de la surface libre

Dans le cas où le système d'écoulement n'est pas en charge le facteur d'aspect tel que $\Gamma < \Gamma_{max}$ ($37 < 40$). Dans cette configuration, le liquide qui se trouve dans l'espace annulaire est délimité du côté supérieur par un autre fluide à l'état gazeux qui est l'air. Ce type d'écoulement appartient à la classe des écoulements à surface libre. On sait que la modélisation de la physique de la surface libre est très difficile. Cependant dans le cadre d'une première tentative, on suppose que la surface libre est admise plane dotée d'une tension superficielle très faible. Cette modélisation est acceptable dans le mesure où l'observation expérimentale montre que la déformation de la surface est très faible et qu'on peut la négliger. L'objectif de notre travail consiste à faire l'étude de l'influence de la surface libre sur les l'apparition des deux premiers mode d'instabilité, à savoir, le TVF et WVF dans le système d'écoulement en position verticale. En seconde étape, on incline le système d'écoulement avec un angle α par rapport à l'axe vertical dans le but d'étudier les effets combinés de la surface libre et la gravité sur la structure et le comportement de l'écoulement.

1) Système d'écoulement en position verticale

a) Analyse des seuils critiques d'apparition des instabilités :

On choisit le modèle adéquat lié à la méthode de résolution qui convient à notre configuration. Les modèles et méthodes de résolution ont été décrit précédemment et on lance les calculs, en commençant par des faibles vitesses de rotation du cylindre intérieur Ω_1 , puis on augmente progressivement celle-ci jusqu'à l'apparition des états critiques d'instabilités recherchées. Dans toute la suite, la prédiction numérique a été effectuée dans l'hypothèse où l'on considère l'effet de la tension superficielle sur la dynamique du fluide est négligeable.

Les résultats obtenus montrent que dans le cas d'un système d'écoulement à surface libre, les seuils critiques de l'apparition de l'onde de Taylor (TVF) et du wavy mode (WVF) sont légèrement retardés par rapport à ceux qui ont été trouvés dans le cas d'un système d'écoulement en charge comme il est donné dans le tableau V-5. En comparant les résultats issus des calculs numériques avec les mesures expérimentales, on constate que les valeurs obtenus sont assez proches.

	$Tc_{1numé}$	Tc_{1exp}	$\frac{T_{C1num} - T_{C1exp}}{T_{C1exp}}$	$Tc_{2numé}$	Tc_{2exp}	$\frac{T_{C2num} - T_{C2exp}}{T_{C2exp}}$
Écoulement en charge	42	41.5	1.2%	53.3	48±3	0.110(11%)
Écoulement avec surface libre	44.2	43	3%	56	50±3	0.120(12%)
Incertitude relative $\frac{\Delta T_c}{T_c}$	5.4%	3.6%		5%	4.1%	

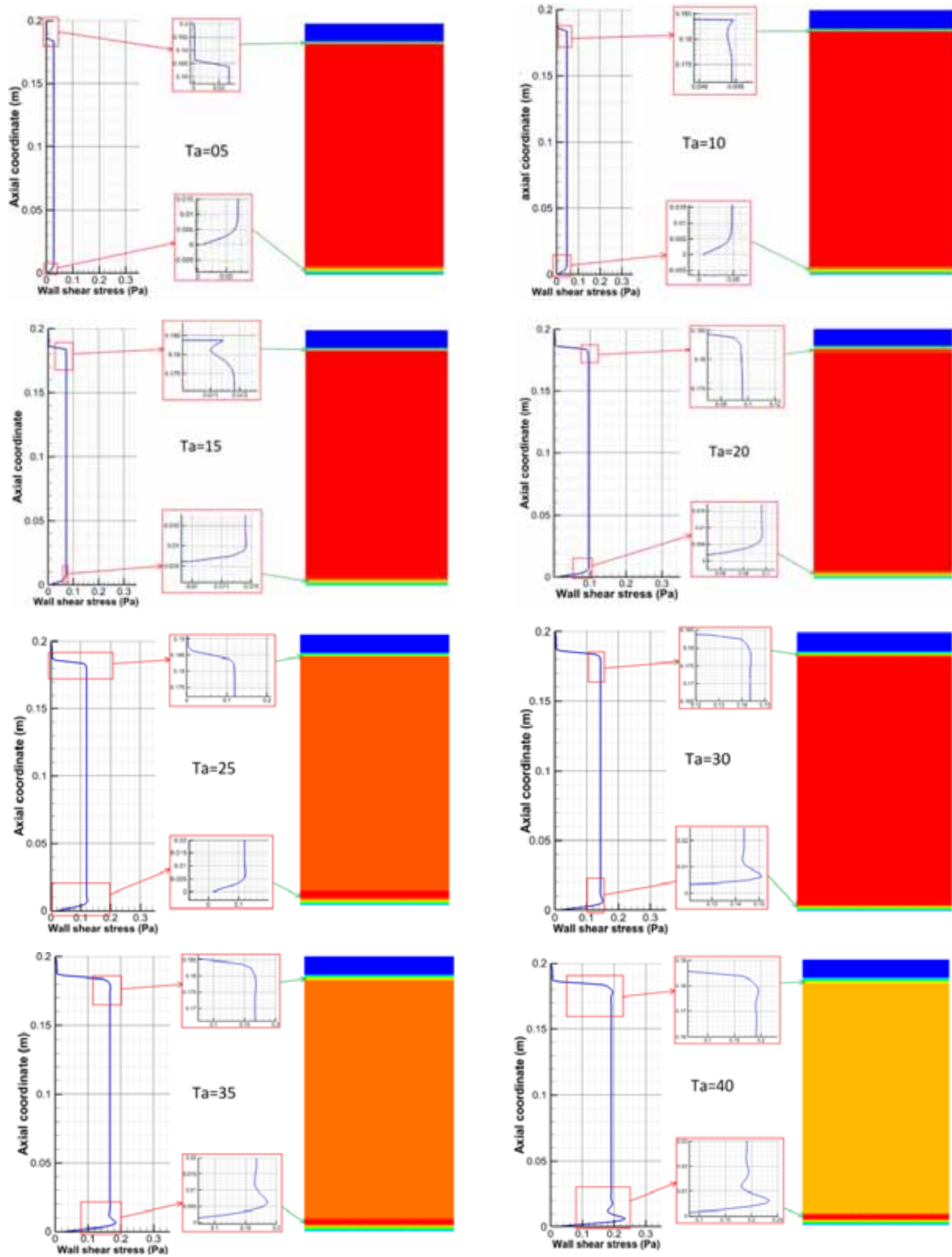
Tableau V-5: Seuils critiques des nombres de Taylor Tc correspondants aux régimes d'écoulement TVF et WVF obtenus numériquement et expérimentales.

b) Caractéristiques et formes de l'interface (liquide/gaz) en surface libre:

Notre étude expérimentale s'appuie sur la visualisation de l'écoulement au niveau de la paroi du cylindre extérieur, on se propose de présenter l'évolution de la contrainte de cisaillement au niveau de la paroi du cylindre extérieur afin de se rapprocher au mieux des conditions réelles qui sont à l'œuvre.

Le suivi de la formation des tourbillons de bord inférieur et celui de la surface libre représentés par la courbe d'évolution de la contrainte de cisaillement $\tau_w = \mu \frac{\partial v}{\partial r}$ près de la paroi du cylindre extérieur (à $r = R_1 + 0.99d$) selon la direction axiale ou verticale montre que la naissance du tourbillon de surface libre est retardée jusqu'à $Ta = 40$. Par contre, au

niveau du bord inferieur qui est un bord fixe, on observe sa naissance à partir de $Ta = 30$ avec une faible intensité puis à $Ta = 35$, on le voit clairement parce que il s'intensifie.



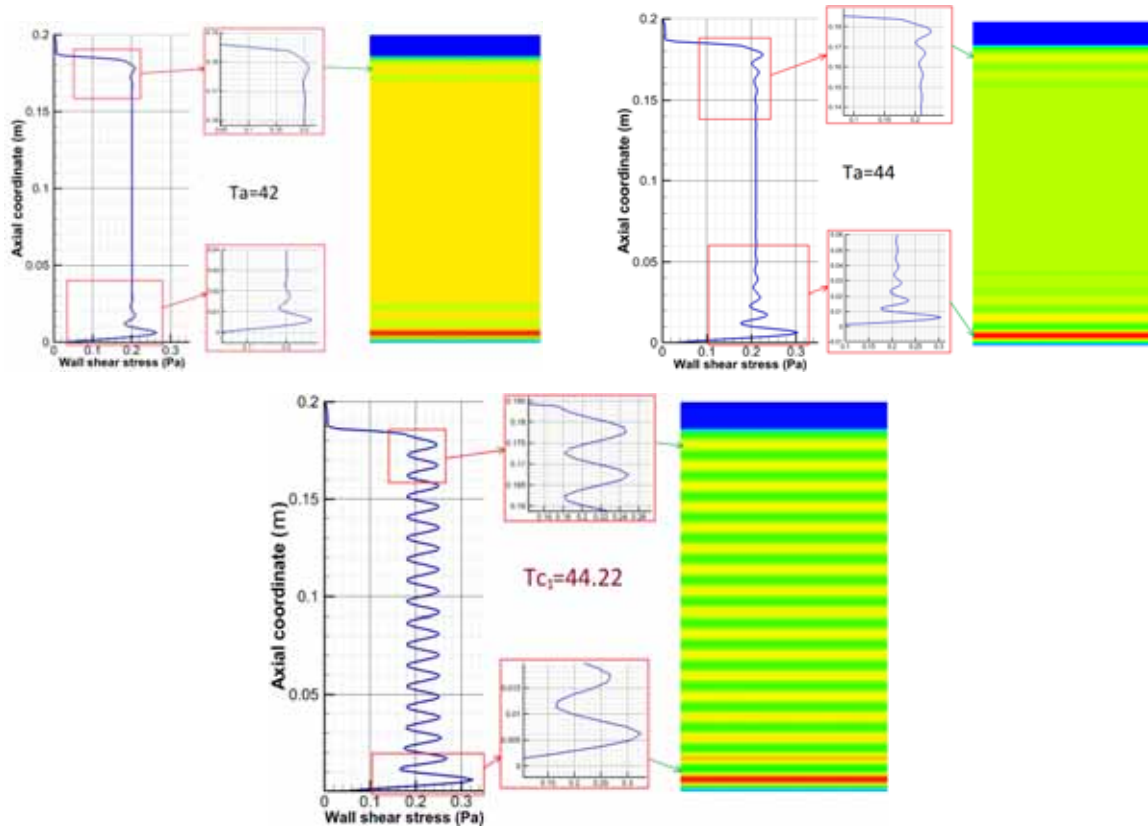


Figure V-29 : Evolution de la contrainte de cisaillement τ_w sur la paroi du cylindre extérieur selon la direction verticale (oz) et mise en évidence de la formation des tourbillons localisé près du bord inférieur fixe et celui de la surface libre.

On constate dans ce qui suit que l'interface liquide /gaz à subi une légère déformation comme le montre la série des figures suivantes (figure V.30):

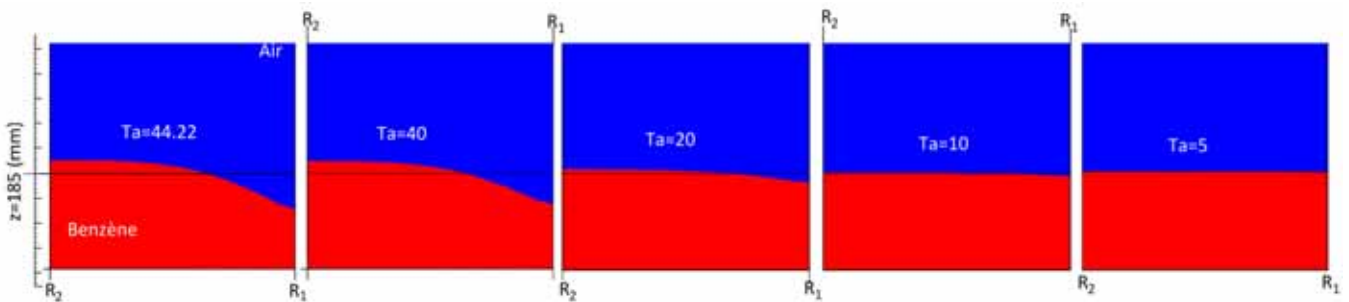


Figure V- 30: Influence du nombre de Taylor Ta sur la forme de la surface libre

Aussi, on remarque que pour les faibles valeurs de Ta , la forme de l'interface liquide/gaz qui est plane et horizontale au départ. En revanche, si l'on augmente la vitesse de rotation du cylindre intérieur Ω_1 et donc si Ta croît, l'interface se déforme de sorte que le liquide est repoussé vers la paroi du cylindre extérieur, probablement en raison de la force centrifuge induite par la rotation du cylindre intérieur. Pour $Ta = Tc_1 = 44.22$, le liquide est surmonté du côté du cylindre extérieur d'environ un demi-millimètre. Si, on augmente d'avantage Ω_1 jusqu'à l'apparition du wavy mode vers $Ta = Tc_2 = 56$, le niveau H de la

colonne liquide croit et peut atteindre 1.1 mm lié aux effets d'ondulations axiales engendrées par le wavy mode.

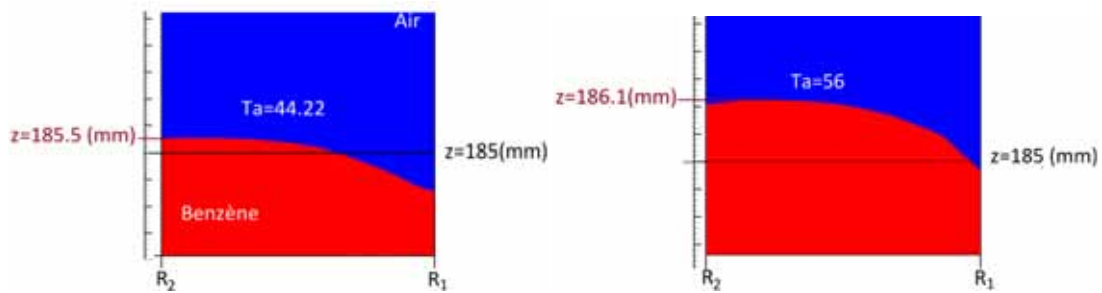


Figure V-31 : Forme de l'interfaciale et évolution du niveau du liquide au voisinage de la paroi du cylindre extérieur à $Tc_1 = 44.22$ et à $Tc_2 = 56$.

En outre, on constate qu'à $Ta = Tc_1 = 44.22$, on compte $n = 34$ tourbillons qui s'étalent le long de la colonne liquide de façon uniforme en taille et forme (vortex N°2 jusqu'au vortex N°33). Par contre, au voisinage de la surface libre (vortex N°34) et notamment près du bord inférieur (vortex N°1) on observe qu'ils ont une taille un peu plus grandes comme le montre la figure suivante :

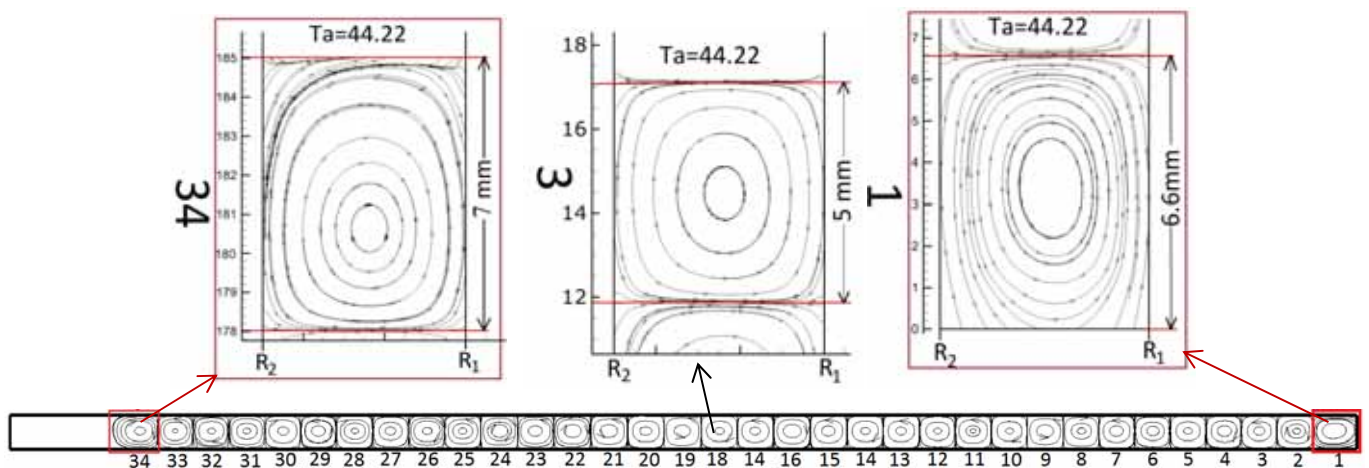


Figure V-32: Localisation des cellules de Taylor au sein de l'espace annulaire et près des bords (bord inférieur fixe + surface libre) et distribution de tailles à $Tc_1 = 44.22$

Dans le cas du Wavy mode qui apparait à $Ta = Tc_2 = 56$, on dénombre $n = 34$ cellules au sein de l'espace annulaire telle que l'une est située au bord inférieur fixe et l'autre à la surface libre et les 32 autres s'étendent pour l'essentiel dans la colonne liquide. Le Wavy mode est caractérisé par un nombre d'ondes azimutales m comme nous l'avons signalé précédemment dans le cas d'un système d'écoulement en charge. Pour ce qui est du système d'écoulement partiellement rempli, on compte $m = 4$. La taille, la forme des cellules ou tourbillons et l'amplitude axiale des ondulations dépendent de la position axiale z et de la position azimutale θ . En se rapprochant des extrémités (de la surface libre et du bord inférieur) les ondulations s'amortissent et l'on note que l'échange de la quantité de mouvement entre les vortex adjacents se réduit.

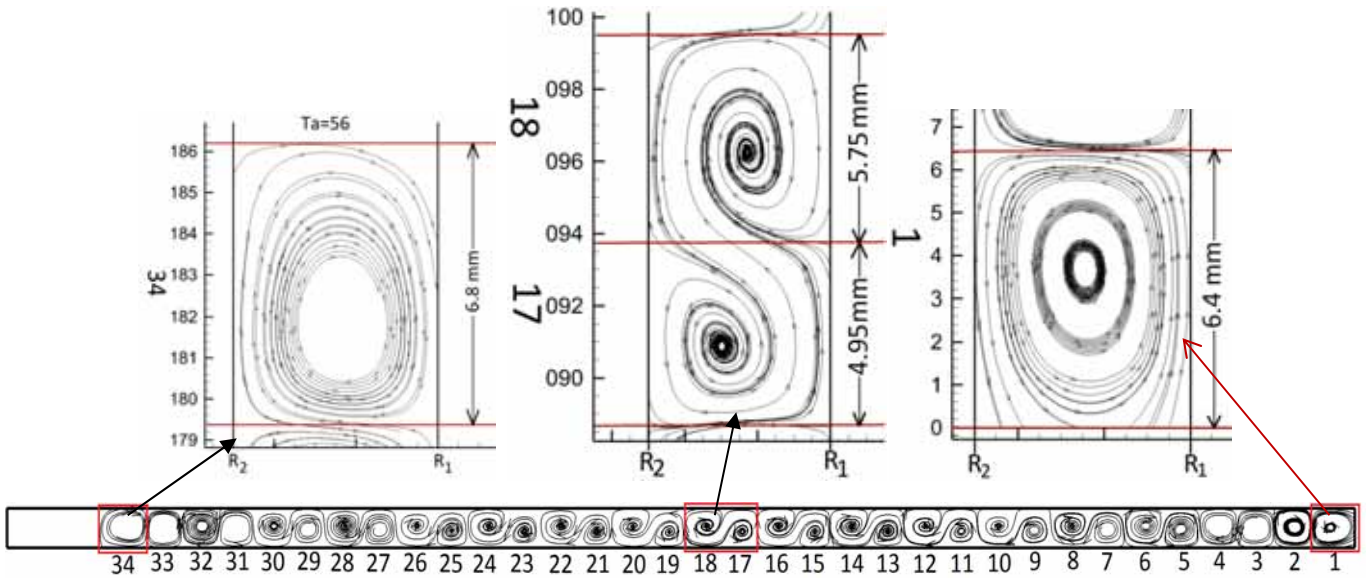


Figure V- 33 : Localisation des cellules ou vortex de Taylor et ceux des extrémités (bord inférieur fixe + surface libre) et distribution de leurs tailles à $Tc_2 = 56$.

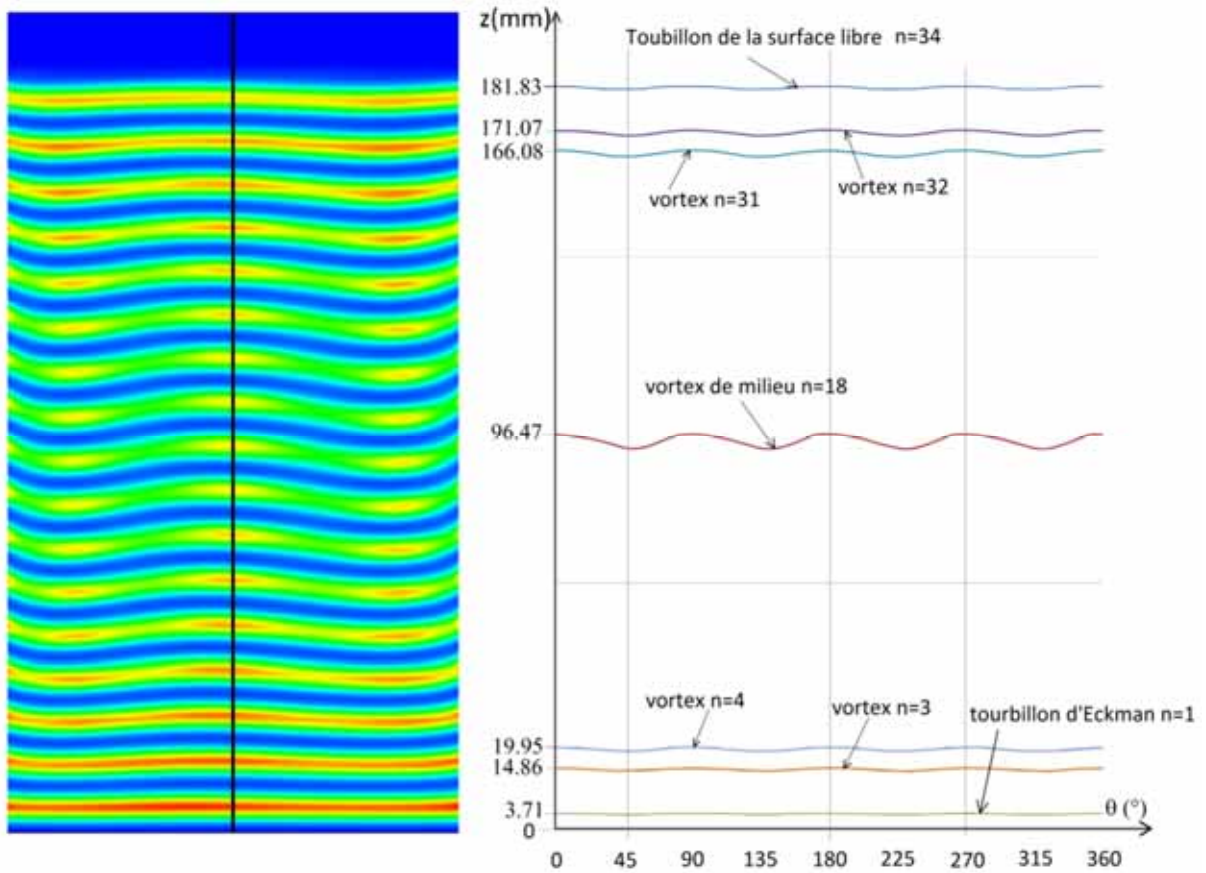


Figure V-34 : Localisation axiale des centres de quelques vortex de référence et mise en évidence des amplitudes d'oscillation axiale.

Vortex	Taux d'amplitude (%)
Vortex en surface libre n=34	20.24
Vortex n=32	37.98
Vortex n=31	44.23
Vortex en position médiane n=18	100
Vortex n=4	29.46
Vortex n=3	23.33
Vortex du bord inférieur n=1	6.67

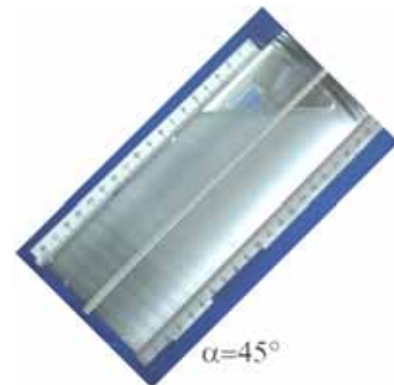
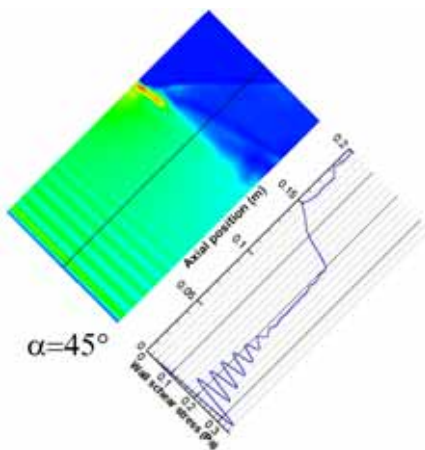
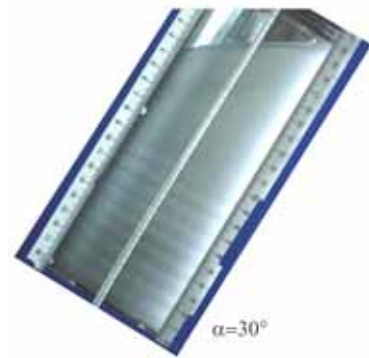
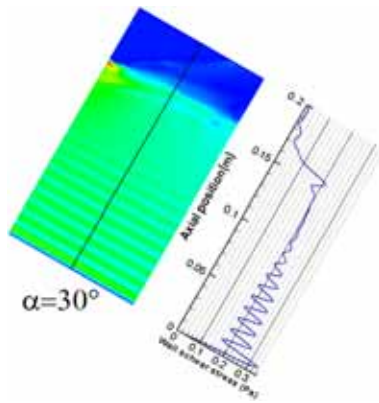
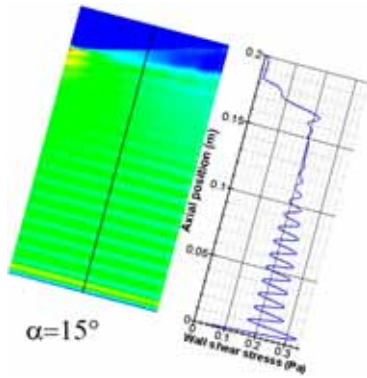
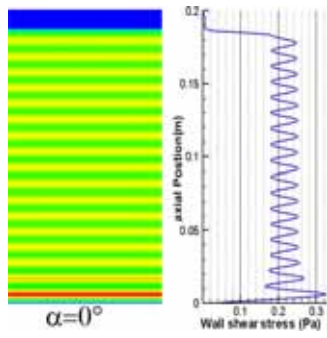
Tableau V-6: Taux d'amplitude de quelques vortex de référence : Position médiane, et positions d'extrémités du système d'écoulement .

2) Système d'écoulement en position incliné:

a) Evolution du vortex de Taylor en fonction de l'inclinaison α :

Afin d'étudier l'influence de l'inclinaison sur l'apparition des ondes de Taylor dans le cas d'un système d'écoulement partiellement rempli, on procède à la modification de l'orientation des axes du système d'écoulement. Puis on tient compte de la hauteur de la phase liquide qui change en fonction de α de telle façon qu'elle reste horizontale et l'on modifie également les axes de rotation du fluide suivi de l'augmentation graduelle de la vitesse de rotation du cylindre intérieur jusqu'à atteindre le nombre Taylor critique $Ta = Tc = 44.22$. On trace la courbe d'évolution de la contrainte de cisaillement le long d'une ligne située près de la paroi du cylindre extérieur du côté de vue de face selon la direction axiale nous permet de voir le nombre de tourbillons n qui apparaissent ainsi que leurs caractéristiques pour chaque angle d'inclinaison α .

Les résultats de la simulation numérique sont comparées aux mesures à travers les figures suivantes :



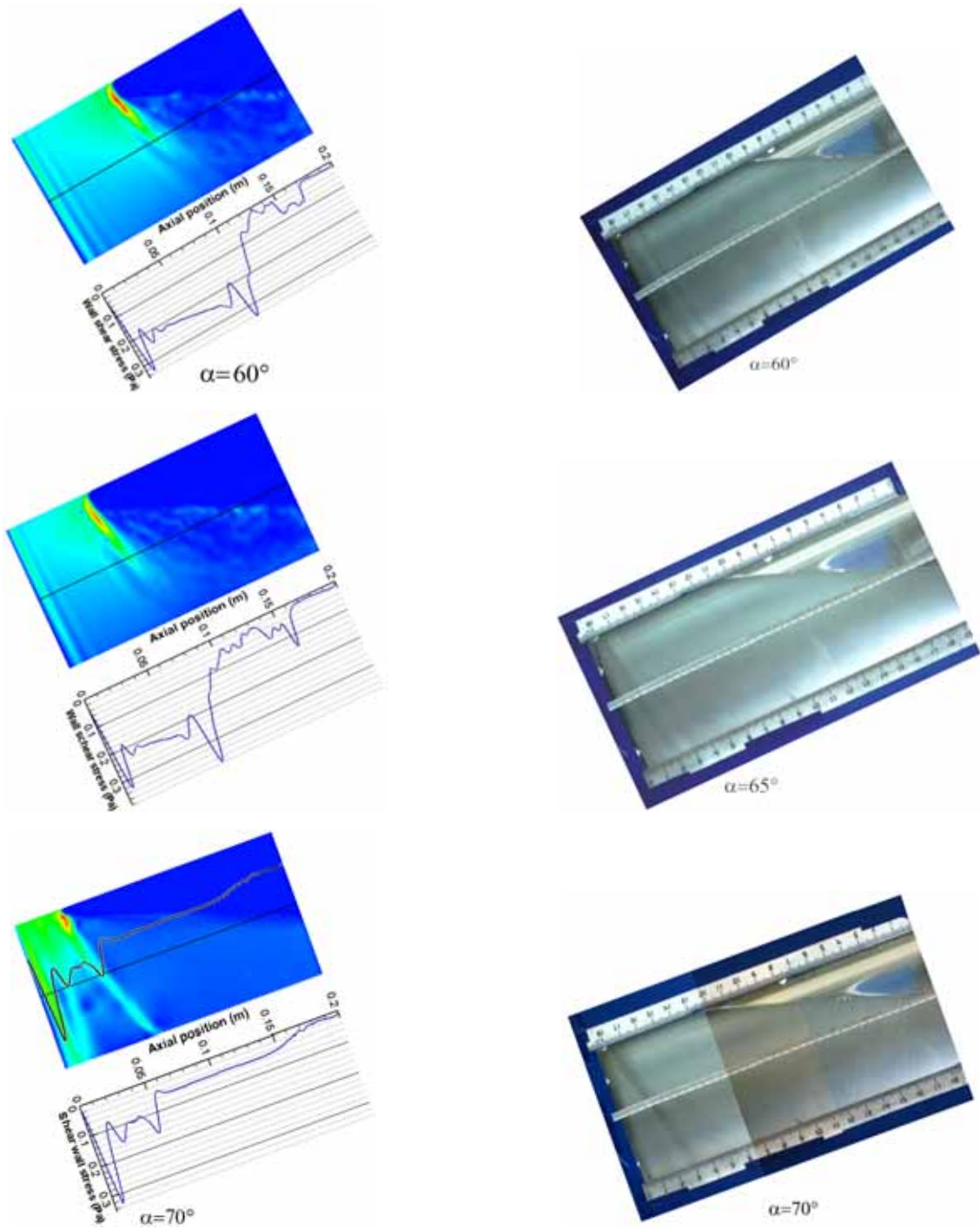


Figure V-35: Effet de l'inclinaison sur l'apparition des cellules de Taylor à $Ta = 44.22$ par voie numérique et par voie expérimentale à $Ta = 43$.

A partir du Figure V-35, on compte le nombre de vortex n à chaque angles d'inclinaison α et l'on trace le graphe suivant:

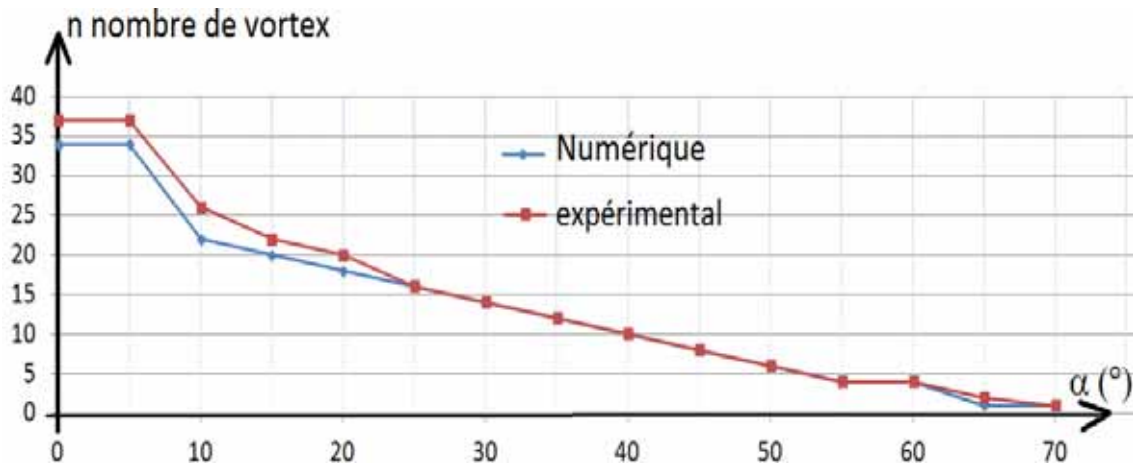


Figure V.36: Evolution de nombre de vortex parus (n) en fonction de l'angle d'inclinaison α à $Ta = Tc_{1N} = 44.22$ et $Ta = Tc_{1exp} = 43$

De plus, si l'angle d'inclinaison α augmente le nombre de vortex n diminue jusqu'à leur disparition à un angle critique de non-apparition des vortex (disparition) $\alpha_c = 75^\circ$. A cet angle α_c l'écoulement apparaît comme un écoulement laminaire sur la totalité de la colonne liquide avec une petite perturbation qui persiste au bord inférieur du côté haut (!).

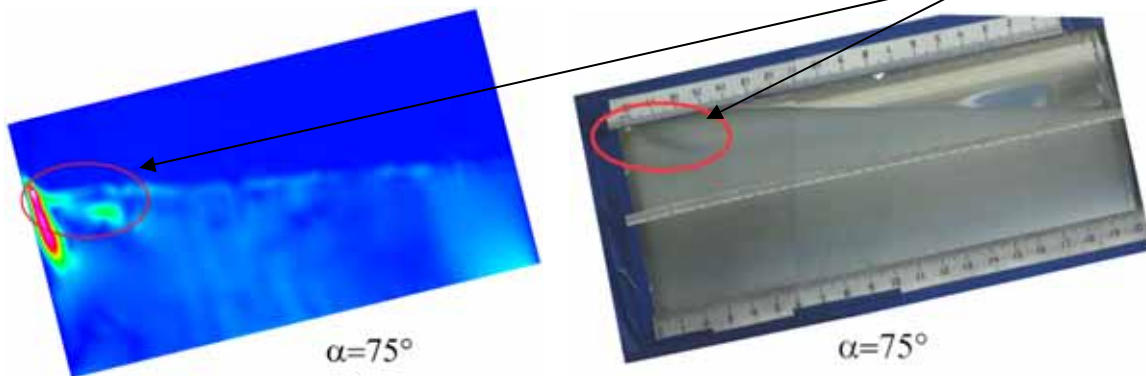


figure V.37 : Disparition des cellules de Taylor à $\alpha_c = 75^\circ$ pour $Ta = Tc_{1Num} = 44.22$ et $Ta = Tc_{1exp} = 43$

b) Caractérisation de l'écoulement à surface libre en position inclinée

Dans le but d'étudier les caractéristique de l'écoulement de Taylor-Couette en position inclinée avec surface libre en régime d'onde de Taylor (TVF) à $Ta = Tc_1 = 44.22$, on se place dans le cas d'un système ($\Gamma = 37$) et incliné par rapport à l'axe vertical avec un angle α et à titre d'exemple on fixe l'angle d'inclinaison $\alpha = 30^\circ$. On réalise des coupes dans le plan méridien (r, z) au niveau de 04 positions azimutales relative à $\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$, $\theta = 180^\circ$ et $\theta = 270^\circ$ (figure V-39). On capture ainsi l'écoulement en différentes vues telles que :

- Vue de face : Donne un aperçu global de l'écoulement.
- Vue de gauche: Elle met en évidence la région des vortex de Taylor qui sont comprimés au sein de l'espace annulaire.
- Vue de droite : Elle montre la région du fluide où s'exerce l'effet d'expansion ou de dilatation des vortex de Taylor correspondant à un phénomène de détente.
- Vue de derrière: Elle révèle la région cachée qui complète l'écoulement par opposition à la vue de face.

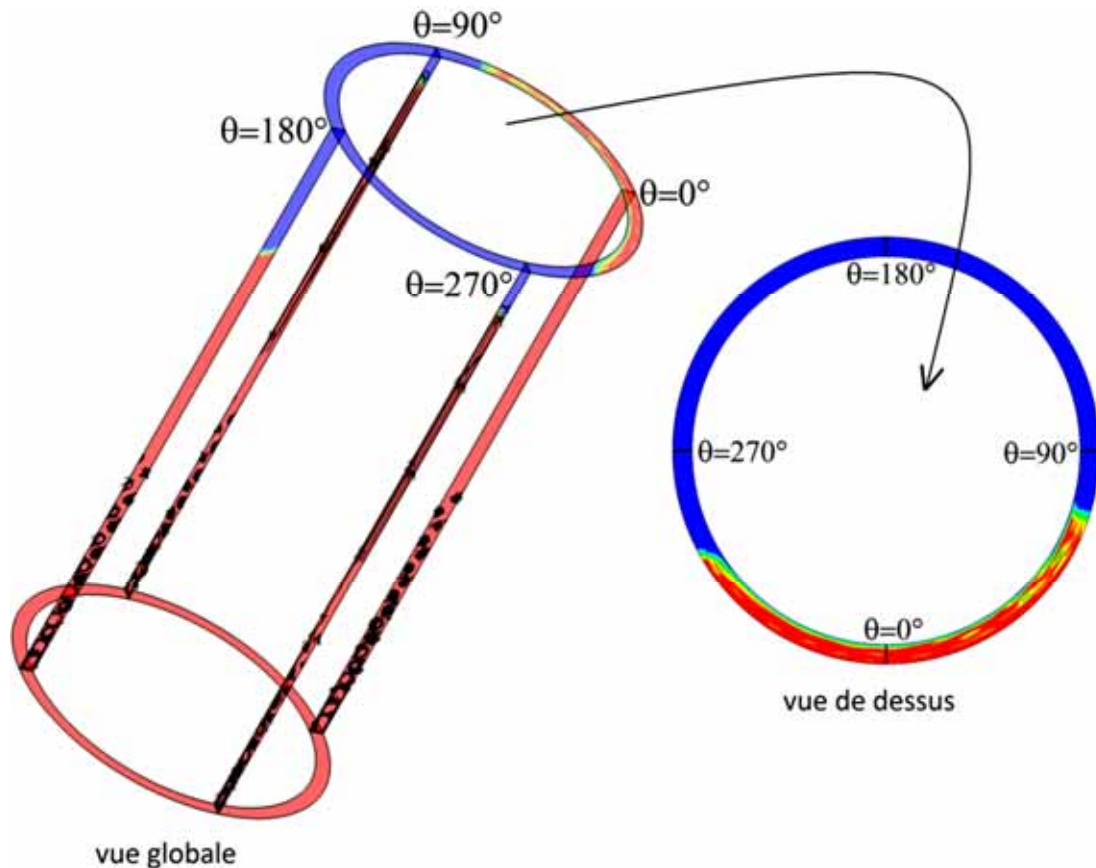


Figure V-38: Plans méridiens correspondant au système d'écoulement à différentes positions azimutales ($\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$, $\theta = 180^\circ$ et $\theta = 270^\circ$)

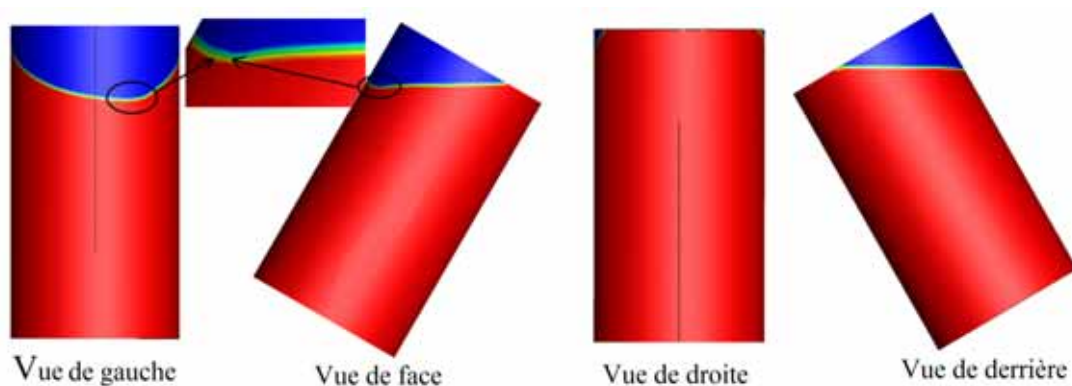


Figure V. 39 : Illustration des différentes vues adaptées pour analyser l'interface L/G associé à l'écoulement pour $Ta = 44.22$ soumis à l'effet d'inclinaison $\alpha = 30^\circ$.

b-1) Forme de l'interface :

Lorsque on met le cylindre intérieur en rotation, il entraine avec lui le fluide qui se trouve au niveau de l'espace annulaire. Ce mouvement engendre des déformations de l'interface liquide/air. En cette position on remarque que l'interface liquide-air est déformée et n'est plus symétrique par rapport à l'axe des deux cylindres par rapport l'état initial quand $Ta = 0$ (figure V.40). Cette déformation due à la force centrifuge et au déplacement du liquide dans le sens de rotation du cylindre intérieur. Le gradient de vitesses entre les deux cylindres engendre un cisaillement résultant du cylindre intérieur qui tourne et du cylindre extérieur qui est au repos. Par conséquent, l'effet de la déformation est plus accentué du côté du cylindre intérieur que du côté du cylindre l'extérieur.

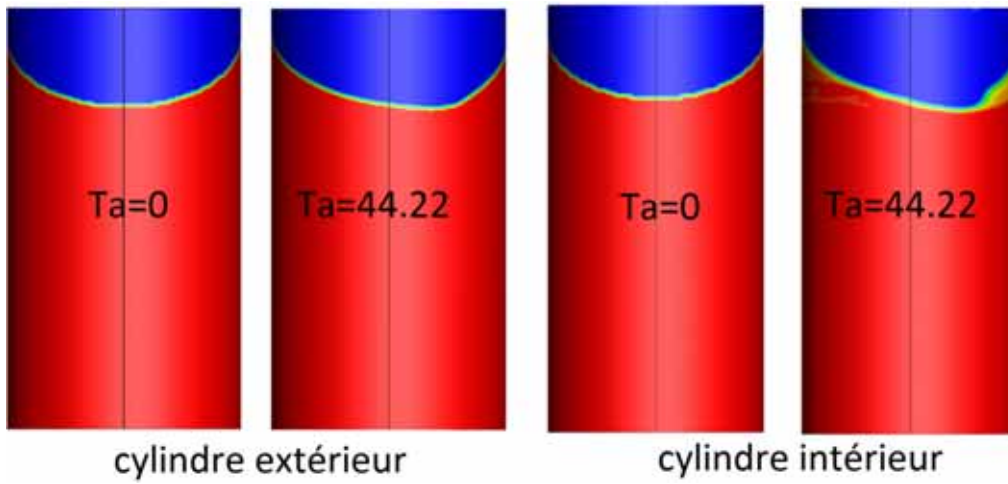


Figure V. 40: Forme de l'interface liquide/gaz sur des deux cylindres en vue de gauche à $Ta = 0$ et $Ta = 44.22$.

Le liquide dans l'espace annulaire représenté sur le plan méridien (r, z) à $\theta = 90^\circ$ correspondant à un nombre de Taylor $Ta = 44.22$ est abaissé de 2.5 mm par rapport à la position initiale quand le cylindre intérieur est immobile ($Ta = 0$). Par contre, du côté opposé (à $\theta = 270^\circ$) le liquide est surmonté de 4.3 mm, comme le montre la figure V. 41.

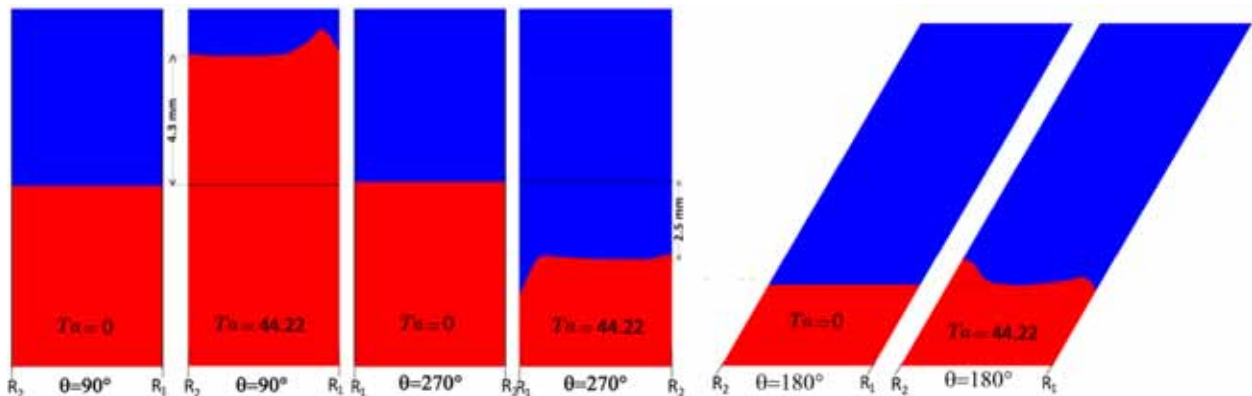


Figure V. 41: Forme de l'interface liquide/gaz et représentation du niveau de la phase liquide dans l'espace annulaire en différentes positions azimutales pour $Ta = 0$ et $Ta = 44.22$.

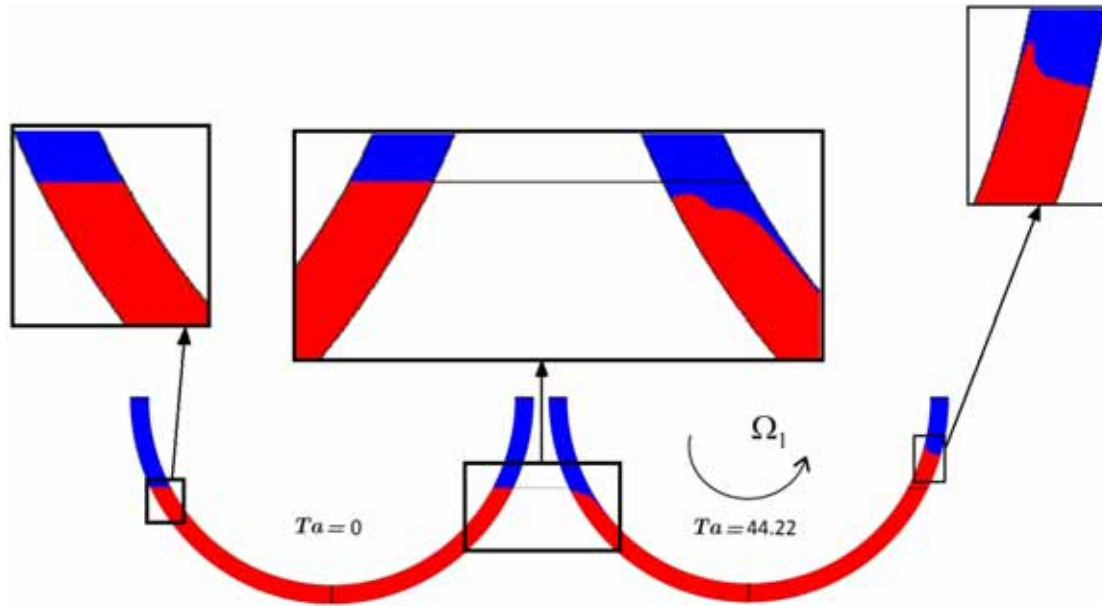


Figure V- 42: Forme de l'interface liquide/gaz et le niveau de la phase liquide dans l'espace annulaire en la moitié vue de dessus pour $Ta = 0$ et $Ta = 44.22$.

b-2) Etude du champ de vitesse :

Le champ de est caractérisé par trois composantes, à savoir, la composante radiale u , la composante tangentielle v et la composante axiale w . Ces composantes sans représentées sous forme des contour dans les plans méridiens (r, z) au niveau de 04 positions azimutales; à $\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$, $\theta = 180^\circ$ et $\theta = 270^\circ$ et sous forme de courbes d'évolution le long d'une ligne traversant le milieu de l'espace annulaire.

• Evolution de la vitesse axiale

L'évolution de la composante axiale du champ de vitesse suivants des droites parallèles à l'axe (z) qui passent par le milieu de gap dans les plans méridiens (r, z) à $\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$, $\theta = 180^\circ$ et $\theta = 270^\circ$ pour un nombre de Taylor $Ta = 44.22$ et un angle d'inclinaison $\alpha = 30^\circ$. La composante axiale du champs de vitesse représentée dans les plans (r, z) à $\theta = 90^\circ$ (vue de derrière) et $\theta = 180^\circ$ (vue de gauche; côté comprimé) est négative, ce qui montre l'existence d'un écoulement axial descendant traversant le gap dans la partie liquide. Dans les plans méridiens (r, z) à $\theta = 270^\circ$ (vue de face) et $\theta = 0^\circ$ (vue de droite; côté élargi) est positive, d'où l'existence d'un écoulement axial ascendant. L'intensité de cette vitesse en valeur absolue est maximale au niveau de l'interface où les courbes sont curviligne, ce qui explique l'absence de mouvement tourbillonnaire près la surface libre. En se rapprochant du fond du système d'écoulement, la vitesse axiale s'atténue et les courbes représentant l'évolution de la vitesse axiale prennent une forme spatialement périodique selon oz , ce qui explique la persistance de l'onde axiale de Taylor. De ces graphes on peut également dénombrer le nombre de vortex n formé dans chaque plan méridien. On compte sept ondes ou (14 vortex) dans les plans (r, z) à $\theta = 270^\circ$ et 13 vortex pour le plan (r, z) à

$\theta = 270^\circ$ et l'on compte 16 vortex dans le plan (r, z) à $\theta = 180^\circ$ et 17 pour le plan (r, z) à $\theta = 0^\circ$, ce compte on confirmera plus loin par le tracé des lignes de courant.

Au niveau du plan méridien (r, z) à $\theta = 0^\circ$ (\leftarrow), la phase liquide s'étend sur tout l'ensemble de l'espace annulaire. La vitesse axiale dans ce plan est positive, ce qui montre l'existence d'un écoulement axial ascendant qui traverse l'espace annulaire du bas vers le haut.

On note qu'en partant de la position axiale $\frac{z}{H} = 0.760$ jusqu'à $\frac{z}{H} = 0.793$, il existe une zone tourbillonnaire (perturbation) correspondant à une vitesse axiale qui est négative. La position de cette perturbation est presque symétrique à la position du tourbillon de type barocline qui est localisé à l'interface du coté comprimé situé au plan (r, z) à $\theta = 180^\circ$ (\bullet)

à $\bar{z} = \frac{z}{H} = 0.773$. Ce tourbillon barocline semble affecte également la composante de la

vitesse axiale représentée sur le plan (r, z) à $\theta = 270^\circ$ (\blacklozenge) à $\frac{z}{H} = 0.7625$ et celle qui est

représentée sur le plan (r, z) à $\theta = 90^\circ$ (\blacklozenge) pour $\frac{z}{H} = 0.7815$.

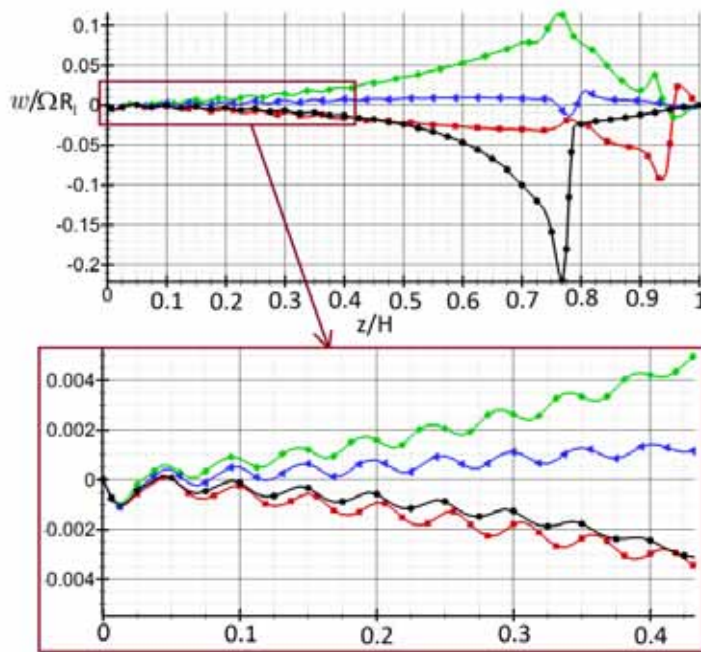


Figure IV. 43 : Evolution de la vitesse axiale le long des ligne traversant le milieu de l'espace annulaire aux niveaux des plans méridiens (r, z) à $\theta = 0^\circ$ (\leftarrow), $\theta = 90^\circ$ (\blacksquare), $\theta = 180^\circ$ (\bullet) et $\theta = 270^\circ$ (\blacklozenge) à $Ta = 44.22$ et $\Gamma = 37$ pour $\alpha = 30^\circ$.

Plan (r, z)	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\theta = 180^\circ$	$\theta = 270^\circ$
Nombre de vortex n	17	13	16	14
Hauteur de la colonne liquide H	200 mm	189.3 mm	154.5 mm	182.5mm
Hauteur de la zone tourbillonnaire h	89.89mm	62.78mm	79.97mm	60.62mm

Tableau V-9: Nombre de vortex n et Hauteur de la zone tourbillonnaire h en fonction de la Hauteur de la colonne liquide H

On remarque que le nombre des cellules est inversement proportionnel à la valeur absolue de la vitesse axiale; si la vitesse axiale est grande d'où le débit axial engendré par l'inclinaison du système d'écoulement est grand, le nombre de vortex diminue.

$$W_{\theta=270^\circ} (\color{green}{\blacklozenge}) > W_{90^\circ} (\color{red}{\blackplus}) > W_{\theta=180^\circ} (\color{black}{\bullet}) > W_{\theta=0^\circ} (\color{blue}{\blackleftarrow})$$

• **Vitesse radiale :**

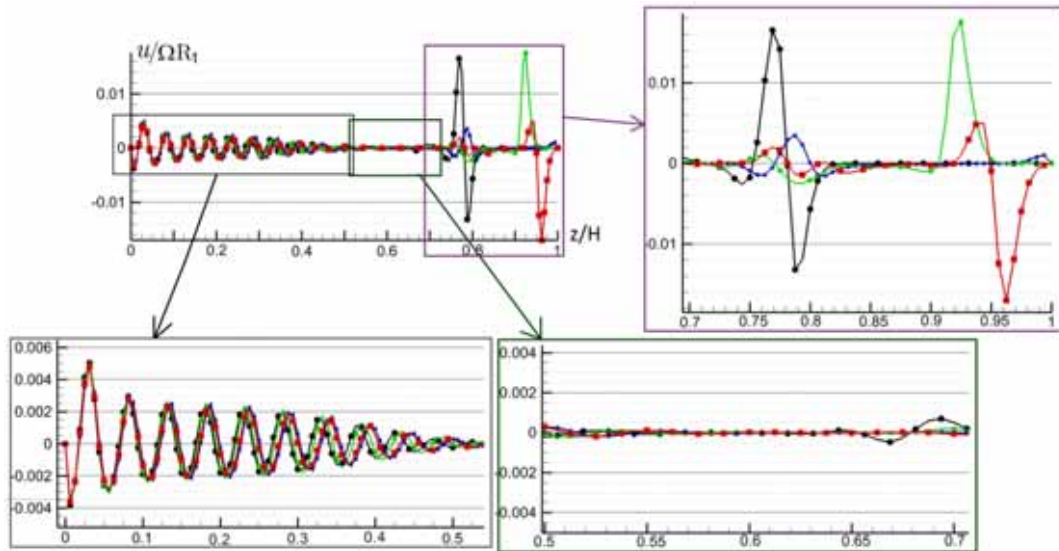


Figure V- 44 : Evolution de la vitesse radiale le long des ligne traversant le milieu de l'espace annulaire aux niveaux des plans méridiens (r, z) à $\theta = 0^\circ$ ($\color{blue}{\blackleftarrow}$), $\theta = 90^\circ$ ($\color{red}{\blackplus}$), $\theta = 180^\circ$ ($\color{black}{\bullet}$) et $\theta = 270^\circ$ ($\color{green}{\blacklozenge}$) à $Ta = 44.22$ et $\Gamma = 37$ pour $\alpha = 30^\circ$.

• **Vitesse tangentielle :**

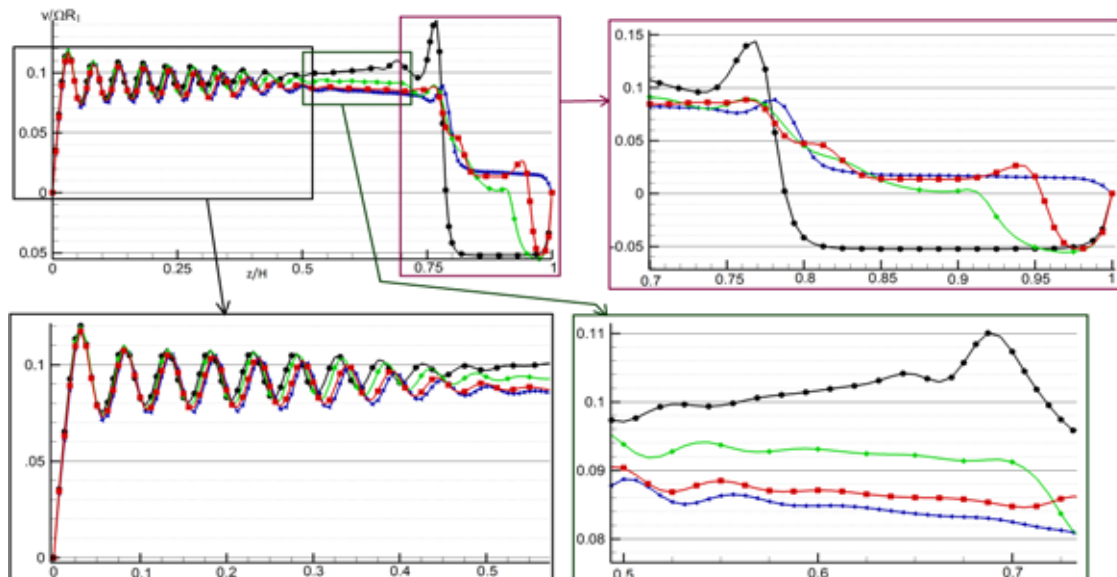


Figure V. 45 : Evolution de la vitesse tangentielle le long des ligne traversant le milieu de l'espace annulaire aux niveaux des plans méridiens (r, z) à $\theta = 0^\circ$ ($\color{blue}{\blackleftarrow}$), $\theta = 90^\circ$ ($\color{red}{\blackplus}$), $\theta = 180^\circ$ ($\color{black}{\bullet}$) et $\theta = 270^\circ$ ($\color{green}{\blacklozenge}$) à $Ta = 44.22$ et $\Gamma = 37$ pour $\alpha = 30^\circ$.

b-3) Evolution des lignes de courant:

Le tracé des lignes de courant permet de montrer la taille et la forme des vortex de Taylor et évaluer leur taille. La position de leurs centres et le nombre exact de vortex dans chaque plans méridien (r,z) est précisé pour différentes positions azimutales, $\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$, $\theta = 180^\circ$ et $\theta = 270^\circ$. Nous permet également de visualiser l'écoulement axial qui traverse le gap.

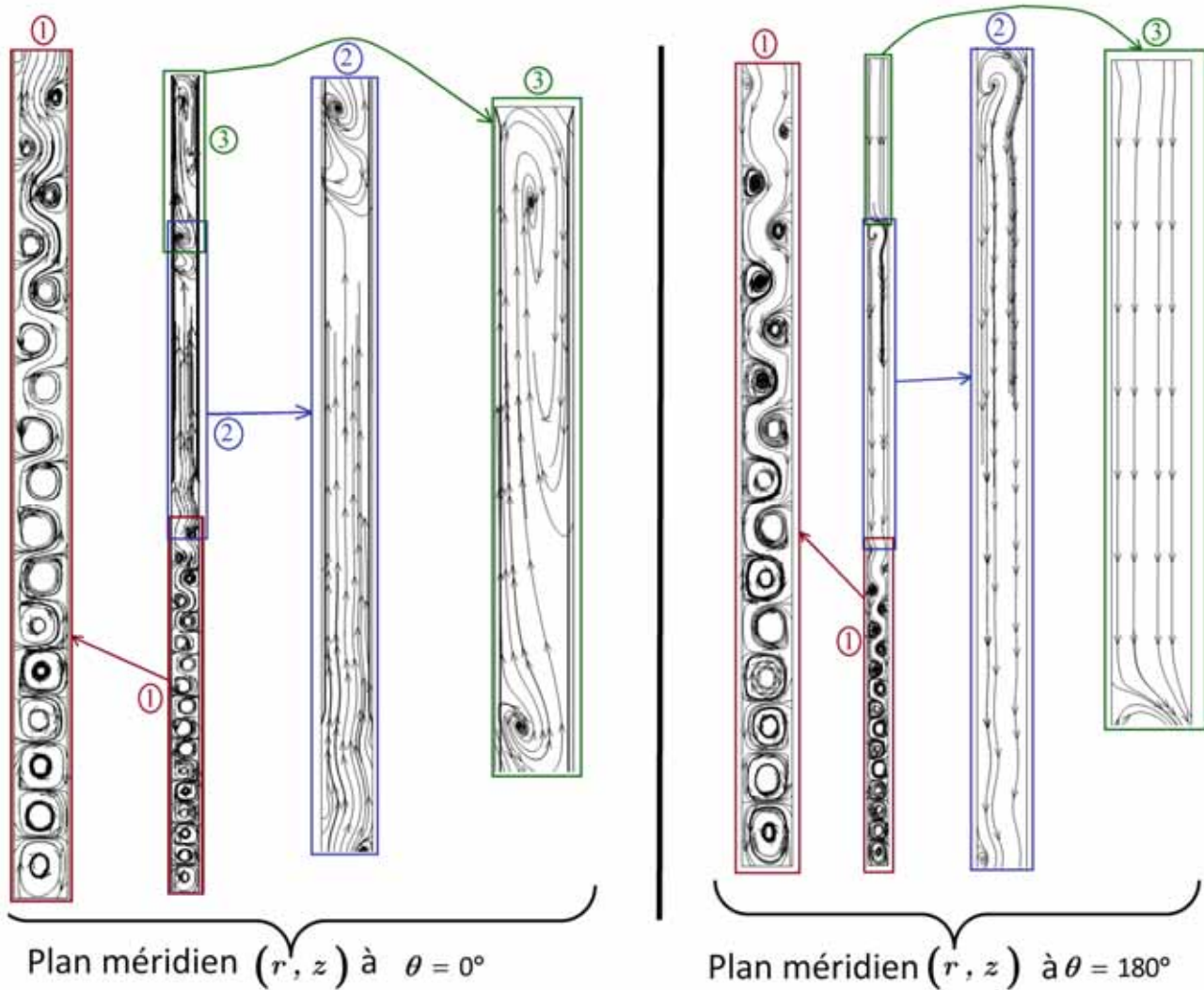


Figure V. 46: Tracé des lignes de courant aux niveaux des plans méridiens (r,z) à $\theta = 0^\circ$ et à $\theta = 180^\circ$ et pour un nombre de Taylor $Ta = 44.22$ et correspondant à l'angle d'inclinaison $\alpha = 30^\circ$ pour un système d'écoulement partiellement rempli $\Gamma = 37$.

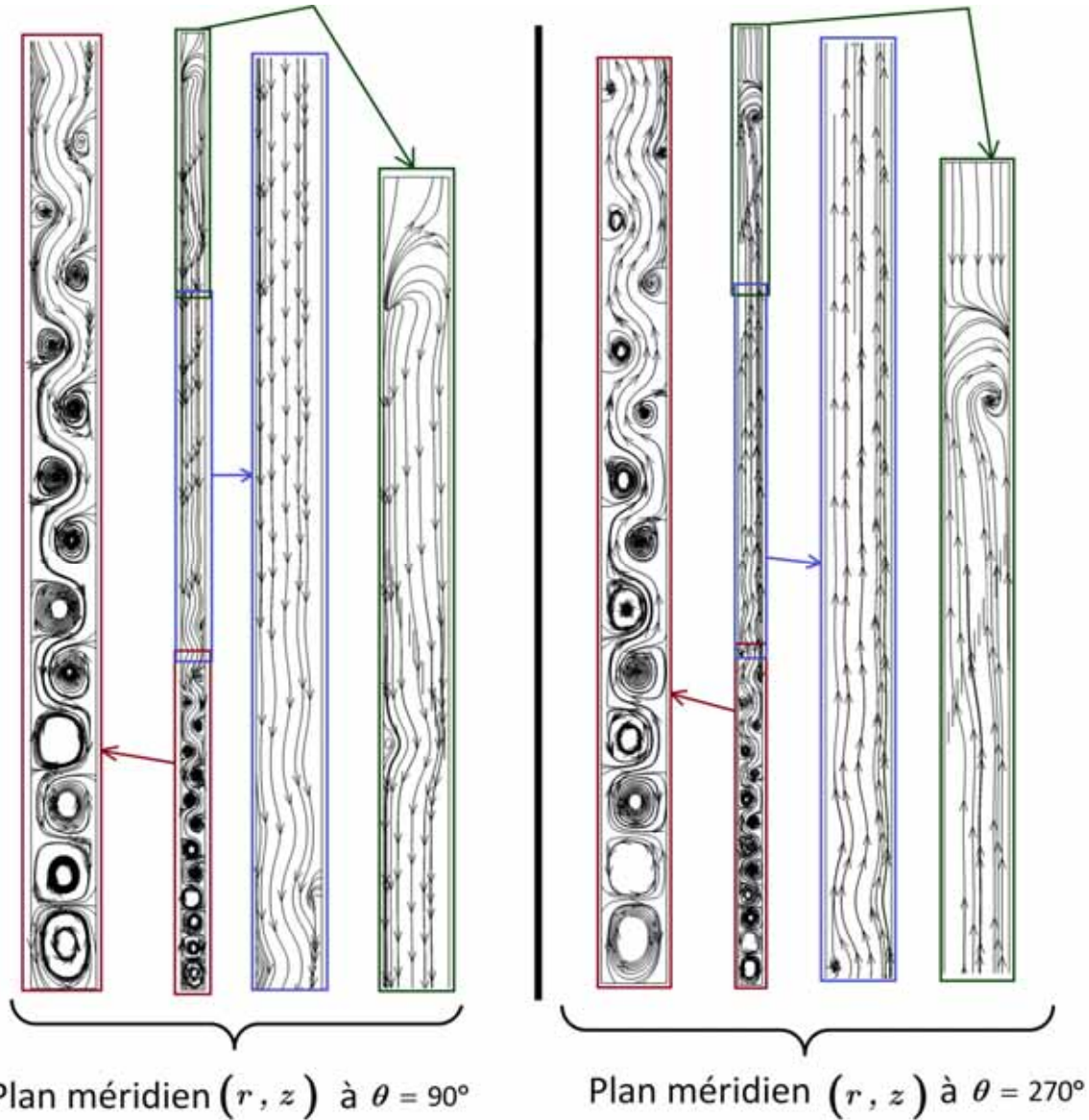


Figure V. 47: Tracé des lignes de courant aux niveaux des plans méridiens (r,z) à $\theta = 90^\circ$ et à $\theta = 270^\circ$ et pour un nombre de Taylor $Ta = 44.22$ et correspondant à l'angle d'inclinaison $\alpha = 30^\circ$ pour un système d'écoulement partiellement rempli $\Gamma = 37$.

De ces tracés de lignes de courant, on peut déterminer le nombre exacte de cellules formées ainsi que les positions radiale et axiale de leurs centres et d'évaluer la distance entre les vortex ainsi que la longueur d'onde axiale en fonction de la localisation des plans méridiens.

• **Plan (r,z) à $\theta = 0^\circ$**

N° de vortex	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Position radiale (mm)	52.338	52.391	52.425	52.293	52.507	52.212	52.575	52.132	52.668	52.035	52.788	51.876	52.95	51.647	53.242	51.182	53.855
Position axiale (mm)	3.5471	8.7971	14.317	19.251	24.606	29.52	34.902	39.8	45.223	50.143	55.562	60.554	65.97	70.973	76.492	81.535	87.126

Tableau V. 10: Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plan (r,z) à $\theta = 0^\circ$

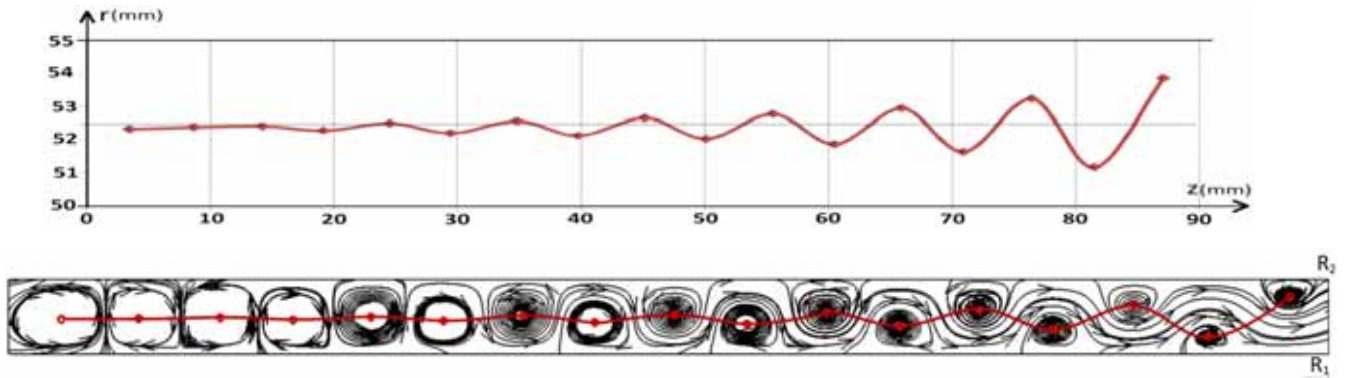


Figure V. 48: Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plan (r,z) à $\theta = 0^\circ$ (coté élargi)

• **Plan (r,z) à $\theta = 90^\circ$**

N° de vortex	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Position radiale (mm)	52.343	52.484	52.203	52.650	52.063	52.861	51.914	53.06	51.751	53.357	51.523	53.843	51.157
Position axiale (mm)	3.447	8.680	14.175	19.067	24.392	29.290	34.592	39.493	44.849	49.722	55.141	60.009	65.504

Tableau V. 11: Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plan (r,z) à $\theta = 90^\circ$

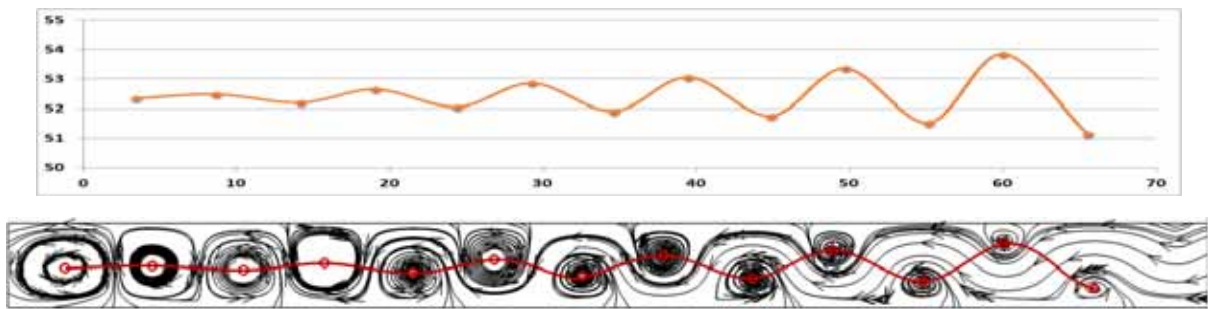


Figure V. 49: Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plan (r,z) à $\theta = 90^\circ$ (vue de derrière)

• **Plan (r,z) à $\theta = 180^\circ$**

N° de vortex	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Position radiale (mm)	52.345	52.447	52.292	52.521	52.205	52.619	52.097	52.763	51.938	52.945	51.728	53.227	51.389	53.667	50.784	54.475
Position axiale (mm)	3.3835	8.5387	13.845	18.606	23.789	28.525	33.671	38.421	43.535	48.314	53.422	58.196	63.317	68.070	73.255	77.874

Tableau V. 12: Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plans (r,z) à $\theta = 180^\circ$

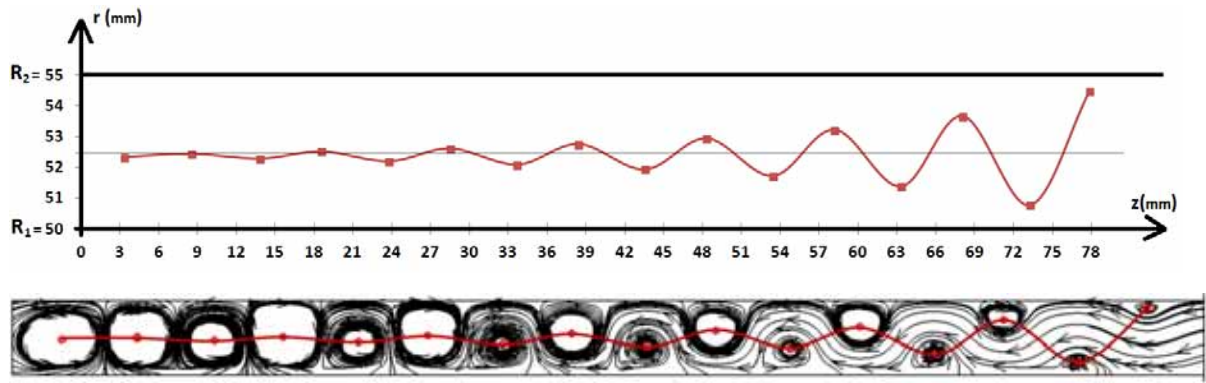


Figure V. 50: Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plans (r,z) à $\theta = 180^\circ$ (coté comprimé)

• **Plan (r,z) à $\theta = 270^\circ$**

N° de vortex	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Position radiale (mm)	52.37	52.348	52.552	52.155	52.765	51.982	53.004	51.795	53.31	51.57	53.794	51.249	54.629	50.724
Position axiale (mm)	3.485	8.665	14.028	18.832	24.066	28.845	34.051	38.84	44.054	48.86	54.112	58.92	64.18	68.912

Tableau V. 13: Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plan (r,z) à $\theta = 270^\circ$

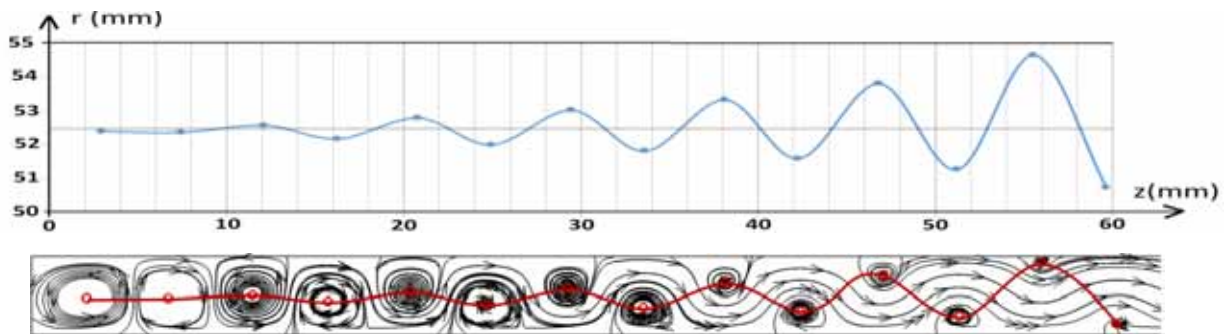


Figure V. 51: Positions radiales et axiales des centre des vortex dans le plans (r,z) à $\theta = 270^\circ$ (vue de face)

✓ En parcourant de bas le haut de système d'écoulement, on remarque que l'écoulement axiale qui traverse l'espace annulaire augmente et la taille des tourbillons diminue. Parallèlement, leurs centres se rapprochent des parois des cylindres constituant le système d'écoulement; si le centre de tourbillon n se déplace, par exemple, vers le cylindre extérieur alors les tourbillons $n - 1$ et $n + 1$ se rapprochent de cylindre intérieur. Dans les plans méridiens (r,z) à $\theta = 90^\circ$ et à $\theta = 180^\circ$, l'écoulement axiale traversant le gap est descendant, par contre, dans les plans méridiens (r,z) à $\theta = 0^\circ$ et à $\theta = 270^\circ$, l'écoulement axiale traversant l'espace annulaire devient ascendant.

✓ La détermination des tailles des ondes de Taylor n'est pas assez simple comme dans le cas d'un système d'écoulement en position verticale ($\alpha = 0^\circ$) où la longueur d'onde axiale est la taille de deux vortex voisins (adjacents) qui est égale à la distance entre 02 zones de type in-

flow ou deux zones de out-flow ou encore cela revient à évaluer la distance entre les centres deux vortex impaires ou paires (Figure. V. 52 (a)). Par contre, dans le cas où le système d'écoulement est en position incliné, la taille les vortex est s'atténue graduellement et ceux-ci sont séparés par une bande de l'écoulement axial qui pousse les vortex vers les parois. Dans ces conditions, le in-flow et le out-flow sont difficiles à les distinguer parce qu'ils ne sont pas perpendiculaire aux parois des cylindres constituant le système d'écoulement . On propose alors de prendre la longueur d'onde axiale λ_z dans le cas d'un système d'écoulement incliné est la distance entre les centre deux vortex impaires(2(n-1) et 2(n+1)) ou les vortex paires (2n et 2n+2), où n est un entier impair (Figure V. 50) .

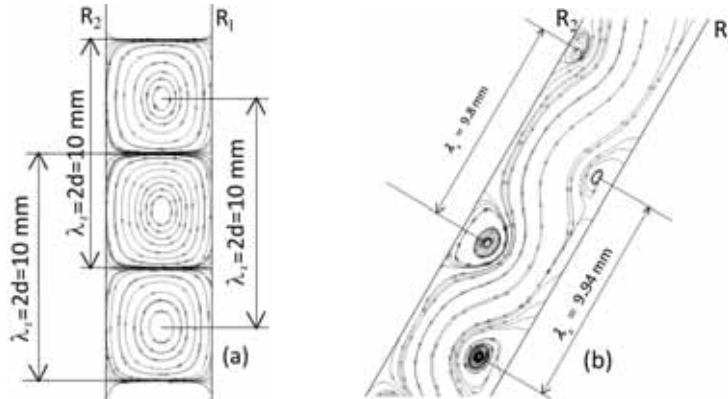


Figure V. 52: Longueur d'onde axiale λ_z à $Tc_1 = 44.22$ pour les cas: (a) système d'écoulement en position verticale et (b) système d'écoulement en position inclinée ($\alpha = 30^\circ$) au plan (r, z) à $\theta = 180^\circ$ avec $\Gamma = 37$

✓ Les tableaux suivants donnent les longueurs d'onde axiale représentés par les lignes du courant dans les plans (r, z) à $\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$, $\theta = 180^\circ$ et $\theta = 270^\circ$ pour un nombre de Taylor $Ta = Tc_1 = 44.22$ dans le cas d'un système d'écoulement incliné ($\alpha = 30^\circ$) et partiellement rempli ($\Gamma = 37$).

- λ_z à $\theta = 0^\circ$

Onde N°	1(1-3)	2(3-5)	3(5-7)	4(7-9)	5(9-11)	6(11-13)	7(13-15)	8(15-17)
Longueur d'onde axiale λ_z (mm)	10.77	10.29	10.29	10.32	10.34	10.41	10.51	10.63

Tableau V.14 : Evolution de la longueur d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 0^\circ$ λ_z selon deux vortex impairs

Onde N°	1(2-4)	2(4-6)	3(6-8)	4(8-10)	5(10-12)	6(12-14)	7(14-16)
Longueur d'onde axiale λ_z (mm)	10.56	10.42	10.41	10.32	10.34	10.41	10.51

Tableau V.15 : Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 0^\circ$ λ_z selon l'inter-distance de deux vortex pairs.

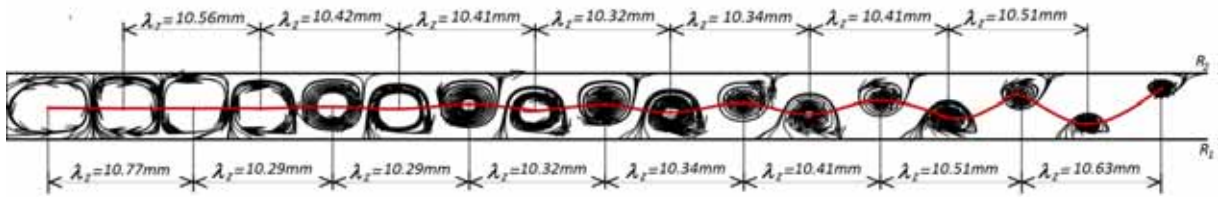


Figure V-53 : Evolution de la longueur d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 0^\circ$

▪ λ_z à $\theta = 180^\circ$

Onde N°	1(1-3)	2(3-5)	3(5-7)	4(7-9)	5(9-11)	6(11-13)	7(13-15)
Longueur d'onde axiale λ_z (mm)	10.46	9.94	9.88	9.86	9.88	9.89	9.94

Tableau V-16: Evolution de la longueur d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 180^\circ$ λ_z selon l'inter-distance de deux vortex impairs.

Onde N°	1(2-4)	2(4-6)	3(6-8)	4(8-10)	5(10-12)	6(12-14)	7(14-16)
Longueur d'onde axiale λ_z (mm)	10.07	9.92	9.89	9.89	9.88	9.87	9.8

Tableau V. 17: Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 180^\circ$ λ_z selon l'inter-distance de deux vortex pairs.

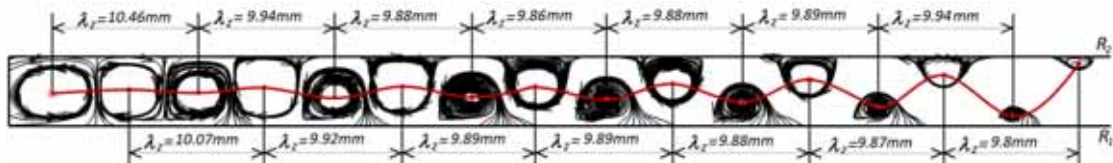


Figure. V. 54 : Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 180^\circ$

▪ λ_z à $\theta = 90^\circ$

Onde N°	1(1-3)	2(3-5)	3(5-7)	4(7-9)	5(9-11)	6(11-13)
Longueur d'onde axiale λ_z (mm)	10.73	10.20	10.20	10.25	10.3	10.3

Tableau V.18: Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 90^\circ$ λ_z selon l'inter-distance de deux vortex impairs..

Onde N°	1(2-4)	2(4-6)	3(6-8)	4(8-10)	5(10-12)	6(12-14)
Longueur d'onde axiale λ_z (mm)	10.39	10.22	10.20	10.23	10.28	9.99

Tableau V. 19 : Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 90^\circ$ λ_z égale à la distance axiale entre deux vortex paires

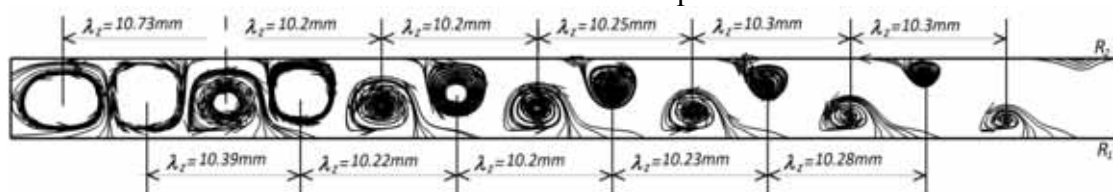


Figure. V. 55 : Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 90^\circ$

- λ_z au plan (r, z) à $\theta = 270^\circ$

Onde N°	1(1-3)	2(3-5)	3(5-7)	4(7-9)	5(9-11)	6(11-13)
Longueur d'onde axiale λ_z (mm)	10.55	10.04	9.99	10.00	10.06	10.07

Tableau V.20: Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 270^\circ$ λ_z égale à la distance axiale entre deux vortex paires.

Onde N°	1(2-4)	2(4-6)	3(6-8)	4(8-10)	5(10-12)	6(12-14)
Longueur d'onde axiale λ_z (mm)	10.16	10.02	9.99	10.02	10.06	9.99

Tableau V.21: Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 270^\circ$ λ_z égale à la distance axiale entre deux vortex impaires

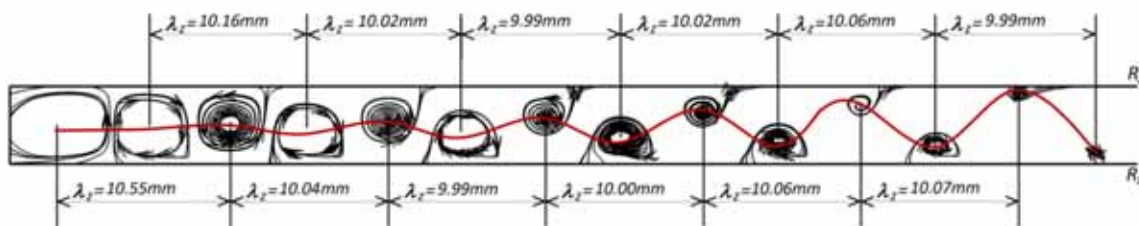


Figure. V. 56 : Longueurs d'onde axiale dans le plan (r, z) à $\theta = 270^\circ$

Conclusion

Le tracé des contours et des graphes d'évolution du champ de vitesses et de la contrainte de cisaillement ainsi que le tracé de la fonction du courant, nous a permis d'analyser l'écoulement de Taylor-Couette. De cette analyse on a déterminé les seuils critiques correspondants à l'apparition des instabilités et de mettre en évidence les différentes caractéristiques liées à cet écoulement tels que le nombre, la forme des cellules, la position radiale et axiale de leurs centres et l'évaluation de les longueurs d'onde axiale et azimutale. Dans le cas d'un système d'écoulement en position inclinée et avec surface libre, le tracé des lignes de courant dans les plans méridiens montre l'écoulement axial traversant l'espace annulaire qui est à l'origine la cause principale de la destruction des vortex de Taylor. En définitive, l'étude numérique nous a permis de comprendre le mécanisme d'apparition ou de formation de la structure cellulaire et même sa destruction lorsque l'inclinaison ou l'effet de gravité agit sur le système d'écoulement avec surface libre.

CHAPITRE VI

APPROCHE ANALYTIQUE

Introduction

La présente approche porte sur une tentative théorique qui s'intéresse à l'étude des effets combinés de l'inclinaison du dispositif d'écoulement et l'application d'un champ magnétique selon l'axe vertical sur l'écoulement de Taylor-Couette.

On se propose de formuler les équations générales du mouvement (équations de Navier-Stokes et équations de Maxwell) du système incliné que l'on représente dans un système de coordonnées appropriées. Par la suite, on établit les équations régissant la stabilité de l'écoulement dans le cadre d'une théorie linéaire et dans le cadre d'une approximation du petit espace annulaire.

Pour le cas où le champ magnétique est nul, on tente de faire la prévision de la stabilité de l'onde de Taylor au voisinage de son apparition. A cet effet, l'utilisation d'une méthode variationnelle telle que la méthode de Galerkin permet de résoudre le problème aux valeurs propres conduisant à établir le diagramme de stabilité liée à l'onde de Taylor au voisinage de l'état critique liée à son apparition.

1- Choix du système de coordonnées et mise en équations

A. Système de coordonnées

Le passage des coordonnées cartésiennes (x, y, z) aux coordonnées du repère intrinsèque (ξ, θ, ζ) est proposé de la façon suivante :

$$\begin{cases} x = (\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha) \cos \theta \\ y = (\xi \cos \alpha + \zeta \sin \alpha) \sin \theta \\ z = \zeta \cos \alpha - \xi \sin \alpha \end{cases} \quad (VI-1)$$

B. Equations gouvernants l'écoulement

Pour l'écoulement d'un fluide à propriétés physiques supposées constantes (μ, ρ) et (μ_m, σ_m) soumis aux effets de gravité et du champ magnétique axial, les équations régissant le mouvement s'écrivent :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V \right) = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 V + \varepsilon^* \frac{1}{\rho} (J \wedge B) + F_g \\ \nabla \cdot V = 0 \\ \frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \wedge (V \wedge B) + \frac{1}{\mu_m \sigma_m} \Delta B \\ \nabla \cdot B = 0 \end{cases} \quad (VI-2)$$

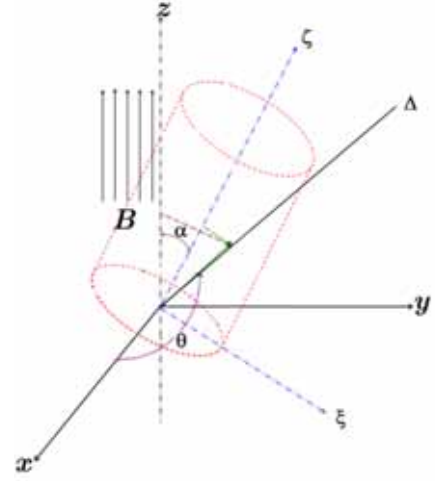


Figure VI: Système de coordonnées spécifiques

Où V est la distribution de vitesse quelconque que l'on représente dans le système de coordonnées (ξ, θ, ζ) , B est le champ magnétique et F la force de gravité, J vecteur de densité électrique donné par la loi d'Ohm :

$$\begin{aligned} \vec{V} &= V_\xi \vec{e}_\xi + V_\theta \vec{e}_\theta + V_\zeta \vec{e}_\zeta \\ \vec{B} &= B_\xi \vec{e}_\xi + B_\zeta \vec{e}_\zeta \\ \vec{F}_g &= F_\xi \vec{e}_\xi + F_\zeta \vec{e}_\zeta \end{aligned} \quad (VI-3)$$

Dans l'air ou dans le vide, le champ magnétique est proportionnel à l'excitation magnétique, la relation s'écrit $B_0 = \mu_0 H_0$ avec $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (U.S.I.) = cste.

$\varepsilon^* = \pm 1$: indique les sens du champ magnétique; $\varepsilon^* = +1$, si le champ magnétique est parallèle au champ de gravité et $\varepsilon^* = -1$, si le champ magnétique est antiparallèle au champ de gravité
Après l'adimensionnement, les équations gouvernantes s'écrivent comme suit:

• **Equations de Navier-Stokes :**

$$\begin{aligned}
\xi : & \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial V_\xi}{\partial t} + V_\xi \frac{\partial V_\xi}{\partial \xi} + \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial V_\xi}{\partial \theta} + V_\zeta \frac{\partial V_\xi}{\partial \zeta} - \frac{V_\theta^2}{R} - \varepsilon^* Q \left[H_\xi \frac{\partial H_\xi}{\partial \xi} + \frac{H_\theta}{R} \frac{\partial H_\xi}{\partial \theta} + H_\zeta \frac{\partial H_\xi}{\partial \zeta} - \frac{H_\theta^2}{R} \right] \\
& = -\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} + \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \left(\frac{\partial^2 V_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 V_\xi}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 V_\xi}{\partial \theta^2} \right) + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial V_\xi}{\partial \xi} \cdot \cos \alpha + \frac{\partial V_\xi}{\partial \zeta} \cdot \sin \alpha \right] - \frac{1}{R^2} \left(2 \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_\xi \right) \right\} \\
\theta : & \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial V_\theta}{\partial t} + \left(V_\xi \frac{\partial V_\theta}{\partial \xi} + \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_\zeta \frac{\partial V_\theta}{\partial \zeta} \right) + \frac{V V_\xi}{R} - \varepsilon^* Q \left[H_\xi \frac{\partial H_\theta}{\partial \xi} + \frac{H_\theta}{R} \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta} + H_\zeta \frac{\partial H_\theta}{\partial \zeta} + \frac{H_\theta H_\xi}{R} \right] \\
& = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial V_\theta}{\partial \xi} \cdot \cos \alpha + \frac{\partial V_\theta}{\partial \zeta} \cdot \sin \alpha \right] + \frac{1}{R^2} \left(2 \frac{\partial V_\xi}{\partial \theta} - V_\theta \right) \right) \\
\zeta : & \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial V_\zeta}{\partial t} + \left(V_\xi \frac{\partial V_\zeta}{\partial \xi} + \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial V_\zeta}{\partial \theta} + V_\zeta \frac{\partial V_\zeta}{\partial \zeta} \right) - \varepsilon^* Q \left[H_\xi \frac{\partial H_\zeta}{\partial \xi} + \frac{H_\theta}{R} \frac{\partial H_\zeta}{\partial \theta} + H_\zeta \frac{\partial H_\zeta}{\partial \zeta} \right] \\
& = -\frac{\partial \Pi}{\partial \zeta} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V_\zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 V_\zeta}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 V_\zeta}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial V_\zeta}{\partial \xi} \cdot \cos \alpha + \frac{\partial V_\zeta}{\partial \zeta} \cdot \sin \alpha \right] \right)
\end{aligned} \tag{VI-4}$$

• **Equation de la conservation du champ magnétique :**

$$\frac{\partial H_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{R} \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial H_\zeta}{\partial \zeta} + \frac{H_\xi \cos \alpha + H_\zeta \sin \alpha}{R} = 0 \tag{VI-5}$$

• **Equations d'induction :**

$$\begin{aligned}
\xi : & \frac{1}{\text{Re}_m} \frac{\partial H_\xi}{\partial t} = \left(H_\xi \frac{\partial V_\xi}{\partial \xi} + \frac{H_\theta}{R} \frac{\partial V_\xi}{\partial \theta} + H_\zeta \frac{\partial V_\xi}{\partial \zeta} \right) - \left(V_\xi \frac{\partial H_\xi}{\partial \xi} + \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial H_\xi}{\partial \theta} + V_\zeta \frac{\partial H_\xi}{\partial \zeta} \right) \\
& + \frac{1}{\text{Re}_m} \left\{ \frac{\partial^2 H_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_\xi}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 H_\xi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial H_\xi}{\partial \xi} \cdot \cos \alpha + \frac{\partial H_\xi}{\partial \zeta} \cdot \sin \alpha \right] - \frac{1}{R^2} \left(2 \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta} + H_\xi \right) \right\} \\
\theta : & \frac{1}{\text{Re}_m} \frac{\partial H_\theta}{\partial t} = H_\xi \frac{\partial V_\theta}{\partial \xi} + \frac{H_\theta}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + H_\zeta \frac{\partial V_\theta}{\partial \zeta} - V_\xi \frac{\partial H_\theta}{\partial \xi} - \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta} - V_\zeta \frac{\partial H_\theta}{\partial \zeta} - \frac{1}{R} (V_\theta H_\xi - H_\theta V_\xi) \\
& + \frac{1}{\text{Re}_m} \left(\frac{\partial^2 H_\theta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial H_\theta}{\partial \xi} \cdot \cos \alpha + \frac{\partial H_\theta}{\partial \zeta} \cdot \sin \alpha \right] + \frac{1}{R^2} \left(2 \frac{\partial H_\xi}{\partial \theta} - H_\theta \right) \right) \\
\zeta : & \frac{1}{\text{Re}_m} \frac{\partial H_\zeta}{\partial t} = H_\xi \frac{\partial V_\zeta}{\partial \xi} + \frac{H_\theta}{R} \frac{\partial V_\zeta}{\partial \theta} + H_\zeta \frac{\partial V_\zeta}{\partial \zeta} - V_\xi \frac{\partial H_\zeta}{\partial \xi} - \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial H_\zeta}{\partial \theta} - V_\zeta \frac{\partial H_\zeta}{\partial \zeta} \\
& + \frac{1}{\text{Re}_m} \left(\frac{\partial^2 H_\zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_\zeta}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 H_\zeta}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial H_\zeta}{\partial \xi} \cdot \cos \alpha + \frac{\partial H_\zeta}{\partial \zeta} \cdot \sin \alpha \right] \right)
\end{aligned} \tag{VI-6}$$

$$\text{Avec } \text{Re} = \frac{V_l d}{\nu} = \frac{R_l \Omega_l d}{\nu} \quad \text{Re}_m = \frac{V_l d}{\eta_m} = \frac{R_l \Omega_l d}{\eta_m} = \mu_m \sigma_m V_l d, \quad \eta = \frac{1}{\mu \sigma_m} \quad \text{et} \quad Q = \frac{\mu_m}{4\pi\rho} \frac{H_r^2}{V_r^2}$$

2-Linéarisation et hypothèses de travail

La décomposition de champ hydromagnétique en mouvements moyen et perturbé, comme suit :

$$V_\xi = \bar{V}_\xi + v_\xi, \quad V_\zeta = \bar{V}_\zeta + v_\zeta, \quad V_\theta = \bar{V}_\theta + v_\theta, \quad H_\xi = \bar{H}_\xi + h_\xi, \quad H_\zeta = \bar{H}_\zeta + h_\zeta, \quad H_\theta = \bar{H}_\theta + h_\theta, \quad \Pi = \bar{\Pi} + \pi$$

- L'hypothèse linéaire consiste à faire l'approximation qui suppose que la perturbation est très faible devant le mouvement moyen :

$$v_\xi \ll \bar{V}_\xi, v_\theta \ll \bar{V}_\theta, v_\zeta \ll \bar{V}_\zeta, h_\xi \ll \bar{H}_\xi, h_\theta \ll \bar{H}_\theta, h_\zeta \ll \bar{H}_\zeta \text{ et } \pi \ll \bar{\Pi}$$

- l'écoulement est axisymétrique suivant θ : $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$
- le champ moyen associé au vecteur vitesse est : $\bar{V}(0, \bar{V}_\theta, 0)$
- les composantes de l'excitation magnétique moyen sont

$$\bar{H}(\bar{H}_\xi, \bar{H}_\theta, \bar{H}_\zeta) = (H_\xi^*, 0, H_\zeta^*) = (-\varepsilon^* \sin \alpha, 0, \varepsilon^* \cos \alpha)$$
- On se place dans le cas d'espace annulaire mince $\delta = 1$
- le choix de perturbation

$$\begin{cases} v_\xi = u(\xi) \cdot \cos(k\zeta) \cdot e^{pt} \\ v_\theta = v(\xi) \cos(k\zeta) \cdot e^{pt} \\ v_\zeta = w(\xi) \sin(k\zeta) \cdot e^{pt} \\ \pi = \pi(\xi) \cdot \cos(k\zeta) \cdot e^{pt} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} h_\xi = \phi(\xi) \cdot \sin(k\zeta) \cdot e^{pt} \\ h_\theta = \psi(\xi) \sin(k\zeta) \cdot e^{pt} \\ h_\zeta = \chi(\xi) \cos(k\zeta) \cdot e^{pt} \end{cases} \quad (\text{VI-7})$$

- On admet que $\frac{\partial^2 Y}{\partial \xi^2} = \frac{\partial Y}{\partial \xi} = Y$
- On se place dans le cas de la zone (2) dont l'écoulement est en vortex de Taylor incliné, caractérisé par la taille des vortex qui est variable sur une même circonférence. Cette situation est physiquement remarquable en ce sens que l'on a sur un coté une compression des ondes ou vortex et sur le coté opposé une dilatation de ces ondes. Tout ceci se passe à vitesse constante $\Omega = \Omega_1$ ou $Ta = cte$ (Figure III-22)

L'application des ces hypothèses nous permis de trouver:

• **Equations de Navier-Stokes :**

$$\begin{aligned} \xi : \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - k^2 - p \right) u + \frac{2v \bar{V}_\theta}{R_i \cos \alpha} + \varepsilon^* Q k \cos \alpha \cdot \phi &= \frac{\partial \pi}{\partial \xi} \\ \theta : \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - k^2 - p \right) v - u \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \xi} - \frac{u \bar{V}_\theta}{R_i \cos \alpha} + \varepsilon^* Q k \cdot \cos \alpha \cdot \psi &= 0 \\ \zeta : \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - k^2 - p \right) w - \varepsilon^* Q k \cos \alpha \cdot \chi &= -k \cdot \pi \end{aligned} \quad (\text{VI-8})$$

• **Equation de la continuité**

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = -k w \quad (\text{VI-9})$$

• **Equations d'induction magnétique**

$$\begin{aligned} \xi : \frac{1}{\text{Re}_m} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - k^2 - p \right) \phi &= k \cdot \cos \alpha \cdot u \\ \theta : \frac{1}{\text{Re}_m} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - k^2 - p \right) \psi &= k \cdot \cos \alpha \cdot v - \phi \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \xi} + \frac{\phi \bar{V}_\theta \cdot d}{R_i \cos \alpha} \end{aligned} \quad (\text{VI-10})$$

$$\zeta : \frac{1}{\text{Re}_m} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - k^2 - p \right) \chi = -k \cdot \cos \alpha w$$

- **Equation de conservation du champ magnétique:**

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} = k \chi \tag{VI-11}$$

si on change la variable et on mis $\xi = x + \frac{R_1}{d} = x + \frac{1}{\delta}$ avec $0 \leq x \leq 1$, on obtient:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\text{Re}} Lu + \frac{2dv\overline{V}_\theta}{R_1 \cos \alpha} + \varepsilon^* Qk \cos \alpha \phi = D\pi \dots\dots\dots (1) \\ \frac{1}{\text{Re}} Lv - uD\overline{V}_\theta - \frac{du\overline{V}_\theta}{R_1 \cos \alpha} + \varepsilon^* Qk \cdot \cos \alpha \psi = 0 \dots\dots\dots (2) \\ \frac{1}{\text{Re}} Lw - \varepsilon^* Qk \cos \alpha \chi = -k \cdot \pi \dots\dots\dots (3) \\ \frac{1}{\text{Re}_m} L\phi = k \cdot \cos \alpha u \dots\dots\dots (4) \\ \frac{1}{\text{Re}_m} L\psi = k \cdot \cos \alpha v - \phi D\overline{V}_\theta + \frac{d}{R_1} \frac{\phi \overline{V}_\theta}{\cos \alpha} \dots\dots\dots (5) \\ \frac{1}{\text{Re}_m} L\chi = -k \cdot \cos \alpha \cdot w \dots\dots\dots (6) \\ Du = -kw \dots\dots\dots (7) \\ D\phi = k \chi \dots\dots\dots (8) \end{array} \right. \tag{VI-12}$$

Avec $L = D^2 - k^2 - p$ et $D = \frac{d}{dx}$

On se place dans le cas d'une stabilité marginale $L = L_0 = D^2 - k^2$ et

$$P_m = \frac{\text{Re}_m}{\text{Re}} = \frac{\nu}{\eta_m} \ll 1 \approx 10^{-5} \Rightarrow \text{Re}_m \ll \text{Re} \Rightarrow \text{Re}_m - \text{Re} \approx -\text{Re}, \text{ et après une série de simplification}$$

et réarrangement des équations différentielles de système (VI-12), on obtient:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[L_0^2 + \varepsilon^* \mathbf{Q} \cdot k^2 \cos^2 \alpha \right] \psi = D\overline{V}_\theta \mathbf{u} \\ \left[L_0^2 + \varepsilon^* \mathbf{Q} k^2 \cos^2 \alpha \right] \mathbf{u} = \frac{2T_s k^2 \cdot \overline{V}_\theta}{\cos \alpha} L_0 \psi \end{array} \right. \tag{VI-13}$$

avec $\mathbf{Q} = \frac{\mu_m}{4\pi\rho} \frac{H_0^2 d^2}{\nu \eta_m}$, $T_s = \frac{\text{Re}^2 d}{R_1}$ et $\overline{V}_\theta = 1 - x$

Pour le cas ou l'angle d'inclinaison est nul ($\alpha=0^\circ$), le système (VI-13) s'écrit comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[L_0^2 + \varepsilon^* \mathbf{Q} \cdot k^2 \right] \psi = u \\ \left[L_0^2 + \varepsilon^* \mathbf{Q} k^2 \right] u = -\frac{2T_s k^2}{1} L_0 \psi \end{array} \right. \tag{VI-14}$$

Ce système est identique à celui obtenu par S. Chandrasekhar

$$\begin{cases} \left[L_0^2 + \mathbf{Q}.k^2 \right] \psi = u \\ \left[L_0^2 + \mathbf{Q}.k^2 \right] u = -\bar{T}k^2 G \end{cases} \text{ avec } \bar{T} = \frac{1}{2} T_S \text{ et } G = L_0 \psi \quad (\text{VI-15})$$

Dans le cas où le champ magnétique est nul ($B = 0 \Rightarrow H = 0$), le système d'équations (VI-12), s'écrit:

$$\begin{cases} \frac{1}{\text{Re}} Lu + \frac{2dv\bar{V}_\theta}{R_l \cos \alpha} = D\pi \dots\dots\dots (1') \\ \frac{1}{\text{Re}} Lv - uD\bar{V}_\theta - \frac{du\bar{V}_\theta}{R_l \cos \alpha} = 0 \dots\dots\dots (2') \\ \frac{1}{\text{Re}} Lw = -k\pi \dots\dots\dots (3') \\ Du = -kw \dots\dots\dots (4') \end{cases} \quad (\text{VI-16})$$

Après élimination de terme de pression et une série de simplifications, on a abouti à un système d'équations différentielles aux dérivés partielles de deux équations :

$$\begin{cases} (D^2 - k^2 - p)(D^2 - k^2)u(x) = \frac{2T_S k^2 \cdot \bar{V}}{\cos \alpha} v(x) \\ (D^2 - k^2 - p)v(x) = -D\bar{V} \cdot u(x) \end{cases} \quad (\text{VI-17})$$

3 - Résolution du problème de stabilité

L'étude du phénomène de stabilité des cellules de Taylor consiste à résoudre le système d'équation (VI-17) dans le cadre d'un problème aux valeurs propres correspondent à établir une relation de compatibilité entre les paramètres régissant l'écoulement, à savoir, T_S , k , α et p . Pour résoudre notre problème on procède au choix de la méthode de Galerkin qui est une méthode d'intégration analytique qui consiste à rechercher une solution approchée d'une équation différentielle, à partir d'une erreur résiduelle associée à cette équation.

On propose un choix de la base d'approximation de la solution sous la forme suivante :

- Composante radiale : $u = \sum_{n=1}^N \alpha_n u_n$ Avec : $u_n = x^2 (1-x)^2 x^{n-1}$ (VI-18)

- Composante tangentielle : $v = \sum_{n=1}^N \beta_n v_n$ Avec : $v_n = x(1-x)x^{n-1}$

Le champ de vitesse doit satisfaire les conditions aux limites du problème. Ceci impose alors : $u_n = v_n = Du_n = 0$ à $x = 0$ et $x = 1$

L'estimation de la solution consiste à réaliser une approximation d'ordre $n=m=1$ et $n=m=2$ de la méthode de Galerkin qui nous donne les résultats suivants:

➤ **Approche en première ordre (m=n=1):**

L'optimisation du système d'équations (VI-17) conduit à obtenir :

$$T_S = \frac{28 (k^{*2} \cos \alpha \cdot p + 12p + k^{*4} \cos^2 \alpha + 24 \cos \alpha + 504) (k^{*2} \cos \alpha + p + 10)}{27 k^{*2} \cos \alpha} \quad (\text{VI-19})$$

avec $k^{*2} = \frac{k^2}{\cos \alpha}$

Dans le cas de la stabilité marginale $p = 0$, on trouve :

$$T_s = \frac{28 (k^{*2} \cos \alpha + 10)(k^{*4} \cos^2 \alpha + 24k^{*2} \cos \alpha + 504)}{27 k^{*2} \cdot \cos \alpha} \tag{VI-20}$$

L'examen de cette relation met en évidence l'effet de l'inclinaison α permettant de tracer les diagrammes de stabilité qui est représenté sur la figure suivante :

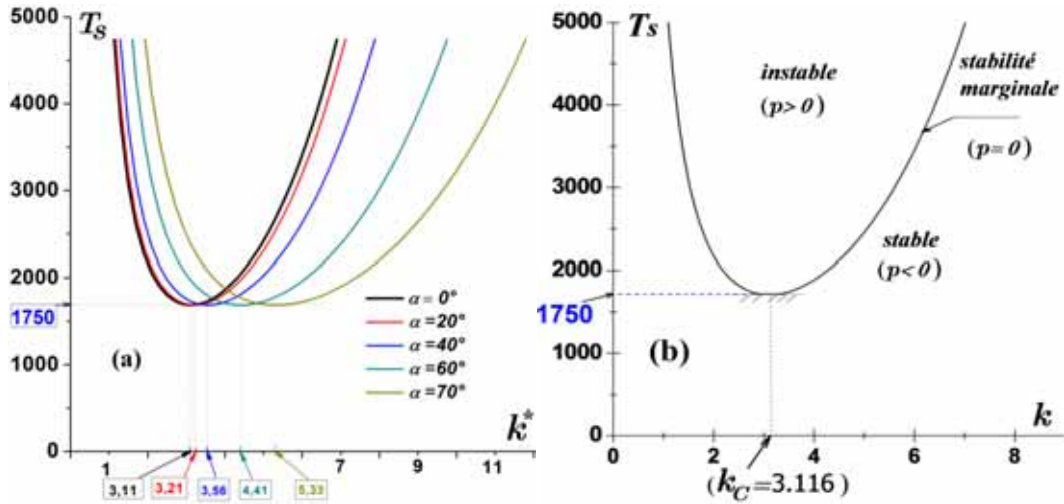


Figure VI. 2 : Courbes de stabilité marginale ($p = 0$) au voisinage de l'apparition des cellules de Taylor, (a) pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison α , (b) pour $\alpha=0^\circ$.

➤ **Evolution du nombre d'onde critique k_c^* :**

On peut obtenir cette loi régissant l'évolution du k_c^* en fonction de l'angle d'inclinaison α autrement. En effet, sachant que les états critiques observés correspondent au minimum de T_s en fonction de $\frac{dT_s}{dk^*} = 0$

Condition qui conduit à la relation algébrique déterminant k^* , soit :

$$\frac{112}{27} \cdot \frac{1}{k^{*3} \cos \alpha} (\lambda^{*4} \cos^2 \alpha \times p + \lambda^{*6} \cos^3 \alpha + 17\lambda^{*4} \cos^2 \alpha - 6p^2 - 312p - 2520) = 0 \tag{VI-21}$$

La résolution de la relation algébrique précédente dans le cas d'une stabilité marginale d' fournit le résultat suivant :

$$k_c^* = \frac{3.1165}{\sqrt{\cos \alpha}} \tag{VI-22}$$

On obtient de cette façon la variation des nombres d'ondes critiques correspondant à l'apparition des vortex de Taylor en fonction de l'inclinaison α (Figure VI.3).

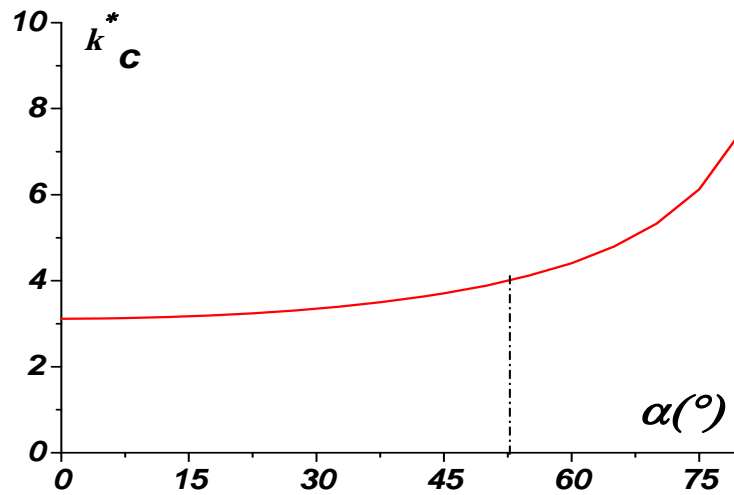


Figure VI. 3 : Evolution du nombre d'onde critique en fonction de l'angle d'inclinaison

La condition d'existence de l'état critique s'effectue pour $\frac{dT_s}{dk^*} = 0$

La résolution de la relation algébrique $\frac{dT_s}{dk^*} = 0$ dans le cas d'une stabilité marginale fournit le

résultat suivant : $\lambda_c^* = \frac{3.11}{\sqrt{\cos\alpha}}$, si on remplace dans le cas $\alpha=0^\circ$, on trouve $k_c^* = k_c = 3.11$ et

si on le remplace dans $T_s = \frac{28(k^2 + 10)(k^4 + 24k^{*2} + 504)}{27k^2}$, on trouve $T_{sc} = 1750$. Ce résultat est assez proche des données théoriques et expérimentales comme l'indique le tableau suivant:

Auteur	T_{sc}	Auteur	T_{sc}
G.I. Taylor (1923) [5]	1706	Présent travail (n=m=1)	1750
S. Chandrasekhar (1961) [12]	1715	Présent travail*	1710
D. Coles* (1965) [23]	1708	Présent travail (n=m=2)	1737.43
Bouabdallah* (1980) [15]	1708	Présent travail (simu)	1730.56

Tableau 1 : Comparaison du nombre de Taylor critique T_{s1} obtenu théoriquement et expérimentalement(*)

➤ Approche au deuxième ordre (m=n=2)

On se propose de prolonger le calcul précédent à l'ordre 2 dans le but de tester la méthode quant à sa convergence et d'optimiser la solution. Dans ce cas, on prend $n=2$ et $m=2$, et pour le cas où il n'y a pas d'effet d'angle ou d'inclinaison α et dans la condition de stabilité marginale $p=0$, on obtient:

$$T_s = -\frac{1}{k^4} \{-105k^2 - 5131,9k^4 - 1197k^8 - 99.605k^6 + 2800,49.10^{-8} ((12696,92.10^{15} k^4 + 0.111 \times 10^{19} k^6 + 76660,77.10^{10} k^{10} + 40767,12.10^{15} k^8 + 75104.96k^{12} + 204.10^6 k^{16} + 37894.96.10^5 k^{14})^{\frac{1}{2}})\} \quad (VI-23)$$

La résolution de l'équation algébrique $\frac{dT_s}{dk} = 0$ fournit 10 solutions dont 08 complexes et deux réelles. Ces dernières sont telles que l'une négative et l'autre positive de sorte que la seule valeur admissible est $k = 3.12$

Lorsque on remplace k dans la formule de T_s , on trouve $T_s = 1737.43$

Le diagramme de stabilité marginale est représenté comme suit :

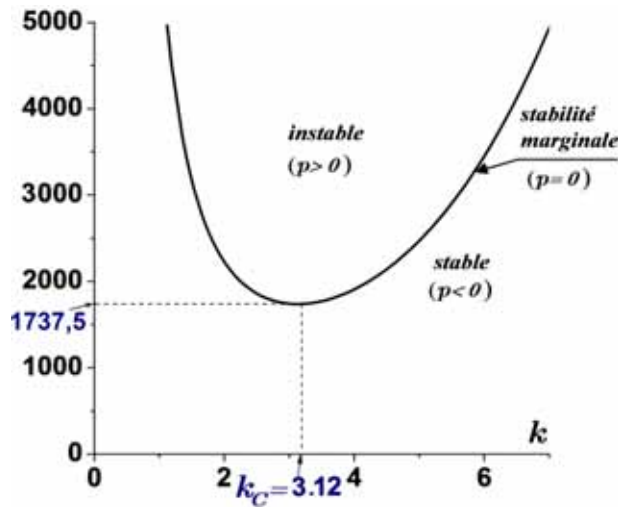


Figure VI.4 : Diagramme de stabilité marginale ($p=0$) et $\alpha=0^\circ$

La méthode de Galerkin dans ce cas (ordre 2) nous donne une précision à mieux que 1,7% ; ceci confirme que la méthode est convergente.

Conclusion

on a construite une théorie linéaire, assez générale, de la stabilité de l'onde axiale ou vortex de Taylor au voisinage de l'état critique soumis à l'effet d'inclinaison α du système d'écoulement. Effectivement, on a pu établir que le nombre de Taylor critique T_{sc} correspond à l'apparition des cellules de Taylor en zone 3 et constant et donc indépendant de l'inclinaison α . Par contre, le nombre d'onde critique k_c^* est fortement sensible à l'effet d'inclinaison α en zone où l'écoulement en vortex de Taylor incliné, caractérisé par la taille des vortex qui est variable sur une même circonférence. Cette situation est physiquement remarquable en ce sens que l'on a sur un coté une compression des ondes ou vortex et sur le coté opposé une dilatation de ces ondes. Tout ceci se passe à vitesse constante $\Omega = \Omega_1$ ou $Ta = cte$.

Les valeurs calculées au 1^{er} ordre et 2^{eme} ordre de l'approximation de Galerkin sont vérifiées de façon satisfaisante par l'expérience de 1,7% .

Conclusion générale

En premier lieu la revue bibliographique a permis de situer la problématique abordée dans le contexte des recherches qui se consacrent actuellement aux investigations sur l'écoulement de Taylor-Couette. Ainsi, la question de la formation de la première instabilité : onde axiale stationnaire ou cellules de Taylor reste posée par rapport aux contraintes géométriques imposées. Ainsi, pour une configuration déterminée de jeu radial $\delta=0.1$ et un taux de remplissage du fluide $\Gamma = \frac{H}{d}$ donnés, on s'interroge sur la structure cellulaire et son lien avec la formation du tourbillon d'Eckman? Inversement, comment peut-on détruire cette instabilité s'il on veut relaminariser l'écoulement par l'inclinaison du dispositif? En effet, des auteurs ont établi sur le plan expérimental [9], [35] et théorique [10], [6] que cette structure cellulaire existe et peut se maintenir en turbulence complètement développée.

C'est dans ce contexte que l'on s'est penché sur cette thématique pour tenter d'apporter des réponses qui sont très importantes au plan fondamental pour appréhender le mécanisme de formation des ondes de Taylor mais également sur le plan pratique pour contrôler ce type d'écoulement en vue d'augmenter le taux de transfert par échange de quantité de mouvement et le de chaleur (en présence de la structure cellulaire) ou de réduire le coefficient de frottement par relaminarisation de l'écoulement (disparition de la structure cellulaire).

La méthodologie adoptée, au cours de notre étude, repose sur une triple approche qui se décline comme suit :

- Une étude expérimentale d'abord qui met en évidence les conditions d'apparition de l'instabilité de Taylor ainsi que l'ensemble des propriétés associées en jouant sur les paramètres Γ et α .
- Une étude théorique qui tente d'approcher analytiquement le déclenchement de l'instabilité de Taylor ou sa disparition lorsque le système est soumis aux effet de Γ et α .
- Une étude théorique par simulation numérique qui vise à retrouver les résultats expérimentaux permettant de faciliter grandement l'interprétation et l'explication des mécanismes d'apparition et de disparition de ces phénomènes très complexes.

I- Au plan expérimental, les résultats obtenus peuvent être résumés comme suit :

1) Ecoulement totalement rempli ($\Gamma=\Gamma_{\max}$): c'est un écoulement en charge où il n'y a pas de surface libre . Dans ce cas, l'inclinaison du système d'écoulement n'a aucune incidence sur les conditions d'apparition des instabilités et la nature de celles-ci. Leur nombre ainsi que la succession des modes de bifurcation, en régime de transition laminaire-turbulent, reste unique ou inchangés.

2) Ecoulement partiellement rempli ($\Gamma<\Gamma_{\max}$): l'interaction de la surface libre avec le mouvement de Taylor-Couette se fait sentir au fur et à mesure que Ta augmente graduellement et l'on a enregistré des effets remarquables dans les deux cas principaux suivants :

• Pour Γ et Ta fixés et lorsque l'angle d'inclinaison α varie dans l'intervalle $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$. On a déterminé les angles critiques $\alpha = \alpha_c$ correspondant à la disparition ou la destruction des cellules de Taylor d'où la relaminarisation de l'écoulement, On a identifié également les angles critiques d'extinction liés au wavy mode (onde azimutale instationnaire) pour chaque $\alpha = \alpha_c'$

• On a examiné la situation telle que l'angle d'inclinaison α et le taux de remplissage Γ tandis que Ta varie. Dans ces conditions, on détermine les états critiques liés à la non-apparition d'un mode donné correspondant aux valeurs angulaires α_{c1}^* et α_{c2}^* associées respectivement à l'onde de Taylor et le wavy mode. On a pu également de tracer les lois de comportement du nombre de Taylor critique Tc_i liés à chaque mode d'apparition des instabilités. Cependant, la représentation des courbes a été effectuées en fonction de $Tc_i = Tc_i(\alpha)$ pour Γ fixé et $Tc_i = Tc_i(\Gamma)$ pour α fixé. L'exploitation systématique de ces essais a permis d'établir une formulation empirique pour les valeurs critiques du nombre de Taylor $Tc_i = Tc(\alpha)$ les plus significatifs, à savoir, une évolution linéaire croissante pour Tc_1 (mode en vortex de Taylor) et évolution successivement linéaire et exponentielle croissantes pour Tc_2 (wavy mode). Une évolution exponentielle décroissante de T_F caractérisant le régime de fluctuations qui obéit à un comportement statiquement proche d'une loi normale de type Gauss.

Par ailleurs, dans le cas d'un dispositif d'écoulement en position verticale et partiellement rempli ($\Gamma = 37 < \Gamma_{\max}$); on a pu établir le diagramme des chemins des bifurcations en fonction de Ta et l'aide des nombres d'onde : le nombre d'onde axiale n et le nombre d'onde azimutale m . Cette représentation a permis de donner un aperçu original de l'évolution des instabilités et de leur structure en régime de transition laminaire-turbulent.

III- simulation numérique , les résultats obtenus sont les suivant:

Les principaux résultats obtenus par simulation sont comparés aux résultats expérimentaux représentés dans le chapitre III . Dans cette partie on a étudié l'effet de l'inclinaison du système d'écoulement sur les mécanismes de l'instabilité, telle que la transition du régime laminaire vers la 1^{ère} et la 2^{ème} instabilité dans le cas où le système d'écoulement est en charge, puis dans le cas où le système d'écoulement est partiellement rempli, dans le but d'examiner l'influence de la surface libre et l'inclinaison sur les vortex de Taylor. Les résultats obtenus sont représentés graphiquement sous plusieurs formes (lignes de courant, composantes de champ de vitesses, contrainte de cisaillement, etc ...). Les visualisations numériques nous a permis d'interpréter et de mieux comprendre les phénomènes observés dans l'étude expérimentale.

III-Approche analytique

On a procédé à une formulation générale des équations du mouvement régissant le champ hydrodynamique (équations de Navier-Stokes) et le champ électromagnétique (équations de Maxwell) dans un système de coordonnées adapté. Dans le cadre d'une théorie linéaire de la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette en position inclinée sous l'effet du

champ magnétique axiale, on a obtenu le système d'équations différentielles aux dérivées partielles qui gouverne l'écoulement . Des lors, on s'est penché sur la résolution des équations de la stabilité et à cause de la complexité des calculs, on se limite à la seule prévision de l'instabilité de Taylor dans le cas de champ magnétique nul ($B=0$). Néanmoins, cette approche a permis de déterminer le diagramme de stabilité exprimant le nombre de Taylor critique T_{C1} en fonction de l'inclinaison α et du nombre axial k et de l'amplification p liée à l'instabilité de Taylor. Les prévisions théoriques semblent en bon accord avec les résultats expérimentaux dans les conditions de la stabilité marginale $p=0$.

Au stade actuel, de nos recherches on a pu accéder à un grand nombre de résultats qui correspondent à une importante richesse phénoménologique qui mérite d'être prolongée par approfondissement des investigations expérimentales et théoriques. A l'aide des moyens appropriés , il s'agit essentiellement de retrouver les données précédentes par la mesure de couple de frottement (technique polarographique) et par visualisation et on mesurant de façon précise les grandeurs moyennes et fluctuantes liées à chaque type d'instabilité notamment en régime de transition (PIV).

L'étude déjà entamée en théorie linéaire de la stabilité, mérite d'être approfondie par une analyse non-linéaire selon la théorie des bifurcation de type Ginzburg-Landau afin de mettre en lumière les brisures de symétrie qui sont à la base des conditions d'apparition de la première instabilité (onde axiale stationnaire de Taylor) et la deuxième instabilités (onde azimutale instationnaire ou wavy mode) et éventuellement les modes ultérieures jusqu'au déclenchement du chaos.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] M. Couette. "Sur un nouvel appareil pour l'étude du frottement des fluides". CR Acad Sci 107 (August 6):388-390 Note presented by M. Lippmann (Molecular physics) (1888)
- [2] M. Couette. "La viscosité des liquides". Bulletin des Sciences Physiques 4:40-62, 123-133, 262-278, (1888).
- [3] M. Couette. "Distinction de deux régimes dans le mouvement des fluides". J. Phys. Theor. Appl., 1890,
- [4] M. Couette. "Etudes sur le frottement des liquides". Doctorat ès-sciences Physiques (May 30) Faculté des Sciences de Paris - 1st thesis, Gauthier-Villars et illis, Paris, In-4 °, 119 p, (1890)
- [5] G. Taylor, "Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders" Phil. Trans. R. Soc. A, vol. 223, pp. 289-343, (1923).
- [6] I. Newton, *Philosophi Naturalis Principia Mathematica* (trans. Andrew Motte). New York, NY: Daniel Adee, (1846)
- [7] A. Mallock, "Experiments on fluid viscosity", Phil. Trans. R. Soc. A, vol. 1897, pp. 41-56, 1896.
- [8] L. Rayleigh, "On the dynamics of revolving fluids," Proc. R. Soc. Lond. A, vol. 93, pp. 148-154, (1917).
- [9] G. Taylor, "Experiments with rotating fluids" P. Camb. Philos. Soc., vol. 20, pp. 326-329, (1921).
- [10] H. Jeffreys, "Some cases of instability in fluid motion", Proceedings of the Royal Society of London, Series A, 118 (779), 195-208, (1928)
- [11] S. Chandrasekhar "The stability of viscous flow between rotating cylinders", *Mathematika*, 1, 5-13, (1954).
- [12] S. Chandrasekhar "Hydrodynamic and hydromagnetic stability", First edition, Oxford, Oxford University press. (1961).
- [13] R. C. Di Prima " Stability of nonrotationally symmetric disturbances for viscous flow between rotating cylinders", *Physics of Fluids* (1958-1988) 4, 751-755, (1961).
- [14] P. H. Roberts "The solution of the characteristic value problem", Proceedings of the Royal Society of London, Series A, 283 (1395), 550-556, (1965).
- [15] A. BOUABDALLAH, "Instabilités et turbulence dans l'écoulement de Taylor-Couette", Thèse Doctorat d'état, 1980.

- [16] J. Parker, and P. Merati, "An investigation of turbulent Taylor-Couette flow using Laser Doppler Velocimetry in a refractive index matched facility", *Journal of Fluid Engineering*, 118 (4), 810-818, (1996).
- [17] W. M. J. Batten, N. W. Bressloff, and S. R. Turnock, "Numerical simulations of the evolution of Taylor cells from a growing boundary layer on the inner cylinder of a high radius ratio Taylor-Couette system", *Physical Review E*, 66, 066302, (2002a).
- [18] W. M. J. Batten, N. W. Bressloff, and S. R. Turnock, "Transition from vortex to wall driven turbulence production in the Taylor-Couette system with a rotating inner cylinder", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 38, 207-226., (2002b).
- [19] Y. Shiomi, S. Nakanishi, and H. Kutsuna, (2000), 'CFD calculation for two-phase flow in concentric annulus with rotating inner cylinder', *Phoenics Journal of Computational Fluid Dynamics and its Application*, 13 (1), 29-40.
- [20] S. Chandrasekhar "The stability of viscous flow between rotating cylinders", *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 246 (1246), 301-311., (1958).
- [21] R. J. Donnelly, "Experiments on the stability of viscous flow between rotating cylinders.1. Torque measurements", *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 246 (1246), 312-325, (1958).
- [22] D. B. Brewster, P. Grosberg, and A. H. Nissan, "The stability of viscous flow between horizontal concentric cylinders", *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 251 (1264), 76-91.(1959)
- [23] D. Coles, (1965), 'Transition in circular Couette flow', *Journal of Fluid Mechanics*, 21, 385-425.
- [24] J. A. Cole, "Taylor vortex instability and annulus-length effects", *Journal of Fluid Mechanics*, 75, 1-15, (1976).
- [25] C. D. Andereck, S. S. Liu, and H. L. Swinney, "Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders", *Journal of Fluid Mechanics*, 164, 155-183. (1986)
- [26] G. P. King, Y. Li, W. Lee, H.S. Swinney, and P.S Marcus "Wave speeds in wavy Taylor-vortex flow". *J Fluid Mech* 141:365–390(1984).
- [27] R. S. Shaw, C. D. Andereck, L. A. Reith, and H. L. Swinney "Superposition of traveling waves in the circular Couette system", *Physical Review Letters*, 48 (17), 1172-1175, (1982).
- [28] M. Gorman and H. L. Swinney "Spatial and temporal characteristics of modulated waves in the circular Couette system", *Journal of Fluid Mechanics*, 117, 123-142, (1982).
- [29] E. Adnane, A. Lalaoua, and A. Bouabdallah, "An experimental study of the laminar-turbulent transition in a tilted Taylor-Couette system subject to free surface effect". *JAFM*, vol. 9. No. 3, pp. 1097-1104, (2016).
- [30] E. L. Koschmieder, "Benard cells and Taylor vortices" First edition, Cambridge, Cambridge University Press. (1993).

- [31] P. S. Marcus, "Simulation of Taylor-Couette flow. Part 2. Numerical results for wavy vortex flow with one travelling wave", *Journal of Fluid Mechanics*, 146, 65-113, (1984).
- [32] C. A. Jones "The transition to wavy Taylor vortices", *Journal of Fluid Mechanics*, 157, 135-162, (1985).
- [33] K. T. Coughlin and P. S. Marcus "Modulated waves in Taylor-Couette flow Part2. Numerical simulation", *Journal of Fluid Mechanics*, 234, 19-46, (1992).
- [34] S. T. Wereley and R. M. Lueptow "Spatio-temporal character of non-wavy and wavy Taylor-Couette flow", *Journal of Fluid Mechanics*, 364, 59-80, (1998).
- [35] A. Akonur, and R. M. Lueptow "Three-dimensional velocity field for wavy Taylor-Couette flow", *Physics of Fluids*, 15 (4), 947-960, (2003).
- [36] S. Grossmann, D. Lohse and C. Sun, "High-Reynolds Number Taylor-Couette Turbulence", *Annu. Rev. Fluid Mech.* 48:53–80, (2016)
- [37] S. S. Deshmukh, J. B. Joshi and S. B. Koganti "Flow visualization and three dimensional CFD simulation of the annular region of an annular centrifugal extractor", *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 47 (10), 3677-3686. (2008)
- [38] A. Recktenwald, , M. Lucke, and H. W. Muller, "Taylor vortex formation in axial through-flow: Linear and weakly nonlinear analysis" *Physical Review E*, 48 (6), 4444 - 4454. (1993).
- [39] H. A. Snyder and R. B. Lambert "Harmonic generation in Taylor vortices between rotating cylinders" *Journal of Fluid Mechanics*, 26, 545-562, (1966).
- [40] P. M. Eagles "On stability of Taylor vortices by fifth-order amplitude expansions" *Journal of Fluid Mechanics*, 49, 529-550, (1971).
- [41] H. A. Snyder, "Wave-number selection at finite amplitude in rotating Couette flow" *Journal of Fluid Mechanics*, 35, 273-298, (1969).
- [42] K. W. Schwarz, B. E. Springett and R. J. Donnelly "Modes of instability in spiral flow between rotating cylinders", *Journal of Fluid Mechanics*, 20, 281-289, (1964).
- [43] R. J. Donnelly "Experimental confirmation of the Landau law in Couette flow" *Physical Review Letters*, 10, 282-284, (1963).
- [43*] J. P Gollub et H. L Swinney "Onset of Turbulence in a Rotating Fluid" *Physical Review Letters*, 35, 927-930, (1975).
- [44*] L. Landau et E. Lifchitz, Tome VI, *Mécanique des fluides*, sections 18 et 28, édition Mir (1971).
- [44] T. B. Benjamin "Bifurcation Phenomena in Steady Flows of a Viscous Fluid: I. Theory". *Proceedings of the Royal Society* 359, 1-26, (1978).
- [45] T. B. Benjamin "Bifurcation Phenomena in Steady Flows of a Viscous Fluid: II. Experiments". *Proceedings of the Royal Society*, A 359, 27-43, (1978).
- [45*] A. Bouabdallah et G. Cognet "laminar-turbulent transition in Taylor- Couette flow". In *laminar-turbulent transition (IUTAM Conference)*, Edited in Springer-Verlag, Berlin, pp 368-377, (1980).
- [46] T. Alziary de Roquefort and G. Grillaud "Computation of Taylor vortex flow by a transient implicit method". *Comput. Fluids* 6, 259-269, (1978).
- [47] T. B. Benjamin and T. Mullin "Anomalous modes in the Taylor experiment". *Proc. Roy. Soc. London* 377, 221–249, (1981).

- [48] C. A. Bielek and E. L. Koschmieder "Taylor vortices in short fluid columns with large radius ratio". *Phys. Fluids* 2, 1557, (1990).
- [49] P. Hall "Centrifugal instabilities of circumferential flows in finite cylinders: the wide gap problem". *Proc. Roy. Soc. London*, 384, 359–379, (1982).
- [50] M. Lücke, M. Mihlicic and K. Wingerath "Flow in small annulus between concentric cylinders". *J. Fluid Mech* 140, 343–353, (1984).
- [51] A. Aitta, G. Ahlers and D. S. Cannel "Tricritical Phenomena in Rotating Couette-Taylor Flow". *Phys. Rev. Lett.* 54, 673–676, (1985).
- [52] R. Heinrichs, G. Ahlers and D. S. Cannel "Effects of Finite Geometry on the Wave Number of Taylor-Vortex Flow". *Phys. Rev. Lett.* 56, 1794–1797, (1986).
- [53] G. Pfister, H. Schmidt, K. A. Cliffe and T. Mullin "Bifurcation phenomena in Taylor–Couette flow in a very short annulus". *J. Fluid. Mech* 191, 1-18, (1988).
- [54] I. Nakamura, Y. Toya, S. Yamashita and S. Ueki "An experiment on a Taylor Vortex Flow in a Gap with a Small Aspect Ratio (Instability of Taylor Vortex Flows)". *JSME International Journal. Series II* 23, 388-394, (1989).
- [55] I. Nakamura, Y. Toya, S. Yamashita and Y. Ueki "An Experiment on a Taylor Vortex Flow in a Gap with a Small Aspect Ratio (Bifurcation of Flows in a Symmetric System)". *JSME International Journal. Series II* 33, 685- 691. (1990).
- [56] K. A. Cliffe, J. J. Kobine and T. Mullin "The Role of Anomalous Modes in Taylor–Couette Flow". *Int. J. Heat Mass Transfer* 439, 341–357, (1992).
- [57] Y. Toya, I. Nakamura, S. Yamashita and S. Ueki "An Experiment on a Taylor Vortex Flow in a Gap with a Small Aspect Ratio: Bifurcation of Flows in an Asymmetric system". *Acta Mechanica* 102, 137-148, (1994).
- [58] M. Linek and G. Ahlers "Boundary Limitation of Wave Numbers in Taylor-vortex Flow". *Phy. Rev. E* 58, 3168-3174, (1998).
- [59] T. Mullin, Y. Toya and S. J. Tavener Symmetry breaking and multiplicity of states in small aspect ratio Taylor–Couette flow. *Phys. Fluids* 14, 2778-2787, (2002).
- [60] O. Czarny, E. Serre, P. Bontoux and R. M. Lueptow "Spiral and wavy vortex flows in short counter-rotating Taylor-Couette cells", *Theor et. Comput. Fluid Dynamics* 16, 5-15, (2002).
- [61] H. Furusawa, T. Watanabe, Y. Toya and I. Nakamura "Flow pattern exchange in the Taylor-Couette system with a very small aspect ratio. *Phys. Rev. E* 65, 036306–036312, (2002).
- [62] Q. Xiao, T. T. Lim and Y. T. Chew "Second Taylor–Couette flow: effects of radius ratio and aspect ratio". *Phys Fluids* 14:1537–1539 (2002).
- [63] J. M. Lopez and F. Marques "Small aspect ratio Taylor–Couette flow: Onset of a very-low-frequency three-torus state". *Phys. Rev. E* 68, 1036302, (2003).
- [64] A. Mahamdia, A. Bouabdallah and S. E. Skali "Effets de la surface libre et du rapport d'aspect sur la transition de l'écoulement de taylor-couette". *C. R. Mécanique* (331), 245– 252, (2003).
- [65] T. Watanabe and Y. Toya "Vertical Taylor-Couette Flow with Free Surface at Small Aspect Ratio". *Acta Mechanica* 222, 347-353, (2012).

- [66] X. Y. Leng, Y. Yu and B. W. Li "Numerical study of MHD Taylor vortex flow with low magnetic Reynolds number in finite-length annulus under uniform magnetic field". *Computers and Fluids* 105, 16-27,(2014).
- [67] A. Lalaoua and A. Bouabdallah "On the Onset of Taylor Vortices in Finite-Length Cavity Subject to a Radial Oscillation Motion". *JAFM*, Vol. 9, No. 4, pp. 1887-1896, (2016).
- [68] J.E Burkhalter et L.Koschmieder "Steady supercritical Taylor vortex flow". *J. Fluid Mech*, 58 part3, 547-560, (1973).
- [69] V. Sobolik, B. Izrar, F. Lusseyran, S.Skali "Interaction between the Ekman layer and the Couette-Taylor; instability". *Int Jou of Heat and Mass Transf*,43, 4381-4393,(2000).
- [70] V. Sobolik, B.Izrar, F. Lusseyran et S. Skali "Interaction between the Ekman layer and the Couette-Taylor instability" *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 43, 4381-4391 (2002).
- [71] O. Czarny, Contribution à l'étude numérique des écoulements en rotation avec parois application au système Taylor – Couette, Thèse Doctorat (2003).
- [72] J. Abshagen, K. A. Cliffe, L. Angenberg, T. Mullin, G. Pfister et S. J. Travener "Taylor-Couette flow with independently rotating end plates". *Theor. Computational Fluid Dynamics* 18, 129-139, (2004).
- [73] M. Kaneda, T. Tagawa, J. Noir and J. M. AURNOU "Variations in driving torque in Couette-Taylor flow subject to a vertical magnetic field". *Journal of Physics: Conference Series* 14, 42–47, Fourteenth International Couette-Taylor Workshop, (2005).
- [74] A. J. Youd et C. F. Barenghi "Bifurcation control of Taylor-Couette flow using an applied magnetic field". *J. Fluid Mech*, (2007).
- [75] X. Y. Leng, Y. Yu, B.W. Li " Numerical study of MHD Taylor vortex flow with low magnetic Reynolds number in finite-length annulus under uniform magnetic field". *Computers & Fluids* 105, 16–27, (2014).
- [76] M. Ouali "Caractérisation de l'écoulement Taylor-Couette: Effets du confinement géométrique axial et de la gravite". Mémoire de Magister, Faculté Physique/USTHB, (2009).
- [77] T. Watanabe, Y. Toya, S. Hara "Development and Flow Modes of Vertical Taylor-Couette System with Free Surface". *World Journal of Mechanics*, 4, 90-96, (2014).
- [78] A. Mahamdia, A. Bouabdallah, and S. E. Skali "Écoulement de Taylor-Couette en Géométrie Fine et à Surface Libre". *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 83, 652-657, (2005).
- [79] A. Mahamdia, A. Dhaoui and A. Bouabdallah "Aspect ratio influence on the stability of Taylor-Couette flow" *Journal of Physics: Conference Series* 137, 012008, 15th International Couette-Taylor Workshop, (2008).
- [80] R. Deng, D. Y. Arifin, Y. C. Mak and C. H. Wang "Characterization of Taylor Vortex Flow in a Short Liquid Column". *AIChE Journal*, 55, 3056-3064, (2009).
- [81] F. Caton, B. Jniaud and E.J. Hopfinger "Stability and Bifurcations in Stratified Taylor-Couette Flow". *Journal of Fluid Mechanics*, 419, 93-124, (2000).
- [82] E. V. Ermanyuk and J. B. Flór "Taylor-Couette Flow in a Two-layer Stratified Fluid: Instabilities and Mixing". *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 40, 57-69, (2005).

- [83] A.W. Woods C.P. Caulfield, J.R. Landel, and A. Kuesters "Non-Invasive Turbulent Mixing across a Density Interface in a Turbulent Taylor-Couette Flow". *Journal of Fluid Mechanics*, 663, 347-357, (2010).
- [84] R.L.F. Oglethorpe, C.P. Caulfield, and A.W. Woods "Spontaneous Layering in Stratified Turbulent Taylor-Couette Flow". *Journal of Fluid Mechanics*, 721, R3-1-12, (2013).
- [85] H. Djéridi, J.-F. Favé, J. Y. Billard and D.H. Fruman "Bubble Capture and Migration in Couette-Taylor Flow". *Experiments in Fluids*, 26, 233-239, (1999).
- [86] H. Djéridi, C. Gabillet, and J. Y. Billard "Two-phase Couette-Taylor Flow: Arrangement of the Dispersed Phase and Effects on the Flow Structures". *Physics of Fluids*, 16, 128-139, (2004).
- [87] K. Atkhen, J. Fontaine, and J.E. Wesfreid "Highly Turbulent Couette-Taylor Bubbly Flow Patterns", *Journal of Fluid Mechanics*, 442, 55-68, (2000).
- [88] K. Sugiyama, E. Calzavarini and D. Lohse "Microbubbly Drag Reduction in Taylor-Couette Flow in the Wavy Vortex Regime". *Journal of Fluid Mechanics*, 608, 21-41, (2008).
- [89] R. J. CORNISH "Flow of water through fine clearances with relative motion of the boundaries". *Proc. Roy. Soc. A*, 140, 227-40, (1933).
- [90] S. Goldstein "the stability of viscous fluid flow between rotating cylinders". *Proc. Roy. Soc. A*, 165, 501-29, (1938).
- [91] A. Fage "The Influence of Wall Oscillations, Wall Rotation, and Entry Eddies, on the Breakdown of Laminar Flow in an Annular Pipe". *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* Vol. 165, No. 923, 501-529, (1938).
- [92] J. Kaye et E. G. Elgar "Modes of adiabatic and non-adiabatic fluid flow in an annulus with an inner cylinder rotating". *J. Heat Transfer (Trans ASME)* 80,753, (1958).
- [93] R.J. Donnelly et D. Fultz "Experiments on the stability of spiral flow between rotating cylinders". *Proc. Nat Acad of Science USA*, Vol 46, No. 8, p 1150-1154, (1960).
- [94] S. Chandrasekhar, "The hydrodynamic stability of viscous flow between coaxial cylinders," *Proc. Natl. Acad. Sci.* 46, 141 (1960).
- [95] R. C. DiPrima, "The stability of a viscous fluid between rotating cylinders with an axial flow". *J. Fluid Mech.* 9, 621 (1960).
- [96] M. A. Hasoon and B. W. Martin, "The stability of viscous axial flow in an annulus with a rotating inner cylinder," *Proc. R. Soc. London Ser. A* 352, 351 (1977).
- [97] R. M. Lueptow, A. Dotter, and K. Min, "Stability of axial flow in an annulus with a rotating inner cylinder," *Phys. Fluids A* 4, 2446, (1992).
- [98] K. Min et R. M. Lueptow "Hydrodynamic stability of viscous flow between rotating cylinders with radial flow" *Physics of Fluids* 6, 144 1070-6631, (1994).
- [99] [99] H. Alfvén "Existence of electromagnetic-hydrodynamic waves" *Nature* 150, 405-406, (1942).
- [100] S. Chandrasekhar "The stability of viscous flow between rotating cylinders in presence of a magnetic field". *Proc of Roy. Soc. London Ser A, Math & Phy Scie* Vol 216 N°1126, 293-309, (1953).
- [101] R. J. Donnelly et M. Ozima "Experiments on the stability of flow between rotating cylinders in the presence of Magnetic Field". *Trans. Roy. Soc. London* Vol 266, No1325, 272-286, (1962).

- [102] M. A. Chang et C.K. Chen, Hydromagnetic stability of current induced flow in a small gap between concentric rotating cylinders, *Trans. Roy. Soc.London A454*, 1857-1873 (1998).
- [103] A. P. Willis and C. F. Barenghi "Hydromagnetic Taylor-Couette flow: wavy modes". *J. Fluid Mech*, vol. 472, pp. 399–410, (2002).
- [104] P. Tabeling "Magnetohydrodynamic Taylor vortex flows". *J. Fluid Mech*. 112, 329-345, (1981).
- [105] M. Jaffrin, G. Beaudoin, L. H. Ding and Djennaoui "Effect of membrane characteristics on the performance of Couette rotating plasma separation devices". *N. ASAI O Trans*.35(3):690-3 (1989).
- [106] Robert George Svitek "development of a paracorporeal respiratory assist lung (PRAL)" PhD thesis, University of Pittsburgh, (2006).
- [107] H. Yasutaka et al "Behavior of motile sperm in Taylor-Couette flow: effect of shear stress on the bahavior of motile sperm". *Open Journal of Fluid Dynamics*, 3, 9-13, (2013).
- [108] W.G. Characklis, K. C. Marshall, (eds). *Biofilms*. New-York, USA: John Wiley and Sons; (1990).
- [109] A. Gjaltema, PA .Arts, van M.C. Loosdrecht, J. G. Kuenen and J. J. Heijnen " Heterogeneity of biofilms in rotating annular reactors: Occurrence, structure, and consequences". *Biotechnol and Bioeng*, 44(2):194-204, (1994).
- [110] T. Zhang and P. L. Bishop " Density, Porosity, and pore structure of biofilms". *Wat. Res*. Vol. 28, No. 11, pp. 2267 2277, (1994).
- [111] [111] C. I. Chen , T. Griebe, W. G. Characklis "Biocide action of monochloramine on biofilm systems of *Pseudomonas aeruginosa*". *Biofouling*, 7: 1-17,(1993).
- [112] C. I. Chen , T. Griebe, R. Srinivasan and P. S. Stewart " Effects of various metal substrata on accumulation of *Pseudomonas aeruginosa* biofilms and the efficacy of monochloramine as a biocide" *Biofouling*, 7, pp. 241-251,(1993).
- [113] R. Srinivasan, P. S. Stewart, T Griebe, C. I. Chen and X. Xu "Biofilm Parameters Influencing Biocide Efficacy". *Biotechnol and Bioeng*, 46, 553-560, (1995).
- [114] B. C. Alleman, B. E. Logan and R. L. Gilbertson " Degradation of pentachlorophenol by fixed films of white rot fungi in rotating tube bioreactors". *Water Research*, 29, No. I, pp. 61-67, (1995).
- [115] J. P. Arcangeli and E. Arvin "Cometabolic transformation of o-xylene in a biofilm system under nitrate reducing conditions". *Biodegradation*, 6, 19–27, (1995a).
- [116] J. P. Arcangeli and E. Arvin "Modelling of cometabolic transformation of ortho-xylene in a denitrifying biofilm system". *Biodegradation*, 6, 29–38, (1995b).
- [117] T. R. Neu and J. R. Lawrence "Development and structure of microbial stream biofilms as studied by confocal laser scanning microscopy". *FEMS Microb. Ecol*, 24, 11–25, (1997).
- [118] Armelle Paule "Dynamique des communautés microbiennes des biofilms phototrophes à différents niveaux d'intégration biologique : des successions écologiques aux réponses à l'exposition à un herbicide". Thèse Doctorat, Université Paul Sabatier - Toulouse III, (2012).
- [119] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/10/Bench-scale_Bioreactor.JPG.

- [120] Richard J. Fischel, Robert C. Brumfield, "Couette membrane filtration apparatus for separating suspended components in a fluid medium using high shear", (1985). <https://www.google.ch/patents/US4808307>
- [121] S. Lee, R.M. Lueptow "Rotating membrane filtration and rotating reverse osmosis". J. Chem. Eng. Jpn, 37, 471–482,(2004).
- [122] S. Lee, R.M. Lueptow "Rotating reverse osmosis for water recovery in space: influence of operational parameters on RO performance". Desalination, 169, 109–120, (2004).
- [123] Cynthia L. Pederson, R. M. Lueptow "Fouling in a high pressure, high recovery rotating reverse osmosis system". October 2006. Desalination, 212, 1–14, (2007).
- [124] M. W. Davis and E. J. Weber "Liquid–liquid extraction between rotating concentric cylinders". Ind Eng Chem 52(11):929–934, (1960).
- [125] P. Rivalier "Extracteur centrifuge annulaire a rotor d'agitation noyé" Fascicule de brevet Européen EP 1 551 555 B1. Bulletin 2011/48, (2011). <https://data.epo.org/publication-server/document?iDocId=18043136&iFormat=0>
- [126] M. Nakase, R. Makabe and K. Takeshita "Relation between oil–water flow and extraction performance in liquid–liquid countercurrent centrifugal extractors with Taylor vortices". Journal of Nuclear Science and Technology, 50, No. 3, 287–295, (2013).
- [127] W. S. Kim "Application of Taylor Vortex to Crystallization", Journal of Chemical Engineering of Japan, 47, No. 2, pp. 115–123, (2014).
- [128] KNDT&i to Display 'Couette-Taylor Crystallizer', "Continuous Crystallization Separate Process System". [KOREA CHEM 2011 Preview] <http://us.aving.net/198991>, (2011).
- [129] A. -T. Nguyen, T. Yu W. -S. Kim "Couette-Taylor Crystallizer: Effective Control of Crystal Size Distribution and Recovery of l-lysine in Cooling Crystallization". Journal of Crystal Growth, 469, 1, pp, 65-77, (2017).
- [130] Czochralski J. J Phys Chem 1918;91:219
- [131] B. Ferrand "Élaboration et caractérisation des cristaux massifs et en couches minces pour l'optique". © EDP Sciences, (2003). <http://dx.doi.org/10.1051/bib-sfo:2002807>.
- [132] J. Friedrich, W. von Ammon and G. Müller "HANDBOOK OF CRYSTAL GROWTH". Elsevier B.V, (2015).
- [133] J. Altenberend, Y. Delannoy, A. Nehari, G. Chichignoud, et K. Zaidat "Modelling and experiments for the convecto-diffusive removal of impurities from the solidification front". Journal of Crystal Growth, 458, 80–86, (2017).
- [134] Ah. Nouri, Y. Delannoy, G. Chichignoud, L. Lhomond, B. Helifa, IK. Lefkeir et K. Zaidat "Numerical investigation of an experimental Kyropoulos process to grow silicon ingots for photovoltaic application". Journal of Crystal Growth, 460, 48–58, (2017).
- [135] Fluent help
- [136] S. V. Patankar et D. B. Spalding "A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensinal parabolic flows". Int. J. Heat Mass Transfer 15, 1787-1806, (1972)

H=185/ $\Gamma=37$	Onde de Taylor			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
Angle d'inclinaison $\alpha(^{\circ})$	vitesse de rotation	Température	nombre de Taylor T_{c1}	vitesse de rotation	Température ($^{\circ}\text{C}$)	nombre de Taylor T_{c2}	vitesse de rotation (tr/mn)	Température ($^{\circ}\text{C}$)	nombre de Taylor T_F	vitesse de rotation (tr/mn)	Température ($^{\circ}\text{C}$)	nombre de Taylor T_a
0	27,5	22,8	41,4	31,4	22,8	48,21	230	25,5	388,92	438	25,5	740,72
5	27,4	23,4	41,6	34	21,5	49,5	230,4	25,5	393	440	25,5	744,42
10	27,5	24,5	42	31,5	24,5	49	228	28	387,23	435	28,3	746,8
15	28,5	24,8	42,2	31,5	25,1	50,5	227,5	27,3	389	434,5	27,8	746
20	31,6	21	41,8	32	19,5	48,6	235	22	387	440	22,3	750
30	31,4	22,5	41,5	33	22,8	50	232	23,5	386	438	25	746
40	35	20	42	32	20,5	48,4	235,5	22	388	441	22	740
50	32	23	42,3	32,3	23,2	49,2	232	24	382	442	24,5	745
60	35	21	43	32	22	48,3	233	24	385	435	21	720
70	38,5	20	42,6	30	21	48,7	236	22,3	395	437	21	730
80			41,8	32	21,4	50,2	235,8	22,5	392		21	742
90			42,4	33	21,6	49,3	234	22,4	386			735

Tableau 1 : Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Système totalement rempli H=200mm).

H=185/ $\Gamma=37$	Onde de Taylor			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
Angle d'inclinaison $\alpha(^{\circ})$	vitesse de rotation	Température	nombre de Taylor T_{c1}	vitesse de rotation	Température ($^{\circ}\text{C}$)	nombre de Taylor T_{c2}	vitesse de rotation (Tr/mn)	Température ($^{\circ}\text{C}$)	nombre de Taylor T_F	vitesse de rotation (tr/mn)	Température ($^{\circ}\text{C}$)	nombre de Taylor T_a
0	27	22,8	41,25	31,4	22,8	48,21	230	25,5	388,92	438	25,5	740,72
5	27,4	23,4	43	34	21,5	49,66	230,4	25,5	373	440	25,5	774,42
10	27,5	24,5	44,87	31,5	24,5	51,4	213	28	367,23	420	28,3	762,8
15	28,5	24,8	46,99	31,5	25,1	52,46	215,5	27,3	279	415	27,8	746
20	31,6	21	45,25	40	19,5	53,79	243	22	237	495	22,3	750
30	31,4	22,5	47,67	35	22,8	53,73	244	23,5	216	444	25	766
40	35	20	48,09	43	20,5	60,33	255	22	178	505	22	770
50	32	23	49,49	42	23,2	65,44	245	24	162	470	24,5	755
60	35	21	50,12	45	22	70	120	24	155	560	21	800
70	38,5	20	52,88	pas de wavy un nouveau état spiral $T_a = 86,15$					125	560	21	800
80									120	560	21	800

Tableau 2 : Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Système partiellement rempli H=185mm).

$H=155/\Gamma=31$	première instabilité			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
angle d'inclinaison α (°)	vitesse de rotation	température	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation	température	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation	température	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation	température	nombre de Taylor Ta
5	35,3	17,5	43,29	41	18,5	52,71	220	23	340,14	523	21	721,3
10	32	19,8	43,58	38	20,5	53,29	218	23,1	338,29	503	21	740
20	34,5	18,8	44,96	41,2	19,3	54,63	170	22,2	240	517	21	766
30	35,9	18	45,09	45,2	18,8	58,9	147	21,7	216,34	535	21	780
40	29,3	23,5	46,13	42,6	23,6	67,32	130	17	155,56	545	21	840
50	30,6	23,6	48,35	51	23,6	75	96	18,5	123,41	586	21	892
60	38,4	30,3	51,41	45,2	20,5	78	70	21,2	101	623	21	892
70						-----			80	623	21	892
80						-----			80	623	21	892

Tableau 3: Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Pour une hauteur de remplissage $H=155\text{mm}$).

$H=125/\Gamma=25$	première instabilité			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
angle d'inclinaison α (°)	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_0 (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_0 (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_0 (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_0 (°C)	nombre de Taylor Ta
5	28,5	22,9	43,88	36	21	51,45	240	21	343,6	520	21	745
10	29	23	44,8	37,3	21	53,43	216	21	309,3	540	21	773,2
20	32	21	45,06	39,2	21	56	166	21	237,7	554	21	793
30	31	22,3	46,7	42,7	21	61	125	21	179	558	21	800
40	34	21,3	49,2	48,8	21	70	79	21	113	555	21	794,7
50	34,5	21,5	50,4	51	21	73	57	21	81,6	520	23	804
60							51	21	73	623	23,5	981
70							51,5	21	73,7	623	24	1000
80							51,8	21	74,20	623	24	1000

Tableau 4: Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Pour une hauteur de remplissage $H=125\text{mm}$).

$H=95/\Gamma=19$	première instabilité			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
angle d'inclinaison α (°)	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta
0	28,5	22,8	43,6	35,6	21	51,02	250	21	358	505	21	723,12
5	28,5	22,9	43,88	36	21	51,45	240	21	343,6	520	21	745
10	29	23	44,8	37,3	21	53,43	216	21	309,3	540	21	773,2
20	32	21	45,06	39,2	21	56	166	21	237,7	554	21	793
30	31	22,3	46,7	42,7	21	61	125	21	179	558	21	800
40	34	21,3	49,2	48,8	21	70	79	21	113	555	21	794,7
50	34,5	21,5	50,4	51	21	73	57	21	81,6	520	23	804
60							51	21	73	623	23,5	981
70							51,5	21	73,7	623	24	1000
80							51,8	21	74,20	623	24	1000

Tableau 5: Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Pour une hauteur de remplissage $H=95\text{mm}$).

$H=65/\Gamma=13$	première instabilité			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
angle d'inclinaison α (°)	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	Température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta
0	27,7	23	42,76	36,3	21	52,4	210	21	300,37	503	21	720
5	27,9	23,4	43,85	37,4	21	53,4	189	21	270	510	21	732
10	27,6	23,4	43,25	37,8	21	54	150	21	215	520	21	745
20	28,1	23,5	44,3	39	21	56	140	21	200	509	21	728
30	30,1	23,4	47,23	42	21	60	113	21	160	530	21	758,9
40	31,9	23,6	50,47	44	21	63	74	21	105	538	21	770
50			-----				69	21	98,8	560	21	800
60			-----				56	21	80,2	590	21	845
70			-----				56,3	21	81,6	623	21	892
80			-----				56,4	21	80,8	623	21	892

Tableau 6: Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Pour une hauteur de remplissage $H=65\text{mm}$).

$H=65/\Gamma=13$	première instabilité			Wavy mode			Fluctuations			chaos		
angle d'inclinaison α (°)	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta	vitesse de rotation Ω_1 (tr/mn)	température T_θ (°C)	nombre de Taylor Ta
0	29,1	22,3	43,88				130	22	193	225	22,7	345
5	30	22,4	45,39				125	22,3	188	233	22,9	360
10	32	22,4	48,37				67	22	100	290	22,3	425
20	32,9	22,6	50,12				58	21,5	85	325	22,4	489
30									-----	385	22,4	580
40												

Tableau 7 : Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de l'inclinaison (Pour une hauteur de remplissage $H=30\text{mm}$).

alpha = 0					
Hauteur	Γ	T_{c1}	T_{c2}	T_F	T'_C
totallement rempli	40	41,3	48,8	390	740
185	37	42,2	48,21	388	740,72
155	31	42,94	49	359,66	700,87
125	25	42,6	51,02	358,2	723
95	19	42,76	52,4	300,37	720
65	13	42,5	52,6	300,23	680
30	6	43,88	83,82	193	345
alpha = 5					
Hauteur	Γ	T_{c1}	T_{c2}	T_F	T'_C
totallement rempli	40	41,3	48,9	390	740
185	37	42,4	49	373	774,42
155	31	43	49,4	340,14	748,01
125	25	43	51,45	342,15	725
95	19	43,2	52,8	290	732
65	13	43,4	52,8	285,2	710
30	6	45,39		188	360
alpha = 10					
Hauteur	Γ	T_{c1}	T_{c2}	T_F	T'_C
totallement rempli	40	41,3	49	390	740
185	37	42,5	49,4	367,23	762,8
155	31	43,5	50,29	338,29	721,3
125	25	43,8	52,43	310,25	740
95	19	43,25	53	245	745
65	13	44	53,2	254	720
30	6	48,37		100	425
alpha = 20					
Hauteur	Γ	T_{c1}	T_{c2}	T_F	T'_C
totallement rempli	40	41,3	48,7	390	740
185	37	43	52,79	237	750
155	31	44,1	51,63	240	740
125	25	44,06	56	234,23	765
95	19	44,3	56	180	728
65	13	47	57,2	177,45	705
30	6	50,12		85	489

Tableau 8: Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de la hauteur de remplissage dans le cas d'un espace annulaire mince (Pour les angles d'inclinaison $\alpha=0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 20^\circ$).

alpha = 30					
Hauteur	Γ	T_{C1}	T_{C2}	T_F	T'_C
totalemment rempli	40	41,3	48,8	390	740
185	37	43,4	53,73	216	766
155	31	45,09	52,9	216,34	766
125	25	46,7	61	180,47	850
95	19	47,23	60	120	780
65	13	50	68,4	105,6	740
30	6				580
alpha = 40					
Hauteur	Γ	T_{C1}	T_{C2}	T_F	T'_C
totalemment rempli	40	41,3	49	390	740
185	37	43,4	60,33	178	770
155	31	46,13	62,32	155,56	780
125	25	49,2	69	130	840
95	19	50,47	63	109	770
65	13	53		92	760
30	6				
alpha = 50					
Hauteur	Γ	T_{C1}	T_{C2}	T_F	T'_C
totalemment rempli	40	41,3	48,9	390	740
185	37	44	65,44	162	755
155	31	48,35	70	123,41	840
125	25	50,4	71	100	830
95	19			100	800
65	13			73	770
30	6				
alpha = 60					
Hauteur	Γ	T_{C1}	T_{C2}	T_F	T'_C
totalemment rempli	40	41,3	48,6	390	740
185	37	47	70	155	800
155	31	51,41	78	101	900
125	25			72	880
95	19			70	845
65	13			65	778
30	6				

Tableau 9: Variation des nombres critiques de Taylor en fonction de la hauteur de remplissage dans le cas d'un espace annulaire mince (Pour les angles d'inclinaison $\alpha=30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 20^\circ$).

facteur d'aspect Γ	37	31	25	19	13	6
angle de critique de relaminarisation α_c	70	65	50	45	35	20

Tableau 10: Angle critique de relaminarisation en fonction du facteur d'aspect pour une valeur de $Ta = 44$

facteur d'aspect Γ	37	31	25	19	13	6
<i>angle de relaminarisation α_c</i>	80	70	55	45	30	20

Tableau 11 : Angle critique de relaminarisation en fonction du facteur d'aspect pour une valeur de $Ta = 56$

facteur d'aspect Γ	37	31	25	20	15	6
<i>angle de disparition des ondes azimutales α'_c</i>	35	35	30	20	15	//

Tableau 12 : Angle critique de disparition des ondes azimutales en fonction du facteur d'aspect pour une valeur de $Ta = 56$