

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
« HOUARI BOUMEDIENE »
FACULTE DE PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **MAGISTER**

EN : PHYSIQUE

Spécialité : Physique des Matériaux

Par : **Mr. SAIT Smail**

Sujet

**Utilisation du mode de Lamb A_0 , aux bas produits fréquence - épaisseur,
pour la mesure d'épaisseur de plaques métalliques minces**

Soutenu publiquement le 04 /07/2009, devant le Jury composé de :

M. A. TALEB	Professeur	U.S.T.H.B.	Président
M. F. BOUBENIDER	Professeur	U.S.T.H.B.	Directeur de thèse
M. M. KECHOUANE	Professeur	U.S.T.H.B.	Examineur
M. T. BOUTKEDJIRT	Maître de Conférences	U.S.T.H.B.	Examineur
M. N .HAÏNE	Maître de Conférences	U.S.T.H.B.	Examineur

Remerciements

Ce travail a été réalisé au laboratoire de Physique des Matériaux, équipe de recherche « Ondes et Acoustique » de la faculté de physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène.

*Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance et mes sincères remerciements au Professeur **F. BOUBENIDER** pour m'avoir accueilli dans son équipe de recherche. Durant ma formation, j'ai pu profiter de sa riche expérience pour approfondir mes connaissances dans le domaine de l'Acoustique. Je tiens à lui exprimer ma gratitude pour m'avoir guidé tout au long de cette thèse. Ainsi que pour tous les conseils avisés, qu'il a bien voulu me donner.*

*Je suis très sensible à l'honneur que me fait le Professeur **A. TALEB**, en acceptant de présider le jury de cette thèse. Je lui en suis très reconnaissant et je l'en remercie vivement.*

*J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur **M. KECHOUANE**, professeur à l'U.S.T.H.B., pour avoir accepté de participer au jury et pour l'intérêt qu'il porte à ce travail.*

*J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur **T. BOUTKEDJIRT**, Maître de Conférences à l'U.S.T.H.B., pour l'intérêt qu'il porte à ce travail et pour l'honneur qu'il me fait en étant membre du jury.*

*J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur **N.HAÏNE**, Maître de Conférences à l'U.S.T.H.B., pour l'intérêt qu'il porte à ce travail et pour l'honneur qu'il me fait en étant membre du jury.*

*Je remercie également mes collègues de l'équipe « **Ondes et Acoustique** » (M. AITOUARABI; H. ZITOUNE ; M. MEBARKI ; Y. ABBAS ; S. TOUMI ; H. DAOUI) pour leur soutien et leurs encouragements.*

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

La mémoire de ma mère.

A Mon père.

Et à tous mes amis.

Sommaire

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre I

Méthodes de mesures d'épaisseur

I.1. Introduction.....	4
I.2. Méthodes destructives.....	4
I.2.a. La coulométrie.....	5
I.2.b. La méthode optique.....	5
I.3. Méthodes non-destructives.....	5
I.3.a. Les méthodes magnétiques	5
I.3.b. L'induction magnétique	5
I.3.c. Les courants de Foucault	6
I.3.d. Le contrôle par ultrasons.....	7
I.3.d.1. Mesure d'épaisseur par les modes A-scan et B-scan	8
I.3.d.2. Mesure de variation d'épaisseur (cadence de réduction).....	9
I.3.e. La technique capacitive.....	9
I.3.f. L'inspection Télé-opérée.....	9
I.3.h. Techniques spectrométriques.....	10
I.3.h.1. La fluorescence X	10
I.3.h.2. La rétrodiffusion β	11
I.3.h.3. La radiographie X.....	12

Chapitre II

Etude théorique des ondes de Lamb

II.1. Introduction.....	13
II.2. Elasticité linéaire : Loi de Hooke	13
II.3. Elasticité dynamique : équation de propagation.....	15

II.4. Ondes planes en milieu illimité.....	15
II.5. Ondes de Lamb (ondes de plaque).....	16
II.5.1. Courbes de dispersion.....	17
II.5.2. Résolution numérique de l'équation de Rayleigh-Lamb.....	21
II.5.3. Vitesse de phase	22
II.5.4. Vitesse de groupe	22

Chapitre III

Etude analytique de l'équation de Rayleigh-Lamb

III. Etude analytique de l'équation de Rayleigh-Lamb.....	25
III.1. Vitesse de phase aux très bas produits fréquence-épaisseur.....	25
III.2. Limite de la méthode	29

Chapitre IV

Partie expérimentale

IV.1. Introduction.....	31
IV.2. Montage expérimental	31
IV.3. Génération du mode de Lamb A_0	33
IV.3.1. Méthode de génération par contact direct.....	33
IV.3.2. Méthode de génération par sabot interposé.....	36
IV.4. Résultats expérimentaux.....	41
IV.5. Interprétation de résultats.....	42
IV.6. Application au contrôle non destructif.....	42
IV.6.a. Mesure du temps de décalage en utilisant la fonction d'intercorrélation	43
IV.6.1. Détection de la variation d'épaisseur.....	44
Conclusion.....	50
Bibliographie.....	52

Introduction

La corrosion peut attaquer presque tout ce qui est métallique. Elle entraîne chaque année des pertes matérielles considérables pour l'industrie et la collectivité [1]. Plus grave encore, la corrosion peut causer des dommages irréversibles à l'environnement et même des pertes en vie humaine [2]. En effet, la corrosion est susceptible d'affecter les appareils et structures en service en provoquant de graves altérations. La mesure de l'épaisseur résiduelle des parois des tuyaux, des tubes ou des réservoirs, qui peuvent être corrodés de l'intérieur, devient une question particulièrement importante dans l'industrie pétrochimique et chez les producteurs d'énergie [3]. Une inspection visuelle est souvent incapable de détecter cette corrosion à moins de couper ou d'altérer le tuyau ou le réservoir. Les poutres d'acier des structures notamment, les soutiens de ponts et les pilotis de métal, peuvent être attaqués par la corrosion qui réduit l'épaisseur initiale du métal [4]. Ignorer cette corrosion peut conduire à un amincissement des parois et même à des défaillances structurelles dangereuses. Dans l'industrie aéronautique, la corrosion peut attaquer la paroi intérieure des revêtements d'aluminium des avions et d'autres endroits névralgiques.

Dans le but de repérer toute irrégularité dans ces structures pouvant avoir une influence sur leur comportement en service, il est donc primordial d'avoir des outils permettant d'inspecter l'état d'intégrité des structures industrielles et ce, sans les démonter ni les modifier [1]. Il est utile d'avoir des technologies de contrôle qui puissent servir, entre autre, à mesurer l'épaisseur des matériaux dans une vaste gamme d'industries, autant pour vérifier la qualité de la fabrication que pour prolonger la surveillance en cours d'utilisation.

Pour mesurer l'épaisseur d'une tôle métallique, d'une paroi plastique, d'une plaque de verre, d'une céramique, d'un caoutchouc, d'un composite, etc., il existe une large variété de techniques, destructives et non destructives, pouvant répondre à ces applications. Dans plusieurs cas, le premier avantage des contrôles est leur aptitude à mesurer avec précision l'épaisseur des parois dans des situations où on ne peut atteindre qu'un seul côté de la pièce à inspecter : comme dans les tuyaux ou les réservoirs [5], ou encore là où les simples mesures mécaniques sont impossibles ou difficiles à réaliser pour des raisons diverses, comme les dimensions de la pièce ou la difficulté d'y accéder. En général, des capteurs avec ou sans contact que l'on place devant la pièce, ou de part et d'autre de celle-ci, mesurent la distance entre le capteur et les surfaces de la pièce pour en déduire son épaisseur. Mais mesurer l'épaisseur d'une plaque très mince, voire

d'un revêtement est d'autant plus compliqué. Dans bien des cas, il s'agit de mesurer des centaines, voire des dizaines de micromètres [6].

Outre les méthodes de contrôle non destructives (C.N.D.) telles que, les méthodes magnétiques, ultrasonores, optiques ou radiométriques, il existe également des méthodes destructives permettant de mesurer l'épaisseur de plaques très minces et des revêtements en particulier. C'est le cas par exemple de la coulométrie, qui consiste à dissoudre localement le revêtement en y formant une petite cellule d'électrolyse chimique. Le temps nécessaire à la dissolution de la couche est alors relié à son épaisseur. Une autre méthode consiste à réaliser une coupe transversale de l'échantillon, et à l'analyser à l'aide d'un système optique avec le grossissement approprié. On mesure ainsi des revêtements allant jusqu'à plusieurs dizaines de micromètres d'épaisseur [7-9]. Il est aussi possible de réaliser une empreinte sur la pièce revêtue, et d'en mesurer les dimensions. Ou même d'utiliser une méthode gravimétrique en mesurant le poids du revêtement. [Ces contrôles ne sont, évidemment pas, vu leur caractère destructif, très prisés].

L'intérêt se porte plutôt, sur des méthodes non destructives. On trouve ainsi des techniques magnétiques (basées notamment sur l'induction magnétique et les courants de Foucault), des méthodes : ultrasonore, optique, capacitive, et même spectrométriques (telles que la fluorescence X et la rétrodiffusion β . Comme leur nom l'indique, toutes deux font appel à des rayonnements ionisants). Les méthodes magnétiques sont les plus répandues. En fait, les courants de Foucault sont utilisables lorsqu'il y a une différence de conductibilité électrique suffisante entre le substrat et le revêtement. Mais, bien sûr, il existe des applications où ni les courants de Foucault ni l'induction magnétique ne conviennent : c'est le cas par exemple des revêtements non magnétiques et non métalliques (tels que des peintures ou du vernis) déposés sur des substrats isolants ou d'origine organique (le verre, le bois, les matériaux plastiques, etc.) [3,10].

Les méthodes précitées, sont toutes locales c'est-à-dire que l'opérateur doit se déplacer tout le long de la structure pour faire ses mesures. Elles ne donnent pas toujours pleine satisfaction et la recherche dans ce domaine est vive. Il serait donc, utile de trouver une méthode de mesure d'épaisseur mince, ne mettant à contribution qu'une face du guide, non destructive et peu onéreuse, qui éviterait à l'opérateur de se déplacer continuellement.

Depuis plusieurs années, l'équipe « Ondes et Acoustique » du Laboratoire de Physique des Matériaux, s'intéresse aux ondes guidées en général et aux ondes de plaques (ondes de Lamb) en particulier. C'est en observant les premiers modes de Lamb et en particulier le mode

antisymétrique A_0 que l'idée d'utiliser des ondes guidées pour essayer de mesurer une faible épaisseur s'est imposée. En effet, en observant la courbe de dispersion du mode de flexion A_0 , lorsque l'épaisseur et/ou la fréquence diminue (aux bas produits fréquence-épaisseur), nous remarquons que la dépendance de la vitesse de groupe de ce mode en fonction du produit fréquence-épaisseur devient linéaire [11]. Il était donc logique de penser que la relation de proportionnalité entre la vitesse de groupe et l'épaisseur pouvait être exploitée pour évaluer l'épaisseur du guide en mesurant la vitesse de groupe du mode de flexion A_0 .

C'est dans ce contexte que s'est déroulé ce travail dont l'objectif double était d'analyser théoriquement la propagation des ondes guidées dans une plaque mince élastique, pour mettre en évidence, analytiquement, la relation de proportionnalité entre la vitesse de groupe et l'épaisseur aux bas produits fréquence-épaisseur. Et, de valider nos résultats en mettant au point une série d'expériences sur des plaques de différentes épaisseurs et sur des plaques dont l'épaisseur variait (simulant la corrosion).

Ce manuscrit résume l'essentiel de notre travail, il est subdivisé en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, nous faisons un récapitulatif des principales méthodes utilisées pour mesurer une épaisseur, en faisant une distinction entre les méthodes destructives et non destructives.

Le deuxième chapitre a pour objectif de rappeler les propriétés des ondes de Lamb se propageant dans une plaque homogène et isotrope placée dans le vide : nous décrivons la méthode employée pour la résolution des équations de dispersion des ondes guidées. Les courbes de dispersion des ondes de Lamb sont commentées et les modes singuliers mis en relief.

Le troisième chapitre consiste en l'étude analytique de l'équation de Rayleigh-Lamb pour le premier mode de flexion A_0 , dans le but de montrer la relation de linéarité qui lie la vitesse de groupe au produit fréquence-épaisseur.

Le dernier chapitre décrit, en particulier, les méthodes de génération et de réception du mode guidé de flexion A_0 . Dans le but d'utiliser cette nouvelle méthode dans le contrôle non destructif, nous l'avons testé sur deux plaques limées pour simuler la corrosion.

Conclusion et perspectives terminent ce manuscrit.

Chapitre I

Méthodes de mesures d'épaisseur

I.1. Introduction

La perte d'épaisseur fait l'objet d'une attention particulière lors des inspections de pièces industrielles ou autres. En effet, la corrosion altère les structures malgré les précautions prises lors de la conception (revêtements internes et externes anti-corrosion). Ces revêtements subissent des dégradations au cours du temps et peuvent laisser place à des mécanismes de corrosion affectant les surfaces internes et externes des structures, cette corrosion se présente sous forme de pertes d'épaisseurs (figure I.1) [5].



Figure I.1 : Perte d'épaisseur localisée affectant les conduites.

Dans le domaine des mesures d'épaisseurs notamment, des très faibles épaisseurs (surtout pour les revêtements : vernis, peinture, émail, chrome, zinc, cuivre, nickel, or, argent, etc.), nous dénombrons une multitude de techniques qu'on peut diviser en deux grandes catégories ; les méthodes destructives et les méthodes non-destructives [3]. Dans ce qui suit, à titre indicatif, nous allons citer les principales en précisant leurs domaines d'application.

I.2. Méthodes destructives

Dans cette catégorie de contrôle, qui conduit à l'altération de la pièce à inspecter et qui sont donc peu recherchés, et nous citerons les techniques les plus usitées : la technique de mesure par coulométrie et la méthode optique.

I.2.a. La coulométrie

Elle est surtout utilisée pour les revêtements. Elle consiste à dissoudre localement le revêtement en y formant une petite cellule d'électrolyse chimique, le temps nécessaire à la dissolution de la couche est alors relié à son épaisseur. La méthode est notamment utilisée pour mesurer l'épaisseur de revêtements du nickel. Ce matériau, qui ne présente pas toujours le même taux de magnétisme, est en effet difficilement mesurable avec les méthodes classiques. De manière plus générale, la coulométrie permet de mesurer l'épaisseur de tout dépôt métallique sur des substrats métalliques ou non de quelques fractions à plusieurs dizaines de micromètres d'épaisseur.

I.2.b. La méthode optique

Cette méthode consiste à réaliser une coupe transversale de l'échantillon et à l'analyser à l'aide d'un système optique avec le grossissement approprié (microscope confocale). On mesure, ainsi, des revêtements allant jusqu'à plusieurs dizaines de micromètres d'épaisseur. Il est aussi possible de réaliser une empreinte sur la pièce revêtue, et d'en mesurer les dimensions.

I.3. Méthodes non-destructives

Il existe plusieurs moyens, non-destructifs, pour mesurer une épaisseur :

I.3.a. Les méthodes magnétiques

Elles sont les plus répandues. A l'origine, les premiers appareils basés sur ce principe utilisaient un aimant permanent. Le déplacement de l'aimant à l'intérieur de la sonde lorsqu'on

l'approche d'un substrat ferreux fournit un signal de mesure proportionnel à la distance entre la sonde et le substrat, et donc à l'épaisseur du revêtement. Cette méthode, qui est encore utilisée sur certains appareils pour des applications relativement simples, a été peu à peu remplacée par deux techniques dérivées : *l'induction magnétique et les courants de Foucault*.

Si l'induction magnétique et les courants de Foucault offrent une étendue de mesures et une résolution comparables, chaque méthode a néanmoins sa chasse gardée : les substrats ferromagnétiques pour l'induction magnétique, les substrats non ferreux pour les courants de Foucault.

I.3.b. L'induction magnétique

Elle est utilisée pour mesurer l'épaisseur de revêtements non magnétiques (tels que le vernis, la peinture, l'émail, le chrome, le zinc ou le cuivre, etc.) sur un support ferromagnétique (le fer et l'acier, principalement). La sonde comporte une bobine excitée par un courant alternatif. Lorsqu'on l'approche du support, elle crée un champ magnétique qui modifie à son tour l'inductance de la bobine, donc la tension de sortie qui est proportionnelle à l'épaisseur du revêtement. L'étendue de mesure peut aller jusqu'à plusieurs mm [3].

I.3.c. Les courants de Foucault

La mesure d'épaisseur par courants de Foucault se fait par l'analyse du temps de décroissance du signal de réponse obtenu, qui est proportionnel au carré de l'épaisseur de l'échantillon observé. Après calage sur une référence donnée (épaisseur connue ou mesurée par ultrasons), le système donne une indication sur la perte d'épaisseur localisée en paroi externe ou interne sans toutefois pouvoir les discriminer. Cette technique est mise en œuvre dans différents domaines : dans l'industrie pétrolière, où elle a fait l'objet d'essais pour la détection de la corrosion-érosion dans les tuyauteries ; dans l'aéronautique : la figure I.2 montre les mesures de huit couches de peinture de différentes épaisseurs sur le fuselage d'un avion [12]. L'étendue de mesure peut aller jusqu'à plusieurs mm.

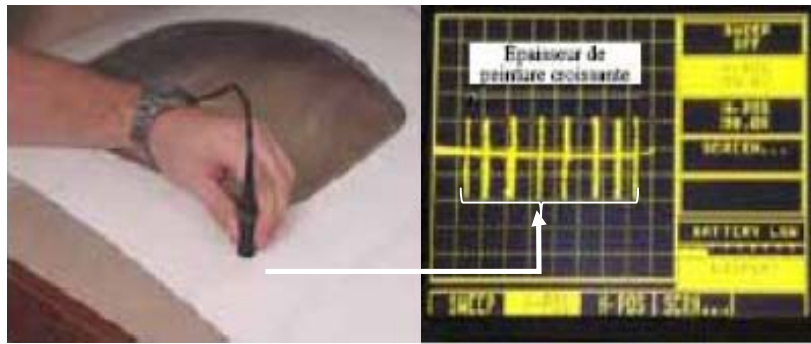


Figure I.2 : Huit différentes épaisseurs de peinture sur un panneau d'aluminium, (fuselage d'un avion), en utilisant la méthode des courants de Foucault.

Néanmoins, ces tests aux courants de Foucault n'ont pas la capacité de détecter des pertes d'épaisseurs localisées : des essais ont été réalisés sur des maquettes et des échantillons de tôles contenant des défauts de corrosion artificiels, les résultats montrent que ces courants ne sont capables de détecter de telles pertes d'épaisseur qu'à hauteur de 20 % de l'épaisseur totale. Ce qui nécessite des compléments de mesures par d'autres techniques, notamment par les ultrasons [12].

I.3.d. Le contrôle par ultrasons

Il est, généralement, utilisé pour mesurer des épaisseurs de pièces ou de parois, il peut aussi convenir à certaines mesures d'épaisseur de revêtements, en particulier sur des supports non métalliques (verre, plastique, bois, béton,...). Le principe utilisé est souvent basé sur la mesure du temps (aller/retour) mis par une onde ultrasonore pour arriver aux différentes couches limites de la pièce. En connaissant la vitesse de propagation des ondes dans ces matériaux, on en déduit la longueur du trajet. L'étendue de mesure est de quelques dizaines de μm à quelques dizaines de mm. Plusieurs appareils de mesure d'épaisseur de parois, à affichage numérique (Figure I.3), utilisent la technique des ultrasons dans un grand nombre d'applications industrielles, telles que la vérification de matières premières ou de composants, le contrôle rapide en cours de fabrication ou, par exemple, le contrôle des tuyauteries de chaudières pour l'évaluation de la corrosion. Néanmoins, la méthode de mesure nécessite des surfaces de paroi nettes et parallèles, ainsi qu'une homogénéité de la matière. Elle requiert le calibrage de l'appareil sur un échantillon d'épaisseur connue aussi que son réglage sur la vitesse de l'onde longitudinale requise pour le matériau considéré [12-15].



Figure I.3 : Mesure d'épaisseur par ondes ultrasonores de volume

Plusieurs variantes utilisant les ondes ultrasonores existent :

I.3.d.1. Mesure d'épaisseur par les modes A-scan et B-scan

La méthode **A-Scan (Amplitude)** correspond au signal temporel obtenu pour une position du transducteur. On visualise le résultat sous la forme d'une amplitude des échos en fonction du temps de parcours figure I.4 (c'est-à-dire de la distance à l'émetteur-récepteur). Par exemple, lorsque la face avant du transducteur est parallèle à la pièce, l'onde ultrasonore se propage alors perpendiculairement par rapport aux interfaces, et l'on dit que le contrôle se fait en incidence normale.

La méthode **B-Scan (Brillance)** correspond à une coupe du matériau. Le transducteur se déplace suivant une droite. A chaque acquisition, le long de la droite, l'amplitude de l'écho est représentée sous forme de brillance en fonction du temps. On obtient ainsi une ligne plus ou moins brillante que l'on déplace de façon synchrone en fonction de la position du transducteur [16].

L'utilisateur peut visualiser l'épaisseur et le signal ultrasonore avec le mode A-scan, comme il est très utile de connaître la variation de l'épaisseur, dans ce cas on s'intéresse à travailler en mode B-scan (figure I.5), celui-ci commence à dessiner l'épaisseur en coupe transversale dès que le transducteur entre en contact avec le matériau [16].

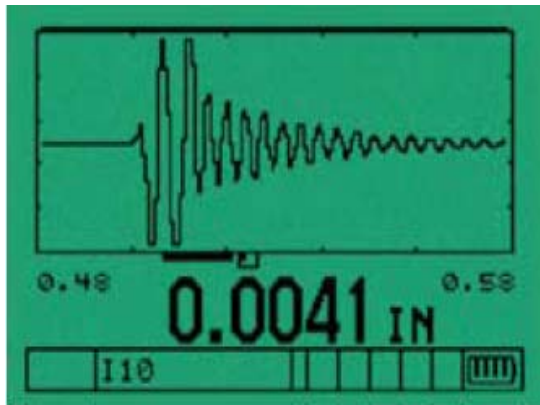


Figure I.4 : Mesure d'épaisseur d'une tôle d'acier très mince (0.0041 x 2.54cm = 0,10 mm) par mode A-scan

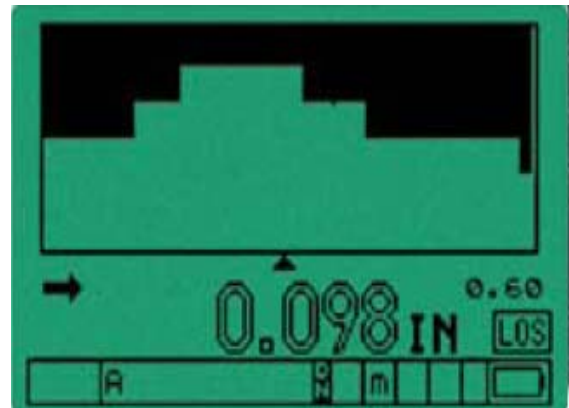


Figure I.5 : Variation d'épaisseur détectée par mode B-scan

I.3.d.2. Mesure de variation d'épaisseur (cadence de réduction)

Le mode cadence de réduction calcule et affiche le pourcentage de réduction de l'épaisseur après l'amincissement du matériau. Cette application est courante dans le domaine de l'automobile (figure I.6) pour des tôles pliées et moulées qui forment la carrosserie [14].

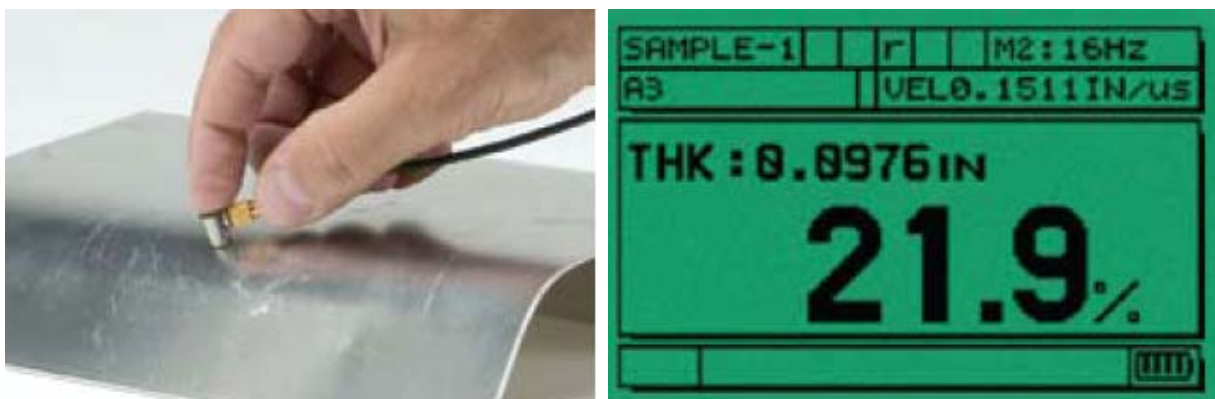


Figure I.6: Mesure de l'amincissement critique du matériau causé par le pliage en pourcentage

Ces mesures sont réalisées en général depuis l'extérieur à l'aide de mesureurs d'épaisseurs portatifs portant des visualisations de type A-SCAN qui peuvent être déployés ponctuellement pour confirmer une perte d'épaisseur. Ces mesures peuvent être affectées par l'état dégradé de la surface.

I.3.e. La technique capacitive

Le capteur et la pièce (un conducteur électrique quelconque) forment les deux plaques d'un condensateur, sa capacité mesurée avant et après l'application du revêtement (un autre matériau conducteur électrique) permet de déduire l'épaisseur du revêtement [3]. Cette méthode reste difficile à mettre en œuvre pour des structures industrielles de grandes dimensions.

I.3.f. L'Inspection Télé-opérée

Cette méthode d'inspection, télévisuelle, est utilisable dans des conduites (figure I.7). De nombreux équipements ont été développés pour l'inspection des canaux d'assainissement et des réseaux de distribution (eau, gaz, etc.) à l'aide de caméras embarquées. Elles possèdent des hautes résolutions et sont équipées de systèmes laser permettant de mesurer les pertes d'épaisseur. Néanmoins, l'inspection télévisuelle ne suffit pas à donner un diagnostic complet vis-à-vis des pertes d'épaisseur qui pourraient être masquées par le revêtement [5].



Figure I.7 : Exemple d'application de la technique télévisuelle

Pour pouvoir envisager une utilisation à grande échelle, il convient de compléter l'inspection télé-opérée par un moyen de mesure des pertes d'épaisseur.

I.3.h. Techniques spectrométriques

Dans le domaine des revêtements, il existe des applications où ni les courants de Foucault ni l'induction magnétique ne conviennent ; c'est le cas par exemple des revêtements non métalliques (à l'exemple des peintures et vernis, etc.) déposés sur des substrats isolants ou d'origine organique (le verre, le bois, les matériaux plastiques, etc.) d'où la nécessité d'utiliser d'autres techniques capable de répondre aux attentes des industriels, telles que : la fluorescence X et la rétrodiffusion β . Comme leur nom l'indique, toutes les deux font appel à des rayonnements ionisants.

I.3.h.1 La fluorescence X

Elle consiste à irradier la pièce avec un faisceau de Rayons X qui conduit à l'éjection d'un électron des couches internes des éléments traversés. Pour rétablir l'équilibre, un transfert d'électrons doit alors s'effectuer depuis les couches externes vers les couches internes. Ce mouvement se traduit par l'émission secondaire d'un photon doté d'une énergie caractéristique de l'élément étudié. La méthode permet ainsi de connaître la nature et la quantité des différents matériaux présents dans le revêtement [3, 10,17].

I.3.h.2 La rétrodiffusion β

Dans ce cas la pièce est bombardée par un faisceau d'électrons qui pénètrent plus ou moins profondément dans la matière, en fonction notamment de leur énergie et du numéro atomique du matériau. Une partie des électrons émis est absorbée, l'autre est rétrodiffusée et comptabilisée par un détecteur (plus le numéro atomique du matériau bombardé est élevé, plus il y a d'électrons rétrodiffusés).

Les deux techniques précédentes permettent des mesures très fines d'épaisseurs de l'ordre du nanomètre [3].

I.3.h.3 La radiographie X

Le principe de la mesure est basé sur l'atténuation que subit, tout rayonnement monochromatique lorsqu'il traverse un matériau. L'intensité I_t du rayonnement transmis est une fonction exponentielle décroissante de l'épaisseur x du matériau et de son coefficient

d'atténuation linéique μ : $I_t = I_0 \cdot e^{-\mu x}$. Ainsi, pour une énergie du rayonnement donnée et pour une composition connue et homogène de l'échantillon, l'atténuation du rayonnement transmis ne dépend que de l'épaisseur de l'échantillon. Lorsqu'on irradie aux rayons X un échantillon corrodé, le film de radiographie obtenu permet donc de localiser et de quantifier les manques de matière dus à la corrosion. Toutefois, cette méthode fait face à un certain nombre de contraintes. En réalité, le coefficient d'atténuation μ du matériau étudié est souvent mal connu et la composition de la pièce est variable d'un échantillon à l'autre. Une autre contrainte est due à l'hétérogénéité du faisceau de rayons X, qui comporte toujours plus de photons au centre que sur les bords.

Les techniques de mesure d'épaisseur que nous venons d'exposer, donnent en général de bons résultats et sont utilisées couramment dans différentes industries. Néanmoins, toutes ces méthodes sont locales et obligent l'opérateur à se déplacer, incessamment, sur toute la longueur du produit à contrôler. Notre travail consiste à montrer la capacité des **ondes guidées** (l'opérateur ne se déplace plus aussi souvent) à permettre la mesure des épaisseurs de plaques minces. Le chapitre suivant traitera des modes susceptibles de se propager sur une plaque.

Chapitre II

Etude théorique des ondes de Lamb

II.1. Introduction

La plupart des composantes des structures industrielles sont faites de plaques, plus ou moins minces [18], qui subissent des altérations qui nuisent au bon fonctionnement de la structure. Pour contrôler ces plaques, une des méthodes consiste à les mettre en vibration. Il est donc, pour faire un bon contrôle, primordial de comprendre le comportement de ces plaques lorsqu'elles sont le siège de vibrations. Le chapitre qui suit rappelle les principes fondamentaux des corps élastiques isotropes et met en évidence les ondes susceptibles de se propager sur une plaque supposée isotrope et vibrant dans le vide.

II.2. Elasticité linéaire : Loi de Hooke

Dans un solide élastique et dans l'hypothèse de faibles déformations, la relation tensorielle liant les contraintes T_{ij} et les déformations S_{kl} sont linéaires [19] :

$$T_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 C_{ijkl} S_{kl}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (\text{II-1})$$

Par la suite on utilisera systématiquement la règle d'Einstein de sommation implicite sur les indices répétés, permettant par exemple de simplifier l'écriture de la relation (II-1) qui devient :

$$T_{ij} = C_{ijkl} S_{kl}, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3. \quad (\text{II-2})$$

Les coefficients C_{ijkl} sont les composantes du tenseur de rigidité élastique, appelées aussi constantes de raideur ou constantes d'élasticité. C est un tenseur de rang 4 qui possède dans le cas le plus général $3^4 = 81$ composantes indépendantes.

Dans la loi de Hooke (II-2), les tenseurs T et S étant symétriques, les C_{ijkl} sont invariants par permutation des indices ij ou kl. Il ne reste donc que 36 composantes indépendantes $C_{\gamma\delta}$ que l'on peut classer dans une matrice carrée de dimension 6x6 en utilisant la convention suivante de contraction des indices (ij) ~ γ ; (kl) ~ δ :

$$(11) \sim 1 ; (22) \sim 2 ; (33) \sim 3 ; (23)=(32) \sim 4 ; (13)=(31) \sim 5 ; (12)=(21) \sim 6 \quad (\text{II-3})$$

Pour un matériau non piézo-électrique, dans la limite élastique, la composante S_{kl} du tenseur des déformations s'écrit en fonction des déplacements :

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (\text{II-4})$$

On peut montrer l'équivalence entre la relation tensorielle (II-2) et la relation matricielle :

$$T_\alpha = C_{\alpha\beta} S_\beta \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (\text{II-5})$$

Cette équivalence est valable à condition de poser :

$$S_1 = S_{11}; S_2 = S_{22}; S_3 = S_{33}; S_4 = 2S_{23}; S_5 = 2S_{13}; S_6 = 2S_{12} \quad (\text{II-6})$$

Dans l'hypothèse de l'acoustique linéaire, c'est-à-dire en présence de faibles perturbations, le milieu subit des transformations réversibles. Ainsi, on montre que dans une transformation adiabatique, la constante élastique isentropique C_{ijkl}^σ est la dérivée seconde de l'énergie interne de l'unité de volume du milieu considéré par rapport aux déformations S_{ij} et S_{kl} .

Dans le cas d'une transformation isotherme, la constante élastique isotherme C_{ijkl}^θ est la dérivée seconde de l'énergie libre de l'unité de volume [19]. Il y a donc invariance des constantes élastiques par permutations des paires d'indices ij et kl (ou des indices α et β en notation matricielle), d'où la relation de symétrie dite relation de Maxwell :

$$C_{ijkl} = C_{klij} \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (\text{II-7})$$

Il en résulte que la matrice 6 x 6 des constantes élastique $C_{\alpha\beta}$ ne possède plus comme composantes indépendantes que les 21 membres de sa partie triangulaire supérieure. Cette

matrice des constantes élastiques ou matrice d'élasticité représente, donc, le cas le plus général d'un système cristallin de type triclinique, c'est-à-dire ne possédant pas de symétrie particulière, hormis la symétrie centrale par rapport à l'origine du trièdre de référence [20].

II.3. Elasticité dynamique : équation de propagation

L'écriture de l'équation de propagation des ondes élastiques dans un solide illimité (Ondes de volume), permet d'en déduire les caractéristiques en matière de vitesse de phase et de polarisation. En négligeant les forces de pesanteur et d'inertie à l'intérieur du solide, le principe fondamental de la dynamique appliqué à un élément de volume s'écrit :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (\text{II-8})$$

En utilisant la valeur de T_{ij} donnée par l'expression (II-2) dans l'équation du mouvement (II-8), on obtient le système de trois équations suivant :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (\text{II-9})$$

II.4. Ondes planes en milieu illimité

On cherche des solutions sous la forme d'ondes planes progressives se propageant à la vitesse de phase V selon la direction définie par le vecteur unitaire \vec{n} de coordonnées (n_i, n_j, n_k) . Les composantes du déplacement particulière sont donc de la forme :

$$u_i = U_i F\left(t - \frac{n_j x_j}{V}\right) \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (\text{II-10})$$

En substituant la relation (II-10) dans l'équation de propagation (II-9), on obtient l'équation dite de Christoffel :

$$\rho V^2 u_i = C_{ijkl} n_j n_k \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (\text{II-11})$$

En régime d'ondes planes, les solutions de l'équation de propagation ont donc pour vitesse de phase les valeurs propres du tenseur de Christoffel [18] $\Gamma_{il} = C_{ijkl} n_j n_k$. Dans le cas le plus général d'un matériau triclinique, avec une propagation suivant un vecteur directeur \vec{n} quelconque, il y aura coexistence de trois ondes planes polarisées orthogonalement deux à deux. Une onde quasi-longitudinale (celle dont la direction de polarisation est la plus proche de la direction de propagation) et deux ondes quasi-transversales. Les trois valeurs des vitesses de phase, en général distinctes, sont les racines de l'équation :

$$|\Gamma_{il} - \rho V^2 \delta_{il}| = 0 \quad \delta \text{ est le symbole de Kronecker tel que : } \delta_{il} \Big|_{i=l} = 1, \delta_{il} \Big|_{i \neq l} = 0 \quad (\text{II-12})$$

II.5. Ondes de Lamb (ondes de plaque)

Dès lors que le milieu de propagation des ondes élastiques n'est pas illimité, les solutions de l'équation du mouvement doivent aussi satisfaire des conditions aux limites mécaniques et électriques. Si l'on considère un milieu d'épaisseur finie (cas d'une plaque dans le vide), deux ondes de surface peuvent se propager sans interagir sur chacune des interfaces libres, tant que l'épaisseur de la plaque est grande devant la longueur d'onde λ . Lorsque l'épaisseur de la plaque est du même ordre de grandeur que λ , Lamb [21] a mis en évidence en 1917 les ondes résultant du couplage des différentes ondes partielles aux interfaces solide /vide dans un matériau homogène isotrope. Ces ondes de plaque, dites ondes de Lamb, sont, en général, dispersives (la vitesse dépend de la fréquence) et ont la particularité de mettre en mouvement la totalité de l'épaisseur de la plaque. Il existe deux types de modes guidés distincts : les modes symétriques et les modes antisymétriques. Les ondes de plaque s'établissent donc comme la superposition d'une série discrète de modes guidés. Le guide d'onde confère leur caractère dispersif aux modes de Lamb.

L'étude de la propagation des ondes de Lamb nécessite de tracer les courbes de dispersion, qui représentent les profils des vitesses de phase en fonction du produit fréquence-épaisseur.

II.5.1. Courbes de dispersion

La plaque étudiée est infiniment étendue dans les directions $\overrightarrow{Ox_1}$ et $\overrightarrow{Ox_3}$, et d'épaisseur finie $d = 2h$ suivant $\overrightarrow{Ox_2}$ (figure I-1). On considérera la propagation d'une onde plane non-uniforme suivant la direction $\overrightarrow{Ox_1}$

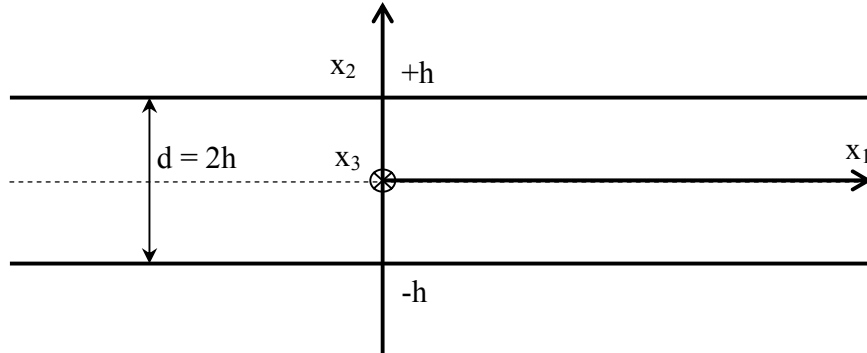


Figure II-1 : plaque homogène isotrope : axes de référence

Reprenons la méthode dite des potentiels selon Helmholtz, pour l'étude des modes guidés dans une plaque d'un matériau homogène et isotrope. Décomposons [22] le champ acoustique de déplacement à l'intérieur du milieu de propagation comme la somme du gradient d'un potentiel scalaire Φ et du rotationnel d'un potentiel vecteur $\vec{\Psi}$: $\vec{u} = \vec{\nabla} \Phi + \vec{\nabla} \wedge \vec{\Psi}$.

Les potentiels sont invariants par translation dans la direction $\overrightarrow{Ox_3}$, donc toutes les grandeurs physiques ont des dérivées partielles nulles par rapport à la variable x_3 . Les potentiels scalaire et vecteur ont donc les formes suivantes :

$$\begin{aligned} \Phi &= \varphi(x_2) e^{i(\omega t - kx_1)} \\ \vec{\Psi} &= \vec{\psi}(x_2) e^{i(\omega t - kx_1)} \end{aligned} \quad (\text{II-13})$$

Par la suite, on omettra le terme de phase $e^{i(\omega t - kx_1)}$ pour ne s'intéresser qu'aux variations des amplitudes $\varphi, \psi_{x_1}, \psi_{x_2}$, et ψ_{x_3} des potentiels représentatifs du déplacement particulier. Pour l'onde se propageant avec un nombre d'onde k à la pulsation ω . L'onde de Lamb se propage dans la direction x_1 et nous supposons qu'il n'y a pas de propagation dans la direction x_3 donc $\frac{\partial}{\partial x_3} = 0$ et pour une onde harmonique $\frac{\partial}{\partial x_1} = -ik$ et les composantes du déplacement sont :

$$\left. \begin{aligned} u_{x_1} &= -ik \varphi + \frac{\partial \psi_{x_3}}{\partial x_2} \\ u_{x_2} &= ik \psi_{x_3} + \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \\ u_{x_3} &= -ik \psi_{x_2} + \frac{\partial \psi_{x_1}}{\partial x_2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II-14})$$

On remarque que les deux premières équations de (II-14) sont couplées et ne dépendent que des potentiels scalaires φ et ψ_{x_3} . Elles décrivent l'onde de Lamb, polarisée dans le plan sagittal, qui ne possède que les composantes u_{x_1} et u_{x_2} non nulles. La troisième équation est indépendante et décrit l'onde TH, transverse horizontale, polarisée suivant $\overrightarrow{Ox_3}$; dans ce cas il y a découplage de sa vibration et de celle de l'onde de Lamb.

On ne s'intéresse désormais qu'à l'onde de Lamb. En substituant l'écriture (II-14) du déplacement \vec{u} dans l'équation de propagation (II-9), on obtient les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} C_{11} \nabla^2 \varphi - \rho \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= 0 \\ C_{55} \nabla^2 \psi_{x_3} - \rho \frac{\partial^2 \psi_{x_3}}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II-15})$$

Soient $k_L = \omega \sqrt{\frac{\rho}{C_{11}}} = \frac{\omega}{V_L}$ et $k_T = \omega \sqrt{\frac{\rho}{C_{55}}} = \frac{\omega}{V_T}$ les nombres d'ondes des ondes planes longitudinales et transversales qui se propagent dans le milieu, respectivement, avec les vitesses de phase V_L et V_T .

En posant $p^2 = k_L^2 - k^2$ et $q^2 = k_T^2 - k^2$, les équations (II-15) se simplifient sous la forme :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + p^2 \varphi &= 0 \\ \frac{\partial^2 \psi_{x_3}}{\partial x_2^2} + q^2 \psi_{x_3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II-16})$$

Les potentiels solutions de ces équations de propagation doivent satisfaire les conditions aux limites d'annulation des contraintes normales et tangentielles sur les surfaces libres.

Les conditions aux limites sur les deux surfaces libres de la plaque en $x_2 = \pm h$ s'écrivent :

$$T_{22} = T_2 = 0 \quad \text{et} \quad T_{12} = T_6 = 0 \quad [19]. \quad (\text{II-17})$$

D'après la loi de Hooke pour un milieu isotrope, les constantes élastiques sont indépendantes des choix des axes orthonormés (de référence), seul le tenseur unité δ_{ij} est insensible à ces transformations orthogonales, en conséquence chaque composante c_{ijkl} doit s'exprimer en fonction du tenseur unité. Comme en raison de symétrie $\delta_{ij} = \delta_{ji}$ il n'ya que trois combinaisons distinctes contenant les quartes indices $ijkl$: $\delta_{ijkl}, \delta_{ikjl}, \delta_{ijlk}$.

Le tenseur c_{ijkl} se présente sous la forme : $c_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu_1\delta_{ik}\delta_{jl} + \mu_2\delta_{il}\delta_{jk}$, où λ, μ_1, μ_2 sont des constantes, la condition $c_{ijkl} = c_{jikl}$ exige $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, les autres relations de symétrie sont satisfait si bien que : $c_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$ [19].

Pour un milieu isotrope, il ne reste que deux coefficients élastiques indépendants : les coefficients de Lamé λ et μ qui sont directement liés aux constantes élastiques du milieu comme suit : $c_{12} = c_{13} = c_{23} = \lambda, c_{44} = c_{55} = c_{66} = \mu$ et $c_{11} = c_{22} = c_{33} = (\lambda + 2\mu)$. Dans ce cas la loi de Hooke se réduit aux deux équations de Lamé, pour les contraintes normales ($i = j$), (T_{11}, T_{22}, T_{33}) : $T_{ii} = c_{iikl}s_{kl} = (\lambda\delta_{kl} + 2\mu\delta_{ik}\delta_{il})s_{kl} = \lambda(s_{11} + s_{22} + s_{33}) + 2\mu(s_{ii})$, pour les contraintes tangentielles ($i \neq j$) $T_{ij} = c_{ijkl}s_{kl} = \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})s_{kl} = 2\mu(s_{ij})$. Ces deux cas peuvent se grouper en une seule équation comme suit:

$$T_{ij} = \lambda\delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \text{ Avec } \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{Pour } i \neq j \\ 1 & \text{Pour } i = j \end{cases} \quad [19].$$

Les contraintes sur les deux surfaces libres sont :

$$\begin{cases} T_2 = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \lambda \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \\ T_6 = \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \end{cases} \quad [19].$$

$$T_2 = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \lambda \frac{\partial u_1}{\partial x_1}$$

$$T_2 = \lambda \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} - \lambda k^2 \varphi + 2\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + 2ik\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_2}$$

$$T_2 = -(\rho^2 + k^2)\lambda\varphi + 2\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + 2ik\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_2} ; \quad \rho^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2 \Rightarrow (\rho^2 + k^2) = \frac{\omega^2}{c_L^2}$$

$$T_2 = -\frac{\omega^2}{c_L^2} \lambda\varphi - 2\mu \frac{\omega^2}{c_L^2} \varphi + 2\mu k^2 \varphi + 2ik\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_2}$$

$$T_2 = -(\lambda + 2\mu)\frac{\omega^2}{c_L^2}\varphi + 2\mu k^2\varphi + 2ik\mu\frac{\partial\psi}{\partial x_2}; \quad c_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

$$T_2 = -\frac{(\lambda + 2\mu)\rho\omega^2}{(\lambda + 2\mu)}\varphi + 2\mu k^2\varphi + 2ik\mu\frac{\partial\psi}{\partial x_2}; \quad q^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2 \Rightarrow \omega^2 = c_T^2(q^2 + k^2)$$

$$\text{D'où, } \rho\omega^2 = \rho c_T^2(q^2 + k^2) = \mu(q^2 + k^2)$$

$$\Rightarrow T_2 = \mu \left[(k^2 - q^2)\varphi + 2ik\mu\frac{\partial\psi}{\partial x_2} \right]$$

$$T_6 = \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right)$$

$$\Rightarrow T_6 = \mu \left[(k^2 - q^2)\psi - 2ik\mu\frac{\partial\varphi}{\partial x_2} \right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_2 = \mu \left[(k^2 - q^2)\varphi + 2ik\mu\frac{\partial\psi}{\partial x_2} \right] \\ T_6 = \mu \left[(k^2 - q^2)\psi - 2ik\mu\frac{\partial\varphi}{\partial x_2} \right] \end{cases}$$

Les potentiels φ et ψ sont de parité différentes soit :

$$\varphi = B \cos(px_2 + \alpha) \text{ et } \psi = A \sin(qx_2 + \alpha) \text{ avec } \alpha = 0 \text{ ou } \frac{\pi}{2} \quad (\text{II-18})$$

Les composantes du déplacement mécanique sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = -ik\varphi + \left(\frac{\partial\psi}{\partial x_2} \right) \\ u_2 = ik\psi + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_2} \right) \end{array} \right\} \text{ Soit : } \left\{ \begin{array}{l} u_1 = -ikB \cos(px_2 + \alpha) + qA \cos(qx_2 + \alpha) \\ u_2 = -pB \sin(px_2 + \alpha) + ikA \sin(qx_2 + \alpha) \end{array} \right\}$$

D'après les conditions aux limites sur les deux surfaces libres de la plaque en $x_2 = \pm h$. $T_{22} = T_2 = 0$ et $T_{12} = T_6 = 0$, $\mu \neq 0$ Le milieu étant élastiques ; $\rho \neq 0$ d'où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[2ikqA \cos(qh + \alpha) + (k^2 - q^2)B \cos(ph + \alpha) \right] = 0 \\ \left[(k^2 - q^2)A \sin(qh + \alpha) + 2ikpB \sin(ph + \alpha) \right] = 0 \end{array} \right. \quad [19] \quad (\text{II.19})$$

Les valeurs du paramètre α sont imposées par les conditions aux limites. Pour une valeur de α donnée, les parités des potentiels Φ et Ψ_{x_3} en fonction de x_2 sont opposées. De plus, pour chacune des valeurs de α , la substitution des expressions (II-18) dans les équations aux limites (II-17) donne un système linéaire de deux équations (II.19) aux inconnues A et B.

Ce système admet des solutions non identiquement nulles si et seulement si son déterminant s'annule, ce qui conduit à l'équation de dispersion de l'onde de Lamb :

$$(k^2 - q^2)^2 \cos(ph + \alpha) \sin(qh + \alpha) + 4k^2 pq \sin(ph + \alpha) \cos(qh + \alpha) = 0 \quad [19]. \quad (\text{II.20})$$

On peut aisément vérifier que dans le cas où α est nul, la composante u_{x_1} , (respectivement u_{x_2}), du déplacement est une fonction paire (respectivement impaire) de x_2 . Il s'agit donc d'un mode symétrique ou encore mode de compression (figure II-2.a). Au contraire, dans le cas où α vaut $\frac{\pi}{2}$, $u_{x_1}(x_2)$ est impaire alors que $u_{x_2}(x_2)$ est paire. Il s'agit d'un mode antisymétrique encore appelé mode de flexion (figure II-2.b).

En réécrivant l'équation (II-19) pour chacune des valeurs de α , on obtient donc les équations de dispersion des modes symétrique ($\alpha = 0$) et antisymétrique ($\alpha = \frac{\pi}{2}$) :

$$\begin{aligned} (k^2 - q^2)^2 \tan(qh) + 4k^2 pq \tan(ph) &= 0 && \text{(Modes symétriques)} \\ (k^2 - q^2)^2 \cot(qh) + 4k^2 pq \cot(ph) &= 0 && \text{(Modes antisymétriques)} \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

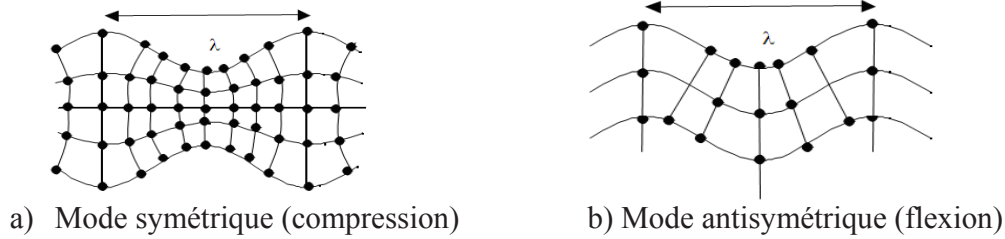


Figure II.2 : Modes de vibration de plaque, [4].

L'équation de Rayleigh-Lamb (II.20) peut s'écrire, en écrivant que le facteur

$$(k^2 - q^2)^2 = (k^2 + q^2)^2 - 4k^2 q^2 = \frac{\omega^4}{V_T^4} - 4k^2 q^2 \quad \text{d'où :}$$

$$\frac{\omega^4}{V_T^4} = 4k^2 q^2 \left[1 - \frac{p \tan(ph + \alpha)}{q \tan(qh + \alpha)} \right], \quad \alpha = \left\{ 0, \frac{\pi}{2} \right\} \quad (\text{II.22})$$

Les équations (II.20) ne peuvent pas être résolues analytiquement, la résolution se fait numériquement pour obtenir les courbes de dispersions [18, 19,23] :

II.5.2. Résolution numérique de l'équation de Rayleigh-Lamb

La résolution numérique de l'équation de Rayleigh-Lamb (II.22) fournit des couples

(k, ω) et ainsi les courbes de dispersion des ondes de Lamb. Deux types de solutions sont possibles pour $k(\omega)$, les solutions réelles et les solutions complexes. Les solutions réelles correspondent aux modes propagatifs alors que les solutions complexes correspondent aux modes non propagatifs ou évanescents. La figure II.3 montre les courbes de dispersion pour les huit premiers modes de Lamb. Ces courbes de dispersion montrent l'existence de plusieurs modes, notés S_n ou A_n , n étant un entier supérieur ou égal à zéro permettant de les distinguer. Il indique le nombre de nœuds de vibration, le long de l'épaisseur de la plaque.

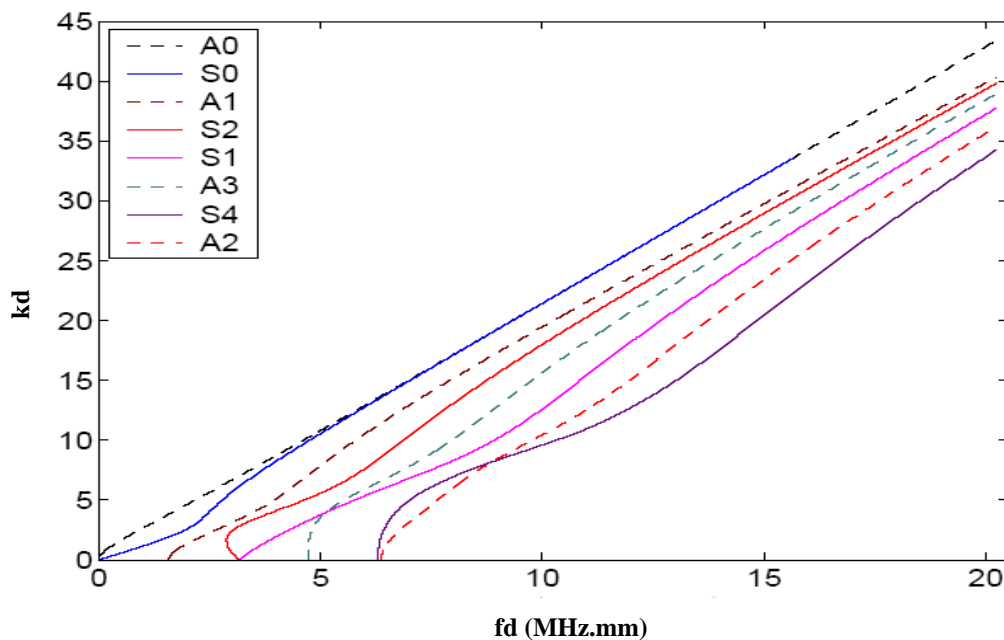


Figure II.3 : Nombre d'onde des ondes de Lamb, [24].

La figure (II.3) montre les courbes de dispersion dans le plan $(k.d ; f.d)$ de huit modes de Lamb, connaissant k et ω . Il est important de noter que certains modes n'apparaissent qu'à partir d'un certain produit fd , appelé produit fréquence épaisseur de coupure. En dessous de ce produit, ces ondes n'existent plus en tant que mode propagateurs.

II.5.3. Vitesse de phase :

La vitesse de phase est donnée par : $V = \omega / k$. Elle correspond à la vitesse de propagation des fronts d'ondes de fréquence donnée, à l'intérieur d'un paquet d'ondes.

La résolution numérique des équations caractéristiques (II-22) nous permet de tracer l'évolution de la vitesse de phase en fonction du produit fréquence - épaisseur

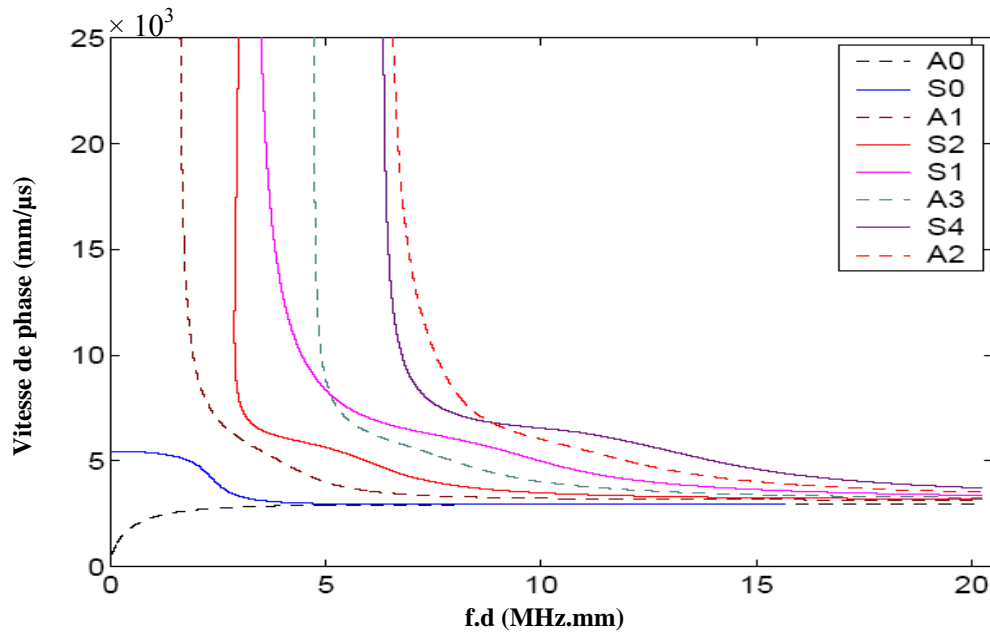


Figure II.4 : Vitesse de phase des ondes de Lamb dans une plaque d'Aluminium, [24].

II.5.4. Vitesse de groupe :

La vitesse de groupe traduit la vitesse de propagation de l'énergie ou la vitesse de transport de l'énergie acoustique. Elle correspond aussi à la vitesse avec laquelle se propage le long de la plaque, un paquet d'ondes de pulsation centrale ω .

$$\text{Elle est donnée par la relation : } V_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad \text{ou} \quad V_g = V - \lambda \frac{\partial V}{\partial \lambda}$$

λ , étant la longueur d'onde et V , la vitesse de phase.

Ecrivons V_g en fonction du produit $f.d$ ($f = V/\lambda$).

$$V_g = \frac{V^2}{V - (fd) \frac{\partial V}{\partial (fd)}} \quad (\text{II-23})$$

Cette relation facilite le calcul direct de la vitesse de groupe ainsi que le tracé de la courbe représentant, l'évolution de la vitesse de groupe en fonction du produit $f.d$.

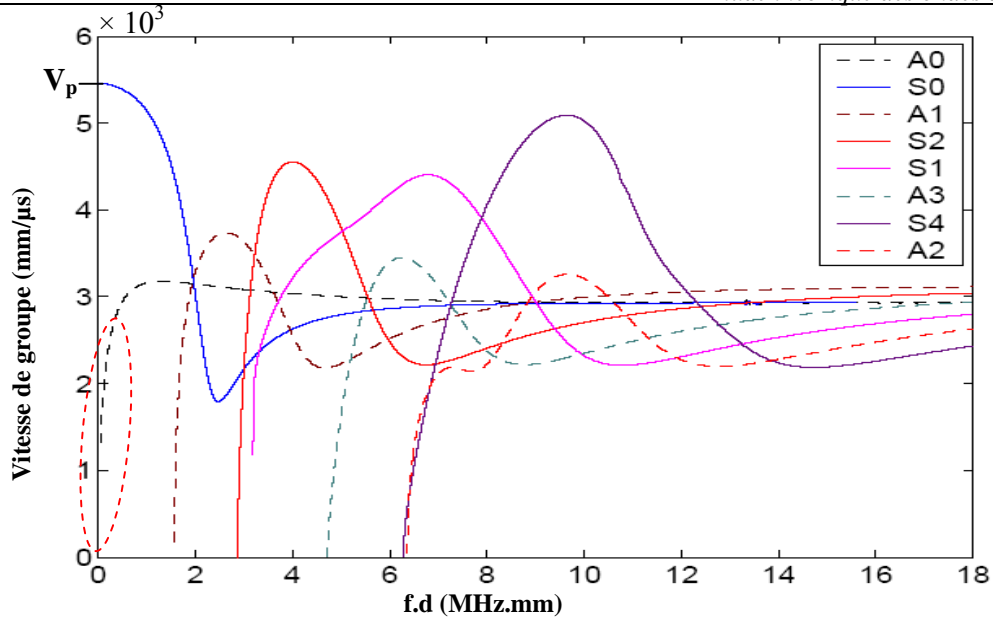


Figure II.5: Vitesses de groupe des ondes de Lamb dans une plaque d'aluminium, [24].

V_p représente la vitesse de plaque, donnée par $V_p = 2V_T \left(1 - \frac{V_T^2}{V_L^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

Ces courbes montrent qu'il existe deux familles de modes pouvant se propager sur une plaque d'épaisseur inférieure ou égale à la longueur d'onde : des ondes de compression et des ondes de flexion. Tous les modes ont une fréquence de coupure, mis à part les deux premiers : le mode symétrique S_0 et le mode antisymétrique A_0 . En étudiant de façon judicieuse les courbes de dispersion des vitesses de groupe des modes symétriques ou antisymétriques, nous remarquons, que pour certains d'entre eux (A_0 , A_3 , A_2 , S_4) (Figure II.5) à certains produits fréquence-épaisseur, il semble qu'une relation de linéarité est observée entre la vitesse de groupe et le produit « f.d ». Ce qui laisse à penser que pour une fréquence donnée, il serait possible de mesurer l'épaisseur d'une plaque plus ou moins mince, en mesurant la vitesse de groupe du mode en question.

Chapitre III

Etude analytique de l'équation de Rayleigh-Lamb

III. Etude analytique de l'équation de Rayleigh-Lamb

Dans le chapitre précédent, l'analyse des courbes de dispersion, nous a permis de mettre en évidence un comportement linéaire. En effet, pour certains modes (A_0, A_3, A_2, S_4), à certains produits fréquence-épaisseur, il semble exister une relation de linéarité entre la vitesse de groupe et le produit « f.d ». Dans ce chapitre, nous allons exploiter, analytiquement, l'équation de dispersion de Rayleigh Lamb, pour mettre en évidence cette supposée relation de linéarité entre la vitesse de groupe et l'épaisseur de la plaque pour le premier mode antisymétrique A_0 donc, aux valeurs de $kh \ll 1$.

III.1 Vitesse de phase aux très bas produits fréquence-épaisseur

La relation de dispersion de Rayleigh-Lamb $\frac{\omega^4}{V_T^4} = 4k^2 q^2 \left[1 - \frac{p \tan(ph + \alpha)}{q \tan(qh + \alpha)} \right]$, pour les

modes antisymétriques ($\alpha = \frac{\pi}{2}$), s'écrit :

$$\frac{\omega^4}{V_T^4} = 4k^2 q^2 \left[1 - \frac{p \cot(ph)}{q \cot(qh)} \right] \quad \text{ou} \quad \frac{\omega^4}{V_T^4} = 4k^2 q^2 \left[1 - \frac{p \tan(qh)}{q \tan(ph)} \right]$$

Nous voulons voir ce que devient cette relation aux bas produits f.d, ($d = 2h$) :

En utilisant le développement limité, au voisinage de zéro, de la tangente,

$\tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + 2\frac{x^5}{15} + O(x)^6$. Réécrivons la relation de dispersion de Rayleigh-Lamb sous cette forme :

$$\frac{\omega^4}{V_T^4} \cong 4k^2 q^2 \left[1 - \frac{\left(1 + \frac{(qh)^2}{3} + \frac{2(qh)^4}{15}\right)}{\left(1 + \frac{(ph)^2}{3} + \frac{2(ph)^4}{15}\right)} \right] \quad \text{D'où en réduisant au même dénominateur le}$$

$$\text{terme entre crochets, } \frac{\omega^4}{V_T^4} \cong 4k^2 q^2 \left[\frac{1 + \frac{(ph)^2}{3} + \frac{2(ph)^4}{15} - 1 - \frac{(qh)^2}{3} - \frac{2(qh)^4}{15}}{1 + \frac{(ph)^2}{3} + \frac{2(ph)^4}{15}} \right]$$

Comme la vitesse longitudinale $V_L > V_T$ vitesse transversale, et puisque $p^2 = \frac{\omega^2}{V_L^2} - k^2$

et $q^2 = \frac{\omega^2}{V_T^2} - k^2$, le vecteur d'onde transversal q est supérieur au vecteur d'onde longitudinale p

($q > p$). Donc, lorsque la fréquence est très basse, c'est-à-dire lorsque $\omega \rightarrow 0$, p tendra vers zéro plus rapidement que q .

Pour $ph \ll 1$: le dénominateur du terme entre crochets tendra vers 1 :

$$1 + \frac{(ph)^2}{3} + \frac{2(ph)^4}{15} \rightarrow 1 \text{ et } \frac{\omega^4}{V_T^4} \cong 4k^2 q^2 \left[1 + \frac{(ph)^2}{3} + \frac{2(ph)^4}{15} - 1 - \frac{(qh)^2}{3} - \frac{2(qh)^4}{15} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{\omega^4}{V_T^4} \cong 4k^2 q^2 \left[\frac{(ph)^2}{3} + \frac{2(ph)^4}{15} - \frac{(qh)^2}{3} - \frac{2(qh)^4}{15} \right] = \frac{4}{3} k^2 q^2 h^2 (p^2 - q^2) \left[1 + \frac{2}{5} (p^2 + q^2) h^2 \right]$$

Dans ce cas, $q^2 \cong -k^2$ et les deux termes p^2 et q^2 tendent simultanément vers zéro avec kh donc ($p^2 - q^2$) ne doit pas être simplifié

$$(p^2 - q^2) = \omega^2 \left(\frac{1}{V_L^2} - \frac{1}{V_T^2} \right) \Rightarrow \frac{\omega^4}{k^4} \cong -\frac{4}{3} V_T^4 \omega^2 h^2 \left(\frac{1}{V_L^2} - \frac{1}{V_T^2} \right) \left[1 + \frac{2h^2 \omega^2}{5} \left(\frac{1}{V_L^2} + \frac{1}{V_T^2} - \frac{2}{V^2} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \frac{\omega^2}{k^2} \cong -h^2 k^2 \frac{4}{3} V_T^4 \left(\frac{1}{V_L^2} - \frac{1}{V_T^2} \right) \left[1 + \frac{2h^2 \omega^2}{5} \left(\frac{1}{V_L^2} + \frac{1}{V_T^2} - \frac{2}{V^2} \right) \right]$$

Et, sachant que la vitesse de plaque $V_p = 2V_T \left(1 - \frac{V_T^2}{V_L^2} \right)^{\frac{1}{2}}$, l'expression précédente s'écrira :

$$\frac{\omega^2}{k^2} \cong \frac{h^2 k^2 V_p^2}{3} \left[1 + \frac{2h^2 \omega^2}{5} \left(\frac{1}{V_L^2} + \frac{1}{V_T^2} - \frac{2}{V^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \text{ Posons } A = \left[1 + \frac{2h^2 \omega^2}{5} \left(\frac{1}{V_L^2} + \frac{1}{V_T^2} - \frac{2}{V^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow A = \left[1 + \frac{2h^2 \omega^2}{5} \left(\frac{V_L^2 + V_T^2}{V_L^2 V_T^2} \right) - \frac{4h^2 k^2}{5} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ Comme } \omega \rightarrow 0 \text{ plus rapidement que } k \text{ et Pour } kh \ll 1$$

$\lim_{\omega \rightarrow 0} A = 1$ D'où, l'expression de la vitesse de phase au très bas produits fréquence-épaisseur

$$\frac{\omega^2}{k^2} \cong \frac{h^2 k^2 V_p^2}{3} \Rightarrow \frac{\omega}{k} = V_\phi \cong \frac{V_p h k}{\sqrt{3}}$$

$$D'où \Rightarrow V_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\partial (V_\phi \times k)}{\partial k} = V_\phi + k \frac{\partial V_\phi}{\partial k} = \frac{V_p (2kh)}{2\sqrt{3}} + \frac{V_p (2kh)}{2\sqrt{3}} = \frac{(2kh)V_p}{\sqrt{3}}$$

Comme $2h = d$, épaisseur de la plaque : $\Rightarrow V_g \cong \frac{V_p}{\sqrt{3}} \times kd$ d'où $V_g \cong 2V_\phi$

C'est l'équation d'une droite de pente $\frac{V_p}{\sqrt{3}}$. Donc :

$$\mathbf{d} \approx \frac{V_g \sqrt{3}}{k V_p} = \frac{V_g^2 \sqrt{3}}{4\pi f V_p} \quad \text{III.1}$$

La relation de linéarité que nous avons observé sur la courbe de dispersion du premier mode de flexion A_0 , est maintenant démontrée de façon analytique et montre bien que la

connaissance de la vitesse de groupe, permet de mesurer une épaisseur de plaque mince ($kh \ll 1$).

Aux très bas produits kh la vitesse de groupe du mode A_0 est le double de la vitesse de phase (figure III.1). Lorsque le produit kh augmente, ce rapport tend vers 1, le mode devient peu dispersif et la vitesse tend vers la vitesse des ondes de Rayleigh.

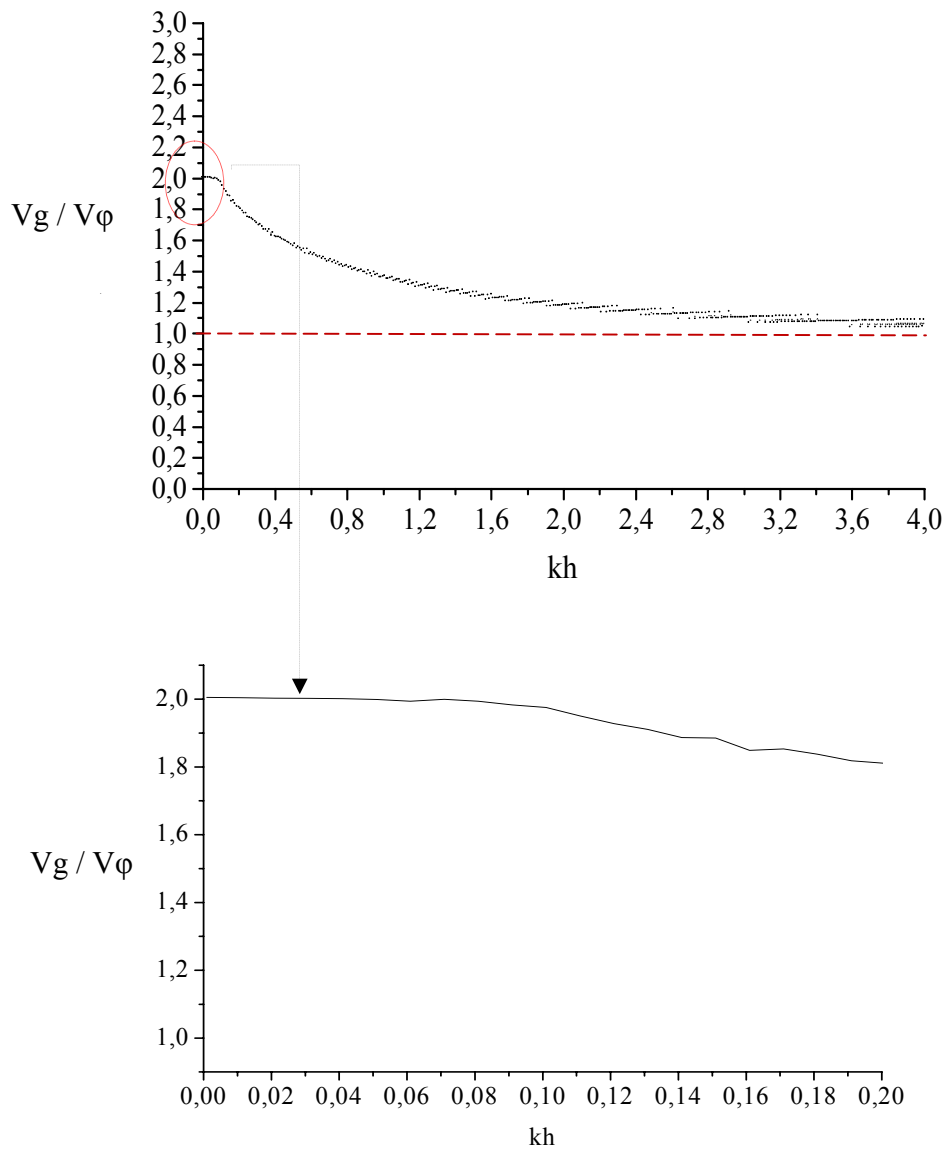


Figure III.1: Rapport entre les vitesses de groupe et de phase, en fonction de kh , du mode A_0

La relation de linéarité étant établie, il s'agit maintenant de montrer les limites de la méthode ; c'est-à-dire trouver l'intervalle d'épaisseur susceptible d'être mesuré par cette méthode.

III.2 Limite de la méthode

La méthode de mesure d'épaisseur par le mode de Lamb A_0 n'est valable qu'aux très bas produits fréquence-épaisseur ($kh \ll 1$) de telle façon à ce que la vitesse de groupe varie linéairement avec le produit kh . La limite de notre méthode sera fixée par la précision que nous souhaitons avoir sur la mesure de l'épaisseur : tant que la droite $V_g = C^{st}.kh$ reste « confondue » avec la courbe de dispersion du mode de flexion A_0 , (le point de séparation n'est pas évident à estimer de façon précise et induit une erreur sur la mesure), la précision est très bonne, au-delà, la vitesse de groupe ne varie plus linéairement avec le produit kh et le résultat sera moins précis. L'écart entre la droite et la courbe donnera la précision de la mesure pour un produit kh donné, ($kh > 0.48$ dans le cas d'une plaque d'aluminium).

Pour une plaque d'aluminium (duralumin) : $V_{L \text{ moyenne}} = 6376.8 \text{ m.s}^{-1}$ et $V_{T \text{ moyenne}} = 3125 \text{ m.s}^{-1}$, le point où la droite $V_g = C^{st}.kh$ **semble** se séparer de la courbe nous donne un produit fréquence-épaisseur de $0,2 \text{ MHz.mm} \Rightarrow kh = 0,48$. Par conséquent cette méthode, pour des plaques d'aluminium, n'est exploitable, de façon très précise, que lorsque le produit fréquence-épaisseur reste inférieur à 0.2 MHz.mm . Nous pouvons aller au-delà de cette limite si nous acceptons des valeurs de l'épaisseur à 3, 5, 10 % ou plus par rapport à une mesure qui serait faite avec un pied à coulisse numérique.

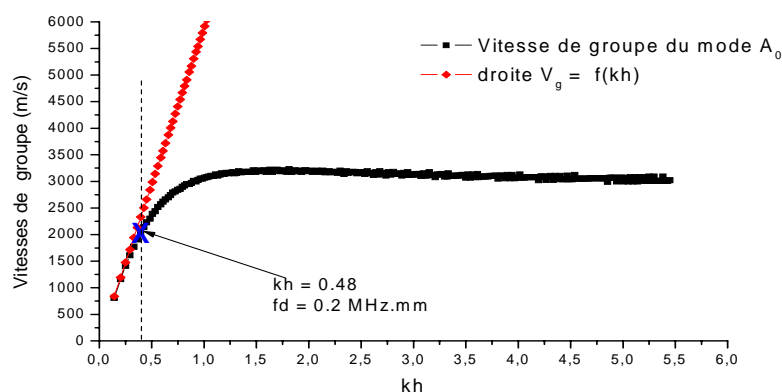


Figure III.2: Vitesse de groupe du mode de Lamb A_0 et la droite $V_g = f(k.h)$ pour une plaque d'aluminium ($V_{L \text{ moyenne}} = 6376.8 \text{ m.s}^{-1}$ et $V_{T \text{ moyenne}} = 3125 \text{ m.s}^{-1}$).

Par exemple pour une fréquence fixée à 0.5 MHz, $fd = 0.2 \text{ MHz}\cdot\text{mm}$ donne comme épaisseur limite avec une très bonne précision : $d = 0.4 \text{ mm}$ soit $400 \mu\text{m}$. Donc théoriquement, pour cette fréquence, il devrait être possible de mesurer avec une très bonne précision, des épaisseurs de « zéro » à $400 \mu\text{m}$, au-delà, la mesure sera donnée avec moins de précision. Evidemment, plus la fréquence augmente plus l'intervalle d'épaisseur à mesurer diminue.

La relation de linéarité entre la vitesse de groupe et le produit $f\cdot d$ étant établie, le chapitre suivant aura pour objet la validation expérimentale de cette méthode.

Chapitre IV

Partie expérimentale

IV.1. Introduction

Ce chapitre est consacré à la validation expérimentale de la relation de linéarité, liant la vitesse de groupe du premier mode de flexion A_0 au produit $k.h$, que nous avons démontré analytiquement pour des plaques de faibles épaisseurs. Au préalable, il faut générer le mode choisi, A_0 . Il existe différentes techniques pour inciter une plaque à vibrer sous ce mode ; ici nous en avons testé deux : la méthode de génération par contact direct et la méthode de génération par sabot interposé.

IV.2. Montage expérimental

L'étude expérimentale de la propagation des ondes acoustiques nécessite des dispositifs, appelés transducteurs (Figure IV.1.a), aptes à engendrer ces ondes et à les détecter efficacement. Les transducteurs, appelés aussi palpeurs, sondes ou traducteurs, fonctionnent par effet piézoélectricité direct ou inverse. La piézoélectricité est la propriété que possèdent certains corps de se polariser électriquement sous l'action d'une contrainte mécanique (effet direct) et, réciproquement, de se déformer lorsqu'on leur applique un champ électrique (effet inverse).

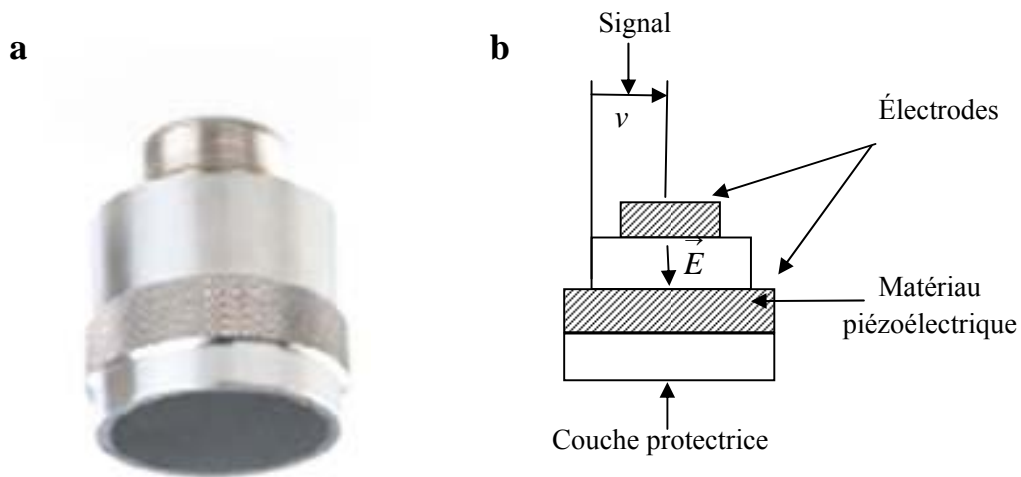


Figure IV.1: a) transducteur ; b) composants essentiels du transducteur

Le matériau piézoélectrique est excité par le champ électrique \vec{E} du signal v appliqué entre les deux électrodes [26].

Le transducteur comprend essentiellement un matériau piézoélectrique portant deux électrodes métalliques. Le champ électrique du signal appliqué entre les électrodes met en vibration le solide piézoélectrique, dont l'épaisseur est de l'ordre de la longueur d'onde élastique. L'électrode externe fixée sur le milieu de propagation est traversée par le faisceau d'ondes élastiques dont les dimensions sont imposées par l'électrode extérieure. L'orientation cristallographique du solide piézoélectrique est choisie pour que le mode élastique désiré soit excité [26, 27]. En résumé, les matériaux piézoélectriques permettent de convertir une contrainte mécanique en polarisation électrique et réciproquement (Figure IV.1.b).

Les transducteurs ultrasonores que nous avons utilisés, sont de type PZT (Plomb-Zirconat-titane), de 19 mm de diamètre, il possède une bande passante centrée autour de 0.51 MHz et comprise entre 0,32 MHz et 0,71 MHz à -3 dB. A 1,41 MHz, nous pouvons observer la présence d'un harmonique qui pourrait générer des vibrations parasites.

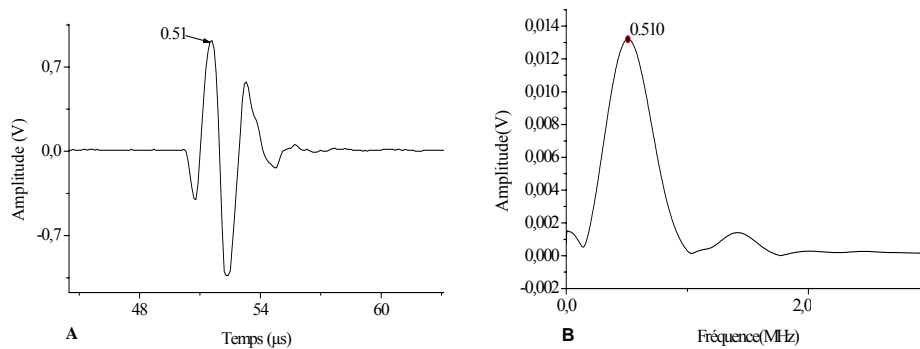


Figure IV.2: A) Signal temporel généré par la sonde de fréquence centrale 0,51 MHz ;
B) Réponse fréquentielle du transducteur utilisé.

Les transducteurs font partie d'une chaîne de mesure qui se compose d'un générateur, d'un oscilloscope et d'un PC : le générateur d'impulsions électriques, émetteur-récepteur, de type SOFRANEL de série PM5715 fournit des impulsions électriques de période, de durée et d'amplitude ajustables. L'impulsion électrique générée est émise à partir du connecteur T/R du générateur, vers le palpeur émetteur. Ce dernier, par effet piézoélectrique inverse, convertit l'impulsion en ondes mécaniques. L'onde traverse l'échantillon, revient vers le récepteur, et par effet piézoélectrique direct, le signal est converti en une impulsion électrique qui sera transmise vers le générateur ayant des fonctions de filtrage et d'amplification intégrées. Un oscilloscope numérique de type TEKTRONIX série 2215A, permet la visualisation ainsi, que la mesure de l'amplitude du signal et offre la possibilité d'enregistrer les résultats sous forme de fichiers, en vue d'un traitement ultérieur des données, sur PC.

IV.3. Génération du mode de Lamb, A_0 .

IV.3.1. Méthode de génération par contact direct

Cette méthode consiste à exciter le guide d'onde, ici une plaque métallique, en mettant, par l'intermédiaire d'un gel couplant, directement le transducteur émetteur sur la plaque. Le transducteur récepteur sera installé, identiquement au précédent, de façon perpendiculaire, au contact de la plaque (Figure. IV.3).

Pour tester cette méthode de génération, nous utilisons des plaques d'aluminium (duralumin) de différentes épaisseurs : 0.34, 0.4, 0.54, 0.85 mm. Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures IV.4.a et IV.4.b.

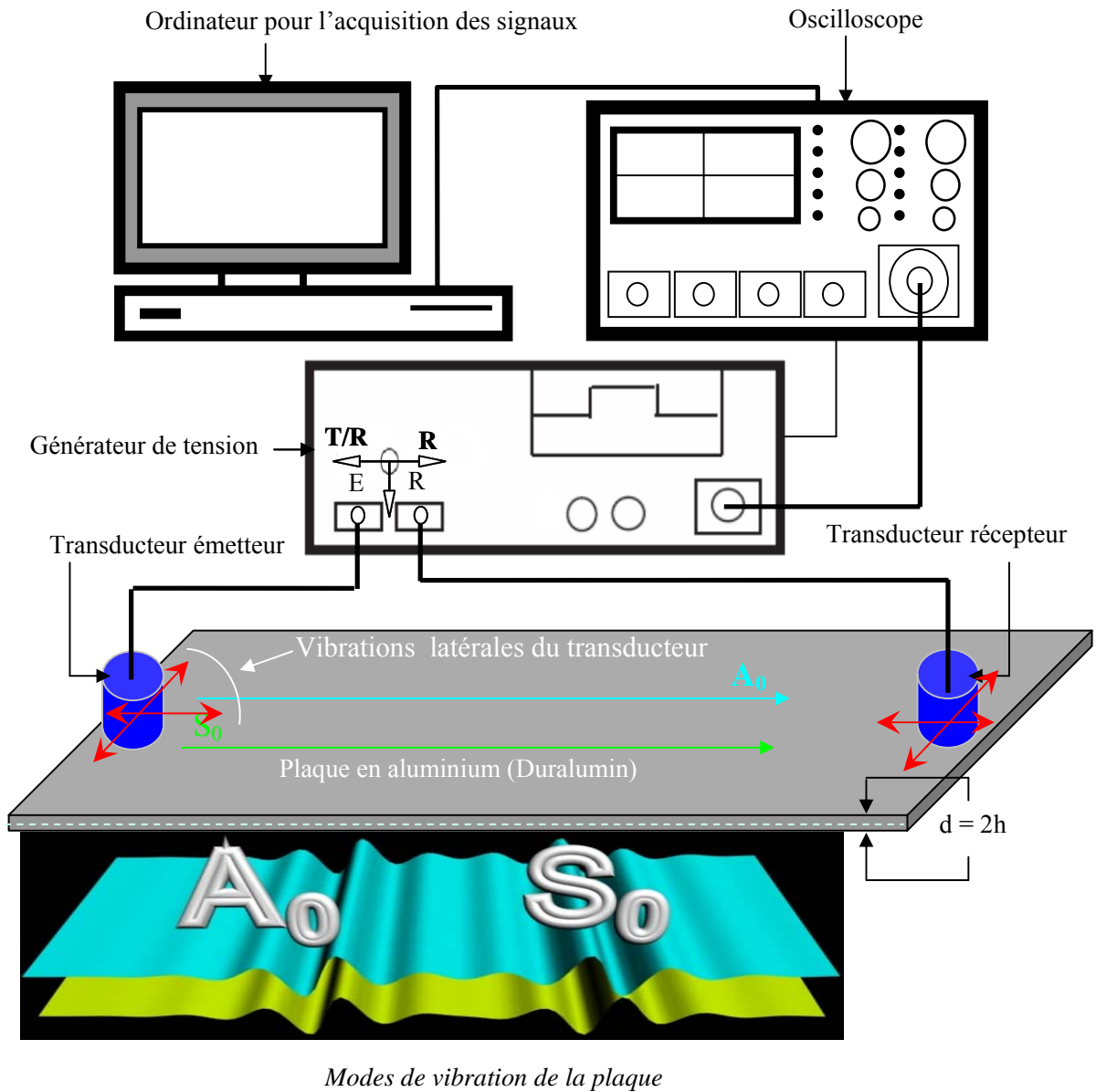


Figure. IV.3 : Méthode de génération par contact direct.

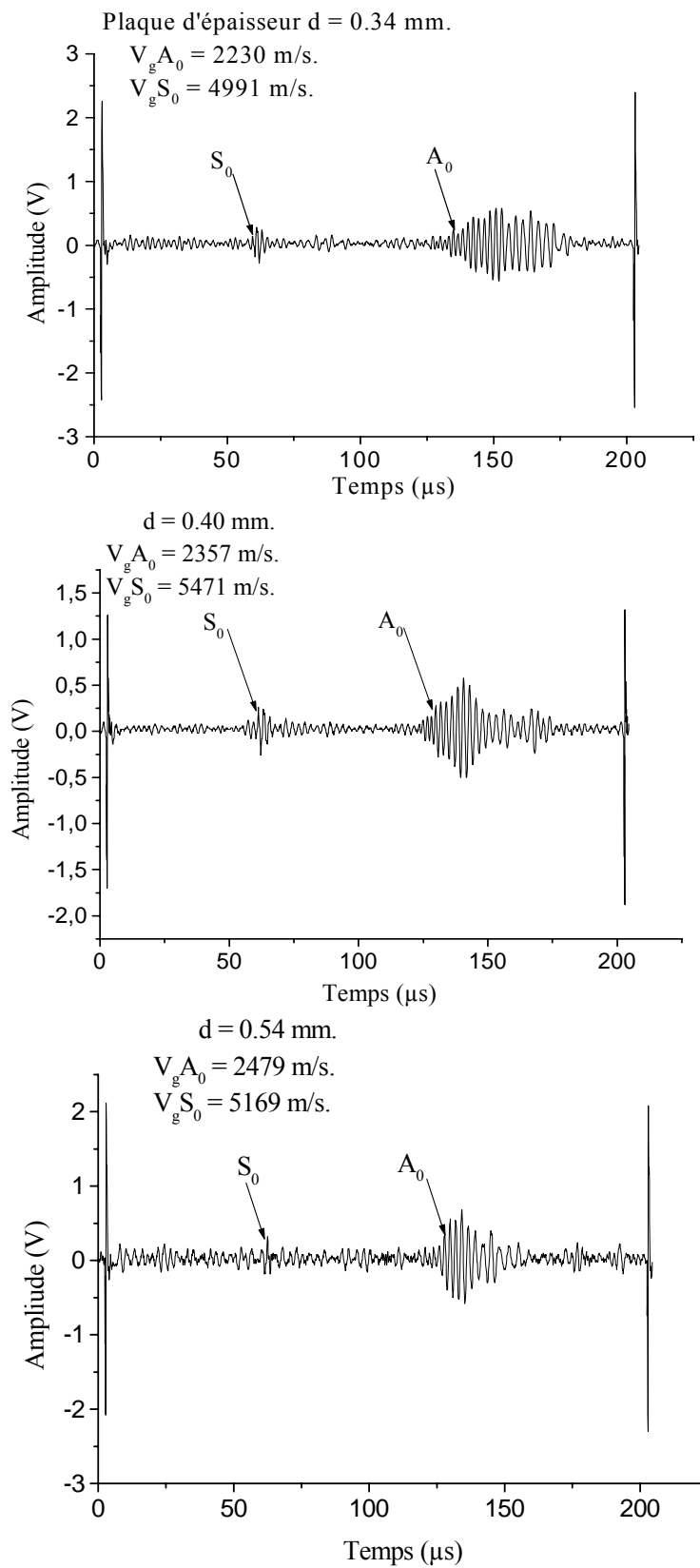


Figure IV.4.a : Modes de Lamb A_0 et S_0 dans des plaques d'épaisseurs $d=0.34$ mm, 0.40 mm et 0.54 mm.

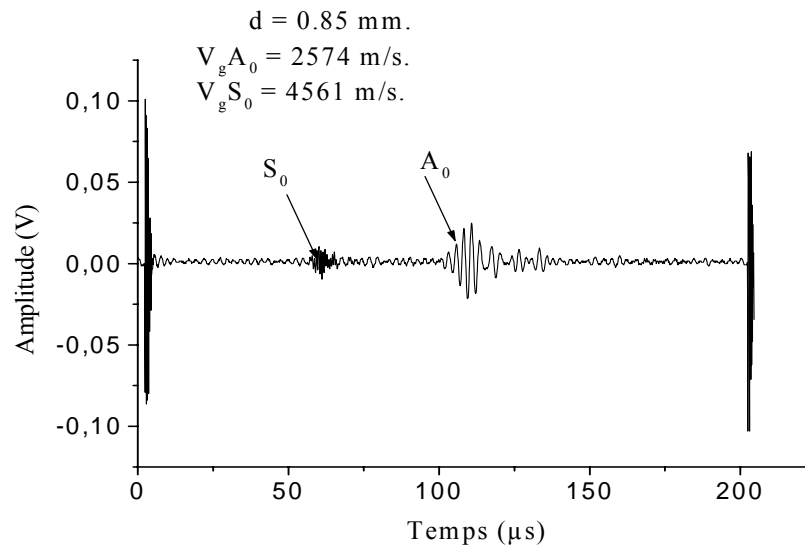


Figure IV.4.b : Modes de Lamb A_0 et S_0 dans une plaque d'épaisseur $d = 0.85 \text{ mm}$.

Cette méthode, bien qu'elle permette de générer le premier mode de flexion A_0 , ne nous satisfait pas pleinement, car elle permet aussi, l'excitation du premier mode de compression (symétrique) S_0 . Ce dernier mode est excité par les vibrations latérales de la sonde. Bien que ce mode, plus rapide que le premier mode de flexion, arrive en premier, il n'est pas gênant pour l'expérience de mesure d'épaisseur que nous voulons réaliser. Néanmoins il serait préférable de pouvoir générer le mode choisi A_0 seul. Le mode S_0 , est un mode complémentaire du mode de flexion A_0 , en ce sens qu'il est très utile pour la localisation et le dimensionnement d'un défaut quelconque ou particulièrement d'une perte d'épaisseur. Il pourrait nous être nécessaire pour des travaux ultérieurs comme pour la détection de la corrosion, de l'oxydation ou de défauts liés à la fatigue de la structure.

IV.3.2. Méthode de génération par sabot interposé

Nous cherchons donc à éliminer la génération du mode symétrique S_0 , pour cela il nous faut éliminer les vibrations latérales du transducteur émetteur. Nous avons testé une nouvelle méthode de génération du mode de flexion A_0 , en chaussant les transducteurs d'un sabot en plexiglas, pour éviter que les vibrations latérales de l'émetteur ne se communiquent à la plaque. La figure IV.5 montre le schéma fonctionnel de l'expérience réalisée.

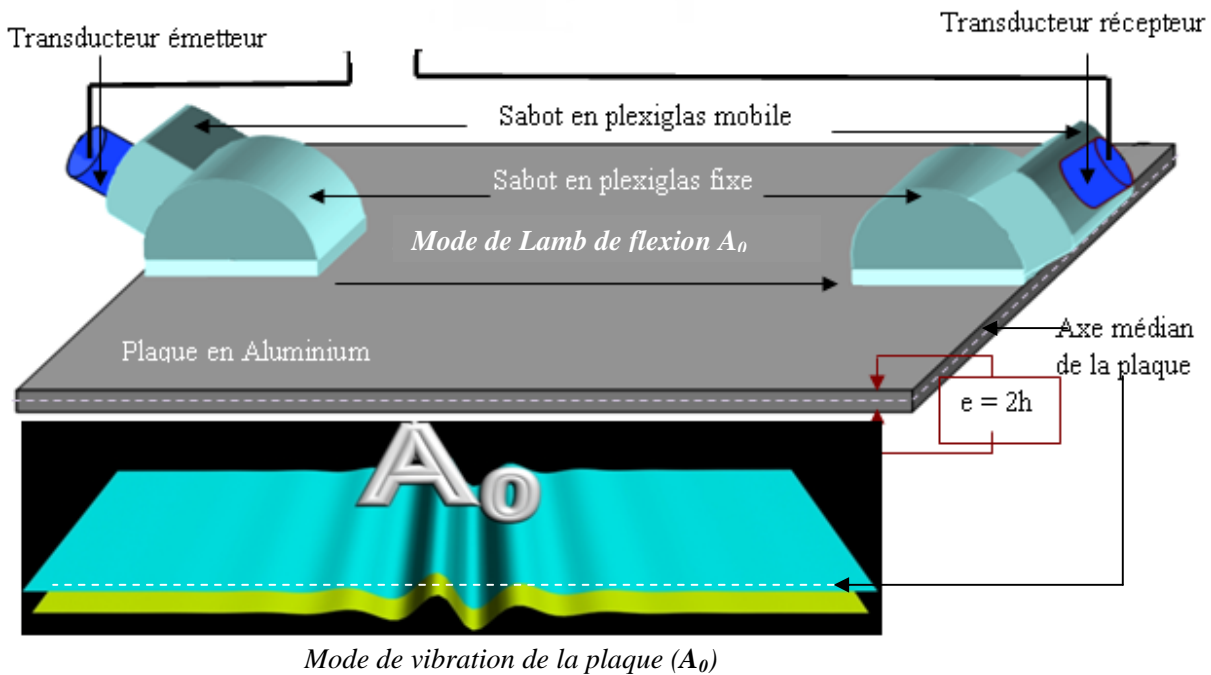


Figure. IV.5 : Méthode de génération par sabots interposés

Les transducteurs, émetteur et récepteur, sont encastrés dans un premier sabot pivotant autour d'un deuxième sabot, dont il épouse parfaitement la forme, posé sur la plaque (Figure IV.6). C'est en faisant pivoter le transducteur émetteur sous différents angles (le transducteur récepteur est mis à chaque rotation sous le même angle), que nous nous sommes aperçus que pour un angle d'incidence, d'approximativement 30° , nous pouvons éliminer le mode S_0 et ne générer que le mode désiré, de flexion A_0 . [Il semblerait (calculs en cours), que les réflexions multiples du faisceau acoustique incident à l'intérieur du sabot en contact avec la plaque, obligent le faisceau émergent à être perpendiculaire à celle-ci, d'où la génération unique du mode de flexion antisymétrique A_0 (Figure IV.7 et Figure IV.8)]. Pour d'autres angles, choisis en utilisant la loi de Snell-Descartes, par exemple 60° ou 56° nous générons le mode de compression S_0 , seul.

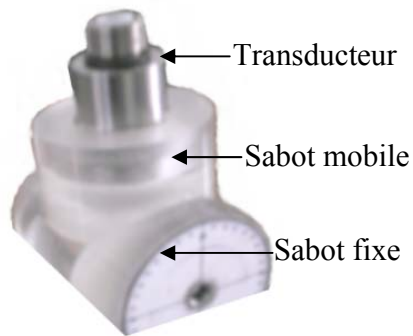


Figure IV.6 : Système de génération d'ondes, à angle variable

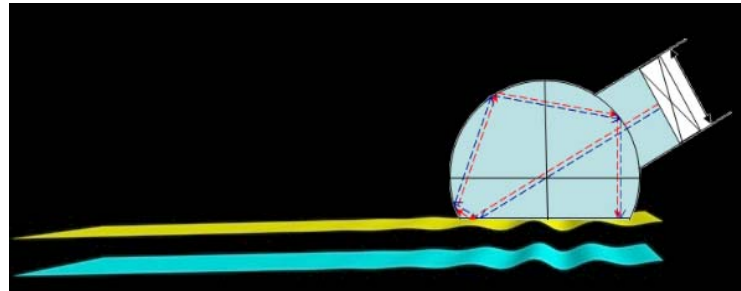


Figure IV.7: Réflexions multiples du faisceau acoustique pour une émergence normale

Les résultats obtenus par cette méthode sur des plaques d'aluminium (duralumin) de différentes épaisseurs 0.10, 0.16, 0.18, 0.34, 0.40, 0.54, 0.85 mm sont présentés sur la figure IV.8.a, IV.8.b et IV.8.c.

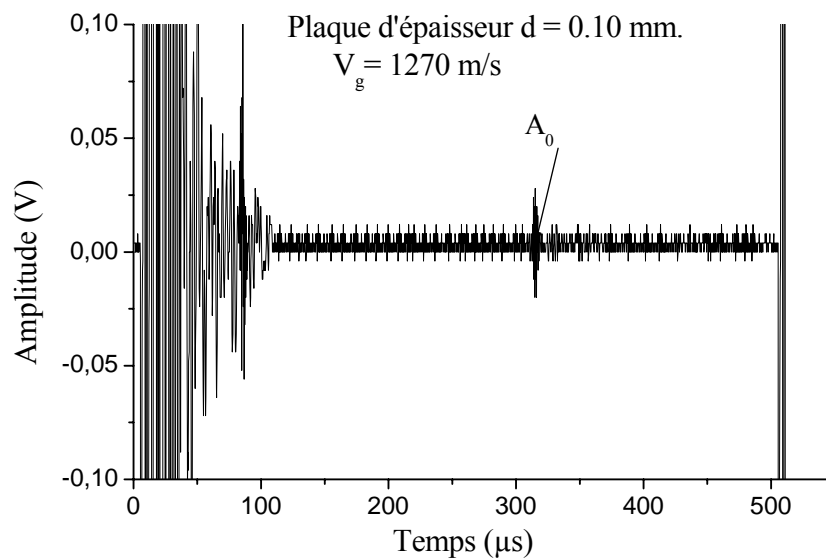


Figure IV.8.a: Génération du mode de Lamb A_0 , dans la plaque d'épaisseur 0.10 mm.

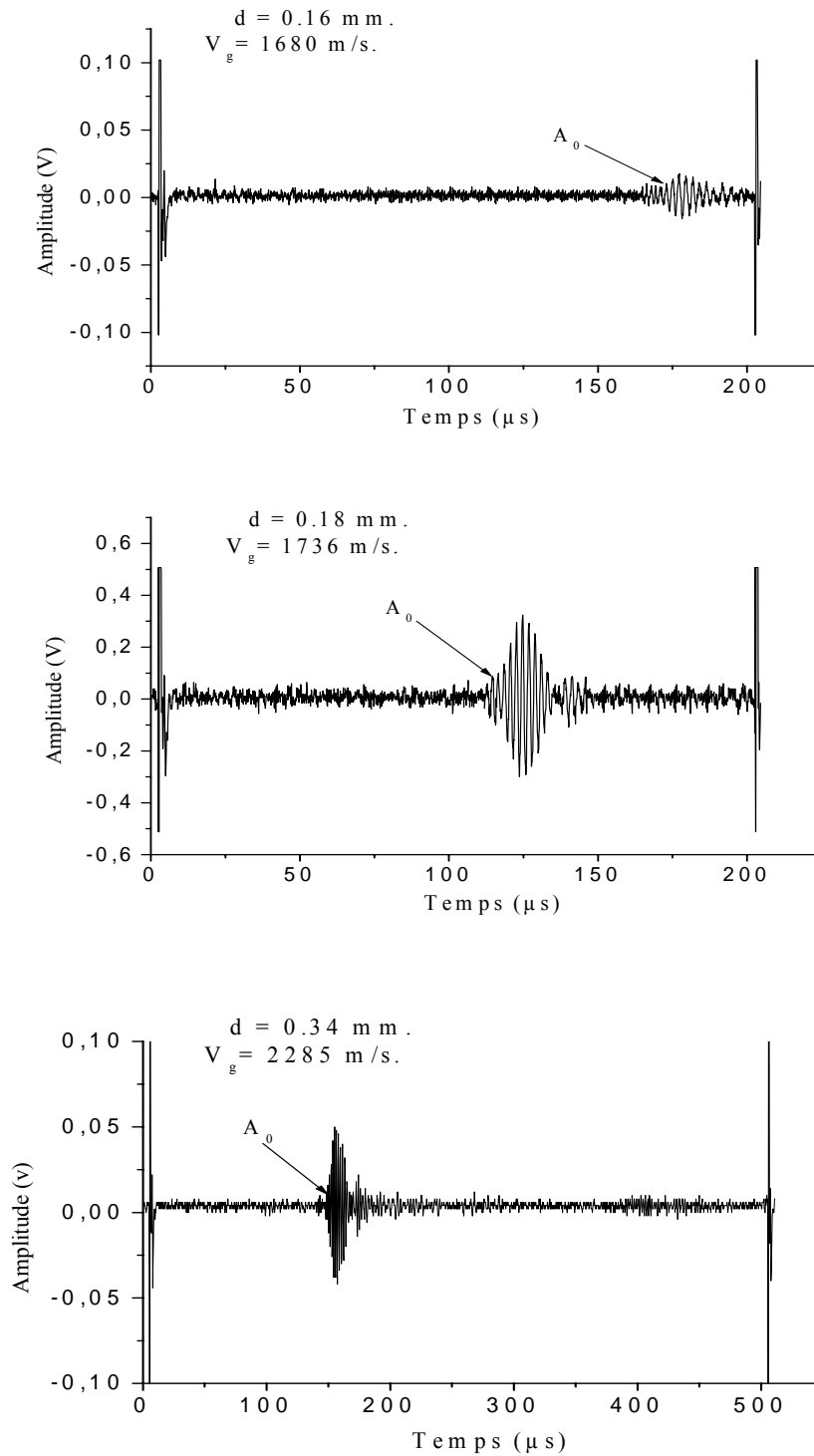


Figure IV.8.b: Génération du mode de Lamb A_0 , dans des plaques d'épaisseurs 0.16, 0.18 et 0.34 mm.

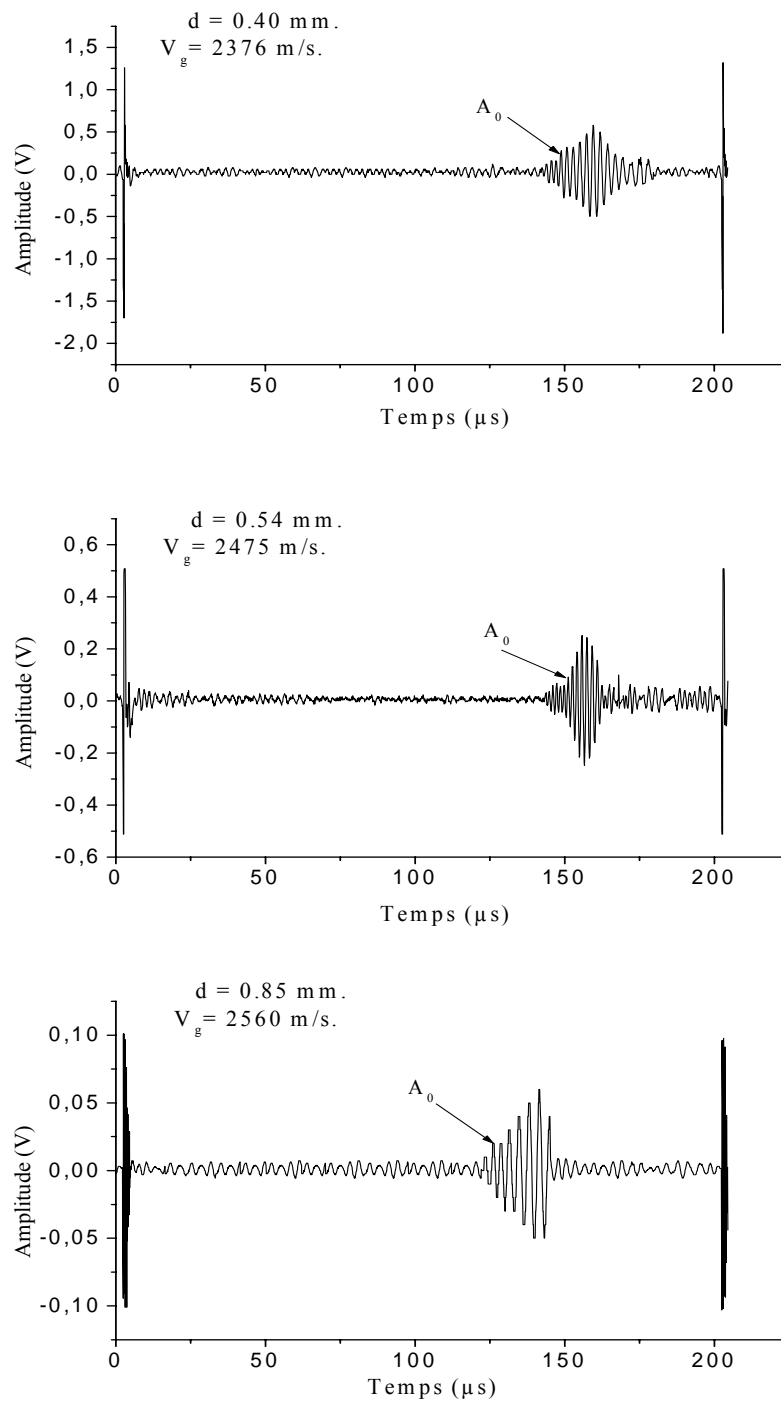


Figure IV.8.c : Génération du mode de Lamb A_0 , dans des plaques d'épaisseurs 0.4, 0.54 et 0.85 mm

Cette méthode du sabot, nous donne pleine satisfaction et nous allons l'utiliser pour essayer de valider nos conclusions théoriques. Nous utilisons le montage de la Figure. IV.5 pour des plaques d'aluminium (duralumin) de différentes épaisseurs 0.10, 0.16, 0.18, 0.34, 0.40, 0.54, 0.85 mm. Notre but est de mesurer la vitesse de groupe dans chaque cas et par le biais de la formule établie (chapitre III), remonter à la valeur de l'épaisseur de la plaque en question.

A l'aide du temps de vol de l'onde de flexion A_0 , que l'on peut lire sur l'oscilloscope et connaissant la longueur de la plaque, on calcule la vitesse de groupe expérimentale du mode A_0 généréré. Et de la formule suivante nous tirons d , l'épaisseur de la plaque.

$$d \approx \frac{V_g \sqrt{3}}{kV_p} = \frac{V_g^2 \sqrt{3}}{4\pi f V_p} \quad (\text{III .1})$$

V.4. Résultats expérimentaux

E_{pc} : épaisseur mesurée avec un pied à coulisse ; E_{for} : épaisseur calculée par la formule III.I.

Epaisseur mesurée avec un pied à coulisse numérique « μm »	Vitesse de groupe expérimentale « m/s »	Epaisseur mesurée expérimentalement « μm »	écart absolu « μm » $\Delta = E_{pc} - E_{for} $	écart relatif (%) $(\Delta / E_{pc}) \times 100$
100 \pm 10	1270 \pm 11	97.0 \pm 0.8	3	3
160 \pm 10	1545 \pm 11	157 \pm 1	3	1.87
180 \pm 10	1750 \pm 19	174 \pm 2	6	3.33
340 \pm 10	2230 \pm 25	319 \pm 4	21	6.17
400 \pm 10	2357 \pm 27	360 \pm 5	40	10
540 \pm 10	2479 \pm 28	393 \pm 6	147	27.22
850 \pm 10	2574 \pm 35	416 \pm 12	434	51.05

Tableau IV.1 : Tableau récapitulatif des résultats obtenus.

IV.5 Interprétation de résultats

Les résultats obtenus, par notre méthode de mesure d'épaisseur de plaques d'aluminium (duralumin), sont très satisfaisants. Nous observons que les résultats obtenus par les mesures à l'aide d'un pied à coulisse numérique, sont très proches de celles obtenues par la méthode du mode de Lamb A_0 . L'écart absolu d'une grandeur mesurée est l'écart qui sépare la valeur expérimentale de la valeur obtenue par la mesure au pied à coulisse numérique [38] ici, cet écart augmente de $3 \mu\text{m}$ à $434 \mu\text{m}$. L'écart absolu, ne permet pas de se faire une idée précise de la finesse de la mesure. Il nous faut étudier l'écart relatif, pour plus de précision. Dans notre cas, cet écart évolue de 3% à 51% avec une meilleure valeur à 1,87% pour une plaque de $160 \mu\text{m}$. Nous pouvons considérer qu'une précision de 10% est acceptable dans certains cas (corrosion, oxydation etc.). Il faudrait être plus précis dans le cas de mesure d'épaisseur de métaux précieux.

De plus, nous remarquons que plus l'épaisseur est faible, plus l'écart entre les deux mesures se réduit ; ceci étant dû au fait qu'à ces épaisseurs, la relation de linéarité, entre la vitesse de groupe et le produit (kh) est meilleure.

IV.6. Application au contrôle non destructif

On constate, que le mode A_0 aux bas produits fréquence-épaisseur est sensible à toute modification de la surface et donc peut être exploité pour des pertes ou des gains d'épaisseur. Cette sensibilité du mode A_0 à la variation de l'épaisseur aux bas produits fréquence-épaisseurs est exploitable dans la détection et l'estimation de l'oxydation et de la corrosion sur des matériaux in situ : c'est le contrôle non destructif. En effet, on devrait s'attendre à ce que la réduction (l'augmentation) de l'épaisseur crée une diminution (une augmentation) de la vitesse de groupe du mode guidé A_0 d'où, un décalage temporel entre les deux signaux (plaque saine et plaque abîmée). Ce décalage temporel peut être mesuré et connaissant la largeur de la partie corrodée ou oxydée (en utilisant le premier mode de compression S_0), nous accéderons à la vitesse de groupe dans cette zone de la plaque. Connaissant cette vitesse, par l'intermédiaire de la formule III.1 nous aurons une estimation de la variation d'épaisseur.

L'expérience qui suit, consiste à mettre en évidence la faisabilité de cette nouvelle méthode. Nous n'utiliserons pas le mode guidé de compression S_0 pour dimensionner le

« défaut » et nous simulerons des pertes d'épaisseur en limant la plaque sur une surface de dimensions connues.

IV.6.a. Mesure du temps de décalage en utilisant la fonction d'intercorrélation

C'est une technique classique utilisée pour mesurer le décalage entre deux signaux.

La fonction d'intercorrélation Ψ_{xy} entre deux signaux réels le signal de référence $x(t)$ (plaque saine), et le signal après traversée de la partie limée $y(t)$, est définie par [28] :

$$\Psi_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(u) y(u+t) du$$

Où * désigne le conjugué complexe

La fonction d'intercorrélation dans le cas d'un retard pour Δt entre deux signaux $x(t)$ et

$x(t-\Delta t)$, est défini par : $\Psi_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)^* x(u+t-\Delta t) du = \Psi_{xy}(t-\Delta t)$

La fonction Ψ_{xy} est maximale pour $t = \Delta t$, ce maximum donne une mesure très précise du temps de retard entre les deux signaux [28], (figure IV.9.a, b).

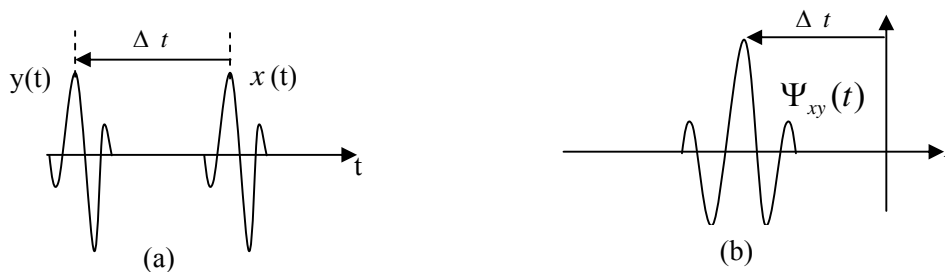


Figure IV. 9 : (a) les deux signaux réels $x(t)$ et $y(t)$ où $y(t) = x(t-\Delta t)$

(b) fonction d'intercorrélation réelle entre les deux signaux.

Cependant, cette méthode de mesure présente quelques désavantages notamment pour les signaux multimodaux ou fortement dispersifs (**notre cas**) dans lesquels la variation de la vitesse de propagation en fonction de la fréquence devient significative. La mesure du décalage temporel peut se faire par lecture directe sur un oscilloscope de précision, nous avons testé cette

méthode. Une autre technique utilise les propriétés de la transformée de Hilbert d'un signal afin de déterminer le décalage temporel entre deux signaux. Cette technique améliore notablement la chronométrie en présence de réponses multimodales ou dispersives [28]. Nous n'avons pas utilisé cette méthode.

IV.7. Détection de la variation d'épaisseur.

Cette expérience, à pour objectif, la détection de la perte de matière dans une plaque mince d'aluminium en utilisant le mode A_0 . Pour cela, nous avons limé deux plaques : une d'épaisseur $180\ \mu\text{m}$, et une autre d'épaisseur $400\ \mu\text{m}$, de telle façon à avoir une partie de la plaque plus mince que la plaque initiale (figures (IV.10.a, IV.10.b)).

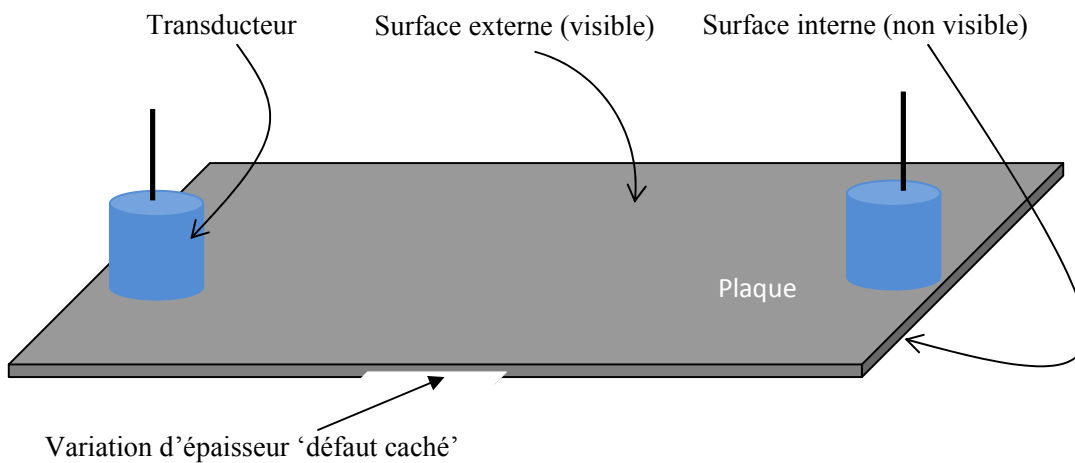


Figure. IV.10.a : Schéma simplifié du montage expérimental : variation d'épaisseur non visible.

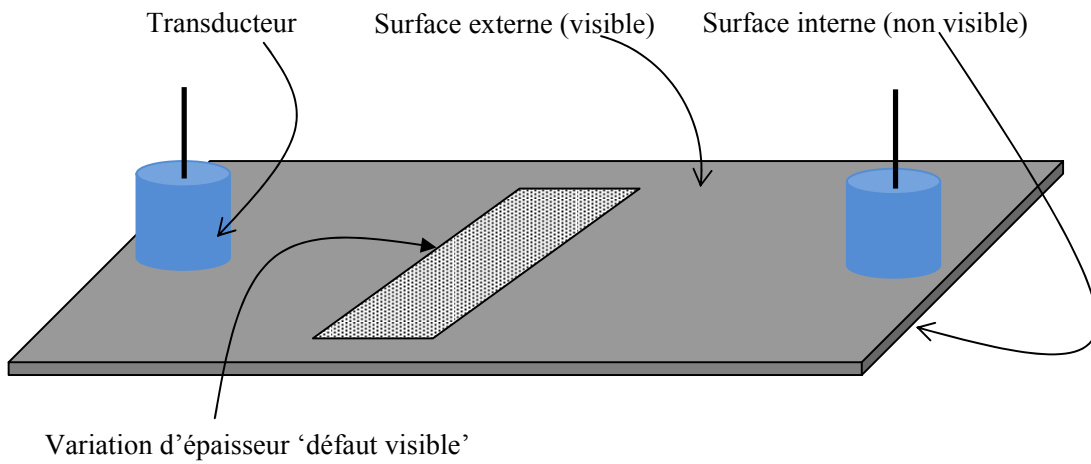


Figure. IV.10.b : Schéma simplifié du montage expérimental : variation d'épaisseur visible.

Les signaux obtenus, lorsque l'onde parcourt la partie saine et lorsqu'elle parcourt la partie saine en traversant la zone limitée, sont représentés sur les figures ci-contre.

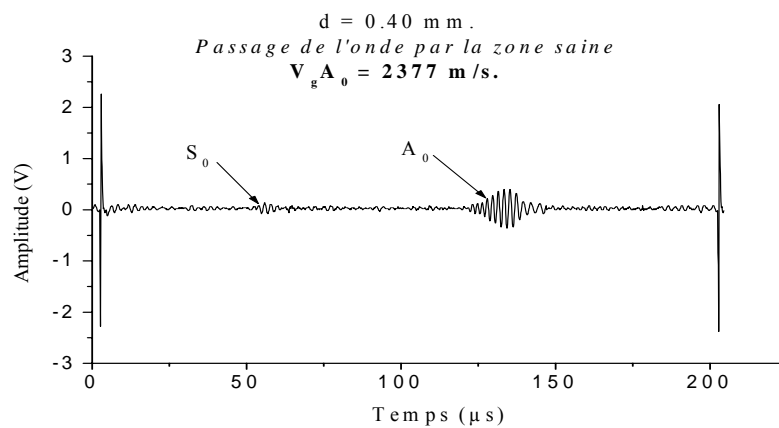


Figure. IV.11.a. Génération des modes de Lamb A_0 et S_0 dans une plaque d'épaisseurs 0.4 mm

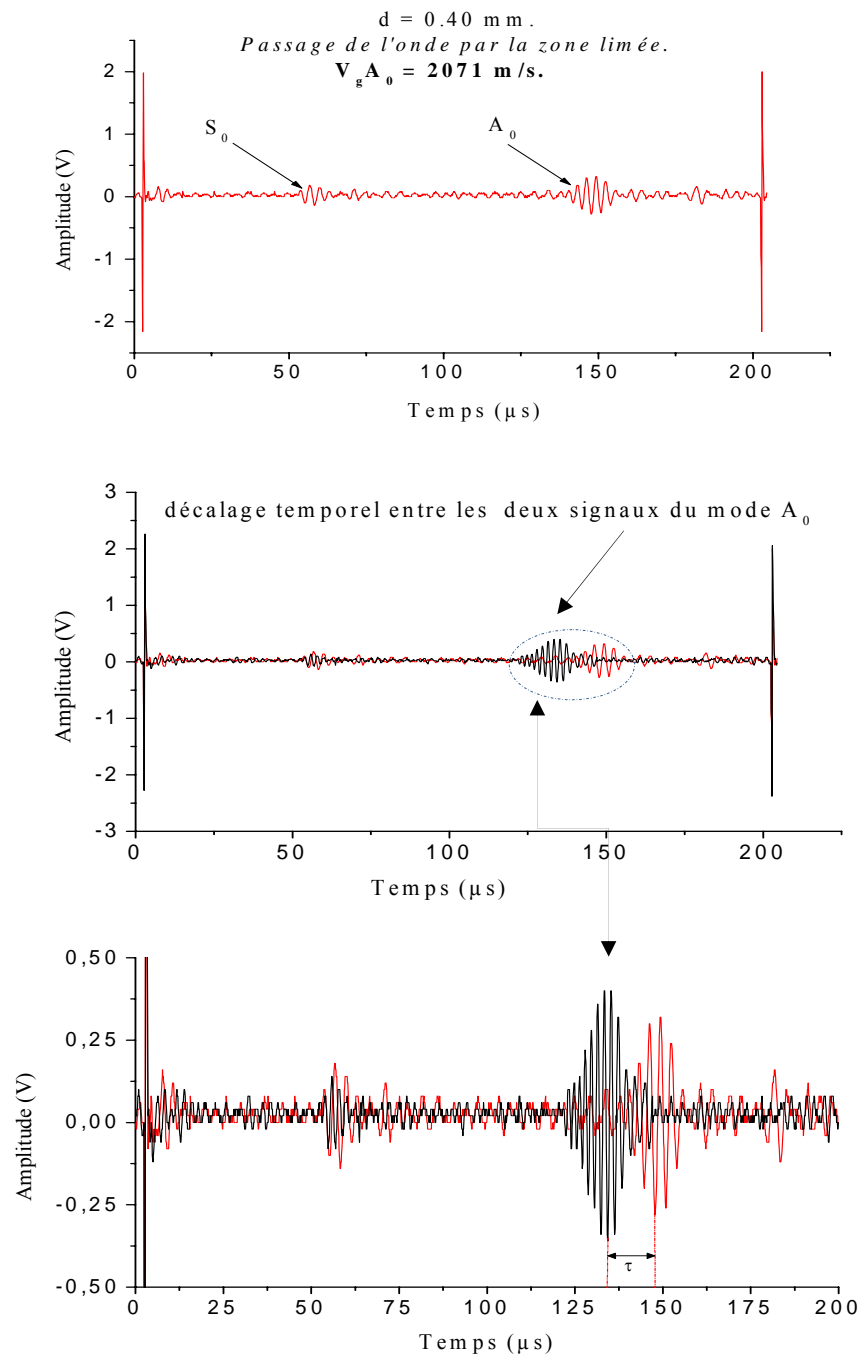


Figure. IV.11.b. Décalage temporel entre les deux signaux obtenus lorsque l'onde traverse une zone saine et une zone saine + limitée, pour la plaque d'épaisseur 0.4mm.

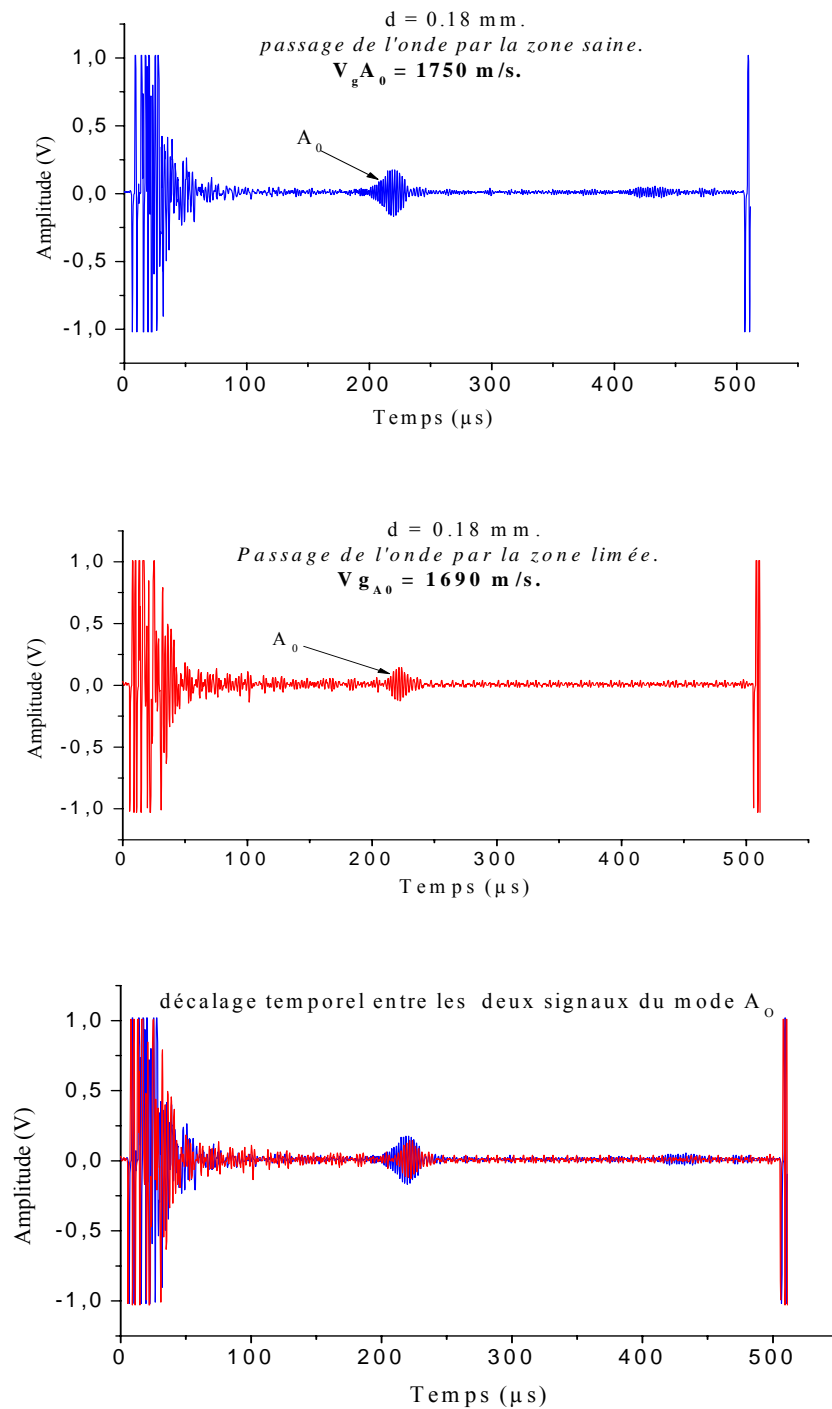


Figure. IV.11.c. Décalage temporel, entre les deux signaux obtenus lorsque l'onde traverse une zone saine et une zone saine + limitée, pour la plaque d'épaisseur 0.18mm.

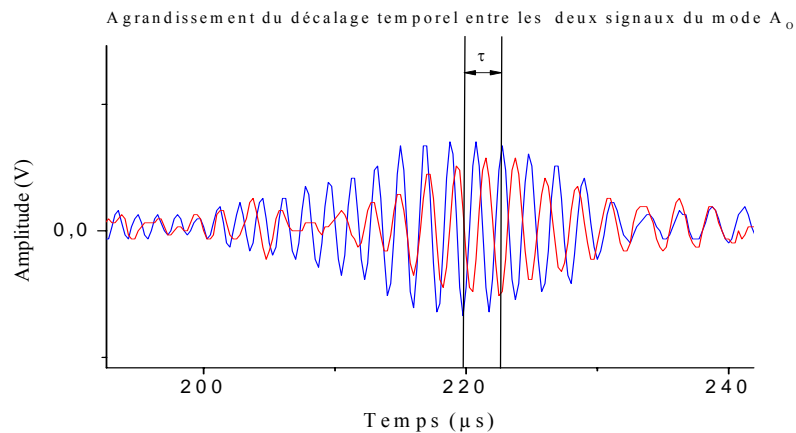


Figure. IV.11.d. Décalage temporel, vu à la loupe, entre les deux signaux obtenus lorsque l'onde traverse une zone saine et une zone saine + limée, pour la plaque d'épaisseur 0.18mm.

Les résultats obtenus lors de ces expériences sont regroupés dans les tableaux suivants :

Méthode d'intercorrélation

Epaisseur de la plaque « μm »	Largeur du défaut mesuré avec un pied à coulisse numérique « cm »	Temps de retard Δt « μs »	Epaisseur de la zone limée mesurée avec un pied à coulisse numérique « μm »	Epaisseur de la zone limée, mesurée expérimentalement « μm »	écart absolu « μm » $\Delta = E_{pc} E_{for} $	écart relatif (%) $(\Delta / E_{pc}) \times 100$
400	3.0 ± 0.2	16.3	300 ± 20	170	130	43.33
180	$2,2 \pm 0.2$	4.01	130 ± 20	60	70	53.84

Méthode par lecture direct

Epaisseur de la plaque « μm »	Largeur du défaut mesuré avec un pied à coulisse numérique « cm »	Temps de retard Δt « μs »	Epaisseur de la zone limée, mesurée avec un pied à coulisse numérique « μm »	Epaisseur de la zone limée, mesurée expérimentalement « μm »	écart absolu « μm » $\Delta = E_{pc} E_{for} $	écart relatif (%) $(\Delta / E_{pc}) \times 100$
400	3.0 ± 0.2	13 ± 1	300 ± 20	270	30	10
180	2.2 ± 0.2	3 ± 1	130 ± 20	110	20	15.38

Tableaux. IV.2 : Récapitulatif des résultats obtenus par la méthode d'intercorrélation et par lecture directe.

Les résultats obtenus sont identiques, (figures IV.11. (a, b, c et d)) que le défaut soit visible ou invisible (plaque retournée). Ceci montre la sensibilité de cette méthode aux défauts internes des structures telle que la corrosion ou l'oxydation. Néanmoins, la méthode par lecture directe donne de meilleurs résultats (l'écart relatif de 10% et 15.38%) que la méthode d'intercorrélation (écart relatif de 43.33% et 53.84%) car, comme nous l'avons souligné ci-dessus, cette méthode de mesure est très peu précise pour les signaux fortement dispersifs comme le mode de flexion antisymétrique A_0 . Une mesure plus fine du décalage temporel entre les deux signaux améliorerait cette technique de façon radicale.

Au laboratoire, nous travaillons à la conception d'un dispositif électronique pour l'exploitation de la technique de mesure par chevauchement d'échos, connue sous l'appellation « pulse echo overlap », en vue d'effectuer des mesures de haute précision pour des décalages temporels très petits.

Conclusion

La méthode de contrôle la plus élégante et la moins coûteuse à mettre en œuvre reste le contrôle par ultrasons. Les structures formées de plaques minces peuvent être le siège de propagation d'ondes guidées (ondes de Lamb, Love, Rayleigh, etc.). Les ondes de plaques ont la particularité avantageuse d'interroger la totalité de l'épaisseur dans leur milieu de propagation sans pour autant subir une atténuation aussi importante que les ondes de volume. Lorsque la structure à tester est une coque ou une plaque, on peut guider ces ondes ultrasonores entre les deux surfaces externe et interne de la structure. Ces ondes guidées, peuvent être détectées très loin (plusieurs mètres) de la zone d'émission sans que leur amplitude ne soit atténuée. Elles sont extrêmement sensibles à l'épaisseur de la structure, qui les guide. Ainsi, tous les manques de matière affectant l'épaisseur de la structure et toutes les altérations des surfaces se traduisent par une atténuation plus ou moins forte et/ou par une variation notable de la vitesse de propagation, et parfois même par la disparition pure et simple de l'onde guidée.

Ce travail a commencé par un aperçu sur les techniques de mesure d'épaisseur communément utilisées. Nous avons montré que ces méthodes sont locales et obligent l'opérateur à se déplacer, incessamment, sur toute la longueur du produit à contrôler. Notre étude a consisté à montrer la capacité des **ondes guidées** à permettre la mesure des épaisseurs de plaques minces et la détection ainsi que la mesure de la perte d'épaisseur que crée la corrosion par exemple.

L'utilisation adéquate de ce type d'ondes requiert la connaissance précise des équations de dispersion, qui sont liées aux propriétés élastiques du milieu de propagation. L'équation de dispersion est déduite de l'équation de propagation et des conditions aux limites. Elle nous a permis de tracer les courbes de dispersion des vitesses de phase et de groupe. Ces courbes montrent qu'il existe deux familles de modes pouvant se propager sur une plaque d'épaisseur inférieure ou égale à la longueur d'onde : des ondes de compression et des ondes de flexion. En étudiant de façon judicieuse les courbes de dispersion des vitesses de groupe des modes symétriques ou antisymétriques, nous avons remarqué l'existence d'une relation de linéarité entre la vitesse de groupe et le produit « f.d ». Cette linéarité montre qu'il serait possible de mesurer l'épaisseur d'une plaque (d'une perte ou d'un gain d'épaisseur) plus ou moins mince, en mesurant la vitesse de groupe du mode en question, pour une fréquence donnée.

Pour ce faire, nous exploitons analytiquement, l'équation de dispersion de Rayleigh Lamb, pour mettre en évidence cette relation de linéarité entre la vitesse de groupe et l'épaisseur de la plaque pour le premier mode antisymétrique A_0 , donc, aux valeurs de $kh \ll 1$. Pour mesurer de faibles épaisseurs, nous avons utilisé le mode de Lamb de flexion A_0 aux très bas produits fréquence-épaisseur. Pour ce faire, nous mesurons sa vitesse de groupe, pour différentes plaques, et en utilisant la relation de linéarité liant la vitesse de groupe à l'épaisseur nous calculons l'épaisseur de la plaque. La mesure de la vitesse de groupe se fait par le calcul du temps de vol de l'onde dans la plaque. La variation de vitesse dans une même plaque indique une variation d'épaisseur.

La résolution numérique de l'équation de Rayleigh-Lamb nous a permis de déterminer le domaine où la droite $V_g = f(k.h)$ et la courbe de la vitesse de groupe du mode A_0 sont confondus. Le point (dépendant de la nature du guide) de séparation de la droite et de la courbe nous donne la limite de précision fine de cette méthode. Mais, selon l'usage industriel des plaques en question (plaques minces), nous pouvons estimer, en prenant comme référence la valeur que donnerait un pied à coulisse numérique, l'épaisseur de la plaque à 15, 10, 5 % ou moins, en supposant que « *la courbe reste une droite* ».

Les résultats obtenus par la méthode du mode guidé de Lamb A_0 sont très proches des mesures réelles obtenues avec un pied à coulisse numérique (dans certains cas, l'écart relatif, entre la valeur obtenue avec un pied à coulisse et la valeur obtenue en utilisant notre formule, est de l'ordre de 1,87 %). Les mesures sont plus précises lorsque l'épaisseur est faible, ceci étant dû au fait que la relation de linéarité entre la vitesse de groupe et le produit (kh) est meilleure. Cette sensibilité du mode A_0 , à la variation d'épaisseur aux bas produits fréquence-épaisseur, est exploitable pour la détection et l'estimation de la perte d'épaisseur dans le cas de l'oxydation, de la corrosion, etc. Nous l'avons montré pour deux plaques d'épaisseurs différentes sur lesquelles nous avons simulé une corrosion en limant une partie de celles-ci. Les résultats sont très satisfaisants.

Ce travail a montré la capacité des ondes guidées et en particulier la capacité du premier mode de flexion de Lamb à détecter et à mesurer une variation d'épaisseur. Il reste à améliorer cette nouvelle technique en trouvant le moyen de mesurer des décalages temporels très réduits (au laboratoire, nous travaillons à la conception d'un dispositif électronique « pulse echo-overlap », en vue d'effectuer des mesures de haute précision pour des décalages temporels très petits).

Bibliographie

- [1] C. TITRY, « Détection, par ondes de Lamb, de la corrosion cachée dans les structures aéronautiques en aluminium », université paris 7, 2006.
- [2] Ministère chargé de l'environnement, « Rupture d'un réservoir de stockage de pétrole », Kallo-Belgique, 2005.
- [3] M. LINE ZANI, « Mesurer l'épaisseur d'un revêtement », Mesures 759, Novembre 2003.
- [4] S. PETIT, F. LESAGE, B. BISIAUX, « Online varnish thickness measurement on steel tubes », Vallourec & Mannesmann, France.
- [5] J. DELEMONTEZ, P. BRYLA, D. FILLIARD, « Inspection et expertise des conduites forcées : a la recherche de techniques tout terrain », EDF-Division Technique Générale, 2006.
- [6] LABOMAT ESSOR, « Mesureur d'épaisseur de paroi en acier, en plastique », LABOMAT Instruments & Spécialités, France.
- [7] A. DENIS, D. BREYSSE, F. Cremoux, « Traitements et analyse des mesures de diagraphies différées pour la reconnaissance géotechnique », Bull Eng Geol Env, Vol.58, p.309-319, 2000.
- [8] CNRC Aérospatiale, « Evaluation non destructive », Canada, 2006.
- [9] ELCOMETER, « Jauges d'épaisseur de revêtement - digitales », V2: 2007
- [10] Contrôle Non Destructif, « Les Rayons X Mesurent Les Piqûres De Corrosion », mesures 739, 2001.
- [11] D. ROYER, E. DIEULESAINT, F. BOUBENIDER and O. LEGRAS, « Capteurs à ondes élastiques guidées », J. Phys. III, vol. 2, pp.145-168. 1992
- [12] F. MOUNIR, Cours pour deuxième année licence maintenance industrielle « Contrôle Non Destructif », Institut Supérieur des Systèmes Industriels de Gabès, p .69, 2008.

- [13] SOFRANEL, « contrôle non destructif des matériaux », société française d'électrophysique.
- [14] PosiTector 6000, « Mesureurs d'épaisseur de revêtements sur tous supports métalliques », DeFelsko Corporation USA, 2006.
- [15] PosiTector 200 séries, « mesureur d'épaisseur de revêtements pour la mesure non destructive de revêtement appliqués sur bois, béton, plastique, etc. », DeFelsko Corporation USA, 2006.
- [16] Olympus, « Mesureurs d'épaisseur de précision par ultrasons », Olympus NDT Europe.
- [17] « Méthodes spectrométriques d'analyse et de caractérisation », Ecoles des Mines de SAINT-ETIENNE, France.
- [18] D. ROYER, E DIEULESAINT, « Ondes élastique dans les solides, génération, interaction acosto-optique application », Tome2, ed .Masson, Paris, p.474, 1999.
- [19] D. ROYER E. DIEULESAINT, « Ondes élastique dans les solides, propagation libre et guidée ». Tome1, Paris : Masson, p.308. 1996.
- [20] E. DIEULESAINT et D. ROYER, « Ondes élastiques dans les solides : Application au traitement du signal », Tome2, Ed. Masson, Paris. 1974.
- [21] VICTOROV I.A, « Rayleigh and Lamb waves » Plenum press, New York, 1967.
- [22] LAMB, H. « On waves in an elastic plate », conf. of the Royal Society, p.114-128, 1917
- [23] K. JEZZINE, « Approche modale pour la simulation globale de contrôle non destructif par ondes élastiques guidées », université bordeaux 1, 2006.
- [24] E. LE CLÉZIO, « Diffraction des ondes de Lamb par des fissures verticales », Thèse de Doctorat, Université Bordeaux I, 2001.
- [25] C. TITRY, N. TERRIEN, F. LEPOUTRE, « Détection de la corrosion cachée dans les structures aéronautiques en aluminium », Colloque Interdisciplinaire en Instrumentation (CII) Cachan (France), 2004.

- [26] T. MONNIER, « Ondes de Lamb dans les milieux stratifiés application à la surveillance in situ et en temps réel de l'endommagement de structures composites », Thèse de Doctorat, Lyon, 2001.
- [27] L. E.KINSLER et al, "Fundamentals of acoustics", 4th ed., p.567, 2000.
- [28] B. AUDOIN et J. ROUX, "An innovative application of the Hilbert transform to time delay estimation of overlapped ultrasonic echoes", Ultrasonics, Vol. 34 (1), 25-33, 1996.
- [29] M.J. VELLKOOP, G.W.LUBKING and A.VENEMA, « Acoustic-wave based monolithic microsensors », IEEE ultrason.symp.proc, p565-574, 1994.
- [30] V.P. PLESSKY, S.N. KONDRATIEV, R. STIERLIN and F. NYFLELES, "SAW tags: new ideas", IEEE ultrason.symp.proc, pp. 117-120, 1995.
- [31] L.REINDL, G. SCHOLL,T.Ostertag. C. C. W.RUPPEL, W. E.BULST and F. SEIFERT, «SAW devices as wireless passive seunon », IEEE ultrason.symp.proc, p.363.367, 1996.
- [32] H.SCHEN, G.SCHOLI, F.SEIFERT and R.WEIGEL. « quartz pressure sensor based on saw reflctive delaylive »,IEEE ultrason ;symp.proc.,pp.347.350,1996.
- [33] A.POHL, G.OSTERMAYER, L.REINDL and.F.SEIFERT,« monotoring the tire preureat cars using porssive saw sensors»,IEEE ultrason.symp.proc, pp471.474, 1917.
- [34] D.ROYER, L. LEVIN, « Capteurs à fibres acoustiques », Le développement de nouveaux capteurs, L.O.A (ESPCI).
- [35] S.BALLANDRAS, « Capteur à ondes de surface », Thèse de Doctorat, 2002.
- [36] B.A. Auld, « Acoustic fields and waves in solids », Volume I, John Wiley & Sons, p. 431, 1972.
- [37] L. Rayleigh, «On waves propagating along the plane of an elastic solid», proc. London. Math. Soc, vol.17, p.411, 1885
- [38] J. Taylor, «Incertitudes et analyse des erreurs dans les mesure physique», Ed. DUNOD, 2nd édition, p. 334, 2000.

[39] Y. ABBAS, « Utilisation des ondes ultrasonores guidées pour l'étude de défauts invisibles sur des plaques minces », Mémoire de Magister, USTHB, 2007.

[40] H.ZITOUNE, « Utilisation des ondes ultrasonores guidées pour l'inspection interne de structures tubulaires : Application au tubes de l'industrie alimentaires », Mémoire de Magister, USTHB, 2008.