

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE D'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
<< HOUARI BOUMEDIENE >>
FACULTE DE PHYSIQUE



THESE

Présentée pour l'obtention du diplôme de DOCTORAT D'ETAT

EN PHYSIQUE

Spécialité : Energétique et Mécanique Des Fluides

Par : MAHFOUD MOHAMED

Sujet

**ETUDE EXPERIMENTALE DE L'ECOULEMENT
D'UN FLUIDE VISCOELASTIQUE DANS UNE
CONDUITE PRESENTANT UNE SINGULARITE**

Soutenue le 11 / 07 / 2005 , devant le jury composé de :

Mr. A. SALEM , Professeur, USTHB
Mr. S. BENHADID , Professeur, USTHB

Président
Dteur de Thèse

Mme. F. BENTAHAR , Professeur, USTHB
Mr. M. BOUHADEF , Professeur, USTHB
Mr. M. LEBOUCHE , Professeur, ENSEM-INPL/FRANCE
Mr. T. BENABID , Maître de Conférences, USTHB

Examineur
Examineur
Examineur
Examineur

A ma famille

A mes amis

A mes collègues

Remerciements

Ce travail a été effectué au Laboratoire LMFTA (Equipe de Rhéologie), Faculté de Physique, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB), sous la direction de Monsieur le Professeur Salah Benhadid, qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour les conseils et les encouragements qu'il m'a prodigués.

Je remercie Monsieur Abdelaziz Salem, Professeur à la Faculté de Physique (USTHB), qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence de mon Jury de thèse et j'accorde une grande importance à son jugement.

Je suis particulièrement reconnaissant à Monsieur Michel Lebouché, Professeur à l'ENSEM-INPL (Nancy- France) pour l'intérêt qu'il a bien voulu témoigner à mes recherches et d'avoir accepté de faire partie du jury de thèse.

Je souhaite remercier Monsieur Malek Bouhadef, Professeur à la Faculté de Génie Civil (USTHB), qui a bien voulu être rapporteur de ce travail malgré ses responsabilités.

Qu'il me soit permis d'adresser mes remerciements à Madame Fatiha Bentahar, Professeur à la Faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés (USTHB), pour avoir bien voulu juger ce travail.

Que Monsieur Tahar Benabid, Maître de Conférences à la Faculté de Physique (USTHB), trouve ici l'expression de ma reconnaissance pour avoir accepté de faire partie de mon Jury de thèse.

Mes remerciements vont également à tous les amis et collègues de la Faculté de Physique qui n'ont cessé de m'encourager tout au long de ce travail.

SOMMAIRE

Nomenclature

Introduction	1
I Présentation générale	3
I.1 Rhéologie des fluides complexes	3
I.1.1 Différentes classes d'écoulements	3
I.1.2 Caractérisation des fluides	3
I.2 Viscoélasticité des fluides	6
I.2.1 Quelques phénomènes physiques	6
I.2.2 Caractérisation des fluides viscoélastiques	7
I.2.2.1 Le temps caractéristique ou de relaxation du fluide	8
I.2.2.2 Nombres de Weissenberg et de Déborah	10
I.2.2.3 Nombres d'Elasticité et de Mach viscoélastique	11
I.2.3 Lois de comportement	12
I.2.4 Quelques lois de comportement (différentielles)	14
I.2.5 Choix des lois de comportement	16
I.2.6 Analogie électromécanique	17
I.3 Fluides non newtoniens généralisés	19
I.4 Etude en régime dynamique des fluides viscoélastiques	22
I.4.1 Angle de perte	22
I.4.2 Balayage en fréquence	22
II Analyse théorique et revue bibliographique	24
II.1 Définitions	24
II.1.1 Diamètre hydraulique	24
II.1.2 Nombre de Reynolds	24
II.1.3 Nombre d'Euler	25
II.1.4 Facteur de frottements	26
II.2 Etude locale :	26
II.2.1 Contraction brusque	26
II.2.1.1 Etudes numériques	26
II.2.1.2 Etudes expérimentales	28

II.2.2	Conduite rectangulaire	31
II.2.2.1	Profils des vitesses – régime laminaire établi	31
II.2.2.2	Régime non laminaire	33
II.3	Etude globale - Frottements et pertes de pression	34
II.3.1	Fluides newtoniens	34
II.3.1.1	Conduites circulaires	34
II.3.1.2	Plans parallèles infinis	35
II.3.2	Fluides non newtoniens pseudoplastiques	36
II.3.2.1	Conduites circulaires	36
II.3.2.2	Plans parallèles infinis	37
II.3.3	Fluides non newtoniens quelconques	38
II.3.3.1	Conduites circulaires	38
II.3.3.2	Plans parallèles infinis	40
II.3.4	Exemples d'étude sur le calcul de la constante '2A'	41
II.3.4.1	Conduites circulaires	31
II.3.4.2	Plans parallèles infinis	41
II.3.5	Généralisation – fluides quelconques et conduites quelconques	42
II.3.5.1	Relation 'frottements – nombre de Reynolds'	45
II.3.5.2	Calcul des paramètres géométriques c et d	47
II.3.5.3	Autre méthode	48
II.3.6	Régime non laminaire	50
II.3.7	Fluides viscoélastiques - réduction de frottements	53
III	Dispositif expérimental et moyens de mesures	55
III.1	Dispositif expérimental	55
III.1.1	Description générale de la boucle d'essai	55
III.1.2	Bacs amont et aval	58
III.1.3	Circuit de thermostatisation	58
III.1.4	Divergent et convergent	58
III.1.5	Groupe motopompe et bi-pass	59
III.1.6	Veine de mesures	59
III.2	Moyens de mesures	62
III.2.1	Mesure du débit	62
III.2.2	Mesure des pressions	63

III.2.3	Mesure des vitesses et de leurs fluctuations	63
III.2.3.1	Technique de la vélocimétrie Laser	64
III.2.3.2	Chaîne vélocimétrie Laser	68
III.2.3.3	Acquisition et traitement du signal	68
III.2.4	Caractérisation rhéologique du fluide test	71
III.3	Fluides utilisés	72
III.3.1	Fluide newtonien	72
III.3.2	Fluide viscoélastique	72
III.4	Vérification de la nature de l'écoulement	73
III.4.1	Vérification des conditions d'entrée et de sortie	73
III.4.2	Vérification de la symétrie de l'écoulement	73
IV	Caractérisation rhéologique et étude locale	77
IV.1	Caractérisation rhéologique du fluide non newtonien	77
IV.1.1	Effet de la concentration	77
IV.1.2	Effet de l'élément de mesure	78
IV.1.3	Effet de la température	79
IV.1.4	Lois de comportement	83
IV.2	Etude locale : profils des vitesses	87
IV.2.1	Etude de l'écoulement sur la ligne centrale	88
IV.2.2	Etude de l'écoulement dans le plan médian	96
IV.2.2.1	Fluide newtonien	96
IV.2.2.2	Fluide non newtonien viscoélastique	103
a)	Etude dans le sens longitudinal	103
b)	Etude dans le sens transversal	111
c)	Evolution dans les parties établies amont et aval	117
IV.3	Conclusion	122
V	Etude globale : frottements et pertes de pression	123
V.1	Analyse globale	123
V.2	Autre analyse	134
V.2.1	Moyens de mesures	134
V.2.2	Calcul des paramètres géométriques	134
V.2.3	Calcul de la valeur de n'	137
V.2.4	Corrélation : frottements- nombre de Reynolds	137

V.3 Choix du moyen de caractérisation	141
V.3.1 Présentation du problème	141
V.3.2 Résultats et corrélations	142
V.4 Conclusion	144
Conclusion générale	145
Références Bibliographiques	147

NOMENCLATURE

A : constante de la corrélation des frottements
a ,b: demi-cotés de la section de la conduite rectangulaire
c , d : paramètres géométriques de la conduite de section quelconque
D : diamètre de la conduite circulaire
 D_H : diamètre hydraulique de la conduite
De : nombre de Déborah
 \overline{D} : tenseur vitesse des déformations ou taux des déformations
E : nombre d'Elasticité
e : : épaisseur entre deux plans parallèles ou entre les parois planes de la veine de mesures
 \bar{e}_o : vecteur unitaire de l'onde incidente ou émise
 \bar{e}_d : vecteur unitaire de l'onde réfléchie ou diffuse
Eu : nombre d'Euler
f : facteur de frottements
 f_o : fréquence de l'onde incidente ou émise
 f_d : fréquence de l'onde réfléchie ou diffuse
 f_B : fréquence de décalage due à la cellule de Bragg
 f_D : fréquence Doppler
 $f(\tau)$: fonction contrainte/viscosité
 $g(n)$: fonction de correction
 H, h : demi-hauteur amont et aval de la contraction
M : nombre de Mach viscoélastique
MN : masse moyenne en nombre de monomères
k, n : consistance et indice de structure d'un fluide pseudoplastique d'Ostwald-de Waele
 k', n' : consistance et indice de structure d'un fluide pseudoplastique quelconque
 k^*, n^* : consistance et indice de structure d'un fluide pseudoplastique quelconque
L : longueur de la conduite
 L_o : longueur caractéristique de la conduite
 N_1 : 1^{er} coefficient de contraintes normales
 N_2 : 2^{er} coefficient de contraintes normales
p , p^* : respectivement pression statique et pression motrice
 Δp : pertes de pression sur une longueur L
Q: débit volumique
S : surface de frottements ou surface mouillée
P : périmètre ou périmètre mouillé
R : rayon de la conduite circulaire
 R_i, R_e : rayon intérieur et extérieur des cylindres coaxiaux du viscosimètre
 $Re, Re_n, Re', Re^*, Re_g$: nombres de Reynolds
 U_o : vitesse caractéristique de l'écoulement
U : valeur moyenne de la composante U de la vitesse
 U_m : vitesse moyenne ou débitante
 U_{max} : vitesse maximale sur l'axe de symétrie
 U_H : vitesse débitante en amont de la contraction
 U_h : vitesse débitante en aval de la contraction
 U_x, U_y : composantes transversales de la vitesse respectivement suivant ox et oy
 U_z : composante longitudinale ou axiale de la vitesse suivant oz
 u', v', w' : parties fluctuantes respectivement des composantes U_x, U_y et U_z

\vec{V} : vecteur vitesse
 x, y : positions transversales à la direction principale de l'écoulement
 z : distance longitudinale ou axiale à partir du plan de contraction
 $x^*=x/h, y^*=y/h, z^*=z/h$: coordonnées réduites
 T_u : taux des fluctuations d'une composante de la vitesse
 We : nombre de Weissenberg
 W : tenseur de vorticité

β : coefficient correcteur de la non-circularité de la conduite
 δ : rapport U_{\max} / U_m
 ε : tenseur des déformations
 ε : taux d'élongation unidirectionnel
 γ : taux de cisaillement unidirectionnel
 γ_a : taux de cisaillement à la paroi
 η : viscosité de cisaillement du fluide
 η_a : viscosité apparente de cisaillement du fluide
 η_e : viscosité élongationnelle du fluide
 η_o : viscosité aux faibles taux de cisaillement du fluide
 η_{oo} : viscosité aux forts taux de cisaillement du fluide
 λ : temps caractéristique de relaxation du fluide
 λ_r : temps caractéristique d'écoulement du fluide
 λ_o : longueur d'onde de l'onde incidente ou émise
 λ_d : longueur d'onde de l'onde réfléchie ou diffuse
 ρ : masse volumique
 σ : l'écart type (ou RMS) – moment d'ordre 1
 Σ : tenseur des contraintes
 τ : tenseur des extra-contraintes
 τ_{ij} : composantes du tenseur τ
 τ : contrainte de cisaillement unidirectionnel
 τ_o : paramètre dans la loi de Hamersma
 $\tau_{1/2}$: contrainte de cisaillement à $\eta_o / 2$
 τ_p : contrainte de cisaillement à la paroi
 ξ : coefficient de perte de charge
 $\vec{\nabla}$: opérateur gradient

INTRODUCTION

Toutes les substances possèdent, à des degrés divers, des propriétés viscoélastiques ; ce qui signifie que leur comportement s'apparente à la fois à celui du solide élastique parfait et du fluide visqueux newtonien. La connaissance des propriétés de ces substances (solides ou fluides) viscoélastiques est tout à fait essentielle.

La recherche sur les fluides viscoélastiques a véritablement pris de l'essor depuis quelques décennies, tant au plan théorique qu'expérimental. Cette catégorie de fluides, qui présentent à la fois les caractères visqueux et élastique, est à l'origine de nombreux problèmes complexes et intervient très fréquemment dans l'industrie où les secteurs concernés sont aussi divers que nombreux :

- l'utilisation de polymères à l'état fondu lors des opérations d'extrusion ou de moulage.
- l'industrie agroalimentaire où les différentes pâtes et sauces présentent des propriétés élastiques (pâte à gâteaux, pâte à fromages, sauces tomate ...).
- l'industrie pétrolière avec l'utilisation des solutions de polymères et des boues lors de la récupération du pétrole (bentonite).
- l'industrie des fibres textiles et l'industrie papetière (pâte à papier).
- l'industrie pharmaceutique et la cosmétologie.
- l'hémorhéologie et les polymères biologiques.

La présence de la propriété élastique entraîne le développement des contraintes normales importantes qui occasionnent d'importantes modifications de structure. Ces contraintes normales sont à l'origine de nombreux problèmes de compréhension de certains phénomènes physiques et leur modélisation a donc été l'élément moteur de la recherche en rhéologie des fluides viscoélastiques.

La plupart des travaux réalisés sur les fluides viscoélastiques est faite par simulation numérique. La grande diversité des lois de comportement proposées et leur complexité ont rendu difficile leur modélisation numérique malgré les quelques substantielles améliorations apportées aux codes de calcul utilisés durant ces dernières années.

Les travaux effectués en simulation numérique ont fait apparaître plusieurs types de difficultés :

- la complexité des équations à résoudre soulève des problèmes d'analyse numérique non négligeables.
- les manifestations viscoélastiques ont été minimisées par négligence des forces d'inertie (faibles nombres de Reynolds).
- les problèmes dus à la complexité des géométries ont été évités, bien que dignes d'intérêt.
- la présence des points singuliers et des problèmes de convergence dans l'étude des géométries classiques (contraction brusque et élargissement brusque).
- certaines lois valables pour des géométries simples ne peuvent pas être utilisées pour la simulation des écoulements complexes.

Pour les travaux expérimentaux, on trouve principalement des visualisations d'écoulement, des mesures de pertes de charge ainsi que des mesures de vitesses et/ou de contraintes. Ces mesures bien que très utiles sont rendues insuffisantes par la diversité des comportements observés et des fluides utilisés. Certains travaux sont également menés sur les structures fines des écoulements.

La diversité et la complexité des phénomènes observés ont fait toujours du convergent la géométrie idéale pour les études théoriques, numériques et expérimentales des fluides viscoélastiques. Les travaux sur la contraction, à faible inertie, ont permis de grandes avancées dans la compréhension des phénomènes mis en jeu par la viscoélasticité et ont trouvé de nombreuses applications (écoulements en milieux poreux, écoulements des polymères fondus ...). Depuis quelques années et avec la montée en puissance des outils informatiques, des travaux numériques associant inertie et viscoélasticité se sont à nouveau développés malgré les difficultés de convergence rencontrées dans les résultats obtenus.

Les travaux que nous avons effectués s'insèrent dans le cadre des études expérimentales des solutions de polymères viscoélastiques. Nous avons opté pour l'étude de la contraction brusque de rapport 4 :1 sur une large gamme du nombre de Reynolds, à cause des difficultés apparues dans les simulations numériques et pour enrichir la banque de données propres à cette configuration .

L'originalité de ce travail est :

- l'étude simultanée d'un fluide newtonien et d'un fluide viscoélastique pour les besoins de comparaison
- l'étude de l'écoulement du fluide viscoélastique à faibles et à forts nombres de Reynolds afin de mettre en évidence les effets croisés inertie-viscoélasticité.

Pour la présentation de ce travail nous avons suivi la démarche suivante :

Le premier chapitre est consacré à une présentation générale des fluides viscoélastiques, les phénomènes physiques qui leur sont attachés et leurs principales lois de comportement. Dans ce chapitre nous avons fait une revue des nombres adimensionnels, des paramètres caractéristiques et des fonctions viscosimétriques apparaissant dans ce genre d'étude.

Le second chapitre concerne une analyse théorique sur le sujet et présente une synthèse non exhaustive sur les études effectuées, qu'elles soient numériques ou expérimentales, traitant des études locales des profils de vitesses et des contraintes ou des études globales de pertes de charge régulières ou singulières.

Le troisième chapitre présente le dispositif expérimental utilisé avec ses moyens de mesures et les conditions de préparation et de manipulation. Ce chapitre traite aussi la partie validation de la boucle d'essai et des moyens de mesures.

Le quatrième chapitre porte sur l'étude expérimentale, en bidimensionnel, de la structure fine de l'écoulement par des mesures des composantes de vitesses et de leurs fluctuations pour les deux fluides utilisés : le fluide newtonien et le fluide non newtonien. Cette partie traite, essentiellement, les profils de vitesses et l'influence de l'inertie et de la viscoélasticité sur ces profils à l'amont et à l'aval du plan de contraction. Cette partie réserve aussi une analyse sur la formation et le comportement des zones de recirculation et des vortex formés.

Le dernier chapitre a été consacré à l'étude globale de l'écoulement et des frottements induits. Ce chapitre étudie les pertes de charge dues aux frottements avec comparaison entre les deux fluides utilisés. Il traite aussi des pertes de charge régulières faisant suite à un écoulement complètement établi à l'amont ou à l'aval de la contraction. Une analyse qualitative des frottements a été effectuée suivie d'une analyse quantitative avec proposition de corrélations reliant les pertes par frottements à l'inertie du fluide.

La conclusion reprend les principaux résultats issus de ce travail aussi bien sur le plan local que global c'est à dire l'analyse des profils de vitesses et des pertes de charge.

CHAPITRE I

PRESENTATION GENERALE

Chapitre I

Présentation générale

I.1 Rhéologie des fluides complexes :

Si la mécanique des fluides newtoniens a atteint un certain degré de maturité, il n'en est pas de même pour l'étude des fluides complexes pour lesquels le nombre de problèmes scientifiques ouverts demeure important. Ainsi, depuis quelques décennies, différents groupes de recherche se sont intéressés aux fluides non-newtoniens en général et aux fluides viscoélastiques en particulier.

Il y a deux façons d'approcher les écoulements des fluides rhéologiquement complexes :

- par des simulations numériques, non coûteuses ; mais limitées par les problèmes numériques rencontrés surtout à fortes valeurs du nombre de Reynolds.
- par des études expérimentales, très coûteuses en moyens matériels ; mais très intéressantes pour les fortes valeurs du nombre de Reynolds. C'est cette dernière approche qui a été suivie dans ce travail.

I.1.1 Les différentes classes d'écoulements :

Parmi les composantes du tenseur des vitesses de déformation en un point, on distingue les vitesses de cisaillement et les vitesses d'élongation : les premières sont les termes rectangulaires de ce tenseur et les secondes les termes diagonaux, c'est-à-dire les gradients de chaque composante de la vitesse suivant sa direction. On distingue ainsi :

- les écoulements de cisaillement pur, comme l'écoulement de Poiseuille, l'écoulement de Couette, ou encore l'écoulement entre deux plaques planes animées de vitesses différentes.
- les écoulements élongationnels purs, par exemple l'étirage d'un filament de fluide.
- les écoulements mixtes sont ceux qui ne rentrent dans aucune des deux catégories précédentes et qui offrent les deux aspects : cisaillement et élongation.

Ainsi, dans l'écoulement en convergent ou divergent, le voisinage de l'axe de symétrie est une zone où l'élongation est dominante, les zones proches des parois subissent principalement du cisaillement. Ceci se retrouve aussi dans le cas de la contraction brusque.

I.1.2 Caractérisation des fluides :

La relation entre le tenseur des contraintes d'une part et le tenseur des déformations, le tenseur du taux des déformations et le temps d'autre part, donne la loi de comportement du fluide. Ces lois de comportement sont déduites souvent d'observations expérimentales faites à partir de divers types d'essais (déformation, cisaillement, écoulement, relaxation.....).

L'application de ces lois rhéologiques est soumise à certaines hypothèses et restrictions :

- le milieu est continu, homogène et ses propriétés physiques sont isotropes.
- respect de l'objectivité matérielle et la localisation spatiale (les dérivations utilisées sont objectives) [1,2,3].

Dans ces conditions la forme générale de la loi de comportement s'écrit :

$$\overline{\overline{\overline{\sigma}}} = \overline{\overline{\overline{\sigma}}}(\overline{\overline{\overline{\varepsilon}}}, \overline{\overline{\overline{D}}}, t) \quad (I.1)$$

- où
- $\overline{\overline{\overline{\sigma}}}$: tenseur des contraintes
 - $\overline{\overline{\overline{\varepsilon}}}$: tenseur des déformations
 - $\overline{\overline{\overline{D}}}$: tenseur des taux de déformations

que l'on décompose toujours sous la forme :

$$\overline{\overline{\overline{\sigma}}} = -p\overline{\overline{\overline{I}}} + \overline{\overline{\overline{\tau}}} \quad \text{avec } \overline{\overline{\overline{I}}} : \text{tenseur identité} \quad (I.2)$$

- où
- p : pression interne du fluide
 - $\overline{\overline{\overline{\tau}}}$: tenseur des extra-contraintes lié uniquement aux déformations et aux taux de déformations

Le tenseur $\overline{\overline{\overline{\tau}}}$ est un tenseur symétrique et qui sera étudié en détail par la suite.

L'équation rhéologique d'un matériau incompressible s'écrit maintenant :

$$\overline{\overline{\overline{\tau}}} = \overline{\overline{\overline{\tau}}}(\overline{\overline{\overline{\varepsilon}}}, \overline{\overline{\overline{D}}}, t) \quad (I.3)$$

et on peut classer les fluides en différents types :

- fluides purement visqueux indépendant du temps avec ou sans contrainte seuil

$$\overline{\overline{\overline{\tau}}} = \overline{\overline{\overline{\tau}}}(\overline{\overline{\overline{D}}}) \quad (I.4)$$

dans lesquels on place

- * les fluides pseudoplastiques ou rhéofluidifiants
- * les fluides dilatants ou rhéoépaississants

- fluides purement visqueux dépendant du temps

$$\overline{\overline{\overline{\tau}}} = \overline{\overline{\overline{\tau}}}(\overline{\overline{\overline{D}}}, t) \quad (I.5)$$

et qui se divisent en :

- * les fluides thixotropes
- * les fluides rhéopexes

Remarque : une grandeur est dite objective lorsqu'elle est invariante par changement de référentiel.

- les fluides viscoélastiques qui présentent à la fois les propriétés d'un solide et les propriétés d'un fluide :

$$\overline{\tau} = \overline{\tau}(\overline{\varepsilon}, \overline{D}, t) \quad (I.6)$$

Il existe de nombreuses représentations du comportement viscoélastique : certaines solutions de polymères, la pâte de farine, les polymères fondus (nylon) , le sable mouillé, le bitume..... Les fluides viscoélastiques appartiennent à une famille très vaste dont l'étude s'est accélérée au cours de ces dernières années. Actuellement, deux démarches peuvent être adoptées pour caractériser ce type de fluides selon qu'on désire chercher une loi de comportement plus complexe ou qu'on ne s'intéresse qu'à la viscosité apparente de cisaillement. Dans ce travail, nous nous intéressons au second point de vue, plus proche de notre contexte expérimental.

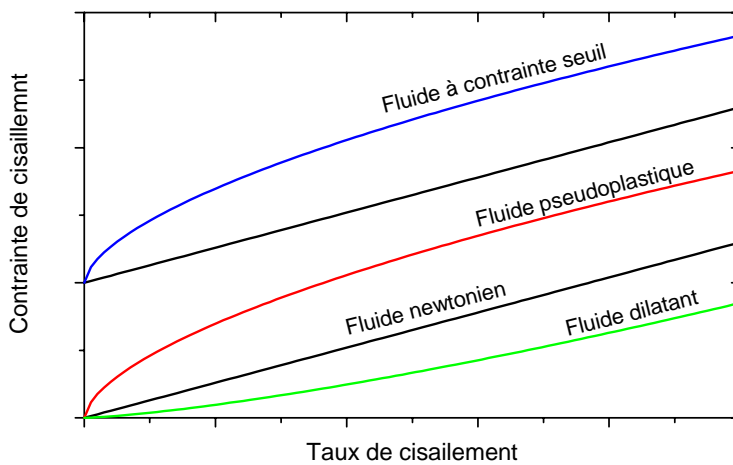


Figure I.1 : Rhéogrammes des différents types de fluides non newtoniens

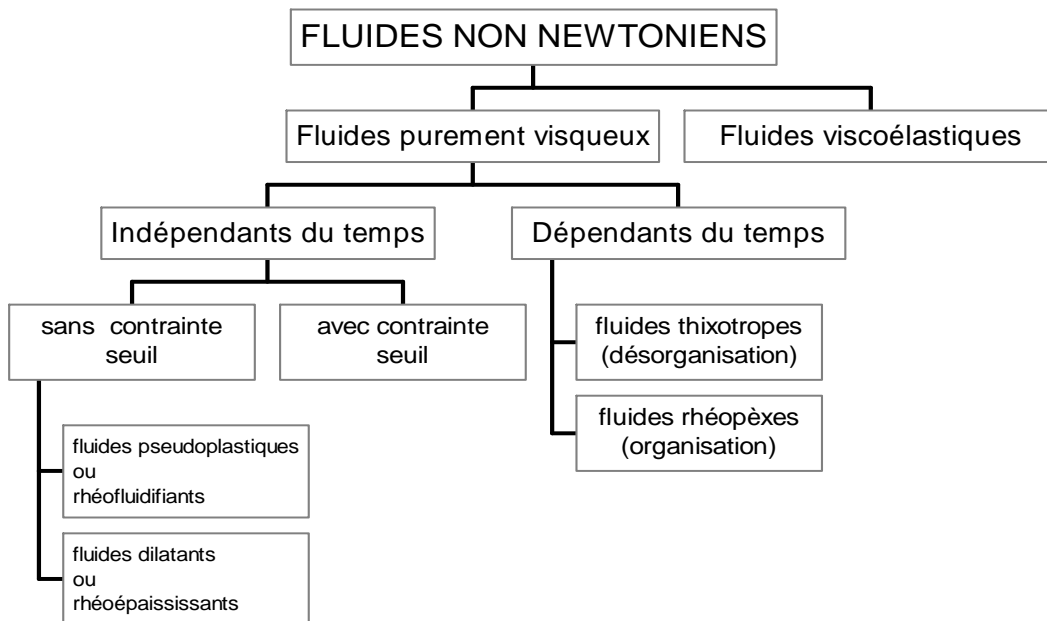


Figure I.2 : Organigramme des différents types de fluides

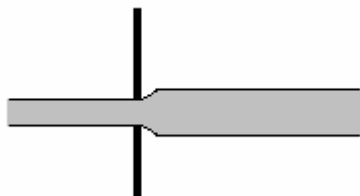
I.2 Viscoélasticité des fluides :

I.2.1 Quelques phénomènes physiques :

Certaines expériences classiques permettent de mettre l'accent sur quelques différences de comportement entre les fluides viscoélastiques et les fluides purement visqueux (exemples fluides newtoniens). Ces phénomènes physiques sont souvent exploités le cas échéant dans l'industrie et on peut citer :

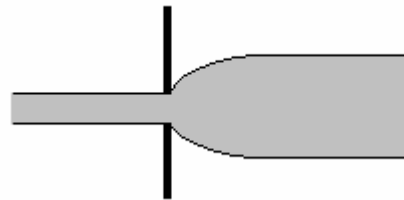
- le gonflement en sortie de filière :

Lorsqu'un liquide viscoélastique s'écoule à travers un orifice, le diamètre ($D=2R$) du jet peut être nettement supérieur au diamètre de sortie de filière et la taille de ce jet est d'autant plus grande que le débit est élevé. Ce gonflement s'explique surtout par l'existence des contraintes normales [4,5] et a fait l'objet de travaux multiples [6,7,8].



$$\frac{\Delta R}{R} = 10\%$$

Fluide purement visqueux (Newtonien)

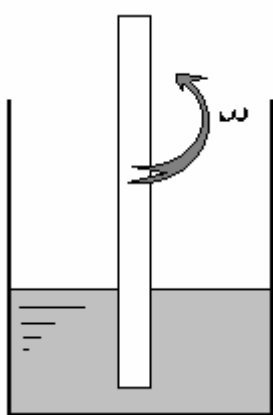


$$\frac{\Delta R}{R} \rightarrow 3$$

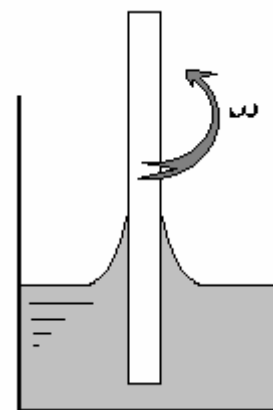
Fluide viscoélastique

- l'effet Weissenberg :

Cet effet est une manifestation très connue des fluides viscoélastiques. L'origine de l'effet Weissenberg est la présence des contraintes normales non nulles dans la direction perpendiculaire au cisaillement [9,10].

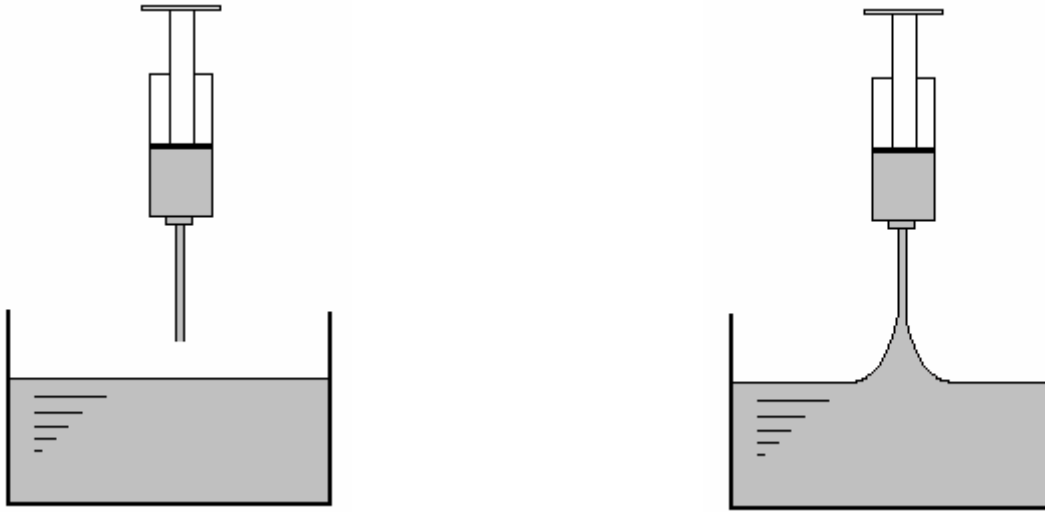


Fluide purement visqueux
(newtonien)



Fluide viscoélastique
développement de contraintes orthogonales
ou contraintes de cisaillement

- le shiphonnage inverse :



- Fluide purement visqueux :
L'écoulement cesse dès que la seringue n'est plus en contact avec le fluide.

- Fluide viscoélastique :
L'écoulement peut se poursuivre même si la seringue n'est plus en contact avec le fluide

Les écoulements de surfaces libres que nous venons d'évoquer ne sont pas les seuls écoulements types donnant naissance à de forts écarts de comportement entre les fluides viscoélastiques et les fluides purement visqueux ; on peut ajouter les écoulements dans les convergents et les divergents.

I.2.2 Caractérisation des fluides viscoélastiques :

La majorité des fonctions caractéristiques des fluides viscoélastiques est déterminée sur des écoulements simples de cisaillement et d'élongation. De plus, chaque loi de comportement possède des fonctions viscométriques qui lui sont propres.

Parmi ces fonctions viscométriques, on peut citer les plus couramment utilisées.

- le premier coefficient de contraintes normales : $N_1 = \frac{\tau_{zz} - \tau_{yy}}{\gamma^2}$ (I.7)

- le second coefficient de contraintes normales : $N_2 = \frac{\tau_{yy} - \tau_{xx}}{\gamma^2}$ (I.8)

- la viscosité de cisaillement : $\eta_a = \frac{\tau_{zy}}{\gamma}$ (I.9)

- la viscosité élongationnelle : $\eta_e = \frac{\tau_{zz} - \tau_{yy}}{\varepsilon}$ (I.10)

où γ est le taux de cisaillement dans la direction transversale y
et ε est le taux d'élongation dans la direction longitudinale z

Le comportement rhéologique des matériaux est généralement étudié expérimentalement à travers des essais en cisaillement simple, plus rarement en élongation. La caractérisation du comportement rhéologique en élongation est plus délicate à mettre en œuvre et les essais sont très délicats à interpréter.

D'autres grandeurs ou paramètres peuvent être utilisés pour caractériser les fluides viscoélastiques ; on peut citer en particulier : temps caractéristique, nombres de Weissenberg et de Deborah, nombres d'Elasticité et de Mach viscoélastique.

I.2.2.1 Temps caractéristique ou de relaxation du fluide λ :

L'analyse des résultats des essais de relaxation et de fluage fournit de précieuses informations sur les propriétés de dépendance en temps et le caractère élastique de ces fluides.

Les techniques expérimentales de caractérisation de la viscoélasticité sont les méthodes de relaxation et de fluage.

a) Expérience de relaxation :

Elle consiste à soumettre l'échantillon étudié, à partir d'un instant initial $t=0$, à une déformation constante ε_0 et à enregistrer l'évolution de la contrainte correspondante $\tau(t)$. On définit ensuite la fonction de relaxation $G(t)$ qui contient toutes les informations concernant le comportement viscoélastique de l'échantillon et elle est définie par :

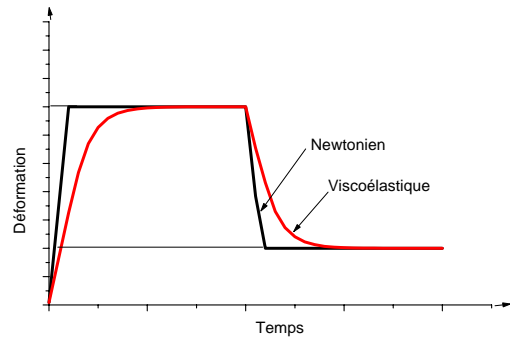
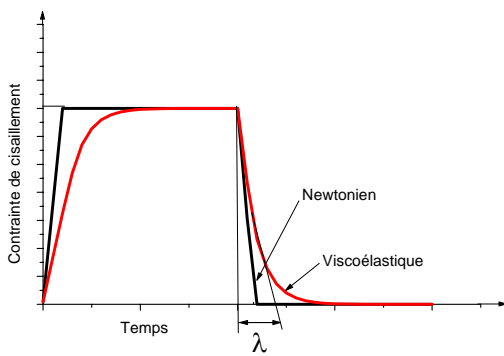
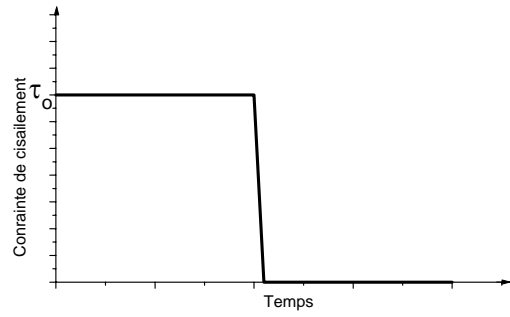
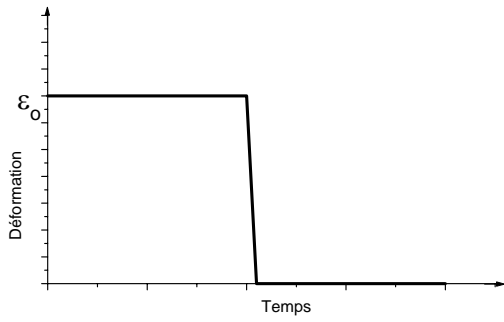
$$G(t) = \frac{\text{contrainte}}{\text{déformation imposée}} = \frac{\tau(t)}{\varepsilon_0} \quad (\text{I.11})$$

Cette expérience permet surtout de déterminer le temps de relaxation λ .

b) Expérience de fluage :

Elle consiste à soumettre l'échantillon étudié, à partir d'un instant initial $t=0$, à une contrainte constante τ_0 et à enregistrer l'évolution de la déformation correspondante $\varepsilon(t)$. On définit cette fois-ci la fonction de fluage ou complaisance de fluage $J(t)$ qui contient aussi toutes les informations concernant le comportement viscoélastique de l'échantillon et elle est définie par :

$$J(t) = \frac{\text{déformation}}{\text{contrainte imposée}} = \frac{\varepsilon(t)}{\tau_0} \quad (\text{I.12})$$



a) Essai de relaxation

b) Essai de fluage

Figure I.3 : Etude de la caractéristique élastique du fluide

I.2.2.2 Nombres de Weissenberg et de Déborah :

Les nombres adimensionnels caractérisant l'élasticité du fluide sont ceux de Weissenberg et de Déborah. Pour les fluides de type Maxwell ou Oldroyd (paragraphe I.2.4), ces deux nombres sont proportionnels au paramètre λ , lequel est homogène à un temps.

a) Nombre de Weissenberg :

Le nombre de Weissenberg quantifie, en écoulement de cisaillement simple, les forces d'élasticité par rapport aux forces de viscosité. Ce nombre est défini comme le rapport d'une différence de contraintes normales et d'une contrainte de cisaillement (ou contrainte tangentielle) et il est lié directement au temps caractéristique du matériau.

$$We = \frac{\tau_{zz} - \tau_{yy}}{\tau_{zy}} \quad (I.13)$$

τ_{zz}, τ_{yy} : contraintes normales

τ_{zy} : contrainte de cisaillement

Ces quantités sont des valeurs moyennes ou caractéristiques prises au sein de l'écoulement.

Par extension, le nombre de Weissenberg, symbolise en écoulement complexe le rapport entre le temps propre du matériau et le temps d'écoulement.

b) Nombre de Déborah :

Nous avons remarqué que le niveau des contraintes élastiques atteint à la fin de l'écoulement dépend du temps de l'écoulement. Ceci a conduit à définir un autre nombre nommé nombre de Déborah. Le nombre de Déborah est défini comme étant le rapport du temps caractéristique du fluide (souvent λ) à un temps caractéristique de l'écoulement (λ_r). On utilise généralement pour le temps caractéristique de l'écoulement λ_r l'inverse d'une vitesse de cisaillement caractéristique γ :

$$De = \frac{\text{temps caractéristique du fluide}}{\text{temps caractéristique de l'écoulement}} = \frac{\lambda}{1/\gamma} = \lambda\gamma \quad (I.14)$$

Si $De \ll 1$ le matériau est pratiquement un solide élastique et la viscosité ne joue aucun rôle.

Si $De \gg 1$ le matériau est pratiquement un fluide purement visqueux.

Si $De \# 1$ le matériau a un comportement viscoélastique et les propriétés d'élasticité et de viscosité se font sentir tout le long de l'écoulement.

Remarque : Le temps caractéristique de l'écoulement est souvent pris comme étant la durée d'observation de l'écoulement.

En théorie ces deux nombres sont différents, mais dans la pratique, ils sont proportionnels. Ainsi, dans un écoulement de Poiseuille, les grandeurs caractéristiques sont généralement prises à la paroi et on obtient dans le cas du modèle d'Oldroyd [11,12] la relation :

$$We = 2\left(1 - \frac{\lambda_r}{\lambda}\right)De \quad (I.15)$$

λ_r : est le temps caractéristique de l'écoulement ou temps de retard de l'écoulement

Dans la plupart des études réalisées, en simulation numérique, le rapport λ_r/λ est petit devant 1.

On définit parfois un nombre de Weissenberg à l'aide d'une longueur caractéristique Lo et d'une vitesse caractéristique Uo ; Lo/Uo est alors un temps caractéristique de la convection.

$$We^* = \lambda \frac{Uo}{Lo} \quad (I.16)$$

Nous utilisons quant à nous, le concept du nombre de Déborah qui a l'avantage de rester parfaitement défini dans les écoulements complexes (telle que la contraction), alors que le nombre de Weissenberg se réfère à des contraintes, lesquelles sont inconnues dans la partie intéressante de l'écoulement. On ne peut donc le calculer que sur une partie du domaine où l'écoulement est 'simple' ; par exemple suffisamment loin en amont ou en aval de la contraction, lorsque l'on peut faire les hypothèses d'un écoulement de Poiseuille.

On définit alors le nombre de Déborah de la façon suivante :

$$De = \lambda \cdot \gamma \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{Uo}{Lo} \quad (I.17)$$

Avec cette définition les deux nombres We^* et De sont identiques.

D'autres auteurs utilisent, comme vitesse de cisaillement caractéristique γ , la relation : $\gamma = 3 \cdot \frac{Uo}{Lo}$ (I.18)

Cette expression provient du calcul par la formule de Rabinowitsch [11] dans le cas d'un écoulement de vitesse moyenne Uo entre deux plans infinis distants de $2Lo$.

I.2.2.3 Nombres d'Elasticité et de Mach viscoélastique :

Les deux nombres adimensionnels qui s'introduisent naturellement dans les équations du mouvement et de comportement sont les nombres de Reynolds Re et de Déborah De (ou Weissenberg We). Le premier caractérise le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité, tandis que le second est le rapport du temps caractéristique du fluide λ au temps caractéristique de l'écoulement λ_r . Il est possible de construire deux autres nombres adimensionnels à partir des mêmes paramètres :

- le premier est le nombre d'Elasticité E déterminé à partir des seuls paramètres du fluide et de l'écoulement ; il est indépendant de la géométrie et indique le degré d'élasticité du fluide et défini par :

$$E = \frac{\lambda \eta}{\rho U_0^2} = \alpha \cdot \frac{De}{Re} \quad (I.19)$$

- le second est le nombre de Mach M viscoélastique. Il est défini comme étant le rapport de la vitesse caractéristique de l'écoulement U_0 et de la vitesse de propagation de l'onde c (exemple : onde cisaillement) à l'intérieur du fluide et donné par :

$$M = \frac{U_0}{c} = \sqrt{\alpha_1 \left(1 + \frac{\lambda_r}{\lambda - \lambda_r} \right) Re \cdot De} \quad (I.20)$$

α et α_1 sont des constantes dépendant des définitions adoptés pour Re et De et elles sont égales toutes les deux à 1 dans le cas où De est défini par la relation (I.17).

I.2.3 Lois de comportement :

Les lois rhéologiques caractéristiques d'un comportement viscoélastique sont de complexité inégale. Il y a des lois linéaires à deux paramètres et des lois fortement non linéaires à plusieurs paramètres (jusqu'à 8). Malheureusement les lois viscoélastiques linéaires ne sont représentatives que des milieux capables de supporter des déformations sans engendrer de profondes modifications de leurs structures internes, c'est à dire applicables uniquement aux milieux au 'repos' (faibles vitesses). Ces lois linéaires ne sont pas non plus objectives et ne permettent pas de décrire correctement les fluides sujets à de grandes déformations.

Les lois viscoélastiques non linéaires sont par contre objectives et elles ont nécessité une transformation plus importante des dérivées tensorielles [4]. Par souci d'allègement de l'écriture nous omettons volontairement, dans ce qui suit, les flèches symboliques des vecteurs et des tenseurs.

Tous les modèles de la viscoélasticité linéaire proposés peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$a_0 \tau + a_1 \dot{\tau} + a_2 \ddot{\tau} + \dots = b_0 D + b_1 \dot{D} + b_2 \ddot{D} + \dots \quad (I.21)$$

où les dérivées considérées sont des dérivées partielles par rapport au temps et les coefficients a_i et b_i sont des constantes réelles.

Il existe dans la littérature plusieurs propositions de lois non linéaires et il y a toute une famille de dérivations objectives pour les tenseurs, définie par la forme générique suivante :

$$\overline{\dot{A}} = \frac{\partial A}{\partial t} + (V \cdot \nabla) \cdot A + A \cdot W - W \cdot A - a \cdot (D \cdot A + A \cdot D) \quad (I.22)$$

a est un paramètre appartenant à l'intervalle [-1 , +1]

A : tenseur

V : vecteur vitesse

∇ : opérateur gradient

D : $\frac{1}{2} (\nabla V + \nabla V^T)$: tenseur des taux de déformations symétrique

W : $\frac{1}{2} (\nabla V - \nabla V^T)$: tenseur de vorticité antisymétrique

Les dérivations les plus usuelles sont celles obtenues pour

a = -1 dérivée sous convectée ou dérivée covariante (notée \hat{A})

a = 0 dérivée corotationnelle ou dérivée de Jaumann (notée $\frac{DA}{Dt}$)

a = +1 dérivée surconvect e ou dérivée contravariante (notée \check{A})

On trouvera dans l'ouvrage de Bird [13] les détails sur ce type de dérivées.

Les modèles viscoélastiques non linéaires permettent de décrire qualitativement beaucoup de phénomènes. Ils possèdent le double avantage de rendre compte de l'effet mémoire, observé expérimentalement, mais également de présenter, en écoulement de cisaillement simple, une différence de contraintes normales non nulle [14]. En revanche, le caractère non explicite de ces lois rend leur application délicate.

Les lois de type différentiel, aussi compliquées soient elles, ne sont pas les seules équations permettant de décrire le comportement viscoélastique d'un milieu. Il existe deux autres catégories :

- les modèles intégraux
- les modèles hiérarchiques

La formulation intégrale [15,16] est très naturelle et permet d'obtenir d'une façon explicite le tenseur des extra-contraintes en fonction du tenseur des taux de déformation en faisant apparaître une fonction mémoire ϕ telle que :

$$\tau(t) = \int_{-\infty}^t \phi(t, t') D(t') dt' \quad (I.23)$$

Les modèles hiérarchiques ou de Rivlin-Ericksen, font intervenir le tenseur des taux de déformation à différentes puissances. Ces modèles sont aussi explicites mais ne permettent pas d'observer les phénomènes de relaxation des contraintes.

I.2.4 Quelques lois de comportement (différentielles) :

La majorité des lois de comportement proposées pour décrire les fluides viscoélastiques est issue d'une approche de type 'milieu continu' quelle que soit l'origine du comportement non newtonien (solutions de polymères, polymères fondus, suspensions.....). Bien qu'il existe plusieurs types de lois, nous limitons cette présentation aux modèles différentiels.

Presque tous les travaux se réfèrent aux grandes familles de fluides suivantes :

- i) Famille de type Maxwell
L'équation s'écrit :

$$\tau + \lambda \bar{\tau} = 2\eta_0 D + g(\nabla \cdot V, \tau) \quad (I.24)$$

g est une fonction régulière qui dépend de $\nabla \cdot V$ et de τ mais pas de leurs dérivées.

λ : est le temps de relaxation du fluide

η_0 : la viscosité non newtonienne du fluide

- ii) Famille de type Oldroyd
L'équation s'écrit :

$$\tau + \lambda \bar{\tau} = 2\eta_0 (D + \lambda_r \bar{D}) + g(\nabla \cdot V, \tau) \quad (I.25)$$

Cette équation diffère de la précédente par l'introduction du temps de retard λ_r

- iii) Famille des modèles sous et sur convectés
Elle correspond à $g(\nabla \cdot V, \tau) = 0$ et dans laquelle on trouve :

- Modèle d'Oldroyd A

$$\tau + \lambda \hat{\tau} = 2\eta_0 (D + \lambda_r \hat{D}) \quad (I.26a)$$

- Modèle d'Oldroyd B

$$\tau + \lambda \check{\tau} = 2\eta_0 (D + \lambda_r \check{D}) \quad (I.26b)$$

- Modèle de Maxwell sous et sur convecté : ce sont les modèles précédents avec λ_r nul.

- Maxwell sous convecté : $\tau + \lambda \hat{\tau} = 2\eta_0 D$ (I.27a)

- Maxwell sur convecté : $\tau + \lambda \check{\tau} = 2\eta_0 D$ (I.27b)

Remarque : Si dans le modèle d'Oldroyd $\lambda = \lambda_r$ alors il se réduit au modèle d'un fluide newtonien

iv) Famille quelconque
 Dans cette famille on retrouve :

- Modèle de Jeffreys corotationnel : $\tau + \lambda \frac{D\tau}{Dt} = 2\eta_0(D + \lambda_r \check{D})$ (I.28)

- Modèle de Johnson-Segalman : $\tau + \lambda \bar{\tau} = 2\eta_0 D$ (I.29)

- Modèle de White-Metzner : $\tau + \lambda(\Pi_D) \bar{\tau} = 2\eta(\Pi_D) D$ (I.30)

Π_D : est le second invariant du tenseur taux de déformation $\Pi_D = \frac{1}{2} D : D$

Une autre démarche, basée sur la théorie moléculaire ou théorie cinétique, ayant pour objectif une meilleure représentation des phénomènes à l'échelle microscopique, a été développée.

On peut citer en particulier :

i) Modèle de Giesekus :

$$(I + a.\lambda.\tau).\tau + \lambda \check{\tau} = 2\eta_0(D + \lambda_r \check{D}) \quad (I.31)$$

I : tenseur Identité

Avec un choix convenable des paramètres a et λ_r , on peut retrouver les équations de Maxwell sur-convecté ou corotationnelle et Oldroyd B.

ii) Modèle de Phan Thien - Tanner [17,18] :

$$\begin{aligned} \tau &= 2\eta D + \tau_1 \\ (I + \frac{\lambda_\varepsilon}{\eta'} I_r).\tau_1 + \lambda \check{\tau}_1 &= 2\eta' D + \lambda'_\varepsilon (D.\tau_1 + \tau_1.D) \end{aligned} \quad (I.32)$$

I_r = le premier invariant de τ_1 ou trace de τ_1

avec $\eta_0 = \eta + \eta'$ et $\lambda_\varepsilon = \varepsilon \lambda$, $\lambda'_\varepsilon = \varepsilon \lambda_r$

ε est appelé mobilité comprise entre 0 et 0,1

Cette loi est très adaptée aux polymères fondus, mais ces caractéristiques sont telles qu'elle se révèle également intéressante pour les solutions de polymères.

iii) Modèle de Bird – Peterlin :

Ce modèle est issu de la théorie cinétique et il permet d'atteindre, en simulation numérique, des nombres de Deborah assez élevés sans divergence. Dans l'étude des solutions de polymères la loi obtenue provient de la modélisation des macromolécules par des haltères élastiques en suspension dans un solvant newtonien [19,20] (figure ci-après).

$$\tau = 2\eta D + \tau_1$$

$$\left(\frac{b}{b+3}Z\right)\tau_1 + \lambda\tau_1 - \lambda\left(\tau_1 - \frac{\eta_1}{\lambda}I\right) \cdot \frac{d \ln Z}{dt} = 2\eta_1 D \quad (I.33)$$

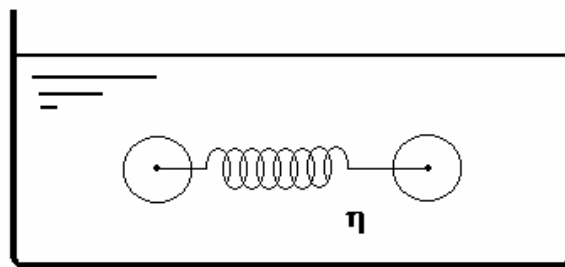
avec $Z = 1 + \frac{1}{b}\left(3 - \frac{\lambda}{\eta_1}I_r\right)$ et $\eta_1 = n k T \lambda$

I_r = le premier invariant de τ_1 ou trace de τ_1

η : viscosité du solvant newtonien

n : nombre d'haltères modèles par unité de volume

k : constante de Boltzman



I.2.5 Choix des lois de comportement:

Il existe un grand nombre de choix possibles pour les lois de comportement des fluides viscoélastiques et l'adoption d'un modèle précis en vue d'une étude est très délicat et s'établit en fonction de plusieurs critères. Le principal critère concerne le but des travaux de recherche envisagé et il est toujours nécessaire de se contenter d'un compromis entre :

- la validité d'un modèle, qui dépend non seulement du fluide mais aussi du type d'écoulement à étudier
- l'éventuelle possibilité d'utilisation du modèle

L'utilisation d'une loi de comportement spécifique en écoulement quelconque pose aussi la délicate question de la transposabilité d'une loi dont les coefficients ou les paramètres ont été définis à l'aide de mesures viscosimétriques donc loin des conditions d'écoulements réels modélisés. De plus, il est difficile, voire impossible, de mesurer plus de deux ou trois constantes caractéristiques à l'aide d'un viscosimètre ou un rhéomètre.

Certaines lois de comportement sont théoriquement capables de bien décrire une grande quantité de fluides viscoélastiques quel que soit l'écoulement considéré. Cependant, outre l'existence en général d'une quantité de paramètres à caler ou des fonctions caractéristiques à déterminer, leur mise en œuvre sur des écoulements complexes semble à l'heure actuelle impossible. Il suffit pour s'en convaincre de faire le bilan des modèles utilisés en simulation numérique.

Les études numériques faites jusqu'à présent portant sur les fluides non newtoniens se scindent en deux catégories :

- première catégorie : les études portent sur des fluides rhéologiquement simples (purement visqueux) en écoulement dans des géométries complexes
- deuxième catégorie : les études adoptent des lois de comportement très complexes (viscoélastiques) mais considèrent des écoulements dans des géométries simples.

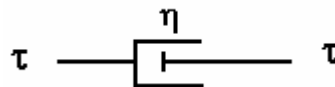
I.2.6 Analogie électromécanique :

Le comportement d'un matériau viscoélastique est intermédiaire entre le comportement d'un solide élastique parfait et d'un liquide visqueux. Par analogie électromécanique, on associe respectivement au caractère élastique un ressort de raideur k et au caractère visqueux un amortisseur de coefficient de viscosité η .

* propriété élastique \longrightarrow ressort de constante de raideur k



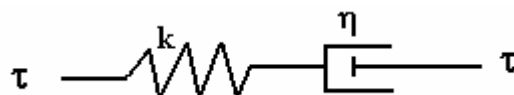
* propriété visqueuse \longrightarrow amortisseur de coefficient d'amortissement η



En associant ces éléments élémentaires en série ou en parallèle, on peut schématiser certains liquides viscoélastiques présentés précédemment [21,22].

Ainsi, on représente la loi linéaire de Maxwell par un système formé d'un ressort en série avec un amortisseur (schéma ci-dessous) :

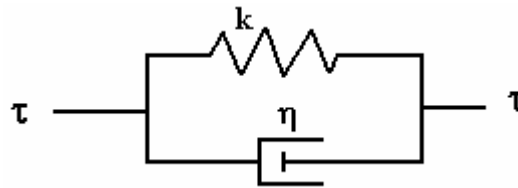
$$\text{Loi linéaire : } \tau + \lambda \frac{\partial \tau}{\partial t} = 2\eta D \quad (I.34)$$



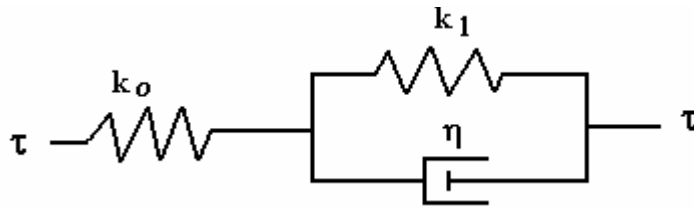
Ressort et amortisseur en série

Les réponses de ce modèle aux essais de fluage et de relaxation approchent les résultats trouvés auparavant avec $\lambda = \eta/k$

Le solide de Kelvin-Voigt : un ressort en parallèle avec un amortisseur



Le deuxième modèle intéressant est celui de Jeyffreys ou d'Oldroyd, composé d'un solide de Kelvin-Voigt (ressort + amortisseur en parallèle) en série avec un ressort.



Loi de Jeyffreys :
$$\tau + \lambda \frac{\partial \tau}{\partial t} = 2\eta_0 \left(D + \lambda_r \frac{\partial D}{\partial t} \right) \quad (I.35)$$

Les paramètres λ , λ_r et η_0 sont définis par

$$\lambda = \frac{\eta}{k_0 + k_1} \quad ; \quad \lambda_r = \frac{\eta}{k_1} \quad ; \quad \eta_0 = \frac{k_0 \cdot k_1}{k_0 + k_1}$$

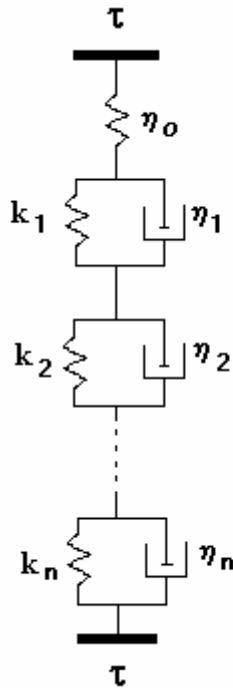
λ : temps de relaxation du fluide (au glissement)

λ_r : temps de retard de l'écoulement (au cisaillement)

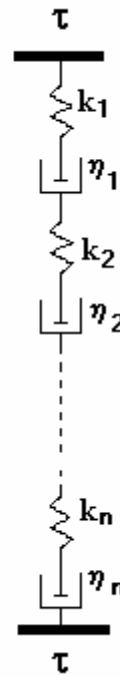
Ces deux paramètres sont reliés par l'expression :
$$\lambda_r = \frac{\lambda \cdot k_0}{\eta_0}$$

Les associations d'amortisseurs et de ressorts, aussi complexes soient elles, correspondent toujours à un comportement viscoélastique linéaire. A partir des lois d'association en série ou en parallèle, on peut établir la loi de comportement rhéologique de chaque modèle. On note en particulier les modèles de Kelvin-Voigt généralisé et de Maxwell généralisé.

Kelvin-Voigt généralisé



Maxwell généralisé



I.3 Les fluides non newtoniens généralisés :

Nous allons nous limiter aux fluides pseudoplastiques ou rhéofluidifiants sans contrainte seuil. Tous les auteurs supposent que l'équation constitutive de ces fluides s'écrit sous la forme générale suivante :

$$\tau = 2\eta(D).D \quad (I.36)$$

et plusieurs formes de $\eta(D)$ ont été proposées dans la littérature

Dans la pratique, on se limite à la forme à une dimension pour laquelle D sera noté $\dot{\gamma}$, on définit alors une viscosité apparente (par analogie avec le fluide newtonien) par :

$$\eta_a = \frac{\tau}{D} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (I.37)$$

τ : contrainte de cisaillement

$\dot{\gamma}$: taux de déformation ou vitesse de cisaillement

L'allure du rhéogramme pour ces fluides dans le cas général est bien représentée par la figure I.4 ci-dessous.

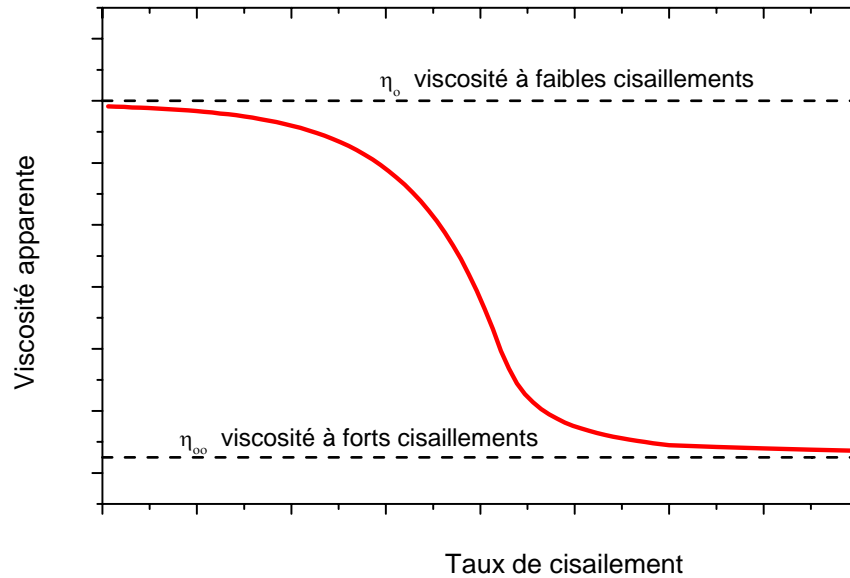


Figure I.4 : Rhéogramme d'un fluide non newtonien généralisé

A cette forme de courbes plusieurs expressions ont été proposées, des plus simples (lois à 2 paramètres) aux plus compliquées (lois à 4 paramètres). Il faut noter que les paramètres qui apparaissent dans les expressions des lois non structurales sont purement empiriques et n'ont souvent pas de signification physique. Les lois les plus représentatives sont :

- loi à 2 paramètres ou loi puissance : cette loi est très utilisée et elle est très pratique pour des domaines réduits de la courbe d'écoulement précédente ; elle a été proposée par Ostwald-de Waele et s'écrit [23] :

$$\tau = k \cdot \dot{\gamma}^n \quad (I.38)$$

k : indice de consistance

n : indice de structure d'écoulement et traduit la non perfection visqueuse du fluide considéré

pour un fluide newtonien

$$k = \eta \text{ viscosité dynamique du fluide}$$

$$n = 1$$

- loi à 3 paramètres : on peut citer surtout celle de Hamersma [24]. Cette loi fait apparaître les deux viscosités newtoniennes limites η_0 et η_∞ . Elle traduit très bien le comportement de certaines solutions de polymères et elle s'écrit :

$$\tau = \eta_\infty \cdot \gamma + \tau_0 (1 - e^{-\alpha \cdot \tau}) \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{1 - \frac{\eta_\infty}{\eta_0}}{\tau_0} \quad (\text{I.39})$$

η_0 : viscosité à faible cisaillement

η_∞ : viscosité à fort cisaillement

Pour les solutions diluées de polymères η_∞ représente la viscosité newtonienne du solvant

- une autre loi à 3 paramètres souvent utilisée est celle d'Ellis [25] et qui s'écrit

$$\tau = \left[\frac{\eta_0}{1 + (\tau + \tau_{1/2})^{\alpha-1}} \right] \cdot \gamma \quad (\text{I.40})$$

η_0 : viscosité à faible cisaillement

α : coefficient qui traduit l'écart avec le comportement newtonien ($\alpha=1$)

$\tau_{1/2}$: représente la contrainte pour $\eta = \eta_0/2$

- loi à 4 paramètres : on peut citer la loi de Carreau et Williams qui ressemble beaucoup à celle proposée par Cross [25,26] qui est par contre une loi structurelle .

$$\tau = \left[\eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + (\gamma \cdot t_1)^p} \right] \cdot \gamma \quad (\text{I.41})$$

η_0 : viscosité à faible cisaillement

η_∞ : viscosité à fort cisaillement

t_1 : paramètre temporel

p : coefficient positif

Cette loi se réduit à la loi puissance pour $\eta_0 \gg \eta_\infty$ avec $n = 1-p$ et $k = \frac{\eta_0}{t_1^p}$

La plupart des lois à 4 paramètres proposées peuvent se mettre sous la forme générale :

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = f(\gamma) \quad (\text{I.42})$$

où $f(\gamma)$ est une fonction qui décroît asymptotiquement vers zéro pour les fluides fluidifiants ou pseudoplastiques

I.4 : Etude en régime dynamique des fluides viscoélastiques :

Les fluides viscoélastiques ont un comportement qui dépend beaucoup du temps. La réponse de l'échantillon à une sollicitation oscillatoire (sinusoïdale) permet donc d'étudier le comportement de l'échantillon utilisé. D'une manière générale, le fluide viscoélastique pourra être caractérisé par le gain en amplitude et le déphasage entre la réponse (contrainte ou déformation) et la sollicitation (respectivement déformation ou contrainte).

Cette étude se fera généralement à partir de trois fonctions caractéristiques du comportement en notation complexe.

- La rigidité complexe :

$$G^*(\omega) = \frac{\text{contrainte complexe}}{\text{déformation complexe}} = \frac{\tau(\omega t)}{\varepsilon(\omega t)} = G'(\omega) + jG''(\omega) \quad (\text{I.43})$$

- La viscosité complexe :

$$\eta^*(\omega) = \frac{\text{contrainte complexe}}{\text{vitesse de déformation complexe}} = \frac{\tau(\omega t)}{\dot{\gamma}(\omega t)} = \eta'(\omega) - j\eta''(\omega) \quad (\text{I.44})$$

- La complaisance complexe :

$$J^*(\omega) = \frac{\text{déformation complexe}}{\text{contrainte complexe}} = \frac{\varepsilon(\omega t)}{\tau(\omega t)} = \frac{1}{G^*(\omega)} = J'(\omega) + jJ''(\omega) \quad (\text{I.45})$$

Deux types d'analyse sont couramment effectués pour caractériser et interpréter la viscosité linéaire en régime dynamique (oscillatoire).

I.4.1 Angle de perte ϕ :

L'angle de perte renseigne sur les importances relatives des composantes visqueuse et élastique pour une fréquence donnée ; il est défini par :

$$\phi = \arctg\left(\frac{G''}{G'}\right) \quad (\text{I.46})$$

Avec

- solide purement élastique $\phi = 0$
- liquide purement visqueux $\phi = \pi/2$

I.4.2 Balayage en fréquence :

Cette opération permet de relier les grandeurs dynamiques (oscillatoires) aux grandeurs de relaxation et de fluage. Parmi les grandeurs les plus utilisées on peut citer :

- La viscosité newtonienne (ou viscosité d'écoulement permanent) :

$$\eta_0 = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{G''(\omega)}{\omega} \quad (\text{I.47})$$

- La complaisance d'équilibre (ou complaisance d'écoulement permanent):

$$J_0'' = \frac{1}{\eta_0^2} \lim_{\omega \rightarrow 0} \left[\frac{G'(\omega)}{\omega^2} \right] \quad (\text{I.48})$$

On note que les modules G' et G'' , définis à partir des grandeurs expérimentales de base, sont les paramètres fondamentaux à partir desquels se feront toutes les caractérisations et les interprétations de la viscoélasticité linéaire.

Ces paramètres viscoélastiques ne sont définis en toute rigueur que dans le domaine linéaire et peuvent ainsi servir à prévoir le domaine linéaire. Pour cela il suffit de faire un balayage en amplitude de la déformation ou de la contrainte, le domaine où ces paramètres restent constants définit le domaine linéaire.

Théoriquement, les expériences de relaxation, de fluage et les expériences dynamiques sont formellement équivalentes et peuvent contenir toutes les informations caractéristiques de l'échantillon. Dans la pratique, elles ont pourtant chacune leurs avantages et leurs limites.

CHAPITRE II

**ANALYSE THEORIQUE
ET
REVUE BIBLIOGRAPHIQUE**

Chapitre II

Analyse théorique et revue bibliographique

II.1 Définitions :

L'étude de l'écoulement d'un fluide quelconque dans une conduite avec ou sans singularités (contractions, élargissements) nécessite toujours l'introduction d'une longueur caractéristique à la géométrie de l'écoulement et des nombres adimensionnels pour les besoins de corrélation et de comparaison des résultats obtenus.

II.1.1 Diamètre hydraulique :

La longueur caractéristique [27] de la géométrie considérée est le diamètre hydraulique D_H définie dans le cas général par :

$$D_H = 4 \cdot \frac{\text{volume mouillé}}{\text{surface mouillée}} = 4 \cdot \frac{\text{surface mouillée (section de passage)}}{\text{périmètre mouillé}} \quad (\text{II.1})$$

II.1.2 Nombre de Reynolds :

Pour les fluides newtoniens, la définition du nombre de Reynolds ne pose pas de difficultés et on le définit par :

$$Re = \frac{\rho \cdot U_m \cdot D_H}{\eta} \quad (\text{II.2})$$

Dans le cas des fluides non newtoniens, la dépendance de la viscosité du fluide avec la vitesse de cisaillement nécessite une généralisation de ce nombre adimensionnel et plusieurs définitions différentes ont été proposées dans la littérature [28,29].

II.1.3 Nombre d'Euler:

Pour les besoins de l'étude des pertes de pression dues aux frottements, on utilise le nombre adimensionnel d'Euler noté Eu et défini par :

$$Eu = \frac{\text{Energie perdue par frottements}}{2 \cdot \text{Energie cinétique}} \quad (\text{II.3})$$

et qui s'exprime par la relation :

$$Eu = \frac{\Delta p^*}{\rho (U_m)^2} = \frac{\Delta p}{\rho (U_m)^2} \quad (\text{II.4})$$

avec $\Delta H = \Delta p^* = \Delta p$ si la conduite est horizontale et la section est constante

où p : pression statique

$p^* = p + \rho g z$: pression motrice

$H = p + \rho g z + \frac{1}{2} \rho (U_m)^2$: charge

Parfois on utilise aussi le coefficient de pertes de charge défini par :

$$\zeta = \frac{\Delta p^*}{\frac{1}{2} \rho (U_m)^2} = 2 \frac{\Delta p^*}{\rho (U_m)^2} = 2 \frac{\Delta p}{\rho (U_m)^2} = 2 Eu \quad (\text{II.5})$$

II.1.4 Facteur de frottements :

L'emploi du nombre d'Euler est gênant dans la mesure où il faut tenir compte de la longueur de la conduite [26]. On préfère alors utiliser le facteur de frottement f défini par :

$$\frac{f}{2} = \frac{\text{Contrainte de frottement à la paroi}}{\text{Contrainte inertielle}} \quad (\text{II.6})$$

et que l'on donne sous les deux formes suivantes :

$$f = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2} \rho (U_m)^2} \rightarrow \frac{f}{2} = \frac{\tau_p}{\rho (U_m)^2} \quad (\text{II.7})$$

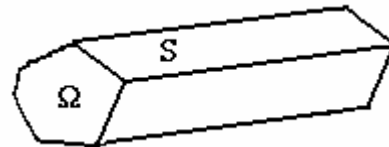
En régime permanent, la résultante des forces de pressions motrices équilibre la résultante des forces de frottement visqueuses, soit :

$$\Omega \Delta p^* = \Omega \Delta p = \tau_p S \quad (\text{II.8})$$

Ω : section transversale de la veine

S : surface de frottements

τ_p : contrainte de frottement à la paroi



Si P et L sont respectivement le périmètre mouillé et la longueur totale de la conduite dans le sens principal de l'écoulement, la surface de frottement S peut s'écrire $S = P \cdot L$

or d'après la définition du diamètre hydraulique .

$$D_H = 4 \cdot \frac{\text{volume mouillé}}{\text{surface mouillée}} = 4 \cdot \frac{\text{section de passage}}{\text{périmètre mouillé}} = \frac{4 \cdot \Omega}{P} \quad (\text{II.9})$$

et la contrainte de frottements à la paroi τ_p est une valeur moyenne sur le périmètre mouillé P définie par :

$$\tau_p = \frac{1}{P} \cdot \int_0^P \tau \, dl = \frac{D_H}{4} \cdot \left(-\frac{dp}{dz} \right) = \frac{D_H}{4} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad (\text{II.10})$$

P : périmètre mouillé

dl : élément de P

z : distance dans le sens de l'écoulement

Alors l'expression de τ_p peut se mettre sous la forme

$$\tau_p = \frac{\Delta p \cdot \Omega}{S} = \Delta p \cdot \frac{D_H}{4 L} \quad (\text{II.11})$$

Pour aboutir finalement à la relation

$$\frac{f}{2} = \frac{\tau_p}{\rho (U_m)^2} = \frac{\Delta p}{\rho (U_m)^2} \cdot \frac{D_H}{4 L} \quad (\text{II.12})$$

II.2. Etude locale :

II.2.1. Contraction brusque :

II.2.1.1 Etudes numériques :

Les applications industrielles, tels que les procédés de fabrication de polymères où figurent convergent et/ou divergent, revêtent une grande importance et la configuration de la contraction est intéressante à plus d'un titre. D'une part, la forte composante élongationnelle de l'écoulement à proximité de la contraction (singularité) constitue un réel intérêt pour les fluides viscoélastiques. D'autre part, la complexité des nombreuses lois de comportement des fluides viscoélastiques posent toujours des problèmes d'ordre technique surtout en simulation numérique.

La prise en compte des différents régimes inertiels et taux d'élasticité permet de mieux comprendre les caractéristiques très particulières de ce type d'écoulement.

L'écoulement des fluides viscoélastiques à travers une contraction brusque présente plusieurs aspects fondamentaux. Le caractère élongationnel de l'écoulement au voisinage de la contraction engendrent d'énormes différences de comportement selon la nature du fluide. Par exemple, la taille et l'intensité de la zone de recirculation en amont de la contraction brusque varient en fonction des spécificités de chacune des lois adaptées lors d'une étude par simulation numérique. Malgré la multiplicité des études numériques, il subsiste encore des incertitudes telle que l'influence simultanée des caractères élastiques et de l'inertie du mouvement.

De plus en simulation numérique, le problème fondamental est le choix de la loi de comportement. Ce choix engage la faisabilité de l'étude, la qualité des résultats, l'aptitude à décrire les comportements réels et son caractère objectif.

Le caractère objectif de la loi de comportement est essentiel puisqu'il assure l'indépendance des résultats vis à vis du repère de calcul. Le choix d'une dérivation a des répercussions directes sur les propriétés physiques du fluide modélisé.

L'effet Weissenberg (existence de contraintes normales) peut être simulé avec la loi de Maxwell sur-convectée ou avec la loi d'Oldroyd B (dérivée sur-convectée), mais pas avec leurs homologues Maxwell sous-convectée et Oldroyd A (dérivée sous-convectée).

Même les modèles de Maxwell sur-convecté et Oldroyd B très utilisés en simulation numérique ne sont pas exempts de défauts. Le principal défaut de ces deux modèles est l'obtention de contraintes infinies pour une vitesse d'élongation finie en écoulement élongationnel pur. Ce défaut est généralement résolu en utilisant le modèle de Bird-Peterlin [20,30]. Ce modèle permet surtout d'atteindre des nombres de Deborah De assez élevés comparativement au modèle d'Oldroyd B et améliore beaucoup la rapidité de convergence.

L'étude numérique des écoulements de fluides viscoélastiques dans un convergent engendre de grandes difficultés techniques. Les numériciens reconnaissent que l'origine de ces ennuis est imputable aux fortes concentrations des contraintes à proximité du plan de contraction. Dans cette zone les grandeurs de contraintes sont très importantes et accentuent le caractère élastique ; elles se traduisent par un manque de convergence de l'immense majorité des méthodes numériques au delà d'une limite du nombre de Deborah De ou du nombre de Weissenberg We ($We \approx 1$) [31]. De plus, les résultats obtenus numériquement ne sont pas toujours en concordance avec les observations expérimentales ; ce qui est certainement la preuve d'une insuffisance des modèles utilisés. La simulation des écoulements pour lesquels les termes d'inertie ne sont pas négligeables se traduit souvent par des difficultés de convergence accrue et à Re de l'ordre de 10 les calculs montrent un taux de convergence très faible.

Nous proposons de présenter quelques études parmi tant d'autres études faites en simulation numérique et qui concernent les fluides purement visqueux fluidifiants et les fluides viscoélastiques.

Crochet et col. [32] et Kim et col. [33] ont modélisé par la méthode des éléments finis l'écoulement d'un fluide d'Ostwald-de Waele. Ils ont montré que les ligne de courant diffèrent peu d'un fluide newtonien et que la zone de recirculation ou la zone morte dans le coin en amont de la contraction tend à disparaître lorsque le nombre de Reynolds augmente. L'intensification de l'effet inertiel tend à pousser le vortex contre la paroi jusqu'à sa disparition. Ils ont montré que la vitesse axiale maximale était atteinte dans le plan de contraction. Ils ont observé que lorsque Re augmente cette vitesse optimum se déplace en aval du rétrécissement. L'autre observation est que le régime établi est très vite atteint dans la partie aval et que l'augmentation du nombre de Reynolds provoque une baisse du coefficient de perte de charge. Yoo et col. [34] observent l'apparition d'un second vortex à proximité du coin à partir de $We=0,51$ et ce vortex persiste jusqu'à $We=0,958$. Marchal et col. [35] constatent le même phénomène même à $We=2,53$ et notent que cette zone de recirculation disparaît à fortes valeurs de We . Choi et col. [36] observent que la zone de recirculation grossit uniformément avec le nombre de Weissenberg We alors que Song et col. [37] montrent que l'intensité des tourbillons d'un fluide de Maxwell ne croit pas systématiquement avec We et qu'il existe une limite définie par $We_{lim} = 1$.

L'étude numérique de Meylheuc [38] a montré que le caractère élastique modifie très peu la dynamique de l'écoulement dans la région centrale. Les vitesses maximales sont situées en aval du plan de contraction et présentent un pic d'autant plus marqué que le nombre We est important. L'observation du profil de vitesse sur l'axe de symétrie mais également de la pression et des contraintes montre que le régime est établi avec un retard lorsque le taux d'élasticité croit c'est à dire We croit. Les gradients au milieu du coin rentrant sont très importants et atteignent des valeurs maximales qui pénalisent la convergence numérique et qui reflètent la nature élongationnelle de l'écoulement.

La majorité des études effectuées avec des fluides viscoélastiques ont montré que l'augmentation des forces d'inertie atténue les recirculations dans les coins rentrants de l'écoulement. Il se produit donc une stabilité de comportement lorsque les nombres Re et We augmentent. A $Re=10$ l'écoulement à l'aval est perturbé et le régime tourbillonnaire a quasiment disparu.

Dans la partie aval, le retour aux conditions de Poiseuille et d'autant plus tardif que le nombre We est élevé. L'observation des lignes de courant et des vitesses, montre que l'ensemble des perturbations dues à la contraction se décale vers l'aval lorsque We augmente.

II.2.1.2 Etudes expérimentales :

Le choix de la contraction brusque, dans les études expérimentales, relève de raisons purement physiques dans la mesure où elle est extrêmement répandue et où elle donne lieu à des manifestations viscoélastiques importantes. La contraction brusque est aussi devenue la géométrie la plus largement étudiée en viscoélasticité pour plusieurs raisons, les plus importantes sont :

- i) la simplicité de réalisation associée à sa capacité de développer des effets spécifiquement viscoélastiques.
- ii) son omniprésence dans l'industrie impose une forte demande pour la compréhension et la modélisation des phénomènes induits par la géométrie.
- iii) Il est quasiment établi que la caractérisation des comportements des fluides viscoélastiques ne peut pas se faire uniquement par des écoulements en cisaillement pur. La caractérisation des propriétés élastiques nécessite des écoulements élongationnels durant un laps de temps suffisamment long vis à vis de la mémoire du fluide. La composante (propriété) élongationnelle est plus facile à atteindre avec des écoulements mixtes, parmi lesquels figure l'écoulement dans la contraction brusque.

Le convergent et en particulier la contraction brusque à forte composante élongationnelle, ont fait l'objet de nombreuses études aussi bien expérimentales qu'en simulation numérique.

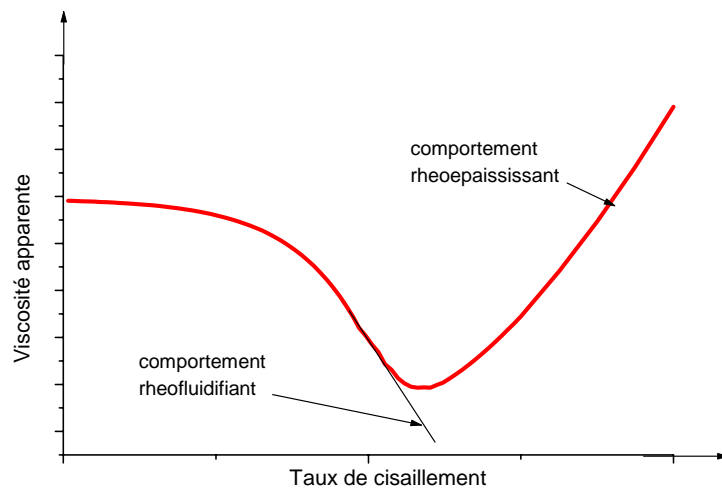
La plupart des fluides viscoélastiques étudiés sont des solutions de polymères car elles offrent une large gamme de comportement et sont fortement viscoélastiques. Ces fluides peuvent être préparés à plusieurs reprises avec une très bonne reproductibilité.

Dans les travaux sur les fluides viscoélastiques les résultats sont souvent incomplets : concentration en polymères, nombres de Reynolds manquants, caractérisation rhéologique du fluide incomplète. A cela s'ajoutent d'autres problèmes d'ordre technique tels que :

- masse moléculaire du polymère.
- l'importance du couple solvant/soluté qui peut soit minimiser soit maximiser l'effet viscoélastique de l'ensemble.
- la structure du polymère qui peut être linéaire ou présentant des ramifications.

Les travaux expérimentaux portent essentiellement sur les pertes de charge, des mesures locales des composantes du champ de vitesses séparément mais malheureusement les deux techniques de mesures ne sont pas employées conjointement. D'autres travaux expérimentaux ont été effectués et portent sur des visualisations des lignes de courant.

Des travaux sur les mesures des pertes de charge des solutions viscoélastiques dans une contraction brusque Bulot [39] et dans les tubes capillaires Moan [40] et Chauveteau et col. [41], ont mis en évidence un certain comportement globalement rhéo-épaississant au delà d'un certain seuil de vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}$, en écoulement de cisaillement pur (figure ci-dessous).



Ils attribuent ce changement de comportement à l'étirement des macromolécules qui, une fois étirées, sont soumises à des vitesses différentes entre leurs extrémités entraînant une augmentation des pertes de charge par dissipation visqueuse.

Ce gradient de vitesse longitudinale n'existe pas en écoulement de Poiseuille des fluides newtoniens ou du moins il est négligeable. Il s'agit d'un phénomène caractéristique des écoulements de fluides viscoélastiques à forte composante élongationnelle (exemple : écoulement au voisinage de l'axe de symétrie dans le plan de contraction).

Le même phénomène a été observé dans les travaux de Ouibrahim et col.[42] concernant un orifice et un tube de Pitot.

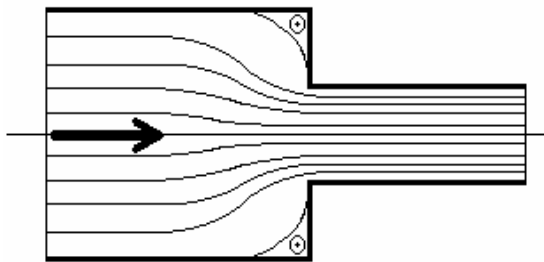
Ce couplage entre viscoélasticité et propriété rhéo-épaississante a été mis en évidence par d'autres études d'écoulements de solutions de polymères Cartalos et col. [43].

Ce phénomène d'augmentation de dissipation visqueuse du à l'étirement des macromolécules a été confirmé par les travaux théoriques faits sur des modèles moléculaires construits à partir d'une analyse microstructurale du comportement de De Gennes [44] et de Marucci [45].

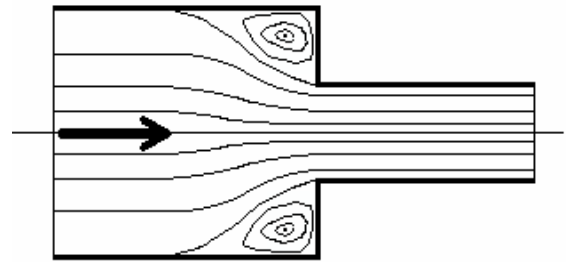
Tous les travaux de visualisation en convergent ont montré l'existence de zones de recirculation beaucoup plus importantes pour les fluides viscoélastiques que pour les fluides newtoniens tant que les valeurs de Re sont modérées. Walters et col.[46,47] observent par contre que si le fluide n'est pas rhéofluidifiant les zones de recirculation sont inexistantes.

Toutes les études très fines sur la formation de ces vortex sont concordantes et en particulier mettent en évidence les trois régimes distincts suivants :

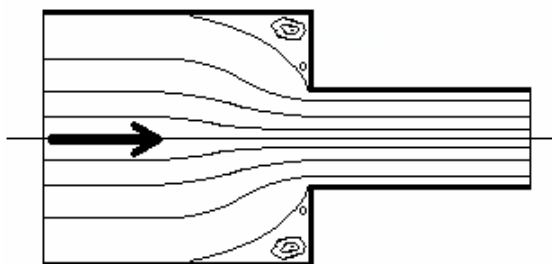
- i) à faibles débits $Re < 0,1$:
un seul petit vortex



- iii) à forts débits $Re < 10$:
un seul gros vortex



- ii) à débits moyens $Re < 1$:
deux vortex , un petit et un grand



L'observation d'un second vortex au voisinage du point singulier n'est pas systématique dans l'étude expérimentale d'Evans et col. [48,49] d'une solution aqueuse de polyacrylamide à différentes concentrations en masse (de 0,2% à 1%). Ils montrent que la forme et la taille de la zone de recirculation varient avec le débit. Ces auteurs constatent aussi qu'une seule zone de recirculation, occupant toute la hauteur de la contraction, subsiste pour certaines concentrations de solutions aqueuses de polyacrylamide.

La phase d'existence des deux vortex est très courte et parfois difficile à mettre en évidence. Chiba et col. [50] et Evans et col. [49] ont observé que les zones de recirculation s'effacent totalement pour des nombres de Reynolds supérieurs à 20 ou 30.

Dans une étude utilisant le modèle proposé par Bird et col. [19], qui modélisent les solutions polymériques par des haltères élastiques en suspension dans un fluide newtonien, Purnode et col. [51] comparent leurs résultats obtenus numériquement avec ceux obtenus expérimentalement par Evans et col. Ils constatent une certaine concordance sur la taille et la forme des zones de recirculation et proposent même une estimation sur la longueur de détachement du vortex à l'amont de la contraction.

Des mesures de la composante longitudinale de vitesse par anémomètre laser faites par Hoa [52,53] dans des écoulements de solutions diluées de polymères ont montré que le seuil de comportement rhéoépaississant se traduit par un rééquilibrage des profils de vitesses à l'amont de la contraction et les profils deviennent plus plats et corrélativement les gradients transversaux plus faibles. On peut citer les travaux de Wunderlich et col. [54] sur les profils de vitesses pour un fluide newtonien et un fluide viscoélastique pour des nombres de Reynolds compris entre 200 et 400.

Des mesures récentes par utilisation de la biréfringence de l'écoulement inspirée de la mécanique des solides et basée sur l'anisotropie ont permis de faire des cartes de champ de contraintes de cisaillement Fuller et col. [55], Maders et col. [56], Davidson et col.[57] et Quinzani et col.[58]. Couplée à des méthodes de calcul numérique, cette nouvelle technique expérimentale permet de valider ou d'affiner les modèles de loi de comportement proposés. Cette dernière technique de mesures a l'inconvénient de ne pas permettre les mesures à faibles débits car les déformations qui en résultent donnent des signaux tellement faibles qu'ils deviennent difficiles à mesurer [58].

Enfin, certains auteurs comme Yoo et col. [11] ont analysé les résultats obtenus en terme de nombre d'Elasticité E et de nombre de Mach viscoélastique et ont remarqué des changements de comportement du fluide pour un couple de valeurs bien précis de (E,M) mais la comparaison des rares données disponibles a mené à trop de disparités au niveau des couples (E,M) trouvés.

II.2.2 Conduites rectangulaires :

II.2.2.1 Profils des vitesses – régime laminaire établi :

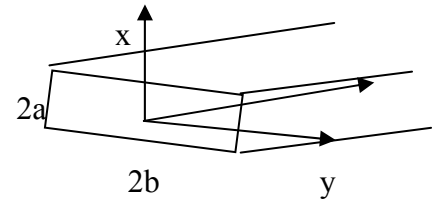
Nous avons utilisé jusqu'à présent la notion de vitesse débitante ou moyenne U_m . En fait, il existe pour les différents fluides des profils de vitesses caractéristiques. Le profil de vitesse est très utile pour la détermination des distributions des temps de séjour des fluides lors d'applications industrielles.

a) Fluides newtoniens:

Les expressions des profils de vitesses dans un écoulement isotherme établi, utilisant les fluides newtoniens qui s'écoulent dans une conduite à section rectangulaire sont multiples, mais la plus intéressante est celle de Purday [59], qui est une expression approchée et donnée sous la forme :

$$\frac{U_z(x,y)}{U_m} = \left(\frac{m+1}{m}\right) \cdot \left(\frac{p+1}{p}\right) \cdot \left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^m\right] \cdot \left[1 - \left(\frac{y}{b}\right)^p\right] \quad (\text{II.13})$$

U_m : vitesse moyenne ou débitante
 $2a$ et $2b$: les deux cotés de la section de la conduite respectivement suivant ox et oy
 oz : l'axe principal de la conduite



m et p sont deux paramètres qui dépendent de la géométrie de la conduite de section rectangulaire.

Natarajan et Lakshmanan [60] ont résolu le problème par la méthode aux différences finies et ont proposé pour les paramètres précédents les relations suivantes:

$$\begin{aligned}
 m &= 2 && \text{pour } \frac{a}{b} < \frac{1}{3} \\
 m &= 2 + 0,3 \left(\frac{a}{b} - \frac{1}{3} \right) && \text{pour } \frac{a}{b} > \frac{1}{3} \\
 p &= 1,7 + 0,5 \left(\frac{a}{b} \right)^{-\frac{1}{4}}
 \end{aligned} \tag{II.14}$$

Holmes et Vermeulen [61] ont estimé m et p à partir des profils de vitesses, en mesurant le gradient pariétal de vitesse et l'aire sous la courbe du profil de vitesse.

Pyrday [59] propose $m=2$ et obtient la valeur de p en appliquant le principe du minimum de dissipation d'énergie :

$$\begin{aligned}
 p &= 2,3 && \text{pour } \frac{2}{3} < \frac{a}{b} < 1 \\
 p &= \frac{1,54}{a/b} && \text{pour } 0 < \frac{a}{b} < \frac{2}{3}
 \end{aligned} \tag{II.15}$$

b) Fluides non newtoniens :

Pour l'écoulement de fluides non newtoniens dans des conduites de section rectangulaire, les études sont pratiquement inexistantes et nous ne disposons d'aucune expression valable. Les seules relations à notre possession sont relatives à l'écoulement d'un fluide non newtonien et s'effectuant dans les deux configurations classiques.

i) Conduites cylindriques et la loi d'Ostwald-de Waele :

La loi de comportement est donnée par :

$$\tau = k \left(-\frac{\partial U_z}{\partial r} \right)^n = k \gamma^n = \tau_p \frac{r}{R} \tag{II.16}$$

$$\text{alors } U_z(r) = \left(\frac{\tau_p}{k R} \right)^{1/n} \int_r^R r^{1/n} dr = \frac{n R}{n+1} \left(\frac{\tau_p}{k} \right)^{1/n} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{1+n}{n}} \right] \tag{II.17}$$

Le profil de vitesse adimensionnel donne :

$$\frac{U_z(r)}{U_m} = \left(\frac{3.n+1}{n+1} \right) \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{1+n}{n}} \right] \quad \text{avec} \quad U_m = \frac{n R}{3n+1} \left(\frac{\tau_p}{k} \right)^{1/n} \quad (\text{II.18})$$

ii) Plans parallèles infinis distants de e et la loi d'Ostwald-de Waele :

$$\tau = k \left(-\frac{\partial U_z}{\partial x} \right)^n = k \gamma^n = \tau_p \frac{x}{e/2} \quad (\text{II.19})$$

$$\text{et} \quad U_z(x) = \left(\frac{\tau_p}{k.e/2} \right)^{1/n} \int_x^{e/2} x^{1/n} dx = \frac{n e/2}{n+1} \left(\frac{\tau_p}{k} \right)^{1/n} \cdot \left[1 - \left(\frac{x}{e/2} \right)^{\frac{1+n}{n}} \right] \quad (\text{II.20})$$

et la vitesse adimensionnelle s'écrit :

$$\frac{U_z(x)}{U_m} = \left(\frac{2.n+1}{n+1} \right) \cdot \left[1 - \left(\frac{x}{e/2} \right)^{\frac{1+n}{n}} \right] \quad \text{avec} \quad U_m = \frac{n e/2}{2n+1} \left(\frac{\tau_p}{k} \right)^{1/n} \quad (\text{II.21})$$

Pour le fluide newtonien $n=1$, on retrouve les deux relations très connues:

$$\frac{U_z(r)}{U_m} = 2 \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad \text{et} \quad \frac{U_z(x)}{U_m} = \frac{3}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{x}{e/2} \right)^2 \right] \quad (\text{II.22})$$

iii) Pour un fluide obeissant à la loi d'Hamersma [24,62] et s'écoulant dans une conduite circulaire; les relations s'écrivent :

$$\gamma = \frac{1}{\eta_\infty} \left[\tau - \tau_o \cdot (1 - \alpha \cdot e^{-\alpha \tau}) \right] \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{1 - \eta_\infty}{\eta_o \tau_o} \quad (\text{II.23})$$

et

$$U_z(r) = \frac{\tau_p \cdot R}{2 \eta_\infty} \left[\left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] - 2 \cdot \left(1 - \frac{r}{R} \right) + 2 \cdot \frac{\tau_o}{\alpha \tau_p^2} \left[e^{\left(-\alpha \cdot \tau_p \cdot \frac{r}{R} \right)} - e^{(-\alpha \cdot \tau_p)} \right] \right] \quad (\text{II.24})$$

$$\text{avec} \quad U_m = \frac{R \tau_p}{4 \eta_\infty} \left[1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{\tau_o}{\tau_p} + 8 \cdot \frac{\tau_o}{\alpha^3 \tau_p^4} \left[1 - \left(1 + \alpha \cdot \tau_p + \frac{\alpha^2 \cdot \tau_p^2}{2} \right) \cdot e^{(-\alpha \cdot \tau_p)} \right] \right] \quad (\text{II.25})$$

II.2.2.2 Régime non laminaire :

La majorité des études effectuées concerne le régime laminaire parce que c'est le régime le plus couramment rencontré dans les écoulements des fluides non newtoniens à cause de leurs grandes viscosités. Les quelques tentatives relatives au régime transitoire ou turbulent donnent des corrélations très empiriques et qui diffèrent fortement selon les auteurs.

A proximité de la paroi existe une très mince couche visqueuse de nature laminaire. Loin de la paroi le régime est turbulent et différentes corrélations ont été proposées sous forme logarithmiques mais très complexes telles que celles de Prandtl et de Von Karman [26] en newtoniens et celles de Clapp [63] et de Dodge et Metzner [64] pour les fluides pseudoplastiques.

II.3 Etude globale – frottements et pertes de pression :

On peut montrer qu'il existe toujours une relation fonctionnelle entre le débit Q (ou la vitesse débitante U_m) et la contrainte à la paroi τ_p quelles que soient la forme de la conduite et la loi de comportement du fluide.

II.3.1 Fluides newtoniens :

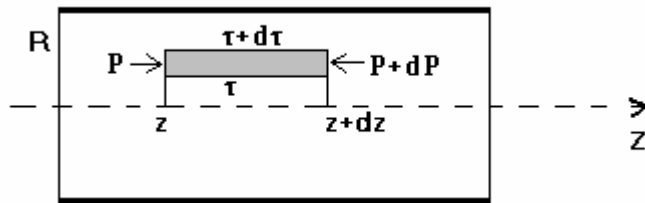
II.3.1.1 Conduites circulaires :

En faisant le bilan des forces, en écrivant que la somme de toutes les forces s'exerçant sur un élément de volume est nulle :

$$\sum \text{Forces} = \vec{0} \quad \text{où} \quad \vec{F}_f + \vec{F}_g + \vec{F}_p = \vec{0} \quad (\text{II.26})$$

avec

- \vec{F}_f : forces de frottement
- \vec{F}_g : forces de pesanteur
- \vec{F}_p : forces de pression



La projection sur l'axe principal horizontal oz donne :

$$[(2 \pi r dz \tau)_{r+dr} - (2 \pi r dz \tau)_r] + [(2 \pi r dr p)_z - (2 \pi r dr p)_{z+dz}] = 0 \quad (\text{II.27})$$

et qui nous donne :

$$\frac{\partial(r\tau)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial z} \cdot r = \frac{\Delta p}{L} \cdot r \quad (\text{II.28})$$

avec la condition : $\tau (r = R) = \tau_p$ soit $\frac{\tau}{\tau_p} = \frac{r}{R}$ (II.29)

de plus $\gamma = f(\tau) = \frac{\partial U_z}{\partial r}$ donne $\partial U_z = f(\tau) \cdot dr$ (II.30)

$$\int_0^R dU_z = \int_0^R f(\tau) \cdot dr = \int_0^{\tau_p} f(\tau) \cdot \frac{R}{\tau_p} d\tau$$

et l'intégration nous donne la vitesse maximale :

$$\frac{U_{\max}}{R} = \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} f(\tau) d\tau \quad (\text{II.31})$$

Sachant que le débit s'écrit : $Q = \int_0^R 2 \pi r U_z(r) dr$

On aboutit à la relation de Rabinowitsch qui s'écrit :

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_p^3} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (\text{II.32})$$

Que l'on peut écrire sous la forme :

$$\frac{8 U_m}{D} = 4 \cdot \frac{1}{\tau_p^3} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau = \frac{1}{\frac{1}{4} \tau_p^3} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^{3-1} f(\tau) d\tau = \frac{8 U_m}{D_H} \quad (\text{II.33})$$

$\gamma = f(\tau)$: est une fonction qui dépend de la loi de comportement

et pour un fluide newtonien $\eta = \text{constante}$ et $\gamma = f(\tau) = \frac{\tau}{\eta}$

L'intégration de l'équation (II.32) nous donne

$$Q = \frac{\pi D^4}{128 \eta} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad (\text{II.34})$$

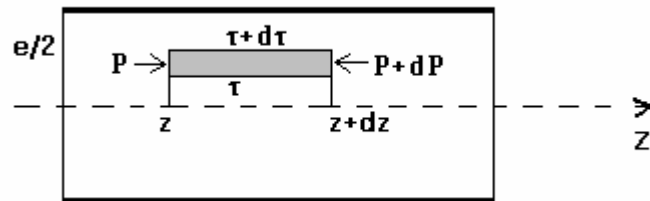
que l'on peut mettre sous la forme : $\frac{f}{2} = \frac{D}{4\rho U_m^2} \cdot \frac{\Delta p}{L}$ (II.35)

or $Re = \frac{\rho U_m D}{\eta}$ donc $\frac{f}{2} = \frac{8}{Re}$ (II.36)

II.3.1.2 Plans parallèles infinis :

Les écoulements entre deux plans parallèles constituent une approche simplifiée des écoulements dans les conduites de formes diverses.

Pour deux plans parallèles de largeur l et séparés par une épaisseur e avec ($e \ll l$) nous obtenons la figure ci-dessous :



Les relations précédentes s'écrivent maintenant :

$$\frac{d}{dy}(\tau) = -\frac{dP}{dz} = \frac{\Delta p}{L} \quad (\text{II.37})$$

avec $\tau(y = e/2) = \tau_p$ soit $\frac{\tau}{\tau_p} = \frac{y}{e/2}$ et $\tau_p = \frac{e}{2} \cdot \frac{\Delta p}{L}$ (II.38)

Le débit et la vitesse maximale sont donnés par :

$$Q = 2 \int_0^{e/2} u \, dy \quad \text{soit} \quad Q = \frac{2 \cdot e}{24 \eta} \cdot \frac{\Delta p}{L}$$

$$\int_0^{e/2} dU_z = \int_0^{e/2} f(\tau) \cdot dr = \int_0^{\tau_p} f(\tau) \cdot \frac{R}{\tau_p} d\tau \quad \text{soit} \quad \frac{U_{\max}}{e/2} = \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} f(\tau) d\tau \quad (\text{II.39})$$

et la relation de Rabinowitsch devient

$$\frac{2Q}{e^2} = \frac{1}{\tau_p^2} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau f(\tau) d\tau \quad (\text{II.40})$$

que l'on peut écrire sous la forme :

$$\frac{8 \cdot U_m}{2 \cdot e} = 2 \cdot \frac{1}{\tau_p^2} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau f(\tau) d\tau = \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\tau_p^2} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^{2-1} f(\tau) d\tau = \frac{8 \cdot U_m}{D_H} \quad (\text{II.41})$$

Les expressions analogues au cas des conduites circulaires s'écrivent maintenant :

$$\frac{f}{2} = \frac{2e}{4\rho U_m^2} \cdot \frac{\Delta p}{L} = \frac{D_H}{4\rho U_m^2} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad \text{car} \quad D_H = 2e \quad (\text{II.42})$$

$$\text{et} \quad \text{Re} = \frac{\rho U_m 2e}{\eta} = \frac{\rho U_m D_H}{\eta} \quad \Rightarrow \quad \frac{f}{2} = \frac{12}{\text{Re}} \quad (\text{II.43})$$

Le paramètre d'écoulement devient dans ce cas $6 U_m/e$ au lieu de $8 U_m/D$ pour la conduite circulaire.

II.3.2 Fluides non newtoniens pseudoplastiques :

Pour ces fluides, la loi de comportement la plus utilisée est celle d'Ostwald-de Waele , dite aussi 'loi puissance' et elle s'écrit : $\tau = k \gamma^n$.

$$\text{dans ce cas la fonction} \quad \gamma = f(\tau) : \text{devient} \quad \gamma = f(\tau) = \left(\frac{\tau}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{II.44})$$

II.3.2.1 Conduites circulaires :

L'intégration de la relation de Rabinowitsch (relation II.32) , donne la relation

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{n}{3n+1} \cdot \left(\frac{\tau_p}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \quad \text{avec} \quad \tau_p = \frac{D}{4} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad (\text{II.45})$$

En gardant la même forme que pour un fluide newtonien, on obtient :

$$\frac{f}{2} = \frac{D}{4\rho U_m^2} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad \Rightarrow \quad \frac{f}{2} = \frac{8}{Re_n} \quad (II.46)$$

mais cette fois
$$Re_n = \frac{\rho U_m^{2-n} D^n}{8^{n-1} k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n} \quad (II.47)$$

pour $n = 1$, on retombe sur la relation précédente (II.36)

II.3.2.2 Plans parallèles infinis :

L'intégration de la relation de Rabinowitsch (II.40) , donne la relation

$$\frac{Q}{e^2} = \frac{n}{2(2n+1)} \left(\frac{\tau_p}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (II.48)$$

Les autres relations s'écrivent maintenant :

$$\frac{f}{2} = \frac{2e}{4\rho U_m^2} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad \Rightarrow \quad \frac{f}{2} = \frac{12}{Re_n} \quad \text{et} \quad Re_n = \frac{\rho U_m^{2-n} (2e)^n}{12^{n-1} k \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n} \quad (II.49)$$

pour $n = 1$, on retrouve la relation précédente (II.43)

En examinant les expressions trouvées pour les deux types de géométrie et avec le fluide d'Ostwald-de Waele, c'est-à-dire :

- conduites circulaires de diamètre D:

$$\frac{f}{2} = \frac{8}{Re_n} \quad \text{et} \quad Re_n = \frac{\rho U_m^{2-n} D^n}{8^{n-1} k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n} \quad (II.50)$$

on peut supposer que $\frac{8 \cdot U_m}{D}$ et $\frac{3n+1}{4n} \cdot \frac{8 \cdot U_m}{D}$ sont respectivement les vitesses de cisaillement pariétal pour le fluide newtonien et le fluide non-newtonien.

- plans parallèles infinis distants de $2e$ où $D_H = 2e$:

$$\frac{f}{2} = \frac{12}{Re_n} \quad \text{et} \quad Re_n = \frac{\rho U_m^{2-n} D_H^n}{12^{n-1} k \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n} \quad (II.51)$$

on peut supposer que $\frac{12 \cdot U_m}{D_H}$ et $\frac{2n+1}{3n} \cdot \frac{12 \cdot U_m}{D_H}$ sont respectivement les vitesses de cisaillement pariétal pour le fluide newtonien et le fluide non-newtonien.

Il est alors possible de définir [29] un facteur de frottement et un nombre de Reynolds généralisé pour ces deux configurations par :

$$\frac{f}{2} = \frac{A}{Re_n} \quad \text{et} \quad Re_n = \frac{\rho U_m^{2-n} \cdot D_H^n}{A^{n-1} \cdot k(g(n))^n} \quad (\text{II.52})$$

Dans ces relations , quelle que soit la géométrie utilisée , la valeur de $2A$ correspondra à la constante, produit du facteur de frottement f par le nombre de Reynolds en régime laminaire, pour les fluides newtoniens.

La fonction $g(n)$, qui n'est théoriquement connue qu'à partir de la connaissance du profil des vitesses dans la géométrie considérée, est définie par :

$$g(n) = \frac{\text{cisaillement pariétal du fluide non newtonien}}{\text{cisaillement pariétal du fluide newtonien}} \quad (\text{II.53})$$

Ce qui donne pour la loi puissance d'Ostwald-de Waele $\tau = k \gamma^n$

$$\text{- conduites circulaires} \quad g(n) = \frac{3.n + 1}{4.n} \quad (\text{II.54})$$

$$\text{- plans parallèles infinis} \quad g(n) = \frac{2.n + 1}{3.n} \quad (\text{II.55})$$

On note de plus que la valeur de cette fonction, qui n'est autre qu'un facteur de correction entre le fluide newtonien et le fluide non-newtonien, reste toujours supérieure à 1 pour un fluide pseudoplastique d'indice de structure $n < 1$. Ceci résulte directement de l'augmentation du cisaillement à la paroi.

II.3.3 Fluides non newtoniens quelconques:

L'inconvénient des méthodes de calcul que nous avons utilisées ci-dessus provient du postulat d'une forme mathématique de la loi de comportement. Or cette loi n'est en toute rigueur utilisable que sur le domaine réellement expérimenté et toute extrapolation peut conduire à de sérieuses erreurs. Ainsi un fluide qui se comporte comme un fluide pseudoplastique aux faibles vitesses de cisaillement, peut devenir newtonien aux grandes vitesses de cisaillement.

C'est pourquoi on préfère, lorsque c'est possible, utiliser directement les résultats expérimentaux suivant la méthode ci-dessous sans préciser la forme de la loi de comportement.

II.3.3.1 Conduites circulaires :

Dans ce cas, la relation de Rabinowitsch est donnée par :

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{4} \left(\frac{8 U_m}{D} \right) = \frac{1}{\tau_p^3} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (\text{II.56})$$

en notant que $8 U_m/D$ représente la valeur de la vitesse de cisaillement à la paroi γ_p

En examinant la relation (II.56), on peut considérer que pour un fluide donné, $8 U_m/D$ est fonction uniquement de $\tau_p = \frac{D}{4} \cdot \frac{\Delta p}{L}$ et pour un fluide newtonien $\gamma_p = \frac{\tau_p}{\eta} = \frac{8 U_m}{D}$

Il est donc possible, moyennant un certain formalisme, d'établir une expression générale du nombre de Reynolds, valable pour tous les fluides indépendants du temps, même si leur loi de comportement n'est pas représentée par une fonction algébrique, en procédant de la façon suivante :

La différentiation de la loi de Rabinowitsch (II.56) par rapport à τ_p donne :

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{\partial \left(\frac{8 U_m}{D} \right)}{\partial \tau_p} = -\frac{3}{\tau_p^4} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau + \frac{1}{\tau_p^3} \cdot \tau_p^2 f(\tau_p) = -\frac{3}{\tau_p} \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{8 U_m}{D} \right] + \frac{\gamma_p}{\tau_p}$$

avec $\tau_p = \frac{D}{4} \cdot \frac{\Delta p}{L}$ (II.57)

L'expression de la vitesse de cisaillement est déduite facilement et s'écrit sous la forme :

$$\gamma_p = -\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_p = \frac{3}{4} \left(\frac{8 U_m}{D} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{8 U_m}{D} \right) \cdot \frac{\partial \ln \left(\frac{8 U_m}{D} \right)}{\partial \ln \tau_p} = \frac{3 n' + 1}{4 n'} \left(\frac{8 U_m}{D} \right)$$
 (II.58)

$$\text{avec } n' = \frac{\partial (\ln \tau_p)}{\partial \ln \left(\frac{8 U_m}{D} \right)} \quad \text{et dans ce cas } \tau_p = \frac{D}{4} \cdot \frac{\Delta p}{L} = k' \left(\frac{8 U_m}{D} \right)^{n'} \quad \text{(II.59)}$$

En écrivant ces relations autrement on obtient :

$$\frac{f}{2} = \frac{D}{4 \rho U_m^2} \cdot \frac{\Delta p}{L} = \frac{8}{\text{Re}'} \quad \text{(II.60)}$$

avec la nouvelle expression du nombre de Reynolds généralisé

$$\text{Re}' = \frac{\rho U_m D}{\eta'} \quad \text{avec} \quad \eta' = \frac{\tau_p}{\left(\frac{8 U_m}{D} \right)} = k' \left(\frac{8 U_m}{D} \right)^{n'-1} \quad \text{(II.61)}$$

Avec ces relations, on est amené à définir la notion de viscosité apparente de conduite η' (ou viscosité généralisée) notée η_a : rapport de la contrainte pariétale τ_p au paramètre caractéristique de l'écoulement $8 U_m/D$. C' est la viscosité du fluide newtonien équivalent qui représenterait la même perte de pression en conduite cylindrique, toutes choses égales par ailleurs, que le fluide réel expérimenté.

Dans ce cas Re' est défini à partir de η' et ressemble à l'expression très connue d'un fluide newtonien.

Dans le cas du fluide d'Ostwald-de Waele (loi puissance : $\tau = k \gamma^n$) on peut noter que, dans le domaine où la relation $\ln(\tau_p)$ en fonction de $\ln(8 U_m/D)$ est linéaire, n' est une constante et par conséquent $n' = n$.

$$\text{et} \quad k' = k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad (\text{II.62})$$

L'expression du Reynolds généralisé Re' (relation II.61) peut s'écrire sous la forme :

$$Re' = \frac{\rho U_m D}{\eta'} = \frac{\rho U_m D}{\eta_a} = \frac{\rho U_m^{2-n} D^n}{8^{n-1} k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n} \quad (\text{II.63})$$

Cette expression est la même que celle donnée précédemment (relation II.47)

II.3.3.2 Plans parallèles infinis :

La relation de Rabinowitsch est :

$$\frac{8 \cdot U_m}{2 \cdot e} = 2 \cdot \frac{1}{\tau_p^2} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau f(\tau) d\tau = \frac{1}{2} \frac{1}{\tau_p^2} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^{2-1} f(\tau) d\tau = \frac{8 \cdot U_m}{D_H} \quad (\text{II.64})$$

L'extrapolation des résultats précédents à l'écoulement entre deux plans parallèles distants de e permet de dire que le paramètre d'écoulement devient dans ce cas $6 U_m/e$ au lieu de $8 U_m/D$ pour la conduite circulaire.

En suivant les mêmes étapes que pour les conduites circulaires, on trouve que la vitesse de cisaillement s'écrit :

$$\gamma_p = - \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_p = \frac{2n'+1}{3n'} \left(\frac{6 U_m}{e} \right) \quad \text{avec} \quad n' = \frac{\partial(\ln \tau_p)}{\partial \ln \left(\frac{6 U_m}{e} \right)} \quad (\text{II.65})$$

Les autres relations s'écrivent :

$$\tau_p = \frac{e}{2} \cdot \frac{\Delta p}{L} = k' \left(\frac{6 U_m}{e} \right)^{n'} \quad \text{et} \quad \eta' = \frac{\tau_p}{\left(\frac{6 U_m}{e} \right)} = k' \left(\frac{6 U_m}{e} \right)^{n'-1} \quad (\text{II.66})$$

et les relations adimensionnelles deviennent :

$$Re' = \frac{\rho U_m 2e}{\eta'} = \frac{\rho U_m D_H}{\eta'} \quad \text{et} \quad \frac{f}{2} = \frac{12}{Re'} = \frac{2e}{4 \rho U_m^2} \cdot \frac{\Delta p}{L} = \frac{D_H}{4 \rho U_m^2} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad (\text{II.67})$$

Dans le cas d'un fluide d'Ostwald-de Waele $\tau = k \gamma^n$

$$n' = n \quad \text{et} \quad k' = k \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n \quad (\text{II.68})$$

Le nombre de Reynolds s'écrit maintenant sous la forme :

$$Re' = \frac{\rho U_m D_H}{\eta'} = \frac{\rho U_m D_H}{\eta_a} = \frac{\rho U_m^{2-n} D_H^n}{12^{n-1} k \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n} \quad \text{c'est la relation (II.49)} \quad (\text{II.69})$$

En regardant les relations trouvées précédemment c'est à dire :

- conduites circulaires :

$$\gamma_p = \frac{8 U_m}{D} \quad \text{et} \quad \tau_p = \tau_p \left(\frac{8 U_m}{D} \right) = \tau_p(\gamma_p) \quad (\text{II.70})$$

- plans parallèles infinis:

$$\gamma_p = \frac{6 U_m}{e} \quad \text{et} \quad \tau_p = \tau_p \left(\frac{6 U_m}{e} \right) = \tau_p(\gamma_p) \quad (\text{II.71})$$

Dans le cas de conduite de forme quelconque, on peut généraliser la relation $\tau_p = \tau_p(\gamma_p)$

$$\text{par l'expression : } \tau_p = \tau_p(\overline{\gamma_p}) \quad \text{où} \quad \overline{\gamma_p} = \beta \cdot \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right) \quad (\text{II.72})$$

et β est un coefficient correcteur de la non-circularité de la conduite et il est indépendant du fluide utilisé. Ainsi ce coefficient peut être très bien déterminé avec un fluide newtonien. D'après Miller [26], la valeur de ce coefficient, pour une conduite de section rectangulaire de cotés $2a$ et $2b$, est donnée par l'expression :

$$\beta = \frac{3/2}{\left(1 - 0,351 \cdot \frac{a}{b} \right) \left(1 + \frac{a}{b} \right)^2} \quad \text{où} \quad D_H = 4 \frac{a \cdot b}{a + b} \quad (\text{II.73})$$

Remarques : Pour deux plans parallèles infinis distants de e $D_H = 2 \cdot e$ et $\beta = 3/2$

$$\text{et dans ce cas} \quad \overline{\gamma_p} = \beta \cdot \frac{8 U_m}{D_H} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8 U_m}{2e} = \frac{6 U_m}{e} \quad (\text{II.74})$$

c'est l'expression donnée précédemment (relation II.71)

En résumant tout ce qui a été dit jusqu'à présent, on peut toujours exprimer les frottements dus à un fluide quelconque s'écoulant dans une conduite de section quelconque par une relation simple de la forme :

$$f \cdot Re = 2 A \quad (\text{II.75})$$

$2 A$ est une constante qui dépend seulement de la forme de la conduite.

Le problème qui se pose alors, c'est trouver l'expression de cette constante 2A (fluide newtonien) et définir ensuite le nombre de Reynolds à partir de la viscosité apparente de paroi.

II.3.4 Exemples d'étude sur le calcul de la constante '2 A' :

II.3.4.1 Fluides newtoniens :

Pour l'écoulement des fluides newtoniens dans la conduite rectangulaire deux études sont à citer :

- celle de Tirunarayan et Ramachandran [65] qui introduisent le concept de facteur de forme pour corrélérer le produit $f \cdot Re$ et proposent la relation :

$$f \cdot Re = 14,227 + 1402,5 \left[\frac{1 + \left(\frac{a}{b}\right)(\sqrt{2} - 1)}{4 \left(1 + \frac{a}{b}\right)} - \frac{\sqrt{2}}{8} \right]^{1,9} \quad (\text{II.76})$$

- l'étude théorique de Natarajan et Laksmanan [60] propose la relation suivante:

$$f \cdot Re = 14,4 \left(\frac{a}{b}\right)^{-1/6} \quad \text{pour } \frac{a}{b} \geq 0,05 \quad (\text{II.77})$$

II.3.4.2 Fluides non newtoniens :

Dans ce cas de figure, les études spécifiques sont pratiquement inexistantes mais on suppose que les lois établies pour les fluides newtoniens restent valables à condition d'utiliser le nombre de Reynolds généralisé proposé par Metzner et Reed [29] afin de conserver à priori la même forme du facteur de frottement que pour les fluides newtoniens.

A titre d'indication, pour un fluide d'Ostwald-de Weale et un écoulement entre deux plaques planes semi-infinies on donne l'expression :

$$f \cdot Re_n = 4 \left(\frac{2}{n} + 4 \right)^n \quad (\text{II.78})$$

n : indice de structure du fluide pseudoplastique.

Re_n est défini à partir de n et k ; c'est à dire l'expression (II.49)

Pour le fluide newtonien ($n = 1$) on retrouve l'expression classique connue $f \cdot Re = 24 = 2 \cdot 12$

II.3.5 Généralisation - conduites quelconques et fluides quelconques :

Si on regarde les expressions spécifiques aux fluides pseudoplastiques régis par la loi puissance dans les configurations simples utilisées (conduites circulaires et plans parallèles infinis) et pour lesquelles les calculs ont été effectués sans trop de difficultés, on peut retenir surtout les résultats suivants :

La loi puissance d'Ostwald-de Waele est : $\tau = k \gamma^n$

$$g(n) = \frac{\text{cisaillement pariétal du fluide non newtonien}}{\text{cisaillement pariétal du fluide newtonien}} \quad (\text{II.79})$$

Ceci a donné :

$$\text{- Conduites circulaires } \gamma_p = \frac{8 U_m}{D} \quad ; \quad \text{Re}' = \frac{\rho U_m D_H}{\eta'} \quad \text{et} \quad \frac{f}{2} = \frac{8}{\text{Re}'} \quad (\text{II.80})$$

$$\text{alors } g(n) = \frac{3.n+1}{4.n} = \frac{\frac{3}{4}.n + \frac{1}{4}}{n} = \frac{b'.n + a'}{n} \quad (\text{II.81})$$

$$\text{- Plans parallèles infinis : } \gamma_p = \frac{6 U_m}{e} \quad ; \quad \text{Re}' = \frac{\rho U_m D_H}{\eta'} \quad \text{et} \quad \frac{f}{2} = \frac{12}{\text{Re}'} \quad (\text{II.82})$$

$$\text{alors } g(n) = \frac{2.n+1}{3.n} \quad (\text{II.83})$$

$$\text{Par contre si on prend pour ce cas } \gamma_p = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{6 U_m}{e} = \frac{3}{2} \cdot \frac{6 U_m}{e} = \frac{8 U_m}{D_H}$$

$$\text{au lieu de } \gamma_p = \frac{6 U_m}{e}$$

$$\text{Alors la loi des frottements s'écrit } \frac{f}{2} = \frac{8}{\text{Re}'} \quad \text{et non} \quad \frac{f}{2} = \frac{12}{\text{Re}'}$$

La fonction $g(n)$ se transforme aussi est devient :

$$g(n) = \beta \cdot \frac{2.n+1}{3.n} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2.n+1}{3.n} = \frac{1.n+1/2}{n} = \frac{b'.n + a'}{n} \quad (\text{II.84})$$

La relation de Rabinowitsch et celle donnant la vitesse maximale pour les deux types de conduites étudiées précédemment s'écrivent :

- Conduites circulaires :

$$\frac{8 U_m}{D} = 4 \cdot \frac{1}{\tau_p^3} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau = \frac{1}{\frac{1}{4} \tau_p^3} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^{3-1} f(\tau) d\tau = \frac{8 U_m}{D_H} \quad (\text{II.85a})$$

$$\frac{8 U_{\max}}{D} = 4 \cdot \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} f(\tau) d\tau = 4 \cdot \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} f(\tau) d\tau = \frac{8 U_{\max}}{D_H} \quad (\text{II.85b})$$

- Plans parallèles infinis :

$$\frac{8 \cdot U_m}{2 \cdot e} = 2 \cdot \frac{1}{\tau_p^2} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau f(\tau) d\tau = \frac{1}{\frac{1}{2} \tau_p^2} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^{2-1} f(\tau) d\tau = \frac{8 \cdot U_m}{D_H} \quad (\text{II.86a})$$

$$\frac{8 \cdot U_{\max}}{2 \cdot e} = 2 \cdot \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} f(\tau) d\tau = 2 \cdot \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} f(\tau) d\tau = \frac{8 \cdot U_{\max}}{D_H} \quad (\text{II.86b})$$

La généralisation de la relation de Rabinowitsch et celle donnant la vitesse maximale dans une conduite de section quelconque définie par deux paramètres géométriques c et d donne [66]:

$$\frac{8 U_m}{D_H} = \frac{1}{c} \frac{1}{\tau_p^{\frac{d}{c}}} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^{\frac{d}{c}-1} f(\tau) d\tau \quad (\text{II.87a})$$

$$\frac{8 U_{\max}}{D_H} = \frac{1}{c} \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} f(\tau) d\tau \quad (\text{II.87b})$$

avec :

$$- \text{ conduites circulaires : } \quad c = 1/4 \quad \text{et} \quad d = 3/4 \quad (\text{II.88})$$

$$- \text{ plans parallèles infinis } \quad c = 1/2 \quad \text{et} \quad d = 1 \quad (\text{II.89})$$

on peut écrire la relation (II.87a) sous la forme :

$$\frac{8 U_m}{D_H} = \frac{1}{c} \frac{1}{\tau_p^{\frac{d}{c}}} \cdot \int_0^{\tau_p} \frac{\tau^{\frac{d}{c}}}{\eta} d\tau \quad \text{avec} \quad f(\tau) = \frac{\tau}{\eta} \quad (\text{II.90})$$

où $\gamma = f(\tau)$: est une fonction qui dépend de la loi de comportement

Miller [67] et Machac [68] ont exprimé, dans des études analogues, la section par un seul paramètre géométrique et abouti à des expressions semblables.

La différentiation de la relation (II.87a) par rapport à τ_p donne :

$$\frac{\partial \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right)}{\partial \tau_p} = \frac{1}{c} \left(- \frac{d}{\tau_p} \right) \frac{1}{\tau_p^{\frac{d}{c}}} \cdot \int_0^{\tau_p} \frac{\tau^{\frac{d}{c}}}{\eta} d\tau + \frac{1}{c} \frac{1}{\tau_p^{\frac{d}{c}}} \cdot \tau_p^{\frac{d}{c}-1} \cdot f(\tau_p) \quad (\text{II.91})$$

que l'on peut écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right)}{\partial \tau_p} = - \frac{d}{c \cdot \tau_p} \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right) + \frac{1}{c} \frac{1}{\tau_p} \cdot f(\tau_p) \quad (\text{II.92})$$

d'où l'on tire l'expression générale suivante :

$$f(\tau_p) = c \cdot \tau_p \cdot \frac{\partial \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right)}{\partial \tau_p} + d \cdot \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right) \quad (\text{II.93a})$$

Pour une conduite de section donnée, cette équation implique l'existence d'une relation unique entre τ_p et $8 U_m / D_H$.

La différentiation de la relation (II.87b) par rapport à τ_p nous donne la relation équivalente à (II.93a) et qui s'écrit :

$$f(\tau_p) = c \cdot \tau_p \cdot \frac{\partial \left(\frac{8 U_{\max}}{D_H} \right)}{\partial \tau_p} + c \cdot \left(\frac{8 U_{\max}}{D_H} \right) \quad (\text{II.93b})$$

Les deux paramètres c et d peuvent être déterminés par la résolution du système d'équations suivant :

$$f(\tau_p) = c \cdot \tau_p \cdot \frac{\partial \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right)}{\partial \tau_p} + d \cdot \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right) \quad (\text{II.94a})$$

$$f(\tau_p) = c \cdot \tau_p \cdot \frac{\partial \left(\frac{8 U_{\max}}{D_H} \right)}{\partial \tau_p} + c \cdot \left(\frac{8 U_{\max}}{D_H} \right) \quad (\text{II.94b})$$

Cela veut dire qu'il suffit de faire des mesures avec un fluide newtonien connu dans la configuration considérée. Par les mesures des frottements pariétaux des vitesses moyenne et maximale on peut déduire facilement les paramètres géométriques c et d . Une fois ces paramètres déterminés, on peut étudier le fluide non newtonien.

Pour un fluide d'Ostwald -de Waele , la loi de comportement est donnée par : $\tau = k \gamma^n$

$$\text{et dans ce cas : } \gamma = f(\tau) = \left(\frac{\tau}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{II.95})$$

En utilisant les équations (II.87), (II.90) et (II.94) on trouve que, quelle que soit la forme de la conduite:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{8 U_m}{D_H} = \left(\frac{\tau_p}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{n}{c + d \cdot n} \right) \\ \text{et } \frac{8 U_{\max}}{D_H} = \left(\frac{\tau_p}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{n}{c(1+n)} \right) \end{array} \right. \quad (\text{II.96})$$

II.3.5.1 Relation : frottements – nombre de Reynolds :

En s'inspirant des écoulements de fluides newtoniens dans les conduites circulaires, on peut garder la même forme de relation entre le coefficient de frottements et le nombre de Reynolds, soit :

$$f = \frac{2 \cdot \tau_p}{\rho U_m^2} = \frac{16}{\text{Re}^*} \quad (\text{II.97})$$

Re^* est le nombre de Reynolds généralisé défini par :

$$Re^* = \frac{\rho U_m^{2-n^*} D_H^{n^*}}{8^{n^*-1} \cdot k^*} \quad (II.99)$$

$$\text{avec } \begin{cases} n^* = \frac{\partial(\ln \tau_p)}{\partial(\ln \frac{8 \cdot U_m}{D_H})} \\ \tau_p = k^* \left(\frac{8 \cdot U_m}{D_H} \right)^{n^*} \end{cases} \quad (II.100)$$

Ces relations nous permettent de définir explicitement n^* et k^* .

En utilisant l'équation des pertes globales (II.87a) on trouve que n^* et k^* sont données par :

$$n^* = \frac{\int_0^{\tau_p} \tau^{\frac{d}{c}-1} f(\tau) d\tau}{\tau_p^{\frac{d}{c}} \cdot f(\tau_p) - \frac{d}{c} \int_0^{\tau_p} \tau^{\frac{d}{c}-1} f(\tau) d\tau} \quad (II.101)$$

$$k^* = c^{n^*} \cdot \tau_p^{\frac{d n^*}{c} + 1} \left[\int_0^{\tau_p} \tau^{\frac{d}{c}-1} f(\tau) d\tau \right]^{-n^*} \quad (II.102)$$

n^* et k^* peuvent être exprimées en fonction de la viscosité non-newtonienne η

On peut montrer que le nombre Re^* peut être utilisé pour vérifier l'existence du critère de l'écoulement laminaire dans le cas d'un fluide non-newtonien s'écoulant à travers une section quelconque.

Appliquons les expressions trouvées ci-dessus à un fluide non-newtonien obéissant à la loi puissance (Ostwald-de Waele).

En substituant $f(\tau)$ dans les seconds membres des équations (II.101) et (II.102), on trouve :

$$\begin{cases} n^* = n \quad \text{ou} \quad \tau = k \gamma^n \\ \text{et} \quad k^* = k \left(\frac{c + d n}{n} \right)^n \end{cases} \quad (II.103)$$

La substitution de ces deux relations dans l'équation (II.99) nous donne

$$Re^* = \frac{\rho U_m^{2-n} D_H^n}{8^{n-1} \cdot k \left(\frac{c + d n}{n} \right)^n} \quad (II.104)$$

On peut facilement vérifier que pour un fluide newtonien

$$\begin{cases} n^* = 1, & k^* = k(c+d) = \eta(c+d) \\ Re^* = \frac{\rho U_m D_H}{\eta(c+d)} \end{cases} \quad (II.105)$$

Ces relations montrent que pour un écoulement de fluide d'Ostwald-de Waele dans une conduite de section quelconque k^* et Re^* dépendent de la forme de la section par l'intermédiaire des paramètres c et d , tandis que n^* est égal à n quelle que soit la forme de la section.

Ce dernier résultat ($n^* = n$) est très important vu les expressions assez compliquées (II.100) et (II.101) donnant le paramètre n^* . Ceci implique que si on trace les courbes $\ln(\tau_p)$ en fonction de $\ln(8U_m/D_H)$, on obtient des droites parallèles quelle que soit la forme de la section de la conduite.

Pour une conduite circulaire $c = 1/4$ et $d = 3/4$; alors k^* et Re^* sont donnés simplement par :

$$\begin{cases} k^* = k_n = k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \\ Re^* = Re_n = \frac{\rho U_m^{2-n} D^n}{8^{n-1} \cdot k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n} \end{cases} \quad (II.106)$$

Les quantités k_n et Re_n définies par Metzner et Reed [29] pour une conduite circulaire, sont dérivées directement de k^* et Re^* par substitution des valeurs appropriées des paramètres géométriques dans les relations (II.101), (II.102) et (II.99). En général, le même résultat peut être obtenu par utilisation de l'équation (II.87a), sans tenir compte du type de fluide. Par conséquent, la valeur du nombre de Reynolds généralisé critique Rec^* , applicable aux sections circulaires, trouvée par Dodge et Metzner [64] pour les fluides non-newtoniens faits de gels ou de suspensions est la même que celle prédite par d'autres études en particulier celle proposée par Ryan et col. [69].

II.3.5.2 Calcul des paramètres géométriques c et d :

Dans le cas d'une section circulaire ou deux plans parallèles semi-infinis, les valeurs des paramètres géométriques c et d peuvent être déduites directement à partir des équations (II.87) et (II.94) mais réécrites pour ces deux types de géométrie. Pour les fluides non-newtoniens et dans les autres formes de sections les expressions utilisables pour l'évaluation de c et d ont été calculées en utilisant les relations déjà trouvées par Lundgreen et col. [66] mais dans le cas d'un fluide newtonien.

Les valeurs et les expressions de c et d sont les suivantes :

- Conduite circulaire : $c = 1/4$ et $d = 3/4$ (II.107)

- Deux plans parallèles semi-infinis : $c = 1/2$ et $d = 1$ (II.108)

- Conduites rectangulaires :

Si E est le paramètre de section défini par :

$$E = \frac{\text{moitié du petit coté}}{\text{moitié du grand coté}} = \frac{\text{petit coté}}{\text{grand coté}} \quad (\text{II.109})$$

$$c = \frac{1}{2(1+E)^2 \left[1 + 4 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{\left(\frac{2i+1}{2} \cdot \pi\right)^3} \cdot \frac{1}{\cosh\left(\frac{(2i+1)\pi}{2E}\right)} \right]} \quad (\text{II.110})$$

$$c + d = \frac{3}{2(1+E)^2 \left[1 - \frac{192}{\pi^5} E \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(2i+1)} \cdot \tanh\left(\frac{(2i+1)\pi}{2E}\right) \right]} \quad (\text{II.111})$$

II.3.5.3 Autre méthode :

Une autre méthode basée sur le concept de viscosité apparente, proposée au départ par Meter [66] , Metzner et Reed [29] et Dodge et Metzner [64] (relation II.36) pour les cas simples, a été généralisée à tous les fluides et à toutes les géométries.

La généralisation de la relation facteur de frottements - nombre de Reynolds, en utilisant la viscosité apparente, permet le raisonnement suivant :

La viscosité apparente est définie par :

$$\tau_p = \eta_a \frac{8 U_m}{D_H} \quad \text{avec} \quad \tau_p = \frac{D_H}{4} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad (\text{II.112})$$

En substituant la relation de τ_p dans la relation définissant le facteur de frottement f , on obtient :

$$f = \frac{2 \cdot \tau_p}{\rho U_m^2} = \frac{16 \eta_a}{\rho U_m D_H} = \frac{16}{\text{Re}^*} \quad (\text{II.113})$$

Ainsi le nombre de Reynolds généralisé, en termes de viscosité apparente, s'écrit :

$$\text{Re}^* = \frac{\rho U_m D_H}{\eta_a} \quad (\text{II.114})$$

La viscosité apparente peut être reliée à la viscosité non-newtonienne η ou à la fonction de contrainte de cisaillement $f(\tau)$, en utilisant les équations (II.87) et (II.90), par l'expression :

$$\eta_a = \frac{c \cdot \tau_p^{1+\frac{d}{c}}}{\int_0^{\tau_p} \tau^{\frac{d}{c}-1} f(\tau) d\tau} = \frac{c \cdot \tau_p^{1+\frac{d}{c}}}{\int_0^{\tau_p} \frac{\tau^{\frac{d}{c}}}{\eta} d\tau} \quad \text{avec} \quad \tau = \eta \cdot f(\tau) \quad (\text{II.115})$$

On note que la viscosité apparente dépend de la géométrie de l'écoulement et des propriétés du fluide.

Appliquons ces résultats à un type de fluide indépendant du temps dont les expressions sont connues et prenant le cas du fluide d'Ostwald-de Waele dont la loi de comportement s'écrit :

$$\tau = k \gamma^n$$

La substitution de cette relation dans l'expression (II.115) nous donne la viscosité apparente et le résultat injecté dans l'expression de Re^* (II.114) nous donne les relations suivantes :

$$\eta_a = k^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{c + d n}{n} \right) \cdot \tau_p^{1-\frac{1}{n}} \quad (\text{II.116})$$

$$Re^* = \frac{\rho U_m D_H}{k^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{c + d n}{n} \right) \cdot \tau_p^{1-\frac{1}{n}}} \quad (\text{II.117})$$

La relation (II.117) peut être identifiée à la relation (II.104) à condition d'utiliser la relation ci-dessous entre τ_p et le groupement $8 U_m / D_H$, soit :

$$\frac{8 U_m}{D_H} = \left(\frac{\tau_p}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{n}{c + d n} \right) \quad (\text{II.118})$$

Ainsi, on voit que les expressions de Re^* données par la relation (II.99) et par la relation (II.114) sont équivalentes, à condition que les deux expressions soient déduites de la même définition de Re^* , c'est-à-dire la relation (II.97).

Avec ces définitions du nombre de Reynolds, les valeurs critiques du nombre de Reynolds généralisé Rec^* , qui marquent le début de transition vers le régime turbulent doivent être les mêmes quelle que soit la forme de la section utilisée, circulaire ou quelconque et avec un fluide newtonien ou non-newtonien.

Les deux méthodes présentées ci-dessus sont équivalentes et les résultats obtenus permettent de prédire, par des calculs simples, la vitesse moyenne et la vitesse maximale en fonction du gradient de pression, dans un écoulement isotherme, permanent, établi et laminaire pour tout fluide non-newtonien indépendant du temps à travers une conduite de section arbitraire quelconque.

Ces deux méthodes qui utilisent deux paramètres géométriques pour caractériser la géométrie de l'écoulement éliminent les calculs longs et fastidieux nécessaires aux techniques conventionnelles, quand le fluide est non-newtonien et la section est autre que les géométries

simples. Les caractéristiques de l'écoulement du fluide peuvent être représentées analytiquement en terme de $f(\tau)$ ou η , ou par des données expérimentales obtenues directement avec un viscosimètre capillaire à section circulaire.

Ces méthodes peuvent être également appliquées facilement à des écoulements faisant intervenir des modèles de fluides complexes et en particulier lorsque la forme géométrique de la section d'écoulement défie les méthodes classiques d'investigation. Les paramètres géométriques peuvent être évalués simplement dans chaque situation par des mesures obtenues avec des fluides newtoniens ou des fluides pseudoplastiques en loi puissance d'Ostwald-de Waele. Une fois les paramètres géométriques évalués, le calcul des pertes de pression ou des vitesses moyenne et maximale est facilement effectué pour tout autre fluide complexe.

L'équation du bilan général de l'écoulement (relation de Rabinowitsch) a été généralisée pour être appliquée à tout modèle de fluide indépendant du temps et ceci facilitera l'utilisation de ces corrélations dans des écoulements de fluides complexes.

Les corrélations classiques 'facteur de frottements - nombre de Reynolds' ont été étendues et généralisées à toute forme de section et à tout modèle de fluide non-newtonien indépendant du temps.

II.3.6 Régime non laminaire :

La transition entre l'écoulement laminaire et turbulent établi est progressive et non brutale, ainsi la détermination de la limite de transition est difficile à estimer.

Metzner et Reed et Dodge et Metzner [26] ont utilisé la notion de viscosité généralisée de conduite η' (ou viscosité apparente à la paroi η_a) et ont proposé que le critère de transition dans une conduite circulaire et un fluide pseudoplastique s'écrit :

$$Re^* = \frac{\rho U_m D}{\eta_a} > 2100 \quad \text{avec} \quad \eta_a = \eta' = \frac{\tau_p}{\left(\frac{8 U_m}{D}\right)} = k' \left(\frac{8 U_m}{D}\right)^{n'-1} \quad (\text{II.119})$$

Pour le fluide d'Ostwald- de Waele

$$n' = n \quad \text{et} \quad k' = k \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n \quad (\text{II.120})$$

et le nombre de Reynolds généralisé s'écrit :

$$Re^* = Re_n = \frac{\rho U_m^{2-n} D^n}{8^{n-1} k \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n} \quad (\text{II.121})$$

Wheeler et Wissler [26] ont observé que lors de l'écoulement dans les conduites rectangulaires, pour un fluide pseudoplastique d'Ostwald-de Waele, la transition est caractérisée par :

$$1400 \leq \frac{2\rho L^n U_m^{2-n}}{k} \leq 1600 \quad (\text{II.122})$$

où L est la longueur de la conduite

Meter [66] a montré que le point de transition vers le régime turbulent, pour les polymères et les solutions de polymères, est le même que celui proposé par l'étude de Ryan et col.[69] et Mirrill et col. [70].

Pour les conduites circulaires avec des fluides non newtoniens généralisés, on peut citer les corrélations proposées par Edwards et Smith [71] qui proposent de remplacer, dans les corrélations des fluides newtoniens, la viscosité η par la viscosité apparente à la paroi η_a .

Les informations disponibles, en écoulement turbulent, permettent cependant de suggérer des erreurs négligeables résultant de l'application directe, aux autres formes de conduites, des résultats obtenus dans des conduites circulaires.

En suivant la même démarche qu'en régime laminaire Kostic et Harnett [72] et Dodge et Metzner [64] ont pris la relation de Colebrook [73], établie pour un fluide newtonien dans une conduite circulaire et ont proposé, pour l'écoulement d'un fluide non newtonien pseudoplastique d'Ostwald-de Waele en conduite circulaire, la relation suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \left(\frac{4,0}{n^{0,75}} \right) \cdot \log_{10} \left[\text{Re}_n \cdot f^{\left(1 - \frac{n}{2}\right)} \right] - \frac{0,40}{n^{1,2}} \quad (\text{II.123})$$

n : indice de structure du fluide non newtonien

Re_n est le nombre de Reynolds généralisé défini par :

$$\text{Re}_n = \frac{\rho U_m^{2-n} D^n}{8^{n-1} k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n} \quad (\text{II.124})$$

Puisque la quasi totalité des frottements se font au voisinage de la paroi ($> 90\%$) où existe une couche limite laminaire même en écoulement turbulent, on peut donc généraliser cette relation à tous les fluides indépendants du temps à condition de remplacer k et n par leurs équivalents k^* et n^* définis précédemment. Les valeurs de k^* et n^* sont celles déterminées par le régime laminaire mais les valeurs de τ_p sont celles du régime turbulent.

Edwards et Smith [71] proposent une généralisation de la relation précédente (fluides d'Ostwald-de Waele et conduites circulaires) aux fluides non-newtoniens généralisés en remplaçant la viscosité non-newtonienne η par la viscosité apparente à la paroi (ou de conduite) η' ou $\eta_a = \tau_p / \dot{\gamma}_p$ c'est à dire :

$$\eta_a = k'^{1/n'} \cdot \left(\frac{4n'}{3n'+1} \right) \cdot \tau_p^{1-1/n'} \quad (\text{II.125})$$

et donnent la relation :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \left(\frac{4,0}{n^{0,75}} \right) \cdot \log_{10} \left[\text{Re}' \cdot f^{\left(1 - \frac{n'}{2}\right)} \right] - \frac{0,40}{n^{1,2}} \quad (\text{II.126})$$

avec

$$\text{Re}' = \frac{\rho U_m D}{\eta'} \quad \text{et} \quad \eta' = \eta_a = \frac{\tau_p}{\left(\frac{8 U_m}{D} \right)} = k' \left(\frac{8 U_m}{D} \right)^{n'-1} \quad (\text{II.127})$$

A noter que la relation de Colebrook [73] classique ou la relation de Nikuradsé [26] pour un fluide newtonien en conduite circulaire s'écrit :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,0 \cdot \log_{10} [\text{Re} \cdot \sqrt{f}] - 0,40 \quad \text{et} \quad \text{Re} = \frac{\rho U_m D}{\eta} \quad (\text{II.128})$$

Par la suite, les auteurs Dodge et Metzner [26] se sont inspirés de la relation de Blasius valable pour les fluides newtoniens et qui s'écrit sous la forme :

$$\frac{f}{2} = 0,0395 \cdot \text{Re}^{-0,25} \quad (\text{II.129})$$

et ont proposé la relation empirique suivante :

$$\frac{f}{2} = a' (\text{Re}')^{-b'} \quad (\text{II.130})$$

a' et b' dépendent de n' et sont données par le tableau ci-dessous:

n'	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	1,6	2,0
a'	0,0323	0,0342	0,0356	0,0370	0,0380	0,0390	0,0402	0,0413
b'	0,349	0,325	0,307	0,281	0,263	0,250	0,231	0,213

Des études récentes sur les écoulements turbulents établis [74 , 75 , 76 et 77] en conduites non circulaires, utilisant des fluides non newtoniens en général et des solutions polymériques en particulier, ont montré que toutes les corrélations peuvent se mettre sous la forme de la relation II.130.

Kostic [75] propose même, pour les écoulements des fluides non newtoniens dans des conduites de section carrée, la corrélation suivante :

$$\frac{f}{2} = 0,2 \cdot \text{Re}^{-0,48} \quad (\text{II.131})$$

La forme corrigée de la relation de Dodge-Metzner pour l'écoulement turbulent compatible avec les conduites de formes quelconques devient [66] :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{4,0}{n^{*0,75}} \log_{10} \left[\text{Re}^* \cdot (f)^{1-\frac{n^*}{2}} \right] - \frac{4,0}{n^{*1,2}} + 4,0 \cdot n^{*0,25} \cdot \log_{10} \left[\frac{4(c + d n^*)}{1 + 3 n^*} \right] \quad (\text{II.132})$$

II.3.7 Fluides viscoélastiques – réduction de frottements :

Les écoulements des solutions diluées de polymères viscoélastiques offraient des facteurs de frottement très inférieurs à ceux du solvant pur c'est à dire une réduction de frottements. Il semblerait que la présence de macromolécules en longues chaînes empêcherait les tourbillons turbulents de se former et prolongerait ainsi le comportement laminaire. Donc le régime turbulent sera difficile à atteindre et par conséquent il est inutile de faire une revue bibliographique excessive sur les écoulements turbulents des fluides non newtoniens viscoélastiques.

Les applications potentielles de ce phénomène sont considérables (réductions des frottements dans les pipelines , sur les coques des sous-marins,...) mais les polymères utilisés coûtent cher et sont fragiles, se dégradent et polluent les liquides solvants parce qu'il devient impossible par la suite de séparer le solvant du polymère.

Certaines études détaillées sur ce phénomène de réduction des frottements ont montré que plus la molécule sera flexible, plus l'effet réducteur sera important. Ces études ont montré que l'effet réducteur ne croit pas indéfiniment avec la concentration en polymère et qu'il existe une concentration optimale au delà de laquelle, les macromolécules se dégradent par cisaillement et l'effet réducteur décroît dans le temps [78,79 et 80]

La valeur de la réduction maximale de frottements a été corrélée par Virk [79] qui a proposé la relation :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 19 \cdot \log_{10} \left[\text{Re}' \cdot \sqrt{f} \right] - 32,4 \quad (\text{II.133})$$

Re' est le nombre de Reynolds généralisé calculé à partir de la viscosité apparente en paroi, c'est à dire la relation (II.61)

La méthode proposée par Meter [26] pour la prédiction du point de transition de l'écoulement vers le régime turbulent pour les solutions de polymères non-newtoniennes viscoélastiques en conduite circulaire peut être facilement étendue aux autres géométries. Il suppose une relation unique entre f et τ_p/τ_{12} applicable aux autres géométries dans la zone turbulente.

Cette relation a été déterminée en conduite circulaire est approchée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f = 0,0064 - 0,00425 \cdot \log_{10} \left(\frac{\tau_p}{\tau_{12}} \right) \quad ; \quad 0,2 < \frac{\tau_p}{\tau_{12}} < 10 \\ \text{et} \quad f = 0,0117 \cdot \left(\frac{\tau_p}{\tau_{12}} \right)^{-0,73} \quad ; \quad 10 < \frac{\tau_p}{\tau_{12}} < 40 \end{array} \right. \quad (\text{II.134})$$

Une autre relation intéressante faisant intervenir le nombre de Déborah De, basée sur l'évaluation de la dissipation d'énergie, a été proposée par Darby et Chang [26] sous la forme :

$$f/2 = (f/2)_s \cdot (1 + De^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{II.135})$$

où $(f/2)_s$ représente le facteur de frottements du solvant pur

CHAPITRE III

DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET MOYENS DE MESURES

Chapitre III

Dispositif expérimental et moyens de mesures

III.1 Dispositif expérimental :

Il a été conçu de telle sorte qu'il puisse répondre aux mieux aux impératifs suivants :

- permettre d'approcher des conditions types existant dans une installation réelle, quant à la géométrie et à l'organisation de l'écoulement.
- permettre d'obtenir un large domaine de valeurs du nombre de Reynolds.
- permettre une utilisation commode des veines d'expérience.
- rendre possible la visualisation et l'utilisation de la vélocimétrie Laser à effet Doppler.

III.1.1 Description générale de la boucle d'essai :

Le dispositif expérimental est un circuit fermé comprenant essentiellement une veine de mesures (8), un groupe moto-pompe avec variateur de vitesse (6), un by-pass, des bacs de stockage amont (7) et aval (4) un échangeur de chaleur (5) et les moyens de mesures associés (figures III.1 et III.2).

Le fluide est d'abord aspiré du bac aval par la pompe. A la sortie de la pompe, le fluide traverse l'échangeur de chaleur pour sa thermostatisation et arrive ensuite dans le bac amont en surpression par rapport à la pression atmosphérique. Le fluide, sous pression dans le bac amont, passe ensuite en grande partie dans la veine d'expérimentation le reste traverse le by-pass et arrive directement dans le bac aval. A la sortie de la veine, le fluide traverse d'abord un débitmètre électromagnétique avant de revenir dans le bac aval à l'air libre et le circuit recommence. Des soufflets antivibratoires sont placés en amont et en aval de la pompe afin de minimiser la transmission des vibrations du moteur de la pompe au reste du dispositif.

L'utilisation de la technique « vélocimétrie Laser à effet Doppler » et des fluides, qui peuvent être corrosifs, nécessite des parois inertes et transparentes et des fluides transparents. Ceci nous a conduit à construire une boucle hydraulique en polyméthacrylate de méthyle (PMMA) pour la veine de mesure ,en chlorure de polyvinyle (PVC) pour les conduites et le bac aval et en acier inoxydable pour la pompe , l'échangeur de chaleur et le bac amont.

- 1- CONVERGENT
 - 2- DIVERGENT
 - 3- DIAPHRAGME
 - 4- BAC AVAL
- 5- ECHANGEUR
 - 6- GROUPE MOTO-POMPE
 - 7- BAC AMONT PRESSURISE
 - 8- VEINE DE MESURES ET ETABUSSEMENT

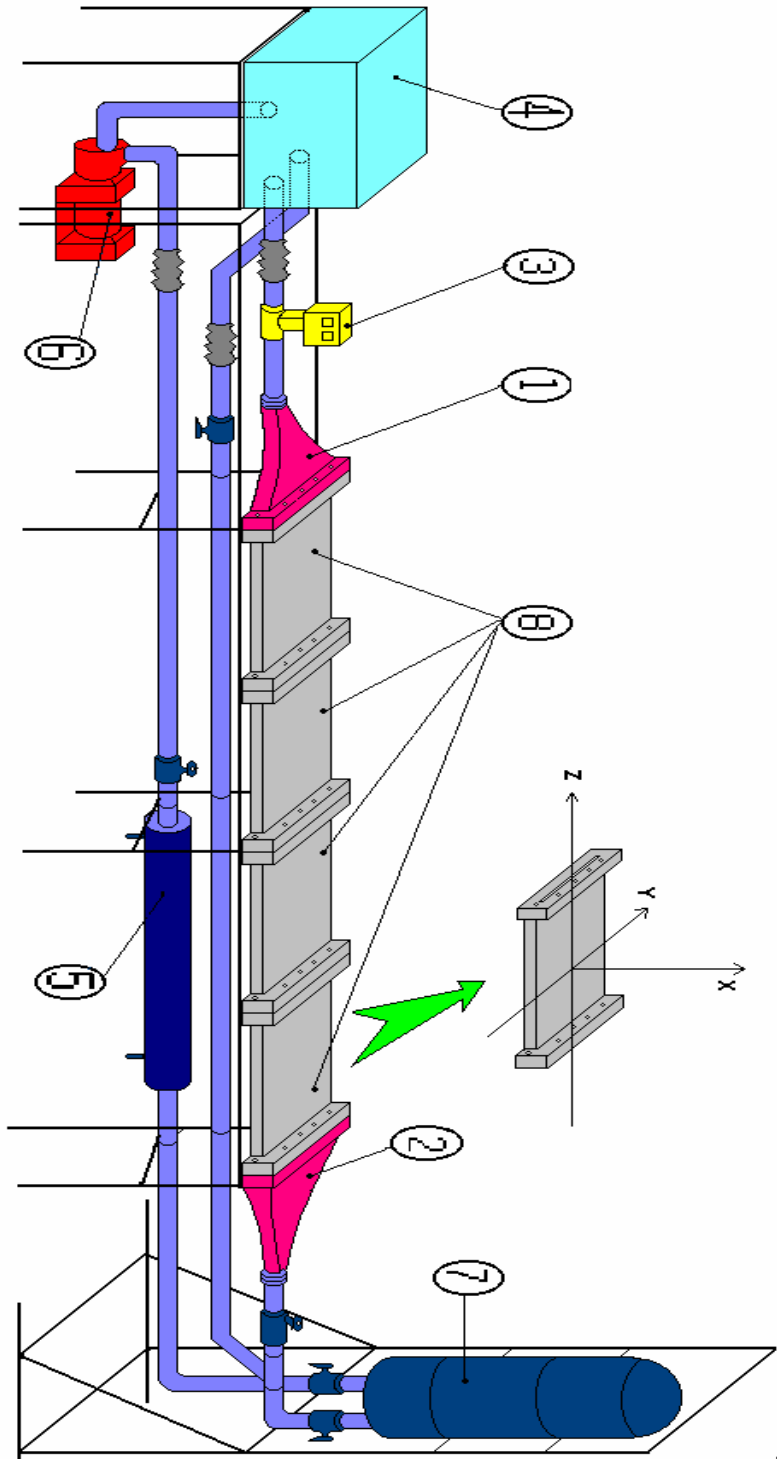


Figure III.1 : Schéma général de l'installation



Figure III.2 : Vue générale de l'installation

III.1.2 Bacs amont et aval :

Leurs dimensions assurent un volume liquide suffisant, donc une bonne inertie thermique et une bonne tranquillisation de l'écoulement et permettent le stockage de la solution lors du changement de la veine d'expérience ou toute autre intervention sur la boucle.

Le bac amont, d'une capacité de 50 litres, est toujours en surpression de 0 à 2 bars par contre le bac aval, d'une capacité de 80 litres, est à la pression atmosphérique.

III.1.3 Circuit de thermostatisation :

Comme il est nécessaire de procéder à une régulation précise de la température du fluide, car les grandeurs mesurées sont très sensibles aux variations de température, nous avons équipé la boucle de l'échangeur de chaleur tubulaire (5) à contre courant en acier inoxydable.

Puisqu'il n'y a pas d'apport de chaleur de l'extérieur par les techniques de mesures utilisées (vélocimétrie Laser, débitmètre électromagnétique etc...) la chaleur reçue provient uniquement des frottements du fluide sur les parois de la boucle hydraulique.

En effet, la quantité de chaleur dissipée par frottements dans le circuit n'est pas considérable ; ceci nous a amené à utiliser un bain thermostaté avec circulation extérieur de liquide relié à l'échangeur cité précédemment pour assurer le maintien de la température de travail à la valeur choisie lors d'une campagne de mesures. En conséquence, la commande de maintien de la température de travail dans la veine d'expérience, souvent proche de la température ambiante, se fait par ce bain et avec des variations de température de l'ordre du dixième de degré.

Cet appareil de marque NESLAS a une capacité de 20 litres et un domaine de variation de températures de -20°C à $+130^{\circ}\text{C}$. Ses performances de refroidissement et de chauffage sont respectivement de 475 watts et de 800 watts.

III.1.4 Divergent et convergent :

Afin d'éviter un passage brusque pour le fluide, avec toutes les conséquences sur les pertes de charge et l'organisation de l'écoulement, d'une conduite de section circulaire à une conduite de section rectangulaire (veine) et vice versa, nous avons placé un divergent à l'entrée de la veine et un convergent à sa sortie (figure III.3).

La présence du divergent à l'entrée de la veine de mesure permet de minimiser la turbulence dans l'écoulement principal, de minimiser les zones de recirculation et surtout d'uniformiser l'écoulement à l'entrée de la veine.

De plus, la présence de ce divergent permet de s'affranchir assez rapidement des conditions d'entrée et espérer que l'écoulement soit pratiquement établi au bout d'une distance très courte quel que soit le débit.

Toutefois, nous avons placé juste après le divergent un nid d'abeille afin de répartir équitablement le fluide sur toute la section d'entrée de la veine de mesure dans le but de s'approcher des conditions de vitesse uniforme à l'entrée.

III.1.5 Groupe moto-pompe et by-pass :

Le groupe moto-pompe est constitué d'une pompe centrifuge en acier inoxydable est d'un moteur à courant triphasé à vitesse variable. La commande de la vitesse de rotation du moteur est assurée par un variateur de vitesse de marque DANFOSS et de type VLT3500 HV-AC.

Cet ensemble associé à un bi-pass et à un jeu de vannes situées en différents points de la veine nous permet d'avoir une large gamme des valeurs du débit et par conséquent du nombre de Reynolds.

Le mariage du bi-pass et du variateur de vitesse du groupe moto-pompe permet de limiter aussi les pulsations de la pompe, observées à très faibles vitesses de rotation du moteur.

La pompe de type centrifuge a l'inconvénient de cisailier le fluide pompé. L'action de cisaillement est importante dans le transport des polymères dilués et le cisaillement des solutions polymères dégrade le fluide en cassant les chaînes polymères et ceci influe beaucoup sur les propriétés du fluide.

Dans notre cas, à cause de la faible valeur de la constante de temps ou temps de relaxation λ ($\approx 0,5$ s) et les éléments composant la boucle hydraulique, le fluide cisailé au niveau de la pompe arrive dans la veine de mesures relaxé.

III.1.6 Veine de mesures :

La veine de mesures est composée de quatre éléments identiques de section intérieure rectangulaire de 20×200 mm² et de longueur 500 mm chacun. ; soit une longueur totale de la veine de 2000 mm.

L'ajout d'éléments sur une partie bien déterminée de la longueur totale (2 m) permet d'obtenir la contraction voulue à la position voulue (figure III.3).

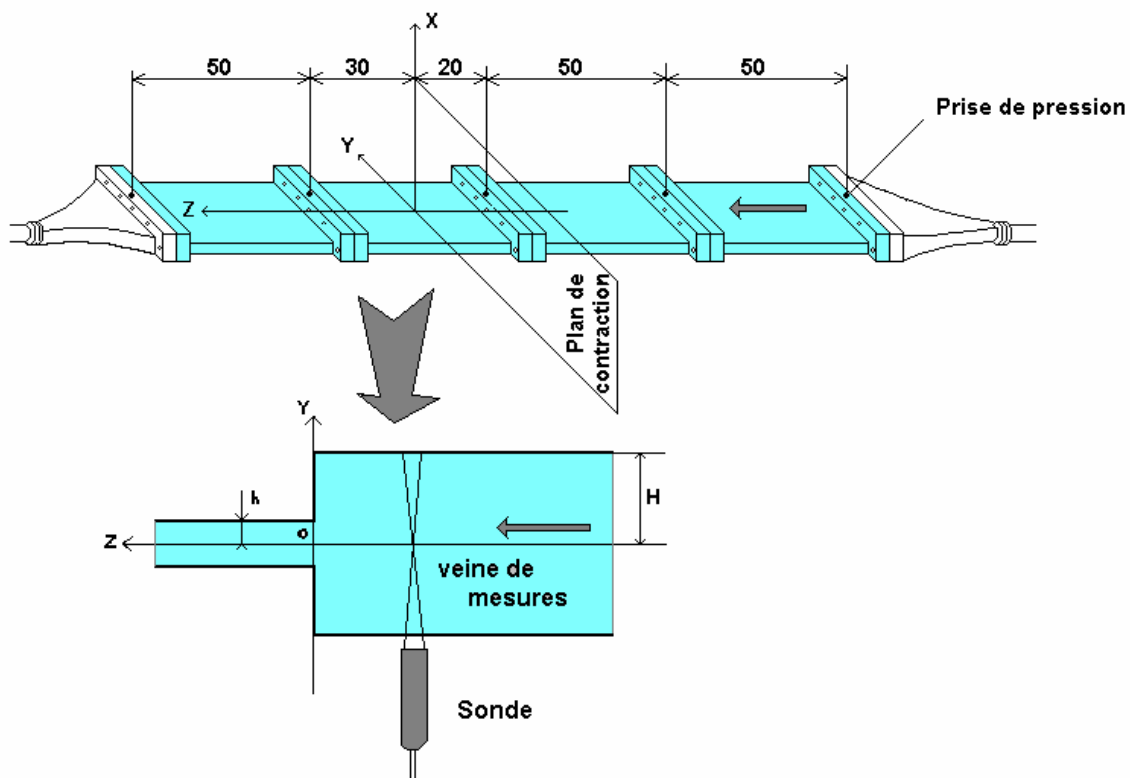


Figure III.3 : Veine de mesures et implantation des prises de pression

Dans cette géométrie à symétrie plane , on a choisi le système cartésien suivant :

- axe zz , c'est l'axe parallèle à la direction de l'écoulement principal
- axe yy , c'est l'axe perpendiculaire à la direction de l'écoulement principal
- axe xx , c'est l'axe perpendiculaire à la direction de l'écoulement principal

A ce système d'axe cartésien on associe les trois composantes de la vitesse suivantes :

- suivant axe zz , vitesse longitudinale ou axiale U_z
- suivant axe yy , vitesse transversale U_y
- suivant axe xx , vitesse transversale U_x

Si on impose comme longueur caractéristique du problème, la demi-hauteur h à l'aval de la contraction, on propose les coordonnées réduites suivantes :

- suivant xx , $x^* = x/h$
- suivant yy , $y^* = y/h$
- suivant zz , $z^* = z/h$

On définit le rapport de contraction par :

$$\frac{\text{Demi - hauteur amont}}{\text{Demi - hauteur aval}} = \frac{H}{h} = \frac{4h}{h} = \frac{100 \text{ mm}}{25 \text{ mm}} = 4 : 1 \quad (\text{III.1})$$

Le nombre de Reynolds Re , le plus utilisé en simulation numérique dans une contraction brusque, est défini par :

$$Re = \frac{\rho U_H . H}{\eta} = \frac{\rho U_h . h}{\eta} = \frac{\rho Q}{2e\eta} \quad (\text{III.2})$$

avec :

- pour le fluide newtonien $\eta = \text{constante}$
- pour le fluide viscoélastique $\eta = \eta(\gamma)$

$$\text{et telle que } \gamma = \frac{U_h}{h} = \frac{Q}{2 e h^2} \quad (\text{III.3})$$

Le choix de la contraction unique H/h de rapport 4 :1 a été guidé par la volonté de comparaison avec d'autres études numériques et/ou expérimentales et surtout par les caractéristiques dynamiques très marquées générées par cette valeur lors d'écoulement des fluides viscoélastiques en particulier.

Le choix de la position de la contraction a été imposé surtout par le souci de minimiser les effets d'entrée et de garantir les conditions d'établissement de l'écoulement à l'entrée de la veine de mesures. Ainsi la zone d'établissement du régime dynamique avec la condition d'une longueur de 40 fois le diamètre hydraulique est largement respecté (si on tient compte en plus du divergent et des nids d'abeilles placés à l'entrée de la veine).

A cause de la configuration géométrique de cette veine de mesures à symétrie plane, les mesures des vitesses et de leurs fluctuations vont se faire uniquement dans des plans parallèles au plan yoz . Dans ce cas, seules la composante longitudinale ou axiale U_z et la composante transversale U_y vont être mesurées et étudiées.

De plus, à cause de la symétrie plane de la veine d'expérience, seules les mesures des composantes de la vitesse dans le plan médian yoz (i.e. le plan $x=0$) sont intéressantes figure III.3 et figure III.4 .

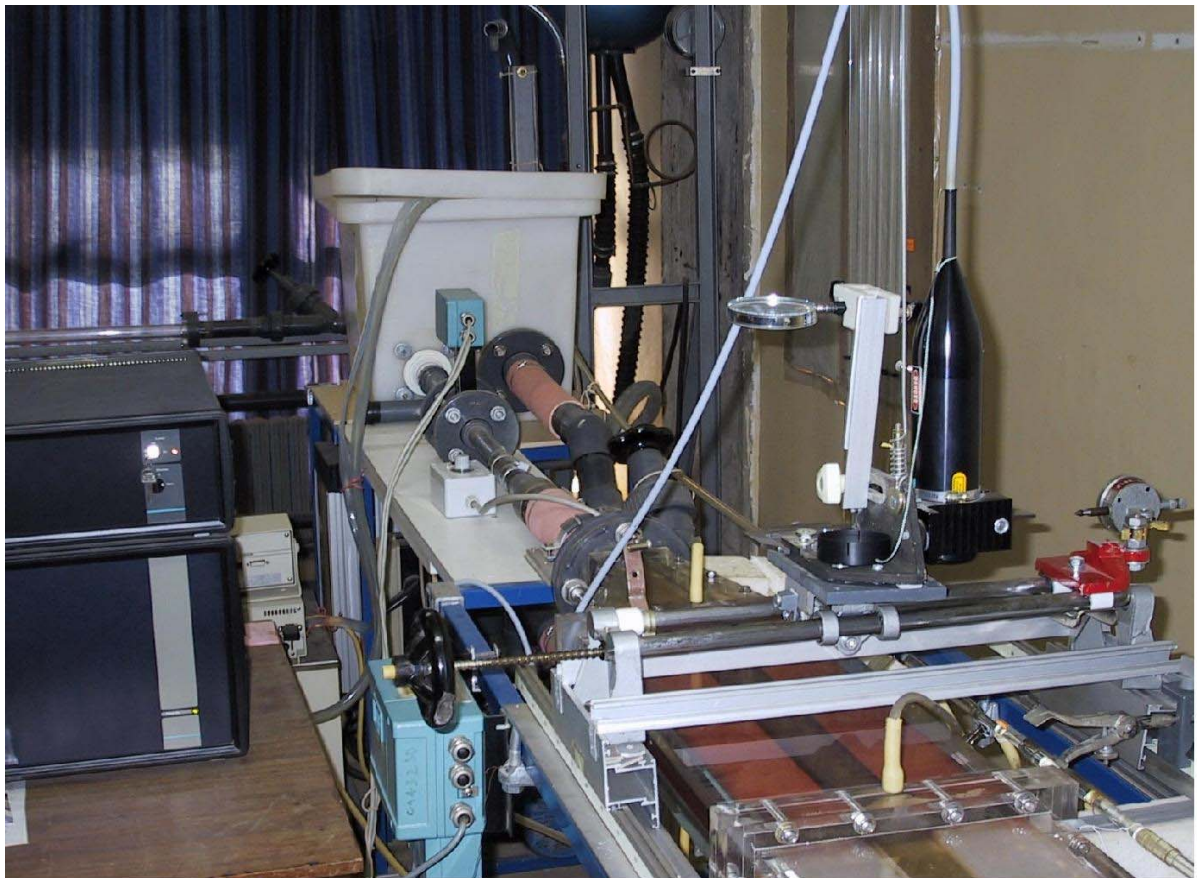


Figure III.4 : Système de déplacement avec la sonde et veine de mesures

III.2 Moyens de mesures :

III.2.1 Mesure du débit :

La mesure du débit volumique de l'écoulement s'effectue par l'intermédiaire d'un débitmètre électromagnétique de marque DISCOMAC inséré dans la boucle et placé à la sortie de la veine. Le choix de ce type de débitmètre est dicté par l'absence d'interférences entre l'élément de mesure et l'écoulement ce qui n'est pas le cas des autres types de débitmètres (diaphragme, Pitot, fil chaud).

Le principe de ce débitmètre est basé sur la loi d'induction de Faraday (figure III.5). Lorsqu'un fluide suffisamment conducteur traverse perpendiculairement un champ magnétique, on obtient une tension induite proportionnelle à la vitesse de passage de ce fluide. Après l'étalonnage de l'appareil, la relation se réduit à :

$$U = k \cdot B \cdot V \cdot D \quad (III.4)$$

U = tension induite
 k = constante de calibrage de l'appareil
 B = induction magnétique
 V = vitesse moyenne du fluide
 D = diamètre du tube

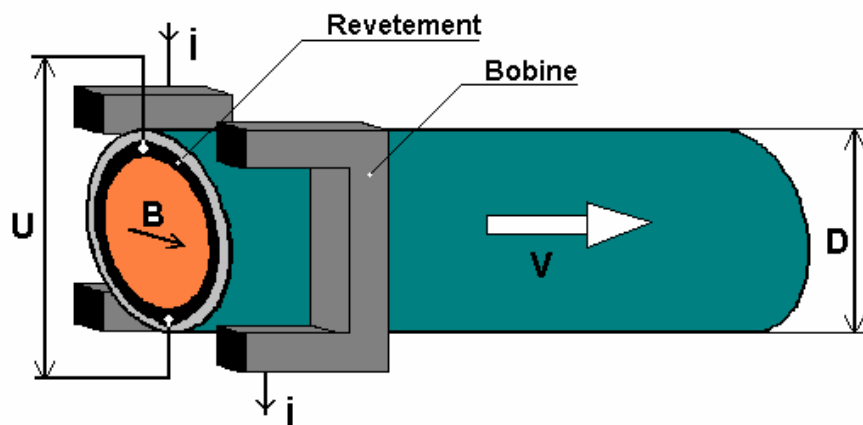


Figure III.5 : Débitmètre électromagnétique

La tension induite dans le conducteur est assurée par deux électrodes montées diamétralement dans un plan et isolées par rapport au tube de mesure. Cette tension U est alors convertie en un signal analogique, qui est proportionnel au débit volumique lorsque le fluide est homogène et occupe toute la section du tube.

Les indications de l'appareil sont indépendantes de la température, de la pression, de l'allure du profil de vitesse ainsi que de la viscosité du fluide. La précision de la mesure, toutes erreurs confondues, est de l'ordre de 1%.

III.2.2 Mesure des pressions :

Pour évaluer les pressions en un point ou les pertes de charge régulière et singulière nous avons placé plusieurs prises de pression statique à la paroi le long de la veine de mesures (figure III.3). Ces prises sont ensuite reliées à des tubes transparents verticaux contenant le même liquide que le liquide de travail. Ces manomètres, en tube transparent gradué, permettent de donner directement la différence de pression en hauteur de liquide.

Dans un écoulement comme le notre avec la direction d'écoulement privilégiée $oz : Uz \gg Ux$ et $Uz \gg Uy$, on peut montrer que la pression statique ne varie pas dans les directions x et y . Par conséquent, la pression statique est constante dans une section perpendiculaire à la direction de l'écoulement principal (i.e plan xoy) et la pression mesurée à la paroi est la pression qui règne dans toute la section xoy .

Les positions de ces prises de pression le long de la veine d'expérience sont données par le tableau III.1

Tableau III.1 : Positions des prises de pression

N°	Prise 1	Prise 2	Prise 3	Prise 4	Prise 5
$z^*=z/h$	- 48	- 28	- 8	12	32

La combinaison de ces prises deux à deux permet de mesurer les différentes pertes de charge régulière et singulière.

- pertes de charge régulière : prises 1-2
prises 1-3
prises 2-3
prises 4-5
- pertes de charge singulière : prises 3-4
- pertes de charge régulière + pertes de charge singulière : prises 2-4
prises 2-5
prises 3-5

III.2.3 Mesure des vitesses et de leurs fluctuations :

La technique de la vélocimétrie Laser à effet Doppler (LDV) est certainement l'une des plus performantes car elle présente l'avantage fondamental de permettre une mesure locale de la vitesse et de ses fluctuations sans la perturbation de l'écoulement, ce qui n'est pas le cas des autres techniques de mesure (fil chaud, film chaud, tube de Pitot...). L'autre avantage de cette technique est qu'elle donne une information sur la vitesse locale indépendamment de la température, de la pression ou de la masse volumique du fluide et de plus elle ne requiert aucun étalonnage. La seule restriction de cette technique est que la paroi et le fluide soient transparents.

III.2.3.1 Technique de la vélocimétrie Laser:

La vélocimétrie Laser est basée sur l'effet Doppler, qui réside dans la différence qui existe entre la fréquence d'un signal émis par une source et celle reçue par un observateur ; la source et l'observateur sont en mouvement relatif. Dans notre cas, les sources sont constituées par des particules très fines en suspension dans le fluide en mouvement et éclairées par un rayon Laser émettant une onde monochromatique. Dans la réalité les particules fines sont des impuretés, des bulles ou un ensemencement du fluide par des particules solides très fines bien choisies de telle sorte que ces particules peuvent suivre l'écoulement local sans glissement et être présentes en nombre suffisant [81,82 et 83].

a) Principe de l'effet Doppler :

Une particule P, animée d'une vitesse \vec{V} et éclairée par une lumière monochromatique de fréquence f_0 (longueur d'onde λ_0) émise par une source S, diffuse la lumière dans toutes les directions avec une fréquence dépendant de l'angle d'observation (figure ci-dessous). Un observateur O situé dans la direction \vec{e}_d reçoit une lumière diffuse de fréquence f_d et de longueur d'onde λ_d ; la fréquence Doppler f_D se formule par :

$$f_D = f_d - f_0 \quad (\text{III.5})$$

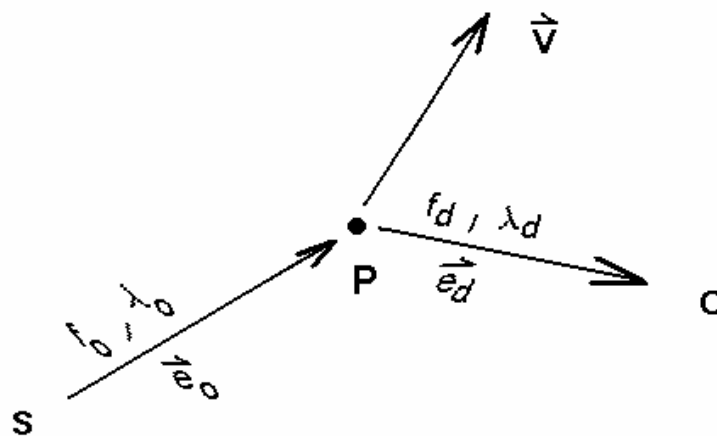
En tenant compte du fait que la vitesse de la particule est petite par rapport à la vitesse de la lumière ($\lambda_d = \lambda_0$). Le changement en fréquence (fréquence Doppler) est liée à la vitesse de la particule par la relation suivante :

$$f_D = \frac{\vec{V}}{\lambda_0} (\vec{e}_d - \vec{e}_o) \quad (\text{III.6})$$

\vec{e}_o : vecteur unitaire de l'onde incidente

\vec{e}_d : vecteur unitaire de l'onde réfléchie dans la direction d'observation

Cette fréquence f_D est faible ($f_0 = 10^{14}$ Hz) et il est difficile de la détecter ou de la mesurer directement à l'aide d'un photo-détecteur avec leurs fréquences limites supérieures de détection ne dépassant les 100 MHz (10^8 Hz). Afin de palier à ce problème, on utilise la méthode dite 'différentielle' ou à réseaux de franges.



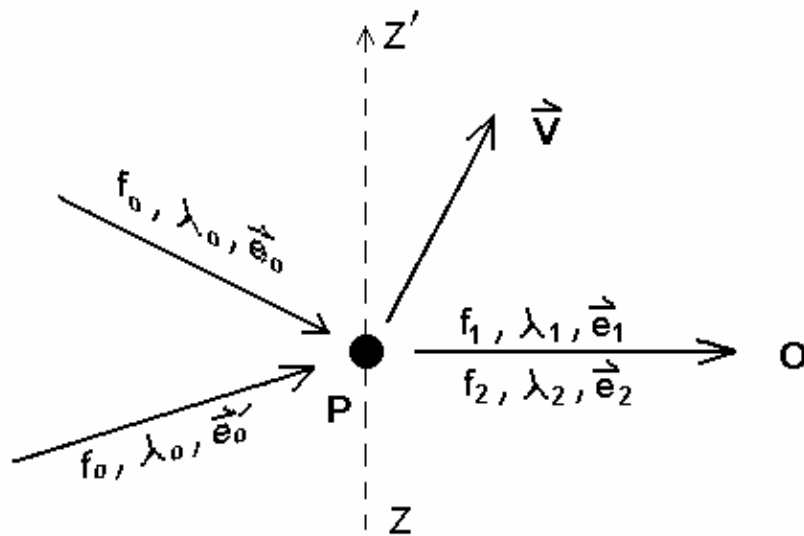
b) Principe du mode différentiel ou à franges :

Dans ce mode , la particule est illuminée par deux faisceaux Laser. Elle diffuse donc de la lumière provenant de chacun des deux faisceaux (figure ci-dessous). La lumière diffusée relative à chacun des deux faisceaux s'écrit :

$$f_1 = f_0 + \frac{\bar{V}}{\lambda_0} (\bar{e}_1 - \bar{e}_0)$$

et

$$f_2 = f_0 + \frac{\bar{V}}{\lambda_0} (\bar{e}_2 - \bar{e}_0') \quad (\text{III.7})$$



La combinaison des deux fréquences au niveau de l'observateur O conduit à une fréquence Doppler ou de battements (figure III.6):

$$f_D = f_2 - f_1 = \frac{\bar{V}}{\lambda_0} (\bar{e}_0 - \bar{e}_0') = \frac{2}{\lambda_0} U_z \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{III.8})$$

θ : angle formé par les deux faisceaux lumineux

ZZ' : direction perpendiculaire à la bissectrice de l'angle θ formé par \bar{e}_0 et \bar{e}_0'

Dans ce cas, la fréquence f_D ne dépend pas de la direction d'observation , mais l'intensité de la lumière diffusée est fonction de cette direction .

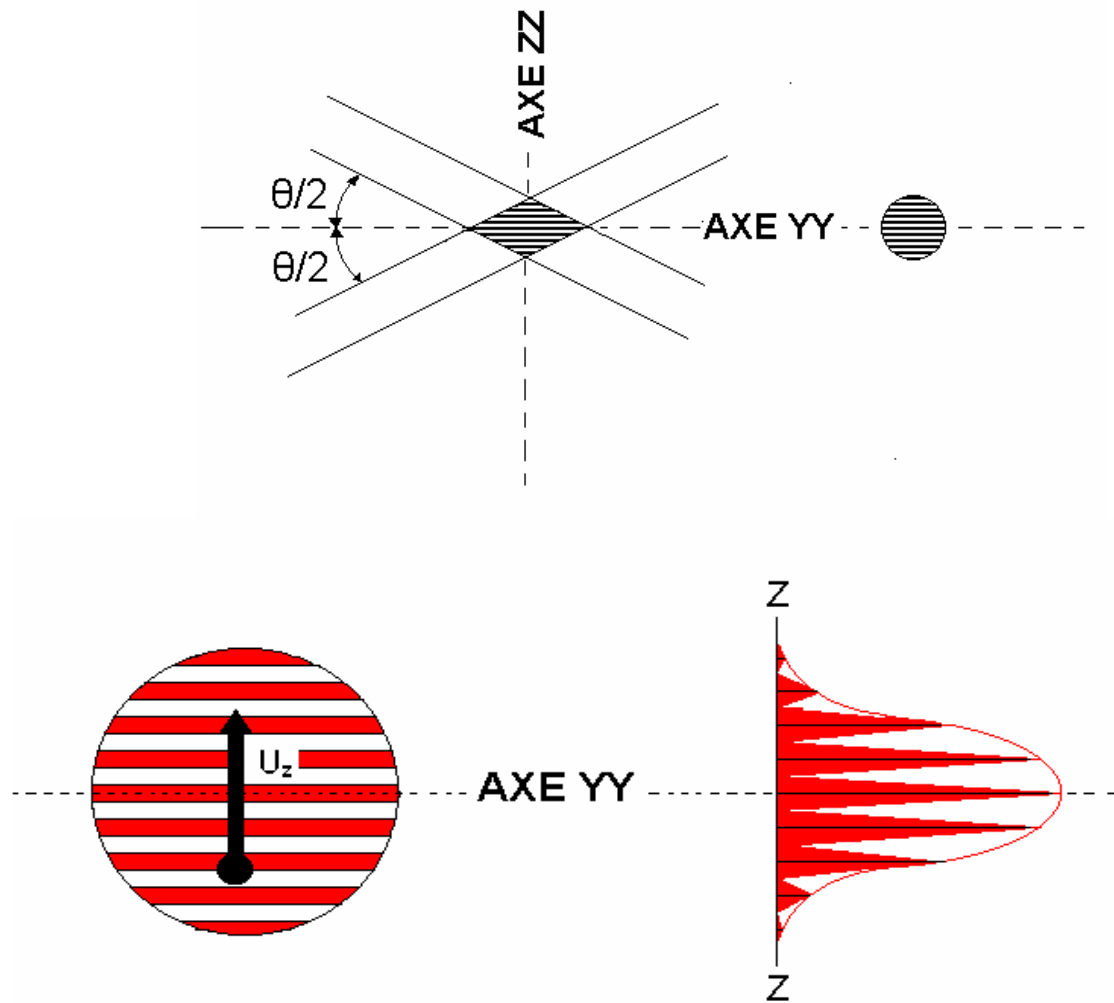


Figure III.6 : Mode différentiel, volume de mesure et ses interfranges

c) Détermination du signe de la vitesse :

La composante de la vitesse mesurée est perpendiculaire au réseau de franges, mais il y a ambiguïté sur le sens de passage de la particule. En effet, deux particules traversant le volume de mesure suivant le même axe mais dans des directions opposées fournissent le même signal.

La méthode utilisée pour déterminer le signe de la vitesse est le décalage en fréquence de l'un des faisceaux par rapport à l'autre. On induit donc une fréquence f_B de sorte que :

- une particule qui se déplace dans le sens contraire du déplacement des franges diffusera une lumière à la fréquence :

$$f = f_B + f_D \quad (\text{III.9})$$

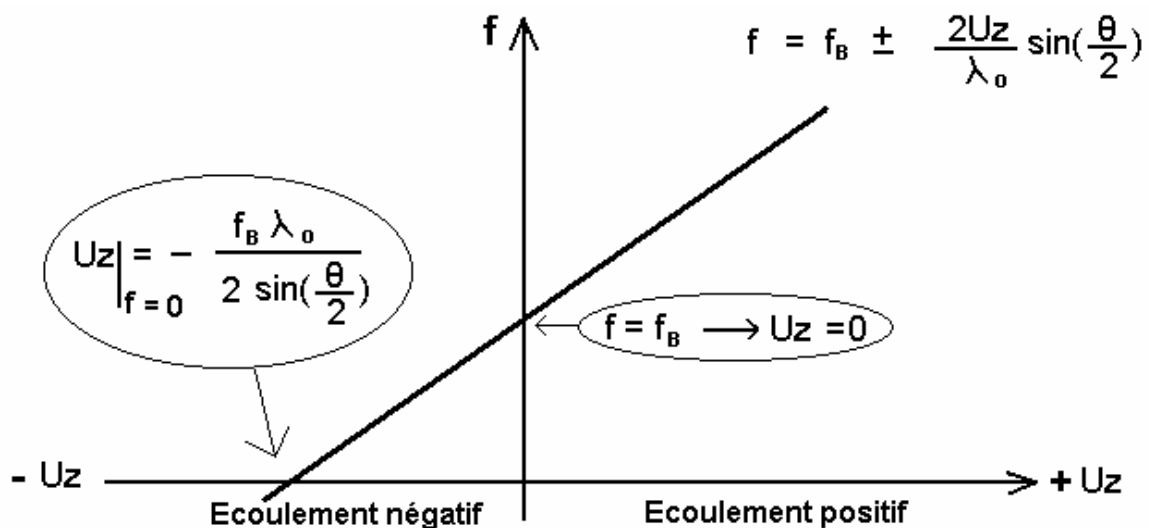
- une particule qui se déplace dans le sens du déplacement des franges diffusera une lumière à la fréquence :

$$f = f_B - f_D \quad (\text{III.10})$$

Le photo-détecteur suit et détecte maintenant les fréquences f données par la relation suivante :

$$f = f_B \pm f_D = f_B \pm \frac{2}{\lambda_0} U_z \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{III.11})$$

Le dispositif qui permet ce décalage est appelé cellule de Bragg et la fréquence f_B est dite fréquence de Bragg qui reste constante et est de 40 MHz dans la chaîne de mesure utilisée.



III.2.3.2 Chaîne vélocimétrie Laser :

La chaîne vélocimétrie Laser à effet Doppler utilisée (figure III.7) est celle commercialisée par la société DANTEC et se compose de :

- Le boîtier 'Flowlite' contenant la source Laser Hélium - Néon de longueur d'onde égale à 632,8 nm et de puissance 10 mW, le système optique séparateur du faisceau Laser. Ce boîtier contient aussi le système de décalage (cellule de Bragg).
- Le boîtier 'BSA 57N21' ; contenant le système de commande, de paramétrage et d'acquisition des données brutes.
- La sonde Laser d'environ 1 kg , comprenant l'optique de focalisation des faisceaux (une focale de 160 mm) au point de mesure de volume $75 \mu\text{m} \times 630 \mu\text{m}$ et l'organe récepteur (photo-multiplieur) en rétro diffusion de la lumière diffusée. Celle-ci est reliée au boîtier de la source Laser par un câble à fibres optiques de longueur 5 m , permettant avec aisance tous les déplacements possibles suivant les trois axes xx' , yy' et zz' .
- Un micro-ordinateur PC avec son Logiciel spécifique (Burstware version 2.02.) pour le paramétrage, le suivi de l'acquisition des données brutes, le traitement et l'analyse de ces données et enfin leurs représentations définitives.
- Un système de déplacement de la sonde Laser et du volume de mesure suivant les trois axes.
- le système d'ensemencement de particules solides faites de perles argentées d'Iodine100.

Les déplacements de la sonde Laser et de son volume de mesure dans l'écoulement sont proportionnels et le coefficient de proportionnalité est fonction des indices de réfraction des milieux traversés (air, parois et fluide). Par contre la fréquence Doppler est indépendante de l'indice de réfraction du milieu traversé.

Le chaîne vélocimétrie Laser utilisée a une seule couleur et ne permet donc la mesure que d'une seule composante à la fois . On mesure tout d'abord une composante, il suffit de faire ensuite une rotation de 90° de la sonde de mesures pour mesurer la deuxième composante.

III.2.3.3 Acquisition et traitement du signal :

Le signal reçu par la sonde est d'abord quantifié (ou échantillonné) suivant la plage admissible. Il est ensuite enregistré dans un bloc puis traité. La mesure finale est le résultat de la moyenne des traitements effectués sur un assez grand nombre de blocs définis par le programme d'acquisition.

Les conditions d'acquisition sont choisies de manière à respecter les règles mathématiques imposées par le traitement statistique (règles de Shannon) [84 et 85]. Ceci nous a obligé à changer les paramètres d'acquisition en fonction de la position de la sonde et du régime étudié.

A la fin des acquisitions constituant une expérience, on dispose pour chaque signal, de son histogramme, de la valeur moyenne de la vitesse, de l'écart-type, du taux des fluctuations et du taux d'échantillons valides.

Par la suite, on peut faire d'autres traitements sur le signal brut stocké et calculer d'autres paramètres nécessaires à une analyse plus fine du signal et par conséquent la structure de l'écoulement.

Ainsi, si la composante de la vitesse, dans une direction donnée, s'écrit sous la forme :

$$U = \bar{U} + u' \quad (\text{III.12})$$

- la valeur moyenne :

$$\bar{U} = \frac{\sum U_i}{N} \quad i=1,2,3,\dots,N \quad (\text{III.13})$$

avec N = nombre de blocs ou d'échantillons

- la variance – moment d'ordre 2 :

$$\sigma^2 = \overline{u'^2} = \frac{\sum (U_i - \bar{U})^2}{N} \quad (\text{III.14})$$

- l'écart - type (ou RMS) – moment d'ordre 1 :

$$\sigma = \sqrt{\overline{u'^2}} \quad (\text{III.15})$$

- le coefficient de dissymétrie – moment d'ordre 3 :

$$S = \frac{\overline{u'^3}}{\sigma^3} = \frac{\sum (U_i - \bar{U})^3}{\sigma^3 N} \quad (\text{III.16})$$

- le coefficient d'aplatissement – moment d'ordre 4 :

$$K = \frac{\overline{u'^4}}{\sigma^4} = \frac{\sum (U_i - \bar{U})^4}{\sigma^4 N} \quad (\text{III.17})$$

- le taux des fluctuations est donné par :

$$Tu = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{\bar{U}} \quad (\text{III.18})$$

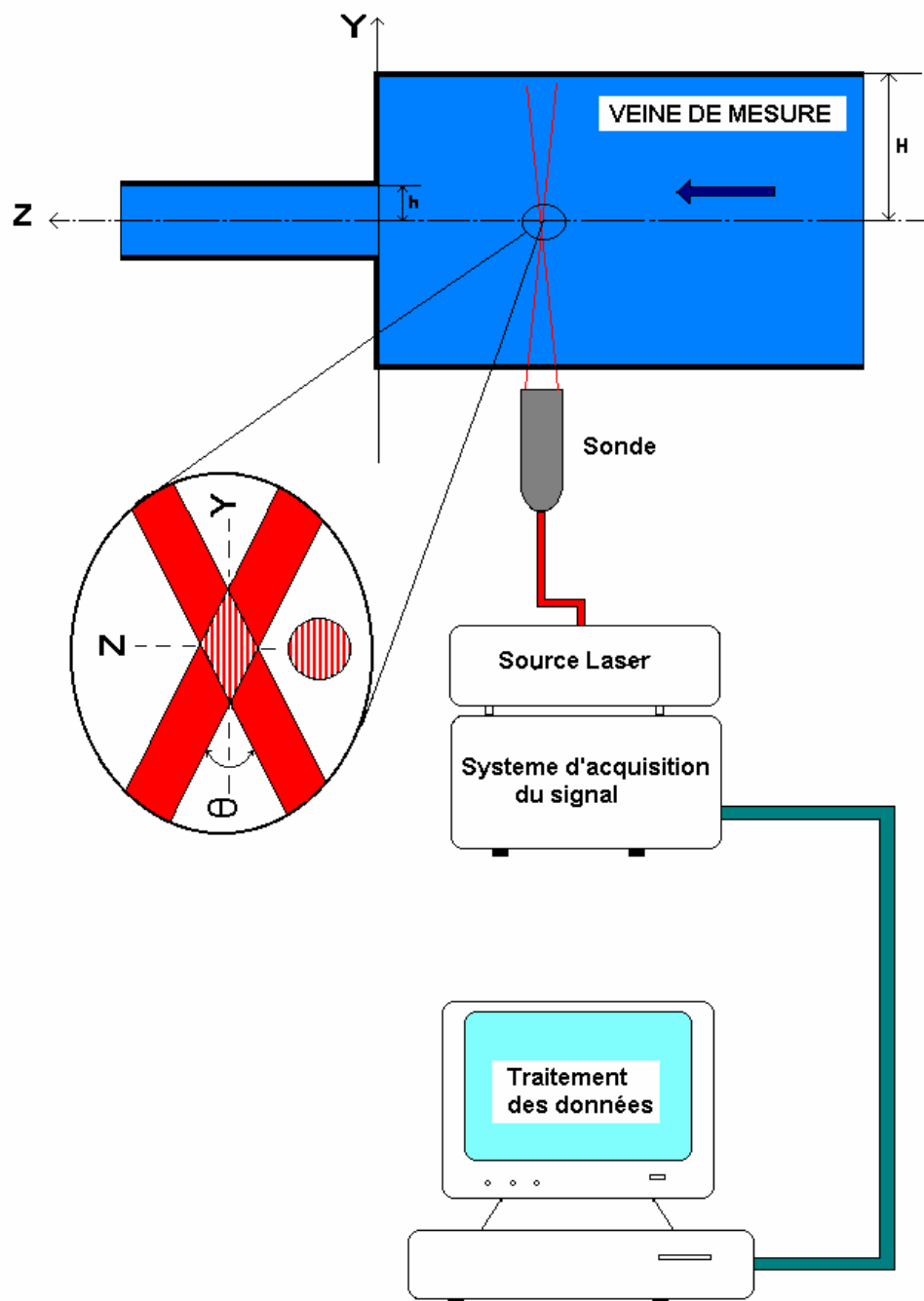


Figure III.7 : Chaîne d'acquisition et de traitement

III.2.4 Caractérisation rhéologique du fluide test :

La caractérisation rhéologique du fluide de travail est fondamentale pour la détermination de la loi de comportement du fluide utilisé et des grandeurs et paramètres intervenant dans les relations proposées.

Plusieurs types de rhéomètres et de viscosimètres existent du plus simple au plus compliqué. Pour la caractérisation de notre fluide nous avons utilisé un viscosimètre de type Couette à cylindres coaxiaux Low Shear 40 de CONTRAVES avec le cylindre intérieur fixe et le cylindre extérieur mobile (figure III.8).

Ce viscosimètre, dont l'étude détaillée sera faite ultérieurement, est un ensemble comprenant :

- Le corps du viscosimètre avec son jeu de cylindres intérieurs et extérieurs.
- Le boîtier de commande pour le paramétrage et l'acquisition en type manuel.
- Le micro-ordinateur PC pour le paramétrage et l'acquisition en type automatique.
- Le système de thermostatisation pour le choix et le maintien de la température de travail.



Figure III.8 : Viscosimètre Low Shear 40 avec ses auxiliaires d'acquisition et de thermostatisation

III.3 Fluides utilisés :

III.3.1 Fluide newtonien :

Le fluide newtonien utilisé est de l'eau distillée dont les propriétés et les caractéristiques physiques sont connues. L'intérêt de l'utilisation de l'eau distillée est triple :

- d'abord ce fluide a servi à valider la boucle hydraulique et tous les moyens de mesures utilisés.
- ensuite il a servi comme base de référence pour la comparaison entre un fluide newtonien et un fluide viscoélastique.
- enfin cette eau distillée a servi comme solvant de la solution aqueuse ce qui évite le lavage de la boucle hydraulique, qui n'est pas toujours efficace, dans le cas d'utilisation d'un autre liquide newtonien.

III.3.2 Fluide viscoélastique :

Le fluide de travail proprement dit est obtenu par dissolution de la polyacrylamide à l'état pur le Séparan AP-30 (MN = 4.000.000) dans l'eau à différentes concentrations en masse. La solution aqueuse obtenue est un liquide viscoélastique avec des propriétés élastiques très marquées à fortes concentrations. De plus, la masse volumique et l'indice de réfraction de la solution obtenue, aux concentrations utilisées, sont très proches de ceux de l'eau.

Nous avons opté pour cette solution surtout pour sa stabilité relative en cisaillement et pour sa transparence pour les besoins de la technique Laser.

La viscosité de la plupart des solutions de polymères fraîches change avec le temps. Les solutions polymères atteignent un équilibre stable entre deux semaines et six mois. Pour éviter ce problème, la solution une fois préparée, n'a pas été utilisée pour quatre semaines après avoir été mélangée et la viscosité de la solution a été mesurée pour vérification avant et après chaque série de mesures.

III.4 Vérification de la nature de l'écoulement :

III.4.1 Vérification des conditions d'entrée et de sortie :

La vérification des caractéristiques dynamiques de l'écoulement à l'entrée de la veine de mesures, à l'amont et à l'aval de la contraction, a été faite par des mesures préliminaires des deux composantes de la vitesse U_y et U_z dans le plan de mesures yz défini précédemment (figure III.3). Les résultats obtenus nous permettent la validation des mesures qui seront effectuées ultérieurement. Les résultats sont regroupés en deux séries de mesures représentées sur les figures III.9 à III.13.

La première série de mesures a porté sur la composante longitudinale U_z sur la ligne centrale (figure III.9 et III.10) pour les deux liquides utilisés à différentes valeurs du nombre de Reynolds et en se limitant à la ligne centrale $x=0$ et $y=0$.

Les profils montrent une légère dissymétrie de l'écoulement, dans le cas du liquide viscoélastique, à l'entrée de la veine mais qui va disparaître rapidement. Ceci est dû sûrement au phénomène de 'brusque accroissement des pertes de charges singulières' des fluides viscoélastiques à la sortie du divergent. Nous notons au passage que ce problème ne se pose pas dans le cas du fluide newtonien (figure III.9). Sur une grande longueur de la veine, la vitesse ne varie pratiquement pas, c'est le signe d'un écoulement établi. Ceci nous oblige à nous éloigner de cette zone lors des mesures des vitesses et à ne pas prendre la première prise de pression (N° 1) lors des calculs des pertes de charge afin d'éviter les erreurs dues aux effets d'entrée de l'écoulement en amont de la veine. Par conséquent, toutes les mesures prises sur les composantes de la vitesse dans les chapitres suivants vont se faire à partir d'un plan se trouvant à l'amont de cette première prise, soit à la distance $z^* = -40$.

À l'amont de la contraction, il existe une grande zone d'écoulement établi. La zone d'influence de la contraction commence à se manifester à partir de $z^* = -10$. Après le passage de la contraction, l'écoulement tend à se rétablir mais la zone de rétablissement est rejetée loin du plan de contraction. Ce rejet est d'autant plus marqué que le nombre de Reynolds est grand. Ceci est dû à l'expansion brusque de l'écoulement qui impose par la suite une distance assez grande pour le rétablissement de l'écoulement.

La dissymétrie à l'entrée de la veine d'expérience s'explique par la présence du coude, du by-pass et de la prise de sortie dans le bac amont située sur le côté et non pas en son centre.

III.4.2 Vérification de la symétrie des deux composantes de la vitesse :

La deuxième série de mesures a porté sur les problèmes de symétrie des profils des composantes U_z et U_y . Les valeurs ont été prises sur la ligne principale de symétrie et sur des lignes situées de part et d'autre de l'axe principal. Les mesures ont confirmé les remarques précédentes et plus particulièrement la zone de recirculation en amont du plan de contraction. On note spécialement la dissymétrie dans les profils des vitesses juste à l'entrée de la veine et qui s'estompe par la suite. Une fois la zone d'entrée dépassée, la symétrie de l'écoulement est parfaite (figures III.11 et III.12).

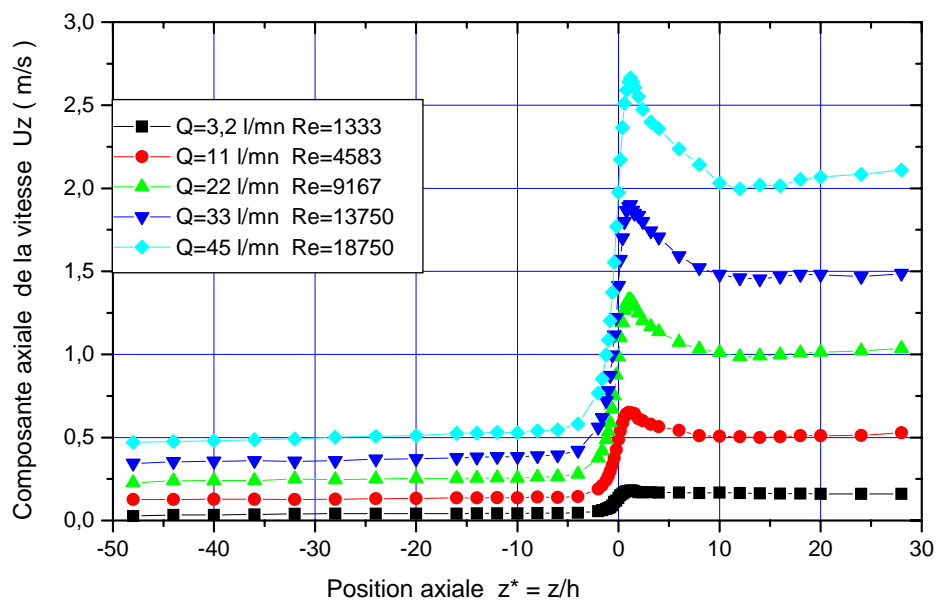


Figure III.9 : Vérification des conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement pour l'eau, sur l'axe principal ($x^*=0$ et $y^*=0$)

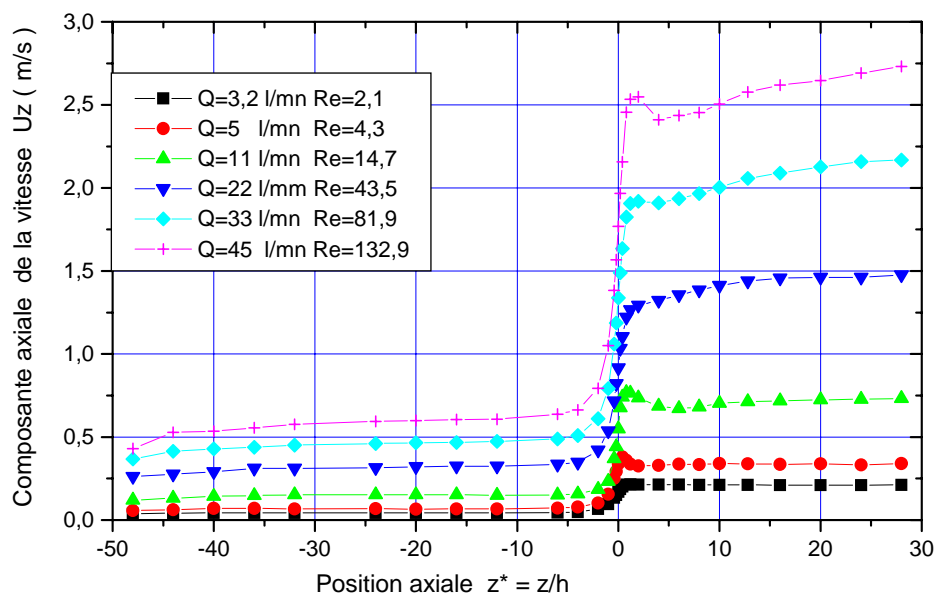


Figure III.10 : Vérification des conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement pour la solution viscoélastique, sur l'axe principal ($x^*=0$ et $y^*=0$)

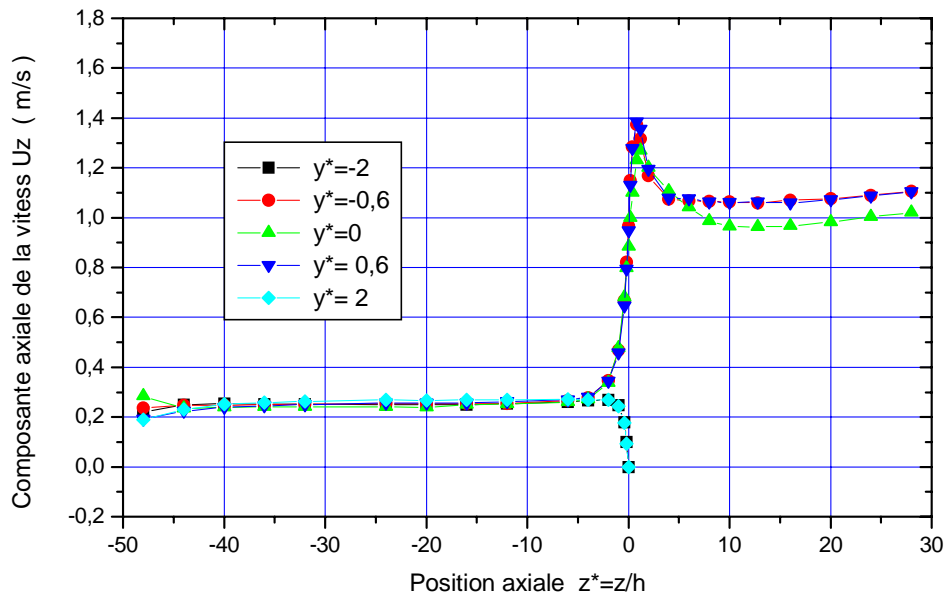


Figure III.11 : Vérification de la symétrie de la composante axiale U_z pour l'eau à $Q=21,7$ l/mn

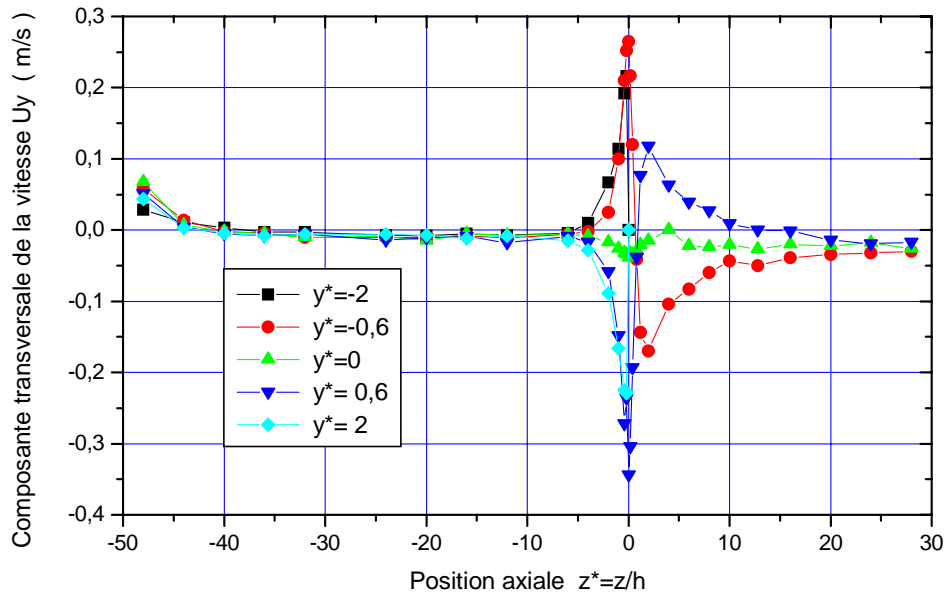


Figure III.12 : Vérification de la symétrie de la composante transversale U_y pour l'eau à $Q=21,7$ l/mn

A titre d'illustration de cette symétrie, nous avons représenté sur la figure III.13 les profils de vitesses de la composante longitudinale (axiale) U_z sur tout le plan de mesures yo_z et à différentes positions longitudinales pour l'eau et à une valeur de Reynolds intermédiaire ($Re = 9042$). Cette figure montre que la symétrie existe tout le long de la veine. Ceci nous autorise à ne faire des mesures des vitesses que sur la moitié de la veine d'expérience.

Finalement, les conditions d'écoulement, à l'entrée de la veine d'expérience, sont tout à fait acceptables à condition de ne pas prendre en considération les mesures prises à l'entrée de la veine de mesures. De plus, les mesures sur la moitié de la veine suffisent pour l'étude de la contraction brusque.

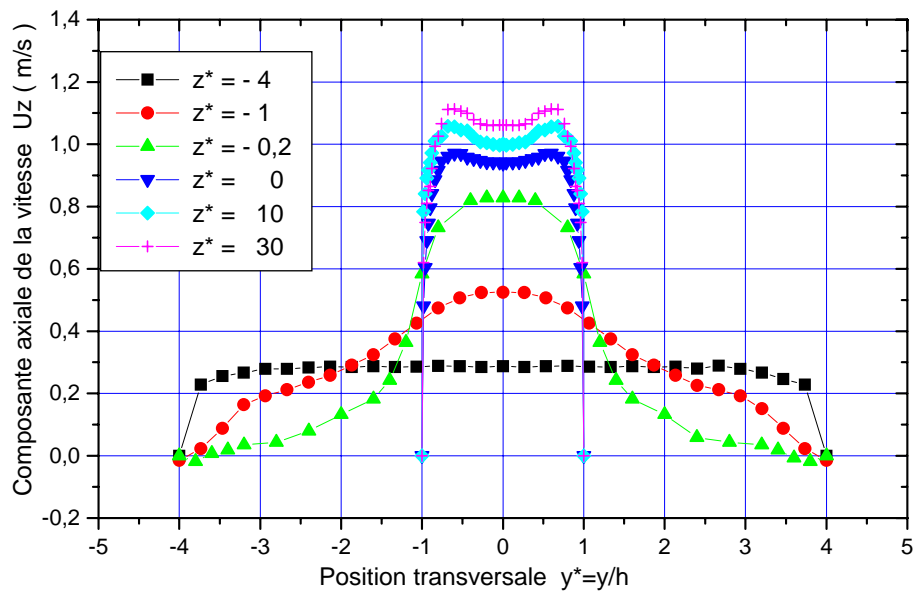


Figure III.13 : Vérification de la symétrie de la composante axiale U_z pour l'eau à $Q=21,7$ l/mn ; $Re=9042$

CHAPITRE IV

CARACTERISATION RHEOLOGIQUE ET ETUDE LOCALE

Chapitre IV

Caractérisation rhéologique et étude locale

IV.1 Caractérisation rhéologique du fluide non newtonien :

Le fluide non newtonien est une solution aqueuse de polyacrylamide le Séparan AP-30 (MN=4.000.000). La solution obtenue est très stable et transparente afin de pouvoir faire des mesures avec la vélocimétrie Laser. L'indice de réfraction de la solution ainsi obtenue est de 1,3325 [86].

La caractérisation rhéologique de la solution aqueuse a été faite à l'aide d'un viscosimètre à cylindres coaxiaux avec cylindre extérieur mobile de rayon r_2 et cylindre intérieur fixe de rayon r_1 (Low Shear 40 de CONTRAVES) présenté précédemment (paragraphe III.2.4) et les deux systèmes de mesure (SM) adaptés à la gamme choisie des valeurs des vitesses de cisaillement γ :

$$\begin{aligned} - \text{ SM1: } \frac{r_1}{r_2} &= \frac{4 \text{ mm}}{6,5 \text{ mm}} \\ - \text{ SM2: } \frac{r_1}{r_2} &= \frac{3 \text{ mm}}{3,25 \text{ mm}} \end{aligned} \tag{IV.1}$$

SM1 est mieux adapté aux faibles cisaillements alors que SM2 est mieux adapté aux forts cisaillements

IV.1.1 Effet de la concentration :

La figure IV.1 représente les courbes de comportement de la solution polymérique à différentes concentrations en masse (0,01% ; 0,1% ; 0,2% et 0,5%), à une température de 20°C et avec le système de mesure SM2. Nous remarquons que les deux paliers (η_0 et η_∞) peuvent apparaître ou disparaître de la fenêtre de mesures (domaine des valeurs) imposée par les caractéristiques techniques du viscosimètre, selon la concentration utilisée. La diminution de la concentration fait déplacer les courbes vers la gauche de la figure avec disparition du premier palier (η_0) de la fenêtre de mesures et son augmentation fait déplacer les courbes vers la droite de la figure avec disparition du second palier (η_∞).

De part et d'autre du point d'inflexion de la courbe, le comportement de la solution est proche de celui d'un fluide pseudoplastique et les mesures peuvent être corrélées par une 'loi puissance'.

Parmi les corrélations qui tiennent compte de l'allure de la courbe dans son ensemble, on peut citer le modèle de Cross [26], de type structurel, sous la forme suivante :

$$\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = (\lambda \dot{\gamma})^m \quad (IV.2)$$

avec λ : un paramètre temporel

A titre d'indication, Esculier et Smith [87] ont corrélé les mesures d'une solution aqueuse de polyacrylamide (Séparan AP273) avec une concentration en masse de 0,125% par le modèle de Cross et ont proposé :

$$\eta_0 = 5250 \text{ mPa.s} \quad ; \quad \eta_{\infty} = 5,88 \text{ mPa.s} \quad ; \quad (IV.3)$$

$$\lambda = 34,3 \text{ s} \quad \text{et} \quad m = 0,733$$

Hamersma et al [24] ont proposé, pour une solution aqueuse de polyacrylamide (Séparan AP-30) à 0,5% en masse, la loi de comportement empirique citée au chapitre I (relation I.39) qui s'écrit sous la forme ci-dessous :

$$\gamma = \frac{1}{\eta_{\infty}} \left[\tau - \tau_0 (1 - e^{-\alpha \tau}) \right] \quad (IV.4)$$

avec $\alpha = \frac{1}{\tau_0} \left(1 - \frac{\eta_{\infty}}{\eta_0} \right)$

et η_{∞} = viscosité dynamique du solvant (limite du second palier)

Cette loi donne alors les valeurs suivantes :

$$\eta_0 = 4320 \text{ mPa.s} \quad ; \quad \eta_{\infty} = 1,0 \text{ mPa.s} \quad \text{et} \quad \tau_0 = 370 \text{ Pa}$$

C'est cette loi de comportement empirique qui sera utilisée plus tard pour la caractérisation de notre solution viscoélastique.

IV.1.2 Effet de l'élément de mesure :

Le choix de l'appareil de mesure pour la caractérisation d'un fluide complexe se pose toujours avec acuité. Les difficultés qui se posent sont : le choix de l'entrefer dans un rhéomètre à cylindres coaxiaux ou le diamètre de la conduite dans un rhéomètre capillaire. La grande difficulté est la détermination de l'existence ou non de la vitesse de glissement à la paroi qui apparaît pour certains fluides et qui fausse l'interprétation des résultats obtenus.

Dans cette partie, nous mettons en valeur l'écart entre les résultats selon l'élément de mesure utilisé lors de la caractérisation de notre solution aqueuse de polyacrylamide à une concentration de 0,2 % en masse et à une température proche de la température ambiante (20°C – 24°C). Les deux éléments de mesure utilisés sont SM1 et SM2 dont seul l'entrefer diffère. Nous avons caractérisé la solution aqueuse de polyacrylamide avec ces deux éléments de mesure et nous avons reporté les mesures sur le même graphe pour montrer la différence de comportement selon l'élément de mesure, c'est à dire selon l'entrefer existant entre les deux cylindres du système de mesure. Les mesures obtenues sont présentés sur la figure IV.2.

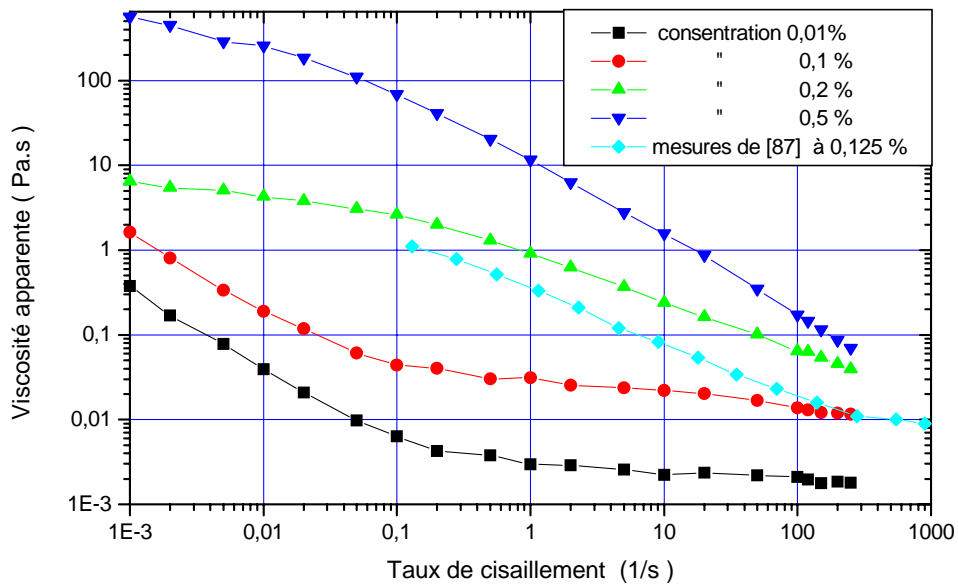


Figure IV.1 : Viscosité en fonction du taux de cisaillement à différentes concentrations

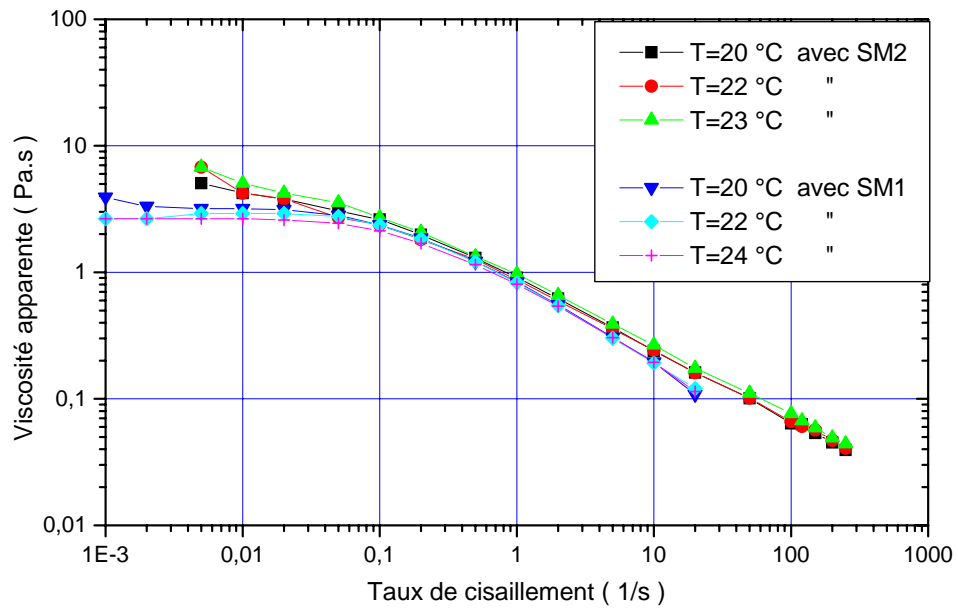


Figure IV.2 : Comparaison des mesures entre les deux systèmes SM1 et SM2

Cette figure montre clairement l'écart entre les valeurs prises avec le système SM1 et celles prises avec le système SM2 aux deux extrémités des courbes. Cet écart ne peut être dû qu'aux effets de bord souvent remarqués par les chercheurs lors de caractérisation de ce type de fluides [88]. Ceci incite l'expérimentateur à bien choisir son élément de mesure pour une caractérisation donnée. Dans notre cas, vu les valeurs du taux de cisaillement régnant dans la boucle hydraulique, nous avons choisi le système SM2 pour la caractérisation de la solution viscoélastique utilisée dans la présente étude.

IV.1.3 Effet de la température :

Les figures IV.3, IV.4 et IV.5 montrent le comportement de la solution viscoélastique (concentration 0.2%) à des températures voisines de la température ambiante et comprises entre 20°C et 24°C. Les mesures mettent en évidence une influence notable de la température sur le comportement de la solution et l'effet est plus important sur la contrainte de cisaillement que sur la viscosité apparente à forts taux de cisaillement (figures IV.5 et IV.6) et que, dans la majeure partie du domaine de travail, le comportement de la solution aqueuse viscoélastique est de type pseudoplastique.

La connaissance de l'effet de la température sur les propriétés de la solution est fondamentale pour l'étude expérimentale qui va suivre. Le non maintien d'une température constante lors des relevés des mesures affectent considérablement les valeurs intrinsèques et donnent des interprétations complètement erronées des résultats obtenus. Par conséquent, la température doit être imposée et maintenue constante durant la durée des prises de mesures.

Le choix de la valeur de la température qui sera imposée à la solution doit être facile à obtenir et surtout facile à entretenir sur une longue durée de mesures. Ceci nous a obligé à prendre une température de 20°C. Cette valeur de 20°C est la plus adaptée à notre contexte pour plusieurs raisons et les plus importantes sont :

- la boucle d'essai n'est pas calorifugée donc il est essentiel de ne pas dépenser trop d'énergie pour chauffer ou refroidir l'ensemble afin d'avoir une température constante.
- cette valeur de 20°C est la température de la salle sur une grande période de l'année donc il est facile et surtout rapide de corriger l'écart de température en cas de besoin avec les échangeurs de chaleur prévus sur la boucle hydraulique.

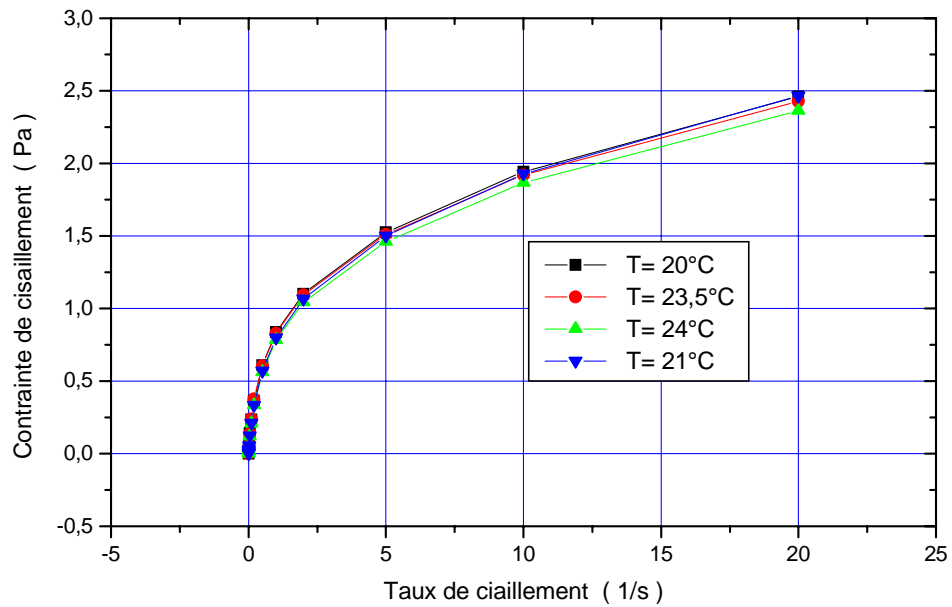


Figure IV.3 : Rhéogrammes de la solution à faibles taux de cisaillement (SM1)

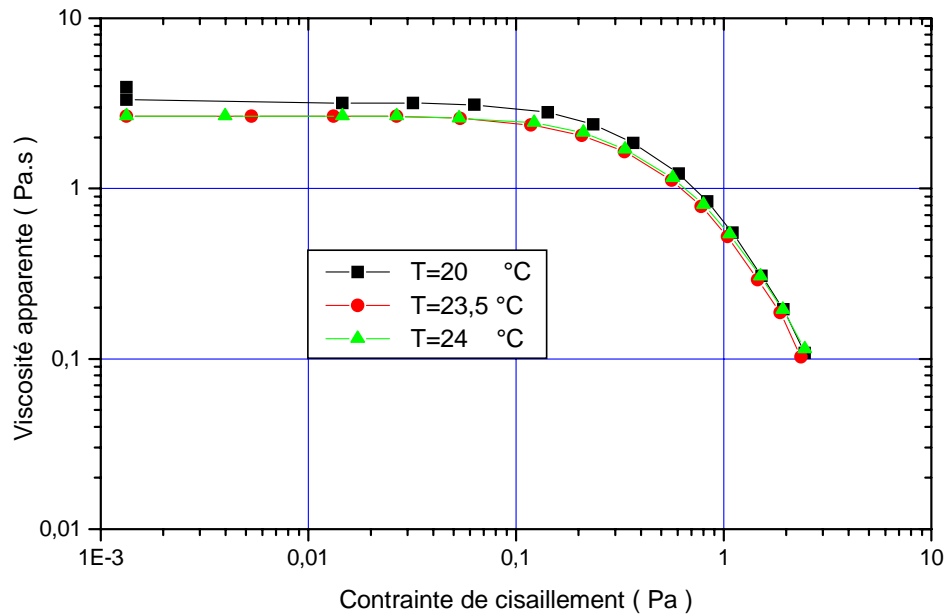
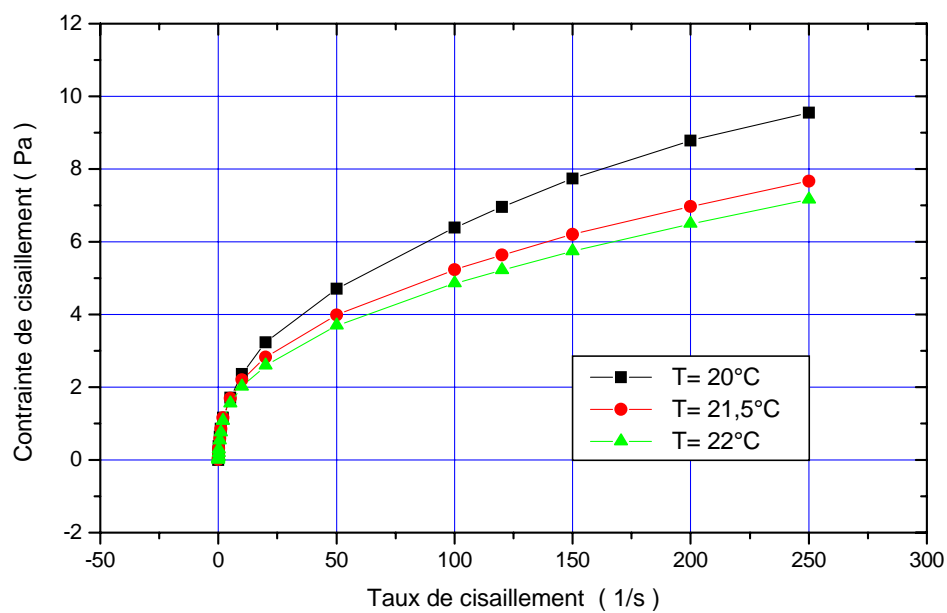


Figure IV.4 : Viscosité en fonction de la contrainte à faibles taux de cisaillement (SM1)



FigureIV.5 : Rhéogrammes de la solution à forts taux de cisaillement (SM2)

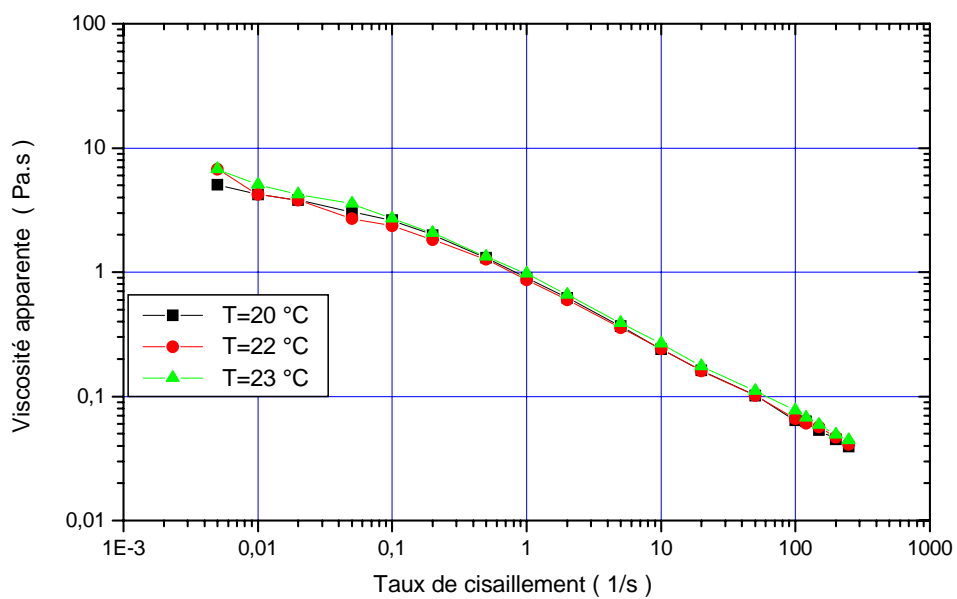


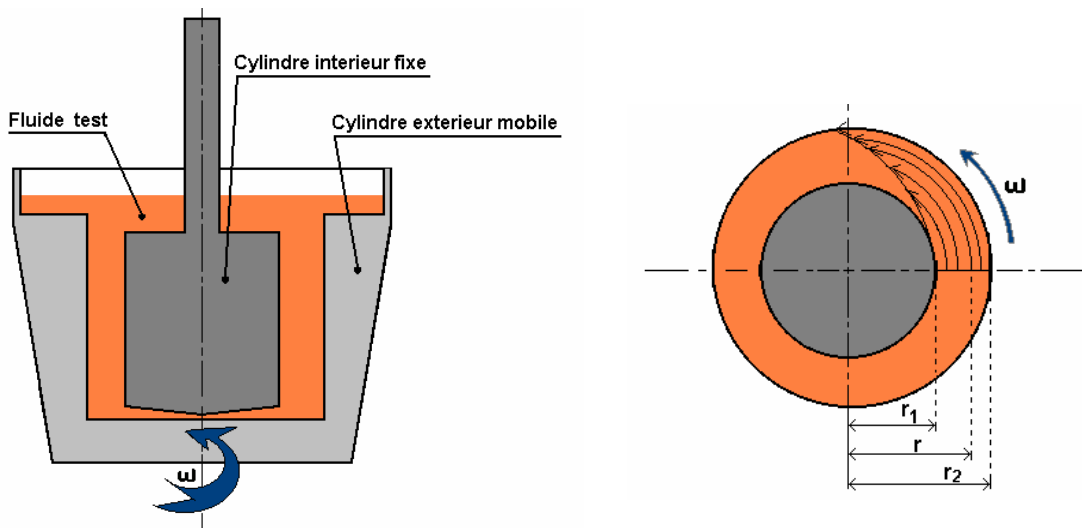
Figure IV.6a : Viscosité en fonction du taux de cisaillement à forts taux de cisaillement (SM2)

IV.1.4 Lois de comportement :

Pour la suite des mesures nous avons opté pour une concentration de 0.2% en masse afin d'avoir des viscosités importantes aux taux de cisaillement imposés dans la veine de mesures, sans pour autant avoir des viscosités néfastes pour le dispositif expérimental à grand débit.

La caractérisation rhéologique définitive du fluide test est obtenue avec le viscosimètre muni de son système de mesure SM2 plus adapté aux fortes valeurs du taux de cisaillement et dont l'entrefer est défini par le rapport des rayons suivant :

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{3 \text{ mm}}{3,25 \text{ mm}} \quad (\text{IV.5})$$



Eléments de mesure du viscosimètre à cylindres coaxiaux

La figure ci-dessus schématise le système d'écoulement dans un viscosimètre à cylindres coaxiaux. En assurant que dans un tel système nous avons seulement un écoulement laminaire tangentiel, l'équation de quantité de mouvement se réduit à :

$$0 = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \tau_{r\theta}) \quad (\text{IV.6})$$

De plus nous pouvons écrire les conditions aux limites suivantes :

$$\text{à } r = r_1 \quad \tau = \tau_1 \quad \text{et } \omega = 0 \quad (\text{IV.7})$$

$$\text{à } r = r_2 \quad \tau = \tau_2 \quad \text{et } \omega = \omega_2$$

L'intégration de l'équation (IV.6) donne :

$$\tau_{r\theta} = C r^{-2} \quad \text{avec} \quad \frac{r^2}{r_1^2} = \frac{\tau_1}{\tau_{r\theta}} \quad \text{et} \quad \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{\tau_1}{\tau_2} \quad (\text{IV.8})$$

Le modèle à trois paramètres, proposé par Hamersma et al.[24], décrivant la relation entre le taux de cisaillement et la contrainte de cisaillement d'un liquide viscoélastique s'écrit en général sous la forme suivante :

$$\gamma = \frac{1}{\eta_\infty} \left[\tau - \tau_0 (1 - e^{-\alpha\tau}) \right] \quad \text{avec} \quad \alpha = \left(1 - \frac{\eta_\infty}{\eta_0} \right) \frac{1}{\tau_0} \quad (\text{IV.9})$$

η_∞ = viscosité du solvant

Pour un écoulement annulaire tangentiel d'un liquide viscoélastique l'équation (IV.9) devient :

$$\gamma_{r\theta} = \frac{1}{\eta_\infty} \left[\tau_{r\theta} - \tau_0 (1 - e^{-\alpha\tau_{r\theta}}) \right] \quad (\text{IV.10})$$

et la combinaison de l'équation (IV.6) avec la définition du taux de cisaillement $\gamma_{r\theta}$ donne

$$\gamma_{r\theta} = r \frac{d\omega_{r\theta}}{dr} = -2 \tau_{r\theta} \frac{d\omega_{r\theta}}{d\tau_{r\theta}} \quad (\text{IV.11})$$

L'intégration de l'équation (IV.11) donne

$$\omega_{r\theta} = \frac{1}{2} \int_{r\theta}^{\tau_1} \left(\frac{\gamma_{r\theta}}{\tau_{r\theta}} \right) d\tau_{r\theta} \quad \text{soit} \quad \omega_{r\theta} = \frac{1}{2\eta_\infty} \int_{r\theta}^{\tau_1} \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_{r\theta}} + \frac{\tau_0}{\tau_{r\theta}} e^{-\alpha\tau_{r\theta}} \right) d\tau_{r\theta} \quad (\text{IV.12})$$

où

$$\omega_{r\theta} = \frac{1}{2\eta_\infty} \left[(\tau_1 - \tau_{r\theta}) - \tau_0 \ln \frac{\tau_1}{\tau_{r\theta}} + \tau_0 \int_{\alpha\tau_{r\theta}}^{\alpha\tau_1} \left(\frac{1}{\alpha\tau_{r\theta}} e^{-\alpha\tau_{r\theta}} \right) d(\alpha\tau_{r\theta}) \right] \quad (\text{IV.13})$$

Les valeurs de l'intégrale $\int_q^\infty \frac{1}{p} e^{-p} dp = E_1(q)$ peuvent être obtenues à partir des tables mathématiques et des librairies informatiques.

Ainsi l'équation (IV.13) donne :

$$\omega_{r\theta} = \frac{1}{2\eta_\infty} \left[(\tau_1 - \tau_{r\theta}) - \tau_0 \ln \frac{\tau_1}{\tau_{r\theta}} - \tau_0 [E_1(\alpha\tau_1) - E_1(\alpha\tau_{r\theta})] \right] \quad (\text{IV.14})$$

Or à $\tau_{r\theta} = \tau_2$, $\omega_{r\omega} = \omega_2$, par conséquent l'équation (IV.14) donne :

$$\omega_2 = \frac{1}{2\eta_\infty} \left[(\tau_1 - \tau_2) - \tau_0 \ln \frac{\tau_1}{\tau_2} - \tau_0 [E_1(\alpha\tau_1) - E_1(\alpha\tau_2)] \right] \quad (\text{IV.15})$$

De l'équation (IV.15) nous obtenons finalement :

$$\omega_2 = \frac{1}{2\eta_\infty} \left[\tau_1 \left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2} \right) + \tau_0 \ln \frac{r_1^2}{r_2^2} - \tau_0 \left[E_1(\alpha\tau_1) - E_1\left(\alpha\tau_1 \frac{r_1^2}{r_2^2} \right) \right] \right] \quad (IV.16)$$

La contrainte de cisaillement τ_1 peut être obtenue expérimentalement pour différentes valeurs de ω_2 imposées au cylindre extérieur du rhéomètre.

L'application de cette procédure à un liquide viscoélastique et le tracé (approximation) de la courbe des résultats expérimentaux à l'aide de l'équation (IV.16) donne les valeurs des paramètres de η_∞ , τ_0 et α .

Le paramètre η_0 peut être tiré à partir de $\eta_0 = \frac{\eta_\infty}{1 - \alpha\tau_0}$

A partir de l'équation (IV.10) nous obtenons la relation contrainte de cisaillement - taux de cisaillement d'un fluide viscoélastique à la surface du cylindre intérieur :

$$\gamma_1 = \frac{1}{\eta_\infty} \left[\tau_1 - \tau_0 (1 - e^{-\alpha\tau_1}) \right] \quad (IV.17)$$

La viscosité apparente η_{a1} du liquide viscoélastique à la surface du cylindre intérieur résulte

de : $\eta_{a1} = \frac{\tau_1}{\gamma_1} \quad (IV.18)$

Cette procédure donne pour notre solution, à une concentration de 0,2% en masse et à une température de 20°C (figures IV.6a et IV.6b), les valeurs suivantes [86 et 89] :

$$\eta_0 = 3230 \text{ mPa.s} , \eta_\infty = 1,06 \text{ mPa.s} , \tau_0 = 368 \text{ Pa} \quad (IV.19)$$

Les débits volumiques imposés dans la veine de mesures ($2 < Q < 50 \text{ l/mn}$) donnent, d'après la relation III.3, des valeurs moyennes du taux de cisaillement γ supérieures à 1 s^{-1} et par conséquent le comportement est pseudoplastique ou rhéofluidifiant (figure IV.6b). Ceci nous permet d'utiliser la relation I.38 (loi puissance) pour caractériser le comportement de la solution. De plus, la 'loi puissance' est très pratique pour le calcul ultérieur de certaines grandeurs et en particulier, le nombre de Reynolds.

Dans ce cas on peut écrire :

$$\tau = k \gamma^n \quad \text{et} \quad \eta = \frac{\tau}{\gamma} = k \gamma^{(n-1)}$$

$$\text{soit} \quad \eta = k \gamma^{(n-1)} = 0,954 \gamma^{-0,562} \quad \text{avec} \quad n = 0,438 \quad (IV.20)$$

k : consistance du fluide

η ou η_a : viscosité apparente

γ : taux de cisaillement

τ : contrainte de cisaillement

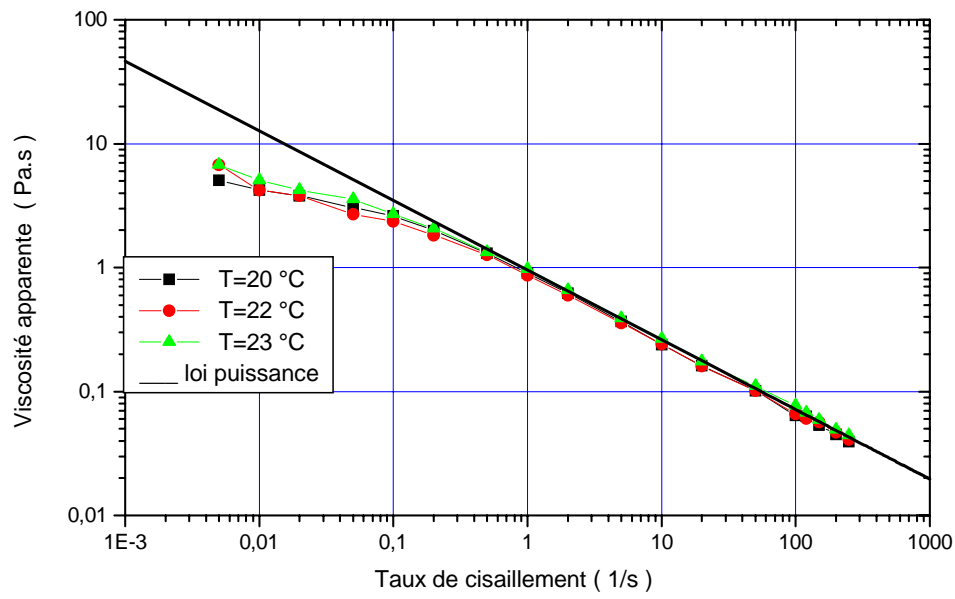


Figure IV. 6b : Viscosité en fonction du taux de cisaillement de la solution à 0,2%.

IV.2 Etude locale - profils des vitesses :

Le nombre de Reynolds Re apparaissant dans ce paragraphe est celui utilisé par tous les auteurs dans les études d'écoulement dans une contraction brusque et il est défini par :

$$Re = \frac{\rho U_H \cdot H}{\eta} = \frac{\rho U_h \cdot h}{\eta} = \frac{\rho Q}{2e\eta} \quad (IV.21)$$

avec :

- pour le fluide newtonien $\eta = \text{constante}$
- pour le fluide viscoélastique $\eta = \eta(\gamma)$

$$\text{et telle que } \gamma = \frac{U_h}{h} = \frac{Q}{2eh^2} \quad (IV.22)$$

L'expression (IV.21) du nombre de Reynolds est très employée dans les études des écoulements dans les contractions et en particulier en simulation numérique. Cependant pour les comparaisons entre le fluide newtonien et le fluide non newtonien utilisés, on a préféré le débit volumique Q au nombre de Reynolds à cause de l'écart assez important entre les viscosités des deux fluides.

Pour le fluide non newtonien, supposé viscoélastique, les deux nombres adimensionnels les plus utilisés pour caractériser la viscoélasticité sont les nombres de Weissenberg We et le nombre de Déborah De (paragraphe 1.2.2). Vu la variété des expressions proposées dans ce genre d'études, nous avons représenté nos courbes en faisant apparaître le nombre de Déborah De défini par la relation (I.17) c'est à dire :

$$De = \frac{\lambda U_m}{h} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{U_m}{h} = \frac{U_h}{h} \quad (IV.23)$$

h et U_m sont respectivement la longueur caractéristique et la vitesse caractéristique

A noter que ce nombre est appelé aussi par certains auteurs le nombre de Weissenberg.

En utilisant la décomposition de Reynolds on a :

$$\begin{aligned} U_y &= \overline{U_y} + v' \\ U_z &= \overline{U_z} + w' \end{aligned} \quad (IV.24)$$

$\overline{U_y}$ et $\overline{U_z}$ sont les valeurs moyennes de U_y et U_z

On définit l'intensité ou le taux des fluctuations dans les sens transversal et longitudinal par :

$$Tu_y = \frac{\sqrt{v'^2}}{\overline{U_y}} \quad \text{et} \quad Tu_z = \frac{\sqrt{w'^2}}{\overline{U_z}} \quad \text{en } \% \quad (IV.25)$$

et les écarts - types respectifs par $\sqrt{v'^2}$ et $\sqrt{w'^2}$

Afin de mieux interpréter le rôle de l'inertie et la viscoélasticité nous examinons dans ce qui suit l'influence des deux nombres adimensionnels Re et De sur la structure de l'écoulement. Une attention particulière sera portée aux changements provoqués par l'intensité des forces d'inertie (nombre Re) et du taux d'élasticité (nombre De) sur les profils de vitesses.

IV.2.1 Etude de l'écoulement sur la ligne centrale :

Afin de connaître l'effet de l'inertie sur l'évolution de l'écoulement à l'amont et à l'aval de la contraction, nous avons suivi l'évolution de la composante axiale U_z et de son taux des fluctuations sur la ligne centrale ou l'axe principal de symétrie ($x=0$ et $y=0$) le long de la veine pour différents nombres de Reynolds et de Déborah (figures IV.7 ... IV.10).

D'une manière générale, on constate que l'augmentation des forces d'inertie modifie le comportement dans la zone proche de la contraction. Il existe cependant des subtilités de comportement du fluide viscoélastique en fonction de l'importance des nombres Re et De .

L'analyse des courbes de la composante U_z montre que sur une grande partie de la zone amont la vitesse n'évolue pratiquement pas ; la zone d'influence de cette singularité commence à partir de $-10h$ du plan de contraction. Dans la partie aval la zone d'influence se décale vers l'aval. Ceci est d'autant plus lisible que le débit est fort et la viscosité est grande. Le comportement de l'écoulement dans la partie aval à forts Re est complètement différent de celui à faibles Re pour la solution viscoélastique (figure IV.8). On note aussi que l'augmentation du débit fait réagir qualitativement et quantitativement la contraction sur l'écoulement par un déplacement du pic des vitesses vers la partie aval et par l'augmentation de l'amplitude de ce pic. Ce comportement, à faible inertie, est semblable à la plupart des comportements relevés dans les études numériques précitées et en particulier par Basombrio et col. [90].

Les courbes relatives au fluide newtonien (IV.7 et IV.9) montrent que l'écoulement subit une contraction juste après le plan de contraction puis se répartit rapidement pour atteindre l'écoulement de Poiseuille sauf à très forte inertie ($Re > 14\ 000$). Les courbes relatives au fluide viscoélastique (IV.8 et IV.10) montrent un comportement complètement différent à forte inertie. Contrairement au fluide newtonien, la zone de la section contractée n'est pas très nette à Reynolds modéré ($Re=43,5$) et la position de retour à l'écoulement de Poiseuille est carrément rejetée très en aval. Ce comportement a aussi été noté par certains auteurs dans des études par simulation numérique [91, 92 et 93]

Cette différence de comportement ne peut être due qu'à la propriété élastique du fluide viscoélastique. Ainsi plus le nombre de Déborah De (ou de Reynolds Re) est grand plus les contraintes normales, dues au changement brusque de section, sont importantes. La présence de ces contraintes normales dans le sens de l'écoulement principal accentue les perturbations et retarde l'apparition du mouvement établi de Poiseuille. Dans l'étude numérique de Marchal et col.[94 et 95], avec le fluide d'Oldroyd B, l'apparition de l'écoulement de Poiseuille (écoulement établi) se produit à $z^*=8$ pour un nombre de Déborah de 2,84 et à $z^*=12$ pour un nombre de Déborah de 6,04. Dans notre étude à $De=3,37$ l'écoulement est aussi de type Poiseuille par contre à $De=6,75$ le profil de vitesse diffère des prévisions de l'étude numérique de Marchal. Cette différence peut s'expliquer par la loi de comportement utilisée (Oldroyd B) qui a sûrement atténué certains phénomènes et qui existent toujours dans une étude expérimentale.

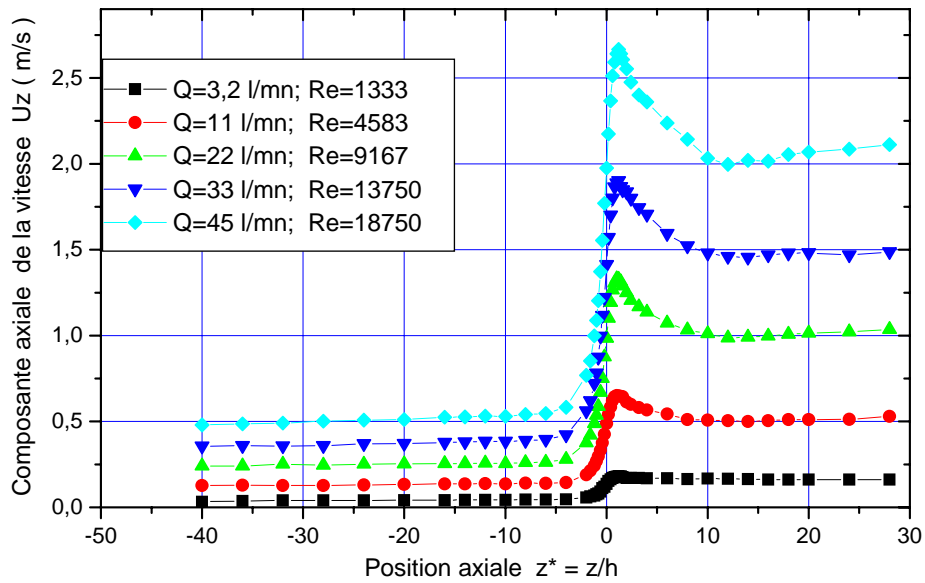


Figure IV.7a : Evolution de la composante axiale U_z sur la ligne centrale pour le fluide newtonien (eau)

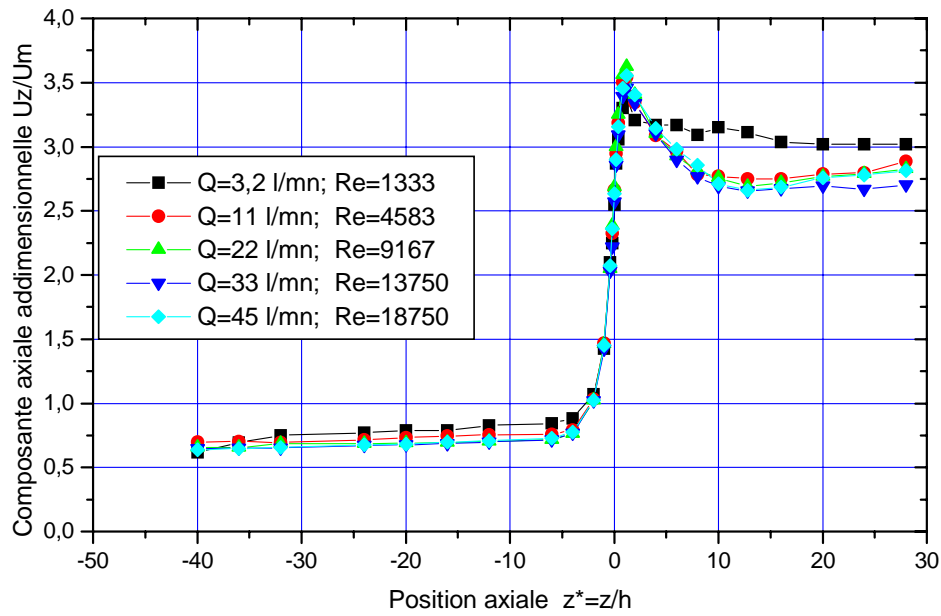


Figure IV.7b : Evolution de la composante axiale adimensionnelle U_z/Um sur la ligne centrale pour le fluide newtonien (eau)

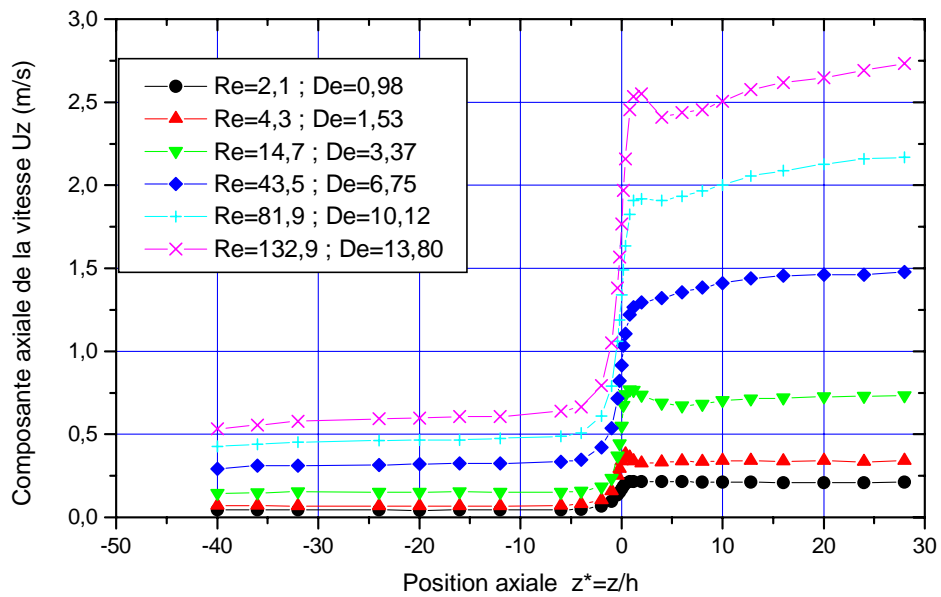


Figure IV.8a : Evolution de la composante axiale U_z sur la ligne centrale pour le fluide non newtonien (solution viscoélastique)

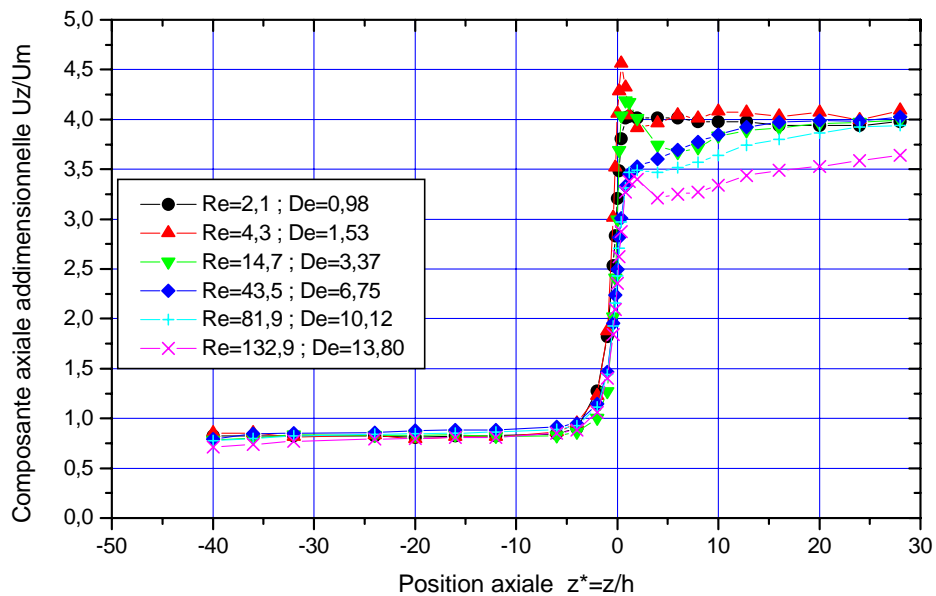


Figure IV.8b : Evolution de la composante axiale adimensionnelle U_z/U_m sur la ligne centrale pour le fluide non newtonien (solution viscoélastique)

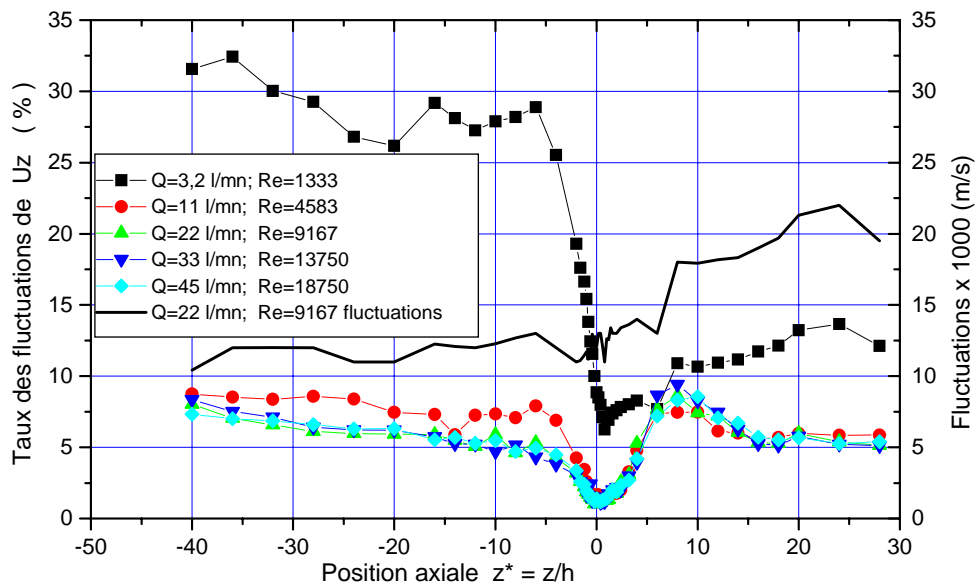


Figure IV.9 : Taux des fluctuations de U_z sur la ligne centrale pour le fluide newtonien (eau)

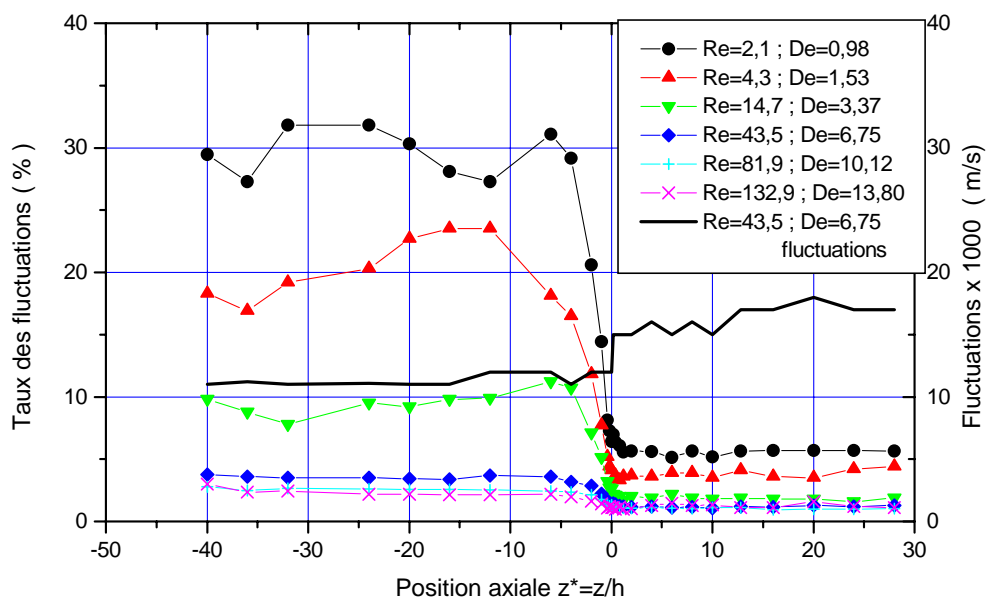


Figure IV.10 : Taux des fluctuations de U_z pour le fluide non newtonien (sol. viscoélastique)

Cette différence de comportement est très lisible sur les figures IV.11 et IV.12, représentant les profils de vitesse pour les deux fluides à débits identiques. A faible débit ($Q=3,2$ l/mn) les comportements sont pratiquement identiques, alors qu'à fort débit les deux comportements sont complètement différents et même opposés, ce qui est dû à la présence de la composante élastique du fluide non newtonien.

L'analyse des fluctuations de la composante U_z le long de la veine pour différentes valeurs du nombre Re (figures IV.9 et IV.10) à travers le taux des fluctuations (Tu_z) montre un taux maximal à l'amont de la contraction suivi d'une chute brutale au passage de la contraction surtout à faibles nombres de Reynolds. Ceci dit, les fluctuations sont plus importantes à l'aval qu'à l'amont comme le montrent, à titre de comparaison, les courbes en continu sur les figures IV.9 et IV.10.

Les figures IV.13 et IV.14 représentent le taux d'élongation dU_z/dz ou vitesse d'élongation dans le sens de l'axe principal (oz) pour l'eau et la solution viscoélastique. Elles montrent une élongation maximale au niveau de la contraction et des valeurs faiblement négatives entre $z^*=0$ et $z^*=5h$. Une comparaison (tableau ci-dessous) des valeurs maximales (pics) de ce taux, obtenues avec les deux fluides, montre une égalité entre les deux fluides aux faibles débits due probablement à la prédominance de la propriété visqueuse sur la propriété élastique. A forts débits, la propriété élastique l'emporte et l'écart entre les valeurs devient très important.

Cette différence de comportement peut expliquer les allures des courbes à l'aval de la contraction (figure IV.9). Ainsi à faibles débits ($Re=2,1$; $Re=4,3$ et $Re=14,7$) le comportement ressemble à celui du fluide newtonien mais à $Re=43,5$ le comportement change. A forts débits, $Re=81,9$ et plus, le comportement s'inverse même et la vitesse U_z augmente à partir de $z^*=4$. Ce comportement est dû certainement à la prédominance de la composante élongationnelle sur la composante tangentielle (cisaillement) du taux de déformation; c'est à dire que les vitesses d'élongation sont beaucoup plus importantes que les vitesses de cisaillement (présence de la propriété élastique). Ceci a une influence directe sur la longueur nécessaire à l'établissement de l'écoulement de Poiseuille à l'aval. Ce phénomène est rarement noté dans les études numériques effectuées jusqu'à présent à cause des nombres de Reynolds modérés imposés aux écoulements étudiés.

Q (l/mn)	3,2	11	33	45
Eau	0,04	0,12	0,34	0,42
Viscoélastique	0,05	0,57	0,76	0,99

La figure IV.15 montre une analyse plus fine de ce taux au voisinage de la contraction pour le fluide viscoélastique uniquement. On note que la valeur du pic augmente avec un léger décalage de sa position vers l'aval et que la longueur nécessaire à la relaxation s'allonge lorsque le nombre de Deborah De augmente.

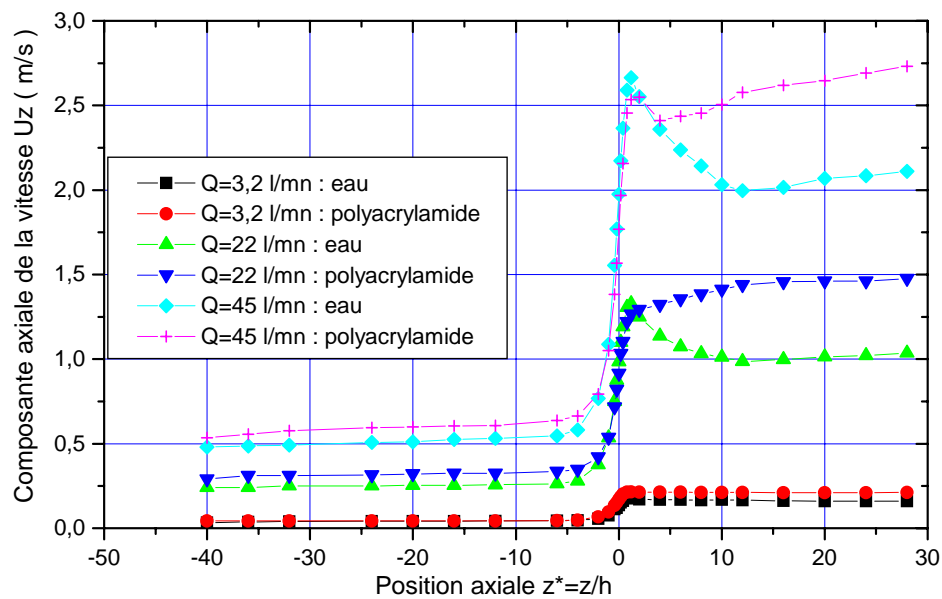


Figure IV.11 : Comparaison de l'évolution de la composante U_z sur la ligne centrale entre l'eau et la solution viscoélastique

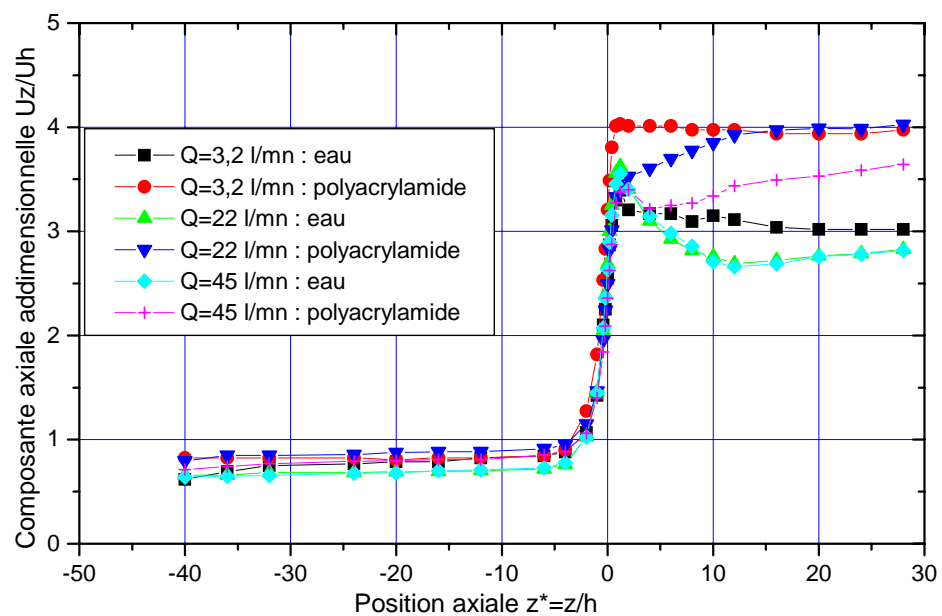


Figure IV.12 : Comparaison de l'évolution de la composante adimensionnelle U_z/U_m entre l'eau et la solution viscoélastique

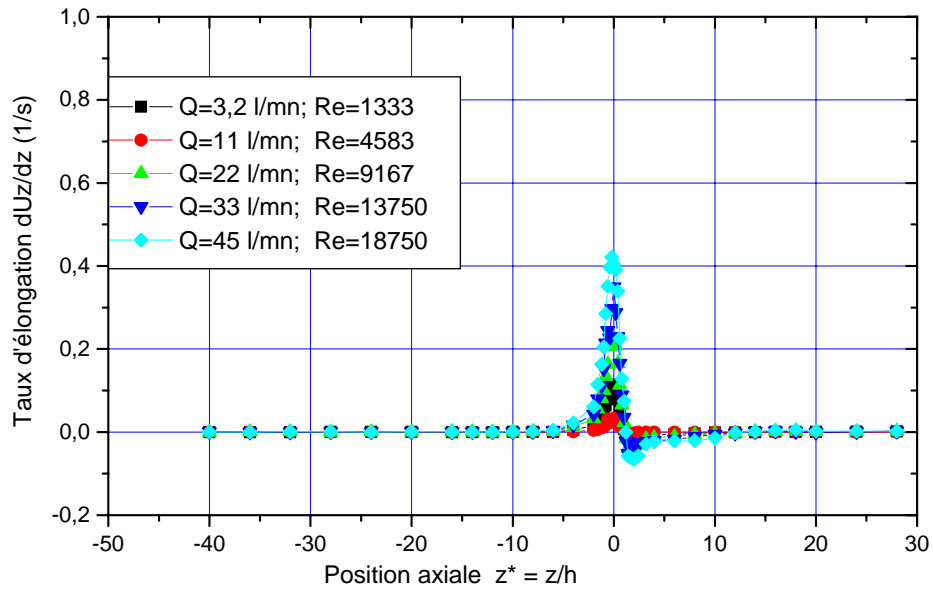


Figure IV.13 : Taux d'élongation dUz/dz pour l'eau

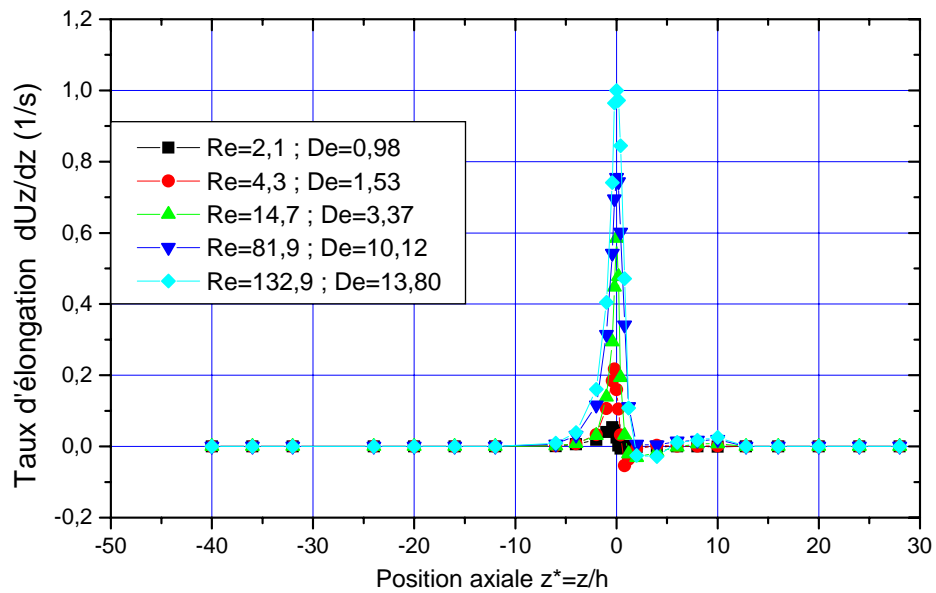


Figure IV.14 : Taux d'élongation dUz/dz pour la solution viscoélastique

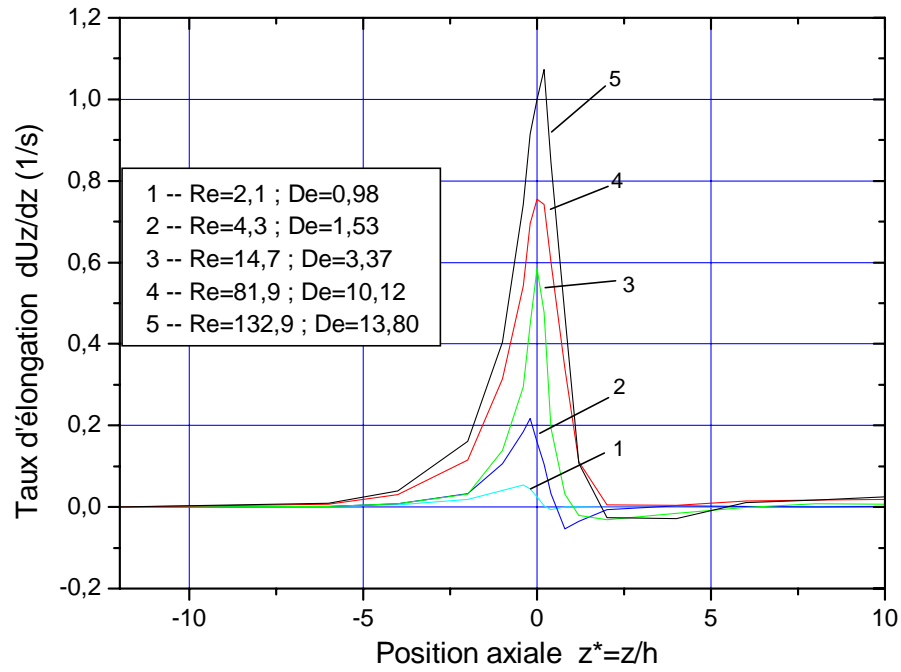


Figure IV.15 : Taux d'élongation dUz/dz pour la solution viscoélastique au voisinage de la contraction.

IV.2.2 Etude de l'écoulement dans le plan médian :

L'influence de la contraction sur l'organisation de l'écoulement du fluide newtonien et de la solution viscoélastique est mise en évidence aussi par les profils des composantes axiale U_z et transversale U_y dans le plan médian yoz défini par $x=constante=0$ (figure IV.16) .

IV.2.2.1 Fluide newtonien :

A titre d'indication, nous allons présenter quelques profils de vitesses obtenus avec le fluide newtonien (figures IV.17 à IV.24).

Les profils des deux composantes U_z et U_y , juste au niveau du plan de contraction ($z^*=0$) et à différents nombre de Reynolds, sont présentés sur les figures IV.17 et IV.18. La figure IV.17 présente les profils d'un écoulement en bloc. On note aussi que ces profils font apparaître de légères concavités au niveau de l'axe de la veine. Ces concavités ont été mises en évidence numériquement, mais à faibles nombres de Reynolds, par Christiansen et col. [96].

Les profils de la composante U_y montrent des valeurs toujours positives dues à une concentration des lignes de courant vers le centre de la veine sans zone de recirculation au niveau de ce plan et ceci quel que soit le nombre de Reynolds. Ceci se traduit par un pic des vitesses tout près de la paroi et cette composante U_y disparaît complètement au centre de la veine à cause de l'influence, encore dominante à ce niveau, de l'écoulement amont.

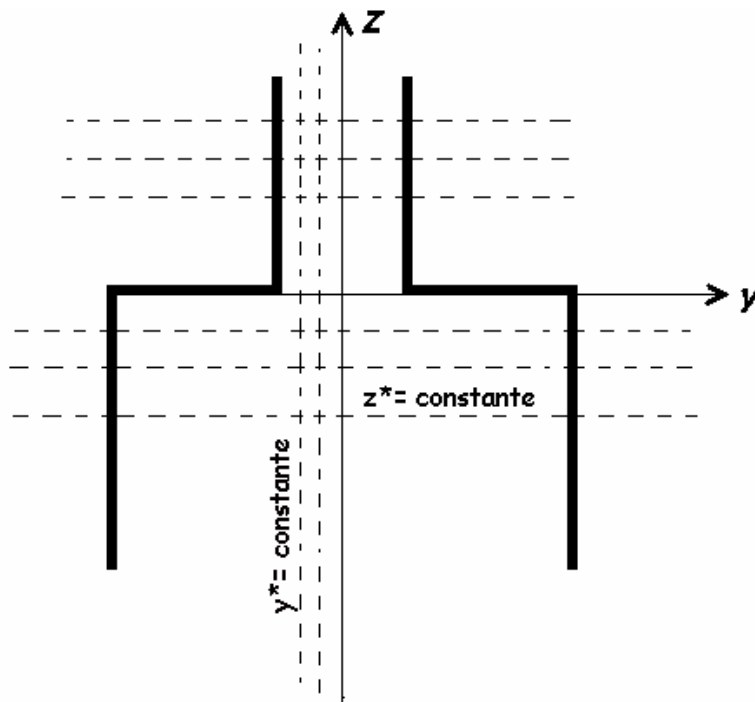


Figure IV.16 : Représentation des lignes et des plans de mesures

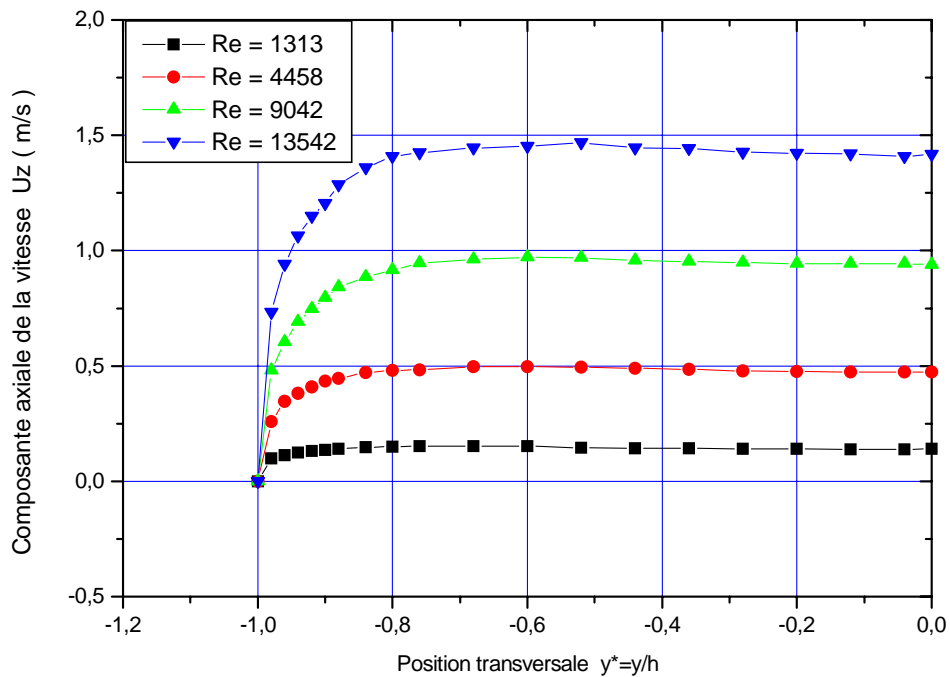


Figure IV.17 : Evolution de la composante U_z au niveau du plan de contraction pour l'eau sur la ligne ($x^*=0$ et $z^*=0$)

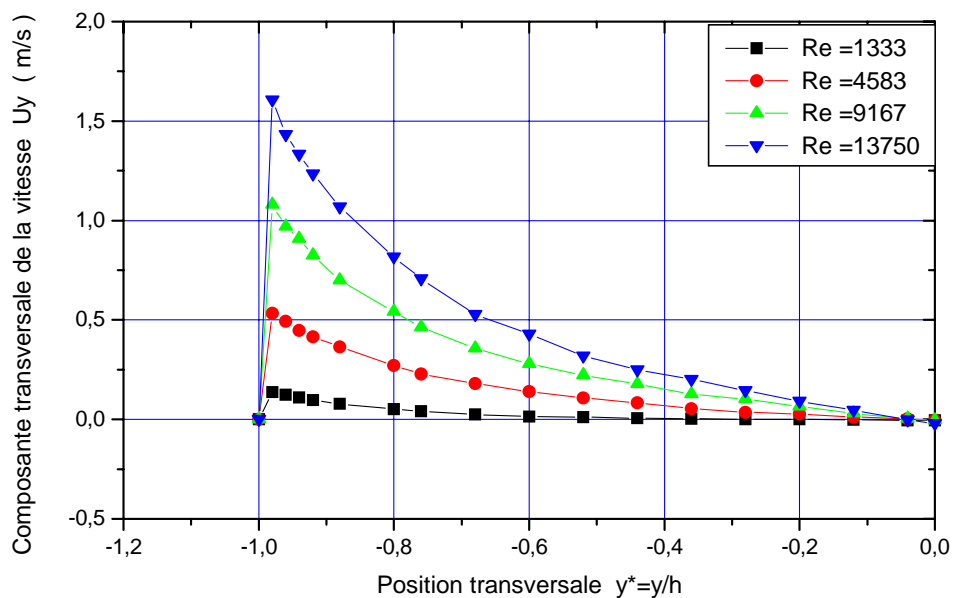


Figure IV.18 : Evolution de la composante U_y au niveau du plan de contraction pour l'eau sur la ligne ($x^*=0$ et $z^*=0$)

L'analyse de l'écoulement dans les plans suivants ($z^* > 0$) est réalisée à partir des profils des figures IV.19 et IV.20 pour lesquelles on a fixé le nombre de Reynolds égal à 9167 et fait varier la position du plan de mesures défini par z^* . La figure IV.19 confirme la concentration des lignes de courant vers le centre de la veine juste après le plan de contraction ($z^* = 0$ et $0,4$) suivie d'une inversion de sens, c'est à dire élargissement des lignes de courant ($z^* > 2$). Ceci confirme l'existence de la zone de la section contractée et qui apparaît nettement au niveau des courbes du taux des fluctuations de la figure IV.20. Une fois le plan de la section contractée dépassé le fluide s'organise pour aller vers l'écoulement établi et à $z^* = 10$ l'écoulement est presque complètement établi. Ceci est très important lors des prises de pression et la séparation entre les pertes de charge régulière et les pertes de charge singulière.

Nous avons tracé d'autres types de courbes afin de voir l'organisation de l'écoulement de la position $z^* = -5$, en amont du plan de contraction, jusqu'à l'établissement total ($z^* = 30$). Ceci a donné la série de figures (IV.21, IV.22, IV.23 et IV.24). Les mesures ont été prises sur la ligne centrale ($y^* = 0$) et deux lignes latérales situées de par et d'autre de la ligne centrale précédente ($y^* = 0,6$ et $y^* = -0,6$). Ces courbes confirment tout ce qu'a été dit précédemment sur la position de la section contractée et la longueur nécessaire à l'obtention de l'écoulement établi. Ces courbes montrent, en particulier, que la position du centre du tourbillon, faisant suite à la contraction des lignes de courant, ne varie pas avec l'inertie et se situe toujours à environ $z^* = 2$. Cette particularité est une caractéristique des fluides purement visqueux et parmi eux les newtoniens dont la relaxation est instantanée contrairement aux fluides viscoélastiques où la présence d'un temps de relaxation influe sur la position du tourbillon aval lorsque le débit varie.

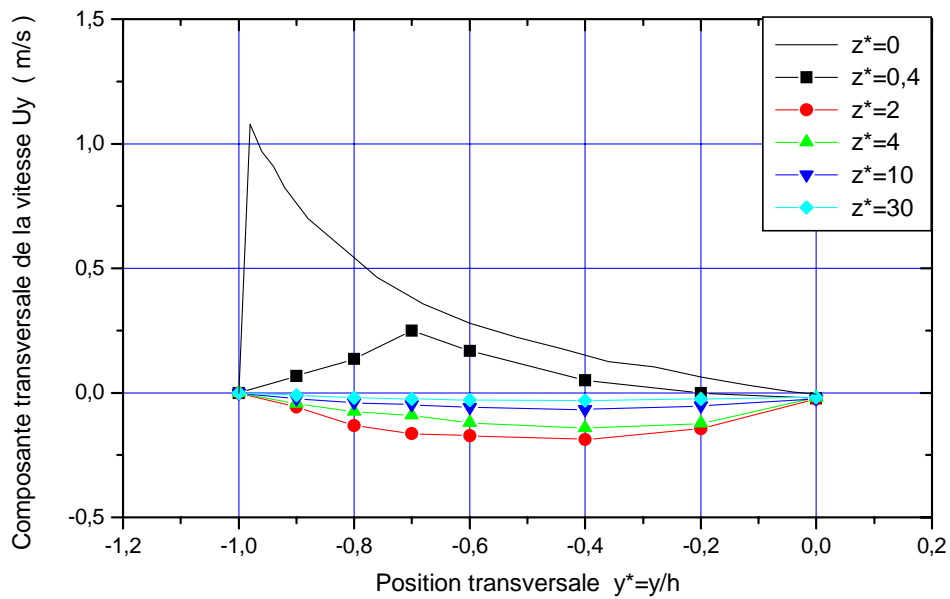


Figure IV.19 : Evolution de la composante U_y à $Re=9167$ pour l'eau dans le plan $x^*=0$.

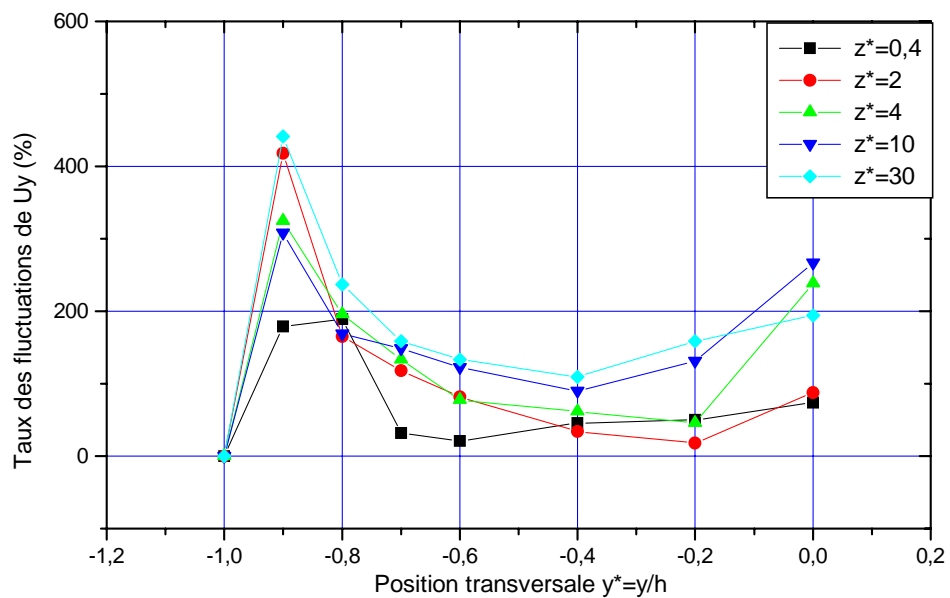


Figure IV.20 : Taux des fluctuations de la composante U_y à $Re=9167$ pour l'eau dans le plan $x^*=0$

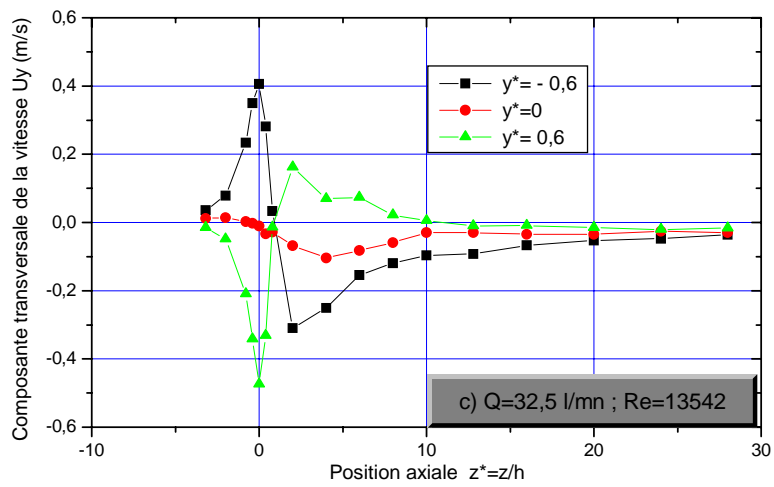
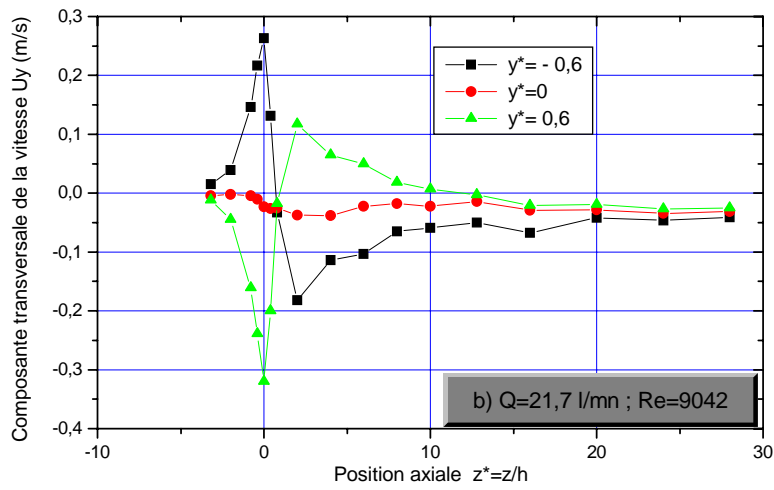
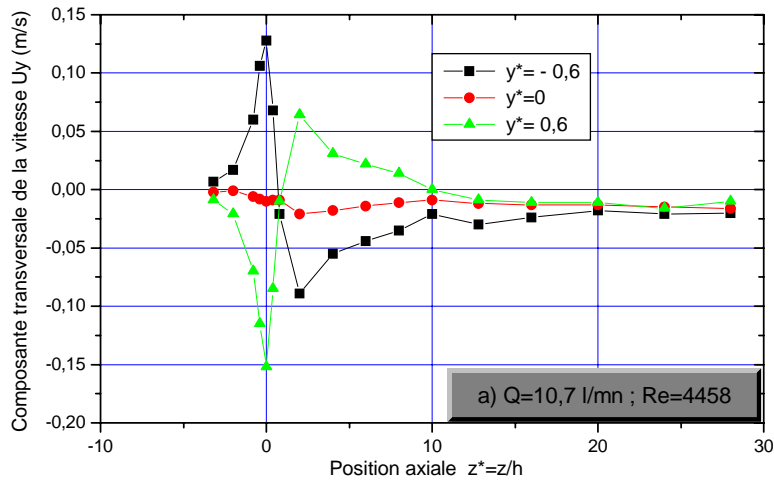


Figure IV.21 : Evolution de la composante U_y pour l'eau

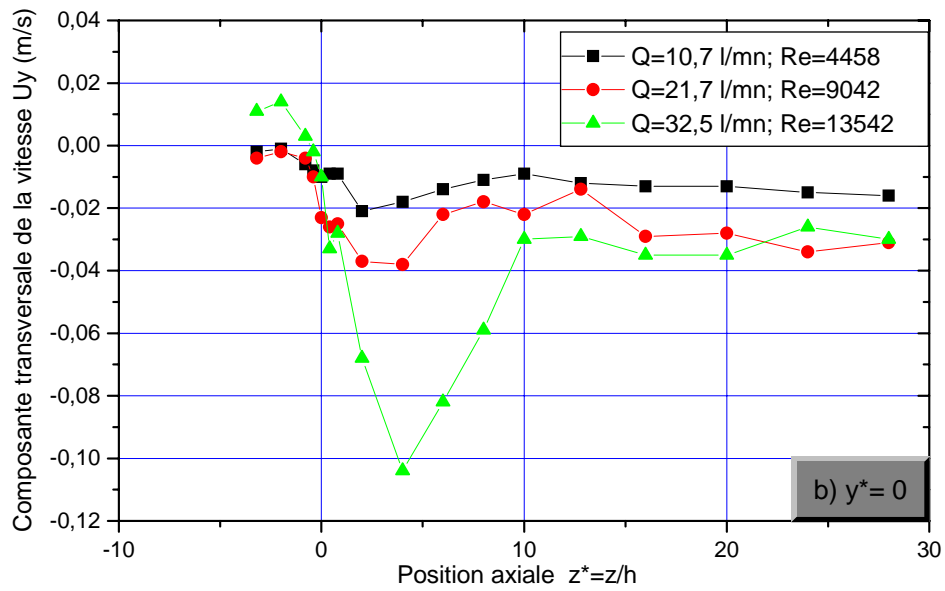
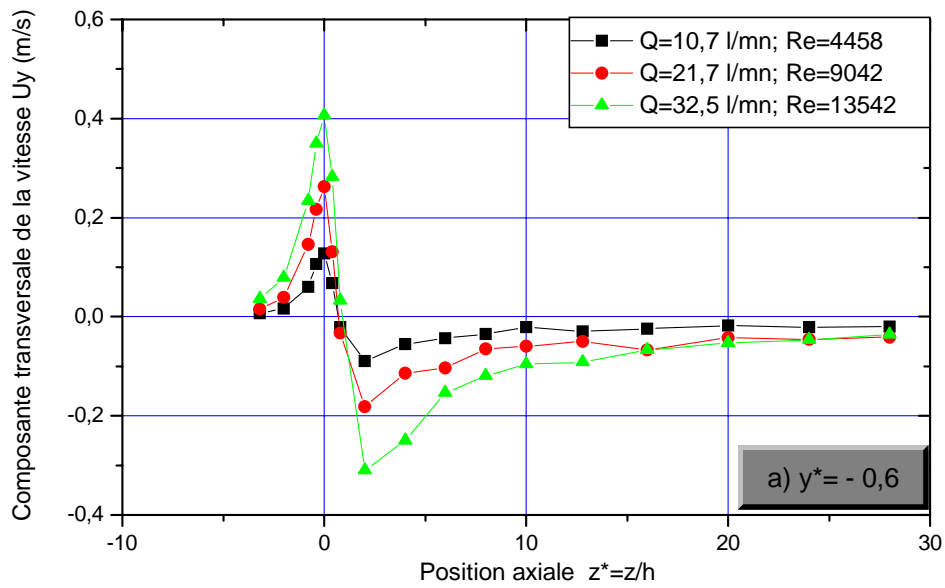


Figure IV.22 : Comparaison de U_y pour trois débits sur les deux lignes $y^* = 0$ et $y^* = -0,6$

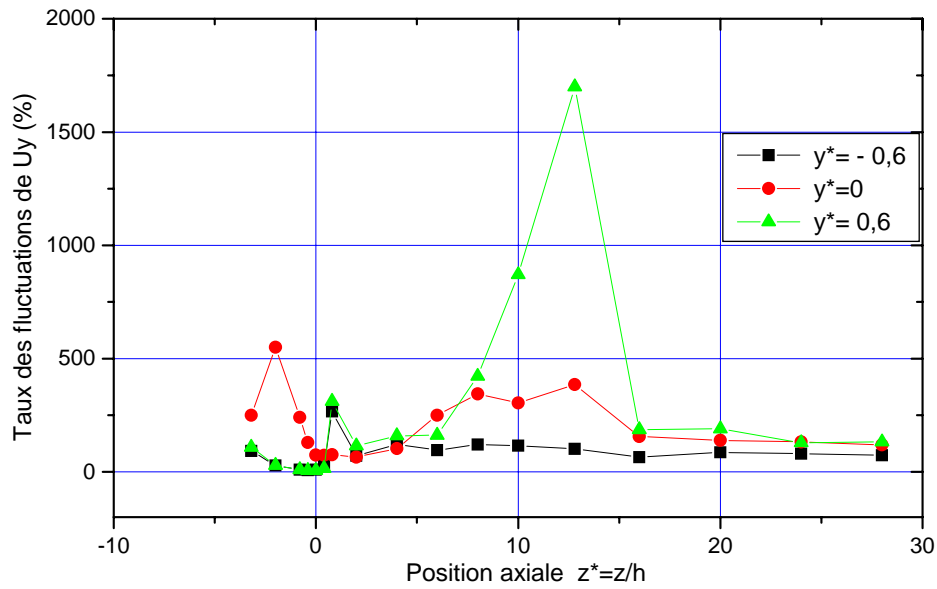


Figure IV.23 : Comparaison du taux des fluctuations de U_y à $Q= 21,7$ l/mn pour l'eau

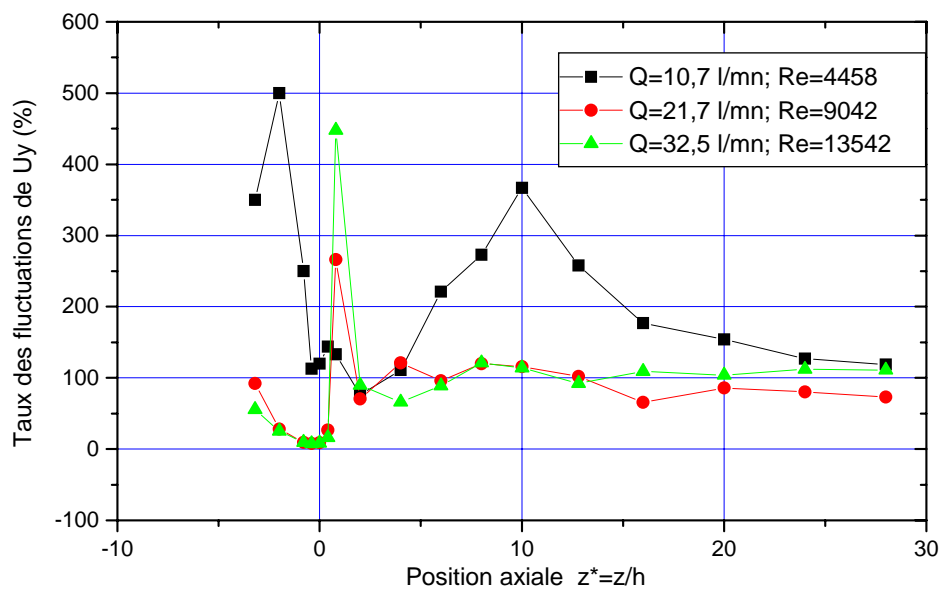


Figure IV.24 : Comparaison du taux des fluctuations de U_y à $y^* = -0,6$ pour l'eau

IV.2.2.2 Fluide viscoélastique :

a) Etude dans le sens longitudinal :

Par l'analyse des profils de la composante U_z (figure IV.25) ou de son taux des fluctuations (figure IV.26) nous pouvons confirmer l'existence de la section contractée et situer facilement sa position qui évolue avec l'inertie. La valeur minimale sur les courbes de la figure IV.25b traduit approximativement la position du centre du tourbillon. Ainsi à faible inertie $Re=4,3$ et $De=1,53$ ($Q=5$ l/mn) la position de ce minimum se situe avant $z^*=2$; alors qu'à débit moyen $Re=45,5$ et $De=6,65$ ($Q=21,7$ l/mn) ce minimum se trouve à environ $z^*=4$ (valeur minimale). On note aussi que la taille du tourbillon augmente avec Re . Ces positions sont confirmées par le tracé des courbes respectives du taux des fluctuations (figure IV.26). Le décalage du centre du tourbillon vers l'aval lorsque le débit augmente est lié directement à la propriété élastique de ces fluides. Ainsi à cause de la relaxation non instantanée de ces fluides viscoélastiques, notre solution viscoélastique après son cisaillement à $z^*=0$ se relaxe mais la distance nécessaire à cela dépend de la vitesse de la particule fluide. Si le débit augmente la zone tourbillonnaire s'allonge et par conséquent la position du centre du tourbillon formé se déplace vers l'aval.

Une comparaison dans la partie aval des allures des profils des figures IV.25a et IV.25b pris respectivement à $Q=5$ l/mn et à $Q=21,7$ l/mn permet de noter une différence de comportement. A faible nombre de Deborah $De=1,53$ (5 l/mn) le comportement du fluide viscoélastique est identique sur la ligne centrale ($y^*=0$) et les deux lignes latérales ($y^*=\pm 0,6$). A fort nombre de Deborah $De=6,65$ (21,7 l/mn) le comportement sur la ligne centrale diffère du comportement sur les deux lignes latérales. Ainsi à ce débit, le fluide retrouve plus rapidement l'écoulement établi (à partir de $z^*=15$) sur les parties latérales que sur la ligne centrale. Ceci ne peut s'expliquer que par une élongation de 'type globale' à faibles débits mais de 'type locale' à forts débits. A noter que le temps de relaxation λ , constant à une concentration donnée, est indépendant du débit.

Les mesures dans les plans choisis ($y^*=\pm 2$ et $y^*=\pm 0,6$) ne permettent malheureusement pas de situer les zones de recirculation se trouvant en amont du plan de contraction.

Le tracé des profils de la composante U_y , en restant sur les lignes précédentes, donne les figures IV.27 et IV.28. Ces courbes montrent clairement les fortes concentrations des lignes de courant au niveau du plan de contraction qui se rétablissent par la suite mais ne permettent pas la mise en évidence des zones de recirculation amont. Cette composante U_y , nulle loin en amont (écoulement unidirectionnel), augmente brusquement à l'approche de la contraction pour redevenir de nouveau nulle loin en aval à cause de la réorganisation de l'écoulement ($U_y=0$). Ces profils confirment les remarques relevées sur les courbes précédentes (figures IV.14 et IV.15). Les positions de contraction maximale se situent au voisinage de $z^*=0$ avec les deux débits imposés $Q=5$ l/mn et $Q=21,7$ l/mn.

Le tracé des courbes du taux des fluctuations de la composante U_y (figure IV.29) ne permet pas de situer clairement les tourbillons avals par contre il montre très lisiblement les zones de recirculation amont. On note surtout que la taille du tourbillon est beaucoup plus grande à $Re=45,5$ et $De=6,65$ qu'à $Re=4,3$ et $De=1,53$.

A ces valeurs de Re et De , un accroissement dans le débit a tendance plutôt à accroître la taille du tourbillon contrairement à certaines études effectués à des nombre de Re compris entre 0,1 et 1 [11 et 97].

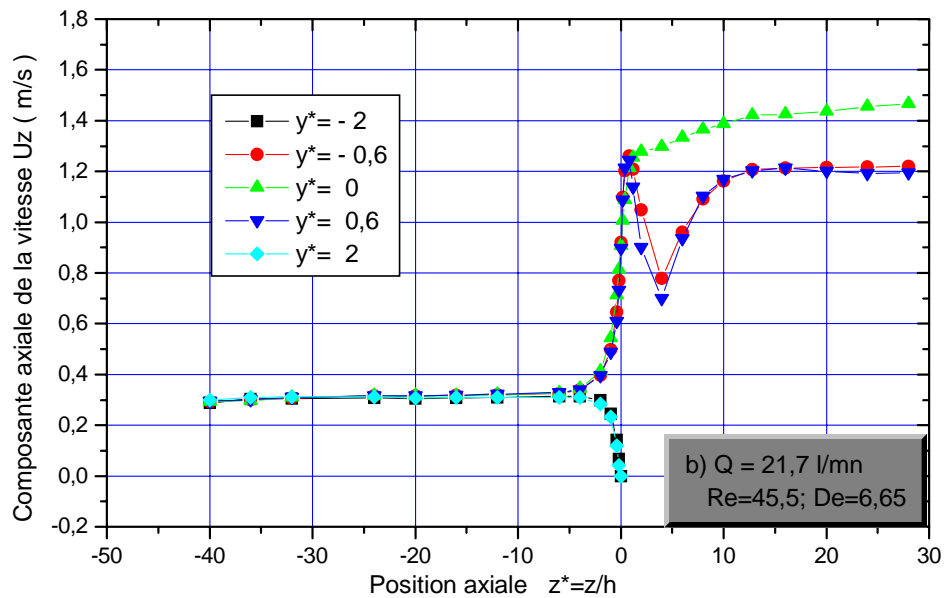
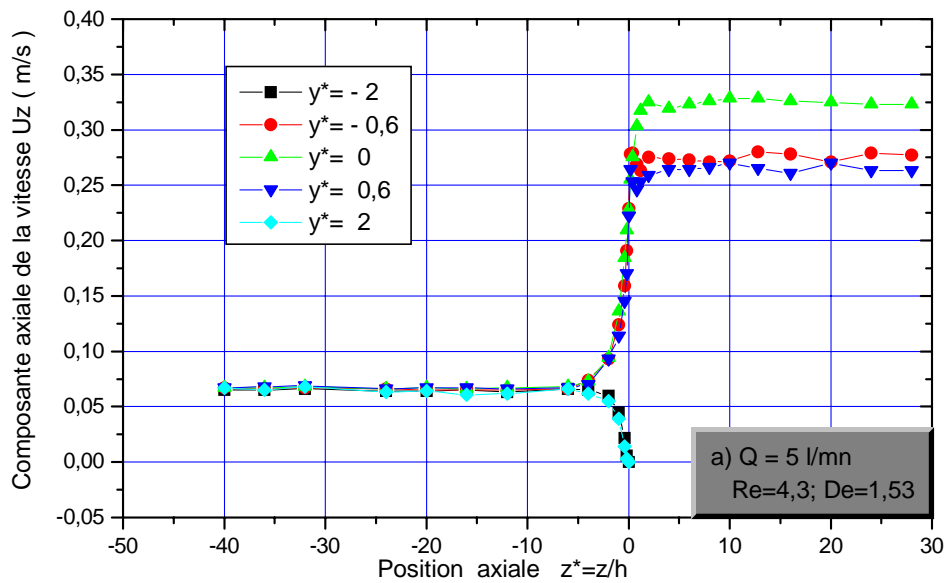


Figure IV.25 : Evolution de la composante U_z pour la solution sur les 5 lignes

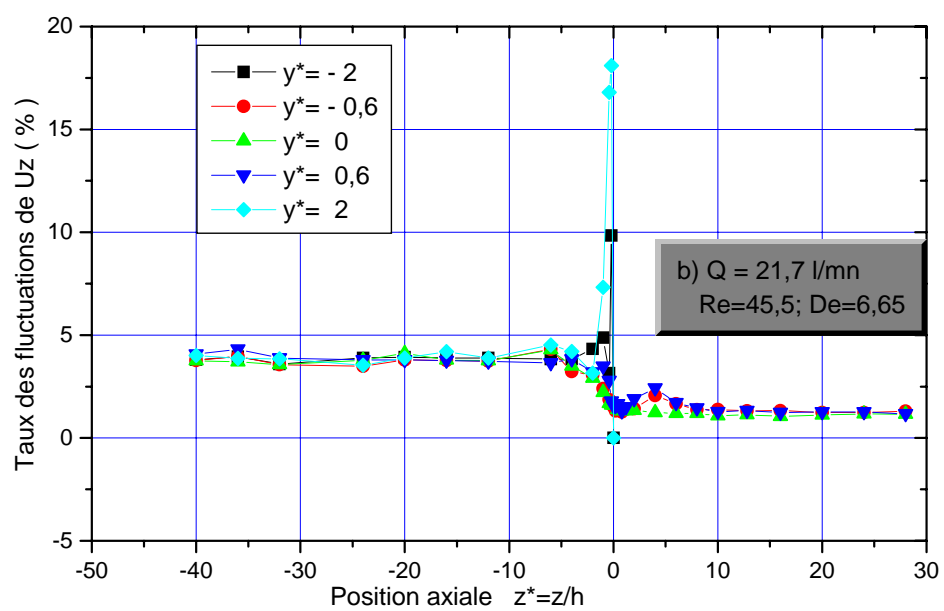
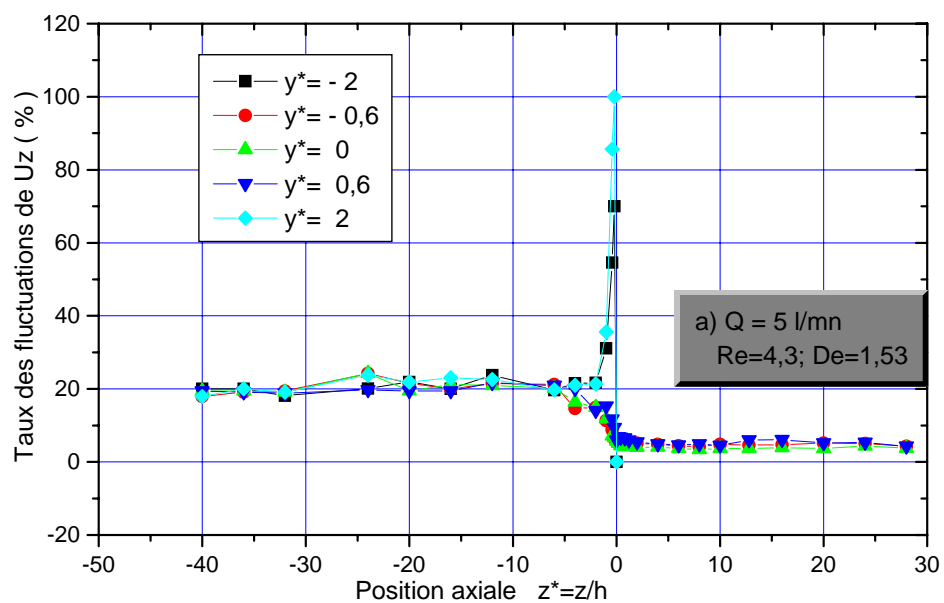


Figure IV.26 : Taux des fluctuations de U_z pour la solution sur les 5 lignes

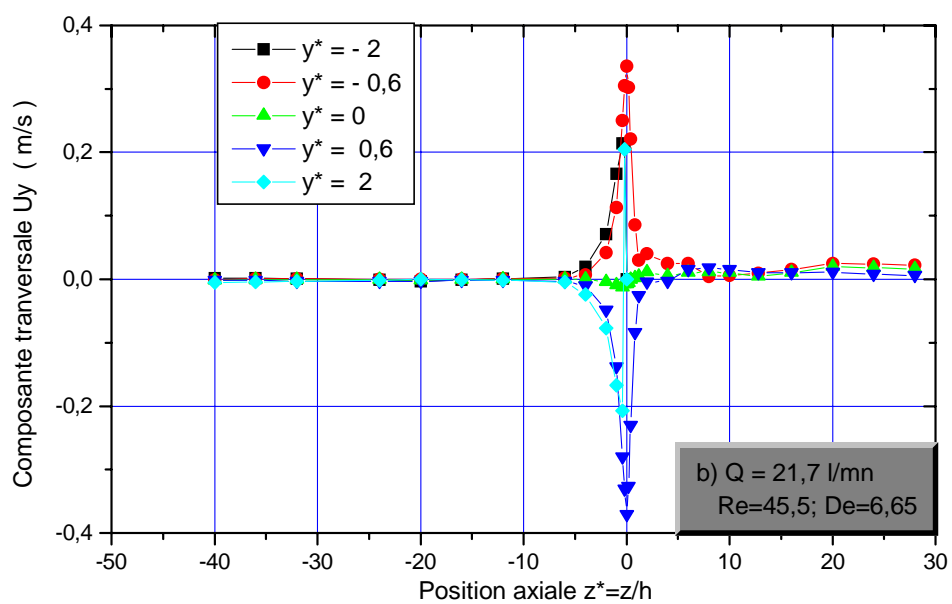
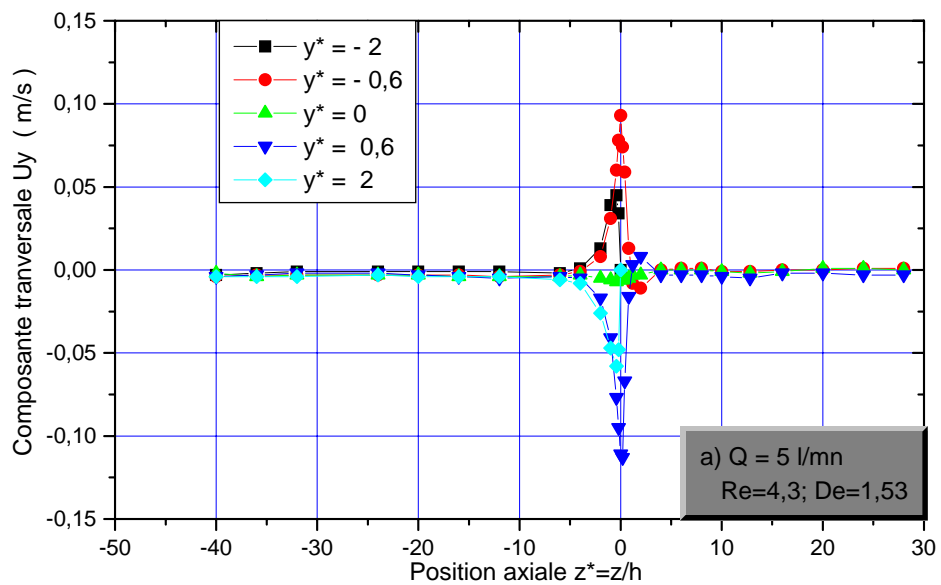


Figure IV.27 : Evolution de la composante U_y pour la solution sur les 5 lignes

D'autres profils de la composante longitudinale U_z (figures IV.30 et IV.31), dans la partie aval seulement mais à des positions différentes des plans de mesures, montrent l'évolution des positions des tourbillons avals et du phénomène d'organisation de l'écoulement pour devenir complètement établi. Plus le débit est grand plus la longueur de recouvrance de l'écoulement totalement établi est grande.

A noter que les profils relevés sur les lignes latérales choisies représentés ne permettent pas de déterminer l'existence de tourbillons dans la partie amont de la contraction d'où l'utilité du tracé des profils représentés sur les figures IV.32 ... IV.35.

Une comparaison des profils de la composante transversale U_y (figure IV.28), obtenus à faible débit (5 l/mn) et à fort débit (21,7 l/mn), permet de noter que le débit influence beaucoup le comportement de l'écoulement à l'aval de la contraction. Cette figure confirme aussi la différence de comportement relevée précédemment sur les profils de U_z ; c'est à dire que plus le débit est grand (fort Re) plus la distance nécessaire à l'obtention de l'écoulement établi est rallongée à cause de la relaxation non instantanée du fluide et de son taux d'élongation important. Ce caractère doit être pris en compte lors de la recherche de la zone d'écoulement complètement établi (écoulement de Poiseuille) et en cas de calcul des pertes de charge régulière et singulière.

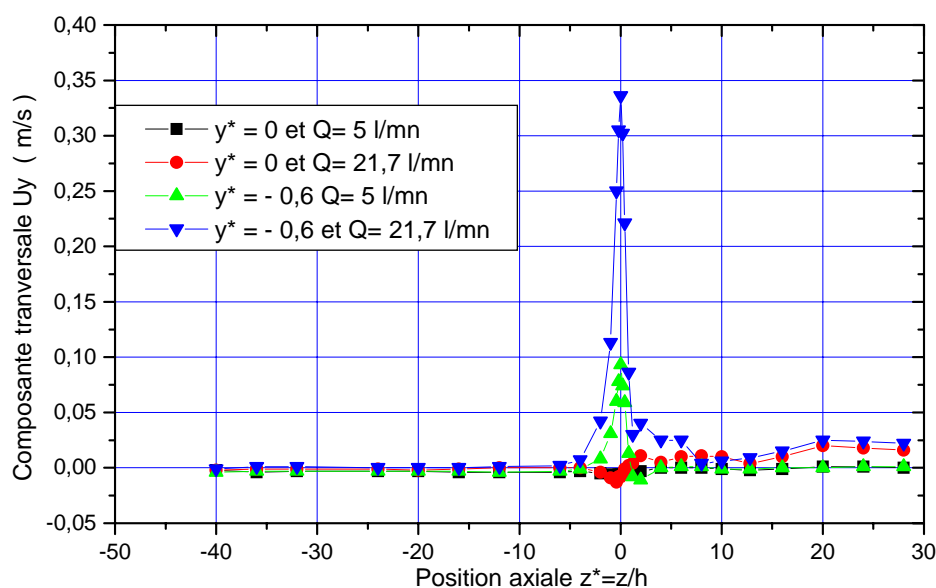


Figure IV.28 : Comparaison de la composante U_y pour la solution viscoélastique

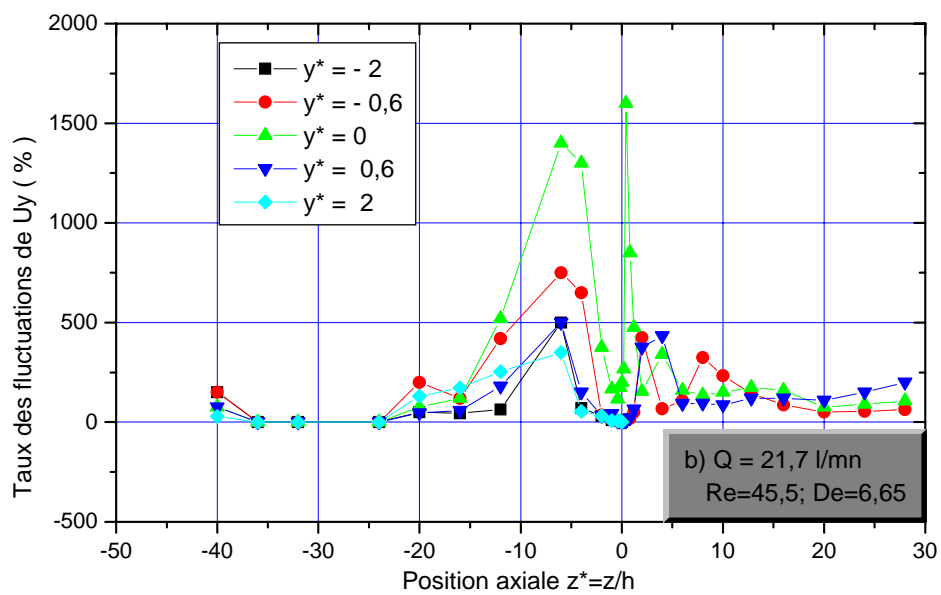
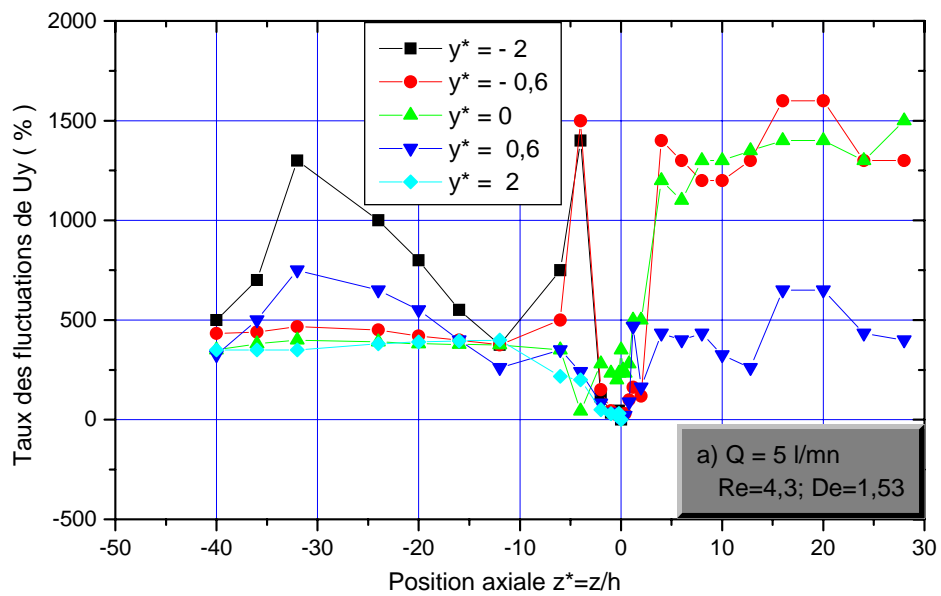


Figure IV.29 : Taux des fluctuations de U_y pour la solution sur les 5 lignes

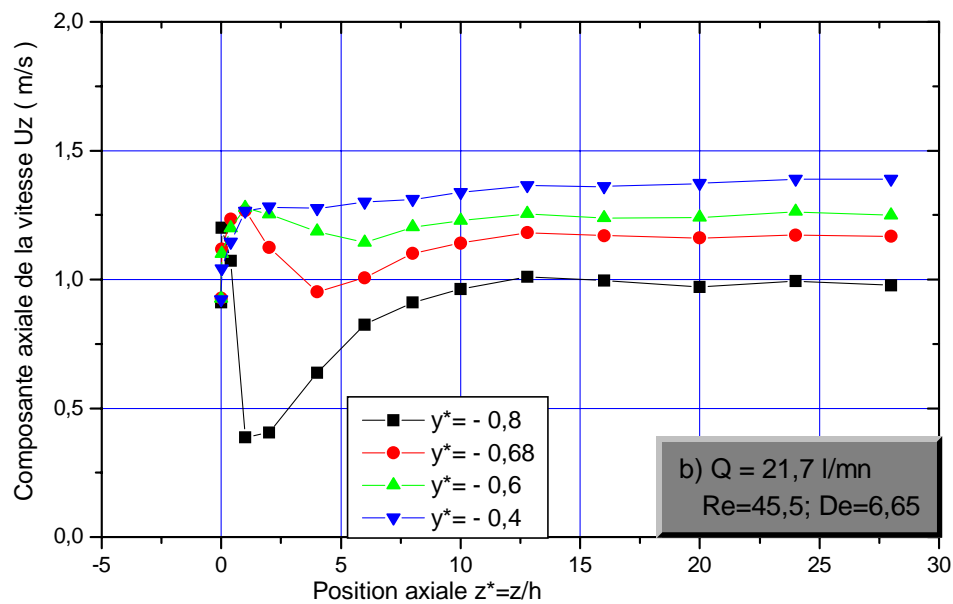
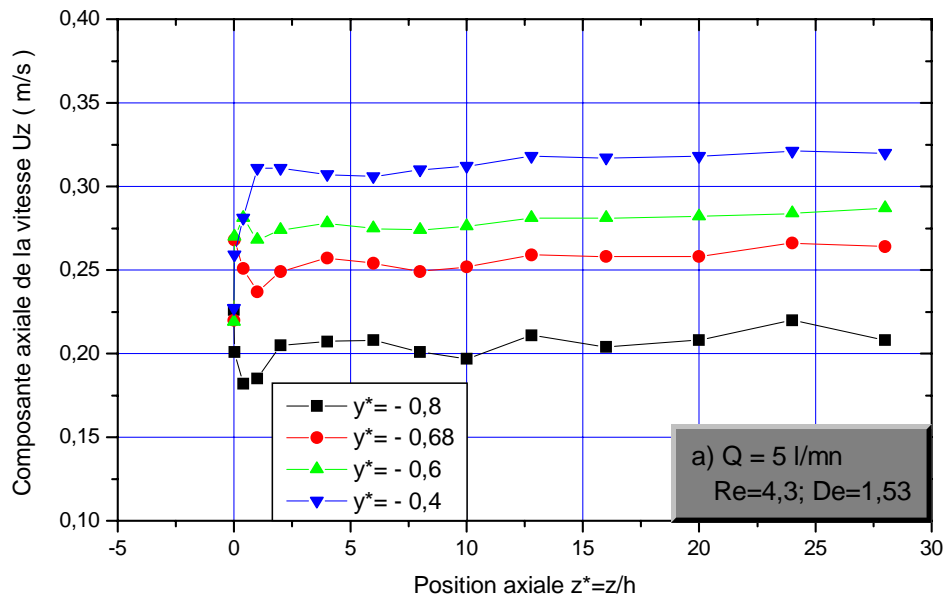


Figure IV.30 : Comparaison de la composante U_z pour la solution à l'aval

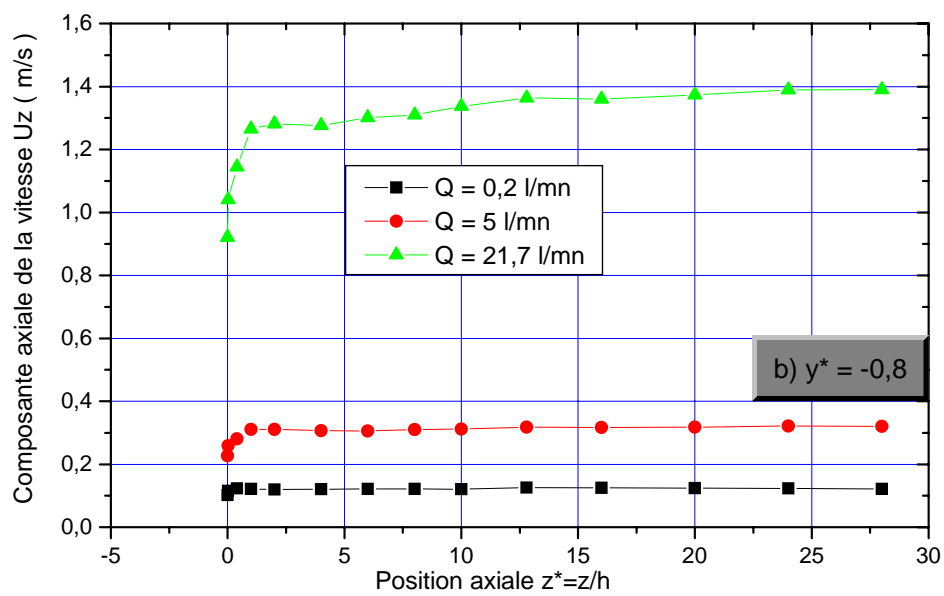
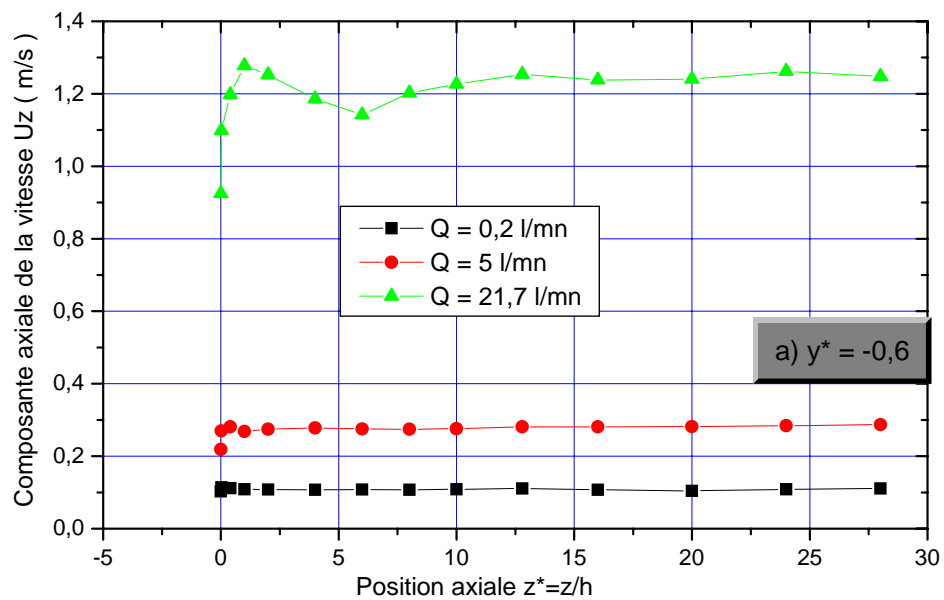


Figure IV.31 : Comparaison de la composante U_z pour la solution

b) Etude dans le sens transversal :

L'influence de la contraction sur l'organisation de l'écoulement de la solution viscoélastique peut être aussi mise en évidence par les profils des composantes axiale U_z et transversale U_y dans les plans transversaux xoy situés à différentes positions de la contraction.

Les profils de la composante longitudinale U_z , relevés dans trois plans transversaux différents, l'un situé en amont ($z^*=-1$) et les deux autres situés en aval ($z^*=1$ et $z^*=2$), donnent les courbes de la figure IV.32.

Les courbes de la figure IV.32a montrent, qu'il n'y a pas de zone de recirculation amont à la position $z^*=-1$, quel que soit le débit imposé. L'absence de zone de recirculation, à forte inertie, a aussi été observée par Evans et col. [49] et Chiba et col. [50]. Par contre les courbes de la figure IV.32b, relatives à $z^*=1$, montrent clairement l'existence d'une zone de recirculation ou vortex et que ce vortex n'apparaît qu'à très forts débits soit $Re=14,1$ et $De=3,28$. Ce vortex persiste encore à $z^*=2$ mais seulement à $Re=78,0$ et $De=9,97$ (figure IV.32c). Ceci nous permet de dire que la taille du vortex décroît lorsque le débit augmente et son centre peut même se déplacer vers l'aval. Le déplacement vers l'aval du vortex, quand le débit augmente, apparaît très nettement sur la figure IV.31a contrairement à l'écoulement du fluide newtonien où la position du vortex reste inchangée avec le débit (figure IV.22a). Cette différence de comportement, comme ça a été dit précédemment, est liée à la relaxation non instantanée du fluide viscoélastique. Ce comportement est rarement mis en évidence par les études citées dans la littérature, quelles soient expérimentales ou numériques, relatives à la taille et la forme des vortex générés car les nombres de Reynolds utilisés étaient toujours inférieurs à ceux imposés dans cette étude [43, 47 et 98]. On peut aussi noter qu'à faibles débits le fluide est réparti d'une façon presque uniforme sur toute la section de la veine mais à très forts débits cette répartition uniforme disparaît à cause du déplacement des lignes de courant vers le centre relevé précédemment et le gros du fluide passe par le milieu à l'aval de la contraction. Dans le voisinage du plan de contraction, l'augmentation du nombre de Reynolds accélère le mouvement dans la partie centrale alors que peu de particules se trouvent piégées dans le coin amont.

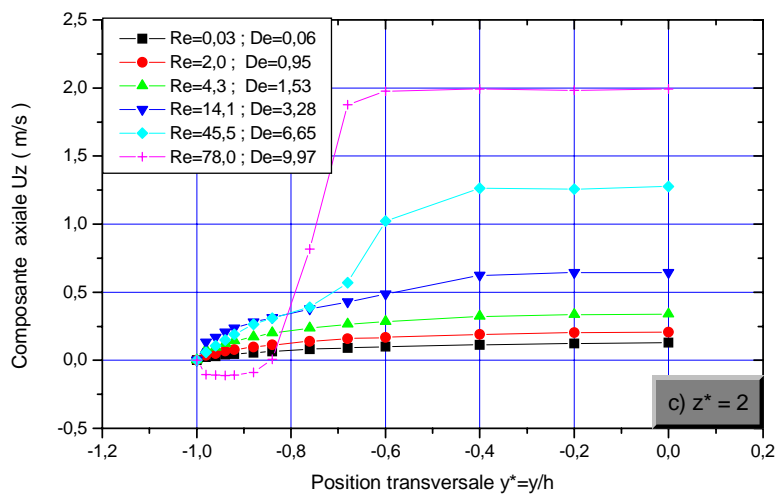
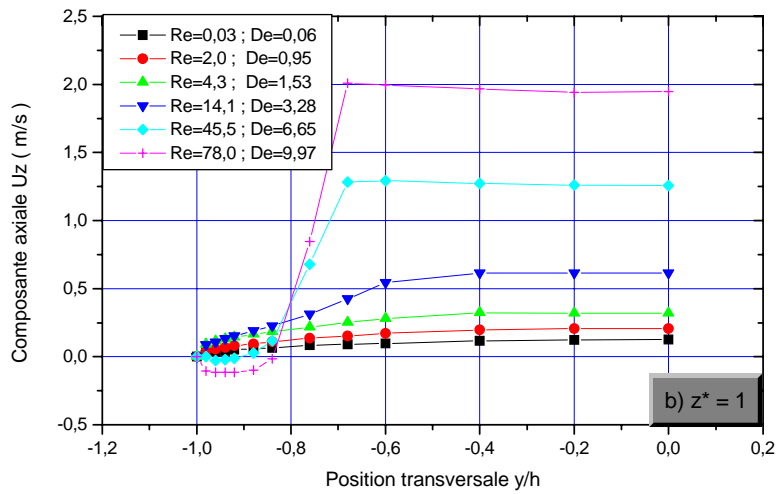
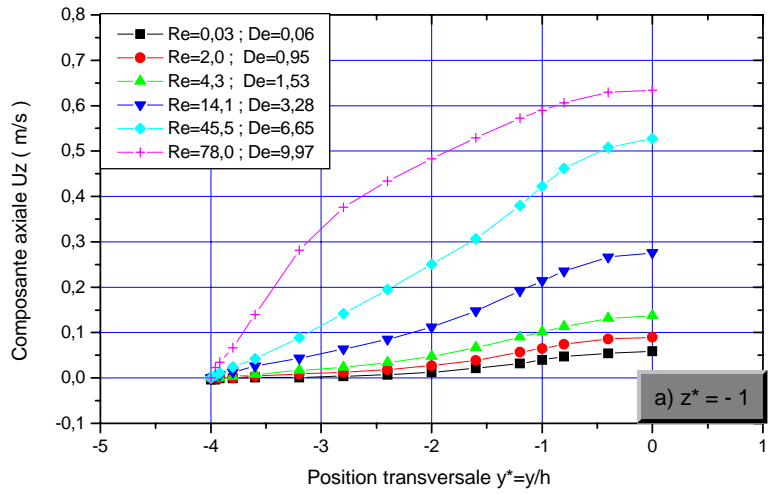


Figure IV.32 : Evolution de la composante axiale U_z pour la solution viscoélastique

L'autre façon de procéder c'est de relever les profils des deux composantes U_z et U_y dans plusieurs plans transversaux le long de la veine en fixant à chaque fois le débit, on obtient alors les figures IV.33 et IV.34.

A un faible débit de 5 l/mn soit $Re=4,30$ et $De=1,53$, on relève les profils représentés sur la figure IV.33a pour la composante U_z et sur la figure IV.34a pour la composante U_y . On note surtout qu'il existe un petit tourbillon amont à la position $z^*=-0,2$ (figure IV.33a) et qui a été confirmé par les profils de U_y (figure IV.34a). Cette figure montre aussi les pics de vitesse, au voisinage de $y^*=-1$, traduisant le déplacement vers le centre de la veine, de la grande partie du fluide au passage du plan de contraction et confirmant les remarques et les profils des figures IV.32a et IV.32b.

A un débit moyen de 22 l/mn soit $Re=43,5$ et $De=6,75$, les mesures précédentes donnent les courbes des figures IV.33b et IV.34b. On note la persistance du tourbillon se situant à $z^*=-0,2$ relevé précédemment et les pics de la composante U_y au voisinage de la paroi ($y^*=-1$). Ces pics proviennent bien sûr de la concentration des lignes produites par la contraction brusque. Sur les figures IV.34a et IV.34b les profils confirment l'existence d'un vortex à la position $z^*=2$ et montrent que sa taille diminue quand le débit augmente.

Les profils de la composante U_y montrent des valeurs toujours positives dues à une concentration des lignes de courant vers le centre de la veine. La vitesse est maximale au voisinage du plan de contraction ($z^*=0$) avec une formation de tourbillons dans les plans suivants (vitesse U_y négative). Ces pics de la composante U_y deviennent moins importants quand on s'éloigne du plan de contraction brusque. Cette composante U_y décroît rapidement quand on s'approche du centre de la veine pour disparaître complètement dans les plans suivants ($z^*>2$) à cause de la réorganisation de l'écoulement pour devenir pratiquement unidirectionnel ($U_y = 0$). Dans ces zones les gradients transversaux de vitesse deviennent très faibles comparativement à la zone proche du plan de contraction.

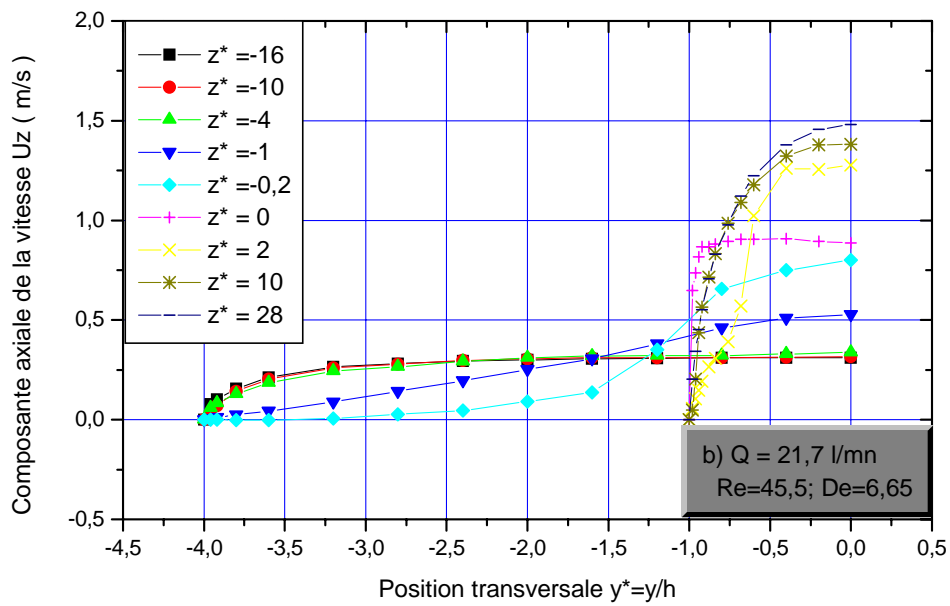
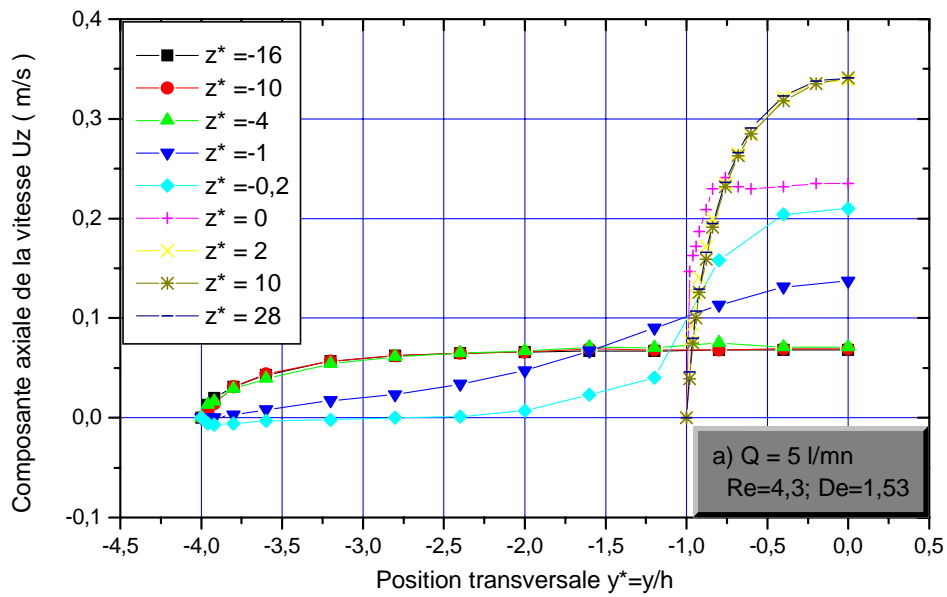


Figure IV.33 : Evolution de la composante axiale $U_z(0,y^*,z^*)$ à deux débits différents

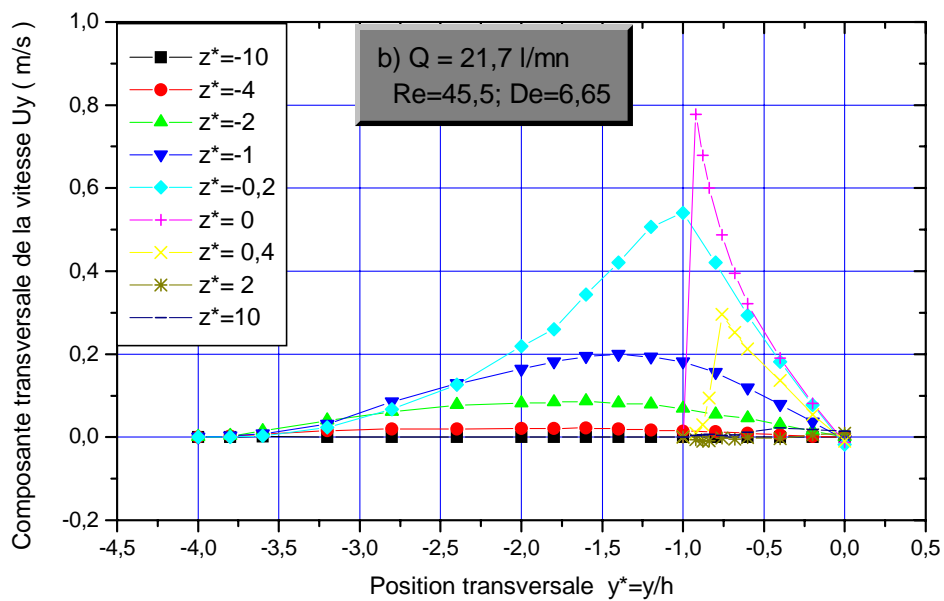
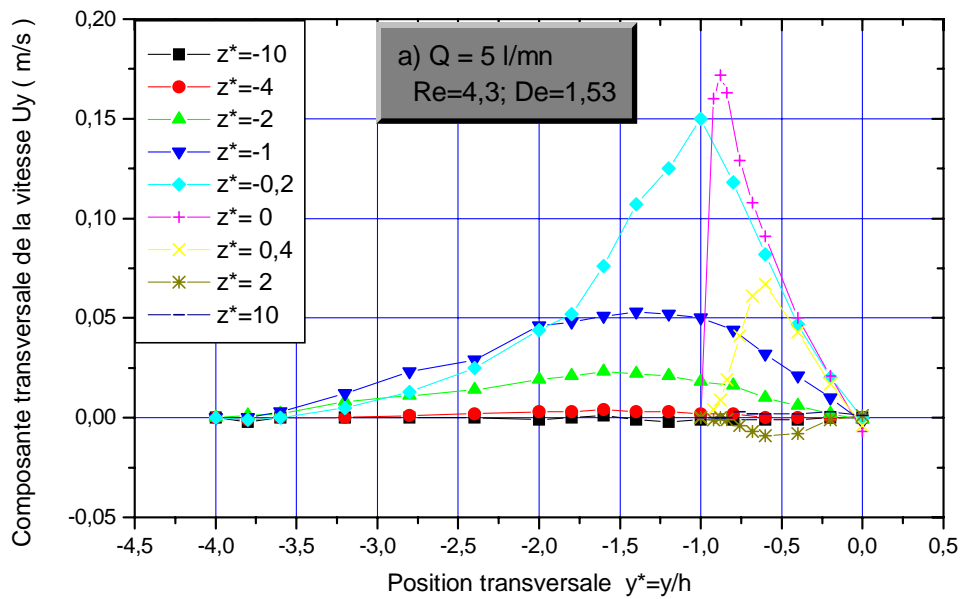


Figure IV.34 : Evolution de la composante U_y ($0, y^*, z^*$) à deux débits différents

La comparaison des profils, à ces deux débits, montre le rapide rétablissement de l'écoulement de Poiseuille à $Re=4,30$ comparativement à $Re=43,5$. Ainsi, à $Re=4,30$ et à $z^*=10$ l'écoulement est déjà celui de Poiseuille alors qu'à $Re=43,5$ et à $z^*=28$ l'écoulement n'est pas encore établi.

Vu ces courbes, il serait difficile de distinguer les pertes de charge régulières des pertes de charge singulières d'une façon précise dans la partie aval de la veine. Cette constatation découle de l'évolution non achevée, à forts débits, des profils de la composante U_z à la fin de la partie aval.

Le regroupement des profils de la composante longitudinale réduite U_z/U_{max} , obtenus en amont et en aval de la contraction, est représenté par la figure IV.35. Ces courbes prises à un débit faible de 5 l/mn donnant un nombre de Reynolds de $Re=4,30$ et un nombre de Deborah de $De=1,53$. Ces courbes montrent l'évolution de l'écoulement et la répartition du fluide dans la section de la veine. On note en général la chute de la composante longitudinale de la vitesse U_z , due à la concentration des lignes de courant au milieu de la veine, à l'approche de la contraction ($z^*=-1$ et $z^*=-0,2$) et en particulier la vitesse U_z devient pratiquement nulle sur une grande partie de la section, sur plus de sa moitié à $z^*=-0,2$.

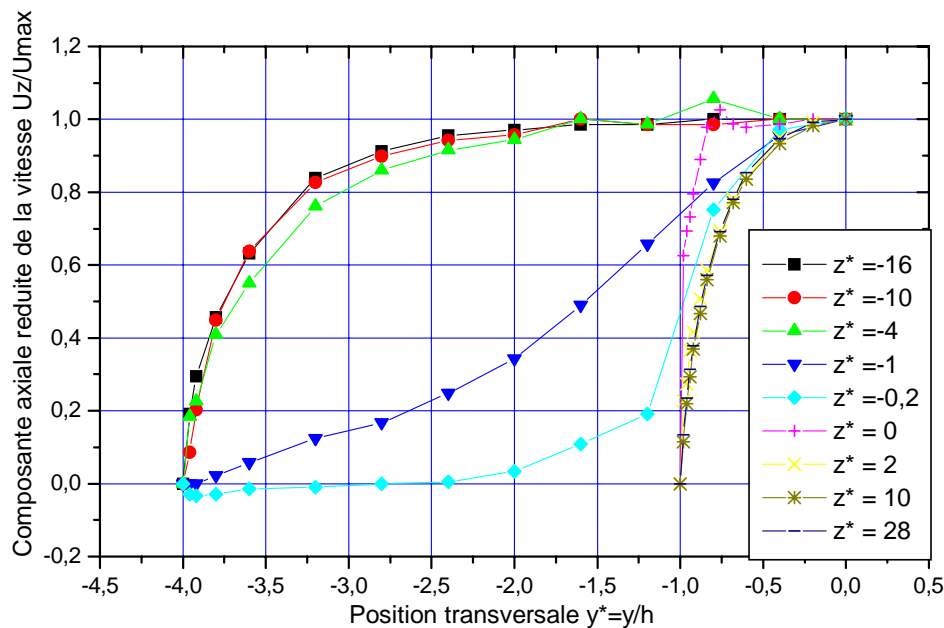


Figure IV.35: Evolution de la composante réduite de U_z ($0, y^*, z^*$) à $Q=5$ l/mn, $Re=4,30$ et $De=1,53$

c) Evolution dans les parties établies amont et aval :

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'écoulement complètement établi de Poiseuille à l'amont et à l'aval. Dans ces deux zones amont et aval, loin de la contraction, la composante transversale U_y est nulle et seule la composante longitudinale ou axiale U_z existe, d'où le tracé des profils de cette seule composante. Le choix des deux plans de mesures, qui répondent à cette condition, est fait sur la base des profils des composantes U_y et U_z obtenus dans les parties précédentes. A l'amont, à $z^*=-10$, l'écoulement est de type Poiseuille d'après les figures IV.8, IV.25 et IV.27. A l'aval, ce type d'écoulement est obtenu à la position $z^*=28$ d'après les figures IV.8, IV.25, IV.27, IV.28, IV.30 et IV.31. Dans cette seconde zone, l'écoulement n'est pas totalement établi à très grands débits.

A cause de la symétrie de l'écoulement par rapport au plan xoz et pour la clarté des figures et des expressions qui vont suivre, nous traçons les courbes sur la partie positive de l'axe oy et le relevé des profils nous donne la figure IV.36.

Le tracé des profils précédents en composante réduite U_z' , rapport de la composante U_z sur la vitesse maximale sur la ligne médiane donne la figure IV.37.

Dans la partie amont à $z^*=-10$, les courbes de la composante axiale réduite de la vitesse U_z' en fonction de la position transversale réduite y' (figure IV.37a) montrent un profil très plat caractéristique des fluides pseudoplastiques en régime laminaire. Dans cette partie amont, il était difficile d'atteindre le régime transitoire avec les débits imposés à cause des fortes viscosités mises en jeu par le fluide non newtonien.

A ces débits (régime – laminaire) les relations, traduisant ces profils, peuvent s'écrire sous la forme :

$$U_z' = \frac{U_z}{U_z \max} = 1 - \left(\frac{y}{H}\right)^n = 1 - \left(\frac{y}{4h}\right)^n = 1 - (y')^n \quad (\text{IV.26})$$

avec n de l'ordre de 8

Dans la partie aval à $z^*=28$ (figure IV.37b), les courbes montrent des profils moins plats que dans la partie amont avec un début de changement de régime du laminaire vers le transitoire à Re voisin de 100. Ce passage vers le transitoire rend les mesures très difficiles d'où la dispersion des points au voisinage de la paroi. Ce point sera abordé dans le chapitre suivant relatif à l'étude globale des pertes de charges.

Les relations en régime laminaire peuvent aussi s'écrire sous la même forme que celle de la partie amont :

$$U_z' = \frac{U_z}{U_z \max} = 1 - \left(\frac{y}{h}\right)^n = 1 - (y^*)^n = 1 - (y')^n \quad (\text{IV.27})$$

avec n de l'ordre de 6

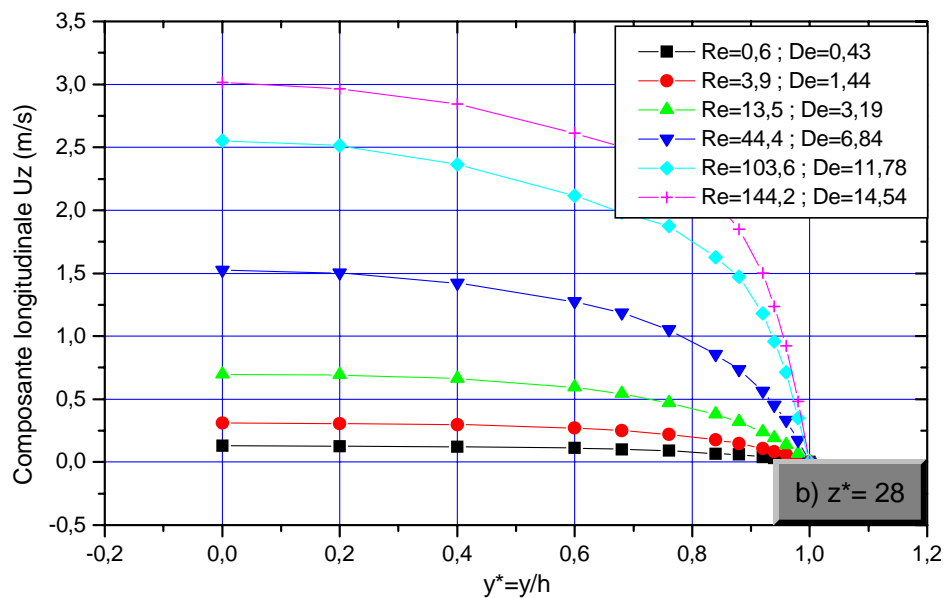
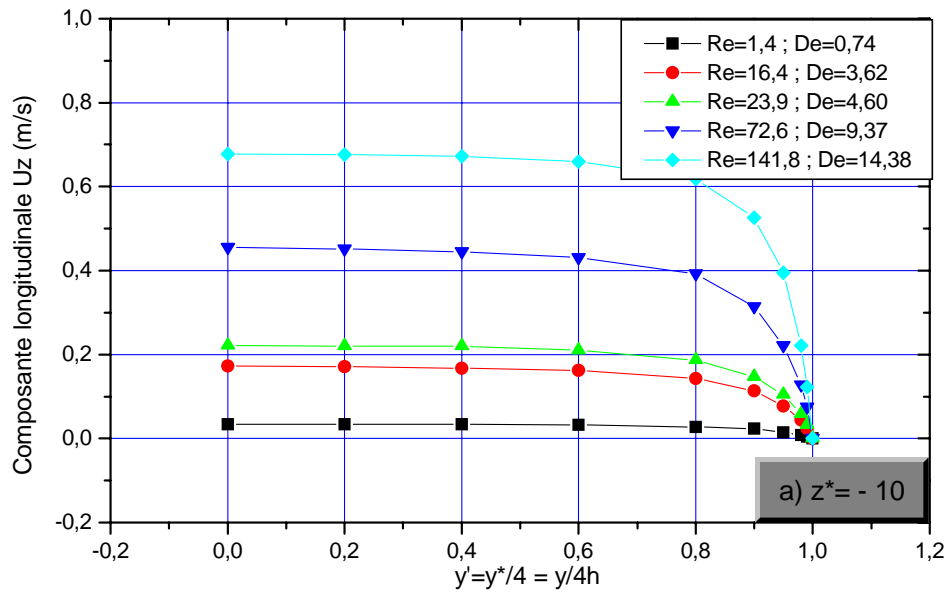


Figure IV.36 : Evolution de la composante U_z en amont et en aval, en écoulement établi

L'étude de Natarajan et col. [60], relative aux fluides newtoniens utilisant la méthode des éléments finis et applicable à un écoulement laminaire dans une conduite de section rectangulaire de longueur $2a$ et de largeur $2b$, donne pour le profil des vitesses réduites la relation :

$$U_z' = \frac{U_z}{U_{z \max}} = \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^m \right] \left[1 - \left(\frac{y}{b} \right)^n \right] \quad (\text{IV.28})$$

avec

$$\begin{aligned} n &= 1,7 + 0,5 \left(\frac{a}{b} \right)^{-0,25} \\ m &= 2 \quad \text{pour } E = \frac{a}{b} \leq \frac{1}{3} \\ m &= 2 + 0,3 \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{1}{3} \right) \quad \text{pour } E = \frac{a}{b} \geq \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (\text{IV.29})$$

Dans le plan médian (yoz) $x=0$ la relation précédente se réduit à :

$$U_z' = \frac{U_z}{U_{z \max}} = 1 - \left(\frac{y}{b} \right)^n = 1 - (y')^n \quad (\text{IV.30})$$

Pour notre configuration nous avons :

$$\text{- partie amont } E = 0,1 \quad \text{donc } n = 2,589 \quad (\text{IV.31a})$$

$$\text{- partie aval } E = 0,4 \quad \text{donc } n = 2,329 \quad (\text{IV.31b})$$

Ces deux valeurs de l'exposant n , relatives aux fluides newtoniens, sont très faibles comparativement aux deux valeurs trouvées expérimentalement ci-dessus et relatives au fluide viscoélastique utilisé. Cette différence se traduit par des profils de vitesses plus plats et confirme aussi les études précédentes effectuées sur les fluides non newtoniens [12,51]. Ceci engendre des frottements sur les parois et des pertes de charge plus importantes ce qui nécessite des apports d'énergie supérieurs pour assurer la circulation de ce type de fluides comparativement aux fluides newtoniens.

Ce dernier point sera étudié en détail dans le chapitre suivant relatif aux frottements et aux pertes de charge dans les conduites rectangulaires générés par les fluides non newtoniens.

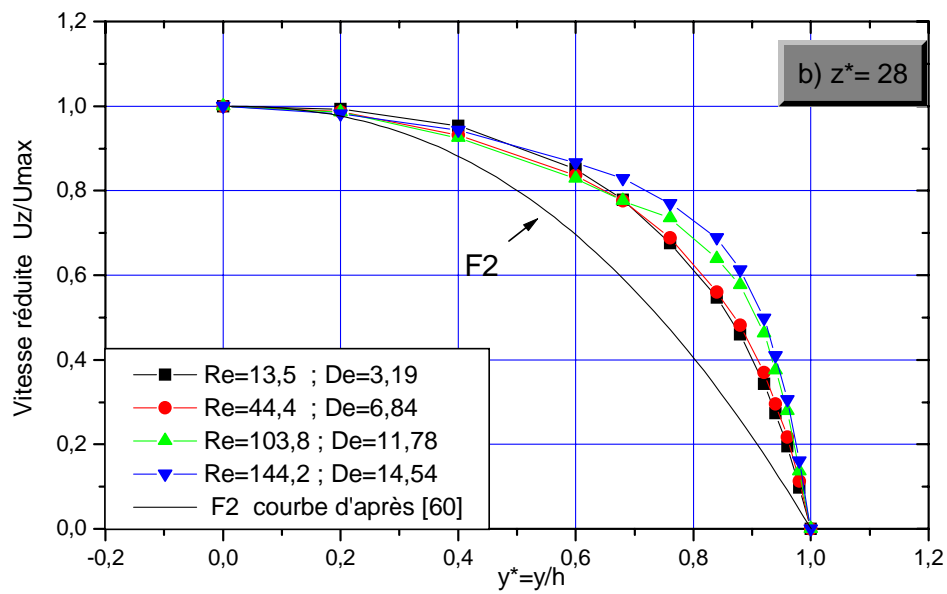
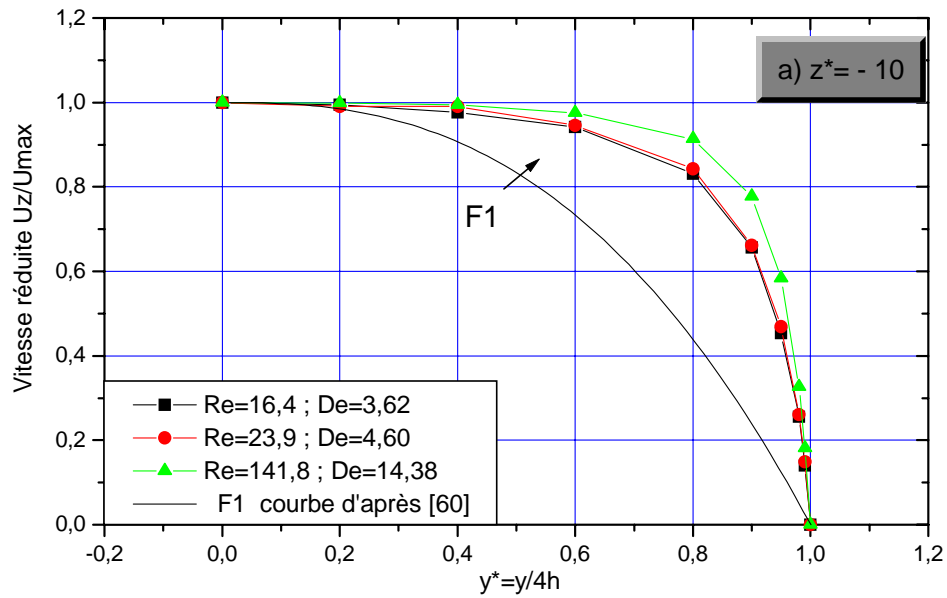


Figure IV.37 : Evolution de la composante réduite de U_z' en écoulement établi

A titre d'indication, nous avons représenté sur la figure IV.38 les courbes donnant le gradient de vitesse en cisaillement à différentes valeurs du nombre de Deborah ou du nombre de Reynolds dans la partie amont et dans la partie aval et déduites des profils de la figure IV.36. Les frottements dans le fluide sont directement liés à ces gradients de vitesse et en particulier dans les zones proches de la paroi.

Quand le seuil de l'écoulement établi (écoulement de Poiseuille) est atteint, les profils de vitesses U_z , en amont et en aval, deviennent plus plats dans la partie centrale de la veine, donnant des gradients de vitesse dU_z/dy très faibles. A noter cependant qu'en amont les courbes se superposent quel que soit le débit imposé. A l'aval, la superposition n'est pas parfaite surtout à forts débits et ceci confirme les observations relevées sur les profils de U_z sur la ligne centrale (courbes IV.8 , IV.11 et IV.12).

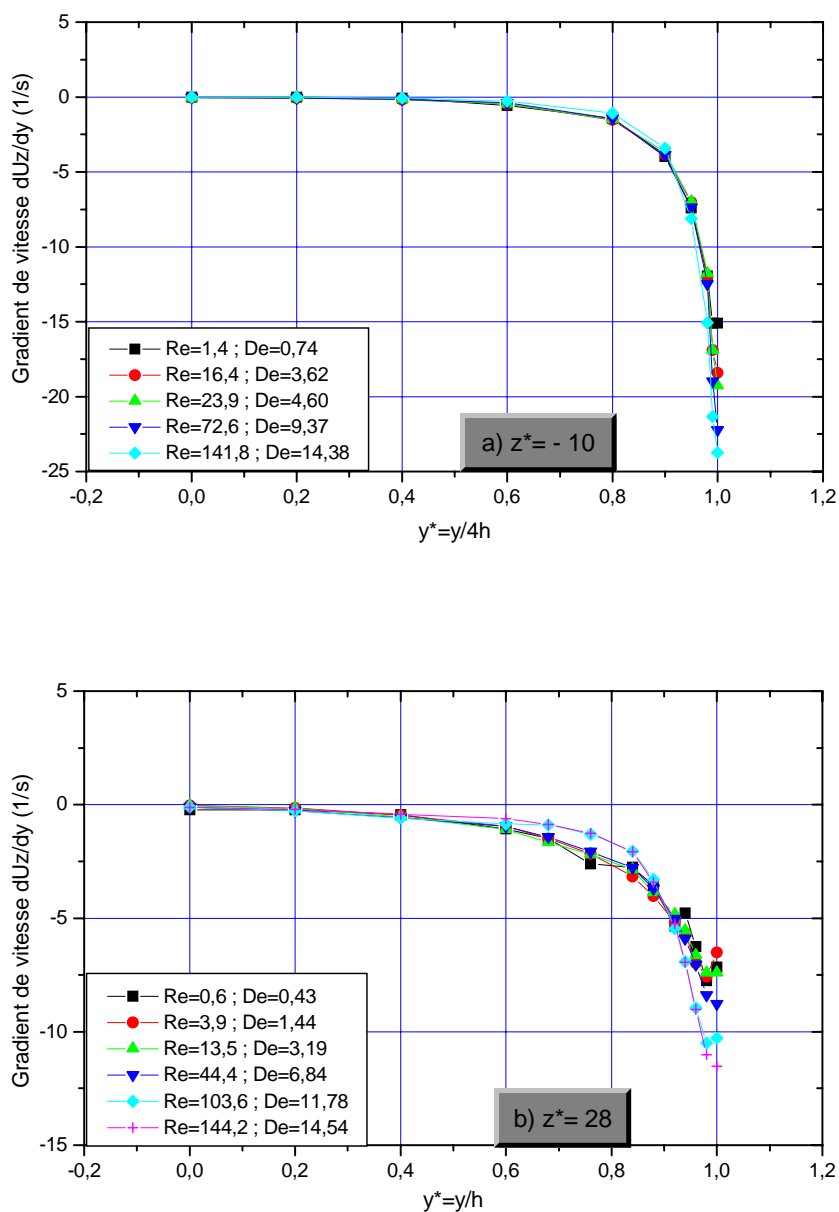


Figure IV.38 : Gradient de vitesse dU_z/dy en amont et en aval

IV.3 Conclusion :

Le dispositif expérimental proposé et les résultats obtenus ont pour ambition de constituer une base de données concernant les écoulements des fluides non newtoniens et spécialement les fluides viscoélastiques. Nous avons considéré l'écoulement dans une conduite plane présentant un rétrécissement brusque 4 :1 pour permettre une confrontation avec les études présentes dans la littérature.

Les résultats obtenus expérimentalement dans cette partie nous ont permis de comprendre le comportement du fluide viscoélastique à la traversée de la contraction. Une comparaison qualitative avec un fluide newtonien de référence a permis de relever certaines particularités liées directement à la propriété élastique du fluide viscoélastique. Par contre une comparaison quantitative, entre les deux fluides utilisés, est impossible à cause de l'écart assez important entre les viscosités mises en jeu par ces deux fluides ; néanmoins une comparaison même quantitative est aussi réalisable à condition de se placer dans la gamme des très faibles débits imposés.

Une comparaison, qu'elle soit qualitative ou quantitative entre nos résultats expérimentaux et ceux des études numériques présentes dans la littérature n'a été possible que dans une gamme très restreinte des valeurs du nombre de Reynolds Re ou du nombre de Deborah De ; car la plupart des études numériques réalisées se situent, à cause des difficultés numériques rencontrées, dans les écoulements rampants ou les écoulements à faible inertie. Ceci a été très frustrant pour nous sans perdre espoir quant à la progression rapide des moyens de calcul dans les prochaines années pour la résolution des problèmes numériques générés par les écoulements de forte inertie et par la viscoélasticité.

CHAPITRE V

ETUDE GLOBALE : FROTTEMENTS ET PERTES DE PRESSION

Chapitre V

Etude globale Frottements et pertes de pression

V.1 Analyse globale

Les conséquences de la viscosité du fluide se traduisent par des frottements lesquels induisent des pertes de pression dans la configuration utilisée. Cette partie va justement traiter des frottements et des pertes de pression ou de charge globaux.

Les positions des prises de pression sont données par le tableau ci-dessous. Les valeurs de la pression relevées au niveau de la prise 1 ont été ignorées dans l'analyse des résultats portant sur les frottements et les des pertes de charge à cause des effets d'entrée encore perceptibles à ce niveau.

N°	Prise 1	Prise 2	Prise 3	Prise 4	Prise 5
z/h	- 48	- 28	- 8	+ 12	+ 32

Les résultats des mesures de pertes de pression ΔP sont représentés sur la figure V.1. Cette figure montre les évolutions qualitatives et quantitatives des pertes de pression produites par les deux fluides utilisés. Cette figure montre aussi clairement les évolutions relatives entre le fluide newtonien (eau) et la solution polymérique non newtonienne. Les pertes pour le fluide newtonien sont toujours inférieures à celles pour le fluide non newtonien, en notant au passage les types d'évolutions des courbes aux fortes valeurs du débit volumique.

On peut estimer les pertes de charge régulière et singulière dans la veine de mesures en calculant le coefficient de perte de charge ξ défini précédemment (relations II.4 et II.5) par :

$$\xi = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho(U_m)^2} = 2Eu \quad (V.1)$$

Eu : nombre d'Euler

L'écoulement newtonien étant toujours l'écoulement de référence et pour avoir une idée sur les évolutions relatives des deux fluides, newtonien et non newtonien, nous avons tracé les courbes donnant le coefficient de perte de charge ξ en fonction du débit Q. Les résultats obtenus sont regroupés dans la figure V.2 et les courbes obtenues nous permettent de faire les mêmes remarques notées précédemment.

De plus on note l'effet dominant, à forts débits, des pertes de charge dues à la singularité (prises 2-4 et 2-5) pour les deux fluides.

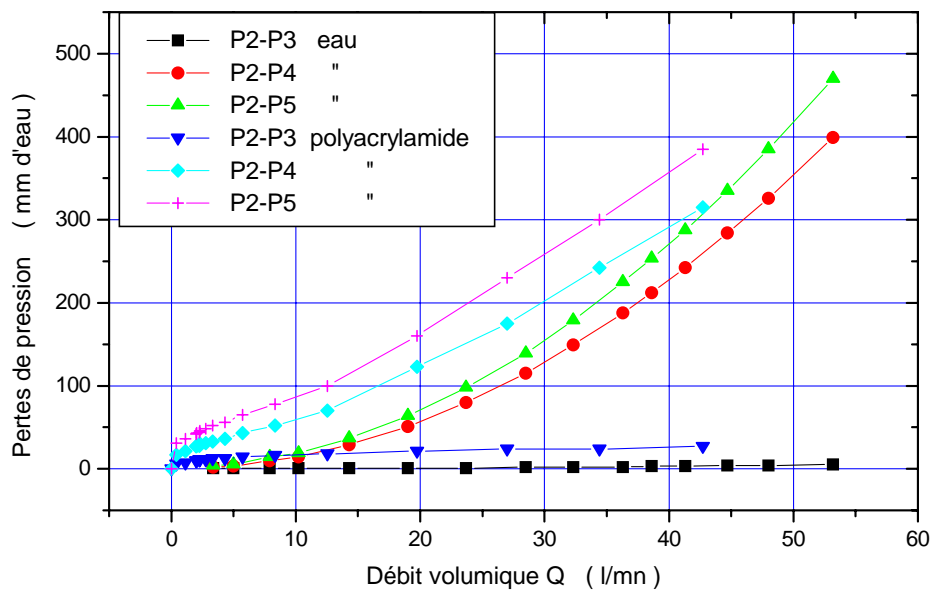


Figure V.1 : Evolution des pertes de pression avec le débit pour les fluides utilisés.

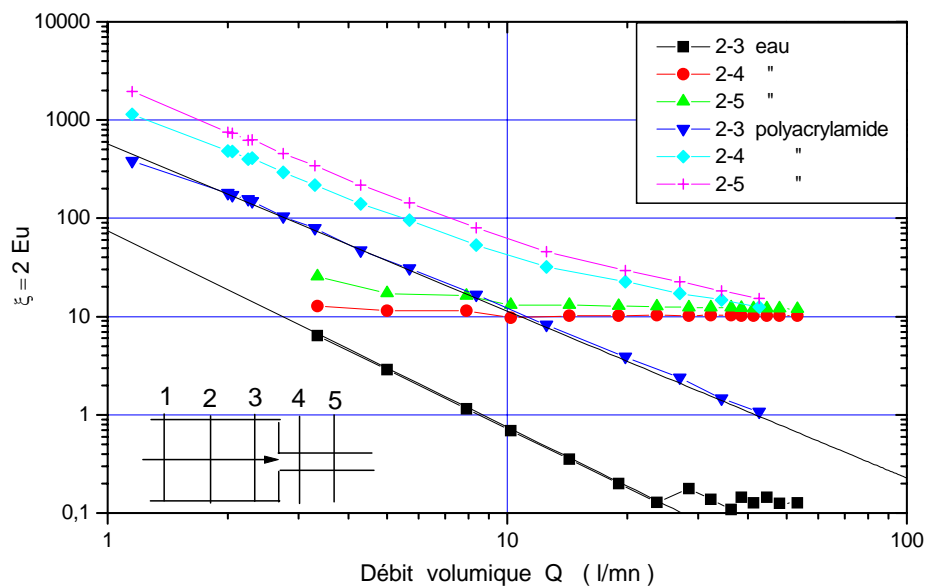


Figure V.2 : Evolution des pertes de charge avec le débit pour les deux fluides utilisés.

On note qu'il est difficile de faire une comparaison quantitative, entre le fluide newtonien (eau) et la solution viscoélastique (polyacrylamide), du fait de l'écart assez important entre les viscosités des deux fluides et du choix des définitions de la longueur caractéristique et du nombre de Reynolds Re utilisés dans les études, par simulation numérique, de la contraction brusque (relations IV.21 et IV.22).

Exemple :

A une température de 20°C et avec un même débit volumique Q de 11 l/mn, les valeurs de la viscosité et les nombres de Reynolds correspondants sont :

- pour le fluide newtonien (eau)
viscosité $\eta = 0,001 \text{ Pa.s}$ et $Re = 4583$ (V.2)

- pour la solution viscoélastique (polyacrylamide)
viscosité $\eta = 0,316 \text{ Pa.s}$ et $Re = 15$ (V.3)

Par conséquent, la séparation des courbes représentatives s'impose. La représentation des résultats expérimentaux séparément, le fluide newtonien d'un côté et le fluide non newtonien de l'autre, en échelle logarithmique donne les courbes des figures V.3a et V.3b.

Les pertes de charge régulière du fluide newtonien (figure V.3a) dans la partie amont (prises 2-3) montrent une évolution linéaire caractéristique d'un régime laminaire avec une transition vers le régime turbulent à $Re=10000$. La courbe dans la zone turbulente tend vers une valeur constante de $\xi=0,13$.

L'évolution des pertes de charge régulière à l'aval (4-5) montre le comportement d'un régime transitoire suivi d'un régime totalement turbulent avec une pente de $-0,25$, caractérisant les régimes turbulents des fluides newtoniens dans les conduites.

Les pertes de charge singulière dues à la contraction (prises 3-4) donnent une courbe qui tend rapidement vers la valeur de $\xi=12$. Ceci est en accord avec les corrélations données [100 et 101] jusqu'à présent sur les contractions brusques c'est à dire :

$$\xi = 2 Eu = \left(\frac{S_h}{S_c} - 1 \right)^2 \quad (V.4)$$

S_c : section contractée

S_h : section dans la partie aval

A forts débits, ces pertes singulières sont approximativement 10 fois plus importantes que les pertes régulières en aval de la contraction et 100 fois plus importantes que les pertes régulières en amont.

Ces valeurs montrent, une fois de plus, les pertes de charge assez importantes induites par une singularité comparativement aux pertes de charge régulières.

Le tracé des courbes obtenues avec le fluide non newtonien (solution polymérique) est représenté par la figure V.3b et une comparaison qualitative et quantitative avec les courbes obtenues avec le fluide newtonien (figure V.3a), montre plusieurs différences de comportement .

L'évolution des pertes de charge régulière à l'amont (2-3) de la solution viscoélastique est linéaire (régime laminaire) sans apparition du régime turbulent avec une pente inférieure à celle du fluide newtonien. A l'aval (4-5) et à faibles valeurs de Re les pertes régulières se font en régime laminaire sans influence de la singularité (contraction brusque) ; par contre à très fortes valeurs de Re , les effets de la singularité se font encore sentir au niveau des deux prises utilisées (4 et 5), d'où le petit changement de pente de la courbe. Ces effets, dus à la relaxation non nulle du fluide non newtonien viscoélastique, ont été notés lors de l'étude locale des profils de vitesses du chapitre précédent (figure IV.8a et IV.25). La transition entre les deux pentes de la courbe est douce à cause de la forte viscosité de la solution qui a tendance à minimiser les fluctuations des mouvements des particules fluides au passage de la contraction brusque.

Enfin, les pertes singulières (3-4) montrent d'abord une évolution linéaire bien nette, suivi d'une autre évolution linéaire de pente plus faible contrairement au fluide newtonien (l'eau) où ces pertes restaient pratiquement constantes sur la majeure partie du domaine de valeurs de Re . Ceci peut s'expliquer par l'existence, en amont de la contraction, d'une zone morte très importante jouant le rôle des parois d'un convergent avec un angle de convergence faible par rapport à celui de la contraction brusque réelle. Par conséquent, à fortes valeurs de Re , le rapport des pertes singulières sur les pertes régulières en amont de la contraction est pratiquement égal à 10; soit le dixième de la valeur du rapport trouvé précédemment (100 pour le fluide newtonien).

Ce dernier résultat permet de dire que les singularités dans les écoulements de fluides viscoélastiques sont moins contraignantes que dans les écoulements de fluides newtoniens.

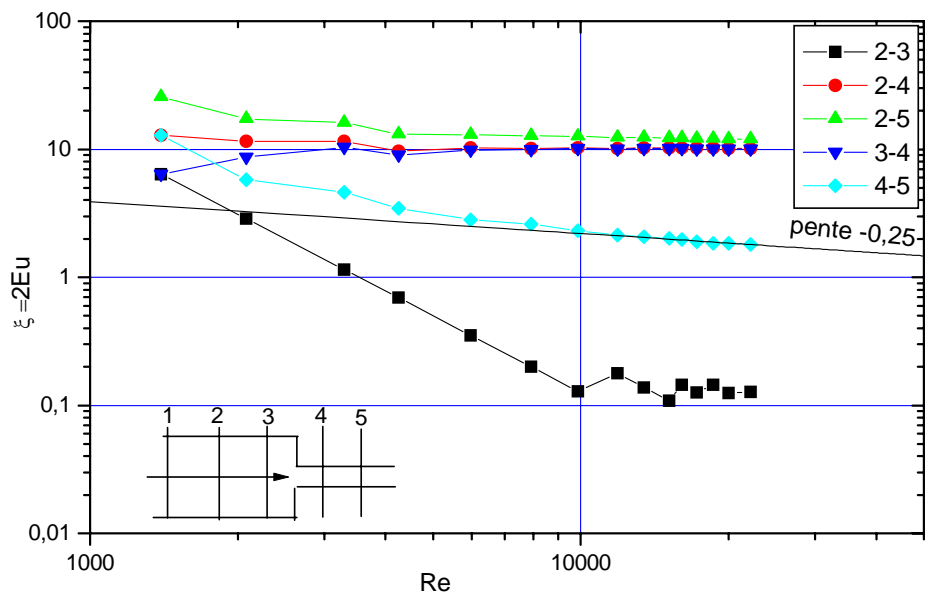


Figure V.3a : Pertes de charge pour le fluide newtonien (eau).

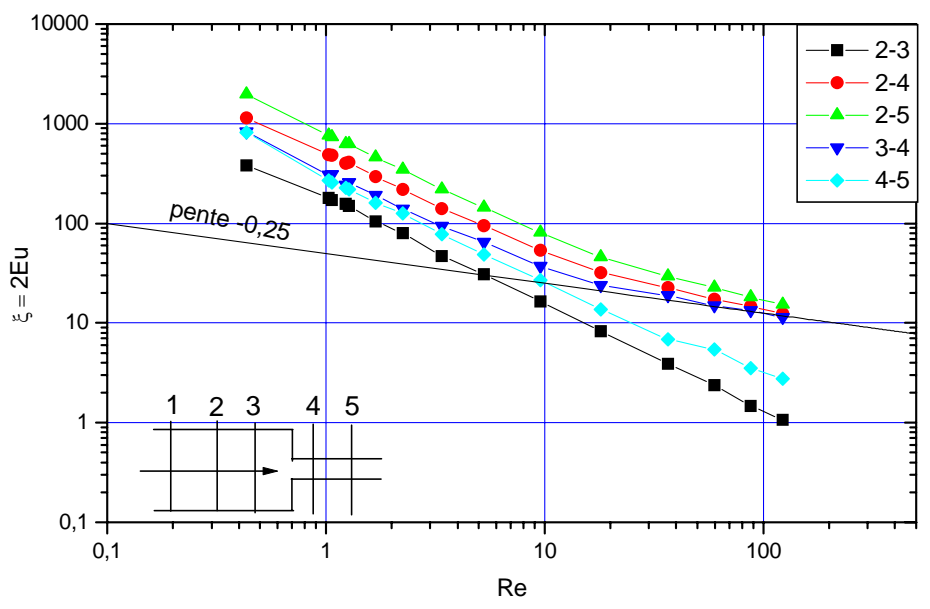


Figure V.3b : Pertes de charge pour le fluide non newtonien (solution viscoélastique)

Afin d'estimer l'effet de l'inertie séparément de l'effet de l'élasticité, nous suggérons l'utilisation des deux nombres adimensionnels E et M définis dans la partie (I.2.2.3) et qui se réduisent ($\alpha = \alpha_r = 1$) dans notre configuration à :

$$\text{le nombre d'élasticité} \quad E = \frac{De}{Re} \quad (V.5)$$

$$\text{et le nombre de Mach viscoélastique} \quad M = \sqrt{\left(1 + \frac{\lambda_r}{\lambda - \lambda_r}\right) Re.De} \quad (V.6)$$

Le temps de relaxation du fluide λ , constant pour la solution utilisée, est de l'ordre de 0,46 s. Le temps caractéristique de l'écoulement λ_r , variable avec le débit, est défini par :

$$\lambda_r = \frac{1}{\gamma} = \frac{2 e h^2}{Q} \quad (V.7)$$

Les débits imposés ($2 < Q < 50$ l/mn) donnent les valeurs suivantes : $75 \cdot 10^{-4} < \lambda_r < 3 \cdot 10^{-4}$

Sur le domaine exploité λ est supérieur à λ_r et souvent $\lambda \gg \lambda_r$ donc le nombre de Mach M se réduit à :

$$M = \sqrt{Re.De} \quad (V.8)$$

Le tracé des résultats de la figure V.3b, en mettant en abscisse le nombre de Déborah, donne la figure V.4a

Pour la séparation des effets d'élasticité des effets d'inertie, nous représentons l'évolution du coefficient de pertes de charge $\xi = 2Eu$ en fonction du nombre de Mach M pour les effets d'inertie seulement, soit la figure V.4b et en fonction du nombre d'Elasticité E pour les effets d'élasticité seulement, soit la figure V.4c. Les évolutions des courbes avec les effets d'inertie seuls (figure V.4b) sont les mêmes que celles données par la figure V.4a.

On note principalement que le coefficient de pertes de charge ξ est proportionnel au nombre E ; c'est à dire que plus le fluide est élastique plus les pertes sont importantes, toutes choses égales par ailleurs.

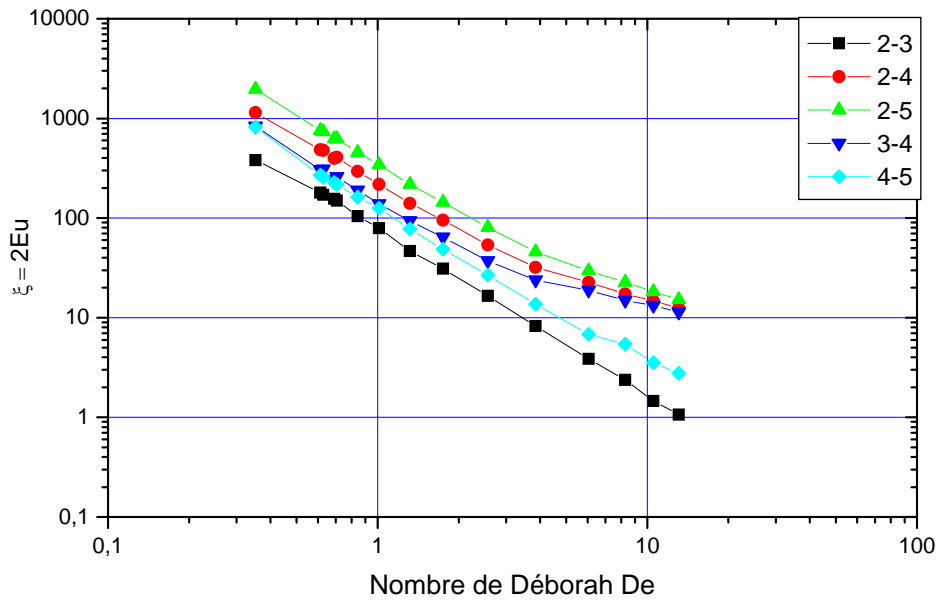


Figure V. 4a : Evolution des pertes de charge en fonction du nombre de Déborah De

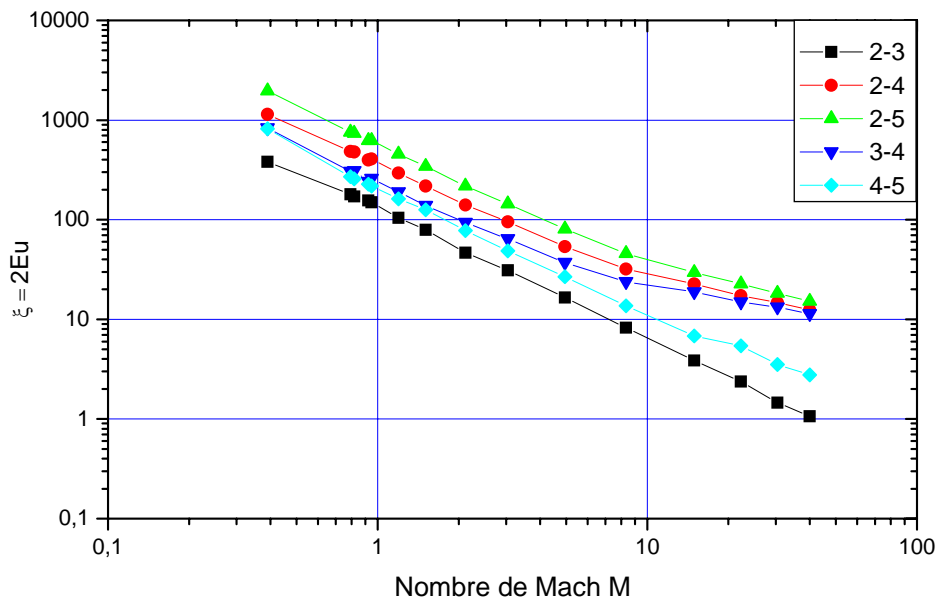


Figure V. 4b : Evolution des pertes de charge en fonction du nombre de Mach M

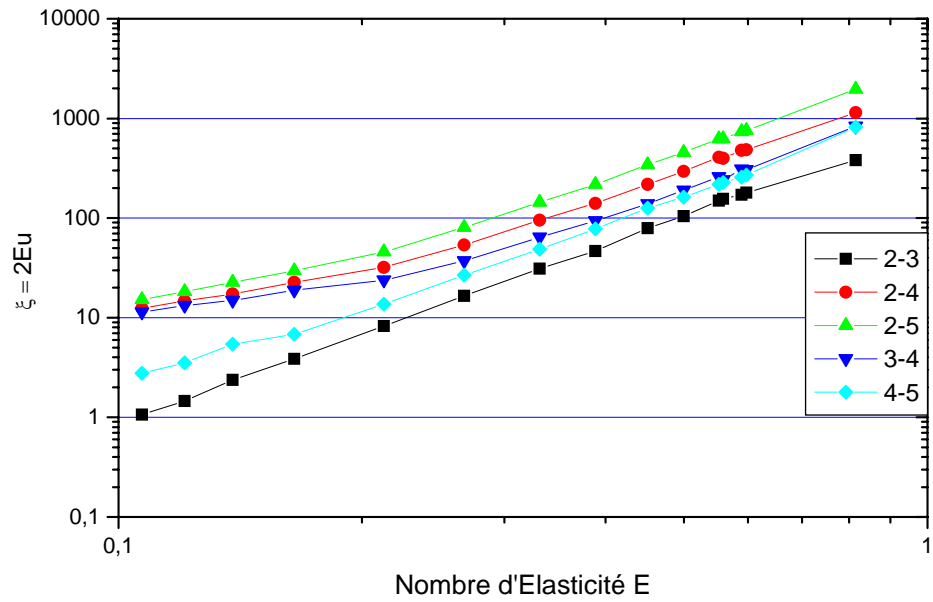


Figure V. 4c : Evolution des pertes de charge en fonction du nombre d'Elasticité E

Contrairement aux numériciens, qui adoptent souvent le nombre de Reynolds et la longueur caractéristique définis précédemment, nous allons revenir aux définitions classiques de la longueur caractéristique (diamètre hydraulique) et du nombre de Reynolds .

Pour les besoins de comparaison entre les deux fluides, nous utilisons le facteur de frottements f au lieu du coefficient de pertes de charge ξ . Cependant, le diamètre hydraulique n'est pas le même quand on passe de la partie amont à la partie aval de la contraction ; il n'est donc plus possible de prendre les deux points de prise de pression de part et d'autre de la contraction. Par conséquent, nous sommes limités à prendre seulement les prises 2-3 (partie amont) et les prises 4-5 (partie aval) et qui représentent respectivement les pertes de charge régulière en amont et en aval de la contraction pour les corrélations des mesures expérimentales.

Nous avons défini, pour un fluide newtonien, le nombre de Reynolds classique Re (relation II.2) et le facteur de frottements f (relations II.7 et II.12) par :

$$Re = \frac{\rho U_m D_H}{\eta} \quad (V.9)$$

$$f = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2}\rho(U_m)^2} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho(U_m)^2} \frac{D_H}{4L} = 2Eu \frac{D_H}{4L} \quad (V.10)$$

où τ_p : contrainte à la paroi

D_H : diamètre hydraulique

Δp : la perte de pression entre les deux prises distantes de L

Avec ces définitions les corrélations d'un fluide newtonien, en coordonnées log-log, sont données souvent sous la forme (cf paragraphe II.3.1) :

$$f Re = 2 A \quad (V.11)$$

Le paramètre A dépend seulement de la géométrie de la conduite et il est égal à 12 dans le cas de l'écoulement entre deux plans parallèles semi-infinis (relation II.43).

Dans les canaux rectangulaires, on peut garder la même forme (relation V.11) et corriger la valeur de '2A' par des expressions plus ou moins complexes.

Par une étude numérique de l'écoulement d'un fluide newtonien dans des canaux rectangulaires de cotés $2a$ et $2b$, Natarajan et al [60] proposent pour $2A$ l'expression suivante (relation II.77) :

$$2A = 14,4 \left(\frac{a}{b} \right)^{-\frac{1}{6}} = 14,4 (E)^{-\frac{1}{6}} \quad \text{pour } E = \frac{a}{b} \geq 0,05 \quad (V.12)$$

Dans notre cas :

$$\text{- en amont (2-3) } \quad E=0,1 \quad f Re = 21,136 \quad (V.13a)$$

$$\text{- en aval (4-5) } \quad E=0,4 \quad f Re = 16,776 \quad (V.13b)$$

Dans le cas d'un fluide non-newtonien pseudoplastique, d'indice de structure n et de consistance k , Metzner et Reed [29] ont suggéré de garder encore la relation V.11 et ont proposé de remplacer Re par le nombre de Reynolds généralisé Re_n (relation II.52) défini par :

$$Re_n = \frac{\rho U_m^{2-n} D_H^n}{k [g(n)]^n A^{n-1}} \quad (V.14)$$

avec la fonction $g(n)$ définie précédemment (relation II.53) par :

$$g(n) = \frac{\text{cisaillement pariétal fluide non - newtonien}}{\text{cisaillement pariétal fluide newtonien}}$$

Pour des conduites rectangulaires Kozicki [66] et Kostic [71] proposent de garder $A=12$ et ont exprimé $g(n)$ sous la forme :

$$g(n) = \frac{c + d n}{n} \quad (V.15)$$

où c et d sont deux paramètres qui dépendent de la géométrie de la conduite et peuvent être déterminés par les relations II.109, II.110 et II.111.

Dans la veine de mesures utilisée les valeurs de c et d sont :

- partie amont $c=0,4132$ et $d=0,8262$
- partie aval $c=0,2551$ et $d=0,5109$

Avec ces paramètres, les résultats expérimentaux sont représentés sur la figure V.5 et les courbes des pertes de charge régulière sont corrélées par :

$$\text{- partie amont (prises 2-3) : } f Re_n^{1,04} = 21,03 \quad (V.16a)$$

$$\text{- partie aval (prises 4-5) : } f Re_n^{1,04} = 16,65 \quad (V.16b)$$

L'accord entre nos résultats expérimentaux (relations V.16) et les corrélations proposées dans la littérature pour les fluides newtoniens (relation V.13) est très satisfaisant pour le paramètre $2A$. Il existe, par contre, une légère différence dans l'exposant de Re_n (1,04 au lieu de 1). Cette différence est due à une différence dans l'indice n , entre la valeur réelle existante dans la veine de forme rectangulaire (écoulement type Poiseuille) et celle proposée par la corrélation IV.20 qui a été déterminée par le viscosimètre à cylindres coaxiaux (écoulement type Couette). Cette différence dans le type d'écoulement induit des différences dans les valeurs des paramètres de la loi de comportement et par conséquent dans les corrélations de frottements [99]. C'est ce point là qui va être abordé et traité différemment dans la partie suivante avec l'utilisation de la notion de 'viscosité apparente'.

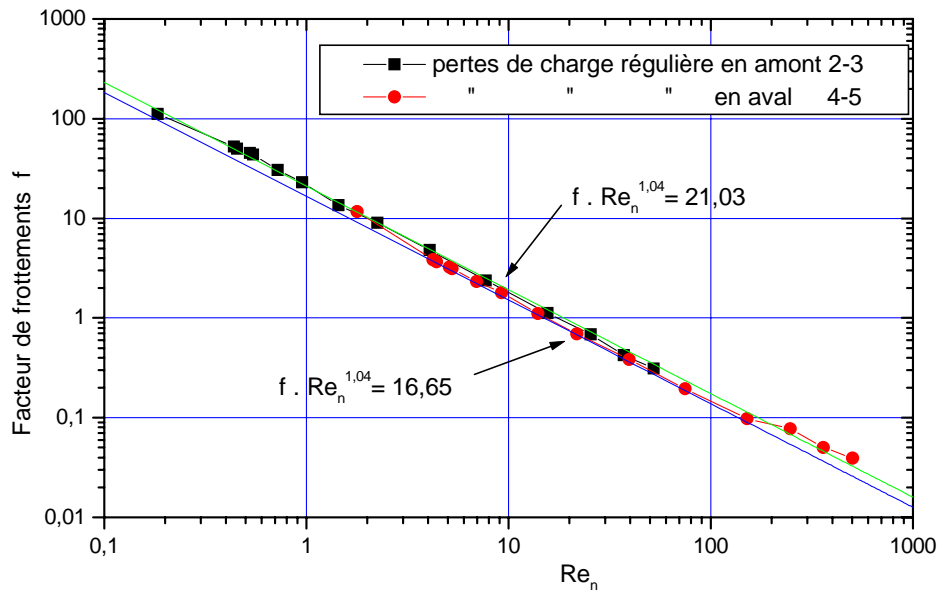


Figure V.5 : Pertes de charge régulière en amont et en aval de la contraction.

V.2 Autre analyse :

Cette méthode, décrite au paragraphe II.3.5 et qui utilise deux paramètres géométriques c et d pour caractériser la forme de la section de la conduite, est appliquée à un écoulement isotherme, permanent, établi et laminaire d'un fluide complexe dans une conduite de section rectangulaire. La détermination des deux paramètres c et d sera faite par l'utilisation de l'écoulement d'un fluide newtonien dans la même géométrie (conduite rectangulaire). Cette procédure nous évite les calculs longs et fastidieux nécessaires aux techniques conventionnelles.

Les caractéristiques rhéologiques du fluide applicables à notre configuration ont été déterminées par des données expérimentales obtenues directement avec un viscosimètre capillaire à section circulaire.

V.2.1 Moyens de mesures :

Dans cette partie nous utilisons les moyens suivants :

- i) La veine de mesures représentant la conduite d'écoulement de section rectangulaire, en polyméthylméthacrylate transparent (PMMA), a une longueur totale de 200 cm.

- conduite A : $2a*2b = 20*200 \text{ mm}^2$, soit $D_H = 400/11 = 36,4 \text{ mm}$
- conduite B : $2a*2b = 20*50 \text{ mm}^2$, soit $D_H = 200/7 = 28,6 \text{ mm}$

- ii) Deux conduites capillaires circulaires avec prises de pression pour la détermination de l'indice de structure n' .

- conduite capillaire de diamètre $D = 5 \text{ mm}$
- conduite capillaire de diamètre $D = 9,5 \text{ mm}$

V.2.2 Calcul des paramètres géométriques :

Les deux paramètres c et d vont être déterminés par la résolution du système d'équations à deux inconnues obtenu précédemment (système II.94) c'est à dire :

$$f(\tau_p) = c \cdot \tau_p \cdot \frac{\partial \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right)}{\partial \tau_p} + d \cdot \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right) \quad (\text{V.17a})$$

$$f(\tau_p) = c \cdot \tau_p \cdot \frac{\partial \left(\frac{8 U_{\max}}{D_H} \right)}{\partial \tau_p} + c \cdot \left(\frac{8 U_{\max}}{D_H} \right) \quad (\text{V.17b})$$

Pour le fluide newtonien la viscosité η est une constante et dans ce cas la fonction f est donnée par :

$$\gamma = f(\tau_p) = \frac{\tau_p}{\eta} \quad (\text{V.18})$$

et le système précédent se réduit alors à :

$$\frac{\tau_p}{\eta} = c \cdot \tau_p \cdot \frac{\partial \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right)}{\partial \tau_p} + d \cdot \left(\frac{8 U_m}{D_H} \right) \quad (\text{V.19a})$$

$$\frac{\tau_p}{\eta} = c \cdot \tau_p \cdot \frac{\partial \left(\frac{8 U_{\max}}{D_H} \right)}{\partial \tau_p} + c \cdot \left(\frac{8 U_{\max}}{D_H} \right) \quad (\text{V.19b})$$

La résolution de ce système par la méthode de variation de la constante nous donne :

$$c = \frac{\tau_p}{2 \eta \frac{8 U_{\max}}{D_H}} \quad \text{et} \quad c + d = \frac{\tau_p}{\eta \frac{8 U_m}{D_H}} \quad (\text{V.20})$$

Cela veut dire qu'il suffit de faire des mesures avec un fluide newtonien connu dans la configuration considérée et les mesures des frottements pariétaux des vitesses moyenne et maximale vont nous permettre de déduire facilement les paramètres géométriques c et d .

Les mesures expérimentales des pertes de pression et du débit volumique du fluide newtonien (eau), dans les deux configurations considérées, en partie amont et aval, nous permettent de déduire respectivement le frottement pariétal τ_p et la vitesse moyenne ou débitante U_m . La vitesse maximale U_{\max} est relevée directement à l'aide de la vélocimétrie Laser.

Les résultats obtenus avec le fluide newtonien dans les deux configurations sont représentés par les figures V.6 et V.7.

A partir de ces figures on tire, par des calculs simples, les valeurs suivantes des paramètres géométriques c et d :

$$\text{- conduite A (partie amont) :} \quad c = 0,44 \quad \text{et} \quad d = 0,83 \quad (\text{V.21a})$$

$$\text{- conduite B (partie aval) :} \quad c = 0,25 \quad \text{et} \quad d = 0,51 \quad (\text{V.21b})$$

Ces deux paramètres vont être utilisés pour le calcul du nombre de Reynolds généralisé défini précédemment (relations II.104 ou II.117) et avec l'écoulement de la solution polymérique viscoélastique.

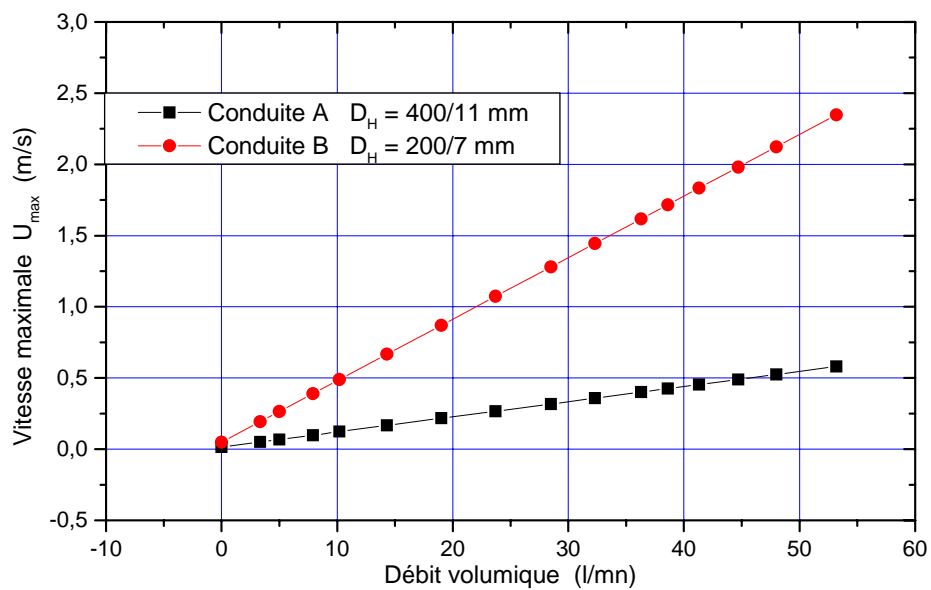


Figure V.6 : Vitesse maximale U_{max} en fonction du débit volumique dans les deux conduites rectangulaires.

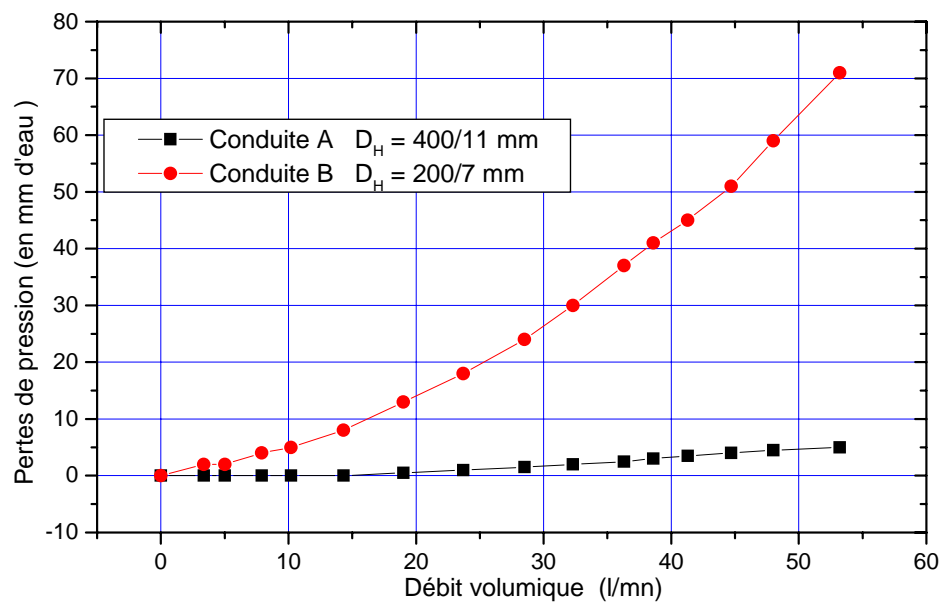


Figure V.7 : Pertes de pression en fonction du débit volumique dans les deux conduites rectangulaires.

V.2.3 Calcul de la valeur de n' :

Les mesures des pertes de charge du fluide non newtonien dans les deux conduites capillaires nous donnent la figure V.8. D'après l'étude théorique du chapitre II, la valeur de n' ne dépend pas de la géométrie de la conduite dans le domaine où la courbe $\ln(\tau_p)$ en fonction de $\ln(8U_m/D_H)$ est linéaire. Dans ce domaine le comportement est celui d'un fluide d'Ostwald-de Waele.

Sur cette figure, on note que sur une grande partie du domaine exploré n' est le même pour les deux conduites capillaires ce qui confirme la théorie et la valeur de n' est donnée par la pente à la courbe, soit $n' = n = 0,653$. Cela signifie que la solution polymérique utilisée [9], de nature viscoélastique, a le comportement d'un fluide d'Ostwald-de Waele dans un écoulement permanent. De plus, puisque tous les points expérimentaux relatifs aux deux conduites circulaires tombent sur la même courbe maîtresse, on peut supposer que le phénomène de glissement à la paroi n'existe pas pour le fluide non newtonien utilisé. Ce phénomène de glissement à la paroi, rencontré avec certains fluides non newtoniens, engendre des problèmes dans les opérations de transport ou de transfert de chaleur dans les échangeurs de chaleur en particulier dans les procédés de mise en forme.

La condition d'existence ou non de glissement à la paroi est fondamentale dans les calculs d'écoulements. L'existence de glissement à la paroi engendre des erreurs dans la détermination des grandeurs rhéologiques. Ce phénomène de glissement à la paroi est souvent assimilé à un glissement apparent, résultant de la formation d'une couche de fluide de faible viscosité à la paroi. Le problème du glissement à la paroi reste un sujet ouvert, où les interprétations des résultats sont souvent délicates et parfois contradictoires [102,103].

A titre de comparaison, nous avons représenté sur la même figure les mesures données par le viscosimètre à cylindres coaxiaux portant le système de mesures SM2 dont l'entrefer est $r_1/r_2 = 3 \text{ mm} / 3,25 \text{ mm}$.

On note que la courbe reste linéaire sur une grande partie du domaine exploré pour ce deuxième type d'écoulement (écoulement de Couette); mais la pente de la courbe passe de 0,653 à 0,438. Ce fluide de type pseudoplastique a, en écoulement permanent et à fort cisaillement, un comportement plus fluidifiant dans un écoulement de Poiseuille que dans un écoulement de Couette. Une loi de comportement donnée n'est utilisable que dans le domaine réellement exploré et toute extrapolation peut conduire à des erreurs sérieuses. Un mauvais choix de la loi de comportement peut même générer des écarts très importants sur les valeurs du facteur de frottement f. Dans une étude numérique faite par Park [104], l'écart sur le facteur de frottement f peut même atteindre les 600%.

V.2.4 Corrélation : frottements – nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds est calculé en utilisant la notion de viscosité apparente ou les relations II.104, II.112 et II.114, c'est à dire :

$$Re^* = \frac{\rho U_m D_H}{\eta_a} = \frac{\rho U_m^{2-n} D_H^n}{8^{n-1} \cdot k \left(\frac{c + d n}{n} \right)^n} \quad \text{où} \quad \tau_p = \eta_a \frac{8 U_m}{D_H} \quad (V.22)$$

Le facteur de frottement f est calculé à partir de la relation (V.10)

Les mesures des frottements dûs au fluide non newtonien dans les deux conduites rectangulaires nous ont permis de tracer les courbes de la figure V.9. Sur cette figure, on note que les courbes sont parfaitement linéaires sur tout le domaine exploré.

Les résultats expérimentaux de la figure V.9 sont bien corrélés par la relation (II.97 ou II.113) c'est à dire :

$$f = \frac{2 \cdot \tau_p}{\rho (U_m)^2} = \frac{16}{Re^*} \quad (V.23)$$

L'accord entre nos résultats expérimentaux et la théorie est donc réalisé. Cette procédure donne donc un moyen très pratique pour le calcul des pertes de charge dues aux frottements du fluide sur les parois à condition de bien préciser les paramètres géométriques de la conduite et les caractéristiques rhéologiques du fluide. De plus la corrélation (relation V.23) est unique pour tous les fluides, qu'ils soient newtoniens ou non newtoniens.

L'écart moyen entre les valeurs expérimentales du facteur de frottement f et les valeurs prévues par la relation (V.23) est inférieur à 4,2% . La valeur maximale du nombre de Reynolds Re^* obtenue dans l'écoulement du fluide non newtonien est inférieure à 1000. Par conséquent, nous sommes loin de la valeur critique de transition 'laminaire-turbulent' de l'écoulement dans la configuration utilisée et que toutes les mesures prises se situent dans le régime laminaire.

A partir des relations (II.96) on peut déduire l'expression :

$$U_{max} = \frac{c + d n}{c(n+1)} U_m \quad (V.24)$$

On définit aussi le rapport δ par :

$$\delta = \frac{U_{max}}{U_m} = \frac{c + d n}{c(n+1)} \quad (V.25)$$

La relation (V.24) nous donne un moyen très pratique de calcul de la vitesse maximale dans une conduite de forme quelconque et traversée par un fluide non newtonien pseudoplastique. Les valeurs analytiques du rapport δ tirées de la relation (V.25) sont consignées dans le tableau ci-dessous. Les valeurs expérimentales obtenues dans les deux conduites A et B et traduisant la relation (V.24) sont représentées par la figure V.10. Une évaluation de l'erreur relative sur le rapport δ ($(\delta_{analytique} - \delta_{expérimental}) / \delta_{analytique}$) nous donne une valeur ne dépassant pas les 6,5%.

Type de conduite	Fluide newtonien	Fluide non newtonien - loi puissance -
Conduites circulaires	2	2,2099 \approx 2,2
Deux plans parallèles infinis	3/2	1,6050 \approx 1,6
Conduite A	1,4998 \approx 1,5	1,6047 \approx 1,6
Conduite B	1,5004 \approx 1,5	1,6054 \approx 1,6

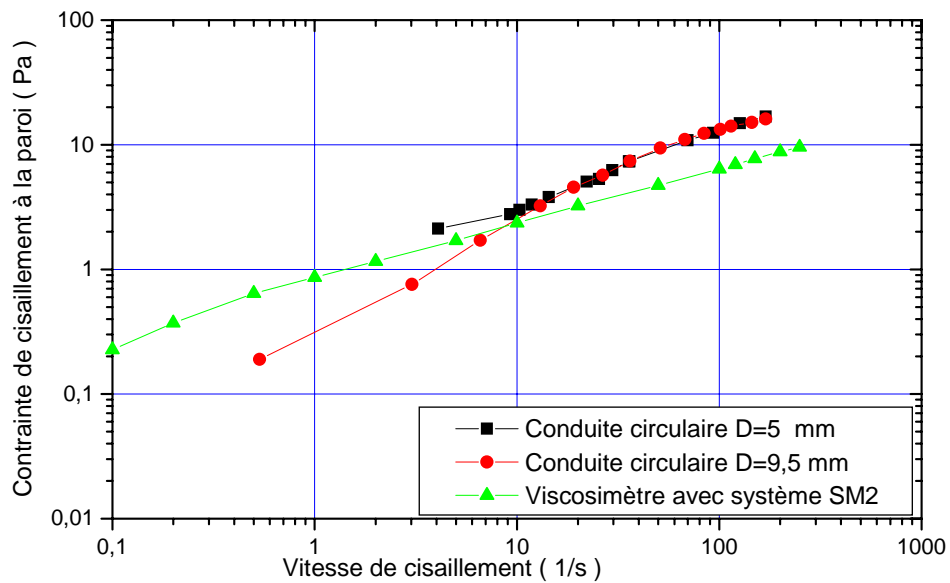


Figure V.8 : Contrainte pariétale en fonction de la vitesse de cisaillement dans les deux conduites circulaires.

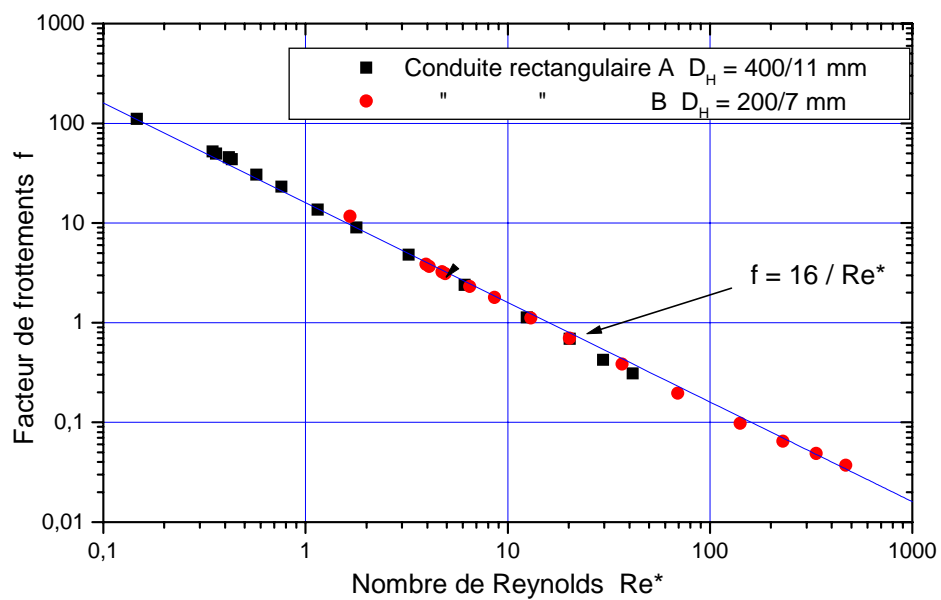


Figure V.9 : Facteur de frottement f en fonction du nombre de Reynolds Re^* dans les deux conduites rectangulaires.

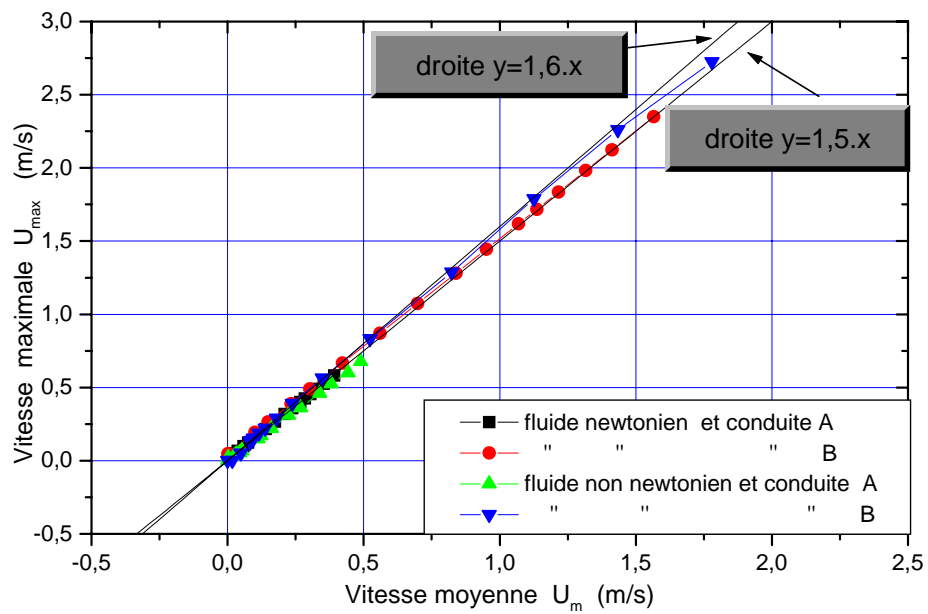


Figure V.10 : Vitesse maximale en fonction de la vitesse moyenne.

V.3 Choix du moyen de caractérisation :

V.3.1 Présentation du problème :

Le caractère non newtonien d'une solution de polymères à une concentration donnée nécessite forcément une caractérisation pour connaître la loi de comportement de la solution. Vu le nombre de types de viscosimètres disponibles actuellement, le choix de l'un d'eux pose toujours un problème. De plus, la loi de comportement établie avec un type de viscosimètre est-elle unique ? Afin d'illustrer ce point et éviter les problèmes soulevés par l'étude de Park [104], nous avons caractérisé une et unique solution à l'aide de cinq viscosimètres différents et mis en évidence les écarts entre les différents résultats obtenus.

Le fluide est toujours la solution aqueuse de polyacrylamide, le Séparan AP-30, a une concentration en masse de 0,2 %. La température de travail a été maintenue à la température ambiante de 24°C.

Les différents appareils de mesure utilisés sont :

- viscosimètre capillaire à section circulaire de diamètre = 5 mm
- viscosimètre capillaire à section circulaire de diamètre = 9,5 mm
- viscosimètre capillaire à section rectangulaire de diamètre hydraulique = 36,4 mm
- viscosimètre de Couette avec le système SM1 d'entrefer $\delta = 4 \text{ mm} / 6,5 \text{ mm}$
- viscosimètre de Couette avec le système SM2 d'entrefer $\delta = 3 \text{ mm} / 3,25 \text{ mm}$

Avec le viscosimètre de type Couette, la procédure de mesure est automatisée : on impose la vitesse de cisaillement et on relève automatiquement la contrainte de cisaillement pour chacun des deux systèmes de mesure SM1 et SM2 (relation IV.1).

Avec le viscosimètre capillaire de section circulaire, on impose un débit volumique Q dans la conduite et on relève les pertes de pression Δp motrice sur un tronçon de la conduite de longueur L. A partir de ces mesures on peut déduire, la vitesse de cisaillement et les frottements à la paroi :

$$\gamma_p = \frac{8 U_m}{D} \quad \text{et} \quad \tau_p = \frac{D}{4} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad (\text{V.26})$$

où D, Δp et U_m sont respectivement, le diamètre de la conduite, les pertes de pression et la vitesse moyenne débitante.

La relation de Rabinowitsch, valable pour tous les fluides indépendants du temps en écoulement laminaire établi, s'écrit [26] :

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{8 U_m}{D} = \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (\text{V.27})$$

De cette relation, on tire les expressions de la vitesse de cisaillement (relation II.58) et des frottements à la paroi (relation II.59) :

$$\gamma_p = f(\tau_p) = \left(- \frac{\partial u}{\partial r} \right)_p = \frac{3n'+1}{4n'} \cdot \frac{8 U_m}{D} \quad (\text{V.28})$$

et

$$\tau_p = \frac{D}{4} \cdot \frac{\Delta p}{L} = k' \left(\frac{8U_m}{D} \right)^{n'} \quad (\text{V.29})$$

Dans le domaine où le fluide obéit à la loi d'Ostwald (loi puissance) et si k et n sont les paramètres de cette loi, alors d'après le chapitre II.

$$n' = n \text{ et} \\ k' = k \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \Rightarrow \tau_p = k' \left(\frac{8U_m}{D} \right)^n \quad (\text{V.30})$$

Dans le dernier cas de viscosimètre capillaire où la section est rectangulaire, Miller [26] propose de garder le raisonnement précédent à condition de remplacer le diamètre D par le diamètre hydraulique D_H et $8U_m/D$ par $\beta (8U_m/D)$ où β est un paramètre géométrique qui s'écrit pour une section rectangulaire de cotés $2a \cdot 2b$

$$\beta = \frac{\frac{3}{2}}{\left(1 - 0,351 \cdot \frac{a}{b} \right) \left(1 + \frac{a}{b} \right)^2}$$

Soit

$$\tau_p = \frac{D_H}{4} \cdot \frac{\Delta p}{L} = k' \left[\beta \left(\frac{8U_m}{D} \right) \right]^n \quad (\text{V.31})$$

k' et $n'=n$ sont les paramètres de loi puissance.

V.3.2 Résultats et corrélations :

Avec ces considérations on obtient, pour les différents viscosimètres, les rhéogrammes (log-log) représentés sur la figure V.11. A la première lecture, on note qu'il y a une différence notable entre le viscosimètre type Couette et le viscosimètre capillaire à section circulaire de type Poiseuille. Par contre, le rhéogramme relatif au viscosimètre à section rectangulaire est beaucoup plus proche de celui du viscosimètre de type Couette que de celui du type capillaire à section circulaire et ceci est difficile à expliquer. A moins que, le fait que le rapport des deux cotés de la section rectangulaire est $2a/2b=0,1$, l'écoulement se place dans la catégorie des écoulements entre deux plans parallèles infinis et par conséquent il se comporte comme un écoulement de Couette.

On peut aussi noter que sur une grande partie du domaine de γ , les courbes sont linéaires et traduisent le comportement d'un fluide pseudoplastique de type Ostwald – de Waele. Par conséquent les résultats expérimentaux peuvent être corrélés par la 'loi puissance' c'est-à-dire :

$$\tau_p = k \cdot \gamma^n \quad (\text{V.32})$$

Les valeurs des paramètres k et n tirés de la corrélation (V.32) pour les cinq viscosimètres sont regroupées dans le tableau ci-dessous :

Type de viscosimètre	k	n
Capillaire diamètre $D = 5$ mm	0,655	0,653
Capillaire diamètre $D = 9,5$ mm	0,655	0,653
Capillaire $D_H = 36,4$ mm	1,212	0,372
Couette entrefer 3/3,25 ... A	0,954	0,438
Couette entrefer 4/6,5 ... B	0,821	0,369

Les résultats présentés mettent en évidence l'écart entre les courbes d'écoulement selon le viscosimètre utilisé et se traduit forcément par des différences dans les lois de comportement. Ainsi, il est toujours difficile de choisir avec certitude le viscosimètre qui caractérise le mieux une solution donnée pour une éventuelle application industrielle et dont l'écoulement n'est pas défini par une configuration géométrique classique et simple (conduite circulaire, plans parallèles).

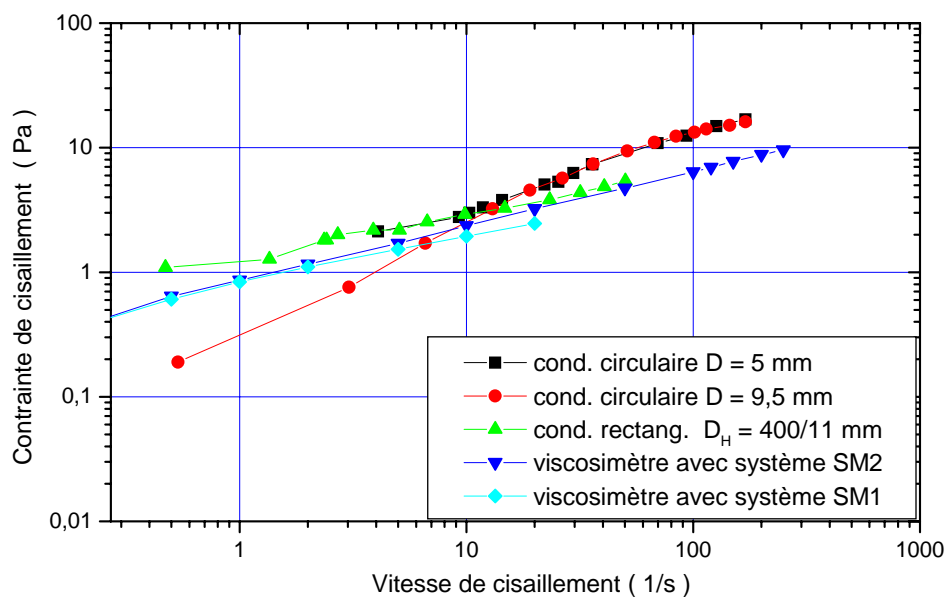


Figure V.11 : Rhéogrammes pour les cinq viscosimètres

V.4 Conclusion :

Le comportement de la solution viscoélastique s'est traduit par des courbes de pertes de charge très différentes de celles d'un fluide newtonien. Les courbes de pertes de charge obtenues avec l'écoulement du fluide newtonien montrent l'existence des trois régimes (laminaire, transitoire et turbulent) avec les évolutions classiques connues jusqu'à présent. Les courbes relatives au fluide non newtonien viscoélastique montrent l'existence du régime laminaire uniquement à cause de la forte viscosité mise en jeu. Cependant, la persistance des effets de la contraction loin dans la partie aval, incite à prendre des précautions dans l'évaluation des pertes régulières, contrairement au fluide newtonien où la zone d'influence ne dépasse pas, dans le pire des cas, $z^*=10h$ (figure IV.7a).

L'utilisation du nombre de Reynolds généralisé Re_n et de la fonction de correction $g(n)$, qui peut être déterminée par des mesures dans la partie amont et aval, donnent un moyen très simple et pratique pour les corrélations des pertes de charge régulière (frottements) des fluides non newtoniens et ceci facilite beaucoup le dimensionnement des échangeurs de chaleurs à plaques et des conduites de sections complexes. Cependant, le lien direct entre le comportement d'un fluide non newtonien et la géométrie utilisée nécessite la prise de précautions quant aux moyens utilisés pour sa caractérisation

Les corrélations entre le facteur de frottement et le nombre de Reynolds ont été étendues et généralisées pour être appliquées à toute forme de section et à tout modèle de fluide non newtonien indépendant du temps. Une seule relation (relation II.113) suffit pour corrélérer, dans la zone d'écoulement laminaire, le facteur de frottement f et le nombre de Reynolds généralisé Re^* .

Le nouveau nombre de Reynolds généralisé Re^* , qui se réduit à la relation simple définie par Metzner et Reed pour la section circulaire (relation II.47), peut aussi être utilisé comme critère pour la prédiction du point de transition de l'écoulement laminaire des fluides non newtoniens indépendant du temps dans des conduites non circulaires.

Le problème d'écart dans l'exposant du nombre de Reynolds (1,04 au lieu de 1), relevé dans la première analyse (relations V.16), disparaît dans la seconde analyse (relation V.23). Ceci est dû au bon choix de la loi de comportement, en tenant compte du type d'écoulement réel dans la veine (Poiseuille - Couette).

CONCLUSION GENERALE:

Dans ce document, est présenté l'essentiel des travaux que nous avons effectué ; il nous apparaît essentiel d'en dégager les principales conclusions.

Nous avons présenté, en première partie de ce document une revue générale des fluides non newtoniens et en particulier les fluides viscoélastiques ainsi que la multiplicité de lois de comportement proposées par les rhéologues et leur complexité. Celles-ci, bien qu'encore incomplètes, apportent un certain nombre de réponses qu'on ne saurait négliger.

Les mesures expérimentales que nous avons effectuées ont permis d'établir certaines comparaisons entre un fluide newtonien et un fluide non newtonien viscoélastique en écoulement permanent, localement (profils de vitesses) et globalement (pertes de charge). L'un des résultats importants de cette étude provient de la comparaison effective, toutes choses égales par ailleurs, des profils de vitesses et des pertes de charge entre les deux fluides utilisés. La comparaison a mis en évidence la difficulté dans le choix des paramètres caractéristiques de la géométrie et de l'écoulement étudiés en particulier le nombre de Reynolds.

Nos résultats expérimentaux concernent aussi bien les écoulements à faible inertie que les écoulements à forte inertie. Ces derniers sont très peu étudiés, en particulier en simulation numérique. L'écoulement de la contraction brusque 4:1 a donné lieu à un écoulement possédant une forte composante élongationnelle au niveau du plan de contraction.

L'étude de la contraction a mis en évidence l'importance de la viscoélasticité sur l'écoulement dans la contraction en général et dans la partie aval en particulier en jouant sur la taille et l'intensité des vortex obtenus. Nos résultats montrent l'existence d'effets croisés inertie-viscoélasticité et que les effets viscoélastiques se trouvent amplifiés par l'inertie.

La gamme des paramètres étudiée en nombre de Reynolds et de Deborah (ou Weissenberg) nous a permis de mettre en évidence les effets croisés inertie-viscoélasticité.

En ce qui concerne les paramètres globaux, les corrélations des résultats expérimentaux obtenus avec les fluides non newtoniens posent toujours des problèmes dans le choix des grandeurs caractéristiques et des nombres adimensionnels intervenant dans les relations. De plus, le moyen utilisé pour la caractérisation du fluide non newtonien doit être adapté au type d'écoulement existant dans la géométrie étudiée.

La généralisation des relations de Rabinowitsch et de celle donnant la vitesse maximale est possible et peut être appliquée à tout modèle de fluide indépendant du temps. Ainsi l'application des corrélations sera grandement facilitée pour de nombreux fluides utilisés dans la vie courante des ingénieurs.

L'introduction des deux paramètres géométriques c et d élargit le champ d'application des corrélations déjà existantes. Les paramètres géométriques peuvent être évalués dans chaque situation par des mesures expérimentales obtenues en utilisant tout simplement des fluides newtoniens. Une fois les paramètres géométriques évalués, le calcul des pertes de pression ou des vitesses moyenne et maximale est facilement effectué pour tout autre fluide complexe.

Il est aussi utile de souligner que les concepts introduits montrent qu'il est possible de caractériser et de représenter quantitativement toute forme de section d'écoulement dans les calculs de pertes de charge globales.

Ce travail expose nos résultats expérimentaux obtenus avec les deux fluides, newtonien et non newtonien viscoélastique, en écoulement permanent en présence de forces d'inertie non négligeables. Ce travail s'efforce aussi de répondre aux besoins des études faites, par simulation numérique, sur les écoulements des fluides viscoélastiques dans la contraction brusque 4 :1 en terme de profils de vitesses et des pertes de charge.

Ces résultats peuvent aussi servir à enrichir la base de données spécifique aux fluides viscoélastiques et qui est relativement maigre, comparativement aux autres types de fluides étudiés jusqu'à présent et en particulier les écoulements à forte inertie souvent évités à cause des difficultés numériques rencontrées.

Enfin, les quelques développements envisagés pour la poursuite de ce travail concernent principalement une étude plus fine du voisinage de la contraction à inertie modérée avec un traitement plus fin de l'écoulement et de ses instabilités. La viscoélasticité peut être à l'origine de l'apparition ou l'inhibition d'instabilité. Ces phénomènes sont généralement induits par les effets d'inertie ce qui constitue un domaine d'étude assez intéressant pour la compréhension de certaines difficultés rencontrées lors des études par simulation numérique.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] GERMAIN P., MULLER P.
Introduction à la mécanique des milieux continus. Edition Masson Paris , (1980)
- [2] LÉBOUCHE M. , LUCIUS M.
Grandeurs caractéristiques en rhéologie et en mécanique. Proceeding du 2eme Congrès sur les techniques avancées en hémorhéologie. pages. 75-131 INPL NANCY , (1983)
- [3] ASTARITA G. , MARUCCI G
Principles of non newtonian fluid mchanics.
Published by Ed. Mc Graw Hill Book Co (U. K) Ltd , (1974).
- [4] FORTIN M. , FORTIN A.
A new approach for the FEM simulation of the viscoelastic flows.
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol.32 , pages. 295-310 , (1989)
- [5] EL KISSI N.
Stabilité des écoulements mixtes de polymères fondus
Thèse de Doctorat de l'Institut - National Polytechnique de Grenoble , (1989).
- [6] GARABEDIAN P. R.
Partial Differential equations - New York , John Wiley and Sons , (1964).
- [7] HASEGAWA T. , NAKAMURA H.
Experimental study of the elongational stress of dilute polymer solutions in orifice flows. J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol.38 , pages. 159-181 , (1991)
- [8] JOSEPH D.D.
An integral invariant for jets of liquid into air.
Arch. Rat. Mech. Anal. Vol. 13 N°3 pages 389-393 , (1980)
- [9] JOSEPH D.D. , BEAVERS G.S.
Free surface induced by the motion of viscoelastic fluids in the mechanics of viscoelastic fluids. Appl. Mech. ASME Vol. 16 pages 23-34 , (1977)
- [10] HU H. , RICCIUS O. CHEN K. , ARNEY M.
Climbing constants, second order corrections of Trouton's viscosity , wave speeds and delayed die swell for M1.
J. Non-Newtonian Fluid Mech . Vol. 17 pages 40-63 , (1990)
- [11] YOO J.Y. , NA Y.
A numerical study of the planar contraction flow of a viscoelastic fluid using the simpler algorithm.
J. Non-Newtonian Fluid Mech , Vol. 39 pages 89-106 , (1991).
- [12] SANDRI D.
Analyse numérique des fluides non newtoniens viscoélastiques et fluides quasi Newtoniens. Thèse Université Lyon , juillet , (1991).

- [13] BIRD R. B. , ARMSTRONG R. C. , HASSAGER O.
Dynamics of polymeric liquids - Fluid mechanics,
Chapitres 5, 6, 7, 8 Wiley , (1977).
- [14] BARANGER J.
Analyse numérique de MEF pour les modèles différentiels de fluides viscoélastiques .
Ecole CEA EDF INRIA . Viscoélasticité non linéaire et modélisation numérique.
Clamart janvier , (1992).
- [15] LUO X. L. , TANNER R. I.
A streamline element scheme for solving viscoelastic flow problems :
Part II. Integral constitutive model .
Int. J. of Non-Newtonian fluid Mechanics Vol. 22 , pages 61-89 , (1986).
- [16] HERRCHEN M. , OTTINGER H.C.
A detailed comparison of various FENE dumbbell models .
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 68 , pages 17-42 , (1997).
- [17] BIRD R. B. , STEWART W.E. , LIGHTFOOT E.N.
Transport phenomena - New York , John Wiley and Sons , (1960).
- [18] PHAN-THIEN N. , TANNER R.
A new constitutive equation derived from network theory.
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 2 pages 353-365 , (1977).
- [19] BIRD R. B. , DOSTON P. J. , JOHNSON N. L.
Polymer solution rheology based on a finitely extensible bead spring chain model .
J. Non-Newtonian Fluid Mech , Vol. 7 , pages 213-235 , (1980).
- [20] ANNE-ACHARD D. , BOISSON H. , GAUDU R.
Simulation numérique de l'écoulement d'un fluide de Bird-Peterlin .
Cahiers de Rhéologie . Vol. 4 , pages 219-236 , (1990).
- [21] TANNER R.I.
Engineering rheology. 2e édition. Oxford science publications. (1985).
- [22] JOSEPH D.D.
Fluid dynamics of viscoelastic liquids. Applied mathematical sciences 84.
Springer-Verlag New-York.. pages 539-572 , (1990).
- [23] GOWARIKER V.R. , GARNER F.H.
A.E.R.E.R. 4197 , Harwell, Novembre (1962).
- [24] HAMERSMA P.J. , ELLENBERGER J. , FORTUIN J. M. H.
A three-parameter model describing the behaviour of a viscoelastic liquid in a
tangential annular flow. Rheologica Acta. Vol..21, N°6 , pages 705-712 , (1982).
- [25] COUARRAGE G. , GROSSIORD J.L.
Initiation à la rhéologie.
2e édition. Technique et documentation- Lavoisier. Paris , (1991).

- [26] MIDOUX N.
Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique.
2e édition. Technique et documentation- Lavoisier. Paris , (1988).
- [27] OKADA K. , ONO M. , TOMIMURA T. , OKUMA T. , KONNO H. , OHTANI
Design and heat transfer characteristics of new plate heat exchanger.
Heat transfer Japanese Research, Vol. 1 N°1, January-March , (1972).
- [28] CHO Y.I. , HARNETT J.P.
Non newtonian fluids in circular pipe flow.
Adv.Heat Transfer, Vol.15, pages 67-69 , (1982).
- [29] METZNER A.B. , REED J.C.
Flow of non newtonian fluids correlation of the laminar transition and turbulent flow
régions. A.I.ch.E Journal , Vol.1 pages 434-456 (1955).
- [30] BULOT D.
Etude numérique d'écoulements de fluides viscoélastiques en géométrie confinée et
en régime faiblement ou modérément inertiel.
Thèse de Doctorat es Sciences. Institut National Polytechnique de Toulouse, (1994).
- [31] DUPRET F. , MARCHAL J.M. , CROCHET M. J.
On the consequence of discretization errors in the numerical calculation of
viscoélastic flow. J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 18 , pages 173-186 , (1985).
- [32] CROCHET M.J. , DAVIES A.R. WALTERS K.
Numerical simulation of non- newtonian flow, chapitre 9 , Elsevier , (1984).
- [33] KIM-E M.E. , BROWN R.A. , ARMSTRONG R.C.
The roles of inertia and shear- thining in flow of an inelastic through an axisymmetric
sudden contraction. J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 13 , pages 341-363 , (1983).
- [34] YOO Y.Y. , NA Y.
A numerical study of the planar contraction flow of a viscoelastic fluid using the
simpler algorithm . J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 39 , pages 89-106 , (1991).
- [35] MARCHAL J.M. , CROCHET M.J.
A new mixed finite element for calculating viscoelastic flow.
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 26 , pages 77-114 , (1987).
- [36] CHOI H.C. , SONG J.H. , YOO J.Y.
Numerical simulation of the planar contraction flow of a Giesekus fluid.
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 29 , pages 347-379 , (1988).
- [37] SONG J.H. , YOO J.Y.
Numerical simulation of viscoelastic flow through a sudden contraction using a type
dependent difference method .
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 24 , pages 221-243 , (1987).

- [38] MEYLHEUC L.
Modélisation d'écoulement de fluides viscoélastiques par la méthode des volumes finis. Thèse de docteur de l'Université de Bordeaux I , (1996).
- [39] BULOT D.
Ecoulement d'un fluide viscoélastique dans une contraction brusque rectangulaire .
Thèse de docteur Ingénieur de l'Institut National Polytechnique de Toulouse , (1982).
- [40] MOAN M. , CHAUVETEAU G. , GHONIEM S.
Entrance effects in capillary flow of dilute and semi-dilute polymer solutions .
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 5 , pages 463-474 , (1979).
- [41] CHAUVETEAU G. , MOAN M.
The onset of dilatant behaviour in non-inertial flow dilute polymer solutions through channels with varying cross sections .
Le Journal de Physique-Lettres , Vol. 42 , pages 201-204 , (1981).
- [42] OUIBRAHIM A. , FRUMAN D.H.
Characteristics of HPAM dilute polymer solutions in three elongational flow situations. J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 7 , pages 315-331 , (1980).
- [43] CARTALOS U. , PIAU J.M. .
Creeping flow regimes of low concentration polymer solutions in thick solventsthrough an orifice die. J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 45 , pages 231-285 , (1992).
- [44] DE GENNES P.G.
Coil-stretch transition of dilute flexible polymers under ultrahigh velocity gradients .
J. Chem. Phys. Vol. 60 , pages 5030-5042 , (1974).
- [45] MARUCCI G.
Limiting concepts in extensional flow.
Polymer engineering and Sciences , Vol. 15 , pages 229-233 , (1975).
- [46] WALTERS K. , RAWLINSON D.M.
On some contraction flows for boger fluids.
Rheologica. Acta , Vol. 21 , pages 547-552 , (1982).
- [47] WALTERS K. , WEBSTER M.F.
On dominating elastico-viscous response in some complex flows.
Phil. Trans. R.Soc. Lond. A , Vol. 308 , pages 199-218 , (1982).
- [48] EVANS R.E. , WALTERS K.
Flow characteristics associated with abrupt changes in geometry in the case of high elastic liquids. J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 20 , pages 11-29 , (1986).
- [49] EVANS R.E. , WALTERS K.
Further remarks on the lip-vortex mechanism of vortex enhancement in planar-contraction flows . J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 32 , pages 95-105 , (1989).

- [50] CHIBA K. , TANAKA S. , NAKAMURA K.
The structure of anomalous entry flow patterns through a planar contraction .
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 42 , pages 315-322 , (1992).
- [51] PURNODE B. , CROCHET M. J.
Flows of polymer solutions through contractions. Part I : Flows of polyacrylamide solutions through planar contractions.
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 65 , pages 269-289 , (1996).
- [52] HOA N.T. , CHAUVETEAU G , GAUDU R. , ANNE-ARCHARD D.
Corrélation entre le champ de vitesse d'élongation et l'apparition du comportement rhéoépaississant d'une solution diluée de polymères dans un écoulement convergent non inertiel.
Compte-Rendus à l'académie des Sciences de Paris , Série II , vol. 29 ,
pages 927-935 , (1982).
- [53] HOA N.T., GAUDU R. , FANJEAU Y. , ANNE-ARCHARD D.
Comparison of the conditions for the appearance of shear-thickening of a dilute solution of flexible polymer in bi- and tridimensional models of an abrupt contraction.
Int. Proc. ACS Symposium Kansas City , U.S.A. , September , (1982).
- [54] WUNDERLICH A.M. , BRUNN P.O. , DURST F.
Flows of dilute polyacrylamide solutions through a sudden planar contraction .
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 28 , pages 267-285 , (1988).
- [55] FULLER G.G. , LEAL L.G.
Flow birefringence of dilute polymer solutions in two-dimensional flows.
Rheologica Acta , Vol. 19 , pages 580-600 , (1980).
- [56] MADERS H. , VERGNES B. , DEMAY Y. , AGASSANT J.F.
Steady flow of a White-Metzner fluid in a 2-D abrupt contraction: computation and experiments. J.Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 45 , pages 63-80 , (1992).
- [57] DAVIDSON D.L. , GRAESSLEY W.W. , SCHOWATTER W.R.
Velocity and stress fields of polymeric liquids. Part I : Experimental methods and straight channel validations .
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 49 , pages 317-344 , (1993).
- [58] QUINZANI L. M. , ARMSTRONG R. C. , BROWN R. A.
Birefringence and laser Doppler velocimetry (LDV) studies of viscoelastic flow through a planar contraction .
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 52 , pages 1-36 , (1994).
- [59] PURDAY H.F.P.
Streamline Flow.
Constable, London , (1949).
- [60] NATARAJAN N.M. , LAKSHMANAN
Laminar flow in rectangular ducts : Prediction of velocity profiles and friction factors.
Indian Journal of Technology, Vol.10 , pages 435-438 , (1972).

- [61] HOLMES D.B. , VERMEULEN J.R.
Velocity profiles in ducts with rectangular cross sections.
Chem. Eng. Science Vol. 23 , pages 717-722 , (1968).
- [62] HAMERSMA P.J. , ELLENBERGER J. , J.M.H.
Rheologica Acta , Vol. 20 , pages 270-279 , (1981).
- [63] CLAPP R.M.
Turbulent heat transfer in pseudoplastic non newtonian fluids.
Int.Developments in heat transfer, PartIII, pages 652-661 ASME New York , (1961).
- [64] DODGE D.W. , METZNER A.B.
Turbulent flow of non newtonian fluids.
A.I.Ch.E Journal , Vol. 15 , pages 189-204 , (1959).
- [65] TIRUNARAYANAN M.A. , RAMACHANDRAN A.
Correlation of isothermal pressure drop in rectangular ducts.
Proc. Australas. Conf. Hydrau. Fluid Mech. University of Auckland .
pages213-230 , (1965).
- [66] KOZICKI W. , CHOU C.H. , TIU C.
Non newtonian flow in ducts of arbitrary cross sectional shape.
Chem. Eng. Sci. . Vol. 21, pages 665-679 , (1966).
- [67] MILLER C.
Predicting non-Newtonian flow behavior in ducts of unusual cross section.
Ind. Eng. Chem. Fundam. Vol. 11 pages 534-728 , (1972).
- [68] MACHAC I. , DOLECEK P. , MACHACOVA L.
Poiseuille flow of purely viscous non-Newtonian fluids through ducts of non-circular cross section.
Chem. Eng. and Process. Vol. 38 pages 143-148 , (1999).
- [69] RYAN M.E. , DUTTA A.
Proc. 2nd world Congres Chemical Engeneering Vol. Pages 277-302 Montreal, (1981).
- [70] MIRRILL E.W. , MICKLEY H.S. , VIRK P.S. , SMITH K.A.
Anomalous Pitot tube and hot film measurements in dilute polymer solutions.
Chem. Eng. Sci. . Vol. 22 , pages 619-626 , (1967).
- [71] EDWARDS M.S. , SMITH R.
The use of eddy viscosity expressions for predicting velocity profiles in newtonian, non newtonian and drag –reducting turbulent pipe flow.
J. Non newtonian Fluids Mechanics. Vol. N° 7 pages 153-169 , (1980).
- [72] KOSTIC M. , HARTNETT J.P.
Predicting turbulent friction factors of non newtonian fluids in non circular ducts.
Int.Comm.Heat Mass Transfer , Vol. 11 , pages. 345-352 (1984).

- [73] COLEBROOK F.
Turbulent flow in pipes with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws. *Journal of the Inst.of Civil Engineers* , (1938).
- [74] HARTNETT J. P. , KOSTIC M.
Turbulent friction factor correlations for power law fluids in circular and non-circular channels. *Int.Comm.Heat Mass Transfer* , Vol. 17 , pages 59-65 (1990).
- [75] KOSTIC M.
On turbulent drag and heat transfer reduction phenomena and laminar heat transfer enhancement in non-circular duct flow of certain non-newtonian fluids.
Int. J. .Heat Mass Transfer , Vol. 37 Suppl. 1 , pages 133-147 , (1994).
- [76] WARHOLIC M. D. , MASSAH H. , HANRATTY T. J.
Influence of drag reducing polymers on turbulence effects of Reynolds number, concentration and mixing.
Expts in Fluids , Vol. 27 , pages 461-478 , (1999).
- [77] ESCULIER M. P. , PRESTI F. , SMITH S.
Drag reduction in the turbulent pipe flow of polymers.
J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 81 , pages 197-213 , (1999).
- [78] AVENAS P. , AGASSANT J.F. ,SERGENT J.P.
La mise en forme des matières plastiques : approche thermodynamique.
Edition .Technique et documentation- Lavoisier. Paris , (1982).
- [79] VIRK P.S. , MICKELY H.S. , SMITH K.A.
The ultimat asymptote and mean flow structure in Toms phenomenon.
Trans. ASME 37 , pages 488 , (1970).
- [80] VIRK P.S.
The effet of polymer concentration on drag reduction.
Aiche Journal Vol. 21 , pages 625-649 , (1975).
- [81] DURST F. , MELLING A. , WHITELAW J. H.
Principies and pratice of Laser-Doppler Anemometry.
2eme édition , Academic Press , (1981).
- [82] BACHALO W. D.
The evolution of particule size and velocity measurement technology.
Second Int. Conf. On Laser Anemometry – Advances and Applications,
21-23 September , Strathclyde , U. K. pages 75-97 , (1987).
- [83] SAFFMAN M.
The use of polarized light for optical particle sizing.
Third Int. Symp. on Appl. of Laser Anemometry to Fluid Mechanics, Lisbonne , (1986).
- [84] MAX J.
Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques.
Tome I . Principes généraux et méthodes classiques. 3eme édition ; Masson , (1981).

- [85] MURRAY R. S.
Probabilités et statistiques. 4eme édition Mg Graw Hill , (1984).
- [86] MAHFOUD M. , BENHADID S.
Comportement d'un polymère dans une singularité.
Premier congrès interdisciplinaire sur les matériaux . 21-25 octobre ,
Tours – France , (2002).
- [87] ESCULIER M.P. , SMITH S.
Fully developed turbulent flow of non-newtonian liquids. 10th Int. Symp. on
application of Laser Techniques to Fluids Mechanics , IST –Lisbon , (2002).
- [88] MAHFOUD M. , BENHADID S.
Effet de l'élément de mesure sur la caractérisation de la polyacrylamide en solution.
7eme journées scientifiques et pédagogiques de la Faculté de Physique.
16-18 mars Alger (USTHB) , (2003).
- [89] MAHFOUD M. , BENHADID S.
Etude de l'écoulement dans une contraction brusque.
36eme colloque annuel du Groupe Français de rhéologie.
« Rhéologie , Génie et Environnement »
10-12 octobre Paris, pages 180-185 , (2001).
- [90] BASOMBRIO F. G. , BUSCAGLIA G. C. , DARI E. A.
Simulation of highly elastic fluid flows without additional numerical diffusivity.
J.Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 39 , pages 189-206 , (1991).
- [91] FORTIN M. , FORTIN A.
A new approach for the FEM simulation of viscoelastic flows.
J.Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 32 , pages 295-310 , (1989).
- [92] FORTIN M. , ASSELAOUI D.
A finite element procedure for viscoelastic flows.
Int. J. Numer. Meth. Fluid. , Vol. 7 (10) , pages 1035-1052 , (1987).
- [93] MARCHAL J. M. , CROCHET M. J.
A new finite element for calculating viscoelastic flows.
J.Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 26 , pages 77-114 , (1987).
- [94] MARCHAL J. M. , CROCHET M. J.
Hermitian finite element for calculating viscoelastic flow.
J.Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 20 , pages 187-207 , (1986).
- [95] MARCHAL J. M. , DAVIES A.R. , WALTERS K.
Numerical simulation of non newtonian flow. Elsevier , (1984).
- [96] CHRISTIAN E. B. , KELSEY S.J. , CARTER T.R.
Laminar tube flow through an abrupt contraction
Aiche Journal, Vol.18 , N° 2 , page 372-380 , (1972).

- [97] SATO T. , RICHERDSON S.M.
 Explicit numerical simulation of time-dependent viscoelastic flow problems by a finit element/finit volume method .
 J. Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 51 , pages 249-275 , (1994).
- [98] KIM-E M. E. , BROWN R. A. , ARMSTRONG R. C.
 The roles of inertia and shear-thinning in flow of an inelastic liquid through an axisymmetric sudden contraction.
 J.Non-Newtonian Fluid Mech. , Vol. 13 , pages 341-363 , (1983).
- [99] MAHFOUD M. , BENHADID S.
 Etude de l'écoulement dans une contraction brusque.
 Rhéologie Vol.1, pages 26-34 , (2002).
- [100] COMOLET R.
 Mécanique expérimentale des fluides.
 Tome I ; Edition Masson Paris , (1985).
- [101] SCHLICHTING H.
 Boundary layer theory.
 7eme édition ; Edition Mc GRAW HILL , (1979).
- [102] VERGNES B. , D'HALEWYN S. , BOUBE M. F.
 Wall slip and instabilities in the flow of EPDM coumpounds.
 Theoretical and Applied Rheology . Elsevier Amesterdam (1992).
- [103] MOURNIAC P. , AGASSANT J.F. , VERGNES B.
 Determination of the wall slip velocity in the flow of a SBR coumpound.
 Rheologica Acta , Vol. 321, pages 565-574 , (1992).
- [104] Park S. , LEE D. R.
 Predictions of pressure drop for modified power law fluids in conduits of three different cross-sectional –shapes.
 Chem. Eng. Sci. . Vol. 57 , pages 1057-1067 , (2002).