

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
« HOUARI BOUMEDIENE »
FACULTE D'ELECTRONIQUE ET INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

EN : Electrotechnique

Spécialité : Systèmes Electroénergétiques

Par : Lamia BELGUERRAS

Sujet

Optimisation Multi-objectif d'une Machine à Aimants Montés sur la Surface du Rotor et à Induit sans Encoches

Soutenu publiquement le 06 Mars 2008, devant le jury composé de:

R. IBTIOUEN	Professeur	ENP	Président
L. HADJOUT	Maître de Conférences	USTHB	Rapporteur
S. BOUAZABIA	Maître de Conférences	USTHB	Examineur
M. BOUDOUR	Maître de Conférences	USTHB	Examineur
Y. OUAZIR	Maître de Conférences	USTHB	Examineur
S. TAHI	Chargé de Cours	USTHB	Invité

*A mes Parents, à toute ma famille
à tout mes amis*

Remerciement

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du laboratoire des systèmes électriques et industriels de l'USTHB sous la direction de Monsieur Larbi Hadjout, Maître de conférence à l'USTHB. Je tiens à le remercier pour son aide, son orientation judicieuse et sa disponibilité, aussi pour la confiance, la patience et la compréhension qu'il m'a toujours manifesté.

Je tiens également à remercier monsieur Mohamed Boudour, maître de conférence à l'USTHB pour avoir accepté de co-diriger ce mémoire, pour son appui et son aide.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Monsieur Rachid Ibtouen, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, pour l'honneur qu'il me fait de présider le jury de soutenance.

Mes remerciements vont particulièrement, et à qui j'exprime ma gratitude et ma reconnaissance aux membres de jury, d'avoir accepté de participer aux jury et d'en faire le rapport scientifique: S. BOUAZABIA, Maître de Conférences, à l'USTHB, M. BOUDOUR, Maître de Conférences à l'USTHB, Y. OUAZIR, Maître de Conférences à l'USTHB.

Je tiens à remercier aussi Monsieur S. TAHI Chargé de Cours à l'USTHB pour avoir fait l'honneur d'accepter pour être mon invité à l'examen de cette thèse.

Je remercie également les collègues des départements Electrotechnique et Electronique de l'USTHB, Rafa Souad, Hocine Lila, Boudjit Kamel et Saidi Khadija pour la sympathique ambiance de travail qu'ils ont créé, en particulier Kartoubi Lamia pour ses conseils appréciables.

Je voudrais associer à ces remerciements toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

Sommaire

Introduction Générale	1
Chapitre I : Modèle analytique pour le calcul électromagnétique de machines à aimants et à enroulements dans l'entrefer	
I.1 Introduction	3
I.2. Présentation de la machine à aimants et enroulement dans l'entrefer	3
I.3. Distribution et fixation des enroulements dans l'entrefer	4
I.4. Alimentation des machines à aimants et enroulements dans l'entrefer	5
I.5. Modélisation analytique du champ	6
I.5.1. Formulation en potentiel vecteur magnétique (A)	8
I.5.2. Hypothèses et modèle d'étude	8
I.5.3. Choix des repères	9
I.5.4. Modélisation des sources	10
I.5.4.1 Modèle des aimants	10
I.5.4.2 Modèle des courants sources	11
I.5.5. Détermination des potentiels magnétiques	13
I.5.5.1 Potentiel créé par les aimants (en absence des courants)	13
I.5.5.2 Potentiel créé par les courants (en absence des aimants)	15
I.6. Détermination des performances de la machine	16
I.6.1 Calcul des inductions magnétiques	17
I.6.1.1 Inductions dues aux aimants	17
I.6.1.2 Inductions dues aux courants	17
I.6.2 Couple d'interaction développé par la machine	17
I.6.2.1 Calcul du couple moyen	18
I.6.2.2 Taux d'ondulation du couple	18
I.6.3. Calcul des hauteurs des culasses statorique et rotorique	18
I.7. Conclusion	19
Chapitre II : Analyse des performances électromagnétiques des machines à aimants et à enroulement dans l'entrefer	
II.1. Introduction	20
II.2. Modélisation par éléments finis	20
II.2.1. Aperçu sur la méthode des éléments finis	20
II.2.2. Présentation de l'outil de calcul	21
II.3. Validation des modèles utilisés	22
II.4. Analyse des performances électromagnétiques	23
II.4.1. Etat magnétique de la machine étudiée	24
II.4.1.1. Distribution du champ	24
II.4.1.2. Distribution de la densité du champ	24
II.4.2 Distribution de l'induction radiale et tangentielle	25
II.4.2.1 Inductions radiale et tangentielle créées par les aimants	25
II.4.2.2 Induction créée par les courants	26
II.4.3. Analyse du couple électromagnétique	27
II.4.3.1. Influence de l'ouverture des aimants	27

II.4.3.2. Influence de l'épaisseur des aimants	28
II.4.3.3. Influence de l'épaisseur des enroulements	29
II.4.3.4 Influence de l'argeur des bobines	29
II.5. Conclusion	30

Chapitre III Méthodes d'optimisations mono et multi objectif par algorithmes génétiques

III.1 Introduction	32
III.2. Procédures d'optimisation	32
III.3 Concepts de bases	33
III.3.1 Optimisation	33
III.3.2 Fonction objectif	34
III.3.3 Variables d'optimisation	34
III.3.4 Espace de recherche	34
III.3.5 Espace des objectifs	34
III.3.6 Contraintes	34
III.4 Formulation d'un problème d'optimisation	34
III.4.1 Optimalité au sens de Pareto	35
III.5 Méthodes d'optimisation	36
III.5.1 Méthodes d'optimisation déterministes	37
III.5.2 Méthodes d'optimisation stochastiques (non déterministes)	38
III.5.3 Méthodes d'optimisation multi objectifs	38
III.6 Les algorithmes génétiques	39
III.6.1 Principe de base d'un algorithme génétique standard	39
III.6.2 Description des algorithmes génétiques	40
III.6.2.1.Lexiques de bases	41
III.6.2.2 Codage	42
III.6.2.3 Génération de la population initiale	42
III.6.3.4 Evaluation	42
III.6.3.5 Sélection	42
III.6.3.6 Recombinaison	43
III.6.3.7 Critère d'arrêt	45
III.6.4 Réglage des paramètres d'un algorithme génétique	45
III.7 Algorithmes génétiques multi-objectifs	46
III.7.1 Optimisation multi-objectif par NSGAII	47
III.7.2 Description générale de NSGAII	47
III.7.2.1 Distance de crowding	48
III.7.2.2 Structure de l'Algorithme de NSGA-II	49
III.7.3 Exemple d'application	50
III.8 Conclusion	52

Chapitre IV:Optimisation par algorithmes génétiques de machines à aimants et à enroulements dans l'entrefer

IV.1 Introduction	53
IV.2 Paramètres de dimensionnement (cahier de charges)	53
IV.2.1 Paramètres mécaniques	53
IV.2.2 Paramètres magnétiques	53
IV.2.3 Paramètres électriques	54

IV.2.4 Paramètres thermiques	54
IV.2.6 Paramètres géométriques	54
IV.3 Description du problème d'optimisation de la structure choisie	55
IV.3.1 Formulation des fonctions objectives	55
IV.3.2 Variables d'optimisation	56
IV.3.3 Contraintes	57
IV.3.4 Espace des objectifs	58
IV.4 Optimisation mono objectif par algorithmes génétiques	60
IV.4.1 Minimisation du taux d'ondulation	60
IV.4.2 Réduction du volume occupé par les aimants et les conducteurs	63
IV.5 Optimisation multi objectif	64
IV.5.1 procédure d'optimisation	64
IV.5.2 Résultats d'optimisation	65
IV.5.3. Comparaison des résultats	70
IV.6 Conclusion	72
Conclusion Générale	73
Références Bibliographiques	75
Annexes	80

Introduction Générale

Les vibrations sont des effets indésirables qui induisent une fatigue prématurée de la machine et des risques de dysfonctionnement, mais aussi une gêne qu'il faut réduire. Pour cela, il est nécessaire d'identifier les sources de vibrations ainsi que les moyens permettant de réduire ces phénomènes. En effet, le problème relatif à l'optimisation du comportement vibratoire reste actuellement l'un des plus préoccupants par le concepteur de machines électriques pour certains types d'applications [Gas 04], [Lat 06].

Le comportement vibratoire de la machine à aimants permanents est directement influencé par la présence des encoches en raison de variations locales de réluctance qu'elles entraînent [Nog 90].

La minimisation des ondulations du couple peut être traitée de deux manières. La première consiste à compenser les ondulations du couple par un meilleur choix de la stratégie de commande d'alimentation en modifiant la forme des courants à injecter [Ait 07]. La seconde, agir sur la structure. L'une des solutions est de placer l'enroulement de l'induit dans l'entrefer [Hol 03], [Ber 89]. En effet, la suppression de l'encochage permet de minimiser les ondulations du couple, donc les vibrations. Notons que cette solution entraîne nécessairement une augmentation de l'entrefer magnétique qui peut être autorisée par l'apparition d'aimants performants susceptibles de produire un flux inducteur suffisant.

La conception d'un actionneur électrique est naturellement très complexe. Aboutir à un actionneur optimisé satisfaisant un cahier de charges nécessite de faire un certain nombre de choix en terme de structure géométrique, du modèle d'étude et de la procédure d'optimisation à adopter pour déterminer les dimensions permettant d'atteindre les spécifications visées. Une des solutions préconisée, actuellement, consiste à introduire les méthodes évolutionnaires dans la résolution des problèmes inverses d'optimisation [Luk 04], [Reg 03], [Tai02].

Les algorithmes génétiques (AG) sont des méthodes stochastiques basées sur une analogie avec des systèmes biologiques. Ils prennent modèle sur les principes de l'évolution naturelle pour déterminer une solution optimale. Ils ont été initialement développés par [Hol 75] et popularisés par [Gol 89]. Ces algorithmes peuvent résoudre des problèmes mono et multi objectifs fortement non linéaires et discontinus représentant des reliefs de solution réputés très difficiles pour les méthodes d'optimisation classiques. Bien que ces approches apparaissent naturelles lorsqu'elles sont appliquées dans plusieurs domaines, elles commencent à peine à être utilisées dans les domaines d'électrotechnique et de l'industrie, afin de résoudre les problèmes d'optimisation [Reg 03], [Tai02].

Notre travail consiste à développer une méthodologie adaptée au dimensionnement des machines électriques à aimants permanents à enroulements dans l'entrefer. L'objectif étant de présenter dans une première étape un modèle de calcul de champ magnétique basé sur des solutions analytiques. Ce modèle est, ensuite, inséré dans des procédures d'optimisation mono et multi objectif afin de rechercher les dimensions optimales qui minimisent les ondulations de couple et réduit le volume occupé par les parties actives.

Notre mémoire s'articule sur quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, nous présentons la machine synchrone à aimants à enroulements dans l'entrefer. Ensuite, nous développons un modèle analytique en deux dimensions qui permet de déterminer les expressions des grandeurs caractéristiques de la machine.

Dans un deuxième chapitre, nous présentons un modèle en 2D utilisant les éléments finis pour tenir compte de la structure réelle de la machine, des caractéristiques électriques et magnétiques de ses différentes parties. La démarche consiste tout d'abord à valider le modèle analytique en exploitant la méthode des éléments finis. Ensuite, une étude qualitative sur l'influence des paramètres dimensionnels sur les performances de la machine sera abordée.

Dans le troisième chapitre, nous effectuons un bref rappel sur les méthodes d'optimisation, dans lequel nous évoquons les terminologies les plus usuelles en optimisation et les principales catégories de méthodes d'optimisation multicritères. Nous développons notamment la notion d'optimalité au sens de Pareto et le concept de dominance. Enfin, Nous présentons les principes fondamentaux sur lesquels s'appuient les algorithmes génétiques. Un intérêt particulier est porté sur leurs exploitations dans des problèmes multi objectifs.

A l'aide des algorithmes génétiques, nous cherchons au cours du dernier chapitre les dimensions optimales permettant d'atteindre les spécifications visées. Pour cela, nous traitons deux problèmes d'optimisation, à savoir: mono objectif et multi objectif. La première a été appliquée pour minimiser le taux d'ondulation et pour la réduction du volume occupé par les aimants et les conducteurs. Le problème multi objectif a été abordé pour optimiser simultanément ces deux critères.

Chapitre I

Modèle analytique pour le calcul électromagnétique de machines à aimants et à enroulements dans l'entrefer

I.1. Introduction

Le comportement vibratoire de la machine à aimants permanents est directement influencé par la présence des encoches en raison de variations locales de réluctance qu'elles entraînent [Lat06]. Donc, la suppression de l'encochage permet de minimiser les vibrations [Ber 89], [Nog 90].

Notons aussi, la suppression de l'encochage entraîne une augmentation de l'entrefer magnétique, il faut alors disposer des aimants permanents susceptibles de produire un flux inducteur suffisant dans l'entrefer de la machine [Hes 82].

La recherche d'outils de calcul simples et rapides est le premier souci dans un processus de dimensionnement d'un actionneur électrique. Durant la phase de pré dimensionnement, le concepteur est amené à exploiter des modèles analytiques qui permettent de décrire le comportement dimensionnel de la structure d'une façon rapide. Ces modèles sont très bien adaptés pour des géométries simples telles que la structure à aimants et à entrefer lisse [Fit 02].

Après la présentation de la machine synchrone à aimants et à enroulements dans l'entrefer, nous développons, dans ce chapitre, un modèle analytique en 2D qui permet de déterminer les expressions des grandeurs caractérisant le fonctionnement de la machine.

I.2. Présentation de la machine à aimants et enroulement dans l'entrefer

La structure de la machine étudiée (figure I.1) est schématisée en subdivisant le volume occupé par les parties actives en cinq couches élémentaires, d'épaisseurs constantes, qui correspondent à la culasse rotorique, les aimants permanents fixés au rotor, l'entrefer mécanique, et à la couche occupée par le bobinage, ceinturée par la culasse statorique.

- le fer statorique de forme cylindrique sans encoches, est constitué de couches très minces et étroitement empilées. Sur sa surface interne sont collés les enroulements statoriques.
- Le rotor est à pôles lisses. Les aimants, sous forme de tuiles fractionnées ou non, sont collés directement sur la surface d'une culasse en tôles ferromagnétique. Comme matériau pour aimants, c'est généralement (Néodyme Fer Bor) $NdFeB$ qui est utilisé pour ce type de machines car ils permettent l'obtention d'une induction dans l'entrefer relativement élevée [Lac], [Nog 90].

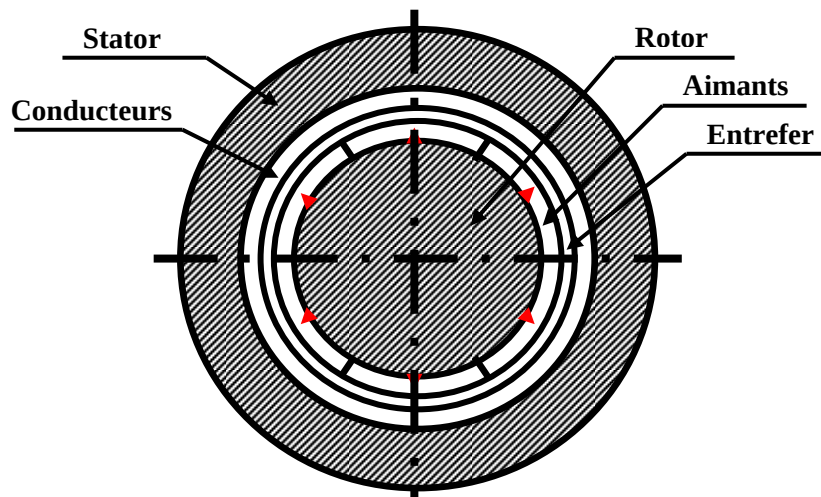


Figure.I.1 : Structure de la machine à aimants et enroulements dans l'entrefer.

I.3. Distribution et fixation des enroulements dans l'entrefer

La distribution des enroulements statoriques est toujours conçue de telle façon à rapprocher une distribution sinusoïdale pour la force électromotrice [Nog 90], [Hol 03]. L'enroulement est construit comme structure encochée, mais les fentes sont faites d'un matériel amagnétique (figure I.2).

Les figures (I.2a) et (I.2b) montrent des photographies d'enroulement pendant le procédé de bobinage, et la figure (I.2c) montre l'enroulement en fin de réalisation.

Contrairement au cas des machines à stator encoché, les efforts électromagnétiques qui sont en particulier à l'origine du couple de la machine, s'exercent directement sur les conducteurs. Il faut donc penser au système de fixation (maintien mécanique) des conducteurs pour assurer la transmission des efforts électromagnétiques à la carcasse statorique de la machine.

Pour résoudre ce problème, plusieurs solutions sont mises en œuvre. [Nog 90] a proposé (figure I.3) une solution qui réalise l'ancrage du bobinage sur le stator par le biais de cales, non conductrices et amagnétiques, elles mêmes fixées à la culasse au moyen, par exemple, de queues d'aronde.

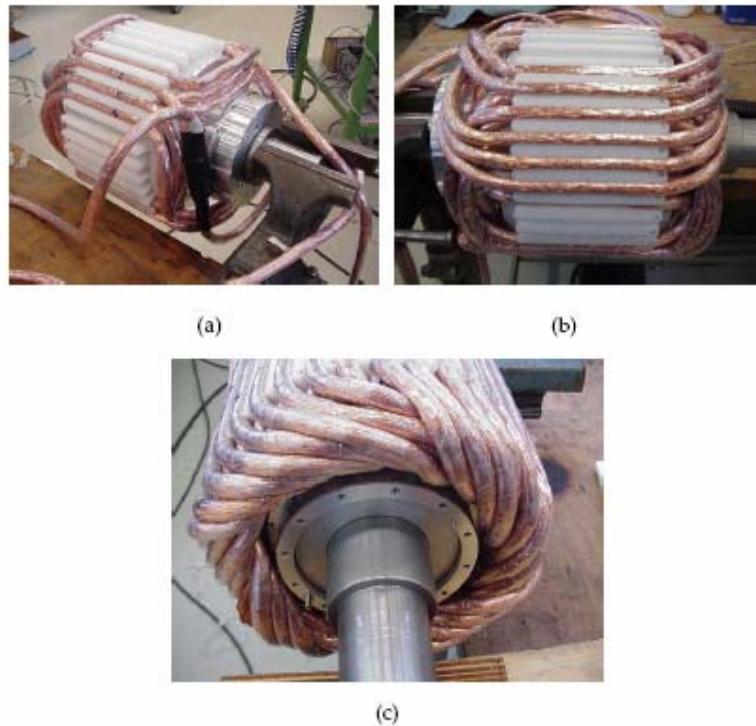


Figure I.2 : Distribution des enroulements pour PMSM à stator lisse [Hol 03]

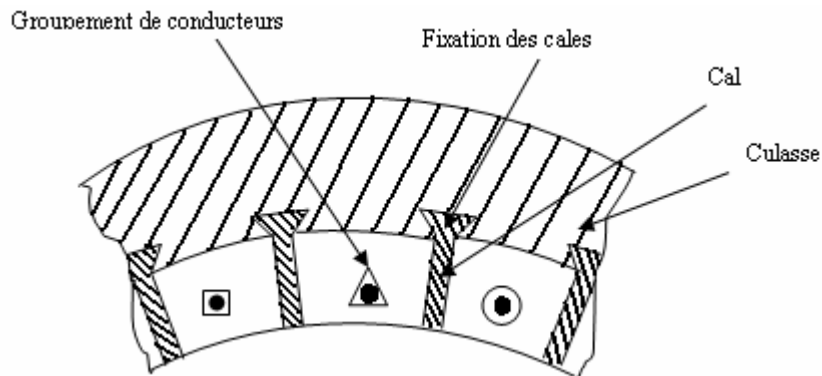


Figure I.3 : Solution relative à la fixation du bobinage sur le stator [Nog 90].

I.4. Alimentation des machines à aimants et enroulements dans l'entrefer

La machine synchrone peut être alimentée par un onduleur de tension ou de courant. La source doit être réversible pour un fonctionnement dans les quatre quadrants (moteur/générateur dans les deux sens de rotation). Le mode d'alimentation influence directement sur les performances de la machine. De ce fait, il est très important d'adapter la machine à son alimentation afin de tirer le maximum de ses performances [Ber 00], [Ait 07].

Les onduleurs de tension contrôlés en courant et commandés par MLI sont des convertisseurs de type continu- alternatif, à commutation forcée peuvent être associés à la

machine synchrone à aimants (figure I.4). De nos jours, c'est le type d'onduleur le plus utilisé en raison de l'amélioration des performances des composants électroniques et les innovations apportées sur les topologies du convertisseur [Lat 06].

Dans l'état actuel de la technologie, les principaux composants utilisés dans les convertisseurs sont les transistors MOSFET, les transistors IGBT, les IGCT et les GTO, par ordre croissant de puissance commutable et décroissant de fréquence .

La commande par modulation en largeur d'impulsions ou commande MLI consiste à choisir une fréquence de commutation pour les interrupteurs et à fixer à l'intérieur de la période de commutation les intervalles de conduction des interrupteurs connectés à une borne de la source de courant en fonction d'un signal de référence qui correspond au potentiel souhaité pour cette borne. Sous forme analogique, ce type de commande est réalisé en comparant le signal de référence avec une porteuse triangulaire (ou en dent de scie) dont la fréquence correspond à la cadence à laquelle on veut faire varier l'état des interrupteurs [Lat 06].

On distingue en particulier deux types de structures de machine à aimants, suivant qu'elles mettent en œuvre des formes d'ondes sinusoïdales ou rectangulaires.

- Les machines à fem sinusoïdale, alimentées par des courants de forme sinusoïdale à l'aide d'un onduleur tension contrôlé en courant.
- Les machines à fem trapézoïdal, sont alimentées par des créneaux de courants de durée égale à 120° ou 180° électrique et d'une amplitude constante [Nog 90], [Cho 94].

La structure à stator sans encoche, a été imaginée dans le but de minimiser le couple de détente. Ainsi pour réduire les ondulations de couple liées à l'alimentation, Il faut l'alimenter par des courants sinusoïdaux [Had 06].

Du point de vue dimensionnement, les formes d'ondes sinusoïdales sont les mieux adaptées au principe de l'induit sans encoches.

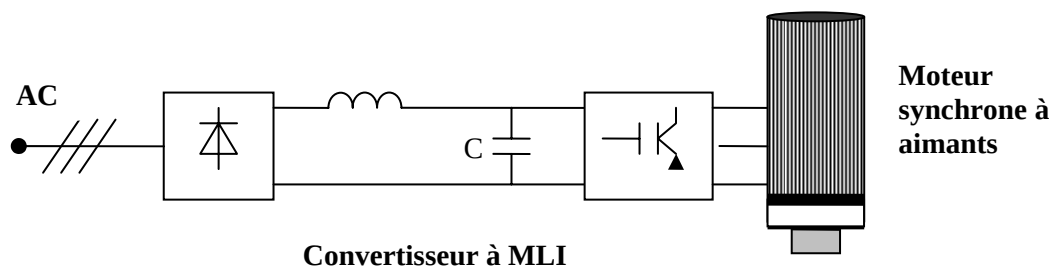


Figure I.4 : Alimentation de la machine à aimants avec un onduleur à MLI

I.5. Modélisation analytique du champ

Le calcul analytique du champ, en deux dimensions, que nous présentons ici s'applique aux structures électromagnétiques susceptibles d'être subdivisée en un certain nombre de zones concentriques, d'épaisseurs et de perméabilités constantes, dans lesquelles sont disposés les matériaux magnétiques, et où interviennent les sources du champ, aimants ou courants.

En générale, la modélisation électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents s'effectue à partir d'un modèle magnétostatique justifié par la nature de ses phénomènes [Dur 68]. Celle-ci est traduite par la résolution des équations de maxwell.

En régime quasi-stationnaire, la répartition du champ est décrite par les équations définies par :

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{I.1})$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{I.2})$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.3})$$

Où $\vec{B}$, $\vec{H}$, $\vec{J}$ et $\vec{E}$ désignent respectivement les vecteurs induction magnétique, l'excitation magnétique, la densité volumique des courants et le champ électrique.

On définit le potentiel vecteur magnétique donné par la relation champ potentiel:

$$\vec{B} = \vec{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{I.4})$$

L'induction $\vec{B}$ est reliée au champ $\vec{H}$ dans les différentes zones de la machine par la relation suivante :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{I.5})$$

μ_0 : est la perméabilité magnétique du vide.

μ_r : est la perméabilité relative du milieu considéré

Les aimants magnétiquement rigides, actuellement employés dans les machines électriques possèdent une caractéristique de désaimantation linéaire dans la zone normale d'utilisation [Lac 94], [Kan]. Ils peuvent être représentés par une caractéristique de magnétisation linéaire exprimée par:

$$\vec{B} = \mu_a \vec{H} + \vec{M}_r \quad (\text{I.6})$$

Où

$\vec{M}_r$ est l'induction rémanente, μ_a est la perméabilité de l'aimant qui est pratiquement égale à celle de l'air pour les aimants modernes ($\mu_a \approx \mu_0$).

I.5.1. Formulation en potentiel vecteur magnétique (A)

L'utilisation de la formulation en potentiel vecteur magnétique et la combinaison des équations (I.1 à I.6) donne l'équation générale de répartition du potentiel, décrite par l'expression suivante:

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}\right) - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = -\vec{J}_{\text{ex}} + \text{rot}\left(\frac{\vec{M}}{\mu}\right) \quad (\text{I.7})$$

Avec :

J_{ex} Est la densité des courants sources; $\mu = \mu_0$ dans l'air et les conducteurs ; $\mu = \mu_a$ dans les aimants et $\mu = \mu_{\text{fer}}$ dans le fer.

Pour que $\vec{A}$ soit totalement défini, on ajoute une condition supplémentaire donnée par la Jauge de Coulomb ($\text{div} \vec{A} = 0$). Dans le cas des régimes à fréquence industrielle, l'équation (I.7) devient dans les milieux linéaires:

$$\Delta \vec{A} - \mu \sigma \vec{J} = -\mu \vec{J}_{\text{ex}} + \text{rot} \vec{M} \quad (\text{I.8})$$

I.5.2. Hypothèses et modèle d'étude

La prédétermination des performances de la machine étudiée revient à résoudre l'équation (I.7 ou I.8) sous des hypothèses simplificatrices compatibles avec l'objectif fixé.

Dans le but d'une formulation analytique, qui se prête bien à ce type de structure, les hypothèses suivantes sont adoptées:

- La machine étudiée est suffisamment longue pour que les effets d'extrémités puissent être négligés. Le modèle d'étude est donc considéré comme étant invariant par translation suivant l'axe de rotation O_z . La répartition du champ est alors déterminée dans un plan perpendiculaire à cet axe. La densité de courants $\vec{J}_{\text{ex}}$ et le potentiel vecteur $\vec{A}$ n'auront qu'une seule composante dirigée suivant cet axe.

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A \end{bmatrix} \quad ; \quad \vec{J}_{\text{ex}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{\text{ex}} \end{bmatrix} \quad (\text{I.9})$$

- La perméabilité du fer est supposée très grande ($\mu_{\text{fer}} \rightarrow \infty$) et l'hystérésis est négligée.

- Les courants induits dans le fer et dans l'enroulement de la machine sont négligés par suite du feuilletage des culasses et d'un enroulement subdivisé en plusieurs conducteurs.
- La caractéristique de désaimantation de l'aimant est supposée linéaire. Ce qui est le cas des aimants modernes utilisés dans les machines électriques. Par conséquent, la droite de recul de l'aimant est confondue avec sa caractéristique de désaimantation (en cas de surcharge non endommageable, l'aimant retrouve bien son point de fonctionnement). [Lac].
- Les densités de charges électriques et les courants de déplacement sont négligés.

Sous ces conditions, le domaine d'étude dans un système de coordonnées polaires (r, θ) , est réduit à trois zones concentriques (Figure I.5).

- $[R_1, R_2]$: zone contenant les aimants.
- $[R_2, R_3]$: zone contenant l'entrefer mécanique.
- $[R_3, R_4]$: zone contenant les enroulements.

Si, en plus, on néglige les courants induits dans la zone des aimants, l'équation (I.8) s'écrit après modification dans le système de coordonnées cylindriques, comme suit :

- Dans la région des aimants

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta \right] \quad (I.10)$$

- Dans la région de l'entrefer

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0 \quad (I.11)$$

- Dans la région des enroulements

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = -\mu_0 J \quad (I.12)$$

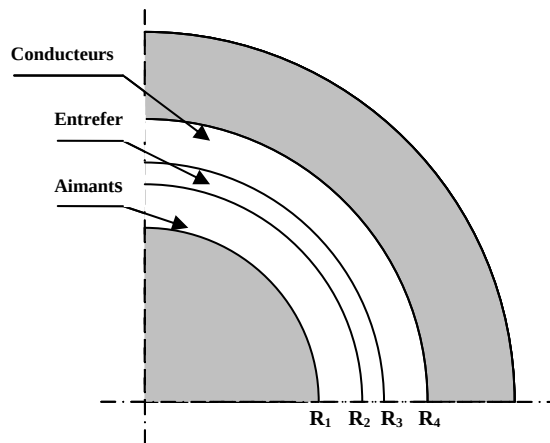


Figure I.5 : Présentation du domaine d'étude

I.5.3. Choix des repères

Au niveau du stator, l'origine des angles est choisie confondue avec l'axe de symétrie de la phase (1) du bobinage statorique, où tous les points sont repérés par l'angle θ_s . Dans le domaine du rotor, l'axe origine des angles tourne à la vitesse Ω par rapport au stator, il est choisi confondu avec l'axe de symétrie d'un pôle nord, où chaque point est repéré par l'angle θ .

La relation entre les coordonnées statoriques (θ_s) et rotoriques (θ) est donnée par :

$$\theta_s = \theta + \alpha_0 + \Omega t \quad (\text{I.13})$$

Où α_0 : le décalage initial de l'axe rotorique par rapport au stator.

I.5.4. Modélisation des sources

I.5.4.1 Modèle des aimants

Dans la modélisation des machines électriques, la prise en compte des aimants permanents se fait très souvent par le biais du :

- Modèle Ampérien: les densités volumiques et surfaciques fictives de courants équivalentes à l'aimantation M . Celles-ci sont définies respectivement à l'intérieur du volume et sur la surface des aimants [Had 94].
- Modèle Coulombien: les densités volumiques et surfaciques fictives de charges équivalentes à l'aimantation M . Celles-ci sont définies respectivement à l'intérieur du volume et sur la surface des aimants [Had 94].

Toutefois, ce type d'analogie n'est pas obligatoire dans la mesure où les composantes M_r et M_θ apparaissent directement dans l'équation de répartition du potentiel (I.10).

Le rotor de notre machine comporte $2p$ pôles identiques dont chacun est formé par une tuile d'aimants d'aimantation $M(r)$ orientée radialement.

Dans le repère lié au rotor et en tenant compte des symétries et des périodicités de l'inducteur, l'aimantation en fonction de θ peut être représentée sur la figure (I.6). Son développement en série de Fourier s'écrit [Nog 90]:

$$M_r = \sum_{n=1}^{\infty} M_m \cos(np\theta) \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (\text{I.14})$$

Le développement en série de Fourier nous permet de déterminer le coefficient M_m de l'harmonique d'ordre n , qui est donné par :

$$M_m = \frac{4M_0}{n\pi} \sin(np\alpha_0 / 2) \quad (\text{I.15})$$

α_0 : L'ouverture de l'aimant.

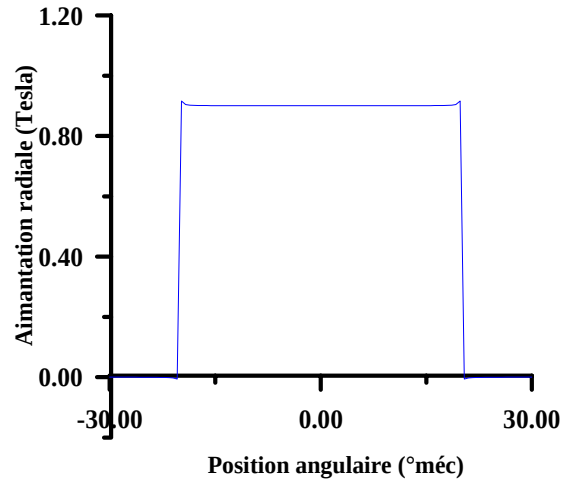


Figure I.6 : Distribution de l'aimantation radiale

I.5.4.2 Modèle des courants sources

La machine étudiée présente trois enroulements identiques régulièrement décalés de $(2\pi/3p)$ dans l'espace, à simple couche et à pas diamétral logés dans Z encoches qui n'ont aucune influence magnétique sur notre modèle (Figure I.7), et comporte N_c conducteurs parcourus par un courant sinusoïdal de valeur efficace I et occupe une surface équivalente S donnée par :

$$S = \frac{\xi}{2}(R_4^2 - R_3^2) \quad (I.16)$$

Où : ξ représente la largeur du bobine.

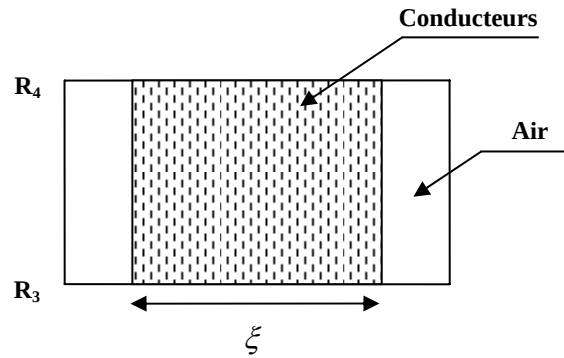


Figure I.7 : Modélisation des courants

Cette distribution de densité volumique de courants, répartie le long d'un stator lisse est donnée par :

$$J = \frac{N_c i(t)}{S} \quad (I.17)$$

Où : $i(t)$ représente la valeur instantanée du courant parcourant les N_c conducteurs.

L'enroulement statorique de la machine est alimenté par un système des courants triphasés de formes d'ondes sinusoïdales exprimés par:

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos(\omega t) \\ i_b = I_m \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c = I_m \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (I.18)$$

Les densités volumiques de courant équivalentes aux courants statoriques, définies dans le repère statorique, s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} J_a = \sum_n J_n \cos(np\theta_s) \cos(\omega t) \\ J_b = \sum_n J_n \cos(np\theta_s - n\frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ J_c = \sum_n J_n \cos(np\theta_s + n\frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (I.19)$$

$$\text{Où : } J_n = \frac{4pN_c I_m}{\pi(R_4^2 - R_3^2)} K_{bn}$$

K_{bn} Représente le coefficient de bobinage de l'enroulement, exprimé par [Sai]:

$$K_{bn} = K_{fn} K_{dn} \quad (I.20)$$

Avec :

- K_{fn} coefficient de filtrage : $k_{fn} = \frac{\sin(np\xi/2)}{(np\xi/2)}$
- k_{dn} : Coefficient de distribution : $k_{dn} = \frac{\sin(np\tau_D)}{2\sin(np\tau_D/2)}$

La densité résultante équivalente au système de courants triphasés sur un pas polaire (Figure I.8) s'écrit alors :

$$J(\theta_s, t) = \frac{3}{2} \sum_n J_n \cos(np\theta_s + \nu\omega t) \quad (I.21)$$

$$\text{Avec : } \nu = \begin{cases} -1 & \text{si } n = 6m + 1 \\ +1 & \text{si } n = 6m - 1 \end{cases}$$

Où seuls les harmoniques $6m \pm 1$ sont non nuls.

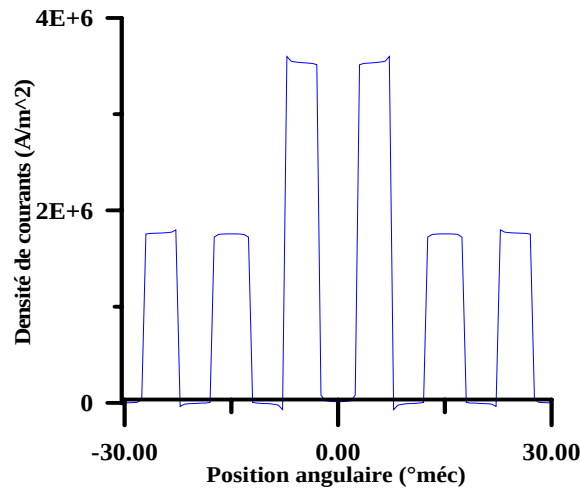


Figure I.8 : Distribution de la densité volumique équivalente sous un pôle

I.5.5.Détermination des potentiels magnétiques

Les expressions du potentiel magnétique dans les différentes parties actives de la machine est effectuée à partir de la résolution analytique de l'équation (I.8) associée aux expressions des termes sources relatives aux aimants et aux courants.

La linéarité du modèle permet de déterminer les contributions des aimants et des courants séparément (figure.I.9).

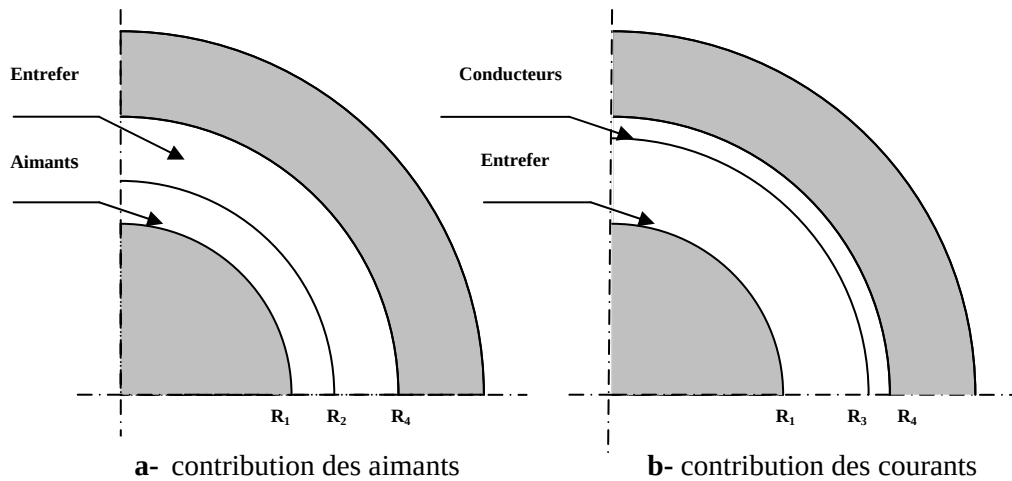


Figure I.9 : Présentation des modèles d'étude

I.5.5.1 Potentiel crée par les aimants (en absence des courants)

Nous considérons deux zones (Figure I.9.a) :

- La première zone contenant les aimants d'épaisseur $(R_2 - R_1)$.
- La deuxième zone contenant les conducteurs et l'entrefer d'épaisseur $(R_4 - R_2)$.

Dans ce modèle l'aimantation possède une composante radiale. Alors, les équations de répartition à résoudre sont :

- Dans les aimants :

$$\frac{\partial^2 A_{az}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{az}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{az}}{\partial \theta^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial M_r}{\partial \theta} \quad (I.22)$$

- Dans l'entrefer mécanique :

$$\frac{\partial^2 A_{ez}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{ez}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{ez}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (I.23)$$

La résolution des équations (I.22) et (I.23) par la méthode de séparation de variables, donne les expressions des potentiels vecteurs suivantes :

Dans l'entrefer mécanique :

$$A_{ez}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} [e_{1an} r^{np} + e_{2an} r^{-np}] \sin(np\theta) \quad (I.24)$$

Dans les aimants :

$$A_{az}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} [a_{1n} r^{np} + a_{2n} r^{-np} + \psi_n(r)] \sin(np\theta) \quad (I.25)$$

Avec : $\psi_n(r)$ représente la solution particulière de l'équation (I.22), exprimée par :

$$\Psi_n(r) = \begin{cases} \frac{npM_r}{n^2 p^2 - 1} r & \text{si } n^2 p^2 \neq 1 \\ -\frac{1}{2} npM_r r \ln r & \text{si } n^2 p^2 = 1 \end{cases}$$

e_{1an} , e_{2an} , a_{1n} et a_{2n} désignent les constantes d'intégration liées à chaque harmonique d'espace de rang n .

Dans le cas où seuls les aimants sont présents, les conditions aux limites et d'interfaces qui permettent de calculer ces différentes constantes, sont :

$$\text{-au niveau de } R_1 : \frac{\partial A_{az}}{\partial r} = 0 \quad (I.26)$$

$$\text{-au niveau de } R_4 : \frac{\partial A_{ez}}{\partial r} = 0 \quad (I.27)$$

$$\text{-au niveau de } R_2 : \begin{cases} A_{ez} = A_{az} \\ \mu_r \frac{\partial A_{ez}}{\partial r} = \frac{\partial A_{az}}{\partial r} \end{cases} \quad (I.28)$$

Avec : μ_r est la perméabilité relative des aimants.

I.5.5.2 Potentiel créé par les courants (en absence des aimants)

En négligeant la réaction magnétique d'induit au niveau des parties conductrices de la machine, l'enroulement de la machine est symétrique et les trois phases sont décalées de $(2\pi/3)$. Nous considérons, dans ce cas, deux zones (Figure I.9.b):

- La première zone contenant les aimants et l'entrefer d'épaisseur $(R_3 - R_1)$.
- La deuxième zone contenant les conducteurs d'épaisseur $(R_4 - R_3)$.

Les équations de répartition à résoudre sont :

- Dans l'entrefer mécanique :

$$\frac{\partial^2 A_{ez}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{ez}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{ez}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (I.29)$$

- Dans les conducteurs :

$$\frac{\partial^2 A_{cz}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{cz}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{cz}}{\partial \theta^2} = -\mu_0 J \quad (I.30)$$

La résolution des équations (I.29) et (I.30) par la méthode de séparation de variables, donne les expressions des potentiels vecteurs suivantes :

Dans l'entrefer mécanique :

$$A_{ez}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} [e_{1cn} r^{np} + e_{2cn} r^{-np}] \sin(np\theta) \quad (I.31)$$

Dans les conducteurs :

$$A_{cz}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} [c_{1n} r^{np} + c_{2n} r^{-np} + \beta_n(r)] \sin(np\theta) \quad (I.32)$$

Avec : $\beta_n(r)$ représente la solution particulière de l'équation (I.30), exprimée par:

$$\beta_n(r) = \begin{cases} -\mu_0 \frac{r^2 J_n}{4 - (np)^2} & \text{si } np \neq 2 \\ -\frac{1}{4} J_n r^2 \ln(r) & \text{si } np = 2 \end{cases}$$

e_{1cn}, e_{2cn}, c_{1n} et c_{2n} désignent les constantes d'intégration déterminées par les conditions d'interfaces en absence des aimants. Celles-ci sont données par :

$$\text{-au niveau de } R_1 : \frac{\partial A_{ez}}{\partial r} = 0 \quad (I.33)$$

$$\text{-au niveau de } R_4 : \frac{\partial A_{cz}}{\partial r} = 0 \quad (\text{I.34})$$

$$\text{-au niveau de } R_2 : \begin{cases} A_{ez} = A_{cz} \\ \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{ez}}{\partial r} = \frac{1}{\mu_c} \frac{\partial A_{cz}}{\partial r} \end{cases} \quad (\text{I.35})$$

Avec : μ_0, μ_c sont respectivement la perméabilité de l'air, et des conducteurs.

I.6. Détermination des performances de la machine

Après avoir déterminé les potentiels vecteurs dus aux aimants et aux courants dans les différentes zones du domaine d'étude, nous pouvons avoir facilement les expressions des différentes grandeurs caractéristiques du fonctionnement de la machine.

I.6.1 Calcul des inductions magnétiques

Les composantes radiale et tangentielle de l'induction créée par les sources du champ sont reliées au potentiel vecteur magnétique par :

$$\begin{cases} B_r = + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \\ B_\theta = - \frac{\partial A}{\partial r} \end{cases} \quad (\text{I.36})$$

Nous donnons ci-dessous les expressions des composantes de l'induction, dûes aux aimants et aux courants au niveau de l'entrefer magnétique de la machine. Elles sont nécessaires pour la détermination du couple électromagnétique.

I.6.1.1 Inductions dûes aux aimants

➤ Inductions créées au niveau de l'entrefer

$$B_{ear}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} np \frac{1}{r} [e_{1an} r^{np} + e_{2an} r^{-np}] \cos(np\theta) \quad (\text{I.37})$$

$$B_{ea\theta}(r, \theta) = - \sum_{n=1}^{\infty} np [e_{1an} r^{np-1} + e_{2an} r^{-np-1}] \sin(np\theta) \quad (\text{I.38})$$

➤ **Inductions créées au niveau des aimants**

$$B_{ar}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} np \frac{1}{r} [a_{1an} r^{np} + a_{2an} r^{-np} + \psi_n(r)] \cos(np\theta) \quad (I.39)$$

$$B_{a\theta}(r, \theta) = -\sum_{n=1}^{\infty} np [a_{1an} r^{np-1} + a_{2an} r^{-np-1} + \psi'_n(r)] \sin(np\theta) \quad (I.40)$$

I.6.1 2 Inductions dûes aux courants

➤ **Inductions créées au niveau de l'entrefer**

$$B_{ecr}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} np \frac{1}{r} [e_{1cn} r^{np} + e_{2cn} r^{-np}] \cos(np\theta) \quad (I.41)$$

$$B_{ec\theta}(r, \theta) = -\sum_{n=1}^{\infty} np [e_{1cn} r^{np-1} + e_{2cn} r^{-np-1}] \sin(np\theta) \quad (I.42)$$

➤ **Inductions créées au niveau des enroulements**

$$B_{cr}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} np \frac{1}{r} [a_{1cn} r^{np} + a_{2cn} r^{-np} + \lambda_n(r)] \cos(np\theta) \quad (I.43)$$

$$B_{c\theta}(r, \theta) = -\sum_{n=1}^{\infty} np [a_{1cn} r^{np-1} + a_{2cn} r^{-np-1} + \lambda'_n(r)] \sin(np\theta) \quad (I.44)$$

I.6.2 Couple d'interaction développé par la machine

On appelle "couple d'interaction électromagnétique" le terme du couple dû à l'interaction des courants statoriques et des aimants rotoriques. En négligeant l'effet de la saillance rotorique, le couple d'interaction développé par le type de machines étudiées peut être calculé en utilisant les moments des forces de Laplace s'exerçant sur la densité des courants placées dans la zone (R_4-R_3) . Ce couple est exprimé par la relation suivante:

$$\Gamma(\theta) = 2pL_u \int_{R_3}^{R_4} \int_0^{2\pi} J(\theta_s) B_r(r, \theta) r^2 \partial r \partial \theta_s \quad (I.45)$$

Pour une alimentation par des courants sinusoïdaux, l'expression de ce couple s'écrit :

$$\Gamma(\theta) = \frac{3}{2} \pi p \sum_{n=1}^{\infty} n J_n \left[\frac{e_{1n}}{np+2} (R_4^{np+2} - R_3^{np+2}) - \frac{e_{2n}}{np-2} (R_4^{-np+2} - R_3^{-np+2}) \right] \cos(np\theta_0 + (n+\nu)\omega t) \quad (I.46)$$

$$\text{Avec : } \nu = \begin{cases} -1 & \text{si } n = 6m+1 \\ +1 & \text{si } n = 6m-1 \end{cases}$$

Le couple ne contient que les harmoniques multiples de six.

I.6.2 1 Calcul du couple moyen

L'expression du couple moyen est donnée par la relation suivante:

$$\Gamma_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T \Gamma_{\text{em}}(t) dt \quad (\text{I.47})$$

Après intégration on obtient :

$$\Gamma_{\text{moy}} = 3 \frac{3}{2} L_u \pi J_1 \left[\frac{e_{11}}{5} (R_4^5 - R_3^5) - e_{21} (R_4^{-1} - R_3^{-1}) \right] \quad (\text{I.48})$$

I.6.2.2 Taux d'ondulation du couple

Les ondulations du couple liées à la structure de la machine étudiée et à celles des courants d'alimentation ('Torque ripple'), dépendent de la répartition spatiale du champ magnétique et de la distribution du bobinage dans l'entrefer. Les ondulations du couple sont caractérisées par le taux d'ondulation défini par :

$$\tau(\%) = 100 \frac{\Gamma_{\text{max}} - \Gamma_{\text{min}}}{\Gamma_{\text{moy}}} \quad (\text{I.49})$$

Où Γ_{max} , Γ_{min} et Γ_{moy} représentent respectivement le couple maximal, le couple minimal et le couple moyen.

I.6.3. Calcul des hauteurs des culasses statorique et rotorique

Les dimensions des culasses étant généralement directement liées à l'induction maximale admissible au niveau du fer. Celles-ci sont déterminées en utilisant le principe de conservation du flux créé par les aimants et traversant le stator et le rotor.

Le flux dans la culasse ϕ_c est égal à la moitié du flux ϕ_a produit par les aimants.

$$\phi_c = \frac{\phi_a}{2} \quad (\text{I.50})$$

Le flux ϕ_a s'obtient à partir de l'expression suivante :

$$\phi_a = L_u \int_{\tau_p} B_r r d\theta \quad (\text{I.51})$$

En exploitant le modèle analytique pour le calcul de l'induction radiale produite par les aimants, la relation (I.51) devient :

- Pour le flux qui traverse le stator

$$\phi_{cs} = \frac{1}{2} L_u p \sum_{n=1}^{\infty} n [e_{1an} R_4^{np} + e_{2an} R_4^{-np}] \sin(np\theta_0) \quad (\text{I.52})$$

- Pour le flux qui traverse le rotor

$$\phi_{cr} = \frac{1}{2} L_u p \sum_{n=1}^{\infty} n [a_{1an} R_1^{np} + a_{2an} R_1^{-np} + \psi_n(R_1)] \sin(np\theta_0) \quad (I.53)$$

La valeur de la hauteur de la culasse (statorique ou rotorique) peut être calculée à partir de la relation:

$$\phi_c = B_c L_u h_c \quad (I.54)$$

Avec: B_c , h_c désignent respectivement l'induction maximale autorisée au niveau du fer et la hauteur de la culasse (statorique ou rotorique).

I.7. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté les principales caractéristiques des machines synchrones à aimants et à enroulements dans l'entrefer. Ces machines se distinguent par un large entrefer nécessitant ainsi l'utilisation des aimants qui produisent un flux suffisant.

La distribution des enroulements dans l'entrefer induit des efforts supplémentaires sur les conducteurs requérant des techniques innovantes pour leurs fixations.

En plus de l'élimination du couple de détente du fait de l'absence des encoches, une adaptation du mode d'alimentation avec le type d'inducteur permet de réduire encore plus les ondulations du couple.

A travers un modèle analytique, en 2D, qu'on a développé, on a pu déterminer les expressions des grandeurs électromagnétiques caractéristiques du fonctionnement de la machine étudiée. Ces expressions constituent un outil rapide et efficace pour une analyse paramétrique et pour un pré dimensionnement géométrique.

L'objectif du prochain chapitre consiste à valider le modèle d'étude et à analyser l'influence des différents paramètres géométriques de l'induit et de l'inducteur sur les performances de la machine étudiée.

Chapitre II

Analyse des performances électromagnétiques des machines à aimants à enroulement dans l'entrefer

II.1. Introduction

La méthode des éléments finis est fréquemment utilisée pour modéliser finement des systèmes électrotechniques [Mee06]. Cette méthode permet de tenir compte de la géométrie réelle de la machine et de son état magnétique. De plus un couplage entre les grandeurs électriques, mécaniques, et magnétiques peut être réalisé.

La démarche dans ce chapitre consiste tout d'abord à valider le modèle d'analyse basé sur une résolution analytique en exploitant la méthode des éléments finis. Ensuite, une étude qualitative sur l'influence des paramètres dimensionnels sur les performances de la machine est abordée.

II.2. Modélisation par éléments finis

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes numériques les plus utilisées actuellement pour résoudre d'une manière efficace les équations différentielles aux dérivées partielles des problèmes physiques [Tou 81].

La grande souplesse d'adaptation de cette méthode à modéliser des phénomènes stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires, dans des géométries complexes, a permis la généralisation de son utilisation.

II.2.1. Aperçu sur la méthode des éléments finis

Cette méthode consiste à subdiviser le volume ou la surface constituant le domaine de résolution en éléments finis interconnectés de formes diverses.

Elle est basée sur une formulation intégrale, qui remplace l'équation différentielle aux dérivées partielles et les conditions aux limites. Parmi les formulations intégrales utilisées, on

peut citer la méthode des résidus pondérés et la formulation variationnelle qui consiste à construire une fonctionnelle représentant l'état énergétique du système. [Tou81]

La solution globale est alors construite sur chacun des éléments du maillage et elle doit vérifier les équations aux dérivées partielles qui modélisent le phénomène et les conditions aux limites requises. Sur chaque élément fini, la solution est décrite par une interpolation polynomiale, en fonction des valeurs nodales de l'inconnue.

En utilisant la formulation variationnelle, la résolution par éléments finis permet de ramener à la minimisation d'une fonctionnelle liée à l'énergie emmagasinée dans les éléments du système considéré. Pour résoudre un problème de magnétostatique, on peut écrire cette fonctionnelle d'énergie F sous la forme suivante [Sil 90]:

$$F = \frac{1}{2} \int_{\tau} \left(\left[\int_0^B H dB \right] - 2.J.A \right) d\tau \quad (II.1)$$

L'intégrale est étendue à l'ensemble du domaine de calcul τ , que l'on subdivise, dans une résolution en 2D, en petits éléments de forme triangulaire. Cette subdivision a l'avantage de s'adapter à toute configuration. [Sil 90], [Bou 07]

Dans chaque triangle (e) repéré par ses trois sommets, le potentiel est approché par un polynôme du premier degré en x et y sous la forme:

$$A^{(e)}(x, y) = a^{(e)} + b^{(e)}x + c^{(e)}y \quad (II.2)$$

Où a , b et c sont des coefficients des coordonnées des sommets du triangle et des potentiels correspondants.

La minimisation de la fonctionnelle F et sa discrétisation entraînent la résolution du système matriciel suivant [Sil 90]:

$$[M][A] = [B] \quad (II.3)$$

Où :

$[M]$ Est la matrice des contraintes qui dépend des propriétés magnétiques des matériaux.

$[A]$ Est le vecteur des inconnues qui sont les potentiels vecteurs aux différents nœuds du maillage.

$[B]$ Est le terme source dû aux densités de courants

II.2.2. Présentation de l'outil de calcul

L'outil de modélisation développé pour calculer la machine étudiée est effectué avec un code appelé FEMM (Finite Element Method Magnetics) [Mee06], piloté par un programme que nous avons élaboré avec le langage de programmation «LUA» [Ier03]. Ce code de calcul résout les équations du champ par la méthode des éléments finis en 2D. A l'aide du langage de programmation LUA, de nouvelles fonctions ont été introduites, notamment au niveau du pré processeur et du post-processeur. Le programme ainsi développé, nous permet de tenir compte de la structure réelle de la machine, des caractéristiques électriques et magnétiques de ses différentes parties. Les différents paramètres de la machine sont définis comme des variables modifiables automatiquement.

Le mouvement est considéré par un déplacement automatique du rotor par rapport au stator avec une bonne précision angulaire. Un remaillage du domaine d'étude est alors effectué à chaque pas de déplacement. Les variations temporelles des courants d'alimentations étant synchronisées avec le mouvement du rotor. Les calculs des performances instantanées (flux, fem, couple, etc. ...) sont effectués et les résultats obtenus traités et analysés.

II.3. Validation des modèles utilisés

Les caractéristiques de base de la machine synchrone à aimants montés sur la surface du rotor et à enroulements dans l'entrefer, utilisée pour la validation et l'analyse paramétrique, sont indiquées sur le tableau II.1 [Nog 90].

Dans le but de valider le modèle analytique développé au chapitre I, nous avons comparé sous les mêmes hypothèses et sous les mêmes conditions, les formes d'ondes de l'induction radiale et du couple d'interaction obtenues à l'aide du modèle analytique développé avec celles issues du calcul par éléments finis.

La figure (II.1) montre la répartition de l'induction magnétique radiale créée par les aimants au niveau de l'entrefer pour une ouverture de $(2/3\tau_p)$ et de (τ_p) . Nous donnons, aussi, sur la figure (II.2) et pour les mêmes ouvertures des aimants, les formes d'ondes du couple d'interaction pour une alimentation sinusoïdale. Nous constatons que les résultats obtenus par la méthode des éléments finis sont en bonne concordance avec ceux obtenus par le calcul analytique.

Tableau II.1 : Caractéristiques de base de la machine étudiée [Nog 90].

Paramètre	Valeur	unité
Aimantation des aimants de type NdFeB	$B_r=1.18$	Tesla
Perméabilité des aimants	$\mu_r=1$	
Nombre de conducteur par encoche	$N=23$	
Intensité du courant de phase	$I=4$	A
Nombre d'encoche	$N_{enc}=36$	
Largeur du bobine	$\xi = (1/2)\tau_d$	
Nombre de paire de pôles	$P=3$	
Rayon externe de la machine	$R_5=126.5$	mm
Rayon d'alésage	$R_4=87$	mm
Rayon externe de la culasse rotorique	$R_1=69$	mm
Rayon interne de la culasse rotorique	$R_0=50$	mm
Epaisseur de l'entrefer	$e=3$	mm
Epaisseur des aimants	$e_a=10$	mm
Epaisseur des enroulements	$e_c=5$	mm
Longueur active	$L_u=40$	mm
Fréquence	$f=50$	Hz

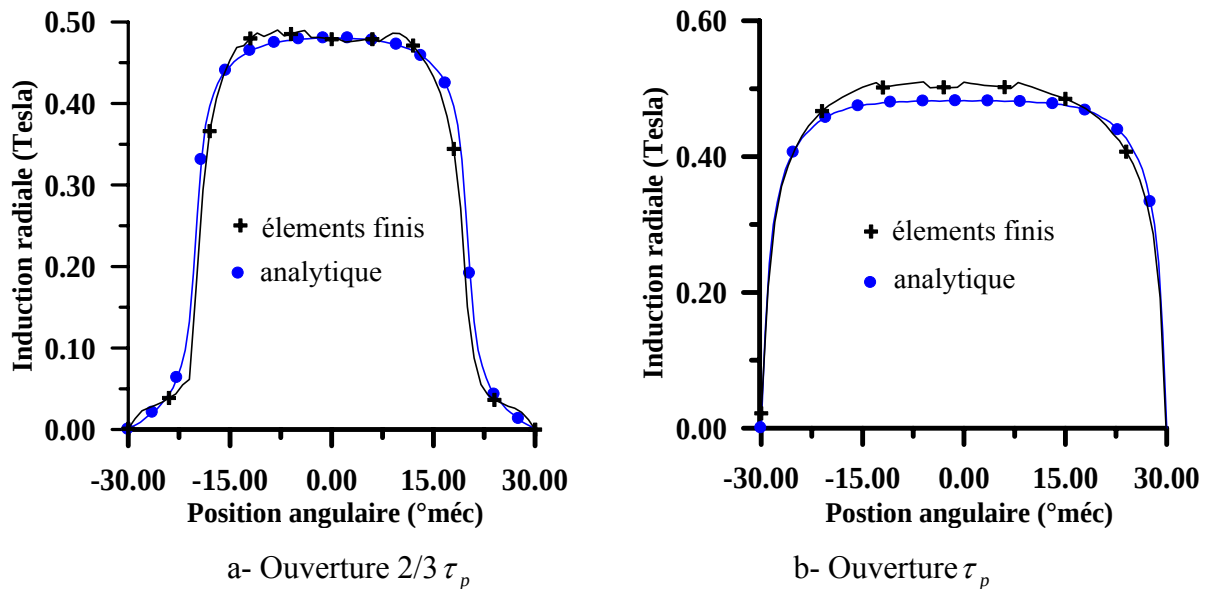


Figure II.1 : Répartition de l'induction radiale le long de l'entrefer

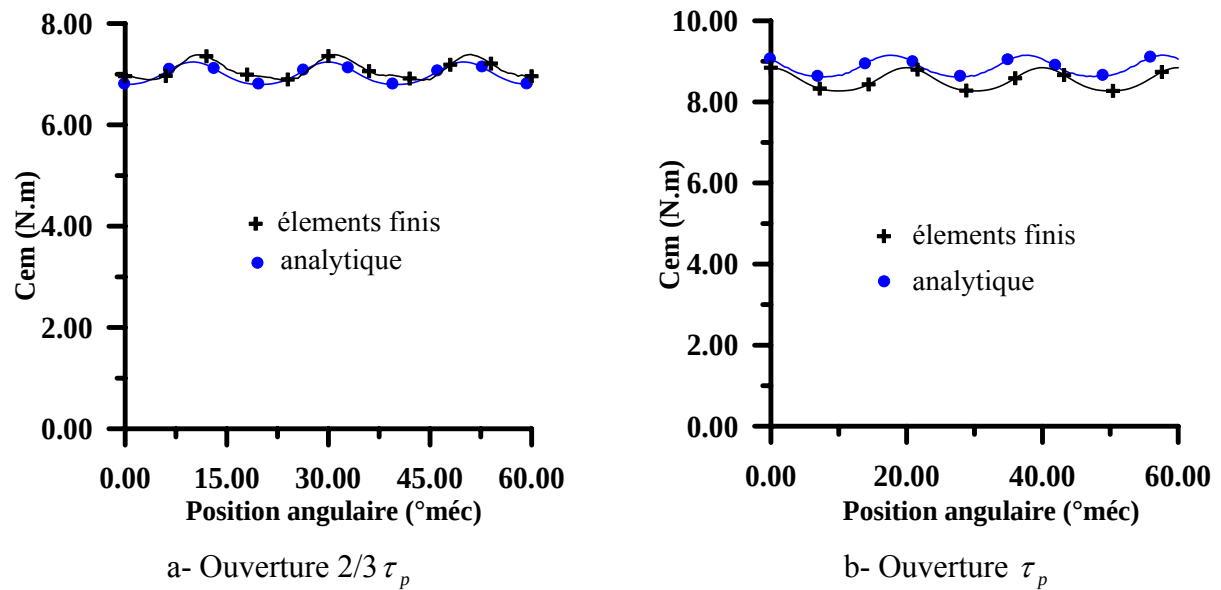


Figure II.2 : couple d'interaction

II.4. Analyse des performances électromagnétiques

Le modèle de calcul par éléments finis est exploité pour analyser quelques caractéristiques inaccessibles avec le modèle analytique. On regardera en particulier la répartition des lignes de champ et l'état de saturation de la structure envisagée.

L'étude qualitative de l'influence des paramètres dimensionnels sur le couple électromagnétique qu'elle développe est ainsi abordée en exploitant le modèle analytique.

II.4.1. Etat magnétique de la machine étudiée

II.4.1.1. Distribution du champ

Sur la figure (II. 3) est représenté la distribution des lignes de champ correspondant à un point de fonctionnement à vide pour des ouvertures des aimants ($2/3 \tau_p$) et (τ_p).

Notons que l'aimantation est radiale, nous constatons que les lignes de champ sont principalement concentrées dans la région des aimants. Ces lignes ont le même sens que celui de l'aimantation et elles sont perpendiculaires à la surface de séparation lors du passage d'un milieu de faible perméabilité à un milieu de grande perméabilité.

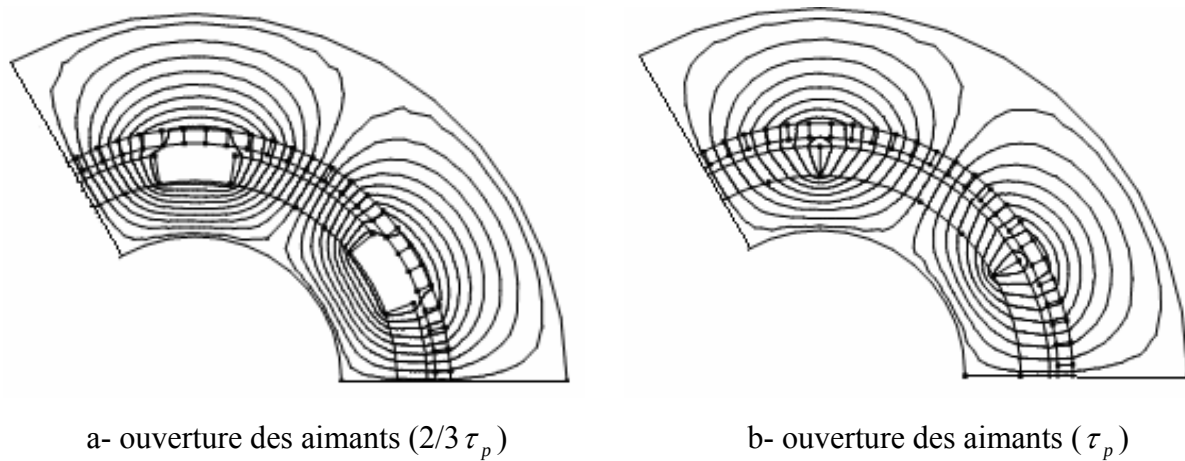


Figure II.3 : Cartes du champ dus aux aimants

II.4.1.2 Distribution de la densité du champ

Sur la figure (II.4), nous présentons la carte de la densité du champ. A l'aide de cette dernière, on peut relever les régions de la machine qui possèdent les niveaux d'induction les plus élevées (de l'ordre de 1.5 Tesla). Celles-ci sont situées sur les cotés des bases inférieures des aimants.

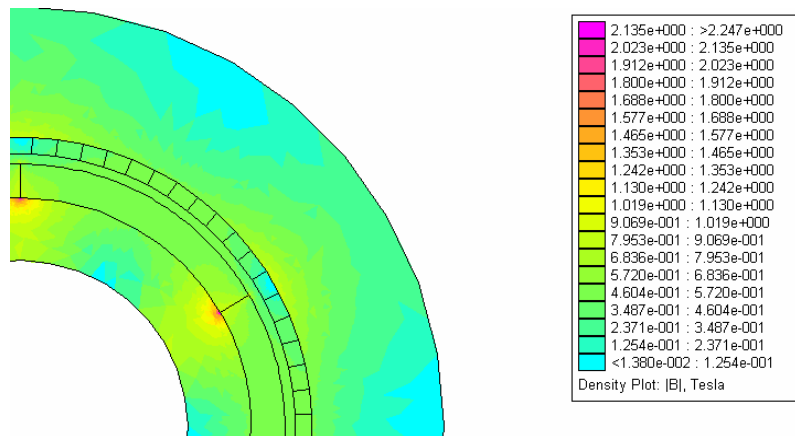


Figure II.4 : Distribution de la densité du champ dans la machine

II.4.2 Distribution de l'induction radiale et tangentielle

Nous nous intéressons aux inductions radiale et tangentielle créées par les aimants et les courants aux différents rayons de la machine. L'épaisseur des aimants étant prise égale à 10mm avec une ouverture de $2/3$ du pas polaire. L'épaisseur des enroulements est égale à 5mm.

II.4.2.1 Inductions radiale et tangentielle créées par les aimants

La distribution de l'aimantation est montrée sur la figure II.5.

Nous présentons sur la figure II.6 la composante radiale et tangentielle de l'induction créée par les aimants.

La composante radiale de l'induction a presque la même forme que l'aimantation radiale. Son amplitude est de l'ordre de 0.45 Tesla au rayon d'alésage et l'entrefer et de 1.15T au centre des aimants. L'amplitude de l'induction radiale diminue avec l'augmentation du rayon, c'est parce que le secteur par lequel le flux passe, augmente avec l'augmentation du rayon.

L'induction tangentielle (Figure II.6.b) est faible par rapport à l'induction radiale, sa valeur est maximale au niveau de l'entrefer et elle est nulle au niveau du rayon d'alésage.

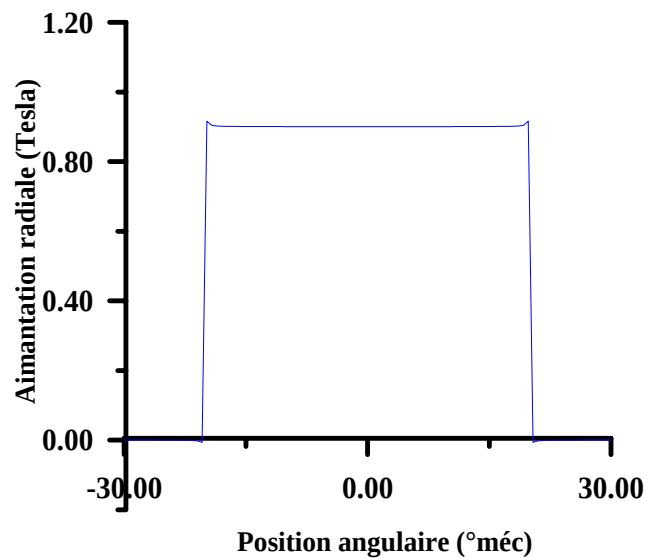


Figure II.5 : Distribution de l'aimantation radiale

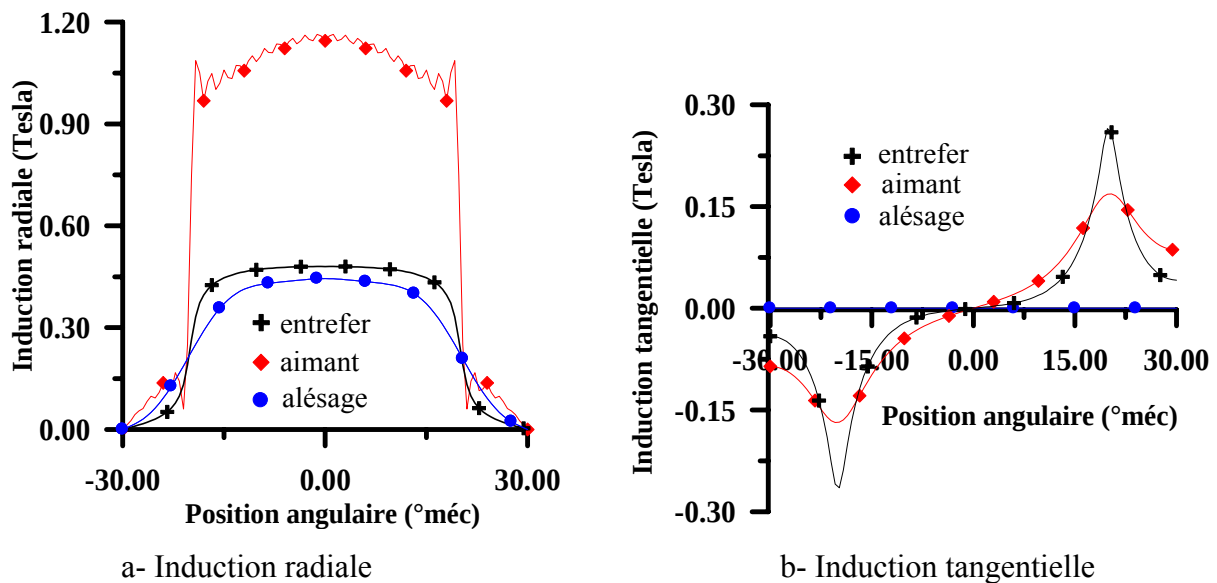


Figure II.6 : Répartitions spatiales de l'induction créée par les aimants.

II.4.2.2 Induction créée par les courants

Pour les mêmes paramètres choisis précédemment, nous présentons sur la figure II.7 la distribution de la densité de courants

La figure II.8 montre les composantes radiale et tangentielle de l'induction créée par les courants. L'induction radiale est de l'ordre de 0.021 Tesla au rayon d'alésage et les conducteurs. Elle est presque nulle au centre des aimants ($\approx 4.9 \cdot 10^{-3}$).

D'après la figure II.8.b, l'induction tangentielle garde la même allure dans la région de l'entrefer et les conducteurs. Elle reste faible dans l'entrefer par rapport à l'induction radiale et nulle au rayon d'alésage.

Il est clair que l'induction créée par les courants est très faible devant celle des aimants.

Ainsi, un risque de démagnétisation des aimants pour ce type de machines à large entrefer est généralement écarté. En effet, Il est montré la faible influence de la réaction magnétique d'induit sur le champ des aimants.

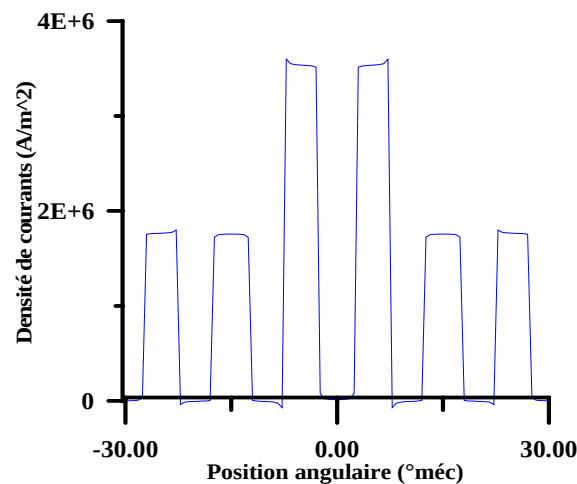


Figure II.7: Distribution de la densité de courants équivalente sous un pôle

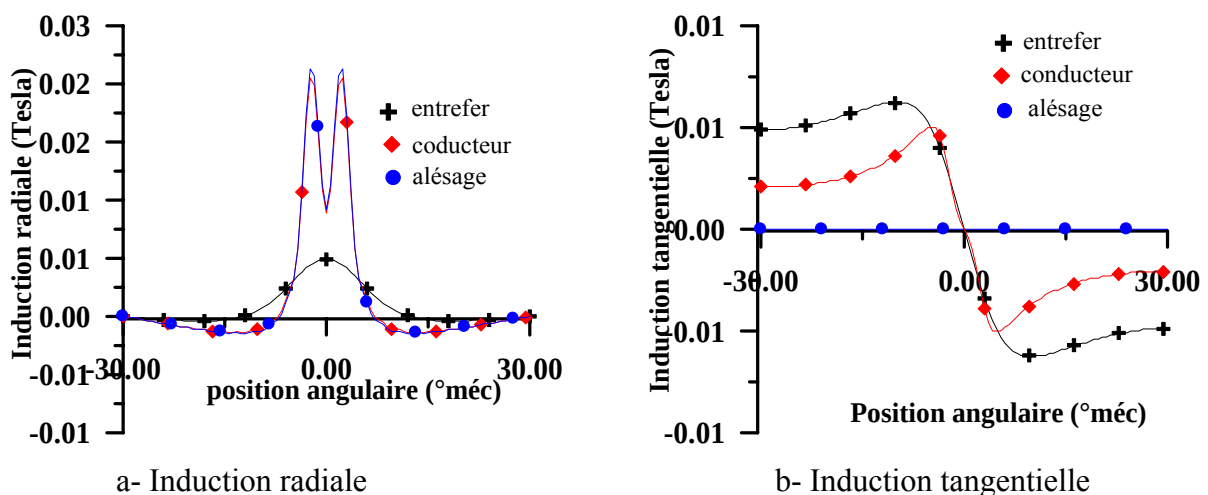


Figure II.8 : Répartition spatiale de l'induction créée par les courants.

II.4.3. Analyse du couple électromagnétique

Nous analysons l'influence des dimensions de l'inducteur et de l'induit sur le couple.

Le couple électromagnétique de ce type de machine, comme montré sur la figure (II.9), est la combinaison de deux composantes [Had 06]:

- Une composante continue correspondant à sa valeur moyenne,
- une ondulation due aux couples harmoniques. Ces couples dépendent de la répartition spatiale du champ magnétique et de la distribution des conducteurs dans l'entrefer.

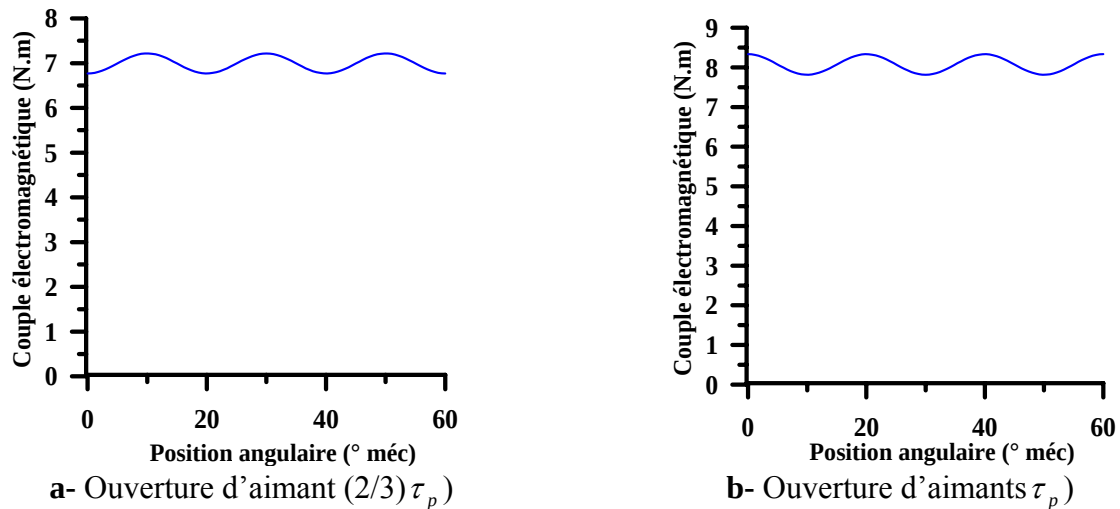
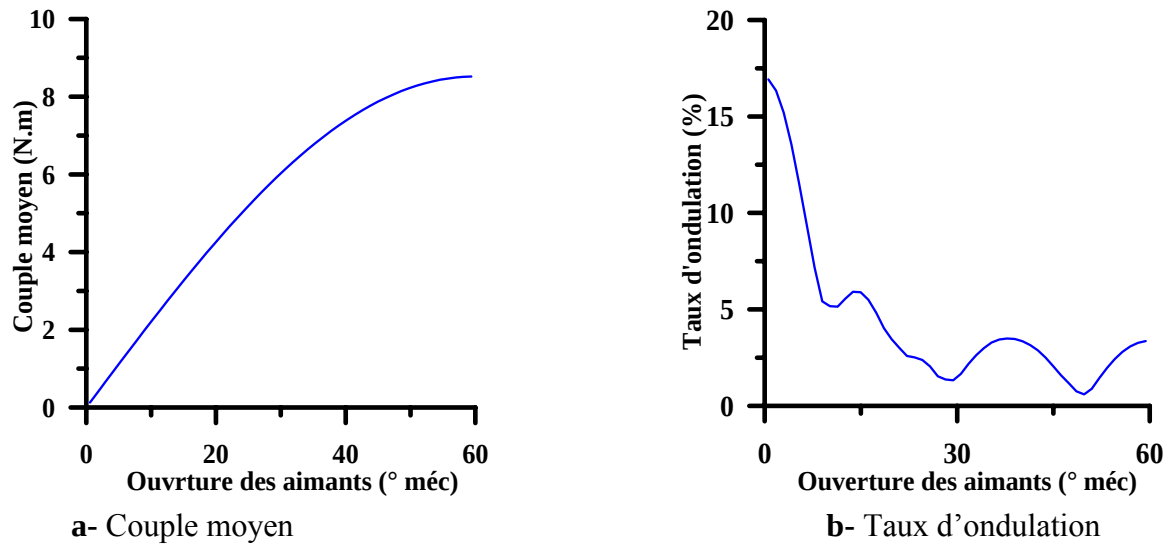


Figure II.9: forme d'onde du couple instantanée

II.4.3.1. Influence de l'ouverture des aimants

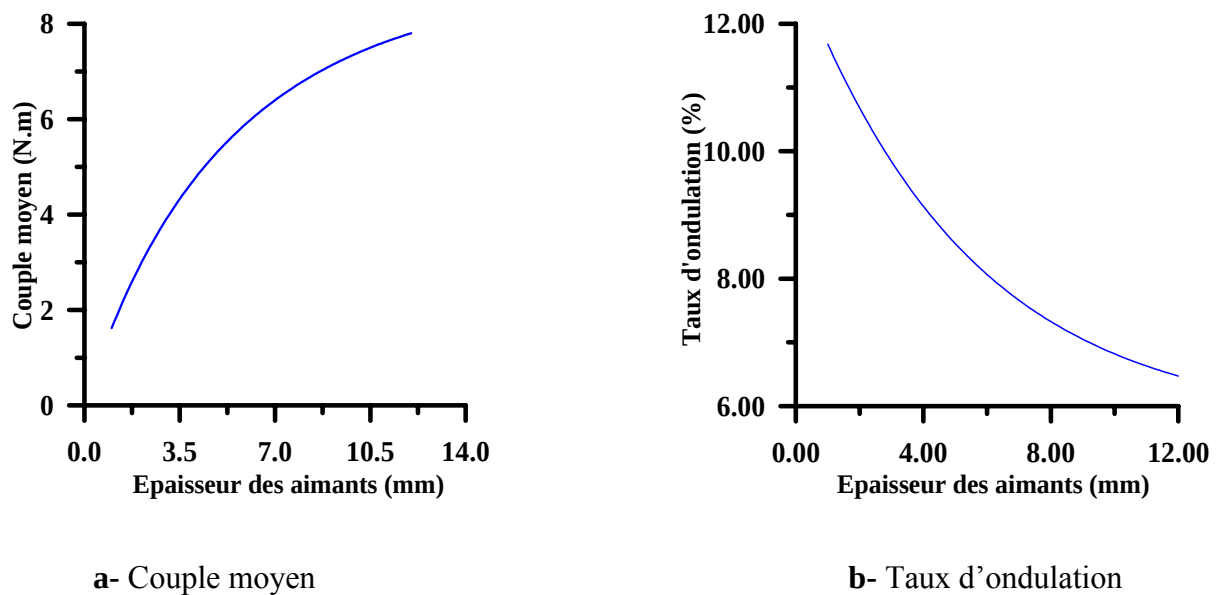
La figure (II.10) montre l'influence de l'ouverture des aimants sur les ondulations et la valeur moyenne du couple pour l'épaisseur des aimants et celles étant respectivement fixée à 10mm et 5mm. La figure (II.10.a) montre que le couple moyen produit atteint un optimum à partir d'une ouverture d'aimants égale à 59° . La valeur de ce couple augmente avec l'élargissement de l'ouverture.

Pour le prototype étudié, les ondulations du couple diminuent pour une ouverture relative d'aimants égale à 90% du pas polaire. Ces ondulations dues aux répartitions spatiales du champ magnétique et des conducteurs peuvent être minimales pour une ouverture égale à 50° mec (Figure II.10.b).


 Figure II.10: Influence de l'ouverture des aimants sur le couple. ($e_a=10\text{mm}$, $e_c=5\text{mm}$)

II.4.3.2. Influence de l'épaisseur des aimants

La figure (II.11) montre l'influence de l'épaisseur des aimants sur les ondulations et la valeur moyenne du couple. Le couple moyen augmente avec l'augmentation de l'épaisseur des aimants (figure II.11.a). On note aussi qu'un élargissement de l'épaisseur réduit d'une manière très significative le taux d'ondulation (Figure II.2.b).


 Figure II.11: Influence de l'épaisseur des aimants sur le couple ($\theta_0=\tau_p$, $e_c=5\text{mm}$).

II.4.3.3. Influence de l'épaisseur des enroulements

L'augmentation de l'épaisseur des enroulements a des conséquences sévères sur le rendement, sur la réalisation du bobinage, les contraintes liées aux courants de Foucault et les efforts électromagnétiques.

La figure (II.12) montre les variations du couple moyen et du taux d'ondulation en fonction de l'épaisseur des enroulements.

Du faite de l'augmentation de l'entrefer magnétique l'élargissement de cette épaisseur diminue la valeur moyenne du couple (figure II.12-a).

Nous constatons aussi que le taux d'ondulation diminue avec l'augmentation de l'épaisseur de la couche des conducteurs (figure (II.12.b)).

Il est à noter que le choix de ce paramètre doit tenir compte des problèmes relatifs à l'échauffement qui peut engendrer la destruction de l'enroulement et la démagnétisation des aimants et aux techniques utilisées pour la réalisation du bobinage dans l'entrefer.

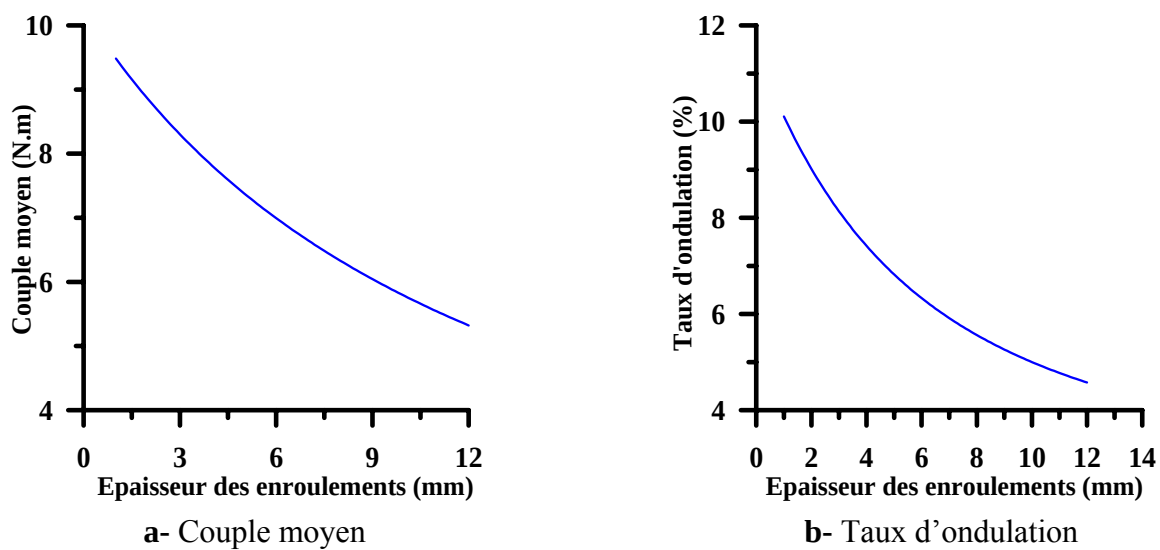


Figure II.12: Influence de l'épaisseur des enroulements sur le couple ($\theta_0 = \frac{2}{3} \tau_p$, $ea=10\text{mm}$).

II.4.3.4 Influence de la largeur des bobines

Sur la figure (II.13) sont présentées les variations du couple moyen et du taux d'ondulation en fonction de la largeur des bobines. Nous relevons que:

- Le couple moyen reste pratiquement constant. En effet, il y a moins de 0.5% de variation (figure II.12-a).
- L'élargissement de la largeur des bobines réduit les ondulations de couple (figure (II.12-b)).

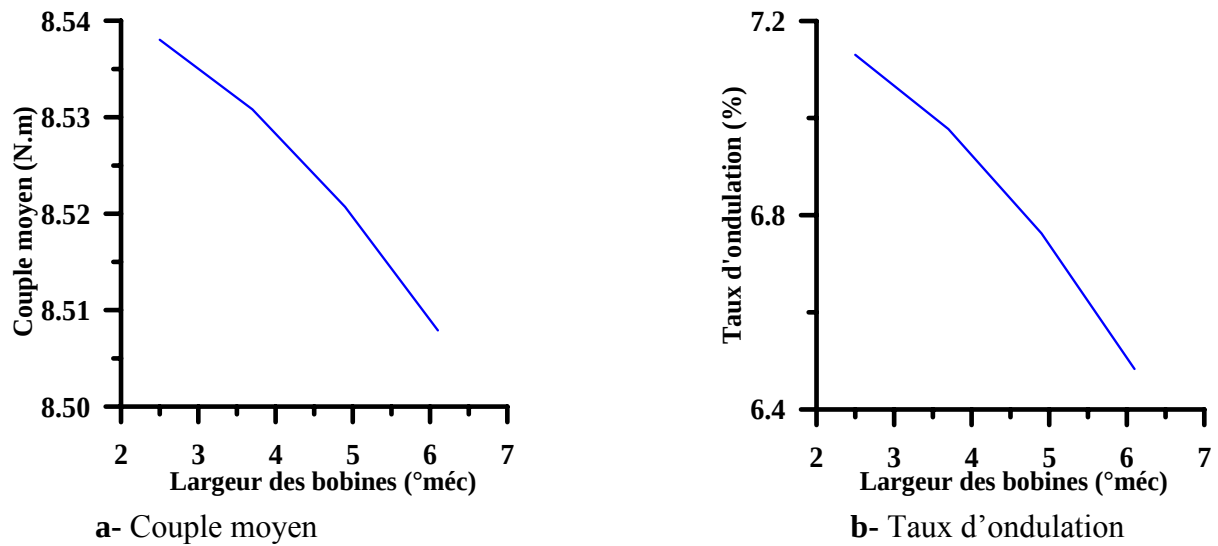


Figure II.14 : Influence de la largeur des bobines sur le couple ($\theta_0 = \tau_p$, $ec = 10\text{mm}$).

II.5. Conclusion

Le modèle analytique développé au chapitre I pour une machine à aimants permanents et à enroulements dans l'entrefer comparé à la méthode des éléments finis, donne des résultats assez précis. Il peut donc constituer un outil, particulièrement bien adapté, pour une étude paramétrique. De part sa souplesse et sa rapidité, il permet un pré dimensionnement géométrique efficace de la structure étudiée.

Les machines à aimants à enroulements dans l'entrefer se caractérisent par un large entrefer magnétique nécessitant ainsi des nuances d'aimants possédant une densité d'énergie élevée pour avoir une valeur de l'induction appréciable au niveau des enroulements.

Nous avons montré à partir du modèle analytique, l'influence des dimensions des aimants et des enroulements sur la forme et la valeur moyenne du couple d'interaction. En effet, pour le prototype étudié, il est possible de trouver, pour un couple moyen donné, des dimensions optimales qui minimisent le taux d'ondulations et qui optimisent le volume des parties actives.

Dans le chapitre suivant nous introduisons les algorithmes génétiques afin de les exploiter par la suite dans des procédures de dimensionnement géométrique utilisant des fonctions d'optimisations mono et multi objectifs.

Chapitre III

Méthodes d'optimisations mono et multi objectif par algorithmes génétiques

III.1 Introduction

Ce chapitre traite de l'optimisation mono et multi objectif et des algorithmes génétiques.

Dans une première partie sont exposés les principes de l'optimisation. Nous exposons d'abord un bref rappel sur les méthodes d'optimisation où nous évoquons les terminologies les plus usuelles et les principales catégories de méthodes d'optimisation multidimensionnelles. Nous présentons ensuite les spécificités de l'approche multicritères. Nous développons notamment la notion d'optimalité au sens de Pareto et le concept de dominance. Enfin, nous décrivons quelques méthodes de résolution employées pour traiter cette classe de problèmes.

Une deuxième partie est consacrée aux algorithmes génétiques en rappelant notamment les principes fondamentaux sur lesquels ils s'appuient.

Enfin, dans une troisième partie sont exposées les méthodes évolutionnaires dédiées à l'optimisation multi-objectifs.

III.2. Procédures d'optimisation

L'emploi de l'optimisation pour la résolution de problèmes est très souvent résumé aux seules techniques mathématiques mises en œuvre. Traditionnellement, la méthodologie employée pour l'optimisation, est basée sur quatre phases fondamentales (figure III.1) [Reg 03]:

- **Définition du cahier des charges (phase1) :** Cet aspect concerne la définition des finalités du système et des éventuelles contraintes liées à la fabrication ou à l'utilisation du dispositif. Cette phase est fondamentale dans le processus d'optimisation, dans la mesure où elle conditionne les étapes suivantes.
- **Mise en équations mathématiques (phase2) :** Elle consiste à traduire le problème physique en un problème mathématique équivalent. C'est sans doute l'étape la plus délicate et la plus coûteuse du processus d'optimisation, car la formulation mathématique

d'un problème n'est jamais unique, en particulier la définition des critères d'optimalité, de performance du système ainsi que le choix des variables de conception.

- **Résolution du problème d'optimisation (phase3) :** La recherche de solutions est réalisée à l'aide de méthodes d'optimisations mathématiques, pouvant présenter diverses caractéristiques (monocritères, multicritères, déterministes, stochastiques,...).
- **Analyse des solutions (phase4) :** une fois le problème résolu, il est impératif d'évaluer les résultats fournis par l'optimisation.

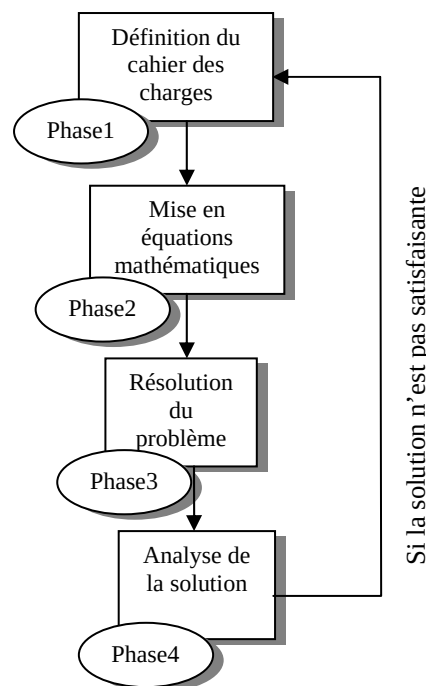


Figure (III.1) : Démarche systématique en optimisation

III.3 Concepts de bases

Nous définissons dans cette section les concepts communs utilisés dans des procédures d'optimisation.

III.3.1 Optimisation

Optimiser signifie rechercher la meilleure solution d'un problème donné. Ce processus de recherche de l'optimum (maximisation ou minimisation) est appelé optimisation.

III.3.2 Fonction objectif

C'est une équation mathématique représentant ce qu'on désire améliorer dans un dispositif. Elle est aussi appelée : critère d'optimisation, fonction coût, fonction d'adaptation, ou encore performance (fitness function).

III.3.3 Variables d'optimisation

Elles correspondent aux variables de la fonction objectif. Elles sont ajustées pendant le processus d'optimisation, pour obtenir le(s) solution(s) optimale(s). Elles sont aussi appelées variables de décision, variables de conception ou de projet (design variables).

III.3.4 Espace de recherche

C'est le domaine défini par l'ensemble des combinaisons des valeurs des variables d'optimisation. La dimension de l'espace de recherche est définie par le nombre de variables de décisions impliquées dans les solutions.

III.3.5 Espace des objectifs

C'est l'ensemble des images de l'espace de recherche, déterminé par toutes les valeurs possibles des fonctions objectifs.

III.3.6 Contraintes

Elles limitent les espaces des variables d'optimisation et/ou qui interdisent une certaine bande de valeurs dans les objectifs (par exemple, des présupposés du problème peuvent que, au dessous d'une valeur, la solution ne soit pas considérée).

III.4 Formulation d'un problème d'optimisation

Un problème d'optimisation (p) de type minimisation (maximisation) de dimension n peut être écrit de façon générale sous la forme :

$$p = \begin{cases} \min F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]^T \\ x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \\ h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, q \\ x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où :

$f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$ Sont les k critères à minimiser (maximiser) appelés aussi fonctions objectifs.

$x, x_{\max}, x_{\min}$ sont respectivement le vecteur des paramètres d'optimisation et les limites du domaine admissible.

$g_i(x)$ et $h_j(x)$ représentent respectivement les contraintes de types inégalités et égalités.

Pour un seul critère, le problème d'optimisation devient mono-objectif ($k = 1$). Le but consiste, dans ce cas, à trouver la solution optimale globale x qui donne la meilleure valeur (la plus grande ou la plus petite) de la fonction objectif.

Dans un problème d'optimisation multi-objectif, il y a plus qu'une fonction objectif ($k > 1$) et chaque fonction objectif pouvant avoir une solution optimale différente. Généralement, il n'existe aucune solution pour laquelle tous les objectifs sont optimisés. Alors, la solution recherchée est un ensemble de points correspondant aux meilleurs compromis possibles entre toutes les fonctions objectifs. Pour ce type de problème, on choisit parmi les différentes solutions proposées, la solution de compromis qui convient le mieux au problème posé dans le cahier de charges [Coe 02].

III.4.1 Optimalité au sens de Pareto

Au lieu d'une unique solution, l'optimisation multi-objectif donne lieu à un ensemble de solutions optimales. En effet, pour comparer ces solutions, le concept de dominance du Pareto est utilisé [Reg 03]. Toute solution de cet ensemble est « optimale » dans le sens qu'aucune amélioration ne peut être faite sur un critère de cette solution sans dégrader au moins la valeur d'un autre critère. Il est vital pour identifier ces meilleurs compromis de définir ces relations d'ordre, appelées *relations de dominance*. [Bar 03].

Une solution x domine une solution y si x est aussi performant que y pour tous les objectifs et strictement meilleur pour au moins un objectif.

Une solution x^* est considérée comme solution optimale dans le sens de Pareto, si et seulement si, il n'existe pas une autre solution qui la domine. Donc, le vecteur objectif $F(x^*)$ s'appelle **solution de Pareto dominante** ou bien **la solution non dominée**. L'ensemble des solutions non dominées constitue la surface de compromis dans l'espace des objectifs appelé « le front de Pareto ». Un exemple d'un front de Pareto pour le problème de minimisation de deux objectifs est montré sur la figure (III.2). Les points bleus sont les solutions non dominées qui représentent le front de Pareto.

L'allure de la frontière de Pareto prend des formes différentes selon que les objectifs doivent être minimisés ou maximisés [Col 02]. Un exemple avec deux critères est représenté sur la figure (III.3).

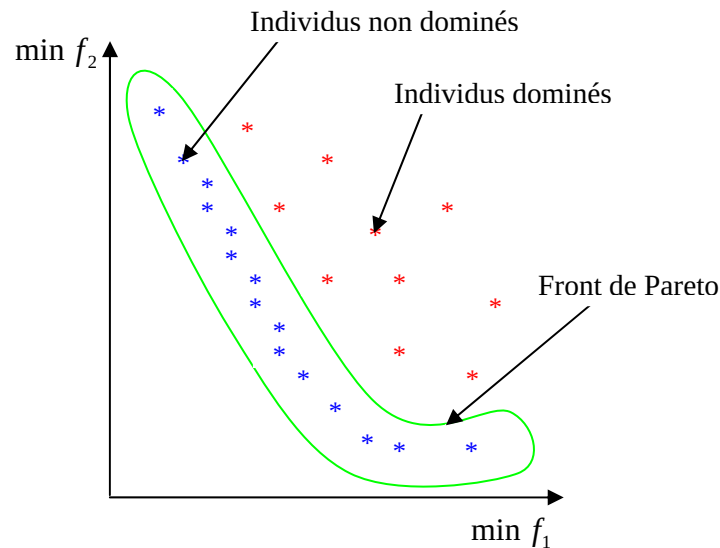


Figure (III.2) : Exemple d'un front de Pareto de deux objectifs [Col 02]

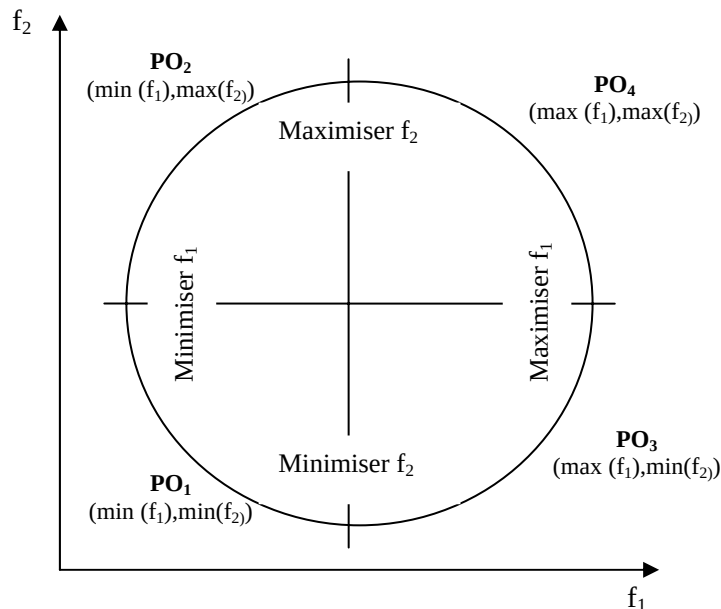


Figure (III.3) : frontière Pareto selon que l'on considère une maximisation ou minimisation de deux objectifs [Col 02].

III.5 Méthodes d'optimisation

Lorsque le concepteur d'un système désire améliorer certaines performances particulières, la complexité du problème le conduit naturellement à l'utilisation de techniques d'optimisation destinées à faciliter la détermination de meilleures solutions (solutions optimales) avec un temps de calcul réduit. En effet, par exemple dans la conception de machines électriques, un nombre important de variables de conception ainsi que plusieurs contraintes de natures

différentes peuvent intervenir. Dans tel cas, l'utilisation de techniques d'optimisation se révèle très efficace pour permettre au concepteur de mieux appréhender le comportement complexe des systèmes [Fit 02]. Le choix de la méthode d'optimisation se fait après la définition de la fonction à optimiser, il s'agit de choisir une méthode adaptée au problème posé.

Les méthodes d'optimisation peuvent être classées de différentes manières. Nous les classerons en méthodes déterministes et méthodes stochastiques (non déterministes). Les méthodes déterministes sont généralement efficaces quand l'évaluation de la fonction est très rapide, ou quand la forme de la fonction est connue à priori. Les cas complexes (temps de calcul important, nombreux optima locaux (figure III.4), fonctions non dérivables, etc.) sont souvent traités plus efficacement par des méthodes non déterministes.

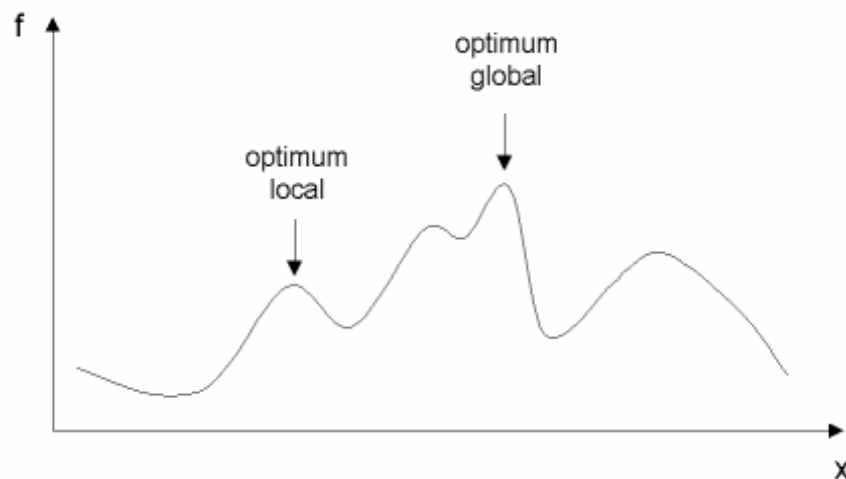


Fig. III.4 : Optimum global et optimum local.

III.5.1 Méthodes d'optimisation déterministes

Une optimisation est dite déterministe lorsque son évolution vers la solution du problème reste toujours la même pour un même point initial donné, ne laissant aucune place au hasard.

La recherche des extrema d'une fonction **F** revient à résoudre un système de n équations à n inconnus [Min 83]:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (\text{III.2})$$

Ces méthodes nécessitent des hypothèses sur la fonction **F** à optimiser, telles que la continuité et la dérivabilité en tout point du domaine admissible. Ce sont en générale des méthodes efficaces, peu coûteuses, mais qui nécessitent une configuration initiale (point de départ) pour résoudre le problème. Ces algorithmes comprennent deux familles, l'une est appelée de descente (*Hill-climbing technique*) et l'autre est constituée des méthodes d'exploration.

Selon la stratégie d'approche de l'optimum de la fonction objectif, on peut distinguer essentiellement [Min 83], [Pre86]:

- Méthode du gradient
- Méthode du gradient conjugué
- Méthode de Newton
- Méthode de quasi-Newton

III.5.2 Méthodes d'optimisation stochastiques (non déterministes)

Ces méthodes sont nécessaires pour résoudre les problèmes de grandes tailles et/ou les problèmes avec un nombre de critères supérieur à deux. Elles ne garantissent pas de trouver de manière exacte la solution optimale, mais une approximation de celle-ci. Plusieurs adaptations des *métaheuristiques* ont été proposées dans la littérature pour la résolution de problèmes d'optimisation: le *recuit simulé*, la *recherche tabou* [Gan 96] et les *algorithmes évolutionnaires* (algorithmes génétiques) [Sri 95], [col 02] sont des méthodes où l'approche de l'optimum est entièrement guidée par un processus probabiliste et aléatoire (stochastique). Ces méthodes ont une grande capacité à trouver l'optimum global. Parmi les plus utilisées, on peut citer :

- Monte Carlo
- Recuit Simulé
- Recherche Tabou
- Algorithmes Evolutionnaires

III.5.3 Méthodes d'optimisation multi objectifs

Les approches utilisées pour la résolution de problèmes multi objectifs peuvent être classées en trois catégories [Zit99] :

- **approches basées sur la transformation du problème en un problème uni-objectif**

Cette classe d'approches comprend par exemple les méthodes basées sur l'agrégation qui combinent les différentes fonctions coût f_i du problème en une seule fonction objectif F . Ces approches nécessitent pour le décideur d'avoir une bonne connaissance de son problème.

- **approches Pareto**

Les approches Pareto utilisent directement la notion de dominance dans la sélection des solutions générées, contrairement aux autres approches qui utilisent une fonction d'utilité ou traitent séparément les différents objectifs. Cette idée a été introduite initialement dans les algorithmes génétiques par Goldberg [Gol 89]. Le principal avantage de ces approches est

qu'elles sont capables de générer des solutions Pareto optimales dans les portions concaves de la frontière Pareto.

- **approches non-Pareto**

Les approches non-Pareto ne transforment pas le PMO en un problème uni-objectif. Elles utilisent des opérateurs de recherche qui traitent séparément les différents objectifs.

III.6 Les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques (AG) sont des méthodes stochastiques basées sur une analogie avec des systèmes biologiques. Ils reposent sur un codage des variables en structures chromosomiques et prennent modèle sur les principes de l'évolution naturelle pour déterminer une solution optimale. Ils ont été initialement développés par [Hol 75] et popularisés par [Gol 89]. Ces algorithmes se caractérisent par une grande robustesse. Ils peuvent résoudre des problèmes mono et multi objectifs fortement non linéaires et discontinus représentant des reliefs de solutions réputés très difficiles pour les méthodes d'optimisation classiques. En effet, ils possèdent la capacité d'éviter les minima locaux pour effectuer une optimisation globale.

Les applications des AG sont variées :

- optimisation de fonctions numériques discontinues, multimodales, bruitées...,
- traitement d'image (alignement de photos satellites, reconnaissance de suspects...),
- optimisation d'emplois du temps, optimisation de design, contrôle de systèmes industriels, apprentissage des réseaux de neurones, etc.
- Les AG peuvent être utilisés pour contrôler un système évoluant dans le temps (chaîne de production, centrale nucléaire...)
- les AG sont utilisés pour optimiser des réseaux (câbles, fibres optiques, mais aussi eau, gaz...), des circuits, des antennes.

III.6.1 Principe de base d'un algorithme génétique standard

L'algorithme génétique standard introduit par Holland [Hol 75], [Gol 89], est présenté en figure (III.5). Il est basé sur une approche itérative et nécessite, en premier, le codage de l'ensemble des paramètres du problème d'optimisation en une chaîne de longueur finie. Le principe d'un AG est de simuler l'évolution d'une population d'individus jusqu'à un critère d'arrêt. On commence par générer une population initiale d'individus (solutions) de façon aléatoire. Puis, à chaque génération, des individus sont sélectionnés à partir d'une fonction objective appelée fonction d'adaptation. Puis, les opérateurs de croisement et de mutation sont appliqués et une nouvelle population est créée. Ce processus est répété jusqu'à un critère

d'arrêt. Le critère le plus couramment utilisé est le nombre maximal de générations que l'on désire effectuer.

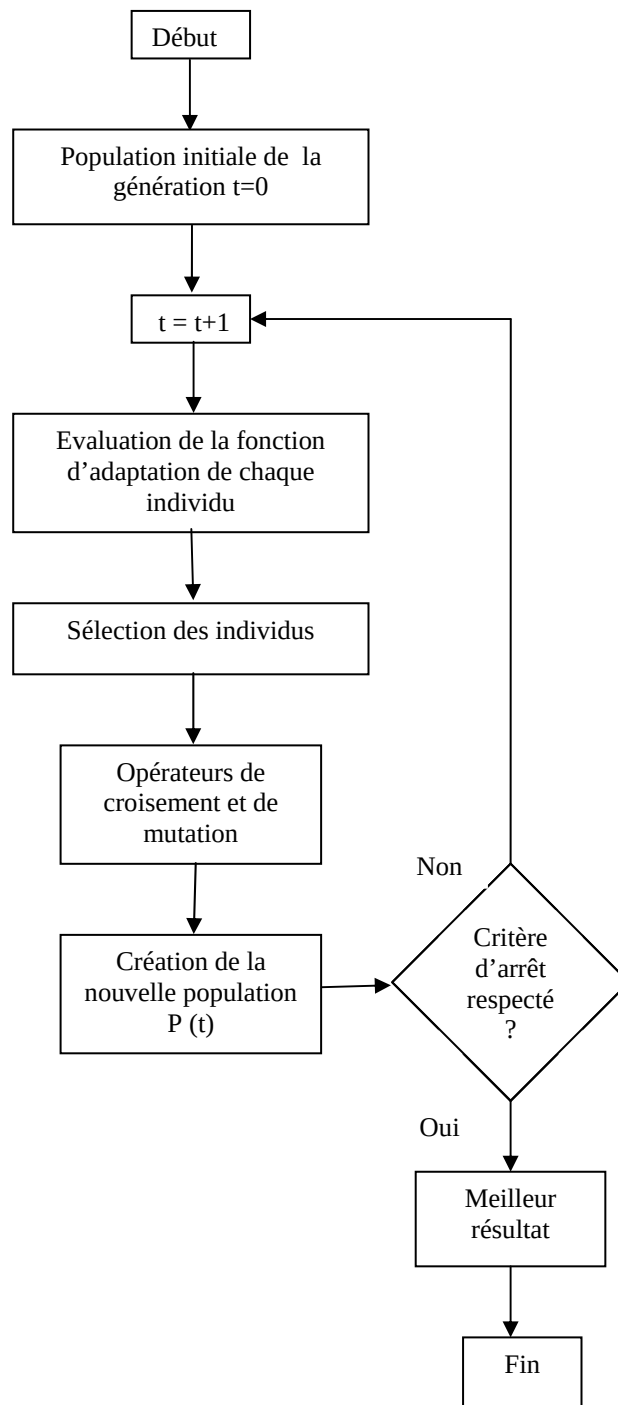


Figure III.5: Organigramme d'un AG standard [Gol 89]

III.6.2 Description des algorithmes génétiques

Dans cette section nous définissons en premier les concepts communs utilisés dans les algorithmes génétiques. Ensuite, nous décrivons les différents opérateurs génétiques intervenant dans une procédure d'optimisation exploitant ces algorithmes.

III.6.2.1. Lexiques de bases

Le lexique le plus couramment utilisé, illustré sur la figure III.6, est donné dans ce qui suit :

- **Chromosome** : solution potentielle du problème sous une forme codée.
- **Gène** : partie élémentaire d'un chromosome (paramètre de la solution potentielle).
- **Individu** : solution potentielle du problème.
- **Fitness** : appelée aussi *fonction d'adaptation* ou *d'évaluation* ou *d'adéquation* qui mesure la qualité de l'individu.
- **Population** : ensemble d'individus.

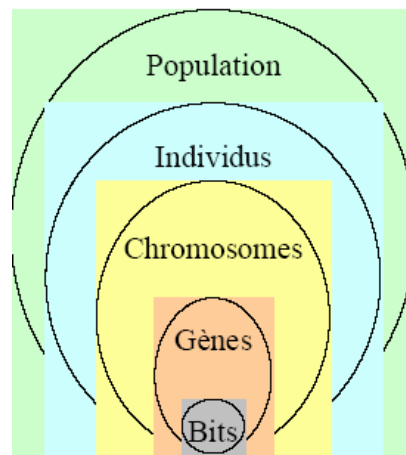


Figure III.6 : les cinq niveaux d'organisation d'un Algorithme Génétique [Gol 89].

III.6.2.2 Codage

La première étape est de définir et de coder convenablement le problème. A chaque variable d'optimisation x_i , nous faisons correspondre un *gène*. Il existe plusieurs formes de codage (réel, codage de Gray...etc.) [Her98].

Dans le codage binaire (figure III.7), les gènes sont formés de **1** et **0**. Dans ce cas, chaque valeur réelle x_i est codée par son équivalent en binaire et l'individu obtenu est représenté par une chaîne codée de plusieurs gènes représentant une solution particulière pour la fonction objectif.

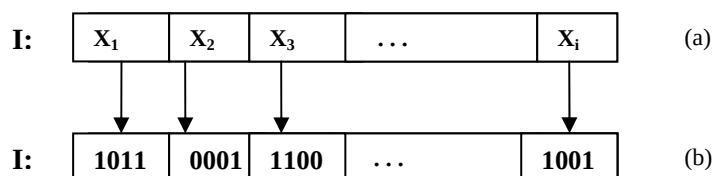


Figure III.7 : Représentation d'un individu ; codage réel (a), codage binaire (b) [Her98].

Pour les variables x_i définie dans un intervalle $[x_{\min}, x_{\max}]$, on discrétise l'espace de recherche en $(g_{\max} = 2^n - 1)$ valeurs discrètes avec n le nombre de bits sur lequel la variable est codée. Ensuite, on associe à la valeur x l'entier g défini par :

$$g_i = \frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} g_{\max} \quad (\text{III.3})$$

Il suffit de convertir l'entier g en binaire pour trouver la valeur binaire du paramètre x . Pour revenir à la représentation réelle, il faut d'abord convertir la représentation binaire en décimale (obtenir g) puis calculer x en utilisant la formule suivante :

$$x_i = x_{\min} + (x_{\max} - x_{\min}) \frac{g_i}{g_{\max}} \quad (\text{III.4})$$

Notons que, toutes les variables du problème sont codées de la même manière puis associées pour former un chromosome. Une fois les fonctions de codage et décodage établies, on initialise la population de départ de l'algorithme Figure (III.5). Le choix des individus se fait sur la base d'une connaissance à priori si non, ils sont générés aléatoirement.

III.6.2.3 Génération de la population initiale

La première étape de l'algorithme est la genèse de la population, c'est-à-dire le choix des composants de départ que nous allons faire évoluer. Le choix de la population initiale influe directement sur la rapidité du programme. On pourrait prendre des individus (des composants) régulièrement répartis dans l'espace. Néanmoins, une initialisation aléatoire est plus simple à réaliser. Les valeurs g des gènes sont ainsi tirées au hasard selon une distribution uniforme. Notons qu'on peut, si nécessaire, introduire des individus déjà calculés

III.6.3.4 Evaluation

L'évaluation consiste à mesurer les performances de chaque individu. Pour mieux caractériser le processus d'évolution, il est nécessaire de faire la distinction entre les chromosomes les plus adaptés et les moins adaptés. Ceci est possible par l'assignation d'une valeur de la fonction d'adaptation (*fitness function*) à chaque chromosome. C'est une fonction réelle positive qui reflète la force de l'individu.

La mise au point d'une bonne fonction d'adaptation (*fitness function*) doit respecter plusieurs critères qui se rapportent à sa complexité ainsi qu'à la satisfaction des contraintes.

III.6.3.5 Sélection

Le rôle de l'opérateur de sélection est de filtrer la population de telle sorte à conserver les individus possédant de bonnes caractéristiques génétiques. La seule mesure dont on dispose pour évaluer la qualité d'un individu est sa performance. Celle-ci est liée à la valeur de la fonction d'adaptation. Il semble donc naturel de sélectionner les individus pour lesquels la valeur de la fonction d'adaptation est la meilleure et d'éliminer les autres. Un individu peut,

en effet, avoir certains gènes présents dans la solution optimale mais une performance médiocre, et son élimination serait néfaste. Cependant, les individus ayant une bonne performance sont plus susceptibles de posséder les bons gènes.

Il existe plusieurs types de sélection, nous citons trois méthodes les plus connues [Col 02]:

- La méthode de la "loterie biaisée" (roulette wheel) de Goldberg,
- La méthode "élitiste",
- La sélection par tournois,

a) Sélection par roulette Wheel (loterie biaisée)

Cette méthode est la plus connue et la plus utilisée. Celle-ci simule le fonctionnement d'une roulette de jeux pour déterminer les individus à sélectionner. A chaque individu correspond une portion de la roue et un lancer de roue est simulé par un tirage aléatoire. On sélectionne alors l'individu ayant la portion de roue désignée. On effectue n_{ind} lancers, de manière à sélectionner n_{ind} individus. Par conséquent, certains individus disparaissent de la population, tandis que d'autres sont dupliqués. La portion attribuée à chaque individu étant choisie proportionnellement à sa performance. La probabilité p_i pour un individu i de performance f_i d'être sélectionné est :

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^{n_{ind}} f_i} \quad (III.8)$$

b) méthode élitiste

Cette méthode consiste à sélectionner les n individus dont on a besoin pour la nouvelle génération P' en prenant les n meilleurs individus de la population P après l'avoir triée de manière décroissante selon la *fitness* de ses individus.

c) méthode du tournoi

Cette méthode consiste à tirer aléatoirement (k) individus de la population, sans tenir compte de la valeur de leur fonction d'adaptation, et de choisir le meilleur individu parmi les k individus triés. Ce processus est répété jusqu'à ce que le nombre d'individus atteint le nombre d'individus total de la population initiale.

III.6.3.6 Recombinaison

Les opérateurs génétiques permettent de créer de nouvelles solutions, lors de la phase de reproduction. Deux types d'opérateurs génétiques sont utilisés : le croisement et la mutation.

a) Opérateur de croisement

L'opérateur de croisement génère de nouveaux individus à partir des chromosomes des individus sélectionnés. Les individus sélectionnés possédant certaines caractéristiques génétiques intéressantes, on tente de recombinaison celles-ci à travers l'opérateur de croisement. Lors de cette étape, les individus sont groupés par paire de parents de manière aléatoire. On réalise ensuite un échange partiel des chromosomes avec une probabilité p_c .

Il existe plusieurs types de croisement, nous pouvons citer :

- **Croisement en un point** : pour ce type de croisement, on choisit au hasard un point de croisement, pour chaque couple (Figure III.8). Notons que le croisement s'effectue directement au niveau binaire, et non pas au niveau des gènes. Un chromosome peut donc être coupé au milieu d'un gène.

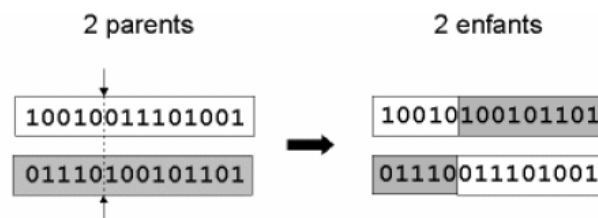


Figure III.8 : Croisement en un point

- **Croisement en deux points** : pour ce type de croisement, on choisit au hasard deux points de croisement (Figure III.9). Les gènes se trouvant entre deux sites de coupes sont échangés respectivement entre les deux individus (parents) pour former les deux enfants.

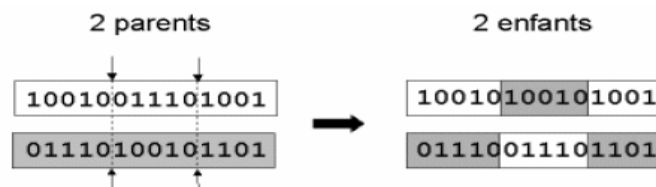


Figure III.9 : croisement en deux points

- **Croisement continu ou uniforme** : ce croisement effectue une opération de type moyenne sur certains gènes des parents. Chaque gène a une chance sur deux d'être moyenné avec son homologue chez l'autre parent.

On peut noter que le nombre de points de croisements ainsi que la probabilité de croisement (p_c) permettent d'introduire plus ou moins de diversité. En effet, plus le nombre de points de croisements est grand et plus la probabilité de croisement est élevée plus il y aura d'échange de segments, donc d'échange de paramètres, d'information, et plus le nombre de points de croisements est petit.

b) Opérateur de mutation

Une fois l'étape de croisement achevée, on applique la procédure de mutation. Cet opérateur consiste à modifier un gène du chromosome de façon aléatoire avec une probabilité pm très faible (figure III.10). Elle permet de d'assurer une recherche aussi bien globale que locale, selon le poids et le nombre des bits mutés. De plus, elles garantissent que l'optimum global peut être atteint.

Après la mutation, les individus constituent la nouvelle population P' de n individus qui donne naissance à la nouvelle génération. Le cycle continue jusqu'à la dernière génération fixée.

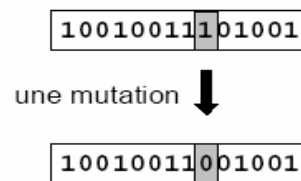


Figure III.10 : Représentation schématique d'une mutation dans un chromosome.

III.6.3.7 Critère d'arrêt

Comme dans tout algorithme itératif, il faut définir un critère d'arrêt. Celui-ci peut être défini de différentes façons parmi lesquels nous pouvons citer :

- Arrêt lorsque le résultat atteint une solution satisfaisante.
- Arrêt si l'algorithme atteint le nombre total de générations.

III.6.4 Réglage des paramètres d'un algorithme génétique

L'efficacité d'un algorithme génétique dépend du choix de ses paramètres de contrôle (la sélection, probabilités liées aux opérateurs d'évolution, choix de la stratégie de remplacement, taille des populations, ...etc.) qui gouverne l'exploration des solutions, et la convergence de l'algorithme. Quant aux choix des opérateurs et des paramètres stochastiques de contrôle qui leur sont associés, il n'y a évidemment pas de règle générale qui garantit une convergence optimale (en terme de précision et rapidité) pour tous les problèmes. Il existe toutefois certaines valeurs standardisées des paramètres de contrôle, qui assurent une certaine robustesse.

- **Taille de la population :** Il n'y a malheureusement pas de standardisation fiable quant au choix de la taille des populations. Cela reste sans doute aujourd'hui un des points sensibles des algorithmes évolutionnaires. Des tailles de population faibles augmenteront la vitesse de convergence de l'algorithme, mais aussi le risque de convergence prématurée vers des solutions non satisfaisantes, par contre pour des tailles de population trop grandes, l'évaluation des individus peut être très lentes [Col 02].
- **Probabilité de croisement:** Les valeurs de ces probabilités peuvent varier d'une application à autre. Une forte probabilité de croisement (p_c) favorise l'échange

d'informations, mais augmente le risque de perdre de bonnes combinaisons et de convergence vers un optimum local. Les valeurs les plus souvent préconisées varient entre 0.6 et 0.95.

- **Probabilité de mutation :** une probabilité trop grande peut modifier les meilleurs individus, alors qu'une valeur très faible rendra impossible l'extraction des optima locaux. Elle est généralement comprise entre 0.01 et 0.001. Elle est définie aussi par $p_m = 1 / lg$ où lg est la longueur de la chaîne de bits codant notre chromosome.

III.7 Algorithmes génétiques multi-objectifs

Les algorithmes génétiques sont bien adaptés à la résolution d'un problème multi-objectifs puisqu'ils permettent de trouver, en un seul lancement, l'ensemble des solutions non dominées. Récemment, beaucoup de recherches ont été menées sur l'application des algorithmes évolutionnaires aux problèmes d'optimisation multi-objectifs. Celles-ci ont permis de mettre en avant l'intérêt d'utiliser des méthodes d'optimisation basées sur le concept de population [Gol 89], [Sri 94] [Coe02]. Le tout premier algorithme évolutionnaire d'optimisation multi- objectif s'appelle *VEGA (Vector Evaluated Genetic Algorithm)*. Il a été présenté par Schaffer en 1985 [Coe 01]. Depuis *VEGA* un nombre considérable d'AG d'optimisation multi-objectifs ont été proposés: *NPGA* [Hor 94]; *NPGA 2* [Eri 01]; *NSGA* [Sri 94]; *NSGA-II* [Deb 02].

Dans la plupart des AG d'optimisations multi-objectifs développés, il s'agit de satisfaire les deux points suivants [Col 02]:

- trouver des solutions aussi proches que possible des vraies solutions Pareto-optimales, c'est-à-dire converger le plus possible vers le front de Pareto.
- trouver un ensemble de solutions très variées, tout le long du front.

L'utilisation des algorithmes génétiques dans le cas multi-objectifs, consiste à appliquer le principe de non-dominance à l'opérateur de sélection. Sachant que la fonction objectif n'est plus scalaire, on ne peut plus ordonner la population. Par contre, en appliquant le principe de non-dominance, on génère un sous ensemble d'individus non-dominés, ce sous ensemble aura le rang **1**. Ces individus sont ensuite enlevés de la population, et l'ensemble suivant des individus non-dominés est identifié et on lui attribue le rang **2**. Ce processus est réitéré jusqu'à ce que tous les individus de la population de rang n correspondant au front optimal de Pareto (figure III.11).

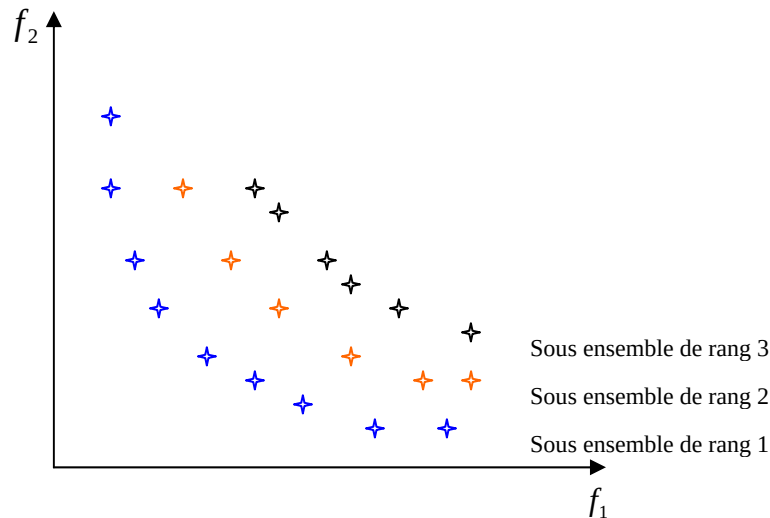


Figure (III.11) : Classement d'une population

III.7.1 Optimisation multi-objectif par NSGAII

Le principe de l'algorithme NSGA proposé par Deb et Srinivas [Sri 94] est basé sur l'approche de Pareto et la sélection en utilisant la non dominance. Aucun choix n'est imposé sur les opérateurs génétiques de mutation, croisement et sélection.

La nouvelle version élitiste de cet algorithme, nommée Non dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II), a été présentée dans [Deb 00], [Deb 01]. NSGA-II intègre un opérateur de sélection, basé sur un calcul de la distance de "crowding", très différent de celui de NSGA. Comparativement à NSGA, NSGA-II obtient de meilleurs résultats, ce qui fait de cet algorithme un des plus utilisés aujourd'hui.

Le NSGA-II est considéré comme étant plus efficace que son prédécesseur, en effet :

- Il utilise une approche élitiste qui permet de sauvegarder les meilleures solutions trouvées lors des générations précédentes.
- Il utilise une procédure de tri plus rapide, basée sur la non-dominance.
- Il utilise un opérateur de comparaison basé sur un calcul de la distance de *crowding*.

III.7.2 Description générale de NSGAII

Dans cet algorithme, une population de parents (P_t) de taille (N) et une population d'enfants ($Q(t)$) de taille (N) sont assemblées pour former une population (R_t), comme le montre la figure (III.12). Cet assemblage permet d'assurer l'élitisme. La population de taille ($2N$) est ensuite triée selon un critère de non-dominance pour identifier les différents fronts F_1, F_2 , etc. Les meilleurs individus vont se retrouver dans le ou les premiers fronts. Une nouvelle population parent (P_{t+1}) est formée en ajoutant les fronts au complet (premier front F_1 , second front F_2 , etc.) tant que ceux-ci ne dépassent pas N . Si le nombre d'individus présents

dans (P_{t+1}) est inférieur à (N) , une procédure de *crowding* est appliquée sur le premier front suivant, (F_i) , non inclus dans (P_{t+1}) . Le but de cet opérateur est d'insérer les $(N - |P_{t+1}|)$ meilleurs individus qui manquent dans la population (P_{t+1}) . Les individus de ce front sont utilisés pour calculer la distance de *crowding* entre deux solutions voisines.

Une fois que les individus appartenant à la population (P_{t+1}) sont identifiés, une nouvelle population enfant (Q_{t+1}) est créée par sélection, croisement et mutation. La sélection par tournoi est utilisée mais le critère de sélection est maintenant basé sur l'opérateur de comparaison $(\prec_n)$ défini ci-dessous. Le processus continue d'une génération à la suivante jusqu'à un critère d'arrêt.

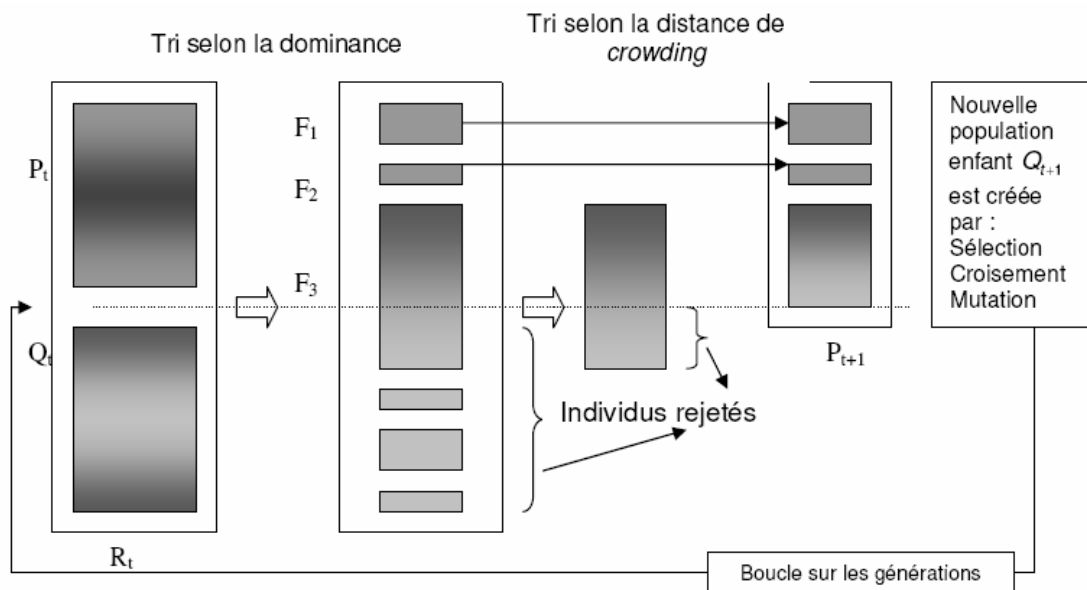


Figure (III.12) : Principe de l'algorithme NSGA-II [Deb 02]

III.7.2.1 Distance de crowding

Le calcul de la valeur d'adaptation pour *NSGAII* décrit dans [Deb 00] ne sert pas uniquement pour la sélection des opérateurs de croisement et de mutation, mais intervient aussi dans la sélection des individus à inclure dans P_{t+1} (la population contenant les élites). C'est donc une phase importante pour laquelle les auteurs de *NSGAII* ont développé une méthode particulière : la *distance de crowding*. Cette dernière évalue la densité des solutions autour d'un point particulier sur le front non dominé.

La distance de *crowding* d'une solution (k) (ou d'un individu) se calcule en fonction du périmètre formé par les points les plus proches de (k) sur chaque objectif $((k-1)$ et $(k+1))$. La figure (III.13) montre une représentation à deux dimensions associée à la solution (k) . Le calcul de la distance de *crowding* nécessite, avant tout, le tri des solutions selon chaque objectif, dans un ordre ascendant. Ensuite, pour chaque objectif, les individus possédant les valeurs limites (la plus petite (n) et la plus grande valeur (i) de la fonction objectif) se voient

associés une distance infinie (∞). Pour les autres solutions intermédiaires, on calcule une distance de *crowding* égale à la différence normalisée des valeurs des fonctions objectifs de deux solutions adjacentes. Ce calcul est réalisé pour chaque fonction objectif. La distance de *crowding* d'une solution est calculée en sommant les distances correspondantes à chaque objectif. Une fois toutes les distances sont calculées, il ne reste plus qu'à les trier par ordre décroissant et à sélectionner les individus ayant la plus grande distance de *crowding*.

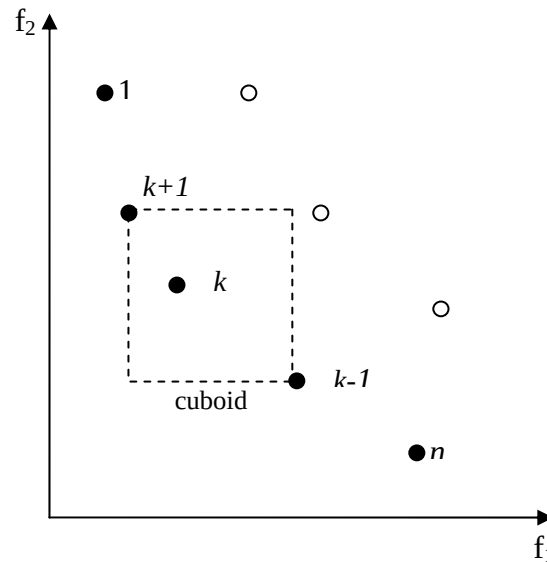


Figure (III.13) : Distance de *crowding*, les points noirs sont des solutions appartenant au même front non dominé [Deb 02]

III.7.2.2 Structure de l'Algorithme de NSGA-II

La structure de l'algorithme *NSGAII* (voir annexe 1), utilisée dans notre travail, est définie par les étapes décrites ci-dessous:

1. Génération aléatoire de la population initiale selon la loi de distribution uniforme.
2. Evaluation des fonctions objectifs.
3. Identification des fronts par le tri de tous les individus selon le critère de non dominance.
4. Calcul de la distance de *crowding* pour chaque individu.
5. Une fois toutes les distances de tous les individus sont calculés, la sélection est effectuée en utilisant l'opérateur de comparaison (*crowded comparison-operator*).
6. Application des opérateurs de croisement et de mutation pour créer la population d'enfants.

7. Combiner les deux populations (enfants et parents) et trier les individus selon le critère de non dominance.
8. Remplacer la population de parents par les meilleurs membres de la population combinée.

Le processus de croisement, mutation, sélection et tri selon le critère de non dominance et distance de crowding continu, avec la génération suivante, jusqu'à un critère d'arrêt (voir Annexe4).

Pour créer de nouveaux enfants, les opérateurs de croisement binaire simulé (SBX)(simulated binary crossover) et mutation polynomiale sont utilisées.

Le SBX reproduit les mécanismes du croisement standard à un point utilisé lorsque les variables sont représentés sous la forme de chaînes binaires [Deb 95]. A partir de deux parents, ce croisement génère deux enfants. (voir Annexe4).

III.7.3 Exemple d'application

Considérons deux fonctions analytiques qui dépendent de deux paramètres x et y . nous cherchons les solutions qui minimisent simultanément f_1 et f_2 :

$$\min \begin{cases} f_1(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 3)^2 \\ f_2(x, y) = (x - 4)^2 + (y - 2)^2 \end{cases}$$

Avec : $(x, y) \in [-5, 5] \times [-5, 5]$

• méthode analytique

La technique est de minimiser la fonction $f(x, y)$ donnée par :

$$f(x, y) = \lambda f_1(x, y) + (1 - \lambda) f_2(x, y)$$

Avec : $\lambda \in [0, 1]$ est un paramètre. Ainsi, la représentation paramétrique de front de Pareto est obtenue par la résolution du système suivant:

$$\begin{cases} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda(x - 1) + 2(1 - \lambda)(x - 4) = 0 \\ 2\lambda(y - 3) + 2(1 - \lambda)(y - 2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 - 3\lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases}$$

Comme λ varie dans $[0, 1]$, x varie dans $[1, 4]$ et y varie dans $[2, 3]$. Donc, f_1 et f_2 varient dans $[0, 10]$.

• Solution avec NSGAI

Les variables de décision sont codées en codage réel, le tableau suivant montre les paramètres de l'algorithme NSGAI.

La figure III.14 représente les deux objectifs f_1 et f_2 dans l'espace de décision (x,y) . Il est clair que le front optimal de Pareto est localisé entre $f_1 \in [0,10]$ et $f_2 \in [0,10]$. Après 50 générations, nous avons obtenu le front de Pareto optimal avec une taille de population de 20.

Tableau III.1 : paramètres de NSGAI

Type de codage	réel
Taille de la population	40
Indice de croisement	20
Probabilité de croisement	0.9
Indice de mutation	20
Probabilité de mutation	0.001
Nombre de génération	100

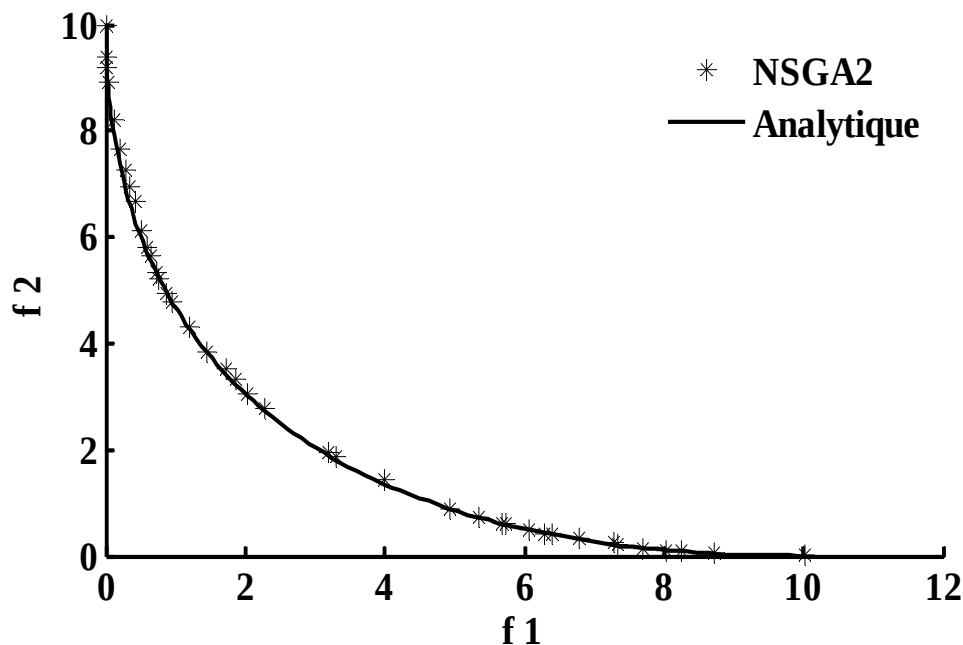


Figure III.14 : Front optimal de Pareto après 50 générations.

III.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les concepts de bases utilisées dans des procédures d'optimisation mono et multi objectifs ainsi que les principes fondamentaux sur lesquels elles s'appuient. Une attention particulière est accordée sur la définition d'une solution optimale pour un problème multi objectif. A cet effet, les notions de compromis et de dominance au sens de Pareto sont introduites.

Les AG ont montré leur efficacité pour trouver des solutions approchées satisfaisantes pour un grand nombre de problèmes d'optimisation mono et multi objectifs. En particulier, les algorithmes génétique de type *NSGAI* en raison de leur opérateur de sélection basé sur la dominance au sens de Pareto et l'opérateur de diversification des solutions basé sur le calcul de la distance de crowding. Ces derniers permettent ainsi de déterminer le front optimal d'un problème d'optimisation à objectifs multiples.

De nombreuses possibilités d'utilisation de ces techniques intelligentes sont envisageables.

Dans le chapitre suivant, nous avons ciblé de dimensionner, par des procédures d'optimisation mono et multi objectifs basées sur les AG, la structure d'une machine à aimants et à enroulements dans l'entrefer.

Chapitre IV

Optimisation par algorithmes génétiques de machines à aimants et à enroulements dans l'entrefer

IV.1 Introduction

Dans ce chapitre nous appliquons les algorithmes génétiques dans des procédures de dimensionnement de machines à aimants et à enroulements dans l'entrefer.

Deux types d'optimisation sont traités, à savoir : mono-objectif et multi-objectif. La première est appliquée pour minimiser le taux d'ondulation et pour la réduction du volume occupé par les aimants et les conducteurs. Le problème multi-objectif est abordé pour optimiser ces deux critères simultanément.

IV.2 Paramètres de dimensionnement (cahier de charges)

Pour un pré dimensionnement d'une machine à aimants sans encoches, nous faisons intervenir, un certain nombre de paramètres susceptible d'évoluer, et qui, associés à l'expression du couple, permettent de mener à bien un cahier de charges entrant en jeu dans le dimensionnement.

IV.2.1 Paramètres mécaniques

Le couple électromagnétique à développer et sa qualité constituent des contraintes fortes dans la conception des actionneurs électriques. Ainsi, la minimisation des ondulations de couple, devient indispensable dans de nombreuses applications où les vibrations et les bruits ne sont pas tolérés [Lat 06].

La vitesse est un autre paramètre important lors de la conception de la machine. En effet, les aspects à considérer pour un fonctionnement à basse vitesse sont différents de ceux à grande vitesse.

IV.2.2 Paramètres magnétiques

- **Induction maximale admissible dans le fer :** L'induction au niveau des culasses rotoriques et statoriques, supposées non saturées et de perméabilité infinie, sera limitée à la valeur de $B_{fer}=1.5$ T.

- **Aimantation** : En tenant compte de l'épaisseur de l'entrefer, nous adoptons des aimants *NdFeB* dont l'aimantation est radiale, la valeur de l'aimantation M est voisine de 1T et le champ coercitif est de l'ordre de 765 kA/m à 140 [Kan 94].

IV.2.3 Paramètres électriques

Le courant admissible dans les phases, les inductances de phase et la fréquence de commutation des onduleurs impose un choix judicieux de la structure à utiliser [Ber 00].

La surface occupée par le cuivre par rapport à la surface de bobinage offerte est définie par le coefficient de remplissage K_f . Ce paramètre, qui intègre les épaisseurs de cales et de l'isolant, peut permettre de prendre en compte, globalement, le système de maintien du bobinage. Sa valeur est comprise généralement entre 0.5 et 0.7. Ceci nous amène à introduire une densité de courant moyenne J_m définie par : $J_m = K_f J_{cu}$.

IV.2.4 Paramètres thermiques

L'échauffement est quantifiée, en première approximation, par le paramètre AJ_{cu} , produit de la charge linéique A , par la densité de courant efficace J_{cu} au niveau d'une section de conducteur [Gas 04], [Mez 04].

Compte tenu de la taille de la machine étudiée et des possibilités de refroidissement correspondantes, la densité de courant J_{cu} est fixée à 5A/mm².

L'échauffement de ce type de machine est dû essentiellement aux pertes totales dans les parties actives de la machine, notons :

a- pertes cuivre au niveau de la couche d'induit

- Pertes par effet Joules dans les conducteurs alimentés.
- Pertes par courants de Foucault dans les conducteurs en présence du champ d'excitation des aimants.

b- pertes dans le fer

Les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault dans les tôles qui dépendent de la fréquence d'alimentation et l'intensité de l'induction magnétique dans le fer [Ber 00].

c- Pertes par courants de Foucault au niveau des aimants

Elles sont négligeables à l'exception du fonctionnement à très haute fréquence [Gas 04].

IV.2.6 Paramètres géométriques

Il s'agit de choisir les paramètres géométriques satisfaisant les performances et respectant les contraintes définies dans le cahier de charges. Généralement, la longueur et le diamètre

externe sont imposés. Les autres paramètres sont déterminés à partir d'une procédure de dimensionnement.

IV.3 Description du problème d'optimisation de la structure choisie

Dans ce qui suit, on se propose de dimensionner une structure de la machine synchrone à aimants permanents et à enroulement dans l'entrefer, alimentée par des courants sinusoïdaux. L'optimisation est la méthodologie servant à rechercher la solution optimale à adopter pour satisfaire les spécifications visées par le cahier de charges.

Une approche très utilisée pour le dimensionnement des dispositifs Electrotechniques, est celle consistant à ramener le processus de conception à un problème d'optimisation formulé analytiquement. Les critères considérés dans le cahier de charges sont les fonctions objectifs à rendre extrémales (recherche du minimum ou du maximum) et les contraintes auxquelles la solution est soumise correspondent aux spécifications imposées par ce même cahier de charges.

IV.3.1 Formulation des fonctions objectifs

Dans l'optique de déterminer, pour un couple donné, les paramètres géométriques de la machine à aimants et à stator lisse, on cherche à optimiser les critères définis par :

- **Taux d'ondulation du couple électromagnétique**

Il s'écrit sous forme :

$$\tau(\%) = 100 \frac{\Gamma_{\max} - \Gamma_{\min}}{\Gamma_{\text{moy}}} \quad (\text{IV.1})$$

$\Gamma_{\max}$, $\Gamma_{\min}$, Γ_{moy} sont respectivement le couple maximum, le couple minimum et le couple moyen développés par la machine.

- **Volume occupé par les aimants et les conducteurs**

Il est donné par l'expression :

$$V_{\text{total}} = V_{\text{aimants}} + V_{\text{conducteurs}} \quad (\text{IV.2})$$

Où :

Le volume d'aimant est calculé à partir de :

$$V_{\text{aimants}} = 2pL_u \theta_0 ((R_1 + e_a)^2 - R_1^2) \quad (\text{IV.3})$$

Et celui des conducteurs est donné par:

$$V_{\text{conducteurs}} = \frac{1}{2} N_{\text{enc}} L_u \xi ((R_3 + e_c)^2 - R_3^2) \quad (\text{IV.4})$$

IV.3.2 Variables d'optimisation

Généralement une étude préliminaire s'avère nécessaire pour dégager les variables les plus influentes sur les grandeurs caractérisant le fonctionnement de la machine. Dans notre cas, Les paramètres ayant une influence prépondérante sur le couple, à déterminer à partir de la procédure de dimensionnement, sont définis dans le Tableau (IV.1). Le rayon d'alésage est déterminé en regardant son influence sur le couple moyen (Fig. IV.1). En effet, pour des dimensions fixes de l'induit et de l'inducteur, des couples moyens de 6, 7,8 et 9N.m, sont obtenus pour les valeurs respectivement égales à 73.8, 83.4, 93 et 102.8 mm

A partir de la relation (I.54 Chap.I), nous pouvons déduire les expressions des épaisseurs des culasses statorique et rotorique.

Le rayon extérieur R_5 s'exprime alors par:

$$R_5 = R_4 + h_{cs} \quad (IV.5)$$

De même, le rayon de l'arbre est donné par :

$$R_0 = R_4 - e_c - e_e - e_a - h_{cr} \quad (IV.6)$$

Les autres paramètres sont calculés à partir de l'algorithme d'optimisation.

Les paramètres, fixés par le cahier de charges, sont décrits dans le Tableau (IV.2).

On note que les paramètres géométriques à déterminer varient dans des intervalles qui correspondent aux limites raisonnables de faisabilité (Tableau IV.3).

Tableau IV.1: Variables de conception du problème dimensionnement

R_4	Rayon d'alésage
R_5	Rayon externe de la machine
R_0	Rayon interne du rotor
e_a	Epaisseur des aimants
e_c	Epaisseur des enroulements
θ_0	Ouverture des aimants
ζ	Largeur des bobines

Tableau IV.2: Paramètres constants de la machine

Paramètre	Désignation	Valeur
B_r	Aimantation des aimants	1.18 Tesla
μ_r	Perméabilité relative des aimants	1
$I_{\max}$	Amplitude du courant de phase	$4\sqrt{2}$ A
P	Nombre de paires de pôle	3
Z	Nombre d'encoches	36
N_c	Nombre de conducteurs dans une encoche	23
L_u	Longueur active de la machine	40 mm
B_{fer}	Induction magnétique dans le fer	1.5 Tesla
f	Fréquence de l'alimentation	50 Hz
e_e	Epaisseur de l'entrefer	3 mm

Tableau IV.3: Limite des paramètres géométriques variables de la machine.

	e_a (mm)	θ_0 (° élec)	e_c (mm)	ζ (élec)
Limite inférieure	3.5	$\frac{1}{2}\tau_p$	2.5	$\frac{1}{4}\tau_d$
Limite supérieure	10	τ_p	7.5	$\frac{2}{3}\tau_d$

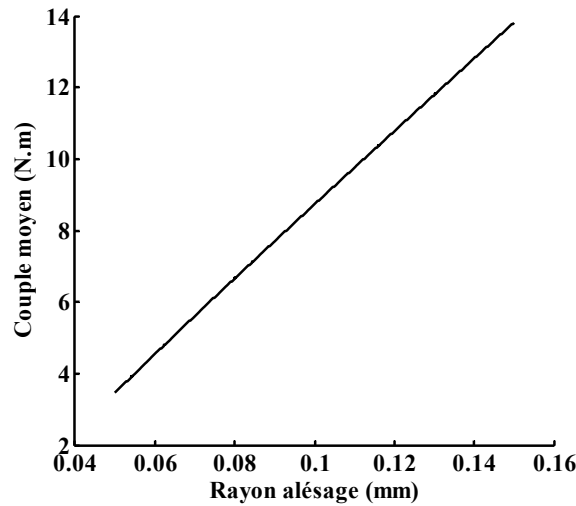


Fig. IV. 1. Variation du couple moyen en fonction du rayon d'alésage.

IV.3.3 Contraintes

Les contraintes définies dans les différentes procédures d'optimisation sont:

- **Contraintes d'inégalité** : elles sont relatives aux domaines de variation des paramètres d'optimisation. Tableau (IV.3)
- **Contraintes d'égalité** : elles sont relatives aux conditions appliquées sur le couple moyen fixé à 6, 7, 8 et 9 N.m.

IV.3.4 Espace des objectifs

En observant les variations du taux d'ondulation (Figs IV.2, IV.3, IV.4 et IV.5) et du volume occupé par les conducteurs et les aimants (figure IV.6) en fonction des paramètres de l'induit et de l'inducteur, on relève l'existence de plusieurs minimums locaux. Ainsi, le choix de ces optimums dépend d'une part de l'objectif à optimiser et de la valeur du couple moyen imposé.

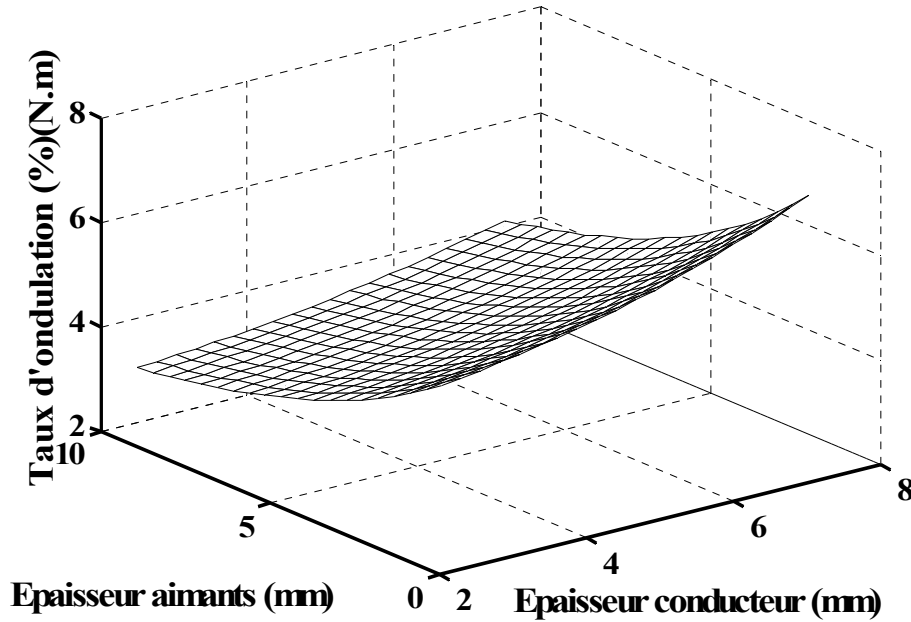


Figure VI.2: Taux d'ondulation en fonction des épaisseurs des aimants et des conducteurs.
($\zeta = 5^\circ \text{méc}$, $\theta_0 = 60^\circ \text{méc}$)

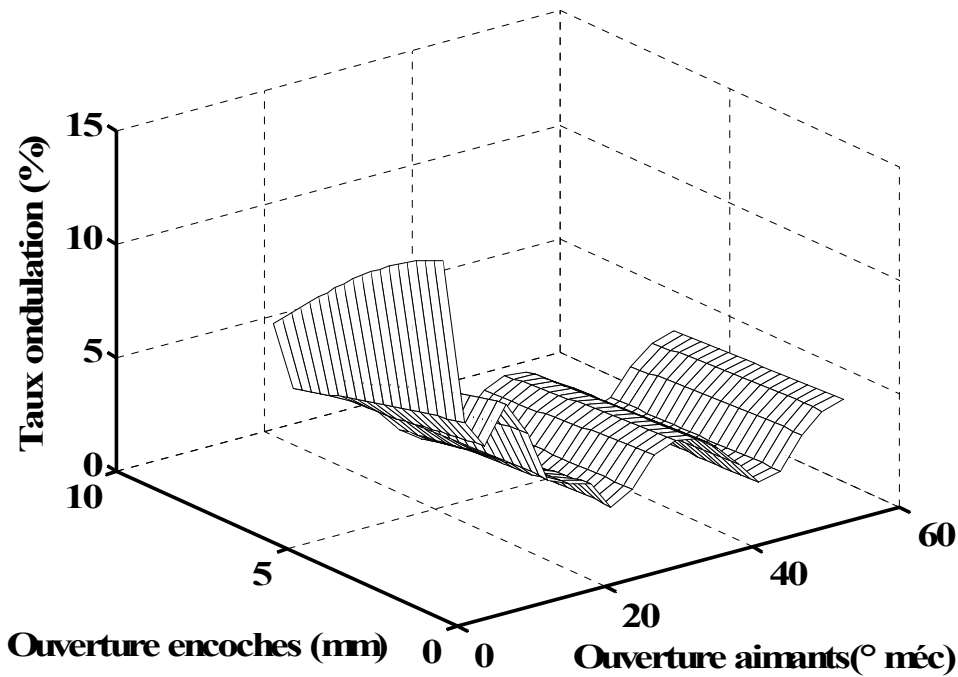


Figure IV.3: Taux d'ondulation en fonction des ouvertures des aimants et largeurs des bobines
($e_a = 10 \text{ mm}$, $e_c = 5 \text{ mm}$).

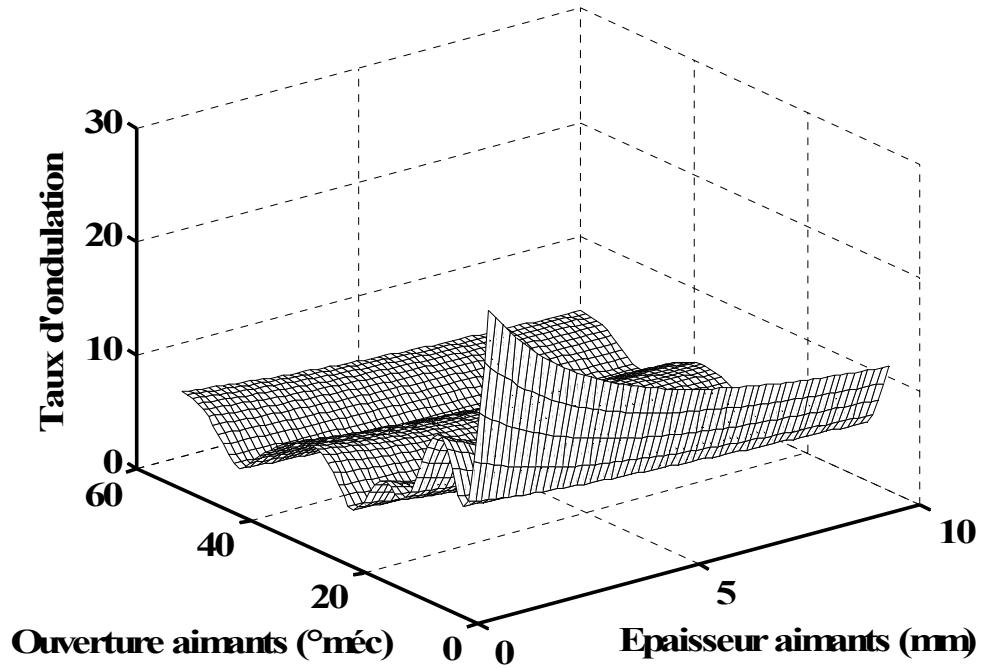


Figure IV.4: Taux d'ondulation en fonction des ouvertures et des épaisseurs des aimants ($\zeta = 5^\circ$ méc, $e_c = 5$ mm)

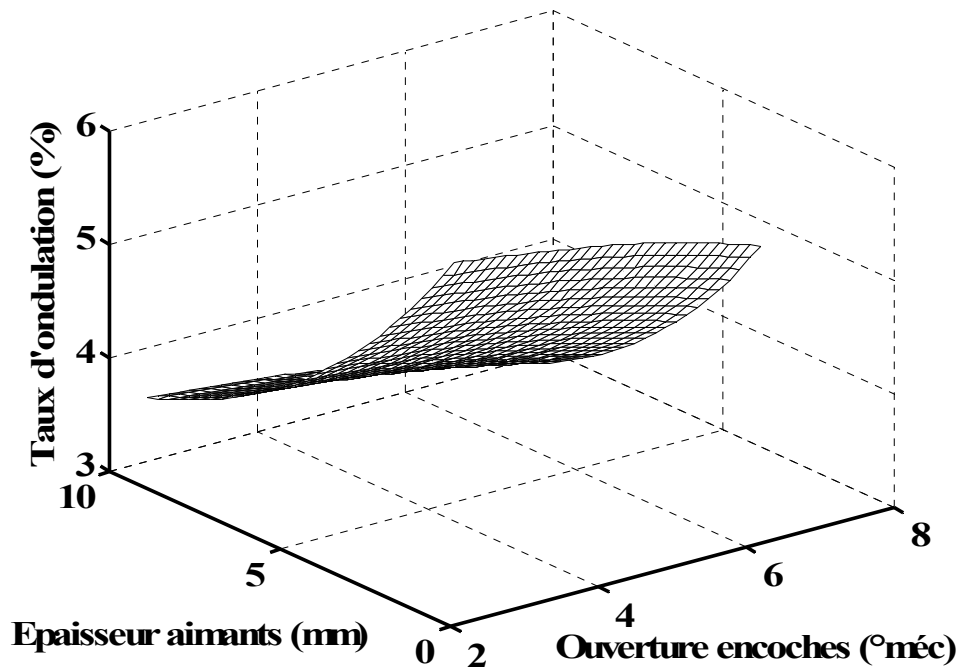


Figure IV.5: Taux d'ondulation en fonction des largeurs des bobines et des épaisseurs des aimants ($\theta_0 = 60^\circ$ méc, $e_c = 5$ mm)

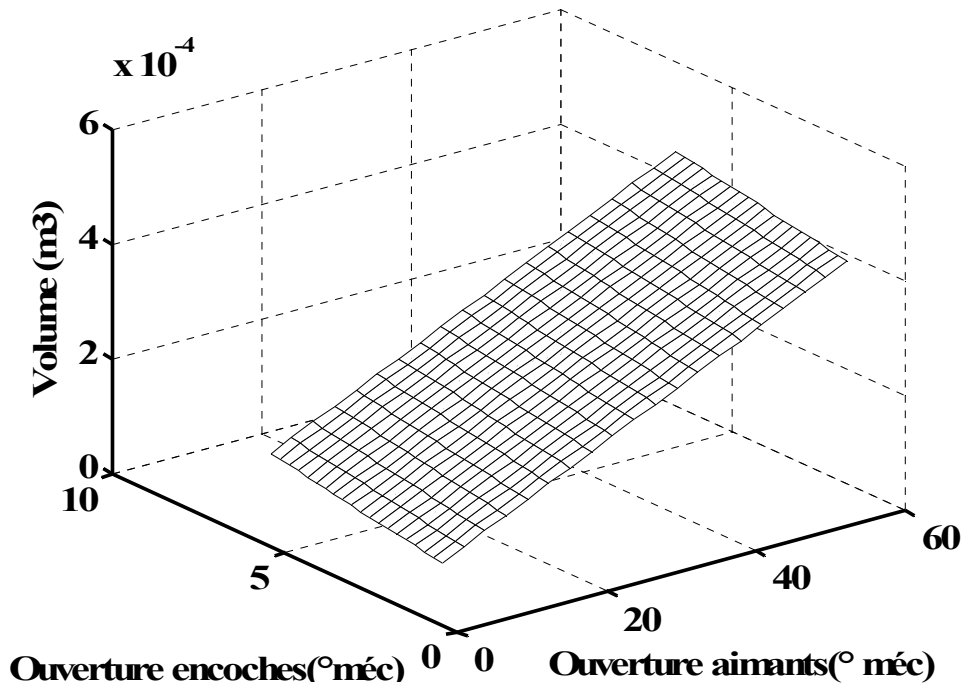


Figure IV.6 : Volume total en fonction des ouvertures des aimants et des largeurs des bobines.
 ($\zeta = 5^\circ \text{méc}$, $\theta_0 = 60^\circ \text{méc}$)

IV.4 Optimisation mono objectif par algorithmes génétiques

Dans cette partie, nous appliquons les algorithmes génétiques pour résoudre deux problèmes d'optimisation mono-objectifs. Dans le premier problème, on cherche les dimensions optimales minimisant le taux d'ondulation et dans le second celles qui réduisent le volume occupé par les parties actives de la machine.

Pour diversifier les individus composant la population initiale, on utilise la loi de distribution uniforme et pour mieux exploiter l'espace de recherche, nous augmentons la taille de cette population.

Notons, par ailleurs, que c'est la méthode élitiste qui est utilisée dans la sélection. Cela afin d'assurer la présence des meilleurs individus dans la génération future.

IV.4.1 Minimisation du taux d'ondulation

La minimisation du taux d'ondulation est effectuée pour quatre valeurs du couple moyen (6, 7, 8 et 9 N.m).

Sur le Tableau IV.4 sont indiqués les paramètres de réglage de l'AG pour les différents couples moyens. On représente également, sur le tableau IV.5 les dimensions et les performances de la machine avant et après optimisation.

On note une nette amélioration de la forme d'onde du couple après optimisation (figures IV.7 et IV.8). En effet, pour les couples moyens imposés, le taux d'ondulation passe à des valeurs

inférieures 0.5%. On relève cependant que l'amélioration de la qualité du couple nécessite un volume d'aimants et de conducteurs supplémentaire.

Tableau IV.4: paramètres de l'optimisation

Couple Moyen (N.m)	6	7	8	9
Type de codage	binaire	binaire	binaire	binaire
Taille de la population	20	60	50	60
Taille du chromosome	64	64	64	64
Probabilité de croisement	0.9	0.9	0.9	0.9
Points de croisement	2	2	2	2
Probabilité de mutation	0.001	0.001	0.001	0.001
Nombre de générations	150	200	300	250

Tableau IV.5: Paramètres de la machine avant et après optimisation

Couple Moyen (N.m)	6		7		8		9	
Paramètres	Av /opt	Ap /opt	Av /opt	Ap /opt	Av /opt	Ap /opt	Av /opt	Ap /opt
R₄(mm)	73.8	73.8	83.4	83.4	93	93	102.8	102.8
R₅ (mm)	77	76.9	87.2	87	97.5	97.2	107.7	107.6
R₀ (mm)	51.3	50.7	60.4	60.4	69.6	68.7	78.7	78.2
e_a (mm)	10	9.6	10	9.27	10	9.76	10	9.7
θ₀(°méc)	40	51.4	40	51.4	40	51.4	40	51.4
e_c(mm)	5	6.6	5	6.49	5	6.7	5	6.5
ξ(°méc)	5	6.6	5	6.6	5	6.6	5	6.6
C_{moy}(N.m)	5.9	5.9	7	7	8	7.9	9	9
τ (%)	5.43	0.24	6.39	0.35	3.64	0.44	4.05	0.58
V_{total}(.10⁻⁴ m³)	2.485	3.248	2.8674	3.64	3.2534	4.3115	3.6394	4.8115

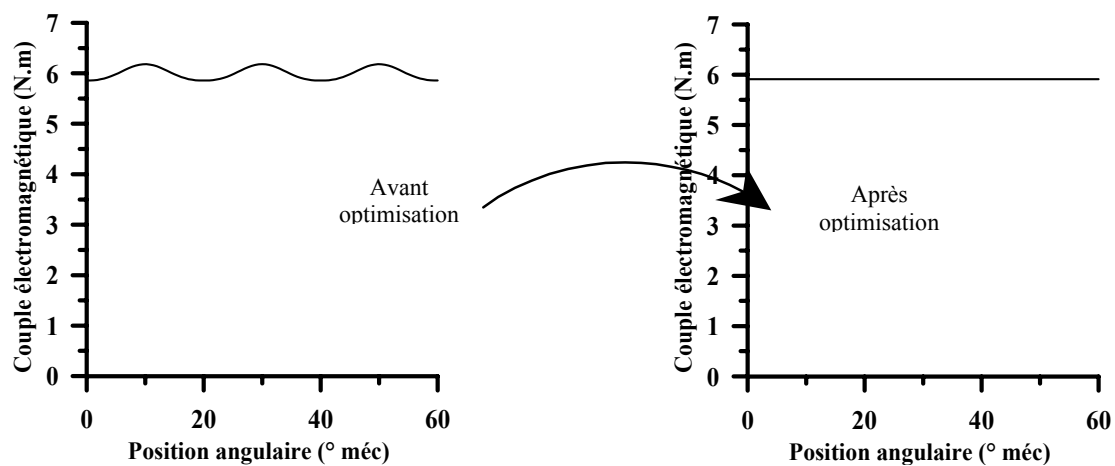


Figure IV.7 : Couple instantané avant et après optimisation (6N.m)

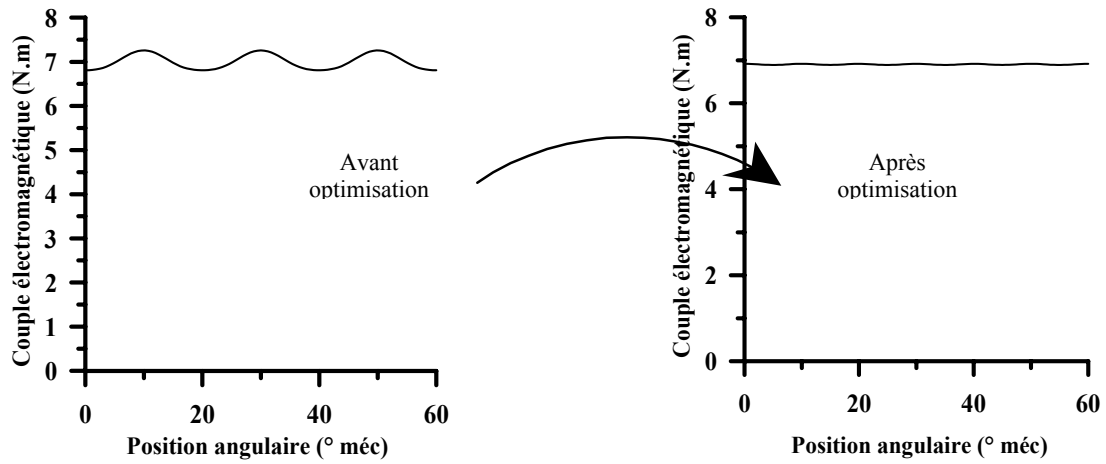


Figure IV.8: Couple instantané avant et après optimisation (7 N.m)

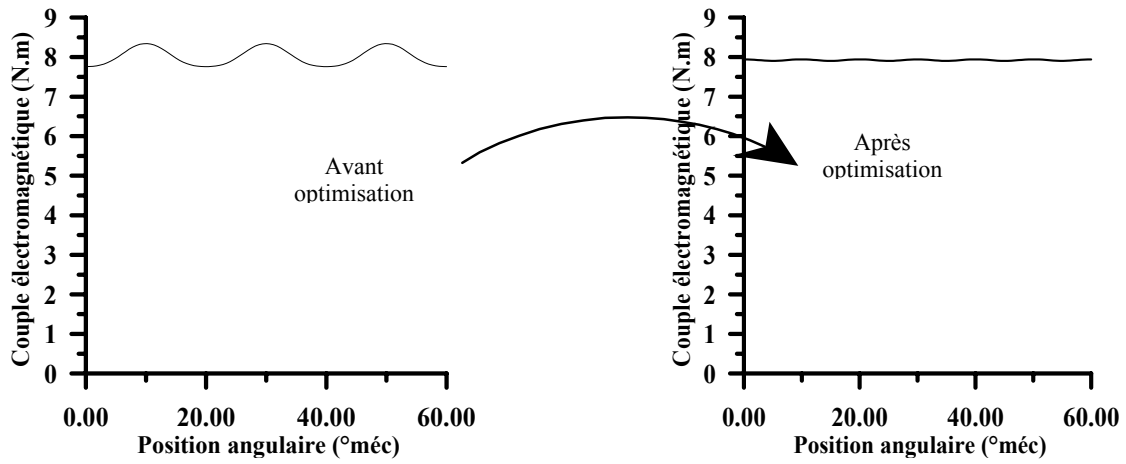


Figure IV.9: Couple instantané avant et après optimisation (8 N.m)

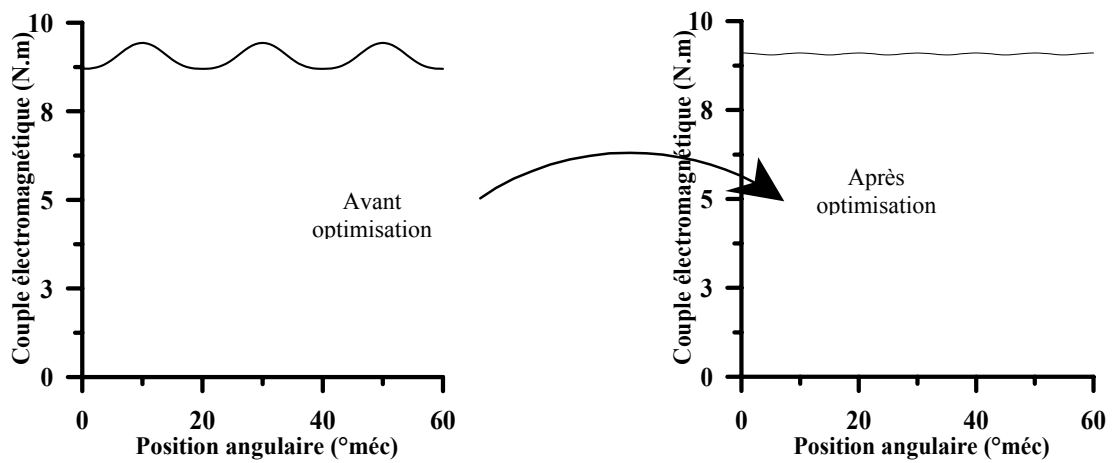


Figure IV.10: Couple instantané avant et après optimisation (9 N.m)

IV.4.2 Réduction du volume occupé par les aimants et les conducteurs

Dans cette partie, nous cherchons ici à définir les paramètres géométriques de la structure permettant la réduction du volume occupé par les aimants et les conducteurs.

Vu la rapidité de la convergence de l'ancien algorithme, nous gardons la même procédure d'optimisation tout en ajustant les paramètres de réglage (tableau IV.6).

Les paramètres de la machine, obtenus par le biais d'optimisation pour les différents couples imposés, sont donnés sur le Tableau IV.7. Une économie relativement considérable en volume total d'aimants et de conducteurs a été réalisée. Néanmoins, la réduction du volume des conducteurs induit une densité de courants plus importante ce qui nécessite un système de refroidissement pour l'évacuation de la chaleur.

Tableau IV.6: paramètres de l'optimisation

Couple Moyen (N.m)	6	7	8	9
Type de codage	binaire	binaire	binaire	binaire
Taille de la population	40	100	50	60
Taille du chromosome	64	64	64	64
Probabilité de croisement	0.9	0.9	0.9	0.9
Points de croisement	2	2	2	2
Probabilité de mutation	0.001	0.001	0.001	0.001
Nombre de génération	200	250	100	350

Tableau IV.7 : Paramètres de la machine avant et après optimisation

Couple Moyen (N.m)	6		7		8		9	
Paramètres	Av /opt	Ap /opt	Av /opt	Ap /opt	Av /opt	Ap /opt	Av /opt	Ap /opt
$R_4(\text{mm})$	73.8	73.8	83.4	83.7	93	93	102.8	102.8
$R_5(\text{mm})$	77	77	87.2	87	97.5	97.4	107.7	107.4
$R_0(\text{mm})$	51.3	59	60.4	68.6	69.6	76.6	78.7	88.1
$e_a(\text{mm})$	10	5.4	10	4.99	10	5.8	10	4.54
$\theta_0(^{\circ}\text{méc})$	40	39.6	40	50.44	40	39.7	40	52.9
$e_c(\text{mm})$	5	2.5	5	3	5	2.5	5	2.5
$\xi(^{\circ}\text{méc})$	5	2.5	5	5.6	5	2.5	5	2.5
$C_{\text{moy}}(\text{N.m})$	5.9	5.9	7	7	8	7.9	9	8.9
$\tau(\%)$	5.43	3.4	6.39	3.14	3.64	4.92	4.05	3.75
$V_{\text{total}}(.10^{-4} \text{ m}^3)$	2.485	1.3	2.8674	1.54	3.2534	1.7924	3.6394	2.0749

IV.5 Optimisation multi objectif

Dans cette partie, il s'agit de déterminer les caractéristiques géométriques optimales de la machine étudiée permettant de minimiser simultanément, au sens de Pareto, deux objectifs qui sont le taux d'ondulation du couple et le volume des parties actives regroupant le volume des aimants et des enroulements. A cet effet, on exploite l'algorithme d'optimisation NSGAIII présenté au chapitre précédent.

Dans le contexte multicritère, la formulation du problème d'optimisation devient :

Trouver un ensemble de vecteur $X^* = \begin{Bmatrix} e_a \\ e_c \\ \theta_0 \\ \zeta \end{Bmatrix}$ assurant

La minimisation simultanée de:

$$\begin{cases} \tau(X) = 100 \frac{\Gamma_{mx} - \Gamma_{min}}{\Gamma_{moy}} \\ V_{total}(X) = V_{aimants} + V_{conducteurs} \end{cases} \quad (IV.7)$$

Soumis aux contraintes égalités et inégalités correspondant respectivement au couple moyen imposé et aux limites du vecteur X

IV.5.1 Procédure d'optimisation

Le conditionnement du problème d'optimisation se fait ici très naturellement dans la mesure où l'expression des critères est directement liée aux variables d'optimisation grâce à la notion de dominance. De plus la gestion de domaine de variation des paramètres est directement intégrée à l'algorithme. La figure IV.11 présente la structure de cet algorithme.

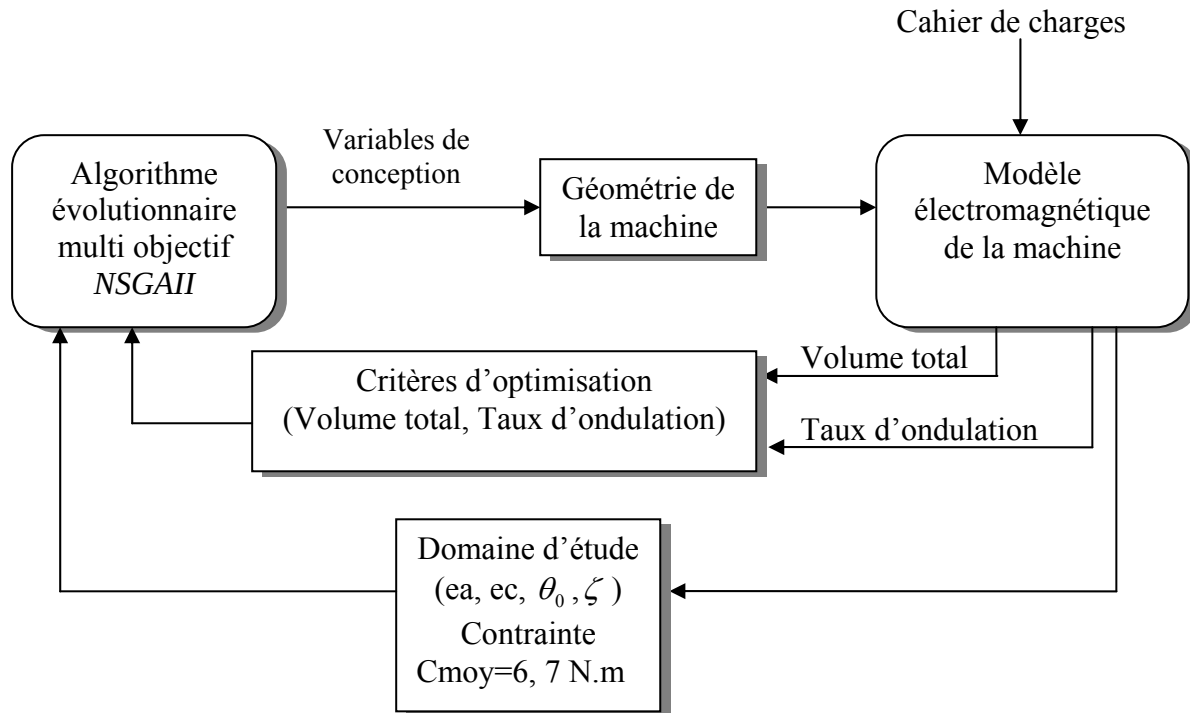


Figure IV.11: Synoptique générale d'optimisation de la machine étudiée

IV.5.2 Résultats d'optimisation

Dans cette partie, nous cherchons les solutions optimales pour différents couples moyens. Pour choisir les paramètres de contrôle permettant de trouver le front de Pareto optimal, nous fixons la taille de la population et varions le nombre de génération. Les couples moyens choisis sont: 6, 7, 8 et 9 N.m.

Sur le Tableau IV.8 sont indiqués les paramètres de réglage de l'AG permettant d'obtenir les fronts de Pareto optimal pour les différents couples moyens imposés.

Les figures (IV.12), (IV.13), (IV.14) et (IV.15) montrent l'évolution des solutions, sous forme de front de Pareto en fonction de la taille de la population et du nombre de générations.

Tableau IV.7: paramètres de réglage de l'algorithme NSGAI

Coupe moyen (N.m)	6	7	8	9
Type de codage	réel	réel	réel	réel
Taille de la population	150	100	150	150
Indice de croisement	20	20	20	20
Probabilité de croisement	0.9	0.9	0.9	0.9
Indice de mutation	20	20	20	20
Probabilité de mutation	0.001	0.001	0.001	0.001
Nombre de génération	450	350	650	550

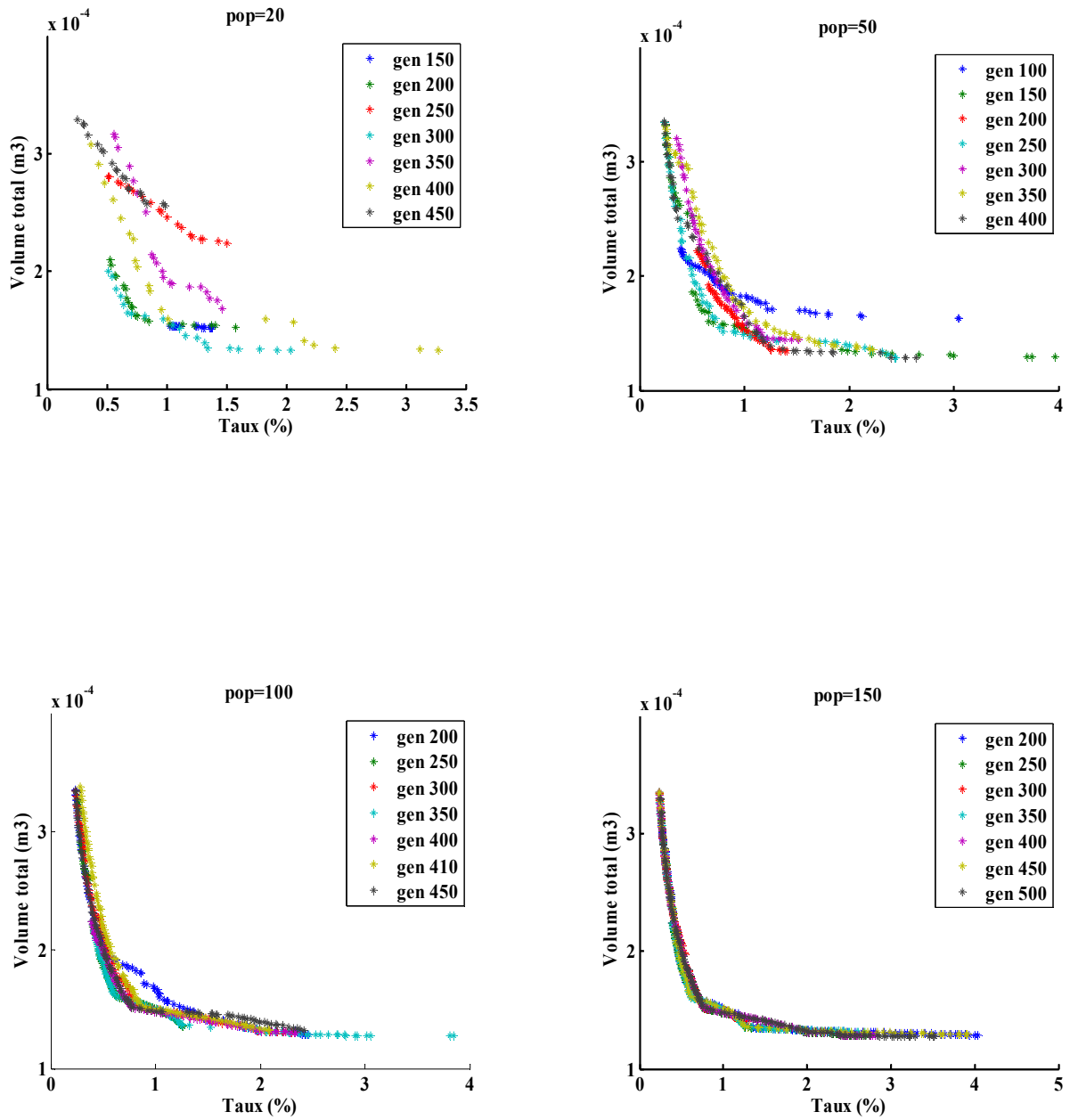


Figure IV.12: Variation de la taille de population et nombre de générations (6 N.m)

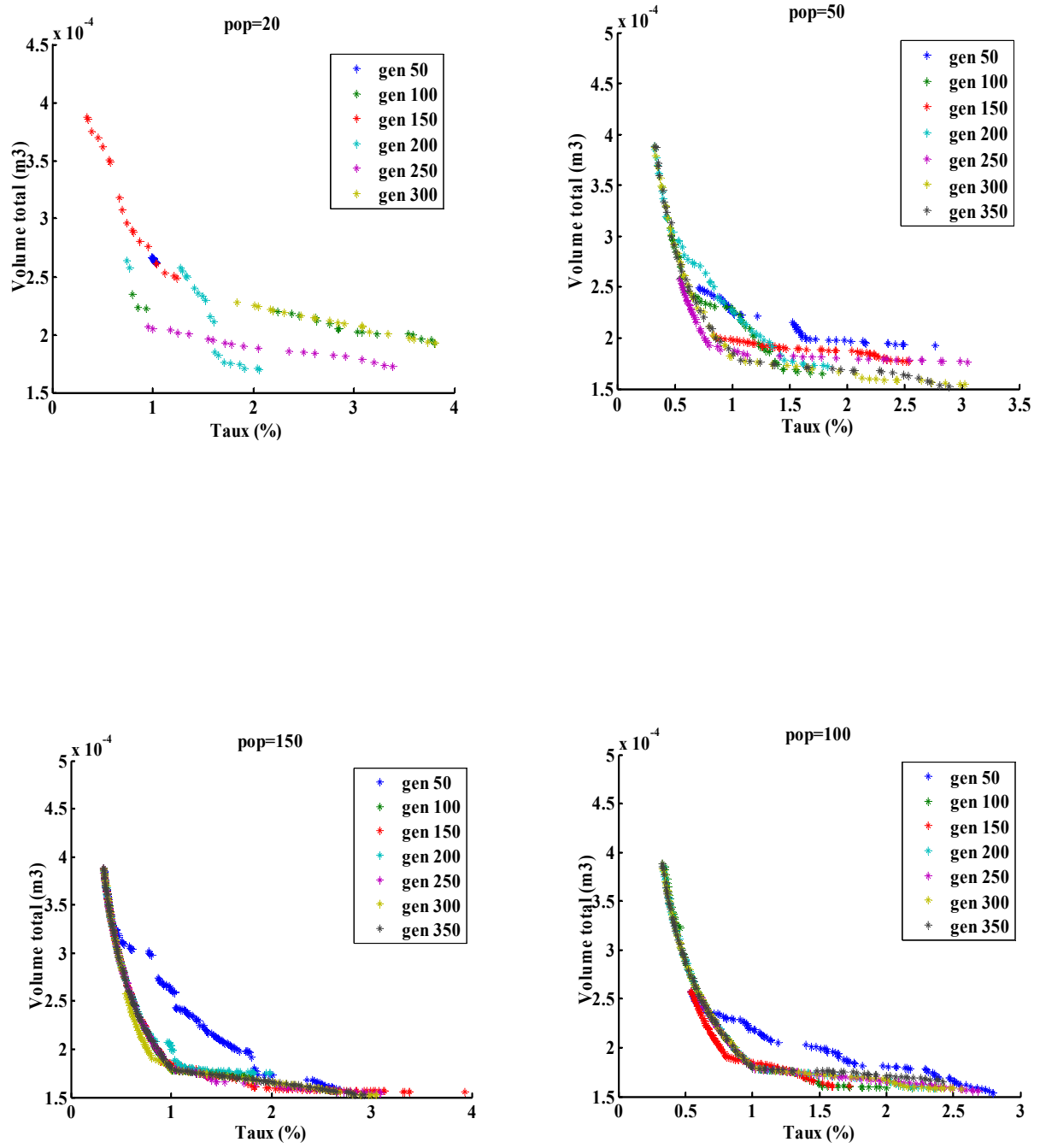


Figure IV.13: Variation de la taille de population et nombre de générations (7 N.m)

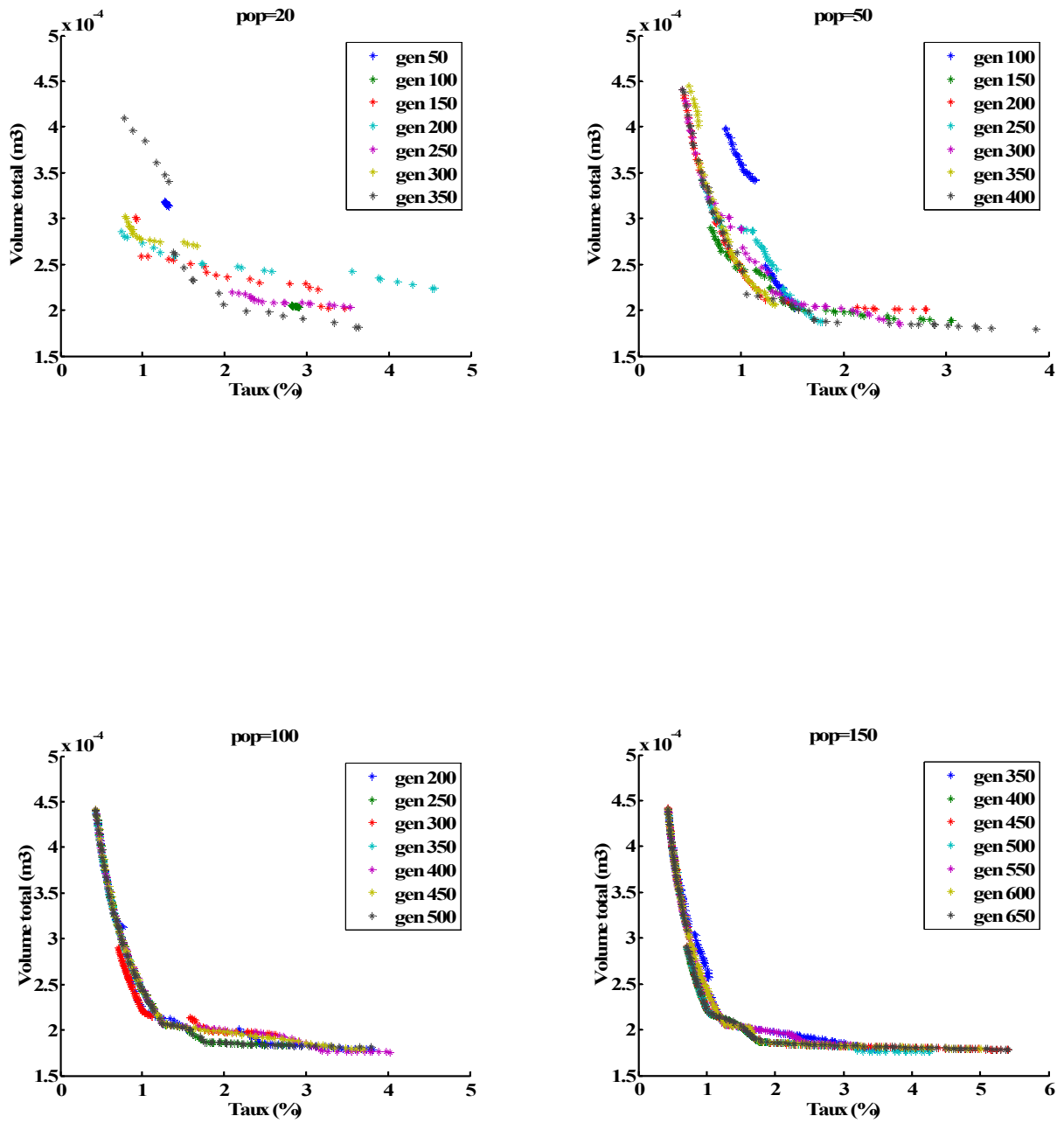


Figure IV.14: Variation de la taille de population et nombre de générations (8 N.m)

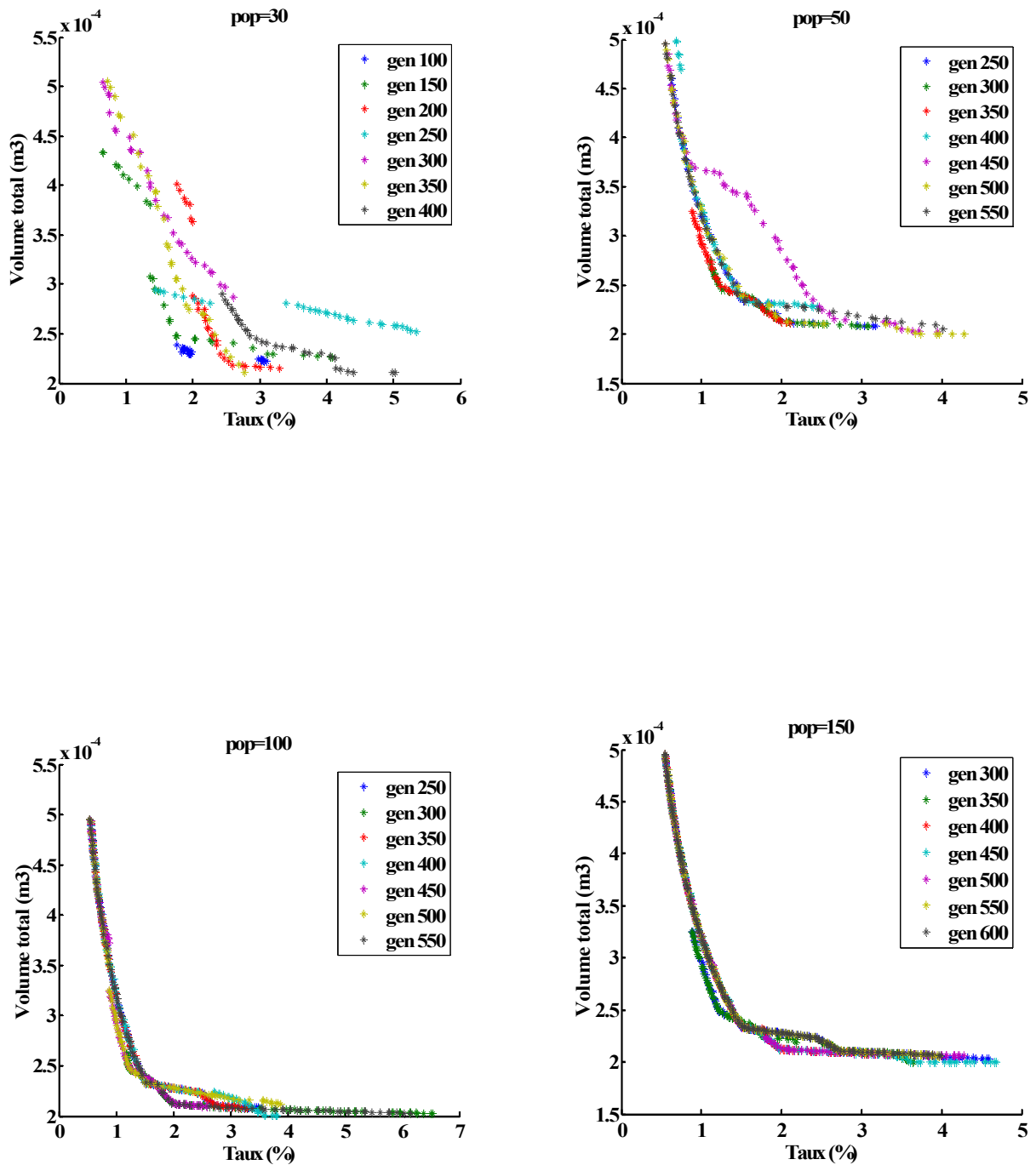
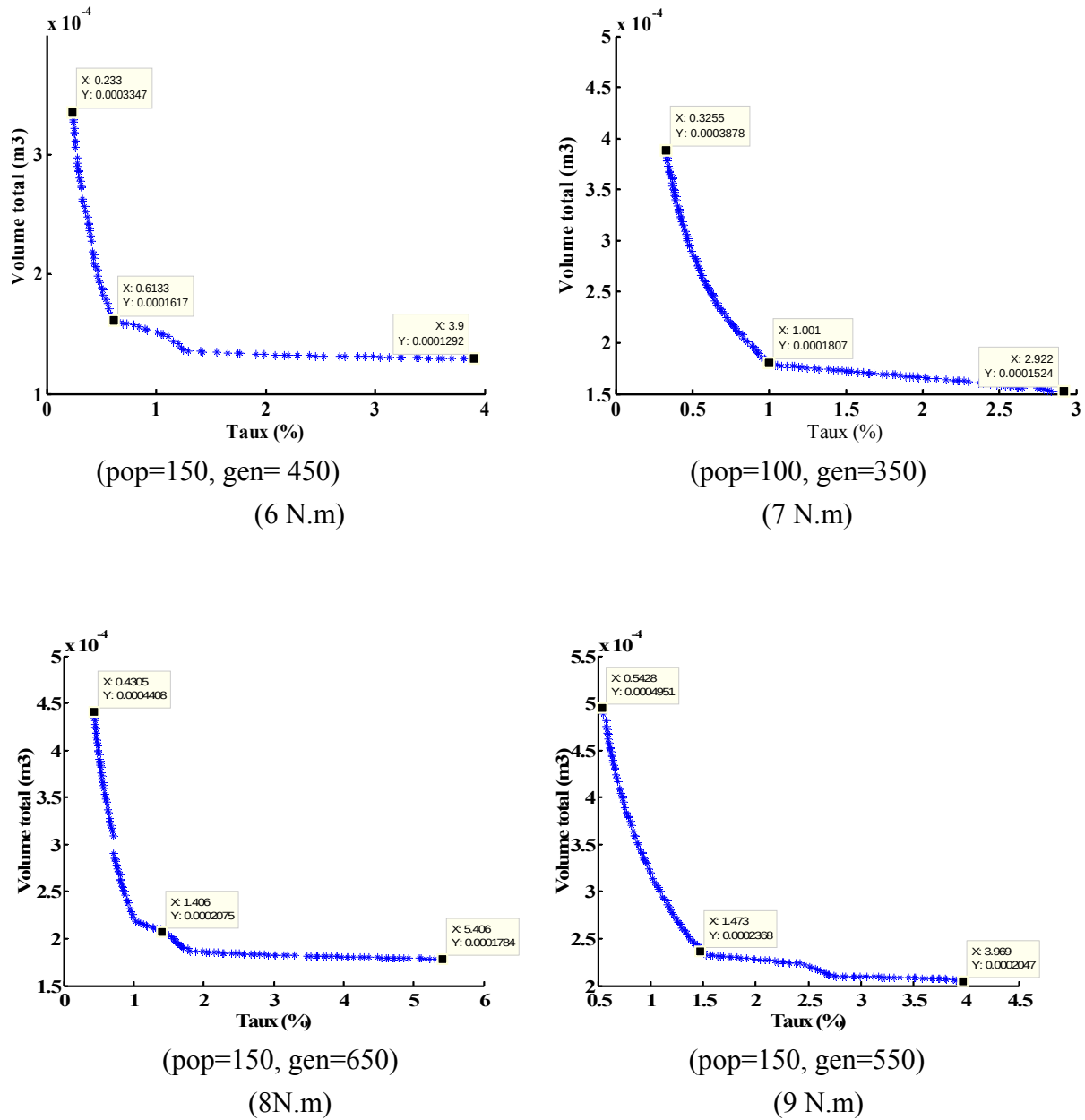


Figure IV.15: Variation de la taille de population et nombre de générations (9 N.m)



FigureIV.16 : Front de Pareto optimal.

IV.5.3. Comparaison des résultats

Les algorithmes génétiques de type *NSGAI* ont montré leur efficacité à trouver les solutions optimales sous forme de front de Pareto. En effet, cet algorithme donne des solutions qui permettent au concepteur d'effectuer, en fonction des exigences du cahier de charges, des compromis possibles entre les deux critères d'optimisation. On observe, par ailleurs, que les

solutions obtenues à partir de l'algorithme mono objectif coïncident avec les deux extrémités du front de Pareto (Tableaux IV.8, IV.9, IV.10 et IV.11).

Tableau IV.8 : Paramètres de la machine avec les deux méthodes (6 N.m)

Couple Moyen (6 N.m)	Optimisation Multi			Optimisation Mono	
Paramètres	L/ Inf	P/Mil	L/Sup	Opt/Volu	Opt/Taux
$R_4(\text{mm})$	73.8	73.8	73.8	73.8	73.8
$R_5(\text{mm})$	76.9	77	77	77	76.9
$R_0(\text{mm})$	50.1	57.6	59.1	59	50.8
$e_a(\text{mm})$	10	7.04	5.3	5.4	9.6
$\theta_0(^{\circ}\text{méc})$	51.4	34.3	40.4	39.6	51.4
$e_c(\text{mm})$	6.8	2.5	2.5	6.6	6.6
$\xi(^{\circ}\text{méc})$	6.6	6.6	2.5	2.5	6.6
$C_{\text{moy}}(\text{N.m})$	6	5.9	5.9	5.9	5.9
$\tau(\%)$	0.23	0.61	3.9	3.4	0.24
$V_{\text{total}}(.10^{-4} \text{ m}^3)$	3.347	1.617	1.293	1.3	3.248

Tableau IV.9 : Paramètres de la machine avec les deux méthodes (7 N.m)

Couple Moyen (7 N.m)	Optimisation Multi			Optimisation Mono	
Paramètres	L/ Inf	P/Mil	L/Sup	Opt/Volu	Opt/Taux
$R_4(\text{mm})$	83.7	83.7	83.7	83.7	83.7
$R_5(\text{mm})$	87	87.1	87.1	87	87
$R_0(\text{mm})$	60	69.2	69.4	60.4	69.7
$e_a(\text{mm})$	10	4.69	4.66	4.99	9.27
$\theta_0(^{\circ}\text{méc})$	51.4	51.3	47.26	50.44	51.4
$e_c(\text{mm})$	6.92	2.73	2.500	3	6.49
$\xi(^{\circ}\text{méc})$	6.6	6.6	2.5	5.6	6.6
$C_{\text{moy}}(\text{N.m})$	6.9	6.9	6.9	7	7
$\tau(\%)$	0.32	1	2.92	3.14	0.35
$V_{\text{total}}(.10^{-4} \text{ m}^3)$	3.878	1.899	1.52	1.54	3.64

Tableau IV.10 : Paramètres de la machine avec les deux méthodes (8 N.m)

Couple Moyen (8 N.m)	Optimisation Multi			Optimisation Mono	
Paramètres	L/ Inf	P/Mil	L/Sup	Opt/Volu	Opt/Taux
$R_4(\text{mm})$	93	93	93	93	93
$R_5(\text{mm})$	97.2	97.4	97.4	97.4	97.2
$R_0(\text{mm})$	68.3	75.7	76.7	76.6	68.7
$e_a(\text{mm})$	10	6.9	5.7	5.8	9.76
$\theta_0(^{\circ}\text{méc})$	51.4	35.8	40.3	39.7	51.4
$e_c(\text{mm})$	6.9	2.5	2.5	2.5	6.7
$\xi(^{\circ}\text{méc})$	6.6	5.5	2.5	2.5	6.6
$C_{\text{moy}}(\text{N.m})$	7.9	7.9	7.9	7.9	7.9
$\tau(\%)$	0.43	1.4	5.406	4.92	0.44
$V_{\text{total}}(.10^{-4} \text{ m}^3)$	4.4082	2.0748	1.7844	1.7924	4.3115

Tableau IV.11: Paramètres de la machine avec les deux méthodes (9 N.m)

Couple Moyen (9 N.m)	Optimisation Multi			Optimisation Mono	
Paramètres	L/ Inf	P/Mil	L/Sup	Opt/Volu	Opt/Taux
R ₄ (mm)	102.8	102.8	102.8	102.8	102.8
R ₅ (mm)	107.5	107.5	107.5	107.4	107.6
R ₀ (mm)	77.6	87.8	87.9	88.1	78.2
e _a (mm)	10	4.7	4.6	4.54	9.7
θ ₀ (°méc)	51.4	51.4	51.3	52.9	51.4
e _c (mm)	7.02	2.5	2.5	2.5	6.5
ξ(°méc)	6.6	6.6	2.5	2.5	6.6
C _{moy} (N.m)	8.9	8.9	8.9	8.9	9
τ (%)	0.54	1.47	3.96	3.75	0.58
V _{total} (.10 ⁻⁴ m ³)	4.9514	2.3679	2.0470	2.0749	4.8115

IV.6 Conclusion

Le travail effectué consiste à rechercher les dimensions géométriques optimales d'une machine synchrone à aimants et à enroulement dans l'entrefer, par des procédures d'optimisations mono et multi objectifs basées sur l'association d'un modèle analytique d'analyse et des algorithmes génétiques. Deux critères sous contraintes sont adoptés : réduction du volume des parties actives (volume des aimants et des conducteurs) et minimisation du taux d'ondulation du couple.

Les algorithmes génétiques de type *NSGAI*, appliqués à un problème multi objectif, ont montré leur efficacité à trouver les solutions optimales sous forme de front de Pareto. En effet, ces solutions correspondent aux meilleurs compromis possibles entre les deux critères d'optimisation. On observe par ailleurs que les solutions obtenues à partir de l'algorithme mono objectif coïncident avec les deux frontières du front de Pareto.

A partir des résultats obtenus, on observe que l'amélioration de la qualité du couple nécessite un volume d'aimants supplémentaire dans le cas de la structure étudiée.

Conclusion Générale

Le travail présenté consiste à développer une méthodologie adaptée au dimensionnement de machines synchrones à aimants et à enroulements dans l'entrefer. Le choix de ces machines, réside dans la forte maîtrise de la technologie et du coût.

Il est nécessaire d'identifier les sources d'ondulations du couple ainsi que les solutions existantes permettant de minimiser ces dernières. Parmi les techniques utilisées, on peut citer l'action sur la structure de la machine. En effet, la suppression de l'encoche statorique favorise la réduction des ondulations du couple par élimination totale du couple de détente. Néanmoins, cette structure se distingue par un large entrefer magnétique nécessitant ainsi l'utilisation d'aimants produisant un flux suffisant.

A travers un modèle analytique de calcul de champ, en 2D, que nous avons développé, nous avons déterminé les expressions analytiques des diverses grandeurs électromagnétiques caractéristiques du fonctionnement de la machine. En faisant apparaître l'influence de divers paramètres. Il constitue ainsi un outil rapide et très efficace pour une analyse paramétrique et pour un pré dimensionnement géométrique.

Sous les mêmes hypothèses et dans les mêmes conditions, les résultats obtenus à l'aide du modèle analytique concordent avec ceux issus d'un code numérique basé sur les éléments finis. Nous avons montré ensuite que les ondulations du couple peuvent être réduites à des niveaux très bas par action sur les paramètres géométriques.

Afin d'optimiser la structure choisie, nous avons présenté des méthodes d'optimisation mono et multi objectifs basées sur les algorithmes génétiques. Ces méthodes ont été testées puis appliquées à la structure en les associant avec le modèle analytique. Deux critères sous contraintes sont adoptés: réduction du volume des parties actives (volume des aimants et des conducteurs) et minimisation du taux d'ondulation du couple.

Les résultats obtenus montrent, qu'il est possible de réduire sensiblement le volume des parties actives et les ondulations du couple.

Les algorithmes génétiques de type *NSGAI* ont montré leur efficacité à trouver les solutions optimales sous forme de front de Pareto. En effet, ces algorithmes donnent des solutions qui permettent au concepteur d'effectuer, en fonction des exigences du cahier de charges, des compromis possibles entre les deux critères d'optimisation. On observe par ailleurs que les solutions obtenues à partir de l'algorithme mono objectif coïncident avec les deux extrémités du front de Pareto

Pour la suite de ce travail,

On peut envisager des études plus poussées en intégrant le mode d'alimentation et la commande dès la phase de la conception de la machine.

On peut également considérer d'autres paramètres en particulier ceux ayant une variation discrète (nombre de paires de pôles, la hauteur des culasses statoriques et rotoriques). La contrainte liée à l'échauffement est également un paramètre important à intégrer dans la procédure d'optimisation.

En fin on peut explorer des méthodes permettant de trouver parmi les solutions optimales du front optimal de Pareto la meilleure solution.

Références Bibliographiques

- [Ait 07]** Y. Ait Gougam, "Modèle inverse et minimisation des ondulations de couple des machines synchrones à aimants à FEM et inductances non sinusoïdales", Thèse de Doctorat d'état ENP Alger Mai 2007.
- [And 01]** J Andersson, "Multiobjective Optimization in Engineering Design", Applications to Fluid Power Systems, Science and Technology.Thesis No 675. Linköpings universitet SE-581 83 Linköping, Sweden , Linköping 2001.
- [Bar 03]** V. Barichard, " Approches hybrides pour les problèmes multi-objectifs". Thèse de doctorat. Spécialité informatique .Ecole Doctorale d'Angers (France). 24 Novembre 2003.
- [Ber 89]** C.Berenger, "Contribution à l'étude d'une machine synchrone à aimants permanents à enroulement dans l'entrefer ". Thèse de Doctorat de l'INPL Nancy (France), Decembre 1989.
- [Ber 99]** S. Bernet, R. Teichmann, A. Zuckerberger, P. K. Steimer, "Comparison of High-Power IGBT's and Hard-Driven GTO's for High- Power Inverters", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 35, N°2, pp 487-496, Mars/ Avril 1999.
- [Ber 00]** A. De Bernardinis, "Etude et optimisation d'un ensemble alternateur à aimants/redresseur commandé. Application à un véhicule hybride", Thèse de Doctorat INPL de Nancy (France), Décembre 2000.
- [Bey 01]** H. Beyer and K. Deb, "On Self-Adaptive Features in Real-Parameter Evolutionary Algorithm". IEEE Trabsactions on Evolutionary Computation, 5(3):250-270, June 2001.
- [Bou 06]** Y. Boutora. "Elaboration de nouvelles methods de rénumérotation des maillage en vue d'une modélisation électromagnétique de machines sychrones à aimants permanents avec la méthode des elements finis " Thèse de Doctorat es sciences ENP Alger Juin 2007.
- [Cho 94]** Y. Cho, J.D. Bae, S.K. Chung, M. J. Youn, "Torque harmonics minimisation in permanents magnetic synchronous motor with back EMF estimation", IEE Proc. Electric. Power Application. Vol. 141, No. 6, pp.323-330, 1994.
- [Cho 99]** D. H. Cho, H. K. Jung, D.J.Sim, " Multi objective optimal design of interior permanent magnet synchronous motors considering improved core loss formula", IEEE Transactions On Energy Conversion, Vol.14.No.4, pp1347-1352, December 1999.
- [Coe01]** C. Coello, A. Carlos. " A Short Tutorial on Evolutionary Multiobjective Optimization".First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Springer-Verlag, Lecture Notes in Computer Science No 1993, pp. 21-40, (2001).

- [Coe 02]** C. Coello, A. Carlos, D.A. Van Veldhuizen. et G.B. Lamont. " Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems" Kluwer Academic Publishers, New York 576 p, (2002).
- [Col02]** Y. Colette ,P. Siarry, Optimisation multiobjectif, Edition Eyrolles, 2002.
- [Cro 02]** J. Cros, P. Viarouge, "Synthesis of high performance PM motors with concentrated windings", IEEE Transactions on Energy Conversion, Volume 17, Issue 2, pp 248 – 253, Juin 2002.
- [Deb 95]** K. Deb and R. B. Agarwal. "Simulated Binary Crossover for Continuous Search Space". Complex Systems, 9:115-148, April 1995.
- [Deb 99]** K. Deb, "Multiobjective Genetic Algorithms: Problem Difficulties and Construction of Test Problems", Evolutionary Computation 7(3): 205-230, 1999.
- [Deb 00]** K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap, and T. Meyarivan. "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II" In Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI (PPSN-VI), pages 849,858, 2000.
- [Deb 01]** K. Deb, A. Pratap, and T. Meyarivan. "Constrained test problems for multi-objective evolutionary optimization" In Proceedings of Evolutionary Multi-Criterion Optimization, pages 284-298, 2001. Chichester, U.K.: Wiley, 2001.
- [Deb 02]** K Deb, Pratap A., S Agarwal. et T Meyarivan. "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II " IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 6, No 2, pp.182–197, (2002).
- [Deo 96]** R. P. Deodhar, D.A. Staton, T. M. Jahns & J. E. Miller, "Prediction of Copping Torque Using the Flux-MMF Diagram Technique", IEEE Trans. On ind. Applicat, vol.32, No 3pp, 569-567, May/June 1996.
- [Dur 68]** Durand , "Magnétostatique" Editions Masson et Cie, 1968.
- [Eri 01]** Erickson M., Mayer A. et Horn J. "The Niched Pareto Genetic Algorithm 2 Applied to the Design of Groundwater Remediation Systems". First International Conference on Evolutionary Multi- Criterion Optimization, pp. 681-695. Springer-Verlag. Lecture Notes in Computer Science, No 1993, pp. 681-695, (2001).
- [Fav 93]** E. Favre, L. Cardeletti, M. Jufer, "Permanent magnet synchronous motors: A comprehensive Approach to cogging torque suppression", IEEE Transactions On Industry Applications. Vol.29.No.6, pp1141-1149, November/December 1993.
- [Fit 02]** E. Fitan, F. Messine, B. Nogarede, "A General Analytical Model of Electrical Permanent Magnet Machine, dedicated to Optimal Design", International conference on electrical machines ICEM, Brugge, Belgium, 25-28 August 2002.

- [Fon 93]** C.M. Fonseca and P.J. Fleming. "Genetic algorithms for multi-objective optimization: formulation, discussion and generalization" In Proceedings of The Fifth International Conference on Genetic Algorithms, pages 416- 423, 1993.
- [Gan 97]** X. Gandibleux, N. Mezdaoui, and A. Freville. "A multiobjective tabou search procedure to solve combinatorial optimization problems". In Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, volume 455, pages 291- 300 Springer, 1997
- [Gas 04]** L. Gasc " Conception d'un actionneur à aimants permanents à faibles ondulations de couple pour assistance de direction automobile : Approches par la structure et par la commande ". Thèse de Doctorat, INP Toulouse (France), Novembre 2004.
- [Gol 89]** D.E. Goldberg "Genetic algorithms for search, optimization, and machine learning" Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.
- [Had 94]** L. Hadjout, "Analyse des performances électromagnétiques d'une machine synchrone autopilotée à aimants à rotor lisse", Thèse de Magister, ENP Alger, Juin 1994.
- [Had 06]** L. Hadjout, "Dimensionnement de machines synchrones à aimants montés sur la surface rotorique", Thèse de Doctorat d'état ENP Alger Décembre 2006.
- [Har 93]** S. Harmin, "Etude analytique de machines synchrones à aimants permanents", Thèse de Doctorat de l'INPG, Dec 1993.
- [Her98]** Herrera. F., Lozano. M., and Verdegay. J. L., "Tacking real-coded Genetic Algorithm: Operators and tools for Behavioral Analysis". Artificial Intell. Rev, vol. 12,pp. 265-319, 1998.
- [Hes 82]** D. E. Hesmondhalgh . D.Tipping ; " Slotless construction for small synchronous motors using samarium cobalt magnets ", IEEE Proceeding, vol. 129, pt. B,No 5, Sept 1982, pp.251-261.
- [Hol 03]** S. R. Holm, "Modelling and optimization of a permanent magnet machine in a flywheel", Doctorate thesis, Technical university of Delft, November 2003.
- [Hol 75]** J.H. Holland. "Adaptation in natural and artificial systems" PhD thesis, University of Michigan Press, 1975
- [Hor 94]** Horn J., Nafpliotis N. et D.E. Goldberg. "A Nished Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization». Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation, IEEE World Congress on Computational Intelligence, Vol. 1, pp. 82-87, Piscataway, New Jersey, (1994).
- [Ibt 93]** R. Ibtouen, "Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone autopilote à aimants Insérés" Thèse de Doctorat d'Etat de l'E.N.P d'Alger, Avril 1993.

- [Ier 03]** R.Ierusalimschy, L.H. De Figueiredo, W. Celes, Lua Programming language 5.0 Reference Manual April 2003. site internet <http://www.lua.org>.
- [Kan 94]** M. Kant, "Actionneur à collecteur à aimants permanents" Technique d'Ingénieurs, D36965, pp. 1-29, 1994.
- [Lac]** G. Lacroux, "Les Aimants Permanents", Edition technique et documentation, Paris.
- [Lat 06]** R.Lateb; " Modélisation des machines asynchrones et synchrone à aimants avec prise en compte des harmoniques d'espace et de temps : Application à la propulsion marine par POD ". Thèse de doctorat de l' INPL de Nancy (France), octobre 2006.
- [Luk 04]** M. Łukaniszyn, M. JagieŁa, and R. Wróbel "Optimization of Permanent Magnet Shape for Minimum Cogging Torque Using a Genetic Algorithm" IEEE Transactions On Magnetics, Vol.40, No 2 , 1228-1231, March 2004.
- [Mee 06]** D. Meeker, "Finite Element Method Magnetics (FEMM): a free magnetic finite element package for windows", <http://www.femm.foster-miller.net>.
- [Mes 98]** F.Messine, B.Nogarede, J.L.Laguanelle "Optimal design of electromechanical actuators: a new method based on global optimization." IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 34, No 1, pp. 299-308, January1998.
- [Mez 04]** S. Mezani,"Modélisation électromagnétique et thermique des moteurs à induction en tenant compte des harmoniques d'espace", Thèse de Doctorat INPL de Nancy (France), Juillet 2004.
- [Min 83]** M. Minioux, "Programmation Mathématique théorie et algorithmes" tome1, Editions DUNOD 1983.
- [Nog 90]** B. Nogarede, " Etude de moteurs sans encoches à aimants permanents de forte puissance à basse vitesse", Institut National Polytechnique de Toulouse, juin 1990.
- [Oua 97]** Y. Ouazir,"Calcul des performances d'une machine synchrone à aimants permanents à entrefer lisse", Thèse de Magister, ENP Alger, Juillet 1997.
- [Pre 86]** W. H. Press, B. R. Flannery, S. A Tukolsky, W. T. Vetterling, "Numerical recipes the art of scientific computing" Cambridge University Press, Edition 1986, 797p.
- [Rag 04]** M. M. Raghuwanshi and O. G. Kakde. "Survey on multiobjective evolutionary and real coded genetic algorithms". In Proceedings of the 8th Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems, pages 150-161, 2004.
- [Reg03]**J. Regnier,"Conception de systèmes hétérogènes en Génie Electrique par optimisation évolutionnaire multicritère". Thèse de Doctorat. INP de Toulouse (France), Décembre 2003.
- [Ren]** J. M. Renders, "Algorithmes génétiques et réseaux de neurones", Editions Hermes, Paris.

- [Rus 90]** S. Russenschuck, "Mathematical optimization techniques for the design of permanent magnet synchronous machine based on numerical field calculation"; IEEE Transactions On Magnetics, Vol- Mag -26, pp. 638-641, 1990.
- [Sai]** J. Saint-Michel, ' Bobinage des machines tournantes à courant alternatif', Techniques de l'ingénieur D3420.
- [Seb 96]** T. Sebastian, V. Gangla, "Analysis of induced emf waveform and torque ripple in a brushless permanent magnet machine ", IEEE Trans. On Ind. Applicat, vol. 32, No1, pp 195-200, Jun/Feb 1996.
- [Sil 90]** P.P.Silvester, R.L. Ferarri. "Finite element for electrical engineer" Cambridge University Press, Second Edition, 1990.
- [Sit 87]** A. M. Sitzia., B.J. Chalmars, " Electromlagnetic design of Brushless DC motor with slotless stator", IEEE 3rd International Conference on Electrical Machines and Drives, Nov 1987, pp.260-264.
- [Sri 94]** N. Srinivas and Kalyanmoy Deb. "Multiobjective Optimization Using Nondominated Sortingin Genetic Algorithms". Evolutionary Computation, 2(3):221 - 248, 1994.
- [Tai 02]** S. Taibi, "Contribution à l'étude, la conception, le dimensionnement et l'optimisation de machines à réluctance variable de type Vernier", Thèse de l'UST de Lille (France) Juillet 2002.
- [Tou 81]** G.Touzot, G.Dhatt, "Une présentation de la méthode des éléments finis ", MALOINE S.A.éditeur, 543p, Paris 1981.
- [Zit99]** E. Zitzler, "Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications", PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, Switzerland, 1999.

ANNEXES

Annexe1

Calcul des constantes du potentiel vecteur magnétique créés par les aimants

La résolution des équations (I.22) et (I.23) par la méthode de séparation de variables, donne les expressions des potentiels vecteurs suivantes :

Dans l'entrefer mécanique :

$$A_{ez}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} [e_{1an} r^{np} + e_{2an} r^{-np}] \sin(np\theta) \quad (1)$$

Dans les aimants :

$$A_{az}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} [a_{1n} r^{np} + a_{2n} r^{-np} + \psi_n(r)] \sin(np\theta) \quad (2)$$

Avec : $\psi_n(r)$ représente la solution particulière de l'équation (I.22), exprimée par :

$$\Psi_n(r) = \begin{cases} \frac{npM_m}{n^2p^2 - 1} r & \text{si } n^2p^2 \neq 1 \\ -\frac{1}{2} npM_m r \ln r & \text{si } n^2p^2 = 1 \end{cases}$$

Dans ce cas, les conditions aux limites et d'interfaces qui permettent de calculer ces différentes constantes, sont :

- $r=R_0$

$$A_{f\text{-rotor}}(r, \theta) = 0$$

- $r=R_1$

$$\begin{cases} \frac{1}{\mu_a} \frac{\partial A_{az}(r, \theta)}{\partial r} = \frac{1}{\mu_f} \frac{\partial A_{fr}(r, \theta)}{\partial r} \\ A_{az}(r, \theta) = A_{fr}(r, \theta) \end{cases} \quad (3)$$

- $r = R_2$

$$\begin{cases} \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{ez}(r, \theta)}{\partial r} = \frac{1}{\mu_a} \frac{\partial A_{az}(r, \theta)}{\partial r} \\ A_{ez}(r, \theta) = A_{az}(r, \theta) \end{cases} \quad (4)$$

- $r=R_4$

$$\begin{cases} \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_{fz}(r, \theta)}{\partial r} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{ez}(r, \theta)}{\partial r} \\ A_{fs}(r, \theta) = A_{ez}(r, \theta) \end{cases} \quad (5)$$

$$\bullet \quad r=R_5$$

$$A_{f\text{-stator}}(r, \theta)=0 \quad (6)$$

Après calcul, le système matriciel à résoudre pour déterminer les constantes devient :

$$M \cdot \begin{pmatrix} e_{1an} \\ e_{2an} \\ a_{1n} \\ a_{2n} \end{pmatrix} = S \quad (7)$$

Avec :

$$M = \begin{pmatrix} R_2^{2np} & -1 & 0 & 0 \\ R_1^{2np} & 1 & -R_1^{2np} & -1 \\ \mu_r R_1^{2np} & -\mu_r & -R_1^{2np} & +1 \\ 0 & 0 & R_0^{2np} & -1 \end{pmatrix}, \text{ et } S = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_n(R_1) \cdot R_1^{np} \\ \psi'_n(R_1) \cdot \frac{R_1^{np+1}}{np} \\ -\frac{\psi'_n(R_0)}{np} \cdot R_0^{np+1} \end{pmatrix}$$

En utilisant la même procédure, nous avons calculé les constantes d'intégration du potentiel vecteur magnétique créé par les conducteurs

Annexe2

Calcul de la densité volumique des courants

1.Calcul de la densité de courant de la phase a

$$J_a = \sum_{n=1}^{\infty} J_{an} \cos np\theta_s$$

$$J_{an} = \frac{1}{T} \int_0^T J_a \cos(np\theta_s) \partial\theta = \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} J_a \cos(np\theta) \partial\theta$$

Avec :

$$J = \frac{NI_a}{S}, \quad S = \int_{R_3}^{R_4} r \partial r \partial\theta = \frac{\xi}{2} (R_4^2 - R_3^2), \quad I_a(t) = I_0 \cos(\omega t)$$

Donc :

$$J_{an} = \frac{2.2}{p} \frac{\pi}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2\pi}}^{\frac{\pi}{2\pi}} J_a \cos(np\theta_s) d\theta = \frac{4pNI_a}{\pi S} \int_{\frac{\tau_d - \xi}{2}}^{\frac{\tau_d + \xi}{2}} \cos(np\theta_s) d\theta = \frac{4pNI_a}{\pi S} \frac{1}{np} 2 \cos(np \frac{\tau_d}{2}) \sin(np \frac{\xi}{2})$$

$$J_{an} = \frac{4pNI_a}{\pi(R_4^2 - R_3^2)} K_{bn}$$

Avec :

$$K_{bn} = K_{fn} K_{dn} = \frac{\sin(np \frac{\xi}{2})}{np \frac{\xi}{2}} \frac{\sin(np \tau_d)}{2 \sin(np \frac{\tau_d}{2})}$$

Finalement on obtient :

$$J_a = \frac{4pNI_0}{\pi(R_4^2 - R_3^2)} \sum_{n=1}^{\infty} K_{bn} \cos(np\theta_s) \cos(\omega t)$$

2. Densité de courant des phases b et c

$$J_b = \frac{4pNI_0}{\pi(R_4^2 - R_3^2)} \sum_{n=1}^{\infty} K_{bn} \cos(np\theta_s - \frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$J_c = \frac{4pNI_0}{\pi(R_4^2 - R_3^2)} \sum_{n=1}^{\infty} K_{bn} \cos(np\theta_s + \frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

$$J_a = \frac{4pNI_0}{\pi(R_4^2 - R_3^2)} \sum_{n=1}^{\infty} K_{bn} (\frac{1}{2} \cos(np\theta_s - \omega t) + \frac{1}{2} \cos(np\theta_s + \omega t))$$

$$J_b = \frac{4pNI_0}{\pi(R_4^2 - R_3^2)} \sum_{n=1}^{\infty} K_{bn} (\frac{1}{2} \cos(np\theta_s - \omega t - (n-1)\frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{2} \cos(np\theta_s + \omega t - (n+1)\frac{2\pi}{3}))$$

$$J_b = \frac{4pNI_0}{\pi(R_4^2 - R_3^2)} \sum_{n=1}^{\infty} K_{bn} (\frac{1}{2} \cos(np\theta_s - \omega t + (n-1)\frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{2} \cos(np\theta_s + \omega t + (n+1)\frac{2\pi}{3}))$$

Calcul de la densité équivalente

$$J = J_a + J_b + J_c$$

$$J(\theta_s, t) = \frac{3}{2} \sum_{n=1}^{\infty} J_n \cos(np\theta_s + v\omega t) \text{ où } J_n = \frac{4pNI_0}{\pi(R_4^2 - R_3^2)} K_{bn}$$

$$\text{Avec : } v = \begin{cases} -1 & \sin = 6m + 1 \\ +1 & \sin = 6m - 1 \end{cases}$$

Annexe3

Calcul du couple électromagnétique instantané

$$\Gamma(\theta) = 2pL_u \int_{R_4}^{R_3} \int_0^{\tau_p} J(\theta_s) B_r(r, \theta) r^2 \partial r \partial \theta$$

Où : $J(\theta)$ est la densité équivalente des courants

$$J(\theta_s) = \frac{3}{2} \sum_{n_1=1}^{\infty} J_{n_1} \cos(n_1 p \theta_s + \omega t)$$

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_e(r, \theta)}{\partial r} = \sum_{n_2} n_2 p (e_{1n_2} r^{n_2 p - 1} + e_{2n_2} r^{-n_2 p - 1}) \cos n_2 p \theta$$

Si : $n_1 = n_2$

$$\Gamma(\theta) = 2pL_u \int_{R_4}^{R_3} \int_0^{\tau_p} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2} J_n \cos(np \theta_s + \omega t) np (e_{1n} r^{np-1} + e_{2n} r^{-np-1}) r^2 \cos(np \theta) \partial r \partial \theta$$

On a : $\theta_s = \theta + \theta_0 + \Omega t$

$$\Gamma(\theta) = \frac{3}{2} \pi p \sum_{n=1}^{\infty} n J_n \left[\frac{e_{1n}}{np+2} (R_4^{np+2} - R_3^{np+2}) - \frac{e_{2n}}{np-2} (R_4^{-np+2} - R_3^{-np+2}) \right] \cos(np \theta_0 + (n + \omega) \omega t)$$

$$\text{Avec : } \omega = \begin{cases} -1 & \text{si } n = 6m + 1 \\ +1 & \text{si } n = 6m - 1 \end{cases}$$

Annexe 4

Structure de l'Algorithme NSGA-II

La structure de l'algorithme *NSGAII*, utilisée dans notre travail, est définie par les étapes suivantes:

1- Initialisation de la population

Génération aléatoire de la population initiale selon la loi de distribution uniforme.

2- Tri selon la non dominance

La population initiale est triée selon un critère de non-dominance. La procédure de tri est décrite de la manière suivante :

- Pour chaque individu p de la population principale P :
- Initialiser $S_p = \emptyset$ l'ensemble qui contient tous les individus qui sont dominés par p .

- Initialiser $n_p = 0$ qui correspond au nombre des individus qui dominant p .
- Pour chaque individu q dans P .
 - Si p domine q , donc ajouter q à l'ensemble ($S_p = S_p \cup \{q\}$).
 - Si q domine p , donc incrémenter le compteur de domination pour p ($n_p = n_p + 1$).
- Si $n_p = 0$ (inexistence d'individu qui domine p), donc p appartient au premier front ; régler alors le rang des individus à 1 ($p_{rang} = 1$) en ajoutant p au front 1 ($F_1 = F_1 + \{p\}$).
- Ce tri est effectué pour tous les individus de la population principale P .
- Initialiser le compteur de front à 1. ($i = 1$).
- Continuer tant que le i^{eme} front n'est pas vide. ($F_i \neq \emptyset$).
- $Q = \emptyset$. L'ensemble pour stocker les individus pour $(i + 1)^{th}$ front.
- pour chaque individu q dans le front F_i
 - Pour chaque individu q dans S_p (S_p est l'ensemble des individus qui dominant p).
 - $n_q = (n_q - 1)$ (décrémenter le conteur de domination pour q).
 - Si $n_q = 0$, donc il n'existe pas des individus dans le suivant qui dominant q . par conséquent, $q_{rank} = i + 1$ et $Q = Q \cup q$.
- Incrémenter le conteur des fronts par 1. ($i = i + 1$).
- L'ensemble Q est le prochain front, par conséquent $F_i = Q$.

3- Distance de crowding: Une fois les différents fronts sont identifiés selon la non dominance, les individus seront sélectionnés à base de front et distance de crowding. Donc, chaque individu de la population aura une valeur de la distance de crowding. La distance de crwding est calculée comme suit :

- Pour chaque front F_i , n est le nombre des individus.
 - Initialiser la distance de tous les individus à 0. ($F_i(d_j) = 0$), avec j correspond au j^{eme} individu du front F_i .
 - Pour chaque fonction objective m
 - Trier les individus du front F_i selon la valeur de l'objectif m . $I = Trier(F_i, m)$

➤ Pour chaque individu dans F_i , les individus possédant les frontières se voient associés une distance infinie (∞). ($I(d_1) = \infty$ et $I(d_n) = \infty$).

➤ Pour $k = 2$ à $(n - 1)$

$$- I(d_k) = I(d_k) + \frac{I(k+1).m - I(k-1).m}{f_m^{\max} - f_m^{\min}} \quad (1)$$

- $I(k).m$ est la valeur de m^{eme} fonction objective du k^{eme} individu dans I.

Donc, la distance de crowding est la différence normalisée des fonctions objectives de deux solutions adjacentes.

4- Sélection : Une fois toutes les distances de tous les individus sont calculées, la sélection est effectuée en utilisant l'opérateur de comparaison (crowded comparison-operator ($\prec_n$)). La comparaison est basée sur :

1) Les fronts selon la non dominance p_{rank} c,à,d les individus du front F_i ont le rang i

$$(p_{rank} = i).$$

2) La distance de crowding $F_i(d_j)$

➤ $p \prec_n q$ si

$$- p_{rank} < q_{rank}$$

- Si p et q appartiennent au même front F_i , donc $F_i(d_p) > F_i(d_q)$.

Notons que l'opérateur de comparaison ($\prec_n$) permet d'identifier l'ordre de préférence entre deux solutions.

5- Opérateurs génétiques : les AGs en codage réel utilisent le croisement binaire simulé (Simulated Binary Crossover (SBX)) [deb 1995] [1] et la mutation polynomiale (polynomiale mutation).

5-1 Croisement binaire simulé (SBX) : le (SBX) simule le croisement binaire et il est donné par :

$$\begin{cases} c_1 = \frac{1}{2}[(1-\beta)p_1 + (1+\beta)p_2] \\ c_2 = \frac{1}{2}[(1+\beta)p_1 + (1-\beta)p_2] \end{cases} \quad (2)$$

Avec : c_i est le i^{eme} enfant, p_i est le parent sélectionné et β (≥ 0) est un échantillon provenant d'un nombre aléatoire généré et a la densité :

$$\begin{cases} p(\beta) = \frac{1}{2}(n_c + 1)\beta^{n_c} & \text{si } 0 \leq \beta \leq 1 \\ p(\beta) = \frac{1}{2}(n_c + 1)\beta^{\frac{1}{n_c+2}} & \text{si } \beta > 1 \end{cases} \quad (3)$$

Cette distribution peut être obtenue à partir d'un nombre aléatoire $u \in (0,1)$. n_c est l'indice de croisement. Cette dernière est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \beta(u) = (2u)^{\frac{1}{n_c+1}} & \text{si } u \leq 0.5 \\ \beta(u) = \frac{1}{[2(1-u)]^{\frac{1}{n_c+1}}} & \text{si autres} \end{cases} \quad (4)$$

Où μ est une variable aléatoire uniformément répartie dans l'intervalle $[0,1]$ et η_c un paramètre réel non négatif qui caractérise la forme de la distribution des enfants par rapport aux parents de forte valeur de η_c engendre de forte probabilité de retrouver un enfant dans le voisinage local des parents.

5-2 Mutation polynomiale : elle est donnée par la relation suivante

$$c_k = p_k + (p_k^u - p_k^l)\delta_k \quad (5)$$

Avec : c_k désigne l'enfant, p_k^u et p_k^l désignent respectivement la limite inférieure et la limite supérieur.

Le paramètre δ_k est calculé à partir de la distribution polynomiale en utilisant :

$$\delta_k = \begin{cases} (2r_k)^{\frac{1}{n_m+1}} - 1 & \text{si } r_k < 0.5 \\ 1 - [2(1-r_k)]^{\frac{1}{n_m+1}} & \text{si } r_k \geq 0.5 \end{cases} \quad (6)$$

Avec : n_m est l'indice de mutation, r_k est un nombre aléatoire entre 0 et 1.

6- Recombinaison et sélection : Le processus de croisement, mutation, sélection et tri selon la non dominance et distance de crowding continu, avec la génération suivante, jusqu'à un critère d'arrêt.

ملخص

تتناول هذه الرسالة منهجية لتحديد الأبعاد الهندسية للآلات الكهربائية ذات المغناطيس الدائم المركب على مساحة الدوار. تهدف الخطة إلى استخراج نموذج مبني على حل معادلات المجال المغناطيسي بصيغة تحليلية للدراسة النوعية للنتائج القياسية لهذه الآلات. استعملت طريقة العناصر المنتهية للتدقيق في تحليل النتائج القياسية. هذا النموذج المستتب لحساب المجال المغناطيسي تم دمجها في عملية تعيين محددات أحادية و متعددة الأهداف للآلة المبنية على الخوارزميات الجينية. الهدف المتوخى هو إيجاد الخاصيات الهندسية المثلى للآلة المدروسة.

الكلمات المفتاحية: آلة ذات المغناطيس , نموذج الكتر ومغناطيسي, طريقة تحليلية, العناصر المنتهية, تحديد متعدد الأهداف, الخوارزميات الجينية.

Résumé

Ce mémoire présente une méthodologie adaptée au dimensionnement de machines synchrones à aimants montés sur la surface du rotor et à enroulements dans l'entrefer. La démarche consiste, dans une première phase à développer un modèle de calcul du champ magnétique en 2D. On a ainsi élaboré un modèle utilisant des solutions analytiques pour effectuer une étude qualitative sur les performances de la machine étudiée et un modèle basé sur les éléments finis pour affiner l'analyse de ces performances. Finalement, nous avons associé le modèle développé à des procédures d'optimisation mono et multi objectifs basés sur les algorithmes génétiques pour optimiser la machine étudiée. L'objectif étant de rechercher les dimensions de la machine qui minimisent les ondulations du couple et réduisent le volume occupé par les aimants et les conducteurs.

Mots clés : machines à aimants, modélisation électromagnétique, méthode analytique, éléments finis optimisation multi objectif, algorithmes génétiques

Abstract

This thesis presents a design methodology for a slotless synchronous machine with surface mounted permanent magnets. Firstly, it consists to develop 2D models for calculating the magnetic field distribution. Thus, an analytical method is presented for analyzing the machine performances. Another one model based on finite element method is developed to refine this analysis. Finally, the procedures that combine the developed field analysis model with a mono and multi-objective optimization routine based on genetic algorithms have been performed to the studied machine. The objective is to find a set of design parameters that minimizes the torque ripple and reduce the total volume of magnets and winding.

Key words: Permanent magnet (PM) machines, electromagnetic model, analytical model, finite-element model, multi-objective optimization, genetic algorithms.