

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et Technologies Houari Boumediene

FACULTE D'ELECTRONIQUE ET D'INFORMATIQUE



MEMOIRE

**Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER
EN : ELECTRONIQUE**

Spécialité : Contrôle de Processus et Robotique

Par

M^{elle} AKLI Isma

Thème

***Elaboration d'une stratégie de coordination de
mouvements pour un manipulateur mobile
redondant***

Soutenu publiquement le : 14 / 07 / 2007, devant la commission d'examen :

R. TOUMI
N. ACHOUR
F. BOUJEMAA
M. HAMERLAIN
F. FERGUENE

Professeur à l'U.S.T.H.B.
Maître de conférences à l'U.S.T.H.B.
Professeur à l'E.N.P.
Directeur de recherche au C.D.T.A
Chargé de cours à l'U.S.T.H.B

Président
Directrice de thèse
Examinateur
Examinateur
Invité

Remerciements

Mes vifs remerciements vont :

A monsieur Toumi, qui nous a éclairé de toutes ses connaissances pendant toute la durée de notre formation, et il nous fait l'honneur de présider notre jury.

A madame Achour, qui nous a suivi tout au long de l'élaboration de notre mémoire, et nous a permis de profiter de ses précieux conseils.

A messieurs Boujemaa et Hamerlain, qui nous ont fait l'honneur de juger notre travail, en ayant accepté de faire partie de notre jury.

A monsieur Ferguene, que nous avons côtoyé pendant toute la durée de notre étude, ce qui nous a permis d'apprécier ses qualités tant humaines que pédagogiques.

A tout ceux qui, de près ou de loin nous ont permis de par leurs encouragements d'arriver à finaliser ce travail.

**A toute ma famille
Avec toute mon affection
Pour tout l'amour qu'ils m'on prodigué**

Sommaire

Introduction Générale	1
Chapitre I : Généralités sur les robots mobiles et les bras manipulateurs	
I.1. Introduction.....	3
I.2.Définitions Générales.....	3
I.2.1. Définition d'un robot.....	3
I.2.2. Contrôle.....	4
I.2.3. Actionneurs.....	4
I.2.4. Effecteurs.....	4
I.2.5. Capteurs.....	5
I.3. Robot mobile.....	5
I.3.1. Types de roues.....	5
I.3.2. Holonomie.....	7
I.3.3. Types de plateformes mobiles à roues.....	7
I.3.3.1. Plateformes différentielles (unicycle).....	7
I.3.3.2. Plateformes omnidirectionnelles.....	8
I.3.3.3. Plateformes de type voiture.....	8
I.3.4. Capteurs propres aux robots mobiles.....	9
I.3.4.1 Capteurs proprioceptifs.....	9
I.3.4.2 Capteurs extéroceptifs.....	9
I.4. Robot manipulateur.....	10
I.4.1. Types d'articulations (liaisons).....	10
I.4.1.1. Articulation rotoïde.....	10
I.4.1.2. Articulation prismatique.....	11
I.4.2. Espace de travail.....	11
I.4.3. Degrés de liberté.....	12
I.4.4. Capteurs relatifs aux bras manipulateurs.....	12
I.4.4.1. Capteurs Proprioceptifs.....	12
I.4.4.2. Capteurs extéroceptifs.....	13
I.5. Autonomie et Téléopération.....	15
I.5.1. Systèmes autonomes.....	15
I.5.2. Systèmes téléopérés.....	15
I.6.Conclusion	16

Chapitre II : Synthèse des travaux relatifs à la manipulation mobile

II.1.Introduction.....	17
II.2.Caractéristiques des manipulateurs mobiles.....	17
II.2.1.Capteurs utilisés et leurs positions.....	17
II.2.2.Redondance et holonomie.....	18
II.2.3.Position du bras sur la plateforme.....	19
II.2.4.Nombre et position des roues motrices.....	21
II.2.5.Taille du robot.....	21
II.2.6.Mode de Manipulation.....	23
II.3.Domaines d'applications.....	24
II.3.1.Domaine spatial.....	24
II.3.2.Agriculture.....	24
II.3.3.domaine médical.....	25
II.3.4.domaine manufacturier.....	26
II.3.5.Les humanoïdes.....	26
II.4. Conclusion.	27

Chapitre III : Notions fondamentales pour la modélisation des manipulateurs mobiles

III.1.Introduction	29
III.2.Notions de coordonnées.....	29
III.2.1. Coordonnées opérationnelles.....	29
III.2.1.1. Organe terminal.....	29
III.2.1.2. Définition des coordonnées opérationnelles.....	29
III.2.1.3. Vitesses et accélérations opérationnelles.....	30
III.2.2. Notions de coordonnées généralisées.....	31
III.2.2.1. Notion de liaisons.....	31
III.2.2.2.Types de liaisons.....	31
III.2.2.3.Holonomie.....	32
III.2.2.4.Définition des coordonnées généralisées.....	32
III.2.2.5.Description des vitesses et accélérations généralisées.....	33
III.3.Notions d'espaces.....	34
III.3.1.Espace opérationnel.....	34
III.3.2.Définition de l'Espace des Configurations.....	34
III. 4.Notions de tâches.....	34
III.4.1. Définition d'une tâche généralisée.....	35
III.4.2. Définition d'une tâche opérationnelle.....	35
III.4.3. Types de Tâches.....	35
III.4.3.1. Tâche Généralisée Point à Point TGPP.....	35
III.4.3.2. Tâche Opérationnelle Point à Point TOPP.....	35

III.4.3.3. Tâche à Trajectoire Opérationnelle Imposée TTOI.....	36
III.4.3.4. Tâche à Mouvement Opérationnel Imposé TMOI.....	36
III.5. Notions de modèles de transformation d'espaces.....	36
III.5.1. Modèle Géométrique Direct.....	36
III.5.2. Modèle géométrique Inverse.....	36
III.5.3. Modèle Cinématique Direct.....	37
III.5.4. Modèle Cinématique Inverse.....	37
III.6. Types de Configurations.....	38
III.6.1. Notion de degrés de mobilité du système	38
III.6.2. Degrés de Libertés.....	38
III.6.3. Configurations Singulière et régulière.....	38
III.7. Notions de redondances.....	39
III.7.1. Notions de redondance géométrique.....	39
III.7.2. Notions de redondance cinématique.....	40
III.8. Contraintes de Roulement Sans Glissement	40
III.9. Etudes de différents systèmes.....	41
III.9.1. Paramétrisation d'un bras manipulateur de type série.....	42
III.9.2. Paramétrisation des plateformes à roues.....	44
III.9.3. Etude d'un manipulateur mobile à roues	49
III.10. Conclusion.....	54
 Chapitre IV : Modélisation	
IV.1. Introduction.....	55
IV.2. Présentation du système à étudier	56
IV.3. Modèle géométrique direct	57
IV.3.1. Matrices de passage.....	57
IV.3.2. Calcul Direct.....	59
IV.4. Modèle géométrique inverse.....	61
IV.4.1. Planification de mouvement de la plateforme mobile.....	62
IV.4.1.1. Définition de la Trajectoire Opérationnelle Imposée.....	63
IV.4.1.2. Génération de trajectoire de la plateforme.....	63
IV.4.1.3. Planification de trajectoire.....	65
IV.4.1.4. Planification du mouvement de la plateforme.....	66
IV.4.2. Inversion du modèle du bras manipulateur.....	67
IV.4.2.1. Méthodes de calcul du modèle géométrique inverse.....	68
IV.5. Modèle cinématique direct	71
IV.5.1. Représentation générale du modèle cinématique direct.....	71
IV.5.2. Présentation du modèle cinématique réduit.....	73
IV.5.2.1. Plateforme différentielle.....	74

IV.5.2.2. Plateforme de type voiture.....	74
IV.5.3. Modèle cinématique direct réduit du système à étudier.....	75
IV.6. Modèle cinématique inverse.....	75
IV.6.1. Méthode des Tâches additionnelles.....	77
IV.7.Conclusion.....	80

Chapitre V : Simulations et Résultats

V.1. Introduction.....	82
V. 2. Implémentations	82
V.2.1.Environment de programmation.....	82
V.2.2.Affichage des résultats.....	83
V.2.3.Principaux objets utilisés.....	83
V.3.Validation des modèles inverses.....	83
V.4.Trajectoires Opérationnelles imposées.....	84
V.4.1. Trajectoire Carrée.....	84
V.4.2. Trajectoire Ellipsoïdale.....	84
V.4.3. Trajectoire Circulaire.....	85
V.5. Représentation des champs.....	85
V.6. Modèle géométrique inverse.....	86
V.6.1.Déplacements du manipulateur mobile.....	86
V.6.2.Planification de trajectoire.....	87
V.6.3. Représentation de la trajectoire et du mouvement de la plateforme.....	88
V.6.4. Choix du type de planification de trajectoire de la plateforme.....	89
V.6. 5. Modification des paramètres pour la planification de trajectoire.....	94
V.6.5.1. Influence de la longueur des rayons des champs de référence.....	94
V.6.5.2.Influence de la distance entre échantillons de référence <i>Dist</i>	97
V.6.5.3. Modification de la position initiale de la plateforme.....	102
V.7.Modèle Cinématique Inverse.....	104
V.7.1.Choix numéro 1.....	105
V.7.2.Choix numéro 2.....	106
V.7.1.Choix numéro 3	106
V.8.Conclusion.....	108

Conclusion Générale 109

Annexe A : Modèle géométrique Direct du système articulé 111

A.1. Calcul du modèle géométrique direct d'un bras manipulateur.....	111
A.2. Forme analytique du modèle géométrique direct du bras Mitsubishi PA17CE	114

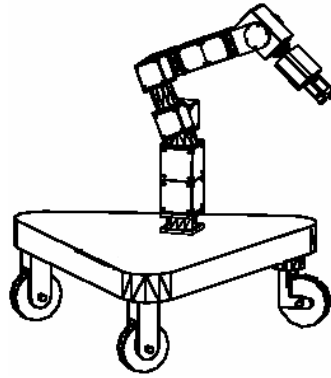
A.2.1. Matrices de passage des différents repères du bras Mitsubishi PA10 7CE.....	113
A.2.2. Matrice de transformation d'espace globale.....	113
Annexe B : Modèle Cinématique Direct du système articulé	115
B.1.Présentation de la matrice jacobienne d'un bras manipulateur.....	115
B.2. Formation de la matrice jacobienne.....	116
B.2.1. Calcul de la matrice jacobienne vectorielle J_n	116
B.2.2.construction des colonnes de la matrice jacobienne J_b	118
B.2.3. Forme analytique des vitesses opérationnelles linéaires du bras Mitsubishi PA10 7CE.....	118
Annexe C : Caractéristiques des éléments des manipulateurs mobiles	120
C.1.Caractéristiques du bras manipulateur.....	120
C.2.Caractéristiques de la plateforme mobile.....	121
Références Bibliographiques	122

Introduction Générale

., d'une part, pour éviter aux êtres humains des tâches répétitives, et d'autre part, pour améliorer la productivité [Poi96]. Nous pouvons distinguer deux types de robots:

- Les bras manipulateurs
- Les robots mobiles

Historiquement, les bras manipulateurs ont été les premiers à avoir vu le jour; ils ont représenté pendant longtemps un mécanisme articulé de grande taille, fixé sur un socle rigide, et assurant des tâches précises, selon des ordres donnés; le but de leur utilisation était d'affranchir l'être humain de tâches lassantes et monotones, ils évoluaient dans des milieux industriels où l'environnement est structuré; de ce fait, leur utilisation dans ce cadre s'est progressivement banalisée, puisqu'ils sont limités par leurs dimensions, ainsi que leur morphologie, ne leur permettant d'opérer que dans des espaces réduits, révélant leur incapacité à effectuer correctement des tâches dans des périmètres importants comparés à leurs taille. Les domaines d'applications dans la robotique s'étant étendus, et pour palier aux défauts des bras manipulateurs, il a fallu construire d'autres systèmes, capables d'évoluer dans de plus grands espaces. C'est la raison pour laquelle il y a eu l'apparition des plateformes mobiles pour combler les lacunes des bras manipulateurs, puisqu'ils peuvent évoluer dans de grands espaces. Ce sont des dispositifs qui sont généralement constitués d'un véhicule semblable à un chariot motorisé, ils peuvent être dotés de divers outils de locomotion. On peut citer les mobiles à roues, les mobiles à chenilles, les mobiles marcheurs ou encore les robots rampants. Les plateformes mobiles ont été utilisées pour transporter des charges en milieux industriels, ou dotées de divers outils pour une plus vaste utilisation (nettoyage, exploration ou surveillance,...etc.). L'inconvénient majeur que présentent ces mécanismes est leur incapacité à interagir avec l'environnement pour modifier sa structure. Le progrès et l'évolution ont fait diversifier les domaines d'applications, les chercheurs ont dû être confrontés à des situations où la locomotion et la manipulation se devaient d'être combinées, pour effectuer des tâches bien précises, ce qui a donné naissance aux manipulateurs mobiles. Classiquement, ce sont des plateformes mobiles portant un bras manipulateur; l'alliance de la locomotion et de la manipulation ouvre de nouveaux horizons dans le domaine de la recherche, puisque ces systèmes mécaniques ont été sujets à de récentes études [Bay01]. Comme le bras est doté de la capacité de manipulation, il peut interagir avec l'environnement dans des espaces relativement importants, car, grâce à la plateforme mobile, l'espace des positions accessibles du robot manipulateur est plus important, d'où la possibilité de franchissement d'obstacles, et même, de les déplacer quand il y a possibilité de le faire.



Présentation d'un système de manipulation mobile

Comme tout système robotique, les déplacements d'un manipulateur mobile doivent être régis par un certain nombre de lois représentatives de son évolution spatiale et temporelle. Ces règles se présentent sous forme de modèles mathématiques appelés modèles géométrique et cinématique, modèles qui peuvent être utilisés dans le cadre d'une planification de trajectoire et de mouvement, qui sont étroitement liés à la morphologie d'un bras manipulateur ayant une base fixée non déplaçable. Or, l'adjonction de la plateforme mobile présente un problème pour leur mise en œuvre, puisque l'évolution spatiale des systèmes combinés se fait dans un environnement ayant un volume important, et l'extrapolation sur les déplacements du système de manipulation mobile sera moins certaine.

Notre travail consistera précisément à mettre en œuvre une stratégie de planification de trajectoire et de mouvement pour un manipulateur mobile, comportant un bras manipulateur redondant et une plateforme mobile de type voiture. Nous nous baserons sur la constitution des différents modèles, dans le cadre de l'accomplissement d'une tâche particulière.

Notre mémoire se subdivisera donc en cinq parties : nous exposerons dans la première partie les différentes caractéristiques propres à chacun des sous-système bras manipulateur et plateforme mobile composant le manipulateur mobile, ensuite, nous présenterons les différents travaux existants traitant de l'étude des systèmes de manipulation mobile, puis, nous définirons des notions fondamentales liées aux systèmes articulés embarqués. La quatrième partie sera consacrée à la présentation du fond du travail que nous devons implémenter, et dans laquelle nous allons expliciter les différentes approches que nous avons adopté pour l'élaboration de la stratégie de planification de trajectoire et de mouvement. Enfin, une dernière partie sera consacrée à la mise en pratique des notions théoriques présentées dans les parties précédentes.

Nous clôturerons ce mémoire par une conclusion, dans laquelle nous présenterons des suggestions, dans un but d'amélioration du travail considéré.

Chapitre I

Généralités sur les robots mobiles et les bras manipulateurs

I.1. Introduction

Les manipulateurs mobiles sont constitués d'un ou plusieurs bras manipulateurs embarqués sur un robot assurant la mobilité. Pour notre part, nous nous sommes intéressés au cas où il n'y a qu'un seul bras manipulateur embarqué sur une plateforme mobile à roues. La spécificité de ce type de systèmes est le fait que les bras ont des caractéristiques particulières, relativement à leurs composantes mécaniques et électroniques. Il en est de même pour les robots mobiles qui se distinguent par leurs propres éléments. De ce fait, nous avons trouvé nécessaire de décrire les deux sous systèmes, sachant que ce sont ceux qui ont suscité le plus l'intérêt de la recherche dans le domaine de la robotique. Il existe donc un certain nombre de notions auxquels nous devons faire allusion ; c'est pour cela que nous avons trouvé obligatoire de les définir, afin de les évoquer par la suite en ayant une connaissance a priori de leurs significations.

Ce chapitre a pour but de donner des notions essentielles sur notre système, pour faciliter la compréhension de certains critères. Une première partie sera consacrée à des définitions générales liées à la robotique. Vu que notre robot comporte le sous système véhicule à roue, nous passerons alors en revue certaines notions liées à la robotique mobile, à savoir les roues variées utilisées pour ce genre de systèmes, et les types de véhicules mobiles les plus courants, et aussi, les divers capteurs utiles à la navigation. Nous consacrerons une troisième partie aux bras manipulateurs, qui seront décrits relativement à leurs constituants articulaires. Nous exposerons ensuite les types de morphologies qu'ils peuvent présenter, puis, nous définirons les divers capteurs utilisés pour ces robots. Enfin, un dernier volet traitera de l'autonomie des systèmes robotiques, puisque c'est un aspect qui touche au domaine de la manipulation mobile.

Nous allons dans ce qui suit donner des définitions générales liées à la robotique.

I.2. Définitions Générales

I.2.1. Définition d'un robot

La définition générique stipule qu'un Robot est une machine physique qui modifie matériellement son environnement pour atteindre le but qui lui est fixé : la tâche désirée [Dom01], ou encore, c'est un manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils ou des dispositifs spécialisés [Khl99]. Cette définition s'attache de trop près aux systèmes articulés. Il existe une autre définition plus générale qui considère un robot comme un "agent" artificiel, actif et autonome, ayant comme environnement l'espace physique.

Un agent est une entité équipée de la capacité de perception, saisissant son entourage grâce à des *capteurs*, prenant des décisions à l'aide du *contrôleur*, et enfin agissant en conséquence en usant des *effecteurs* ; il peut donc s'adapter seul aux variations de son

environnement, de telle sorte que la tâche soit correctement exécutée en dépit de ces variations ; il doit comprendre un “corps” et un “cerveau”.

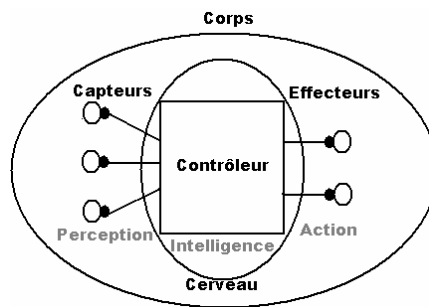


Fig.I.1 : Représentation schématique d'un agent

Les *actionneurs* et *effecteurs* sont les organes du robot qui animent la structure mécanique ; la maîtrise de leurs commandes permet de faire réaliser des tâches prédéfinies par l'opérateur. Nous allons dans ce qui suit donner certaines définitions fondamentales.

I.2.2. Contrôle

C'est une opération qui consiste à asservir les variables relatives au mouvement (qu'on notera x) à des valeurs désirées (notées x_d) ; par ce moyen, il est fait en sorte que la valeur x soit commandée à partir de la valeur désirée [Vib87] et que l'on ait en fin de compte $x=x_d$. En d'autres termes, le contrôleur récupère l'information sensorielle (par des capteurs), prend des décisions intelligentes par rapport aux actes à accomplir, et effectue ces opérations en envoyant les commandes adéquates aux actionneurs.

I.2.3. Actionneurs

Ce sont des mécanismes qui permettent à /aux effecteur(s) d'exécuter une action, de convertir les commandes logicielles (Software) en des mouvements physiques ; leur but primaire est de produire assez de force pour provoquer le mouvement du robot, celle ci représente la transformation d'une énergie source en énergie mécanique [Khl99]. La technologie des actionneurs est étroitement liée à l'énergie de base utilisée (pneumatique, hydraulique, électrique) [Pru88].

I.2.4. Effecteurs

Ce sont tous les mécanismes à travers lesquels le robot peut effectuer des changements propres à lui, ou relatifs à l'environnement ; ces changements se font grâce aux actionneurs.

I.2.5. Capteurs

Ce sont des outils de perception qui permettent de gérer les relations entre le robot et son environnement. Il existe deux types de capteurs tels que : les capteurs proprioceptifs qui mesurent l'état mécanique interne du robot (comme les capteurs de position, de vitesse ou d'accélération), et les capteurs extéroceptifs qui recueillent des informations sur l'environnement (comme la détection de présence, mesure de distance...etc). Les capteurs ont comme fonction de lire les variables relativement au mouvement du robot pour permettre un contrôle convenable [Khl99].

Après avoir exposé les différentes définitions relatives aux robots en général, nous allons dans ce qui suit nous intéresser spécialement aux deux parties composant des manipulateurs mobiles, à savoir, les structures articulées (bras manipulateurs), et les plateformes mobiles.

I.3. Robot mobile

De manière générale, on regroupe sous l'appellation *robots mobiles* l'ensemble des robots à base mobile (Fig.I.2).

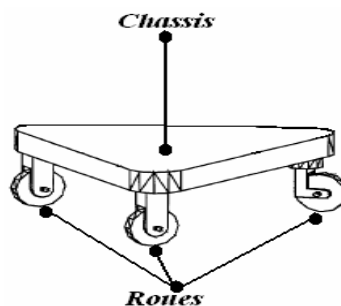


Fig.I.2 : Représentation d'un robot mobile

Ces machines sont constituées d'un châssis, et d'un ensemble de roues, ayant comme fonction la stabilité et la mobilité du système (nous n'allons nous intéresser qu'aux robots mobiles à roues, en faisant abstraction des autres types de plateformes, comme les robots marcheurs, ou rampants).

La particularité de ces robots est leur capacité à se mouvoir dans des environnements relativement grands (sans influencer sur leur constitution), grâce à leur système de locomotion, c'est pour cela que nous allons dans ce qui suit évoquer les différents types de roues utilisées en robotique mobile.

I.3.1. Types de roues

Pour une base mobile, le type de roues assurant sa locomotion a son importance, dans le cadre de l'étude de son mouvement. Nous allons donner une description de ces dispositifs qui

représentent la partie la plus importante, puisque c'est leur actionnement qui doit être commandé et contrôlé. Les différents types de roues sont (Fig.I.3) :

- (a).Roues fixes : Ont comme particularité un axe de rotation parallèle au sol, et qui passe par le centre de la roue.
- (b).Roues centrées orientables : l'axe d'orientation est perpendiculaire au sol, il passe par le centre de la roue.
- (c).Roues décentrées orientables : l'axe d'orientation est perpendiculaire au sol, il ne passe pas par le centre de la roue, ce type de roues est appelé aussi roues folles. Ce sont des roues dont la direction peut varier librement selon un axe vertical. Elles présentent l'avantage de donner au robot la possibilité de tourner à droite ou à gauche sans « mécanique compliquée », ou encor de simplifier la commande de la « droite » ou de la « gauche » en jouant uniquement sur les roues motrices arrière.
- (d).Roues suédoises : pour lesquelles la composante nulle de la vitesse de glissement, au point de contact (notions définie dans Chapitre III, Paragraphe III.8), n'est pas dans le plan de la roue.

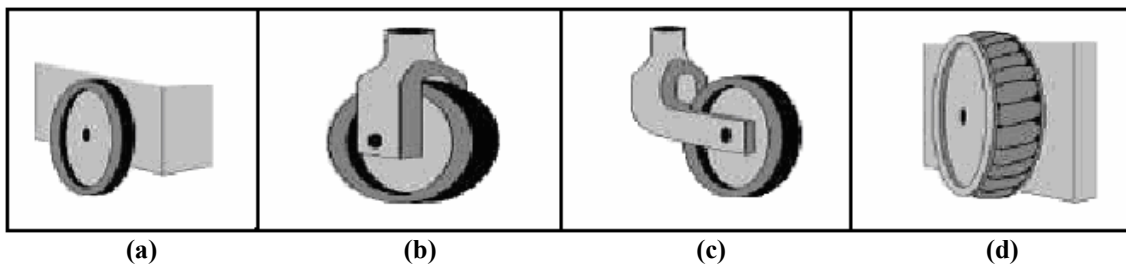


Fig.I.3 : Différents types de roues en robotique mobile : (a)Roue fixe, (b) Roue centrée orientable, (c) Roue décentrée orientable, (d) Roue suédoise

roues Paramètres	(a)	(b)	(c)	(d)
r	Constante	Constante	Constante	Constante
l	Constante	Constante	Constante	Constante
φ	Variable	Variable	Variable	Variable
β	Constante	Variable	Variable	Constante
α'	Constante	Constante	Constante	Constante
γ	0	0	0	Constante
l'	0	0	0	Constante

Tab.I.1 : Propriétés des paramètres de description des roues en fonction de leurs type

Le tableau Tab.I.1 représente les paramètres relatifs aux différentes roues présentées en Fig.I.4. φ représente le vecteur de rotation propre de la roue considérée, β décrit son orientation, r est son rayon, α' définit l'orientation de l'axe de la roue relativement à un repère lié à la plateforme, et enfin, l indique la distance entre le centre d'orientation de la roue et le point référentiel O_p du chariot. Les paramètres γ et l' , sont des données qui concernent les roues suédoises.

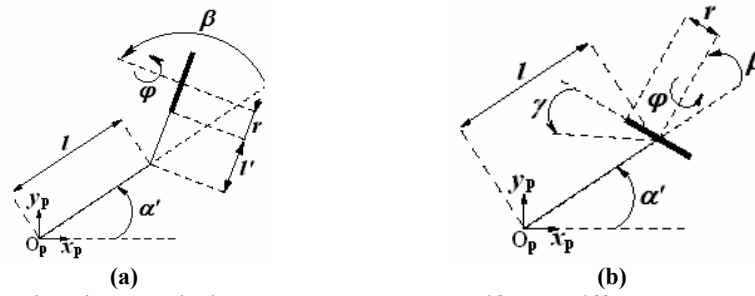


Fig.I.4 : Description des paramètres relatifs aux différentes roues

(a) Paramétrage pour les roues décentrées et orientables

(b) Paramétrage pour les roues fixes, centrées orientables et suédoises

Les roues présentées ci-dessus en Fig.I.3 [Pad05] [Bay01] influent sur le mouvement d'une plateforme mobile de part la variabilité des paramètres qui les représentent (Fig.I.4). Leur évocation nous ramène à l'aspect holonomie, cette caractéristique va être explicitée dans ce qui suit.

I.3.2. Holonomie

Un système mobile holonome peut se déplacer dans toutes les directions depuis sa position courante. La contrainte non holonome est la limitation des vitesses admissibles d'un objet, ce qui veut dire que le robot non holonome ne peut effectuer de mouvement instantanément que dans certaines directions. Cette notion sera plus approfondie dans le chapitre III.

Nous allons dans ce qui suit présenter les différentes plateformes mobiles existantes, en évoquant précisément l'aspect holonomie.

I.3.3. Types de plateformes mobiles à roues

Nous présentons ici les différents types de bases mobiles utilisées en robotique

I.3.3.1. Plateformes différentielles (unicycle)

Ce type de robot comporte deux roues commandées indépendamment. Une ou plusieurs roues folles sont ajoutées à l'avant ou à l'arrière du robot pour assurer sa stabilité (Fig.I.5). Cette plateforme est très simple à commander, puisqu'il suffit de spécifier les vitesses des deux roues [Fil05].



Fig.I.5 : Plateforme différentielle (a) Vue de profil, (b) Vue de dessus

L'estimation du déplacement par odométrie (voir capteurs paragraphe I.3.4) est également très simple, à partir de la mesure des vitesses de rotation des deux roues $\dot{\phi}1$ et $\dot{\phi}2$.

Ce type de plateforme peut aussi être utilisé avec des chenilles, ce qui fournit une capacité de franchissement de petits obstacles intéressante (Fig.I.6). Ces plateformes peuvent ainsi être utilisées en milieu urbain, ou dans des décombres.



Fig.I.6 : Plateforme de type chenille

I.3.3.2. Plateformes omnidirectionnelles

Les plateformes omnidirectionnelles permettent de découpler de manière plus nette le contrôle de la rotation, et de la translation d'un robot ; cet aspect induit que ce type de systèmes est réellement holonome [Fil05].

Ces robots mobiles utilisent pour cela trois ou quatre roues qui tournent à la même vitesse, pour fournir une translation, et un mécanisme qui permet d'orienter simultanément ces roues, dans la direction du déplacement souhaitée (Fig.I.7).



Fig.I.7 : Plateforme omnidirectionnelle : (a) Vue de profil, (b) Vue de dessus

Le corps du robot lui-même n'effectue pas de rotation, mais uniquement des translations. Ce système permet un contrôle très simple et relativement rapide, car les changements de direction ne concernent que les roues, et peuvent donc se faire très vite ; par contre, ces plateformes sont relativement limitées en capacité de franchissement, et requièrent un sol très plan.

I.3.3.3. Plateformes de type voiture

Des plateformes non holonomes, de type voiture, sont également utilisées en robotique mobile. Ces véhicules sont toutefois plus difficiles à commander, car elles ne peuvent pas tourner sur place et doivent manœuvrer [Fil05], ce qui peut être difficile dans des environnements encombrés. La commande de ces plateformes (pour réaliser un déplacement particulier) est un problème à part entière.



Fig.I.8 : Plateforme non holonome, (a) Vue de Profil, (b) Vue de dessus

I.3.4. Capteurs propres aux robots mobiles

Nous allons dans ce qui suit évoquer un certains nombre de capteurs relatifs à la robotique mobile, utiles à la navigation, ils peuvent être proprioceptifs ou extéroceptifs.

I.3.4.1. Capteurs proprioceptifs

- L'odométrie qui permet d'estimer le déplacement à partir de la mesure de rotation des roues.
- Le radar doppler (petit radar pointé vers le sol) qui permet de mesurer la vitesse du véhicule par effet doppler.
- Le gyromètre qui sert à mesurer l'orientation du corps sur lequel il est placé, ceci par rapport un référentiel fixe et selon un ou deux axes.

I.3.4.2. Capteurs extéroceptifs

- Les télémètres qui permettent de mesurer la distance à l'environnement ; ils sont [Fil05]:
 - à ultrasons, utilisant la mesure du temps de retour d'une onde sonore réfléchiée par les obstacles pour estimer la distance.
 - à infrarouge, constitué d'un ensemble émetteur/récepteur utilisant des radiations invisibles pour la détection d'obstacles.
 - Laser, utilisant un faisceau laser et mesurant le temps de vol d'une impulsion émise par une diode laser à faible puissance.
- Les balises dont on connaît la position, et qui pourraient être détectées par le robot, afin de faciliter sa localisation.
- Le GPS (Global Positionning System) qui a comme principe d'avoir placé des balises sur des satellites en orbite terrestre, et qui est par conséquent accessible de quasiment partout de la surface du globe.

Nous avons dans ce paragraphe largement décrit les plateformes mobiles à roues par rapport à leurs caractéristiques propres. Nous allons dans ce qui suit évoquer les particularités de l'autre type de robots, à savoir les bras manipulateurs, puisqu'ils représentent la seconde partie composant les manipulateurs mobiles.

I.4. Robot manipulateur

Nous n'allons considérer que les robots manipulateurs ayant une structure ouverte simple (en omettant d'étudier les structures fermées, arborescentes ou parallèles), car c'est ce type de bras qui sera utilisé de notre manipulateur mobile.

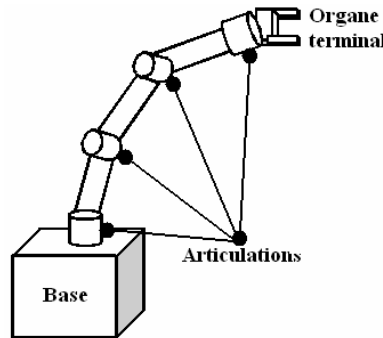


Fig.I.9 : Représentation d'un bras manipulateur

Un bras manipulateur est un système électromécanique capable d'interagir avec son environnement. Il est constitué de deux parties distinctes [Khl99]:

- **Un organe terminal :** c'est un dispositif d'interaction fixé à l'extrémité mobile de la structure mécanique, il regroupe les procédés destinés à manipuler des objets, ou à les transformer, il s'agit donc d'une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement.
- **Une structure mécanique articulée :** C'est une chaîne cinématique, à corps généralement rigides (segments), assemblés par des liaisons (articulations). Les articulations sont des dispositifs se trouvant entre deux segments. Ils lient deux corps successifs ; cette disposition permet le mouvement entre ces corps, ce qui a comme conséquence l'obtention d'un mouvement relatif des segments voisins. Cette structure articulée supporte l'organe terminal à situer, son rôle est de l'amener à une position et une orientation donnée.

I.4.1. Types d'articulations (liaisons)

I.4.1.1. Articulation rotoïde

C'est une articulation de type pivot, ayant comme principe la réduction du mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun, ce qui donne comme résultante un angle de rotation autour de cet axe.

I.4.1.2. Articulation prismatique

C'est une articulation de type glissière, réduisant le mouvement entre corps à une translation le long d'un axe commun, ce qui signifie qu'il se produira un déplacement linéaire mesuré par une distance le long de cet axe.

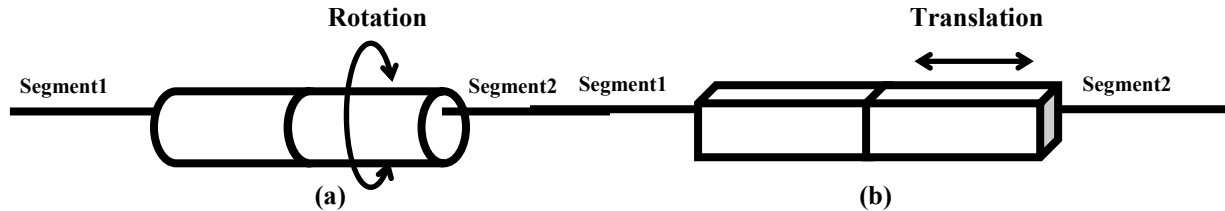


Fig.I.10 : présentation des types de liaisons : (a) liaison rotoïde (b) liaison prismatique

I.4.2. Espace de travail

Appelé aussi volume de travail, il représente l'espace physique engendré par un point de l'organe terminal lorsque le robot est en mouvement (évolution relative aux variables articulaires). Il est habituellement représenté par deux sections perpendiculaires choisies en fonction du type du robot manipulateur [Gor84]. Cette représentation est préférable à une seule vue en perspective. Ce point pourrait être l'extrémité de l'organe terminal.

Ce type de représentation ne renseigne que sur les positions de l'organe terminal, mais omet le fait d'indiquer ses orientations, qui ne peuvent paraître concrètement.

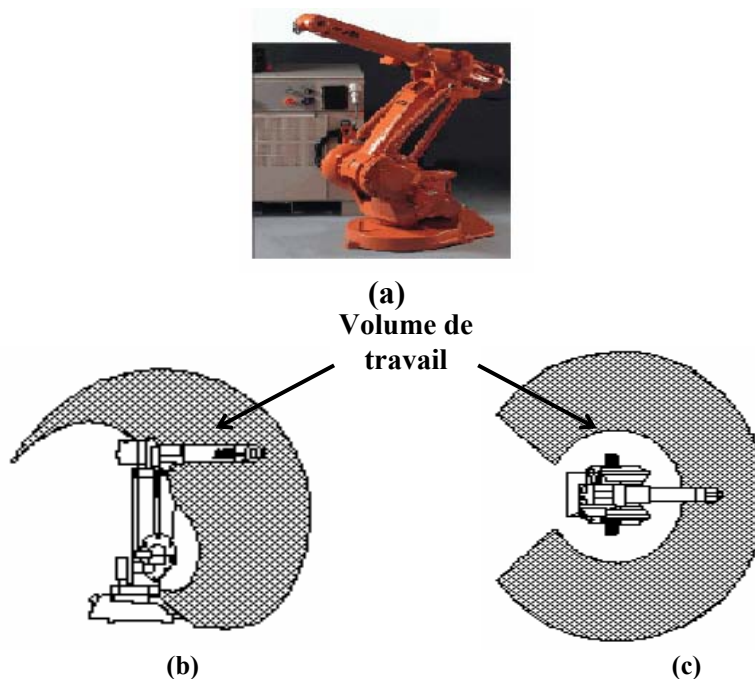


Fig.I.16 : Exemple de représentation de l'espace de travail : (a) bras industriel IRB 1400, (b) vue de profil, (c) vue de haut

Avant d'entamer la description des capteurs propres aux bras manipulateurs, nous allons évoquer un aspect très important qui est la notion de degrés de liberté.

I.4.3. Degrés de liberté

Le degré de liberté d'un robot manipulateur est égal au nombre de paramètres indépendants qui fixent la situation de l'organe terminal, il peut être fonction de la configuration du robot[Gor84]. Cela sera illustré dans l'exemple suivant en Fig.I.17:

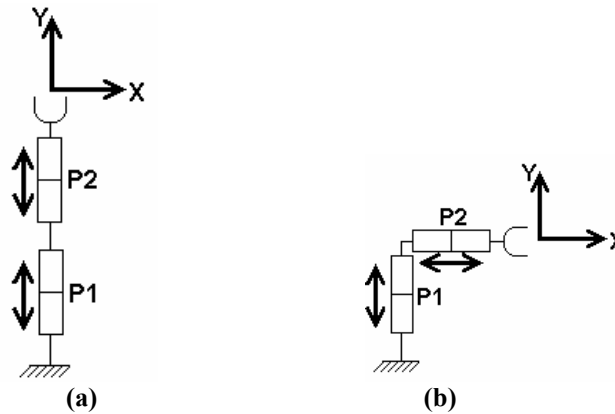


Fig.I.17 : Exemple explicatif pour la définition d'un degré de liberté :
(a) bras à un degré de liberté, (b) bras à deux degrés de libertés

La figure Fig.I.17.a représente un bras comportant deux liaisons prismatiques, et pourtant, il est considéré comme ayant un degré de liberté, puisque les deux liaisons font déplacer l'organe terminal dans la direction de Y seulement ; par contre, pour la Fig.I.17.b, le bras comporte aussi le même nombre d'articulations, mais combinées différemment, ce qui lui permet de faire bouger l'organe terminal dans le sens de X (grâce à l'articulation P2) et de Y (grâce à l'articulation P1). Pour un manipulateur mobile, un exemple concret est présenté en chapitre III.

I.4.4. Capteurs relatifs aux bras manipulateurs

Les capteurs utilisés en manipulation sont assez complexes à décrire car on doit faire appel à beaucoup de notions en électricité et électronique ; c'est pour cela que nous n'allons faire que les évoquer relativement à leurs fonctions et nous abstenir de rentrer dans les détails.

I.4.4.1. Capteurs Proprioceptifs

Ces capteurs assurent un contrôle permanent du système mécanique articulé. Ils interviennent dans les boucles de régulation, afin de permettre à l'unité de commande de suivre correctement, ou de modifier la trajectoire en cours, afin qu'elle soit conforme à celle exigée par la tâche [Pru88].

➤ Capteurs de position

Ce sont les capteurs qui servent à nous informer sur le déplacement articulaire (linéaire pour les articulations prismatiques ou angulaire pour les articulations rotoïdes), comme par

exemple, les capteurs potentiométriques qui se basent sur le déplacement angulaire ou linéaire d'un curseur, au niveau d'un potentiomètre, pour définir la position courante de l'actionneur. Chaque type d'articulation comprend ses propres types de capteurs. Les déplacements linéaires ou angulaires se détectent de façons différentes et distinctes.

La représentation suivante en Fig.I.18 relate les principaux capteurs de position pour les robots manipulateurs [Coi86].

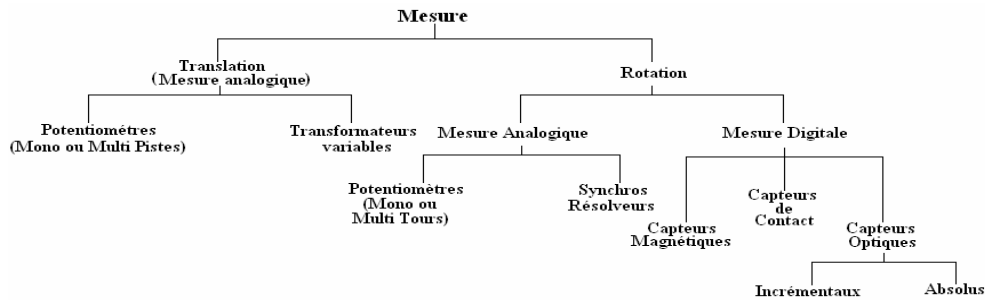


Fig.I.18: Les principaux capteurs de position rencontrés sur les robots manipulateurs

➤ Capteurs de vitesse

Dans la majorité des cas, on essaie de se ramener à la mesure d'une vitesse de rotation, car la mesure d'une vitesse de translation nécessite des capteurs très spéciaux, peu nombreux de toutes façons, et rarement utilisés.

➤ Capteurs d'accélération

Ces capteurs trouvent leurs applications dans la commande dynamique des robots, dans le cas par exemple de désir d'exécution de tâches à grandes vitesses.

I.4.4.2. Capteurs extéroceptifs

Les capteurs extéroceptifs sont décrits par leur fonction plutôt que par les grandeurs qu'ils mesurent ; nous pouvons les subdiviser en trois types tels que :

➤ Capteurs de contact

Ce sont des capteurs qui exigent un contact avec l'objet sur lequel il va y avoir la mesure, leurs fonctions peuvent être diverses et variées, comme illustré dans la figure suivante [Pru88]:

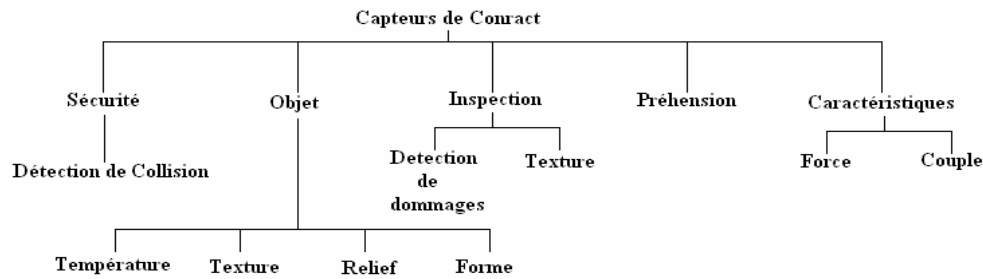


Fig.I.19 : Représentation des différentes fonctions des capteurs à contact

➤ Capteurs sans contact

Ces capteurs prélèvent une information à distance, le support de cette information est un rayonnement. Ces capteurs peuvent se distinguer en deux familles :

▪ Capteurs de proximité :

Ces capteurs représentent une sous-classe des capteurs sans contact. Nous pouvons les comparer à des capteurs d'images élémentaires fournissant trois types d'informations tels que :

- une information binaire sur la présence ou l'absence d'un objet de proximité.
- une information quantifiant la proximité de quelques millimètres à quelques mètres.
- une information liée à la forme d'un objet à proximité.

▪ Capteurs d'images (Vision numérique):

Ce type de capteurs aurait pu être évoqué dans le paragraphe précédent, car ce sont des capteurs communs aux deux types de robots, ce qui fait que nous avons préféré les englober dans cette section. Ces capteurs sont souvent utilisés en asservissement visuel, ils ont comme fonction la perception de l'environnement par vision, il en existe cependant certaines catégories [Fil05]:

- Les caméras standards permettant une vision traditionnelle.
- Les caméras stéréoscopiques qui représentent deux caméras observant la même partie de l'environnement à partir de deux points de vue différents, ce qui permet d'avoir une sensation de profondeur.
- Les caméras panoramiques (catadioptriques) qui mesurent la réflexion de l'environnement, grâce à une caméra sur un miroir parabolique. L'image recueillie permet d'avoir une vision de l'environnement sur 360 degrés autour de la camera.

Avant de clore ce chapitre, nous allons évoquer une caractéristique très importante, concernant les robots en général qui est l'autonomie.

I.5. Autonomie et Téléopération

Dans la définition du robot, nous avons eu à évoquer l'autonomie qui constitue une caractéristique particulière, mais cet aspect se trouve partiellement abandonné relativement aux applications, qui ne se résument plus qu'à l'aspect industriel. C'est pour cette raison que les nouvelles machines peuvent ne pas être complètement autonomes, comme cela est expliqué ci-dessous (Cette partie est inspirée d'un travail ayant été fait dans un cadre médical, donc, les exemples cités sont tous traits à ce domaine).

I.5.1. Systèmes autonomes

Un système autonome est un agent qui dispose librement de soi, c'est à dire, qui n'est pas commandé extérieurement ; guidé seulement par l'information sensorielle (capteurs), et prenant une décision relativement à des instructions définies au préalable.

En chirurgie par exemple, une application sur tissus mous ou déformables (par un bras manipulateur) ne peut pas mettre en œuvre des systèmes autonomes car, cela implique des incertitudes et des inhérences qui ne peuvent pas être complètement prises en charge par ce type de systèmes [Gin03], c'est dans ce sens qu'il y a eu l'apparition par la suite des systèmes téléopérés.

I.5.2. Systèmes téléopérés

Ces systèmes ont comme caractéristique le fait que ça soit un être humain qui reste maître de l'intervention, ils sont de structure maître/esclave, puisque la console « maître » est pilotée par un opérateur humain et la structure « esclave » est représentée par le robot.

Dans le domaine médical, le chirurgien est confortablement assis près de la table d'opération, et manipule les organes terminaux des bras articulés de la structure maître, il regarde le moniteur vidéo, qui lui fournit les images de l'intérieur du patient [Gin03].

Les mouvements qu'il effectue sont reproduits sur les bras robotisés de la structure esclave, qui est installée autour de la table d'opération. La commande en effort peut être utilisée par l'opérateur. La figure Fig.I.20 relate les différents blocs pour former un système téléopéré [Mic04][Otm00] .



Fig.I.20 : illustration de l'architecture générale d'un système de téléopération.

Dans le cas général, ces robots autorisent les opérations à grande distance, où plusieurs milliers de kilomètres séparent l'endroit où doivent se dérouler les actions (faites par le robot) de l'opérateur.

I.6. Conclusion

Dans ce chapitre, Nous avons pu définir certaines notions fondamentales liées à la robotique en général, ensuite pour revenir au vif du sujet (manipulateurs mobiles), nous nous sommes consacré à la définition de notions relatives aux robots mobiles pour une meilleure compréhension de ce type de systèmes, enfin, nous avons eu à relater les particularités liées aux bras manipulateurs par rapport à leurs constitutions.

Le manipulateur mobile qui nous devons étudier doit être constitué d'une seule chaîne cinématique ouverte, embarquée sur un système mobile à roues, le bras utilisé à ces fins doit être assez léger pour pouvoir être porté par la plateforme mobile. Aussi, cette dernière doit présenter certaines qualités. C'est dans ce sens que nous allons dans le chapitre suivant exposer une synthèse de travaux étudiant les bras embarqués sur des véhicules à roues, en évoquant des caractéristiques de ce type de systèmes ; les différentes notions étudiées dans ce chapitre vont alors nous être utiles par la suite, puisqu'il va y avoir évocation d'aspects étroitement liés à la mécanique des manipulateurs mobiles. Aussi, nous aurons à citer des capteurs, et autres spécificités.

Chapitre II

Synthèse des travaux relatifs à la manipulation mobile

II.1. Introduction

La modélisation des manipulateurs mobiles implique une connaissance approfondie du système considéré, relativement aux deux parties qu'il comporte (le bras manipulateur et la plateforme mobile). Le choix d'un robot est donc une étape très importante, qui doit se faire en amont pour qu'il puisse accomplir correctement les actions exigées.

Nous avons rencontré dans notre recherche des robots ayant des caractéristiques particulières, qui nous ont permis de les classer, afin d'avoir une idée plus claire sur la question.

Nous allons dans ce chapitre répertorier les différents critères caractérisant les manipulateurs mobiles. Nous citerons un certain nombre de robots réels qui sont des plateformes expérimentales de certains laboratoires de recherches, et des robots spécifiques à certains domaines d'applications seulement ; le robot que nous allons utiliser comprend certaines caractéristiques. C'est grâce à cette étude que nous pourrons faire le choix de notre système articulé mobile.

Ce chapitre est subdivisé en deux parties, la première consistera en une description de manipulateurs mobiles par rapport à l'aspect technique, car nous allons surtout les répertorier relativement à leurs composants propres, la seconde partie sera consacrée à une classification de robots par rapport à leurs utilisations.

II.2. Caractéristiques des manipulateurs mobiles

Lors de notre recherche, nous avons pu constater un certain nombre de caractéristiques relatives aux manipulateurs mobiles comme :

II.2.1. Capteurs utilisés et leurs positions

Les types de capteurs utilisés et leurs positions représentent un critère important dans le choix d'un manipulateur mobile. Ainsi, le robot ANIS, développé à l'INRIA Sophia-Antipolis en France sert de base de recherche aux travaux du projet ICARE (Instrumentation, Commande et Architecture des Robots Evolués). Ce robot représente un support expérimental à des études en commande et navigation référencées capteurs, ainsi qu'en perception active et fusion multi capteurs.

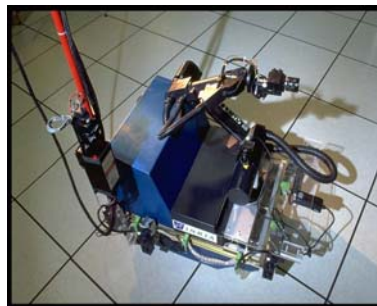


Fig.II.1 : Robot Anis

La partie mobile non holonome de type unicycle est dotée de divers moyens sensoriels, comme le télémètre laser rotatif qui se trouve à l'arrière droit, ainsi qu'une ceinture de huit capteurs à ultrasons se trouvant tout autour, lui permettant de se localiser et de se déplacer dans des environnements d'intérieur, afin de les explorer et d'en construire une représentation. Il est surmonté d'un bras à 6 liaisons rotoïdes, comportant une camera au niveau de l'organe terminal ; elle s'en trouve embarquée comme c'est représenté en Fig.II.1.

Ce robot est destiné à se déplacer dans un environnement encombré, aussi, il a été conçu de taille réduite ; il est relativement léger et maniable.

II.2.2. Redondance et holonomie

Comme nous l'avons précisé dans le chapitre I, l'holonomie est une notion fréquemment utilisée pour les robots mobiles afin d'exprimer l'aspect encombrement du véhicule ; par contre, la redondance est un terme généralement employé pour désigner la souplesse et la dextérité des bras manipulateurs, c'est pour cela que ce sont des critères de sélection majeurs auxquels nous nous sommes intéressés ; ces deux notions sont tout autant importantes, puisque les manipulateurs mobiles ont la capacité de manipulation et de mobilité. Le robot du The Robotic Laboratory Computer Science Department (université de Stanford aux USA) comporte une plateforme mobile holonome de type NOMADIC XR4000, portant un bras manipulateur de type PUMA 560 à six liaisons rotoïdes [Hol99]. Ce système a été employé dans un projet de coopération multi robots au niveau du même laboratoire, le projet en question ayant comme objectif la réalisation de tâches en environnement intérieur. Chacun de ces robots est doté de différents capteurs, un calculateur, un contrôleur multiaxes, et une batterie comportant assez de puissance pour l'accomplissement d'opérations autonomes [Kha96].

L'approche de collaboration de plusieurs robots a été très souvent adoptée, comme au niveau de l'université du Michigan aux USA dans le Robotics And Automation Laboratory (Fig.II.2.a), où chaque bras est équipé de capteurs d'effort (capteur de contact), ainsi qu'une pince. Les manipulateurs mobiles sont dotés de cameras, d'un capteur laser, ou encore un réseau Ethernet sans fil pour la communication (type de réseau local rapide et très répandu).



(a)



(b)

Fig.II.2 : Robots coopérants : (a) manipulateurs mobiles de Michigan, (b) manipulateur mobile de l'université de Tohoku

On a proposé au niveau du Korsuge et Wang laboratory de l'université de Tohoku au Japon un algorithme de contrôle décentralisé, pour la manipulation coordonnée d'un objet simple géométriquement par plusieurs manipulateurs mobiles, comprenant chacun une base mobile holonome et un bras anthropomorphe redondant à 7 liaisons rotoïdes (Mitsubishi PA10 7C)(Fig.II.2.b).

Le robot LIAS (Leuven Intelligent Autonomous System) au niveau du Department of Mechanical Engineering (université catholique de leuven), comporte une plateforme non holonome de type ROBOTER équipée de nombreux capteurs, parmi lesquels le laser rotatif et l'odométrie ; la manipulation est accomplie grâce au manipulateur industriel CRS A465 (six liaisons rotoïdes), comprenant un capteur d'effort, une pince, ainsi qu'une camera assurant la stéréo vision [Waa03] comme cela est représenté en Fig.II.3.

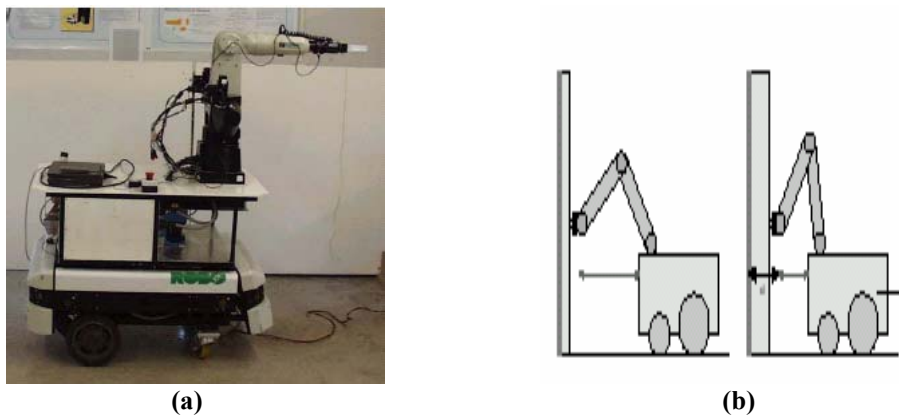


Fig.II.3 : Robot LIAS : (a) Présentation réelle du robot, (b) Tâche d'ouverture d'une porte

Ce robot (Fig.II.3) a servi de base expérimentale pour effectuer un mouvement spécifique d'ouverture d'une porte par approche réactive. Cette même tâche a aussi suscité l'intérêt d'un autre laboratoire de recherche, lequel a été original de par l'emplacement du bras, puisque nous avons pu rencontrer plusieurs exemples de manipulateurs mobiles, et nous avons remarqué que le bras manipulateur se trouvait généralement sur la plateforme mobile. Il existe tout de même des cas particuliers, comme cela est explicité ci après.

II.2.3. Position du bras sur la plateforme

Le robot Yamabico Ten du Intelligent Robot Laboratory de l'université de Tsukuba au Japon (Fig.II.4), comporte un bras à 7 articulations rotoïdes se trouvant à l'avant du chariot, de ce fait, son espace de travail est en majorité orienté vers l'avant et le sol [Bay01].

Ce système comprend plusieurs capteurs tels qu'un capteur d'effort, et une camera se trouvant sur l'organe terminal, ainsi qu'une ceinture de huit capteurs à ultrasons pour la navigation.

L'objectif de recherche concernant ce robot est le mouvement autonome d'ouverture/fermeture d'une porte dans un milieu réel, tel qu'un environnement de bureau par exemple.

Cette tâche particulière requiert que certains critères soient satisfaits, ce qui a mené l'équipe de recherche à effectuer des travaux spécifiques, pour pouvoir faire en sorte que le

manipulateur mobile accomplisse le mouvement désiré correctement. Ces travaux comportent, entre autres, la conception et la réalisation d'un bras léger à 7 axes pour être porté par le robot mobile, la coordination de mouvement entre la base mobile et le bras en traitant l'aspect communication entre les deux calculateurs indépendants, relatifs à la locomotion et à la manipulation, ou encore, l'identification de la poignée de porte pour être saisie, grâce à l'outil de vision se trouvant au niveau de l'organe terminal.



Fig.II.4 : Robot Yamabico Ten

Comme nous avons pu le remarquer par rapport aux deux exemples précédents, la tâche d'ouverture d'une porte est particulière puisque tout dépend du sens d'accès. Dans le premier cas (Fig.II.3), la porte s'ouvre vers l'extérieur, ce qui incitera le système à la tirer et à se déplacer en arrière, alors que, dans le deuxième cas (Fig.II.4), le robot ne fera que la pousser.

Un autre exemple relatif à l'emplacement du bras est appelé robot « cible » ou « Target » en anglais du The Graduate School of Natural Science and Technology de l'université d'Okayama au Japon. Il a été conçu pour effectuer une tâche de prise d'objet surélevé sur un support. La spécificité du travail considéré par l'équipe de recherche est de traiter le cas de la planification du mouvement, dans le but d'une préhension avec une plateforme en action de déplacement. Le système comporte un bras manipulateur à six axes (rotoïdes) se trouvant de côté (Fig.II.5), pour faciliter la saisie, car l'objet considéré se trouve de côté et moins haut que la partie mobile. La plateforme est apte à se diriger en ligne droite ou en virages. Pour contrôler le système, un simple PC est utilisé, munis de Art Linux (Linux temps réel) [Sha04]. La tâche considérée exprime une coordination bras/plateforme et c'est là où se trouve la difficulté d'exécution.

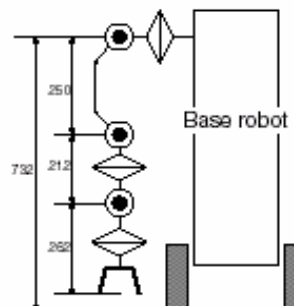


Fig.II.5 : Robot « Target »

II.2.4. Nombre et position des roues motrices

Pour faire que le robot se déplace correctement en suivant la consigne à la lettre, la position et le type de roues doivent être connus, comme celles de la plateforme H2bis portant un manipulateur GT6A de Robosoft (Fig.II.6.a) du Laboratoire d'Architecture et d'Analyse des Systèmes (LAAS) du CNRS en France, qui a comme particularité l'emplacement de ses deux roues différentielles (latérales et située au milieu) motrices et directrices (Fig.II.6.b) ; quatre roues libres ont été placées de sorte à équilibrer la plateforme. Les capteurs utilisés sont un codeur optique et une roue odométrique pour chacune des roues motrices [Pad05], ainsi qu'une ceinture de 32 capteurs à ultrasons, un télémètre laser 2D et une caméra. Ce robot a été surtout utilisé dans le cadre d'études de la coordination plateforme/manipulateur [Fou98]. Le bras est à 6 liaisons rotoïdes, chaque liaison comporte un codeur incrémental, ce bras comprend aussi un capteur d'effort 6 axes placé au bout de la chaîne cinématique (entre l'extrémité du bras et l'organe terminal) [Pad05].

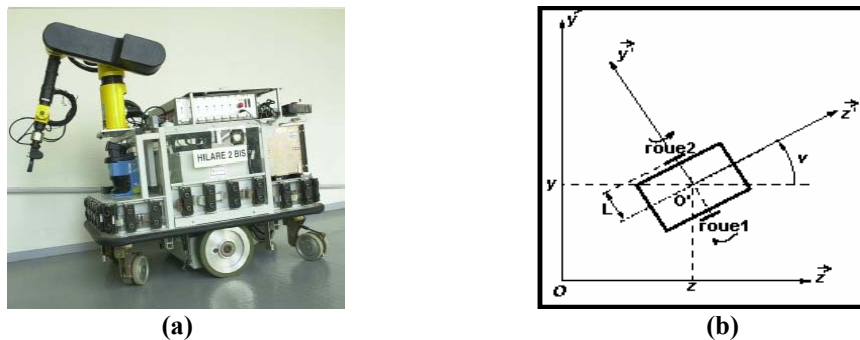


Fig.II.6 : robot du LAAS/CNRS, (a) présentation réelle du robot, (b) position des roues

II.2.5. Taille du robot

La taille des robots représente un critère de sélection important, car dans des environnements fortement encombrés par exemple, les petits robots peuvent être d'un grand secours, par contre, s'il y a nécessité de transport d'objets lourds, alors les grands robots sont très intéressants. Le Robot M³ (Manipulateur Mobile Miniature) du Laboratoire d'Informatique, Robotique, et de Microélectronique de Montpellier en France (LIRMM) est un robot de petite taille. Il y a eu au départ la conception de plateformes mobiles appelées Type1, qui étaient destinées à être utilisées dans des travaux de coopération multi robots, chacun d'entre eux est équipé de deux roues différentielles et d'une ceinture de capteurs à infrarouge (au nombre de 8 capteurs), qui permet aux robots de détecter des obstacles ; ensuite, on a conçu spécialement pour l'une de ces plateformes un mini bras manipulateur léger, pour qu'il puisse être porté par le petit robot mobile.

Le bras est constitué de trois moteurs qui actionnent les deux axes, ainsi que l'organe terminal. Tous les moteurs sont fixés sur le châssis ; la transmission est réalisée grâce à des poulies, des courroies, et un câble. Ce type de construction permet d'alléger le poids appliqué sur les axes du bras et d'obtenir ainsi une dynamique particulièrement performante (aucun moteur ne doit supporter le poids d'un autre actionneur) [Luc03].

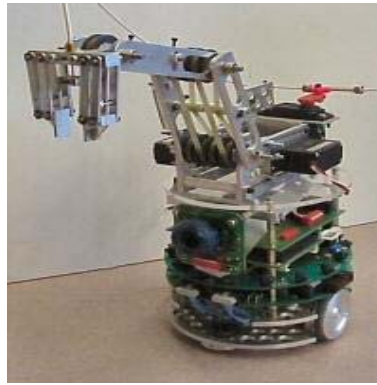


Fig.II.8 : Robot Manipulateur mobile miniature M³

A l'inverse de M³, il peut exister des robots gigantesques pour des opérations qui doivent s'effectuer en hauteur, et pour lesquels un poids assez important pourrait être soulevé, comme le manipulateur mobile appelé Nadep Jax mobile manipulator (Fig.II.9). C'est un robot conçu spécifiquement pour des travaux de rénovation d'avions (ça nous donne une idée sur la taille du robot) ; ce projet a été financé par la U.S.Navy (corps de l'armée américaine). Il a une excellente dextérité pour manœuvrer et se positionner autour de l'avion. De son emplacement, les axes du manipulateur peuvent atteindre des positions assez éloignées sur l'avion, pour exécuter des tâches d'inspection ou d'application d'enduit par exemple. Le système inclut une plateforme mobile omnidirectionnelle comportant quatre roues à actionnement hydraulique, avec un axe pour soulever la structure (comme un ascenseur), sur laquelle est placé un bras manipulateur à six axes. Un opérateur humain positionne la plateforme parallèlement à l'avion, et actionne l'ascenseur pour permettre au système articulé d'atteindre des positions se trouvant au-dessus de l'avion, ou au-dessous. Des capteurs laser fournissent une information de retour pour un contrôle adaptatif dans le but de suivre la surface, en maintenant une distance prédéfinie. Quand la surface est complètement traitée, l'ascenseur ou la plateforme est repositionnée, pour entamer une autre surface. Ce type de système peut rénover un avion (de type P-3 Orion ASW) à 90% en moins de 120 heures [Swi03].



Fig.II.9 : Robot Nadep Jax Mobile manipulator

Nous avons pu constater que les robots de grande taille comportaient des plateformes omnidirectionnelles, ce qui implique que c'est un critère de choix important car, ajouter une

plateforme non holonome à un robot gigantesque rendrait la tâche encore plus complexe à réaliser.

II.2.6. Mode de Manipulation

Dans des définitions classiques des manipulateurs mobiles, la locomotion est assurée par un véhicule, et la partie manipulation se fait grâce à un ou plusieurs bras articulés, sauf, qu'il existe un cas particulier où ce sont les roues qui effectuent la tâche de manipulation. C'est un projet assez original, le robot s'appelle Mobipulator (Carnegie Mellon University aux Etats Unis) [Mas01]. Ce projet a comme but de parvenir à accomplir des tâches se focalisant principalement sur l'habileté de manipuler des documents et autres objets de bureau. Ce robot pourrait être branché sur un ordinateur aussi facilement qu'une camera ou un CD ROM (Fig.II.10). Les moteurs, les capteurs, et les composants électriques utilisés sont de petite taille, ce qui a permis de construire un système robotique pratique et utile dans un environnement de bureau.

Le but du Mobipulator est d'explorer l'idée d'utilisation de roues à des fins de manipulation.

Le Mobipulator ressemble à un petit chariot (10cm*10cm), avec quatre roues motrices indépendamment actionnées (aucune d'entre elles n'est directrice).

Différents modes de locomotion ont été envisagés par rapport à la tâche à accomplir, qu'elle soit de manipulation seulement ou de locomotion grâce au seul mouvement des roues.

Puisque la fonction de ce robot est de mettre de l'ordre à la demande, les chercheurs ont commencé par exiger de lui d'accomplir des tâches primaires.

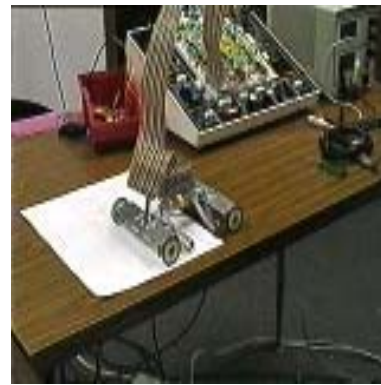


Fig.II.10 : Robot Mobipulator

Une des tâches évoquées précédemment est le fait de déplacer un morceau de papier. Pour cela, il roule dessus, ensuite, il utilise ses roues avant pour le manipuler, pendant qu'il use en même temps des roues arrières pour la tâche de locomotion. L'autre fonction exigée est de manipuler un cylindre, il doit placer ses roues avant dessus, ensuite, il les fait tourner vers l'arrière, comme un être humain qui fait rouler un baril.

Le fait d'avoir un tel système en environnement de bureau peut représenter un certain nombre d'avantages, car il est peu encombrant grâce à sa taille réduite, peu coûteux, et discret.

La conception de ce type de système présente tout de même des imperfections telles que : il lui est difficile de naviguer à travers des terrains rugueux, et la manipulation d'objet même simple présente toujours un challenge.

Nous avons illustré précédemment des caractéristiques particulières relatives à des manipulateurs mobiles. Nous allons évoquer dans ce qui suit des domaines dans lesquels la combinaison de la locomotion et de la manipulation a fait ses preuves.

II.3. Domaines d'applications

La curiosité de l'être humain lui a permis de parvenir à atteindre les fins fonds de l'espace, ou les grandes profondeurs sous marines. Ces milieux peuvent représenter des dangers. La solution primaire est d'envoyer des robots capables de faire face à ces risques.

II.3.1. Domaine spatial

Les manipulateurs mobiles ont ainsi leur place dans l'exploration de l'espace comme le robot mobile japonais Micro5 auquel on a intégré un bras manipulateur. Il est composé d'une petite plateforme légère, avec une haute mobilité, et une faible consommation de puissance qui est fournie par deux panneaux solaires se trouvant au-dessus. Deux cameras se trouvent à l'avant, à l'usage de capteurs pour pouvoir tâter le terrain (ce robot a été conçu pour pouvoir évoluer sur sols accidentés) ; il en existe d'autres autour du robot mobile pour la navigation et les observations scientifiques. Le manipulateur a été spécialement développé et conçu pour le micro-véhicule lunaire Micro5 (Fig.II.11) [Kun03].

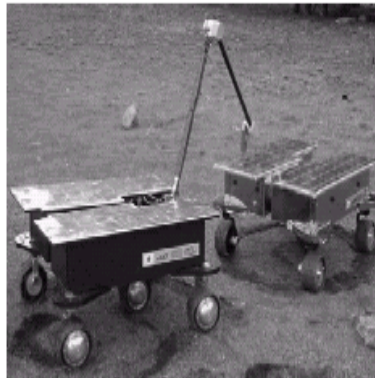


Fig.II.11: Robot Micro5

La position du bras au dessus de la plateforme a été mûrement réfléchi, puisqu'il a été placé de sorte à permettre l'équilibre, et à ne pas troubler la génération de puissance des panneaux solaires. Il comporte 5 liaisons rotoïdes pour pouvoir effectuer des opérations de collecte d'échantillons, ou l'insertion d'équipements scientifiques dans le sol ; cependant, il peut être étendu à 6 degrés de libertés selon la mission à réaliser.

II.3.2. Agriculture

Les robots ont aussi été créés pour faciliter la vie aux humains, et leur éviter des travaux lassants et épuisants. C'est le cas d'un robot faisant partie du projet AGROBT (Fig.II.12) du Laboratory For Integrated Advanced Robotics de l'université de Gênes en Italie. Il a été conçu pour effectuer des travaux agricoles sous serres pour des tâches de pulvérisation de

produits, et d'arrachage des fruits abîmés grâce à un système de vision stéréoscopique en couleur [Fou98].



Fig.II.12 : Robot Agrobot

Durant la phase de navigation, le système de vision contrôle le mouvement du véhicule, et l'oriente de sorte qu'il se trouve au centre du chemin entre les plants. Il est spécialement étudié pour passer dans des chemins étroits. La détection d'obstacles s'effectue grâce aux capteurs se trouvant sur le pare-choc du véhicule.

Le robot s'arrête au niveau des fruits à analyser. Durant cette étape, une tête robotique composée de caméras est utilisée pour explorer les plants.

Le bras anthropomorphe à 6 axes est capable de prendre les tomates d'une manière convenue, dans un but de pulvérisation et de cueillette, grâce à sa main /pince, qui est dotée de capteurs lui permettant de contrôler si la tomate a réellement été cueillie

II.3.3. Domaine médical

Dans le même registre d'aide aux personnes, le robot Helpmate (Fig.II.13) du Intelligent Robotics Laboratory de l'université de Vanderbilt a été conçu dans le but de remplir des missions en milieu hospitalier où à domicile.



Fig.II.13 : Robot Halpmate.

Helpmate est une plateforme mobile à roues différentielles comportant des capteurs à ultrasons sur le côté et à l'avant, montés sur un panneau vertical. Un système de vision basé

sur une camera à quatre degrés de libertés se trouve à l'avant de la plateforme (The Cost-effective Active Camera Head (CATCH) est une camera).

Le manipulateur à 5 axes est monté sur le coté gauche de la plateforme, l'espace de travail se trouve de ce fait du coté gauche. Ce système doit permettre une autonomie aux personnes handicapées, puisque le bras manipulateur porte une caméra, ainsi que des capteurs vocaux et tactiles [Pac03].

II.3.4. Domaine manufacturier

Le robot Kamro (Fig.II.14) du Institute for Real-time Computer Systems And Robotics de l'université de Karlsruhe en Allemagne, qui est destiné à des tâches autonomes en environnement industriel, est constitué d'une plateforme mobile omnidirectionnelle lui permettant une grande facilité de mouvement, dotée de capteurs à ultrason, et de deux bras PUMA 200 équipés de capteurs d'effort six axes, ainsi que deux caméras se trouvant sur chacun des organes terminaux [Lae97].

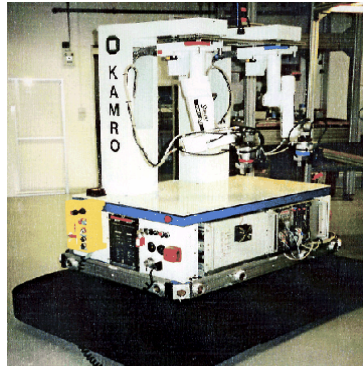


Fig.II.14: Robot Kamro

II.3.5. Les humanoïdes

Nous n'allions pas terminer notre état de l'art sans évoquer les humanoïdes, qui représentent un domaine fascinant, puisqu'ils s'inspirent des êtres humains pour effectuer leurs tâches; ils peuvent être considérés comme des manipulateurs mobiles par excellence.



(a)



(b)

Fig.II.15 : Robots Humanoïdes : (a) robot ASIMO de Honda, (b) robot de l'université de Cornell

Le robot Asimo de Honda au Japon (Fig.II.15.a) est à la pointe de la technologie, puisqu'il évolue de plus en plus, avec ses 34 degrés de liberté. Il a réussi entre autres à courir de façon quasi humaine, son mouvement autonome et continu lui autorise le choix de son itinéraire ; et enfin, des fonctions visuelles et de préhension améliorées lui permettent des interactions intelligentes avec son entourage. Son seul inconvénient, est qu'il consomme beaucoup d'énergie.

Le robot de l'université de Cornell (USA) parvient quand à lui à reproduire quasi parfaitement le mécanisme de la marche humaine en consommant très peu d'énergie (10 fois moins qu'Asimo). Les progrès accomplis dans ce domaine depuis quelques années sont vraiment spectaculaires.

Nous avons pu remarquer que nous n'avons présenté que des références de robots américains, européens ou asiatiques, mais pas africains, vu que la recherche demande beaucoup de moyens, sauf que récemment, il y a eu la réception d'un manipulateur mobile au niveau du laboratoire de robotique du centre de développement des techniques appliquées (CDTA) en Algérie, comportant une plateforme mobile (ROBUTER de Robosoft) non holonome comprenant 24 paires de capteurs à ultrason; quatre roues portant le véhicule dont une paire représentant des roues folles et les autres sont des roues différentielles. Un bras à six liaisons rotoïdes se trouve juste au dessus de ces dernières. Il est doté d'un capteur d'effort et d'une caméra se trouvant au niveau de l'organe terminal qui est une pince. L'ordinateur de bord se trouve embarqué sur la plateforme. Auparavant, les expériences sur des manipulateurs mobiles ne se faisaient que par simulations où l'environnement est virtuel, mais dorénavant, elles pourront enfin se concrétiser puisque la détention d'un robot facilite la tâche aux chercheurs, qui ont une référence réelle et pourront de ce fait passer à la phase de réalisation.



Fig.II.16 : Manipulateur mobile du CDTA

Nous avons eu une vaste idée de travaux qui se faisaient par rapport aux robots accordant manipulation et locomotion, ce qui prouve l'efficacité de ces processus, et leurs débuts d'extension dans de divers domaines.

II.4. Conclusion

Un manipulateur mobile peut s'avérer efficace, mais la faculté de transport des plateformes mobiles s'en trouve abandonnée dans le sens où, une bonne partie du poids utile

que peut porter le chariot est accaparé par le bras manipulateur. Dans le cas des plateformes non holonomes et des bras ayant une base ne pouvant pas effectuer de rotation, un problème risque de se poser pour accomplir certaines tâches, puisque pour orienter le bras dans le sens adéquat, il faudrait effectuer plusieurs manœuvres, ce qui représente une perte en temps et en énergie.

Pour pouvoir commander un manipulateur mobile, il faudrait pouvoir gérer deux systèmes mécaniques conçus de manières distinctes, et réagissant différemment aux influences extérieures; il nécessiterait donc d'avoir une connaissance à priori du milieu dans lequel va évoluer le robot relativement à l'encombrement (existence ou non d'obstacles), ou encore aux influences extérieures par rapport à la gravité (qui constitue un élément important dans le traitement de ce type de systèmes), ainsi que le type de tâche à accomplir, pour aboutir à l'action attendue.

Pour notre part, nous sommes partis de l'hypothèse de travailler sur un bras manipulateur redondant. Notre choix s'est porté sur le robot Mitsubishi PA10 7CE à 7 degrés de libertés. Ce robot est redondant, il a été aussi utilisé en manipulation mobile d'après Fig.II.2.b ou encore dans [Kan01] ; ses caractéristiques sont accessibles et ont été illustrées en Annexe. Le choix de la plateforme est plus simple, celle sélectionnée est non holonome de type voiture, comportant deux roues directrices se trouvant à l'avant, et deux roues arrières pour stabiliser le système.

Chapitre III

Notions fondamentales pour la modélisation des manipulateurs mobiles

III.1. Introduction

Combiner la manipulation et la locomotion implique que les caractéristiques des deux systèmes peuvent transparaître dans le robot articulé mobile. La modélisation des manipulateurs mobiles considère le fait de traiter le système à part entière et de ne pas dissocier la partie mobile du bras manipulateur ; c'est dans ce sens que nous allons définir dans ce qui suit certaines notions qui nous seront indispensables dans notre application. Ce chapitre sera donc consacré essentiellement à des définitions, puisque nous nous intéresserons aux manipulateurs mobiles en tant que systèmes complexes.

III.2. Notions de coordonnées

III.2.1. Coordonnées opérationnelles

Avant d'entamer la définition des coordonnées opérationnelles, nous nous devons de décrire l'outil d'interaction avec l'environnement pour une meilleure compréhension.

III.2.1.1. Organe terminal

L'évolution spatiale et temporelle d'un robot en général considère le fait de focaliser sur une de ses parties en essayant de la déplacer.

Pour ce qui est d'un manipulateur mobile, le corps d'intérêt est situé au bout de la chaîne cinématique et est appelé organe terminal (noté OT par la suite) [Pad05]. En d'autres termes, l'organe terminal pour un manipulateur mobile est celui exprimé au Chapitre I (paragraphe I.4), puisque c'est le bras qui est apte à interagir avec l'environnement.

III.2.1.2. Définition des coordonnées opérationnelles

Définir la situation d'un objet libre représenté dans un espace à trois dimensions nécessite, dans le cas général, la connaissance de six paramètres indépendants. Trois de ces paramètres définissent la position d'un point de l'objet, et les trois autres grandeurs déterminent son orientation autour du point précédent [Gor84].

Ces coordonnées en nombre minimal seront englobées sous le vocable "situation".

Les six coordonnées indépendantes représentant la situation de l' OT , forment un vecteur A dit vecteur des coordonnées opérationnelles.

En fonction de la mission à accomplir et de la nature du système portant l' OT , seul μ de ces six coordonnées sont à contrôler [Pad05], A s'écrit alors : $A = [A_1 A_2 \dots A_\mu]^T$ lesquelles sont des coordonnées en nombre minimum qui suffisent à caractériser la situation de l' OT dans un repère de référence R_A .

Les paramètres de position de l'organe terminal sont classiquement choisis comme étant les coordonnées cartésiennes du point OT dans R_A , notés X_A , Y_A et Z_A .

En ce qui concerne l'orientation, le choix des paramètres n'est pas aussi automatique, une représentation non redondante est préférable car nous voulons avoir un système de

coordonnées opérationnelles en nombre minimal, et en même temps suffisant pour bien représenter l'objet d'intérêt (*OT*) dans l'espace tridimensionnel, c'est à dire avec trois paramètres ; les angles d'Euler classiques représentent une des paramétrisations notées Ψ_A , Θ_A , et Φ_A .

Si nous nous intéressons à toutes les coordonnées définissant la situation complète de l'*OT* dans un espace à trois dimensions, nous avons :

$$A = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \\ \Psi_A \\ \Theta_A \\ \Phi_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{bmatrix}$$

Des exemples présentés dans le paragraphe III.9 seront plus explicites.

III.2.1.3. Vitesses et accélérations opérationnelles

Les composantes de $\dot{A}$ vecteur des vitesses opérationnelles et $\ddot{A}$ vecteur des accélérations opérationnelles sont les dérivées temporelles, respectivement premières et secondes, des composantes du vecteur A . Pour $\mu=6$, nous avons [Pad05] :

$$\dot{A} = \begin{bmatrix} \dot{X}_A \\ \dot{Y}_A \\ \dot{Z}_A \\ \dot{\Psi}_A \\ \dot{\Theta}_A \\ \dot{\Phi}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \\ \dot{A}_4 \\ \dot{A}_5 \\ \dot{A}_6 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \ddot{A} = \begin{bmatrix} \ddot{X}_A \\ \ddot{Y}_A \\ \ddot{Z}_A \\ \ddot{\Psi}_A \\ \ddot{\Theta}_A \\ \ddot{\Phi}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{A}_1 \\ \ddot{A}_2 \\ \ddot{A}_3 \\ \ddot{A}_4 \\ \ddot{A}_5 \\ \ddot{A}_6 \end{bmatrix}$$

Les 3 premières composantes de $\dot{A}$ et $\ddot{A}$ sont les composantes dans R_A de la vitesse et de l'accélération linéaire de l'*OT*. En ce qui concerne les dérivées temporelles premières et secondes des paramètres définissant l'orientation, elles ne correspondent pas aux composantes dans R_A de la vitesse et de l'accélération angulaire de l'*OT*.

Remarque

Les accélérations opérationnelles et généralisées ne vont pas être prises en compte dans notre travail pratique, car elles sont souvent utilisées en modèle dynamique, c'est la raison pour laquelle nous n'allons plus les évoquer par la suite.

Nous allons entamer dans ce qui suit la définition d'une configuration, cet aspect est étroitement lié à la notion de liaison qui sera développée en premier, ensuite, nous passerons à la notion d'holonomie, pour aboutir enfin sur la définition des coordonnées généralisées.

III.2.2. Notions de coordonnées généralisées

III.2.2.1. Notion de liaisons

La description du mouvement d'un objet évoluant dans un espace à 3 dimensions composé de n_c corps se fait, en accordant à chacun de ces derniers ses six coordonnées, ce qui donne pour le système complet $6 \times n_c$ variables. Ces paramètres sont appelés paramètres primitifs du système [Pad05] et sont notés $p_1, p_2, \dots, p_{6 \times n_c}$. Ils ne sont pas indépendants les uns par rapport aux autres puisqu'ils sont contraints par des liaisons.

Notre intérêt ira surtout vers l'aspect liaisons mécaniques classiques (par contact entre 2 corps) ; leurs spécificités est qu'elles limitent l'évolution spatiale et temporelle des différents corps du système [Gor84] ; il en existe deux types tels que :

- Les liaisons internes qui contraignent le mouvement d'un corps par rapport à un autre (appartenant au même objet), en intervenant entre eux, leur permettant une mobilité relative.
- Les liaisons externes qui permettent un mouvement relativement à des corps externes au système, ayant une évolution supposée connue.

La forme générale des équations de liaisons (internes ou externes) utilisant les paramètres primitifs, leurs dérivées par rapport au temps et éventuellement le temps [Pad05] est la suivante :

$$\sum_{i=1}^{6 \times n_c} \alpha_i(p_1, \dots, p_{6 \times n_c}, t) \dot{p}_i + \beta(p_1, \dots, p_{6 \times n_c}, t) = 0 \quad (3.1)$$

Les valeurs que prennent les paramètres α et β (décrivant les caractéristiques des liaisons) nous informent sur le type de la liaison présentée, ainsi, il en existe un certain nombre.

III.2.2.2. Types de liaisons

Une liaison est dite homogène si, au niveau de l'équation (3.1) $\beta = 0$, par contre, une liaison est scléronome si elle ne dépend pas explicitement du temps ; cela implique que $\frac{\partial \alpha_i}{\partial t} = 0$ avec $i = 1, \dots, 6 \times n_c$ et $\beta = 0$, L'équation homogène s'écrit alors :

$$\sum_{i=1}^{6 \times n_c} \alpha_i(p_1, \dots, p_{6 \times n_c}) \dot{p}_i = 0 \quad (3.2)$$

À l'inverse, une liaison est considérée comme rhéonome si elle dépend explicitement du temps. Les liaisons externes, définies par le mouvement d'un corps externe au système, sont en général considérées comme rhéonomes.

Enfin, une liaison est dite parfaite si elle présente certaines propriétés telles que :

- Les corps mis en jeu sont indéformables ; cette caractéristique considère que pour tout couple de point appartenant à l'objet considéré, la distance entre ces points reste constante.
- La liaison doit être non dissipative. Elle consiste en un roulement sans glissement entre les deux corps formant la liaison.

En général, lors de l'étude des systèmes, les liaisons sont considérées comme parfaites, cette hypothèse est très réaliste du point de vue cinématique, mais si l'on se consacrait à une étude dynamique, les couples résistants induits par les frottements dans les liaisons peuvent prendre des valeurs très importantes, et sont donc parfois modélisées.

III.2.2.3. Holonomie

Comme nous l'avons défini dans le chapitre I (Paragraphe I.3.2), un système holonome présente une absence de restriction sur le déplacement, puisque tous les mouvements lui sont autorisés, contrairement aux systèmes non holonomes qui sont soumis à des contraintes cinématiques, et leurs mouvement est limité.

Dans ce qui suit, nous allons expliquer ces notions relativement à l'aspect liaison.

Lorsque l'équation (3.1) est intégrable, la liaison et l'équation correspondantes sont dites holonomes et elles peuvent alors s'écrire [Pad05] :

$$f(p_1, \dots, p_{6n_c}, t) = 0 \quad (3.3)$$

En d'autres termes, une contrainte ou liaison est dite holonome si elle peut s'écrire sous la forme $f(q, t) = 0$, alors qu'une contrainte ou liaison est dite non-holonome si elle est de la forme non intégrable [Fou98] définie par l'expression $f(q, \dot{q}) = 0$ (sachant que q est une coordonnée généralisée et $\dot{q}$ est la vitesse généralisée correspondante, elles vont être décrites dans le paragraphe suivant). Un système contraint par au moins une liaison non holonome est de surcroît non holonome [Pad05].

III.2.2.4. Définition des coordonnées généralisées

On appelle équations primitives de liaison, certaines équations de liaison holonomes prises en compte permettant la réduction du nombre de paramètres nécessaires à la description du système matériel (robot). Ainsi, pour un système à n_c corps, si le nombre d'équations de liaisons primitives choisi vaut h_p , la configuration du système est défini par $v = (6n_c) - h_p$ paramètres qui forment le vecteur q [Pad05], dit vecteur des coordonnées généralisées. La configuration du système est alors défini comme :

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_v \end{bmatrix}$$

La configuration d'un système dans un repère R_A est connue, lorsque la position de tous les points du système est définie de manière unique dans R_A .

Les coordonnées généralisées sont l'ensemble des paramètres en nombre minimum, permettant de décrire la configuration du système.

Pour un système holonome tel qu'un bras manipulateur usuel, toutes les équations de liaisons sont généralement choisies comme primitives.

Les coordonnées généralisées avec le temps t forment un paramétrage du système. On définit les équations de liaison holonomes complémentaires comme étant les équations n'ayant pas été choisies pour réduire le nombre de paramètres nécessaires à la description du système matériel, elles peuvent être écrites à partir des coordonnées généralisées et nous avons :

$$\bar{f}_i(q, t) = 0 \text{ avec } 1 \leq i \leq h_c \quad (3.4)$$

h_c étant le nombre d'équations de liaisons holonomes complémentaires.

Les équations relatives aux liaisons non holonomes, sont celles ne permettant pas la réduction de la taille de l'espace des configurations, nous pouvons donc écrire :

$$\sum_{j=1}^n \bar{\alpha}_{ij}(q, t) \dot{q}_j + \bar{\beta}_i(q, t) = 0 \text{ avec } 1 \leq i \leq \bar{h} \quad (3.5)$$

où $\bar{h}$ est le nombre d'équations non holonomes.

Si $h_c + \bar{h} = 0$, le paramétrage du système matériel est complet, sinon, il est incomplet. Dans le cas d'un système non holonome, le paramétrage est toujours incomplet.

Notons aussi que $h = h_p + h_c$ est le nombre de liaisons holonomes pour un système donné, et que $h + \bar{h}$ est le nombre global de liaisons.

III.2.2.5. Description des vitesses et accélérations généralisées

Il existe une dépendance entre les coordonnées généralisées pour les systèmes dont le paramétrage est incomplet ; seuls les $n_{ddl} = v(h_c - \bar{h})$ (avec v est le nombre de coordonnées généralisées) de ces coordonnées peuvent avoir donc une vitesse choisie indépendamment de celle des autres ; n_{ddl} est appelé le degré de liberté global du système matériel. Le vecteur des $\dot{q}$ des vitesses généralisées du système, dont les composantes, sont les dérivées temporelles des composantes de q ; il en est de même pour le vecteur $\ddot{q}$ des accélérations généralisées [Pad05] avec :

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_v \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \vdots \\ \ddot{q}_v \end{bmatrix}$$

III.3. Notion d'espace :

III.3.1. Espace opérationnel

L'espace opérationnel est l'espace des coordonnées dans lequel est représentée la situation de l'organe terminal, on considère donc autant d'espaces opérationnels que d'organes terminaux [Khl99].

La situation de l'*OT* est alors définie sur un espace E_{OP} de dimension μ , appelé espace opérationnel [Fou98].

Puisque ce sont les coordonnées cartésiennes qui ont été prises en compte pour les coordonnées opérationnelles en position, alors, elles vont être traitées dans $\mathbb{R}^3$ et le groupe $SO(3)$ pour l'orientation (ce groupe est considéré comme l'ensemble des rotations dans l'espace tridimensionnel) est appelé groupe des rotations. On note E_{OP} l'ensemble de ces espaces, égal à $\mathbb{R}^3 \times SO(3)$.

Ainsi, dans un espace à trois dimensions, le nombre de degrés de libertés minimal étant égal à six, nous pouvons donc en conclure que dans ce cas de figure $\mu \leq 6$.

III.3.2. Définition de l'Espace des Configurations

On appelle Espace des Configurations (Espace Généralisé) du système l'espace des coordonnées généralisées. Il est noté E_{GE} et est de dimension ν (nombre de coordonnées généralisées) [Fou98].

III. 4. Notions de tâches

Avant d'entamer la description d'une tâche, nous nous devons de décrire certaines phases essentielles qui doivent la construire ; elle s'effectue généralement en deux étapes [Fou98] :

- **Trajectoire**

Il s'agit de déterminer les configurations que le robot devra successivement atteindre pour respecter la tâche, sans s'intéresser au comment le faire dans le temps. Les trajectoires obtenues (description des différentes configurations) pour le système sont purement géométriques ; leurs planifications représentent la stratégie de déplacement du système dans l'espace.

- **Mouvement**

Ce terme est étroitement lié au temps, c'est-à-dire que c'est une évolution spatiale et temporelle de la tâche, car la trajectoire définie précédemment est maintenant considérée relativement au temps.

Pour ce qui est de la planification de mouvement, nous faisons en sorte qu'une fois la tâche parfaitement définie (géométriquement), il est possible de rechercher des commandes pour le système en respectant la planification de trajectoire établie précédemment ; on s'intéresse donc ici à une stratégie de mouvement le long de la trajectoire géométrique.

En d'autres termes, si on ne s'intéresse qu'aux trajectoires, alors l'étude de l'évolution temporelle du système n'a pas lieu d'être, et là, un paramètre $s=[0,1]$ va intervenir pour former une trajectoire ; si par contre on considère le mouvement du système, alors on évoquera dans la formulation de la tâche la variable temporelle $t=[0,t_f]$.

Nous allons effectuer dans ce qui suit la description d'une tâche.

III.4.1. Définition d'une tâche généralisée

Elle consiste à piloter l'ensemble des coordonnées généralisées, c'est une courbe paramétrée définie dans E_{GE} reliant deux configurations initiale q_i et finale q_f ou proches q et $q+\delta q$ [Fou98].

III.4.2. Définition d'une tâche opérationnelle

Une tâche opérationnelle est une courbe paramétrée définie dans E_{OP} reliant deux situations initiale et finale A_i et A_f ou proches A , $A+\delta A$ [Fou98] .

III.4.3. Types de Tâches

III.4.3.1. Tâche Généralisée Point à Point TGPP

Elle se fait entre une configuration initiale q_i et finale q_f imposées ; cela revient à trouver une trajectoire généralisée $q(s)$ reliant ces deux configurations ($q(0)=q_i$ et $q(1)=q_f$).

III.4.3.2. Tâche Opérationnelle Point à Point TOPP

Cette tâche consiste à trouver une trajectoire généralisée $q(s)$ pour une situation initiale A_i et finale A_f imposées, cela revient à considérer q_i qui nous conduit à la situation A_i et q_f à A_f .

III.4.3.3. Tâche à Trajectoire Opérationnelle Imposée TTOI

Elle revient à trouver pour A_i , et A_f et $A=A(s)$ imposées ($A_i=A(0)$ et $A_f=A(l)$) une trajectoire généralisée correspondante $q(s)$.

III.4.3.4. Tâche à Mouvement Opérationnel Imposé TMOI

Cette tâche est différente des précédentes dans le sens où elle fait intervenir la variable temps, car, pour A_i , A_f et $A=A(t)$ imposés ($A(0)=A_i$ et $A(t_f)=A_f$) on doit trouver les mouvements généralisés correspondants $q(t)$.

III.5. Notions de modèles de transformation d'espaces

III.5.1. Modèle Géométrique Direct

Le modèle géométrique direct est le modèle qui permet d'exprimer la situation de l'organe terminal OT en fonction de la configuration du système, c'est-à-dire les coordonnées opérationnelles décrites par le vecteur $A=[A_1 A_2 \dots A_\mu]^T$ en fonction des coordonnées généralisées exprimées à travers le vecteur $q=[q_1 q_2 \dots q_\nu]^T$

Le modèle géométrique direct représente une application f non linéaire, elle s'écrit :

$$\begin{array}{ccc} f: & E_{GE} & \longrightarrow & E_{OP} \\ & q & \longrightarrow & A = f(q) \end{array}$$

Le modèle sera présenté comme suit :

$$\begin{aligned} A_1 &= f_1(q_1, q_2, \dots, q_\nu) \\ A_2 &= f_2(q_1, q_2, \dots, q_\nu) \\ &\vdots \\ A_\mu &= f_\mu(q_1, q_2, \dots, q_\nu) \end{aligned}$$

III.5.2. Modèle géométrique Inverse

C'est le modèle qui permet d'exprimer la configuration du système en fonction de la situation de l' OT (ou les coordonnées généralisées en fonction des coordonnées opérationnelles). Le MGI s'écrit alors :

$$q = f^{-1}(A).$$

La construction de ce type de modèle pose très souvent des problèmes, surtout dans le cas où le nombre de coordonnées généralisées est supérieure au nombre de coordonnées opérationnelles ($\mu < \nu$) appelé aussi redondance géométrique.

III.5.3. Modèle Cinématique Direct

C'est le modèle qui permet d'exprimer la différentielle de la situation de l' OT en fonction de la différentielle de la configuration (ou les vitesses opérationnelles en fonction des vitesses généralisées). Ce modèle représente une application linéaire entre l'espace tangent à l'espace généralisé en une configuration particulière, et l'espace tangent à l'espace opérationnel en la situation qui correspond (par le modèle géométrique direct) à la configuration particulière. Le Modèle cinématique est l'application linéaire telle que :

$$\begin{aligned} J(q) : T_q E_{GE} &\longrightarrow T_A E_{OP}. \\ \dot{q} &\longrightarrow \dot{A} \end{aligned}$$

$T_q E_{GE}$ est l'espace tangent à la variété E_{GE} en la configuration q , et $T_A E_{OP}$ est l'espace tangent à la variété E_{OP} en la situation A telle que $A = f(q)$. $J(q)$ désigne donc à la fois l'application linéaire du modèle cinématique (ou différentiel) direct, et sa matrice qui est une matrice $\mu_x \nu$. Le matrice jacobienne de la fonction f calculée précédemment (dans le modèle géométrique direct) de dimension $\mu_x \nu$ est comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \vdots \\ \dot{A}_\mu \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_\nu} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_\mu}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_\mu}{\partial q_\nu} \end{bmatrix}}_J \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_\nu \end{bmatrix}$$

Ce modèle est considéré comme le modèle cinématique du système. Il existe un autre type de modèle dit modèle différentiel direct réduit (MDDR), il consiste à réduire la taille du vecteur des vitesses généralisées qui sont liées, de ce fait, le nombre de colonnes ou/et de lignes de la matrice jacobienne décroîtra ; ce genre de procédés est utilisé généralement dans le cas de systèmes non holonomes.

Lors du calcul de ce modèle cinématique réduit, il en résultera une matrice jacobienne $\bar{J}$ dite réduite.

III.5.4. Modèle Cinématique Inverse

Le modèle différentiel inverse comme son nom l'indique présente le fait d'inverser le modèle différentiel direct, c'est une application linéaire $J^\#$ dite inverse généralisée de $J(q)$. On peut avoir des difficultés à inverser ce modèle dans le cas où la matrice jacobienne J ne présente pas un rang plein.

III.6. Types de Configurations

III.6.1. Notion de degrés de mobilité du système

Le degré de mobilité d'un système mécanique (D_{dm}) est égal à la différence entre le nombre de ses coordonnées généralisées égal à ν , et le nombre de contraintes non holonomes indépendantes égales à τ [Fou98].

$$D_{dm} = \nu - \tau$$

Pour un système holonome, ce degré de mobilité D_{dm} est égal à ν , alors que pour un système non holonome, D_{dm} sera égal au nombre de paramètres de commande de mobilité du système : D_{dm} pourra être calculé comme [Bay01] :

$$D_{dm} = \text{rang}(\bar{J}) + \dim(\text{Ker}(\bar{J}))$$

Avec $\text{Ker}(\bar{J})$ représentant le noyau de l'application $\bar{J}$.

Ces notions seront explicitées dans le paragraphe III.9.

III.6.2. Degrés de Libertés

Pour une configuration du système mécanique q donnée, sa structure impose à son OT un certain nombre de contraintes de position et d'orientation, de ce fait, il apparaîtra ce que nous appellerons le degrés de liberté local $\mu_{ddl}(q)$ de cet OT ; il est défini comme le rang de la matrice jacobienne (il dépend donc de la configuration du système) [Fou98]:

$$\mu_{ddl}(q) = \text{rang}(J)$$

Lorsque la configuration du système mécanique évolue de toutes les manières possibles alors [Bay01]:

$$\mu = \max(\mu_{ddl})$$

μ est appelé degrés de liberté (global) de l' OT . Le calcul de ces deux entités (degrés de libertés global et local) est donc étroitement lié au rang de la matrice jacobienne.

III.6.3. Configurations Singulière et régulière

Sachant que le calcul des matrices jacobienues (qu'elles soient réduites ou non) fait intervenir les coordonnées généralisées du système, alors, ces matrices peuvent être exploitées pour mettre en avant certaines caractéristiques, qui n'auraient pas pu être perçues lors du calcul des modèles géométriques ; la singularité représente une de ces particularités. Avant de définir cette notion, nous allons émettre les hypothèses suivantes [Pad05] :

-Le système est tel que le rang $(J) \leq \mu$.

-Le rang de J et le rang de $\bar{J}$ sont identiques. Nous avons fait cette supposition car, il existe en effet des manipulateurs mobiles à roues pour lesquels le rang de la matrice jacobienne réduite est inférieur à celui de la matrice jacobienne, mais ces systèmes peuvent présenter des imperfections, et ils sont dits « Mal conçus ».

Par définition, nous avons $\mu_{ddl}(q) \leq \mu$, si $\mu_{ddl}(q) = \mu$ alors, nous considérons cette configuration comme régulière (CR). La propriété $\mu_{ddl}(q) < \mu$ par contre correspond à une chute du rang ($\bar{J}$) ; dans ce cas, la configurations q correspondante (grâce à laquelle nous avons calculé la matrice jacobienne) est dite Singulière (CS), La détermination des configurations singulières nécessite donc l'étude du rang de $\bar{J}$.

Le type de représentation de l'orientation de l' OT (car il en existe un certain nombre) peut être à l'origine d'une chute du rang de la jacobienne.

Le calcul de la matrice $\bar{J} \cdot \bar{J}^T$ peut nous renseigner sur l'état de la configuration du système (CS ou CR). Si le déterminant $Det(\bar{J} \cdot \bar{J}^T)$ est non nul, alors, la matrice $\bar{J} \cdot \bar{J}^T$ est positive et donc inversible, ce qui nous mène à déduire que $\bar{J}$ est de rang plein en ligne, et la configuration correspondante est une configuration régulière (CR). Si par contre, le déterminant $Det(\bar{J} \cdot \bar{J}^T) = 0$, alors $\bar{J}$ n'est plus de rang plein en lignes et donc, le système est en configuration singulière (CS). Les configurations singulières sont donc celles qui annulent le déterminant, et elles dépendent directement des différentes grandeurs géométriques qui caractérisent le système. Quand la matrice jacobienne $\bar{J}$ se présente comme carrée, il suffit donc de calculer directement son déterminant $Det(\bar{J})$, pour détecter si le système est en configuration singulière ou régulière.

La différence $\mu - \mu_{ddl}$ entre le degré de liberté global et le degré de liberté local de l' OT considéré est appelé ordre de la configuration singulière.

Remarque

Nous avons évoqué la matrice jacobienne qui peut être considérée comme la jacobienne réduite ou non, vu que nous avons émis l'hypothèse qu'elles étaient de rangs égaux.

III.7. Notions de redondances

III.7.1. Notions de redondance géométrique

La notion de redondance géométrique exprime le fait que le nombre de coordonnées généralisées ν est strictement supérieur au degré de liberté (global) μ de l' OT . L'ordre de redondance géométrique est égal à $\nu - \mu$

La notion de redondance géométrique signifie que pour une situation donnée de l' OT , il existe une infinité de configurations du système ; il est donc considéré comme géométriquement redondant si $\mu < \nu$, l'ordre de cette redondance géométrique étant $\nu - \mu$. Par contre, si $\mu = \nu$, le système mécanique n'est pas géométriquement redondant, alors que la condition $\mu > \nu$ s'avère impossible.

Dans des conditions de redondance géométrique, le modèle géométrique inverse présente une infinité de solutions. Son étude peut être utile en planification de mouvement, même si elle s'avère peu indicatrice de l'état de la cinématique du système.

III.7.2. Notions de redondance cinématique

Cette notion n'est considérée que pour des systèmes non holonomes, car, dans le cas de systèmes holonomes (tels que les bras manipulateurs usuels par exemple), l'indice de mobilité et le degré de liberté s'en trouvent confondus ; de ce fait, redondance géométrique et cinématique sont une seule et même notion.

La dimension du noyau de l'application $\bar{J}(q)$ considérée (en une configuration de redondance différentielle q) est liée à la redondance du système, puisqu'elle présente l'ordre de cette redondance. Par conséquent, cette notion est présentée par le fait que le degré de mobilité du système soit supérieur à son degré de liberté ($D_{dm}-\mu > 0$). Pratiquement, la notion de redondance cinématique exprime le fait qu'il existe une infinité de commandes u_{mob} associées à une vitesse opérationnelle $\dot{A}$ donnée (infinité de solutions du modèle cinématique inverse). Dans le cas où $D_{dm}-\mu = 0$, le système est qualifié de non redondant, par contre, si $D_{dm}-\mu < 0$, le système est considéré comme sous-actionné.

Nous allons dans ce qui suit nous intéresser aux particularités (en termes de contraintes) des systèmes non holonomes.

III.8. Contraintes de Roulement Sans Glissement

Vu que le système de locomotion des robots mobiles que nous devons étudier inclut des roues, celles ci sont les seules responsables de son mouvement, leur contribution implique tout de même des contraintes en raison d'un contact avec le sol. La nature de l'interaction (régularité, matériaux en contact) a une forte influence sur les propriétés du mouvement des roues relativement au sol. En supposant que les liaisons sont parfaites, cela induira trois hypothèses [Bay05] :

- Le sol comme les roues sont indéformables
- La surface de contact est assimilée à un point
- Les roues, de rayon r , roulent sans glisser sur le sol

On supposera toujours qu'il y aura roulement sans glissement (r.s.g), et que le sol est parfaitement plan. En pratique, de légers glissements sont engendrés lors du contact de la roue avec la surface sur laquelle a lieu le mouvement. L'hypothèse de dire qu'une roue pleine est indéformable est fausse dans le cas de roues équipées de pneus.

Le r.s.g d'une roue verticale évoluant sur un plan se traduit par une vitesse nulle au point de contact B entre la roue et le plan, ce point ayant comme coordonnées (x,y) par rapport à un repère fixe R_A . θ représente l'orientation de la roue par rapport à $\vec{x}_A$, φ est l'angle de rotation de la roue. $\vec{\omega}_P$ est le vecteur de sa vitesse de rotation et $\vec{u}_P$ exprime la vitesse du centre P .

La figure Fig.III.1 exprime les différents paramètres liés aux contraintes de roulement sans glissements sur le sol [Fru05].

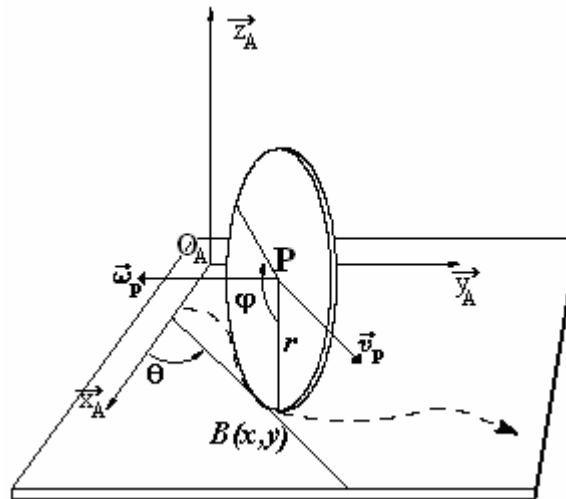


Fig.III.1: Présentation des paramètres d'une roue verticale sur un plan

Les équations des contraintes de r.s.g sont exprimées relativement à chaque roue, la nullité des vitesses correspondantes se traduit donc selon deux plans [Pad05] :

-dans le plan vertical de la roue pour tout type de roues :

$$[-\sin(\alpha'+\beta+\gamma) \quad \cos(\alpha'+\beta+\gamma) \quad b\cos(\beta+\gamma)]R(\alpha)^T \dot{A}_p + r\cos(\gamma)\dot{\phi} = 0 \quad (3.6)$$

-dans le plan orthogonal au plan vertical de la roue (excepté pour les roues suédoises) :

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha' + \beta) & \sin(\alpha' + \beta) & b' + b\sin(\beta) \end{bmatrix} R(\alpha)^T \dot{A}_p + b' \dot{\beta} = 0 \quad (3.7)$$

$R(\alpha)$ est une matrice de rotation d'angle α autour de l'axe $\vec{z}$ [Kh99], cette matrice est prise en compte car la plateforme évolue dans le plan $(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A)$, ce qui expliquera qu'elle soit considérée comme évoluant et s'orientant autour de l'axe $\vec{z}$.

$$R(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les paramètres φ , β , α' , b , γ et b' sont présentés en chapitre I, paragraphe 1.7.1.

III.9. Etudes de différents systèmes

Dans les prochains paragraphes, nous concrétiserons les différentes notions évoquées précédemment grâce à des exemples.

Nous commencerons par une présentation des bras manipulateurs, et plus précisément d'une chaîne cinématique ouverte comprenant deux liaisons rotoïdes, nous décrirons les différentes notions qui lui sont relatives, ensuite, nous étudierons les robots mobiles où nous présenterons une plateforme de type voiture, et là nous évoquerons les contraintes de roulement sans glissement, caractéristique spécifique aux systèmes mobiles à roues.

Un dernier paragraphe sera consacré aux manipulateurs mobiles, où nous traiterons du cas d'un système mécanique représenté en deux dimensions, composé d'une plateforme mobile sur laquelle est placé le bras manipulateur double pendule horizontal.

Avant d'expliciter les différentes significations des coordonnées généralisées pour un bras manipulateur et pour une plateforme mobile, nous devons rappeler que pour une structure articulée, la liaison est représentée par ce que nous avons appelé dans le chapitre I une articulation, pour une plateforme mobile, une liaison est moins flagrante ; elle représente la prise en considération de la configuration des roues comme cela est explicité ci-dessous.

III.9.1. Paramétrisation d'un bras manipulateur de type série

A titre d'exemple, si on étudie un système articulé évoluant dans un espace à trois dimensions en considérant les positions et rotations, alors les coordonnées généralisées seront au nombre minimal égal à 6.

Pour un manipulateur quelconque constitué de n_b corps rigides reliés en série par n_b liaisons rotoïdes et/ou prismatiques, nous avons, dans un vecteur q_b à n_b coordonnées indépendantes.

$$q_b = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{n_b} \end{bmatrix}$$

L'exemple choisi illustré en figure Fig.III.2 représente les différents paramètres nécessaires à la description du mouvement du bras manipulateur, composé de deux corps rigides de longueurs respectives a_1 et a_2 (non nulles) et comportant deux liaisons rotoïdes. Ce bras comporte deux degrés de libertés puisqu'il compte deux liaisons rotoïdes aptes à effectuer des rotations indépendamment les unes aux autres.

Les coordonnées généralisées sont représentées dans le vecteur de configuration $q = [q_{b1} \ q_{b2}]^T$ (sachant que q_{b1} et q_{b2} sont les angles de rotation des deux liaisons). La dimension de l'espace généralisé est égale au nombre degré de liberté du système $\dim(E_{GE}) = \nu = 2$.

Le vecteur des coordonnées opérationnelles $A = [A_1 \ A_2 \ A_3]^T = [X_{OT} \ Y_{OT} \ \Psi]^T$ représente les coordonnées en position X_{OT} et Y_{OT} du point O_{B2} dans le repère de la base du bras $R_{B0}(O_{B0}, \vec{x}_{B0}, \vec{y}_{B0})$ ainsi que l'orientation Ψ du second corps dans le même repère ; la dimension de cet espace opérationnel $\dim(E_{OP})$ est égale à $\mu = 3$, car c'est le nombre de coordonnées opérationnelles du système [Bay01].

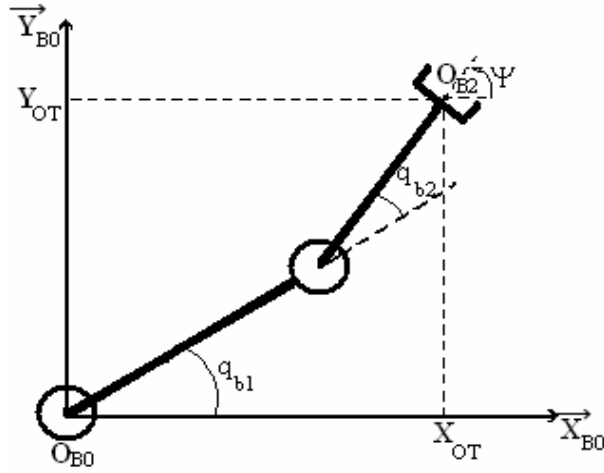


Fig.III.2 : Exemple de paramétrisation d'un bras manipulateur à 2 degrés de liberté.

Le modèle géométrique direct du système articulé est :

$$A_1 = a_1 \cos(q_{b1}) + a_2 \cos(q_{b1} + q_{b2})$$

$$A_2 = a_1 \sin(q_{b1}) + a_2 \sin(q_{b1} + q_{b2})$$

$$A_3 = q_{b1} + q_{b2}$$

Le modèle cinématique sera calculé en dérivant les coordonnées opérationnelles, il en résultera :

$$\dot{A}_1 = -(a_1 \sin(q_{b1}) + a_2 \sin(q_{b1} + q_{b2})) \dot{q}_{b1} - a_2 \sin(q_{b1} + q_{b2}) \dot{q}_{b2}$$

$$\dot{A}_2 = (a_1 \cos(q_{b1}) + a_2 \cos(q_{b1} + q_{b2})) \dot{q}_{b1} + a_2 \cos(q_{b1} + q_{b2}) \dot{q}_{b2}$$

$$\dot{A}_3 = \dot{q}_{b1} + \dot{q}_{b2}$$

La représentation matricielle de ce modèle est donc :

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -(a_1 \sin(q_{b1}) + a_2 \sin(q_{b1} + q_{b2})) & -a_2 \sin(q_{b1} + q_{b2}) \\ a_1 \cos(q_{b1}) + a_2 \cos(q_{b1} + q_{b2}) & a_2 \cos(q_{b1} + q_{b2}) \\ 1 & 1 \end{bmatrix}}_{J_b} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \dot{q}_{b2} \end{bmatrix}$$

Le degré de mobilité de ce bras manipulateur est égal à $D_{dmb}=2$ vu qu'il n'y a pas de contraintes non holonomes, il est de ce fait égal au degré de liberté du système $\mu=D_{dmb}=2$.

Vu que notre système présente la caractéristique $\nu < \mu$, cela implique que, géométriquement, c'est un cas de figure considéré comme impossible, alors que cinématiquement, il est sous actionné (d'après le paragraphe III.7).

Nous allons considérer $\mu=\nu$ pour que le système ne soit plus sous actionné, cela nous amène à paramétrer notre processus en modifiant le vecteur des coordonnées opérationnelles, tel que $A=[X_{OT} \ Y_{OT}]^T$ en éliminant la composante de l'orientation, de ce fait, ce bras est considéré comme non redondant vis-à-vis de la tâche demandée car il possède deux actionneurs.

Dans ce cas, la matrice Jacobienne devient :

$$J_b = \begin{bmatrix} -(a_1 \sin(q_{b1}) + a_2 \sin(q_{b1} + q_{b2})) & -a_2 \sin(q_{b1} + q_{b2}) \\ a_1 \cos(q_{b1}) + a_2 \cos(q_{b1} + q_{b2}) & a_2 \cos(q_{b1} + q_{b2}) \end{bmatrix}$$

Le déterminant de J_b vaut donc :

$$\text{Det}(J_b) = a_1 a_2 \sin(q_{b2})$$

En estimant l'expression de ce déterminant, nous pourrions constater que si $\text{Det}(J_b) = 0$, la configuration correspondante est singulière ; dans le cas du bras étudié, cela implique que $q_{b2} = 0 + k\pi$ ($k \in \mathbb{N}$). Cette condition nous permet de considérer que le degré de liberté local μ_{ddl} est égal à 2 pour toutes les configurations non singulières. Le degré de liberté global μ est égal également à 2.

Nous pourrions conclure que pour $q_b = [q_{b1} \ 0 + k\pi (k \in \mathbb{N})]^T$ (quel que soit q_{b1}), le bras est en singularité ; dans ce cas, le degré de liberté local μ_{ddl} décroît, il devient égal à 1 ($\mu_{ddl} = 1$). Par contre, le degré de liberté global ne change jamais et reste toujours égal à 2.

Le bras peut être considéré comme redondant géométriquement dans le cas où la situation de l' OT est $A = [X_{OT}]$.

III.9.2. Paramétrisation des plateformes à roues

Pour ce type de systèmes, l'aspect de configuration et situation est moins évident que celui des chaînes cinématiques ouvertes, car un système mobile ne contient pas d'organe terminal OT à proprement dit, ayant comme fonction l'interaction avec l'environnement, mais pour sa part, il est composé de roues qui contribuent au mouvement du système.

Pour une plateforme mobile à roues évoluant sur un sol lisse, le vecteur $\vec{z}_p$ du repère R_p est normal à la surface d'évolution de la plateforme. Nous partons de l'hypothèse que les bases mobiles à étudier doivent avoir au moins 3 roues, qui sont nécessaires pour la locomotion et l'équilibre d'un tel système.

Grâce à leur particularités, les robots mobiles à roue peuvent se mouvoir dans des espaces assez importants, ils sont aussi aptes à s'orienter ; alors, la situation (expression plus favorable à « coordonnées opérationnelles ») de ce type de systèmes est complètement décrite par deux paramètres de positions et un d'orientation. Elle est donc définie sur un espace noté E_{OP} de dimension μ égale à 3. Soit $R_p(O_p, \vec{x}_p, \vec{y}_p)$ le repère mobile lié à la plateforme tel que $\vec{z}$ et $\vec{z}_p$ soient colinéaires ; les paramètres X_p et Y_p , coordonnées du point O_p (origine du repère R_p dans R_A) et α (angle se trouvant entre les axes $\vec{x}$ et $\vec{x}_p$) forment ainsi les composantes du vecteur $A_p = [X_p \ Y_p \ \alpha]^T$ situation du véhicule mobile.

Le choix du point O_p est libre, mais (d'après Campion [Pad05]), il peut être fait judicieusement en fonction du type de plateforme mobile à roue envisagée.

Dans le cas d'un véhicule de type voiture, le choix est illustré par la représentation en fig.III.3 d'après [Pad05]:

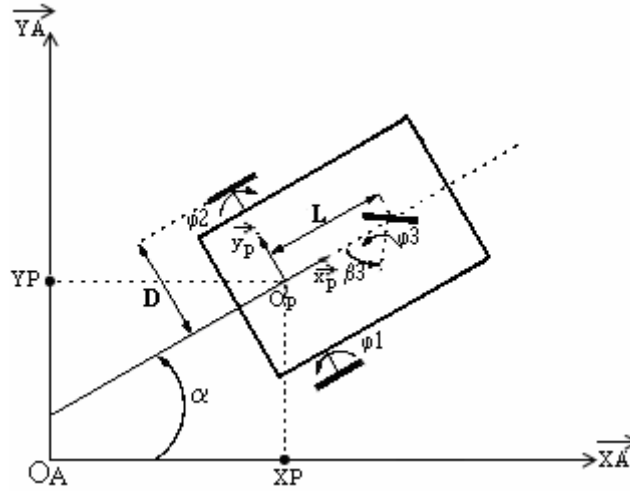


Fig III.3 : Paramétrisation d'une plateforme mobile de type voiture

La configuration d'une plateforme mobile à roues est connue lorsque sa situation dans le repère R_A est connue, et que la configuration de chacune de ses roues est connue ; la formulation de cette configuration est étroitement liée à la catégorie à laquelle appartient la roue.

Les coordonnées généralisées pour une plateforme à roue sont alors complètement décrites, sur un espace E_p , par un vecteur de dimension n_p dépendant du nombre et du type de roues considérées.

Les roues existantes pour la plateforme à étudier sont :

Une roue centrée orientable, placée sur l'axe longitudinal du véhicule et deux roues fixes se trouvant sur le même axe à l'arrière (les roues sont numérotées), où β_3 désigne l'orientation de la roue directrice avant, φ_1 , φ_2 et φ_3 représente quand à elles, les angles de rotation des roues droite, gauche, et de la roue directrice, ce qui donnera $\varphi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3]^T$.

La configuration du système mobile est alors :

$$q_p = \begin{bmatrix} \varphi \\ A_p \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ X_p \\ Y_p \\ \alpha \\ \beta_3 \end{bmatrix}$$

Le tableau ci-dessous présente les paramètres liés aux roues considérées en nous référant au tableau présenté au chapitre I (paragraphe I.3.1) [Bay01]

roue n.	1	2	3
α'	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0
β	0	0	β_3
φ	φ_1	φ_2	φ_3
l	D	D	L

Tab.III.1 : Paramètres des roues de la plateforme de type voiture

Les véhicules mobiles sont des systèmes mécaniques caractérisés par l'existence de contraintes cinématiques non holonomes, lesquelles sont une conséquence de l'hypothèse de roulement sans glissement de leurs roues sur le sol, habituellement adoptée pour la modélisation du contact roue/sol, c'est la raison pour laquelle nous allons expliciter dans notre exemple cette notion.

Les conditions de r.s.g des roues sur le sol conduisent donc à une vitesse du point O_P , portée sur l'axe $\vec{x}_p$, en considérant v comme la vitesse longitudinale de la plateforme et ω sa vitesse angulaire, on a :

$$v = \dot{x} \cos(\alpha) + \dot{y} \sin(\alpha) \quad (3.8)$$

$$\omega = \dot{\alpha} \quad (3.9)$$

Comme il a été expliqué précédemment, pour représenter les contraintes de roulement sans glissement des roues sur le sol, il faut exprimer la nullité des vitesses des différentes roues :

• Roues fixes droites et gauches

La nullité des vitesses dans les plans verticaux perpendiculaires aux roues :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} R^T(\alpha) A_p = 0$$

Sachant que $R(\alpha)$ représente la matrice de rotation du système mobile, il résultera de l'équation l'expression suivante :

$$\dot{x} \sin(\alpha) + \dot{y} \cos(\alpha) = 0 \quad (3.10)$$

On peut combiner les trois expressions précédentes (3.8), (3.9), (3.10) pour avoir :

$$\begin{bmatrix} v \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \cos(\alpha) + \dot{y} \sin(\alpha) \\ \dot{x} \sin(\alpha) + \dot{y} \cos(\alpha) \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = R^T(\alpha) \dot{A}_p \quad (3.11)$$

La nullité des vitesses dans les plans verticaux des roues s'écrit alors (d'après l'équation (3.6)) :

$$\begin{aligned} v + D\omega + r\dot{\phi}_1 &= 0 \\ -v + D\omega + r\dot{\phi}_2 &= 0 \end{aligned}$$

En combinant ces deux expressions en forme de matrices, on aura :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & D \\ -1 & 0 & D \end{bmatrix} R^T(\alpha) A_p + \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.12)$$

• Roue centrée orientable

La nullité des vitesses dans le plan vertical perpendiculaire à la roue :

$$[Cos(\beta_3) \ Sin(\beta_3) \ L \ Sin(\beta_3)] R^T(\alpha) \dot{A}_p = 0 \quad (3.13)$$

La vitesse exprimée dans le plan vertical de la roue est :

$$[-Sin(\beta_3) * L Cos(\beta_3)] R^T(\alpha) \dot{A}_p + r\dot{\phi}_3 = 0 \quad (3.14)$$

Où * représente une valeur quelconque

Les contraintes de roulement sans glissement seront présentées en réunissant les différentes équations précédentes (3.11), (3.12), (3.13), (3.14)

$$J_1(\beta_3) R^T(\alpha) \dot{A}_p + J_2 \dot{\phi} = 0 \quad (3.15)$$

$$C_1(\beta_3) R^T(\alpha) \dot{A}_p = 0 \quad (3.16)$$

Avec :

$$J_1(\beta_3) = \begin{bmatrix} I & 0 & D \\ -I & 0 & D \\ -Sin(\beta_3) * L Cos(\beta_3) \end{bmatrix} \quad (3.17), \quad J_2 = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$C_1(\beta_3) = \begin{bmatrix} 0 & -I & 0 \\ 0 & I & 0 \\ Cos(\beta_3) \ Sin(\beta_3) \ L Sin(\beta_3) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Une plateforme mobile ne peut pas être modélisée géométriquement, car, dans ce cas, sa situation peut être quelconque dans le repère de référence R_A ; cela rend donc cet aspect peu intéressant, c'est la raison pour laquelle nous entamerons directement le modèle cinématique de notre plateforme.

• Modèle cinématique

Avant d'entamer la mise en œuvre du modèle cinématique, nous devons connaître le degrés de mobilité du système mobile, il sera calculé relativement au rang de la matrice $C_I(\beta_3)$.

Nous pouvons déjà remarquer de l'expression (3.16) que $R^T(\alpha) \dot{A}_p$ doit appartenir au noyau de $C_I(\beta_3)$, et de ce fait, sa dimension $\dim(\text{Ker}(C_I(\beta_3)))$ est égale à 1, ce qui représente le degré de mobilité du système mobile. Nous devons donc calculer une base ayant comme dimension $D_{dmp} \times 3$, elle peut être égale à $[-L\sin(\beta_3) \ 0 \ \cos(\beta_3)]^T$ d'après [Bay01] ou encore $[\sin(\beta_3) \ 0 \ -\frac{\cos(\beta_3)}{L}]^T$ d'après [Pad05].

Donc, toujours d'après (3.16), le modèle cinématique en situation d'une plateforme mobile de type voiture doit être calculé selon le type de noyau choisi tel que :

$$\dot{A}_p = \begin{bmatrix} -L\cos(\alpha)\sin(\beta_3) \\ -L\sin(\alpha)\sin(\beta_3) \\ \cos(\beta_3) \end{bmatrix} \quad (3.20) \quad \text{ou} \quad \dot{A}_p = \begin{bmatrix} \cos(\alpha)\sin(\beta_3) \\ \sin(\alpha)\sin(\beta_3) \\ -\frac{\cos(\beta_3)}{L} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Le modèle cinématique en situation de la plateforme mobile relie la dérivée de la situation de la plateforme à η_p (commande de mobilité de notre système mobile), avec η_p vecteur ayant comme dimension $D_{dmp} \times 1$ (D_{dmp} étant le degré de mobilité du système).

Dans l'expression (3.20) et (3.21), η_p correspond à la vitesse linéaire de la roue centrée orientable dont la direction est perpendiculaire à l'axe de la roue, cette vitesse linéaire est égale à $\mathbf{u}_p = r \cdot \dot{\phi}_3$

On note que les composantes du vecteur $\dot{A}_p$ sont toutes liées au paramètres η_p , pour ce qui est de β_3 , c'est une entité qui a la capacité de varier librement, c'est pour cela qu'elle va être considérée lors de la mise en œuvre du modèle cinématique en configuration du robot mobile comme suit :

$$\dot{q}_p = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \dot{X}_p \\ \dot{Y}_p \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta}_3 \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} \frac{1}{r}(L\sin(\beta_3) - D\cos(\beta_3)) & 0 \\ -\frac{1}{r}(L\sin(\beta_3) + D\cos(\beta_3)) & 0 \\ -\frac{L}{r} & 0 \\ -L\cos(\alpha)\cos(\beta_3) & 0 \\ -L\sin(\alpha)\sin(\beta_3) & 0 \\ \cos(\beta_3) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} \frac{1}{r}(\frac{D}{L}\cos(\beta_3) - \sin(\beta_3)) & 0 \\ \frac{1}{r}(\frac{D}{L}\cos(\beta_3) + \sin(\beta_3)) & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \cos(\alpha)\sin(\beta_3) & 0 \\ \sin(\alpha)\cos(\beta_3) & 0 \\ -\frac{\cos(\beta_3)}{L} & 0 \\ \frac{L}{0} & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \eta_p \\ \dot{\beta}_3 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Mat1}}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Mat2}}$

Nous avons pu remarquer que le modèle cinématique en configuration lie la dérivée de la configuration du système mobile au vecteur de commandes $\begin{bmatrix} \eta_p & \dot{\beta}_3 \end{bmatrix}^T$, appliqué à la plateforme mobile, il est de dimension 2. En d'autres termes, nous pouvons déduire qu'il nous faut deux moteurs pour pouvoir commander le mouvement d'un tel système, cela fait apparaître la nécessité de motoriser l'orientation de la roue orientable.

Le choix du type de modèle cinématique (en configuration ou en situation) pour un système mobile influe sur le résultat de la modélisation des manipulateurs mobiles.

Nous avons remarqué que le modèle cinématique du bras est mis en œuvre en prenant en considération seulement ses caractéristiques propres (type de liaison q_{b1} et q_{b2} et longueur des segments a_1 et a_2). Pour un robot mobile, nous avons constaté que son modèle cinématique était plus délicat à mettre en œuvre, et n'était pas aussi systématique, cela est dû aux contraintes de roulement sans glissement des roues sur le sol qui sont calculées selon le type de roue à traiter.

Les calculs du degré de mobilité des plateformes mobiles à roues ont été présentés en détails dans [Pad05] et [Bay01].

Nous allons dans ce qui suit passer à l'étude des manipulateurs mobiles à roues.

III.9.3. Etude d'un manipulateur mobile à roues

La configuration d'un manipulateur mobile à roues est connue, dès lors que les configurations de la plateforme et du bras manipulateur qui la composent sont connues. Elle est définie sur un espace E_{GE} de dimension $\nu = n_b + n_p$ (n_b est la dimension de l'espace des configurations du bras et n_p la dimension de l'espace des configurations de la plateforme) par un vecteur q tel que :

$$q = \begin{bmatrix} q_b \\ q_p \end{bmatrix}$$

Comme pour les bras manipulateurs, la situation d'un organe terminal pour un manipulateur mobile est égale au minimum à 6, dans un espace tridimensionnel.

Il est plus intéressant de choisir un bras manipulateur tel que la taille de son espace opérationnel μ soit égale au nombre de coordonnées opérationnelles du système complet.

Cela revient à considérer que si la plateforme est amenée à ne pas bouger (selon la mission exigée), le système sera tout de même apte à réaliser la tâche désirée [Pad05].

Nous allons dans ce qui suit expliciter les notions fondamentales pour une paramétrisation correcte du manipulateur mobile à étudier. Le bras manipulateur considéré est de type double pendule horizontal (les deux axes de rotations sont verticaux et perpendiculaires au plan d'évolution de la plateforme $R_P(O_p, \bar{x}_p, \bar{y}_p)$) ; la plateforme quand à elle est de type voiture.

Chaque partie du robot résultant de la combinaison a été présentée seule auparavant pour une

meilleure compréhension. Le manipulateur mobile auquel nous nous intéressons est présenté dans la figure Fig.III.4 [Pad05]:

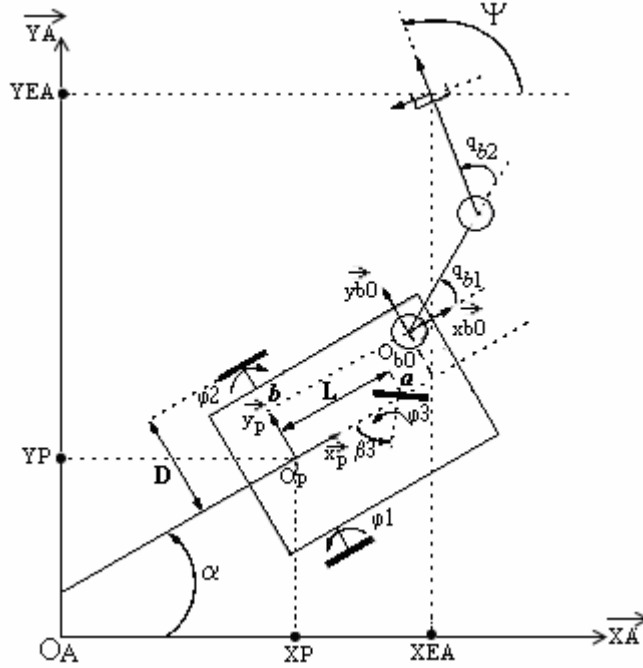


Fig.III.4 : Représentation d'un manipulateur mobile plan

Dans le cadre de notre étude, le manipulateur mobile se présente comme plan, et évoluant dans un espace à deux dimensions, nous décrivons la situation de l' OT comme : $A = [A_1 \ A_2 \ A_3]^T = [X_{EA} \ Y_{EA} \ \Psi]^T$, ces coordonnées opérationnelles seront toujours considérées dans $R_A = (O_A, \bar{x}_A, \bar{y}_A)$, elles spécifient les deux coordonnées cartésiennes ainsi que l'orientation de l' OT avec $\mu=3$ représentant la dimension de l'espace opérationnel $\dim(E_{OP})=3$.

En considérant les coordonnées généralisées $q_b = [q_{b1} \ q_{b2}]^T$ du bras manipulateur, et si nous ne nous intéressons qu'à la situation $q_p = [X_P \ Y_P \ \alpha]^T$ de la plateforme (en omettant d'évoquer les rotations des différentes roues), alors, le degrés de liberté du système considéré est $\nu=2+3=5$; cette représentation est aussi appelée configuration réduite du système. Par contre, au cas où notre intérêt se portait sur la configuration de la plateforme mobile $q_p = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3 \ X_P \ Y_P \ \alpha \ \beta_3]^T$, l'espace des configurations E_{GE} serait donc de dimension $\nu=2+7=9$.

Les différentes configurations envisagées pour le système complet sont les suivantes [Bay01] :

$$q = \begin{bmatrix} q_{b1} \\ q_{b2} \\ X_P \\ Y_P \\ \alpha \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} q_{b1} \\ q_{b2} \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ X_P \\ Y_P \\ \alpha \\ \beta_3 \end{bmatrix}$$

Une ambiguïté peut se présenter dans le fait d'utiliser la configuration ou la situation du système mobile, car, pour considérer la configuration d'un système de manipulation mobile, on peut ne considérer que la situation du système mobile ; elle peut être suffisante pour pouvoir identifier le système, mais elle peut présenter des lacunes lors du passage à l'étude de la commande. D'un point de vue purement géométrique, la situation de la plateforme suffit pour identifier le système de manipulation mobile dans le plan $R_A=(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A)$, cela transparaîtra plus clairement lors de la construction des modèles géométriques comme suit.

- **Modèles géométriques**

Pour notre système qui se présente comme plan, le modèle géométrique direct est le suivant :

$$A_1=XEA= X_p+a\cos(\alpha)-b\sin(\alpha)+a_1\cos(\alpha+q_{b1})+a_2\cos(\alpha+q_{b1}+q_{b2}) \quad (3.23)$$

$$A_2=YEA= Y_p+ a\sin(\alpha)-b\cos(\alpha)+a_1\sin(\alpha+q_{b1})+a_2\sin(\alpha+q_{b1}+q_{b2}) \quad (3.24)$$

$$A_3=\Psi=q_{b1}+q_{b2}+\alpha \quad (3.25)$$

Il n'y a pas de lois particulières pour inverser le modèle géométrique d'un manipulateur mobile.

Nous pouvons déjà certifier que le modèle géométrique inverse comporte une infinité de solutions puisqu'il présente une redondance géométrique ; cela apparaît dans le fait que le nombre de coordonnées généralisées soit supérieur au nombre de coordonnées opérationnelles ($\nu > \mu$). L'ordre de cette redondance géométrique est $\nu - \mu = 5 - 3 = 2$.

Sachant que les coordonnées du point O_{b0} sont (a, b) dans le repère $R_p=(O_p, \vec{x}_p, \vec{y}_p)$; en supposant que $a=0$ et $b=0$, et en remplaçant (3.25) dans (3.24) et (3.23), elles se transformeront en :

$$A_1=X_p+a_1\cos(\alpha+q_{b1})+a_2\cos(A_3)$$

$$A_2=Y_p+a_1\sin(\alpha+q_{b1})+a_2\sin(A_3)$$

On aurait donc :

$$A_1-X_p-a_1\cos(A_3)= a_1\cos(\alpha+q_{b1}) \quad (3.26)$$

$$A_2-Y_p-a_2\sin(A_3)=a_1\sin(\alpha+q_{b1}) \quad (3.27)$$

En faisant l'opération mathématique $((3.29)^2+(3.30)^2)$ on aura:

$$(A_1-a_2\cos(A_3)-X_p)^2+(A_2-a_2\sin(A_3)-Y_p)^2=a_1^2 \quad (3.28)$$

Cette expression représente une contrainte par rapport à certaines coordonnées généralisées, puisque le choix des deux coordonnées X_p et Y_p doivent la satisfaire ; ainsi, en fixant X_p , on

peut déduire Y_p . D'autre part, les coordonnées généralisées α et q_{b1} présentent une infinité de solutions, puisque dans les expressions (3.23) et (3.24), nous avons remarqué que l'on ne pouvait pas les dissocier, car on ne les retrouve que sous la forme $(\alpha + q_{b1})$.

Ceci étant, si le choix du couple (X_p, Y_p) et α a été accompli, alors, nous calculerons q_{b1} et q_{b2} comme suit :

$$q_{b1} = \arctan 2(A_2 - a_2 \sin A_3 - Y_p, A_1 - a_2 \cos A_3 - X_p) - \alpha$$

$$q_{b2} = A_3 - \arctan 2(A_2 - a_2 \sin A_3 - Y_p, A_1 - a_2 \cos A_3 - X_p)$$

Par conséquent, l'ensemble des configurations $[X_p \ Y_p \ \alpha]^T$ (représentants celle de la plateforme) qui sont solutions du MGI, pour une situation imposée $A = [A_1 \ A_2 \ A_3]^T$ de l'OT dans $R_A = (O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A)$ forment un cylindre $Sp(A)$ défini par l'équation (3.28), ceci implique que pour chaque point de $Sp(A)$, il existe une paire (q_{b1}, q_{b2}) pour laquelle la situation de l'OT dans R_A est $[A_1 \ A_2 \ A_3]^T$.

Dans ce qui suit, nous allons construire le modèle cinématique, où nous mettrons en évidence l'utilité de la configuration du système mobile.

• Modèle Cinématique

En considérant que les coordonnées du point O_{b0} (a,b) sont quelconques, le modèle cinématique direct de notre robot manipulateur mobile sera dit réduit, à cause des contraintes non holonomes qui se présentent par rapport à la plateforme mobile.

Nous avons évoqué précédemment le modèle différentiel direct réduit, il est défini comme étant l'application linéaire $\bar{J}$ telle que :

$$\dot{A} = \bar{J} \cdot \dot{p}$$

La mise en œuvre de ce type de modèle est étroitement liée aux contraintes non holonomes.

Pour notre plateforme mobile, les différentielles de la situation de la plateforme $[\dot{X}_p \ \dot{Y}_p \ \dot{\alpha}]^T$ sont dépendantes, elles sont liées par η_p . On peut faire intervenir une forme différentielle $\dot{p}$ dont le nombre de composantes qui sont indépendantes correspond au degré de mobilité du système mécanique. Il suffit de choisir : $\dot{p} = [\dot{p}_1 \ \dot{p}_2 \ \dots \ \dot{p}_{D_{dm}}]^T$, le choix des composantes du vecteur $\dot{p}$ est lié au type de bras et de plateforme à traiter, donc, pour notre système, nous considérons que le degrés de mobilité du manipulateur mobile étudié est :

$$D_{dm} = D_{dmp} + D_{dmb} = 1 + 2 = 3.$$

Nous allons donc avoir : $\dot{p} = [\dot{p}_1 \ \dot{p}_2 \ \dot{p}_3]^T = [\dot{q}_{b1} \ \dot{q}_{b2} \ \eta_p]^T$.

Le modèle cinématique en situation de notre manipulateur mobile lie le vecteur des vitesses opérationnelles $\dot{A}$, aux vitesses généralisées du bras $(\dot{q}_{b1}, \dot{q}_{b2})$ ainsi qu'à la commande de

mobilité η_p de la plateforme. La matrice jacobienne réduite va être représentée en considérant le modèle cinématique en situation de la plateforme selon l'équation (3.21)

Le représentation $\dot{p}$ nous mène à calculer le modèle différentiel réduit, qui est présenté dans ce qui suit où $\bar{J}(q_{b1}, q_{b2}, \alpha, \beta_3)$ représente la matrice jacobienne réduite de notre système :

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -a_1 S(\alpha q_{b1}) + \bar{J}_{12} & -a_2 S(\alpha q_{b1} q_{b2}) & S(\beta_3) C(\alpha) + \frac{C(\beta_3)}{L} (aS(\alpha) + bC(\alpha) - \bar{J}_{11}) \\ a_1 C(\alpha q_{b1}) + \bar{J}_{22} & a_2 C(\alpha q_{b1} q_{b2}) & S(\beta_3) S(\alpha) - \frac{C(\beta_3)}{L} (aC(\alpha) - bS(\alpha) + \bar{J}_{21}) \\ 1 & 1 & -\frac{C(\beta_3)}{L} \end{bmatrix}}_{\bar{J}(q_{b1}, q_{b2}, \alpha, \beta_3)} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \dot{q}_{b2} \\ \eta_p \end{bmatrix}$$

Sachant que S représente le sinus et C représente le cosinus, $S(\alpha q_{b1})$ et $C(\alpha q_{b1})$ sont les sinus et cosinus de l'angle $(\alpha + q_{b1})$, ainsi que $S(\alpha q_{b1} q_{b2})$ et $C(\alpha q_{b1} q_{b2})$ qui sont les sinus et cosinus de l'angle $\alpha + q_{b1} + q_{b2}$.

En étudiant la matrice $\bar{J}(q_{b1}, q_{b2}, \alpha, \beta_3)$, nous remarquons que le degré de liberté global de notre système vaut $\mu_{ddl}=3$, il est considéré comme non redondant cinématiquement puisque $D_{dm}-\mu_{ddl}=0$. Si le choix des coordonnées opérationnelles se portait uniquement sur les coordonnées en position $[XEA \ YEA]^T$, alors, $\mu_{ddl}=2$, ce qui impliquera que le degré de redondance cinématique est $D_{dm}-\mu_{ddl}=1$.

Le déterminant de la matrice jacobienne réduite est :

$$\text{Det}(\bar{J}(q_{b1}, q_{b2}, \alpha, \beta_3)) = -\frac{a_1}{L} (-a \cos(\beta_3) \sin(q_{b1}) + L \sin(\beta_3) \cos(q_{b1}) + b \cos(\beta_3) \cos(q_{b1})).$$

Le calcul du déterminant nous aide à détecter les singularités du système à étudier, cela se fera en considérant $\text{Det}(\bar{J}(q_{b1}, q_{b2}, \alpha, \beta_3))=0$. Nous remarquons pour notre système que la détection des singularité se fera en analysant les valeurs des variables liées au système telles que a , b et L ; plusieurs cas se présentent :

-Si $a=0$ alors $L \sin(\beta_3) \cos(q_{b1}) + b \cos(\beta_3) \cos(q_{b1}) = 0 \Rightarrow \beta_3 = \text{atan}\left(-\frac{b}{L}\right)$ ou $q_{b1} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{N}$).

-Si $L=a$ et $b=0$, $\sin(\beta_3) \cos(q_{b1}) - \cos(\beta_3) \sin(q_{b1}) = 0 \Rightarrow \beta_3 = q_{b1} + k\pi$ ($k \in \mathbb{N}$).

Ces deux cas présentés sont les seuls détectés analytiquement, les autres ne peuvent pas apparaître aussi automatiquement, il faut user de méthodes numériques pour déceler l'existence et les valeurs des configurations singulières, en imposant les valeurs a , b et L .

Pour ce qui est du modèle cinématique en configurations, il sera déduit du modèle cinématique en configurations de la plateforme comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \dot{q}_{b2} \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \dot{X}_p \\ \dot{Y}_p \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} \left(\frac{D}{L} \cos(\beta_3) - \sin(\beta_3) \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} \left(\frac{D}{L} \cos(\beta_3) + \sin(\beta_3) \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\alpha) \sin(\beta_3) & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\alpha) \sin(\beta_3) & 0 \\ 0 & 0 & -\cos(\beta_3) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \dot{q}_{b2} \\ \eta_p \\ \dot{\beta}_3 \end{bmatrix}$$

La paramétrisation des systèmes a son importance, surtout par rapport au choix des coordonnées opérationnelles (de la tâche) ; c'est un point prépondérant car il influe sur la redondance. Cette caractéristique peut aussi se révéler grâce à l'ajout de la plateforme puisque pour le système de manipulation mobile étudié, elle y est apparue (redondance géométrique), alors qu'elle n'y avait pas existé auparavant pour le système articulé seul. Cela implique que l'ajout d'un véhicule mobile influe aussi sur le facteur de redondance géométrique. De ce fait, nous pouvons déduire que l'étude d'un manipulateur mobile diffère totalement de celle du système articulé seul.

La construction de la matrice jacobienne d'un manipulateur mobile est particulière, cela est dû principalement à la cinématique du système à roues ; elle comprend dans sa constitution les contraintes de roulement sans glissement qui changent d'un type de plateforme à l'autre. Elle est également facteur de la matrice partielle incluse par les vitesses articulaires du bras embarqué.

Les calculs des différents modèles de transformations d'espaces présentés dans ce chapitre se font en suivant certaines règles générales pour un système mobile quelconque, portant un type de bras ayant une structure à chaîne cinématique ouverte, sans soucis du type d'articulation qu'il comporte, ces principes de bases seront présentés dans le prochain chapitre.

III.10. Conclusion

Nous avons abordé dans ce chapitre différentes définitions relatives à des principes en manipulation mobile, en concrétisant ces aspects purement théoriques par une illustration d'exemples : un système articulé, un robot mobile et un manipulateur mobile composé des deux sous systèmes présentés auparavant.

Nous allons nous consacrer dans le prochain chapitre à l'étude de l'aspect modélisation, en présentant des formules générales de calcul. Grâce à cette étude, nous allons tenter de faire une planification de mouvement dans l'espace généralisé en nous imposant un mouvement opérationnel, ce qui nous incitera à utiliser les modèles inverses.

Chapitre IV

Modélisation

IV.1. Introduction

Les bras manipulateurs présentent la spécificité d'avoir des limites dans leurs mouvements à cause de leur morphologie, puisque contraints par le nombre d'articulations qu'ils comportent, ainsi que la longueur des segments dont ils sont composés ; ils révèlent de ce fait des limites qui peuvent paraître dans la forme de leur volume de travail. Les robots mobiles quand à eux ont la particularité de se mouvoir dans des espaces assez importants, mais leur inconvénient majeur réside dans leur incapacité à interagir avec l'environnement. Une des solutions pour pallier aux défauts des deux systèmes est le fait de les combiner pour construire un nouveau composant qui est le manipulateur mobile.

Le but d'utilisation d'un système représenté par une chaîne articulée embarquée sur un véhicule, est d'opérer grâce à l'organe terminal dans un grand espace, mais il peut présenter un problème des plus récurrents, qui se base sur l'aspect planification de trajectoire et de mouvement. Cette caractéristique est étroitement liée à la modélisation, puisque nous nous devons de générer une trajectoire et un mouvement en nous aidant des différents modèles géométrique et cinématique.

Dans le cadre de notre étude, le système articulé seul est redondant vis à vis de la tâche imposée, alors que la plateforme est non holonome. Le robot que nous allons étudier exécute des Tâches à Mouvement (et Trajectoire) Opérationnel(le) Imposé(e) ; pour ce cas particulier, des problèmes subsistent car :

-L'intrusion du robot mobile (quel que soit son type) induit dans la majorité des cas une redondance, qui rend le problème de modélisation compliqué à résoudre; la plateforme mobile peut avoir une infinité de situations pour une configuration fixe du bras manipulateur, comme cela est représenté en Fig.IV.1.

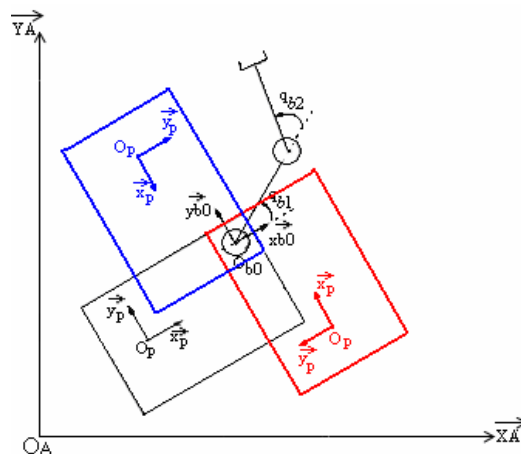


Fig.IV.1. Influence de la configuration de la plateforme sur la redondance du manipulateur mobile

- Les systèmes non holonomes présentent l'inconvénient que certaines trajectoires ne soient pas faisables.
- Le nombre important de coordonnées et vitesses généralisées du bras relativement à la tâche opérationnelle imposée ajoute des degrés de liberté au système déjà redondant.

Nous allons dans une première partie de ce chapitre commencer par présenter le modèle géométrique direct en procédant de deux manières différentes. La seconde partie aura trait au modèle géométrique inverse, qui consistera en une proposition de solution de planification de mouvement de la plateforme en prenant en considération les contraintes non holonomes, de sorte à faire suivre la trajectoire opérationnelle imposée à l'organe terminal. Ensuite, nous entamerons l'étude de la cinématique du système par la description du modèle direct de notre manipulateur mobile ; et enfin, le dernier volet de ce chapitre sera consacré à l'étude du modèle cinématique inverse, où nous présenterons la méthode des tâches additionnelles, qui s'accorde conjointement avec la méthode d'inversion du modèle géométrique proposée.

Dans tous les modèles que nous allons présenter dans ce chapitre, nous commencerons par traiter du cas général d'un bras manipulateur comportant n variables articulaires, porté sur une plateforme mobile non holonome, pour terminer par l'étude du cas particulier de notre système.

IV.2.Présentation du système à étudier

Nous nous sommes intéressés à l'étude d'un système robotique comportant un bras manipulateur redondant géométriquement vis à vis de la tâche, celle-ci doit s'exécuter dans un espace à trois dimensions. Notre choix s'est porté sur le bras Mitsubishi PA10 7CE ; la plateforme mobile quand à elle est un véhicule de type voiture.

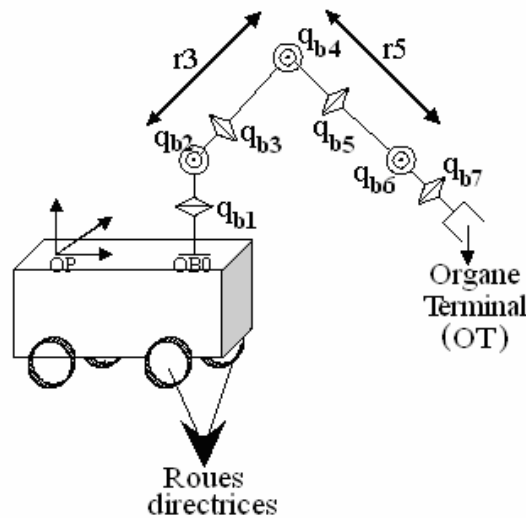


Fig.IV.2. Présentation du manipulateur mobile

Connaissant le bras manipulateur et la plateforme mobile sur lesquels nous devons opérer, le système combiné est présenté en Fig.IV.2 [Nen04][Xu05] ; La plateforme mobile est non holonome de type voiture comportant 2 roues directrices se trouvant à l'avant, et deux roues arrières pour stabiliser le système, le bras embarqué sur la plateforme mobile se trouve au centre de l'axe des roues avant, il comprend 7 articulations rotoïdes ; les paramètres présentant la géométrie de ce système articulé sont exposés en Annexe C.

IV.3.Modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct d'un système quelconque représente des fonctions grâce auxquelles les coordonnées opérationnelle sont liées au coordonnées généralisées.

La situation $A=[A_1 \ A_2 \ A_3 \ A_4 \ A_5 \ A_6]^T$ de l' OT présentée dans un espace opérationnel à trois dimensions pour un manipulateur mobile portant un seul bras manipulateur, est fonction de sa configuration, représentée par les coordonnées généralisées des différentes articulations $Ang=[q_{b1}.....q_{bn}]^T$ et les coordonnées propres à la plateforme, telles son orientation α ainsi que les coordonnées cartésiennes $[X_P \ Y_P]$ d'un point de référence O_P .

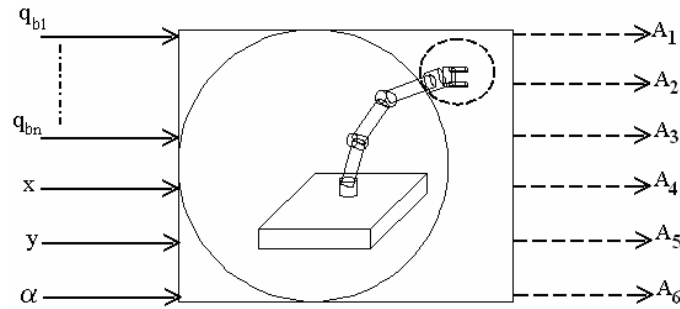


Fig.IV.3. Modèle géométrique direct

Nous nous proposons de présenter deux méthodes de calcul du modèle géométrique direct pour un manipulateur mobile.

Remarque

Dans les parties suivantes, nous allons considérer $C\alpha$ comme représentant le cosinus de l'angle α , et $S\alpha$ comme étant le sinus de l'angle α , aussi, nous définissons $tg\alpha$ comme la tangente de l'angle α , aussi, $arcC\alpha$ est la fonction arc cosinus le l'angle α ,

IV.3.1. Matrices de passage

Ce procédé consiste à calculer le modèle géométrique direct du manipulateur mobile en utilisant des matrices de transformation d'espaces [Yam94] [Xu05].

Le système de repérage est présenté en Fig.IV.4, où nous pourrions distinguer 3 repères de référence qui sont :

- Repère absolu

Il est présenté comme $R_A=(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A, \vec{z}_A)$, c'est le repère de référence dans lequel doivent être représentées les positions de l'organe terminal, à savoir, A_1 , A_2 et A_3 respectivement selon les axes $\vec{x}_A$, $\vec{y}_A$ et $\vec{z}_A$, ainsi que ses orientations A_4 , A_5 et A_6 selon les trois axes de référence précédents.

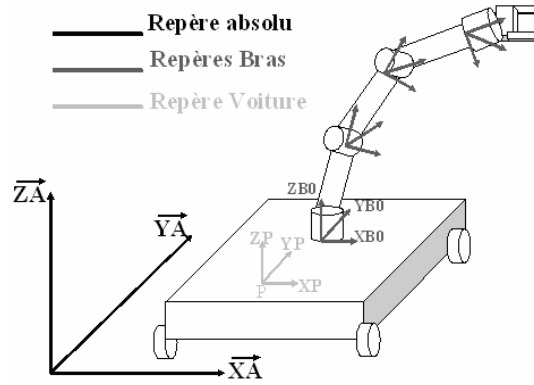


Fig.IV.4 : Représentation des repères pour un manipulateur mobile

Le repère R_A est choisi orthonormé, direct, fixe, et tel que l'axe $\vec{z}_A$ est normal à la surface sur laquelle évolue la plateforme à roues [Pad05]

• Repère plateforme

Le robot mobile doit avoir un repère $R_P=(O_P, \vec{x}_P, \vec{y}_P, \vec{z}_P)$; ce repère sera représenté dans R_A par la position X_P et Y_P de son origine O_P , ainsi que par l'orientation de ses axes α .

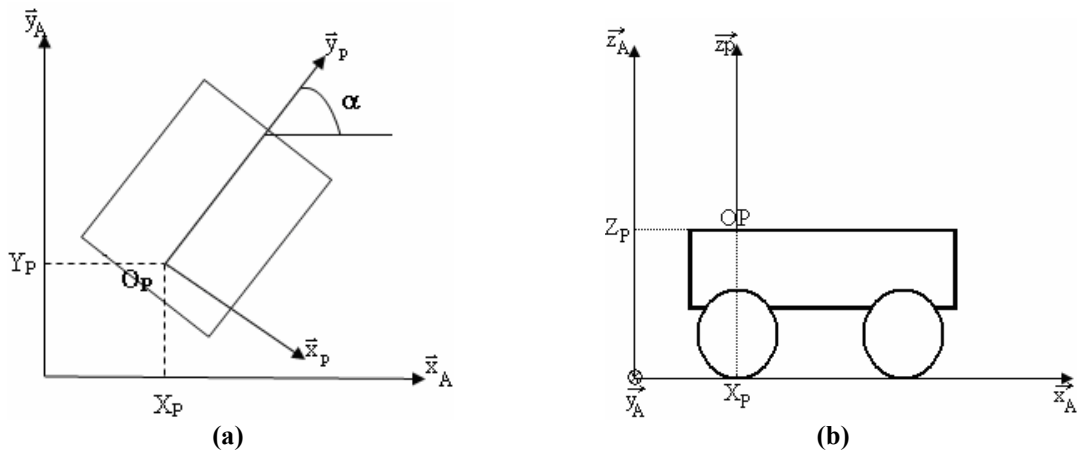


Fig.IV.5 : représentation du repère plateforme : (a) Vue de Dessus, (b) Vue de Profil

La matrice de transformation ${}^A T_P$ exprime la position et l'orientation du repère R_P par rapport au repère absolu R_A comme suit :

$${}^A T_P = \begin{bmatrix} C\alpha & -S\alpha & 0 & X_P \\ S\alpha & C\alpha & 0 & Y_P \\ 0 & 0 & 1 & Z_P \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

• Repère Bras

Le repère $R_{B0}=(O_{B0}, \vec{x}_{B0}, \vec{y}_{B0}, \vec{z}_{B0})$ se trouve à la base du bras, alors que les repères des différentes articulations se succèdent jusqu'à atteindre celui de l'organe terminal (Fig.IV.4).

C'est dans R_{B0} que vont être calculées les coordonnées opérationnelles de l' OT ; ces calculs donneront le modèle géométrique direct du bras manipulateur, qui est défini comme étant la procédure qui exprime la relation entre les coordonnées opérationnelles $[X_E Y_E Z_E \Psi \Theta \Phi]^T$ et les différentes variables articulaires $[q_{b1} \dots q_{bn}]^T$, il en résultera une matrice de transformation d'espace ${}^{B0}T_{Bn}$ (dans le cadre de notre étude la matrice de transformations d'espaces sera ${}^{B0}T_{B7}$).

Nous avons considéré que l'illustration de ce modèle était inutile dans ce paragraphe, car son élaboration a été une procédure couramment exposée et très souvent mise en œuvre ([Kh199] [Yam94], [Gor84],[Dao94], [Vib87]) ; par conséquent, pour plus d'éclaircissements, nous préférons ramener le lecteur vers l'Annexe A. Nous considérons que le vecteur $[X_E Y_E Z_E]^T$ illustre les positions cartésiennes de l'organe terminal selon les axes $\vec{x}_{B0}, \vec{y}_{B0}$ et $\vec{z}_{B0}$, et $[\Psi \Theta \Phi]^T$ étant la représentation non redondante des angles de rotation d'Euler [Bay01][Kh199], selon les trois axes précédemment cités. Les coordonnées de l'origine O_{B0} du repère bras dans R_P sont a' selon l'axe $\vec{x}_P$ et b' selon l'axe $\vec{y}_P$. La matrice ${}^PT_{B0}$ exprime la situation de O_{B0} dans le repère $(O_P, \vec{x}_P, \vec{y}_P, \vec{z}_P)$

$${}^PT_{B0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a' \\ 0 & 1 & 0 & b' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Finalement, du produit matriciel de l'équation (4.2) résultera la matrice de transformation d'espace ${}^AT_{Bn}$.

$${}^AT_{Bn} = {}^AT_P \cdot {}^PT_{B0} \cdot {}^{B0}T_{Bn} \quad (4.3)$$

Grâce à la matrice de transformation d'espace ${}^AT_{Bn}$, nous pourrions déduire la position et l'orientation de l'organe terminal par rapport au repère absolu R_A . Le calcul des différentes coordonnées opérationnelles $A=[A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6]^T$ se fera donc directement d'après la description des matrices de passage en Annexe A.

IV.3.2. Calcul direct

Cette approche consiste à calculer immédiatement le modèle géométrique direct par des expressions analytiques [Fou98][Bay01], en suivant le système de repérage présenté en Fig.IV.6.

Nous pouvons déduire de cette représentation que pour un manipulateur mobile quelconque, les valeurs des coordonnées en position A_1, A_2 et A_3 sont étroitement liées à la configuration de la plateforme $[X_P Y_P \alpha]^T$, cela ajoutera par conséquent trois degrés de liberté au système articulé, et contribuera donc à créer une redondance géométrique. Les orientations A_5 et A_6 ne changent pas en incluant la plateforme, alors que la rotation α contribue à faire varier la valeur du paramètre A_4 .

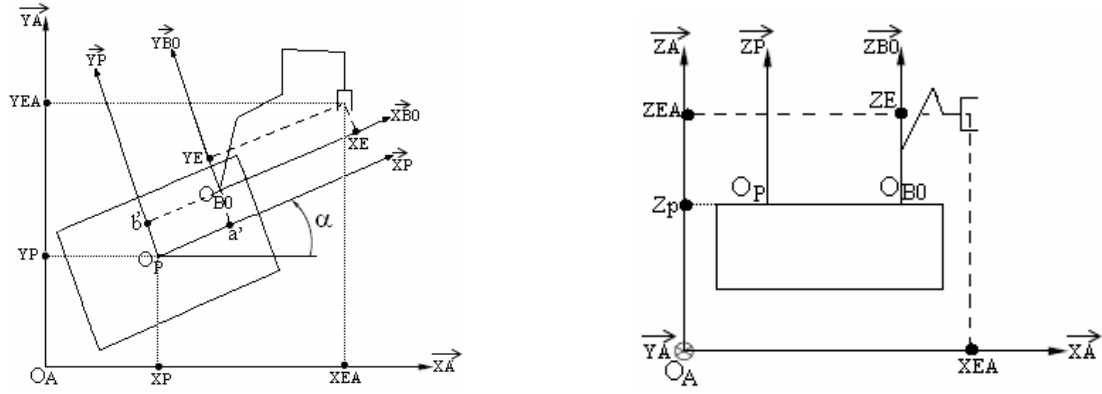


Fig.IV.6 : représentation des repères dans les plans $(O_A, \bar{x}_A, \bar{y}_A)$ et $(O_A, \bar{x}_A, \bar{z}_A)$

Les différentes expressions résultantes sont :

$$A_1 = X_{EA} = X_P + (a' + X_E)C\alpha - (b' + Y_E)S\alpha \quad (4.4)$$

$$A_2 = Y_{EA} = Y_P + (b' + Y_E)C\alpha + (a' + X_E)S\alpha \quad (4.5)$$

$$A_3 = Z_{EA} = Z_E + Z_P \quad (4.6)$$

$$A_4 = \Psi + \alpha \quad (4.7)$$

$$A_5 = \Theta \quad (4.8)$$

$$A_6 = \Phi \quad (4.9)$$

Le modèle géométrique direct d'un manipulateur mobile représente donc le fait de considérer la situation de l'organe terminal dans le repère absolu R_A ; pour le système que nous devons étudier, ce calcul fera appel à sa configuration $q_{cfg} = [X_P \ Y_P \ \alpha \ q_{b1} \ q_{b2} \ q_{b3} \ q_{b4} \ q_{b5} \ q_{b6} \ q_{b7}]^T$.

La méthode des matrices de transformations d'espaces est une méthode qui fait appel à différentes matrices relatives à chaque repère, cette approche nous illustre le modèle géométrique direct par étapes, cela veut dire que chaque repère se déplace relativement à un autre, puisque R_P est en mouvement par rapport à R_A , R_{B0} est considéré par rapport à R_P , et R_{Bn} se déplace relativement à R_{B0} . Cette approche est particulièrement structurée car elle est très implicite en terme de représentation, et de vision géométrique dans l'espace, dans le sens où la notion de relativité apparaît grâce à la disposition des matrices.

La méthode analytique est simple à implémenter et rapide relativement au temps de calcul, elle présente aussi un avantage lors du calcul du modèle cinématique direct du système, car, pour la mise en œuvre de la matrice jacobienne, il est nécessaire de considérer les vitesses en positions qui sont les dérivées temporelles des positions cartésiennes ; pour les orientations, il suffit de calculer les vitesses de rotations du système articulé, alors, les vitesses en rotation du manipulateur mobile se déduiront très vite (pour plus de détails concernant le modèle cinématique, voir le paragraphe IV.5.). Cette méthode présente tout de même un inconvénient majeur, car elle est attachée de trop près au système de repérage présenté en Fig.IV.4, et un simple changement dans la disposition des repères implique l'utilisation de manœuvres mathématiques, pour pouvoir modéliser le système, alors que la méthode des matrices de transformations d'espaces est appropriée dans ce cas ; il ne suffit qu'à modifier certains paramètres (dans les matrices de références ${}^A T_P$, ${}^P T_{B0}$ ou ${}^{B0} T_{Bn}$), qui sont régis par des règles

précises et des lois spécifiques, liées à la définition même des matrices de transformations d'espaces.

IV.4. Modèle géométrique inverse

Comme la définition de ce type de modèle le stipule, le modèle géométrique inverse d'un manipulateur mobile quelconque évoluant dans un espace tridimensionnel, a comme but de calculer ses coordonnées généralisées $[X_P \ Y_P \ \alpha \ q_{b1} \dots q_{bn}]^T$, en fonction de la situation imposée à son organe terminal $[A_1 \ A_2 \ A_3 \ A_4 \ A_5 \ A_6]^T$ dans le repère R_A .

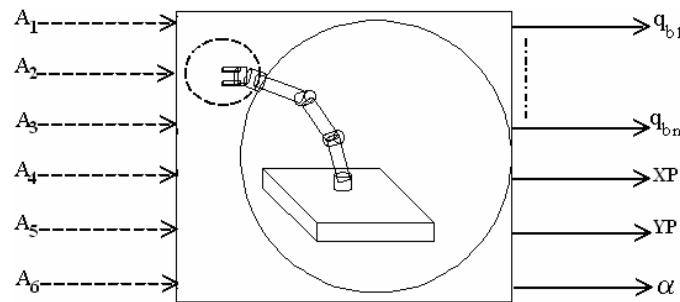


Fig.IV.7.Représentation du modèle géométrique inverse d'un manipulateur mobile

Contrairement au modèle géométrique direct, son inverse n'a pas de règles de calculs spécifiques, donc, nous devons user de stratégies propres au type de systèmes à étudier (le bras manipulateur et la plateforme mobile).

Dans le cadre de notre étude, la situation de l'organe terminal ne sera représentée que par les coordonnées cartésiennes $[X_{EA} \ Y_{EA} \ Z_{EA}]^T = [A_1 \ A_2 \ A_3]^T$, alors, seule la sous chaîne $Ang = [q_{b1} \ q_{b2} \ q_{b3} \ q_{b4}]^T$ responsable du positionnement de l'OT est prise en compte[Nen04].

Le modèle géométrique inverse du manipulateur mobile à étudier est donc représenté schématiquement en Fig IV.8.

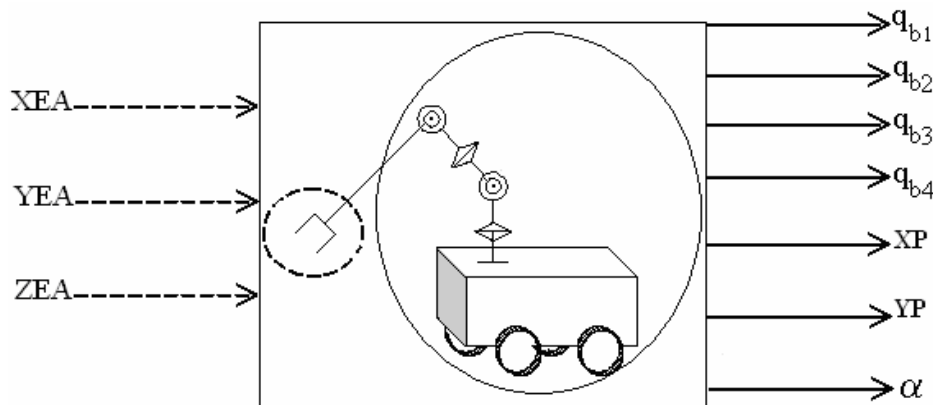


Fig.IV.8.Représentation du modèle géométrique du manipulateur mobile à étudier

Nous pouvons décrire de prime abord que le manipulateur mobile à étudier est géométriquement redondant, vis-à-vis de la tâche de suivi d'une trajectoire opérationnelle imposée, compte tenue de la condition que le bras manipulateur soit composé de quatre coordonnées généralisées $Ang=[q_{b1} \ q_{b2} \ q_{b3} \ q_{b4}]^T$; alors que nous avons une dimension de l'espace opérationnel $dim(E_{OP})$ égale à 3, ceci inclut un degré de redondance géométrique égal à 1. Le nombre de coordonnées généralisées s'accroît en adjoignant la plateforme mobile ayant une situation $A_p=[X_P \ Y_P \ \alpha]^T$, avec une dimension de l'espace opérationnel $dim(E_P)$ égale à 3, dès lors, le degré de redondance géométrique du manipulateur mobile ($dim(E_P)+1$) sera égal à 4. La représentation du modèle géométrique inverse (Fig.IV.8) fait apparaître cette redondance géométrique, puisque le nombre de paramètres en entrée, exprimant la situation imposée à l'organe terminal $[X_{EA} \ Y_{EA} \ Z_{EA}]^T$, dans le repère R_A , est inférieur au nombre de paramètres en sortie $q_{cfg}=[X_P \ Y_P \ \alpha \ q_{b1} \ q_{b2} \ q_{b3} \ q_{b4}]^T$, illustrant la configuration du système complet.

- **Problématique**

Le modèle géométrique inverse est délicat à mettre en œuvre si la configuration q_{cfg} prise en compte est traitée globalement. Puisqu'une trajectoire géométrique quelconque ne peut pas être imposée au système mobile, sans considérer les contraintes non holonomes, donc, une tâche qui exige un suivi de la trajectoire par l'organe terminal du bras manipulateur, représente une contrainte supplémentaire pour le système mobile, qui doit constamment veiller à faire suivre à l'OT la trajectoire exigée.

- **Solution**

Puisque les contraintes non holonomes ne transparaissent qu'en traitant le système mobile cinématiquement, alors, cela nous incitera à étudier le mouvement du véhicule plutôt que sa trajectoire.

Nous allons proposer une solution découplant partiellement le système: nous commencerons par planifier le mouvement de la plateforme en prenant en charge les contraintes non holonomes, de sorte à ce qu'elle puisse placer le bras manipulateur dans des zones, lui permettant de suivre la trajectoire opérationnelle imposée, puis, nous inverserons le modèle géométrique du bras manipulateur en utilisant une méthode de calcul itérative pour enfin placer l'OT dans la situation désirée.

IV.4.1. Planification de mouvement de la plateforme mobile

Nous avons évoqué au préalable le terme « trajectoire opérationnelle », mais nous nous devons de la définir plus concrètement comme cela est présenté dans ce qui suit.

IV.4.1.1. Définition de la Trajectoire Opérationnelle Imposée

Une trajectoire opérationnelle est définie comme étant un parcours se développant dans l'espace opérationnel ; il est composé d'une succession de points assez rapprochés pour représenter une trajectoire, cela est réalisé dans le but de permettre à l'organe terminal du bras manipulateur embriqué de suivre un chemin plus ou moins lisse. Chaque point de cette trajectoire sera appelé « *échantillon* ».

Chaque échantillon est décrit par ses propres coordonnées $C=[X_c \ Y_c \ Z_c]^T$ dans le repère $R_A=(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A, \vec{z}_A)$. La trajectoire opérationnelle imposée prendra donc part aussi dans le repère R_A (Fig.IV.9), elle est représentée par un certain nombre d'*échantillons* N_{ECH} ; le bras porté sur la plateforme se doit de les atteindre tous.

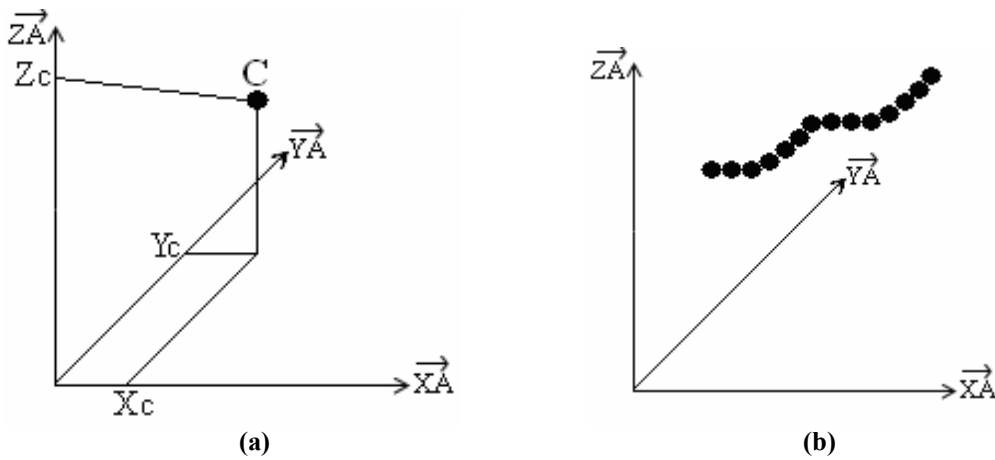


Fig.IV.9 : Représentation de la trajectoire opérationnelle :(a) Présentation d'un échantillon dans le plan $(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A, \vec{z}_A)$, (b) Représentation d'une trajectoire opérationnelle dans le plan $(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A, \vec{z}_A)$

IV.4.1.2. Génération de trajectoire de la plateforme

Dans l'approche que nous avons adopté, nous nous sommes donné comme objectif premier de construire un chemin prédéfini à la plateforme mobile, de sorte à toujours faire suivre à l'organe terminal du bras manipulateur la trajectoire opérationnelle imposée, en ramenant le bras dans des postures grâce auxquelles les N_{ECH} échantillons successifs exigés par la tâche (ayant comme coordonnées $[X_c \ Y_c \ Z_c]^T$), puissent être atteints.

Une plateforme mobile à roues a comme spécificité une aptitude à ne se mouvoir que dans le plan $(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A)$, contrairement au bras manipulateur que nous voulons étudier, qui a la particularité de pouvoir atteindre des hauteurs Z_c relativement aux limites exprimées par la longueur des segments dont il est composé[Xu05]. La solution que nous avons proposé pour la planification de trajectoire s'attache à ces caractéristiques, qui nous informent que, pour atteindre un échantillon désiré C , il faut que le véhicule soit placé de sorte à ce que le bras puisse atteindre la hauteur désirée Z_c ; pour installer ce système mobile, il faut qu'une distance de référence soit respectée entre la projection de l'échantillon C dans le plan $(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A)$ (qui est C_{xy} selon Fig.IV.10.) et la base du bras O_{B0} .

Pour un échantillon $C=[X_c \ Y_c \ Z_c]^T$ quelconque, nous avons construit une surface circulaire nommée « *champ* », pour délimiter l'espace des positions auxquels doit appartenir le point O_{B0} . Si la plateforme mobile rentre dans ce champ, cela signifie que le bras peut atteindre l'échantillon désiré, sinon, il faut faire rapprocher le véhicule davantage. Cela sera mieux explicité schématiquement selon Fig.IV.10.

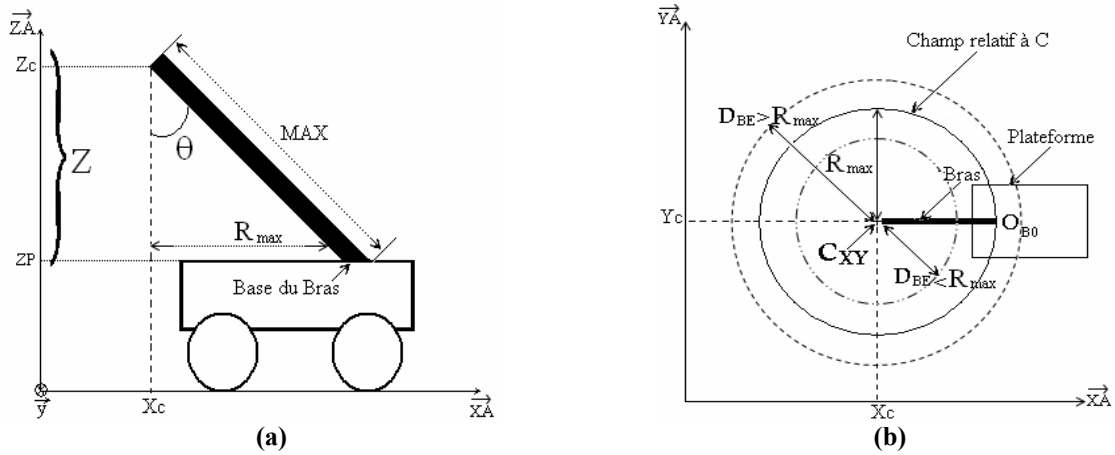


Fig.IV.10. : Notations pour le calcul du champ relatif à un échantillon prédéfini pour un manipulateur mobile :(a) Vu de profil, (b) Vu de haut

Nous appelons champ, un cercle virtuel émis par l'échantillon que le bras doit atteindre ; plus la hauteur Z_c augmente, et plus son rayon R_{max} diminue et vice versa.

Connaissant l'envergure maximale MAX du bras manipulateur, ainsi que la hauteur désirée Z_c , alors nous pourrions calculer la valeur de R_{max} . Le calcul de cette distance sera présenté en équations (4.10-4.12).

$$Z=Z_c-Z_p \quad (4.10)$$

$$\theta = \arccos \frac{Z}{MAX} \quad (4.11)$$

$$R_{max} = S\theta.MAX \quad (4.12)$$

L'échantillon désiré C n'est atteignable par le bras, que si le point de référence O_{B0} rentre à l'intérieur du champ. Considérant la distance D_{BE} séparant la base du bras de C_{xy} , sa valeur doit être inférieure ou égale à R_{max} ($D_{BE} \leq R_{max}$) d'après Fig.IV.10.b.

Pour la planification de trajectoire, nous nous baserons sur la construction de champs relatifs à certains échantillons sélectionnés ; avant d'entamer cette phase, Nous devons nous imposer des hypothèses de travail:

- La dimension de l'espace opérationnel est égale à 3, car nous ne considérons que les coordonnées cartésiennes.
- Le porteur du bras Mitsubishi PA10 7C comporte 4 liaisons rotoïdes, ce qui donne un seul degré de redondance géométrique pour le bras manipulateur [Nen04].
- La surface sur laquelle évolue la plateforme est lisse et plane.
- Le manipulateur mobile évolue en espace libre (sans obstacles).

-Le bras ne peut pas atteindre tous les échantillons ce qui incitera le système de locomotion à être sollicité.

IV.4.1.3. Planification de trajectoire

La planification de trajectoire du système mobile est effectuée en générant une trajectoire, relativement aux champs engendrés par les différents échantillons. L'algorithme suivant relate les différentes étapes menant à la construction de la trajectoire planifiée.

1- Soit T une trajectoire opérationnelle imposée ayant comme nombre d'échantillons N_{ECH}

2- Soit $Dist$ une distance définie pour séparer chaque couple d'échantillons.

3- Initialisation de k , Nbr , C_p .

Tant que $Nbr \leq N_{ECH}$

A - Calcul des rayons R_k et R_{Nbr} pour les champs liés à C_k et C_{Nbr}

B - Tracer en C_{Nbr} le segment PR perpendiculaire à S_{C_p} segment liant C_k et C_{Nbr} .

C - Définir le point d'interaction P_{Nbr} entre le champ de rayon R_{Nbr} et PR .

D - Connecter deux points P_{Nbr} et P_k pour former la trajectoire planifiée τ_{C_p} .

E - $k = k + Dist$

F - $Nbr = Nbr + Dist$

G - $C_p = C_p + 1$

Sachant que dans la phase 3, $k=1$, $Nbr=Dist$ et $C_p=1$.

La figure IV.11 illustre ces différentes étapes de constructions de la trajectoire imposée au système mobile.

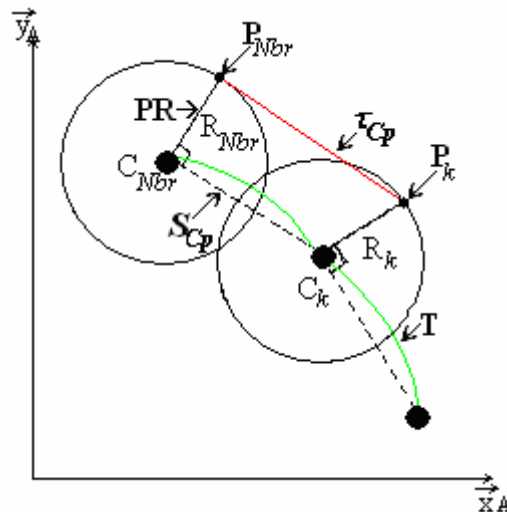


Fig.IV.11 : Planification de trajectoire de la plateforme

Le résultat de cette planification de trajectoire consiste en une succession de segments connectés de sorte à former une trajectoire continue.

L'exemple présenté en Fig .IV.12.b. est une illustration de l'approche de planification de trajectoire que nous avons mis en œuvre, la distance entre échantillons $Dist$ étant égale à 20cm.

La tâche imposée est le suivi d'une trajectoire opérationnelle ayant la forme d'une ellipse dans le plan $(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A)$ selon Fig.IV.12.a. La hauteur augmente de 1mm/échantillon, les échantillons consécutifs sont distants de 1cm, la hauteur du premier échantillon étant de 71.7cm.

Cette planification a comme but de placer le point de référence O_{B0} de sorte que le bras manipulateur puisse atteindre les échantillons imposés.

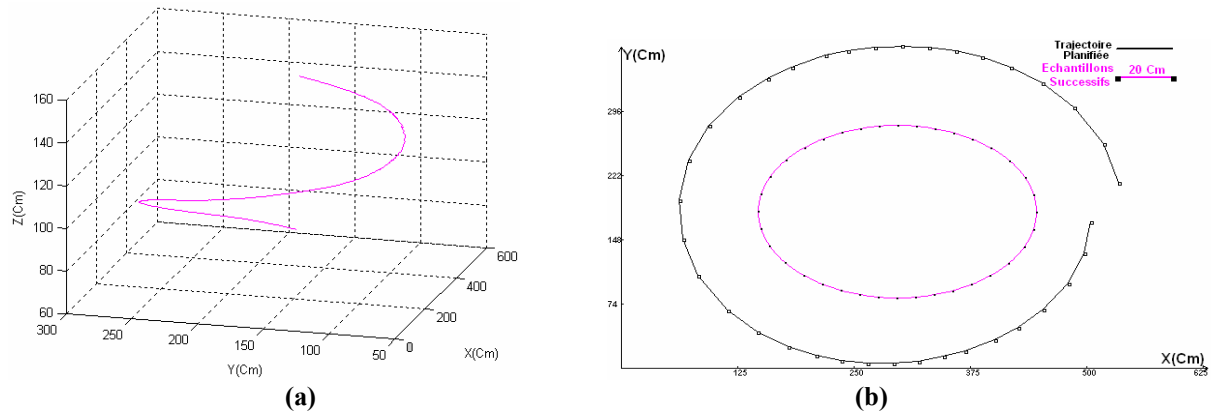


Fig.IV.12 : Exemple d'une trajectoire opérationnelle imposée : (a) Représentation de la trajectoire opérationnelle dans R_A , (b) Résultat de la planification de trajectoire

Nous pouvons constater que la trajectoire planifiée s'approche progressivement de la trajectoire imposée dans le plan $(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A)$, cela est dû à l'influence de la hauteur qui s'accroît au fur et à mesure de l'évolution de la trajectoire imposée. Au début, la hauteur était de 71.7 cm, elle correspond à la plus petite hauteur que le bras puisse atteindre (hypothèse que nous avons émise), ce qui permet d'éloigner au maximum O_{B0} du premier échantillon, par contre, puisque nous avons incrémenté la hauteur au fur et à mesure de l'évolution spatiale des échantillons opérationnels, alors, le dernier échantillon sera le plus haut, et donc, la plateforme devrait se mettre la plus proche de la trajectoire imposée.

IV.4.1.4. Planification du mouvement de la plateforme

Après avoir planifié la trajectoire de la plateforme, en nous referant à l'information présente dans l'espace opérationnel, nous allons générer le mouvement du système mobile en considérant les contraintes non holonomes.

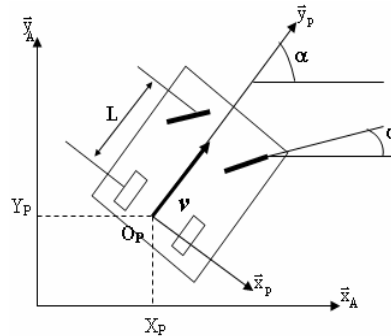


Fig.IV.13. : Représentation des caractéristiques d'un robot mobile de type voiture

Le planificateur de mouvement utilisé a été présenté par Latombe et Barraquand [Pru96]. Ils ont proposé une solution qui repose sur l'idée qu'il existe une trajectoire entre deux configurations, appartenant à un même espace libre (pas contraint par des obstacles), si l'angle de braquage φ prend au moins deux états pour une vitesse v imposée qui est non nulle. Le planificateur consiste à faire mouvoir le robot selon des sous trajectoires faisables, en mémorisant les différents points atteints de l'espace admissible. Les équations de mouvement du robot de type voiture sont décrites par :

$$\alpha(t) = \alpha(0) + t \cdot \frac{v}{L} \operatorname{tg} \varphi \quad (4.13)$$

$$x(t) = x(0) + \frac{L}{\operatorname{tg} \varphi} (S\alpha(t) - S\alpha(0)) \quad (4.14)$$

$$y(t) = y(0) - \frac{L}{\operatorname{tg} \varphi} (C\alpha(t) - C\alpha(0)) \quad (4.15)$$

L est la distance entre le point O_P et l'axe des roues avants, $\alpha(0)$ est l'angle initial de rotation de la plateforme par rapport à l'horizontale, et $\alpha(t)$ est l'angle de rotation de la plateforme à l'instant t . Ces équations nous permettent de définir le point atteint après un temps t donné, en imposant la vitesse v et l'angle de braquage des roues avants φ .

La plateforme doit suivre la trajectoire précédemment planifiée conformément aux règles régies par les équations (4.13- 4.15).

Après avoir planifié le mouvement de la plateforme, qui nous a permis de connaître au préalable la position de la base du bras, grâce au repère de référence R_{B0} , nous nous devons d'inverser le modèle géométrique du bras manipulateur pour pouvoir accéder à la configuration $Ang = [q_{b1} \ q_{b2} \ q_{b3} \ q_{b4}]^T$, qui nous permettra de faire atteindre l'échantillon désiré $C = [X_c \ Y_c \ Z_c]^T$ à l'organe terminal.

IV.4.2. Inversion du modèle du bras manipulateur

Les systèmes d'équations exprimant un caractère non linéaire peuvent être présents dans divers domaines, Le cas particulier de la géométrie inverse des bras manipulateurs en fait partie. Le modèle géométrique direct d'un système articulé est représenté par des équations, décrites mathématiquement par des relations trigonométriques ; elles sont fonction des coordonnées généralisées, et de leurs produits, ces équations ne peuvent généralement pas être inversées directement ; ce sont des problèmes qui peuvent s'avérer difficiles à résoudre [Flü98].

Nous allons présenter dans cette section différentes méthodes de calcul du modèle géométrique inverse, et de là, nous choisirons celle que nous considérerons la plus appropriée à notre problème.

IV.4.2.1. Méthodes de calcul du modèle géométrique inverse

Des méthodes d'inversion du modèle géométrique ont pu être classifiées selon leurs procédés de calcul. Nous allons présenter dans ce qui suit chacune d'entre elles en exprimant leurs particularités.

- **Méthodes symboliques ou analytiques**

Ce sont des méthodes qui présentent des résultats sous forme de solutions algébriques. Elles permettent de mettre en évidence certaines propriétés des robots. Ces méthodes présentent l'avantage d'être les plus performantes au niveau des calculs informatiques, puisqu'elles donnent des solutions algébriques minimales.

Pieper a été l'un des précurseurs dans le domaine du calcul du modèle géométrique inverse par les méthodes symboliques, puisqu'il a été l'un des premiers à proposer des solutions pour certains manipulateurs à 6 axes ayant des morphologies particulières [Flü98].

Il n'existe pas encore de méthodes analytiques générales pour la résolution d'équations du modèle géométrique inverse, ceci étant l'inconvénient majeur de l'utilisation de ce type de méthodes ; elles présentent également le désavantage d'être sensibles au nombre d'inconnus et aux degrés des équations

- **Méthodes adaptatives**

Ces méthodes de résolution proviennent d'autres domaines d'applications, et ont été testées sur des systèmes robotiques, nous citerons entre autres celles basées sur le raisonnement géométrique, les réseaux de neurone [Flü98], ou encore les algorithmes génétiques [Lav01].

Ces méthodes peuvent s'avérer très efficaces, car ayant été testées sur certains problèmes en robotique qui ont été résolus avec succès, elles se restreignent tout de même à des problèmes spécifiques seulement.

- **Méthodes itératives**

Une solution pour remédier aux problèmes de non linéarité du modèle direct est d'utiliser des méthodes itératives ; elles présentent une originalité par rapport aux procédés de calcul illustrés précédemment, car elles opèrent en usant des méthodes d'approximations successives pour la minimisation d'une erreur, qui doit s'en trouver inférieure à un seuil prédéfini. Certes, auparavant, ces méthodes étaient lentes à s'exécuter, puisqu'elles s'opéraient en des temps de calcul importants, mais l'augmentation de la puissance des ordinateurs autorise actuellement leurs utilisations [Flü98] [Pho04].

Pour le problème que nous avons eu à traiter, nous avons utilisé l'une de ces méthodes, nous allons nous y pencher d'avantage en considérant le cas particulier représenté par le bras manipulateur que nous allons étudier.

✓ Méthode par linéarisation du modèle

Le traitement d'un problème de non linéarité pour un système d'équations quelconque, par la méthode proposée, consiste à suivre deux étapes :

- rendre le système d'équations linéaire.
- Calculer une solution approchée par une méthode de Newton, en sa qualité de procédé accédant à une convergence quadratique rapide.

La dérivée partielle des équations du modèle géométrique direct, en fonction de chacune des coordonnées généralisées du système articulé représente une linéarisation du modèle, elle est exprimée de ce fait sous une forme matricielle par la jacobienne.

La méthode de Newton procède par incréments de positions ; c'est une méthode qui calcule des solutions approchées à l'aide de la représentation linéaire du système d'équations, qui est mise en évidence par la jacobienne dans l'espace des vitesses, en considérant des incréments infinitésimaux.

Généralement, les trajectoires imposées aux systèmes articulés présentent la particularité d'être composées de points (échantillons) proches les uns des autres, ceci implique des changements de configurations pas très importants. L'utilisation des méthodes itératives peut s'avérer de ce fait intéressante.

Nous avons utilisé cette méthode, en suivant les étapes présentées au niveau de l'organigramme exposé en Fig.IV.14.

Cette méthode nécessite une initialisation de paramètres tels que ; une estimation des coordonnées généralisées $Ang^0 = [q_{b1}^0 \ q_{b2}^0 \ q_{b3}^0 \ q_{b4}^0]^T$, le vecteur ε représentant les erreurs admises par rapport à chaque coordonnée généralisée, ainsi que le nombre d'itérations k_{max} .

OT^0 est calculé grâce au modèle géométrique direct [Kh199] du bras manipulateur. J^l représente la matrice jacobienne inverse du système, qui est calculée à partir de la jacobienne directe pour la configuration donnée $Ang^{k-1} = [q_{b1}^{k-1} \ q_{b2}^{k-1} \ q_{b3}^{k-1} \ q_{b4}^{k-1}]^T$ [Flü98] [Dao94]. J^l a été inversée grâce à la pseudo inverse de Moore-Ponrose [Pho04], compte tenue du fait que c'est une matrice qui n'est pas carrée (étant une conséquence de la redondance du bras manipulateur).

Les coordonnées opérationnelles de l'échantillon imposé $C = [X_c \ Y_c \ Z_c]^T$ sont exprimées dans le repère absolu R_A ; le modèle inverse s'effectuera pour sa part dans le repère R_{B0} , ce qui nous incitera à utiliser $B = [X_{cb} \ Y_{cb} \ Z_{cb}]^T$ vecteur des coordonnées opérationnelles imposées, exprimées dans le repère R_{B0} , en nous aidant des expressions du modèle géométrique direct du manipulateur mobile(4.4–4.6) tel que :

$$X_{cb} = -a' + (Y_c - Y_p)S\alpha + (X_c - X_p)C\alpha \quad (4.16)$$

$$Y_{cb} = -b' + \frac{(-(X_c - X_p) + (a' + X_{cb})C\alpha)}{S\alpha} \quad (4.17)$$

$$Z_{cb} = Z_c - Z_p \quad (4.18)$$

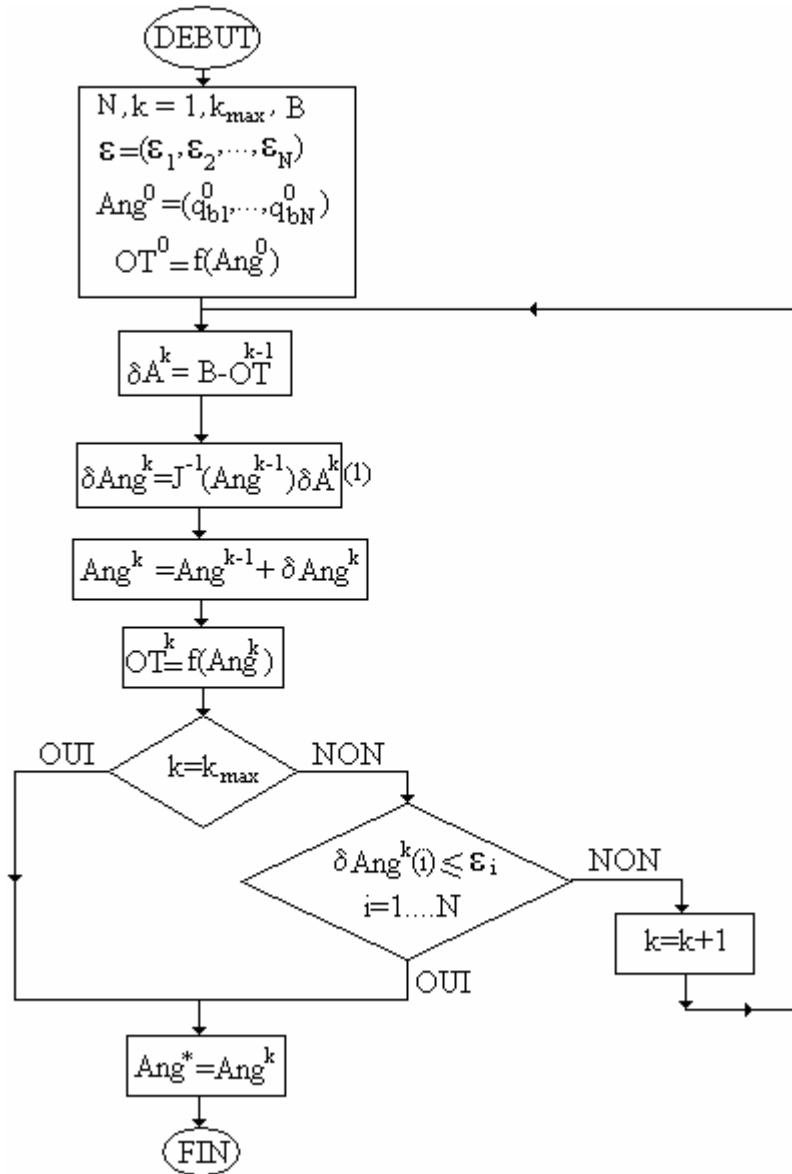


Fig.IV.14. : Organigramme de la méthode d'inversion du modèle géométrique du bras

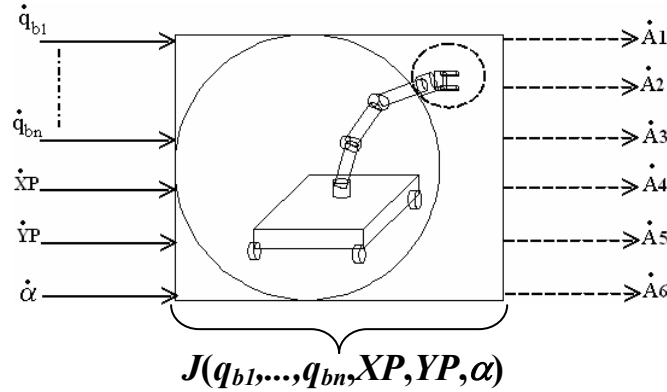
Nous avons pu rencontrer deux méthodes de résolution du modèle géométrique inverse par linéarisation du modèle : celle proposée par B.Gorla et M.Renault [Gor84] recorrige le décalage par rapport à l'erreur ε dans l'espace généralisé, alors que C.Pholsiri [Pho04] recalcule le modèle par rapport à l'erreur dans l'espace opérationnel. La méthode qui minimise l'erreur dans l'espace généralisé peut prendre en considération la résolution minimale du bras manipulateur (le plus petit angle que peut faire l'articulation), comme cela fut adopté dans notre cas, alors que la prise en compte de l'erreur dans l'espace opérationnel peut présenter l'avantage d'atteindre les échantillons désirés dans l'espace opérationnel, avec l'admission d'une certaine erreur.

Nous allons nous consacrer dans ce qui suit à l'étude cinématique de notre système, en donnant les formules générales nécessaires à l'élaboration du modèle direct ; le modèle inverse pour sa part sera traité relativement au système étudié.

IV.5. Modèle cinématique direct

IV.5.1. Représentation générale du modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct d'un manipulateur mobile comportant un seul bras manipulateur, pouvant évoluer dans un espace opérationnel à trois dimensions expose les expressions des vitesses opérationnelles $[\dot{A}_1 \dot{A}_2 \dot{A}_3 \dot{A}_4 \dot{A}_5 \dot{A}_6]^T$ en fonction des vitesses généralisées $[\dot{q}_{b1} \dots \dot{q}_{bn} \dot{X}_P \dot{Y}_P \dot{\alpha}]^T$, comme cela est illustré en Fig IV.15.



FigIV.15. Présentation du Modèle Cinématique

Le calcul du modèle cinématique du système de manipulation mobile nécessite la dérivation par rapport au temps, des expressions précédemment formées en équations (4.4-4.6) relativement aux vitesses linéaires $[\dot{A}_1 \dot{A}_2 \dot{A}_3]^T$, pour ce qui est des vitesses angulaires, il suffit de calculer les vitesses angulaires du bras manipulateur $\dot{\Psi}$, $\dot{\Theta}$ et $\dot{\Phi}$ comme cela est présenté en équation (4.19) [Fou98].

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \\ \dot{A}_4 \\ \dot{A}_5 \\ \dot{A}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{X}_E C_\alpha - \dot{Y}_E S_\alpha + \dot{X}_P - \{(a' + X_E)S_\alpha + (b' + Y_E)C_\alpha\}\dot{\alpha} \\ \dot{X}_E S_\alpha + \dot{Y}_E C_\alpha + \dot{Y}_P + \{(a' + X_E)C_\alpha - (b' + Y_E)S_\alpha\}\dot{\alpha} \\ \dot{Z}_E \\ \dot{\Psi} + \dot{\alpha} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Pour modéliser un système de manipulation mobile, le calcul de la matrice jacobienne du système articulé J_m est une étape que nous nous devons d'accomplir au préalable ; nous avons présenté en Annexe B une méthode [Dao94][Flü98] pour la construire, en nous basant sur les matrices de transformations d'espaces.

Les vitesses opérationnelles linéaires $\dot{X}_E$, $\dot{Y}_E$ et $\dot{Z}_E$ ainsi que les vitesses angulaires $\dot{\Psi}$, $\dot{\Theta}$ et $\dot{\Phi}$ liées au repère bras R_{B0} sont accordées avec les vitesses généralisées du système articulé $\dot{Ang} = [\dot{q}_{b1} \dots \dot{q}_{bn}]^T$, grâce à la matrice jacobienne J_m , elle est fonction de la configuration $Ang = [q_{b1} \dots q_{bn}]^T$ du bras manipulateur.

Dans le cadre de notre étude, nous avons présenté en Annexe B les expressions analytiques des vitesses linéaires opérationnelles $\dot{X}_E$, $\dot{Y}_E$ et $\dot{Z}_E$ en fonction des coordonnées généralisées $Ang = [q_{b1} \ q_{b2} \ q_{b3} \ q_{b4}]^T$ du porteur du bras Mitsubishi PA10 7CE.

Nous tenons à signaler relativement à l'équation (4.19) que l'influence des vitesses de la plateforme mobile n'apparaît que dans la représentation liée à $\dot{A}_1$, $\dot{A}_2$ et $\dot{A}_4$, par contre, ces vitesses ne représentent aucune importance pour les paramètres $\dot{A}_3$, $\dot{A}_5$ et $\dot{A}_6$. De ce fait, nous pouvons subdiviser le modèle cinématique en deux parties distinctes [Bay01], représentant respectivement l'influence des vitesses relatives au système articulé, exprimées dans le vecteur $\dot{Ang} = [\dot{q}_{b1} \dots \dot{q}_{bn}]^T$, et celle des vitesses de la plateforme mobile, illustrées dans le vecteur $\dot{A}_p = [\dot{X}_p \ \dot{Y}_p \ \dot{\alpha}]^T$.

Le modèle cinématique en situation du système de manipulation mobile sera donc exprimé dans l'équation (4.20)

$$\dot{A} = J_b \dot{Ang} + J_p \dot{A}_p \quad (4.20)$$

La variables J_p et J_b sont des matrices telles que :

$$J_b = \begin{bmatrix} J_{11}C_\alpha - J_{21}S_\alpha & \dots & J_{1n}C_\alpha - J_{2n}S_\alpha \\ J_{11}S_\alpha + J_{21}C_\alpha & \dots & J_{1n}S_\alpha + J_{2n}C_\alpha \\ J_{31} & \dots & J_{3n} \\ J_{41} & \dots & J_{4n} \\ J_{51} & \dots & J_{5n} \\ J_{61} & \dots & J_{6n} \end{bmatrix} \text{ et } J_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\{(a'+X_E)S_\alpha + (b'+Y_E)C_\alpha\} \\ 0 & 1 & \{(a'+X_E)S_\alpha - (b'+Y_E)C_\alpha\} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En utilisant les notions précédentes, et en détaillant les expressions de (4.19) on aura :

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \\ \dot{A}_4 \\ \dot{A}_5 \\ \dot{A}_6 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} J_{11}C_\alpha - J_{21}S_\alpha & \dots & J_{1n}C_\alpha - J_{2n}S_\alpha \\ J_{11}S_\alpha + J_{21}C_\alpha & \dots & J_{1n}S_\alpha + J_{2n}C_\alpha \\ J_{31} & \dots & J_{3n} \\ J_{41} & \dots & J_{4n} \\ J_{51} & \dots & J_{5n} \\ J_{61} & \dots & J_{6n} \end{bmatrix}}_J \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\{(a'+X_E)S_\alpha + (b'+Y_E)C_\alpha\} \\ 0 & 1 & \{(a'+X_E)S_\alpha - (b'+Y_E)C_\alpha\} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \vdots \\ \dot{q}_{bn} \\ \dot{X}_p \\ \dot{Y}_p \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

L'équation (4.21) nous permet de connaître l'expression générale de la matrice jacobienne, sans nous soucier du type de plateforme à considérer.

Les contraintes non holonomes induisent une dépendance entre les paramètres liés à la plateforme. Cette corrélation nous permet de réduire la matrice jacobienne pour former le

modèle cinématique réduit ; le modèle cinématique d'un manipulateur mobile est donc lié au type de plateforme portant le bras manipulateur.

IV.5.2. Présentation du modèle cinématique réduit

Pour une plateforme mobile non holonome quelconque, le vecteur $\dot{p}$ représentera le vecteur de commande, il est lié au vecteur $\dot{A}_p$ tel que $\dot{A}_p = Tr \cdot \dot{p}$.

L'équation générale représentant la cinématique du système deviendra donc :

$$\dot{A} = J_b \dot{Ang} + J_p \cdot Tr \cdot \dot{p} \quad (4.22)$$

Le tableau Tab.IV.1 illustre les expressions de $Tr \cdot \dot{p}$ selon le type de plateforme considérée.

Le degré de mobilité se déduit du nombre de paramètres que comporte la variable $\dot{p}$. En analysant Tab.IV.1, nous pouvons remarquer que la plateforme de type voiture est celle ayant le degré de mobilité le moins important, le nombre de paramètres régissant son mouvement se trouve réduit à 1, contrairement à la plateforme omnidirectionnelle, qui est la plus agile puisqu'elle est apte à se mouvoir instantanément dans toute les directions ; la commande pourra se faire sur les trois paramètres $[\dot{X}_p \ \dot{Y}_p \ \dot{\alpha}]^T$ en même temps.

Plateforme Paramètres	Voiture	Différentielle	Omnidirectionnelle
$\begin{bmatrix} \dot{X}_p \\ \dot{Y}_p \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}$	$\underbrace{\begin{bmatrix} -LC_\alpha S_{\beta 3} \\ -LS_\alpha S_{\beta 3} \\ C_{\beta 3} \end{bmatrix}}_{Tr} \underbrace{\begin{bmatrix} \eta_p \\ \dot{p} \end{bmatrix}}_{\dot{p}}$	$\underbrace{\begin{bmatrix} C_\alpha & 0 \\ S_\alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{Tr} \underbrace{\begin{bmatrix} v \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}}_{\dot{p}}$	$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{Tr} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{X}_p \\ \dot{Y}_p \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}}_{\dot{p}}$
Degré de mobilité D_{dm}	1	2	3

Tab.IV.1. modèle cinématique de différents types de robots mobiles

L'intrusion des contraintes non holonomes dans l'équation (4.21) induit à un changement dans les variables $[\dot{X}_p \ \dot{Y}_p \ \dot{\alpha}]^T$ liées au système mobile, ce qui modifiera la matrice jacobienne J du manipulateur mobile en la réduisant.

L'expression de la matrice jacobienne réduite pour une plateforme mobile quelconque, portant un bras manipulateur ayant n articulations est [Bay01] :

$$\dot{A} = \underbrace{\begin{bmatrix} J_b & J_p \cdot Tr \end{bmatrix}}_J \begin{bmatrix} \dot{Ang} \\ \dot{p} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Le modèle cinématique réduit pour un manipulateur mobile dépend du type de la plateforme portant le système articulé.

IV.5.2.1. Plateforme différentielle

En utilisant l'expression de (4.23), nous pouvons déduire directement le modèle cinématique en situation du manipulateur mobile comportant une plateforme différentielle [Bay01][Fou98] (équation (4.24))

la composition du vecteur des vitesses généralisées qui était représentée comme $[\dot{q}_{b1} \dots \dot{q}_{bn} \dot{X}_P \dot{Y}_P \dot{\alpha}]^T$ ayant comme dimension $n+3$, s'avère être devenu $[\dot{q}_{b1} \dots \dot{q}_{bn} v \dot{\alpha}]^T$ en incluant les contraintes non holonomes, sa dimension est $n+2$.

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \\ \dot{A}_4 \\ \dot{A}_5 \\ \dot{A}_6 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} J_{11}C_\alpha - J_{21}S_\alpha & \dots & J_{1n}C_\alpha - J_{2n}S_\alpha & C_\alpha & -\{(a'+X_E)S_\alpha + (b'+Y_E)C_\alpha\} \\ J_{11}S_\alpha + J_{21}C_\alpha & \dots & J_{1n}S_\alpha + J_{2n}C_\alpha & S_\alpha & \{(a'+X_E)C_\alpha - (b'+Y_E)S_\alpha\} \\ J_{31} & \dots & J_{3n} & 0 & 0 \\ J_{41} & \dots & J_{4n} & 0 & 1 \\ J_{51} & \dots & J_{5n} & 0 & 0 \\ J_{61} & \dots & J_{6n} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_J \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \vdots \\ \dot{q}_{bn} \\ v \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Pour être parvenu à utiliser la variable v , il y a eu usage de certaines manœuvres car la contrainte de non holonomie impose une contrainte dans R_A telle que [Fou98]:

$$S_\alpha \cdot \dot{X}_P - C_\alpha \cdot \dot{Y}_P = 0$$

Cette contrainte implique le changement de variables suivant:

$$\begin{bmatrix} v \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\alpha & S_\alpha \\ -S_\alpha & C_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_P \\ \dot{Y}_P \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

IV.5.2.2. Plateforme de type voiture

Comme nous l'avons spécifié dans un exemple précédemment cité dans le paragraphe III.9.2. (équations (3.23) et (3.24)), en considérant les contraintes non holonomes, les vitesses linéaires $\dot{X}_P$ et $\dot{Y}_P$ ainsi que le vitesse angulaire $\dot{\alpha}$ sont liée par une entité qui est la commande de mobilité η_p de la plateforme, alors le modèle cinématique du système complet se présentera au niveau de l'équation (4.26).

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \\ \dot{A}_4 \\ \dot{A}_5 \\ \dot{A}_6 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} J_{11}C_\alpha - J_{21}S_\alpha & \dots & J_{1n}C_\alpha - J_{2n}S_\alpha & -LC_\alpha S_{\beta 3} - \{(a'+X_E)S_\alpha + (b'+Y_E)C_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{11}S_\alpha + J_{21}C_\alpha & \dots & J_{1n}S_\alpha + J_{21}C_\alpha & -LS_\alpha S_{\beta 3} + \{(a'+X_E)C_\alpha - (b'+Y_E)S_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{31} & \dots & J_{3n} & 0 \\ J_{41} & \dots & J_{4n} & C_{\beta 3} \\ J_{51} & \dots & J_{5n} & 0 \\ J_{61} & \dots & J_{6n} & 0 \end{bmatrix}}_{\bar{J}} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \vdots \\ \dot{q}_{bn} \\ \eta_p \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Nous avons présenté dans cette partie le modèle cinématique direct d'un manipulateur mobile évoluant dans un espace opérationnel tridimensionnel en incluant les vitesses linéaires ainsi que les vitesses angulaires dans le repère R_A , le système présenté comporte un bras manipulateur ayant comme configuration $Ang = [q_{b1} \dots q_{bn}]^T$ et comme vecteur des vitesses généralisées $\dot{Ang} = [\dot{q}_{b1} \dots \dot{q}_{bn}]^T$.

Nous allons présenter dans ce qui suit le modèle cinématique direct pour le manipulateur mobile que nous devons étudier.

IV.5.3. Modèle cinématique direct réduit du système à étudier

Le modèle cinématique direct pour le système à étudier représente la relation entre les vitesses opérationnelles $[\dot{A}_1 \ \dot{A}_2 \ \dot{A}_3]^T$ et les vitesses généralisées $[\dot{q}_{b1} \ \dot{q}_{b2} \ \dot{q}_{b3} \ \dot{q}_{b4} \ \eta_p]^T$.

La matrice suivante représente la relation linéaire qui subsiste entre ces deux vecteurs :

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11}C_\alpha - J_{21}S_\alpha & J_{12}C_\alpha - J_{22}S_\alpha & J_{13}C_\alpha - J_{23}S_\alpha & J_{14}C_\alpha - J_{24}S_\alpha & -LC_\alpha S_{\beta 3} - \{(a'+XE)S_\alpha + (b'+YE)C_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{11}S_\alpha + J_{21}C_\alpha & J_{12}S_\alpha + J_{22}C_\alpha & J_{13}S_\alpha + J_{23}C_\alpha & J_{14}S_\alpha + J_{24}C_\alpha & -LS_\alpha S_{\beta 3} + \{(a'+XE)C_\alpha - (b'+YE)S_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \dot{q}_{b2} \\ \dot{q}_{b3} \\ \dot{q}_{b4} \\ \eta_p \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Nous pouvons remarquer que cette matrice n'est pas carrée compte tenu du fait de la redondance du bras manipulateur qui comporte quatre vitesses généralisées alors que les vitesses opérationnelles sont au nombre de trois. L'indice de mobilité η_p contribue à accroître le degré de redondance du manipulateur mobile qui sera égal à deux.

Nous allons dans ce qui suit présenter l'inversion du modèle cinématique pour notre système de manipulation mobile, en tentant de remédier au problème de redondance qu'il présente, car nous allons utiliser une méthode se concordant avec la problématique que nous nous sommes posé.

IV.6. Modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse consiste à trouver un mouvement généralisé pour une Tâche à Mouvement Opérationnel Imposé. Pour un manipulateur mobile évoluant dans un espace tridimensionnel, le modèle cinématique inverse consiste à imposer les vitesses dans

l'espace Opérationnel $\dot{A} = [\dot{A}_1 \ \dot{A}_2 \ \dot{A}_3 \ \dot{A}_4 \ \dot{A}_5 \ \dot{A}_6]^T$ dans le but d'aboutir à des vitesses généralisées $\dot{q}_{crg} = [\dot{q}_{b1} \dots \dot{q}_{bn} \ \dot{X}_P \ \dot{Y}_P \ \dot{\alpha}]^T$ comme cela est présenté en Fig.IV.16.

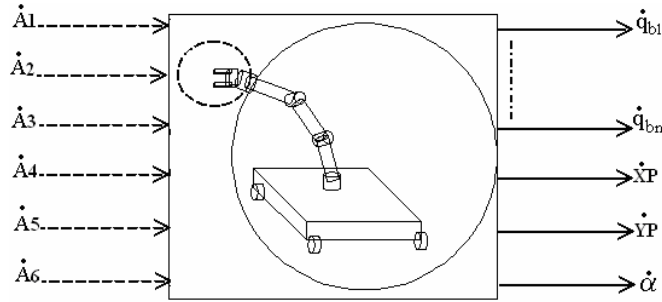


Fig.IV.16. Modèle cinématique inverse

Pour le système que nous allons étudier, il comporte une particularité, puisque la taille du vecteur des vitesses opérationnelles $\dot{A} = [\dot{A}_1 \ \dot{A}_2 \ \dot{A}_3]^T$ qui sont en entrée est inférieure à la taille du vecteur des vitesses généralisées $\dot{q}_{crg} = [\dot{q}_{b1} \ \dot{q}_{b2} \ \dot{q}_{b3} \ \dot{q}_{b4} \ \eta_p]^T$ qui sont en sortie.

La figure suivante schématise le modèle cinématique inverse du bras manipulateur Mitsubishi PA10 7CE, embarqué sur une plateforme mobile non holonome de type voiture.

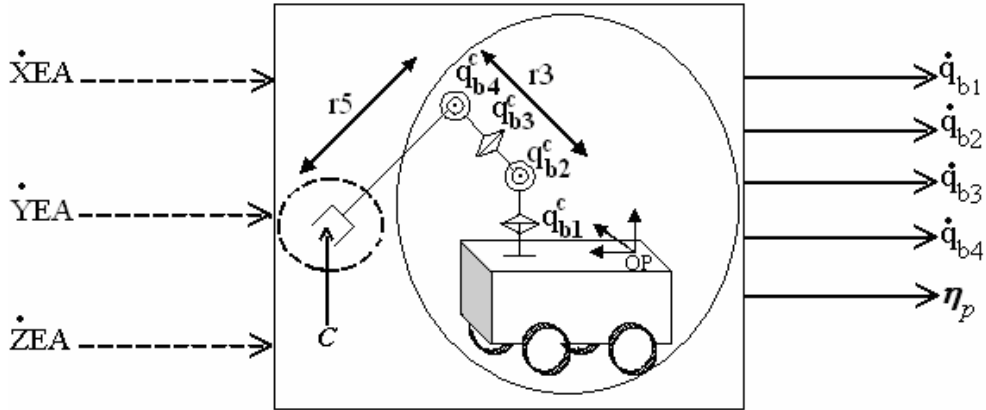


Fig.IV.17. Modèle cinématique du système à étudier

Dans le cadre de notre étude, le modèle cinématique inverse va être calculé relativement au modèle géométrique inverse. Un échantillon C quelconque va être considéré relativement à ses coordonnées en position $[X_c \ Y_c \ Z_c]^T$, ainsi que ses vitesses opérationnelles $[\dot{X}_c \ \dot{Y}_c \ \dot{Z}_c]^T$ selon les direction des trois axes $\vec{x}_A, \vec{y}_A$ et $\vec{z}_A$. C va être représenté par le vecteur $[X_c \ Y_c \ Z_c \ \dot{X}_c \ \dot{Y}_c \ \dot{Z}_c]^T$. Pour pouvoir calculer le modèle cinématique inverse du système considéré, il nous faut inverser le modèle géométrique, de sorte à atteindre les coordonnées opérationnelles $[X_c \ Y_c \ Z_c]^T$, pour accéder à la configuration $q_{crg}^c = [q_{b1}^c \ q_{b2}^c \ q_{b3}^c \ q_{b4}^c \ X_P^c \ Y_P^c \ \alpha^c]^T$. Grâce à cette configuration, nous calculerons la matrice jacobienne réduite $\bar{J}^c$ illustrée en équation (4.27).

Finalement, pour atteindre les vitesses généralisées $\dot{q}_{cgf}^c = [\dot{q}_{b1}^c \ \dot{q}_{b2}^c \ \dot{q}_{b3}^c \ \dot{q}_{b4}^c \ \eta_p^c]^T$ en imposant les vitesses opérationnelles $[\dot{X}_c \ \dot{Y}_c \ \dot{Z}_c]^T$ de l'échantillon C , il nous faut inverser la matrice jacobienne $\bar{J}^c$ propre à q_{cgf}^c

• Problématique

La matrice jacobienne réduite résultante exprimée en équation (4.27) comporte un nombre de lignes égal à 3 et un nombre de colonnes égal à 5.

Dans un cadre général, pour une configuration régulière, un système redondant cinématiquement comporte une matrice jacobienne $\bar{J}$ ayant (μ lignes $\times$ ν colonnes), avec μ inférieure à ν ($\mu < \nu$).

Le système est présenté symboliquement par :

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_l \\ \vdots \\ \dot{A}_\mu \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{J}_{1l} & \dots & \bar{J}_{1\nu} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \bar{J}_{\mu l} & \dots & \bar{J}_{\mu\nu} \end{bmatrix}}_{\bar{J}} \begin{bmatrix} \dot{q}_l \\ \vdots \\ \dot{q}_\nu \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Et son modèle inverse sera donc :

$$\begin{bmatrix} q_l \\ \vdots \\ q_\nu \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} ? & \dots & ? \\ \vdots & \dots & \vdots \\ ? & \dots & ? \end{bmatrix}}_{\bar{J}^{-l}} \begin{bmatrix} \dot{A}_l \\ \vdots \\ \dot{A}_\mu \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Nous pourrions remarquer que pour le cas de figure présenté dans cette partie, la matrice jacobienne réduite $\bar{J}$ n'est pas carrée, ce qui rend délicat son procédé d'inversion.

• Solution

Une méthode d'inversion du modèle cinématique consiste à imposer des contraintes en vitesses au système, pour que ça devienne un système de Cramer [Fou98] avec une jacobienne réduite carrée apte à être inversée.

La méthode en question est appelée « *méthode des tâches additionnelles* » ; nous allons dans ce qui suit expliciter le principe de ce procédé, en nous ramenant au cas particulier de notre système.

IV.6.1. Méthode des Tâches additionnelles

Dans le cadre de notre étude, le système considéré est redondant cinématiquement, puisqu'il existe une infinité de solutions au problème d'inversion du modèle cinématique. Nous allons donc formuler nos données relativement à ce cas de figure.

Pour un manipulateur mobile quelconque, comportant un bras manipulateur redondant vis à vis de la tâche de manipulation, et une plateforme mobile non holonome, la matrice jacobienne réduite résultante $\bar{J}$ de dimension $\mu \times \nu$ n'est pas carrée ; pour y parvenir, la méthode des tâches additionnelles admet l'intrusion de $(\nu - \mu)$ lignes supplémentaires, de sorte à générer une matrice carrée apte à être inversée directement, et donnant un résultat unique dans l'espace des configurations .

Pour un manipulateur mobile quelconque, nous avons :

$$\underbrace{\dot{A}}_{\mu} = \underbrace{[\bar{J}]}_{\mu \times \nu} \underbrace{[\dot{q}_{cfg}]}_{\nu} \quad (4.30)$$

La méthode des tâches additionnelles nous permet d'avoir le système d'équations suivant :

$$\underbrace{\dot{W}_a}_{\nu - \mu} = \underbrace{[\bar{J}_a]}_{(\nu - \mu) \times \nu} \underbrace{[\dot{q}_{cfg}]}_{\nu \times 1} \quad (4.31)$$

Que nous ajouterons à l'équation (4.30) pour avoir [Bay01]:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{A} \\ \dot{W}_a \end{bmatrix}}_{\nu} = \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{J} \\ \bar{J}_a \end{bmatrix}}_{\substack{\nu \times \nu \\ J_t}} \underbrace{[\dot{q}_{cfg}]}_{\nu} \quad (4.32)$$

Les lignes injectées représentent des contraintes par rapport au mouvement, car nous allons imposer des vitesses.

○ **Modèle cinématique inverse du manipulateur mobile à étudier**

Le manipulateur mobile comportant le porteur du bras Mitsubishi PA10 7CE embarqué sur une plateforme mobile de type voiture, est considéré comme redondant cinématiquement, puisque la dimension ν du vecteur des vitesses généralisées $\dot{q}_{cfg}^c = [\dot{q}_{b1}^c \ \dot{q}_{b2}^c \ \dot{q}_{b3}^c \ \dot{q}_{b4}^c \ \eta_p^c]^T$ (égale à 5), est supérieure à la dimension μ du vecteur des vitesses opérationnelles $\dot{A} = [\dot{A}_1 \ \dot{A}_2 \ \dot{A}_3]^T$ (égale à 3).

Le nombre de tâches additionnelles pour que la matrice devienne carrée, et donc inversible, est $\nu - \mu = 5 - 3 = 2$.

• **Première tâche additionnelle**

Le choix de la première tâche additionnelle s'impose directement, elle est déduite du modèle géométrique inverse, car, lors de cette phase, nous avons imposé les vitesses $\dot{X}P$, $\dot{Y}P$ et $\dot{\alpha}$. Ces variables sont liées par un vecteur à la mobilité η_p qui est choisie comme étant la première tâche additionnelle, la représentation de la cinématique du système est donc la suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \\ \eta_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11}C_\alpha - J_{21}S_\alpha & J_{12}C_\alpha - J_{22}S & J_{13}C_\alpha - J_{23}S_\alpha & J_{14}C_\alpha - J_{24}S_\alpha & -LC_\alpha S_{\beta 3} - \{(a'+XE)S_\alpha + (b'+YE)C_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{11}S_\alpha + J_{21}C_\alpha & J_{12}S_\alpha + J_{22}C_\alpha & J_{13}S_\alpha + J_{23}C_\alpha & J_{14}S_\alpha + J_{24}C_\alpha & -LS_\alpha S_{\beta 3} + \{(a'+XE)C_\alpha - (b'+YE)S_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \dot{q}_{b2} \\ \dot{q}_{b3} \\ \dot{q}_{b4} \\ \eta_p \end{bmatrix}$$

Cette tâche ne représente pas vraiment une contrainte puisqu'elle est considérée faisant partie de la stratégie de planification de trajectoire. Si ce n'était pas le cas, un choix étant effectué dans ce sens aurait pu être défaillant, car le mouvement de la plateforme aurait certes été complètement maîtrisé, mais le mouvement imposé à l'organe terminal ne l'aurait pas été forcément [Fou98].

• Deuxième tâche additionnelle

Le choix de cette tâche est moins immédiat, car lors de la phase de planification de trajectoire, nous n'avions pas imposé d'autres vitesses hormis celle de la plateforme, donc nous allons dans ce qui suit présenter trois choix pour cette seconde tâche additionnelle.

• Premier choix

Puisque le porteur du bras comporte quatre coordonnées généralisées $Ang = [q_{b1} \ q_{b2} \ q_{b3} \ q_{b4}]^T$ pouvant être contrôlées en vitesse, alors $\dot{Ang} = [\dot{q}_{b1} \ \dot{q}_{b2} \ \dot{q}_{b3} \ \dot{q}_{b4}]^T$; ce vecteur peut influencer sur quatre paramètres qui sont $[\dot{A}_1 \ \dot{A}_2 \ \dot{A}_3 \ \dot{A}_4]^T$. Les trois premiers paramètres sont imposés par la tâche à mouvement opérationnel imposé, mais $\dot{A}_4$ ne l'est pas, même si le bras manipulateur est effectivement apte à générer une vitesse dans ce sens. Alors, nous pourrions considérer ce paramètre comme étant un premier choix:

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \\ \dot{A}_4 \\ \eta_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11}C_\alpha - J_{21}S_\alpha & J_{12}C_\alpha - J_{22}S & J_{13}C_\alpha - J_{23}S_\alpha & J_{14}C_\alpha - J_{24}S_\alpha & LC_\alpha S_{\beta 3} - \{(a'+XE)S_\alpha + (b'+YE)C_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{11}S_\alpha + J_{21}C_\alpha & J_{12}S_\alpha + J_{22}C_\alpha & J_{13}S_\alpha + J_{23}C_\alpha & J_{14}S_\alpha + J_{24}C_\alpha & -LS_\alpha S_{\beta 3} + \{(a'+XE)C_\alpha - (b'+YE)S_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & 0 \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & C_{\beta 3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \dot{q}_{b2} \\ \dot{q}_{b3} \\ \dot{q}_{b4} \\ \eta_p \end{bmatrix}$$

• Deuxième choix

Le deuxième choix peut se faire dans le sens d'imposer une des vitesses opérationnelles $\dot{X}E, \dot{Y}E$ ou $\dot{Z}E$ relativement au repère R_{B0} , la cinématique du système sera la suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \\ \dot{X}E \\ \eta_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11}C_\alpha - J_{21}S_\alpha & J_{12}C_\alpha - J_{22}S & J_{13}C_\alpha - J_{23}S_\alpha & J_{14}C_\alpha - J_{24}S_\alpha & LC_\alpha S_{\beta 3} - \{(a'+XE)S_\alpha + (b'+YE)C_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{11}S_\alpha + J_{21}C_\alpha & J_{12}S_\alpha + J_{22}C_\alpha & J_{13}S_\alpha + J_{23}C_\alpha & J_{14}S_\alpha + J_{24}C_\alpha & -LS_\alpha S_{\beta 3} + \{(a'+XE)C_\alpha - (b'+YE)S_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & 0 \\ J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \dot{q}_{b2} \\ \dot{q}_{b3} \\ \dot{q}_{b4} \\ \eta_p \end{bmatrix}$$

Dans cette équation , nous avons imposé $\dot{X}E$, le même procédé sera adopté en imposant les vitesses opérationnelles $\dot{Y}E$ ou $\dot{Z}E$, sauf que le vecteur $[J_{11} \ J_{12} \ J_{13} \ J_{14} \ 0]$ sera remplacé respectivement par $[J_{21} \ J_{22} \ J_{23} \ J_{24} \ 0]$ ou $[J_{31} \ J_{32} \ J_{33} \ J_{34} \ 0]$.

• Troisième choix

Un troisième choix de tâche peut se faire dans le sens d'imposer une des quatre vitesses généralisées $\dot{Ang} = [\dot{q}_{b1} \ \dot{q}_{b2} \ \dot{q}_{b3} \ \dot{q}_{b4}]^T$, ce qui donnera le système d'équations suivant (en imposant $\dot{q}_{b1}$):

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \\ \dot{q}_{b1} \\ \eta_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11}C_\alpha - J_{21}S_\alpha & J_{12}C_\alpha - J_{22}S_\alpha & J_{13}C_\alpha - J_{23}S_\alpha & J_{14}C_\alpha - J_{24}S_\alpha & LC_\alpha S_{\beta 3} - \{(a'+XE)S_\alpha + (b'+YE)C_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{11}S_\alpha + J_{21}C_\alpha & J_{12}S_\alpha + J_{22}C_\alpha & J_{13}S_\alpha + J_{23}C_\alpha & J_{14}S_\alpha + J_{24}C_\alpha & -LS_\alpha S_{\beta 3} + \{(a'+XE)C_\alpha - (b'+YE)S_\alpha\}C_{\beta 3} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \dot{q}_{b2} \\ \dot{q}_{b3} \\ \dot{q}_{b4} \\ \eta_p \end{bmatrix}$$

Si le choix se portait sur une autre vitesse généralisée, il ne suffit qu'à changer la quatrième ligne de la jacobienne réduite selon le choix de la vitesse généralisée à imposer.

IV.7. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le modèle géométrique direct d'un manipulateur mobile quelconque comprenant un système articulé à n liaisons porté sur un véhicule mobile pouvant se mouvoir dans le plan $(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A)$; nous avons utilisé deux méthodes. Ce modèle est utilisé dans le cadre de l'application d'une tâche généralisée point à point (TGPP).

Nous avons également présenté le modèle géométrique inverse d'un système comportant un bras manipulateur redondant, comptant quatre coordonnées généralisées, et une plateforme de type voiture. Nous avons proposé une solution aidant à la planification de trajectoire de ce type de système, dans le cadre d'une application d'une tâche à trajectoire opérationnelle imposée (TTOI), où nous avons pu proposer une stratégie qui repose sur un découplage partiel du manipulateur mobile, en planifiant la trajectoire de la plateforme, afin qu'elle puisse être suivie relativement fidèlement, dans les limites des possibilités admises par les contraintes non holonomes. Le chemin suivi par le système mobile permet au système articulé à son tour d'être configuré, pour pouvoir atteindre les différents échantillons représentant la trajectoire opérationnelle.

Nous nous sommes consacré par la suite à l'étude de la cinématique, puisque nous avons eu à décrire la méthodologie de construction d'une matrice jacobienne réduite, pour un manipulateur mobile comportant un bras manipulateur ayant n coordonnées généralisées, et un système mobile non holonome. Nous avons ensuite appliqué cette étude théorique à notre manipulateur mobile.

Nous avons constaté lors de la mise en œuvre de la matrice jacobienne de notre système qu'il s'est avéré être redondant cinématiquement (de degrés 2). Lorsque nous nous sommes consacré à la mise en œuvre du modèle cinématique inverse, il nous a fallu inverser la matrice

jacobienne réduite, mais puisque le système d'équations ne formait pas un système de Cramer, alors nous avons adopté la méthode des tâches additionnelles, qui consiste à ajouter des lignes supplémentaires en guise de contraintes, pour pouvoir rendre la jacobienne réduite inversible, surtout que cette méthode s'accorde conjointement avec la planification de trajectoire que nous avons proposé .

Nous avons pu remarquer tout au long de ce chapitre que la mise en œuvre des modèles directs représentait des lois génériques, alors que les modèles inverses ont été construits selon la composition du système articulé mobile. Nous avons aussi déduit que le modèle cinématique en situation est fonction du type de la plateforme à étudier, alors que le modèle géométrique direct s'avère universel et n'est lié qu'à la disposition des différents repères de référence. Cela est dû aux contraintes non holonomes, qui ne transparaissent qu'en considérant l'aspect vitesse.

Toutes ces méthodes ont été présentées pour pouvoir être testées dans le chapitre suivant par des simulations, où nous nous consacrerons principalement à l'étude des modèles inverses en les validant grâce aux modèles directs.

Chapitre V

Simulations et Résultats

V.1. Introduction

Nous avons tout au long de ce mémoire présenté les différentes notions relatives aux manipulateurs mobiles; notre intérêt s'est porté sur l'élaboration d'une stratégie de planification de trajectoire et de mouvement pour un manipulateur mobile.

Toute la théorie présentée préalablement sera appliquée dans ce chapitre sous forme de résultats de simulations.

Nous allons dans ce qui suit décrire l'environnement de programmation dans lequel nous avons effectué nos simulations.

V. 2. Implémentations

V.2.1. Environnement de programmation

Nous avons effectué nos simulations en usant du langage C++, l'environnement de programmation choisi est donc « C++Builder 5 » qui bénéficie à la fois de la puissance, et de la facilité de développement d'une application Windows, qui devient de ce fait plus rapide.

• Propriétés et avantages de C++Builder 5

Cet outil logiciel de la société BORLAND, basé sur le concept de programmation orientée objet, permet à un développeur, même non expérimenté, de créer assez facilement une interface homme/machine d'aspect « Windows ». Ce sont ses propriétés qui lui présentent des avantages puisque :

- ❖ C++Builder offre la possibilité d'utiliser toutes les bibliothèques de Windows installées sur l'ordinateur.
- ❖ Le problème de la mémoire est résolu, l'utilisateur peut réserver autant d'espace mémoire qu'il veut (efficacité de C++Builder dans la gestion de la mémoire).
- ❖ Le Menu, les Boutons (Ok, Annuler,...), les images et beaucoup d'autres objets sont configurés dans C++Builder d'une façon standard, et l'utilisateur peut changer leurs propriétés d'une façon très libre.

Développer une application Windows à l'aide de C++Builder consiste en effet à :

- Concevoir l'interface utilisateur de manière particulièrement visuelle et interactive.
- Spécifier de manière tout aussi interactive les caractéristiques, appelées propriétés, des divers composants (fenêtres, boutons de commande, zone d'édition, etc.).
- Spécifier le code (souvent limité à quelques lignes) à exécuter lorsque l'utilisateur effectue une action particulière.

Borland apporte donc à travers le C++Builder 5 une grande puissance de programmation et une convivialité dans la mise en œuvre des outils suivants :

- Editeur multifichier et multifenêtre.
- Utilisation de la souris.

- Editeur de programme, compilateur, éditeur de liens, aide par hypertexte dans un environnement intégré.
- Gestion de projet améliorée.
- Debugger intégré.

V.2.2. Affichage des résultats

Les résultats ainsi que les formes des trajectoires en trois dimensions ont été présentés dans l'environnement MATLAB.

V.2.3. Principaux objets utilisés

La représentation des résultats concernant la planification de trajectoire et de mouvement, dans un espace à deux dimensions, fut réalisé grâce à l'utilisation d'un objet de type TImage, dans la palette appelée «Additional», où nous avons eu à manipuler des Pixels.

Pour la représentation des trajectoires opérationnelles dans le plan $(O_A, \bar{x}_A, \bar{y}_A)$, il existe deux instructions propres à C++Builder, qui sont «rectangle» où deux points de références doivent être entrés, tels que, celui se trouvant à gauche dans la partie supérieure, et celui se trouvant à droite dans la partie inférieure, nous avons également utilisé l'instruction «ellipse», en mettant en entrée un point de référence, qui est le centre de l'ellipse, ainsi que la longueur des petit et grand axes (ou encore la même distance dans le cas d'un cercle).

Après les précédentes procédures, nous avons récupéré les coordonnées des pixels régis par les formes utilisées précédemment, représentant la trajectoire opérationnelle imposée.

V.3. Validation des modèles inverses

Les modèles inverses sont validés grâce aux modèles directs, puisque pour la partie de l'étude traitant de l'aspect géométrique dans laquelle nous avons imposé une trajectoire opérationnelle, nous avons calculé la trajectoire généralisée grâce au modèle inverse, ensuite, nous avons imposé les coordonnées généralisées q_{cfg} en utilisant le modèle direct, afin de calculer les coordonnées opérationnelles A_D , comme cela est explicité dans Fig.V.1.a. Nous avons considéré que le modèle est valide si $\|A - A_D\|$ est inférieure à 1cm, sachant que nous n'avons considéré que les coordonnées cartésiennes. Il en est de même pour l'aspect cinématique, puisque nous avons calculé la jacobienne réduite inverse $\bar{J}^{-1}$ pour calculer les vitesses généralisées $\dot{q}_{cfg}$. Ensuite nous avons procédé à la validation des résultats en réinsérant les vitesses généralisées grâce à la matrice jacobienne directe $\bar{J}$ selon Fig.V.1.b.

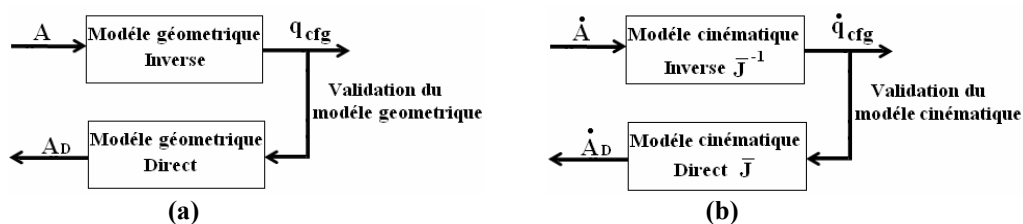


Fig.V.1 : Validation des modèles : (a) Modèle géométrique, (b) Modèle cinématique.

V.4.Trajectoires opérationnelles imposées

Dans le cadre de notre étude, nous avons considéré trois types de trajectoires opérationnelles imposées telles que :

V.4.1.Trajectoire carrée

Cette trajectoire est particulière, puisqu'elle comporte une évolution sous forme de segments perpendiculaires les uns par rapport aux autres ; une plateforme mobile non holonomes ne pourrait pas suivre ce type de trajectoire si l'on devait la lui imposer directement.

- **Caractéristiques**

Longueur du grand axe : 170 Cm

Longueur du petit axe : 170 Cm

Evolution de la hauteur : 1mm/échantillon

Nombre d'échantillons : 675

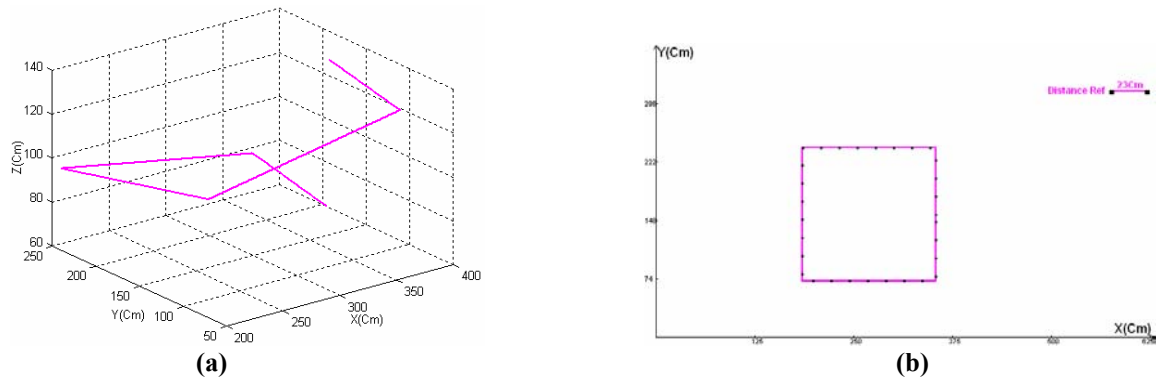


Fig.V. 2. Trajectoire carrée (a) représentation dans le plan $(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A, \vec{z}_A)$, (b) représentation dans le plan $(O_A, \vec{x}_A, \vec{y}_A)$

V.4.2.Trajectoire ellipsoïdale

Cette trajectoire est lisse mais elle comporte une évolution non linéaire, en raison des longueurs des rayons qui diffèrent. Si l'on imposait un certain angle faisant partie de l'ellipse, il ne couvrirait pas le même périmètre dans tout l'espace représentant la forme ellipsoïdale.

- **Caractéristiques**

Longueur du grand axe : 150 Cm.

Longueur du petit axe : 100 Cm

Evolution de la hauteur : 1mm/échantillon

Nombre d'échantillons : 719

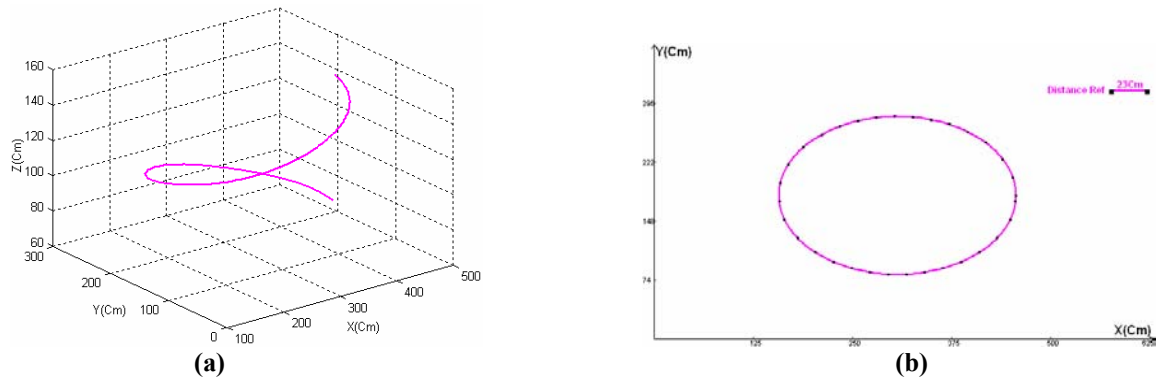


Fig.V.3. Trajectoire ellipsoïdale : représentation dans le plan $(O_A, \bar{x}_A, \bar{y}_A, \bar{z}_A)$, représentation dans le plan $(O_A, \bar{x}_A, \bar{y}_A)$

V.4.3.Trajectoire Circulaire

Cette trajectoire est lisse et régulière ; si l'on prenait un angle quelconque faisant partie du cercle, il couvrirait la même distance appartenant au périmètre du cercle.

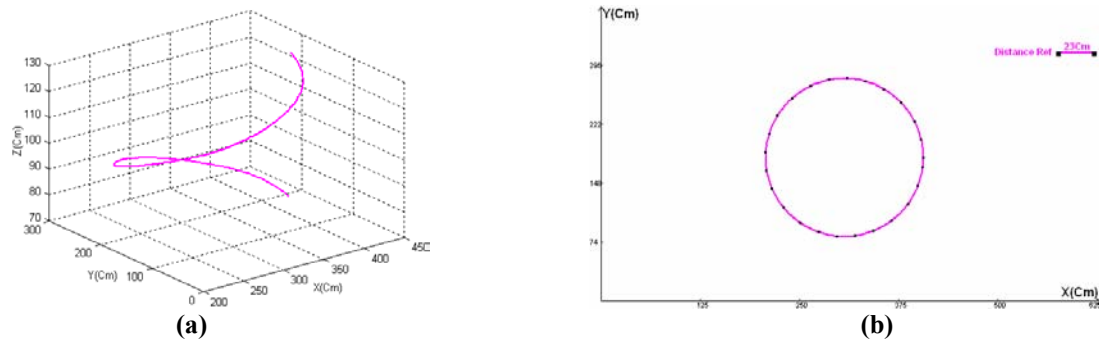
- Caractéristiques**

Longueur du grand axe : 100 Cm.

Longueur du petit axe : 100 Cm.

Evolution de la hauteur : 1mm/échantillon

Nombre d'échantillons : 563



FigV.4.Trajectoire circulaire : représentation dans le plan $(O_A, \bar{x}_A, \bar{y}_A, \bar{z}_A)$, représentation dans le plan $(O_A, \bar{x}_A, \bar{y}_A)$

Remarques

Les caractéristiques du bras manipulateur ainsi que celles de la plateforme sont présentées en Annexe C. L'unité de mesure des variables articulaires $Ang = [q_{b1} \ q_{b2} \ q_{b3} \ q_{b4}]^T$, ainsi que celle des paramètres relatifs à la plateforme, tels que α et φ est le radian; les vitesses généralisées relatives au bras manipulateur quand à elles sont considérées en radians/seconde.

V.5.Représentation des Champs

Les champs représentés en Fig.V.5 pour la trajectoire ellipsoïdale sont relatifs à l'échantillon n°1, ainsi qu'à l'échantillon numéro 550, par contre, pour la trajectoire

circulaire, les champs représentés sont relatifs à l'échantillon n°1, et l'échantillon numéro 440, la trajectoire carrée quand à elle comprend la représentation du champs relatif à l'échantillon numéro 1 ainsi que le numéro 500.

Nous pouvons remarquer que les champs générés relativement aux deux échantillons considérés pour chaque trajectoire sont très particuliers, puisque le rayon du premier échantillon (représenté en noir) est plus important que celui du second, cela est dû à l'augmentation de la hauteur, facteur prépondérant dans la diminution du rayon d'un quelconque champ. Si par contre, les hauteurs des différents échantillons étaient identiques, alors les rayons des différents champs R_{max} le seraient tout autant.

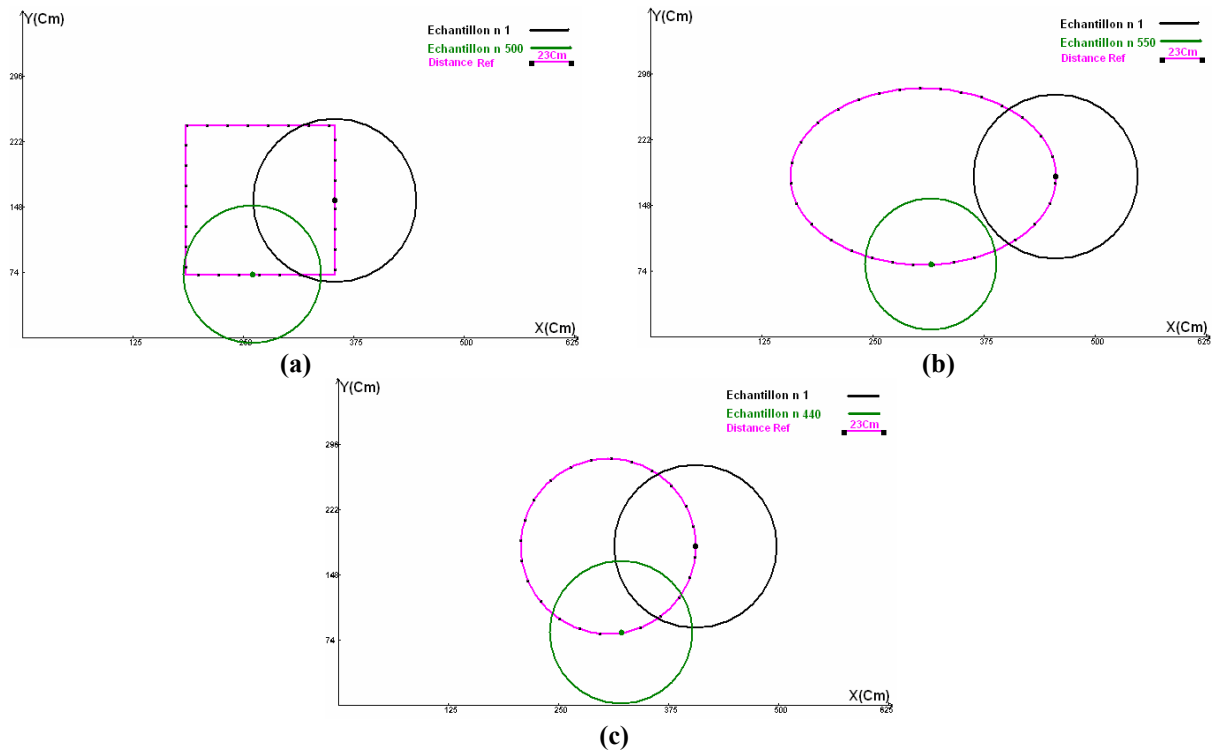


Fig.V.5. Représentation des champs
(a) Trajectoire carrée, (b) Trajectoire Ellipsoïdale, (c) Trajectoire circulaire

Avant d'entamer l'étude de la planification de la trajectoire, et la génération du mouvement de la plateforme mobile, une explication concernant le déplacement du système de manipulation mobile lors de l'inversion du modèle géométrique se présente comme nécessaire.

V.6. Modèle géométrique inverse

V.6.1. Déplacements du manipulateur mobile

Le système mobile se déplace simultanément avec l'évolution spatiale des divers échantillons, c'est à dire que si nous considérons une configuration de la plateforme $[X_{Pi} \ Y_{Pi} \ \alpha_i]^T$, et une configuration du bras manipulateur $Ang_i = [q_{b1i} \ q_{b2i} \ q_{b3i} \ q_{b4i}]^T$ permettant d'atteindre l'échantillon numéro i , alors, pour accéder à l'échantillon numéro $i+1$, la plateforme est sollicitée au même titre que le système articulé; mais quand le bras

manipulateur présente une impossibilité d'atteinte de l'échantillon courant (car il peut s'en trouver distant), alors le système mobile est sollicité seul.

L'initialisation de la position de la plateforme $[X_P \ Y_P]^T$ s'effectue en faisant en sorte d'éloigner le plus possible la base du bras manipulateur O_{B0} du premier échantillon C_1 , dans les limites du rayon R_{max} du champ engendré par C_1 . La position initiale de la plateforme se trouve donc dans le prolongement du premier segment τ_1 (présenté dans Fig.V.6), construit lors de la phase de planification de trajectoire. Pour ce qui est de l'orientation α initiale, le robot mobile est dirigé selon τ_1 , et l'angle de braquage initial φ est égal à 0.

L'estimée globale $Ang^0 = [q_{b1}^0 \ q_{b2}^0 \ q_{b3}^0 \ q_{b4}^0]^T$ représentant un paramètre indispensable utile lors de la phase d'inversion du modèle géométrique du bras manipulateur, est fixée au commencement du mouvement de la plateforme mobile, aussi, chaque coordonnée généralisée du bras manipulateur pour l'échantillon courant présente une estimée pour le suivant ; lors du déplacement du système articulé mobile où l'organe terminal se doit d'atteindre l'échantillon i , l'estimée est représentée par la configuration Ang_{i-1} relative à l'échantillon précédent $i-1$, mais, lorsque la plateforme mobile est sollicitée seule, la configuration du bras manipulateur ne se modifie pas, jusqu'à ce que le système soit apte à atteindre l'échantillon désiré. L'arrêt définitif du mouvement de la plateforme mobile est conditionné par le suivi de la trajectoire opérationnelle, car si l'organe terminal a pu accéder à tous les échantillons opérationnels, alors la plateforme mobile s'arrête. Si par contre le bras manipulateur ne parvient pas à atteindre un quelconque échantillon, alors la plateforme se déplace jusqu'à atteindre le bout de la trajectoire planifiée.

Dans l'approche que nous avons adopté, il existe un certain nombre de paramètres à injecter, et qui risquent d'influer sur le développement du système articulé mobile; nous allons dans la partie suivante modifier ces variables en vérifiant leurs influences sur le comportement du système de manipulation mobile. Nous débuterons par l'étude de deux types de planifications mises en œuvre ; l'estimée initiale est égale à $Ang^0 = [0.5 \ 1.5 \ 0 \ 0.14]^T$ (radians), le vecteurs ε contenant les erreurs admises pour chaque articulation est égal à la résolution minimale des liaisons du bras manipulateur, qui équivaut à 0.0009 radians.

La stratégie de planification de trajectoire adoptée nécessite l'initialisation de certains paramètres. Nous allons dans ce qui suit les modifier et étudier leurs influences sur l'évolution du comportement du manipulateur mobile à étudier.

V.6.2. Planification de trajectoire

Nous avons considéré deux types d'approches pour la planification de la trajectoire du système mobile. Elles représentent une même base de réflexion, ayant comme principe de traiter le rayon des champs générés par les échantillons de référence, mais la différence réside dans la manière d'appréhender le problème. La planification appelée « *aller* » ne traite que du cas des échantillons en allant du premier vers le dernier, pour le deuxième type de planification dit « *aller-retour* », nous avons effectué l'opération de planification en allant du premier échantillon vers le dernier, ensuite nous avons appliqué l'opération inverse en allant

du dernier échantillon vers le premier, cela nous permet de faire suivre à la plateforme une trajectoire où la variation des angles de braquage devraient être moins grandes.

Nous allons dans ce qui suit présenter un exemple de planification de trajectoire de type « aller » appliquée aux trois types de trajectoires opérationnelles imposées, pour donner un aperçu sur la manière d'appréhender le problème du suivi d'une trajectoire opérationnelle imposée.

V.6.3. Représentation de la trajectoire et du mouvement de la plateforme mobile

La planification de mouvement envisagée dans l'approche que nous avons adopté nécessite l'initialisation de certains paramètres, tels que la vitesse v imposée à la plateforme égale à 5cm/s; ces variables gardent la même valeur tout au long de ce chapitre. Les résultats de cette planification de mouvement sont présentés en Fig.V.6.

Nous pouvons constater que les trajectoires planifiées pour les trajectoires opérationnelles imposées de type circulaire et ellipsoïdale représentent une projection de la trajectoire opérationnelle dans le plan $(O_A, \bar{x}_A, \bar{y}_A)$, avec une évolution relative tout de même à la hauteur ; par contre, pour la trajectoire carrée, composée de quatre lignes perpendiculaires les unes par rapport aux autres, nous remarquons que lorsque la trajectoire opérationnelle se présente comme une ligne droite, la trajectoire planifiée la suit en pente (à cause de la variation de la hauteur). Lorsqu'il y a passage d'un segment à un autre qui lui est perpendiculaire (appartenant à la trajectoire carrée), la planification donne un résultat représentant une trajectoire comportant des segments successifs ayant des pentes inférieures à 90° , nommés T_L dans (Fig.V.6.a), permettant ainsi à la plateforme non holonome de tourner progressivement.

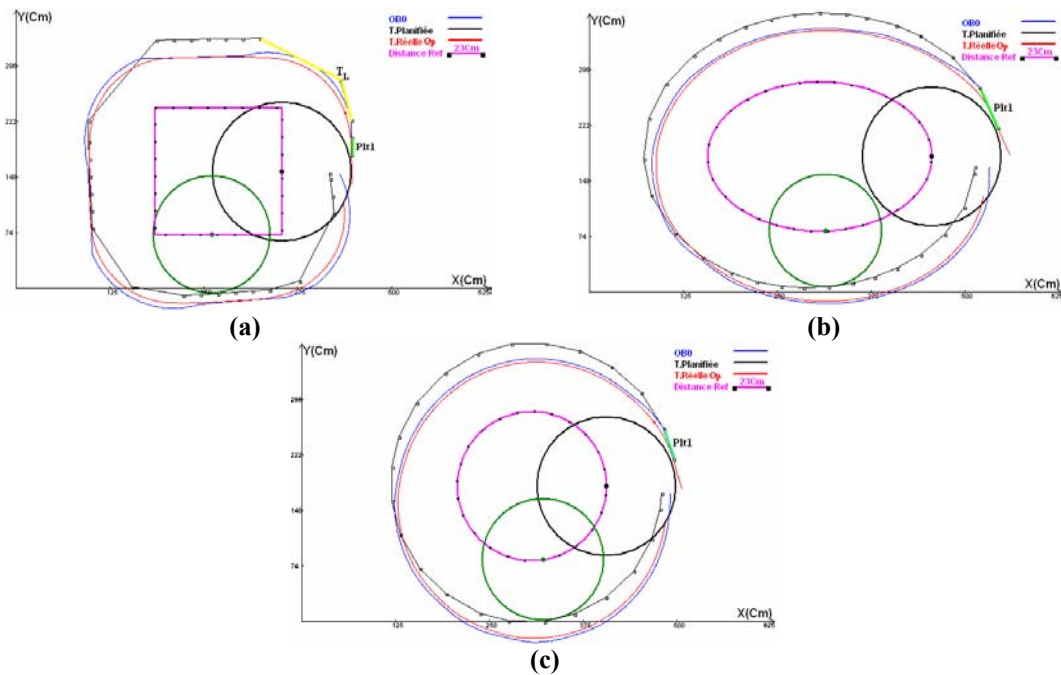


Fig.V.6. Planification de mouvement de la plateforme:
(a) Trajectoire carrée, (b) Trajectoire Ellipsoïdale, (c) Trajectoire circulaire.

Le mouvement réel de la plateforme (pour les trois types de trajectoires opérationnelles imposées) épouse la forme de la trajectoire planifiée, avec plus ou moins de fidélité, à cause des limites dans les déplacements, imposées par les contraintes non holonomes.

Nous remarquons qu'il existe tout de même un décalage entre la trajectoire planifiée imposée et le mouvement réel de la plateforme. Nous pouvons de prime abord décréter que la trajectoire opérationnelle imposée est non atteignable par l'organe terminal car, déjà au début du mouvement de la plateforme, nous remarquons que le rayon du champ de l'échantillon numéro 1 est inférieure à la distance séparant la trajectoire opérationnelle et celle représentée par la base du bras O_{B0} , et ce décalage s'en trouve plus apparent pour le deuxième champ (représenté en vert) où déjà, lors de la planification de trajectoire, le chemin planifié frôle le champ concerné, et le décalage s'accroît quand nous avons considéré le mouvement réel de la plateforme (O_{B0} se trouve à l'extérieur du champ, ce qui empêchera obligatoirement l'organe terminal d'accéder aux coordonnées opérationnelles imposées). De ce fait, pour les trajectoires précédemment planifiées, le bras manipulateur n'est même pas parvenu à atteindre les premiers échantillons. Nous avons donc trouvé nécessaire de faire approcher la trajectoire planifiée de la trajectoire opérationnelle; une solution appropriée consiste à modifier les rayons des échantillons de référence, car, puisque la plateforme ne suit pas fidèlement la trajectoire planifiée et sort quelque peu de son itinéraire, la solution consiste à diminuer les rayons R_{max} pour faire admettre à la plateforme un certain décalage.

Nous allons dans ce qui suit présenter les deux types de planifications pour les trois types de trajectoires de références choisies, tout en diminuant les rayons des champs, ensuite, nous ferons le choix du planificateur le plus adéquat pour chaque type de trajectoire, selon des critères particuliers. La configuration globale Ang^0 est initialisée à $[0.5, 1.5, 0, 0.14]^T$, nous considérerons aussi la distance entre échantillons de référence égale à 23 cm. L'erreur admise ε est égale à la résolution minimale des liaisons du bras manipulateur qui est égale à 0.0009 radians pour chaque articulation. Nous devons également initialiser le nombre d'itérations k_{max} qui est égal à 1000. Dans les parties suivantes, nous signalerons un quelconque changement survenu sur les valeurs des paramètres ε , Ang^0 , k_{max} , ainsi que $Dist$.

Remarque

Nous allons évoquer dans les paragraphes suivants le nombre d'itérations de la plateforme, cela est accompli dans le but d'éviter d'évoquer les variables temporaires, alors que notre intérêt s'est porté sur l'évolution spatiale des échantillons. Une itération de la plateforme correspond à 0.2s dans l'espace temps.

V.6.4. Choix du type de planification de trajectoire de la plateforme mobile

Nous allons dans ce qui suit diminuer les rayons R_{max} des différents échantillons de référence en le divisant par un certain quotient appelé Val , nous allons donc considérer le rayon R_{max}/Val , nous donnerons une valeur à Val supérieure à 1, et nous tenterons de valider les deux approches de planifications choisies (« aller » et « aller-retour »). Nous allons

particulièrement focaliser sur l'influence des deux types de planifications sur l'évolution de la plateforme, et sur le fait d'assurer ou non un suivi de la trajectoire opérationnelle imposée, pour les trois types de trajectoires.

- **Trajectoire carrée**

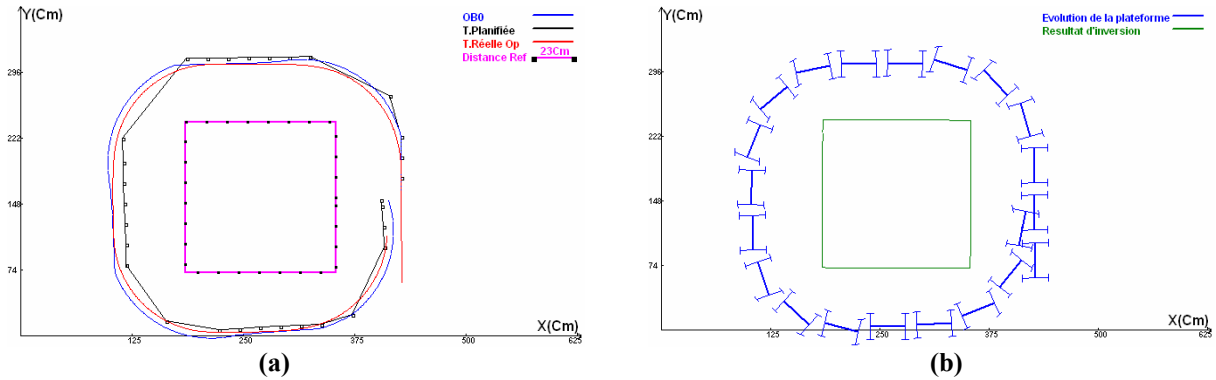


Fig.V.7. Planification trajectoire en « aller » de la plateforme mobile ($Val=1.26$)

(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

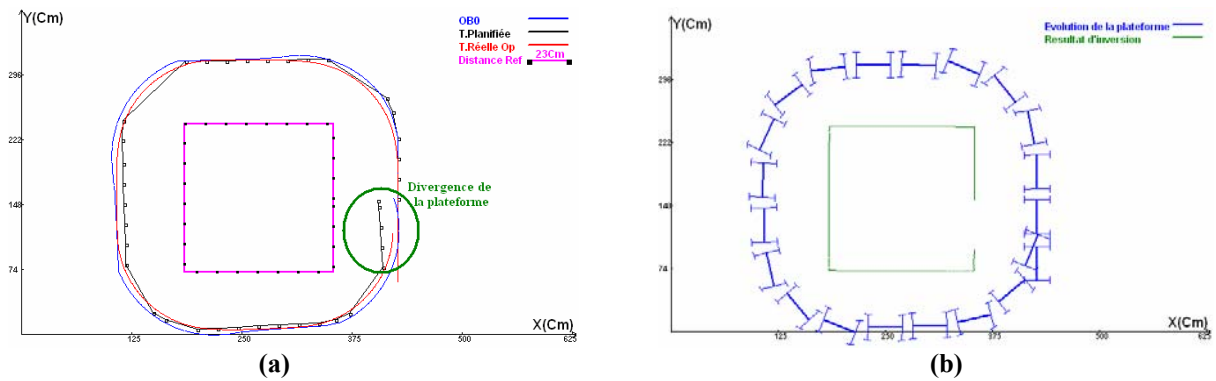


Fig.V.8. Planification trajectoire en « aller-retour » de la plateforme mobile avec ($Val=1.26$)

(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

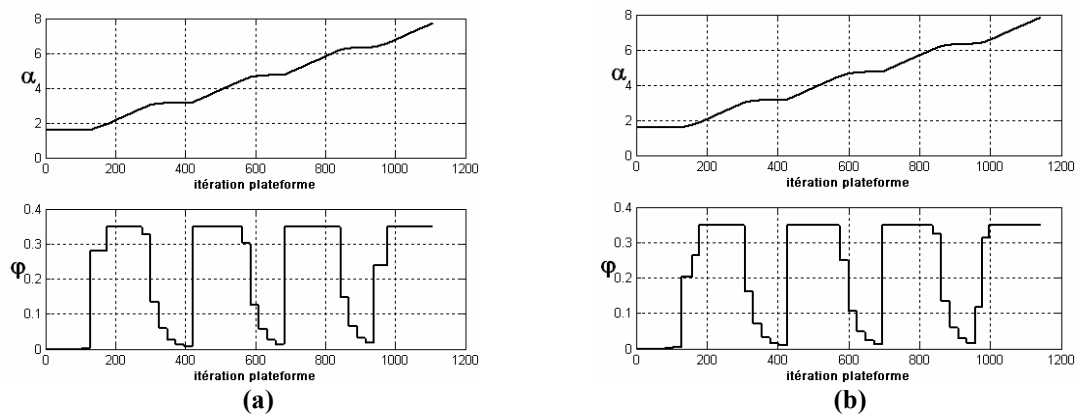


Fig.V.9. Paramètres propres à la plateforme

(a) Planification de type aller, (b) Planification de type aller-retour

La planification en « aller-retour » est apparemment celle qui permet à la plateforme mobile de suivre la trajectoire planifiée presque fidèlement, elle n'assure tout de même pas

forcément le suivi de la trajectoire opérationnelle imposée, cela est dû au fait que O_{B0} s'éloigne de la trajectoire planifiée imposée au niveau du dernier virage, alors que le planificateur en « aller » parvient à suivre la consigne jusqu'à pouvoir faire atteindre le dernier échantillon à l'organe terminal. En planification en « aller-retour », le système articulé mobile ne parvient à atteindre tous les échantillons opérationnels que si $Val \geq 1.4$

• Trajectoire Ellipsoïdale

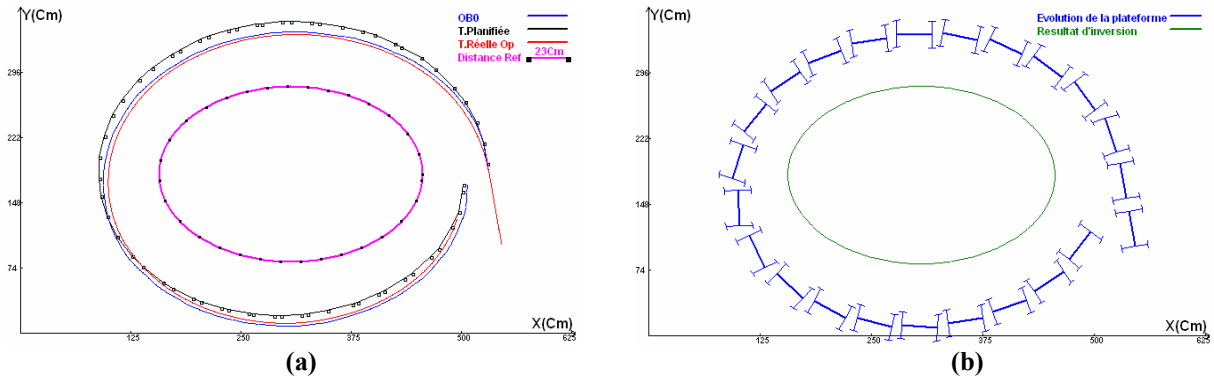


Fig.V.10. Planification trajectoire en « aller-retour » de la plateforme mobile ($Val=1.24$) :
(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

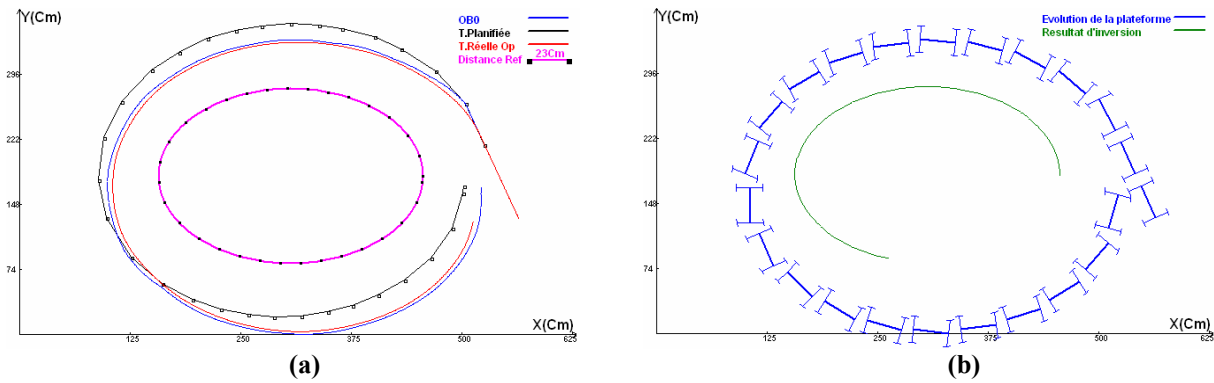


Fig.V.11. Planification trajectoire en « aller » de la plateforme mobile ($Val=1.24$)(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

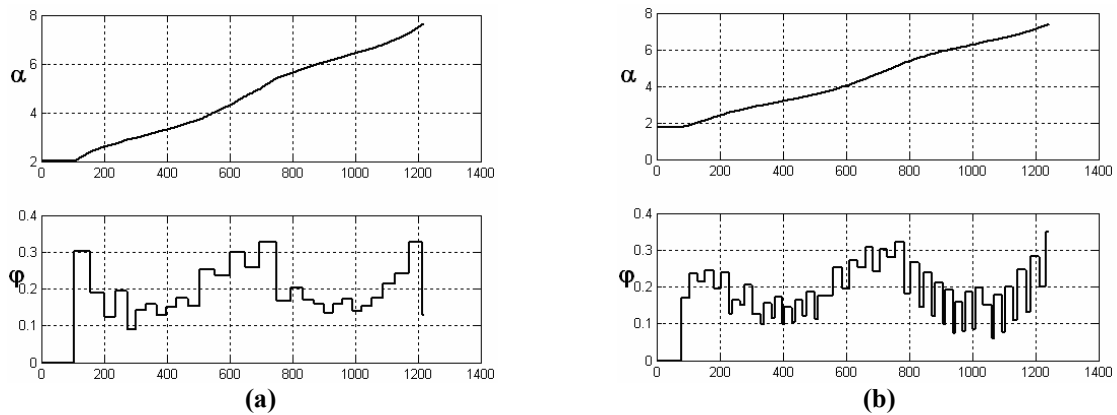


Fig.V.12. Paramètres propres à la plateforme
(a) Planification de type aller, (b) Planification de type aller-retour

La qualité première du planificateur en « aller-retour » est qu'il soit apte à imposer une variation assez progressive des angles de braquage, alors que l'évolution de ϕ pour le planificateur « aller » présente des variations plus grandes.

Le paramètre Val doit être égal à 1.65 en planification « aller » pour pouvoir permettre un suivi complet de la trajectoire opérationnelle.

• Trajectoire circulaire

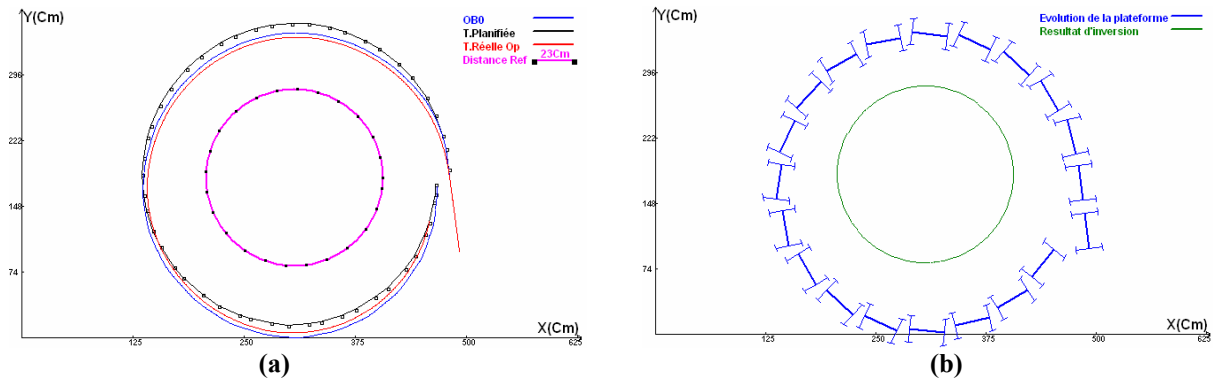


Fig.V.13. Planification trajectoire en « aller-retour » de la plateforme mobile ($Val=1.24$) :
(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

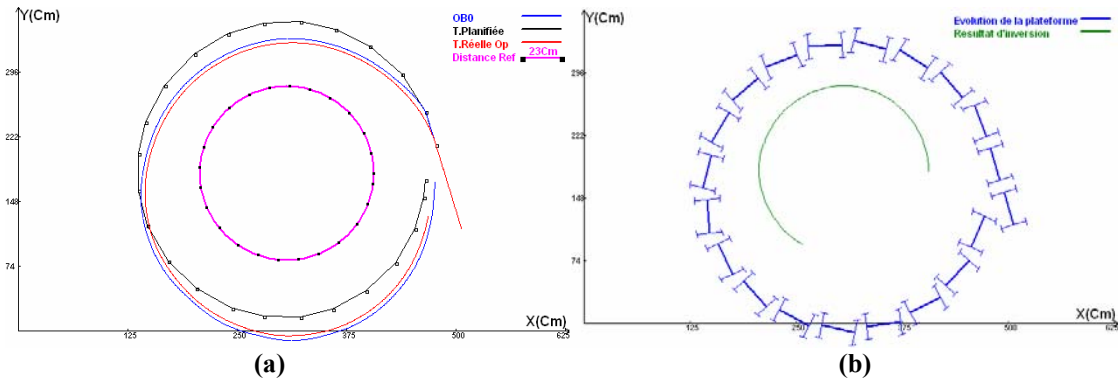


Fig.V.14. Planification trajectoire en « aller » de la plateforme mobile ($Val=1.24$):
(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

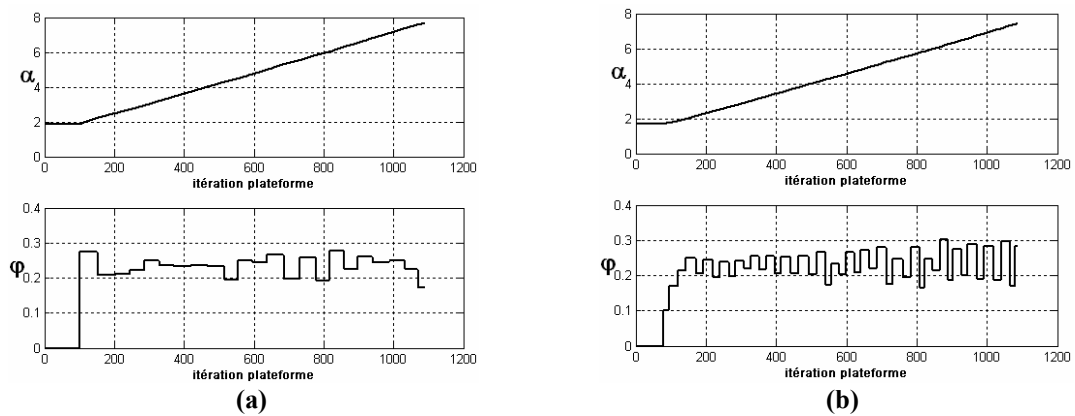


Fig.V.15. Paramètres propres à la plateforme : (a) Planification de type Aller, (b) Planification de type aller-retour

Pour ce type de trajectoire, la valeur minimale que peut prendre Val pour pouvoir atteindre tous les échantillons opérationnels, est égale à 1.46 en planification « aller ».

Nous pouvons remarquer que l'angle de braquage φ pour ce type de trajectoire présente énormément de variations en planification « aller-retour »; les valeurs de φ se situent entre 0.16 et 0.3 radians, alors qu'en planification en « aller », où hormis la première variation importante qui est de l'ordre de 0.27 radians, les fluctuations se réduisent par la suite, et φ se situe entre la valeur 0.19 radians et 0.27 radians.

- **Interprétation**

Les expériences appliquées aux trois types de trajectoires montrent que le paramètre α ne varie pas beaucoup, selon le type de planification ; par contre, l'angle de braquage φ se montre comme fortement sollicité lors de la planification en « aller-retour ». Cela est dû à la prise en compte des échantillons de référence en aller et en retour, où les points P_i (présentés dans le paragraphe VI.4.1.3) sont très proches, ce qui entraîne de soudaines variations au niveau du paramètre φ .

Pour ce qui est de la planification en « aller », elle présenterait certainement un inconvénient, car il faut que la roue soit apte à braquer d'un angle maximal en un certain laps de temps. Or, comme nous l'avons constaté (surtout pour la trajectoire carrée), la variation des angles de braquage est importante.

La planification en « aller-retour » présente par contre un autre inconvénient relativement à l'énergie consommée, puisque le nombre de variations de l'angle φ est important, alors l'énergie consommée le sera également.

Nous pouvons remarquer que la planification en « aller-retour » permet un suivi plus exact du chemin planifié par la plateforme mobile, pour tous les types de trajectoires opérationnelles utilisées.

Le fait de pouvoir éloigner la plateforme mobile le plus possible de la trajectoire opérationnelle imposée (Val prend la valeur la plus petite possible), tout en permettant à l'organe terminal d'atteindre les échantillons est un avantage, l'espace admissible relatif à la plateforme mobile s'en trouve plus vaste, ce qui permet de re-planifier la trajectoire du système mobile dans le cas de présence d'obstacles.

En faisant abstraction de l'aspect énergétique et des vitesses de braquage, et en donnant la priorité au facteur d'aptitude de l'organe terminal à atteindre les échantillons opérationnels désirés, nous allons par la suite considérer une planification en « aller-retour » pour les trajectoires circulaire et ellipsoïdale, et une planification en « aller » pour la trajectoire carrée.

Nous allons dans ce qui suit modifier le paramètre Val en vérifiant son influence sur les variables articulaires, ainsi que sur les paramètres relatifs à la plateforme mobile.

V.6.5. Modification des paramètres pour la planification de trajectoire

V.6.5.1. Influence de la longueur des rayons des champs de référence

- Trajectoire carrée

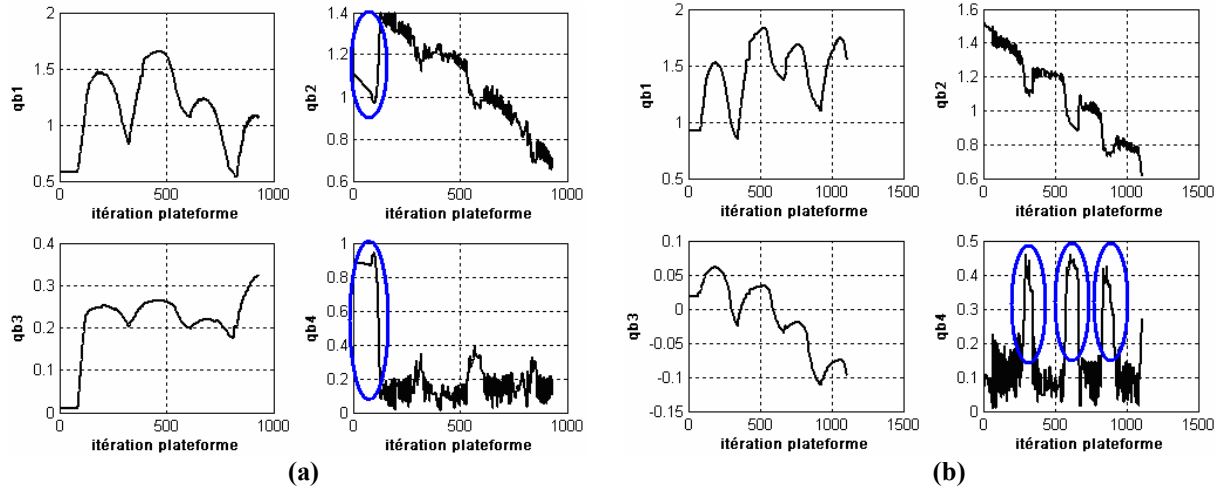


Fig.V.17. Coordonnées généralisées du bras manipulateur: (a) $Val=2$, (b) $Val=1.26$

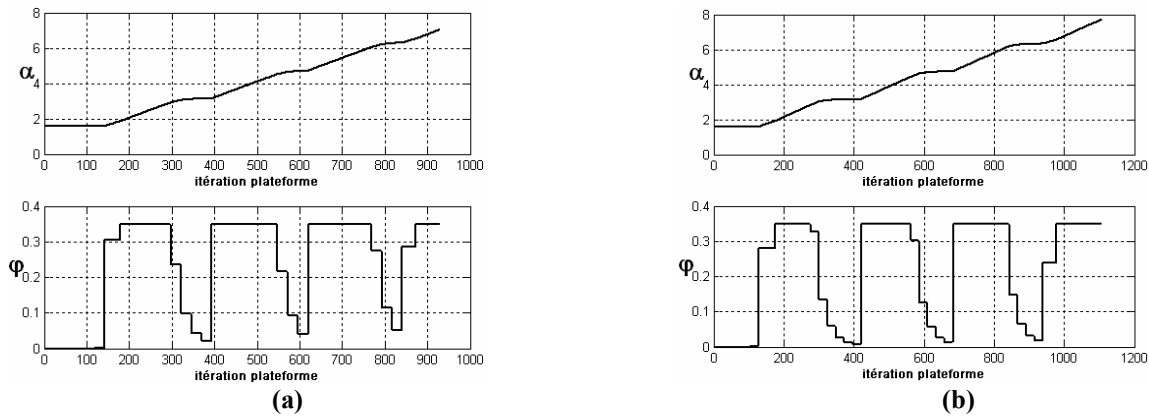


Fig.V.18. Paramètres propres à la plateforme : (a) $Val=2$, (b) $Val=1.26$

Nous remarquons une fluctuation assez importante au niveau des angles q_{b2} et q_{b4} pour $Val=2$ (Fig.V.17.a), ces mêmes coordonnées généralisées présentent également des variations importantes (comparées à la valeur moyenne de ces angles), qui surgissent subitement à certains moments seulement pour $Val=1.26$.

L'orientation de la plateforme ainsi que l'angle de braquage ne présentent pas de différences perceptibles. Nous avons constaté que le nombre d'itérations de la plateforme pour $Val=2$ est égal à 931, alors que pour $Val = 1.26$, le nombre d'itérations est égal à 1109.

- Trajectoire ellipsoïdale

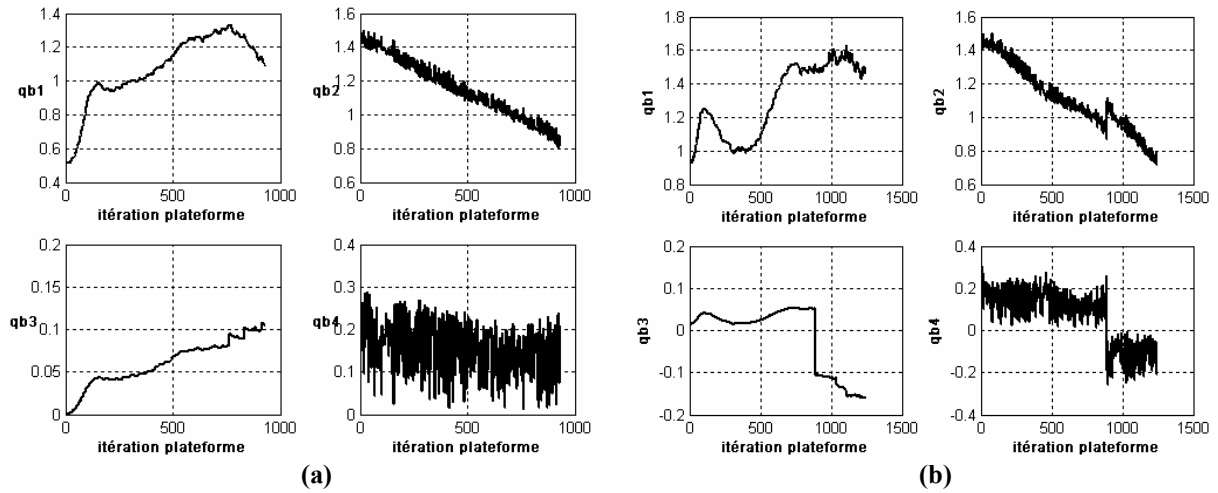


Fig.V.19. Coordonnées généralisées du bras manipulateur: (a) $Val=2$, (b) $Val=1.24$.

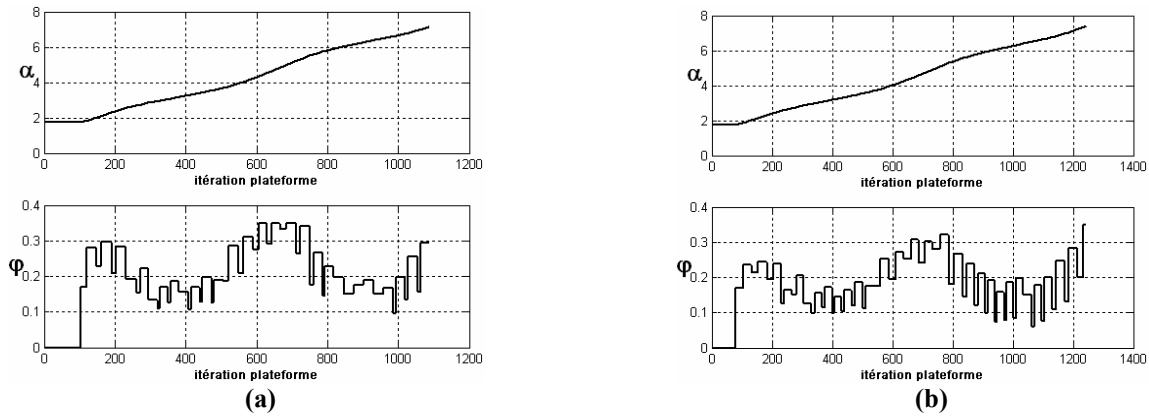


Fig.V.20. Paramètres propres à la plateforme : (a) $Val=2$, (b) $Val=1.24$

Pour ce type de trajectoire, nous avons constaté que pour le cas où $Val = 1.24$, les angles q_{b2} , q_{b3} et q_{b4} comportaient un changement brusque au niveau de l'itération 892, cela représente un inconvénient surtout que ce phénomène ne se produit pas lorsque le paramètre Val est égal à 2, où nous constatons une évolution progressive des variables articulaires sans changements brusques. Cela risque d'engendrer une perte en énergie (c'est la fluctuation la plus importante qui se présente au niveau de l'évolution de ces articulations).

Dans le cas où la valeur du paramètre Val est égale à 1.24, nous constatons que l'angle de braquage φ exprime un plus grand nombre de variations. Le nombre d'itérations de la plateforme correspond à 1090 itérations pour $Val=2$, alors qu'il est égal à 1246 pour $Val=1.24$.

- Trajectoire circulaire

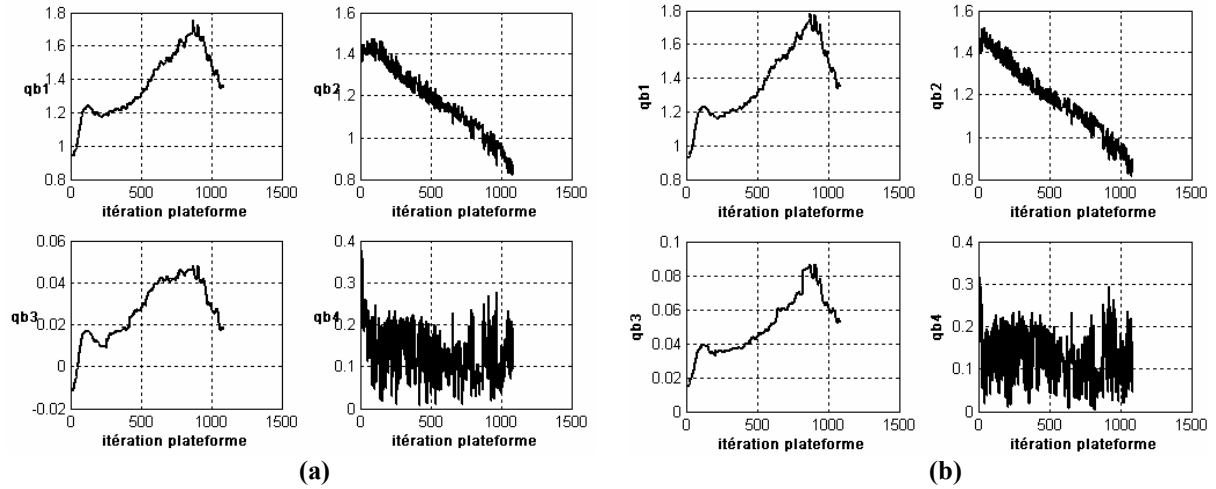


Fig.V.21. Coordonnées généralisées du bras manipulateur: (a) $Val=2$, (b) $Val=1.24$

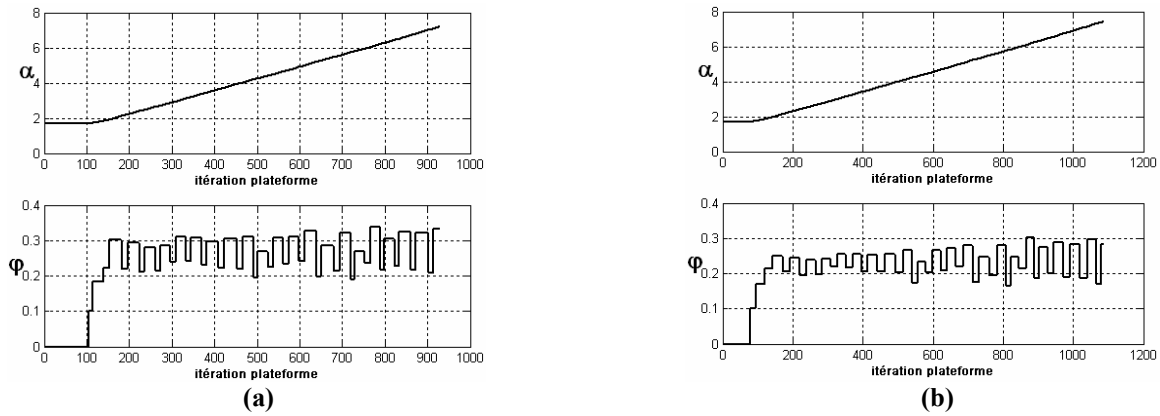


Fig.V.22. Paramètres propres à la plateforme : (a) $Val=2$, (b) $Val=1.24$

Nous pouvons remarquer qu'il n'existe pas une grande différence entre l'évolution des résultats pour $Val = 2$ et $Val = 1.24$. Lorsque $Val=1.24$, l'angle de braquage maximal se présente comme plus important (Fig.V.21.b). Il est égal à 0.35 rad pour $Val=2$ alors, qu'il équivaut à 0.28 rad pour $Val=1.24$. Il y a eu 930 itérations ayant permis au système articulé mobile d'atteindre tous les échantillons opérationnels pour $Val=2$, alors que ce nombre s'accroît en augmentant la distance pour $Val=1.24$ puisqu'il devient égal à 1089.

- Interprétation

Les trois trajectoires présentent une diminution dans les déplacements de la plateforme lorsque Val prend une valeur importante, ceci s'accorde avec le fait qu'en diminuant les rayons des différents champs pour les échantillons de référence, la distance que doit parcourir la plateforme diminue également.

Nous pouvons remarquer tout de même que les butées articulaires n'ont pas été atteintes pour les deux exemples ($Val=2$ et $Val=1.24$), ce qui nous permet de considérer que l'estimée globale Ang^0 constitue un choix intéressant.

Nous constatons pour les trois types de trajectoires que l'évolution de la hauteur est subie en majorité par l'angle qb_2 , car sa valeur diminue au fur et à mesure.

Pour la trajectoire ellipsoïdale, les fluctuations évoquées précédemment au niveau des angles q_{b2} , q_{b3} et q_{b4} sont survenus pour l'itération numéro 892 avec Val étant égal à 1.24, car le bras manipulateur est presque allongé, la distance qui sépare l'échantillon courant C de O_{B0} est quasiment égale à la distance R_{max} (la distance (R_{max} – distance (O_{B0} , C_{xy})) est de l'ordre de 0.0001cm). Lors de l'étude de la trajectoire carrée, nous avons également rencontré des changements brusques dans l'évolution des angles q_{b2} et q_{b4} ; nous pouvons expliquer aussi ce phénomène par rapport à la distance séparant O_{B0} de l'échantillon désiré C . Cela peut être aperçu au niveau des courbes présentées en Fig.V.24, où nous avons calculé pour chaque déplacement de la plateforme la différence « $Dif = R_{max} - \text{distance} (O_{B0}, C_{xy})$ », ce paramètre est illustré dans la figure suivante :

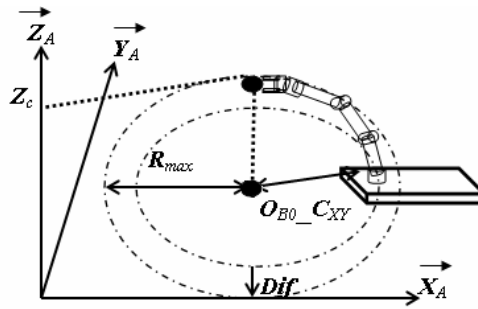


Fig.V.23. représentation de la Distance Dif

Nous pouvons constater que les fluctuations relatives à Dif coïncidaient avec les variations des angles q_{b2} et q_{b4} , cela permet de dire que la distance séparant les échantillons, de la base du bras O_{B0} est un critère important influençant fortement l'évolution des variables articulaires.

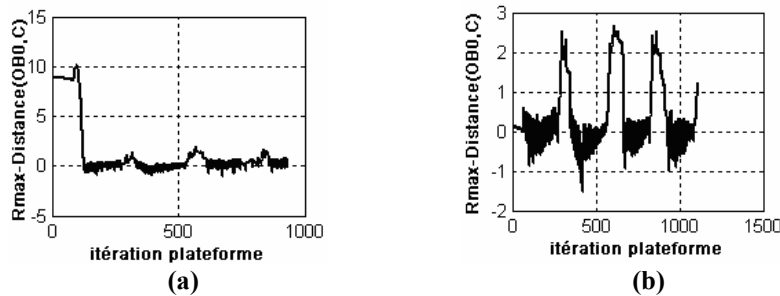


Fig.V.24. Distance Dif : (a) $Val=2$, (b) $Val=1.26$

Une autre variable à initialiser est la distance entre les échantillons $Dist$. C'est la raison pour laquelle nous allons dans ce qui suit modifier cette valeur en l'augmentant, et nous allons vérifier si ce changement pourrait présenter une influence sur les résultats obtenus.

V.6.5.2. Influence de la distance entre échantillons de référence $Dist$

Dans cette partie, nous allons modifier la distance entre les échantillons de références $Dist$, nous allons considérer $Dist=50\text{cm}$, et $Dist=10\text{cm}$, sachant que Val est égale à 2.

- Trajectoire carrée :

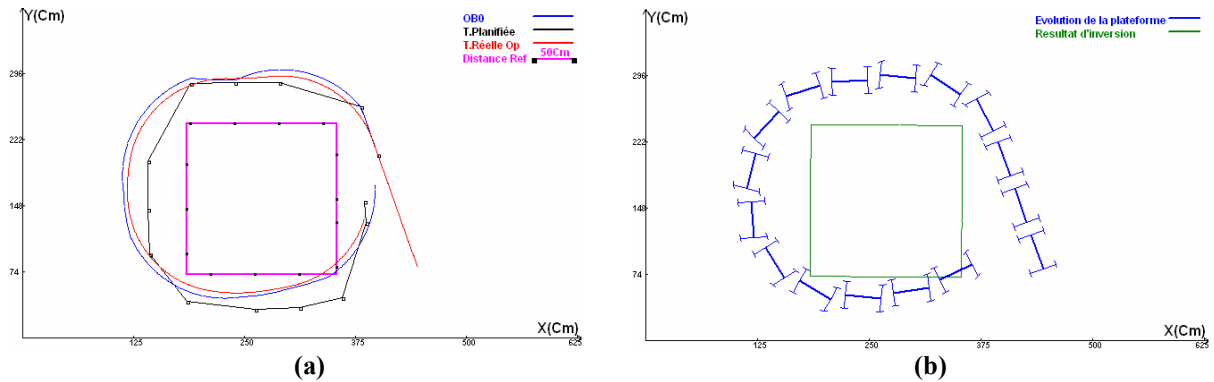


Fig.V.25. Planification trajectoire de la plateforme mobile ($Dist=50Cm$)

(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

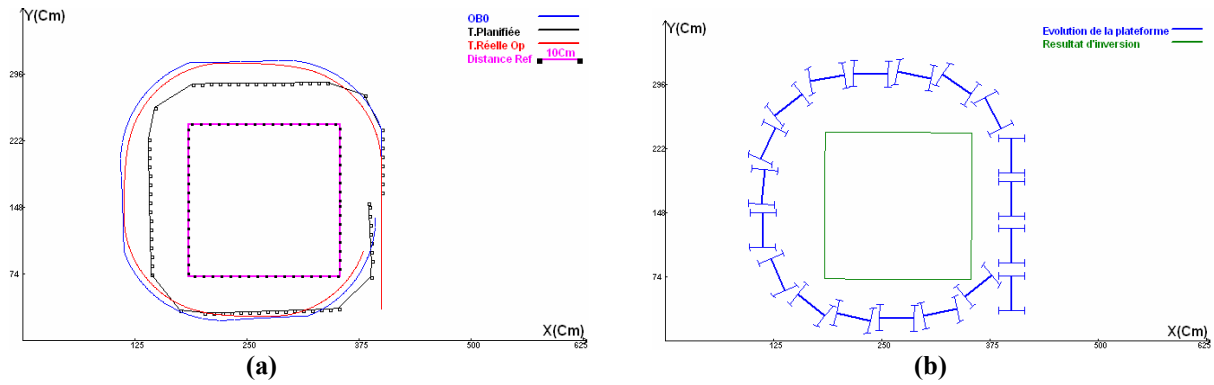


Fig.V.26. Planification trajectoire de la plateforme mobile ($Dist=10Cm$):

(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

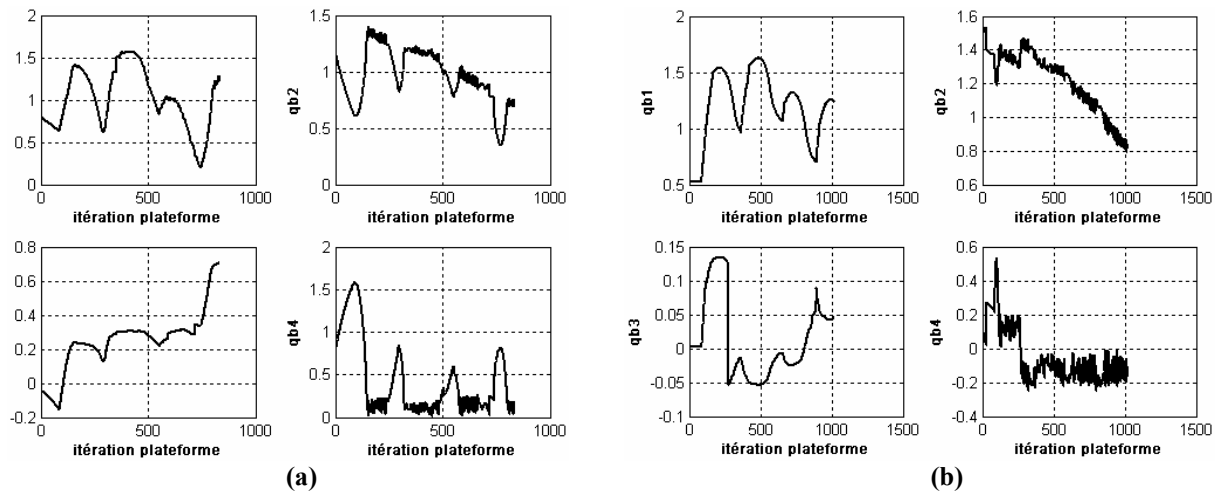


Fig.V.27. Coordonnées généralisées du bras manipulateur : (a) $Dist=50Cm$, (b) $Dist=10Cm$

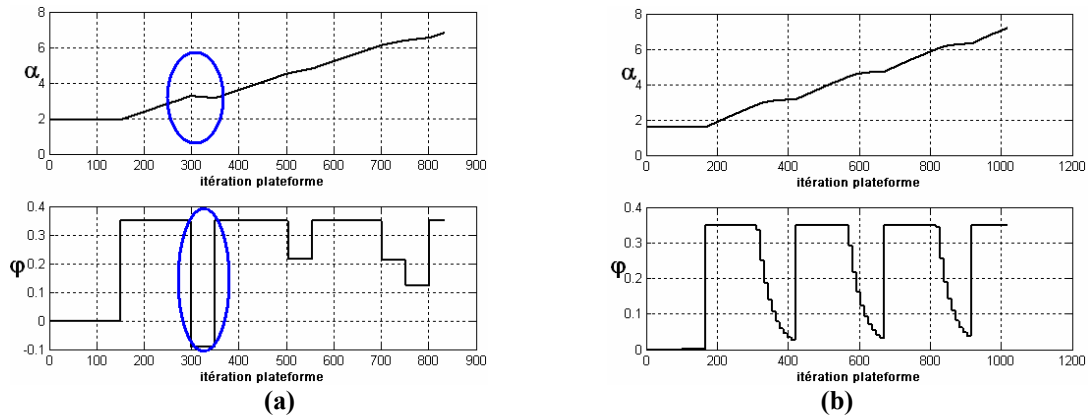


Fig.V.28. Paramètres propres à la plateforme : (a) $Dist=50\text{cm}$, (b) $Dist=10\text{cm}$

Si le carré représentant la trajectoire opérationnelle était composée de murs (la plateforme ne doit pas percuter un des segments), alors nous pouvons juger que l'obstacle est heurté, car nous remarquons que la plateforme s'approche trop près de la trajectoire opérationnelle.

Nous constatons que pour $Dist=50\text{cm}$, l'angle α présente une évolution presque linéaire. Il existe une diminution brusque de l'angle φ au niveau de l'itération numéro 299, sa valeur égale à -0.09 , alors qu'il était égal à 0.35 , ce changement dans la valeur de l'angle de braquage apparaît même au niveau de la courbe illustrant l'orientation de la plateforme α .

Nous pouvons remarquer que les angles q_{b2} et q_{b4} présentent des irrégularités qui n'étaient pas présentes au départ, cela est dû à l'influence de la distance Dif (défini au paragraphe V.6.5.1) présenté en Fig.V.29.

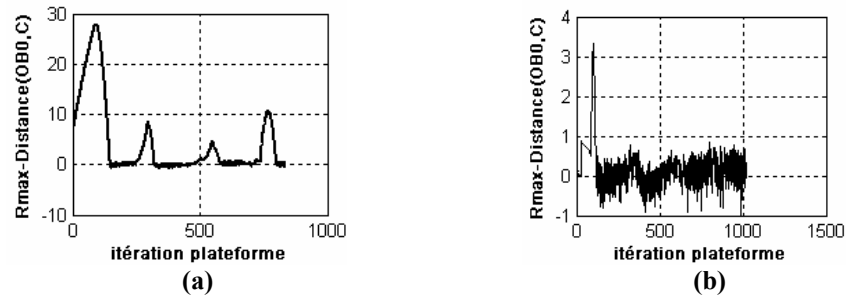


Fig.V.29. Distance Dif : (a) $Dist=50\text{cm}$, (b) $Dist=10\text{cm}$

• Trajectoire ellipsoïdale

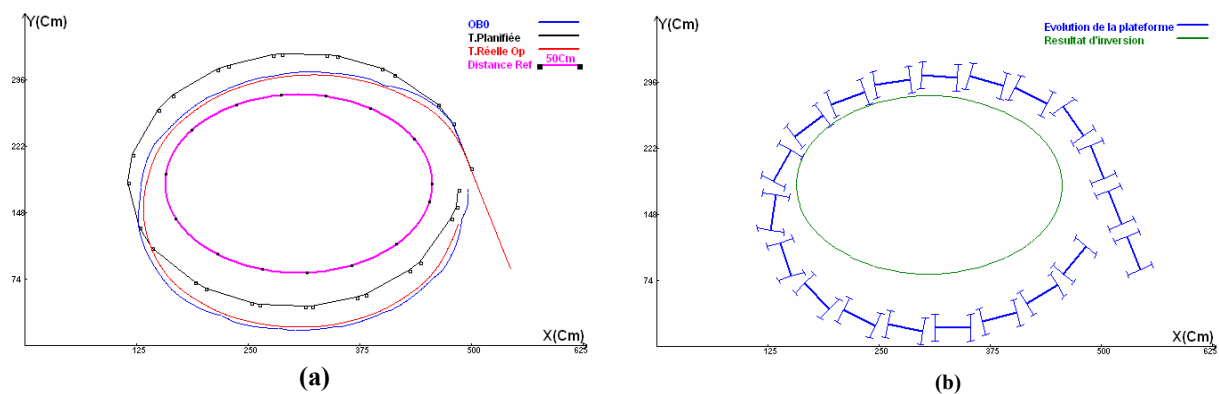
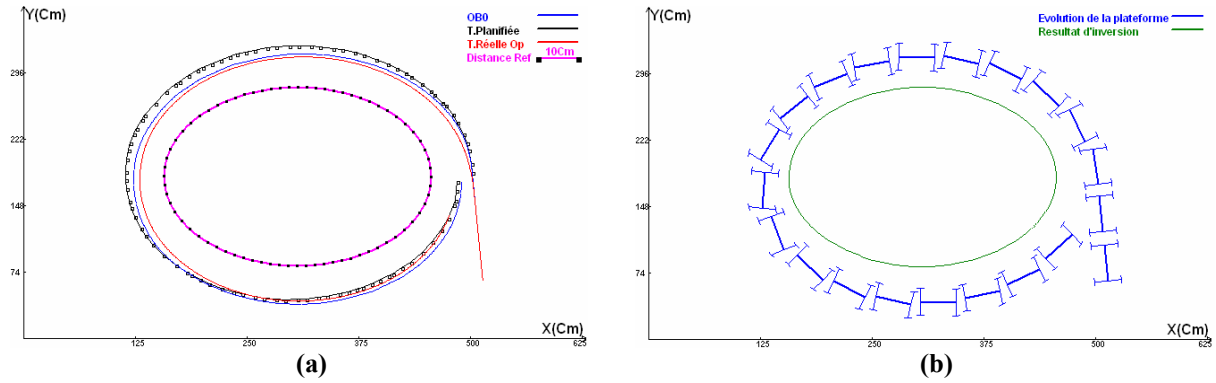
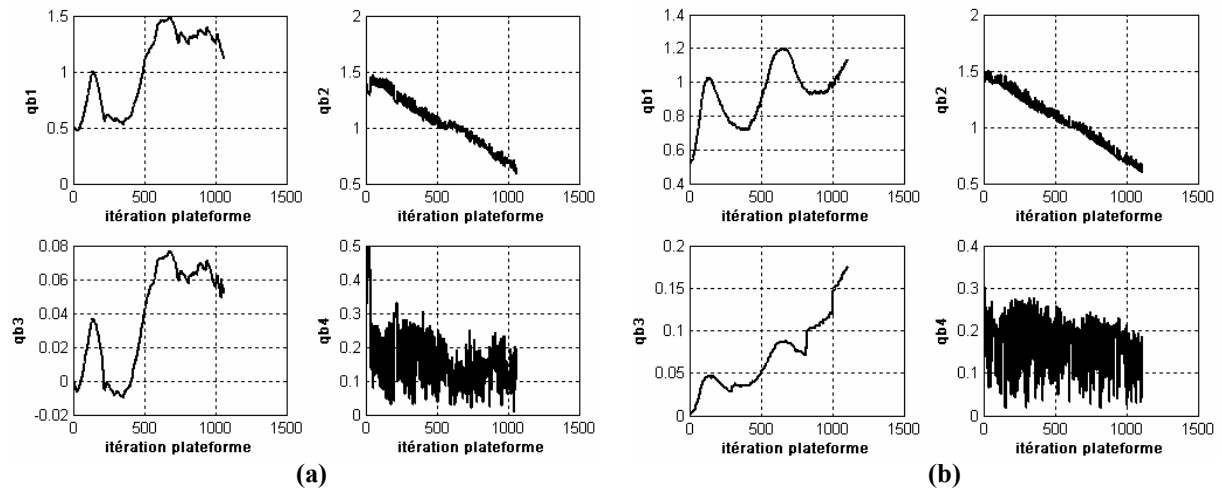
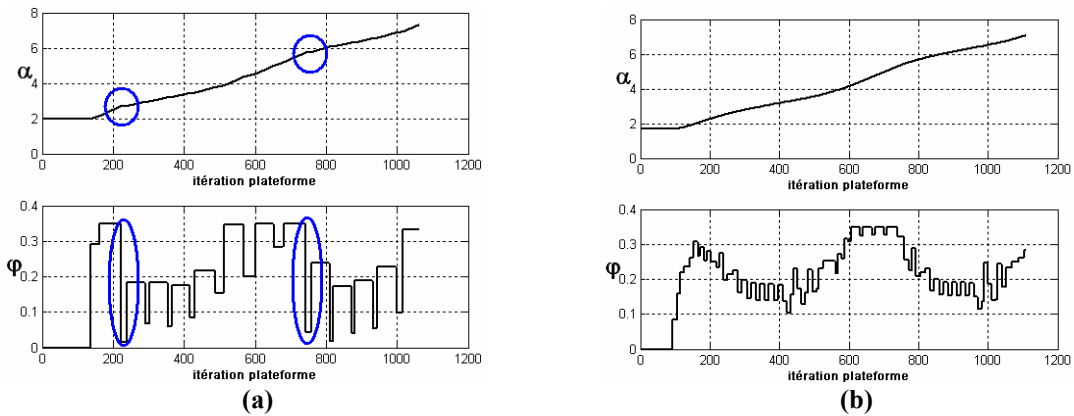


Fig.V.30. Planification trajectoire de la plateforme mobile ($Dist=50$)
(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

Fig.V.31. Planification trajectoire de la plateforme mobile ($Dist=10Cm$)

(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

Fig.V.32. Coordonnées généralisées du bras manipulateur : (a) $Dist=50Cm$, (b) $Dist=10Cm$.Fig.V.33. Paramètres propres à la plateforme (a) $Dist=50Cm$, (b) $Dist=10Cm$

Nous remarquons pour les deux exemples précédents que les angles de rotation du bras manipulateur ne présentent pas une évolution particulière ; par contre, le comportement de la plateforme mobile est modifié, puisque l'angle de braquage ϕ présente de très faibles variations, au nombre important, lorsque $Dist=10cm$, contrairement au cas où $Dist=50cm$, où les angles de braquage des roues présentent de grandes variations, mais leur nombre est moins important.

L'angle α se présente comme moins régulier pour $Dist=50cm$, cela coïncide avec une évolution brusque de l'angle de braquage à certaines périodes du mouvement illustré en Fig.V.33.a.

- **Trajectoire circulaire**

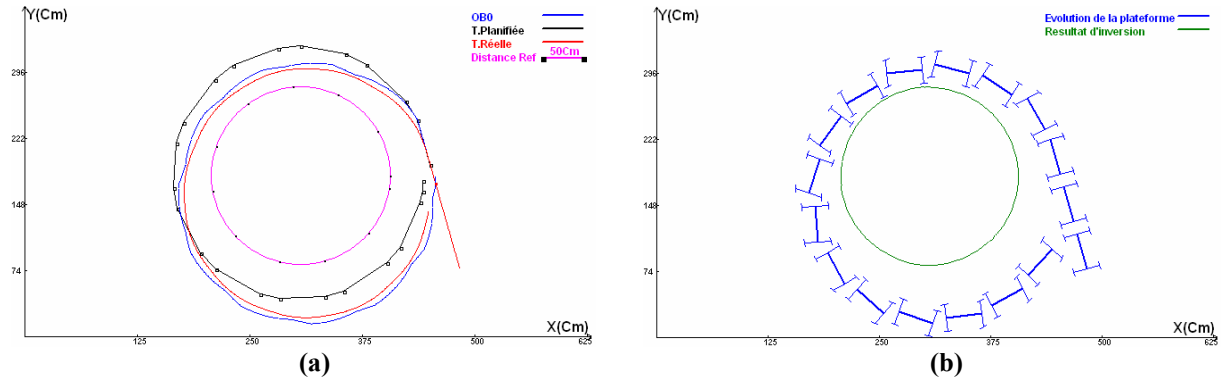


Fig.V.34. Planification trajectoire de la plateforme mobile ($Dist=50cm$)

(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

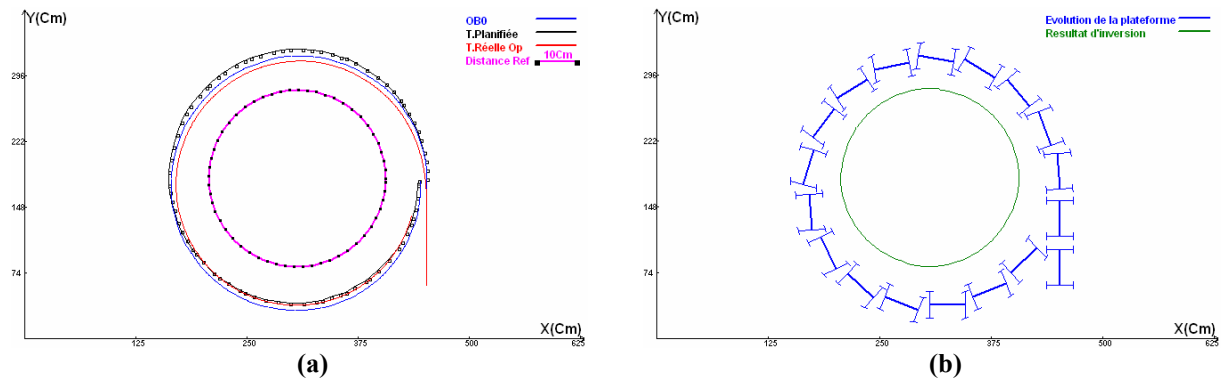


Fig.V.35. Planification trajectoire de la plateforme mobile ($Dist=10cm$)

(a) Mouvement de la plateforme, (b) Validation du modèle géométrique

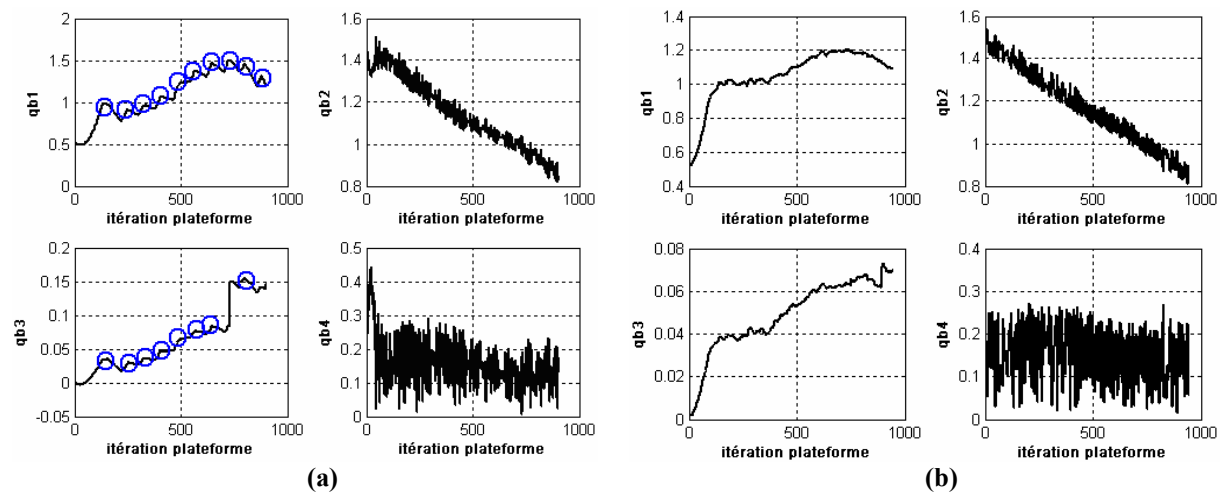


Fig.V.36. Coordonnées généralisées du bras manipulateur : (a) $Dist=50cm$, (b) $Dist=10cm$.

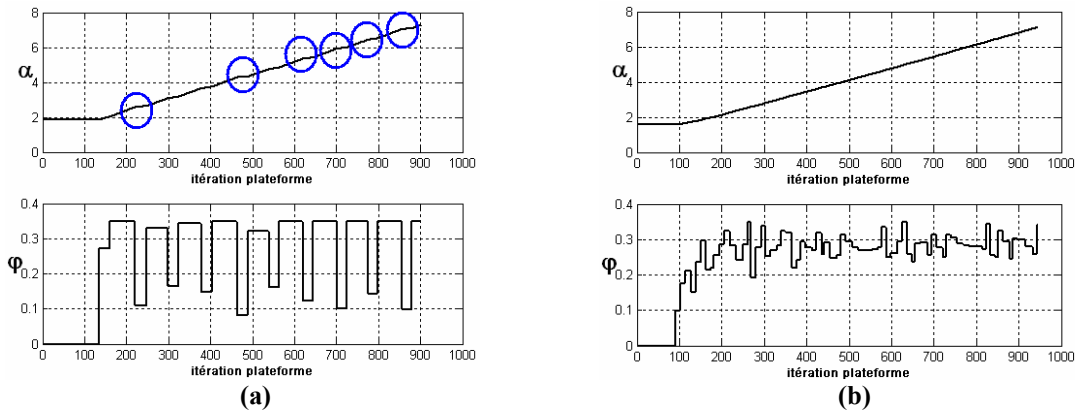


Fig.V.37. Paramètres propres à la plateforme : (a) $Dist=50\text{cm}$, (b) $Dist=10\text{cm}$

L'angle α apparaît comme quasiment linéaire quand $Dist=10\text{cm}$, alors qu'il l'est moins quand $Dist=50\text{cm}$; cela se répercute sur l'évolution de la configuration du système articulé. Nous pouvons remarquer que les angles q_{b1} et q_{b3} présentent une évolution pas très lisse, ces variations particulières coïncident avec les variations perçues dans l'angle de braquage φ . Nous avons également pu remarquer que dans la trajectoire relative à O_{B0} présentée en (Fig.34.a), le chemin généré par la plateforme se présente comme une vague, cela est une conséquence des changements survenus au niveau de la courbe présentée sur la figure V.37.a. (comparée aux courbes précédentes).

• Interprétation

Lorsque la distance entre les échantillons de référence n'est pas très importante, le mouvement de la plateforme suit très fidèlement la trajectoire planifiée, alors que lorsque la valeur de $Dist$ est importante, la plateforme n'est pas apte à suivre le chemin prédéfini, et cela se répercute sur le comportement des variables articulaires.

Quand la distance entre les échantillons de référence est assez importante, l'angle φ présente un nombre de variations restreint, cela est dû au fait que la roue ne soit pas très souvent sollicitée pour braquage, mais la variation que prend cet angle dans les phases de changements d'angles est importante.

V.6.5.3. Modification de la position initiale de la plateforme

Nous avons modifié dans cette partie le point de départ de la plateforme, en faisant en sorte de placer le point de départ de la base du bras manipulateur O_{B0} sur le premier point de la trajectoire planifiée, comme cela est présenté sur la figure V.38 pour les trois types de trajectoires opérationnelles imposées. Nous allons illustrer les coordonnées généralisées liées au bras manipulateur pour les trois types de trajectoires opérationnelles imposées.

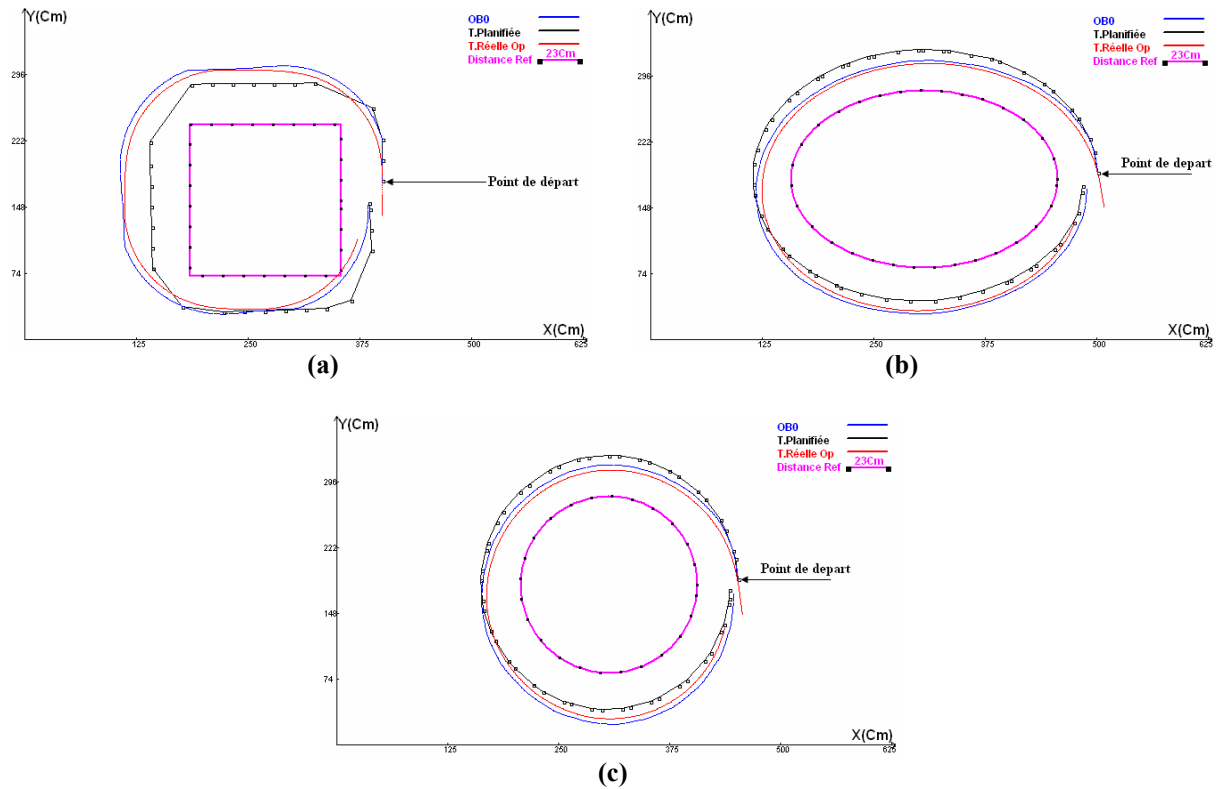


Fig.V.38. Planification trajectoire et mouvement de la plateforme mobile : (a)Trajectoire carrée, (b) Trajectoire ellipsoïdal, (c) Trajectoire circulaire

- Trajectoire carrée

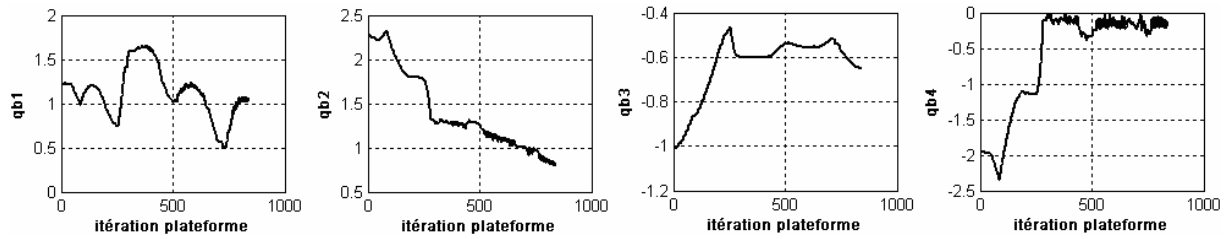


Fig.V.39. Coordonnées généralisées du bras manipulateur

- Trajectoire ellipsoïdale

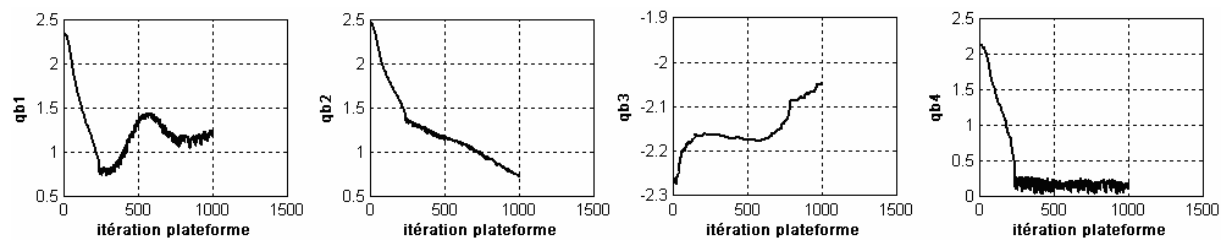


Fig.V.40. Coordonnées généralisées du bras manipulateur

- **Trajectoire circulaire**

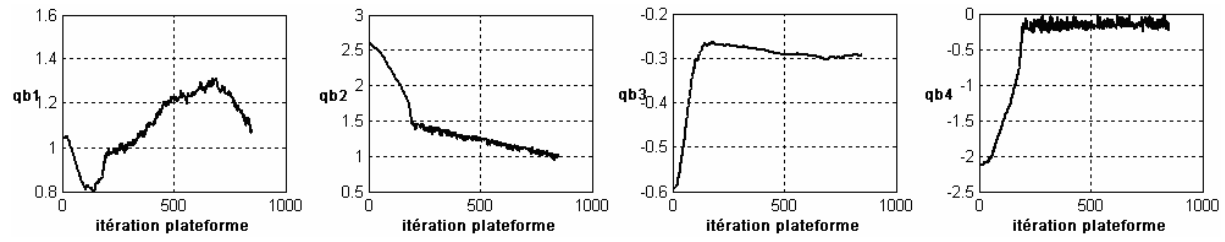


Fig.V.41. Coordonnées généralisées du bras manipulateur

- **Interprétation**

Nous pouvons remarquer pour ces trois trajectoires que le fait de placer la plateforme mobile à un endroit précis modifie le comportement du système articulé. Le problème de dépassement des butées articulaires ne s'étant pas présenté auparavant, le fait de modifier seulement la position initiale pour le système mobile a permis d'atteindre les butées articulaires au niveau de l'angle q_{b2} , qui a dépassé la valeur limite imposée par le système articulé (qui est de l'ordre de 1.7 radians). Dans le cas présent, q_{b2} présente une valeur de départ supérieure à 2 radians pour les trois types de trajectoires.

Tout au long de cette partie, nous avons pu constater que le comportement du bras manipulateur était étroitement lié à l'évolution de la plateforme mobile; nous tenons également à signaler que l'erreur maximale $\text{Max}(A-A_D)$ calculée par rapport à toutes les expériences présentées précédemment est inférieure à 2mm, ce qui signifie que l'approche adoptée permet un suivi de la trajectoire opérationnelle imposée avec une grande fidélité.

V.7.Modèle cinématique inverse

Nous allons étudier dans ce paragraphe le comportement d'un manipulateur mobile, en imposant les positions et les vitesses pour chaque échantillon $[X_c \ Y_c \ Z_c \ \dot{X}_c \ \dot{Y}_c \ \dot{Z}_c]^T$.

Nous avons imposé la trajectoire opérationnelle en fonction du temps. Les équations régissant cette trajectoire sont [Xu05] :

$$X_c = D_X + G_R * C(2 * \pi * \frac{t}{P}) \quad (5.1)$$

$$Y_c = D_Y - P_R * S(2 * \pi * \frac{t}{P}) \quad (5.2)$$

$$Z_c = Z_P + 0.1t \quad (5.3)$$

Avec $Z_P = 40 + 31.7\text{cm}$, D_X et D_Y représentent l'abscisse et l'ordonnée du centre de l'ellipse, G_R et P_R représentent respectivement le rayon le plus grand et le moins grand de l'ellipse, et enfin $P = 360$.

Le calcul des vitesses opérationnelles $[\dot{X}_c \ \dot{Y}_c \ \dot{Z}_c]^T$ consiste à dériver les expressions (5.1-5.3). La vitesse linéaire selon l'axe $\bar{z}$ n'est pas en fonction du temps, c'est une constante égale à 0.1 cm/s.

La planification de mouvement du système mobile présentée en Fig.V.42. a pu être effectuée selon le procédé exposé précédemment (dans le paragraphe V.6.) ; nous constatons que les échantillons n'ont pas pu être tous atteints, notre but n'est pas de valider le modèle géométrique, mais d'étudier la cinématique, donc le fait que le système soit inapte à suivre totalement la trajectoire désirée importe peu. Le nombre d'échantillons atteints est donc égal à 85 échantillons. L'estimée initiale est $Ang^0 = [0.5, 1.5, 0, 0.14]^T$.

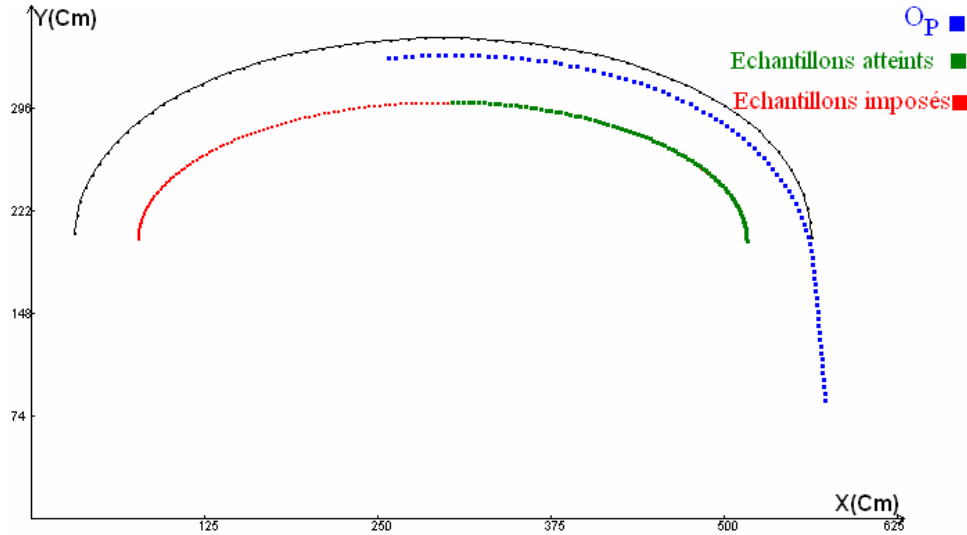


Fig.V.42. Planification de mouvement pour Trajectoire opérationnelle imposée évoluant en fonction du temps

Nous allons présenter dans ce qui suit les résultats concernant les différentes tâches additionnelles, que nous avons évoqué dans le chapitre précédent. Nous imposons dans tous les cas comme première tâche additionnelle la commande de mobilité η_p , nous allons tester dans ce qui suit les différents choix de la seconde tâche. Aussi, nous allons évoquer une entité qui représente $Det(\bar{J})$, c'est le déterminant du manipulateur mobile, et aussi $Det(J.J^T)$ qui représente le déterminant du sous-système bras manipulateur, pour tester le lien entre les résultats relatifs aux vitesses généralisées et les singularités.

V.7.1.Choix numéro 1

La vitesse opérationnelle imposée $\dot{A}_4$ est égale à 0.

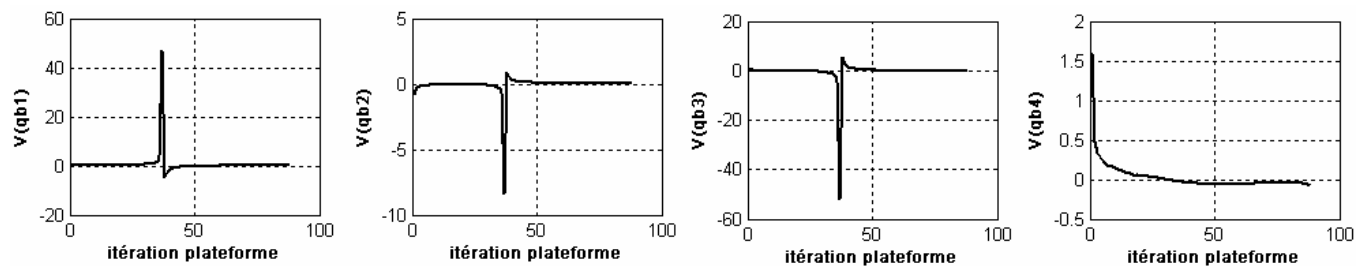


Fig.V.43. Vitesses généralisées du bras manipulateur

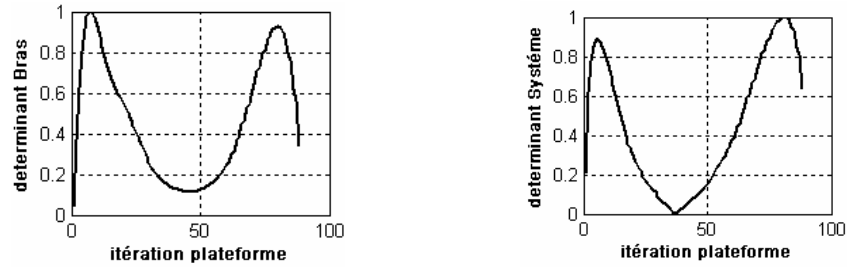


Fig.V.44.Présentation des Déterminants

V.7.2.Choix numéro 2

La vitesse imposée $\dot{q}_{bl}$ est égale à 0.1 rad/s.

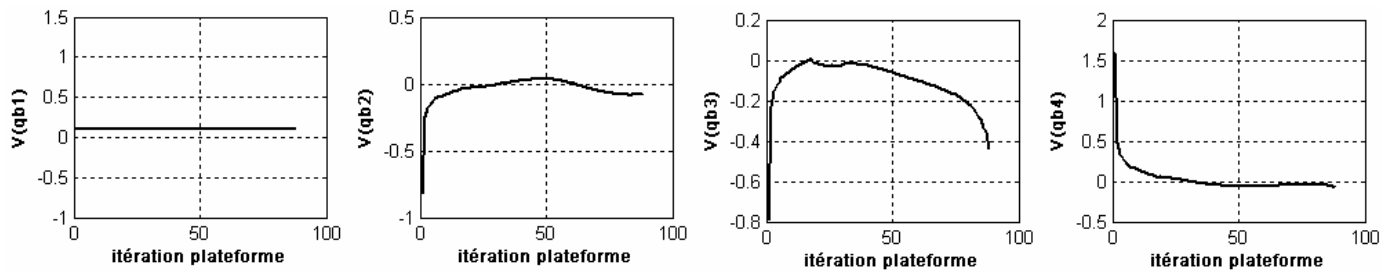


Fig.V.45. Vitesses généralisées du bras manipulateur

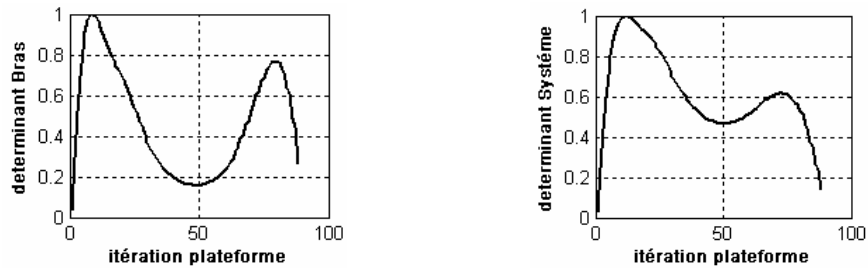


Fig.V. 46.Présentation des Déterminants

V.7.3.Choix numéro3

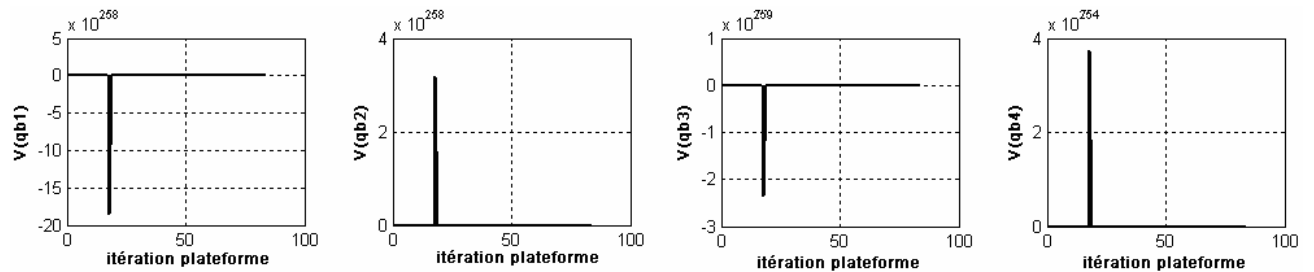


Fig.V.47. Vitesses généralisées du bras manipulateur

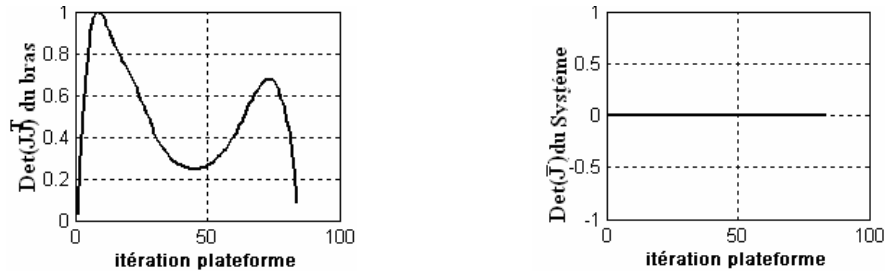


Fig.VI.48. Présentation des Déterminants

- **Interprétations**

Les résultats obtenus ne présentent pas véritablement de points communs, or, la vitesse relative à l'angle q_{b4} est la même pour le premier et le second choix, cela est dû au fait que la matrice jacobienne réduite présente quatre lignes identiques ce qui se répercute sur le résultat d'inversion de la matrice.

Nous avons pu constater que lorsque le déterminant du système $Det(\bar{J})$ diminue considérablement jusqu'à être proche du zéro, alors, le comportement du système articulé s'en ressent, même si le déterminant du bras manipulateur $Det(JJ^T)$ ne présente particulièrement pas de résultats proches du zéro.

Nous allons dans ce qui suit commenter les résultats pour chaque type de tâche additionnelle considérée.

- **Choix numéro 1**

Au niveau de l'itération numéro 38, nous remarquons une évolution brusque pour les vitesses articulaires ; cela coïncide avec le fait que le déterminant lié au système frôle la valeur nulle, ce qui correspond à une perte de rang dans la matrice jacobienne réduite, et de là le système est considéré comme étant à proximité d'une singularité. A ce niveau, les vitesses obtenues dépassent les vitesses admissibles par les variables généralisées.

En imposant la vitesse angulaires $\dot{\Psi} = 0.012$ relative au système articulé seul, nous remarquons d'après Fig.VI.48 que nous évitons une augmentation brusque des vitesses articulaires jusqu'à dépasser les limites admissibles. Cela nous permet également de mieux commander le système, car $\dot{\Psi}$ ne dépend pas de la vitesse de la plateforme, et connaissant les vitesses généralisées maximales, un choix de tâche additionnelle se faisant par rapport à $\dot{\Psi}$ nous évite d'imposer une vitesse supérieure à celle admise par le système.

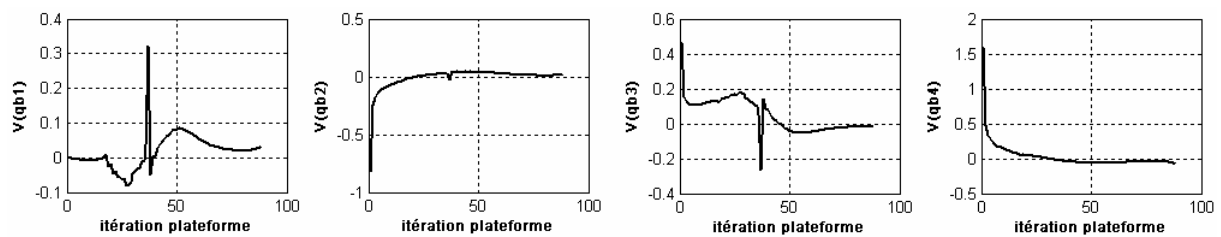


Fig.VI.48. Présentation des Déterminants

○ Choix numéro 2

Ce choix de cette tâche additionnelle nous donne des résultats très corrects, car $\text{Det}(\bar{J})$ ne frôle pas la singularité, aussi, les vitesses restent dans les limites imposées par le système articulé ; mais en introduction cette tâche, un inconvénient majeur se présente, car un mauvais réglage dans la valeur de la vitesse $\dot{q}_{bl}$ nous ramène sur des vitesses supérieures à celles imposées par le système.

○ Choix numéro 3

Ce choix donne des résultats très médiocres, et cette tâche n'est pas intéressante car $\text{Det}(\bar{J})$ est nul, pour toute les configurations, ce qui fait que la matrice perd effectivement un rang car la ligne ajoutée relative à la vitesses opérationnelle $\dot{X}_E$ est linéairement dépendante avec une autre ligne appartenant à la jacobienne réduite.

V.8. Conclusion

Les résultats de la planification de trajectoire sont très intéressants, vu que nous avons pu arriver à faire suivre au système de manipulation mobile les trajectoires opérationnelles imposées, en respectant le fait d'éviter les butées articulaires, qui peuvent présenter un facteur prépondérant. L'inconvénient majeur de l'approche proposée est qu'il y a un certain nombre de paramètres qu'il faut régler selon le type de trajectoire imposée, comme la distance entre échantillons de référence, l'estimée pour les systèmes articulés, ou encor, le rayon des échantillons de référence. Nous avons également constaté que la position de la plateforme mobile est un facteur prépondérant influençant la trajectoire généralisée du système articulé, obtenue après inversion du modèle géométrique.

La méthode des tâches additionnelles est en adéquation avec la méthode de planification de trajectoire que nous avons adopté, nous avons eu à intégrer qu'une seule ligne comme contrainte en vitesse, les résultats que nous avons obtenu sont fort intéressants, puisque contrairement aux plateforme différentielles portant un bras manipulateur [Fou98], une plateforme de type voiture n'admet en aucun cas l'intégration d'une vitesse opérationnelle $\dot{X}_E, \dot{Y}_E$ ou $\dot{Z}_E$. Ceci nous permet de considérer que la méthode des tâches additionnelles est très pratique, mais elle doit être manipulée avec une grande prudence, elle dépend du système à étudier. Une étude préalable concernant la matrice jacobienne réduite peut nous éviter des résultats médiocres.

Conclusion Générale

Le travail présenté dans ce mémoire entre dans le cadre d'une planification de trajectoire et de mouvement, basée sur les modèles géométrique et cinématique, pour un manipulateur mobile comportant un bras manipulateur à quatre degrés de libertés, considéré comme redondant relativement à une tâche se faisant dans un espace opérationnel à trois dimensions. La plateforme mobile est un véhicule non-holonyme de type voiture.

Nous avons, dans une première partie évoqué les caractéristiques propres aux systèmes poly-articulés et mobiles, formant les manipulateurs mobiles, dans le but d'avoir une connaissance générale sur les spécificités de chaque sous-système.

Nous nous sommes ensuite intéressé à l'étude de manipulateurs mobiles faisant partie de travaux de recherches, où nous avons répertorié les robots selon leurs caractéristiques, par rapport aux domaines dans lesquels ils peuvent être utilisés.

La troisième partie fut consacrée à des définitions techniques, afin d'expliquer les divers aspects étroitement liés à la modélisation, ainsi qu'à la planification, dans le but d'éclairer le lecteur sur une certaine terminologie qui peut prêter à confusion.

Après avoir eu une vision globale sur les propriétés des manipulateurs mobiles, nous avons présenté la problématique posée, lorsqu'on considère un système de manipulation mobile composé d'un seul bras manipulateur redondant vis à vis de la tâche, et d'une plateforme mobile non holonyme; nous avons divisé notre étude en deux parties : la première a consisté à traiter le problème de la modélisation des système articulés embarqués d'un point de vue géométrique, dans laquelle nous avons présenté des procédés de calcul du modèle géométrique direct lorsqu'il y a prise en compte d'une trajectoire généralisée imposée, et nous nous sommes intéressé à la stratégie de mise en œuvre du modèle inverse, quand la tâche consiste à faire suivre une trajectoire opérationnelle imposée à l'organe terminal. Dans la deuxième partie, nous nous sommes consacré à l'étude cinématique des manipulateurs mobiles, avec l'élaboration de la matrice jacobienne réduite propre à notre système; cet aspect rentre dans le cadre du calcul du modèle direct. Dans la même optique, nous avons étudié la mise en œuvre du modèle cinématique inverse s'effectuant dans le cadre de l'accomplissement d'une tâche à mouvements opérationnels imposés, où nous avons finalement pu utiliser la matrice jacobienne augmentée comme outil, étant en concordance avec la stratégie de planification de trajectoire que nous avons illustrée précédemment.

Enfin, nous avons concrétisé les approches auxquels notre intérêt s'est porté par des simulations, où nous avons expérimenté la méthode de planification de trajectoire. Nous avons constaté d'après les résultats présentés que nous sommes arrivés à atteindre notre but, puisque nous sommes parvenu à faire suivre à l'organe terminal une trajectoire opérationnelle imposée, sachant que les expérimentations se sont faites sur trois types de trajectoires.

L'inconvénient majeur de la méthode proposée reste le nombre important de paramètres à régler, selon le type de mission imposée au manipulateur mobile.

Nous avons également considéré le mouvement de notre manipulateur mobile, en présentant les résultats relatifs à l'étude concernant le modèle cinématique, et plus précisément aux choix des lignes représentant les tâches additionnelles; nous nous sommes aperçus que certains problèmes qui ne sont pas apparus lors de l'étude géométrique sont survenus à cause des singularités.

Notre travail est tout de même susceptible d'améliorations telles que :

- une implémentation sur des plateformes software, en vue de visualisations en trois Dimensions, pour une meilleure perception des mouvements du manipulateur mobile dans l'espace.
- évolution spatiale du système articulé mobile dans un environnement encombré, en envisageant l'existence d'obstacles.
- calcul du modèle cinématique en configuration en considérant les vitesses des effecteurs de la plateforme (les roues).
- implémentation du travail présenté dans ce mémoire sur un système réel.

Annexes

Annexe A : Modèle géométrique Direct du système articulé

Nous allons illustrer dans cette annexe les principales étapes de calcul du modèle géométrique direct d'un bras manipulateur, en utilisant la représentation de Denavit-Hartenberg, ensuite nous présenterons les expressions analytiques des coordonnées cartésiennes du bras Mitsubishi PA10 7CE.

A.1. Calcul du modèle géométrique direct d'un bras manipulateur

Le modèle géométrique direct d'un bras manipulateur a comme but de représenter la position et l'orientation de l'organe terminal, relativement au repère se trouvant à la base du bras manipulateur ($O_{B0}, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$) d'après Fig.A.1.

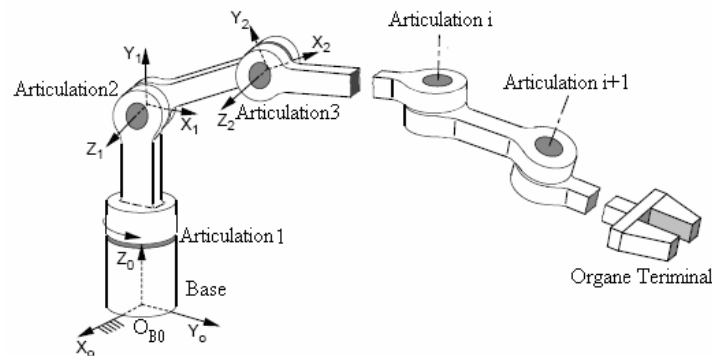


Fig.A.1 : Système de repérage relatif aux articulations d'un bras manipulateur

L'élaboration du modèle géométrique direct doit être accomplie en utilisant une certaine paramétrisation des repères liés à chaque articulation[Flü98] ; notre choix s'est porté sur celle de Denavit-Hartenberg [Yam94][Khl99] puisque c'est la plus utilisée, elle est illustrée schématiquement en Fig.A.2 .

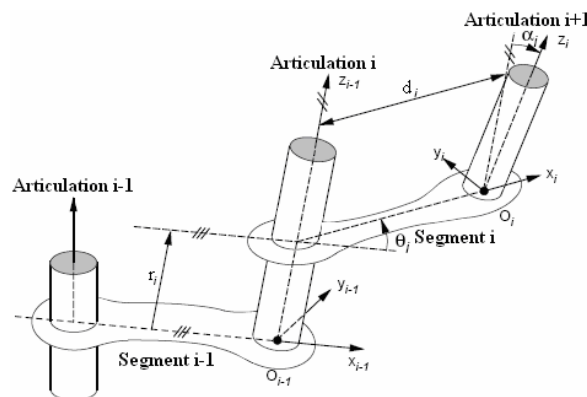


Fig.A.2 : Paramètres de Denavit-hartenberg

Cette notation nous permet de représenter les déplacements de l'articulation i relativement à l'articulation $i-1$, grâce à une matrice de transformation d'espace ${}^{i-1}T_i$.

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & d_i \\ \cos(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i) & -r_i\sin(\theta_i) \\ \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & \cos(\alpha_i) & r_i\cos(\theta_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Comme cela est présenté en Fig.A.2, le passage du repère R_{i-1} au repère R_i s'exprime en fonction de quatre paramètres [Yam94][Khl99]:

α_i : Angle entre les axes z_i et z_{i-1} correspondant à une rotation autour de x_i

d_i : Distance entre z_{i-1} et z_i le long de x_{i-1}

θ_i : Angle entre les axes x_{i-1} et x_i correspondant à une rotation autour de z_i

r_i : Distance entre x_{i-1} et x_i le long de z_i

La position et l'orientation de l'organe terminal par rapport au repère de référence seront donc calculées selon le produit matriciel suivant :

$${}^0T_n = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \dots {}^{n-1}T_n \quad (\text{A.2})$$

La matrice de transformation d'espace résultante illustre mathématiquement la situation de l'Organe Terminal relativement à un repère de référence.

$${}^0T_n = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x & r_x \\ u_y & v_y & w_y & r_y \\ u_z & v_z & w_z & r_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Les positions de l'organe terminal seront déduites de la matrice présentée en (A.3) telles que :

$$X_E = rx \quad (\text{A.4})$$

$$Y_E = ry \quad (\text{A.5})$$

$$Z_E = rz \quad (\text{A.6})$$

Pour les rotations, nous allons utiliser une représentation non redondante, c'est à dire avec trois paramètres [Bay01] seulement, comme les angles d'Euler classiques [Khl99] tels que:

$$\Phi = \begin{cases} ATAN2(-w_x, w_y) \\ ATAN2(w_x, -w_y) = \Phi + 180^\circ \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

$$\Theta = ATAN2(\sin(\Phi)w_x - \cos(\Phi)w_y, w_z) \quad (\text{A.8})$$

$$\Psi = ATAN2(-\cos(\Phi)v_x - \sin(\Phi)v_y, \cos(\Phi)u_x + \sin(\Phi)u_y) \quad (\text{A.9})$$

Les matrices de transformations d'espaces sont utiles pour la construction du modèle géométrique, où il est adéquat de représenter l'évolution spatiale d'un corps d'intérêt (dans le cadre de notre étude c'est l' OT), relativement à un repère de référence.

Tout au long de ce mémoire, nous avons considéré les variables θ liées aux articulations du système articulé, comme étant les coordonnées généralisées q_{bi} avec $i=1 \dots \nu$ (ν étant le nombre d'articulations appartenants au bras manipulateur).

A.2. Forme analytique du modèle géométrique direct du bras Mitsubishi PA10 7CE :

A.2.1. Matrices de passage des différents repères du bras Mitsubishi PA10 7CE:

Les différentes matrices de passages relatives à chaque articulation sont :

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^1T_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_2 & -C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^2T_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -R_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_4 & -C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^4T_5 = \begin{bmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -R_5 \\ S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^5T_6 = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_6 & -C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^6T_7 = \begin{bmatrix} C_7 & -S_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_7 & C_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Sachant que R_i représente le paramètre r_i utilisé dans l'équation (A.1) ; les symboles S_i et C_i désignent les sinus et cosinus de l'angle q_{bi} .

A.2.2. Matrice de transformation d'espace globale :

- Les deux premières colonnes :

$$\begin{array}{l|l} C_7C_6C_5C_4C_3C_2C_1 - C_7C_6C_5C_4S_3S_1 - C_7C_6C_5S_4S_2C_1 & S_7C_6C_5C_4C_3C_2C_1 + S_7C_6C_5C_4S_3S_1 \\ - C_7C_6S_5S_3C_2C_1 - C_7C_6S_5C_3S_1 - C_7S_6S_4C_3C_2C_1 & + S_7C_6C_5S_4S_2C_1 + S_7C_6S_5S_3C_2C_1 \\ + C_7S_6S_4S_3S_1 - C_7S_6C_4S_2C_1 - S_7S_5C_4C_3C_2C_1 & + S_7C_6S_5C_3S_1 + S_7S_6S_4C_3C_2C_1 - S_7S_6S_4S_3S_1 \\ + S_7S_5C_4S_3S_1 + S_7S_5S_4S_2C_1 - S_7C_5C_3S_1 & + S_7S_6C_4S_2C_1 - C_7S_5C_4C_3C_2C_1 + C_7S_5C_4S_3S_1 \\ - S_7C_5S_3C_2C_1. & + C_7S_5S_4S_2C_1 - C_7C_5S_3C_2C_1 - C_7C_5C_3S_1 \\ C_7C_6C_5C_4C_3C_2S_1 + C_7C_6C_5C_4S_3C_1 - C_7C_6C_5S_4S_2S_1 & - S_7C_6C_5C_4C_3C_2S_1 - S_7C_6C_5C_4S_3C_1 + S_7C_6C_5S_4S_2S_1 \\ - C_7C_6S_5S_3C_2S_1 + C_7C_6S_5C_3C_1 - C_7C_6S_5C_3C_2S_1 & + S_7C_6S_5S_3C_2S_1 - S_7C_6S_5C_3C_1 + S_7S_6S_4C_3C_2S_1 \\ - C_7S_6S_4S_3C_1 - C_7S_6C_4S_2S_1 - S_7S_5C_4C_3C_2S_1 & + S_7S_6S_4S_3C_1 + S_7S_6C_4S_2S_1 - C_7S_5C_4C_3C_2S_1 \\ - S_7S_5C_4S_3C_1 + S_7S_5S_4S_2S_1 - S_7C_5S_3C_2S_1 & - C_7S_5C_4S_3C_1 + C_7S_5S_4S_2S_1 - C_7C_5S_3C_2S_1 \\ + S_7C_5C_3C_1 & + C_7C_5C_3C_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c}
\begin{array}{l}
-C_7C_6C_5C_4C_3S_2 - C_7C_6C_5S_4C_2 + C_7C_6S_5S_3S_2 \\
+ C_7S_6S_4C_3S_2 - C_7S_6C_4C_2 + S_7S_5C_4C_3S_2 \\
+ S_7S_5S_4C_2 + S_7C_5S_2S_3 \\
0
\end{array}
&
\begin{array}{l}
S_7C_6C_5C_4C_3S_2 + S_7C_6C_5S_4C_2 - S_7C_6S_5S_3S_2 \\
- S_7S_6S_4C_3S_2 + S_7S_6C_4C_2 - C_7S_5C_4C_3S_2 \\
- C_7S_5S_4C_2 + C_7C_5S_2S_3 \\
0
\end{array}
\end{array}$$

• **Les deux dernières colonnes :**

$$\begin{array}{c|c}
\begin{array}{l}
S_6C_5C_4C_3C_2C_1 - S_6C_5C_4S_3S_1 - S_6C_5S_4S_2C_1 \\
- S_6S_5S_3C_2C_1 - S_6S_5C_3S_1 + C_6S_4C_3C_2C_1 \\
- C_6S_4S_3S_1 + C_6C_4S_2C_1 \\
S_6C_5C_4C_3C_2S_1 + S_6C_5C_4S_3C_1 - S_6C_5S_4S_2S_1 \\
- S_6S_5S_3C_2S_1 + S_6S_5C_3C_1 + C_6S_4C_3C_2S_1 \\
+ C_6S_4S_3C_1 + C_6C_4S_2S_1 \\
- S_6C_5C_4C_3S_2 - S_6C_5S_4C_2 + S_6S_5S_3S_2 \\
- C_6S_4C_3S_2 + C_6C_4C_2 \\
0
\end{array}
&
\begin{array}{l}
R_5S_4C_3C_2C_1 - R_5S_4S_3S_1 + R_5C_4S_2C_1 \\
+ R_3C_1S_2 \\
R_5S_4C_3C_2S_1 + R_5S_4S_3C_1 + R_5C_4S_2S_1 \\
+ R_3S_2S_1 \\
- R_5S_4C_3S_2 + R_5C_4C_2 + R_3C_2 \\
1
\end{array}
\end{array}$$

Nous déduisons les coordonnées opérationnelles cartésiennes de l'organe terminal, relativement au repère $(O_{B0}, \vec{x}_{B0}, \vec{y}_{B0}, \vec{z}_{B0})$ d'après la matrice présentée dans le paragraphe A.2.2 telles que :

$$X_E = R_5S_4C_3C_2C_1 - R_5S_4S_3S_1 + R_5C_4S_2C_1 + R_3C_1S_2$$

$$Y_E = R_5S_4C_3C_2S_1 + R_5S_4S_3C_1 + R_5C_4S_2S_1 + R_3S_2S_1$$

$$Z_E = -R_5S_4C_3S_2 + R_5C_4C_2 + R_3C_2$$

Annexe B : Modèle Cinématique Direct du système articulé

B.1. Présentation de la matrice jacobienne d'un bras manipulateur

Pour un système articulé, le modèle cinématique représente la relation entre les vitesses opérationnelles $\dot{x}$ et les vitesses généralisées $\dot{q}_b$. Considérons le modèle géométrique d'un robot possédant n degrés de liberté, évoluant dans un espace à m dimensions (m et n sont indépendants):

$$\begin{aligned} x_1 &= f_1(q_{b1}, \dots, q_{bn}) \\ &\vdots \\ x_m &= f_m(q_{b1}, \dots, q_{bn}) \end{aligned} \quad (B.1)$$

Où x représente le vecteur des coordonnées opérationnelles, et q_{bi} , le vecteur des coordonnées généralisées du bras manipulateur, aussi f_i représente la fonction du modèle géométrique liant les deux parties appartenant respectivement, à l'espace opérationnel et à l'espace généralisé.

Nous pouvons simplifier l'écriture en mettant (B.1) sous forme vectorielle:

$$x = f(q_b) \quad (B.2)$$

Si nous dérivons l'équation (B.2), nous obtenons:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_m \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_{b1}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_{bn}} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial q_{b1}} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial q_{bn}} \end{bmatrix}}_{J_b} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \vdots \\ \dot{q}_{bn} \end{bmatrix} \quad (B.3)$$

Nous définissons alors matrice jacobienne J_b [Flü98] telle que :

$$[J_b] = \frac{\partial f}{\partial q_b} \quad (B.4)$$

La matrice jacobienne J_b représente un opérateur permettant de lier les vitesses des corps d'un robot exprimées dans différents espaces vectoriels [Flü98]. On peut donc la voir comme étant l'opérateur reliant les vitesses opérationnelles $\dot{x}$ aux vitesses articulaires $\dot{q}_{bi}$.

Si les fonctions $f_1, \dots, f_n$ sont non linéaires, alors leurs dérivées partielles sont fonction des q_{bi} . La matrice jacobienne est donc un opérateur linéaire dépendant de la position instantanée du robot.

Le modèle cinématique direct d'un bras manipulateur évoluant dans un espace à trois dimensions exprime la relation entre les vitesses opérationnelles, qui sont au nombre de six, et les vitesses généralisées, ayant un nombre de variables lié au système articulé.

Pour un bras ayant comme nombre de coordonnées opérationnelles égales à 6 (ce qui est suffisant pour définir la position et l'orientation de l'organe terminal), nous avons la représentation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_E \\ \dot{Y}_E \\ \dot{Z}_E \\ \dot{\Psi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & \dots & J_{1n} \\ J_{21} & J_{22} & \dots & J_{2n} \\ J_{31} & J_{32} & \dots & J_{3n} \\ J_{41} & J_{42} & \dots & J_{4n} \\ J_{51} & J_{52} & \dots & J_{5n} \\ J_{61} & J_{62} & \dots & J_{6n} \end{bmatrix}}_{J_b} \begin{bmatrix} \dot{q}_{b1} \\ \dot{q}_{b2} \\ \dot{q}_{b3} \\ : \\ : \\ \dot{q}_{bn} \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Nous allons dans ce qui suit formuler une méthode de calcul de la matrice jacobienne [Dao94][Flü98].

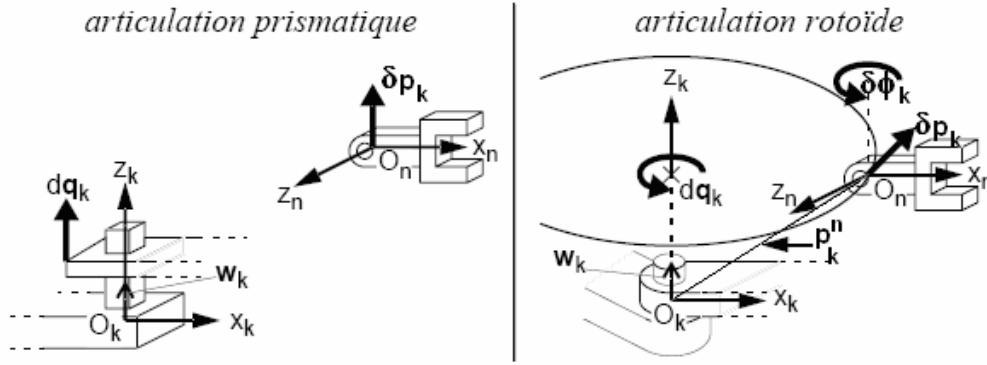
B.2. Formation de la matrice jacobienne :

Il existe plusieurs méthodes de calcul de la matrice jacobienne, définie dans l'équation (B.5), la méthode la plus évidente réside sur le principe de la dérivation des équations déduites du modèle géométrique direct, l'inconvénient de cette approche est qu'elle soit liée à la morphologie du robot manipulateur, et que les vitesses angulaires ne correspondent pas aux dérivées des angles de rotation Ψ , Θ et Φ déduites du modèle géométrique direct [Pad05].

Les autres méthodes de calcul du modèle cinématique direct reposent sur le calcul des influences de chaque articulation sur l'organe terminal. Ces méthodes se caractérisent par le repère dans lequel la matrice jacobienne est exprimée, ainsi que par le corps auquel elle correspond; le calcul de la matrice jacobienne s'effectue souvent relativement à l'organe terminal, elle est généralement exprimée dans le repère de la base du bras R_{B0} .

B.2.1. Calcul de la matrice jacobienne vectorielle J_n :

L'influence de la $k^{\text{ème}}$ articulation, ayant comme axe de déplacement défini par le vecteur unitaire W_k , exprimant un accroissement infinitésimal δq_{bk} , provoque un accroissement infinitésimal de position, et d'orientation notés respectivement δp_k et $\delta \phi_k$ sur l'organe terminal selon Fig.B.1.

Fig.B.1 : Présentation des paramètres δp_i et $\delta \phi_i$

Les vitesses δp_k et $\delta \phi_k$ sont exprimées dans les équations suivantes (B.6 et B.7), selon le type d'articulation provoquant le mouvement de l'organe terminal :

Liaison prismatique

$$\begin{aligned} \delta p_k &= \delta q_{bk} \cdot W_k \\ \delta \phi_k &= 0 \end{aligned} \quad (B.6)$$

Liaison rotoïde

$$\begin{aligned} \delta p_k &= (\delta q_k \cdot W_k) \Lambda p_k^n \\ \delta \phi_k &= \delta q_{ki} \cdot W_k \end{aligned} \quad (B.7)$$

Nous pouvons regrouper les équations (B.6) et (B.7) en (B.8), pour ne considérer qu'une seule expression relative à δp_i et $\delta \phi_i$, cette équation varie selon le type de liaison considéré, en utilisant le paramètre σ_k utile pour distinguer entre une articulation rotoïde ou prismatique.

$$\begin{aligned} \delta p_k &= (\sigma_k W_k + (1 - \sigma_k) (W_k \Lambda p_k^n)) \\ \delta \phi_k &= (1 - \sigma_k) W_k \delta q_k. \end{aligned} \quad (B.8)$$

Sachant que : $\sigma_k=0$ si l'articulation l_k courante est rotoïde, et $\sigma_k=1$ si l'articulation l_k est prismatique.

Nous avons représenté auparavant en équation (B.8) l'influence de l'accroissement infinitésimal d'une articulation sur le mouvement de l'organe terminal ; grâce au théorème de la composition des vitesses, nous pouvons sommer les contributions de toutes les vitesses articulaires afin de conclure sur les vitesses linéaires et angulaires de l'objet d'intérêt.

$$\begin{aligned} \delta p &= \sum_{k=1}^n (\sigma_{k-1} W_{k-1} + (1 - \sigma_{k-1}) (W_{k-1} \Lambda p_{k-1}^n)) \\ \delta \phi &= \sum_{k=1}^n (1 - \sigma_{k-1}) W_{k-1} \delta q_{k-1}. \end{aligned} \quad (B.9)$$

De l'équation (B.9) nous parvenons à décrire les colonnes de la matrice jacobienne telle que, si la liaison l_k est rotoïde, alors la ligne correspondante à l'articulation s'écrit :

$$J_k(q) = \begin{bmatrix} W_{k-1} A p_{k-1}^n \\ W_{k-1} \end{bmatrix} \quad (B.10)$$

Si la liaison est prismatique, alors :

$$J_k(q) = \begin{bmatrix} W_{k-1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (B.11)$$

Sachant que p_{k-1}^n représente la position de l'organe terminal par rapport au centre du repère de référence O_{k-1} (centre du repère numéro $k-1$).

Les équations (B.10) et (B.11) illustrent donc la représentation de la $k^{ème}$ ligne de la matrice jacobienne selon le type d'articulation considéré.

La matrice jacobienne est composée des n lignes construites préalablement selon les équations (B.10) et (B.11). Pour un bras manipulateur à n degrés de libertés, il en résultera donc la matrice $J_b = [J_1, \dots, J_n]^T$. cette matrice transforme les déplacements élémentaires des articulations en déplacements élémentaires au niveau de l'organe terminal.

Nous allons dans ce qui suit proposer une méthode de calcul de la jacobienne.

B.2.2. Construction des colonnes de la matrice jacobienne J_b :

Dans cette partie, nous allons tester une méthode dans laquelle nous allons déduire l'expression de la matrice jacobienne à partir des équations (B.10) et (B.11), nous utiliserons les matrices de transformations d'espaces [Dao94] présentées en Annexe A.

Soit ${}^{k-1}T_0$ la matrice de passage du repère R_0 au repère R_{i-1} , le paramètre W_{k-1} doit être calculé pour chaque colonne J_k . Les composantes de W_{k-1} représentent les trois premiers éléments de la troisième colonne de la matrice ${}^{k-1}T_0$.

Le calcul du paramètre p_{k-1}^n se déduit de l'opération $p_0^n - p_0^{k-1}$ avec :

Le paramètre p_0^n constitue les trois éléments de la dernière colonne de la matrice ${}^nT_0$, il représente la position de l'organe terminal par rapport au repère R_{B0} exprimé dans R_{B0} , il en est de même pour p_0^{k-1} qui est composé des trois derniers éléments de la matrice ${}^{k-1}T_0$. Il faut donc calculer toutes les matrices de transformation ${}^{k-1}T_n$ avec k variant de 1 à n .

B.2.3. Forme analytique des vitesses opérationnelles linéaires du bras Mitsubishi PA10 7CE

Puisque nous avons pu déduire les coordonnées cartésiennes du bras manipulateur, nous pouvons les dériver et construire de ce fait les vitesses opérationnelles en positions, qui sont telles que :

$$\dot{X}_E = (-R_5 S_1 C_2 C_3 S_4 - R_5 C_1 S_3 S_4 - R_5 C_4 S_2 S_1 - R_3 S_1 S_2) \dot{q}_{b1} + (-R_5 S_4 C_3 C_1 S_2 + R_5 C_4 C_1 C_2 +$$

$$R_3C_1C_2)\dot{q}_{b_2}+(-R_5S_4C_1C_2S_3-R_5S_4S_1C_3)\dot{q}_{b_3}+(R_5C_4C_3C_2C_1-R_5C_4S_3S_1-R_5S_4C_1S_2)\dot{q}_{b_4}.$$

$$\begin{aligned}\dot{Y}_E = & (R_5S_4C_3C_2C_1-R_5S_1S_3S_4+R_5C_4S_2C_1+R_3C_1S_2)\dot{q}_{b_1}+(-R_5S_4C_3S_1S_2+R_5C_4S_1C_2 \\ & +R_3S_1C_2)\dot{q}_{b_2}+(-R_5S_4S_1C_2S_3+R_5S_4C_1C_3)\dot{q}_{b_3}+(R_5C_4C_3C_2S_1+R_5C_4S_3C_1-R_5S_4S_1S_2)\dot{q}_{b_4}.\end{aligned}$$

$$\dot{Z}_E = (-R_5S_4C_3C_2-R_5C_4S_2-R_3S_2)\dot{q}_2+(R_5S_4S_2S_3)\dot{q}_3+(-R_5C_4C_3S_2-R_5C_2S_4)\dot{q}_{b_4}.$$

Ce résultat peut être utilisé pour valider les résultats liés au modèle cinématique direct, par calcul direct de la jacobienne.

Annexe C : Caractéristiques des éléments du manipulateur mobile

Nous allons présenter dans cette annexe les caractéristiques du système articulé et de la plateforme mobile étudiés dans ce mémoire.

C.1. Caractéristiques du bras manipulateur

- Présentation de l'espace de travail du Mitsubishi PA10 7CE

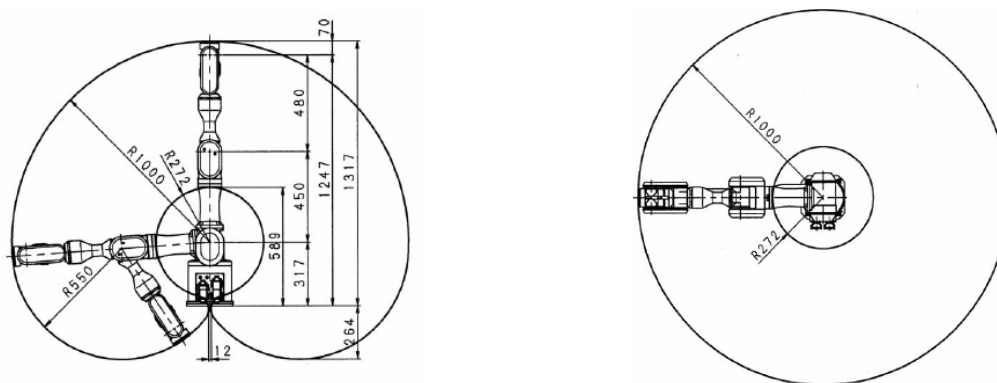


Fig.C.1.Espace de travail du manipulateur Mitsubishi

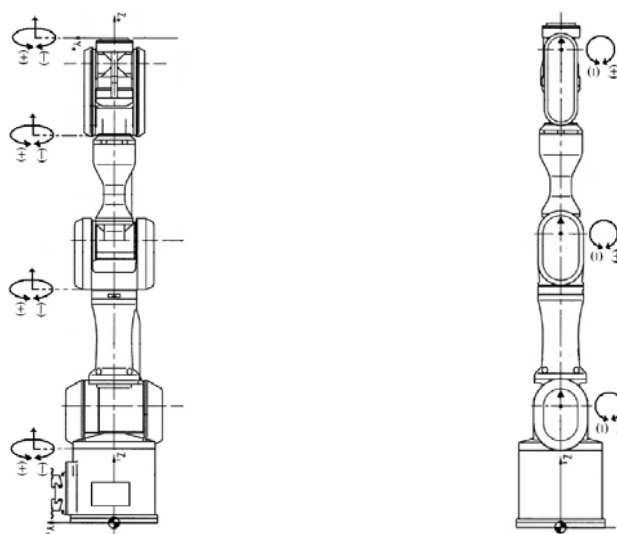


Fig.C.2.Sens de rotation des différentes articulations du bras Mitsubishi.

Dans cette annexe, tous les angles sont présentés en degrés, aussi les vitesses angulaires sont considérées en degrés/seconde

- Paramètres de Denavit-Hartenberg du Mitsubishi

α_i	a_i	d_i	θ_i	
0	0	0	θ_1	Articulation 1
-90	0	0	θ_2	Articulation 2

90	0	0.45	θ_3	Articulation 3
-90	0	0	θ_4	Articulation 4
90	0	0.48	θ_5	Articulation 5
-90	0	0	θ_6	Articulation 6
90	0	0	θ_7	Articulation 7

- Angles de rotations limites admises par le bras manipulateur**

Limite inférieure	Limite supérieure	
-180	180	Articulation 1
-97	97	Articulation 2
-180	180	Articulation 3
-143	143	Articulation 4
-270	270	Articulation 5
-180	180	Articulation 6
-270	270	Articulation 7

- Vitesses limites admises par le bras manipulateur**

57	Articulation 1
57	Articulation 2
114	Articulation 3
114	Articulation 4
360	Articulation 5
360	Articulation 6
360	Articulation 7

- Résolution minimale du bras manipulateur**

L'angle minimal admis par toutes les articulation est de l'ordre de 0.05 degrés.

C.2. Caractéristiques de la plateforme mobile

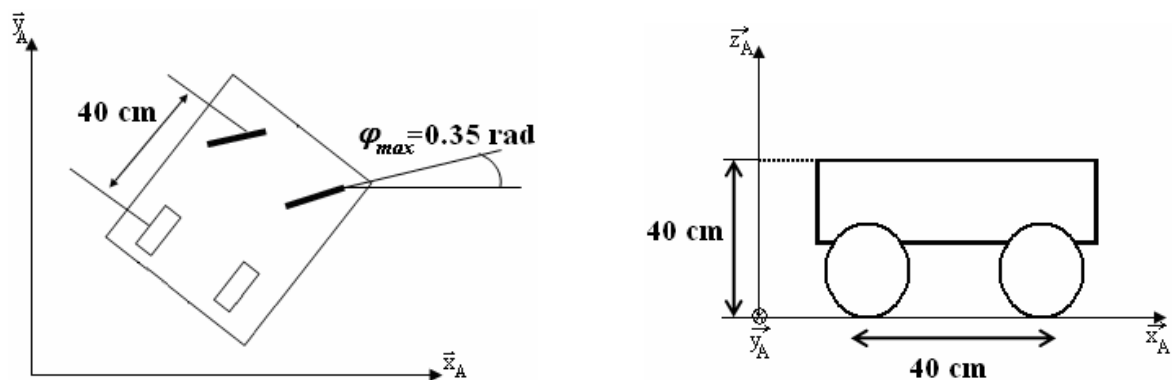


Fig.C.3. Paramètres relatifs à la plateforme mobile

Références Bibliographiques

- [Bay01] B.Bayle, “Modélisation et commande cinématiques des manipulateurs mobiles à roues“, Thèse de Doctorat, LAAS-CNRS, Université Paul Sabatier de Toulouse, France, 2001.
- [Bay02] B.Bayle, J.-Y. Fourquet, M. Renaud, “Génération des mouvements des Manipulateurs Mobiles : Etat de l'art et perspectives“. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, vol 35, 809-845, 2001.
- [Bay05] B.Byle, “Cours de Robotique“, Ecole Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg, 2005.
Web: http://eavr.u-strasbg.fr/~bernard/education/ensps_3a/poly_3a.pdf
- [Bel01] S.Bellakhehal, “génération de mouvements et commande coordonnée d'un robot manipulateur mobile“, mémoire de Magister, Université de Blida, 2001.
- [Bou93] M.Boumahrat, A.Gourdin, “Méthodes numériques Appliquées: Avec nombreux problèmes résolus en Fortran 77“, *Office des Publications Universitaires*, 1993.
- [Coi86] P.Coiffet, “La Robotique- Principes et Applications-Robots“, *Editions Hermès, Traitet des nouvelles technologies, Série Robotique*, 1986.
- [Dao94] A.Daoudi, “Conception et réalisation d'un outil d'aide à la modélisation en robotique“, Mémoire de Magister, USTHB, 1994.
- [Dom01] E.Dombre, “Analyse des robots manipulateurs“, *Edition Lavoisier*, 2001.
- [Fil05] D.Filliat, “Robotique Mobile-Cours C10-2“, Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées (ENSTA), France, 2005.
Web:<http://www.ensta.fr/~filliat/Courses/Polys/PolyRobotiqueMobile2006.pdf>
- [Flü98] L.Flückiger, “Interface pour le pilotage et l'analyse des robots basée sur un générateur de cinématique“, Thèse de doctorat des sciences techniques, école Polytechnique fédérale de Lausanne, Suisse, 1998.
- [Fou98] G.Foulon, “Génération de mouvements Coordonnés pour un ensemble constitué d'une plateforme mobile à roues et d'un bras manipulateur“, Thèse de Doctorat, LAAS-CNRS, Institut National des Sciences Appliquées, Toulouse, France, 1998.
- [Fru05] M.Fruchard, “Méthodologies pour la commande de manipulateurs mobiles non-Holonomes“, Thèse de Doctorat, Inria Sophia Antipolis, Ecole Nationale supérieure des Mines de Paris-Sophia Antipolis, France, 2005.
- [Gin03] R.Ginhoux, “Compensation des mouvements physiologiques en chirurgie robotisée par commande prédictive“, Thèse de Doctorat, université Louis Pasteur, Strasbourg, France, 2003.
- [Gor84] B.Gorla, M.Renault, “Modèles des robots manipulateurs : application à leurs Commandes“, *Editions Cepadues*, 1984.
- [Hol99] R.Holmberg, O.Khatib, “Development of a holonomic mobile robot for mobile manipulation Tasks“, in *Proc FSR'99 Int Conf, Field and Service Robotics*, Pittsburgh, PA, 1999.
- [Hoo91] N.A.Hootsmans, S.Dubowsky, “Large Motion Control of Mobile Manipulators Including Vehicle Suspension Characteristics,” *Proc. Int. Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, CA, 2336-2341, 1991.

- [Hu04] Y.M.Hu, B.H.Guo, “Modelling and Motion Planning of a three link wheeled mobile Manipulator” *8th Int Conf. Control, Automation, Robotics and Vision*, Chine, 2004.
- [Kan01] S.Kang, K.Komoriya, K.Yokoi, T.Koutoku, K.Tanie , “Utilization of Inertial Effect in Damping-based Posture Control of Mobile Manipulator”, *IEEE Int Conf, Robotics & Automation*, Seoul, Korè, Mai 21-26, 2001.
- [Kha96] O. Khatib, K. Yokoi, K. Chang, D. Ruspini, R. Holmberg, A. Casal, “Vehicle/Arm Coordination and Multiple Mobile Manipulator Decentralized Cooperation”, in *Proc IROS’96, Inte. Conf. intelligent robots and systems*, Osaka, japan, Novembre 4-8, 1996.
- [Kh199] W.Khalil, E.Dombre, “Modelisation, Identification et Commande de Robots“, *Editions Hermès*, 1999.
- [Kor03] M.H.Korayem, H Gharibun, “Maximum allowable load on wheeled mobile manipulators imposing redundancy constraints”, *elsevier trans, Robotics and Autonomous systems*, vol 44,151-159, 2003.
- [Kun03] Y.Kunii, Y.Kuroda,T.Kubota, “ Development of micro-manipulator for tele scienceby lunar rover: Micro5, ”*elsevier trans. Acta Astronautica*, vol 52, 433 – 439, 2003.
- [Lae97] T.Laengle, T.Hoeniger, U.Rembold, H.Woern, “Cooperation in Human-Robot-Teams”, in *Proc ICI&C ’97, Int. Conf. Informatics and Control*, St. Petersburg, Russie, Juin 9-13, 1997.
- [Lav01] M.H.Lavoie, ”Solution par optimisation numérique du problème géométrique inverse de manipulateur mobile sériels redondants pour des opérations de transport dans un espace encombré”, Maîtrise des sciences appliquées, Faculté d’ingénierie, Université de Moncton, Canada, Octobre 2001.
- [Luc03] P.Lucidarme, “Apprentissage et adaptation pour des ensembles de robots Réactifs Coopérants“, Thèse de Doctorat, université de Montpellier II, Montpellier, France, 2003.
- [Mas01] D. Balkcom, M. Mason, “Progress in Desktop Robotics“, *The 11thYale Workshop on Adaptive and Learning Systems*, 2001.
- [Mbe05] J.B.Mbede, P.Ele, C.M. Mveh-Abia, Y.Toure,V.Graefe, S.Ma, “Intelligent mobile manipulator navigation using adaptive neuro-fuzzy systems”, *elsevier trans. Infirmation Sciences*, vol 171, 447-474, 2005.
- [Mic04] M.Michelin, “Contribution à la commande de robots pour la chirurgie mini-invasive“, Thèse de doctorat, LIRMM, Université Montpellier II, Montpellier, France, 2004.
- [Nen04] D.N.Nenchev,Y.Tsumaki, M.Takahashi, “Singularity-Consistent Kinematic Redundancy Resolution for the S-R-S Manipulator”, in *Proc 2004 IEEE/RSJ Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, Sendai, Japan, 28 Septembre- 2 Octobre, 2004.
- [Otm00] S.Otman, “Télétravail Robotisé et Réalité Augmentée : Application à la Télé-opération via Internet“, Thèse de Doctorat, Laboratoire des Systèmes Complexes du CEMIF (Centre d’Etude de Mécanique d’Ile de France), Université d’Evry-Val-d’Essonne, France, 2000.
- [Pac03] R.T.Pack, “IMA: The Intelligent Machine Architecture”, Université de Vanderbilt, Thèse de PhD, Nashville, Tennessee, USA, 2003.

- [Pad05] V.Padois, "Enchainements dynamiques de Tâches pour des manipulateurs mobiles à roues", Thèse de Doctorat, Laboratoire Génie de Production de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes, Institut national polytechnique de Toulouse, France, 2005.
- [Pap00] E.Papadopoulos, J.Poulakakis, "Planning And Model-Based Control for Mobile Manipulators", in *Proc IROS 2000 Conf. Intelligent Robots and Systems*, Takamatsu, Japan, 2000.
- [Pho04] C.Pholsiri, "Task-Based decision making and control of robotic manipulators", thèse de PhD, Université du Texas, Austin, USA, 2004.
- [Poi96] A.Poyet, "Contrôle redondant de la position d'un robot par capteurs externes, Applications en milieux médical et industriel", thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France, 1996.
- [Pru96] A.Pruski, "Robotique mobile: La planification de trajectoire", *Hermes Sciences Publications, Collection : Traité des nouvelles Technologies. Série Robotique*, 21 Septembre, 1996.
- [Pru88] A. Pruski, "Robotique Générale", *Edition ellipse*, 1988.
- [Ser95] H. Seraji: "Configuration Control of Rover Mounted Manipulators", in *Proc IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, Nagoya, Japan, 2261-2266, 1995.
- [Sha04] W.Shan, K.Nagatani, Y.Tanaka, "Motion planning for Mobile Manipulator to Pick up an Object while Base Robot's Moving", *Int Conf, Robotics and Biomimetics*, Shenyang, Chine, août 22-26 2004.
- [Swi03] W.schmitz, "Robotic paint stripping of large aircraft a reality with the flashjet coating removal process". *Conf, Aerospace coating removal and coating*, USA, mai 20-22, 2003.
- [Too01] W.-S.Too, J.-D. Kim, S.-J.Na, "A study on a mobile platform-manipulator welding system of horizontal fillet joints", *pergamon trans. Mechtronics*, vol 11, 853-868, 2001.
- [Vib87] C.Vibet, "Robots Principes et Contrôle", *Editions ellipse*, 1987.
- [Waa03] B.J.W. Waarsing, M. Nuttin, H. Van Brussel, "Behaviour-based mobile manipulation: the opening of a door", *1st International workshop on advances in Services Robotics*, Bardolino, Italie, mars 13-15, 2003.
- [Xu05] D.Xu, H.HuCarlos, A.A.Calderonand, M. Tan, "Motion Planning for a Mobile Manipulator with Redundant DOFs" in *Proc ICIC'05 Int. Conf. Intelligent Computing*, China, 23-26 August, 2005.
- [Yam93] Y.Yamamoto, X.Yun, "Coordinating Locomotion and Manipulation of a Mobile Manipulator", in *Proc. IEEE Inte. Conf. Robotics and Automation*, USA, 157-181, Mai 1993.
- [Yam94] Y.Yamamoto, "Control and Coordination of Locomotion and Manipulation of a Wheeled Mobile Manipulator", Thèse de PhD, Université de Pennsylvanie, USA, 1994.
- [Yu02] Qing Yu, I-Ming Chen, "A General Approach to the Dynamics of Nonholonomic Mobile Manipulator Systems", vol. 124, *Transactions of the ASME*, 512-521, 2002.